



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STAVEBNÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

ÚSTAV ŽELEZNIČNÍCH KONSTRUKCÍ A STAVEB

INSTITUTE OF RAILWAY STRUCTURES AND CONSTRUCTIONS

ANALÝZA METODIKY PRO NAVRHOVÁNÍ
PRAŽCOVÉHO PODLOŽÍ

ANALYSIS OF THE PROCEDURE FOR DESIGN OF TRACKBED

DIPLOMOVÁ PRÁCE

DIPLOMA THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Nikola Svobodová

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. OTTO PLÁŠEK, Ph. D.

BRNO 2021



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

FAKULTA STAVEBNÍ

Studijní program	N3607 Stavební inženýrství
Typ studijního programu	Navazující magisterský studijní program s prezenční formou studia
Studijní obor	3607T009 Konstrukce a dopravní stavby
Pracoviště	Ústav železničních konstrukcí a staveb

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Student	Bc. Nikola Svobodová
Název	Analýza metodiky pro navrhování pražcového podloží
Vedoucí práce	doc. Ing. Otto Plášek, Ph.D.
Datum zadání	31. 3. 2020
Datum odevzdání	15. 1. 2021

V Brně dne 31. 3. 2020

doc. Ing. Otto Plášek, Ph.D.
Vedoucí ústavu

prof. Ing. Miroslav Bajer, CSc.
Děkan Fakulty stavební VUT

PODKLADY A LITERATURA

ESVELD, C., Modern Railway Track. Second Edition. Delft, MRT – Production, 2001, 2nd ed. 654 p. ISBN 90-800324-3-3

LICHTBERGER, B. Handbuch gleis: Unterbau, Oberbau, Instandhaltung, Wirtschaftlichkeit. Hamburg: Tetzlaff, 2003. ISBN 38-781-4803-8

UIC Code 720R Laying and Maintenance of CWR Track

PLÁŠEK, O., ZVĚŘINA, P., SVOBODA, R., MOCKOVČIAK, M.: Železniční stavby. Železniční spodek a svršek. 1. vyd., Brno: CERM, 2004. 291 str. ISBN 80-214-2621-7

Předpis SŽDC S4 Železniční spodek

ZÁSADY PRO VYPRACOVÁNÍ

Diplomová práce bude zaměřena na analýzu současné metodiky SŽDC pro navrhování konstrukce pražcového podloží s ohledem na deformační odolnost konstrukce a její porovnání s metodikou, používanou v silničním stavitelství a dalšími, používanými v zahraničí. Diplomová práce bude obsahovat:

- porovnání statické a rázové zkoušky, porovnání metodik provádění zkoušek podle standardů SŽDC a používaných v zahraničí;
- popis namáhání konstrukce pražcového podloží, průběh napětí v aktivní zóně a metody výpočtu;
- teoretický rozbor metodiky DORNII pro návrh a posouzení pražcového podloží;
- teoretický rozbor metodiky pro navrhování vrtevnatého poloprostoru používaný v silničním stavitelství
- porovnání metodik pro modelové případy konstrukcí.

STRUKTURA DIPLOMOVÉ PRÁCE

VŠKP vypracujte a rozčleňte podle dále uvedené struktury:

1. Textová část závěrečné práce zpracovaná podle platné Směrnice VUT "Úprava, odevzdávání a zveřejňování závěrečných prací" a platné Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání a zveřejňování závěrečných prací na FAST VUT" (povinná součást závěrečné práce).
2. Přílohy textové části závěrečné práce zpracované podle platné Směrnice VUT "Úprava, odevzdávání, a zveřejňování závěrečných prací" a platné Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání a zveřejňování závěrečných prací na FAST VUT" (nepovinná součást závěrečné práce v případě, že přílohy nejsou součástí textové části závěrečné práce, ale textovou část doplňují).

doc. Ing. Otto Plášek, Ph.D.
Vedoucí diplomové práce

ABSTRAKT

Diplomová práce je zaměřena na analýzu současné metodiky SŽ pro navrhování konstrukce pražcového podloží s ohledem na deformační odolnost konstrukce, její porovnání s metodikou vrstevnatého poloprostoru, používanou v silničním stavitelství, a metodou konečných prvků. Zabývá se různými způsoby stanovení deformační odolnosti železničního spodku.

KLÍČOVÁ SLOVA

Metoda vrstevnatého poloprostoru, metoda DORNII, metoda konečných prvků, PLAXIS 3D, smyková zkouška, edometrická zkouška, statická zatěžovací zkouška, rázová zatěžovací zkouška, mechanika zemin

ABSTRACT

The diploma thesis focuses on analysing the current Railway Infrastructure Administration methodology for designing the sleeper substructure concerning the construction's deformation resistance, its comparison with the multi-layered method, which is used in the road engineering and finite element method. It deals with various methodologies of determining the deformation resistance of the track substructure.

KEYWORDS

Multi-layered method, DORNII method, finite element method, PLAXIS 3D, shear test, edometric test, static load test, impact load test, soil mechanics.

Bibliografická citace

Bc. Nikola Svobodová *Analýza metodiky pro navrhování pražcového podloží*. Brno, 2021. 102 s., 16 s. příl. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav železničních konstrukcí a staveb. Vedoucí práce doc. Ing. Otto Plášek, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ O SHODĚ LISTINNÉ A ELEKTRONICKÉ FORMY ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Prohlašuji, že elektronická forma odevzdané diplomové práce s názvem *Analýza metodiky pro navrhování pražcového podloží* je shodná s odevzdanou listinnou formou.

V Brně dne 14. 1. 2021

Bc. Nikola Svobodová

autor práce

PROHLÁŠENÍ O PŮVODNOSTI ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci s názvem *Analýza metodiky pro navrhování pražcového podloží* zpracoval(a) samostatně a že jsem uvedl(a) všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 14. 1. 2021

Bc. Nikola Svobodová

autor práce

PODĚKOVÁNÍ

Ráda bych poděkovala panu doc. Ing Otto Pláškoví Ph.D. vedoucímu mé diplomové práce za obětavost, vstřícnost, pochopení a za čas, který mi věnoval, aby mohla být má práce dokončena. Děkuji i za možnost pracovat na zajímavém tématu.

Nikola Svobodová

OBSAH

ÚVOD	10
1 MECHANICKÉ VLASTNOSTI ZEMINY	11
1.1 PEVNOSTNÍ CHARAKTERISTIKY	11
1.1.1 Hrubozrnné zeminy	13
1.1.2 Jemnozrnné zeminy	14
1.1.3 Smykové zkoušky	15
1.2 DEFORMAČNÍ CHARAKTERISTIKY	19
1.2.1 Tuhost	19
1.2.2 Vyjádření stlačitelnosti zemin	20
1.2.3 Modul přetvoření	23
1.3 STATICKÁ ZATĚŽOVACÍ ZKOUŠKA ^[1] ^[3]	23
1.3.1 Statická zatěžovací zkouška dle S4 ^[3]	26
1.3.2 Metodika statické zatěžovací zkoušky dle DB ^[12]	29
1.4 DYNAMICKÁ ZATĚŽOVACÍ ZKOUŠKA.....	30
2 NAMÁHÁNÍ PRAŽCOVÉHO PODLOŽÍ	34
2.1 NAMÁHÁNÍ DOPRAVNÍM ZATÍŽENÍM ^[1]	35
2.2 ZATÍŽENÍ ŽELEZNIČNÍHO SPODKU ^[1]	36
2.3 DOPRAVNÍ NAMÁHÁNÍ ^[1]	36
2.4 NAPĚTÍ V PRAŽCOVÉM PODLOŽÍ ^[1]	39
2.5 EMPIRICKÉ METODY	40
2.5.1 Metoda univerzity Illinois ^[1]	40
2.5.2 Metoda rovnoměrného roznosu napětí ^[1]	41
2.6 TEORIE SPOJITÉHO PROSTŘEDÍ	42
2.6.1 Hookův model ^[1]	44
2.6.2 Winklerův model ^[1]	44
2.6.3 Modul ložnosti ^[1]	45
2.6.4 Pasternakův model ^[1]	45
2.6.5 Boussinesqův model ^[1]	46
2.6.6 Pružný vrstevnatý poloprostor ^[1]	47
2.6.7 Oedemarkova metoda ^[1]	48
2.6.8 Numerické metody ^[1]	49
3 METODA DORNII	50
3.1 PRAKTICKÉ STANOVENÍ CHARAKTERISTIK VRSTEVNATÉHO SYSTÉMU ZA POMOCÍ METODY DORNII	55
3.1.1 Systém se dvěma vrstvami.....	55
3.1.2 Konstrukční systém tvořený třemi vrstvami	56
3.1.3 Konstrukční systém tvořený čtyřmi vrstvami	57
4 METODA VRSTEVNATÉHO POLOPROSTORU	59
4.1 ZÁKLADNÍ PRINCIPY	59
4.1.1 Podmínky rovnováhy.....	60
4.1.2 Hookův zákon.....	62

4.2	PODMÍNKA KOMPATIBILITY, NAPJATOST A POSUNY VYJÁDRĚNÉ FUNKCÍ ϕ	64
4.3	DEFINICE PŘÍTIŽENÍ, PŮSOBÍCÍ NA KRUHOVÉ PLOŠE	67
4.4	OKRAJOVÉ PODMÍNKY A PODMÍNKY KONTINUITY	67
5	METODA KONEČNÝCH PRVKŮ.....	69
5.1	PLAXIS 3D	69
5.2	PROCES ANALÝZY MKP V PROGRAMU PLAXIS.....	70
5.2.1	Rozčlenění kontinua na konečné prvky	70
5.2.2	Proces výpočtu.....	71
5.2.3	Rovnováha	72
5.2.4	Rovnice kompatibility	73
5.2.5	Konstituční model.....	74
6	SHRNUTÍ A CÍLE PRÁCE.....	75
7	POROVNÁNÍ DORNII, MKP A METODY VRSTEVNATÉHO POLOPROSTORU.....	77
7.1	VSTUPNÍ PARAMETRY PRO ANALÝZU SOUHRNNĚ	77
7.2	NÁVRH VRSTEV PRAŽCOVÉHO PODLOŽÍ	77
7.2.1	Typové podloží č. 2	77
7.2.2	Typové podloží č. 5	79
7.2.3	Typové podloží č. 6	81
7.3	VYTVOŘENÍ MODELU	83
7.4	VÝSLEDKY A POROVNÁNÍ	85
7.4.1	Typové podloží číslo 2.....	85
7.4.2	Typové podloží číslo 5.....	87
7.4.3	Typové podloží číslo 6.....	89
7.5	VYHODNOCENÍ.....	91
	ZÁVĚR	92
	POUŽITÉ ZDROJE	93
	SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK	94
	SEZNAM OBRÁZKŮ A TABULEK.....	95
	PŘÍLOHY.....	99

ÚVOD

V současné době je zcela evidentní trend zvyšování návrhové rychlosti tratě. Se zvyšováním rychlosti kolejových vozidel dochází současně k většímu namáhání železničního spodku. Proto je třeba při návrhu dbát na dostatečnou deformační odolnost celého pražcového podloží, které by mělo poskytnout co nejlepší a nejstabilnější oporu kolejovému roštu, aby při pojíždění kolejovými vozidly nedocházelo k jeho výrazným a zejména ne k trvalým poklesům.

Neboť právě nevratné deformace pražcového podloží zapříčiňují trvalou změnu geometrické polohy koleje a tím i větší dynamické namáhání železničního svršku i spodku, to by mělo mimo jiné za následek výrazné omezení životnosti jízdní dráhy.

Nedostačená deformační odolnost tedy vede k poklesům koleje. Aby byly tyto poklesy omezeny, je nezbytné dobře identifikovat děje, které se vlivem zatěžování odehrávají v pražcovém podloží. To je poměrně obtížné, poněvadž prostor pod kolejovým roštem je odspodu neomezený. O popis těchto mechanických procesů se pokouší množství nejrozličnější empirické i výpočetních metody. Jednou z nich je i metoda DORNII.

Jedná se o částečně výpočetní a částečně empirickou metodu. Je součástí předpisu S4 a slouží pro návrh konstrukčních vrstev železničního spodku s ohledem na deformační odolnost. S jejím využitím lze určit průběh napětí a poklesů koleje. Otázkou zůstává, zdali se jedná o reálný pohled a o vhodný nástroj pro návrh deformačně odolné konstrukce, neboť tato metoda řadu věcí zjednodušuje a opomíjí. K její konfrontaci bude využita metoda vrstevnatého poloprostoru, aplikovaná v silničním stavitelství, a metoda konečných prvků, což je numerická metoda pro řešení diferenciálních rovnic s poměrně širokým oborovým záběrem. Obě tyto metody jsou výpočetní a poskytují ucelený přehled o napětích a posunech.

Výstupem práce je současně popis stanovení deformačních parametrů různými zkouškami, dále charakteristika napjatosti v pražcovém podloží, teoretický rozbor DORNII, metody vrstevnatého poloprostoru, metody konečných prvků a na závěr porovnání poklesů a napětí určených dle MVP, MKP a DORNII, a to na třech typických konstrukčních skladbách železničního spodku.

1 MECHANICKÉ VLASTNOSTI ZEMINY

1.1 Pevnostní charakteristiky

Stejně tak jako u jakéhokoliv materiálu je i u zeminy hlavním zdrojem deformační odolnosti její pevnost. Pevnost je míra rezistence materiálu vůči působícímu napětí.

Při překročení dovoleného namáhání se zemina obvykle poruší smykem. Proto je pro řešení statických úloh potřebné stanovit její odpor proti smykovému namáhání, tj. smykovou pevnost.

Zemina se skládá ze tří fází; vody, vzduchu a pevné fáze. Poněvadž vzduch a voda smyk nepřenášejí, je původcem smykové odolnosti její pevná složka. Vzájemné chování a vzájemný vztah jednotlivých pevných částic, v rámci půdního skeletu, popisují pevnostní charakteristiky. Jedná se o **smykové tření, kohezi a dilatanci**.

- ❖ **Úhel vnitřního tření** zeminy charakterizuje odpor proti tření. *Označuje se jako φ .*
- ❖ **Koheze**, neboli soudržnost, představuje vzájemné silové působení částic v půdním skeletu. *Značí se jako c .*
- ❖ **Dilatance** vyjadřuje míru energie, nutnou k expanzi materiálu, při níž se zrna přeskupí takovým způsobem, že se při přetrvávajícím namáhání materiál poruší. Toto dilatantní chování se nejvíce týká zpevněných, ulehých, hutných zemín. V běžných kritériích, zabývajících se smykovou pevností, se s ní nepracuje. *Značí se jako ψ .*

Parametry smykové tření a koheze jsou při popisu pevnosti zeminy stěžejní, jejich velikost se určuje laboratorně. Jsou vyjádřeny v efektivních nebo totálních parametrech, v závislosti na tom, zdali jsou podmínky zkoušky odvodněné či nikoliv. Při zkoušce za odvodněných podmínek je vzorku umožněno konsolidovat a výsledkem je efektivní parametr, zkouška se označuje typicky jako „D“ z anglického „*drained*“ – tj. odvodněná. Pokud je zkouška provedena za neodvodněných podmínek, nemění se objem vody v pórech a vzorek nekonsoliduje. Výsledkem zkoušky je totální parametr, běžně označovaný jako „U“ z anglického „*undrained*“ – tj. neodvodněný.

O tom, zda je vhodné volit při modelování totální nebo efektivní parametry rozhoduje konkrétní situace.

Například vrstva z jílu o velké mocnosti bude mít malou propustnost a při zatěžování potrvá déle, než zkonsoliduje. V takovém případě se volí neodvodněné nekonsolidované podmínky zkoušky, aby výsledné parametry měly v modelu dostatečnou vypovídající hodnotu.

Jinak je tomu u nesoudržných zemin, kde je logičtější volit zkoušku konsolidovanou odvodněnou, poněvadž i přes počáteční neodvodněné podmínky bude zemina pod vlivem zatížení konsolidovat rychleji. Samozřejmě pokud konsolidaci nebude bránit například nevhodné podloží atd.

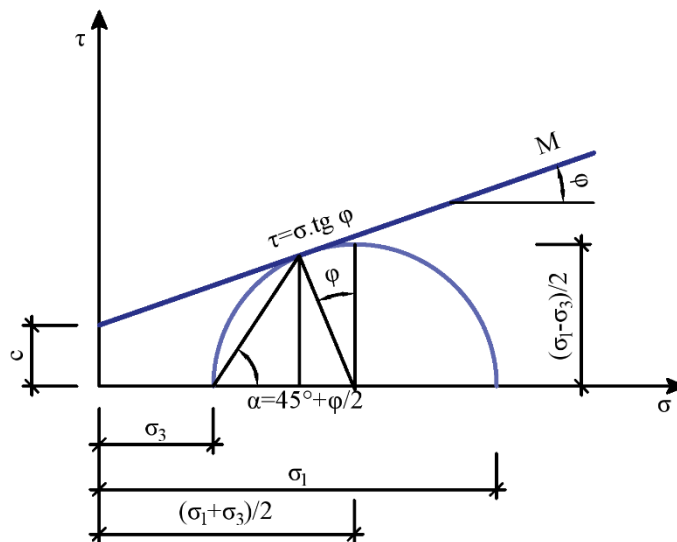
Pro stanovení smykové pevnosti je v mechanice zemin uplatňováno Mohr-Coulombovo kritérium smykové pevnosti. Mohr-Coulombova teorie porušení nám říká, že zemina se poruší za kritické kombinace smykového a normálového napětí.^{93[2]}

$$\tau_f = \sigma \cdot \tan \varphi + c \quad (1.1)$$

Kde je:

- τ_f – tangenciální napětí na smykové ploše (vnitřní odpor zeminy),
- σ – normálové napětí působící kolmo na smykovou plochu porušení,
- c – soudržnost (koheze) zeminy,
- φ – úhel vnitřního tření.

Grafickým znázorněním vzorce pro určení smykové pevnosti (1.1) je **Obr. 1.1**.



Obr. 1.1 – Pevnost obecné zeminy v Mohr-Coulombově zobrazení napjatostního stavu; kde je: φ – úhel vnitřního tření, c – soudržnost, τ – tangenciální napětí, $(\sigma_1 - \sigma_3)$ – deviátor napětí při porušení, σ_3 – komorové napětí = plášťové napětí.

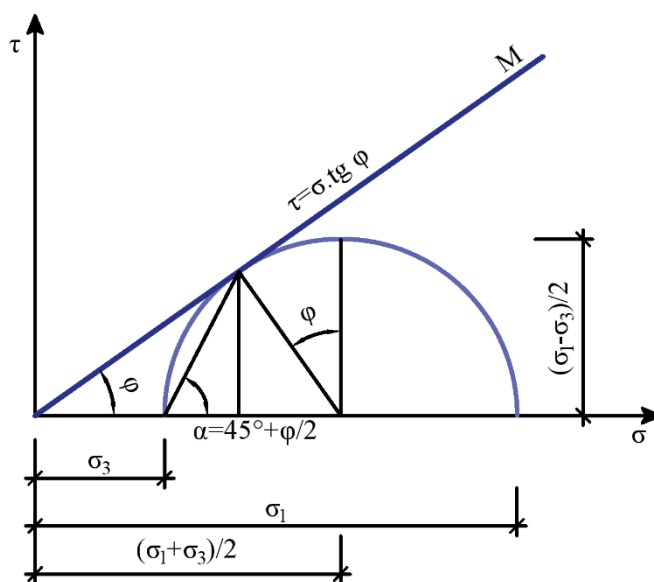
1.1.1 Hrubozrnné zeminy

Za běžných podmínek mají hrubozrnné zeminy nulovou soudržnost. Na smykovou pevnost tu má zásadní vliv ulehlost. Čím více jsou zrna půdního skeletu zaklíněna do sebe, tím větší odpor kladou proti namáhání a tím větší je i úhel vnitřního tření.

Rovnice pro popis smykové pevnosti hrubozrnných zemin má oproti obecné zjednodušený tvar^[2]:

$$\tau_f = \sigma \cdot \tan \varphi \quad (1.2)$$

Kde je: τ_f – tangenciální napětí na smykové ploše (vnitřní odpor zeminy),
 σ – normálové napětí působící kolmo na smykovou plochu porušení,
 φ – úhel vnitřního tření.



Obr. 1.2 – MC pevnost nesoudržné zeminy, kde je: φ – úhel vnitřního tření, τ – tangenciální napětí, $(\sigma_1 - \sigma_3)$ – deviator napětí při porušení, σ_3 – komorové napětí = plášťové napětí.

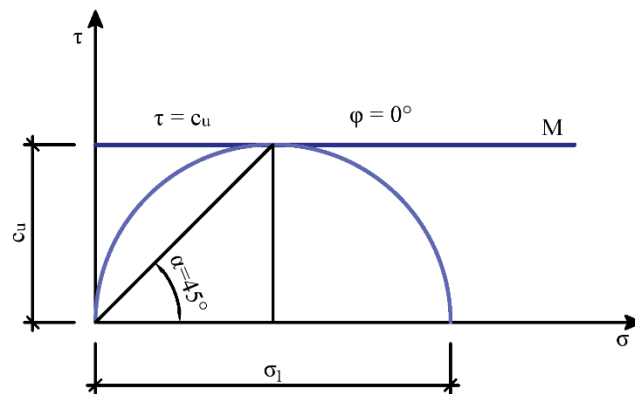
1.1.2 Jemnozrnné zeminy

Smyková pevnost jemnozrnných zemín je charakterizována jak soudržností, tak úhlem vnitřního tření. Pro popis napjatostních stavů se použije obecného vzorce (1.1) a grafického znázornění **Obr. 1.1**. Speciální případ nastává u dokonale nasycené zeminy. Smyková pevnost nasycené jemnozrnné zeminy závisí na kohezi a tím je degradována^[2];

$$\tau_f = c_u \quad (1.3)$$

τ_f – tangenciální napětí na smykové ploše (vnitřní odpor zeminy)

c_u – soudržnost nasycené zeminy, totální soudržnost



Obr. 1.3 – MC pevnost pro nasycený jíl kde je: φ – úhel vnitřního tření, c_u – totální soudržnost, τ – tangenciální napětí, σ_1 – normálové napětí.

1.1.3 Smykové zkoušky

<i>typ zkoušky</i>	<i>název zkoušky</i>	<i>získané parametry</i>	<i>zemina</i>	<i>typ smykového přístroje</i>
UU	nekonsolidovaná v angličtině <i>unconsolidated</i>	φ_u - totální úhel tření;	soudržná	triaxiální přístroj
	neodvodněná v angličtině <i>undrained</i>	c_u - totální soudržnost		
CIUP	konsolidovaná v angličtině <i>consolidated</i>	φ_u - totální úhel tření;	soudržná	triaxiální přístroj
	izotropně v angličtině <i>isotropic</i>	c_u - totální soudržnost;		
	neodvodněná v angličtině <i>undrained</i>	φ_{ef} - efektivní úhel tření;		
	s měřením pórového tlaku v angličtině <i>pore pressure measurement</i>	c_{ef} - efektivní soudržnost		
CAUP	konsolidovaná v angličtině <i>consolidated</i>	φ_u - totální úhel tření;	soudržná	triaxiální přístroj
	anizotropně v angličtině <i>anisotropic</i>	c_u - totální soudržnost;		
	neodvodněná v angličtině <i>undrained</i>	φ_{ef} - efektivní úhel tření;		
	s měřením pórového tlaku v angličtině <i>pore pressure measurement</i>	c_{ef} - efektivní soudržnost		
CD	konsolidovaná v angličtině <i>consolidated</i>	φ_{ef} - efektivní úhel tření;	nesoudržná	smykový krabicový přístroj
	odvodněná v angličtině <i>drained</i>	c_{ef} - efektivní soudržnost		

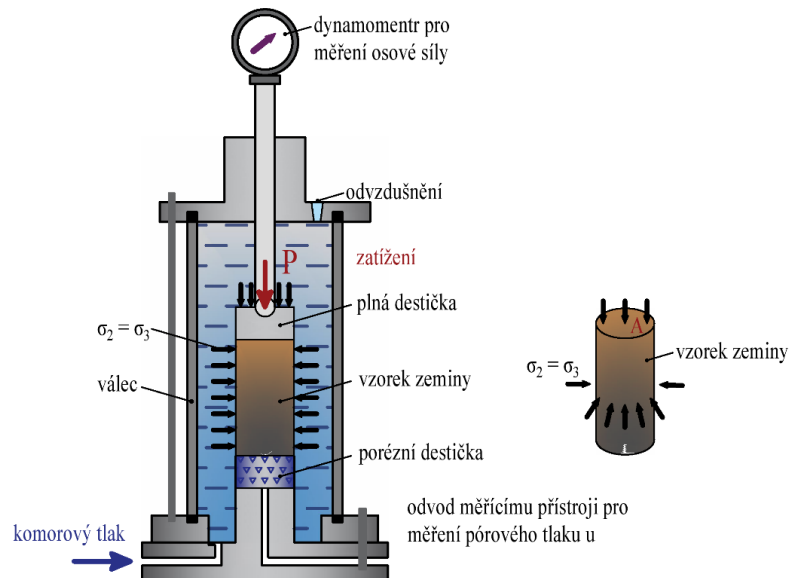
Tab. 1 – Přehled významných zkoušek a získaných parametrů^[2]Triaxiální smykový přístroj^[2]

Při triaxiální zkoušce je vzorek podroben prostorovému namáhání. Je zjišťována hraniční napjatost, při níž dojde k jeho porušení. Triaxiální zkoušky se provádějí nejméně pro tři různá komorová napětí na rovnocenných vzorcích z téhož vrtnu.

Zkouška se provádí většinou jako *CD* – konsolidovaná, odvodněná, nebo *UU* – nekonsolidovaná, neodvodněná, viz **Tab. 1**.

Při *UU* zkoušce se vzorek umísťuje mezi nepropustné destičky a je současně oddělen membránou tak, aby se zamezilo změně vody v pórech. Výstupem zkoušky jsou totální parametry.

Při *CD* zkoušce se naopak vzorek pokládá mezi porézní destičky, aby ho bylo možné dokonale odvodnit. Výstupem zkoušky jsou efektivní parametry.



Obr. 1.4 – Schéma klasického triaxiálního přístroje, kde je: $\sigma_3 = \sigma_2$ – komorové napětí, A – plocha podstavy, P – síla působící na píst.

Klasický triaxiální přístroj

V případě, že se jedná o klasickou triaxiální zkoušku, je vzorkem váleček. Výška válečku je dvojnásobek průměru jeho podstavy. Ve válečku je při zatěžování dosaženo osově symetrického stavu.

Při zkoušce se vzorek zatěhuje komorovým hydrostatickým tlakem a hydraulickým tlakem. Hydrostatický tlak působí na plochu pláště válečku a vyvozuje plášťové napětí, které je po celou dobu zkoušky udržováno na konstantní hladině. Hydraulický tlak od zatěžovacího pístu působí na horní podstavu válečku a projevuje se deviátorem napětí, které roste, dokud se vzorek neporuší. Porušením se myslí, i situace, kdy dochází k výrazné deformaci vzorku. Výstupem zkoušky je pracovní diagram zeminy, odkud se převezme takový deviátor napětí, který odpovídá porušení vzorku.

Z deviátoru napětí je možné vykreslit Mohrovu kružnici. Totéž je potřeba provést minimálně na třech rovnocenných vzorcích, jen s odlišnými komorovými tlaky. Z minimálně třech Mohrových kružnic lze vykreslit (stanovit) vrcholovou pevnost.

Pravý triaxiální přístroj

Zkušební vzorek určený pro pravý triaxiál má obvykle tvar krychle. K této formě zkoušky se přistupuje v případě, že je potřeba získat kvalitní vstupní parametry pro numerická modelování, poněvadž tu platí obecný stav napjatosti, který lépe odráží skutečné chování zeminy při zatěžování.

