

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STAVEBNÍ
ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

DYNAMICKÁ ANALÝZA ZÁKLADOVÉ KONSTRUKCE V INTERAKCI S PODZÁKLADÍM

DYNAMIC ANALYSIS OF THE SOIL-FOUNDATION INTERACTION

DOKTORSKÁ PRÁCE
DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Ing. JOSEF MARTINÁSEK

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

doc. Ing. VLASTISLAV SALAJKA, CSc.

BRNO 2015

Abstrakt

Práce se věnuje problematice interakce konstrukce s podzákladím.

V teoretické části je popsán přístup k matematickému modelování konstrukce se základem v interakci s podzákladím. Modely a metody zahrnutí vlivu podloží jsou pak dále podrobně popsány, včetně modelů s pilotami (statické i dynamické modely).

Dále je popsána teorie dynamiky stavebních konstrukcí pro soustavy s jedním i více stupni volnosti. Součástí této kapitoly je také rozbor šíření, odrazu a lomu mechanického vlnění, a to jednodimenzionálního (P-vlna, S-vlna), prostorového (P-vlna, SV-vlna, SH-vlna) a vlnění šířícího se poloprostorem (R-vlna, L-vlna).

Část numerických analýz je logicky seřazena od jednoduchých úloh ručního řešení vlivu změny parametru a vlivu přidání stupně volnosti (modelu podzákladí) na změnu hodnoty frekvence vlastní kmitání po relativně komplikovaný výpočtový MKP model stroje se základem na pilotách umístěným v prostorovém bloku zeminy.

Numerické studie mají za cíl stanovit vliv modelu podzákladí na modální charakteristiky základu a tím potvrdit nezbytnou nutnost modelu podzákladí v úlohách dynamiky. Dalším cílem je určit vhodné klíčové parametry výpočtového modelu a to velikost konečného prvku, vhodný tvar modelované oblasti podzákladí a vhodný sklon hranice modelu bloku zeminy s vhodnou okrajovou podmínkou.

Pro vytváření sady výpočtových modelů bylo využito jazyka APDL ve spojení s programovým prostředím ANSYS. Veškeré použité vstupní soubory jsou uvedeny v příloze.

Klíčová slova

Dynamika konstrukcí, základ stolového typu, interakce konstrukce s podzákladím, dynamická interakce konstrukce s podzákladím, mechanické vlnění, P-vlna, S-vlna, SV-vlna, SH-vlna, R-vlna, L-vlna, ANSYS, APDL.

Abstract

This thesis deals with problems of the soil-structure interaction.

In the theoretical part is described the approach to mathematical modeling of structure-foundation-soil interaction. The subsoil models are further described in detail, including the models with piles (both static and dynamics models).

In the next chapter there is described the dynamics theory of the systems with single or more degrees of freedom. There is also an analysis of propagation, reflection and refraction of mechanical one-dimensional waves (P-wave, S-wave) and spatial waves (P-wave, SV-wave, SH-wave) and waves in homogeneous half-space (R-wave L-wave).

The numerical analysis is logically sorted from hand calculation of the parameter change influence on the modal characteristics to complex computational FEM model of the machine with a foundation on piles placed in the spatial block of soil.

Numerical studies aim to determine the influence of the subsoil model on the modal characteristics and thus confirm the absolute necessity of the subsoil model in tasks of dynamics. The next goal is to determine the appropriate key parameters of the computational model: the size of finite element, suitable shape of subsoil model, suitable inclination of boundary condition and suitable boundary conditions.

For creating of set of computational models was used language APDL in conjunction with ANSYS software interface. All used input files are listed in the Annex.

Key words

Dynamics of constructions, Table top type foundation of machines, Soil-structure interaction (SSI), Dynamic soil structure interaction (DSSI), wave propagation, P-wave, S-wave, SV-wave, SH-wave, R-wave, L-wave, ANSYS, APDL.

Bibliografická citace VŠKP

Martinásek, Josef. Dynamická analýza základové konstrukce v interakci s podzákladím. Brno, 2015. 178 s., 108 s. příl. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky. Vedoucí disertační práce doc. Ing. Vlastislav Salajka, CSc.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem disertační práci zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje.

V Brně dne

.....

Ing. Josef Martinásek

Poděkování

Chtěl bych vyjádřit poděkování mému školiteli doc. Ing. Vlastislavu Salajkovi, CSc. za odborné a příkladné vedení a pomoc při vzniku této práce.

Také bych rád poděkoval všem mým pedagogům a kolegům za předané zkušenosti, odborné rady, konzultace a debaty týkající se dané problematiky.

Touto cestou bych chtěl také poděkovat svým rodičům Radoslavě a Zdeňkovi, a také mé přítelkyni Lucii za trpělivost a podporu.

Poznámka

V práci je používána desetinná tečka namísto desetinné čárky.

Obsah

ABSTRAKT	I
KLÍČOVÁ SLOVA	I
ABSTRACT	II
KEY WORDS	II
OBSAH	VII
1 ÚVOD DO PROBLEMATIKY	1
2 CÍLE PRÁCE	3
3 MODELOVÁNÍ STROJŮ V INTERAKCI S PODZÁKLADÍM.....	5
3.1 MODELOVÁNÍ STROJŮ.....	6
3.2 MODELOVÁNÍ ZÁKLADŮ POD STROJÍ.....	7
3.3 MODELOVÁNÍ PODZÁKLADÍ	7
4 MODELY PODZÁKLADÍ A MODELY PODZÁKLADÍ S PILOTAMI.....	9
4.1 MODELY PODZÁKLADÍ.....	10
4.1.1 BEZ MODELU PODZÁKLADÍ.....	10
4.1.2 BOUSSINESQŮV MODEL.....	10
4.1.3 CERRUTIHO ÚLOHA.....	14
4.1.4 WESTERGAARDŮV MODEL	14
4.1.5 MINDLINOVA ÚLOHA	16
4.1.6 WINKLERŮV (FUSS-ZIMMERMANNŮV) MODEL PODZÁKLADÍ	18
4.1.7 PASTERNAKŮV MODEL PODZÁKLADÍ	18
4.1.8 EFEKTIVNÍ MODEL PODZÁKLADÍ (KOLÁŘ, NĚMEC).....	18
4.1.9 TSCHBOTARIOFFOVA METODA.....	20
4.1.10 ALPANOVA METODA	22
4.1.11 NEWCOMBOVA METODA	22
4.1.12 BARKANOVA METODA	22
4.1.13 REISSNEROVA METODA.....	25
4.1.14 HSIEHOVA METODA	27
4.1.15 LYSMEROVA A RICHARTOVA METODA.....	28
4.1.16 ALTERNATIVNÍ FORMULACE VÁZANÉHO TVARU KMITÁNÍ (HORIZONTÁLNÍHO POSUNU SPOLU S NAKLONĚNÍM VE SVISLÉ ROVINĚ) POMOCÍ LAGRANGEOVÝCH ROVNIC DRUHÉHO DRUH.....	32
4.1.17 MODELY PRO TUHÝ ZÁKLAD ZOHLEDŇUJÍCÍ ZAPUŠTĚNÍ ZÁKLADU POD POVRCH	33
4.1.18 WHITMANOVA METODA	33
4.1.19 WOLFŮV MODEL.....	33
4.1.20 PROSTOROVÝ MODEL MKP.....	34
4.1.21 PROSTOROVÝ MODEL MKP S OKRAJOVOU PODMÍNKOU NEKONEČNÉHO PRVKU	34
4.2 MODELY PODZÁKLADÍ SE ZÁKLADOVÝMI PILOTAMI.....	36
4.2.1 STATICKÉ MODELY PILOT	36
4.2.2 DYNAMICKÉ MODELY PILOT.....	38
5 TEORIE DYNAMIKY STAVEBNÍCH KONSTRUKCÍ A MECHANICKÉHO VLNĚNÍ	43
5.1 SOUSTAVA S JEDNÍM STUPNĚM VOLNOSTI.....	44
5.1.1 POHYBOVÁ ROVNICE LINEÁRNÍ SOUSTAVY S JEDNÍM STUPNĚM VOLNOSTI	44
5.1.2 VLASTNÍ KMITÁNÍ NETLUMENÉ SOUSTAVY S JEDNÍM STUPNĚM VOLNOSTI.....	45
5.1.3 VLASTNÍ KMITÁNÍ VISKÓZNĚ TLUMENÉ SOUSTAVY S JEDNÍM STUPNĚM VOLNOSTI	45
5.1.4 ODEZVA VISKÓZNĚ TLUMENÉ SOUSTAVY S JEDNÍM STUPNĚM VOLNOSTI NA HARMONICKÉ BUZENÍ	48
5.1.5 ODEZVA VISKÓZNĚ TLUMENÉ SOUSTAVY S JEDNÍM STUPNĚM VOLNOSTI NA HARMONICKÉ BUZENÍ PŘI REZONANCI	49

5.1.6	USTÁLENÁ ODEZVA VISKÓZNĚ TLUMENÉ JEDNOSTUPŇOVÉ SOUSTAVY NA HARMONICKÉ BUZENÍ	51
5.1.7	USTÁLENÁ ODEZVA VISKÓZNĚ TLUMENÉ JEDNOSTUPŇOVÉ SOUSTAVY NA BUZENÍ ZPŮSOBENÉ ROTUJÍCÍ ČÁSTÍ STROJE	53
5.1.8	USTÁLENÁ ODEZVA VISKÓZNĚ TLUMENÉ JEDNOSTUPŇOVÉ SOUSTAVY NA BUZENÍ ZPŮSOBENÉ POHYBEM ZÁKLADU	54
5.2	SOUSTAVA S VÍCE STUPNI VOLNOSTI	55
5.2.1	MODÁLNÍ ANALÝZA (VLASTNÍ, VOLNÉ KMITÁNÍ SOUSTAVY S VÍCE STUPNI VOLNOSTI).....	55
5.2.2	CAUCHYHO TEORÉM O ROZDĚLENÍ	56
5.2.3	ČASOVÁ ANALÝZA (ODEZVA SOUSTAVY S VÍCE STUPNI VOLNOSTI NA OBEČNÉ BUZENÍ)	56
5.2.4	METODA ROZKLADU PODLE VLASTNÍCH TVARŮ KMITU	59
5.3	MECHANICKÉ VLNĚNÍ.....	60
5.3.1	JEDNODIMENZIONÁLNÍ NETLUMENÉ PODÉLNÉ VLNĚNÍ V UPNUTÉM NEKONEČNÉM PRUTU.....	60
5.3.2	JEDNODIMENZIONÁLNÍ NETLUMENÉ TORZNÍ VLNĚNÍ V NEKONEČNÉM PRUTU.....	61
5.3.3	JEDNODIMENZIONÁLNÍ NETLUMENÉ VLNĚNÍ V KONEČNÉM PRUTU.....	62
5.3.4	JEDNODIMENZIONÁLNÍ NETLUMENÉ VLNĚNÍ V NEKONEČNÉM PRUTU S ROZHRANÍM MATERIÁLŮ	64
5.3.5	NETLUMENÉ VLNĚNÍ V TROJROZMĚRNÉM ELASTICKÉM PROSTŘEDÍ	66
5.3.6	NETLUMENÉ VLNĚNÍ V TROJROZMĚRNÉM PROSTŘEDÍ S ROZHRANÍM MATERIÁLŮ	69
5.3.7	NETLUMENÉ VLNĚNÍ ŠÍŘÍCÍ SE POLOPROSTOREM	73
5.3.8	RAYLEIGHOVA VLNA	74
5.3.9	RAYLEIGHOVA VLNA ŠÍŘÍCÍ SE POLOPROSTOREM S ROZHRANÍM MATERIÁLŮ	75
5.3.10	LOVEOVA VLNA.....	76
5.3.11	TYPICKÝ PRŮBĚH POSUNŮ HOMOGENNÍHO IZOTROPNÍHO PRUŽNÉHO POLOPROSTORU	79
6	ŘEŠENÉ ANALÝZY.....	81
6.1	ŘEŠENÍ ÚLOHY VLASTNÍCH ČÍSEL JEDNODUCHÝCH SYSTÉMŮ POMOCÍ CHARAKTERISTICKÉHO POLYNOMU.....	82
6.1.1	ZÁVĚRY	85
6.2	VLIV ZMĚNY PARAMETRŮ MODELU NA HODNOTU VLASTNÍCH FREKVENCÍ	86
6.2.1	SOUSTAVA S JEDNÍM STUPNĚM VOLNOSTI.....	86
6.2.2	SOUSTAVA SE DVĚMA STUPNI VOLNOSTI.....	87
6.2.3	SOUSTAVA SE TŘEMI STUPNI VOLNOSTI	89
6.2.4	ZÁVĚRY	91
6.3	OSAMĚLÁ SÍLA NA POVRCHU PRUŽNÉHO POLOPROSTORU	93
6.3.1	POPIS ŘEŠENÉ ÚLOHY A VÝPOČTOVÉHO MODELU	93
6.3.2	VÝSLEDKY ŘEŠENÉ ANALÝZY	94
6.3.3	ZÁVĚRY	99
6.4	IMPULZ NA POVRCHU BLOKU ZEMINY (2D MODEL).....	100
6.4.1	POPIS ŘEŠENÉ KONSTRUKCE A VÝPOČTOVÉHO MODELU.....	100
6.4.2	VÝSLEDKY ŘEŠENÉ ANALÝZY	103
6.4.3	ZÁVĚRY	110
6.5	IMPULZ NA POVRCHU BLOKU ZEMINY (3D MODEL).....	112
6.5.1	POPIS ŘEŠENÉ KONSTRUKCE A VÝPOČTOVÉHO MODELU.....	112
6.5.2	VÝSLEDKY ŘEŠENÉ ANALÝZY	114
6.5.3	ZÁVĚRY	117
6.6	OSAMĚLÁ ŽELEZOBETONOVÁ PILOTA V INTERAKCI S PODZÁKLADÍM (3D MODEL)	117
6.6.1	POPIS ŘEŠENÉ KONSTRUKCE A VÝPOČTOVÉHO MODELU.....	117
6.6.2	VÝSLEDKY ŘEŠENÉ ÚLOHY	119
6.6.3	ZÁVĚRY	123
6.7	ŽELEZOBETONOVÝ ZÁKLAD V INTERAKCI S PODZÁKLADÍM.....	124
6.7.1	POPIS ŘEŠENÉ KONSTRUKCE.....	124
6.7.2	VÝPOČTOVÝ MODEL	124
6.7.3	MODÁLNÍ ANALÝZA	127
6.7.4	DYNAMICKÉ BUZENÍ KONSTRUKCE.....	135
6.7.5	GENEROVÁNÍ PROSTOROVÉHO VRSTEVNATÉHO MODELU PODZÁKLADÍ ZE ZADANÝCH VRTŮ	149
7	ZÁVĚRY A SHRNU TÍ.....	155

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURA.....	159
SEZNAM PUBLIKOVANÝCH PRACÍ.....	169
SEZNAM OBRÁZKŮ	171
SEZNAM GRAFŮ.....	173
SEZNAM TABULEK	177
8 PŘÍLOHY.....	179
8.1 OSAMĚLÁ SÍLA NA POVRCHU PRUŽNÉHO POLOPROSTORU	180
8.2 ĪMPULZ NA POVRCHU BLOKU ZEMINY (3D MODEL).....	197
8.3 OSAMĚLÁ ŹELEZOBETONOVÁ PILOTA V INTERAKCI S PODZÁKLADĪM (3D MODEL)	209
8.4 ŹELEZOBETONOVÝ ZÁKLAD V INTERAKCI S PODZÁKLADĪM.....	233
8.4.1 MODÁLNĪ ANALÝZY	233
8.4.2 DYNAMICKÉ BUZENĪ KONSTRUKCE.....	239
8.5 VSTUPNĪ SOUBORY	260
ŹIVOTOPIS	287

1 Úvod do problematiky

Problematika úloh interakce konstrukce s podzákladím je velice široká, zahrnuje a dotýká se mnoha oborů a vědních disciplín. Každý s těchto oborů se na úlohy interakce s podzákladím dívá z jiného, „svého“ pohledu a každého zajímají řešení jiných úloh. Například stavební inženýry zajímá, jak zemní prostředí ovlivní odezvu konstrukce, geotechniky naopak zajímá, jaká napjatost vzniká od konstrukce v podzákladí, dopravní inženýry a seizmology zajímají úlohy šíření vlnění podzákladím atd.

Z pohledu stavebního inženýra je každá konstrukce bez výjimky nějakým způsobem založena a přenáší zatížení přes základovou konstrukci do podzákladí. V současné době jsme schopni velice podrobně a přesně matematicky modelovat naprostou většinu konstrukcí, ovšem model podzákladí bývá ve většině případů úplně zanedbáván (v minulosti byl model podzákladí v matematických modelech téměř vždy zanedbán, pro jeho velkou náročnost na výpočtový čas a zejména objem dat). Tato skutečnost může vést, zvláště v úlohách dynamiky, ke zcela nesprávným a zkresleným výsledkům. Hmotnost řešené konstrukce včetně modelu podzákladí bývá několikanásobně větší než hmotnost samotné konstrukce. Při řešení odezvy na dynamické zatížení dochází k výraznému ovlivnění dynamické odezvy konstrukce kmitající hmotou podzákladí. Kmitající zemina mění modální charakteristiky řešené konstrukce, dochází ke zhuštění spektra a změně hodnot vlastních frekvencí.

Z uvedeného vyplývá nutnost řešit odezvu konstrukce na dynamické zatížení v interakci s podzákladím a to nejlépe s prostorovým modelem. Jakékoliv zjednodušení či redukce dimenze může v úlohách dynamiky vést k zavádějícím výsledkům. Toto zjednodušení by bylo přípustné pouze při výpočtu odezvy konstrukce na statické zatížení.

Modelování bloku podzákladí metodou konečných prvků (MKP) s sebou však nepřináší pouze výhody, ale i problémy. Samotné vytvoření modelu podzákladí je v programovém systému ANSYS relativně jednoduché, avšak problém nastává například ve zvolení velikosti modelu podzákladí, ve volbě jeho tvaru, ve způsobu diskretizace a ve volbě okrajových podmínek. Analýza těchto parametrů je jedním z cílů této disertační práce. Prostorový výpočtový model s podzákladím také klade vyšší nároky na výpočetní čas a na objem dat.

2 Cíle práce

V rámci doktorského studia se věnuji problematice řešení úloh **interakce konstrukce s prostorovým modelem podzákladím** v programovém systému ANSYS.

Vzhledem k masivnímu rozvoji výpočetní techniky a numerického modelování se v současné době nabízí řada nových přístupů k modelování vzájemného působení konstrukce a podzákladí, které nebylo možno dříve využít. Tyto postupy jsou relativně nové a je zde tedy velký prostor pro provádění verifikačních studií a hledání možných slabých míst dané metody. Je nutné neustále pracovat na metodických postupech a ověřovat jejich správnost.

Modelování prostorového výpočtového modelu s sebou přináší řadu výhod: snadné zavedení různých materiálových charakteristik (nehomogenity, anizotropie), možnost modelování spolupůsobících objektů (blízké stavby, tunely, potrubní systém v zemině apod.), možnost modelovat nerovinný povrch a rozhraní vrstev vrstevnatého prostorového modelu atd. Prostorový model podzákladí má i své nevýhody plynoucí z jeho ohraničenosti. Je to především otázka volby velikosti modelované oblasti podzákladí, dělení na konečné prvky a zvolení okrajových podmínek na hranici modelované oblasti podzákladí. Analýza těchto parametrů je jedním z cílů této disertační práce.

Práce si klade splnit následující cíle:

V teoretické části:

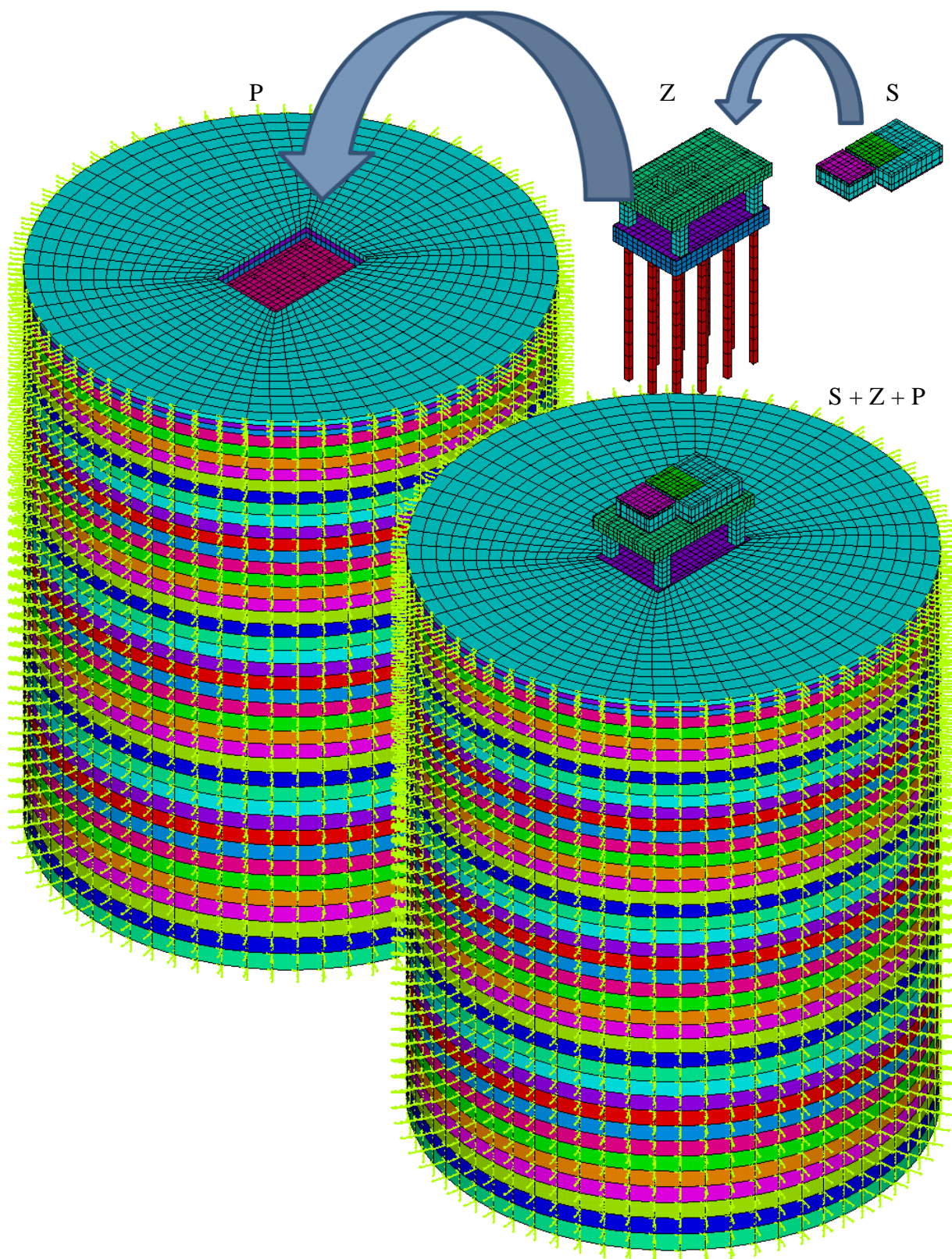
- Sestavit přehled modelů podzákladí.
- Sestavit přehled modelů podzákladí s pilotou.
- Zpracovat a uvést teorii dynamiky stavebních konstrukcí a šíření vlnění, která se týká dané problematiky.

V části řešených úloh:

- Srovnat odezvu Boussinesqova modelu podzákladí s prostorovým výpočtovým MKP modelem na statické zatížení osamělou silou na povrchu poloprostoru.
- Stanovit vliv okrajové podmínky a sklonu hranice na velikost odražené vlny od hranice modelované oblasti od dynamického zatížení.
- Vyjádřit se k vhodnosti tvaru prostorového výpočtového modelu (výhody model tvaru válce či kvádra).
- Srovnat výpočtový model s hmotnou a nehmotnou zeminou.
- Vytvoření sady různých modelů podzákladí pod řešenou konstrukci srovnání jejich vlivu na modální charakteristiky a dynamickou odezvu.
- Vytvoření algoritmu v jazyce APDL pro generování modelu podzákladí požadovaných vlastností.
- Vytvoření algoritmu pro stanovení významných (popř. nevýznamných) tvarů vlastního kmitání.

3 Modelování strojů v interakci s podzákladím

Obsahem kapitoly je stručný popis přístupu k modelování konstrukce, základu konstrukce a modelu podzákladí.



Obr. 1 Výpočtový model stroje, základové konstrukce a podzákladí.

V projekční praxi se naprostá většina výpočtových modelů stavebních konstrukcí vytváří z plošných a prutových prvků. Podzákladí (zemní či horninové prostředí) je však typické 3D médium, a mělo by také tak být modelováno. V současné době je podzákladí často modelováno povrchovými modely. Jedná se zejména o Winklerův model, Pasternakův model a o efektivní model podloží. Nejméně výstižným modelem podzákladí je Winklerův model, který zohledňuje pouze svislou tuhost podzákladí. Tento model tak není schopen postihnout vznik poklesové kotliny a účinky sousedních objektů. Winklerův model doplnil Pasternak o vliv smykových složek napětí sloupců zeminy. Tento model je schopen vystihnout vznik poklesové kotliny i spolupůsobení sousedních objektů. Nové pojetí problematiky interakce konstrukce s podzákladím zavedli Vladimír Kolář a Ivan Němec, kteří vytvořili efektivní model podzákladí. Jedná se o víceparametrický povrchový model, při jehož deformaci se vykoná stejná virtuální práce jako u deformovaného poloprostoru. Zmíněný model věrně vystihuje tuhost podloží a je tak naprosto dostačující pro řešení většiny statických úloh projekční stavební praxe. Teorii povrchových modelů podloží lze nalézt v [1], [2] a [3].

Zmíněné povrchové modely však nejsou pro úlohy dynamiky vhodné, protože nevyjadřují žádným způsobem hmotnost, ale pouze tuhost podloží (nejsou tak schopny nahradit setrvačné síly v zemním prostředí). Povrchový model nelze také použít u konstrukcí podepřených pilotami. Nejvhodnějším modelem z hlediska vystižení rozložení tuhostních i hmotnostních parametrů je prostorový model podzákladí modelovaný například metodou konečných prvků. Prostorový model podloží je nezbytně nutný při řešení úloh dynamiky (při určování tvarů a frekvencí vlastního kmitání, vyčíslení dynamické odezvy konstrukce se strojem na účinky rotujících částí stroje, odezva na seizmické zatížení, ...). Prostorový model podzákladí však klade značné nároky na výpočetní techniku (výpočetový čas, objem dat).

Výpočtový model úlohy interakce konstrukce se strojním zařízením s podzákladím se skládá ze tří hlavních částí: model stroje, model základu a model podzákladí. V následujících třech podkapitolách jsou popsány přístupy modelování těchto tří hlavních částí.

3.1 Modelování strojů

V moderním průmyslu se bez strojů neobejdeme. Je jich celá řada a jedno z hlavních dělení strojů je dle typu pohonu. Stroj působí staticky vlastní tíhou a dynamicky pohybem nevyvážených hmot svých rotujících částí nebo hmot posuvných u pístových strojů. Pro stavební konstrukci jsou rozhodující tzv. budící síly, což jsou síly, kterými přímo působí stroj na konstrukci a které vyvolávají její kmitání.

K modelování strojního zařízení lze zaujmout dva přístupy. První z nich je vytvoření výpočtového modelu konstrukce **bez modelu soustrojí**, účinky stroje jsou zohledněny jako budící síly (to jsou síly od stroje v místě kotvení a uložení stroje). Výhodou je zjednodušení výpočtového modelu konstrukce. Nevýhodou je nutnost přesného převedení účinků stroje na soustavu budících sil, jejichž určení není jednoduché. Mnohem výhodnější je druhý způsob, který spočívá ve vytvoření výpočtového modelu konstrukce **včetně modelu soustrojí**. Dynamické účinky vyvozené strojem jsou pak do modelu vneseny pomocí dynamických sil určených příslušnou metodikou strojního inženýrství, které působí přímo na části modelu stroje.

3.2 Modelování základů pod stroji

Většina strojů je uložena na základové konstrukci, která přenáší statické a dynamické zatížení vyvozené strojem do podzákladí. Z konstrukčního hlediska se základy dělí na masivní a rámové. Masivní základy se chovají jako tuhé těleso. Stolové základy se skládají ze svislých (sloupy) a vodorovných (příčle, desky) nosných prvků a umožňují tak využití prostoru pod strojem. Základy strojů se také dělí podle uložení základové konstrukce na zeminu. Jsou uloženy buď přímo, nebo přes izolátory, nebo je zatížení přenášeno přes piloty nebo přes další prvky speciálního zakládání staveb.

Materiálem základů je většinou železobeton s prostorovým vyztužením vzhledem k dynamickému zatížení a možnosti únavy materiálu.

K modelování základu se přistupuje opět dvěma základními přístupy. Prvním je předpoklad tuhého základu (ten je tedy reprezentován pouze svou hmotností, nedochází k vnitřním deformacím). Druhým, přesnějším přístupem je vytvoření modelu základu (konstrukce) prostorovými, plošnými, popř. prutovými prvky.

3.3 Modelování podzákladí

Model podzákladí je v problematice interakce nejdůležitější částí systému podzákladí – základová konstrukce – konstrukce, v některých úlohách či modelech je jedinou součástí systému, protože model konstrukce (spolu se základovou konstrukcí) je zanedbán, nebo je považován za tuhý celek.

Základní problémy interakce konstrukce s podzákladím, a tím i modely podzákladí, můžeme rozdělit do těchto základních kategorií:

- Odezva podzákladí (poloprostoru) na zatížení (dynamické nebo statické) působící na, nebo blízko povrchu.
- Odezva zemního prostředí na seizmické zatížení, nebo rychle se pohybující vlaky (*free-field problem*).
- Odezva idealizovaných tuhých konstrukcí na vlnění procházející zeminou.
- Odezva idealizovaných tuhých konstrukcí (základů, strojů se základy, pilot, ...) na zatížení (dynamické nebo statické) působící přímo na tyto konstrukce.
- Odezva okolních konstrukcí na zatížení přenesené podzákladím.

Získáním analytického řešení těchto úloh a jejich dílčích problémů se zabývala řada světových inženýrů a matematiků po několik staletí. Přesto jsou některé úlohy a problémy stále nedořešeny a některé úlohy si na své řešení musely řadu desetiletí počkat (na silnější matematický aparát, numerické metody a výkonnou výpočetní techniku).

První zmínky k problematice napjatosti v nekonečném prostoru můžeme najít v pracích francouzských matematiků Lamého a Clapeyrona (jak lze nalézt v pracích věnujících se historii interakce konstrukce a podzákladí, např. [4]). Jako první získal analytické řešení napjatosti v prostoru o několik desetiletí později Sir Thomson [5] více známý jako Lord Kelvin. O rok později se objevuje první zmínka o řešení odezvy nekonečného prostoru na osamělou harmonickou sílu v čase (Stoke [6]).

Na konci devatenáctého století vyjádřil analytické řešení pole napjatosti a deformací pružného poloprostoru od síly působící kolmo na povrch pružného poloprostoru francouzský matematik Boussinesq. Své první úvahy prezentoval v sérii článků [7], [8] a [9], nicméně své kompletní pojednání o řešení publikoval až o sedm let později. V tomto mezidobí publikoval své řešení úlohy osamělé síly umístěné na povrchu poloprostoru působící rovnoběžně s povrchem poloprostoru italský matematik Cerruti [10].

Průlomovým dílem problematiky interakce byla práce australského matematika Lamba [11] z roku 1904, která se věnuje problematice řešení úlohy dynamické síly působící kolmo na povrch homogenního pružného poloprostoru. Ve své době byl Lamb schopen vyčíslit pouze odezvu v místech vzdálených od zatížení z důvodu slabého matematického aparátu pro transformaci integrálů (neměl ani možnost numerické integrace pomocí silné výpočetní techniky). Vyčíslení integrálů pro kompletní řešení problému provedl o třicet pět let později Cagniard [12].

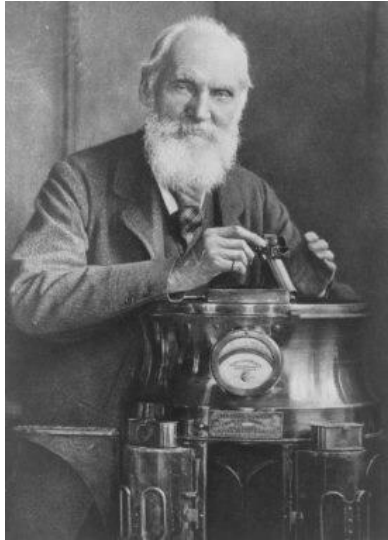
Dalším velice významným dílem v problematice interakce je Mindlinova práce z roku 1936 [13], kde lze poprvé nalézt jeho slavnou uzavřenou formu řešení pole posunutí vyvolané horizontální a vertikální silou působící v libovolném bodě pružného poloprostoru (viz dále).

Modely a metody pro řešení úloh interakce konstrukce s podzákladím lze rozdělit do dvou základních skupin: (i) modely věnující se statickým úlohám, (ii) modely řešící dynamické problémy. Další dělení může být například podle počtu stupňů volnosti nebo teoretického základu (MSD modely, teorie pružného poloprostoru, redukce dimenze, atd.). Jedno z rozdělení modelů pro řešení úloh interakce konstrukce s podzákladím pak může vypadat následujícím způsobem (podrobný popis jednotlivých modelů je uveden v kapitole 4):

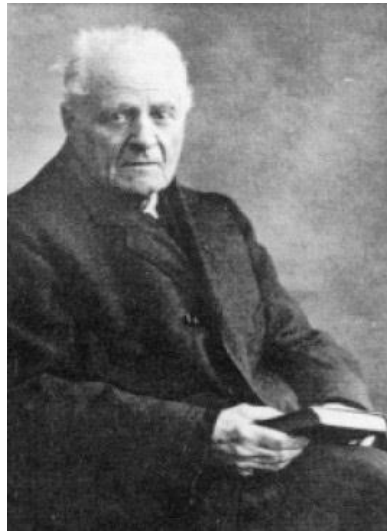
- Bez modelu podzákladí
- Statické modely
 - Modely pružného poloprostoru
 - Boussinesqův model
 - Cerrutiho úloha
 - Westergaardův model
 - Mindlinův model
 - Modely založené na předpokladu redukce dimenze (povrchové modely)
 - Winklerův (Fuss-Zimmermannův) model
 - Pasternakův model
 - Efektivní model podzákladí (Kolář, Němec)
- Dynamické modely
 - Modely s jedním (popř. dvěma, třemi) stupněm volnosti (MSD modely)
 - Modely pro tuhý základ umístěný na povrchu zemního prostředí
 - Tschebotarioffova metoda
 - Alpanova metoda
 - Newcombova metoda
 - Hsiehova metoda
 - Barkanova metoda
 - Richartova a Lysmerova metoda
 - Formulace vázaného pohybu kmitání pomocí Lagrangeových rovnic druhého druhu
 - Modely pro tuhý základ zohledňující zapuštění základu pod povrch
 - Modely zohledňující založení na pilotách
 - Modely s více stupni volnosti
 - Prostorový model MKP
 - Prostorový model MHP
 - Prostorový model MKP s okrajovou podmínkou nekonečného prvku
 - Prostorový model MKP s okrajovou podmínkou prvku MHP

4 Modely podzákladí a modely podzákladí s pilotami

Tato kapitola je rozdělena do dvou oddílů. První je věnován popisu zmíněných modelů podzákladí (viz předchozí přehled), v druhém jsou popsány modely podzákladí s pilotami (pilotou).



William Thomson
(Lord Kelvin)



Joseph Boussinesq



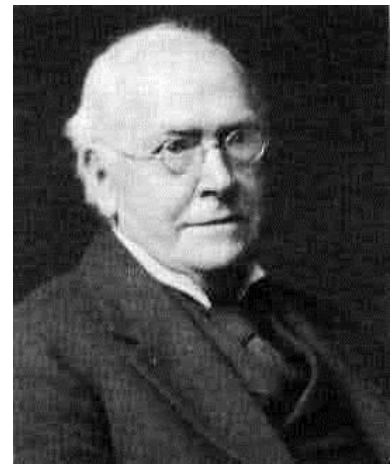
Valentino Francesco Cerruti



Raymond David Mindlin



Sir George Gabriel Stokes



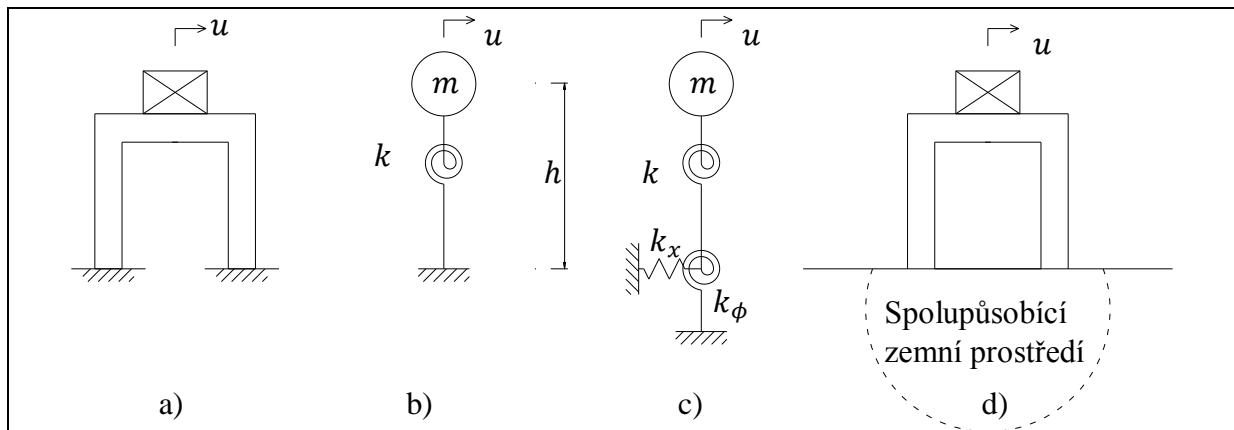
Sir Horace Lamb

Obr. 2 Vybrané osobnosti teorie modelů podzákladí, [123] až [128].

4.1 Modely podzákladí

4.1.1 Bez modelu podzákladí

Řešíme-li odezvu konstrukce, v našem případě základu se strojem (obrázek 3a), na statické či dynamické zatížení, můžeme oblast podzákladí zcela zanedbat (obrázek 3b). Druhou možností je tuto oblast ve výpočtu zahrnout (obrázek 3c – d) a získat tak přesnější řešení.



Obr. 3 Schéma výpočtového modelu základu se strojem se zahrnutím a bez zahrnutí vlivu podzákladím.

Je nutné zdůraznit, že odezva bez a se zahrnutím oblasti podzákladí se může (zvláště v úlohách dynamiky) diametrálně lišit, což lze ukázat např. na výpočtu vlastní úhlové frekvence výše uvedených modelů.

$$\omega_{n,b}^2 = \frac{k}{m \left(\frac{k}{k_x} + \frac{kh^2}{k_\phi} + 1 \right)} = \frac{\omega_{n,c}^2}{\frac{k}{k_x} + \frac{kh^2}{k_\phi} + 1}, \quad (1)$$

kde $\omega_{n,b}$ je vlastní úhlová frekvence se zahrnutím vlivem podzákladí (rad/s), $\omega_{n,c}$ vlastní úhlová frekvence bez zahrnutí podzákladí (rad/s), m součet hmotnosti stroje a hmotnosti spolukmitající části základu (kg), k tuhost základu (N/m), k_x vliv vodorovné tuhosti podzákladí (N/m), k_ϕ vliv tuhosti podzákladí proti naklonění základu (Nm/rad).

Je zřejmé, že zahrnutím poddajnosti podzákladí se vlastní frekvence vždy sníží (toto platí i v případě zahrnutí vlivu spolukmitající hmoty podzákladí.). Otázkou je jakým způsobem určit příslušné tuhosti zemního prostředí a velikost oblasti spolukmitající zeminy.

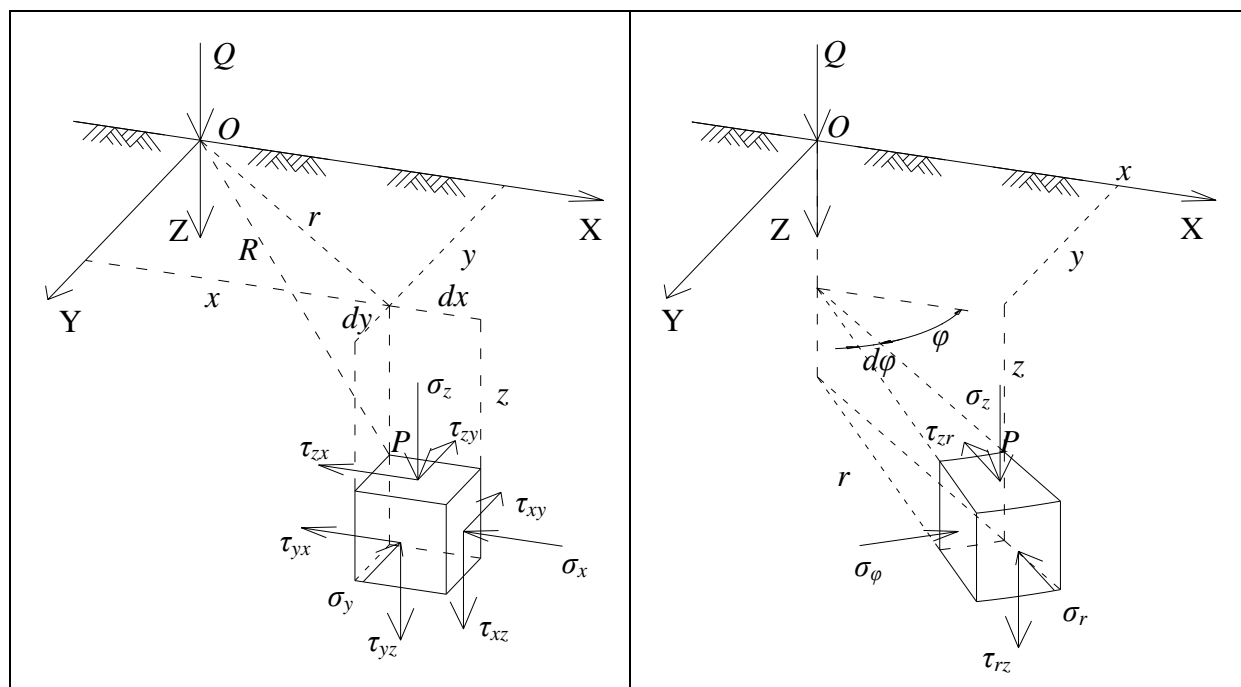
4.1.2 Boussinesqův model

Boussinesqův model pružného poloprostoru [14] vychází z předpokladu homogenního izotropního kontinua, které je charakterizováno dvěma materiálovými konstantami E a ν . Je popsán jako plně trojrozměrný, to znamená $u(x, y, z) \neq 0$, $v(x, y, z) \neq 0$, $w(x, y, z) \neq 0$. Sám Boussinesq zavedl tři hlavní předpoklady pro odvození vztahů: (i) máme elastický, izotropní a homogenní poloprostor, (ii) jedná se o nehmotné prostředí, (iii) zatížení je reprezentováno pouze jednou osamělou silou působící na povrchu poloprostoru. Výsledné výrazy získané Boussinesqem pro výpočet složek napětí (Pa) v bodě P od osamělé síly Q působící v místě O (viz obrázek 4) jsou tyto:

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= \frac{3Q}{2\pi} \cdot \left[\frac{x^2 z}{R^5} - \frac{1-2\nu}{3} \left\{ -\frac{1}{R(R+z)} + \frac{(2R+z)x^2}{(R+z)^2 R^3} + \frac{z}{R^3} \right\} \right], \\
 \sigma_y &= \frac{3Q}{2\pi} \cdot \left[\frac{y^2 z}{R^5} - \frac{1-2\nu}{3} \left\{ -\frac{1}{R(R+z)} + \frac{(2R+z)y^2}{(R+z)^2 R^3} + \frac{z}{R^3} \right\} \right], \\
 \sigma_z &= \frac{3Q}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{[1+(r/z)^2]^{5/2}} = \frac{3Q}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{R^5}, \\
 \tau_{yz} &= \frac{3Q}{2\pi} \cdot \frac{yz^2}{R^5}, \\
 \tau_{xz} &= \frac{3Q}{2\pi} \cdot \frac{xz^2}{R^5}, \\
 \tau_{xy} &= \frac{3Q}{2\pi} \cdot \left[\frac{xyz}{R^5} - \frac{1-2\nu}{3} \left\{ \frac{(2R+z)xy}{(R+z)^2 R^3} \right\} \right],
 \end{aligned} \tag{2}$$

kde Q je osamělá síla působící na povrchu (N), x, y, z souřadnice v kartézském souřadnicovém systému (m), $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ vzdálenost od počátku souřadnicového systému (působící síly) (m), ν součinitel příčné kontrakce (-).

Z uvedených výrazů vyplývá, že svislé napětí není závislé na materiálových vlastnostech, na rozdíl od horizontálních napětí, která jsou závislá na součiniteli příčné kontrakce.



Obr. 4 Schéma složek napětí na elementu modelu pružného poloprostoru.

V případě cylindrického systému souřadnic lze vyjádřit složky napětí (Pa) vztahy

$$\begin{aligned}
 \sigma_z &= \frac{3Q}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{R^5}, \\
 \sigma_r &= \frac{Q}{2\pi} \cdot \left[\frac{3zr^2}{R^5} - \frac{1-2\nu}{R(R+z)} \right], \\
 \sigma_\phi &= \frac{Q}{2\pi} \cdot (1-2\nu) \cdot \left[\frac{1}{R(R+z)} - \frac{2}{R^3} \right], \\
 \tau_{rz} &= \frac{3Q}{2\pi} \cdot \frac{z^2 r}{R^5},
 \end{aligned} \tag{3}$$

kde Q je osamělá síla působící na povrchu (N), x, y, z souřadnice v kartézském souřadnicovém systému (m), r, ϕ, z souřadnice v cylindrickém souřadnicovém systému (m, rad, m), $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ vzdálenost od počátku systému souřadnic (m), $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ horizontální vzdálenost od počátku souřadnicového systému (m), ν součinitel příčné kontrakce (-).

Vztah pro svislé napětí lze přepsat ve tvaru

$$\sigma_z = \frac{Q}{z^2} \cdot I_B, \quad (4)$$

kde $I_B = \frac{3}{2\pi[1+(r/z)^2]^{5/2}}$ je Boussinesqův koeficient pro svislé napětí (–).

Hodnota Boussinesqova koeficientu svislého napětí v závislosti na poměru r/z je znázorněna v graficky v grafu 1. Z něj je patrné, že maximální hodnota koeficientu je 0.447, a to pro poměr $r/z = 0$.

Posun (m) libovolného bodu pružného poloprostoru vyjádřil Boussinesq ve tvaru

$$\begin{aligned} u &= \frac{Q(1+\nu)}{2\pi E} \cdot \left[\frac{xz}{R^3} - \frac{(1-2\nu)x}{R(R+z)} \right], \\ v &= \frac{Q(1+\nu)}{2\pi E} \cdot \left[\frac{yz}{R^3} - \frac{(1-2\nu)y}{R(R+z)} \right], \\ w &= \frac{Q(1+\nu)}{2\pi E} \cdot \left[\frac{z^2}{R^3} + \frac{2(1-\nu)}{R} \right], \end{aligned} \quad (5)$$

kde E je modul pružnosti podzákladí (Pa), ν součinitel příčné kontrakce (–).

Podrobný popis Boussinesqova modelu nalezneme v [14], [15], [16], [17].

Integrací výrazu (3) lze odvodit výrazy pro svislé napětí v pružném poloprostoru pod konstantním liniovým zatížením, pod spojitým konstantním zatížením obdélníkového nebo kruhového půdorysu, atd.

Odvození výrazu pro svislé napětí pod spojitým **konstantním zatížením obdélníkového půdorysu** působící na povrchu pružného poloprostoru dle Boussinesqovy teorie (obrázek 5).

Ekvivalentní bodové zatížení (N) odpovídající nekonečně malé ploše $dxdy$ je dáno vztahem

$$dQ = q \, dx \, dy \quad . \quad (6)$$

Svislé napětí (Pa) od tohoto zatížení můžeme dle (2) psát, jako

$$d\sigma_z = \frac{3dQ}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{[1+(r/z)^2]^{5/2}}, \quad (7)$$

kde dQ je ekvivalentní osamělá síla působící na povrchu (N), $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$ horizontální vzdálenost od počátku souřadného systému (m), z vertikální vzdálenost od počátku souřadného systému (m).

Získáme integrál rovnice (7) přes plochu $x \in \langle -a, a \rangle \times y \in \langle -b, b \rangle$ s dosazením vztahu (6) ve tvaru

$$\sigma_z = \frac{3qz^3}{2\pi} \int_{-a}^a \int_{-b}^b \frac{d\xi \, d\eta}{[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2]^{5/2}} \quad . \quad (8)$$

Vyřešením tohoto dvojného integrálu získáme obecný vztah pro svislé napětí (Pa) pružného poloprostoru v libovolném bodu od konstantního spojitého zatížení obdélníkového půdorysu působícího na povrchu. Pro běžné užití výpočtu napětí (i pro následný výpočet sedání) se spokojíme s vyčíslením integrálu pro polopřímku, kterou tvoří kladná osa Z (tedy pro $x = y = 0$). Výraz svislého napětí v počátku souřadného systému pak vypadá takto:

$$\sigma_z(0,0,z) = \frac{2q}{\pi} \left(\frac{abz(a^2+b^2+2z^2)}{(a^2+z^2)(b^2+z^2)\sqrt{a^2+b^2+z^2}} + \sin^{-1} \frac{ab}{\sqrt{a^2+z^2}\sqrt{b^2+z^2}} \right) \quad . \quad (9)$$

Tento vztah můžeme upravit jednoduchou substitucí na výraz

$$\sigma_z(0,0,z) = \frac{q}{\pi} \left[\left(\frac{2mn(m^2+n^2+1)^{1/2}}{m^2+n^2+m^2n^2+1} \right) \left(\frac{m^2+n^2+2}{m^2+n^2+1} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{2mn(m^2+n^2+1)^{1/2}}{m^2+n^2-m^2n^2+1} \right) \right], \quad (10)$$

kde je $m = \frac{a}{z}$, $n = \frac{b}{z}$.

Vydělíme-li výrazu (10) čtyřmi, obdržíme vztah pro výpočet svislého napětí (Pa) pod rohem zatížené obdélníkové oblasti o rozměrech a a b .

$$\sigma_z(0,0,z) = \frac{q}{4\pi} \left[\left(\frac{2mn(m^2+n^2+1)^{1/2}}{m^2+n^2+m^2n^2+1} \right) \left(\frac{m^2+n^2+2}{m^2+n^2+1} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{2mn(m^2+n^2+1)^{1/2}}{m^2+n^2-m^2n^2+1} \right) \right], \quad (11)$$

Tento výraz lze užít i pro výpočet průběhu svislého napětí pod rohem poddajného základu obdélníkového tvaru zatíženého konstantním spojitým zatížením (tuhost základu bude zanedbána).

Odvození výrazu pro svislé napětí pod spojitým **konstantním zatížením kruhového půdorysu** působící na povrchu pružného poloprostoru dle Boussinesqovy teorie (obrázek 6).

Ekvivalentní bodové zatížení (N) nekonečně malé plochy $da \cdot a \cdot d\varphi$ je dáno vztahem

$$dQ = qa da d\varphi. \quad (12)$$

Svislé napětí (Pa) od tohoto zatížení můžeme pak dle (2) psát, jako

$$d\sigma_z = \frac{3dQ}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{R^5} = \frac{3dQ}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{(x^2+y^2+z^2-2ax \cos \varphi - 2ay \sin \varphi + a^2)^{5/2}}. \quad (13)$$

Obdržíme integrál rovnice (13) přes plochu $a \in \langle 0, b \rangle \times \varphi \in \langle 0, 2\pi \rangle$ s dosazením vztahu (12) ve tvaru

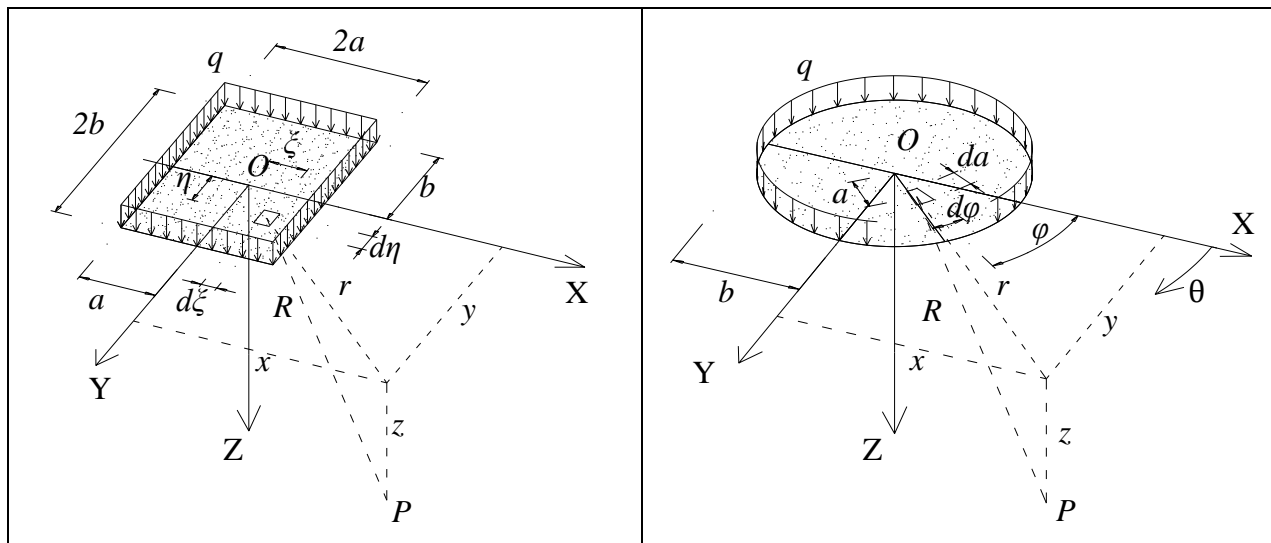
$$\sigma_z = \frac{3qz^3}{2\pi} \int_0^b \int_0^{2\pi} \frac{a d\varphi da}{(x^2+y^2+z^2-2ax \cos \varphi - 2ay \sin \varphi + a^2)^{5/2}}. \quad (14)$$

Vyřešením tohoto dvojného integrálu získáme obecný vztah pro svislé napětí (Pa) pružného poloprostoru v libovolném bodu od konstantního spojitého zatížení kruhového půdorysu působícího na povrchu. Pro běžné užití výpočtu napětí (i pro následný výpočet sedání) se spokojíme s vyčíslením integrálu pro polopřímku, kterou tvoří kladná osa Z (tady pro $x = y = 0$). Tím se nám výraz pro integraci značně zjednoduší a můžeme tak psát výraz svislého napětí (Pa) v počátku souřadného systému následujícím způsobem

$$\sigma_z(0,0,z) = \frac{3qz^3}{2\pi} \int_0^b \int_0^{2\pi} \frac{a d\varphi da}{(z^2+a^2)^{5/2}} = \frac{3qz^3}{1} \int_0^b \frac{a da}{(z^2+a^2)^{5/2}} = q \left(1 - \frac{z^3}{(z^2+b^2)^{3/2}} \right). \quad (15)$$

Výraz (15) můžeme ještě přepsat do tvaru

$$\sigma_z(0,0,z) = q \left(1 - \frac{1}{[1+(b/z)^2]^{3/2}} \right). \quad (16)$$



Obr. 5 Konstantní zatížení obdélníkového půdorysu působící na povrch pružného poloprostoru.

Obr. 6 Konstantní zatížení kruhového půdorysu působící na povrch pružného poloprostoru.

4.1.3 Cerrutiho úloha

Cerruti řeší napjatost a deformaci pružného poloprostoru od osamělé síly umístěné na povrchu působící v horizontálním směru (obdobu Boussinesqova modelu pro horizontální zatížení). Cerruti odvodil vztahy pro napjatost (Pa) a deformaci (m) ve tvaru

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= \frac{Qx}{2\pi} \cdot \left[\frac{1-2\nu}{R^3} - \frac{3x^2}{R^5} - \frac{1-2\nu}{R(R+z)^2} \left\{ 3 - \frac{(3R+z)x^2}{(R+z)R^2} \right\} \right], \\
 \sigma_y &= \frac{Qx}{2\pi} \cdot \left[\frac{1-2\nu}{R^3} - \frac{3y^2}{R^5} - \frac{1-2\nu}{R(R+z)^2} \left\{ 1 - \frac{(3R+z)y^2}{(R+z)R^2} \right\} \right], \\
 \sigma_z &= \frac{3Q}{2\pi} \cdot \frac{xz^2}{R^5}, \\
 \tau_{yz} &= -\frac{3Q}{2\pi} \cdot \frac{xyz}{R^5}, \\
 \tau_{zx} &= -\frac{3Q}{2\pi} \cdot \frac{x^2z}{R^5}, \\
 \tau_{xy} &= -\frac{Qy}{2\pi} \cdot \left[\frac{3x^2}{R^5} - \frac{1-2\nu}{R(R+z)^2} \left\{ 1 - \frac{(3R+z)x^3}{(R+z)R^2} \right\} \right], \\
 u &= \frac{Q}{4\pi GR} \cdot \left[1 + \frac{x^2}{R^2} + \frac{R(1-2\nu)}{R+z} - \frac{(1-2\nu)x^2}{(R+z)^2} \right], \\
 v &= \frac{Qxy}{4\pi GR^3} \cdot \left[1 - \frac{(1-2\nu)R^2}{(R+z)^2} \right], \\
 w &= \frac{Qxy}{4\pi GR^3} \cdot \left[1 + \frac{(1-2\nu)R^2}{(R+z)z} \right].
 \end{aligned} \tag{17}$$

4.1.4 Westergaardův model

Westergaardův model pružného poloprostoru je modelován jako homogenní izotropní podloží, které je charakterizováno dvěma materiálovými vlastnostmi E a ν . Jsou zavedeny kinematické předpoklady $u(x, y, z) = 0$, $v(x, y, z) = 0$, $w(x, y, z) \neq 0$. Výsledný výraz získaný Westergaardem pro výpočet svislého napětí σ_z (Pa) v bodě P od osamělé síly Q působící v místě O (viz obrázek 4) je:

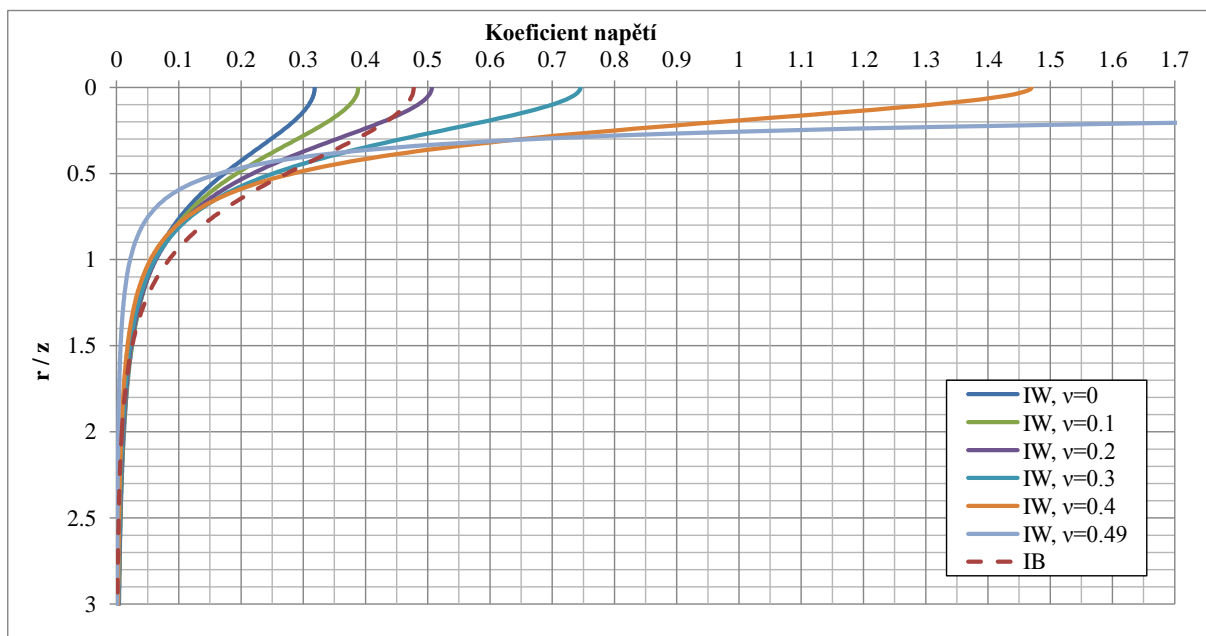
$$\sigma_z = \frac{Q}{2\pi z^2} \cdot \frac{\sqrt{(1-2\nu)/(2-2\nu)}}{[(1-2\nu)/(2-\nu) + (r/z)^2]^{3/2}}. \tag{18}$$

Vztah pro svislé napětí lze také napsat ve tvaru

$$\sigma_z = \frac{Q}{z^2} \cdot I_w, \quad (19)$$

kde $I_w = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{(1-2\nu)/(2-2\nu)}}{[(1-2\nu)/(2-\nu) + (r/z)^2]^{3/2}}$ je Westergaardův koeficient pro svislé napětí (-).

Z výše uvedeného výrazu vyplývá závislost svislého napětí na součiniteli příčné kontrakce, jejíž grafické vyjádření je patrné z následujícího grafu.

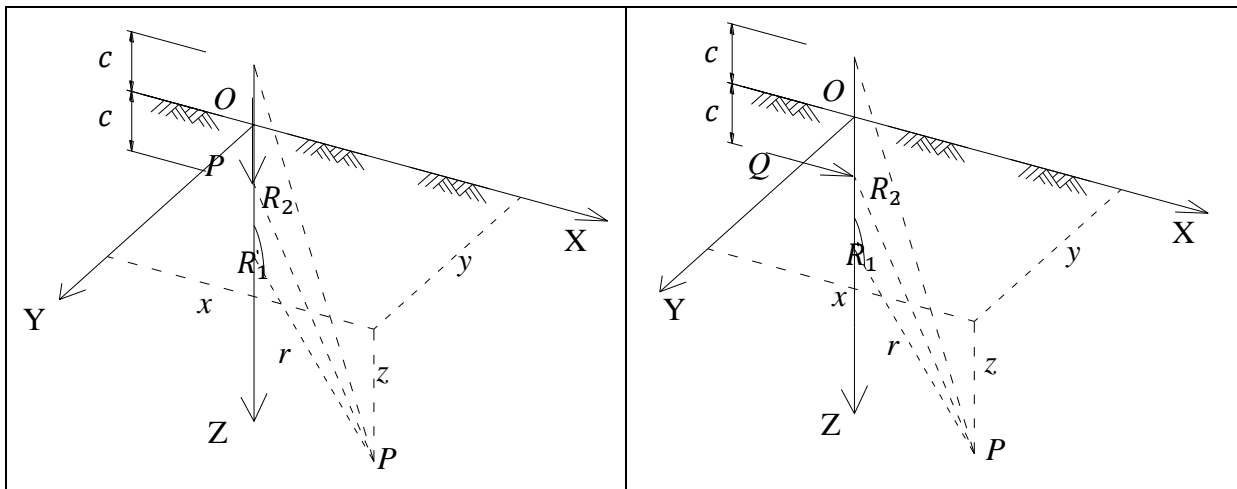


Graf 1 Hodnoty koeficientů napětí.

Z grafu je patrné, že maximální hodnota koeficientu (0.318 pro $\nu = 0.0$, 0.388 pro $\nu = 0.1$, 0.506 pro $\nu = 0.2$, 0.745 pro $\nu = 0.3$, 1.470 pro $\nu = 0.4$, 14.620 pro $\nu = 0.49$) je vždy pro poměr $r/z = 0$. Z čehož vyplývá, že maximální hodnoty svislého napětí, dané vztahy (3) a (18), jsou pod působící silou (pro $x = 0$, $y = 0$). Dále lze říci, že svislé napětí v počátku souřadného systému (přímo pod působící silou) není definováno (v limitě se blíží nekonečnu). Podrobný popis Westergaardova modelu pružného poloprostoru lze nalézt v [15], [16], [17].

4.1.5 Mindlinova úloha

Každou sílu působící uvnitř pružného poloprostoru lze rozložit na horizontální a vertikální složku. Pro tyto dvě složky Mindlin odvodil vztahy pro výpočet složek napětí a posunů.



Obr. 7 Schéma Mindlinova modelu pro vertikální složku síly.

Obr. 8 Schéma Mindlinova modelu pro horizontální složku síly.

Síla působící v hloubce c ve vertikálním směru (obrázek 7)

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{P}{8\pi(1-\nu)} \left[-\frac{(1-2\nu)(z-c)}{R_1^3} + \frac{(1-2\nu)(z-c)}{R_2^3} - \frac{3(z-c)^3}{R_1^5} \right] - \\ &- \frac{P}{8\pi(1-\nu)} \left[\frac{3(3-4\nu)z(z+c)^2 - 3c(z+c)(5z-c)}{R_2^5} + \frac{30cz(z+c)^3}{R_2^7} \right], \\ \sigma_r &= \frac{P}{8\pi(1-\nu)} \left[\frac{(1-2\nu)(z-c)}{R_1^3} - \frac{(1-2\nu)(z+7c)}{R_2^3} + \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_2(R_2+z+c)} - \frac{3r^2(z-c)}{R_1^5} \right] + \\ &+ \frac{P}{8\pi(1-\nu)} \left[\frac{6c(1-2\nu)(z+c)^2 - 6c^2(z+c) - 3(3-4\nu)r^2(z-c)}{R_2^5} - \frac{30cr^2z(z+c)}{R_2^7} \right], \\ \sigma_\varphi &= \frac{P(1-2\nu)}{8\pi(1-\nu)} \left[\frac{(z-c)}{R_1^3} + \frac{(3-4\nu)(z+c) - 6c}{R_2^3} - \frac{4(1-\nu)}{R_2(R_2+z+c)} + \frac{6c(z+c)^2}{R_2^5} - \frac{6c^2(z+c)}{(1-2\nu)R_2^5} \right], \\ \tau_{rz} &= \frac{Pr}{8\pi(1-\nu)} \left[-\frac{1-2\nu}{R_1^3} + \frac{1-2\nu}{R_2^3} - \frac{3(z-c)^2}{R_1^5} - \frac{3(3-4\nu)(z+c)z - 3c(3z+c)}{R_2^5} - \frac{30cz(z+c)^2}{R_2^7} \right], \\ u_r &= \frac{Pr}{16\pi G(1-\nu)} \left[\frac{z-c}{R_1^3} + \frac{(3-4\nu)(z-c)}{R_2^3} - \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_2(R_2+z+c)} + \frac{6cz(z+c)}{R_2^5} \right], \\ w &= \frac{P(1+\nu)}{16\pi E(1-\nu)} \left[\frac{3-4\nu}{R_1} + \frac{8(1-\nu)^2 - (3-4\nu)}{R_2} \right] + \\ &+ \frac{P(1+\nu)}{16\pi E(1-\nu)} \left[\frac{(z-c)^2}{R_1^3} + \frac{(3-4\nu)(z+c)^2 - 2cz}{R_2^3} + \frac{6cz(z+c)^2}{R_2^5} \right], \end{aligned} \quad (20)$$

kde P je osamělá síla působící v hloubce c pod povrchem ve vertikálním směru (N), c hloubka působíště síly (m), u_r, w posun v radiálním, vertikálním směru (m), $R_1 = \sqrt{r^2 + (z-c)^2}$, $R_2 = \sqrt{r^2 + (z+c)^2}$.

Když hodnota $c \rightarrow \infty$, všechny výrazy obsahující člen R_2 vymizí, výše uvedené vztahy přejdou v řešení Kelvinovy úlohy pružného prostoru zatíženého silou v bodě $(0, 0, c)$ ve směru osy Z .

Když hodnota $c \rightarrow 0$, síla působí na povrchu pružného poloprostoru $R_2 = R_1 = R$, výše uvedené výrazy pro posuny a napětí přejdou v řešení Boussineqovy úlohy pružného poloprostoru.

Vztahy (20) lze transformovat do kartézského (pravoúhlého) souřadnicového systému

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= \frac{P}{8\pi(1-\nu)} \left[\frac{(1-2\nu)(z-c)}{R_1^3} - \frac{3x^2(z-c)}{R_1^5} + \frac{(1-2\nu)[3(z-c)-4\nu(z+c)]}{R_2^3} \right] - \\
 &- \frac{P}{8\pi(1-\nu)} \left[\frac{3(3-4\nu)x^2(z-c)-6c(z+c)[(1-2\nu)z-2\nu c]}{R_2^5} + \frac{30cx^2z(z+c)}{R_2^7} \right] - \\
 &- \frac{P}{8\pi(1-\nu)} \left[\frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_2(R_2+z+c)} \left(1 - \frac{x^2}{R_2(R_2+z+c)} - \frac{x^2}{R_2^2} \right) \right], \\
 \sigma_y &= \frac{P}{8\pi(1-\nu)} \left[\frac{(1-2\nu)(z-c)}{R_1^3} - \frac{3y^2(z-c)}{R_1^5} + \frac{(1-2\nu)[3(z-c)-4\nu(z+c)]}{R_2^3} \right] - \\
 &- \frac{P}{8\pi(1-\nu)} \left[\frac{3(3-4\nu)y^2(z-c)-6c(z+c)[(1-2\nu)z-2\nu c]}{R_2^5} + \frac{30cy^2z(z+c)}{R_2^7} \right] - \\
 &- \frac{P}{8\pi(1-\nu)} \left[\frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_2(R_2+z+c)} \left(1 - \frac{y^2}{R_2(R_2+z+c)} - \frac{y^2}{R_2^2} \right) \right], \\
 \tau_{yz} &= \frac{Py}{8\pi(1-\nu)} \left[-\frac{1-2\nu}{R_1^3} + \frac{1-2\nu}{R_2^3} - \frac{3(z-c)^2}{R_1^5} - \frac{3(3-4\nu)(z+c)z-3c(3z+c)}{R_2^5} - \frac{30cz(z+c)^2}{R_2^7} \right], \\
 \tau_{zx} &= \frac{Px}{8\pi(1-\nu)} \left[-\frac{1-2\nu}{R_1^3} + \frac{1-2\nu}{R_2^3} - \frac{3(z-c)^2}{R_1^5} - \frac{3(3-4\nu)(z+c)z-3c(3z+c)}{R_2^5} - \frac{30cz(z+c)^2}{R_2^7} \right], \\
 \tau_{xy} &= \frac{Pxy}{8\pi(1-\nu)} \left[-\frac{3(z-c)}{R_1^5} - \frac{3(3-4\nu)(z-c)z}{R_2^5} + \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_2^2(R_2+z+c)} \left(\frac{1}{R_2+z+c} + \frac{1}{R_2} \right) - \right. \\
 &\left. \frac{30cz(z+c)}{R_2^7} \right].
 \end{aligned} \tag{21}$$

Síla působící v hloubce c v horizontálním směru (obrázek 8)

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= \frac{Qx}{8\pi(1-\nu)} \left[-\frac{1-2\nu}{R_1^3} + \frac{(1-2\nu)(5-4\nu)}{R_2^3} - \frac{3x^2}{R_1^5} - \frac{3(3-4\nu)x^2}{R_2^5} \right] - \frac{Qx}{8\pi(1-\nu)} \\
 &\left[\frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_2(R_2+z+c)^2} \left(3 - \frac{x^2(3R_2+z+c)}{R_2^2(R_2+z+c)} \right) - \frac{6c}{R_2^5} \left(3c + (3-2\nu)(z+c) + \frac{5zx^2}{R_2^2} \right) \right], \\
 \sigma_y &= \frac{Qx}{8\pi(1-\nu)} \left[\frac{1-2\nu}{R_1^3} + \frac{(1-2\nu)(3-4\nu)}{R_2^3} - \frac{3y^2}{R_1^5} - \frac{3(3-4\nu)y^2}{R_2^5} \right] - \frac{Qx}{8\pi(1-\nu)} \\
 &\left[\frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_2(R_2+z+c)^2} \left(1 - \frac{y^2(3R_2+z+c)}{R_2^2(R_2+z+c)} \right) - \frac{6c}{R_2^5} \left(c - (1-2\nu)(z+c) + \frac{5zy^2}{R_2^2} \right) \right], \\
 \sigma_z &= \frac{Qx}{8\pi(1-\nu)} \left[\frac{1-2\nu}{R_1^3} - \frac{1-2\nu}{R_2^3} - \frac{3(z-c)^2}{R_1^5} - \frac{3(3-4\nu)(z+c)^2}{R_2^5} \right] + \\
 &+ \frac{Qx}{8\pi(1-\nu)} \left[\frac{6c}{R_2^5} \left(c + (1-2\nu)(z+c) + \frac{5z(z+c)^2}{R_2^2} \right) \right], \\
 \tau_{yz} &= \frac{Qxy}{8\pi(1-\nu)} \left[-\frac{3(z-c)}{R_1^5} - \frac{3(3-4\nu)(z+c)}{R_2^5} + \frac{6c}{R_2^5} \left(1 - 2\nu + \frac{5z(z+c)}{R_2^2} \right) \right], \\
 \tau_{zx} &= \frac{Q}{8\pi(1-\nu)} \left[-\frac{(1-2\nu)(z-c)}{R_1^3} + \frac{(1-2\nu)(z-c)}{R_2^3} - \frac{3x^2(z-c)}{R_1^5} - \frac{3(3-4\nu)x^2(z+c)}{R_2^5} \right], \\
 \tau_{xy} &= \frac{Q}{8\pi(1-\nu)} \left[-\frac{1-2\nu}{R_1^3} + \frac{1-2\nu}{R_2^3} - \frac{3x^2}{R_1^5} - \frac{3(3-4\nu)x^2}{R_2^5} \right] + \\
 &+ \frac{Qy}{8\pi(1-\nu)} \left[\frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_2(R_2+z+c)^2} \left(1 - \frac{x^2(3R_2+z+c)}{R_2^2(R_2+z+c)} \right) - \frac{6cz}{R_2^5} \left(1 + \frac{5x^2}{R_2^2} \right) \right], \\
 u &= \frac{Q}{16\pi G(1-\nu)} \left[\frac{3-4\nu}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{x^2}{R_1^3} + \frac{(3-4\nu)x^2}{R_2^3} + \frac{2cz}{R_2^3} \left(1 - \frac{3x^2}{R_2^2} \right) \right] + \\
 &+ \frac{Q}{16\pi G(1-\nu)} \left[\frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_2+z+c} \left(1 - \frac{x^2}{R_2(R_2+z+c)^2} \right) \right], \\
 v &= \frac{Qxy}{16\pi G(1-\nu)} \left[\frac{1}{R_1^3} + \frac{3-4\nu}{R_2^3} - \frac{6cz}{R_2^5} - \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_2(R_2+z+c)^2} \right], \\
 w &= \frac{Qx}{16\pi G(1-\nu)} \left[\frac{z-c}{R_1^3} + \frac{(3-4\nu)(z-c)}{R_2^3} - \frac{6cz(z+c)}{R_2^5} + \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_2(R_2+z+c)} \right].
 \end{aligned} \tag{22}$$

Když hodnota $c \rightarrow \infty$, všechny výrazy obsahující člen R_2 vymizí, výše uvedené vztahy přejdou v řešení Kelvinovy úlohy pružného prostoru zatíženého silou v bodě $(0, 0, c)$ ve směru osy X .

Když hodnota $c \rightarrow 0$, síla působí na povrchu pružného poloprostoru $R_2 = R_1 = R$, výše uvedené výrazy pro posuny a napětí přejdou v řešení Cerrutiho úlohy pružného poloprostoru.

4.1.6 Winklerův (Fuss-Zimmermannův) model podzákladí

Jedná se o jednoparametrický dvojdímenzionální model podzákladí zanedbávající vliv smykového napětí a předpokládající nulové vodorovné deformace. Vychází z předpokladu redukce dimenze $w(x, y, z) = w(x, y) \cdot \psi(z)$, kde funkce ψ musí splnit podmínky $\psi(0) = 1$, $\psi(h) = 0$. Pod každým bodem základové konstrukce je napětí přímo úměrné svislému posunu. Nevýhodou tohoto modelu podzákladí je nespojitost v posunech (v bezprostředním okolí základu je nulová deformace), nemůže tak být vystihnuta poklesová kotlina a zavedena interakce okolních objektů. Dalším problémem je určení „konstanty“ C , která není konstantní (je funkcí velikosti a tvaru zatěžovací plochy, nelze ji užít přímo z výsledků polních zkoušek). Reakci podzákladí (N/m^2) lze psát ve tvaru

$$p(x, y) = C \cdot w(x, y), \quad (23)$$

kde C je součinitel ložnosti podzákladí (N/m^3), $w(x, y)$ posun (svislá deformace) (m).

4.1.7 Pasternakův model podzákladí

Pasternakův dvouparametrický model lze chápat jako rozšířený Winklerův model podzákladí o vliv smykových sil. Vychází také z předpokladu redukce dimenze $w(x, y, z) = w(x, y) \cdot \psi(z)$, kde funkce ψ musí splnit podmínky $\psi(0) = 1$, $\psi(h) = 0$. Na rozdíl od Winklerova modelu je tento model podzákladí schopen postihnout poklesovou kotlinu a zavést vliv interakce okolních objektů. Reakci podzákladí (N/m^2) lze psát ve tvaru

$$p(x, y) = C_1 \cdot w(x, y) - C_2 \cdot \left(\frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} \right), \quad (24)$$

kde C_1 je součinitel ložnosti podzákladí (N/m^3), C_2 součinitel přenosu smykových sil (N/m).

4.1.8 Efektivní model podzákladí (Kolář, Němec)

Povrchový model podzákladí založený na redukci dimenze $3\text{D} \rightarrow 2\text{D}$, dále $2\text{D} \rightarrow 1\text{D}$. Umožňuje velice věrně vystihnout chování podzákladí pouze oblastí základové spáry a její hranice. Je zavedena celá řada dalších konstant (viz dále), které umožňují počítat interakci stavby s podzákladím bez zvýšení počtu stupňů volnosti a tím i bez abnormálního zvýšení nároků na výpočtový čas a objem dat. Hlavní podstatou efektivního modelu není správně vystihnout pole napjatosti v podzákladí, ale věrně vystihnout vliv podzákladí na stavební konstrukci.

Tento model podzákladí je obsažen v komerčních programech IDA NEXIS, SCIA ENGINEER a Dlubal R-FEM pod názvem SOILIN (název vznikl zkrácením anglických slov *soil* a *interaction*). Podrobný popis lze nalézt v [1], [2] a [3].

V následujícím textu bude v několika krocích nastíněno odvození efektivního modelu podzákladí.

1) Redukce 3D modelu podloží na 2D povrchový model (obrázek 9a)

Nejprve vyjádříme potenciální energii vnitřních sil prostorového modelu podzákladí při zanedbání vlivu horizontálních složek deformací

$$\Pi_{3D}^i = \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \varepsilon dV = \frac{1}{2} \int_V \varepsilon^T D \varepsilon dV, \quad (25)$$

kde σ je redukovaný tenzor napětí, ε redukovaný tenzor deformací, D redukovaná matice fyzikálních konstant.

Definujeme povrchový model podloží se dvěma parametry (C_1 , C_2) pomocí energetického funkcionálu, který vyjadřuje přetvárnou práci povrchového modelu při jeho deformaci

$$\Pi_{2D}^i = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left[C_1 \cdot w^2 + C_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + C_2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] d\Omega, \quad (26)$$

kde C_1 je součinitel ložnosti podzákladí (kN/m^3), C_2 součinitel přenosu smykových sil (kN/m), w svislý posun (m).

Energetický princip ekvivalence prostorového a povrchového modelu můžeme psát

$$\Pi^i = \Pi_{3D}^i = \Pi_{2D}^i. \quad (27)$$

Zavedením následujícího důležitého předpokladu redukce dimenze můžeme integrovat energetický funkcionál (25) po z

$$w(x, y, z) = w_0(x, y) \cdot f(z). \quad (28)$$

Za předpokladu (28) můžeme pak složky poměrných deformací psát ve tvaru

$$\begin{aligned} \varepsilon_z &= w_0 \cdot \partial f / \partial z, \\ \varepsilon_{zx} &= \partial w_0 / \partial x \cdot f, \\ \varepsilon_{yz} &= \partial w_0 / \partial y \cdot f. \end{aligned} \quad (29)$$

Dosazením těchto vztahů do výrazu potenciální energie tělesa 3D modelu, které je definované jako $V = \Omega \cdot H$ (Ω je rozsah povrchového modelu, H je hloubka deformované zóny) získáme

$$\begin{aligned} \Pi_{3D}^i &= \frac{1}{2} \int_V \left[\varepsilon_z^2 E_z + (\varepsilon_{zx}^2 + \varepsilon_{yz}^2) G \right] dV = \\ &= \int_{\Omega} \left[w_0^2 \int_0^H E_z (\partial f / \partial z)^2 dz + (\partial w_0 / \partial x)^2 \int_0^H f^2 G dz \right. \\ &\quad \left. + (\partial w_0 / \partial y)^2 \int_0^H f^2 G dz \right] d\Omega \end{aligned} \quad (30)$$

Dosazením výrazů (26) a (30) do (27) a jejich porovnáním, obdržíme vztahy mezi parametry prostorového a povrchového modelu

$$\begin{aligned} C_1 &= \int_0^H E_z (\partial f / \partial z)^2 dz, \\ C_2 &= \int_0^H G f^2 dz. \end{aligned} \quad (31)$$

2) Redukce povrchového modelu na model rozhraní mezi stavbou a podložím

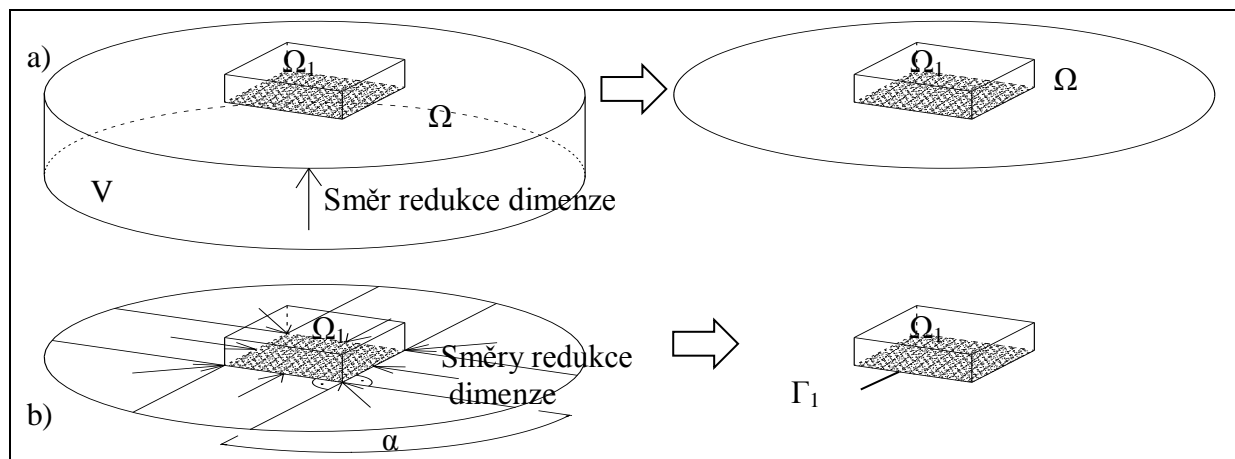
Při zavedení obdobných úvah jako při redukci 3D na 2D úlohu, můžeme redukovat 2D na 1D úlohu. Můžeme tak nahradit velké okolí stavby pouze základovou spárou a její hranicí (obrázek 9b). Na přímé liniové hranici a pod jejich rohem lze odvodit tyto vazby:

$$\begin{aligned} k_w &= (C_1 \cdot C_2)^{1/2}, \\ k_\Phi &= \frac{1}{2} C_2 (C_2 / C_1)^{1/2}, \\ K &= C_2 / 2, \end{aligned} \quad (32)$$

jsou postupně pérová konstanta spojitě liniové silové vazby, pérová konstanta spojitě momentové liniové vazby, pérová konstanta rohové silové vazby, pro úhel $\alpha = \pi/2$.

3) Shrnutí

Výše popsaný efektivní model podzákladí je založen na předpokladu redukce dimenze a umožňuje nám tak velice přesně počítat interakci konstrukce s podzákladím pouze pomocí základové spáry a její hranice, tedy bez zvýšení stupňů volnosti (s nutností iterativního výpočtu hloubky deformační zóny). Při odvození modelu je použito principu ekvivalence potenciální energie, který umožňuje velice snadné rozšíření o další vlivy (např. vliv tření v základové spáře, atd.).



Obr. 9 Schéma efektivního modelu podzákladí – redukce dimenze.

4.1.9 Tschebotarioffova metoda

Je jedna z prvních, která se věnuje problematice vyčíslení vlastní frekvence základu. Tschebotarioff na této problematice spolupracoval s Wardem [18] roku 1948, sám pak metodu roku 1953 modifikoval [19] a [20]. Tato metoda vycházející z předpokladu tuhého základového bloku a definuje pojem redukované hodnoty frekvence vlastního kmitání. Je založená na poznatcích z experimentů provedených během 2. světové války v Berlíně, metody DEGEBO = *Deutschen Forschungsgesellschaft für Bodenmechanik*.

$$f_{nr} = f_n \sqrt{\sigma}, \quad (33)$$

kde f_{nr} je redukovaná vlastní frekvence ($\text{Hz} \cdot \text{Pa}^{0.5}$), $\sigma = m \cdot g / A_f$ průměrné napětí v základové spáře (Pa), f_n hodnota frekvence vlastního kmitání stroje a základu (Hz), m hmotnost stroje a základu (kg), A_f plocha základové spáry (m^2).

Předcházející vztah si můžeme odvodit tímto způsobem

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \omega_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_z A}{m+m_s}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_z A}{m+m_s}} \sqrt{\frac{W}{W}} = \sqrt{\frac{A}{W}} \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_z W}{m+m_s}} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{\sigma}} \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_z m g}{m+m_s}} = \frac{1}{\sqrt{\sigma}} \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_z g}{1+(m_s/m)}} = \frac{1}{\sqrt{\sigma}} f_{nr},$$
(34)

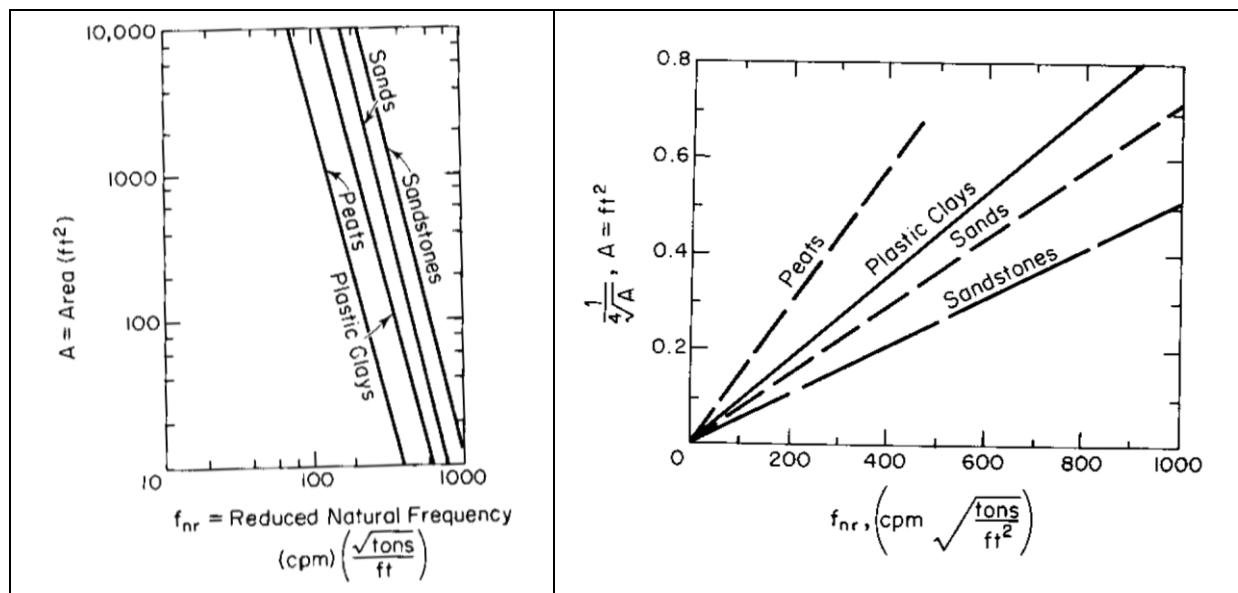
kde m je hmotnost stroje a základu (kg), m_s hmotnost zeminy kmitající ve fázi se strojem (kg), $W = mg$ vlastní tíha stroje a základu (N), C_z dynamický součinitel stlačitelnosti zeminy (N/m^3).

Návrh rozměrů základu pod stroj je s využitím této metody rychlý a jednoduchý. Lze jej zopsat v těchto bodech:

Máme danou pracovní frekvenci stroje.

- Dle hodnoty dané pracovní frekvence volíme předpokládanou vlastní frekvenci základu tak, aby pro frekvenční poměr platilo $r \leq 0.5$ (podrezonanční stav), nebo $r \geq 2$ (nadrezonanční stav).
- Z rozměru stroje vypočítáme minimální plochu základu.
- Zvolíme výšku základu.
- Vypočítáme celkovou hmotnost součtem hmotnosti stroje a zvoleného základu.
- Vyjádříme průměrné napětí v základové spáře.
- Výpočet předpokládané redukované frekvence.
- Výpočet minimální plochy základu pro předpokládanou redukovanou frekvenci s využitím návrhového grafu (obrázek 10).
- Konstatování, zda zvolená plocha základu je větší než minimální plocha pro danou předpokládanou redukovanou frekvenci z grafu.

Nevýhodou této metody je fakt, že se žádným způsobem nevyjadřuje k výchylce základu.



Obr. 10 Návrhové grafy potřebné plochy základu v závislosti na redukované frekvenci a druhu zeminy, zdroj Tschebotarioff [19].

4.1.10 Alpanova metoda

Tato metoda vznikla rozšířením a upravením Tschebotarioffvy metody [21]. Výraz pro výpočet vlastní frekvence základu se strojem pak lze vyjádřit ve tvaru

$$f_n = \frac{\alpha}{\sqrt{W}} (A_f^{1/4}), \quad (35)$$

kde f_n je hodnota frekvence vlastního kmitání stroje a základu (Hz), $W = m \cdot g$ tíha stroje a základu (N), A_f plocha základové spáry (m^2), α koeficient závislý na druhu zeminy (rašelina 3 900, plastická hlína 69 000, písek 82 000, pískovec 111 000).

4.1.11 Newcombova metoda

Newcomb [22] odvodil empirický vztah pro výpočet frekvence vlastního kmitání základu se strojem následujícím způsobem

$$\begin{aligned} f_n &= 188 \sqrt{1/\delta_{st,p}}, \\ f_n &= 29.96 \sqrt{1/\delta_{st,m}}, \end{aligned} \quad (36)$$

kde f_n je hodnota frekvence vlastního kmitání stroje a základu (Hz), $\delta_{st,p}$ statická výchylka získaná ze zatěžovací zkoušky (in), $\delta_{st,m}$ statická výchylka získaná ze zatěžovací zkoušky (m).

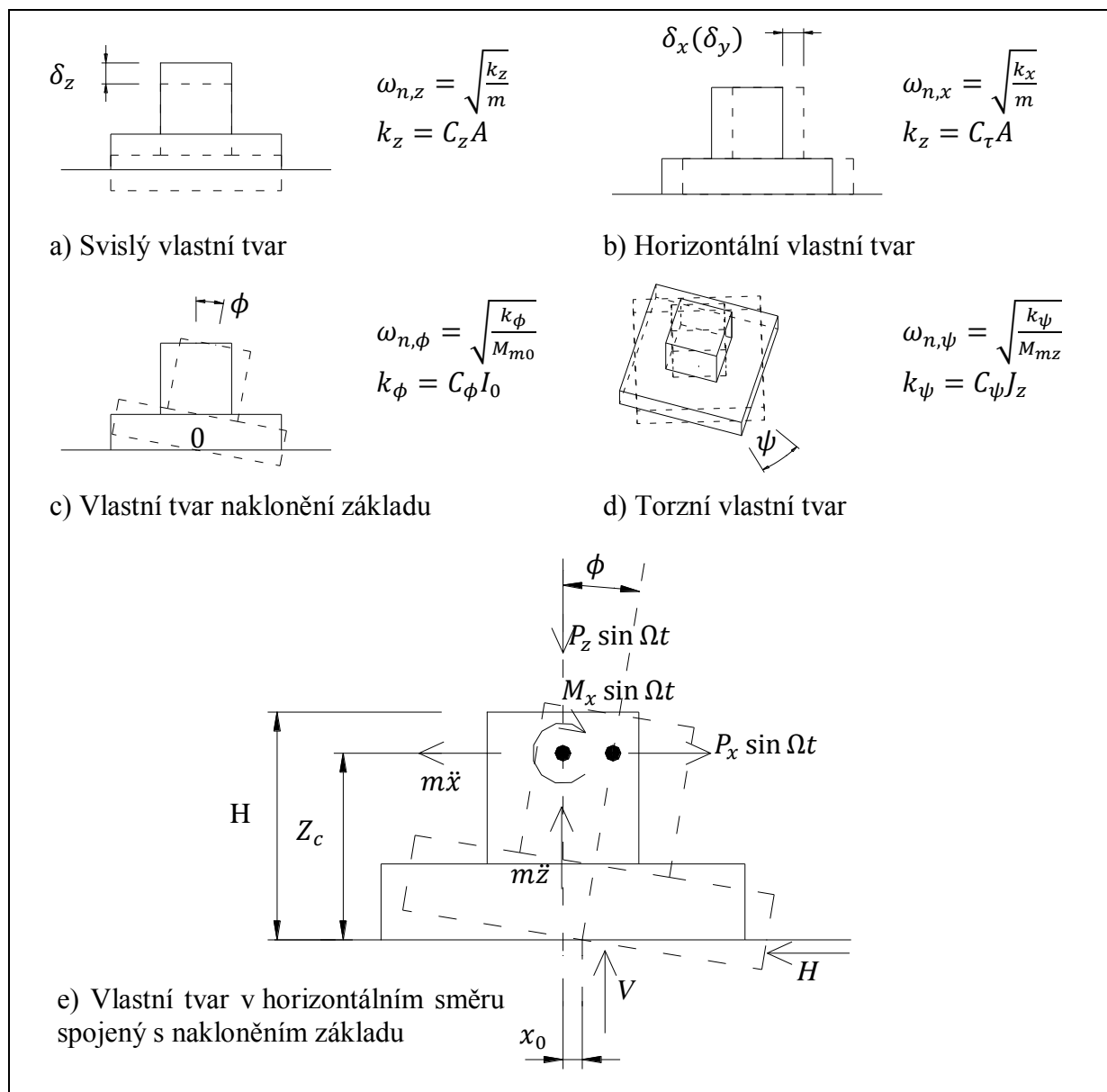
4.1.12 Barkanova metoda

Tato v mnoha zemích (USA, Indie, Japonsko, ...) velice populární metoda pro ruční návrh základů strojů byla odvozena v druhé polovině 20. století. Barkan [23] předpokládá tuhý, nepoddajný základový blok (zanedbává vnitřní deformace systému stroj-základ) mající obecně celkem šest stupňů volnosti, z nichž všechny lze řešit nezávisle (samostatné tvary posunutí ve směru os a samostatné tvary rotací kolem os, viz obrázek 11a – d) a dva tvoří vázanou dvojici vlastních tvarů ve svislé rovině XZ, popřípadě YZ (obrázek 11e). Zemní prostředí je idealizováno plošnými lineárními pružinami, z nichž pak získáme ekvivalentní tuhost zeminy v závislosti na geometrii základové spáry. Barkanova metoda je první neempirická metoda z dynamických modelů, můžeme ji řadit do skupiny MSD (*mass-spring-dashpot*) modelů, kde M vyjadřuje hmotnost základu se strojem (bez zeminy), S vyjadřuje vliv tuhosti zeminy a D zahrnuje vliv tlumení zemním prostředím.

Barkan [23] vyjádřil vzájemné vztahy koeficientů tuhosti zeminy takto

$$\begin{aligned} k_z &= C_z A, \quad k_x = C_\tau A, \quad k_y = C_\tau A, \quad k_{\phi,x} = C_\phi I_x, \quad k_{\phi,y} = C_\phi I_y, \quad k_\psi = C_\psi J_z, \\ C_z &= 2C_\tau, \quad C_\phi = 2C_z, \quad C_\tau = 1.5C_\psi, \end{aligned} \quad (37)$$

kde k je tuhost v příslušném směru, popř. rotaci, C příslušný součinitel ložnosti (modul stlačitelnosti), A plocha základové spáry (m^2), I moment setrvačnosti k příslušné ose (m^4), J polární moment setrvačnosti k příslušné ose (m^4).



Obr. 11 Schéma vlastních tvarů základu se strojem.

Odezva soustavy na zatížení ve vertikálním směru (svislé kmitání)

Nejprve vypočítáme tuhost pružiny (N/m) nahrazující svislou tuhost podzákladí

$$k_z = C_z A . \quad (38)$$

Úhlovou frekvenci vlastního kmitání (rad/s) ve vertikálním směru pak vypočítáme ze vztahu

$$\omega_z = \sqrt{\frac{k_z}{m}} , \quad (39)$$

kde m je hmotnost základu a stroje (kg).

Amplituda vertikálního kmitání (m) je dána vztahem

$$\delta_z = \frac{P_z \sin \Omega t}{k_z - r^2} , \quad (40)$$

kde $P_z \sin \Omega t$ je budící síla ve vertikálním směru (N), $r = \Omega / \omega_z$ frekvenční poměr (-).

Odezva soustavy na torzní zatížení

Zde uplatníme naprosto stejný postup, jako u tvaru vlastního kmitání ve vertikálním směru. Nejprve vypočítáme tuhost pružiny nahrazující tuhost podzákladí proti kroucení (Nm/rad)

$$k_{\psi} = c_{\psi} \cdot J_z . \quad (41)$$

Úhlovou frekvenci vlastního kmitání (rad/s) vypočítáme ze vztahu

$$\omega_{\psi} = \sqrt{\frac{k_{\psi}}{M_{mz}}} , \quad (42)$$

kde M_{mz} je hmotný moment setrvačnosti kolem osy Z.

Amplituda vertikálního kmitání je dána vztahem

$$\psi = \frac{T}{k_{\psi}} \frac{\sin \Omega t}{1-r^2} , \quad (43)$$

kde $T \sin \Omega t$ je budící moment v torzním směru (Nm), $r = \Omega/\omega_{\psi}$ frekvenční poměr (-).

Vázané kmitání v horizontálním směru spojené s nakloněním základu

Z výsledků pozorování a experimentů došel Barkan k závěru, že u základu s horizontálním zatížením probíhá kmitání v horizontálním směru současně s nakloněním základu (proto není nutné řešit samostatně odezvu pro horizontální směr a naklání kolem horizontální osy). Při vibraci základu se v zemině mobilizují síly V a H (N), jak je ukázáno na obrázku 11e.

$$H = c_{\tau} A x_0 = c_{\tau} A (x - Z_c \phi) , \quad (44)$$

kde x je horizontální posun v místě těžiště (m), x_0 horizontální posun základu (m).

Po aplikaci D'Alembertova přístupu může psát

$$m\ddot{x} + H = P_x \sin \omega_m t \text{ nebo } m\ddot{x} + c_{\tau} A (x - Z_c \phi) = P_x \sin \Omega t . \quad (45)$$

Obdobně můžeme psát momentovou podmínku ve tvaru

$$M_{m0} \ddot{\phi} - c_{\tau} A Z_c x + \phi (c_{\phi} I_0 - W Z_c + c_{\tau} A Z_c^2) = M_x \sin \Omega t , \quad (46)$$

kde M_{m0} je hmotný moment setrvačnosti stroje a základu k bodu 0, $W = mg$ vlastní tíha základu (N).

Jak vidíme obě diferenciální rovnice (45) a (46) obsahují oba neznámé stupně volnosti x , ϕ . Můžeme tento systém přepsat do následujícího tvaru

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & M_{m0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{\tau} A & -c_{\tau} A Z_c \\ -c_{\tau} A Z_c & c_{\phi} I_0 - W Z_c + c_{\tau} A Z_c^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_x \\ M_x \end{Bmatrix} \sin \Omega t . \quad (47)$$

Za předpokladu volného (vlastního) kmitání, můžeme vyjádřit vlastní frekvence

$$\omega^4 - \frac{J_0(\omega_{\phi}^2 + \omega_x^2)\omega^2}{M_{m0}} + \frac{\omega_{\phi}^2 \omega_x^2 J_0}{M_{m0}} = 0 , \quad (48)$$

kde $J_0 = M_{m0} + m Z_c^2$, $\omega_{\phi}^2 = \frac{c_{\phi} I_0 - W Z_c}{J_0}$, $\omega_x^2 = \frac{c_{\tau} A}{m}$.

Řešením předcházející rovnice obdržíme frekvence vlastního kmitání dvou vázaných tvarů

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{J_0}{2M_{m0}} \left[\omega_\phi^2 + \omega_x^2 \pm \sqrt{(\omega_\phi^2 + \omega_x^2)^2 - \frac{4M_{m0}\omega_\phi^2\omega_x^2}{J_0}} \right]. \quad (49)$$

Nyní můžeme vyjádřit amplitudy ustáleného netlumeného kmitání, jako

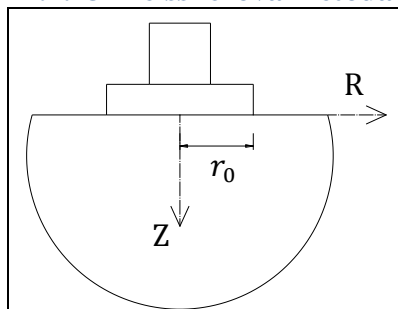
$$A_x = \frac{(c_\phi I_0 - WZ_c + c_\tau AZ_c^2 - M_{m0}\omega_m^2)P_x \pm c_\tau AZ_c M_x}{mM_{m0}(\omega_1^2 - \omega_m^2)(\omega_2^2 - \omega_m^2)} \sin \Omega t, \quad (50)$$

$$A_\phi = \frac{c_\tau AZ_c P_x \pm (c_\tau A - m\omega_m^2)M_x}{mM_{m0}(\omega_1^2 - \omega_m^2)(\omega_2^2 - \omega_m^2)} \sin \Omega t.$$

Shrnutí

Barkanova metoda řeší tři oddělené módy ustálené odezvy na harmonické zatížení: (i) odezva ve vertikálním směru, (ii) odezva na torzní buzení (rotační tvar kolem osy Z) a (iii) vázaná odezva ve svislé rovině (vertikální posun v horizontálním směru spolu s nakláněním). Je předpokládána netlumená soustava a je zanedbán vliv hmotnosti zeminy kmitající ve stejné fázi spolu se základem, což může vést k významným rozdílům ve výpočtu a měření. Barkan předpokládá zjištění součinitelů stlačitelnosti podzákladí z dynamických zatěžovacích zkoušek s plochou desky 300 mm × 300 mm, ty však nepostihnou charakteristiky zemního prostředí do velké hloubky a výpočet tak může být nepřesný pro základy větších rozměrů. Tento model také nezohledňuje zapaštění základu pod úroveň terénu.

4.1.13 Reissnerova metoda



Obr. 12 Schéma Reissnerova modelu.

Další skupinou modelů jsou modely založené na teorii pružného poloprostoru. Dynamickou Boussinesqovu úlohu jako první formuloval Lamb [24] roku 1904, který odvodil vztahy pro osamělou harmonickou sílu působící na povrchu poloprostoru. Na něj navázal Reissner [25], který roku 1936 stanovil teoretický základ pro studium odezvy oscilátoru umístěného na kruhové pružné desce o poloměru r_0 na homogenním, izotropním, pružném poloprostoru integrací vztahů pro osamělou sílu. Reissner odvodil vztah pro výpočet svislé výchylky (ustálené odezvy) uprostřed základu způsobené harmonickou svislou silou, za předpokladu konstantního průběhu napětí v základové spáře, ve tvaru

$$u_z = \frac{P_0}{Gr_0} e^{i\Omega t} (f_1 + if_2), \quad (51)$$

kde f_1, f_2 jsou Reissnerovy funkce výchylky (jsou funkce součinitele příčné kontrakce a bezrozměrné frekvence, která je definovaná v následujícím textu).

Amplitudu výchylky pak můžeme psát ve tvaru

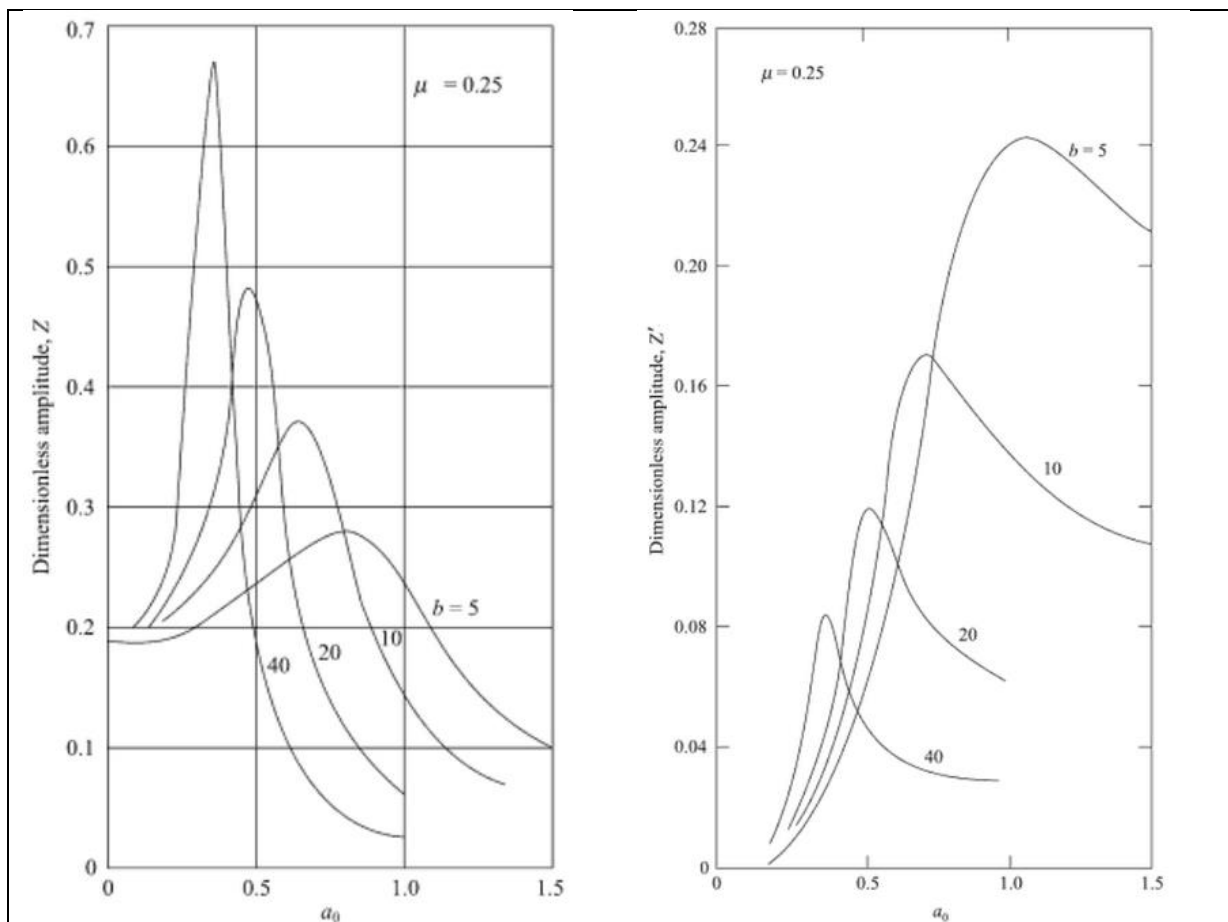
$$U_z = \frac{P_0}{Gr_0} \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{(1 - b a_0^2 f_1)^2 + (b a_0^2 f_2)^2}}, \quad (52)$$

kde $a_0 = \Omega r_0 \sqrt{\frac{\rho}{G}} = \frac{\Omega r_0}{v_s}$ je bezrozměrná frekvence (-), $b = \frac{m}{\rho r_0^3} = \frac{W}{\rho r_0^3 g}$ hmotnostní poměr (-), m hmotnost základu a stroje (kg), α fázový posun.

Reissner dále definoval pojem bezrozměrné výchylky (amplitudy), jako

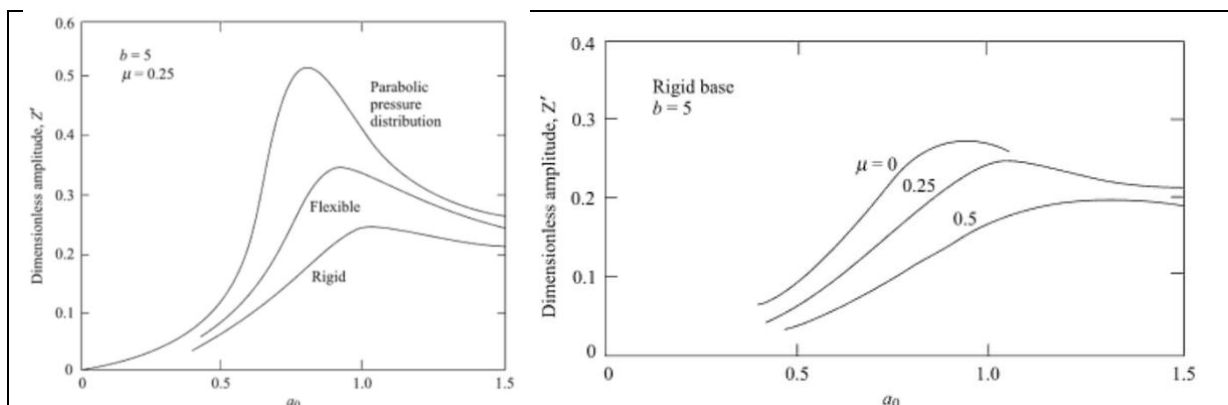
$$Z = \frac{U_z}{P_0/Gr_0} = \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{(1 - b a_0^2 f_1)^2 + (b a_0^2 f_2)^2}} \quad (53)$$

Obdobným způsobem odvodil vztah pro bezrozměrnou amplitudu výchylky, pro zatížení rotujícím nevyvážením, který označil $Z' = a_0^2 Z$.



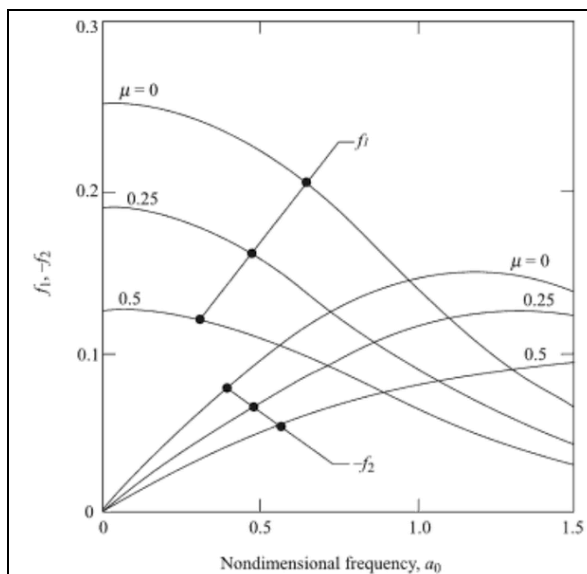
Obr. 13 Návrhové grafy pro výpočet amplitudy bezrozměrné výchylky v závislosti na bezrozměrné frekvenci a hmotnostním poměru, zdroj Richart [26].

Další rozšíření této problematiky zavedením jiných rozdělání napětí v základové spáře odvodili nezávisle na sobě Quinlan [27] a Sung [28], [29] (oba roku 1953). Odezva za předpokladu jiného průběhu napětí se liší pouze průběhem funkcí výchylky f_1 a f_2 .

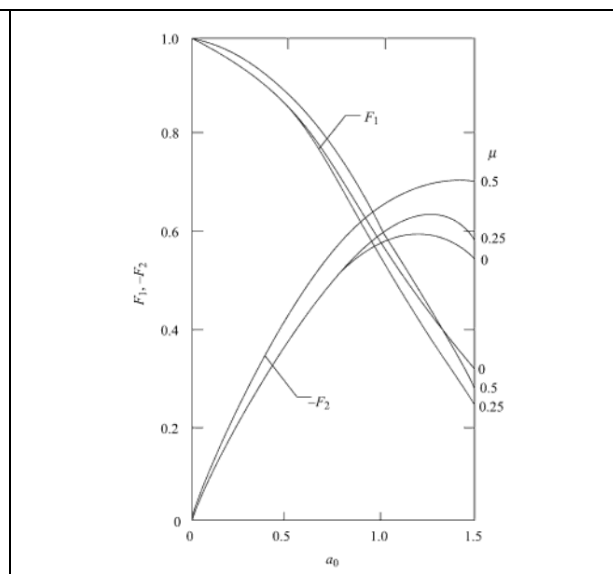


Obr. 14 Grafy vyjadřující vliv rozdělání napětí v základové spáře a vliv součinitele příčné kontrakce na hodnotu bezrozměrné výchylky, zdroj Richart, Whitman [30].

Touto problematikou se také zabýval Bycroft [31], který na rozdíl od Sunga (který předpokládal rozdělení napětí v základové spáře nezávislé na budící frekvenci) předpokládá závislost na budící frekvenci zavedením váženého průměru posunutí základu. Odvozené funkce posunutí jsou zobrazeny na obrázku 15.



Obr. 15 Graf funkcí výchylky, zdroj Bycroft [31].



Obr. 16 Graf funkcí výchylky, zdroj Richart, Lysmer [32].

4.1.14 Hsiehova metoda

Hsieh [33] přeformuloval Reissnerovo řešení do tvaru diferenciální rovnice druhého řádu s konstantními koeficienty. Řešení výchylky pod nehmotným základem můžeme dle (51) psát v tomto tvaru

$$u_z = \frac{P_0}{Gr_0} e^{i\Omega t} (f_1 + if_2). \quad (54)$$

Derivací podle času získáme vztah pro rychlost

$$\dot{u}_z = \frac{\Omega P_0}{Gr_0} e^{i\Omega t} (if_1 - f_2). \quad (55)$$

Kombinací dvou výše uvedených výrazů získáme

$$\begin{aligned} \frac{\Omega P_0}{Gr_0} e^{i\Omega t} (f_1^2 + f_2^2) &= f_1 \Omega z - f_2 \dot{z}, \text{ což lze dále upravit} \\ P_0 e^{i\Omega t} &= Gr_0 \frac{f_1}{f_1^2 + f_2^2} z + \frac{Gr_0}{\Omega} \frac{-f_2}{f_1^2 + f_2^2} \dot{z}, \\ P &= k_z z + c_z \dot{z}, \end{aligned} \quad (56)$$

kde P je harmonická budící síla na povrchu pružného poloprostoru s amplitudou P_0 , $k_z z$, $c_z \dot{z}$ jsou reakce podzákladí, $k_z = Gr_0 \frac{f_1}{f_1^2 + f_2^2}$, $c_z = \frac{Gr_0}{\Omega} \frac{-f_2}{f_1^2 + f_2^2}$ parametry tuhosti a tlumení závislé na součiniteli příčné kontrakce a bezrozměrné frekvenci.

4.1.15 Lysmerova a Richartova metoda

Lysmer s Richartem [32] se snaží modifikovat Reissnerovu metodu tak, aby funkce výchylky f_1 a f_2 byly nezávislé na Poissonově součiniteli příčné kontrakce podloží. Tyto funkce posunutí přeznačil velkým písmenem a vyjádřil je ve tvaru

$$F = \frac{f}{\left(\frac{1-\nu}{4}\right)} = \frac{f_1 + if_2}{\left(\frac{1-\nu}{4}\right)} = F_1 + iF_2, \quad (57)$$

kde f_1, f_2 jsou Reissnerovy funkce posunutí (obrázek 15), F_1, F_2 Lysmerovy funkce posunutí (obrázek 16).

Dále obdobným způsobem modifikoval hmotnostní poměr

$$B_z = \left(\frac{1-\nu}{4}\right) \frac{m}{\rho r_0^3} = \left(\frac{1-\nu}{4}\right) b, \quad (58)$$

Pohybovou rovnicí soustavy pak můžeme psát ve tvaru

$$m\ddot{z} + c_z\dot{z} + k_z z = Q_0 e^{i\omega t}, \quad (59)$$

kde $c_z = \frac{3.4r_0^2}{(1-\nu)} \sqrt{\rho G}$, $k_z = \frac{4Gr_0}{(1-\nu)}$.

Dle vztahů (96) a (97) můžeme vyjádřit parametr viskózního tlumení

$$\zeta = \frac{c_z}{c_r} = \frac{c_z}{2\sqrt{k_z m}} = \frac{\frac{3.4r_0^2}{(1-\nu)} \sqrt{\rho G}}{2 \cdot \sqrt{\frac{4Gr_0}{(1-\nu)} m}} = \frac{0.425}{\sqrt{B_z}}. \quad (60)$$

Řešení výše uvedené diferenciální rovnice (při rezonanci i mimo rezonanční kmitání) lze nalézt v podkapitole 5.1.

Obdobným způsobem můžeme psát pohybové rovnice pro ostatní samostatné stupně volnosti:

$$\text{Pro posun v horizontálním směru osy X} \quad (61)$$

$$m\ddot{x} + c_x\dot{x} + k_x x = Q_0 e^{i\omega t},$$

$$\text{Pro otáčení (naklánění) v rovině XZ} \quad (62)$$

$$M_{m0}\ddot{\phi} + c_\phi\dot{\phi} + k_\phi \phi = M_0 e^{i\omega t},$$

$$\text{Pro otáčení kolem osy Z (torzní)} \quad (63)$$

$$M_{mz}\ddot{\psi} + c_\psi\dot{\psi} + k_\psi \psi = T_0 e^{i\omega t}.$$

Příslušné hmotnostní, tlumící a tuhostní parametry jsou uvedeny v následujících tabulkách. Hmotnostní parametry obdržíme součtem parametrů stroje, základu a spolukmitající zeminy

$$m = m_{\text{stroje}} + m_{\text{základu}} + m_{\text{zeminy}}, \quad (64)$$

$$M_m = M_{m_{\text{stroje}}} + M_{m_{\text{základu}}} + M_{m_{\text{zeminy}}}.$$

Směr kmitání	Ekvivalentní poloměr
Vertikální	$r_0 = \sqrt{\frac{LB}{\pi}}$
Horizontální	$r_0 = \sqrt{\frac{LB}{\pi}}$
Naklonění v rovině XZ	$r_0 = \sqrt[4]{\frac{LB^3}{3\pi}}$
Naklonění v rovině YZ	$r_0 = \sqrt[4]{\frac{L^3B}{3\pi}}$
Torzní	$r_0 = \sqrt[4]{\frac{L^3B+LB^3}{6\pi}}$

Tab. 1 Ekvivalentní poloměr.

Směr kmitání	ν	m_{zeminy}	$M_{m_{zeminy}}$	Zdroj
Vertikální	0.00	$0.5\rho r_0^3$		Hsieh [33]
	0.25	$0.5\rho r_0^3$		
	0.50	$2.0\rho r_0^3$		
Horizontální	0.00	$0.2\rho r_0^3$		
	0.25	$0.2\rho r_0^3$		
	0.50	$0.1\rho r_0^3$		
Naklonění ve svislé rovině	0.00		$0.4\rho r_0^5$	
Torzní	0.00		$0.3\rho r_0^5$	
	0.25		$0.3\rho r_0^5$	
	0.50		$0.3\rho r_0^5$	

Tab. 2 Hmotnostní parametry.

Směr kmitání	Tuhost pružiny	Zdroj
Vertikální	$k_z = \frac{4Gr_0}{1-\nu}$	Boussinesq [14] Timoshenko, Goodier [34]
Horizontální	$k_x = \frac{32(1-\nu)Gr_0}{7-8\nu}$	Bycroft [31]
Naklonění ve svislé rovině	$k_\phi = \frac{8Gr_0^3}{3(1-\nu)}$	Borowicka [35]
Torzní	$k_\psi = \frac{16Gr_0^3}{3}$	Reissner, Sagoci [36]

Tab. 3 Tuhost pružin nahrazujících podzákladí pro různé módy kmitání.

Směr kmitání	Hmotnostní poměr	Koeficient tlumení, hodnota tlumení	Zdroj
Vertikální	$B_z = \frac{0.25(1-\nu)m}{\rho r_0^3}$	$\zeta_z = \frac{0.425}{\sqrt{B_z}}$ $C_z = 2\zeta_z \sqrt{k_z m}$	Lysmer, Richart [32]
Horizontální	$B_x = \frac{(7-8\nu)m}{32(1-\nu)\rho r_0^3}$	$\zeta_x = \frac{0.288}{\sqrt{B_x}}$ $C_x = 2\zeta_x \sqrt{k_x m}$	
Naklonění ve svislé rovině	$B_\phi = \frac{0.375(1-\nu)M_{m0}}{\rho r_0^5}$	$\zeta_\phi = \frac{0.15}{(1+B_\phi)\sqrt{B_\phi}}$ $C_\phi = 2\zeta_\phi \sqrt{k_\phi M_{m0}}$	
Torzí	$B_\psi = \frac{M_{mz}}{\rho r_0^5}$	$\zeta_\psi = \frac{0.5}{1+2B_\psi}$ $C_\psi = 2\zeta_\psi \sqrt{k_\psi M_{mz}}$	

Tab. 4 Hodnoty hmotnostního poměru a parametrů tlumení pro různé směry kmitání.

Tím jsou vyřešeny oddělené módy kmitání se zahrnutím tlumení. Zbývá však vyřešit otázku **kmitání v horizontálním směru spojené s nakloněním základu**.

Obdobným způsobem jako v případě Barkanova modelu sestavíme systém pohybových rovnic s využitím druhého Newtonova zákona.

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & M_{m0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_x & -C_x Z_c \\ -C_x Z_c & C_{\phi x} + C_x Z_c^2 - WZ_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} K_x & -K_x Z_c \\ -K_x Z_c & K_{\phi x} + K_x Z_c^2 - WZ_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_0 \\ M_0 \end{Bmatrix} \sin \omega_m t .
 \end{aligned} \tag{65}$$

Při praktickém využití tohoto vztahu pro řešení dynamické odezvy bývá člen $-WZ_c$ zanedbáván, protože z pozorování vyplývá, že pokud je základ masivní, nemá tento člen významný vliv na celkovou odezvu. Na základě toho můžeme systém (65) přepsat do tvaru

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & M_{m0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_x & -C_x Z_c \\ -C_x Z_c & C_{\phi x} + C_x Z_c^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} K_x & -K_x Z_c \\ -K_x Z_c & K_{\phi x} + K_x Z_c^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_0 \\ M_0 \end{Bmatrix} \sin \omega_m t .
 \end{aligned} \tag{66}$$

Ačkoliv předcházející systém diferenciálních rovnic vypadá velice upraveně, jeho problémem je, že matice tlumení zeminy není proporcionální ani k matici hmotnosti, ani k matici tuhosti, navíc je systém provázán výrazem Z_c . Nejvhodnějším způsobem řešení systém (65) respektive (66) je vyřešení odezvy v časové oblasti, to se však nehodí pro ruční výpočet. Další možností je zanedbání tlumení s vědomím konzervativního výpočtu. Třetí možností, která je dále popsána, je převedení neproporcionální matice tlumení na proporcionální (Rayleighovo tlumení) s vědomím drobného zaokrouhlení členů matice tlumení.

Přibližné převedení neproporcionálního tlumení na proporcionální.

Nejprve vyřešíme vlastní frekvence systému (66) se zanedbáním tlumení.

$$\begin{bmatrix} K_x - \omega^2 m & -K_x Z_c \\ -K_x Z_c & K_{\phi x} + K_x Z_c^2 - \omega^2 M_{m0} \end{bmatrix} = 0, \quad (67)$$

Nechť řešením výše uvedeného systému jsou vlastní čísla ω_1^2 a ω_2^2 a jim odpovídající vlastní vektory $\{\phi_1\} = \{\phi_{xx}, \phi_{\phi x}\}^T$ respektive $\{\phi_2\} = \{\phi_{\phi x}, \phi_{\phi\phi}\}^T$. Z vlastních vektorů sestavíme matici vlastních vektorů $[\phi] = [\{\phi_1\}, \{\phi_2\}] = \begin{bmatrix} \phi_{xx} & \phi_{\phi x} \\ \phi_{\phi x} & \phi_{\phi\phi} \end{bmatrix}$.

Nyní můžeme stanovit koeficient tlumení pro každý tvar odděleně. Provedeme nejprve pro první vlastní tvar.

Nejprve provedeme součin $\{\phi_1\}^T [C] \{\phi_1\}$

$$\begin{aligned} \{\phi_{xx}, \phi_{\phi x}\} \begin{bmatrix} C_x & -C_x Z_c \\ -C_x Z_c & C_{\phi x} + C_x Z_c^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{xx} \\ \phi_{\phi x} \end{Bmatrix} = \\ = C_x \phi_{xx}^2 - 2C_x Z_c \phi_{xx} \phi_{\phi x} + (C_{\phi x} + C_x Z_c^2) \phi_{\phi x}^2, \end{aligned} \quad (68)$$

Je nutné si uvědomit, že výše uvedený výraz je jedinečný a že součin $\{\phi_{i1}\}^T [C] \{\phi_i\}$ rozloží tlumení do tvaru $2\zeta_i \omega_i$, kde i jsou stupně volnosti soustavy. Vzhledem k tomu můžeme psát

$$2\zeta_1 \omega_1 = C_x \phi_{xx}^2 - 2C_x Z_c \phi_{xx} \phi_{\phi x} + (C_{\phi x} + C_x Z_c^2) \phi_{\phi x}^2, \quad (69)$$

$$\zeta_1 = \frac{C_x \phi_{xx}^2 - 2C_x Z_c \phi_{xx} \phi_{\phi x} + (C_{\phi x} + C_x Z_c^2) \phi_{\phi x}^2}{2\omega_1}, \quad (70)$$

kde ζ_1 je koeficient tlumení prvního vlastního tvaru, ω_1 první úhlová frekvence vlastního kmitání.

Obdobným způsobem obdržíme pro druhý tvar

$$\zeta_2 = \frac{C_{\phi x} \phi_{\phi x}^2 - 2C_x Z_c \phi_{\phi x} \phi_{\phi\phi} + (C_{\phi x} + C_x Z_c^2) \phi_{\phi\phi}^2}{2\omega_2}, \quad (71)$$

kde ζ_2 je koeficient tlumení druhého vlastního tvaru, ω_2 druhá úhlová frekvence vlastního kmitání.

Matici tlumení předpokládejme ve tvaru $[C] = \alpha[M] + \beta[K]$ a provedeme následující operaci

$$\{\phi_i\}^T [C] \{\phi_i\} = \alpha \{\phi_i\}^T [M] \{\phi_i\} + \beta \{\phi_i\}^T [K] \{\phi_i\}, \quad (72)$$

obdržíme systém rovnic

$$\begin{aligned} 2\zeta_1 \omega_1 &= \alpha + \beta \omega_1^2, \\ 2\zeta_2 \omega_2 &= \alpha + \beta \omega_2^2. \end{aligned} \quad (73)$$

Z uvedeného systému dvou lineárních rovnic o dvou neznámých vypočítáme potřebné koeficienty α a β . Matici tlumení $[C] = \alpha[M] + \beta[K]$ nazveme maticí ekvivalentního proporcionálního tlumení (Rayleighovo tlumení). Se zavedením tohoto způsobu tlumení pak není problém řešit odezvu základu se strojem danou výrazem (66).

4.1.16 Alternativní formulace vázaného tvaru kmitání (horizontálního posunu spolu s nakloněním ve svislé rovině) pomocí Lagrangeových rovnic druhého druhu

Nyní provedeme formulaci pohybových rovnic (47) respektive (66) pomocí energetického pojetí dle Lagrangee. Napíšeme obecné Lagrangeovy rovnice druhého druhu

$$d(T + U) = 0, \quad d(T + U) = \sum_{i=1}^n \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} \right] dq_i = 0. \quad (74)$$

Výrazy pro vyjádření energie při svázaném pohybu základu se strojem

$$\begin{aligned} \text{Pro kinetickou energii: } T &= \frac{1}{2} m (\dot{x} + Z_c \dot{\phi})^2 + \frac{1}{2} M_{m0} \dot{\phi}^2, \\ \text{Pro potenciální energii: } U &= \frac{1}{2} K_x x^2 + \frac{1}{2} K_\phi \phi^2. \end{aligned} \quad (75)$$

Provedeme derivace výrazů

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} &= m (\dot{x} + Z_c \dot{\phi}), \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) = m (\ddot{x} + Z_c \ddot{\phi}) = m \ddot{x} + m Z_c \ddot{\phi}, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} &= Z_c m (\dot{x} + Z_c \dot{\phi}) + M_{m0} \dot{\phi}, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} \right) = m Z_c \ddot{x} + m Z_c^2 \ddot{\phi} + M_{m0} \ddot{\phi}, \\ \frac{\partial U}{\partial x} &= K_x x, \quad \frac{\partial U}{\partial \phi} = K_\phi \phi. \end{aligned} \quad (76)$$

Dosazením vztahů derivací do (74) obdržíme pohybové rovnice ve tvaru

$$m \ddot{x} + m Z_c \ddot{\phi} + K_x x = 0, \quad m Z_c \ddot{x} + (m Z_c^2 + M_{m0}) \ddot{\phi} + K_\phi \phi = 0, \quad (77)$$

které můžeme přepsat v maticové formě

$$\begin{bmatrix} m & m Z_c \\ m Z_c & m Z_c^2 + M_{m0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_x & 0 \\ 0 & K_\phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (78)$$

O systému diferenciálních rovnic (78) lze říci, že je provázán pouze přes matici hmotnosti, matice tuhosti je diagonální. Na rozdíl od klasické formulace problému pomocí druhého Newtonova zákona (nebo D'Alembertova přístupu), kde je situace opačná, tedy matice hmotnosti je diagonální a matice tuhosti má mimodiagonální členy.

Pro systém rovnic, provázaný přes matici hmotnosti, je dle Meirovitche [37] pozorováno, že matice tuhosti i matice tlumení zůstávají diagonální. Můžeme tak systém (78) přepsat se zahrnutím tlumení do tvaru

$$\begin{bmatrix} m & m Z_c \\ m Z_c & m Z_c^2 + J \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_x & 0 \\ 0 & C_\phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_x & 0 \\ 0 & K_\phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_0 \\ M_0 \end{Bmatrix} \sin \omega_m t. \quad (79)$$

Je nutné zdůraznit, že vlastní hodnoty obou svazků ($[K]$, $[M]$) systémů (66) a (79) jsou stejné. Navíc je pozorováno dle Wolfa [38], že koeficient tlumení odvozený touto metodou je blíže k hodnotám odvozeným klasickou analýzou ve frekvenční oblasti v komplexních číslech.

4.1.17 Modely pro tuhý základ zohledňující zapuštění základu pod povrch

Při návrhu základů strojů, zvláště u těch s vyšší pracovní frekvencí, dochází k situacím, kdy projektant musí zvětšit hmotnost základu a jedinou možností je zvětšení jeho výšky směrem pod povrch. Dochází tak k situaci, kdy zemina obklopující základ má významný vliv na celkovou odezvu konstrukce. Na toto téma bylo provedeno mnoho numerických studií a měření (např. Gupta [39], Erden a Stokoe [40]) ze kterých vyplývá: (i) efekt zapuštění základu zvyšuje hodnotu vlastní frekvence základu, (ii) redukuje výslednou amplitudu odezvy základu.

4.1.18 Whitmanova metoda

V mnoha zemích (USA, Indie, ...) nejpoužívanější a nejpoužívanější metoda v projekční praxi, vyjadřuje vliv zapuštění základu násobitelem tuhosti zeminy η a násobitelem tlumení α . Whitman [41] odvodil vztahy pro základ kruhového tvaru s hloubkou zapuštění h (při výpočtu základu obdélníkového tvaru lze užít ekvivalentní poloměr z tabulky 1). Je doporučeno použití těchto násobitelů vlivu zapuštění základu pro Lysmerovu metodu (násobíme tedy členy tabulky 3 a 4 s členy tabulky 5).

Směr kmitání	Vliv zapuštění na tuhost	Vliv zapuštění na tlumení
Vertikální	$\eta_z = 1 + 0.6(1 - \nu) \frac{h}{r_0}$	$\alpha_z = \frac{1 + 1.9(1 - \nu) \frac{h}{r_0}}{\sqrt{\eta_z}}$
Horizontální	$\eta_x = 1 + 0.55(2 - \nu) \frac{h}{r_0}$	$\alpha_x = \frac{1 + 1.9(1 - \nu) \frac{h}{r_0}}{\sqrt{\eta_x}}$
Naklonění ve svislé rovině	$\eta_\phi = 1 + 1.2(1 - \nu) \frac{h}{r_0} + 0.2(2 - \nu) \left(\frac{h}{r_0}\right)^3$	$\alpha_\phi = \frac{1 + 0.7(1 - \nu) \frac{h}{r_0}}{\sqrt{\eta_\phi}} + \frac{0.6(2 - \nu) \left(\frac{h}{r_0}\right)^3}{\sqrt{\eta_\phi}}$
Torzí	Není uveden	

Tab. 5 Násobitele tuhosti a koeficientu tlumení zohledňující vliv zapuštění základu.

4.1.19 Wolfův model

Wolf odvodil pružinu nahrazující dynamické působení zemního prostředí na základ zavedením spolukmitající hmoty zeminy se základem vztahy

$$C = \frac{r}{V_s} k \gamma_0, \quad M = \left(\frac{r}{V_s}\right)^2 k \mu_0, \quad (80)$$

kde C je tlumení zemního prostředí, M spolukmitající hmotnost zeminy se základem, k , γ_0 , μ_0 tuhost podzákladí a koeficienty odvozené Wolfem (Tab. 6), G dynamický modul pružnosti zeminy ve smyku, ν součinitel příčné konstrukce, V_s rychlost šíření smykových vln zeminou.

Směr kmitání	Tuhost podzákladí k	γ_0	μ_0
Vertikální	$\frac{4Gr_0}{1-\nu}$	0.58	0.095
Horizontální	$\frac{8Gr_0}{1-\nu}$	0.85	0.27
Naklonění ve svislé rovině	$\frac{8Gr_0^3}{3(1-\nu)}$	$\frac{0.3}{1 + \frac{3(1-\nu)m}{8r_0^5}}$	0.24
Torzni (rotace kolem osy Z)	$\frac{16Gr_0^3}{3}$	$\frac{0.433}{1 + \frac{2m}{r_0^5\rho}} \left(\frac{m}{r_0^5\rho} \right)$	0.045

Tab. 6 Koeficienty Wolfova modelu.

4.1.20 Prostorový model MKP

Většina z výše uvedených modelů přistupuje k podzákladí pouze z hlediska vyjádření jeho tuhosti jako okrajové podmínky. V úlohách dynamiky je však nezbytně nutné počítat s hmotným podzákladím, protože jeho spolukmitající hmota značně ovlivňuje modální vlastnosti řešeného systému konstrukce-podzákladí. Jednou z možností jak zahrnout do výpočtu hmotné podzákladí je prostorový MKP model podzákladí, který přináší řadu výhod jako snadné zavedení nehomogenity a anizotropie, zavedení interakce blízkých objektů, zavedení interakce objektů umístěných pod povrchem, možnost zadávání zatížení působícího pod povrchem. Má i své nevýhody plynoucí z jeho ohraničenosti. Je to především otázka volby velikosti modelované oblasti podzákladí, dělení na konečné prvky (diskretizace) a zvolení okrajových podmínek na hranici modelované oblasti podzákladí. Například v [42] je v rovinné úloze model podzákladí modelován do vzdálenosti 116 m od konstrukce 35 konečnými prvky. Prostorový model také klade značně vyšší nároky na výpočetní techniku.

4.1.21 Prostorový model MKP s okrajovou podmínkou nekonečného prvku

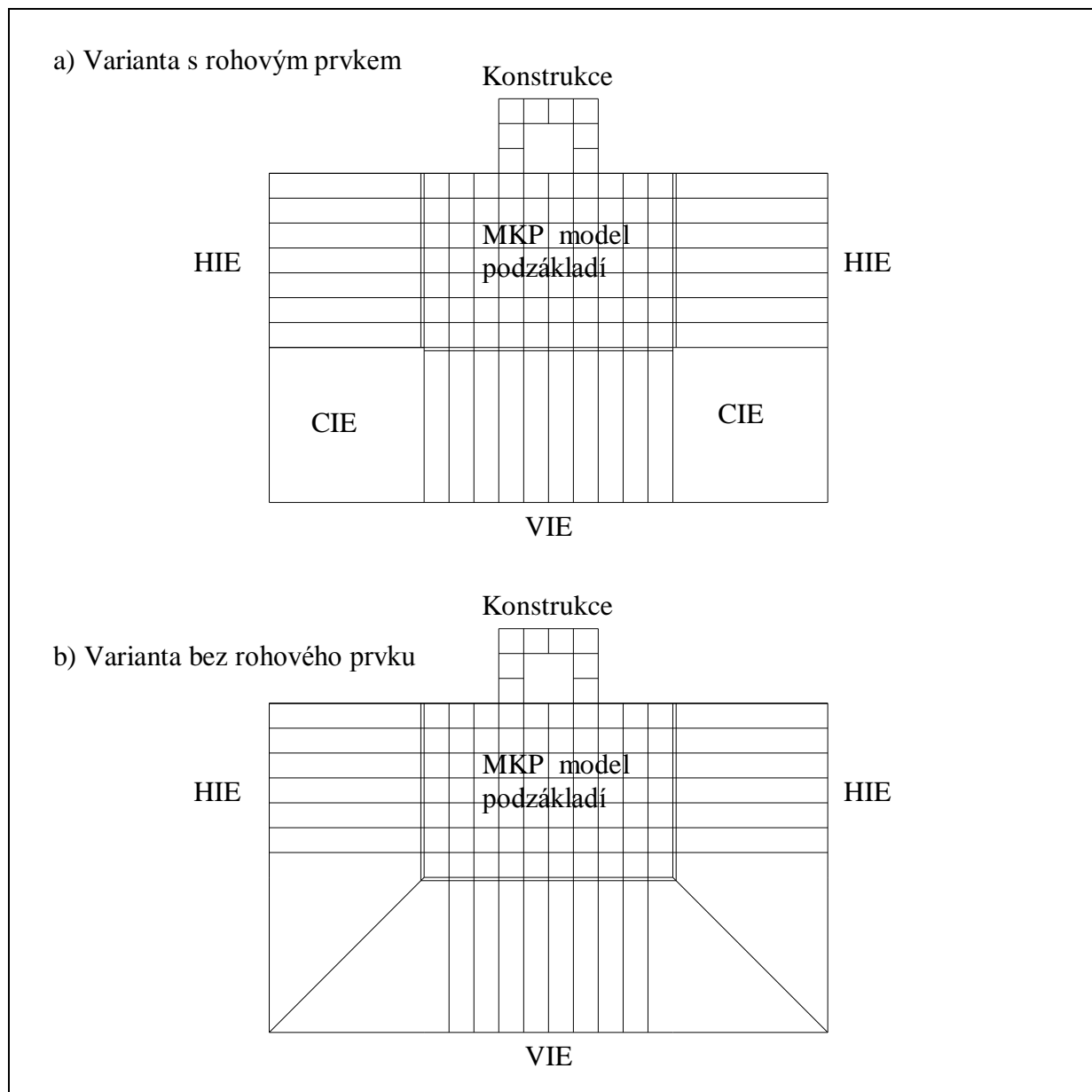
Nekonečné prvky jsou úspěšně využívány v úlohách lineární statiky, výpočtu konsolidace, ustáleného proudění, vedení tepla, elektrostatiky a magnetismu [43] - [54].

Dalším autorem věnujícím se problematice interakce konstrukce s podzákladím s využitím nekonečných prvků je Kazakov [55]. V programových systémech jako např. ANSYS jsou již dnes zahrnuty některé jednodušší nekonečné prvky, tyto prvky však není možno využít pro úlohy interakce konstrukce s podloží. ANSYS nám však umožňuje implementaci vlastních prvků pomocí superelementu MATRIX27.

V článku Yun C B. a Kim J. M. [56] jsou použity v rovinné úloze nekonečné prvky typu HIE (*horizontal infinite element*), VIE (*vertical infinite element*) a CIE (*corner infinite element*), viz obrázek 17. Navíc se ukazuje, že řešení odezvy v časové oblasti je extrémně náročné až neefektivní vzhledem k řešení odezvy ve frekvenční oblasti.

Z odborníků věnujících se nejen problematice využití nekonečných prvků, ale problematice interakce konstrukce s podzákladím v úlohách dynamiky obecně, je nutno uvést Juraje Králíka [57] - [61] a Miroslava Šimonoviče [59] - [61] ze Slovenské technické univerzity v Bratislavě.

Dle názoru autora je využití nekonečných prvků vhodné pouze v úlohách řešených ve frekvenční oblasti.



Obr. 17 Schéma modelu konstrukce s podzákladím s okrajovou podmínkou nekonečného prvku.

4.2 Modely podzákladí se základovými pilotami

Analytické modely podzákladí s pilotami (osamělá pilota nebo skupina pilot) lze rozdělit do následujících kategorií:

- Statické modely
 - Bez modelu podzákladí
 - Prut na pružném podloží
 - Modely pružného poloprostoru
 - Prostorové (popř. rovinné) modely MKP
- Dynamické modely
 - Bez modelu podzákladí
 - Prut na pružném podloží
 - Modely pružného poloprostoru
 - Prostorové (popř. rovinné) modely MKP.

Podrobný přehled a popis modelů věnující se otázce interakce osamělé piloty s podzákladím lze nalézt např. v disertační práci Gustava E. Pacheco-Crosettiho [62].

4.2.1 Statické modely pilot

Statické modely pilot vyčíslují obecně složky posunutí a vnitřních sil pilot od statického zatížení (bez vlivu tlumení a setrvačných sil). Piloty můžeme rozdělit do tří hlavních kategorií dle přenosu zatížení na plovoucí (přenáší zatížení třením na plášti a patě), vetknuté a opřené (přenáší zatížení patou piloty do únosného podloží). Zatížení na piloty působí ve dvou hlavních směrech a to svisle a vodorovně v hlavě piloty.

Bez modelu podzákladí

Bez modelu podzákladí lze počítat konstrukci založenou na opřených či vetknutých pilotách procházejících zeminou zanedbatelné tuhosti.

Model prutu na pružném podloží

Tento model, nazývaný také prutem na Winklerově podloží, předpokládá lineární závislost výchylky a kontaktního napětí v každém bodu a jejich vzájemnou nezávislost (viz obrázek 19a). Z rovnováhy na elementu pro horizontálně zatíženou pilotu získáme diferenciální rovnici čtvrtého řádu s konstantními koeficienty ve tvaru

$$E_P I_P \frac{d^4 v}{dz^4} + C_h v d = 0, \quad (81)$$

kde E_P je modul pružnosti piloty (Pa), I_P moment setrvačnosti průřezu piloty (Pa), C_h součinitel ložnosti podzákladí (kN/m^3), d průměr piloty (m), v vodorovný posun (m).

Analytické řešení tohoto problému pro konstantní průběh součinitele ložnosti prezentoval Hetenyi [63], jehož řešení pak detailně popisuje Scott [64]. Toto problematikou se dále zabýval Vesić [65], který provedl rozsáhlou numerickou studii a porovnání s výsledky získanými na základě teorie pružného poloprostoru a uvádí, že Winklerův model dává dobré výsledky u středních a dlouhých pilot a dále doporučuje hodnoty koeficientu ložnosti, kterými lze dosáhnout dobrých výsledků.

Numerické řešení problému metodou konečných diferencí prezentovala řada autorů: Palmer a Thompson [66], Reese a Matlock [67] a další. Řešení metodou konečných prvků, které v jedné dimenzi přechází v deformační metodu, lze nalézt v knihách zakládání staveb např. [68], [69].

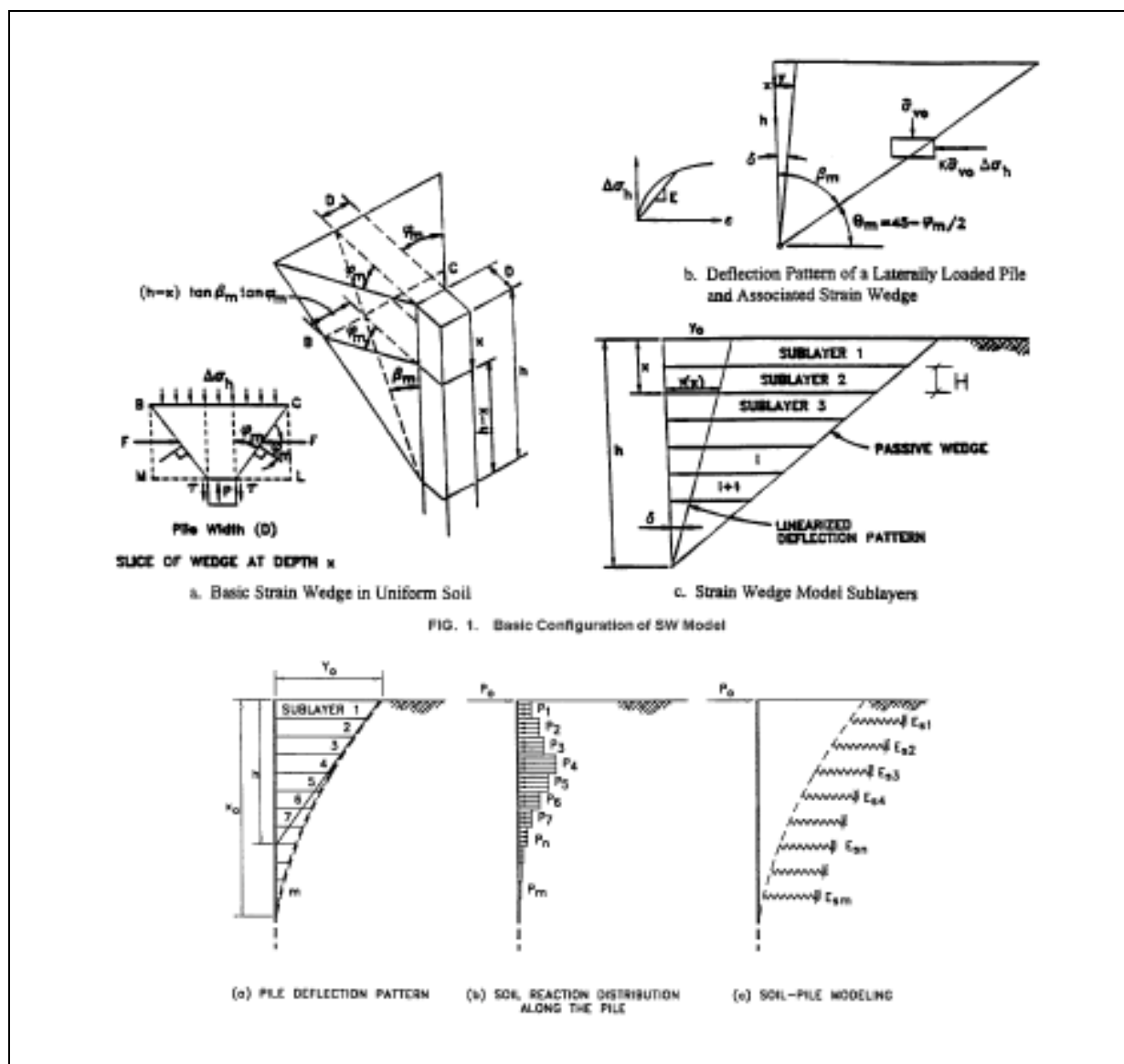
Na teorii prutu na pružném podepření je založena i řada metod pro kompletní návrh pilot, jejichž nejznámějším autorem je Broms [70], [71], [72].

Metoda p - y (Model prutu na nelineárně pružném podloží)

Metoda vychází ze snahy postihnout nelineární chování zemního prostředí, je to tedy metoda prutu **nelineárně** pružně podepřeného. Každému bodu je reakce vypočtena ne z koeficientu ložnosti, ale na základě p - y křivek (závislost výslednice tlaku na výchylce, obrázek 19b). Tuto koncepci zavedli Matlock a Reese a prezentují ji v řadě svých článků [73], [74], [75]. Křivky p - y byly získány ze série měření na instrumentované pilotě in situ

Model klínu

Ashour a Norris [76], [77] spolu se svými kolegy vytvořili model pro výpočet p - y křivek z pasivního klínu zeminy (viz následující obrázek).



Obr. 18 Schém modelu klínu, zdroj Ashour, Narris [77].

Modely pružného poloprostoru

Několik autorů (Davis a Booker [78]) ve snaze po zjednodušení úlohy vytvořili 2D model (pro úlohy rovinné napjatosti a deformace) pro speciální případy konfigurace pilot (blízké piloty v jedné řadě atd.). Většina autorů věnující se této problematice se však věnovala obecnějšímu 3D modelu založeném na řešení Mindlinovy úlohy (oddílu 4.1.5), byli to zejména Douglas a Davis [79], Spiller a Stoll [80], Poulos [81], [82]. Tyto modely jsou

řešeny iteračně metodou konečných diferencí a jejich hlavní nevýhoda a omezení plyne z Mindlinových předpokladu homogenního izotropního pružného poloprostoru.

Metoda konečných prvků

Ve snaze získat numerické řešení úlohy horizontálně zatížené piloty obklopené elasticko-plastickou zemínou si řada inženýrů za nástroj zvolila metodu konečných prvků, a to jak 2D variantu (Baguelin a Frank [83], Banerjee a Davis [84]), tak obecnou prostorovou úlohu (Desai a Appel [85]). Metoda konečných prvků se také později stala nástrojem numerické analýzy p-y křivek a jejich následného porovnání s experimentem (Yang a Jeremic [86]). Metoda konečných prvků umožňuje relativně snadno zavést nelineární plastické chování zeminy nebo podrobné modelování rozhraní piloty a zeminy.

4.2.2 Dynamické modely pilot

Tyto modely se obecně snaží vystihnout chování pilot zatížených horizontálním či vertikálním časově proměnným zatížením se zahrnutím tlumících a setrvačných sil přidáním spolukmitající hmotnosti zeminy (popř obojí).

Bez modelu podzákladí

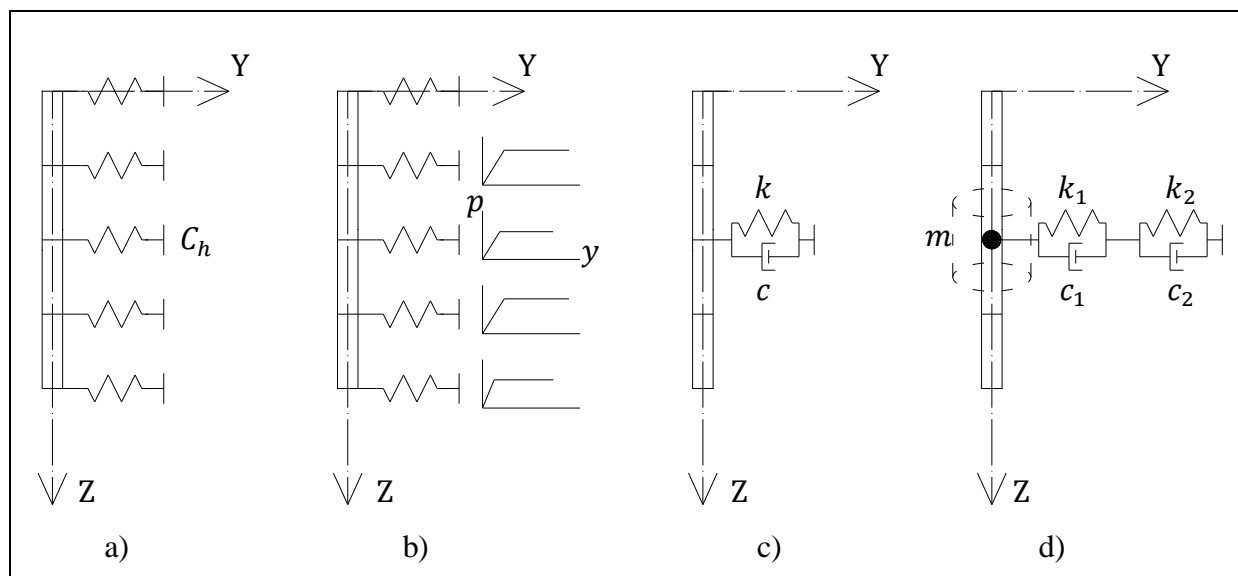
Za předpokladu vetknutých či opřených pilot obklopených zemním prostředím s malou tuhostí a za předpokladu malých kmitů můžeme provést návrh a posouzení pilot na dynamické zatížení (zejména výpočet vlastní frekvence) se zanedbáním vlivu zeminy. Této problematice se věnuje Richart, který sestavil návrhové grafy pro výpočet vlastní frekvence kmitání z délky či štíhlosti pilot [26], [87].

Model prutu na pružném podloží

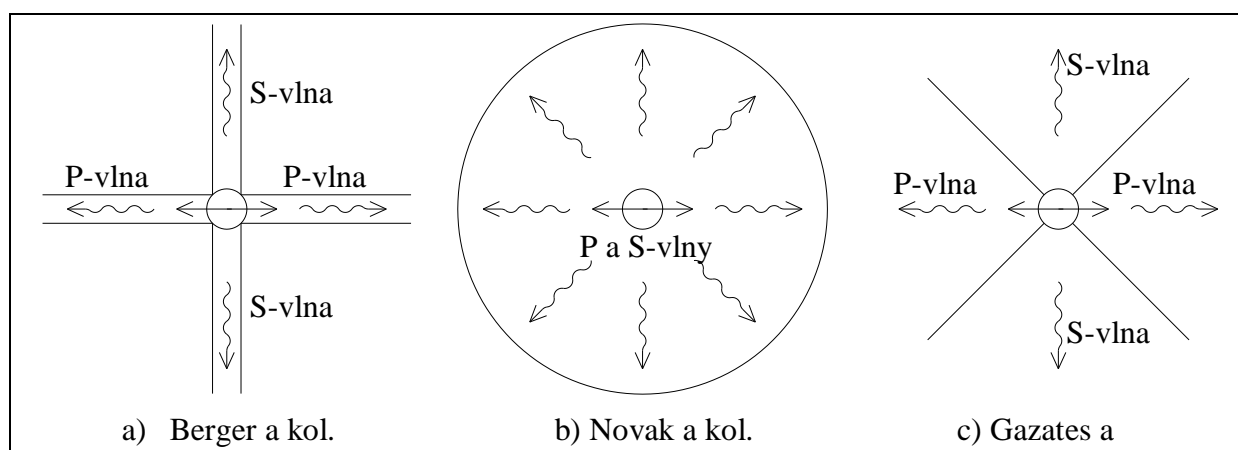
Dynamický model pružně podepřeného prutu byl vytvořen rozšířením p-y modelu (postihující nelineární chování zeminy, v úlohách dynamiky se sečnou tuhostí jako funkcí výchylky piloty) o vliv materiálového tlumení zavedením paralelních lineárních tlumičů k pružinám (Kelvin-Voightův model viskoelastického materiálu, viz obrázek 19c).

Další snahou bylo rozšířit model o vliv geometrického tlumení. Berge, Mahin a Pike [88] navrhli zjednodušený model za předpokladu, že horizontálně pohybující se pilota vytváří jednodimenzionální P-vlny šířící se ve směru pohybu piloty a jednodimenzionální SH-vlny šířící se kolmo na směr pohybu piloty (viz obrázek 20a). Novak a kol. [89].

zavádějí přesnější model předpokladem nekonečně dlouhé piloty obklopené homogenní izotropní lineárně pružnou zemínou. Tím si prostorovou úlohu zredukovali na 2D úlohu rovinné deformace, kde pilota je reprezentována vibrujícím kruhovým diskem v nekonečné pružné rovině (viz obrázek 20b). Gazates a Dobry [90], [91] zavedli zjednodušený model za předpokladu, že horizontálně pohybující se pilota vytváří P-vlny šířící se ve čtvrtrovinách ve směru pohybu piloty a SH-vlny šířící se ve čtvrtrovinách kolmo na směr pohybu piloty (viz obrázek 20c). Pro všechny tři modely autoři udávají odvozený vztah pro výpočet koeficientu viskózního tlumení. Výpočtový model má pak vedle pružiny paralelní lineární tlumič s hodnotou parametru viskózního tlumení získanou součtem tlumení materiálového a geometrického (viz obrázek 19c, kde $c = c_{\text{materiálové}} + c_{\text{geometrické}}$).



Obr. 19 Schéma modelů pro řešení odezvy osamělé piloty.



Obr. 20 Schéma modelů pro analýzu geometrického tlumení.

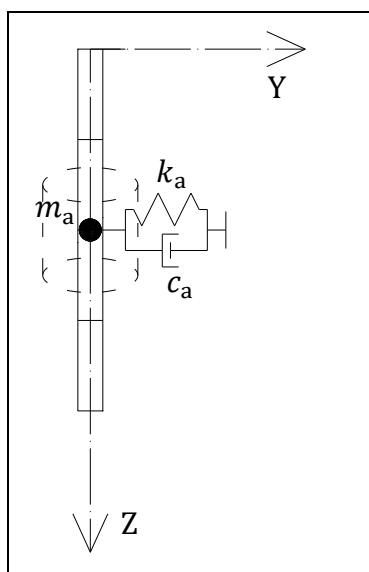
Ve snaze o další zpřesnění modelu piloty v interakci s podzákladím byl vytvořen model dvou (popř. tří) sériových článků (pružiny s tlumičem), jejichž parametry byly získány z řešení zemního kontinua jako nezávislých horizontálních desek ve stavu rovinné deformace, které velice přesně popisuje chování prostorového kontinua pro budící frekvence vyšší než základní (fundamentální) frekvence zeminy. Nogami a Novak [92], Nogami a Koganai [93] představují model se třemi sériově zapojenými články (pružina, tlumič) a označují ho jako Hybridní dynamický Winklerův model. K pilotě navíc přidávají spolukmitající hmotnost zeminy, jejíž výpočet však není udán.

