

# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ  
ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING

## ANALÝZA RŮZNÝCH TYPŮ NÁHRADNÍCH ZAPOJENÍ ASYNCHRONNÍHO MOTORU

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE  
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

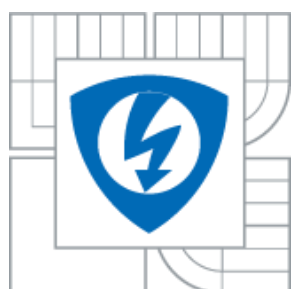
LUKÁŠ HALFAR

BRNO 2014



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH  
TECHNOLOGIÍ

ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A  
ELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING

# ANALÝZA RŮZNÝCH TYPŮ NÁHRADNÍCH ZAPOJENÍ ASYNCHRONNÍHO MOTORU

ANALYS OF DIFFERENT TYPES OF THE INDUCTION MACHINE SUBSTITUTING CIRCUIT

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

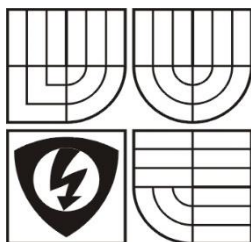
LUKÁŠ HALFAR

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. RADIM BĚLOUŠEK

BRNO, 2014



VYSOKÉ UČENÍ  
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky  
a komunikačních technologií

Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky

# Bakalářská práce

bakalářský studijní obor  
Silnoproudá elektrotechnika a výkonová elektronika

**Student:** Halfar Lukáš

**Ročník:** 3

**ID:** 146826

**Akademický rok:** 2013/2014

**NÁZEV TÉMATU:**

## Analyza různých typů náhradních zapojení asynchronních motorů

**POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:**

1. Provedte analýzu náhradních zapojení asynchronního motoru ve tvaru T-článku, Gamma-článku a inverzního Gamma-článku.
2. Najděte přepočtové vztahy mezi jednotlivými náhradními zapojeními.
3. Určete vztah pro momentovou charakteristiku pro náhradní zapojení asynchronního motoru ve tvaru T-článku, Gamma-článku a inverzního Gamma-článku.
4. Provedte srovnání užitečnosti náhradních zapojení v oblasti řízení.

**DOPORUČENÁ LITERATURA:**

- [1] PATOČKA, M.: Magnetické jevy a obvody ve výkonové elektronice, měřicí technice a silnoproudé elektrotechnice. Brno: VUTIUM, 2011. 564 s. ISBN: 978-80-214-4003- 6.
- [2] Měříčka, J., Zoubek, Z.: Obecná teorie elektrického stroje, SNTL, Praha, 1973.
- [3] Chee-Mun Ong: Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Matlab/Simulink, Prentice Hall, ISBN 0-13-723785-5.

**Termín zadání:** 27. 9. 2013

**Termín odevzdání:** 2. 6. 2014

**Vedoucí práce:** Ing. Radim Běloušek

**Konzultanti bakalářské práce:**

**doc. Ing. Petr Toman, Ph.D.**

*předseda oborové rady*

**UPOZORNĚNÍ:**

Autor semestrální práce nesmí při vytváření semestrální práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

## **Abstrakt**

Bakalářská práce se zabývá náhradními zapojeními asynchronního motoru. Z topologického hlediska lze tato zapojení rozdělit na zapojení ve tvaru T-článku,  $\Gamma$ -článku a  $\bar{I}$ -článku. Každý tvar zapojení má svoji užitečnost. V práci jsou odvozena jednotlivá náhradní zapojení a jsou popsány jejich vlastnosti. Z vlastností plyne jejich konkrétní aplikace. Práce obsahuje odvození vztahů pro přepočítání parametrů z T-článku na  $\Gamma$ -článek, z T-článku na  $\bar{I}$ -článek i pro přepočítání opačný. Dále práce uvádí odvození vztahů pro momentovou charakteristiku ze všech tří náhradních zapojení. V praktické části je provedeno měření asynchronního motoru AOM090L02-16 za účelem identifikace parametrů náhradního zapojení. Identifikace parametrů je provedena dvěma různými metodami, které jsou v práci porovnány dosažením do odvozeného vztahu pro momentovou charakteristiku ve tvaru  $\Gamma$ -článku. V závěru práce je provedeno srovnání užitečnosti náhradních zapojení.

## **Abstract**

The bachelor's thesis is focused on equivalent circuits of the asynchronous motor. From the topological point of view, we can divide the equivalent circuits into T-network,  $\Gamma$ -network and  $\bar{I}$ -network. Each of these circuits has its use. In the thesis are derived all of networks and are described their properties. Their use is deduced from properties. Next part is devoted to derive reversible formulas between T-network and  $\Gamma$ -network, T-network and  $\bar{I}$ -network. The thesis also include derivation of torque characteristic. The practical part is devoted to measuring of asynchronous motor AOM090L02-16 to identify parameters of equivalent circuit. The identification of the parameters is performed by two different methods of identification. The methods are compared by use in formula of torque characteristic. The last part is dedicated to comparison of usefulness of individual equivalent circuits.

## **Klíčová slova**

Asynchronní motor; metoda přímé separace; metoda stejné vstupní impedance; náhradní zapojení; T-článek;  $\Gamma$ -článek; T-článek; momentová charakteristika, identifikace parametrů.

## **Keywords**

Asynchronous motor; equivalent circuit; method of direct separation; method of same input impedance; T-network;  $\Gamma$ -network; T-network; torque characteristic; parameter identification.

## **Bibliografická citace**

HALFAR, L. *Analýza různých typů náhradních zapojení asynchronního motoru*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2014. 56 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Radim Běloušek.

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma Analýza různých typů náhradních zapojení asynchronního motoru jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

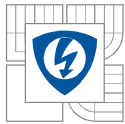
Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne ..... Podpis autora .....

## **Poděkování**

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Ing. Radimu Bělouškovi za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

V Brně dne ..... Podpis autora .....



