TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta přírodovědně-humanitní
a pedagogická

Analýza úspěšnosti v soutěži Bobřík informatiky

Diplomová práce

Studijní program: N1101 Matematika
Studijní obory: Učitelství matematiky pro střední školy
Učitelství informatiky pro střední školy

Autor práce: **Bc. Karel Soběhart**
Vedoucí práce: Mgr. Jan Berki, Ph.D.
Katedra aplikované matematiky

Liberec 2021

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta přírodovědně-humanitní a pedagogická

Zadání diplomové práce

Analýza úspěšnosti v soutěži Bobřík informatiky

Jméno a příjmení:	**Bc. Karel Soběhart**
Osobní číslo:	P19000920
Studijní program:	N1101 Matematika
Studijní obory:	Učitelství matematiky pro střední školy Učitelství informatiky pro střední školy
Zadávající katedra:	Katedra aplikované matematiky
Akademický rok:	**2019/2020**

Zásady pro vypracování:

Cílem diplomové práce je analyzovat a popsat vývoj úspěšnosti řešení úloh jednotlivých kategorií v soutěži Bobřík informatiky.

1. Student provede rešerši především se zaměřením na již publikované analýzy soutěže jak v českém, tak zahraničním prostředí.
2. Na základě rešerše vymezí vhodné kategorie jak obsahové, tak věkové, pro které následně zpracuje analýzu výsledků.
3. Výsledky v těchto kategoriích porovná pro různé sociodemografické skupiny.

Rozsah grafických prací:	dle potřeby
Rozsah pracovní zprávy:	cca 70 stran
Forma zpracování práce:	tištěná/elektronická
Jazyk práce:	Čeština

Seznam odborné literatury:

- BUDINSKÁ, Lucia a Karolína MAYEROVÁ. *Ako žiaci piateho a šiesteho ročníka základnej školy riešili vybrané grafové úlohy* [online]. In Dana HORVÁTHOVÁ a kol.(eds.). Didinfo 2019. Banská Bystrica: Univerzita Mateja Bela, 2019. s. 35–40. Dostupné z https://io.fpv.umb.sk/didinfo/Zbornik_Didinfo_2019.pdf.
- IZU, Cruz, Claudio MIROLO, Amber SETTLE, Linda MANNILA a Gabriele STUPURIENE. *Exploring Bebras Tasks Content and Performance: A Multinational Study*. Informatics in Education. 2017, 16(1), 39–59. DOI: 10.15388/infedu.2017.03. ISSN 1648-5831.
- VANÍČEK, Jiří a Michala KŘÍŽOVÁ. *Kritéria obtížnosti testových otázek v informatické soutěži* [online]. In Gabriela LOVÁSZOVÁ (ed.). Didinfo 2014. Banská Bystrica: Univerzita Mateja Béla, 2014. s. 191–199. Dostupné z http://www.didinfo.net/images/DidInfo/files/didinfo_2014.pdf.
- MELOUN, Milan a Jiří MILITKÝ. *Kompendium statistického zpracování dat: metody a řešené úlohy*. Vyd. 2., přeprac. a rozš. Praha: Academia, 2006. ISBN 80-200-1396-2.

Vedoucí práce:	Mgr. Jan Berki, Ph.D. Katedra aplikované matematiky
Datum zadání práce:	9. května 2020
Předpokládaný termín odevzdání:	29. dubna 2021

L.S.

prof. RNDr. Jan Picek, CSc.
děkan

doc. RNDr. Miroslav Koucký, CSc.
vedoucí katedry

V Liberci dne 9. května 2020

Prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci jsem vypracoval samostatně jako původní dílo s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé diplomové práce a konzultantem.

Jsem si vědom toho, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu Technické univerzity v Liberci.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti Technickou univerzitu v Liberci; v tomto případě má Technická univerzita v Liberci právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Současně čestně prohlašuji, že text elektronické podoby práce vložený do IS/STAG se shoduje s textem tištěné podoby práce.

Beru na vědomí, že má diplomová práce bude zveřejněna Technickou univerzitou v Liberci v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů.

Jsem si vědom následků, které podle zákona o vysokých školách mohou vyplývat z porušení tohoto prohlášení.

1. května 2021 Bc. Karel Soběhart

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval svému vedoucímu práce Mgr. Janu Berkimu, Ph.D. za zajímavý námět práce a za podnětné konzultace během jejího vypracovávání. Děkuji také dalším kolegům z PF JU a FP TUL za spolupráci při zpracování a vyhodnocování dat. V neposlední řadě bych rád poděkoval rodičům za jejich neutuchající podporu během studia.

Analýza úspěšnosti v soutěži Bobřík informatiky

Abstrakt

Cílem diplomové práce je analyzovat a popsat vývoj úspěšnosti řešení úloh kategorie B. Challenge v soutěži Bobřík informatiky. Zjistili jsme, že existuje očekávaný výsledek soutěže a jak se od něj reálné výsledky odlišují. Dále jsme zjistili, jak se daří v této kategorii odhadovat obtížnost úloh. V obecném mínění panuje přesvědčení, že dívky jsou v přírodních vědách a technice na tom hůře než chlapci. Proto jsme se podívali na to, jak si stojí v informatické soutěži. Na závěr jsme se podívali na to, zda v některých typech úloh jsou soutěžící výrazně úspěšnější a vyslovili možná vysvětlení.

Klíčová slova: Bobřík informatiky, kritéria obtížnosti, obtížnost otázky, informatická úloha, analýza úspěšnosti

Success analysis in the Bebras contest

Abstract

The aim of the diploma thesis is to analyze and describe the development success of solving tasks in B. Challenge category in the Bebras contest. We found out that there is an expectable result of the contest and how real obtained results differ from such expectation. We also found out the quality of estimation of the tasks difficulty in this category. There is a general belief that girls are worse off in science and technology than boys. Therefore, we looked at how they succeed in the computer sciences competition. Finally, we looked at whether the competitors are significantly more successful in some types of tasks or not and we declared possible explanations.

Keywords: Bebras contest, criteria of difficulty, difficulty of the question, computer science task, success analysis

Obsah

Seznam obrázků

Seznam tabulek

Seznam zkratek

CT computational thinking
DG digitální gramotnost
EDA exploratory data analysis
IA index adekvátnosti odhadu obtížnosti úlohy
IBC International Bebras Committee
IM informatické myšlení
IO index obtížnosti úlohy
L lehká úloha
MCQ multiple choice question
RVP rámcový vzdělávací program
S středně těžká úloha
T těžká úloha

1 Úvod

Téma své diplomové práce jsem si vybral, protože je zde řada zajímavých otázek k řešení. Například uveďme určování obtížnosti úlohy, souvislost mezi obtížnosti otázky a její kategorií nebo třeba vliv obtížnosti na zdržení se zodpovězení. Problematika obtížnosti úlohy mi přijde velice zajímavá i obecně, natož pak v oboru, který studuji.

Samotná soutěž Bobřík informatiky je poměrně novinkou například oproti matematickému klokanovi. Soutěž vytvořila Valentina Dagiene roku 2004 v Litvě. U nás probíhá od roku 2008, přičemž počet zemí a účastníků stále vzrůstá. Proto tedy nejen návrh úloh do soutěže, ale i následná analýza výsledků je hodna pozornosti. A to nejen pro zlepšení samotné soutěže, ale také proto, že soutěžní úlohy mohou být použity i v samotné výuce informatiky. Tyto úlohy totiž pomáhají informaticky přemýšlet (abstrakce, algoritmizace a další) a představují opravdové informatické otázky a problémy. Tedy tyto úlohy reflektují očekávané výstupy z nově připravovaného rámcového vzdělávacího programu (dále jen RVP).

Vlastní práci začnu tím, že čtenáře seznámím se soutěží. Dále pak provedu rešerži českých a zahraničních článků zabývající se nejen analýzou soutěže, ale také obtížností úlohy. S těmito zjištěními čtenáře seznámím v další části první kapitoly.

V další kapitole vyhodnotím úspěšnosti proběhlých ročníku kategorie B. Challenge. Tedy zjistím a graficky znázorním, jaký byl poměr mězi správnými, špatnými a nezodpovězenými řešeními všech úloh. Provedu klasickou explorační analýzu dat (dále jen EDA), tj. spočtu příhodné charakteristiky polohy a variability. Ty mně pomohou v nasměrování dalších analýz výsledků. Také mně bude zajímat, zda zdržení se odpovědi má vliv na úspěšnost.

Jelikož je stále problém odhadovat obtížnost úlohy, tak bych rád zjistil, jak se dařila odhadovat obtížnost v kategorii B. Challenge. K tomu použiji vhodné nástroje, které naleznu v odborné literatuře. Navrhnu nové metody, pomocí kterých by se dalo přesněji určovat, jak se dařilo odhadovat obtížnost úloh. Jednou z nich bude navrhnutí indexu, pomocí kterého by se nejen dalo určovat úspešnost odhadu ve smyslu lehčí, resp. težší úloha, ale dokonce úspěšnost tohoto odhadu vyjádřit jako číselnou charakteristiku. To by umožnilo například porovnávat, zda se v jednotlivých ročnících daří zlepšovat odhad úspěšnosti nebo zda je problém odhadovat obtížnost jen pro některou obtížnost či kategorii úloh.

V další části kapitoly se budu zabývat možnými vlivy na úspěšnost soutěžícího. Prvním bude vliv zdržení se zodpovězení otázky. Bude mne zajímat, zda se soutěžící zdržují více u otázek označených jako těžké. Dále budu zkoumat, zda se zdržují u otázek, které se následně projeví jako těžké.

Dalším vlivem na úspěšnost může mít vliv kategorie úlohy. Bude mne tedy zajímat, zda se opravdu prokáže, že úlohy v nějaké kategorii jsou výrazně těžší, resp. lehčí. Také se podívám na to, zda má vliv přítomnost pomocného prvku jako je ilustrační obrázek, jedno z možných řešení apod. Dále mě bude zajímat, zda má na úspěšnost vliv délka textu v zadání. Případně jak se na úspěšnosti projevuje tvorba odpovědi.

V neposlední řadě se podívam na to, jaký vliv má na úspěšnost pohlaví soutěžícího. Obecně se ukazuje, že na úrovni SŠ jsou již úspěšnější chlapci. Bude tomu tak, ale i v postupovém kole? Tedy zda u těch nejlepších řešitelů má vliv pohlaví. Domnívám se totiž, že zde již budou mít podstatnější vliv volní vlastnosti daného řešitele.

2 Teoretická východiska

2.1 Struktura Bobříka informatiky

Bobřík informatiky je mezinárodní informatická soutěž (dále jen soutěž), které se účastní široké spektrum žáků. Výjimkou je postupové kolo v kategori Senior označované jako B. Challenge. Této kategorie se účastní okolo 350 nejlepších řešitelů, což odpovídá 25 z každého kraje. Dodejme, že první kolo B.Challenge proběhlo v roce 2015.

Soutěžící jsou rozděleni do pěti kategorií podle navštěvovaného ročníku [1]. Situaci ilustruje následující tabulka viz 2.1.

Tabulka 2.1: Jednotlivé kategorie soutěže

Kategorie	**Věk**	**Počet otázek**	**Doba testu**
Mini	4. – 5. r. ZŠ	12	30 min
Benjamin	6. – 7. r. ZŠ (prima – sekunda)	12	40 min
Kadet	8. – 9. r. ZŠ (tercie – kvarta)	12	40 min
Junior	1. – 2. r. SŠ (kvinta – sexta)	12	40 min
Senior	3. – 4. r. SŠ (septima – oktáva)	12	40 min
B. Challenge	3. – 4. r. SŠ (septima – oktáva)	15	60 min

Jak se píše na oficiáních stránkách soutěže, soutěž je cílena na bystrého žáka se zájmem o svět technologií. Tedy není třeba žádných předchozích znalostí z informatiky, než je obvyklé u žáka daného věku.

Co se týče témat jednotlivých otázek, lze je rozdělit do těchto čtyř kategorií [2]:

- **algoritmizace a programování**
- **porozumění informacím a jejich reprezentacím** (kódování, jazyk šifrování), strukturám (grafy, mapy), procesům
- **řešení problémů** (hledání strategií, logika, matematické základy informatiky)

- **digitální gramotnost**, informační technologie v každodenním životě, technické otázky, společenské souvislosti používání technologií

Toto dělení je podle nás pro další práci nedostatečně jemné. Proto v následující podkapitole představíme další možná dělení.

Další možné dělení otázek by mohlo být podle tvorby odpovědi. Obecně se jedná o tři druhy [3, str. 245]:

- **úlohy výběrové** – soutěžící vybírá jednu ze čtyř nabízených
- **úlohy s krátkou tvořenou odpovědí**
- **interaktivní úlohy**

Otázky jsou v souteži rozděleny na tři obtížnosti. Každá obtížnost je jinak bodově ohodnocena viz tabulka 2.2.

Tabulka 2.2: Bodové ohodnocení úloh

obtížnost úlohy	**správná odpověď**	**špatná odpověď**	**bez odpovědi**
lehká	9	-3	0
střední	12	-4	0
těžká	15	-5	0

Otázky jsou vybírány z mezinárodní databáze, do které přispívá každá ze zúčastněných zemí. Pořadatelé pak mohou dle svého uvážení z této databáze vybrat vhodné úlohy. Případně je dle potřeby souteže vhodně upravit.

Vzniká zde pak otázka, jak tato úprava ovlivní obtížnost úlohy. Nebo pokud použiji nezměněnou otázku, ale pro jinou kategorii soutěžících, jak se to projeví v obtížnosti pro tuto kategorii.

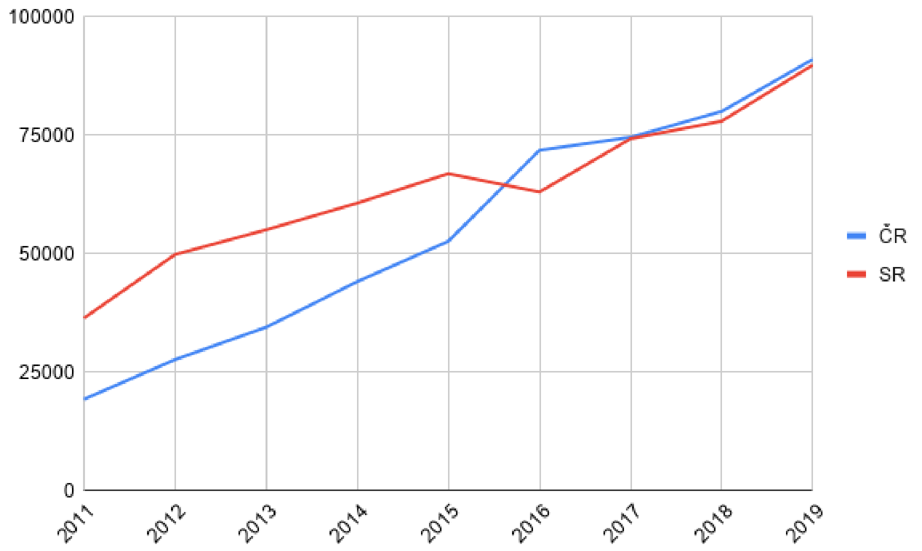
Pro určení pořadí je rozhodující počet dosažených bodů (v kategorii B. Challenge i čas). Existují tři kategorie řešitelů podle získaného počtu bodů [4].

- **úspěšný řešitel** – soutěžící, který získal alespoň polovinu kladných bodů
- **neúspěšný řešitel** – soutěžící, který dosáhl nižšího počtu bodů, než kolik měl na začátku
- **absolutní vítěz** – soutěžící, který zodpověděl všechny otázky správně

Domníváme se, že by bylo zajímavé a přínosné se v následujícím textu této kategorizaci věnovat. Protože už jenom toto rozložení řešitelů nám může posytnou informace o proběhlém ročníku soutěže.

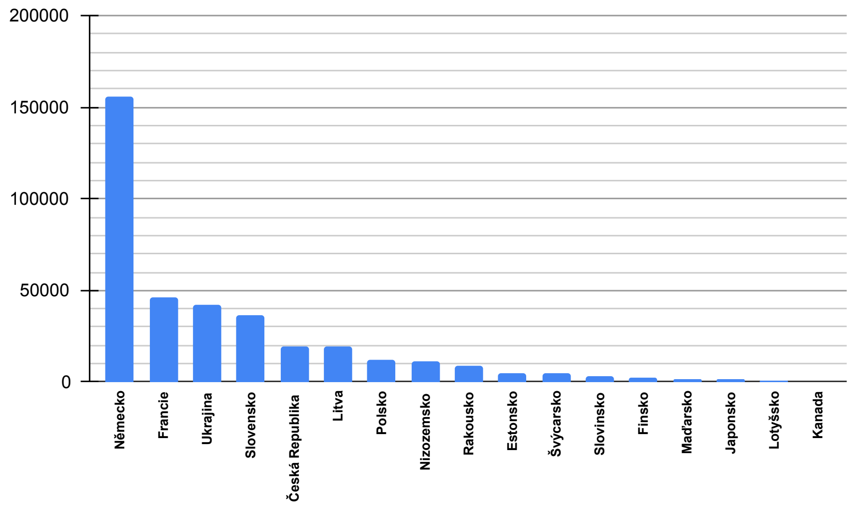
Zejména by bylo zajímavé zjistit, zda existuje nějaký odhad, kolik by mělo být těchto úspěšných řešitelů, případně tento odhad navrhnout. Dále by bylo zajímavé se podívat, kolik úspěšných řešitelů se v soutěži skutečně vyskytnulo. Tyto výsledky porovnat s ostatními zeměmi, případně je porovnat s výsledky soutěže z jiného oboru např. matematiky.

Co se týče počtu účastníků, tak v roce 2019 se soutěže zúčastnilo 90976 soutěžících (v roce 2018 79988) ze 745 škol. Průměrně za školu soutěžilo 123 (119) žáků [5]. Pro zajímavost první ročník proběhl v roce 2008 a zúčastnilo se ho 4069 soutěžících. Vývoj v jednotlivých ročnících ilustuje níže přiložený graf 2.1.

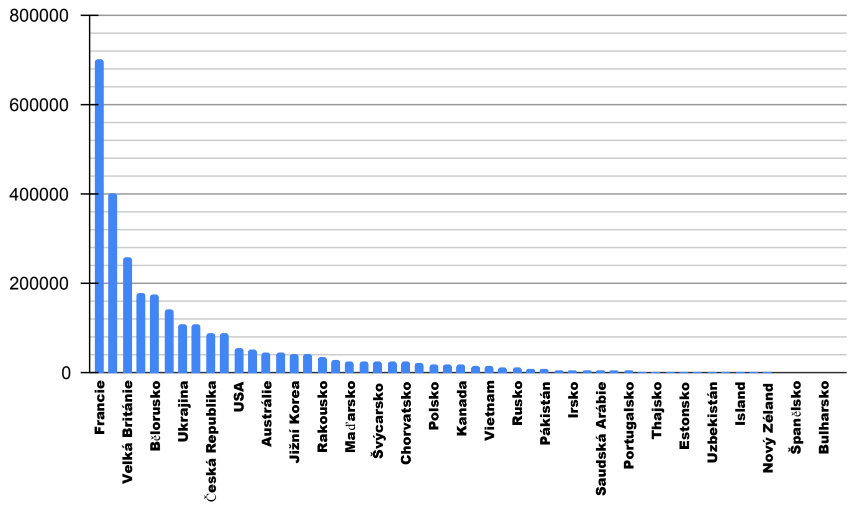


Obrázek 2.1: Vývoj počtu účastníků v soutěži

Tento trend se netýká jen České republiky, ale všech zúčastněných zemí. Dokonce počet zemí pořádající soutěž Bebras každým rokem narůstá. Situaci ilustrují níže přiložené grafy 2.2 a 2.3 [6].



Obrázek 2.2: Počet účastníků soutěže Bebras za rok 2011



Obrázek 2.3: Počet účastníků soutěže Bebras za rok 2019

2.2 Analýzy soutěže

2.2.1 Kategorie úloh

Asi nejznámější tématickým dělení úloh je od samotné autorky soutěže [7]. Toto dělení je například používáno International Bebras Committee (dále jen IBC) ke kategorizaci návrhu otázek do národních soutěží [8, str.195]:

- **ALG** – algoritmizace a programování
- **INF** – porozumění informacím a jejich reprezentacím, kódování
- **STRUC** – porozumění strukturám, grafům
- **PUZ** – řešení problémů, logické otázky
- **USE** – každodenní práce s počítačem, digitální gramotnost
- **SOC** – společenské souvislosti používání technologií

Jak se lze dočíst v článku [9], tak tato kategorizace byla aktualizována do tzv. dvou dimenzinální kategorizace. Kdy první úroveň je tvořena podle informatických konceptů a sestává se z pěti kategorií:

- algortimy a programování, spadají sem i úlohy vyžadující logické zdůvodňování,
- data, datové struktury a reprezentace dat (grafy, automaty, ...),
- principy počítačů (zahrnující vše zabývající se z čeho se počítač skládá a jak funguje),
- komunikace a síťování (zahrnuje šifrování a kódování),
- interakce člověk/PC.

Druhá úroveň je pak tvořena pěti komponenty informatického myšlení:

- abstrakce,
- algoritmické myšlení,
- dekompozice,
- (z)hodnocení,
- zobecnění.

Dalším dělení sestavily autorky ze Slovenské republiky pro potřeby svého výzkumu [10]. Pro seznámení s tímto dělením uvedu popis z práce [3]:

- **uživatelské úlohy** – zaměřují se na ověření vědomostí a zručnosti, které se týkají ovládání software a hardware
- **logické úlohy** – dělíme na:
  - **grafové** – žák pracuje s nějakou grafovou strukturou (síť, binární strom apod.), a může přitom vykonávat na něj složité, či méně složité operace
  - **výrokové** – na základě výroků musí žák dospět k úsudku, jaká je správná odpověď. Výroky mohou být v podobě textu nebo obrázku.
- **algoritmické úlohy** – žák sleduje nějaký postup, algoritmus nebo návod, podle něhož když pracuje s objekty či informacemi, zjistí výsledek. Obvykle jde o děj dynamický.
- **programátorské úlohy** – žák buď vytváří, nebo interpretuje program v podobě jednoduchých příkazů, kartiček nebo ikon.

Další dělení sestavili výkumníci z České republiky [8, str. 196] metodou hloubkové analýzy. Toto dělení sloužilo k jejich výzkumu obtížnosti testové otázky v informatické soutěži. Výhodou tohoto dělení je, že otázku lze jednoznačně přiřadit do jedné kategorie.

- hledání cesty
- použití automatu
- sestavení algoritmu
- práce s kódem
- průchod grafem
- třídění a řazení
- programování objektu
- porozumění problematice

Následující dělení je sestaveno dle konceptů computer thinking (dále jen CT), které je obsaženo v kurikulu. Toto dělení je převzato z článku [11]. Autoři usuzují, že dělení je zajímavé samo o sobě, ale očekávají, že podnítí zájem pro další výzkum.

- sběr dat
- analýza dat
- reprezentace dat
- dekompozice problému
- abstrakce
- algoritmizace
- automatizace
- paralelizace
- simulace

2.2.2 Odhad obtížnosti úlohy

Problémem odhadu obtížnosti se zabývá Willem van der Vegt v článku [12]. Hlavní otázku, kterou si klade je samotný odhad obtížnosti úlohy. Další otázkou je, máme-li již stanovený odhad pro danou otázku a věkovou kategorii, jak se změní obtížnost v jiné věkové kategorii? Nebo máme-li dvě otázky stejné obtížnosti, jak určit která z nich je lehčí, resp. těžší?

Myšlenka, kterou autor používá dále v analýze je, že v soutěži je vždy pět úloh, které lze označit jako lehké, středně těžké a těžké. Může se stát a víme, že se velmi často stává, že úloha je označena nespránou obtížností. Potom lze k zjištění míry správnosti odhadu použít počet špatně zařazených úloh. Tato metodika nám navíc dává informaci o tom, zda nevhodně zařazená úloha byla lehčí či obtížnější než se čekalo.

Autor použil tuto metodiku na data z nizozemských kol za léta 2011 a 2012 a pro kategorie kadeti, junioři a senioři. Přičemž počet nevhodně odhadnutých otázek se pohybuje mezi 13 % – 60 % a poměr lehčích ku těžším je 1 : 1. Detailněji situaci popisuje tabulka 2.3.

Další metodiku, kterou autor používá je, spočtení průměru jednotlivých úspěšností. Přičemž považuje odhady úspěšností za dobré, pokud platí, že průměrná úspěšnost u otázek označených jako lehké, je vyšší než u otázek označených jako středně obtížné. Stejně tak průměrná úspěšnost u otázek označených jako středně obtížné je vyšší než u otázek označených jako obtížné. Tedy podle autora byla nevhodně odhadnuta obtížnost pouze v roce 2011 v kategorii kadeti. Detailně situaci popisuje tabulka 2.4 .

Tabulka 2.3: Počet špatně zařazených úloh

rok	kategorie	těžší než odhad	lehčí než odhad	nevhodně zařazeno
2011	kadeti	4	5	60 %
	junioři	4	5	60 %
	senioři	1	1	13 %
2012	kadeti	3	3	40 %
	junioři	1	1	13 %
	senioři	3	3	4 %

Tabulka 2.4: Průměrné úspěšnosti dle obtížnosti

rok	kategorie	lehké úlohy	středně těžké úlohy	těžké úlohy
2011	kadeti	58,64 %	49,18 %	40,74 %
	junioři	**57,22 %**	**67,99 %**	30,12 %
	senioři	89,13 %	47,61 %	25,11 %
2012	kadeti	65,14 %	51,48 %	37,08 %
	junioři	72,72 %	58,45 %	29,44 %
	senioři	75,09 %	64,93 %	37,17 %

Po těchto kvantitativních analýzách se autora zaměřuje na to, co vlastně činí otázku obtížnou. Vychází ze článků autorů [13], kteří u otázky rozlišují tři druhy obtížností a to *cognitive*, *process* a *question*. Toto dělení dále zjemňuje [14], která rozlišuje obtížnost *intrinsic*, která je určena odbornou stránkou úlohy. A obtížnost *surface*, která je určena formátem úlohy.

Dalším faktorem určující obtížnost úlohy je její komplexnost. Tedy s kolika se prvky v úloze pracuje, zde hraje důležitou roli omezení pracovní paměti, na kolik podúloh lze úlohu rozložit a kolik operací bude třeba provést k dosažení řešení. Na základě těchto znalostí sestavuje autor dotazník skládající se z 10 otázek. Přičemž prvních pět bere v úvahu první faktor a zbylých pět druhý faktor.

1. **proces zodpovězení otázky**
   (a) Jaké problémy se mohou vyskytnout při čtení otázky?
   (b) Jaké problémy se mohou vyskytnout při porozumění otázce?
   (c) Jaké problémy mohou vzniknout při hledání mentální reprezentace textu?
   (d) Jaké problémy mohou vzniknout při interpretaci odpovědi?
   (e) Jaké problémy mohou vzniknout při tvorbě odpovědi?

2. **rozměr úlohy**
   (a) Jaký je počet prvků v úloze?
   (b) Jaký je počet transformací pro prvek v otázce?
   (c) Jaký je počet omezení v otázce?
   (d) Jak hodnotíte hustotu řešení úlohy?
   (e) Lze vyřešit úlohu pouze za použití pracovní paměti?

V závěru práce autor zmiňuje, že v dalších ročnících soutěže použije tento dotazník, aby zjistil, zda může být nápomocný při předpovídání obtížnosti soutěžních úloh.

Na článek [12] autor navazuje v roce 2018 článkem [15]. V tomto novém článku uvede několik nástrojů, které momentálně máme k dispozi k určování obtížnosti. Prvním nástrojem je dotazník, který autor sestavil v předchzím článku [12].

Druhým nástrojem je dotazník sestavený autory [16]. Na základě tohoto dotazníku se vypočítává tzv. *difficulty fraction*. Tento zlomek nabývá hodnot od 0 do 1. Přičemž úlohu označíme za lehkou pokud je tento zlomek menší než $\frac{1}{6}$, obtížnou pokud je větší než $\frac{1}{2}$, a středně obtížnou jinak. Jednotlivé faktory úlohy a jejich váhy popisuje tabulka viz 2.5.

Tabulka 2.5: Přiřazení vah v dotazníku [16]

parametr	**váha**
intelektuální náročnost	2–10
délka otázky	2–10
zadání	
opakují se klíčová slova	2–8
přítomnost obrázku	0–2
typ tvorby odpovědi	
ANO/NE	2
jednoduchá MCQ	4
vypočítavaná MCQ	6
check box	8
volná odpověď	10

Třetím nástrojem je rubrika sestavená italským týmem autorů [17]. Autoři u otázky rozlišují deset faktorů. Přicemž každý faktor lze rozlišit třemi úrovněmi obtížnosti. Jednotlivé faktory úlohy popisuje tabulka viz 2.6.

Tabulka 2.6: Faktory v rubrice [17]

1.	Délka textu a vět.
2.	Obeznámenost s požitími termíny, značením a koncepty potřebnými k porozumnění úloze.
3.	Důslednost dodržnování termínů a značení.
4.	Další prvky v zadání (obrázky, diagramy, příklady, atd.).
5.	Omezení, počet kombinací, počet potřebných kroků.
6.	Vztahy mezi objekty.
7.	Kognitivní náročnost.
8.	Potřeba poznámek či dalšíc pomůcek.
9.	Počet řešení.
10.	Ověření správnosti řešení.

Poslední nástrojem je procedura, která probíhá tak, že několik odborníků ohodnotí obtížnost dané úlohy. Tyto odhadnuté obtížnosti se zprůměrují, čímž dostáváme odhad obtížnosti úlohy. Myšlenka vychází z úvahy, že se může stát, aby se jednotlivec spletl, ale průměrně skupina obtížnost velice dobře odhadne, jak už se ostatně ukázalo v řadě jiných oborů. Jmenujme například odhady obtížnosti testů ze statistiky [18].

Tyto tři uvedené nástroje použije Vegt k analýze úloh právě proběhlého ročníku (2017) v kategorii senior. Dosažené výsledky popisuje detailně tabulka 2.7. V původním článku lze také nalézt bodové grafy, ve kterých je znázorněná odhadovaná obtížnost pomocí nástroje a zjištěná obtížnost. Navíc je na těchto datech provedena lineární regrese. Na základě těchto grafů autor usuzuje, že všechny tři nástroje mohou být použity k odhadování obtížnosti, protože se jimi dařilo úlohy zařadit do vhodné obtížnosti. Na závěr ještě autor uvádí korelační koeficienty pro tyto tři metody. Dosažené hodnoty jsou $-0{,}90$ pro první dotazník, $-0{,}77$ pro druhý dotazník a $-0{,}87$ pro rubriku. Což nás ještě více utrvrzuje v tom, že lze použít všechny metodiky.

U nás se tímto tématem zabývali [8]. Tito autoři rozšiřují možnosti popisu obtížnosti úlohy kromě dosažené úspěšnosti o další ukazatele. Tyto ukazatele popisuje tabulka 2.8.

Avšak je třeba mít na vědomí, že každý z ukazatelů má svá slabá místa a lze je nevhodně interpretovat. Některá úskalí uvádí sami autoři.

Na základě zkoumání těchto pěti ukazatelů autoři zjistili, že nejvíce o obtížnosti vypovídá to, kolik soutěžících se zdrží odpovědi. Na základě tohoto pozorování je zkonstruován *index obtížnosti otázky* (dále jen IO).

$$\mathrm{IO} = \frac{\text{\#všechny odpovědi - \#správné odpovědi} + 0.5 \cdot \text{\# vynechané odpovědi}}{\text{\# všechny odpovědi}}$$

Tento index je nástroj, který umožňuje mezi sebou porovnávat obtížnost otázek lépe, Tabulka 2.7: Analýza pomocí nástrojů

pořadí úlohy	obtížnost	úspěšnost	Q1	Q2	R
1.	lehká	87,42	0,40	0,22	0,30
2.	lehká	86,37	0,40	0,28	0,35
3.	lehká	81,62	0,50	0,31	0,40
4.	lehká	65,70	0,55	0,38	0,55
5.	lehká	41,39	0,70	0,47	0,60
6.	středně těžká	75,88	0,60	0,53	0,55
7.	středně těžká	68,17	0,65	0,59	0,60
8.	středně těžká	63,73	0,75	0,59	0,60
9.	středně těžká	45,22	0,70	0,66	0,70
10.	středně těžká	16,59	0,85	0,63	0,80
11.	těžká	48,37	0,75	0,66	0,70
12.	těžká	43,06	0,85	0,66	0,70
13.	těžká	35,16	0,90	0,81	0,80
14.	těžká	15,67	0,85	0,78	0,75
15.	těžká	10,12	0,90	0,63	0,70

než jen pomocí úspěšnosti. Tedy máme-li například dvě otázky označené jako středně obtížné, pak už umíme lépe určit, která je lehčí, resp. těžší.