Zkušební vzorek se zatěžuje pomocí pevných stěn nebo hydrostatického tlaku. Vyhodnocení je provedeno s pomocí Mohrova zobrazení, které nepracuje se středním napětím.

Prostý tlakový přístroj^[2]

Zkouška pevnosti zeminy při jednoosém tlaku se stanovuje laboratorně s pomocí prostého tlakového přístroje. Zkušební vzorek má tvar válečku. Váleček je z vrtného jádra vyříznutý tak, aby jeho výška činila dvojnásobek průměru podstavy. Při zkoušení je vzorek zatěžován rovnoměrně, dokud nedojde k jeho porušení. Porušením se myslí stav, kdy bylo dosaženo maximální hodnoty napětí nebo takového napětí, kterému odpovídá osová deformace rovná 15–20% původní výšky vzorku. Kritérium porušení a rychlost zatěžování se volí podle druhu zeminy.

U plastičtějších zemin při zatěžování dochází k prudšímu nárůstu deformací a porušení vzorku není vždy zřejmé. Za porušení se pokládá stav, při němž svislá deformace dosáhne 20% původní výšky vzorku.

U zemin pevných a tvrdých je rychlost zatěžování menší. Vzorek je zatěžován, dokud hodnota napětí nedosáhne svého maxima, přičemž při dalším zatěžování značně narůstají jeho deformace, aniž by byl schopen přenášet významnější napětí.

Velikost pevnosti v prostém tlaku se získá ze zatížení, při kterém je naplněno kritérium porušení, přepočítané na plochu podstavy vzorku.

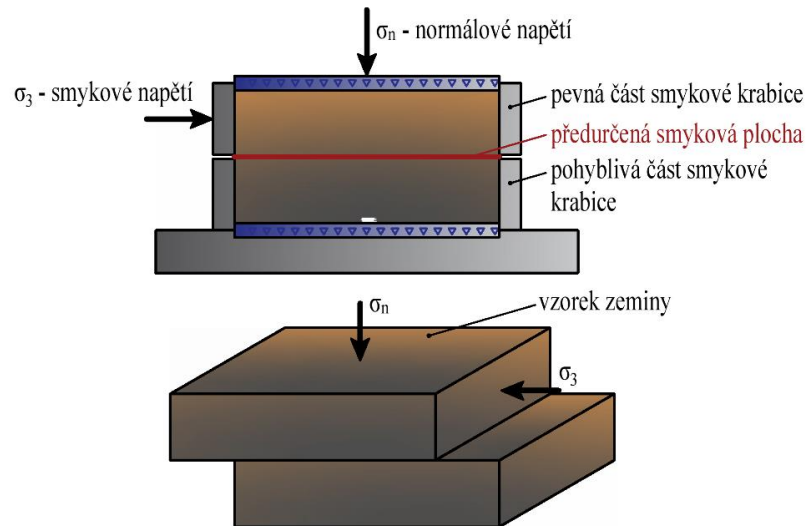
Zkouška je vhodná pro vodou nasycené zeminy s převahou jílovitých částic. Prováděna je jako nekonsolidovaná a neodvodněná. Volí se v případě, že není zapotřebí uvažovat s konsolidací zeminy. Výsledkem pro nasycený jíl je pevnost, která je vyjádřena pouze totální kohezí c_u , viz **Obr. 1.3**.

Smykový krabicový přístroj^[2]

Zkouška se provádí jako konsolidovaná a za odvodněných podmínek. Výstupem zkoušky jsou efektivní parametry pevnosti. Aby bylo zaručeno odvodnění a konsolidace je

vzorek uložen mezi porézní destičky. Charakteristické pro zkoušku je, že je smyková plocha při porušení předurčena viz **Obr. 1.5**.

Vzorek zeminy je vložen mezi pohyblivou a smykovou část krabice, posléze se přistoupí k smykovému namáhání. Smykový odpor zeminy se zjišťuje na čtyřech stejně hodnotných vzorcích zeminy, ale pro čtyři různá normálová (konsolidační) napětí. Normálová síla působí na vzorek pomocí pístu v horní krabici. Minimální normálové napětí se volí tak, aby odpovídalo původní napjatosti v hloubce odběru.

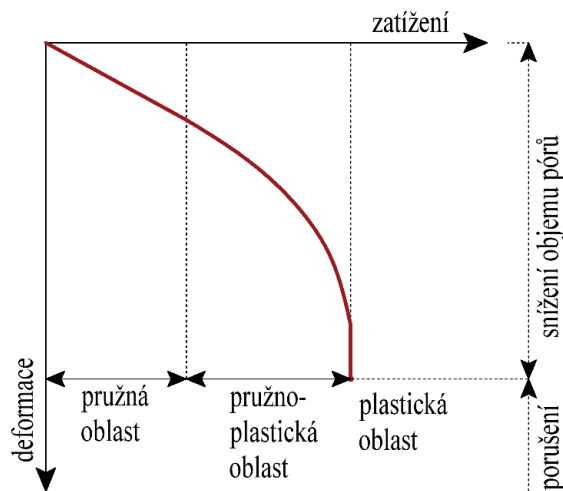


Obr. 1.5 – Schéma smykového krabicového přístroje a namáhání vzorku, kde je: σ_3 – smykové napětí, σ_n – normálové napětí.

1.2 Deformační charakteristiky

„Těleso železničního spodku je dostatečně deformačně odolné tehdy, pokud je schopné přijímat zatížení bez škodlivých tvarových změn a bez porušení nebo selhání.“^[1]

V případě zatěžování vrstvy tělesa železničního spodku mají deformace nejprve lineárně elastický ráz a jsou vratné. Při dalším zatěžování probíhá nárůst deformací nelineárně a deformace se ocitají se v pružno-plastické oblasti, což znamená, že je část tvarových změn nevratná. K tomu dochází díky úbytku objemu pórů v zemině. Po překročení zatížení na mezi pevnosti se začne zemina chovat dokonale plasticky, tj. deformace narůstají progresivně i při konstantním zatížení viz **Obr. 1.6**.^[1]



Obr. 1.6 – Chování zeminy při zatěžování^[1]

Deformační odolnost všech vrstev železničního spodku je možné vyjádřit konkrétně, za pomoci hodnot deformačních charakteristik, které definují vztah mezi zatížením a deformací. Mezi deformační charakteristiky patří modul pružnosti, modul přetvoření, modul reakce, penetrační modul atd. Jen některé z nich mají uplatnění při diagnostice pražcového podloží. Deformační odolnost významně ovlivňuje stav zeminy.^[1]

1.2.1 Tuhost

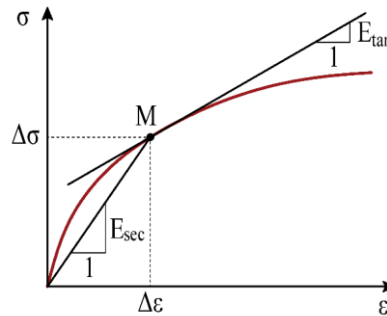
Tuhost tělesa je fyzikální veličina, charakterizuje každé těleso a vypovídá o jeho schopnosti přenášet namáhání, aniž by docházelo k deformacím. Těleso s nekonečnou tuhostí bude nedeformovatelné. Opačný atribut tuhosti je poddajnost.^[5]

Ve skutečnosti perfektně tuhé těleso neexistuje a při obecném namáhání se projevují jak objemové změny, tak změny tvaru. A je to právě tuhost, která definuje závislost mezi změnou napětí a změnou deformace. Tuhost je vyjádřena modulem pružnosti E , smykovým modulem G a poissonovým součinitelem ν .

Modul pružnosti je gradient závislosti napětí a deformace. Vypovídá o objemové změně tělesa a je charakterizován jako tečnový (tangenciální) E_{tan} nebo sečnový E_{sec} viz **Obr. 1.7**.

$$E_{tan} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad (1.4)$$

$$E_{sec} = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} \quad (1.5)$$



Obr. 1.7 – Charakteristika tečnového modulu E_{tan} a sečnového modulu E_{sec}

Smykový modul G vyjadřuje vztah smykového přetvoření (změna tvaru tělesa) a změnu smykového napětí. Určuje se triaxiální zkouškou.

$$G = \frac{d\tau}{d\gamma} \quad (1.6)$$

Poissonův součinitel charakterizuje poměr příčného přetvoření vzhledem k podélnému. Jakkoliv tomu tak ve skutečnosti nemusí být, vstupuje do výpočtů jako konstanta.

1.2.2 Vyjádření stlačitelnosti zemín

Významnou mechanickou vlastností zeminy je stlačitelnost. Stlačitelnost je důležitým aspektem deformační odolnosti. V první fázi stlačování se deformace projevuje jen ve svislém směru a závislost mezi zatížením a deformací je lineární. Při překročení smykové pevnosti se zemina začne deformovat do stran a dochází nelineárnímu přírůstku deformací. Po dosažení meze únosnosti se zemina chová dokonale plasticky a přírůstky vodorovných deformací jsou nejzřetelnější.

Pro definici vztahu mezi napětím a přetvořením se používají edometrický modul E_{oed} [MPa], modul přetvoření E_{def} [MPa] a ekvivalentní modul E_{ekv} [MPa]. Edometrický modul se stanovuje edometrem a popisuje vztah mezi napětím a deformací pro jednoosou stlačitelnost, tj situaci, kdy nedochází k roztláčování zeminy do stran. Stanoví se následovně;

$$E_{oed} = \frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\varepsilon_z}$$

kde je: $\Delta\sigma_z$ – přírůstek napětí ve svislém směru [MPa],

$\Delta\varepsilon_z$ – změna deformace ve svislém směru.

Pro situaci, kdy zemině nic nebrání ve vodorovné deformaci (například v triaxiálu, či při měření in situ) se užívá pro definici vztahu mezi napětím a deformací modulu přetvoření E_{def} . Modul přetvoření je vyjádřen s pomocí jednoosé stlačitelnosti a poissonova součinitele a lze ho odvodit následovně:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_x - \nu(\sigma_z + \sigma_y)] = 0 \quad (1.7)$$

Poněvadž by v klasickém triaxiálu platil osově symetrický stav, dá se předpokládat, že napjatost bude ve vodorovné rovině ve všech směrech totožná;

$$\sigma_x = \sigma_y \quad (1.8)$$

$$\sigma_x - \nu \cdot (\sigma_z + \sigma_x) = 0 \quad (1.9)$$

$$\sigma_x - \nu \cdot \sigma_z - \nu \cdot \sigma_x = 0 \quad (1.10)$$

$$\sigma_x - \nu \cdot \sigma_x = \nu \cdot \sigma_z \quad (1.11)$$

$$\sigma_x = \frac{\nu}{(1 - \nu)} \cdot \sigma_z \quad (1.12)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] = 0 \quad (1.13)$$

Při dosazení vyjádřené napjatosti ve směru x do rovnice přetvoření ve směru z ;

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \cdot \left[\sigma_z - \nu \cdot \left(\frac{\nu}{(1 - \nu)} \cdot \sigma_z + \frac{\nu}{(1 - \nu)} \cdot \sigma_z \right) \right] \quad (1.14)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \cdot \left(\sigma_z - \frac{2\nu^2}{(1 - \nu)} \cdot \sigma_z \right) \quad (1.15)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \cdot \left(\sigma_z - \frac{2\nu^2}{(1 - \nu)} \cdot \sigma_z \right) \quad (1.16)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \cdot \sigma_z \cdot \left(1 - \frac{2\nu^2}{(1 - \nu)} \right) \quad (1.17)$$

$$E_{def} = \frac{\sigma_z}{\varepsilon_z} \cdot \left(1 - \frac{2\nu^2}{(1 - \nu)} \right) \quad (1.18)$$

$$E_{def} = E_{oed} \cdot \left(1 - \frac{2\nu^2}{(1 - \nu)} \right) \quad (1.19)$$

$$\beta = 1 - \frac{2\nu^2}{(1 - \nu)} \quad (1.20)$$

$$E_{def} = E_{oed} \cdot \beta \quad (1.21)$$

Kde je: ε_z – deformace vznikající ve svislém směru,
 ε_x – deformace vznikající ve svislém směru,
 σ_z – napětí působící ve svislém směru
 σ_x – napětí působící ve svislém směru
 σ_y – napětí působící ve vodorovném směru osy y [MPa];
 ν – poissonův součinitel,
 β – převodní součinitel mezi edometrickým modulem a modulem přetvoření.

E_{ekv} je modul přetvoření na horní vrstvě vícevrstvého konstrukčního systému pražcového podloží, stanovený metodou DORNII.

Vztah mezi edometrickým modulem a modulem pružnosti je následující:

$$E_{oed} = \frac{E}{\frac{(1 - 2\nu^2)}{(1 - \nu^2)}} \quad (1.22)$$

Edometrická zkouška ^{[6] [2]}

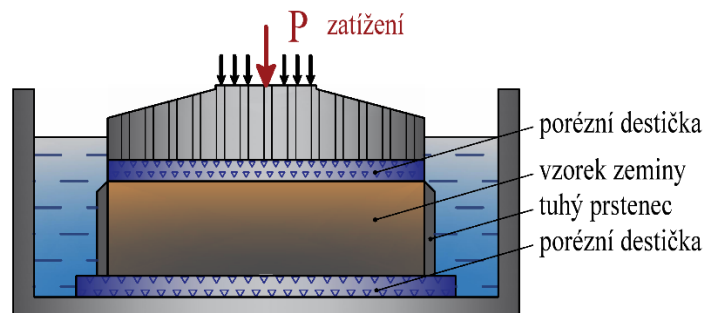
Edometrickou zkouškou se stanovuje jednoosá stlačitelnost zeminy.

Připravený vzorek se umístí do edometrického prstence mezi porézní destičky. Porézní destičky zajišťují odvodnění vzorku během zkoušky. Prstenec zabraňuje vzniku vodorovných deformací.

Rychlost zatěžování vzorku se volí podle charakteru zeminy. Plastičtější zeminy se budou deformovat rychleji než například zeminy s menším podílem jemných částic.

Vzorek se zatěžuje ve svislém směru v několika etapách, standardně se velikost zatížení volí po dvojnásobcích, například 50 kPa, 100 kPa, 200 kPa, 400 kPa. Po dosažení konečného zatížení se přistoupí k odtížení.

Výstupem je pracovní diagram odkud je možné stanovit gradient závislosti napětí a deformace pro jednoosou stlačitelnost.



Obr. 1.8 – Schéma edometrického přístroje

1.2.3 Modul přetvoření

K vyjádření skutečného chování zeminy během deformace je často místo modulu pružnosti vhodnější využít modul přetvoření. Ke stanovení modulu přetvoření slouží zatěžovací zkouška. Zkouška se provádí in situ s pomocí kruhové zatěžovací desky, s níž se se na vyšetřované místo vnáší předepsané napětí, a současně se sleduje její pokles. Během zkoušky se zemina deformuje svisle, ale také do stran, což více odpovídá skutečnému chování zeminy při zatěžování, než je tomu při edometrické zkoušce, kde prstenec brání vodorovné deformaci. Modul přetvoření se určí ze závislosti vnášené síly a svislého poklesu desky.

Zatížení je možné vnášet staticky nebo dynamicky. Ze statické zatěžovací zkoušky se stanoví statický modul přetvoření, z dynamické zatěžovací zkoušky pak dynamický modul přetvoření.

1.3 Statická zatěžovací zkouška ^{[1][3]}

Statická zatěžovací zkouška slouží ke stanovení statického modulu přetvoření a je součástí předpisu S4 pro návrhové posouzení vrstev tělesa železničního spodku na deformační odolnost.

Statická zatěžovací zkouška spočívá ve statickém zatěžování vyšetřované vrstvy kruhovou deskou o průměru D . Tlak se do konstrukční vrstvy vnáší postupně, obvykle ve čtvrtinových přírůstcích, dokud nedosáhne svého maxima. Poté se přikročí k odlehčení, probíhající v opačném sledu v totožných dílčích změnách tlaku, jakých bylo užito při zatěžování, až do doby, kdy je dosaženo nulového měrného tlaku.

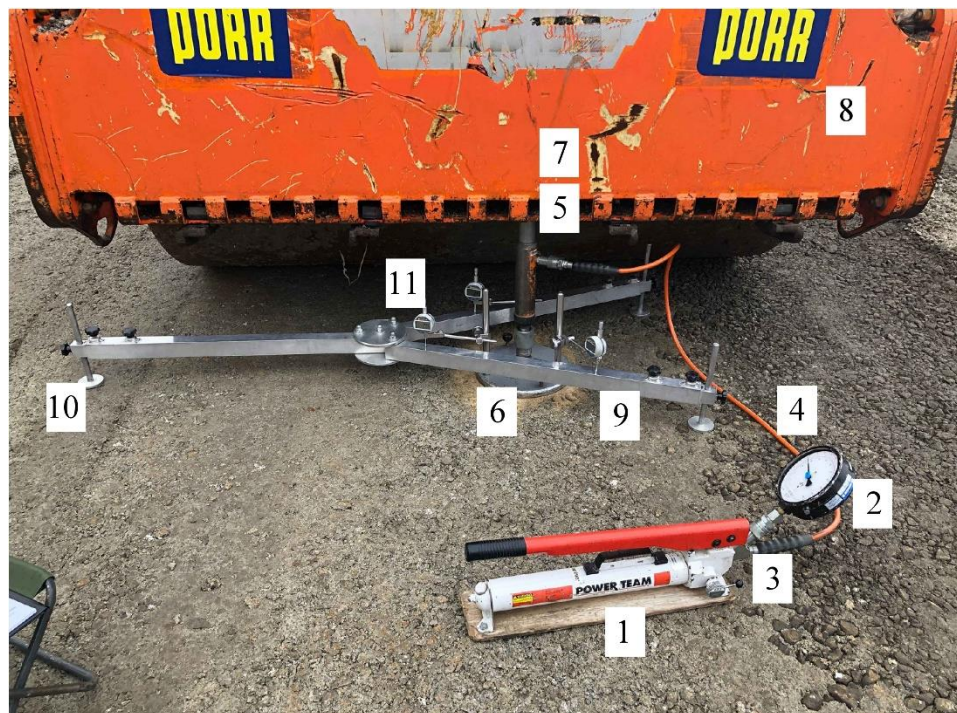
Celý výše popsaný cyklus, který se sestává ze zatížení a odlehčení, se znovu opakuje. Při prvním zatěžovacím cyklu je vyšetřované místo dohnutěno a jsou omezeny plastické deformace pro následující zatěžovací cyklus.



Obr. 1.9 – Kruhová deska, $D = 0,3 \text{ m}$



Obr. 1.10 – Rozmístění sestavy pro SZZ



Obr. 1.11 – 1: hydraulická pumpa; 2: snímač tlaku; 3: průtokový ventil; 4: hydraulický rozváděč; 5: hydraulický válec; 6: zatěžovací kruhová deska; 7: kulový kloub; 8: protizátěž v podobě válce; 9: nosník na uchycení úchylkoměrů; 10: podpora nosníku; 11: úchylkoměry

Vypovídající statický modul přetvoření vrstvy pražcového podloží E_s [MPa], který reprezentuje deformační odolnost, se určí z naměřených hodnot druhého zatěžovacího cyklu;

$$E_s = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{p \cdot r}{y} \cdot (1 - \nu^2) \approx \frac{1,5 \cdot p \cdot r}{y} = 0,225 \cdot \frac{p}{y} \quad (1.23)$$

kde je: p – měrný tlak na zatěžovací desku [MPa],

r – poloměr zatěžovací desky [m], standardně 0,15 m,

y – pokles zatěžovací desky zjištěný v druhém zatěžovacím cyklu [m],

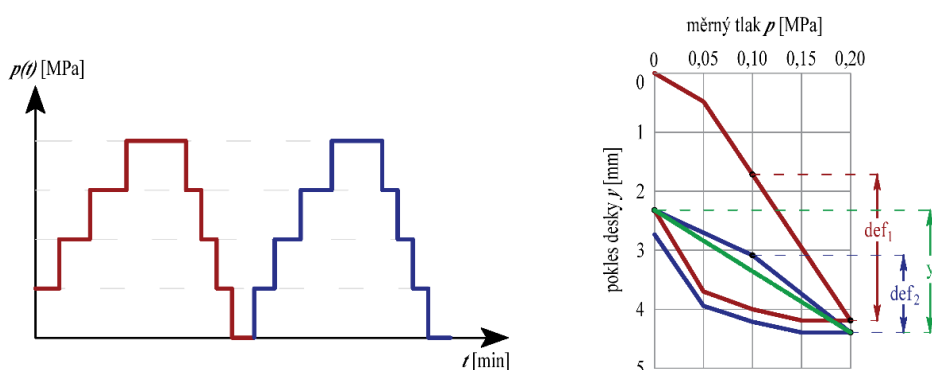
1,5 – konstanta (pro $\nu = 0,21$) zohledňující kruhový tvar desky.

Kontrola kvality zhutnění vrstvy pražcového podloží se stanovuje ze znalosti modulu přetvoření obou zatěžovacích cyklů následujícím způsobem;

a) pro hrubozrnné zeminy $\frac{E_{def2}}{E_{def1}} \leq 2,2$,

b) pro jemnozrnné zeminy $\frac{E_{def2}}{E_{def1}} \leq 2,5$.

Přičemž modul přetvoření E_{def2} z druhého cyklu je vždy větší než E_{def1} . Vyšetřované místo je totiž během prvního zatěžovacího cyklu dohutněno, to znamená, že byly omezeny plastické deformace, došlo k vytlačení a rozptýlení vzduchu z pórů. Norma udává, kdy je konstrukční vrstva dostatečně zhutněna a při splnění této podmínky a za předpokladu dosažení požadovaného statického modulu přetvoření je možné postupovat v navazujících pracích.



Obr. 1.12 – Princip statické zatěžovací zkoušky a určování modulu přetvoření, kde je p – vnášený tlak, t – čas, y – měřený pokles desky.

Jako hlavní výhoda statické zatěžovací zkoušky se uvádí dostatečná dlouholetá zkušenost. Na druhé straně ji není možné provádět v těžko dostupných místech kvůli nutnosti protizátěže. Je relativně časově náročná, pokud je nezbytné ji provádět v pojížděné

trati je třeba výluky. Další nevýhodou je, že za nepříznivých okolností může dojít i k porušení stability pražcového podloží.



obr. 1.13 – SZZ prováděná na konstrukční vrstvě PTŽS ze štěrkodrti a geokompozitu

1.3.1 Statická zatěžovací zkouška dle S4 ^[3]

K provedení statické zatěžovací zkoušky je zapotřebí tuhé zatěžovací desky kruhového průřezu o průměru právě 0,3 m. Kruhová deska je zatěžována hydraulickým lisem. Hydraulický lis by měl být schopen vyvodit sílu nejméně o 20 % vyšší, než je největší požadované zatížení desky. Lis musí umožňovat stupňovité zvyšování a snižování síly a její udržování, aniž by došlo ke kolísání, konzistentně po dobu několika minut. Kulovitý kloub umístěný v sestavě zatěžovacího zařízení zajišťuje centrické zatížení zatěžovací desky i při nerovnoměrném zatlačení desky. Siloměr slouží pro měření síly vyvozené hydraulickým lisem. Indikátorové hodinky s dělením po 0,01 mm jsou určeny pro měření zatlačení desky. Taktéž je možné použít jiný typ měřidel pro stanovení zatlačení zatěžovací desky s totožnou přesností. Měřicí rám nese držáky indikátorových hodin. Podpěry měřicího rámu musí být od nejbližšího kola protizátěže ve vzdálenosti nejméně $2,5 D$. Pro opření hydraulického lisu je nutné využít protizátěže. Jako protizátěž se užívá zatěžovacích vozidel všeho druhu. Kola těchto vozidel musí být vzdálena nejméně $3 D$ (kde D je průměr zatěžovací desky), tj. 0,90 m od středu zatěžovací desky.

Parametry vnášení tlaku během SZZ dle S4 ^[3]

- ❖ Měrný tlak na zatěžovací desku činí při zkoušce na povrchu konstrukční (podkladní) vrstvy $p = 0,2 \text{ MPa}$ a vnáší se po $0,05 \text{ MPa}$.

- ❖ Na zemní pláni má tlak velikost $p = 0,2$ MPa (vnášen po 0,05 MPa), u méně únosných zemin může být dovolena velikost tlaku $p = 0,1$ MPa (vnášen po 0,025 MPa).

Záznam zatěžovací zkoušky ^[3]

Vedle průběžného zapisování zatížení a zatlačení zatěžovací desky se zaznamenávají tyto hlavní údaje;

- ❖ místo zkoušky (staničení),
- ❖ číslo koleje,
- ❖ datum zkoušky,
- ❖ popis zatěžované vrstvy,
- ❖ poloha desky vzhledem k ose koleje ve směru staničení (vlevo nebo vpravo),
- ❖ vzdálenost středu desky od osy koleje,
- ❖ hloubka uložení zatěžovací desky pod úložnou plochou pražce (tj. od povrchu pražce),
- ❖ počasí (atmosférické podmínky, teplota),
- ❖ název provádějící organizace a jméno osoby, která zkoušku provedla.

Vhodné je rovněž uvést popis zkoušeného místa (zemní pláň, podkladní vrstva apod.) a neobvyklé okolnosti během zkoušky.

STATICKÁ ZATĚŽOVACÍ ZKOUŠKA pro železniční stavby (ČSN 72 1006 / B; SŽDC S4, příloha 5)
Měření statického modulu přetvárnosti kruhovou deskou o průměru 0,30 m

Akce - název stavby :		Rekonstrukce žst. Sklené nad Oslavou	
Mezistaniční úsek :		žst. Sklené nad Oslavou	
Číslo zkoušky :	T-1691/20	Datum :	12.11.2020
		Počasí :	zataženo, 3 °C
Staničení :	68.200 km	Kolej č. :	2
Konstrukční vrstva :	zemní pláň (pod asfalt)	Měřicí zařízení :	AM 095*, 110*, 111*, 112*
Materiál vrstvy (vizuálně):	recyklát 0/32 mm		
Vzdálenost středu zatěžovací desky od osy koleje :	--- m vlevo / vpravo		
Hloubka uložení zatěžovací desky:	--- m pod TK / pražcem		
Použitý tlak p :	0,20 MPa	Měřil :	
Objednatel :	PORR a.s.		

Zatížení [MPa]	Zatlačení desky "y" [mm]			Součet [mm]	Průměr [mm]
	1	2	3		
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,000
0,050	0,44	0,41	0,47	1,32	0,440
0,100	0,51	0,58	0,67	1,76	0,587
0,150	0,88	0,83	0,96	2,67	0,890
0,200	1,12	1,08	1,22	3,42	1,140
0,150	1,12	1,08	1,22	3,42	1,140
0,100	1,05	1,00	1,16	3,21	1,070
0,050	0,94	0,89	1,05	2,88	0,960
0,000	0,51	0,49	0,62	1,62	0,540
0,050	0,80	0,74	0,90	2,44	0,813
0,100	0,95	0,88	1,05	2,88	0,960
0,150	1,08	1,01	1,18	3,27	1,090
0,200	1,22	1,15	1,33	3,70	1,233
0,150	1,21	1,14	1,32	3,67	1,223
0,100	1,15	1,08	1,27	3,50	1,167
0,050	1,04	0,97	1,16	3,17	1,057
0,000	0,65	0,58	0,74	1,97	0,657

Zatlačení kruhové desky:

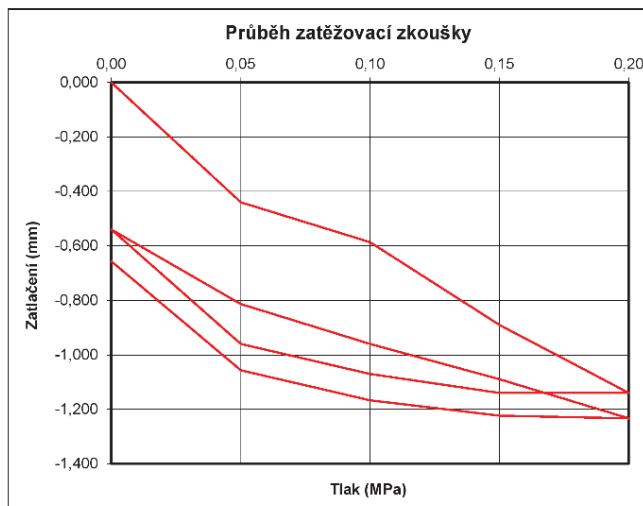
$$y = 0,693 \text{ mm}$$

Naměřený modul přetvárnosti:

$$E = 1,5 \cdot p \cdot r / y$$

$$E_{2zp} = 64,9 \text{ MPa}$$

$$E_2 / E_1 = 1,6$$



Poznámky :

* měřidlo používané ke zkouškám mimo stálé prostory laboratoře

SO 02-16-01 žel. spodek

Protokol o zkoušce č. :

Strana č. :

Obr. 1.14 – Příklad výstupního protokolu ze zatěžovací zkoušky

1.3.2 Metodika statické zatěžovací zkoušky dle DB ^[12]

Přesná metodika statické zatěžovací zkoušky včetně požadavků na měřicí zařízení je pro DB uvedena v německé normě DIN 18 134. Na počátku měření se přistoupí k předtížení na hodnotu 0,01 MPa. Po 30 sekundách statického působení je zatěžovací deska o průměru $D = 0,3$ m odlehčena. Po tomto prvotním cyklu je na snímači průhybu nastaveno čtení 0,00 mm.