## Obsah

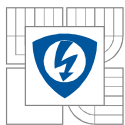
<b>1 ÚVOD</b> .....	<b>15</b>
<b>2 ASYNCHRONNÍ STROJ</b> .....	<b>16</b>
<b>2.1 POPIS ASYNCHRONNÍHO STROJE</b> .....	<b>16</b>
<b>2.2 PRINCIP ČINNOSTI ASYNCHRONNÍHO STROJE</b> .....	<b>16</b>
<b>3 APLIKACE TEORIE TRANSFORMÁTORU NA ASYNCHRONNÍ MOTOR</b> .....	<b>18</b>
<b>4 NÁHRADNÍ ZAPOJENÍ ASYNCHRONNÍHO MOTORU</b> .....	<b>20</b>
<b>4.1 SYNTÉZA NÁHRADNÍHO ZAPOJENÍ METODOU PŘÍMÉ SEPARACE ROZPTYLOVÝCH INDUKČNOSTÍ</b> .....	<b>21</b>
<b>4.2 <math>\Gamma</math>-ČLÁNEK</b> .....	<b>25</b>
4.2.1 NALEZENÍ NÁHRADNÍHO ZAPOJENÍ VE TVARU $\Gamma$ -ČLÁNKU .....	25
4.2.2 VLASTNOSTI $\Gamma$ -ČLÁNKU .....	26
<b>4.3 <math>\bar{I}</math>-ČLÁNEK</b> .....	<b>27</b>
4.3.1 NALEZENÍ NÁHRADNÍHO ZAPOJENÍ VE TVARU $\bar{I}$ -ČLÁNKU .....	27
4.3.2 VLASTNOSTI $\bar{I}$ -ČLÁNKU .....	28
<b>4.4 T-ČLÁNEK</b> .....	<b>29</b>
4.4.1 NALEZENÍ NÁHRADNÍHO ZAPOJENÍ VE TVARU T-ČLÁNKU .....	29
4.4.2 VLASTNOSTI T-ČLÁNKU.....	30
<b>5 PŘEPOČTOVÉ VZTAHY MEZI NÁHRADNÍMI ZAPOJENÍMI</b> .....	<b>31</b>
<b>5.1 ODVOZENÍ VZTAHŮ PRO PŘEPOČET NÁHRADNÍCH ZAPOJENÍ METODOU STEJNÉ VSTUPNÍ     IMPEDANCE</b> .....	<b>31</b>
<b>5.2 ODVOZENÍ VZTAHŮ PRO PŘEPOČET MEZI T-ČLÁNKEM A <math>\Gamma</math>-ČLÁNKEM</b> .....	<b>31</b>
5.2.1 PŘEPOČET PARAMETRŮ T-ČLÁNKU NA $\Gamma$ -ČLÁNEK .....	31
5.2.2 PŘEPOČET PARAMETRŮ $\Gamma$ -ČLÁNKU NA T-ČLÁNEK .....	32
<b>5.3 ODVOZENÍ VZTAHŮ PRO PŘEPOČET MEZI T-ČLÁNKEM A <math>\bar{I}</math>-ČLÁNKEM</b> .....	<b>33</b>
5.3.1 PŘEPOČET PARAMETRŮ T-ČLÁNKU NA $\bar{I}$ -ČLÁNEK.....	33
5.3.2 PŘEPOČET PARAMETRŮ $\bar{I}$ -ČLÁNKU NA T-ČLÁNEK.....	33
<b>6 ODVOZENÍ MOMENTOVÉ CHARAKTERISTIKY</b> .....	<b>35</b>
<b>6.1 <math>\Gamma</math>-ČLÁNEK</b> .....	<b>35</b>
<b>6.2 <math>\bar{I}</math>-ČLÁNEK</b> .....	<b>36</b>
<b>6.3 T-ČLÁNEK</b> .....	<b>38</b>
<b>7 IDENTIFIKACE PARAMETRŮ ASYNCHRONNÍHO MOTORU</b> .....	<b>40</b>
<b>7.1 IDENTIFIKACE PARAMETRŮ Z MĚŘENÍ NAPRÁZDNO A NAKRÁTKO</b> .....	<b>40</b>
7.1.1 IDENTIFIKACE Z MĚŘENÍ NAPRÁZDNO .....	41
7.1.2 IDENTIFIKACE Z MĚŘENÍ NAKRÁTKO .....	42





---

7.2 IDENTIFIKACE POMOCÍ DVOU PRACOVNÍCH BODŮ A, B .....	43
8 IDENTIFIKACE PARAMETRŮ ASYNCHRONNÍHO MOTORU AOM090L02-016 .....	46
8.1 IDENTIFIKACE PARAMETRŮ Z MĚŘENÍ NAPRÁZDNO A NAKRÁTKO .....	47
8.2 IDENTIFIKACE POMOCÍ DVOU BLÍZKÝCH PRACOVNÍCH BODŮ A, B .....	48
9 SROVNÁNÍ IDENTIFIKOVANÝCH PARAMETRŮ A MOMENTOVÝCH CHARAKTERISTIK.....	50
10 ZÁVĚR.....	52
LITERATURA .....	53
11 PŘÍLOHY .....	54



## SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obrázek 1: Konstrukce asynchronního motoru s kotvou nakrátko, [5].</i>	16
<i>Obrázek 2: Vzájemné působení magnetických polí asynchronního motoru, [6].</i>	17
<i>Obrázek 3: Harmonický průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře, [6].</i>	18
<i>Obrázek 4: Nejčastěji používané zjednodušení T-článku na <math>\Gamma</math>-článek. Např. v literatuře [1] a [6].</i>	20
<i>Obrázek 5: Dvojbran charakterizovaný vektorem dvou napětí a vektorem dvou proudů, [4].</i>	20
<i>Obrázek 6: Přímá separace rozptylových indukčností. Převzato z [4].</i>	21
<i>Obrázek 7: Přeměna separovaného motoru na náhradní zapojení asynchronního motoru.</i>	23
<i>Obrázek 8: Asynchronní motor po <math>\Gamma</math>-separaci.</i>	25
<i>Obrázek 9: Náhradní zapojení asynchronního motoru ve tvaru <math>\Gamma</math>-článku.</i>	25
<i>Obrázek 10: Analogie <math>\Gamma</math>-článku s primární stranou napěťového modelu.</i>	26
<i>Obrázek 11: Náhradní zapojení asynchronního motoru ve tvaru <math>\Gamma</math>-článku. a) Původní asynchronní motor. b) Širokopásmové náhradní zapojení asynchronního motoru. c) Náhradní zapojení asynchronního motoru pro nízké frekvence.</i>	26
<i>Obrázek 12: Asynchronní motor po T-separaci.</i>	27
<i>Obrázek 13: Náhradní zapojení asynchronního motoru ve tvaru T-článku.</i>	27
<i>Obrázek 14: Analogie T-článku s primární stranou proudového modelu.</i>	28
<i>Obrázek 15: Náhradní zapojení asynchronního motoru ve tvaru T-článku. a) Původní asynchronní motor. b) Širokopásmové náhradní zapojení asynchronního motoru. c) Náhradní zapojení asynchronního motoru pro nízké frekvence.</i>	28
<i>Obrázek 16: Asynchronní motor po T-separaci.</i>	29
<i>Obrázek 17: Náhradní zapojení asynchronního motoru ve tvaru T-článku.</i>	29
<i>Obrázek 18: Náhradní zapojení asynchronního motoru ve tvaru T-článku. a) Původní asynchronní motor. b) Širokopásmové náhradní zapojení asynchronního motoru. c) Náhradní zapojení asynchronního motoru pro nízké frekvence.</i>	30
<i>Obrázek 19: Náhradní zapojení pro určení vstupních impedancí. a) Náhradní zapojení ve tvaru T-článku. b) Náhradní zapojení ve tvaru <math>\Gamma</math>-článku. c) Náhradní zapojení ve tvaru T-článku. ..</i>	31
<i>Obrázek 20: Náhradní zapojení ve <math>\Gamma</math>-tvaru článku pro odvození momentové charakteristiky.</i>	35
<i>Obrázek 21: Náhradní zapojení ve <math>\Gamma</math>-tvaru článku pro odvození momentové charakteristiky.</i>	36
<i>Obrázek 22: Náhradní zapojení ve <math>\Gamma</math>-tvaru článku pro odvození momentové charakteristiky.</i>	38
<i>Obrázek 23: Měření asynchronního motoru ve stavu nakrátko (bod K) a naprázdno (bod P).</i>	40
<i>Obrázek 24: Zjednodušení náhradního zapojení asynchronního motoru při stavu naprázdno.</i>	41



---

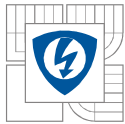
<i>Obrázek 25: Rozdělení ztrát naprázdno, [9].....</i>	<i>41</i>
<i>Obrázek 26: Zjednodušení náhradního zapojení asynchronního motoru při stavu nakrátko.....</i>	<i>42</i>
<i>Obrázek 27: Průběh momentové charakteristiky s různými body A, B v blízkosti jmenovitému bodu N. ....</i>	<i>43</i>
<i>Obrázek 28: Vstupní impedance náhradního zapojení a) musí být stejná jako změřená impedance b). Převzato z [10].....</i>	<i>44</i>
<i>Obrázek 29: Měřicí pracoviště.....</i>	<i>46</i>
<i>Obrázek 30: Určení mechanických ztrát <math>\Delta P_{mech}</math> z měření naprázdno.....</i>	<i>48</i>
<i>Obrázek 31: Porovnání lineární části momentových charakteristik.....</i>	<i>51</i>
<i>Obrázek 32: Porovnání teoretických momentových charakteristik.....</i>	<i>51</i>
<i>Obrázek 33: Rozdělení ztrát z měření naprázdno. ....</i>	<i>54</i>
<i>Obrázek 34: Závislost proudu na napětí při měření naprázdno. ....</i>	<i>55</i>



---

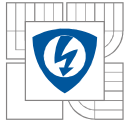
## SEZNAM TABULEK

<i>Tabulka 1: Štítkové hodnoty motoru AOM090L02-16. ....</i>	<i>46</i>
<i>Tabulka 2: Naměřené hodnoty odporů vinutí motoru AOM090L02-16.....</i>	<i>47</i>
<i>Tabulka 3: Vypočtené parametry náhradního zapojení pro různé kombinace blízkých bodů A, B. .....</i>	<i>49</i>
<i>Tabulka 4: Srovnání identifikovaných parametrů náhradního zapojení motoru AOM090L02-16. .....</i>	<i>50</i>
<i>Tabulka 5: Naměřené hodnoty z měření naprázdno. ....</i>	<i>54</i>
<i>Tabulka 6: Naměřené hodnoty z měření nakrátko. ....</i>	<i>55</i>
<i>Tabulka 7: Naměřené hodnoty momentové charakteristiky v lineární části při <math>U=\text{konst.}</math> .....</i>	<i>56</i>

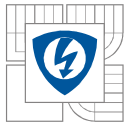


## SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK

B	maximální hodnota magnetické indukce	T
B	střední hodnota magnetická indukce	T
B	magnetická indukce	T
$C'_2$	mezizávitová kapacita rotoru přepočtena na stator	F
$C_1$	mezizávitová kapacita statoru	F
$C_2$	mezizávitová kapacita rotoru	F
D	průměr statoru	mm
$f_1$	frekvence sítě	Hz
$f_1$	kmitočet proudu statoru	Hz
$f_2$	kmitočet proudu rotoru	Hz
$i'_2$	rotorový proud přepočtený na stator	A
$i_1$	statorový proud	A
$i_2$	rotorový proud	A
k	činitel vazby	-
$k_h$	činitel vazby ideálního motoru	-
$k_q$	činitel rozlohy	-
$k_v$	činitel vinutí	-
$k_y$	činitel kroku	-
$L_{\sigma 1}$	rozptylová indukčnost statoru	H
$L_{\sigma 1T}$	rozptylová indukčnost statoru v T-článku	H
$L_{\sigma 1\Gamma}$	rozptylová indukčnost statoru v $\Gamma$ -článku	H
$L_{\sigma 1I}$	rozptylová indukčnost statoru v I-článku	H
$L_{\sigma 2}$	rozptylová indukčnost rotoru	H
$L_{\sigma 2T}$	rozptylová indukčnost rotoru v T-článku	H
$L_{\sigma 2\Gamma}$	rozptylová indukčnost rotoru v $\Gamma$ -článku	H
$L_{\sigma 2I}$	rozptylová indukčnost rotoru v I-článku	H
$L'_{\sigma 2}$	rozptylová indukčnost rotoru přepočtena na stator	H
$L'_{\sigma 2\Gamma}$	rozptylová indukčnost rotoru přepočtena na stator	H
$L'_{\sigma 2I}$	rozptylová indukčnost rotoru přepočtena na stator	H
$L'_{\sigma 2T}$	rozptylová indukčnost rotoru přepočtena na stator	H
$L'_{\sigma 2\Gamma}$	rozptylová indukčnost rotoru v $\Gamma$ -článku přepočtena na stator	H
$L'_{\sigma 2I}$	rozptylová indukčnost rotoru v I-článku přepočtena na stator	H
$L'_{\sigma 2T}$	rozptylová indukčnost rotoru v T-článku přepočtena na stator	H
$L_1$	indukčnost primárního vinutí	H
$L_2$	indukčnost sekundárního vinutí	H