Ovšem již není zřejmé, pro jaké hodnoty *indexu* hodnotíme otázku jako lehkou, středně těžkou či těžkou.

Dalším zajímavým zjištěním je, že o obtížnosti nám hodně řekne i ukazatel názoru soutěžících. Naopak ukazatel stanoviska autorů se od očekávané obtížnosti často odlišuje.

Nicméně obtížnost otázky lze určovat i na základě její vnější struktury. Tedy analýzou samotné úlohy, nikoliv výsledků řešení soutěžících. Takto lze obtížnost popsat pomocí řady kritérií. Přičemž základní dělení je na obecná a oborová kritéria. Pro jemnější dělení viz tabulka 2.9.

Obecná kritéria již byla dříve zkoumána [19]. Autoři se zabývají těmi oborovými, konkrétně oblastí problematiky, způsobem řešení a přítomností formálního zápisu. Zbylá kritéria se rozhodli nezkoumat z důvodu nenalezení vhodného průkazného způsobu, který by rozhodl o přítomnosti takového jevu v zadání otázky. Výzkum prováděli na datech z ročníku 2012 a 2013 v kategorii junioři.

U kritéria tématu soutěžní úlohy určovali autoři IO na základě kategorizace [7]. Pro jednotlivé kategorie spočetli průměrný index obtížnosti. Zjistili, že hodnota indexu se pohybuje mezi 0,56 a 0,7. Přičemž jako nejobtížnější se jeví úlohy z kategorie INF a nejlehčí z kategorie ALG či PUZ.

Tabulka 2.8: Ukazatele obtížnosti testové úlohy

úspěšnost	vyjádření, kolik procent soutěžících vybralo správnou odpověď z nabízených
vynechání odpovědi	kolik procent soutěžících tuto otázku přeskočilo, odmítlo na ni odpovědět
stanovisko autorů	jak autoři otázky, příp. autoři testu stanovili obtížnost otázky
doba řešení	jak dlouho trvalo soutěžícím zodpovědět danou otázku
názor soutěžích	kolik respondentů dotazníku pro soutěžící, který byl realizován ihned po soutěži, vybralo danou otázku jako nejobtížnější ze všech

U kritéria oblasti kompetencí sestavili jednotlivé kategorie pomocí hloubkové analýzy jednotlivých úloh. Hlavním úkolem bylo nastavení dostatečné rozlišovací schopnosti metody tak, aby vznik rozumný počet kategorií. Zároveň je každá úloha jen v jedné kategorii. Tímto způsobem vzniklo těchto 8 kategorií popsaných v Kategorie úloh – dělení dle doc. Vaníčka.

U tohoto kritéria autoři nepoužili k určení obtížnosti IO otázky, ale porovnali tyto kategorie kompetencí s pořadím jednotlivých úloh. Zjistili, že u tohoto kritéria nejsou rozdíly tolik markantní. Nicméně jako nejtěžší se jevily úlohy z kategorie *práce s kódem* a nejlehčí z kategorie *třídění a řazení*.

U kritéria přítomnost formálního zápisu nám nejprve autoři osvětlí, co tímto kritériem rozumí. Patří sem např. použití kódu, vzorce, výpisu programu, řetězců na první pohled nesrozumitelných znaků, zestručnění zápisu apod.

Z analýzy všech úloh zjistili, že formální zápis se vyskytuje u 20 otázek z 60. Nejvíce u otázek INF a méně u STRUC a ALG. Pomocí průměrného indexu obtížností zjistí, že u otázek s formálním zápisem činí jeho hodnota takřka 0,7, kdežto bez formálního zápisu jen 0,55. Tedy závěrem je, že otázky s formálním zápisem činí středoškolákům větší obtíže a má vliv na jejich úspěšnost. Také se zde nabízí hypotéza, že vyšší obtížnost u úloh typu INF je zapříčiněna právě formálním zápisem.

2.2.3 Vliv pohlaví na úspěšnost

V článku z roku 2018 autorský tým posiluje Michal Winczer. V tomto článku se autoři zaměřují na kvantitativní analýzu dat ze soutěže z ročníků 2012–2017 a z kategorií Junior a Senior. Cílem práce je ověřit, zda je možné aplikovat výsledky z předešlých výzkumů (2017), ve které se autorky zaměřily na grafové úlohy.

Tabulka 2.9: Faktory ovlivňující obtížnost testové úlohy

obecná kritéria	tedy kritéria, která lze najít obecně ve znalostních testech délka textu formulace otázky (např. negativní otázka) formulace odpovědi (matoucí odpověd, odpovědi “do počtu”) přítomnost obrázku vysvětlující příklad způsob odpovídání a možnost interaktivy
oborová kritéria	informatická, jsou specifická pro informaticko soutěž oblast problematiky způsob řešení (potřebné kompetence k řešení problému) míra abstrakce přítomnost formálního zápisu odbornost textu zadání

Pod grafovou úlohou mají autorky na mysli úlohu, ve které se vyskytuje datová struktura graf. Ta může být znázorněná graficky, pomocí tabulky či textu. Dále sem řadí i diagramy znázorňující nějaké akce či vztahy, ale také úlohy ve čtvercové mřížce, které využívají sousednost políček a orientaci v ní.

Na základě kvalitativní analýzy úloh z kategorie Bobřík, Benjamín a Kadet určili čtyři kritéria: *typ struktury*, *metoda řešení úlohy*, *typ algoritmu* a *interaktivita úlohy.*

Jejich kombinací vzniklo pět kategorií metod či strategií řešení grafových úloh: *vytvoření strategie*, *odhalení strategie*, *prohledávání grafu s omezenými nebo podmínkami*, *metoda ”kouknu, vidím”* a *vyzkoušení všech možností.*

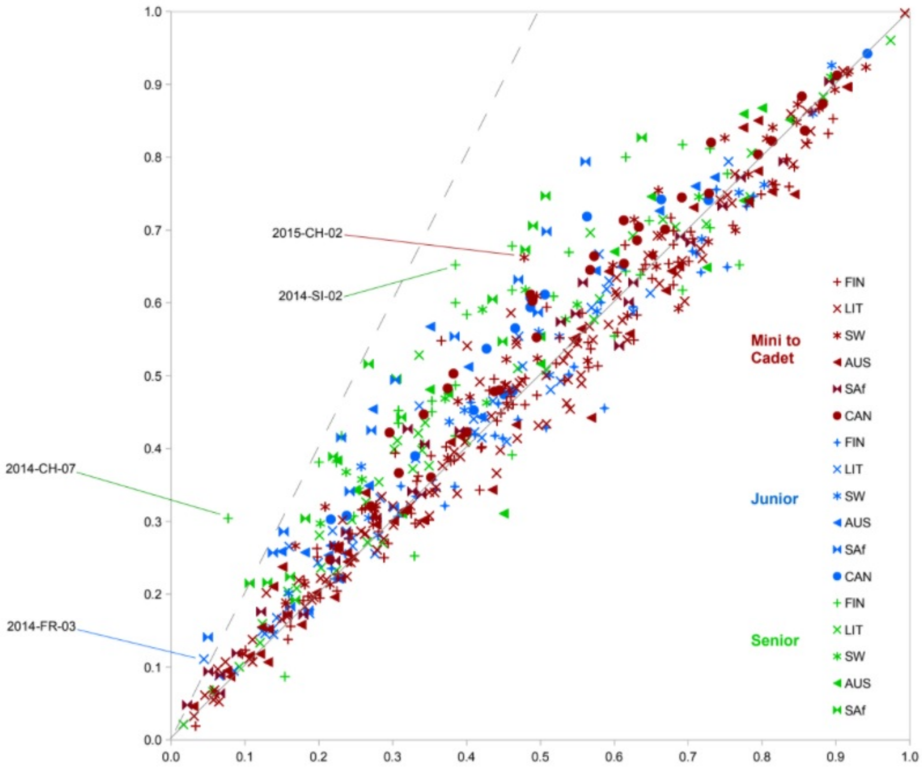
Takto rozkategorizované úlohy zkoumaly dále autorky z hlediska žákovské úspěšnosti. Pomocí statistických metod se úlohy rozdělily do tří skupin a to úlohy, ve kterých byli stejně úspěšní děvčata i chlapci, úlohy ve kterých byly úspěšnější děvčata, a úlohy, ve kterých byli úspěšnější chlapci. *Dívčí úlohy* jsou ty úlohy, ve kterých byla významně úspěšnější děvčata. Analogicky *chlapecké úlohy* jsou ty úlohy, ve kterých byli významně úspěšnější chlapci. Co je významný rozdíl autorky zjišťovaly pomocí chí-kvadrát testu nezávislosti.

Pro ilustraci si uveďme kategorie ZŠ a grafové úlohy. Zde úlohy označované jako dívčí obsahovaly komplexní struktury, na kterých se ale vykonávaly jednodušší operace a začátek řešení byl přímo viditelní či naznačený. Úlohy měly méně textu, neboť obrázky grafových struktur obsahovaly více informací. Naopak u chlapeckých byl text delší, ale reprezentace grafových struktur byla jednodušší. Obrázky byly často abstraktní a nebylo přímo viditelné, kde v grafu má žák s řešení začít. Mnoho úloh obsahovalo velké množství správných odpovědí, proto bylo nutné používat nějaký algoritmus nebo strategii.

Hlavním rozdílem středoškolských kategorií je, že počet *dívčích úloh* je nižší než *chlapeckých úloh*. Autoři analyzovali 65 úloh, přičemž pouze 3 se jevily jako *dívčí*, 27 bylo neutrálních a 35 *chlapeckých*. Z toho lze tvrdit, že ve středoškolských kategoriích se více daří uspět chlapcům.

Navíc se ukazuje, že úlohy, které byly v nižších kategoriích označeny jako *dívčí*, patří ve starších kategoriích mezi neutrální úlohy. Tedy to, zda daná úloha spadá do jedné kategorie, je podmíněno i věkem.
V článku [21] autoři prokázali, že ve všech zemích je velmi malý rozdíl v úspěšnostech mezi dívkami a chlapci. Jisté rozdíly se, ale začínají objevovat ve středošolských kategoriích. Tedy autoři dochází k obdobným výsledkům jako slovenský tým výše. Rozdílem je, že tento tým nepovažuje rozdíly za příliš významné. To je důsledkem použití jiné metody. Tento tým pracuje s lineární regresí a hodnotou korelačního koeficientu. Data detailně popisuje graf viz 2.4. Hodnoty korelačního koeficientu se pohybují od 0,935 pro Jihoafrickou Republiku po 0,98 pro Litvu. Nutno podotknout, že všechny hodnoty korelace jsou velmi vyrazné.

Nicméně podle výše zmíněně lineární regrese pro každou zemi a věkovou skupinu autoři zjišťují, že čím je úloha obtížnější, tím jsou chlapci úspěšnější. Tedy tento trend se nám objevuje již podruhé. Navíc tento tým zjistil, že pro dívky platí, že jsou úspěšnjší v lehkých otázkách, ale jen v nižších věkových kategoriích.



Obrázek 2.4: Poměr úspěšnosti dívek ku úspěšnosti chlapců

3 Analýza soutěžících

3.1 Použité definice

V této kapitole se pokusíme sestavit model úspěšností u jednotlivých obtížností. Zde bude podstatnou částí problému odhadnutí míry zdržení se odpovědi u dané úlohy. Poté prozkoumáme možnosti určování skutečné obtížnosti úlohy.

V úvodu kapitoly považuji za vhodné zadefinovat a vymezit pojmy, se kterými budeme dále pracovat. Již víme, že *obtížnost úlohy* může nabývat třech hodnot a to *lehká*, *střední* a *těžká*. Dále v textu budeme používat pouze první písmena kategorie tj. L, S, T. Přičemž je důležité rozlišovat ***očekávanou*** *obtížnost úlohy* (dále v textu bude značeno o(x), kde x je daná úloha) a ***skutečnou*** *obtížnost úlohy* (dále v textu bude značeno s(x), kde x je daná úloha). Kde *očekávanou obtížnost úlohy* stanovují tvůrci souteže. Tedy její hodnotu známe **před** soutežÍ. Kdežto *skutečnou obtížnost úlohy* zjistíme až analýzou **po** soutěži.

Další klíčový pojem, se kterým jsme se již potkali, je *úspěšnost*. Dále v textu ji budeme značit μ .Ta se spočte pomocí vzorce

$$\mu = \frac{\#\text{správných odpovědí}}{\#\text{správných odpovědí} + \#\text{bez odpovědi} + \#\text{špatných odpovědí}}.$$

Je důležité si uvědomit, že úspěšnost u dané úlohy je podmíněna řadou faktorů, například věkovou kategorií, ročníkem soutěže a zemí. Tedy použijeme-li například úlohu s označením **2016-CZ-09**, pak v kategorii Junior a Senior lze čekat rozdílné hodnoty, tj. formálně nemusí platit, že

$$\mu(2016 - CZ - 09|Junior) = \mu(2016 - CZ - 09|Senior).$$

Pomocí úspěšnosti lze vyjádřit *triviální index obtížnosti úlohy*. Ten budeme značit ω_T a spočte se

$$\omega_T = 1 - \mu.$$

Pro práci s tímto indexem budeme používat jeho výpočtový tvar

$$\omega_T = \frac{\#\text{bez odpovědi} + \#\text{špatných odpovědí}}{\#\text{správných odpovědí} + \#\text{bez odpovědi} + \#\text{špatných odpovědí}}.$$

Tento index může nabývat hodnot 0 až 1, přičemž, čím větší hodnota indexu, tím obtížnější úloha. Pomocí tohoto indexu tedy můžeme do jisté míry porovnávat obtížnost úloh mezi sebou. Dále pomocí indexu můžeme určit *skutečnou obtížnost úlohy*.

Alternativou je *index obtížnosti úlohy*, který navrhl Vaníček [8, str. 195]. Ten budeme značit ω_V . Připomínáme, že tento index se spočítá

$$\omega_V = \frac{\#\text{všechny odpovědi} - \#\text{správných odpovědí} + 0,5 \cdot \#\text{bez odpovědi}}{\#\text{všechny odpovědi}}.$$

Výpočtový tvar tohoto indexu má tvar

$$\omega_V = \frac{1,5 \cdot \#\text{bez odpovědi} + \#\text{špatných odpovědí}}{\#\text{správných odpovědí} + \#\text{bez odpovědi} + \#\text{špatných odpovědí}}.$$

Tento index může nabývat hodnot 0 až $1,5$, přičemž, opět čím větší hodnota indexu, tím obtížnější úloha.

Další možností jak určit skutečnou obtížnost úlohy je pomocí indexu obtížnosti, který se spočte jako poměr počtu špatných odpovědí ku počtu správných odpovědí. Budeme jej značit ω_P, tj.

$$\omega_P = \frac{\#\text{špatných odpovědí}}{\#\text{správných odpovědí}}.$$

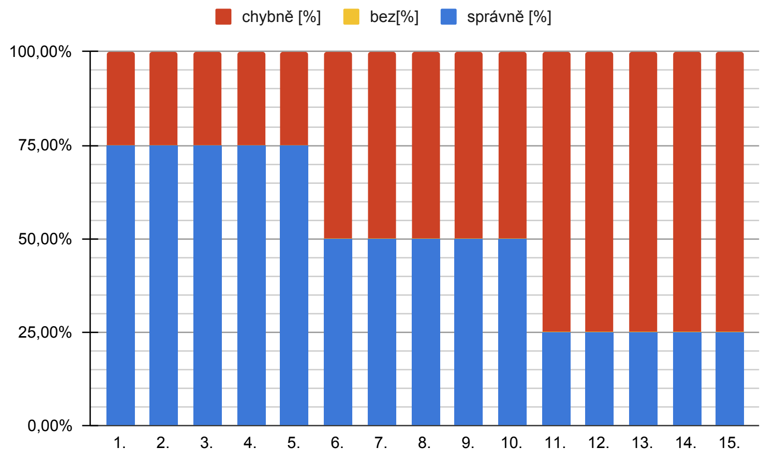
Tento index může nabývat hodnot od 0 až teoreticky do nekonečna, avšak jak dále v textu uvidíme, tak hodnota 7 a vyšší již značí těžkou úlohu.

3.2 Úspěšnost řešitelů

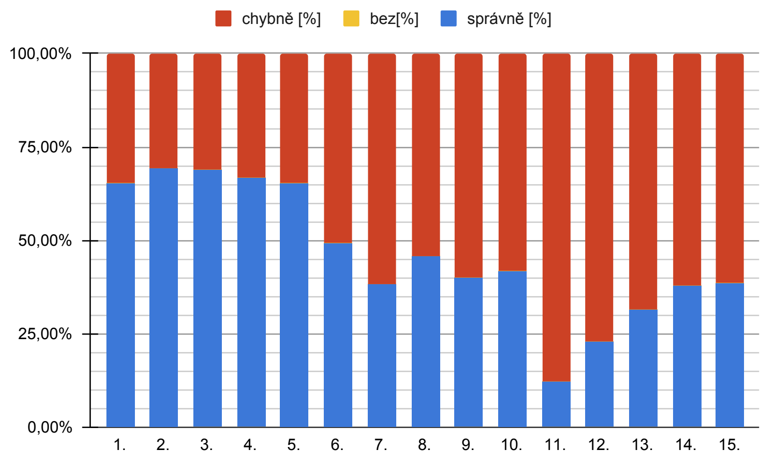
Z definice jednotlivých obtížností lze očekávat, že úlohu označenou jako lehkou vyřeší správně 75 % řešitelů. Obdobně u úloh označených jako středně obtížné lze očekávat, že ji správně vyřeší 50 % soutěžících, analogicky pak u těžkých úloh 25 % řešitelů. Tento model ilustruje graf 3.1.

Takové rozdělení odpovědí vypadá dosti uměle. Lze očekvávat, že u lehké úlohy nebude vždy nutně 75 % úspěšných řešitelů. Nicméně lze očekávat, že tato pravděpodobnost bude pocházet z rozdělení jehož střední hodnota bude 75 %. Také lze očekávat, že toto rozdělení bude téměř normální. Zbývá tedy zjistit jaké hodnoty nabyde směrodatná odchylka tohoto rozdělení. Pomocí empirického pravidla stanovíme její hodnotu na 0,167. Když vezmeme v potaz tuto úvahu dostáváme již realističtěji vyhlížející rozdělení odpovědí viz graf 3.2.

Lepší odhad úspěšnosti by měl jistě ještě zahrnout možnost, že soutežící se zdrží odpovědi a tedy odpověď nebude správně ani dobře. Tento problém navrhujeme vyřešit za využití dat z již proběhlých soutěží. A to tak, že zjistíme hodnoty zdržení se odpovědi u otázek.



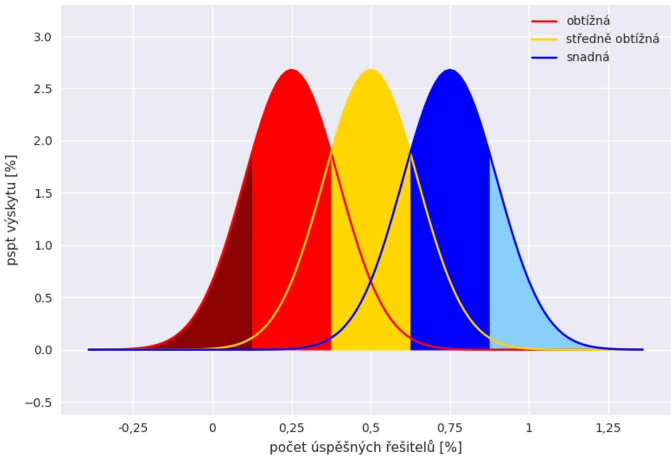
Obrázek 3.1: Teoretické rozdělení odpovědí



Obrázek 3.2: Teoretické rozdělení odpovědí – reálnější model

Pokud u otázky bude počet správných odpovědí vyšší než 67,5 %, pak ji označíme za lehkou. Pokud u otázky bude počet správných odpovědí nižší než 32,5 %, pak ji označíme za těžkou. Jinak ji označíme za středně těžkou. Přičemž relativní úspěšnost počítáme pouze ze správných a nesprávných odpovědí, tj. zdržení se do výpočtu nezahrnujeme. To pro jaké hodnoty úspěšnosti lze úlohu možno označit jako L, S či T ilustruje také graf 3.3. Poté odstraníme odlehlá data.

Z takto zpracovaných dat odhadneme střední hodnotu nezodpovězení otázky dané obtížnosti pomocí průměru. Podobně směrodatnou odchylku odhadneme pomocí výběrové směrodatné odchylky. Konkrétní hodnoty lze poté nalézt v tabulce 3.1. Je zajímavé, že průměr pro težké otázky je menší než pro středně těžké. Simulování průběhu soutěže probíhá poté tak, že spočteme úspěšnost stejně jako výše. Navíc nyní spočteme míru nezod-



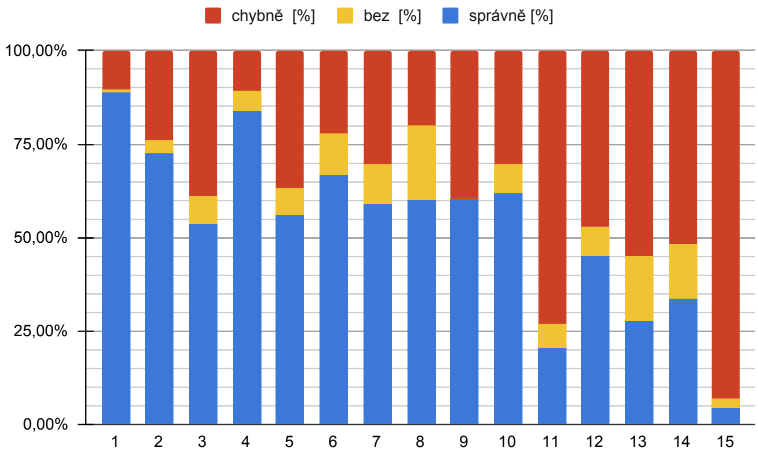
Obrázek 3.3: Teoretické rozdělení obtížností

povězení a tu poměrově odečteme od již spočtené úspěšnosti. Poměr špatných odpovědí už spočteneme jednoduše odečtením těchto dovou hodnot od jedničky. Takto modelovaný průběh soutěže ilustruje graf 3.4.

Tento model už odpovídá vcelku dobře realitě, ovšem pro praktické ověření, zda průběh soutěže odpovídá očekávání použijeme standardní statistické testy. Nicméně takto sestavený model nám ještě poslouží pro případné simulování průběhů soutěže.

Tabulka 3.1: Teoretické hodnoty parametrů rozdělení míry nezodpovězení

	L	**S**	**T**
průměr	4,47 %	11,11 %	10,44 %
smodch	3,49 %	8,64 %	6,80 %

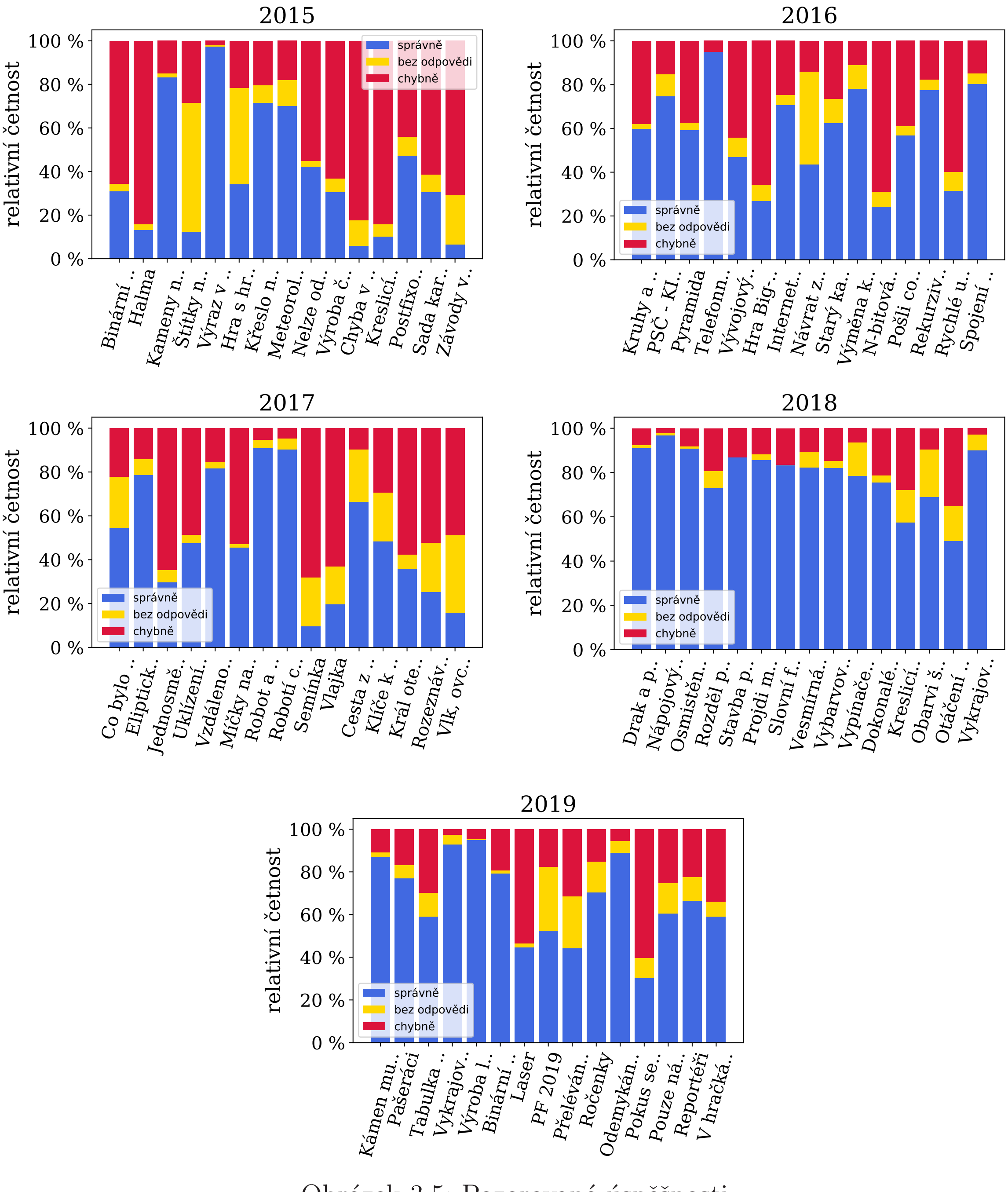


Obrázek 3.4: Teoretické rozdělení odpovědí – model se zdržením se odpovědi

V této části textu se podíváme na to, jakých úspěšností dosahovali soutěžící v uplynulých ročnících soutěže. Data k analýze pochází z databáze výsledků Bobříka informatiky. Za poskytnutá data děkuji Mgr.Václavu Šimandlovi z JČU. První, čeho si lze všimnout v grafu 3.5, je vysoká četnost využívání možnosti neodpovědět na otázku. Z toho důvodu se budeme dále v textu věnovat otázce, zda toto využití má vliv na úspěšnost u dané otázky.

Připomeňme, že prvních pět úloh je označených L a posledních pět úloh je označených T. Lze všimnout, že se objevují otázky označené lehké s velmi malou úspěšností a naopak otázky označené jako obtížné s velmi velkou úspěšností. Proto se dále v textu podíváme podrobněji na úlohy, u kterých se v daném roce nejméně podařilo odhadnout úspěšnost.

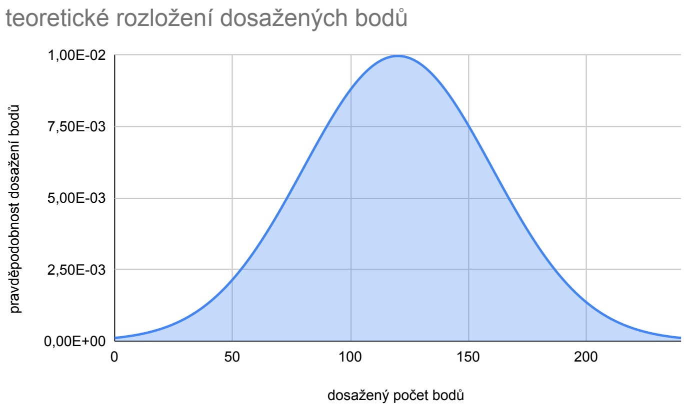
V neposlední řadě je vidět vzrůstající celková úspěšnost řešitelů. Proto se podíváme na to, zda se jedná o vyznamné rozdíly či jde jen o pouhou náhodu a v příštím roce by se při obdnobném sestavování soutěže mohlo zase dosáhnout nižší úspěšnosti. Pokud se nám podaří prokázat, že úspěšnosti jsou v jednotlivých ročnících opravdu rozdílné, pak by to znamenalo buď, že se soutěžící zlepšili nebo že soutež byla sestavená jako příliš lehká.



Obrázek 3.5: Pozorované úspěšnosti

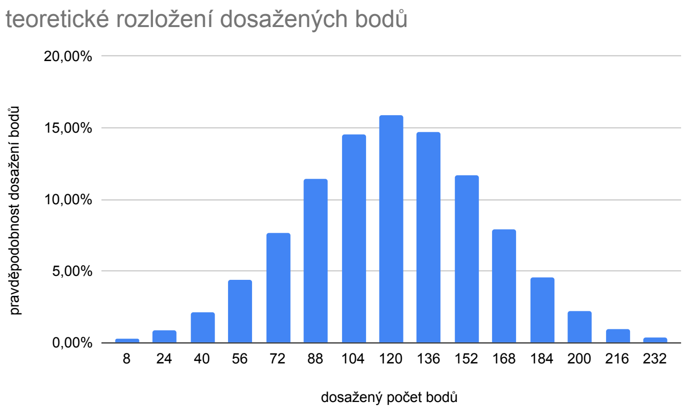
3.3 Bodové zisky

Zkušenost z již proběhlých ročníků soutěže ukazuje, že rozložení pravděpodobností získaných bodů se řídí normálním rozdělením. V námi zkoumané kategorii bude mít toto rozdělení střední hodnotu 120 a směrodatnou odchylku 40. Situaci ilustuje graf 3.6.



Obrázek 3.6: Rozložení pravděpodobností získaných bodů

Pochopitelně, že v soutěži není možné dosáhnout například $120,5$ bodů. Provedeme proto diskretizaci s tím, že dosažené body rozdělíme do 15 kategorií. Situaci ilustuje graf 3.7. Nyní už jen na základě porovnání tohoto teoretického modelu se skutečnými výsledky můžeme usuzovat na to, zda bylo dosaženo více bodů či méně než je očekáváno.