Následující cykly se již zaznamenávají. Sledují se dvě zatěžovací větve a jedna odlehčovací.

Nejprve se statická deska zatěžuje, dokud nepoklesne o 5 mm nebo nedosáhne měrného tlaku 0,50 MPa. Zatížení je vnášeno v nejméně šesti rovnoměrných stupních. V každém zatěžovacím stupni se snímače dráhy odečítají po 120 s, v případě, že se jedná o málo únosnou vrstvu, lze tuto dobu zkrátit na 60 s. Odtěžování je provedeno ve třech stupních, do poloviny maximálního zatížení, poté do čtvrtiny, a nakonec do úplného odtížení. Druhá zatěžovací větev končí v předposledním stupni první zatěžovací větve. Modul přetvoření se určuje z obou zatěžovacích větví. Stanoví se ze zatěžovacího grafu ze sklonu sečny vymezené dvěma body. Tyto body odpovídají hodnotě 0,3 – 0,7 násobku maximálního zatížení. Vztah pro stanovení modulu přetvoření ze statické zatěžovací zkoušky pro DB je:

$$E_v = 1,5 \cdot r \cdot \frac{\Delta\sigma}{\Delta s} \quad (1.24)$$

Kde je: E_v – statický modul přetvárnosti [MPa],

r – poloměr zatěžovací desky, tj. 0,15 [m],

y – celkové průměrné zatlačení zatěžovací desky zjištěné v zatěžovací větvi druhého cyklu [m],

$\Delta\sigma$ – rozdíl mezi hodnotou 0,3 násobku a 0,7 násobku maximálního zatížení [MPa],

Δs – rozdíl zatlačení zatěžovací desky mezi hodnotou 0,3 násobku a 0,7 násobku maximálního zatížení [MPa].

Vypočtený modul přetvárnosti je sečný modul pro obor zatížení 0,3 – 0,7 max. měrného zatěžovacího tlaku na desku.

Přestože se pro měření statických modulů přetvárnosti používá u ČD i u DB totožné zkušební zařízení (tím je myšlena tuhá kruhová desky o průměru 0,3 m) je proces zatěžování i postup při stanovení modulu přetvoření odlišný. Tedy hodnota modulu přetvárnosti pro DB není srovnatelná s hodnotou SŽ a ani mezi nimi neexistuje přímý přepočet.

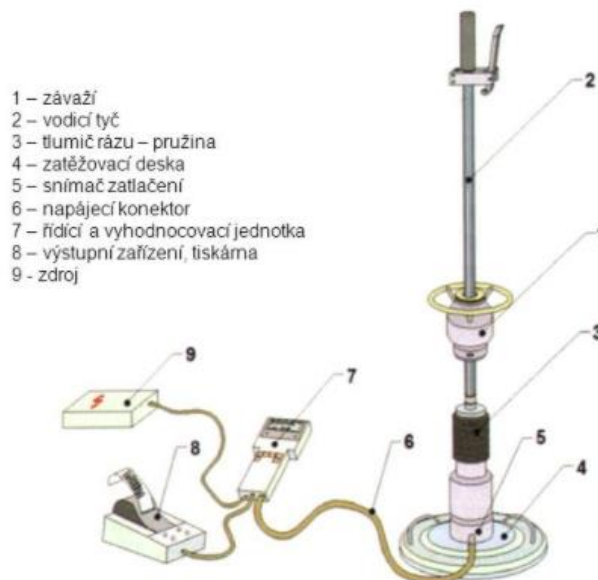
„Ze srovnávacích měření statických modulů přetvárnosti vyplývá, že korelační závislost ze zjištěných modulů přetvárnosti $k = EDB / E\check{C}D$ je pro různé materiály nebo vícevrstvé systémy různých materiálů velmi rozdílná. Např. z provedených měření vyplynulo, že korelační součinitel „ k “ kolísá od 0,76 do 1,70.“ [12]

1.4 Dynamická zatěžovací zkouška

V současnosti je trend omezení statické zatěžovací zkoušky ve prospěch dynamické zatěžovací zkoušky, případně je snaha obě zkoušky kombinovat. [1]

Podstata dynamické zatěžovací zkoušky spočívá v měření poklesu pod středem kruhové zatěžovací desky od rázového impulsu. Rázový impuls je vyvolaný pádem závaží, které se spouští po vodící tyči z určené výšky na kruhovou desku, opatřenou tlumičem rázu. Rázový impuls má tvar přibližně poloviční sinusoidy. Velikost kontaktního napětí od desky koresponduje s namáháním od kolejové dopravy v úrovni pláň tělesa železničního spodku (tj. $0,1 \text{ MN/m}^2$). Přetvoření od zatěžování deskou se pohybuje v elastické – plastické rovině. [1][7]

Vhodným snímačem se měří zrychlení vibrace desky a výpočtem se stanoví pokles zatěžovací desky. Relativní snímač zaznamenává pouze elastické deformace, absolutní snímač eviduje jak plastické, tak elastické deformace. Postup, volba zařízení, jeho parametry, metodika měření a vyhodnocení vychází z normy ČSN 73 6192.



Obr. 1.15 – LDD zkušební zařízení [1]

Zkouška se u nás provádí zařízením označovaným jako *LDD* (lehká dynamická zatěžovací deska). Parametry zařízení *LDD* [1]

- ❖ optimální rázový modul pružnosti konstrukční vrstvy $E_r = (10 - 125)$ MPa
- ❖ měřená pružná výchylka $y_{el} = (0,1 - 10)$ mm
- ❖ hmotnost závaží $m = 10$ kg, celková hmotnost $m_c = 14,5$ kg
- ❖ maximální rázová síla $F = (7070 \pm 70)$ N
- ❖ vyvozené kontaktní napětí $P = 0,1$ MPa
- ❖ doba rázové impulzu $t = (18 \pm 2)$ ms

Postup zkoušky [1]

Nejprve se přistoupí ke třem konsolidačním rázům, jejichž účelem je vyloučit plastické deformace, které by relativní snímač neregistroval. Následně jsou provedeny tři zatěžovací rázy, z nichž se snímačem stanoví všechny tři pružné poklesy y_{el} .

Výsledný pokles je aritmetickým průměrem ze třech naměřených pružných poklesů. Obyčejně při využití zařízení *LDD* probíhá výpočet rázového modulu přetvoření automaticky, ale může se stanovit podle vzorce následujícím způsobem;

$$E_{dyn} = \frac{\pi \cdot D \cdot p}{4 \cdot y_{el}} \cdot (1 - \nu^2) = \frac{F}{D \cdot y_{el}} \cdot (1 - \nu^2)$$

kde je: E_{dyn} – dynamický rázový modul [MPa],

p – kontaktní napětí na styku zatěžovací desky s povrchem podloží [MPa],

F – velikost síly působící na desku v času maximálního impulzního rázu [N],

D – průměr zatěžovací desky [mm], standardně 0,3 m,

y_{el} – elastický pokles zatěžovací desky [mm],

ν – Poissonovo číslo (pro jemnozrnné zeminy se nachází v rozsahu $\nu = (0,35 - 0,40)$ a pro šterkovité v rozmezí $\nu = (0,20 - 0,35)$).

Pro netuhé podloží, kde se sleduje celková velikost průhybu, včetně toho nevratného, se oprostí od třech konsolidačních rázů, které by vyšetřované místo zhutnily, a totální, celkový, rázový modul přetvoření by byl zkreslený. Pro netuhé podloží se rázový modul stanoví následujícím způsobem;

$$M_r = \frac{\pi \cdot D \cdot p}{4 \cdot y_{tot}} \cdot (1 - \nu^2) = \frac{F}{D \cdot y_{tot}} \cdot (1 - \nu^2)$$

kde je: M_r – rázový modul pro netuhé vozovky [MPa],

p – kontaktní napětí na styku zatěžovací desky s povrchem podloží [MPa],

F – velikost síly působící na desku v času maximálního impulzního rázu [N],

D – průměr zatěžovací desky [mm],

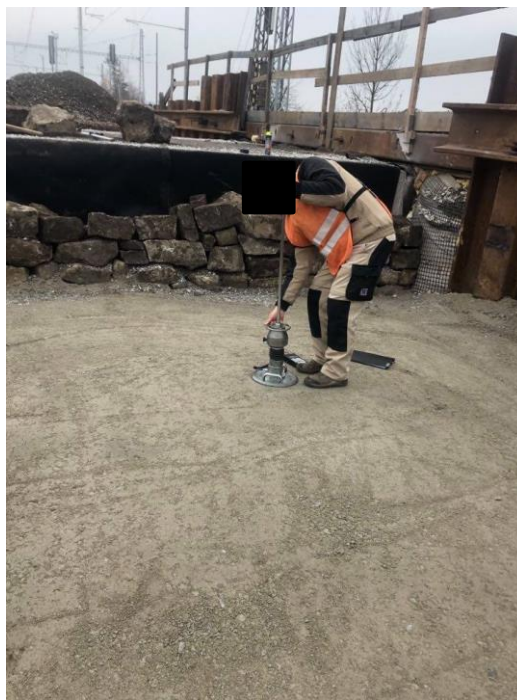
y_{tot} – celkový pokles zatěžovací desky [mm],

ν – Poissonovo číslo (pro jemnozrnné zeminy se nachází v rozsahu

$\nu = 0,35 - 0,40$ a pro štěrkovité v rozmezí $\nu = 0,20 - 0,35$).



Obr. 1.16 – Kontrola hutnění kanalizace u výpravní budovy pod úrovní zemní pláň



Obr. 1.17 – Dynamická zatěžovací zkouška provedená na vrstvě ZKPP u mostu

V porovnání se statickou zatěžovací zkouškou je rázová zkouška jednodušší, je možné ji realizovat pouze jednou osobou. Je méně časově náročná a není třeba plánované výluky. Obejde se bez protizávaží a tím nevyžaduje tolik prostoru, zároveň se hodí do hůře dostupných míst, kde by nebylo možné protizávaží využít (např. vozovková vrstva pod dlažbou u nástupiště). Dále dynamický způsob zatížení lépe vystihuje skutečný charakter zatížení kolejovou dopravou.

Mezi nevýhody dynamické zatěžovací zkoušky patří, že není možné je využít v případě hrubozrnných a saturovaných zemin a zjišťovaná deformační charakteristika vypovídá jen o horní tenké části vyšetřované vrstvy pod kruhovou deskou. Navíc získané hodnoty rázového modulu přetvoření mají v kontrastu s modulem získaným statickou zatěžovací zkouškou velký rozptyl.

Mimo to oba výsledky, ze statické i dynamické zatěžovací zkoušky, není možné přímo přepočítat, tj. dát je mezi sebou do přímého vztahu, poněvadž jsou ovlivňovány rozdílnými fyzikálními vlastnostmi zeminy. Z tohoto důvodu se pro Správu Železnic rázová zkouška přímo v trati používá spíše orientačně, v kombinaci se statickou zatěžovací zkouškou a přepočítací koeficient se aplikuje pouze v omezeném okolí statické zatěžovací zkoušky výhradně pro vrstvy z totožných materiálů.

V standardu Německých drah, jehož je dynamická zkouška pomocí LDD pevnou součástí, jsou hodnoty dynamického modulu přetvoření stanoveny pro konkrétní druhy zemin podloží a jsou vymezeny požadavky na konstrukční části (zemní pláň, pláň tělesa železničního spodku).

2 NAMÁHÁNÍ PRAŽCOVÉHO PODLOŽÍ

Jízdní dráha pro železniční vozidlo, která se skládá z kolejnic pražců drobného kolejiva, kolejového lože, tělesa železničního spodku, musí vykazovat dostatečnou deformační odolnost a samozřejmě musí být schopná vzdorovat nejrůznějším formám negativních činitelů. Jedná se o povětrnostní vlivy, účinky spojené s podzemní vodou a nejrůznější traťové vlivy, především se jedná o působení statické, dynamické a cyklické. Chování a odezva železničního spodku se liší v závislosti na způsobu a velikosti proměnného namáhání od kolejových vozidel, stálého působení od kolejového svršku a lože, a v neposlední řadě svůj podíl má i vlastní povaha a stav železničního spodku. Skutečné dopravní zatížení železniční tratě lze jen velmi těžko vystihnout a popsat, jedná se o složité zatěžování nápravovými vozidly pestré kolejové dopravy, složitými silovými účinky, které mají statickou, kvazi statickou a dynamickou povahu. Obecně se jedná o tížné účinky kolejových vozidel a setrvačné síly od kmitání odpružených a neodpružených částí kolejových vozidel pohybujících se po kolejnicích s imperfekcemi. ^[1]

Síly rozdělené dle směru působení ^[1]

- ❖ Svislé
- ❖ Vodorovné boční
- ❖ Vodorovné podélné

Podle povahy zatížení ^[1]

- ❖ Statické a kvazistatické
 - Jsou důsledkem tíhy kolejových vozidel, patří sem odstředivé síly v obloucích a výhybkách a účinky bočního větru.
- ❖ Dynamické
 - Jsou důsledkem pojezdu kolejových vozidel po trati s nedokonalostmi.
 - Nedokonalosti mohou mít mnoho příčin, může se jednat o;
 - nerovný povrch kolejnic
 - nerovnoměrnou tuhost podloží a kolejnicových podpěr, danou z nehomogenity pražcového podloží v příčném a podélném směru
 - účinky v důsledku změny rychlosti trakčních vozidel
 - mechanickými styky kolejnicových pásu nebo nekvalitně provedenými styky u bezstykové koleje
 - imperfekce kol vozidel

- umělé stavby, kde dochází ke skokové změně tuhosti podloží (mosty, propustky)

2.1 Namáhání dopravním zatížením ^[1]

Pro inženýrské posouzení namáhání jízdní dráhy slouží soubor poznatků z různých odvětví, které se navzájem prolínají. Hlavní roli tu hraje dynamika železniční jízdy a znalosti z oboru mechaniky zemin.

Zatížení je z kolejového vozidla přenášeno přes kolejnice, které slouží k jeho vedení a nesení. Namáhání musí být jednotlivými konstrukčními částmi jízdní dráhy přijaté a přenesené bez škodlivých účinků. Tj. konstrukční části jízdní dráhy se musí nutně vyrovnat s účinky vertikálních, horizontálně podélných a příčných sil vznikajících mezi kolejnicí a kolem vedením, nesením a pohybem vozidel, ale také se silami vznikajícími vlivem teplotních změn, tím způsobem, že bude v každém časovém okamžiku zaručena traťová bezpečnost, spolehlivost jízdní dráhy a vysoký komfort jízdy.

Železniční svršek, složený z kolejového roštu a šterkového lože, by měl mít jako celek dostatečnou rámovou tuhost i odpor vůči příčnému posunu a měl by být schopen přenášet zejména podélné a příčné síly. Tlaky a napětí v pražcovém podloží vznikají v důsledku vertikálních sil od kolejového vozidla. Napjatost vede k pružné i plastické deformaci pražcového podloží. Při návrhu nosného systému je vyvíjeno úsilí, aby byly veškeré plastické deformace omezeny na přijatelnou míru.

Souhrnně se dá říct, že velikost a způsob namáhání velmi kolísá v závislosti na vlastnostech kolejových vozidel, jejich rychlosti, stavu železničního svršku, jeho návrhových parametrech a povětrnostních podmínkách. Dále, ačkoliv v pevnosti materiálů konstrukčních prvků kolejového roštu nedochází během životnosti k velkým výkyvům, co se týče proměnlivosti pevnosti materiálů kolejového lože a vrstev tělesa železničního spodku, je situace zcela odlišná. Na jejich degradaci se podílí mechanická nestabilita (rozpad, zvětrávání), vlastní všem zrnitým materiálům, nehomogenita podloží, rozdílnost v hydrologických poměrech atd.

Závěrem, velikost dopravního zatížení závisí na změnách příčného profilu, momentu setrvačnosti kolejnic, na parametrech pražců (rozdělení, materiálu, velikosti) a na kolejovém loži pražce (jeho materiálu, tloušťce a stavu).

2.2 Zatížení železničního spodku ^[1]

Pro popis namáhání železničního spodku dopravním zatížením, je nutné nejprve určit svislé tlaky a napětí vznikající na styku kolejové lože – pláň tělesa železničního spodku.

Nápravové síly vedou k pružné deformaci kolejového roštu, aby následně vlivem ohybové tuhosti kolejnice, která se chová jako pružně uložený nosník, se přenos od kolových nápravových sil rozložil na více pražců. Zmenšení spojitého zatížení musí být dostatečné, aby v kolejnici nebyla překročena mez přípustných ohybových napětí. „Z výpočtu namáhání kolejnic je zřejmé, že její ohybový moment je jen velmi málo ovlivněný druhem pražcového podloží.“ ^[1] Jednotlivé konstrukční vrstvy pražcového podloží, nacházející se pod pražci jsou charakterizovány pružnou poddajností. Pro vyjádření pružné poddajnosti se uplatňuje součinitel ložnosti C . Ten závisí na druhu zeminy, číslu nerovnoměrnosti zrnitosti, ulehlosti, kvalitě zhutnění a penetračním odporu.

Namáhání železničního spodku vychází ze znalosti maximální kolejové síly Q , profilu kolejnic, druhu kolejnic a součinitele ložnosti C . Nejprve se vypočítá vertikální reakce, vznikající pod pražcem. Výsledkem zatížení od dopravy je měrný tlak p . Toto spojitě zatížení působí v úrovni ložné plochy pražců a roznáší se pod úhlem 45 stupňů od horizontály, která leží ve výšce ložné plochy pražců a začíná při jeho hlavě.

Vertikální napětí, vnikající v tělese železničního spodku od dopravního zatížení se vzrůstající hloubkou postupně vymizí stejně tak jako jeho vliv.

2.3 Dopravní namáhání ^[1]

Nosný systém železniční tratě, určený k odvedení vertikálních sil z kolejového roštu do pražcového podloží, se skládá z kolejového lože a konstrukčních vrstev. Pod ložnou plochou pražce působí spojitě zatížení p , jeho hodnota se určí dle následujícího textu, přičemž výchozím údajem je hodnota maximální statické nápravové síly.

1. Kolová síla Q je poloviční hodnota statické nápravové síly.
2. Účinná kolová síla Q se určí z velikosti statické kolové síly Q_{stat} a přírůstku zohledňující zvýšení silových účinků v důsledku průjezdu obloukem. Konkrétní zvýšení záleží na rychlosti, poloměru atd. a obvykle tvoří (10 – 20) % hodnoty Q_{stat} . Pro novostavby a rekonstruované tratě se uvažuje součinitel 1,2; $Q = 1,2 \cdot Q_{stat}$.

3. Stav konstrukce železničního svršku a rychlost jízdy vozidel zohledňuje součinitel s^* : $s^* = n \cdot \varphi$. Parametr n závisí na stavu železničního svršku, se zhoršujícím se stavem geometrické polohy koleje dochází k většímu dynamickému namáhání a parametr n se volí větší. Součinitel φ záleží na rychlosti vlakových souprav a jejich druhu.
4. Maximální kolová síla Q_{max} [kN] se vypočítá: $Q_{max} = Q \cdot (1 + 3 \cdot s^*)$.

Pro popis deformačního chování nosného systému se může použít součinitel ložnosti C . Součinitel se uvádí v $N \cdot mm^{-3}$ a vypočítá se dle:

$$C = \frac{p}{y} \quad (2.1)$$

kde je: p – spojitě zatížení pod pražcem [N.mm],
 y – pružný pokles pražce [mm].

Optimální hodnota součinitele ložnosti se nachází mezi 0,1 – 0,2 $N \cdot mm^{-3}$. „Nízký součinitel C sice snižuje napětí v kolejnici, avšak dochází k značnému zvýšení napětí v pražcovém podloží. Neopodstatněný součinitel ložnosti C způsobí zvýšení hodnoty vertikální reakce podkladu, což zapříčiní zhoršení geometrické polohy koleje.“^[1]

Výpočet spojitěho zatížení

Pro stanovení spojitěho zatížení p pod pražcem může být uplatněna teorie nekonečného podélného nosníku na pružném podkladu. V teorii je nekonečná kolejnice uložena pružném podkladu, jenž je vyjádřen součinitelem ložnosti C (jedná se o velikost spojitěho zatížení p , které způsobí jednotkový pokles kolejnicového pásu v místě podpory). Kolej se svým pružným podkladem z pražců, na nichž je uložena, je přepočítána na nový podélný nosník totožné úložné plochy. Šířka idealizovaného podélného nosníku b_L [cm] se vypočítá podle vzorce:

$$b_L = \frac{F_w}{2 \cdot a} = \frac{I_A \cdot b_s}{a} \quad (2.2)$$

kde je: $F_w/2$ – účinná poloviční úložná plocha pražců [cm²],
 I_A – délka uložené plochy pražců [cm],
 b_s – šířka uložené plochy pražců [cm],
 a – osová vzdálenost pražců [cm].

Elastická délka nosníku na pružném podkladě L_i [cm] se vypočítá dle;

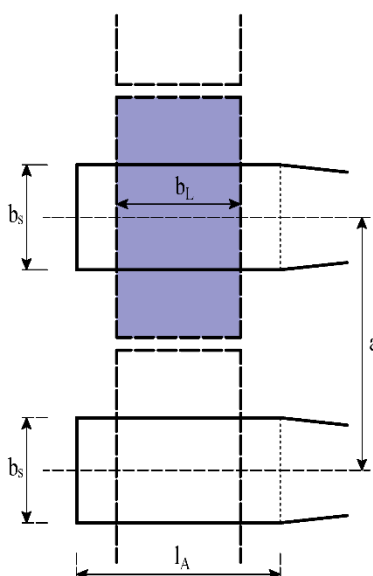
$$L_i = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot E \cdot J}{C \cdot b_L}} \quad (2.3)$$

kde je: E – modul pružnosti oceli [$\text{N} \cdot \text{cm}^{-2}$],

J – modul setrvačnosti kolejnice [cm^4],

C – součinitel ložnosti [$\text{N} \cdot \text{cm}^{-3}$],

b_L – šířka podélného nosníku [mm].



Obr. 2.1 – Idealizovaný nosník, kde je: b_s – šířka úložné plochy pražce, b_L – šířka podélného nosníku, a – osová vzdálenost pražců, l_A – délka úložné plochy pražců. ^[1]

Vliv sousedních vozidel se zohledňuje součinitelem η , ten závisí na vzdálenosti sousedních os a na pružné délce. Pro případ, kdy se spojitě zatížení uvažuje bezprostředně pod pražcem, je velikost osamělé síly $Q = Q_{max} \cdot \eta = Q_{max} \cdot 1$, tzn. $\eta = 1$.

Podle teorie nosníku na pružném podkladě je možné vyjádřit maximální pružný pokles i stanovit spojitě zatížení pomocí těchto vztahů:

$$y = \frac{Q \cdot \eta}{2 \cdot b_L \cdot C \cdot L_i} \quad (2.4)$$

kde y je pružný pokles [cm],

$$p = \frac{Q \cdot \eta}{2 \cdot b_L \cdot L_i} \quad (2.5)$$

kde p je spojitě zatížení (měrný tlak) pod pražcem.

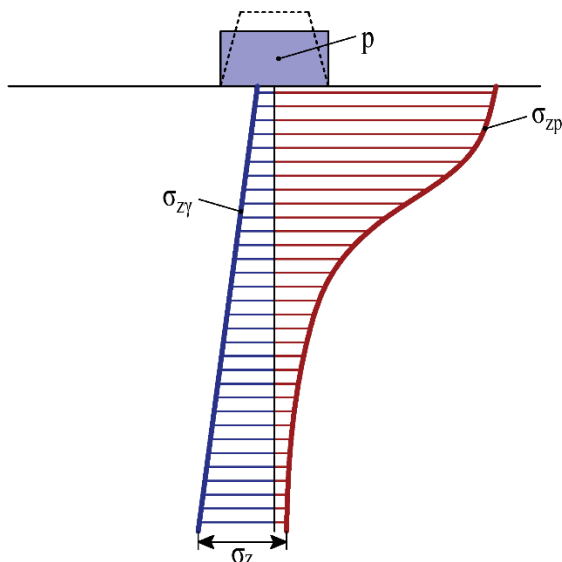
2.4 Napětí v pražcovém podloží ^[1]

Vlivem spojitého zatížení p vzniká v pražcovém podloží svislé napětí σ_{zp} , jeho velikost se s vzrůstající hloubkou zmenšuje. Naproti tomu vertikální napětí od vlastního zatížení kolejového roštu a konstrukčních vrstev pražcového podloží σ_{zy} , které je v pražcovém podloží také přítomno, má s rostoucí hloubkou zvětšující se tendenci. Celkové vertikální napětí σ_z je:

$$\sigma_z = \sigma_{zp} + \sigma_{zy}$$

kde je: σ_{zp} – svislé napětí v pražcovém podloží způsobené dopravním zatížením [$\text{N}\cdot\text{cm}^{-2}$],

σ_{zy} – svislé napětí v pražcovém podloží způsobené hmotností kolejového roštu a konstrukčních vrstev pražcového podloží [$\text{N}\cdot\text{cm}^{-2}$].



Obr. 2.2 – Napětí od kolejové dopravy a vlastní tíhy, kde je: p – rovnoměrné zatížení, σ_z – celkové vertikální napětí, σ_{zp} – svislé napětí v pražcovém podloží způsobené dopravním zatížením, σ_{zy} – svislé napětí v pražcovém podloží způsobené hmotností kolejového roštu a konstrukčních vrstev pražcového podloží.

Neboť se v pražcovém podloží mohou nacházet poddajné vrstvy je potřebné stanovit celkové vertikální napětí pražcového podloží σ_z , jakkoliv pro dimenzování pražcového podloží mají význam čistě vertikální napětí způsobení dopravním zatížením σ_{zp} .

Souhrnně je možné říct, že na velikosti napětí σ_z se podílejí zejména tyto faktory:
na velikost napětí σ_z mají vliv hlavně tyto faktory:

- ❖ vlastní zatížení a zatížení od dopravy,
- ❖ rychlost projíždějících železničních vozidel,

- ❖ tvar železničního svršku a pružnost jeho upevnění,
- ❖ druh, tvar a rozdělení pražců,
- ❖ tuhost pražcového podloží,
- ❖ dynamické účinky.