$L_h \Gamma$	hlavní indukčnost v $\Gamma$ -článku	H
$L_h I$	hlavní indukčnost v $I$ -článku	H
$L_{h1}$	hlavní indukčnost statoru	H
$L_{h2}$	hlavní indukčnost rotoru	H
$L_{hT}$	hlavní indukčnost v $T$ -článku	H
$M$	vzájemná indukčnost	H
$M_h$	vzájemná indukčnost ideálního motoru	H
$n$	otáčky rotoru	$\text{min}^{-1}$
$n_1$	otáčky točivého magnetického pole	$\text{min}^{-1}$
$n_1$	počet závitů primárního vinutí	-
$n_2$	počet závitů sekundárního vinutí	-
$p$	počet pólových dvojic	-
$R$	odpor zátěže as. motoru	$\Omega$
$R'_2$	činný odpor rotorového vinutí přepočtený na stator	$\Omega$
$R'_z \Gamma$	odpor rotoru přepočtený na stator v $\Gamma$ -článku	$\Omega$
$R'_z I$	odpor rotoru přepočtený na stator v $I$ -článku	$\Omega$
$R'_z T$	odpor rotoru přepočtený na stator v $T$ -článku	$\Omega$
$R_1$	činný odpor statorového vinutí	$\Omega$
$R_2$	činný odpor rotorového vinutí	$\Omega$
$R_{Fe}$	odpor představující ztráty v železe	$\Omega$
$s$	skluz	-
$u'_2$	napětí zátěže přepočtené na stator	V
$u_1$	napětí statoru	V
$u_2$	napětí zátěže	V
$u_{h1}$	napětí hlavní indukčnosti statoru	V
$u_{h2}$	napětí hlavní indukčnosti rotoru	V
$u_{i1}$	indukované napětí v primárním vinutí	V
$u_{i2}$	indukované napětí v sekundárním vinutí	V
$v_1$	rychlost	$\text{ms}^{-1}$
$Z_{vst,T}$	vstupní impedance $T$ -článku	$\Omega$
$Z_{vst,\Gamma}$	vstupní impedance $\Gamma$ -článku	$\Omega$
$Z_{vst,I}$	vstupní impedance $I$ -článku	$\Omega$
$\phi$	magnetický tok	Wb
$\sigma$	volitelný parametr	-
$K_{h,U,21}$	napěťový přenos naprázdno	-
$\tau_p$	pólová rozteč	mm
$P_6$	výkon přenesený vzduchovou mezerou	W



---

$P_{el}$	elektrický příkon rotoru	W
$M$	mechanický moment asynchronního motoru	Nm
$P_0$	činný příkon naprázdno	W
$P_k$	činný příkon nakrátko	W
$\Delta P_j$	jouleovy ztráty	W
$\Delta P_{Fe}$	ztráty v železe	W
$\Delta P_m$	ztráty mechanické	W
$i_0$	proud naprázdno	A
$i_k$	proud nakrátko	A
$u_0$	napětí naprázdno	V
$u_k$	napětí nakrátko	V



---

## 1 ÚVOD

Asynchronní motory, někdy v literatuře uváděné jako indukční motory, se řadí mezi nejrozšířenější elektrické stroje. Asynchronní motor se upřednostňuje díky spolehlivé a jednoduché konstrukci, z čehož plynou i poměrně nízké náklady na výrobu asynchronního motoru. Asynchronní stroj se vyrábí v mnoha řadách od zlomků W do tisíců kW. Otáčky se pohybují v mezích  $500\text{--}3000\text{ min}^{-1}$ . [3]

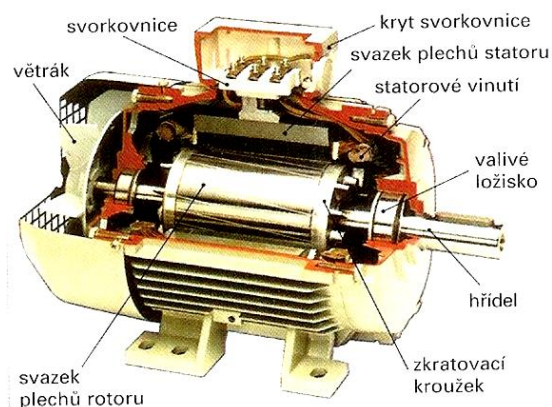
Z elektrického hlediska přispívá jeho velkému využití rozvoj frekvenčních měničů, oproti dobám minulým. V průmyslové automatizaci se velice často setkáme s pohonem, kde jako poháněcí jednotka slouží asynchronní motor a řízení otáček uskutečňuje frekvenční měnič. Pro řízení je nezbytné znát co nejpřesnější parametry asynchronního stroje. Proto se zavádí náhradní zapojení asynchronních motorů. Přesnost parametrů náhradního zapojení má podstatný vliv na matematický model asynchronního motoru. Náhradní zapojení se dá popsat jako pasivní dvojbran. Z hlediska topologického můžeme náhradní zapojení asynchronního motoru rozdělit na T-článek,  $\Gamma$ -článek a inverzní  $\Gamma$ -článek. V bakalářské práci se budu dále zabývat jejich vlastnostmi, vzájemnými přepočty mezi jednotlivými tvary zapojení a odvozením momentových charakteristik. [4].



