



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra pedagogiky a psychologie

Diplomová práce

Cesta žáka 1. třídy vyučovaného Hejného metodou k pochopení sčítání a odčítání

Vypracovala: Lucie Hamerlová
Vedoucí práce: doc. PhDr. Alena Hošpesová, Ph.D.

České Budějovice 2019

PODĚKOVÁNÍ

Ráda bych poděkovala doc. PhDr. Aleně Hošpesové, Ph.D., za odborné vedení diplomové práce, za připomínky a za ochotnou pomoc při vypracování diplomové práce.

Dále bych chtěla poděkovat kolegyni Mgr. Jitce Vokšické za její ochotu a čas ke spolupráci.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svoji jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury. Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě — v úpravě vzniklé vypuštěním vyznačených částí archivovaných pedagogickou fakultou elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích, 30. 6. 2019

.....
Lucie Hamerlová

ANOTACE

Diplomová práce se zabývá porozuměním operací sčítání a odčítání u žáků v hodinách vedených Hejného metodou. Cíl diplomové práce byl splněn prostřednictvím analýzy žakovských řešení vybraných úloh z učebnic nakladatelství Fraus. Pro zjišťování informací byla vybraná kombinace metod akčního a kvalitativního výzkumu. Výzkum probíhal ve školním roce 2017/2018 na základní škole na Praze-východ.

ANNOTATION

This thesis is focused on understanding of addition and subtraction by pupils during maths lessons by Hejný. The aim of the thesis was fulfilled using analysis of pupil's solutions of some chosen exercises from publisher's Fraus textbooks. For the information survey, a combination of action and qualitative research methods. The research was carried out in the school year 2017/2018 at the primary school in the Prague – east district.

OBSAH

I. TEORETICKÁ ČÁST	8
1 Didaktika matematiky u nás.....	8
2 Metoda profesora Hejného.....	11
2.1 Počátky Hejného metody	11
2.2 Postoje k Hejného metodě.....	12
2.3 12 klíčových principů dle zakladatelů H-mat	14
2.3.1 Budování schémat.....	14
2.3.2 Práce v prostředích	15
2.3.3 Prolínání témat.....	15
2.3.4 Rozvoj osobnosti	16
2.3.5 Skutečná motivace	16
2.3.6 Reálné zkušenosti.....	17
2.3.7 Radost z matematiky.....	17
2.3.8 Vlastní poznatek.....	18
2.3.9 Role učitele.....	18
2.3.10 Práce s chybou	19
2.3.11 Přiměřené výzvy	19
2.3.12 Podpora spolupráce	20
3 Vybraná prostředí	21
3.1 Prostředí krokování	21
3.1.1 Gradace prostředí krokování	23
3.2 Prostředí autobus.....	34
3.2.1 Gradace prostředí autobus	37
II. VÝZKUMNÉ ŠETŘENÍ	39

4 Charakteristika výzkumu	39
4.1 Popis žáků.....	39
5 Metodologie.....	42
5.1 Akční výzkum.....	42
5.2 Kvalitativní výzkum.....	43
6 Sběr dat – prostředí krokování.....	45
6.1 úloha: učebnice 1 – strana 27, cvičení 3	45
6.2 úloha: učebnice 2 – strana 23, cvičení 3	48
6.3 úloha: učebnice 2 – strana 61, cvičení 1	49
6.4 Závěr krokování.....	50
7 Sběr dat — prostředí autobus.....	52
7.1 úloha: učebnice 2 – strana 27, cvičení 1	52
7.2 úloha: učebnice 2 – strana 38, cvičení 1	54
7.3 úloha: učebnice 2 – strana 62, cvičení 2	55
7.4 Závěr autobusu.....	56
8 Shrnutí.....	58
III. ZÁVĚR.....	59
SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ	61
SEZNAM OBRÁZKŮ A TABULEK.....	64

ÚVOD

V dnešní době vyhledávají rodiče dětí, které poprvé nastupují na základní školu, školy alternativního typu. Rodičům jde jak o alternativní výuku matematiky, tak i českého jazyka. Tyto alternativní metody se však velmi často objevují i ve školách s tradičním přístupem k výuce. Jednou z těchto metod je i výuka matematiky prostřednictvím tvoření schémat – tzv. Hejného metoda.

Každý učitel se může rozhodnout, jakým způsobem bude matematiku vyučovat. Není proto potřeba, aby celé školy vyučovaly jednotně matematiku Hejného metodou.

V této diplomové práci jsem se zabývala pochopením operace sčítání a odčítání žáků první třídy, kteří se učí matematiku Hejného metodou. Výzkum probíhal od září 2017 do června 2018 na základní škole v okrese Praha-východ.

Východiskem byla analýza výukových prostředí krokování a autobusu, které jsou pro pochopení sčítání a odčítání v prvním ročníku v Hejného metodě klíčové. Výuková prostředí jsou ilustrována obrázky úloh z učebnic nakladatelství Fraus¹, které zde fungují jako zadání úloh. Pod každým zadáním je popsáno, jak se má úloha řešit a může se zde pozorovat i vývoj daných prostředí.

Praktická část je zaměřena na šest vybraných cvičení z učebnic Fraus, které byly zvoleny jako vhodné pro získání reprezentativních výsledků. Pro výzkum byli vybráni čtyři žáci základní školy, kteří byli pozorováni, a jejich rozhovory při práci byly nahrávány. Všechny poznatky byly zjišťovány formou akčního a kvalitativního výzkumu.

¹ HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematika 1 1.díl: učebnice pro základní školy*. Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-626-0.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematika 1 2. díl: učebnice pro základní školy*. Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-627-7.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 *Didaktika matematiky u nás*

Podle Poláka (2016, 5-6) je didaktika matematiky chápána jako předmětová didaktika zabývající se teorií vyučování v matematice, metodikou a praxí. Je to obor, který se pohybuje na rozhraní pedagogiky a matematiky. Jako styčné obory didaktiky matematiky uvádí logiku, pedagogiku, psychologii, dějiny matematiky a matematiku jako výchozí objekt. Úkolem didaktiky matematiky je zlepšování procesu vyučování. Zaměřuje se na obsah, vyučovací metody, aktivizaci žáků a poznávací procesy jednotlivých žáků.

Pro konstrukci didaktiky matematiky u nás je důležité zmínit *Jednotu československých matematiků a fyziků*². Jednota vznikla v roce 1862. Cílem této skupiny je zlepšování výuky matematiky a fyziky na všech školách. V roce 1872 začala Jednota vydávat časopis, ve kterém se věnovala matematice a fyzice. Po vzniku Československa se stala jediným vydavatelem školních učebnic, odborných knih a časopisů. V dnešní době se Jednota podílí na vydávání učebnic matematiky a fyziky, časopisů, a také se podílí na organizaci matematických soutěží pro žáky základních a středních škol. Mezi nejznámější patří *Matematický klokan*, *Matematická a Fyzikální olympiáda* a *Turnaj mladých fyziků*. (Jednota českých matematiků a fyziků)

Autoři Jednoty uplatňovali ve svých učebnicích myšlenky *Meránského programu*. Tento program byl navržen v roce 1905 německou komisí. Matematika a přírodní vědy byly brány jako rovnocenné s jazykovým vzděláváním na středních školách. Matematika měla díky programu významné postavení ve středoškolském vzdělávání. Úkolem matematiky bylo rozvíjení logického myšlení a prostorové představivosti. (Trkovská, 2015, 99)

Stehlíková a Tichá (2011, 157) uvádí, že důležitým datem pro didaktiku matematiky u nás byl rok 1908. V tomto roce se konal čtvrtý ročník kongresu matematiků v Římě. Zde byl ustanoven *Mezinárodní výbor pro výuku matematiky*, který měl za úkol sestavit mezinárodní šetření. Byl sice neúspěšný, je však brán jako jeden z prvních výzkumných počínů didaktiky matematiky.

² Dnes známá jako Jednota českých matematiků a fyziků. Oficiální stránky Jednoty: <https://www.icmf.cz>.

Stuchlíková a Janík (2015, 98) uvádí, že u nás v první polovině dvacátého století nedocházelo k významnému rozvoji vědecké práce v oblasti didaktiky matematiky. Změna však nastala ve druhé polovině dvacátého století. Důležité postavení v této době stále měla Jednota československých matematiků a fyziků, která pomáhala při tvorbě osnov a učebních textů.

Stuchlíková a Janík (2015, 99) zmiňují, že Vyšín (1980) vytvořil v šedesátých letech šest principů modernizace, na které by se měla matematika zaměřit.

1. změna obsahu i metod vyučování matematiky
2. rozvoj početní a grafické techniky
3. spojení geometrie s ostatními matematickými disciplínami
4. rozvoj matematiky v praxi
5. cyklické vyučování matematiky
6. rozvoj dalších pracovních návyků v souvislosti s matematikou

V této době docházelo k pokusům o vypuštění drilu a memorování z hodin matematiky. Prostředkem této změny měla být změna obsahu vyučování matematiky. Zjistilo se, že tyto změny nelze provádět pomocí změny obsahu vyučování, ale změnou učitele. (Stehlíková a Hejný, 2019)

V roce 1966 vznikl *Kabinet pro modernizaci vyučování v matematice*. Který měl pro rozvoj didaktiky matematiky klíčovou roli. Členy Kabinetu byli vysokoškolští učitelé a učitelé gymnázií a experimentálních škol. V době vzniku Kabinetu je již didaktika matematiky chápána jako samostatný vědní obor. (Stehlíková a Tichá, 2011, 162)

Činnost Kabinetu byla zaměřována na přispívání k rozvoji didaktiky matematiky, řešení aktuálních otázek experimentálního vyučování. Milan Hejný patřil ke skupině badatelů sdružených kolem Kabinetu. V 80. letech se kladl důraz na odstranění strukturalismu, také se kladl důraz na vyjadřování, algoritmizaci, aplikaci, uplatnění kalkulačů a rozvoj tvořivosti ve školské matematice. (Stehlíková a Tichá, 2011, 162 - 163)

V sedmdesátých a osmdesátých letech dvacátého století vydávaly kolektivy autorů učebnice matematiky, které ovlivnily podobu dnešních učebnic. (Mikulčák, 2007, 279)

V této době se často hovořilo o rozšíření vztahů matematiky s praxí, o aktivizaci žáků, problémovém vyučování a experimentování. Ke konci dvacátého století docházelo

ke zdůrazňování problematiky postavení učitele a žáka, rozvoji poznatků učitelů, rozvoji osobnosti žáků a učitelů. Počátek 21. století v didaktice matematiky u nás je věnovaný výzkumu myšlenkových procesů žáků a učitelů, komunikaci ve vyučování a zkoumání třídního klimatu. (Stuchlíková a Janík, 2015, 100 – 101)

Dle Hejného (2004, 23) je v didaktice matematiky v posledních letech věnovaná pozornost poznávacímu procesu otevírání světa matematiky dítěti.

Polák (2016, 21-23) uvádí deset didaktických zásad ve vyučování matematiky:

1. *Zásada vědeckosti* – učitel musí v matematice dbát o předávání správných definic a matematických pojmů.
2. *Zásada uvědomělosti a aktivity žáků* – žáci si osvojí učivo až ve chvíli, kdy jsou schopni obsah učiva správně vyjádřit.
3. *Zásada názornosti* – v matematice slouží názornost jako didaktický prostředek, neslouží jako cíl.
4. *Zásada soustavnosti* – učivo by na sebe mělo logicky navazovat.
5. *Zásada postupnosti* – učivo má postupovat od lehčího k těžšímu, od známého k neznámému a od konkretizace k abstrakci.
6. *Zásada přiměřenosti* – rozsah a obsah učiva musí odpovídat psychickým a fyzickým schopnostem žáků.
7. *Zásada trvalosti* – schopnost vybavení poznatku v hlavě a praktické využívání naučeného.
8. *Zásada propojení teorie s praxí* – praktické využití poznatků.
9. *Zásada individuálního přístupu k žákům* – přístup k žákovi dle jeho psychických a fyzických zvláštností.
10. *Zásada zpětné vazby* – průběžné odstraňování chyb v procesu poznávání.

2 Metoda profesora Hejného

2.1 Počátky Hejného metody

Otcem Hejného metody, jak ji známe dnes, je Vít Hejný. Vít Hejný se zabýval tím, proč se žáci nesnaží matematice porozumět. V průběhu druhé světové války zkoumal nízkou efektivitu vyučování matematiky a hledal cesty ke zlepšení situace. Dle jeho zkoumání bylo a je vše zapříčiněno špatným způsobem vyučování. Učitel v té době pouze předkládal žákům informace a žák ve škole působil jako takzvaný konzument matematiky. Dle jeho názoru by výuka matematiky měla vybavit děti do života kritickým myšlením, schopností analyzovat problémové situace a hledat jejich řešení. Vít Hejný také upozorňoval na to, že s jiným stylem edukace matematiky je třeba začít již v mladším školním věku kvůli rozšiřování tvořivého a logického myšlení. (Hejný, 2014, 11-12)

Propagátorem Hejného matematiky dnešní podoby je Milan Hejný. Milan Hejný se narodil v roce 1936 v Martině na Slovensku, jako jediný syn Víta Hejného. V roce 1959 absolvoval Matematicko-fyzikální fakultu Univerzity Karlovy v Praze. Poté působil na ČVUT v Praze, na MFF v Bratislavě a VŠD v Žilině. V současné době působí Milan Hejný na pedagogické fakultě Univerzity Karlovy v Praze. (H-mat, 2019)

Byl také prvním žákem, který byl touto metodou Vitem Hejným od počátku školní docházky vyučován doma. Úlohy, které Milanovi zadával otec, byly hravější, zajímavější a tím získal spoustu zkušeností, díky kterým ve vyšších ročnících základní školy zvládl těžší matematické operace, které jeho spolužákům dělaly problém. Edukační způsob jeho otce ho nadchl natolik, že se v roce 1975 rozhodl, že se stane učitelem vlastního syna na škole v Bratislavě. (Hejný, 2014, 11-12)

Milan Hejný se podílel na vydání 16 knižních matematických publikací a ve 270 případech se také věnoval didaktice matematiky. V roce 2010 byl oceněn medailí 1. stupně Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy za inovativní dlouhodobou vysokoškolskou pedagogickou činnost. V projektu Českých 100 Nejlepších získal ocenění MathProf ONE. Jako první vydávalo učebnice Hejného metody nakladatelství Fraus. Učebnice pro první stupeň nakladatelství Fraus byly tvořeny během let 2002 – 2012. V roce 2013 Milan Hejný založil společnost H-mat o.p.s., která vydává vlastní učebnice Hejného metody pro základní školy. (H-mat, 2019)

2.2 Postoje k Hejného metodě

Milan Hejný říká, že v dnešní společnosti žije spousta lidí, kteří umí vyřešit kvadratické rovnice nebo odříkat malou násobilku, ale už málokdo je schopný řešit matematické problémy běžného života. Nejlepším způsobem je poznávání matematiky vlastním úsilím a zkušenostmi, které může žák na základní, ale i střední škole získat. Dítě se v matematice učí volit si cestu svého dalšího rozvoje a rozhodování. V raném věku pak je dítě schopno poznat v čem je dobré a v čem se může ještě zlepšovat. (H-mat, 2018)

Milan Hejný v rozhovoru Lucie Fialové (2018) uvedl, že nechce, aby se tato metoda učila na všech školách. Není ani nutné, aby touto metodou učil učitel, kterému není metoda blízká. Z toho důvodu psal Milan Hejný dokonce ředitelům základních a středních škol dopisy, ve kterých je prosil, aby vedení škol nenutilo učitelům výuku touto formou. Při vydání prvních učebnic Hejného matematiky pro první stupeň Milan Hejný pochyboval o tom, že se najdou v České republice učitelé, kteří kvůli jeho myšlenkám změni svůj edukační styl. Tuto metodu, dle jeho názoru, by měli ve svých hodinách využívat hlavně učitelé, kteří jsou o dané metodě přesvědčeni. Pokud budou o této metodě přesvědčeni učitelé, budou moci přesvědčit děti a nadchnout je pro další matematické vzdělávání. Pro správnost edukace Hejného metody existuje spousta kurzů, jednodenních či vícedenních, které zaštiťuje právě Milan Hejný.

V publikacích a na internetových stránkách najdeme několik názorů pro a proti této metodě. Podle Wolfové³ (2016) chodí do pedagogicko-psychologických poraden stále více dětí, které mají problémy s matematikou. Žáci nemají představu o číselné ose a správné představy o numerickém počítání – sčítání, odčítání, násobení a dělení. Chybí jim matematické základy a postupným prohlubováním a vývojem učiva se dítě dostává do stresových situací a jejich nadšení pro matematiku upadá. Tohle se však stává i u dětí vyučovaných právě Hejného metodou. Bohužel není k dispozici výzkum, který by ukázal, zda je to metodou nebo přístupem učitele.