Tento model byl následně rozšířen Nogamim [94] o nelineární složku reprezentující nelineární chování zeminy v blízkém okolí piloty. Tento model o dvou člancích, kde první představuje nelineární chování blízké zeminy a druhý představuje lineární chování vzdálené části podzákladí, opět zahrnuje část spolukmitající hmotnost zeminy, jejíž přesný výpočet není udán (v článku je pouze zmíněno, že poloměr spolukmitající zeminy byl brán „uměle/nepřirozeně“). Obdobný jednodušší model prezentovali El Naggar a Novak [95], [96], ti spolukmitající hmotu umísťují do dvou uzlů (na pilotu a mezi články), její výpočet však opět není uveden. Tento model posléze El Naggar a Bentley [97] propojují s konceptem p-y křivek a z něj vyčíslují vztah pro nelineární pružinu reprezentující blízké okolí piloty (odečtením tuhosti lineární pružiny vzdálené oblasti, které je dáno řešením modelu rovinné deformace, od p-y křivky).

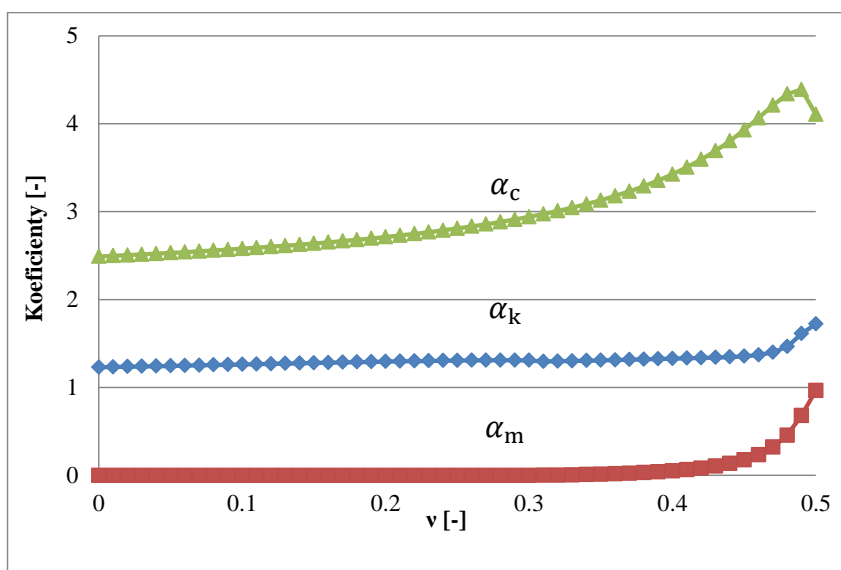
Ve snaze získat model s frekvenčně nezávislými parametry nejen viskózního tlumení c_a , ale i tuhosti k_a a hmotnosti spolukmitající zeminy m_a , vytvořil Pacheco [62] ekvivalentní model (Equivalent Lumped Model) aproximací řešení získaného Novakem (reálnou část aproximoval polynomem druhého stupně bez lineárního členu, imaginární část aproximoval lineární funkcí). Získal následující vztahy (pro element piloty délky 1 m, obrázek 21)

$$\begin{aligned} k_a &= G\pi\alpha_k, \\ m_a &= \pi r_o^2 \rho \alpha_m, \\ c_a &= \pi r_o v_s \rho \alpha_c, \end{aligned} \quad (82)$$

kde G je modul pružnosti ve smyku zeminy (Pa), ρ hustota zeminy (kg/m^3), r_o poloměr piloty (m), α_k , α_m , α_c jsou koeficienty ekvivalentního modelu získané regresí Novakova řešení (znázorněny v grafu 2) (–).



Obr. 21 Schéma ekvivalentního modelu.



Graf 2 Koeficienty ekvivalentního modelu získané regresí Novakova řešení.

Modely pružného poloprostoru

Hlavní výhodou modelů založených na teorii pružného poloprostoru je automatické zahrnutí geometrického tlumení skrze komplexní vyjádření funkce tuhosti. Nevýhodou je možnost aplikování modelu pouze pro visko-elastický materiálový model a nemožnost zahrnutí lokálních nelinearit (či jiného modelu rozhraní piloty a podzákladí). Navzdory tomu je řešení tohoto problému velice důležité pro pochopení otázky interakce piloty s podzákladím a pro řešení dílčích úloh interakce (např. výpočet koeficientu ložnosti).

Jistým mezičlánkem mezi modely pružně podepřeného prutu a kontinua je koncept prezentovaný Novakem [98], ten lze považovat za zobecněný Winklerův přístup. Zemina je předpokládána jako nezávislý homogenní izotropní lineárně pružný disk ve stavu rovinné deformace. Za tohoto předpokladu byla sestavena diferenciální rovnice výchylky horizontálně zatížené piloty se zahrnutým vlivem tlumení. Novak našel řešení ustálené odezvy (partikulární integrál) na harmonickou budící sílu. Tímto řešením vyjádřil dynamickou tuhost a koeficient tlumení hlavy piloty (skupinu pilot se společným tuhým základem) v závislosti na bezrozměrných parametrech (poměr hmotností zeminy vůči hmotnosti piloty, poměr rychlosti smykových vln šířících se zeminou k rychlosti podélných vln šířících se pilotou, štíhlostní poměr, bezrozměrná budící frekvence).

Nogami a Novak [67], Novak [98] dále analyzují reakci zemního prostředí získanou na základě řešení prostorového kontinua. Dochází k závěru, že tato reakce se i v případě homogenní zeminy značně liší v závislosti na hloubce, budící frekvenci a relativní tuhosti (poměr modulů pružnosti piloty a podzákladí). Dále dochází k důležitému závěru, že reakce získaná prostorovým řešením je shodná s reakcí získanou řešením 2D úlohy ve stavu napjatosti rovinné deformace pro budící frekvence vyšší než základní (fundamentální) vlastní frekvence zeminy.

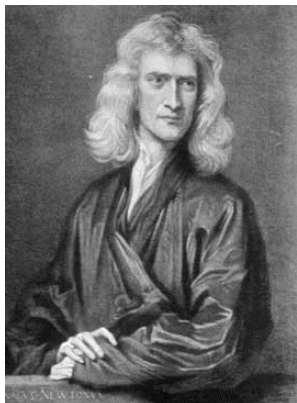
Metoda konečných prvků

Hlavní výhodou řešení odezvy piloty v interakci s podzákladím metodou konečných prvků je relativně snadné vytvoření modelu, zahrnutí anizotropie, nehomogenit, nelineárního materiálového modelu, plasticity, modelování kontaktu piloty s podzákladím, interakce skupiny pilot (okolních objektů), atd. Hlavním problémem je pak ohraničenost modelu a odraz vlnění od hranice zpět ke konstrukci (na tuto skutečnost upozorňuje již v osmdesátých letech Wolf [99]).

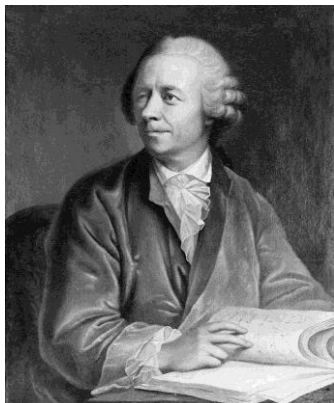
Snahou o zjednodušení prostorového modelu náročného na objem dat a čas výpočtu je model založený na závěrech popsanych výše (Nogami a Novak), že odezva prostorového kontinua je shodná s odezvou osamělých (izolovaných) plošných desek ve stavu rovinné deformace. Tento model prezentují např. Klar a Frydman [100].

5 Teorie dynamiky stavebních konstrukcí a mechanického vlnění

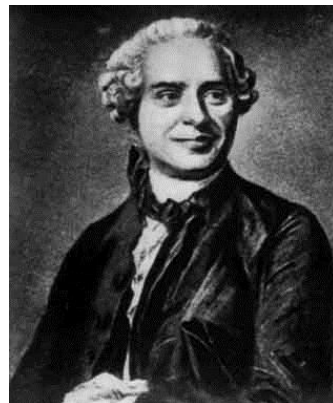
Obsahem této kapitoly je podrobný popis teorie, jejíž znalost je nezbytně nutné pro řešení úloh interakce konstrukce s podzákladím. Je logicky rozdělena do tří oddílů. První podkapitola je věnována kmitání soustavy s jedním stupněm volnosti, a to od volného, přes nucené, po kmitání vynucené pohybem okrajové podmínky. V druhé podkapitole je čtenář seznámen se soustavou s více stupni volnosti a to jmenovitě s modální analýzou a analýzou v časové oblasti. Třetí podkapitola je pak věnována mechanickému vlnění a to jak jednodimenzionálnímu tak vlnění šířícím se prostorem a poloprostorem, jeho odrazu a lomu na hranici či při přechodu do materiálu s odlišnými materiálovými charakteristikami.



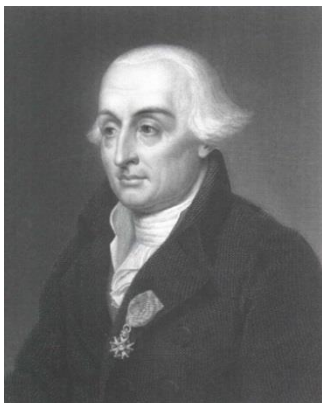
Sir Isaac Newton



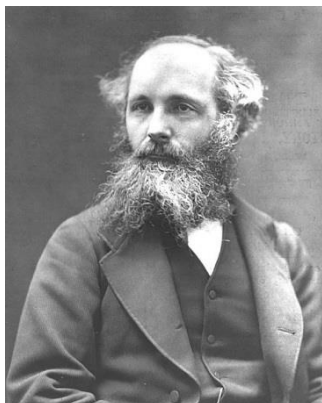
Leonhard Euler



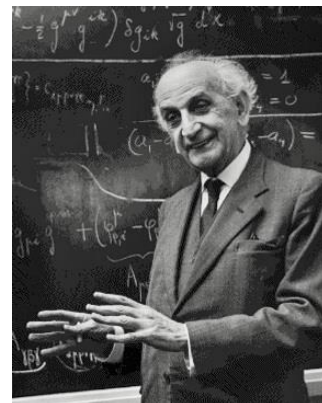
Jean le Rond d'Alembert



Joseph Louis Lagrange



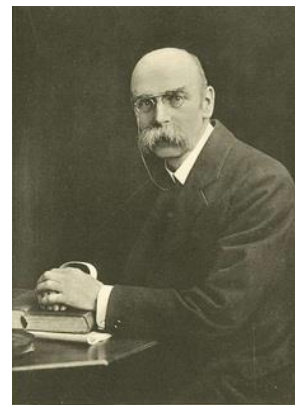
James Clerk Maxwell



Cornelius Lanczos



Nathan M. Newmark

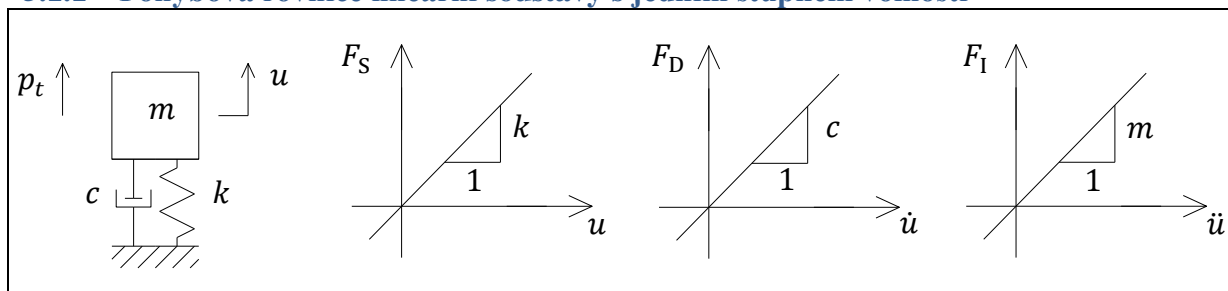
John William Strutt
(Lord Rayleigh)Augustus Edward Hough
Love

Obr. 22 Vybrané osobnosti teorie dynamiky a mechanického vlnění, [129] až [137].

5.1 Soustava s jedním stupněm volnosti

Matematický model úlohy by měl obecně co nejlépe vystihovat mechanické vlastnosti řešené konstrukce (systému konstrukce-podzáklaď). Ty můžeme rozdělit do dvou skupin: (i) Statické - přetvárné (vztahy mezi statickými účinky a statickým přemístěním) a napjatostí (vztahy mezi přemístěním a napjatostí), (ii) Dynamické - setrvačné (velikost a rozmístění hmot, setrvačných sil) a útlumové (velikost a rozložení tlumících sil).

5.1.1 Pohybová rovnice lineární soustavy s jedním stupněm volnosti



Obr. 23 Schéma soustavy s jedním stupněm volnosti, lineární model.

Pro sestavení pohybových rovnic soustavy s jedním stupněm volnosti (*single degree of freedom SDOF*) (viz obrázek 23) se nejčastěji používají tři přístupy: (i) První vychází z druhého Newtonova zákona, (ii) druhý způsob zavedl d'Alembert a (iii) třetí možností je využití Lagrangeových rovnic druhého druhu ([101], [102], [99], [103], [104], [105]). Předpokládáme lineární model (viz obrázek 23), tedy lineární pružinu a lineárně viskózní tlumič. Z druhého Newtonova zákona vyplývá lineární vztah setrvačných sil a zrychlení. Můžeme tedy psát

$$\begin{aligned} F_S &= k \cdot u, \\ F_D &= c \cdot \dot{u}, \\ F_I &= m \cdot \ddot{u}, \end{aligned} \quad (83)$$

kde F_S síla v pružině (N), F_D síla v tlumiči (N), F_I setrvačná síla (N), k tuhost pružiny (N/m), c koeficient viskózního tlumení (N · s/m), m hmotnost soustavy (kg), u, \dot{u}, \ddot{u} jsou posun (m), rychlost (m/s), zrychlení soustavy (m/s²).

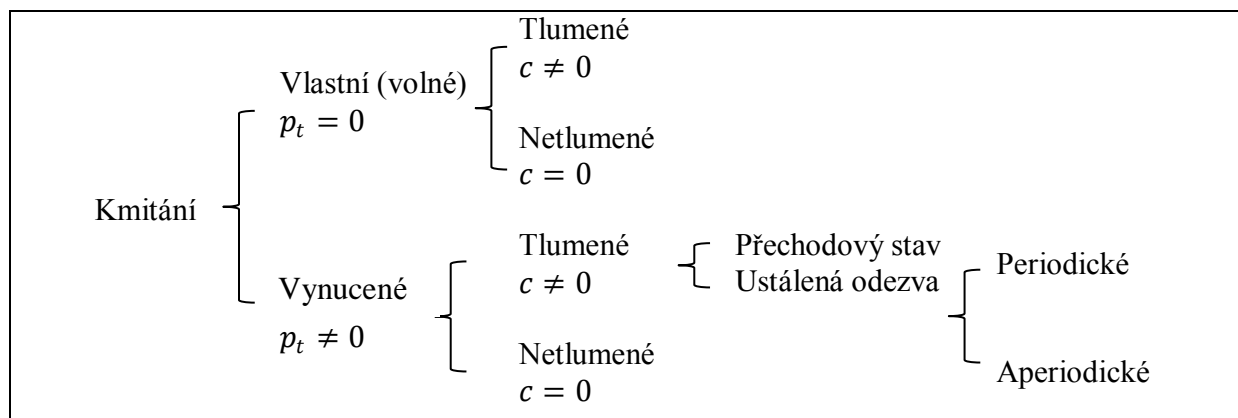
Dle d'Alemberta můžeme psát

$$F_I + F_D + F_S - p_t = 0. \quad (84)$$

Dosazením (83) do (84) získáme následující základní pohybovou diferenciální rovnici druhého řádu s konstantními koeficienty, pro jejíž řešení jsou nutné dvě počáteční podmínky např. (u_0, \dot{u}_0).

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p_t. \quad (85)$$

Dle pravé strany rovnice (85) můžeme kmitání rozdělit dle následujícího schématu.



Obr. 24 Schéma druhů kmitání.

5.1.2 Vlastní kmitání netlumené soustavy s jedním stupněm volnosti

Řešíme pohybovou rovnici (85) s nulovou hodnotou tlumení a nulovou pravou stranou (homogenní systém), tedy

$$m\ddot{u} + ku = 0, \quad (86)$$

$$\ddot{u} + \frac{k}{m}u = 0,$$

$$\ddot{u} + \omega_n^2 u = 0, \quad (87)$$

kde $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ je vlastní úhlová frekvence netlumené soustavy (rad/s).

Řešení diferenciální rovnice (87) předpokládáme ve tvaru

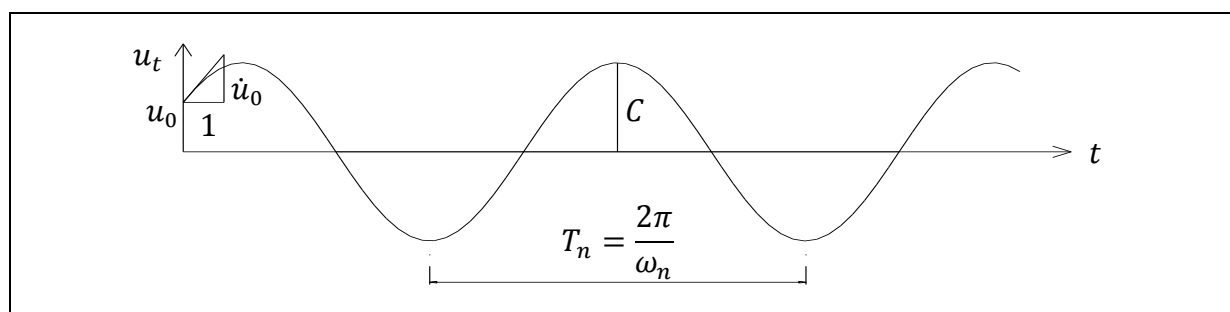
$$u_t = A \cos(\omega_n t) + B \sin(\omega_n t), \quad (88)$$

kde $A = u_0, B = \frac{\dot{u}_0}{\omega_n}$ jsou konstanty získané z počátečních podmínek u_0, \dot{u}_0 .

Výsledné řešení (88) lze přepsat do tvaru

$$u_t = C \cos(\omega_n t - \theta), \quad (89)$$

kde $C = \sqrt{u_0^2 + \left(\frac{\dot{u}_0}{\omega_n}\right)^2}$, $\sin \theta = \frac{\dot{u}_0/\omega_n}{C}$, $\cos \theta = \frac{u_0}{C}$.



Obr. 25 Schéma vlastního netlumeného kmitání soustavy s jedním stupněm volnosti.

5.1.3 Vlastní kmitání viskózně tlumené soustavy s jedním stupněm volnosti

Řešíme pohybovou rovnici (85) s nenulovou hodnotou tlumení a nulovou pravou stranou (homogenní systém), tedy

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0, \quad (90)$$

$$\begin{aligned} \ddot{u} + \frac{c}{m}\dot{u} + \frac{k}{m}u &= 0, \\ \ddot{u} + \frac{c}{m}\dot{u} + \omega_n^2 u &= 0, \end{aligned} \quad (91)$$

Řešení diferenciální rovnice (87) předpokládáme ve tvaru

$$u_t = e^{st}, \text{ platí tedy} \quad (92)$$

$$\dot{u}_t = se^{st}, \ddot{u}_t = s^2 e^{st}. \quad (93)$$

Dosazením (92), (93) do (91) získáme

$$\left(s^2 + \frac{c}{m}s + \omega_n^2\right) e^{st} = 0. \quad (94)$$

Kořeny této kvadratické rovnice můžeme psát ve tvaru

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\frac{c^2}{4m^2} - \omega_n^2}. \quad (95)$$

Při jejich vyčíslení můžou nastat tři případy:

- (i) Dva reálné různé kořeny, když $\frac{c^2}{4m^2} - \omega_n^2 > 0$, tedy $c > 2m\omega_n$, tedy $c > c_{cr}$,
- (ii) Dva reálné shodné kořeny, když $c = c_{cr}$,
- (iii) Dva komplexně sdružené kořeny, $c < c_{cr}$.

Hodnotu c_{cr} nazveme koeficientem kritického útlumu, a její hodnotu vyjádříme jako

$$c_{cr} = 2m\omega_n. \quad (96)$$

Dále definujme parametr viskózního tlumení ζ jako poměr koeficientu viskózního tlumení ke koeficientu kritického útlumu, tedy

$$\zeta = \frac{c}{c_{cr}}. \quad (97)$$

Pro případ (i) můžeme vztah pro výpočet kořenů (95) upravit tímto způsobem

$$\begin{aligned} s_{1,2} &= -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}, \\ s_{1,2} &= -\zeta\omega_n \pm \hat{\omega}_d, \end{aligned} \quad (98)$$

kde $\hat{\omega}_d = \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$.

Výsledným řešením vlastního (volného) kmitání pro případ nadkritického útlumu ($\zeta > 1$) je

$$u_t = e^{-\zeta\omega_n t} [A \cosh(\hat{\omega}_d t) + B \sinh(\hat{\omega}_d t)], \quad (99)$$

kde $A = u_0$, $B = \frac{\dot{u}_0 + \zeta\omega_n u_0}{\hat{\omega}_d}$ jsou konstanty získané z počátečních podmínek u_0 , \dot{u}_0 .

Pro případ (ii) můžeme vztah pro výpočet kořenů (95) upravit způsobem

$$s_{1,2} = -\omega_n. \quad (100)$$

Výsledným řešením vlastního (volného) kmitání pro případ kritického útlumu ($\zeta = 1$) je

$$u_t = e^{-\omega_n t} (A + Bt), \quad (101)$$

kde $A = u_0$, $B = \dot{u}_0 + \omega_n u_0$ jsou konstanty získané z počátečních podmínek u_0 , \dot{u}_0 .

Pro případ (iii) můžeme vztah pro výpočet kořenů (95) upravit následujícím způsobem

$$\begin{aligned} s_{1,2} &= -\zeta\omega_n \pm i\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}, \\ s_{1,2} &= -\zeta\omega_n \pm i\omega_d, \end{aligned} \quad (102)$$

kde $\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ je tlumená vlastní úhlová frekvence (rad/s).

Výsledným řešením vlastního (volného) kmitání pro případ podkritického útlumu ($\zeta < 1$) je

$$u_t = e^{-\zeta\omega_n t} [A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t)], \quad (103)$$

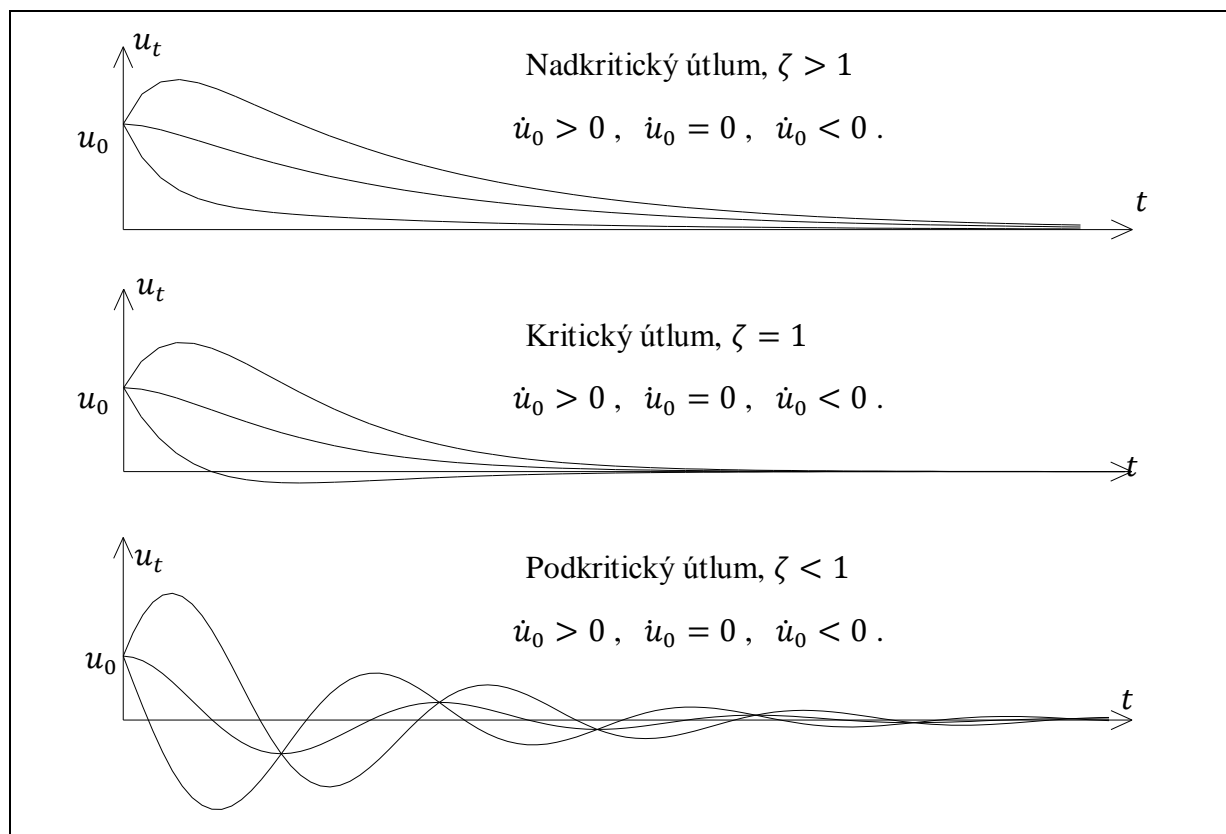
kde $A = u_0$, $B = \frac{\dot{u}_0 + \zeta\omega_n u_0}{\omega_d}$ jsou konstanty získané z počátečních podmínek u_0 , \dot{u}_0 ,

nebo

$$u_t = C e^{-\zeta\omega_n t} \cos(\omega_d t - \theta), \quad (104)$$

kde $C = \sqrt{u_0^2 + \left(\frac{\dot{u}_0 + \zeta\omega_n u_0}{\omega_d}\right)^2}$, $\sin \theta = \frac{\frac{\dot{u}_0 + \zeta\omega_n u_0}{\omega_d}}{C}$, $\cos \theta = \frac{u_0}{C}$.

Grafické znázornění vlastního (volného) netlumeného kmitání soustavy s jedním stupněm volnosti je znázorněno na následujícím obrázku.



Obr. 26 Schéma vlastního tlumeného kmitání soustavy s jedním stupněm volnosti.

5.1.4 Odezva viskózně tlumené soustavy s jedním stupněm volnosti na harmonické buzení

Řešíme pohybovou rovnici (85) s nenulovou hodnotou tlumení a harmonickou funkcí pravé strany, tedy

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = P \cos \Omega t, \quad (105)$$

$$\ddot{u} + \frac{c}{m}\dot{u} + \frac{k}{m}u = \frac{P}{m} \cos \Omega t, \quad (106)$$

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega_n\dot{u} + \omega_n^2 u = \frac{P}{m} \cos \Omega t,$$

Řešení výše uvedené úplné diferenciální rovnice druhého řádu s konstantními koeficienty předpokládáme ve tvaru

$$u_t = u_{C.F.} + u_{P.I.}, \quad (107)$$

kde $u_{C.F.}$ je řešení příslušné zkrácené (homogenní) rovnice, $u_{P.I.}$ partikulární integrál, příslušný pravé straně rovnice.

Řešení zkrácené rovnice jsme již provedli (103), (s tím rozdílem, že konstanty A, B musí platit pro celou výše uvedenou rovnici)

$$u_{C.F.} = e^{-\zeta\omega_n t} [A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t)], \quad (108)$$

Řešení partikulárního integrálu předpokládáme ve tvaru

$$u_{P.I.} = E \cos \Omega t + D \sin \Omega t, \text{ tedy} \quad (109)$$

$$\dot{u}_{P.I.} = -\Omega E \sin \Omega t + \Omega D \cos \Omega t,$$

$$\ddot{u}_{P.I.} = -\Omega^2 E \cos \Omega t - \Omega^2 D \sin \Omega t.$$

Dosazením (109) do (106) a následným porovnáním členů u harmonických funkcí obdržíme vztahy pro výpočet konstant E, D ve tvaru

$$E = \frac{\frac{P}{m}(\omega_n^2 - \Omega^2)}{(\omega_n^2 - \Omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\Omega)^2}, \quad D = \frac{\frac{P}{m}(2\zeta\omega_n\Omega)}{(\omega_n^2 - \Omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\Omega)^2}. \quad (110)$$

Vztah pro výpočet partikulárního integrálu lze pak psát

$$u_{P.I.} = \frac{\frac{P}{m}(\omega_n^2 - \Omega^2)}{(\omega_n^2 - \Omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\Omega)^2} \cos \Omega t + \frac{\frac{P}{m}(2\zeta\omega_n\Omega)}{(\omega_n^2 - \Omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\Omega)^2} \sin \Omega t. \quad (111)$$

Zavedením substituce

$$\omega_n^2 - \Omega^2 = R \cos \theta, \quad 2\zeta\omega_n\Omega = R \sin \theta, \quad (112)$$

kde $R = \sqrt{(\omega_n^2 - \Omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\Omega)^2}$, $\theta = \tan^{-1} \frac{2\zeta\omega_n\Omega}{\omega_n^2 - \Omega^2}$.

Hodnotu partikulárního integrálu (111) můžeme tak dále upravit

$$u_{P.I.} = \frac{\frac{P}{m}R \cos \theta}{R^2} \cos \Omega t + \frac{\frac{P}{m}R \sin \theta}{R^2} \sin \Omega t, \quad (113)$$

$$u_{P.I.} = \frac{P}{mR} (\cos \theta \cos \Omega t + \sin \theta \sin \Omega t),$$

$$u_{P.I.} = \frac{\frac{P}{m} \cos(\Omega t - \theta)}{\sqrt{(\omega_n^2 - \Omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\Omega)^2}}.$$

Dosažením získaných vztahů do celkového řešení (107) získáme

$$u_t = e^{-\zeta\omega_n t} [A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t)] + \frac{\frac{P}{m} \cos(\Omega t - \theta)}{\sqrt{(\omega_n^2 - \Omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\Omega)^2}}, \quad (114)$$

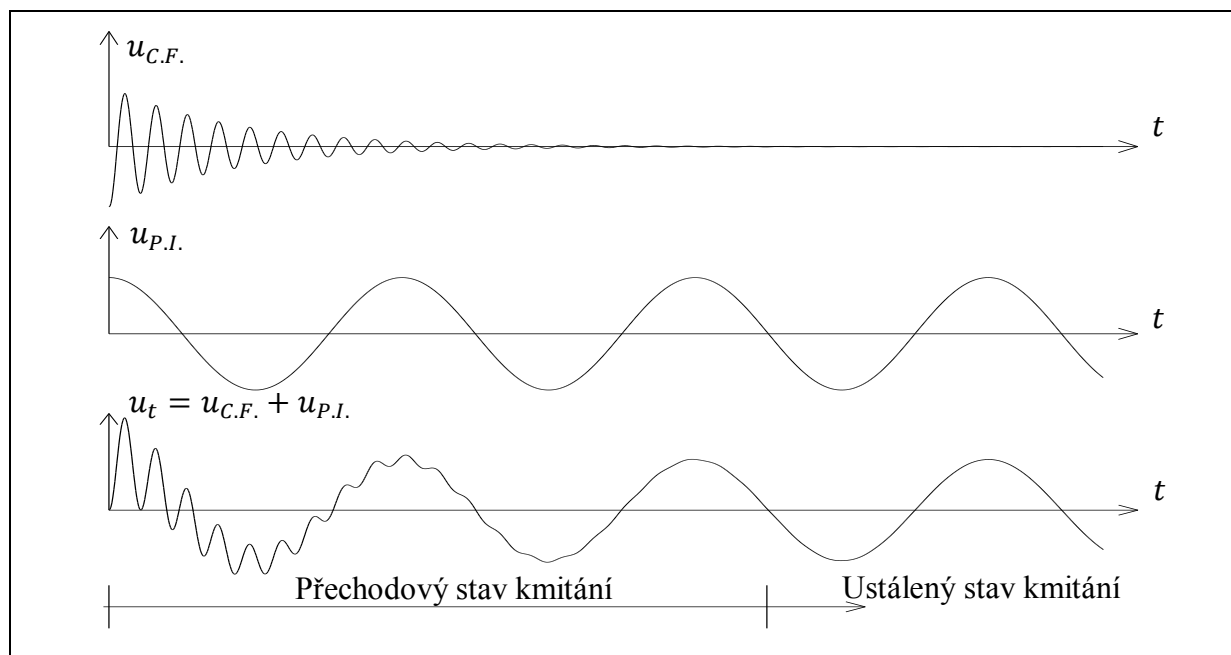
kde $A = u_0 - \frac{\frac{P}{m} \cos \theta}{\sqrt{(\omega_n^2 - \Omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\Omega)^2}}$, $B = \frac{1}{\omega_d} \left[\dot{u}_0 + \zeta\omega_n A - \frac{\frac{P}{m} \cos \theta}{\sqrt{(\omega_n^2 - \Omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\Omega)^2}} \right]$ jsou konstanty získané z počátečních podmínek u_0 , \dot{u}_0 .

Zavedením pojmu frekvenčního poměru (frekvence budící ke frekvenci vlastní) můžeme řešení dále zjednodušit

$$u_t = e^{-\zeta\omega_n t} [A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t)] + \frac{\frac{P}{m\omega_n^2} \cos(\Omega t - \theta)}{\sqrt{\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta\frac{\Omega}{\omega_n}\right)^2}}, \quad (115)$$

$u_t = e^{-\zeta\omega_n t} [A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t)] + \frac{\frac{P}{k} \cos(\Omega t - \theta)}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$,
kde $A = u_0 - \frac{\frac{P}{k} \cos \theta}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$, $B = \frac{1}{\omega_d} \left[\dot{u}_0 + \zeta\omega_n A - \frac{\frac{P}{k} \cos \theta}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \right]$ jsou konstanty získané z počátečních podmínek u_0 , \dot{u}_0 , $r = \Omega/\omega_n$ je frekvenční poměr.

Grafické znázornění odezvy viskózně tlumené jednostupňové soustavy na harmonické buzení je znázorněno na následujícím obrázku.



Obr. 27 Schéma odezvy viskózně tlumené jednostupňové soustavy na harmonické buzení.

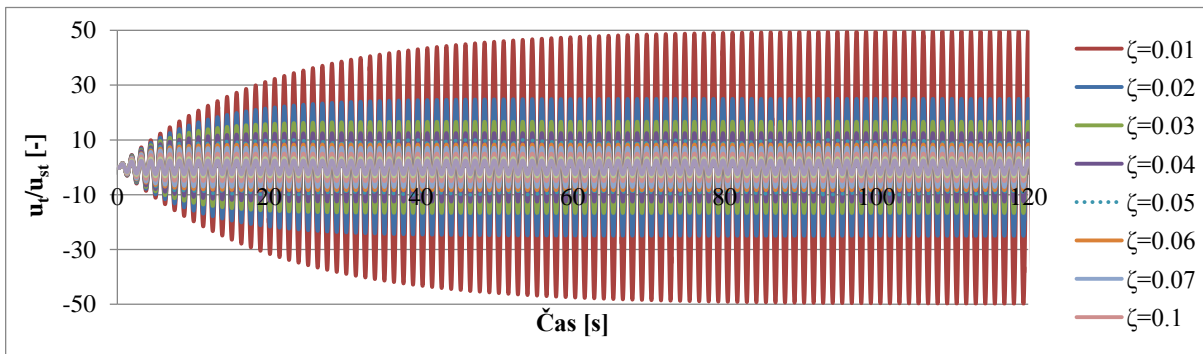
5.1.5 Odezva viskózně tlumené soustavy s jedním stupněm volnosti na harmonické buzení při rezonanci

Zvláštním případem odezvy viskózně tlumené soustavy je odezva v rezonanci, tedy pro frekvenční poměr roven jedné. Výše uvedené vztahy nám pak přejdou v tento

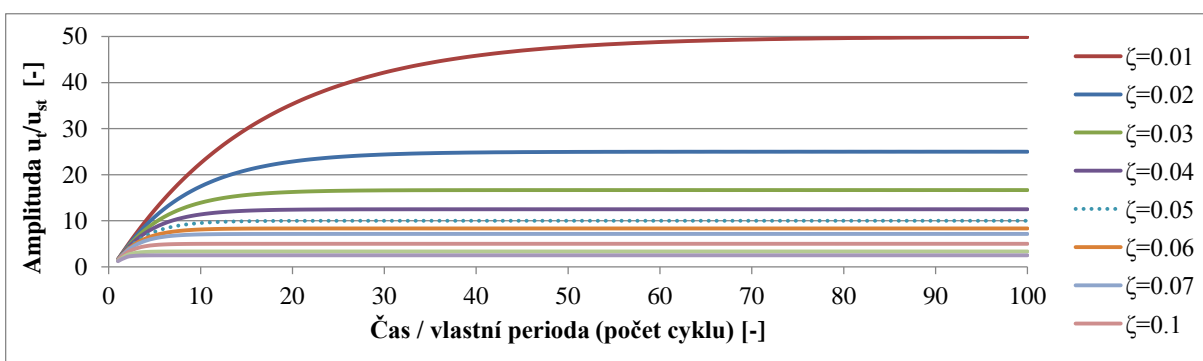
$$u_t = u_{st} \frac{1}{2\zeta} \left[e^{-\zeta\omega_n t} \left(\cos \omega_d t + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \omega_d t \right) - \cos \omega_n t \right], \quad (116)$$

kde u_{st} je statická výchylka (m).

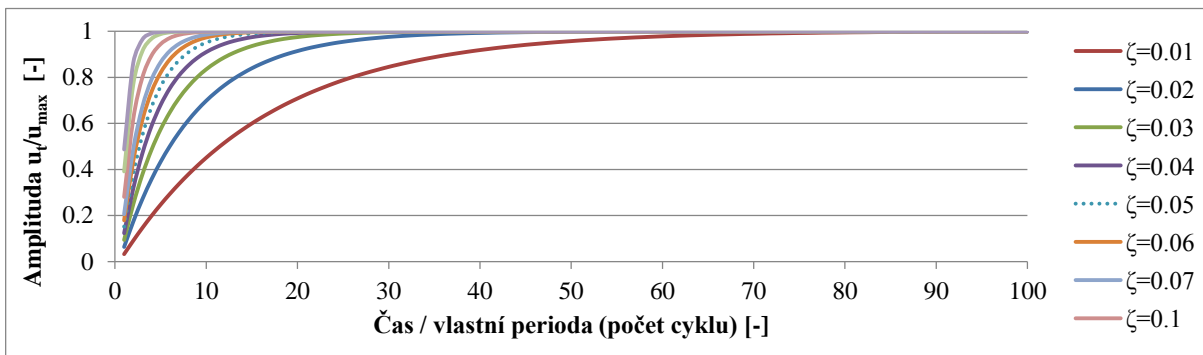
Výchylku a její amplitudu zobrazují grafy 3 až 5.



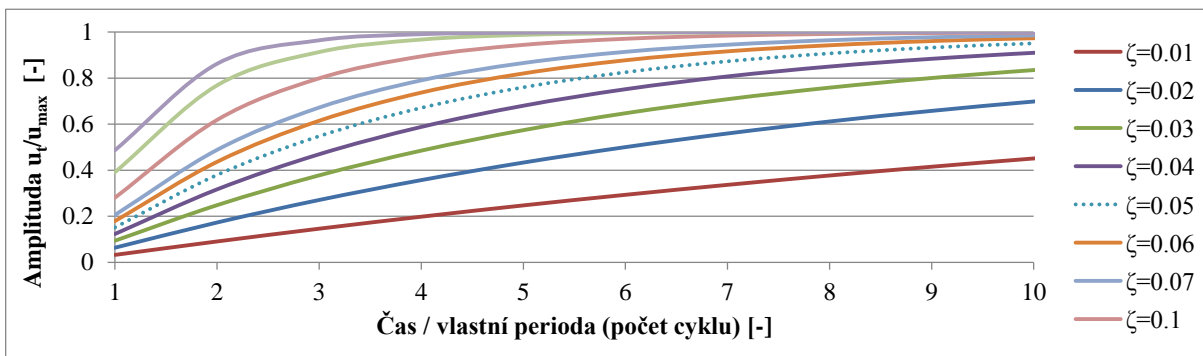
Graf 3 Průběh relativní výchylky (za rezonance).



Graf 4 Poměr amplitud výchylek v závislosti na dosaženém počtu cyklů za rezonance.



Graf 5 Poměr amplitud výchylek v závislosti na dosaženém počtu cyklů za rezonance.



Graf 6 Poměr amplitud výchylek v závislosti na dosaženém počtu cyklů za rezonance.

5.1.6 Ustálená odezva viskózně tlumené jednostupňové soustavy na harmonické buzení

Řešíme pohybovou rovnici (85) s nenulovou hodnotou tlumení a harmonickou funkcí pravé strany pro časovou oblast, kdy vlastní kmitání zanikne, tedy

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = P \cos \Omega t, \text{ pro } t \rightarrow \infty. \quad (117)$$

Řešení této rovnice bylo uvedeno (115). Pro $t \rightarrow \infty$ lze psát

$$u_t = \frac{\frac{P}{k} \cos(\Omega t - \theta)}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}, \quad (118)$$

$$u_t = u_{st} \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \cos(\Omega t - \theta) = u_{st} D_s \cos(\Omega t - \theta),$$

kde u_{st} je statická výchylka způsobená silou P (m), u_t odezva soustavy na harmonickou sílu amplitudy P (m), $D_s = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$ faktor zesílení ustálené odezvy, také nazývaný dynamický součinitel (-).

Dynamický součinitel lze tedy definovat jako amplitudu poměru dynamické výchylky ke statické výchylce. Jeho maximální hodnotu pro daný poměrný útlum získáme řešením

$$\frac{dD_s}{dr} = 0. \quad (119)$$

Obdržíme polohu maxima dynamického součinitele ve tvaru

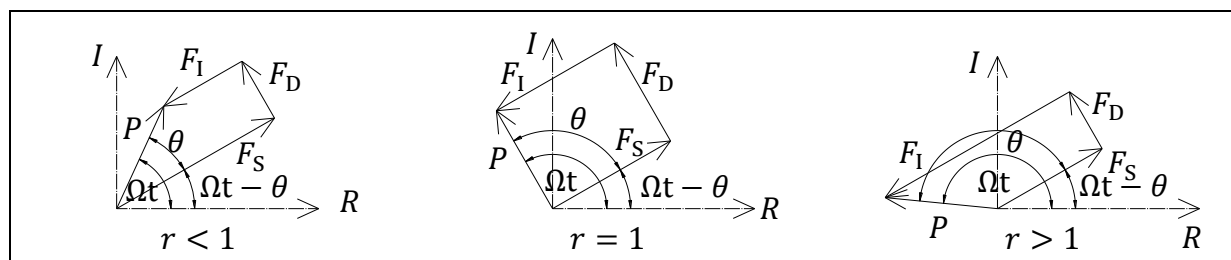
$$r = \sqrt{1 - 2\zeta^2}, \quad (120)$$

a příslušnou hodnotu maximálního dynamického součinitele

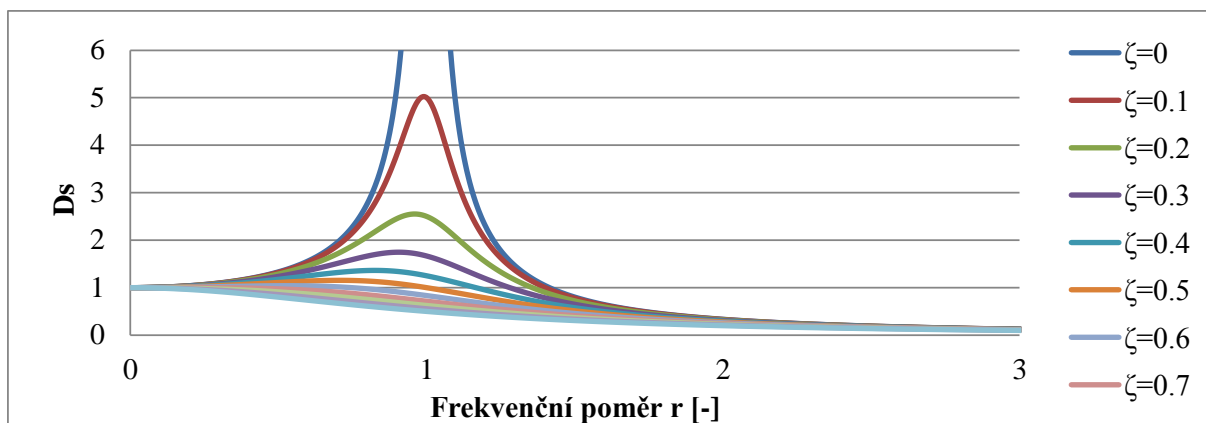
$$D_{s,max} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}. \quad (121)$$

Dalším důležitým pojmem je **fázový posun** θ , jenž jsme zavedli v (112) a můžeme jej vyjádřit jako funkci poměrného útlumu a frekvenčního poměru

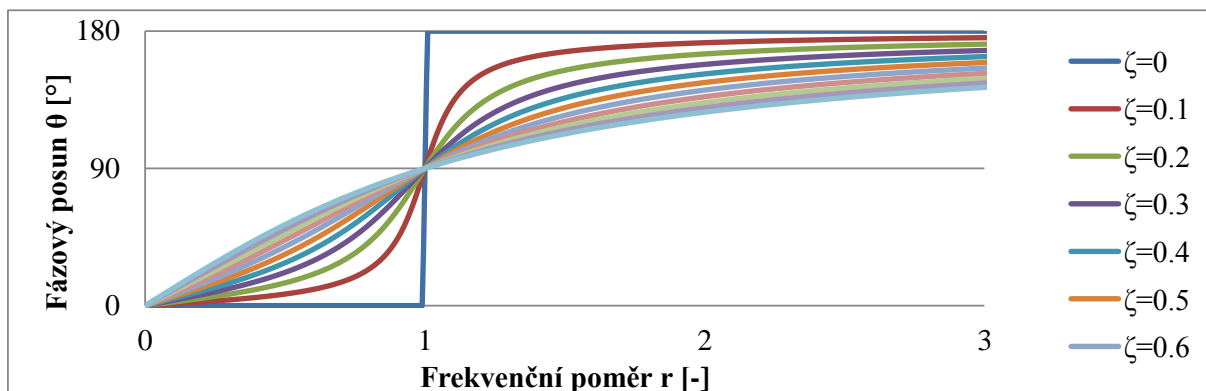
$$\theta = \tan^{-1} \frac{2\zeta\omega_n\Omega}{\omega_n^2 - \Omega^2} = \tan^{-1} \frac{2\zeta r}{1-r^2}. \quad (122)$$



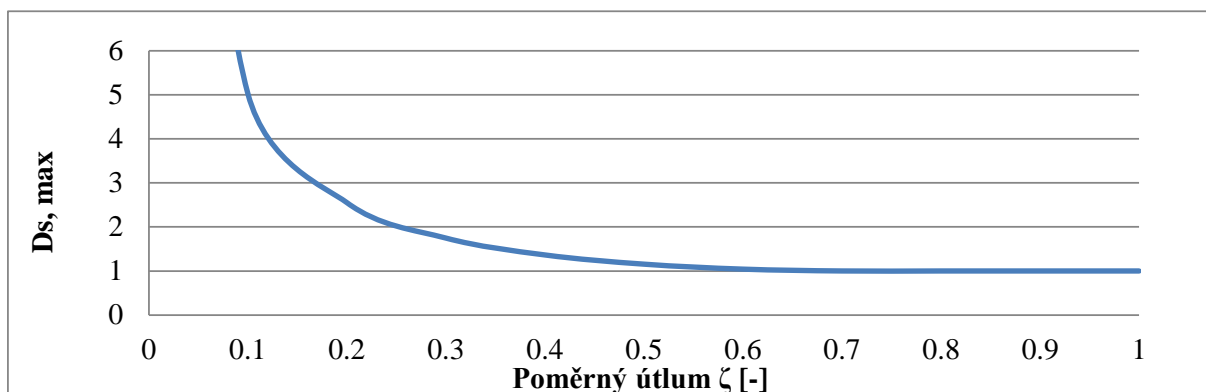
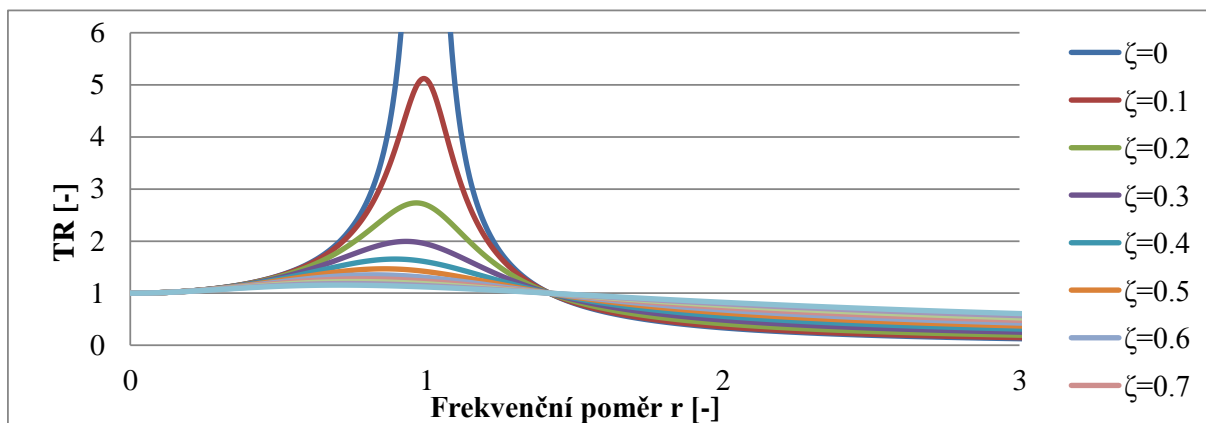
Obr. 28 Schéma Maxwellova silového diagramu pro různý fázový posun.



Graf 7 Dynamický součinitel viskózně tlumené soustavy pro případ harmonického buzení.



Graf 8 Fázevý posun viskózně tlumené soustavy pro případ harmonického buzení.

Graf 9 Maximální hodnota D_s viskózně tlumené soustavy pro případ harmonického buzení.

Graf 10 Koeficient přenosu viskózně tlumené soustavy pro případ harmonického buzení.

Výslednou amplitudu reakce R způsobenou harmonickou silou s amplitudou P obdržíme vektorovým součtem reakce v pružině a viskózním tlumiči

$$R = \sqrt{F_S^2 + F_D^2},$$

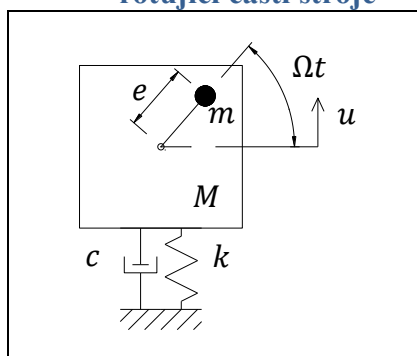
$$R = \frac{P\sqrt{1+(2\zeta r)^2}}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}. \quad (123)$$

Poměr amplitud budící harmonické síly P a reakce R pak nazveme **koeficientem přenosu** TR

$$TR = \frac{R}{P} = \frac{\sqrt{1+(2\zeta r)^2}}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}. \quad (124)$$

Grafické znázornění koeficientu přenosu v závislosti na koeficientu poměrného útlumu a frekvenčním poměru je znázorněno na předcházejícím grafu 10.

5.1.7 Ustálená odezva viskózně tlumené jednostupňové soustavy na buzení způsobené rotující částí stroje



Obr. 29 Schéma SDOF s rotujícím nevyvážením.

Sestavíme pohybovou rovnici soustavy dle d'Alemberta

$$F_I + F_D + F_S = 0, \text{ tedy}$$

$$(M - m)\ddot{u} + m \frac{d^2}{dt^2}(u + e \sin \Omega t) + c\dot{u} + ku = 0,$$

$$M\ddot{u} + c\dot{u} + ku = me\Omega^2 \sin \Omega t, \quad (125)$$

kde M je celková hmotnost systému (kg), m hmotnost nevyvážky stroje (kg), e excentricita nevyvážky (m), Ω pracovní úhlová frekvence stroje (rad/s).

Ustálenou odezvu na harmonické buzení můžeme vyjádřit ve tvaru

$$u_t = \frac{me\Omega^2 \sin(\Omega t - \theta)}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}. \quad (126)$$

Hodnotu **dynamického součinitele** při ustálené odezvě na rotující části stroje (viz graf 11)

$$D_s = \frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}. \quad (127)$$

S maximální hodnotou (znázorněnou v grafu 9)

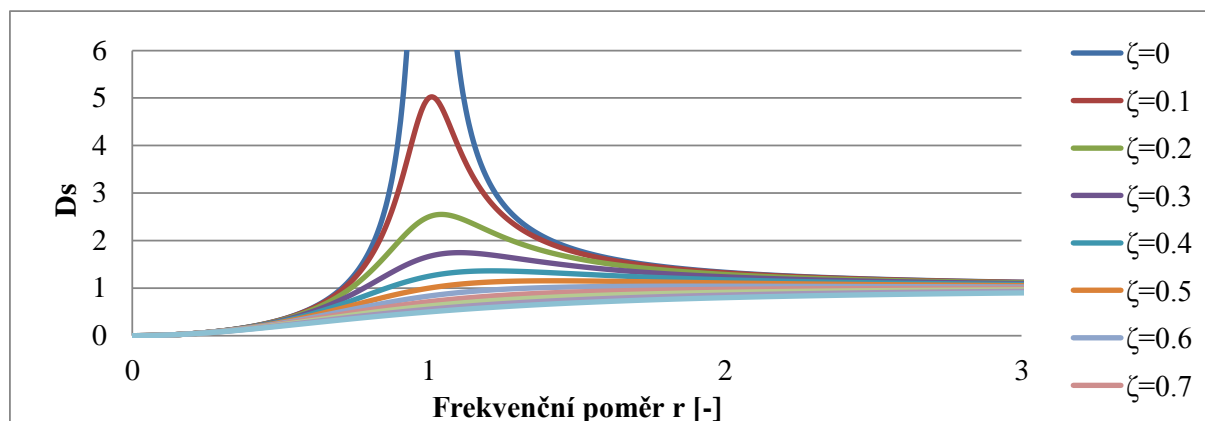
$$D_{s,max} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad (128)$$

která nastane v místě

$$r = \frac{1}{\sqrt{1-2\zeta^2}}. \quad (129)$$

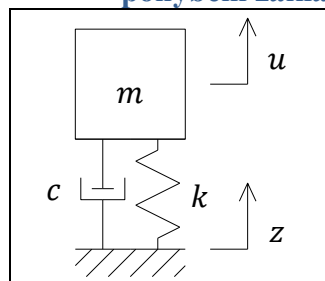
Poměr amplitud budící harmonické síly $me\Omega^2$ a výsledné reakce R nazveme **koeficientem přenosu** TR (a jeho grafické zobrazení nalezneme v grafu 10)

$$TR = \frac{R}{me\Omega^2} = \frac{\sqrt{(kU)^2 + (c\Omega U)^2}}{me\Omega^2} = \frac{kU\sqrt{1 + \left(\frac{c\Omega}{k}\right)^2}}{me\Omega^2} = \frac{\sqrt{1+(2\zeta r)^2}}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}. \quad (130)$$



Graf 11 Dynamický součinitel viskózně tlumené soustavy pro případ buzení rotující částí stroje.

5.1.8 Ustálená odezva viskózně tlumené jednostupňové soustavy na buzení způsobené pohybem základu



Obr. 30 Schéma SDOF, buzení základu.

Sestavíme pohybovou rovnici soustavy dle d'Alemberta

$$F_I + F_D + F_S = 0, \text{ tedy}$$

$$m\ddot{u} + c(\dot{u} - \dot{z}) + k(u - z) = 0,$$

$$m\ddot{u}_r + c\dot{u}_r + ku_r = -m\ddot{z}, \quad (131)$$

kde $u_r = u - z$ je relativní posunutí (m).

Za předpokladu harmonického pohybu základu $z = Z \cos \Omega t$ můžeme rovnici (131) přepsat do tohoto tvaru

$$m\ddot{u}_r + c\dot{u}_r + ku_r = \Omega^2 m Z. \quad (132)$$

Řešení této diferenciální rovnice můžeme psát ve tvaru

$$u_r = \frac{\Omega^2 m}{k} \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} Z \cos(\Omega t - \theta) = \frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} Z \cos(\Omega t - \theta), \quad (133)$$

nebo v absolutních souřadnicích

$$u = \frac{\sqrt{1+(2\zeta r)^2}}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} Z \cos(\Omega t - \theta). \quad (134)$$

Hodnotu **dynamického součinitele** (faktoru zesílení) při ustálené odezvě na kinematické buzení pak můžeme vyjádřit jako

$$D_{s,z,rel} = \frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} = D_s r^2, \quad (135)$$

$$D_{s,z,abs} = \frac{\sqrt{1+(2\zeta r)^2}}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} = D_s \sqrt{1 + (2\zeta r)^2},$$

kde $D_{s,z,rel}$ je dynamický součinitel kinematického buzení v relativních souřadnicích (-), $D_{s,z,abs}$ dynamický součinitel kinematického buzení v absolutních

souřadnicích $(-)$, $D_s = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$.

Zavedeme nový pojem **koeficient přenosu posunutí** DTR , definovaný jako poměr hodnoty amplitudy odezvy v absolutních souřadnicích k hodnotě amplitudy pohybu základu

$$DTR = \frac{u}{z} = \frac{\sqrt{1+(2\zeta r)^2}}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}. \quad (136)$$

Grafické znázornění koeficientu přenosu v závislosti na frekvenčním poměru a hodnotě poměrného útlumu je znázorněno v grafu 10.

5.2 Soustava s více stupni volnosti

Pro soustavu s více stupni volnosti buzenou libovolným silovým zatížením můžeme pohybovou rovnici (85) přepsat do maticového tvaru

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F_t\}, \quad (137)$$

kde $[M]$ je matice hmotnosti, $[C]$ matice viskózního tlumení, $[K]$ matice tuhosti, $\{F_t\}$ časově závislé obecné zatížení, $\{u\}$, $\{\dot{u}\}$, $\{\ddot{u}\}$ jsou časově závislé absolutní uzlové posuny, rychlosti a zrychlení.

Obdobným způsobem lze získat následující diferenciální systém v maticovém tvaru pro soustavu s více stupni volnosti buzenou libovolným silovým a kinematickým zatížením v relativních souřadnicích $u_r = u - z$.

$$[M]\{\ddot{u}_r\} + [C]\{\dot{u}_r\} + [K]\{u_r\} = \{F_t\} - [M]\{\ddot{z}\}, \quad (138)$$

kde $\{u_r\}$, $\{\dot{u}_r\}$, $\{\ddot{u}_r\}$ jsou časově závislé relativní uzlové posuny, rychlosti, zrychlení, $[M]\{\ddot{z}\}$ reverzní setrvačné síly, $\{\ddot{z}\}$ je zatížení okrajové podmínky zrychlením.

V závislosti na pravé straně soustavy (137) a zahrnutím (či zanedbáním) tlumení lze dynamickou analýzu blíže specifikovat (viz obrázek 24).

5.2.1 Modální analýza (vlastní, volné kmitání soustavy s více stupni volnosti)

(úloha o vlastních hodnotách, zobecněný problém vlastních hodnot, *modal analysis, calculation of stiffness and mass orthogonal vectors*)

Modální analýza je základní úlohou dynamiky. Výpočet frekvencí a tvarů vlastního kmitání je nedílnou součástí dynamického posouzení všech konstrukcí (strojů, základů, lávek, mostů, stožárů, komínů, atd.). Modální analýza je také nezbytnou součástí výpočtu dynamické odezvy metodou rozkladu podle vlastních tvarů kmitu.

Pohybová rovnice volného (vlastního) kmitání netlumené soustavy s mnoha stupni volnosti

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\}. \quad (139)$$

Za předpokladu harmonického pohybu kmitání

$$u = U \cos(\omega t - \alpha). \quad (140)$$

Dvojím derivováním výše uvedeného výrazu podle času obdržíme

$$\ddot{u} = -\omega^2 U \cos(\omega t - \alpha). \quad (141)$$

Po dosazení (140) a (141) do vztahu (139) obdržíme vztah pro řešení úlohy vlastních čísel

$$([K] - \omega^2[M])\{U\} = \{0\}, \quad (142)$$

kde $[M]$ je matice hmotnosti, $[K]$ matice tuhosti, ω vlastní úhlová frekvence, ω^2 vlastní číslo (druhá mocnina vlastní úhlové frekvence), $\{U\}$ vlastní vektor.

Hledáme netriviální řešení, tedy

$$\det([K] - \omega^2[M]) = 0. \quad (143)$$

Některé metody řešení úlohy vlastních hodnot:

- Přímé řešení charakteristického polynomu (např. pomocí Sturmovy posloupnosti).
- Inverzní iterace.
- Iterace podprostoru.
- Lanczosova metoda, blokový Lanczosův.
- Redukovaná soustava pomocí Guyanovy redukce.

Podrobný teoretický popis výše popsaných metod lze nalézt v [101] a [102].

5.2.2 Cauchyho teorém o rozdělení

Důležitou poznámkou týkající se změny hodnot vlastních čísel matice (hodnot frekvencí vlastního kmitání) při změně řádu matice je Cauchyho teorém o rozdělení vlastních hodnot (*Cauchy interlance theorem*).

Mějme čtvercovou matici $[A]$ řádu n s vlastními čísly $\alpha_1 \leq \alpha_2 \leq \dots \leq \alpha_n$. Dále máme čtvercovou matici $[B]$ řádu m s vlastními čísly $\beta_1 \leq \beta_2 \leq \dots \leq \beta_m$, která je submaticí matice $[A]$ a vznikla z ní vynecháním určitých l sloupců a příslušných řádků matice. Můžeme psát

$$n = m + l. \quad (144)$$

Pak platí následující teorém (pro $j = 1, 2, \dots, m$)

$$\begin{aligned} \alpha_j \leq \beta_j \leq \alpha_{n-m+j}, \text{ nebo též} \\ \alpha_j \leq \beta_j \leq \alpha_{l+j}. \end{aligned} \quad (145)$$

Obdobný vztah lze získat i pro hodnoty vlastních čísel matice při zvýšení jejího řádu.

5.2.3 Časová analýza (odezva soustavy s více stupni volnosti na obecné buzení)

Časová analýza je určena pro řešení dynamické odezvy konstrukce na libovolné zatížení, které je popsáno jako funkce času. Řešení je prováděno v časové oblasti. Časová analýza je nejčastěji řešena metodou přímé integrace pohybových rovnic. Numerická integrace spočívá v plnění pohybových rovnic pouze v konečném počtu diskrétních časových okamžicích t_0, t_1, \dots, t_n (řešení po časových krocích, *step-by-step solution method*).

Hlavní typy metod numerické integrace jsou:

- explicitní - využívá náhradu derivací podle času diferencemi
- implicitní - využívají vztahů mezi $\{u\}$, $\{\dot{u}\}$, $\{\ddot{u}\}$ v čase t a $t + \Delta t$.

Implicitní metody dynamické analýzy lze rozdělit:

- Plné řešení (*full*) – přímá integrace pomocí např. Newmarkovy metody
- Redukovaná soustava (*reduced*) – spočívá v zavedení hlavních stupňů volnosti a převedením velké soustavy na plný systém s menším počtem stupňů volnosti pomocí Guynovy redukce, poté je provedena numerická integrace
- Metoda rozkladu podle vlastních tvarů kmitu (*mode superposition method*) spočívá v převedení soustavy s velkým počtem stupňů volnosti z fyzikálních souřadnic na systém nezávislých diferenciálních rovnic s menším počtem stupňů volnosti v hlavních (modálních) souřadnicích.

Newmarkova metoda

V roce 1959 N. M. Newmark představil skupinu jednokrokových integračních metod pro řešení dynamických úloh. Tyto metody byly zahrnuty do mnoha inženýrských aplikací a programových balíčků, kde byly dále modifikovány a vylepšovány. Ilustraci Newmarkovy metody provedeme na následujícím lineárním systému.

$$[M]\{\ddot{u}_t\} + [C]\{\dot{u}_t\} + [K]\{u_t\} = \{F_t\}. \quad (146)$$

Využijeme Taylorova rozvoje

$$u_t = u_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{u}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{u}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^3}{6} \dddot{u}_{t-\Delta t} + \dots, \quad (147)$$

$$\dot{u}_t = \dot{u}_{t-\Delta t} + \Delta t \ddot{u}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2} \dddot{u}_{t-\Delta t} + \dots. \quad (148)$$

Newmark výše uvedené dva výrazy zkrátil na tvar

$$u_t = u_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{u}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{u}_{t-\Delta t} + \beta \Delta t^3 \ddot{u}, \quad (149)$$

$$\dot{u}_t = \dot{u}_{t-\Delta t} + \Delta t \ddot{u}_{t-\Delta t} + \gamma \Delta t^2 \ddot{u}. \quad (150)$$

Za předpokladu lineárního zrychlení můžeme psát

$$\ddot{u} = \frac{(\dot{u}_t - \dot{u}_{t-\Delta t})}{\Delta t}. \quad (151)$$

Po dosazení (151) do (150) a (149) získáme

$$u_t = u_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{u}_{t-\Delta t} + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \ddot{u}_{t-\Delta t} + \beta \Delta t^2 \dot{u}_t, \quad (152)$$

$$\dot{u}_t = \dot{u}_{t-\Delta t} + (1 - \gamma) \Delta t \ddot{u}_{t-\Delta t} + \gamma \Delta t^2 \ddot{u}_t. \quad (153)$$

Newmark řešil rovnice (152), (153) a (146) iterací v každém časovém kroku pro všechny stupně volnosti systému. V roce 1962 Wilson zformuloval Newmarkovu metodu v maticové formě s přidáním proporcionálního tlumení bez nutnosti iterace (zavedením přímého řešení) v každém časovém kroku.

Metoda	γ	β	δ	$\frac{\Delta t}{T_{MIN}}$	Přesnost
Centrální diference	1/2	0	0	0.3183	Výborná pro malá Δt Nestabilní pro velká Δt
Lineárního zrychlení	1/2	1/6	0	0.5513	Velmi dobrá pro malá Δt Nestabilní pro velká Δt
Průměrného zrychlení	1/2	1/4	0	∞	Dobrá pro malá Δt Bez energetické disipace
Modifikovaná metoda průměrného zrychlení	1/2	1/4	$\frac{\Delta T}{\pi}$	∞	Dobrá pro malá Δt Energetická disipace pro velká Δt

Tab. 7 Integrační koeficienty Newmarkovy metody.

Shrnutí Newmarkovy metody (297)

 I) A. Sestavení matice tuhosti $[K]$, matice hmotnosti $[M]$ a matice tlumení $[C]$

 B. Definování integračních parametrů β a γ

C. Vyčíslení integračních konstant

$$b_1 = \frac{1}{\beta \Delta t^2} \quad b_2 = \frac{1}{\beta \Delta t} \quad b_3 = \beta - \frac{1}{2} \quad b_4 = \gamma \Delta t b_1$$

$$b_5 = 1 + \gamma \Delta t b_2 \quad b_6 = \Delta t(1 + \gamma b_3 - \gamma)$$

 D. Sestavení efektivní matice tuhosti $[\bar{K}] = [K] + b_1[M] + b_4[C]$

 E. Triangulace matice $[\bar{K}] = [L][D][L]^T$

 F. Specifikace počátečních podmínek $\{u_0\}, \{\dot{u}_0\}, \{\ddot{u}_0\}$

II) Pro každý časový krok

A. Sestavení efektivního zatěžovacího vektoru

$$\{\bar{F}_t\} = \{F_t\} + [M](b_1\{u_{t-\Delta t}\} - b_2\{\dot{u}_{t-\Delta t}\} - b_3\{\ddot{u}_{t-\Delta t}\}) + [C](b_4\{u_{t-\Delta t}\} - b_5\{\dot{u}_{t-\Delta t}\} - b_6\{\ddot{u}_{t-\Delta t}\})$$

 B. Vyřešení uzlových posunutí v čase t $[L][D][L]^T\{u_t\} = \{\bar{F}_t\}$

C. Výpočet uzlových rychlostí a zrychlení

$$\dot{u}_t = b_4(u_t - u_{t-\Delta t}) + b_5\dot{u}_{t-\Delta t} + b_6\ddot{u}_{t-\Delta t}$$

$$\ddot{u}_t = b_1(u_t - u_{t-\Delta t}) + b_2\dot{u}_{t-\Delta t} + b_3\ddot{u}_{t-\Delta t}$$

D. Výpočet následujícího časového kroku

 (při stejném Δt na II.A., při různém Δt na I.A.)

Newmarkova metoda se dělí podle integračních koeficientů uvedených v tabulce 7.

V programovém systému ANSYS jsou Newmarkovy integrační parametry

$$\gamma = \frac{1}{2} + \alpha \quad , \quad \beta = \frac{1}{4}(1 + \alpha)^2 \quad , \quad (154)$$

 kde α je faktor klesání amplitudy (výchozí hodnota je 0.0005). Pro $\alpha \geq 0$ jsou všechna řešení stabilní. Pro $\alpha = 0$ se Newmarkova metoda nazývá metodou konstantního (průměrného) zrychlení.

Podrobnější popis Newmarkovy metody lze nalézt v [101] a [102].

5.2.4 Metoda rozkladu podle vlastních tvarů kmitů

Základním předpokladem je tvrzení, že soustavu (137) lze psát ve tvaru

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} = \sum_{j=1}^J f_j g(t)_j, \quad (155)$$

kde $[M]$ je matice hmotnosti, $[C]$ matice viskózního tlumení, $[K]$ matice tuhosti, $[F]$ časově závislé obecné zatížení (zahrnující vítr, vlnění, seismicitu, ...), f_j vektor nezávislý na čase, $g(t)_j$ časově závislá funkce, $\{u\}, \{\dot{u}\}, \{\ddot{u}\}$ jsou časově závislé absolutní uzlové posuny, rychlosti a zrychlení.

Vlastní výpočet se pak provádí v těchto krocích:

- Modální analýza - výpočet vlastních tvarů kmitání, jejichž nejdůležitější vlastností je ortogonalita.
- Sestavení modální matice

$$[\Phi] = [\{\Phi_1\}, \{\Phi_2\}, \dots, \{\Phi_n\}], \quad (156)$$

kde $[\Phi]$ je modální matice (matice tvarů vlastního kmitání), $\{\Phi_1\}, \{\Phi_2\}, \dots, \{\Phi_n\}$ první, druhý, ... , n -tý tvar vlastního kmitání.

- Transformace do hlavních (modálních) souřadnic dle tohoto vztahu

$$\{u\} = [\Phi]\{y\}, \{\dot{u}\} = [\Phi]\{\dot{y}\}, \{\ddot{u}\} = [\Phi]\{\ddot{y}\}. \quad (157)$$

Po dosazení (157) do (155) obdržíme

$$[M][\Phi]\{\ddot{y}\} + [C][\Phi]\{\dot{y}\} + [K][\Phi]\{y\} = \{F\}. \quad (158)$$

Soustavu (158) vynásobíme zleva maticí Φ^T , obdržíme tak výraz

$$[\Phi]^T[M][\Phi]\{\ddot{y}\} + [\Phi]^T[C][\Phi]\{\dot{y}\} + [\Phi]^T[K][\Phi]\{y\} = [\Phi]^T\{F\}. \quad (159)$$

Lze říci, že součin matic $[\Phi]^T[M][\Phi]$ a $[\Phi]^T[K][\Phi]$ je diagonální matice. Jsou-li vlastní tvary kmitání normovány na matici hmotnosti ($\Phi_i^T M \Phi_i = 1$), pak platí

$$\begin{aligned} [\Phi]^T[M][\Phi] &= [I] = \text{diag}\{1, 1, \dots, 1\}, \\ [\Phi]^T[K][\Phi] &= [\Omega^2] = \text{diag}\{\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_n^2\}. \end{aligned} \quad (160)$$

Pak lze rovnici (159) přepsat ve tvaru

$$[I]\{\ddot{y}\} + [d]\{\dot{y}\} + [\Omega^2]\{y\} = \sum_{j=1}^J p_j g(t)_j, \quad (161)$$

kde $[I]$ je jednotková matice (v tomto případě reprezentuje modální matici hmotnosti), $[d]$ modální matice tlumení, $[\Omega^2]$ diagonální matice druhých mocnin vlastních úhlových frekvencí (v tomto případě reprezentuje modální matici tuhosti), $\sum_{j=1}^J p_j g(t)_j$ modální zatěžovací vektor, lze jej také napsat jako součin $\Phi^T F(t)$, $p_j = \Phi^T f_j$. Je definován jako modální participační faktor pro zatěžovací funkci j .

Matice modálního tlumení není obecně diagonální. Za předpokladu viskózního (klasického) tlumení, kde se nepředpokládá žádná závislost mezi jednotlivými tvary, lze říci, že matice modálního tlumení je diagonální.

V případě proporcionálního (viskózního) tlumení lze soustavu (161) napsat jako systém nezávislých (jednostupňových) soustav ve tvaru

$$\ddot{y}(t)_i + 2\zeta_i\omega_i\dot{y}(t)_i + \omega_i^2y(t) = \sum_{j=1}^J p_{ij}g(t)_j, \quad (162)$$

kde $i = 1, 2, \dots, n$ je číslo tvaru vlastního kmitání, ω_i vlastní úhlová frekvence i -tého tvaru vlastního kmitání, $\sum_{j=1}^J p_{ij}g(t)_j$ modální zatěžovací vektor, lze jej také napsat jako součin $\Phi^T F(t)$, $y(t), \dot{y}(t), \ddot{y}(t)$ časově závislé absolutní uzlové posuny, rychlosti, zrychlení v modálních souřadnicích.

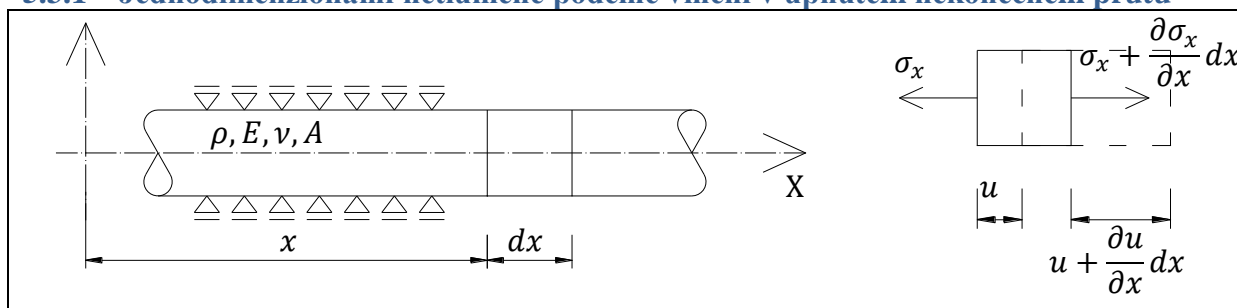
Metoda rozkladu podle vlastních tvarů kmitu je velice efektivní a rychlá metoda pro řešení dynamické odezvy konstrukce na libovolné zatížení. Lze ji však použít jen pro úlohy, kdy matice hmotnosti a tuhosti jsou neměnné v čase. Nelze ji tedy použít v případech materiálové a geometrické nelinearity, změny okrajových podmínek (kontaktní úloha) a v případě neproporcionálního útlumu (modální matice tlumení není diagonální).

Dle [102] lze pro metodu rozkladu použít i jiné vektory než vektory vlastního kmitání. Jsou uvedeny Ritzovy vektory závislé na zatížení (*load-dependent Ritz vectors* = LDR, jejich hodnoty se počítají v závislosti na pravé straně soustavy (137)). Na jednoduchém příkladu oboustranně vetknutého prutu zatíženého osamělou silou uprostřed rozpětí je ukázáno přesnější řešení pomocí LDR ve srovnání s použitím stejného počtu vektorů vlastního kmitání.

5.3 Mechanické vlnění

Vlnění obecně představuje šíření rozruchu prostorem (deformace, tlaku, teploty, atd.). Tento vzruch se v daném místě prostoru mění s časem (dochází ke kmitání). Vlnění se šíří médii konečnou rychlostí a dělí se na dva základní typy: podélné a příčné.

5.3.1 Jednodimenzionální netlumené podélné vlnění v upnutém nekonečném prutu



Obr. 31 Element podélného kmitání nekonečného prutu.

Předpokládejme nekonečný prut s konstantní plochou A , modulem pružnosti E , součinitelem příčné kontrakce ν a hustotou ρ , který je pevně podepřen kolmo na osu prutu. Předpokládáme dále konstantní průběh napětí v průřezu a zachování rovinnosti průřezu po deformaci. Za těchto předpokladů můžeme psát druhý Newtonův zákon pro element prutu ve tvaru

$$\left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx\right)A - \sigma_x A = \rho A dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \text{ tedy } \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (163)$$

Dále víme, že

$$\sigma_x = M \cdot \varepsilon_x, \quad (164)$$

kde σ_x je napětí ve směru osy X (Pa), M příslušný modul pružnosti (pro upnutý prut $M = \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}E$, pro volný prut $M = E$) (Pa), $\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$ poměrné přetvoření ve směru osy X .

Dosazením (164) do (163) získáme rovnici podélného vlnění ve tvaru

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{M}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \text{ nebo } \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v_p^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (165)$$

kde $v_p = \sqrt{M/\rho}$ je rychlost podélného (primárního) vlnění (m/s).

Nyní definujme rychlost částic média jako \dot{u} a vyjádřeme vztah rychlostí šíření vlnění a rychlosti pohybu částic média

$$\dot{u} = \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\varepsilon_x \partial x}{\partial t} = \frac{\sigma_x}{M} v_p = \frac{\sigma_x}{\rho v_p^2} v_p = \frac{\sigma_x}{\rho v_p}. \quad (166)$$

Rychlost vlnění a rychlost částic jsou ve stejném (opačném) směru, je-li aplikováno tlakové (tahové) napětí. Rychlost částic je na rozdíl od rychlosti vlnění funkce intenzity napětí.

Řešení rovnice (165) můžeme psát ve tvaru

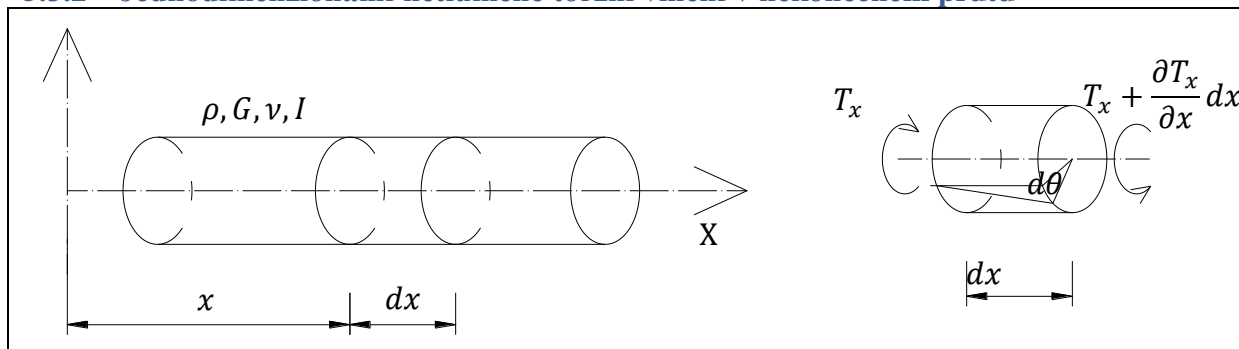
$$u_{(x,t)} = f_{(vt-x)} + f_{(vt+x)}, \text{ nebo} \quad (167)$$

$$u_{(x,t)} = A \cos(\omega t - \kappa x) + B \cos(\omega t + \kappa x), \text{ nebo}$$

$$u_{(x,t)} = C \cos(\omega t - \kappa x + \varphi_0) = C \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 \right],$$

kde $f_{(vt-x)}$ je funkce popisující vlnění šířící se ve směru osy X, $f_{(vt+x)}$ funkce popisující vlnění šířící se proti směru osy X, $\kappa = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$ vlnové číslo (m^{-1}), v rychlost vlnění (m/s), $\lambda = vT = \frac{v}{f}$ vlnová délka (délka, kterou urazí vlna za dobu jedné periody) (m), $A, B, \text{ nebo } C, \varphi_0$ jsou konstanty získané z počátečních podmínek,

5.3.2 Jednodimenzionální netlumené torzní vlnění v nekonečném prutu



Obr. 32 Element torzního kmitání nekonečného prutu.

Předpokládejme nekonečný prut s konstantním polárním momentem setrvačnosti I , modulem pružnosti ve smyku G , součinitelem příčné kontrakce ν a hustotou ρ . Napíšeme druhý Newtonův zákon pro element prutu ve tvaru

$$\left(T_x + \frac{\partial T_x}{\partial x} dx \right) - T_x = \rho I dx \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}, \text{ tedy } \frac{\partial T_x}{\partial x} = \rho I \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}. \quad (168)$$

Dále víme, že

$$T_x = GI \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad (169)$$

kde $\frac{\partial \theta}{\partial x}$ je úhel zkroucení na jednotkovou délku (rad/m).

Dosazením (169) do (168) získáme rovnici podélného vlnění ve tvaru

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}, \text{ nebo } \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = v_s^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}, \quad (170)$$

kde $v_s = \sqrt{G/\rho}$ je rychlost torzního, smykového (sekundárního) vlnění (m/s).

Řešení předcházející diferenciální rovnice hledáme ve tvaru (167).

5.3.3 Jednodimenzionální netlumené vlnění v konečném prutu

Dle (165) a (170) můžeme vlnovou rovnici obecně psát ve tvaru

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (171)$$

Řešení pro prut konečné délky předpokládáme ve tvaru

$$u_{(x,t)} = U_{(x)}(C_1 \cos \omega_n t + C_2 \sin \omega_n t). \quad (172)$$

Po dvojnásobným derivováním, dosazením do (171) a úpravě získáme

$$\frac{d^2 U_{(x)}}{dx^2} + \frac{\omega_n^2}{v^2} U_{(x)} = 0. \quad (173)$$

Řešení výše uvedené diferenciální rovnice předpokládáme ve tvaru

$$U_{(x)} = C_3 \cos \frac{\omega_n x}{v} + C_4 \sin \frac{\omega_n x}{v}, \quad (174)$$

kde C_3, C_4 jsou konstanty získané z okrajových podmínek.

Máme tři typy prutu v závislosti na okrajových podmínkách:

- Volný prut (volný konec – volný konec),
- Konzola (pevný konec – volný konec),
- Oboustranně podepřený prut (pevný konec – pevný konec).

Pro **volný prut** můžeme psát tyto okrajové podmínky

$$\frac{dU}{dx} = 0, \text{ pro levý i pravý konec, tedy pro } x = 0 \text{ a } x = l. \quad (175)$$

Po aplikaci okrajových podmínek do (174) získáme

$$C_3 \sin \frac{\omega_n l}{v} = 0, \text{ tedy } \frac{\omega_n l}{v} = n\pi, \text{ tedy } \omega_n = \frac{n\pi v}{l}, \text{ kde } n = 1, 2, 3, \dots, \\ C_4 = 0. \quad (176)$$

Dosazením do (174) obdržíme řešení ve tvaru (znázorněno na obrázku 33a)

$$U_n = C_3 \cos \frac{n\pi x}{l}, n = 1, 2, 3, \dots. \quad (177)$$

Výsledné řešení (172) můžeme přepsat do tvaru

$$u_{(x,t)n} = \cos \frac{n\pi x}{l} \left[(C_1)_n \cos \frac{n\pi v t}{l} + (C_2)_n \sin \frac{n\pi v t}{l} \right], n = 1, 2, 3, \dots, \quad (178)$$

kde $(C_1)_n, (C_2)_n$ jsou konstanty získané z počátečních podmínek.

Superpozicí řešení pro více tvarů vlastního kmitání můžeme psát řešení libovolného vlnění v konečném volném prutu ve tvaru

$$u_{(x,t)} = \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{n\pi x}{l} \left[(C_1)_n \cos \frac{n\pi v t}{l} + (C_2)_n \sin \frac{n\pi v t}{l} \right]. \quad (179)$$

Pro **konzolu** můžeme psát okrajové podmínky

$$\begin{aligned} &\text{pro levý konec, tedy } x = 0, \text{ platí } U_0 = 0, \\ &\text{pro pravý konec, tedy } x = l, \text{ platí } \frac{dU}{dx} = 0. \end{aligned} \quad (180)$$

Po aplikaci okrajových podmínek do (174) získáme

$$\begin{aligned} C_3 &= 0, \\ C_4 \cos \frac{\omega_n l}{v} &= 0, \text{ tedy } \frac{\omega_n l}{v} = \frac{n\pi}{2}, \text{ tedy } \omega_n = \frac{n\pi v}{2l}, \text{ kde } n = 1, 3, 5, \dots \end{aligned} \quad (181)$$

Dosazením do (174) obdržíme řešení ve tvaru (vyobrazeno na obrázku 33b)

$$U_n = C_4 \sin \frac{n\pi x}{2l}, \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (182)$$

Výsledné řešení (172) můžeme přepsat do tvaru

$$u_{(x,t)n} = \sin \frac{n\pi x}{2l} \left[(C_1)_n \cos \frac{n\pi vt}{l} + (C_2)_n \sin \frac{n\pi vt}{l} \right], \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (183)$$

kde $(C_1)_n$, $(C_2)_n$ jsou konstanty získané z počátečních podmínek.

Superpozicí řešení pro více tvarů vlastního kmitání můžeme psát řešení libovolného vlnění v konečném prutu typu konzoly ve tvaru

$$u_{(x,t)} = \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi x}{2l} \left[(C_1)_n \cos \frac{n\pi vt}{l} + (C_2)_n \sin \frac{n\pi vt}{l} \right]. \quad (184)$$

Pro **oboustranně podepřený prut** můžeme psát tyto okrajové podmínky

$$U = 0, \text{ pro levý i pravý konec, tedy pro } x = 0 \text{ a } x = l. \quad (185)$$

Po aplikaci okrajových podmínek do (174) získáme

$$\begin{aligned} C_3 &= 0, \\ C_4 \sin \frac{\omega_n l}{v} &= 0, \text{ tedy } \frac{\omega_n l}{v} = n\pi, \text{ tedy } \omega_n = \frac{n\pi v}{l}, \text{ kde } n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (186)$$

Dosazením do (174) obdržíme řešení ve tvaru (graficky vyjádřeno na obrázku 33c)

$$U_n = C_4 \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (187)$$

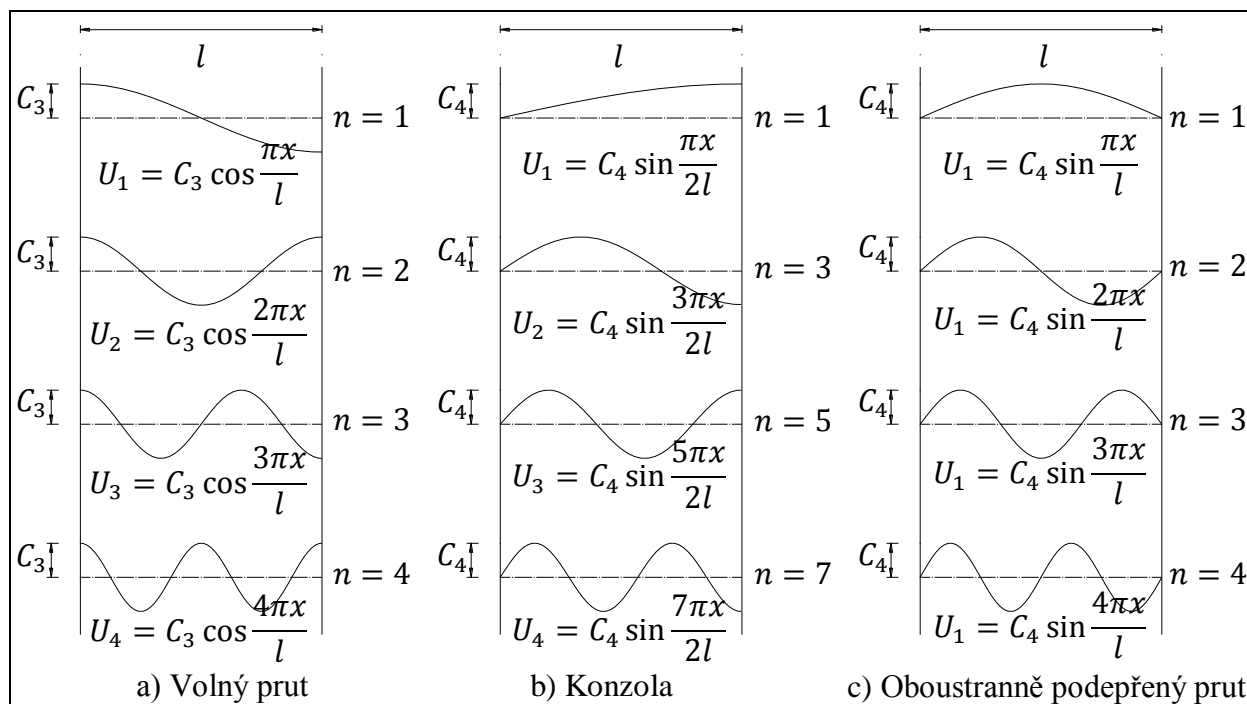
Výsledné řešení (172) můžeme přepsat do tvaru

$$u_{(x,t)n} = \sin \frac{n\pi x}{l} \left[(C_1)_n \cos \frac{n\pi vt}{l} + (C_2)_n \sin \frac{n\pi vt}{l} \right], \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (188)$$

kde $(C_1)_n$, $(C_2)_n$ jsou konstanty získané z počátečních podmínek.

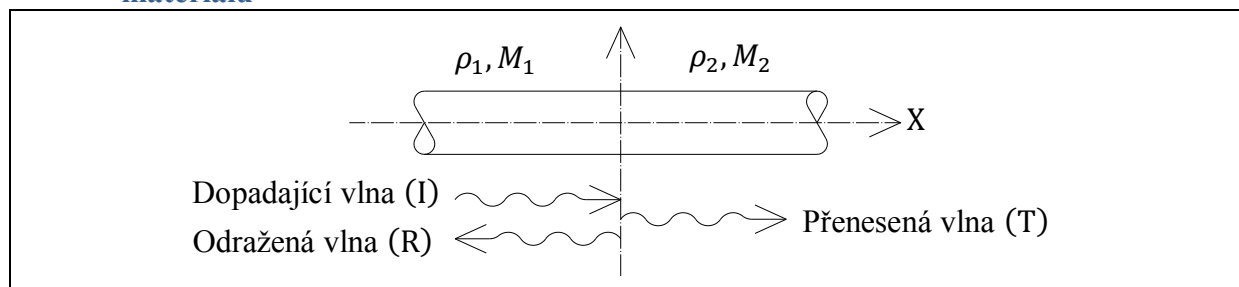
Superpozicí řešení pro více tvarů vlastního kmitání můžeme psát řešení libovolného vlnění v konečném prutu typu konzoly ve tvaru

$$u_{(x,t)} = \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi x}{l} \left[(C_1)_n \cos \frac{n\pi vt}{l} + (C_2)_n \sin \frac{n\pi vt}{l} \right]. \quad (189)$$



Obr. 33 Tvary podélného (torzního) vlastního kmitání konečného prutu.

5.3.4 Jednodimenzionální netlumené vlnění v nekonečném prutu s rozhraním materiálů



Obr. 34 Podélné kmitání nekonečného prutu.

Předpokládáme nekonečný prut s konstantní plochou A , rozdělený v místě $x = 0$ hranicí kolmou na osu prutu na dva materiály. Materiál, jímž se šíří zdrojová vlna má materiálové vlastnosti hustotu a modul pružnosti ρ_1, M_1 (modulu pružnosti určuje typ vlnění). Zdrojovou vlnu dopadající na hranici označíme indexem I, odraženou indexem R a přenesenou šířící se druhým materiálem (ρ_2, M_2) indexem T (viz obrázek 34).

Rovnici posunu a napětí dopadajícího vlnění můžeme dle (167) psát ve tvaru harmonické funkce

$$\begin{aligned} u_{I(x,t)} &= A_I e^{i(\omega t - \kappa_1 x)}, \\ \sigma_{I(x,t)} &= \sigma_I e^{i(\omega t - \kappa_1 x)}. \end{aligned} \quad (190)$$

Obdobným způsobem můžeme psát rovnice odražené a přenesené vlny ve tvaru

$$\begin{aligned} u_{R(x,t)} &= A_R e^{i(\omega t + \kappa_1 x)}, \\ \sigma_{R(x,t)} &= \sigma_R e^{i(\omega t + \kappa_1 x)}, \\ u_{T(x,t)} &= A_T e^{i(\omega t - \kappa_2 x)}, \\ \sigma_{T(x,t)} &= \sigma_T e^{i(\omega t - \kappa_2 x)}. \end{aligned} \quad (191)$$

Vyjádríme vzájemný vztah napětí a posunů pomocí Hookova zákona

$$\begin{aligned}
 \sigma_{I(x,t)} &= M_1 \varepsilon_I = M_1 \frac{\partial u_{I(x,t)}}{\partial x} = -i\kappa_1 M_1 A_I e^{i(\omega t - \kappa_1 x)}, \\
 \sigma_{R(x,t)} &= M_1 \varepsilon_R = M_1 \frac{\partial u_{R(x,t)}}{\partial x} = +i\kappa_1 M_1 A_R e^{i(\omega t + \kappa_1 x)}, \\
 \sigma_{T(x,t)} &= M_2 \varepsilon_T = M_2 \frac{\partial u_{T(x,t)}}{\partial x} = -i\kappa_2 M_2 A_T e^{i(\omega t - \kappa_2 x)}.
 \end{aligned} \tag{192}$$

Tím jsme získali vzájemný vztah amplitud posunů a napětí

$$\begin{aligned}
 \sigma_I &= -i\kappa_1 M_1 A_I, \\
 \sigma_R &= +i\kappa_1 M_1 A_R, \\
 \sigma_T &= -i\kappa_2 M_2 A_T.
 \end{aligned} \tag{193}$$

Na rozhraní materiálů ($x = 0$) musí být splněny podmínky kompatibility posunutí a spojitosti napětím, musí tedy platit

$$\begin{aligned}
 u_{I(0,t)} + u_{R(0,t)} &= u_{T(0,t)}, \\
 \sigma_{I(0,t)} + \sigma_{R(0,t)} &= \sigma_{T(0,t)}.
 \end{aligned} \tag{194}$$

Dosazením (190) a (191) do (194) obdržíme tyto vztahy amplitud

$$\begin{aligned}
 A_I + A_R &= A_T, \\
 \sigma_I + \sigma_R &= \sigma_T.
 \end{aligned} \tag{195}$$

Dosazením vztahu pro součin $\kappa M = \frac{\omega}{v} M = \frac{\omega}{v} \rho v^2 = \omega \rho v$ spolu s (193) do výše uvedené rovnosti amplitud napětí, získáme

$$\begin{aligned}
 \rho_1 v_1 A_I + \rho_1 v_1 A_R &= -\rho_2 v_2 A_T, \text{ nebo} \\
 \rho_1 v_1 A_I + \rho_1 v_1 A_R &= -\rho_2 v_2 (A_I + A_R).
 \end{aligned} \tag{196}$$

Výše uvedenou soustavu rovnic upravíme na tvar a vyjádříme velikost amplitudy odražené vlny pomocí amplitudy vlny dopadající

$$A_R = \frac{\rho_1 v_1 - \rho_2 v_2}{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2} A_I = \frac{1 - \rho_2 v_2 / \rho_1 v_1}{1 + \rho_2 v_2 / \rho_1 v_1} A_I. \tag{197}$$

Dosazením výrazu (197) do vzájemného vztahu amplitud posunu (195) a následným upravením získáme vztah pro výpočet amplitudy přenesené vlny pomocí amplitudy vlny dopadající ve tvaru

$$A_T = \frac{2\rho_1 v_1}{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2} A_I = \frac{2}{1 + \rho_2 v_2 / \rho_1 v_1} A_I. \tag{198}$$

Zavedením pojmu specifické impedance materiálu, jež je definován jako součin hustoty materiálu a rychlosti šíření vlnění, a pojmu poměru impedancí materiálů $\alpha_z = \rho_2 v_2 / \rho_1 v_1$, můžeme výrazy (197) a (198) dále zjednodušit na tvar

$$\begin{aligned}
 A_R &= \frac{1 - \alpha_z}{1 + \alpha_z} A_I, \\
 A_T &= \frac{2}{1 + \alpha_z} A_I.
 \end{aligned} \tag{199}$$

Po vyjádření vztahů pro výpočet amplitud posunů můžeme jejich dosazením do (193) získat vzájemné vztahy amplitud napětí

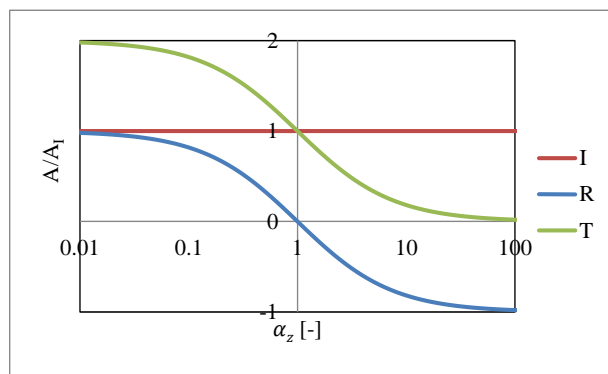
$$\sigma_R = \frac{\alpha_z - 1}{1 + \alpha_z} \sigma_I, \tag{200}$$

$$\sigma_T = \frac{2\alpha_z}{1 + \alpha_z} \sigma_I.$$

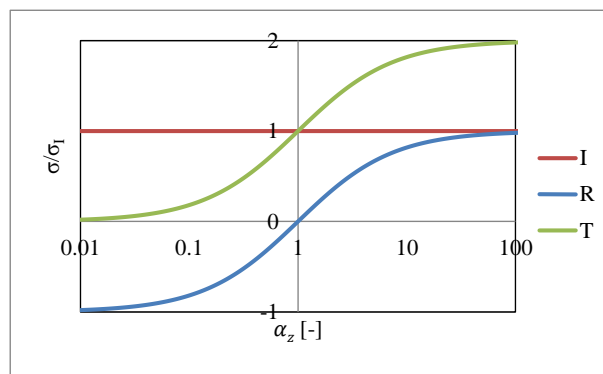
Číselné a grafické vyjádření vztahů amplitud je znázorněno v následující tabulce a grafech.

α_z	Amplituda posunu			Amplituda napětí		
	I	R	T	I	R	T
0	A_I	$1 A_I$	$2 A_I$	σ_I	$-1 \sigma_I$	$0 \sigma_I$
1/5	A_I	$2/3 A_I$	$5/3 A_I$	σ_I	$-2/3 \sigma_I$	$1/3 \sigma_I$
1/4	A_I	$3/5 A_I$	$8/5 A_I$	σ_I	$-3/5 \sigma_I$	$2/5 \sigma_I$
1/3	A_I	$1/2 A_I$	$3/2 A_I$	σ_I	$-1/2 \sigma_I$	$1/2 \sigma_I$
1/2	A_I	$1/3 A_I$	$4/3 A_I$	σ_I	$-1/3 \sigma_I$	$2/3 \sigma_I$
1	A_I	$0 A_I$	$1 A_I$	σ_I	$0 \sigma_I$	$1 \sigma_I$
2	A_I	$-1/3 A_I$	$2/3 A_I$	σ_I	$1/3 \sigma_I$	$4/3 \sigma_I$
3	A_I	$-1/2 A_I$	$1/2 A_I$	σ_I	$1/2 \sigma_I$	$3/2 \sigma_I$
4	A_I	$-3/5 A_I$	$2/5 A_I$	σ_I	$3/5 \sigma_I$	$8/5 \sigma_I$
5	A_I	$-2/3 A_I$	$1/3 A_I$	σ_I	$2/3 \sigma_I$	$5/3 \sigma_I$
∞	A_I	$-1 A_I$	$0 A_I$	σ_I	$1 \sigma_I$	$2 \sigma_I$

Tab. 8 Amplitudy posunů a napětí.

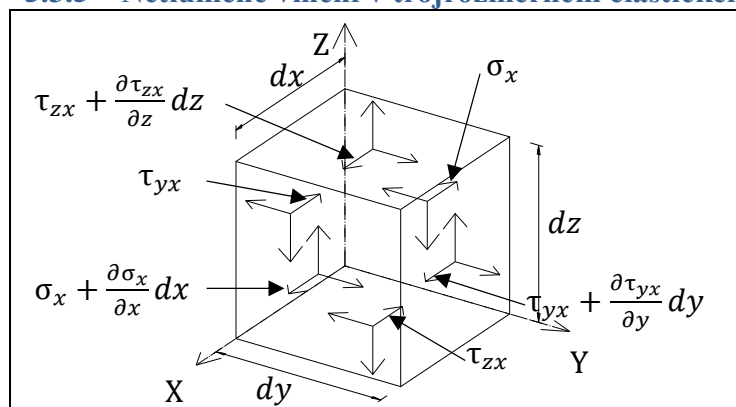


Graf 12 Amplituda posunů.



Graf 13 Amplituda napětí.

5.3.5 Netlumené vlnění v trojrozměrném elastickém prostředí



Obr. 35 Schéma napětí na prostorovém elementu.

Pro odvození pohybových rovnic prostorového vlnění je třeba vyjádřit rovnováhu elementu (velikosti dx, dy, dz ; viz obrázek vlevo) pomocí druhého Newtonova zákona. Touto problematikou se zabývala řada autorů jako Timoshenko a Goodier [34], Kolsky [106], Ewing, Jardetzky a Press [107], Grant a West [108] a další.

Podmínka rovnováhy sil ve směru X sestavená pomocí druhého Newtonova zákona má tvar

$$\begin{aligned} & \left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \right) dy dz - \sigma_x dy dz + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy \right) dx dz - \tau_{yx} dx dz + \\ & \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz \right) dx dy - \tau_{zx} dx dy = \rho dx dy dz \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \text{ po úpravě} \\ & \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) dx dy dz = \rho dx dy dz \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (201)$$

S přihlédnutím k větě o vzájemnosti tangenciálních napětí a faktu $(dx dy dz) \neq 0$ můžeme výraz (201) psát ve tvaru

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}. \quad (202)$$

Obdobným způsobem pro směr os X a Y získáme

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}, \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z}, \end{aligned} \quad (203)$$

kde u, v, w jsou posuny ve směru osy X, Y, Z.

Ze znalosti zobecněného Hookova zákona víme, že

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \lambda \bar{\varepsilon} + 2G \varepsilon_x, \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = G \gamma_{xy}, \\ \sigma_y &= \lambda \bar{\varepsilon} + 2G \varepsilon_y, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} = G \gamma_{yz}, \\ \sigma_z &= \lambda \bar{\varepsilon} + 2G \varepsilon_z, \quad \tau_{zx} = \tau_{xz} = G \gamma_{zx}, \end{aligned} \quad (204)$$

kde λ, G (někdy značena μ) jsou Laméovy konstanty, $\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$, $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$, $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$ je objemová dilatace.

Dále známe vzájemné stahy deformací a poměrných deformací

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}, \quad 2\bar{\omega}_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}, \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}, \quad 2\bar{\omega}_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}, \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \quad 2\bar{\omega}_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \end{aligned} \quad (205)$$

kde $\bar{\omega}$ je rotace kolem příslušné osy.

Dosazením (204) (205) do (202) a (203) získáme pohybové rovnice vlnění pro nekonečné, homogenní, izotropní médium

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial x} + G \nabla^2 u, \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial y} + G \nabla^2 v, \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial z} + G \nabla^2 w, \end{aligned} \quad (206)$$

kde $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ je Laplaceův operátor.

Řešení těchto pohybových rovnic lze nalézt ve dvou variantách. První představuje vlnění čisté objemové změny (bez rotace), druhé představuje vlnění čisté rotace (bez objemové změny). První řešení (primární vlnění) získáme derivováním jednotlivých výrazů (206), prvního podle X, druhého podle Y, třetího podle Z, a jejich následným sečtením

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{\varepsilon}}{\partial t^2} = (\lambda + 2G) \nabla^2 \bar{\varepsilon}, \text{ nebo } \frac{\partial^2 \bar{\varepsilon}}{\partial t^2} = \frac{(\lambda + 2G)}{\rho} \nabla^2 \bar{\varepsilon}, \text{ nebo } \frac{\partial^2 \bar{\varepsilon}}{\partial t^2} = v_p^2 \nabla^2 \bar{\varepsilon}, \quad (207)$$

kde $v_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}} = \sqrt{\frac{G(2-2\nu)}{\rho(1-2\nu)}}$ je rychlost šíření primárních vln (P-vln) prostorem.

Druhé řešení (sekundární vlnění) získáme derivováním výrazů (206), druhého podle Z a třetího podle Y, a jejich následným rozdílem eliminujeme $\bar{\varepsilon}$. Tím získáme

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) = G \nabla^2 \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right), \text{ nebo } \rho \frac{\partial^2 \bar{\omega}_x}{\partial t^2} = G \nabla^2 \bar{\omega}_x, \text{ nebo} \quad (208)$$

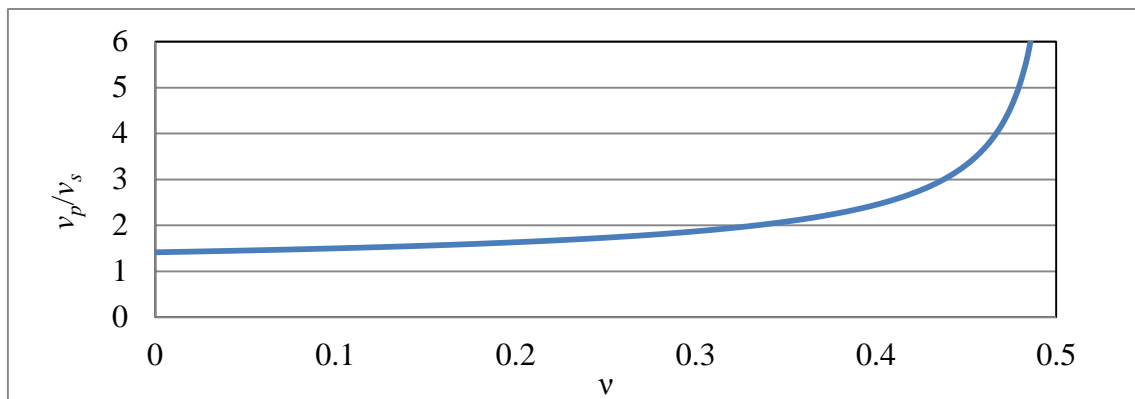
$$\frac{\partial^2 \bar{\omega}_x}{\partial t^2} = v_s^2 \nabla^2 \bar{\omega}_x,$$

kde $v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ je rychlost šíření sekundárních vln (S-vln) prostorem.

Nyní můžeme vyjádřit poměr rychlostí

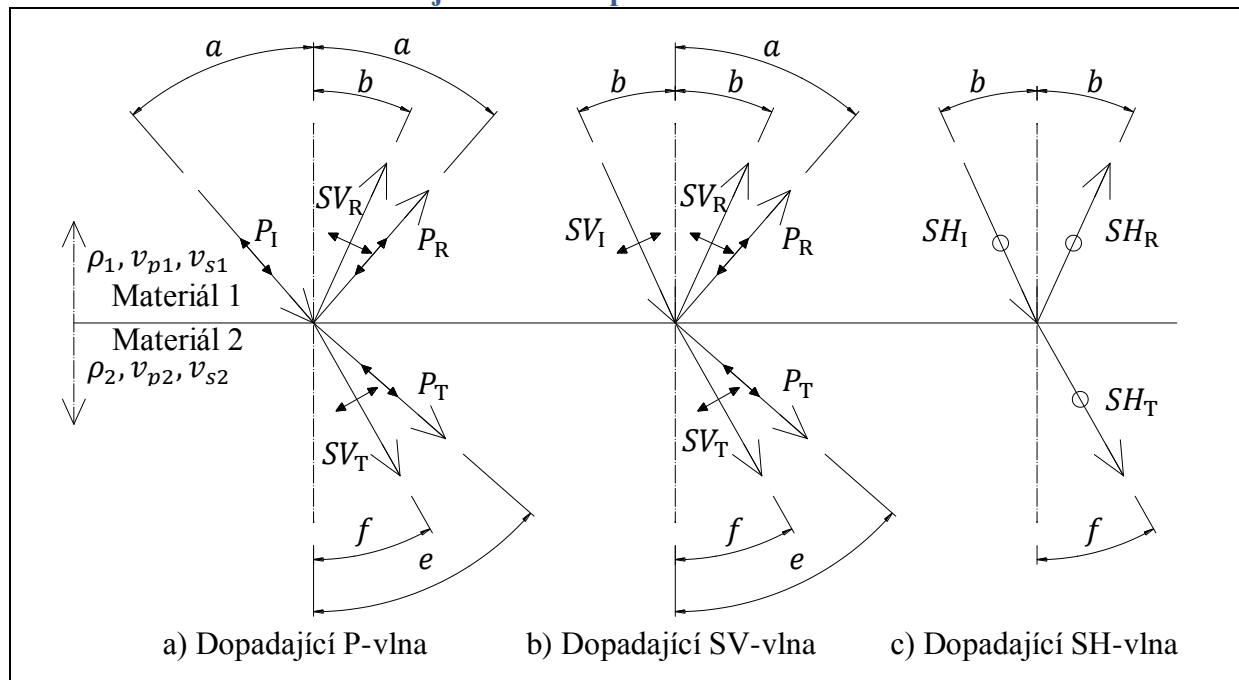
$$\frac{v_p}{v_s} = \sqrt{\frac{2-2\nu}{1-2\nu}}, \quad (209)$$

jehož průběh je znázorněn na následujícím grafu.



Graf 14 Poměr rychlosti primárních a sekundárních vln v závislosti na poissonově součiniteli příčné kontrakce.

5.3.6 Netlumené vlnění v trojrozměrném prostředí s rozhraním materiálů



Obr. 36 Schéma odrazu/lomu vlnění v prostoru.

Předpokládejme vlnění šířící se materiálem 1 a dopadající na rovinnou hranici společnou s materiálem 2. Část vlnění se odrazí od hranice zpět do materiálu 1, zbývající část vlnění se šíří materiálem 2. Touto úlohou se zabýval Zoeppritz [109], který pomocí teorie plasticity odvodil vztahy pro rovnost napětí a posunů na hranici mezi materiály.

Primární vlna o amplitudě P_I šířící se rychlostí v_{p1} dopadá na rozhraní materiálů. Část energie se odráží zpět do materiálu 1 ve formě primárního vlnění s amplitudou P_R o rychlosti v_{p1} a sekundárního vlnění o amplitudě SV_R o rychlosti v_{s1} . Zbylá část energie prochází do materiálu 2 ve formě primárního vlnění s amplitudou P_T o rychlosti v_{p2} a sekundárního vlnění o amplitudě SV_T o rychlosti v_{s2} (obrázek 36a, P = primární vlna, SV = sekundární vlna kmitající kolmo na směr šíření v rovině definované směrem šíření vlny a vertikálou, index I značí dopadající vlnu, index R odraženou vlnu, index T přenesenou/lomenou vlnu).

Za předpokladu harmonického vlnění můžeme psát na rozhraní materiálů podmínky kompatibility posunutí a spojitosti napětím

$$(P_I - P_R) \sin a + SV_R \cos b - P_T \sin e + SV_T \cos f = 0, \quad (210)$$

$$(P_I + P_R) \cos a + SV_R \sin b - P_T \cos e - SV_T \sin f = 0, \quad (211)$$

$$-(P_I + P_R) \sin 2a + SV_R \frac{v_{p1}}{v_{s1}} \cos 2b + P_T \frac{\rho_2}{\rho_1} \left(\frac{v_{s2}}{v_{s1}} \right)^2 \frac{v_{p1}}{v_{p2}} \sin 2e - \quad (212)$$

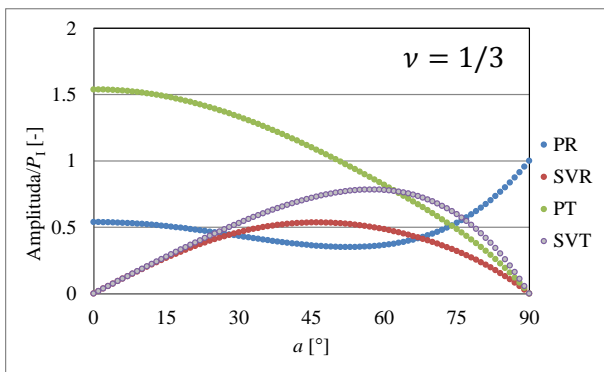
$$SV_T \frac{\rho_2}{\rho_1} \left(\frac{v_{s2}}{v_{s1}} \right)^2 \frac{v_{p1}}{v_{s2}} \cos 2f = 0,$$

$$-(P_I - P_R) \cos 2b + SV_R \frac{v_{s1}}{v_{p1}} \sin 2b + P_T \frac{\rho_2 v_{p2}}{\rho_1 v_{p1}} \cos 2f + SV_T \frac{\rho_2 v_{s2}}{\rho_1 v_{p1}} \sin 2f = 0. \quad (213)$$

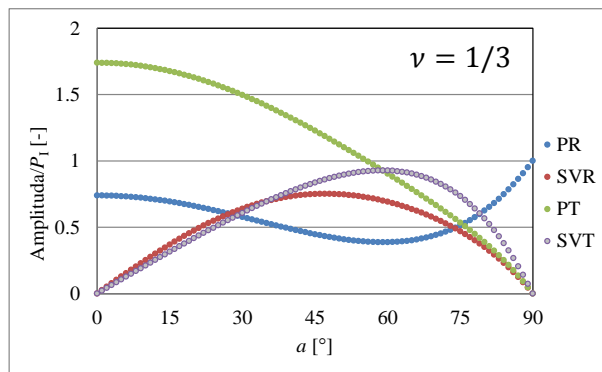
Ze vztahů (210) až (213) a s využitím Snellova zákona, jež zní

$$\frac{\sin(\text{úhlu dopadu})}{\text{rychlost vlny}} = \text{konstantě, tedy } \frac{\sin a}{v_{p1}} = \frac{\sin b}{v_{s1}} = \frac{\sin e}{v_{p2}} = \frac{\sin f}{v_{s2}}. \quad (214)$$

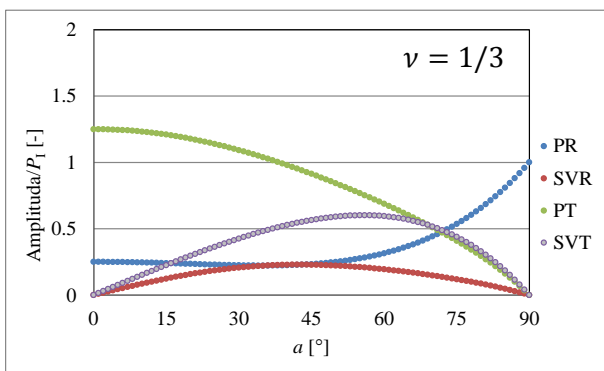
Můžeme pro danou amplitudu dopadající vlny a pro daný úhel dopadu vyjádřit ostatní neznámé amplitudy (jejich grafické znázornění je patrné z následujících grafů, studii tohoto tématu lze nalézt v [110]).



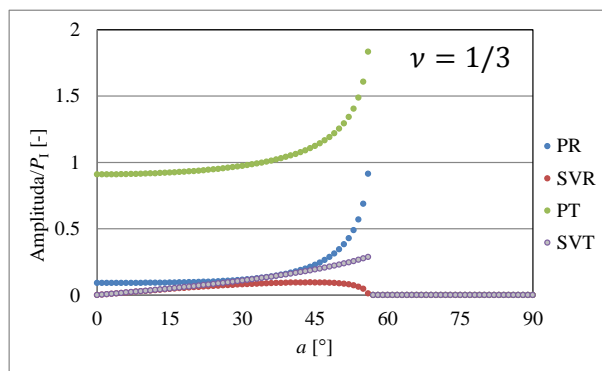
Graf 15 Poměr amplitud v závislosti na úhlu dopadu ($\rho_1 = \rho_2, v_{s1} = 0.5v_{p1}, v_{p2} = 0.3v_{p1}, v_{s2} = 0.15v_{p1}$).



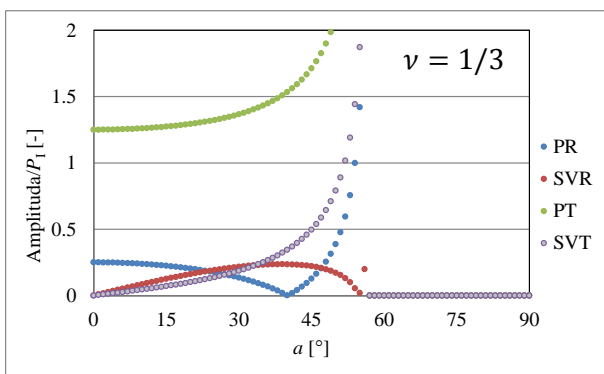
Graf 16 Poměr amplitud v závislosti na úhlu dopadu ($\rho_1 = 2\rho_2, v_{s1} = 0.5v_{p1}, v_{p2} = 0.3v_{p1}, v_{s2} = 0.15v_{p1}$).



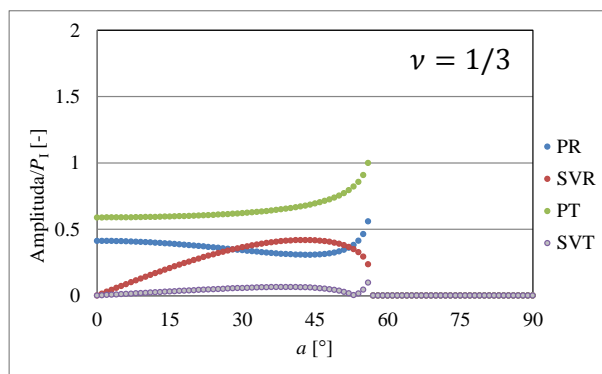
Graf 17 Poměr amplitud v závislosti na úhlu dopadu ($2\rho_1 = \rho_2, v_{s1} = 0.5v_{p1}, v_{p2} = 0.3v_{p1}, v_{s2} = 0.15v_{p1}$).



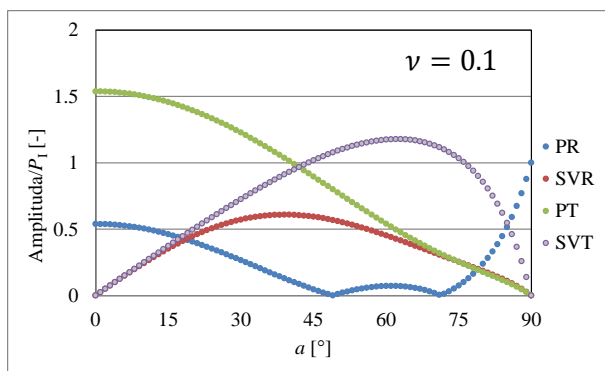
Graf 18 Poměr amplitud v závislosti na úhlu dopadu ($\rho_1 = \rho_2, v_{s1} = 0.5v_{p1}, v_{p2} = 1.2v_{p1}, v_{s2} = 0.6v_{p1}$).



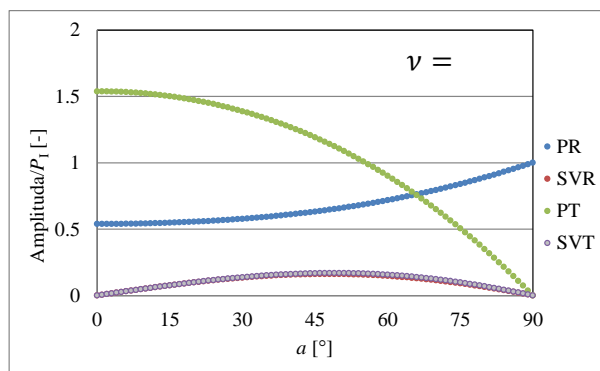
Graf 19 Poměr amplitud v závislosti na úhlu dopadu ($\rho_1 = 2\rho_2, v_{s1} = 0.5v_{p1}, v_{p2} = 1.2v_{p1}, v_{s2} = 0.6v_{p1}$).



Graf 20 Poměr amplitud v závislosti na úhlu dopadu ($2\rho_1 = \rho_2, v_{s1} = 0.5v_{p1}, v_{p2} = 1.2v_{p1}, v_{s2} = 0.6v_{p1}$).



Graf 21 Poměr amplitud v závislosti na úhlu dopadu ($\rho_1 = \rho_2, v_{s1} = 0.667v_{p1}, v_{p2} = 0.3v_{p1}, v_{s2} = 0.2v_{p1}$).



Graf 22 Poměr amplitud v závislosti na úhlu dopadu ($\rho_1 = \rho_2, v_{s1} = 0.14v_{p1}, v_{p2} = 0.3v_{p1}, v_{s2} = 0.042v_{p1}$).

Sekundární vlna o amplitudě SV_I šířící se rychlostí v_{s1} dopadá na rozhraní materiálů. Část energie se odráží zpět do materiálu 1 ve formě primárního vlnění s amplitudou P_R o rychlosti v_{p1} a sekundárního vlnění o amplitudě SV_R o rychlosti v_{s1} . Zbylá část energie prochází do materiálu 2 ve formě primárního vlnění s amplitudou P_T o rychlosti v_{p2} a sekundárního vlnění o amplitudě SV_T o rychlosti v_{s2} (obrázek 36b, P = primární vlna, SV = sekundární vlna kmitající kolmo na směr šíření v rovině definované směrem šíření vlny a vertikálou, index I značí dopadající vlnu, index R odraženou vlnu, index T přenesenou/lomenou vlnu).

Za předpokladu harmonického vlnění můžeme psát na rozhraní materiálů podmínky kompatibility posunutí a spojitosti napětím

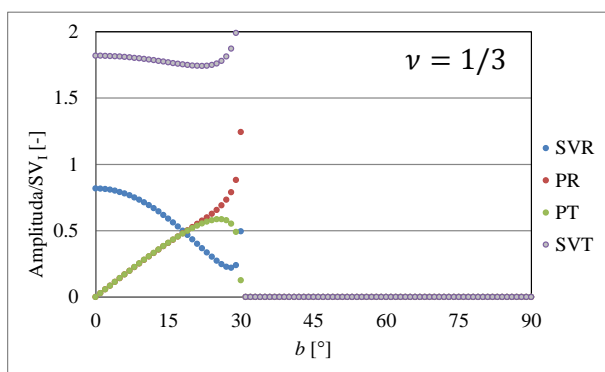
$$(SV_I + SV_R) \sin b + P_R \cos a - P_T \cos e - SV_T \sin f = 0, \quad (215)$$

$$(SV_I - SV_R) \cos b + P_R \sin a + P_T \sin e - SV_T \cos f = 0, \quad (216)$$

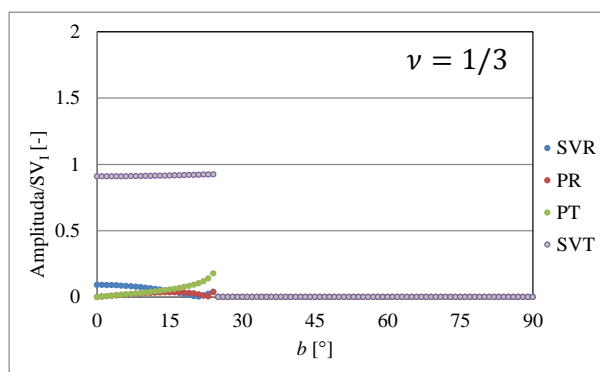
$$(SV_I + SV_R) \cos 2b - P_R \frac{v_{s1}}{v_{p1}} \sin 2a + P_T \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{v_{s2}^2}{v_{s1} v_{p2}} \sin 2e - SV_T \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{v_{s2}}{v_{s1}} \cos 2f = 0, \quad (217)$$

$$-(SV_I - SV_R) \sin 2b + P_R \frac{v_{p1}}{v_{s1}} \sin 2a + P_T \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{v_{p2}}{v_{s1}} \cos 2e + SV_T \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{v_{s2}}{v_{s1}} \sin 2f = 0. \quad (218)$$

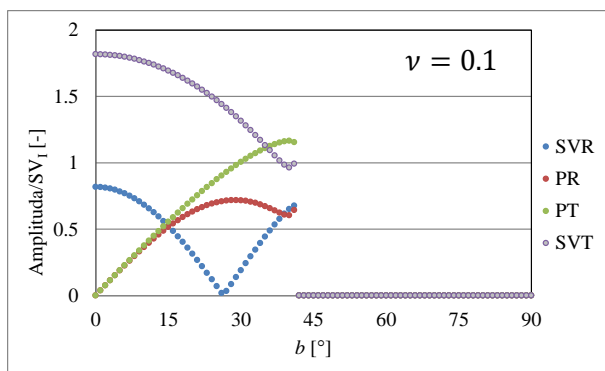
Ze vztahů (215) až (218) a s využitím Snellova zákona můžeme pro danou amplitudu dopadající vlny a pro daný úhel dopadu vyjádřit ostatní neznámé amplitudy (jejich grafické znázornění je patrné z následujících grafů, studii tohoto tématu lze nalézt v [110]).



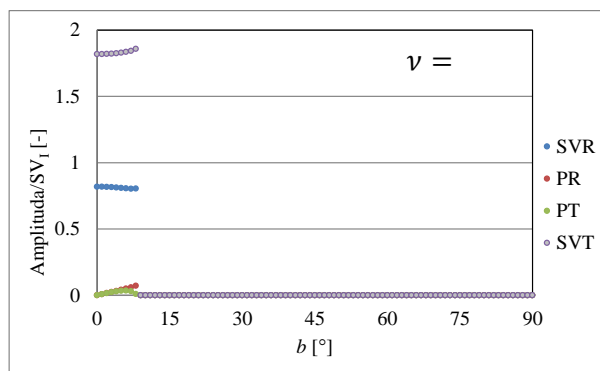
Graf 23 Poměr amplitud v závislosti na úhlu dopadu ($\rho_1 = \rho_2, v_{p1} = 2v_{s1}, v_{p2} = 0.2v_{s1}, v_{s2} = 0.1v_{s1}$).



Graf 24 Poměr amplitud v závislosti na úhlu dopadu ($\rho_1 = \rho_2, v_{p1} = 2v_{s1}, v_{p2} = 2.6v_{s1}, v_{s2} = 1.3v_{s1}$).



Graf 25 Poměr amplitud v závislosti na úhlu dopadu ($\rho_1 = \rho_2, v_{p1} = 1.5v_{s1}, v_{p2} = 0.15v_{s1}, v_{s2} = 0.1v_{s1}$).



Graf 26 Poměr amplitud v závislosti na úhlu dopadu ($\rho_1 = \rho_2, v_{p1} = 7.141v_{s1}, v_{p2} = 0.714v_{s1}, v_{s2} = 0.1v_{s1}$).

Sekundární vlna kmitající v horizontálním směru o amplitudě SH_I šířící se rychlostí v_{s1} dopadá na rozhraní materiálů. Část energie se odrazí zpět do materiálu 1 ve formě sekundárního vlnění o amplitudě SH_R (sekundární vlnění kmitající v rovině dané směrem vlnění a horizontálou) o rychlosti v_{s1} . Zbývá část energie prochází do materiálu 2 ve formě sekundárního vlnění o amplitudě SH_T (sekundární vlnění kmitající v rovině dané směrem vlnění a horizontálou) o rychlosti v_{s2} (obrázek 36c).

Za předpokladu harmonického vlnění můžeme psát na rozhraní materiálů podmínky kompatibility posunutí a spojitosti napětím

$$SH_I + SH_R - SH_T = 0, \quad (219)$$

$$SH_I - SH_R - SH_T \frac{\rho_2 v_{s2}}{\rho_1 v_{s1}} = 0. \quad (220)$$

Řešení odrazu/lomu sekundární vlny v horizontálním směru není závislé na úhlu dopadu. Řešení je shodné s řešením úlohy jednodimenzionálního šíření vlnění v nekonečném prutu s rozhraním materiálů (199). Zavedením poměru impedance materiálů lze vztahy (219) a (220) upravit na tvar

$$SH_R = \frac{1-\alpha_z}{1+\alpha_z} SH_I, \quad (221)$$

$$SH_T = \frac{2}{1+\alpha_z} SH_I.$$

Nyní definujeme pojem kritického úhlu dopadající vlny jako úhel, při němž se úhel jedné z odražených či projitých (lomených) rovná 90° .

První kritický úhel pro dopadající primární vlnu, tedy kdy úhel projité (lomené) primární vlny je roven 90° , můžeme vyjádřit pomocí Snellova zákona

$$\frac{\sin a_{c1}}{v_{p1}} = \frac{\sin 90}{v_{p2}}, \text{ tedy } a_{c1} = \arcsin \frac{v_{p1}}{v_{p2}}, \quad (222)$$

což může nastat pouze za předpokladu $v_{p1} < v_{p2}$.

Druhý kritický úhel pro dopadající primární vlnu, tedy kdy úhel projité (lomené) sekundární vlny je roven 90° , můžeme vyjádřit

$$a_{c2} = \arcsin \frac{v_{p1}}{v_{s2}}, \text{ což může nastat pouze za předpokladu } v_{p1} < v_{s2}. \quad (223)$$

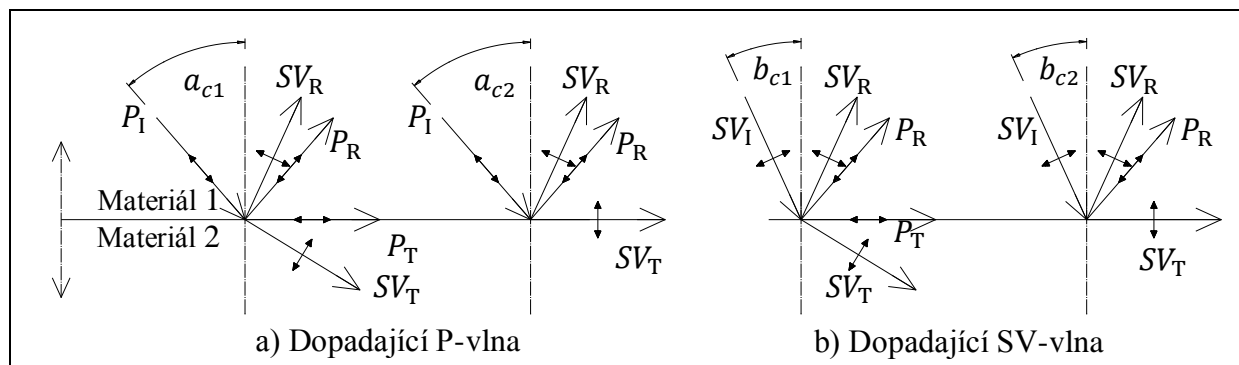
Jev, kdy úhel dopadající primární vlny je větší než a_{c2} , tedy že žádné vlnění neprochází do druhého materiálu a veškerá energie se odrazí zpět do materiálu 1, se nazývá totální odraz.

Stejným způsobem můžeme vyjádřit kritické úhly pro dopadající sekundární vlnu kmitající ve vertikálním směru

$$b_{c1} = \arcsin \frac{v_{s1}}{v_{p2}}, \text{ což může nastat pouze za předpokladu } v_{s1} < v_{p2},$$

$$b_{c2} = \arcsin \frac{v_{s1}}{v_{s2}}, \text{ což může nastat pouze za předpokladu } v_{s1} < v_{s2}.$$
(224)

Schéma kritických úhlů je znázorněno na následujícím obrázku.



Obr. 37 Schéma kritických úhlů dopadu vlnění v prostoru, totální odraz.

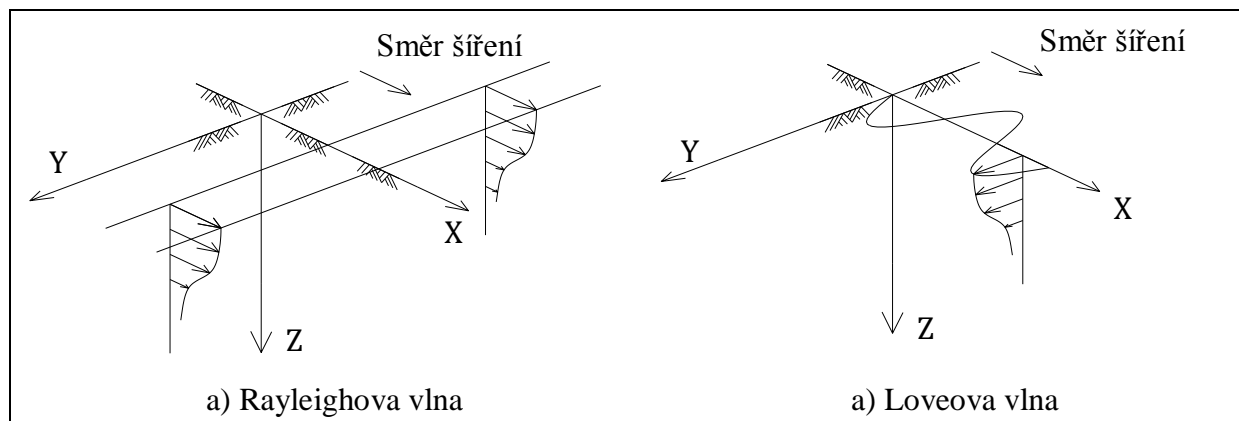
Blíží-li se úhel dopadající vlny úhlu kritickému, hodnoty amplitud mohou dosahovat limitních hodnot. Pro úhel dopadající vlny větší než kritický úhel dosahuje hodnota sínu úhlu odražené či lomené vlny větší hodnoty než 1, musí být tedy řešení provedeno v komplexní rovině (s dvojnásobným počtem rovnic). Imaginární složky amplitud však nemají žádný fyzikální význam. Vztahy (210) až (218) tedy neplatí pro úhel dopadající vlny větší než výše popsané kritické úhly. Posledním případem „kritického“ úhlu, kdy neplatí výrazy (210) až (218), je případ dopadající vlny SV_I pod úhlem, pro který je úhel odražené vlny P_R roven 90° . Obecně lze tedy říci, že zmíněné vztahy platí pro úhel dopadu

$$i_c = \arcsin \frac{v_l}{v_{max}},$$
(225)

kde v_l je rychlost dopadající vlny, $v_{max} = (v_{p1}, v_{p2}, v_{s1}, v_{s2})$ maximální rychlost šíření pro daná dvě prostředí.

5.3.7 Netlumené vlnění šířící se poloprostorem

Jak již bylo zmíněno řešení soustavy diferenciálních rovnic vlnění (206) v prostoru můžeme najít ve dvou variantách, primární vlnění (kompresní, čisté objemové změny bez rotace) a sekundární vlnění (smykové, čisté rotace bez objemové změny). Za předpokladu elastického homogenního poloprostoru můžeme nalézt další dvě řešení, z nichž první je Rayleighova vlna (R-vlna) a druhé Loveova vlna (L-vlna).



Obr. 38 Schéma povrchových vln.

5.3.8 Rayleighova vlna

Tento typ povrchové vlny poprvé studoval Lord Rayleigh [111] a dále ji detailně popsal Lamb [24]. Předpokládejme rovinnou vlnu šířící se ve směru osy X jejíž pohyb částic není závislý na souřadnici y , s povrchem definovaným rovinnou XY. K pohybu částic dochází pouze ve směru osy X a Z, tedy $u \neq 0$, $v = 0$, $w \neq 0$. Soustava diferenciálních rovnic (206) se zredukuje na dvě rovnice

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial x} + G \nabla^2 u, \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial z} + G \nabla^2 w. \end{aligned} \quad (226)$$

Provedeme transformaci pomocí funkcí Φ a Ψ , které definujeme

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial x}. \quad (227)$$

Dilataci $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$ pak můžeme vyjádřit ve tvaru

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) = \nabla^2 \Phi. \quad (228)$$

Rotaci v rovině XZ můžeme psát

$$2\bar{\omega}_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) = \nabla^2 \Psi. \quad (229)$$

Nyní je zřejmý důvod právě takto zvolené transformace (Φ je spojeno s dilatací média, Ψ je spojeno s rotací média).

Substitucí (227) do (226) a úpravou získáme soustavu diferenciálních rovnic

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \right) + \rho \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \right) &= (\lambda + 2G) \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \Phi) + G \frac{\partial}{\partial z} (\nabla^2 \Psi), \\ \rho \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \right) - \rho \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \right) &= (\lambda + 2G) \frac{\partial}{\partial z} (\nabla^2 \Phi) - G \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \Psi). \end{aligned} \quad (230)$$

Tato soustava je splněna, když

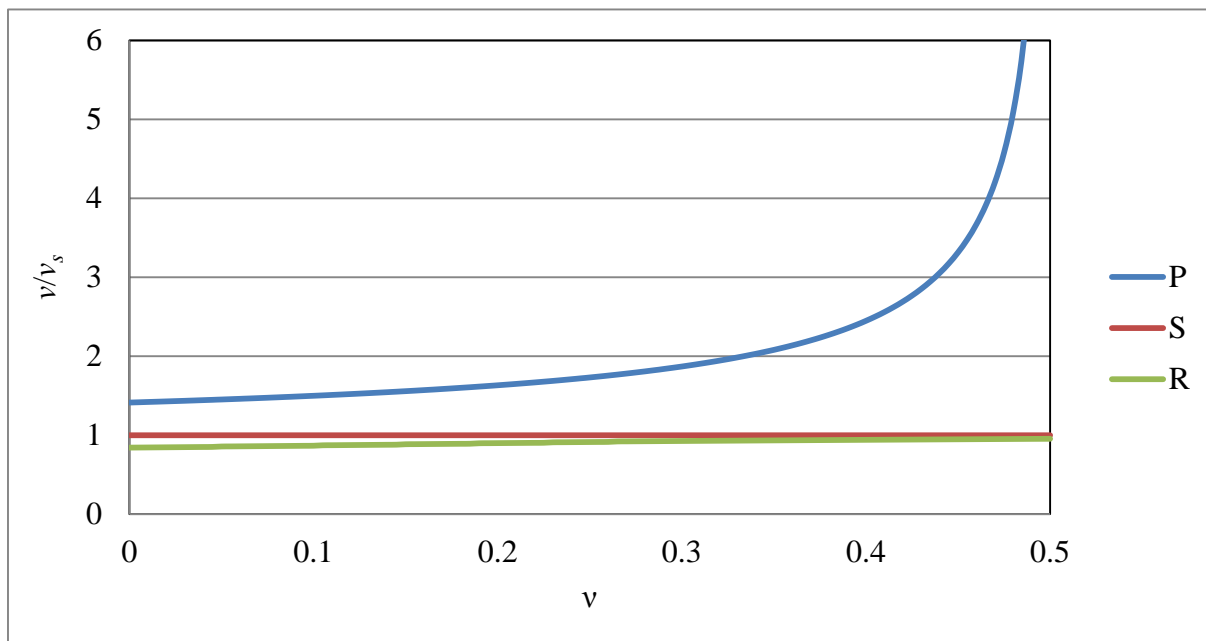
$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} &= \frac{\lambda + 2G}{\rho} \nabla^2 \Phi, \text{ tedy } \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = v_p^2 \nabla^2 \Phi, \text{ a} \\ \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} &= \frac{G}{\rho} \nabla^2 \Psi, \text{ tedy } \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = v_s^2 \nabla^2 \Psi. \end{aligned} \quad (231)$$

Dle Lamba [24] nebo Richarta [87] za předpokladu harmonické vlny šířící se ve směru osy X $\Phi = F_z e^{i(\omega t - \kappa x)}$, $\Psi = G_z e^{i(\omega t - \kappa x)}$ a uplatněním okrajových podmínek na povrchu $\sigma_{z,z=0} = 0$, $\tau_{zx,z=0} = 0$, získáme rovnici pro výpočet rychlosti Rayleighovy vlny ve tvaru

$$K^6 - 8K^4 + (24 - 16\alpha^2)K^2 + 16(\alpha^2 - 1) = 0, \quad (232)$$

kde $K = v_r/v_s$ je poměr rychlosti Rayleighovy vlny k rychlosti sekundární vlny, $\alpha^2 = v_s^2/v_p^2 = \frac{1-2\nu}{2-2\nu}$ poměr druhých mocnin rychlostí sekundární k primární.

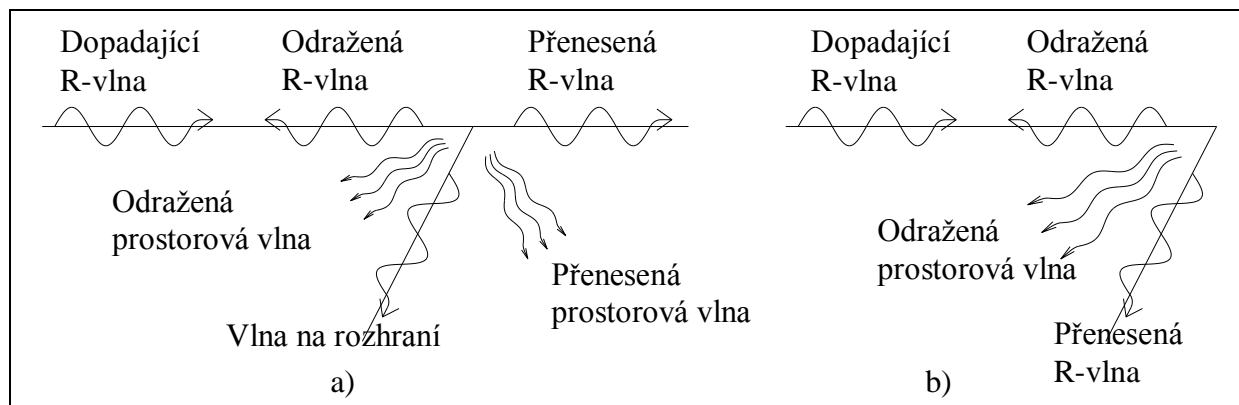
Grafické vyjádření poměru rychlostí je patrné z následujícího grafu.



Graf 27 Poměr rychlostí vln.

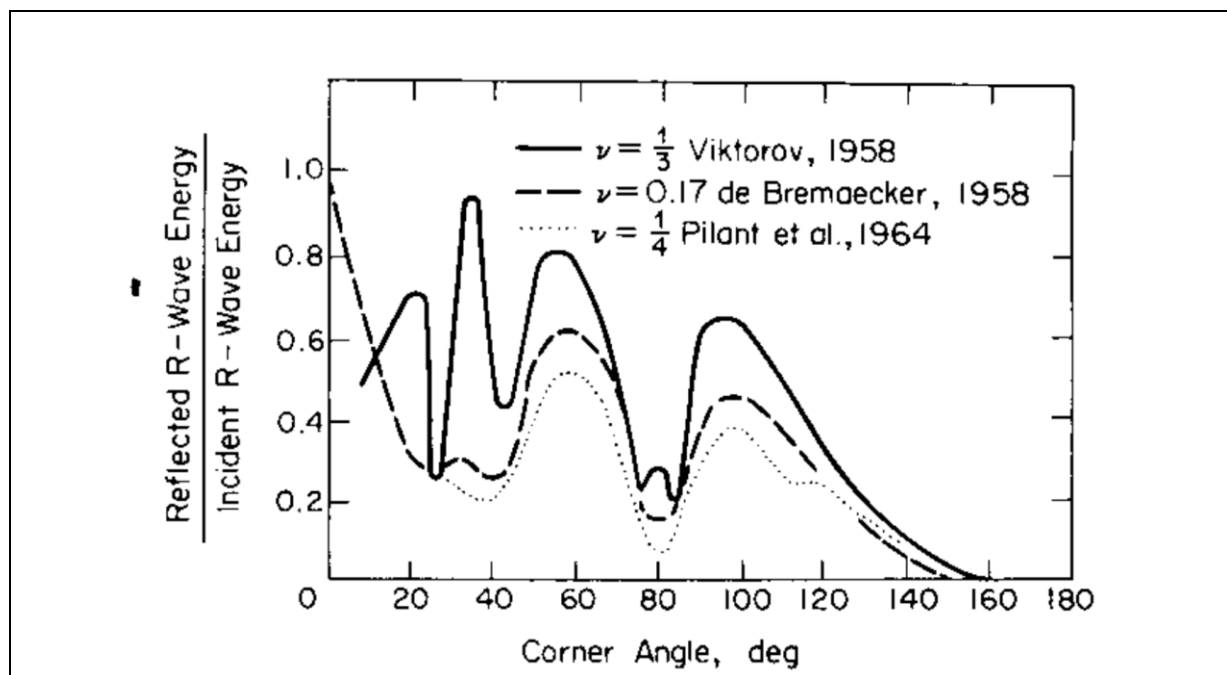
5.3.9 Rayleighova vlna šířící se poloprostorem s rozhraním materiálů

Problém dopadající R-vlny na společné rozhraní dvou čtvrtprostorů není v současné době stále vyřešen. Můžeme však konstatovat, že vzniká odražená R-vlna, odražená prostorová vlna, přenesená R-vlna, přenesená prostorová vlna a vlna na rozhraní čtvrtprostorů (obrázek 39a). Rozdělení energie mezi jednotlivé vlny je funkcí úhlu rozhraní a materiálových charakteristik obou prostředí.



Obr. 39 Schéma R-vlny při dopadu na rozhraní materiálu.

Podrobněji je prostudována problematika dopadu a následného odrazu a lomu R-vlny do rohu čtvrtprostoru (obrázek 39b, zvláštní případ varianty a, kdy druhý čtvrtprostor má nulové parametry). Touto problematikou se zabývala řada autorů, jako Viktorov [112], deBremaecker [113], Knopoff a Gangi [114], Pilant a kol. [115], Kane a Spenc [116] a další. Množství energie nesené jednotlivými odraženými vlnami je funkce součinitele příčné kontrakce a rohového úhlu. Poměr energie odražené vlny k energii vlny dopadající vyjádřili autoři Viktorov, deBremaecker, Pilant a kol. Jejich výsledky posléze porovnal a shrnul Richart, Hall a Woods v následujícím grafu (obrázek 40).



Obr. 40 Poměr energie odražené R-vlny k energii dopadající vlny v závislosti na rohovém úhlu a součiniteli příčné kontrakce, zdroj Richart, Hall, Woods [87].

5.3.10 Loveova vlna

Tento druhý typ povrchové vlny poprvé studoval A. E. H. Love, po kterém je vlna pojmenována (schématické znázornění vlny je znázorněno na obrázku 38b). Předpokládejme rovinnou vlnu šířící se ve směru osy X, jejíž pohyb částic není závislý na souřadnici y (tedy $\partial/\partial y = 0$), s povrchem definovaným rovinnou XY. K pohybu částic dochází pouze ve směru osy Y, tedy $u = 0$, $v \neq 0$, $w = 0$. Soustava diferenciálních rovnic (206) se zredukuje na jednu rovnici

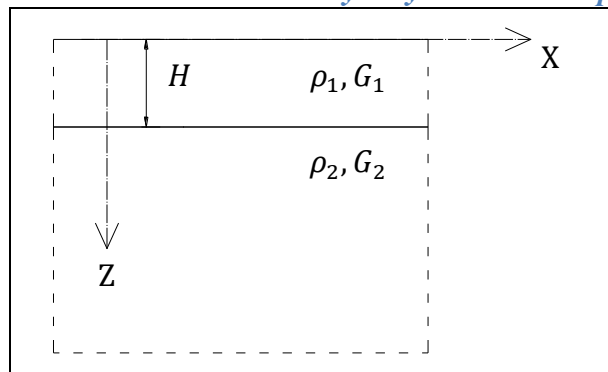
$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = G \nabla^2 v, \text{ tedy} \quad (233)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right).$$

Řešení této rovnice předpokládáme ve tvaru

$$v = h_{(z)} e^{i(kx - \omega t)}. \quad (234)$$

Obecné řešení Loveovy vlny – vrstva nad pružným poloprostorem



Obr. 41 Schéma modelu Loveovy vlny.

Pro řešení Loveovy vlny předpokládáme model homogenní izotropní vrstvy s materiálovými charakteristikami ρ_1 a G_1 ($v_{s1} = \sqrt{G_1/\rho_1}$) umístěné na povrchu homogenního pružného poloprostoru s materiálovými charakteristikami ρ_2 a G_2 ($v_{s2} = \sqrt{G_2/\rho_2}$), s nímž je pevně spojena. Dále předpokládáme, že rychlost šíření smykových vln v horní vrstvě výšky H je menší nebo rovna rychlosti šíření smykových vln v poloprostoru (viz obrázek vlevo).

Dosazením (234) do (233) a úpravou získáme

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 h(z)}{\partial z^2} &= \left(\kappa^2 - \frac{\omega^2}{v_{s1}^2} \right) h(z), \\ \frac{\partial^2 h(z)}{\partial z^2} &= \left(\kappa^2 - \frac{\omega^2}{v_{s2}^2} \right) h(z). \end{aligned} \quad (235)$$

Řešení výše uvedeného systému předpokládáme ve tvaru

$$\begin{aligned} h_{1(z)} &= A_1 e^{-z\sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s1}^2}} + B_1 e^{+z\sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s1}^2}}, \\ h_{2(z)} &= A_2 e^{-z\sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s2}^2}} + B_2 e^{+z\sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s2}^2}}. \end{aligned} \quad (236)$$

Rovnice posunu pak má tvar

$$\begin{aligned} v &= \left(A_1 e^{-z\sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s1}^2}} + B_1 e^{+z\sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s1}^2}} \right) e^{i(\kappa x - \omega t)}, \\ v &= \left(A_2 e^{-z\sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s2}^2}} + B_2 e^{+z\sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s2}^2}} \right) e^{i(\kappa x - \omega t)}. \end{aligned} \quad (237)$$

Konstanty A_1 , B_1 , A_2 a B_2 se pokusíme získat z okrajových podmínek: (i) $v \rightarrow 0$, pro $z \rightarrow \infty$, (ii) na povrchu je nulové napětí, (iii) podmínky kompatibility posunutí a spojitosti napětím na hranici mezi vrstvou a poloprostorem. Aplikací zmíněných okrajových podmínek získáme

$$2A_1 \cos\left(iH\sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s1}^2}\right) = A_2 e^{-H\sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s2}^2}}, \quad (238)$$

$$\begin{aligned} 2G_1 A_1 i\sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s1}^2} \sin\left(iH\sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s1}^2}\right) &= \\ G_2 \sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s2}^2} A_2 e^{-H\sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s2}^2}}. \end{aligned} \quad (239)$$

Máme tedy dva výrazy (238) a (239) pro čtyři parametry A_1 , A_2 , ω a κ . Z toho vyplývá, že řešením této úlohy je celé spektrum (problém vlastních čísel). Řešení získáme vyjádřením poměru A_2/A_1 z obou výrazů a jejich rovnosti získáme

$$\frac{2 \cos\left(iH\sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s1}^2}\right)}{e^{-H\sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s2}^2}}} = \frac{2G_1 i\sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s1}^2} \sin\left(iH\sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s1}^2}\right)}{G_2 \sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s2}^2} e^{-H\sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s2}^2}}}. \quad (240)$$

Po úpravě

$$\tan\left(iH\sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s1}^2}\right) = \frac{G_2\sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s2}^2}}{G_1i\sqrt{\kappa^2 - \omega^2/v_{s1}^2}}, \text{ nebo} \quad (241)$$

$$\tan\left(i\omega H\sqrt{\frac{1}{v_l^2} - \frac{1}{v_{s1}^2}}\right) = \frac{G_2\sqrt{\frac{1}{v_l^2} - \frac{1}{v_{s2}^2}}}{G_1i\sqrt{\frac{1}{v_l^2} - \frac{1}{v_{s1}^2}}}, \text{ nebo ekvivalentní výraz} \quad (242)$$

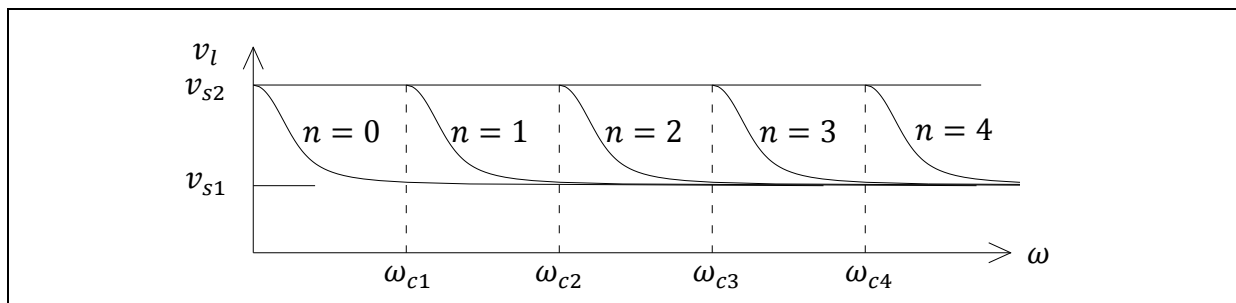
$$\tan\left(\omega H\sqrt{\frac{1}{v_{s1}^2} - \frac{1}{v_l^2}}\right) = \frac{G_2\sqrt{\frac{1}{v_l^2} - \frac{1}{v_{s2}^2}}}{G_1\sqrt{\frac{1}{v_{s1}^2} - \frac{1}{v_l^2}}}, \quad (243)$$

kde $v_l = \omega/\kappa$ je rychlost šíření Loveovy vlny.

Z výše uvedeného výrazu je zřejmé, že pro dané parametry ω , H , G_1 , G_2 , v_{s1} , v_{s2} , můžeme nalézt více řešení v_l (počet řešení je závislý na velikosti ω), proto definujeme hraniční hodnotu

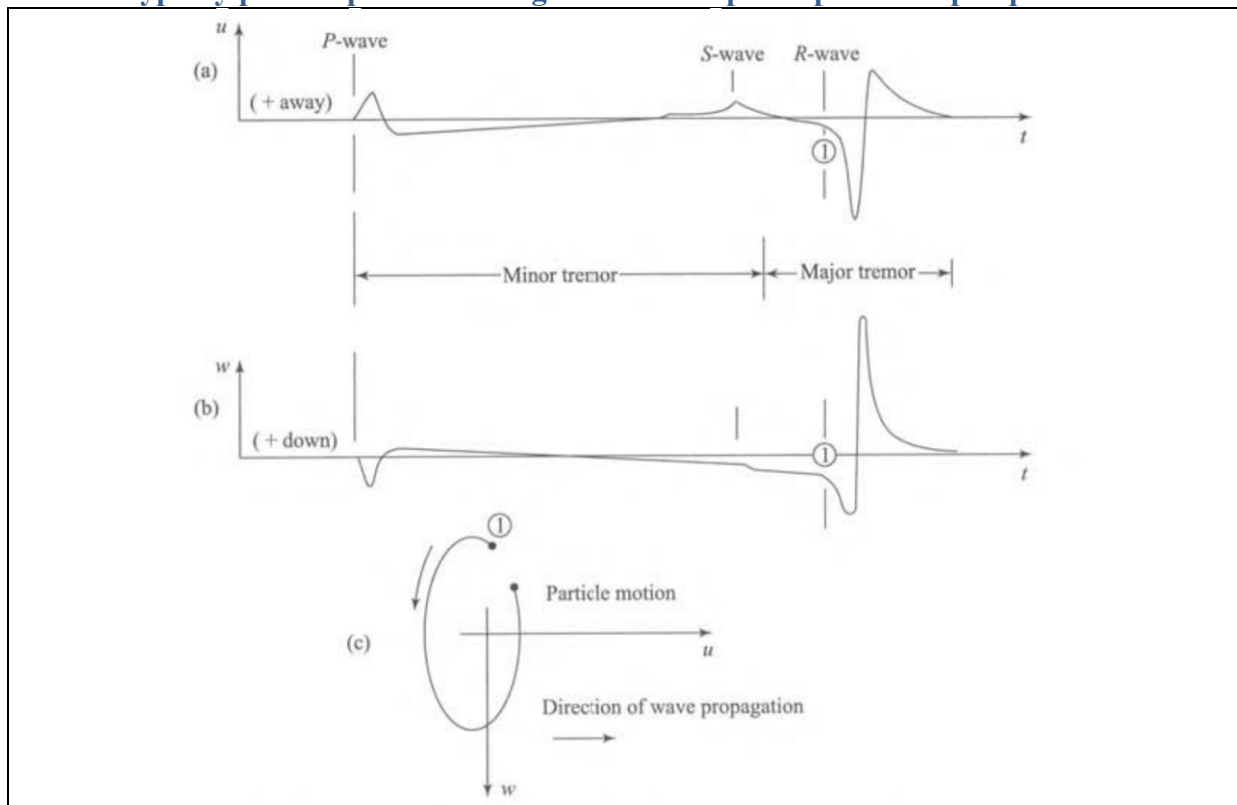
$$\omega_{cn} = \frac{n\pi}{H\sqrt{\frac{1}{v_{s1}^2} - \frac{1}{v_{s2}^2}}}, \quad (244)$$

kde ω_{cn} je hraniční hodnota ω před níž je pouze n řešení.