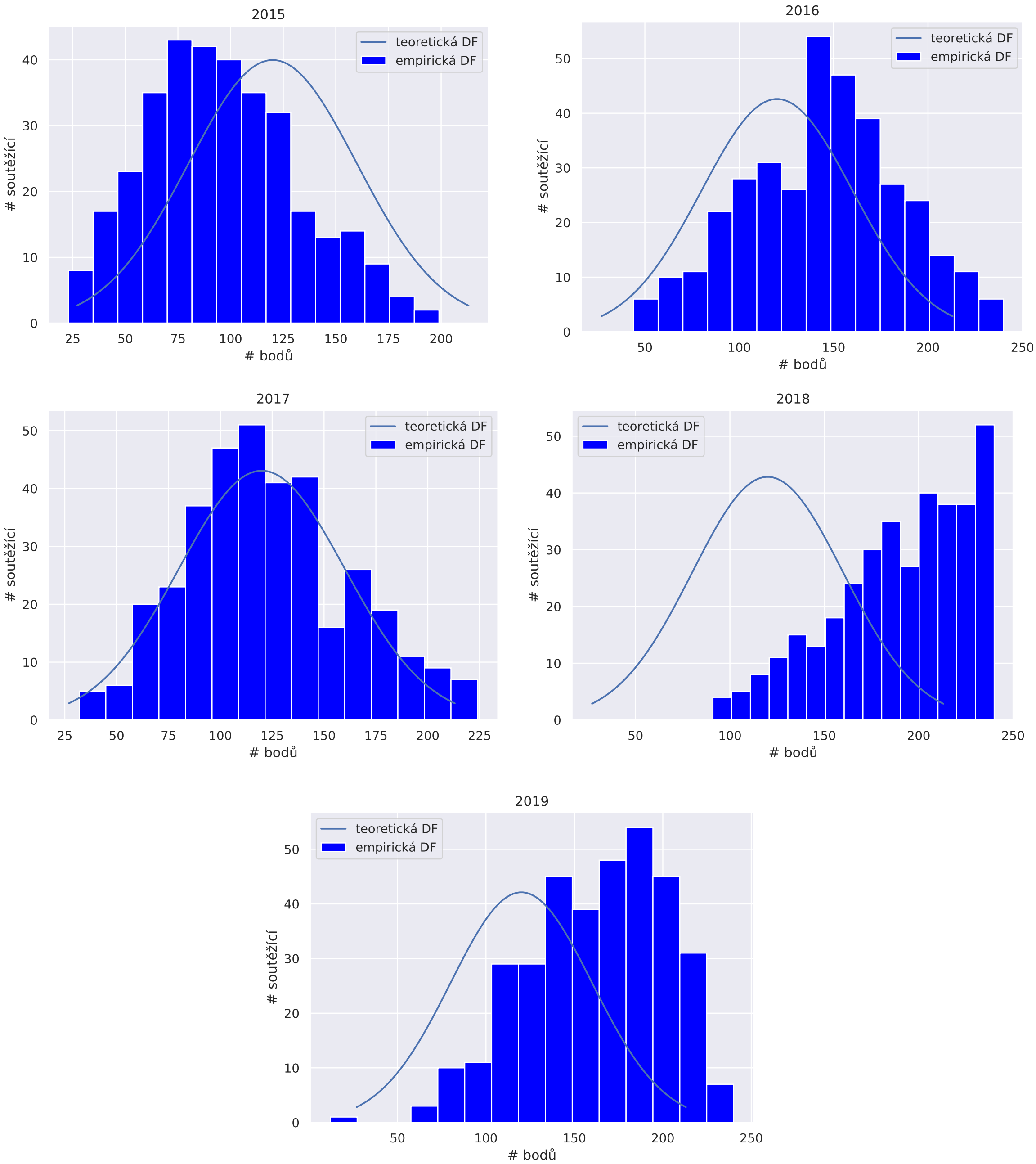


Obrázek 3.7: Rozložení pravděpodobností získaných bodů – diskretizace

Níže přiložené grafy viz 3.8 ilustrují rozložení dosažených bodů v jednotlivých ročnících. Z grafů můžeme vyčíst vychýlení doleva v roce 2015 a vychýlení doprava v letech 2016, 2018 a 2019, ukazující na vyšší úspěšnost. Také z rozdílnosti grafů teoretické distribuční funkce v jednotlivých letech můžeme soudit na proměnlivost, ať už průměrného či rozptylu bodového zisku. Tuto skutečnost nám pomůže lépe pochopit tabulka se základními charakteristikami viz 3.2. Například z koeficientu šikmosti vidíme, že jsme z grafu dobře odečtetli vychýlení. Zajímavé je, že koeficient šikmosti je v letech 2015 a 2017 téměř totožný.

Tabulka 3.2: Základní charakteristiky pro jednotlivé roky

rok	model	2015	2016	2017	2018	2019
minumum		23	44	32	91	12
maximum		199	240	224	240	240
průměr	120	96,10	144,68	123,14	191,33	162,91
medián	120	92,5	147	119,5	196	168
IQR	53,96	49,75	59	51	55	56
smodch	40	35,77	41,15	39,65	37,10	39,98
šikmost	0	0,36	-0,11	0,33	-0,57	-0.40
špičatost	0	-0,30	-0,42	-0,23	-0,48	-0,25



Obrázek 3.8: Distribuční funkce rozdělení bodů soutěžících

3.4 Taxonomie soutěžících

V předchozí kapitole jsme vyslovili otázku, jak odhadovat počet úspěšných řešitelů. Zopakujme definici úspěšného řešitele. Je to takový soutěžící, který dosáhl 120 bodů ze 192. Tedy můžeme říci, že relativně vzato je to soutěžící, který obdržel 62,5 % možných bodů. Naší kategorii bude 62,5 % odpovídat 150 bodům.

Tedy nabízí se odhadnout počet úspěšných řešitelů pomocí distribuční funkce normálního rozdělení viz obr. 3.6. A to tak, že

$$\textit{očekávaný počet úspěšných řešitelů} = 1 - f(0{,}625),$$

kde $f(x)$ je distribuční funkce normálního rozdělení. Pro výše určené hodnoty parametrů normálního rozdělení obdržíme

$$\textit{očekávaný počet úspěšných řešitelů} = 1 - f(150) = 0{,}2291$$

tj. úspěšných řešitelů by mělo být 22,91%.

Speciálním případem úspěšných řešitelů jsou téměř absolutně úspěšní řešitelé. Jsou to ti řešitelé, kteří v soutěži správně vyřešili všechny úlohy s vyjímkou jedné. To znamená, že obdrželi 220 bodů a více. Stejnou úvahou jako výše zjistíme, že

$$\textit{očekávaný počet skoro absolutně úspěšných řešitelů} = 1 - f(220) = 0{,}0051$$

tj. úspěšných řešitelů by mělo být 0,51 %.

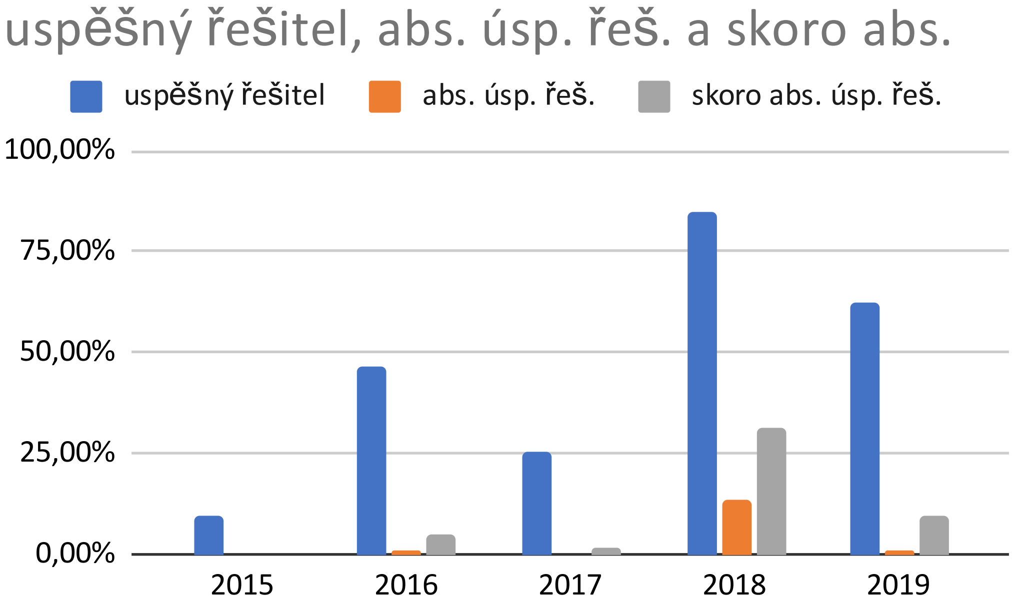
Zajímavé by bylo zjistit, zda špatně vyřešená úloha byly jedna či dvě úlohy nebo tato chyba byla rozprostřena do všech otázek. Pokud by byla chyba soustředěna do jedné či dvou otázek, pak bylo zajímavé podívat se, o jaké úlohy se jedná a zda jsou něčím charakteristické. Pokud by byla rozprostřena chyba do všech otázek, pak by mohlo být zajímavé ověřit, zda byly chybně zodpovězeny úlohy rozdělené mezi L s pravděpodobností p, mezi S s pravděpodobností $2p$ a mezi T s pravděpodobností $3p$.

Extrémním případem úspěšného řešitele je absolutně úspěšný řešitel. To je takový řešitel který zodpověděl všechny otázky správně. Tedy takový řešitel obdržel plný počet bodů. tj. 240 bodů. Stejnou úvahou jako výše zjistíme, že

$$\textit{očekávaný počet absolutně úspěšných řešitelů} = 1 - f(240) = 0{,}001$$

tj. úspěšných řešitelů by mělo být 0,1 %.

Skutečný stav ilustuje graf 3.9 a tabulka 3.3. Z nich můžeme vypozorovat, že počty úspěšných řešitelů zatím nemají tendenci blížit se nějaké pevné hodnotě. Teoretickému modelu je nejblíže soutěž z roku 2017. Což není nikterak překvapivé vzhledem k zjištěným úspěšnostem.

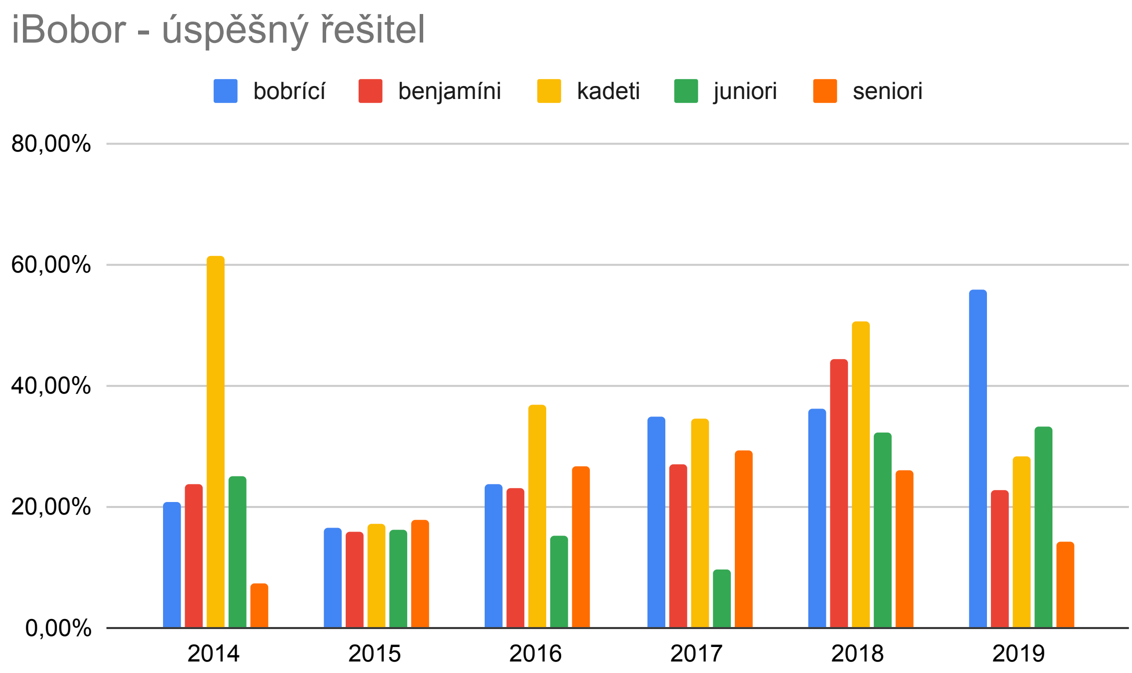


Obrázek 3.9: Relativní zastoupení úspěšných řešitelů

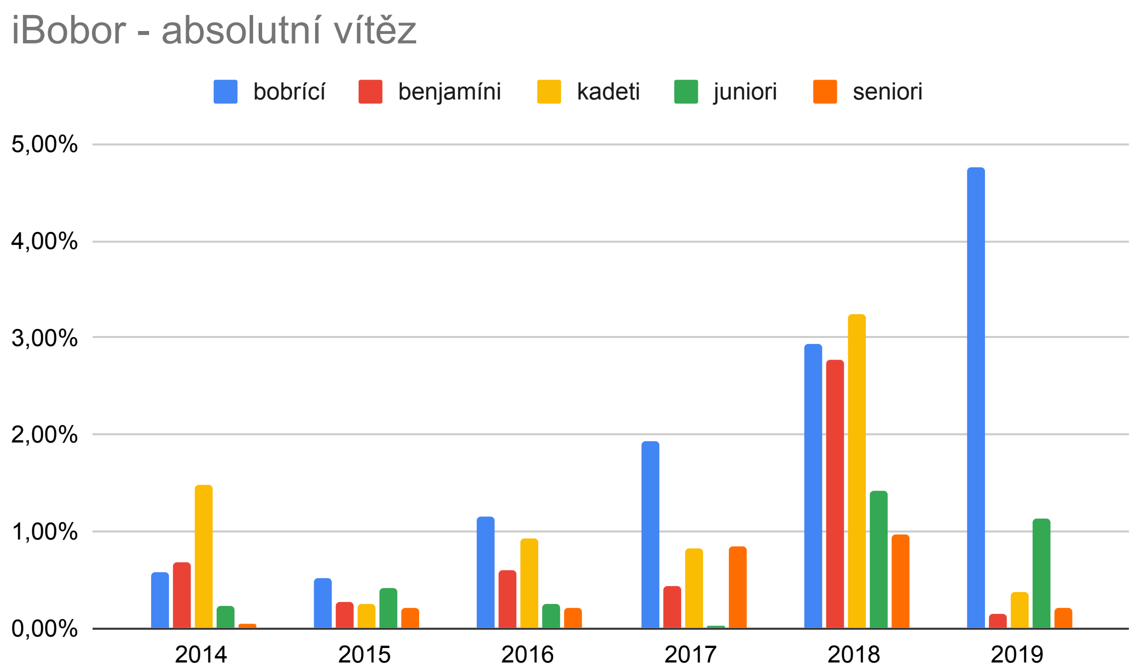
Tabulka 3.3: Relativní a absolutní zastoupení úspěšných řešitelů 2015–2019

rok	úspěšný řešitel		absolutní vítěz		skoro absolutní vítěz	
	absolutně	relativně	absolutně	relativně	absolutně	relativně
2015	32	9,58 %	0	0 %	0	0 %
2016	166	46,63 %	3	0,84 %	17	4,78 %
2017	81	25,39 %	0	0 %	6	1,88 %
2018	303	84,64 %	49	13,69 %	113	31,56 %
2019	220	62,50 %	3	0,85 %	33	9,38 %

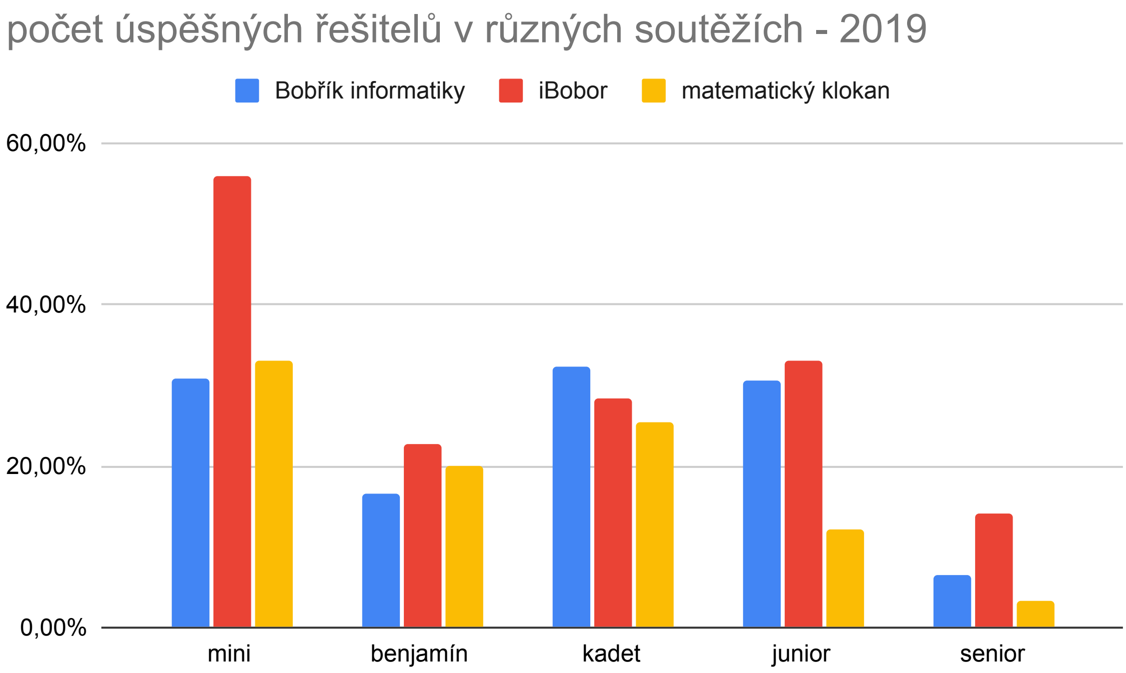
Nicméně lze snadno nahlédnout, že nexistence této tendence není jen v této nejnovější kategorii, ale i v ostatních kategoriích viz grafy 3.10 a 3.11 ilustrující data ze slovenské soutěže [22]. Důvodem, proč pracuji s daty ze Slovenské soutěže, je ten, že jsou volně dostupná na webových stránkách soutěže. Zajímavé může být také porovnat různé země či soutěže mezi sebou. Tuto situaci ilustruje graf 3.12. Zde nás překvapily nízké počty úspěšných řešitelů v kategorii nejstarších řešitelů.



Obrázek 3.10: Porovnání počtu úspěšných řešitelů v soutěži iBobor v letech 2014–2019



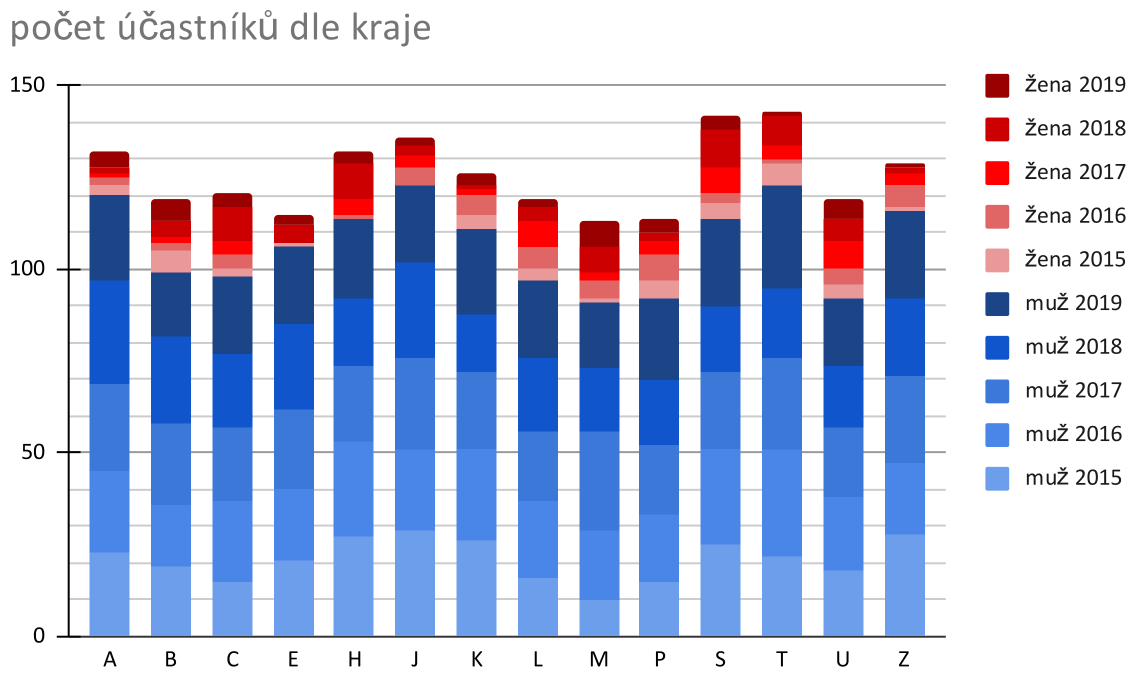
Obrázek 3.11: Porovnání počtu absolutních vítězů v soutěži iBobor v letech 2014–2019



Obrázek 3.12: Porovnání počtu úspěšných řešitelů v roce 2019

3.5 Úspěšnost v jednotlivých krajích

Soutěže se účastní žáci všech krajů v průměrném zastoupení 25 účastníků. Celkovou účast za léta 2015–2019 dle krajů zachycuje graf 3.13. Vzhledem k tomu, že se zabýváme postupovým kolem, kde je doporučený počet účastníků právě 25, tak nelze očekávat výraznější změny v počtech účastníku. Nejnižší účast měl Olomoucký kraj se svými 107 účastníky. naopak nejvyšší účast měl Moravskoslezský kraj se svými 143 účastníky. Konkrétní hodnoty počtu účastníků pro jednotlivé roky viz tab 3.4.

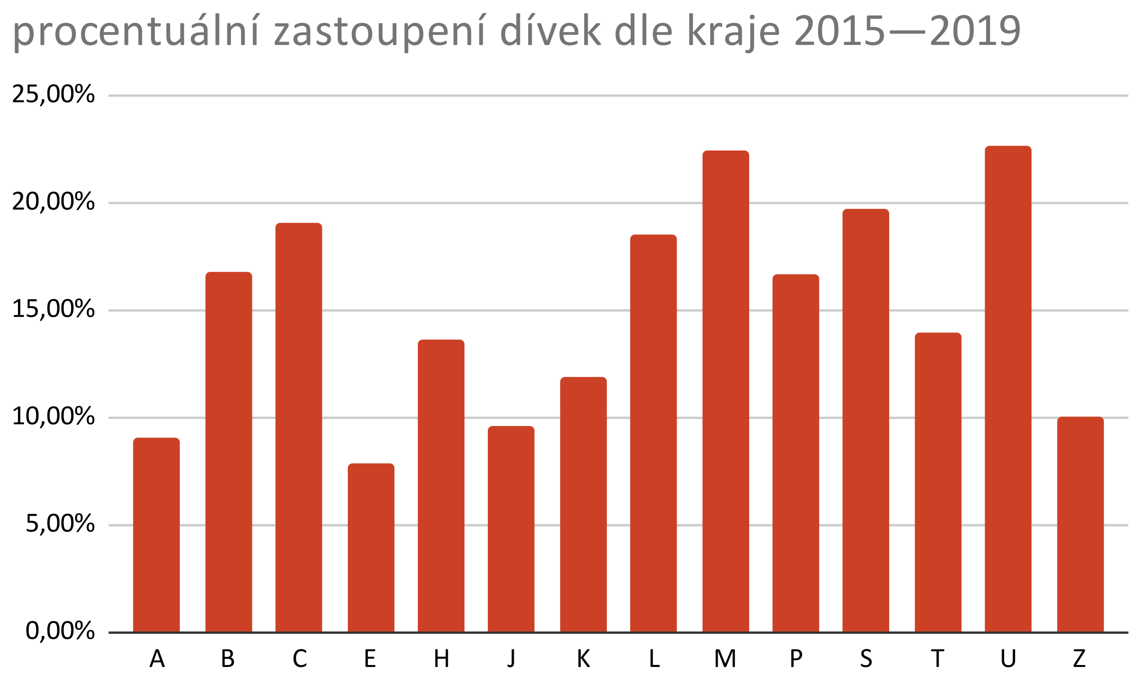


Obrázek 3.13: Počet účastníků dle kraje 2015–2019

Tabulka 3.4: Počet účastníků pro jednotlivé roky

	A	B	C	E	H	J	K	L	M	P	S	T	U	Z
2015	26	25	17	22	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27
2016	24	19	26	19	27	27	30	27	24	25	29	30	24	25
2017	25	24	24	22	25	28	23	26	29	23	28	29	27	27
2018	30	28	29	28	28	29	17	24	24	20	28	27	23	23
2019	27	23	25	24	25	23	26	23	25	26	28	29	23	25

Na co může být ale zajímavé se podívat, je relativní zastoupení dívek v tomto postupovém kole. Tuto skutečnost zachycuje graf 3.14. Snadno tak nahlédneme, že nejméně se zapojují dívky v Praze, Vysočině, Pardubickém a Zlínském kraji. Přičemž v letech 2016 a 2017 dokonce v Pardubickém kraji nepostoupila vůbec žádná dívka. Konkrétní hodnoty úhrnu za roky 2015–2019 viz tab 3.5.

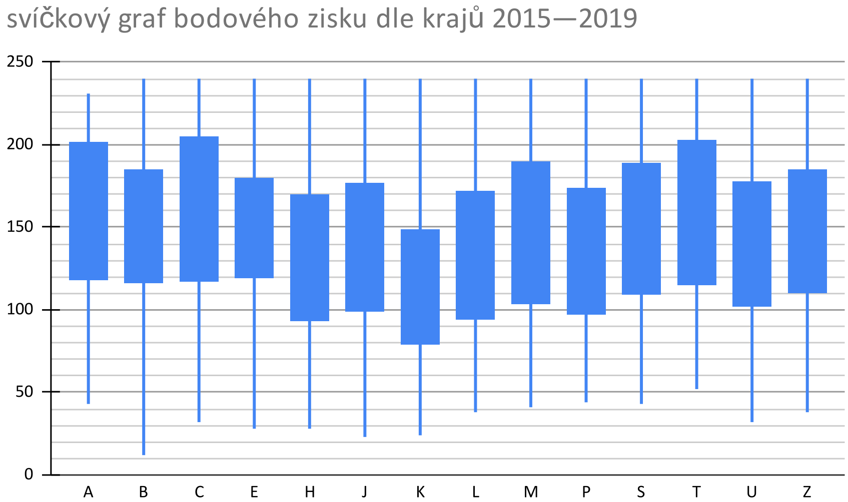


Obrázek 3.14: Procentuální zastoupení dívek dle kraje 2015–2019

Tabulka 3.5: Počet účastníků dle pohlaví

	A	B	C	E	H	J	K	L	M	P	S	T	U	Z
muž	120	99	98	106	114	123	111	97	83	100	114	123	92	116
žena	12	20	23	9	18	13	15	22	24	20	28	20	27	13
celkem	132	119	121	115	132	136	126	119	107	120	142	143	119	129
muž [%]	91	83	81	92	86	90	88	82	78	83	80	86	77	90
žena [%]	9	17	19	8	14	10	12	18	22	17	20	14	23	10

Nyní se podíváme na to, jak byli úspěšní řešitelé v závislosti na tom, za jaký kraj soutěžili. Zde nám poskytne dobrý vhled graf 3.15, kde vidíme různé míry polohy bodového zisku. Vidíme tak, že nejlepších výsledků dosáhli kraje Moravskoslezský, Jihočeský či Praha. Praha je specifická také tím, že za celou dobu neměla jako jediný kraj ani jednoho absolutního vítěze. Konkrétní hodnoty charakteristik polohy účastníků pro jednotlivé roky viz tab 3.7.

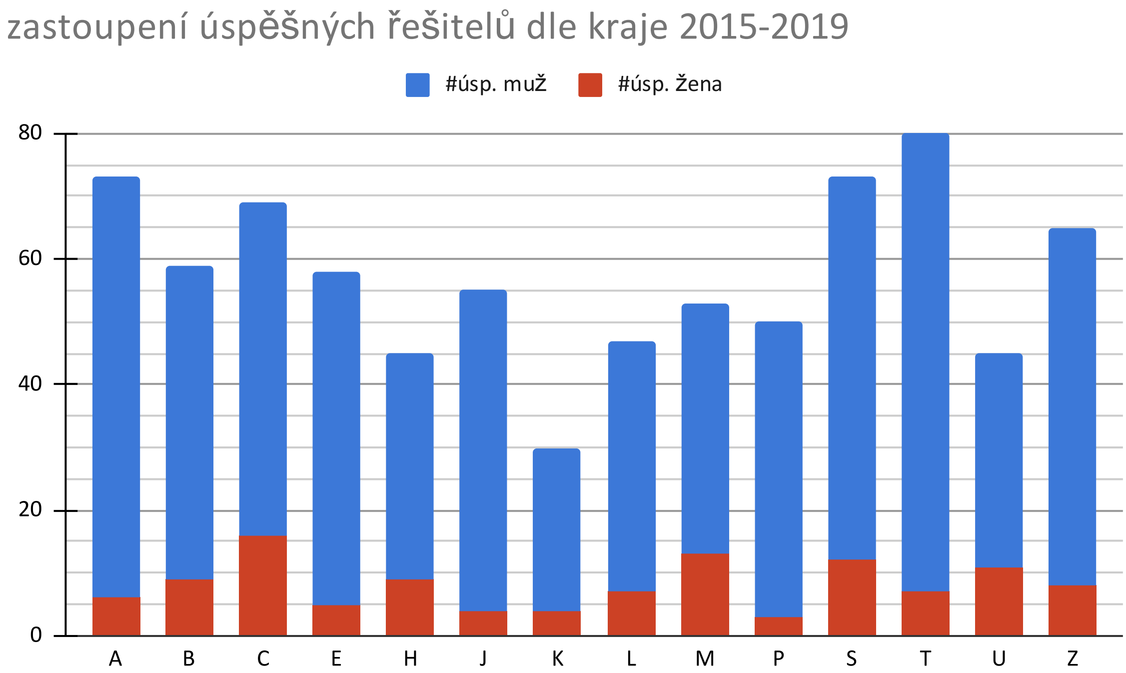


Obrázek 3.15: Míry polohy dle kraje 2015–2019

Tabulka 3.6: Charakteristik polohy účastníků dle krajů

Kraj	průměr	minimum	dolní kvartil	medián	horní kvartil	maximum
A	156,77	43	119	160	201	231
B	147,71	12	117	148	184	240
C	158,64	32	118	161	204	240
E	150,3	28	120	152	179	240
H	132,94	28	94	123	169	240
J	137,32	23	100	136	176	240
K	119,47	24	80	115	148	240
L	135,16	38	95	131	171	240
M	148,53	41	104,5	147	189	240
P	137,98	44	98	138,5	173	240
S	149,38	43	110	152	188	240
T	158,94	52	116	164	202	240
U	136,96	32	103	136	177	240
Z	147,07	38	111	152	184	240

Další možností je podívat se na to, kolik úspěšných řešitelů se nacházelo v každém kraji. Zde nám poskytne vhled do situace graf 3.16. Snadno vyčteme, že nejméně úspěšných řešitelů bylo v Karlovarském kraji a to 30 v letech 2015–2019. Dále pak kraje Královéhradecký a Ústecký, kde oba měli 45 úspěšných řešitelů. Naopak největší počet úspěšných řešitelů byl v Moravskoslezském kraji s rovnými 80 soutěžícími. Na dělené druhém místě se umístil Středočeský kraj a Praha se 73 soutěžícími. Konkrétní hodnoty počtu úspěšných řešitelů pro jednotlivé roky viz tab 3.7.