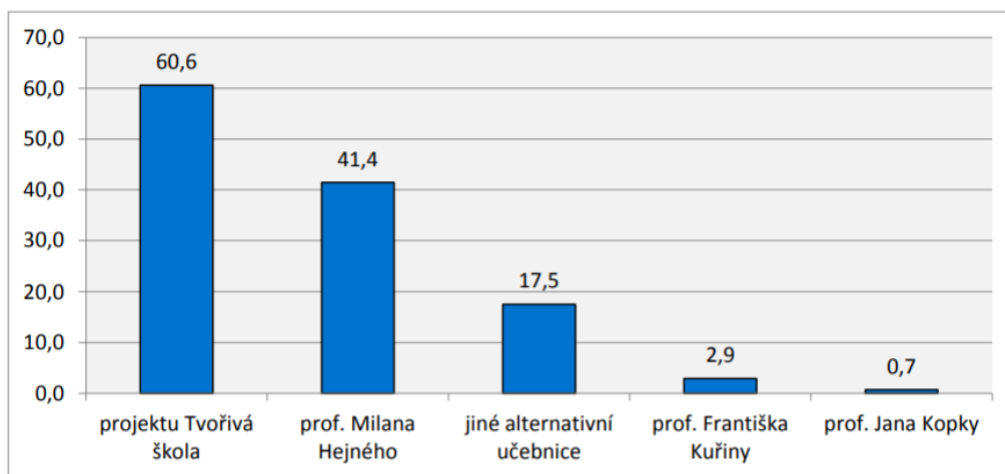
V rozhovoru pro Českou televizi uvedl profesor matematiky Vlastimil Dlab (2018), že není třeba rozdělovat matematiku na klasickou a Hejného. Celkovým problémem

³ speciální pedagožka pro Prahu 3 a 9

společnosti se stal úpadek matematiky na školách nejen v České republice, ale i v mnoha státech v zahraničí. Povolání učitele již není prestižní záležitostí, proto se na vysoké školy hlásí nekvalitní adepti na toto povolání. Ve stejné diskusi uvedl Milan Hejný, že veškeré negativní příspěvky o Hejného matematice jsou důsledkem deformace této metody. Učitel využívá učebnice, ale dětem vysvětluje problémy, na které by si děti měly přijít samy.

V roce 2014 provedla Česká školní inspekce internetové dotazníkové šetření ohledně alternativních metod vyučování. Do této skupiny se řadí i výuka Hejného metody. Podle tohoto šetření České školní inspekce (2014) se české školy, které odpověděly na elektronické zjišťování, snaží ve větší míře využívat alternativních výukových metod v matematice⁴. Z těchto škol se 1/3 škol snaží o výuku orientovanou na budování schémat - Hejného metodu. Učebnice Hejného metody pak využívá 41,4 % zapojených škol do výzkumného šetření.

Graf č. 12 Alternativní učebnice ve výuce matematiky (v %)



Obr. 1: Alternativní učebnice ve výuce matematiky⁵

Dle nového testování České školní inspekce (2017) odpovědělo 20 605 učitelů z 60 % negativně na otázku, zda ve výuce využívají postupy Hejného metody. Podle

⁴ Pro tuto možnost hlasovalo 61,7 % (tj. 2103 škol) ředitelů oslovených škol.

⁵ ČŠI. Výběrové zjišťování výsledků žáků na úrovni 5. a 9. ročníků základních škol ve školním roce 2016/2017. závěrečná zpráva. [online]. Praha, listopad 2017 [cit. 2018-05-07]. Dostupné z: <https://www.csicr.cz/getattachment/17f8e265-b04f-4459-a106-3aebcf735ca0/Vyberove-zjistovani-vysledku-zaku-na-urovni-5-a-9-rocniku-ZS-zaverecna-zprava.pdf>

některých učitelů není Hejného metoda vhodná pro všechny žáky, a zároveň mají učitelé většinou i málo informací o výuce Hejného metodou.

Dnes je tato alternativní metoda výuky matematiky rozšířená na prvním a druhém stupni základních škol, ale také již v předškolním vzdělávání v mateřských školách. Tato metoda je postavena na 12 klíčových principech. (H-mat, 2018)

2.3 12 klíčových principů dle zakladatelů H-mat

2.3.1 Budování schémat

Základním principem Hejného matematiky je budování schémat. Podle Hejného je schéma: „souhrn navzájem propojených znalostí týkajících se známého prostředí“. Schémata se propojují a vychází z potřeb člověka. (12 klíčových principů, 2018)

Každé dítě má ve své hlavě uloženo několik schémat, ze kterých může v matematice vycházet. Schéma si lze představit jako místnost, ve které lidé tráví většinu svého času. Majitel místnosti ví, kde se určité věci nachází. Pokud se majitele někdo zeptá na počet obrazů a světel v dané místnosti, těžko může odpovědět na otázku hned. V mysli postupně prochází pokojem, utváří si v hlavě určitou představu a zanedlouho je schopný odpovědět na danou otázku. Schéma místnosti se lidem v mysli buduje v průběhu života. Pokud je místnost nějakým způsobem upravovaná, zaměřuje se na to veškerá pozornost – učíme se opakovanou návštěvou a vlastními zkušenostmi. Lidé mají v mysli spoustu schémat míst, která navštěvují (byt, sídliště, obchodní dům, aj.). Některá schémata jsou uložena s více detaily, některá nejsou tolik konkrétní. (Pro rodiče: Hejného matematika, 2018)

Matematická schémata jsou na tom velmi podobně a jsou navzájem propojena. Schémata se vytváří dle toho, co člověk v životě potřebuje. Když mu potřeba schází, schéma se nevytvoří. Stejně schéma může každý člověk chápat úplně jinak. Pokud lidé spolupracují na vyřešení nějakého problému, propojí se schémata a může to vést k nejlepšímu možnému řešení. (Hejný, 2019)

Hejný (2014, 84-87) uvádí, že pojem schéma se pojí s tzv. teorií APOS. Autoři APOS jsou Dubinsky a McDonald. Akce, proces, objekt, schéma – počáteční písmena těchto slov dala vzniknout názvu teorie APOS.

Tato teorie pozvolna navazuje na Piagetovu teorii reflektivní abstrakce. Dítě z poznání vyčleňuje důležité informace a zobecňuje si operace, které provádělo.

Reflektivní abstrakce vzniká přeměnou úrovně, kterou již člověk disponuje a umí ji ovládat. (Piaget, 1999)

V teorii APOS vysvětluje Hejný (2014, 84-87) část Akce jako časté opakování určitého problému, kdy si člověk v hlavě vytvoří určitou konstrukci či Proces. Tento proces slouží k realizaci a řešení daného problému bez potřeby pomoci. Člověk může díky procesu problém řešit pouze ve vědomí a nemusí ho realizovat manuálně, stejně jako si ho může propojovat s jinými podobnými procesy. Objekt se vytváří z procesu ve chvíli, kdy má člověk již automaticky uvědomělý proces a je schopen ho přetvářet a zároveň ho používá k řešení problémů. Schéma je potom sborníkem akcí, procesů, objektů a dalších schémat. Takové celistvé schéma potom pomáhá řešit problémové úlohy, které se vztahují k určitému tématu.

2.3.2 Práce v prostředích

Práce v prostředích umožňuje žákům v matematice odhalovat propracované matematické myšlenky, motivovat je k další práci a postupovat gradovanými úlohami od nejjednoduchých k nejtěžším problémům. (Hejný, 2014, 13)

V Hejného matematice se objevuje více než 20 prostředí. Každé prostředí funguje jinak a jsou v něm úlohy, které se na sebe napojují. Prostředí v Hejného matematice napomáhají dětem efektivně získávat znalosti. Do podoby, jak je známe dnes, napomohlo téměř 80 let testování a ověřování ve výuce. (12 klíčových principů, 2018)

Prostředí si lze představit jako místnost, kde se pracuje pouze na daném úkolu. V každém prostředí se prolíná několik matematických jevů. (H-mat, 2018)

Každému dítěti vyhovuje jiné prostředí, proto má každý možnost si vybrat prostředí v hodinách, které mu nedělá potíže a zdokonalovat se v něm. Prostředí nejsou dětem představována najednou. V prvním ročníku se dítě setká s prostředím krokování, schody, autobus, vystřihování a skládání z papíru, dřívka, sousedé, sčítací trojúhelníky, krychlové stavby, mosty, hadi, parkety. Každý následující rok jsou prostředí doplňována a obsah prostředí je prohlubován. (12 klíčových principů, 2018)

2.3.3 Prolínání témat

Prolínání témat si lze znovu představit na schématu místnosti. Lidé si totiž mezi sebou často povídají, každá jejich konverzace se může ubírat jiným směrem. Během jednoho roku vystřídají řadu témat. V lednu se řeší okna, v únoru dveře, v březnu obrazy,

v květnu podlaha a v červnu květiny. Tímto způsobem by si za rok lidé museli opakovat vše, co již bylo řečeno, pokud si díky těmto konverzacím chtějí utvořit představu o tom, jak si místnost, ve které jejich známý nebo známá bydlí, chtějí zapamatovat. O daných místnostech se však dá konverzovat i v souvislostech s každodenními činnostmi, které se zde uskutečnily. Dojde k opětovnému vybavení si místnosti. Úplně stejně to funguje i v Hejného metodě. (H-mat, 2018)

Témata se opakují a prolínají. Nestane se tedy, že děti nebudou vědět, jestli už to nebo ono probíraly. Na každé straně učebnice se najdou o něco těžší úlohy než na straně předchozí. Děti témata však velmi dobře znají. Ví, jak danou problematiku mají řešit a snaží se přijít na nové způsoby řešení úloh. (12 klíčových principů, 2018)

V první třídě se například v prostředí krokování propojuje tleskání, krokování, odříkávání čísel v rytmu krokování a zapisování šipkových záznamů. (H-mat, 2018)

2.3.4 Rozvoj osobnosti

Metoda klade důraz nejen na vývoj lidských vědomostí, ale i na vývoj osobnosti. Výsledkem je vývoj osobnosti v rámci věcné argumentace a rozvoj sociální. Učitel zde nepředává dětem vědomosti, pouze učí žáky argumentovat. Učitel není nositel moudra, je pouze průvodcem a moderátorem diskuzí. Je žádoucí, aby žáci uměli odpovědět na otázku: „Proč?“. (H-mat, 2018)

Děti se učí argumentovat a vyhodnocovat situace, což je velmi přínosné pro život. Učitel nemá v hodině dominantní postavení, proto děti řeší vše společně a v kolektivu. Tempo i rozsah práce si pak žák určuje sám. (12 klíčových principů, 2018)

2.3.5 Skutečná motivace

Dítě potřebuje jinou motivaci než dospělí. Správná motivace není nucená, ale vychází zevnitř. Učebnice jsou koncipovány tak, aby děti úlohy „automaticky“ bavily. Ve výuce matematiky nejde o získávání dobrých a špatných známek, ale o prožití úspěchu. (12 klíčových principů; 2018)

Motivace dítěte je *naléhavá* – dospělí ji považují za drzost, *těkavá* – dítě se zajímá o vše a *širokospektrální* – dítě se snaží vyznat ve vztazích k oblastem různé lidské činnosti. (H-mat, 2018)

Polák (2016, 24-26) rozděluje motivaci na vnější a vnitřní. Obě jsou pro dospělé i děti velmi důležité a neustále jsou tyto motivace předmětem zkoumání. Vnitřní motivaci rozděluje na:

1) Potřeby neboli sociální motivy

Díky zkoumání je prokázáno, že dítě si při procesu učení snaží udržet pozitivní vztah s dospělými – rodiče, učitel, ale i se spolužáky. Důležitý je pro ně také žebříček prestiže ve třídě, kdy každému záleží na tom, aby byl, co nejvýš.

2) Kognitivní neboli poznávací motivy

Důležitá je rozšiřující touha zjistit informace a porozumět světu, co nejvíce. Čím je dítě starší, tím se zájmy rozšiřují a touha světu porozumět zaniká. V tuto chvíli mohou zasáhnout rodiče nebo právě učitel. Jejich úkolem je povzbudit u žáka tyto kognitivní motivy, které vedou k lepší motivaci k učení.

3) Výkonové motivy a aspirace

Každý žák se vždy přirozeně snaží o co nejlepší výkon. Bojí se zažít neúspěch. Pro rozvoj výkonových motivů je třeba výchovných vlivů rodičů a učitelů.

Hejného matematika zasahuje do všech tří částí vnitřní motivace, které Polák (2016, 24-26) definoval. Umožňuje zažít radost z radosti druhého, protože cílem učitele je zažít pocitu úspěchu u každého žáka. Z hlediska poznávacích motivů se Hejného matematika zaměřuje na úlohy, se kterými se žák potká v životě.

2.3.6 Reálné zkušenosti

Celá výuka je koncipovaná tak, aby vycházela ze zkušenosti dětí stejně tak, jako je to i v životě. Zkušenosti se získávají i z neúspěchu. Důležité je však dítě motivovat, aby mělo chuť zkoušet nové věci, díky kterým získá zkušenosti s danými úlohami. (12 klíčových principů, 2018)

Dítě dokáže ukázat na prstech počet 4 aut, 4 jablek, 4 lidí, po této zkušenosti zjistí, že počet 4 vypadá na prstech stále stejně. Tento znak dítě začne používat dál. Pokud se dětem prozradí, jak k danému výsledku mají přijít, nezískají žádnou zkušenost. Zkušenost se získává hlavně vlastním zážitkem a prožitkem. (H-mat, 2018)

2.3.7 Radost z matematiky

Radost z matematiky vychází z pocitu úspěchu, který si dítě zažije, pokud dojde ke správnému výsledku. Hejného metoda odmítá tzv. blok z matematiky. Děti musí být

správně motivovány, aby s radostí pracovaly na matematických problémech. Pokud se představí žákům již správné řešení, žáci přijdou o vlastní zkušenost a nezažijí si vše tak, jak by měli. Radost z matematiky si prožije každé dítě, jelikož jsou v učebnicích gradované úlohy a každé dítě si přijde na své. (12 klíčových principů, 2018)

Každá úloha musí být tak lehká, aby ji žák vyřešil, a zároveň náročná, aby musel vynaložit nějaké úsilí a měl z toho radost. (H-mat, 2018)

2.3.8 Vlastní poznatek

Hejný a jeho spolupracovníci se domnívají, že poznatek, který dítě získá samo díky objevování, je cennější než poznatek, který mu někdo řekl. Pokud dítě na daný poznatek nepřijde samo, přichází kamarád s vlastní nápadem. Žák si nápad od kamaráda převezme raději než od učitele. Stejně staré děti jsou jako 2 tělesa, každé je jiné, ale disponuje určitou mírou pochopení. Děti si předávají znalosti a poznatky snáze, než by je předával dospělý dítěti. Dítě samo ví, co by očekávalo od ostatních k pochopení nějakého problému. (12 klíčových principů, 2018)

Většina poznatků, které dospělí mají, se dostala do paměti pouze jako informace, kterou někdo sdělil. Učitel by měl klást žákům otevřené otázky a tím jim pomáhat k uchopení a správnému řešení daného problému. (podle ústního sdělení Jitky Vokšické (lektorky Hejného metody, ZŠ Hovorčovice) dne 27. dubna 2019)

2.3.9 Role učitele

Role učitele je u této metody jiná než u hodin tradiční matematiky. Učitel zde vystupuje jako průvodce nebo rádce vyučováním, není zde autoritou. Učitel dává žákům úlohy. Zajišťuje, aby měl každý nějakou práci. Učitel nehodnotí návrhy na vypracování úlohy. Důležití jsou zde žáci, kteří hodnotí, zda je něco správně nebo ne. Učitel nic nevysvětluje a v hodinách moc nemluví. (12 klíčových principů, 2018)

Role učitele je určena jeho osobností. Jakou má učitel osobnost, s takovým stylem práce se jeho žáci setkají. Učitel by měl vytvářet správné pracovní klima pro své žáky tak, aby se cítili příjemně všichni žáci. Měl by dát prostor dětskému myšlení a úvahám, dostatek času na myšlenkové operace a prostor pro diskuse. Každý žák by si měl umět vybrat úlohu, kterou dokáže vyřešit, tím si zažije i pocit úspěchu. Výběru úloh napomáhají gradované úlohy, které může zadat učitel. Důležitou částí je i snaha porozumět matematice. Učitel také vede žáka k tomu, aby si případné chyby našel sám

a odhalil i příčiny toho, jak se v jeho práci daná chyba vyskytla. Je důležité, aby učitel, který na základní škole prošel klasickou výukou matematiky, překonal určité stereotypy ve výuce matematiky. Měl by klást otevřené otázky a tím je navádět k odhalování principu pochopení matematiky. (Hejný, 2014, 127-129)

2.3.10 Práce s chybou

Chybuje každý. Hejného matematika se snaží o to, aby si děti chybu samy našly, opravily ji a zjistily, proč chybu udělaly. Na rozdíl od tradičních hodin matematiky je chyba v matematice vítaná. Pokud žák udělá chybu, děti se snaží pochopit, kde se chyba vzala a vede k hlubšímu porozumění matematiky. Důležité je, aby se ani učitel nebál udělat chybu. (12 klíčových principů, 2018)

Stejně tak fungují i zákazy v dětství. Chybovat je žádoucí – děti se z toho poučí a chybu použijí jako prostředek k dalšímu učení. Když už dítě chybuje, je potřeba hledat příčinu, proč chyba vznikla. Důležité je neodradit žáka od řešení dalších matematických problémů. Žáci se u hledání chyb nikdy nenudí. Všichni totiž opravují chybu společně nebo v menší skupince. Učitel v klasické matematice často cítí vinu za chybu žáka, ihned na ni upozorní a nedá tím šanci dítěti si chybu opravit a přijít na to, kde se nachází a proč ji udělal. (H-mat, 2018)

Důležité je, že si chybu odhalí samy děti a navzájem si pomáhají objasnit, jak k chybě došlo. Pokud si žáci chyby nevšimnou, učitel na ni neukáže, ale vytvoří situaci, například podobnou úlohu, která žákům pomůže chybu odhalit.