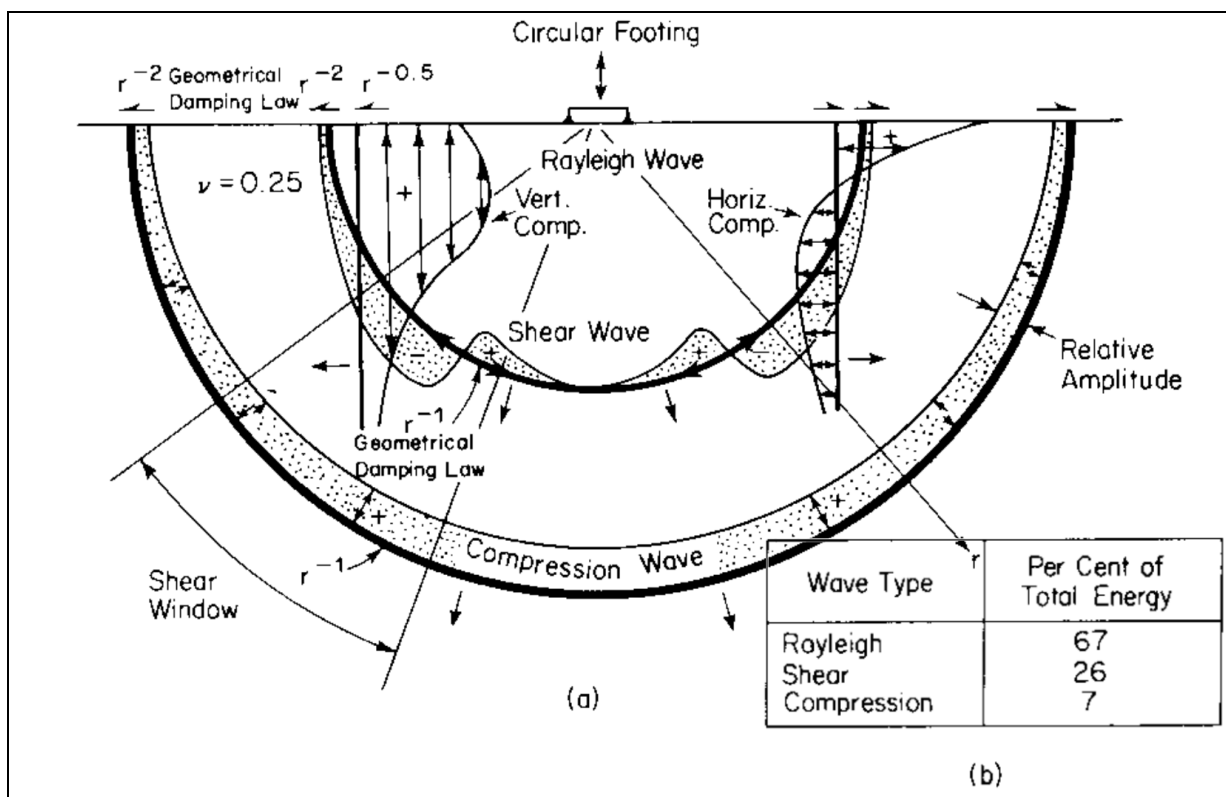


Obr. 42 Závislost rychlosti Loveovy vlny na úhlové frekvenci.

5.3.11 Typický průběh posunů homogenního izotropního pružného poloprostoru



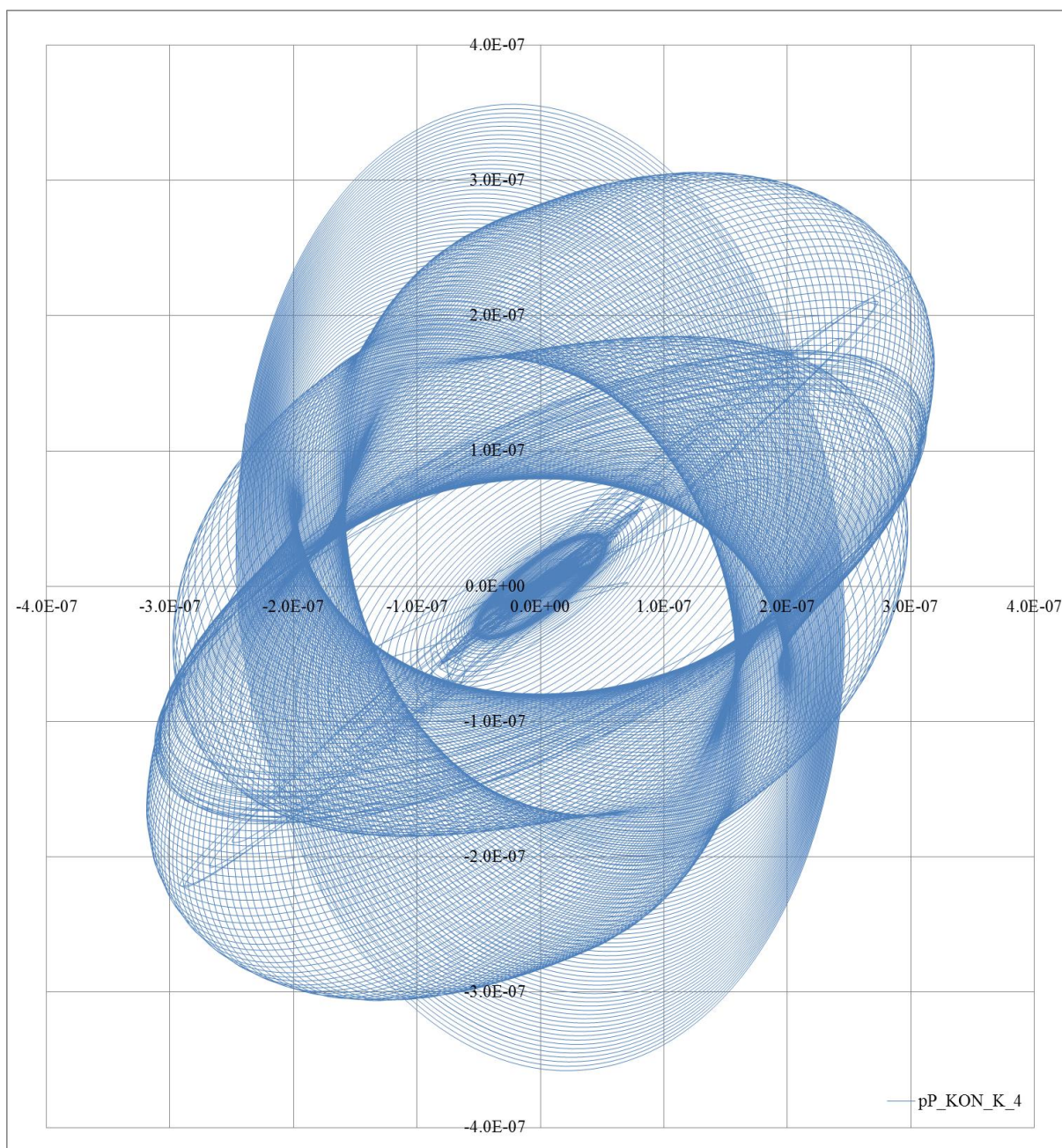
Obr. 43 Typický průběh posunutí bodu na povrchu homogenního izotropního pružného poloprostoru od osamělého jednorázového impulzu působícího na povrchu, zdroj Lamb [24].



Obr. 44 Typický průběh posunutí bodů homogenního izotropního pružného poloprostoru od osamělého jednorázového zdroje (kruhové desky) působícího na povrchu, zdroj Woods [117].

6 Řešené analýzy

Tato kapitola je věnována popisu řešených analýz, popisu použitých modelů a jejich parametrů, prezentaci vybraných výsledků a z nich plynoucích závěrů. Kompletní sadu výsledků je možno nalézt v příloze. Úlohy jsou logicky a systematicky řazeny od nejjednoduššího výpočtového modelu soustavy s jedním stupněm volnosti až po prostorový výpočtový model podzákladí. Poslední podkapitola je věnována možnosti vytvoření složitějšího výpočtového prostorového modelu podzákladí s proměnnou mocností vrstev ze zadané sady vrtů.



Obr. 45 Trajektorie sledovaného uzlu piloty při rozběhu stroje (viz oddíl 6.7.4).

6.1 Řešení úlohy vlastních čísel jednoduchých systémů pomocí charakteristického polynomu

Tato podkapitola je věnována řešení charakteristického polynomu jednoduchých systémů popsaných v následujícím textu. Zásadními otázkami, na které je hledána odpověď, jsou:

- Lze vyjádřit charakteristický polynom jednoduchého systému v závislosti pouze na počtu stupňů volnosti?
- Lze provést nějaké závěry pro hodnoty vlastních čísel v závislosti na počtu stupňů volnosti?

Mějme soustavu o N stupních volnosti vytvořenou sériovým zapojením pružin stejné tuhosti k (N/m). Soustava je na jednom konci pevně uchycena a ve všech ostatních uzlech jsou umístěny osamělé hmoty o stejné hmotnosti m (kg) (viz obrázek 47). Pro tuto netlumenou soustavu můžeme dle (139) psát soustavu pohybových rovnic vlastního kmitání ve tvaru

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} k & -k & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -k & 2k & -k & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -k & 2k & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2k & -k \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -k & 2k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_{N-1} \\ u_N \end{Bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_{N-1} \\ u_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (245)
 \end{aligned}$$

Hledáme netriviální řešení úlohy vlastních čísel (charakteristickou rovnici) ve tvaru

$$\det([K] - \omega^2[M]) = \det \begin{bmatrix} k - \omega^2 m & -k & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -k & 2k - \omega^2 m & -k & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -k & 2k - \omega^2 m & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2k - \omega^2 m & -k \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -k & 2k - \omega^2 m \end{bmatrix} = 0. \quad (246)$$

Charakteristický polynom této úlohy lze vyjádřit ve tvaru

$$1k^N + \underbrace{\sum_{n=1}^N (-1)^n \omega^{2n} m^n k^{N-n} \sum_{z=1}^{N-1} \sum_{y=1}^z \cdots \sum_{b=1}^c \sum_{a=1}^b \sum_{i=1}^a}_\text{Počet sumací je } 2n - 1 i. \quad (247)$$

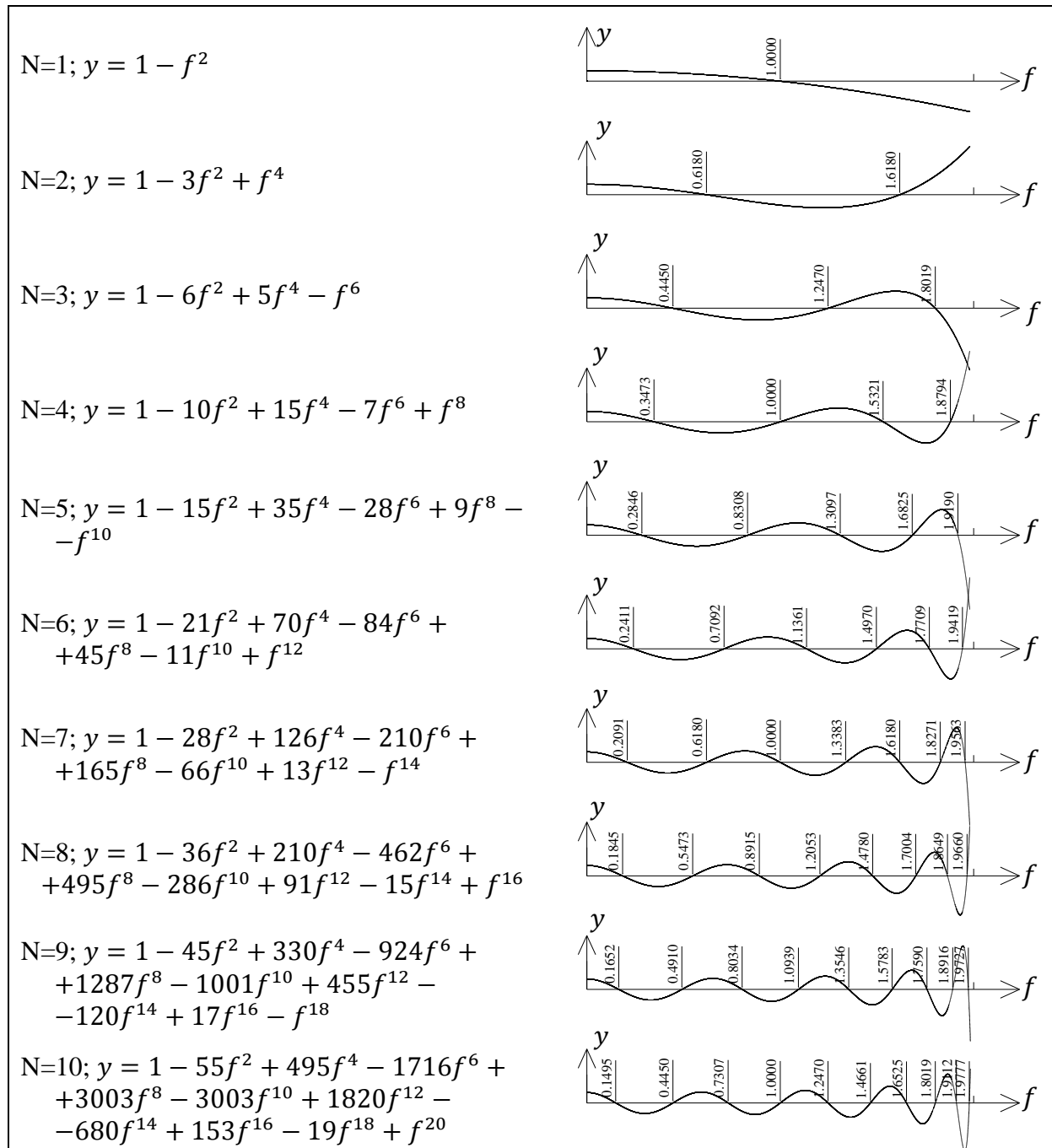
Řešení hledáme ve tvaru f -násobku úhlové frekvence jednostupňové soustavy, tedy

$$\omega = f \omega_{n,p} = f \sqrt{k/m}, \quad (248)$$

kde $\omega_{n,p} = \sqrt{\frac{k}{m}}$ je vlastní úhlová frekvence soustavy s jedním stupněm volnosti (rad/s).

Za tohoto předpokladu a předpokladu nenulové hodnoty tuhosti pružiny k můžeme charakteristický polynom (247) přepsat ve tvaru

$$1 + \sum_{n=1}^N (-1)^n f^{2n} \underbrace{\sum_{z=1}^{N-1} \sum_{y=1}^z \cdots \sum_{b=1}^c \sum_{a=1}^b \sum_{i=1}^a i}_{\text{Počet sumací je } 2n - 1} \quad (249)$$



Obr. 46 Charakteristický polynom řešení úlohy, jeho kořeny a průběh.

Předchozí vztahy můžeme využít pro výpočet frekvencí podélného vlastního kmitání konzoly se zanedbáním malé části kmitající hmoty na volném konci (viz obrázek 48). Máme tak soustavu o N stupních volnosti vytvořenou sériovým zapojením pružin stejné tuhosti k_N (N/m). Soustava je na jednom konci pevně uchycena a ve všech ostatních uzlech jsou umístěny osamělé hmoty o stejné hmotnosti m_N (kg). Pro tuto netlumenou soustavu můžeme dle (139) psát soustavu pohybových rovnic vlastního kmitání ve tvaru

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} k_N & -k_N & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -k_N & 2k_N & -k_N & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -k_N & 2k_N & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2k_N & -k_N \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -k_N & 2k_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_{N-1} \\ u_N \end{Bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} m_N & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & m_N & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_N & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & m_N & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & m_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_{N-1} \\ u_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \end{aligned} \quad (250)$$

kde $k_N = k_c \cdot (N + 1)$ je tuhost pružiny pro soustavu s N stupni volnosti (N/m), $m_N = m_c / (N + 1)$ hmotnost prvku pro soustavu s N stupni volnosti (kg), $k_c = \frac{EA}{L}$ celková podélná tuhost konzoly (N/m), $m_c = \rho \cdot A \cdot L$ celková hmotnost konzoly (kg).

Hledáme netriviální řešení úlohy vlastních čísel (charakteristickou rovnicí) ve tvaru

$$\det([K] - \omega^2[M]) = 0. \quad (251)$$

Charakteristický polynom této úlohy lze psát ve tvaru

$$1k_N^N + \underbrace{\sum_{n=1}^N (-1)^n \omega^{2n} m_N^n k_N^{N-n} \sum_{z=1}^{N-1} \sum_{y=1}^z \cdots \sum_{b=1}^c \sum_{a=1}^b \sum_{i=1}^a i}_{\text{Počet sumací je } 2n - 1}. \quad (252)$$

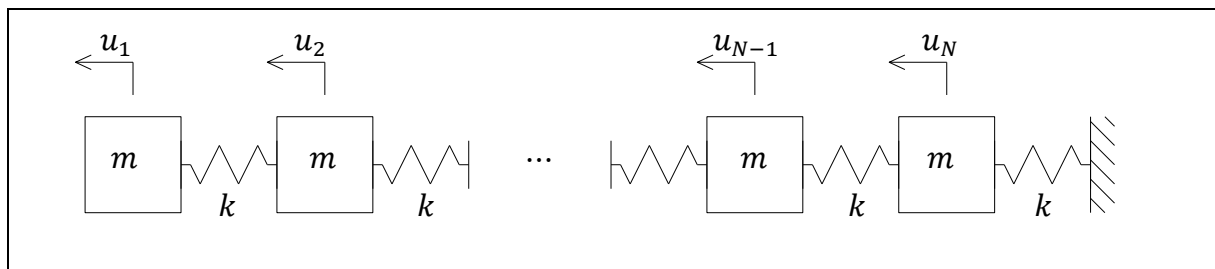
Řešení hledáme ve tvaru násobku srovnávací úhlové frekvence $\sqrt{k_c/m_c}$, tedy

$$\omega = f \omega_{n,p,N} = f \sqrt{k_N/m_N} = f \cdot (N + 1) \sqrt{k_c/m_c} = g \sqrt{k_c/m_c}, \quad (253)$$

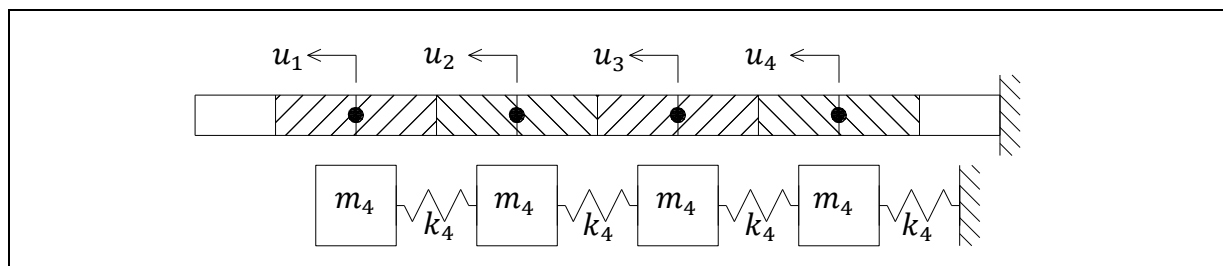
kde $\omega_{n,p,N} = \sqrt{\frac{k_N}{m_N}}$ je vlastní úhlová frekvence příslušné soustavy s jedním stupněm volnosti (rad/s).

Za tohoto předpokladu a předpokladu nenulové hodnoty tuhosti pružiny k a nenulové hodnoty počtů stupňů volnosti N můžeme charakteristický polynom (247) přepsat ve tvaru

$$1 + \underbrace{\sum_{n=1}^N (-1)^n (g/(N + 1))^{2n} \sum_{z=1}^{N-1} \sum_{y=1}^z \cdots \sum_{b=1}^c \sum_{a=1}^b \sum_{i=1}^a i}_{\text{Počet sumací je } 2n - 1}. \quad (254)$$



Obr. 47 Schéma řešené úlohy.



Obr. 48 Schéma řešené úlohy – konzola o čtyřech stupních volnosti.

6.1.1 Závěry

Z uvedených výsledků v podkapitole 6.1 lze konstatovat:

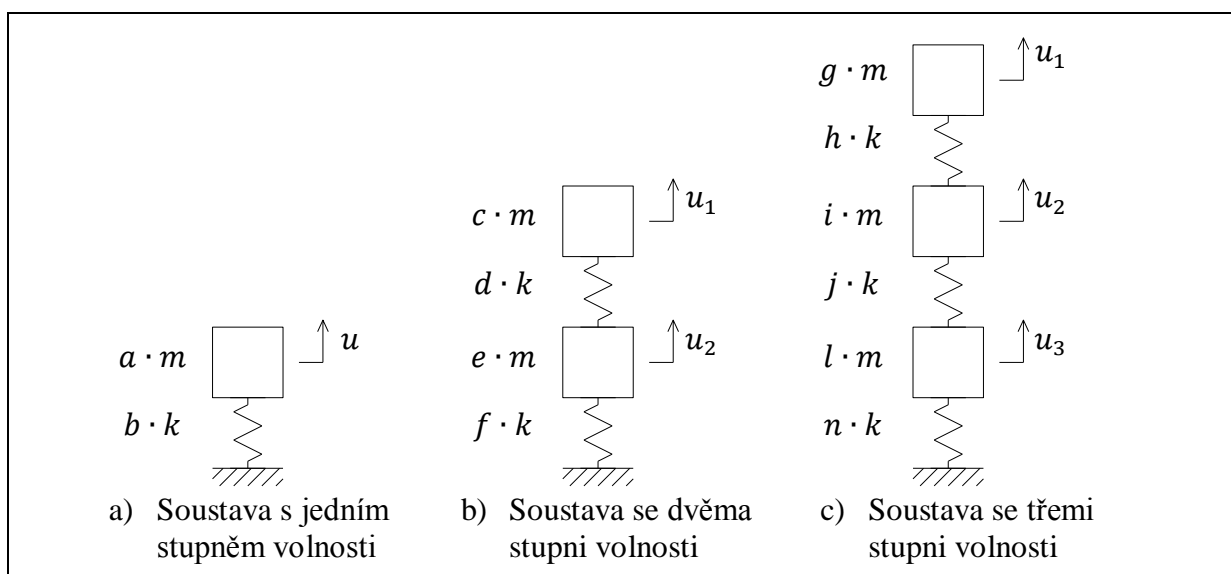
- Pozn. 1) Všechna vlastní čísla Hermitovských matic jsou reálná (i když je sama komplexní).
- Pozn. 2) Všechna vlastní čísla pozitivně definitních matic jsou reálná a kladná.
- Charakteristický polynom výše uvedených soustav lze vyjádřit v jednoduchém sumačním tvaru.
- Vyjádřením řešení jako násobku frekvence původní soustavy (jednostupňové soustavy) můžeme sledovat Couchyho teorém o rozdělení.
- O vlastních frekvencích systému sériově zapojených pružin stejné tuhosti můžeme konstatovat, že vlastní frekvence k -tého vlastního tvaru soustavy s N stupni volnosti je shodná s vlastní frekvencí $(k + i(2k - 1))$ -tého vlastního tvaru soustavy s $(N + i(2N + 1))$ stupni volnosti, kde $i = 1, 2, 3, \dots$, dále pro každou i -tou vlastní frekvenci soustavy s N stupni volnosti platí, že její hodnota je větší než hodnota i -té vlastní frekvence soustavy s $N + n$ stupni volnosti a zároveň menší než hodnota $(i + n)$ -té vlastní frekvence soustavy s $N + n$ stupni volnosti (Couchyho teorém o rozdělení). První vlastní frekvence se limitně blíží zprava k nule a poslední vlastní frekvence se limitně blíží zleva dvojnásobku vlastní frekvence soustavy s jedním stupněm volnosti pro rostoucí počet stupňů volnosti.
- Uvedené charakteristické polynomy (popřípadě jejich drobná úprava) lze využít pro řešení jednoduchých úloh, například výpočet frekvencí vlastního kmitání konzoly. Můžeme tak například určit dostatečný počet stupňů volnosti pro „dostatečně“ přesný daný vlastní tvar. Například u podélného kmitání konzoly získáme „dostatečně“ přesnou hodnotu k -tého tvaru (a frekvence) u modelu s $2k$ stupni volnosti.

6.2 Vliv změny parametrů modelu na hodnotu vlastních frekvencí

Tato podkapitola je věnována stanovení vlivu změny parametru systému na změnu hodnot frekvencí vlastního kmitání daného systému. Zásadními otázkami, na které je hledána odpověď, jsou:

- Lze vyjádřit parametr změny frekvence vlastního kmitání jako funkci měněných parametrů systému?
- Jak se změní frekvence vlastního kmitání soustavy s jedním stupněm volnosti přidáním druhého stupně volnosti (přidání tlumiče na konstrukci, přidání modelu podzákladí pod konstrukci)?
- Lze dosáhnout přidáním stupně volnosti či změnou parametru „blízkých“ hodnot frekvencí vlastního kmitání?

Jsou řešeny tři varianty systému, a to s jedním až třemi stupni volnosti (viz obrázek 49).



Obr. 49 Schéma řešených úloh.

6.2.1 Soustava s jedním stupněm volnosti

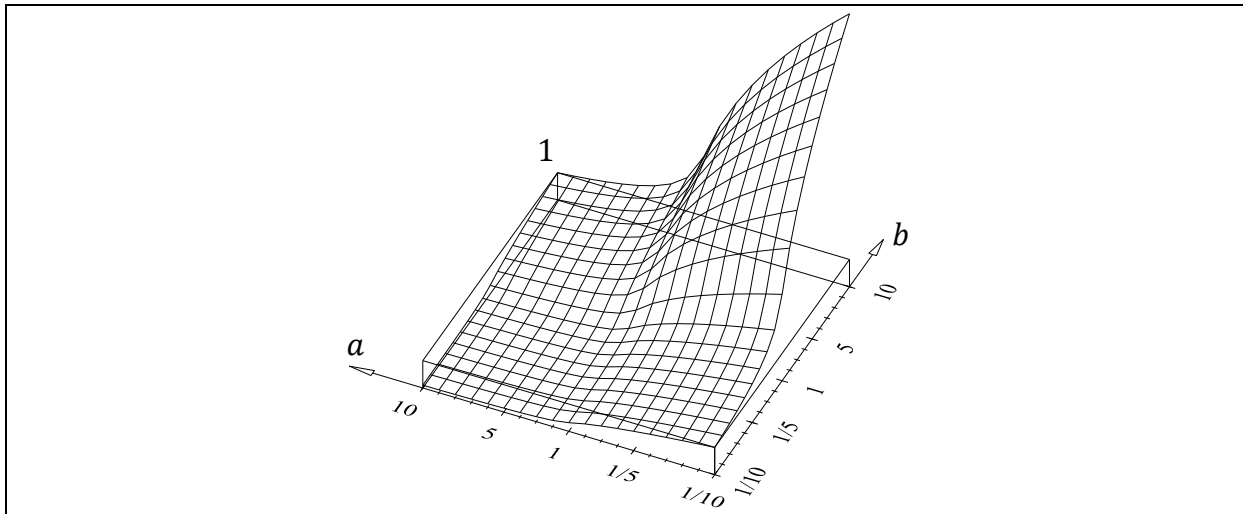
Hodnotu úhlové frekvence vlastního kmitání netlumené soustavy s jedním stupněm volnosti lze dle (87) psát ve tvaru

$$\omega_n = \sqrt{\frac{b \cdot k}{a \cdot m}} = \sqrt{\frac{b}{a}} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{b}{a}} \cdot \omega_{n,p} = P_{1,(a,b)} \cdot \omega_{n,p}, \quad (255)$$

$$f_n = P_{1,(a,b)} \cdot f_{n,p},$$

kde ω_n je vlastní úhlová frekvence (rad/s), $\omega_{n,p} = \sqrt{\frac{k}{m}}$ vlastní úhlová frekvence původní soustavy (rad/s), f_n vlastní frekvence (Hz), $f_{n,p}$ vlastní frekvence původní soustavy (Hz), a, b jsou reálné kladné koeficienty měnící vlastnosti modelu (–), $P_{1,(a,b)} = \sqrt{\frac{b}{a}}$ je součinitel vlivu parametrů na první vlastní frekvenci, neboli relativní hodnota vlastní úhlové frekvence (–).

Hodnota součinitele je vyjádřena ve formě prostorového grafu, kde je daný součinitel vykreslen na svislé ose v závislosti na dvou sledovaných parametrech, které jsou vyneseny na vodorovných osách.



Graf 28 Součinitel $P_{1,(a,b)}$ – relativní hodnota vlastní frekvence. Je patrný mocný průběh součinitele, funkce klesá se zvyšující se hodnotou násobitele hmotnosti (a), funkce roste se zvyšující se hodnotou násobitele tuhosti (b).

6.2.2 Soustava se dvěma stupni volnosti

Hodnotu úhlové frekvence vlastního kmitání netlumené soustavy se dvěma stupni volnosti lze dle (143) psát ve tvaru

$$\det([K] - \omega_n^2[M]) = 0, \text{ tedy} \quad (256)$$

$$\det \left(\begin{bmatrix} d \cdot k & -d \cdot k \\ -d \cdot k & d \cdot k + f \cdot k \end{bmatrix} - \omega_n^2 \begin{bmatrix} c \cdot m & 0 \\ 0 & e \cdot m \end{bmatrix} \right) = 0,$$

$$\omega_n^4 m^2 c e + \omega_n^2 k m (-d e - d c - c f) + k^2 d f = 0,$$

$$\omega_{n1,2}^2 = \omega_{n,p}^2 \frac{(de+dc+cf) \pm \sqrt{(de+dc+cf)^2 - 4cdef}}{2ce},$$

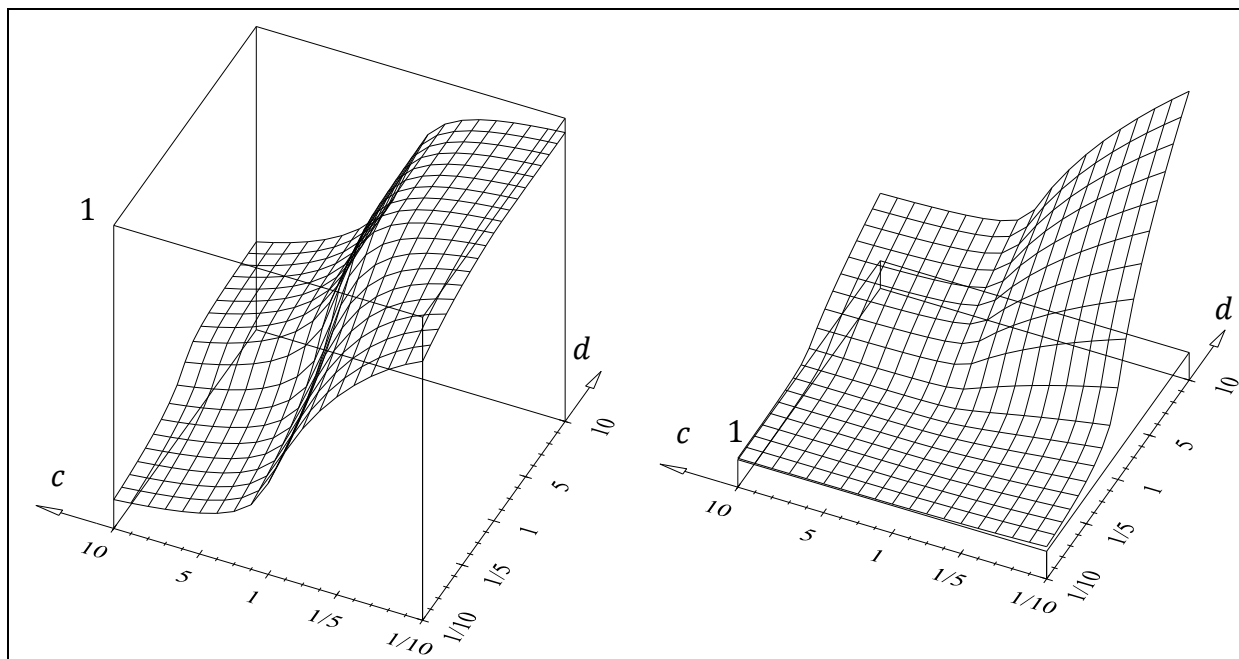
$$\omega_{n1} = P_1 \cdot \omega_{n,p}, \quad \omega_{n2} = P_2 \cdot \omega_{n,p},$$

kde ω_{n1} , ω_{n2} jsou první, druhá vlastní úhlová frekvence (rad/s), $\omega_{n,p} = \sqrt{\frac{k}{m}}$ je vlastní

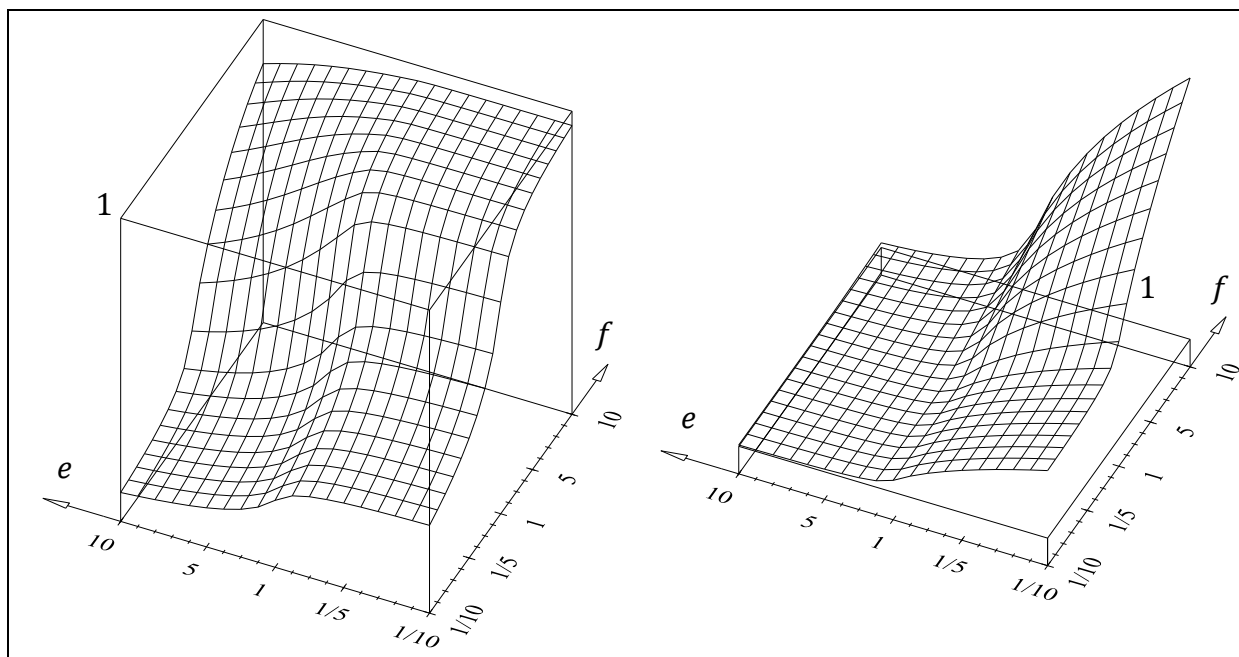
úhlová frekvence jednostupňové soustavy (rad/s), $P_1 = \sqrt{\frac{(de+dc+cf) - \sqrt{(de+dc+cf)^2 - 4cdef}}{2ce}}$ součinitel vlivu parametrů na první vlastní frekvenci (-),

$P_2 = \sqrt{\frac{(de+dc+cf) + \sqrt{(de+dc+cf)^2 - 4cdef}}{2ce}}$ součinitel vlivu parametrů na druhou vlastní frekvenci (-), c, d, e, f jsou reálné, kladné koeficienty měnicí vlastnosti modelu (-).

Výsledky jsou z důvodu přehlednosti prezentovány vždy jen pro dvě proměnné (dva koeficienty měnicí vlastnosti modelu), ostatní koeficienty jsou v daném případě považovány za neměnné (s hodnotou 1.0). Zvolený způsob zobrazení výsledků je formou prostorového grafu.

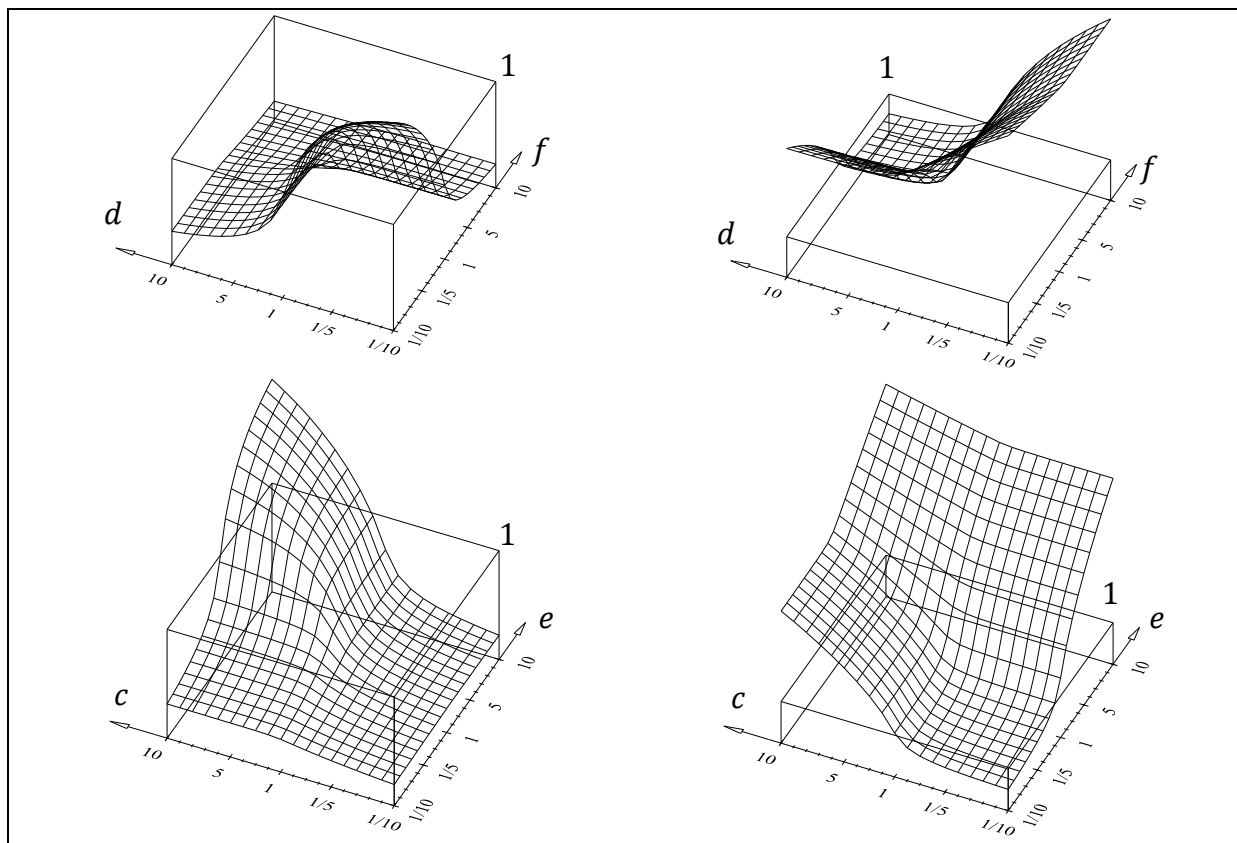


Graf 29 Součinitel $P_{1,(c,d)}$ - relativní hodnota první vlastní frekvence (vlevo), součinitel $P_{2,(c,d)}$ - relativní hodnota druhé vlastní frekvence (vpravo). Je patrné vzájemné oddalování průběhů, tedy současná tendence přiblížení obou funkcí k dolní či horní hranici oboru hodnot.



Graf 30 Součinitel $P_{1,(e,f)}$ - relativní hodnota první vlastní frekvence (vlevo), součinitel $P_{2,(e,f)}$ - relativní hodnota druhé vlastní frekvence (vpravo). Je patrné vzájemné oddalování průběhů, tedy současná tendence přiblížení obou funkcí k dolní či horní hranici oboru hodnot.

Průběhy funkcí parametrů c, d je osově symetrický s funkcí parametrů e, f kolem osy $par_1 = 1/par_2$.



Graf 31 Součinitel $P_{1,(d,f)}$ - relativní hodnota první vlastní frekvence (vlevo nahoře), součinitel $P_{2,(d,f)}$ - relativní hodnota druhé vlastní frekvence (vpravo nahoře) při změně parametrů obou tuhostí. Součinitel $P_{1,(c,e)}$ - relativní hodnota první vlastní frekvence (vlevo dole), součinitel $P_{2,(c,e)}$ - relativní hodnota druhé vlastní frekvence (vpravo dole) při změně parametrů obou hmotností.

6.2.3 Soustava se třemi stupni volnosti

Hodnotu úhlové frekvence vlastního kmitání netlumené soustavy se třemi stupni volnosti lze dle (143) psát ve tvaru

$$\det([K] - \omega_n^2[M]) = 0, \text{ tedy} \quad (257)$$

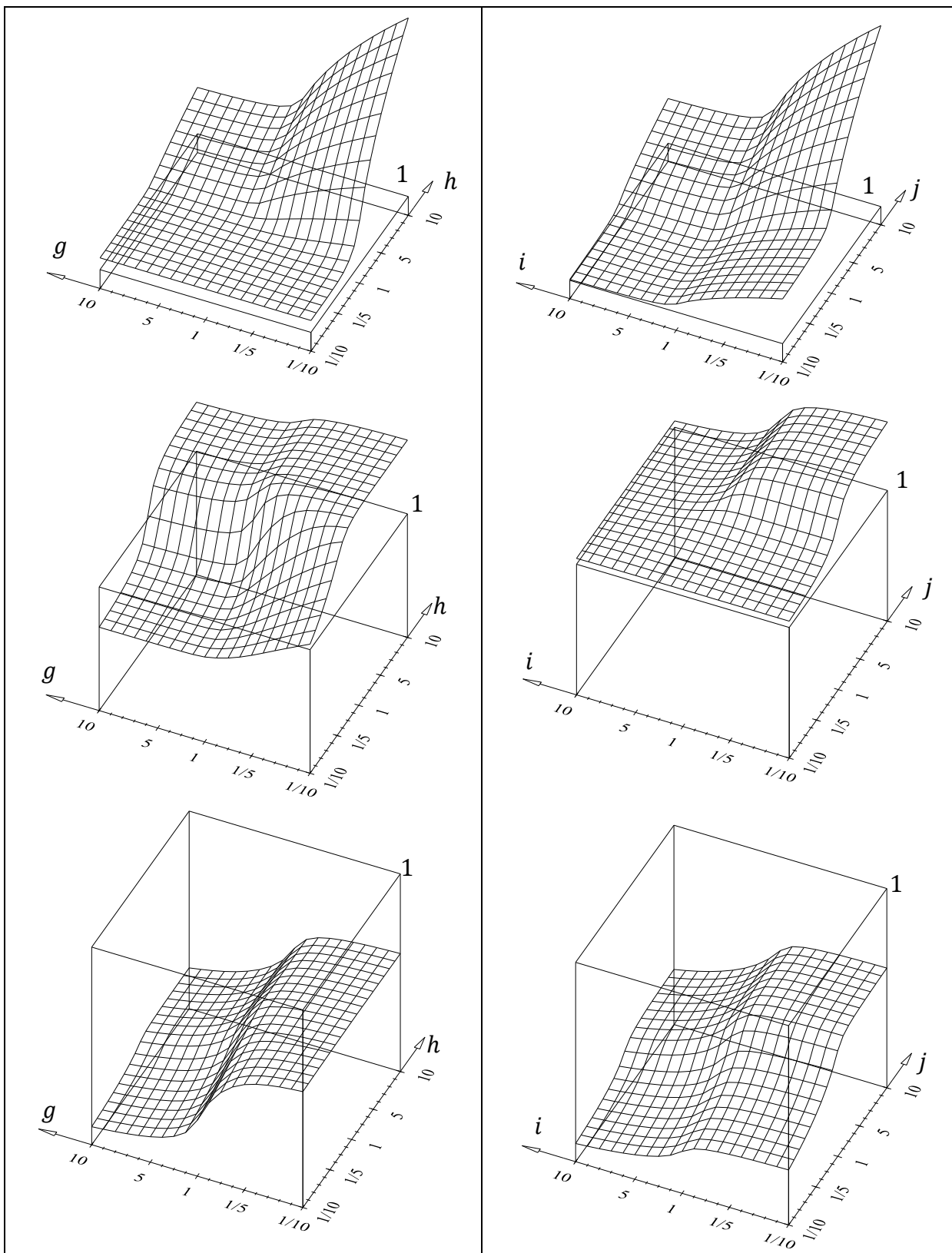
$$\det \left(\begin{bmatrix} h \cdot k & -h \cdot k & 0 \\ -h \cdot k & h \cdot k + j \cdot k & -j \cdot k \\ 0 & -j \cdot k & j \cdot k + n \cdot k \end{bmatrix} - \omega_n^2 \begin{bmatrix} g \cdot m & 0 & 0 \\ 0 & i \cdot m & 0 \\ 0 & 0 & l \cdot m \end{bmatrix} \right) = 0,$$

$$\omega_n^6 m^3 (-gil) + \omega_n^4 km^2 (hil + ghl + gjl + gij + gin) + \omega_n^2 k^2 m (-hjl - hij - hin - ghj - ghn - gjn) + k^3 hjn = 0.$$

Kořeny této rovnice vyjádříme ve tvaru

$$\begin{aligned} \omega_{n1} &= P_1 \cdot \omega_{n,p}, \\ \omega_{n2} &= P_2 \cdot \omega_{n,p}, \\ \omega_{n3} &= P_3 \cdot \omega_{n,p}, \end{aligned} \quad (258)$$

kde ω_{n1} , ω_{n2} , ω_{n3} jsou první, druhá, třetí vlastní úhlová frekvence (rad/s), $\omega_{n,p} = \sqrt{k/m}$ je vlastní úhlová frekvence jednostupňové soustavy (rad/s), P_1 , P_2 , P_3 jsou součinitele vlivu parametrů na první, druhou, třetí vlastní frekvenci získaný pomocí Cardanových vzorců pro řešení kubické rovnice.



Graf 32 Součinitele $P_{1,(g,h)}$ (dole), $P_{2,(g,h)}$ (uprostřed), $P_{3,(g,h)}$ (nahore).

Graf 33 Součinitele $P_{1,(i,j)}$ (dole), $P_{2,(i,j)}$ (uprostřed), $P_{3,(i,j)}$ (nahore).

6.2.4 Závěry

Z uvedených výsledků v podkapitole 6.2 lze konstatovat:

- (1DOF) Součinitel změny hodnoty vlastní frekvence jednostupňové soustavy má tvar mocninné funkce $P_{1,(a,b)} = (b/a)^{0.5}$, kde b a a jsou kladné koeficienty vyjadřující vliv změny tuhosti a hmotnosti systému (viz obrázek 49a)
- Dále lze říci, že $P_{1,(a,b)} \in (0, \infty)$. Se zvětšující se tuhostí, hodnota frekvence vlastního kmitání roste (se zmenšující, klesá). Se zvětšující se hmotností frekvence vlastního kmitání klesá (se zmenšující roste).
- Lze získat hodnotu parametru změny frekvence mimo hodnoty z tabulky, protože pro mocninou funkci platí $P_{1,(r)} = P_{1,(s)} \cdot P_{1,(t)}$, pro $r = s \cdot t$.
- (2DOF) Součinitele změny hodnot vlastních frekvencí u soustavy se dvěma stupni volnosti nelze vyjádřit v „jednoduchém“ tvaru (exponenciální, mocninné, logaritmické, ...).
- Součin součinitelů P_1 a P_2 má tvar mocninné funkce $(d \cdot f / c \cdot e)^{0.5}$.
- Přidáme-li na soustavu s jedním stupněm volnosti hmotu stejné velikosti připojenou pružinou stejné tuhosti, obdržíme frekvence vlastního kmitání změněné násobkem $P_1 = 0.618$ a $P_2 = 1.618$.
- Připojíme-li na volný konec soustavy s jedním stupněm volnosti hmotu desetkrát menší pružinou desetkrát měkčí než hodnoty soustavy (přidáme tedy „malý“ tlumič na volný konec), obdržíme frekvence vlastního kmitání změněné násobkem $P_1 = 0.854$ a $P_2 = 1.171$.
- Připojíme-li ze strany vetknutí k soustavě o jednom stupni volnosti hmotu desetkrát větší pružinou desetkrát tužší (konstrukce na „tuhém“ podloží), obdržíme frekvence vlastního kmitání změněné násobkem $P_1 = 0.949$ a $P_2 = 3.332$.
- Připojíme-li ze strany vetknutí k soustavě o jednom stupni volnosti hmotu desetkrát menší pružinou desetkrát měkčí (konstrukce na „měkkém“ podloží), obdržíme frekvence vlastního kmitání změněné násobkem $P_1 = 0.221$ a $P_2 = 1.432$.
- Měníme-li parametry odpovídající stejnému stupni volnosti (v maticích pouze na jednom řádku a sloupci), pak vždy $P_1 < 1$ a $P_2 > 1$. Chceme-li obě vlastní frekvence nižší nebo vyšší než frekvenci vlastního kmitání původní soustavy musíme změnit parametr původní soustavy (tedy změnit frekvenci původní soustavy).
- O hodnotě podílu P_1/P_2 lze říci, že musí být vždy menší než 1.0. Maximální dosaženou hodnotou je 0.730, z čehož lze usoudit, že hodnoty vlastních frekvencí soustavy se sobě neblíží (vzájemně se „oddalují“). Blíží-li se jedna z frekvencí k hranici svého definičního oboru, blíží se pak i druhá (a to ke „stejně“ hranici – levé, či pravé).
- (3DOF) Součinitele změny hodnot vlastních frekvencí u soustavy se třemi stupni volnosti nelze vyjádřit v „jednoduchém“ tvaru (exponenciální, mocninné, logaritmické, ...).
- Součin součinitelů P_1, P_2 a P_3 má tvar mocninné funkce $(h \cdot j \cdot n / g \cdot i \cdot l)^{0.5}$.
- O soustavě se třemi stupni volnosti lze provést obdobné závěry, jaké plynuly ze soustavy se dvěma stupni volnosti.
- Obecně lze konstatovat, že zmenšujeme-li libovolný parametr tuhosti soustavy, hodnoty všech frekvencí vlastního kmitání se zmenšují (a naopak). Zmenšujeme-li libovolný parametr hmotnosti soustavy, hodnoty všech vlastních frekvencí se zvětšují (a naopak).

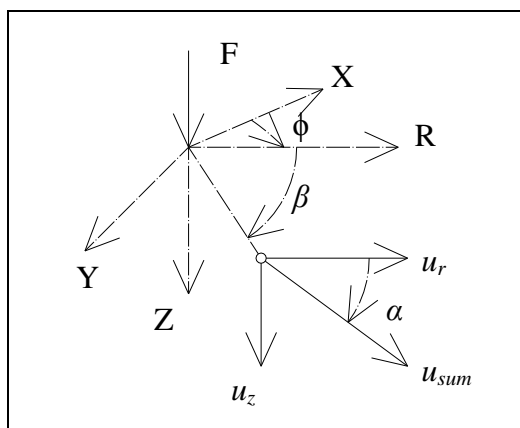
- Hodnoty vlastních frekvencí sériového systému jsou vždy různé, násobných frekvencí lze dosáhnout pouze při extrémních parametrech zadání.
- Hodnoty frekvencí vlastního kmitání konstrukce s modelem podzákladí jsou různé od frekvencí vlastního kmitání samotné konstrukce bez modelu podzákladí, není tedy možné v úlohách dynamiky model podzákladí zanedbat.

6.3 Osamělá síla na povrchu pružného poloprostoru

Tato kapitola je věnována srovnání polí posunutí a napjatosti pružného poloprostoru vyvozených osamělým břemenem působícím kolmo na povrch poloprostoru. Pro řešení úlohy (a prvním sledovaným parametrem) jsou použity tyto modely: (i) Boussinesqův model pružného poloprostoru, (ii) Westergaardův model pružného poloprostoru (pouze svislé napětí), (iii) metoda konečných prvků v programovém prostředí ANSYS. Druhou sledovanou závislostí je vliv součinitele příčné kontrakce na průběhy napětí a posunů u jednotlivých modelů. Zásadními otázkami, na které je hledána odpověď, jsou:

- Jsou pole posunutí získaná danými metodami shodná? Liší-li se, jakým způsobem?
- Jsou pole napjatosti získaná danými metodami shodná? Liší-li se, jakým způsobem?
- Lze pozorovat závislost polí posunutí a napjatosti na poloze v prostoru (ve sférických souřadnicích)?
- Lze vysledovat nějaké závislosti na součiniteli příčné kontrakce?

6.3.1 Popis řešené úlohy a výpočtového modelu



Obr. 50 Orientace souřad. systému.

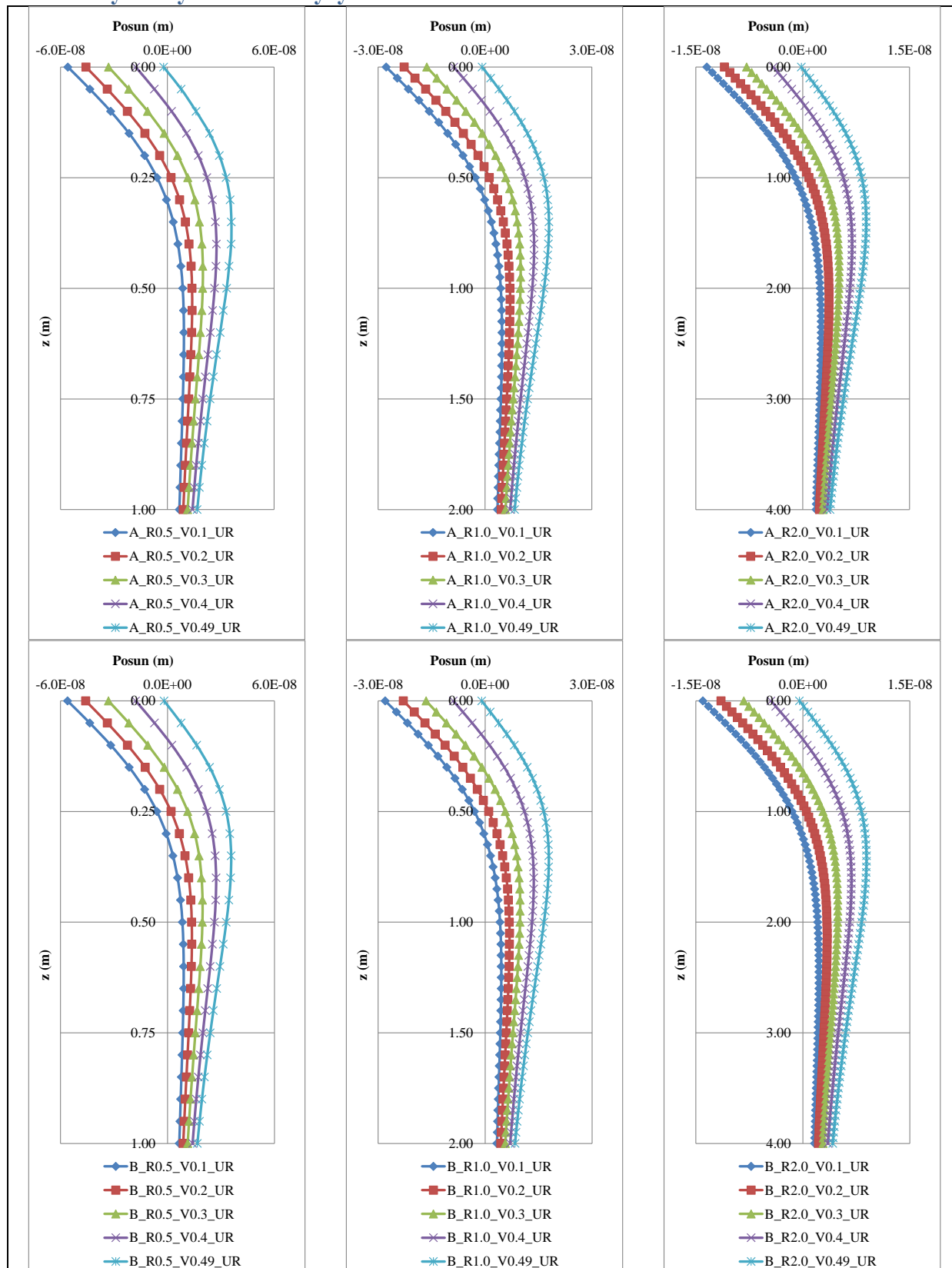
Řešeným problémem je vyčíslení průběhů posunů a napětí od osamělé síly působící kolmo na povrch pružného poloprostoru. Vztahy pro výpočet napětí a posunů Boussinesqova a Westergaardova modelu jsou uvedeny v podkapitole 3.3. Výpočtový model v programu ANSYS je tvořen prvky PLANE182 s nastavením rotačně symetrické úlohy, délka a hloubka modelu je 10 m. Síla působící kolmo na povrch modelu má hodnotu 1 kN, materiálové vlastnosti homogenního podzákladí jsou modul pružnosti $E = 5 \text{ GPa}$ a součinitele příčné kontrakce $\nu = \{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.49\}$. Porovnání je provedeno v cylindrickém (popř. sférickém) systému souřadnic (viz obrázek 50).

Pro snazší orientaci a přehlednost výsledků je zavedeno následné zkrácené značení

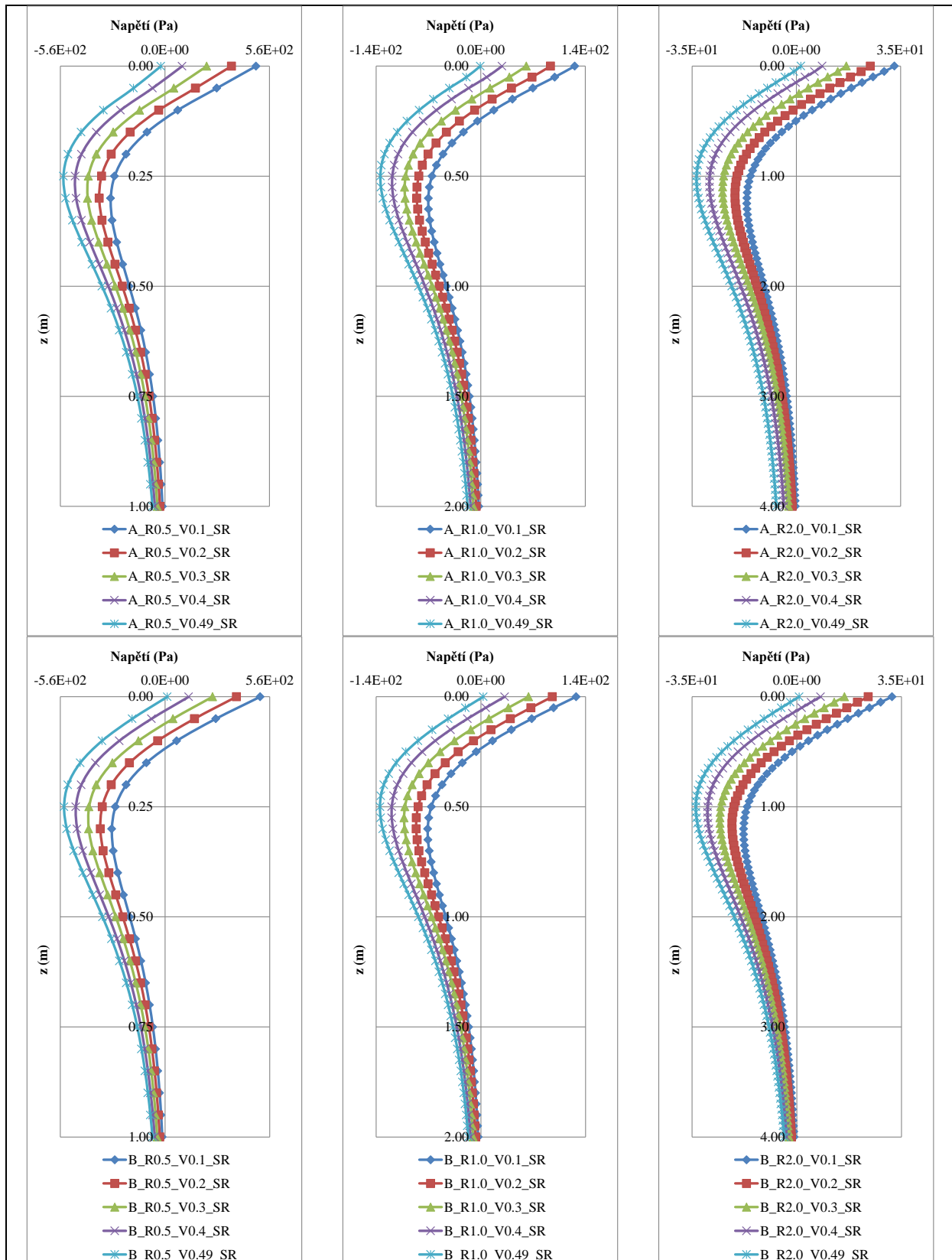
$$ZN1_ZN2_ZN3_ZN4, \quad (259)$$

kde	$ZN1$	je použitá metoda	$A = \text{ANSYS}$,
			$B = \text{Boussinesq}$,
			$W = \text{Westergaard}$,
	$ZN2$	poloha a směr řezu	$Rnum = \text{Svislý řez ve vzdálenosti } r = num \text{ (m)}$,
			$Znum = \text{Vodorovný řez v hloubce } z = num \text{ (m)}$,
			$RRnum1\text{-}num2 = \text{Sférická výseč daná intervalem}$
			$\text{poloměremu } r = (num1, num2) \text{ (m)}$
	$ZN3$	součinitel příčné kontr.	$Vnum$, kde num je hodnota ν ,
	$ZN4$	sledovaná veličina	$SR = \text{napětí v radiálním směru } \sigma_r$,
			$SZ = \text{napětí ve svislém směru } \sigma_z$,
			$SFI = \text{napětí v tangenciálním směru } \sigma_\phi$,
			$SRZ = \text{smykové napětí } \tau_{rz}$,
			$UR = \text{posun v radiálním směru } u_r$,
			$UZ = \text{posun ve svislém směru } u_z$.

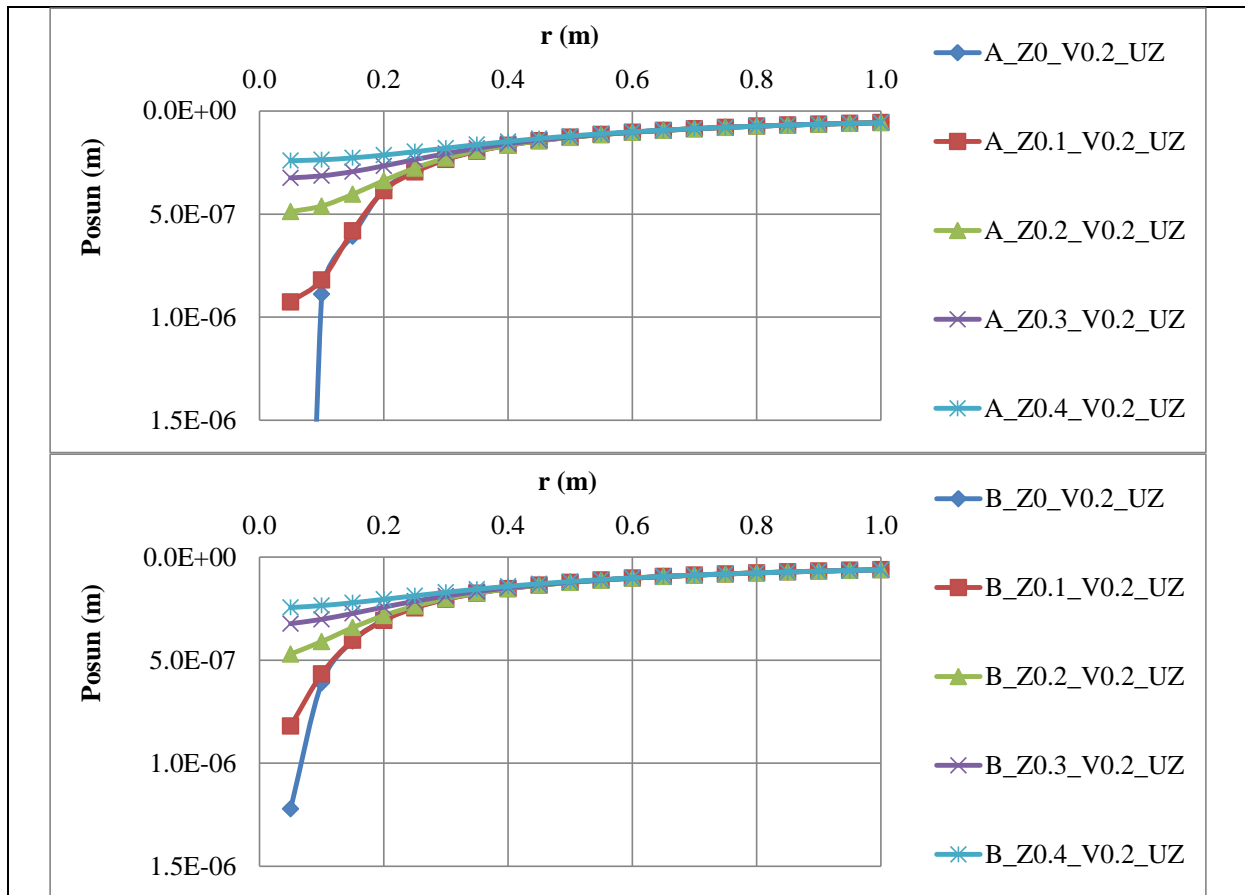
6.3.2 Výsledky řešené analýzy



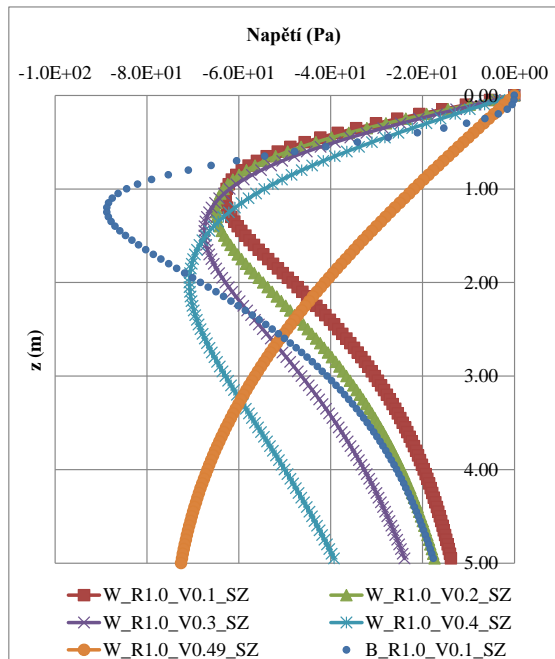
Graf 34 Průběhy posunů. Horní grafy zobrazují průběhy posunů v radiálním směru na svislých řezech získané programem ANSYS ve vzdálenostech 0.5 m (vlevo), 1.0 m (uprostřed), 2.0 m (vpravo). Dolní grafy zobrazují průběhy shodných veličin získané výpočtem dle Boussinesqa.



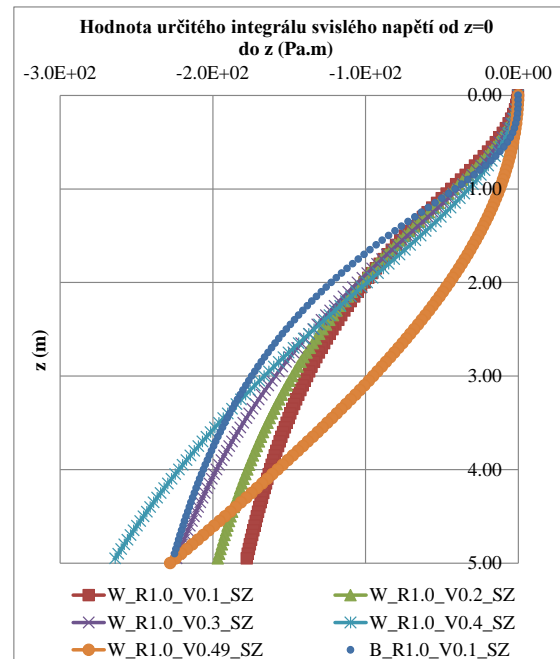
Graf 35 Průběh napětí. Horní grafy zobrazují průběhy napětí v radiálním směru na svislých řezech získané programem ANSYS ve vzdálenostech 0.5 m (vlevo), 1.0 m (uprostřed), 2.0 m (vpravo). Dolní grafy zobrazují průběhy shodných veličin získané výpočtem dle Boussinesqa. V jednotlivých grafech je zobrazeno vždy pět variant v závislosti na součiniteli příčné kontrakce.



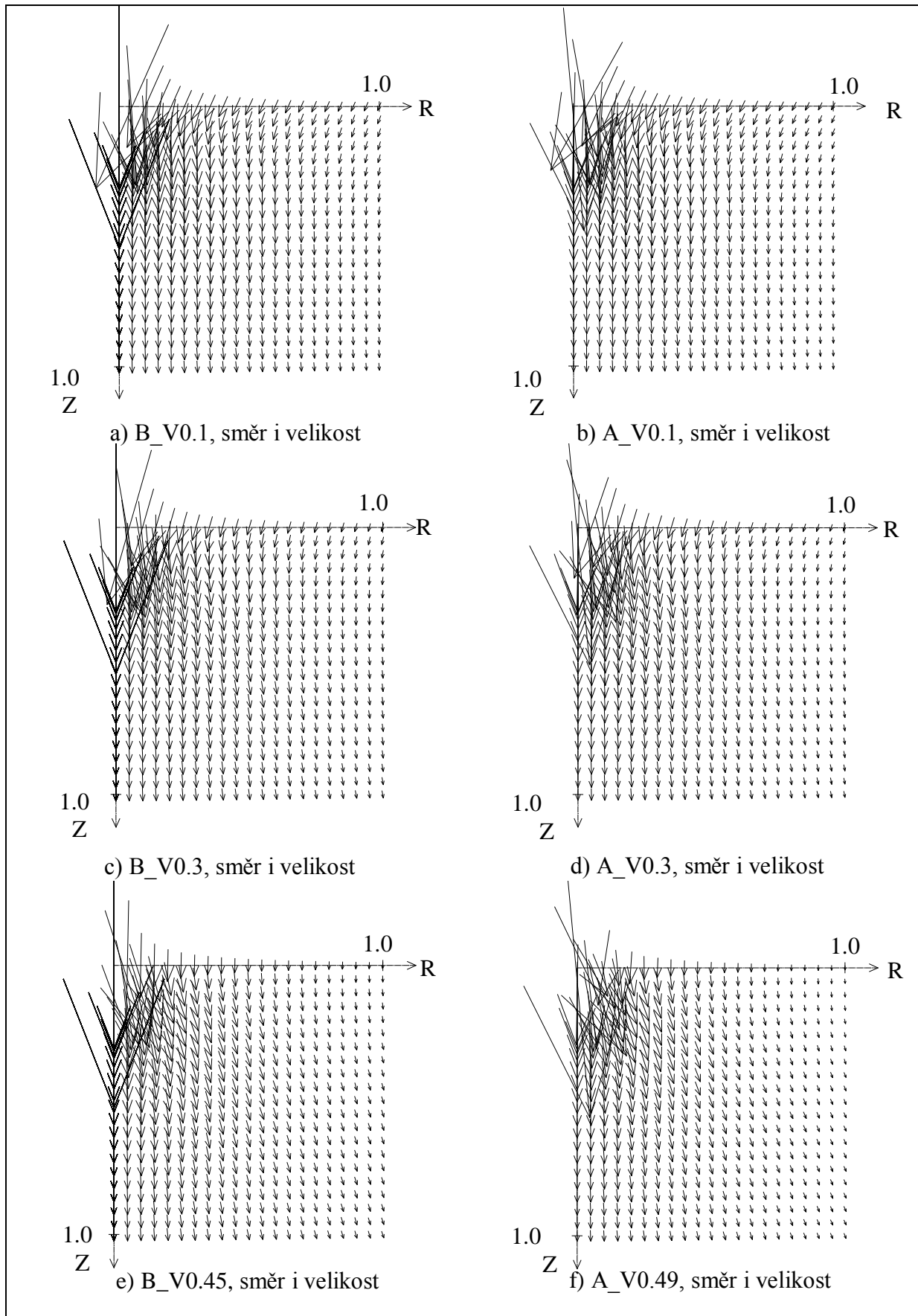
Graf 36 Průběh posunů. Horní graf zobrazuj průběhy svislého posunu na no horizontálních řezech získané programem ANSYS pro součinitel příčné kontrakce 0.2, dolní graf zobrazuje průběh shodných veličin získané výpočtem dle Boussinesqa. V jednotlivých grafech je zobrazeno vždy pět variant v závislosti na hloubce řezu.



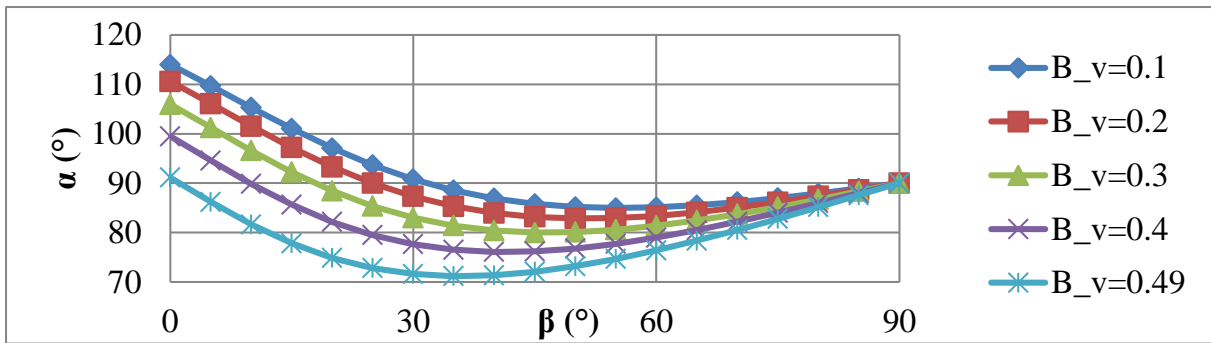
Graf 37 Průběh svislého napětí na svislém řezu v závislosti na metodě řešení a součiniteli příčné kontrakce.



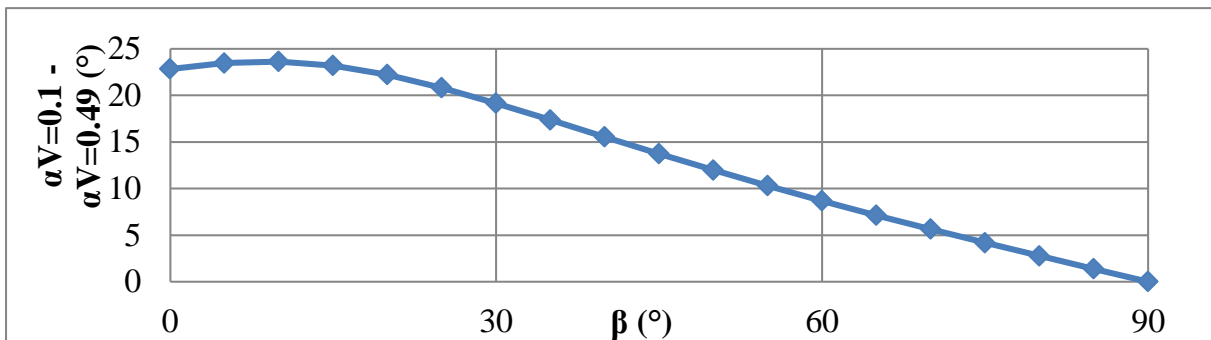
Graf 38 Průběh integrálu svislého napětí na svislém řezu v závislosti na metodě řešení a součiniteli příčné kontrakce.



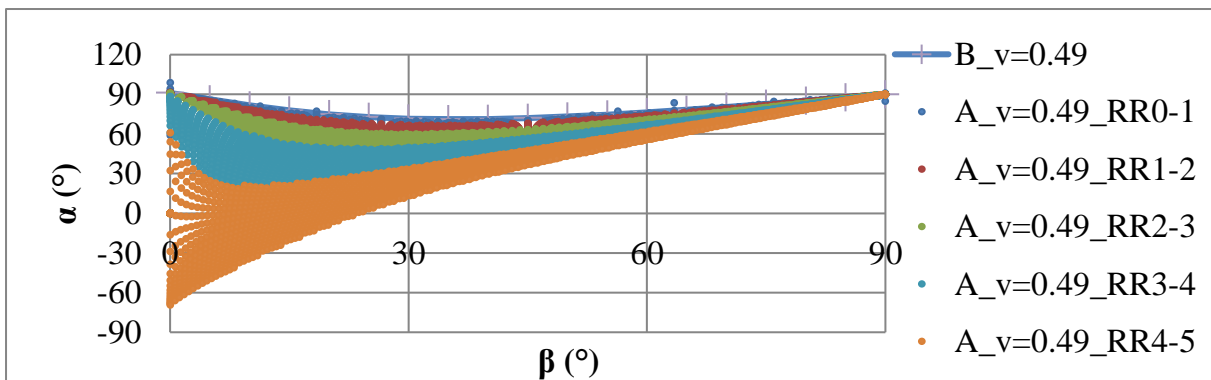
Obr. 51 Vektory výsledného posunutí v rovině RZ v závislosti na součiniteli příčné kontrakce a metodě řešení, dle Boussinesqa (vlevo), programem ANSYS (vpravo).



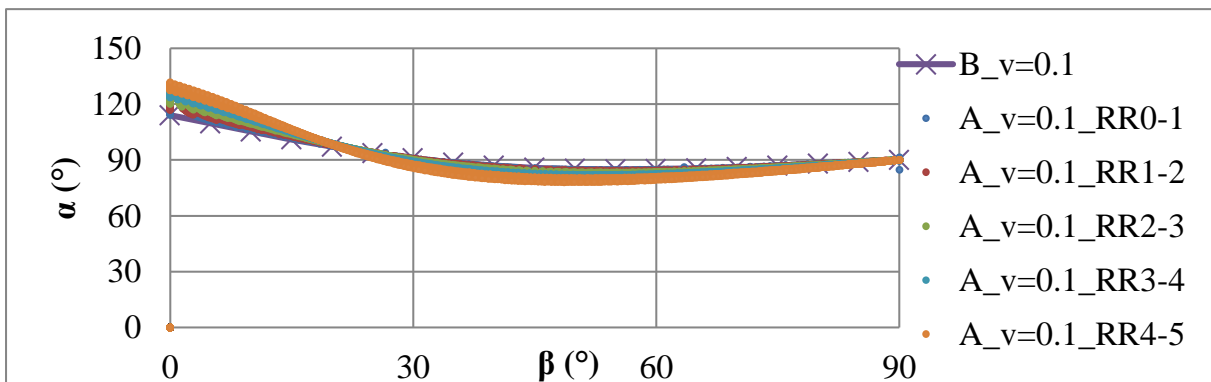
Graf 39 Závislost směru vektoru posunutí na pozici ve sférickém systému souřadnic u modelu dle Boussinesqa (pro různé součinitele příčné kontrakce).



Graf 40 Závislost rozdílu směru vektoru posunutí na pozici ve sférickém systému souřadnic u modelu dle Boussinesqa (tedy jak se liší směr výsledného vektoru posunutí pro malý a velký součinitel příčné kontrakce).



Graf 41 Závislost směru vektoru posunutí na pozici ve sférickém systému souřadnic pro součinitel příčné kontrakce 0.49.

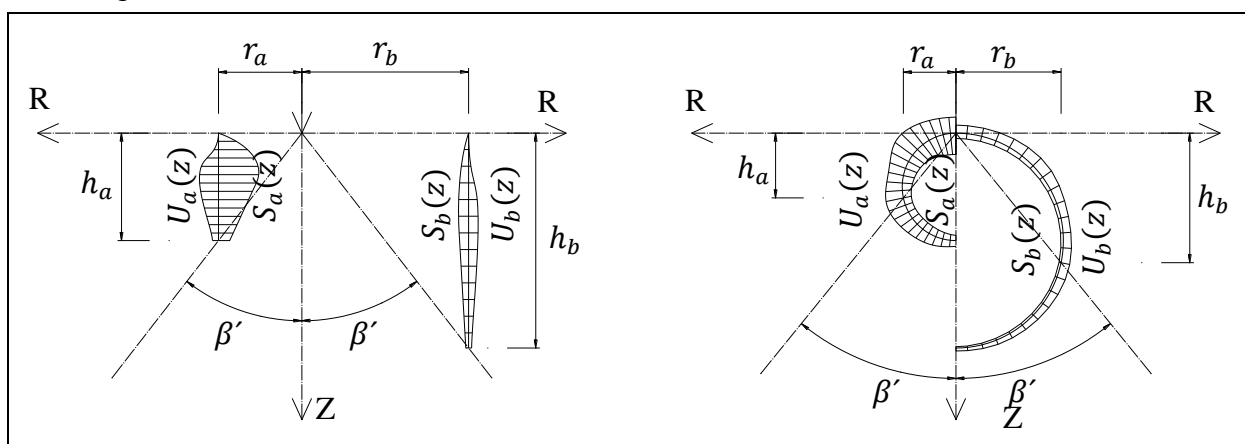


Graf 42 Závislost směru vektoru posunutí na pozici ve sférickém systému souřadnic pro součinitel příčné kontrakce 0.1.

6.3.3 Závěry

Z uvedených výsledků v oddílu 6.3.2 (a příloze 8.1) lze konstatovat:

- Průběhy všech složek posunů řešené úlohy získané dle Boussinesqa a programovým prostředím ANSYS jsou shodné (lze pozorovat rozdíly v blízkosti okrajové podmínky).
- Průběhy všech složek napětí řešené úlohy získané dle Boussinesqa a programovým prostředím ANSYS jsou shodné.
- Průběh svislé složky napětí získaný dle Westergaarda má obdobný trend jako napětí získané dle Boussinesqa (programem ANSYS) s výjimkou případu nestlačitelných zemin (součinitel příčné kontrakce blízký 0.5). Nejvíce se Boussinesqovu průběhu napětí blíží Westergaardův model se součinitelem příčné kontrakce blízkému hodnotě 0.3 (graf 37), obdobné závěry lze konstatovat i pro hodnotu určitého integrálu svislé složky napětí, která je zobrazená v grafu 38.
- Průběhy napětí i posunů u všech sledovaných modelů (B, A, W) jsou geometricky podobné (s výjimkou posunů modelu s nestlačitelnou zeminou řešených MKP, u které lze pozorovat vliv okrajové podmínky), lze tedy pozorovat závislost na sférických souřadnicích (graf 34, 35 a 42, obrázek 51 a 52). Průběh libovolné složky napětí S_a (posunu U_a) ve vzdálenosti r_a po výšce h_a je geometricky podobný průběhu napětí S_b (posunu U_b) ve vzdálenosti r_b po výšce h_b , platí vztahy $S_b = S_a \cdot (r_a/r_b)^2$, $U_b = U_a \cdot (r_a/r_b)$, pak $(r_a/r_b) \int_0^{h_b} S_b dz = \int_0^{h_a} S_a dz$ (stejně závěry lze konstatovat pro řezy libovolného tvaru, viz obrázek 52).
- Orientace výsledného vektoru posunutí bodu modelu má u modelu dle Boussinesqa a v softwaru ANSYS zcela totožný trend (graf 34, 35 a 36, obrázek 51) Výsledné vektory posunutí na polopřímce s počátkem v působišti síly mají vždy stejný směr (úhel α). Orientace výsledného vektoru posunutí je závislá pouze na poloze (směru polopřímky β) a součiniteli příčné kontrakce (s výjimkou oblastí blízkých okrajové podmínce). Největších vzájemných rozdílů v orientaci v závislosti na součiniteli příčné kontrakce je dosaženo pro úhel $\beta = 10^\circ$ (graf 40).
- U modelu řešeného systémem ANSYS lze sledovat vliv okrajové podmínky na průběhy posunů (graf 41 a 42) i napětí. Tento vliv roste s rostoucí hodnotou součinitele příčné kontrakce a narušuje platnost vztahů geometrické podobnosti průběhů veličin.



Obr. 52 Schéma geometrické podobnosti průběhu napětí a posunů.

6.4 Impulz na povrchu bloku zeminy (2D model)

Tato podkapitola se věnuje stanovení vlivu okrajové podmínky a sklonu hranice modelovaného bloku zemního prostředí (vyjádřený rohovým úhlem) na velikost amplitudy odražené vlny. Zásadními otázkami, na které je hledána odpověď, jsou:

- Jaký vliv má sklon hranice modelu na velikost odražené amplitudy?
- Existuje nějaký sklon hranice modelu, pro nějž je odraz minimální?
- Existuje nějaká okrajová podmínka hranice modelu, pro nějž je odraz minimální?
- Má na velikost amplitudy odražené vlny u nevhodnější okrajové podmínky vliv sklon hranice?

6.4.1 Popis řešení konstrukce a výpočtového modelu

Výpočtový model je tvořen poddajnou deskou umístěnou na horním povrchu bloku zeminy. Kruhová deska o poloměru 1 m je modelována jako zcela poddajná (s nulovou tuhostí). Zemina je modelována jako homogenní izotropní materiál (modul pružnosti $E=50$ MPa, součinitel příčné kontrakce $\nu = 0.3$, hustota $\rho = 2000$ kg/m³). Model podzákladí o výšce 20 m a poloměru 12 m při horním okraji je modelován plošnými prvky PLANE182 (rotační symetrie). Hranice modelu podzákladí je modelována v různých variantách sklonu, vyjádřených hodnotou rohového úhlu $\alpha = (60, 120)^\circ$. Okrajová podmínka na hranici s měnícím se sklonem je modelována jako: (i) kluzná, (ii) vetknutí, (iii) Winklerova pružná okrajová podmínka (SURF153, kolmá na hranici, v rovnoběžném směru s hranicí je tuhost nulová) se součinitelem ložnosti podzákladí $C = (5 \cdot 10^4, 5 \cdot 10^9)$ kN/m³, (iv) disipativní okrajová podmínka (COMBIN14, kolmá na hranici) s koeficientem viskózního tlumení $c = (1 \cdot 10^4, 1 \cdot 10^7)$ Ns/m, (v) bez okrajové podmínky (volná hranice), (vi) vazkopružná okrajová podmínka (kombinace pružné a disipativní okrajové podmínky) modelovaná kolmo i rovnoběžně s hranicí (viz dále). Okrajová podmínka na spodní vodorovné hranici je modelována jako vetknutí. Schéma řešení úlohy je zobrazeno na obrázku 53. Příklady výpočtových modelů jsou znázorněny na obrázku 55. Zatížení působící na horním povrchu desky ve směru záporné osy Y je znázorněno na obrázku 54.

Ad (vi) vazkopružná okrajová podmínka (COMBIN14) je modelována v několika variantách, a to v násobcích „ideální“ tuhosti a koeficientu viskózního tlumení, jejichž výpočet je popsán v následujícím textu. Tuhost kolmá na hranici je získána ze vztahu uvedeného v tabulce 3

$$k_{I,\perp} = \frac{4Gr_0}{1-\nu}, \text{ kde } r_0 = \pi^{-0.5}. \quad (260)$$

Hodnota koeficientu viskózního tlumení kolmého na hranici je získána dosazením vztahu rychlosti kmitání částic média a napětí (166) do následujícího výrazu pro výpočet reakce

$$\begin{aligned} R &= \dot{u}c, \text{ získáme tedy} \\ R &= \sigma_x A = \dot{u}\rho v_p A = \dot{u}c_{I,\perp}, \end{aligned} \quad (261)$$

kde $c_{I,\perp} = \rho v_p A$ je koeficient viskózního tlumení „ideálního“ tlumiče kolmo na hranici modelu.

Koeficient viskózního tlumení rovnoběžný s hranicí obdržíme stejným způsobem ve tvaru

$$c_{I,\parallel} = \rho v_s A = c_{I,\perp} \frac{v_s}{v_p}. \quad (262)$$

Tuhost rovnoběžná s hranicí je pak vyjádřena jako

$$k_{I,\parallel} = k_{I,\perp} \frac{v_s}{v_p}. \quad (263)$$

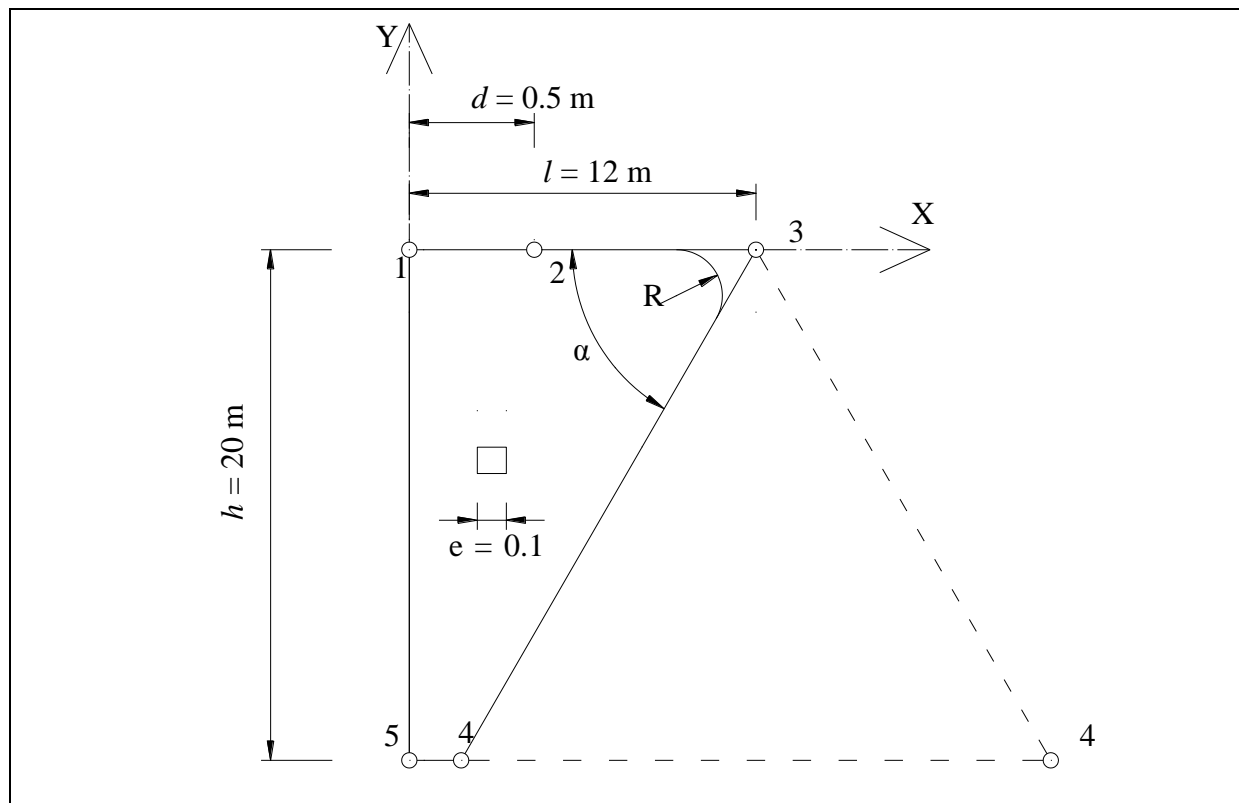
Protože úloha je řešena jako osově symetrický 2D problém, musíme výše uvedené výrazy pro tuhosti a koeficienty tlumení přenásobit hodnotou $2\pi le$, protože reakce jsou počítány na povrch celého válce. Získáme tak tyto hodnoty

$$K_{I,\perp} = k_{I,\perp} 2\pi le = 62 \cdot 10^6 \cdot 2\pi le = 467.5 \cdot 10^6 \text{ (N/m)}, \quad (264)$$

$$K_{I,\parallel} = K_{I,\perp} \frac{v_s}{v_p} = 249.9 \cdot 10^6 \text{ (N/m)},$$

$$C_{I,\perp} = c_{I,\perp} 2\pi le = 366.9 \cdot 10^3 \cdot 2\pi le = 2.766 \cdot 10^6 \text{ (Ns/m)},$$

$$C_{I,\parallel} = C_{I,\perp} \frac{v_s}{v_p} = 1.479 \cdot 10^6 \text{ (Ns/m)}.$$



Obr. 53 Schéma řešené úlohy (2D úloha – rotační symetrie).



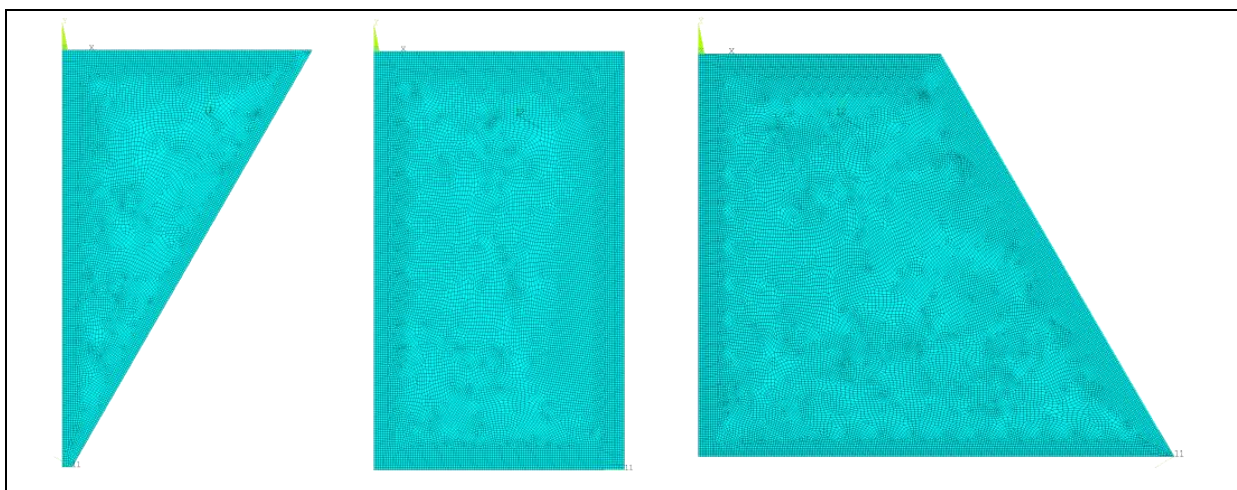
Obr. 54 Schéma zatížení.

Odezva na dané zatížení je řešena v časové oblasti implicitní Newmarkovou metodou do konečného času 0.5 s, s časovým krokem $5 \cdot 10^{-4}$ s. Tlumení je modelováno jako Rayleighovo tlumení s parametry $\alpha = 8.0784$, $\beta = 1.5158 \cdot 10^{-4}$, což odpovídá tlumení 5% pro dvojici frekvencí 15 Hz a 90 Hz.

Pro snazší orientaci a přehlednost výsledků je zavedeno následné zkrácené značení

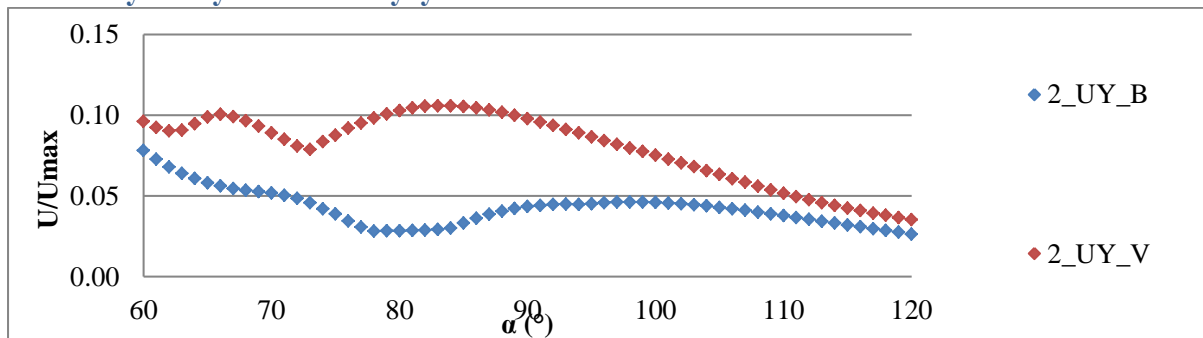
$ZN1_ZN2_ZN3_ZN4$, (265)

kde	$ZN1$	je číslo sledovaného uzlu	Viz obrázek 53,
	$ZN2$	sledovaná veličina	UY =Výchylka ve směru Y,
	$ZN3$	okrajová podmínka	K = Kluzná, V = Vetknutí, Wnum = Pružní Winklerova (num = tuhost), Cnum = Disipativní o.p. (num = parametr viskózního tlumení), B = Bez okrajové podmínky, numCI = násobek „ideálního“ koef. vis. tlum., numKI = násobek „ideální“ tuhosti,
	$ZN4$	poloměr zaoblení	Rnum =Poloměr zaoblení s příslušnou hodnotou, Není-li uveden, je poloměr nulový.

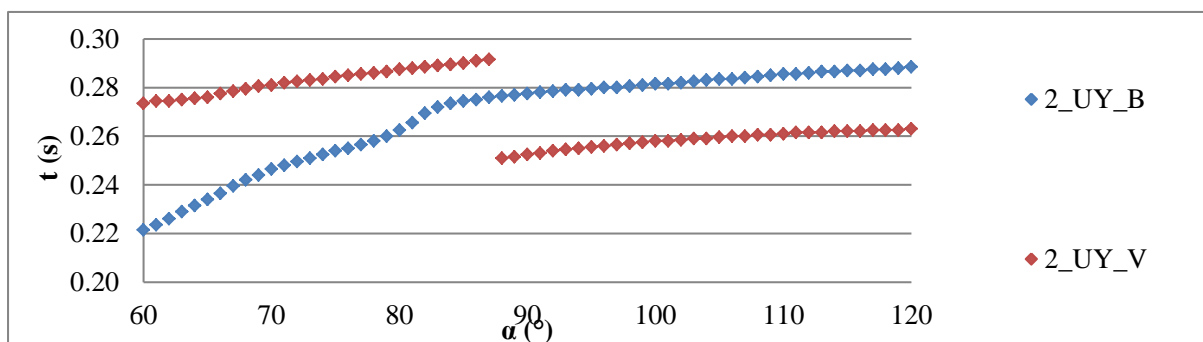


Obr. 55 Příklady výpočtových modelů .

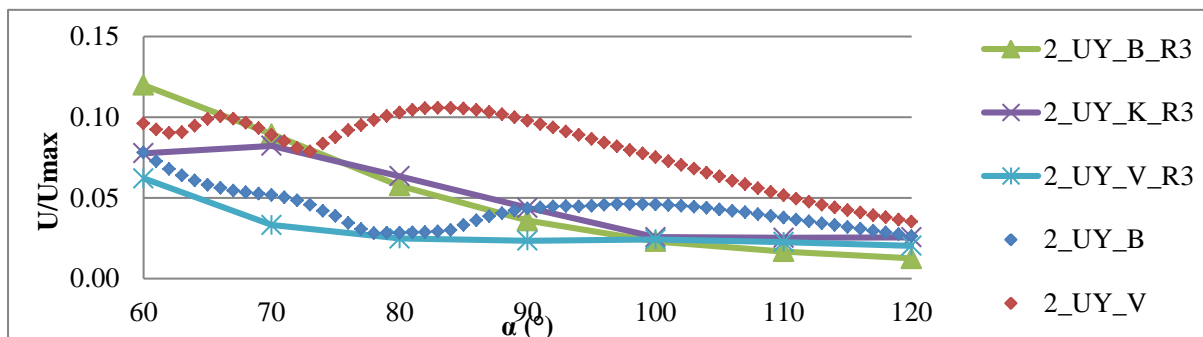
6.4.2 Výsledky řešené analýzy



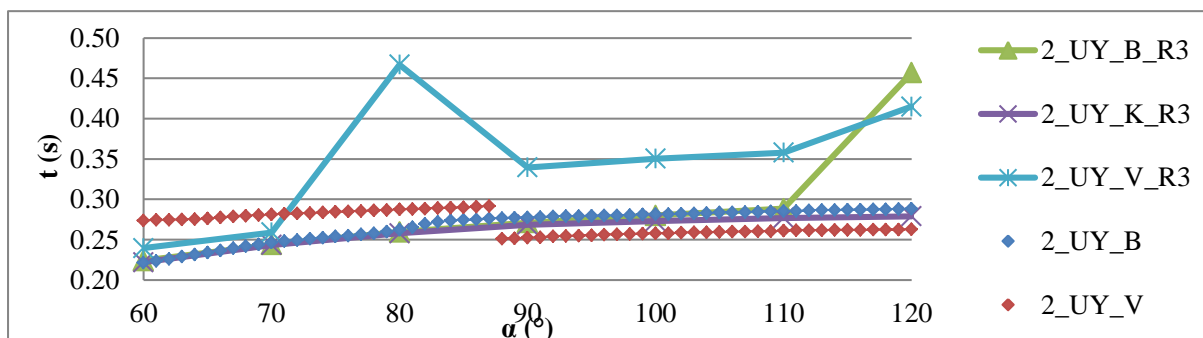
Graf 43 Relativní výchylka uzlu číslo 2 s okrajovou podmínkou volné hranice (B) a vetknutí (V). Průběhy od těchto dvou okrajových podmínek jsou zobrazeny i v ostatních grafech jako „srovnávací“.



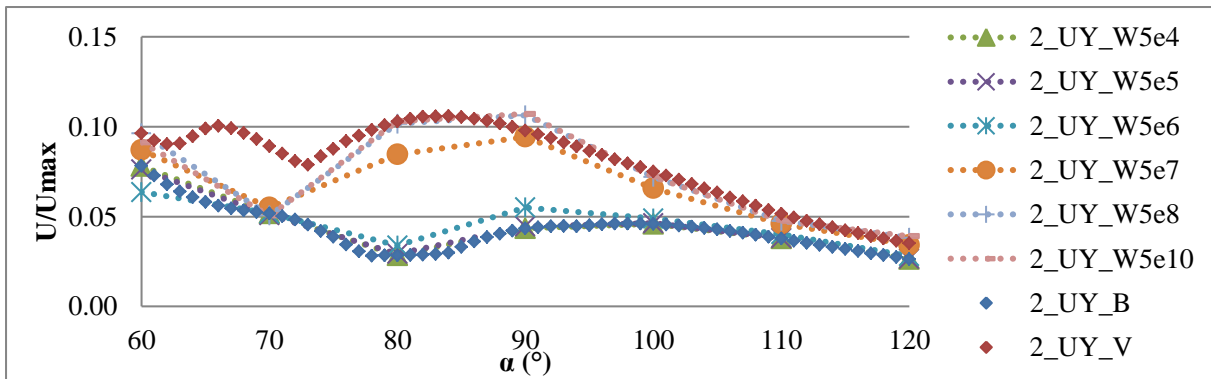
Graf 44 Čas dosažení maxima relativní výchylky uzlu číslo 2 s okrajovou podmínkou volné hranice (B) a vetknutí (V). Průběhy od těchto dvou okrajových podmínek jsou zobrazeny i v ostatních grafech jako „srovnávací“.



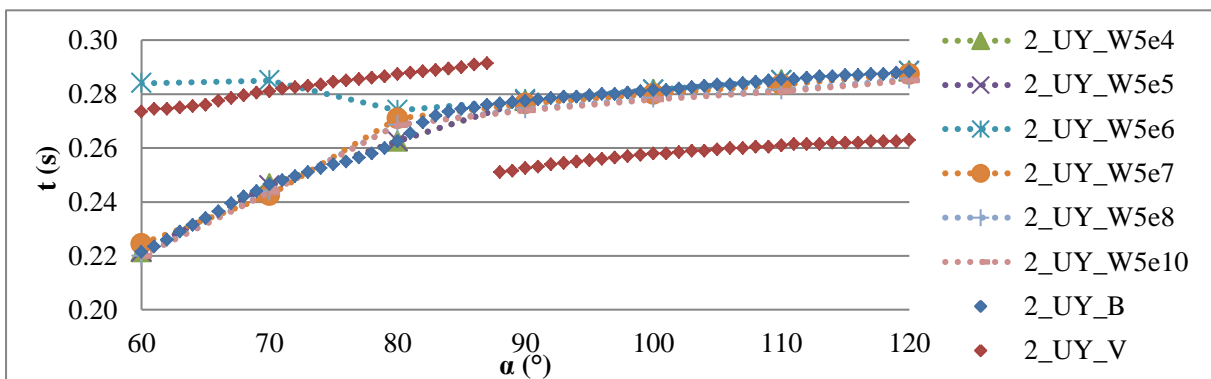
Graf 45 Relativní výchylka uzlu číslo 2 u modelů se zaoblením 3 m a okrajovou podmínkou volné hranice (B), kluznou (K) a vetknutí (V).



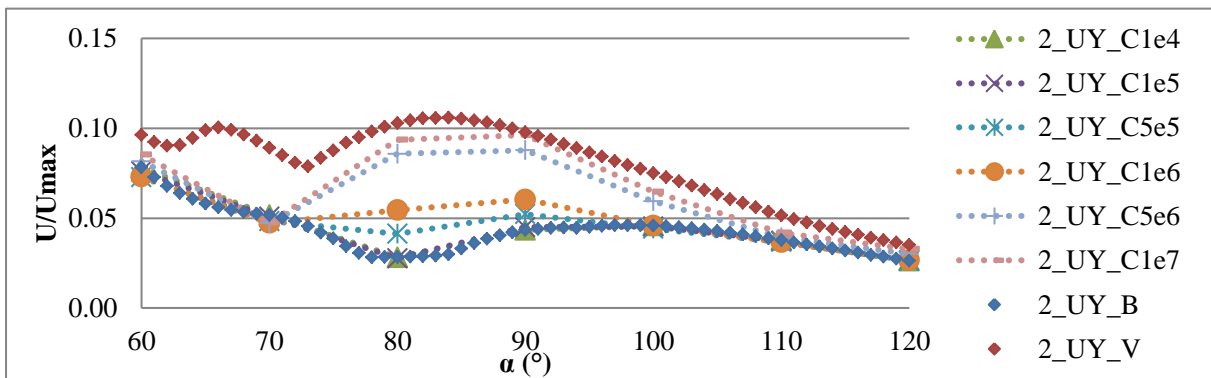
Graf 46 Čas dosažení maxima relativní výchylky uzlu číslo 2 u modelů se zaoblením 3 m a okrajovou podmínkou volné hranice (B), kluznou (K) a vetknutí (V).



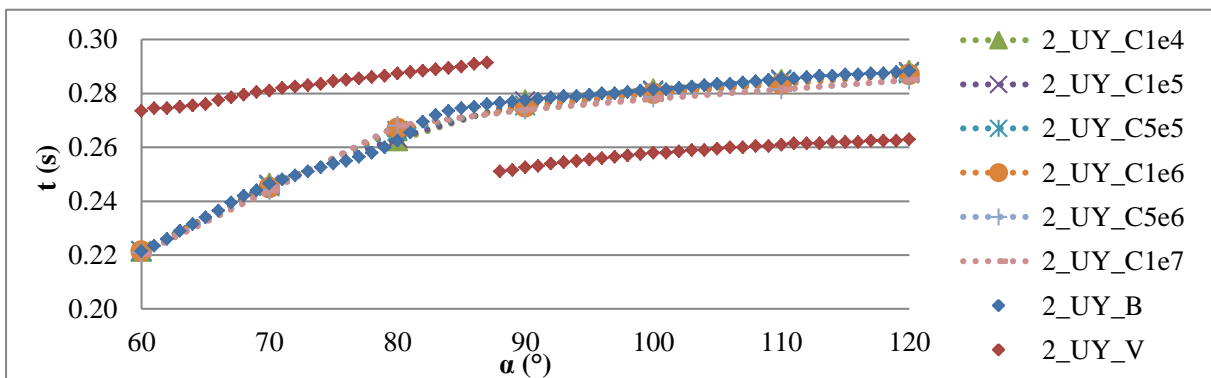
Graf 47 Relativní výchylka uzlu číslo 2 u modelů s okrajovou podmínkou různé tuhosti.



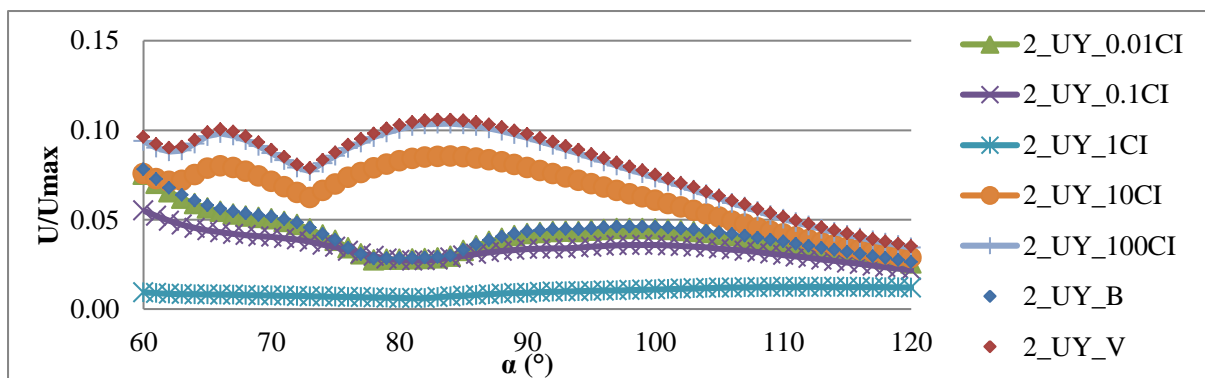
Graf 48 Čas dosažení maxima u modelů s okrajovou podmínkou různé tuhosti.



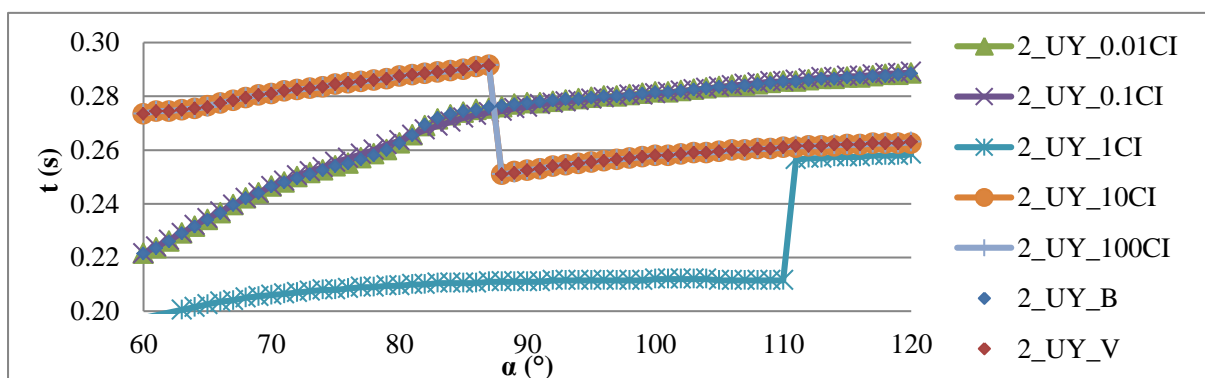
Graf 49 Relativní výchylka uzlu číslo 2 u modelů s okrajovou podmínkou různého koeficientu viskózního tlumení.



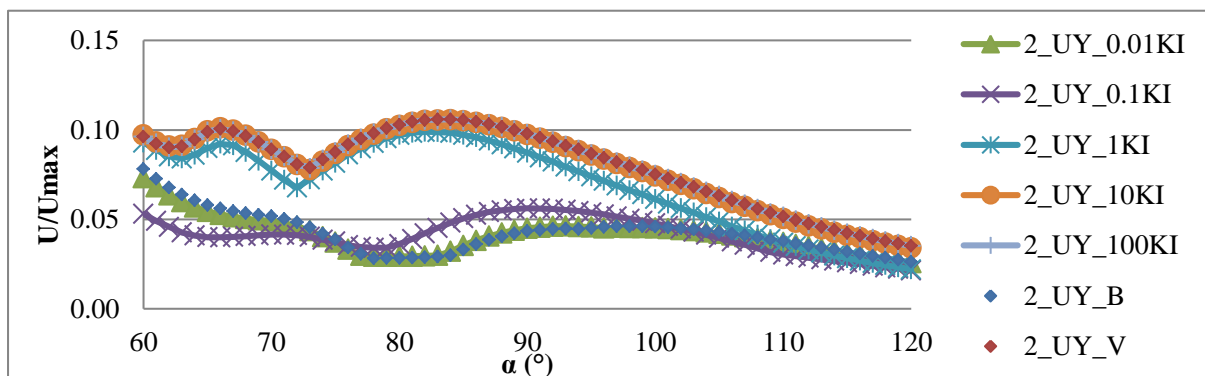
Graf 50 Čas dosažení maxima u modelů s okrajovou podmínkou různého koeficientu viskózního tlumení.



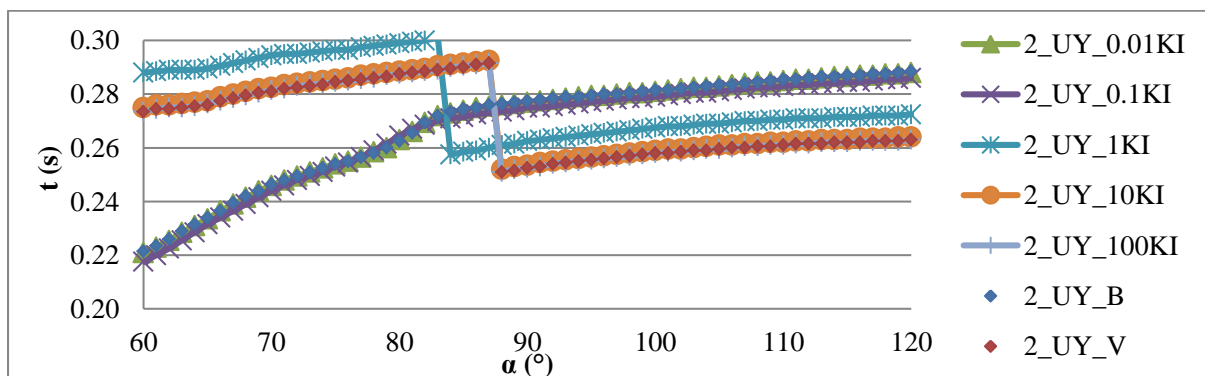
Graf 51 Relativní výchylka uzlu číslo 2 u modelů s okrajovou podmínkou různého násobku ideálního koeficientu viskózního tlumení.



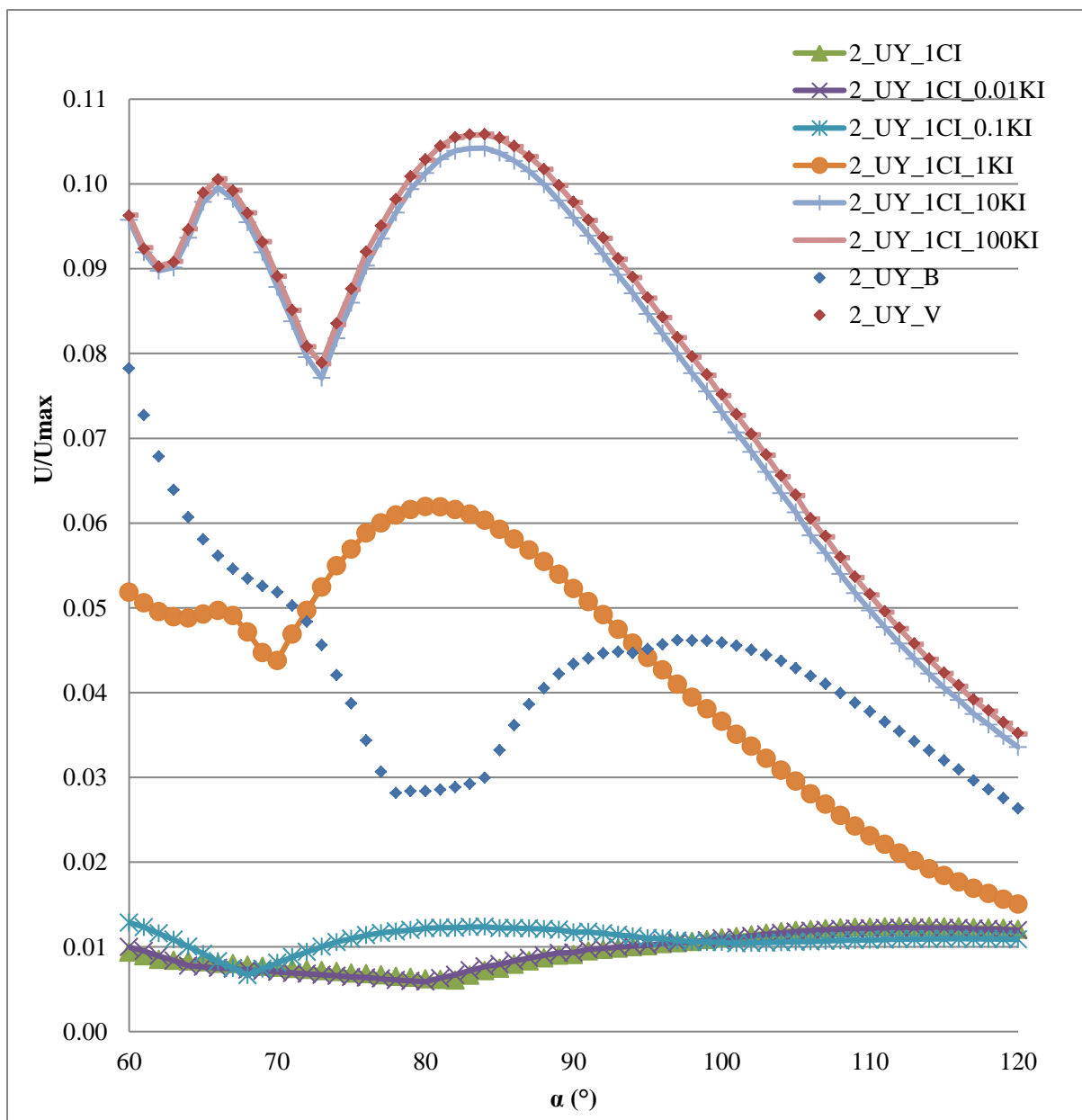
Graf 52 Čas dosažení maxima u modelů s okrajovou podmínkou různého násobku ideálního koeficientu viskózního tlumení.



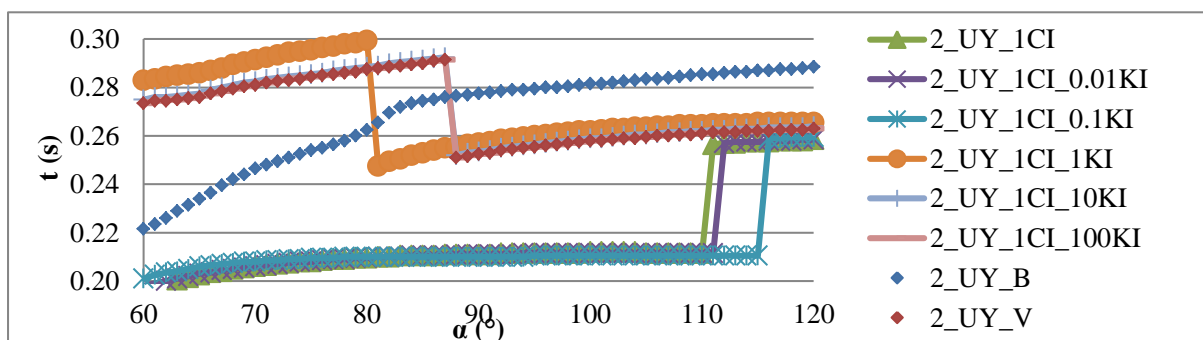
Graf 53 Relativní výchylka uzlu číslo 2 u modelů s o.p. různého násobku ideální tuhosti.



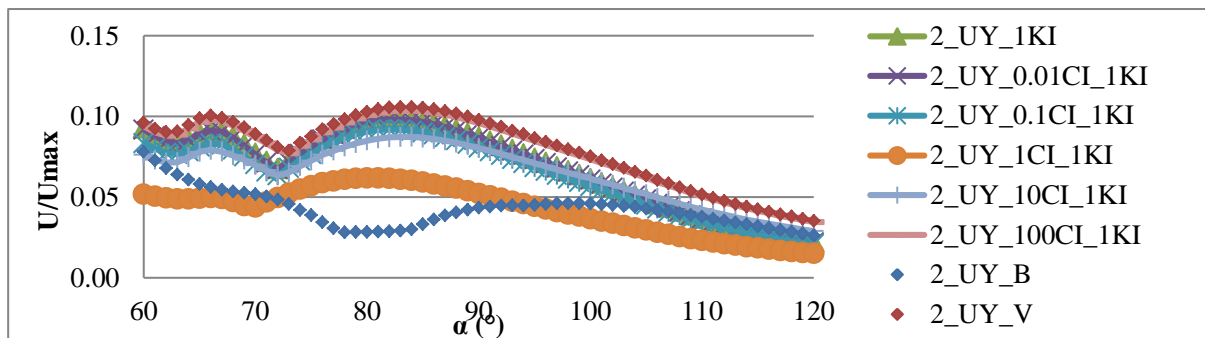
Graf 54 Čas dosažení maxima u modelů s o.p. různého násobku ideální tuhosti.



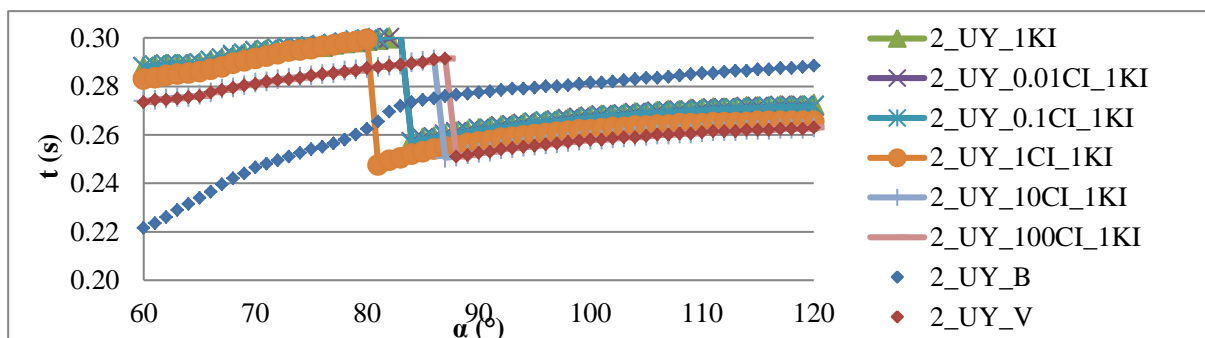
Graf 55 Relativní výchylka uzlu číslo 2 u modelů s okrajovou podmínkou ideálního koeficientu viskózního tlumení v kombinaci s okrajovou podmínkou různého násobku ideální tuhosti.



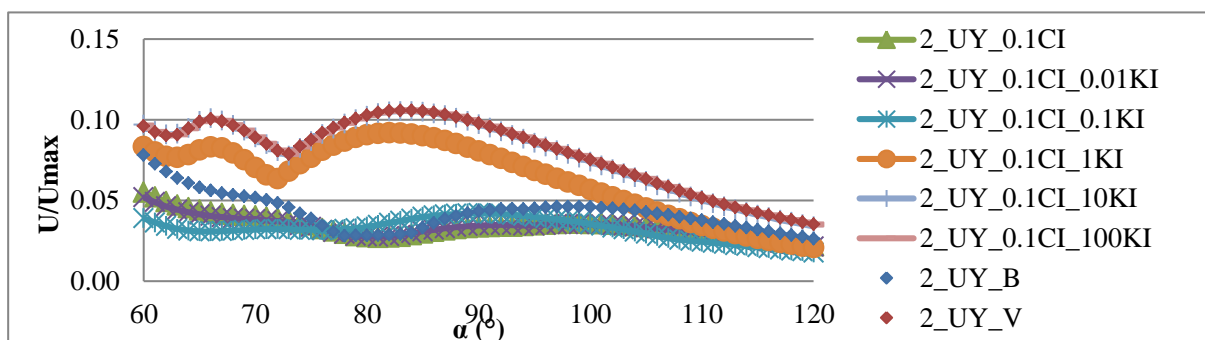
Graf 56 Čas dosažení maxima relativní výchylky uzlu číslo 2 u modelů s okrajovou podmínkou ideálního koeficientu viskózního tlumení v kombinaci s okrajovou podmínkou různého násobku ideální tuhosti.



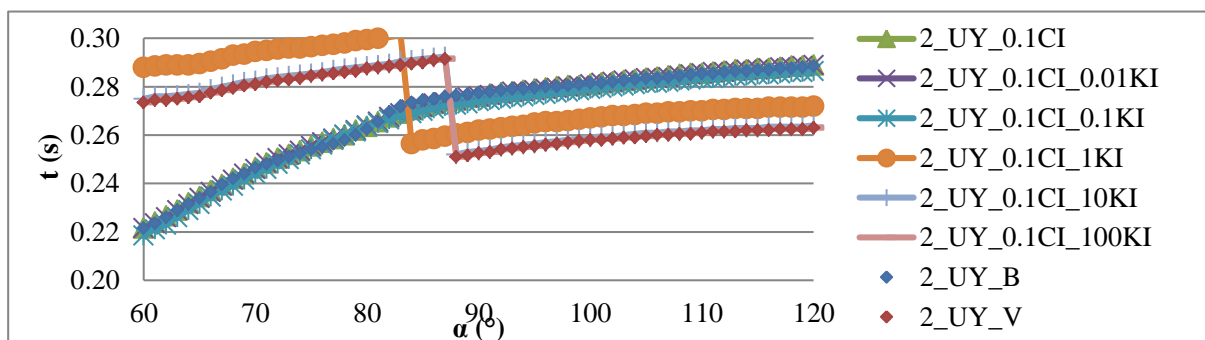
Graf 57 Relativní výchylka uzlu číslo 2 u modelů s okrajovou podmínkou ideální tuhosti v kombinaci s okrajovou podmínkou různého násobku ideálního koeficientu viskózního tlumení.



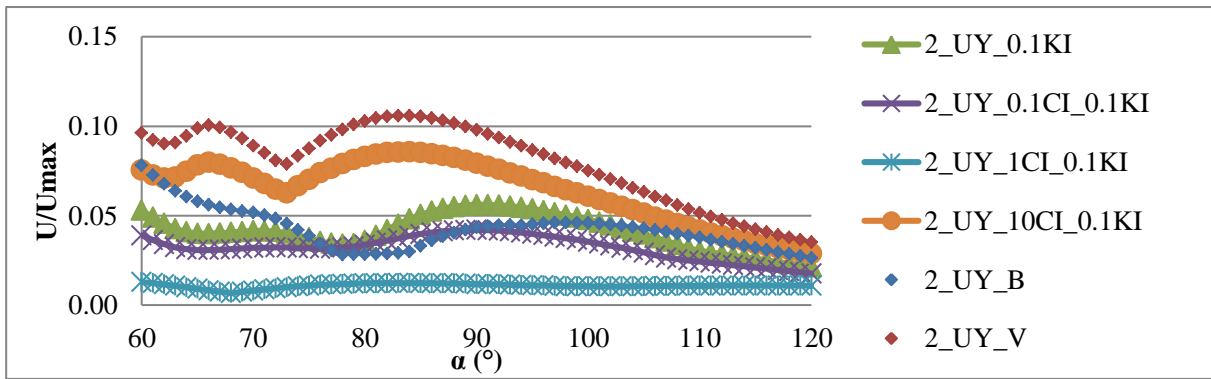
Graf 58 Čas dosažení maxima u modelů s o.p. ideální tuhosti v kombinaci s okrajovou podmínkou různého násobku ideálního koeficientu viskózního tlumení.



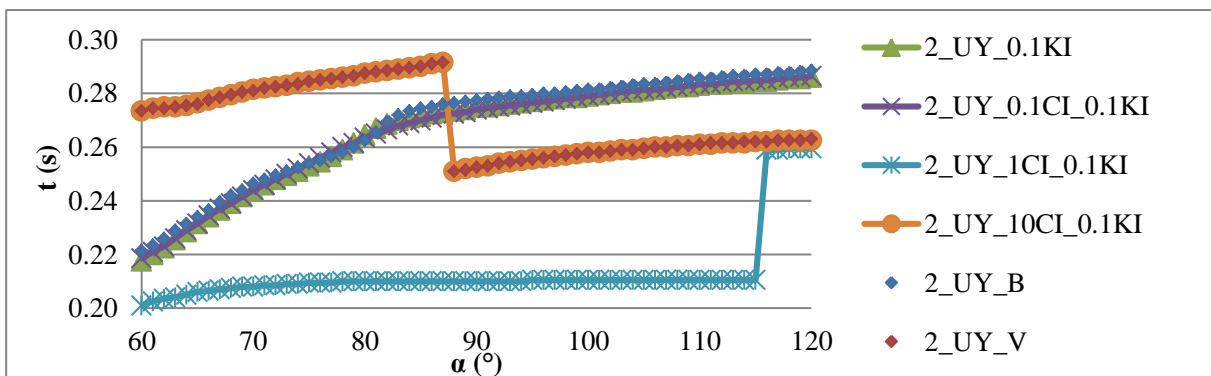
Graf 59 Relativní výchylka uzlu číslo 2 u modelů s okrajovou podmínkou různého násobku ideální tuhosti v kombinaci s okrajovou podmínkou 0.1 násobku ideálního koeficientu viskózního tlumení.



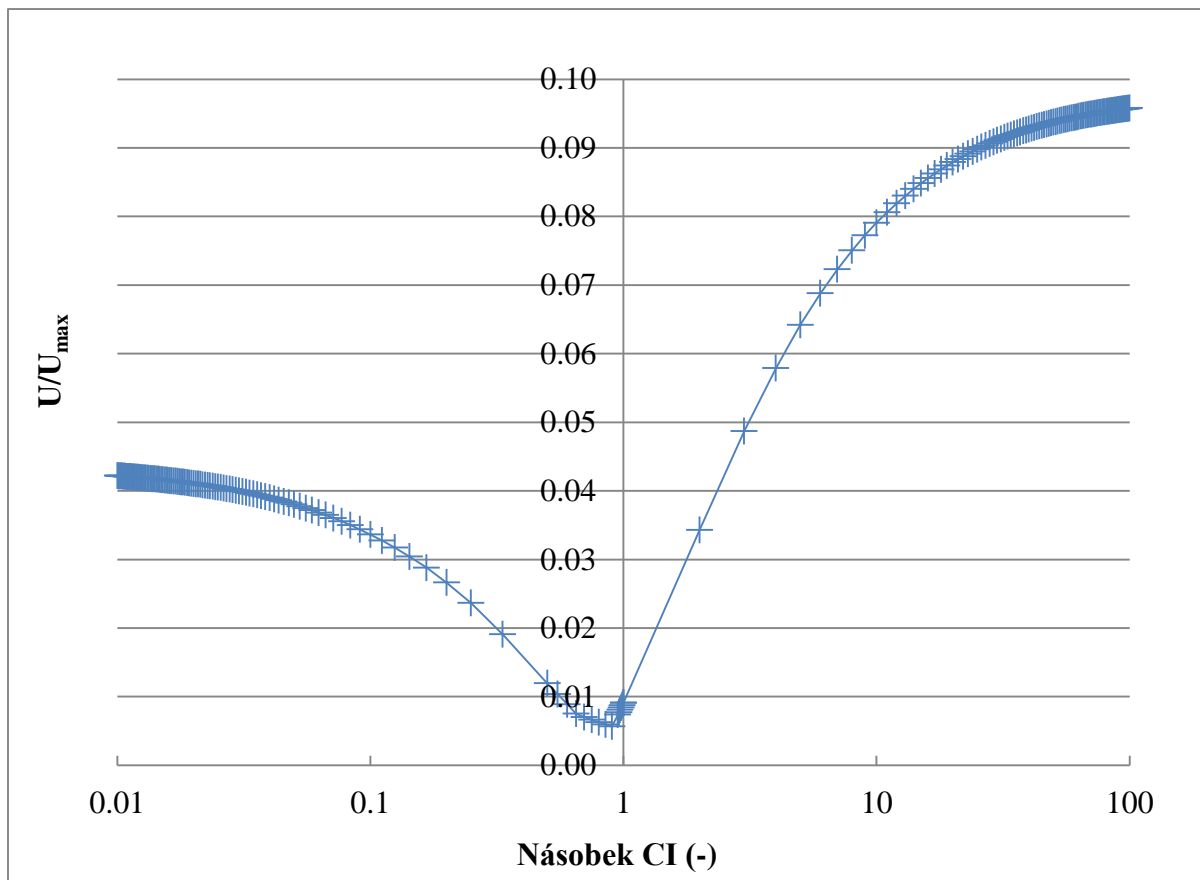
Graf 60 Čas dosažení maxima u modelů s okrajovou podmínkou různého násobku ideální tuhosti v kombinaci s okrajovou podmínkou 0.1 násobku ideálního koeficientu viskózního tlumení.



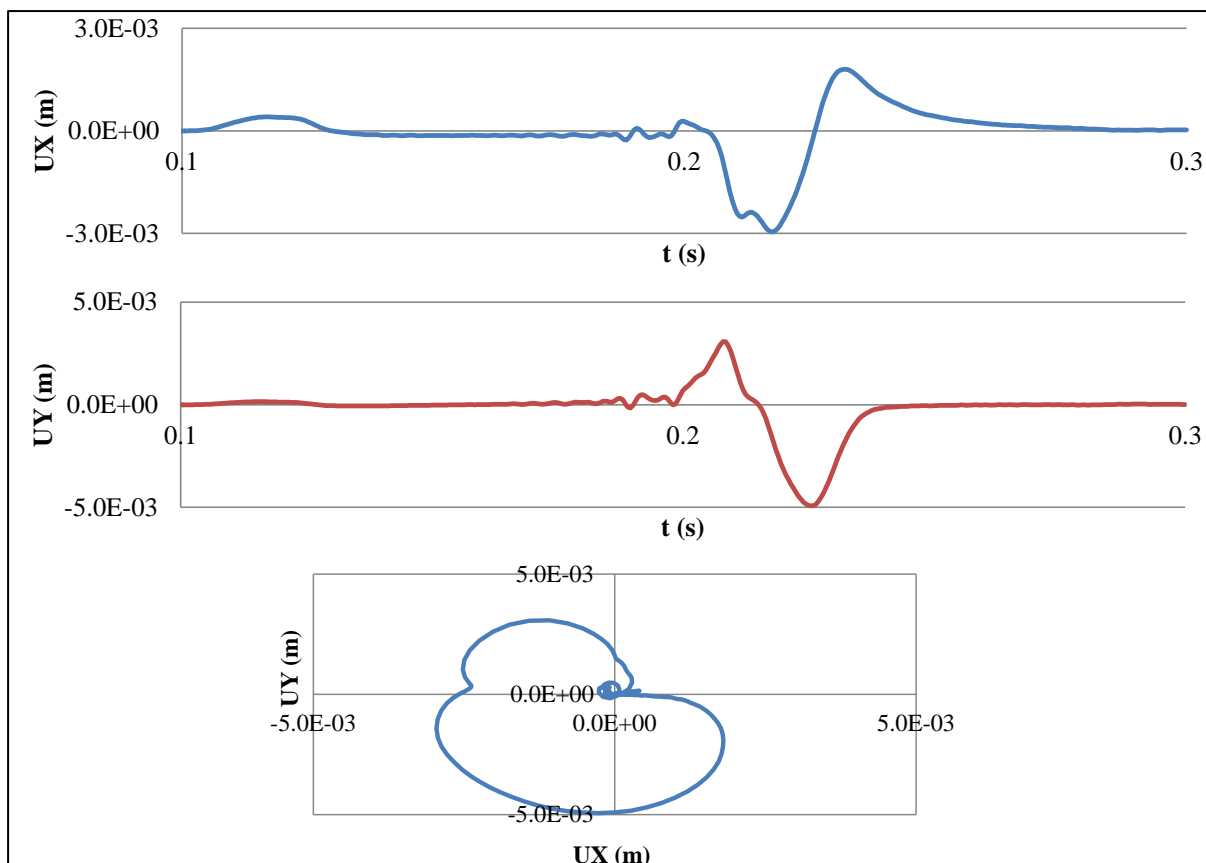
Graf 61 Relativní výchylka uzlu číslo 2 u modelů s vybranou okrajovou podmínkou.



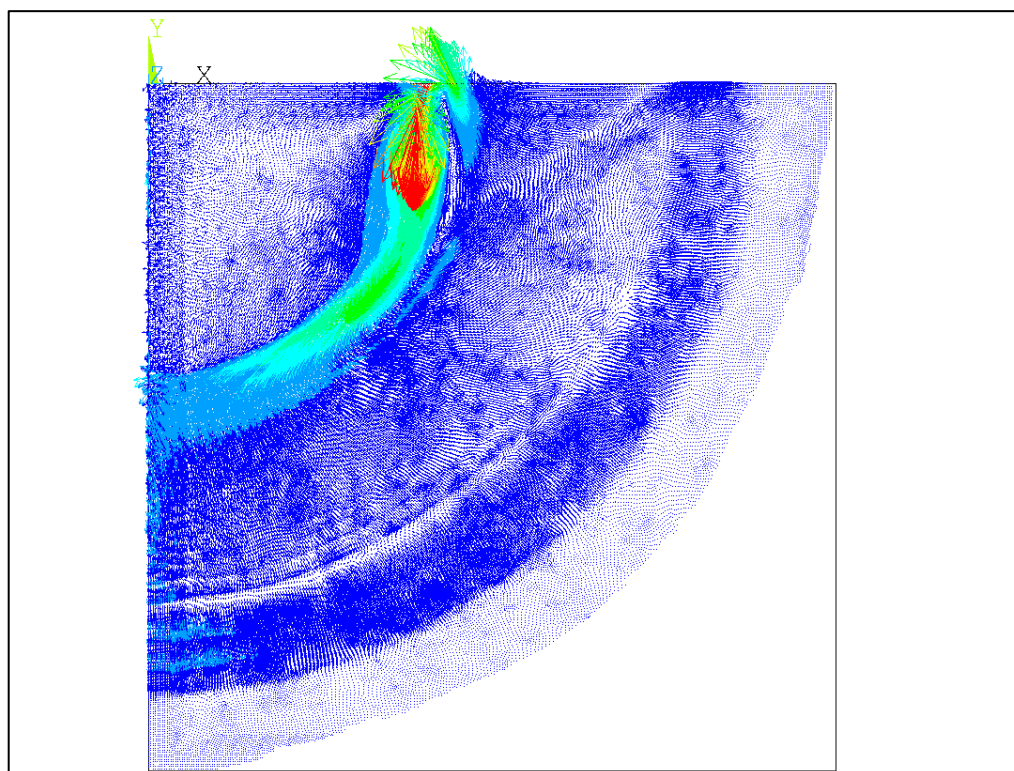
Graf 62 Čas dosažení maxima u modelů s vybranou okrajovou podmínkou.



Graf 63 Relativní výchylka uzlu číslo 2 u modelu s svislou hranicí ($\alpha = 0$).



Graf 64 Průběh posunutí bodu povrchu při dosažení zdrojového impulsu.



Obr. 56 Vektory posunutí vybraného modelu (čas 0.145 s).

6.4.3 Závěry

Z uvedených výsledků v oddílu 6.4.2 lze konstatovat:

- Průběhy posunů bodu povrchu (celého poloprostoru) řešené úlohy zobrazené v grafu 64 (obrázku 56) mají obdobný průběh, jaký je dán teorií, viz obrázek 43 (obr. 44).
- Pro dané materiálové charakteristiky můžeme vypočítat rychlosti šíření vln prostředím $v_p = 158.11$ m/s, $v_s = 98.06$ m/s $\approx v_r$. Z hodnot rychlostí můžeme stanovit časy návratu vln k sledovanému bodu číslo 2 odražených od šikmé hranice jsou $t_{p,stěna} = 0.1486$ s, $t_{s,stěna} = 0.2396$ s. Časy návratu vln k sledovanému bodu číslo 2 odražených od spodní vodorovné hranice jsou $t_{p,dno} = 0.2530$ s, $t_{s,dno} = 0.4079$ s. Při dosažení maximální hodnoty amplitudy je zaznamenán příslušný čas dosažení maxima, z něj lze usoudit, který typ odražené vlny maximum způsobil.
- Sklon hranice modelu má značný vliv na hodnotu amplitudy odražené vlny. Tento vliv je dále závislý na okrajové podmínce.
- Na rozdíl od jednodimenzionální úlohy (graf 13), kde odražená vlna má stejnou amplitudu (opačného znaménka) při odrazu od nekonečně tuhé hranice (vetknutí) a volné hranice (bez okrajové podmínky), je v prostorové úloze (s šířící se povrchovou vlnou) amplituda odražené vlny u nekonečně tuhé a volné hranice různá a závisí na úhlu α (rohový úhel). Amplituda odražené vlny od volné hranice je ve srovnání s amplitudou odražené vlny od nekonečně tuhé hranice (vetknutí) značně menší. Amplituda odražené vlny s volnou hranicí má své minimum pro $\alpha \in \langle 78,84 \rangle^\circ$, což se shoduje s teoretickými závěry, které udávají lokální minimum energie odražené R-vlny pro úhly α blízké 80° (obrázek 40). Lokální minimum amplitudy odražené vlny od nekonečně tuhé hranice je pro úhel $\alpha = 73^\circ$.
- U modelů se „zaoblením rohu“ je amplituda odražené vlny od nekonečně tuhé hranice se zaoblením menší než amplituda odražené vlny od volné hranice se zaoblením (dokonce je v celém intervalu menší než amplituda odražené vlny od volné hranice bez zaoblení). Z praktického hlediska není zaoblení vhodné s ohledem na pokrytí modelu sítí konečných prvků (zvláště u prostorových modelů).
- Amplituda odražené vlny modelů s pružnou Winklerovou okrajovou podmínkou se nachází téměř pro všechny případy mezi amplitudou pro nekonečně tuhou hranicí a amplitudou pro volnou hranicí. Obecně lze říci, že s rostoucí hodnotou tuhosti (koeficientu ložnosti) se odezva blíží odezvě s nekonečně tuhou hranicí. Pro úhel $\alpha = 70^\circ$ se amplituda odražené vlny s pružnou okrajovou podmínkou (nezávisle na tuhosti) blíží amplitudě odražené vlny s volnou hranicí.
- Naprosto stejné závěry platí pro disipativní okrajovou podmínku.
- Amplituda odražené vlny modelu s okrajovou podmínkou násobku „ideálního“ koeficientu viskózního tlumení se pro násobitel 1.0 blíží nule (má minimum pro $\alpha \in \langle 79,82 \rangle^\circ$ a je značně menší než amplituda odražené vlny od volné hranice). Amplituda odražené vlny se jednostranně blíží k amplitudě odražené vlny od volné hranice, je-li násobitel menší než 1.0 a jde-li k nule. Amplituda odražené vlny se jednostranně blíží k amplitudě odražené vlny od nekonečně tuhé hranice, je-li násobitel větší než 1.0 a jde-li k nekonečnu.
- Amplituda odražené vlny modelu s okrajovou podmínkou násobku „ideálního“ tuhosti se pro násobitel 1.0 nachází mezi amplitudou s nekonečně tuhou hranicí a amplitudou s volnou hranicí. Amplituda odražené vlny se nejednostranně (v závislosti na α) blíží k amplitudě odražené vlny od volné hranice, je-li násobitel menší než 1.0 a jde-li k nule. Amplituda odražené vlny se nejednostranně (v závislosti na α) blíží

k amplitudě odražené vlny od nekonečně tuhé hranice, je-li násobitel větší než 1.0 a jde-li k nekonečnu. Hodnota ideální tuhosti tedy není vhodná.

- Amplituda odražené vlny u modelů s vazkopružnou okrajovou podmínkou (kombinace „ideální“ tuhosti a „ideálního“ koeficientu viskózního tlumení) je minimální pro kombinace s násobkem ideálního koeficientu tlumení 1.0 a násobkem ideální tuhosti 0.0 nebo 0.01 (tyto odezvy jsou si vzájemně velmi blízké). Pro kombinaci 1CI nastane minimum odražené amplitudy pro $\alpha = 82^\circ$, pro kombinaci 1CI_0.01KI nastane minimum odražené amplitudy pro $\alpha = 80^\circ$, což je globální minimum ze všech řešených variant.
- Je nutné zdůraznit, že hodnota koeficientu ideálního tlumení byla počítána pro celý model ze stejného poloměru (20m). Lze tedy předpokládat dosažení zlepšení (v řádu procent) pohlcení vln pro výpočet hodnot koeficientu tlumení pro každý uzel hranice z jeho přesného poloměru. Toto zlepšení lze očekávat spíše u rohových úhlů nízkých hodnot.
- Dále byl proveden výpočet pro rohový úhel $\alpha = 90^\circ$ pro řadu hodnot násobitele „ideální“ hodnoty viskózního tlumení (bez „ideální“ tuhosti). Je zřejmé, že minimální hodnoty amplitudy odražené vlny jsou dosaženy pouze pro násobitel blízký jedničce, a to zleva (viz graf 63). Minimální hodnota amplitudy odražené vlny nastane pro násobitele „ideální“ hodnoty viskózního tlumení rovný 0.9.

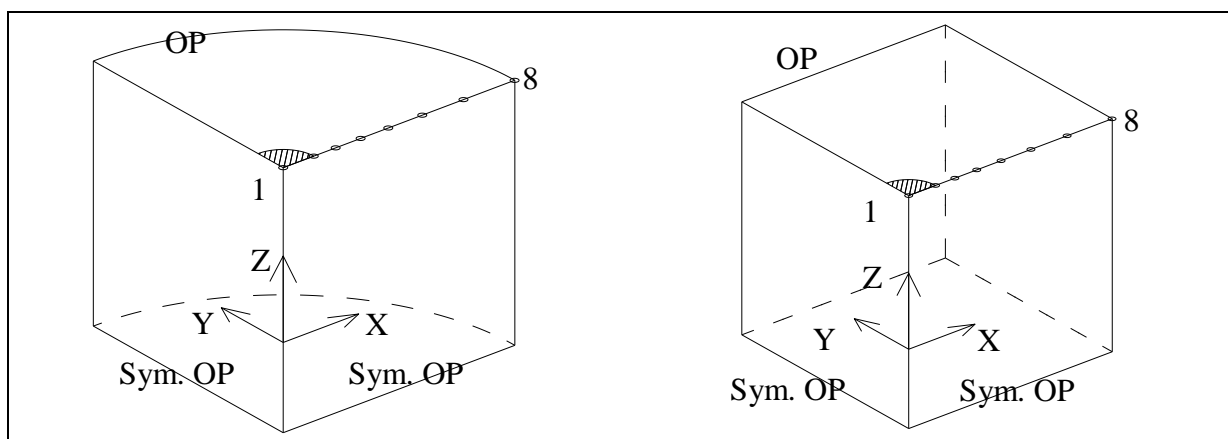
6.5 Impulz na povrchu bloku zeminy (3D model)

Tato podkapitola se věnuje stanovení vlivu okrajové podmínky a tvaru výpočtového modelu na velikost odražené vlny (amplituda i znaménko) od hranice výpočtového prostorového modelu. Zásadními otázkami, na které je hledána odpověď, jsou:

- Jaký vliv má okrajová podmínka na velikost odražené vlny?
- Jaký vliv má tvar na velikost odražené vlny?
- Lze řešit tuto úlohu s nehmotnou zeminou?

6.5.1 Popis řešení konstrukce a výpočtového modelu

Výpočtový model je tvořen železobetonovou deskou umístěnou na horním povrchu bloku zeminy. Kruhová deska výšky 0.2 m o poloměru 1 m je modelována prostorovými prvky *SOLID45*. Model podzákladí je modelován prostorovými prvky *SOLID45*, s různými materiálovými charakteristikami ve vertikálním směru dle vztahu (268), ve dvou tvarových alternativách: (i) model podzákladí ve tvaru válce o poloměru a hloubce 44 m, (ii) model podzákladí ve tvaru kvádru o stejné hloubce a objemu. Model podzákladí je dělen na 8 konečných prvků podzákladí od hranice desky ke konci modelované oblasti podzákladí v horizontálním i vertikálním směru. Okrajová podmínka na svislé hranici modelů podzákladí je uvažována ve třech variantách: (i) bez okrajové podmínky (volná hranice), (ii) vetknutí, (iii) disipativní okrajová podmínka s „ideální“ hodnotou koeficientu viskózního tlumení (popsanou v oddílu 6.4.1). Okrajovou podmínkou na spodním povrchu modelovaného bloku zeminy je vetknutí. Zatížení působící na horním povrchu desky ve směru záporné osy Z je znázorněno na obrázku 54. Jsou sledovány posuny vybraných osmi uzlů ležících v přímce na horním povrchu modelu. Sledované uzly a schéma prostorového výpočtového modelu jsou vyobrazeny na obrázku 57. Prostorový výpočtový model je znázorněn na obrázku 58.



Obr. 57 Schéma výpočtového modelu.

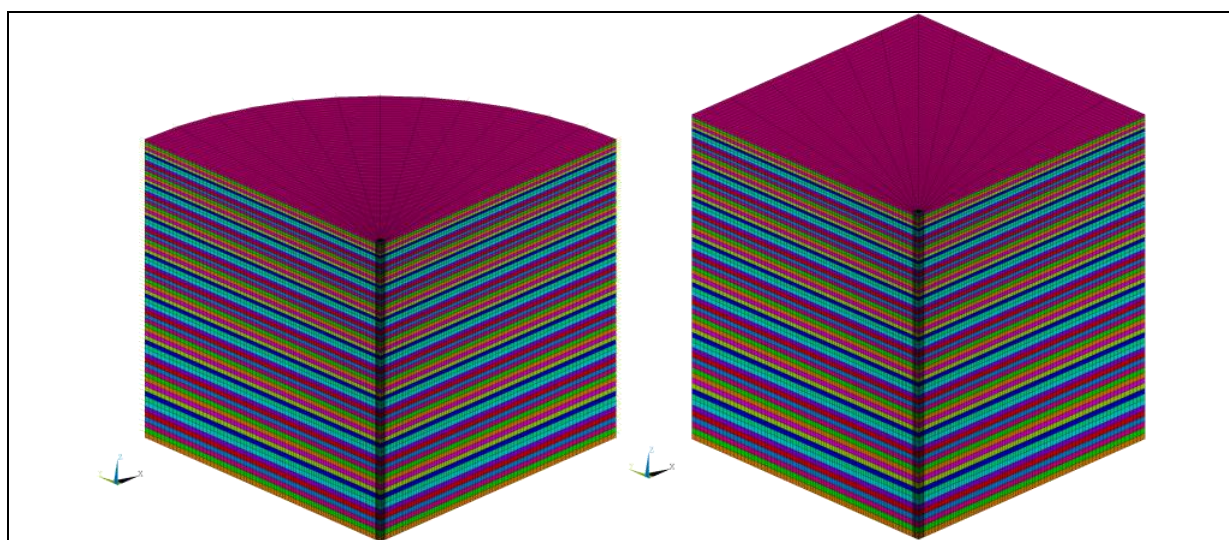
Odezva na dané zatížení je řešena v časové oblasti implicitní Newmarkovou metodou do konečného času 0.5 s, s časovým krokem $5 \cdot 10^{-4}$ s. Tlumení je modelováno jako Rayleighovo tlumení s parametry $\alpha = 8.0784$, $\beta = 1.5158 \cdot 10^{-4}$, což odpovídá tlumení 5% pro dvojici frekvencí 15 Hz a 90 Hz.

Pro snazší orientaci a přehlednost výsledků je zavedeno následné zkrácené značení

$ZN1_ZN2_ZN3_ZN4_ZN5$, (266)

kde	$ZN1$	je model konstrukce	D = Kruhová deska,
	$ZN2$	model podzákladí	V = Model podzákladí tvaru válce,
			K = model podzákladí tvaru kvádru,
	$ZN3$	okrajová podmínka	B = bez op., V = vetknutí, CI = disipativní s ideální hodnotou viskózního tlumení,
			$NEHM$ = varianta s nehmotnou zeminou,
	$ZN4$	číslo sledovaného uzlu	1, 2, ..., 8,
	$ZN5$	sledovaná veličina	UX = Výchylka ve směru X, UY = Výchylka ve směru Y, UZ = Výchylka ve směru Z.

Sledované uzly {1,2,3,4,5,6,7,8} jsou umístěny na průniku roviny symetrie XZ a roviny horního povrchu modelu podzákladí (viz obrázek 57), jejich přesné souřadnice jsou uvedeny v následující tabulce.

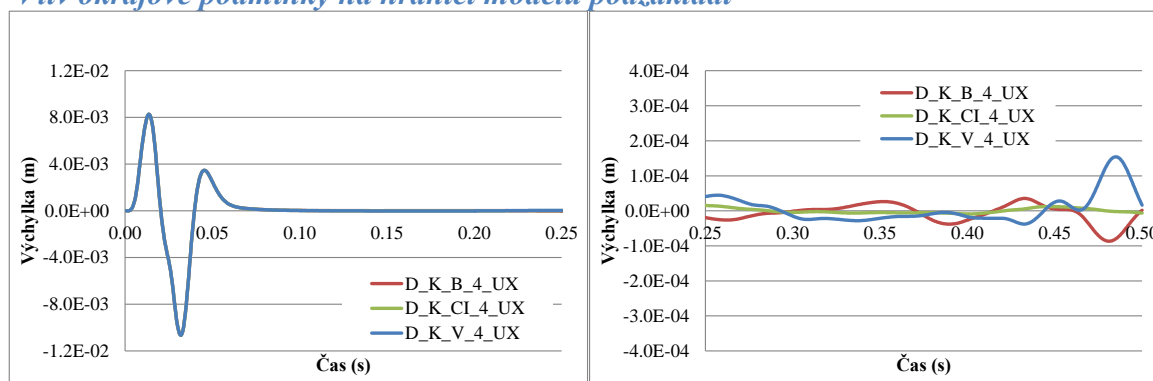


Obr. 58 Výpočtový model desky na prostorovém modelu podzákladí.

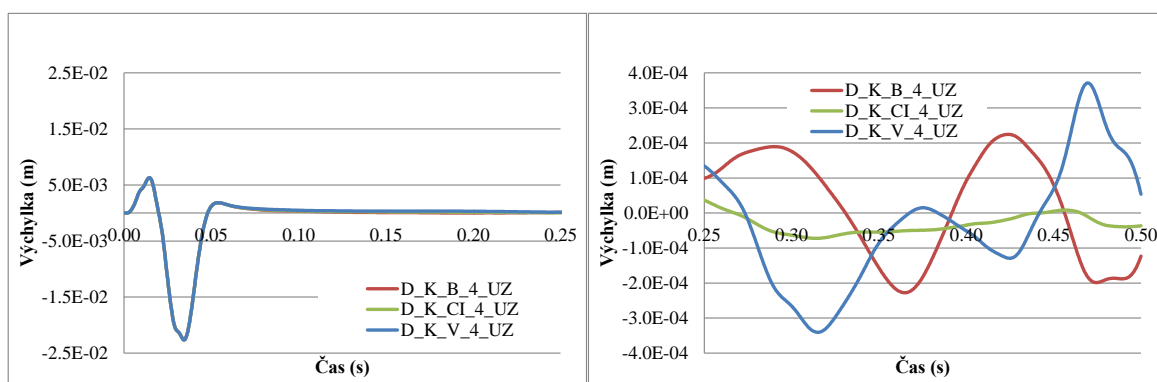
Uzel	Souřadnice x [m]	
	Válec	Kvádr
1	0.00	0.00
2	1.00	1.00
3	2.07	1.83
4	3.93	3.48
5	7.93	7.83
6	16.22	14.38
7	31.81	28.19
8	44.00	38.99

Tab. 9 Souřadnice sledovaných uzlů.

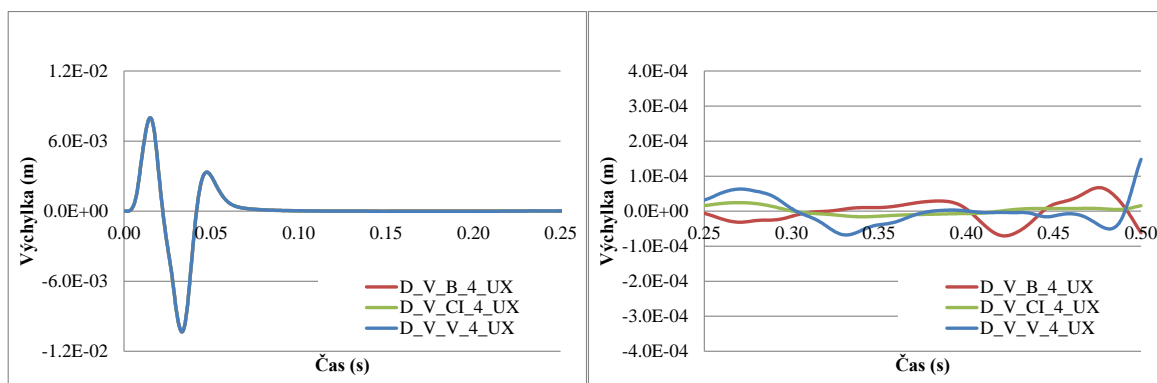
6.5.2 Výsledky řešené analýzy

Vliv okrajové podmínky na hranici modelu podzákladí

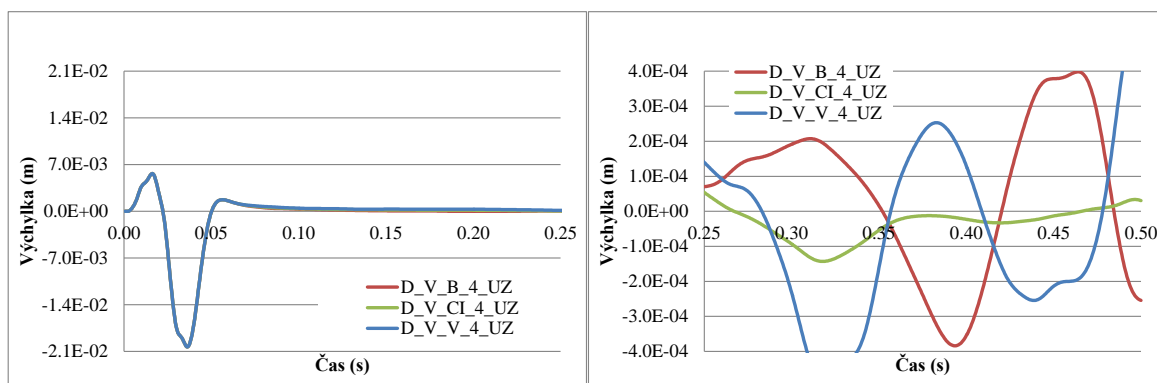
Graf 65 Horizontální výchylka uzlu číslo 4 – vliv okrajové podmínky(model tvaru kvádr).



Graf 66 Vertikální výchylka uzlu číslo 4 – vliv okrajové podmínky (model tvaru kvádr).