## 2 ASYNCHRONNÍ STROJ

### 2.1 Popis asynchronního stroje

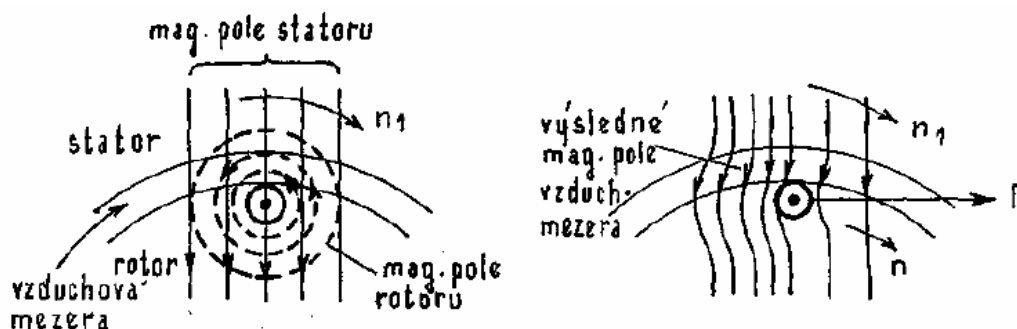
Asynchronní stroj slouží k přeměně elektrické energie na energii mechanickou a naopak. Skládá se ze statoru (pevná část) a rotoru (pohyblivá část). Statorové vinutí může být trojfázové, dvoufázové nebo jednofázové. Nejrozšířenějším statorovým vinutím je trojfázové jednovrstvé nebo trojfázové dvouvrstvé vinutí. Statorové vinutí je uloženo v drážkách rotorových plechů vlisovaných do kostry statoru. Plechy jsou vzájemně izolovány z důvodu vířivých ztrát v železe. Tyto plechy tvoří magnetický obvod. Rotor se skládá z hřídele s nalisovanými rotorovými plechy, ve kterých je uloženo vinutí, které se nazývá kotva. Kotvu může tvořit buď kotva nakrátko, nebo vinutí z měděných izolovaných vodičů. Kotvu nakrátko tvoří měděné, mosazné nebo hliníkové tyče, uložené v drážkách rotoru, které jsou na koncích propojeny kruhy. Tyče jsou pomocí kruhů zkratovány. Rotor s vinutou kotvou tvoří trojfázové vinutí z izolovaných vodičů, kde jsou začátky fází spojeny do uzlu a konce vyvedeny ke sběracím kroužkům. Kroužky jsou izolovaně nasazeny na hřídeli. Na kroužky dosedají kartáče, které jsou vyvedeny na svorkovnici. Skrze svorkovnici je možné připojit reostat, kterým můžeme měnit odpor vinutí rotoru, a tím plynule regulovat otáčky asynchronního motoru. [1],[3],[6].



Obrázek 1: Konstrukce asynchronního motoru s kotvou nakrátko, [5].

### 2.2 Princip činnosti asynchronního stroje

Asynchronní motor využívá výhodnou vlastnost trojfázového střídavého proudu, který je schopen vytvořit točivé magnetické pole. Točivé magnetické pole vznikne připojením třífázového statorového vinutí asynchronního motoru k souměrné soustavě trojfázového proudu. Točivé magnetické pole protíná vodiče rotoru, ve kterých se indukuje napětí. Je-li vinutí uzavřeno, protéká vodiči proud, který vytváří magnetické pole rotoru. Tato dvě magnetická pole na sebe vzájemně působí. Na Obr. 2 je znázorněno vzájemné působení magnetického pole statoru a rotoru. Na jedné straně vodiče rotoru jsou siločáry „hustší“ a na druhé straně se siločáry vyruší, magnetické pole je „řidší“. Výsledné magnetické pole, které je znázorněno na levé straně rotorového vodiče (Obr. 2), vytlačuje vodič do oblasti, kde je výsledné magnetické pole řidší.



Obrázek 2: Vzájemné působení magnetických polí asynchronního motoru, [6].

Jev je možné popsat Flemingovým pravidlem levé ruky (siločáry směřují do dlaně, prsty ukazují směr proudu a palec směr síly, kterou působí magnetické pole na vodič). Aby se ve vinutí rotoru indukovalo napětí a protékal proud, musí vzniknout relativní pohyb mezi rotorem a točivým magnetickým polem statorového vinutí. Vzniká tzv. skluz  $s$ , který popisuje rozdíl otáček točivého magnetického pole  $n_1$  a otáček rotoru  $n$ . Pro skluz platí vztah:

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1}, \quad s_{\%} = \frac{n_1 - n}{n_1} 100 \quad [-], [\%]. \quad (1)$$

Otáčky točivého magnetického pole vyjádříme vztahem:

$$n_1 = \frac{60f_1}{p} \quad [\text{min}^{-1}], \quad (2)$$

kde

$f_1$  [Hz] frekvence sítě,

$p$  [-] počet pólových dvojic.

Upravením vztahu (1) můžeme vyjádřit otáčky rotoru:

$$n = n_1(1 - s) \quad [\text{min}^{-1}]. \quad (3)$$

Ze vztahu (2) je zřejmé, že otáčky magnetického pole závisí na počtu pólů a kmitočtu napájecího napětí. Skluz a s ním i otáčky rotoru se mění s mechanickým zatížením motoru. Skluz se při jmenovitých zatíženích asynchronních motorů pohybuje přibližně v rozmezí 1 – 10%, záleží na výkonu asynchronního motoru. [6], [1].

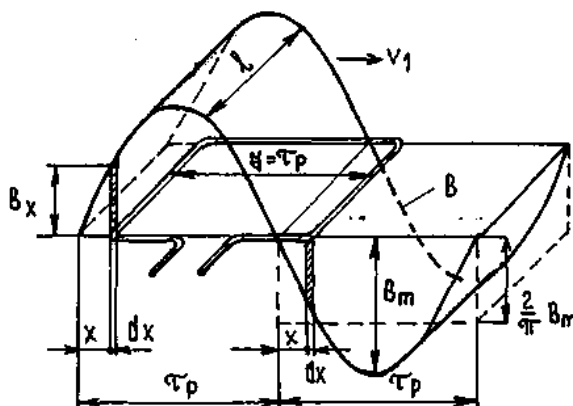
### 3 APLIKACE TEORIE TRANSFORMÁTORU NA ASYNCHRONNÍ MOTOR

Stejně jako transformátor, má asynchronní motor dvě vinutí (statorové a rotorové), které mají společný magnetický obvod. Rozdíl spočívá v tom, že sekundární vinutí (rotor) se otáčí, pohybuje se v magnetickém poli. Je dokázáno, že i za těchto podmínek je možné aplikovat teorii transformátoru na práci asynchronního stroje. [3].