Hejný (2014, 130) popsal proces dětského uvědomování chyby.

- a) Žák neví, že se v jeho výpočtu nebo řešení chyba vyskytuje.
- b) Myslí si, že tam nějaká chyba je, není si tím však úplně jistý, napoví mu špatný logický úsudek nebo spolužáci.
- c) Žák ví, že se v jeho řešení chyba nachází, neví však, kde takovou chybu má hledat.
- d) Díky spolužákům, ale i svému uvažování již ví, že se chyba v řešení nachází a již tuší, kde ji má hledat.
- e) Žák chybu našel, dostává se tím ke správnému vyřešení.

2.3.11 Přiměřené výzvy

V učebnicích se nachází odstupňované úrovně úloh. Každý žák si najde úroveň úlohy sám. Nejjednodušší úlohy vyřeší i méně zdatní žáci, takže si v hodinách zažijí pocit

úspěchu, což je velmi důležité. Šikovnější děti mají před sebou spoustu gradovaných úloh a v hodinách se nenudí, protože mohou překonávat nové výzvy. Učitel zde pracuje s uznáním. Když slabší žák objeví pro něj něco nového, je potřeba na tuto situaci poukázat. Učitel může používat i gradované testy, kdy si každý žák vypracuje úroveň, kterou zvládne. (12 klíčových principů, 2018)

2.3.12 Podpora spolupráce

Děti nepracují jenom samostatně v lavicích. Tvoří dvojice, skupiny a týmy. Žáci se snaží diskutovat o úlohách tak, aby ostatním pomohli dosáhnout očekávaného „AHA“ momentu. Žáci se učí diskutovat a hledat argumenty, proč mají nebo nemají úlohu vypracovanou dobře. V hodinách si děti mohou vybrat formu práce. Někteří raději pracují samostatně, někteří ve skupince u tabule. Učitel zde nerozhoduje, jestli někdo říká pravdu nebo ne. Snaží se pouze o efektivní výuku s výměnou forem učení. Neplatí zde žádný zákaz opisování. Důležité je, aby děti mezi sebou komunikovaly a učily se přemýšlet. (12 klíčových principů, 2018)

Dítě by mělo mít možnost volby formy, jak bude ve vyučování pracovat. Jelikož je spolupráce velmi důležitá, učitel by měl hledat aktivity, kde je potřeba spolupráce mezi žáky. (H-mat, 2018)

3 Vybraná prostředí

Pro diplomovou práci byla vybrána prostředí krokování a autobus, která jsou pro pochopení sčítání a odčítání v prvním ročníku v Hejného metodě klíčová, protože rozvíjí další důležitá prostředí. Prostředí krokování a autobus patří mezi sémantická prostředí, vychází tedy ze zkušeností žáků. Jsou to jedna z prvních prostředí, se kterými se žák ve výuce matematiky setká.

V Hejného metodě se rozlišují matematická prostředí sémantická, strukturální a geometrická. Sémantická prostředí vychází ze zkušeností dětí — čísla zde nesou určitý význam. Mezi sémantická prostředí patří právě prostředí krokování a autobus. Prostředí strukturální naopak nevychází ze zkušeností dětí. (podle ústního sdělení Jitky Vokšické (lektorky Hejného metody, ZŠ Hovorčovice) dne 27. dubna 2019)

3.1 Prostředí krokování

Samotné krokování je založeno na principu pohybu a rytmu. Důležitá je synchronizace vizuální, akustická a kinetická. Tuto synchronizaci se však žák učí stejně dlouho, jako třeba chytání míče v tělesné výchově. Pomocí krokování se dítě již od začátku první třídy učí sčítat a odčítat. Je to jedno z prvních prostředí, do kterého se dítě v učebnici matematiky může ponořit. Nejde však jenom o sčítání a odčítání. Díky prostředí krokování získává dítě zkušenosti s řešením lineárních rovnic, rovnic s absolutní hodnotou. Je zde propedeutika záporného čísla – před závorkou. Dále se žáci připravují na diofantovské rovnice, které se v matematice objevují během čtvrté nebo páté třídy. Důležitou roli však představuje zkušenost s číselnou osou. (H-mat, 2018)

V prostředí krokování využívá dítě zkušenosti z reálného života. Udělá tři kroky, počítá jeden, dva, tři, tleská do rytmu, vidí spolužáka, který krokuje. Množství je zde pomíjivé. Dítě si je může prožít, představit, slyší počet tlesknutí, ale nevidí ho. Číslo zde funguje jako operátor změny. (podle ústního sdělení Jitky Vokšické (lektorky Hejného metody, ZŠ Hovorčovice) dne 27. dubna 2019)

Do prostředí mohou děti proniknout již v mateřské škole. Děti se zde pomocí říkanek naučí dělat kroky do rytmu a krokovat. Postupně se odpoutává od říkanek a básniček a při krokování se začíná počítat. Jakmile se děti v mateřské škole naučí i toto, budou rády, když se mohou předvést, jak se naučily krokovat. Jedno dítě bude krokovat samo a ostatní mu budou pomáhat při počítání. Následné fáze by se měly objevit až na

základní škole. Do již známého krokování vstoupí povely a dítě krokuje podle zadaných povelů. Každé dítě dělá různě dlouhé kroky, proto vznikne potřeba normování kroků. Díky této potřebě děti vymýšlí, jak nastavit délku kroků a vytvoří si krokovací pás. Po zafixování se povely rozšíří na vícedílné a následně se zavede krokování dozadu. Děti již tedy zvládají krokování dopředu, dozadu a vícedílné povely. Pokud je počet povelů pro žáky obtížně zapamatovatelný, objeví se potřeba záznamu kroků. K tomu dobře poslouží jazyk šipek. Normování délky kroku a jeho záznamu by mělo vycházet z potřeby dítěte. Učitel vhodnými úlohami tuto potřebu u svých žáků vyvolává. (Hejný, 2014, 16-17)

K tomuto prostředí je potřeba krokovací pás. Děti v 1. třídě se učí počítat do dvaceti. Jakmile se děti naučí krokovat na velkém pásu před tabulí, je dobré každému vytvořit jeden krokovací pás na lavici. Děti mají k dispozici velký krokovací pás a malé pásy, které používají v lavici. Každé dítě si samo volí formu, která mu vyhovuje.

Krokování můžeme rozdělit do 3. základních fází, kterými žáci první třídy musí projít ke správnému porozumění sčítání a odčítání.

1. fáze – fáze pochopení pohybu na číselné ose

Žáci objeví, že pokud chceme sčítat, musíme jít po číselné ose směrem doprava. Povelem krok dozadu zavádíme operaci odčítání.

2. fáze – fáze sčítání a odčítání na číselné ose

Dochází ke ztížení úlohy krokování. Žák krokuje po několika fázích, dle šipkového záznamu. Dochází k automatizaci a porozumění šipkovému zápisu.

3. fáze – sčítání a odčítání za občasné pomoci krokování

U této fáze jde o sčítání a odčítání klasických „sloupečkových“ příkladů. Krokování slouží, jako zkouška správnosti počítání. Žáci získávají zkušenost s jiným matematickým záznamem.

- a) příklady s chybějícím druhým sčítancem $a + \square = c$
- b) příklady s chybějícím prvním sčítancem $\square + b = c$
- c) příklady s chybějícím menšencem $\square - b = c$
- d) příklady s chybějícím menšítelem $a - \square = c$

Prostředí krokování lze rozdělit také do osmi etap zavádění v 1 třídě. Tyto etapy nemusí být seřazeny vždy takto. U každé třídy a dítěte mohou být v různém pořadí,

někdo má vícedílný povel a krokuje pouze dopředu, krok dozadu se objeví později. Někdo krokuje jednodílný povel a používá směr dopředu i dozadu.

1) *práce s rytmem, říkanky synchronizace akustická a kinetická*

Samotná říkanka k určení počtu nestačí, je třeba, aby dítě umělo dát slova říkanky k objektům počítaného souboru. Dítě se učí, že počet určuje poslední slovo říkanky. Rytmus se zvukem a pohybem slouží k rozvoji aritmetického myšlení. Říkanky jsou zdroje pro lepší představy o číslovkách. (Hejný, 2014, 139-140)

2) *vstup do matematiky – kroky doprovázeny čísly, zavedení povelové techniky*

3) *normování kroku – délka kroku, krokovací pás*

4) *rozšiřování typů povelu – jednodílné, dvojdílné (pak)*

5) *krokování dozadu, přidáváme směr*

6) *jazyk šipek, vyvolání potřeby zápisu*

7) *triáda modelovaná krokováním – krokové rovnice sémantické jména dětí*

8) *desémantizace – zavedení rovnosti*

Krokové rovnice jsou formulovány v jazyce slov a řešeny v jazyce kroků. (Hejný, 2014, 19)

3.1.1 Gradace prostředí krokování

V následující části diplomové práce jsou vybrány úlohy z učebnice matematiky. Jelikož jsou úlohy zadány obrázkem, ne početní operací, jsou zadání vložena nad vysvětlením a teoretickými vlastnostmi dané úlohy.

V první části učebnic jsou úlohy zaměřené na práci s rytmem. Žák se učí vytleskávat a sjednocovat krok s písničkou nebo básničkou.



Obr. 2: *Krokuj*, Hejný a kolektiv 1⁶, str. 10

⁶ Hejný a kolektiv 1 - HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematika 1 1.díl: učebnic pro základní školy*. Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-626-0.

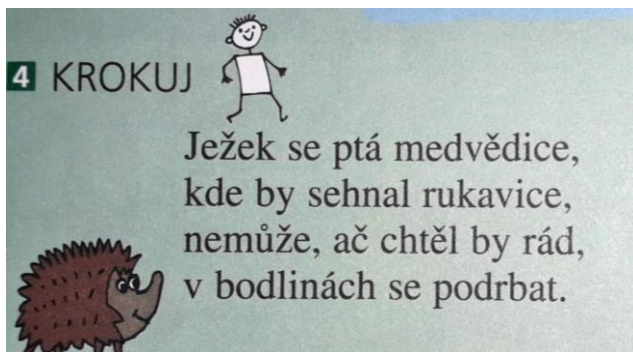
Obrázek číslo 2 nás seznamuje s prvním úkolem na krokování. Dle metodické příručky by se tato strana měla ve výuce objevit ještě v září. Začíná se s jednoduchým krokováním. Děti musí mít nějakou představu o tom, co mají dělat. V září ještě většina dětí neumí číst, proto jim písmena, jimiž je úloha pojmenovaná, nic neřeknou. Nejprve krokuje učitel. Počítá do čtyř a počítá do rytmu, může i tleskat. K učiteli se poté přidají další žáci. Kdo bude chtít, může již krokovat samostatně. Učitel dává pokyny: „Udělej čtyři kroky, začni teď!“. Žáci se zde seznamují s jiným modelem čísla a získávají zkušenost s počtem.

Rytmus je pro prostředí krokování velmi důležitý. Je to příprava na samotné krokování. Z rytmu vychází i násobilka, posloupnost a další matematické jevy. (podle ústního sdělení Jitky Vokšické (lektorky Hejného metody, ZŠ Hovorčovice) dne 27. dubna 2019)

Ke krokování patří i tleskání a chůze do rytmu. V metodické příručce pro 1. třídu je uvedena jako první básnička tato:

„Kdo tu dřímá pod peřinou?
Zaspal Tonda vlastní vinou.
Celý den spát nemůže!
Kdo ho vzbudit pomůže?“

Básnička je velmi rytmická. Žáci krokují dle rytmu a dle odříkaných slabik. Krokuje se v kruhu nebo každý sám u své lavice. Zvládnutí krokování do rytmu je pro krokování stěžejní. (podle ústního sdělení Jitky Vokšické (lektorky Hejného metody, ZŠ Hovorčovice) dne 27. dubna 2019)



Obr. 3: Krokuj, Hejný a kolektiv 1, str. 20

Pro krokování v první třídě jsou nejvhodnější krátké úderné básničky, stejně jako je vidět na obrázku číslo 3. Nemusí se využívat pouze básně z učebnic, ale i básně, které

žáci znají z mateřské školy. V rámci mezipředmětových vztahů se zde propojuje rytmus z hudební výchovy, říkanka z českého jazyka a počítání z matematiky. Během básně žáci udělají určitý počet kroků. Je to příprava k normování kroku, zároveň je krok brán jako jiný model čísla.

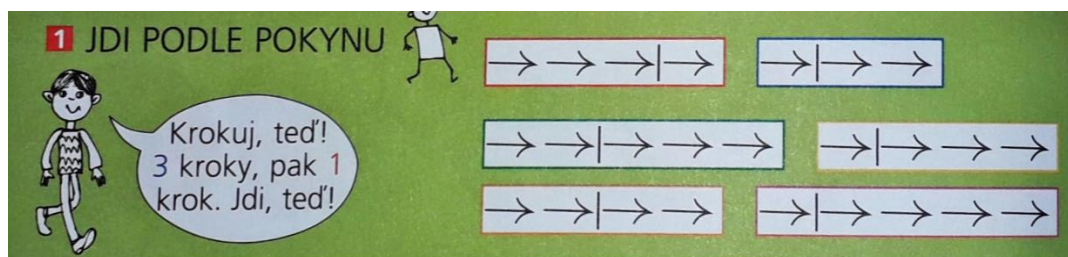
Normování kroku vychází z potřeby dítěte. V této fázi, kdy žák má potřebu zjistit, co je to krok, je třeba i uvědomění směru, kterým se krokuje.



Obr. 4: Krokuj, Hejný a kolektiv 1, str. 22

Obrázek číslo 4 ukazuje další důležitou fázi, což je krokování žáků dle normovaného krokovacího pásu, který si žáci vytvoří. Je třeba zvolit dvě děti, které budou dělat to, co děti na obrázku. Každý se postaví vedle krokovacího pásu tak, aby byl pás mezi nimi. Učitel dává pokyn: „Evo, udělej dva kroky, pak jeden krok. Začni teď!“. Třída počítá a tleská do rytmu (jeden, dva, jedna), Eva provádí daný úkol. Učitel dává další pokyn: „Adame, udělej tři kroky. Začni teď!“. Žáci mohou vidět, že děti stojí po provedených pokynech na stejném místě. Evokuje nám to příklad $2 + 1 = 3$. Povel „Začni teď“ má důležité opodstatnění z hlediska matematiky.

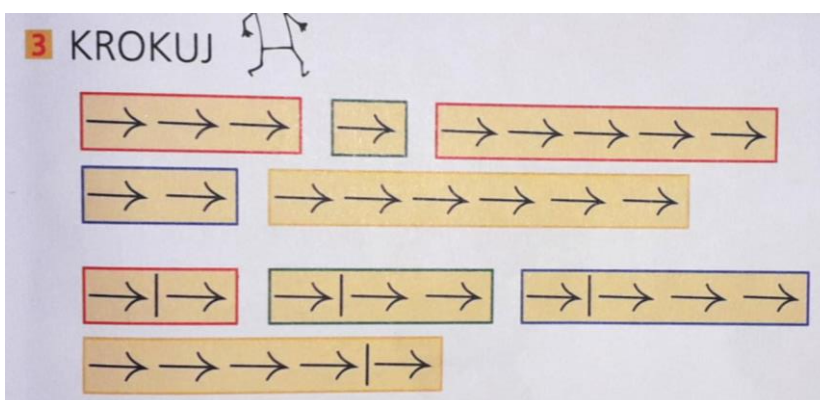
V této fázi vstoupí do krokování aritmetická operace součtu. Další příklady si žáci mohou vymýšlet nebo je provádí podle toho, jaká čísla učitel ukazuje na prstech, hází kostkou a jiné.