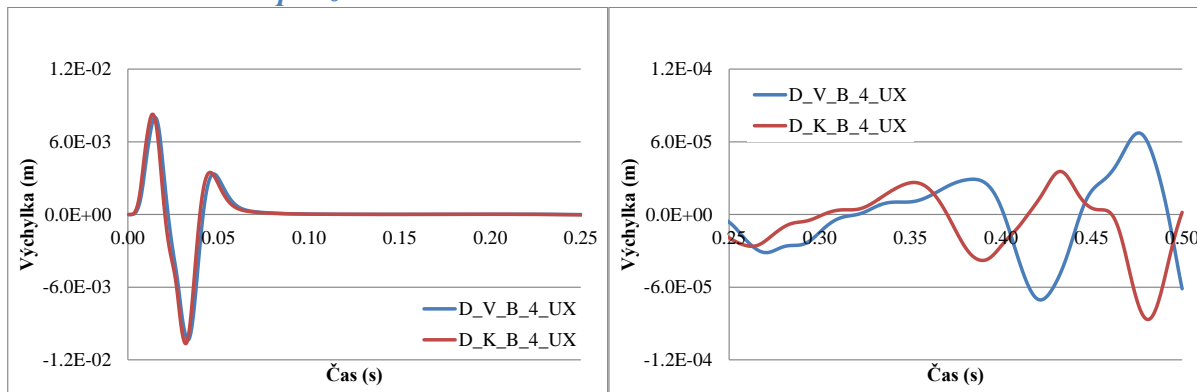


Graf 67 Horizontální výchylka uzlu číslo 4 – vliv okrajové podmínky (model tvaru válece).

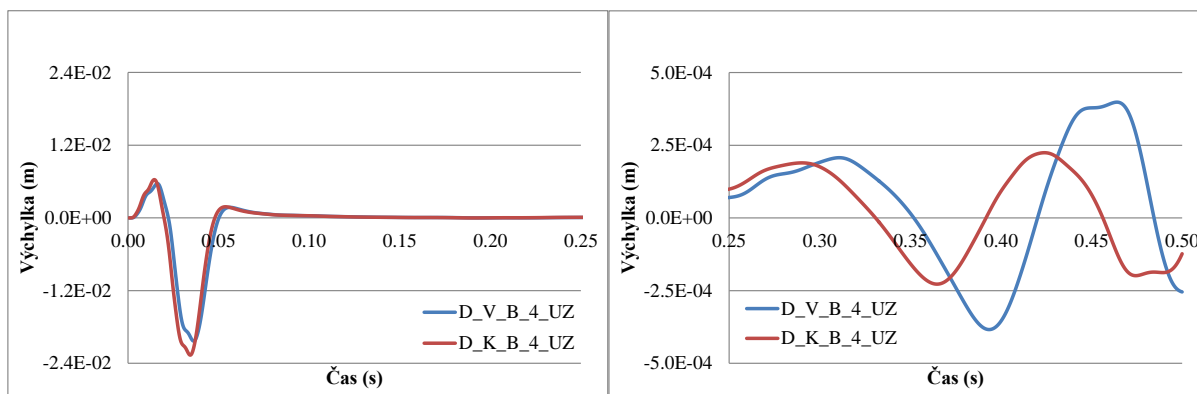


Graf 68 Vertikální výchylka uzlu číslo 4 – vliv okrajové podmínky (model tvaru válece).

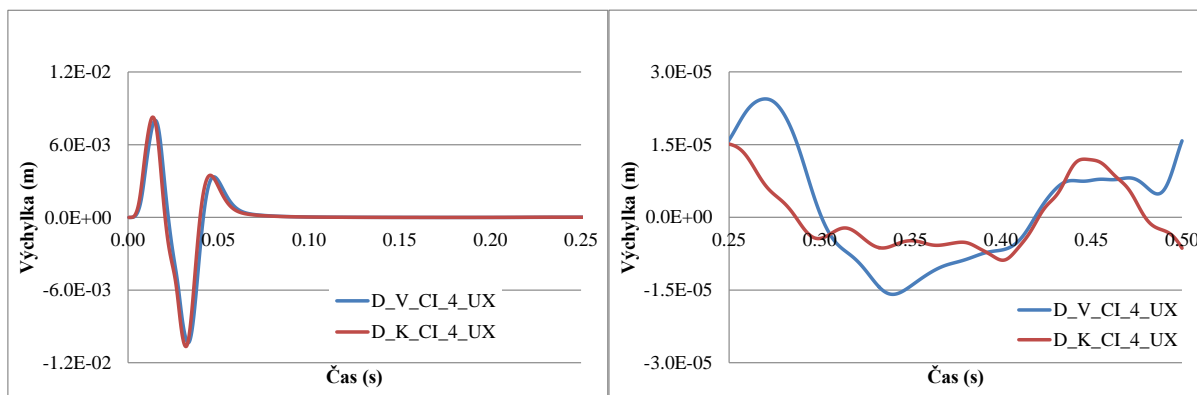
Vliv tvaru modelu podzákladí



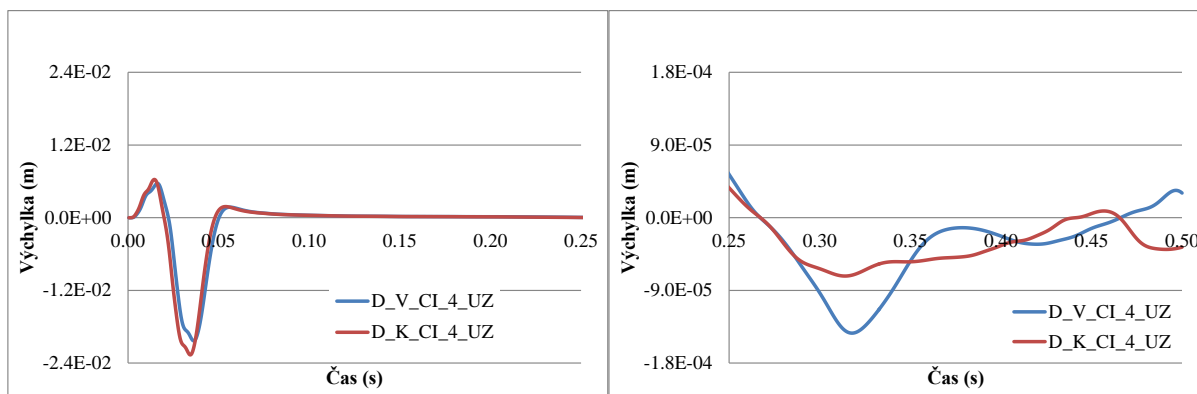
Graf 69 Horizontální výchylka uzlu číslo 4 – vliv tvaru modelu podzákladí (volná hranice).



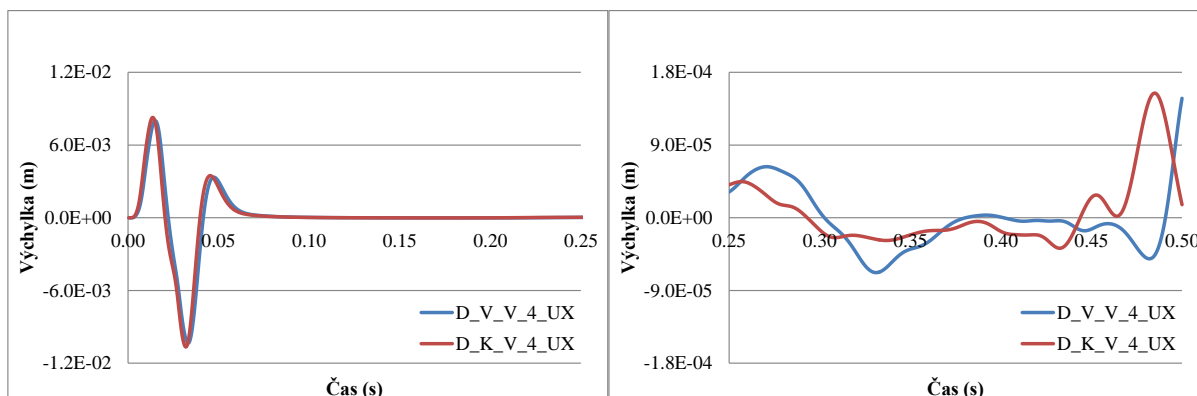
Graf 70 Vertikální výchylka uzlu číslo 4 – vliv tvaru modelu podzákladí(volná hranice).



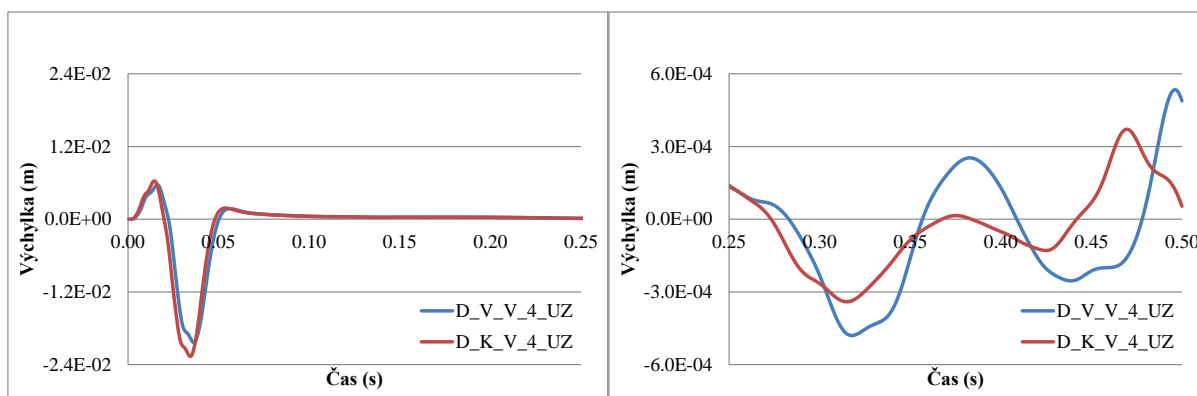
Graf 71 Horizontální výchylka uzlu číslo 4 – vliv tvaru modelu podzákladí (disipativní o.p.).



Graf 72 Vertikální výchylka uzlu číslo 4 – vliv tvaru modelu podzákladí(disipativní o.p.).

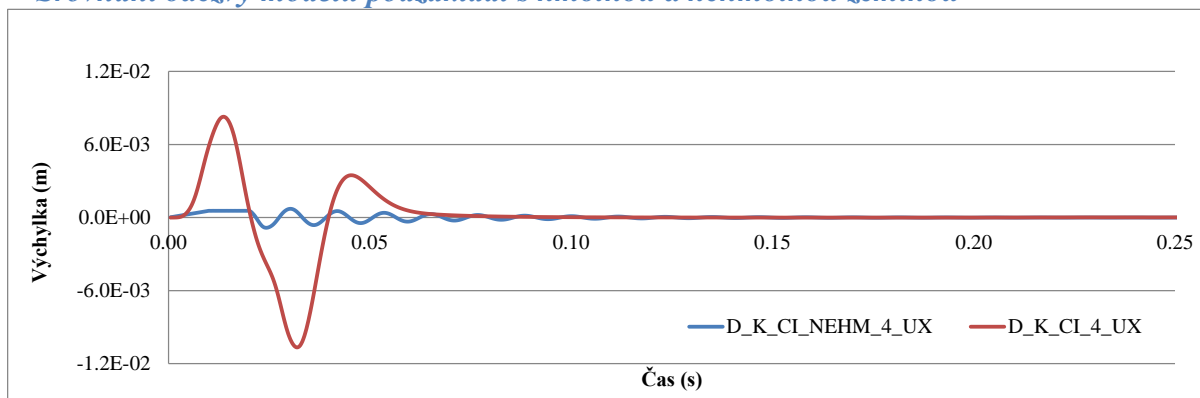


Graf 73 Horizontální výchylka uzlu číslo 4 – vliv tvaru modelu podzákladí (vetknutí).

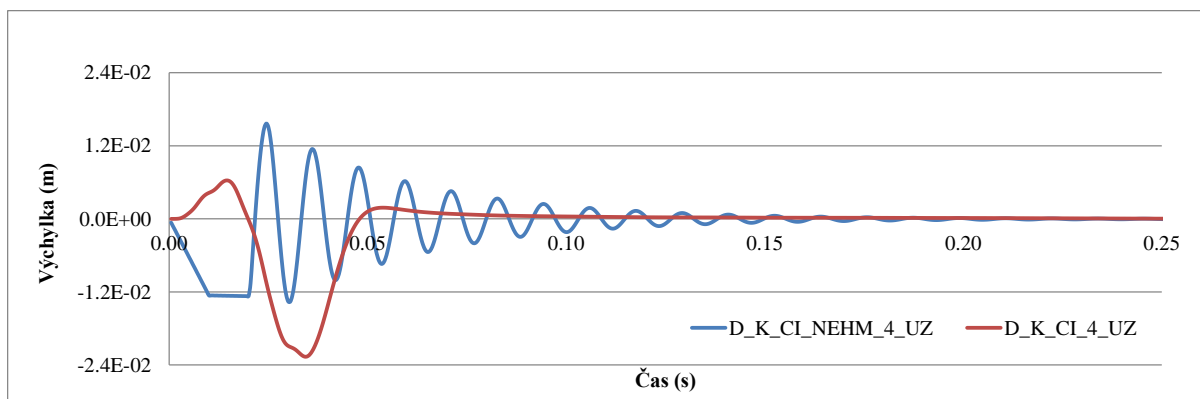


Graf 74 Vertikální výchylka uzlu číslo 4 – vliv tvaru modelu podzákladí(vetknutí).

Srovnání odezvy modelu podzákladí s hmotnou a nehmotnou zemínou



Graf 75 Horizontální výchylka uzlu číslo 4 – vliv hmotná/nehmotná zemina.



Graf 76 Vertikální výchylka uzlu číslo 4 – vliv hmotná/nehmotná zemina.

6.5.3 Závěry

Z uvedených výsledků v oddílu 6.5.2 (a příloze 8.2) lze konstatovat:

- Průběhy posunů bodu povrchu (celého poloprostoru) řešené úlohy mají obdobný průběh jaký je dán teorií, zobrazený na obrázku 43 (obrázku 44). Pro dané materiálové charakteristiky můžeme vypočítat rychlosti šíření vln na povrchu $v_p = 1178.51$ m/s, $v_s = 158.91$ m/s $\approx v_r$, z nich následně příslušné časy dopadu vln na hranici modelované oblasti $t_p = 0.03648$ s, $t_s = 0.2722$ s.
- Vliv typu okrajové podmínky na průběh posunů uzlu od vlny putující směrem k hranici je nulový u uzlů vzdálených hranici. Tento vliv nepatrně roste u uzlů blízkých se hranici (je však stále zanedbatelný). Znaménka amplitud odražené vlny u okrajových podmínek vetknutí a volné hranice jsou opačná. Hodnota amplitudy odražené vlny je minimální u disipativní okrajové podmínky s „ideálním“ koeficientem viskózního tlumení. Při dopadu R-vlny (která je nositelem největší části energie, cca 67%) na volnou hranici se část vlny odráží zpět a značná část se láme a pokračuje ve formě R-vlny šířící se po volné hranici (nepatrná část se přemění na prostorovou vlnu šířící se směrem od průsečíku volné hranice a povrchu). Při dopadu R-vlny na nekonečně tuhou okrajovou podmínku (vetknutí) se téměř celá její část odráží ve formě R-vlny putující po povrchu zpět ke zdroji. Při dopadu vlnění na disipativní okrajovou podmínku s „ideálním“ koeficientem viskózního tlumení je většina energie dopadajících vln pohlcena a odráží se jen zlomek původní vlny zpět.
- Vliv tvaru modelu podzákladí nemá vliv na vlnu šířící se k hranici modelu podzákladí. Prezentované grafy výchylek mají u modelu ve tvaru válce a kvádru shodný trend s tím rozdílem, že u modelu podzákladí tvaru kvádru nastane ve většině případů zpozorování výchylky dříve, protože vlnění urazí kratší cestu (hranice je ve sledovaném řezu u modelu podzákladí tvaru kvádru blíže). Tvar modelu podzákladí má velký vliv na způsob odrazu vlnění od hranice. Popis odraženého vlnění u modelu podzákladí tvaru kvádru je značně složitější, zejména u modelu s volnou hranicí.
- U modelu s nehmotnou zeminou nedochází k šíření vlnění, nedochází tak k pohybu bodů povrchu po eliptických drahách. Body povrchu oscilují po přímkových drahách, jejichž sklon ve svislé rovině závisí na vzdálenosti od zdroje vlnění. Model s nehmotnou zeminou je pro úlohy dynamiky nevhodný.

6.6 Osamělá železobetonová pilota v interakci s podzákladím (3D model)

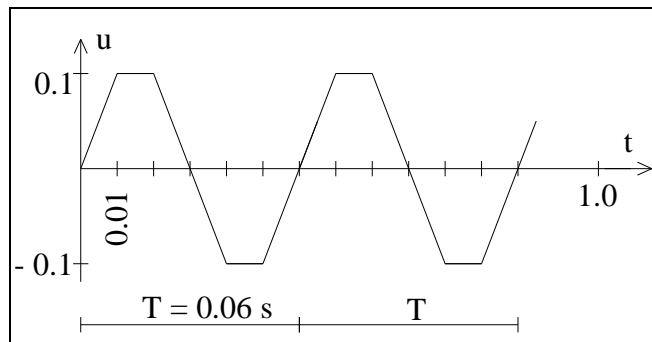
Tato podkapitola se věnuje stanovení vlivu okrajové podmínky na odezvu osamělé piloty umístěné v bloku zeminy na periodické zatížení v časové oblasti. Zásadními otázkami, na které je hledána odpověď, jsou:

- Jaký vliv má okrajová podmínka na odezvu řešené konstrukce?
- Lze řešit tuto úlohu s nehmotnou zeminou?

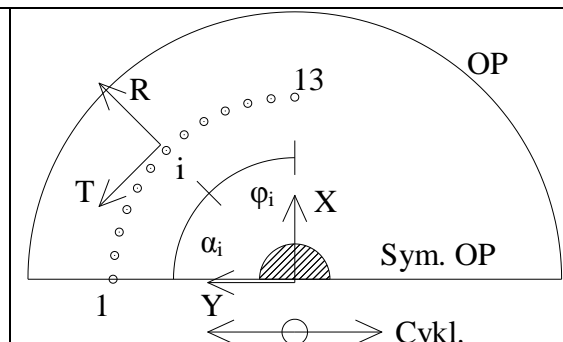
6.6.1 Popis řešené konstrukce a výpočtového modelu

Konstrukce je tvořena osamělou železobetonovou pilotou umístěnou uprostřed bloku zeminy. Hlava piloty je ve výšce 0.2 m nad povrchem, pata piloty zasahuje do hloubky 19.5 m pod povrch modelu podzákladí. Průřez piloty je kruhový o průřezové ploše 0.16 m². Model podzákladí ve tvaru válce o poloměru a výšce 44 m je modelován prostorovými prvky

SOLID45 s měnícími se materiálovými charakteristikami ve vertikálním směru dle vztahu (268). Výpočtový model podzákladí je dělen na 80 konečných prvků od průřezu piloty s horním povrchem modelu podzákladí ke konci modelované oblasti podzákladí v horizontálním i vertikálním směru. Okrajová podmínka na svislé hranici modelů podzákladí je uvažována ve třech variantách: (i) bez okrajové podmínky (volná hranice), (ii) vetknutí, (iii) disipativní okrajová podmínka s „ideální“ hodnotou koeficientu viskózního tlumení (popsanou v oddílu 6.4.1). Okrajovou podmínkou na spodním povrchu modelovaného bloku zeminy je vetknutí. Zatížení působící na horním povrchu hlavy piloty ve směru osy Y je modelováno periodickou funkcí (viz obrázek 59). Půdorysné schéma výpočtového modelu je vyobrazeno na obrázku 60.



Obr. 59 Schéma zatížení.



Obr. 60 Schéma řešené úlohy.

Odezva na dané zatížení je řešena v časové oblasti implicitní Newmarkovou metodou do konečného času 1.0 s, s časovým krokem $5 \cdot 10^{-4}$ s. Tlumení je modelováno jako Rayleighovo tlumení s parametry $\alpha = 8.0784$, $\beta = 1.5158 \cdot 10^{-4}$, což odpovídá tlumení 5% pro dvojici frekvencí 15 Hz a 90 Hz.

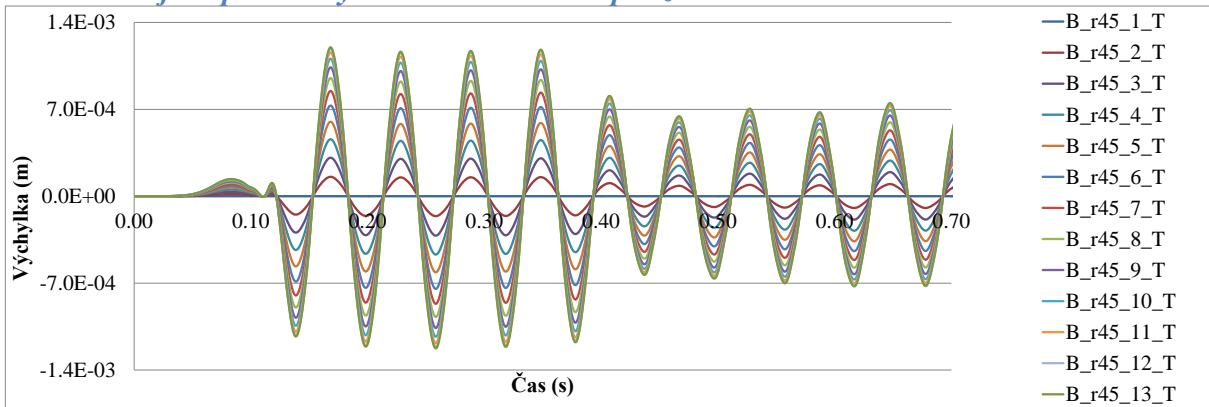
Pro snazší orientaci a přehlednost výsledků je zavedeno následné zkrácené značení

$$ZN1_ZN2_ZN3_ZN4, \quad (267)$$

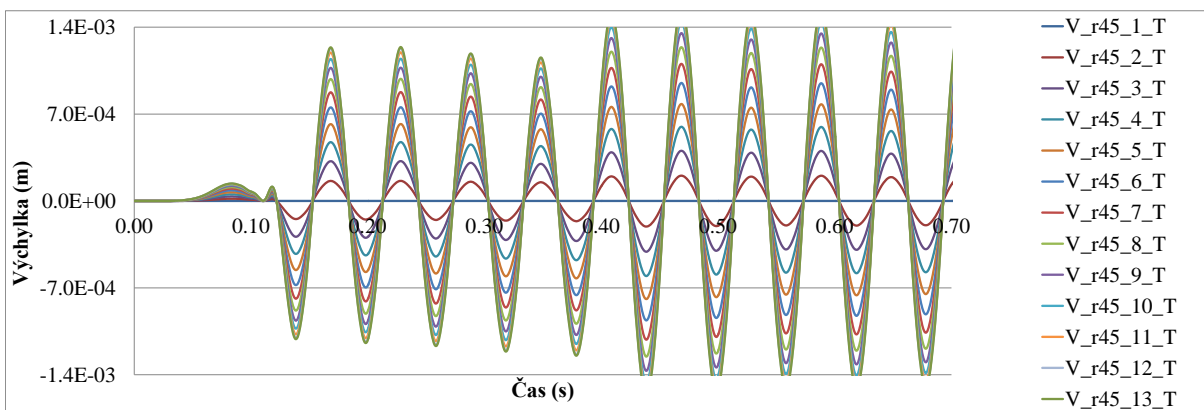
kde	<i>ZN1</i>	je okrajová podmínka	B = bez op., V = vetknutí, CI = disipativní op. s ideální hodnocenou viskózního tlumení,
	<i>ZN2</i>	vzdálenost uzlů od piloty udaná pořadím řady uzlů	NEHM = varianta s nehmotnou zemínou, $r_{15} = 6.017$ m, $r_{45} = 20.546$ m, $r_{75} = 40.129$ m,
	<i>ZN3</i>	číslo sledovaného uzlu	1, 2, ..., 13,
	<i>ZN4</i>	sledovaná veličina	X = Výchylka ve směru X, Y = Výchylka ve směru Y, Z = Výchylka ve směru Z, R = Výchylka v radiálním směru, T = Výchylka v tangenciálním směru.

6.6.2 Výsledky řešení úlohy

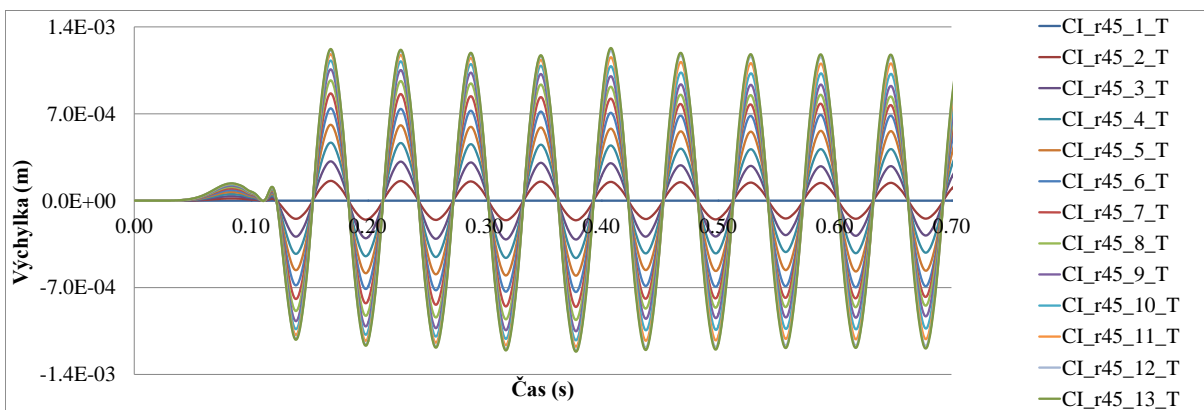
Vliv okrajové podmínky na hranici modelu podzákladí



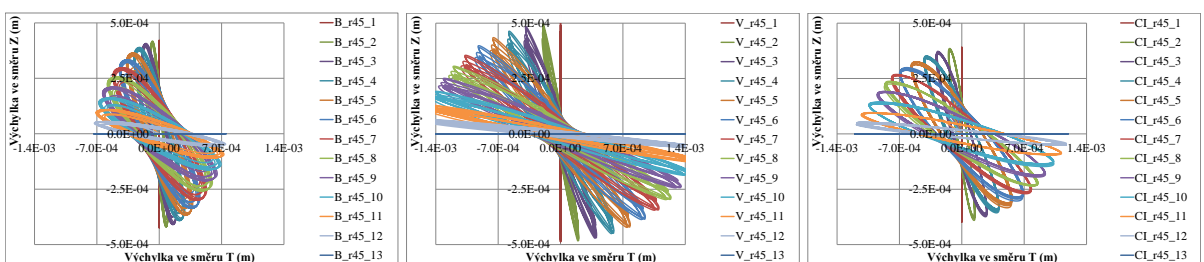
Graf 77 Výchylka sledovaných uzlů – volná hranice.



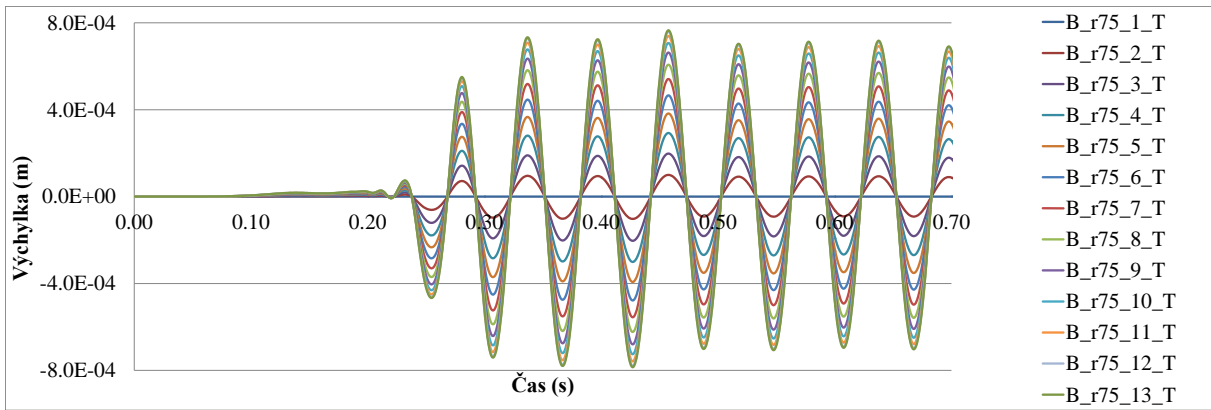
Graf 78 Výchylka sledovaných uzlů – vetknutí.



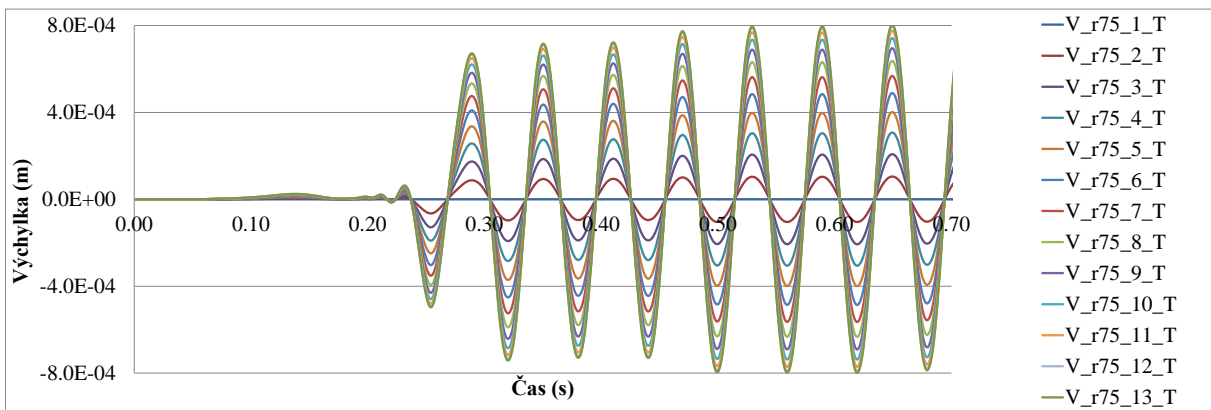
Graf 79 Výchylka sledovaných uzlů – disipativní okrajová podmínka.



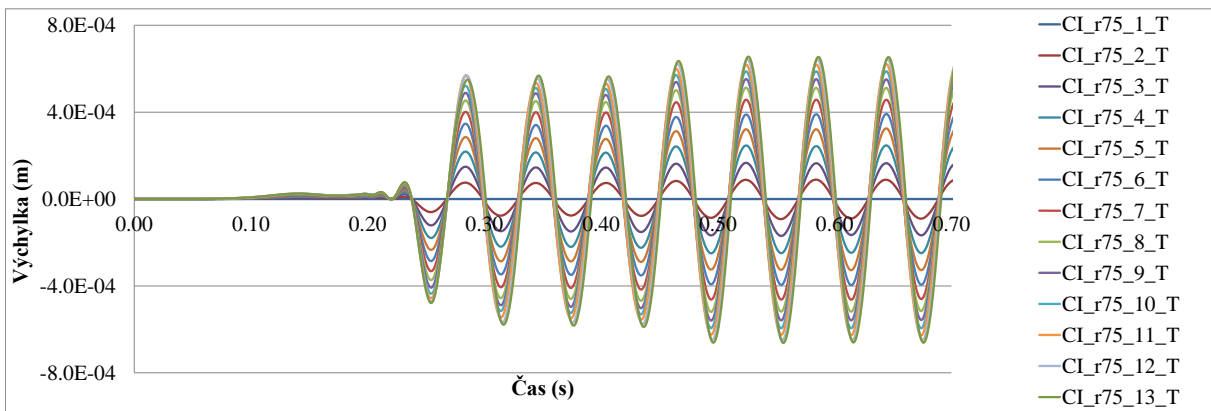
Graf 80 Trajektorie uzlů, $t \in (0.425, 1)$.



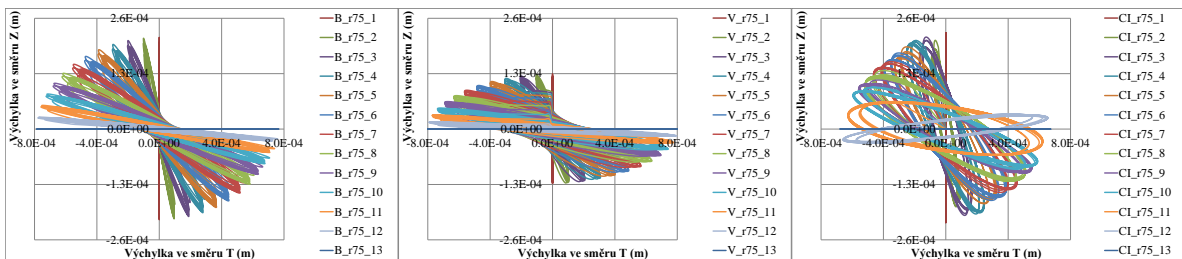
Graf 81 Výchylka sledovaných uzlů – volná hranice.



Graf 82 Výchylka sledovaných uzlů – vetknutí.

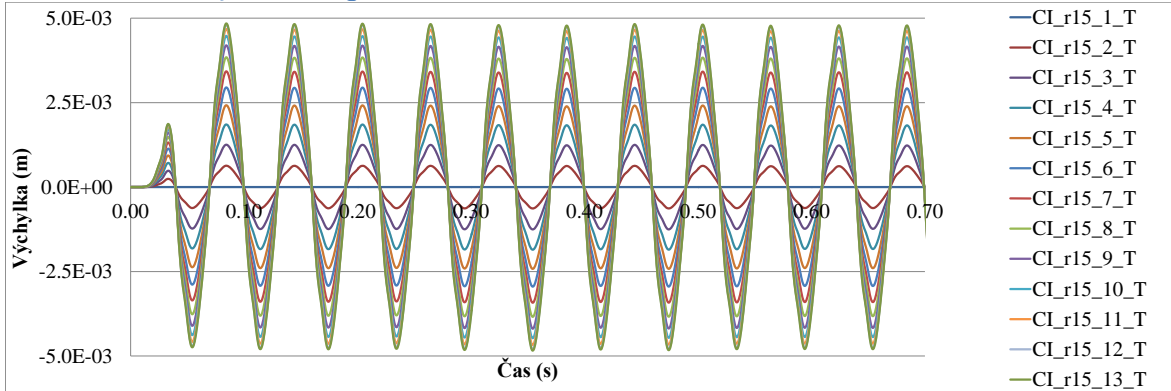


Graf 83 Výchylka sledovaných uzlů – disipativní okrajová podmínka.

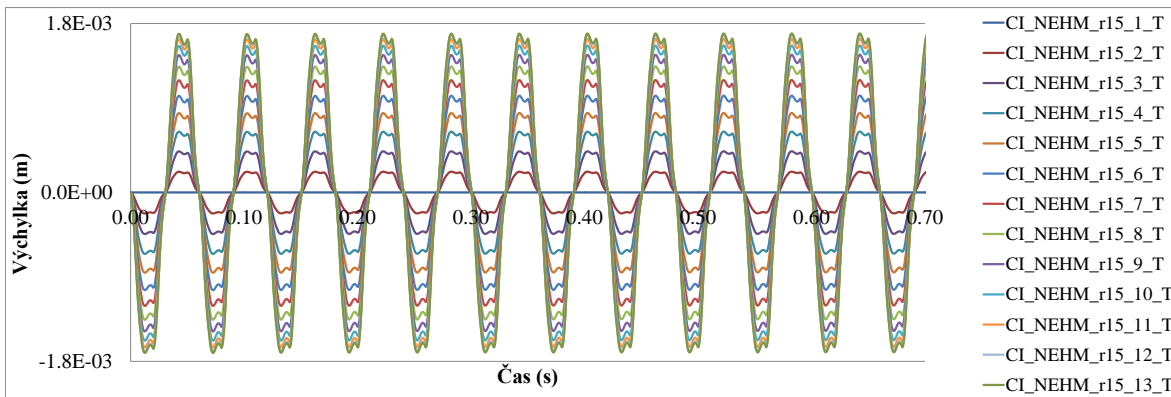


Graf 84 Trajektorie uzlů, $t \in (0.3, 1)$.

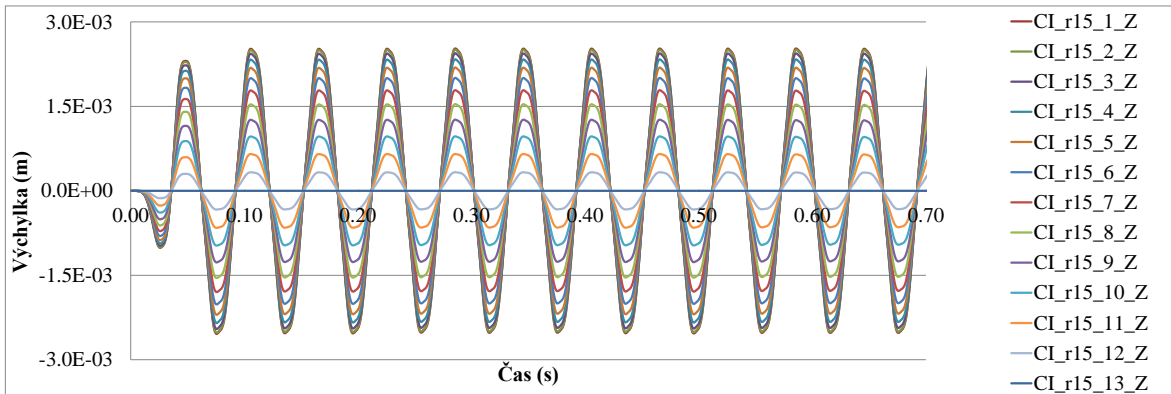
Srovnání odezvy modelu podzákladí s hmotnou a nehmotnou zemínou



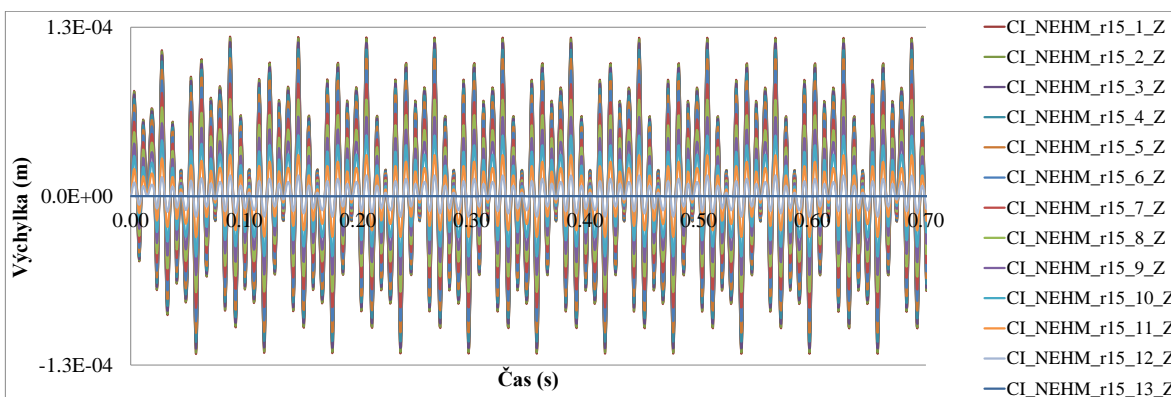
Graf 85 Výchylka sledovaných uzlů –model s hmotnou zemínou.



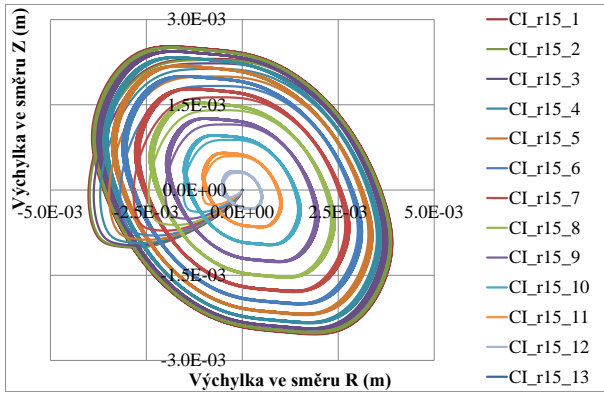
Graf 86 Výchylka sledovaných uzlů –model s nehmotnou zemínou.



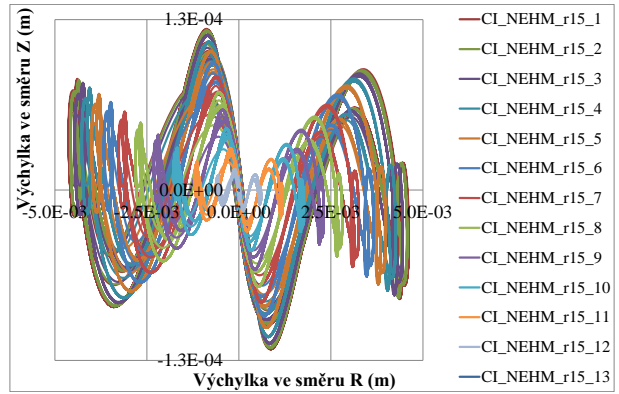
Graf 87 Vertikální výchylka sledovaných uzlů –model s hmotnou zemínou.



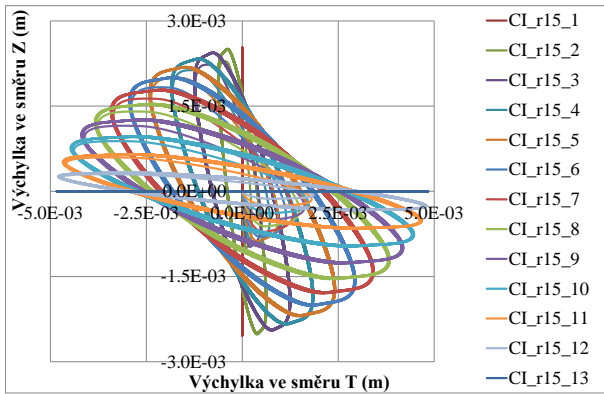
Graf 88 Vertikální výchylka sledovaných uzlů –model s nehmotnou zemínou.



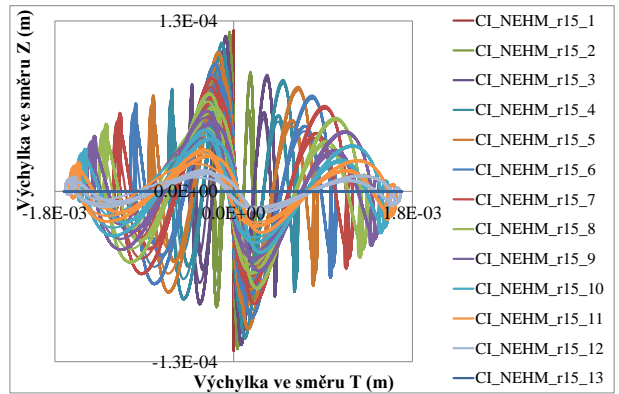
Graf 89 Trajektorie uzlů.



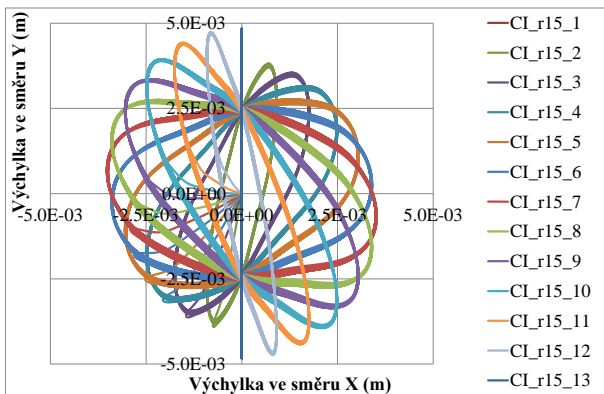
Graf 90 Trajektorie uzlů.



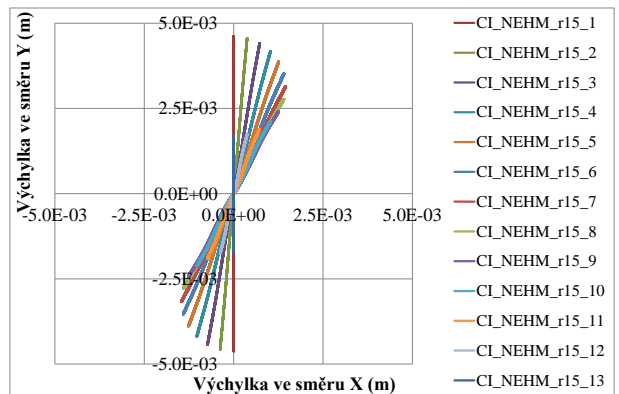
Graf 91 Trajektorie uzlů.



Graf 92 Trajektorie uzlů.



Graf 93 Trajektorie uzlů.

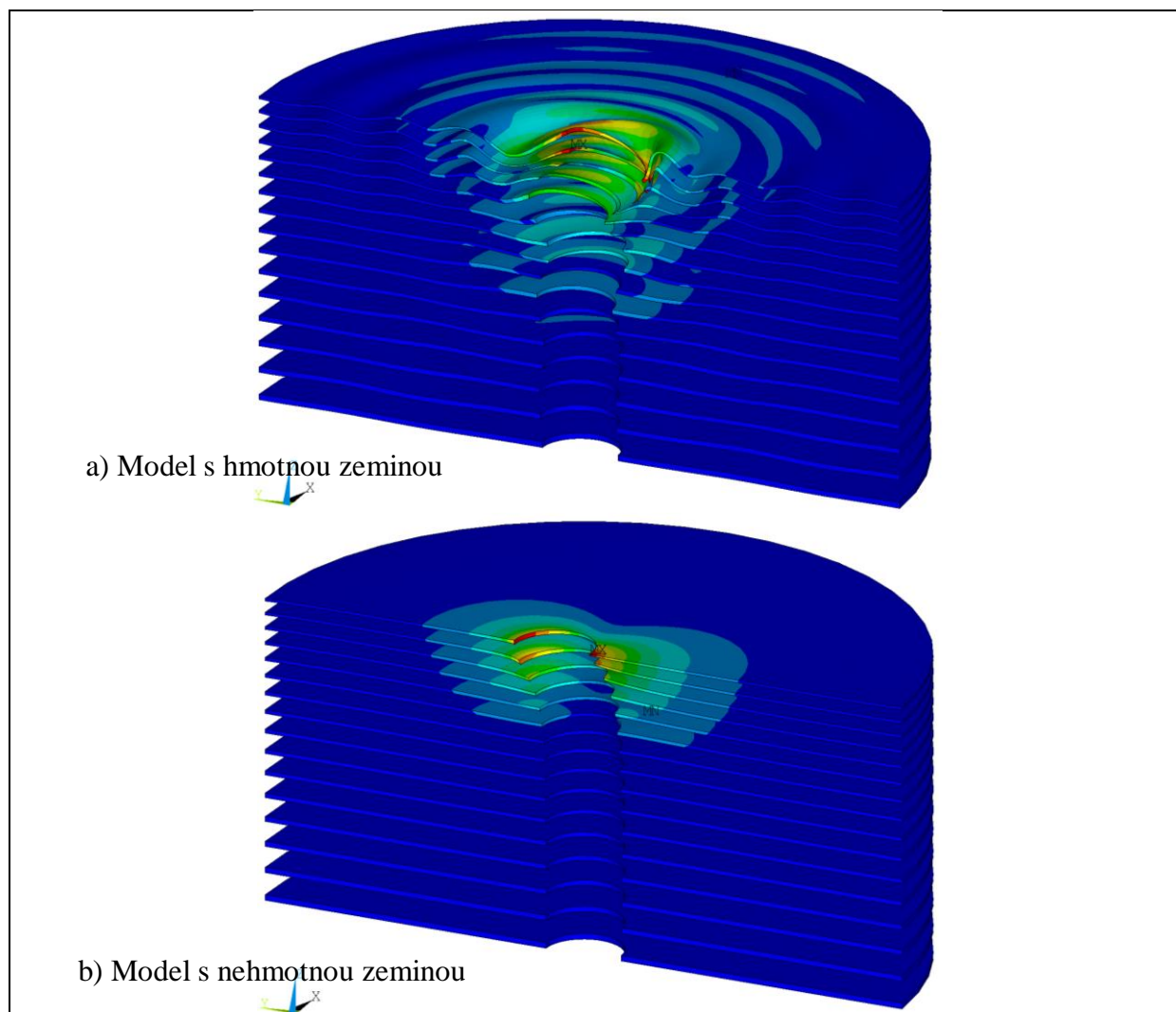


Graf 94 Trajektorie uzlů.

6.6.3 Závěry

Z uvedených výsledků v oddílu 6.6.2 (a příloze 8.3) lze konstatovat:

- Pro dané materiálové charakteristiky můžeme vypočítat rychlosti šíření vln na povrchu modelu $v_p = 1178.51$ m/s, $v_s = 158.91$ m/s $\approx v_r \approx v_l$. Z rychlostí pak stanovíme čas dopadu první sekundární vlny na hranici modelované oblasti $t_s = 0.2754$ s, časy doražení první odražené sekundární vlny k sledovaným řadám uzlů jsou $t_{r75} = 0.3012$ s, $t_{r45} = 0.4245$ s, $t_{r15} = 0.5159$ s.
- Odraz vlnění od okrajové podmínky s „ideálním“ koeficientem viskózního tlumení je minimální. Odraz vlnění od vetknutí a volné hranice je znatelně větší a amplitudy těchto odražených vln mají vzájemně opačné znaménko.
- U modelu s nehmotnou zemínou nedochází k šíření vlnění (viz obrázek 61), nedochází tak k pohybu bodů povrchu po eliptických drahách. Body povrchu oscilují po přímkových drahách, jejichž sklon ve svislé rovině závisí na vzdálenosti od zdroje vlnění. U modelů s nehmotnou zemínou nabývá odezva řádově jiných hodnot, zejména ve vertikálním směru. Odezvy modelu s nehmotnou zemínou pro různé časy jsou lineárně závislé.



Obr. 61 Celkové posuny vybraných vrstev podzákladí, rozdíl modelu s hmotnou a nehmotnou zemínou ($t = 1.0$ s).

6.7 Železobetonový základ v interakci s podzákladím

Tato podkapitola se věnuje komplexnímu srovnání odezvy analýz základních úloh dynamiky modelu konstrukce s prostorovým modelem podzákladí s modely pružin na podloží. Bližší specifikace hledaných klíčových otázek je uvedena v jednotlivých oddílech.

6.7.1 Popis řešené konstrukce

Popis soustrojí

Soustrojí je tvořeno hnací parní turbínou a hnaným odstředivým kompresorem. Nominální rychlost rotorů soustrojí je 6000 otáček za minutu. Nominální hmotnost soustrojí a přidružené technologie (rám, potrubí, přístrojové desky) je uvažována:

- turbína $m = 14\,000$ kg
- kompresor $m = 19\,845$ kg

Soustrojí je usazeno na horní desce stolového základu, do které je kotveno šrouby.

Popis základové konstrukce

Soustrojí je uloženo na silně vyztužený železobetonový základ stolového typu. Horní deska s rozměry 9 420 x 5 900 x 1 000 (délka x šířka x tloušťka, v mm) je nesena čtyřmi sloupy čtvercového průřezu 800 x 800 mm, délky 2 510 mm. Dolní základovou desku s rozměry 8 800 x 5 900 x 1 200 (délka x šířka x tloušťka, v mm) je uložena na dvanácti beraněných prefabrikovaných pilotách čtvercového průřezu 400 x 400 mm, délky 11 500 mm.

Popis podloží

Z měření rychlostí šíření tlakových a smykových vln v zemině byla získána následující funkční závislost velikosti dynamického smykového modulu pružnosti G_{dyn} . Dále byla stanovena hodnota Poissonova součinitele a objemové hmotnosti.

$$G_{\text{dyn}} = (50 + 2h) \text{ (MPa)}, \quad \nu = 0.49 \text{ (-)}, \quad \rho = 1980 \text{ (kg/m}^3\text{)}, \quad (268)$$

kde h je hloubka pod povrchem (m).

6.7.2 Výpočtový model

Při vytváření modelů bylo využito jazyka APDL [101], [118], [119]. Byl sestaven algoritmus, který umožňuje generování modelu podzákladí požadovaných vlastností (Příloha 8.5). Uvedené vstupní soubory jsou schopny vygenerovat model podzákladí tvaru válce/kvádrů pod konstrukcí libovolného tvaru s měnícími se parametry ve směru hloubky bloku zeminy. Dále umožňuje vygenerování řady okrajových podmínek na hranici výpočtového modelu podzákladí.

Model soustrojí a základové konstrukce

Soustrojí je nahrazeno deskami, které jsou modelovány prvky *SHELL43* s různou hustotou tak, aby hmotnost a těžiště modelu soustrojí odpovídalo výkresové dokumentaci. Pro dorovnání hmoty byly přidány tři prvky *MASS21* o celkové hmotnosti 311.61 kg. Protože skutečné rozložení hmoty soustrojí je tak již nahrazeno, jsou ostatní části modelovány prvky *SOLID45* jako izotropní materiál s nulovou objemovou hmotností. Výpočtový model základové konstrukce je tvořen prvky *SOLID45* (viz obrázek 63a).

Model podzákladí

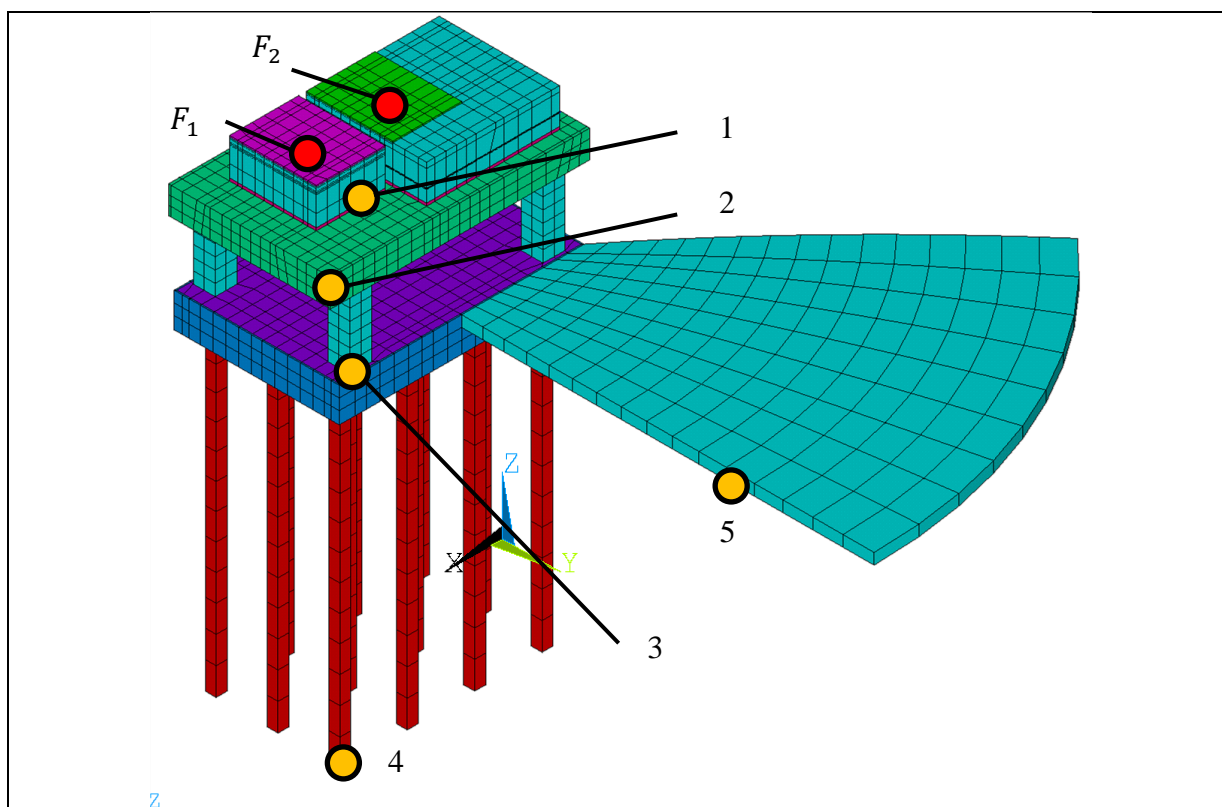
Model podzákladí je vytvořen v pěti variantách: (i) prostorový model podzákladí, (ii) prostorový model podzákladí s nehmotnou zeminou, (iii) pružiny na pilotách „nahrazující“ tuhost prostorového modlu podzákladí (vypočítané z jednotkového posunutí, viz dále), (iv) pružiny a tlumiče na pilotách – ekvivalentní model, (v) pružiny, tlumiče a osamělé hmoty na pilotách – ekvivalentní model.

Ad (i) Prostorový model podzákladí (obrázek 63d). Jsou vytvořeny tři varianty prostorového výpočtového modelu, použitým prvkem je prvek *SOLID45* jehož materiálové charakteristiky se mění v závislosti na vertikální poloze těžiště prvku, dle vztahu (268). Modely jsou vytvořeny ve tvarové variantě válce s následujícím poloměrem a dělením na konečné prvky (v radiálním směru): 18 m (16 prvků), 31 m (28 prvků), 44 m (40 prvků). Menší model vznikl vždy odebráním dvanácti řad prvků z většího modelu. Počet konečných prvků ve vertikálním směru je vždy 40 od spodní hrany základu k modelované hranici podzákladí. Na svislé hranici je disipativní okrajová podmínka s „ideálním“ koeficientem viskózního tlumení, Na spodní hranici modelované oblasti podzákladí je vetknutí.

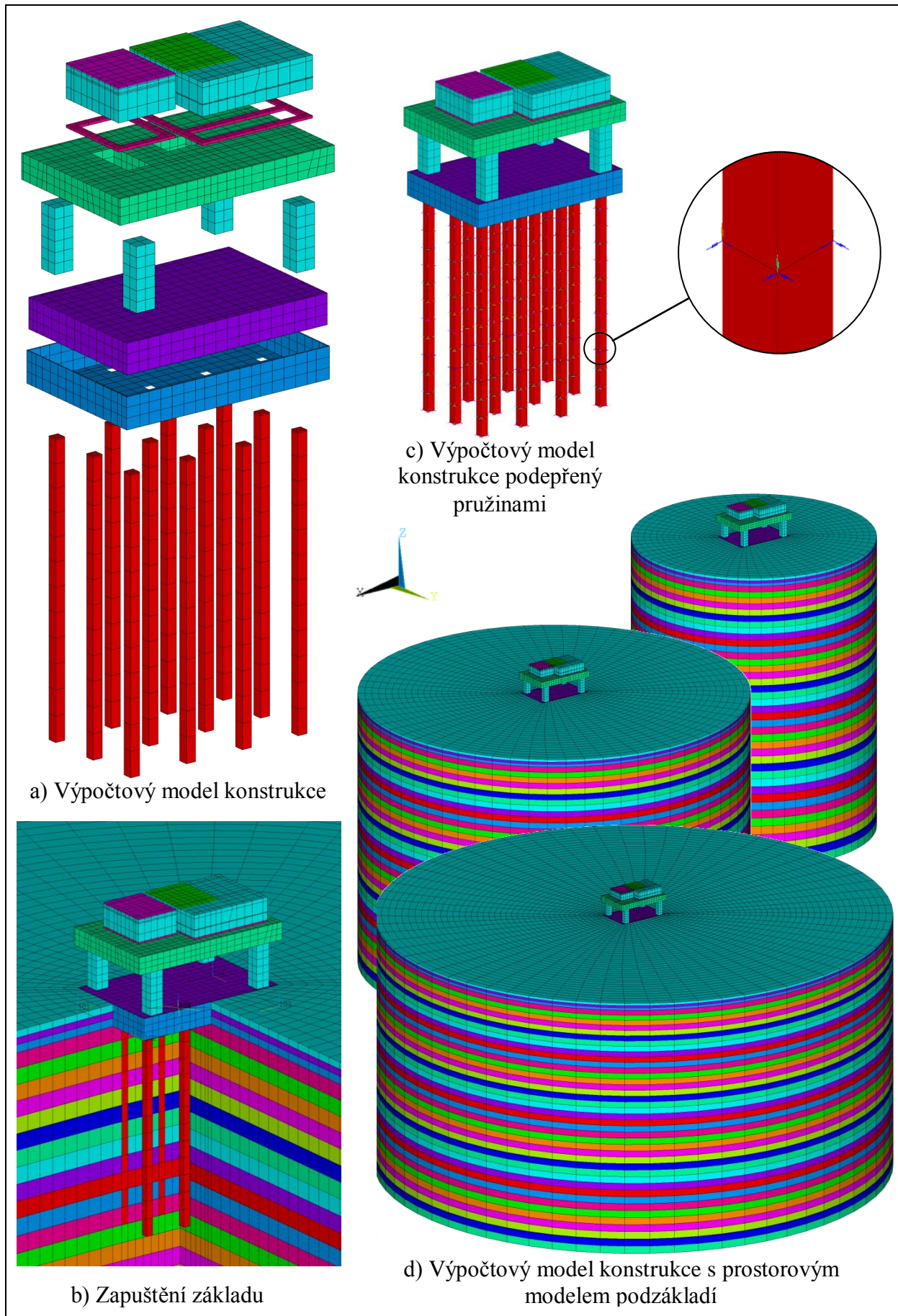
Ad (ii) Prostorový model podzákladí s nehmotnou zeminou. Je vytvořena jedna varianta prostorového modelu s nulovou objemovou tíhou. Jedná se o největší variantu prostorového modelu popsaného výše.

Ad (iii) Pružiny na pilotách „nahrazující“ tuhost prostorového modelu podzákladí (obrázek 63c). Tuhost prostorového modelu je nahrazena třemi ortogonálními pružinami v každém uzlu piloty výpočtového modelu. Tuhost je získána odečtením reakcí vypočítaných z jednotkového posunutí ve směru osy X, Y a Z (Příloha 8.5, Makro XI).

Ad (iv) a ad (v) pružiny (osamělé hmoty) a tlumiče na pilotách (obrázek 63c). Parametry jsou získány z ekvivalentního modelu popsaného v oddílu 4.2.2 dle vztahů (82).



Obr. 62 Sledované uzly (odezva v časové oblasti, harmonická analýza).



Obr. 63 Výpočtový model řešení konstrukce.

6.7.3 Modální analýza

Tento oddíl se věnuje výpočtu frekvencí a tvarů vlastního kmitání základu v interakci s různými modely podzákladím. Zásadními otázkami, na které je hledána odpověď, jsou:

- Jaký je vliv modelů podzákladí na spektrum frekvencí vlastního kmitání?
- Lze v daném spektru určit významné tvary vlastního kmitání?
- Jak normovat vlastní vektory (na matici hmotnosti, na jedničku)?
- Je zásadní rozdíl v náročnosti výpočtu modální analýzy u jednotlivých modelů?

Teoretický popis modální analýzy je uveden v oddílu 5.2.1. Je vyčísleno prvních 50 000 tvarů a frekvencí vlastního kmitání (u modelů s menším počtem stupňů volnosti je vyčíslen maximální počet tvarů a frekvencí vlastního kmitání).

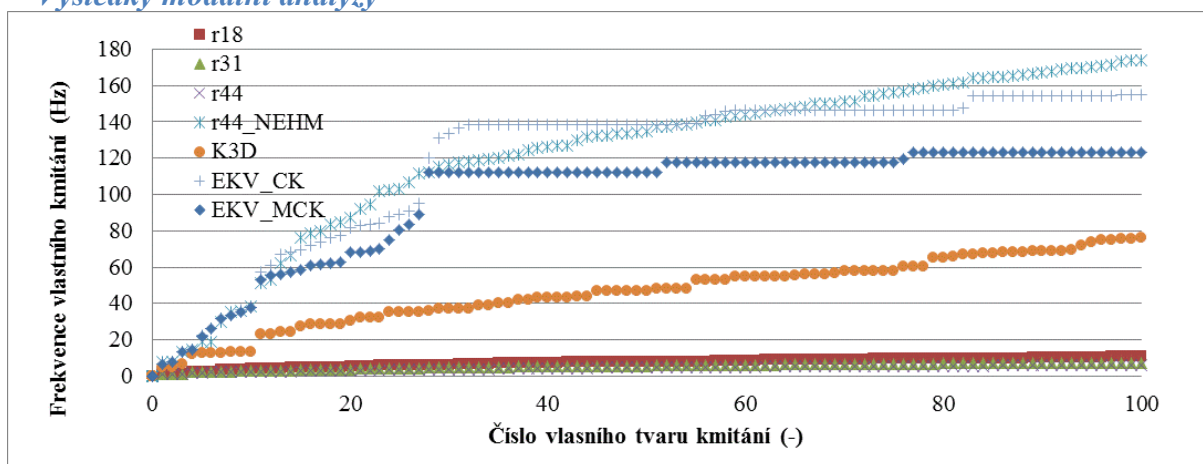
Jsou sledovány a srovnána hodnoty frekvence vlastního kmitání u všech modelů. U modelů s hmotnou zemínou je dále porovnána hodnota frekvencí vybraných vlastních tvarů stejného čísla. Pro určení „významných“ tvarů vlastního kmitání je sledována průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru uzlů konstrukce a uzlů povrchu zeminy (Příloha 8.5, Makro X). Je sledován vliv modelů podzákladí na sledované veličiny popsané výše.

Pro snazší orientaci a přehlednost je zavedeno následné zkrácené značení modelů

$$ZN1_ZN2_ZN3, \quad (269)$$

kde	$ZN1$	je typ modelu podzákladí	$r18, r31, r44$ = prostorový model podzákladí (i), NEHM = varianta s nehmotnou zemínou (ii), K3D = model nahrazující tuhost prostorového modelu podzákladí (iii), EKV_CK (EKV_MCK) = ekvivalentní model obsahující prvky (hmotnostní) tlumící a tuhostní,
	$ZN2$	sledované uzly	MACH = sledované uzly konstrukce, SOIL = sledované uzly povrchu podzákladí,
	$ZN3$	norma vlastního vektoru	U = vlastní vektor normovaný na jedničku, M = vlastní vektor normovaný na matici hmotnosti.

Výsledky modální analýzy



Graf 95 Frekvence vlastního kmitání modelů.

Následující tabulky obsahují číslo a frekvenci vlastního kmitání významných vlastních tvarů. Za významný vlastní tvar je vybrán takový tvar, pro který platí alespoň jedna z těchto podmínek

$$0.33 \leq \overline{|u_x|} \leq 1.0 \wedge \overline{|u_y|} < 0.33, \text{ pro významný tvar vl. kmitu ve směru X,} \quad (270)$$

$$0.33 \leq \overline{|u_y|} \leq 1.0 \wedge \overline{|u_x|} < 0.33, \text{ pro významný tvar vl. kmitu ve směru Y,}$$

$$0.33 \leq \overline{|u_z|} \leq 1.0, \text{ pro významný tvar vlastního kmitání ve směru Z,}$$

$$0.165 \leq \overline{|u_x|} \leq 1.0 \wedge 0.165 \leq \overline{|u_y|} \leq 1.0, \text{ pro významný torzní tvar kolem osy Z,}$$

kde $\overline{|u_x|}, \overline{|u_y|}, \overline{|u_z|}$ jsou průměrné absolutní hodnoty vlastního vektoru sledovaných uzlů konstrukce normovaných na jedničku ve směru X, Y, Z.

Pro výběr těchto významných tvarů vlastního kmitání bylo využito jazyka APDL (Příloha 8.5, Makro XII).

	Směr X			Směr Y			Směr Z			Rotace kolem osy Z		
	N	Frekvence [Hz]	UX	N	Frekvence [Hz]	UY	N	Frekvence [Hz]	UZ	N	Frekvence [Hz]	UX + UY
1	1	0.781	0.935	2	0.781	0.935	4	2.221	0.959	50	7.879	0.657
2	6	2.330	0.619	5	2.330	0.624	21	5.458	0.889	83	9.753	0.592
3	10	4.036	0.345	11	4.037	0.346	38	7.062	0.761	101	10.688	0.533
4	14	4.600	0.969	15	4.601	0.940	51	7.917	0.343	115	11.045	0.621
5	30	6.325	0.799	29	6.324	0.828	61	8.755	0.759	126	11.714	0.604
6	34	6.546	0.354	33	6.532	0.468	78	9.565	0.521	128	11.767	0.603
7	39	7.104	0.614	37	7.043	0.598	102	10.698	0.392	132	11.906	0.602
8	41	7.561	0.650	40	7.473	0.613	105	10.813	0.873	183	13.585	0.368
9	43	7.574	0.642	50	7.879	0.380	112	11.016	0.518	194	13.923	0.562
10	60	8.421	0.807	59	8.389	0.797	146	12.391	0.383	215	14.379	0.522
11	73	9.420	0.677	66	9.175	0.454	201	14.108	0.455	218	14.460	0.561
12	82	9.663	0.347	70	9.265	0.573	221	14.624	0.337	259	15.470	0.532
13	84	9.762	0.828	83	9.753	0.355	239	15.016	0.555	261	15.477	0.532
14	104	10.801	0.493	85	9.775	0.762	245	15.178	0.365	265	15.550	0.524
15	111	10.997	0.497	103	10.710	0.552	258	15.446	0.564	277	15.844	0.521
16	114	11.027	0.402	106	10.831	0.578	299	16.426	0.382	280	15.986	0.522
17	119	11.287	0.715	115	11.045	0.344	307	16.527	0.527	313	16.630	0.513
18	131	11.822	0.565	118	11.232	0.480	371	17.764	0.350	416	18.660	0.462
19	140	12.231	0.346	126	11.714	0.351	424	18.840	0.466	418	18.689	0.459
20	146	12.391	0.519	128	11.767	0.352	462	19.454	0.378	450	19.159	0.446
21	157	12.624	0.494	129	11.812	0.357	525	20.339	0.491	452	19.175	0.443
22	166	13.003	0.601	132	11.906	0.349	574	21.141	0.420	534	20.591	0.433
23	180	13.579	0.713	141	12.239	0.417	576	21.173	0.409	741	23.310	0.510
24	193	13.777	0.485	144	12.374	0.560	625	21.742	0.363	789	23.750	0.523
25	216	14.386	0.457	149	12.499	0.411	652	22.082	0.392	844	24.469	0.486
26	226	14.730	0.541	165	12.931	0.431	667	22.350	0.441	991	26.061	0.514
27	240	15.050	0.427	179	13.547	0.580	701	22.788	0.363	1294	28.818	0.625
28	267	15.612	0.629	188	13.718	0.496	730	23.162	0.352	1494	30.471	0.575
29	278	15.865	0.403	222	14.629	0.655	759	23.465	0.575	1655	31.699	0.450
30	299	16.426	0.410	262	15.521	0.331	775	23.627	0.383	1757	32.420	0.440
31	312	16.606	0.636	306	16.520	0.409	943	25.452	0.440	1758	32.426	0.551
32	363	17.589	0.451	393	18.202	0.445	1092	27.030	0.444	2572	37.601	0.470
33	371	17.764	0.382	408	18.500	0.477	1093	27.034	0.500	2634	37.964	0.449
34	402	18.337	0.501	445	19.092	0.466	1139	27.410	0.350	2983	39.886	0.397
35	440	19.046	0.351	493	19.890	0.505	1154	27.550	0.466			
36	454	19.214	0.621	555	20.825	0.376	1167	27.714	0.336			
37	508	20.035	0.702	628	21.753	0.483	1262	28.531	0.361			
38	563	20.922	0.659	781	23.667	0.367	1271	28.613	0.361			
39	634	21.824	0.393	812	24.085	0.440	1382	29.525	0.357			
40	696	22.743	0.461	827	24.303	0.333	1454	30.162	0.334			
41	992	26.071	0.440	991	26.061	0.340	1503	30.515	0.352			
42				1294	28.818	0.367	1528	30.750	0.434			
43				1419	29.905	0.385	1652	31.680	0.349			
44				1494	30.471	0.345	2016	34.234	0.388			
45							2357	36.348	0.385			
46							2431	36.798	0.397			

Tab. 10 Významné tvary vlastního kmitání u modelu r18.

Směr X			Směr Y			Směr Z			Rotace kolem osy Z			
N	Frekvence [Hz]	UX	N	Frekvence [Hz]	UY	N	Frekvence [Hz]	UZ	N	Frekvence [Hz]	UX + UY	
1	1	0.994	0.905	2	0.994	0.906	6	2.193	0.897	34	4.876	0.581
2	8	2.327	0.517	7	2.327	0.519	15	3.440	0.669	72	6.439	0.611
3	11	3.069	0.512	12	3.069	0.507	23	4.221	0.891	101	7.552	0.476
4	17	3.449	0.469	18	3.449	0.476	41	5.348	0.789	103	7.584	0.642
5	33	4.809	0.705	32	4.806	0.699	63	6.321	0.972	114	7.918	0.613
6	40	5.156	0.422	34	4.876	0.338	73	6.562	0.591	174	9.397	0.603
7	47	5.449	0.765	39	5.154	0.409	96	7.427	0.689	192	9.674	0.620
8	59	6.107	0.882	46	5.445	0.736	145	8.688	0.882	213	10.103	0.635
9	65	6.352	0.618	60	6.109	0.810	146	8.744	0.954	248	10.708	0.617
10	77	6.821	0.757	64	6.345	0.592	193	9.683	0.796	304	11.622	0.603
11	83	7.120	0.582	72	6.439	0.356	202	9.918	0.354	323	11.854	0.465
12	106	7.719	0.634	76	6.817	0.930	222	10.330	0.352	333	11.962	0.593
13	110	7.887	0.831	82	7.079	0.565	277	11.161	0.597	336	12.010	0.576
14	123	8.100	0.653	103	7.584	0.376	302	11.577	0.765	341	12.147	0.594
15	131	8.389	0.450	104	7.688	0.598	312	11.682	0.397	344	12.198	0.591
16	138	8.505	0.717	111	7.887	0.913	315	11.710	0.371	351	12.237	0.533
17	151	8.822	0.654	114	7.918	0.359	335	12.002	0.921	371	12.528	0.589
18	166	9.190	0.625	118	8.044	0.599	441	13.347	0.479	374	12.552	0.620
19	169	9.233	0.465	134	8.449	0.630	487	13.780	0.344	375	12.553	0.566
20	175	9.425	0.482	135	8.449	0.433	538	14.401	0.787	376	12.566	0.589
21	195	9.787	0.554	152	8.822	0.619	542	14.424	0.399	388	12.685	0.575
22	212	10.083	0.494	163	9.174	0.502	546	14.529	0.432	458	13.539	0.383
23	222	10.330	0.496	167	9.216	0.501	592	14.893	0.571	459	13.573	0.566
24	232	10.490	0.813	173	9.335	0.531	622	15.195	0.404	463	13.620	0.569
25	237	10.508	0.793	174	9.397	0.361	638	15.335	0.392	534	14.370	0.554
26	266	10.930	0.507	192	9.674	0.363	659	15.561	0.525	543	14.452	0.554
27	273	11.152	0.363	194	9.709	0.538	725	16.095	0.358	552	14.558	0.466
28	283	11.244	0.508	211	10.050	0.535	765	16.442	0.371	560	14.644	0.431
29	301	11.558	0.406	213	10.103	0.361	810	16.836	0.614	607	15.003	0.543
30	307	11.649	0.531	221	10.326	0.567	869	17.322	0.406	634	15.310	0.534
31	315	11.710	0.348	230	10.429	0.717	919	17.611	0.341	738	16.256	0.478
32	338	12.043	0.545	248	10.708	0.358	928	17.667	0.795	770	16.519	0.511
33	348	12.212	0.533	265	10.915	0.549	1169	19.313	0.512	774	16.542	0.507
34	396	12.733	0.549	274	11.153	0.559	1191	19.455	0.356	786	16.629	0.450
35	406	12.914	0.432	280	11.181	0.551	1320	20.234	0.685	832	17.001	0.497
36	410	12.966	0.603	303	11.607	0.418	1340	20.330	0.546	851	17.111	0.505
37	435	13.283	0.693	304	11.622	0.351	1342	20.345	0.413	857	17.177	0.496
38	443	13.363	0.544	333	11.962	0.348	1529	21.373	0.368	901	17.465	0.434
39	446	13.374	0.437	334	11.983	0.502	1561	21.560	0.663	999	18.203	0.463
40	457	13.524	0.553	336	12.010	0.342	1649	22.018	0.369	1128	19.074	0.448
41	488	13.818	0.587	341	12.147	0.344	1828	22.914	0.378	1137	19.142	0.457
42	506	14.108	0.395	344	12.198	0.346	1832	22.934	0.397	1172	19.325	0.442
43	541	14.416	0.588	345	12.202	0.388	1836	22.944	0.620	1180	19.358	0.409
44	554	14.592	0.593	367	12.441	0.341	1837	22.945	0.454	1279	20.009	0.432
45	598	14.908	0.333	371	12.528	0.341	1879	23.177	0.393	1541	21.447	0.506
46	616	15.163	0.633	374	12.552	0.348	1893	23.238	0.463	1542	21.448	0.614
47	666	15.647	0.624	376	12.566	0.344	1994	23.632	0.406	1619	21.886	0.465
48	674	15.692	0.378	388	12.685	0.340	2016	23.752	0.381	1678	22.143	0.471
49	765	16.442	0.429	389	12.689	0.540	2057	23.932	0.409	1734	22.411	0.475
50	801	16.703	0.347	401	12.858	0.473	2240	24.729	0.384	1820	22.881	0.487
51	827	16.967	0.553	407	12.934	0.508	2263	24.835	0.474	1834	22.940	0.363
52	837	17.018	0.343	428	13.228	0.581	2396	25.357	0.495	2058	23.939	0.476
53	854	17.167	0.359	438	13.322	0.614	2422	25.511	0.369	2233	24.717	0.542
54	872	17.336	0.354	453	13.489	0.620	2457	25.641	0.418	2299	24.970	0.446
55	889	17.400	0.359	486	13.774	0.536	2480	25.718	0.497	2314	25.011	0.536
56	893	17.422	0.345	509	14.116	0.375	2568	26.080	0.339	2317	25.017	0.431
57	919	17.611	0.384	537	14.399	0.448	2700	26.574	0.498	2322	25.042	0.436
58	971	18.017	0.498	553	14.576	0.340	2753	26.769	0.491	2520	25.915	0.581
59	1013	18.257	0.483	613	15.097	0.622	2825	27.052	0.362	3013	27.702	0.499
60	1053	18.552	0.732	658	15.557	0.540	2846	27.134	0.410	3020	27.734	0.559

Tab. 11 Významné tvary vlastního kmitání u modelu r31 – 1. část.

Směr X			Směr Y			Směr Z			Rotace kolem osy Z			
N	Frekvence [Hz]	UX	N	Frekvence [Hz]	UY	N	Frekvence [Hz]	UZ	N	Frekvence [Hz]	UX + UY	
61	1089	18.787	0.387	754	16.337	0.364	2879	27.270	0.347	3161	28.236	0.504
62	1123	19.055	0.381	806	16.800	0.680	2935	27.458	0.432	3352	28.902	0.502
63	1276	19.963	0.364	871	17.327	0.395	3003	27.656	0.420	3444	29.180	0.496
64	1365	20.480	0.581	1088	18.783	0.459	3011	27.693	0.376	3699	30.034	0.507
65	1429	20.802	0.375	1129	19.103	0.427	3094	27.986	0.473	4003	30.903	0.614
66	1464	21.070	0.491	1359	20.463	0.351	3153	28.206	0.392	4075	31.175	0.523
67	1542	21.448	0.434	1461	21.035	0.580	3157	28.223	0.474	4616	32.679	0.444
68	1832	22.934	0.416	1805	22.734	0.355	3474	29.287	0.465	4617	32.683	0.557
69	1895	23.251	0.346	1833	22.936	0.357	3484	29.337	0.434	4626	32.697	0.471
70	1957	23.458	0.632	1959	23.465	0.372	3681	29.989	0.333	5140	34.116	0.530
71	2057	23.932	0.366	2520	25.915	0.347	3800	30.339	0.349	5316	34.565	0.509
72	2402	25.386	0.374	2820	27.024	0.378	4038	31.029	0.441	5639	35.365	0.407
73	2496	25.798	0.555	3500	29.386	0.418	4326	31.915	0.406			
74	2762	26.824	0.411	4003	30.903	0.360	4406	32.113	0.432			
75	2795	26.927	0.364				4504	32.369	0.407			
76	2863	27.214	0.448				4825	33.275	0.339			
77	3611	29.724	0.379									

Tab. 12 Významné tvary vlastního kmitání u modelu r31 – 2. část.

Směr X			Směr Y			Směr Z			Rotace kolem osy Z			
N	Frekvence [Hz]	UX	N	Frekvence [Hz]	UY	N	Frekvence [Hz]	UZ	N	Frekvence [Hz]	UX + UY	
1	1	1.083	0.857	2	1.083	0.858	6	2.096	0.771	28	3.605	0.399
2	7	2.123	0.744	8	2.123	0.745	15	2.860	0.837	64	5.155	0.424
3	11	2.580	0.509	12	2.580	0.508	27	3.543	0.918	81	5.542	0.658
4	32	3.882	0.792	31	3.882	0.784	47	4.565	0.987	138	6.880	0.481
5	38	4.055	0.723	37	4.055	0.719	73	5.370	0.981	159	7.152	0.659
6	44	4.373	0.979	43	4.373	0.972	115	6.378	0.977	167	7.393	0.546
7	52	4.615	0.763	53	4.615	0.758	139	6.980	0.723	168	7.412	0.640
8	63	5.133	0.575	62	5.132	0.591	162	7.339	0.690	250	8.543	0.638
9	96	5.890	0.695	81	5.542	0.385	223	8.197	0.958	271	8.852	0.643
10	104	6.057	0.868	82	5.570	0.359	254	8.603	0.687	293	9.123	0.461
11	110	6.258	0.780	95	5.882	0.674	282	8.896	0.459	297	9.157	0.626
12	112	6.283	0.365	103	6.054	0.795	321	9.448	0.736	299	9.178	0.621
13	118	6.446	0.838	109	6.251	0.729	331	9.502	0.333	307	9.249	0.607
14	145	7.029	0.506	119	6.447	0.763	374	10.020	0.793	330	9.502	0.626
15	175	7.506	0.514	141	7.007	0.519	412	10.394	0.367	395	10.190	0.627
16	181	7.592	0.844	159	7.152	0.384	424	10.481	0.495	428	10.499	0.622
17	185	7.665	0.651	168	7.412	0.375	458	10.759	0.716	464	10.843	0.607
18	204	7.980	0.536	174	7.488	0.554	461	10.785	0.573	469	10.873	0.573
19	215	8.081	0.362	177	7.570	0.706	539	11.396	0.553	475	10.922	0.626
20	216	8.083	0.752	182	7.638	0.574	586	11.848	0.743	478	10.948	0.616
21	217	8.084	0.752	203	7.979	0.539	643	12.198	0.686	479	10.972	0.553
22	225	8.206	0.687	208	8.023	0.492	666	12.444	0.907	491	11.021	0.616
23	229	8.238	0.696	211	8.057	0.654	740	12.901	0.352	506	11.239	0.605
24	257	8.664	0.485	224	8.205	0.596	794	13.261	0.344	570	11.748	0.504
25	308	9.275	0.555	250	8.543	0.376	817	13.395	0.655	591	11.883	0.598
26	310	9.320	0.816	251	8.593	0.496	876	13.763	0.419	593	11.885	0.598
27	315	9.366	0.338	271	8.852	0.374	932	14.089	0.693	616	12.055	0.587
28	318	9.406	0.496	297	9.157	0.367	991	14.410	0.881	668	12.455	0.590
29	330	9.502	0.401	299	9.178	0.364	1040	14.683	0.343	675	12.505	0.435
30	337	9.614	0.510	304	9.220	0.550	1112	15.050	0.379	682	12.520	0.586
31	339	9.624	0.497	307	9.249	0.363	1136	15.170	0.354	698	12.649	0.575
32	353	9.786	0.536	309	9.276	0.766	1159	15.308	0.422	708	12.702	0.590
33	363	9.909	0.756	331	9.502	0.506	1163	15.319	0.882	712	12.710	0.589
34	365	9.921	0.743	336	9.573	0.514	1202	15.468	0.505	732	12.835	0.583
35	389	10.141	0.433	352	9.774	0.506	1232	15.637	0.462	789	13.218	0.577

Tab. 13 Významné tvary vlastního kmitání u modelu r44 – 1. část.

	Směr X			Směr Y			Směr Z			Rotace kolem osy Z		
	N	Frekvence [Hz]	UX	N	Frekvence [Hz]	UY	N	Frekvence [Hz]	UZ	N	Frekvence [Hz]	UX + UY
36	415	10.410	0.495	362	9.890	0.646	1234	15.653	0.334	834	13.511	0.573
37	441	10.587	0.500	364	9.919	0.475	1305	15.961	0.847	882	13.789	0.571
38	473	10.910	0.604	395	10.190	0.364	1403	16.415	0.704	891	13.819	0.566
39	485	11.003	0.512	411	10.372	0.561	1416	16.497	0.337	917	14.015	0.553
40	500	11.165	0.510	428	10.499	0.361	1463	16.680	0.383	927	14.057	0.562
41	505	11.225	0.752	438	10.577	0.576	1550	17.081	0.670	956	14.223	0.553
42	532	11.347	0.757	464	10.843	0.354	1587	17.230	0.415	957	14.245	0.561
43	549	11.512	0.475	469	10.873	0.331	1593	17.238	0.347	965	14.270	0.559
44	559	11.626	0.519	472	10.880	0.646	1654	17.496	0.525	1004	14.497	0.525
45	563	11.663	0.528	475	10.922	0.355	1657	17.501	0.611	1056	14.759	0.530
46	597	11.922	0.574	478	10.948	0.357	1682	17.577	0.534	1066	14.804	0.428
47	617	12.064	0.470	480	10.973	0.543	1690	17.595	0.383	1135	15.170	0.534
48	623	12.101	0.392	491	11.021	0.359	1709	17.696	0.673	1136	15.170	0.493
49	644	12.204	0.391	497	11.100	0.557	1992	18.748	0.704	1265	15.801	0.522
50	654	12.340	0.518	506	11.239	0.349	2002	18.783	0.552	1274	15.837	0.529
51	695	12.615	0.600	522	11.318	0.594	2021	18.830	0.381	1291	15.893	0.519
52	705	12.686	0.605	548	11.508	0.558	2118	19.219	0.393	1328	16.073	0.514
53	729	12.800	0.449	554	11.587	0.573	2122	19.235	0.343	1340	16.125	0.520
54	740	12.901	0.540	591	11.883	0.348	2142	19.319	0.349	1354	16.208	0.511
55	781	13.144	0.562	593	11.885	0.348	2207	19.499	0.722	1462	16.680	0.482
56	790	13.240	0.559	599	11.945	0.558	2211	19.515	0.398	1463	16.680	0.474
57	795	13.264	0.518	616	12.055	0.346	2450	20.274	0.401	1562	17.133	0.501
58	847	13.578	0.524	649	12.308	0.358	2542	20.552	0.338	1704	17.655	0.433
59	866	13.712	0.581	651	12.321	0.564	2592	20.707	0.339	1737	17.797	0.477
60	922	14.042	0.420	668	12.455	0.342	2645	20.900	0.539	1749	17.825	0.492
61	926	14.046	0.410	682	12.520	0.341	2776	21.287	0.437	1832	18.165	0.469
62	944	14.164	0.558	688	12.592	0.366	2876	21.565	0.487	1842	18.205	0.476
63	973	14.293	0.390	692	12.607	0.424	2884	21.584	0.572	2095	19.119	0.449
64	985	14.373	0.457	698	12.649	0.336	3076	22.127	0.384	2298	19.793	0.435
65	1009	14.531	0.611	701	12.667	0.454	3214	22.479	0.500	2301	19.798	0.434
66	1027	14.617	0.615	708	12.702	0.342	3344	22.823	0.353	2727	21.127	0.436
67	1070	14.846	0.658	712	12.710	0.342	3362	22.855	0.471	2939	21.747	0.471
68	1074	14.864	0.590	723	12.776	0.432	3460	23.110	0.407	2940	21.753	0.440
69	1097	14.996	0.605	732	12.835	0.341	3505	23.207	0.341	2964	21.827	0.457
70	1128	15.126	0.626	738	12.886	0.574	3606	23.498	0.468	3485	23.161	0.495
71	1234	15.653	0.579	767	13.071	0.589	3608	23.503	0.431	4326	25.207	0.554
72	1277	15.855	0.398	786	13.191	0.422	3819	24.007	0.350	4591	25.764	0.556
73	1278	15.856	0.385	789	13.218	0.336	3981	24.433	0.422	4683	25.960	0.425
74	1326	16.051	0.380	834	13.511	0.334	4002	24.466	0.374	4836	26.321	0.496
75	1330	16.100	0.387	846	13.572	0.531	4004	24.470	0.383	5048	26.754	0.412
76	1360	16.221	0.368	861	13.679	0.646	4091	24.642	0.419	5633	27.890	0.641
77	1361	16.248	0.448	882	13.789	0.332	4148	24.781	0.392	5640	27.897	0.512
78	1401	16.403	0.556	920	14.025	0.425	4192	24.872	0.403	5779	28.176	0.646
79	1416	16.497	0.572	943	14.141	0.405	4199	24.881	0.355	5907	28.435	0.422
80	1434	16.592	0.448	1005	14.503	0.654	4218	24.935	0.444	6063	28.734	0.391
81	1521	16.933	0.585	1023	14.600	0.335	4219	24.935	0.428			
82	1551	17.085	0.677	1067	14.824	0.512	4251	25.007	0.370			
83	1576	17.201	0.464	1072	14.859	0.347	4354	25.256	0.365			
84	1690	17.595	0.447	1086	14.928	0.663	4477	25.514	0.411			
85	1799	18.047	0.417	1122	15.103	0.543	4512	25.604	0.343			
86	1917	18.491	0.554	1197	15.442	0.388	4556	25.688	0.369			
87	1930	18.523	0.676	1230	15.628	0.405	4596	25.773	0.352			
88	1931	18.524	0.641	1255	15.768	0.400	4597	25.774	0.456			
89	1951	18.584	0.423	1318	16.023	0.333	4759	26.154	0.444			
90	1981	18.697	0.415	1348	16.167	0.371	4887	26.428	0.456			

Tab. 14 Významné tvary vlastního kmitání u modelu r44 – 2. Část.

	Směr X			Směr Y			Směr Z			Rotace kolem osy Z		
	N	Frekvence [Hz]	UX	N	Frekvence [Hz]	UY	N	Frekvence [Hz]	UZ	N	Frekvence [Hz]	UX + UY
91	2043	18.947	0.519	1353	16.204	0.693	4920	26.499	0.556			
92	2115	19.199	0.439	1394	16.373	0.379	4924	26.509	0.541			
93	2211	19.515	0.340	1414	16.489	0.496	4945	26.550	0.365			
94	2277	19.731	0.358	1507	16.865	0.524	4948	26.557	0.379			
95	2293	19.773	0.415	1543	17.039	0.458	4951	26.560	0.363			
96	2314	19.841	0.354	1574	17.197	0.397	4965	26.592	0.433			
97	2381	20.066	0.637	1691	17.597	0.430	5021	26.695	0.372			
98	2388	20.095	0.531	1907	18.449	0.497	5095	26.859	0.449			
99	2532	20.532	0.450	1950	18.580	0.342	5156	26.965	0.415			
100	2614	20.804	0.453	2035	18.904	0.460	5318	27.295	0.436			
101	2730	21.136	0.365	2261	19.681	0.562	5370	27.395	0.340			
102	2849	21.492	0.487	2386	20.073	0.561	5378	27.409	0.412			
103	2933	21.724	0.337	2605	20.788	0.377	5454	27.569	0.466			
104	2971	21.857	0.333	2726	21.125	0.335	5471	27.595	0.359			
105	3056	22.059	0.402	2818	21.386	0.359	5472	27.600	0.356			
106	3099	22.177	0.395	2848	21.491	0.339	5506	27.665	0.368			
107	3286	22.668	0.468	2899	21.640	0.509	5559	27.759	0.446			
108	3348	22.829	0.340	2907	21.652	0.388	5653	27.923	0.366			
109	3562	23.397	0.338	3643	23.587	0.448	5743	28.095	0.452			
110	3608	23.503	0.414	3892	24.214	0.355	5938	28.494	0.366			
111	3721	23.775	0.492	4205	24.888	0.346	5962	28.548	0.374			
112	4104	24.676	0.397	4548	25.674	0.443	5967	28.555	0.392			
113	4277	25.081	0.486	4591	25.764	0.342	5984	28.582	0.495			
114	4451	25.455	0.408	5104	26.871	0.352	5986	28.584	0.394			
115	5764	28.140	0.389	5121	26.899	0.356	5993	28.601	0.470			
116				5633	27.890	0.386	6113	28.817	0.335			
117				5779	28.176	0.387						

Tab. 15 Významné tvary vlastního kmitání u modelu r44 – 3. část.

	Směr X			Směr Y			Směr Z			Rotace kolem osy Z		
	N	Frekvence [Hz]	UX	N	Frekvence [Hz]	UY	N	Frekvence [Hz]	UZ	N	Frekvence [Hz]	UX + UY
1	2	7.979	0.711	1	7.601	0.660	4	14.454	0.844	3	13.182	0.578
2	5	18.787	0.499	3	13.182	0.336	5	18.787	0.347	8	35.082	0.598
3	7	29.962	0.338	6	18.921	0.570	6	18.921	0.352	209	263.533	0.375
4				8	35.082	0.363	7	29.962	0.392	210	263.613	0.381
5							9	36.053	0.372	345	433.787	0.392
6							10	38.288	0.430	485	626.506	0.411
7							15	76.341	0.373			

Tab. 16 Významné tvary vlastního kmitání u modelu r44_NEHM.

	Směr X			Směr Y			Směr Z			Rotace kolem osy Z		
	N	Frekvence [Hz]	UX	N	Frekvence [Hz]	UY	N	Frekvence [Hz]	UZ	N	Frekvence [Hz]	UX + UY
1	2	4.947	0.800	1	4.556	0.712	10	13.465	0.447	3	6.602	0.668
2	15	27.515	0.439	3	6.602	0.387	15	27.515	0.377	20	30.413	0.648
3				20	30.413	0.389	23	32.488	0.390			
4							28	36.015	0.460			

Tab. 17 Významné tvary vlastního kmitání u modelu K3D.

Směr X			Směr Y			Směr Z			Rotace kolem osy Z			
N	Frekvence [Hz]	UX	N	Frekvence [Hz]	UY	N	Frekvence [Hz]	UZ	N	Frekvence [Hz]	UX + UY	
1	2	7.982	0.534	1	6.426	0.522	3	13.441	0.870	4	14.519	0.548
2			0.550	6	26.315	0.343	5	22.362	0.419			0.475
3					0.391	6	26.315	0.390				
4								0.459				
5								0.332				

Tab. 18 Významné tvary vlastního kmitání u modelu EKV_CK.

Směr X			Směr Y			Směr Z			Rotace kolem osy Z			
N	Frekvence [Hz]	UX	N	Frekvence [Hz]	UY	N	Frekvence [Hz]	UZ	N	Frekvence [Hz]	UX + UY	
1	2	7.954	0.533	1	6.409	0.521	3	13.180	0.876	4	14.496	0.548
2	7	31.453	0.551	6	25.865	0.350	5	21.961	0.419	10	37.596	0.479
3				8	33.206	0.402	6	25.865	0.393			
4							9	35.446	0.456			

Tab. 19 Významné tvary vlastního kmitání u modelu EKV_MCK.

Výpočtový model	r18	r31	r44	r44_NEHM	K3D	EKV_CK	EKV_MCK
Velikost výsledkového souboru [GB]	216	299	381	106	6.72	6.72	6.72
Počet vypočtených tvarů vlastního kmitání [-]	50 000	50 000	50 000	13 959	13 959	13 959	13 959

Tab. 20 Velikost výsledkového souboru modální analýzy.

Závěry

Z uvedených výsledků v oddíle 6.7.3 (a příloze 8.4) lze konstatovat:

- Z výsledků modální analýzy lze pozorovat velký rozdíl v trendu závislosti frekvence vlastního kmitání na číslu vlastního tvaru u výpočtových modelů s prostorovým modelem podzákladí s hmotnou zemínou a u ostatních porovnávaných modelů. Hmotný prostorový model podloží zásadně mění spektrum frekvencí vlastního kmitání.
- Spektrum frekvencí vlastního kmitání u modelů s pružinami na pilotách je vzájemně velmi podobné. Z grafu závislosti frekvence vlastního kmitání na číslu vlastního tvaru kmitání jsou u těchto modelů rozpoznatelné „násobné“ frekvence kmitání pilot (dvacet čtyři téměř shodných vlastních frekvencí odpovídající dvanácti pilotám, kde každá kmitá ve dvou směrech), viz graf 95.
- Model s pružinami na pilotách nahrazující tuhost prostorového modelu (K3D) je ze zjednodušených modelů nejbližší hmotnému prostorovému modelu.
- Přidaná hmota u ekvivalentního modelu nepatrně vylepšila vlastnosti modelu, ne však zásadně.
- Hledání (stanovení) významných tvarů vlastního kmitání u modelů s hmotným prostorovým modelem podzákladí není triviální problém. Způsob normování vlastních vektorů významně ovlivní počet vybraných významných tvarů vlastního kmitání (zvláště u tvarů s vyšší frekvencí vlastního kmitání). Normování vlastních vektorů na matici hmotnosti je pro výběr „významných“ tvarů méně vhodné, vlastní tvary jsou zkrácené kmitající hmotou podzákladí. Což lze považovat za nevýhodu, protože některé na modální analýzu navazující analýzy oblasti dynamiky (například metoda lineárních spekter odezvy) vyžadují normování tvarů vlastního kmitání na matici hmotnosti. Pro výběr významných tvarů vlastního kmitání se jeví jak nejvýhodnější

sledování průměrné absolutní hodnoty vlastního vektoru sledovaných uzlů konstrukce normovaného na jedničku. Za významný tvar lze pak považovat tvar s „vysokou“ hodnotou průměrné výchylky konstrukce, nebo tvar s „nízkou“ hodnotou průměrné výchylky povrchu zeminy. Stanovení hranice „vysoká“ („nízká“) je však obtížné.

- Z parametru průměrné absolutní hodnoty vlastního vektoru sledovaných uzlů lze určit oblasti „významných“ tvarů kmitu. U modelů s prostorovým modelem podzákladí s hmotnou zeminou jsou to oblasti blízké frekvencím {10, 30, 45} Hz. U ostatních řešených modelů jsou to oblasti blízké frekvencím {8, 12, 25, 35, 60, 90} Hz.
- Na základě určených „významných“ tvarů vlastního kmitání lze určit odhad rezonančních oblastí. Vzájemným porovnáním grafů a tabulek výsledků modální analýzy a odezvy na dynamické buzení můžeme usoudit, že odhad rezonančních oblastí na základě „významných“ vlastních tvarů je v řešené oblasti přesný.
- Počet „významných“ tvarů vlastního kmitání se u modelů s hmotnou a nehmotnou zeminou značně liší. Shrneme-li „významné“ tvary vlastního kmitání sobě blízké frekvence u modelů s hmotnou zeminou do jedné rezonanční oblasti, můžeme konstatovat, že počet rezonančních oblastí u modelů s hmotnou zeminou je větší než počet „významných“ tvarů vlastního kmitání u modelů s nehmotnou zeminou. Navíc rezonanční oblasti u modelů s hmotnou zeminou mají ve srovnání s „významnými“ vlastními tvary kmitu u modelů s nehmotnou zeminou různou hodnotu vlastní frekvence.
- Náročnost výpočtu (objem dat, výpočtový čas) modální analýzy je značná, zvláště u modelů s hmotným prostorovým modelem.

6.7.4 Dynamické buzení konstrukce

Tento oddíl se věnuje vyčíslení odezvy konstrukce v interakci s různými modely podzákladí na dynamické zatížení v časové oblasti a jejímu vzájemnému porovnání. Zásadními otázkami, na které je hledána odpověď, jsou:

- Umožní nám disipativní okrajová podmínka dostatečně přesné řešení s menším výpočtovým modelem?
- Je odezva prostorových modelů s hmotnou a nehmotnou zeminou shodná (blízká)?
- Je odezva prostorových modelů s hmotnou zeminou shodná (blízká) s odezvou zjednodušeným modelům pružin na pilotách?

V modelované úloze je dynamické zatížení vyvoláno provozem kompresoru a turbíny. Skutečné působení soustrojí je nahrazeno modelem dynamického buzení, a to čtyřmi silami vyjádřenými jako funkce času. Model buzení se skládá pouze z jedné části – „fiktivní“ rozběh.

Budící síly jsou umístěny na ose rotace rotoru, která je rovnoběžná s osou X a prochází body F_1 a F_2 , tyto síly rotují ve stejné fázi s lineárně rostoucí budící frekvencí v rovinách rovnoběžných s rovinou YZ a procházejícími body F_1 a F_2 . Je sledována výchylka, rychlost a zrychlení vybraných pěti uzlů konstrukce: (1) střední uzel horní desky základu, (2) rohový uzel horní desky základu, (3) střední uzel paty sloupu, (4) uzel paty rohové piloty, (5) uzel povrchu podzákladí ležící na ose Y ve vzdálenosti 15 m od středu základu.

Parametry rozběhu stroje:

- Čas rozběhu 10 s
- Lineární nárůst budící frekvence $f_{t=10s} = 100$ Hz
- Amplituda odstředivé síly (nestandardně konstantní pro všechny frekvence)
turbíny $F_1 = 1600$ N,
kompresoru $F_2 = 14520$ N
- Stejná fáze.

Pro snazší orientaci a přehlednost výsledků je zavedeno následné zkrácené značení

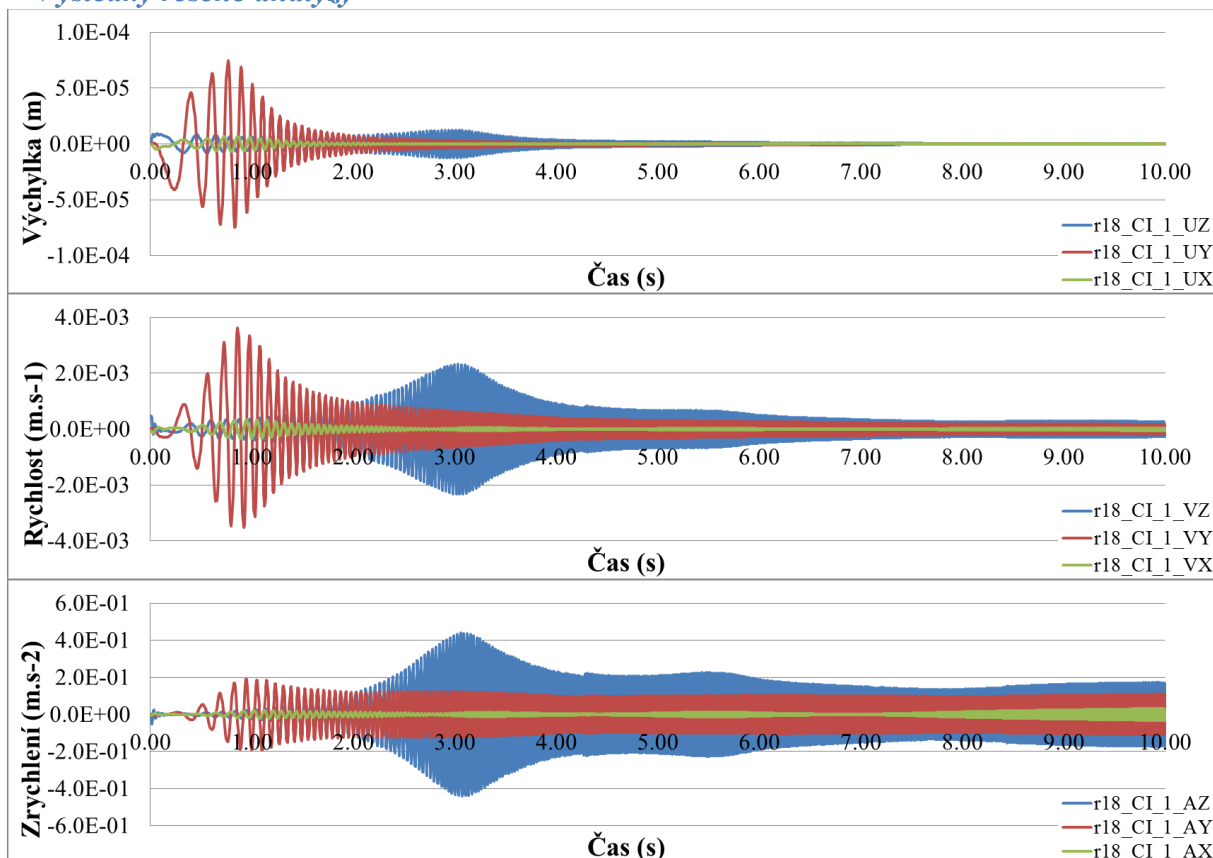
$$ZN1_ZN2_ZN3, \quad (271)$$

kde $ZN1$ je typ modelu podzákladí $r18, r31, r44$ = prostorový model podzákladí (i),
NEHM = varianta s nehmotnou zeminou (ii),
K3D = model nahrazující tuhost prostorového modelu podzákladí (iii),
EKV_CK (EKV_MCK) = ekvivalentní model obsahující prvky (hmotnostní) tlumící a tuhostní,

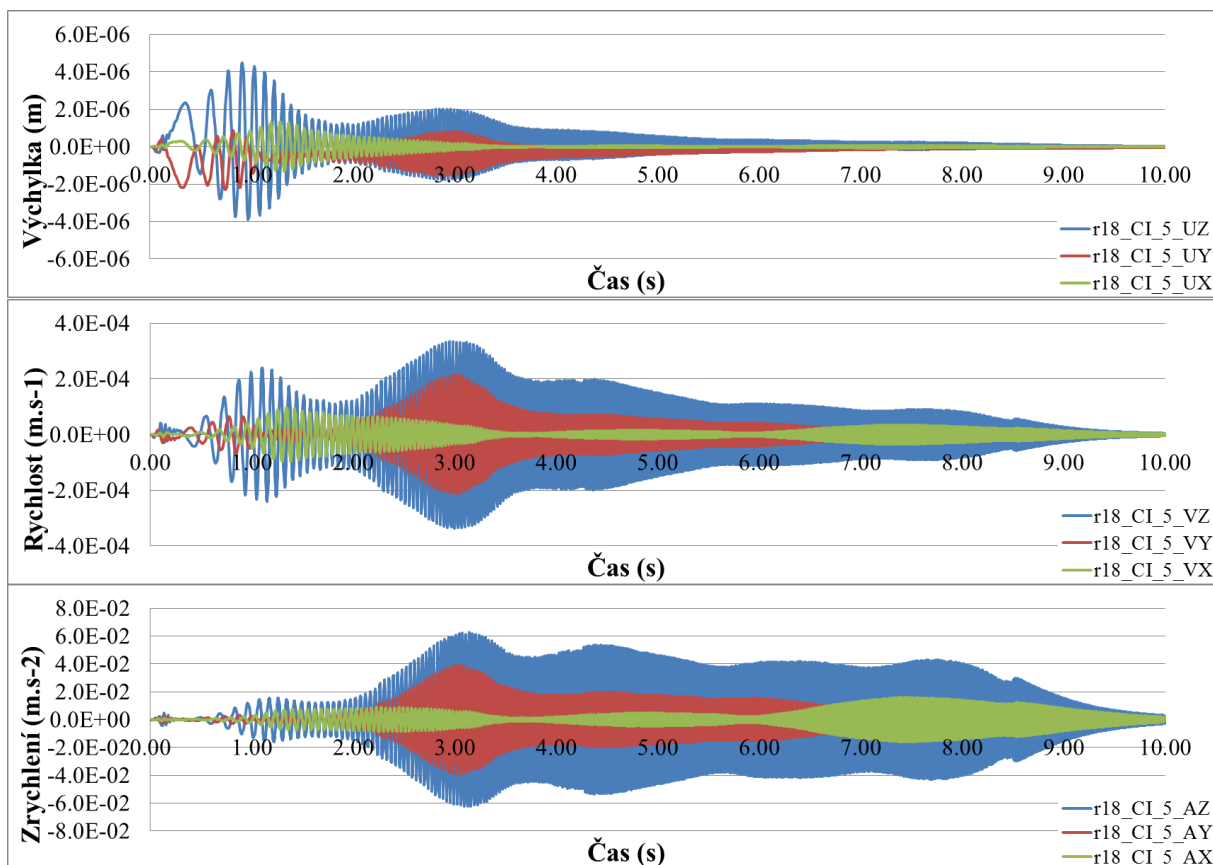
$ZN2$ sledovaný uzel
 $ZN3$ sledovaná veličina

UX, UY, UZ = výchylka uzlu,
VX, VY, VZ = rychlost uzlu,
AX, AY, AZ = zrychlení uzlu.

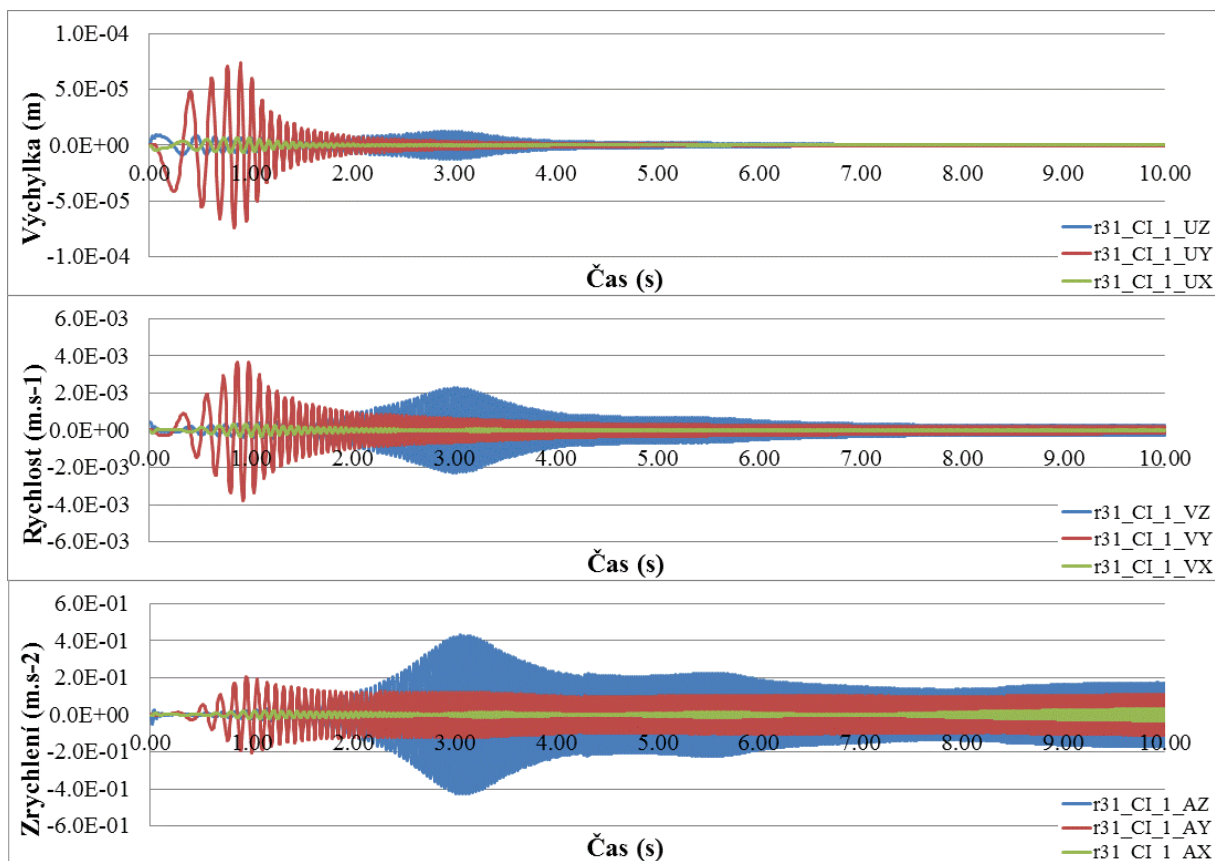
Výsledky řešené analýzy



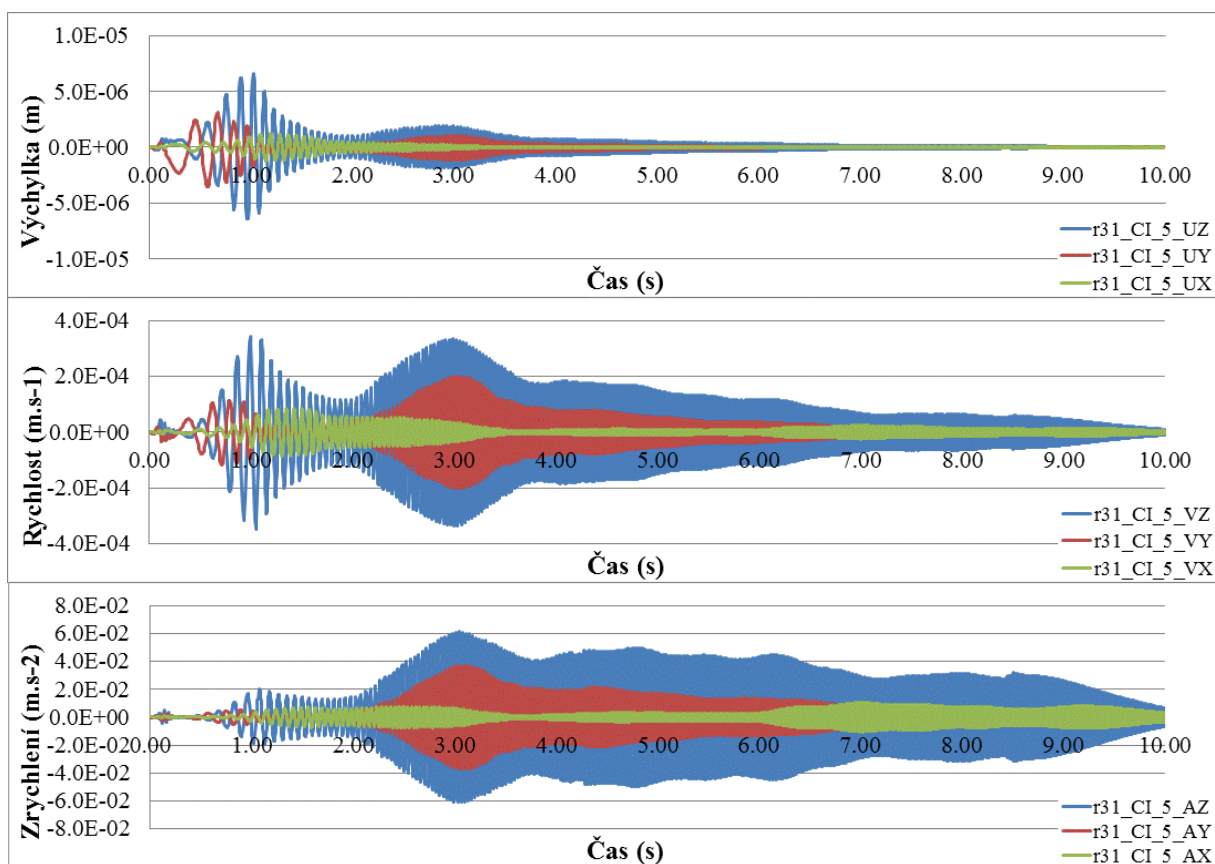
Graf 96 Výchylka, rychlost a zrychlení uzlu číslo 1 (střed horní desky základu) na modelu r18.



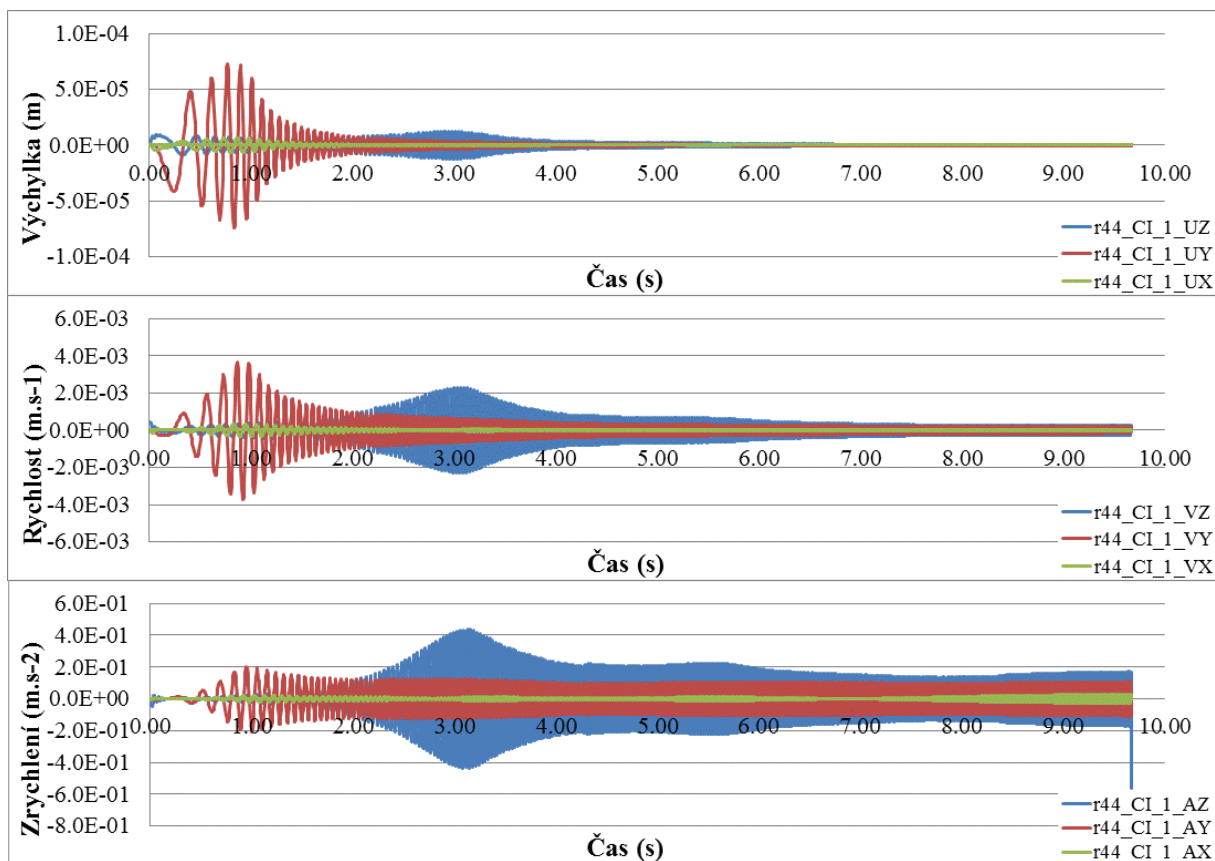
Graf 97 Výchylka, rychlost a zrychlení uzlu číslo 5 (bod zeminy) na modelu r18.



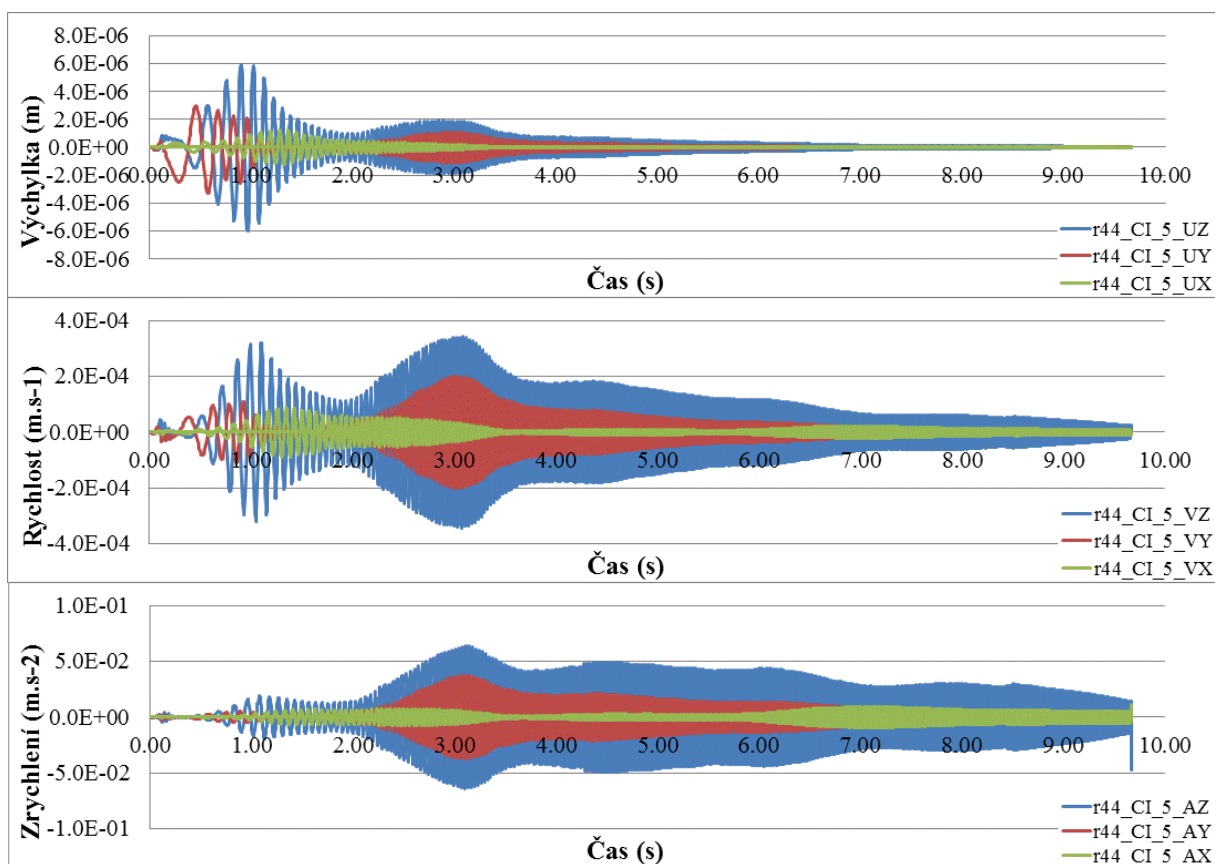
Graf 98 Výchylka, rychlost a zrychlení uzlu číslo 1 (střed horní desky základu) na modelu r31.



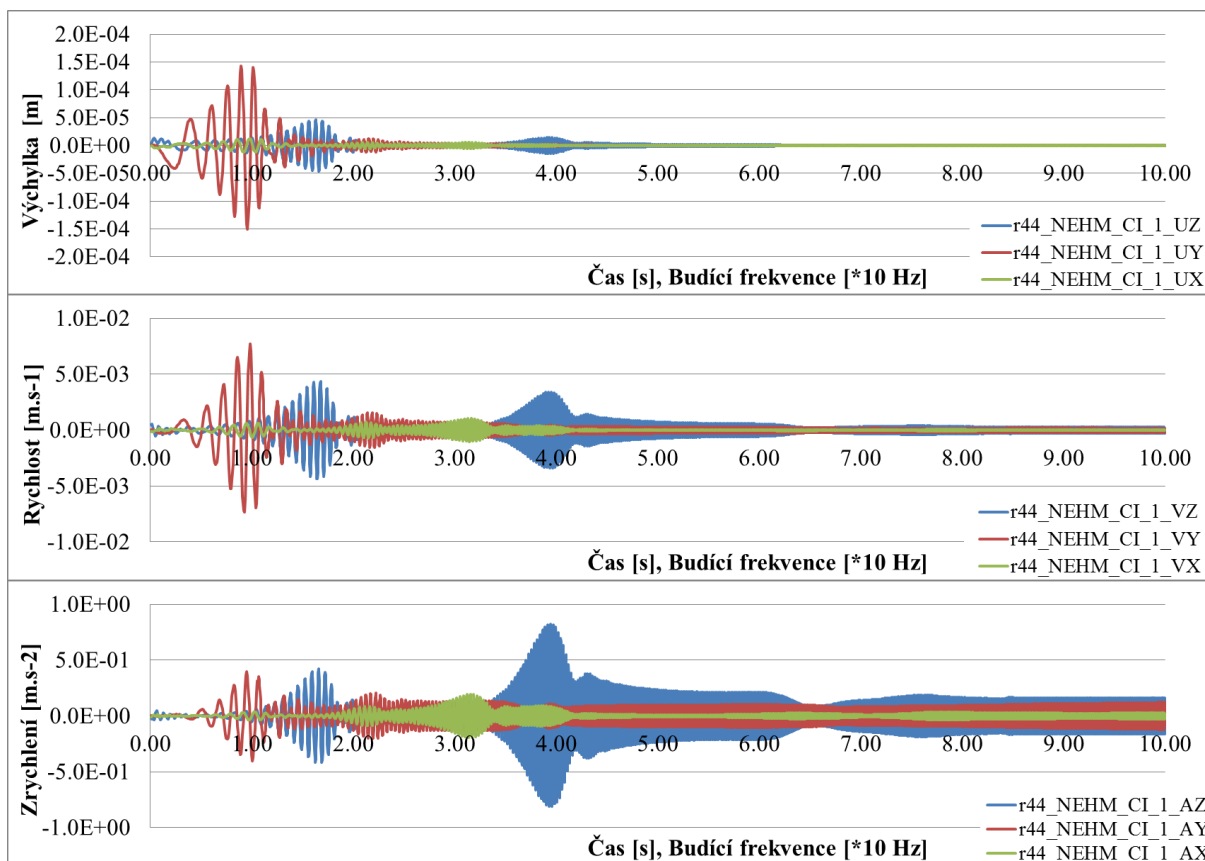
Graf 99 Výchylka, rychlost a zrychlení uzlu číslo 5 (bod zeminy) na modelu r31.



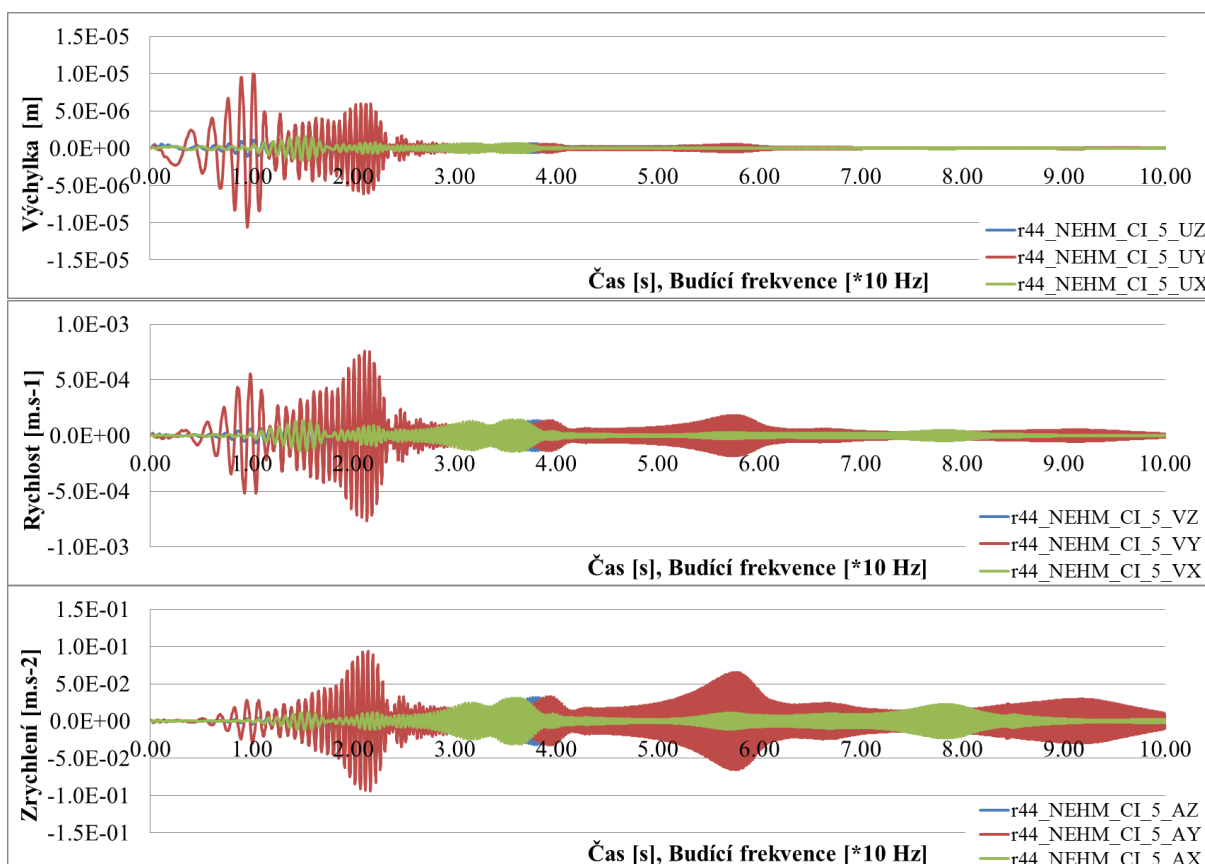
Graf 100 Výhyška, rychlost a zrychlení uzlu číslo 1 (střed horní desky základu) na modelu r44.



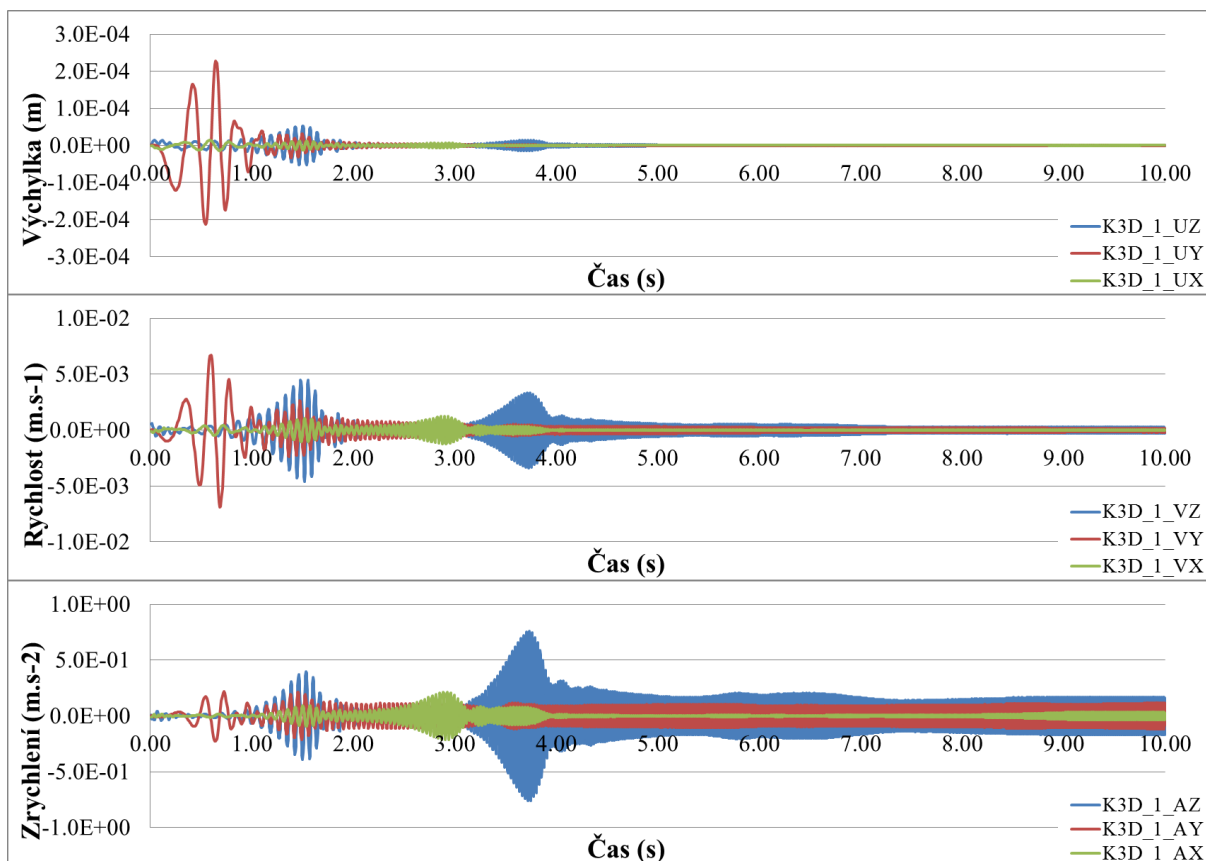
Graf 101 Výhyška, rychlost a zrychlení uzlu číslo 5 (bod zeminy) na modelu r44.



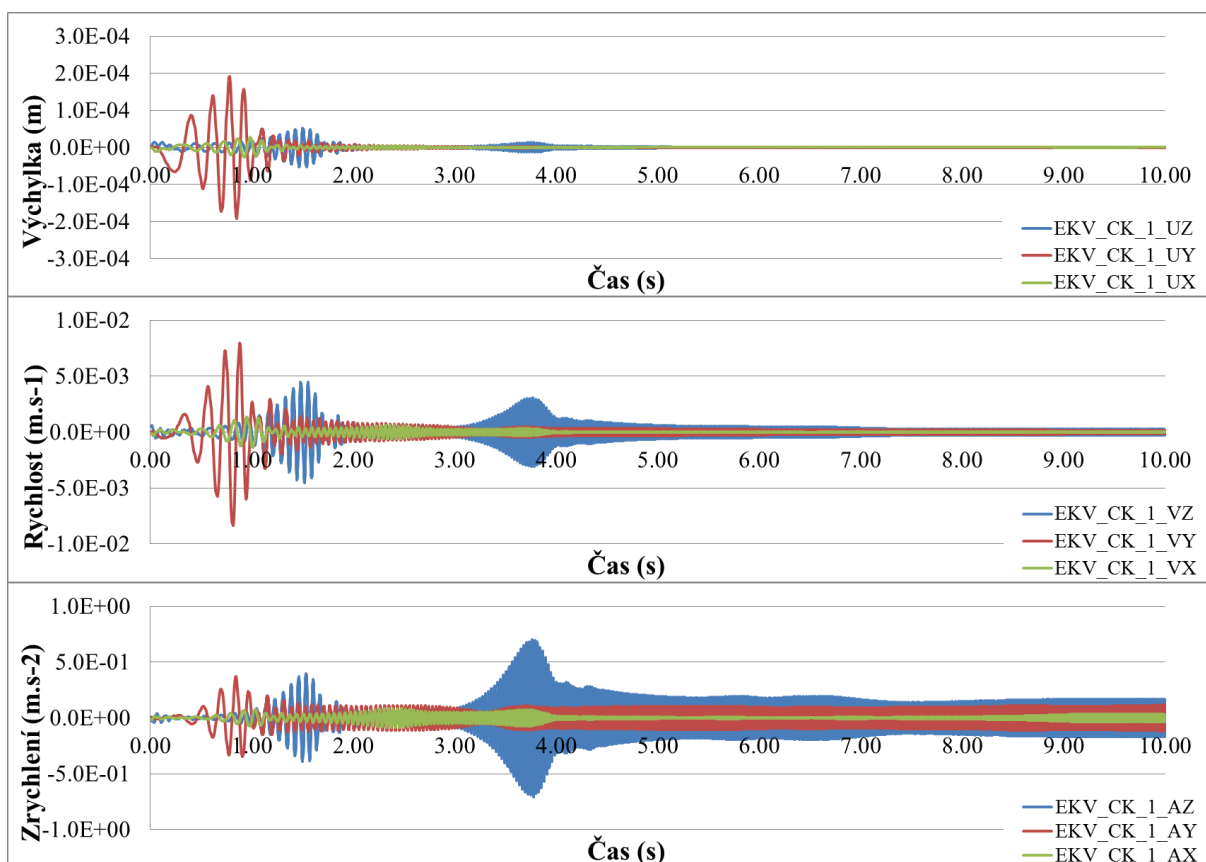
Graf 102 Výchylka, rychlost a zrychlení uzlu číslo 1 na modelu r44 s nehmotnou zemínou.



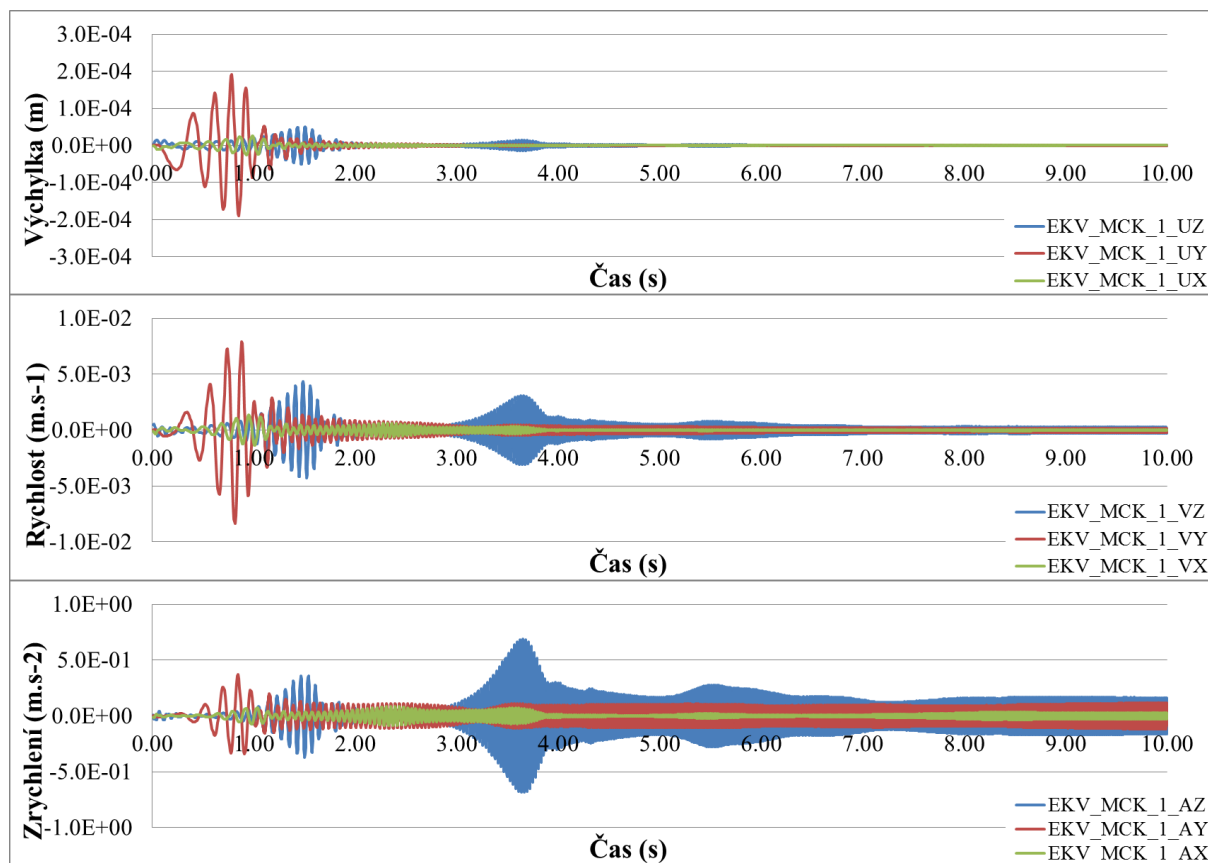
Graf 103 Výchylka, rychlost a zrychlení uzlu číslo 5 na modelu r44 s nehmotnou zemínou.



Graf 104 Výchylka, rychlost a zrychlení uzlu číslo 1 (střed horní desky základu) na modelu K3D.



Graf 105 Výchylka, rychlost a zrychlení uzlu číslo 1 (střed horní desky základu) na modelu EKV CK.



Graf 106 Výchyлка, rychlost a zrychlení uzlu číslo 1 (střed horní desky základu) na modelu EKV_MCK.

	1_UX	1_UY	1_UZ	2_UX	2_UY	2_UZ	3_UX	3_UY	3_UZ	4_UX	4_UY	4_UZ	5_UX	5_UY	5_UZ
r18	Maximum	6.65E-06	7.49E-05	1.26E-05	1.04E-05	8.49E-05	2.50E-05	6.26E-06	3.18E-05	1.98E-05	8.57E-07	6.20E-06	1.33E-06	8.58E-07	4.49E-06
	Čas maxima	0.864	0.768	2.976	1.304	0.768	0.680	1.304	0.768	0.680	1.260	0.680	1.284	0.816	0.912
	Minimum	-6.76E-06	-7.47E-05	-1.24E-05	-1.05E-05	-8.54E-05	-2.52E-05	-6.37E-06	-3.27E-05	-1.98E-05	-8.55E-07	-5.87E-06	-6.04E-06	-1.30E-06	-2.31E-06
r31	Maximum	0.800	0.832	2.960	1.260	0.832	0.752	1.264	0.696	0.752	1.216	0.760	1.324	0.744	0.968
	Čas maxima	0.864	0.896	2.942	1.300	0.760	0.824	1.304	0.768	0.680	1.168	0.688	1.192	0.672	1.024
	Minimum	-6.51E-06	-7.43E-05	-1.24E-05	-1.09E-05	-8.49E-05	-2.45E-05	-6.40E-06	-2.95E-05	-1.92E-05	-9.12E-07	-5.14E-06	-6.12E-06	-1.22E-06	-3.49E-06
r44	Maximum	0.800	0.832	2.890	1.340	0.832	0.752	1.344	0.840	0.752	1.216	0.600	1.144	0.568	0.968
	Čas maxima	0.864	0.768	2.942	1.300	0.760	0.824	1.304	0.768	0.824	1.168	0.496	1.284	0.456	0.904
	Minimum	-6.58E-06	-7.44E-05	-1.22E-05	-1.07E-05	-8.49E-05	-2.46E-05	-6.30E-06	-2.99E-05	-1.92E-05	-8.40E-07	-5.08E-06	-5.92E-06	-1.21E-06	-3.31E-06
r44_NEHM	Maximum	0.800	0.832	2.890	1.340	0.832	0.752	1.344	0.840	0.752	1.216	0.600	1.328	0.576	0.968
	Čas maxima	0.984	0.896	1.632	1.452	0.896	1.632	1.528	0.896	1.632	1.668	2.128	1.528	1.016	1.632
	Minimum	-1.22E-05	-1.50E-04	-4.63E-05	-4.06E-05	-1.43E-04	-3.91E-05	-1.96E-05	-6.30E-05	-3.96E-05	-3.36E-06	-3.21E-06	-1.87E-05	-1.62E-06	-1.06E-05
K3D	Maximum	1.040	0.960	1.664	1.488	0.952	1.664	1.492	0.960	1.664	1.700	1.664	1.492	0.960	1.664
	Čas maxima	0.592	0.648	1.504	0.848	0.640	1.580	0.848	0.640	1.580	6.914	9.375	1.580	1.580	1.580
	Minimum	-1.37E-05	-2.13E-04	-5.22E-05	-5.96E-05	-2.52E-04	-5.16E-05	-4.36E-05	-1.51E-04	-4.78E-05	-1.37E-06	-8.68E-07	-1.99E-05	-1.62E-06	-1.06E-05
EKV_CK	Maximum	0.680	0.544	1.540	0.920	0.536	1.544	0.920	0.544	1.544	6.892	1.07E-07	1.73E-05	1.544	1.544
	Čas maxima	0.984	0.784	1.504	1.108	0.776	0.696	1.588	0.784	0.856	0.776	0.776	1.504	0.776	1.504
	Minimum	-2.65E-05	-1.91E-04	-5.19E-05	-2.09E-05	-1.82E-04	-6.72E-05	-7.11E-06	-5.53E-05	-5.26E-05	-1.43E-07	-1.03E-07	-1.80E-05	-1.62E-06	-1.06E-05
EKV_MCK	Maximum	0.928	0.856	1.540	1.056	0.848	0.776	1.552	0.856	0.776	1.508	0.776	1.508	0.776	1.508
	Čas maxima	0.984	0.784	1.508	1.112	0.776	0.696	1.588	0.784	0.856	0.784	1.508	0.784	1.508	1.508
	Minimum	-2.66E-05	-1.90E-04	-5.09E-05	-2.12E-05	-1.81E-04	-6.68E-05	-7.05E-06	-5.51E-05	-5.22E-05	-1.43E-07	-1.03E-07	-1.79E-05	-1.62E-06	-1.06E-05
Čas minima	0.928	0.856	1.472	1.056	0.856	0.776	1.552	0.856	0.776	1.512	0.696	0.776	1.492	0.960	1.664

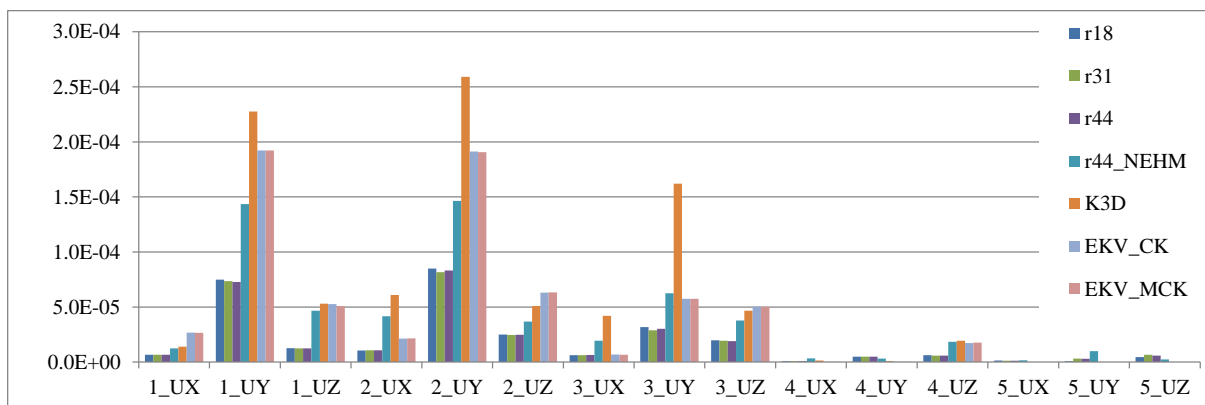
Tab. 21 Extrémní hodnoty výchylek a příslušných časů.

	1_VX	1_VY	1_VZ	2_VX	2_VY	2_VZ	3_VX	3_VY	3_VZ	4_VX	4_VY	4_VZ	5_VX	5_VY	5_VZ	
r18	Maximum	3.35E-04	3.63E-03	2.33E-03	8.33E-04	1.19E-03	5.21E-04	1.46E-03	1.02E-03	7.90E-05	2.78E-04	2.61E-04	9.75E-05	2.15E-04	3.34E-04	
	Čas maxima	0.952	0.864	3.034	1.360	8.466	3.018	0.864	3.070	3.198	0.944	0.792	1.344	3.012	2.950	
	Minimum	-3.34E-04	-3.52E-03	-2.32E-03	-8.34E-04	-3.98E-03	-1.19E-03	-5.19E-04	-1.47E-03	-1.02E-03	-7.92E-05	-2.70E-04	-2.51E-04	-9.66E-05	-2.14E-04	-3.36E-04
	Čas minima	0.888	0.920	3.018	1.396	8.496	3.018	0.800	3.086	3.214	1.000	0.720	1.384	3.030	3.002	
r31	Maximum	3.50E-04	3.68E-03	2.28E-03	8.72E-04	1.20E-03	5.18E-04	1.47E-03	1.01E-03	6.92E-05	2.58E-04	2.46E-04	8.52E-05	2.00E-04	3.45E-04	
	Čas maxima	0.952	0.864	3.034	1.360	8.466	1.360	0.864	3.070	4.766	0.944	0.792	1.344	3.046	0.992	
	Minimum	-3.45E-04	-3.77E-03	-2.27E-03	-8.68E-04	-4.23E-03	-1.20E-03	-5.14E-04	-1.43E-03	-1.01E-03	-6.92E-05	-2.56E-04	-2.45E-04	-8.48E-05	-2.01E-04	-3.49E-04
	Čas minima	1.000	0.920	2.984	1.396	8.496	2.968	0.920	3.020	4.798	1.000	0.856	1.388	3.028	1.048	
r44	Maximum	3.49E-04	3.67E-03	2.29E-03	8.59E-04	1.20E-03	5.15E-04	1.46E-03	1.01E-03	7.06E-05	2.63E-04	2.48E-04	9.01E-05	2.01E-04	3.42E-04	
	Čas maxima	0.952	0.864	3.034	1.360	8.466	3.018	0.864	3.070	3.292	0.944	0.792	1.344	3.046	3.086	
	Minimum	-3.47E-04	-3.72E-03	-2.29E-03	-8.59E-04	-4.18E-03	-1.20E-03	-5.14E-04	-1.41E-03	-1.01E-03	-7.05E-05	-2.68E-04	-2.49E-04	-8.95E-05	-2.02E-04	-3.43E-04
	Čas minima	1.000	0.920	3.084	1.396	8.496	2.968	0.800	3.086	3.276	1.000	0.856	1.388	3.028	3.070	
r44_NEHM	Maximum	1.03E-03	7.73E-03	4.35E-03	3.43E-03	3.76E-03	2.16E-03	3.19E-03	3.68E-03	3.26E-04	4.20E-04	1.76E-03	1.41E-04	7.60E-04	2.57E-04	
	Čas maxima	3.164	0.984	1.680	1.508	2.156	3.148	0.984	1.676	1.716	5.775	1.680	3.542	2.112	2.160	
	Minimum	-1.03E-03	-7.36E-03	-4.37E-03	-3.45E-03	-7.43E-03	-3.71E-03	-2.16E-03	-3.32E-03	-3.67E-03	-3.25E-04	-4.19E-04	-1.75E-03	-1.42E-04	-7.63E-04	-2.56E-04
	Čas minima	3.148	0.928	1.648	1.468	0.920	2.132	3.164	1.580	1.644	1.744	5.766	1.648	3.556	2.136	2.136
K3D	Maximum	1.23E-03	6.71E-03	4.49E-03	2.49E-03	4.68E-03	2.49E-03	4.93E-03	4.29E-03	7.52E-04	5.08E-04	3.82E-03	8.254			
	Čas maxima	2.900	0.600	1.484	0.944	0.592	2.918	0.592	1.560	9.136	9.394	8.254				
	Minimum	-1.23E-03	-6.88E-03	-4.57E-03	-2.80E-03	-8.16E-03	-4.61E-03	-2.50E-03	-5.26E-03	-4.17E-03	-5.08E-04	-3.82E-03				
	Čas minima	2.918	0.688	1.520	0.880	0.680	1.596	2.936	0.680	1.596	9.131	8.248				
EKV_CK	Maximum	1.39E-03	7.99E-03	4.47E-03	1.72E-03	3.68E-03	7.72E-04	2.27E-03	3.78E-03	1.77E-05	1.24E-05	3.86E-03				
	Čas maxima	0.952	0.880	1.484	1.564	0.880	1.560	3.732	0.880	8.225	8.237	8.553				
	Minimum	-1.38E-03	-8.35E-03	-4.55E-03	-1.66E-03	-8.07E-03	-3.72E-03	-7.71E-04	-2.45E-03	-3.83E-03	-1.78E-05	-3.87E-03				
	Čas minima	1.008	0.816	1.520	1.600	0.816	1.524	3.718	0.816	1.524	8.231	8.547				
EKV_MCK	Maximum	1.39E-03	7.90E-03	4.33E-03	1.70E-03	3.49E-03	8.13E-04	2.24E-03	3.56E-03	2.09E-05	1.41E-05	4.07E-03				
	Čas maxima	0.952	0.880	1.488	1.564	0.880	1.560	3.594	0.880	6.800	6.800	6.835				
	Minimum	-1.37E-03	-8.32E-03	-4.28E-03	-1.63E-03	-8.04E-03	-3.64E-03	-8.13E-04	-2.44E-03	-3.73E-03	-2.08E-05	-4.09E-03				
	Čas minima	1.008	0.816	1.524	1.532	0.816	1.524	3.580	0.816	1.524	6.822	6.813				

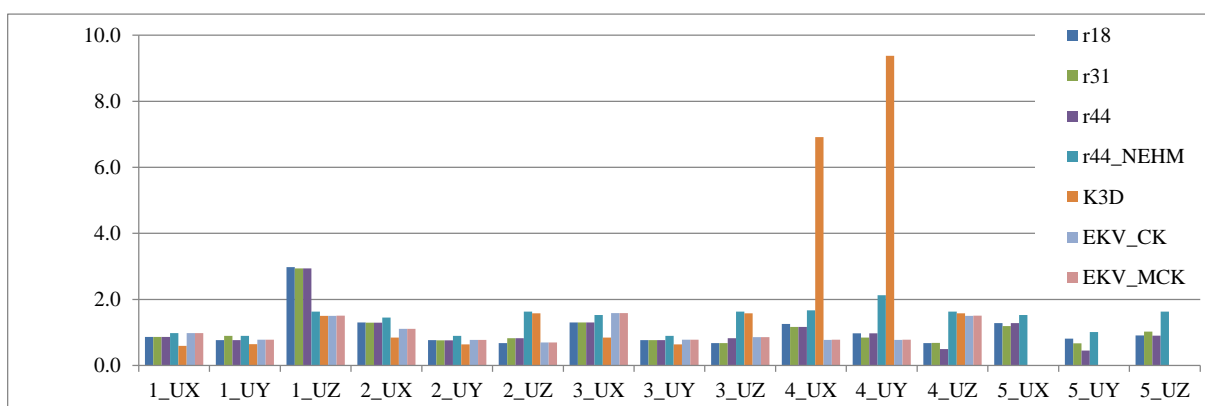
Tab. 22 Extrémní hodnoty rychlostí a příslušných časů.

	1_AX	1_AY	1_AZ	2_AX	2_AY	2_AZ	3_AX	3_AY	3_AZ	4_AX	4_AY	4_AZ	5_AX	5_AY	5_AZ
r18	Maximum	3.25E-02	1.91E-01	4.40E-01	1.18E-01	3.70E-01	9.77E-02	9.54E-02	4.56E-01	2.11E-02	2.56E-02	7.32E-02	1.59E-02	3.89E-02	6.28E-02
	Čas maxima	9.992	0.944	3.058	9.993	9.020	3.042	1.592	8.604	4.907	3.186	9.420	7.424	3.036	3.144
	Minimum	-3.25E-02	-1.95E-01	-4.40E-01	-1.18E-01	-3.70E-01	-6.36E-01	-9.72E-02	-9.49E-02	-4.56E-01	-2.11E-02	-2.55E-02	-7.32E-02	-1.59E-02	-3.94E-02
r31	Čas minima	9.997	1.000	3.074	9.998	9.025	3.058	1.560	8.552	4.938	3.170	9.404	7.458	3.054	3.128
	Maximum	3.26E-02	2.04E-01	4.30E-01	1.18E-01	3.71E-01	9.60E-02	9.46E-02	4.58E-01	2.08E-02	2.46E-02	7.08E-02	1.04E-02	3.72E-02	6.12E-02
	Čas maxima	9.992	0.944	3.058	9.993	9.020	3.042	1.456	8.604	4.989	3.186	9.335	7.032	3.136	3.044
r44	Minimum	-3.26E-02	-2.07E-01	-4.29E-01	-1.18E-01	-3.70E-01	-9.56E-02	-9.46E-02	-4.58E-01	-2.08E-02	-2.46E-02	-7.07E-02	-1.05E-02	-3.73E-02	-6.11E-02
	Čas minima	9.997	1.000	3.074	9.998	9.025	3.124	1.492	8.587	4.979	3.170	9.372	6.996	3.120	3.026
	Maximum	3.26E-02	2.02E-01	4.35E-01	1.18E-01	3.71E-01	9.66E-02	9.46E-02	4.59E-01	2.08E-02	2.53E-02	6.96E-02	9.23E-03	3.72E-02	6.36E-02
r44_NEHM	Čas maxima	9.992	0.944	3.156	9.993	9.020	3.042	1.524	8.604	4.907	3.186	9.335	6.945	3.070	3.110
	Minimum	-3.27E-02	-2.06E-01	-4.36E-01	-1.18E-01	-3.71E-01	-9.66E-02	-9.57E-02	-4.59E-01	-2.08E-02	-2.53E-02	-6.96E-02	-9.22E-03	-3.72E-02	-6.38E-02
	Čas minima	9.997	1.000	3.140	9.998	9.025	3.124	1.492	8.587	4.876	3.170	9.372	6.967	3.086	3.094
K3D	Maximum	1.95E-01	3.98E-01	8.23E-01	2.93E-01	5.64E-01	4.13E-01	2.97E-01	5.48E-01	1.02E-01	1.50E-01	4.67E-01	3.10E-02	9.43E-02	4.24E-02
	Čas maxima	3.156	0.952	3.944	1.484	1.452	3.138	1.592	7.799	5.680	5.805	7.966	3.648	2.148	5.752
	Minimum	-1.96E-01	-4.04E-01	-8.12E-01	-2.95E-01	-5.71E-01	-7.26E-01	-4.12E-01	-2.97E-01	-5.49E-01	-1.02E-01	-4.68E-01	-3.10E-02	-9.36E-02	-4.25E-02
EKV_CK	Čas minima	3.172	1.008	3.932	1.524	1.488	3.154	1.560	7.831	5.671	5.779	7.985	3.634	2.172	5.761
	Maximum	2.14E-01	2.17E-01	7.62E-01	4.41E-01	6.48E-01	4.43E-01	3.54E-01	4.80E-01	4.28E-01	2.98E-01	2.03E+00	2.98E-01	2.98E-01	2.03E+00
	Čas maxima	2.926	0.728	3.736	2.996	3.212	2.944	3.162	6.724	9.144	9.455	8.561	3.648	2.148	5.752
EKV_MCK	Minimum	-2.14E-01	-2.29E-01	-7.59E-01	-4.37E-01	-6.46E-01	-4.42E-01	-3.54E-01	-4.80E-01	-4.28E-01	-2.98E-01	-2.03E+00	-4.68E-01	-3.10E-02	-4.25E-02
	Čas minima	2.908	0.640	3.722	2.980	3.228	2.926	3.146	6.761	9.150	9.439	8.579	3.634	2.172	5.761
	Maximum	8.68E-02	3.73E-01	7.04E-01	1.59E-01	3.80E-01	6.35E-01	1.77E-01	1.43E-01	4.59E-01	9.40E-03	2.06E+00	3.634	2.172	5.761
EKV_CK	Čas maxima	2.394	0.848	3.762	1.676	1.648	3.724	3.460	6.842	8.557	8.545	8.561	3.634	2.172	5.761
	Minimum	-8.67E-02	-3.45E-01	-7.06E-01	-1.59E-01	-3.80E-01	-1.76E-01	-1.44E-01	-4.60E-01	-9.42E-03	-6.53E-03	-2.06E+00	-3.10E-02	-9.36E-02	-4.25E-02
	Čas minima	2.414	0.912	3.776	1.644	1.676	3.738	3.474	6.820	8.551	8.551	8.579	3.634	2.172	5.761
EKV_MCK	Maximum	8.55E-02	3.71E-01	6.87E-01	1.56E-01	3.93E-01	1.85E-01	1.49E-01	5.09E-01	8.80E-03	5.93E-03	1.73E+00	3.634	2.172	5.761
	Čas maxima	2.352	0.848	3.654	1.612	8.483	8.180	8.688	8.488	6.840	6.840	6.831	3.634	2.172	5.761
	Minimum	-8.54E-02	-3.41E-01	-6.87E-01	-1.56E-01	-3.94E-01	-6.13E-01	-1.85E-01	-1.49E-01	-5.10E-01	-8.81E-03	-1.73E+00	-3.10E-02	-9.36E-02	-4.25E-02
Čas minima	2.330	0.912	3.668	1.644	8.489	7.530	8.174	8.648	8.494	6.818	6.818	6.853	3.634	2.172	5.761

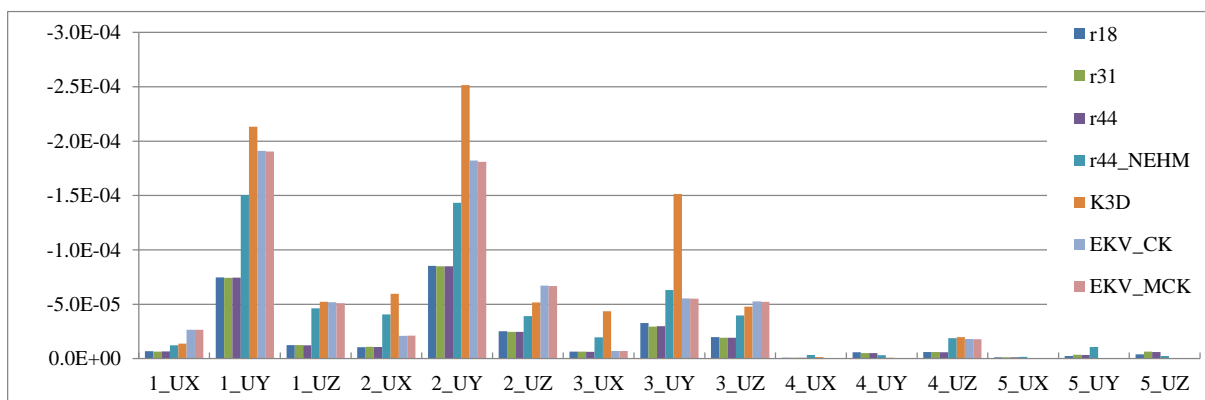
Tab. 23 Extrémní hodnoty zrychlení a příslušných časů.



