UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Bakalářská práce

Martina Švejcarová

Matematika a její praktické využití

Olomouc 2022

Vedoucí práce: Mgr. Květoslav Bártek Ph.D.

Anotace

Tato bakalářská práce pojednává o tématu matematiky a jejího praktického využití v reálném světě. Cílem práce je představit různé oblastí, kde se s ní můžeme setkat. Postupně se věnuje vlivu čísel na myšlení, odhalení matematických zákonů ve světě kolem nás, zjištění souvislostí s ostatními obory, jako jsou například zdravotnictví a geografie, a nakonec nalezení matematiky v přírodě. Praktická část je pak zaměřená na výzkum názorů žáků 2. stupně základní školy na důležitost a využití matematiky v reálném světě.

Annotation

This bachelor thesis deals with the topic of mathematics and its practical use in real life. The aim of the thesis is to present various areas where we can meet mathematics. It gradually focuses on the influence of numbers on thinking, revealing the mathematical laws of the world around us, finding connections with other disciplines, such as health care and geography, and finding mathematics in nature. The practical part is focused on the research of the opinions of 2nd grade elementary school students on the importance and used of mathematics in the real world.

Klíčová slova

Matematika, čísla, Benfordův zákon, epidemiologie, triangulace, zlatý řez, šifrování

Keywords

Mathematics, numbers, Benford's law, epidemiology, triangulation, golden ratio, encryption

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svoji bakalářskou práci na téma Matematika a její praktické využití vypracovala samostatně a že jsem použila výhradně zdroje uvedené v seznamu literatury.

V Olomouci 30. listopadu ……..……………….

Martina Švejcarová

Poděkování

Ráda bych poděkovala panu Mgr. Květoslavu Bártkovi Ph.D. za odborné vedení, cenné připomínky a návrhy na zlepšení při zpracovávání mé bakalářské práce.

Obsah

Úvod

Občas se objevuje názor, že v dnešní době moderních technologií je matematika už vlastně zbytečná a setkáme se s ní jen v rámci školní výuky. Lidé si ji spojují maximálně se světem financí nebo obchodu. Ale každý, kdo zná matematiku trochu lépe ví, že tento názor není úplně pravdivý. Matematika je všude ve světě kolem nás. Jednou ovlivňuje svět skrytá před našimi zraky, aniž bychom si vůbec něčeho všimli a jindy zase vyplouvá na povrch a oslní nás svou dokonalostí. Ale stále je tu a provází nás celým našim životem. Proto i tato práce je matematice a jejímu nepřetržitému působení v našem reálném světě věnovaná.

Hlavním cílem teoretické části práce je jednoduchou formou čtenáři přestavit různá místa a situace, ve kterých matematika hraje důležitou nebo zajímavou roli. Tak aby to pochopili i lidé, kteří neoplývají hlubokými matematickými znalostmi. Společně budeme objevovat oblasti, ve kterých vliv matematiky můžeme nalézt. Zjistíme, že ji lze potkat v jednoduchých výpočtech z dob dávno minulých i ve velkých systémech moderní doby zajišťující naše bezpečí.

Ale začněme postupně. Od čísel, jelikož ty jsou první, s čím se člověk v rámci matematiky setkává a patří tedy mezi první matematický nástroj, který mu pomáhá popsat okolní svět, vyjádřit vlastní přání a usnadňuje orientaci v prostoru a čase. Ale ta stejná čísla mohou být pro naši mysl někdy i zrádná. Dále se budeme věnovat zákonům skrytým na místech, kde bychom je tak úplně neočekávali a propojujícím matematiku s dalšími nejrůznějšími oblastmi, jako například soudnictví, účetnictví, jazykovědu a biologii. Řekneme si také něco o tom, jak mohou být užitečné lidem, kteří jim rozumí a umí s nimi pracovat. U pomoci lidem zůstaneme i v předposlední kapitole teoretické části práce. Ukážeme si, jak matematika působí ve vybraných oblastech lidského konání. Nahlédneme vždy krátce do historie, abychom pochopili, jak se každé z nich pomohla rozvinout do současné podoby a také nalezneme několik příkladů, kdy matematiku v reálném životě používá každý z nás, aniž by si to uvědomil.

Matematika se ale na světě neobjevila s příchodem člověka, byla tu už dávno před ním. Důkazy můžeme najít doslova na každém kroku – v přírodě, ve flóře i fauně, dokonce i v uspořádání lidského těla a to vše v nespočtu případů. Proto se v poslední teoretické části zaměříme na přírodu kolem nás a alespoň na několika příkladech si ukážeme, že i ona využívá matematiku ke stvoření okolního světa.

Praktická část je věnovaná výzkumnému šetření. To má za cíl zjistit postoje žáků 2. stupně základní školy k matematice a její potřebě, důležitosti a možnostem praktického využití v každodenním životě. Také se budeme zabývat otázkou, jestli si žáci uvědomují propojení matematiky s přírodou, dalšími obory a vlastně s reálným životem vůbec.

1. Vliv čísel na člověka

Čísla nalezneme kdekoliv kolem nás. A tak asi není překvapivé, že podobně jako jiné podněty z okolního světa i ony ovlivňují naše myšlení a rozhodování ve zdánlivě s matematikou nesouvisejících situacích.

1.1. Sudé a liché

Sudá čísla jsou v některých východních kulturách, především v Japonsku, spojovány s neštěstím. Vycházejí ze vztahu Jin a Jang, kde Jang představuje (mimo jiné) slunce, štěstí, a právě lichá čísla a Jin jeho opak.[1]

Výzkum o vlivu sudých a lichých čísel na myšlení provedl profesor psychologie Terence M. Hines z Pace univerzity v New Yorku. Provedl sérii experimentů, kde zkoumal schopnost člověka rychle a správně rozhodnout, zda je před ním liché nebo sudé číslo. Účastníkům výzkumu ukazoval na obrazovce počítače jednociferná, dvouciferná a trojciferná čísla a měřil jejich reakční čas a správnost rozhodnutí, zda jsou všechna předložená čísla sudá, lichá či kombinací obou možností (u jednociferných byli pouze první dvě možnosti odpovědi). Výsledkem bylo, že v případě lichých čísel trvalo rozhodnutí déle než při zobrazení sudých čísel a také se objevila větší míra chybovosti.[2]

1.2 Zaokrouhlování

Zatím co nižší čísla jako 4, 9 nebo 6 máme tendenci uvádět přesně, u vyšších čísel dochází častěji k zaokrouhlování. Řekneme, že cíl cesty je vzdálený 200 metrů, i když ve skutečnosti je to třeba 187 m, nebo že na hokejovém zápase bylo 3 000 lidí, i přestože si vybavujeme, jak v průběhu zápasu na světelné tabuli proběhlo oznámení o 3 154 návštěvnících. Ale když se nás někdo zeptá, kolik je na stole jablek, neodpovíme 10, pokud jich napočítáme 7. Zaokrouhlování v prvních dvou případech nám připadá normální a ani se nepozastavíme nad tím, že prodloužíme cestu o 13 m, nebo vynecháme přítomnost 154 lidí, zatímco ve třetí situaci nám tento postup připadá zvláštní i přesto, že jsme byli nepřesní jen o 3 jablka.

[1] BELLOS, Alex. *Alex za zrcadlem: jak se čísla odrážejí v životě a život v číslech*, str. 15
[2] HINES, Terence M. An odd effect: Lengthened reaction times for judgments about odd digits

V případě větších čísel jsme totiž na zaokrouhlování zvyklí. Na tolik, že když uvidíme velké číslo zapsané přesně, tedy nezaokrouhleně, máme problém s ním pracovat. Může pak docházet k takzvanému efektu přesnosti (angl. precision effect), kdy máme tendenci velká, ale přesně zapsaná čísla vnímat jako menší, než ve skutečnosti jsou. Tento efekt zkoumal dr. Thomas spolu s profesorem Simonem a profesorkou Kadiyali. V několika pokusech zkoušeli ukázat jaký vliv má vnímání zaokrouhlených a přesných čísel na kupování nemovitostí. Pomocí prvního pokusu, kdy dobrovolníkům postupně ukazovali obrázky různých domů a k nim náhodně přiřazené ceny, z nichž byla polovina zaokrouhlená např. $395 000 a druhá polovina představovala přesnější částky např. $395 425, a oni se pak měli rozhodovat na škále od 1–11 (kde 1 znamenala nízká a 11 vysoká), jaká jim tato cena připadá, ukázali, že přesná čísla byla častěji označovaná za nižší než k nim nejbližší zaokrouhlená, i když ve skutečnosti tomu bylo právě naopak. V dalším experimentu zkoumali vliv nejistoty, kdy půlku účastníků podpořili, že jsou schopni správně rozhodnout o výši ceny a u druhé se naopak důvěru ve vlastní úsudek snažili oslabit. Výsledky pak ukázali, že pokud jsme si méně jistí ve svých schopnostech odhadnout velikost čísla, máme větší sklon nechat se ovlivnit efektem přesnosti. Třetí pokus se zabýval vlivem přechozí zkušenosti s velkými čísly na správné posouzení výše cen. Skupina, která měla z cvičení, předcházejícímu samotnému experimentu, zkušenost, že přesná čísla jsou zpravidla menší než zaokrouhlená, usuzovala podobně i při samotném pokusu a naopak polovina účastníků s opačnou zkušeností vnímala přesná čísla spíše větší. Poslední dva experimenty dr. Thomase a jeho spolupracovníků prokázaly vliv efektu přesnosti na reálném trhu s nemovitostmi.

Je samozřejmě možné, že úsudek účastníků experimentů mohl být ovlivněn ještě dalšími vlivy, například úvahou že prodejce asi měl nějaké motivy pro stanovení právě takové přesné ceny, ale podle výsledků lidé častěji kupují nemovitosti s nezaokrouhlenými cenami. Další otázkou zůstává, jestli se tento jev týká pouze vysokých nezaokrouhlených cen, anebo vnímání větších čísel obecně. [3]

Ale i kdyby se tento efekt projevoval jen v oblastí financí je možná jedním z důvodů, proč sázkové kanceláře ukazují možné výhry v zaokrouhlených částkách, zatím co prodejci cenu svého zboží v přesnějších. Protože lidé obecně nemají moc zkušenosti s velkými nezaokrouhlenými čísly.

[3] THOMAS, Manoj, Daniel H. SIMON a Vrinda KADIYALI. The price precision effect: evidence from laboratory and market data

1.3 Čísla v roli ceny

Ceny končící devítkou známe všichni. I o snaze prodávajících nás takto přesvědčit, že je tato částka menší, než ve skutečnosti je, většina lidí ví. Prodejci i přesto doufají ve dvě okolnosti.

Za prvé že ceny končící devítkou v nás vyvolají dojem slevy, protože nejčastěji se s podobnými částkami setkáváme právě u zlevněného zboží, a tedy se nás tímto snaží přesvědčit, že nákup je pro nás výhodný. Tento efekt potvrzuje několik výzkumů, kde například ve třech různých katalozích prodávali stejné oblečení za různé ceny a nejčastěji si zákazníci kupovali to, jehož cena končila devítkou, i když nebylo nejlevnější z nabízených variant.

Druhá plyne ze systému čtení zleva doprava, kdy díky této drobné manipulaci přečteme první číslici, která v nás vyvolává představu mnohem menšího čísla. Například 199, kde je jednička na prvním místě na nás působí, že zaplatíme pouze jednu stovku a něco málo navíc, zatím co cena 200 už od nás vyžaduje zaplatit stovky dvě.[4]

[4] BELLOS, Alex. *Alex za zrcadlem: jak se čísla odrážejí v životě a život v číslech* str. 20-21

2. Matematické zákony kolem nás

Náš svět řídí zákony. Toto tvrzení nám přijde samozřejmě pravdivé, protože už od narození jsme vedeni k tomu, abychom daná pravidla a zvyklosti dodržovali a také poučováni o tom, co se stane, pokud je porušíme. Ale mohou být ještě nějaké, o kterých většina z nás nemá ani tušení? A co třeba ty matematické? V každodenním životě se můžeme s matematickými zákony setkat častěji, než by se nám zdálo možné. Čekají na nás na místech a v situacích, kde bychom je úplně nehledali, ale zatímco my je nevnímáme, ony ovlivňují realitu kolem nás. Některé z nich jsou spíš zajímavou ukázkou skrytého světa matematiky, jiné nám naopak mohou být velmi prospěšné, pokud o nich víme a umíme je správně využít. Tyhle zákony platí napříč různými obory lidského konání i světa obecně.

2.1 Benfordův zákon – matematika jako důkaz

Po krátké logické úvaze bychom řekli, že se v souboru čísel každá číslice (samozřejmě s výjimkou nuly) musí objevovat stejně často na prvním místě jako všechny ostatní. Tedy například 7 by měla tvořit první cifru v jedné devítině případů (protože máme 9 možných čísel, která lze zvolit na první místo, a tedy pravděpodobnost výběru jedné číslice z devíti je $\frac{1}{9}$, což je asi 11,12%). Ovšem tato úvaha není tak úplně přesná.