O vyjádření a popis napětí se pokouší více různorodých metod, které lze rozčlenit do třech základních skupin, jedná se o:

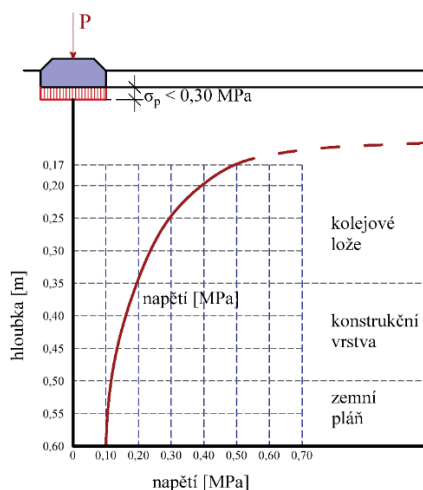
- ❖ experimentální měření a zkušenosti,
- ❖ teorie pružného poloprostoru,
- ❖ numerika.

2.5 Empirické metody

Vzniku empirických metod vždy předchází rozsáhlé experimentální ověřování a dlouhodobé pozorování.

2.5.1 Metoda univerzity Illinois ^[1]

K výpočtu napětí v pražcovém podloží podle metody univerzity v Illinois slouží vztah (2.6). Vztah je platný na hloubku větší než 0,17 m pod pražcem, viz.

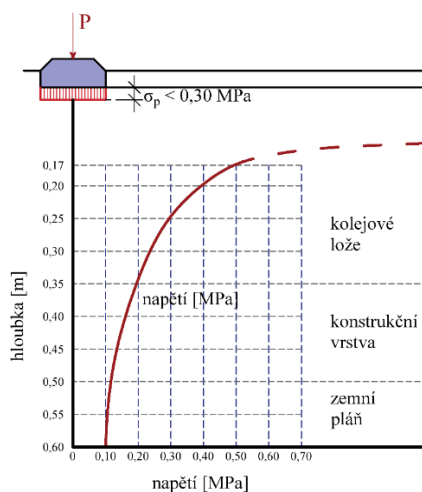


Obr. 2.3.

Výpočet napětí v pražcovém podloží touto metodou je v porovnání s experimentálním měřením a teoretickými výpočty vyšší o 45 % – 90 %. Hlavním důvodem je, že metoda předpokládá nestlačitelnost podloží. ^[1]

$$\sigma_z = \frac{0,1704 \cdot \sigma_p}{z^{1,25}} \quad (2.6)$$

Kde je: σ_z – vertikální napětí v hloubce z [MPa],
 z – hloubka vyšetřovaného body pod pražcem,
 σ_p – napětí pod ložnou plochou pražce [MPa].



Obr. 2.3 – Roznos napětí pod pražcem podle metody Illinois ^[1], kde je: σ_p – napětí pod ložnou plochou pražce.

2.5.2 Metoda rovnoměrného roznosu napětí ^[1]

Fakticky se napětí pod pražcem roznáší nerovnoměrně protože vrstvy v podloží mají rozdílnou tuhost. Metoda rovnoměrného roznosu napětí tuto skutečnost zanedbává a předpokládá, že k roznosu dochází pod jedním úhlem β viz **Obr. 2.4**.

Postup při stanovení návrhové tloušťky vrstvy pod pražcem viz níže.

Napětí vyšetřovaného bodu je;

$$\sigma_z = \frac{\sigma_p \cdot a \cdot b}{(a + z \cdot \tan \beta) \cdot (b + z \cdot \tan \beta)} \quad (2.7)$$

Kde je: σ_z – vertikální napětí v hloubce z [MPa],
 σ_p – napětí pod ložnou plochou pražce [MPa],
 z – hloubka vyšetřovaného body pod pražcem [m],
 $2a$ – šířka ložné plochy pražce [m],
 $2b$ – délka ložné plochy pražce [m],
 β – úhel roznosu zatížení pod ložnou plochou pražce [°].

Zjednodušený vztah pro úhel roznosu zatížení pod ložnou plochou pražce $\beta = 45^\circ$ je;

$$\sigma_z = \frac{\sigma_p \cdot a \cdot b}{(a + z) \cdot (b + z)} \quad (2.8)$$

V případě roznosu napětí na kruhové ploše je výchozí vztah (2.7) nahrazen následujícím;

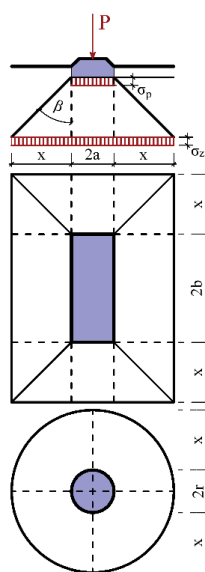
$$\sigma_z = \frac{\sigma_p \cdot \pi \cdot r^2}{\pi \cdot (r + z \cdot \tan \beta)^2} \quad (2.9)$$

Pro úhel roznosu zatížení $\beta = 45^\circ$ platí následující vztah;

$$\sigma_z = \frac{\sigma_p \cdot r^2}{(r + z)^2} = \frac{P}{\pi \cdot (r + z)^2} \quad (2.10)$$

Návrhová tloušťka pražcového podloží musí zaručit, že vertikální napětí na zemní pláni nepřesáhne dovolené napětí. Podmínka je shrnuta rovnicí;

$$\sigma_z \leq \sigma_{z,dov} \quad (2.11)$$



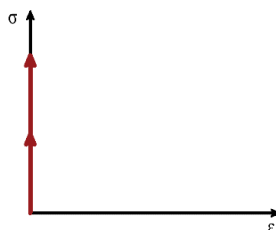
Obr. 2.4 – Rovnoměrný roznos napětí v pražcovém podloží

2.6 Teorie spojitého prostředí

Základní reologické modely:

❖ Model tuhé látky

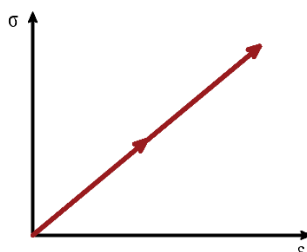
- **Euklidův model** – dokonale tuhá látka, která se nedeformuje a má neomezenou únosnost, zcela nerealistický model.



Obr. 2.5 – Schématický pracovní diagram Euklidovy látky, kde je: σ – napětí, ϵ – deformace.

❖ **Model pružné látky**

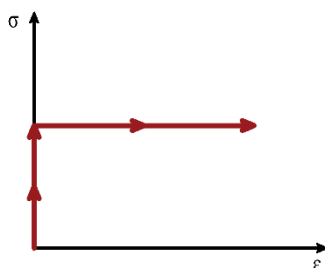
- **Hookův model** – napětí je přímo úměrné deformaci, materiál je popsán deformačními charakteristikami a jeho únosnost není ničím omezena. Deformace jsou vratné. Model je realistický při velmi malých deformacích.



Obr. 2.6 – Schématický pracovní diagram Hookovy látky, kde je: σ – napětí, ε – deformace.

❖ **Model plastické látky**

- **Saint Venantův model** – dokonale tuhá látka, dokud není vlivem zatížení dosaženo meze plasticity, při dalším zatěžování už nepřekročí maximální napětí, jen dokonale plastifikuje – teče.



Obr. 2.7 – Schématický pracovní diagram Saint Venantovy látky, kde je: σ – napětí, ε – deformace.

❖ **Model viskózní kapaliny**

- **Newtonova kapalina** – zemina je charakterizována jako kapalina o definované viskozitě, kde veškeré deformace probíhají v čase. ^[1]

❖ **Složené modely**

- Jsou paralelně nebo sériově složeny ze základních modelů látek uvedených výše.

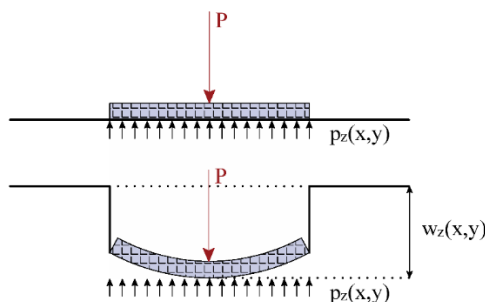
2.6.1 Hookův model ^[1]

- ❖ Je využíván nejčastěji.
- ❖ **Povrchové výpočtové modely podloží**
 - E. Winkler, P.L. Pasternak
- ❖ **Pružný poloprostor**
 - V. J. Boussinesq
- ❖ **Pružně vrstevnatý poloprostor**
 - N. Oedemark, G.I. Pokrovskij, N.N. Ivanov

Předpoklady spojitého prostředí

- ❖ Prostor je dokonale vyplněn spojitým kontinuem.
- ❖ Zemina je ideálně pružná, nedochází k trvalým deformacím.
- ❖ Zemina je homogenní a izotropní.
- ❖ Napětí je přímo úměrné deformacím.
- ❖ Výsledné deformace jsou natolik malé, že je zachována kompaktnost látky.
- ❖ Platí princip superpozice.

2.6.2 Winklerův model ^[1]



Obr. 2.8 – Winklerův model ^[1], kde je: p_z – vertikální reakce podloží, w – vertikální deformace podloží.

Povrchový výpočtový model, který pracuje s místními deformacemi podloží. Jedná se o prostý výpočtový model, neboť zjednodušuje prostorovou napjatost, předpokládá vznik svislých napětí a zanedbává smykové. Vztah mezi reakcí a deformací podloží je;

$$p_z(x, y) = w(x, y) \cdot K_Z \quad (2.12)$$

Kde je: p_z – vertikální reakce podloží [$\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$],

w – vertikální deformace podloží [m],

C – modul ložnosti, součinitel ložnosti, vertikální modul stlačitelnosti [N.m^{-3} ; Pa.m^{-1}].

2.6.3 Modul ložnosti ^[1]

Působením nápravového tlaku dojde k pružnému poklesu, velikost zatížení pod pražcem se vypočítá;

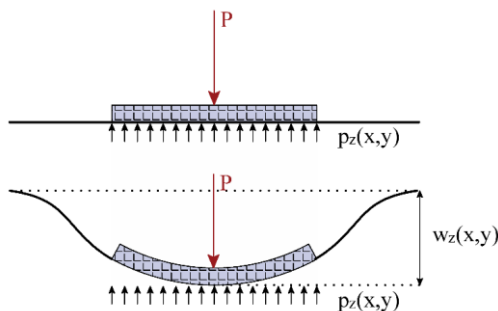
$$p = C \cdot y \quad (2.13)$$

Kde je: y – svislý průhyb,

p – spojité zatížení pod pražcem [N.m^{-2}],

C – modul ložnosti (součinitel ložnosti) [N.m^{-3} , Pa.m^{-1}], optimální hodnota C se pohybuje mezi $0,10 - 0,20 \text{ N.mm}^{-3}$.

2.6.4 Pasternakův model ^[1]



Obr. 2.9 – Pasternakův model, kde je: p_z – vertikální reakce podloží, w – vertikální deformace podloží.

Na rozdíl od Winklerova modelu respektuje smyková napětí a připouští vznik poklesů v okolí konstrukce.

$$p_z(x, y) = C_1 \cdot w(x, y) - C_2 \cdot \left(\frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} \right) \quad (2.14)$$

Kde je: C_1 – modul ložnosti, součinitel ložnosti, vertikální modul stlačitelnosti [N.m^{-3} , Pa.m^{-1}],

C_2 – konstanta pro smykové napětí [N.m^{-1}].

2.6.5 Boussinesqův model ^[1]

Boussinesqův model pružného poloprostoru vytváří prostorovou úlohu, kde je poloprostor zatížen vnější silou. Síla vyvolává napětí, a to se pak poloprostorem šíří přímočaře a radiálně od působíště síly a klesá se čtvercem vzdálenosti od působíště. Úlohy tohoto charakteru se řeší v polárním souřadném systému nebo ve válcovém a na závěr se obvykle převádějí do kartézského systému souřadnic.

$$\sigma_r = A \cdot \frac{\cos \beta}{R^2} \quad (2.15)$$

Kde je: A – konstanta určená z podmínky rovnováhy součtu svislých složek radiálního napětí po ploše polokoule o poloměru R a působící síly P ,
 $\cos \beta \cdot \sigma_r$ – svislá složka radiálního napětí.

Pro určení radiálního napětí při zatížení poloprostoru osamělou silou P se využije:

$$\sigma_r = \frac{3 \cdot P \cdot \cos \beta}{2 \cdot \pi \cdot R^2} \quad (2.16)$$

Pro stanovení svislého normálové napětí ve vyšetřovaném bodě slouží následující vztah:

$$\sigma_z = \frac{3 \cdot P \cdot z^3}{2 \cdot \pi \cdot R^5} \quad (2.17)$$

Svislé napětí v hloubce z pod středem tuhé kruhové desky o poloměru r zatížené rovnoměrným svislým tlakem je:

$$\sigma_z = p \cdot (1 - \cos^3 \gamma) = p - \frac{p}{\left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (2.18)$$

$$\gamma = \operatorname{tg}^{-1} \frac{r}{z} \quad (2.19)$$

Pokles tuhé kruhové desky pod rovnoměrným zatížením se určí následujícím způsobem:

$$y = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{p \cdot r}{E} \cdot (1 - \nu^2) \rightarrow E \frac{\pi}{2} \cdot \frac{p \cdot r}{y} \cdot (1 - \nu^2) \quad (2.20)$$

Kde je: E – modul pružnosti (Youngův modul) v tlaku materiálu poloprostoru [MPa],
 ν – poissonův součinitel,
 y – pokles desky [mm].

2.6.6 Pružný vrstevnatý poloprostor ^[1]

Pro situaci, typickou pro dopravní stavitelství, kdy je na poddajnější konstrukční vrstvě vrstva tužší, už nelze využít modelu pružného poloprostoru podle Boussinesqua, aniž by současně nedošlo k jistým nepřesnostem. Z tohoto důvodu G. I. Pokrovskij zavedl metodu ekvivalentní vrstvy, která vychází z představy dvou stejně širokých a dlouhých nosníků z různých materiálů a různých tloušťek, umístěných na povrchu homogenního poloprostoru. Pokud oba nosníky zatížíme stejnou silou, bude napětí na povrchu poloprostoru pod oběma nosníky totožné v případě, že tuhost nosníků bude stejná:

$$E_0 \cdot I_0 = E_1 \cdot I_1 \text{ nebo } E_0 \cdot h_e^3 = E_1 \cdot h_1^3 \quad (2.21)$$

$$I_0 = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h_e^3 \text{ a } I_1 = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h_1^3 \quad (2.22)$$

Kde je: E_0, E_1 – moduly pružnosti nosníků [MPa],

I_0, I_1 – geometrické momenty setrvačnosti nosníků [m⁴],

b – šířka nosníků [m],

h_e, h_1 – tloušťky nosníků [m].

Vzájemný vztah mezi výškami nosníků, s předpokladem totožné tuhosti viz výše, je:

$$h_e = h_1 \cdot \sqrt[3]{\frac{E_1}{E_0}} \quad (2.23)$$

Kde je: h_e – ekvivalentní tloušťka vrstvy [m],

h_1 – tloušťka vrstvy [m],

b – šířka nosníků,

E_1 – modul pružnosti vrstvy [MPa],

E_0 – modul pružnosti podloží, případně redukovaný modul přetvárnosti E_{or} [MPa].

Úprava na základě měření N. N. Ivanova:

$$h_e = h_1 \cdot \sqrt[2.5]{\frac{E_1}{E_0}} \quad (2.24)$$

Pro svislé napětí σ_z [MPa] ve vrstevnatém podloží ze dvou vrstev platí, že:

$$\sigma_z = \frac{3 \cdot P}{2 \cdot \pi \cdot z_e^2} = \frac{3 \cdot P}{2 \cdot \pi \cdot \left[z + h_1 \cdot \left(\sqrt[2.5]{\frac{E_1}{E_0}} - 1 \right) \right]^2} \quad (2.25)$$

2.6.7 Oedemarkova metoda ^[1]

Oedemarkova metoda je jednoduchá metoda, která umožňuje vypočítat napětí v pružném vrstevnatém poloprostoru pod pražcem. Ekvivalentní tloušťka vrstvy se vypočítá:

$$h_{e,i} = 0,9 \cdot h \cdot \sqrt[3]{\frac{E_1}{E_0}} \quad (2.26)$$

Kde je: $h_{e,i}$ – je ekvivalentní tloušťka vrstvy [m],

h_i – tloušťka vrstvy [m],

E_i – modul pružnosti i-té vrstvy [MPa],

E_0 – modul pružnosti podloží, případně redukovaný modul přetvárnosti E_{or} [MPa].

Normálové a smykové napětí v ekvivalentním pružném poloprostoru pod spojitým zatížením p se určí z těchto vztahů:

$$\sigma_z = -\frac{2 \cdot p}{\pi} \cdot \left[\arctan\left(\frac{b}{2 \cdot z}\right) + \frac{2 \cdot b \cdot z}{b^2 + 4 \cdot z^2} \right] \quad (2.27)$$

$$\sigma_x = -\frac{2 \cdot p}{\pi} \cdot \left[\arctan\left(\frac{b}{2 \cdot z}\right) - \frac{2 \cdot b \cdot z}{b^2 + 4 \cdot z^2} \right] \quad (2.28)$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \quad (2.29)$$

Kde je: σ_z – normálové napětí ve vertikálním směru [Pa],

σ_x – normálové napětí v horizontálním směru podél osy koleje [Pa],

τ_{max} – maximální smykové napětí [Pa],

b – šířka působení zatížení na šířku pražce [m],

p – měrný tlak [$\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$],

z – sledovaná hloubka [m].

Vliv sousedních pražců na velikost normálových sil je možné vypočítat těmito vztahy:

$$\sigma_z = -\frac{p}{\pi} \cdot \left[\alpha_2 - \alpha_1 - \frac{\sin(2 \cdot \alpha_2) - \sin(2 \cdot \alpha_1)}{2} \right] \quad (2.30)$$

$$\sigma_x = -\frac{p}{\pi} \cdot \left[\alpha_2 - \alpha_1 + \frac{\sin(2 \cdot \alpha_2) - \sin(2 \cdot \alpha_1)}{2} \right] \quad (2.31)$$

$$\alpha_1 = \arctan \frac{x + \frac{b}{2}}{z} \quad (2.32)$$

$$\alpha_2 = \arctan \frac{x - \frac{b}{2}}{z} \quad (2.33)$$

2.6.8 Numerické metody ^[1]

Metoda konečných prvků (Finite element method)

Metoda konečných prvků, současně nejpoužívanější numerickou metodou. MKP je univerzální k typu a tvaru, okrajovým podmínkám a zatížení a je založena na variační formulaci, kde řešení, které hledáme vyplývá z minima funkcionalu. Analýza MKP se skládá z následujících kroků: idealizace kontinua, analýza podoblasti, analýza oblasti a dokončení analýzy podoblasti.

Metoda konečných diferencí – tj. metoda sítí (Finite difference method)

Je založená na rozdělení plochy příčného řezu tělesa železničního spodku na samostatné prvky pomocí ortogonální sítě. Celý proces silového působení v zemním tělese probíhá v čase s konkrétní délkou kroku

Metoda hraničních prvků (Boundary element method)

je metodou integrální. Jednou z největších výhod této metody je, že při řešení problémy se redukuje o jednu dimenzi, čím značně klesá počet neznámých veličin. Použitá metoda okrajových prvků přináší zvýšení přesnosti řešení a jednoduché zadávání vstupních dat. Více využívána ve strojírenství. Používá se například v geotechnice zejména v Rakousku pro model tunelu raženého v horninách.

3 METODA DORNII

Železniční trať se skládá z železničního svršku a železničního spodku. Obě části se vzájemně ovlivňují a je tedy potřebné, abychom se na konstrukci železniční tratě pohlíželo jako na celek. Bezprostřední podíl na namáhání železničního svršku mají pružné poklesy koleje, proto jsou pro posouzení konstrukce pražcového podloží rozhodující právě pružné deformace. K tomu, abychom mohli vhodně navrhnout konstrukční systém a zajistily mu požadovanou deformační odolnost slouží metoda DORNII (Dorožnyj naučno-issledovatel'skij institut).

Metoda je částečně empirická a částečně výpočetní. Byla vytvořena N. N. Ivanovem a používá se k analýze SŽ pro návrh pražcového podloží.

Metoda umožňuje výpočet ekvivalentního modulu přetvoření více-vrstevnatého systému pražcového podloží. Konkrétně se hledají takové tloušťky nebo moduly přetvoření vrstev pražcového podloží tak, aby výsledný modul přetvoření E_{ekv} celého systému zaručil právě kýženou deformační odolnost.

Pro stanovení požadované ekvivalentní hodnoty deformace celé konstrukce E_e je nezbytné znát deformační charakteristiky použitých materiálů pro jednotlivé vrstvy (E_i, ν_i).

Metoda DORNII uvažuje s deformací zeminy pouze ve sloupci plochy, která je přitížena. To znamená, že se neuvažuje ani smykové napětí ani vodorovné napětí v zemině, jež by jinak vznikalo na rozhraní dvou konstrukčních vrstev.

Na základě měření napětí na zemní pláni M. I. Jakunin doporučil pro průběh napětí do hloubky 1,0 m následující empirický vztah ^[1]:

$$\sigma_z = \frac{q}{1 + \eta \left(\frac{z_e}{D}\right)^2} \quad (3.1)$$

Kde je: q – tlak od kola vozidla působící na povrch podloží [MPa],

z_e – výpočtová hloubka v m, v kvazi homogenním prostředí, vyjádřená později, ze vztahu (3.10),

$$z_e = z + h_e - h_1 = z + (n - 1) \cdot h_1 \quad (3.10)$$

D – průměr referenční kruhové plochy kolového tlaku [m],

η – bezrozměrný parametr, v dvojvrstevném systému platí, že $\eta = 1$, v jednovrstevném $\eta = 2,5$ (když $z_e = z$).

$$h_e = h_1 \cdot \sqrt[2,5]{\frac{E_1}{E_0}} \quad (3.2)$$

$$h_e = n \cdot h_1 \quad (3.3)$$

$$n^{2,5} = \frac{E_1}{E_0} \quad (3.4)$$

Celková velikost stlačení ekvivalentní (homogenní) vrstvy y se stanoví jako součet stlačení jednotlivých vrstev y_i v celé výšce přitíženého sloupce. Vztah je odvozen z Hookova zákona (3.5):

$$\sigma_z = E_n \cdot \varepsilon \quad (3.5)$$

$$\varepsilon = \frac{y}{h_z} \quad (3.6)$$

$$y = h \cdot \frac{\sigma_z}{E_n} \quad (3.7)$$

Takže v obecném zápisu pro systém o dvou vrstvách platí, že je velikost stlačení y [m] je:

$$y = \frac{1}{E_e} \int_0^\infty \sigma_z d_z = \frac{1}{E_1} \int_0^{h_1} \sigma_z d_z + \frac{1}{E_0} \int_{h_1}^\infty \sigma_z d_z \quad (3.8)$$

Kde je: E_e – ekvivalentní modul přetvoření dvojvrstvého systému [MPa],

E_0 – modul přetvoření spodní vrstvy [MPa],

E_1 – modul přetvoření vrchní vrstvy [MPa],

σ_z – průběh napětí v podloží podle M. I. Jakunina stanovený z předchozího vztahu (3.1).

Dosazením vztahu (3.1) do vztahu (3.8) dostáváme výsledný pokles dvojvrstvého systému ve sloupci zeminy, která leží pod měrným tlakem p , působícího na kruhové ploše:

$$y = y_1 + y_0 = \frac{p}{E_1} \int_0^{h_1} \frac{d_z}{1 + \left(\frac{z_e}{D}\right)^2} + \frac{p}{E_0} \int_{h_1}^\infty \frac{d_z}{1 + \left(\frac{z_e}{D}\right)^2} \quad (3.9)$$

Viz schéma modelu ekvivalentní vrstvy **Obr. 3.1 – Pokrokovského model ekvivalentní vrstvy**:

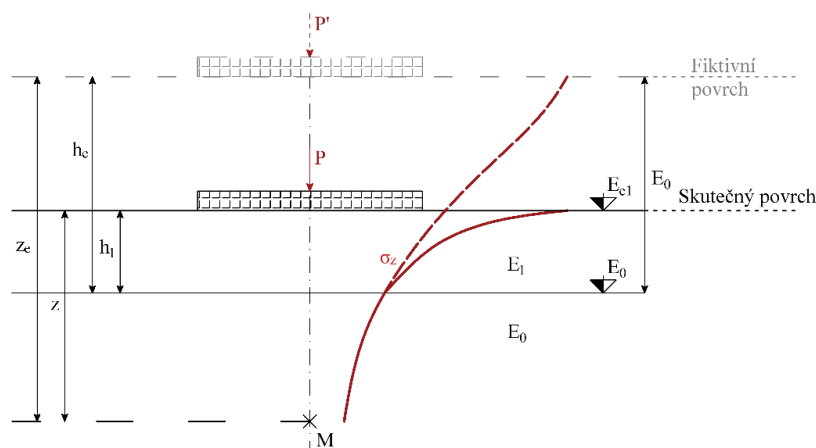
$$z_e = z + h_e - h_1 = z + (n - 1) \cdot h_1 \quad (3.10)$$

Kde je: z – skutečná hloubka zjišťovaného bodu [m],

h_e – ekvivalentní tloušťka kvazi homogenního prostředí, která se vypočte ze vzorce (3.11) [m],

h_1 – skutečná tloušťka horní vrstvy dvojvrstvého systému [m],

n – deformační charakteristika systému, která se určí ze vztahu (3.12).



Obr. 3.1 – Pokrovského model ekvivalentní vrstvy^[1]

$$h_e = h_1 \cdot \sqrt[2.5]{\frac{E_1}{E_0}} \quad (3.11)$$

$$h_e = n \cdot h_1 \quad (3.12)$$

Vztah pro výpočet z_e (3.10) se použije na stanovení poklesu nižší vrstvy, tedy pro hloubku $\langle h1; \infty \rangle$.

Pro pokles horní vrstvy se aplikuje vztah (3.13):

$$z_e \cong z \cdot n \quad (3.13)$$

Po dosazení vztahů (2.10) a (3.13) do vztahu (3.9) a po následné integraci vyjádříme pro pokles tyto výsledné vztahy^[1]:

$$y = \frac{p \cdot D}{E_1 n} a \cdot \text{rctg} \frac{h_1 n}{D} + \frac{p \cdot D}{E_0} \left(\frac{\pi}{2} - \text{arctg} \frac{h_1 \cdot n}{D} \right) \quad (3.14)$$

$$y = \frac{p \cdot D}{E_0} \left[\frac{\pi}{2} - \left(1 - \frac{1}{n^{3.5}} \right) \cdot \text{arctg} \frac{h_1 \cdot n}{D} \right] \quad (3.15)$$

Systém pražcového podloží, který se sestává ze dvou konstrukčních vrstev a byl nahrazen vrstvou jedinou, definovanou ekvivalentní tuhostí, má totožnou deformaci jako konstrukční systém původní.

$$h_1 = 0 \quad (3.16)$$

$$E_0 = E_e \quad (3.17)$$

Sednutí kruhové desky na vrstevnatém podloží podle N. N. Ivanova, s průběhem napětí podle M. I. Jakunina, dostáváme:

$$y = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{p \cdot D}{E_e} \quad (3.18)$$

Vztah popisuje pokles kruhové plochy průměru D , zatížené měrným tlakem p , v prostředí, které je charakterizováno ekvivalentním modulem přetvoření E_e .

Měrný tlak je stejně jako průměr plochy konstanta. Velikost poklesu bude tedy záviset na modulu přetvoření E_e , jakožto jediné proměnné.

Modul pružnosti E se pak určí tak, že se porovná vztah (2.22) s obdobným vztahem pro pokles kruhové plochy v homogenním prostředí podle Boussinesqua, v kterém se uvažuje se smykovým a vodorovným napětím. Modul pružnosti E je [1]:

$$E = E_e \cdot \frac{(1 - \nu^2)}{2} \quad (3.19)$$

Kde se hodnoty Poissonovy konstanty ν uvažují v intervalu od 0,15 (pro hrubozrné zeminy) do 0,4 (jemnozrné zeminy).