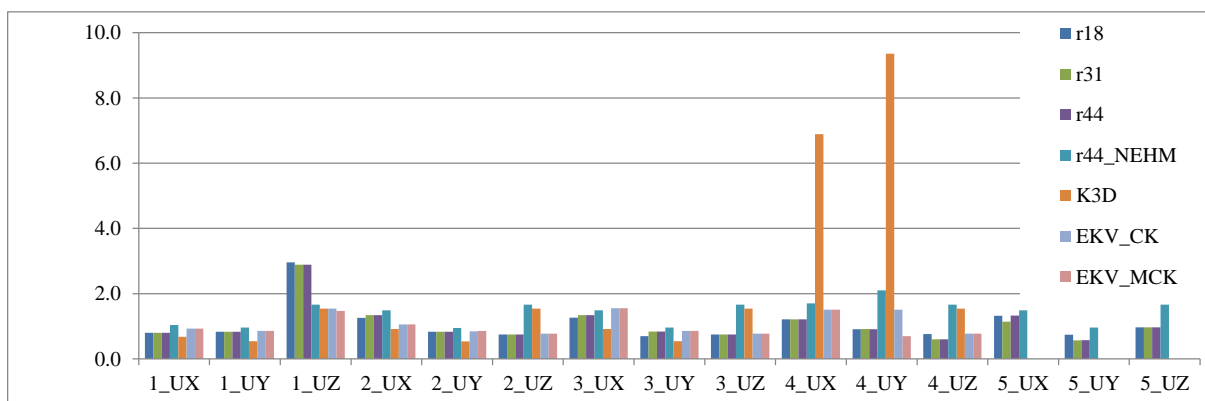
Graf 107 Maximální hodnota výchylky během rozběhu stroje.



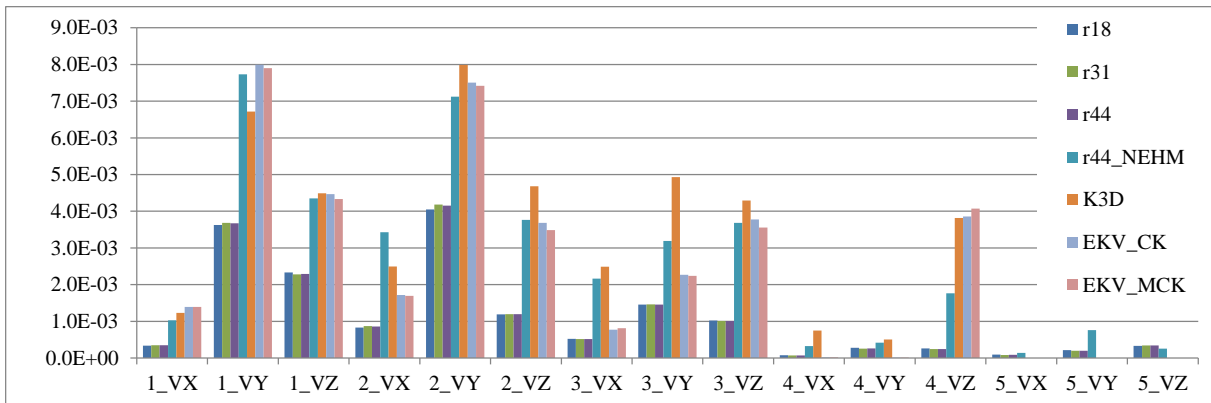
Graf 108 Čas dosažení maximální hodnoty výchylky během rozběhu stroje.



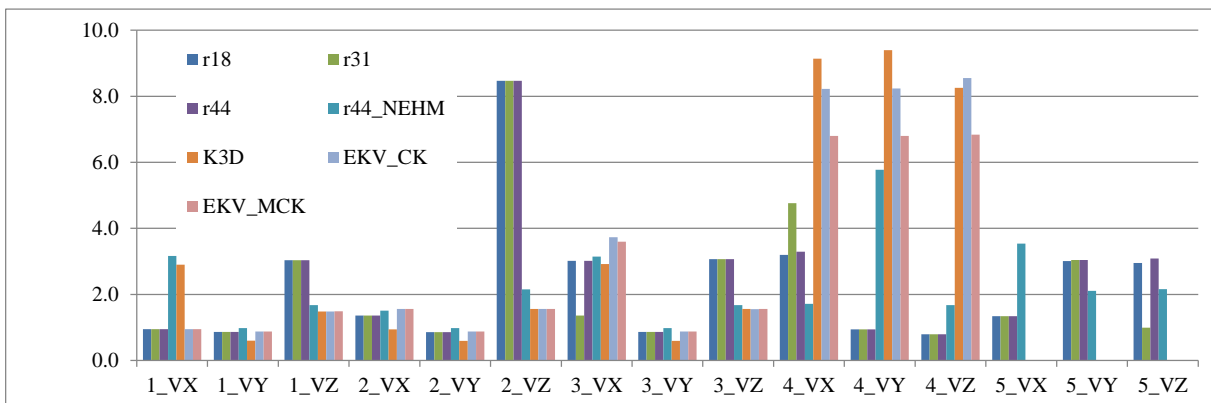
Graf 109 Minimální hodnota výchylky během rozběhu stroje.



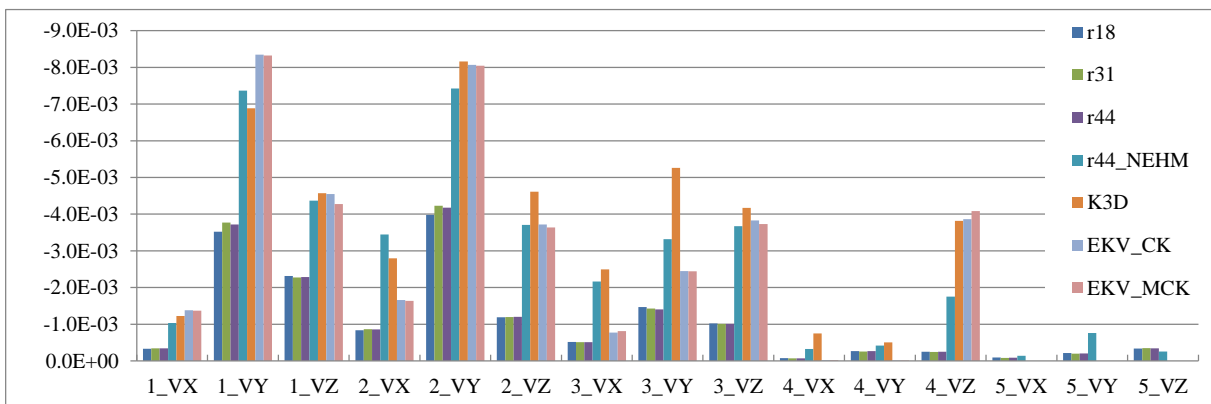
Graf 110 Čas dosažení minimální hodnoty výchylky během rozběhu stroje.



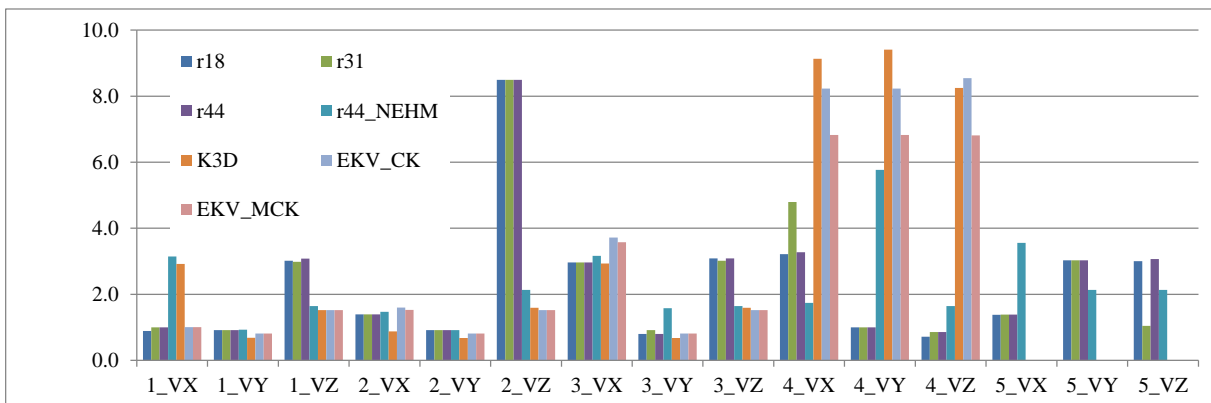
Graf 111 Maximální hodnota rychlosti během rozběhu stroje.



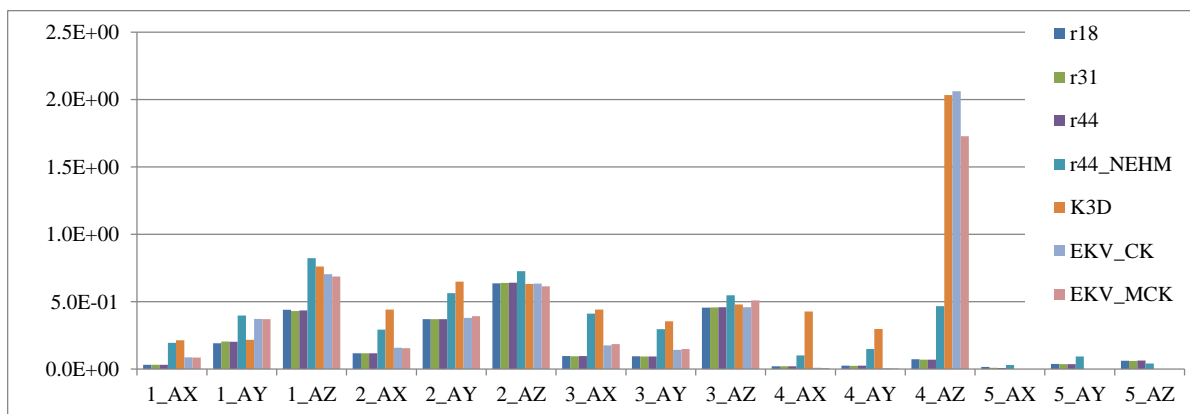
Graf 112 Čas dosažení maximální hodnoty rychlosti během rozběhu stroje.



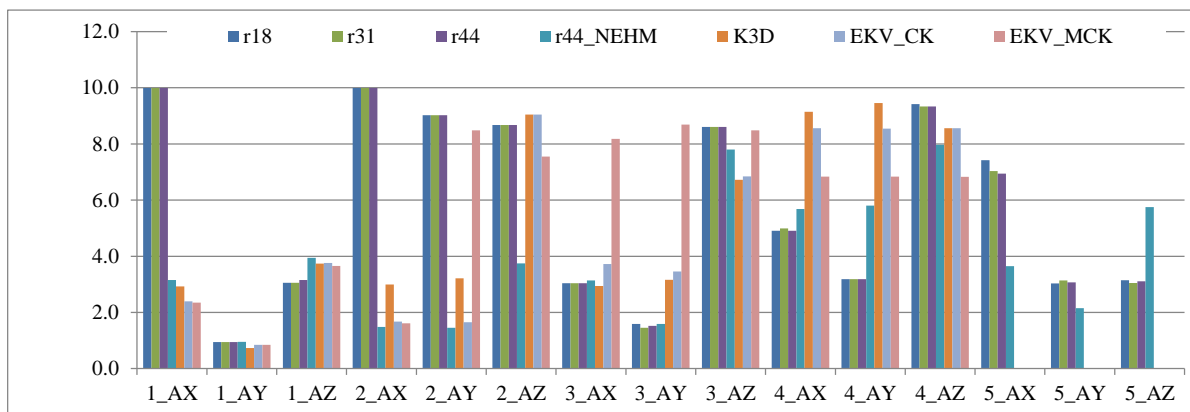
Graf 113 Minimální hodnota rychlosti během rozběhu stroje.



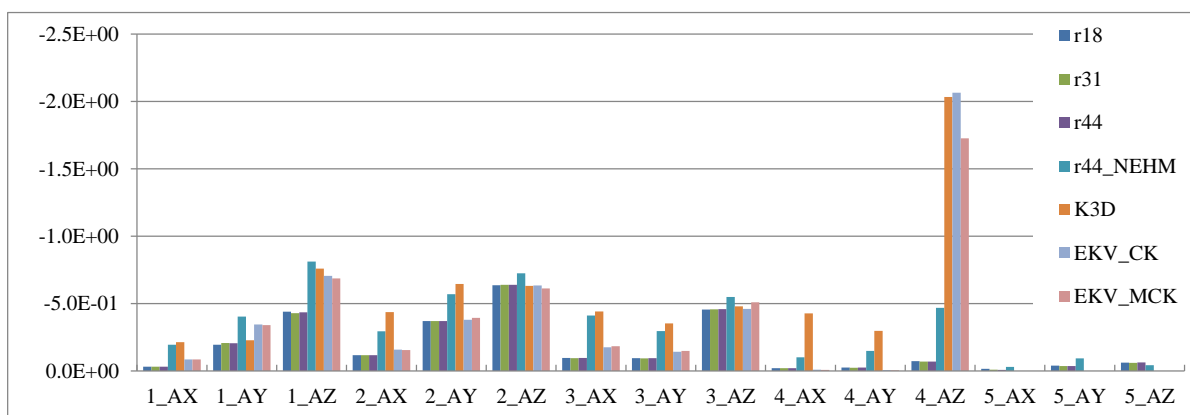
Graf 114 Čas dosažení minimální hodnoty rychlosti během rozběhu stroje.



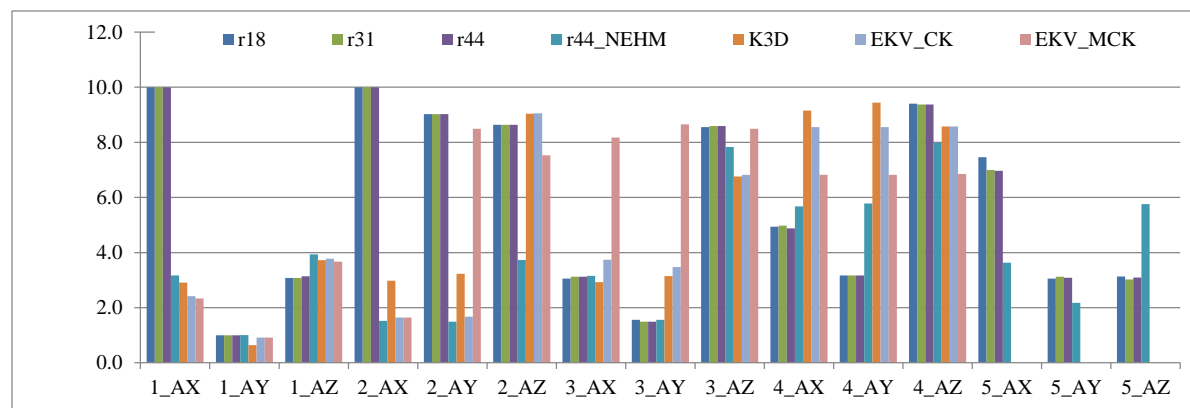
Graf 115 Maximální hodnota zrychlení během rozběhu stroje.



Graf 116 Čas dosažení maximální hodnoty zrychlení během rozběhu stroje.



Graf 117 Minimální hodnota zrychlení během rozběhu stroje.



Graf 118 Čas dosažení minimální hodnoty zrychlení během rozběhu stroje.

Závěry

Z uvedených výsledků v oddíle 6.7.4 (a příloze 8.4) lze konstatovat:

- Z výsledků dynamické analýzy konstrukce na dané buzení lze konstatovat, že disipativní okrajová podmínka s „ideálním“ koeficientem viskózního tlumení je velice vhodná. U modelů různé velikosti s hmotnou zemínou jsou odezvy modelů (maximální dosažené hodnoty výchylek, rychlostí i zrychlení) shodné (nepatrné rozdíly lze pozorovat u nejmenšího modelu r18 v oblasti vyšších frekvencí u uzlů podzákladí).
- Větších vzájemných rozdílů v odezvě na dané dynamické buzení lze pozorovat u modelu s nehmotnou zemínou a u zjednodušených modelů pružin na pilotách (K3D, EKV_CK, EKV_MCK). Tyto odezvy se také liší od odezvy modelů s hmotnou zemínou. Lze říci, že maximální hodnoty posunů, rychlostí a zrychlení jsou u modelů s hmotnou zemínou dva až tři krát menší než u modelu s nehmotnou zemínou a modelů pružin na pilotách. U hodnot napětí lze očekávat opačný trend.
- Srovnáme-li čas dosažení maximální výchylky u většiny modelů, dojdeme k závěru, že čas dosažení maximální výchylky je obdobný, tedy k maximální výchylce dochází u všech modelů v téměř shodné rezonanční oblasti.
- Srovnáme-li čas dosažení maximální hodnoty rychlostí a zrychlení u modelů s hmotnou zemínou a ostatních modelů dojdeme k závěru, že čas dosažení maximálních hodnot je různý, tedy k maximální hodnotě rychlosti a zrychlení dochází u modelů s hmotnou zemínou a u ostatních modelů v různých rezonančních oblastech.
- Větší rozdíly v odezvě modelů s hmotnou zemínou a ostatními modely lze pozorovat v uzlech zeminy, pilot a pro směr kolmý na rovinu zatížení (směr rovnoběžný s osou soustrojí).
- U bodu povrchu zeminy u prostorového modelu s nehmotnou zemínou lze pozorovat nevýznamné výchylky ve svislém směru (na rozdíl od modelů s hmotnou zemínou).
- Přidaná hmota u ekvivalentního modelu nemá zásadní vliv na výsledky řešené úlohy ve srovnání se stejným modelem bez přidané hmoty.

6.7.5 Generování prostorového vrstevnatého modelu podzákladí ze zadaných vrtů

Tento oddíl se věnuje vytvoření prostorového vrstevnatého výpočtového modelu podloží s vrstvami proměnné mocnosti ze sady zadaných vrtů s využitím jazyka APDL. Zásadními otázkami, na které je hledána odpověď, jsou:

- Je možné využít APDL pro efektivní generování složitějšího prostorového modelu s vrstvami proměnné mocnosti?
- Lze stejného principu využít pro prostorové rozložení materiálových charakteristik?
- Jsou nějaké nevýhody prezentovaného přístupu?

V běžné stavební praxi (i prostorové modely v předchozím oddílu) je naprostá většina výpočtových modelů podzákladí modelována jako po sobě jdoucí sled vrstev konstantní mocnosti, a to z několika možných důvodů: (i) model zahrnuje malou oblast podloží na niž je proměnlivost vlastností zanedbatelná, (ii) nepoměrně jednodušší vytváření výpočtového modelu a jeho následná kontrola, (iii) nedostatek vstupních dat a jejich přesnost. V následujícím textu je prezentován postup vytvoření prostorového výpočtového vrstevnatého modelu s vrstvami proměnné mocnosti ze zadané sady vrtů.

APDL

APDL je programovací skriptovací jazyk programového systému ANSYS vycházející z programovacího jazyka FORTRAN. Dále je rozšířen o sadu příkazů a funkcí umožňující vytvoření, úpravu, smazání a zjištění libovolné informace týkající se kterékoliv entity (klíčového bodu, linie, plochy, objemu, prvku, uzlu, ...) v prostředí ANSYS. Při vytváření algoritmu je využito obsáhlých manuálu systému ANSYS [101], [118] a [119].

Popis algoritmu

Kompletní vstupní soubor je uveden v příloze 8.5, Makro XIII. Prvním krokem je načtení parametrů jednotlivých zadaných vrtů ve tvaru

$$V_i = (x, y, z, h_1, h_2, h_3, \dots, h_{nvrstev})^T, \quad (272)$$

kde x, y, z jsou souřadnice hlavy vrtu v kartézském souřadném systému, $h_1, h_2, h_3, \dots, h_{nvrstev}$ mocnosti jednotlivých vrstev v daném vrtu, $nvrstev$ je celkový počet vrstev v daném vrtu.

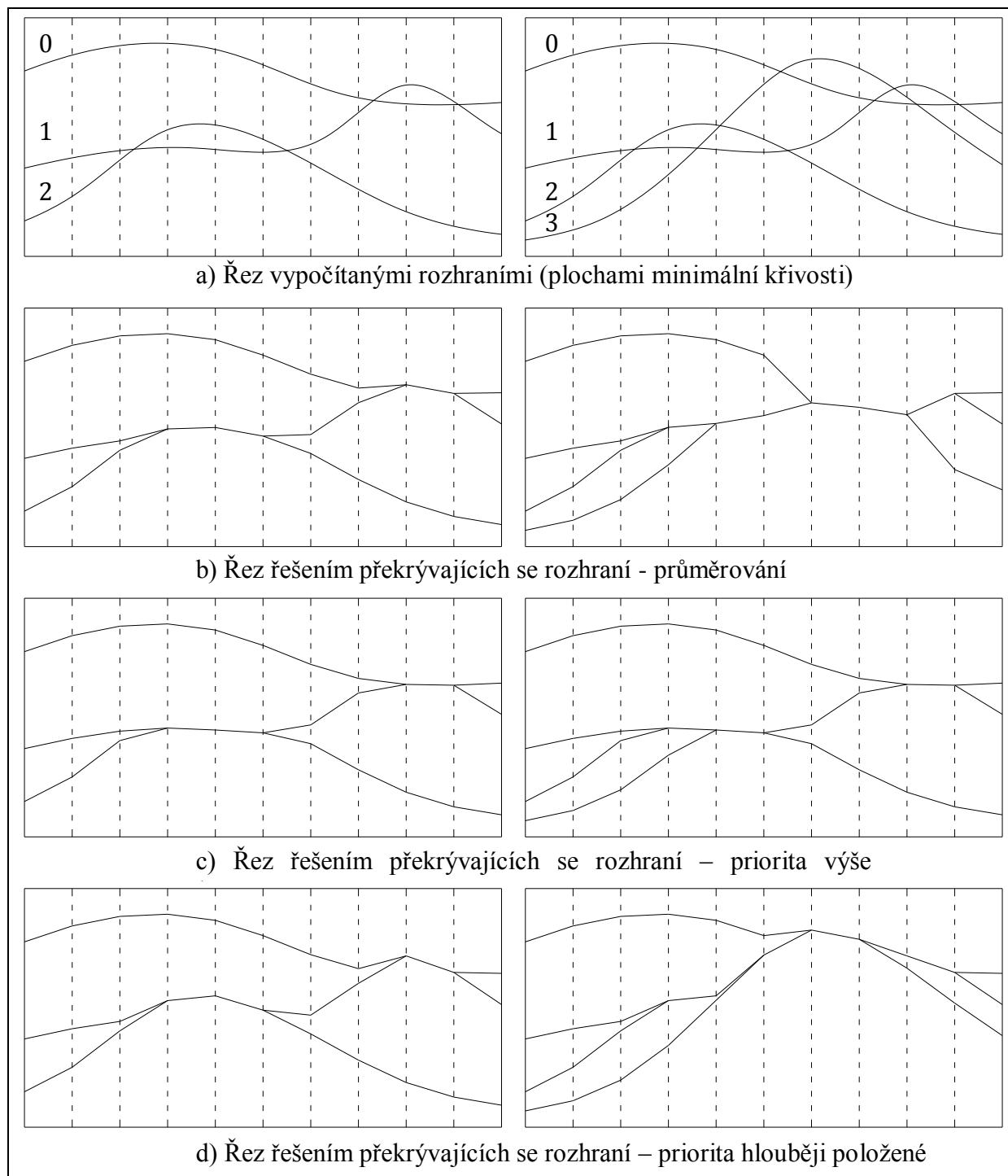
Dalším krokem je vytvoření pomocné plochy (pracovní roviny), do které jsou promítnuty pozice vrtů ve formě klíčových bodů. Je také možné provést „otisk“ sítě konečných prvků (ve formě ploch) výpočtového modelu již zadané konstrukce libovolného tvaru. Pomocná rovina je následně pokryta sítí konečných prvků a jsou nad ní počítány potřebné plochy minimální křivosti. Dále jsou vyčísleny souřadnice povrchu a rozhraní jednotlivých vrstev, tyto souřadnice jsou brány vždy z příslušné plochy minimální křivosti procházející zadanými vrty. Souřadnice daných rozhraní jsou uloženy ve formě vektorů ve tvaru ($i = 0$ pro povrch)

$$VYSL_i = (uz_1, uz_2, uz_3, \dots, uz_{nuzlu})^T, \quad (273)$$

kde uz_k je Z-tová souřadnice i -tého rozhraní k -tého uzlu, $nuzlu$ celkový počet uzlů.

Problémem však je, že vypočtená rozhraní se mohou vzájemně a to několikanásobně překrývat. Byly proto zvoleny tři přístupy řešení této problematiky, a to (i) z pořadových čísel překrývajících se rozhraní jsou určeny intervaly vrstev pro **průměrování** (tento přístup je značně složitější, než následující dva, a průměrování může být nutno aplikovat dvakrát), (ii) **prioritu** má vždy **výše položená** vrstva (iii) **prioritu** má vždy **hlouběji položená** vrstva. Tyto přístupy je možné s využitím APDL kombinovat. Při „rozumném“ zadání vrtů nedochází k větším rozdílům těchto přístupů, při „extrémním“ dochází k rozdílům v místech několikanásobného překrytí. Schéma řešení překrývajících se rozhraní zmíněnými přístupy je

znázorněno v následujícím schématu (svislé šrafované čáry představují místa, kde jsou jednotlivá rozhraní vyhodnocována a jsou převzata z pomocné pracovní roviny).

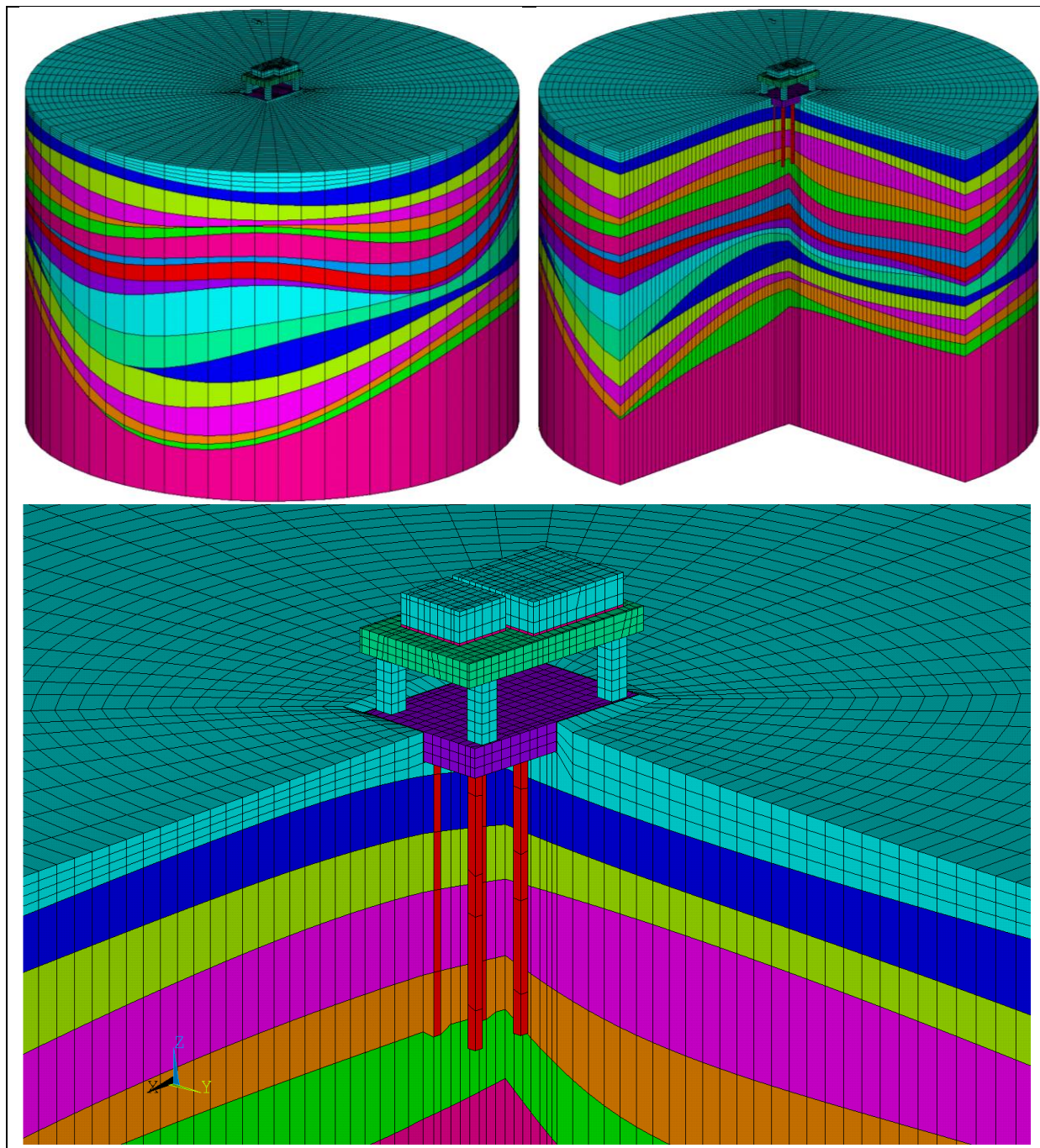


Obr. 64 Schématické znázornění rozhraní vrstev a řešení jejich překryvu.

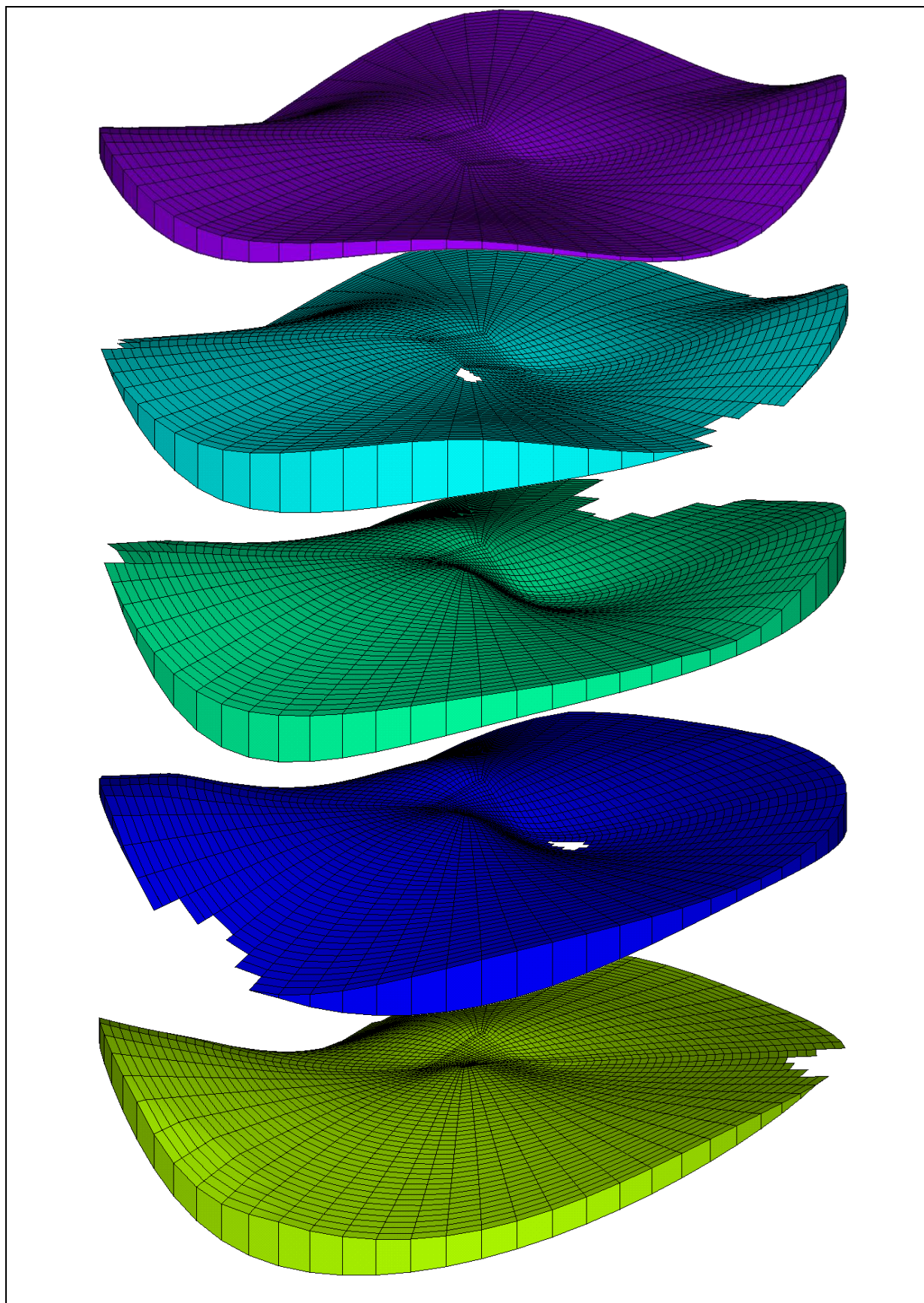
Následujícím krokem je vytvoření objemů mezi jednotlivými rozhraními. Vytváření objemů vrstvy je nejdelší částí daného kódu (téměř polovina), z důvodu postihnutí všech možných variant vyklínování vrstvy. Posledním krokem generování je možnost vytvoření poslední vrstvy podzákladí uzavírající daný model rovinnou ze spodní části.

Ukázka vygenerovaného modelu podzákladí se strojem

Na následujícím obrázku je ukázka vygenerovaného modelu pod řešeným základem se strojem. Model je vygenerován na úrovni objemů a je možno ho dále jednoduše upravovat. Například pro zapaštění modelu základu hlouběji do bloku zeminy je horní vrstva rozdělena a v blízkosti základu jsou souřadnice navázány na základ. Dále jsou automaticky změněny vlastnosti objemů pilot, to by však bylo vhodnější provést až na úrovni konečných prvků (pata piloty by pak mohla zasahovat dovnitř vrstvy). Následně jsou objemy pokryty sítí konečných prvků.



Obr. 65 Vygenerované objemy výpočtového modelu podzákladí s konstrukcí.

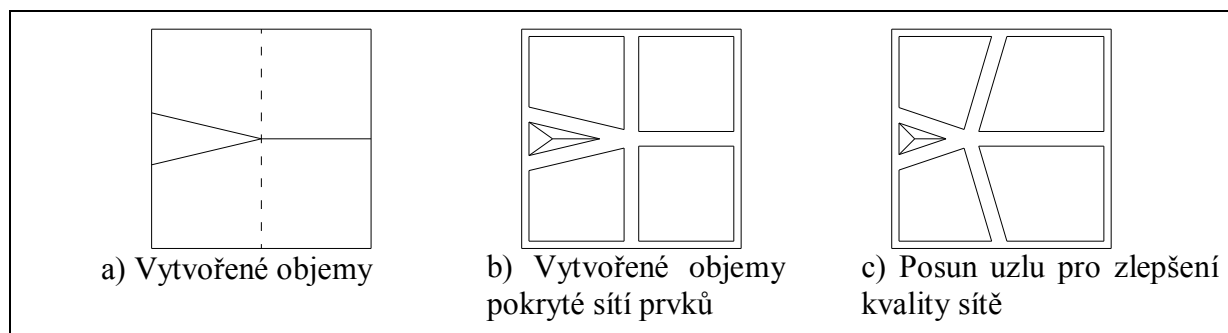


Obr. 66 Vygenerované objemy vrstev výpočtového modelu podzákladí.

Závěry

Z uvedeného lze konstatovat:

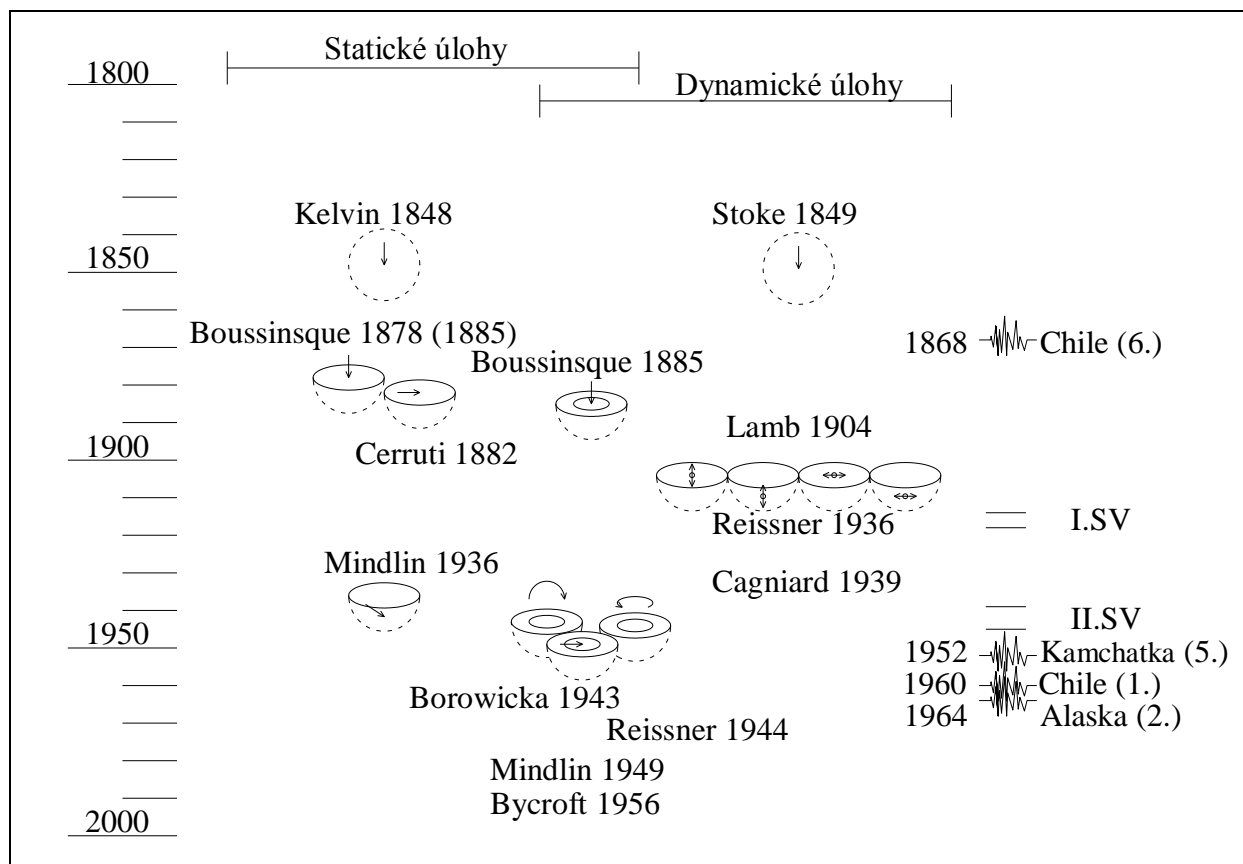
- Skriptovací jazyk APDL lze považovat za mocný nástroj, s jehož využitím lze automatizovat jak vytváření, tak výpočet i vyhodnocování v programovém prostředí ANSYS.
- Je ukázáno, že vytvoření univerzálního relativně složitěho generátoru podzákladí je s využitím APDL relativně snadné. Celková délka kódu je cca 340 řádků, z toho téměř polovinu zabírá generování objemů vrstev. Na takto vytvořený model pokrytý sítí konečných prvků je dále možno aplikovat automatické vytvoření okrajové podmínky s ideálním koeficientem viskózního tlumení opět pomocí APDL.
- Obdobným způsobem lze měnit libovolnou vlastnost (např. materiálovou charakteristiku) prvku (popřípadě celého objemu) v závislosti na poloze v prostoru, číslu vrstvy, mocnosti vrstvy, atd. Drobnou nevýhodou zde může být náročnější kontrola takto vygenerovaného modelu.
- Výhodou prezentovaného přístupu je jeho univerzálnost a možnost vytvoření přesného složitějšího modelu s možností vymizení (vyklínování) vrstvy.
- Možnost vymizení vrstvy lze však považovat za drobnou komplikaci při tvorbě sítě konečných prvků. Nesmíme zapomenout, že ne každý n-stěn lze pokrýt mapovanou sítí. Z toho důvodu může vzniknout několik prvků horší kvality v oblasti vymizení vrstev. Jejich kvalitu lze opět zlepšit automatickým posunutím uzlu (či klíčového bodu) s využitím APDL, viz následující schéma.



Obr. 67 Schéma zlepšení kvality sítě u objemů tvaru klínů.

7 Závěry a shrnutí

Problematika úloh interakce konstrukce s podzákladím se prolíná řadou vědních oborů a je v zájmu vědeckých pracovníků, matematiků a inženýrů po řadu desetiletí. Do historie této problematiky se nesmazatelně zapsala řada autorů a světových událostí (obrázek 68).



Obr. 68 Časové schéma významných historických událostí týkající se problematiky interakce konstrukce s podzákladím.

Jako první významná událost je uvedeno získání analytického řešení napjatosti od osamělé statické síly působící v **prostoru**, které odvodil Sir Thomson (více známý jako Lord Kelvin). O rok později se objevují první zmínky o ekvivalentní úloze v oblasti dynamiky, tedy řešení napjatosti v prostoru od osamělé harmonické síly. Stokes vyjádřil řešení v uzavřené formě v libovolném místě prostoru v časové i frekvenční oblasti (na tuto úlohu se odkazuje celá řada dalších problémů a metod a stala se i jedním ze základních kamenů metody hraničních prvků).

Další kapitolou je řešení napjatosti v pružném **poloprostoru** od různého zatížení. Úlohu osamělé síly působící kolmo na povrch pružného poloprostoru zformuloval známý francouzský matematik Boussineque roku 1887, kompletní vyřešení této úlohy mu trvalo sedm let. V tomto mezidobí vyřešil úlohu osamělé síly působící rovnoběžně s povrchem pružného poloprostoru italský matematik Cerruti. O více než půlstoletí později vyjádřil řešení napjatosti v pružném poloprostoru od libovolné síly (působící nejen na povrchu, ale i uvnitř poloprostoru) americký mechanik Mindlin. Úlohu harmonické síly působící na povrchu pružného poloprostoru formuloval Lamb roku 1936. Pro nedostatečně silný matematický aparát a nemaje možnosti numerické integrace pomocí výpočetní techniky, byl Lamb schopen vyjádřit řešení napjatosti pouze v oblastech vzdálených od působící síly. Na jeho práci navázali více než o třicet let později Reissner a později Cagniard, který dokázal vyčíslit dvojně integrály zformulované Lambem.

Další oblastí jsou úlohy odezvy **kruhového základu** na různé druhy zatížení umístěného na pružném poloprostoru. U těchto úloh se prolíná oblast statického a dynamického pojetí. Přesněji řečeno staticky odvozené veličiny jsou používány u dynamických modelů. Svislou tuhost (kolmo na povrch poloprostoru) zemního prostředí pod kruhovým základem odvodil již Boussinesqu (ke stejnému závěru za jiných předpokladů došel později Reissner a také Timoschenko a Goodier). Tuhost proti pootočení kruhového základu v rovině kolmé na povrch poloprostoru odvodil Borowicka, tuhost proti pootočení kruhového základu v rovině povrchu poloprostoru za předpokladu lineárního průběhu napětí odvodil Reissner. Vodorovnou tuhost (rovnoběžnou s povrchem poloprostoru) zemního prostředí pod kruhovým základem odvodil Mindlin, k nepatrně jinému závěru (zvláště pro hodnoty nízkého součinitele příčné kontrakce) došel později Bycroft.

Vývoj v problematice úloh interakce byl také ovlivněn několika významnými **světovými událostmi** a to zejména světovými válkami (první metody pro řešení dynamických úloh interakce konstrukce s podzákladím byly založeny na experimentech provedených během druhé světové války v Německu). Dále pak několika ničivými seismickými událostmi. Významné bylo také sestavení prvního jaderného reaktoru roku 1942 v Chicagu, první jaderné elektrárny roku 1954 v tehdejší Sovětské svazu, a také výstavba radarových obranných systémů na počátku studené války.

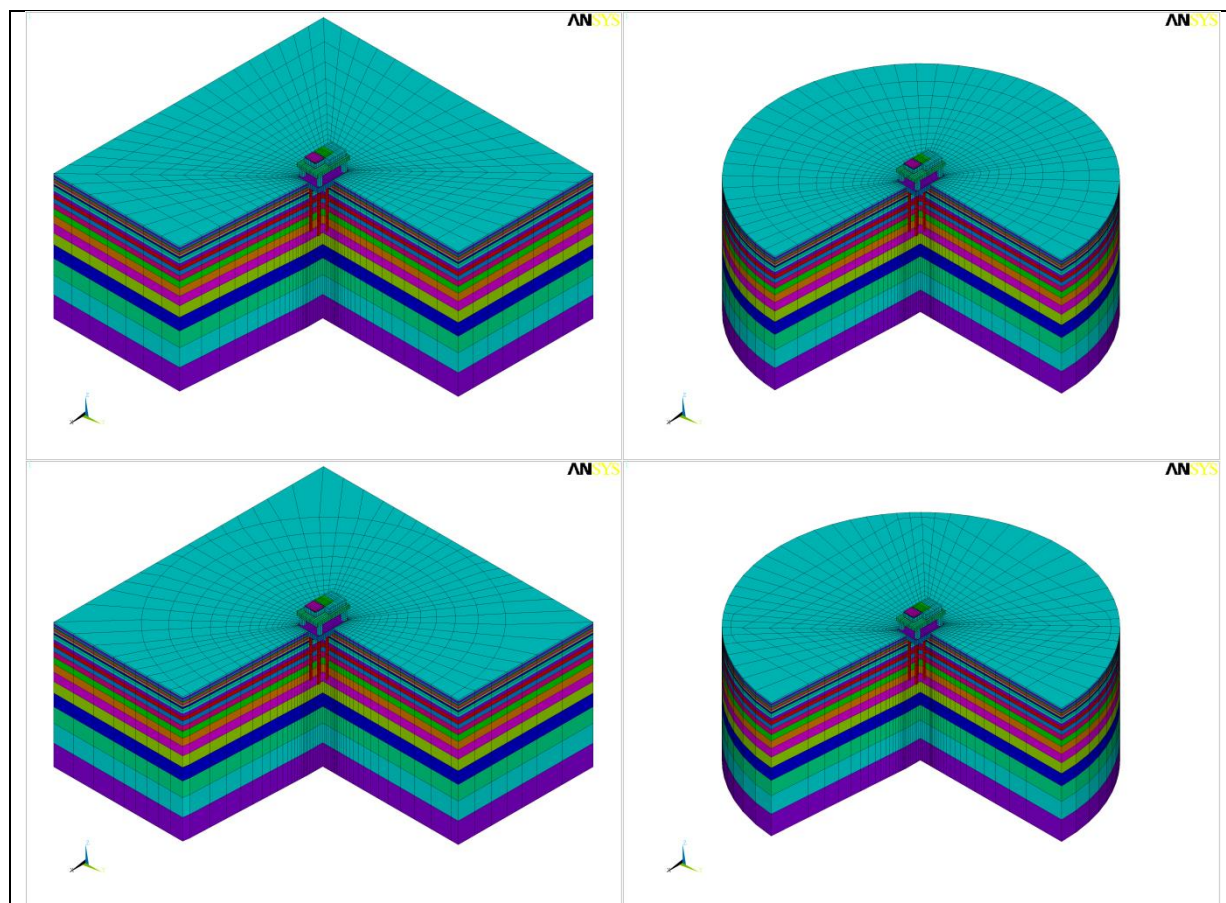
Mezi významné osobnosti, které zásadním způsobem přispěly do oblasti geotechniky, patří pražský rodák, profesor Harvardské univerzity a zakladatel mechaniky zemin, Karl Terzaghi. Dalšími uznávanými odborníky v oboru interakce konstrukce s podzákladím je dvojice Vladimír Kolář a Ivan Němec, jejichž povrchový model podzákladí lze považovat za nejlepší statický model vůbec. Oblastí dynamických výpočtů interakce konstrukce s podzákladím (případně s kapalinou) se zabývají také Vlastislav Salajka a Viktor Kanický. Na Slovensku v tomto oboru působí Norbert Jendželovský a Juraj Králik.

Z prezentovaných výsledků analýz je nutné zdůraznit tato konstatování:

- Řešení úlohy vlastních čísel pomocí řešení **charakteristické rovnice** je možné pouze u relativně jednoduchých systémů. Můžeme sledovat vliv změny parametru systému či přidání (odebrání) stupně volnosti na změnu hodnoty frekvence vlastního kmitání soustavy. I tak lze však tento přímý přístup považovat za neefektivní, zvláště se stoupajícím počtem stupňů volnosti. Průzkum a studium těchto jednoduchých systémů má však svůj význam a je důležité pro pochopení složitějších systémů.
- Porovnáním výsledků (pole posunutí a pole napjatosti) modelu pružného poloprostoru dle **Boussinesqa** a MKP modelu v prostředí ANSYS musíme konstatovat téměř naprostou shodu (s očekávanou výjimkou oblasti blízké okrajové podmínky). Boussinesqova úloha napětí je velice důležitá a na její výsledky se odkazuje (navazuje) řada dalších úloh (metoda hraničních prvků, Hertzův kontakt). Důležitým poznatkem je sledovaný vliv geometrické závislosti. Libovolnou veličinu lze vyjádřit jako součin dvou funkcí, kde první (složitější) funkce je závislá pouze na sférické souřadnici úhlu a druhá je funkce vzdálenosti od působíště síly (tedy pouze $1/r$ pro posuny, nebo $1/r^2$ pro napětí).
- Porovnáním výsledků (rychlostí, deformací) šíření vln výpočtovým MKP modelem s teoretickými předpoklady můžeme konstatovat kvalitní shodu. Je nutné dodržet maximální **velikost konečného prvku** v závislosti na rychlosti šíření vlny daným materiálem.
- Existuje vhodná **disipativní okrajová podmínka** s ideálním koeficientem viskózního tlumení závislým pouze na materiálových charakteristikách daného média. U této

okrajové podmínky je dosaženo téměř ideálního pohlcení dopadající vlny a lze tak konstatovat, že je nesrovnatelně vhodnější okrajovou podmínkou v úlohách dynamiky než běžně používané vetknutí a kluzné roviny. Tato okrajová podmínka musí být vždy modelována ve všech směrech posunů, tedy kolmo i rovnoběžně s hranicí modelu. Výjimečnost této okrajové podmínky můžeme pozorovat na řešených úlohách rovinných i prostorových.

- Dále můžeme říci, že sklon hranice modelu má na velikost odražené vlny vliv, ale ve srovnání s volbou okrajové podmínky je tento vliv zanedbatelný. Volba nesvislé hranice modelu nám může ušetřit výpočtový čas možným snížením počtu stupňů volnosti, na druhou stranu nám komplikuje vytváření prostorového modelu s automatickým generováním okrajové podmínky a následnou kontrolu modelu. Lze tedy říci, že **svislá hranice** není nejvhodnější, ale z praktického hlediska (s vhodnou okrajovou podmínkou) je a bude nejpoužívanější.
- Výpočtový model podzákladí **tvaru válce** lze považovat za výhodnější než model ve tvaru kvádrů. Model tvaru válce je přirozenější z hlediska šíření válcových a kulových ploch vlnění, dále je tento model výhodnější v hledání významných tvarů vlastního kmitání (jsou jasně odděleny tvary vlastního kmitání, kde kmitá pouze zemina). Bylo ověřeno, že se jedná o vliv tvaru modelu a ne vliv tvaru sítě na výpočtových modelech kombinující tyto vlivy (viz obrázek 69).
- Výpočtový model s **nehmotnou zemínou** je pro řešení úloh oblasti dynamiky nevhodný. Stejně závěry lze provést pro modely nijak nezahrnující vliv hmotnosti spolukmitající zeminy.
- Máme-li konstrukci založenou na pilotách, je velmi obtížné zvolit zjednodušující výpočtový model. Chceme-li nahradit vliv spolukmitající zeminy nemáme v současné době možnost zjistit kde a kolik hmotnosti zeminy přidat k pilotám. Navíc v každém tvaru kmitu kmitá jiná část spolukmitající zeminy. Jediným východiskem se jeví **prostorový výpočtový model s hmotnou zemínou**, který díky disipativní okrajové podmínce může být relativně malý a neklade velké nároky na výpočtový čas.
- Skriptovacího jazyka **APDL** lze velice efektivně využít, a to od tvorby modelů přes jejich následnou úpravu, nastavení a výpočet analýz až po vyhodnocení výsledků. Využití programovacího jazyka APDL ve spojení s programem ANSYS má velmi široké možnosti využití, které jsou omezeny pouze fantazií programátora



Obr. 69 Výpočtové modely vlivu tvaru modelu oproti vlivu tvaru sítě.

Seznam použité literatury

- [1] Němec I. *Modelování interakce stavby s podložím*, Vysoké učení technické v Brně, 1991.
- [2] Kolář V., Němec I. *Modelling of soil-structure interaction*, Academia, Praha, 336 s, 1990.
- [3] Kolář V., Němec I. *Contact Stress and Settlement in the Structure-Soil*, Academia, Praha, 159 s, 1991.
- [4] Kausel E. Early history of soil-structure interaction, *Soil Dynamics and Earthquake engineering*, Vol. 30, Issue 9, Elsevier, p. 822-832, September 2010.
- [5] Thomson, W.(Lord Kelvin).On the equations of equilibrium of an elastic solid, *Cambridge–Dublin Mathematical Journal*, Vol. 3, p. 87-89, 1848.
- [6] Stokes, G.G. On the dynamical theory of diffraction, *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, Vol. 9, p. 1-62, 1849.
- [7] Boussinesq, V.J. Équilibre d'élasticité d'un sol isotrope sans pesanteur, supportant différent poids, *Comptes Rendus*, Paris, Gauthier-Villars, LXXXVI, p. 1260-1263, 1878.
- [8] Boussinesq, V.J. Sur la dépression que produit, à la surface d'un sol horizontal élastique et isotrope, un poids qu'on dépose, et sur la répartition de ce poids entre ses divers point d'appui, *Comptes Rendus*, Paris, Gauthier-Villars, LXXXVII, p. 402-405, 1878.
- [9] Boussinesq, V.J. Sur la manière dont se distribue entre ses points d'appui le poids d'un corps dur, posé sur un sol poli, horizontal et élastique: identité de ce mode de répartition, pour une base de sustentation plane et horizontale, avec celui d'une charge électrique en équilibre dans une plaque mince de même forme, *Comptes Rendus*, Paris, Gauthier-Villars, LXXXVII, p. 519-522, 1878.
- [10] Cerruti, V. Ricerche intorno all'equilibrio dei corpi elastici isotropi, *Reale Accademia dei Lincei*, Roma, Vol.13, 1882.
- [11] Lamb, H. On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, A, 203, p. 1-42, 1904.
- [12] Cagniard, L. Réflexion et réfraction des ondes séismiques progressives, *Gauthier-Villars*, Paris, 1939.
- [13] Mindlin R. D. Force at a point in the interior of a semi-infinite solid, *Physics*, 7, p. 195-202, May 1936.
- [14] Boussinesq J. Application des potentiels a l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques, *Gauthier-Villars*, Paris, 1885.

-
- [15] Murthy V.N.S. *Geotechnical Engineering: Principles and Practices of Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Marcel Dekker Inc., New York, 1029 p. 2003, ISBN 0-8247-0873-3.
- [16] Som N.N., Das S.C. *Theory and Practice of Foundation Design*, Prentice-Hall, New Delhi, 399 p., 2006, ISBN 81-203-2190-1.
- [17] Braja M. D. *Principles of Foundation Engineering*, Cengage Learning, USA, Seventh Edition, 795 p., 2011, ISBN-13: 978-0-495-66810-7, ISBN-10: 0-49566810-9.
- [18] Tschebotarioff G. P., Ward E. R. The Resonance of Machine Foundations and the Soil Coefficients with Affect it, *Proc. 2nd Intern. Conf. on Soil Mech. & Found. Engng*, Vol 1, p. 309-313, Rotterdam, 1948.
- [19] Tschebotarioff G.P. Performance Records of Engine Foundation, *American Society for Testing and Materials*, Special Technical Publication, No.156, p. 63-73, 1953.
- [20] Tschebotarioff G. P. *Foundations, Retaining and Earth Structures – The Art of Design and Construction and its Scientific Basis in Soil Mechanics*, McGraw-Hill, NY. Second Edition, 1973.
- [21] Alpan I. Machine Foundation and Soil Resonance, *Geotechnique*, Vol.11, 1961.
- [22] Newcomb W.K. *Principles of Foundation Design for Engines and Compressors*, Trans. ASME, 1951.
- [23] Barkan D.D. *Dynamics of Bases and Foundations*, McGrae-Hill Book Co. New York, 478 p., 1962.
- [24] Lamb H. On the Propagation of Tremors over the Surface of an Elastic Solid, *Philosophical Transactions of the Royal Society*, Vol. 203, p. 1-42, London, 1904.
- [25] Reissner E. Stationäre, axialsymmetrische durch eine Schüttelnde Masse erregte Schwingungen eines homogenen elastischen Halbraumes, *Ingenieur-Archiv*, Vol. 7, Part 6, p. 381-396, 1936.
- [26] Richart F. E. Jr. Foundation Vibrations, *Trans. American Society for Civil Engineers*, Vol. 127, Part 1, p. 863-925, 1962.
- [27] Quinlan P. M. The Elastic Theory of Soil Dynamics, Symposium on Dynamic Testing of Soils, American Society for Testing and Materials, *Special Technical Publication*, No. 156, p. 3-34, 1953.
- [28] Sung T. Y. Vibrations in Semi-Infinite Solids due to Periodic Surface Loadings, Symposium on Dynamic Testing of Soils, American Society for Testing and Materials, *Special Technical Publication* No. 156, p. 35-64, 1953.
- [29] Sung T. Y. *Vibrations in Semi-Infinite Solids due to Periodic Surface Loadings*, S.D. thesis, Harvard University, May 1953.

-
- [30] Richart F. E. Jr., Whitman R. V. Comparison of Footing Vibration Tests with Theory, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, American Society for Civil Engineers, Vol. 93, No. SM 6, 1967.
- [31] Bycroft G. N. Forced Vibrations of a Rigid Circular Plate on a Semi-infinite Elastic Space and on an Elastic Stratum, *Philosophical Transactions of Royal Society*, London, Vol. 248, p. 327-368, 1956.
- [32] Lysmer J., Richart F.E. Jr. Dynamic Response of Footings to Vertical loading, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, American Society for Civil Engineers, Vol.92, SM1, p. 65-91, 1966.
- [33] Hsieh T.K. Foundation Vibrations, *Proceedings of Institution Of Civil Engineerings*, Vol. 22, p. 211-226, 1962.
- [34] Timoshenko S.P., Goodier J.N. *Theory of Elasticity*, McGraw – Hill Book Co, New York, 1951.
- [35] Borowicka H. Über ausmittig belastete starre Platten auf elastischisotropem Untergrund, *Ingenieur-Archiv*, 1, s. 1-8, 1943.
- [36] Reissner E., Sagoci H. F. Forced Torsional Oscillations of an Elastic Half-Space, *International Journal of Applied Physics*, Vol. 15, p. 652-654, 1944.
- [37] Meirovitch L. *Elements of Vibration Analysis*, McGraw-Hill Book Co, New York, 1975.
- [38] Wolf J.P. *Dynamic Soil Structure interaction in Time Domain*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 466 s., 1988, ISBN 0-13-221565-9.
- [39] Gupta B.N. Effect of Foundation Embedment on The Dynamic Behavior of Foundation of The Foundation – Soil System, *Geotechnique*, Vol. 22, No. 1, 1972.
- [40] Erden S.M., Stokoe K.H. Effects of Embedment on Foundation Response, *Shock and Vibration Problems in Geotechnical Engineering*, American Society for Civil Engineers, National Convention, Denver, Colorado, 1975.
- [41] Whitman R.V. Analysis of Soil Structure Interaction – A State of The Art Review, *Soil Publication*, No 300, M.I.T., 1973.
- [42] Kellezi L. Local Transmitting Boundaries for Transient Elastic Analysis, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Elsevier, p. 533-547, 2000.
- [43] Beer G., Meek J.L., Infinite domain elements, *International Journal of Numerical Method in Engineering*, p. 43-52, 1981.
- [44] Chow Y.K., Smith I.M., Static and periodic infinite solid elements, *International Journal of Numerical Method in Engineering*, p. 503-526, 1981.
- [45] Rajapakse R.K.N.D., Karasudhi P., Elastostatic infinite elements for layered half space, *Journal of Engineering Mechanics*, p. 1144-1158, 1985

- [46] Schrefler B.A., Simoni L., Non-isothermal consolidation of unbounded porous media using mapped infinite elements, *Commun. Numerical Methods in Engineering*, Volume 3, p. 445-452, 1987.
- [47] Honjo Y., Pokharel G., Parametric infinite elements for seepage analysis, *International Journal of Numerical Analytical Methods of Geomechanics*, Volume 17, p. 45-66, 1993.
- [48] Zhao C., Valliappan S., Transient infinite elements for seepage problems in infinite media, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Volume 17, p. 323-341, 1993.
- [49] Park W.S., Yun C.B., Pyun C.K., Infinite elements for evaluation of hydro- dynamic forces on offshore structures, *Computers and Structure*, Volume 40, p. 837-847, 1991.
- [50] Park W.S., Yun C.B., Pyun C.K., Infinite elements for 3-dimensional wave- structure interaction problems, *Engineering Structures*, Volume 14, p. 335-346, 1992.
- [51] Astley R.J., Macaulay G.J., Coyette J.P., Mapped wave envelope elements for acoustic radiation and scattering, *Journal of Sound and Vibration*, Volume 170, p. 97-118, 1994.
- [52] Bettess P., Abram R.A., Finite and infinite elements for a simple problem in quantum mechanics, *Communications Numerical Methods Engineering*, Volume 18, p. 325-334, 2002.
- [53] Chow Y.K., Smith I.M., Static and periodic infinite solid elements, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Volume 17, p. 503-526, 1981.
- [54] Yang S.C., Yun C.B., Axisymmetric infinite elements for soil–structure interaction analysis, *Engineering Structures*, Volume 14, p. 361-370, 1992.
- [55] Kazakov K. Continuity between Finite and Infinite Elements, Along Artificial Boundary in Soil-Structure Interaction Problems, *Proceedings of the Jubilee Conference in UACG 2007*, Sofia, Bulgaria, 2007.
- [56] Yun C. B., Kim J. M. Dynamic Infinite Elements for Soil-Structure Interaction Analysis in a Layered Soil Medium, *Computational Methods in Engineering and Science*, Sanya, Hainan, China, p. 153-167, 2006, ISBN 978-3-540-48259-8.
- [57] Králik J. Earthquake Response Analysis of Nuclear Power Plant Buildings, *11th European Conference on Earthquake Engineering*, FAEE Paris, 1998.
- [58] Králik J. Safety analysis of nuclear power plant structures in Slovakia, *In Proc. 1st Meeting for the ISP 48*, Sweden, Stockholm, 2002.
- [59] Králik J; Šimonovič M. Dynamic analysis of foundation plate and soil interaction using finite and infinite soil elements, *In Proc. 12th ECEE London 2002*. Amsterdam: Elsevier, Paper 768. p. 1-10, 2002.

-
- [60] Šimonovič M, Králik J. Utilisation of space infinite elements in the soil dynamics, *VII. vedecká medzinárodná konferencia SvF TU Košice*, Košice, SvF TU, 2002.
- [61] Šimonovič M; Králik J. The infinite elements in the soil dynamics, *New Trends in Statics and Dynamics of Buildings*, Bratislava, CEF SUT 2002, ISBN 80-227-1790-8.
- [62] Pacheco-Crosetti G. E. *Dynamic Lateral Response of Single Piles Considering Soil Inertia Contribution*, University of Puerto Rico, 2007.
- [63] Hetenyi M. *Beams on Elastic Foundations*, University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan, 1946.
- [64] Scott R. F. *Foundation Analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 568 s., 1981, ISBN 978-0-133-29169-8.
- [65] Vesić A. B. Bending of Beams Resting on Isotropic Elastic Solid, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, American Society for Civil Engineers, Vol. 87, No. 2, p. 35-53, 1961.
- [66] Palmer L. A., Thompson J. B. The Earth Pressure and Deflection Along Embedded Lengths of Piles Subjected to Lateral Thrusts, *Proceedings of the 2nd International Conference in Soil Mechanics and Foundation engineering*, Rotterdam, Vol. 5, 1948.
- [67] Reese L. C. and Matlock H. Non-Dimensional Solutions for Laterally Loaded Piles with Soil Modulus Assumed Proportional to Depth, *Proceedings of the 8th Texas Conference in Soil Mechanics and Foundation engineering*, Bureau of Engineering Research, Special Publication 29, Univ. of Texas, Austin, 1956.
- [68] Bowles J. E. *Foundation Analysis and Design*, McGraw-Hill Companies, New York, 1996.
- [69] Bowles J. E. *Analytical and Computer Methods in Foundation Engineering*, McGraw-Hill Companies, New York, 1974.
- [70] Broms B. B. Lateral resistance of Piles in Cohesive Soils, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, American Society for Civil Engineers, Vol. 90, No. 2, 1964.
- [71] Broms B. B. Lateral resistance of Piles in Cohesionless Soils, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, American Society for Civil Engineers, Vol. 90, No. 3, 1964.
- [72] Broms B. B. Design of Laterally Loaded Piles, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, American Society for Civil Engineers, Vol. 91, No. 3, 1965.
- [73] Matlock H. and Reese L. C. Generalized Solutions for Laterally Loaded Piles, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, American Society for Civil Engineers, Vol. 86, No. 5, 1960.

-
- [74] Reese L. C. Laterally Loaded Piles: Program Documentation, *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, American Society for Civil Engineers, Vol. 103, 1977.
- [75] Matlock H. Correlations for Design of Laterally Loaded Piles in Soft Clay, *Proceedings of the 2nd Offshore Tech. Conference*, Houston, Texas, Vol. 1, 1970.
- [76] Ashour M., Norris G., Pilling P. Lateral Loading of a Pile in Layered Soil Using the Strain Wedge Model, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, American Society for Civil Engineers, Vol. 124, No. 4, 1998.
- [77] Ashour M., Norris G. Modeling Lateral Soil-Pile Response Based on Soil - Pile Interaction, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, American Society for Civil Engineers, Vol. 126, No 5, 2000.
- [78] Davis E. H., Booker J. R. The Bearing Capacity of Strip Footings from the Standpoint of Plasticity Theory, *Proceedings of the 1st Australian-New Zealand Conference On Geomechanics*, Melbourne, Australia, Vol. 1, 1971.
- [79] Douglas D. J., Davis E. H. The Movements of Buried Footings Due to Moment and Horizontal Load and the Movement of Anchor Plates, *Géotechnique*, Vol. 14, 1964
- [80] Spillers W. R., Stoll R. D. Lateral Response of Piles, *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*, American Society for Civil Engineers, Vol. 90, No. 6, 1964.
- [81] Poulos H. G. Behavior of Laterally Loaded Piles: I – Single Piles, *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*, American Society for Civil Engineers, Vol. 97, SM5, 1971.
- [82] Poulos H. G. Behavior of Laterally Loaded Piles: III – Socketed Piles, *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*, American Society for Civil Engineers, Vol. 98, SM4, 1972.
- [83] Baguelin F., Frank R. Theoretical Studies of Piles Using the Finite Element Method, *Proceedings of the Conference Numerical Methods in Offshore Piling*, London, Institute of Civil Engineers, 1979.
- [84] Banerjee P. K., Davies T. G. The Behavior of Axially and Laterally Loaded Single Piles Embedded in Non-Homogeneous Soils, *Géotechnique*, Vol. 28, No. 3, 1978.
- [85] Desai C. S., Appel G. C. 3-D Analysis of Laterally Loaded Structures, *Proceedings of the 2nd International Conference Numerical Methods in Geomechanics*, Blacksburg, Virginia, American Society for Civil Engineers, Vol. 1, 1976.
- [86] Yang Z., Jeremic B. Numerical Analysis of Pile Behavior under Lateral Loads in Layered Elastic-Plastic Soils, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 26, 2002.
- [87] Richart F. E. Jr., Hall J. R. Jr., Woods R. D. *Vibrations of Soils and Foundation*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1970.

-
- [88] Berger E., Mahin S.A., Pyke R. Simplified Method for Evaluating Soil-Pile Structure Interaction Effects, *Proceedings of the 9th Offshore Technology Conference*, Houston, Texas, 1977.
- [89] Novak M., Nogami T., Aboul-Ella F. Dynamic Soil Reaction for Plane Strain Case, *Journal of Engineering Mechanics*, American Society for Civil Engineers, Vol. 104, No. 4, 1978.
- [90] Gazetas G., and Dobry R. Horizontal Response of Piles in Layered Soils, *Journal of Geotechnical Engineering*, American Society for Civil Engineers, Vol. 110, No. 1, 1984.
- [91] Gazetas G., and Dobry R. Simple Radiation Damping Model for Piles and Footings, *Journal of Engineering Mechanics*, American Society for Civil Engineers, Vol. 110, No. 6, 1984.
- [92] Nogami, T., Novak M. Coefficients of Soil Reaction to Pile Vibration, *Journal of Geotechnical Engineering*, American Society for Civil Engineers, Vol. 106, No. 5, 1980.
- [93] Nogami T., Konagai K. Time Domain Flexural Response of Dynamically Loaded Single Piles, *Journal of Engineering Mechanics*, American Society for Civil Engineers, Vol. 144, No. 9, 1988.
- [94] Nogami T., Otani J., Konagai K., and Chen H.L. Nonlinear Soil-Pile Interaction Model for Dynamic Lateral Motion, *Journal of Geotechnical Engineering*, American Society for Civil Engineers, Vol. 118, No. 1, 1992.
- [95] El Naggar M. H., Novak M. Nonlinear Lateral Interaction in Pile Dynamics, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 14, Elsevier Science Limited, 1995.
- [96] El Naggar M. H., Novak M. Nonlinear Analysis for Dynamic Lateral Pile Response, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 15, Elsevier Science Limited, 1996.
- [97] El Naggar M. H., Bentley K. J. Dynamic Analysis for Laterally Loaded Piles and Dynamic p-y Curves, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 37, 2000.
- [98] Novak M. 1974. Dynamic Stiffness and Damping of Piles, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 11, NRC Research Press, 1974.
- [99] Wolf J. P. *Dynamic Soil-Structure Interaction*, Prentice-Hall INC., Englewood Cliffs, ISBN 0-13-2215655-5, 1985.
- [100] Klar A. and Frydman S. Three-Dimensional Analysis of Lateral Pile Response using Two-Dimensional Explicit Numerical Scheme, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, American Society for Civil Engineers, Vol. 128, No. 9, p. 775-784, 2002.
- [101] ANSYS, Inc. *Theory*, Repase 11, 2007.

- [102] Wilson E. L. *Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures*, Computers and Structures Inc., Berkeley California USA, Third Edition, 2002.
- [103] Braja M. D. *Fundamentals of Soil Dynamics*, Elsevier, New York Amsterdam Oxford.
- [104] Chowdhury I., Dasgupta S.P. *Dynamics of Structure and Foundation – A Unified Approach, 2. Applications*, CRC Press Taylor & Francis Group/ A Balkema Book, Boca Raton, London, New York, Leiden, eBook ISBN 978-0-203-88527-7, print ISBN 978-0-415-47145-9, 2009.
- [105] Chowdhury I., Dasgupta S.P. *Dynamics of Structure and Foundation – A Unified Approach I. Fundamentals*, CRC Press Taylor & Francis Group/ A Balkema Book, Boca Raton, London, New York, Leiden, eBook ISBN 978-0-203-88527-7, print ISBN 978-0-415-47145-9, 2009.
- [106] Kolsky H. *Stress Waves in Solids*, Dover Publications, Inc. (New York) and Clarendon Press, Oxford, 1953.
- [107] Ewig W., Jadetzky W. S., Press F. *Elastic Waves in Layered Media*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1957.
- [108] Grant F. S., West G. F. *Interpretation Theory in Applied Geophysics*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1965.
- [109] Zoeppritz K. Nach d. Konigl. Gesell d. Wissen, z. Gottingen, *Math-Phys.*, Berlin, 1919.
- [110] McCamy K., Meyer R.P., Smith T. J. Generally Applicable Solutions of Zoeppritz Amplitude Equations, *Bulletin of Seismological Society of America*, Vol. 52, No. 4, 1962.
- [111] Rayleigh Lord On Waves Propagated Along the Plane Surface of an Elastic Solid, *London Mathematical Society Proc.*, 17, 1885.
- [112] Viktorov I. A. The Effects of Surface Defects on the Propagation of Rayleigh Waves, *Soviet Physics, Doklady*, 3, 1958.
- [113] deBremaecker J. Cl. Transmission and Reflection of Rayleigh Waves at Corners, *Geophysics*, Vol. 23, 1958.
- [114] Knopoff L. Gangi A. F. Transmission and Reflection of Rayleigh Waves by Wedges, *Geophysics*, Vol. 25, 1960.
- [115] Pilant W. L., Knopoff L., Schwab F. Transmission and Reflection of Surface Waves at a Corner, Rayleigh Waves (Experimental), *Journal of Geophysical Research*, Vol. 69, No. 2, 1963.
- [116] Kane J., Spence J. Rayleigh Transmission on Elastic Wedges, *Geophysics*, Vol. 28, No.5, 1963.

-
- [117] Woods R. D. Screening of Surface Waves in Soils, *Journal of Soil Mechanics and Foundation Division*, Proc. American Society for Civil Engineers, Vol. 94, SM4, 1968.
- [118] *ANSYS Modeling and Meshing Guide*, ANSYS Release 9.0, 2004
- [119] *ANSYS Structure Analysis Guide*, ANSYS Release 9.0, 2004
- [120] Hall W.S., Oliveto G. *Boundary Element Method for Soil-Structure Interaction*, Kluwer Academic Publishers, New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow, 2003, eBook ISBN 0-306-48387-4, print ISBN 1-4020-1300-0.
- [121] Craig, R. *Structural Dynamics – An Introduction to Computer Methods*. John Wiley & Sons 1981.
- [122] Hall W. S., Oliveto G. *Boundary Element Methods For Soil-Structure Interaction*, Kluwer Academic Publishers, Printed in the Netherlands, 2003.
- [123] William Thomson – foto, dostupné na www:
<<https://thatsmaths.files.wordpress.com/2013/03/kelvin-compass.jpg>> (19.1.2015).
- [124] Joseph Boussinesq – foto, dostupné na www:
<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/en/1/19/Joseph_Boussinesq.jpg> (19.1.2015).
- [125] Valentino Francesco Cerruti – foto, dostupné na www:
<http://www.aif.it/FISICI_7/F24_1b.jpg> (19.1.2015).
- [126] Raymond David Mindlin – foto, dostupné na www:
<<http://www.olemiss.edu/sciencenet/mindlin/mindlin2.jpg>> (19.1.2015).
- [127] Sir George Gabriel Stoke – foto, dostupné na www:
<<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/a/ad/Ggstokes.jpg/220px-Ggstokes.jpg>> (19.1.2015).
- [128] Sir Horace Lamb – foto, dostupné na www:
<<http://epsassets.manchester.ac.uk/medialand/math/images/about-us/history/horace-lamb.jpg>> (19.1.2015).
- [129] Sir Isaac Newton – foto, dostupné na www: <http://spaceplace.nasa.gov/how-orbits-work/en/Newton_lrg.en.jpg> (19.1.2015).
- [130] Leonhard Euler – foto, dostupné na www: <<http://www.ega-math.narod.ru/Bell/IMG/Euler1.jpg>> (19.1.2015).
- [131] Jean le Rond d’Alembert – foto, dostupné na www:
<http://hv.agora.qc.ca/_eagora/images/dalembert_j_67610051b04d_persportrait_0_b0.jpg> (19.1.2015).
- [132] Joseph Louis Lagrange – foto, dostupné na www:
<http://www.lagrange.it/Joseph_Louis_Lagrange.jpg> (19.1.2015).

- [133] James Clerk Maxwell – foto, dostupné na [www](http://www.converter.cz/fyzici/images/maxwell.jpg):
<<http://www.converter.cz/fyzici/images/maxwell.jpg>> (19.1.2015).
- [134] Cornelius Lanczos – foto, dostupné na [www](http://www.physics.ncsu.edu/lanczos/lanczos1.jpg):
<<http://www.physics.ncsu.edu/lanczos/lanczos1.jpg>> (19.1.2015).
- [135] Nathan M. Newmark – foto, dostupné na [www](http://www.nap.edu/books/0309044421/xhtml/images/img00010.jpg):
<<http://www.nap.edu/books/0309044421/xhtml/images/img00010.jpg>> (19.1.2015).
- [136] John William Strutt – foto, dostupné na [www](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/2/28/John_William_Strutt.jpg/220px-John_William_Strutt.jpg):
<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/2/28/John_William_Strutt.jpg/220px-John_William_Strutt.jpg> (19.1.2015).
- [137] Augustus Edward Hough Love – foto, dostupné na [www](https://c1.staticflickr.com/1/181/464076851_7bfc21351.jpg):
<https://c1.staticflickr.com/1/181/464076851_7bfc21351.jpg> (19.1.2015).

Seznam publikovaných prací

- [138] Doležel J., Kabát V., Lahner J., Martinásek J., Řoutil L. Numerická analýza průběhu porušení betonového trámce za ohybu Část I, Sborník konference *Juniorstav 2008*, VUT v Brně, Fakulta stavební, Brno, 2009.
- [139] Martinásek J. *Dynamická analýza základové konstrukce pod kompresor*, Brno, 2008.
- [140] Kika O., Martinásek J., Salajka V. Seismická analýza nosné konstrukce vertikální průmyslové pece, Sborník konference *Medzinárodná konferencia 70 rokov SvF STU*, Slovenská technická univerzita v Bratislave, Stavebná fakulta, Bratislava, Slovensko, 2008, ISBN 978-80-227-2979-6.
- [141] Martinásek J. Vliv tvaru modelu podzákladí na modální charakteristiky konstrukce, sborník konference *Juniorstav 2009*, VUT v Brně, Fakulta stavební, Brno, 2009, ISBN 978-80-214-3810-1.
- [142] Martinásek J. The effects of discretization of subsoil on modal characteristics of the construction, sborník *XII. Mezinárodní vědecké konference*, VUT v Brně, Fakulta stavební. Brno, 2009, ISBN 978-80-7204-629-4.
- [143] Martinásek J. Vliv modelu podzákladí a vliv stupně diskretizace modelu podzákladí na dynamickou odezvu konstrukce, sborník konference *Juniorstav 2010*, VUT v Brně, Fakulta stavební, Brno, 2010, ISBN 978-80-214-4042-5.
- [144] Martinásek Z., Mácha T., Rášo O., Martinásek J.; Šilhavý P. Optimization of differential power analysis, *Przegląd Elektrotechniczny*, Vol. 2011, No. 12, p. 140-144, 2011, ISSN: 0033- 2097.
- [145] Martinásek J. Numerická analýza vlivu parametrů MKP modelu podzákladí na modální charakteristiky systému podzákladí-konstrukce, *Konstrukce*, KONSTRUKCE Media, s.r.o., č.6, roč.10, Ostrava, 2011, ISSN 1213-8762.
- [146] Martinásek Z., Nečas O., Zeman V., Martinásek J. Diferenciální elektromagnetická analýza, *Elektrorevue*, roč. 2011, č. 60, s. 1-6, 2011, ISSN: 1213-1539.
- [147] Martinásek J. Řešené numerické příklady do předmětu Statika I, Sborník konference *Juniorstav 2011*, VUT v Brně, Fakulta stavební. Brno, 2011, ISBN 978-80-214-4232-0.
- [148] Štěpánek M., Martinásek J. Vliv postupu hutnění násypu na stav napjatosti přesypaných kleneb, sborník konference *Juniorstav 2011*, VUT v Brně, Fakulta stavební, Brno, 2011, ISBN 978-80-214-4232-0.
- [149] Martinásek J., Kratochvíl O. Dynamická analýza mostní konstrukce zatížené pohybem osob s důrazem na vodorovné zatížení. Sborník konference *Juniorstav 2012*, VUT v Brně, Fakulta stavební, Brno, 2012, ISBN: 978-80-214-4393-8.
- [150] Martinásek J., Martinásek Z. Vytváření prostorového modelu podzákladí v systému ANSYS s využitím programovacího jazyka APDL, Sborník konference *Juniorstav 2012*, VUT v Brně, Fakulta stavební, Brno, 2012, ISBN: 978-80-214-4393-8.

- [151] Martinásek J., Martinásek Z. Numerická analýza vlivu parametrů modelu podzákladí na modální charakteristiky systému podzákladí-konstrukce, Sborník konference *Juniorstav 2012*, VUT v Brně, Fakulta stavební, Brno, 2012, ISBN: 978-80-214-4393-8.
- [152] Martinásek J. Numerická analýza vlivu parametrů a typu okrajové podmínky na velikost amplitudy odražené vlny v zemním prostředí řešená metodou konečných prvků, *Konstrukce*, KONSTRUKCE Media, s.r.o., Ostrava 2013, č.5, roč.12, ISSN 1213-8762
- [153] Martinásek J. Numerická analýzy vlivu parametrů modelu podzákladí na dynamickou odezvu osamělé desky v interakci s podzákladím, Sborník konference *Juniorstav 2013*, VUT v Brně, Fakulta stavební, Brno, 2012, ISBN: 978-80-214-4669-4
- [154] Martinásek J. Numerická analýzy vlivu parametrů modelu podzákladí na dynamickou odezvu osamělé piloty v interakci s podzákladím, Sborník konference *Juniorstav 2013*, VUT v Brně, Fakulta stavební, Brno, 2012, ISBN: 978-80-214-4669-4
- [155] Martinásek J. Srovnání pole napjatosti a posunutí pružného poloprostoru modelu dle Boussinesqa, Westergaarda a MKP modelu, Sborník konference *Juniorstav 2014*, VUT v Brně, Fakulta stavební, Brno, 2013, ISBN: 978-80-214-4851-3.
- [156] Lang R., Němec I., Martinásek J. Specifické aspekty ohybově netuhých konstrukcí. Proceedings of the 12th International Conference on *New Trends in Statics and Dynamics of Buildings*. Faculty of Civil Engineering, STU Bratislava, 2014. (pouze CD) ISBN 978-80-227-4259-7.
- [157] Martinásek J. Vzájemné srovnání odezvy v časové oblasti a harmonické analýzy stolového základu v interakci s podzákladím řešené v systému ANSYS, Sborník konference *Juniorstav 2015*, VUT v Brně, Fakulta stavební, Brno, 2015, ISBN: 978-80-214-5091-2.
- [158] Martinásek J. Generování prostorového vrstevnatého modelu podzákladí ze zadaných vrtů pomocí programovacího jazyka APDL v programovém systému ANSYS, Sborník konference *Juniorstav 2015*, VUT v Brně, Fakulta stavební, Brno, 2015, ISBN: 978-80-214-5091-2.

Seznam obrázků

OBR. 1 VÝPOČTOVÝ MODEL STROJE, ZÁKLADOVÉ KONSTRUKCE A PODZÁKLADÍ.....	5
OBR. 2 VYBRANÉ OSOBNOSTI TEORIE MODELŮ PODZÁKLADÍ, [123] AŽ [128].....	9
OBR. 3 SCHÉMA VÝPOČTOVÉHO MODELU ZÁKLADU SE STROJEM SE ZAHRNUTÍM A BEZ ZAHRNUTÍ VLIVU PODZÁKLADÍM.	10
OBR. 4 SCHÉMA SLOŽEK NAPĚTÍ NA ELEMENTU MODELU PRUŽNÉHO POLOPROSTORU.	11
OBR. 5 KONSTANTNÍ ZATÍŽENÍ OBDÉLNÍKOVÉHO PŮDORYSU PŮSOBÍCÍ NA POVRCHU PRUŽNÉHO POLOPROSTORU.	14
OBR. 6 KONSTANTNÍ ZATÍŽENÍ KRUHOVÉHO PŮDORYSU PŮSOBÍCÍ NA POVRCHU PRUŽNÉHO POLOPROSTORU.	14
OBR. 7 SCHÉMA MINDLINOVA MODELU PRO VERTIKÁLNÍ SLOŽKU SÍLY.	16
OBR. 8 SCHÉMA MINDLINOVA MODELU PRO HORIZONTÁLNÍ SLOŽKU SÍLY.	16
OBR. 9 SCHÉMA EFEKTIVNÍHO MODELU PODZÁKLADÍ – REDUKCE DIMENZE.....	20
OBR. 10 NÁVRHOVÉ GRAFY POTŘEBNÉ PLOCHY ZÁKLADU V ZÁVISLOSTI NA REDUKOVANÉ FREKVENCÍ A DRUHU ZEMINY, ZDROJ TSCHEBOTARIOFF [19].	21
OBR. 11 SCHÉMA VLASTNÍCH TVARŮ ZÁKLADU SE STROJEM.	23
OBR. 12 SCHÉMA REISSNEROVA MODELU.	25
OBR. 13 NÁVRHOVÉ GRAFY PRO VÝPOČET AMPLITUDY BEZROZMĚRNÉ VÝCHYLKY V ZÁVISLOSTI NA BEZROZMĚRNÉ FREKVENCÍ A HMOTNOSTNÍM POMĚRU, ZDROJ RICHART [26].....	26
OBR. 14 GRAFY VYJADŘUJÍCÍ Vliv ROZDĚLENÍ NAPĚTÍ V ZÁKLADOVÉ SPÁŘE A Vliv SOUČINITELE PŘÍČNÉ KONTRAKCE NA HODNOTU BEZROZMĚRNÉ VÝCHYLKY, ZDROJ RICHART, WHITMAN [30].	26
OBR. 15 GRAF FUNKCÍ VÝCHYLKY, ZDROJ BYCROFT [31].	27
OBR. 16 GRAF FUNKCÍ VÝCHYLKY, ZDROJ RICHART, LYSMER [32].	27
OBR. 17 SCHÉMA MODELU KONSTRUKCE S PODZÁKLADÍM S OKRAJOVOU PODMÍNKOU NEKONEČNÉHO PRVKU.	35
OBR. 18 SCHÉMA MODELU KLÍNU, ZDROJ ASHOUR, NARRIS [77].....	37
OBR. 19 SCHÉMA MODELŮ PRO ŘEŠENÍ ODEZVY OSAMĚLÉ PILOTY.	39
OBR. 20 SCHÉMA MODELŮ PRO ANALÝZU GEOMETRICKÉHO TLUMENÍ.....	39
OBR. 21 SCHÉMA EKVIVALENTNÍHO MODELU.	40
OBR. 22 VYBRANÉ OSOBNOSTI TEORIE DYNAMIKY A MECHANICKÉHO VLNĚNÍ, [129] AŽ [137].....	43
OBR. 23 SCHÉMA SOUSTAVY S JEDNÍM STUPNĚM VOLNOSTI, LINEÁRNÍ MODEL.	44
OBR. 24 SCHÉMA DRUHŮ KMITÁNÍ.	45
OBR. 25 SCHÉMA VLASTNÍHO NETLUMENÉHO KMITÁNÍ SOUSTAVY S JEDNÍM STUPNĚM VOLNOSTI.	45
OBR. 26 SCHÉMA VLASTNÍHO TLUMENÉHO KMITÁNÍ SOUSTAVY S JEDNÍM STUPNĚM VOLNOSTI.	47
OBR. 27 SCHÉMA ODEZVY VISKÓZNĚ TLUMENÉ JEDNOSTUPŇOVÉ SOUSTAVY NA HARMONICKÉ BUZENÍ.	49
OBR. 28 SCHÉMA MAXWELLOVA SILOVÉHO DIAGRAMU PRO RŮZNÝ FÁZOVÝ POSUN.	51
OBR. 29 SCHÉMA SDOF S ROTUJÍCÍM NEVÝVAŽKEM.....	53
OBR. 30 SCHÉMA SDOF, BUZENÍ ZÁKLADU.	54
OBR. 31 ELEMENT PODÉLNÉHO KMITÁNÍ NEKONEČNÉHO PRUTU.	60
OBR. 32 ELEMENT TORZNÍHO KMITÁNÍ NEKONEČNÉHO PRUTU.....	61
OBR. 33 TVARY PODÉLNÉHO (TORZNÍHO) VLASTNÍHO KMITÁNÍ KONEČNÉHO PRUTU.	64
OBR. 34 PODÉLNÉ KMITÁNÍ NEKONEČNÉHO PRUTU.	64
OBR. 35 SCHÉMA NAPĚTÍ NA PROSTOROVÉM ELEMENTU.....	66
OBR. 36 SCHÉMA ODRAZU/LOMU VLNĚNÍ V PROSTORU.....	69
OBR. 37 SCHÉMA KRITICKÝCH ÚHLŮ DOPADU VLNĚNÍ V PROSTORU, TOTÁLNÍ ODRAZ.	73
OBR. 38 SCHÉMA POVRCHOVÝCH VLN.	73
OBR. 39 SCHÉMA R-VLNY PŘI DOPADU NA ROZHRANÍ MATERIÁLU.	75
OBR. 40 POMĚR ENERGIE ODRAŽENÉ R-VLNY K ENERGII DOPADAJÍCÍ VLNY V ZÁVISLOSTI NA ROHOVÉM ÚHLU A SOUČINITELI PŘÍČNÉ KONTRAKCE, ZDROJ RICHART, HALL, WOODS [87].	76
OBR. 41 SCHÉMA MODELU LOVEOVY VLNY.	77
OBR. 42 ZÁVISLOST RYCHLOSTI LOVEOVY VLNY NA ÚHLOVÉ FREKVENCÍ.	78
OBR. 43 TYPICKÝ PRŮBĚH POSUNUTÍ BODU NA POVRCHU HOMOGENNÍHO IZOTROPNÍHO PRUŽNÉHO POLOPROSTORU OD OSAMĚLÉHO JEDNORÁZOVÉHO IMPULZU PŮSOBÍCÍHO NA POVRCHU, ZDROJ LAMB [24].	79
OBR. 44 TYPICKÝ PRŮBĚH POSUNUTÍ BODŮ HOMOGENNÍHO IZOTROPNÍHO PRUŽNÉHO POLOPROSTORU OD OSAMĚLÉHO JEDNORÁZOVÉHO ZDROJE (KRUHOVÉ DESKY) PŮSOBÍCÍHO NA POVRCHU, ZDROJ WOODS [117].	79
OBR. 45 TRAJEKTORIE SLEDOVANÉHO UZLU PILOTY PŘI ROZBĚHU STROJE (VIZ ODDÍL 6.7.4).....	81
OBR. 46 CHARAKTERISTICKÝ POLYNOM ŘEŠENÉ ÚLOHY, JEHO KOŘENY A PRŮBĚH.	83
OBR. 47 SCHÉMA ŘEŠENÉ ÚLOHY.	85
OBR. 48 SCHÉMA ŘEŠENÉ ÚLOHY – KONZOLA O ČTYŘECH STUPNÍCH VOLNOSTI.....	85
OBR. 49 SCHÉMA ŘEŠENÝCH ÚLOH.	86
OBR. 50 ORIENTACE SOUŘAD. SYSTÉMU.	93

OBR. 51 VEKTORY VÝSLEDNÉHO POSUNUTÍ V ROVINĚ RZ V ZÁVISLOSTI NA SOUČINITELI PŘÍČNÉ KONTRAKCE A METODĚ ŘEŠENÍ, DLE BOUSSINESQA (VLEVO), PROGRAMEM ANSYS (VPRAVO).	97
OBR. 52 SCHÉMA GEOMETRICKÉ PODOBNOSTI PRŮBĚHU NAPĚTÍ A POSUNŮ.	99
OBR. 53 SCHÉMA ŘEŠENÉ ÚLOHY (2D ÚLOHA – ROTAČNÍ SYMETRIE).	101
OBR. 54 SCHÉMA ZATÍŽENÍ.	101
OBR. 55 PŘÍKLADY VÝPOČTOVÝCH MODELŮ.	102
OBR. 56 VEKTORY POSUNUTÍ VYBRANÉHO MODELU (ČAS 0.145 s).	109
OBR. 57 SCHÉMA VÝPOČTOVÉHO MODELU.	112
OBR. 58 VÝPOČTOVÝ MODEL DESKY NA PROSTOROVÉM MODELU PODZÁKLADÍ.	113
OBR. 59 SCHÉMA ZATÍŽENÍ.	118
OBR. 60 SCHÉMA ŘEŠENÉ ÚLOHY.	118
OBR. 61 CELKOVÉ POSUNY VYBRANÝCH VRSTEV PODZÁKLADÍ, ROZDÍL MODELU S HMOTNOU A NEHMOTNOU ZEMINOU ($t = 1.0$ s).	123
OBR. 62 SLEDOVANÉ UZLY (ODEZVA V ČASOVÉ OBLASTI, HARMONICKÁ ANALÝZA).	125
OBR. 63 VÝPOČTOVÝ MODEL ŘEŠENÁ KONSTRUKCE.	126
OBR. 64 SCHÉMATICKÉ ZNÁZORNĚNÍ ROZHŘANÍ VRSTEV A ŘEŠENÍ JEJICH PŘEKRYVU.	150
OBR. 65 VYGENEROVANÉ OBJEMY VÝPOČTOVÉHO MODELU PODZÁKLADÍ S KONSTRUKCÍ.	151
OBR. 66 VYGENEROVANÉ OBJEMY VRSTEV VÝPOČTOVÉHO MODELU PODZÁKLADÍ.	152
OBR. 67 SCHÉMA ZLEPŠENÍ KVALITY SÍTĚ U OBJEMŮ TVARU KLÍNŮ.	153
OBR. 68 ČASOVÉ SCHÉMA VÝZNAMNÝCH HISTORICKÝCH UDÁLOSTÍ TÝKAJÍCÍ SE PROBLEMATIKY INTERAKCE KONSTRUKCE S PODZÁKLADÍM.	155
OBR. 69 VÝPOČTOVÉ MODELY VLIVU TVARU MODELU OPROTI VLIVU TVARU SÍTĚ.	158

Seznam grafů

GRAF 1 HODNOTY KOEFICIENTŮ NAPĚTÍ.....	15
GRAF 2 KOEFICIENTY EKVALENTNÍHO MODELU ZÍSKANÉ REGRESÍ NOVAKOVA ŘEŠENÍ.....	40
GRAF 3 PRŮBĚH RELATIVNÍ VÝCHYLKY (ZA REZONANCE).....	50
GRAF 4 POMĚR AMPLITUD VÝCHYLEK V ZÁVISLOSTI NA DOSAŽENÉM POČTU CYKLŮ ZA REZONANCE.....	50
GRAF 5 POMĚR AMPLITUD VÝCHYLEK V ZÁVISLOSTI NA DOSAŽENÉM POČTU CYKLŮ ZA REZONANCE.....	50
GRAF 6 POMĚR AMPLITUD VÝCHYLEK V ZÁVISLOSTI NA DOSAŽENÉM POČTU CYKLŮ ZA REZONANCE.....	50
GRAF 7 DYNAMICKÝ SOUČINITEL VISKÓZNĚ TLUMENÉ SOUSTAVY PRO PŘÍPAD HARMONICKÉHO BUZENÍ.....	52
GRAF 8 FÁZOVÝ POSUN VISKÓZNĚ TLUMENÉ SOUSTAVY PRO PŘÍPAD HARMONICKÉHO BUZENÍ.....	52
GRAF 9 MAXIMÁLNÍ HODNOTA D_s VISKÓZNĚ TLUMENÉ SOUSTAVY PRO PŘÍPAD HARMONICKÉHO BUZENÍ.....	52
GRAF 10 KOEFICIENT PŘENOSU VISKÓZNĚ TLUMENÉ SOUSTAVY PRO PŘÍPAD HARMONICKÉHO BUZENÍ.....	52
GRAF 11 DYNAMICKÝ SOUČINITEL VISKÓZNĚ TLUMENÉ SOUSTAVY PRO PŘÍPAD BUZENÍ ROTUJÍCÍ ČÁSTÍ STROJE.....	54
GRAF 12 AMPLITUDA POSUNŮ.....	66
GRAF 13 AMPLITUDA NAPĚTÍ.....	66
GRAF 14 POMĚR RYCHLOSTI PRIMÁRNÍCH A SEKUNDÁRNÍCH VLN V ZÁVISLOSTI NA POISSONOVĚ SOUČINITELI PŘÍČNÉ KONTRAKCE.....	68
GRAF 15 POMĚR AMPLITUD V ZÁVISLOSTI NA ÚHLU DOPADU ($\rho_1 = \rho_2, vs_1 = 0.5vp_1, vp_2 = 0.3vp_1, vs_2 = 0.15vp_1$).....	70
GRAF 16 POMĚR AMPLITUD V ZÁVISLOSTI NA ÚHLU DOPADU ($\rho_1 = 2\rho_2, vs_1 = 0.5vp_1, vp_2 = 0.3vp_1, vs_2 = 0.15vp_1$).....	70
GRAF 17 POMĚR AMPLITUD V ZÁVISLOSTI NA ÚHLU DOPADU ($2\rho_1 = \rho_2, vs_1 = 0.5vp_1, vp_2 = 0.3vp_1, vs_2 = 0.15vp_1$).....	70
GRAF 18 POMĚR AMPLITUD V ZÁVISLOSTI NA ÚHLU DOPADU ($\rho_1 = \rho_2, vs_1 = 0.5vp_1, vp_2 = 1.2vp_1, vs_2 = 0.6vp_1$).....	70
GRAF 19 POMĚR AMPLITUD V ZÁVISLOSTI NA ÚHLU DOPADU ($\rho_1 = 2\rho_2, vs_1 = 0.5vp_1, vp_2 = 1.2vp_1, vs_2 = 0.6vp_1$).....	70
GRAF 20 POMĚR AMPLITUD V ZÁVISLOSTI NA ÚHLU DOPADU ($2\rho_1 = \rho_2, vs_1 = 0.5vp_1, vp_2 = 1.2vp_1, vs_2 = 0.6vp_1$).....	70
GRAF 21 POMĚR AMPLITUD V ZÁVISLOSTI NA ÚHLU DOPADU ($\rho_1 = \rho_2, vs_1 = 0.667vp_1, vp_2 = 0.3vp_1, vs_2 = 0.2vp_1$).....	71
GRAF 22 POMĚR AMPLITUD V ZÁVISLOSTI NA ÚHLU DOPADU ($\rho_1 = \rho_2, vs_1 = 0.14vp_1, vp_2 = 0.3vp_1, vs_2 = 0.042vp_1$).....	71
GRAF 23 POMĚR AMPLITUD V ZÁVISLOSTI NA ÚHLU DOPADU ($\rho_1 = \rho_2, vp_1 = 2vs_1, vp_2 = 0.2vs_1, vs_2 = 0.1vs_1$).....	71
GRAF 24 POMĚR AMPLITUD V ZÁVISLOSTI NA ÚHLU DOPADU ($\rho_1 = \rho_2, vp_1 = 2vs_1, vp_2 = 2.6vs_1, vs_2 = 1.3vs_1$).....	71
GRAF 25 POMĚR AMPLITUD V ZÁVISLOSTI NA ÚHLU DOPADU ($\rho_1 = \rho_2, vp_1 = 1.5vs_1, vp_2 = 0.15vs_1, vs_2 = 0.1vs_1$).....	72
GRAF 26 POMĚR AMPLITUD V ZÁVISLOSTI NA ÚHLU DOPADU ($\rho_1 = \rho_2, vp_1 = 7.141vs_1, vp_2 = 0.714vs_1, vs_2 = 0.1vs_1$).....	72
GRAF 27 POMĚR RYCHLOSTÍ VLN.....	75
GRAF 28 SOUČINITEL P_1, a, b – RELATIVNÍ HODNOTA VLASTNÍ FREKVENCE. JE PATRNÝ MOCNINNÝ PRŮBĚH SOUČiniteLE, FUNKCE KLESÁ SE ZVYŠUJÍCÍ SE HODNOTOU NÁSOBITELE HMOTNOSTI (a), FUNKCE ROSTE SE ZVYŠUJÍCÍ SE HODNOTOU NÁSOBITELE TUHOSTI (b).....	87
GRAF 29 SOUČINITEL P_1, c, d - RELATIVNÍ HODNOTA PRVNÍ VLASTNÍ FREKVENCE (VLEVO), SOUČINITEL P_2, c, d - RELATIVNÍ HODNOTA DRUHÉ VLASTNÍ FREKVENCE (VPRAVO). JE PATRNÉ VZÁJEMNÉ ODDALOVÁNÍ PRŮBĚHŮ, TEDY SOUČASNÁ TENDENCE PŘIBLÍŽENÍ OBOU FUNKCÍ K DOLNÍ ČI HORNÍ HRANICI OBORU HODNOT.....	88
GRAF 30 SOUČINITEL P_1, e, f - RELATIVNÍ HODNOTA PRVNÍ VLASTNÍ FREKVENCE (VLEVO), SOUČINITEL P_2, e, f - RELATIVNÍ HODNOTA DRUHÉ VLASTNÍ FREKVENCE (VPRAVO). JE PATRNÉ VZÁJEMNÉ ODDALOVÁNÍ PRŮBĚHŮ, TEDY SOUČASNÁ TENDENCE PŘIBLÍŽENÍ OBOU FUNKCÍ K DOLNÍ ČI HORNÍ HRANICI OBORU HODNOT. PRŮBĚHY FUNKCÍ PARAMETRŮ c, d JE OSOVĚ SYMETRICKÝ S FUNKCÍ PARAMETRŮ e, f KOLEM OSY $par_1 = 1/par_2$. 88	88
GRAF 31 SOUČINITEL P_1, d, f - RELATIVNÍ HODNOTA PRVNÍ VLASTNÍ FREKVENCE (VLEVO NAHOŘE), SOUČINITEL P_2, d, f - RELATIVNÍ HODNOTA DRUHÉ VLASTNÍ FREKVENCE (VPRAVO NAHOŘE) PŘI ZMĚNĚ PARAMETRŮ OBOU TUHOSTÍ. SOUČINITEL P_1, c, e - RELATIVNÍ HODNOTA PRVNÍ VLASTNÍ FREKVENCE (VLEVO DOLE), SOUČINITEL P_2, c, e - RELATIVNÍ HODNOTA DRUHÉ VLASTNÍ FREKVENCE (VPRAVO DOLE) PŘI ZMĚNĚ PARAMETRŮ OBOU HMOTNOSTÍ.....	89
GRAF 32 SOUČiniteLE P_1, g, h (DOLE), P_2, g, h (UPROSTŘED), P_3, g, h (NAHOŘE).....	90
GRAF 33 SOUČiniteLE P_1, i, j (DOLE), P_2, i, j (UPROSTŘED), P_3, i, j (NAHOŘE).....	90

GRAF 34 PRŮBĚHY POSUNŮ. HORNÍ GRAFY ZOBRAZUJÍ PRŮBĚHY POSUNŮ V RADIÁLNÍM SMĚRU NA SVISLÝCH ŘEZECH ZÍSKANÉ PROGRAMEM ANSYS VE VZDÁLENOSTECH 0.5 M (VLEVO), 1.0 M (UPROSTŘED), 2.0 M (VPRAVO). DOLNÍ GRAFY ZOBRAZUJÍ PRŮBĚHY SHODNÝCH VELIČIN ZÍSKANÉ VÝPOČTEM DLE BOUSSINESQA.	94
GRAF 35 PRŮBĚH NAPĚTÍ. HORNÍ GRAFY ZOBRAZUJÍ PRŮBĚHY NAPĚTÍ V RADIÁLNÍM SMĚRU NA SVISLÝCH ŘEZECH ZÍSKANÉ PROGRAMEM ANSYS VE VZDÁLENOSTECH 0.5 M (VLEVO), 1.0 M (UPROSTŘED), 2.0 M (VPRAVO). DOLNÍ GRAFY ZOBRAZUJÍ PRŮBĚHY SHODNÝCH VELIČIN ZÍSKANÉ VÝPOČTEM DLE BOUSSINESQA. V JEDNOTLIVÝCH GRAFECH JE ZOBRAZENO VŽDY PĚT VARIANT V ZÁVISLOSTI NA SOUČINITELI PŘÍČNÉ KONTRAKCE.	95
GRAF 36 PRŮBĚH POSUNŮ. HORNÍ GRAF ZOBRAZUJÍ PRŮBĚHY SVISLÉHO POSUNU NA NO HORIZONTÁLNÍCH ŘEZECH ZÍSKANÉ PROGRAMEM ANSYS PRO SOUČINITEL PŘÍČNÉ KONTRAKCE 0.2, DOLNÍ GRAF ZOBRAZUJE PRŮBĚH SHODNÝCH VELIČIN ZÍSKANÉ VÝPOČTEM DLE BOUSSINESQA. V JEDNOTLIVÝCH GRAFECH JE ZOBRAZENO VŽDY PĚT VARIANT V ZÁVISLOSTI NA HLOUBCE ŘEZU.	96
GRAF 37 PRŮBĚH SVISLÉHO NAPĚTÍ NA SVISLÉM ŘEZU V ZÁVISLOSTI NA METODĚ ŘEŠENÍ A SOUČINITELI PŘÍČNÉ KONTRAKCE.	96
GRAF 38 PRŮBĚH INTEGRÁLU SVISLÉHO NAPĚTÍ NA SVISLÉM ŘEZU V ZÁVISLOSTI NA METODĚ ŘEŠENÍ A SOUČINITELI PŘÍČNÉ KONTRAKCE.	96
GRAF 39 ZÁVISLOST SMĚRU VEKTORU POSUNUTÍ NA POZICI VE SFÉRICKÉM SYSTÉMU SOUŘADNIC U MODELU DLE BOUSSINESQA (PRO RŮZNÉ SOUČINITELE PŘÍČNÉ KONTRAKCE).	98
GRAF 40 ZÁVISLOST ROZDÍLU SMĚRU VEKTORU POSUNUTÍ NA POZICI VE SFÉRICKÉM SYSTÉMU SOUŘADNIC U MODELU DLE BOUSSINESQA (TEDY JAK SE LIŠÍ SMĚR VÝSLEDNÉHO VEKTORU POSUNUTÍ PRO MALÝ A VELKÝ SOUČINITEL PŘÍČNÉ KONTRAKCE).	98
GRAF 41 ZÁVISLOST SMĚRU VEKTORU POSUNUTÍ NA POZICI VE SFÉRICKÉM SYSTÉMU SOUŘADNIC PRO SOUČINITEL PŘÍČNÉ KONTRAKCE 0.49.	98
GRAF 42 ZÁVISLOST SMĚRU VEKTORU POSUNUTÍ NA POZICI VE SFÉRICKÉM SYSTÉMU SOUŘADNIC PRO SOUČINITEL PŘÍČNÉ KONTRAKCE 0.1.	98
GRAF 43 RELATIVNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 2 S OKRAJOVOU PODMÍNKOU VOLNÉ HRANICE (B) A VETKNUTÍ (V). PRŮBĚHY OD TĚCHTO DVOU OKRAJOVÝCH PODMÍNEK JSOU ZOBRAZENY I V OSTATNÍCH GRAFECH JAKO „SROVNÁVACÍ“.	103
GRAF 44 ČAS DOSAŽENÍ MAXIMA RELATIVNÍ VÝCHYLKY UZLU ČÍSLO 2 S OKRAJOVOU PODMÍNKOU VOLNÉ HRANICE (B) A VETKNUTÍ (V). PRŮBĚHY OD TĚCHTO DVOU OKRAJOVÝCH PODMÍNEK JSOU ZOBRAZENY I V OSTATNÍCH GRAFECH JAKO „SROVNÁVACÍ“.	103
GRAF 45 RELATIVNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 2 U MODELŮ SE ZAOBLENÍM 3 M A OKRAJOVOU PODMÍNKOU VOLNÉ HRANICE (B), KLUZNOU (K) A VETKNUTÍ (V).	103
GRAF 46 ČAS DOSAŽENÍ MAXIMA RELATIVNÍ VÝCHYLKY UZLU ČÍSLO 2 U MODELŮ SE ZAOBLENÍM 3 M A OKRAJOVOU PODMÍNKOU VOLNÉ HRANICE (B), KLUZNOU (K) A VETKNUTÍ (V).	103
GRAF 47 RELATIVNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 2 U MODELŮ S OKRAJOVOU PODMÍNKOU RŮZNÉ TUHOSTI.	104
GRAF 48 ČAS DOSAŽENÍ MAXIMA U MODELŮ S OKRAJOVOU PODMÍNKOU RŮZNÉ TUHOSTI.	104
GRAF 49 RELATIVNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 2 U MODELŮ S OKRAJOVOU PODMÍNKOU RŮZNÉHO KOEFICIENTU VISKÓZNÍHO TLUMENÍ.	104
GRAF 50 ČAS DOSAŽENÍ MAXIMA U MODELŮ S OKRAJOVOU PODMÍNKOU RŮZNÉHO KOEFICIENTU VISKÓZNÍHO TLUMENÍ.	104
GRAF 51 RELATIVNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 2 U MODELŮ S OKRAJOVOU PODMÍNKOU RŮZNÉHO NÁSOBKU IDEÁLNÍHO KOEFICIENTU VISKÓZNÍHO TLUMENÍ.	105
GRAF 52 ČAS DOSAŽENÍ MAXIMA U MODELŮ S OKRAJOVOU PODMÍNKOU RŮZNÉHO NÁSOBKU IDEÁLNÍHO KOEFICIENTU VISKÓZNÍHO TLUMENÍ.	105
GRAF 53 RELATIVNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 2 U MODELŮ S O.P. RŮZNÉHO NÁSOBKU IDEÁLNÍ TUHOSTI.	105
GRAF 54 ČAS DOSAŽENÍ MAXIMA U MODELŮ S O.P. RŮZNÉHO NÁSOBKU IDEÁLNÍ TUHOSTI.	105
GRAF 55 RELATIVNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 2 U MODELŮ S OKRAJOVOU PODMÍNKOU IDEÁLNÍHO KOEFICIENTU VISKÓZNÍHO TLUMENÍ V KOMBINACI S OKRAJOVOU PODMÍNKOU RŮZNÉHO NÁSOBKU IDEÁLNÍ TUHOSTI.	106
GRAF 56 ČAS DOSAŽENÍ MAXIMA RELATIVNÍ VÝCHYLKY UZLU ČÍSLO 2 U MODELŮ S OKRAJOVOU PODMÍNKOU IDEÁLNÍHO KOEFICIENTU VISKÓZNÍHO TLUMENÍ V KOMBINACI S OKRAJOVOU PODMÍNKOU RŮZNÉHO NÁSOBKU IDEÁLNÍ TUHOSTI.	106
GRAF 57 RELATIVNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 2 U MODELŮ S OKRAJOVOU PODMÍNKOU IDEÁLNÍ TUHOSTI V KOMBINACI S OKRAJOVOU PODMÍNKOU RŮZNÉHO NÁSOBKU IDEÁLNÍHO KOEFICIENTU VISKÓZNÍHO TLUMENÍ.	107
GRAF 58 ČAS DOSAŽENÍ MAXIMA U MODELŮ S O.P. IDEÁLNÍ TUHOSTI V KOMBINACI S OKRAJOVOU PODMÍNKOU RŮZNÉHO NÁSOBKU IDEÁLNÍHO KOEFICIENTU VISKÓZNÍHO TLUMENÍ.	107

GRAF 59 RELATIVNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 2 U MODELŮ S OKRAJOVOU PODMÍNKOU RŮZNÉHO NÁSOBKU IDEÁLNÍ TUHOSTI V KOMBINACI S OKRAJOVOU PODMÍNKOU 0.1 NÁSOBKU IDEÁLNÍHO KOEFICIENTU VISKÓZNÍHO TLUMENÍ.	107
GRAF 60 ČAS DOSAŽENÍ MAXIMA U MODELŮ S OKRAJOVOU PODMÍNKOU RŮZNÉHO NÁSOBKU IDEÁLNÍ TUHOSTI V KOMBINACI S OKRAJOVOU PODMÍNKOU 0.1 NÁSOBKU IDEÁLNÍHO KOEFICIENTU VISKÓZNÍHO TLUMENÍ.	107
GRAF 61 RELATIVNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 2 U MODELŮ S VYBRANOU OKRAJOVOU PODMÍNKOU.	108
GRAF 62 ČAS DOSAŽENÍ MAXIMA U MODELŮ S VYBRANOU OKRAJOVOU PODMÍNKOU.	108
GRAF 63 RELATIVNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 2 U MODELU S SVISLOU HRANICI ($\alpha = 0$).	108
GRAF 64 PRŮBĚH POSUNUTÍ BODU POVRCHU PŘI DOSAŽENÍ ZDROJOVÉHO IMPULZU.	109
GRAF 65 HORIZONTÁLNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 4 – VLIV OKRAJOVÉ PODMÍNKY (MODEL TVARU KVÁDRU).	114
GRAF 66 VERTIKÁLNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 4 – VLIV OKRAJOVÉ PODMÍNKY (MODEL TVARU KVÁDRU).	114
GRAF 67 HORIZONTÁLNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 4 – VLIV OKRAJOVÉ PODMÍNKY (MODEL TVARU VÁLECE).	114
GRAF 68 VERTIKÁLNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 4 – VLIV OKRAJOVÉ PODMÍNKY (MODEL TVARU VÁLECE).	114
GRAF 69 HORIZONTÁLNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 4 – VLIV TVARU MODELU PODZÁKLADÍ (VOLNÁ HRANICE).	115
GRAF 70 VERTIKÁLNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 4 – VLIV TVARU MODELU PODZÁKLADÍ (VOLNÁ HRANICE).	115
GRAF 71 HORIZONTÁLNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 4 – VLIV TVARU MODELU PODZÁKLADÍ (DISIPATIVNÍ O.P.).	115
GRAF 72 VERTIKÁLNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 4 – VLIV TVARU MODELU PODZÁKLADÍ (DISIPATIVNÍ O.P.).	115
GRAF 73 HORIZONTÁLNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 4 – VLIV TVARU MODELU PODZÁKLADÍ (VETKNUTÍ).	116
GRAF 74 VERTIKÁLNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 4 – VLIV TVARU MODELU PODZÁKLADÍ (VETKNUTÍ).	116
GRAF 75 HORIZONTÁLNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 4 – VLIV HMOTNÁ/NEHMOTNÁ ZEMINA.	116
GRAF 76 VERTIKÁLNÍ VÝCHYLKA UZLU ČÍSLO 4 – VLIV HMOTNÁ/NEHMOTNÁ ZEMINA.	116
GRAF 77 VÝCHYLKA SLEDOVANÝCH UZLŮ – VOLNÁ HRANICE.	119
GRAF 78 VÝCHYLKA SLEDOVANÝCH UZLŮ – VETKNUTÍ.	119
GRAF 79 VÝCHYLKA SLEDOVANÝCH UZLŮ – DISIPATIVNÍ OKRAJOVÁ PODMÍNKY.	119
GRAF 80 TRAJEKTORIE UZLŮ, $t \in 0.425, 1$	119
GRAF 81 VÝCHYLKA SLEDOVANÝCH UZLŮ – VOLNÁ HRANICE.	120
GRAF 82 VÝCHYLKA SLEDOVANÝCH UZLŮ – VETKNUTÍ.	120
GRAF 83 VÝCHYLKA SLEDOVANÝCH UZLŮ – DISIPATIVNÍ OKRAJOVÁ PODMÍNKY.	120
GRAF 84 TRAJEKTORIE UZLŮ, $t \in 0.3, 1$	120
GRAF 85 VÝCHYLKA SLEDOVANÝCH UZLŮ – MODEL S HMOTNOU ZEMINOU.	121
GRAF 86 VÝCHYLKA SLEDOVANÝCH UZLŮ – MODEL S NEHMOTNOU ZEMINOU.	121
GRAF 87 VERTIKÁLNÍ VÝCHYLKA SLEDOVANÝCH UZLŮ – MODEL S HMOTNOU ZEMINOU.	121
GRAF 88 VERTIKÁLNÍ VÝCHYLKA SLEDOVANÝCH UZLŮ – MODEL S NEHMOTNOU ZEMINOU.	121
GRAF 89 TRAJEKTORIE UZLŮ.	122
GRAF 90 TRAJEKTORIE UZLŮ.	122
GRAF 91 TRAJEKTORIE UZLŮ.	122
GRAF 92 TRAJEKTORIE UZLŮ.	122
GRAF 93 TRAJEKTORIE UZLŮ.	122
GRAF 94 TRAJEKTORIE UZLŮ.	122
GRAF 95 FREKVENCE VLASTNÍHO KMYTÁNÍ MODELŮ.	127
GRAF 96 VÝCHYLKA, RYCHLOST A ZRYCHLENÍ UZLU ČÍSLO 1 (STŘED HORNÍ DESKY ZÁKLADU) NA MODELU R18.	136
GRAF 97 VÝCHYLKA, RYCHLOST A ZRYCHLENÍ UZLU ČÍSLO 5 (BOD ZEMINY) NA MODELU R18.	136
GRAF 98 VÝCHYLKA, RYCHLOST A ZRYCHLENÍ UZLU ČÍSLO 1 (STŘED HORNÍ DESKY ZÁKLADU) NA MODELU R31.	137
GRAF 99 VÝCHYLKA, RYCHLOST A ZRYCHLENÍ UZLU ČÍSLO 5 (BOD ZEMINY) NA MODELU R31.	137
GRAF 100 VÝCHYLKA, RYCHLOST A ZRYCHLENÍ UZLU ČÍSLO 1 (STŘED HORNÍ DESKY ZÁKLADU) NA MODELU R44.	138
GRAF 101 VÝCHYLKA, RYCHLOST A ZRYCHLENÍ UZLU ČÍSLO 5 (BOD ZEMINY) NA MODELU R44.	138
GRAF 102 VÝCHYLKA, RYCHLOST A ZRYCHLENÍ UZLU ČÍSLO 1 NA MODELU R44 S NEHMOTNOU ZEMINOU.	139
GRAF 103 VÝCHYLKA, RYCHLOST A ZRYCHLENÍ UZLU ČÍSLO 5 NA MODELU R44 S NEHMOTNOU ZEMINOU.	139
GRAF 104 VÝCHYLKA, RYCHLOST A ZRYCHLENÍ UZLU ČÍSLO 1 (STŘED HORNÍ DESKY ZÁKLADU) NA MODELU K3D.	140
GRAF 105 VÝCHYLKA, RYCHLOST A ZRYCHLENÍ UZLU ČÍSLO 1 (STŘED HORNÍ DESKY ZÁKLADU) NA MODELU EKV_CK.	140
GRAF 106 VÝCHYLKA, RYCHLOST A ZRYCHLENÍ UZLU ČÍSLO 1 (STŘED HORNÍ DESKY ZÁKLADU) NA MODELU EKV_MCK.	141
GRAF 107 MAXIMÁLNÍ HODNOTA VÝCHYLKY BĚHEM ROZBĚHU STROJE.	145
GRAF 108 ČAS DOSAŽENÍ MAXIMÁLNÍ HODNOTY VÝCHYLKY BĚHEM ROZBĚHU STROJE.	145
GRAF 109 MINIMÁLNÍ HODNOTA VÝCHYLKY BĚHEM ROZBĚHU STROJE.	145

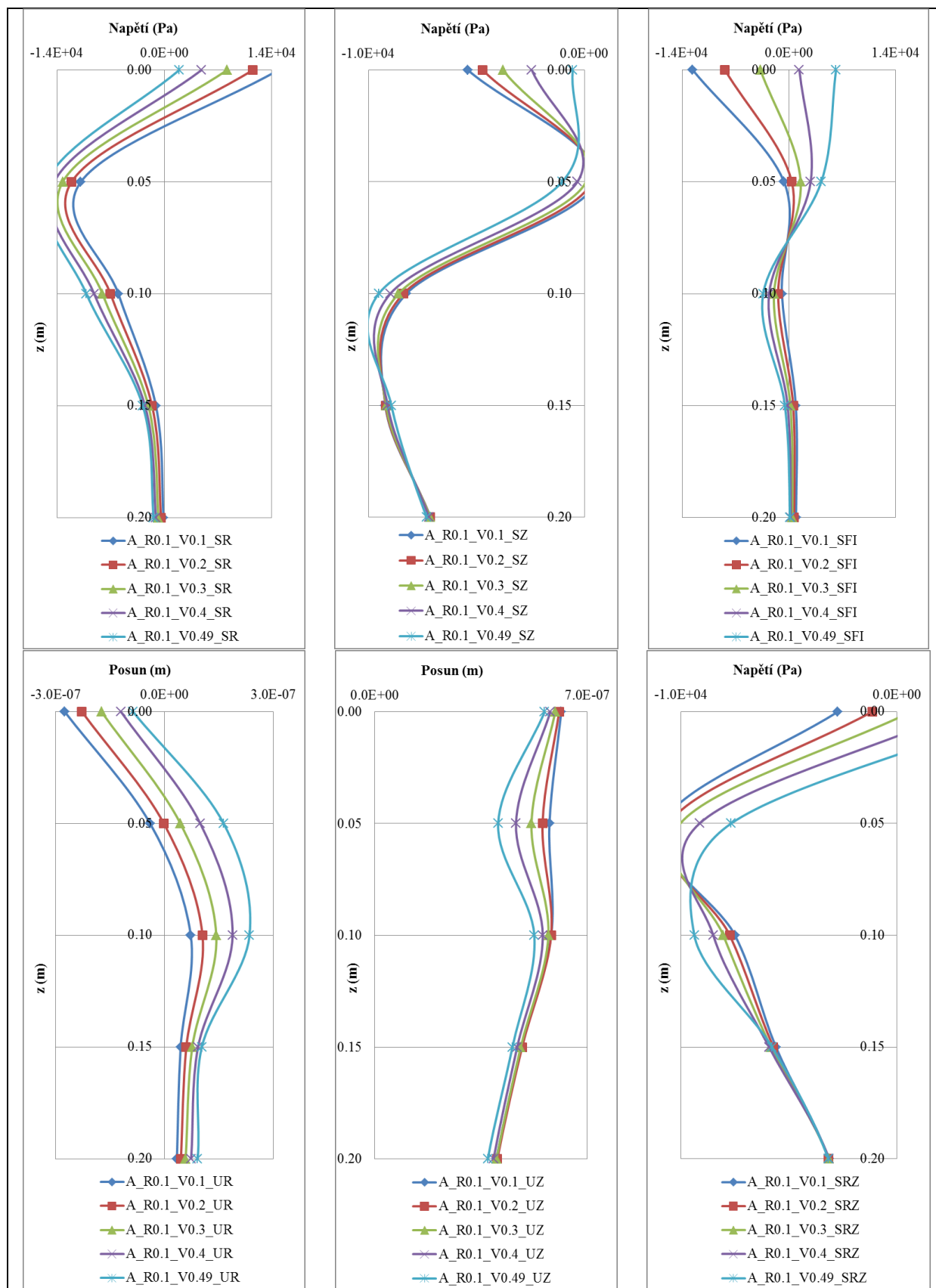
GRAF 110 ČAS DOSAŽENÍ MINIMÁLNÍ HODNOTY VÝCHYLKY BĚHEM ROZBĚHU STROJE.....	145
GRAF 111 MAXIMÁLNÍ HODNOTA RYCHLOSTI BĚHEM ROZBĚHU STROJE.....	146
GRAF 112 ČAS DOSAŽENÍ MAXIMÁLNÍ HODNOTY RYCHLOSTI BĚHEM ROZBĚHU STROJE.	146
GRAF 113 MINIMÁLNÍ HODNOTA RYCHLOSTI BĚHEM ROZBĚHU STROJE.....	146
GRAF 114 ČAS DOSAŽENÍ MINIMÁLNÍ HODNOTY RYCHLOSTI BĚHEM ROZBĚHU STROJE.....	146
GRAF 115 MAXIMÁLNÍ HODNOTA ZRYCHLENÍ BĚHEM ROZBĚHU STROJE.....	147
GRAF 116 ČAS DOSAŽENÍ MAXIMÁLNÍ HODNOTY ZRYCHLENÍ BĚHEM ROZBĚHU STROJE.	147
GRAF 117 MINIMÁLNÍ HODNOTA ZRYCHLENÍ BĚHEM ROZBĚHU STROJE.....	147
GRAF 118 ČAS DOSAŽENÍ MINIMÁLNÍ HODNOTY ZRYCHLENÍ BĚHEM ROZBĚHU STROJE.	147

Seznam tabulek

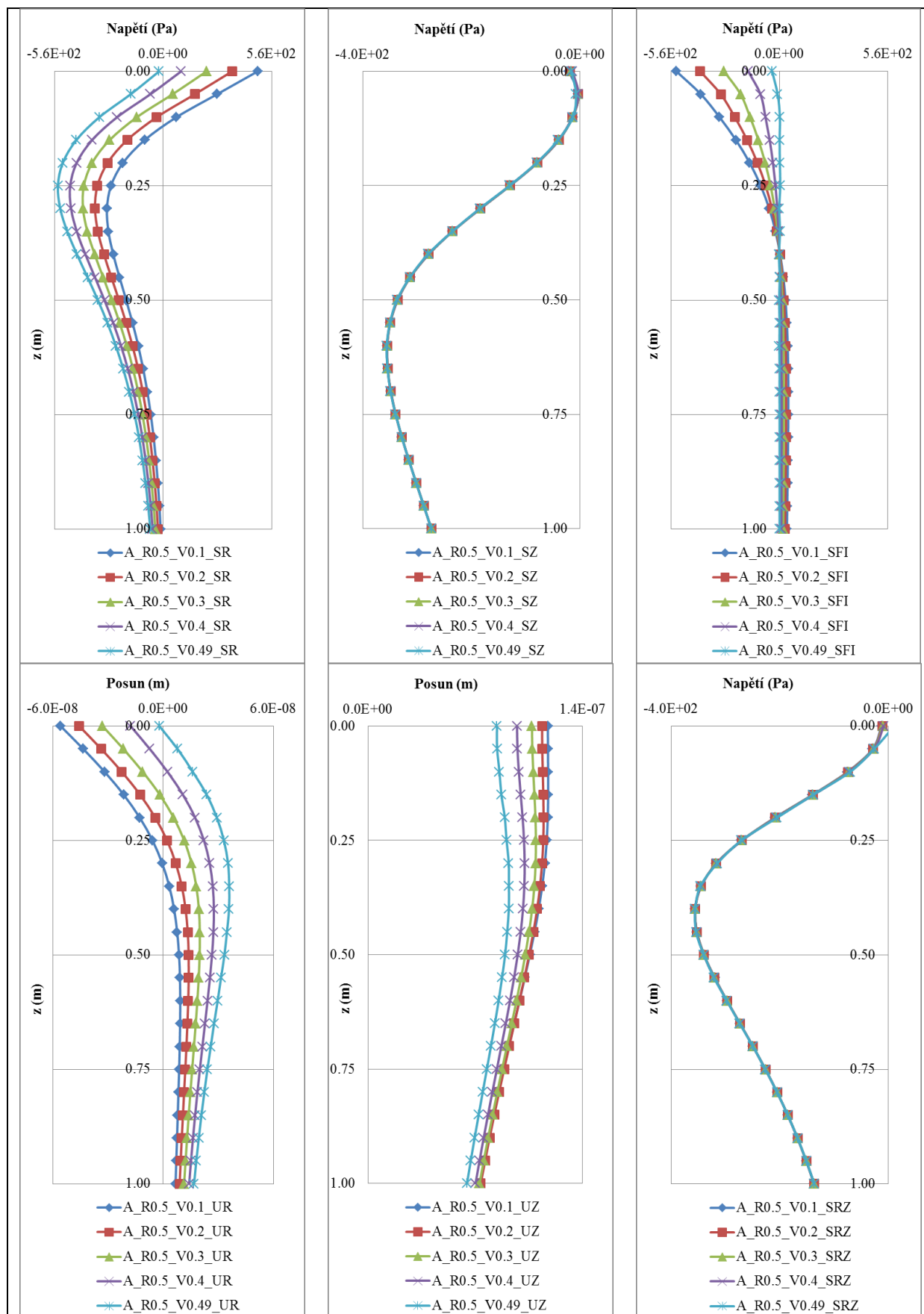
TAB. 1 EKVIVALENTNÍ POLOMĚR.....	29
TAB. 2 HMOTNOSTNÍ PARAMETRY.....	29
TAB. 3 TUHOST PRUŽIN NAHRAZUJÍCÍCH PODZÁKLADÍ PRO RŮZNÉ MÓDY KMITÁNÍ.....	29
TAB. 4 HODNOTY HMOTNOSTNÍHO POMĚRU A PARAMETRŮ TLUMENÍ PRO RŮZNÉ SMĚRY KMITÁNÍ.....	30
TAB. 5 NÁSOBITELE TUHOSTI A KOEFICIENTU TLUMENÍ ZOHLEDŇUJÍCÍ VLIV ZAPUŠTĚNÍ ZÁKLADU.....	33
TAB. 6 KOEFICIENTY WOLFOVA MODELU.....	34
TAB. 7 INTEGRAČNÍ KOEFICIENTY NEWMARKOVY METODY.....	58
TAB. 8 AMPLITUDY POSUNŮ A NAPĚTÍ.....	66
TAB. 9 SOUŘADNICE SLEDOVANÝCH UZLŮ.....	113
TAB. 10 VÝZNAMNÉ TVARY VLASTNÍHO KMITÁNÍ U MODELU R18.....	128
TAB. 11 VÝZNAMNÉ TVARY VLASTNÍHO KMITÁNÍ U MODELU R31 – 1. ČÁST.....	129
TAB. 12 VÝZNAMNÉ TVARY VLASTNÍHO KMITÁNÍ U MODELU R31 – 2. ČÁST.....	130
TAB. 13 VÝZNAMNÉ TVARY VLASTNÍHO KMITÁNÍ U MODELU R44 – 1. ČÁST.....	130
TAB. 14 VÝZNAMNÉ TVARY VLASTNÍHO KMITÁNÍ U MODELU R44 – 2. ČÁST.....	131
TAB. 15 VÝZNAMNÉ TVARY VLASTNÍHO KMITÁNÍ U MODELU R44 – 3. ČÁST.....	132
TAB. 16 VÝZNAMNÉ TVARY VLASTNÍHO KMITÁNÍ U MODELU R44_NEHM.....	132
TAB. 17 VÝZNAMNÉ TVARY VLASTNÍHO KMITÁNÍ U MODELU K3D.....	132
TAB. 18 VÝZNAMNÉ TVARY VLASTNÍHO KMITÁNÍ U MODELU EKV_CK.....	133
TAB. 19 VÝZNAMNÉ TVARY VLASTNÍHO KMITÁNÍ U MODELU EKV_MCK.....	133
TAB. 20 VELIKOST VÝSLEDKOVÉHO SOUBORU MODÁLNÍ ANALÝZY.....	133
TAB. 21 EXTRÉMNÍ HODNOTY VÝCHYLEK A PŘÍSLUŠNÝCH ČASŮ.....	142
TAB. 22 EXTRÉMNÍ HODNOTY RYCHLOSTÍ A PŘÍSLUŠNÝCH ČASŮ.....	143
TAB. 23 EXTRÉMNÍ HODNOTY ZRYCHLENÍ A PŘÍSLUŠNÝCH ČASŮ.....	144

8 Přílohy

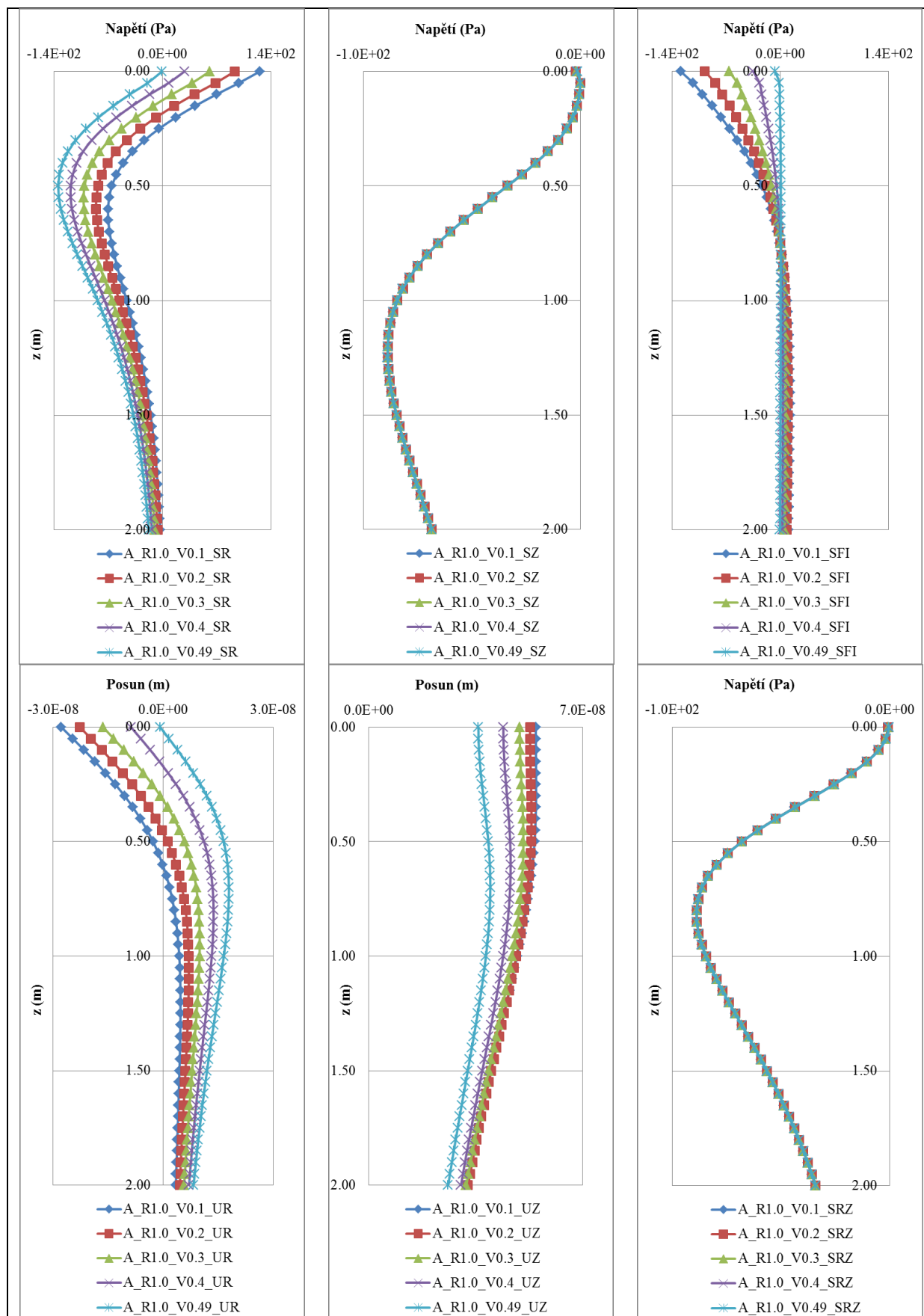
8.1 Osamělá síla na povrchu pružného poloprostoru



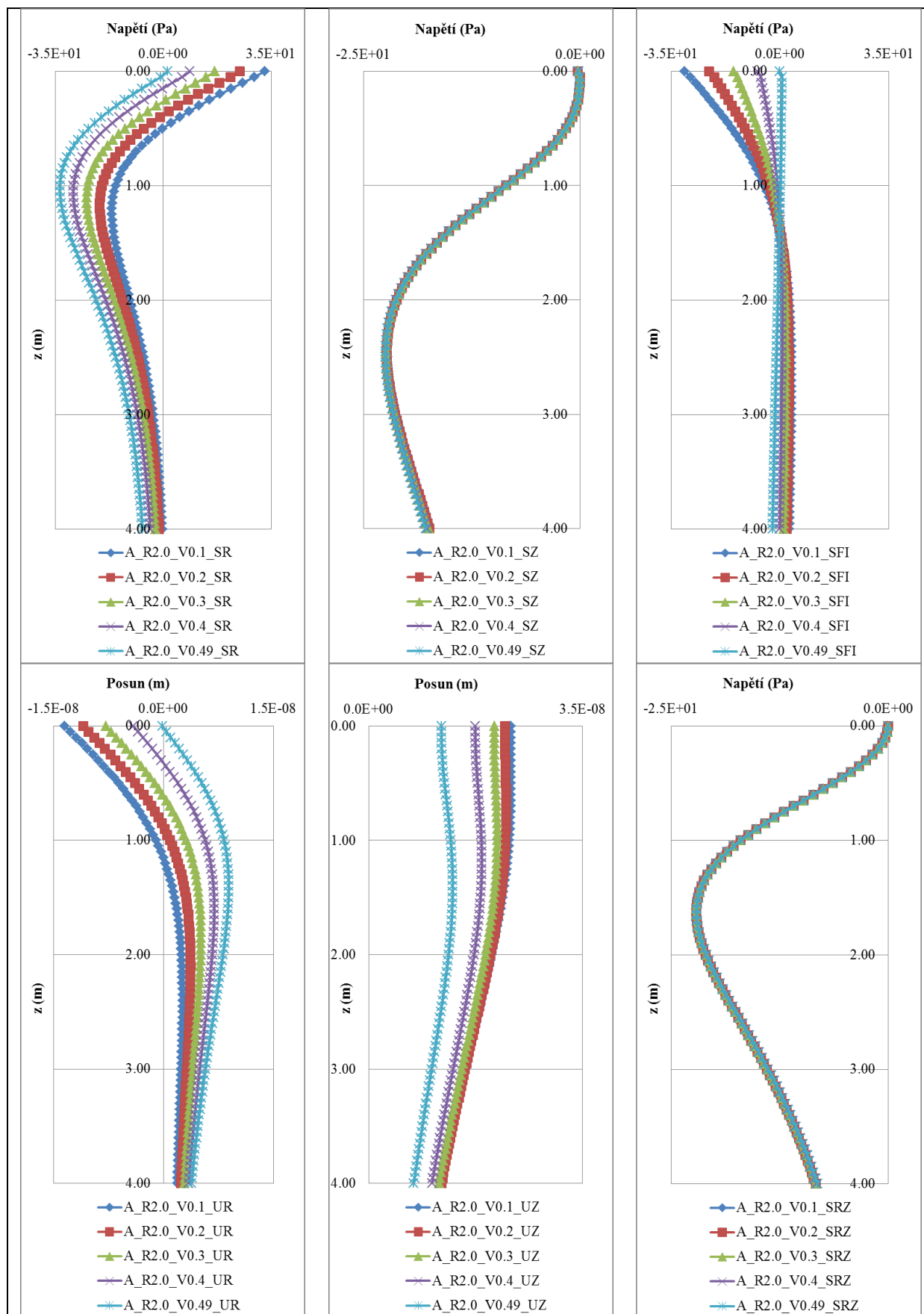
P-Graf 1 Průběh napětí a posunů.



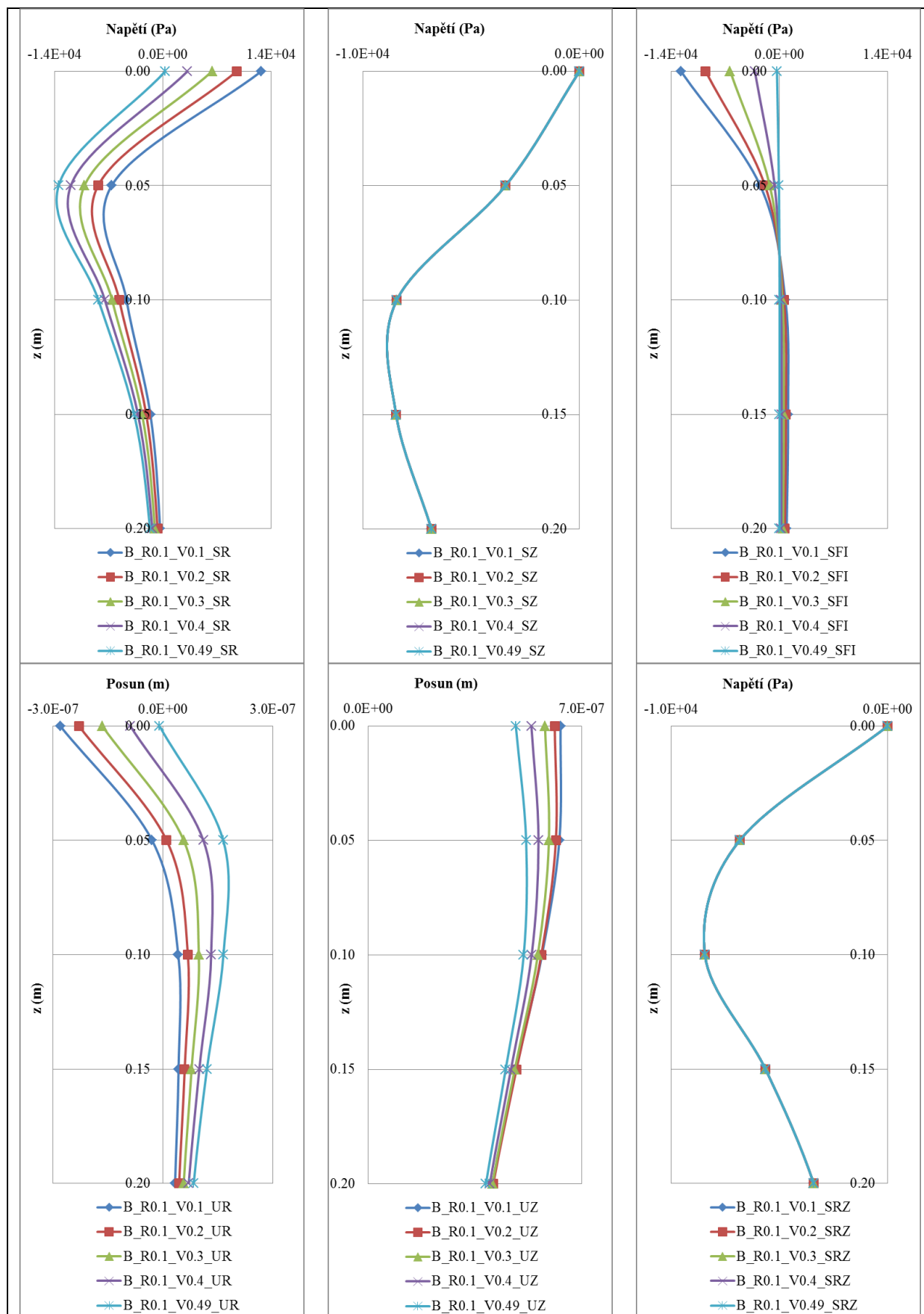
P-Graf 2 Průběh napětí a posunů.



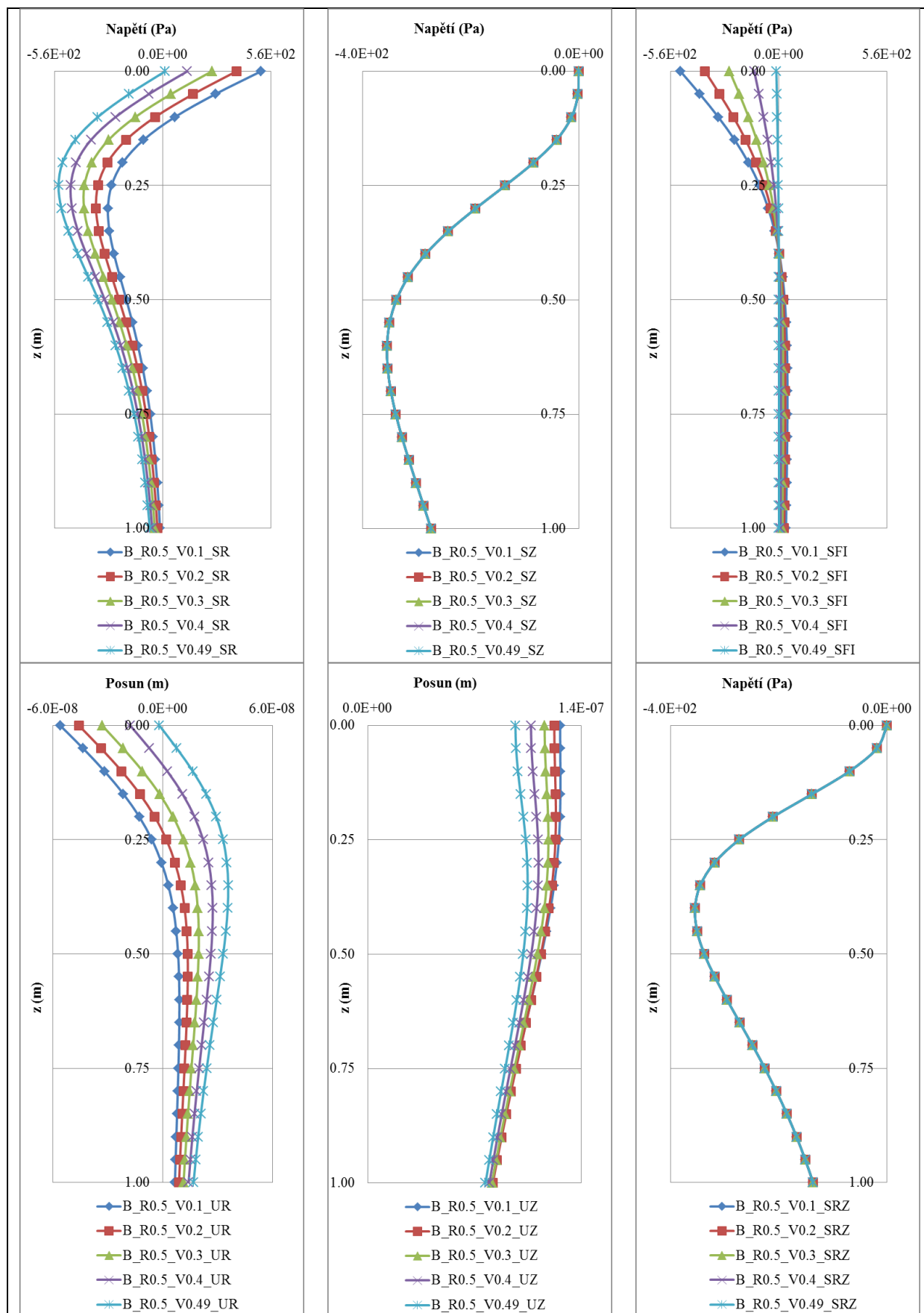
P-Graf 3 Průběh napětí a posunů.



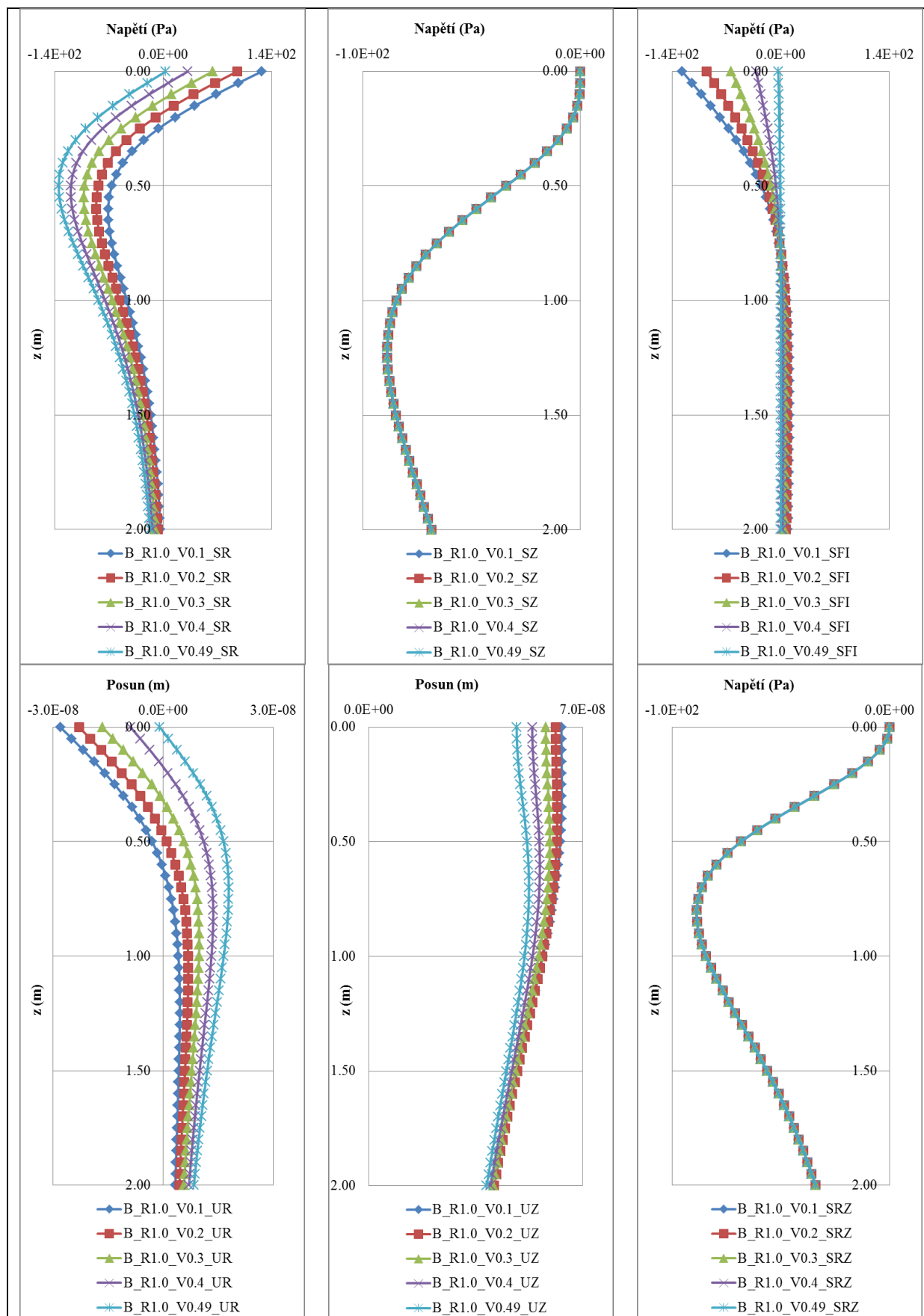
P-Graf 4 Průběh napětí a posunů.



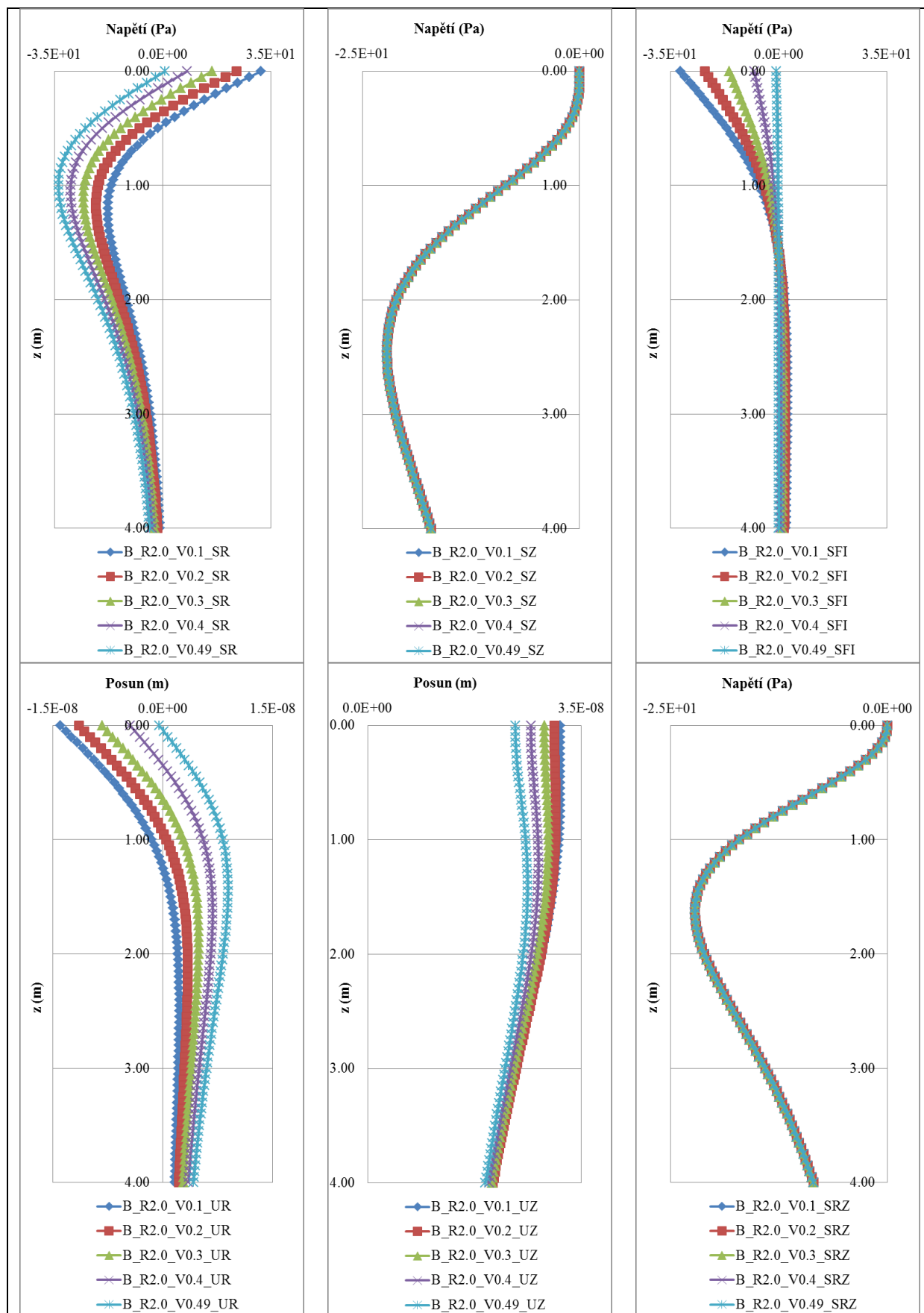
P-Graf 5 Průběh napětí a posunů.



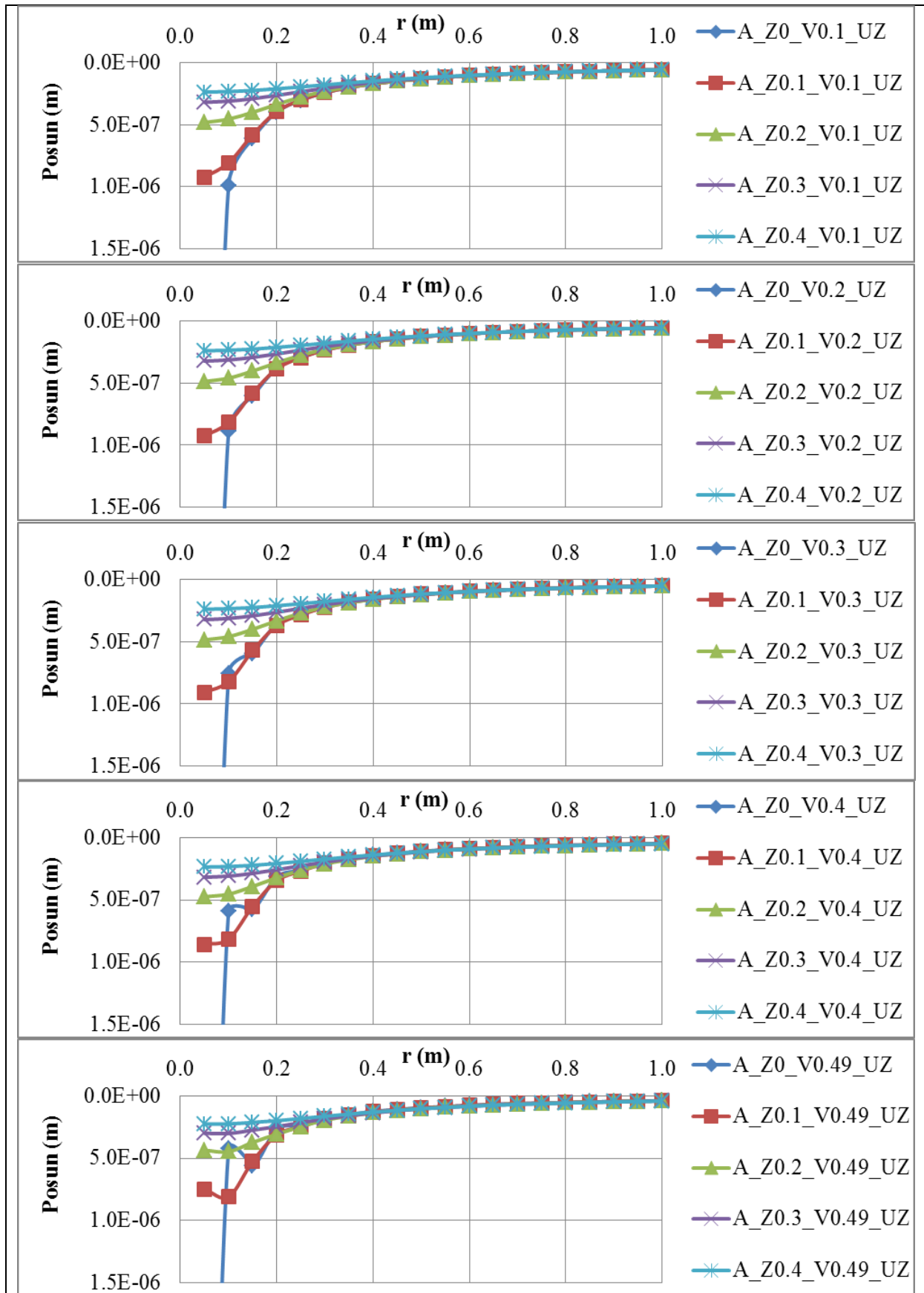
P-Graf 6 Průběh napětí a posunů.