Důkazem podobnosti transformátoru s asynchronním motorem může být odvození vztahů pro indukovaná napětí, které je popsáno v literatuře [6]. V [6] jsou odvozeny vztahy pro efektivní hodnoty indukovaných napětí transformátoru, které mají tvar:

$$u_{i1} = 4,44\phi f N_1, \quad (4)$$

$$u_{i2} = 4,44\phi f N_2. \quad (5)$$



Obrázek 3: Harmonický průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře, [6].

Magnetické pole ve vzduchové mezeře má harmonický průběh (Obr. 3). Vzhledem k cívice se pohybuje rychlostí  $v_1$ , pro kterou platí:

$$v_1 = \pi D n_1 = \frac{2p\tau_p f_1}{p} = 2\tau_p f_1. \quad (6)$$

Magnetický tok postupující plochou cívky, která se posune o element délky  $dx$ :

$$d\phi = 2B_x l dx. \quad (7)$$

Indukované napětí v cívice:

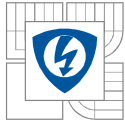
$$u_{i1} = \frac{d\phi}{dt} = 2B_x l \frac{dx}{dt} = 2B_m \sin(x) l v_1. \quad (8)$$

Pro maximální hodnotu magnetické indukce  $B_m$  platí:

$$B_m = 0,5\pi B_{stř}. \quad (9)$$

Magnetický tok  $\phi$  jednoho pólu je roven:

$$\phi = B_{stř} l \tau_p. \quad (10)$$



---

Pomocí vztahu (10) vyjádříme  $B_{stř}$

$$B_{stř} = \frac{\Phi}{l\tau_p}. \quad (11)$$

Dosadíme vztahy (6), (9) a (10) do vztahu (8), získáme vztah pro indukované napětí ve vinutí statoru, které má  $N_1$  závitů

$$u_{i1} = \frac{2\pi N_1 f_1 \Phi}{\sqrt{2}} = 4,44\Phi f_1 N_1. \quad (12)$$

Pro rotorové vinutí platí analogický vztah, který je také odvozen v [6]. Platí:

$$u_{i2} = 4,44\Phi f_2 N_2. \quad (13)$$

Do rovnic indukovaných napětí (12) a (13) se zavádí tzv. činitel vinutí  $k_v$ .

$$k_v = k_q * k_y. \quad (14)$$

Kde  $k_q$  zohledňuje úbytek napětí vlivem rozložení vodičů do více drážek a  $k_y$  úbytek napětí vlivem zkráceného kroku. Rovnice (12) a (13) vynásobíme činitelem vinutí  $k_v$  a získáme vztahy pro efektivní hodnoty indukovaných napětí:

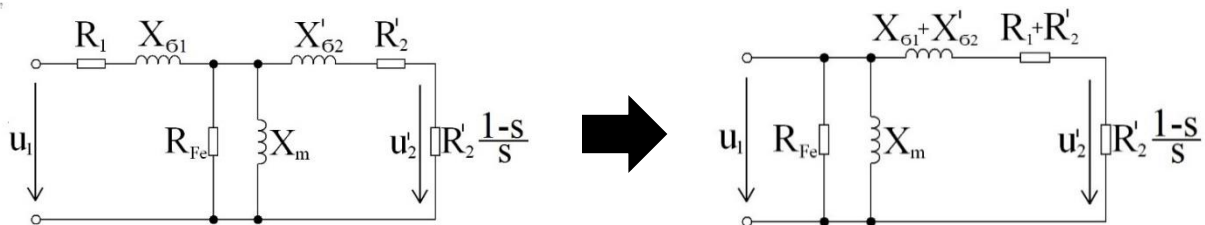
$$u_{i1} = 4,44\Phi f_1 N_1 k_{v1} \quad (15)$$

$$u_{i2} = 4,44\Phi f_2 N_2 k_{v2} \quad (16)$$

Rozdíl mezi vztahy pro indukovaná napětí ve vinutích asynchronního motoru (15), (16) a indukovaných napětí vinutích transformátoru (4), (5), spočívá ve frekvenci  $f_2$  konstantách  $k_{v1}$  a  $k_{v2}$ . Kromě rozdílné frekvence indukovaného napětí ve vinutí rotoru je třeba pro výpočty zohlednit rozdílný počet fází statoru a rotoru. Jedná se hlavně tedy o případ, kdy má asynchronní motor rotor s kotvou nakrátko, potom se počet fází rotoru  $m_2$  rovná počtu tyčí klece. Oproti transformátoru má asynchronní motor vzduchovou mezeru mezi primárním a sekundárním vinutím (mezera mezi rotorem a statorem, u malých motorů asi 0,3 mm). Vzduchová mezera zvyšuje magnetický odpor v cestě magnetického toku. Asynchronní motor se liší také přeměnou energie. Asynchronní motor přeměňuje elektrickou energii na mechanickou, kdežto transformátor pracuje pouze s elektrickou energií a přeměňuje její parametry [1], [3], [6].

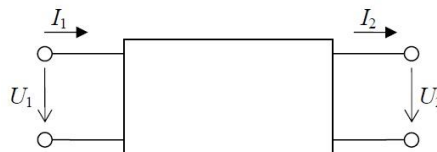
## 4 NÁHRADNÍ ZAPOJENÍ ASYNCHRONNÍHO MOTORU

Ve starších literaturách, jako např. [1], je náhradní zapojení asynchronního motoru znázorněno formou klasického T-článku. Toto zapojení je možné použít, ale musíme předpokládat, že se bude při výpočtech asynchronního motoru projevovat chyba. Tato problematika je vysvětlena v kapitole 4.1. Běžně se tedy můžeme setkat se zapojením, které je zobrazeno na Obr. 4 a jeho zjednodušením na zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku. Zjednodušení spočívá v přemístění magnetizační větve na vstupní svorky.



Obrázek 4: Nejčastěji používané zjednodušení T-článku na  $\Gamma$ -článek. Např. v literatuře [1] a [6].

Pro pochopení problematiky náhradních zapojení, jak je vysvětleno v literatuře [4], je nezbytné chápat náhradní zapojení asynchronního motoru jako čtyřpól, konkrétně jako dvojbran, protože pro nás nejsou důležitá vnější chování podélných napětí. T-článek a dále řešený  $\Gamma$ -článek je topologickým rozdělením pasivního dvojbranu.