Zajímavé je, že na rozdíl jiných teorií vrstevnatého podloží, získáváme metodou DORNII realistické hodnoty, a to i přes nedostatečný fyzikální model, v němž se zanedbávají smyková a vodorovná napětí. [1]

Ekvivalentní modul (3.20) přetvoření pro dvojvrstvý konstrukční systém je možné vyjádřit z rovnosti vztahů (3.14) a (3.15):

$$E_{e1} = \frac{E_0}{1 - \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{1}{n^{3,5}}\right) \cdot \arctg(k_2 \cdot n)} = \frac{E_0}{a} \quad (3.20)$$

$$E_{e1} = \frac{E_0}{n^{2,5} \left[1 - \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{1}{n^{3,5}}\right) \cdot \arctg(k_2 \cdot n)\right]} = E_1 k_3 = \frac{E_1}{a} k_1 \quad (3.21)$$

$$n^{2,5} = \frac{E_1}{E_0} = \frac{1}{k_1} \quad (3.22)$$

$$k_2 = \frac{h_1}{D}, k_1 = \frac{E_0}{E_1} a = \frac{E_0}{E_{e1}} k_2 = \frac{E_{e1}}{E_1}$$

Kde je: $n^{2,5}$ je deformační charakteristika systému,

k_2, k_1, a, k_3 jsou koeficienty deformačně-geometrických proměnných,

E_0 – modul přetvoření materiálu spodní vrstvy [MPa],

E_1 – modul přetvoření materiálu horní vrstvy [MPa],

E_{e1} – ekvivalentní modul přetvoření celé konstrukce [MPa],

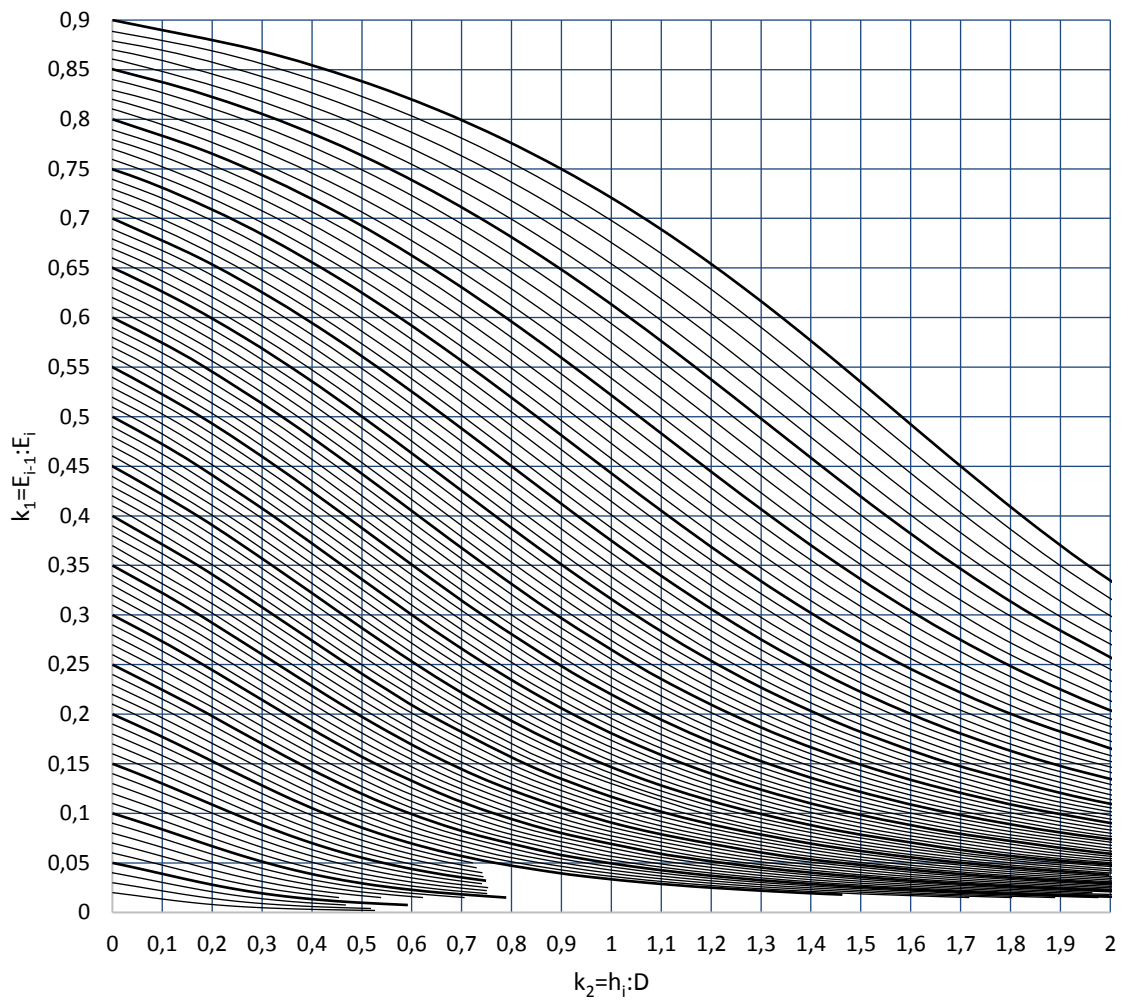
h_1 – tloušťka horní vrstvy [m],

D – průměr kruhové zatěžovací desky [m].

Pro návrh pražcového podloží, tak aby systém jako celek zaručil dostatečnou deformační odolnost, se běžně místo zdlouhavého výpočtu používá nomogram DORNII.

Hranice nomogramu jsou definovány technologickými požadavky a faktem, že modul přetvoření výše uložené konstrukční vrstvy musí být vždy větší než níže uložené vrstvy.

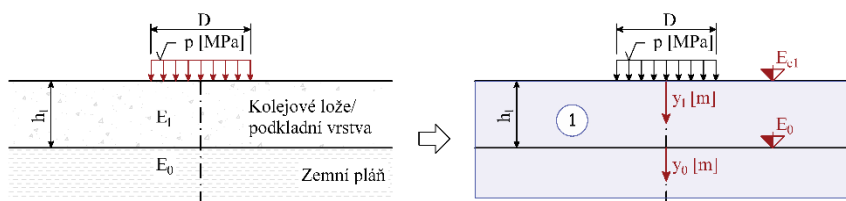
Nomogram DORNII



Obr. 3.2 – nomogram DORNII

3.1 Praktické stanovení charakteristik vrstevnatého systému za pomoci metody DORNII

3.1.1 Systém se dvěma vrstvami



Obr. 3.3 – Schéma postupu výpočtu E_e systému o dvou vrstvách

U systému prázecového podloží, složeného ze dvou konstrukčních vrstev, se ekvivalentní modul přetvoření stanoví přímým způsobem, na základě znalosti deformačních charakteristik použitých materiálů (E_1 ; E_2). Jedná se vlastně o nejjednodušší případ, který může vzniknout (mimo situaci s jedinou vrstvou). Výpočet se provede podle schématu – Schéma postupu výpočtu E_e systému o dvou vrstvách **Obr. 3.3** a postup je následující:

$$k_2 = \frac{h_1}{D} \quad \text{viz (3.23)}$$

$$n^{2,5} = \frac{E_1}{E_0} \quad \text{viz (3.22)}$$

$$E_{e1} = \frac{E_0}{n^{2,5} \left[1 - \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{1}{n^{3,5}} \right) \cdot \arctg(k_2 \cdot n) \right]} \quad \text{viz (3.21)}$$

Abychom zjistili celkový pokles y , dosadíme do vztahu:

$$y_1 = \frac{p \cdot D}{E_0} \left[\frac{\pi}{2} - \left(1 - \frac{1}{n^{3,5}} \right) \cdot \arctg \frac{h_1 \cdot n}{D} \right] \quad \text{viz (3.15)}$$

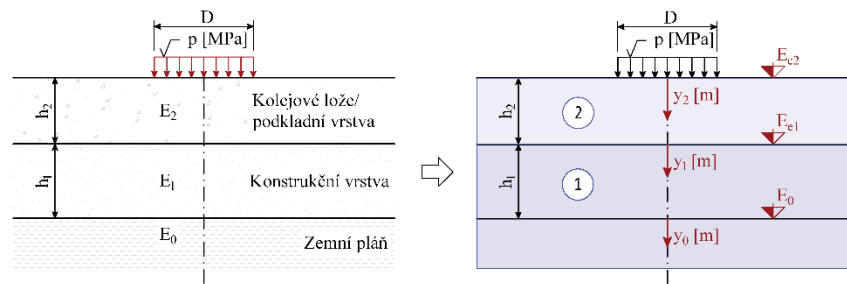
Napětí, které vzniká vlivem přetížení kruhové desky, se určí takto:

$$z_e = z + h_e - h_1 = h_e - h_1 \quad \text{viz (3.16)}$$

$$h_e = h_1 \cdot \sqrt[2,5]{\frac{E_1}{E_0}} \quad \text{viz (3.11)}$$

$$\sigma_z = \frac{q}{1 + \eta \left(\frac{z_e}{D} \right)^2} \quad \text{viz (3.1)}$$

3.1.2 Konstrukční systém tvořený třemi vrstvami



Obr. 3.4 – Schéma postupu výpočtu E_e systému o třech vrstvách

U pražcového podloží, tvořeného třemi a více vrstvami, se při výpočtu celkového E_e postupuje směrem od zemní pláň nahoru, a to po dvou vrstvách zcela identicky jako v předchozím případě. Viz schéma postupu na **Obr. 3.4**.

V prvním kroku se zjistí hodnota E_{e1} , díky znalosti modulu přetvoření zemní pláň E_0 a modulu přetvoření první konstrukční vrstvy E_1 .

V druhém kroku se zjistí hledaná E_{e2} celého konstrukčního systému z hodnot ekvivalentního modulu přetvoření prvních dvou vrstev E_{e1} a modulu přetvoření horní konstrukční vrstvy E_2 (kolejového lože).

Praktický postup pro určení E_{e2} je:

$$k_2^1 = \frac{h_1}{D}$$

$$n_1^{2,5} = \frac{E_1}{E_0}$$

$$E_{e1} = \frac{E_0}{n_1^{2,5} \left[1 - \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{1}{n_1^{3,5}} \right) \cdot \arctg(k_2^1 \cdot n_1) \right]}$$

$$k_2^2 = \frac{h_2}{D}$$

$$n_2^{2,5} = \frac{E_2}{E_{e1}}$$

$$E_{e2} = \frac{E_{e1}}{n_2^{2,5} \left[1 - \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{1}{n_2^{3,5}} \right) \cdot \arctg(k_2^2 \cdot n_2) \right]}$$

Výsledný pokles se stanoví následovně:

$$y_2 = \frac{p \cdot D}{E_{e2}} \left[\frac{\pi}{2} - \left(1 - \frac{1}{n_2^{3,5}} \right) \cdot \arctg \frac{h_2 \cdot n_2}{D} \right]$$

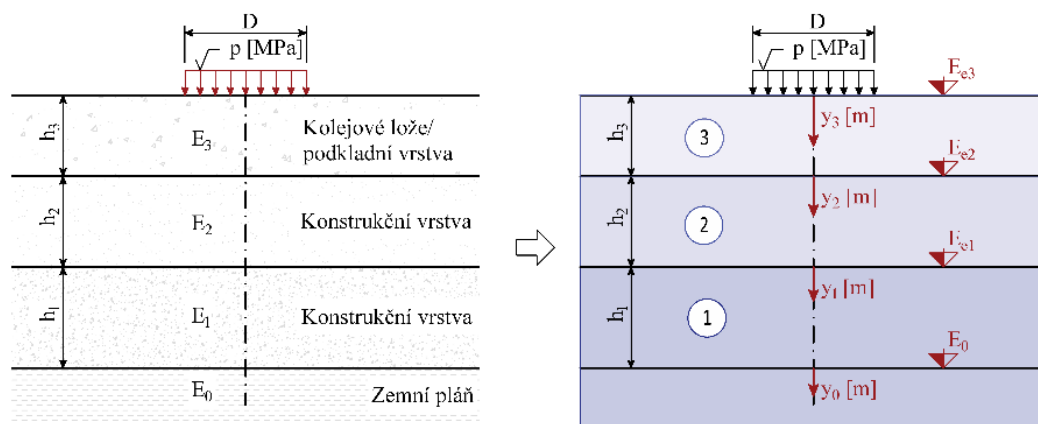
Napětí pro konstrukční systém je:

$$h_{e2} = h_2 \cdot \sqrt[2,5]{\frac{E_2}{E_{e1}}}$$

$$z_{e2} = z + h_{e2} - h_2$$

$$\sigma_{z2} = \frac{p}{1 + \eta \left(\frac{z_{e2}}{D}\right)^2}$$

3.1.3 Konstrukční systém tvořený čtyřmi vrstvami



Obr. 3.5 – Schéma postupu výpočtu E_e systému o čtyřech vrstvách

Při výpočtu celkového E_e postupuje směrem od zemní pláň nahoru, po dvou konstrukčních vrstvách, jak bylo popsáno v předchozím případě. Postup je schematicky znázorněn na **Obr. 3.5**.

$$k_2^1 = \frac{h_1}{D}$$

$$n_1^{2,5} = \frac{E_1}{E_0}$$

$$E_{e1} = \frac{E_0}{n_1^{2,5} \left[1 - \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{1}{n_1^{3,5}} \right) \cdot \arctg(k_2^1 \cdot n_1) \right]}$$

$$k_2^2 = \frac{h_2}{D}$$

$$n_2^{2,5} = \frac{E_2}{E_{e1}}$$

$$E_{e2} = \frac{E_{e1}}{n_2^{2,5} \left[1 - \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{1}{n_2^{3,5}} \right) \cdot \arctg(k_2^2 \cdot n_2) \right]}$$

$$k_2^3 = \frac{h_3}{D}$$

$$n_3^{2,5} = \frac{E_3}{E_{e2}}$$

$$E_{e3} = \frac{E_{e2}}{n_3^{2,5} \left[1 - \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{1}{n_3^{3,5}} \right) \cdot \arctg(k_3^2 \cdot n_3) \right]}$$

Výsledný pokles je:

$$y_3 = \frac{p \cdot D}{E_{e3}} \left[\frac{\pi}{2} - \left(1 - \frac{1}{n_3^{3,5}} \right) \cdot \arctg \frac{h_3 \cdot n_3}{D} \right]$$

Napětí pro konstrukční systém se určí takto:

$$h_{e3} = h_3 \cdot \sqrt[2,5]{\frac{E_3}{E_{e2}}}$$

$$z_{e3} = z + h_{e3} - h_1$$

$$\sigma_{z3} = \frac{q}{1 + \eta \left(\frac{z_{e3}}{D} \right)^2}$$

4 METODA VRSTEVNATÉHO POLOPROSTORU

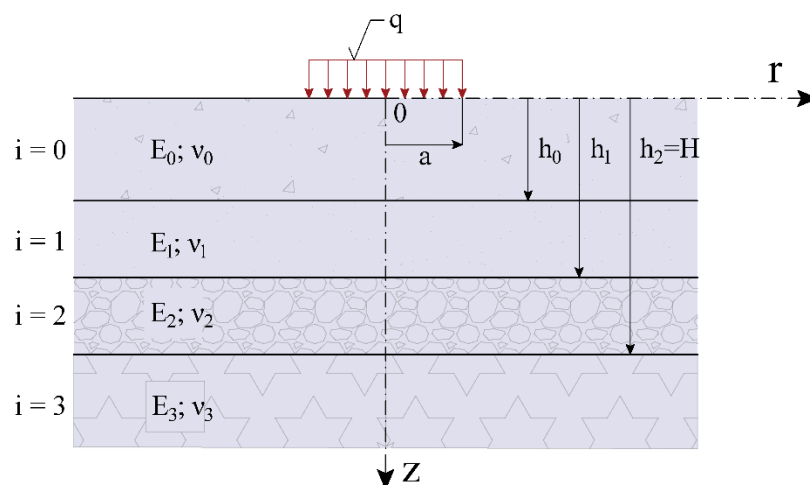
Metoda vrstevnatého poloprostoru byla původně vyvinuta pro silniční stavitelství. Popisuje situaci, kdy na povrchu vícevrstvé konstrukce působí svislé kruhové zatížení od kol. To je zidealizované. Ve skutečnosti na vozovku působí další složky. Kromě tohoto svislého zatížení, které vniká od vlastní hmotnosti vozidla je tu vodorovné povrchové zatížení vznikající v důsledku změny rychlosti, dále je tu torzní zatížení od nákladních vozidel a dostředivé smykové zatížení.

V železničním stavitelství dochází k roznosu sil od pojezdu železničních vozidel zcela odlišným způsobem. Nicméně, při návrhu vrstev s ohledem na deformační odolnost železničního spodku se vychází z představy vnášení tlaku pomocí kruhové desky do konstrukční vrstvy. Tutéž úlohu lze vyšetřit i metodou vrstevnatého poloprostoru.

Metoda vrstevnatého poloprostoru bude pro tento příklad porovnána s metodou konečných prvků (numerická analýza) a s metodou DORNII, která slouží pro návrh konstrukčního systému pražcového podloží.

4.1 Základní principy

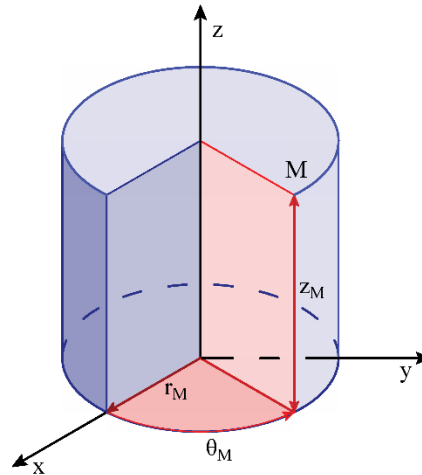
Prostorová úloha působení měrného tlaku od kruhové zatěžovací desky o průměru D na konstrukční vrstvu pražcového podloží je v metodě vrstevnatého poloprostoru převedena na úlohu dvojdimenzionální, poněvadž se jedná o osově symetrický problém. Tj. při vhodném umístění počátku vzažných os do centra zatížené kruhové plochy je zde úloha transformována z kartézských souřadnic do souřadnic válcových a tím je dosaženo osové symetrie (**Obr. 4.1**) a významného zjednodušení.



Obr. 4.1 – Schéma působení tlaku na vrstevnatý poloprostor

Zatížení od kruhové desky působí ve směru osy z a má velikost q . Toto zatížení působí na ploše o poloměru a . Systém, jehož povrch přitěžujeme se sestává z i počtu vrstev, z nichž každá je popsána deformačními parametry a tloušťkou. Směry os znázorňují kladný směr (**Obr. 4.1**).

Každý bod je možné zapsat ve válcových souřadnicích, viz (**Obr. 4.2**).



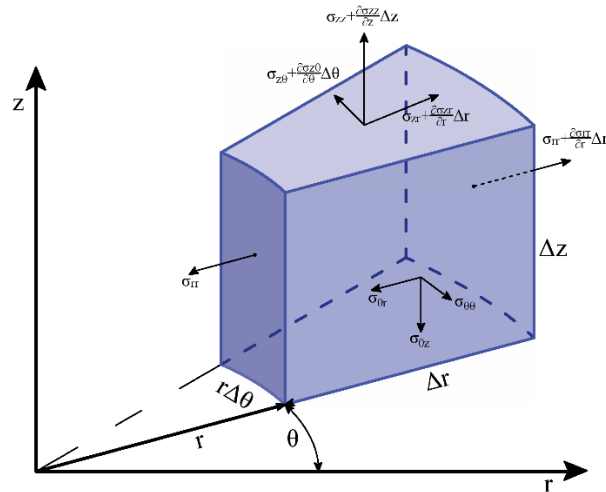
Obr. 4.2 – Umístění bodu do válcových souřadnic, poloha bodu je charakterizována úhlem θ_M , vzdáleností od středu (poloměrem) r_M , a polohou vzhledem k ose $z - z_M$

4.1.1 Podmínky rovnováhy

Systém v odezvě na povrchové zatížení vyvolané deskou reaguje přírůstkem napětí. Základní vztah pro napětí je tlak na plochu. Napjatost se projevuje spojitě a mění se od bodu k bodu, dokud jeho účinky se vzrůstající hloubkou (vzdáleností) nedisipují.

Vlivem zatížení systém generuje reakci, která způsobí, že je soustava v rovnováze. Rovnováha je stav, kdy soustava nabývá minima potenciální energie.

Stejně tak jako je jakýkoliv bod v prostoru možné definovat válcovými souřadnicemi, je i prostorové napětí možné vyjádřit těmito souřadnicemi, tj. r , z a θ , viz (**Obr. 4.3**) a formulovat jimi podmínky rovnováhy.



Obr. 4.3 – Podmínky rovnováhy ve válcových (cylindrických) souřadnicích

podmínky rovnováhy ve válcových souřadnicích:

$$\left(\sigma_r + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} dr \right) \cdot (r + dr) \cdot d\theta \cdot dz - \sigma_r \cdot r \cdot d\theta \cdot dz \quad (4.1)$$

$$+ \left(\tau_{rz} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} dz \right) \cdot r \cdot d\theta \cdot dr - \tau_{rz} \cdot r \cdot d\theta \cdot dr$$

$$- \left(\sigma_\theta + \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} d\theta \right) \cdot \sin \frac{d\theta}{2} \cdot dr \cdot dz - \sigma_\theta \cdot \sin \frac{d\theta}{2} \cdot dr$$

$$\cdot dz = 0$$

$$\left(\sigma_z + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dz \right) \cdot r \cdot dr \cdot d\theta - \sigma_z \cdot r \cdot dr \cdot d\theta + \left(\tau_{zr} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial r} dr \right) \quad (4.2)$$

$$\cdot (r + dr) \cdot d\theta \cdot dz - \tau_{zr} \cdot (r + dr) \cdot d\theta \cdot dz = 0$$

$$(d\theta)^2 \approx 0 \quad (4.3)$$

$$\cos \frac{d\theta}{2} \approx 1 \quad \sin \frac{d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2} \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial \tau_{zr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{zr}}{r} = 0 \quad (4.6)$$

Kde je: σ_z – (normálové) napětí ve svislém, respektive ve směru souřadnice z [Pa],

σ_r – napětí v radiálním nebo [Pa],

σ_θ – napětí v tangenciálním [Pa],

τ_{rz} – smykové napětí [Pa],

z – posun ve svislém směru nebo v souřadnicích ve směru z [m],

r – posun v radiálním směru nebo souřadnicích r [m].

4.1.2 Hookův zákon

Jakým způsobem bude vrstevnatý poloprostor reagovat při zatěžování, jak se bude deformovat, závisí na deformačních vlastnostech konkrétních vrstev, z nichž je tvořený.

Vrstvy našeho poloprostoru jsou vyplněny lineárně pružným izotropním materiálem. Izotropní znamená, že jeho fyzikální vlastnosti jsou ve všech směrech stejné. V dokonale pružném materiálu nevznikají žádné deformace trvalého charakteru. Linearita definuje vztah mezi napětím a deformací.

V poloprostoru, který je vyplněn takovým materiálem, bude s rostoucím napětím, vzrůstat i přetvoření, a to s lineární závislostí. Chování tohoto materiálu popisuje Hookův zákon.

Nejjednodušší případ, který může nastat je jednoosý tah. Předmět namáhán jednoosým tahem se prodlouží ve směru tahu. Naopak v ostatních směrech, kolmých na namáhání dojde ke zkrácení předmětu. Prodloužení i zkrácení je závislé na kontraktanci a modulu pružnosti. Kontraktance je vyjádřena Poissonovým číslem a definuje míru relativního příčného zkrácení ku relativnímu prodloužení při namáhání. Modul pružnosti představuje deformační odolnost materiálu.

Pro jednodimenzionální případ jednoosého tahu je platné, že:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x \quad (4.7)$$

Kde je: σ_x – (normálové) napětí ve směru x [MPa],

ε_x – přetvoření ve směru x ,

E – modul pružnosti [MPa].

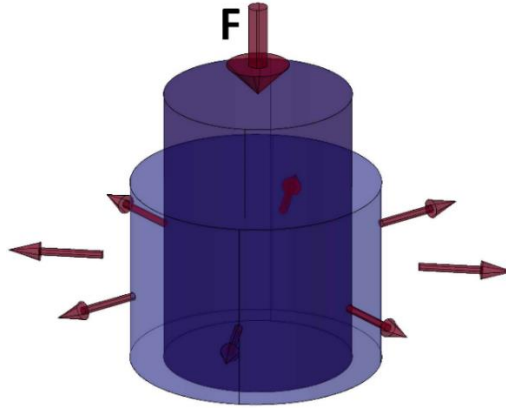
Analogicky k jednoosém tahu v 1D, je namáhání lineárně pružného izotropního materiálu v trojdimenzionálním prostoru, popsáno Hookovým zákonem:

$$\sigma = D \cdot \varepsilon \quad (4.8)$$

Kde je: D – matice tuhosti [MPa],

σ – obecné napětí [MPa],

ε – obecné přetvoření.



Obr. 4.4 – Názorné chování lineárně pružného materiálu při tlaku

Ve válcových souřadnicích je možné rozepsat jako:

$$\sigma_r = \frac{E}{(\nu + 1)(2\nu - 1)} [(\nu - 1)\varepsilon_r - \nu(\varepsilon_\theta + \varepsilon_z)] \quad (4.9)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{(\nu + 1)(2\nu - 1)} [(\nu - 1)\varepsilon_\theta - \nu(\varepsilon_r + \varepsilon_z)] \quad (4.10)$$

$$\sigma_z = \frac{E}{(\nu + 1)(2\nu - 1)} [(\nu - 1)\varepsilon_z - \nu(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta)] \quad (4.11)$$

$$\tau_{rz} = \frac{E}{2(1 + \nu)} \cdot \gamma_{rz} \quad (4.12)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (4.13)$$

S úpravou pro vyjádření přetvoření pomocí posunů:

$$\sigma_r = \lambda \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \cdot \frac{\partial u}{\partial r} \quad (4.14)$$

$$\sigma_\theta = \lambda \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \cdot \frac{u}{r} \quad (4.15)$$

$$\sigma_z = \lambda \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \cdot \frac{\partial w}{\partial z} \quad (4.16)$$

$$\tau_{rz} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \quad (4.17)$$

$$\lambda = \frac{\nu \cdot E}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)} \quad (4.18)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (4.19)$$

Kde je: σ_z – (normálové) napětí ve svislém směru [Pa],
 σ_r – napětí v radiálním směru [Pa],
 σ_θ – napětí v tangenciálním směru [Pa],
 τ_{rz} – smykové napětí [Pa],
 ε_z – přetvoření ve svislém směru,
 ε_r – přetvoření v radiálním směru,
 ε_θ – přetvoření v tangenciálním směru,
 γ_{rz} – smykové přetvoření,
 w – posun ve svislém směru nebo v souřadnicích ve směru z [m],
 u – posun v radiálním směru nebo souřadnicích r [m],

4.2 Podmínka kompatibility, napjatost a posuny vyjádřené funkcí ϕ

Podmínka kompatibility je vyjádřena následující rovnicí, rovnice vychází z klasické teorie pružnosti:

$$\nabla^4 \phi = 0 \quad (4.20)$$

Kde ϕ je funkce napětí. Toto napětí je uvažováno pro každou z vrstev. Pro systém s osově symetrickým rozdělením napětí platí, že:

$$\nabla^4 = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \quad (4.21)$$

Přičemž ∇^4 je diferenciální operátor, tady vhodně formulován válcovými souřadnicemi r a z , což podstatně zjednodušuje jeho tvar. r je souřadnice pro radiální směr a z pro svislý směr, jak je patrné z **Obr.4.5**.