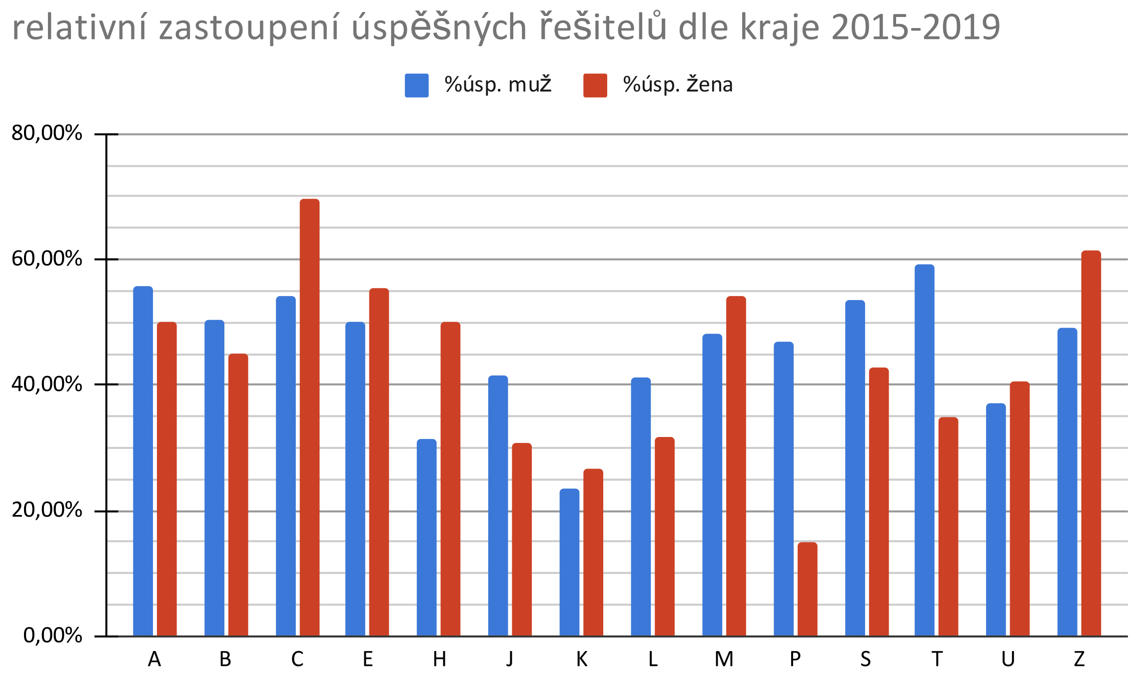


Obrázek 3.16: Zastoupení úspěšných řešitelů dle kraje 2015–2019

Tabulka 3.7: Počet úspěšných řešitelů pro jednotlivé roky

	A	B	C	E	H	J	K	L	M	P	S	T	U	Z
2015	5	2	1	3	0	1	0	0	2	2	6	4	1	5
2016	10	14	11	10	6	13	6	8	10	11	20	20	10	17
2017	5	5	10	7	3	8	3	3	2	7	11	9	2	6
2018	29	25	27	23	24	20	11	20	22	20	19	24	18	21
2019	24	13	20	15	12	13	10	16	17	10	17	23	14	16

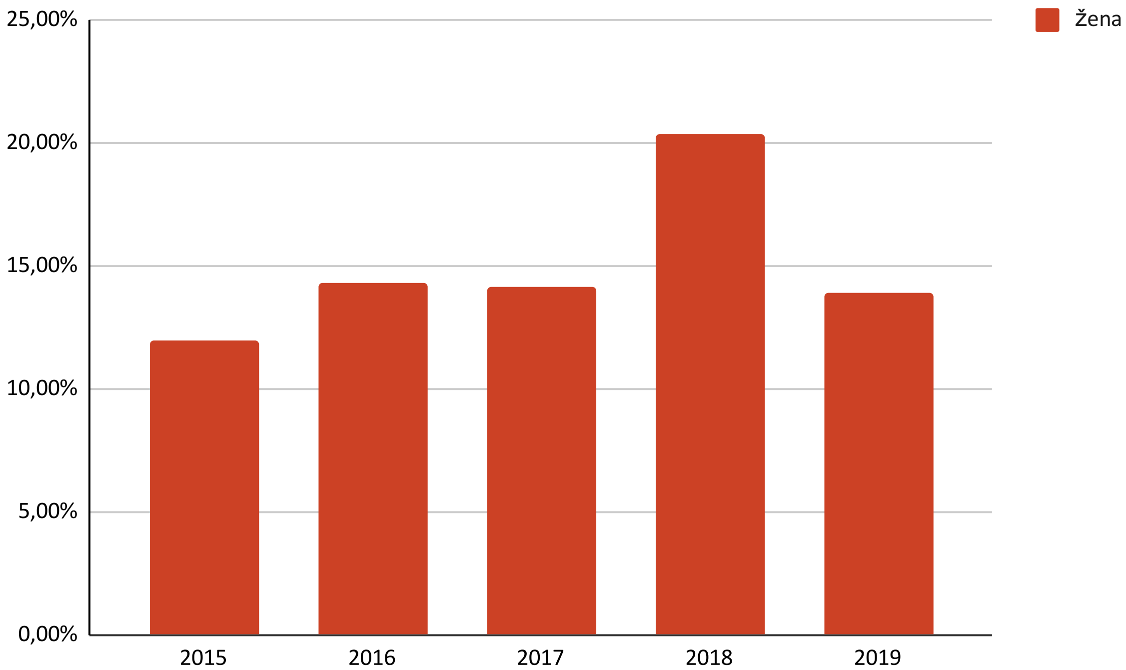
Zajímavé bude se opět podívat na zastoupení dívek a chlapců mezi úspěšnými řešiteli v rámci krajů. Jelikož již víme, že počty dívek a chlapců se značně liší, tak budeme pracovat s relativními zastoupení. Zde nám poskytne vhled do situace graf 3.16. Z něj poté vyčteme překvapující informace. Například budeme-li zkoumat, zda mají chlapci častěji převahu na dívkami, jak bychom mohli očekávat na základě předchozích zjištění, tak zjistíme, že poměr je v tomto případě 7:7.



Obrázek 3.17: Relativní zastoupení úspěšných řešitelů dle kraje 2015–2019

3.6 Vliv pohlaví na úspěšnost

Procentuální zastoupení dívek v kategorii B.challenge zachycuje graf 3.18. Z něj můžeme vyčíst, že nejméně se zúčastnilo 11,98 % dívek (nominálně 40) v prvním ročníku v roce 2015. Největší zastoupení pak měli v roce 2018, kdy se jich zúčastnilo 20,39 % (nominálně 73). Průměrně do této kategorie postoupí 14,96 % (nominálně 52,8).



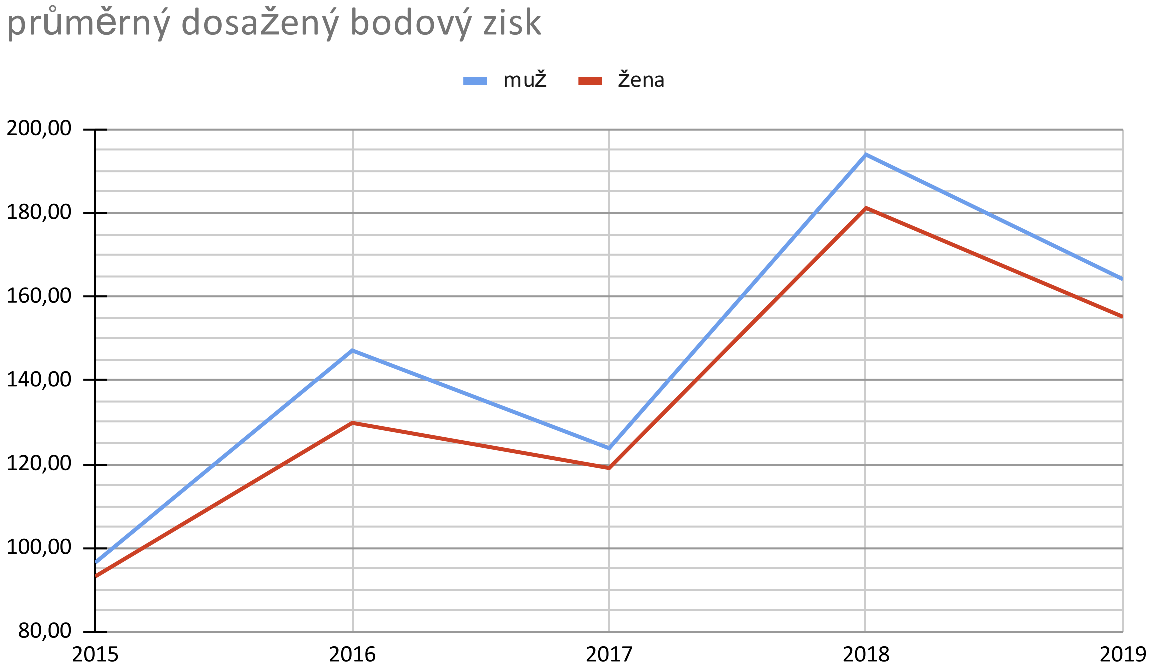
Obrázek 3.18: Procentuální účast dívek a chlapců 2015–2019

Chceme-li porovnat, jak se daří v soutěži dívkám a jak chlapcům, nabízí se nám několik možností. První z možností je porovnat jejich průměrně dosahované bodové zisky. Zde nám poskytne vhled do situace graf 3.19. Z něj lze vyčíst, že chlapci dosáhli v každém ročníku více bodů. Otázkou ale je, zda se jedná o statisticky významné rozdíly.

Vyslovíme tedy dvě hypotézy o rozdělení dosahovaných bodů. První hypotéza zní:

H_0: *Průměrný bodový zisk chlapců a dívek je stejný.*
H_A: *Průměrný bodový zisk chlapců a dívek není stejný.*

Budeme ji testovat pomocí dvouvýběrového t-testu na hladině významnosti 5 %.



Obrázek 3.19: Průměrný dosažený bodový zisk 2015–2019

Druhá hypotéza zní:

H_0: *Rozptyl bodových zisků chlapců a dívek je stejný.*
H_A: *Rozptyl bodových zisků chlapců a dívek není stejný.*

Budeme testovat pomocí Barlettova testu na hladině významnosti 5 %. Oba testy provedeme pomocí jazyka Python a statistického modulu Scipy.stats.

Z tabulky 3.8 lze vyčíst, že průměry jsou statisticky významně odlišné v letech 2016 a 2018. Z tabulky 3.9 pak lze vyčíst, že rozptyly nejsou statisticky významně odlišné v žádném roce. Jelikož v roce 2016 i 2018 je průměr dosažený chlapci vyšší můžeme na základě provedených testů prohlásit, že chlapci byli v těchto ročnících významně úspěšnější.

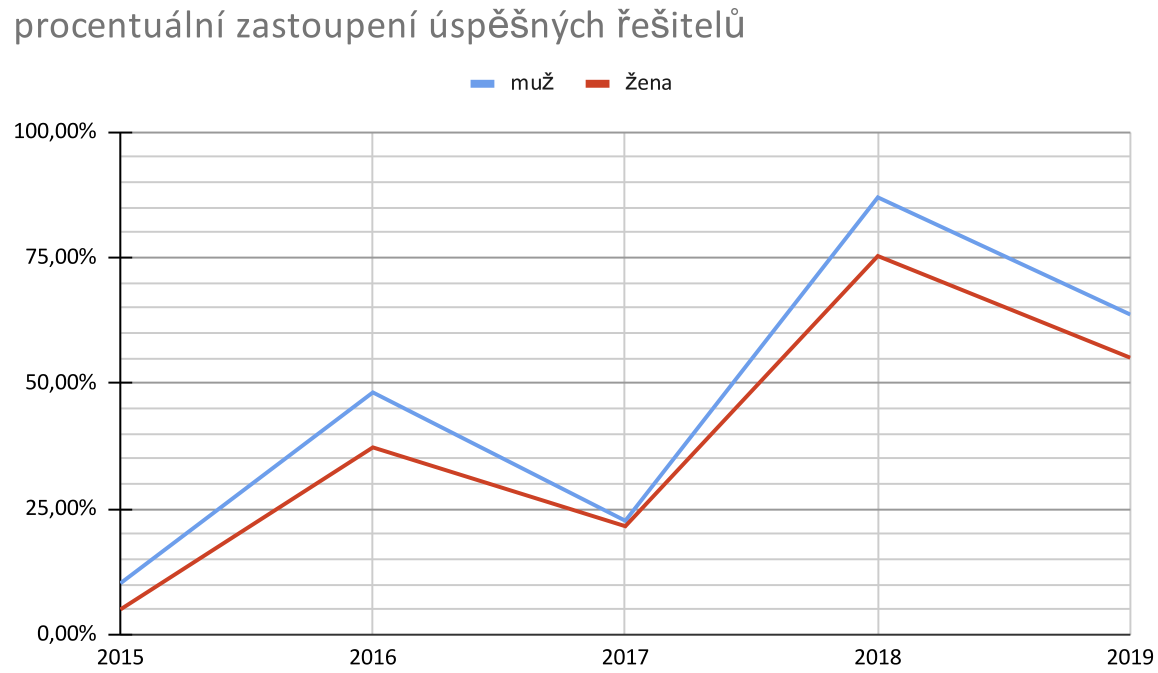
Tabulka 3.8: Dvouvýběrový t-test shody průměrů

t-test	2015	2016	2017	2018	2019
testová statistika	-0,55	-2,80	-0,67	-2,64	-1,46
p-hodnota	58,52 %	0,53 %	50,51 %	0,86 %	14,49 %

Tabulka 3.9: Barlettův test shody rozptylů

t-test	2015	2016	2017	2018	2019
testová statistika	2,84	0,47	1,80	1,62	2,35
p-hodnota	9,20 %	49,50 %	18,00 %	20,40 %	12,50 %

Druhou z možností, jak porovnat úspěšnost, je pomocí počtu úspěšných řešitelů. První vhled nám poskytne graf 3.20 zachycující procentuální zastoupení úspěšných řešitelů mezi dívkami a chlapci. Opět vidíme, že kandidáty na významný rozdíl jsou roky 2016 a 2018.



Obrázek 3.20: Procentuální zastoupení úspěšných řešitelů 2015–2019

Naše hypotéza tedy zní:

H_0: *Mezi dívkami a chlapci není významný rozdíl v relativním zastoupení úspěšných řešitelů.*

H_A: *Mezi dívkami a chlapci je významný rozdíl v relativním zastoupení úspěšných řešitelů.*

Hypotézu budeme testovat pomocí Chi-kvadrát testu nezávislosti na hladině významnosti 5 %. Test opět provedeme pomocí jazyka Python a statistického modulu Scipy.stats. Výsledky testu pro jednotlivé roky vidíme v tabulce 3.10. Na hladině významnosti 5 % zamítáme hypotézu pouze v roce 2018. Přijímáme tak tedy alternativní hypotézu: mezi dívkami a chlapci je významný rozdíl v relativním zastoupení úspěšných řešitelů. Jelikož procentuální zastoupení úspěšných řešitelů je u chlapců vyšší, tak můžeme prohlásit, že chlapci byli v roce 2018 významně úspěšnější.

Tabulka 3.10: Test χ^2-nezávislosti

χ^2-nezávislost	2015	2016	2017	2018	2019
testová statistika	1,10	2,10	0,03	6,09	0,71
p-hodnota	29,41 %	14,71 %	86,35 %	1,36 %	39,87 %

4 Analýza úloh

V této kapitole si ukážeme, jak určovat skutečnou obtížnost úlohy. Poté prozkoumáme možnosti využití znalosti skutečné obtížnosti úlohy. Na závěr se pokusíme navrhnout nástroj, který by nám pomohl přesněji než IO určovat to, jak úspěšně se dařilo tvůrcům soutěže odhadovat obtížnost úloh. Což by následně sloužilo k výběru úloh k další analýze.

4.1 Obtížnost úloh

V předchozí kapitole jsme představili několik IO a metodik pro určení obtížnosti úloh. Pro vlastní určení obtížnosti úlohy máme dvě strategie. První budeme nazývat *pořadí* a vychází z metodiky navrženou Vegtem. Spočívá v tom, že spočteme příslušné hodnoty IO či jiného kritéria určující obtížnost a ty seřadíme. V případě IO řadíme vzestupně a v případě metodiky Vegt či Izu sestupně, tj. vždy od nejlehčí úlohy po nejtěžší. Prvních pět úloh označíme jako L. Posledních pět úloh označíme jako T. Zbylých pět úloh označíme jako S.

Vlastností této metodiky je nutně rovnoměrné rozdělení obtížností, tj, poměr úloh dle obtížností je 5:5:5. Což si myslíme nemusí zcela odpovídat skutečnosti, ale pro potřeby souteže to může být vhodná vlastnost.

Druhou strategii budeme nazývat *intervaly* a vychází z metodiky navržené Izu a spol. Spočívá v tom, že spočteme příslušné hodnoty IO či jiného kritéria určující obtížnost. Dále je třeba určit, jakých hodnot má dané kritérium nabývat, abychom úlohu označili L, resp. S, resp. T. Poté podle toho, do kterého intervalu náleží hodnota kritéria, určíme její skutečnou obtížnost.

Vlastností této metodiky je naopak to, že není pevně daný počet úloh označených jako L, resp. označených jako S, resp. označených jako T. Což si myslíme odpovídá lépe skutečnosti a lze na základě takto určených obtížností lépe zhodnotit jejich odhadnutí.

Při práci se strategií intervaly budeme dále rozlišovat, zda pracujeme s *teoretickým* či *empirickým* modelem soutěže. Teoretický model bude snazší na zpracování, ale bude méně odpovídat skutečnosti, neboť pro jeho sestavení nebereme v úvahu již proběhlé soutěže.

Výpočet intervalů sloužící k určování obtížnosti si ukážeme na triviálním IO. Pro zbylé metodiky se postupuje analogicky. Z teoretického rozdělení úspěšnosti snadno dopočteme hodnotu triviálního IO. Dostáváme tak

$$\omega_T(L) = 1 - \mu(L) = 1 - 0,75 = 0,25,$$
$$\omega_T(S) = 1 - \mu(S) = 1 - 0,5 = 0,5,$$
$$\omega_T(T) = 1 - \mu(T) = 1 - 0,25 = 0,75,$$

kde $\omega_T(x)$ představuje hodnotu triviálního IO pro otázku dané obtížnosti, $\mu(x)$ představuje průměrnou úspěšnost dané obtížnosti. Přičemž hodnotu IO, kdy obtížnost přechází v sousední, lze **určit** hodnotou aritmetického průměru hodnot IO těchto obtížností. Tedy $\omega_T(L \leftrightarrow S) = \frac{0,25+0,5}{2} = 0,375$ a $\omega_T(S \leftrightarrow T) = \frac{0,5+0,75}{2} = 0,625$.

Pak úlohu označíme za L pokud

$$\omega_T(x) < \omega_T(L \leftrightarrow S) = 0,375,$$

resp. úlohu označíme za S pokud

$$0,375 = \omega_T(L \leftrightarrow S) \leq \omega_T(x) \leq \omega_T(S \leftrightarrow T) = 0,625,$$

resp. úlohu označíme za T pokud

$$0,625 = \omega_T(S \leftrightarrow T) \leq \omega_T(x).$$

Již víme, že triviální IO nabývá hodnot od 0 do 1 včetně, tj. nabývá hodnot z intervalu $\langle 0; 1\rangle$. Tento interval jsme nyní rozdělili na tři podintervaly a to tak, že

$$\langle 0, 1\rangle = \langle 0; 0,325) \cup \langle 0,325; 0,625\rangle \cup (0,625; 1\rangle.$$

Snadno nahlédneme, že $|\langle 0; 0,325)| = 0,325$, $\langle 0,325; 0,625\rangle| = 0,25$ a $|(0,625; 1\rangle| = 0,325$. Přičemž bychom očekávali, že intervaly budou stejně velké. Nabízí se alespoň dvě možnosti, jak tuto situaci řešit.

Jedna je upravit definici obtížností, tak aby všechny zabíraly $\frac{1}{3}$. Druhou možností pak je zavést si dvě pomocné obtížnosti tak, že velikost intervalů IO pro původní obtížnosti bude 0,25. Pro další práci volíme druhou možnost a to ze dvou důvodů. Za prvé nemění se původní definice obtížností a za druhé nám připadá přirozenější příliš lehké, resp. příliš těžké otázky zařadit do nových kategorií než je vtěsnávat do původních kategorií. Tyto dvě nové pomocné kategorie budeme nazývat velmi lehká a velmi těžká a dále je budeme značit vL a vT.

Očekávané úspěšnosti těchto dvou kategorií jsou $\mu(vL) = 1$ a $\mu(vT) = 0$. Tím jsme dodrželi pravidlo, že rozdíl středních hodnot úspěšností sousedních obtížností je $0,25$. Dostáváme tak

$$\omega_T(vL) = 1 - \mu(vL) = 1 - 1 = 0$$

$$\omega_T(vT) = 1 - \mu(vT) = 1 - 0 = 1.$$

Přičemž $\omega_T(vL \leftrightarrow L) = \frac{0+0{,}25}{2} = 0{,}125$ a $\omega_T(T \leftrightarrow vT) = \frac{0{,}75+1}{2} = 0{,}875$.

Pak úlohu označíme za vL pokud

$$\omega_T(x) < \omega_T(vL \leftrightarrow L) = 0{,}125,$$

resp. úlohu označíme za L pokud

$$0{,}125 = \omega_T(vL \leftrightarrow L) \leq \omega_T(x) < \omega_T(L \leftrightarrow S) = 0{,}375,$$

resp. úlohu označíme za S pokud

$$0{,}375 = \omega_T(L \leftrightarrow S) \leq \omega_T(x) \leq \omega_T(S \leftrightarrow T) = 0{,}625,$$

resp. úlohu označíme za T pokud

$$0{,}625 = \omega_T(S \leftrightarrow T) < \omega_T(x) \leq (T \leftrightarrow vT) = 0{,}875,$$

resp. úlohu označíme za vT pokud

$$0{,}875 = \omega_T(T \leftrightarrow vT) \leq \omega_T(x).$$

Při práci s empirickým modelem, musíme nejprve znát hodnoty počtu správných, špatných odpovědí a případně, kolik lidí se zdrželo odpovědi. Tento problém jsme již vyřešili v kapitole viz 3.5. Nyní již stačí příslušné hodnoty dosadit do předpisu daného indexu. Vzorově si opět ukážeme na triviálním IO. Nyní navíc rovnou využijeme faktu, že je vhodnější pracovat s pěti obtížnostmi. Dostáváme

$$\omega_T(vL) = 1 - \mu(L) = 1 - 0{,}882 = 0{,}118,$$

$$\omega_T(L) = 1 - \mu(L) = 1 - 0{,}703 = 0{,}297,$$

$$\omega_T(S) = 1 - \mu(S) = 1 - 0{,}473 = 0{,}527,$$

$$\omega_T(T) = 1 - \mu(T) = 1 - 0{,}247 = 0{,}753,$$

$$\omega_T(vT) = 1 - \mu(T) = 1 - 0{,}081 = 0{,}919,$$

kde $\omega_T(x)$ představuje hodnotu triviálního IO pro otázku dané obtížnosti, $\mu(x)$ představuje průměrnou úspěšnost dané obtížnosti. Přičemž hodnotu IO kdy obtížnost přechází v sousední lze **odhadnout** hodnotou aritmetického průměru hodnot IO těchto obtížností. Tedy

$$\begin{aligned}
\omega_T(vL \leftrightarrow L) &= \frac{0{,}118 + 0{,}297}{2} = 0{,}208,\\
\omega_T(L \leftrightarrow S) &= \frac{0{,}297 + 0{,}527}{2} = 0{,}412,\\
\omega_T(S \leftrightarrow T) &= \frac{0{,}527 + 0{,}753}{2} = 0{,}64\\
\omega_T(T \leftrightarrow vT) &= \frac{0{,}753 + 0{,}919}{2} = 0{,}836
\end{aligned}$$

Avšak je dobré si uvědomit, že rozdělení pravděpodobnosti indexu obtížnosti nemusí být symetrické. Dochází pak k drobným nepřesnostem při průměrování. Proto jsme provedli ještě zpřesnění modelu za pomocí distribučních funkcí. Dostáváme tak

$$\begin{aligned}
\omega_T(vL \leftrightarrow L) &= 0{,}207,\\
\omega_T(L \leftrightarrow S) &= 0{,}421,\\
\omega_T(S \leftrightarrow T) &= 0{,}643\\
\omega_T(T \leftrightarrow vT) &= 0{,}874
\end{aligned}$$

Pak úlohu označíme za vL pokud

$$\omega_T(x) < \omega_T(vL \leftrightarrow L) = 0{,}207,$$

resp. úlohu označíme za L pokud

$$0{,}207 = \omega_T(vL \leftrightarrow L) \leq \omega_T(x) < \omega_T(L \leftrightarrow S) = 0{,}421,$$

resp. úlohu označíme za S pokud

$$0{,}421 = \omega_T(L \leftrightarrow S) \leq \omega_T(x) \leq \omega_T(S \leftrightarrow T) = 0{,}643,$$

resp. úlohu označíme za T pokud

$$0{,}643 = \omega_T(S \leftrightarrow T) < \omega_T(x) \leq (T \leftrightarrow vT) = 0{,}874,$$

resp. úlohu označíme za vT pokud

$$0{,}874 = \omega_T(T \leftrightarrow vT) \leq \omega_T(x).$$

Tabulka A.1 poté zachycuje dopočtené hodnoty pro jednotlivé indexy a metodiky v teoretickém modelu. Tabulka A.2 poté zachycuje dopočtené hodnoty pro empirický model. Skutečnou obtížnost úlohy poté určíme snadno podle náležení hodnoty kritéria dané otázky do příslušného intervalu. Jen ještě upozoněme, že u metodiky Izu nepracujeme s kritériem obtížnost ale úspěšnost.

Nejprve si vyjádříme skutečnou obtížnost úloh pomocí metodiky pořadí. Dodejme, že metodika Vegt, Izu a triviální IO při strategii pořadí jsou ekvivalentní, proto dále pracuji jen s triviálním IO. Výsledky pro ročník 2015 zachycuje tabulka 4.1, kde IO T je triviální IO, IO V je Vaníčkův IO a IO P je podílový IO. Stejně se spočtou obtížnosti i pro další ročníky. Ty zde však již vypisovat nebudu z důvodu značné velikosti tabulky. Lze je dohledat v přílohách A.4 a A.6.

Vídíme tak například, že první dvě otázky, které měli být L jsou težší. Druhá otázka je dokonce T. Naopak u třetí úlohy se všechny tři IO shodují na obtížnosti L.

Lze si všimnou, že ne u všech otázek se obtížnosti schodují. Nabízí se řešení obtížnosti zprůměrovat. To provedeme tak, že úloze označené L přiřadíme hodnotu 1, resp. úloze označené S přiřadíme hodnotu 2, resp. úloze označené T přiřadíme hodnotu 3. Tím například pro úlohu číslo 6 dostáváme $\frac{2+2+1}{3} \simeq 1,67$. Skutečná obtížnost úlohy je tak tedy dle průměru S a je tedy dobře odhadnutá, neboť byla označena S.

Tabulka 4.1: Skutečné obtížnosti úloh dle indexů obtížnosti – pořadí – 2015

název úlohy	IO T	s(obt.)	IO V	s(obt.)	IO P	s(obt.)
Binární polovina	0,69	S	0,71	S	2,13	S
Halma	0,87	T	0,88	T	6,39	T
Kameny na náhrdelník	0,17	L	0,18	L	0,18	L
Štítky na háčkách	0,88	T	1,17	T	2,32	T
Výraz v diagramu	0,03	L	0,03	L	0,02	L
Hra s hromádkami	0,66	S	0,88	S	0,63	L
Křeslo nebo židle?	0,28	L	0,32	L	0,28	L
Meteorolog	0,30	L	0,36	L	0,26	L
Nelze odbočit vlevo	0,58	S	0,59	S	1,30	S
Výroba čipu 2	0,69	S	0,73	S	2,07	S
Chyba v programu	0,94	T	1,00	T	13,75	T
Kreslicí robot	0,90	T	0,93	T	8,26	T
Postfixový počítací stroj	0,53	L	0,57	L	0,93	S
Sada karet	0,69	S	0,74	S	2,01	S
Závody vozatajů	0,93	T	1,05	T	10,77	T

Nyní si vyjádříme obtížnost úloh pomocí druhé metodiky a to intervaly vycházející z teoretického modelu. Na příkladu si ukážeme, jak na základě hodnoty IO u dané úlohy určit její skutečnou obtížnost. U první úlohy má triviální IO hodnotu 0,69. Protože $0{,}825 \geq 0{,}69 > 0{,}625$, tak skutečná obtížnost úlohy je T. Takto dourčíme obtížnosti i pro další otázky. Pro ostatní indexy obtížnosti postupujeme zcela analogicky.

Pro ročník 2015 zachycuje hodnoty tab. 4.2. Stejně se spočtou obtížnosti i pro další ročníky. Ty zde však již vypisovat nebudu z důvodu značné velikosti tabulky. Lze je dohledat v přílohách A.8 a A.10. Opět si lze všimnout , že ne u všech otázek se obtížnosti určené na základě IO shodují. Opět můžeme použít zprůměrování jako u předchozí metodiky.

Tabulka 4.2: Skutečné obtížnosti – intervaly – teoretický model – 2015

název úlohy	Izu	s(obt.)	IO T	s(obt.)	IO V	s(obt.)	IO P	s(obt.)
Binární polovina	0,31	T	0,69	T	0,71	S	2,13	T
Halma	0,13	T	0,87	T	0,88	S	6,39	T
Kameny na náhrdelník	0,83	L	0,17	L	0,18	L	0,18	L
Štítky na háčkách	0,12	T	0,88	T	1,17	T	2,32	T
Výraz v diagramu	0,97	L	0,03	L	0,03	L	0,02	L
Hra s hromádkami	0,34	T	0,66	T	0,88	S	0,63	S
Křeslo nebo židle?	0,72	L	0,28	L	0,32	L	0,28	L
Meteorolog	0,70	L	0,30	L	0,36	L	0,26	L
Nelze odbočit vlevo	0,42	S	0,58	S	0,59	S	1,30	S
Výroba čipu 2	0,31	T	0,69	T	0,73	S	2,07	T
Chyba v programu	0,06	T	0,94	T	1,00	T	13,75	T
Kreslicí robot	0,10	T	0,90	T	0,93	S	8,26	T
Postfixový počítací stroj	0,47	S	0,53	S	0,57	S	0,93	S
Sada karet	0,31	T	0,69	T	0,74	S	2,01	T
Závody vozatajů	0,07	T	0,93	T	1,05	T	10,77	T

Při práci s empirickým modelem pracujeme zcela analogicky jen s hodnotami pro empirické rozdělení úspěšnosti. Pro naší vzorovou úloha tak dostáváme $0{,}874 \geq 0{,}692 > 0{,}643$. Tedy skutečná obtížnost úlohy je T. Takto dourčíme obtížnosti i pro další otázky. Pro ostatní indexy obtížnosti postupujeme zcela analogicky.

Pro ročník 2015 zachycuje hodnoty tab. 4.3. Stejně se spočtou obtížnosti i pro další ročníky. Ty zde však již vypisovat nebudu z důvodu značné velikosti tabulky. Lze je dohledat v přílohách A.12 a A.14. Opět si lze všimnout, že ne u všech otázek se obtížnosti určené na základě IO shodují. Opět můžeme použít zprůměrování jako u předchozí metodiky.

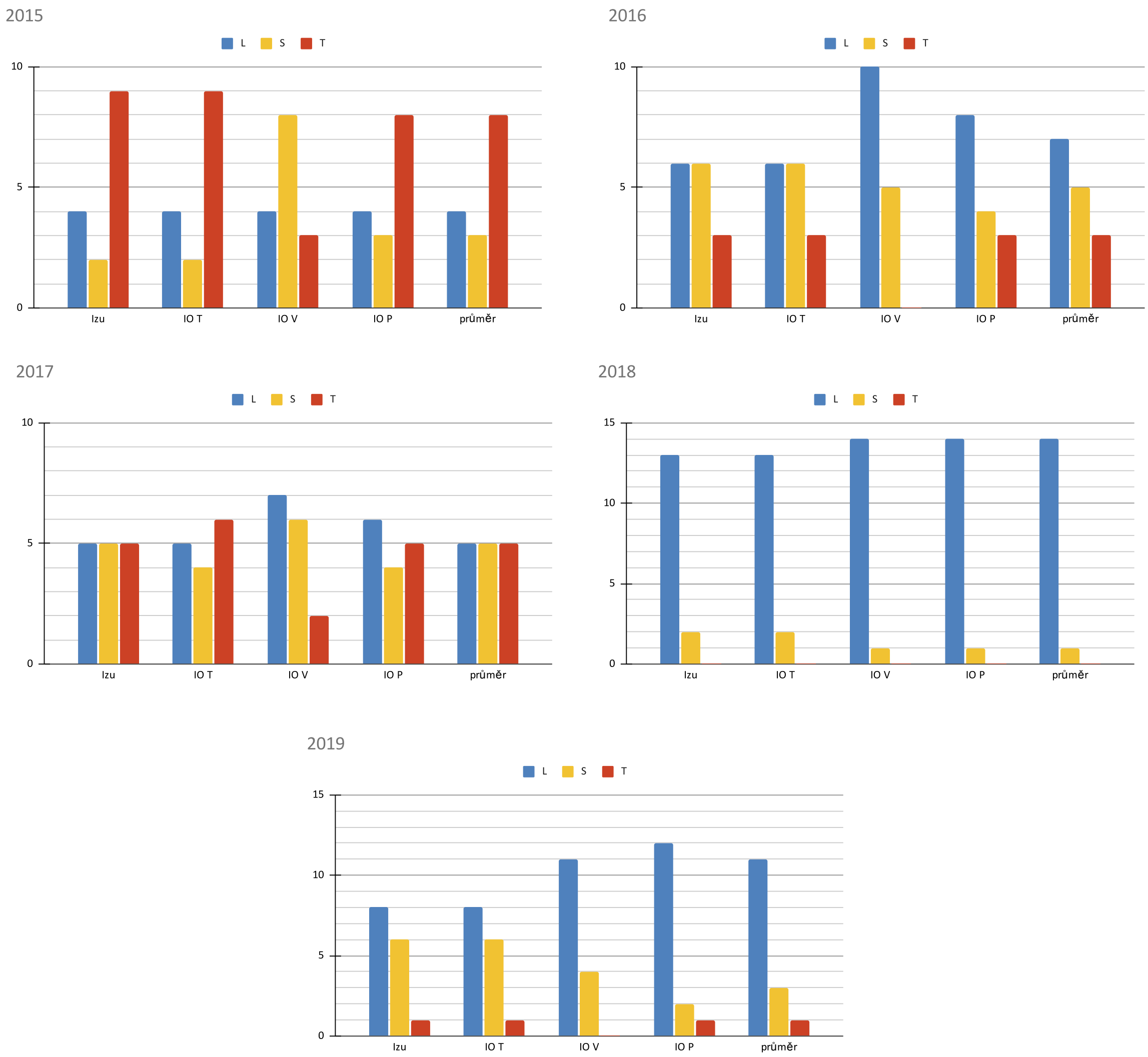
Tabulka 4.3: Skutečné obtížnosti – intervaly – empirický model – 2015

název úlohy	mod Izu	obt	IO T	obt	IO V	obt	IO P	obt
Binární polovina	0,32	T	0,69	T	0,71	T	2,13	T
Halma	0,14	T	0,87	T	0,88	T	6,39	T
Kameny na náhrdelník	0,85	L	0,17	L	0,18	L	0,18	L
Štítky na háčkách	0,30	T	0,88	T	1,17	T	2,32	T
Výraz v diagramu	0,98	L	0,03	L	0,03	L	0,02	L
Hra s hromádkami	0,61	S	0,66	T	0,88	T	0,63	S
Křeslo nebo židle?	0,78	L	0,28	L	0,32	L	0,28	L
Meteorolog	0,80	L	0,30	L	0,36	L	0,26	L
Nelze odbočit vlevo	0,43	S	0,58	S	0,59	S	1,30	S
Výroba čipu 2	0,33	T	0,69	T	0,73	T	2,07	T
Chyba v programu	0,07	T	0,94	T	1,00	T	13,75	T
Kreslicí robot	0,11	T	0,90	T	0,93	T	8,26	T
Postfixový počítací stroj	0,52	S	0,53	S	0,57	S	0,93	S
Sada karet	0,33	T	0,69	T	0,74	T	2,01	T
Závody vozatajů	0,08	T	0,93	T	1,05	T	10,77	T

Jeden z hlavních aspektů soutěže, který můžeme zjistit pomocí IO a příslušných metodik je počet úloh jejichž skutečná obtížnost je L, resp. S, resp. T. Upozorněme však, že to lze pochopitelně jen pro strategii intervaly, neboť pro strategii pořadí vždy obdržíme poměr 5:5:5. Rozložení skutečných obtížností pro jednotlivé ročníky ilustrují histogramy viz 4.1 pro teoretické modely a 4.2 pro empirické modely.