S myšlenkou častěji opakujících čísel, které začínají menšími číslicemi poprvé přišel americký astronom a matematik Simon Newcomb v roce 1881, když si všiml že první stránky logaritmických tabulek jsou více opotřebované než jiné. Podle svého zjištění přišel s teorií, že jednička se na místě první cifry objevuje v 30,1 % čísel, dvojka pak v 17,6 %, trojka 12,5 %, čtyřka 9,7 %, pětka 7,9 %, šestka 6,7 %, sedmička 5,8 %, osmička 5,1 % a devítka 4,6 %, avšak neměl pro ni žádný přesný důkaz.

V roce 1938 si stejného jevu na logaritmických tabulkách všiml fyzik Frank Benford, který, aniž by znal předchozí teorii Simona Newcomba, vydal článek popisující objevený úkaz. Navíc tento zákon rozšířil za hranice logaritmických tabulek, když si všiml jeho výskytu i v souborech náhodných čísel, například v rozlohách řek, basebalových statistikách a počtech obyvatelstva amerických měst. Zákon později byl pojmenován právě po tomto svém druhém objeviteli. [5]

[5] BELLOS, Alex. *Alex za zrcadlem: jak se čísla odrážejí v životě a život v číslech* str. 36-37

Benfordův zákon můžeme nalézt opravdu téměř všude kolem nás. Jiří Dvořák ve své bakalářské práci zkoumal několik oblastí, kde se s ním s velkou pravděpodobností můžeme potkat. Jedním ze souborů dat, ve kterých nešlo působení tohoto zákonu vyloučit, byl počet obyvatel v České republice, k dalším patřila rozloha 189 nezávislých států anebo třeba statistika Ministerstva vnitra o odhadovaných škodách vzniklých na jednotlivých kilometrech dálnic v České republice.[6] Zdá se, že jedinou podmínkou pro jeho uplatnění je, aby použitá data byla v rozsahu alespoň tří desítkových řádů.[7]

Kromě poznání, že Benfordův zákon lze najít v některých souborech čísel, má i řadu využití v reálném světě hlavně v souvislosti ověřování pravosti předložených dat. Můžeme podle něj zjistit, jestli továrna nezfalšovala data o vypouštění nebezpečných látek do ovzduší, zda někdo nezmanipuloval volby přidáním hlasů vybranému kandidátovi nebo jestli seismograf, který zaznamenává zemětřesení, pracuje správně. Všechny tyto údaje by totiž měli odpovídat Benfordovu zákonu. V případě, že tomu tak není, je jedno z možných vysvětlení nesprávnost nebo manipulace se získanými daty.

Další oblastí, ve které je možné tento zákon využít, je daňové účetnictví. Reálná účetní data se řídí Benfodovým zákonem. Pokud tomu tak není, je potřeba zjistit příčinu. Ta může být celkem jednoduchá, jako například opakovaný nákup jedné položky, jejíž opakující se cena zapsaná v účetnictví celkově ovlivní data a vytvoří odchylku od Benfordova zákona, ale může jít také o složitější důvod – třeba nelegální manipulaci se skutečnými údaji.

Výhodou, nebo spíše nevýhodou v souvislosti s použitím Benfordova zákona na odhalování účetních podvodů je jeho platnost i při vynásobení libovolnou konstantou. Můžeme tedy jednotlivé údaje převádět z jednoho měřítka do druhého a vše bude stále odpovídat tomuto zákonu.[8] Což ale způsobuje, že Benfordův zákon neodhalí systematickou manipulaci s daty, která je prováděná násobením skutečných hodnot vybraným číslem. I přes to ale lze tento zákon (nebo softwary založené na jeho principu) použít jako jeden z ukazatelů, zda získaná data jsou v pořádku. [9]

2.2 Zipfův zákon – matematika ve slovech

[6] DVOŘÁK, Jiří. *Benfordovo rozdělení* str. 38-39
[7] KANTOREK, Pavel. Benfordův zákon
[8] BELLOS, Alex. *Alex za zrcadlem: jak se čísla odrážejí v životě a život v číslech* str. 39-41
[9] DVOŘÁK, Jiří. *Benfordovo rozdělení* str. 45

Další ze zákonů byl objeven na místě, kde bychom matematiku zrovna nečekali. Skupina lidí z Winsconsinské univerzity ve 40. letech přepsala na papír všechna slova z knihy od Jamese Joyce, aby je následně jednotlivě vystříhali a seřadili podle četnosti výskytu. Jejich výsledků si všiml George Kingsley Zipf, profesor němčiny, který v nich spatřil jistý řád. Objevil, že pořadí daného slova je nepřímo úměrné četnosti jeho výskytu. Tedy pokud četnost vynásobíme pořadím slova v tabulce výskytu dostaneme konstantu. Po studiu dalších knih tuto svoji teorii upřesnil na vztah:

$$četnost = \frac{k}{pořadí^{\,a}}$$, kde k a a jsou konstanty, přičemž a je vždy blízké 1.[10]

Profesor Zipf tento zákon vysvětloval působením dvou protichůdných sil na člověka. První z nich, síla rozlišující, představuje snahu použít co nejvíc různých slov a dosáhnout tak jejich nejnižšího možného opakování, ideálně aby se každý výraz objevil pouze jednou. A naproti tomu působí síla sjednocující, která nás vede k používání co nejmenšího počtu slov s vysokou mírou opakování, nejlépe pak dostat se do situace, kdy potřebujeme pouze jedno slovo. Avšak tato teorie není jako zdůvodnění Zipfova zákona obecně moc uznávaná.[11]

Podle původních zjištění profesora Zipfa by měl být tento zákon platný nejen pro angličtinu, ale i pro ostatní jazyky. Tato myšlenka později inspirovala další výzkumníky, kteří se rozhodli vztah mezi pořadím a četností slov dále studovat.[12] Například doktor Luděk Spíchal ve svém článku mimo jiné zkoušel ověřit platnost Zipfova zákona pro český jazyk. Vybral si dvě knihy, u kterých pomocí analytického programu spočítal výskyty jednotlivých slov a porovnal je s jejich pořadím. Tímto došel ovšem k trochu odlišnému výsledku, než bychom mohli očekávat. Srovnání neukázalo tak dobrou shodu se Zipfovým zákonem, jakou můžeme pozorovat například u knih v anglickém jazyce. Tuto nesrovnalost lze podle doktora Spíchala vysvětlit zvláštností českého jazyka, vztahující se především k možnosti jeho skloňování a časování, protože analytické programy stejná slova v jiném tvaru považují za různá, a tedy v celkovém výsledku narůstá počet slov a klesá jejich četnost. Provedl tedy ještě

[10] BELLOS, Alex. *Alex za zrcadlem: jak se čísla odrážejí v životě a život v číslech* str. 44-45
[11] SEDLAČÍKOVÁ, Blanka. *Historie matematické lingvistiky* str. 59
[12] SEDLAČÍKOVÁ, Blanka. *Historie matematické lingvistiky* str. 60

další srovnání, kdy bral v úvahu pouze tisíc nejčastějších výrazů. Zde už byla shoda se Zipfovým zákonem větší.[13]

Zkoumaný zákon ovšem můžeme nalézt i na jiných místech než jen v knihách. Sám profesor Zipf našel podobný vztah i v případě velikosti měst USA. Pokud seřadíme jednotlivá města podle počtu obyvatel (od nejlidnatějšího) a takto získané pořadí zvoleného místa vynásobíme množstvím jeho obyvatel, dostaneme konstantu, která pro různá města bude téměř stejná (odchylka nastane převážně v případě největších měst). Podobná situace nastane i kdybychom využili města z celého světa. [14]

Tento zákon lze samozřejmě také aplikovat i obce v České republice, ale tentokrát odchylka nenastane u nejlidnatějších měst, ale naopak u malých vesnic s nízkým počtem obyvatel. Pokud totiž uvažujeme všechny obce, výsledná zjištění se úplně neshodují se Zipfovým zákonem. Ale v případě, kdy do výpočtů zahrneme pouze místa, která mají více než 250 obyvatel, výsledky odpovídají zkoumanému zákonu.[15]

Zipfův zákon nás tedy nenápadně obklopuje, podobně jako ten Benfordův, aniž bychom si to uvědomovali. Ovšem podobných mocninných zákonů je v reálném světě mnohem více.

2.3 Kleiberův zákon – matematika v biologii

V přírodě nalezneme spoustu zákonitostí a vzorců. Už Galileo si v roce 1638 všiml vztahu mezi velikostí zvířete a šířkou jeho kostí. Přirozeně velcí savci, jako například slon, budou mít silnější kostru než drobní hlodavci, protože jejich váha je větší a tenké kosti by ji nezvládli unést.[16]

Další zajímavý vztah je známý od konce minulého století – čím větší zvíře, tím delší je jeho život. Délky života se částečně dotýká i objev zoologa Maxe Kleibera. Ten upřesnil původní myšlenku Maxe Rubnera z roku 1883 a sérií přesných pokusů dokázal, že energie potřebná na jednotku hmoty živočicha je nepřímo úměrná čtvrté odmocnině z jeho hmoty.[17] Tento vztah je známý jako Kleiberův zákon, který platí pro všechny teplokrevné živočichy.

[13] SPÍCHAL, Luděk. Zipfův zákon a další mocninné zákony str. 5-8
[14] BELLOS, Alex. *Alex za zrcadlem: jak se čísla odrážejí v životě a život v číslech* str. 47-48
[15] SPÍCHAL, Luděk. Zipfův zákon a další mocninné zákony str. 3-5
[16] BELLOS, Alex. *Alex za zrcadlem: jak se čísla odrážejí v životě a život v číslech* str. 53
[17] BOHÁČEK, Ivan. Fyzikové vysvětlují biologii

Po tomto objevu následovaly některé další ze světa zvířat - a to přímá úměrnost mezi délkou života a hmotností zvířete umocněnou na ¼ a také nepřímá úměrnost tepové frekvence k čtvrté odmocnině hmotnosti.[18] První ze zmíněných vztahů tak jen potvrzuje naši zkušenost, kterou jsme mohli získat například při výběru domácích mazlíčků, že křeček bude žít kratší dobu než pes a že ani jeden z nich nedosáhne stejného věku jako my. A vlastně dokazuje i původní myšlenky vědců zmíněné na začátku podkapitoly.

Avšak ani Kleiberův zákon, podobně jako předchozí, není omezen pouze na zvířecí říši. Asi nás nepřekvapí, že podobný vztah lze nalézt i u rostlin.[19] Mnohem zajímavější je pak ale objev fyzika Geoffreye Westa a biologů Jamese Browna a Briana Enquista, kteří zjistili, že Kleiberův zákon platí i pro města. Procházením různých ekonomických a sociálních dat z amerických měst, došli například ke vztahům:

$$celková\ suma\ mezd \approx k(počet\ obyvatel)^{1,12}$$

$$počet\ vážných\ zločinů \approx k(počet\ obyvatel)^{1,16}$$

$$počet\ čerpacích\ stanic \approx k(počet\ obyvatel)^{0,77}$$

Tyto nalezené vztahy vysvětlují podobností systému měst s živými organismy.[20] Ale každopádně i tento zákon nalezneme ve světě všude kolem nás a možná nás svým způsobem ovlivňuje, aniž bychom to tušili.

2.4 Paretův zákon a další mocninné zákony

Poslední zákon, o kterém bych se ráda zmínila, je Paretův zákon, nebo také známý jako pravidlo 80/20. Vilfredo Pareto byl italský ekonom. Jeho jméno je spojováno s upozorněním na nerovnováhu v životě, když přišel se vztahem popisujícím rozdělení bohatství mezi obyvateli. Došel k zjištění, že 20 % lidí vlastní 80 % majetku.[21] Odtud se zmiňovaný poměr začal používat v různých oblastech ekonomiky i běžného života.

Richard Koch, který Paretovu pravidlu věnoval celou knihu, vysvětluje že 80 % výstupů, následků nebo výsledků je tvořeno z 20 % vstupů, příčin nebo úsilí. Dále tuto myšlenku více rozvíjí a vztahuje i na běžný život, když píše: „*Ve společnosti má 20 procent zločinců na svědomí 80 procent všech trestných činů, 20 procent řidičů způsobí 80 procent dopravních nehod. 20 procent těch, kteří uzavřou sňatek, představují v rozvodové statistice 80*

[18] BELLOS, Alex. *Alex za zrcadlem: jak se čísla odrážejí v životě a život v číslech* str. 55
[19] BOHÁČEK, Ivan. Fyzikové vysvětlují biologii
[20] BELLOS, Alex. *Alex za zrcadlem: jak se čísla odrážejí v životě a život v číslech* str. 56
[21] BELLOS, Alex. *Alex za zrcadlem: jak se čísla odrážejí v životě a život v číslech* str. 48

procent (…) V domácnosti je pravděpodobné, že 20 procent podlahové krytiny ponese 80 procent celkové zátěže. 20 procent oděvů, budete nosit v 80 procentech času.“ [22]

Vysvětluje, že tento nepoměr je pro nás nepřirozený, protože máme tendenci neustále předpokládat, že vše v našem životě je v rovnováze. Všemu tudíž přikládáme stejnou důležitost. Což ale podle Richarda Kocha a jeho aplikace pravidla 80/20 není správný přístup. Podle něj bychom se měli zaměřit na to, co nám dává zmiňovaných 80 % výsledků. Například pokud firma zjistí, že 20 % jejich výrobků tvoří většinu zisku, pak by měla svoji pozornost obrátit hlavně na tyto produkty a zajistit jejich největší možné využití.[23] A podobně bychom měli postupovat při plánování celého svého života.