Rovnice Hookova zákona a posuny lze vyjádřit pomocí funkce napětí ϕ . Po jejím stanovení jsou vypočteny jednotlivé složky napětí a posuny v jednotlivých směrech:

$$\sigma_z = \frac{\partial}{\partial z} \left[(2 - \nu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right] \quad (4.22)$$

$$\sigma_r = \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \right) \quad (4.23)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \nabla^2 \phi - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \quad (4.24)$$

$$\tau_{rz} = \frac{\partial}{\partial r} \left[(2 - \nu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right] \quad (4.25)$$

$$w = \frac{1 + \nu}{E} \left[(1 - \nu) \nabla^2 \phi + \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right] \quad (4.26)$$

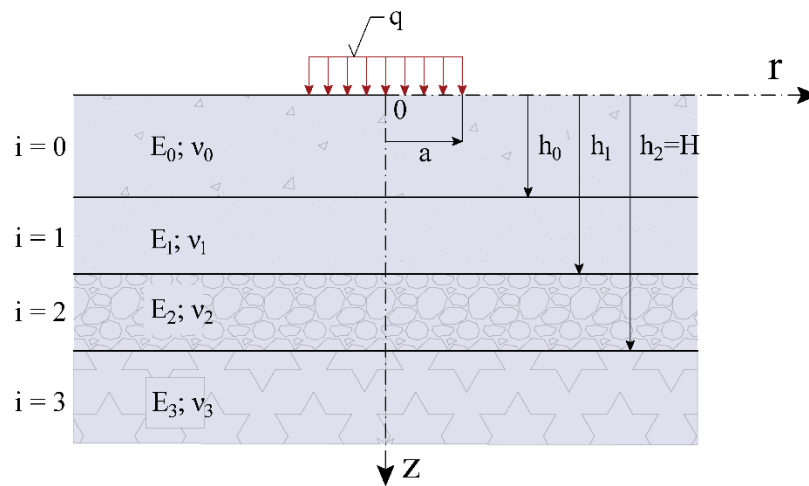
$$u = -\frac{1 + \nu}{E} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial r \partial z} \right) \quad (4.27)$$

Protože výchozí rovnice (4.20) je diferenciální rovnice čtvrtého řádu, budou výsledné rovnice popisující napětí a posuny obsahovat čtyři integrační konstanty, ty lze vyčíslit z okrajových podmínek a podmínek kompatibility.

Předpokládejme, že:

$$\rho = r/H \quad (4.28)$$

$$\lambda = z/H \quad (4.29)$$



Obr. 4.5 – Schéma vrstevnatého poloprostoru

Kde H je vzdálenost od horního povrchu ke hranicím nejspodnější vrstvy, jak lze vidět na **Obr. 4.5**.

$$\phi_i = \frac{H^3 J_0(m\rho)}{m^2} \left[A_i e^{-m(\lambda_i - \lambda)} - B_i e^{-m(\lambda - \lambda_{i-1})} + C_i m \lambda e^{-m(\lambda_i - \lambda)} - D_i m \lambda e^{-(\lambda - \lambda_{i-1})} \right] \quad (4.30)$$

ϕ_i je funkce napětí pro i -tou vrstvu, která vyhovuje výchozí rovnici (4.20) a v níž J_0 představuje Besselovu funkci prvního druhu a nultého řádu; m je parametr, A_i ; B_i ; C_i ; D_i jsou konstanty integrace, které se určí z okrajových podmínek a podmínek kompatibility. Index i nabývá hodnot od 1 do n a odkazuje na pořadí vrstvy, počínaje povrchovou vrstvou.

Pokud dosadíme tuto rovnici (4.30) do předchozích rovnic: (4.22), (4.23), (4.24), (4.25), (4.26), (4.27), dostáváme:

$$(\sigma_z^*)_i = -mJ_0(m\rho)\{[A_i - C_i(1 - 2\nu_i - m\lambda)]e^{-m(\lambda_i - \lambda)} + [B_i + D_i(1 - 2\nu_i + m\lambda)]e^{-m(\lambda - \lambda_i)}\} \quad (4.31)$$

$$(\sigma_r^*)_i = [mJ_0(m\rho) - \frac{J_1(m\rho)}{\rho}] \{ [A_i + C_i(1 + m\lambda)]e^{-m(\lambda_i - \lambda)} + [B_i - D_i(1 - m\lambda)]e^{-m(\lambda - \lambda_i)} \} \quad (4.32)$$

$$(\sigma_\theta^*)_i = \frac{J_1(m\rho)}{\rho} \{ [A_i + C_i(1 + m\lambda)]e^{-m(\lambda_i - \lambda)} + [B_i - D_i(1 - m\lambda)]e^{-m(\lambda - \lambda_i)} + 2\nu_i mJ_0(m\rho)[C_i e^{-m(\lambda_i - \lambda)} - D_i e^{-m(\lambda - \lambda_{i-1})}] \} \quad (4.33)$$

$$(\tau_{rz}^*)_i = mJ_1(m\rho) \{ [A_i + C_i(2\nu_i + m\lambda)]e^{-m(\lambda_i - \lambda)} - [B_i - D_i(2\nu_i - m\lambda)]e^{-m(\lambda - \lambda_i)} \} \quad (4.34)$$

$$(w^*)_i = -\frac{1 + \nu_i}{E_i} J_0(m\rho) \{ [A_i - C_i(2 - 4\nu_i - m\lambda)]e^{-m(\lambda_i - \lambda)} - [B_i + D_i(2 - 4\nu_i + m\lambda)]e^{-m(\lambda - \lambda_i)} \} \quad (4.35)$$

$$(u^*)_i = \frac{1 + \nu_i}{E_i} J_1(m\rho) \{ [A_i + C_i(1 + m\lambda)]e^{-m(\lambda_i - \lambda)} + [B_i - D_i(1 - m\lambda)]e^{-m(\lambda - \lambda_{i-1})} \} \quad (4.36)$$

Kde je: σ_z – (normálové) napětí ve svislém, respektive *ve směru souřadnice z* [Pa],

σ_r – napětí v radiálním nebo *r směru* [Pa],

σ_θ – napětí v tangenciálním nebo *t směru* [Pa],

τ_{rz} – smykové napětí [Pa],

w – posun ve svislém směru nebo v souřadnicích ve směru *z* [m],

u – posun v radiálním směru nebo souřadnicích *r* [m],

J_l – Besselova funkce prvního druhu a prvního řádu.

Dolní index *i* vně závorek označuje *i*-tou vrstvu;

Hvězdičkový index přiřazuje příslušnost takovým napětím a posunům, které vznikají od působení svislého zatížení $-mJ_0(m\rho)$.

4.3 Definice přitížení, působící na kruhové ploše

Abychom našli napětí a posuny od rovnoměrného zatížení q rozprostřeného na kruhové ploše, definované poloměrem a , využijeme Hankelovu transformaci. Hankelova transformace je pro zatížení tohoto charakteru;

$$\bar{f}(m) = \int_0^a q\rho J_0(m\rho) d\rho = \frac{q\alpha}{m} J_1(m\alpha) \quad (4.37)$$

Kde je $\alpha = a/H$. Hankelova inverze $\bar{f}(m)$ je;

$$q(\rho) = \int_0^\infty \bar{f}(m) m J_0(m\rho) dm = q\alpha \int_0^\infty J_0(m\rho) J_1(m\alpha) dm \quad (4.38)$$

R^* představuje napětí nebo posun a je odezvou na působení již zmíněného zatížení - $mJ_0(m\rho)$.

Naproti tomu R je reakcí na rovnoměrné zatížení q . Za předpokladu, že je napětí záporné, se R vypočte jako;

$$R = q\alpha \int_0^\infty \frac{R^*}{m} J_1(m\alpha) dm \quad (4.39)$$

4.4 Okrajové podmínky a podmínky kontinuity

Na horním povrchu, který je charakterizován tak, že $i = 1$ a $\lambda = 0$, platí následující okrajové podmínky;

$$(\sigma_z^*)_1 = -mJ_0(m\rho) \quad (4.40)$$

$$(\tau_{rz}^*)_i = 0 \quad (4.41)$$

Ty vyústí ve dvě rovnice o čtyřech neznámých:

$$\begin{bmatrix} e^{-m\lambda_1} & 1 \\ e^{-m\lambda_1} & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -(1-2\nu_1)e^{-m\lambda_1} & 1-2\nu_1 \\ 2\nu_1 e^{-m\lambda_1} & 2\nu_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ D_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.42)$$

Všechna řešení vrstevnatého poloprostoru, předkládány v předchozích kapitolách oddílu, vycházejí z předpokladu, ve všech vrstvách se projevuje totožné normálové napětí, smykové napětí, vertikální posun a radiální posun, a to v každém bodě uvnitř celého poloprostoru.

Podmínky kompatibility jsou;

$$(\sigma_z^*)_i = (\sigma_z^*)_{i+1} \quad (4.43)$$

$$(\tau_{rz}^*)_i = (\tau_{rz}^*)_{i+1} \quad (4.44)$$

$$(w^*)_i = (w^*)_{i+1} \quad (4.45)$$

$$(u^*)_i = (u^*)_{i+1} \quad (4.46)$$

Je možné rozepsat;

$$\begin{bmatrix} 1 & F_i & -(1 - 2v_i - m\lambda_i) & (1 - 2v_i + m\lambda_i)F_i \\ 1 & -F_i & +2v_i + m\lambda_i & (2v_i + m\lambda_i)F_i \\ 1 & F_i & 1 + m\lambda_i & -(1 - m\lambda_i)F_i \\ 1 & -F_i & -(2 - 4v_i - m\lambda_i) & -(2 - 4v_i + m\lambda_i)F_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \\ D_i \end{Bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} F_{i+1} & 1 & -(1 - 2v_{i+1} - m\lambda_i)F_{i+1} & 1 - 2v_{i+1} + m\lambda_i \\ F_{i+1} & -1 & (2v_{i+1} + m\lambda_i)F_{i+1} & 2v_{i+1} - m\lambda_i \\ R_i F_{i+1} & R_i & (1 + m\lambda_i)R_i F_{i+1} & -(1 - m\lambda_i)R_i \\ R_i F_{i+1} & -R_i & -(2 - 4v_{i+1} - m\lambda_i)R_i F_{i+1} & -(2 - 4v_{i+1} + m\lambda_i)R_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{i+1} \\ B_{i+1} \\ C_{i+1} \\ D_{i+1} \end{Bmatrix} \quad (4.47)$$

Kde F_i a R_i je vyjádřeno;

$$F_i = e^{-m(\lambda - \lambda_{i-1})} \quad (4.48)$$

$$R_i = \frac{E_i}{E_{i+1}} \frac{1 + v_{i+1}}{1 + v_i} \quad (4.49)$$

Napětí a posuny musejí spolu se vzrůstající hloubkou ($\lambda \rightarrow \infty$) logicky vymizet, proto pro nejnižší vrstvu $i = n$ platí, že:

$$A_n = C_n = 0 \quad (4.50)$$

Pro n -vrstvý systém zde bude $(4n)$ množství integračních konstant. S úvahou definovanou v (4.50) nám zůstává najít řešení pro $(4n - 2)$ konstant (neznámých) z celkového počtu $(4n - 2)$ rovnic. Dvě rovnice jsou uvedeny ve vztahu (4.42) a zbylé množství rovnic $4(n - 1)$ vychází ze vztahu (4.47).

5 METODA KONEČNÝCH PRVKŮ

Metoda konečných prvků je numerická analýza. Ve stavebnictví slouží zejména k simulování průběhu napětí, přetvoření, posunů, proudění vody v zemině či proudění a sledování tepelného toku v konstrukcích. Má široké uplatnění v mnoha odvětvích. Často nám pomáhá porozumět nejrůznějším fyzikálním dějům a umožňuje je vhodně interpretovat. [9]

Princip MKP spočívá v rozčlenění kontinua na konečné prvky a hledání stavu, při němž soustava dosahuje minima potenciální energie a nachází se tak v rovnováze.

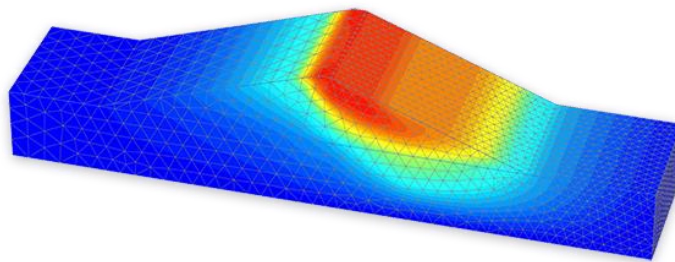
Metoda konečných prvků, je-li využita vhodným způsobem s ohledem na nejrůznější aspekty, dosahuje poměrně velké přesnosti výsledků. Přesto však není všespásná a je dobré ji konfrontovat nejrůznějšími empirickými zásadami a měřeními.

Analýza chování zeminy pod tlakem, působícím na kruhové ploše, je provedena v programu Plaxis 3D.

5.1 Plaxis 3D

„Plane strain and axial symmetry“, v překladu rovinná deformace a axiální symetrie.

Tento program pracuje na principu MKP a je vhodným nástrojem pro řešení různorodých geotechnických úloh, jako je simulace průběhu napětí, přetvoření, procesu konsolidace, stabilitní analýza, sledování proudění kapaliny v zemině a podobně. Obsahuje komplexní knihovnu konstitučních modelů, které popisují chování zeminy. [11]



Obr. 5.1 – Stabilitní analýza provedená MKP v programu PLAXIS 3D [9][8]

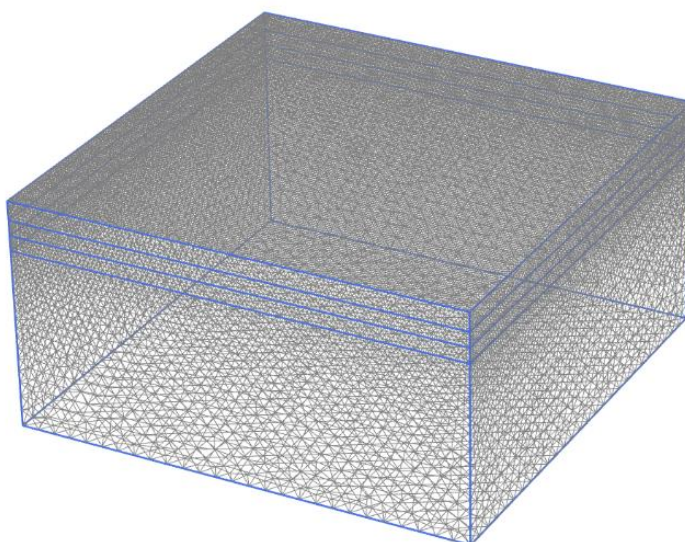
5.2 Proces analýzy MKP v programu PLAXIS

5.2.1 Rozčlenění kontinua na konečné prvky

Model v MKP je dokonale spojité prostředí, kontinuum. V první fázi výpočtu je toto kontinuum nahrazeno sítí z konečných prvků. Konečné prvky jsou navzájem spojeny uzly. V uzlech jsou definovány složky posunutí a pootočení.

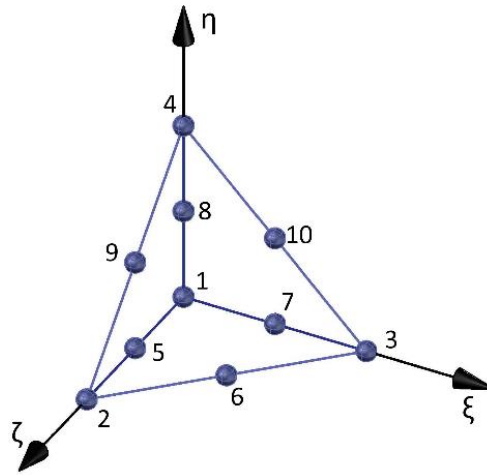
Všechny konečné prvky i uzly vlastní jedinečné identifikační číslo, obvykle dohledatelné v tzv. connectivity list, kde je zaznamenána i jejich poloha.

Pro správnost výsledků je nezbytné dbát na to, aby byly konečné prvky rovnoměrně veliké. Obyčejně je možné konkrétní oblast, která je pro uživatele zajímavější, zahustit větším počtem konečných prvků. To vede k cílenému zvýšení přesnosti výsledků ve vyšetřované oblasti, bez nutnosti zatěžovat hardware množstvím neznámých, které by jinak bylo potřeba vyřešit, pokud by byl celý model přímo nahrazen hustou sítí prvků (**Obr. 5.2**).



Obr. 5.2 – Sít' z konečných prvků, v případě jednoduchého modelu je možné použít větší počet konečných prvků.

V PLAXISu 3D se užívá desetibodového jehlanového prvku viz **Obr. 5.2**. Jeho hrana je tvořena třemi uzly a aproximace deformace této hrany má charakter polynomické funkce, což pak více odpovídá zrovna takové deformaci, k níž by mohlo dojít i ve skutečnosti.



Obr. 5.3 – Konečný prvek, používaný v PLAXISu v lokálních souřadnicích – η , ξ , ζ

5.2.2 Proces výpočtu

V PLAXISu jsou primárními neznámými deformace. Ze znalosti deformací je možné určit sekundární neznámé, což jsou složky napětí a přetvoření. K určení všech složek a parametrů slouží rovnice rovnováhy, rovnice kompatibility a konstituční model.

Zjednodušeně lze výpočet shrnout těmito kroky^[10]:

- ❖ výběr a aproximace primárních neznámých,
- ❖ rozčlenění modelu na konečné prvky,
- ❖ vestavení rovnic rovnováhy pro jednotlivé konečné prvky,
- ❖ vestavení globální soustavy rovnic rovnováhy pro celý matematický model,
- ❖ vyřešení soustavy rovnic, získání hodnot primárních neznámých,
- ❖ stanovení sekundárních neznámých.

5.2.3 Rovnováha

Rovnice rovnováhy vycházejí z Lagrangeova principu minima potenciální energie. Zjednodušeně, těleso je v rovnováze, je-li součet všech sil, objemových i plošných roven nule.

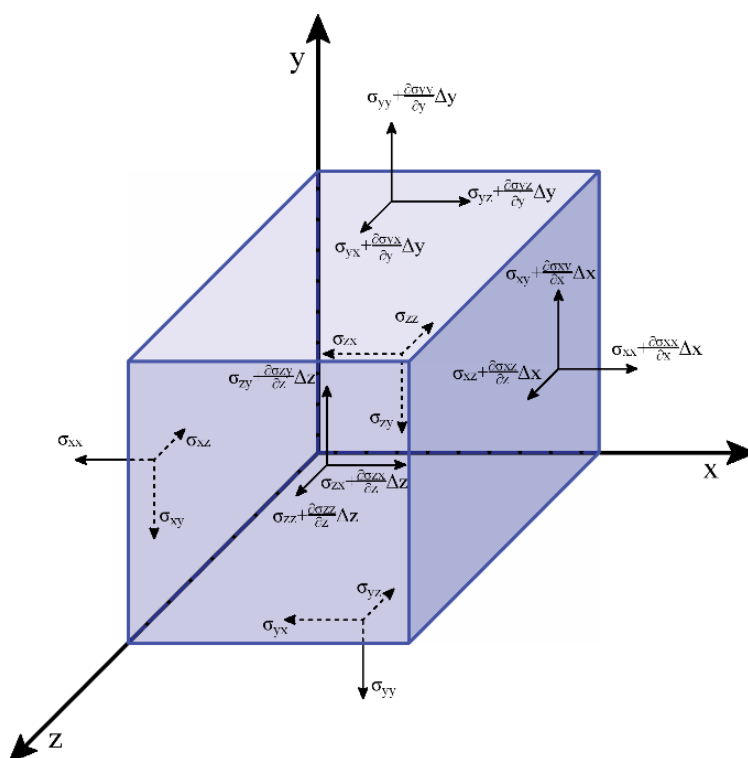
Celkem získáváme tři rovnice rovnováhy. V prostoru se nám ale vyskytuje celkem šest složek napjatosti, jak je zřejmé z **Obr. 5.4**.

Rovnice rovnováhy:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} - b_x = 0 \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} - b_y = 0 \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} - b_z = 0 \quad (5.3)$$



Obr. 5.4 – Složky napjatosti v prostoru

5.2.4 Rovnice kompatibility

Rovnice kompatibility vyjadřují, že i po deformaci je těleso dokonale spojitě. Nevznikají trhliny, mezery nebo přesahy, jsou zachovány vztahy mezi uzly, viz. **Obr. 5.5**.

Celkem 6 rovnic kompatibility:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial x^2} = 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial y \partial x} \quad (5.4)$$

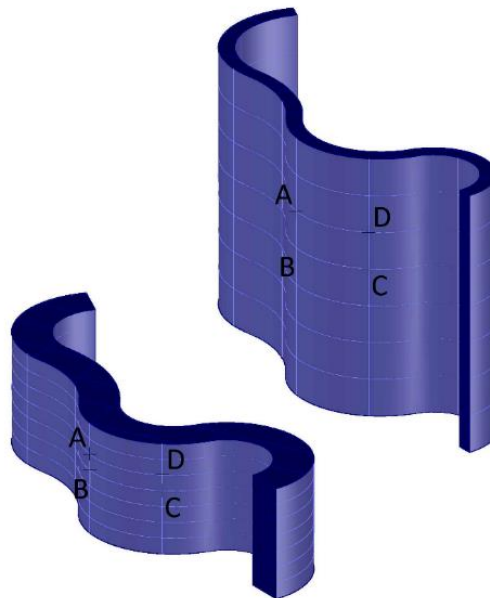
$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial y^2} = 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{yz}}{\partial y \partial z} \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial z^2} = 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xz}}{\partial x \partial z} \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y \partial z} = -\frac{\partial^2 \varepsilon_{yz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{zx}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial z} \quad (5.7)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial z \partial x} = -\frac{\partial^2 \varepsilon_{zx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yz}}{\partial y \partial x} \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial x \partial y} = -\frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yz}}{\partial z \partial x} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{zx}}{\partial z \partial y} \quad (5.9)$$



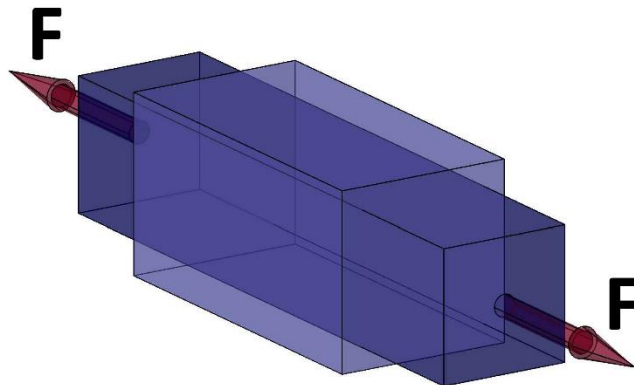
Obr. 5.5 – Projev kompatibility, vztahy mezi body jsou totožné i po přetvoření.

5.2.5 Konstituční model

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_{xx} \\ \Delta\sigma_{yy} \\ \Delta\sigma_{zz} \\ \Delta\sigma_{xy} \\ \Delta\sigma_{yz} \\ \Delta\sigma_{xz} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu} \cdot \frac{1-2\nu}{1-2\nu} \times \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ \text{sym} & & & & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ & & & & & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_{xx} \\ \Delta\varepsilon_{yy} \\ \Delta\varepsilon_{zz} \\ \Delta\varepsilon_{xy} \\ \Delta\varepsilon_{yz} \\ \Delta\varepsilon_{xz} \end{Bmatrix} \quad (5.10)$$

Konstituční vztah vyjadřuje závislost mezi pohybem materiálu a stavovými proměnnými. Obvykle je ve formě vztahu mezi napětím a poměrnou deformací. Konstituční model rovnice vytváří spojení mezi podmínkami rovnováhy a kompatibility. V případě lineárně elastického modelu je konstantní. Jinak je tomu u nelineárně elastických modelů, kdy se tuhostní matice v každém dílčím kroku přeskupí.

Celkem máme 3 rovnice rovnováhy, v prostorových úlohách ale existuje 6 nezávislých složek napjatosti, je nutné identifikovat 6 neznámých, k tomu slouží právě konstituční model.



Obr. 5.6 – Názorné chování lineárně-elastického konstitučního modelu při tahu

6 SHRnutí A CÍLE PRÁCE

Při zvyšování návrhové traťové rychlosti, případně až na úroveň vysokorychlostních tratí, by se mělo nevyhnutelně dbát na to, aby odezva na namáhání zůstala v oblasti pružných deformací. Eventuální vznik plastických deformací by totiž vedl k sérii negativních důsledků, poněvadž plastické deformace mají přímý vliv na geometrickou polohu koleje. Defekty v geometrické poloze koleje mají za následek zvýšení účinků dopravního namáhání a vedou k dalším deformacím železničního spodku.

Je jen velmi obtížné popsat, co se odehrává při pojezdu vozidel pod základovou spárou pozemních komunikací. O objasnění se pokoušejí empirické metody podpořené nejrůznějšími měřeními a statistikami.

V analytice je rozšířené řešení dle Boussinesqua, které pracuje s koncentrovaným svislé zatížení na povrch polotělesa z izotropního lineárně elastického materiálu.

Empirická i Boussinesquovo řešení je ale limitující a zdaleka nedostačuje na vystižení rozmanitosti typů konstrukce a odlišnost podloží. Přitom dobře identifikovat mechanické děje, jejich projevy a následky povedou k jejich srozumitelnějšímu interpretaci a mohou sloužit jako podklad ke zdokonalení návrhu konstrukčních vrstev pozemních staveb, zlepšení případných sanací a snížení nákladů na jejich údržbu a zbudování.

Zaužívaná metoda, která u nás slouží k praktickému návrhu konstrukce pražcového podloží se jmenuje DORNII. Existuje požadovaná deformační odolnost stanovená normou pro konkrétní konstrukční vrstvy (úrovně) pražcového podloží. Metodou DORNII je možné stanovit ekvivalentní modul vrstevnatého systému ve sledované úrovni a výsledek porovnat s normovou hodnotou. Principiálně vychází z teoretického zatěžování kruhovou deskou. Pokud je míra poklesu desky veliká, konstrukční systém nebyl dostatečně tuhý a je třeba přistoupit k dalším opatřením. Výsledkem tedy nemusí být jen ekvivalentní modul, ale také průhyby a tím pádem i napětí po hloubce. Metoda DORNII však řadu věcí zjednodušuje, a tak zůstává otázkou, zdali je vhodným nástrojem pro navrhování pražcového podloží.

Výsledky metody DORNII budou porovnány s výsledky metody vrstevnatého poloprostoru a metody konečných prvků. Protože z hlediska dlouhodobého návrhu je zajímavý obor vratných deformací, konkrétně kde je ještě účinný Hookův zákon je pro řešení této problematiky uplatněna lineárně elastická představa.

Koneckonců i u statické zatěžovací zkoušky, kdy po zatěžovacím cyklu dochází ke zhutnění je při druhém cyklu je velmi dobře znát, že došlo k omezení trvalých průhybů a deformace je i u takového materiálu jako je zemina převážně vratná.

Konečně jinak tomu není ani u konstrukčních vrstev pražcového podloží, které jsou již po nějakou dobu v provozu, nesou zatížení od vlastní konstrukce a jsou opětovně vystaveny zatížení od kolejové dopravy, takto zhutněný materiál je v podstatě možné identifikovat pomocí Hookova zákona (modulu pružnosti, poissonova součinitele) a pojmout úhlohu jako čistě pružný problém.