Obr. 5: Jdi podle pokynu, Hejný a kolektiv 1, str. 26

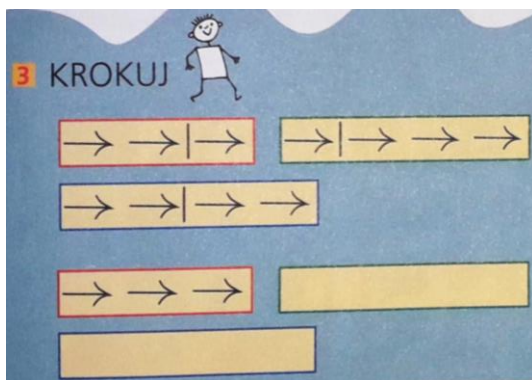
Na obrázku číslo 5 se poprvé nachází tzv. šipkový záznam. Šipkový záznam je výsledkem konvence a dohody při potřebě záznamu krokování. Žáci mají snahu o zjištění, jak funguje matematický jazyk. Žáci budou šipkový záznam používat celý první stupeň základní školy. Začíná se opět u velkého krokovacího pásu, kde žáci odkrokují všechny zápisy, které jsou v tabulce zapsány. Důležitá je domluva, jak šipkám žáci rozumí a jak je budou používat.

Učitel může ztížit úkol různými otázkami. Kde se nachází nejméně nebo nejvíce šipek? Co asi znamená kolmá čára v záznamech? Kde se nachází stejný počet šipek?



Obr. 6: Krokuj, Hejný a kolektiv 1, str. 27

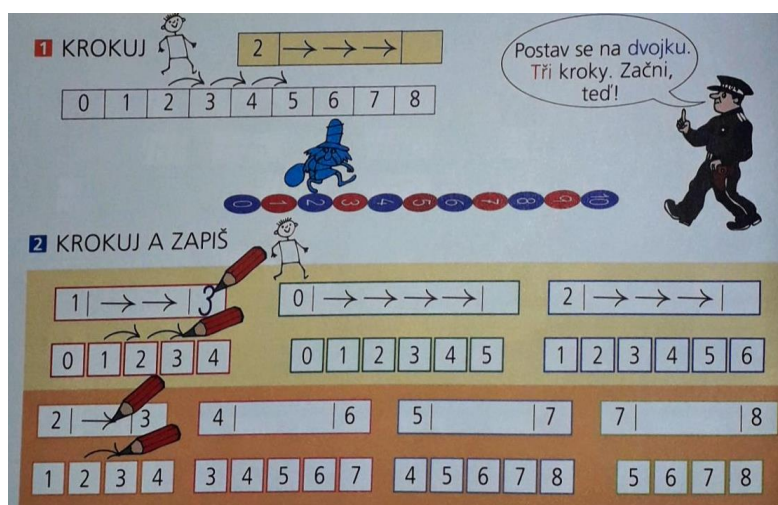
Na této úloze v obrázku 6 mají žáci možnost si opakovat dvoudílné povely, než se přejde k vícedílným povelům. Učitel má k dispozici šipky, ze kterých žáci mohou vytvářet vlastní šipkové zápisy a ověřovat si je krokováním. V této fázi je dobré nechat dětem čas na procvičování.



Obr. 7: Krokuj, Hejný a kolektiv 1, str. 29

Na obrázku 7 se spojují dvoudílné povelky do jednoho. Povel se zjednodušuje – *aditivní triáda*. V červeném povelu máme příklad $2 + 1$. Výsledek po odkrokování zapisují děti do volného červeného rámečku $2 + 1 = 3$. Děti zakreslí daný počet šipek.

Děti mají tyto úlohy rády, protože jsou pro ně snadné. Na tabuli lze vytvořit další těžší šipkové záznamy. Může se zadat i bonusová úloha s trojdílným zápisem – $a + b + c = d$.

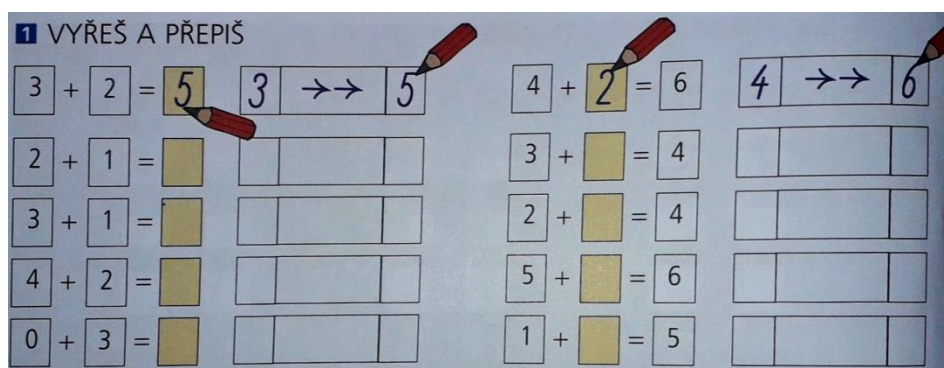


Obr. 8: Krokuj, Hejný a kolektiv 1, str. 38

V této fázi již přechází krokování v prostředí schody. Na obrázku 8 se nachází rovnou dvě úlohy. Děti krokují u velkého krokovacího pásu nebo na schodech. Při seznamování je důležité začít krokovat na očíslovaných schodech, později se očíslované schody „přenesou do řady“ a vytvoří se číselná osa. Pás je ovšem pozměněný, jsou na něm čísla. První seznámení s číselnou osou. Rozdíl mezi krokováním a schody je v tom, že u schodů stačí jen jeden žák. Číslem je tu adresa, ne počet.

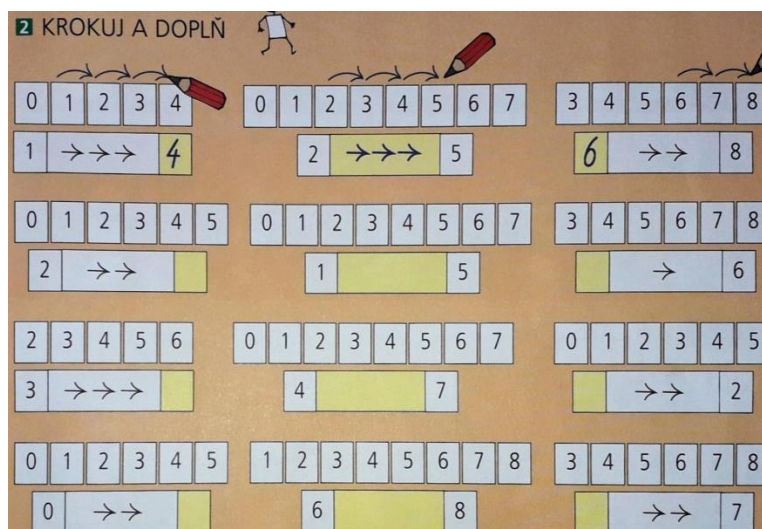
U druhé úlohy je potřeba tužka, jelikož děti poprvé zapisují určité kroky příkladů. Všechny úlohy je třeba si nejprve zahrát. Děti, které mají do úloh vhléd brzy, nepotřebují k řešení pás.

Kroky jsou znázorněny obloučky. Nejprve děti určují výsledek operace: $a + b = \square$. Na spodních úlohách žáci určují počet kroků k určitému výsledku: $a + \square = c$. V této fázi asi málokterému žáku dojde, že když odečte daný sčítanec od součtu, vyjde mu počet kroků.



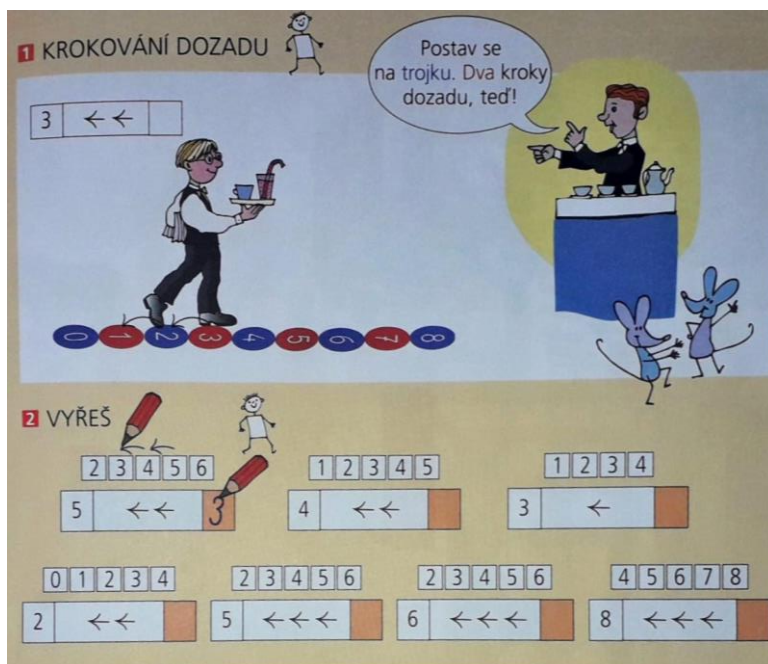
Obr. 9: Vyřeš a přepiš, Hejný a kolektiv 1, str. 42

U zadání na obrázku 9 jde o vztah mezi jazykem čísel a jazykem šipek. Žáci zde získávají zkušenost s jiným matematickým vyjádřením. Žáci mají k dispozici malé krokovací pásy na lavici, ale i ten velký před tabulí. V prvním sloupci se hledá poslední číslice neboli adresa. Ve druhém sloupci se hledají operátory, díky kterým dochází k nějaké změně. Žáci si své výsledky kontrolují prostřednictvím krokování, které zapisují do prázdných zápisů vedle příkladů.



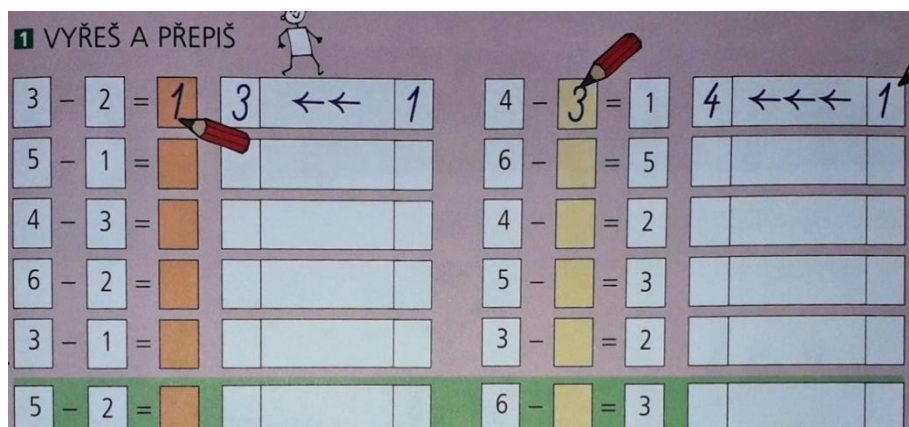
Obr. 10: Krokuj a doplň, Hejný a kolektiv 1, str. 43

Zatím nejnáročnější úlohou pro děti je typ úlohy, který se nachází na obrázku číslo 10 — $\square + b = c$. Děti mohou úlohu řešit metodou pokus-omyl. Samy by měly přijít na to, že se dá úloha řešit od konce. Nemělo by význam jim to prozradit. Pokud na to přijdou samy, je to pro ně velmi významné poznání. Je to důležitá strategie řešení, kterou mohou využít v různých úlohách vyjádřených např. $c - b = \square$.



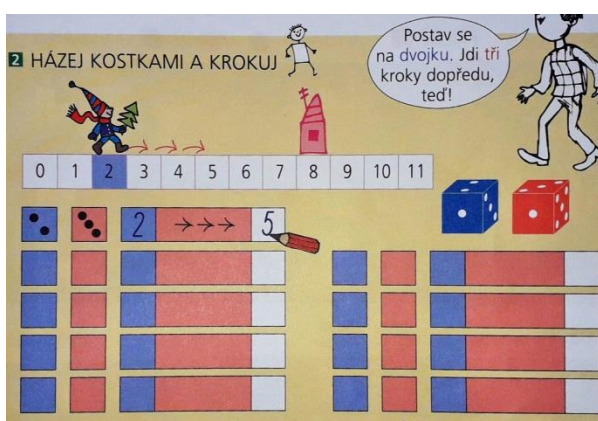
Obr. 11: Krokování dozadu, Hejný a kolektiv 1, str. 45

První úloha na tzv. krokování dozadu, která odpovídá odčítání, se nachází na obrázku číslo 11. Žáci již zde můžou získat první zkušenosti se zápornými čísly, protože je velmi zajímavá, co je před startem nebo před 0 na krokovacím pásu. Žáci už mají velmi dobře zafixované krokování dopředu, proto je pro ně toto krokování velmi snadné. Přijdou na to, že krok dozadu je označen šipkou na druhou stranu jinak, než při krokování dopředu. V případě úlohy číslo 2 postupují vlastně stejně jako při sčítání $-a - b = \square$.



Obr. 12: Vyřeš a přepiš, Hejný a kolektiv 1, str. 49

Příklady na odčítání pomocí krokování jsou na obrázku 12. Děti tyto příklady zvládají již bez krokování, ale u druhého sloupečku, kde je příklad $- a - \square = c$, je lepší ověřit si operátora pomocí krokování.



Obr. 13: Házej kostkami a krokuj, Hejný a kolektiv 1, str. 55

Na obrázku 13 vstupuje do úloh náhoda. Učitel by měl mít pro každé dítě k dispozici dvě kostky (nejlépe modrou a červenou). Žáci zde získávají zkušenosti s pravděpodobností a náhodou. Děti musí samy přijít na to, jak se dá úkol vypracovat. Některý žák si všimne, že barevná pole v učebnici jsou stejně barevná jako kostky. Když na modré barvě padne 3, zapíše do modré tři tečky. Na červené padne 1, zapíše do červeného políčka 1 tečku. Poté se hody přepisují do krokovacího zápisu.

Děti tento úkol zabaví na velmi dlouho. U těchto úloh může být cíleno na individualizaci dětí, jejich tempo. Není nutné, aby každý vyřešil stejný počet úloh. Snaží se, aby měly jiná čísla než ostatní. V této úloze jde o náhodu, proto se může stát, že budou mít zapsané 2 i více příkladů stejně.

3 Vyřeš a přepiš

$8 + 2 =$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$8 + 3 =$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$7 - 1 =$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$12 - 2 =$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$3 + \square = 5$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$9 + \square = 11$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$6 - \square = 5$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$12 - \square = 9$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Obr. 14: Vyřeš a přepiš, Hejný a kolektiv 27, str. 8

Ve druhém díle učebnice se objevují úlohy s chybějícím menšencem, menšitelem, prvním i druhým sčítancem stejně, jako na obrázku 14. Žáci mají možnost šipkového zápisu pro kontrolu.

2 Dopln

Eva je na ___ schodu.
 Alík je na ___ schodu.
 Ivo je na ___ schodu.
 Nejvýše je _____.
 Nejnižší je _____.
 Eva je o ___ schody níže než Alík.
 Ivo je ___ schody výše než Alík.
 Ivo je o ___ schodů výše než Eva.




Obr. 15: Dopln, Hejný a kolektiv 2, str. 12

Zkušenosti z prostředí krokování se můžou využít při řešení různých slovních úloh. Na obrázku číslo 15 je vidět slovní úloha s tématem schody. Pro tuto úlohu je třeba, aby byla vymezena základní pravidla pro prostředí schody. Pro pochopení úlohy by měla být situace dramatizována na normálních schodech ve škole. Jedná se o základní znalosti. Schody představují číselnou osu, děti a pes číslice.

⁷ Hejný a kolektiv 2 - HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematika 1 2. díl: učebnice pro základní školy*. Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-627-7.

1 Dokresli Mícu na schody. Doplň číslo. Nevhodné slovo škrtni.

Míca je na ___ schodu. 

Míca je **výše** / níže než Eva o ___.

Míca je **výše** / níže než Alík o ___.

Eva je **výše** / níže než Alík o ___.

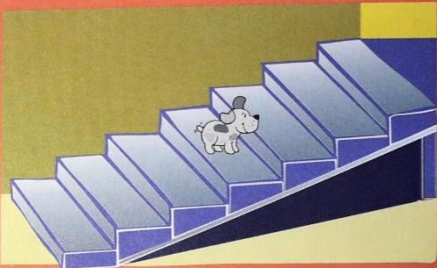


Obr. 16: Dokresli Mícu na schody. Doplň číslo. Nevhodné slovo škrtni., Hejný a kolektiv 2, str. 13

Pro děti je na následujícím zadání (obrázek 16) připraveno spoustu úkonů, které musí zvládnout. Zase je nejlepší prostředí dramatizovat. Žáci se musí orientovat v tom, co je výše a níže. Stejně jako na číselné ose – větší a menší číslo. Je vidět, že prostředí schody je myšleno jako propedeutika číselné osy. Umístěním Míci si každý žák podle svého vytváří různě obtížná zadání.