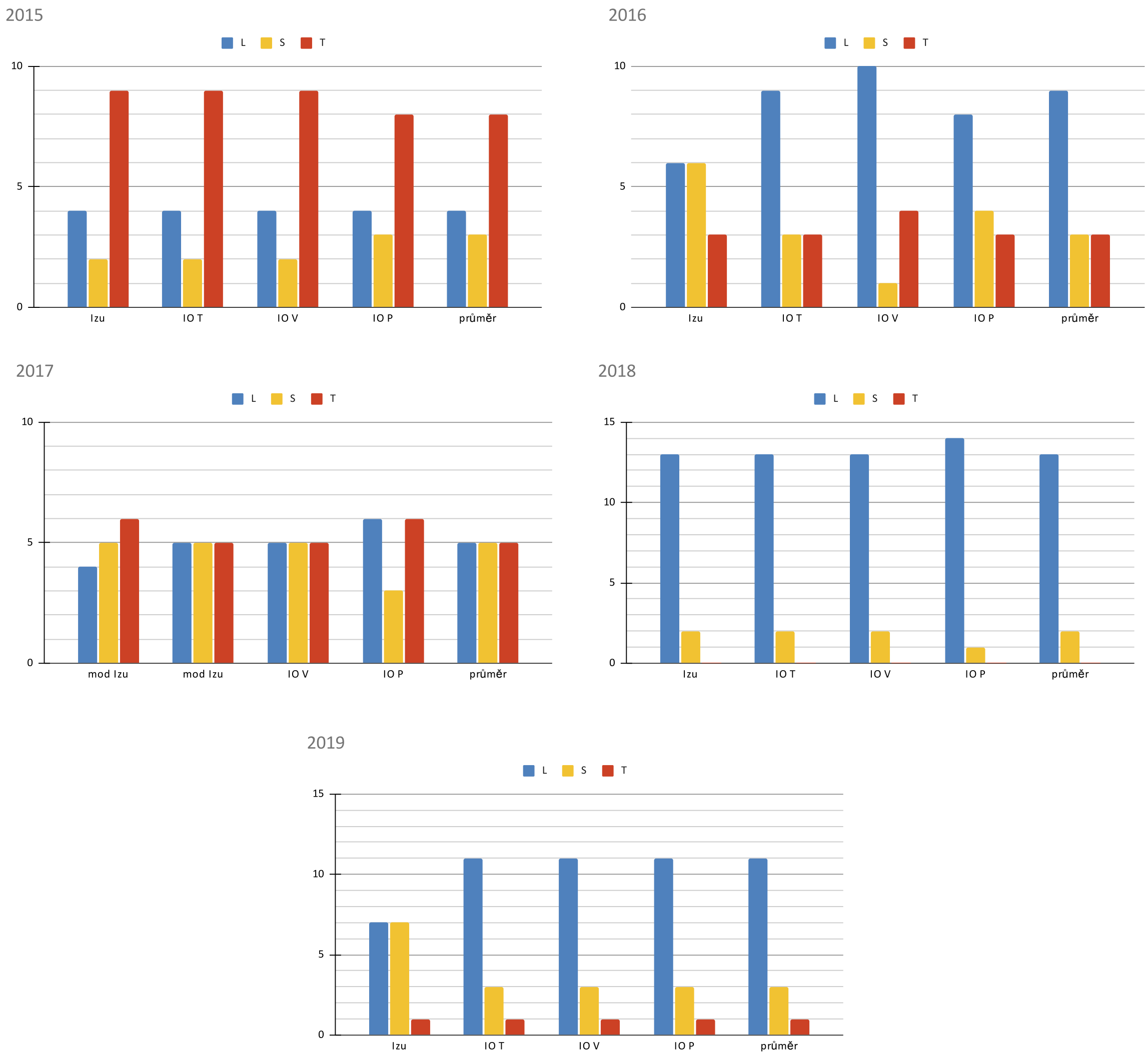
Můžeme tak tedy říct, že ročník 2017 byl nejblíže očekávanému rozdělení obtížností tj. 5:5:5 Oproti tomu ročníky 2018 a 2019 byly od očekávaného rozložení nejdále. S tím, že značně převažovaly otázky s obtížností L. V roce 2018 byl poměr obtížností dokonce 14:1:0 dle některých metodik.

Co se týče jednotlivých metodik, tak lze říci, že triviální IO má tendenci označovat úlohy T. Naopak nejméně přísný je Vaníčkův IO, což je ale způsobeno tím, že v teoretickém modelu je hodnota nezodpovězení u všech úloh 0 %.
Proto tento výsledek nelze očekávat u empirických modelů IO.



Obrázek 4.1: Počet úloh dané obtížnosti – teoretický model

U empirického modelu si lze všimnou, že jednotlivé metodiky se mezi sebou vcelku shodují. To nás vede k tomu domnívat se, že tento model opravdu popisuje věrněji skutečné obtížnosti a lze se na jeho výsledky více spolehnout. Co se ale týče závěrů, tak docházíme ke stejným výsledkům. Tedy nejblíže očekávanému rozložení je ročník 2017 a nejdále opět ročník 2018.



Obrázek 4.2: Počet úloh dané obtížnosti – empirický model

Dále nám zjištěné hodnoty kritérií umožňují porovnat obtížnosti jednotlivých úloh mezi sebou. Tedy můžeme pomocí daného kritéria seřadit úlohy dle obtížnosti. Lze využít již zpracovaná data pomocí strategie pořadí. Pořadí úloh si poté jen přehledně zapíše do tabulky viz 4.4. Další ročníky lze opět dohledat v přílohách A.16 a A.18. Připomeňme ještě, že typ modelu nemá na pořadí vliv.

Narozdíl od skutečné obtížnosti se na pořadí již jednotlivé metodiky neshodnou. To znamená, že úlohu označí stejnou obtížností, ale jiným pořadím. To by se ovšem nemělo značně lišit. Tedy množiny úloh označených stejnou obtížností podle daných metodik by se měli téměř rovnat. Slůvkem téměř máme na mysli alespoň 80 % procent pro úlohy označených L, resp S a alespoň 60 % pro úlohy označené jako S. Tato hypotéza se ukázala jako téměř pravdivá. Jedinou vyjímkou byl ročník 2019 a Vaníčkův a podílový IO, kde se shodli jen na 40 % úloh. Za pozornost stojí ročník 2018, kde byla skutečná obtížnost naprosté většiny otázek L, ale alespoň pořadí bylo téměř zachováno podle očekávané obtížnosti.

Tabulka 4.4: Skutečné pořadí úloh dle indexů obtížnosti – 2015

o(pořadí)	název úlohy	IO T	IO V	IO P
1	Binární polovina	5	5	5
2	Halma	3	3	3
3	Kameny na náhrdelník	7	7	8
4	Štítky na háčkách	8	8	7
5	Výraz v diagramu	13	13	6
6	Hra s hromádkami	9	9	13
7	Křeslo nebo židle?	6	1	9
8	Meteorolog	1	10	14
9	Nelze odbočit vlevo	10	14	10
10	Výroba čipu 2	14	6	1
11	Chyba v programu	2	2	4
12	Kreslicí robot	4	12	2
13	Postfixový počítací stroj	12	11	12
14	Sada karet	15	15	15
15	Závody vozatajů	11	4	11

Takto spočtené IO můžeme dále použít například vyjádření obtížnosti celé soutěže a to tak, že je jednoduše posčítáme. Snadno pak můžeme mezi sebou provnávat obtížnost jednotlivých ročníků. Skutečné obtížnosti jednotlivých ročníků i s očekávanými obtížnostmi zachycuje tabulka 4.5, kde o() je očekávaná hodnota, s() je skuetečná hodnota.

Co již za pomocí IO nelze dobře rozhodnout je, zda byla soutěž významně snažší či obtížnější než se očekávalo. Z tabulky ale vidíme, že dle všech IO je obtížnost ročníků vzestupně 2018, 2019, 2016, 2017, 2015. Přičemž ročník 2018 se jeví jako výrazně lehčí a naopak ročník 2017 jako dobře sestavený.

Tabulka 4.5: Skutečné obtížnosti soutěže dle indexů obtížnosti

obtížnost soutěže	o(IO T)	s(IO T)	o(IO V)	s(IO V)	o(IO P)	s(IO P)
2015	7,91	9,14	8,79	10,13	18,07	51,30
2016	7,91	6,12	8,79	6,78	18,07	11,99
2017	7,91	7,60	8,79	8,62	18,07	22,97
2018	7,91	3,08	8,79	3,59	18,07	2,99
2019	7,91	4,93	8,79	5,65	18,07	7,01

4.2 Adekvátnost odhadu obtížnosti

Dalším možným využitím kritérií obtížnosti je ohodnocení, jak se dařilo odhadnout obtížnost úlohy. Nejprve musíme určit pro jaké hodnoty kritéria je obtížnost dobře odhadnutá. Například v metodice Izu vycházející z teoretického modelu víme, že úloha je lehká pokud je kritérium v intervalu $(0{,}65; 1\rangle$. Pokud tedy očekávaná obtížnost byla L, pak jed odhad správný a ohodnotíme jej 0. V opačném případě je nesprávný a úloha je buď těžší, pak odhad ohodnotíme 1 nebo lehčí, pak odhad ohodnotíme -1. Hodnoty pro určování adekvátnosti úloh dalších obtížností a kriterií pro model soutěže s třemi obtížnosti zachycuje tabulka A.27. Model soutěže s pěti obtížnostmi, pak zachycuje tabulka A.28.

Dodejme, že adekvátnost lze ještě zjemnit. Pokud úloha označená L má skutečnou obtížnost T, pak odhad ohodnotíme 2. V případě, že úloha označená T má skutečnou obtížnost L, pak odhad ohodnotíme -2. Samozřejmě lze opět využít znalost hodnot všech kritérií a ohodnotit odhad obtížnosti na základě jejich průměru.

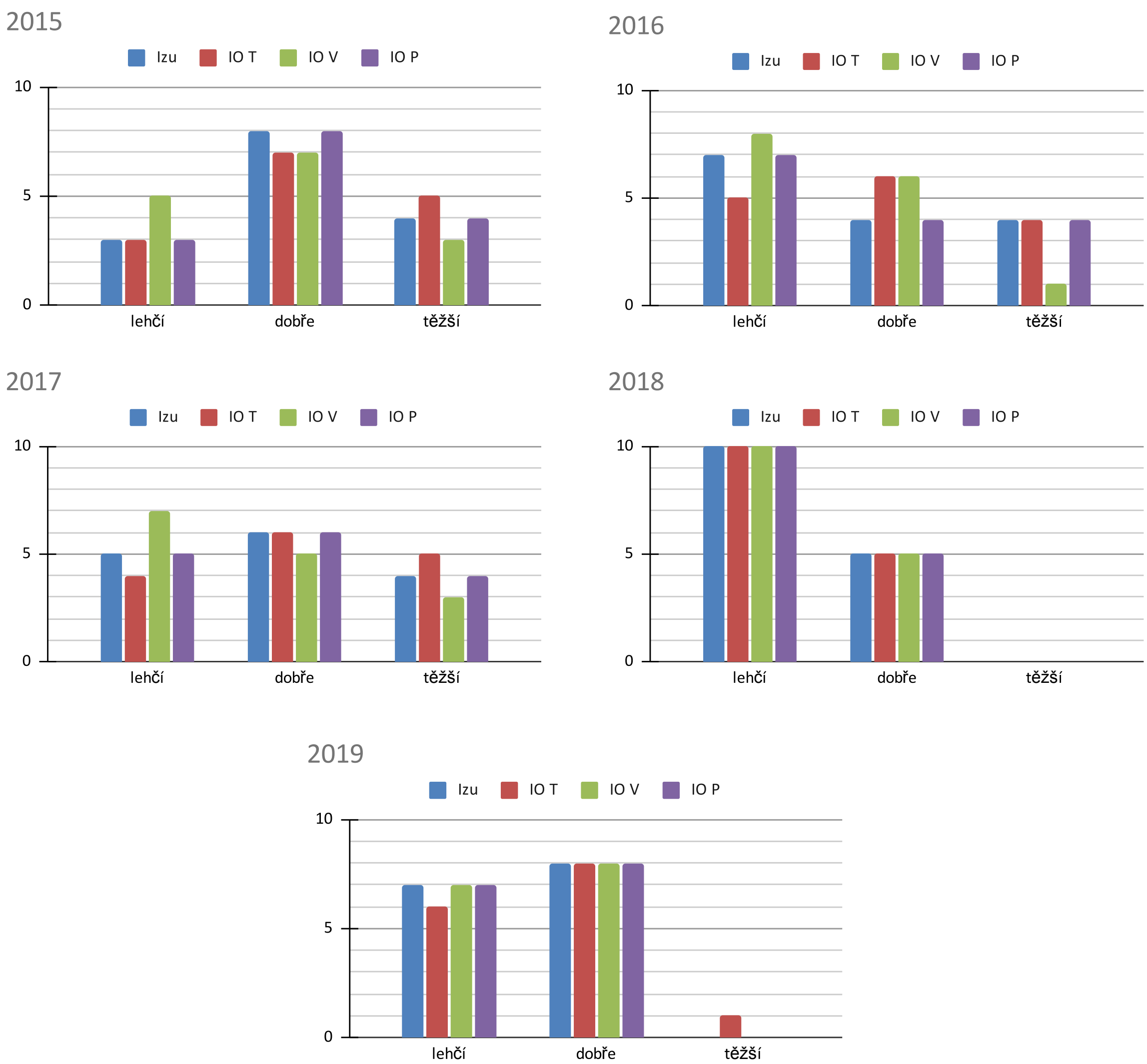
Nyní již jsme schopni určit, zda byla obtížnost úlohy na základě kritéria obtížnosti dobře odhadnuta. Například úloha **Binární polovina** měla triviální IO rovný 0,69 a očekávaná obtížnost byla L. Hodnota IO náleží do intervalu $(0{,}38, 1\rangle$ a skutečná obtížnost je těžší a odhad je tedy špatný. Takto postupujeme pro další otázky.

Námi zjištěné skutečnosti pro jednotlivé kritéria a strategii interval ilustrují grafy 4.3 a 4.4 pro metody vycházející z teoretického modelu. Přičemž první z nich ilustruje případ, kdy uvažujeme v soutěži pouze tři obtížnosti. Druhé grafy pak ilustrují případy, kdy uvažujeme obtížností pět. Již víme, že strategie pořadí dává stejné výsledky, jak pro teoretické modely, tak pro empirické modely. Rozhodli jsme se je tedy zařadit až v části s empirickými modely.

Vidíme tak, že jednotlivé metodiky strategie pořadí se mezi sebou téměř shodují zejména v prvním případě. Za pozornost také stojí fakt, že přestože ročník 2017 nemá nejvyšší počet dobře odhadnutých obtížností, ale protože počet lehčích a těžších úloh je symetricky rozložený, tak se celkově jeví jako dobře odhadnutý.

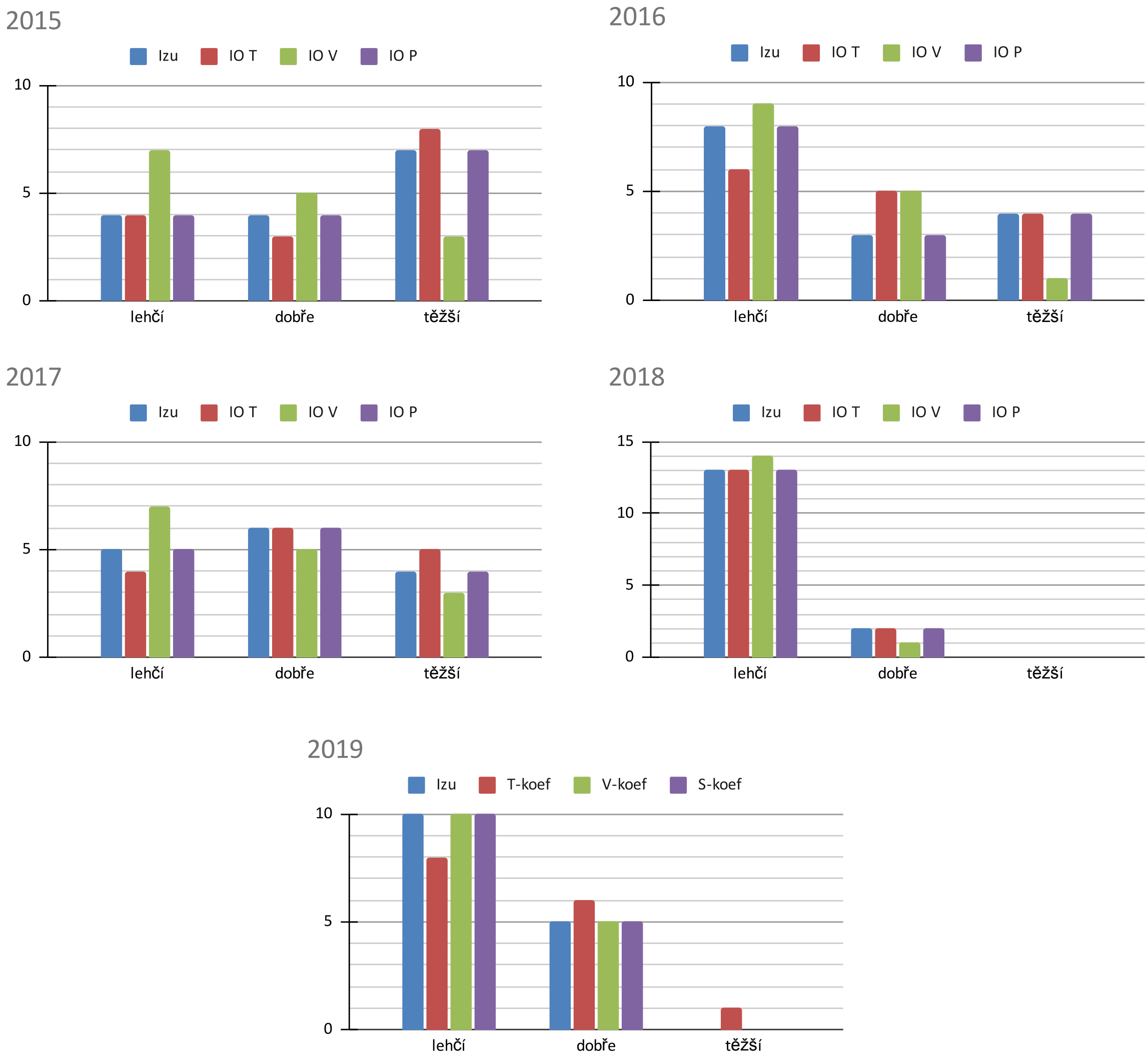
Samozřejmě lze opět využít znalost hodnot všech tří IO a ohodnotit odhad obtížnosti na základě jejich průměru.

Teoretický model se třemi obtížnostmi zachycuje graf 4.3. Vidíme, že s vyjímkou ročníku 2018 bylo nejvíce správně odhadnutých obtížností úlohy. Dalším pozitivním zjištěním je, že poměr chybných odhadů měl tendenci mít poměr 1 : 1 lehčích vůči těžším odhadům. Výjímkou pak je ročník 2019, kde bylo jednoznačně více lehčích úloh než se očekávalo.



Obrázek 4.3: Adekvátnost odhadu obtížnosti – teoretický model – 3 obtížnosti

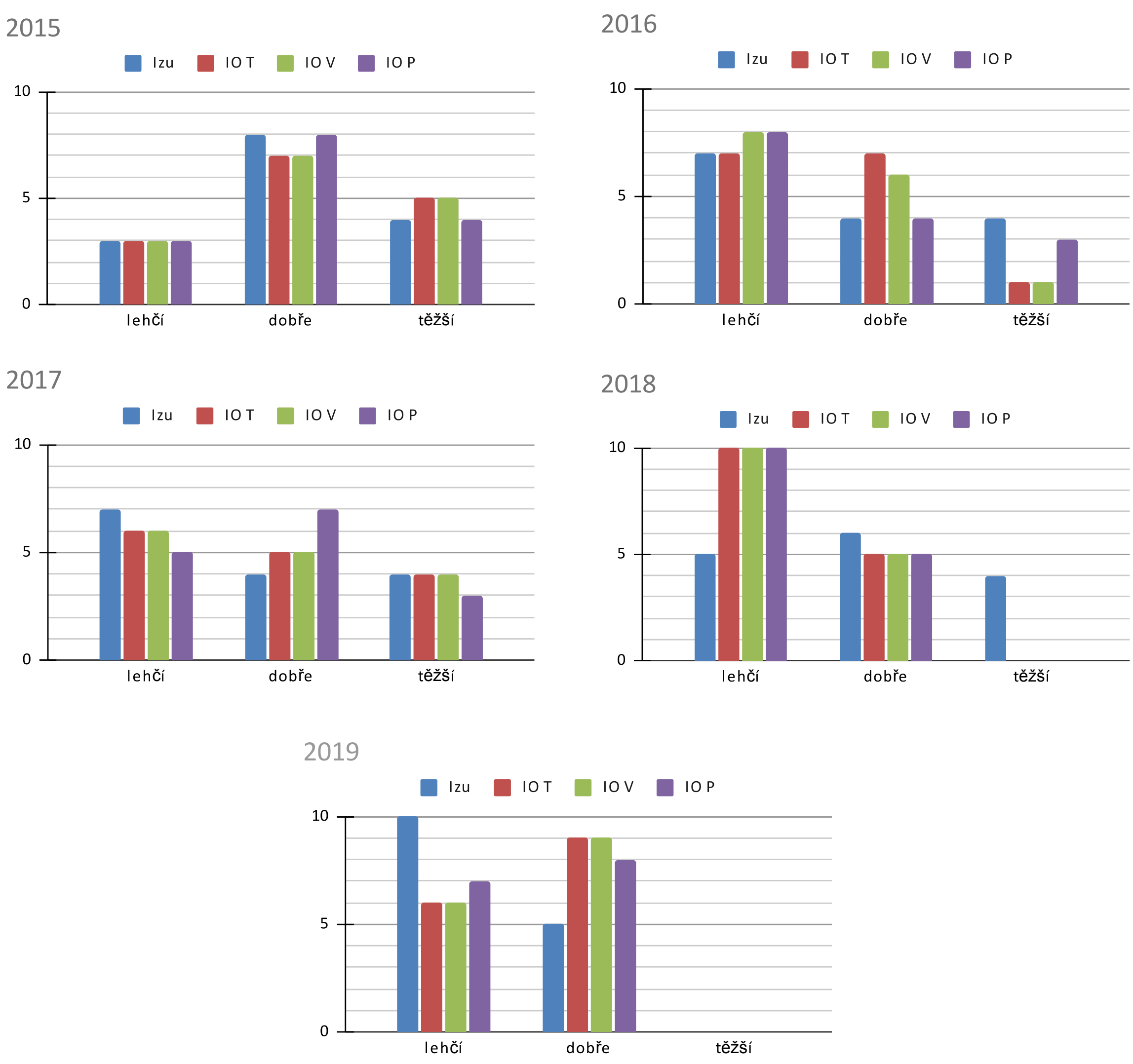
Teoretický model s pěti obtížnostmi zachycuje graf 4.4. Narozdíl od předchozího modelu se jednotlivé metodiky lehce rozcházejí. Nicméně celkově nám podávají stejné výsledky. Tedy ročník 2017 se jeví jako nejlépe odhadnutý a ročníky 2018 a 2019 jako nehůře odhadnuté. S tím, že skutečná obtížnost byla v těchto ročnících nižší než očekávaná.



Obrázek 4.4: Adekvátnost odhadu obtížnosti – teoretický model – 5 obtížnosti

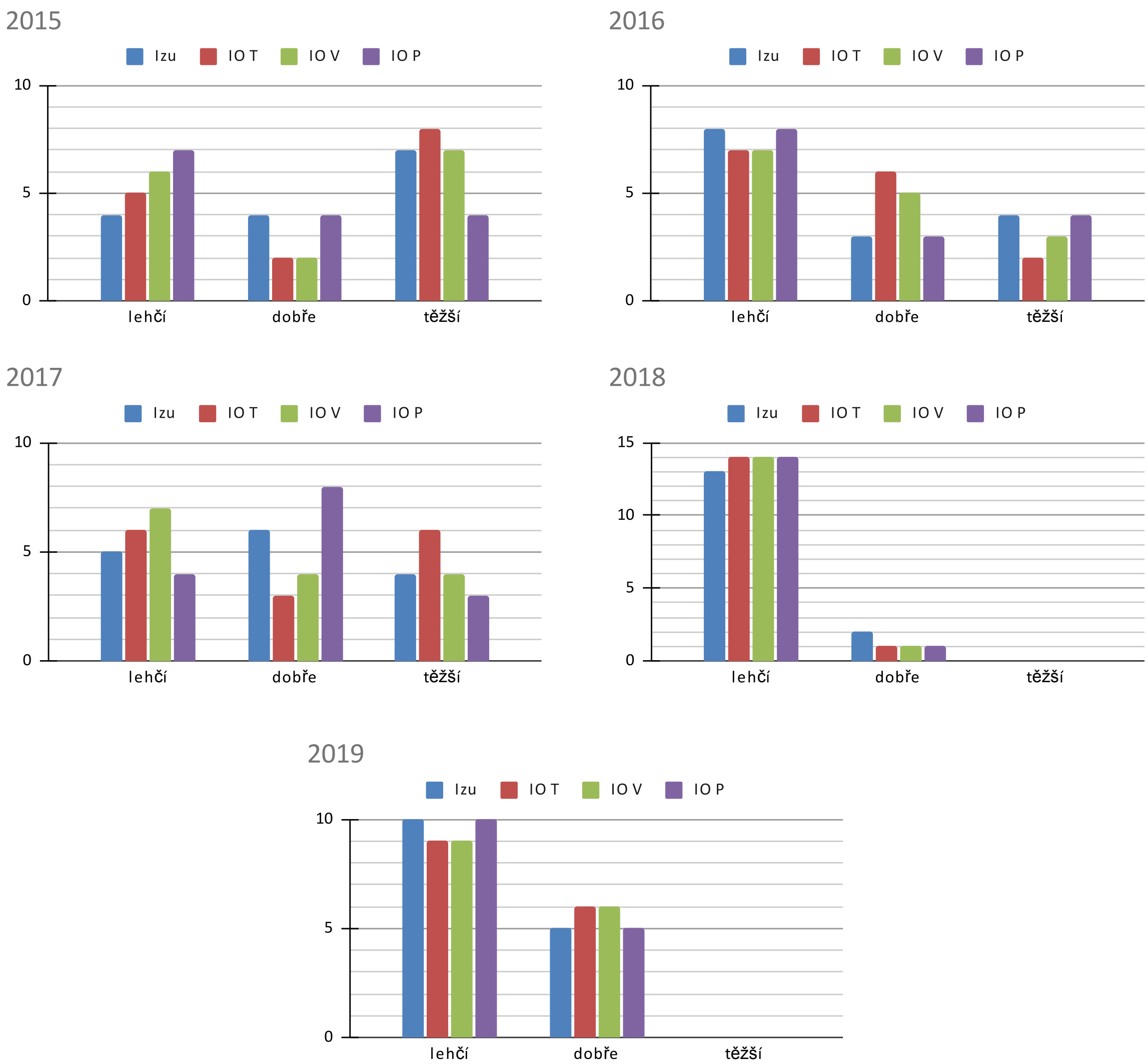
Nyní provedeme stejnou analýzu s tím rozdílem, že budeme pracovat s empirickým modelem. Nutně se nám tedy změní hodnoty intervalů pro určování adekvátnosti odhadu. Jejich hodnoty jsou zachyceny v tabulkách A.29 pro model soutěže s třemi obtížnostmi a A.30 pro model soutěže s pěti obtížnostmi.

Výsledky pro strategii interval a model vycházející ze soutěže se třemi obtížnostmi ilustruje histogram 4.5. Empirický model se téměř shoduje s teoretickým. Lze si však všimnou drobných rozdílů. Například ročník 2015 se v tomto modelu jeví jako trochu těžší, než se očekávalo. Naopak ročník 2016 se jeví jako trochu lehčí, než se očekávalo.



Obrázek 4.5: Adekvátnost odhadu obtížnosti – empirický model – 3 obtížnosti

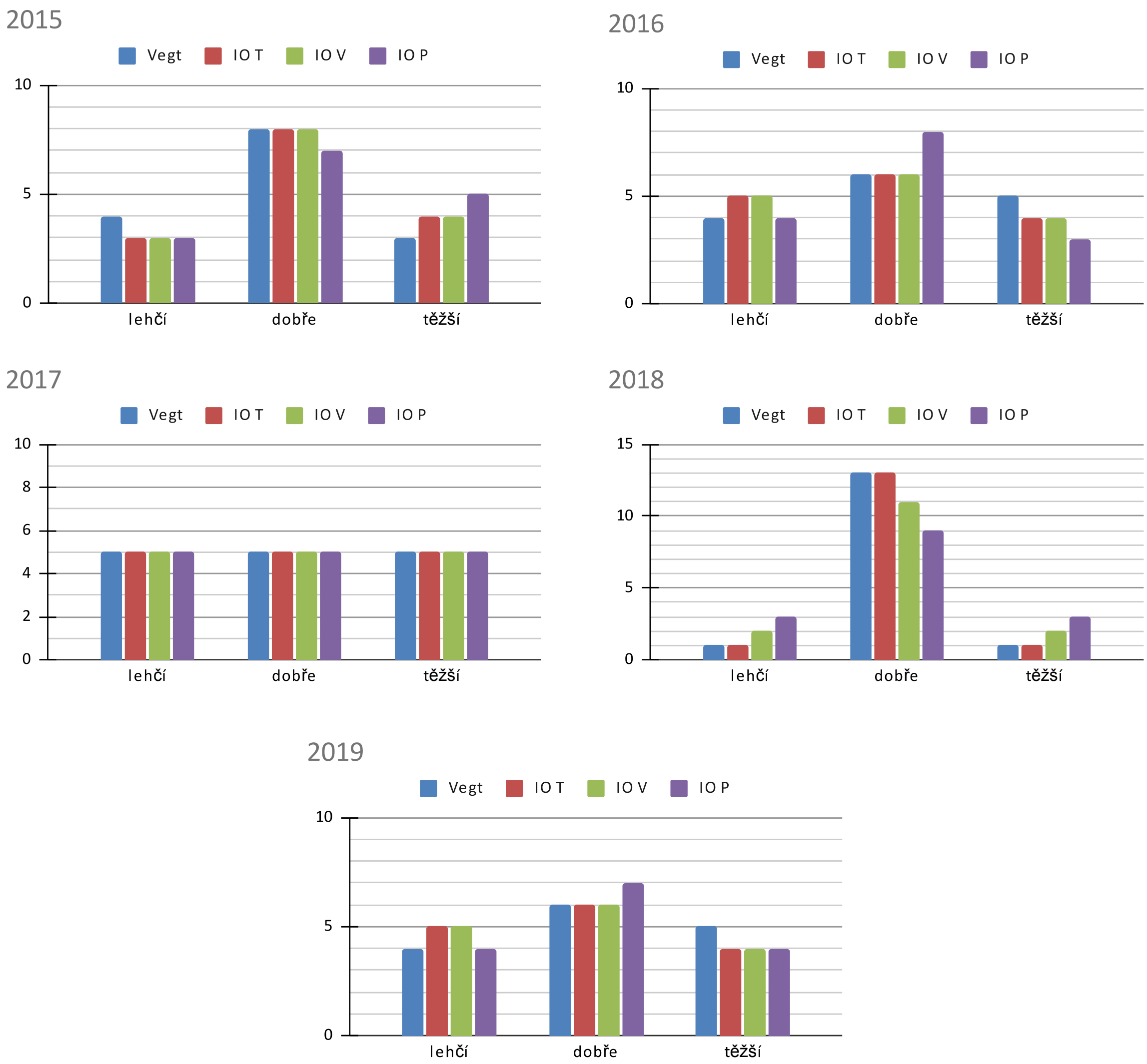
Výsledky pro strategii interval a model vycházející ze soutěže s pěti obtížnostmi ilustruje histogram 4.6. Opět se objevuje větší roztříštěnost jednotlivých metodik jako ve všech modelech pro pět obtížností. Nicméně nás utvrzuje v našem pozorování z předchozího grafu. Tedy ročník 2015 se opět jeví jako trošku těžší a ročník 2016 se jeví jako trochu lehčí.