7 POROVNÁNÍ DORNII, MKP A METODY VRSTEVNATÉHO POLOPROSTORU

7.1 Vstupní parametry pro analýzu souhrnně

Rovnoměrné zatížení o velikosti $p = 0,2$ MPa je vnášeno v úrovni pláně tělesa železničního spodku na plochu o průměru kruhové desky $D = 0,30$ m. Navržené deformační moduly nacházející se v úrovni zemní pláně a pláně tělesa železničního spodku byly stanoveny/navrženy, tak aby respektovaly požadovanou minimální deformační odolnost, kterou je potřebné dodržet u rekonstruované celostátní trati pro rychlost 120 km.h^{-1} až 160 km.h^{-1} .

- ❖ Pro metodu DORNII byly jako vstupní deformační charakteristiky zvoleny edometrický modul a poissonův součinitel. Edometrický modul byl vybrán do vstupu, poněvadž při zatěžování kruhovou deskou se neuvažuje s vodorovnými deformacemi a ve vztahu pro výpočet poklesu desky jsou zahrnuty trvalé deformace, stejně jako je tomu při edometrické zkoušce.^[1] Rovněž je ale možné obhájit použití modulu pružnosti, protože z dlouhodobého hlediska může být zemní těleso popsáno Hookovým zákonem. ^[1]
- ❖ Pro metodu vrstevnatého poloprostoru byl využit modul pružnosti a poissonův součinitel. Konstituční vztah, který dává do souvislosti napětí a přetvoření, je pro MVP Hookův zákon.
- ❖ Pro metodu konečných prvků byl vybrán modul přetvoření a poissonův součinitel. PLAXIS je geotechnický program, a jako takový umožňuje zadávat vstupy podložené geotechnickými zkouškami. Vkládá se deformační modul, eventuálně edometrický. Jako konstituční vztah byl využit lineárně elastický model.

7.2 Návrh vrstev pražcového podloží

7.2.1 Typové podloží č. 2

Pražcové podloží druhého typu je tvořeno kolejovým ložem a podkladní vrstvou, která je zbudována na zemní pláni. Navrhuje se v případě, že je potřeba zvýšit deformační únosnost v místě pláně tělesa železničního spodku, nebo jako ochrana zemní pláně proti účinkům mrazu.

Příklad č. 1

První vrstva, tj. zemní pláň je tvořena štěrkovitou hlínou, pevné konzistence. Deformační odolnost v místě zemní pláně je minimální požadovaná dle S4.

Aby konstrukce vyhovovala z hlediska deformační odolnosti v místě pláně tělesa železničního spodku byly její parametry (tloušťka, deformační modul) zvoleny dle návrhových diagramů v S4.

Parametry obou vrstev jsou shrnuty v následující tabulce:

Pojmenování	štěrkovitá hlína	konstrukční štěrkodrt'
Pořadí vrstvy (od nejnižší vrstvy)	1.	2.
Určení	zemní pláň	konstrukční vrstva
Označení	F1/MG	ŠD 0/32
Charakteristika	pevná konzistence	dobře zhutněná, zpevněná
E_{def} [MPa]	30	80
E_{oed} [MPa]	48,148	96
E [MPa]	41,426	89,6
ν	0,35	0,25
c_{ef} [kPa]	15	5
φ_{ef} [°]	30	35
γ [kN/m ³]	19	23
z - redukce v závislosti na I_D/I_C	0,8	–
E_{or} [MPa]	24	–
Navržená tloušťka [m]	–	0,35

Tab. 2 – Parametry skladby vrstev do úrovně PTŽS pro pražcové podloží 2. typu

Vstupní parametry vrstev pro jednotlivé analýzy

Štěrkovitá hlína			
Vstupní parametry	DORNII	Vrstevnatý poloprostor	MKP - LE
E_{def} [MPa]	–	–	30
E_{oed} [MPa]	48,148	–	–
E [MPa]	–	41,426	–
ν	0,35	0,35	0,35
h [m]	–	–	–

Tab. 3 – Vstupní parametry pro F1/MG, první vrstva

ŠD 0/32			
Vstupní parametry	DORNII	Vrstevnatý poloprostor	MKP - LE
E_{def} [MPa]	–	–	80
E_{oed} [MPa]	96	–	–
E [MPa]	–	89,6	–
ν	0,25	0,25	0,25
h [m]	0,35	0,35	0,35

Tab. 4 – Vstupní parametry pro ŠD 0/32, druhá vrstva

7.2.2 Typové podloží č. 5

Pražcové podloží pátého typu se sestává z kolejového lože, hutněné asfaltové vrstvy, vyrovnávací vrstvy, přičemž zemní pláň je tvořena horninou. Zřizuje se ve skalních zářezech, kde by mohlo dojít k degradaci horniny vlivem vody a mrazu a k jejímu zvětrávání.

Příklad č. 2

První vrstva, tj. zemní pláň je tvořena pískovcem. Z důvodu nerovnoměrnosti při těžbě na zemní pláň a vzniku nad výlomů je nutné pod asfalt použít vyrovnávací vrstvu ze štěrku 0/32 v průměrné tloušťce 10 cm. Finální vrstva je asfaltobeton, položený ve dvou vrstvách po 5 cm, tj. v celkové tloušťce 10 cm. Konstrukci z hlediska deformační odolnosti není nutné posuzovat, neboť by měla dosahovat dostatečné tuhosti.

O navržených parametrech vypovídá následující tabulka:

Pojmenování	pískovec	podkladová štěrkodrt'	asfaltobeton
Pořadí vrstvy (od nejnižší vrstvy)	1.	2.	3.
Určení	zemní pláň	vyrovnávací podsyp pro skálu	konstrukční vrstva
Označení	R2	ŠD 0/32	ACP 16+
Charakteristika	skalní podloží, tvořené pískovcem	dobře zhutněná, zpevněná	zkoušky deformační odolnosti se neprovádí
E_{def} [MPa]	50	60	200
E_{oed} [MPa]	60	72	320,988
E [MPa]	56	67,2	276,178
ν	0,25	0,25	0,35
c_{ef} [kPa]	–	5	–
φ_{ef} [°]	–	35	–
γ [kN/m ³]	–	23	–
z - redukce v závislosti na I_D/I_C	–	–	–
E_{or} [MPa]	–	–	–
Navržená tloušťka [m]	–	0,1	0,1

Tab. 5 – Parametry skladby vrstev do úrovně PTŽS pro pražcové podloží 5. typu

Vstupní parametry konstrukčních vrstev pro jednotlivé analýzy

Vstupní parametry	Pískovec		
	DORNII	Vrstevnatý poloprostor	MKP - LE
E_{def} [MPa]	–	–	50
E_{oed} [MPa]	60	–	–
E [MPa]	–	56	–
ν	0,25	0,25	0,25
h [m]	–	–	–

Tab. 6 – Vstupní parametry pro Pískovec, první vrstva

Vyrovnávací vrstva ze ŠD 0/32			
Vstupní parametry	DORNII	Vrstevnatý poloprostor	MKP - LE
E_{def} [MPa]	–	–	60
E_{oed} [MPa]	72	–	–
E [MPa]	–	67,2	–
ν	0,25	0,25	0,25
h [m]	0,1	0,1	0,1

Tab. 7 – Vstupní parametry pro ŠD 0/32, druhá vrstva

Asfaltobeton			
Vstupní parametry	DORNII	Vrstevnatý poloprostor	MKP - LE
E_{def} [MPa]	–	–	200
E_{oed} [MPa]	320,988	–	–
E [MPa]	–	276,178	–
ν	0,35	0,35	0,35
h [m]	0,1	0,1	0,1

Tab. 8 – Vstupní parametry pro ACP 16+, třetí vrstva

7.2.3 Typové podloží č. 6

Pražcové podloží šestého typu se navrhuje zejména pokud je nutné zvýšit pevnost a deformační odolnost zemní pláně, dále pokud je potřeba snížit tloušťku konstrukční (podkladní) vrstvy, případně i kvůli zlepšení odolnosti zemní pláně vůči účinkům mrazu.

Příklad č. 3

V části úseku se nachází neúnosná objemově nestabilní zemina, identifikovaná jako plastický jíl. Vzhledem k poddajnosti a fyzikálním vlastnostem zeminy je jako nejvhodnější opatření zvolena sanace ve formě stabilizace vápnem ve tloušťce 0,4 m. Přičemž stabilizovaná zemina tvoří pláň a původní neupravená zemina se tak nachází v místě sub pláně. Jako konstrukční vrstva pod kolejovým ložem je navržena vrstva ze šterkodrtě tloušťky 0,35 m.

O navržených parametrech vypovídá následující tabulka:

Pojmenování	jíl s velmi vysokou plasticitou	jíl s vápennou stabilizací	konstrukční šterkodrt'
Pořadí vrstvy (od nejnižší vrstvy)	1.	2.	3.
Určení	subpláň	zemní pláň	konstrukční vrstva/podkladní/vyrovnávací
Označení	F8/CV	ZZV	ŠD 0/32
Charakteristika	nedostatečně únosná, jílovitá zemina	sanace	konstrukční vrstva
E_{def} [MPa]	8	70	80
E_{oed} [MPa]	17,143	84	96
E [MPa]	13,878	78,4	89,6
ν	0,4	0,25	0,25
c_{ef} [kPa]	14	–	–
φ_{ef} [°]	16	–	–
γ [kN/m ³]	20,5	–	–
z - redukce v závislosti na I_D/I_C	–	–	–
E_{or} [MPa]	–	–	–
Navržená tloušťka [m]	–	0,4	0,35

Tab. 9 – Parametry skladby vrstev do úrovně PTŽS pro pražcové podloží 6. typu

Vstupní parametry konstrukčních vrstev pro jednotlivé analýzy

Vstupní parametry	Jíl s velmi vysokou plasticitou		
	DORNII	Vrstevnatý poloprostor	MKP - LE
E_{def} [MPa]	–	–	8
E_{oed} [MPa]	17,143	–	–
E [MPa]	–	13,878	–
ν	0,4	0,4	0,4
h [m]	–	–	–

Tab. 10 – Vstupní parametry pro F8/CV, první vrstva

Jíl s vápennou stabilizací			
Vstupní parametry	DORNII	Vrstevnatý poloprostor	MKP - LE
E_{def} [MPa]	–	–	70
E_{oed} [MPa]	84	–	–
E [MPa]	–	78,4	–
ν	0,25	0,25	0,25
h [m]	0,4	0,4	0,4

Tab. 11 – Vstupní parametry pro ZZV, druhá vrstva

ŠD 0/32			
Vstupní parametry	DORNII	Vrstevnatý poloprostor	MKP - LE
E_{def} [MPa]	–	–	80
E_{oed} [MPa]	96	–	–
E [MPa]	–	89,6	–
ν	0,25	0,25	0,25
h [m]	0,35	0,35	0,35

Tab. 12 – Vstupní parametry pro ŠD 0/32, třetí vrstva

7.3 Vytvoření modelu

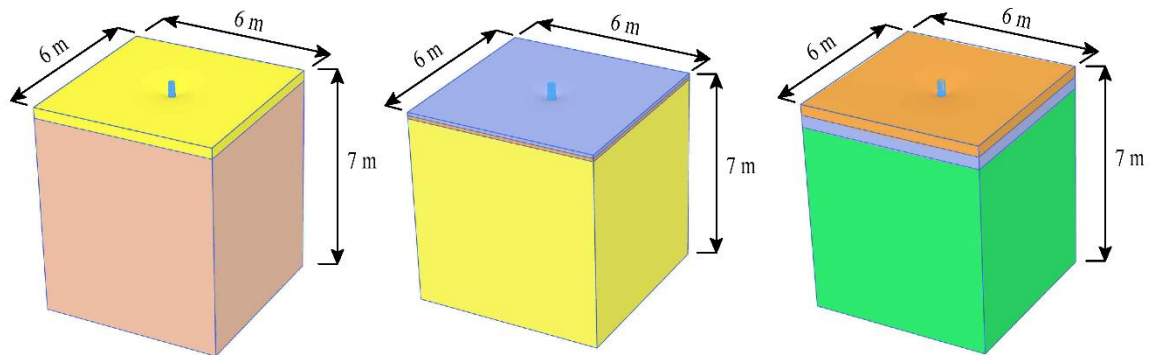
DORNII

Model pro DORNII byl sestaven v programu excel na základě její teorie. Sledovaly se průhyby a napětí ve směru z po hloubce.

Metoda vrstevnatého poloprostoru

Zpracování metody vrstevnatého poloprostoru se ujal pan doc. Ing. Otto Plášek Ph.D., který vytvořil na základě její teorie program. Sledovaly se napětí a průhyby ve směru z po hloubce.

MKP



Obr. 7.1 – Sestavení modelů v programu PLAXIS, zleva: pražcové podloží typu 2, 5, 6

Model pro analýzu MKP byl vytvořen v programu PLAXIS 3D. Přesto, že 3D model je vždy náročnější na hardware, lineární elastický konstituční model obsahuje pouze jednu tuhostní matici, a tak jsou výsledky relativně rychle dostupné. Jinak by tomu bylo u nelineárních modelů, kde se tuhostní matice přeskupuje v každém dílčím kroku.

Rozměry modelu/světa u této analýzy byly nastaveny tak, aby bylo napětí v jeho okrajových částech, pokud možno rozptýleno a výsledek složek vyjadřujících stav a posuny se neměnil.

Konkrétní rozměry světa (modelu) byly nastaveny na 6 m do šířky i délky a 7 m do hloubky. Přetížení bylo umístěno do středu modelu.

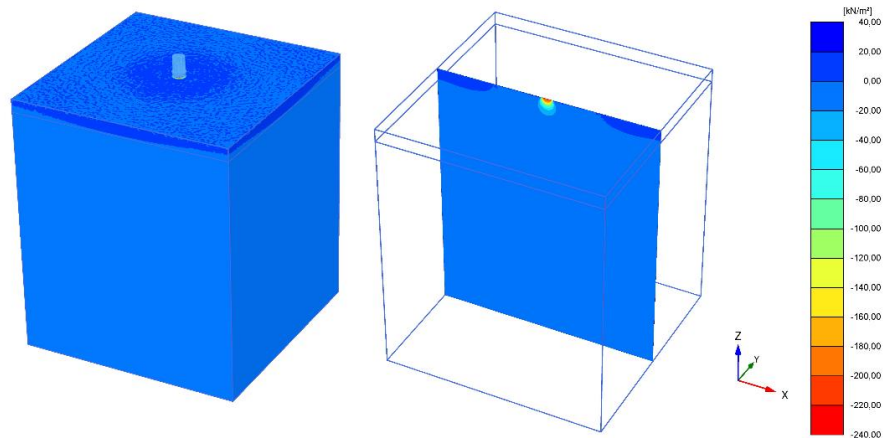
Sledovaly se průhyby a posuny ve směru z.

7.4 Výsledky a porovnání

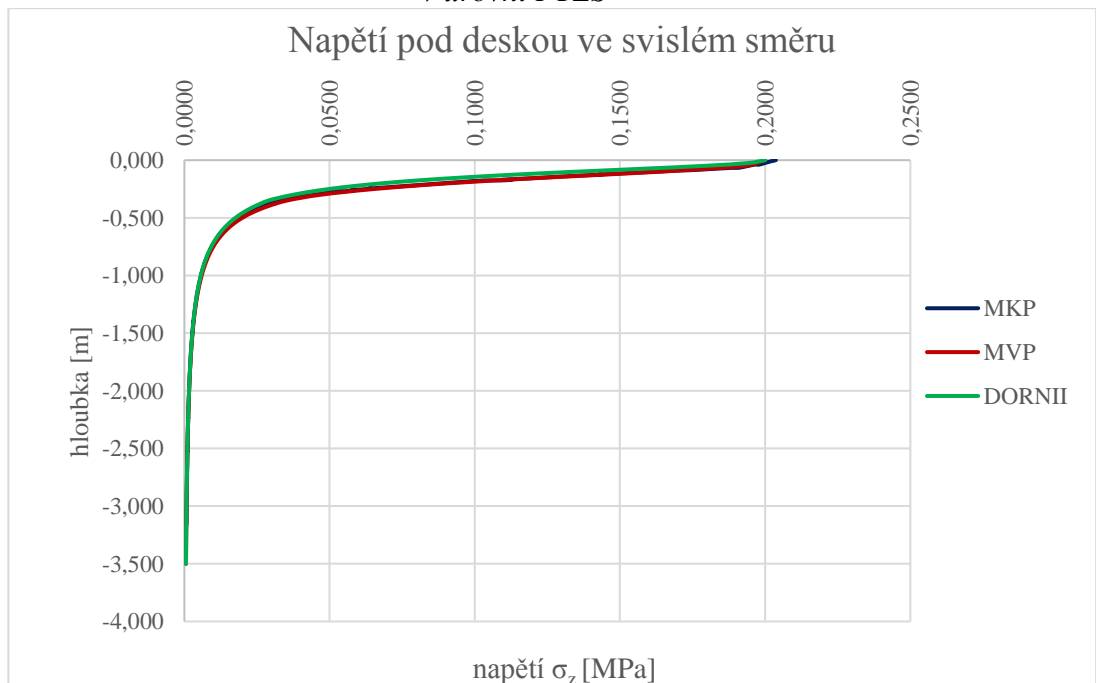
7.4.1 Typové podloží číslo 2

Napětí ve směru z

Z porovnání je zřejmé, že průběh napětí je prakticky totožný, nicméně u metody DORNII disipuje v této variantě skladby o něco rychleji. U MKP nastává drobná vada, při níž na povrchu vzniká napětí o větší velikosti, nežli jaké bylo na povrch ve skutečnosti vneseno. Chyba byla částečně ošetřena zhuštěním sítě konečných prvků.



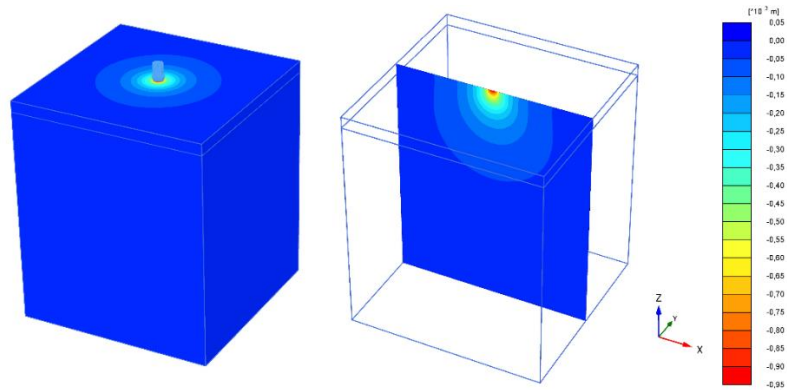
Obr. 7.2 – Zobrazení napětí σ_z v programu PLAXIS, pro pražcové podloží 2. typu v úrovni PTŽS



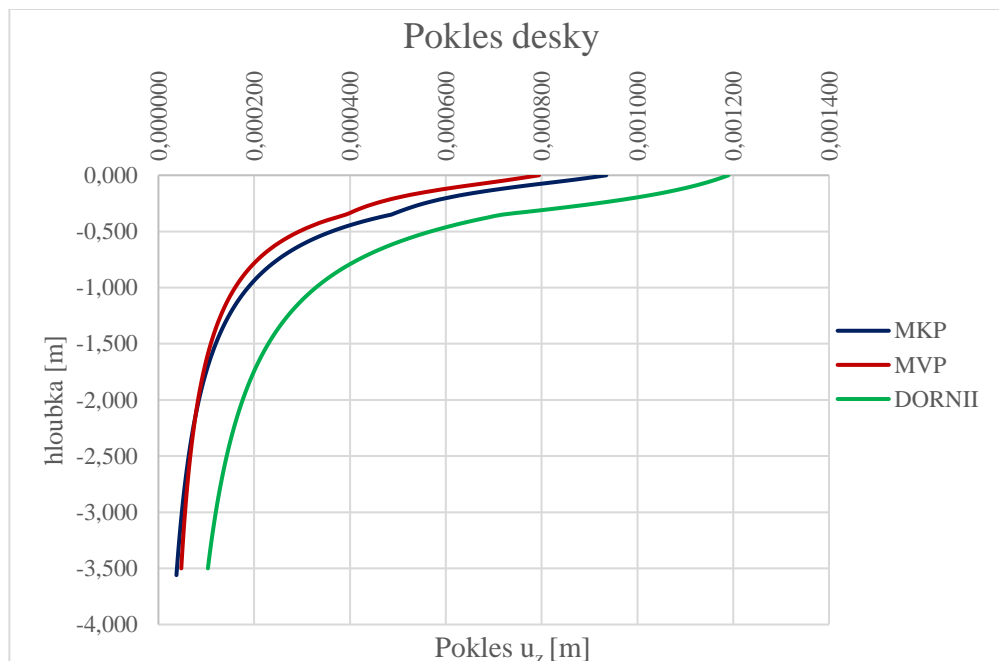
Obr. 7.3 – Porovnání napětí pod deskou pro jednotlivé metody, pro pražcové podloží 2. typu v úrovni PTŽS

Pokles ve směru z

Výsledky průhybu jsou o něco zajímavější. MKP a MVP nabízejí poměrně podobné výsledky i podobný průběh. V MKP poklesy po hloubce vymizí nejdříve a oproti MVP má výsledný průhyb asi o jednu deseti tisícinu metru větší. Dá se předpokládat, že chyba u této metody, jež je zanesená při povrchu a která je patrná z grafů průběhu napětí se promítá i do poklesu při povrchu. Průhyb zjištěný metodou DORNII je největší. To znamená, že i přes srovnatelnou volbu deformačních parametrů, předpokládá nižší tuhost systému, než je tomu u zbylých dvou metod. Abychom se dostali na obdobný výsledek jako u MKP nebo MVP, bylo by nutné zvýšit tuhost konstrukčních vrstev.



Obr. 7.4 – Zobrazení posunů u_z v programu PLAXIS pro pražcové podloží 2. typu v úrovni PTŽS



Obr. 7.5 – Porovnání poklesu desky pro jednotlivé metody pro pražcové podloží 2. typu v úrovni PTŽS

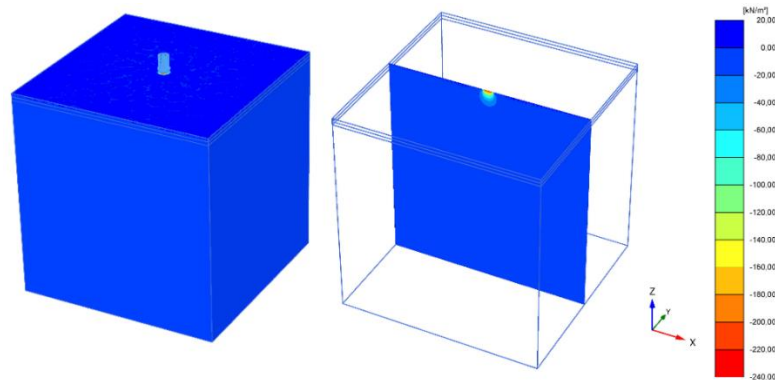
7.4.2 Typové podloží číslo 5

Napětí ve směru z

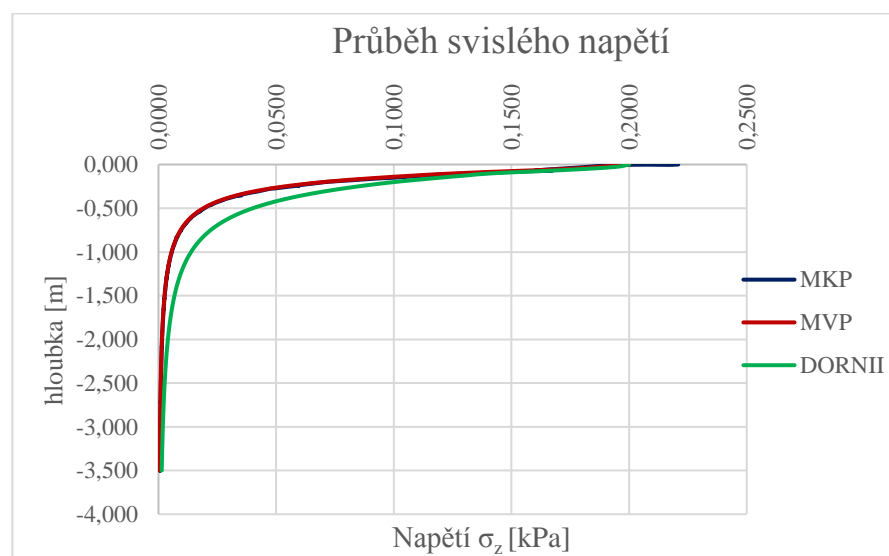
Pražcové podloží pátého typu by mělo být velmi tuhé jako celek, také průběh napětí je po hloubce velmi plynulý. Napětí u metody DORNII klesá nejpomaleji ze všech tří metod, což je zajímavý progres oproti předešlé skladbě (typ 2).

U MKP je zřejmá tatáž chyba, zmíněná výše. Ta se projevuje ještě více než u předešlého případu. Možné opodstatnění lze spatřit v malých tloušťkách prvních dvou konstrukčních vrstev a šířky „desky“ v kontrastu s velikostí konečného prvku. Přestože bylo dbáno na dostatečně hustou síť, délka hrany konečného prvku v tomto místě byla 4 mm, je napětí přímo na povrchu dle MKP asi o 0,02 MPa větší, než by mělo být.

Nicméně souhrnně se dá konstatovat, že zásadní rozdíly v průběhu napětí u všech metod opět nenastávají.



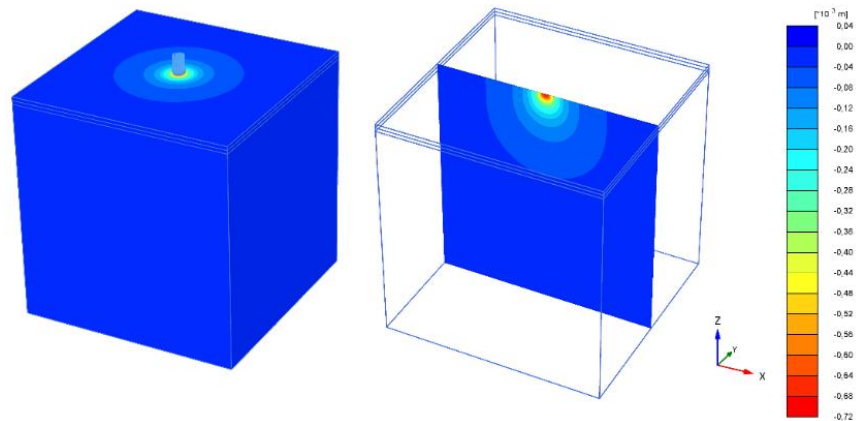
Obr. 7.6 – Zobrazení napětí σ_z v programu PLAXIS, pro pražcové podloží 5. typu v úrovni PTŽS



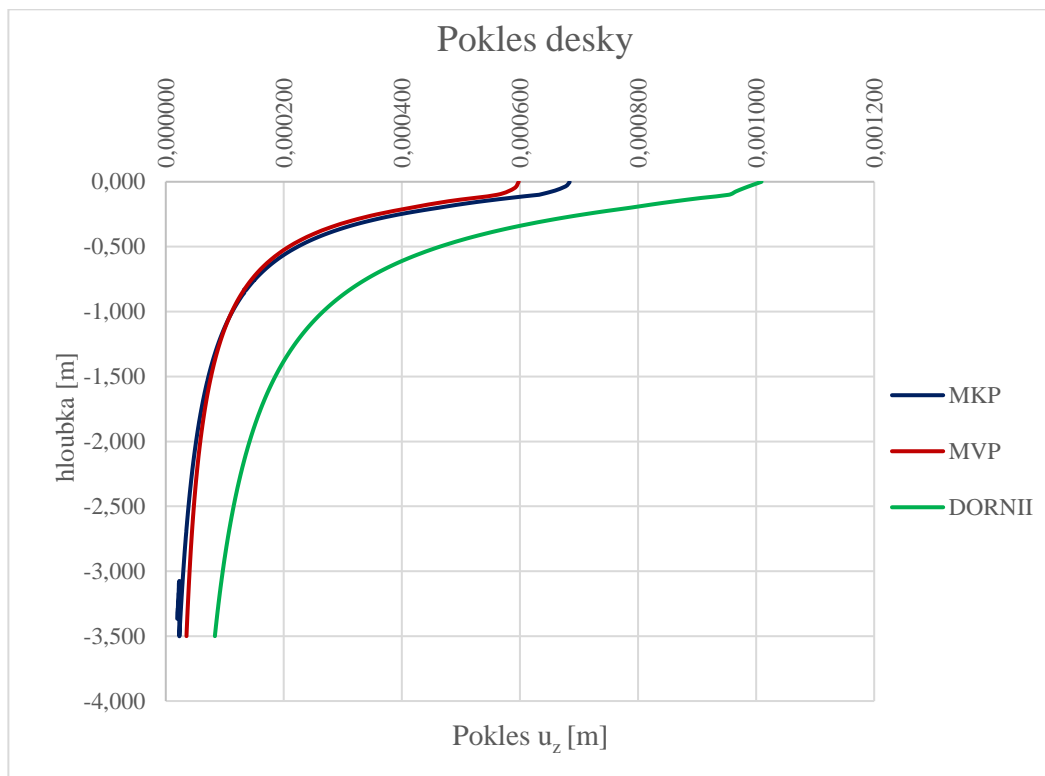
Obr. 7.7 – Porovnání napětí pod deskou pro jednotlivé metody, pro pražcové podloží 5. typu v úrovni PTŽS

Pokles ve směru z

U MKP je by měl být výsledný pokles o něco nižší, než jak vyplývá z grafu. Až na toto, jsou výsledky, zjištěné MVP a MKP velmi podobné, hlavně charakter změny poklesu se téměř shoduje. Průhyb dle MKP opět po hloubce dissipuje nejrychleji. Průhyb zjištěný metodou DORNII je opět největší, to znamená, že i při srovnatelných vstupech, je tuhost systému podle DORNII nejnižší.