[22] KOCH, Richard. *Pravidlo 80/20: umění dosáhnout co nejlepších výsledků s co nejmenším úsilím* str. 17-18
[23] KOCH, Richard. *Pravidlo 80/20: umění dosáhnout co nejlepších výsledků s co nejmenším úsilím* str. 22-24

3. Matematika v různých oborech

3.1 Matematika ve zdravotnictví – matematická epidemiologie

Se spojením matematiky a šíření nemocí má každý z nás čerstvé a poměrně podrobné zkušenosti, takže asi nikoho nepřekvapí, že i v tomto odvětví představuje matematika užitečný nástroj, který pomáhá předvídat možné budoucí scénáře a případně i zachraňovat lidské životy.

Epidemií různých nemocí se lidé vždy báli, protože většinou znamenaly nekontrolované šíření, vysoké počty úmrtí a hlavně samozřejmě obavy, zda právě oni sami nebudou dalšími nakaženými, jelikož dlouhou dobu nikdo neznal pravou příčinu šíření nemocí. Jeden z nejstarších záznamů o epidemii je z roku 429 před naším letopočtem. Tehdy neznámá infekce propukla v Athénách během dlouhotrvajícího válečného konfliktu se Spartou. Vyžádala si smrt asi jedné čtvrtiny obyvatel města a pomohla také k jeho porážce. V 6. století svět zasáhlo rozšíření Justiánského moru (nazvaného podle egyptského vládce), který se z Etiopie rozšířil do Egypta a odtud přes Konstantinopol i do Evropy. Další významné šíření bylo zaznamenáno u moru, zvaného Černá smrt, který měl v letech 1347–1352 na svědomí smrt třetiny obyvatel na našem kontinentu a který v Evropě zůstal dalších 400 let! Není tedy divu, že se vědci té i pozdější doby snažili nalézt způsob, jak předcházet velkému šíření nemoci. Vznikla například povinná karanténa - opatření, které z posledních let důvěrně známe - pro všechny lodě připlouvající do přístavu v Benátkách, kdy museli čtyřicet dní (čtyřicet – italsky „quaranta“) čekat než dostaly povolení vplout do města.[24]

Avšak účinnost některých opatření se dala jen těžko prokázat, jelikož neexistovaly nástroje na zjištění vlivu zvolených kroků na šíření nemoci. Jeden z postupů, který však vyvolal rozporuplné reakce, se používal na ochranu před onemocněním pravými neštovicemi, které byly v 18. století rozšířené po celém světě a jen v Evropě měly na svědomí okolo 400 000 mrtvých ročně. Jednalo se o variolaci, tedy vystavení se malému množství viru například ve formě strupů nebo hnisu z ran ve snaze prodělat lehčí formu nemoci a získat tak imunitu. Tenhle postup měl ovšem i svá rizika a výsledná imunita nebyla vždy stoprocentní. Důvěra veřejnosti v prospěšnost tohoto způsobu získání imunity ještě více klesla po smrti syna anglického krále Jiřího III., který zemřel právě v důsledku variolace. Nový náhled na celý problém přinesla až matematika. Daniel Bernoulli přišel s nápadem, jak pomocí

[24] TUČKOVÁ, Martina. *Simulace šíření infekčních nemocí* str. 9-10

matematického přístupu zjistit účinnost variolace. Vymyslel rovnici, ze které mohl vypočítat procento uzdravených osob a také zemřelých. S využitím další rovnice pak dokázal odhadnout kolik lidí by bylo zachráněno, pokud by se variolace prováděla plošně. Zjistil, že variolace zvyšuje o 7 procent šanci novorozenců dosáhnout věku 25 let a také průměrná délka života by se mohla prodloužit o více než 3 roky. [25] Lékaři tak díky matematice získali docela pádný argument na podporu této metody.

3.1.1 Matematické modely šíření epidemie

Ale rovnice Daniela Bernoulliho byla takříkajíc pouze první vlaštovkou, kdy matematika pomohla medicíně. V dnešní době se pro kontrolu šíření nemocí stále používají matematické postupy, už ale poněkud zdokonalené. Takzvané kompartmentové modely rozdělují obyvatele na různé skupiny (kompartmenty) v závislosti na některých jejich vlastnostech souvisejících s daným onemocněním. Tyto modely jsou pak schopny odhadnout délku trvání epidemie, monitorovat její průběh a šíření, nebo pomoci s nalezením počátku celého problému.

První z matematických modelů, které bych ráda představila se nazývá SIR nebo také Kermackův-McKendrickův model. Rozděluje obyvatele do tří skupin. První z nich – S (angl. Susceptibles – náchylný) – označuje osoby, které se mohou nemocí nakazit, druhá – I (angl. Infected – infekční) – představuje již nakažené jedince s možností nemoc dále šířit mezi ostatní obyvatele a do poslední skupiny – R (angl. Removed/Recovered – odstranění/uzdravení) – patří lidé, kteří jsou buď z onemocnění vyléčení – tudíž získali imunitu, nebo mu podlehli. Předpokladem pro správné fungování modelu je neměnná velikost populace, průměrně stejný počet kontaktů mezi jednotlivci a srovnatelná možnost nemoc získat anebo ji přenést dále. Pomocí SIR modelu můžeme vypočítat číslo R, které nám může napovědět něco o další prognóze šíření nemoci.

Druhý z modelů se jmenuje SEIR. Jde o rozšíření předchozího modelu ještě o skupinu lidí, kteří se s nemocí setkali, ale ještě nevykazují příznaky a nejsou přenašeči viru (angl. Exposed – vystavený). Zohledňuje tedy inkubační dobu onemocnění.

Naopak poslední model je systém, který pracuje pouze se dvěma skupinami obyvatel. Neuvažuje možnost získané imunity po uzdravení a sleduje jen množství uplynuté doby, kdy

[25] YATES, Kit. *Matematika pro život* str. 258-261

se zdravý člověk nakazí. Tento model se nazývá SIS a používá se převážně u nemocí s endemickým výskytem jako jsou například sexuálně přenosná onemocnění. [26]

Základní reprodukční číslo označované jako R_0 ukazuje kolik dalších osob průměrně nakazí jeden infekční člověk. Například tedy při čísle R rovnému třem každý nemocný jedinec přenese chorobu na tři další. Tito nově nakažení pak mohou opět rozšířit počet infekčních každý o další tři, tedy v součtu o devět, následující předání viru už znamená dvacet sedm nově nemocných – a tak bychom mohli pokračovat dále. Pokud je číslo R menší než jedna, počet nakažených bude postupně klesat, až nemoc vymizí. Na hodnotu základního reprodukčního čísla mají největší vliv tři faktory, jimiž jsou: velikost populace, ve které se nákaza šíří, rychlost tohoto šíření – nazývané také síla infekce a doba potřebná k vyléčení nemoci nebo čas, než nakažený na následky infekce zemře. Pokud se první dvě proměnné zvyšují, roste i číslo R. U třetí proměnné – tedy doba onemocnění do vyléčení či úmrtí – platí opačný vztah a to, že pokud tento ukazatel roste, číslo R se snižuje. Jednou z důležitých informací, na kterou nám však základní reprodukční číslo nedá odpověď, je smrtnost – tedy jak vysoká je pravděpodobnost, že jedinec po nákaze zemře. Naštěstí nemoci s větší mírou smrtnosti mívají nižší reprodukční číslo.

Velký význam má matematika i při snaze dostat šíření nemoci pod kontrolu. Jedním ze silných nástrojů je očkování, avšak ne vždy je tato cesta možná, hlavně v případě náhlého výskytu dosud neznámých nemocí, kdy se samotná vakcína musí nejdříve vyvinout. Dalším z opatření, které může zamezit šíření je izolace nemocných, karanténa potenciálně ohrožených, nebo při nákaze zvířat vybíjení ohrožených chovů. Pomocí matematických modelů je pak možné zkoumat tyto postupy či jejich různé kombinace, jejich vliv na zpomalení šíření choroby a nalézt tak nejúčinnější řešení, které se pak aplikuje v praxi.[27]

3.2 Matematika a geografie

Získat přesné informace o světě kolem sebe bylo cílem už dávných myslitelů. A nešlo jen o výpočet výšky nejbližší pyramidy, i když tím to možná celé začalo, ale i o obvod Země, či vytvoření mapy celého státu. Na toto všechno byla potřeba znalost jednoho základního matematického útvaru a jeho vlastností.

[26] TUČKOVÁ, Martina. *Simulace šíření infekčních nemocí* str. 16-19
[27] YATES, Kit. *Matematika pro život* str. 277-282

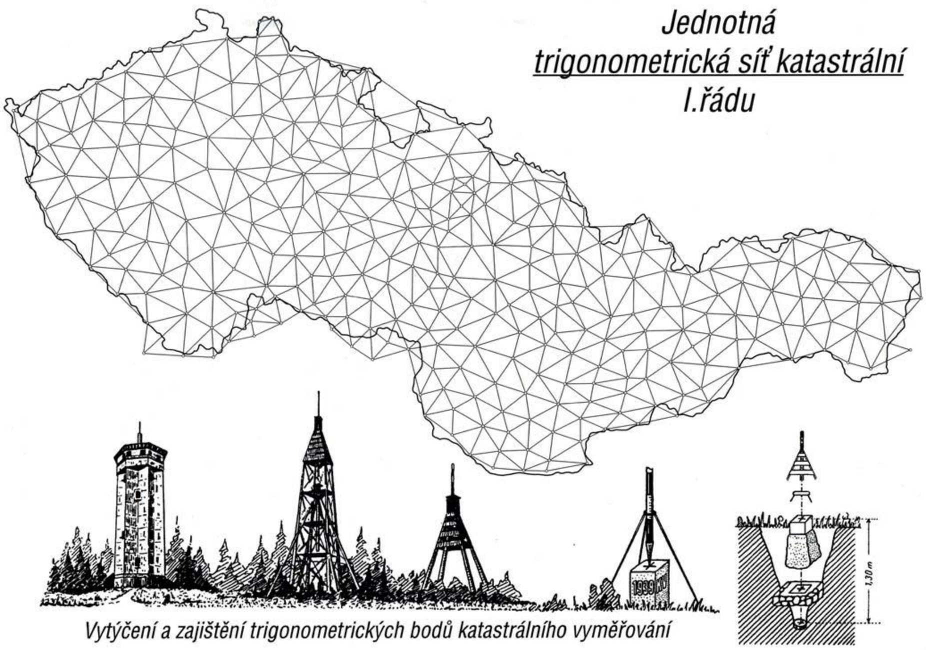
Už v roce 600 před naším letopočtem si řecký myslitel Thales uvědomil význam trojúhelníku a odhalil tak část možností, které znalost některých jeho vlastností otevírá, když za pomoci tyče a jejího stínu vypočítal výšku pyramidy v Gíze. Využil podobnosti dvou trojúhelníků – jeden tvořila tyč a její stín a druhý pyramida. S podobnými pomůckami o 300 let později odhadl Eratosthenes obvod Země. Stačilo mu k tomu změřit úhel, pod kterým vrhá tyč v pravé poledne svůj stín, vědomí, že Země je kulatá, znalost vzdálenosti města jižně od Alexandrie (tam prováděl svůj pokus), kde paprsky slunce přesně v ten stejný okamžik dopadnou až na dno hluboké studny. A pak už potřeboval jenom matematiku na to, aby odhadl obvod Země na 41 500 km. Tato hodnota sice neodpovídá dnešním měřením, ale po dalších téměř tisíc let byla tou nejpřesnější, kterou lidstvo mělo. Teprve až v 11. století se jistému arabskému učenci al-Birúnímu povedlo údaj o obvodu Země spočítat na 39 800 km, což už byl poměrně přesný odhad. K přesnějšímu výpočtu mu pomohla hlavně znalost goniometrických funkcí a pak už stačilo znát jen výšku hory, na kterou vylezl a úhel, pod jakým z ní viděl obzor. Mezitím už matematické poznatky o trigonometrii sloužily i k praktickým účelům, například pomáhaly měřit vzdálenosti vojákům a námořníkům.