1 Doplň číslo

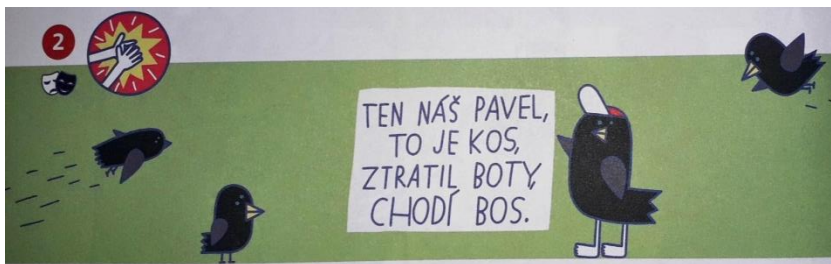
Na schodiště přiletěl papoušek Lulu. Alík je teď o 2 schody níže než Lulu. Lulu sedí na ___ schodu.



Obr. 17: Doplň číslo, Hejný a kolektiv 2, str. 15

Při řešení úlohy na obrázku 17 se mohou naskytnout didaktické problémy související s uchopením a znázorněním úlohy. Opět je vhodné dramatizovat danou situaci. Objevuje se zde vztah (relace) „níže než“. V dalších úlohách se objeví vztah (relace) „výše než“.

Od začátku roku 2018 jsou k dispozici nové učebnice Hejného metody, které vydalo nakladatelství H-mat, o.p.s. Autory nových učebnic jsou prof. RNDr. Milan Hejný, CSc; doc. RNDr. Darina Jirotková, Ph.D.; PhDr. Jana Slezáková, Ph.D.; Mgr. Anna Kuřík Sukniak a Mgr. Václav Strnad. Učebnice jsou doplněny o několik nových prostředí, jsou více přehledné. Byly upraveny na základě zkušeností z výuky z první řady učebnic nakladatelství Fraus. (podle ústního sdělení Jitky Vokšické (lektorky Hejného metody, ZŠ Hovorčovice) dne 27. dubna 2019)



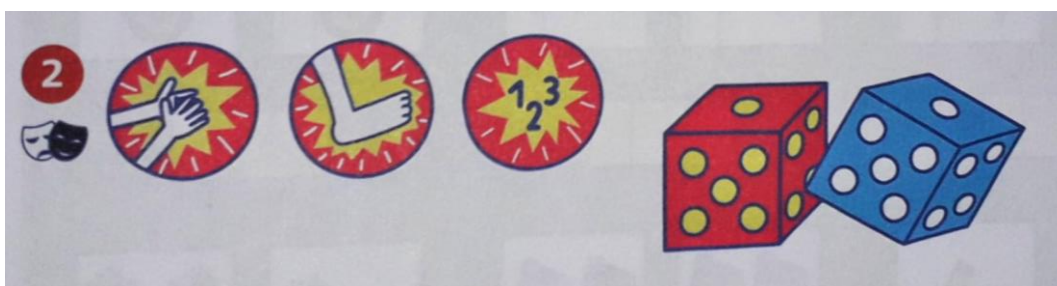
Obr. 18: Krokování, H-mat⁸, str. 6

Krokování zde začíná pozvolna. Hned na počátku (obrázek 18) se nachází příprava na krokování – synchronizace rytmu a pohybu.



Obr. 19: Krokování, H-mat, str. 13

Další fází krokování v této učebnici je tleskání a krokování (obrázek 19). Žáci by měli stát vedle sebe a krokovat do rytmu nějaké písničky nebo básničky. Tuto aktivitu je třeba zařazovat velmi často, protože jde o koordinaci dvou činností těla.



Obr. 20: Krokování, H-mat, str. 16

Už podle obrázku 20 je zřejmé, že k tomuto úkolu jsou potřeba kostky. Žák hodí kostkou a učitel dává povely dle čísla, které padlo. Důležité je dodržování tleskání, odříkávání a krokování. Všichni žáci by se měli zapojit. Dochází ke generování úloh hrací kostkou. Pokud žáci krokují vedle sebe, může se stát, že po dokončení povelu bude každý žák stát jinde. Žáci si budou chtít kroky nějak upravit a může dojít k vymyšlení políček nebo ploch pro došlapování – vznik provizorního krokovacího pásu.

⁸ H-mat - HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ, Anna KUŘÍK SUKNIÁK a Václav STRNAD. *Matematika pro 1. ročník: Pracovní učebnice - 1. díl ze 3.* Praha: H-mat, 2018. ISBN 978-80-88247-01-2.



Obr. 21: Krokování, H-mat, str. 27

Na obrázku 21 vidíme krokovací pás, na který se dostane nové políčko, které má jinou barvu než všechny ostatní. Toto políčko označuje start. Opět se hází kostkami a dochází k vytváření dvojdílných povelů, které lze matematizovat vyjádřením $a + b + c = \square$.



Obr. 22: Krokování, H-mat, str. 28

Na obrázku 22 vidíme, že začíná fáze odčítání v krokování – $a - b = \square$. Žáci si mohou úlohy vymýšlet sami.

3.2 Prostředí autobus

Pro prostředí autobus je důležitá dramatizace. Děti se na toto prostředí velmi těší, všechny pomůcky na autobus si mohou vyrobit samy. K autobusu, který se může vyrobit z krabice, neodmyslitelně patří i cestující. Ti se vytvoří například pomocí víček od PET lahví. K ucelenému pohledu na prostředí jsou nutné ještě autobusové zastávky, které mohou ve třídě být na stejném místě po celý rok. Děti jsou rozděleny do rolí výpravčích na zastávkách a role řidiče.

Na každé zastávce stojí jeden výpravčí a má u sebe několik víček. Řidič jede s autobusem do vyznačených zastávek. Úkolem výpravčího je říkat: „Jeden cestující nastoupil, další cestující nastoupil.“. Při těchto slovech před položením víčka do autobusu zvedne řádně ruku, aby všechny děti ve třídě viděly, že opravdu nastupuje

vždy jeden cestující. Řádné zvednutí ruky je bráno jako vizuální model čísla, v tomto případě jsou zapojeny různé smysly. Zvednutí víčka – zrak, zvuk dopadajícího víčka – sluch. Vystupuje se v okamžiku, když děti mají potřebu vystoupit. Důležité je říct si s dětmi pravidlo, že i v běžných autobusech se nejprve z autobusu vystupuje a až poté nastupuje. Zde se vychází ze zkušeností dítěte a společenských norem, které je dobré s dětmi připomínat. Takto objede autobus všechny zastávky, a dojede ke konečné zastávce. Přichází otázka: „Kolik cestujících vystoupí na konečné zastávce?“.

Sčítání je pro děti jednodušší operace. Učitel může ovlivnit průběh hry počtem cestujících na zastávkách.

V prostředí autobusu se nejenom zkoumá počet lidí, kteří vystoupí na konečné zastávce. Děti se setkají i s porovnáváním, se změnou (kolik cestujících jede, když dva vystoupili) a se stavem (kolik cestujících právě jede v autobusu).

V 1. třídě je pro žáky docela těžké pamatovat si všechny počty a údaje o cestujících. Musí u toho průběžně počítat, proto mají k dispozici mazací destičku, popřípadě papír, na který mohou kdykoliv psát. Žáci, kteří přijdou na to, že je lepší si informace zapisovat, si nejprve píší a mažou čárky dle toho, co výpravčí na zastávkách řeknou. Nastoupí – čárka se připíše, vystoupí – čárka se smaže. Jakmile mají děti zafixováno a řádně procvičeno, jak se tato hra hraje, můžeme položit těžší otázku: „Kolik cestujících nastoupilo na třetí zastávce?“. Některé děti výsledek ví, ostatní však začnou zapisovat i tzv. mezivýsledky. Děti se snaží si lépe zaznamenat jízdu. Po pololetí se začnou v učebnici zobrazovat tabulky, které učí děti pracovat s daty. Je lepší, aby děti na záznam v tabulce přišly samy. Dáváme jim těžší a těžší otázky a vždy se najde alespoň jeden žák, který vymyslí nějaké schéma tabulky. My jako učitelé jim můžeme nabídnout variantu v učebnici.

Pokud je tabulka dětmi vyvozena, je nejlepší nechat ji natisknout a mít k dispozici pro každou hodinu matematiky. Děti to potom nezdržuje a můžou začít hrát ihned, jak se určí výpravčí a řidič autobusu.

Úlohy v učebnicích začínají až ve druhém díle. Počáteční zavedení je poněkud zdouhavé a jde pouze o to, aby žáci věděli, kolik cestujících vystoupí na poslední zastávce. Postupně, jak učebnice pokračuje, jsou úlohy a otázky těžší. Zároveň se i počet otázek navyšuje.

Dále uvádím otázky, které je možné žákům v průběhu práce v prostředí položit.

Na které zastávce nejvíce cestujících přibylo? Kolik?

Na které zastávce nejvíce lidí ubylo? Kolik?

Kolik přibylo/ubylo lidí na druhé zastávce?

Každý, kdo nastoupil, si koupil jízdenku. Kolik jízdének řidič prodal?

Kolik cestujících se celkem vezlo?

Kolik cestujících celkem vystoupilo?

Kolik cestujících bylo v autobusu mezi první a druhou zastávkou?

Kolik cestujících bylo v autobusu mezi druhou a třetí zastávkou?

Kolik lidí odjelo z předposlední zastávky?

Kolik cestujících vystoupilo na druhé zastávce?

Kolik cestujících nastoupilo na druhé a třetí zastávce?

Na které zastávce více cestujících vystoupilo, než nastoupilo? O kolik?

Na kterou zastávku více cestujících přijelo, než odjelo? O kolik?

Na které zastávce nastoupilo nejvíce cestujících?

Na které zastávce vystoupilo nejvíce cestujících?

Prostředí autobusu má u žáků vytvořit potřebu zaznamenat si proces. Při těžších zadáních žákům nestačí paměť. Dále má prostředí autobusu dovést žáky k objevu tabulky, obohatit žáka o specifické zkušenosti s číslem. Číslo se zde objevuje jako utajený stav i jako operátor změny. Finálním úkolem autobusu je připravit žáky na potřebu trojčlenky. (Hejný, 2014, 21)

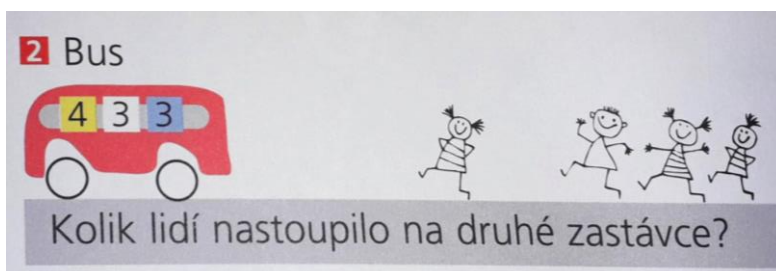
Prostředí autobusu představuje operaci sčítání jako změnu přidáním, odčítání jako změnu ubráním. Jde o výchozí interpretaci těchto operací. Většina dětí chápe již při vstupu do školy základy tohoto přístupu.

3.2.1 Gradace prostředí autobus



Obr. 23: Bus, Hejný a kolektiv 2, str. 9

K úlohám v prostředí autobusu je důležité vědět to, že čísla v autobusech na obrázcích, jimiž jsou úlohy prezentovány, odpovídají počtu cestujících, kteří jsou na jednotlivých zastávkách. Znázornění na obrázku (obrázek číslo 23) znamená, že na žluté zastávce jsou k dispozici 3 cestující, na bílé zastávce 1 cestující a na modré zastávce 2 cestující. Učitel funguje při této hře jako režisér.




Obr. 24: Bus, Hejný a kolektiv 2, str. 14






V úloze na obrázku 24 se žáci musí soustředit na další otázku, na kterou nejsou zvyklí. Pro děti to bývá velký problém, protože zjistí, že bez zapisování si dvě věci nepamatují. Důležitá je zde soustředěnost a představivost.








Obr. 25: Bus, Hejný a kolektiv 2, str. 18

Gradace úloh prostředí autobusu je vidět i zde na obrázku 25. Děti se mají zaměřit na tři úkoly. Objeť s autobusem všechny zastávky a zároveň se soustředit na dvě uvedené otázky. U žáků zde vzniká potřeba záznamu a hledají, jak úlohu úspěšně vyřešit.

2 Bus 

					
vystoupili		2	1	2	
nastoupili	4	1	3	1	

 →
  →
  →
  →
 

Obr. 26: Bus, Hejný a kolektiv 2, str. 43

Na obrázku 26 je tabulka pro zápis prostředí autobusu. Žáci přemýšlí, jak by doplnili stavy do zadaného schématu. Postupem času se dojde k tomu, že žáci schéma vyplní i bez dramatizace, pouze si schéma převedou na příklady se sčítáním a odčítáním.

II. VÝZKUMNÉ ŠETŘENÍ

4 Charakteristika výzkumu

Cílem výzkumu bylo zjistit, jak se v Hejného metodě projevuje porozumění operacím sčítání a odčítání.

Pro uskutečnění výzkumu bylo třeba nahlédnout do učebnic matematiky nakladatelství Fraus pro první ročník základní školy a vytipovat si úlohy, které je třeba sledovat. Následovala konzultace s vedoucí diplomové práce doc. PhDr. Alenou Hošpesovou, Ph.D. , a poté i s lektorkou Hejného metody Mgr. Jitkou Vokšickou.

Pro diplomovou práci byla vybrána kombinace metod akčního a kvalitativního výzkumu.

Sběr dat probíhal v kmenové třídě žáků během hodin matematiky. Byl veden rozhovor mezi žáky a třídní učitelkou a nahrávání rozhovorů během zadaných úloh na diktafon.

Studování žáci pro diplomovou práci byli vybráni dle odhadovaných schopností a matematického porozumění. Jsou různé druhy výběru participantů pro výzkum, u této diplomové práce jsem obsáhla širokou škálu dětí, se kterými se můžeme ve výuce setkat.

Po ukončení prvního ročníku žáků na základní škole došlo ke zpracování dat a přepisování rozhovorů, na kterých jsou zachyceny myšlenky a slova jednotlivých žáků.

Výsledkem šetření jsou rozhovory nad vybranými úlohami, které byly doslovně přepsány, a závěr, který odpovídá na původní problém diplomové práce. Jak se v Hejného metodě projevuje porozumění operacím sčítání a odčítání?

4.1 Popis žáků

Pro praktickou část diplomové práce byli vybráni 4 žáci základní školy, ve které učím. Škola se nachází poblíž Prahy v okrese Praha-východ. Každý nastupující učitel si může vybrat, zda bude učit matematiku klasickým způsobem nebo Hejného metodou. Vedení školy se velmi přívětivě staví ke školení, které pomůže učitelům být lepšími v tom, co dělají. Zároveň má tato malá škola velké štěstí, že se v kolektivu nachází i lektorka Hejného matematiky. Každý měsíc probíhá ve škole tzv. matematická kavárna pro rodiče, díky které mohou rodiče s dětmi matematiku touto „alternativní“ cestou procvičovat.

Byla vybrána žákyně s individuálně vzdělávacím plánem, žákyně s méně než průměrnými schopnostmi, velmi nadaný žák a žák průměrný. Cílem je získání lepší představy, kdy se žáci dostanou do fáze porozumění daných matematických operací. Ve své třídě zařazují na procvičování v úvodu hodiny slovní úlohy a početní příklady vytvořené žáky. Zobrazuji zde tři úlohy z prostředí krokování a tři úlohy z prostředí autobusu, které jsem vytypovala jako klíčové úlohy. Žáci řešící vytypované úlohy byli sledováni v průběhu první třídy ve školním roce 2017/2018. Díky navazující druhé třídě je možné sledovat vývoj i dál.

Pro zachování anonymity dětí používám jiná jména, v diplomové práci jsou pak uváděni jako žáci A, B, C, D. Tito žáci však reálně existují.

Žákyně A je žákyně s individuálním vzdělávacím plánem 3. stupně. Žákyně má vrozenou sluchovou vadu. Cílem individuálního vzdělávacího plánu je vzdělávat žákyni tak, aby sluchová vada co nejméně zasahovala do vzdělávání. Výuka dle Individuálně Vzdělávacího Plánu je realizována ve všech výchovných předmětech (tělesná výchova, hudební výchova, pracovní vyučování, výtvarná výchova), v cizím jazyce (anglický jazyk), v českém jazyce a v matematice. Škola je neustále ve spojení se speciální pedagožkou ze speciálně pedagogického centra pro sluchově postižené a s rodiči. Každý půlrok navštěvuje speciální pedagožka z této instituce třídu, kterou žákyně A navštěvuje. Z jejího hlediska je žákyně na své sluchové postižení velmi nadaná. Je potřeba se zaměřit v oblasti matematiky na přechod k abstrakci, ke kterému však u žáků se sluchovou vadou nemusí vůbec dojít. Žákyně využívá všechny dostupné pomůcky a díky spolupráci školy a rodičů dané pomůcky používá i při procvičování v domácím prostředí. K dispozici má žákyně A i asistentku pedagoga, která pomáhá žákyni hlavně psychicky, jelikož žákyně A si je vědoma toho, že při problému tam pro ni asistentka je. Žákyně A využívá počítadlo (do 20), krokovací pás na lavici, velký krokovací pás před tabulí, mazací tabulku, víčka a pomůcky vyrobené k daným úlohám, které jí zjednodušují práci.