Obrázek 5: Dvojbran charakterizovaný vektorem dvou napětí a vektorem dvou proudů, [4].

Pro každý pasivní dvojbran platí princip reciprocity. Reciprocita neboli vzájemnost nám říká, že pokud popíšeme pasivní dvojbran čtvercovou maticí o dimenzi  $2 \times 2$ , musí platit symetrie podle hlavní diagonály. Dvojbran na Obr. 5 můžeme popsat například rovnicí Z-matic:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}, \quad [4]. \quad (17)$$

u které podle principu reciprocity platí rovnost  $z_{12} = z_{21}$ . Z čehož plyne, že jsou v matici tři parametry různé. Říkáme, že má tři stupně volnosti. Pro náhradní zapojení asynchronního motoru je pro nás důležitá tato věta:

*“Každý pasivní přenosový dvojbran má pouze tři stupně volnosti. Proto může být nahrazen ekvivalentním trojpólem ve tvaru T-článku sestaveným ze tří impedancí. Proto jsou všechny přenosové vlastnosti plně definovány:*

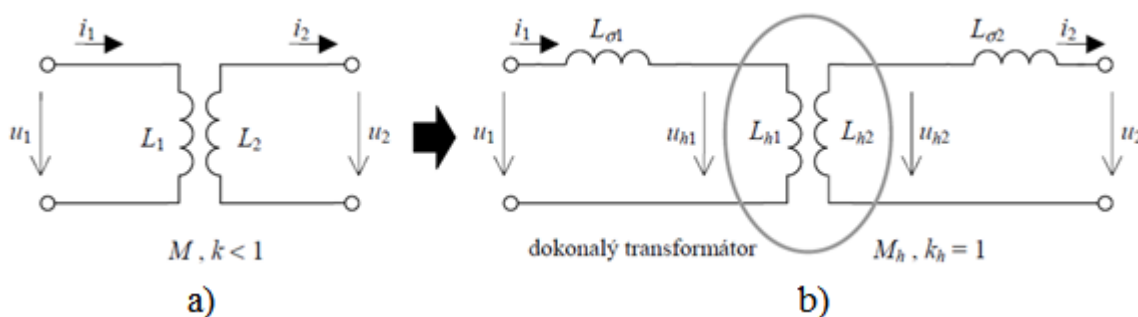
*-bud' trojicí parametrů obvodových (např.  $L_1, L_2, M$ )*

*-nebo trojicí parametrů přenosových (např.  $Z_{vst,0}, Z_{vst,K}, Z_{U,21,0}$ )*

*-nebo trojicí maticových koeficientů (např.  $z_{11}, z_{21}, z_{22}$ )“ citováno z [4].*

## 4.1 Syntéza náhradního zapojení metodou přímé separace rozptylových indukčností

Popis této metody vychází z literatury [4], kde je aplikována na transformátor. Můžeme ji však bez problému použít na asynchronní motor. Metoda spočívá v rozdělení indukčnosti statorového vinutí  $L_1$  původního asynchronního motoru na hlavní indukčnost  $L_{h1}$  a na rozptylovou indukčnost  $L_{\sigma 1}$ . To stejné se provede s indukčností rotorového vinutí  $L_2$ , která se rozdělí na hlavní indukčnost  $L_{h2}$  a na rozptylovou indukčnost  $L_{\sigma 2}$ . Touto separací jsou získány čtyři parametry  $L_{h1}$ ,  $L_{h2}$ ,  $L_{\sigma 1}$ ,  $L_{\sigma 2}$ . Rozdělení indukčností je znázorněno na obrázku. Vyznačená část v Obr. 6b představuje ideální transformátor, kde činitel vazby je  $k=1$  (neuvažujeme rozptylovou indukčnost). Počet parametrů je v rozporu s počtem stupňů volnosti dvojbranu. Nyní může mít toto náhradní zapojení nekonečně mnoho řešení. Pro jednoznačné řešení, je nutno jeden parametr libovolně zvolit.



Obrázek 6: Přímá separace rozptylových indukčností. Převzato z [4].

Postup přímé separace rozptylových indukčností je zachován stejný jako v literatuře [4]. Upravíme  $H_U$  matici (matice popisující matematický model transformátoru napětí, podrobně viz [4] str. 87) původního neseparovaného motoru na tvar:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{u_1(t)}{L_1} + k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \frac{di_2(t)}{dt}, \quad (18)$$

$$u_2 = k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} u_1(t) - L_2(1 - k^2) \frac{di_2(t)}{dt}. \quad (19)$$

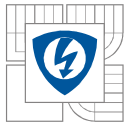
Víme, že u ideálního motoru je  $k_h=1$ , potom je vzájemná indukčnost rovna

$$M_h = \sqrt{L_{h1}L_{h2}}. \quad (20)$$

Analogické rovnice rovnicím (18) a (19), pro separovaný motor budou mít tvar:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{u_{h1}(t)}{L_{h1}} + \sqrt{\frac{L_{h2}}{L_{h1}}} \frac{di_2(t)}{dt}, \quad (21)$$

$$u_{h2} = \sqrt{\frac{L_{h2}}{L_{h1}}} u_{h1}(t). \quad (22)$$



Vzájemná indukčnost způsobí, že napětí  $u_{h1}$  není funkcí jen napětí  $u_1$ , ale je závislé i na proudu  $i_2$ . Potom můžeme z Obr. 6 sestavit rovnice:

$$u_2 = u_{h2} - L_{62} \frac{di_2}{dt}, \quad (23)$$

$$u_{h1} = u_1 - L_{61} \frac{di_1}{dt}. \quad (24)$$

Do rovnice (23) dosadíme (22):

$$u_2 = \sqrt{\frac{L_{h2}}{L_{h1}}} u_{h1}(t) - L_{62} \frac{di_2}{dt}. \quad (25)$$

Do rovnice (25) dosadíme (24):

$$u_2 = \sqrt{\frac{L_{h2}}{L_{h1}}} u_1 - \sqrt{\frac{L_{h2}}{L_{h1}}} L_{61} \frac{di_1}{dt} - L_{62} \frac{di_2}{dt}. \quad (26)$$