3.2.1 První triangulace

K dalšímu velkému pokroku v oblasti geografie souvisejícím se znalostmi vlastností trojúhelníků vedl roku 1533 objev matematika Gemma Frisiuse z Nizozemí. Přišel s myšlenkou pokrýt celou zemi trojúhelníkovou sítí, která by usnadnila vytváření map. Měření velkých vzdáleností byl totiž až do vynálezu laseru nelehký úkol a tento nápad by problém výrazně zjednodušil. Vrcholy jednotlivých trojúhelníků měly tvořit význačné body v krajině a měly být zvolené tak, aby z každého byly vidět alespoň dva další. Pak by stačilo změřit úhly v jednotlivých trojúhelnících, což byl snazší úkol než v krajině měřit vzdálenosti, zjistit délku jedné – počáteční – strany a všechny zbývající úseky mezi jednotlivými vyznačenými vrcholy by bylo možné dopočítat pomocí sinové věty. Tento nápad se ujal ve Francii a ta jako první země začala v roce 1668 s triangulací, pod vedením Jeana Picarda. Pokrýt celou zemi trojúhelníky trvalo více než 100 let, ale výsledná mapa byla podrobnější než kterákoliv předchozí. Při triangulaci kolem území Indie byla také v 19. století poprvé změřena výška neznámé hory, která nečekaně sesadila z žebříčku nejvyšších vrcholů do té doby vedoucí Chimborazo v Ekvádoru a dostala pak název podle jména vedoucího expedice plukovníka George Everesta – Mount Everest.[28]

3.2.2 Triangulace v ČR

Na území České republiky začala první triangulace v roce 1806. O třicet let později už bylo trigonometrickou sítí pokryto téměř celé bývalé Rakouské císařství. Tato práce se stala základem pro II. vojenské mapování na tomto území v letech 1836–1852, které mělo nahradit předchozí, méně přesný pokus, vytvořený bez geometrického základu. Po vzniku Československé republiky bylo potřeba sjednotit rozdíly a nepřesnosti v mapování (v období let 1862-1898 došlo k vybudování další sítě trojúhelníků, tentokráte v rámci Rakouska-Uherska). Bylo tedy rozhodnuto sestavit takzvanou Jednotnou trigonometrickou síť katastrální. Práce na ní trvali až do roku 1957, během kterých bylo celé území Československa pokryto 47 000 trigonometrickými body (z toho asi 28 400 se nachází v České republice). Toto dílo bylo hodno obdivu, hlavně z důvodu relativně vysoké přesnosti.[29]



Obrázek 1 Jednotná trigonometrická síť I. řádu z roku 1936 v hranicích po roce 1945[30]

---

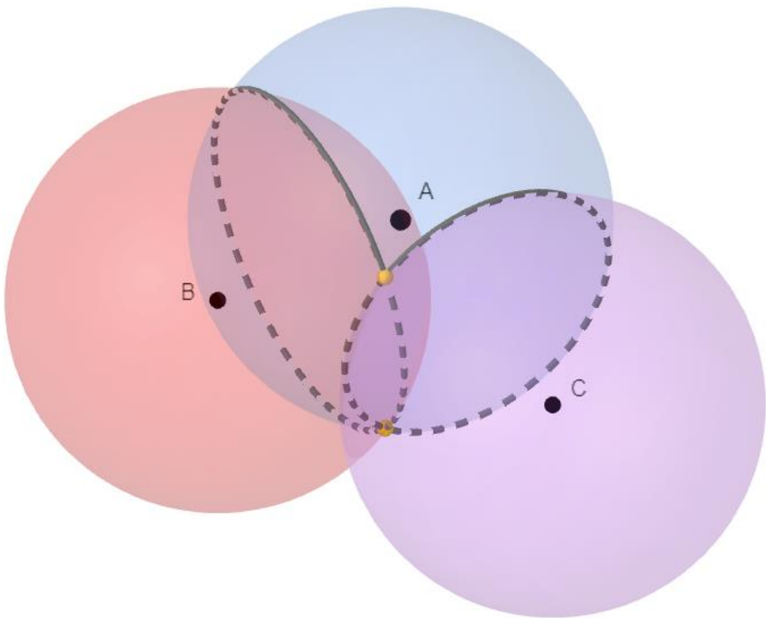
[28] BELLOS, Alex. *Alex za zrcadlem: jak se čísla odrážejí v životě a život v číslech* str. 59-62 a 69-74

[29] ZEMĚMĚŘICKÝ ÚŘAD. *Historický vývoj zeměměřických činností ve veřejném zájmu a státních orgánů v civilní sféře (1918-2018)* str. 6-10

[30] ZEMĚMĚŘIČSKÝ ÚŘAD, Jednotná trigonometrická síť. In: *Historický vývoj zeměměřických činností ve veřejném zájmu a státních orgánů v civilní sféře (1918-2018).*

3.3.3 GPS

V dnešní době se pro určování polohy používá systém GPS (Global Positioning Systém). Dokonce i zde najdeme matematiku. Tento systém funguje na principu satelitů kroužících kolem Země, jejichž jednotlivé dráhy jsou vypočítány mimo jiné pomocí znalostí goniometrických funkcí.[31] Těchto družic je celkem 24, avšak na určení přesné polohy potřebujeme čtyři. Zařízení, přes které chceme zjistit svoji pozici, přijímá ze satelitů soubory dat. Mezi nimi je i čas odeslání informace, odkud můžeme vypočítat dobu potřebnou k přenosu (jelikož známe i okamžik, kdy tato data přijalo naše zařízení) a odvodit tedy vzdálenost satelitu od nás a jeho přesnou polohu na oběžné dráze v danou chvíli. Pokud tyto dvě informace zkombinujeme, dostaneme množinu bodů, kde bychom se mohli nacházet. Možné body se v podstatě nachází na povrchu koule, jejíž střed je určený pozicí družice a poloměr vzdáleností vypočítanou z času potřebného k cestě informací. Ve chvíli, kdy přijmeme data ze tří satelitů, se počet možných bodů, na kterých bychom se mohli nacházet, sníží na dva (průnikem dvou kulových ploch dostaneme kružnici a po přidání třetí nám zůstanou dva body), z nichž jeden můžeme z úvah vyloučit, protože bude mimo povrch Země. Na obrázku 10 je tato situace znázorněná, středy A, B, C představují jednotlivé družice a žluté body dvě nejpravděpodobnější polohy. Čtvrtý satelit slouží jako kontrola a záruka přesnosti v případě drobných odchylek v určení vzdálenosti mezi družicí a naším zařízením.[32]



Obrázek 2 Simulace průniku GPS signálu

---

[31] BELLOS, Alex. *Alex za zrcadlem: jak se čísla odrážejí v životě a život v číslech* str. 75
[32] POKORNÝ, Ondřej. GPS: Global Positioning System str. 11-14

3.3 Matematika a kryptografie

Přijít na způsob, jak poslat zprávu s důležitými informacemi bez obavy, že její obsah připadne do nepovolaných rukou, nebo hůř nepřátelům, kteří ji pak mohou využít proti nim, se lidé snažili už v dávných dobách. Během doby vzniklo spoustu návodů a nápadů, které měli zaručovat bezpečnost odesílateli i příjemci, že jejich sdělení zůstane utajeno. Některé tyto postupy byly propracovanější než jiné, ať už se jednalo o prosté ukrytí zprávy – stenografii – například zalitím vyryté zprávy na dřevěné desce voskem při řecko-perských válkách, použitím neviditelného inkoustu (ten je známý již od 1. století), nebo jejím zašifrováním pomocí různě složitých systémů.

Základní způsoby šifrování jsou dva a to transpoziční, kdy zpřeházíme pořadí písmen ve zprávě a substituční, ve které jsou původní písmena nahrazená jinými znaky, číslicemi, popřípadě jinými písmeny. Šifry v historii sehráli svou významnou roli zejména v průběhu bitev, pokusů o vzpoury a také při obou světových válkách. Není tedy divu, že s tím, jak se zlepšovali jednotlivé postupy skrytého předávání informací, rostla i snaha o jejich odhalení.

Jedním z nejznámějších a velmi propracovaných způsobů jak ukrýt zprávu, právě z období 2. světové války, je německý šifrovací stroj Enigma. Dlouhou dobu byly její kódy považované za nerozluštitelné. Až v roce 1942 se povedlo jednomu britskému matematikovi systém prolomit, což významně ovlivnilo průběh celého konfliktu.[33]

3.3.1 RSA systém

A jak tohle souvisí s matematikou? V současné době existují šifry, se kterými se můžeme běžně setkat při používání chytrých zařízení a internetu, založené právě na znalostech o matematice a jejích principech.

Jednou z nich je systém RSA. Patří do kategorie asymetrických šifer. V symetrických šifrách máme jeden klíč pro utajení i rozluštění obsahu, v asymetrických je postup pro zašifrování odlišný od toho potřebného k odšifrování zprávy. Existují tedy dva klíče, nichž jeden je veřejný – přístupný pro všechny a druhý privátní – pouze pro příjemce.

A teď tedy trocha matematiky. RSA funguje na principu výběru dvou velkých prvočísel, které se navzájem vynásobí, nazvěme výsledné číslo N. Hodnoty prvočísel zná pouze odesílatel, tedy my a náš zvolený příjemce. Číslo N společně s libovolnou hodnotou e,

[33] KEJÍKOVÁ, Petra. *Šifrování a teorie čísel* str. 10-21

tvoří veřejný klíč. Pomocí vzniklého klíče zašifrujeme svoji zprávu (převedenou do desítkové soustavy) a odešleme příjemci. Ten si díky znalosti původních prvočísel vypočítá svůj privátní klíč, pomocí kterého zprávu rozšifruje. Velkou výhodou tohoto systému je, že z veřejného klíče nelze odvodit privátní, a tedy zprávu rozluštit. Jedním z účinných způsobů by bylo získání prvočísel pomocí rozložení čísla N, které je součástí známého klíče. Avšak při zvolení velkých prvočísel je to velmi nesnadný, v současné době téměř neproveditelný úkol.[34]

Systém RSA se využívá na mnoha místech a prakticky každý z nás se s ním už nejspíše setkal, jen jsme o tom nevěděli. Je součástí některých operačních systémů například od společnosti Microsoft nebo Apple, najdeme ho v mobilních telefonech či čipových kartách, také jako součást zabezpečovacích protokolů v internetové komunikaci. S RSA šifrováním se také můžeme setkat v bankovnictví – například při výběru hotovosti z bankomatu. Využívá se také při zabezpečení elektronického podpisu či jiných způsobů autorizace osob. Upotřebit ho také mohou orgány státní správy, univerzity nebo další velké podniky. RSA je také možné použít na již zašifrovaný text, například na utajení klíče u symetrického systému šifrování.[35]

Matematika tedy může být užitečná nejen v pokusech o rozluštění tajné zprávy a získání výhody nad protivníkem, ale naopak i u jejich skrývání a zabezpečování. Matematika má velký podíl na tom, že můžeme v dnešní době používat chytrá zařízení, vybírat peníze nebo bezpečně procházet internet – což jsou samozřejmosti, bez kterých si svůj život už neumíme představit.

[34] SIROTKOVÁ, Pavla. *Matematika a šifrování* str. 35-39 a 45-46

[35] FROULA, Stanislav. *RSA algoritmus a jeho využití v elektronické komunikace s orgány státní správy* str. 26-27

4. Matematika v přírodě – Zlatý řez

Že v přírodě kolem nás můžeme nalézt skryté vlastnosti a zákonitosti asi tuší každý z nás. Tentokrát se zaměříme na to, kde v ní lze nalézt matematiku a také jak ji v některých případech využívá pro svůj prospěch. Konkrétně se podíváme na takřka všudypřítomný zlatý řez. Nejdříve však něco málo o zlatém řezu samotném.

V historii se o něj zajímalo poměrně velké množností osobností. První člověk, který toto číslo za pomoci geometrie popsal a vysvětlil i způsob, jak jej nalézt, byl Eukleides. Z více matematického hlediska se jím zabýval Leonard Pisánský, známější jako Fibonnacci, hlavně díky své posloupnosti, která s tématem čísla φ souvisí. V období renesance Luca Pacioli nazývá toto číslo „božským poměrem“ a dostává se i k Leonardovi da Vinci, který jej pak využívá ve svých dílech. Teprve až v 19. století se objevuje označení „zlatý řez“ nebo „zlatý poměr“. V dnešní době se znalosti čísla φ v některých oborech stále využívají, ale zájem o něj poněkud opadl[36].