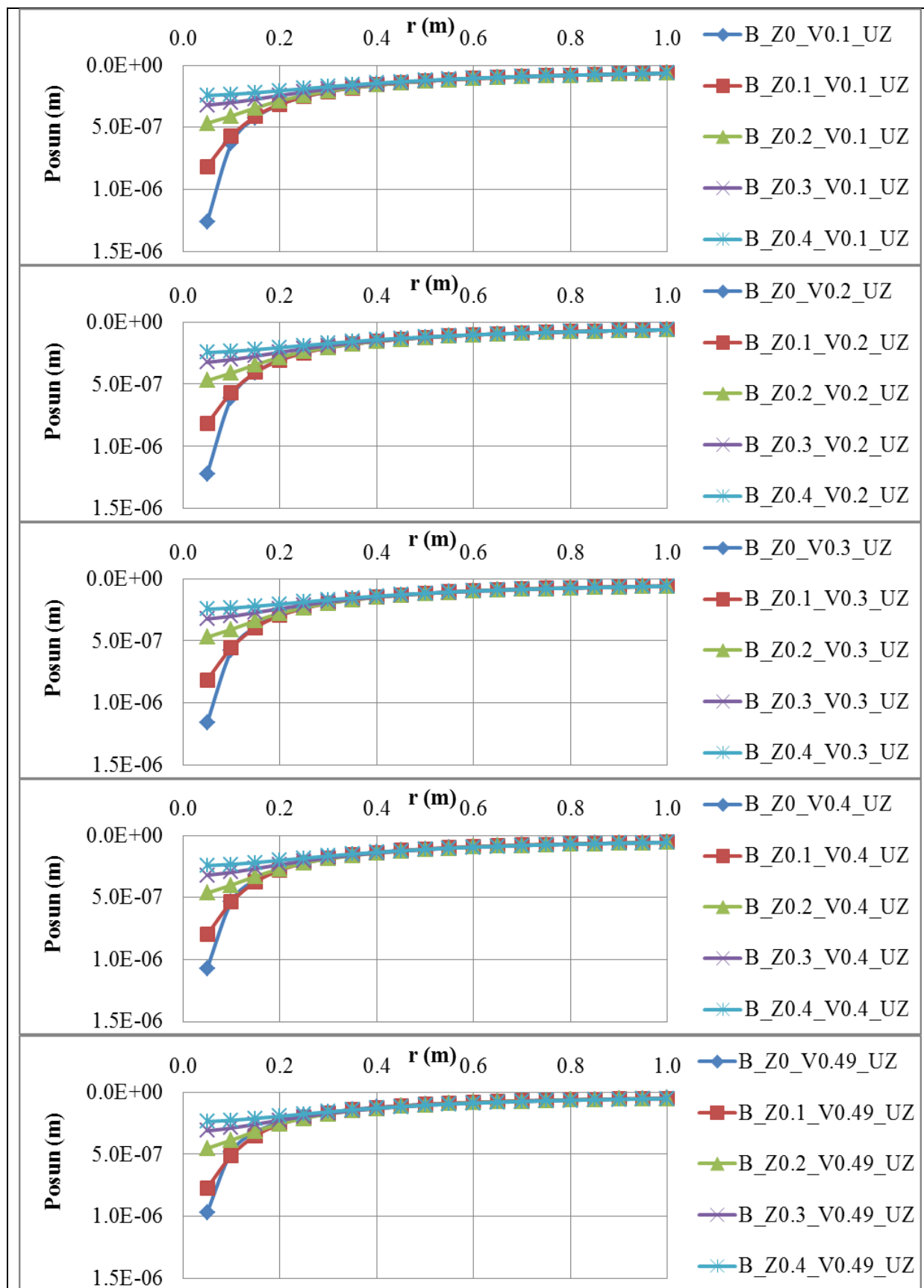
P-Graf 7 Průběh napětí a posunů.



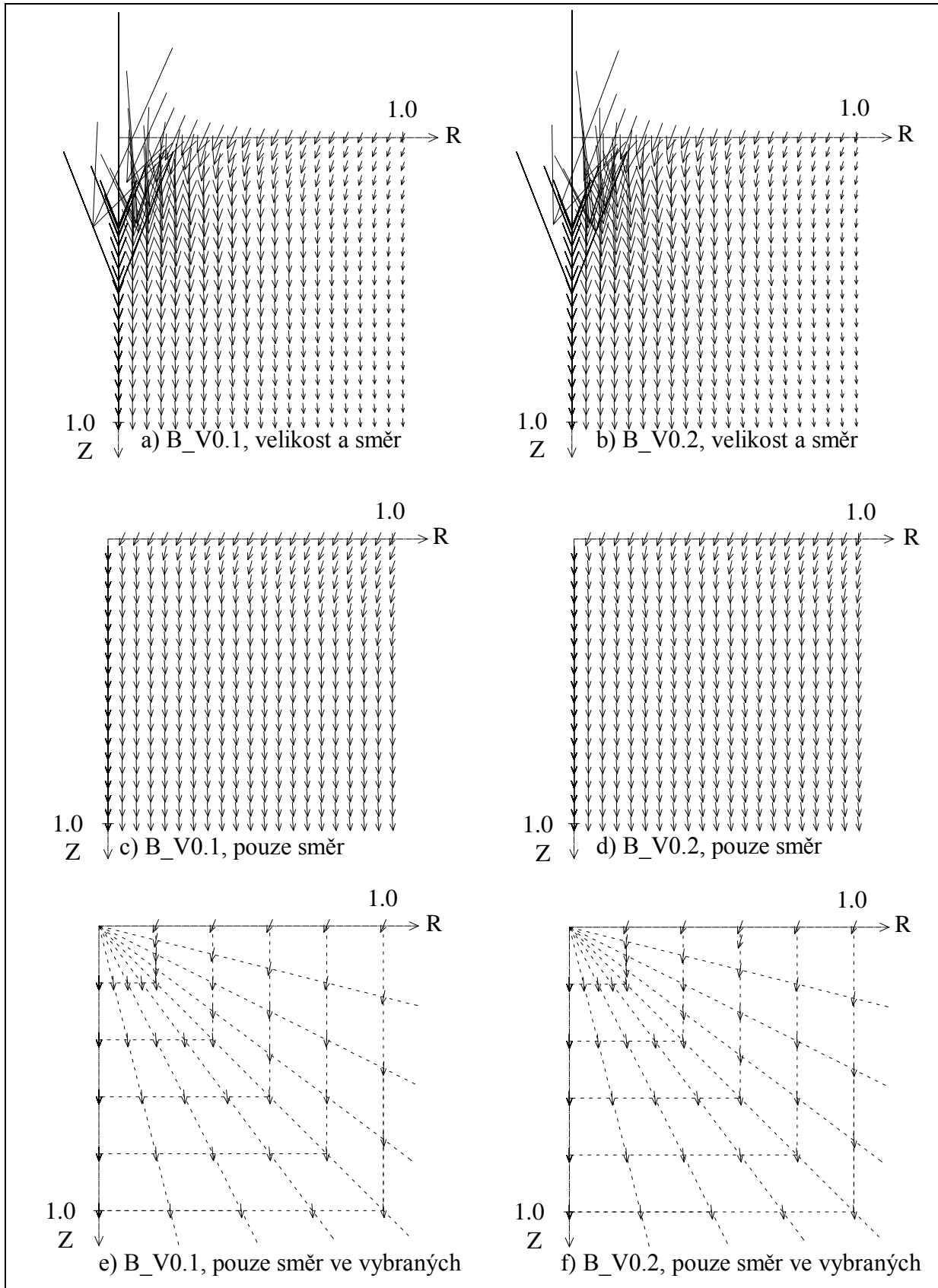
P-Graf 8 Průběh napětí a posunů.



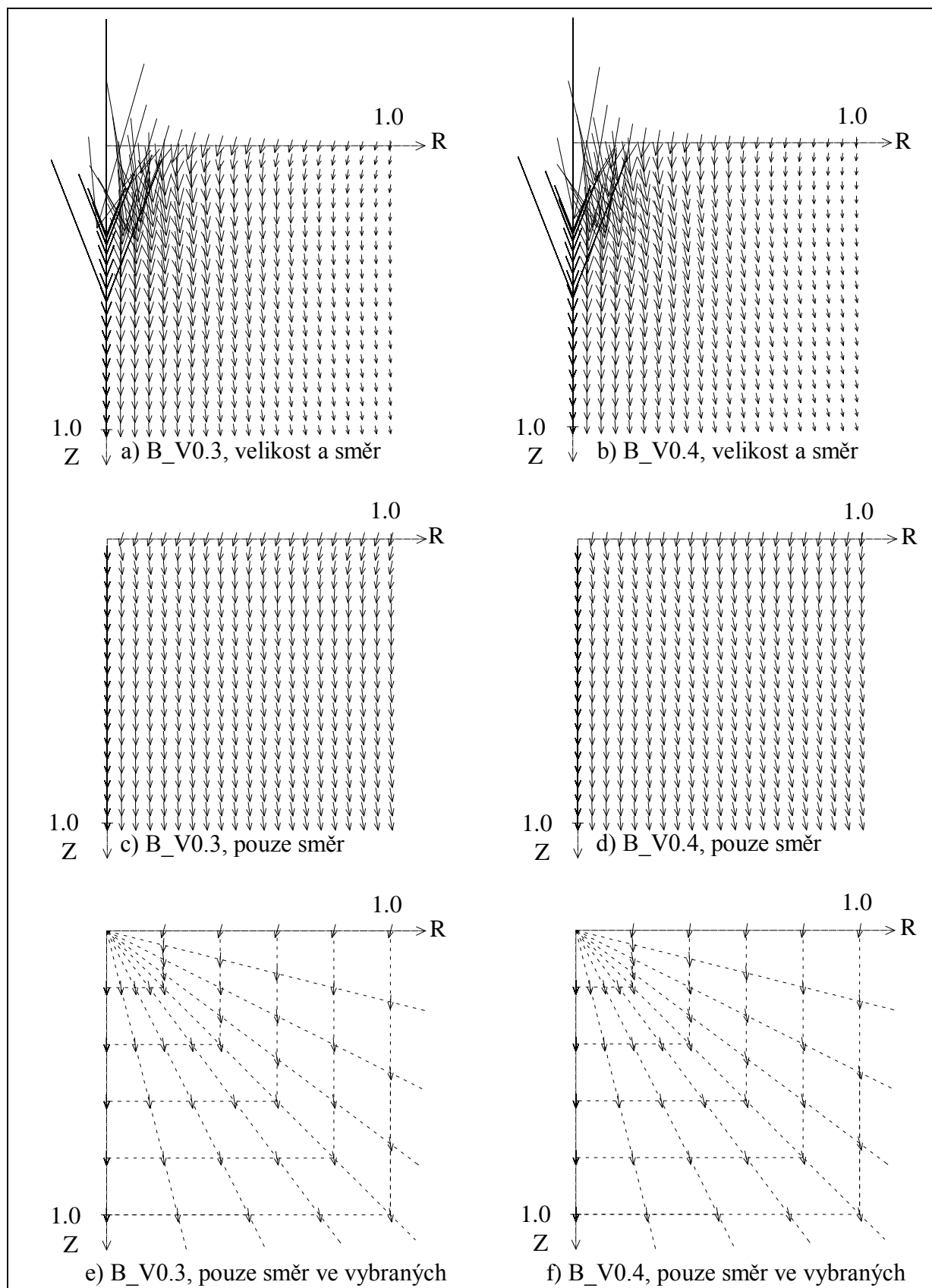
P-Graf 9 Průběh svislých posunů.



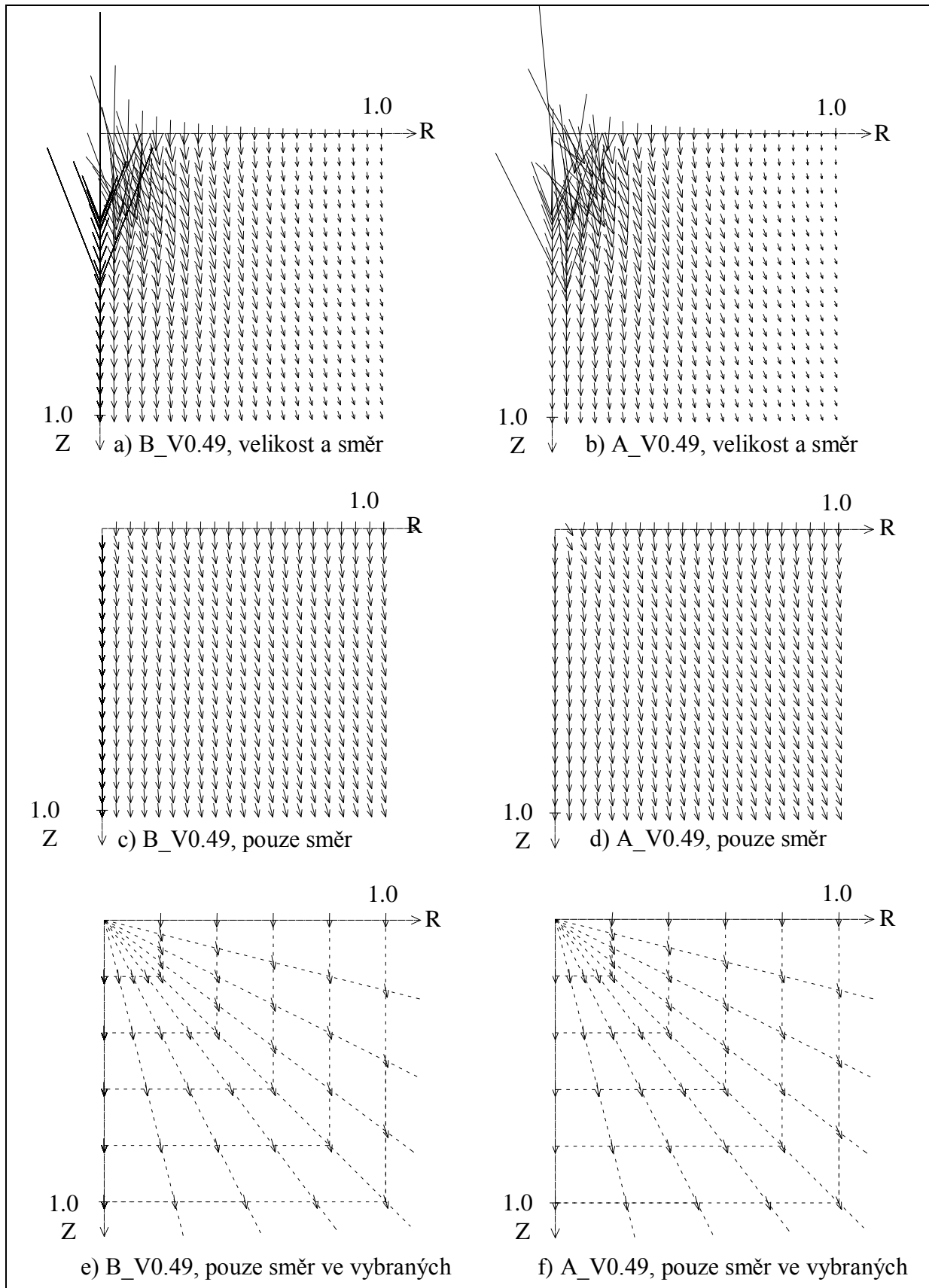
P-Graf 10 Průběh svislých posunů.



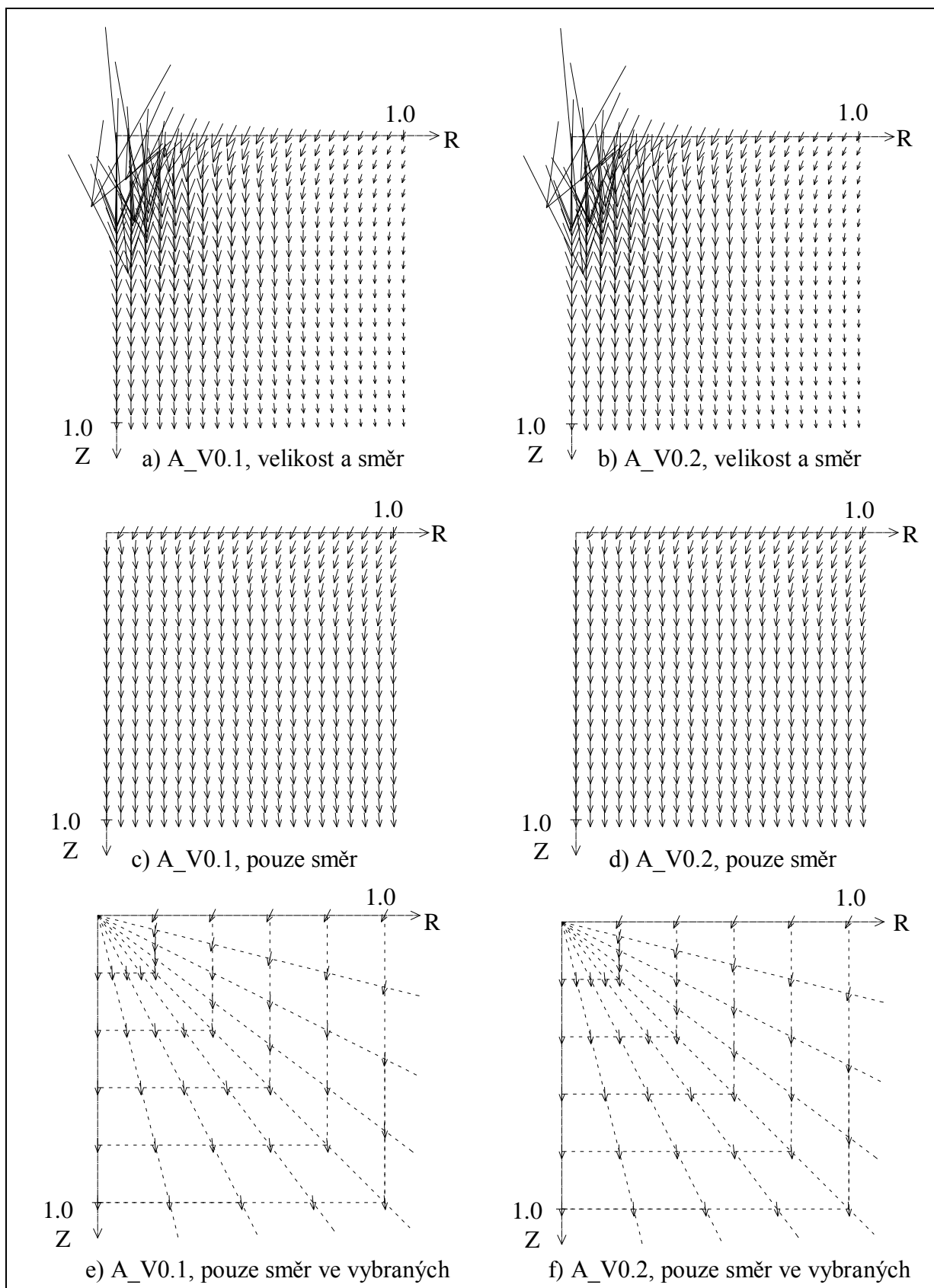
P-Obr. 1 Vektory výsledného posunutí v rovině RZ.



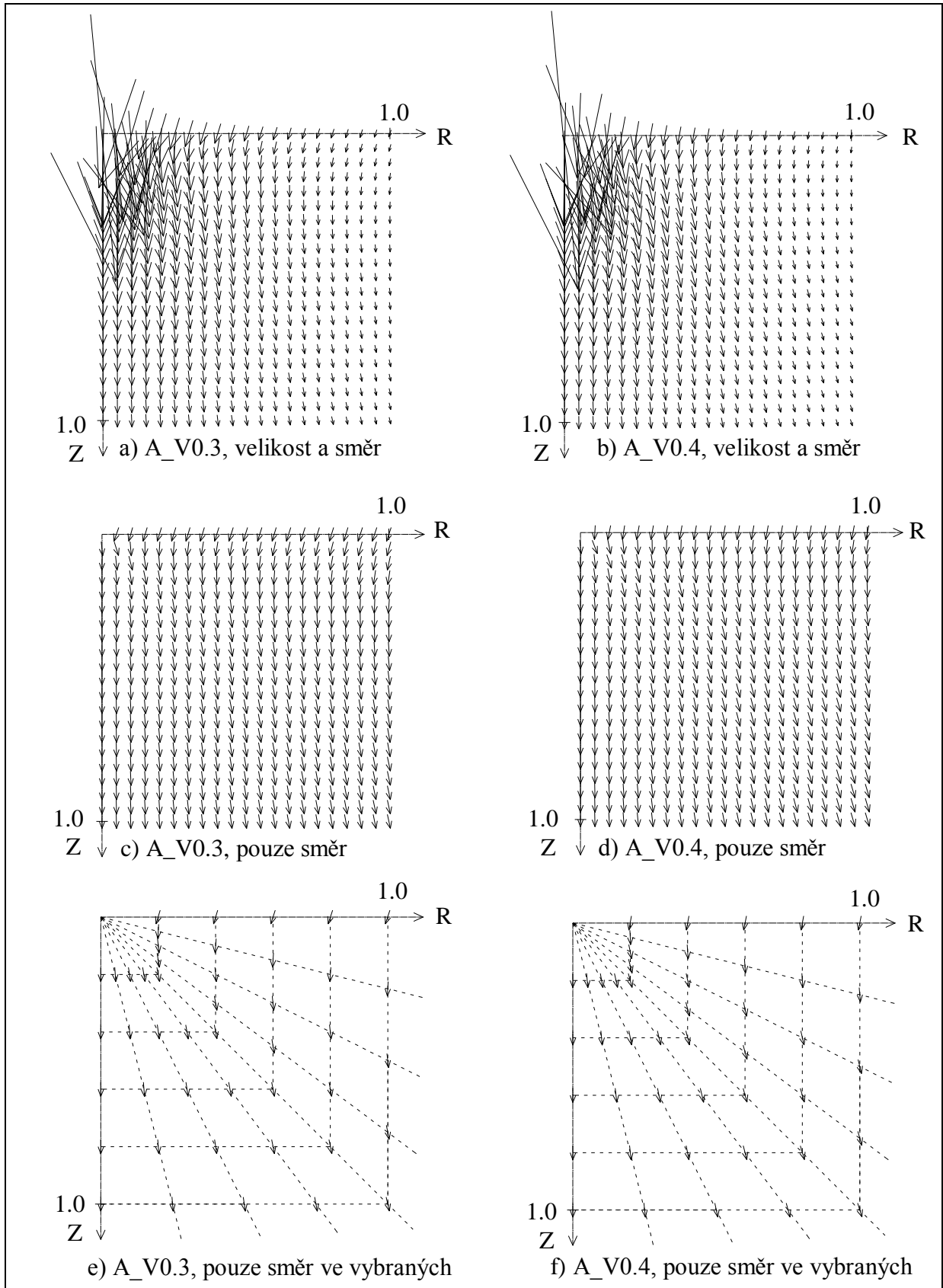
P-Obr. 2 Vektory výsledného posunutí v rovině RZ.



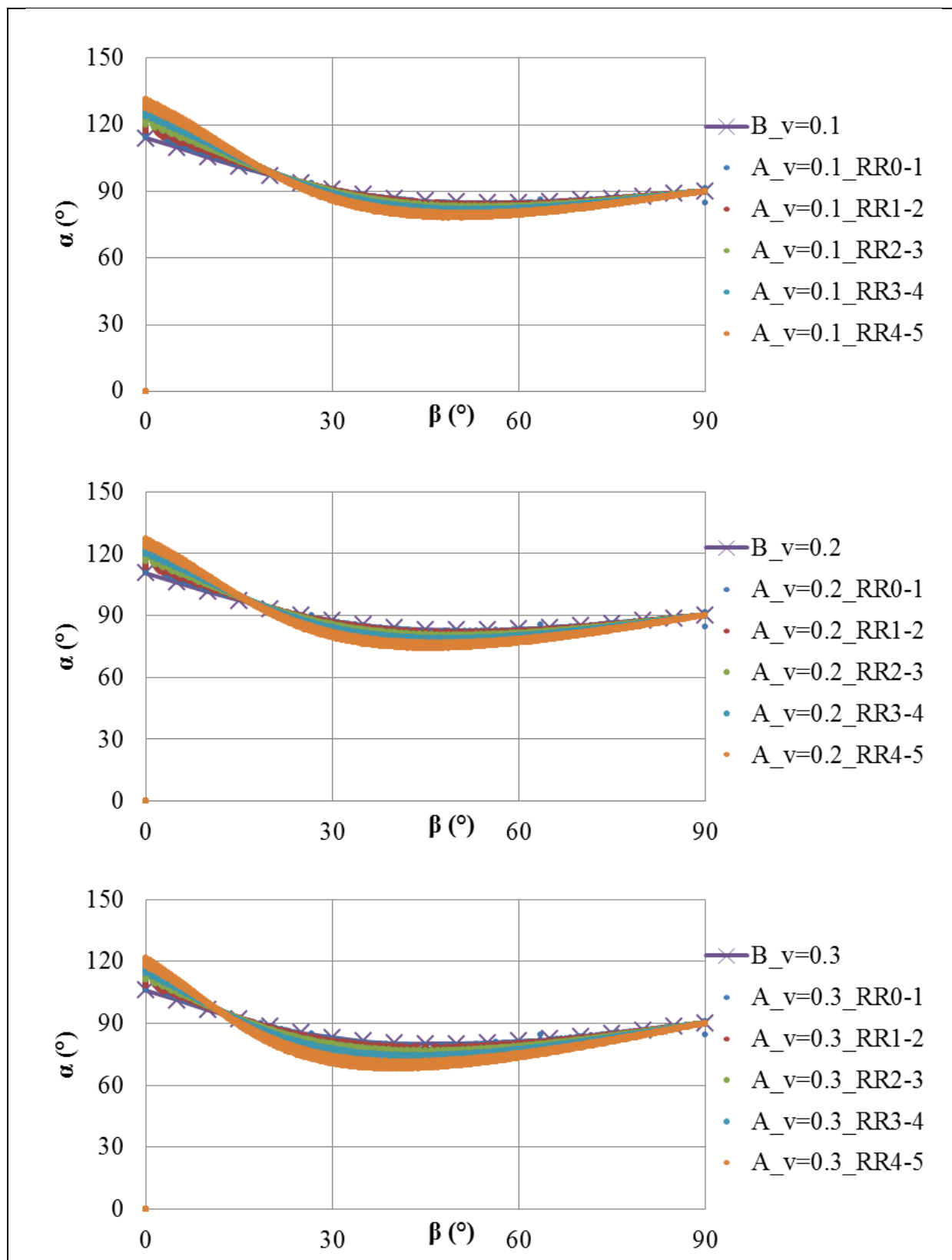
P-Obr. 3 Vektory výsledného posunutí v rovině RZ.



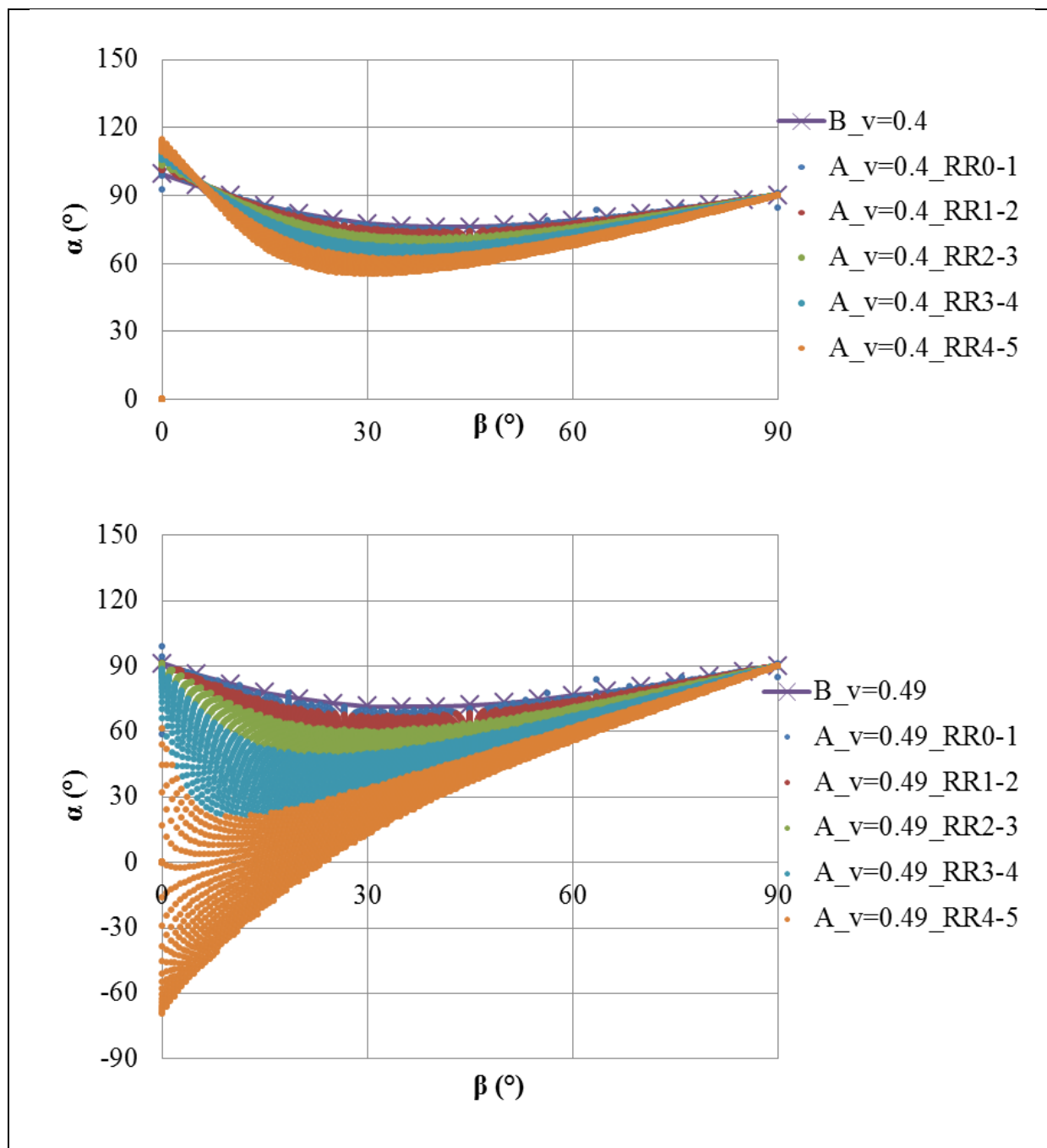
P-Obr. 4 Vektory výsledného posunutí v rovině RZ.



P-Obr. 5 Vektory výsledného posunutí v rovině RZ.

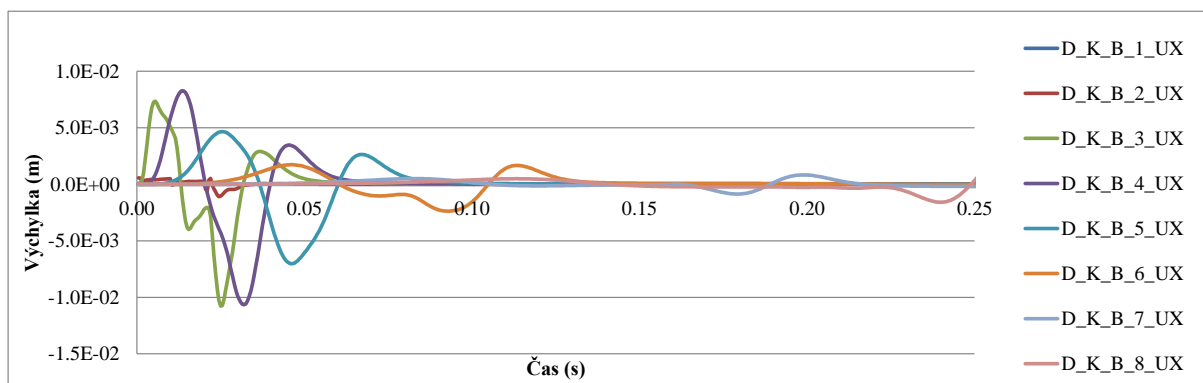


P-Graf 11 Závislost směru vektoru posunutí na pozici ve sférickém systému souřadnic.

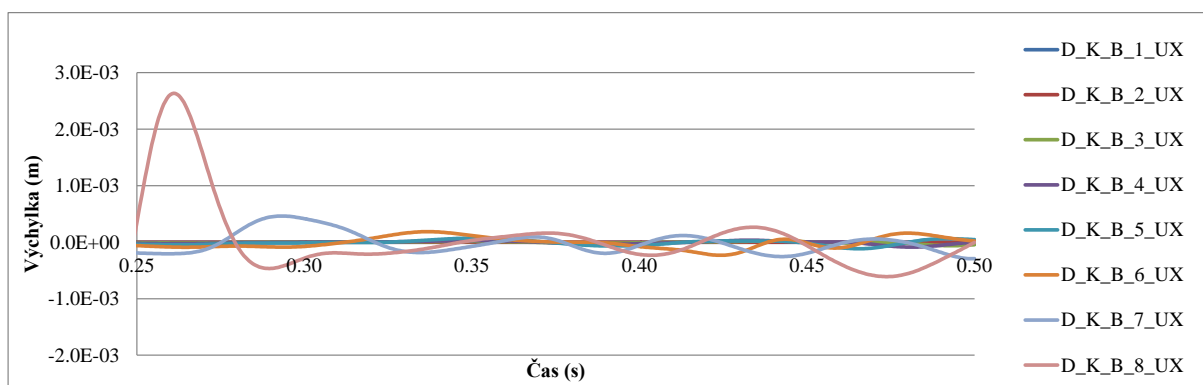


P-Graf 12 Závislost směru vektoru posunutí na pozici ve sférickém systému souřadnic.

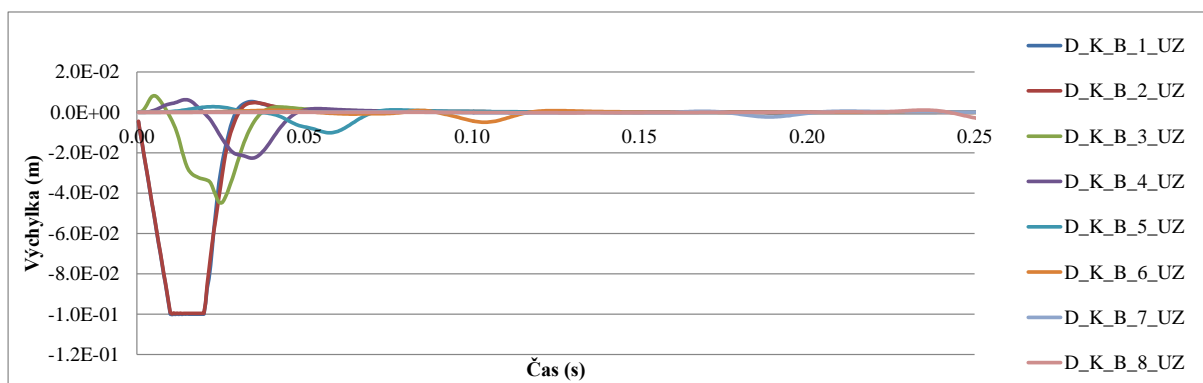
8.2 Impulz na povrchu bloku zeminy (3D model)



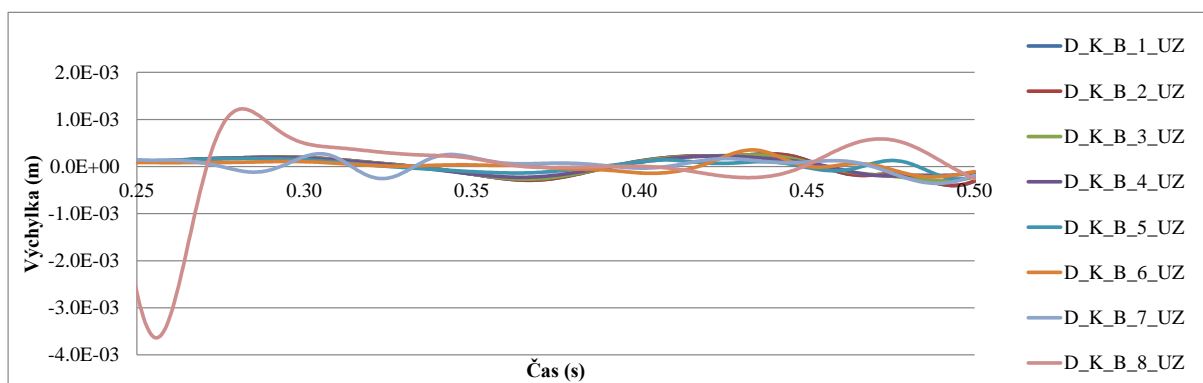
P-Graf 13 Výchylka uzlů.



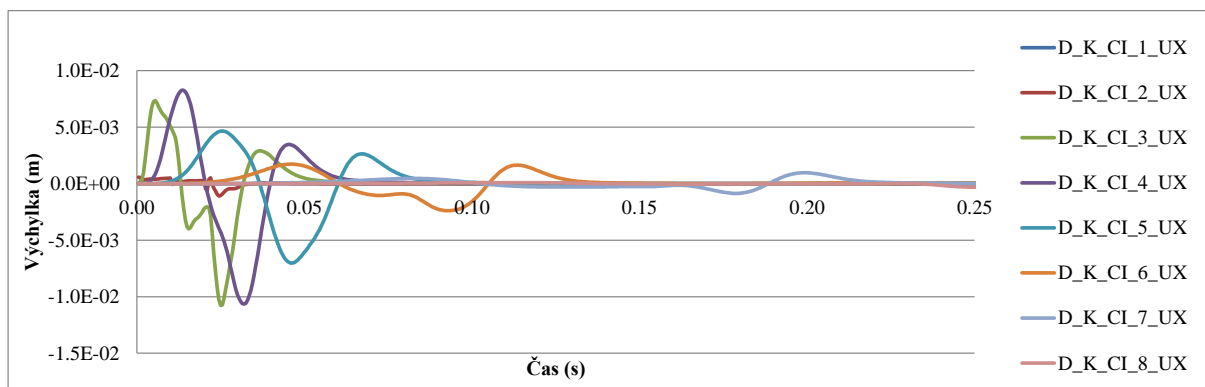
P-Graf 14 Výchylka uzlů.



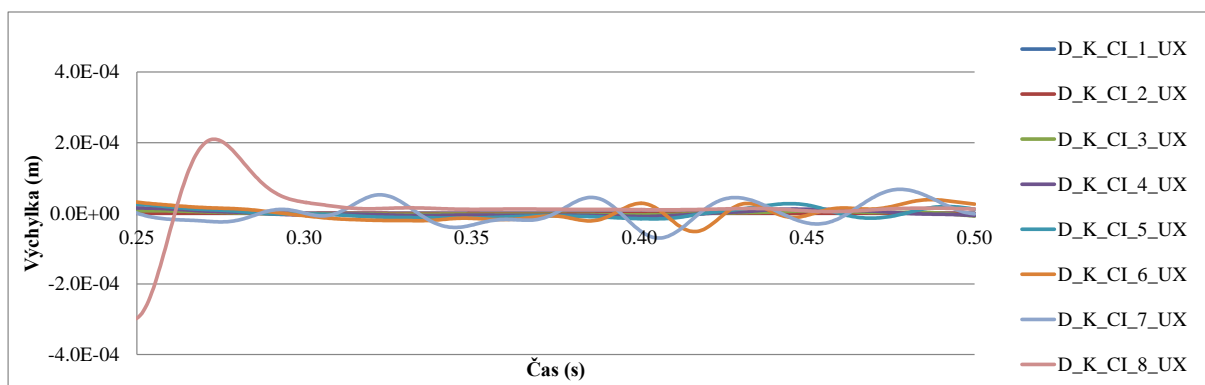
P-Graf 15 Výchylka uzlů.



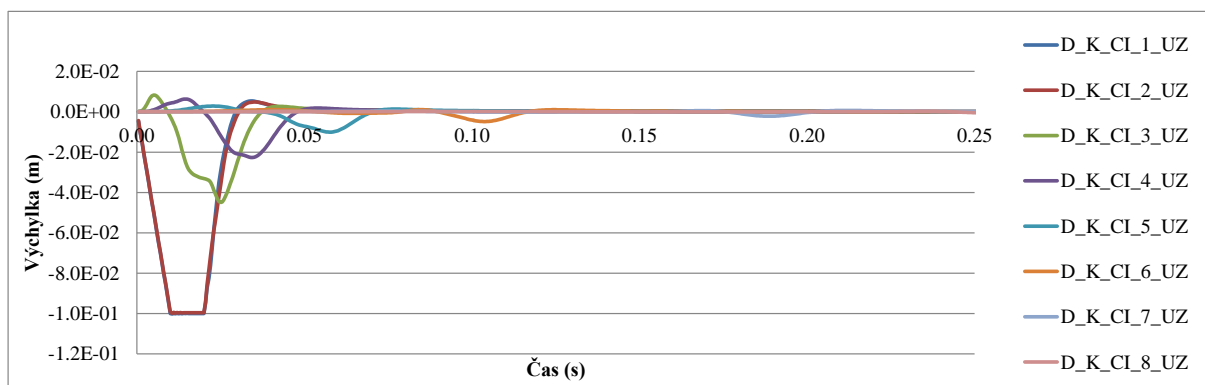
P-Graf 16 Výchylka uzlů.



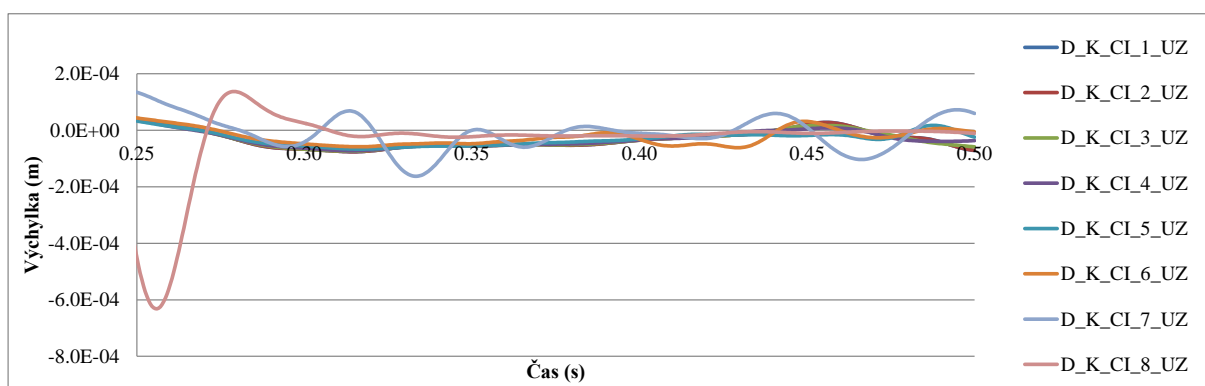
P-Graf 17 Výchylka uzlů.



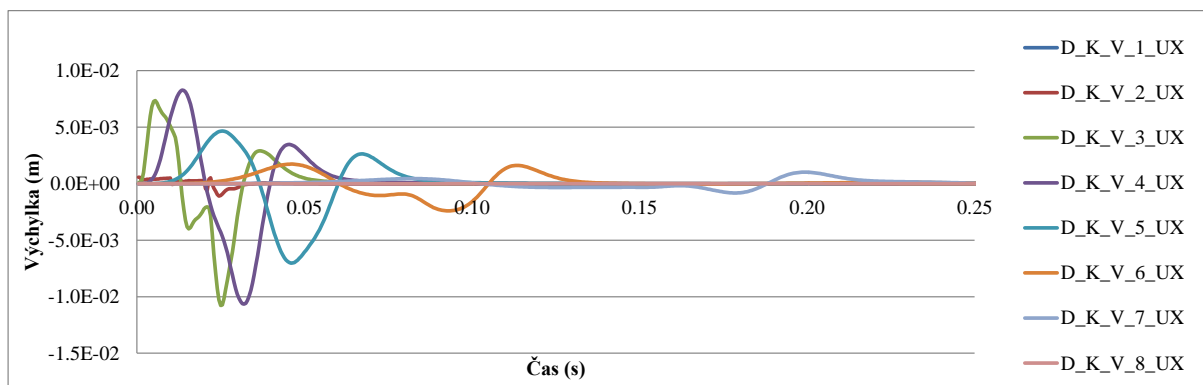
P-Graf 18 Výchylka uzlů.



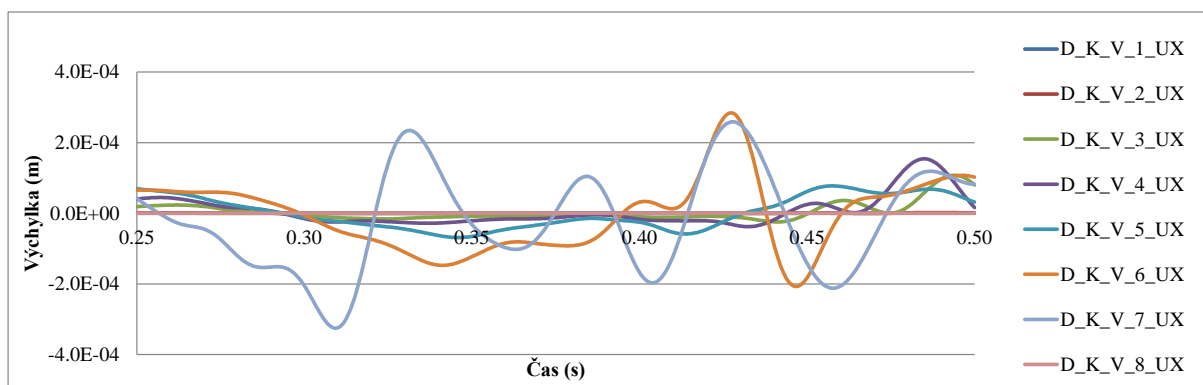
P-Graf 19 Výchylka uzlů.



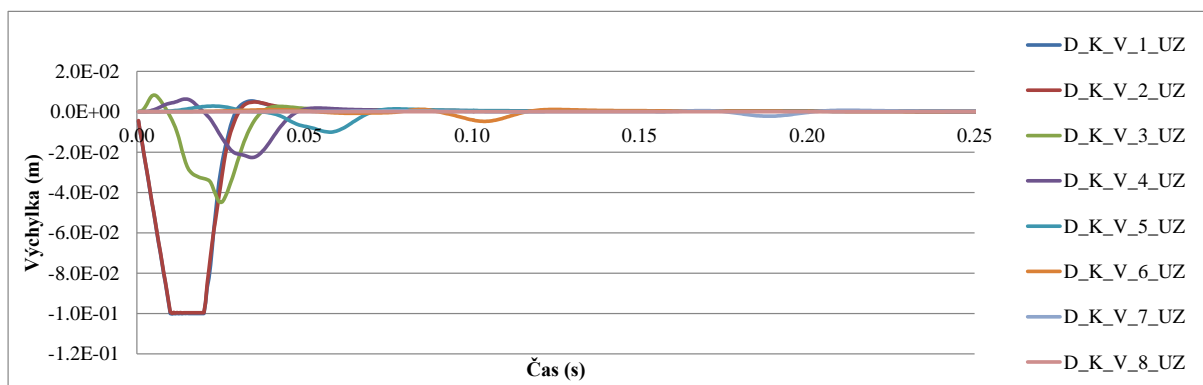
P-Graf 20 Výchylka uzlů.



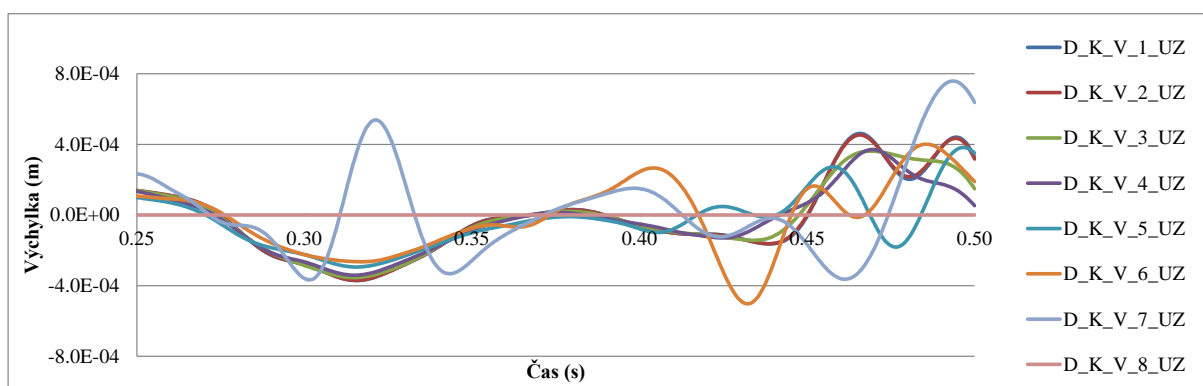
P-Graf 21 Výchylka uzlů.



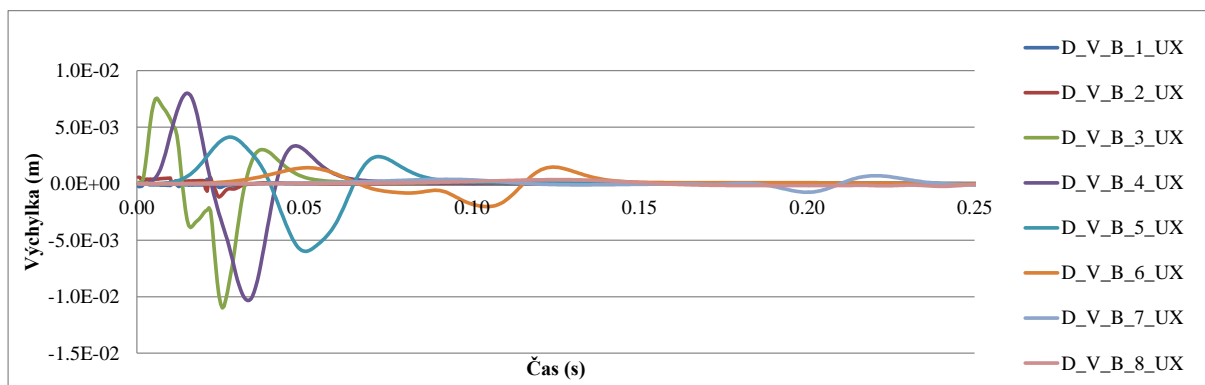
P-Graf 22 Výchylka uzlů.



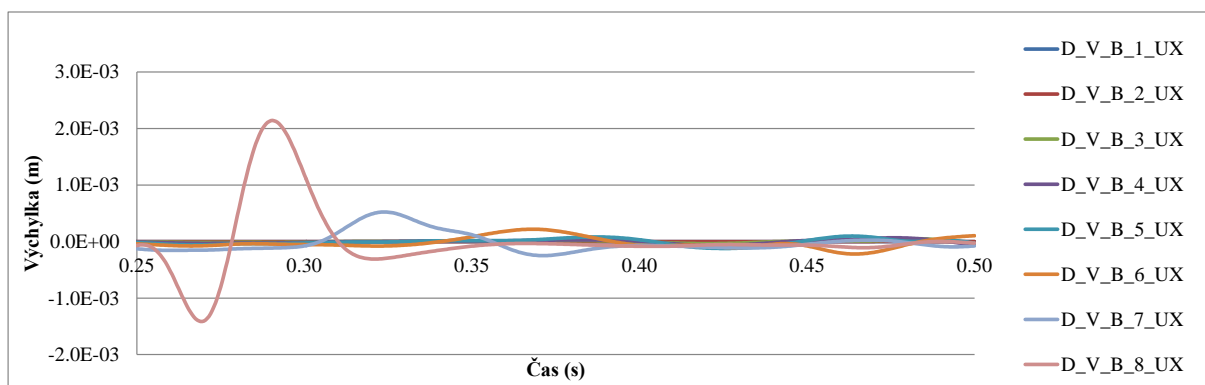
P-Graf 23 Výchylka uzlů.



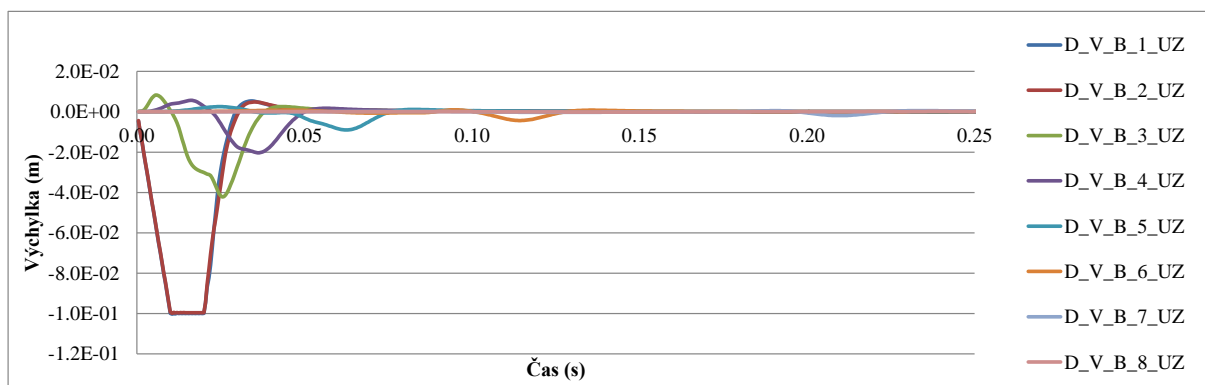
P-Graf 24 Výchylka uzlů.



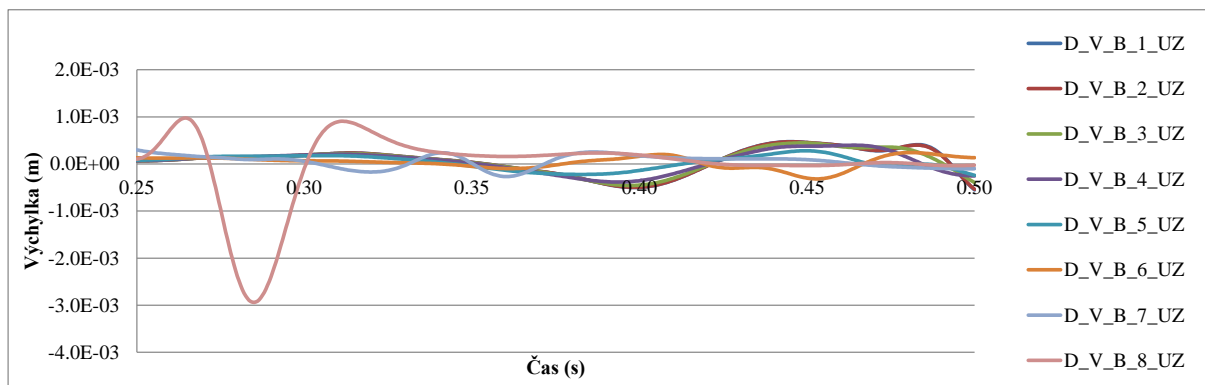
P-Graf 25 Výchylka uzlů.



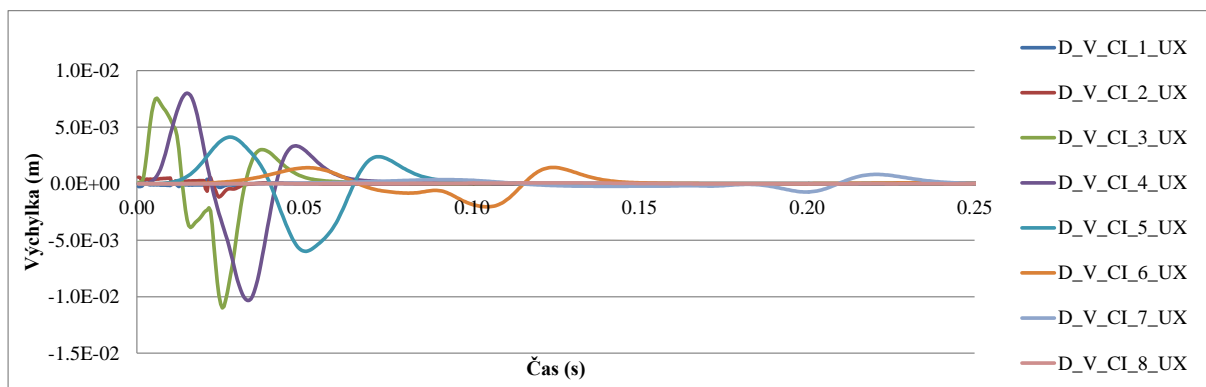
P-Graf 26 Výchylka uzlů.



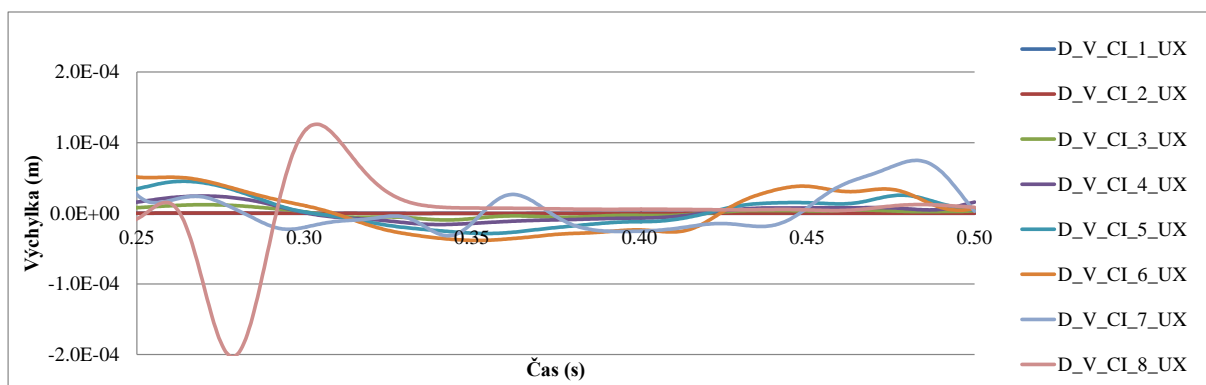
P-Graf 27 Výchylka uzlů.



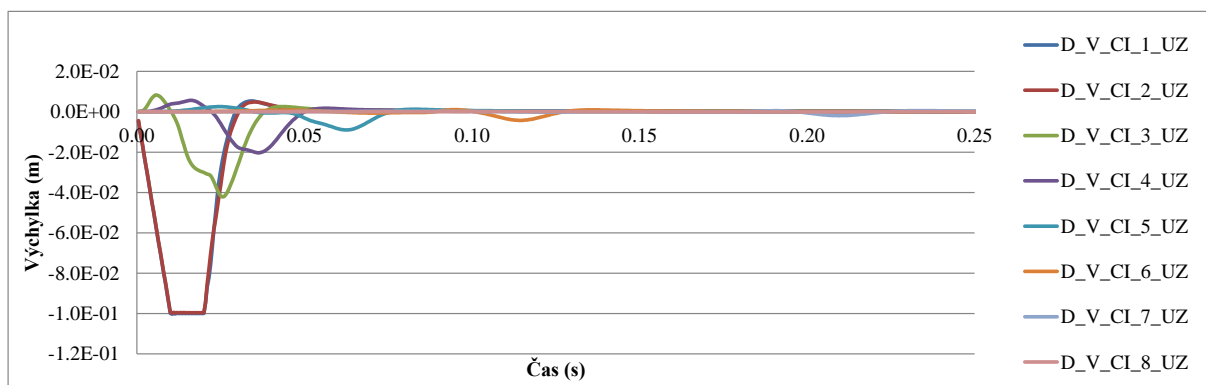
P-Graf 28 Výchylka uzlů.



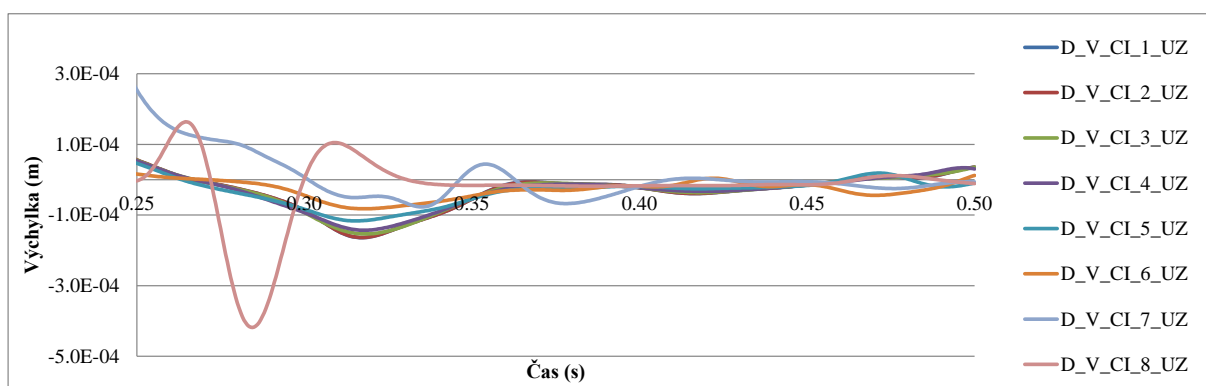
P-Graf 29 Výchylka uzlů.



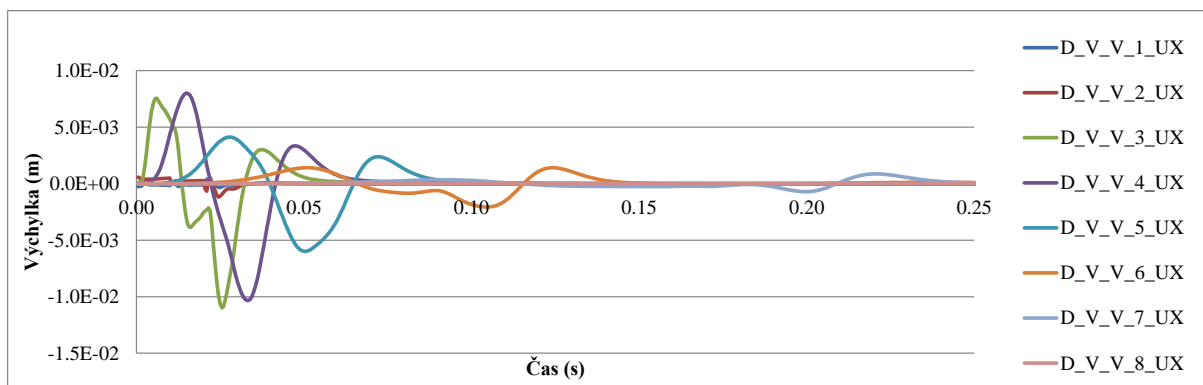
P-Graf 30 Výchylka uzlů.



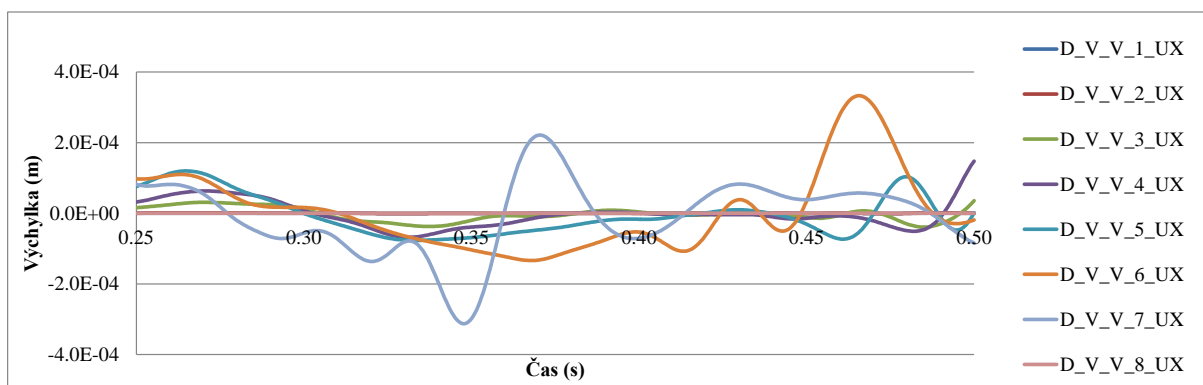
P-Graf 31 Výchylka uzlů.



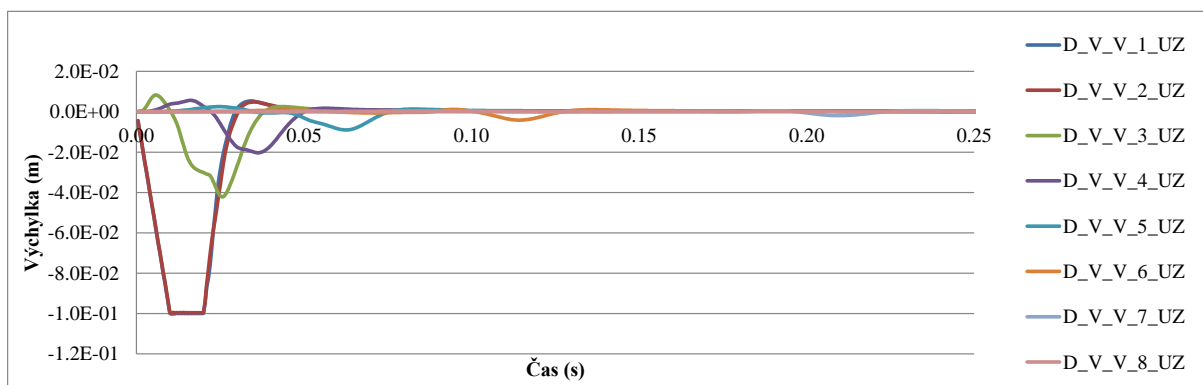
P-Graf 32 Výchylka uzlů.



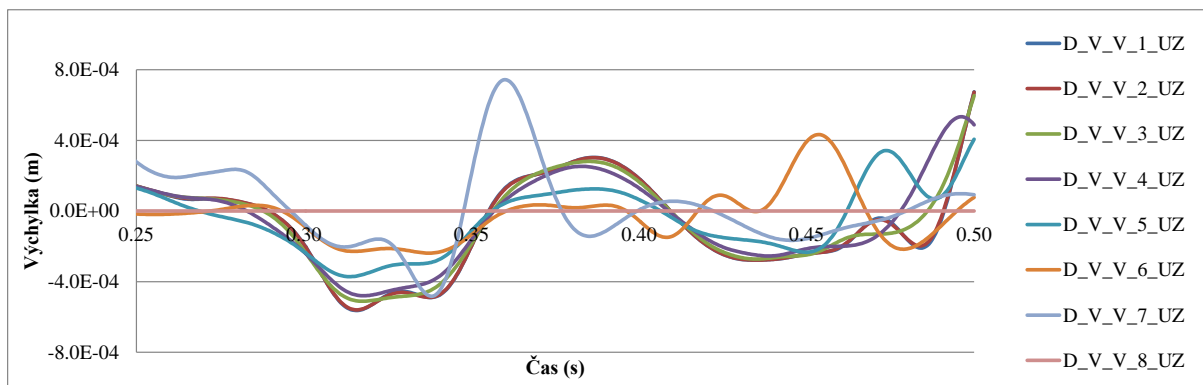
P-Graf 33 Výchylka uzlů.



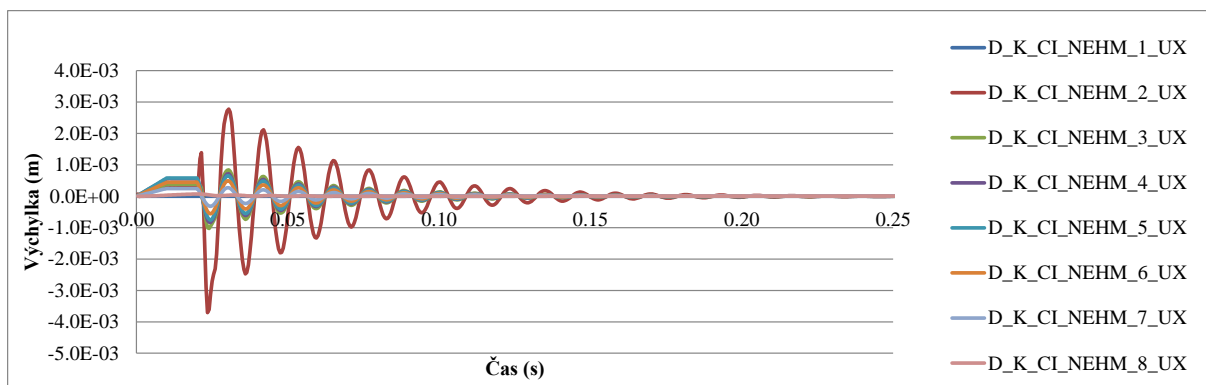
P-Graf 34 Výchylka uzlů.



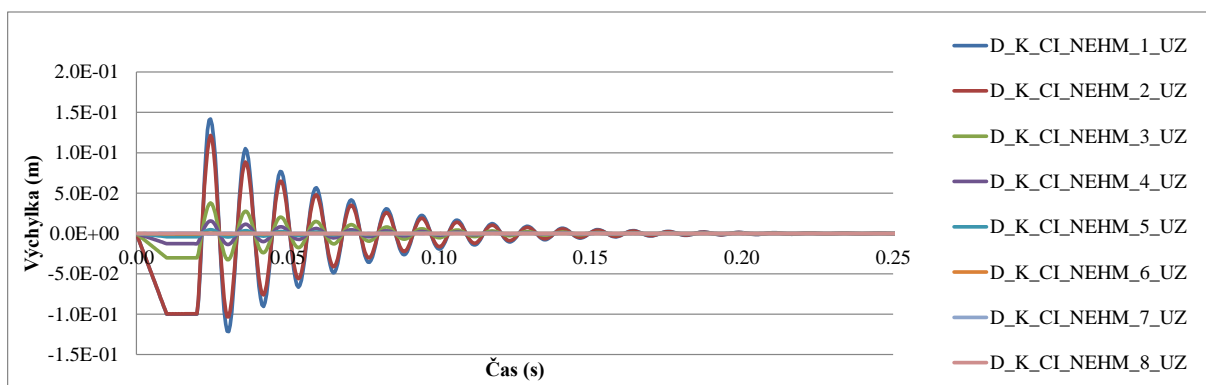
P-Graf 35 Výchylka uzlů.



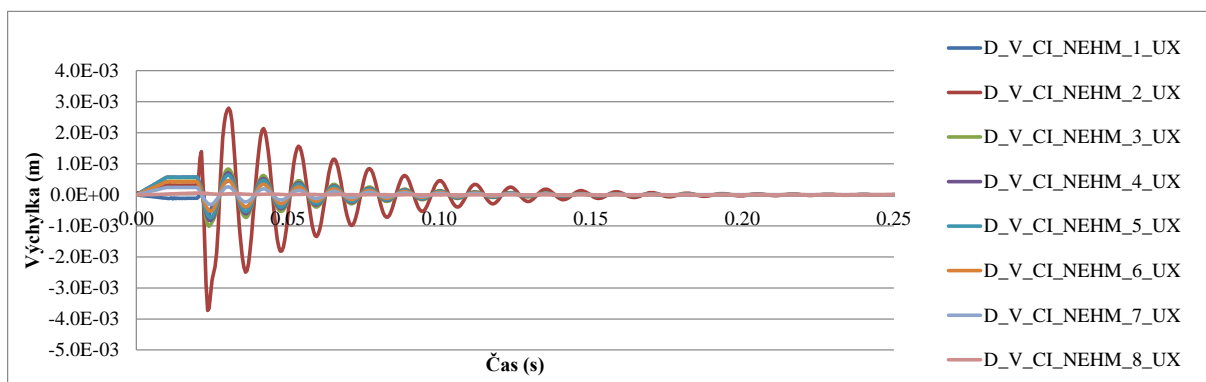
P-Graf 36 Výchylka uzlů.



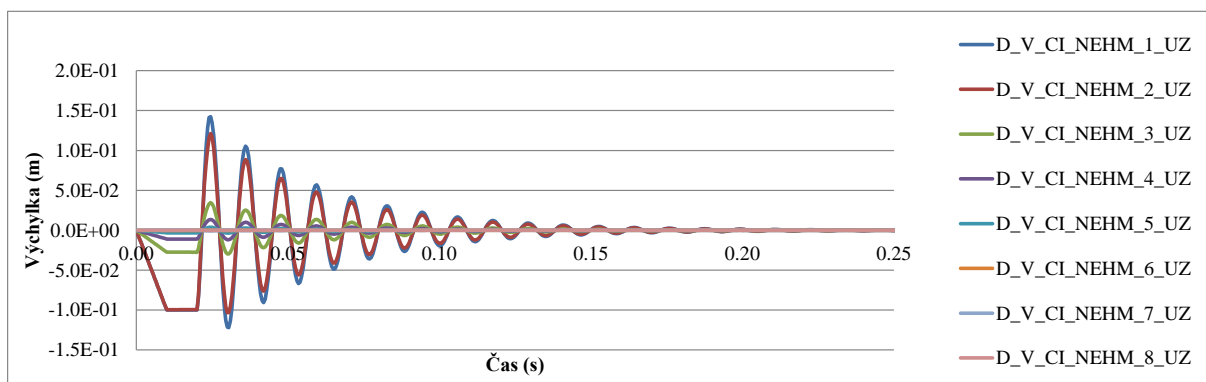
P-Graf 37 Výchylka uzlů.



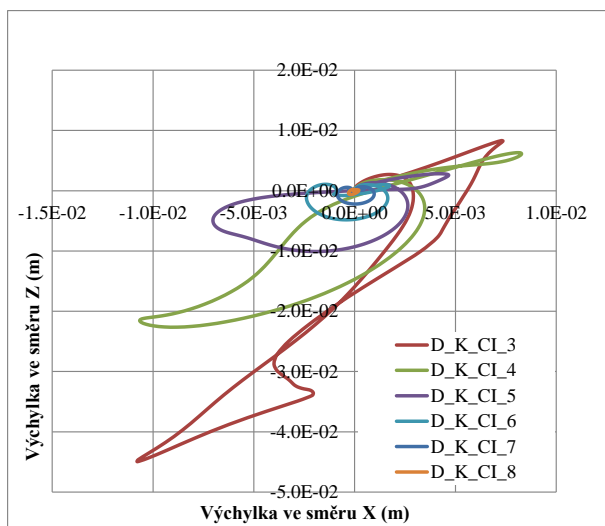
P-Graf 38 Výchylka uzlů.



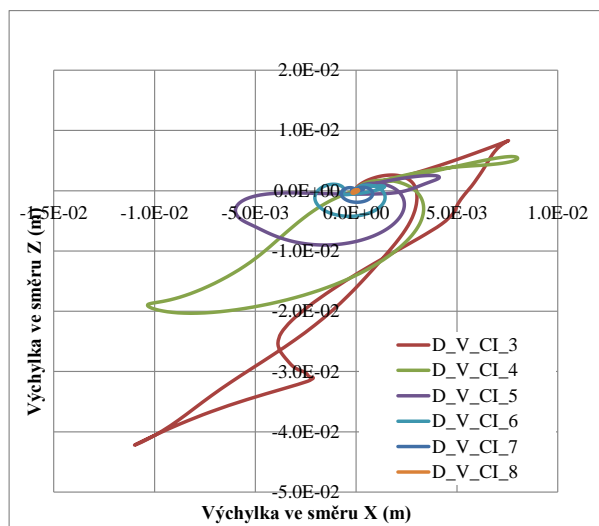
P-Graf 39 Výchylka uzlů.



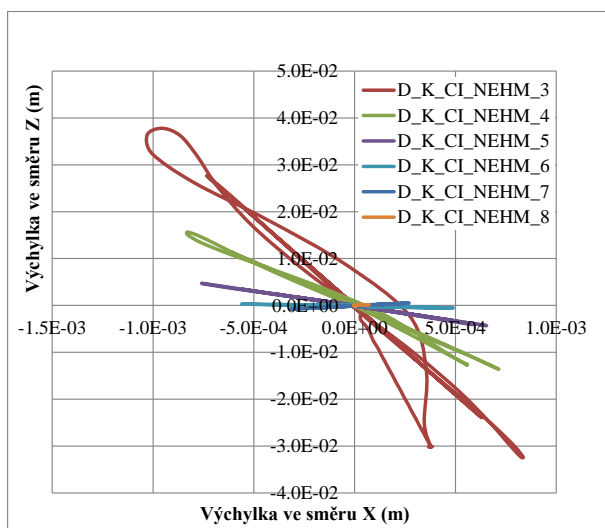
P-Graf 40 Výchylka uzlů.



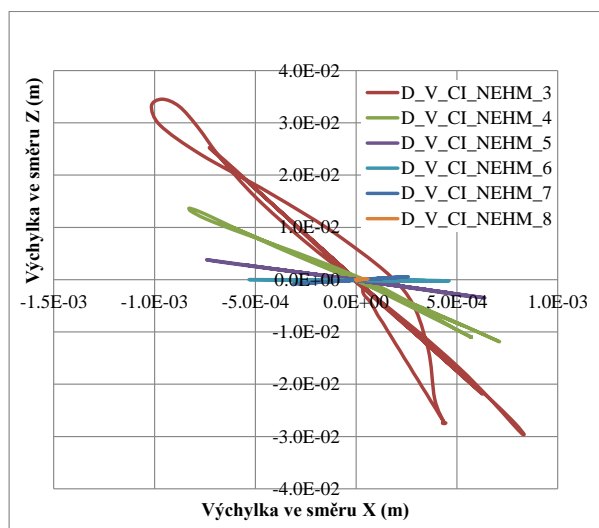
P-Graf 41 Trajektorie uzlů.



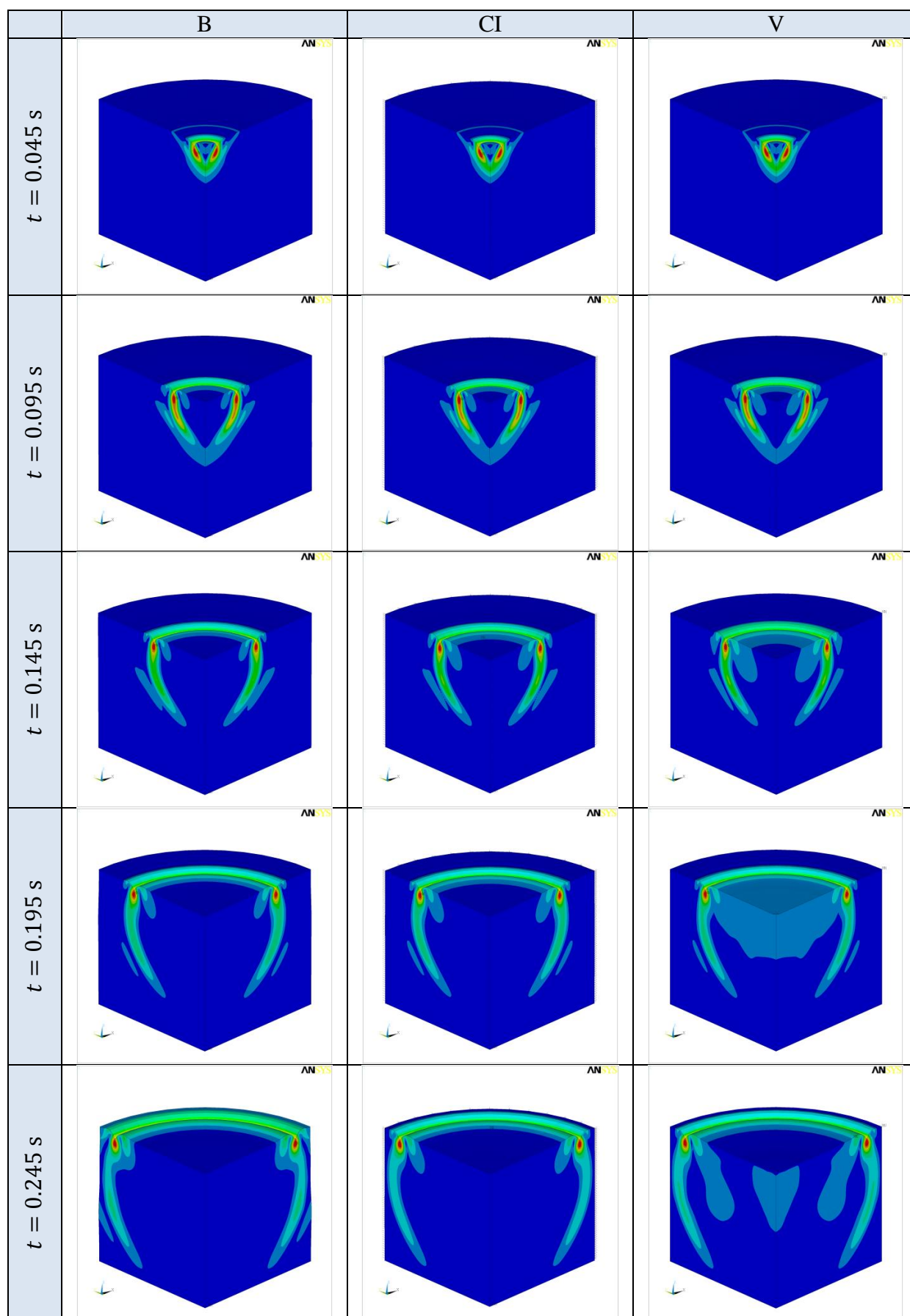
P-Graf 42 Trajektorie uzlů.



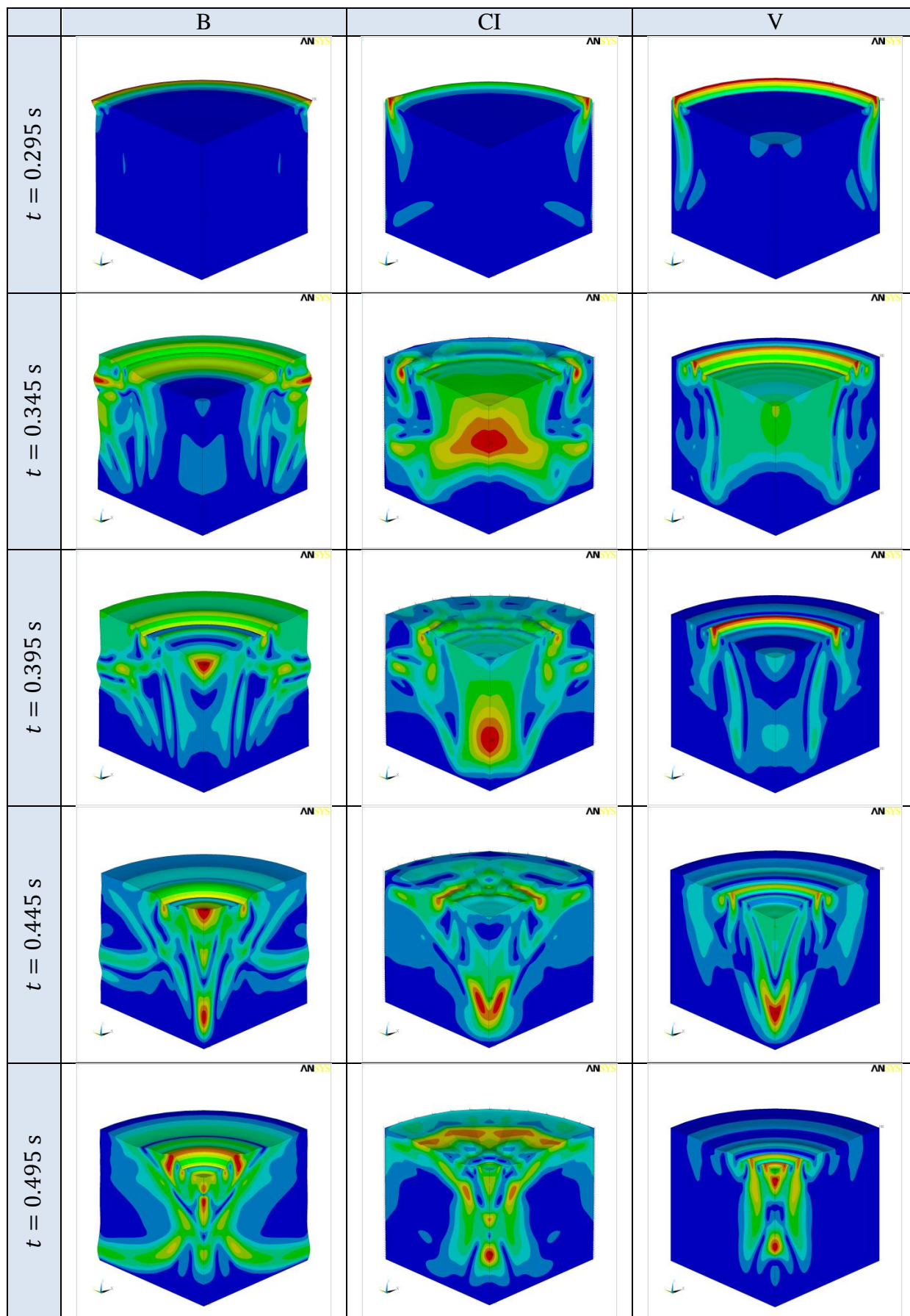
P-Graf 43 Trajektorie uzlů.



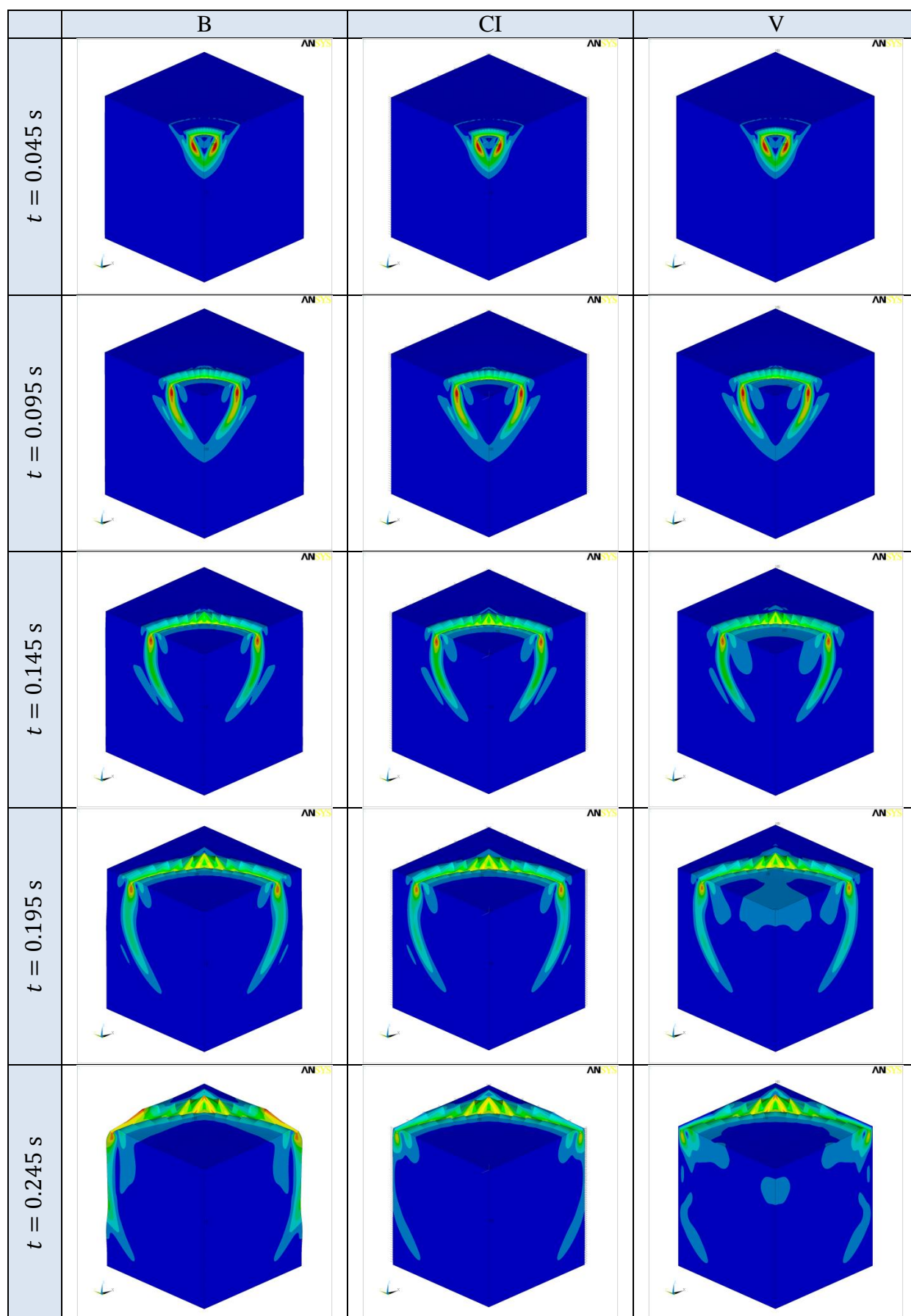
P-Graf 44 Trajektorie uzlů.



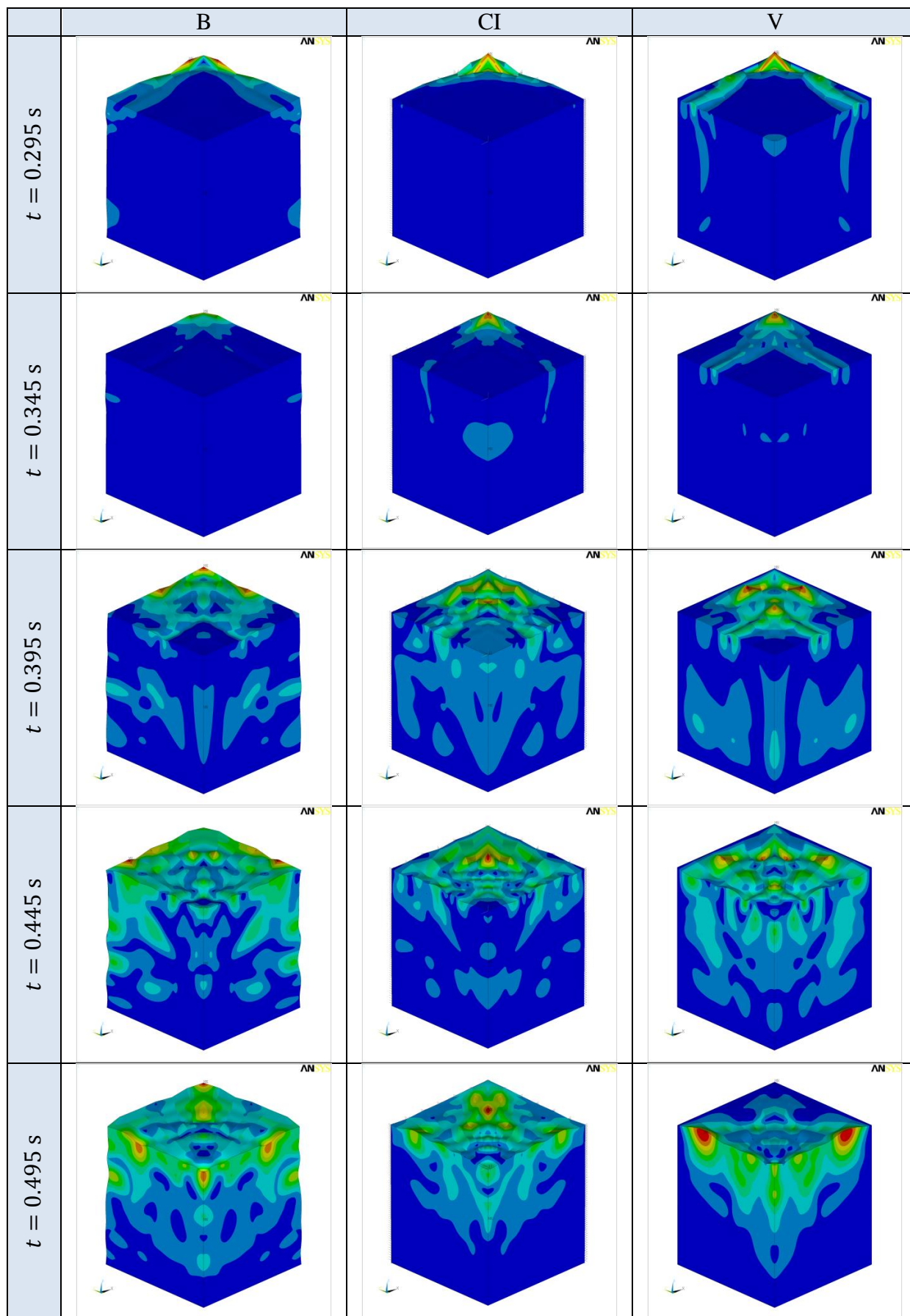
P-Obr. 6 Šíření vlny (celkový vektor posunutí) modelem podzákladí tvaru válce – 1. část.



P-Obr. 7 Šíření vlny (celkový vektor posunutí) modelem podzákladí tvaru válce – 2. Část.

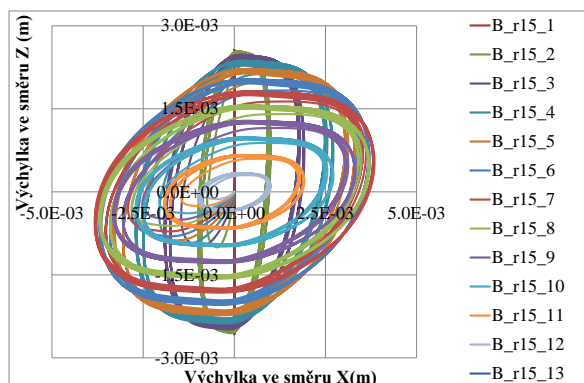


P-Obr. 8 Šíření vlny (celkový vektor posunutí) modelem podzákladí tvaru kvádra – 1. část.

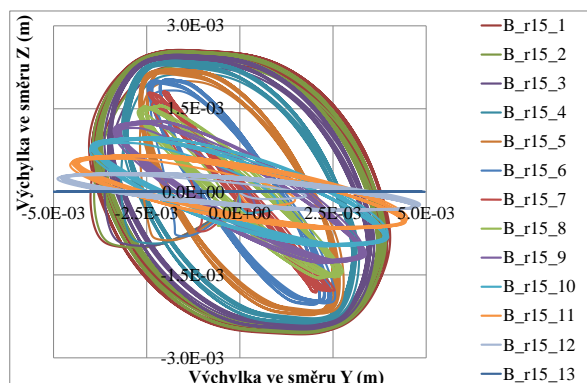


P-Obr. 9 Šíření vlny (celkový vektor posunutí) modelem podzákladí tvaru kvádru – 2. část.

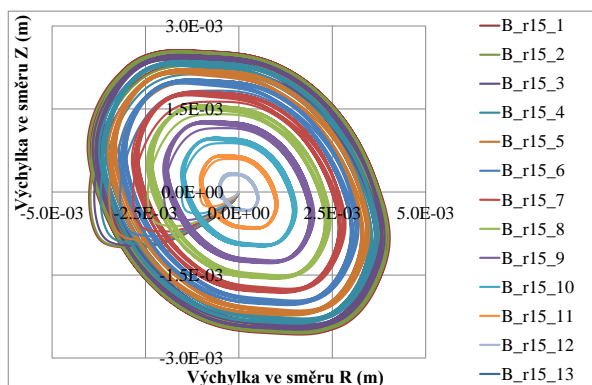
8.3 Osamělá železobetonová pilota v interakci s podzákladím (3D model)



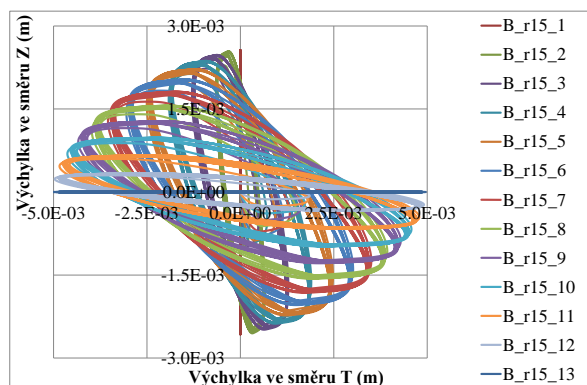
P-Graf 45 Trajektorie uzlů.



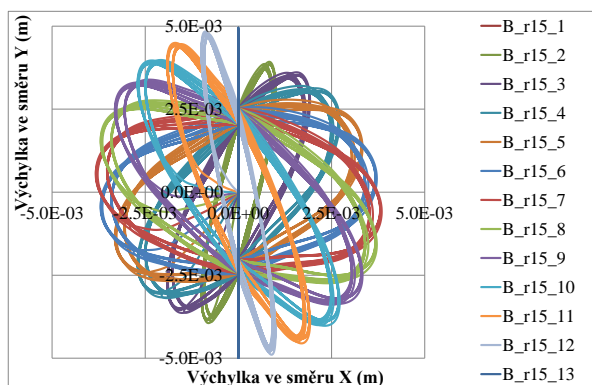
P-Graf 46 Trajektorie uzlů.



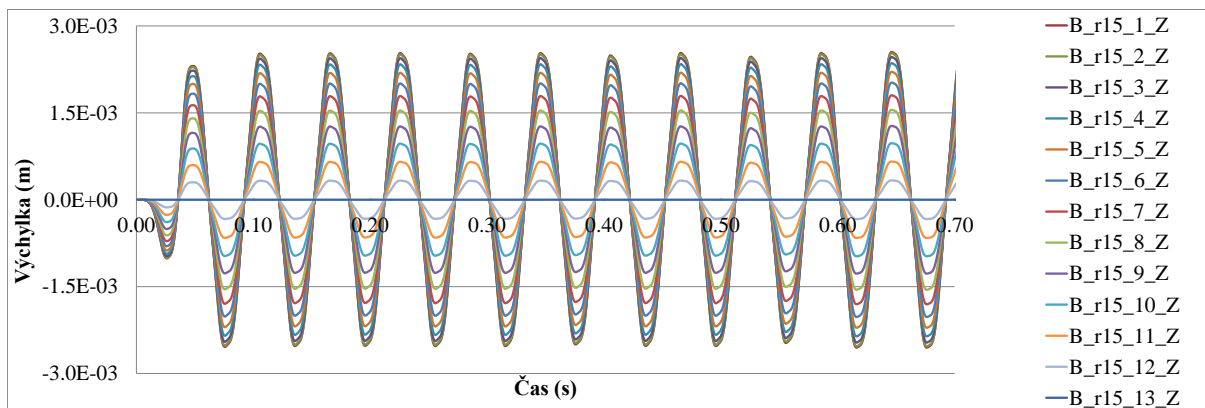
P-Graf 47 Trajektorie uzlů



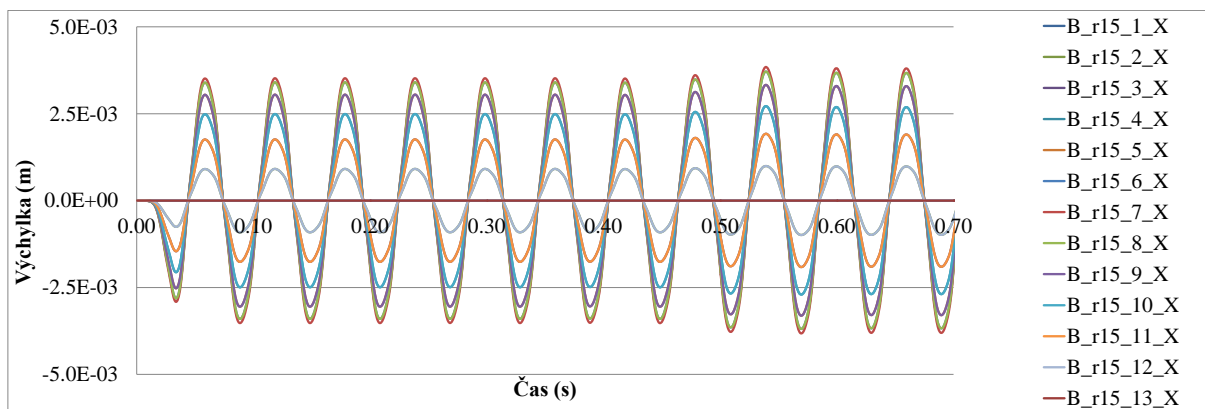
P-Graf 48 Trajektorie uzlů.



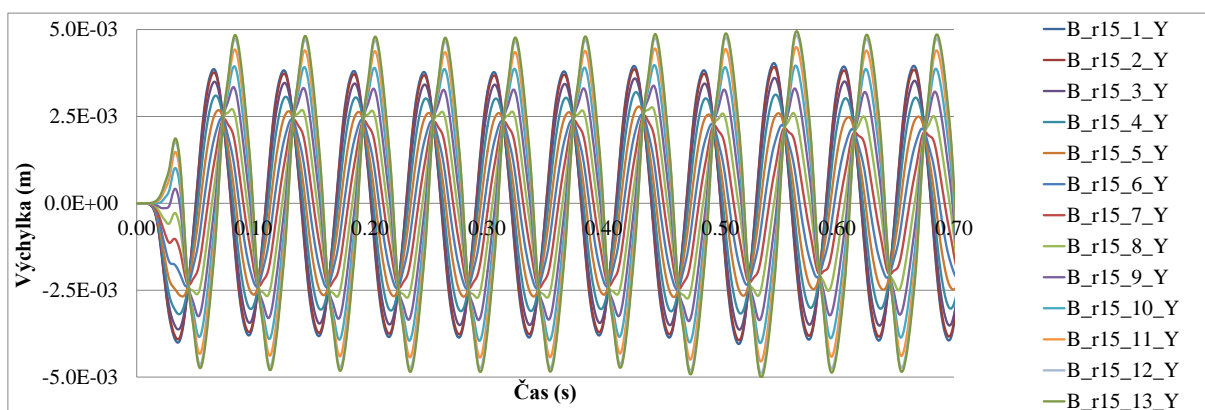
P-Graf 49 Trajektorie uzlů.



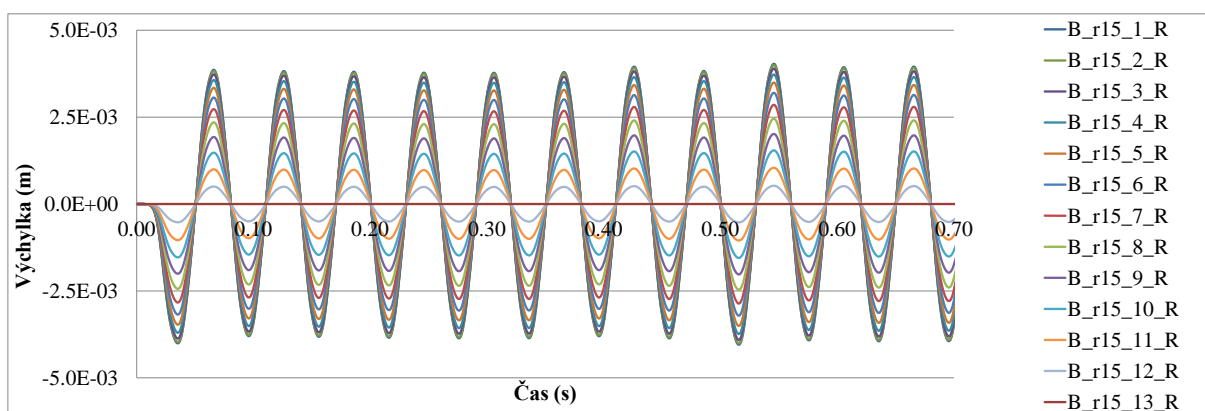
P-Graf 50 Výchylka uzlů.



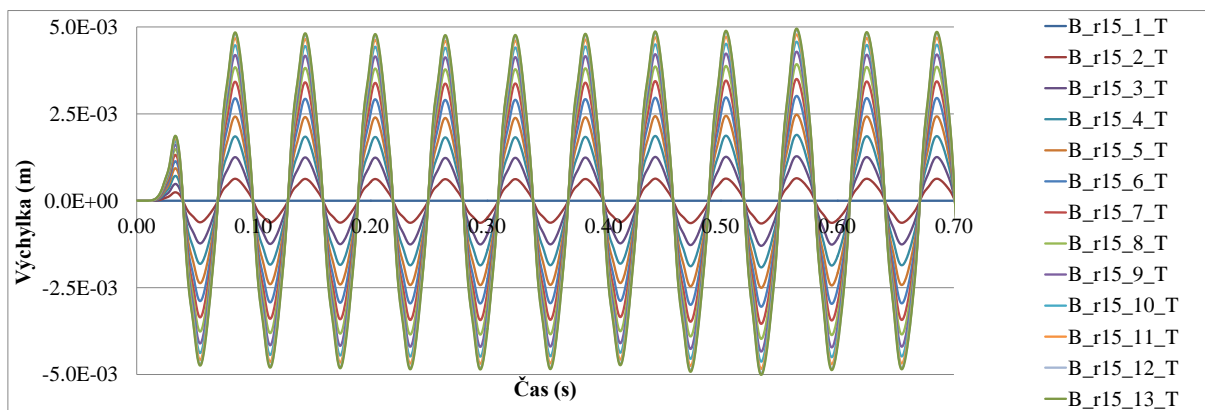
P-Graf 51 Výchylka uzlů.



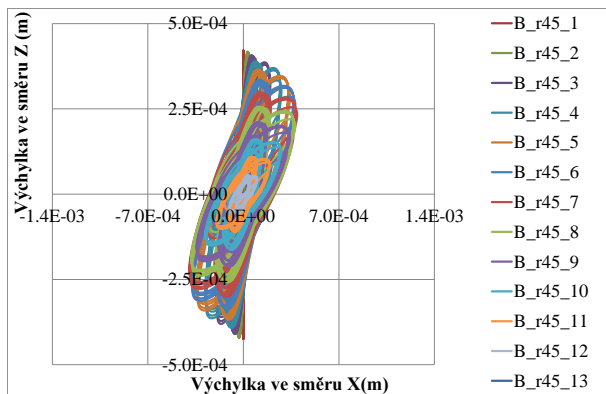
P-Graf 52 Výchylka uzlů.



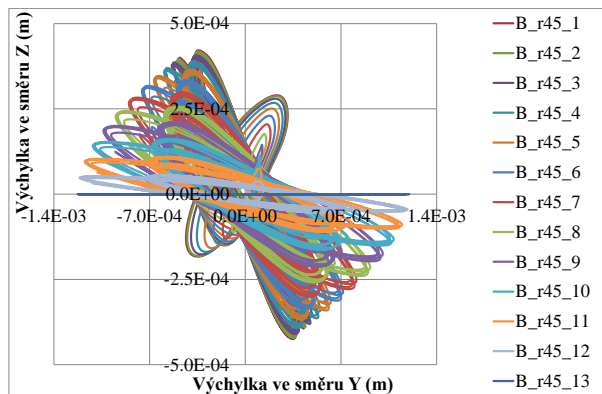
P-Graf 53 Výchylka uzlů.



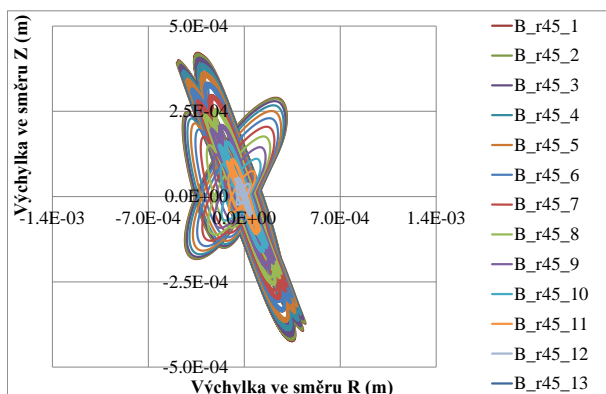
P-Graf 54 Výchylka uzlů.



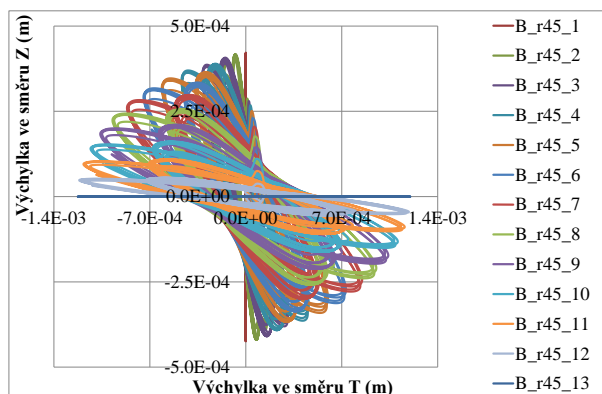
P-Graf 55 Trajektorie uzlů.



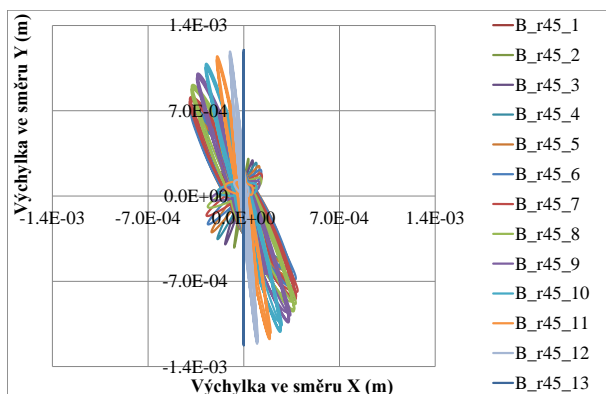
P-Graf 56 Trajektorie uzlů.



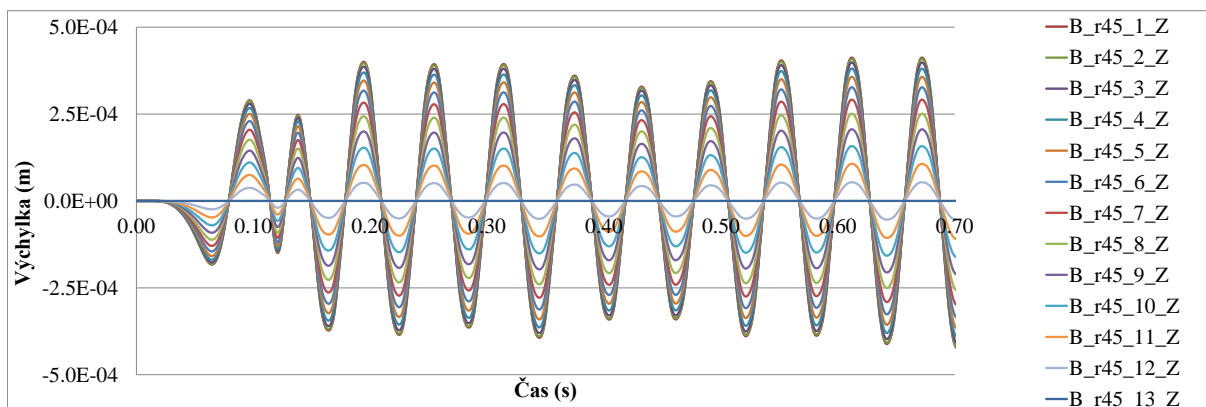
P-Graf 57 Trajektorie uzlů.



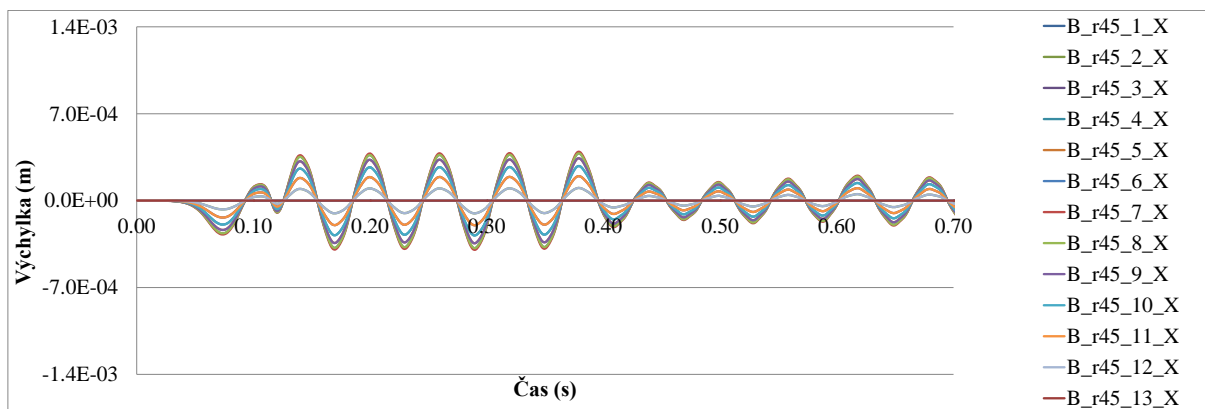
P-Graf 58 Trajektorie uzlů.



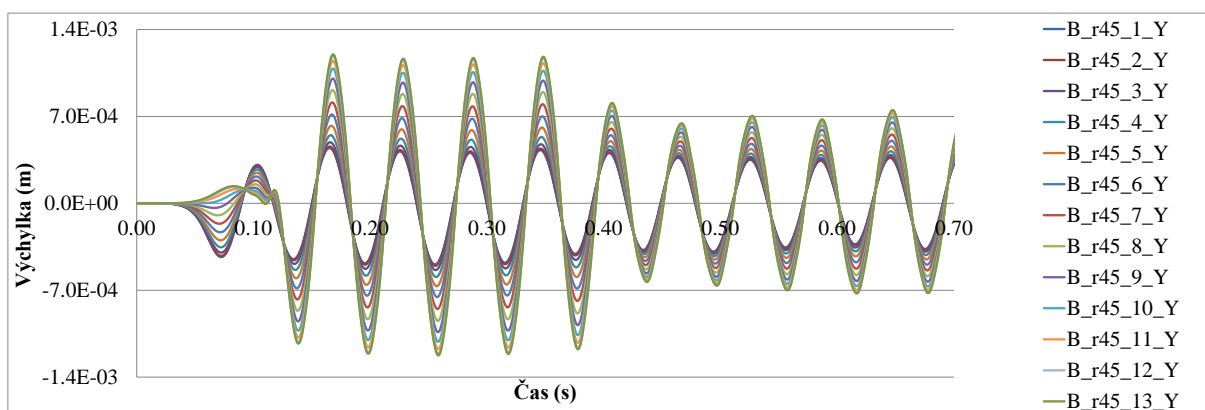
P-Graf 59 Trajektorie uzlů.



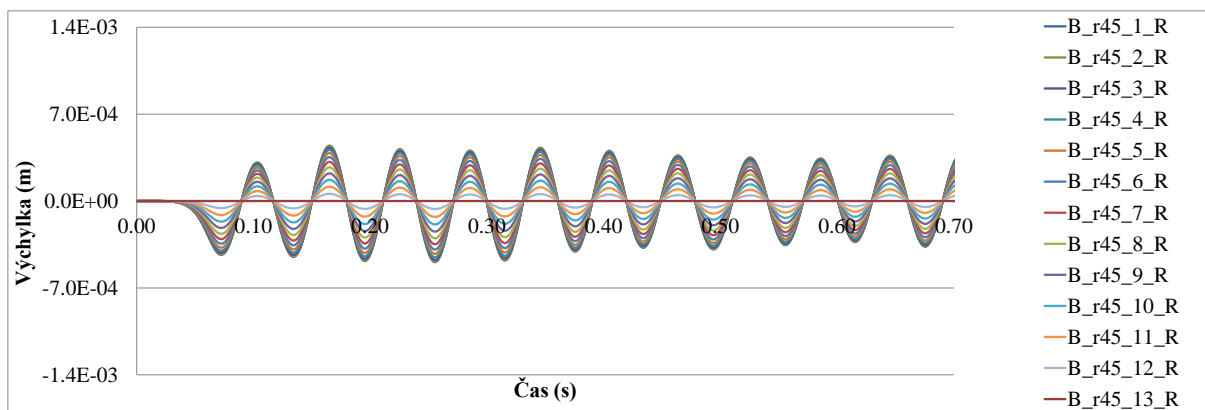
P-Graf 60 Výchylka uzlů.



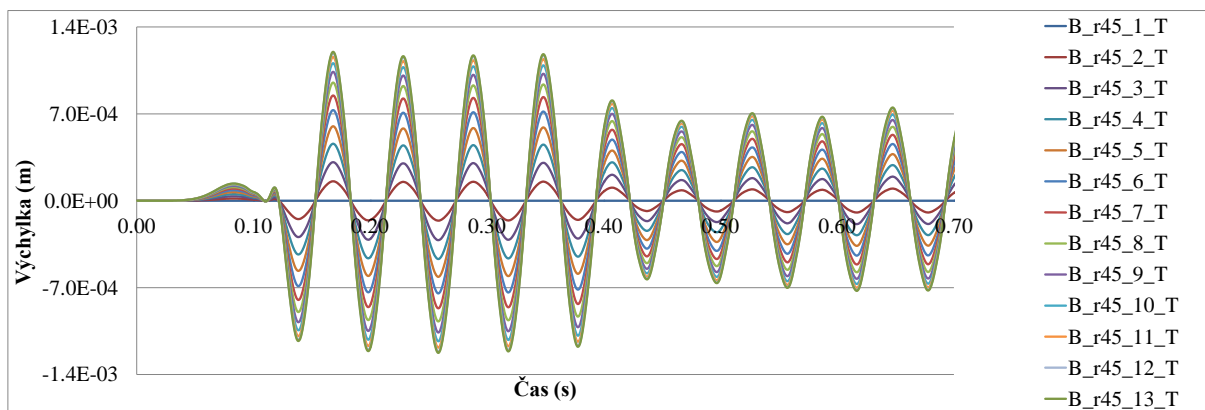
P-Graf 61 Výchylka uzlů.



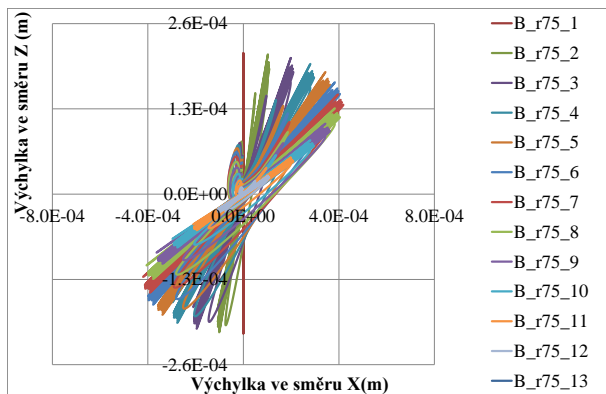
P-Graf 62 Výchylka uzlů.



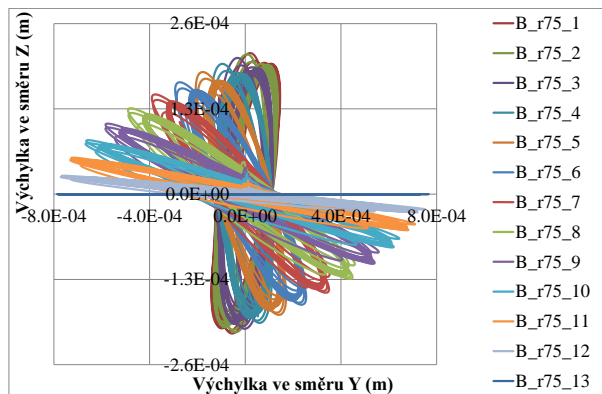
P-Graf 63 Výchylka uzlů.



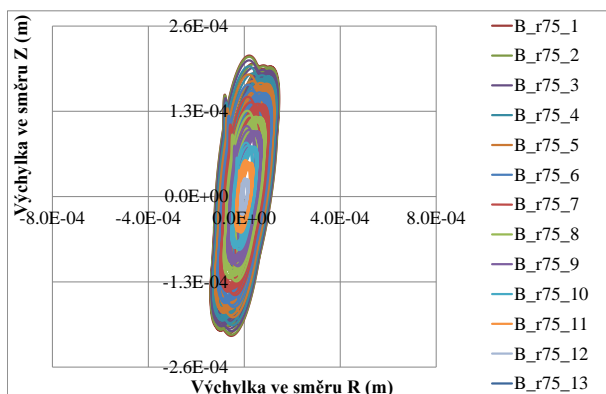
P-Graf 64 Výchylka uzlů.



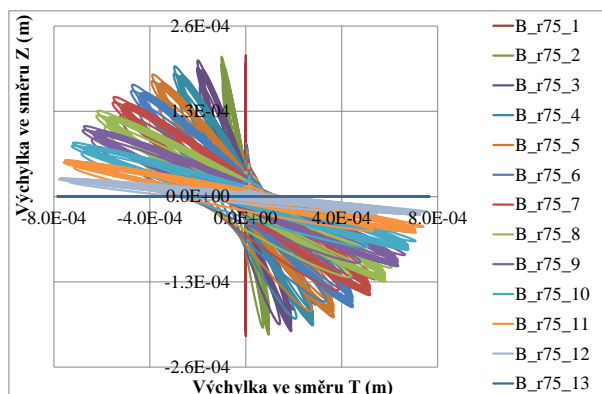
P-Graf 65 Trajektorie uzlů.



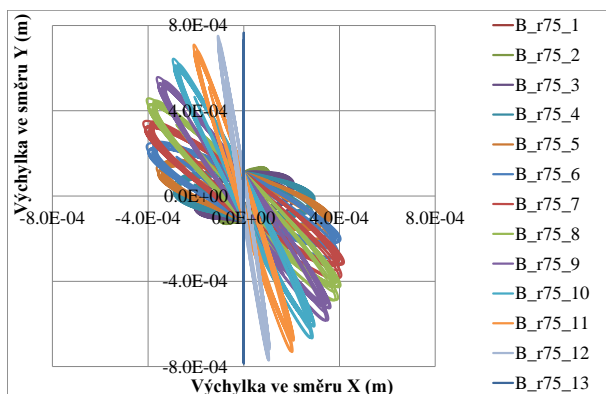
P-Graf 66 Trajektorie uzlů.



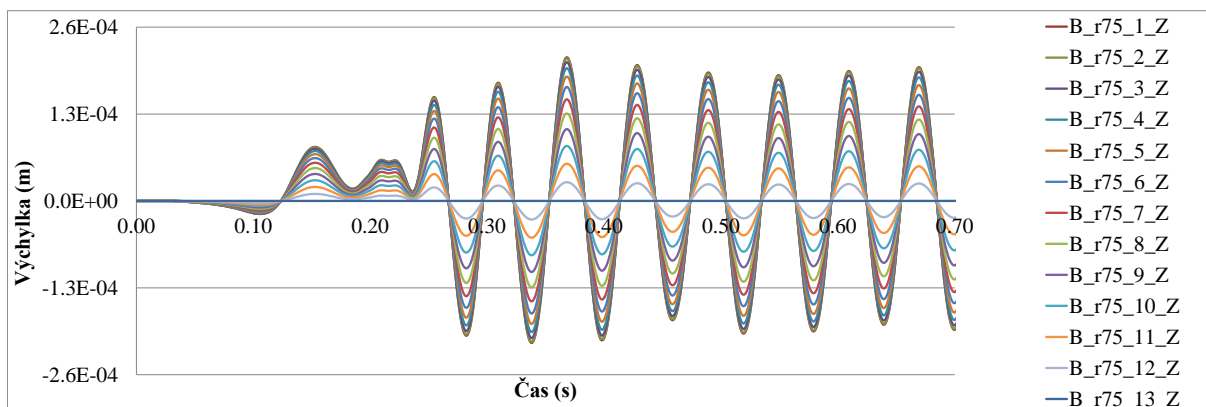
P-Graf 67 Trajektorie uzlů.



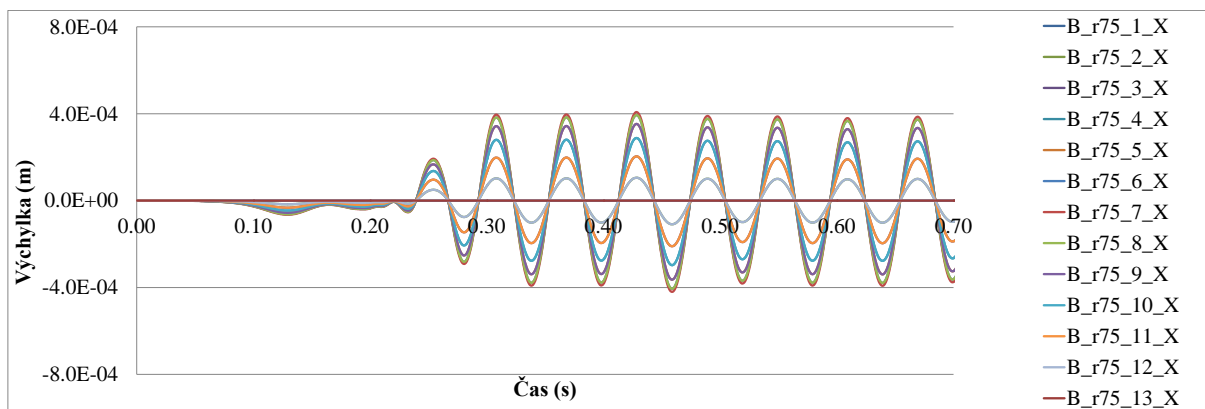
P-Graf 68 Trajektorie uzlů.



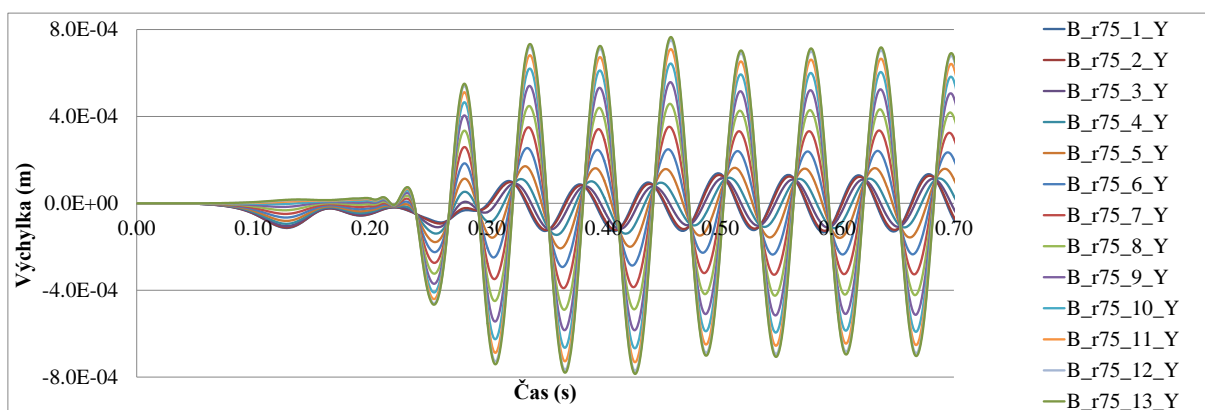
P-Graf 69 Trajektorie uzlů.



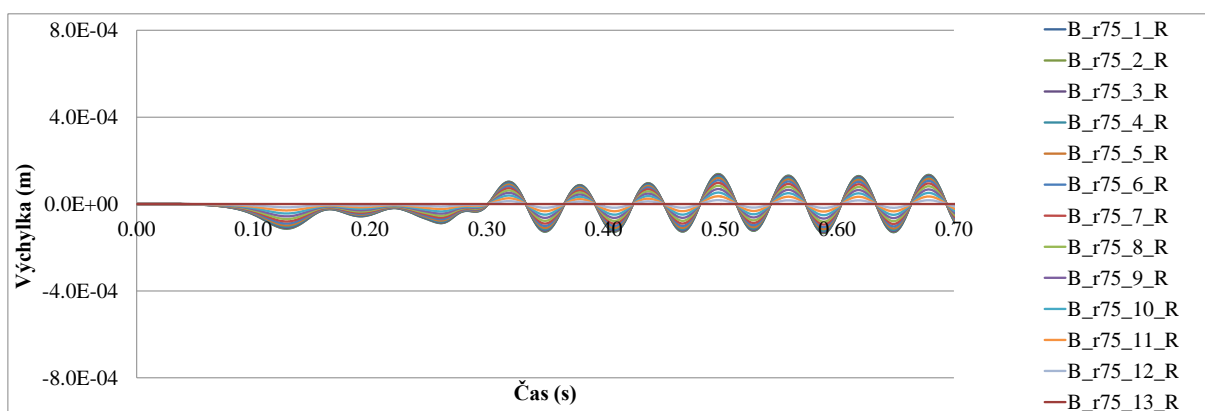
P-Graf 70 Výchylka uzlů.



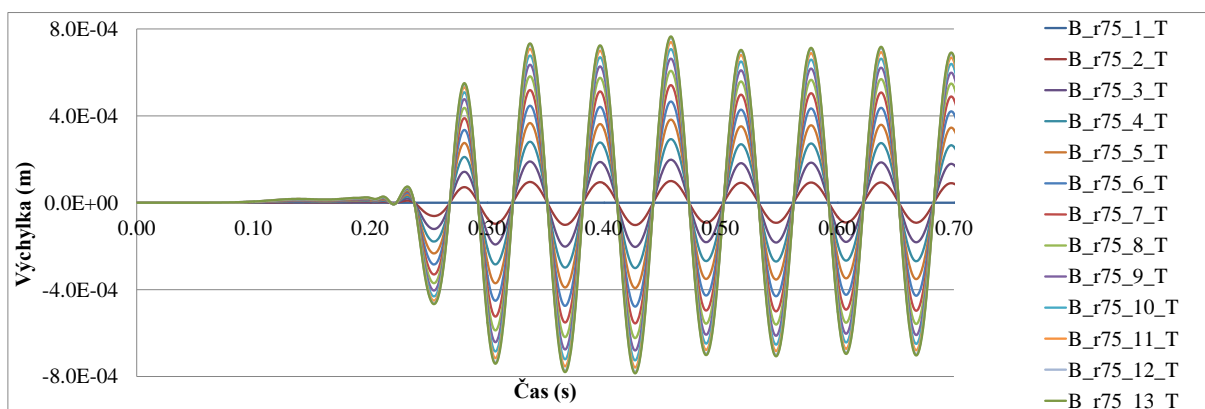
P-Graf 71 Výchylka uzlů.



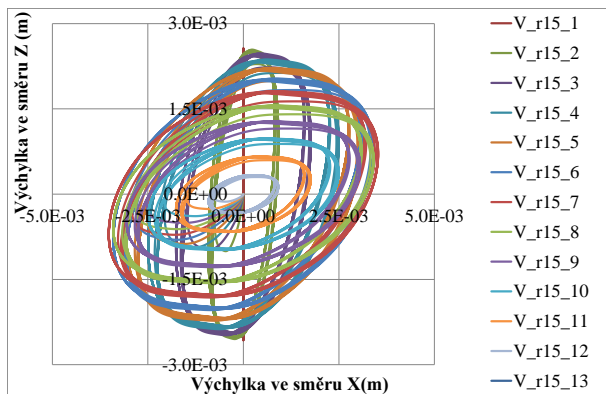
P-Graf 72 Výchylka uzlů.



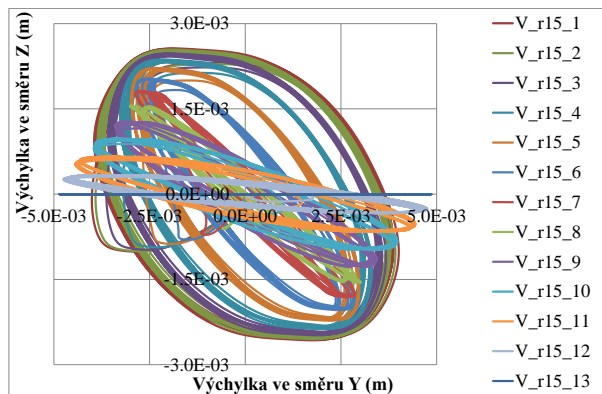
P-Graf 73 Výchylka uzlů.



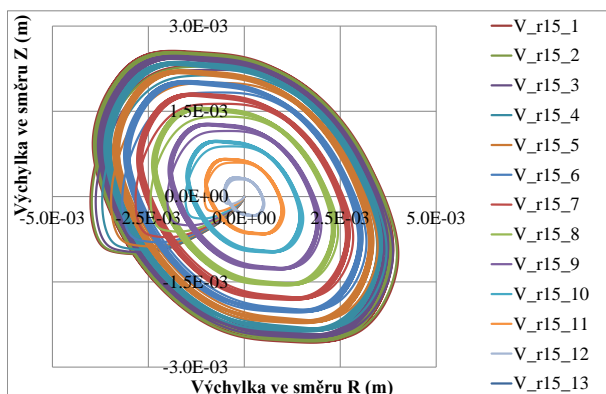
P-Graf 74 Výchylka uzlů.



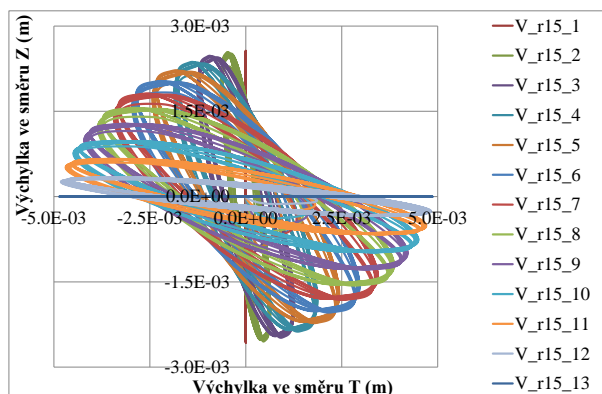
P-Graf 75 Trajektorie uzlů.



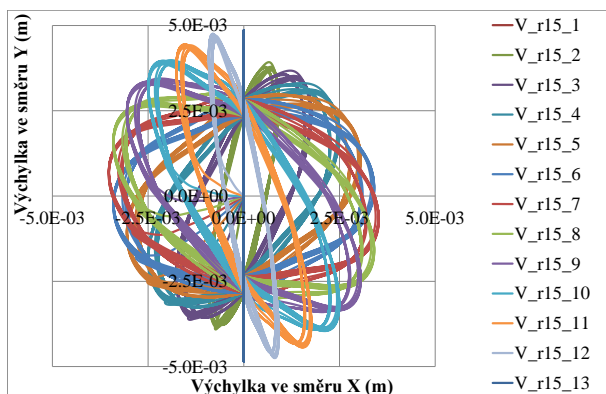
P-Graf 76 Trajektorie uzlů.



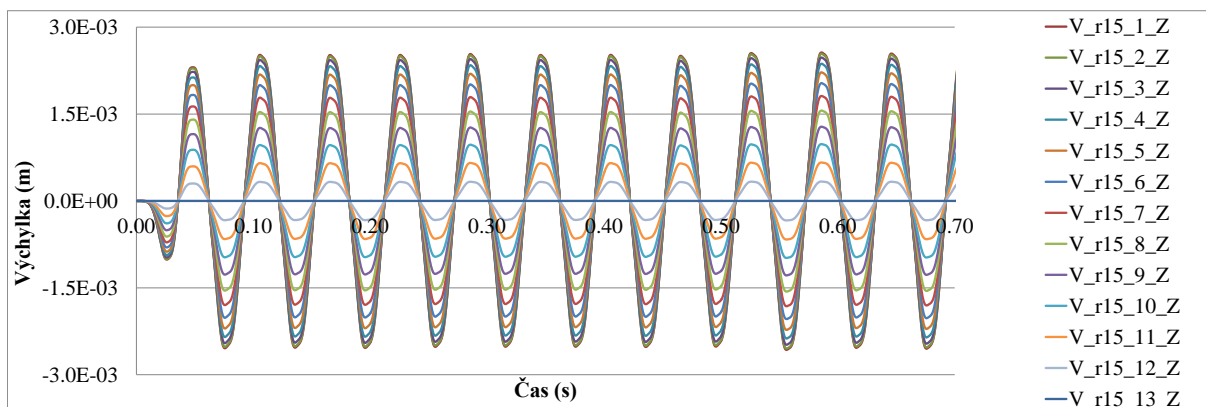
P-Graf 77 Trajektorie uzlů.



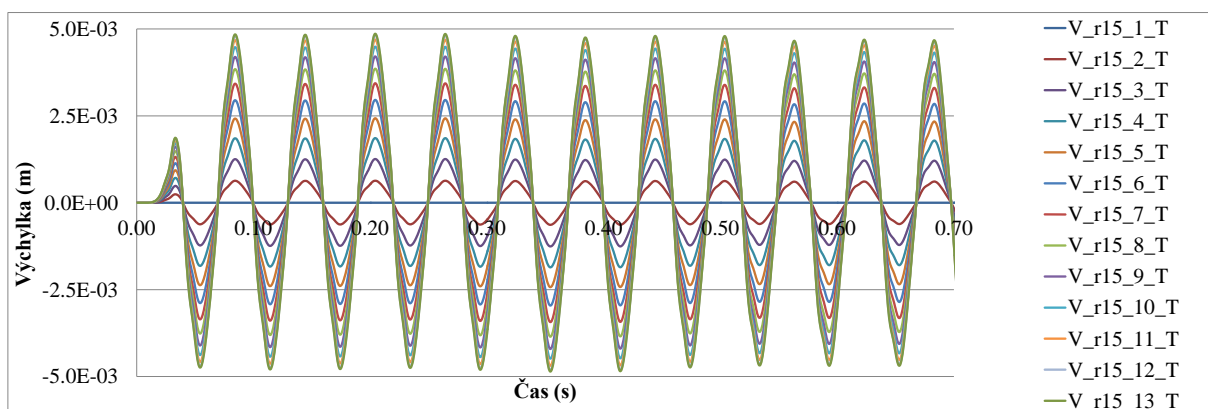
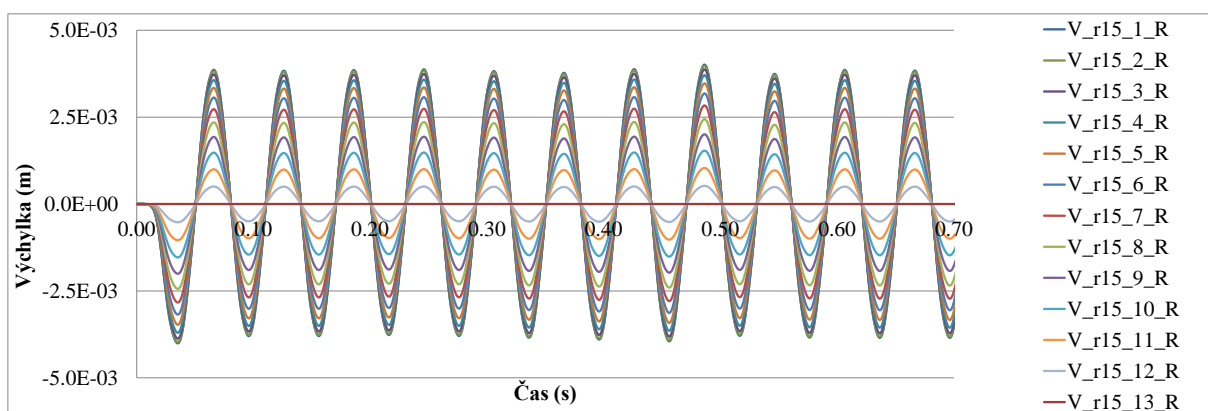
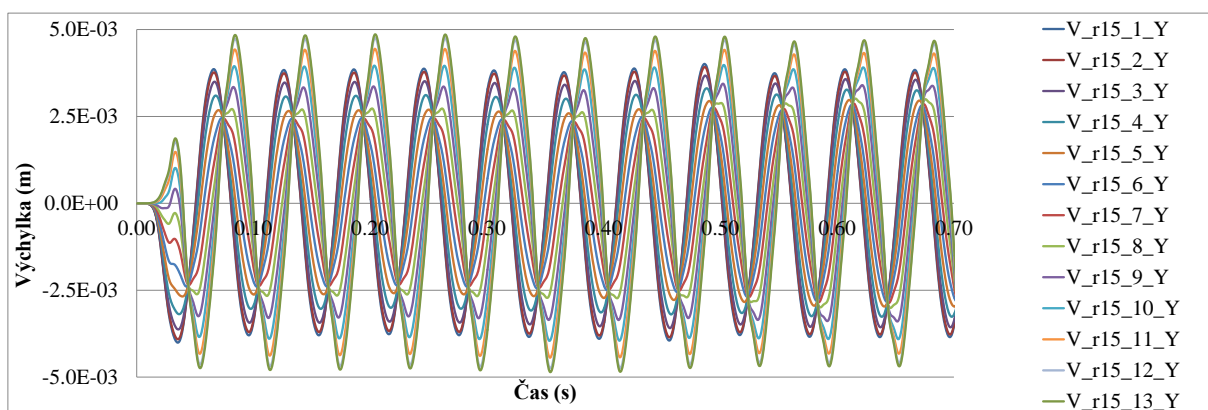
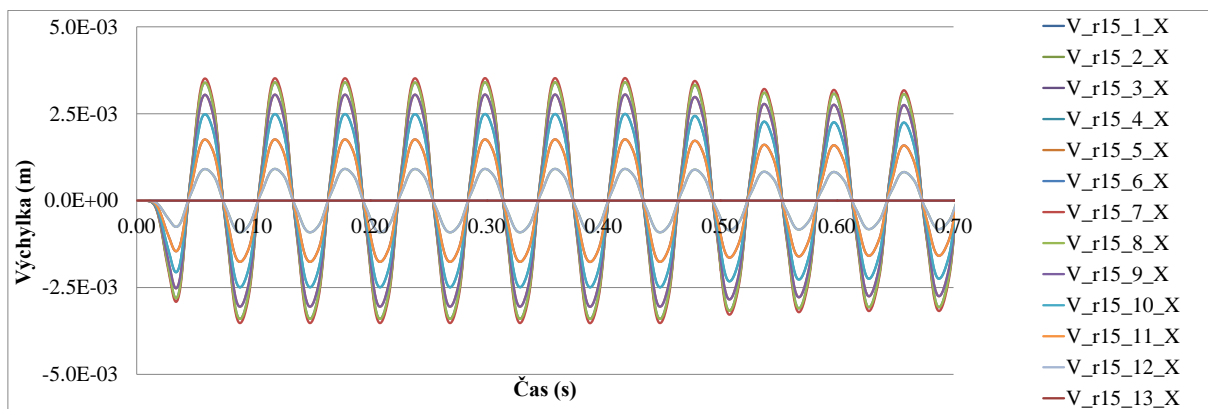
P-Graf 78 Trajektorie uzlů.

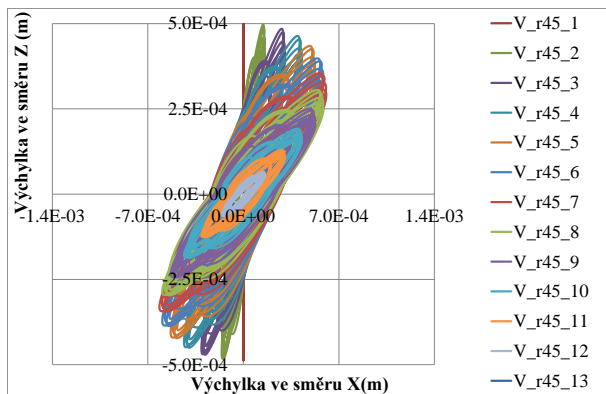


P-Graf 79 Trajektorie uzlů.

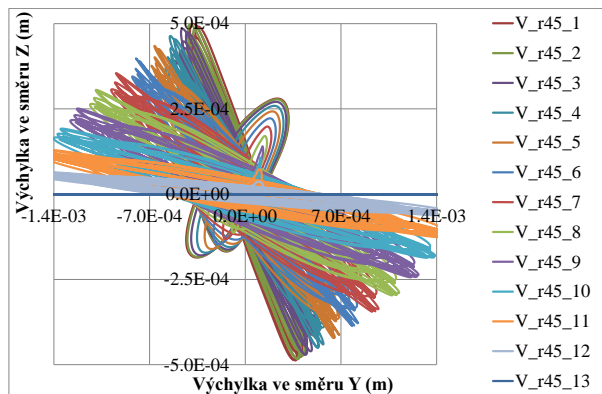


P-Graf 80 Výchylka uzlů.

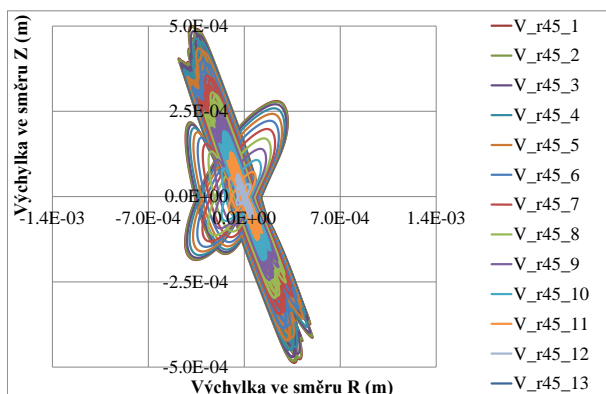




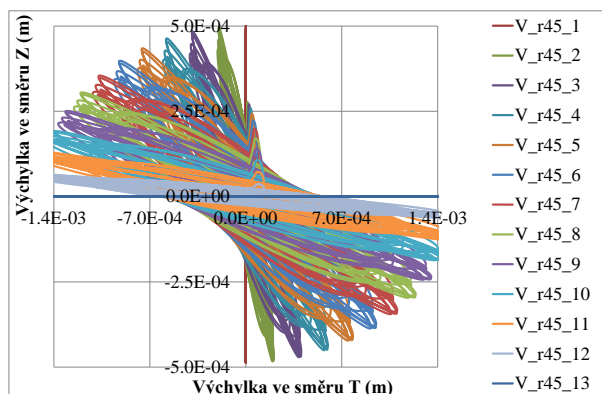
P-Graf 85 Trajektorie uzlů.



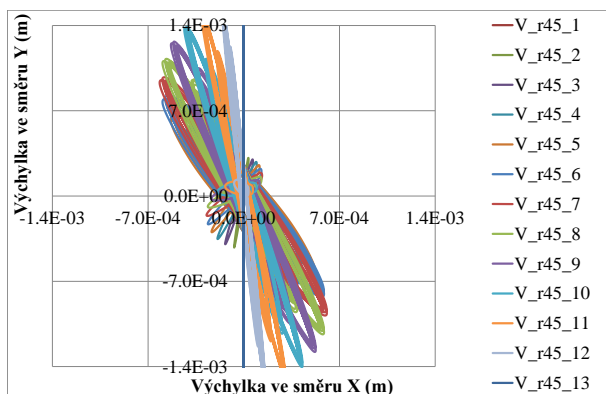
P-Graf 86 Trajektorie uzlů.



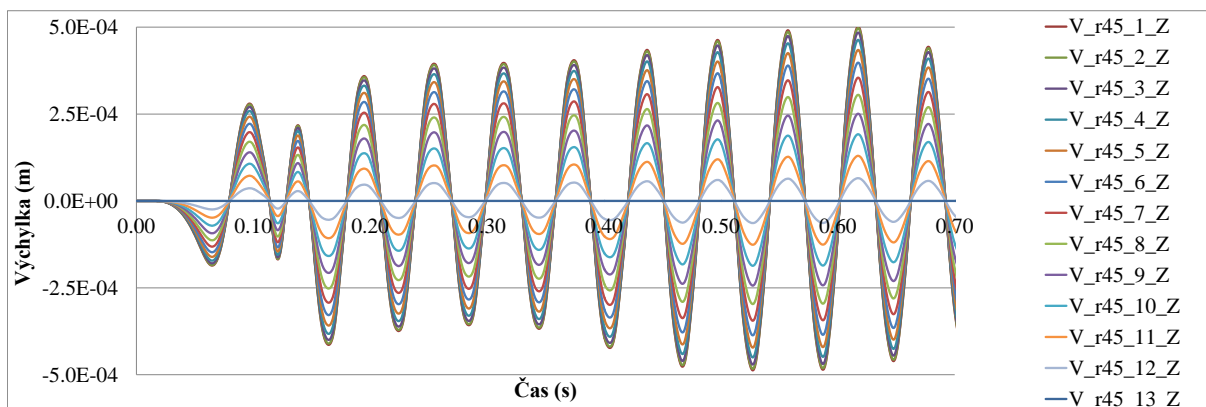
P-Graf 87 Trajektorie uzlů.



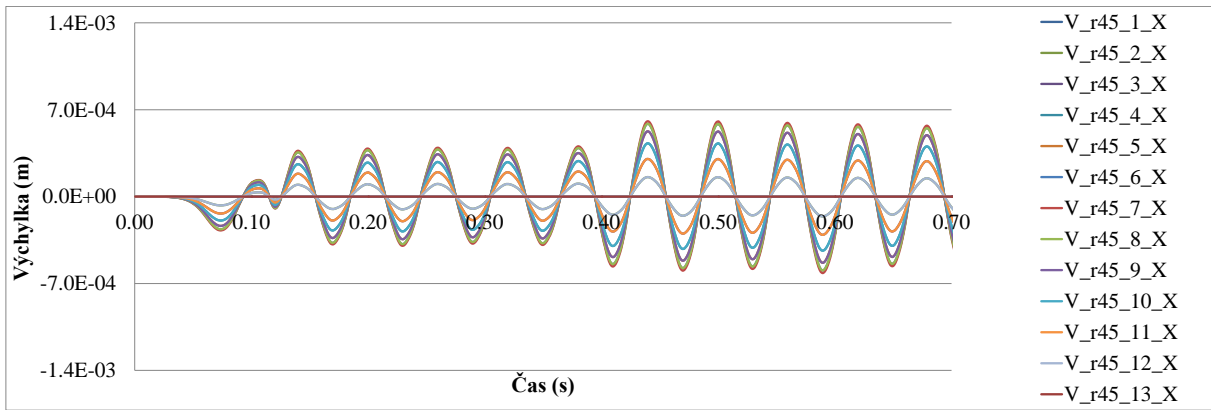
P-Graf 88 Trajektorie uzlů.



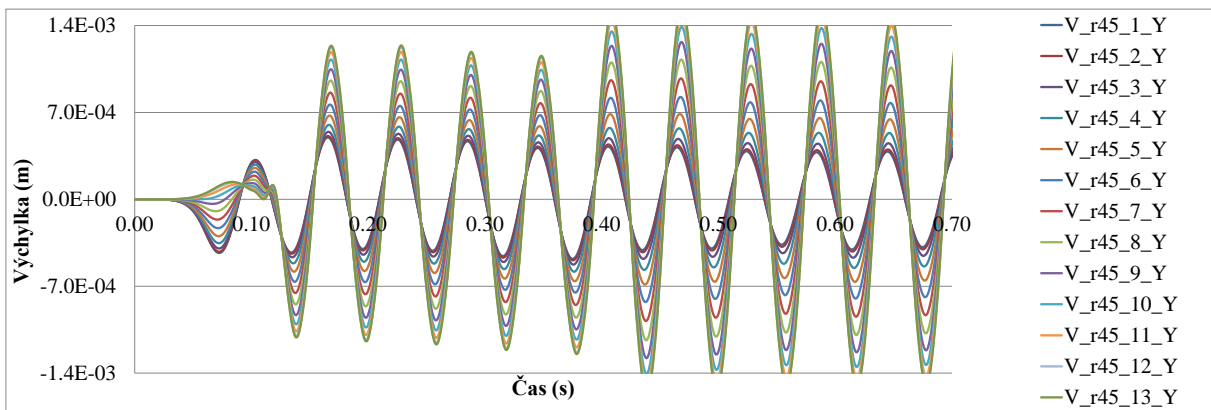
P-Graf 89 Trajektorie uzlů.



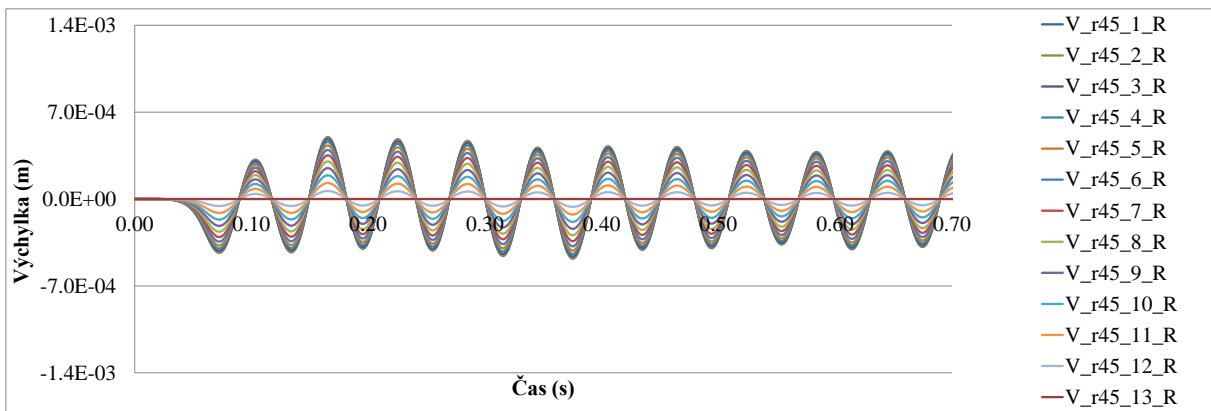
P-Graf 90 Výchylka uzlů.



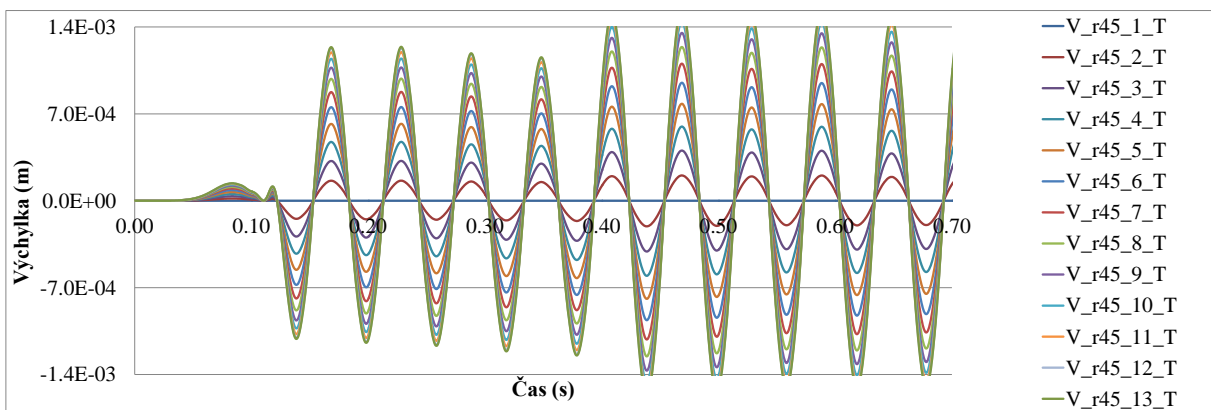
P-Graf 91 Výchylka uzlů.



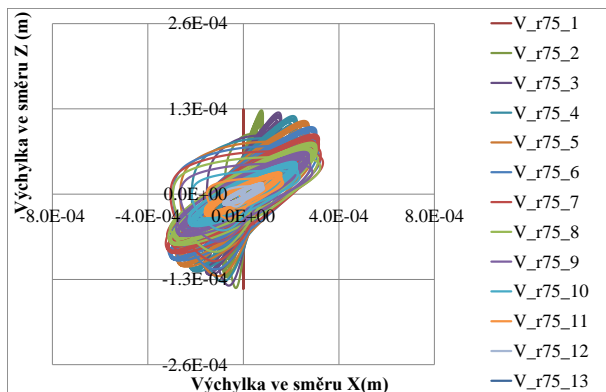
P-Graf 92 Výchylka uzlů.



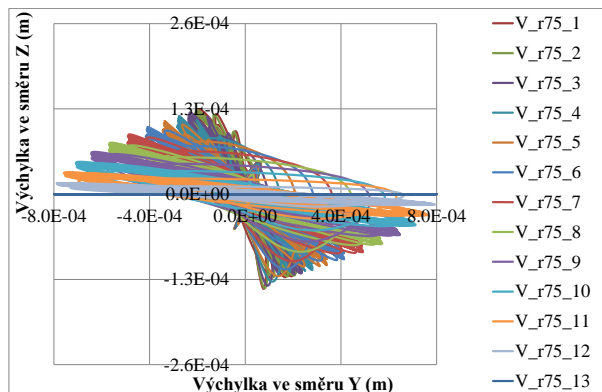
P-Graf 93 Výchylka uzlů.



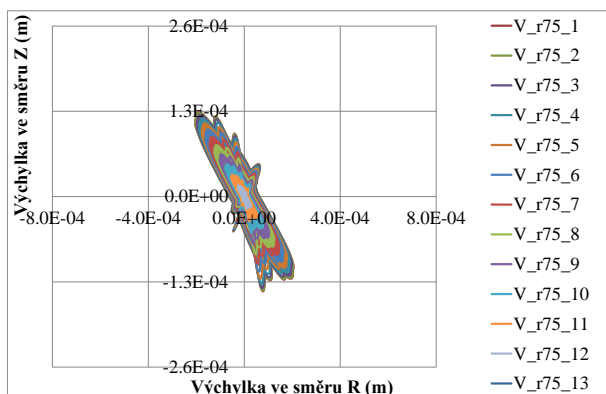
P-Graf 94 Výchylka uzlů.



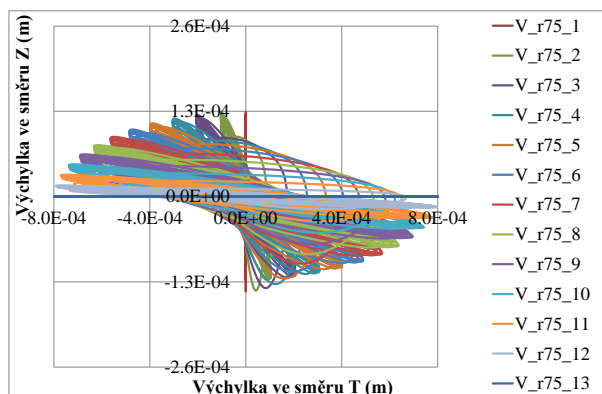
P-Graf 95 Trajektorie uzlů.