Žákyně B je žákyně, která v první třídě nebyla ještě diagnostikována v pedagogicko-psychologické poradně. Kvůli přetrvávajícím problémům se čtením, psaním a počítáním bylo na konci první třídy navrženo vyšetření v pedagogicko-psychologické poradně. V průběhu druhé třídy byla vyšetřena pedagogicko-psychologickou poradnou se závěrem, že má dívka dyslexii, dysgrafii

a dysortografií. Je také velmi pravděpodobné, že žákyně B bude mít i dyskalkulii, kterou má smysl diagnostikovat až v průběhu 3. - 4. třídy základní školy. Žákyni B se velmi dobře daří v úlohách, které se zaměřují na logický úsudek. V klasických početních příkladech je nejistá a potřebuje dlouhou dobu na výpočet, snižuje se její pracovní tempo a pozornost již neulpívá jen na učivu. Velmi schopná, vnímavá a snaživá je však v geometrických prostředích a úlohách.

Žák C je velmi nadaný žák. Jeho nadání potvrdilo i testování Mensa⁹, se kterou naše škola spolupracuje. Žák je velmi přemýšlivý, ale pracuje v pomalém tempu. Každou hodinu má nachystané úlohy, které prohlubují jeho znalosti a jsou těžší než úlohy z druhé třídy. Málokdy se k nim však dostane. V naší škole navštěvuje kroužek Matikáček, který vede lektorka Hejného metody. Má vhled do úloh, hned vidí výsledek, ale není schopen popsat, jak k výsledku došel. Jak již bylo uvedeno v teoretické části, žáci by si měli pomáhat a navádět se ke správnému řešení úloh. Žák C však neumí tuto pomoc uchopit a vysvětlit, proč dané úlohy takto počítá a co může pomoci ostatním. Má prohloubené logické uvažování, při úlohách v geometrických prostředích však velmi váhá, a ne vždy dojde ke správnému výsledku. Chybí mu prostorová představivost.

Žák D je průměrný žák. Jeho výsledky se shodují s výsledky většiny žáků ve třídě. Žák D umí velmi dobře prodat své vědomosti, jakmile něčemu rozumí, není pro něj problém poradit ostatním s daným úkolem. V situacích, kdy neporozumí danému úkolu, potřebuje rychlé vysvětlení a pomoc některého ze svých spolužáků. Žák D se poté aktivně zapojí do práce a jeho výsledky a úsudky jsou správné. Žák D zde zastupuje tedy většinovou část třídy a ukazuje schopnosti matematického uvažování průměrného žáka.

⁹ Vyšetření žáka C proběhlo v roce 2017.

5 Metodologie

5.1 Akční výzkum

Původ akčního výzkumu můžeme najít již ve 30. letech 19. století. Zakladatelem je pravděpodobně Kurt Lewin¹⁰, který byl ovlivněn antropologií a myšlenkami chicagské školy¹¹. V této době byl výzkum chápán jako součást každodenní praxe, která má vliv na zkušenosti člověka. Ve 40. letech spolupracuje Lewin s kolumbijskou univerzitou a prosazuje se nový přístup tzv. učitelé jako výzkumníci. Již v 60. letech 19. století v Anglii chápe Lawrence Stenhouse akční výzkum jako součást inovace školy. Pojem akční výzkum poprvé použil John Elliot. V české pedagogice se akční výzkum objevuje v 90. letech 20. století. (Maňák, Švec, 2004, 51-52)

U akčního výzkumu by se měly dodržovat tři hlavní zásady.

1. Témata, která jsou zkoumána, jsou ryze praktická. Výzkumník si volí téma na základě své praxe.
2. Výsledek zkoumání by se měl promítnout do praxe a přispět ke zlepšení praxe.
3. Výzkumník i zkoumaní jsou si rovni. (Hendl, 2005)

Dle Maňáka (2004, 52) definuje John Elliott akční výzkum v učitelské praxi takto: „akční výzkum je učiteli prováděná systematická reflexe profesních situací s cílem jejich dalšího rozvinutí“.

Čím se liší průběh akčního výzkumu učitelů od pedagogického výzkumu, který realizují badatelé? Podle Gavory (2000, 14) je známo pět základních etap výzkumu. První etapou je *stanovení výzkumného problému*. Důležité je správné zformulování toho, co chceme zkoumat. Důležité otázky jsou: Kdo? Kdy? V jakých situacích? Druhá etapa je *informační příprava na výzkum*. Důležitá je příprava v podobě studia všech dostupných zdrojů, ať je to konzultace s odborníky nebo využití knih a možností internetu. Třetí etapou je *příprava výzkumných metod*. Těmito metodami si odpovídáme na otázky výzkumu. Čtvrtá etapa je *sběr a zpracování údajů*. Pro tuto etapu si musíme zjištěná data nějakým způsobem zapamatovat (nahrát, zapsat). Poslední, pátou etapou, je

¹⁰ americký psycholog německého původu

¹¹ zabývá se kriminologií, sociologií města a sociální patologií

interpretace údajů. Všem sesbíraným údajům musíme dát určitý řád a „vypustit je do světa“.

Naopak akční výzkum má podle Maňáka (2004, 57) etapy pouze dvě. První etapa se nazývá *výzkum*, kdy učitel získává určité poznatky, které jsou potřeba k popsání problému. Druhá fáze se jmenuje *akce*, kde se daný problém snažíme vyřešit. Tyto dvě etapy se opakují v cyklech s cílem, aby se *akce* neustále zlepšovala.

Cílem akčního výzkumu je zlepšení praxe v závislosti na konkrétních poznatcích. Učitel se chce při tomto výzkumu hlavně něco dozvědět. Výzkumné otázky vyplynou z potřeb učitele, stejně jako se může plán výzkumu měnit v závislosti na sbíraných datech. (Maňák, 2004, 53)

Akční výzkum pro tuto diplomovou práci byl zvolen, protože souvisí s mojí pedagogickou praxí. Jelikož učím druhým rokem, bylo pro mě velmi důležité zjistit, co je pro žáka vyučovaného Hejného metodou důležité k pochopení sčítání a odčítání. Díky výsledkům mého pozorování jsem zjistila, že je třeba, věnovat se prostředí krokování a autobus více do hloubky. Prostředí se mohou zdát jako okrajová prostředí, ale není to tak.

5.2 Kvalitativní výzkum

V kvalitativním výzkumu se získává podrobný popis a vhled při zkoumání osoby, skupiny nebo nějaké události. Tato znalost však nemusí být zobecnitelná na celou populaci. Do popředí nevstupuje kvantifikace dat, ale jejich analýza. Počet osob u výzkumu nemusí být velký, ale musí být dobře vybrán. Kvalitativní analýza počíná transkripcí. Transkripce je převod dat do lépe zpracované podoby. Následuje segmentace, zpracovávání a organizování sesbíraných dat. Jednotlivé datové segmenty se označí kódem, který se vztahuje k výzkumnému cíli. Dojde i k připsování pracovních a teoretických poznámek, které pomáhají lépe se orientovat ve výzkumném procesu. Zpracování pak může probíhat pomocí analytické indukce, konstantní komparace nebo axiální kódování. Výsledky se graficky nebo tabulárně zobrazí a z nich se následně interpretují zkoumaná data. (Maňák, Švec, 2004, 22)

Kvalitativní výzkumník musí prokázat dobrou orientaci v oblasti, kterou prozkoumává. Pro výzkumníka je důležitý výběr tématu a určení základní výzkumné otázky, kterou lze doplňovat a modifikovat v průběhu procesu výzkumu. Mezi metody

kvalitativního výzkumu patří pozorování. Tato metoda vyžaduje delší období kontaktu se zkoumanou osobou. Pozorování je cílevědomé, soustavné a organizované. Při pozorování dochází k analýze dat a jejich vyhodnocení. Na pozorování se musí výzkumník dobře připravit a tato metoda je považována za jednu z nejtěžších metod výzkumu. Seznámení může být prvotní za účelem seznámení s něčím neznámým nebo druhotné za účelem ověření hypotéz z prvotního pozorování. Jako další metoda kvalitativního výzkumu se uvádí interview. Tato metoda není anonymní, probíhá *tváří v tvář* (face to face). Interview může být strukturované, kdy jsou pouze zadane a vytvořené otázky, nestrukturované, kdy jsou místo otázek připravené okruhy témat, o kterých se dané informace zjišťují. Také existuje polostrukturované interview, kde nejdříve odpovíme na otázky a následně dojde k rozhovoru. Dále se uvádí, že metodou kvalitativního výzkumu je studium dokumentů, nestandardizovaný rozhovor, projektové techniky, případové studie a sémantické diference. V kvalitativním výzkumu je využívána metoda indukce, kdy úsudek směřuje od jednotlivého k obecnému. (podle sdělení Miluše Vítečkové (přednášející Základů metodologie pro pedagogu, České Budějovice) 2017)

Pro diplomovou práci byla zvolena metoda pozorování a rozhovoru s žáky. Pro kvalitativní výzkum byli vybráni čtyři žáci s různými matematickými schopnostmi tak, aby byl vidět rozdíl v jejich uvažování.

6 Sběr dat – prostředí krokování

U daných prostředí jsou představeny vždy tři úlohy, ke kterým je přepsán rozhovor, který v té době probíhal. Rozhovor byl nahrávaný na diktafon a přepsán pro účely diplomové práce. Rozhovor je napsán kurzívou. Písmena před větami značí osobu, která větu pronesla.

TU: třídní učitelka

A: žákyně A

B: žákyně B

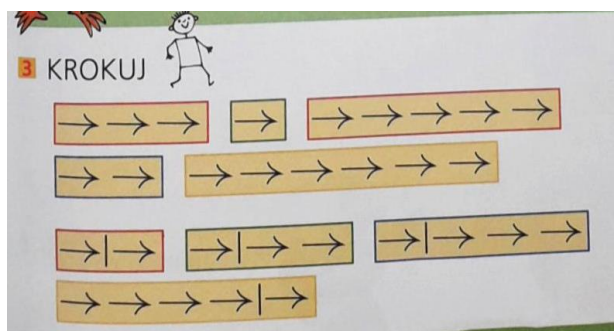
C: žák C

D: žák D

Úlohy jsou tak jako v teoretické části představeny pomocí obrázků, které jsou z učebnic nakladatelství Fraus. Pod zadáním se nachází popis prostředí a vývoj třídy, ve které výzkum probíhal.

Pracujeme s termíny stav, adresa a operátor. Jsou to základní typy sémantického ukotvení čísla. Stav je zde jako počet – 3 kuličky, adresa je označení místa na číselné ose – třetí podlaží a operátor je nějaká změna – o 3 kuličky méně.

6.1 úloha: učebnice 1 – strana 27, cvičení 3



Obr. 27: Krokuj. Hejný a kolektiv 1, str. 27

Úloha z obrázku číslo 27 byla řešena na konci října 2017. Žáci již zvládli základy krokování před tabulí na velkém krokovacím pásu. Byli zvyklí na povely od spolužáků. Uměli krokovat podle jednoduchých i složených pokynů. Cvičili rytmus s krokováním dle básniček a písniček. Délka kroku byla odvozena podle dětského kroku, na kterém se všechny děti shodly.

Normování kroků probíhalo pomocí lepicí pásky, kdy každé dítě udělalo jeden krok od stejného počátečního bodu, tam kde byla lepicí páska ve velkém množství, byla zvolena délka jednoho normovaného kroku.

Vyvození šipkového zápisu proběhlo velmi jednoduše díky již zmiňovanému krokovacímu pásu. Žáci zjistili, že pokud krokují na krokovacím pásu vpřed, u šipkového zápisu to znamená nakreslenou šipku doprava. Pokud se však krokuje vzad, znamená to na šipkovém zápisu šipku směřující vlevo.

Žáci měli za úkol vytvořit trojice, dostali zadání v pracovní učebnici a měli popřemýšlet a zjistit, jak se vlastně tyto šipkové zápisy řeší a co znamenají.

Do skupiny s žákem C se přidali další dva žáci, kteří matematice poměrně dobře rozumí.

C: No, když na to kouknu, tak mi stačí spočítat jen ty šipky, co jdou tam, protože zpátky žádná nejde.

....

C: Ty to jako nechápeš?

Žák: Chápu, ale nevím, jak to myslíš ty!

C: Mě by zajímalo, jestli to nemyslíjou tak, že ty řádky patří jakože k sobě.

TU: Tomu také nerozumím, jak to myslíš.

C: Tady v tom řádku mám tři rámečky, tak jestli to není jako tři pokyny.

TU: A jak bys to tedy vykrokoval?

C: První řádek by byl..... Tři kroky pak jeden krok a pak pět kroků dopředu. No a stojím na?desítce, ne devítce. Takže stojím na devítce.

U žáka C je vidět, jak chápe danou úlohu, ale snaží se přijít na jiná řešení a nad úlohou uvažuje jinak než ostatní. Dobře pochopil šipkový zápis. Schyluje se zde i k menšímu počtu krokování, kdy si dokáže představit určitou číselnou osu a sčítat si daná čísla. Prakticky již nekrokuje po jedné, ale po větších číslech. Přechází k abstraktnímu uvažování v matematice. Již je pro něj model čísla pomíjivý, má dobrou představivost o sémantickém modelu čísla.

Žákyně A a žákyně B byly ve stejné skupině společně s paní asistentkou.

A: Jedna, dva, tři...

TU: Proč krokuješ na prstech?

A: No je to lepší! Jedna, dva, tři. Tohle je jednoduchý, je to tři.

B: Jako tři kroky?

A: No jako ty tři šipky.

....

A: Postavičko udělej jeden krok a potom dva kroky dopředu. Začni Ted'!

A, B: Jedna, dva, tři.

B: Dva? Mě vyšlo dva...

A: Tady z toho červeného musíš udělat taky krok, a ne krok na místě.

B: Já to nechápu, já to vážně nechápu....

Zde je vidět, že žákyně A i žákyně B pracují s šipkami, jakoby to byly existující předměty, proto dostala žákyně B následující den stejnou úlohu a za úkol měla počítat ji s víčky od PET lahví. Bylo vidět, že jakmile má nějaké hmatatelné věci v ruce, počítání jí jde lépe a více si věří. Vnímám zde uchopení čísla. Žákyni B je srozumitelný stav, ale stále má nedostatek zkušeností s operátorem. Žákyně A má stejnou potřebu hmatatelných objektů, používá různé izolované modely. Má již větší představu o čísle jako počtu nějakých objektů než žákyně B.

Žák D je ve skupině s dalšími průměrnými žáky.

D: Tak si to vykrokujem a napíšeme nad to to číslo.

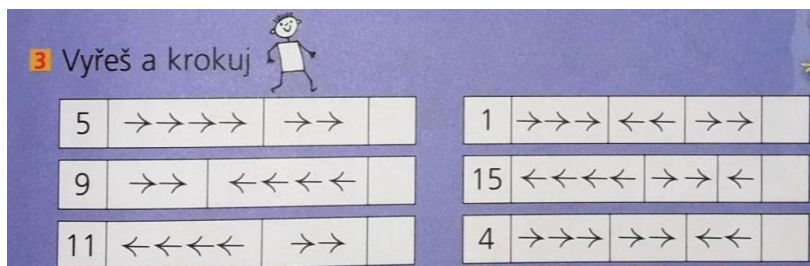
D: Hele tady vlastně není ani žádná šipka na druhou stranu.

Žák D umí správně používat krokovací pás a chápe zapsané šipkové zápisy. Umí takové zápisy i vytvořit. Je vidět, že se žák D nezabývá jiným řešením, pokud to není nutné. Nezabývá se ani tím, jestli krokuje s panáčkem na krokovacím pásu nebo víčky. V této době pozoruji již malý krok k přechodu světa věcí do světa abstrakce. Již chápe a ví, proč a jak se tvoří jednotlivé operace a má určitý vhled do světa čísel.

Na úplném závěru hodiny proběhla diskuse o této hodině. Žáci diskutovali o tom, zda je možné danou úlohu pojmout a řešit složitějším způsobem, na který přišel žák C. Všichni žáci se shodli na tom, že rámeček odděluje jeden příklad. Žák C se setkal s nepochopením a nedokázal porozumět, proč by to tak nešlo. Je vidět, že žák C je již ve

vyšším stádiu porozumění matematiky a přemýšlí i nad rámec schopností ostatních žáků.

6.2 úloha: učebnice 2 – strana 23, cvičení 3



Obr. 28: Vyřeš a krokuj. Hejný a kolektiv 2, str. 23

Úloha na obrázku 28 byla zadána bezprostředně po začátku hodiny. Jednalo se o den, kdy měla první třída dvě hodiny matematiky za sebou. V první hodině žáci krokovali na velkém krokovacím pásu před tabulí. Zadání a řešení mezi žáky proběhlo takto:

TU: Tak děti, co budeme v této úloze dělat?

TŘÍDA: Krokovat!

B: Já nechci krokovat, nejde mi to.