Obr. 7.8 – Zobrazení posunů u_z v programu PLAXIS pro prážkové podloží 5. typu v úrovni PTŽS



Obr. 7.9 - Porovnání poklesu desky pro jednotlivé metody pro prážkové podloží 2. typu v úrovni PTŽS

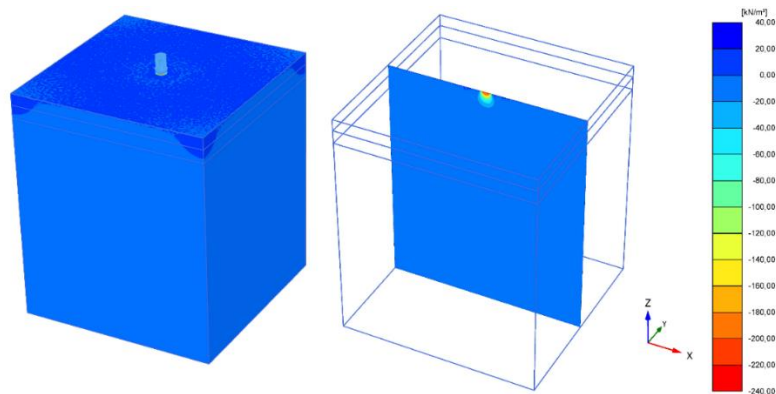
7.4.3 Typové podloží číslo 6

Napětí ve směru z

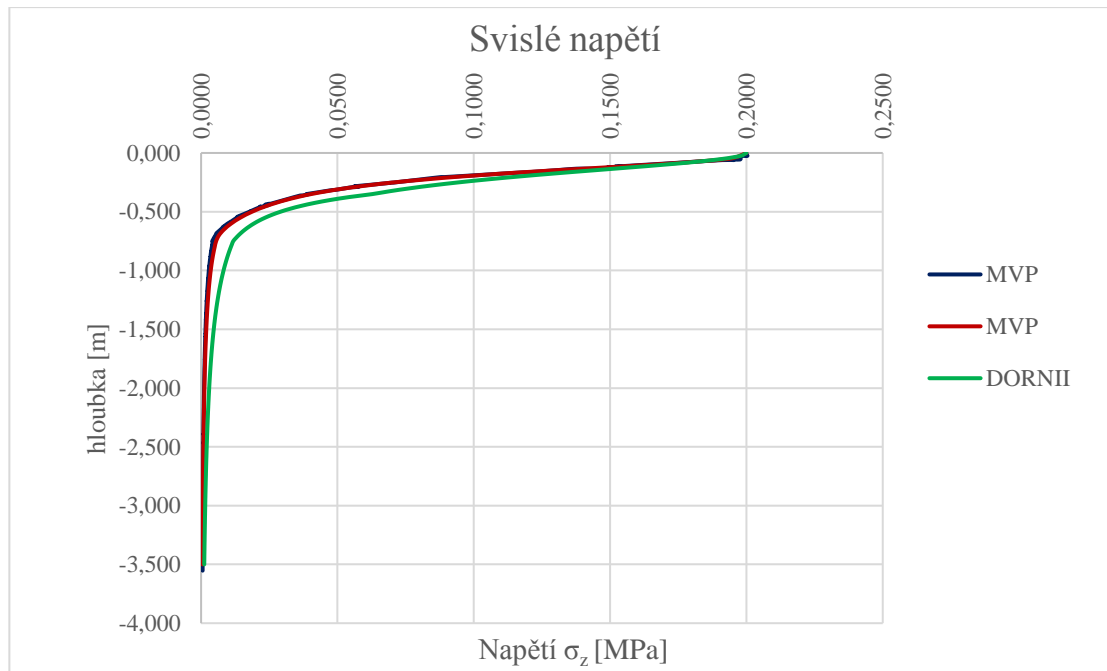
Z porovnání výsledků pro třetí případ lze vypožorovat, že mezi metodami nejsou pro napjatost významné rozdíly. Průběh napětí po hloubce není tolik plynulý, to je dáno relativní poddajností poslední vrstvy, nicméně, k této skutečnosti se všechny tři metody staví stejně.

Chyba při řešení metodou konečných prvků, která nastala v přechozích dvou případech, byla pro tuto skladbu nejvíce usměrněna.

Napjatost zjištěná na základě DORNII po hloubce disipuje opět nejpomaleji, na rozdíl od prvního případu, kde se jednalo o skladbu o dvou vrstvách (typ 2).



Obr. 7.10 – Zobrazení napětí σ_z v programu PLAXIS, pro pražcové podloží 6. typu v úrovni PTŽS

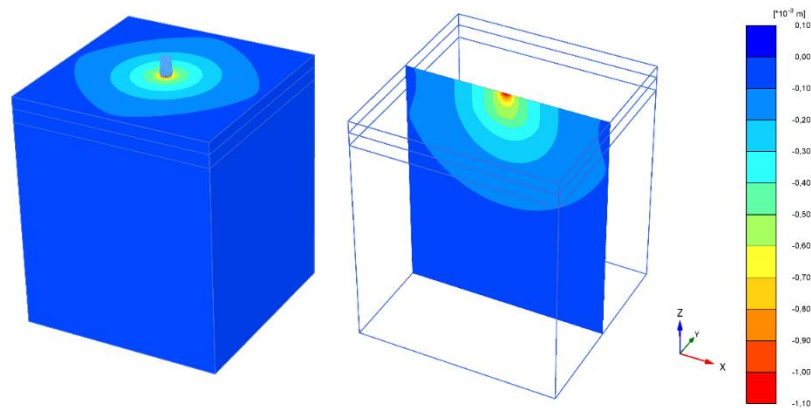


Obr. 7.11 – Porovnání napětí pod deskou pro jednotlivé metody, pro pražcové podloží 6. typu v úrovni PTŽS

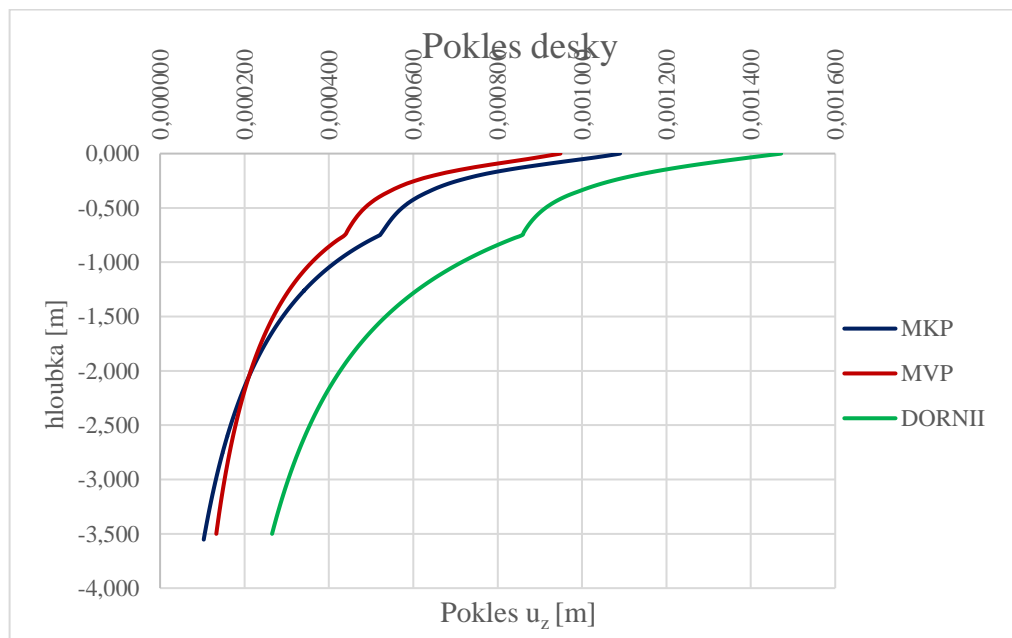
Pokles ve směru z

Pokles zjištěný MVP je nejmenší, pak následuje MKP (a to i přesto, že zmiňovaná chyba se tu neprojevovala), přičemž na základě této metody průhyb po hloubce zaniká průhyb nejrychleji.

A zcela podle předpokladu největší průhyby jsou ty, které jsou stanoveny metodou DORNII. Všechny metody stejným způsobem reagují na spodní poddajnou vrstvu, která se nachází v hloubce 0,75 m pod povrchem. Z grafů je patrné, že právě v tomto místě vzniká skok a průhyb začne mizet pomaleji.



Obr. 7.12 – Zobrazení posunů u_z v programu PLAXIS pro prážcové podloží 6. typu v úrovni PTŽS



Obr. 7.13 – Porovnání poklesu desky pro jednotlivé metody pro prážcové podloží 2. typu v úrovni PTŽS

7.5 Vyhodnocení

Napětí po hloubce, zjišťované metodami MKP, MVP a DORNII, se v zásadě významně neliší. Navíc napětí, je teoretická veličina, která sama o sobě není hmatatelná pouze popisuje stav. Pojítkem mezi napětím a deformací je Hookův zákon, takže čistě na základě znalosti napjatosti nelze udělat závěr, jestli je deformační odolnost systému, posouzená jakoukoliv metodou, dostatečná.

Zajímavé například je, jak se metoda DORNII při popisu napětí chová pro dvouvrstvý a pro trojvrstvý systém v porovnání s MKP nebo MVP, o nichž by se dalo říct, že jsou velmi konzistentní. U dvouvrstvé skladby napětí zjištěné DORNII disipuje rychleji nežli u trojvrstvé, vztaheno k MKP a MVP. Možná by bylo u DORNII zajímavé stanovit citlivost napětí ve vztahu se vzrůstajícím počtem vrstev.

Daleko lepší vypovídající hodnotu o deformační odolnosti má pokles. Čím více bude struktura poddajná, tím větší průhyby budou vznikat. V tomto byla DORNII velmi konzistentní u všech typů konstrukcí. Vždy vznikal největší pokles v porovnání s MKP a MVP. Kdybychom chtěli pokles omezit a dostat se například na hodnotu zjištěnou MVP, která byla pro všechny případy nejnižší, museli bychom na základě DORNII navrhnout systém o značné tuhosti.

DORNII tedy možná nepopisuje dokonale děje, které se odehrávají v podloží, zanedbává vodorovné deformace, ale jako nástroj pro návrh dostatečné deformačně odolného železničního spodku ob stojí, poněvadž vypočítaný ekvivalentní modul systému, na základě její teorie, je velmi pravděpodobně nižší, než je tomu ve skutečnosti. DORNII tedy pracuje na stranu bezpečnou. Navíc je výpočetně nesrovnatelně jednodušší.

Metody MKP a MVP obecně při stanovení výsledného průhybu nedospěly ke stejným výsledkům, ale měly prakticky shodný proces změny poklesu po hloubce. Výsledky jsou věrohodnější a v zásadě se velmi nelišily, přestože cesta k jejich stanovení byla odlišná.

ZÁVĚR

Tato práce se věnovala rozboru posouzení pražcového podloží na deformační odolnost dle současného platného předpisu S4. Konkrétně se jednalo o porovnání metodiky DORNII, s výpočetně složitějšími metodami, tj. metoda vrstevnatého poloprostoru, uplatňovaná v silničním stavitelství, a metodou konečných prvků, která má o něco širší spektrum působnosti, nabízí řadu rozličných nástrojů a je možné ji nalézt v mnoha oborech.

Analýza byla provedena pro modelový příklad vnášení tlaku $p = 0,2$ MPa působícího na kruhové ploše o průměru $D = 0,3$ m do pražcového podloží v úrovni PTŽS. Pro tuto úlohu byly zvoleny tři typické konstrukce železničního spodku. Jednalo se o typ 2 (zemina a konstrukční vrstva štěrku), typ 5 (hornina, vyrovnávací vrstva ze štěrku a na závěr asfaltobeton), typ 6 (poddajná zemina, stabilizace a konstrukční vrstva štěrku). Sledovaly se napětí a průhyby, které vznikaly pod středem kruhové plochy.

Zpracování příkladu metodou DORNII bylo provedeno na základě její teorie v programu excel. Napětí a průhyby na základě metody vrstevnatého poloprostoru byly výstupem programu sestaveném panem doc. Ing. Otto Pláškem Ph.D. v MATLABu. Pro řešení příkladu metodou konečných prvků byl využit geotechnický program PLAXIS 3D.

Finální porovnání bylo uskutečněno v programu excel. Byly sledovány trendy v chování napjatosti a poklesů pro jednotlivé metody, a to až do hloubky 3,5 m. Napětí po hloubce se u všech třech metod téměř nelišily. Výsledný průhyb pozorovaný u MKP byl vždy větší než u MVP, nicméně ne nijak významně. Změna poklesu po hloubce byla pro obě tyto čistě výpočetní metody vždy téměř shodná. Naproti tomu, celkový průhyb u DORNII byl pro všechny tři typy pražcového podloží větší až o třetinu, vzhledem k MVP.

DORNII je velmi zjednodušená, například opomíjí vodorovné deformace a napětí. Na druhou stranu s MKP jsou v geotechnice velmi dobré zkušenosti, poskytuje velmi kvalitní výstupy a popisuje mechanické děje komplexněji. Její výsledky se značně přibližovaly MVP. Velmi pravděpodobně nemá DORNII dostatečnou vypovídací hodnotu o tom, co se ve skutečnosti odehrává pod základovou spárou a o důsledcích těchto procesů (příliš vysoký pokles). Nicméně jako metodika pro navrhování pražcového podloží zaručuje větší deformační odolnost, než by tomu bylo s využitím MKP a MVP.

Výstupem práce je také popis stanovení deformačních parametrů různými zkouškami, dále charakteristika napjatosti v pražcovém podloží a teoretický rozbor výše zmíněných metod.

POUŽITÉ ZDROJE

Literatura a skripta

- [1] IŽVOLT, Libor. Železničný spodok: namáhanie, diagnostika, navrhovanie a realizácia konštrukčných vrstiev telesa železničného spodku. V Žiline: Žilinská univerzita, 2008. Vedecké monografie. ISBN 978-80-8070-802-3
 - [2] WEIGLOVÁ, Kamila. *Mechanika zemin: návody a príklady do cvičení*. 2., přeprac. vyd. Brno: VUT, 1990. Učební texty vysokých škol. ISBN 80-214-0062-5
 - [3] Předpis SŽDC S4. Železniční spodek. Správa železniční dopravní cesty, s. o.
 - [4] ČSN 73 6192
 - [5] WIKIPEDIA, *tuhost*, dostupné na <https://cs.wikipedia.org/wiki/Tuhost>
 - [6] *edometrická zkouška*, dostupná na http://departments.fsv.cvut.cz/k135/data/wp-upload/2019/02/edometricka_zkouska.pdf
 - [7] doc. Ing. Otto PLÁŠEK Ph.D., PŘEDNÁŠKY CN001, ŽELEZNIČNÍ STAVBY I
 - [8] <https://www.plaxis.ru/product/plaxis-3d-plaxflow/>
 - [9] WIKIPEDIA, *metoda konečných prvků*, dostupná na: https://cs.wikipedia.org/wiki/Metoda_kone%C4%8Dn%C3%BDch_prvk%C5%AF
 - [10] Ing. Juraj CHALMOVSKÝ Ph.D, PŘEDNÁŠKY BF054, APLIKACE INŽENÝRSKÝCH ÚLOH V GEOTECHNICE
 - [11] PLAXIS 3D TUTORIAL, dostupné na <https://communities.bentley.com/products/geotech-analysis/w/plaxis-soilvision-wiki/45573/plaxis-3d-tutorial-01-foundation-in-overconsolidated-clay>
 - [12] Ing. Leoš Horníček, Závěrečná zpráva interního grantového projektu ČVUT CTU0302111
 - [13] MAINA, J., MATSUI, K. Elastic Multi-layered Analysis Using DE-Integration *Publ. RIMS*, Kyoto University. 41 (2005), 853-867, 2005.
 - [14] HUANG, Y. H., *Pavement analysis and design*, Pearson Prentice Hall, second edition, 2004.
-

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK

Zkratky

VUT – Vysoké učení technické

ČSN – Česká norma nebo Československá státní norma

EN – Evropská norma

MKP – metoda konečných prvků

MVP – metoda vrstevnatého poloprostoru

DORNII – Dorožnyj naučno-issledovatel'skij institut

SŽ – Správa Železnic

SEZNAM OBRÁZKŮ A TABULEK

Obr. 1.1 – Pevnost obecné zeminy v Mohr-Coulombově zobrazení napjatostního stavu; kde je: φ – úhel vnitřního tření, c – soudržnost, τ – tangenciální napětí, $(\sigma_1 - \sigma_3)$ – deviátor napětí při porušení, σ_3 – komorové napětí = plášťové napětí.	12
Obr. 1.2 – MC pevnost nesoudržné zeminy, kde je: φ – úhel vnitřního tření, τ – tangenciální napětí, $(\sigma_1 - \sigma_3)$ – deviátor napětí při porušení, σ_3 – komorové napětí = plášťové napětí. ...	13
Obr. 1.3 – MC pevnost pro nasycený jíl kde je: φ – úhel vnitřního tření, c_u – totální soudržnost, τ – tangenciální napětí, σ_1 – normálové napětí.	14
Obr. 1.4 – Schéma klasického triaxiálního přístroje, kde je: $\sigma_3 = \sigma_2$ – komorové napětí, A – plocha podstavy, P – síla působící na píst.	16
Obr. 1.5 – Schéma smykového krabicového přístroje a namáhání vzorku, kde je: σ_3 – smykové napětí, σ_n – normálové napětí.	18
Obr. 1.6 – Chování zeminy při zatěžování ^[1]	19
Obr. 1.7 – Charakteristika tečnového modulu E_{tan} a sečnového modulu E_{sec}	20
Obr. 1.8 – Schéma edometrického přístroje	22
Obr. 1.9 – Kruhová deska, $D = 0,3$ m	23
Obr. 1.10 – Rozmístění sestavy pro SZZ	24
Obr. 1.11 – 1: hydraulická pumpa; 2: snímač tlaku; 3: průtokový ventil; 4: hydraulický rozváděč; 5: hydraulický válec; 6: zatěžovací kruhová deska; 7: kulový kloub; 8: protizátěž v podobě válce; 9: nosník na uchycení úchylkoměrů; 10: podpora nosníku; 11: úchylkoměry	24
Obr. 1.12 – Princip statické zatěžovací zkoušky a určování modulu přetvoření, kde je p – vnášený tlak, t – čas, y – měřený pokles desky.	25
obr. 1.13 – SZZ prováděná na konstrukční vrstvě PTŽS ze štěrkodrti a geokompozitu	26
Obr. 1.14 – Příklad výstupního protokolu ze zatěžovací zkoušky	28
Obr. 1.15 – LDD zkušební zařízení ^[1]	30
Obr. 1.16 – Kontrola hutnění kanalizace u výpravní budovy pod úrovní zemní pláně	32
Obr. 1.17 – Dynamická zatěžovací zkouška provedená na vrstvě ZKPP u mostu	32
Obr. 2.1 – Idealizovaný nosník, kde je: b_s – šířka úložné plochy pražce, b_L – šířka podélného nosníku, a – osová vzdálenost pražců, l_A – délka úložné plochy pražců. ^[1]	38
Obr. 2.2 – Napětí od kolejové dopravy a vlastní tíhy, kde je: p – rovnoměrné zatížení, σ_z – celkové vertikální napětí, σ_{zp} – svislé napětí v pražcovém podloží způsobené dopravním	

zatížením, σ_{zy} – svislé napětí v pražcovém podloží způsobené hmotností kolejového roštu a konstrukčních vrstev pražcového podloží.	39
Obr. 2.3 – Roznos napětí pod pražcem podle metody Illinois ^[1] , kde je: σ_p – napětí pod ložnou plochou pražce.	41
Obr. 2.4 – Rovnoměrný roznos napětí v pražcovém podloží.....	42
Obr. 2.5 – Schématický pracovní diagram Euklidovy látky, kde je: σ – napětí, ε – deformace.	42
Obr. 2.6 – Schématický pracovní diagram Hookovy látky, kde je: σ – napětí, ε – deformace.	43
Obr. 2.7 – Schématický pracovní diagram Saint Venantovy látky, kde je: σ – napětí, ε – deformace.	43
Obr. 2.8 – Winklerův model ^[1] , kde je: p_z – vertikální reakce podloží, w – vertikální deformace podloží.	44
Obr. 2.9 – Pasternakův model, kde je: p_z – vertikální reakce podloží, w – vertikální deformace podloží.	45
Obr. 3.1 – Pokrokovského model ekvivalentní vrstvy ^[1]	52
Obr. 3.2 – nomogram DORNII	54
Obr. 3.3 – Schéma postupu výpočtu E_e systému o dvou vrstvách	55
Obr. 3.4 – Schéma postupu výpočtu E_e systému o třech vrstvách	56
Obr. 3.5 – Schéma postupu výpočtu E_e systému o čtyřech vrstvách	57
Obr. 4.1 – Schéma působení tlaku na vrstevnatý poloprostor	59
Obr. 4.2 – Umístění bodu do válcových souřadnic, poloha bodu je charakterizována úhlem θ_M , vzdáleností od středu (poloměrem) r_M , a polohou vzhledem k ose $z - z_M$	60
Obr. 4.3 – Podmínky rovnováhy ve válcových (cylindrických) souřadnicích.....	61
Obr. 4.4 – Názorné chování lineárně pružného materiálu při tlaku.....	63
Obr. 4.5 – Schéma vrstevnatého poloprostoru.....	65
Obr. 5.1 – Stabilitní analýza provedená MKP v programu PLAXIS 3D ^[8]	69
Obr. 5.2 – Síť z konečných prvků, v případě jednoduchého modelu je možné použít větší počet konečných prvků.	70
Obr. 5.3 – Konečný prvek, používaný v PLAXISu v lokálních souřadnicích – η , ξ , ζ	71
Obr. 5.4 – Složky napjatosti v prostoru.....	72
Obr. 5.5 – Projev kompatibility, vztahy mezi body jsou totožné i po přetvoření.	73
Obr. 5.6 – Názorné chování lineárně–elastického konstitučního modelu při tahu.....	74
Obr. 7.1 – Sestavení modelů v programu PLAXIS, zleva: pražcové podloží typu 2, 5, 6 ...	84

Obr. 7.2 – Zobrazení napětí σ_z v programu PLAXIS, pro pražcové podloží 2. typu v úrovni PTŽS.....	85
Obr. 7.3 – Porovnání napětí pod deskou pro jednotlivé metody, pro pražcové podloží 2. typu v úrovni PTŽS	85
Obr. 7.4 – Zobrazení posunů u_z v programu PLAXIS pro pražcové podloží 2. typu v úrovni PTŽS.....	86
Obr. 7.5 – Porovnání poklesu desky pro jednotlivé metody pro pražcové podloží 2. typu v úrovni PTŽS	86
Obr. 7.6 – Zobrazení napětí σ_z v programu PLAXIS, pro pražcové podloží 5. typu v úrovni PTŽS.....	87
Obr. 7.7 – Porovnání napětí pod deskou pro jednotlivé metody, pro pražcové podloží 5. typu v úrovni PTŽS	87
Obr. 7.8 – Zobrazení posunů u_z v programu PLAXIS pro pražcové podloží 5. typu v úrovni PTŽS.....	88
Obr. 7.9 - Porovnání poklesu desky pro jednotlivé metody pro pražcové podloží 2. typu v úrovni PTŽS	88
Obr. 7.10 – Zobrazení napětí σ_z v programu PLAXIS, pro pražcové podloží 6. typu v úrovni PTŽS.....	89
Obr. 7.11 – Porovnání napětí pod deskou pro jednotlivé metody, pro pražcové podloží 6. typu v úrovni PTŽS	89
Obr. 7.12 – Zobrazení posunů u_z v programu PLAXIS pro pražcové podloží 6. typu v úrovni PTŽS.....	90
Obr. 7.13 – Porovnání poklesu desky pro jednotlivé metody pro pražcové podloží 2. typu v úrovni PTŽS	90
Tab. 1 – Přehled významných zkoušek a získaných parametrů ^[2]	15
Tab. 2 – Parametry skladby vrstev do úrovně PTŽS pro pražcové podloží 2. typu	78
Tab. 3 – Vstupní parametry pro F1/MG, první vrstva	79
Tab. 4 – Vstupní parametry pro ŠD 0/32, druhá vrstva	79
Tab. 5 – Parametry skladby vrstev do úrovně PTŽS pro pražcové podloží 5. typu	80
Tab. 6 – Vstupní parametry pro Pískovec, první vrstva	80
Tab. 7 – Vstupní parametry pro ŠD 0/32, druhá vrstva	81
Tab. 8 – Vstupní parametry pro ACP 16+, třetí vrstva	81

Tab. 9 – <i>Parametry skladby vrstev do úrovně PTŽS pro pražcové podloží 6. typu</i>	82
Tab. 10 – <i>Vstupní parametry pro F8/CV, první vrstva</i>	82
Tab. 11 – <i>Vstupní parametry pro ZZV, druhá vrstva</i>	83
Tab. 12 – <i>Vstupní parametry pro ŠD 0/32, třetí vrstva</i>	83

PŘÍLOHY

1. Výsledky DORNII

1.1 Typové podloží číslo 2

Napětí a poklesy ve směru z po hloubce

1.2 Typové podloží číslo 5

Napětí a poklesy ve směru z po hloubce

1.3 Typové podloží číslo 6

Napětí a poklesy ve směru z po hloubce

2. Výsledky Vrstevnatý poloprostor

2.1 Typové podloží číslo 2

Napětí a poklesy ve směru z po hloubce

2.2 Typové podloží číslo 5

Napětí a poklesy ve směru z po hloubce

2.3 Typové podloží číslo 6

Napětí a poklesy ve směru z po hloubce

3. Výsledky MKP

3.1 Typové podloží číslo 2

Napětí a poklesy ve směru z po hloubce

3.2 Typové podloží číslo 5

Napětí a poklesy ve směru z po hloubce

3.3 Typové podloží číslo 6

Napětí a poklesy ve směru z po hloubce