Zlatý řez lze vysvětlit jednoduše na příkladu úsečky. Představme si, že máme úsečku AB a chceme na ni zvolit bod C, tak aby poměr vzdáleností $AB: AC$ (délka celé úsečky ku delší části) byl rovný $AC: BC$ (delší část ku kratší části). Pak bod C představuje právě zlatý řez.[37]

Obrázek 3 Zlatý řez na úsečce AB

Zlatý řez lze vyjádřit i jako iracionální číslo. K jeho výpočtu nám postačí geometrická představa, kterou jsme použili před chvílí. Délku úsečky AB položíme rovnou 1. Delší úsek AC označíme jako x a kratší část CB je pak rovna $1 - x$. Tyto hodnoty dosadíme do přechozího poměru a dostaneme výraz, ze kterého jednoduše dopočítáme x. Číslo φ pak získáme doplněním jedné ze stran původní rovnice, což by mělo odpovídat přibližné hodnotě $1{,}61803$.[38]

[36] CHMELÍKOVÁ, Vlasta. *Zlatý řez* str. 6-7
[37] BENTLEY, Peter. *Kniha o číslech: tajemství čísel a jejich vliv na náš svět* str. 75
[38] CHMELÍKOVÁ, Vlasta. *Zlatý řez* str. 8

Číslo φ souvisí i s Fibonacciho posloupností, o které jsem se zmiňovala na začátku kapitoly. Leonardo Pisáno, inspirovaný legendou o vzniku života na Zemi, přišel na následující posloupnost čísel:

$$1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233,\dots,$$

kde každý člen je tvořený součtem dvou předcházejících. Zajímavější část přichází ve chvíli, kdy z Fibonacciho posloupnosti vytvoříme novou vydělením každého čísla číslem, které mu v původní posloupnosti přechází.

$$\frac{1}{1} = 1{,}00000$$

$$\frac{2}{1} = 2{,}00000$$

$$\frac{3}{2} = 1{,}50000$$

$$\frac{5}{3} \cong 1{,}66667$$

$$\frac{8}{5} = 1{,}60000$$

$$\frac{13}{8} = 1{,}62500$$

$$\frac{21}{13} \cong 1{,}615385$$

$$\frac{34}{21} \cong 1{,}619048$$

$$\frac{55}{34} \cong 1{,}617647$$

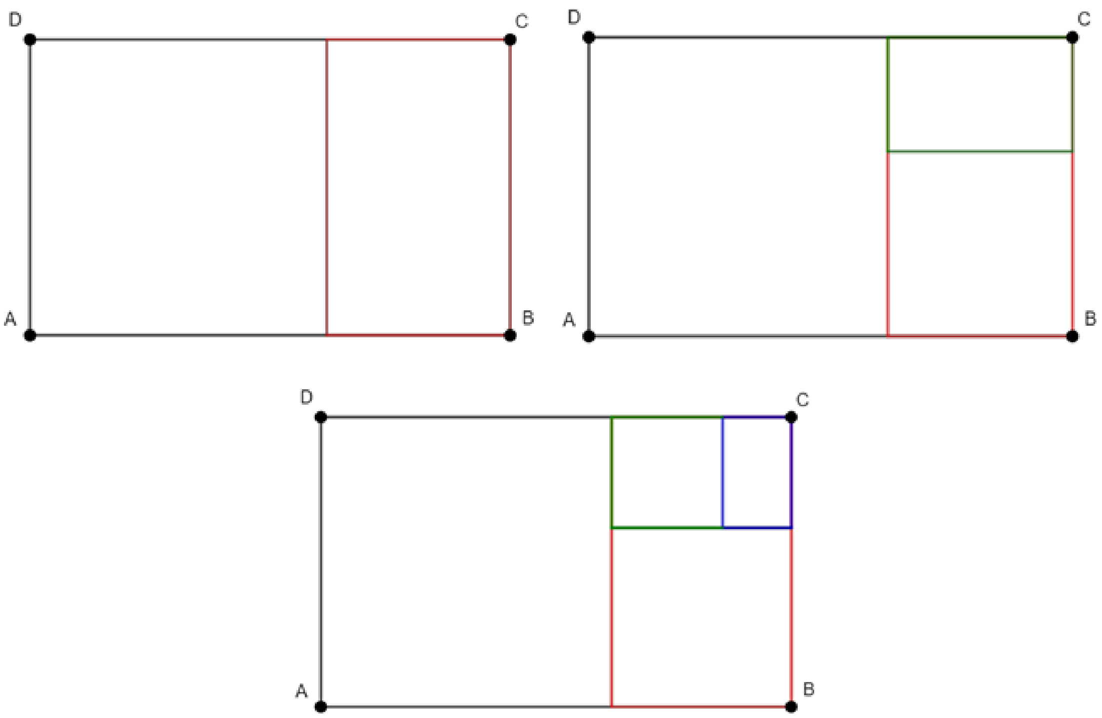
$$\frac{89}{55} \cong 1{,}618182.$$

V tuto chvíli si můžeme všimnout, že členy se pomalu blíží číslu φ, tedy limita z nově vzniklé posloupnosti je rovna právě této hodnotě neboli zlatému řezu.[39]

4.1 Zlatý řez v geometrii

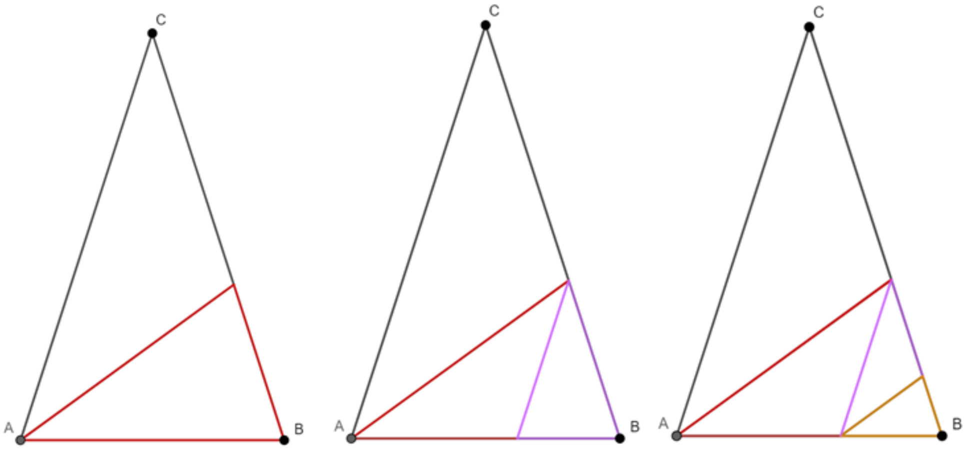
[39] KAŇKOVÁ, Jana. *Matematika okolo nás – problematika zlatého řezu* str. 43-45

Ještě něž se pustíme do hledání zlatého řezu v přírodě kolem nás, zkusíme tento poměr nalézt v matematice samotné, a to konkrétně v jedné z jejích oblastí – rovinné geometrii, protože potom pro nás bude jednodušší nalézt podobné vzorce i na jiných místech. Začneme u zlatého obdélníku. Ten je možné sestrojit tak, že poměr delší strany a ke kratší straně b je rovný číslu φ. Pro zlatý obdélník platí některé neobyčejné vlastnosti. Například pokud tento obrazec vepíšeme do čtverce, tak jeho vrcholy protnou strany čtverce v místě zlatého řezu, nebo rozdělíme-li obdélník (s delší stanou a a kratší stranou b) na čtverec o straně b a nový obdélník, tak tento právě vzniklý obrazec se stranami $a - b$ a b bude opět zlatý. Tento postup můžeme opakovat i na takto získaném obdélníku, a i pro něj, stejně jako pro všechny další, které bychom tímto způsobem dále vytvořili, bude platit, že patří do skupiny zlatých obdélníků.



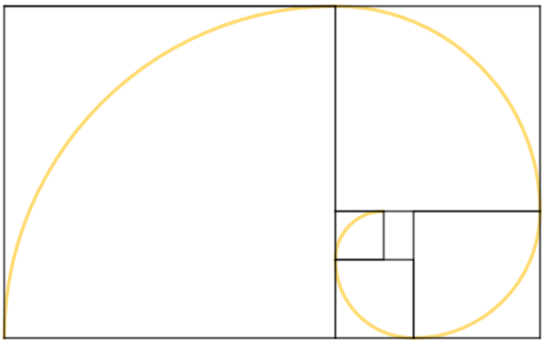
Obrázek 4 Zlatý obdélník s vytvořenými dalšími zlatými obdélníky uvnitř

Dalším z mnohoúhelníků, které můžeme nazývat zlaté, je rovnoramenný trojúhelník. Pro něj platí, že poměr délky jednoho z jeho ramen a délky podstavy je roven zlatému řezu. Tedy pokud máme například trojúhelník ABC, kde strana AB tvoří základnu, tak musí platit, že $|AC|:|AB| = \varphi$. Anebo dalším způsobem, jak rozhodnout, zda je trojúhelník zlatý, je že jeho ramena musí s podstavou svírat úhel $72°$. Zajímavou vlastností, podobně jako v předchozím případě, je pak možnost vepsat do stávajícího zlatého trojúhelníku další (menší) rovnoramenný trojúhelník. A to tak, že základna původního bude odpovídat délce ramene nového. Takto vzniklý trojúhelník je také zlatý (i po libovolném množství opakování popsaného postupu). [40]



Obrázek 5 Zlatý trojúhelník s vytvořenými dalšími zlatými trojúhelníky uvnitř

Posledním rovinným útvarem, o kterém bych se ráda zmínila, je zlatá spirála. Pro utvoření představy o její podobě se na chvíli vrátíme zpět ke zlatému obdélníku. Již víme, že zlatý obdélník můžeme rozdělit na čtverec (se stejnou délkou strany jako kratší strana původního čtyřúhelníku) a nový zlatý obdélník. Do tohoto čtverce následně vepíšeme čtvrtku kružnice. Po sérii opakování zmíněného postupu dostaneme spirálu, která je téměř stejná jako zlatá spirála (ta by se neměla dotýkat stran čtverců), ale pro naši představu tato konstrukce postačí.



Obrázek 6 Konstrukce spirály

Zlatá spirála je speciálním případem logaritmické spirály. Její zajímavou vlastností je zachovávání tvaru, tedy že zvětšuje stejně do šířky i délky. [41]

[40] CHMELÍKOVÁ, Vlasta. *Zlatý řez* str. 18–21
[41] KAŇKOVÁ, Jana. *Matematika okolo nás – problematika zlatého řezu* str. 33–35

4.2 Zlatý řez v přírodě

Zlatý řez, nebo některý ze zlatých útvarů se nachází v přírodě kolem nás, v různých rostlinách, živočiších i v nás samotných. Fibonacciho posloupnosti si můžeme všimnout například v uspořádání listů na stonku. Z celkem pochopitelných důvodů nerostou listy rostlin v jedné řadě, protože by se pak obtížněji dostávali k potřebným živinám a slunečnímu svitu, ale každý nový list je vždy pootočený vůči tomu spodnějšímu. A právě když si toto pootočení, specifické pro každou rostlinu, vyjádříme ve tvaru zlomu, který bude udávat o jakou část kružnice se list otočí, nalezneme povědomé hodnoty. Například pro višeň platí zlomek $\frac{2}{5}$, topol $\frac{3}{8}$, vrba $\frac{5}{13}$. Jde tedy vždy o vztah dvou čísel z Fibonacciho posloupnosti (vzdálených od sebe dvě pozice).

Další využití Fibonacciho čísel nalezneme u květů slunečnice. Semínka nacházející se v nich tvoří spirály, z nichž jedna směřuje po směru hodinových ručiček a druhá proti. A počet těchto spirál? Většinou se vyskytuje 34 po směru a 21 v opačných, ale můžeme nalézt i slunečnice s čísly 89 a 55, 144 a 89 nebo i 233 a 144. [42] I když se nám tyto hodnoty mohou zdát zvláštní, jedná se vždy o poměr dvou sousedních čísel Fibonacciho posloupnosti. Podle matematiků Yvese Coudera a Stéphaneho Douady je vysvětlení v podstatě jednoduché. Podle nich je to nejefektivnější způsob uspořádání semínek v květu slunečnice, pokud chceme, aby se jich tam vešlo co nejvíce.[43]

Obrázek 7 Květ slunečnice[44]

[42] NOCAR, David a Eva BÁRTKOVÁ. Výskyt zlatého čísla ϕ v přírodě

[43] KAŇKOVÁ, Jana. *Matematika okolo nás – problematika zlatého řezu* str. 62

[44] CAVANAGH, Josh. Květ Slunečnice. In: *The Epoch Times* [online]. Epoch Times ČR,2022.[cit. 04-06-2022]. Dostupné z: https://www.epochtimes.cz/2021/02/09/zlata-spirala-fascinujici-geometrie-prirody/

Pokud bychom chtěli ještě další příklady výskytu zlatého řezu nebo Fibonacciho posloupnosti u rostlin, stačí se podívat na semena šišek (tvoří spirály podobně jako slunečnice) nebo okvětní lístky růže.[45]

Asi nejznámějším živočichem spojeným se zlatým řezem jsou měkkýši, hlavně loděnky a různí plži, jejichž ulita připomíná logaritmickou spirálu. Ale kromě nich můžeme nalézt zlatou spirálu i například na rozích berana, sloních klů nebo u narvala.[46]

Obrázek 8 Pásovka hajní[47]

Obrázek 9 Loděnka[48]

Obrázek 10 Hlemýžď zahradní[49]

[45] NOCAR, David a Eva BÁRTKOVÁ. Výskyt zlatého čísla ϕ v přírodě
[46] KAŇKOVÁ, Jana. *Matematika okolo nás – problematika zlatého řezu* str. 65–67
[47] SCHLEMMER, Pavel. Pásovka hajní. In: *Bobův fotoblok* [online]. Orlová-Lutyně, 26.8.2021 [cit. 04-06-2022]. Dostupné z: http://fotoblog.in/kat/plzi-a-mlzi/
[48] CHRIS 73, Nautilus. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. Wikimedia Foundation, 5.5.2004. [cit. 04-06-2022]. Dostupné z: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:NautilusCutawayLogarithmicSpiral.jpg
[49] SCHONER, Jürgen, Helix pomatia. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. Wikimedia Fundation, 23.5.2005 [cit. 04-06-2022]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Hlem%C3%BD%C5%BE%C4%8F_zahradn%C3%AD

Nakonec se ještě zmíním o zlatém řezu u postavy člověka. Číslo φ lze nalézt v poměru celkové výšky postavy ku vzdálenosti od vrcholu hlavy ke konečkům prstů a délce od vrcholu hlavy k loktům ku šířce ramen. Také poměr mezi délkou předloktí a ruky je zlatý, podobně jako srovnání dvou sousedních článků u prstu.[50]

[50] NOCAR, David a Eva BÁRTKOVÁ. Výskyt zlatého čísla ϕ v přírodě

5. Praktická část

V praktické části mé bakalářské práce jsem se zaměřila na vztah žáků 2. stupně ZŠ k matematice. Konkrétně hlavně na to, jak vnímají její využití v reálném světě a jestli považují její výuku za důležitou součást školního vzdělávání.