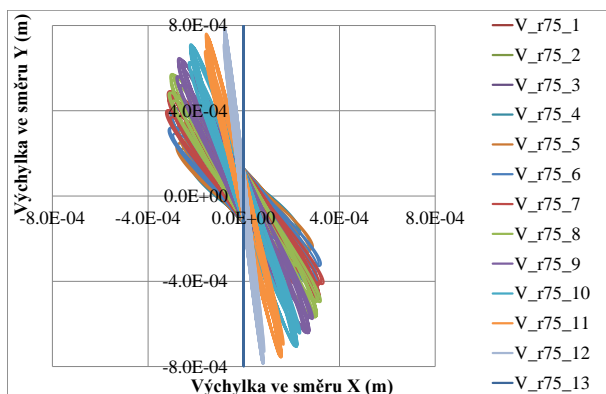
P-Graf 96 Trajektorie uzlů.



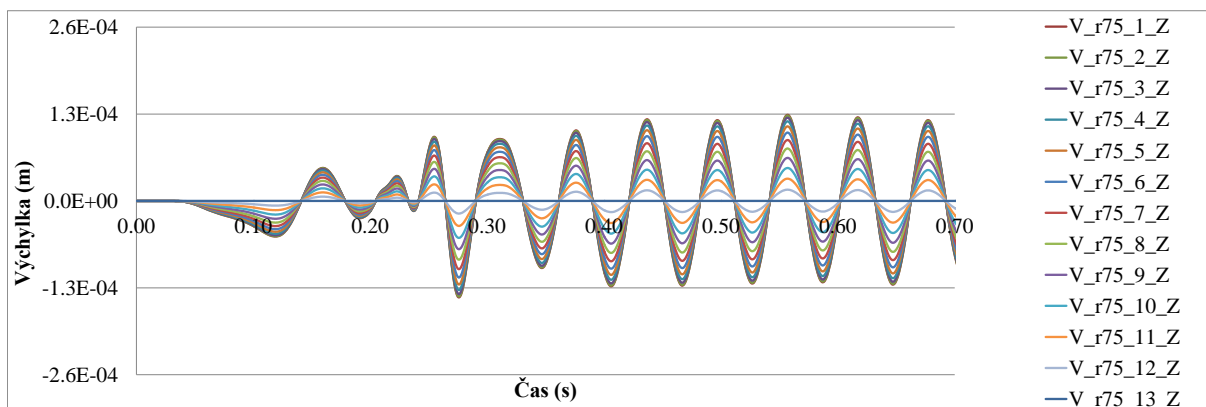
P-Graf 97 Trajektorie uzlů.



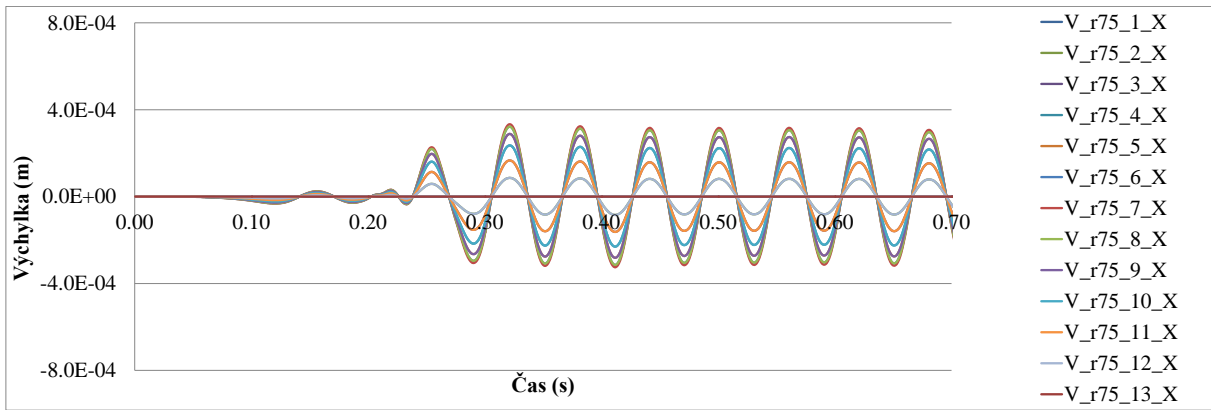
P-Graf 98 Trajektorie uzlů.



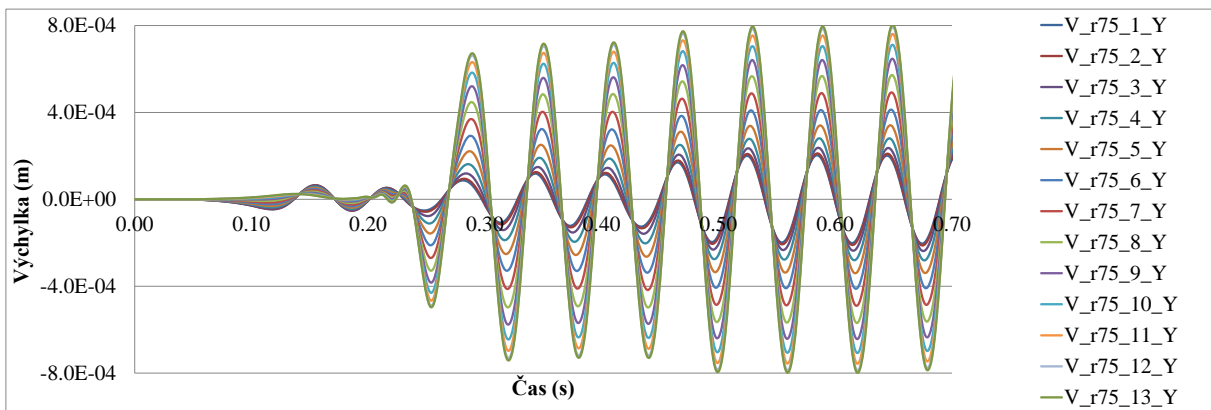
P-Graf 99 Trajektorie uzlů.



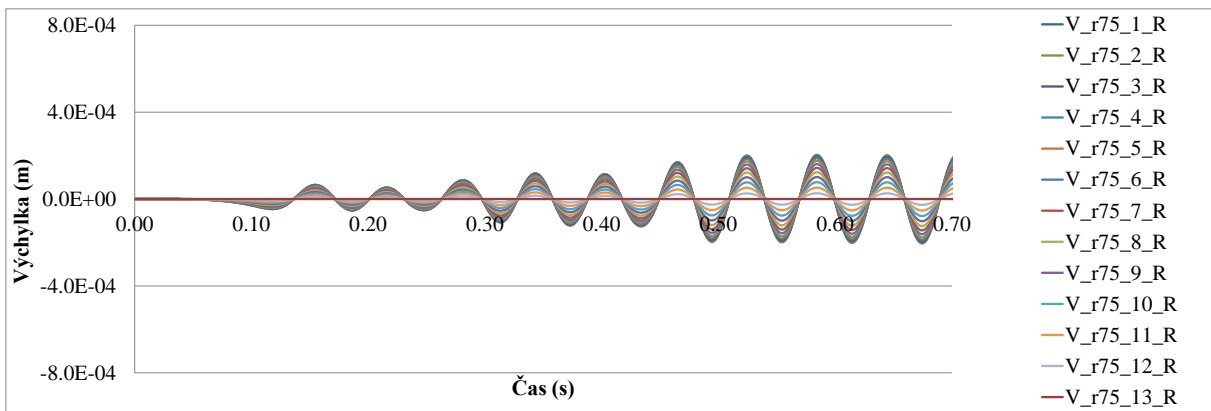
P-Graf 100 Výchylka uzlů.



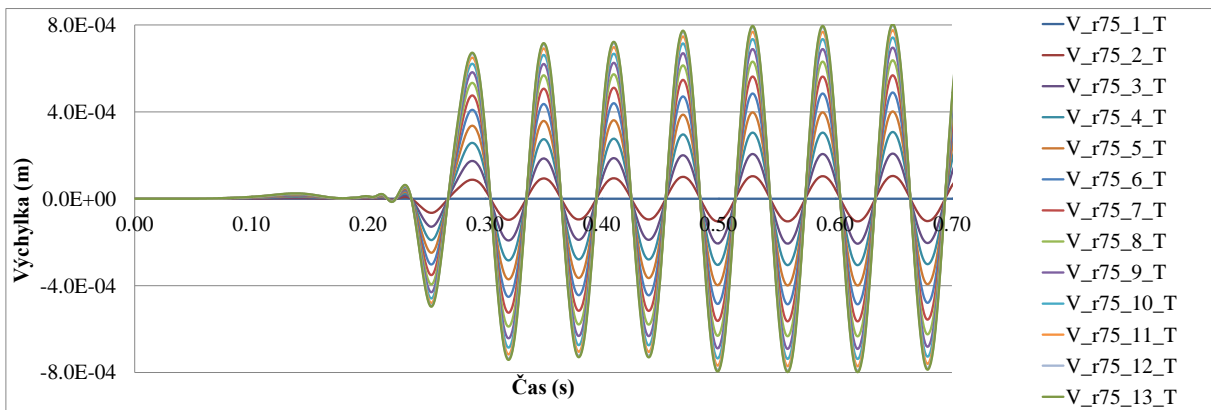
P-Graf 101 Výchylka uzlů.



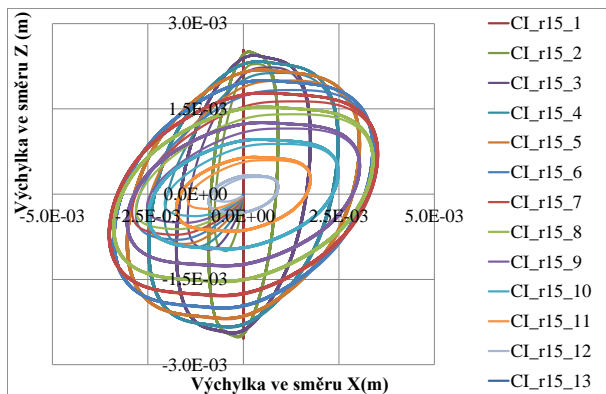
P-Graf 102 Výchylka uzlů.



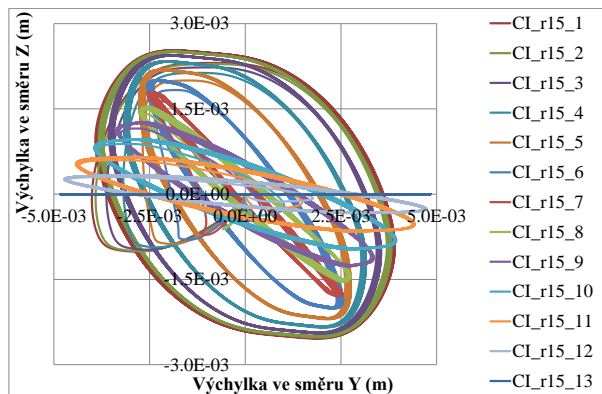
P-Graf 103 Výchylka uzlů.



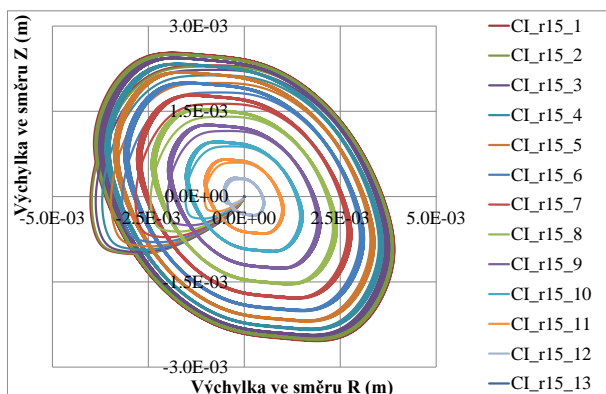
P-Graf 104 Výchylka uzlů.



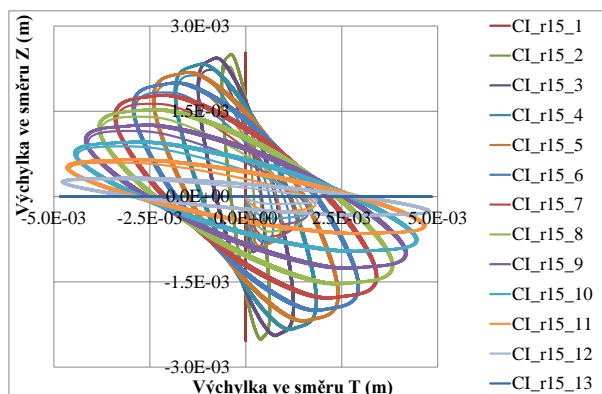
P-Graf 105 Trajektorie uzlů.



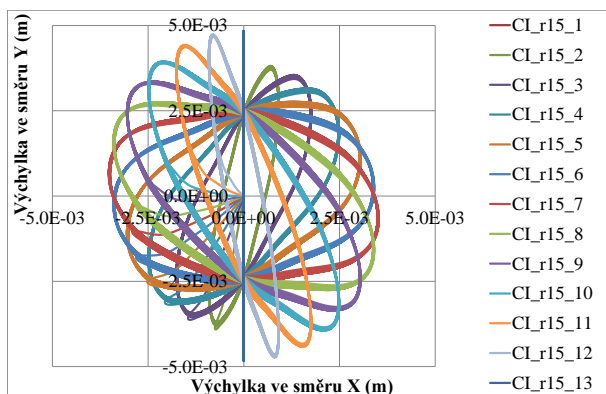
P-Graf 106 Trajektorie uzlů.



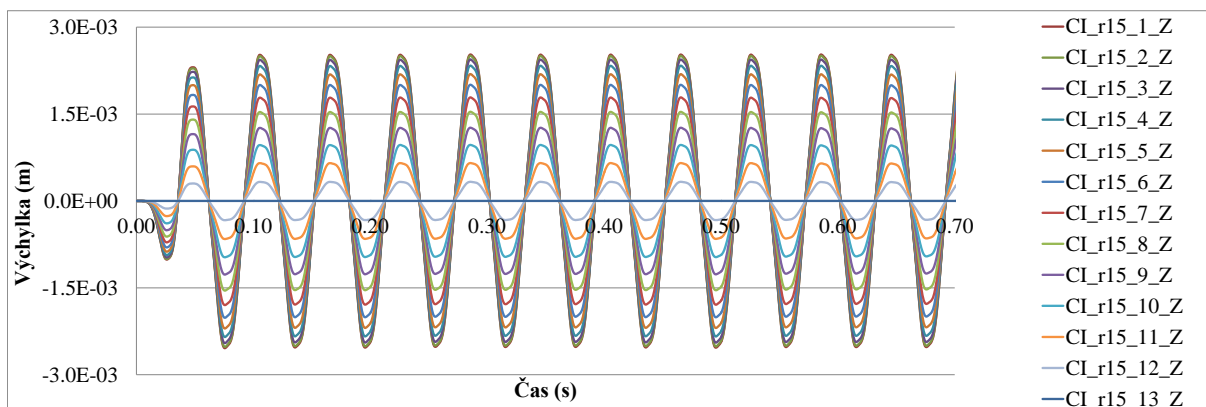
P-Graf 107 Trajektorie uzlů.



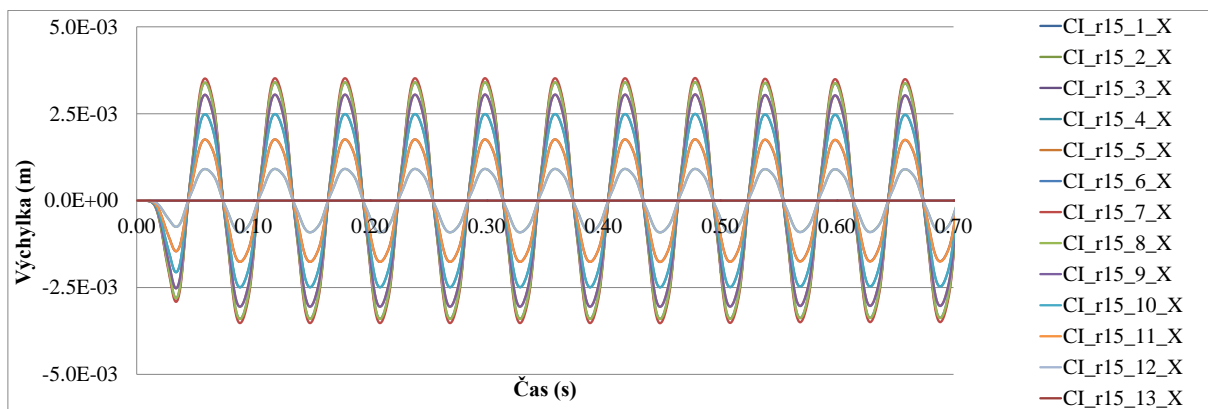
P-Graf 108 Trajektorie uzlů.



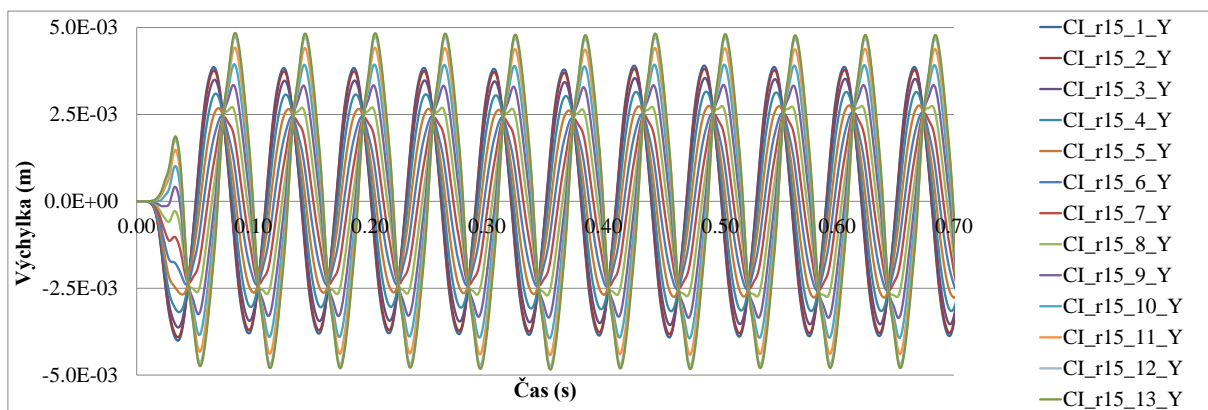
P-Graf 109 Trajektorie uzlů.



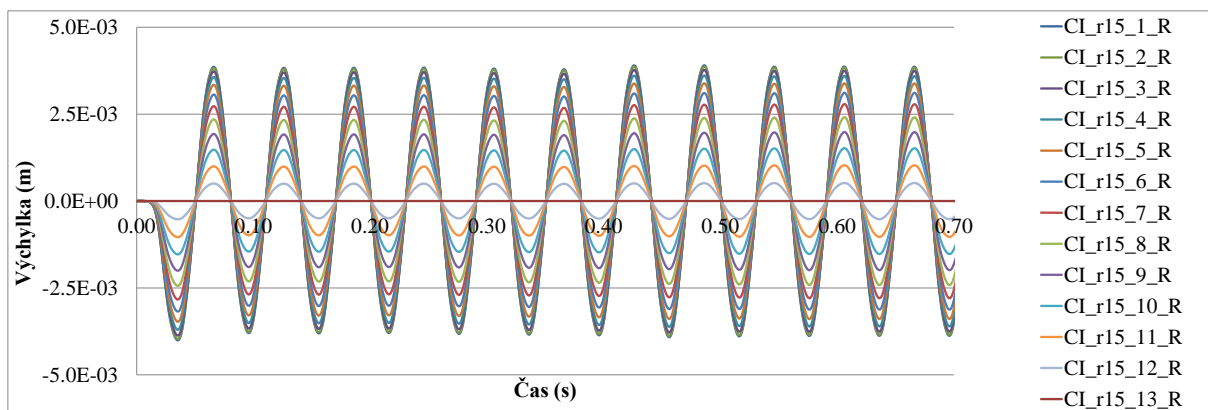
P-Graf 110 Výhybka uzlů.



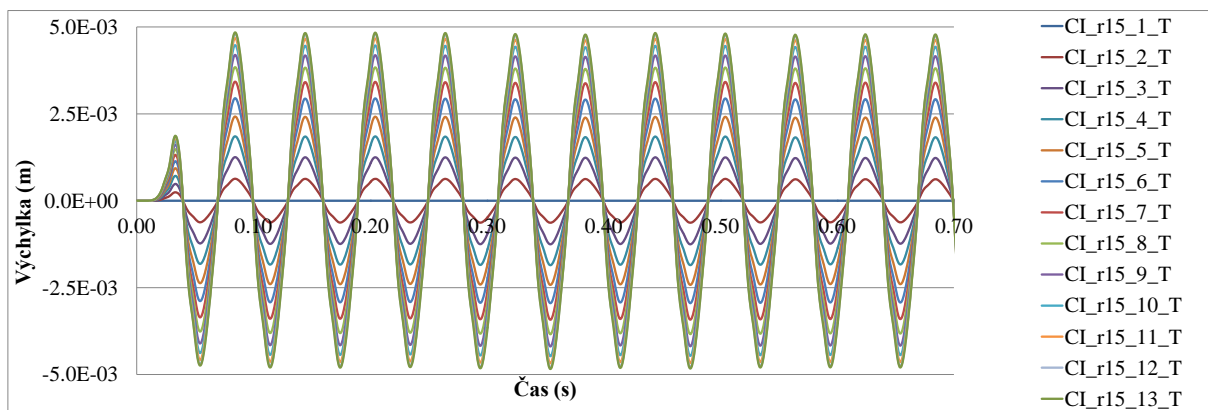
P-Graf 111 Výchylka uzlů.



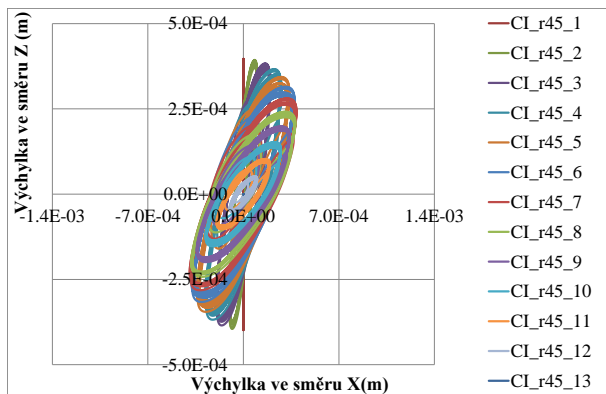
P-Graf 112 Výchylka uzlů.



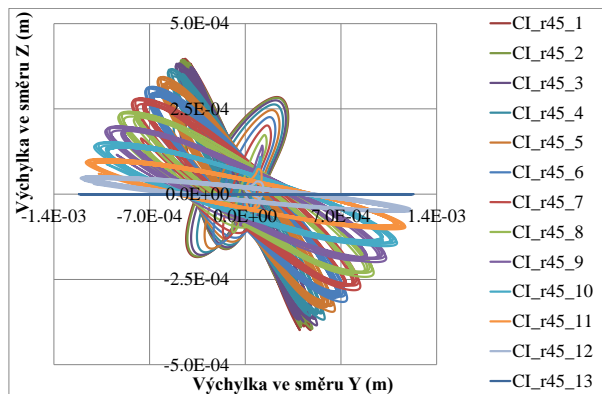
P-Graf 113 Výchylka uzlů.



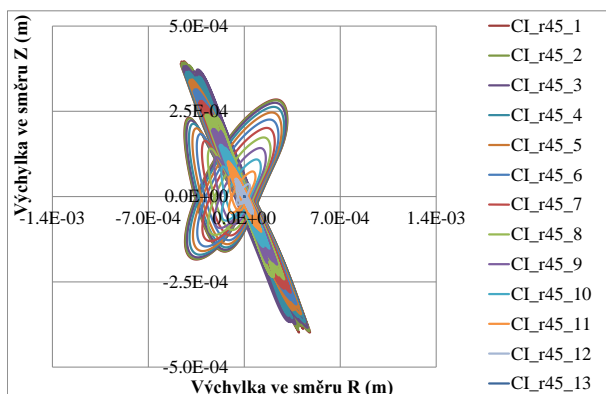
P-Graf 114 Výchylka uzlů.



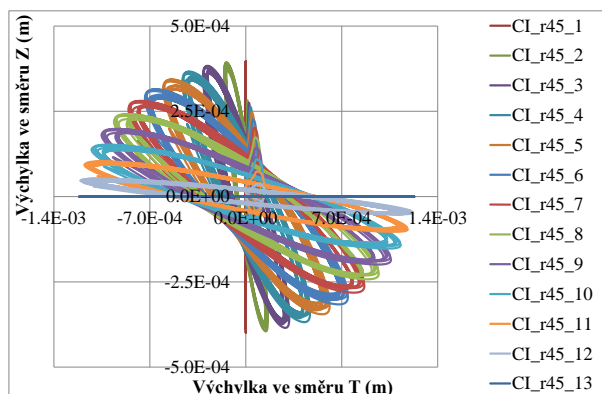
P-Graf 115 Trajektorie uzlů.



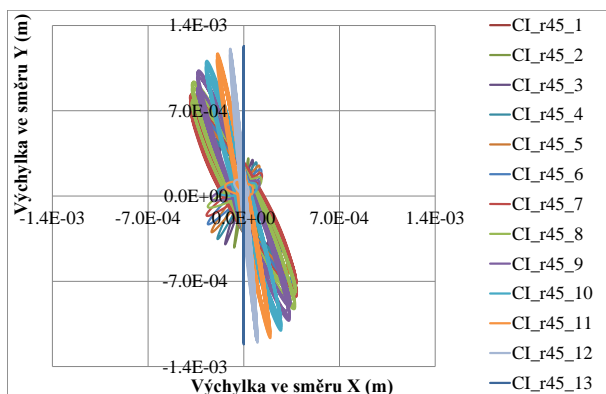
P-Graf 116 Trajektorie uzlů.



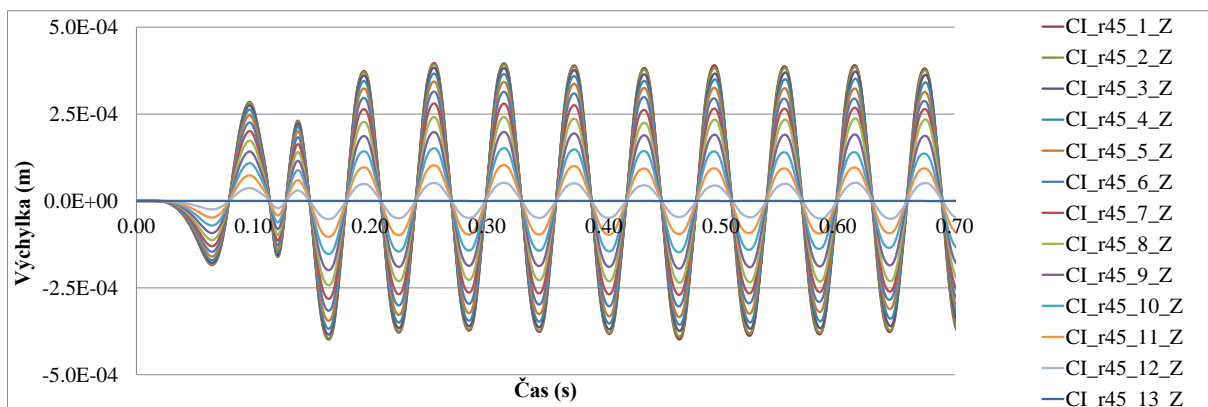
P-Graf 117 Trajektorie uzlů.



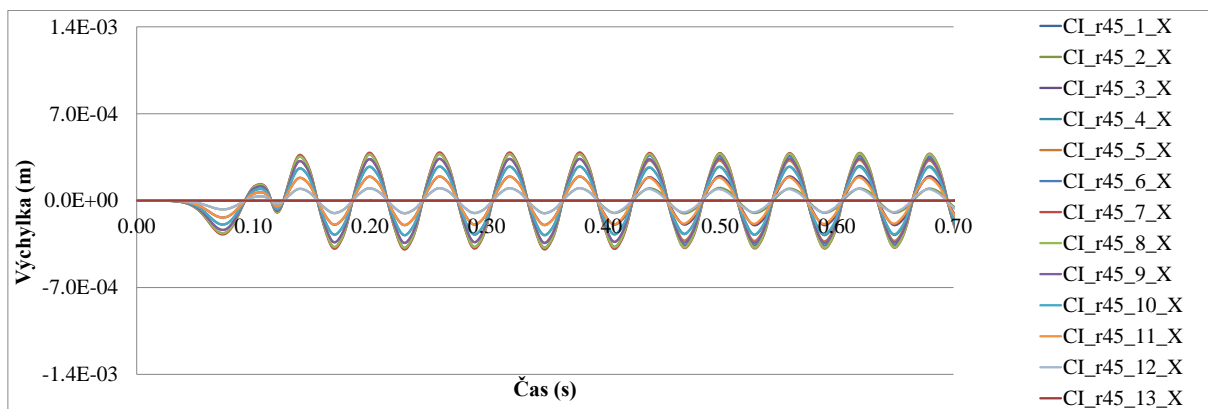
P-Graf 118 Trajektorie uzlů.



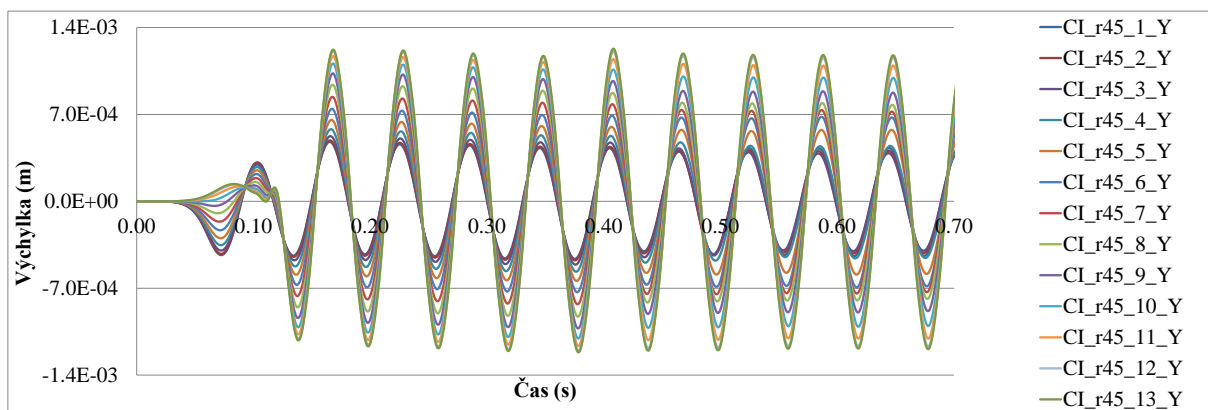
P-Graf 119 Trajektorie uzlů.



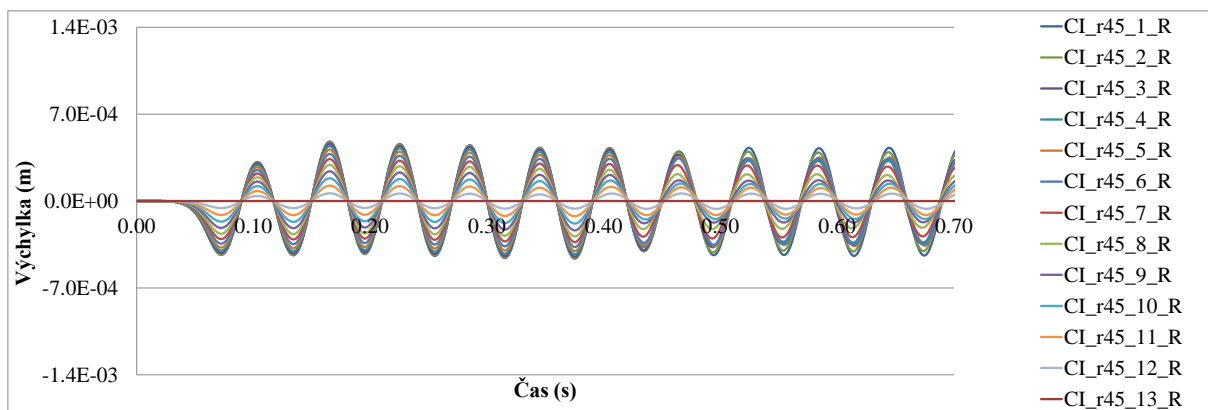
P-Graf 120 Výchyłka uzlů.



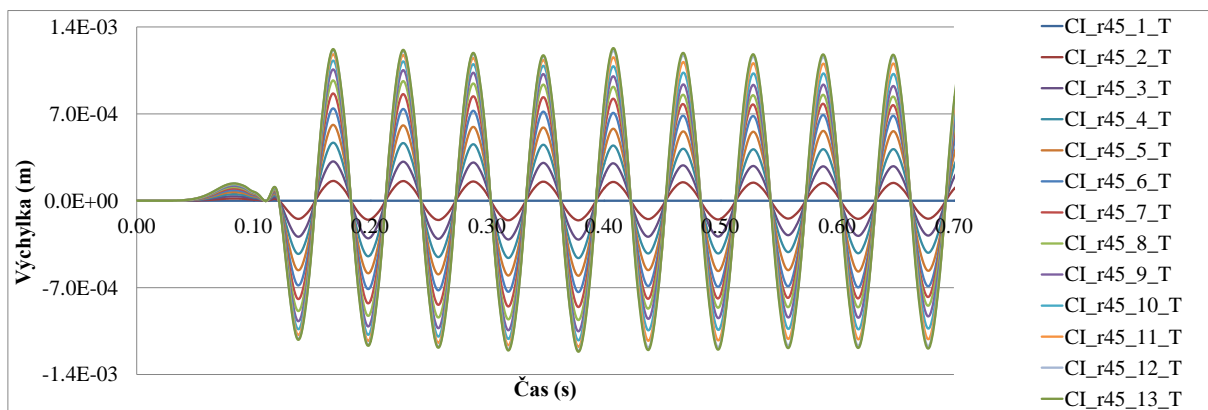
P-Graf 121 Výhybka uzlů.



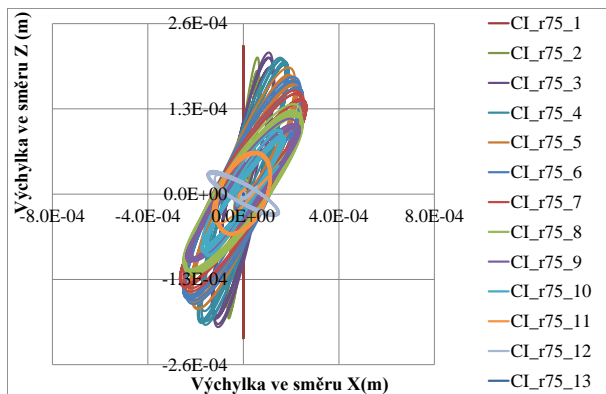
P-Graf 122 Výhybka uzlů.



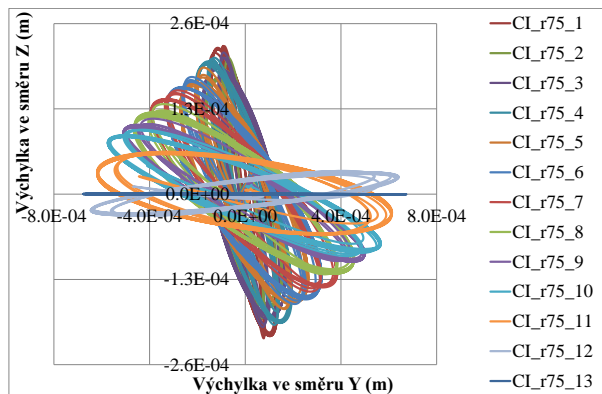
P-Graf 123 Výhybka uzlů.



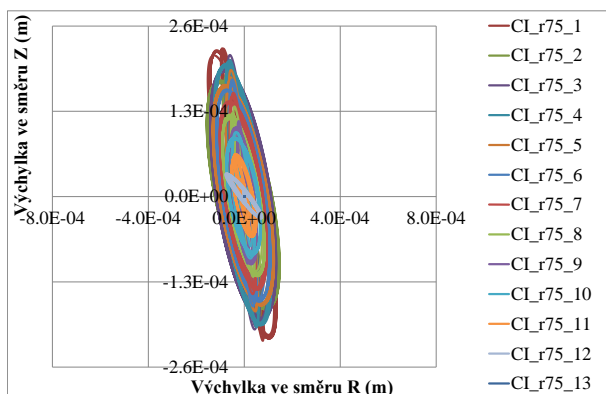
P-Graf 124 Výhybka uzlů.



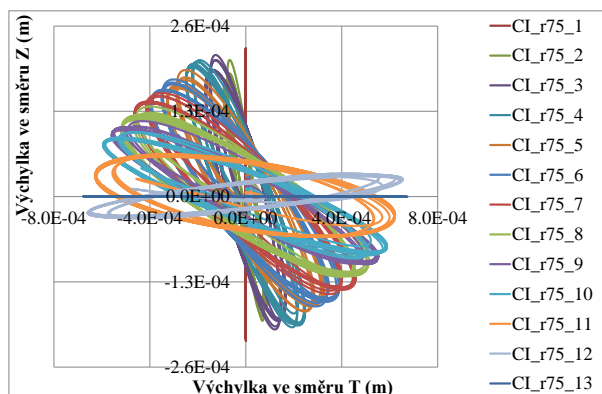
P-Graf 125 Trajektorie uzlů.



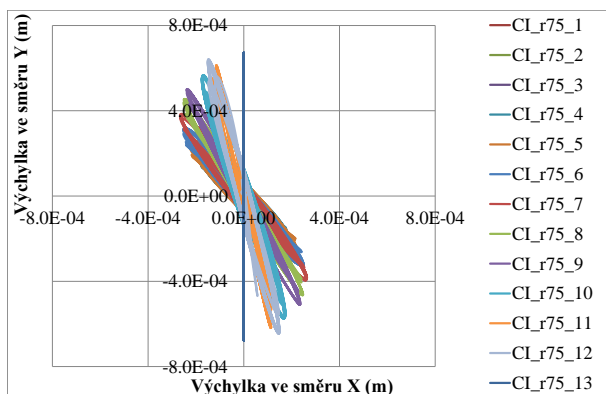
P-Graf 126 Trajektorie uzlů.



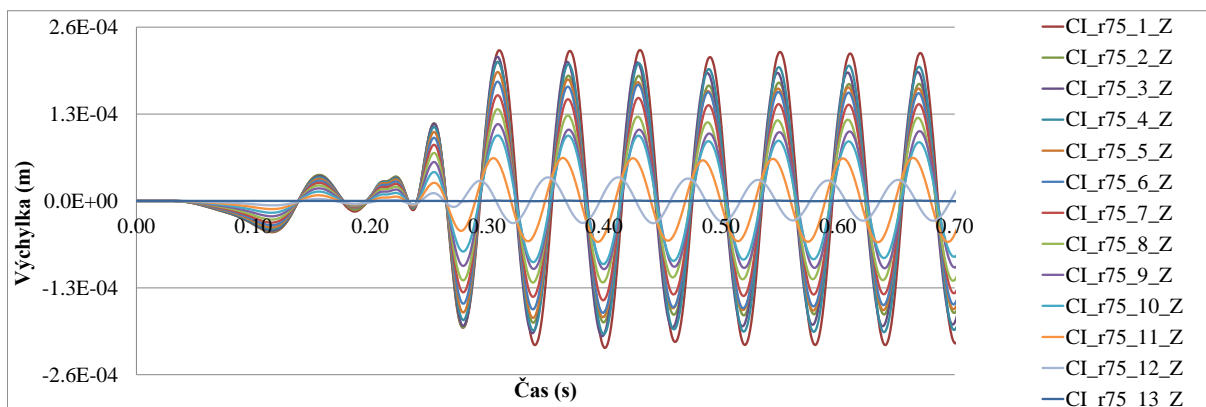
P-Graf 127 Trajektorie uzlů.



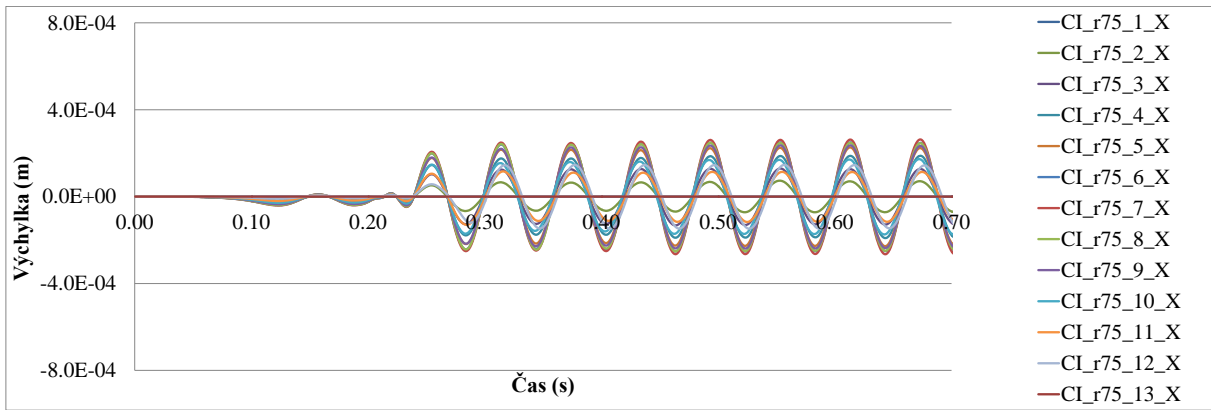
P-Graf 128 Trajektorie uzlů.



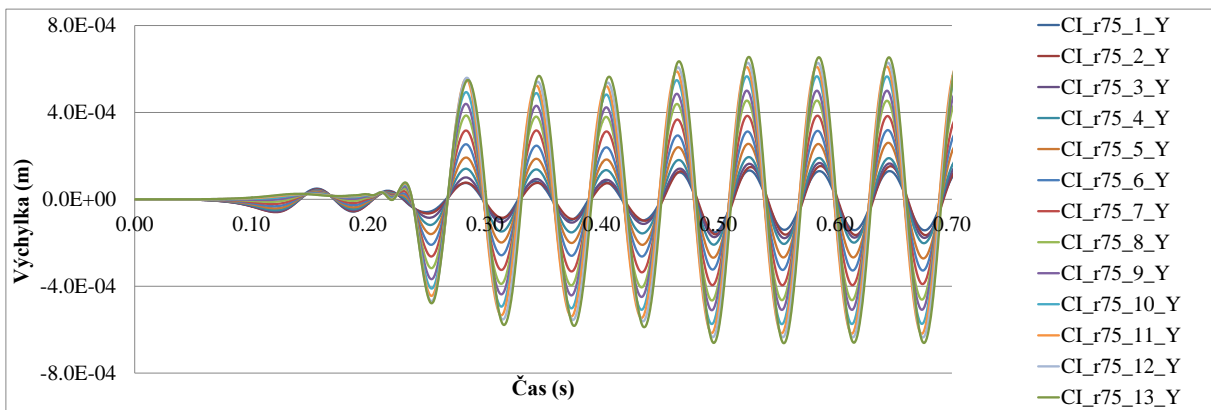
P-Graf 129 Trajektorie uzlů.



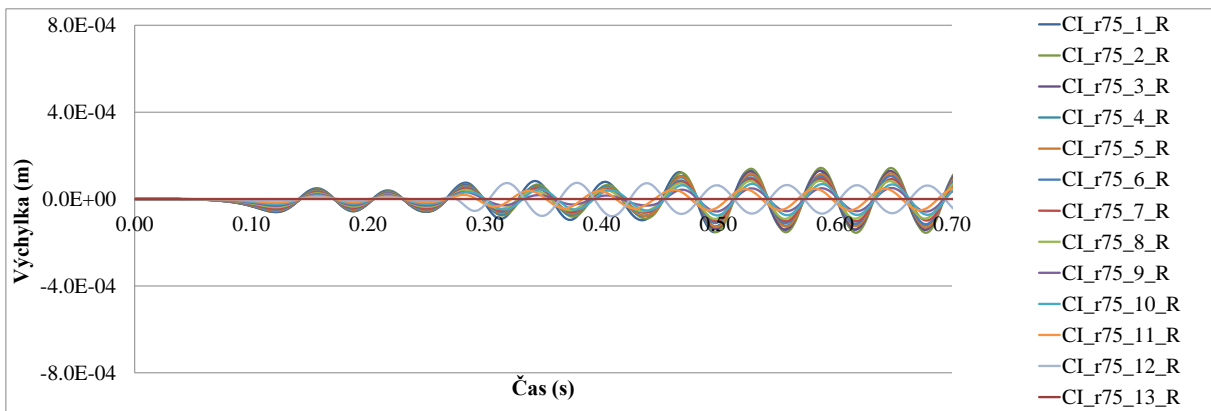
P-Graf 130 Výchylka uzlů.



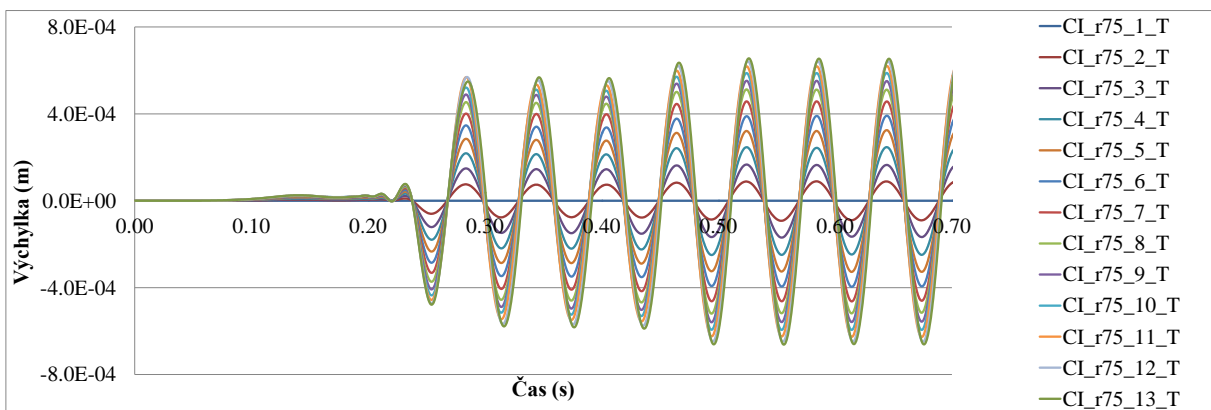
P-Graf 131 Výchylka uzlů.



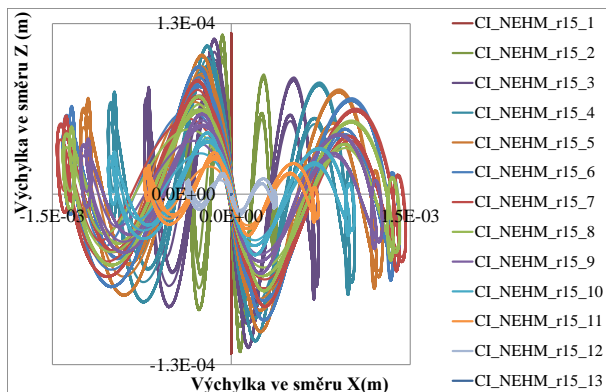
P-Graf 132 Výchylka uzlů.



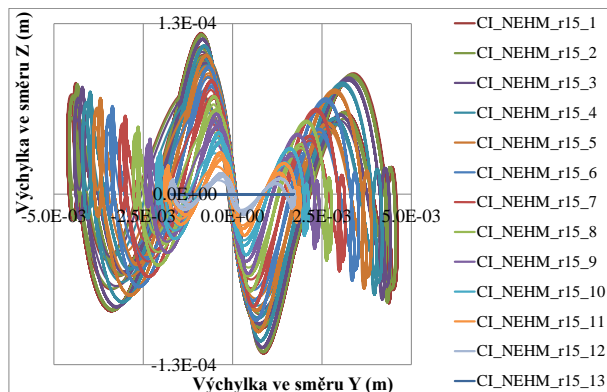
P-Graf 133 Výchylka uzlů.



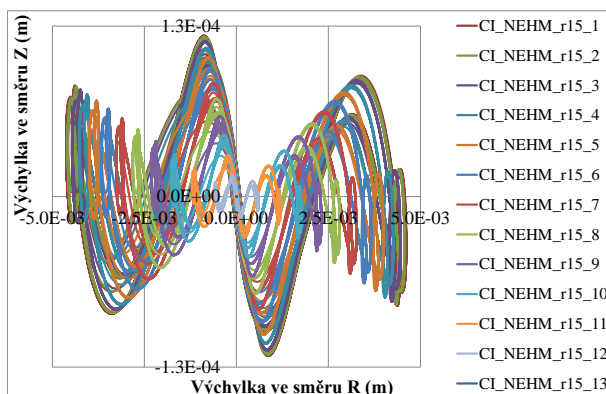
P-Graf 134 Výchylka uzlů.



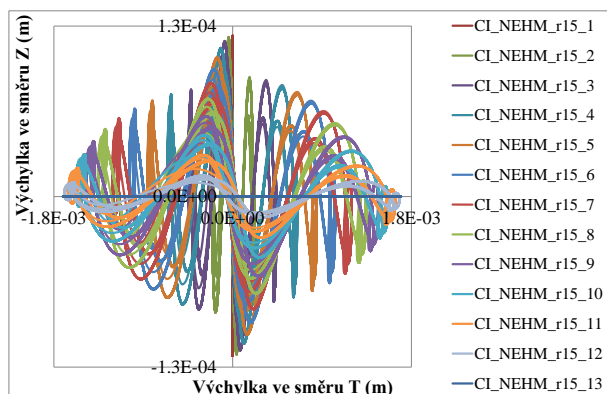
P-Graf 135 Trajektorie uzlů.



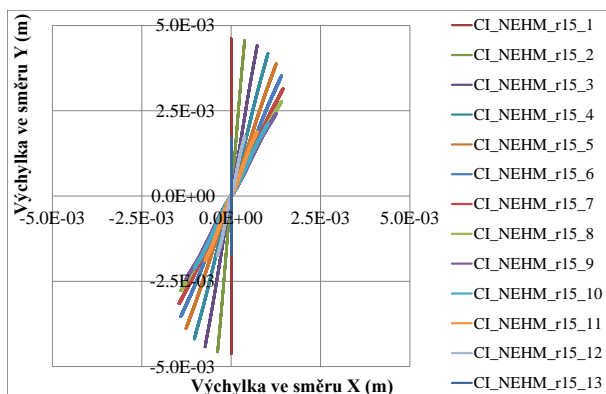
P-Graf 136 Trajektorie uzlů.



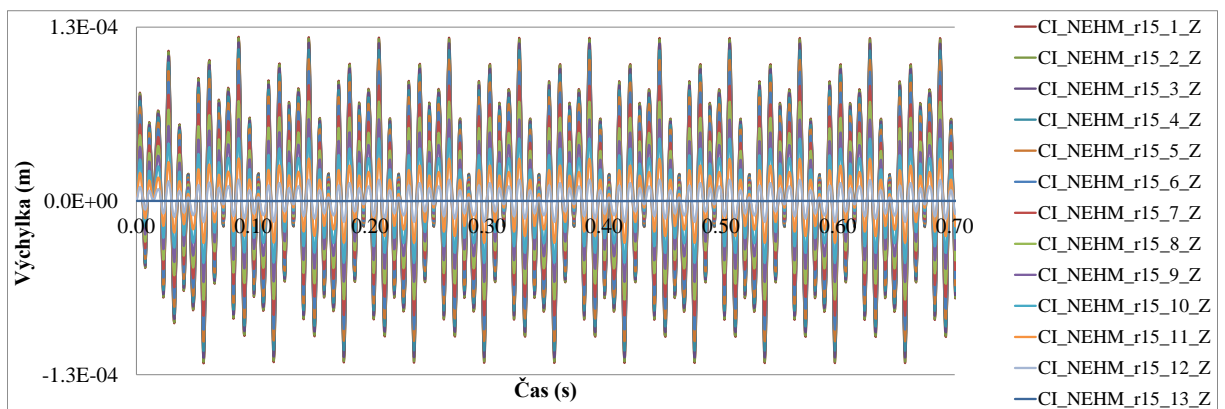
P-Graf 137 Trajektorie uzlů.



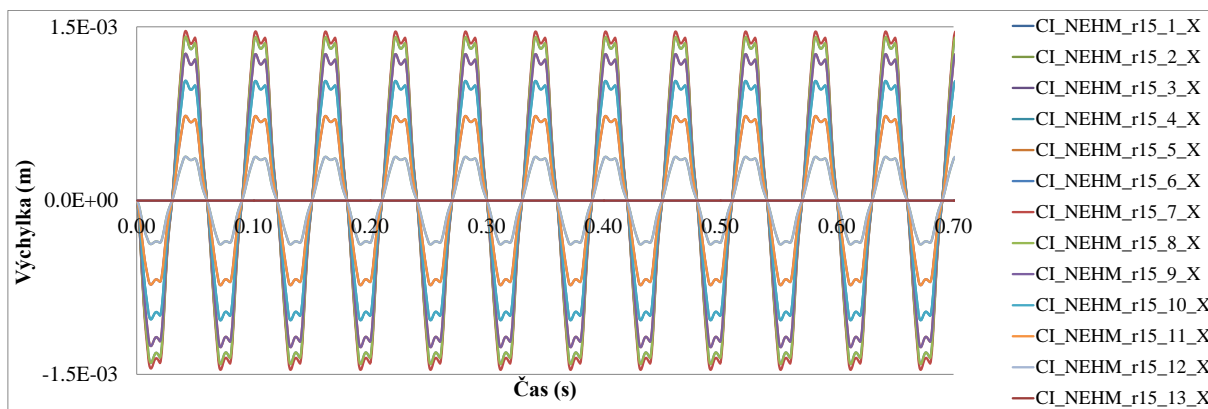
P-Graf 138 Trajektorie uzlů.



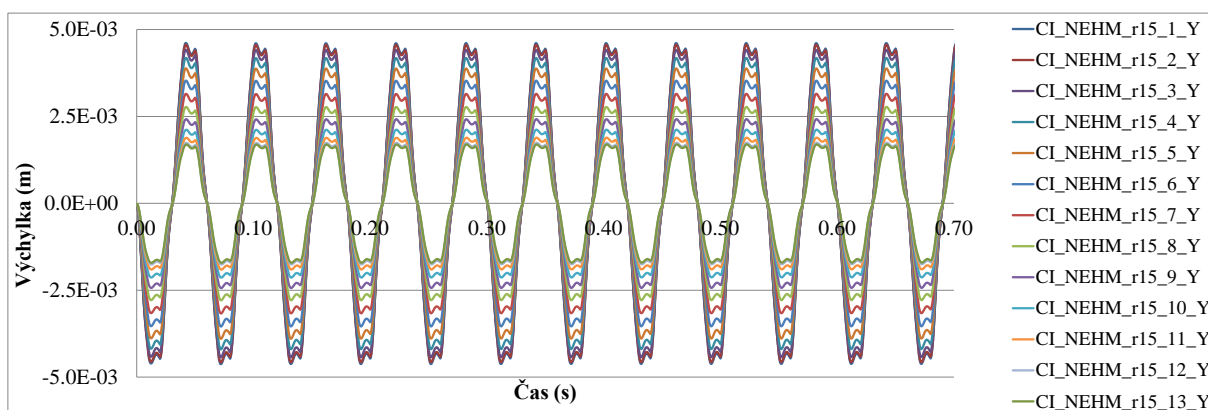
P-Graf 139 Trajektorie uzlů.



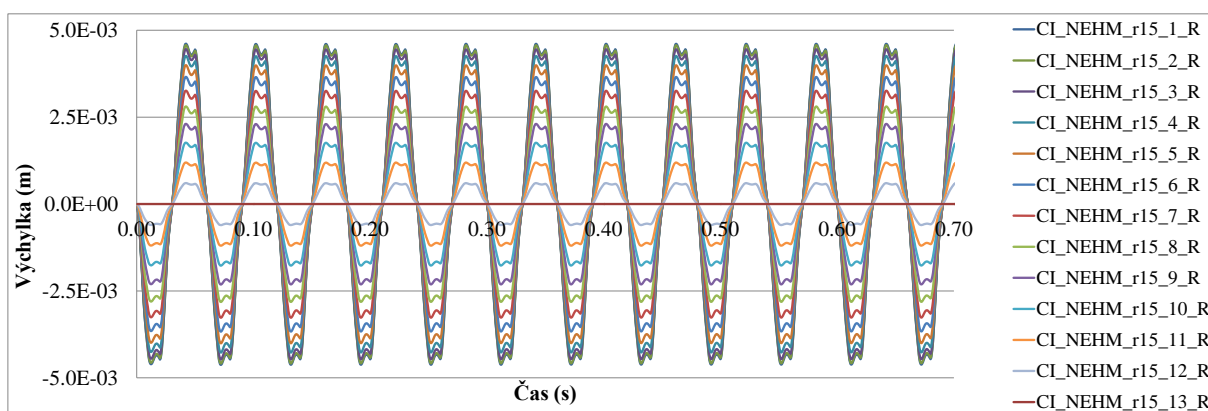
P-Graf 140 Výchylka uzlů.



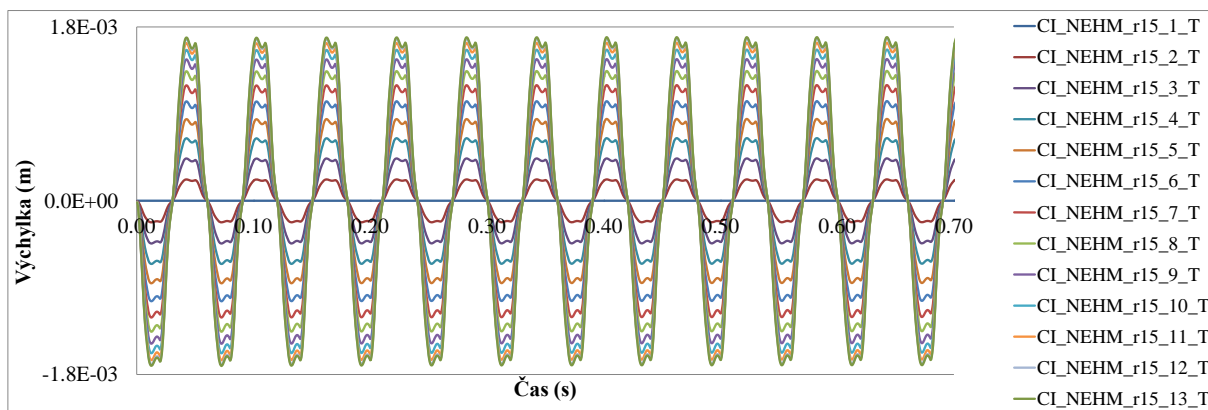
P-Graf 141 Výhybka uzlů.



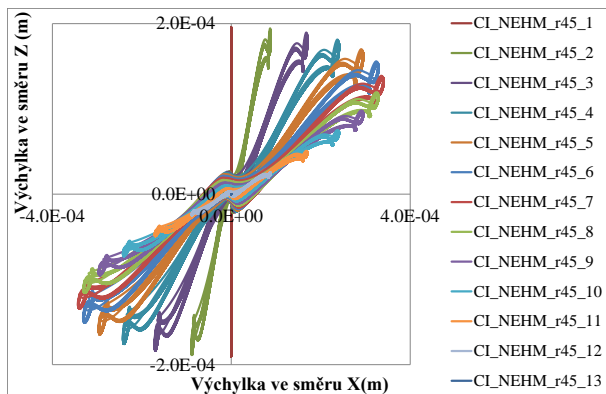
P-Graf 142 Výhybka uzlů.



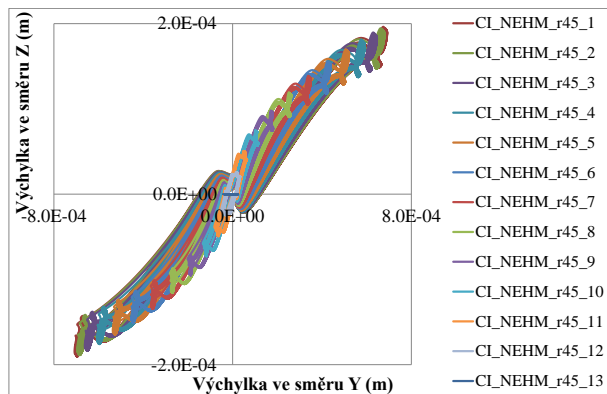
P-Graf 143 Výhybka uzlů.



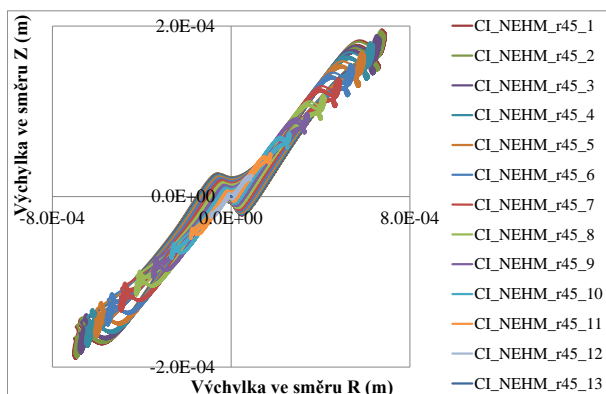
P-Graf 144 Výhybka uzlů.



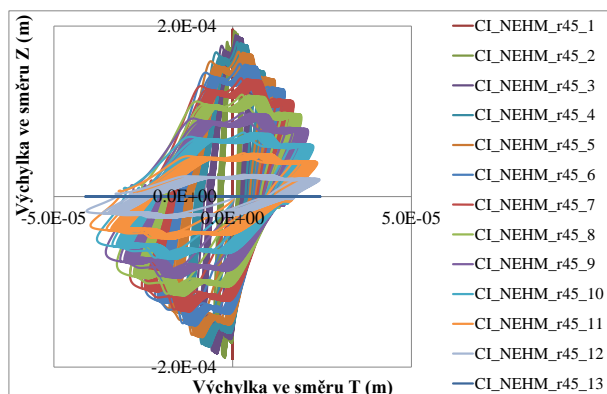
P-Graf 145 Trajektorie uzlů.



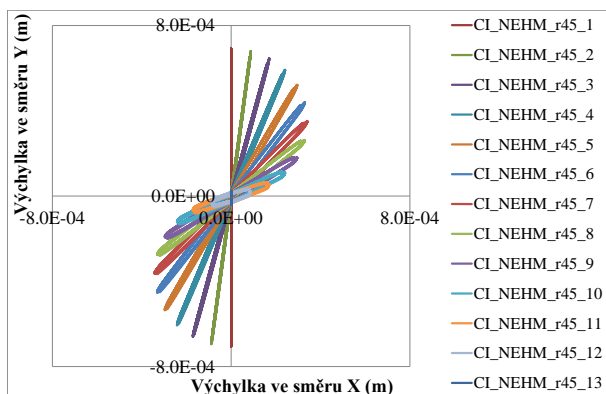
P-Graf 146 Trajektorie uzlů.



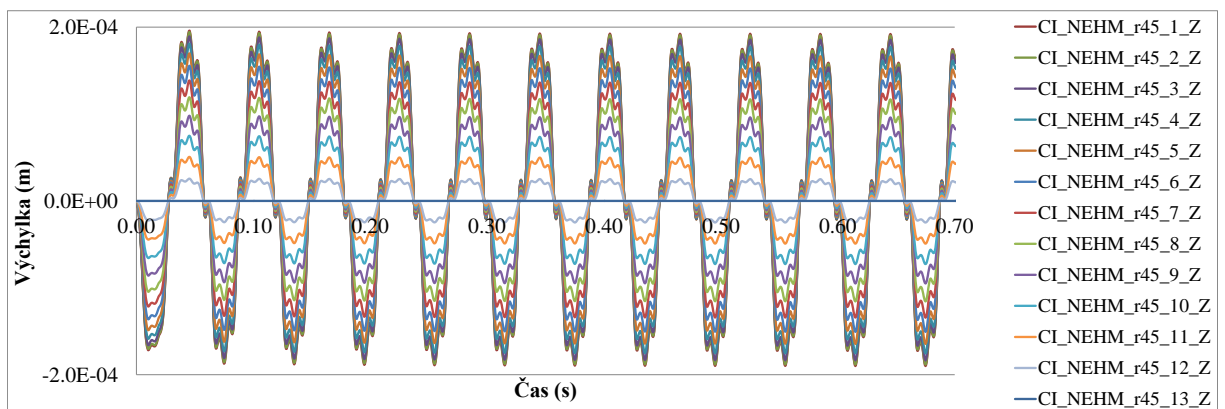
P-Graf 147 Trajektorie uzlů.



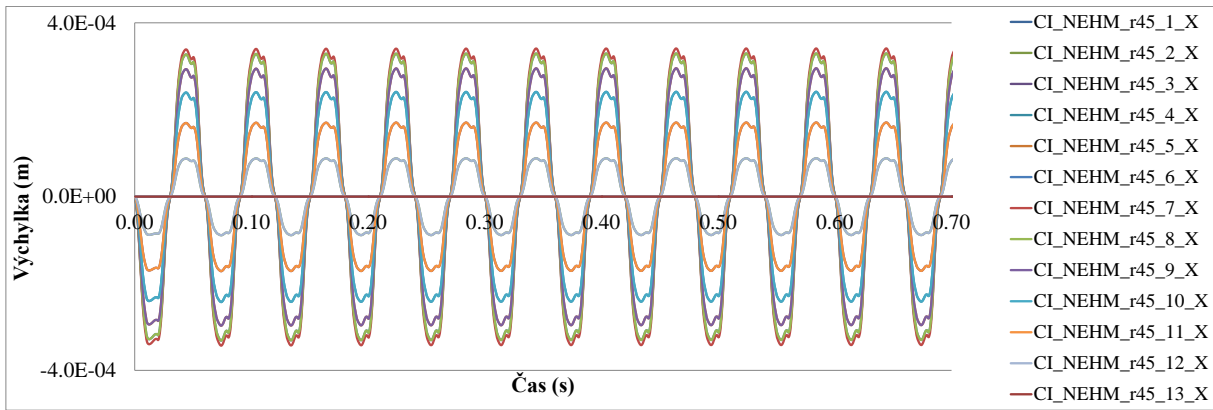
P-Graf 148 Trajektorie uzlů.



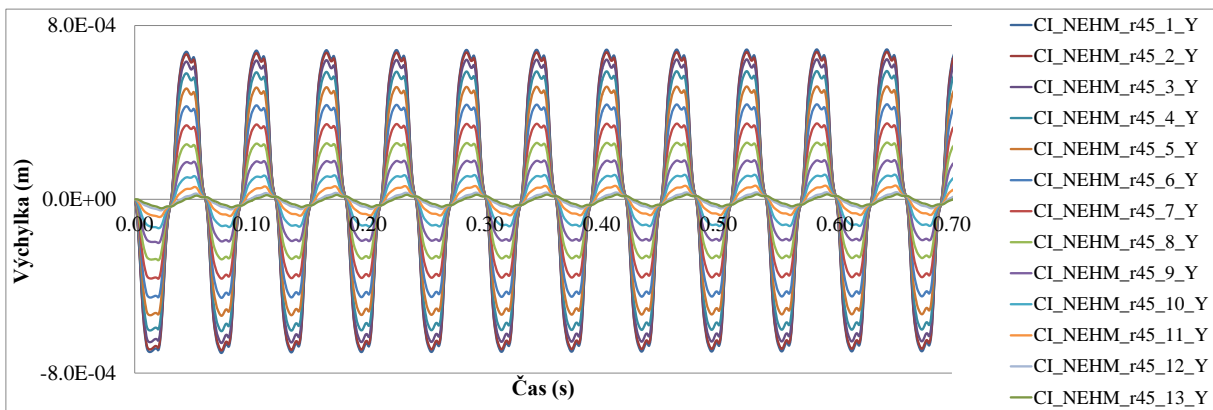
P-Graf 149 Trajektorie uzlů.



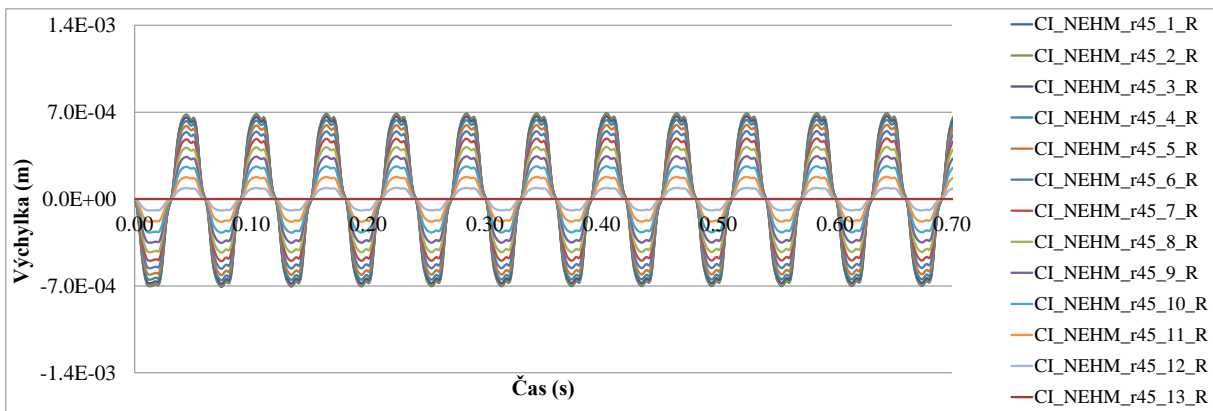
P-Graf 150 Výchylka uzlů.



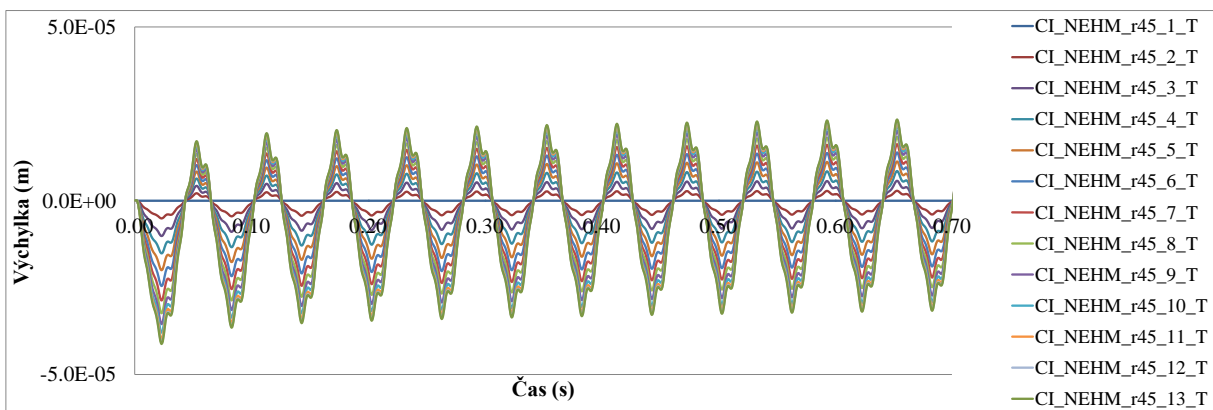
P-Graf 151 Výchylka uzlů.



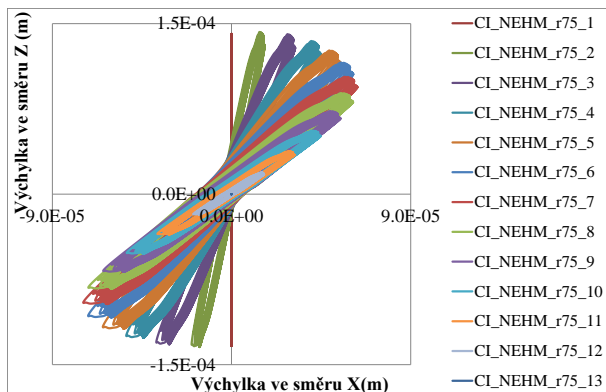
P-Graf 152 Výchylka uzlů.



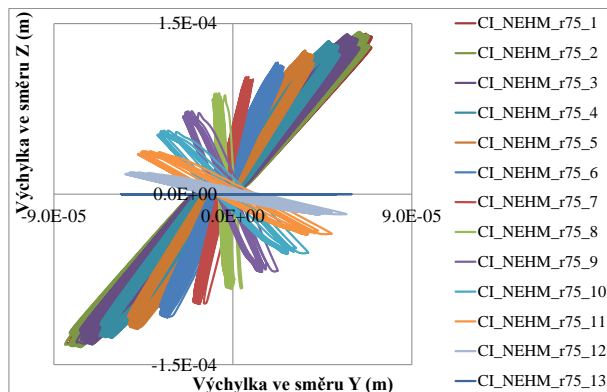
P-Graf 153 Výchylka uzlů.



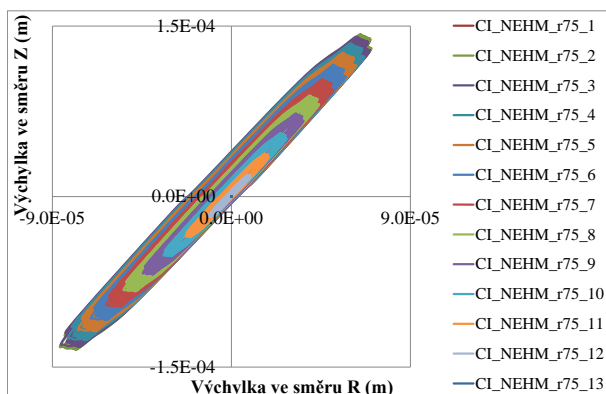
P-Graf 154 Výchylka uzlů.



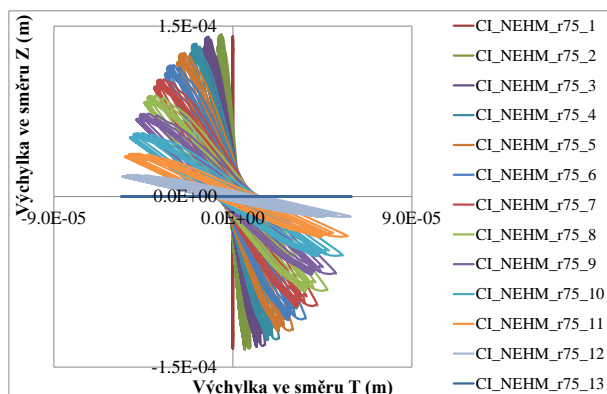
P-Graf 155 Trajektorie uzlů.



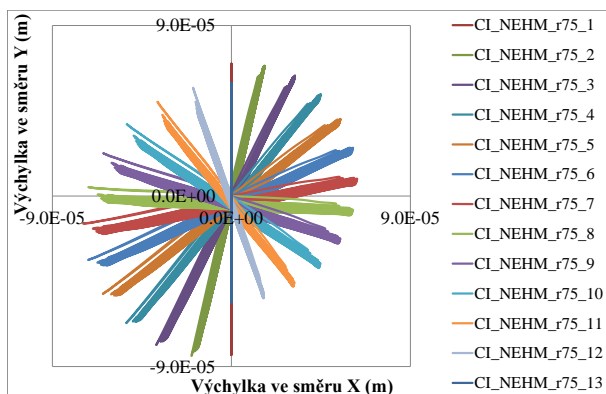
P-Graf 156 Trajektorie uzlů.



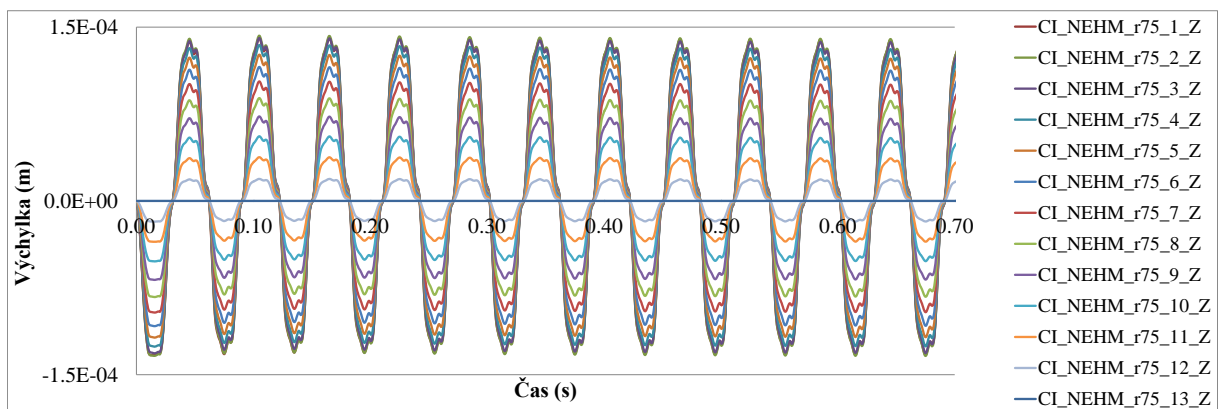
P-Graf 157 Trajektorie uzlů.



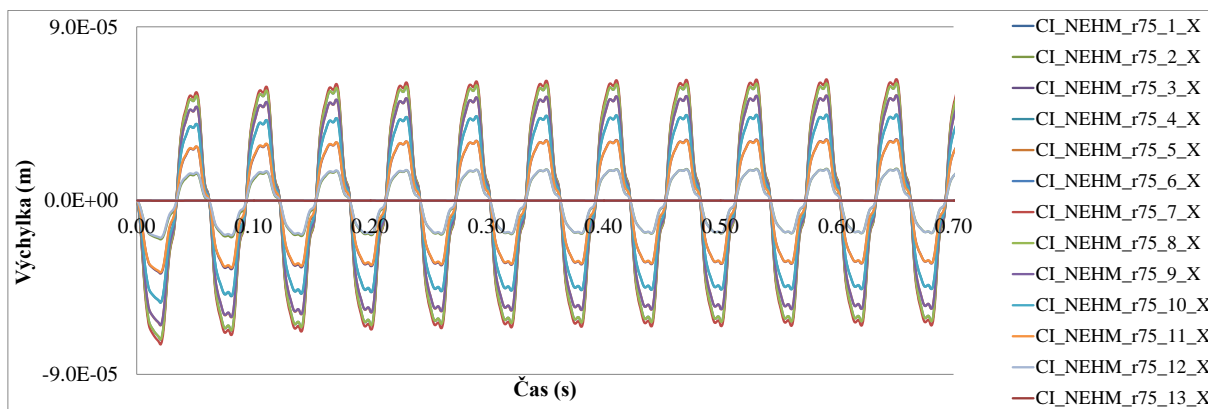
P-Graf 158 Trajektorie uzlů.



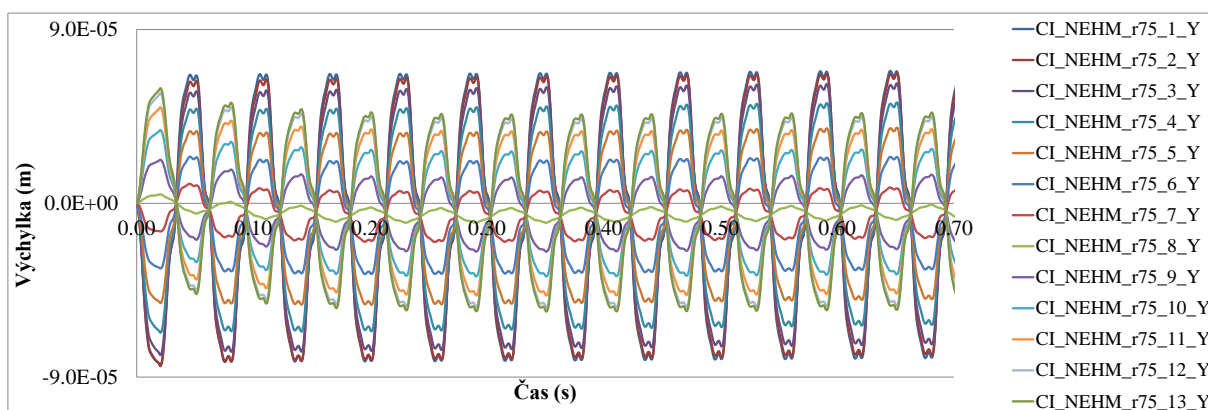
P-Graf 159 Trajektorie uzlů.



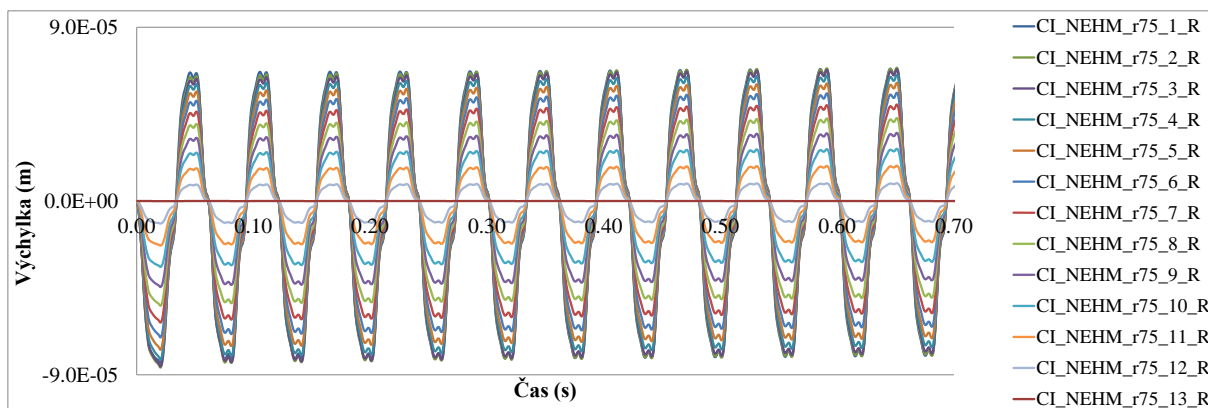
P-Graf 160 Výchylka uzlů.



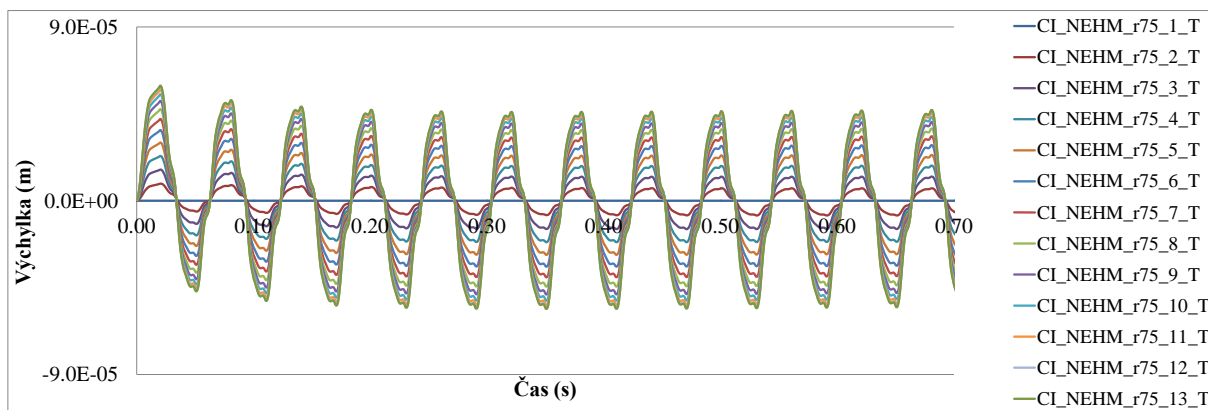
P-Graf 161 Výchylka uzlů.



P-Graf 162 Výchylka uzlů.



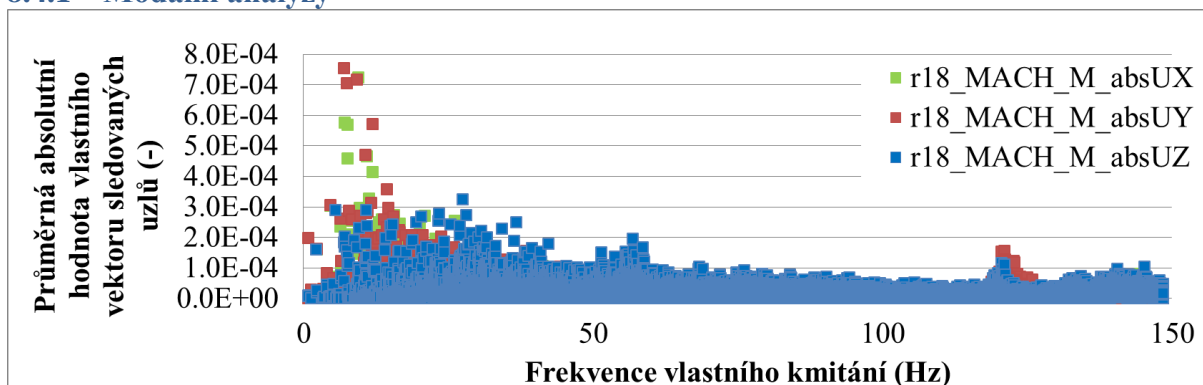
P-Graf 163 Výchylka uzlů.



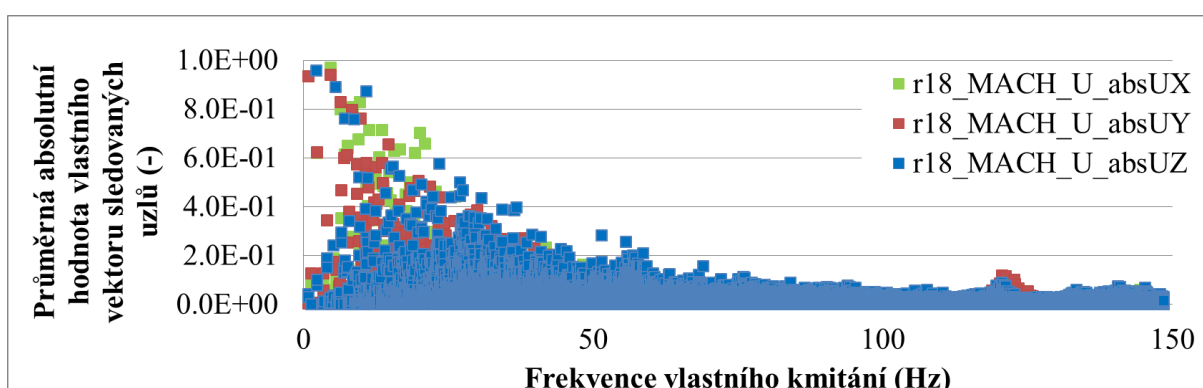
P-Graf 164 Výchylka uzlů.

8.4 Železobetonový základ v interakci s podzákladím

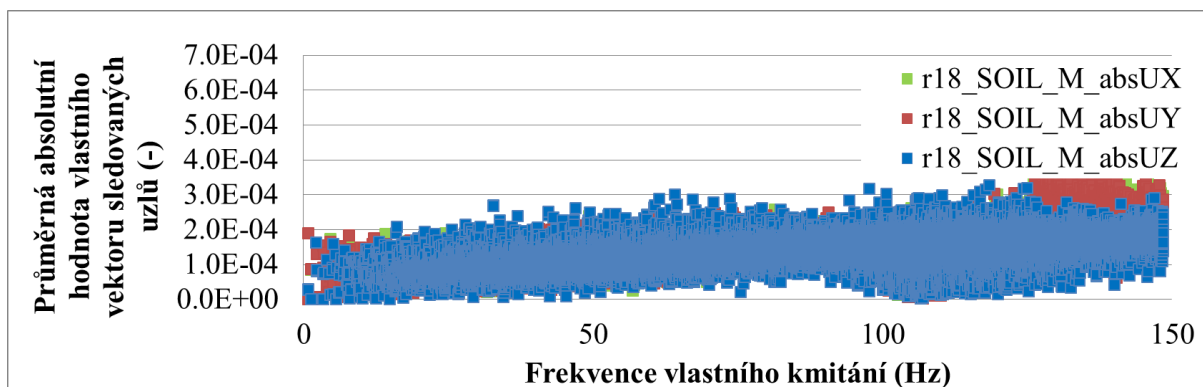
8.4.1 Modální analýzy



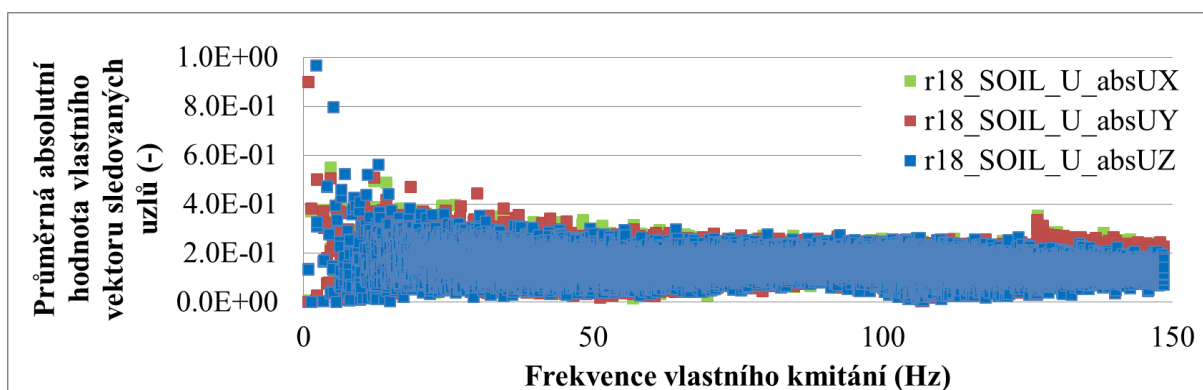
P-Graf 165 Průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru sledovaných uzlů konstrukce.



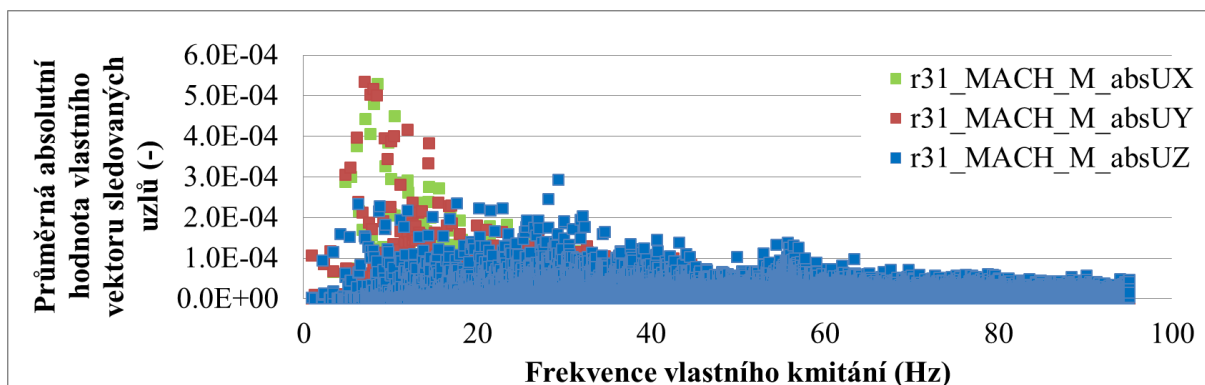
P-Graf 166 Průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru sledovaných uzlů konstrukce.



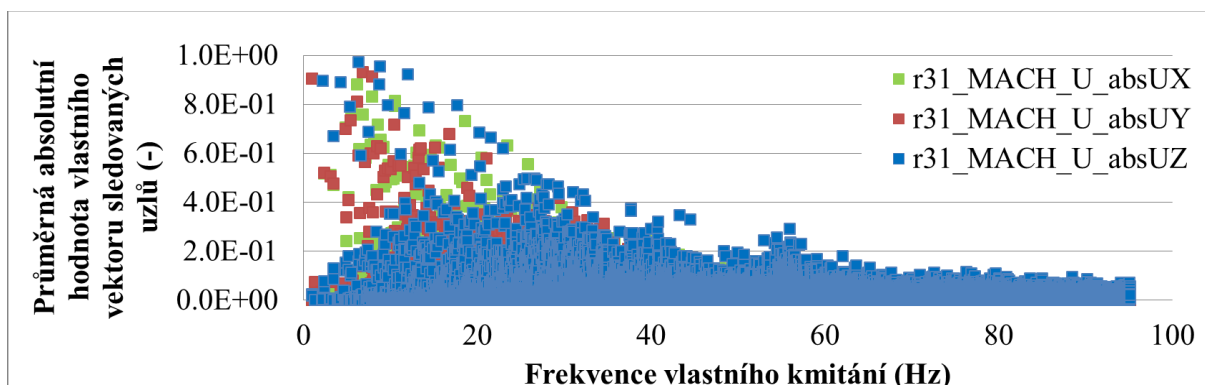
P-Graf 167 Průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru sledovaných uzlů povrchu zeminy.



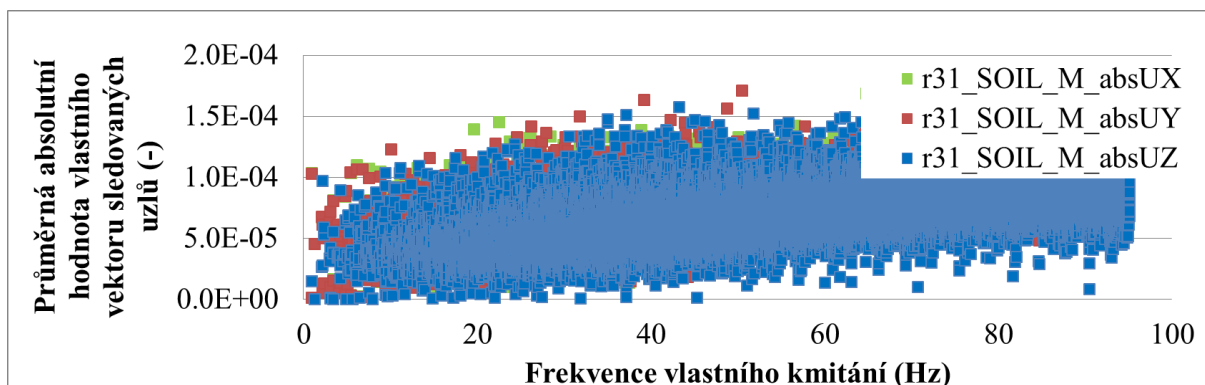
P-Graf 168 Průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru sledovaných uzlů povrchu zeminy.



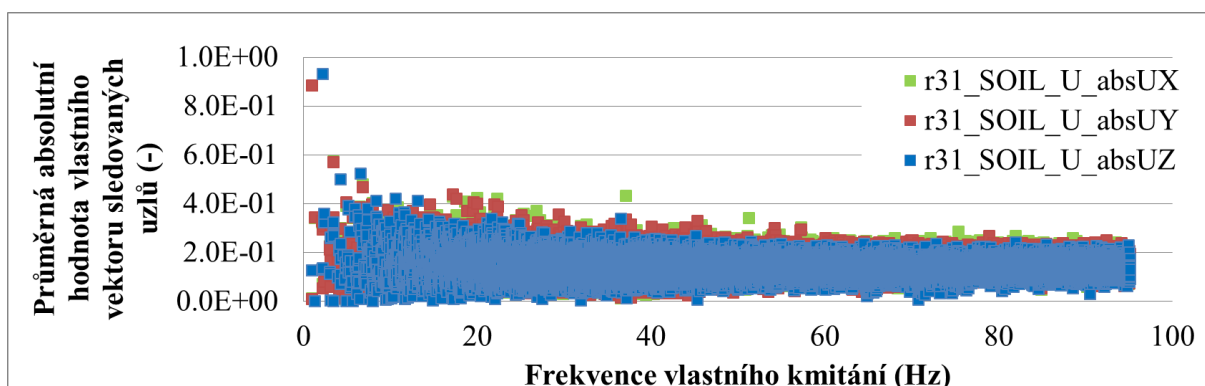
P-Graf 169 Průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru sledovaných uzlů konstrukce.



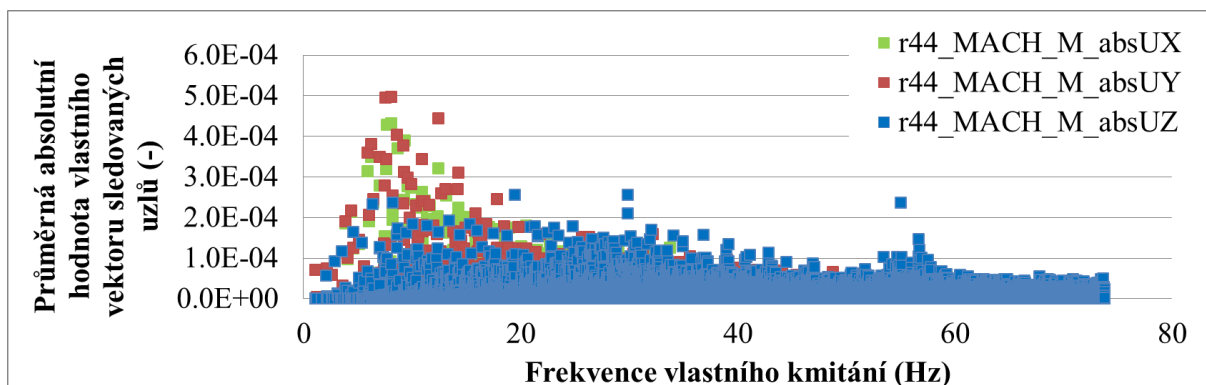
P-Graf 170 Průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru sledovaných uzlů konstrukce.



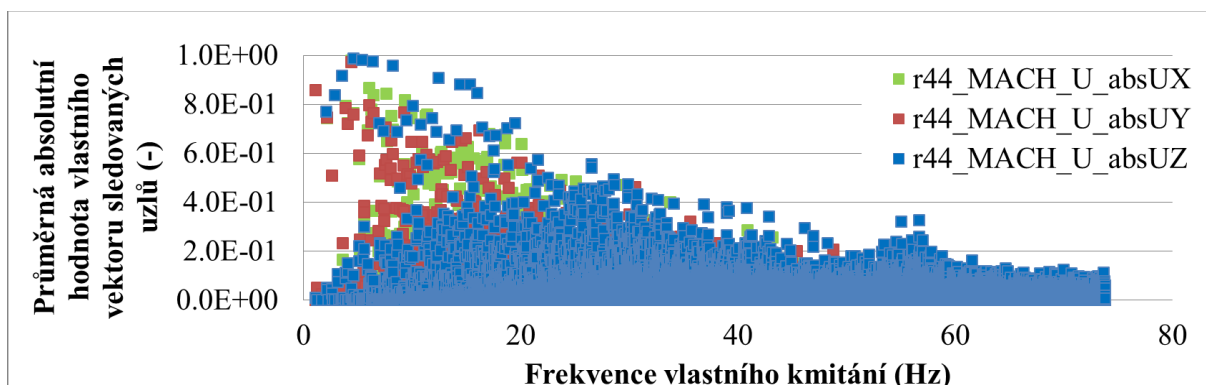
P-Graf 171 Průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru sledovaných uzlů povrchu zeminy.



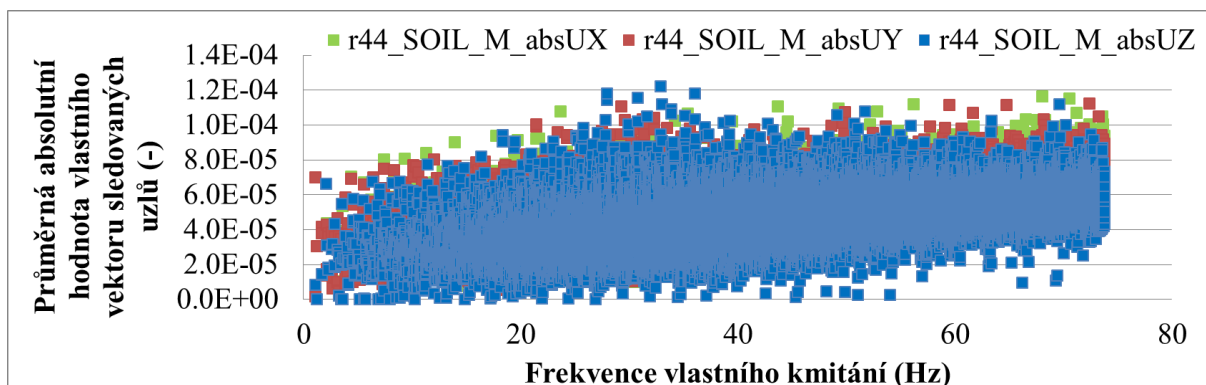
P-Graf 172 Průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru sledovaných uzlů povrchu zeminy.



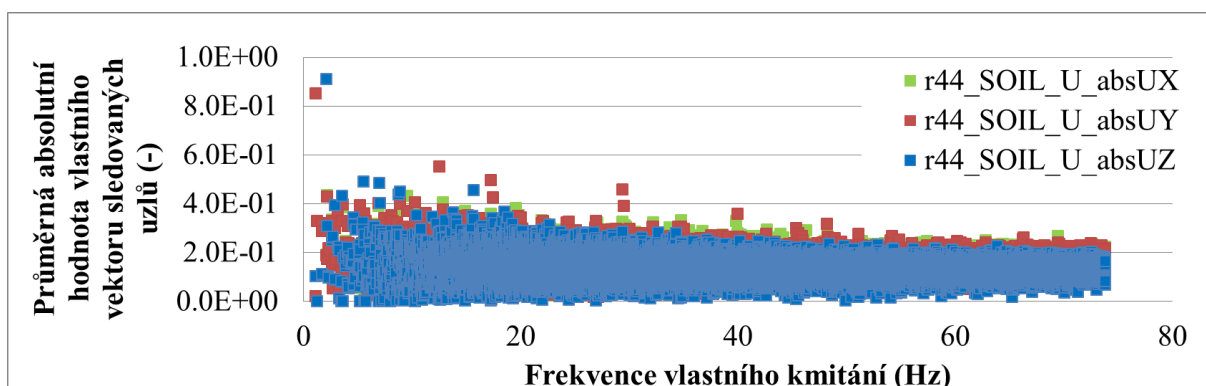
P-Graf 173 Průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru sledovaných uzlů konstrukce.



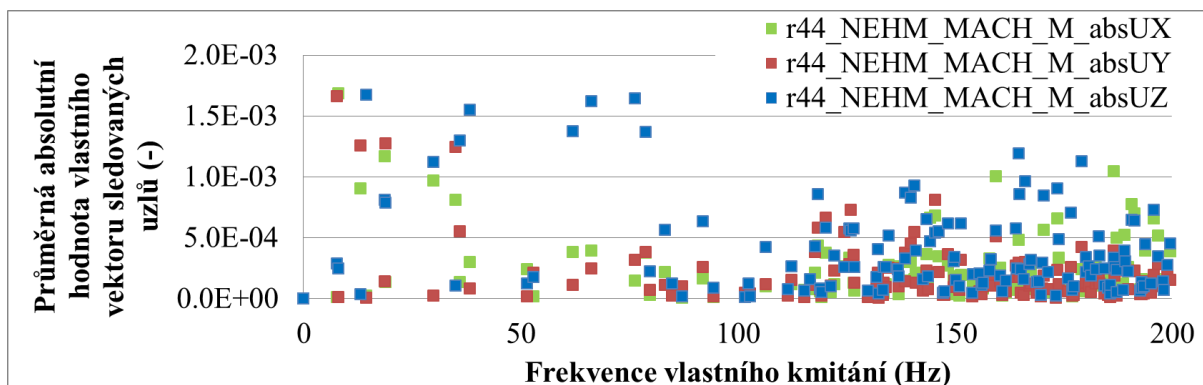
P-Graf 174 Průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru sledovaných uzlů konstrukce.



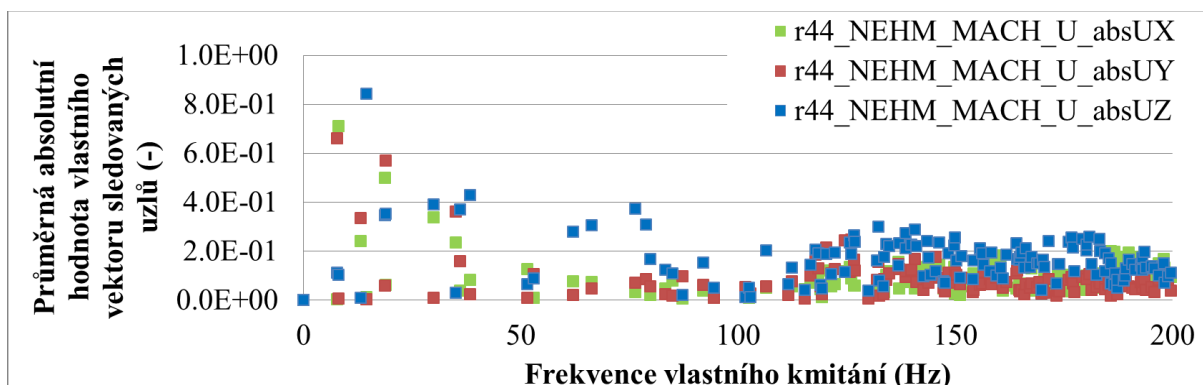
P-Graf 175 Průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru sledovaných uzlů povrchu zeminy.



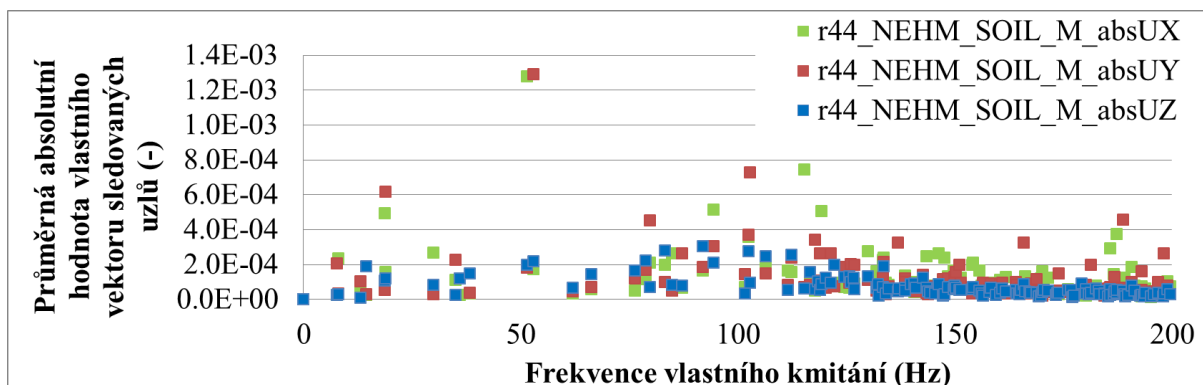
P-Graf 176 Průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru sledovaných uzlů povrchu zeminy.



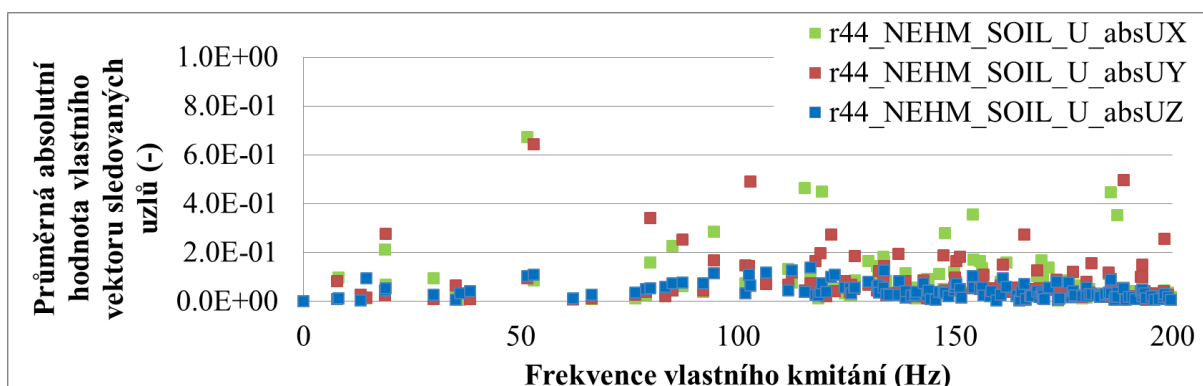
P-Graf 177 Průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru sledovaných uzlů konstrukce.



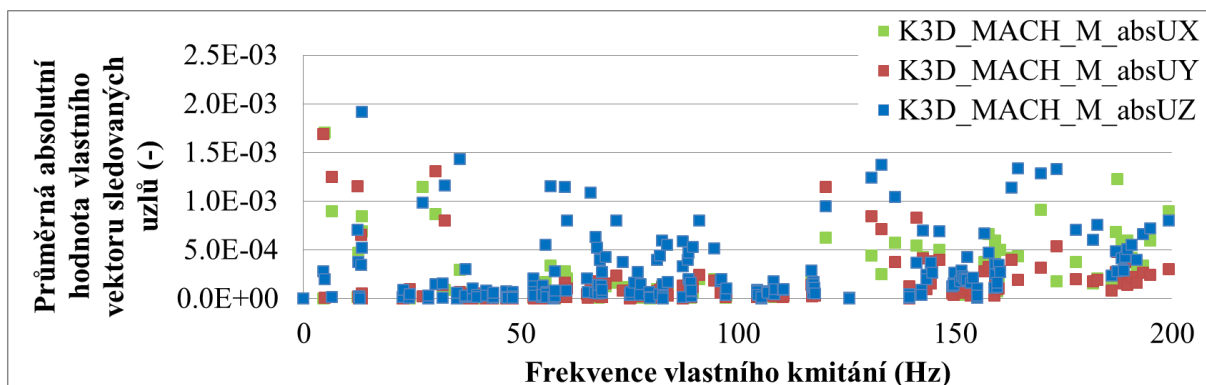
P-Graf 178 Průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru sledovaných uzlů konstrukce.



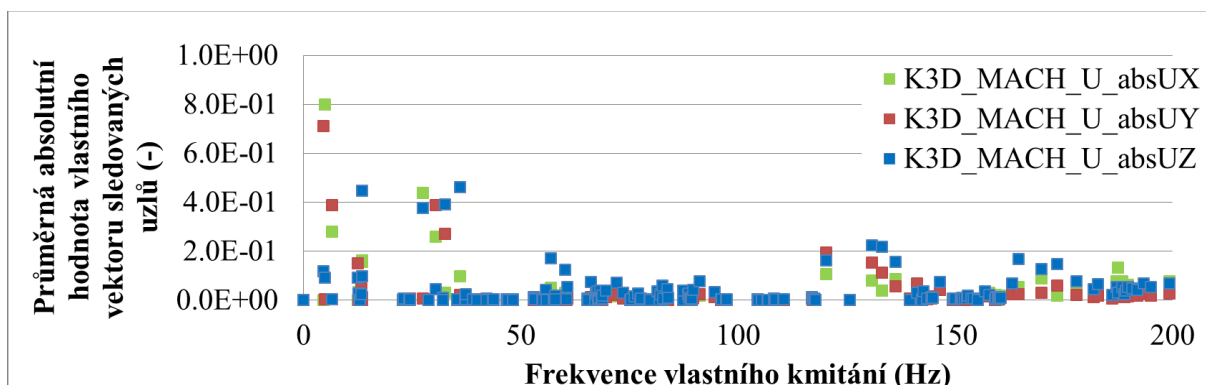
P-Graf 179 Průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru sledovaných uzlů povrchu zeminy.



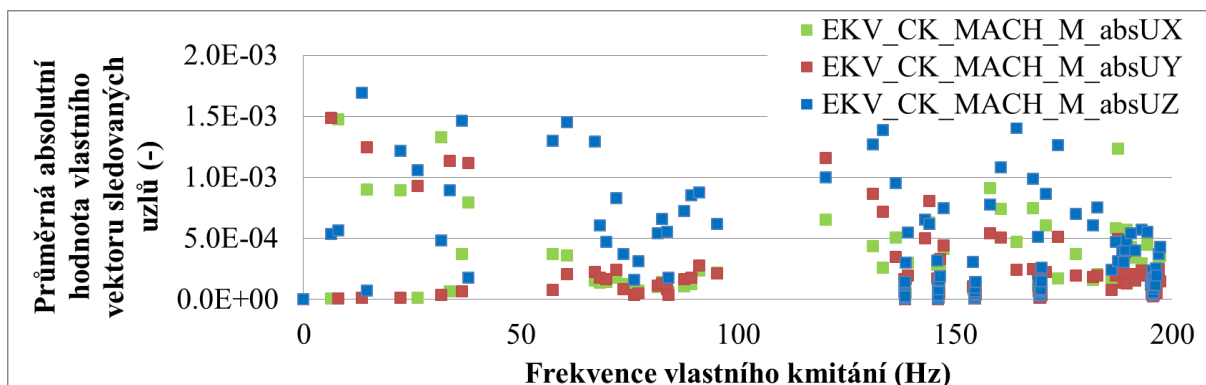
P-Graf 180 Průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru sledovaných uzlů povrchu zeminy.



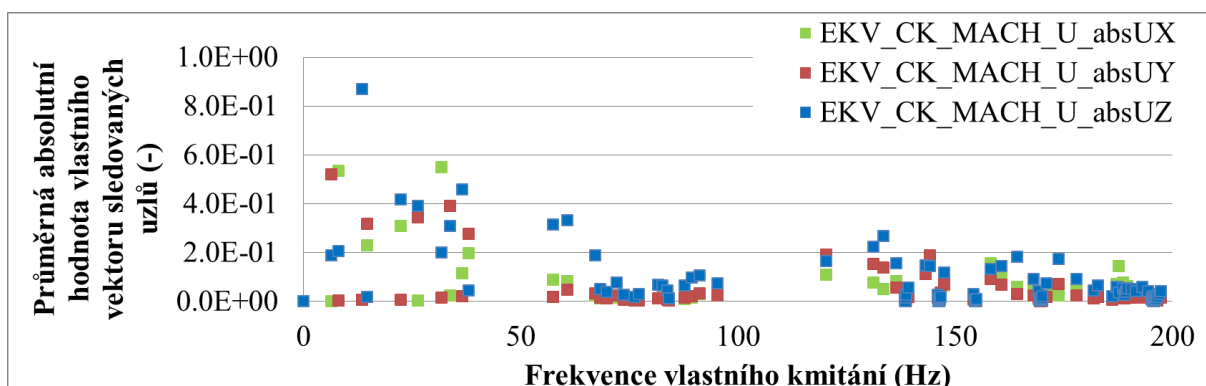
P-Graf 181 Průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru sledovaných uzlů konstrukce.



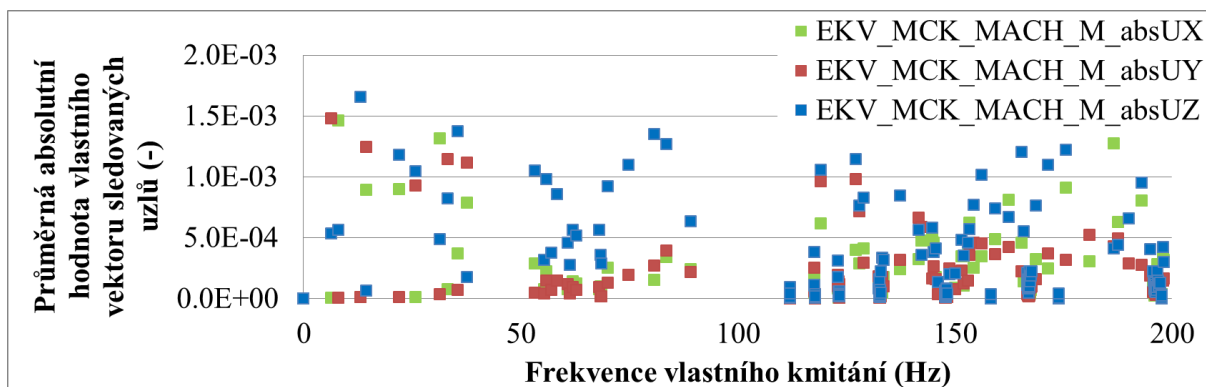
P-Graf 182 Průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru sledovaných uzlů konstrukce.



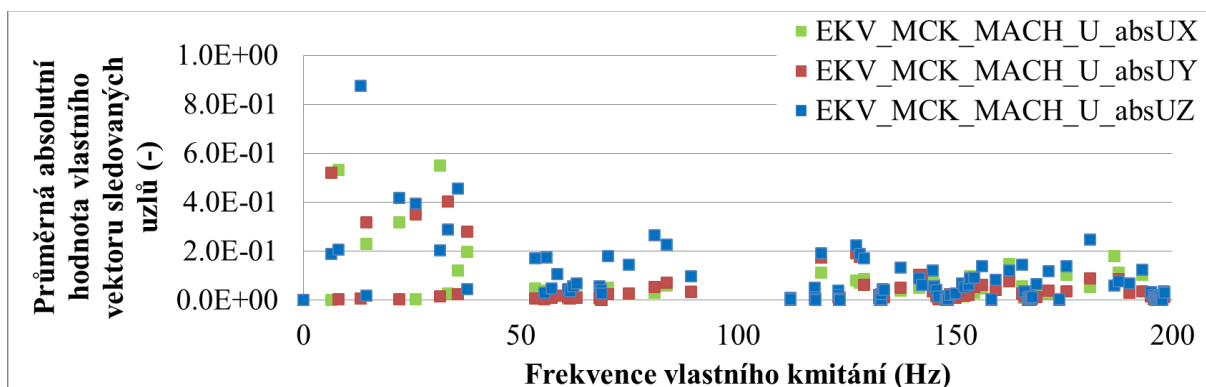
P-Graf 183 Průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru sledovaných uzlů konstrukce.



P-Graf 184 Průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru sledovaných uzlů konstrukce.

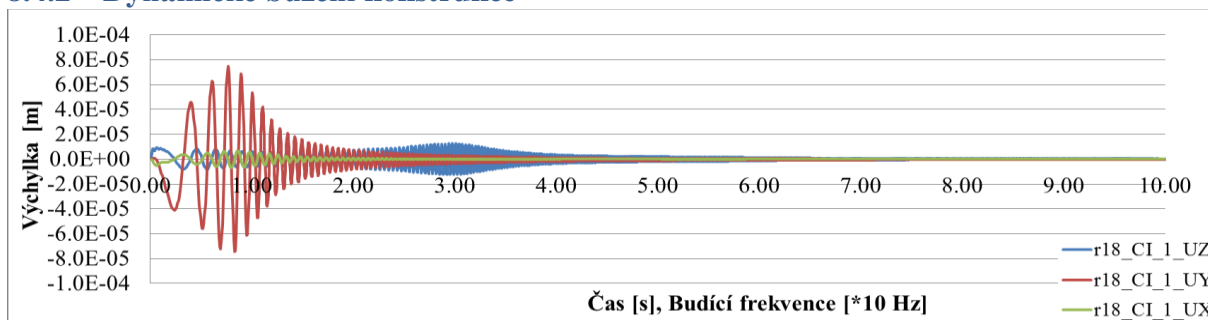


P-Graf 185 Průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru sledovaných uzlů konstrukce.

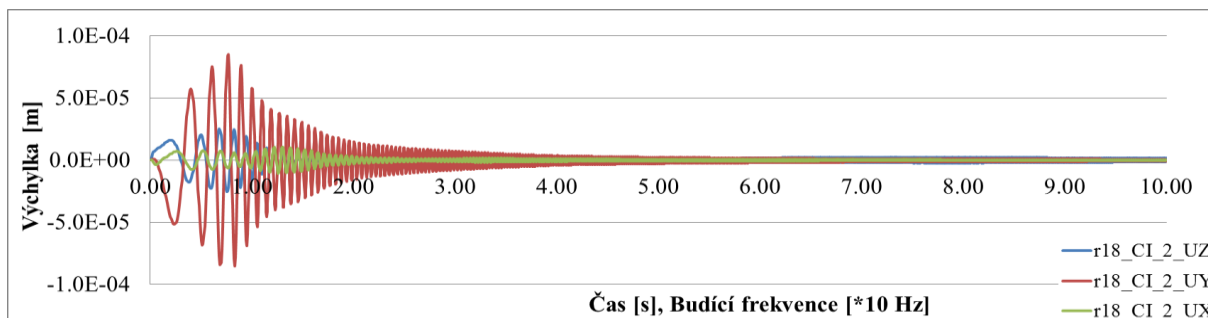


P-Graf 186 Průměrná absolutní hodnota vlastního vektoru sledovaných uzlů konstrukce.

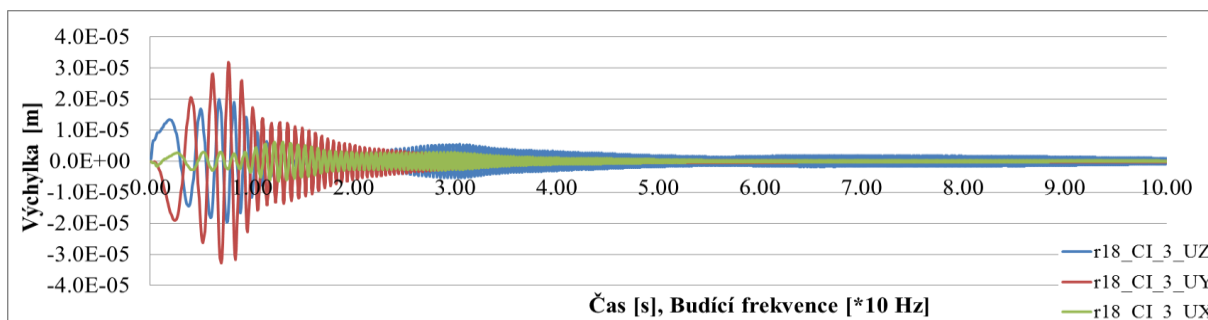
8.4.2 Dynamické buzení konstrukce



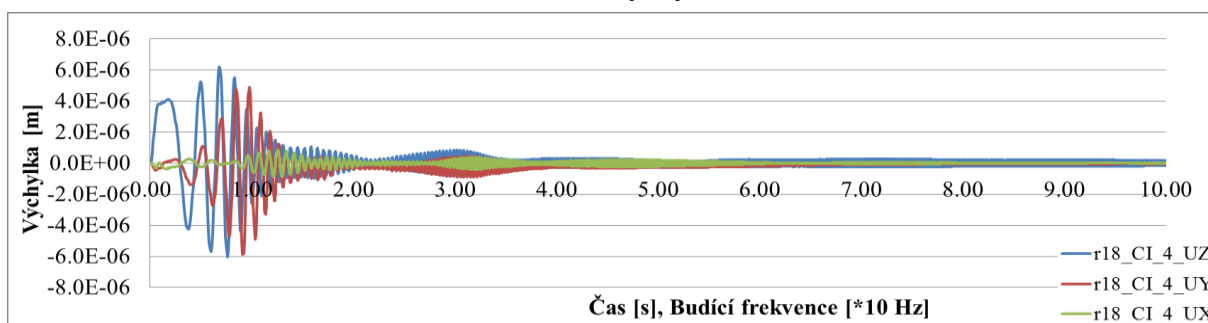
P-Graf 187 Výchylka uzlu.



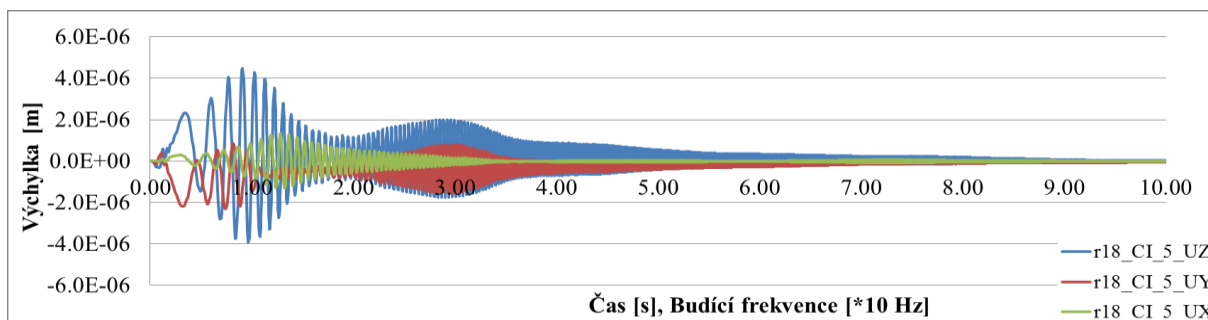
P-Graf 188 Výchylka uzlu.



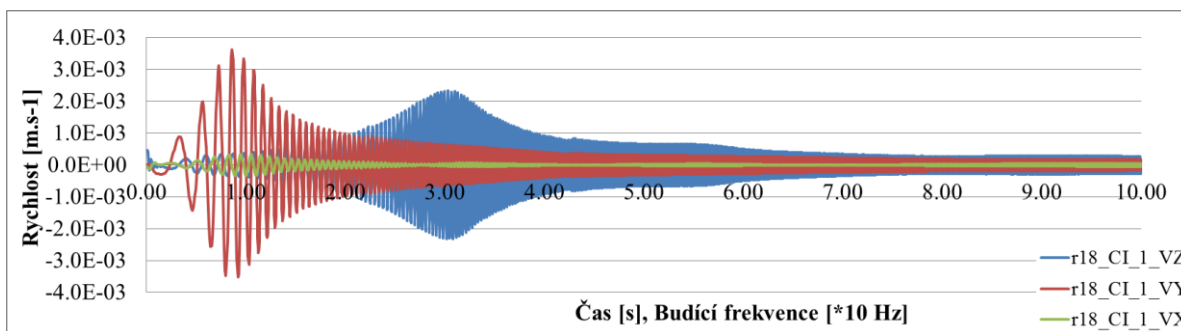
P-Graf 189 Výchylka uzlu.



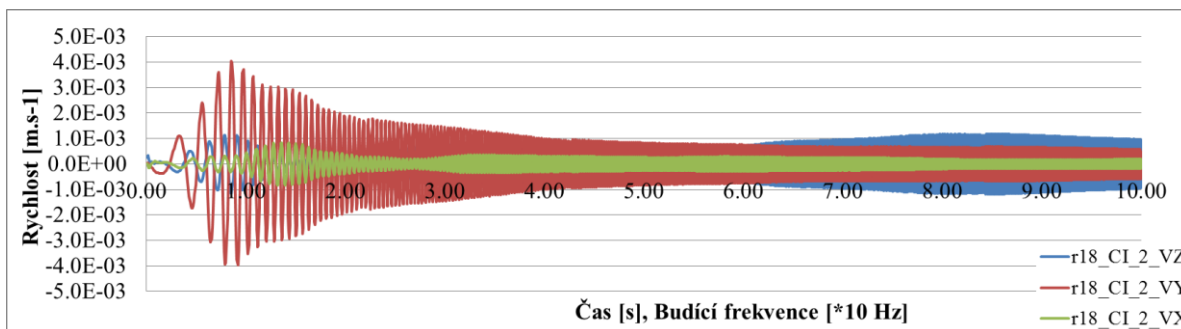
P-Graf 190 Výchylka uzlu.



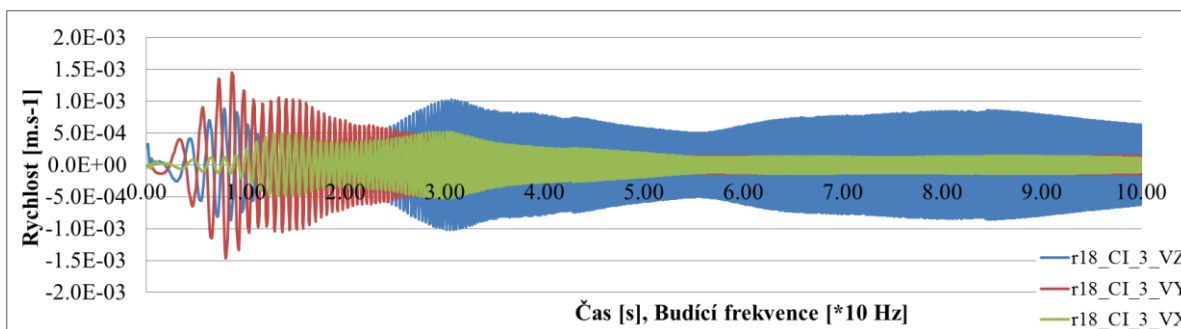
P-Graf 191 Výchylka uzlu.



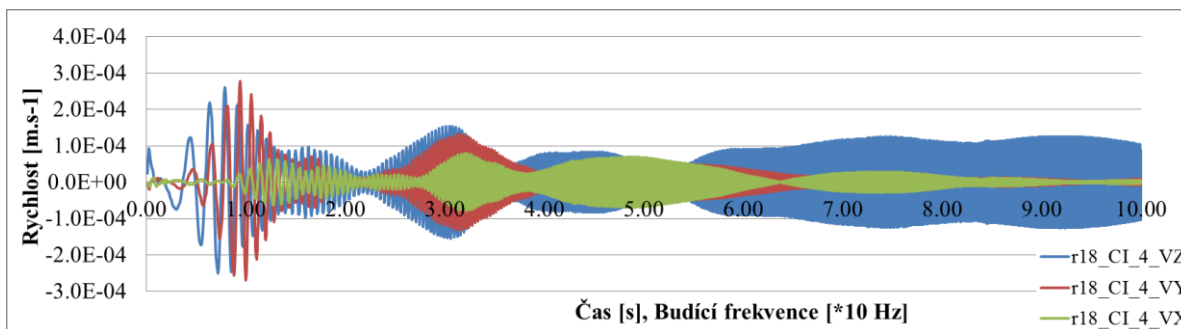
P-Graf 192 Rychlost uzlu.



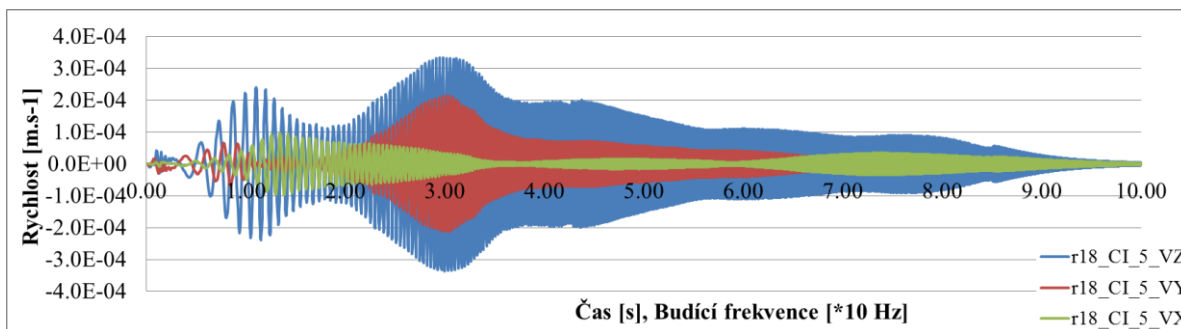
P-Graf 193 Rychlost uzlu.



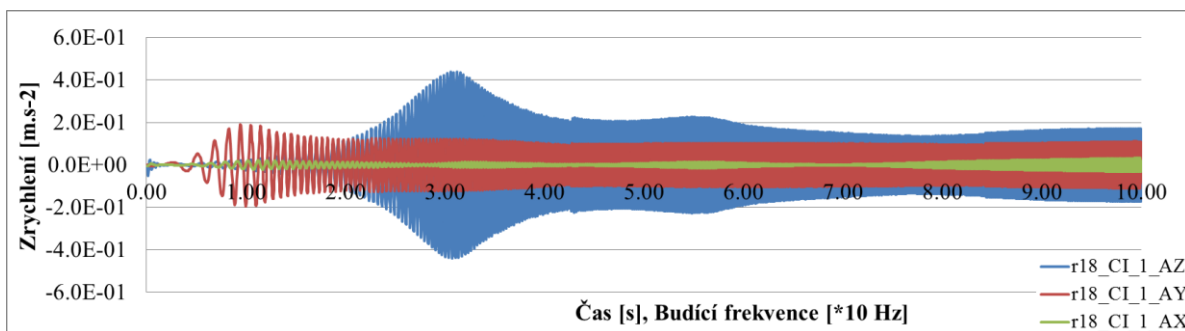
P-Graf 194 Rychlost uzlu.



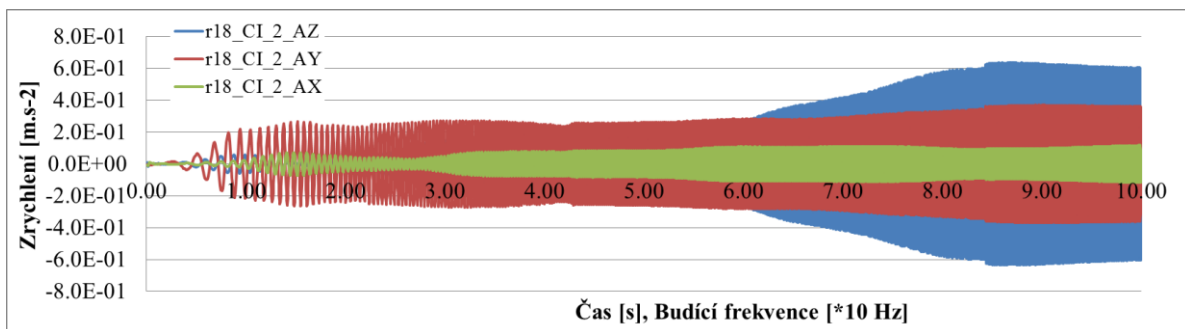
P-Graf 195 Rychlost uzlu.



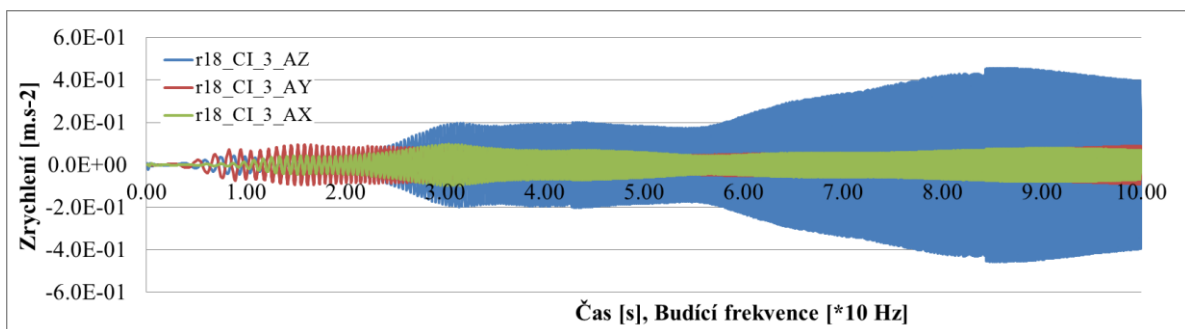
P-Graf 196 Rychlost uzlu.



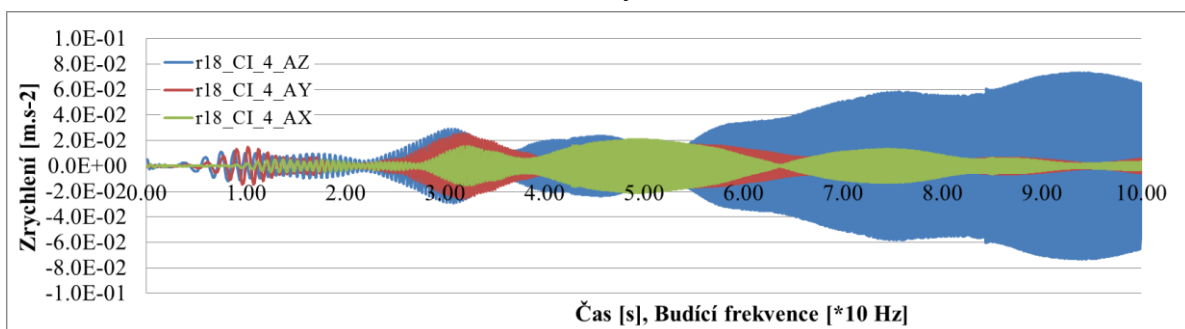
P-Graf 197 Zrychlení uzlu.



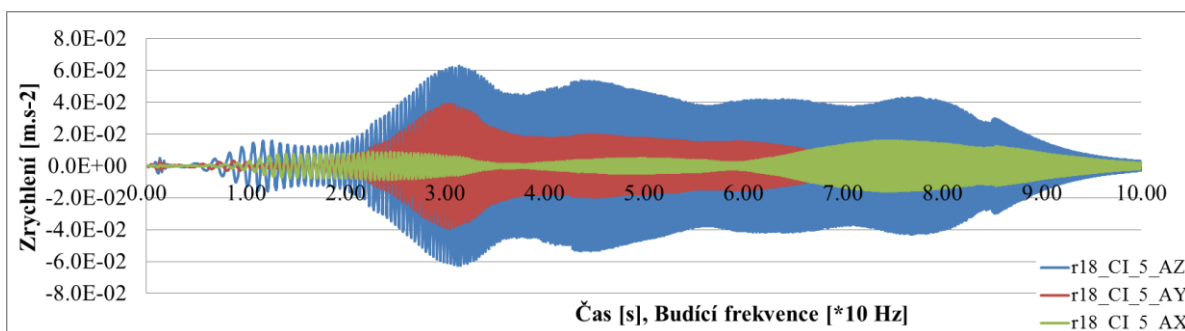
P-Graf 198 Zrychlení uzlu.



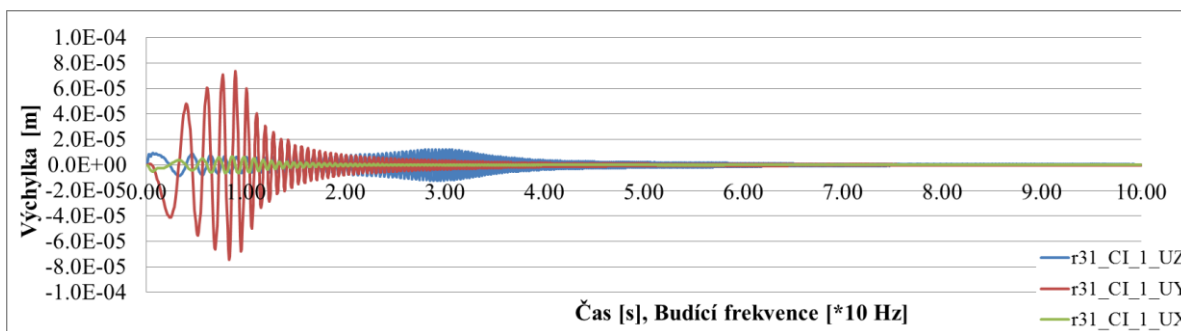
P-Graf 199 Zrychlení uzlu.



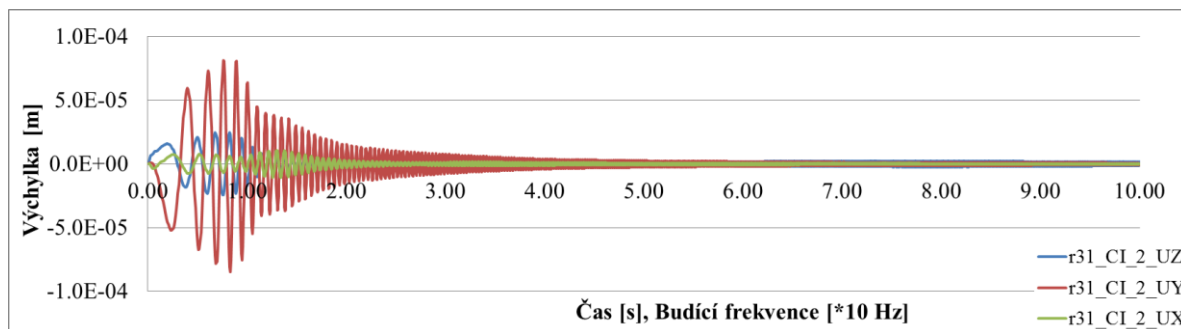
P-Graf 200 Zrychlení uzlu.



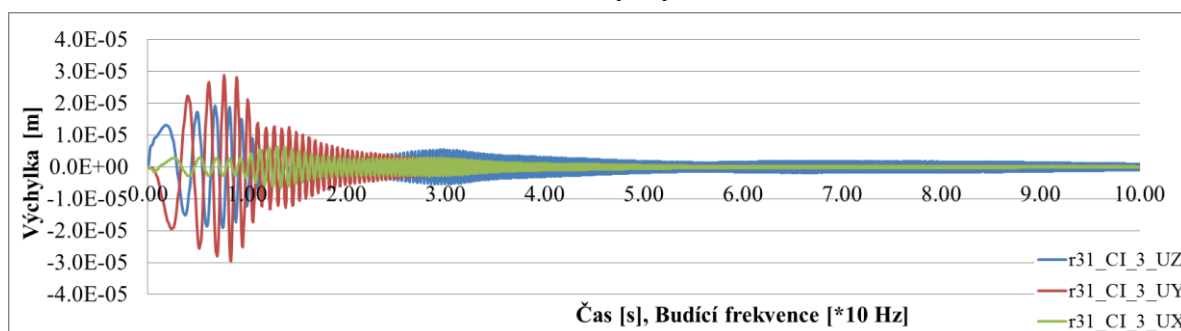
P-Graf 201 Zrychlení uzlu.



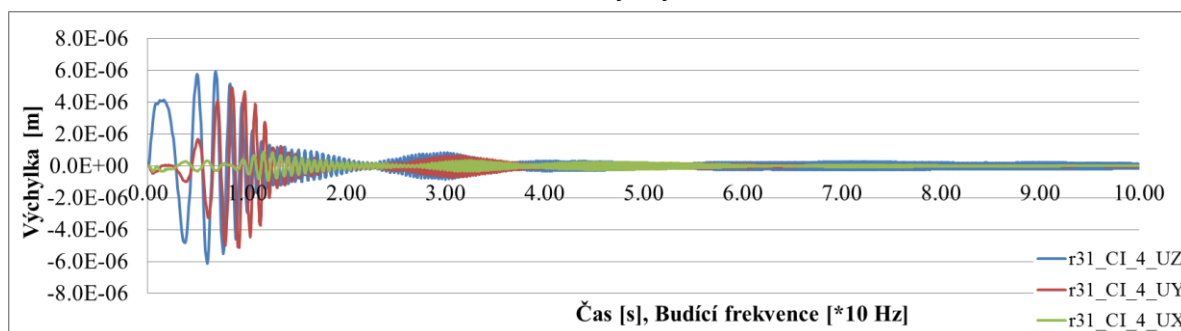
P-Graf 202 Výchylka uzlu.



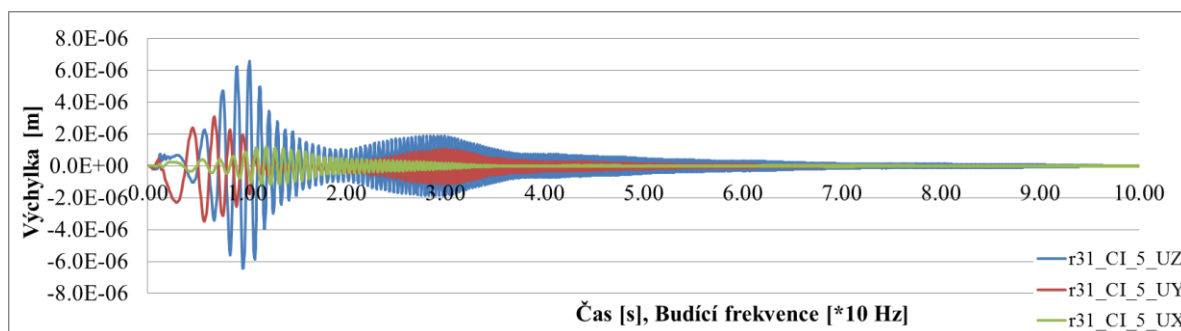
P-Graf 203 Výchylka uzlu.



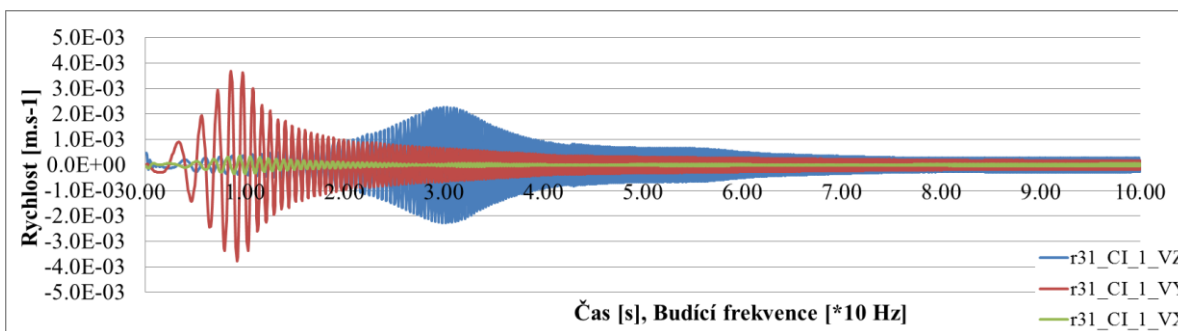
P-Graf 204 Výchylka uzlu.



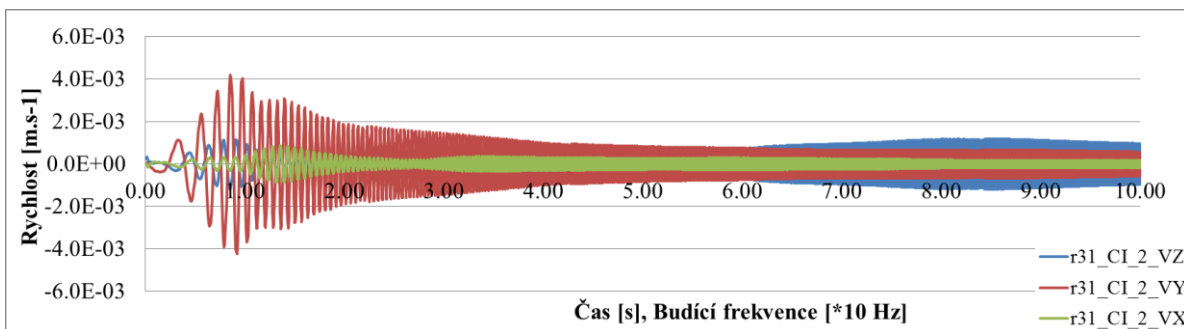
P-Graf 205 Výchylka uzlu.



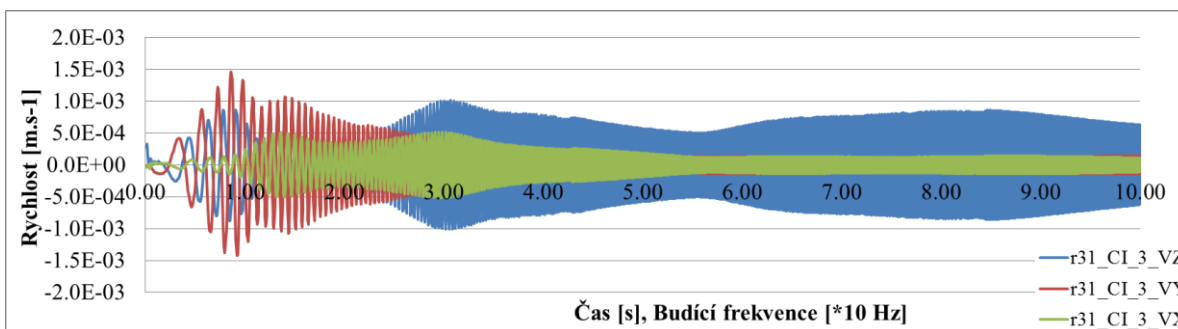
P-Graf 206 Výchylka uzlu.



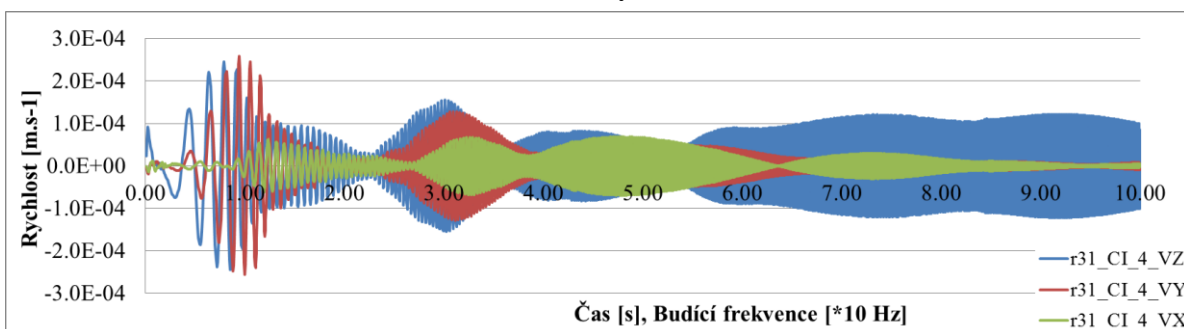
P-Graf 207 Rychlost uzlu.



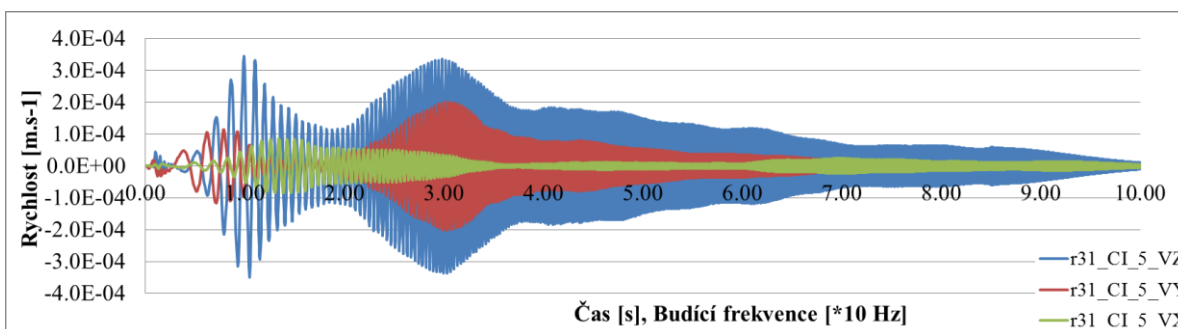
P-Graf 208 Rychlost uzlu.



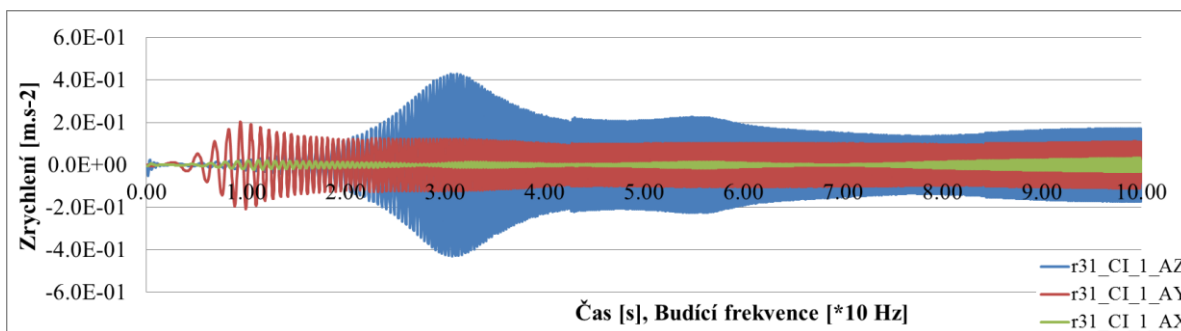
P-Graf 209 Rychlost uzlu.



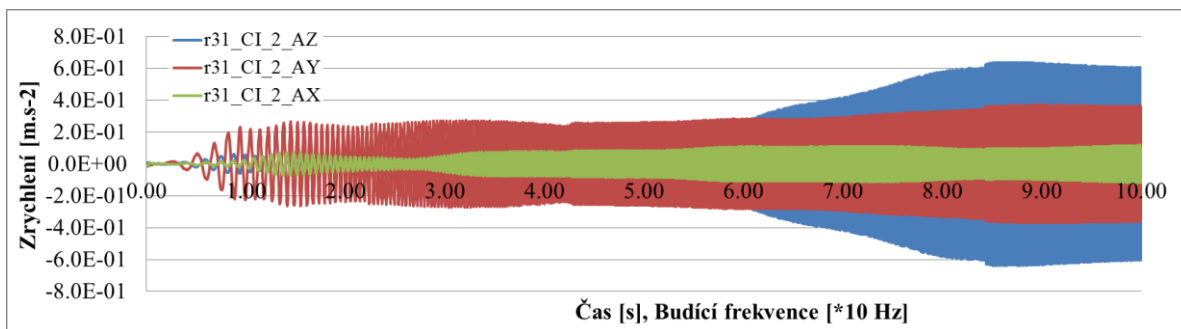
P-Graf 210 Rychlost uzlu.



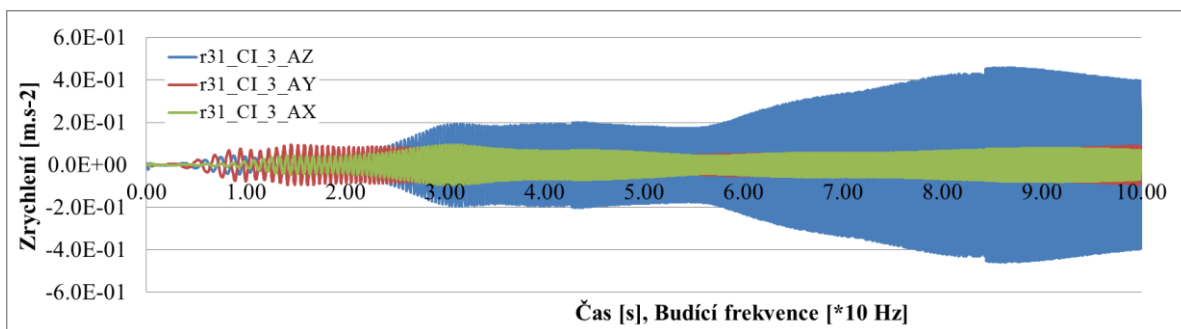
P-Graf 211 Rychlost uzlu.



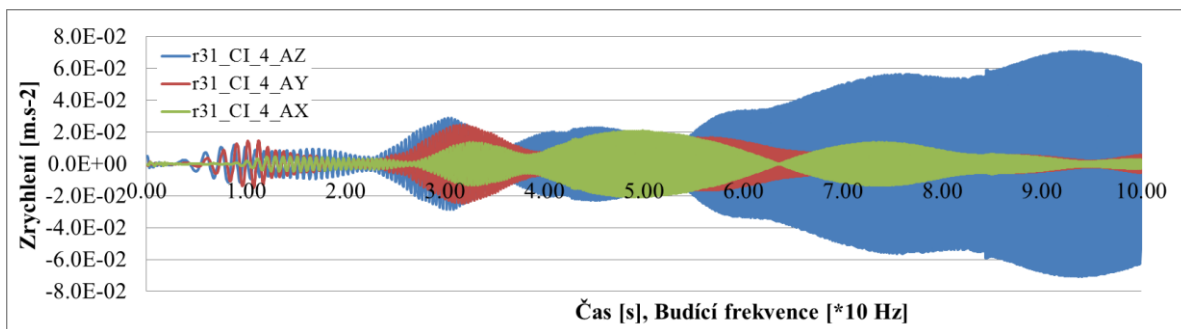
P-Graf 212 Zrychlení uzlu.



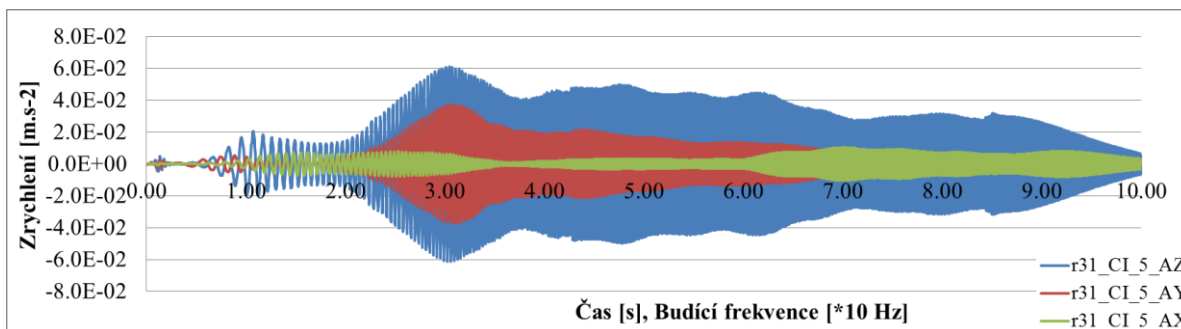
P-Graf 213 Zrychlení uzlu.



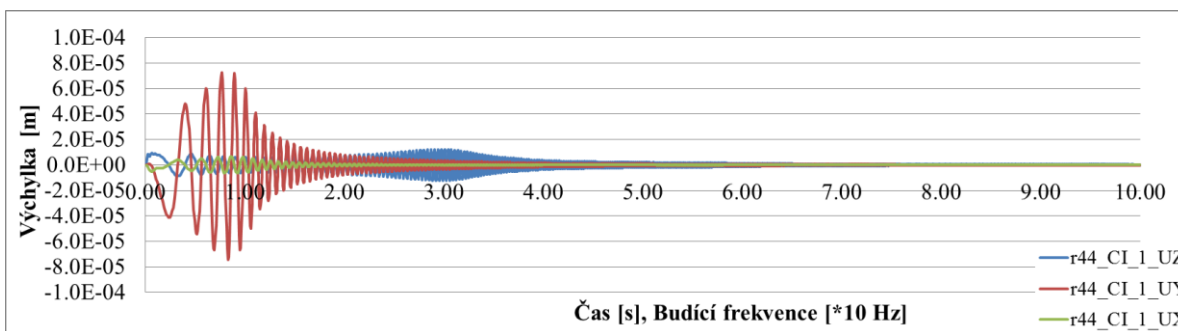
P-Graf 214 Zrychlení uzlu.