Obrázek 4.6: Adekvátnost odhadu obtížnosti – empirický model – 5 obtížnosti

Výsledky pro strategii pořadí ilustruje histogram 4.7. Můžeme si všimnout, že označuje ještě více odhadů jako správných. Paradoxně ročník 2018 vychází jako nejlépe odhadnutý. Musíme so ovšem uvědomit, že to, co nám tato metodika říká, je to, že nejlhečí otázky byly označeny L a nejtěžší T. Nicméně již vůbec neřeší, jaká byla skutečná obtížnost úlohy. Jak již víme z předchozí kapitoly, tak v ročníku 2018 bylo 14 úloh se skutečnou obtížností L.

Tedy tato metodika je výborná na ohodnocení pořadí úloh, ale na ohodnocení odhadu obtížnosti ji nedoporučujeme.



Obrázek 4.7: Adekvátnost odhadu obtížnosti – empirický model – pořadí

V této části podkapitoly navrhneme index, pomocí kterého lze měřit míru úspěšnosti odhadu obtížnosti úlohy. Budeme jej nazývat *index adekvátnosti odhadu obtížnosti* (dále jen IA) a budeme jej značit α. Co takovýto index musí splňovat?

Zajisté bude třeba, aby šly koeficenty mezi sebou porovnávat, tedy ideální by bylo, aby se jednalo o reálné číslo.

Dále by bylo rozumné požadovat, aby u otázky, kde byla přesně stanovená obtížnost, měl hodnotu 0. Potom všechny otázky, které budou těžší něž se očekávalo budou mít α záporné, resp. lehčí než se očekávalo budou mít α kladné.

Dále budeme požadovat vlastnost symetrie, tj. pokud je hodnota indexu obtížnosti například o 10 % vyšší než očekávaná hodnota, obdržíme index adekvátnosti α_1, resp. naopak o 10 % nižší, α_2. Pak musí platit, že $|\alpha_1| = |\alpha_2|$.

Takové vlastnosti splňuje IA setrojený pomocí testového kritéria z-testu. Potom IA má tvar

$$\alpha(x) = \frac{(\omega(x) - o(\omega(x))) \cdot \sqrt{n}}{s},$$

kde x značí úlohu, $o(\omega(x))$ zjištěnou hodnotu IO, $o(\omega(x))$ odhadovanou hodnotu IO, n je počet soutěžících a s je výběrová směrodatná odchylka. Je tedy třeba mít na paměti, že hodnota IA je závislá na použitém IO.

Zkušenosti při práci s takto definovaným IA nás vedli k uvědomění si, že počet účastníků nemá pro další práci s ním vliv, proto je dále zanedbáme a budeme pracovat s indexem ve tvaru

$$\alpha(x) = \omega(x) - \omega(o(x)).$$

Nyní je třeba určit, pro jaké hodnoty lze úlohu označenou jakou L stále považovat za L a kdy je již s větší pravděpodobností S, resp. T. Stejně pak vyřešit případ pro otázku označenou S, resp.T. Z grafu viz 3.3 lze vyčíst, že úloha přechází z L na S (a naopak) při úspěšnosti 37,5 %, resp. L a S přechází v T při úspěšnosti 62,5 %. Přičemž T přechází na S při úspěšnosti 62,5 % a na L při 37,5 %.

Jak z uvedených úspěšností zjistit hodnotu IO a poté IA si ukážeme na triviálním IO. Nejprve si je třeba uvědomit, že výše popsaný model je teoretický a je třeba jej upravit podle skutečných hodnot v této kategorii. Pomocí nich již určíme empirické hodnoty IO pro jednotlivé obtížnosti. Dostáváme tak

$$\omega_T(L) = 0{,}25$$

$$\omega_T(S) = 0{,}5$$

$$\omega_T(T) = 0{,}75$$

a pro hraniční hodnoty

$$\omega_T(L \leftrightarrow S) = 0{,}375$$

$$\omega_T(S \leftrightarrow T) = 0{,}625.$$

Dále určíme v ilustračním výpočtu hodnotu IA pro kterou již lze úlohu označenou jako L považovat za S, resp. za T. Tedy IA pro úlohu označenou jako L musí nabýt hodnoty

$$\alpha = (0{,}375 - 0{,}25) = 0{,}125$$

a větší abychom ji považovali již za S, resp. hodnoty

$$\alpha = (0{,}625 - 0{,}25) = 0{,}375$$

a větší abychom ji již považovali za T. Hodnoty pro další kritéria obtížnosti lze nalézt viz A.31. Při práci s modelem soutěže se třemi obtížnostmi, pracujeme pouze s příslušnými hodnotami. Zcela analogicky postupujeme při určování hodnot pro ostatní indexy obtížnosti.

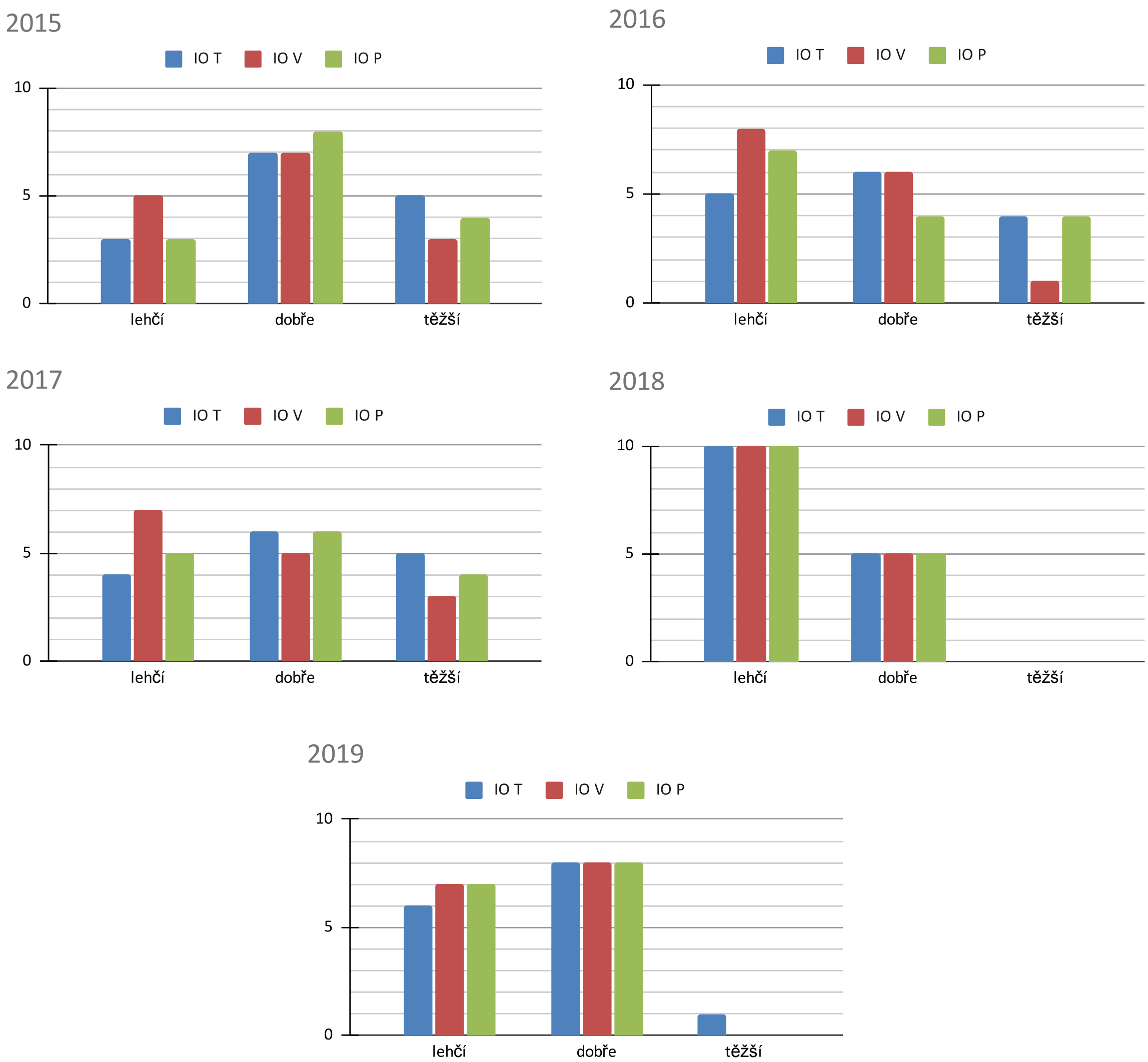
Nyní již můžeme určovat IA pro jednotlivé úlohy. Na příkladu si ukážeme, jak postupovat při určování IA dle triviálního IO. Úloha **Binární polovina** má $\omega_T(x) = 0{,}692$ a je označena L, tedy $o(\omega_t(L)) = 0{,}297$ a $\alpha_T(x) = \omega_T(x) - o(\omega_t(L)) = 0{,}692 - 0{,}25 = 0{,}442$. Z tabulky A.31 vidíme, že skutečná obtížnost je vyšší a tedy odhad nebyl správný. Stejně jako u IO jsme schopni určit skutečnou obtížnost úlohy, která je T. Nyní jsme navíc schopni určit míru, o kolik jsme se spletli při odhadu obtížnosti úlohy.

Stejně postupujeme pro další otázky. Konkrétní hodnoty IA pro různé IO zachycuje tabulka 4.6. Z důvodu její velikosti uvádím jen ročník 2015. Další ročníky lze opět dohledat v přílohách A.20 a A.22.

Tabulka 4.6: Hodnoty IA – teorie – 2015

o(pořadí)	název úlohy	IO T	IO V	IO P
1	Binární polovina	0,442	0,335	1,793
2	Halma	0,618	0,507	6,053
3	Kameny na náhrdelník	-0,082	-0,198	-0,153
4	Štítky na háčkách	0,627	0,799	1,984
5	Výraz v diagramu	-0,223	-0,345	-0,311
6	Hra s hromádkami	0,159	0,130	-0,368
7	Křeslo nebo židle?	-0,216	-0,425	-0,715
8	Meteorolog	-0,201	-0,391	-0,744
9	Nelze odbočit vlevo	0,078	-0,159	0,305
10	Výroba čipu 2	0,195	-0,024	1,069
11	Chyba v programu	0,190	-0,126	10,750
12	Kreslicí robot	0,148	-0,198	5,265
13	Postfixový počítací stroj	-0,223	-0,555	-2,070
14	Sada karet	-0,055	-0,390	-0,990
15	Závody vozatajů	0,184	-0,079	7,773

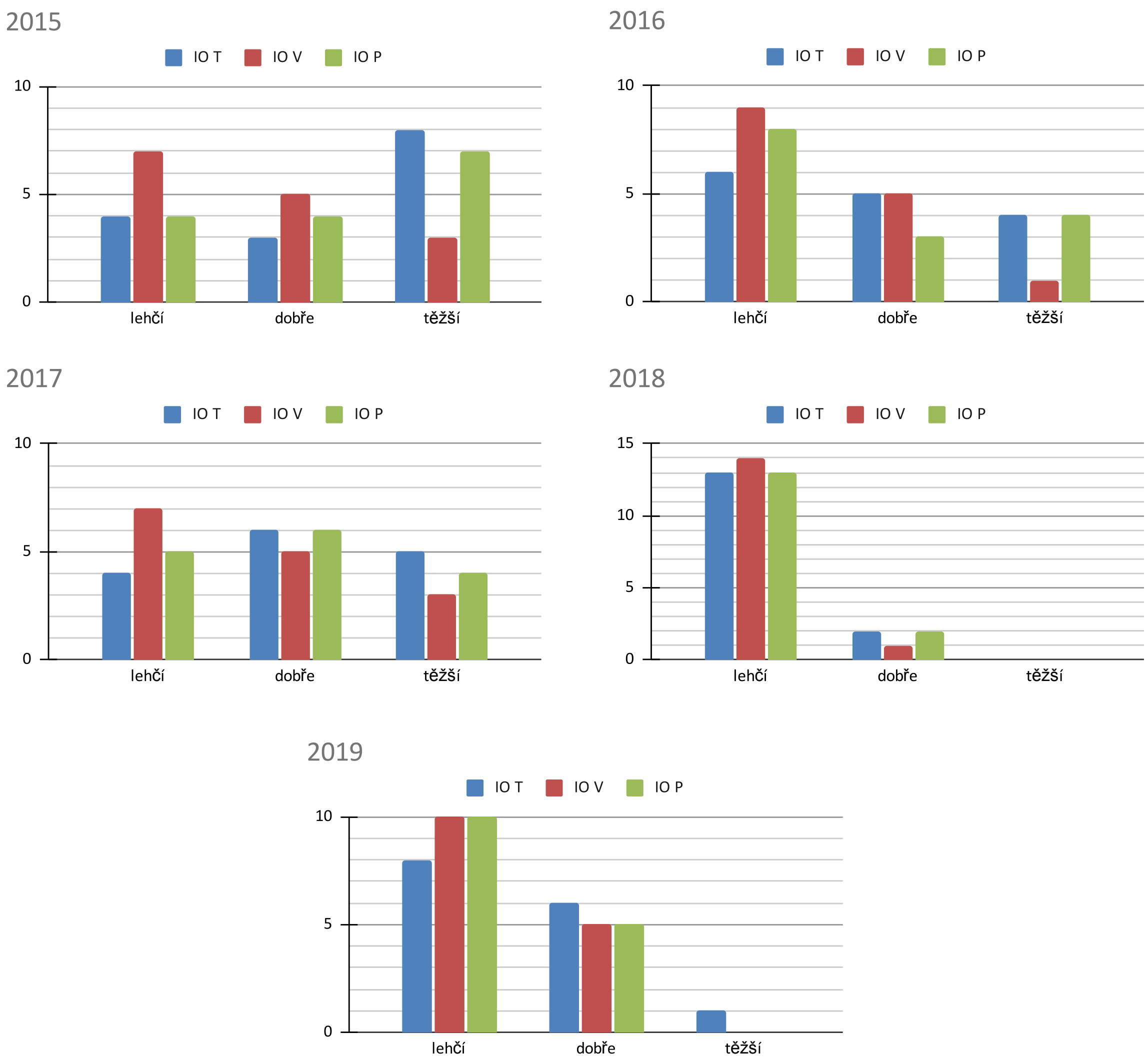
Nyní jsme také schopni určit, kolik úloh bylo daný ročník dle daného kritéria lehčích či těžších. Tuto situaci pro model soutěže se třemi obtížnostmi ilustruje graf 4.9. Vidíme, že se hodnoty pro jednotlivé IO téměř shodují. Na jejich základě opět docházíme k závěru, že ročník 2017 byl nejlépe odhadnutý. Naopak nejhůře odhadnutý byl ročník 2018 s největším (dokonce největším možným) počtem lehčích úloh.



Obrázek 4.8: Adekvátnost odhadu obtížnosti – teoretický model - 3 obtížnosti

Pro model soutěže s pěti obtížnostmi vidíme, že se hodnoty pro jednotlivé IO již tolik neshodují jako v předchozím případě. Za pozornost tedy stojí ročníky, kde se shodují a to 2018 a 2019. Kde je shoda na tom, že ročníky byli lehčí než měli být.

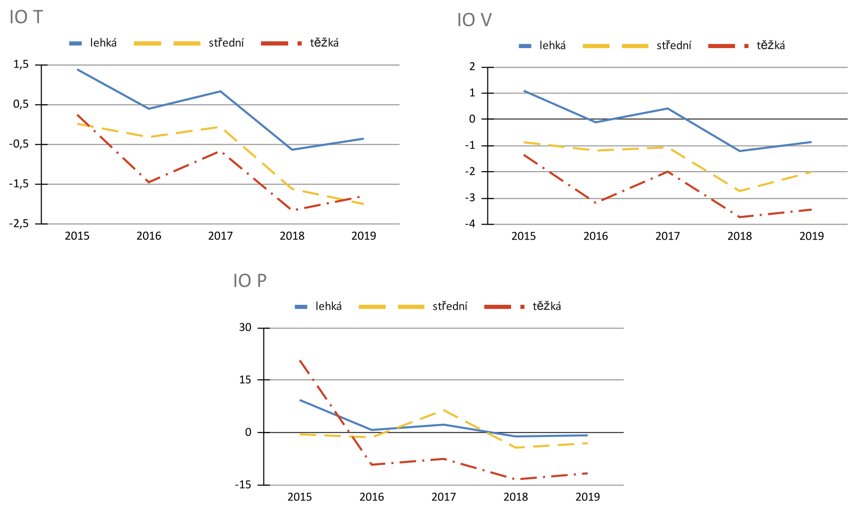
Z pozorování se také nabízí hypotéza, že triviální IO má tendenci odhad spíše označovat jako správný. Vaníčkův IO má tendenci má tendenci odhad spíše označovat jako těžší. Podílový IO má tendenci odhad spíše označovat jako lehčí.



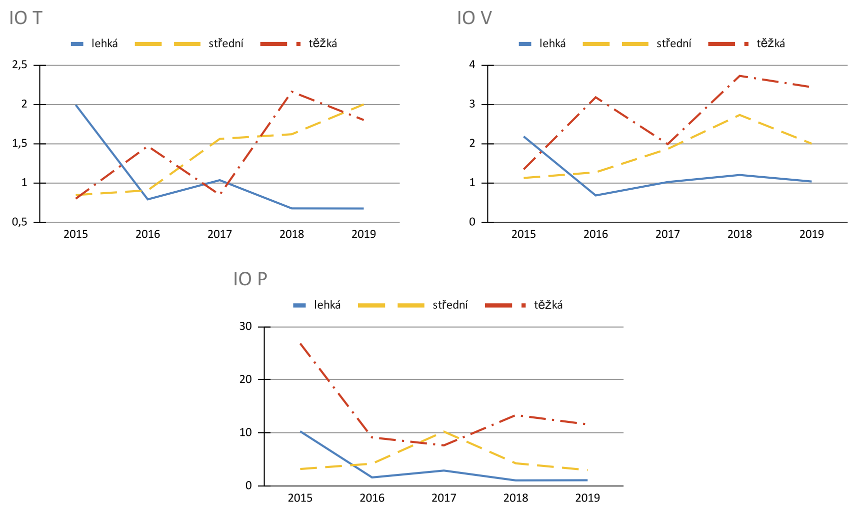
Obrázek 4.9: Adekvátnost odhadu obtížnosti – teoretický model – 5 obtížnosti

V grafech 4.10 vidíme trend, kdy pokud je nějaká kategorie obtížnosti lehčí či těžší, pak mají tuto vlastnost i zbylé kategorie. Pak lze nahlédnout také to, co lze očekávat a to, že otazky označené L mají tendenci být ve skutečnosti těžší a naopak otázky označené T mají tendenci být ve skutečnosti lehčí.

V grafech 4.11 absolutních chyb vidíme, že nejlépe se dařilo odhadovat obtížnost u otázek označených L. Tento odhad se dokonce časem zlepšoval. Oproti tomu otázky označené jako T měli nejhorší odhad, který se časem ještě zhoršil.



Obrázek 4.10: Míra chyby odhadu obtížnosti úlohy



Obrázek 4.11: Míra chyby odhadu obtížnosti úlohy – absolutně

Nyní zbývá určit, pro jaké hodnoty lze úlohu označenou jakou L stále považovat za L a kdy je již s větší pravděpodobností S, resp. T v empirickém modelu. Stejně pak vyřešit případ pro otázku označenou S, resp.T. Postupujeme obdobně jako pro teoretický model jen nyní bereme v potaz hodnoty z již proběhlých ročníků.

Jak pomocí úspěšností zjistit hodnotu IO a poté IA si ukážeme na triviálním IO. Pomocí nich již určíme empirické hodnoty IO pro jednotlivé obtížnosti. Dostáváme tak

$$\omega_T(L) = 0{,}297$$

$$\omega_T(S) = 0{,}527$$

$$\omega_T(T) = 0{,}753$$

a pro hraniční hodnoty

$$\omega_T(L \leftrightarrow S) = 0{,}421$$

$$\omega_T(S \leftrightarrow T) = 0{,}643.$$

Dále určíme v ilustračním výpočtu hodnotu IA, pro kterou již lze úlohu označenou jako L považovat za S, resp. za T. Tedy IA pro úlohu označenou jako L musí nabýt hodnoty

$$\alpha = (0{,}421 - 0{,}297) \simeq 0{,}124$$

a větší abychom ji považovali již za S, resp. hodnoty

$$\alpha = (0{,}643 - 0{,}297) \simeq 0{,}346$$

a větší abychom ji již považovali za T. Hodnoty pro další obtížnosti lze nalézt viz A.32. Zcela analogicky postupujeme při určování hodnot pro ostatní indexy obtížnosti.

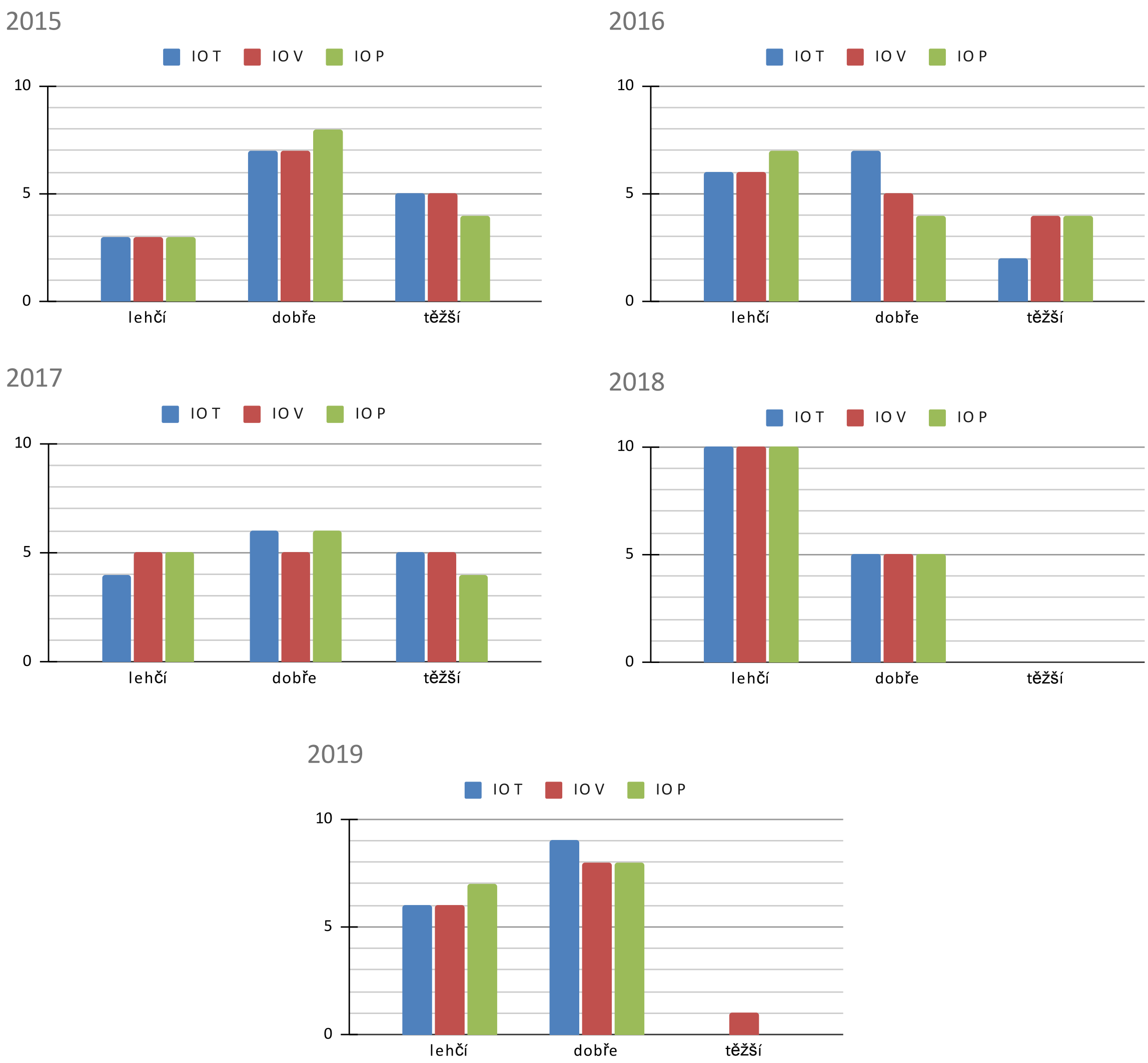
Nyní již můžeme určovat IA pro jednotlivé úlohy. Na příkladu si ukážeme, jak postupovat při určování IA dle triviálního IO. Úloha **Binární polovina** má $\omega_T(x) = 0{,}692$ a je označena L, tedy $\omega_T(o(L)) = 0{,}297$ a $\alpha_T(x) = \omega_T(x) - \omega_t(o(L)) = 0{,}692 - 0{,}297 = 0{,}395$. Z tabulky A.32 vidíme, že skutečná obtížnost je vyšší a tedy odhad nebyl správný. Stejně jako u IO jsme schopni určit skutečnou obtížnost úlohy, která je T. Nyní jsme navíc schopni určit míru, o kolik jsme se spletli při odhadu obtížnosti úlohy.

Stejně postupujeme pro další otázky. Konkrétní hodnoty IA pro různé IO zachycuje tabulka 4.7. Z důvodu její velikosti uvádím jen ročník 2015. Další ročníky lze opět dohledat v přílohách A.24 a A.26.

Tabulka 4.7: Hodnoty IA – empirie – 2015

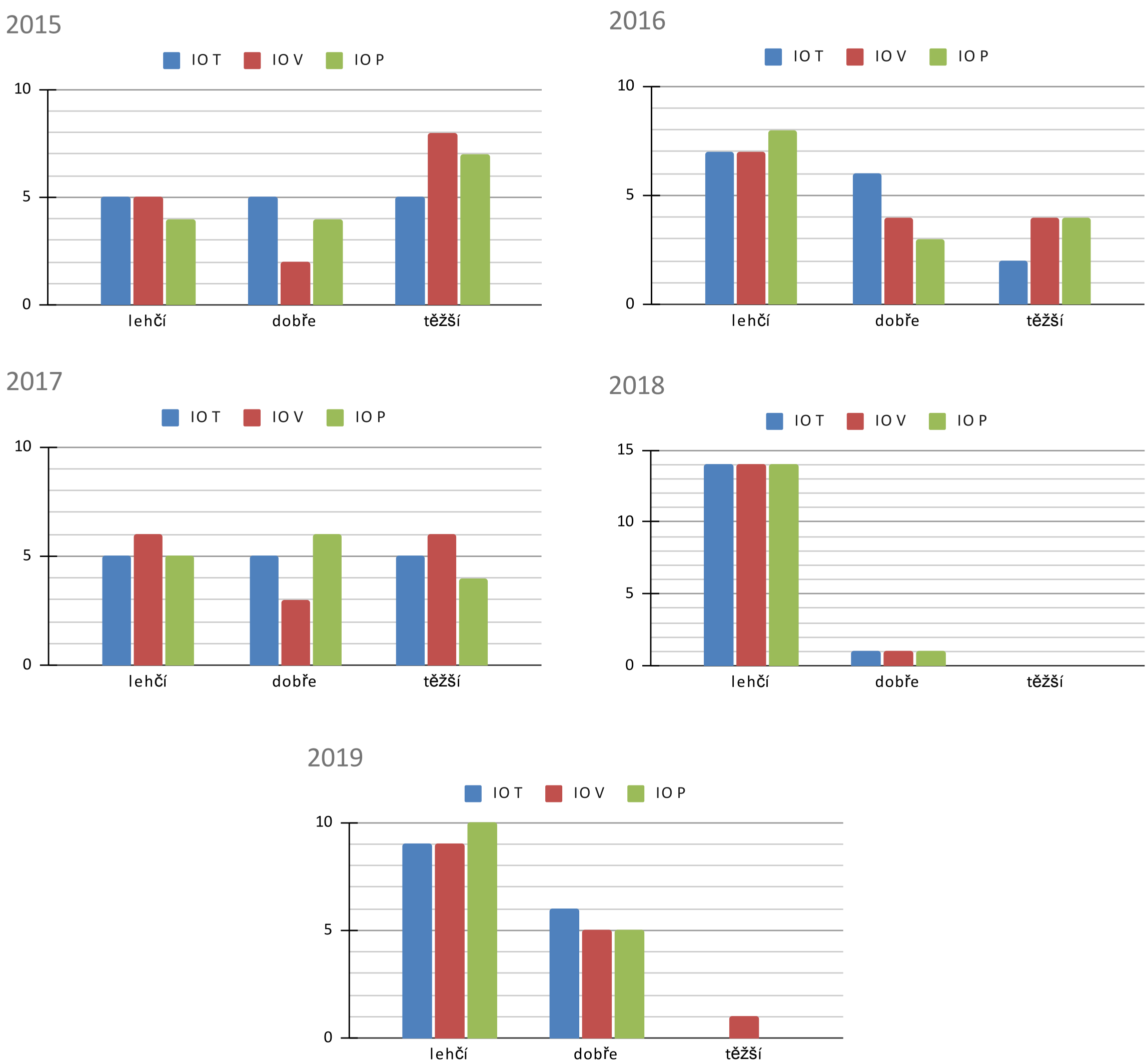
o(pořadí)	název úlohy	IO T	IO V	IO P
1	Binární polovina	0,395	0,361	1,852
2	Halma	0,571	0,575	6,112
3	Kameny na náhrdelník	-0,129	-0,130	-0,094
4	Štítky na háčkách	0,580	0,867	2,043
5	Výraz v diagramu	-0,270	-0,276	-0,252
6	Hra s hromádkami	0,132	0,299	-0,256
7	Křeslo nebo židle?	-0,243	-0,256	-0,603
8	Meteorolog	-0,228	-0,222	-0,632
9	Nelze odbočit vlevo	0,051	0,010	0,417
10	Výroba čipu 2	0,168	0,145	1,181
11	Chyba v programu	0,187	0,171	11,298
12	Kreslicí robot	0,145	0,099	5,813
13	Postfixový počítací stroj	-0,226	-0,258	-1,522
14	Sada karet	-0,058	-0,093	-0,442
15	Závody vozatajů	0,181	0,218	8,321

Pro model soutěže se třemi obtížnostmi vidíme v grafu 4.12, že se hodnoty pro jednotlivé IO téměř shodují. na jejich základě opět docházíme k závěru, že ročník 2017 byl nejlépe odhadnutý. Naopak nejhůře odhadnutý byl ročník 2018 s největším (dokonce největším možným) počtem lehčích úloh.