Hlavní výzkumnou otázkou tedy bylo, jestli žáci považují výuku matematiky nebo i matematiku obecně za důležitou a stále užitečnou pro každodenní život. Další, co mě zajímalo, byl pohled žáků na propojení matematiky a dalších oborů a také na vztah mezi matematikou a přírodou, které jsem popisovala v teoretické části bakalářské práce.

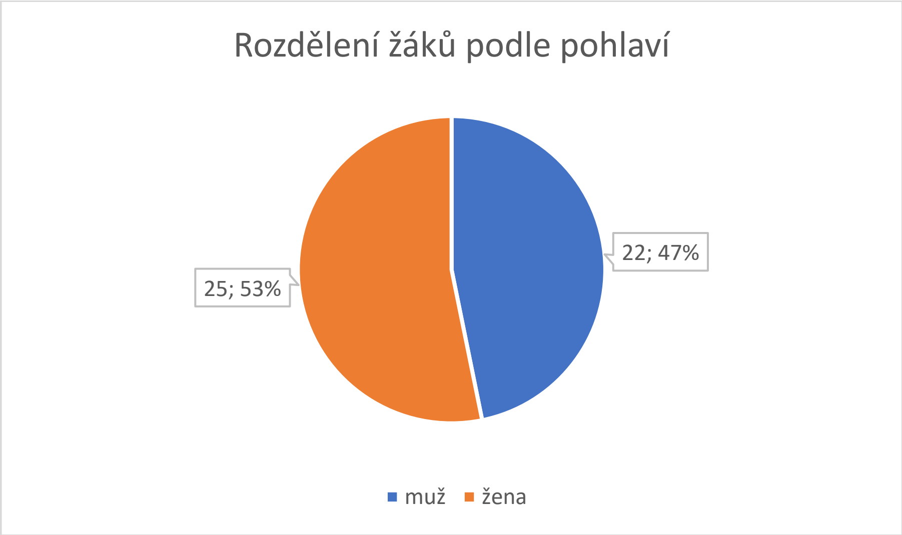
Výzkumné šetření proběhl u žáků sedmé a osmé třídy na 2. stupni ZŠ ul. Mládeže formou dotazníkového šetření. Dotazník (viz Příloha 1) se skládal z jedenácti otázek, z toho dvě byly otevřené, jedna polouzavřená a zbylé uzavřené s čtyřmi možnostmi odpovědi s výjimkou jedné, která měla nabízených odpovědí pět. Dotazník byl záměrně vytvořený co nejkratší se stručnými otázkami, aby jeho pochopení a vyplnění nedělalo žákům problémy. Před ponecháním času na vyplnění byli žáci krátce seznámeni s tématem bakalářské práce a také stručně instruováni, jakým způsobem by do dotazníku měli zaznačit své odpovědi. Dále byli upozorněni, že až na poslední otázku lze vždy označit pouze jednu z nabízených možností a měli by tedy vybrat takovou, která podle jejich názoru nejvíce vystihuje skutečnost. Byli také ujištěni, že celý průzkum je anonymní.

Otázky v dotazníku lze rozdělit do tří různých kategorií, podle účelu, za kterým byli položené. První skupinu tvoří dotazy sloužící především k identifikaci respondenta a také k jeho lehkému uvedení do tématu dotazníku. Do této kategorie se řadí úvodní otázky jedna až čtyři. Další oblastí pak byl vztah matematiky a reálného života, jejíž cílem bylo zjistit názor žáků na tuto problematiku související s tím, zda je matematika využitelná ve skutečném světě. Do této skupiny patří otázky pět, sedm, osm a devět. Poslední z kategorií se také dotýká teoretické části této práce. Zaměřuje se na spojení matematiky a dalších oblastí, kde je možné se s ní setkat. Zajímalo mě především, jestli si žáci toto propojení uvědomují, popřípadě jestli je během vyučování třeba zmíněno v rámci nějakého přesahu matematiky do skutečného světa, popřípadě zajímavostí na oživení výuky. Do této kategorie jsou zařazeny zbývající otázky, tedy šest, deset a jedenáct.

5.1 Popis a výsledky dotazníkového šetření

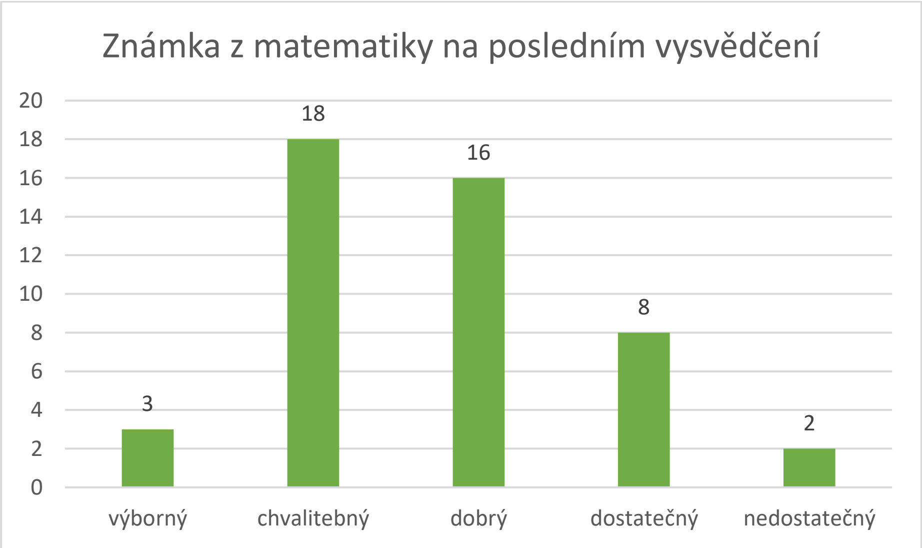
Nejdříve bych ráda popsala jednotlivé otázky a výsledky, které jsem svým průzkumem získala. Jsou uvedené v pořadí odpovídajícím původnímu seřazení v dotazníku.

První dvě otázky tedy sloužily k identifikaci žáka. Podle sesbíraných dat dotazník vyplnilo celkem 47 žáků, z toho 21 navštěvovalo sedmý ročník a 26 ročník osmý. Dále ze zúčastněných bylo 25 dívek a 22 chlapců.



Graf 1 Rozdělení respondentů podle pohlaví

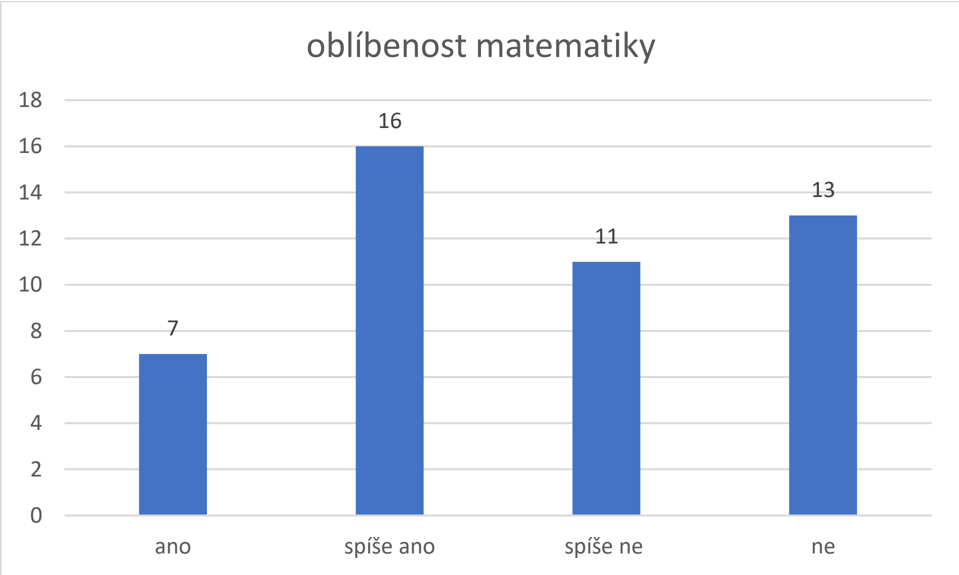
Třetí otázka byla zaměřená na výsledky, které žáci v matematice dosahují. Bylo zvolena spíše z důvodů uvedení tématu a získání pozornosti žáků. Předmětem dotazu byla výsledná známka z matematiky na posledním vysvědčení. Výsledky ukazuje následující graf (Graf 2).



Graf 2 Získané odpovědi na otázku č.3

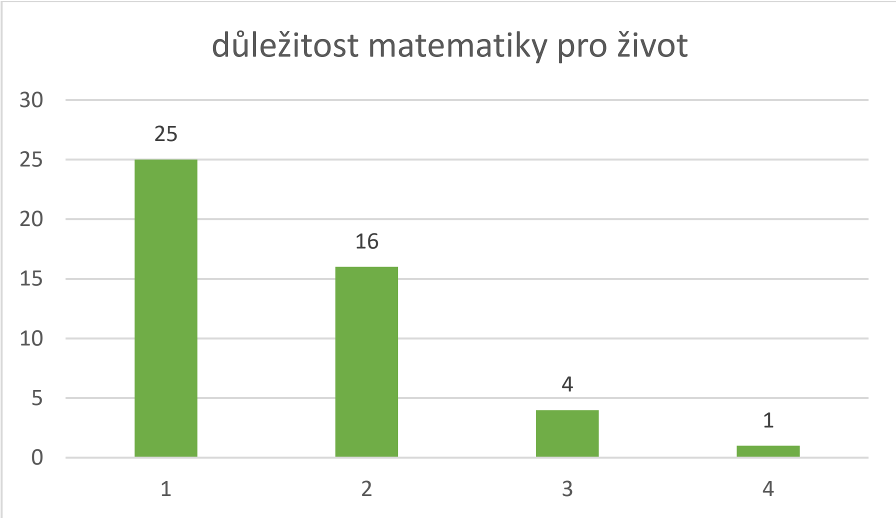
Nejvíce žáků uvedlo, že jejich matematické znalosti odpovídají hodnocení chvalitebný. Vysoký počet byl i respondentů s odpovědí dobrý.

Následující položená otázka měla za cíl zjistit oblíbenost matematiky u žáků. Obecně se předpokládá, že právě tento předmět nepatří úplně mezi nejvyhledávanější, což přibližně odpovídá i získaným výsledkům. Na otázku, zda je matematika jejich oblíbeným předmětem, odpovědělo sedm žáků „Ano“ a šestnáct žáků „Spíše ano“. Naopak třináct respondentů zvolilo možnost „Ne“ a jedenáct pak „Spíše ne“. Pro přehlednost přikládám graf (Graf 3). Tato otázka byla, podobně jako předchozí, také položena z důvodů dalšího srovnání s jinými výsledky uvedené později.



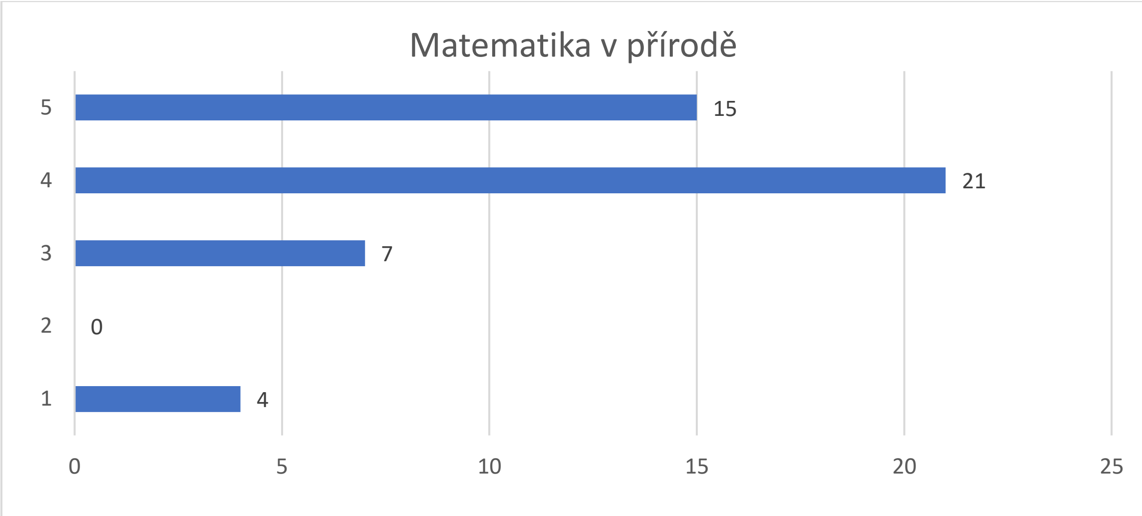
Graf 3 Získané odpovědi na otázku č.4

Pátá položka spadá do kategorie zjišťující vztah matematiky a reálného života a z části se zaměřuje na hlavní výzkumnou otázku. Žáci zde měli posoudit nebo se zkusit zamyslet, jestli výuka matematiky je důležitá, myšleno hlavně ve vztahu k jejich budoucímu životu. Překvapivě, navzdory mému očekávání většina žáků odpověděla kladně, tedy přesněji dvacet pět žáků označilo možnost „Ano“ a šestnáct „Spíše ano“. Pouze jeden z celkového počtu respondentů si myslí, že výuka matematiky není důležitá a čtyři žáci vybrali odpověď „Spíše ne“, viz níže přiložený graf (Graf 4).