TU: Rozdělíme se na skupiny. Kdo si myslí, že mu úloha půjde, zvedne ruku. Dobře, děkuji a kdo si myslí, že mu úloha nepůjde, stoupne si a půjde za mnou dozadu na koberec.

Zadní část třídy na koberci. Učitel a žáci, kteří se přihlásili o pomoc: A, B, D. Na koberec byl přizván i žák C, který měl určitým dílem ostatním žákům pomoci.

TU: Všichni tady máme krokovací pás, postavičku na krokování. Podívejte se na první příklad a zkusíme ho tady společně vyřešit.

C: ...postavičku bych dal na pětku a řekl jí povel.

B: Nene, tam není žádný povel!

A: To jsou ty šipky. Já myslím, že to jsou ty šipky.

C: No dyť to říkám. Stoupneme na pětku a řekneme, udělej čtyři kroky dopředu a dva kroky dopředu. Začni Ted'.

D: Já bych to udělal asi stejně jako C.

.....

VŠICHNI: *jeden, dva, tři, čtyři, jeden, dva*

TU: *Výborně! Kde stojíte?*

B: *Na devítce.*

D: *(Jéžiš)*

C: *Nene, podívej, ještě musíš ty dva dopředu. Pak seš na jedenáct.*

.....

TU: *Děti, přišel někdo na něco, s čím by se nám chtěl pochlubit? Nějaké nové řešení?*

C: *Já už to nekrokuju.*

TU: *Nekrokuješ? Jak to myslíš?*

C: *Mě to nudí. Dělán si z toho příklady. Sečtu si ty šipky, když je to, jakože plus a přidám to první číslo no a mám výsledek.*

Tato úloha proběhla s dětmi na konci ledna 2018. Je vidět, jaký je rozdíl mezi žáky. Žák C odmítá krokovat, přešel k práci s čísly a aritmetickými operacemi. Žákyně A potřebuje krokování, ale ví, proč to dělá. Bez krokování této úlohy by však příklad správně nevyřešila. Žákyně B neví, proč krouje, neví, z jakého důvodu stojí ze začátku na čísle 5 a zdá se, že ani nechápe šipkový zápis. Pro žáka D bylo dobře, že byl ve skupině i žák C, který jasně vysvětloval daný problém. Žák D ho vyslechl a pravděpodobně porozuměl danému úkolu správně.

6.3 úloha: učebnice 2 – strana 61, cvičení 1

1 Dopln

- A Měl jsem 7 míčků. Dva míčky jsem ztratil. Teď mám ___ míčků.
B Eva bydlí na 8. podlaží. Tedy 3 podlaží nad Janem. Jan bydlí na ___ podlaží.
C Mirkovi s Kubou je dohromady 17 let. Kuba je o 3 roky starší než Mirek.
Mirkovi je ___ let. Kubovi je ___ let.

Obr. 29: Dopln. Hejný a kolektiv 2, str. 61

Úloha z obrázku 29 byla řešena v červnu 2018. Nachází se na úplném konci učebnice, který je přizpůsoben opakování a doplněn o prostředí, které děti ještě potřebují procvičit. Tuto zadanou úlohu jsem zařadila do prostředí krokování také, i když neobsahuje žádné šipkové záznamy. Děti dostaly za úkol, jakkoliv spočítat tyto tři úlohy. U úlohy A dochází ke změně ubrání, úloha B je s antisignálem a u úlohy C musí děti zjistit dvě čísla pomocí součtu a rozdílu zadaných čísel. Následně, když měli všichni žáci

nějaké výsledky, probíhala kontrola pomocí krokování a krokovacího pásu společně na koberci uprostřed třídy a to pouze úlohy A.

Část A:

TU: Tak povídejte, jak jste řešili a jak byste chtěli svůj výsledek ověřit pomocí krokování.

A: Já bych se postavila na sedmičku, to je, jakože jsem měla sedm míčků .. a pak bych šla dva zpátky a jsem na pětce.

C: Nemůžeš stát na sedmičce, musíš krocovat od nuly.

Třída: Nene, nemusíš!

D: Když máš jedna plus jedna tak taky si ukážeš na prstě jedničku a ne nulu.

C: No jako vyjde to pět, ale začal bych na nule, krokoval do sedmičky a pak stejně..

D: No ale to je to stejný ne?

C: Není, to by byl jiný zápis.

....

Na tomto řešení je vidět, jak žáci vnímají rozdíl mezi krokováním a schody. Kdo vnímá číslo jako adresu a kdo jako počet. Žákyně B počítala úlohu pomocí pastelek, krokování však vůbec nezvládala. Žákyně A potřebovala k počítání krokování, proto jí ověřování úlohy pomocí krokování šlo dobře a věděla, co má dělat. Žák C se zase zaměřil na část úlohy, která je pro děti již jasná, hledal v ní však určité složitosti. Zároveň však žákům ukázal, že i na tyto úlohy lze nazírat jinak. Žák D spolupracoval s ostatními žáky, ke správnému výsledku se dostal. Před ověřováním pomocí krokování bylo vidět, že má již zautomatizované spoje a zvládá počítat bez pomůcek.

6.4 Závěr krokování

U prostředí krokování je vidět, že nejlépe si vedl žák C, který si ze začátku první třídy vyzkoušel, jak krokování funguje. Žák C má však velmi dobrý vhled do světa čísel a přestal krokování používat. Pokud po něm chtěl někdo pomoci s krokováním, velmi nerad krokoval daný úkol. Zároveň často neuměl své znalosti předat. Dokázal se hádat se spolužáky o správnosti a nesprávnosti příkladu, nebyl však schopen svá tvrzení obhájit před ostatními.

U žáka D došlo k přechodu a porozumění krokování a operacím sčítání a odčítání přibližně v polovině školního roku. Ze začátku potřeboval oporu v krokování, ale snažil

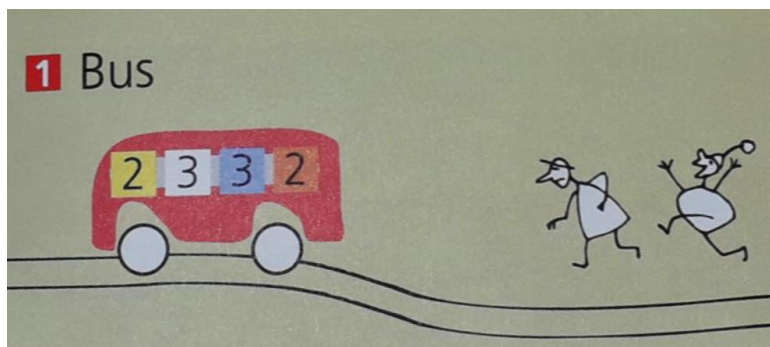
se si zautomatizovat číselnou osu a spoje sčítání a odčítání do dvaceti. Bylo vidět, že žák poctivě trénuje i doma a začíná se zabývat také jinými prostředími Hejného metody.

Žákyně A ví, jak operace sčítání a odčítání funguje prakticky od počátku první třídy. Nemá však dobře vyvinutou představivost a vzhled do číselné řady. Právě proto potřebuje více času na vypracování daných úloh. Je však jasné, že u této dívky se sluchovým postižením možná k žádnému vzhledu na číselnou osu nedojde. Je důležité, že ví, jak sčítání a odčítání vůbec funguje a proč ho dělá.

Ač se velmi snaží, dívka B krokování na krokovacím pásu nezvládá. Není to pro ni žádný hmatatelný předmět, pouze úzký proužek zalamínovaného papíru. Nedošlo k porozumění sčítání a odčítání, vše dělá po radě spolužáků nebo asistentky pedagoga, danou operaci nepopíše a není schopná ji po nějakém čase zopakovat znovu. V průběhu března jsem začala váhat, zda je pro ni Hejného metoda vůbec vhodná.

7 Sběr dat — prostředí autobus

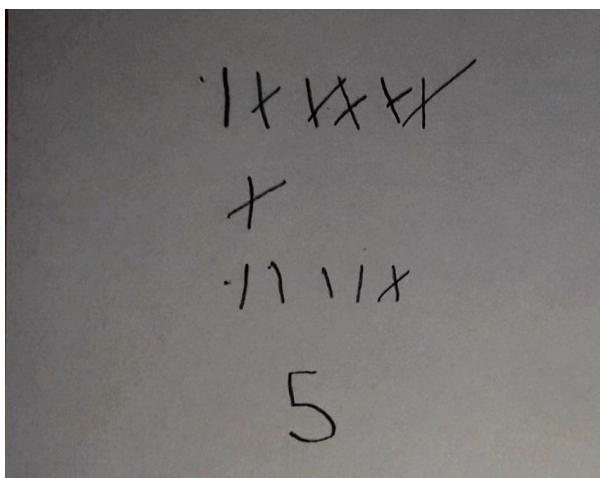
7.1 úloha: učebnice 2 – strana 27, cvičení 1



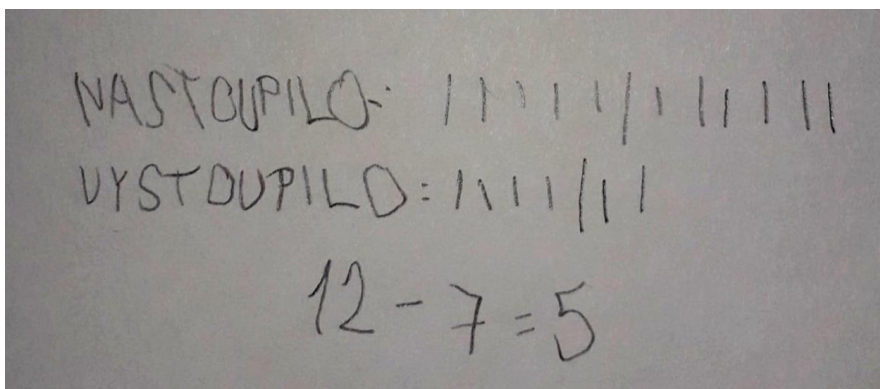
Obr. 30: Bus. Hejný a kolektiv 2, str. 27

Tato úloha z obrázku 30 byla řešena v průběhu měsíce února 2018. S prostředím autobus jsme začali teprve na začátku ledna. Zpočátku bylo našim cílem dojet s autobusem na konečnou zastávku a mít přitom jasno, kolik lidí vystoupí na poslední zastávce. Žáci dostávali limity například, že vystoupit může maximálně 6 lidí a nastoupit může maximálně také 6 lidí. Limity jsem neustále zvyšovala, až došlo k situaci, kdy za mnou začaly děti chodit s otázkou, zda si mohou proces a počty cestujících zapisovat. Zápis jsem nechala na nich.

V této úloze se snažím o to, aby žáci svůj způsob zapisování ukázali ostatním žákům. Hned u této úlohy se objevilo několik způsobů zápisu a většina z nich již byla podobná zápisu do tabulky. Žáci byli nadšeni zápisem do tabulky, tabulku si navrhli a já ji rozkopírovala a začalo se zapisovat do tabulky, kterou si žáci sami objevili.



Obr. 31: Ukázka zápisu autobusu 1



Obr. 32: Ukázka zápisu autobusu 2

A: Já si mažu čárky. Když nastoupí dva, tak si nakreslím dvě čárky a když někdo vystoupí tak to smažu.

B: To mažeš celý?

Žák: Ne, smaže jen ty, co vystoupí. Já to dělám stejně!

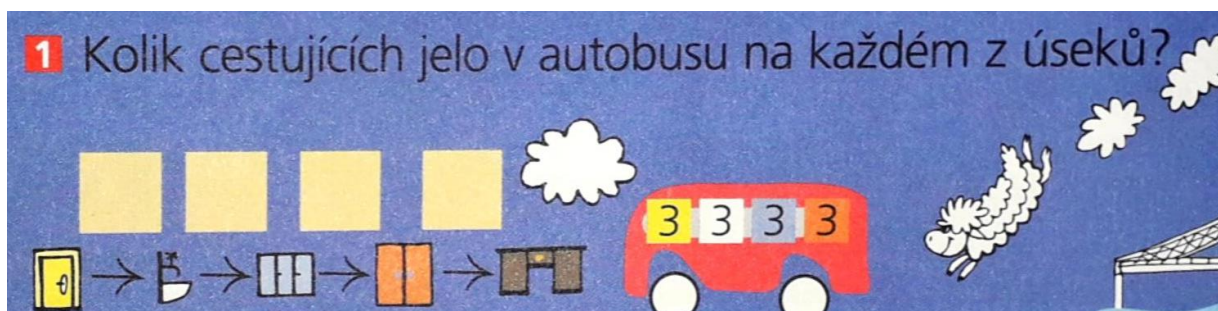
C: My jsme s D vymysleli tohle. Napsali jsme si ty zastávky a pod to píšeme, kdo vystoupil a nastoupil. Pak jak máme tu tabulku, tak ten první řádek co nastoupili .. všechno sečteme. .. a dáme mínus celý ten řádek pod tím.

B: Nechápu..

Žák C, který spolupracoval se žákem D, vymyslel tabulku. Je vidět, že žák D tabulku přijal a používal ji správně. V následující fázi právě žák D uměl předat své znalosti a vysvětlit ostatním žákům správné použití tabulky. Bohužel žákyně B neví, co se od ní očekává a žákyně A si chce stále řešit prostředí autobus pomocí svého znázornění prostřednictvím čárek. Pravděpodobně proto, že u čárek si umí lépe představit situaci.

Po této úloze následovala hodina, kdy jsme si každý sestavili z papíru svůj vlastní autobus a zkoušeli jsme si danou úlohu hrát na svých stolech. Cílem bylo pochopení prostředí a lepší představitost, co se na zastávkách děje.

7.2 úloha: učebnice 2 – strana 38, cvičení 1



Obr. 33: Kolik cestujících jelo v autobuse na každém z úseků? Hejný a kolektiv 2, str. 38

Úloha z obrázku 33 byla řešena v dubnu. Žáci již umí zapisovat i sestavovat tabulku pro prostředí autobus. Žákyně B umí zapisovat do tabulky, neumí však z tabulky spočítat správný výsledek. Žákyně A zjistila při vyšších číslech, že psaní čárek je velmi pomalé, takže zvolila používání tabulky, ve které jí počítání jde lépe. Zaznamenáváme do tabulky vždy počet cestujících, který přejíždí z jedné zastávky do další zastávky. Zde jsou zastávky u dveří, u umyvadla, u okna, u skříně a u stolu.

	A	B	C	D	E
VYSTOUPILO					
NASTOUPILO					
CESTOVALI					

Tabulka 1: Návrh tabulky autobusu

Tuto úlohu jsme si zahráli dvakrát. Nejprve tak, jak byli žáci zvyklí, kdy se zapisoval do připravených tabulek nástup a výstup cestujících. K dispozici však měli na každé zastávce pouze tři víčka. Někteří pak pro jednoduchost úlohy opět sáhli po prstech nebo po čárkách na mazací tabulky. Na počtu cestujících, kteří vystoupili na poslední zastávce, se však všichni shodli. Následovala druhá fáze.

TU: Podívejte se teď do učebnice a popřemýšlejte, co po nás autoři učebnice chtějí.

A: Jenom čtyři políčka.

D: Nedoplňují se tady jen čísla, co nastoupili?

C: No a kam bys psal ty, co vystoupili?

TU: Tak jak to tedy bude, co myslíte?

...

Žáci měli za úkol hru zahrát ještě jednou. Dostali však po každém vystoupení a nastoupení otázku: Kolik lidí teď jede v autobuse?

C: No jo! Tam budem psát, kolik lidí přejezdí.

D: Kam jako přejezdí? Jako v tom autobuse?

C: Tam jsou i obrázky... od dveří k umyvadlu a my spočítáme, kolik lidí tam jede.

...

Žáci hráli úlohu ještě jednou, ti, kteří u úlohy opět zvolili mazání čárek nebo počítání na prstech zjistili, že to nezvládnou spočítat a vrátili se opět k tabulce.

Úloha byla pro děti velmi těžká, vše však nakonec zvládli. V učebnici se jednalo o první zápis, kde děti zapisují počet cestujících mezi zastávkami. Žákyně B toto prostředí nezvládá a nezvládá ho, i když si prostředí s autobusem přehrává sama v lavici a asistentka jí pomáhá. Není rozvinutá představivost ani abstrakce.

7.3 úloha: učebnice 2 – strana 62, cvičení 2

2 Bus

vystoupili		2		2	
nastoupili	3	1	3	1	

Nejvíce lidí jelo v autobusu ze zastávky ___ na zastávku ____.
Na zastávce v autobusu přibyli / ubyli ___ lidé.