Obrázek 4.12: Adekvátnost odhadu obtížnosti – empirický model – 3 obtížnosti

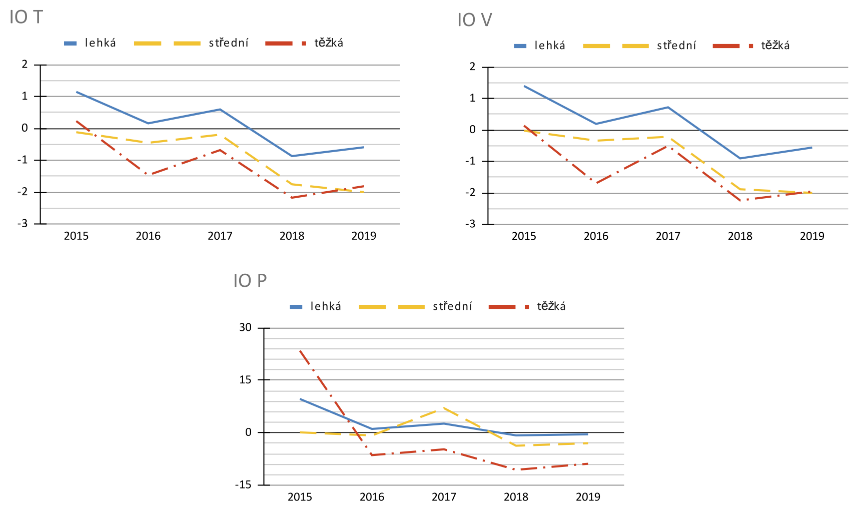
Pro model soutěže s pěti obtížnostmi vidíme v grafu 4.13, že se hodnoty pro jednotlivé IO již tolik neshodují jako v předchozím případě. Za pozornost tedy stojí ročníky, kde se shodují a to 2018 a 2019. Tyto ročníky se shodují na tom, že ročníky byly lehčí, než měli být. Z pozorování se také nabízí hypotéza, že triviální IO má tendenci odhad spíše označovat jako správný. Vaníčkův IO má tendenci odhad spíše označovat jako těžší. Podílový IO má tendenci odhad spíše označovat jako lehčí.



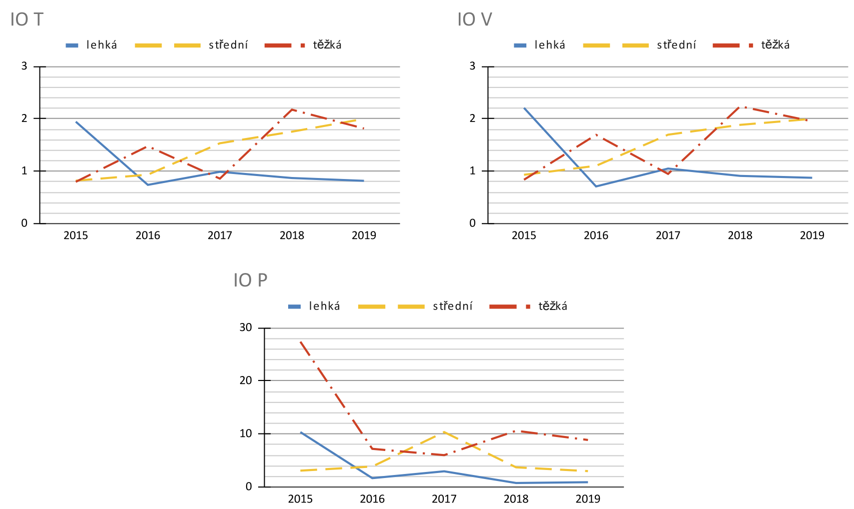
Obrázek 4.13: Adekvátnost odhadu obtížnosti – empirický model – 5 obtížnosti

V grafech 4.14 vidíme, že empirické modely se výrazně neliší od těch teoretických. Docházíme tak ke stejným závěrům. Znovu se objevuje trend, kdy pokud je nějaká kategorie obtížnosti lehčí či těžší, pak mají tuto vlastnost i zbylé kategorie. Také lze nahlédnout to, co lze očekávat a to, že otázky označené L mají tendenci být ve skutečnosti těžší a naopak otázky označené T mají tendenci být ve skutečnosti lehčí.

V grafech 4.15 absolutních chyb vidíme, že nejlépe se dařilo odhadovat obtížnost u otázek označených L. Tento odhad se dokonce časem zlepšoval. Oproti tomu otázky označené jako T měli nejhorší odhad, který se časem ještě zhoršil.



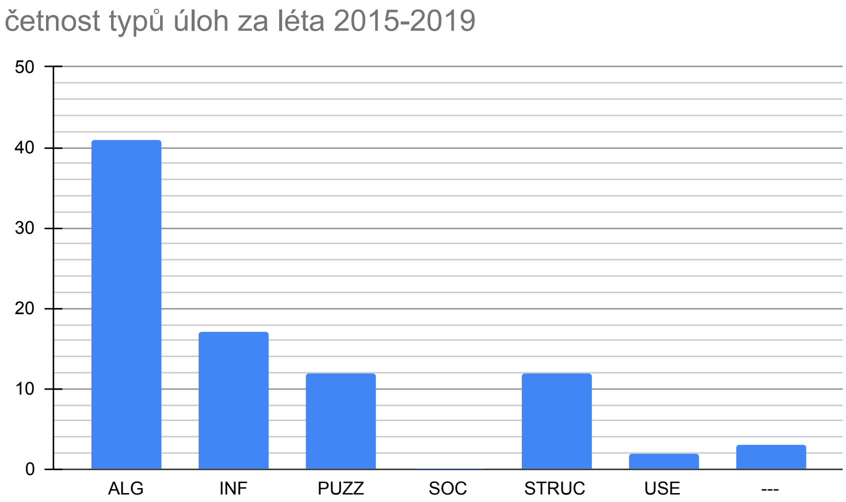
Obrázek 4.14: Míra chyby odhadu obtížnosti úlohy



Obrázek 4.15: Míra chyby odhadu obtížnosti úlohy – absolutně

4.3 Vliv vybraných vlastností úlohy na její obtížnost

V této části práce bych se rád podíval na to, zda měl daný typ úlohy vliv na obtížnost úlohy. Pro typ úlohy využiji dělení IBC, tedy ALG, INF, SOC, STRUC, PUZZ, USE. Prvně se podívejme na to, jak často byly dané typy využívány. Přičemž pokud bylo u úlohy více typů, tak jsme brali v potaz všechny. Situaci ilustruje histogram 4.16. Vidíme tak, že výrazně nejvíce využívaný typ je ALG s 41 výskyty. Druhý pak je typ INF s méně než polovinou výskytů. Nejméně časté jsou pak typ USE s 2 výskyty a SOC, který se dokonce neobjevil v soutěži ani jednou. Možným vysvětlením těchto nízkých výskytů může být, že úlohy toho typu bývají lehčí, což pro postupové kolo nemusí být žádoucí.



Obrázek 4.16: Četnost výskytů typů úloh

Nyní nás bude zajímat to, zda typ úlohy mělo vliv na její obtížnost. K tomu využijeme chí-kvadrát testu nezávislosti s hypotézou:

H_0: Mezi typem úlohy a obtížností není závislost.
H_A: Mezi typem úlohy a obtížností je závislost.

Testování provedeme na hladině významnosti 0,05 se šesti stupni volnosti. Typ úloh SOC a USE z důvodu nízkého počtu výskytů (menší než 5) z testu vynecháme. Provedeme několik testů pro různé možnosti určení obtížností. Jmenovitě to bude metodika Vegt, Izu, modifikovaná Izu, všechny tři IO pro obě metodiky a pro zajímavost i očekávané obtížnosti.

U všech testů byla hodnota testového kritéria nižší než kritická hodnota testového kritéria. Tedy na hladině významnosti přijímáme nulovou hypotézu a tvrdíme, že mezi typem úlohy a obtížnosti není závislost. Což je překvapivé, neboť v ročníku 2018 bylo výrazně méně úloh typu ALG, což jsme se domnívali mohlo být důvodem nižší obtížnosti úloh v tomto ročníku. V tomto případě nemá ani smysl znaménkové schéma, neboť všechny prvky jsou nulové.

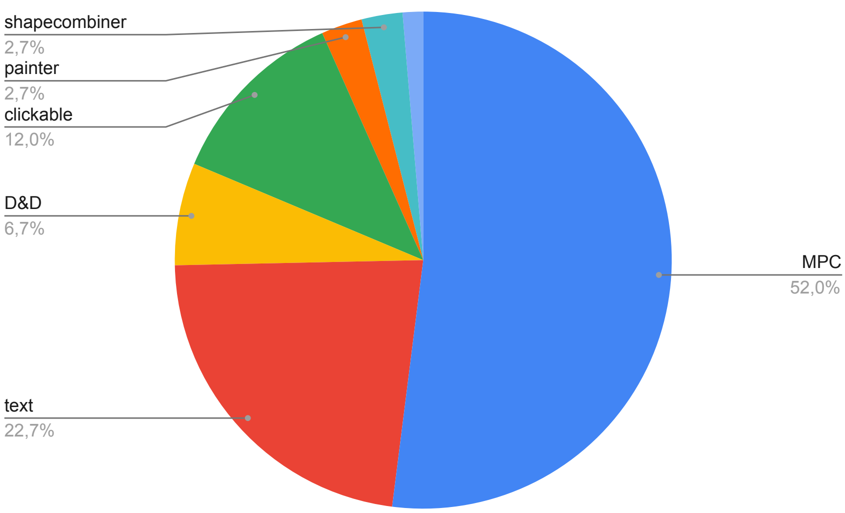
Nicméně v tomto testu bylo několik prvků kontingenční tabulky očekávaných hodnot menší než 5. Proto provedeme redukci tabulky tak, že budeme mít jen kategorie ALG a ostatní. Čímž již budou všechny požadavky testu náležitě splněny. Nicméně za jistou ztrátu citlivosti testu. Nyní budou tedy hypotézy opět znít:

H_0: *Mezi typem úlohy a obtížností není závislost.*
H_A: *Mezi typem úlohy a obtížností je závislost.*

Testování provedeme na hladině významnosti 0,05 se dvěma stupni volnosti. Opět provedeme testy pro různé možnosti určení obtížností.

Opět u všech testů byla hodnota testového kritéria nižší než kritická hodnota testového kritéria. Tedy na hladině významnosti přijímáme nulovou hypotézu a tvrdíme, že mezi typem úlohy a obtížnosti není závislost.

V této části práce bychom se rádi podívali na to, zda měla šablona odpovědi vliv na obtížnost úlohy. Jako typ šablony budu rozlišovat MPC, text, D&D, clickable, painter, shapecombiner a ostatní. Prvně se podívejme na to, jak často byly dané šablony využívány. Narozdíl od typu úlohy, zde je vždy pouze jedna možnost, proto situaci ilustrujeme výsečovým grafem 4.17. Vidíme převahu šablony výběru z více možností s větším jak polovičním zastoupením. Následuje možnost volné odpovědi se skoro čtvrtinovým zastoupením. Ještě vcelku časté jsou šablony typu clickable a drag&drop.



Obrázek 4.17: Relativní četnost využití šablon

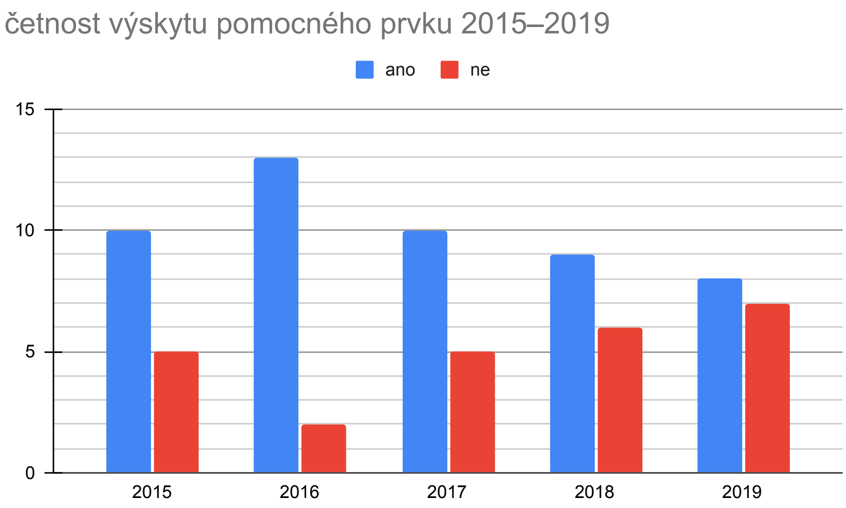
Nyní nás bude zajímat to, zda šablona měla vliv na obtížnost úlohy. K tomu využijeme chí-kvadrát testu nezávislosti s hypotézou:

H_0: Mezi použitou šablonou a obtížností úlohy není závislost.
H_A: Mezi použitou šablonou a obtížností úlohy je závislost.

Z důvodu nižšího počtu výskytu ostatní druhů šablon budeme dále pracovat pouze s kategoriemi MPC a ostatní. Testování provedeme na hladině významnosti 0,05 se dvěma stupni volnosti. Provedeme několik testů pro různé možnosti určení obtížností. Jmenovitě to bude metodika Vegt, Izu, modifikovaná Izu, všechny tři IO pro obě metodiky a pro zajímavost i očekávané obtížnosti.

U všech testů byla hodnota testového kritéria nižší než kritická hodnota testového kritéria. Tedy na hladině významnosti přijímáme nulovou hypotézu a tvrdíme, že mezi použitou šablonou a obtížnosti úlohy není závislost. V tomto případě nemá ani smysl znaménkové schéma, neboť všechny prvky jsou nulové. Nicméně pro zajímavost uveďme, že nejblíže nepřijmutí nulové hypotézy byl test pro IO V a metodiku interval, kde měly u šablony MPC úlohy tendenci být spíše L.

V této části práce bychom se rádi podívali na to, zda měla přítomnost pomocného prvku vliv na obtížnost úlohy. Kde pomocným prvkem máme na mysli zejména ilustrační obrázek (nikoliv motivační) či uvedení vzorového příkladu. Prvně se podívejme na to, jak v daných ročnících byly pomocné prvky využívány. Situaci ilustruje histogram 4.18. Vidíme tak, že nejméně pomocných prvků bylo v ročnících 2018 a 2019, které měly výrazně vyšší průměrné bodové zisky. Což je překvapivé, neboť bychom čekali, že nižší výskyt pomocných prvků povede k nižšímu průměrnému bodovému zisku. Možným vysvětlením je, že tvůrci soutěže považovali úlohy za tak snadné či jasné, že nepotřebují další pomocný prvek.



Obrázek 4.18: Četnost výskytu pomocného prvku

Nyní nás bude zajímat to, zda přítomnost pomocného prvku měla vliv na obtížnost úlohy. K tomu využijeme chí-kvadrát testu nezávislosti s hypotézou:

H_0: *Mezi přítomností pomocného prvku a obtížností úlohy není závislost.*
H_A: *Mezi přítomností pomocného prvku a obtížností úlohy je závislost.*

Testování provedeme na hladině významnosti 0,05 se dvěma stupni volnosti. Provedeme několik testů pro různé možnosti určení obtížností. Jmenovitě to bude metodika Vegt, Izu, modifikovaná Izu, všechny tři IO pro obě metodiky a pro zajímavost i očekávané obtížnosti.

U všech testů byla hodnota testového kritéria nižší než kritická hodnota testového kritéria. Tedy na hladině významnosti přijímáme nulovou hypotézu a tvrdíme, že mezi přítomností pomocného prvku a obtížnosti úlohy není závislost. V tomto případě nemá ani smysl znaménkové schéma, neboť všechny prvky jsou nulové. Nicméně pro zajímavost uveďmě, že nejblíže nepřijmutí nulové hypotézy byl test pro IO P a metodiku interval, kde měly úlohy bez pomocného prvku tendenci být spíše L.

5 Závěr

Na začátku práce jsem seznámil čtenáře se soutěží s její historií, pravidly či typy otázek. Následně jsem představil různé kategorizace soutěžních úloh. Na základě článků ukázal dosavadní možnosti určování skutečné obtížnosti úlohy. Také jsem představil dosavadní znalosti o vlivu pohlaví na úspěšnost v soutěži.

V práci se mi podařilo vytvořit metodiku generování teoretického průběhu soutěže. Jejíž součástí je metodika na odhadování využití možnosti zdržení se odpovědi. Dále se mi podařilo stanovit odhady poměrného zastoupení úspěšných řešitelů, resp. absolutních vítězů. Tyto odhady jsem poté porovnal se skutečnými hodnotami a zjistil jsem, že nejblíže očekávání byl ročník 2017. Naopak ročník 2018 byl zcela mimo očekávání byla v něm výrazně vyšší úspěšnost v jejímž důsledku i výrazně vyšší výskyt úspěšných řešitelů.

Také jsme se samozřejmě podívali na samotnou úspěšnost řešitelů v jednotlivých ročnících. Zcela jednoznačně jsme viděli, že nejúspěšnější byli soutěžící v ročníku 2018. Dokonce významně více než se očekávalo. Naopak nejméně se soutěžícím dařilo v roce 2015, kdy dosáhli mírně nižších výsledků než se očekávalo.

Dále jsem popsal účast dle jednotlivých krajů či dle pohlaví. Zjistil jsem tak například, že účast dívek je nižší než běžném kole soutěže. Následně jsem opět dle krajů či pohlaví popsal úspěšnost. Zjistil jsem tak, že úspěšnější jsou řešitele v Moravskoslezském kraji naopak méně se dařilo soutěžícím z Karlovarského kraje.

Co se týče vlivu pohlaví na úspěšnost, tak se nám podařilo prokázat rozdílný výsledek než v běžném kole soutěže. V postupovém kole již pohlaví nemá takový vliv. Jen v roce 2018 byli chlapci významně úspěšnější. V ostatních ročnících byly tedy výkony vyrovnané.

V další části práce jsme se zabývali soutěžními úlohami. Nejvíce nás zajímalo, jaká je skutečná obtížnost úlohy a zda odpovídá očekávání. K tomu jsme použili dvě rozdílné metodiky od Vegta a od Izu. Pomocí nich jsme zavedli indexy obtížnosti a metody jejich využití. Zde jsme také použili již existující index od Vaníčka. Potvrdilo se tak naše očekávání a to, že v ročníku 2015 bylo nejvíce těžkých úloh a naopak v ročníku 2018 bylo nejvíce lehkých otázek.

Následně jsem představil teorii umožňující ohodnocení odhadů obtížnosti úloh, což považuji za největší přínos práce. Nejenže jsem porovnal již existující metodiky a ukázal možnost nového využití indexu obtížnosti. Ale zadefinoval jsem nový pojem adekvátnosti odhadu, který dokáže odhad obtížnosti úlohy měřit. Takže na zakládě něj je možné zjistit, u kterých úloh došlo k největší míře neodhadnutí a dále tuto chybu zanalyzovat a poučit se z ní.

Tuto teorii jsem poté aplikoval na dva modely soutěže a to teoretický a empirický. Pomocí kterých jsem zjistil, že nejlépe odhadnutý byl ročník 2017 a naopak nejhůře odhadnutý byl ročník 2018, kde, jak víme z předchozí kapitoly, byl vysoký výskyt úspěšných řešitelů.

Dále jsme se zabývali tím, jaké aspekty úlohy mají vliv na její obtížnost. Nejprve jsme prozkoumali vliv typu úlohy, kde se neprokázal významný vliv na obtížnost úlohy. Poté jsme prozkoumali vliv šablony, kde se také neprokázal vyznamný vliv na obtížnost úlohy. Na závěr jsem prozkoumali vliv pomocného prvku, kde se opět neprokázal vyznamný vliv na obtížnost úlohy. nabízí see tak tedy námět na další práci, kde by se zkoumal vliv kombinace těchto faktorů na obtížnost úlohy.

Literatura

[1] Věkové kategorie. In: *Bobřík informatiky* [online]. [vid 24.10.2020]. Dostupné z: https://www.ibobr.cz/o-soutezi/vekove-kategorie

[2] Soutěžní otázky. In: *Bobřík informatiky* [online]. [vid 24.10.2020]. Dostupné z: https://www.ibobr.cz/o-soutezi/soutezni-otazky

[3] ŠIMANDL, V., BUDINSKÁ, L., MAYEROVÁ, K. Porovnávání výsledků dosahovaných českými a sovenskými žáky 1. stupně v soutěži Bobřík informatiky a iBobor. In: DRÁBKOVÁ, J., BERKI, J., eds. *Sborník konference Didinfo 2018* [online]. Liberec, 2018 [vid 17.10.2020], s. 243-252. Dostupné z didinfo.net/images/DidInfo/files/didinfo_2018.pdf

[4] Tomcsányi, P., VANÍČEK, J. 2009. Implementation of informatics contest Bebras in Czechia and Slovakia. In: MECHLOVA, E., ed. *Proceedings of the Conference: Information and Communication Technology in Education* []. Ostrava University Editorial Centre, str. 214-218. ISBN 978-80-7368-459-4

[5] Výsledky 2019. In: *Bobřík informatiky* [online]. [vid 25.10.2020]. Dostupné z: https://www.ibobr.cz/vysledky-a-statistiky/vysledky-2019

[6] Statistics. In: *Bebras* [online]. [vid 25.10.2020]. Dostupné z: https://www.bebras.org/index.html%3Fq=statistics.html

[7] DAGIENE, V. FUTSCHEK, G. Bebras International Contest on Informatics and Computer Literacy: Criteria for Good Tasks. In: MITTERMEIR, R. T. eds., *Lect. Notes in Computer Science*, 2008, str. 19–30

[8] VANÍČEK, J., KŘÍŽOVÁ, M. Kritéria obtížnosti testových otázek v informatické soutěži [online]. In: Gabriela LOVÁSZOVÁ, G., ed. *Sborník konference Didinfo 2014* [online]. Banská Bystrica, 2014 [vid]. str. 191–199. Dostupné z http://www.didinfo.net/images/DidInfo/files/didinfo_2014.pdf.

[9] BERKI, J. et. al. Kategorie úloh bobříka informatiky jako podpora informatického kurikula v Česku. 2021 (článek v přípravě)

[10] BUDINSKÁ, L., MAYEROVÁ, K., VESELOVSKÁ, M. 2017. Bebras Task Analysis in Category Little Beavers in Slovakia. In: *International Conference*

on Informatics in Schools: Situation, Evolution, and Perspectives, s. 91-101. Springer, Cham, 2017.

[11] BARENDSEN. X., et. al. Concepts in K–9 computer science education. In: Dagiene, V. ed., ITICSE 2015: Proceedings of the 2015 ACM Conference on Innovation and Technology in Computer Science Education Conference, 2015, Vilnius, Lithuania, str. 85–116

[12] VAN DER VEGT, W. Predicting the Difficulty Level of a Bebras Task. 2013

[13] AHMED, A., POLLITT, A. Curricuum demands and question difficulty. 1999 IAEA Conference. Slovenia

[14] DHILLON, D. Predictive Models of Question Difficulty ţ A Critical Review of the Literature. Manchester, AQA Centre for Education Research and Policy

[15] VAN DER VEGT, W. How Hard Will this Task Be? Developments in Analyzing and Predicting Question Difficulty in the Bebras Challenge. In: jméno, eds. *Olympiads in Informatics* [online], 2018, 12, str. 119-132 [cit. 2020-12-01]. ISSN 2335-8955. Dostupné z: doi:10.15388/ioi.2018.10

[16] VORA, K. et al. Predictive analysis: Assigning weightage and difficulty level of question using data mining. *International Journal of Computer Applications*, 138(9), str 31-33

[17] BELLETINI, C. et al. A rubric to help with Bebras tasks. Presented at the Bebras Workshop 2018, Protaras, Cyprus

[18] BRAMLEY, T., WILSON, F. Maintaining test standards by expert judgement of item difficulty. In. *Research Matters*, Issue 21.

[19] GUJBEROVÁ, M. Výber úloh do informatickej súťaže iBobor. Konference DidactIG 2014, Liberec, 2014. Dostupné z http://inict.fp.tul.cz/konference/12-archiv-konference/19-prez-didactig14

[20] BUDINSKÁ, L., MAYEROVÁ, K. Ako žiaci piateho a šiesteho ročníka základnej školy riešili vybrané grafové úlohy. In: HORVÁTHOVÁ, D. et al., eds. *Sborník konference Didinfo 2019* [online]. Banská Bystrica, 2019 [vid. 10.10.2020], s. 35–40. Dostupné z https://io.fpv.umb.sk/didinfo/Zbornik_Didinfo_2019.pdf

[21] IZU, C., MIROLO, C., SETTLE, A., MANNILA, L., STUPURIENĖ, G. 2017. Exploring Bebras Tasks Content and Performance: A Multinational Study. Informatics in Education. In: jméno ed. *Informatics in Education* [online]. 16(1), 39-59 [cit. 2020-12-01]. ISSN 1648-5831. Dostupné z: doi:10.15388/infedu.2017.03

[22] Štatistické vyhodnotenie 2019/2020. In: *iBobor* [online]. [vid 25.10.2020]. Dostupné z: https://ibobor.sk/vyhodnotenie2019.php

[23] CHRÁSKA, M. *Metody pedagogického výzkumu: základy kvantitativního výzkumu* [online]. 2., aktualizované vydání. Praha: Grada, 2016. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-5326-3.

A Přílohy

A.1 Hodnoty indexů obtížností pro jednotlivé obtížnosti

Tabulka A.1: Hodnoty IO pro jednotlivé obtížnosti – teoretický model

	Izu	ω_T	ω_V	ω_P
vL	$(0{,}875;\ 1\rangle$	$\langle 0;\ 0{,}125)$	$\langle 0;\ 0{,}1875)$	$\langle 0;\ 0{,}143)$
L	$(0{,}65;\ 0{,}875\rangle$	$\langle 0{,}125;\ 0{,}375)$	$\langle 0{,}1875;\ 0{,}5625)$	$\langle 0{,}143;\ 0{,}6)$
S	$\langle 0{,}35;\ 65\rangle$	$\langle 0{,}375;\ 0{,}625\rangle$	$\langle 0{,}5625;\ 0{,}9375\rangle$	$\langle 0{,}6;\ 1{,}67\rangle$
T	$\langle 0{,}125;\ 0{,}35)$	$(0{,}625;\ 0{,}875\rangle$	$(0{,}9375;\ 1{,}3125\rangle$	$(1{,}67;\ 6{,}67\rangle$
vT	$\langle 0;\ 0{,}125)$	$(0{,}875;\ 1\rangle$	$(1{,}3125;\ 1{,}5\rangle$	$(6{,}67;\ \infty)$

Tabulka A.2: Hodnoty IO pro jednotlivé obtížnosti – empirický model

	Izu	ω_T	ω_V	ω_P
vL	$(0{,}793;\ 1\rangle$	$\langle 0;\ 0{,}207)$	$\langle 0;\ 0{,}247)$	$\langle 0;\ 0{,}174)$
L	$(0{,}579;\ 0{,}793\rangle$	$\langle 0{,}207;\ 0{,}421)$	$\langle 0{,}247;\ 0{,}465)$	$\langle 0{,}174;\ 0{,}581)$
S	$\langle 0{,}357;\ 579\rangle$	$\langle 0{,}421;\ 0{,}643\rangle$	$\langle 0{,}465;\ 0{,}705\rangle$	$\langle 0{,}581;\ 1{,}67\rangle$
T	$\langle 0{,}126;\ 0{,}357)$	$(0{,}643;\ 0{,}874\rangle$	$(0{,}705;\ 0{,}912\rangle$	$(1{,}67;\ 5{,}929\rangle$
vT	$\langle 0;\ 0{,}126)$	$(0{,}874;\ 1\rangle$	$(0{,}912;\ 1{,}5\rangle$	$(5{,}929;\ \infty)$

A.2 Skutečné obtížnosti soutěžních úloh 2016 – 2019

A.2.1 Strategie pořadí

Tabulka A.3: Skutečné obtížnosti – pořadí – 2016

o(pořadí)	název úlohy	IO T	s(obt.)	IO V	s(obt.)	IO P	s(obt.)
1	Kruhy a čtverce	0,40	S	0,41	S	0,63	S
2	PSČ - KIX kódy	0,25	L	0,30	L	0,20	L
3	Pyramida	0,41	S	0,42	S	0,63	S
4	Telefonní seznam	0,05	L	0,05	L	0,05	L
5	Vývojový diagram	0,53	T	0,58	T	0,94	T
6	Hra Big-Small	0,73	T	0,77	T	2,44	T
7	Internet na sloupech	0,29	S	0,31	S	0,35	S
8	Návrat zpět - C	0,56	T	0,78	T	0,32	S
9	Starý kalkulátor	0,38	S	0,43	S	0,42	S
10	Výměna kartiček	0,22	L	0,27	L	0,14	L
11	N-bitová zpráva 2	0,76	T	0,79	T	2,85	T
12	Pošli co nejdelší zprávu	0,43	S	0,45	S	0,69	T
13	Rekurzivní malování	0,22	L	0,25	L	0,23	L
14	Rychlé umocňování	0,69	T	0,73	T	1,90	T
15	Spojení obrázků	0,20	L	0,22	L	0,19	L

Tabulka A.4: Skutečné obtížnosti – pořadí – 2017

o(pořadí)	název úlohy	IO T	s(obt.)	IO V	s(obt.)	IO P	s(obt.)
1	Co bylo na začátku	0,46	S	0,57	S	0,41	S
2	Eliptická loga	0,21	L	0,25	L	0,18	L
3	Jednosměrky	0,70	T	0,73	T	2,18	T
4	Uklízení hotelu	0,53	S	0,54	S	1,02	S
5	Vzdálenost řetězců	0,18	L	0,20	L	0,19	L
6	Míčky na pérko 4	0,54	S	0,55	S	1,16	S
7	Robot a barevné čtverce	0,09	L	0,11	L	0,06	L
8	Robotí cesty II	0,10	L	0,12	L	0,05	L
9	Semínka	0,90	T	1,01	T	7,00	T
10	Vlajka	0,80	T	0,89	T	3,20	T
11	Cesta z bludiště II	0,34	L	0,46	L	0,15	L
12	Klíče k trezorům	0,52	S	0,63	S	0,61	S
13	Král otesánků	0,64	S	0,67	S	1,61	S
14	Rozeznávání číslic	0,75	T	0,86	T	2,07	T
15	Vlk, ovce a řepa	0,84	T	1,02	T	3,09	T

Tabulka A.5: Skutečné obtížnosti – pořadí – 2018

o(pořadí)	název úlohy	IO T	s(obt.)	IO V	s(obt.)	IO P	s(obt.)
1	Drak a princezna	0,09	L	0,10	L	0,08	L
2	Nápojový automat	0,03	L	0,03	L	0,02	L
3	Osmistěnná věž	0,09	L	0,10	L	0,09	L
4	Rozděl pozemek	0,27	T	0,31	T	0,26	T
5	Stavba přehrady	0,13	L	0,13	L	0,15	S
6	Projdi místnost	0,14	S	0,16	S	0,14	S
7	Slovní fotbal 2	0,17	S	0,17	S	0,20	T
8	Vesmírná loď	0,18	S	0,21	S	0,13	S
9	Vybarvovací desková hra	0,18	S	0,19	S	0,18	S
10	Vypínače a žárovky	0,22	S	0,29	T	0,08	L
11	Dokonalé zamíchání	0,25	T	0,26	S	0,28	T
12	Kreslicí robot	0,42	T	0,50	T	0,49	T
13	Obarvi šipky	0,31	T	0,42	T	0,14	S
14	Otáčení karet 2	0,51	T	0,59	T	0,72	T
15	Vykrajovač	0,10	L	0,14	L	0,03	L

Tabulka A.6: Skutečné obtížnosti – pořadí – 2019

o(pořadí)	název úlohy	IO T	s(obt.)	IO V	s(obt.)	IO P	s(obt.)
1	Kámen mudrců	0,13	L	0,14	L	0,12	L
2	Pašeráci	0,23	S	0,26	S	0,22	S
3	Tabulka druhých mocnin	0,41	S	0,46	S	0,50	T
4	Vykrajovač 2	0,07	L	0,09	L	0,03	L
5	Výroba léků 2	0,05	L	0,05	L	0,05	L
6	Binární počítadlo	0,21	L	0,21	L	0,24	S
7	Laser	0,55	T	0,56	T	1,20	T
8	PF 2019	0,47	T	0,62	T	0,34	S
9	Přelévání vody	0,56	T	0,68	T	0,71	T
10	Ročenky	0,30	S	0,37	S	0,21	L
11	Odemykání trezoru 2	0,11	L	0,14	L	0,06	L
12	Pokus se semeny	0,70	T	0,75	T	2,00	T
13	Pouze násobení!	0,39	S	0,47	T	0,42	S
14	Reportéři	0,34	S	0,39	S	0,34	S
15	V hračkárně	0,41	T	0,44	S	0,57	T