Graf 4 Získané odpovědi na otázku č. 5

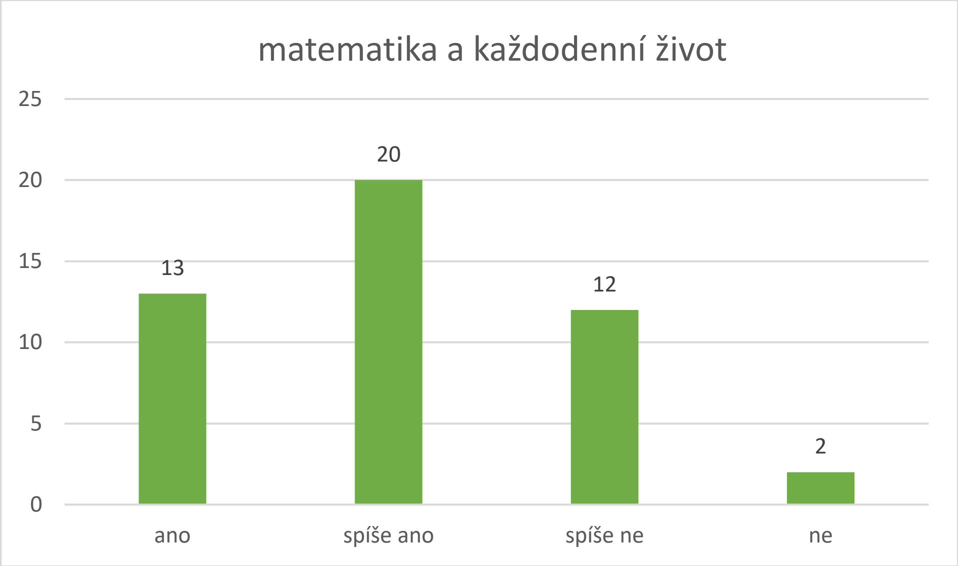
Do poslední ze zmiňovaných oblastí – zabývající se vztahem matematiky k přírodě a dalším oborům – patří šestá otázka. Jejím cílem bylo zjistit, zda respondenti vědí, nebo alespoň předpokládají (na základě získaných znalostí nejen ve školním prostředí), že některé matematické zákony a principy můžeme pozorovat v okolním světě. Žákům byl položen následující dotaz: „Myslíš si, že matematiku je možné nalézt ve světě kolem nás (např. v přírodě)?“. Měli na výběr pět různých odpovědí, které se snažili jednoduše obsáhnout všechny možnosti. První z nabízených: „Ano, ve vyučování jsme si říkali některé příklady“ zvolilo patnáct žáků, druhou odpověď: „Asi ano, o něčem jsem slyšel/a, četl/a“, vybralo dvacet jedna respondentů. Zápornou možnost: „Ne, matematiku nemůžeme najít ve světě kolem nás“ neoznačil žádný žák a variantu: „Asi ne, to bych si něčeho musel všimnout“ zvolilo sedm žáků. A zbývajícím čtyřem respondentům vyhovovala nejvíce odpověď: „Nevím, nic takového mě nikdy nenapadlo“. Pro lepší přehled je níže přiložený graf (Graf 5).



Graf 5 Získané odpovědi na otázku č.6

Následující otázku jsem zařadila, protože na různých praxích, které jsem v rámci svého studia absolvovala, jsem se u některých žáků setkala s názorem, že matematika není v dnešní době potřeba a že její úlohu mohou zastoupit moderní technologie, které jsou v současnosti poměrně snadno dostupné. Zajímalo mě tedy, jestli je tento názor více rozšířený a jak moc by případně mohl ovlivňovat vnímání matematiky a její důležitosti v životě. Dotázaní žáci odpovídali na otázku, zda si myslí, že výuka matematiky je s rozvojem moderních technologií stále potřeba, většinou kladně. Dvacet čtyři z nich zvolilo možnost: „Spíše ano, ale nemuseli bychom se toho učit tolik" a velká část, konkrétně dvacet jedna vybrala odpověď: „Ano, matematické znalosti jsou stále potřeba". Jen dvěma žákům nejvíce vyhovovala varianta: „Spíše ne, v dnešním světě už matematika není až tak důležitá". Poslední možnost, která vyjadřovala názor, že matematiku díky moderním technologiím nepotřebujeme, nezvolil žádný z dotázaných.

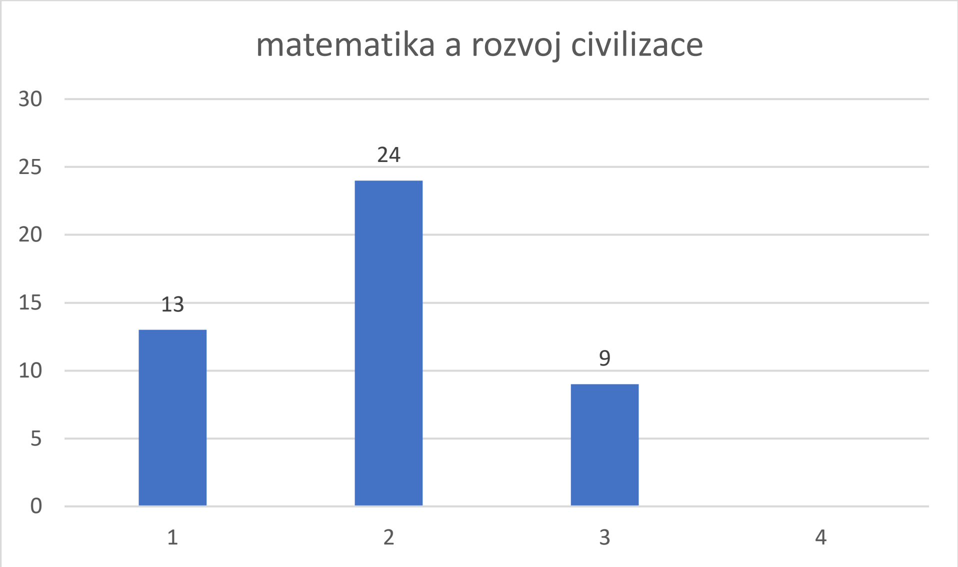
Osmá otázka je opět ze skupiny zaměřující se na vztah mezi matematikou a reálným životem. Cílem položeného dotazu bylo zjistit názor žáků na použití znalostí z výuky matematiky v běžném světě, konkrétně otázka zněla: „Myslíš si, že matematiku využiješ v každodenním životě?". Oproti mému očekávání více než polovina respondentů odpověděla kladně (pokud zahrneme možnosti „Ano" a „Spíše ano") a naopak jen dva zvolili možnost „Ne". Podrobnější výsledky jsou uvedené v grafu (Graf 6) níže.



Graf 6 Získané odpovědi na otázku č.8

Devátá otázka navazuje na přechozí. Jejím záměrem bylo získat lepší přehled o představách žáků, kde mohou matematiku v každodenním životě podle jejich názoru využít. Jednalo se o otevřenou otázku, na kterou mohli respondenti napsat jakoukoliv odpověď. Dotaz měl přesné znění: „Kde se podle tebe můžeme s matematikou (mimo školní prostředí) setkat?“. Záměrně jsem otázku více specifikovala a snažila se tak vyloučit možnost, že by žáci napsali odpověď související s výukou (například v matematice, ve škole, …), protože jsem předpokládala, že by to mohla být jedna z prvních možností, která by žáky napadla, ale která úplně neodpovídá účelu, za jakým byla otázka položena. Nejčastěji zmiňovaným místem byl obchod, napsalo jej dvacet osm respondentů. Tento výsledek jsem spíše očekávala, než že by byl pro mě překvapivý, protože i já jsem na základní škole měla využití matematiky spojené především s obchodem. Někteří žáci, ale také odpověděli, že se s matematikou můžeme setkat v práci (celkem osm lidí), během stavby domu (čtyři žáci), při vyřizování účtů za elektriku či plyn, u měření libovolných předmětů nebo v bance. Další zajímavou možností byly řemesla, konkrétně truhlářství a pekařství, která každá byla zmíněna jednou.

Desátá otázka byla opět klasicky uzavřená, se čtyřmi možnostmi odpovědí. Patří spíše do kategorie zkoumající vztah mezi matematikou a různými obory, kde ji můžeme nalézt, protože využívání matematiky v některých oborech pomohlo k jejich rozvoji a tím došlo i k rozvinutí civilizace celkově (například pokrok v zeměměřičství zmiňovaný v teoretické části). Otázka v dotazníku měla znění: „Myslíš si, že matematika pomohla s rozvojem civilizace?“. Nejčastější odpovědí byla možnost „Spíše ano“, kterou zvolilo dvacet čtyři žáků, naopak nejmenší počet získala možnost „Ne“, tu si nevybral žádný z dotázaných. Kompletní výsledky zobrazuje graf (Graf 7) vložený níže.



Graf 7 Získané odpovědi na otázku č. 10

Poslední otázka byla zaměřená na obory, ve kterých můžeme matematiku najít. Forma otázky byla polouzavřená s výčtem osmi odpovědí a možností přidat další, která podle odpovídajících v seznamu chyběla. Byla to také jediná, ve které bylo možné označit zároveň více možností. Cílem bylo zjistit, které obory si žáci s matematikou a jejím uplatněním nejvíce spojují. Na otázku „Ve kterých oborech je podle tebe matematika potřebná?“ nejvíce respondentů vybralo fyziku, celkem čtyřicet jedna, dále pak chemii (třicet sedm označení), informatiku (dvacet dva), sportovní odvětví (devět), dějepis (pět) a výtvarné umění (čtyři). Tři žáci zvolili možnost „Všechny uvedené“. Třináctkrát byla také označena odpověď „Jiné“ avšak jen jeden z respondentů doplnil další obor, kterým byl zeměpis. V tomto případě nejspíše nastala drobná chyba spočívající v nedostatečném vysvětlení nebo špatném napsaní zadání této otázky, a tak došlo k nepochopení ze strany žáků (neuvědomili si, že pokud označí možnost jiné, mají zároveň uvést i obor, který je v této souvislosti napadl). Ale i přesto daná otázka přinesla zajímavé výsledky. Nejpřekvapivějším je pro mě nejspíše poměrně vysoký počet zmínek o informatice, jelikož to alespoň podle mého názoru, není úplně typický obor, kde se v rámci vyučování na 2. stupni základní školy setkáváme s matematikou. I když je tam samozřejmě také využívána, jak jsme mohli například vidět v teoretické části bakalářské práce v kapitole věnované kryptografii.

5.2 Další výsledky

Nyní bych ráda uvedla některé další zajímavé výsledky, které můžeme získat porovnáním sesbíraných dat mezi sebou. První z nich je srovnání odpovědí u otázky dotýkající se oblíbenosti matematiky a vědomím její důležitosti pro budoucí život žáků. Následující tabulka (Tabulka 1) nám pomůže tyto data lépe zmapovat.

	Ano	Spíše ano	Spíše ne	ne	neodpověděl
Ano	6	1	0	0	0
Spíše ano	11	2	3	0	0
Spíše ne	5	6	0	0	0
ne	2	7	2	1	1

Tabulka 1 Srovnání dat získaných z odpovědí na otázku č. 4 a č. 5

V modře označeném poli (sloupcích) najdeme odpovědi na otázku, zda si žáci myslí, že je matematika důležitá (pro jejich budoucí život). Ve žlutém (řádcích) naproti tomu nalezneme výsledky při dotazu na oblíbenost tohoto předmětu u respondentů. V jejich průniku se nám potom zobrazí počet žáků, kteří odpověděli na obě otázky hledaným způsobem. Například jedenáct žáků považuje matematiku spíše za svůj oblíbený předmět a zároveň ji bere jako důležitou pro svůj budoucí život. Z tohoto porovnání nám plyne, že i když někteří z dotázaných nezařazují výuku matematiky mezi své oblíbené hodiny (odpovědi „Ne“ a „Spíše ne“), přesto si myslí, že je pro jejich budoucnost důležitá (zvolené možnosti „Ano“ a „Spíše ano“). Což je poměrně nečekaný výsledek, který mě překvapil.

Podobně můžeme uvažovat vztah mezi získanými známkami a postojem k využití matematiky v každodenním životě. Do následující tabulky (Tabulka 2) zapíšeme data získaná z odpovědí na otázku: „Jaká byla tvoje známka z matematiky na posledním vysvědčení?“ a „Myslíš si, že matematiku využiješ v každodenním životě?“.

	Ano	Spíše ano	Spíše ne	Ne
Výborný	2	1	0	0
Chvalitebný	4	10	4	0
Dobrý	6	7	3	0
Dostatečný	0	2	4	2
Nedostatečný	1	0	1	0

Tabulka 2 Srovnání dat získaných z odpovědí na otázku č. 3 a č. 8

Z dat nám pak může vyplynout, že i žáci jejichž úroveň matematických znalostí není podle školního hodnocení nejlepší (uvažované odpovědi „Dobrý“, „Dostatečný“ a „Nedostatečný“) si myslí, že matematiku mohou využít ve svém každodenním životě (zahrnuté odpovědi „Ano“ a „Spíše ano“).