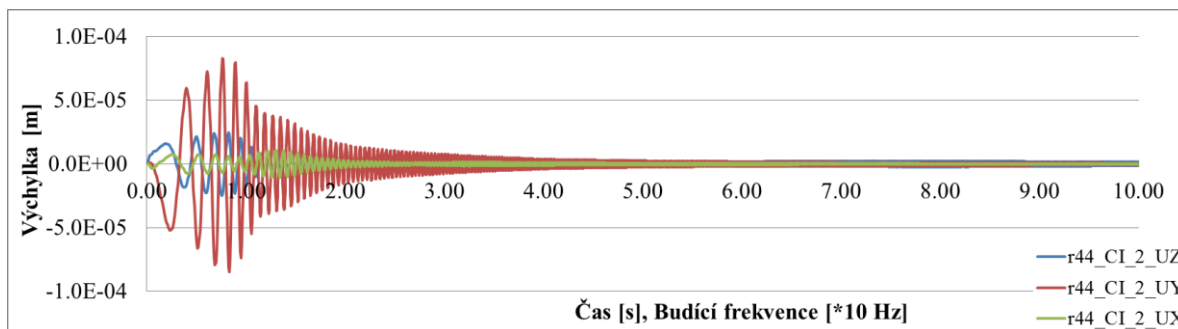
P-Graf 215 Zrychlení uzlu.



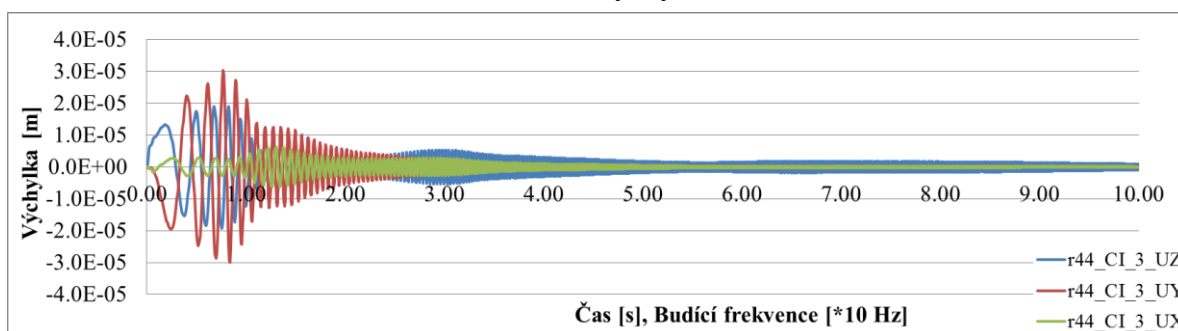
P-Graf 216 Zrychlení uzlu.



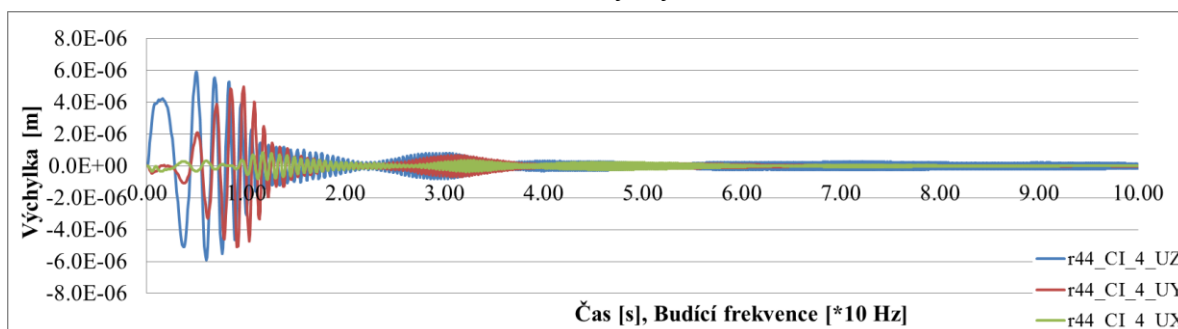
P-Graf 217 Výchylka uzlu.



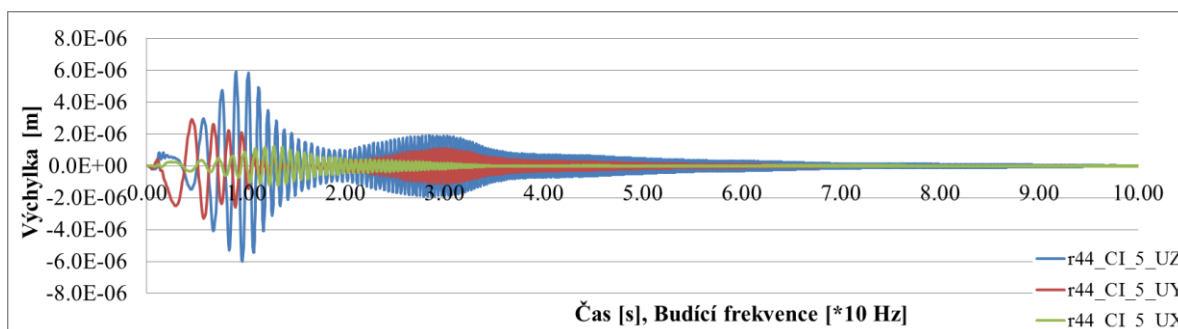
P-Graf 218 Výchylka uzlu.



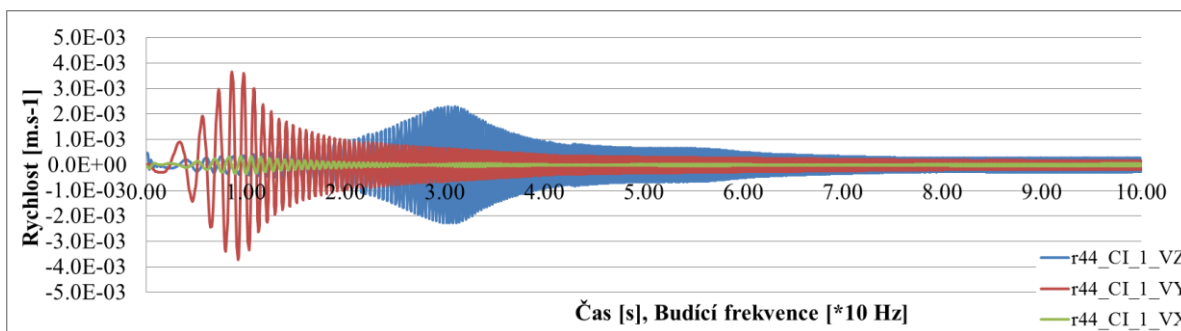
P-Graf 219 Výchylka uzlu.



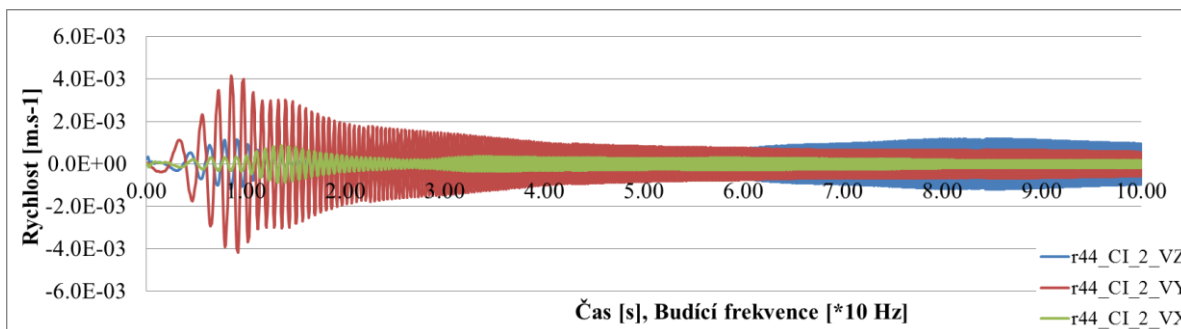
P-Graf 220 Výchylka uzlu.



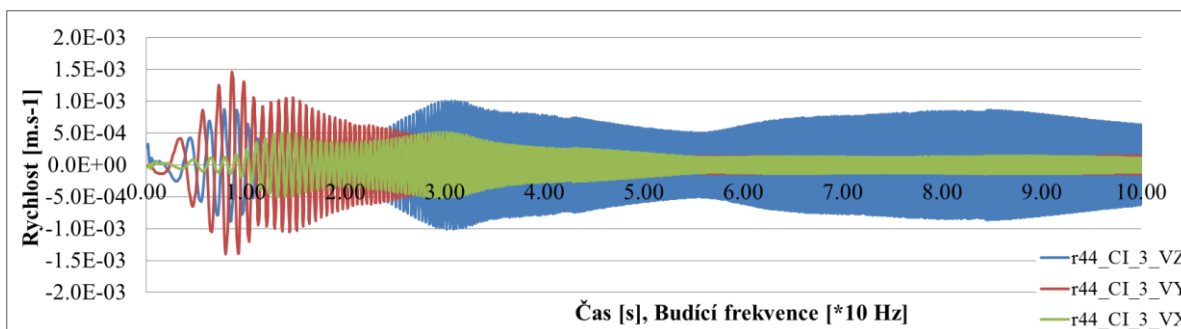
P-Graf 221 Výchylka uzlu.



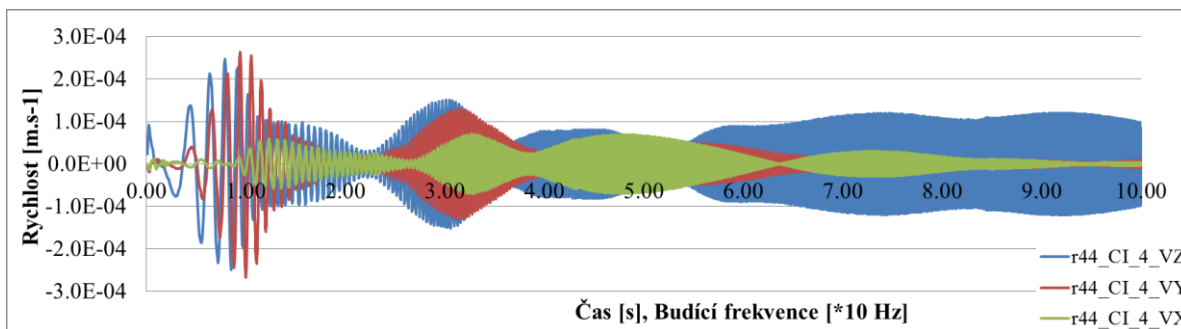
P-Graf 222 Rychlost uzlu.



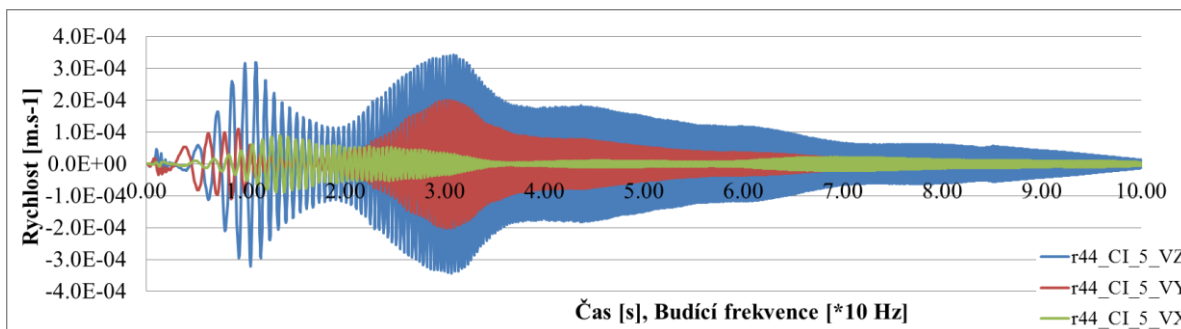
P-Graf 223 Rychlost uzlu.



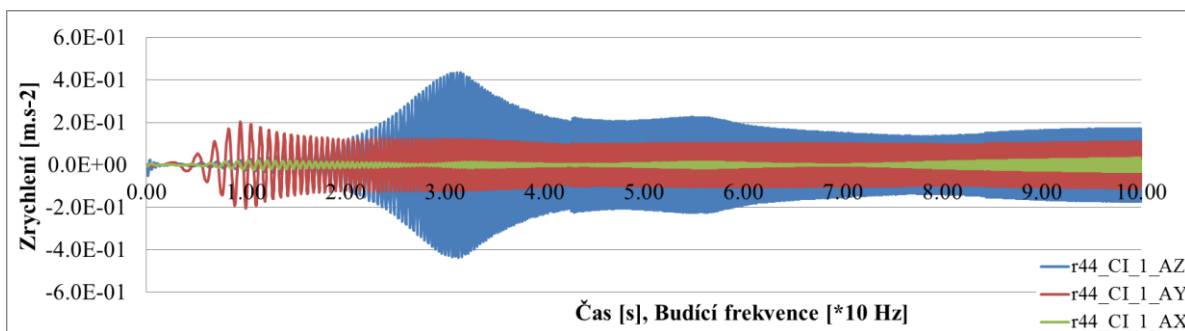
P-Graf 224 Rychlost uzlu.



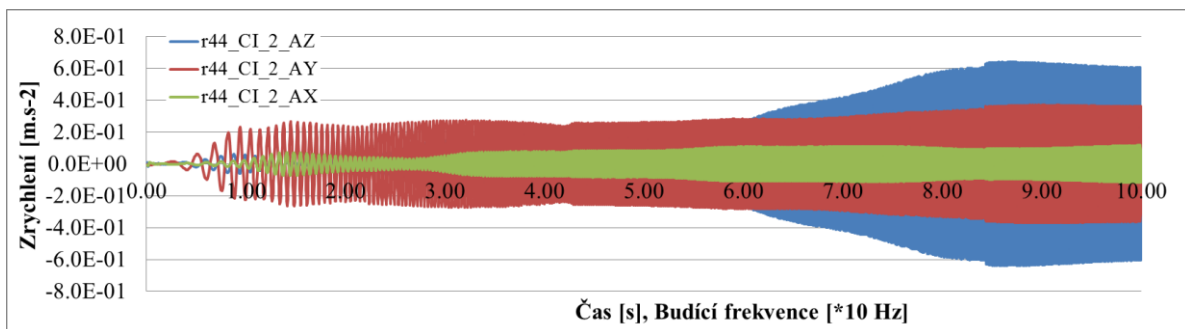
P-Graf 225 Rychlost uzlu.



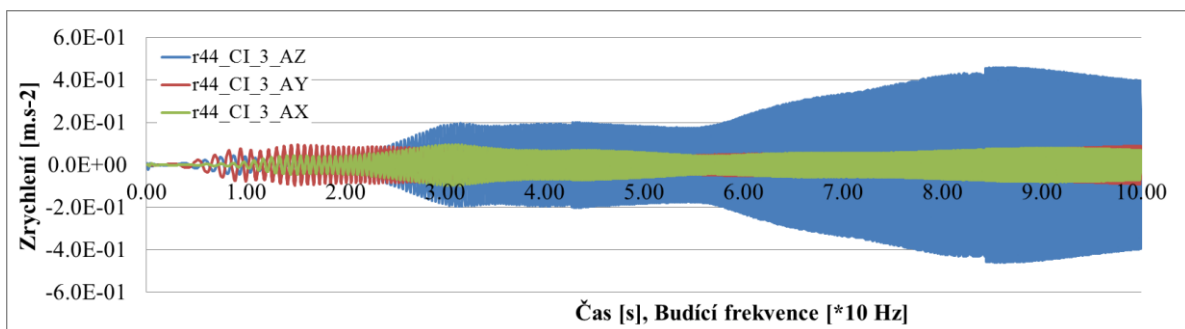
P-Graf 226 Rychlost uzlu.



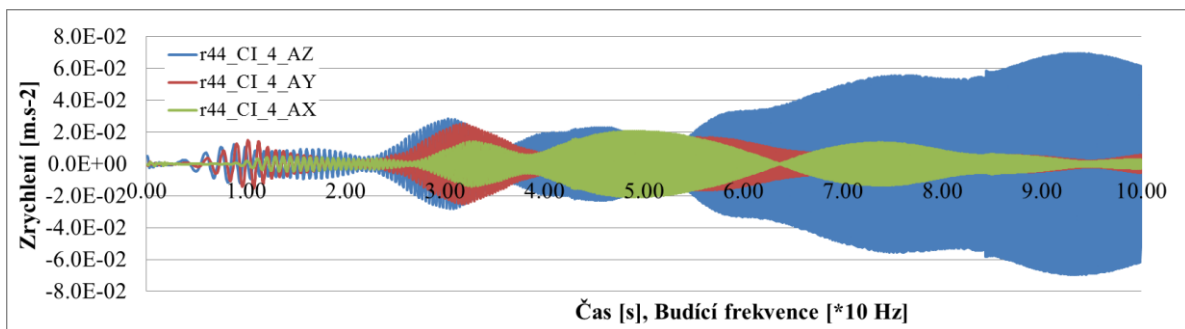
P-Graf 227 Zrychlení uzlu.



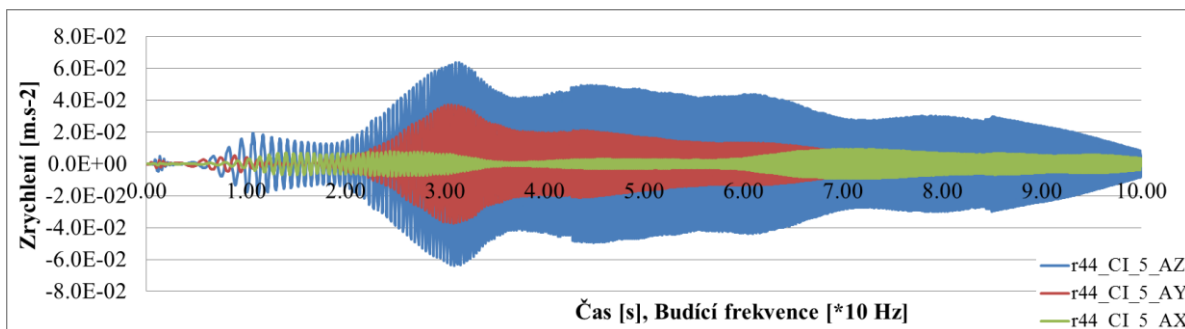
P-Graf 228 Zrychlení uzlu.



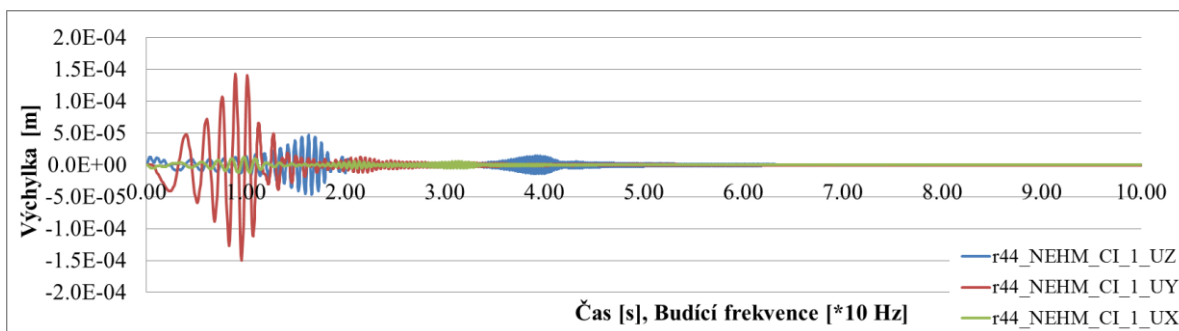
P-Graf 229 Zrychlení uzlu.



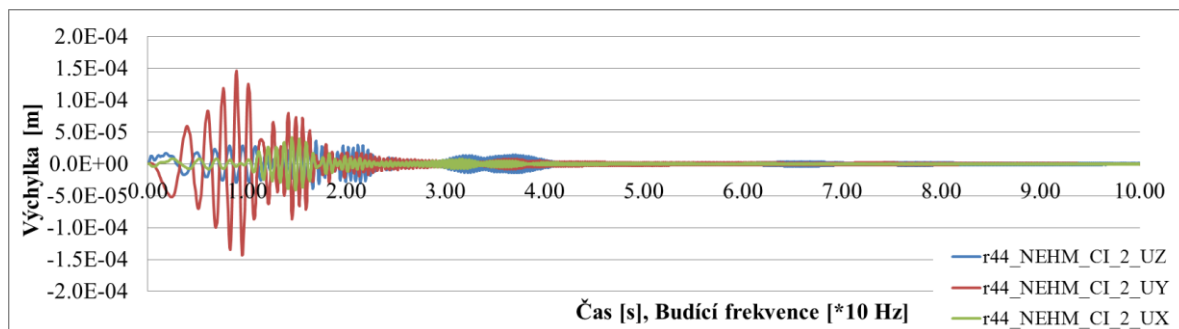
P-Graf 230 Zrychlení uzlu.



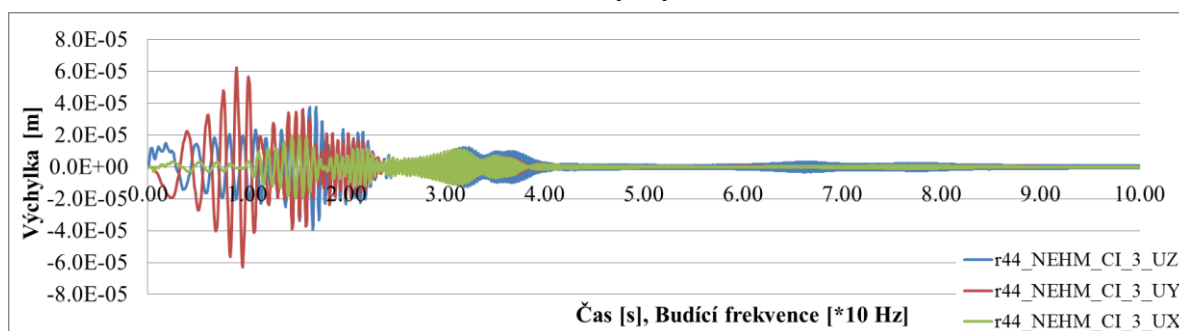
P-Graf 231 Zrychlení uzlu.



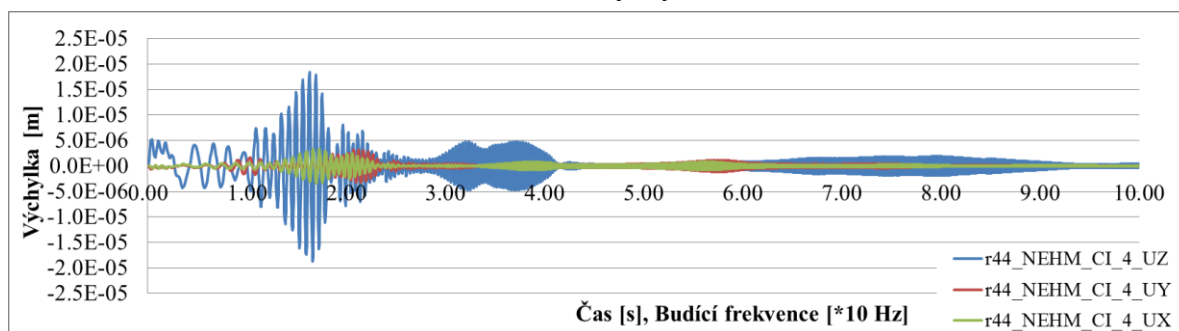
P-Graf 232 Výchylka uzlu.



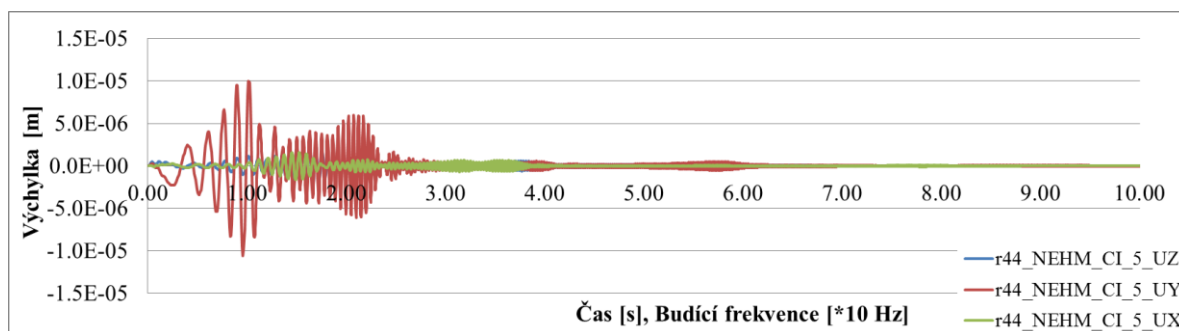
P-Graf 233 Výchylka uzlu.



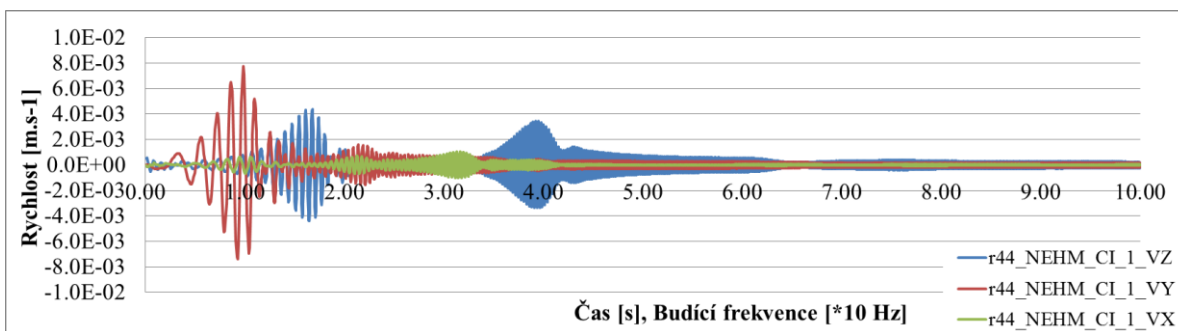
P-Graf 234 Výchylka uzlu.



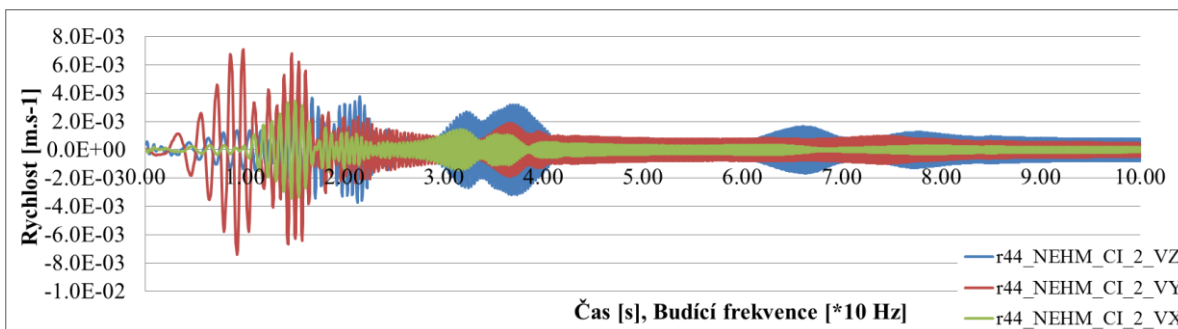
P-Graf 235 Výchylka uzlu.



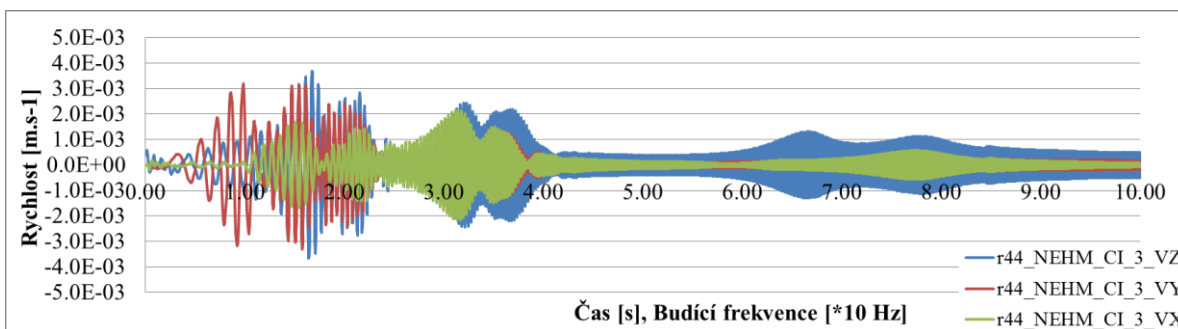
P-Graf 236 Výchylka uzlu.



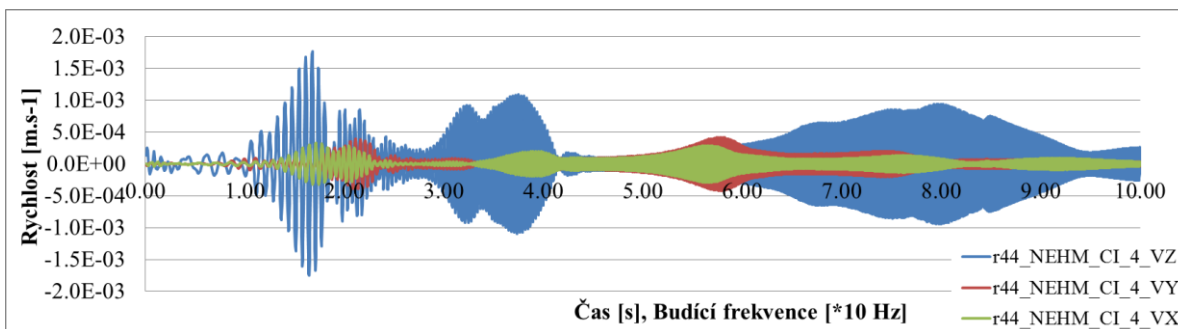
P-Graf 237 Rychlost uzlu.



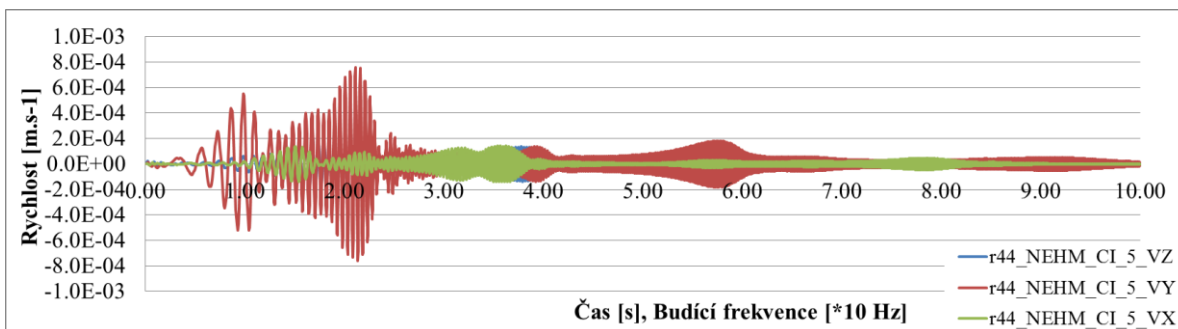
P-Graf 238 Rychlost uzlu.



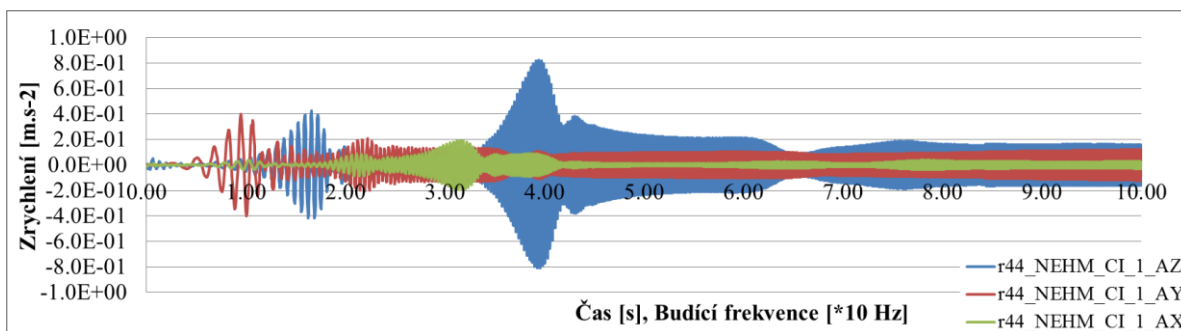
P-Graf 239 Rychlost uzlu.



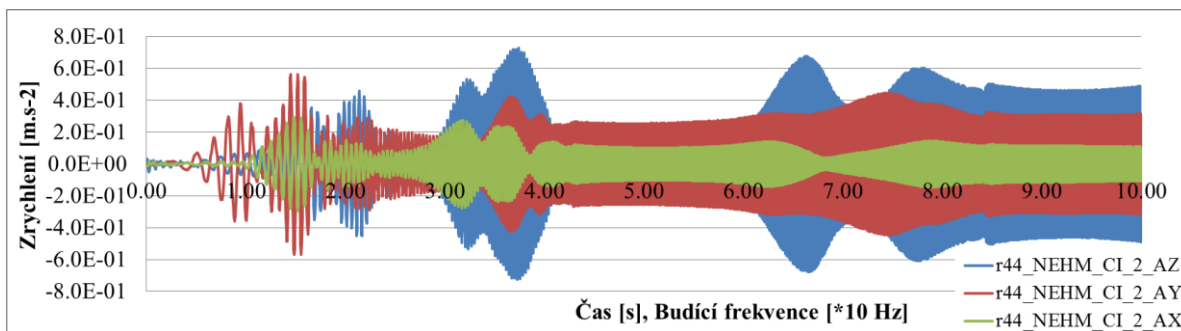
P-Graf 240 Rychlost uzlu.



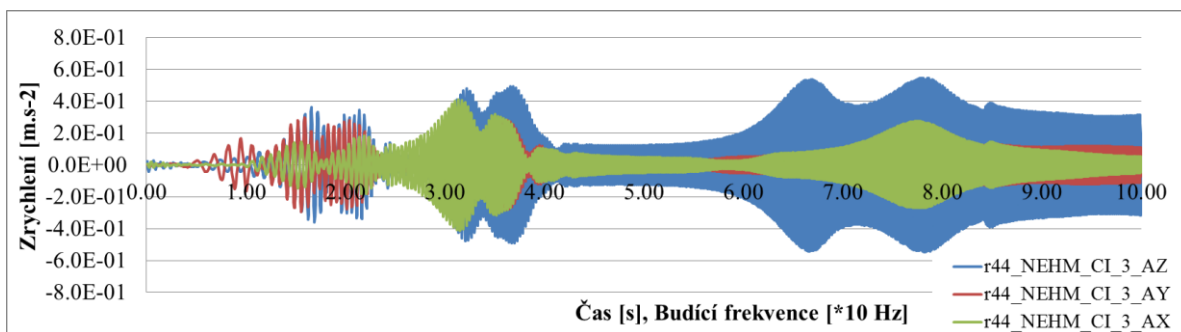
P-Graf 241 Rychlost uzlu.



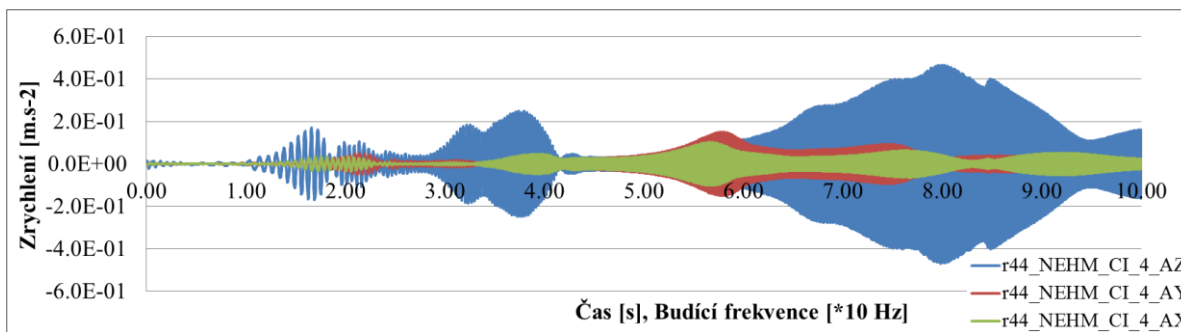
P-Graf 242 Zrychlení uzlu.



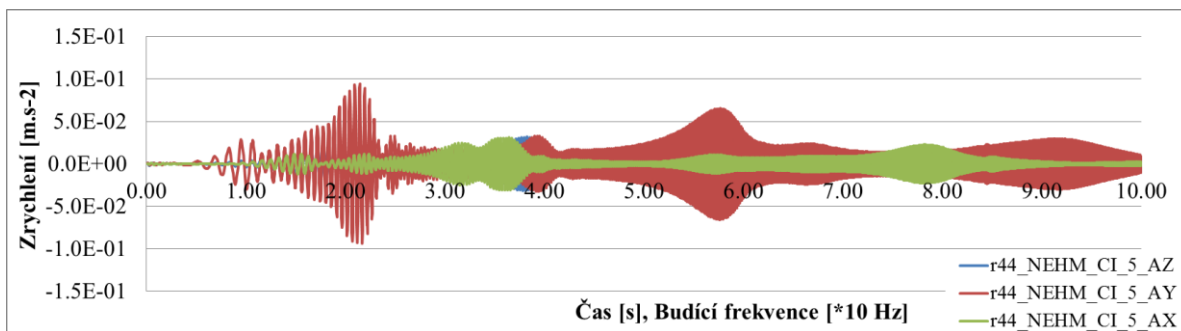
P-Graf 243 Zrychlení uzlu.



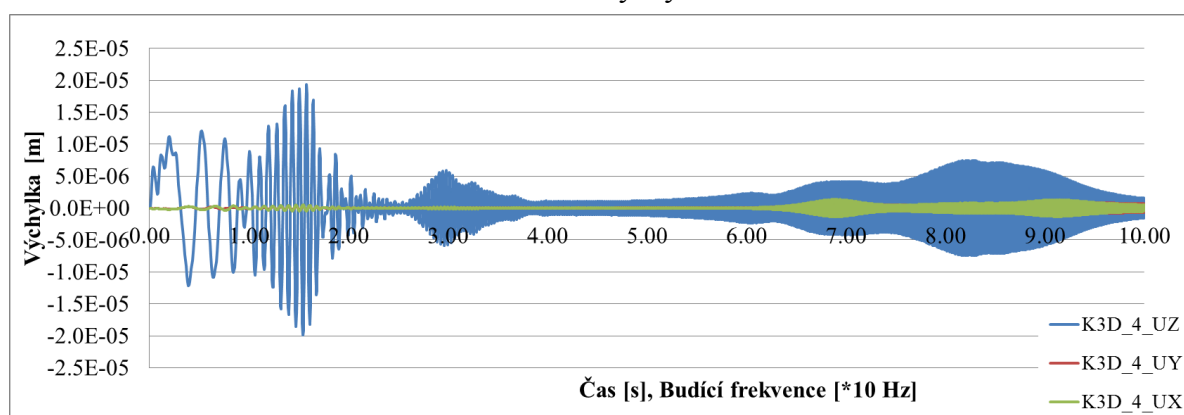
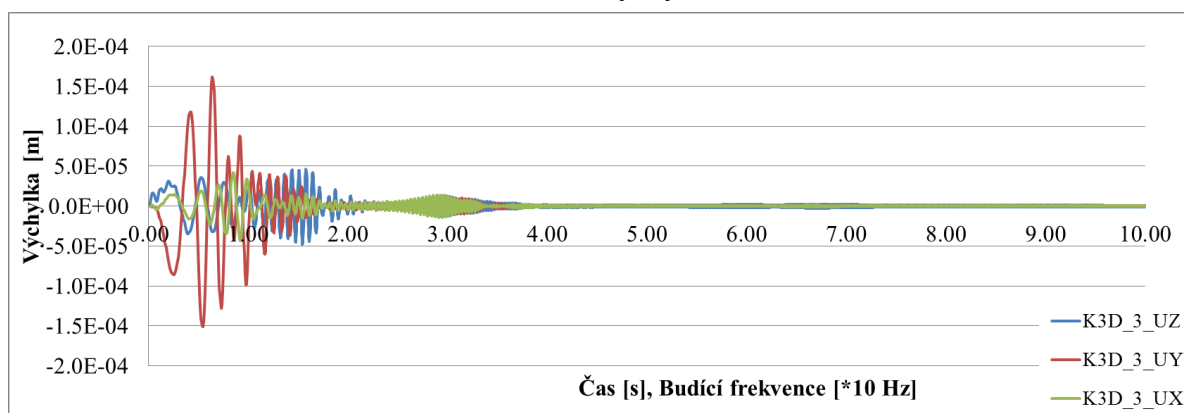
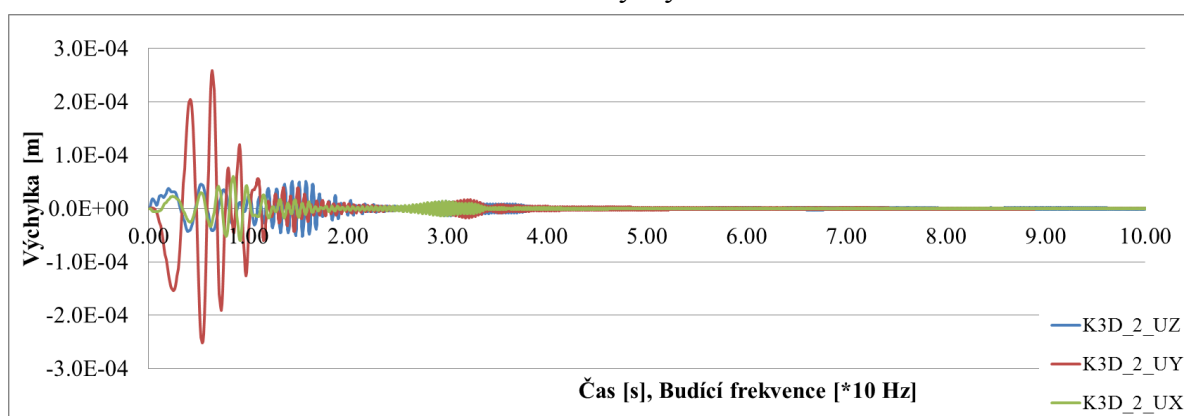
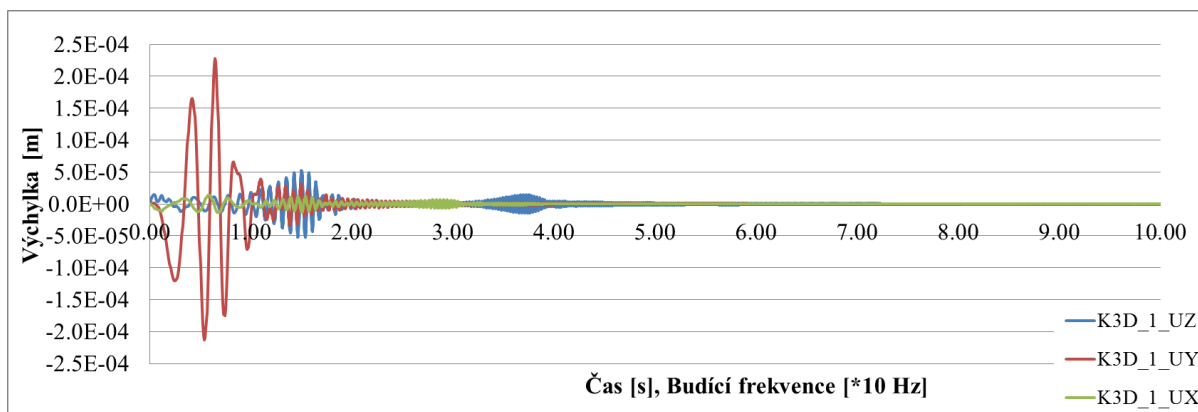
P-Graf 244 Zrychlení uzlu.

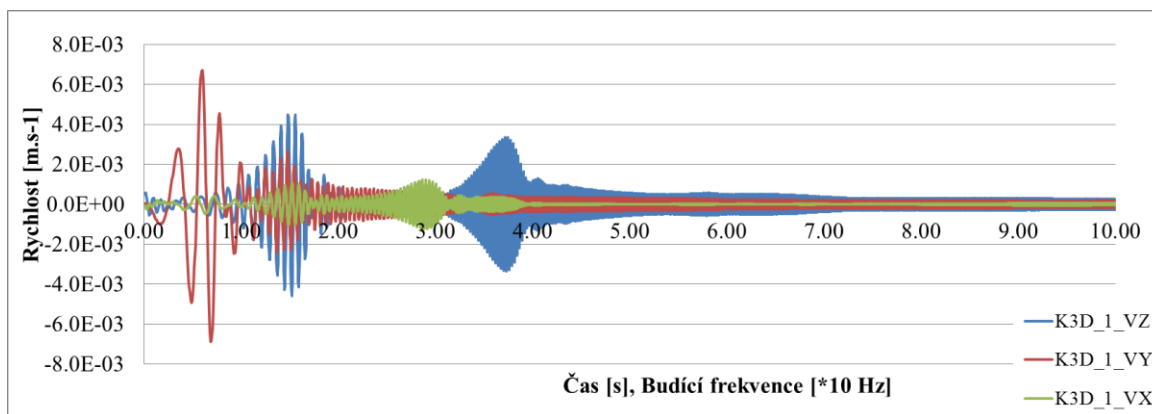


P-Graf 245 Zrychlení uzlu.

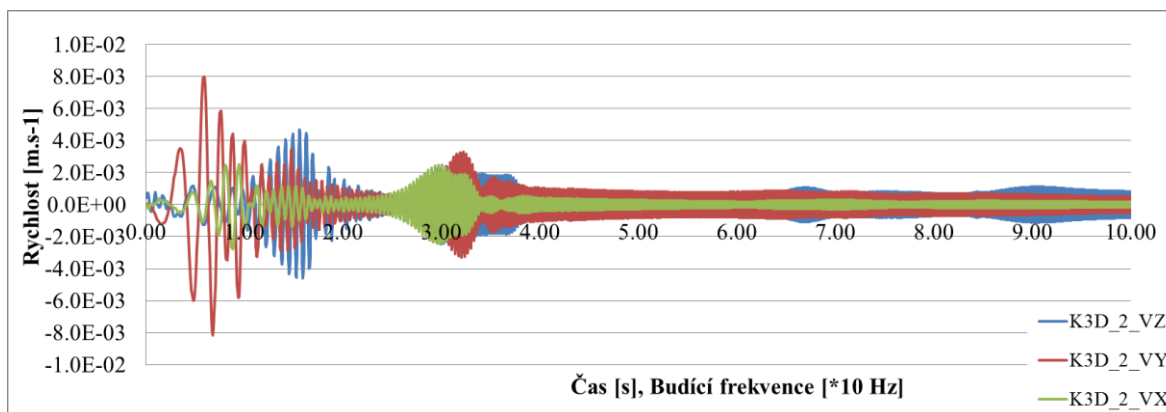


P-Graf 246 Zrychlení uzlu.

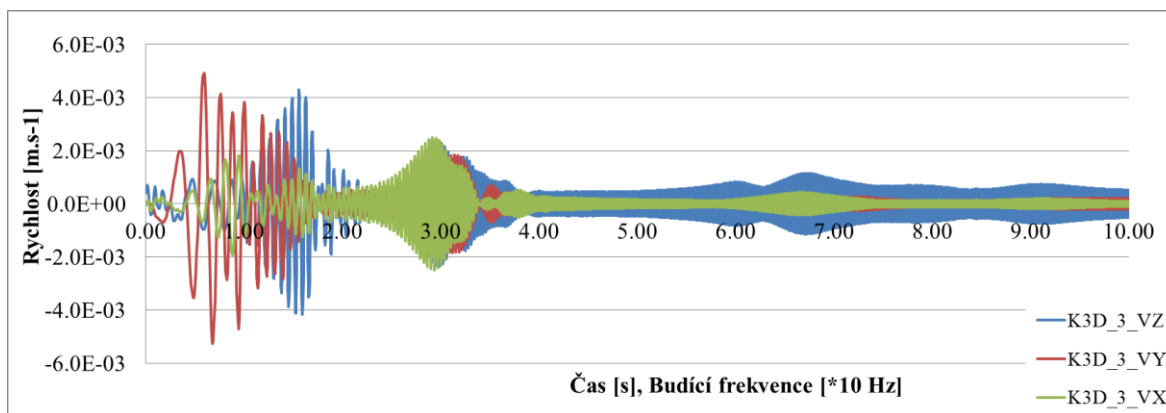




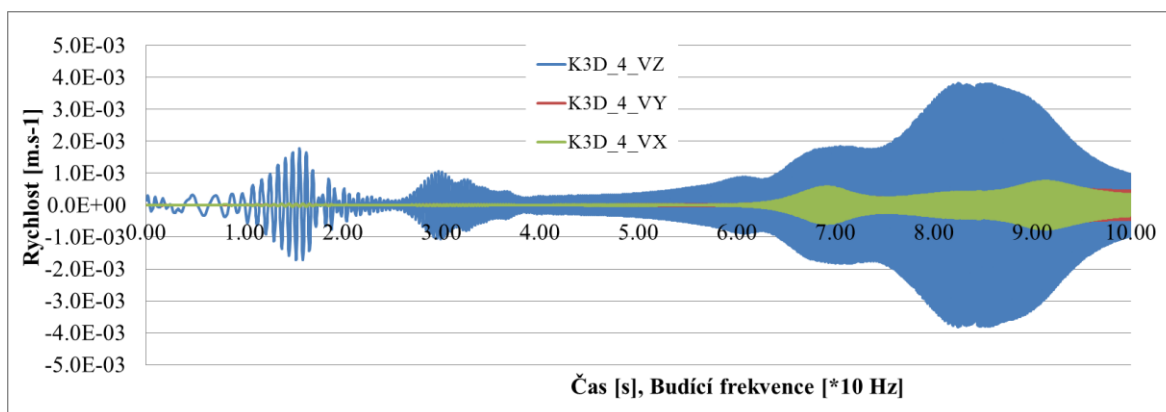
P-Graf 251 Rychlost uzlu.



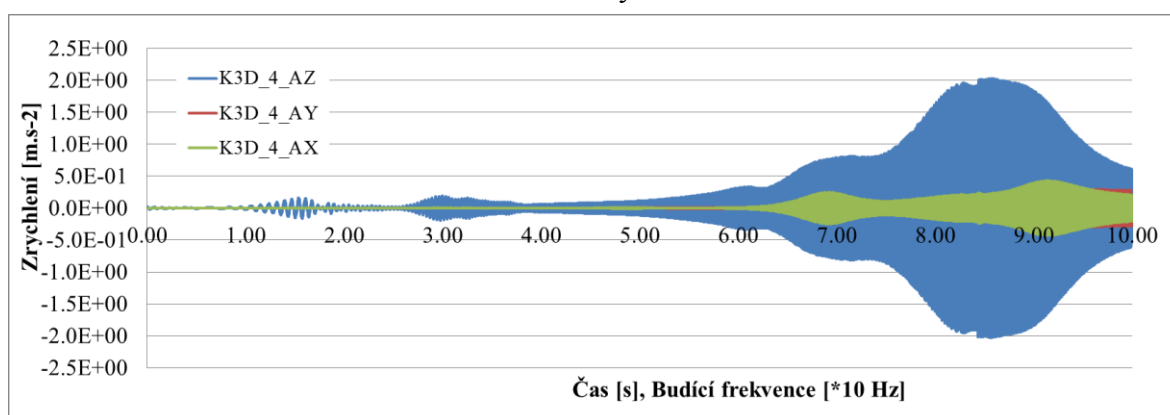
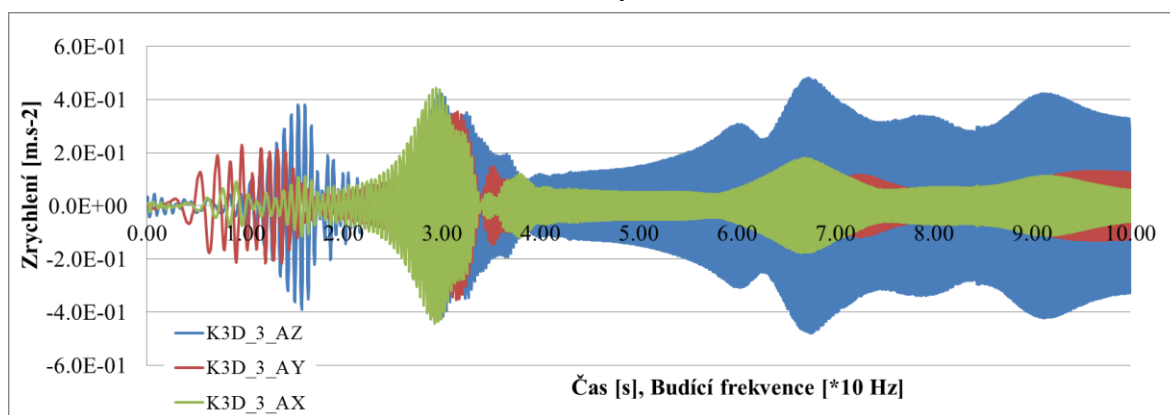
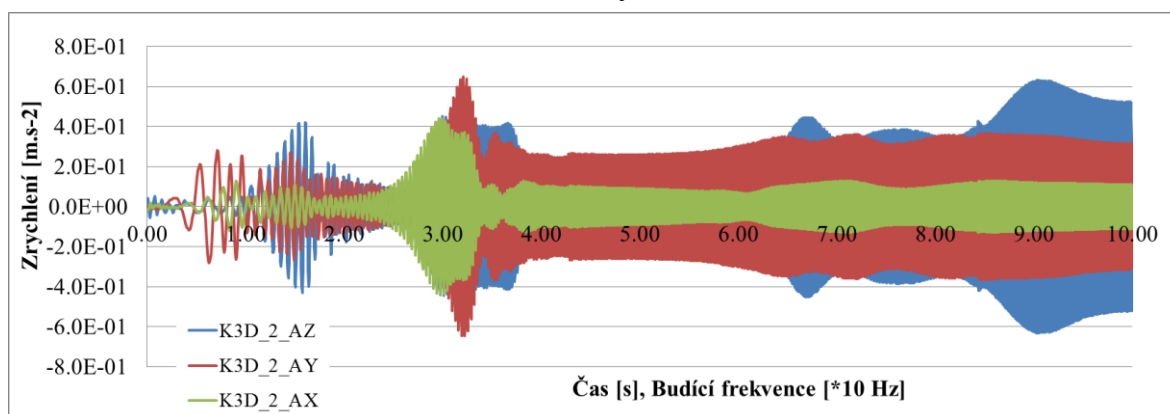
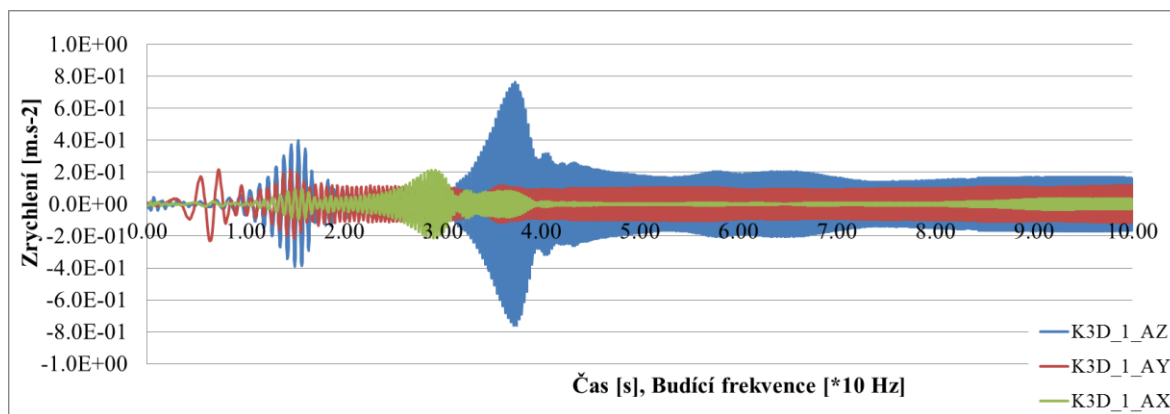
P-Graf 252 Rychlost uzlu.

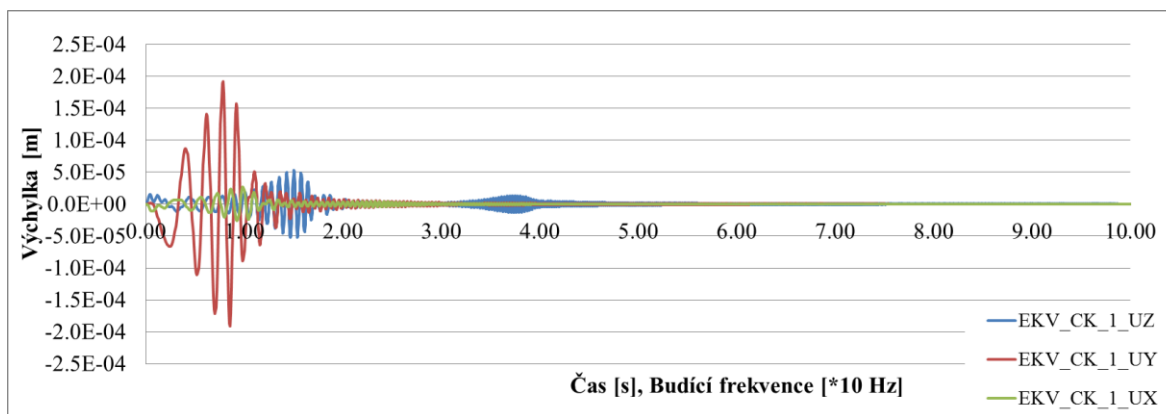


P-Graf 253 Rychlost uzlu.

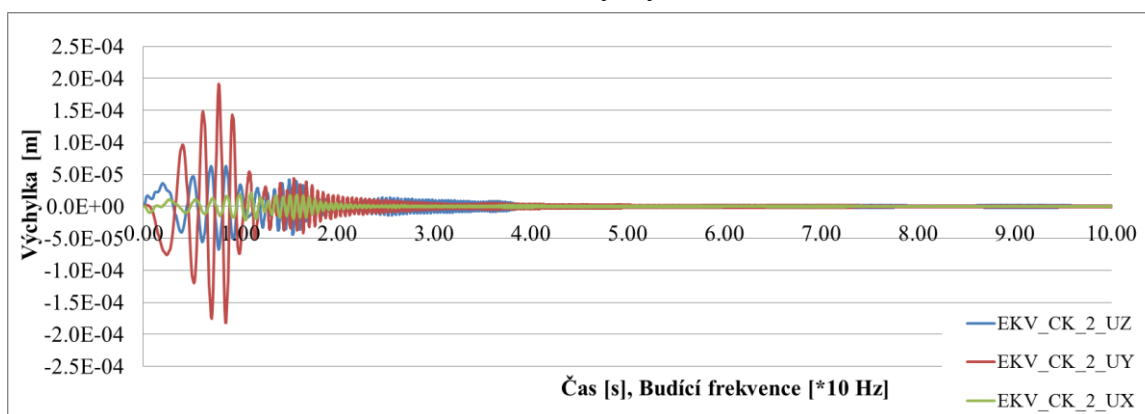


P-Graf 254 Rychlost uzlu.

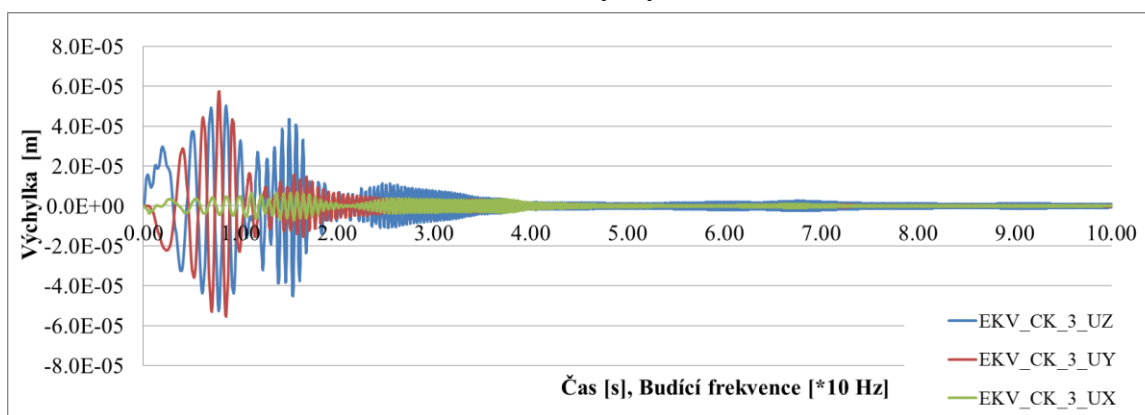




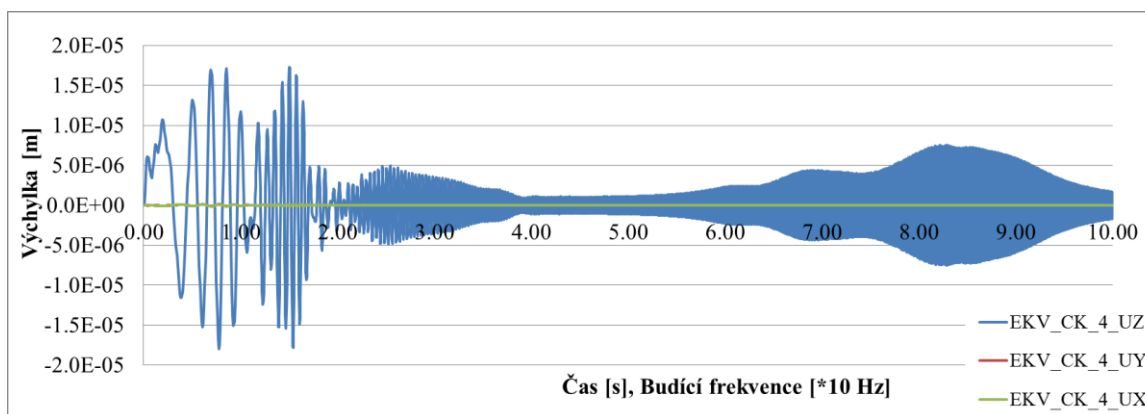
P-Graf 259 Výchylka uzlu.



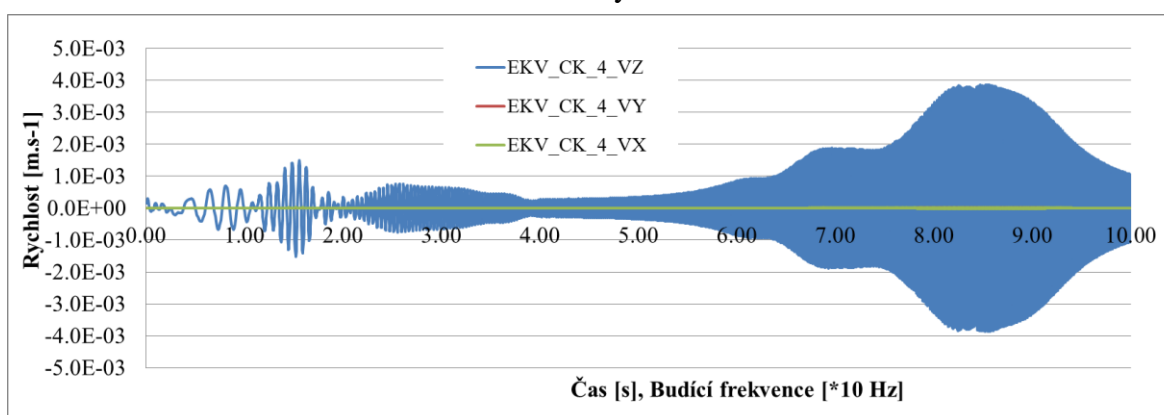
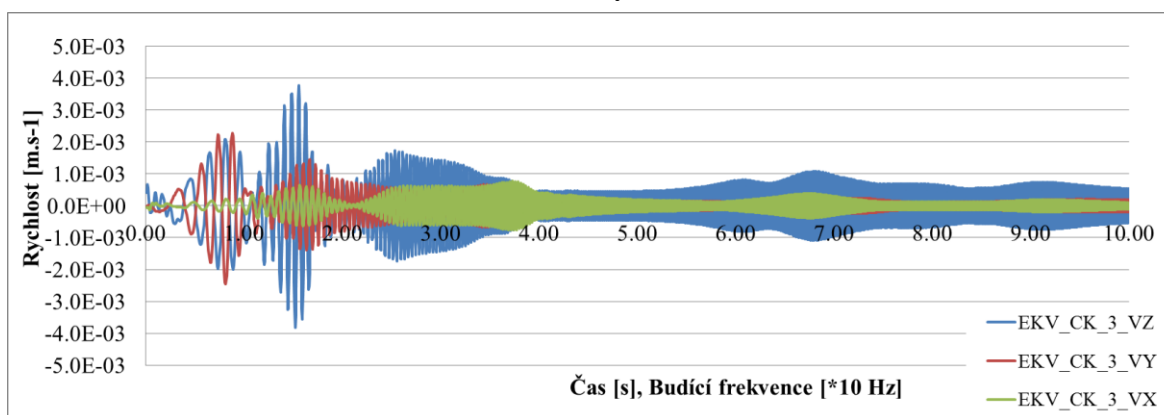
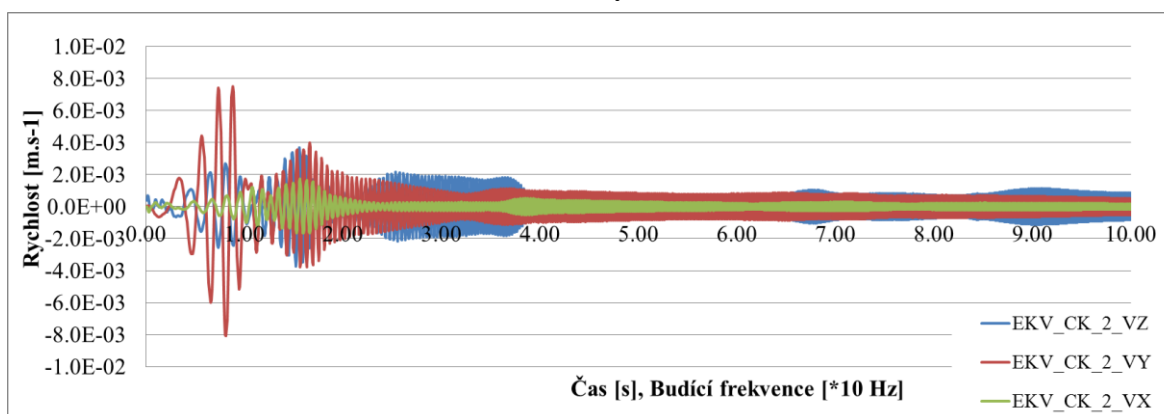
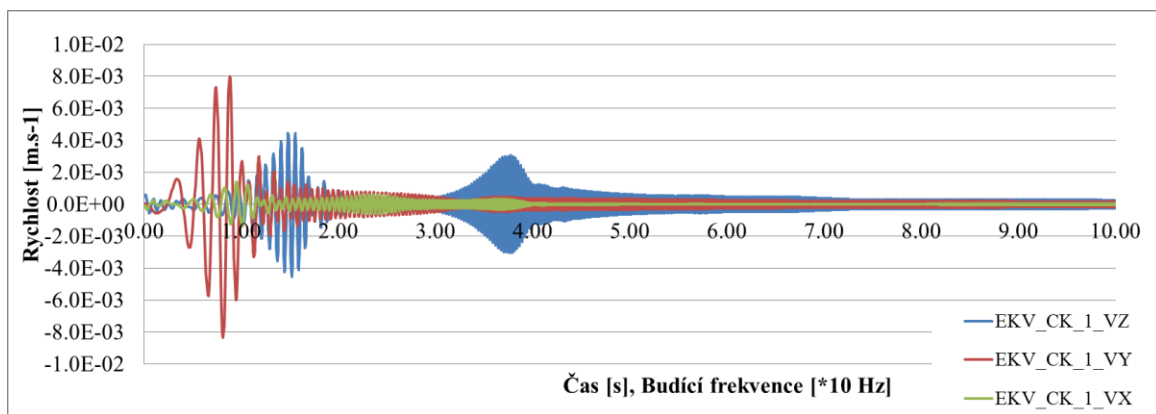
P-Graf 260 Výchylka uzlu.

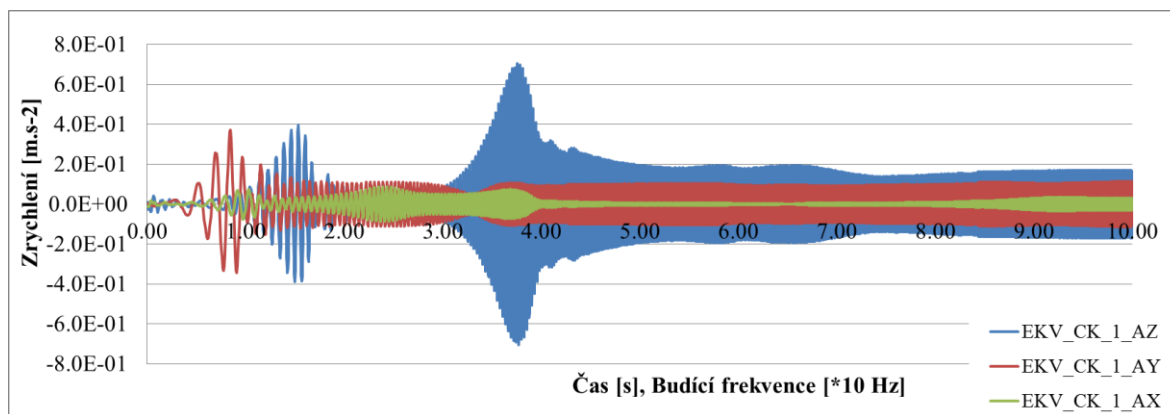


P-Graf 261 Výchylka uzlu.

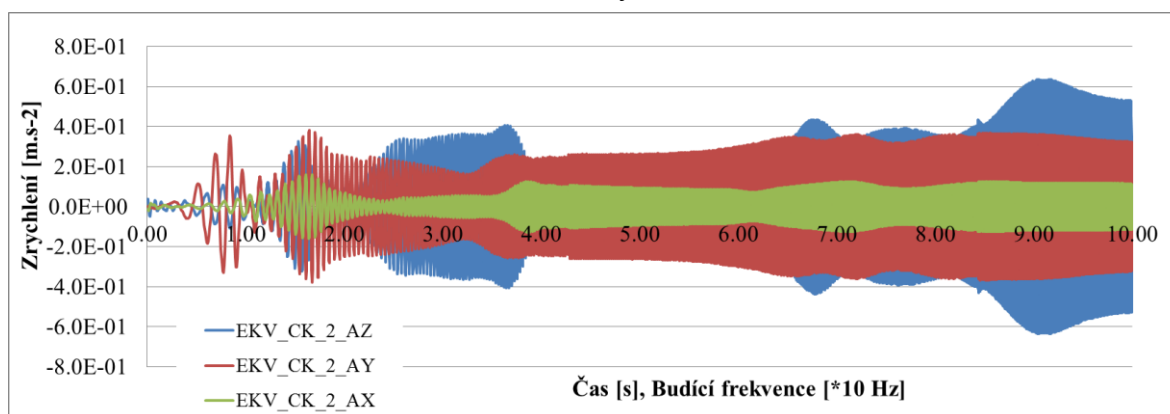


P-Graf 262 Výchylka uzlu.

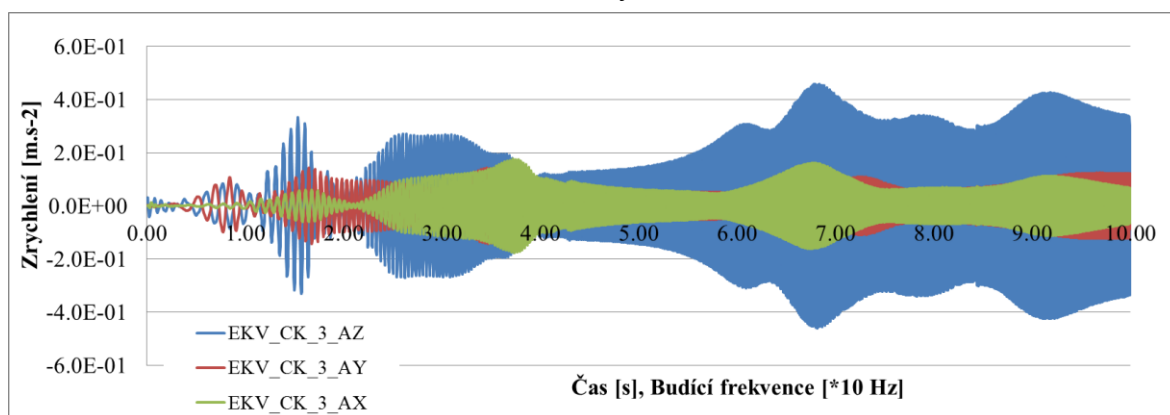




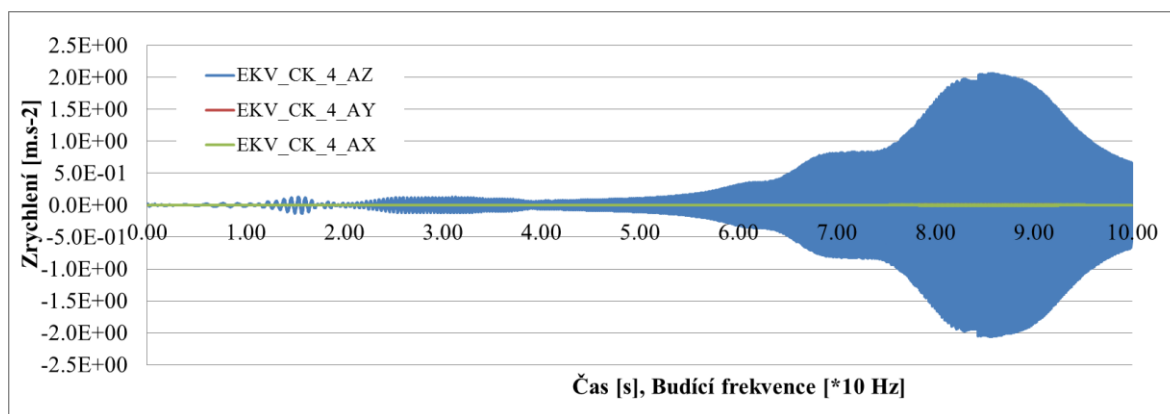
P-Graf 267 Zrychlení uzlu.



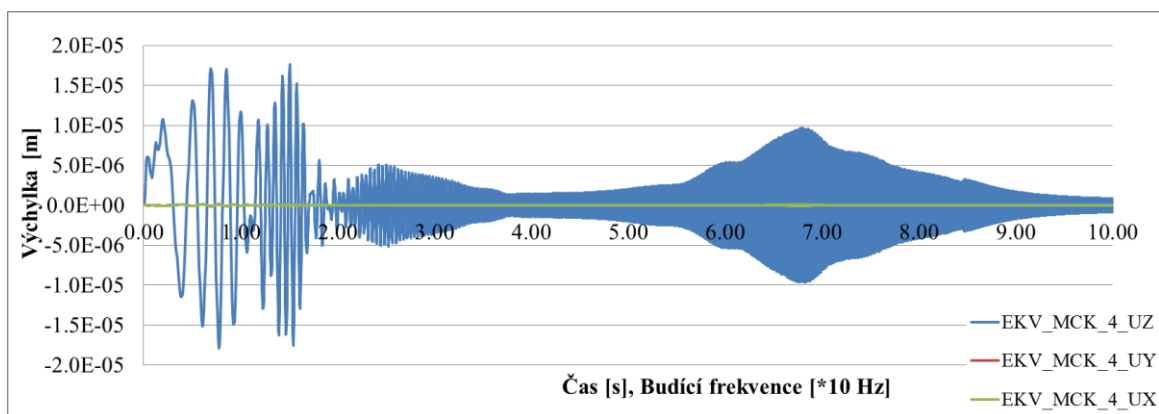
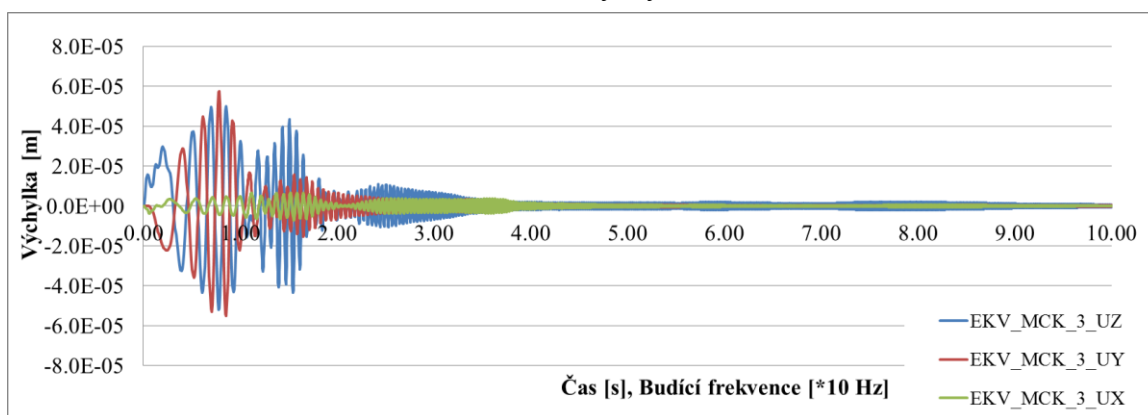
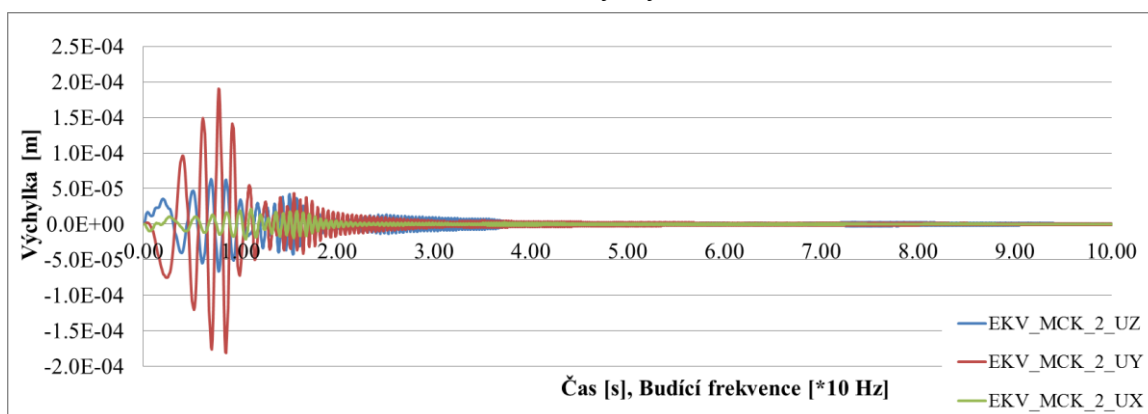
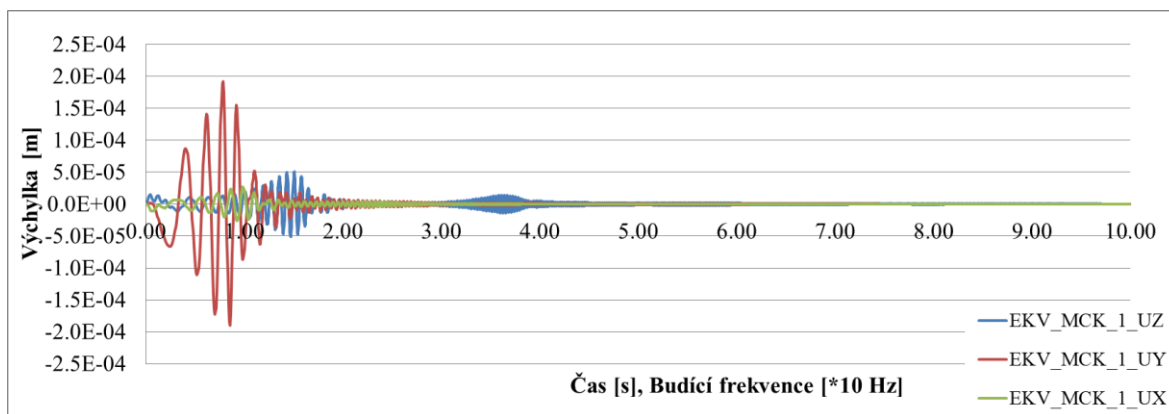
P-Graf 268 Zrychlení uzlu.

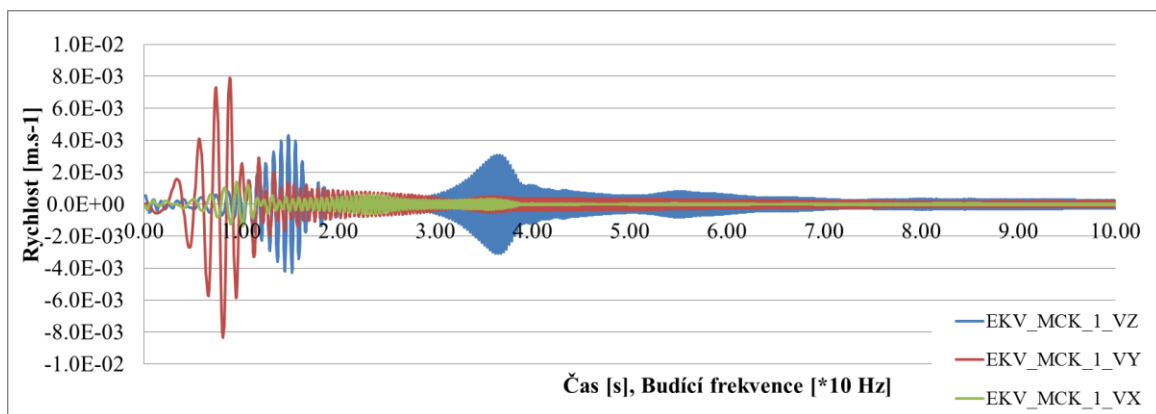


P-Graf 269 Zrychlení uzlu.

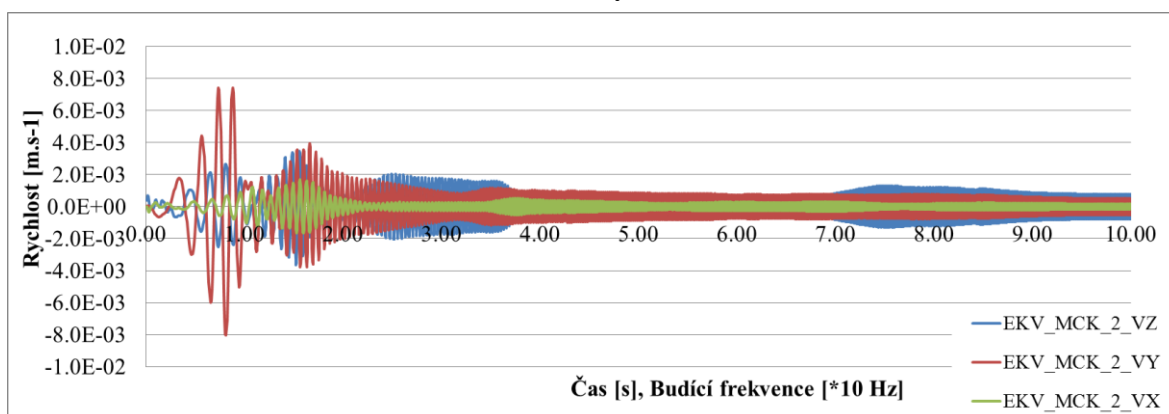


P-Graf 270 Zrychlení uzlu.

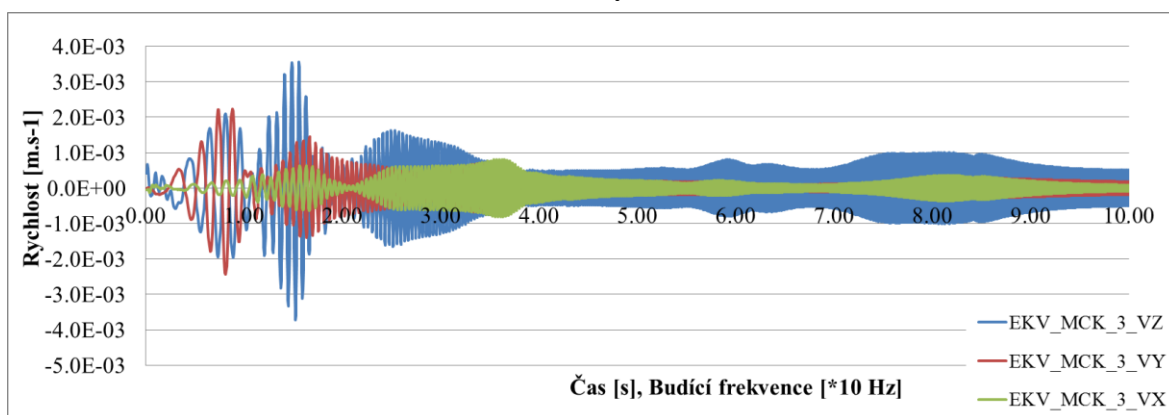




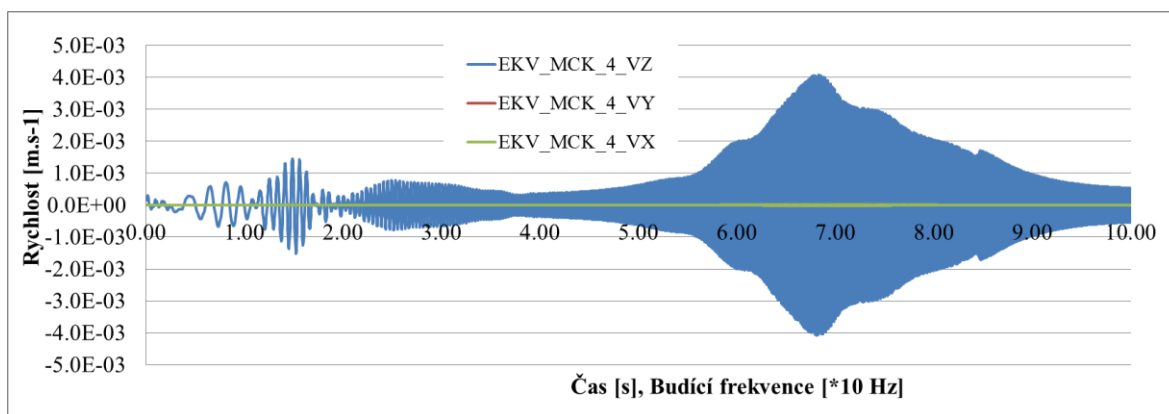
P-Graf 275 Rychlost uzlu.



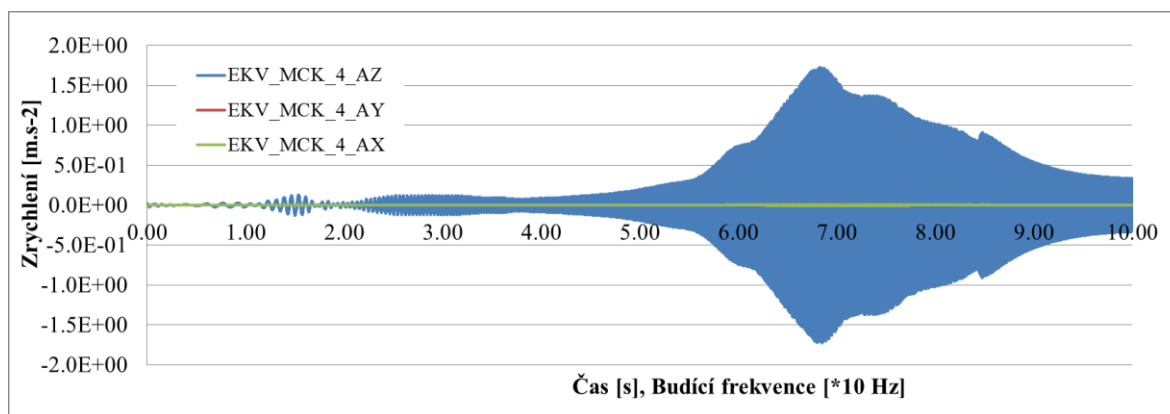
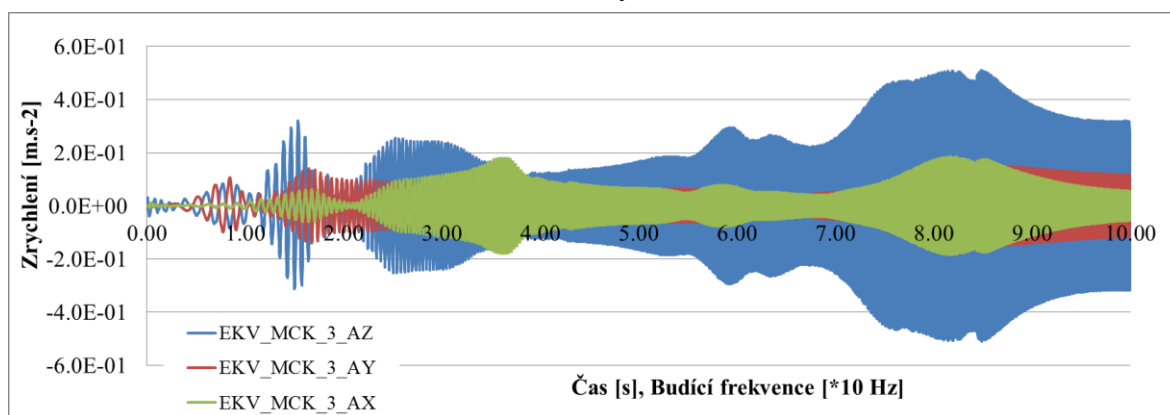
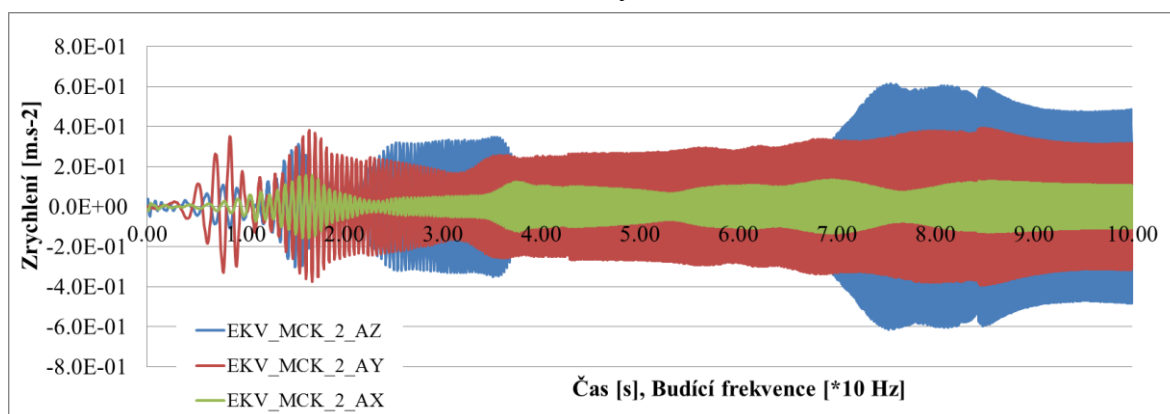
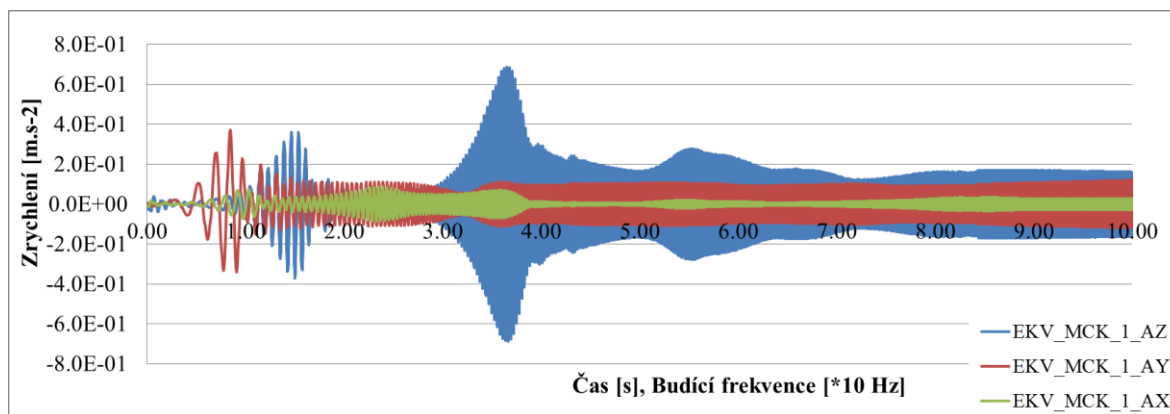
P-Graf 276 Rychlost uzlu.



P-Graf 277 Rychlost uzlu.



P-Graf 278 Rychlost uzlu.



8.5 Vstupní soubory

Makro I

```

=====
!===ZADÁNÍ PARAMETRŮ
=====

par001= 44                ! Poloměr bloku podzákladí                1
par002= 0                 ! Sx = souřadnice X středu kruhu bloku zeminy    2
par003= 0                 ! Sy = souřadnice Y středu kruhu bloku zeminy    3
par004= -1.25            ! Sz = souřadnice Z umístění základu            4
par005= 20                ! Diskretizace = počet prvků od hrany základu ke konci modelované oblasti podzákladí  5
par006= 1.2**(par005-1)  ! Koeff. velikosti násl. prvku                  6
par007= 0                 ! Tvar základového bloku, 1-kruh, 0-kvadr       7
par008= 1                 ! Okrajová podmínka na svislé hranici modelované oblasti, 1-kluzná, 2-vetknutí, 3-pruží  8
par009= 25                ! Délka nahrazeného pásu zeminy pro Winklerovu op.  9
par010= 100              ! Číslo typu (materiálu) první vrstvy zeminy    10

par011= 149000000        ! Člen polynomu u X0 funkce E                    11
par012= 5960000          ! Člen polynomu u X1 funkce E                    12
par013= 0                 ! Člen polynomu u X2 funkce E                    13
par014= 0                 ! Člen polynomu u X3 funkce E                    14
par015= 0.49             ! Člen polynomu u X0 funkce v (Poissonova konst.)  15
par016= 0                 ! Člen polynomu u X1 funkce v (Poissonova konst.)  16
par017= 0                 ! Člen polynomu u X2 funkce v (Poissonova konst.)  17
par018= 0                 ! Člen polynomu u X3 funkce v (Poissonova konst.)  18
par019= 1980             ! Člen polynomu u X0 funkce ρ ( hustota)          19
par020= 0                 ! Člen polynomu u X1 funkce ρ ( hustota)          20
par021= 0                 ! Člen polynomu u X2 funkce ρ ( hustota)          21
par022= 0                 ! Člen polynomu u X3 funkce ρ ( hustota)          22

par025= 50000            ! Počet počítaných vlastních tvarů kmitání      23

!===REZERVOVANÉ PARAMETRY
!par051                   ! Počet vrstev pod základovou spárou            24
!par052                   ! Počet vrstev nad základovou spárou            25
!par053                   ! Počet prvků po obvodu základu                 26
!par054                   ! Počet kvadrantů bloků zeminy                 27
!par055                   ! Číslo středového uzlu modelu podzákladí v základové spáře  28
!par100-par110, i, j, k   ! Parametry používané pro cykly                 29

/prep7                    ! Výpočet šířky kvádrů bloku zeminy (z rovnosti ploch)  31
pi= 4*atan(1)             32
*if,par007,EQ,0,then      33
par001=0.5*par001*pi**0.5 34
*else                     35
*endif                    36

```

Makro II

```

=====
!===VÝPOČET PARAMETRŮ PODZÁKLADÍ
=====

/input, vrstvypod,txt     37
/input, vrstvynad,txt    38

*get,par051,parm,vrstvypod,dim,1 39
*get,par052,parm,vrstvynad,dim,1 40

```


!===VDSTVY POD (ZÁKLADOVOU SPÁROU)	41
*set,vrstvpod(1,2,1),par004	42
*set,vrstvpod(1,3,1),vrstvpod(1,2,1)-vrstvpod(1,1,1)	43
par100=0.5*(vrstvpod(1,2,1)+vrstvpod(1,3,1))	44
*set,vrstvpod(1,4,1),par011+par012*par100+par013*par100**2+par014*par100**3	45
*set,vrstvpod(1,5,1),par015+par016*par100+par017*par100**2+par018*par100**3	46
*set,vrstvpod(1,6,1),par019+par020*par100+par021*par100**2+par022*par100**3	47
*set,vrstvpod(1,7,1),par010+par052+1	48
*do,i,2,par051-1	49
*set,vrstvpod(i,2,1),-vrstvpod(i-1,1,1)+vrstvpod(i-1,2,1)	50
*set,vrstvpod(i,3,1),vrstvpod(i,2,1)-vrstvpod(i,1,1)	51
par100=0.5*(vrstvpod(i,2,1)+vrstvpod(i,3,1))	52
*set,vrstvpod(i,4,1),par011+par012*par100+par013*par100**2+par014*par100**3	53
*set,vrstvpod(i,5,1),par015+par016*par100+par017*par100**2+par018*par100**3	54
*set,vrstvpod(i,6,1),par019+par020*par100+par021*par100**2+par022*par100**3	55
*set,vrstvpod(i,7,1),par010+par052+i	56
*enddo	57
!===VDSTVY NAD (ZÁKLADOVOU SPÁROU)	58
*set,vrstvynad(1,2,1),par004	59
*set,vrstvynad(1,3,1),vrstvynad(1,2,1)-vrstvynad(1,1,1)	60
par100=0.5*(vrstvynad(1,2,1)+vrstvynad(1,3,1))	61
*set,vrstvynad(1,4,1),par011+par012*par100+par013*par100**2+par014*par100**3	62
*set,vrstvynad(1,5,1),par015+par016*par100+par017*par100**2+par018*par100**3	63
*set,vrstvynad(1,6,1),par019+par020*par100+par021*par100**2+par022*par100**3	64
*set,vrstvynad(1,7,1),par010+par052	65
*do,i,2,par052-1	66
*set,vrstvynad(i,2,1),-vrstvynad(i-1,1,1)+vrstvynad(i-1,2,1)	67
*set,vrstvynad(i,3,1),vrstvynad(i,2,1)-vrstvynad(i,1,1)	68
par100=0.5*(vrstvynad(i,2,1)+vrstvynad(i,3,1))	69
*set,vrstvynad(i,4,1),par011+par012*par100+par013*par100**2+par014*par100**3	70
*set,vrstvynad(i,5,1),par015+par016*par100+par017*par100**2+par018*par100**3	71
*set,vrstvynad(i,6,1),par019+par020*par100+par021*par100**2+par022*par100**3	72
*set,vrstvynad(i,7,1),par010+par052-i	73
*enddo	74
!===PARAMETRY POMOCNÝCH PRVKŮ PRO TVORBU SÍŤE	
et,5000,mesh200	75
keyopt,5000,1,6	76
keyopt,5000,2,0	77
et,5001,mesh200	78
keyopt,5001,1,10	79
keyopt,5001,2,0	80
et,5002,mesh200	81
keyopt,5002,1,0	82
keyopt,5002,2,0	83
!===PARAMETRY PRO PRVKY PODZÁKLADÍ	
*do,i,1,par051	84
et,vrstvpod(i,7,1),45,	85
mp,ex,vrstvpod(i,7,1),vrstvpod(i,4,1)	86
mp,nuxy,vrstvpod(i,7,1),vrstvpod(i,5,1)	87
mp,dens,vrstvpod(i,7,1),vrstvpod(i,6,1)	88
r,vrstvpod(i,7,1),999	89
*enddo	90
*do,i,1,par052	91
et,vrstvynad(i,7,1),45,	92
mp,ex,vrstvynad(i,7,1),vrstvynad(i,4,1)	93
mp,nuxy,vrstvynad(i,7,1),vrstvynad(i,5,1)	94
mp,dens,vrstvynad(i,7,1),vrstvynad(i,6,1)	95
r,vrstvynad(i,7,1),999	96
i=i+1	97
*enddo	98

Makro III

!=====	
!===TVORBA GEOMETRIE V ÚROVNI ZÁKLADOVÉ SPÁRY	
!=====	
!===TVORBA GEOMETRIE POD ZÁKLADEM	
/prep7	99
csys,0	100
allsel	101
nsel,s,loc,z,par004	102
mat,5000	103
type,5000	104
real,5000	105
esurf	106
esel,s,type,,5000	107
cm,ce_001,elem	108
cm,cn_001,node	109
nsel,r,ext	110
cm,cn_002,node	111
cmset,s,cn_002	112
*get,par053,node,0,count	113
!===VÝPOČET ORIENTOVANÉHO ÚHLU UZLŮ	114
*dim,uzly01,array,par053,8,1, , ,	115
*do,i,1,par053	116
*get,par100,node,0,num,min	117
*set,uzly01(i,1,1),par100	118
*get,par101,node,par100,loc,x	119
*set,uzly01(i,2,1),par101-par002	120
*get,par102,node,par100,loc,y	121
*set,uzly01(i,3,1),par102-par003	122
*set,uzly01(i,4,1),(par101**2+par102**2)**0.5	123
*if,uzly01(i,2,1),gt,0,and,uzly01(i,3,1),eq,0,then	124
*set,uzly01(i,5,1),0	125
*elseif,uzly01(i,2,1),eq,0,and,uzly01(i,3,1),gt,0,	126
*set,uzly01(i,5,1),(0.5)*pi	127
*elseif,uzly01(i,2,1),lt,0,and,uzly01(i,3,1),eq,0,	128
*set,uzly01(i,5,1),(1.0)*pi	129
*elseif,uzly01(i,2,1),eq,0,and,uzly01(i,3,1),lt,0,	130
*set,uzly01(i,5,1),(1.5)*pi	131
*elseif,uzly01(i,2,1),gt,0,and,uzly01(i,3,1),gt,0	132
*set,uzly01(i,5,1),atan(uzly01(i,3,1)/uzly01(i,2,1))	133
*elseif,uzly01(i,2,1),lt,0,and,uzly01(i,3,1),gt,0	134
*set,uzly01(i,5,1),atan(uzly01(i,3,1)/uzly01(i,2,1))+pi	135
*elseif,uzly01(i,2,1),lt,0,and,uzly01(i,3,1),lt,0	136
*set,uzly01(i,5,1),atan(uzly01(i,3,1)/uzly01(i,2,1))+pi	137
*else	138
*set,uzly01(i,5,1),atan(uzly01(i,3,1)/uzly01(i,2,1))+2*pi	139
*endif	140
nsel,u,,par100	141
*enddo	142
!===SEŘAZENÍ UZLŮ PODLE OR. ÚHLU	143
*dim,oldorder,,par053	144
*moper,oldorder(1),uzly01(1,1),sort,uzly01(1,5)	145
!===SMĚRNICE PŘÍMEK DANÁ UZLY i a i+1 (pro nalezení rohových uzlů)	146
*do,i,1,par053-1	147
*set,uzly01(i,6,1),uzly01(i+1,2,1)-uzly01(i,2,1)	148
*set,uzly01(i,7,1),uzly01(i+1,3,1)-uzly01(i,3,1)	149
*enddo	150

*set,uzly01(par053,6,1),uzly01(1,2,1)-uzly01(par053,2,1)	151
*set,uzly01(par053,7,1),uzly01(1,3,1)-uzly01(par053,3,1)	152
*do,i,1,par053	153
*if,uzly01(i,6,1),gt,0,and,uzly01(i,7,1),eq,0,then	154
*set,uzly01(i,8,1),0	155
*elseif,uzly01(i,6,1),eq,0,and,uzly01(i,7,1),gt,0,	156
*set,uzly01(i,8,1),(0.5)*pi	157
*elseif,uzly01(i,6,1),lt,0,and,uzly01(i,7,1),eq,0,	158
*set,uzly01(i,8,1),(1.0)*pi	159
*elseif,uzly01(i,6,1),eq,0,and,uzly01(i,7,1),lt,0,	160
*set,uzly01(i,8,1),(1.5)*pi	161
*elseif,uzly01(i,6,1),gt,0,and,uzly01(i,7,1),gt,0	162
*set,uzly01(i,8,1),atan(uzly01(i,7,1)/uzly01(i,6,1))	163
*elseif,uzly01(i,6,1),lt,0,and,uzly01(i,7,1),gt,0	164
*set,uzly01(i,8,1),atan(uzly01(i,7,1)/uzly01(i,6,1))+pi	165
*elseif,uzly01(i,6,1),lt,0,and,uzly01(i,7,1),lt,0	166
*set,uzly01(i,8,1),atan(uzly01(i,7,1)/uzly01(i,6,1))+pi	167
*else	168
*set,uzly01(i,8,1),atan(uzly01(i,7,1)/uzly01(i,6,1))+2*pi	169
*endif	170
*enddo	171
!===SEŘAZENÍ UZLŮ PODLE OR. ÚHLU OD POČÁTEČNÍHO ROHOVÉHO BODU	172
*do,i,1,par053	173
*if,uzly01(par053,8,1),EQ,uzly01(1,8,1),then	174
par100=uzly01(par053,1,1)	175
par101=uzly01(par053,2,1)	176
par102=uzly01(par053,3,1)	177
par103=uzly01(par053,4,1)	178
par104=uzly01(par053,5,1)	179
par105=uzly01(par053,6,1)	180
par106=uzly01(par053,7,1)	181
par107=uzly01(par053,8,1)	182
*do,j,1,par053-1	183
*set,uzly01(par053-j,1,1),uzly01(par053-j-1,1,1)	184
*set,uzly01(par053-j,2,1),uzly01(par053-j-1,2,1)	185
*set,uzly01(par053-j,3,1),uzly01(par053-j-1,3,1)	186
*set,uzly01(par053-j,4,1),uzly01(par053-j-1,4,1)	187
*set,uzly01(par053-j,5,1),uzly01(par053-j-1,5,1)	188
*set,uzly01(par053-j,6,1),uzly01(par053-j-1,6,1)	189
*set,uzly01(par053-j,7,1),uzly01(par053-j-1,7,1)	190
*set,uzly01(par053-j,8,1),uzly01(par053-j-1,8,1)	191
*enddo	192
*set,uzly01(1,1,1),par100	193
*set,uzly01(1,2,1),par101	194
*set,uzly01(1,3,1),par102	195
*set,uzly01(1,4,1),par103	196
*set,uzly01(1,5,1),par104	197
*set,uzly01(1,6,1),par105	198
*set,uzly01(1,7,1),par106	199
*set,uzly01(1,8,1),par107	200
*endif	201
*enddo	202
!===URČENÍ POČTU KVADRANTŮ	203
par054=1	204
*do,i,1,par053-1	205
*if,uzly01(i,8,1),NE,uzly01(i+1,8,1),then	206
par054=par054+1	207
*endif	208
*enddo	209

*dim,kvadranty,array,par054,6,1, , ,	210
*SET,kvadranty(1,1,1),uzly01(1,1,1)	211
*SET,kvadranty(par054,2,1),uzly01(1,1,1)	212
i=1	213
j=1	214
*do,xx,1,par053-1	215
*if,uzly01(i,8,1),ne,uzly01(i+1,8,1),then	216
*set,kvadranty(j,2,1),uzly01(i+1,1,1)	217
*set,kvadranty(j+1,1,1),uzly01(i+1,1,1)	218
j=j+1	219
*endif	220
i=i+1	221
*enddo	222
 !===VYTVOŘENÍ STŘEDOVÉHO UZLU	223
csys,0	224
allsel	225
nset,inve	226
n,,par002,par003,par004	227
*get,par055,node,0,num,max	228
allsel	229
 !===VÝPOČET KVADRANTŮ	230
*do,i,1,par054	231
cs,10%i%,0,kvadranty(i,1,1),kvadranty(i,2,1),par055,1,1,	232
cs,20%i%,0,par055,kvadranty(i,1,1),kvadranty(i,2,1),1,1,	233
cs,30%i%,0,par055,kvadranty(i,2,1),kvadranty(i,1,1),1,1,	234
cs,40%i%,par007,par055,kvadranty(i,1,1),kvadranty(i,2,1),1,1,	235
csys,10%i%	236
*get,par100,node,kvadranty(i,2,1),loc,x	237
nset,r,loc,X,0,par100	238
nset,r,loc,y,0	239
nset,r,loc,z,0	240
cm,cn_k%i%,node	241
*get,par100,node,0,count	242
*set,kvadranty(i,5,1),par100	243
*set,kvadranty(i,6,1),par005+1	244
csys	245
*enddo,i	246
 !===PRVNÍ ŘADA (hranice u základu)	247
*do,i,1,par054	248
csys,10%i%	249
cmset,s,cn_k%i%	250
*get,par100,node,0,count	251
*dim,kva_%i%,array,par100,3,1, , ,	252
*do,j,1,par100	253
*get,par101,node,0,mxloc,x	254
*set,kva_%i%(j,1,1),par101	255
nset,u,loc,x,par101	256
*enddo,j	257
*do,j,1,par100	258
cmset,s,CN_k%i%	259
nset,r,loc,x,kva_%i%(j,1,1)	260
*get,par101,node,0,num,max	261
*set,kva_%i%(j,2,1),par101	262
*enddo,j	263
*do,j,1,par100	264
allsel	265
kset,all	266
kset,inve	267
knode,0,kva_%i%(j,2,1)	268
*get,par101,KP,0,num,maX	269

*set,kva_%i%(j,3,1),par101	270
*enddo,j	271
allsel	272
*enddo,i	273
! !===KLÍČOVÉ BODY NA HRANICI MODELOVANÉ OBLASTI	274
*do,i,1,par054	275
*if,par007,EQ,1,then	276
*dim,kvb_%i%.array,2,2,1, , ,	277
csys,20%i%	278
nset,all	279
nset,inve	280
n.,par001	281
*get,par102, node, 0,num,max	282
*set,kvb_%i%(1,1,1),par102	283
kset,all	284
kset,inve	285
knode,0,kvb_%i%(1,1,1)	286
*get,par102,kp,0,num,max	287
*set,kvb_%i%(1,2,1),par102	288
csys,30%i%	289
nset,all	290
nset,inve	291
n.,par001	292
*get,par102, node, 0,num,max	293
*set,kvb_%i%(2,1,1),par102	294
kset,all	295
kset,inve	296
knode,0,kvb_%i%(2,1,1)	297
*get,par102,KP,0,num,max	298
*set,kvb_%i%(2,2,1),par102	299
allsel	300
*else	301
*dim,kvb_%i%.array,2,2,1, , ,	302
csys,10%i%	303
nset,s,,par055	304
*get,par103, node, par055,loc,x	305
*get,par104, node, par055,loc,y	306
nset,all	307
nset,inve	308
n.,par103-par001,par104-par001	309
*get,par102, node, 0,num,max	310
*set,kvb_%i%(1,1,1),par102	311
kset,all	312
kset,inve	313
knode,0,kvb_%i%(1,1,1)	314
*get,par102,kp,0,num,max	315
*set,kvb_%i%(1,2,1),par102	316
nset,all	317
nset,inve	318
n.,par103+par001,par104-par001	319
*get,par102, node, 0,num,max	320
*set,kvb_%i%(2,1,1),par102	321
kset,all	322
kset,inve	323
knode,0,kvb_%i%(2,1,1)	324
*get,par102,kp,0,num,max	325
*set,kvb_%i%(2,2,1),par102	326
allsel	327
*endif	328
*enddo,i	329

!===VYTVOŘENÍ PLOCH MIMO ZÁKLAD	330
*do,i,1,par054	331
lsel,all	332
lsel,inve	333
csys,10%i%	334
*do,j,1,kvadranty(j,5,1)-1	335
l,kva_%j%(j,3,1),kva_%j%(j+1,3,1)	336
*enddo,j	337
cm,cl_%i%a,line	338
lesize,cl_%i%a,,1,,1	339
lsel,all	340
lsel,inve	341
csys,20%i%	342
l,kva_%i%(kvadranty(i,5,1),3,1),kvb_%i%(1,2,1)	343
csys,30%i%	344
l,kva_%i%(1,3,1),kvb_%i%(2,2,1)	345
cm,cl_%i%b,line	346
lesize,cl_%i%b,,par005,par006,,1	347
lsel,all	348
lsel,inve	349
csys,40%i%	350
l,kvb_%i%(1,2,1),kvb_%i%(2,2,1)	351
cm,cl_%i%c,line	352
lesize,cl_%i%c,,kvadranty(i,5,1)-1,,1	353
csys,40%i%	354
cm,sel,a,cl_%i%a	355
cm,sel,a,cl_%i%b	356
asel,all	357
asel,inve	358
al,all	359
cm,ca_%i%,area	360
cm,sel,s,cl_%i%a	361
lccat,all	362
allsel	363
csys	364
mat,5000	365
type,5000	366
real,5000	367
amesh,ca_%i%	368
*enddo,i	369
asel,all	370
asel,inve	371
*do,i,1,par054	372
cm,sel,a,ca_%i%	373
*enddo	374
cm,ca_ext,area	375
allsel	376
!===VYTVOŘENÍ PLOCH POD ZÁKLADEM	377
csys,0	378
asel,s,,all	379
asel,inve	380
cm,sel,s,ce_001	381
*get,par100,elem,0,count	382
*do,i,1,par100	383
*get,par110,elem,0,num,min	384
*get,par101,elem,par110,node,1	385
*get,par102,elem,par110,node,2	386
*get,par103,elem,par110,node,3	387
*get,par104,elem,par110,node,4	388

ksel,s,,all	389
ksel,inve	390
nset,s,,par101	391
knode,0,all	392
*get,par105,kp,0,num,max	393
ksel,s,,all	394
ksel,inve	395
nset,s,,par102	396
knode,0,all	397
*get,par106,kp,0,num,max	398
ksel,s,,all	399
ksel,inve	400
nset,s,,par103	401
knode,0,all	402
*get,par107,kp,0,num,max	403
*if,par103,eq,par104,then	404
ksel,s,,all	405
a,par105,par106,par107	406
*else	407
ksel,s,,all	408
ksel,inve	409
nset,s,,par104	410
knode,0,all	411
*get,par108,kp,0,num,max	412
ksel,s,,all	413
a,par105,par106,par107,par108	414
*endif	415
esel,u,,par110	416
*enddo	417
cm,ca_int,area	418
allsel	419
!===ODSTRANĚNÍ CONCATENATE	420
allsel	421
cm,_y,line	422
*set,_z1,lsinqr(0,13)	423
*if,_z1,ne,0,then	424
lset,r,lcca	425
*set,_z2,lsinqr(0,13)	426
ldele,all	427
*set,_z3,_z1-_z2	428
*if,_z3,ne,0,then	429
cmset,s,_y	430
cmdele,_y	431
*endif	432
*else	433
cmset,s,_y	434
cmdele,_y	435
*endif	436
csys	437

Makro IV

```

=====
!===TVORBA VRSTEV ZEMINOVÉHO BLOKU
=====

!===POD ZÁKLADOVOU SPÁROU
/prep7 438
asel,s,,all 439
asel,inve 440
cmse1,s,ca_ext 441
cmse1,a,ca_int 442
lsla 443
lesize,all,,1,,,,1 444
mat,5000 445
type,5000 446
real,5000 447
mshkey,0 448
amesh,all 449
mshkey,1 450
*do,i,1,par051 451
    mat,vrstvypod(i,7,1) 452
    type,vrstvypod(i,7,1) 453
    real,vrstvypod(i,7,1) 454
    vse1,s,,all 455
    vse1,inve 456
    vext,all,,.0,0,-vrstvypod(i,1,1),,,, 457
    aslv 458
    lsla 459
    lesize,all,,1,,,,1 460
    vsweep,all 461
    ase1,s,loc,z,vrstvypod(i,3,1),,,, 462
*enddo 463

!===NAD ZÁKLADOVOU SPÁROU 464
asel,s,,all 465
asel,inve 466
cmse1,s,ca_ext 467
lsla 468
*do,i,1,par052 469
    mat,vrstvynad(i,7,1) 470
    type,vrstvynad(i,7,1) 471
    real,vrstvynad(i,7,1) 472
    vse1,s,,all 473
    vse1,inve 474
    lse1,all 475
    vext,all,,.0,0,-vrstvynad(i,1,1),,,, 476
    aslv 477
    lsla 478
    lesize,all,,1,,,,1 479
    vsweep,all 480
    ase1,r,loc,z,vrstvynad(i,3,1),,,, 481
*enddo 482
allsel 483

```


Makro V

!=====	
!====PŘÍRAZENÍ OKRAJOVÉ PODMÍNKY (vetknutí, kluzná, pružná)	
!=====	
!====PLÁŠŤ	
fini	484
/prep7	485
allsel	486
dde1,all	487
*if,par008,eq,3,then	488
*dim,winkler,array,par051+par052,8,1,,	489
*do,par100,1,par052	490
*set,winkler(par100,1,1),-vrstvynad(par052-par100+1,1,1)	491
*set,winkler(par100,8,1),vrstvynad(par052-par100+1,7,1)	492
*enddo	493
*do,par100,1,par051	494
*set,winkler(par100+par052,1,1),vrstvypod(par100,1,1)	495
*set,winkler(par100+par052,8,1),vrstvypod(par100,7,1)	496
*enddo	497
*set,winkler(1,2,1),0.5*winkler(1,1,1)	498
*do,par100,2,par051+par052	499
set,winkler(par100,2,1),winkler(par100-1,2,1)+0.5	
*(winkler(par100-1,1,1)+winkler(par100,1,1))	500
*enddo	501
*do,par101,1,par051+par052	502
par100=-winkler(par101,2,1)	503
*set,winkler(par101,3,1),par011+par012*par100+par013*par100**2+par014*par100**3	504
*set,winkler(par101,4,1),par015+par016*par100+par017*par100**2+par018*par100**3	505
*set,winkler(par101,5,1),par009	506
set,winkler(par101,6,1),(winkler(par101,3,1)/par009)((1-winkler(par101,4,1))/	
/((1+winkler(par101,4,1))*(1-2*winkler(par101,4,1))))	507
*enddo	508
*do,par101,1,par051+par052	509
*set,winkler(par101,7,1),vrstvypod(par051,7,1)+par101	510
*enddo	511
*do,par101,1,par051+par052	512
et,winkler(par101,7,1),154,	513
keyopt,winkler(par101,7,1),4,1	514
r,winkler(par101,7,1),,,winkler(par101,6,1),,,	515
mp,ex,winkler(par101,7,1),0,	516
mp,nuxy,winkler(par101,7,1),winkler(par101,4,1),	517
mp,dens,winkler(par101,7,1),0,	518
*enddo	519
*endif	520
*if,par007,eq,1,then	521
cs,105,1,par055,kvadranty(1,1,1),kvadranty(1,2,1),1,1,	522
csys,105	523
nse1,s,loc,x,par001	524
nrotat,all	525
*if,par008,eq,1,then	526
d,all,,,,,ux,uy,	527
*elseif,par008,eq,2,then	528
d,all,,,,,ux,uy,uz	529
*elseif,par008,eq,3,then	530
*do,par103,1,par051+par052,1	531
esel,s,type,,winkler(par103,8,1)	532
mat,winkler(par103,7,1)	533
type,winkler(par103,7,1)	534
real,winkler(par103,7,1)	535
esurf	536
*enddo	537
d,all,,,,,uy,	538
*endif	539

*else	540
*do,xx,1,par054	541
csys,10%i%	542
*get,par104,NOde,par055,loc,y	543
nse1,s,loc,y,par104-par001	544
nrotat,all	545
*if,par008,eq,1,then	546
d,all,,,,,uy,	547
*get,par100,node,0,mnloc,x	548
nse1,r,loc,x,par100	549
d,all,,,,,ux,uy,	550
*elseif,par008,eq,2,then	551
d,all,,,,,ux,uy,uz	552
*elseif,par008,eq,3,then	553
*do,par103,1,par051+par052,1	554
ese1,s,type,,winkler(par103,8,1)	555
mat,winkler(par103,7,1)	556
type,winkler(par103,7,1)	557
real,winkler(par103,7,1)	558
esurf	559
*enddo	560
d,all,,,,,ux,,	561
*endif	562
*enddo	563
*endif	564
csys	565
!===PODSTAVA	566
*get,par100,node,0,mnloc,z	567
nse1,s,loc,z,par100	568
d,all,,,,,ux,uy,uz	569
alikel	570

Makro VI

!=====	
!===PŘIŘAZENÍ OKRAJOVÉ PODMÍNKY (CI)	
!=====	
!===PLÁŠŤ	571
	572
pi = 4*atan(1)	573
*dim,ci,array,par051,6	574
etstart=1000	575
i=1	576
*set,ci(i,1,1),etstart-1+i	577
*set,ci(i,2,1),etstart+i+par051-1	578
et,ci(i,1,1),14	579
keyopt,ci(i,1,1),1,0	580
keyopt,ci(i,1,1),2,0	581
keyopt,ci(i,1,1),3,0	582
et,ci(i,2,1),14	583
keyopt,ci(i,2,1),1,0	584
keyopt,ci(i,2,1),2,0	585
keyopt,ci(i,2,1),3,0	586
vs=(vrstvypod(i,4,1)/((vrstvypod(i,6,1))*2*(1+vrstvypod(i,5,1))))*0.5	587
vp=vs*((2-2*vrstvypod(i,5,1))/(1-2*vrstvypod(i,5,1)))*0.5	588
*set,ci(i,3,1),vrstvypod(i,6,1)*vp	589
*set,ci(i,4,1),vrstvypod(i,6,1)*vs	590
*set,ci(i,5,1),ci(i,3,1)*2*pi*par001*0.5*(vrstvypod(i,1,1))*(1/par053)	591
*set,ci(i,6,1),ci(i,4,1)*2*pi*par001*0.5*(vrstvypod(i,1,1))*(1/par053)	592
r,ci(i,1,1),,ci(i,5,1)	593
r,ci(i,2,1),,ci(i,6,1)	594

*do,i,2,par051	595
*set,ci(i,1,1),etstart-1+i	596
*set,ci(i,2,1),etstart+i+par051-1	597
et,ci(i,1,1),14	598
keyopt,ci(i,1,1),1,0	599
keyopt,ci(i,1,1),2,0	600
keyopt,ci(i,1,1),3,0	601
et,ci(i,2,1),14	602
keyopt,ci(i,2,1),1,0	603
keyopt,ci(i,2,1),2,0	604
keyopt,ci(i,2,1),3,0	605
vs=(vrstvypod(i,4,1)/((vrstvypod(i,6,1))*2*(1+vrstvypod(i,5,1))))*0.5	606
vp=vs*((2-2*vrstvypod(i,5,1))/(1-2*vrstvypod(i,5,1)))*0.5	607
*set,ci(i,3,1),vrstvypod(i,6,1)*vp	608
*set,ci(i,4,1),vrstvypod(i,6,1)*vs	609
*set,ci(i,5,1),ci(i,3,1)*2*pi*par001*0.5*(vrstvypod(i-1,1,1)+vrstvypod(i,1,1))*(1/par053)	610
*set,ci(i,6,1),ci(i,4,1)*2*pi*par001*0.5*(vrstvypod(i-1,1,1)+vrstvypod(i,1,1))*(1/par053)	611
r,ci(i,1,1),ci(i,5,1)	612
r,ci(i,2,1),ci(i,6,1)	613
*enddo	614
csys,105	615
nsel,s,loc,x,par001	616
ddelete,all,all	617
csys,0	618
nsel,s,loc,x,0	619
nsel,a,loc,y,0	620
csys,1	621
nsel,r,loc,x,par001	622
d,all,,, ,uy	623
csys	624
nsel,s,loc,z,vrstvypod(par051,3,1)	625
d,all,,, ,all	626
csys,1	627
*do,i,1,par051	628
nsel,s,loc,z,vrstvypod(i,2,1)	629
nsel,r,loc,x,par001	630
esel,s,ename,,45	631
nsle,r	632
cm,hranice,node	633
ngen,2,1000000,all, , ,1, , ,1,	634
cmsel,s,hranice	635
ngen,2,2000000,all, , , -1, ,1,	636
cmsel,s,hranice	637
ngen,2,3000000,all, , , , -1,1,	638
cmsel,s,hranice	639
*get,pocet,node,0,count	640
*do,j,1,pocet	641
cmsel,s,hranice	642
*get,uzel,node,0,num,min	643
nsel,a, , , 1000000+uzel	644
mat,999	645
type,ci(i,1,1)	646
real,ci(i,1,1)	647
e,uzel,1000000+uzel	648
nsel,a, , , 2000000+uzel	649
mat,999	650
type,ci(i,2,1)	651
real,ci(i,2,1)	652
e,uzel,2000000+uzel	653
nsel,a, , , 3000000+uzel	654
mat,999	655
type,ci(i,2,1)	656
real,ci(i,2,1)	657

e,uzel,3000000+uzel	658
nse1,u, , 1000000+uzel	659
nse1,u, , 2000000+uzel	660
nse1,u, , 3000000+uzel	661
nse1,u, , uzel	662
cm,hranice,node	663
*enddo	664
esel,s,type,,ci(i,1,1)	665
esel,a,type,,ci(i,2,1)	666
nsle	667
esel,s,ename,,45	668
nsle,u	669
d,all, , , ,ux,uy,uz	670
*enddo	671
allsel	672
csys	673
!===PODSTAVA	674
*get,par100,node,0,mloc,z	675
nse1,s,loc,z,par100	676
d,all,,,,,ux,uy,uz	677

Makro VII

!=====	
!===MODALNÍ ANALÝZA - M (normovaná na matici hmotnosti)	
!=====	
fini	678
/config,nres,par025	679
/solu	680
antype,2	681
modopt,lanb,par025	682
eqslv,spar	683
mxpand,par025, , ,0	684
lumpm,0	685
pstres,0	686
modopt,lanb,par025,0,0, ,off	687
/output,modal_m_%par025%,txt	688
solve	689
/output	690

Makro VIII

!=====	
!===MODALNÍ ANALÝZA - U (normovaná na jedničku)	
!=====	
fini	691
/config,nres,par025	692
/solu	693
antype,2	694
modopt,lanb,par025	695
eqslv,spar	696
mxpand,par025, , ,0	697
lumpm,0	698
pstres,0	699
modopt,lanb,par025,0,0, ,on	700
/output,modal_u_%par025%,txt	701
solve	702
/output	703

Makro IX

!=====	
!===ANALÝZA V ČASOVÉ OBLASTI (rozběh stroje)	
!=====	
fini	704
/config,nres,8740	705
/solu	706
acel	707
fdel,all,all	708
	709
!===ZATÍŽENÍ	710
csys	711
nse1,s,loc,x,-0.3720	712
nse1,r,loc,y,-0.3500	713
nse1,r,loc,z,4.9	714
cm,cf1,node	715
allsel	716
nse1,s,loc,x,2.258	717
nse1,r,loc,y,-0.3500	718
nse1,r,loc,z,4.9	719
cm,cf2,node	720
allsel	721
	722
!===SLEDOVANÉ UZLY	723
allsel	724
ese1,s,type,,1,100	725
nsle	726
cm,sled,node	727
allsel	728
save	729
	730
!===TYP A PARAMETRY ANALÝZY	731
antype,4	732
trnopt,full	733
outres,erase	734
outres,all,none	735
outres,nsol,all,sled	736
alphan,8.0784	737
betad,1.5158e-4	738
rescontrl,define,all,1,1	739
outpr,nsol,all,sled	740
timin,on	741
nsub,1	742
kbc,0	743
cmse1,s,cf1	744
f,all,fy, %f1y%	745
f,all,fZ, %f1Z%	746
cmse1,s,cf2	747
f,all,fy, %f2y%	748
f,all,fZ, %f2Z%	749
allsel	750
/output,trans_zacatek.txt	751
deltim,0.008,0,0	752
autots,0	753
time,0.008	754
solve	755
/output	756
deltim,0.008,0,0	757
autots,0	758
time,1.072	759

solve	760
deltim,0.004,0,0	761
autots,0	762
time,2.224	763
solve	764
deltim,0.002,0,0	765
autots,0	766
time,4.272	767
solve	768
deltim,0.001,0,0	769
autots,0	770
time,8.435	771
solve	772
deltim,0.0005,0,0	773
autots,0	774
time,9.9995	775
solve	776
/output,trans_konec,txt	777
deltim,0.0005,0,0	778
autots,0	779
time,10	780
solve	781
/output	782

Makro X

!=====	
!===NALEZENÍ VÝZNAMNÝCH TVARŮ KMITU	
!=====	
fini	783
/post1	784
csys	785
set,last	786
*get,tvaru,active,0,set,sbst	787
*dim,soil,array,tvaru,8	788
*dim,mach,array,tvaru,8	789
*dim,norm,array,tvaru,1	790
esel,s,type,,11,13,2	!===ZVOLENÍ ČÁSTÍ KONSTRUKCE PRO ODEČET VÝCHYLEK 791
nse1,s,ext	792
nse1,r,loc,x,-0.001,100	793
nse1,r,loc,y,-0.001,100	794
nse1,r,loc,z,-1.2	795
cm,vyhodn,node	796
esel,s,type,,11,13,2	797
nse1,s,ext	798
nse1,r,loc,x,-0.001,100	799
nse1,r,loc,y,-0.001,100	800
nse1,r,loc,z,3.51	801
cmse1,a,vyhodn	802
cm,vyhodn,node	803
*get,pocet,node,0,count	804
*do,i,1,tvaru	805
xsum=0	806
ysum=0	807

zsum=0		808
axsum=0		809
aysum=0		810
azsum=0		811
cmsel,s,vyhodn		812
set,,i		813
*do,j,1,pocet,1		814
*get,uzel,node,0,num,max		815
*get,ux,node,uzel,u,x		816
*get,uy,node,uzel,u,y		817
*get,uz,node,uzel,u,z		818
xsum=xsum+ux		819
ysum=ysum+uy		820
zsum=zsum+uz		821
axsum=axsum+abs(ux)		822
aysum=aysum+abs(uy)		823
azsum=azsum+abs(uz)		824
nsel,u,,uzel		825
*enddo,j		826
*get,frek,mode,i,freq		827
*set,mach(i,1,1) , i		828
*set,mach(i,2,1) , frek		829
*set,mach(i,3,1) , xsum/pocet		830
*set,mach(i,4,1) , ysum/pocet		831
*set,mach(i,5,1) , zsum/pocet		832
*set,mach(i,6,1) , axsum/pocet		833
*set,mach(i,7,1) , aysum/pocet		834
*set,mach(i,8,1) , azsum/pocet		835
*enddo,i		836
esel,s,type,,100	!===ZVOLENÍ ČÁSTÍ ZEMNÍHO PROSTŘEDÍ PRO ODEČET VÝCHYLEK	837
nse1,s,ext		838
nse1,r,loc,z		839
nse1,r,loc,x,-0.001,100		840
nse1,r,loc,y,-0.001,100		841
cm,vyhodn,node		842
*get,pocet,node,0,count		843
*do,i,1,tvaru		844
xsum=0		845
ysum=0		846
zsum=0		847
axsum=0		848
aysum=0		849
azsum=0		850
cmsel,s,vyhodn		851
set,,i		852
*do,j,1,pocet,1		853
*get,uzel,node,0,num,max		854
*get,ux,node,uzel,u,x		855
*get,uy,node,uzel,u,y		856
*get,uz,node,uzel,u,z		857
xsum=xsum+ux		858
ysum=ysum+uy		859
zsum=zsum+uz		860
axsum=axsum+abs(ux)		861
aysum=aysum+abs(uy)		862
azsum=azsum+abs(uz)		863
nse1,u,,uzel		864
*enddo,j		865
*get,frek,mode,i,freq		866
*set,soil(i,1,1) , i		867
*set,soil(i,2,1) , frek		868

*set,soil(i,3,1) , xsum/pocet	869
*set,soil(i,4,1) , ysum/pocet	870
*set,soil(i,5,1) , zsum/pocet	871
*set,soil(i,6,1) , axsum/pocet	872
*set,soil(i,7,1) , aysum/pocet	873
*set,soil(i,8,1) , azsum/pocet	874
/output,hotovo_%i%,txt	875
/output	876
*enddo,i	877
allsel	878
*do,i,1,tvaru	879
set,,i	880
plns,u,sum	881
*get,norma1,plnsol,0,max	882
*get,norma2,plnsol,0,min	883
*set,norm(i,1,1) , max(norma1,abs(norma2))	884
*enddo,i	885
*create,ansuitmp	886
*cfopen,'soil','txt',''	887
*vwrite,soil(1,1,1),soil(1,2,1),soil(1,3,1),soil(1,4,1),soil(1,5,1),soil(1,6,1),soil(1,7,1),soil(1,8,1), ,	888
(e,' 'e,' 'e,' 'e,' 'e,' 'e,' 'e,' 'e)	889
*cfclos	890
*end	891
/input,ansuitmp	892
!*	893
*create,ansuitmp	894
*cfopen,'mach','txt',''	895
*vwrite,mach(1,1,1),mach(1,2,1),mach(1,3,1),mach(1,4,1),mach(1,5,1),mach(1,6,1),mach(1,7,1),mach(1,8,1), ,	896
(e,' 'e,' 'e,' 'e,' 'e,' 'e,' 'e,' 'e)	897
*cfclos	898
*end	899
/input,ansuitmp	900
!*	901
*create,ansuitmp	902
*cfopen,'norm','txt',''	903
*vwrite,norm(1,1,1), , , , , , , ,	904
(e)	905
*cfclos	906
*end	907
/input,ansuitmp	908

Makro XI

!=====	
!===NAHRAZENÍ 3D MODELU PRUŽINAMI	
!=====	
fini	909
/prep7	910
csys	911
allsel	912
fdel,all	913
esel,s,type,,14	!vybrání elementů pilot podle typu (type=14)
nsle,,1	914
cm,npil,node	915
*get,pocet,node,0,count	916
*dim,tuhosti,array,pocet,4,1	917
*dim,npruz,array,pocet,3,1	918
*do,i,1,pocet	919
*get,uzel,node,0,num,min	920
*set,tuhosti(i,1,1),uzel	921
nselect,u,,uzel	922
*enddo,i	923
	924

allsel	925
fini	926
/solu	927
acel	928
antype,0	929
cmsel,s,npil	930
dde1,all	931
d,all,,1,,,ux	932
esel,s,type,,100,1000	933
nsle,,1	934
solve	935
fini	936
/post1	937
*do,i,1,pocet	938
*get,reakce,node,tuhosti(i,1,1),rf,fx	939
*set,tuhosti(i,2,1),reakce	940
*enddo,i	941
fini	942
/solu	943
antype,0	944
cmsel,s,npil	945
dde1,all	946
d,all,,1,,,uy	947
esel,s,type,,100,1000	948
nsle,,1	949
solve	950
fini	951
/post1	952
*do,i,1,pocet	953
*get,reakce,node,tuhosti(i,1,1),rf,fy	954
*set,tuhosti(i,3,1),reakce	955
*enddo,i	956
fini	957
/solu	958
antype,0	959
cmsel,s,npil	960
dde1,all	961
d,all,,1,,,uz	962
esel,s,type,,100,1000	963
nsle,,1	964
solve	965
fini	966
/post1	967
*do,i,1,pocet	968
*get,reakce,node,tuhosti(i,1,1),rf,fz	969
*set,tuhosti(i,4,1),reakce	970
*enddo,i	971
fini	972
/prep7	973
cmsel,s,npil	974
dde1,all	975
esel,s,type,,100,1000	976
nsle,,1	977
cislovani=6000	!volba čísla typu prvního prvku COMBIN14
fini	979
/prep7	980
*do,i,1,3*pocet	981
et,cislovani-1+i,14	982
*enddo	983
*do,i,1,pocet	984
r,cislovani-1+i,abs(tuhosti(i,2,1))	985
r,cislovani-1+i+pocet,abs(tuhosti(i,3,1))	986
r,cislovani-1+i+2*pocet,abs(tuhosti(i,4,1))	987
*enddo	988

delka=0.111	!volba délky prvků COMBIN14	989
*do,i,1,pocet		990
nset,s,,tuhosti(i,1,1)		991
*get,nxloc,node,tuhosti(i,1,1),loc,x		992
*get,nyloc,node,tuhosti(i,1,1),loc,y		993
*get,nzloc,node,tuhosti(i,1,1),loc,z		994
nset,none		995
n,,nxloc+delka,nyloc,nzloc		996
*get,uzel,node,0,num,min		997
*set,npruz(i,1,1),uzel		998
nset,none		999
n,,nxloc,nyloc+delka,nzloc		1000
*get,uzel,node,0,num,min		1001
*set,npruz(i,2,1),uzel		1002
nset,none		1003
n,,nxloc,nyloc,nzloc+delka		1004
*get,uzel,node,0,num,min		1005
*set,npruz(i,3,1),uzel		1006
*enddo,i		1007
allsel		1008
fini		1009
/prep7		1010
*do,i,1,pocet		1011
mat,cislovani-1+i		1012
type,cislovani-1+i		1013
real,cislovani-1+i		1014
e,tuhosti(i,1,1),npruz(i,1,1)		1015
mat,cislovani-1+i+pocet		1016
type,cislovani-1+i+pocet		1017
real,cislovani-1+i+pocet		1018
e,tuhosti(i,1,1),npruz(i,2,1)		1019
mat,cislovani-1+i+2*pocet		1020
type,cislovani-1+i+2*pocet		1021
real,cislovani-1+i+2*pocet		1022
e,tuhosti(i,1,1),npruz(i,3,1)		1023
*enddo,i		1024
nset,none		1025
*do,i,1,pocet		1026
nset,a,,npruz(i,1,1)		1027
nset,a,,npruz(i,2,1)		1028
nset,a,,npruz(i,3,1)		1029
*enddo,i		1030
d,all,,,,,ux,uy,uz		1031

Makro XII

!=====		
!==VÝZNAMNÉ VLASTNÍ TVARY KMITU směr X, směr Y, směr Z, rotace Z		
!=====		
nmax=500	! Počet vlastních tvarů pro vyhodnocení	1032
critod=0.4	! Spodní mez kritéria významnosti	1033
critdo=1.0	! Horní mez kritéria významnosti	1034
nasod=0.5	! Násobitel pro spodní mez kritéria významnosti pro tvary rotace	1035
nasdo=1		1036
par='mach'	! Hodnoty výchylky konstrukce (MACH) horní vrstvy podzákladí (SOIL)	1037
fini		1038
/post1		1039
csys		1040
*dim,vyznamne,array,nmax,4		1041
k=0		1042
l=0		1043
m=0		1044

n=0	1045
*do,i,1,nmax,1	1046
*if,%par%(i,6,1)/norm(i,1,1),gt,critod, then	1047
*if,%par%(i,6,1)/norm(i,1,1),lt,critdo, then	1048
*if,%par%(i,7,1)/norm(i,1,1),lt,critod, then	1049
k=k+1	1050
*set,vyznamne(k,1,1),i	1051
*endif	1052
*endif	1053
*endif	1054
*if,%par%(i,7,1)/norm(i,1,1),gt,critod, then	1055
*if,%par%(i,7,1)/norm(i,1,1),lt,critdo, then	1056
*if,%par%(i,6,1)/norm(i,1,1),lt,critod, then	1057
l=l+1	1058
*set,vyznamne(l,2,1),i	1059
*endif	1060
*endif	1061
*endif	1062
*if,%par%(i,8,1)/norm(i,1,1),lt,critod, then	1063
*elseif,%par%(i,8,1)/norm(i,1,1),lt,critdo, then	1064
m=m+1	1065
*set,vyznamne(m,3,1),i	1066
*endif	1067
*if,%par%(i,6,1)/norm(i,1,1),gt,critod*nasod, then	1068
*if,%par%(i,6,1)/norm(i,1,1),lt,critdo*nasdo, then	1069
*if,%par%(i,7,1)/norm(i,1,1),gt,critod*nasod, then	1070
*if,%par%(i,7,1)/norm(i,1,1),lt,critdo*nasdo, then	1071
n=n+1	1072
*set,vyznamne(n,4,1),i	1073
*endif	1074
*endif	1075
*endif	1076
*endif	1077
*enddo	1078
allse1	1079
esel,u,ename,,14	1080
nsle	1081
!===TISK VÝZNAMNÝCH TVARŮ	1082
*do,i,1,k,1	1083
set,,vyznamne(i,1,1)	1084
plns,u,x	1085
/rep,fast	1086
/show,png,0	1087
pngr,comp,1,-1	1088
pngr,orient,horiz	1089
pngr,color,2	1090
pngr,tmod,1	1091
/gfile,1600,	1092
/cmap,_tempcmap_,_cmp_,save	1093
/rgb,index,100,100,100,0	1094
/rgb,index,0,0,0,15	1095
/replot	1096
/cmap,_tempcmap_,_cmp	1097
/delete,_tempcmap_,_cmp	1098
/show,close	1099
/device,vector,0	1100
*enddo	1101
*do,i,1,l,1	1102
set,,vyznamne(i,2,1)	1103
plns,u,y	1104
/rep,fast	1105
/show,png,0	1106
pngr,comp,1,-1	1107
pngr,orient,horiz	1108

png, color, 2	1109
png, tmod, 1	1110
/file, 1600,	1111
/cmap, _tempcmap_, cmp, , save	1112
/rgb, index, 100, 100, 100, 0	1113
/rgb, index, 0, 0, 0, 15	1114
/replot	1115
/cmap, _tempcmap_, cmp	1116
/delete, _tempcmap_, cmp	1117
/show, close	1118
/device, vector, 0	1119
*enddo	1120
*do, i, 1, m, 1	1121
set, , vyznamne(i, 3, 1)	1122
plns, u, z	1123
/rep, fast	1124
/show, png, 0	1125
png, comp, 1, - 1	1126
png, orient, horiz	1127
png, color, 2	1128
png, tmod, 1	1129
/file, 1600,	1130
/cmap, _tempcmap_, cmp, , save	1131
/rgb, index, 100, 100, 100, 0	1132
/rgb, index, 0, 0, 0, 15	1133
/replot	1134
/cmap, _tempcmap_, cmp	1135
/delete, _tempcmap_, cmp	1136
/show, close	1137
/device, vector, 0	1138
*enddo	1139
*do, i, 1, n, 1	1140
set, , vyznamne(i, 4, 1)	1141
plns, u, sum	1142
/rep, fast	1143
/show, png, 0	1144
png, comp, 1, - 1	1145
png, orient, horiz	1146
png, color, 2	1147
png, tmod, 1	1148
/file, 1600,	1149
/cmap, _tempcmap_, cmp, , save	1150
/rgb, index, 100, 100, 100, 0	1151
/rgb, index, 0, 0, 0, 15	1152
/replot	1153
/cmap, _tempcmap_, cmp	1154
/delete, _tempcmap_, cmp	1155
/show, close	1156
/device, vector, 0	1157
*enddo	1158

Makro XIII

!=====	
!===NAČTENÍ ZÁKLADNÍCH PARAMETRŮ VRTŮ A POMOCNÉHO PRŮMĚTU	
!=====	
*ask, pv, počet vrtů, 10	1160
*ask, nvrstev, počet vrstev, 10	1161
*ask, sx, x-ová souřadnice středu modelu, 0	1162
*ask, sy, y-ová souřadnice středu modelu, 0	1163
*ask, r, poloměr modelu, 10	1164
*ask, sz, z-ová souřadnice středu modelu(pomocna), -100	1165

csys	1166
wpcsys,-1,0	1167
wpof,,sz	1168
cyl4,sx,sy,r	1169
	1170
*do,i,1,pv,1	1171
k,,v_%i%(1,1,1),v_%i%(2,1,1),sz	1172
*enddo	1173
!===ULOŽENÍ KOMPONENT PRŮMĚTU POVRCHU	
esel,none	1174
cmsel,s,vpe	1175
nsle,,1	1176
cm,vpn,node	1177
*get,epocet,elem,0,count	1178
*get,npocet,node,0,count	1179
*dim,pnode,array,npocet,3,1	1180
cmsel,s,vpn	1181
*do,i,1,npocet,1	1182
*get,uzel,node,0,num,min	1183
*get,nx,node,uzel,loc,x	1184
*get,ny,node,uzel,loc,y	1185
pnode(i,1,1)=uzel	1186
pnode(i,2,1)=nx	1187
pnode(i,3,1)=ny	1188
nset,u,,uzel	1189
*enddo	1190
*dim,pelem,array,epocet,13,1	1191
cmsel,s,vpe	1192
*do,i,1,epocet,1	1193
*get,prvek,elem,0,num,min	1194
*get,n1,elem,prvek,node,1	1195
*get,n2,elem,prvek,node,2	1196
*get,n3,elem,prvek,node,3	1197
*get,n4,elem,prvek,node,4	1198
*get,n1x,node,n1,loc,x	1199
*get,n1y,node,n1,loc,y	1200
*get,n2x,node,n2,loc,x	1201
*get,n2y,node,n2,loc,y	1202
*get,n3x,node,n3,loc,x	1203
*get,n3y,node,n3,loc,y	1204
*get,n4x,node,n4,loc,x	1205
*get,n4y,node,n4,loc,y	1206
pelem(i,1,1)=prvek	1207
pelem(i,2,1)=n1	1208
pelem(i,3,1)=n1x	1209
pelem(i,4,1)=n1y	1210
pelem(i,5,1)=n2	1211
pelem(i,6,1)=n2x	1212
pelem(i,7,1)=n2y	1213
pelem(i,8,1)=n3	1214
pelem(i,9,1)=n3x	1215
pelem(i,10,1)=n3y	1216
pelem(i,11,1)=n4	1217
pelem(i,12,1)=n4x	1218
pelem(i,13,1)=n4y	1219
esel,u,,prvek	1220
*enddo	1221
!===ZADÁNÍ PARAMETRŮ POMOČNÉHO PRVKU	
*ask,ptyp,číslo typu material,5005	1222
et,ptyp,43	1223

r,ptyp,0.1	1224
mp,ex,ptyp,1e7	1225
mp,nuxy,ptyp,0.3	1226
esel,none	1227
cmsel,s,vpe	1228
emodif,all,type,5005	1229
emodif,all,mat,5005	1230
emodif,all,real,5005	1231
!=====	
!===GENEROVÁNÍ JEDNOTLIVÝCH ROZHRANÍ	
!=====	
*do,parametr,0,nvrstev,1	1232
*do,i,1,pv,1	1233
soucet=v_%i%(3,1,1)	1234
*if,parametr,gt,0,then	1235
*do,j,1,parametr	1236
soucet=soucet-v_%i%(3+j,1,1)	1237
*enddo	1238
*endif	1239
pv_%i%=soucet	1240
*enddo	1241
!===VYČÍSLENÍ PLOCHY MINIMÁLNÍ KŘIVOSTI	
fini	1242
/prep7	1243
esel,none	1244
cmsel,s,vpe	1245
nsle,,1	1246
ddel,all,all	1247
nse,r,ext	1248
d,all,0,,ux,uy	1249
nsle	1250
csys	1251
*do,i,1,pv,1	1252
nse,l,s,loc,x,v_%i%(1,1,1)	1253
nse,l,r,loc,y,v_%i%(2,1,1)	1254
d,all,pv_%i%,uz	1255
*enddo	1256
nsle	1257
fini	1258
/solu	1259
antype,0	1260
acel	1261
solve	1262
fini	1263
/post1	1264
*vget,vysl_%parametr%,node,0,u,z	1265
*enddo	1266
!=====	
!===ZJIŠTĚNÍ PŘEKRÝVAJÍCÍCH SE ROZHRANÍ	
!=====	
*dim,prekroeni,array,npocet,nvrstev	1268
celpr=0.0	1269
*do,i,1,npocet,1	1270
*do,nhranice,0,nvrstev-1,1	1271
*do,j,nhranice+1,nvrstev,1	1272
*if,vysl_%nhranice%(i,1),lt,vysl_%j%(i,1),then	1273
prekroeni(i,nhranice+1,1)=j	1274
celpr=celpr+1	1275
*endif	1276
*enddo	1277
*enddo	1278
*enddo	1279

```

=====
!===PRŮMĚROVÁNÍ PŘEKRÝVAJÍCÍCH SE ROZHRANÍ
=====
*do,i,0,nvrstev,1                                     1280
  *dim,zvysl_%i%,array,npocet,1,1                     1281
  *do,j,1,npocet                                       1282
    zvysl_%i%(j)=vysl_%i%(j)                          1283
  *enddo                                               1284
*enddo                                                 1285

*dim,interval,array,npocet,nvrstev+1,nvrstev+1      1286
*do,i,1,npocet,1                                     1287
  *do,j,1,nvrstev,1                                  1288
    *if,prekroceni(i,j,1),gt,0,then                  1289
      *do,k,j,prekroceni(i,j,1)+1,1                 1290
        *do,l,j,prekroceni(i,j,1)+1,1              1291
          interval(i,k,l)=1                          1292
        *enddo                                       1293
      *enddo                                         1294
    *endif                                           1295
  *enddo                                             1296
*enddo                                               1297

*do,i,1,npocet,1                                     1298
  *do,j,1,nvrstev+1,1                                1299
    soucet=0.0                                        1300
    pocet=0.0                                         1301
    *do,k,1,nvrstev+1,1                              1302
      *if,interval(i,j,k),gt,0,then                  1303
        soucet=soucet+zvysl_%k-1%(i)                 1304
        pocet=pocet+1                                1305
      *endif                                          1306
    *enddo                                           1307
    *if,pocet,gt,0,then                              1308
      vysl_%j-1%(i)=soucet/pocet                    1309
    *endif                                           1310
  *enddo                                             1311
*enddo                                               1312

=====
!===PRIORITA HORNÍHO ROZHRANÍ
=====
*do,i,1,npocet,1                                     1313
  *do,j,1,nvrstev,1                                  1314
    *if,vysl_%j%(i),gt,vysl_%j-1%(i),then           1315
      vysl_%j%(i)=vysl_%j-1%(i)                     1316
    *endif                                           1317
  *enddo                                             1318
*enddo                                               1319

=====
!===PRIORITA DOLNÍHO ROZHRANÍ
=====
*do,i,1,npocet,1                                     1320
  *do,jj,1,nvrstev,1                                 1321
    j=11-jj                                           1322
    *if,vysl_%j%(i),gt,vysl_%j-1%(i),then           1323
      vysl_%j-1%(i)=vysl_%j%(i)                     1324
    *endif                                           1325
  *enddo                                             1326
*enddo                                               1327

```

!=====	
!===VYTVOŘENÍ OBJEMŮ VRSTVY (nelze znázornit odsazení cyklů a podmínek)	
!=====	
*ask, vrstva, číslo vrstvy, 1	1328
/uis, msgpop, 3	1329
fini	1330
/prep7	1331
vsel, none	1332
*do, i, 1, epocet, 1	1333
kse1, none	1334
kz1=vysl_ % vrstva- 1%(pelem(i, 2, 1), 1)	1335
k, ,pelem(i, 3, 1), pelem(i, 4, 1), kz1	1336
*get, k1, kp, 0, num, min	1337
kse1, none	1338
kz2=vysl_ % vrstva- 1%(pelem(i, 5, 1), 1)	1339
k, ,pelem(i, 6, 1), pelem(i, 7, 1), kz2	1340
*get, k2, kp, 0, num, min	1341
kse1, none	1342
kz3=vysl_ % vrstva- 1%(pelem(i, 8, 1), 1)	1343
k, ,pelem(i, 9, 1), pelem(i, 10, 1), kz3	1344
*get, k3, kp, 0, num, min	1345
kse1, none	1346
kz4=vysl_ % vrstva- 1%(pelem(i, 11, 1), 1)	1347
k, ,pelem(i, 12, 1), pelem(i, 13, 1), kz4	1348
*get, k4, kp, 0, num, min	1349
kse1, none	1350
kz5=vysl_ % vrstva%(pelem(i, 2, 1), 1)	1351
k, ,pelem(i, 3, 1), pelem(i, 4, 1), kz5	1352
*get, k5, kp, 0, num, min	1353
kse1, none	1354
kz6=vysl_ % vrstva%(pelem(i, 5, 1), 1)	1355
k, ,pelem(i, 6, 1), pelem(i, 7, 1), kz6	1356
*get, k6, kp, 0, num, min	1357
kse1, none	1358
kz7=vysl_ % vrstva%(pelem(i, 8, 1), 1)	1359
k, ,pelem(i, 9, 1), pelem(i, 10, 1), kz7	1360
*get, k7, kp, 0, num, min	1361
kse1, none	1362
kz8=vysl_ % vrstva%(pelem(i, 11, 1), 1)	1363
k, ,pelem(i, 12, 1), pelem(i, 13, 1), kz8	1364
*get, k8, kp, 0, num, min	1365
kse1, all	1366
ase1, none	1367
*if, pelem(i, 8, 1), eq, pelem(i, 11, 1), then	1368
!===TROJÚHELNÍK	
stt=3	1369
a, k1, k2, k3	1370
*do, i, 1, 3, 1	1371
*if, kz%i%, eq, kz%i%+4%, then	1372
kk%i%=k%i%	1373
*else	1374
kk%i%=k%i%+4%	1375
*endif	1376
*enddo	1377
a, kk1, kk2, kk3	1378
!===ČTYŘÚHELNÍK	
*else	1379
stt=4	1380
a, k1, k2, k3, k4	1381
*do, i, 1, 4, 1	1382
*if, kz%i%, eq, kz%i%+4%, then	1383
kk%i%=k%i%	1384

*else	1385
kk%l%=k%l+4%	1386
*endif	1387
*enddo	1388
a,kk1,kk2,kk3,kk4	1389
*endif	1390
!===PLÁŠŤ	
*do,st,1,stt-1,1	1391
*if,kz%st%,eq,kz%st+4%,then	1392
*if,kz%st+1%,eq,kz%st+5%,then	1393
*cycle	1394
*else	1395
a,k%st%,k%st+1%,k%st+5%	1396
*endif	1397
*else	1398
*if,kz%st+1%,eq,kz%st+5%,then	1399
a,k%st%,k%st+1%,k%st+4%	1400
*else	1401
a,k%st%,k%st+1%,k%st+5%,k%st+4%	1402
*endif	1403
*endif	1404
*enddo,st	1405
*if,kz4,eq,kz8,then	1406
*if,kz1,eq,kz5,then	1407
*else	1408
a,k4,k1,k5	1409
*endif	1410
*else	1411
*if,kz1,eq,kz5,then	1412
a,k4,k1,k8	1413
*else	1414
a,k4,k1,k5,k8	1415
*endif	1416
*endif	1417
*if,kz1,eq,kz5,then	1418
*if,kz2,eq,kz6,then	1419
*if,kz3,eq,kz7,then	1420
*if,kz4,eq,kz8,then	1421
*cycle	1422
*endif	1423
*endif	1424
*endif	1425
*endif	1426
kse1,none	1427
*do,sel,1,8,1	1428
kse1,a,,,k%sel%	1429
*enddo	1430
nummrg,kp,,,low	1431
va,all	1432
*enddo	1433
ase1,all	1434
lse1,all	1435
kse1,all	1436
cm,vrstva_%vrstva%,volu	1437
!=====	
!===VYTVOŘENÍ OBJEMU POSLEDNÍ VRSTVY	
!=====	
*ask,dno,z-tová souřadnice dna,-10	1438
*ask,vrstva,předchozí vrstva,3	1439
vrstva=vrstva+1	1440
/uis,msgpop,3	1441
fini	1442

/prep7	1443
vsel,none	1444
cmsel,s,vpe	1445
*do,i,1,epocet,1	1446
ksel,none	1447
k,,pelem(i,3,1),pelem(i,4,1),vysl_%vrstva-1%(pelem(i,2,1),1)	1448
*get,k1,kp,0,num,min	1449
ksel,none	1450
k,,pelem(i,6,1),pelem(i,7,1),vysl_%vrstva-1%(pelem(i,5,1),1)	1451
*get,k2,kp,0,num,min	1452
ksel,none	1453
k,,pelem(i,9,1),pelem(i,10,1),vysl_%vrstva-1%(pelem(i,8,1),1)	1454
*get,k3,kp,0,num,min	1455
ksel,none	1456
k,,pelem(i,12,1),pelem(i,13,1),vysl_%vrstva-1%(pelem(i,11,1),1)	1457
*get,k4,kp,0,num,min	1458
ksel,none	1459
k,,pelem(i,3,1),pelem(i,4,1),dno	1460
*get,k5,kp,0,num,min	1461
ksel,none	1462
k,,pelem(i,6,1),pelem(i,7,1),dno	1463
*get,k6,kp,0,num,min	1464
ksel,none	1465
k,,pelem(i,9,1),pelem(i,10,1),dno	1466
*get,k7,kp,0,num,min	1467
ksel,none	1468
k,,pelem(i,12,1),pelem(i,13,1),dno	1469
*get,k8,kp,0,num,min	1470
ksel,all	1471
*if,pelem(i,8,1),eq,pelem(i,11,1),then	1472
v,k1,k2,k3,k5,k6,k7	1473
*else	1474
v,k1,k2,k3,k4,k5,k6,k7,k8	1475
*endif	1476
*enddo	1477
cm,vrstva_%vrstva%,volu	1478
/uis,msgpop,1	1479

Životopis

Osobní údaje:

Ing. Josef Martinásek
 Ústav stavební mechaniky
 Fakulta stavební
 Vysoké učení technické v Brně
 Veveří 331/95, 602 00 Brno, Česká republika
 E-mail: martinasek.j@fce.vutbr.cz
 Narozen 19. 1. 1984, Vyškov

Zaměstnání:

od května 2014

Vývojový pracovník FEM consulting, s.r.o.

od prosince 2010

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební

Pozice: akademický pracovník – asistent

Popis činnosti:

- vedení cvičení BD03 - Statika I
- vedení cvičení BD04 - Statika II
- vedení cvičení CD05 - Dynamika
- vedení cvičení CD52 - Statická a dynamická analýza stavebních konstrukcí

září 2009 – květen 2010 Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební

Veveří 331/95, 602 00 Brno

Popis činnosti:

- vedení cvičení BD03 - Statika I
- vedení cvičení BD04 - Statika II

Projekční praxe:

Huryta s.r.o., Staňkova 557/18a, Brno

Popis činnosti: vytváření výpočtových MKP modelů v IDA Nexis, tvorba projektové dokumentace

Balance s.r.o., Tomešova 1, Brno

Popis činnosti: vytváření výpočtových MKP modelů v IDA Nexis, tvorba projektové dokumentace

Vzdělání:

od září 2008

VUT Brno, Fakulta stavební, doktorský studijní program

2003 – 2008

VUT Brno, Fakulta stavební, magisterský studijní program,
obor: Konstrukce a dopravní stavby

zaměření: Konstrukce

specializace: Stavební mechanika

1999 – 2003

Gymnázium tř. Kpt. Jaroše v Brně

Odborné znalosti:

AutoCAD, CADKON RCD, IDA Nexis, ANSYS s využitím APDL

Praxe ve vytváření výpočtových MKP modelů