5

→ → → →

Obr. 34: Bus. Hejný a kolektiv 2, str. 62

Tato úloha (obrázek 34) byla dětem zadána v červnu roku 2018, tj. na konci první třídy. V úloze se využívá zápisu do schématu, mezi výpočtů a doplňování odpovědí do vět. Žák, který již porozuměl matematickému prostředí autobus, nepotřebuje danou úlohu dramatizovat a má možnost si úlohu vypracovat a dramatizaci zkontrolovat. Úlohy cílí na různé strategie řešení, vyhledávání informací v tabulce a podle nich doplňování do textu. Zde je velmi náročné porozumění pojmu ubyl/přibyl při orientaci v tabulce. Pro děti, které stále potřebují řešit úlohy dramatizací, je úloha velmi těžká, jelikož u nich nebyla plně rozvinuta představivost a potřebují si vypočtené informace ověřovat. Dobré je tuto úlohu zařazovat do výuky tak, aby si ji ve skupinkách děti zahrály. Dramatizace je velmi důležitá v každém prostředí, protože se děti učí od sebe navzájem, hledají argumenty pro svá řešení a slabší žáci si vybírají cestu (řešení, kterému rozumí a napodobují ho).

TU: Děti, vezměte si víčka, cestující a autobusy... Ve skupince bude pět dětí a zkuste si tuto úlohu, kterou máte v učebnici na straně 62, nebo tady na tabuli, zahrát.

...

B: A to máme jen hrát nebo něco doplnit?

A: Tam, jak je to prázdný, tak doplnit.

...

TU: Jak jsi na tato čísla přišel?

C: Tady jich jelo pět, takže tady z těch zastávek jedou dva a tři nastoupili, to je těch pět..tak nikoho nepotřebujem. A čtyřka na konci.

TU: A uměl bys vysvětlit, proč je čtyřka na konci?

C: Jsem to spočítal.

D: Pět mínus dva plus jedna jsou čtyři.

...

TU: Dokázal by někdo ukázat, jak přijde na to, kolik cestujících má vystoupit na poslední zastávce?

C: Já sečtu tady ty lidi, co nastoupí a pak dám mínus a odečtu všechny ty lidi co vystoupí.

TU: Zkus to prosím napsat, aby to viděli všichni.

C: Tři plus jedna plus tři plus jedna jeosm a pak mínus dva a dva jsou čtyři.

Úlohy z prostředí autobusu jsou pro žáky velmi těžké. Musí používat představivost a logiku, a proto je velmi dobré, když se toto prostředí procvičuje a prohlubuje co nejčastěji. Je vidět, že žák C již přešel k abstraktnímu uvažování a nepotřebuje úlohy dramatisovat.

7.4 Závěr autobusu

S prostředím autobusu se začíná až v polovině první třídy. Dramatizace úloh se účastní vždy šest hráčů – jeden řidič autobusu a pět výpravčích na zastávkách. Bylo vidět, že tyto děti, kteří se v úloze zapojují do procesu dramatizace, vnímají celou úlohu jednodušeji, hmatatelně si ověřují skutečnost, akusticky vnímají dopad víček do autobusu a zrakem vidí, kolik cestujících je v autobuse, když autobus projíždí kolem zastávek.

Žáci, kteří se neúčastní dramatizace, jsou ochuzeni o vizuální a hmatovou složku úlohy. Musí pozorně naslouchat dopadu víček a zaznamenávat si cestující na papír. Důležitá je zde spolupráce dětí při dramatizaci a dodržování pravidel autobusu.

Žák C potřebuje ke správnému výpočtu pouze tabulku, do které doplní čísla počtu cestujících.

Žák D přijal způsob řešení autobusu, se kterým mu pomohl žák C. Umí své postupy ostatním dětem předat a vysvětlit.

Žákyně B umí využívat tabulku autobusu, ale stále není ztotožněná s výpočtem v tabulce.

Žákyně A umí s využitím dramatizace úlohu jasně a rychle vyřešit. Bez dramatizace to ovšem nezvládá.

8 Shrnutí

Znalost a porozumění operacím sčítání a odčítání v matematice prvního ročníku je pro další matematické vzdělávání velmi důležité. Bez porozumění těmto operacím se v dalších ročnících jen velmi těžko přechází k aplikaci násobení a dělení. V prostředí krokování žák využívá číslo k modelování reálných situací, množství je prostřednictvím úloh z tohoto prostředí vnímáno jako pomíjivá situace. Žák první třídy je v průběhu roku připravován pomocí krokování řešit příklady na rovnost a umí řešit jednoduché lineární rovnice. Ve druhé třídě získává zkušenosti s řešením rovnic s absolutní hodnotou a řešením diofantovských rovnic. Žák pracuje s náhodou a umí řešit i úlohy o věku nebo problémové úlohy o protisměrném pohybu v oboru přirozených čísel.

Cílem diplomové práce bylo zjistit, jak se v Hejného metodě projevuje porozumění operacím sčítání a odčítání. Při detailním prostudování rozhovorů s žáky je vidět, že pokud žáci porozumí dané operaci, opouští pomůcky, které jim pomáhají při řešení úloh. Žák, který porozumí v prostředí krokování sčítání, porozumí dané operaci i v prostředí autobusu. Stejně je to i s porozuměním odčítání.

Jakmile však nedojde k porozumění sčítání a odčítání v prostředí krokování, je velmi pravděpodobné, že k porozumění nedojde ani v prostředí autobusu.

III. ZÁVĚR

V teoretické části diplomové práce se nachází stručný vývoj didaktiky matematiky u nás. Je zde i seznámení s Hejného metodou a s principy, na kterých funguje. V učebnicích nakladatelství Fraus jsem se snažila vytyčit gradaci úloh z prostředí krokování a autobusu, které jsou klíčové pro pochopení operací sčítání a odčítání v první třídě základní školy.

V praktické části jsem se snažila o zachycení zásadních momentů ve vytipovaných úlohách prostředí krokování a autobusu, při kterých došlo k pochopení sčítání a odčítání.

V této práci byly použity dvě metody výzkumu – akční a kvalitativní. Akční výzkum se ukázal jako daleko vhodnější variantou v kontextu cíle práce, protože mi umožňoval přímo sledovat práci žáků v hodinách, kteří byli omezeni pouze rámcem úlohy, ne však postupy pro nalezení výsledku.

Zabývala jsem se myšlenkou, zda je Hejného metoda prostředkem porozumění jazyku matematiky pro všechny žáky. Žákyně A i přes svůj handicap pracuje velmi pěkně. Speciální pedagožka, která má žákyni A v péči, uvedla, že k přechodu k číselné abstrakci u žákyně A vůbec nedojde. Potřebuje zrakovou oporu a pomůcky, které jí budou pomáhat v dalším učení. Na rozdíl od prostředí krokování jí prostředí autobusu velmi pomohlo díky sémantice. Nadšení pro matematiku neztratila a odešla s ním i do druhé třídy, což je v dnešní době velmi důležité. Právě tady vnímám rozdíl mezi zažitím úspěchu v matematice z objevení správného výsledku a memorováním, což je téma, které se na matematické scéně velmi často objevuje.

Žákyně B mě nechává na pochybách. Je vidět, jak má velkou radost z toho, že něco sama vyřeší, jak ráda spolupracuje se spolužáky, jak si užívá pocit toho, že v geometrických prostředích je jedna z nejlepších. Zároveň je však vidět, jak je nešťastná, když neví, proč krokuje, a když nedojde ke správnému výsledku v prostředí autobusu. I přes veškerou snahu mě a asistentky pedagoga, je vidět, že v aritmetických prostředích je nešťastná a automaticky přestává pracovat.

Žák C je v hodinách matematiky typickým premiantem, který je schopný užívat logické uvažování, snaží se diskutovat a zlepšovat své schopnosti. Nedělá mu problém

naučit se nazpaměť různé vzorce a postupy, a dokonce je sám vytváří. Na konci první třídy si sám vyvodil násobilku na slovních úlohách o nákupu sešitů a dokázal tyto informace předat spolužákům.

Žák D je typickým příkladem žáka s průměrnými výsledky, někdy se mu daří, někdy zase ne. Dostává však možnost danou problematiku pochopit a znalosti využít při podobných a těžších problematických úlohách. Je schopný naučit se vzorce a postupy zpaměti, neumí je však následně správně používat – aplikovat správné postupy.

Otázkou je, zda žákyně A a B, které do konce první třídy neporozuměly procesu sčítání a odčítání, nebudou mít problém při následných matematických operacích, jako je například násobení a dělení.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

ČŠI. *Informace. Alternativní metody výuky*. [online]. Praha, prosinec 2014 [cit. 201805-07]. Dostupné z: https://www.csicr.cz/Csicr/media/Prilohy/PDF_el_publicace/Tematick%C3%A9%20zpr%C3%A1vy/2014_Altativni_metody_vyuky.pdf

ČŠI. *Výběrové zjišťování výsledků žáků na úrovni 5. a 9. ročníků základních škol ve školním roce 2016/2017. závěrečná zpráva*. [online]. Praha, listopad 2017 [cit. 2018-05-07]. Dostupné z: <https://www.csicr.cz/getattachment/17f8e265-b04f-4459-a106-3aecbf735ca0/Vyberove-zjistovani-vysledku-zaku-na-urovni-5-a-9-rocniku-ZS-zaverecna-zprava.pdf>

ČT24. *Matematik Dlab o Hejného metodě: Jen sebrané zkušenosti dobrých kantorů* [online]. 14. 2. 2018 [cit. 2019-03-14]. Dostupné z: <https://ct24.ceskatelevize.cz/domaci/2389981-matematik-dlab-uspesna-vyuka-poctu-nejstoji-na-novych-metodach-ale-dobrych-ucitelich>

FIALOVÁ, Lucie. *Děti potřebují ve škole zažít pocit, že rostou. V tradiční škole se jen přizpůsobují dospělým, říká Milan Hejný* [online]. 7. 5. 2018 [cit. 2019-03-16]. Dostupné z: <https://www.rodicevitani.cz/trendy-ve-vzdelavani/inovativni-metody/deti-potrebuji-ve-skole-zazit-pocit-ze-rostou-v-tradicni-skole-se-ien-prizpusobuji-dospelym-rika-milan-hejny/>

GAVORA, Peter. *Úvod do pedagogického výzkumu*. Brno: Paido, 2000. 217. ISBN 8085931-79-6.

HEJNÝ, Milan. *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně*. Praha: Karolinum, 2014. ISBN 978-80-7290-776-2.

HEJNÝ, Milan. *Hejného metoda: zasloužená radost z poznávání* [online]. 2019 [cit. 2019-04-04]. Dostupné z: <https://www.h-mat.cz/prof-milan-hejny>

HEJNÝ, Milan., JIROTKOVÁ, Darina a Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematika 1 1.díl: učebnice pro základní školy*. Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-626-0.

HEJNÝ, Milan., JIROTKOVÁ, Darina a Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematika 1 2. díl: učebnice pro základní školy*. Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-627-7.

HEJNÝ, Milan., JIROTKOVÁ, Darina a Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematika 1 příručka učitele: pro 1. ročník základní školy*. Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-628-4.

HEJNÝ, Milan a kolektiv. *Matematika pro 1. ročník: Pracovní učebnice - 1. díl ze 3*. Praha: H-mat, 2018. ISBN 978-80-88247-01-2.

HEJNÝ, Milan a kolektiv. *Matematika pro 1. ročník: Příručka učitele pro první ročník*. Praha: H-mat, 2018. ISBN 978-80-88247-04-3.

HEJNÝ, Milan a kolektiv. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, 2004. ISBN 80-7290-189-3

Hejného metoda: *zasloužená radost z poznávání* [online]. 2018 [cit. 2019-06-17]. Dostupné z: <https://www.h-mat.cz/>

Hejného metoda: *zasloužená radost z poznávání* [online]. 2019 [cit. 2018-11-17]. Dostupné z: <https://www.h-mat.cz/>

HENDL, Jan. *Kvalitativní výzkum: základní metody a aplikace*. Praha: Portál, 2005. 406. ISBN 80-7367-040-2

Jednota českých matematiků a fyziků: *Historie Jednoty českých matematiků a fyziků* [online]. [cit. 2019-04-06]. Dostupné z: <https://icmf.cz/>

MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Cesty pedagogického výzkumu*. Brno: Paido, 2004. 78. ISBN 807315-078-6.

MIKULČÁK, Jiří. *Jak se vyvíjela pedagogika matematiky ve druhé polovině 20. století* [online]. 2007 [cit. 2019-04-15]. Dostupné z: https://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/400897/DejinyMat_33-2007-1_16.pdf

PIAGET, Jean. *Psychologie inteligence*. Přeložil František JIRÁNEK. Praha: Portál, 1999. Studium (Portál). ISBN 80-7178-309-9.

POLÁK, Josef. *Didaktika matematiky: Jak učit matematiku zajímavě a užitečně, II. část Obecná didaktika matematiky*. Plzeň: Fraus, 2016. ISBN 978-80-7489-326-1.

PRO RODIČE: HEJNÉHO METODA: zasloužená radost z poznávání. H-mat, o.p.s, 2018.

STEHLÍKOVÁ, Naďa a Marie TICHÁ. *Didaktika matematiky a její proměny. Pedagogická orientace*. 2011; **21**(2) 156–170. Dostupné z: http://www.ped.muni.cz/pedor/archiv/2011/pedor11_2_didaktikamatematiky_stehlikovaticha.pdf

STUHLÍKOVÁ Iva a Tomáš JANÍK et al. *Oborové didaktiky: vývoj – stav – perspektivy*. 1. elektronické vydání, 2015. ISBN 978-80-210-7884-0. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/331413892_Didaktika_matematiky_historie_soucasnost_a_perspektivy_s_durazem_na_empiricke_vyzkumy

TRKOVSKÁ, Dana. *Historický vývoj geometrických transformací*. Praha: Katedra didaktiky matematiky MFF UK, 2015. pp. 93–112. Dostupné z: https://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/403412/DejinyMat_58-2015-1_8.pdf

WOLFOVÁ, Renata. *Výuka matematiky na základní škole aneb když se dětem nedaří. Školní poradenství v praxi*. 2016, (6).

Jitka Vokšická – ústní sdělení (lektorka Hejného matematiky, ZŠ Hovorčovice, Hovorčovice) dne 27. 4. 2019

Miluše Vítečková – přednáška (Základy metodologie pro pedagogy, České Budějovice) 2017

12 klíčových principů [online]. Praha: H-mat, o.p.s., ©2018. Dostupné z: <https://www.h-mat.cz/principy>

SEZNAM OBRÁZKŮ A TABULEK

Obr. 1: Alternativní učebnice ve výuce matematiky	13
Obr. 2: Krokuj, Hejný a kolektiv 1, str. 10	23
Obr. 3: Krokuj, Hejný a kolektiv 1, str. 20	24
Obr. 4: Krokuj, Hejný a kolektiv 1, str. 22	25
Obr. 5: Jdi podle pokynu, Hejný a kolektiv 1, str. 26.....	26
Obr. 6: Krokuj, Hejný a kolektiv 1, str. 27	26
Obr. 7: Krokuj, Hejný a kolektiv 1, str. 29	27
Obr. 8: Krokuj, Hejný a kolektiv 1, str. 38	27
Obr. 9: Vyřeš a přepiš, Hejný a kolektiv 1, str. 42	28
Obr. 10: Krokuj a doplň, Hejný a kolektiv 1, str. 43	28
Obr. 11: Krokování dozadu, Hejný a kolektiv 1, str. 45	29
Obr. 12: Vyřeš a přepiš, Hejný a kolektiv 1, str. 49	30
Obr. 13: Házej kostkami a krokuj, Hejný a kolektiv 1, str. 55	30
Obr. 14: Vyřeš a přepiš, Hejný a kolektiv 2, str. 8	31
Obr. 15: Doplň, Hejný a kolektiv 2, str. 12	31
Obr. 16: Dokresli Mícu na schody. Doplň číslo. Nevhodné slovo škrtni., Hejný a kolektiv 2, str. 13.....	32
Obr. 17: Doplň číslo, Hejný a kolektiv 2, str. 15	32
Obr. 18: Krokování, H-mat, str. 6	33
Obr. 19: Krokování, H-mat, str. 13	33
Obr. 20: Krokování, H-mat, str. 16	33
Obr. 21: Krokování, H-mat, str. 27	34
Obr. 22: Krokování, H-mat, str. 28	34
Obr. 23: Bus, Hejný a kolektiv 2, str. 9	37
Obr. 24: Bus, Hejný a kolektiv 2, str. 14	37
Obr. 25: Bus, Hejný a kolektiv 2, str. 18	37
Obr. 26: Bus, Hejný a kolektiv 2, str. 43	38
Obr. 27: Krokuj. Hejný a kolektiv 1, str. 27	45
Obr. 28: Vyřeš a krokuj. Hejný a kolektiv 2, str. 23	48

Obr. 29: DoplnĚ. HejnĚy a kolektiv 2, str. 61	49
Obr. 30: Bus. HejnĚy a kolektiv 2, str. 27	52
Obr. 31: UkĚzka zĚpisu autobusu 1	52
Obr. 32: UkĚzka zĚpisu autobusu 2	53
Obr. 33: Kolik cestujĚcĚh jelo v autobuse na kaĹždĚm z ťusekť? HejnĚy a kolektiv 2, str. 38	54
Tabulka 1: NĚvrvh tabulky autobusu	54
Obr. 34: Bus. HejnĚy a kolektiv 2, str. 62	55