5.3 Shrnutí výsledků

Cílem praktické části byl zjistit názor žáků na matematiku a její využití v reálném světě. Výzkumné šetření provedené na 2. stupni základní školy pomocí krátkých dotazníků ukázalo, že více než polovina (konkrétně 53,2 %) z 47 dotázaných považuje matematiku za důležitou pro jejich budoucí život a dalších 36,4 % za spíše důležitou. Toto poměrně vysoké číslo může být z části ovlivněno uvědoměním žáků, že matematiku mohou potřebovat při dalším studiu například na střední škole nebo gymnáziu anebo při výkonu jejich vybraného povolání, což by odpovídalo i tomu, že deset z nich uvedlo jako místo, kde se s matematikou můžeme setkat, výkon zaměstnání.

Dalším důležitým výsledkem pro cíl praktické části bakalářské práce byly data o potřebě matematiky v běžných činnostech. 29,5 % respondentů si myslí, že matematiku využije v každodenním životě a dalších 42,6 % odpovědělo, že s tímto názorem spíše souhlasí. O konkrétních situacích, kde se s ní podle žáků můžeme setkat nám pak více řekla navazující otázka, ve které dvacet osm oslovených uvedlo jako místo kde matematiku můžeme potřebovat obchod, nebo nakupování. Dále pak bylo vzpomínáno výše zmiňované zaměstnání, popřípadě některé další situace související především s běžným chodem domácnosti.

Překvapivé také bylo zjištění, že většina žáků (95,7 %, kteří odpověděli „Ano“ a „Spíše ano“) považuje výuku matematiky za potřebnou i přes velký rozvoj moderních technologií, které mají potencionál jejich výpočty výrazně zjednodušit anebo úplně nahradit.

Dílčím cílem praktické části bakalářské práce pak bylo zjistit, jestli si respondenti uvědomují propojení matematiky s okolní přírodou, popřípadě s dalšími obory, kde je využívána. 34,1 % žáků je přesvědčeno, že matematiku lze v přírodě kolem nás nalézt, protože se již v rámci výuky setkali s některými příklady jejího výskytu. Dalších 44,7 % pak také spíše souhlasí, jelikož si myslí, že o některých jevech a úkazech už také slyšeli anebo četli, ať už v rámci školní docházky, či jiného zdroje.

K zajímavým výsledkům také vedla otázka týkající se právě využívání matematiky v dalších oborech. Nejvíce mají žáci aplikaci matematiky v dalších předmětech spojenou s fyzikou (87,2 %), což je celkem přirozený výsledek, jelikož fyzika na základní škole, alespoň podle mých zkušeností, je z velké části založena na výpočtech, dále s chemií (78,7 %) a pak informatikou (46,8 %). Hodnoty u posledního zmíněného vztahu, byly pro mě asi nejvíce překvapující.

Zkusila jsem také porovnat výsledky ze dvou různých odpovědí, abych se pokusila nalézt náznaky možného vztahu mezi oblíbeností matematiky a vnímáním její důležitosti a také mezi prospěchem v tomto předmětu a uznáním jejího využití v každodenním životě. Avšak toto téma úplně neodpovídá záměrům praktické části bakalářské práce a pro nějaké průkaznější výsledky by nejspíše bylo potřeba sesbírat více dat. Takže je spíše uvedené pro zajímavost a také jako námět pro další výzkum.

Závěr

Tématem celé bakalářské práce byla matematika a její praktické využití. Cílem teoretické části tedy bylo představit matematiku v různých oblastech života a její využití v reálném světě způsobem, který by byl srozumitelný i pro člověka bez hlubších matematických vědomostí. Věnovali jsme se číslům a jejich vlivu na myšlení a rozhodování lidí, matematickým zákonům, které se objevují na nečekaných místech, například v knihách, počtech obyvatelů daného města či u růstu živočichů. Také jsme se podívali na některé obory, na první pohled nesouvisející s matematikou, a zjistili, že i tam má své důležité a nezastupitelné místo. Vrátili jsme se do dávných dob slavných myslitelů a sledovali vznik jejich objevů, které vedly k založení oborů jako je epidemiologie, zeměměřičství a šifrování používaných i v současné době. Nakonec naše kroky směřovaly do přírody, kde jsme zkoumali výskyt zlatého řezu a Fibonacciho posloupnosti u různých rostlin, živočichů i v lidském těle.

Oblastí, kde matematiku můžeme prakticky využít, je samozřejmě mnohem více, ale snažila jsem se vybrat takové, které nejsou těžké na pochopení a daly by se tedy použít například i ve výuce na základní škole.

Cílem praktické části práce bylo zjistit názory a postoje žáků k využití matematiky v reálném životě. Výzkumné šetření ukázalo, že velké množství respondentů považuje matematiku za důležitou pro svoji budoucnost, také si myslí, že ji využijí ve svém každodenním životě a že i navzdory velkému pokroku v oblasti moderních technologií je výuka matematiky stále důležitá.

Tyto výsledky budou jistě užitečné pro moji budoucí profesi, protože budu mít lepší přehled o přístupu žáků k matematice. Také by mohly pomoci i dalším učitelům matematiky – i když se zjištění kvůli malému počtu respondentů nedají příliš zobecnit, tak by pro ně mohly sloužit jako podnět k zamyšlení. Teoretická část práce pak může být zdrojem, nebo spíš inspirací k oživení hodin matematiky reálnými příklady z běžného života. Stejně tak široké laické veřejnosti, která se zajímá o téma matematiky a jejího praktického využití.

Literatura

- BELLOS, Alex. *Alex za zrcadlem: jak se čísla odrážejí v životě a život v číslech*. Praha: Dokořán, 2016. ISBN 978-80-7363-774-3
- BENTLEY, Peter. *Kniha o číslech: tajemství čísel a jejich vliv na náš svět*. Čestlice: Rebo, 2013. ISBN 978-80-255-0649-3
- BOHÁČEK, Ivan. Fyzikové vysvětlují biologii. *Vesmír* [online]. 1999, 55.8.1999, **1999**(8), 473 [cit. 2022-04-26]. Dostupné z: https://vesmir.cz/cz/casopis/archiv-casopisu/1999/cislo-8/fyzikove-vysvetluji-biologii.html
- DVOŘÁK, Jiří. *Benfordovo rozdělení* [online]. Praha, 2008 [cit. 2022-04-06]. Dostupné z: https://dspace.cuni.cz/bitstream/handle/20.500.11956/17007/BPTX_2006_2_11320_0_228288_0_47310.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Bakalářská práce. Univerzita Karlova v Praze
- FROULA, Stanislav. *RSA algoritmus a jeho využití v elektronické komunikace s orgány státní správy* [online]. České Budějovice, 2016 [cit. 2022-05-30]. Dostupné z: https://theses.cz/id/tmrhys/BP-FROULA.pdf. Bakalářská práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
- HINES, Terence M. An odd effect: Lengthened reaction times for judgments about odd digits. *Memory & Cognition* [online]. January 1990, **1990**(1), 40-46 [cit. 2022-03-22]. ISSN 1532-5946. Dostupné z: doi: https://doi.org/10.3758/BF03202644
- CHMELÍKOVÁ, Vlasta. *Zlatý řez* [online]. Praha, 2006 [cit. 2022-05-12]. Dostupné z: https://kdm.karlin.mff.cuni.cz/diplomky/chmelikovabp/Zlaty_rez.pdf. Bakalářská práce. Univerzita Karlova v Praze
- KANTOREK, Pavel. Benfordův zákon. *Vesmír* [online]. 1998, 5.10.1998, **1998**(10), 583 [cit. 2022-04-06]. Dostupné z: https://vesmir.cz/cz/casopis/archiv-casopisu/1998/cislo-10/benforduv-zakon.html
- KAŇKOVÁ, Jana. *Matematika okolo nás – problematika zlatého řezu* [online]. České Budějovice, 2015 [cit. 2022-05-16]. Dostupné z: https://theses.cz/id/bqjjrt/Matematika_okolo_ns_-_problematika_zlatho__ezu.pdf. Diplomová práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
- KEJÍKOVÁ, Petra. *Šifrování a teorie čísel* [online]. Brno, 2015 [cit. 2022-05-29]. Dostupné z: https://is.muni.cz/th/oae8s/BP-Petra-Kejikova.pdf. Bakalářská práce. Masarykova univerzita Brno
- KOCH, Richard. *Pravidlo 80/20: umění dosáhnout co nejlepších výsledků s co nejmenším úsilím*. 2., aktualiz. vyd. Praha: Management Press, 2008. ISBN 978-80-7261-175-1

- NOCAR, David a Eva BÁRTKOVÁ. Výskyt zlatého čísla φ v přírodě. *Matematyka w przyrodzie – matematyka i przyroda w kształceniu powszechnym* [online]. Nowy Sącz: Wydawnicteo Naukowe Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej w Nowym Sączu, 2011, s. 55-66 [cit. 2022-05-18]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/296702616_Vyskyt_zlateho_cisla_ph_v_prirode
- POKORNÝ, Ondřej. GPS: Global Positioning System. *Rozhledy matematicko-fyzikální* [online]. 2007, **2007**(3), 11-17 [cit. 2022-05-24]. ISSN 0035-9343. Dostupné z: https://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/146205/Rozhledy_082-2007-3_3.pdf
- SEDLAČÍKOVÁ, Blanka. *Historie matematické lingvistiky* [online]. Brno, 2010 [cit. 2022-04-14]. Dostupné z: https://is.muni.cz/th/10624/prif_d/DP_Sedlacikova.pdf. Disertační práce. Masarykova univerzita Brno
- SIROTKOVÁ, Pavla. *Matematika a šifrování* [online]. České Budějovice, 2007 [cit. 2022-05-29]. Dostupné z: https://theses.cz/id/soqmgh/downloadPraceContent_adipIdno_4165. Diplomová práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
- SPÍCHAL, Luděk. Zipfův zákon a další mocninné zákony. *Učitel matematiky* [online]. 2020, 22.6.2020, **2020**(2), 94-109 [cit. 2022-04-17]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/351841475_Zipfuv_zakon_a_dalsi_mocninne_zakony_Zipf%27s_law_and_the_other_power_laws
- THOMAS, Manoj, Daniel H. SIMON a Vrinda KADIYALI. The price precision effect: evidence from laboratory and market data. *Marketing science* [online]. INFORMS, 2010, **2010**(1), 175-190 [cit. 2022-03-30]. ISSN 0732-2399. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/220659238_The_Price_Precision_Effect_Evidence_from_Laboratory_and_Market_Data
- TUČKOVÁ, Martina. *Simulace šíření infekčních nemocí* [online]. Brno, 2021 [cit. 2022-05-01]. Dostupné z: https://dspace.vutbr.cz/bitstream/handle/11012/201114/final-thesis.pdf?sequence=3. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně
- YATES, Kit. *Matematika pro život*. Praha: Kniha Zlin, 2021. Tema (Kniha Zlin). ISBN 978-80-7662-112-1
- ZEMĚMĚŘICKÝ ÚŘAD. *Historický vývoj zeměměřických činností ve veřejném zájmu a státních orgánů v civilní sféře (1918-2018)* [online]. 2. rozšířené a pozměněné vydání. Praha: Český úřad zeměměřický a katastrální, 2018 [cit. 2022-05-21]. ISBN 978-80-88197-10-2. Dostupné z: https://geoportal.cuzk.cz/Dokumenty/historicky_vyvoj_2018.pdf

Seznam obrázků

Seznam použitých grafů

Seznam použitých tabulek

Přílohy

Příloha 1 – Dotazník

1. Do kterého ročníku chodíš?

2. Jsi:

   Žena Muž

3. Jaká byla tvoje známka z matematiky na posledním vysvědčení?

   1 2 3 4 5

4. Je matematika tvůj oblíbený předmět?

   a) Ano b) Spíše ano c) Spíše ne d) Ne

5. Myslíš si, že vyučování matematiky je důležité (pro tvůj budoucí život)?

   a) Ano b) Spíše ano c) Spíše ne d) Ne

6. Myslíš si, že matematiku je možné najít ve světě kolem nás (např. v přírodě)?

   a) Ano, ve vyučování jsme si říkali některé příklady
   b) Asi ano, o něčem jsem slyšel/a, četl/a
   c) Asi ne, to bych si něčeho musel všimnout
   d) Ne, matematiku nemůžeme najít ve světě kolem nás

7. Nevím, nic takového mě nikdy nenapadlo Je podle tebe výuka matematiky s rozvojem moderních technologií stále potřeba?

   a) Ano, matematické znalosti jsou stále potřeba
   b) Spíše ano, ale nemuseli bychom se toho učit tolik
   c) Spíše ne, v dnešním světě už matematika není až tak důležitá
   d) Ne, díky moderním technologiím už matematiku nepotřebujeme

8. Myslíš si, že matematiku využiješ v každodenním životě?

a) Ano b) Spíše ano c) Spíše ne d) Ne

9. Kde se podle tebe můžeme s matematikou (mimo školní vyučování) setkat?

10. Myslíš si, že matematika pomohla s rozvojem civilizace?

a) Ano b) Spíše ano c) Spíše ne d) Ne

11. Ve kterých oborech je podle tebe matematika potřebná? (můžeš označit více odpovědí)

a) Fyzika
b) Chemie
c) Přírodopis
d) Dějepis
e) Informatika
e)
f) Výtvarné umění
g) Sportovní odvětví
h) všechny uvedené
i) jiné: …