A.2.2 Strategie interval

Tabulka A.7: Skutečné obtížnosti – intervaly – teoretický model – 2016

o(pořadí)	název úlohy	IO T	s(obt.)	IO V	s(obt.)	IO P	s(obt.)
1	Kruhy a čtverce	0,40	L	0,41	L	0,63	S
2	PSČ - KIX kódy	0,25	L	0,30	L	0,20	L
3	Pyramida	0,41	L	0,42	L	0,63	S
4	Telefonní seznam	0,05	L	0,05	L	0,05	L
5	Vývojový diagram	0,53	S	0,58	S	0,94	S
6	Hra Big-Small	0,73	T	0,77	T	2,44	T
7	Internet na sloupech	0,29	L	0,31	L	0,35	L
8	Návrat zpět - C	0,56	S	0,78	T	0,32	L
9	Starý kalkulátor	0,38	L	0,43	L	0,42	L
10	Výměna kartiček	0,22	L	0,27	L	0,14	L
11	N-bitová zpráva 2	0,76	T	0,79	T	2,85	T
12	Pošli co nejdelší zprávu	0,43	S	0,45	L	0,69	S
13	Rekurzivní malování	0,22	L	0,25	L	0,23	L
14	Rychlé umocňování	0,69	T	0,73	T	1,90	T
15	Spojení obrázků	0,20	L	0,22	L	0,19	L

Tabulka A.8: Skutečné obtížnosti – intervaly – teoretický model – 2017

o(pořadí)	název úlohy	IO T	s(obt.)	IO V	s(obt.)	IO P	s(obt.)
1	Co bylo na začátku	0,46	S	0,57	S	0,41	L
2	Eliptická loga	0,21	L	0,25	L	0,18	L
3	Jednosměrky	0,70	T	0,73	T	2,18	T
4	Uklízení hotelu	0,53	S	0,54	S	1,02	S
5	Vzdálenost řetězců	0,18	L	0,20	L	0,19	L
6	Míčky na pérko 4	0,54	S	0,55	S	1,16	S
7	Robot a barevné čtverce	0,09	L	0,11	L	0,06	L
8	Robotí cesty II	0,10	L	0,12	L	0,05	L
9	Semínka	0,90	T	1,01	T	7,00	T
10	Vlajka	0,80	T	0,89	T	3,20	T
11	Cesta z bludiště II	0,34	L	0,46	L	0,15	L
12	Klíče k trezorům	0,52	S	0,63	S	0,61	S
13	Král otesánků	0,64	S	0,67	S	1,61	T
14	Rozeznávání číslic	0,75	T	0,86	T	2,07	T
15	Vlk, ovce a řepa	0,84	T	1,02	T	3,09	T

Tabulka A.9: Skutečné obtížnosti – intervaly – teoretický model – 2018

o(pořadí)	název úlohy	IO T	s(obt.)	IO V	s(obt.)	IO P	s(obt.)
1	Drak a princezna	0,09	L	0,10	L	0,08	L
2	Nápojový automat	0,03	L	0,03	L	0,02	L
3	Osmistěnná věž	0,09	L	0,10	L	0,09	L
4	Rozděl pozemek	0,27	L	0,31	L	0,26	L
5	Stavba přehrady	0,13	L	0,13	L	0,15	L
6	Projdi místnost	0,14	L	0,16	L	0,14	L
7	Slovní fotbal 2	0,17	L	0,17	L	0,20	L
8	Vesmírná loď	0,18	L	0,21	L	0,13	L
9	Vybarvovací desková hra	0,18	L	0,19	L	0,18	L
10	Vypínače a žárovky	0,22	L	0,29	L	0,08	L
11	Dokonalé zamíchání	0,25	L	0,26	L	0,28	L
12	Kreslicí robot	0,42	S	0,50	S	0,49	L
13	Obarvi šipky	0,31	L	0,42	L	0,14	L
14	Otáčení karet 2	0,51	S	0,59	S	0,72	S
15	Vykrajovač	0,10	L	0,14	L	0,03	L

Tabulka A.10: Skutečné obtížnosti – intervaly – teoretický model – 2019

o(pořadí)	název úlohy	IO T	s(obt.)	IO V	s(obt.)	IO P	s(obt.)
1	Kámen mudrců	0,13	L	0,14	L	0,12	L
2	Pašeráci	0,23	L	0,26	L	0,22	L
3	Tabulka druhých mocnin	0,41	L	0,46	L	0,50	L
4	Vykrajovač 2	0,07	L	0,09	L	0,03	L
5	Výroba léků 2	0,05	L	0,05	L	0,05	L
6	Binární počítadlo	0,21	L	0,21	L	0,24	L
7	Laser	0,55	S	0,56	S	1,20	S
8	PF 2019	0,47	S	0,62	S	0,34	L
9	Přelévání vody	0,56	S	0,68	S	0,71	S
10	Ročenky	0,30	L	0,37	L	0,21	L
11	Odemykání trezoru 2	0,11	L	0,14	L	0,06	L
12	Pokus se semeny	0,70	T	0,75	T	2,00	T
13	Pouze násobení!	0,39	L	0,47	L	0,42	L
14	Reportéři	0,34	L	0,39	L	0,34	L
15	V hračkárně	0,41	L	0,44	L	0,57	S

Tabulka A.11: Skutečné obtížnosti – intervaly – empirický model – 2016

o(pořadí)	název úlohy	IO T	s(obt.)	IO V	s(obt.)	IO S	s(obt.)
1	Kruhy a čtverce	0,40	L	0,41	L	0,63	S
2	PSČ - KIX kódy	0,25	L	0,30	L	0,20	L
3	Pyramida	0,41	L	0,42	L	0,63	S
4	Telefonní seznam	0,05	L	0,05	L	0,05	L
5	Vývojový diagram	0,53	S	0,58	S	0,94	S
6	Hra Big-Small	0,73	T	0,77	T	2,44	T
7	Internet na sloupech	0,29	L	0,31	L	0,35	L
8	Návrat zpět - C	0,56	S	0,78	T	0,32	L
9	Starý kalkulátor	0,38	L	0,43	L	0,42	L
10	Výměna kartiček	0,22	L	0,27	L	0,14	L
11	N-bitová zpráva 2	0,76	T	0,79	T	2,85	T
12	Pošli co nejdelší zprávu	0,43	S	0,45	L	0,69	S
13	Rekurzivní malování	0,22	L	0,25	L	0,23	L
14	Rychlé umocňování	0,69	T	0,73	T	1,90	T
15	Spojení obrázků	0,20	L	0,22	L	0,19	L

Tabulka A.12: Skutečné obtížnosti – intervaly – empirický model – 2017

o(pořadí)	název úlohy	IO T	s(obt.)	IO V	s(obt.)	IO S	s(obt.)
1	Co bylo na začátku	0,46	S	0,57	S	0,41	L
2	Eliptická loga	0,21	L	0,25	L	0,18	L
3	Jednosměrky	0,70	T	0,73	T	2,18	T
4	Uklízení hotelu	0,53	S	0,54	S	1,02	S
5	Vzdálenost řetězců	0,18	L	0,20	L	0,19	L
6	Míčky na pérko 4	0,54	S	0,55	S	1,16	S
7	Robot a barevné čtverce	0,09	L	0,11	L	0,06	L
8	Robotí cesty II	0,10	L	0,12	L	0,05	L
9	Semínka	0,90	T	1,01	T	7,00	T
10	Vlajka	0,80	T	0,89	T	3,20	T
11	Cesta z bludiště II	0,34	L	0,46	L	0,15	L
12	Klíče k trezorům	0,52	S	0,63	S	0,61	S
13	Král otesánků	0,64	S	0,67	S	1,61	T
14	Rozeznávání číslic	0,75	T	0,86	T	2,07	T
15	Vlk, ovce a řepa	0,84	T	1,02	T	3,09	T

Tabulka A.13: Skutečné obtížnosti – intervaly – empirický model – 2018

o(pořadí)	název úlohy	IO T	s(obt.)	IO V	s(obt.)	IO S	s(obt.)
1	Drak a princezna	0,09	L	0,10	L	0,08	L
2	Nápojový automat	0,03	L	0,03	L	0,02	L
3	Osmistěnná věž	0,09	L	0,10	L	0,09	L
4	Rozděl pozemek	0,27	L	0,31	L	0,26	L
5	Stavba přehrady	0,13	L	0,13	L	0,15	L
6	Projdi místnost	0,14	L	0,16	L	0,14	L
7	Slovní fotbal 2	0,17	L	0,17	L	0,20	L
8	Vesmírná loď	0,18	L	0,21	L	0,13	L
9	Vybarvovací desková hra	0,18	L	0,19	L	0,18	L
10	Vypínače a žárovky	0,22	L	0,29	L	0,08	L
11	Dokonalé zamíchání	0,25	L	0,26	L	0,28	L
12	Kreslicí robot	0,42	S	0,50	S	0,49	L
13	Obarvi šipky	0,31	L	0,42	L	0,14	L
14	Otáčení karet 2	0,51	S	0,59	S	0,72	S
15	Vykrajovač	0,10	L	0,14	L	0,03	L

Tabulka A.14: Skutečné obtížnosti – intervaly – empirický model – 2019

o(pořadí)	název úlohy	IO T	s(obt.)	IO V	s(obt.)	IO S	s(obt.)
1	Kámen mudrců	0,13	L	0,14	L	0,12	L
2	Pašeráci	0,23	L	0,26	L	0,22	L
3	Tabulka druhých mocnin	0,41	L	0,46	L	0,50	L
4	Vykrajovač 2	0,07	L	0,09	L	0,03	L
5	Výroba léků 2	0,05	L	0,05	L	0,05	L
6	Binární počítadlo	0,21	L	0,21	L	0,24	L
7	Laser	0,55	S	0,56	S	1,20	S
8	PF 2019	0,47	S	0,62	S	0,34	L
9	Přelévání vody	0,56	S	0,68	S	0,71	S
10	Ročenky	0,30	L	0,37	L	0,21	L
11	Odemykání trezoru 2	0,11	L	0,14	L	0,06	L
12	Pokus se semeny	0,70	T	0,75	T	2,00	T
13	Pouze násobení!	0,39	L	0,47	L	0,42	L
14	Reportéři	0,34	L	0,39	L	0,34	L
15	V hračkárně	0,41	L	0,44	L	0,57	S

A.3 Skutečné pořadí úloh dle indexů obtížnosti

Tabulka A.15: Skutečné pořadí úloh dle indexů obtížnosti – 2016

o(pořadí)	název úlohy	IO T	IO V	IO P
1	Kruhy a čtverce	4	4	5
2	PSČ - KIX kódy	15	15	3
3	Pyramida	10	13	8
4	Telefonní seznam	13	10	7
5	Vývojový diagram	2	2	6
6	Hra Big-Small	7	7	13
7	Internet na sloupech	9	1	9
8	Návrat zpět - C	1	3	14
9	Starý kalkulátor	3	9	10
10	Výměna kartiček	12	12	1
11	N-bitová zpráva 2	5	5	4
12	Pošli co nejdelší zprávu	8	14	2
13	Rekurzivní malování	14	6	12
14	Rychlé umocňování	6	8	15
15	Spojení obrázků	11	11	11

Tabulka A.16: Skutečné pořadí úloh dle indexů obtížnosti – 2017

o(pořadí)	název úlohy	IO T	IO V	IO P
1	Co bylo na začátku	7	7	8
2	Eliptická loga	8	8	7
3	Jednosměrky	5	5	11
4	Uklízení hotelu	2	2	2
5	Vzdálenost řetězců	11	11	5
6	Míčky na pérko 4	1	4	1
7	Robot a barevné čtverce	12	6	12
8	Robotí cesty II	4	1	4
9	Semínka	6	12	6
10	Vlajka	13	13	13
11	Cesta z bludiště II	3	3	14
12	Klíče k trezorům	14	14	3
13	Král otesánků	10	10	15
14	Rozeznávání číslic	15	9	10
15	Vlk, ovce a řepa	9	15	9

Tabulka A.17: Skutečné pořadí úloh dle indexů obtížnosti – 2018

o(pořadí)	název úlohy	IO T	IO V	IO P
1	Drak a princezna	2	2	2
2	Nápojový automat	1	1	15
3	Osmistěnná věž	3	3	10
4	Rozděl pozemek	15	5	1
5	Stavba přehrady	5	15	3
6	Projdi místnost	6	6	8
7	Slovní fotbal 2	7	7	6
8	Vesmírná loď	8	9	13
9	Vybarvovací desková hra	9	8	5
10	Vypínače a žárovky	10	11	9
11	Dokonalé zamíchání	11	10	7
12	Kreslicí robot	4	4	4
13	Obarvi šipky	13	13	11
14	Otáčení karet 2	12	12	12
15	Vykrajovač	14	14	14

Tabulka A.18: Skutečné pořadí úloh dle indexů obtížnosti – 2019

o(pořadí)	název úlohy	IO T	IO V	IO P
1	Kámen mudrců	5	5	4
2	Pašeráci	4	3	5
3	Tabulka druhých mocnin	11	7	11
4	Vykrajovač 2	1	8	1
5	Výroba léků 2	6	13	10
6	Binární počítadlo	2	9	2
7	Laser	10	1	6
8	PF 2019	14	10	8
9	Přelévání vody	13	14	14
10	Ročenky	3	6	13
11	Odemykání trezoru 2	15	2	3
12	Pokus se semeny	8	12	15
13	Pouze násobení!	7	11	9
14	Reportéři	9	15	7
15	V hračkárně	12	4	12

A.4 Hodnoty indexu adekvátnosti soutěžních úloh

Tabulka A.19: Hodnoty IA – teoretický model – 2016

o(pořadí)	název úlohy	IO T	IO V	IO P
1	Kruhy a čtverce	0,15	0,04	0,30
2	PSČ - KIX kódy	0,00	-0,07	-0,13
3	Pyramida	0,16	0,05	0,30
4	Telefonní seznam	-0,20	-0,32	-0,28
5	Vývojový diagram	0,28	0,20	0,61
6	Hra Big-Small	0,23	0,02	1,44
7	Internet na sloupech	-0,21	-0,44	-0,65
8	Návrat zpět - C	0,06	0,03	-0,68
9	Starý kalkulátor	-0,12	-0,32	-0,58
10	Výměna kartiček	-0,28	-0,48	-0,86
11	N-bitová zpráva 2	0,01	-0,33	-0,15
12	Pošli co nejdelší zprávu	-0,32	-0,67	-2,31
13	Rekurzivní malování	-0,53	-0,88	-2,77
14	Rychlé umocňování	-0,06	-0,40	-1,10
15	Spojení obrázků	-0,55	-0,90	-2,81

Tabulka A.20: Hodnoty IA – teoretický model – 2017

o(pořadí)	název úlohy	IO T	IO V	IO P
1	Co bylo na začátku	0,21	0,20	0,08
2	Eliptická loga	-0,04	-0,13	-0,15
3	Jednosměrky	0,45	0,36	1,84
4	Uklízení hotelu	0,28	0,17	0,69
5	Vzdálenost řetězců	-0,07	-0,18	-0,14
6	Míčky na pérko 4	0,04	-0,20	0,16
7	Robot a barevné čtverce	-0,41	-0,64	-0,94
8	Robotí cesty II	-0,40	-0,63	-0,95
9	Semínka	0,40	0,26	6,00
10	Vlajka	0,30	0,14	2,20
11	Cesta z bludiště II	-0,41	-0,67	-2,85
12	Klíče k trezorům	-0,23	-0,50	-2,39
13	Král otesánků	-0,11	-0,45	-1,39
14	Rozeznávání číslic	0,00	-0,27	-0,93
15	Vlk, ovce a řepa	0,09	-0,11	0,09

Tabulka A.21: Hodnoty IA – teoretický model – 2018

o(pořadí)	název úlohy	IO T	IO V	IO P
1	Drak a princezna	-0,16	-0,28	-0,25
2	Nápojový automat	-0,22	-0,34	-0,31
3	Osmistěnná věž	-0,16	-0,28	-0,24
4	Rozděl pozemek	0,02	-0,06	-0,07
5	Stavba přehrady	-0,12	-0,24	-0,18
6	Projdi místnost	-0,36	-0,59	-0,86
7	Slovní fotbal 2	-0,33	-0,58	-0,80
8	Vesmírná loď	-0,32	-0,54	-0,87
9	Vybarvovací desková hra	-0,32	-0,56	-0,82
10	Vypínače a žárovky	-0,28	-0,46	-0,92
11	Dokonalé zamíchání	-0,50	-0,86	-2,72
12	Kreslicí robot	-0,33	-0,63	-2,51
13	Obarvi šipky	-0,44	-0,71	-2,86
14	Otáčení karet 2	-0,24	-0,54	-2,28
15	Vykrajovač	-0,65	-0,99	-2,97

Tabulka A.22: Hodnoty IA – teoretický model – 2019

o(pořadí)	název úlohy	IO T	IO V	IO P
1	Kámen mudrců	-0,12	-0,23	-0,21
2	Pašeráci	-0,02	-0,11	-0,12
3	Tabulka druhých mocnin	0,16	0,09	0,17
4	Vykrajovač 2	-0,18	-0,28	-0,31
5	Výroba léků 2	-0,20	-0,32	-0,29
6	Binární počítadlo	-0,29	-0,54	-0,76
7	Laser	0,05	-0,19	0,20
8	PF 2019	-0,03	-0,13	-0,66
9	Přelévání vody	0,06	-0,07	-0,29
10	Ročenky	-0,20	-0,38	-0,79
11	Odemykání trezoru 2	-0,64	-0,99	-2,94
12	Pokus se semeny	-0,05	-0,38	-1,00
13	Pouze násobení!	-0,36	-0,66	-2,58
14	Reportéři	-0,41	-0,73	-2,66
15	V hračkárně	-0,34	-0,68	-2,43

Tabulka A.23: Hodnoty IA – empirický model – 2016

o(pořadí)	název úlohy	IO T	IO V	IO P
1	Kruhy a čtverce	0,10	0,06	0,36
2	PSČ - KIX kódy	-0,04	0,00	-0,07
3	Pyramida	0,11	0,12	0,36
4	Telefonní seznam	-0,25	-0,26	-0,22
5	Vývojový diagram	0,23	0,27	0,67
6	Hra Big-Small	0,20	0,19	1,55
7	Internet na sloupech	-0,23	-0,27	-0,54
8	Návrat zpět - C	0,04	0,20	-0,57
9	Starý kalkulátor	-0,15	-0,15	-0,46
10	Výměna kartiček	-0,31	-0,31	-0,75
11	N-bitová zpráva 2	0,01	-0,03	0,40
12	Pošli co nejdelší zprávu	-0,32	-0,37	-1,76
13	Rekurzivní malování	-0,53	-0,58	-2,22
14	Rychlé umocňování	-0,07	-0,10	-0,55
15	Spojení obrázků	-0,56	-0,61	-2,27

Tabulka A.24: Hodnoty IA – empirický model – 2017

o(pořadí)	název úlohy	IO T	IO V	IO P
1	Co bylo na začátku	0,16	0,22	0,13
2	Eliptická loga	-0,08	-0,06	-0,09
3	Jednosměrky	0,41	0,42	1,90
4	Uklízení hotelu	0,23	0,24	0,75
5	Vzdálenost řetězců	-0,11	-0,11	-0,08
6	Míčky na pérko 4	0,02	-0,03	0,27
7	Robot a barevné čtverce	-0,44	-0,47	-0,83
8	Robotí cesty II	-0,43	-0,46	-0,84
9	Semínka	0,38	0,43	6,11
10	Vlajka	0,28	0,31	2,31
11	Cesta z bludiště II	-0,42	-0,37	-2,31
12	Klíče k trezorům	-0,24	-0,20	-1,84
13	Král otesánků	-0,11	-0,15	-0,84
14	Rozeznávání číslic	-0,01	0,03	-0,39
15	Vlk, ovce a řepa	0,09	0,19	0,64

Tabulka A.25: Hodnoty IA – empirický model – 2018

o(pořadí)	název úlohy	IO T	IO V	IO P
1	Co bylo na začátku	-0,21	-0,25	-0,19
2	Eliptická loga	-0,27	-0,27	-0,25
3	Jednosměrky	-0,20	-0,21	-0,18
4	Uklízení hotelu	-0,03	0,00	-0,01
5	Vzdálenost řetězců	-0,17	-0,17	-0,12
6	Míčky na pérko 4	-0,38	-0,43	-0,75
7	Robot a barevné čtverce	-0,36	-0,41	-0,69
8	Robotí cesty II	-0,35	-0,37	-0,76
9	Semínka	-0,35	-0,39	-0,71
10	Vlajka	-0,31	-0,29	-0,81
11	Cesta z bludiště II	-0,51	-0,57	-2,17
12	Klíče k trezorům	-0,33	-0,33	-1,97
13	Král otesánků	-0,44	-0,41	-2,31
14	Rozeznávání číslic	-0,24	-0,24	-1,74
15	Vlk, ovce a řepa	-0,65	-0,69	-2,42

Tabulka A.26: Hodnoty IA – empirický model – 2019

o(pořadí)	název úlohy	IO T	IO V	IO P
1	Kámen mudrců	-0,17	-0,21	-0,15
2	Pašeráci	-0,07	-0,04	-0,06
3	Tabulka druhých mocnin	0,11	0,16	0,23
4	Vykrajovač 2	-0,23	-0,21	-0,25
5	Výroba léků 2	-0,25	-0,25	-0,23
6	Binární počítadlo	-0,32	-0,37	-0,64
7	Laser	0,03	-0,02	0,31
8	PF 2019	-0,05	0,04	-0,55
9	Přelévání vody	0,03	0,10	-0,18
10	Ročenky	-0,23	-0,21	-0,67
11	Odemykání trezoru 2	-0,64	-0,69	-2,39
12	Pokus se semeny	-0,05	-0,08	-0,45
13	Pouze násobení!	-0,36	-0,36	-2,03
14	Reportéři	-0,42	-0,44	-2,11
15	V hračkárně	-0,34	-0,38	-1,88

A.5 Intervaly pro určování adekvátnosti odhadu obtížnosti úlohy

A.5.1 Pomocí indexu obtížnosti

Tabulka A.27: Teoretický model – 3 obtížnosti

Izu			
	lehčí	dobře	těžší
L	nelze	$(0{,}65; 1\rangle$	$\langle 0; 0{,}65\rangle$
S	$(0{,}65; 1\rangle$	$\langle 0{,}35; 0{,}65\rangle$	$\langle 0; 0{,}35)$
T	$\langle 0{,}35; 1\rangle$	$\langle 0; 0{,}35)$	nelze

IO T			
	lehčí	dobře	těžší
L	nelze	$\langle 0; 0{,}38\rangle$	$(0{,}38; 1\rangle$
S	$\langle 0; 0{,}38)$	$\langle 0{,}38; 0{,}63\rangle$	$(0{,}63; 1\rangle$
T	$\langle 0; 0{,}63)$	$\langle 0{,}63; 1\rangle$	nelze

IO V			
	lehčí	dobře	těžší
L	nelze	$\langle 0; 0{,}56\rangle$	$(0{,}56; 1{,}5\rangle$
S	$\langle 0; 0{,}56)$	$\langle 0{,}56; 0{,}94\rangle$	$(0{,}94; 1{,}5\rangle$
T	$\langle 0; 0{,}94)$	$\langle 0{,}94; 1{,}5\rangle$	nelze

IO P			
	lehčí	dobře	těžší
L	nelze	$\langle 0; 0{,}6\rangle$	$(0{,}6; +\infty)$
S	$\langle 0; 0{,}6)$	$\langle 0{,}6; 1{,}7\rangle$	$(1{,}7; +\infty)$
T	$\langle 0; 1{,}7)$	$\langle 1{,}7; +\infty)$	nelze

Tabulka A.28: Teoretický model – 5 obtížnosti

Izu			
	lehčí	dobře	těžší
L	$(0{,}95; 1\rangle$	$\langle 0{,}65; 0{,}95\rangle$	$\langle 0; 0{,}65)$
S	$(0{,}65; 1\rangle$	$\langle 0{,}35; 0{,}65\rangle$	$\langle 0; 0{,}35)$
T	$(0{,}35; 1\rangle$	$\langle 0{,}05; 0{,}35\rangle$	$\langle 0; 0{,}05)$

IO T			
	lehčí	dobře	těžší
L	$\langle 0; 0{,}13)$	$\langle 0{,}13; 0{,}38\rangle$	$(0{,}38; 1\rangle$
S	$\langle 0; 0{,}38)$	$\langle 0{,}38; 0{,}63\rangle$	$(0{,}63; 1\rangle$
T	$\langle 0; 0{,}63)$	$\langle 0{,}63; 0{,}88\rangle$	$(0{,}88; 1\rangle$

IO V			
	lehčí	dobře	těžší
L	$\langle 0; 0{,}19)$	$\langle 0{,}19; 0{,}56\rangle$	$(0{,}56; 1{,}5\rangle$
S	$\langle 0; 0{,}56)$	$\langle 0{,}56; 0{,}94\rangle$	$(0{,}94; 1{,}5\rangle$
T	$\langle 0; 0{,}94)$	$\langle 0{,}94; 1{,}31\rangle$	$(1{,}31; 1{,}5\rangle$

IO P			
	lehčí	dobře	těžší
L	$\langle 0; 0{,}1)$	$\langle 0{,}1; 0{,}6\rangle$	$(0{,}6; +\infty)$
S	$\langle 0; 0{,}6)$	$\langle 0{,}6; 1{,}7\rangle$	$(1{,}7; +\infty)$
T	$\langle 0; 1{,}7)$	$\langle 1{,}7; 7\rangle$	$(7; +\infty)$

Tabulka A.29: Empirický model – 3 obtížnosti

Izu			
	lehčí	dobře	těžší
L	nelze	$(0{,}58; 1\rangle$	$\langle 0; 0{,}58\rangle$
S	$(0{,}58; 1\rangle$	$\langle 0{,}36; 0{,}58\rangle$	$\langle 0; 0{,}36)$
T	$\langle 0{,}36; 1\rangle$	$\langle\ 0; 0{,}36)$	nelze

IO T			
	lehčí	dobře	těžší
L	nelze	$\langle 0; 0{,}42\rangle$	$(0{,}42; 1\rangle$
S	$\langle 0; 0{,}42)$	$\langle 0{,}42; 0{,}64\rangle$	$(0{,}64; 1\rangle$
T	$\langle 0; 0{,}64)$	$\langle 0{,}64; 1\rangle$	nelze

IO V			
	lehčí	dobře	těžší
L	nelze	$\langle 0; 0{,}47\rangle$	$(0{,}47; 1{,}5\rangle$
S	$\langle 0; 0{,}47)$	$\langle 0{,}47; 0{,}7\rangle$	$(0{,}7; 1{,}5\rangle$
T	$\langle 0; 0{,}7)$	$\langle 0{,}7; 1{,}5\rangle$	nelze

IO P			
	lehčí	dobře	těžší
L	nelze	$\langle 0; 0{,}54\rangle$	$(0{,}54; +\infty)$
S	$\langle 0; 0{,}54)$	$\langle 0{,}54; 1{,}44\rangle$	$(1{,}44; +\infty)$
T	$\langle 0; 1{,}44)$	$\langle 1{,}44; +\infty)$	nelze

Tabulka A.30: Empirický model – 5 obtížnosti

Izu			
	lehčí	dobře	těžší
L	$(0{,}79; 1\rangle$	$\langle 0{,}64; 0{,}79\rangle$	$\langle 0; 0{,}64$
S	$(0{,}64; 1\rangle$	$\langle 0{,}36; 0{,}64\rangle$	$\langle 0; 0{,}36)$
T	$(0{,}36; 1\rangle$	$\langle 0{,}16; 0{,}36\rangle$	$\langle 0; 0{,}16$

IO T			
	lehčí	dobře	těžší
L	$\langle 0; 0{,}21)$	$\langle 0{,}21; 0{,}42\rangle$	$(0{,}42; 1\rangle$
S	$\langle 0; 0{,}42)$	$\langle 0{,}42; 0{,}64\rangle$	$(0{,}64; 1\rangle$
T	$\langle 0; 0{,}64)$	$\langle 0{,}64; 0{,}84\rangle$	$(0{,}84; 1\rangle$

IO V			
	lehčí	dobře	těžší
L	$\langle 0; 0{,}25)$	$\langle 0{,}25; 0{,}47\rangle$	$(0{,}47; 1{,}5\rangle$
S	$\langle 0; 0{,}47)$	$\langle 0{,}47; 0{,}7\rangle$	$(0{,}7; 1{,}5\rangle$
T	$\langle 0; 0{,}7)$	$\langle 0{,}7; 0{,}91\rangle$	$(0{,}91; 1{,}5\rangle$

IO P			
	lehčí	dobře	těžší
L	$\langle 0; 0{,}17)$	$\langle 0{,}17; 0{,}54\rangle$	$(0{,}54; +\infty)$
S	$\langle 0; 0{,}54)$	$\langle 0{,}54; 1{,}44\rangle$	$(1{,}44; +\infty)$
T	$\langle 0; 1{,}44)$	$\langle 1{,}44; 5{,}93\rangle$	$(7; +\infty)$

A.5.2 Pomocí indexu adekvátnosti

Tabulka A.31: Teoretický model – 5 obtížností

intervaly IA pro IO T					
	vL	L	S	T	vT
L	⟨-0,25; -0,125⟩	(-0,125; 0,125⟩	(0,125; 0,375)	⟨0,375; 0,625)	⟨0,625; 0,75⟩
S	⟨-0,5; -0,375⟩	(-0,375; -0,125⟩	(-0,125; 0,125)	⟨0,125; 0,375)	⟨0,375; 0,5⟩
T	⟨-0,75; -0,625⟩	(-0,625; -0,375⟩	(-0,375; -0,125)	⟨-0,125; 0,125)	⟨0,125; 0,25⟩
intervaly IA pro IO V					
	vL	L	S	T	vT
L	⟨-0,375; -0,188⟩	(-0,188; 0,188⟩	(0,188; 0,563)	⟨0,563; 0,938)	⟨0,938; 1,13⟩
S	⟨-0,75; -0,563⟩	(-0,563; -0,188⟩	(-0,188; 0,188)	⟨0,188; 0,563)	⟨0,563; 0,75⟩
T	⟨-1,13; -0,938⟩	(-0,938; -0,563⟩	(-0,563; -0,188)	⟨-0,188; 0,188)	⟨0,188; 0,375⟩
intervaly IA pro IO P					
	vL	L	S	T	vT
L	⟨-0,333; -0,19⟩	(-0,19; 0,267⟩	(0,267; 1,333)	⟨1,333; 6,667)	⟨6,667; ∞)
S	⟨-1; -0,857⟩	(-0,857; -0,4⟩	(-0,4; 0,667)	⟨0,667; 6)	⟨6; ∞)
T	⟨-7; -2,857⟩	(-2,857; -2,4⟩	(-2,4; -1,333)	⟨-1,333; 4)	⟨4; ∞)

Tabulka A.32: Empirický model – 5 obtížností

intervaly IA pro IO T					
	vL	L	S	T	vT
L	⟨-0,297; -0,90⟩	(-0,90; 0,124⟩	(0,124; 0,346)	⟨0,346; 0,577)	⟨0,577; 0,703⟩
S	⟨-0,527; -0,32⟩	(-0,32; -0,106⟩	(-0,106; 0,116)	⟨0,116; 0,347)	⟨0,347; 0,473⟩
T	⟨-0,723; -0,546⟩	(-0,546; -0,332⟩	(-0,332; -0,11)	⟨-0,11; 0,121)	⟨0,121; 0,277⟩
intervaly IA pro IO V					
	vL	L	S	T	vT
L	⟨-0,349; -0,102⟩	(-0,102; 0,116⟩	(0,116; 0,355)	⟨0,355; 0,563)	⟨0,563; 1,151⟩
S	⟨-0,581; -0,334⟩	(-0,334; -0,116⟩	(-0,116; 0,124)	⟨0,124; 0,331)	⟨0,331; 0,919⟩
T	⟨-0,828; -0,581⟩	(-0,581; -0,363⟩	(-0,363; -0,124)	⟨-0,124; 0,084)	⟨0,084; 0,672⟩
intervaly IA pro IO P					
	vL	L	S	T	vT
L	⟨-0,274; -0,1⟩	(-0,1; 0,307⟩	(0,307; 1,396)	⟨1,396; 5,655)	⟨5,655; ∞)
S	⟨-0,888; -0,714⟩	(-0,714; -0,307⟩	(-0,307; 0,782)	⟨0,782; 5,041)	⟨5,041; ∞)
T	⟨-2,452; -2,278⟩	(-2,278; -1,871⟩	(-1,871; -0,782)	⟨-0,782; 3,477)	⟨3,477; ∞)