Do rovnice (26) dosadíme (18):

$$u_2 = \left(1 - \frac{L_{\delta 1}}{L_1}\right) \sqrt{\frac{L_{h2}}{L_{h1}}} u_1 - \left(k \sqrt{\frac{L_{h2}}{L_{h1}}} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} L_{\sigma 1} + L_{\sigma 2}\right) \frac{di_2}{dt}. \quad (27)$$

Pro hlavní indukčnosti separovaného motoru platí:

$$L_{h1} = L_1 - L_{\sigma 1}, \quad (28)$$

$$L_{h1} = L_1 - L_{\sigma 1}. \quad (29)$$

Dosazením (28) a (29) do (27) získáme:

$$u_2 = \left(1 - \frac{L_{\sigma 1}}{L_1}\right) \sqrt{\frac{L_2 - L_{\sigma 2}}{L_1 - L_{\sigma 1}}} u_1 - \left(k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \sqrt{\frac{L_2 - L_{\sigma 1}}{L_1 - L_{\sigma 1}}} L_{\sigma 1} + L_{\sigma 2}\right) \frac{di_2}{dt}. \quad (30)$$

Porovnáním rovnice (30) s rovnicí (19) můžeme vyjádřit rovnost jejich stejnohlých koeficientů:

$$\left(1 - \frac{L_{\sigma 1}}{L_1}\right) \sqrt{\frac{L_2 - L_{\sigma 2}}{L_1 - L_{\sigma 1}}} = k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}, \quad (31)$$

$$k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \sqrt{\frac{L_2 - L_{\sigma 1}}{L_1 - L_{\sigma 1}}} L_{\sigma 1} + L_{\sigma 2} = L_2(1 - k^2). \quad (32)$$

Rovnice (31) a (32) jsou na sobě závislé, získáme z nich jednu rovnici se dvěma neznámými parametry  $L_{\sigma 1}$ ,  $L_{\sigma 2}$ . Rovnice je vyjádřena vztahem:

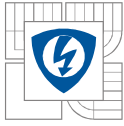
$$L_{\sigma 1} = L_1 \left(1 - k^2 \frac{L_2}{L_2 - L_{\sigma 2}}\right). \quad (33)$$

Jeden z parametrů libovolně zvolíme. K tomu nám pomůže libovolně volitelný parametr  $\sigma$ , ten je v literatuře [4] zvolen na základě formální symetrie a je zaveden formou vztahu:

$$L_{\sigma 2} = L_2(1 - k\sigma). \quad (34)$$

Dosazením (34) do (33) získáme:

$$L_{\sigma 1} = L_1 \left(1 - \frac{k}{\sigma}\right). \quad (35)$$



Dosazením rovnice (34) do (29) a dosazením rovnice (35) do (28) získáme vztahy:

$$L_{h2} = k\sigma L_2, \quad (36)$$

$$L_{h1} = \frac{k}{\sigma} L_1. \quad (37)$$

Tyto dva vztahy (36), (37) dosadíme do (22) a získáme napěťový přenos naprázdno, který je roven

$$K_{h,U,21,0} = \sqrt{\frac{L_{h2}}{L_{h1}}} = \sigma \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}. \quad (38)$$

Aby bylo náhradní zapojení fyzikálně realizovatelné, je potřeba stanovit podmínky, kdy  $L_{\sigma 1} \geq 0$  a zároveň  $L_{\sigma 2} \geq 0$ . Za těchto podmínek z rovnic (34) a (35) vyplývá, že libovolně volitelný parametr  $\sigma$  lze volit z nerovnosti:

$$k \leq \sigma \leq \frac{1}{k}. \quad (39)$$

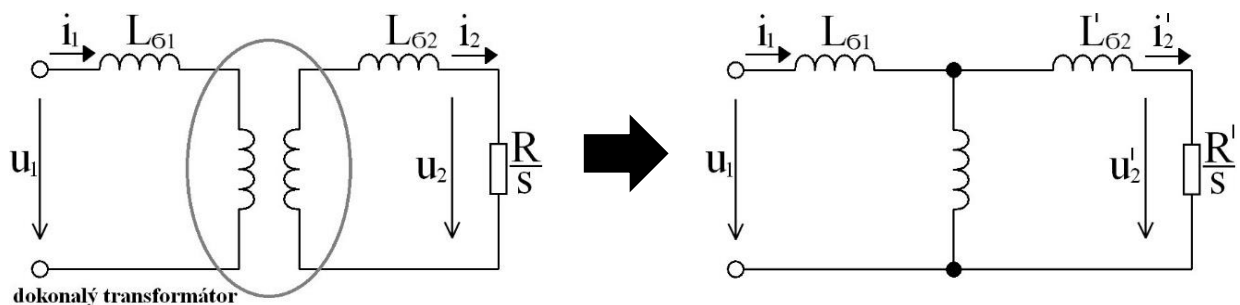
Je nezbytné poznamenat, že se jedná o velmi úzký interval (např.  $k=0,96$ , potom  $\frac{1}{k} = 1,042$ ). Pro přepočítání parametrů na stator bude platit:

$$L'_{\sigma 2} = \frac{L_{\sigma 2}}{K_{h,U,21,0}^2} = L_1 \frac{1-k\sigma}{\sigma^2}, \quad (40)$$

$$\frac{R'_2}{s} = \frac{\frac{R_2}{s}}{K_{h,U,21,0}^2} = \frac{R_2}{s} \frac{L_1}{\sigma^2 L_2}. \quad (41)$$

Z Obr. 6 je možné určit napěťový přenos náhradního zapojení  $K'_{U,21,0}$ , který je roven:

$$K'_{U,21,0} = \frac{L_{h1}}{L_{h1} + L_{\sigma 2}} = \frac{k}{\sigma}. \quad (42)$$

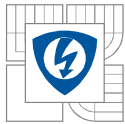


Obrázek 7: Přeměna separovaného motoru na náhradní zapojení asynchronního motoru.

Pro vytvoření jednotlivých náhradních zapojení, které jsou popsány v dalších kapitolách, se budeme držet těmito kroky:

1. Zvolení parametru  $\sigma$ .
2. Provedení separace.
3. Přepočítání sekundární impedance  $L_{\sigma 2}$ ,  $R_2/s$  na primární stranu.





---

Z metody přímé separace rozptylových indukčností plyne zjištění, že není zcela přesné pomocí převodu původního transformátoru přepočítávat parametry sekundární impedance na primární stranu, tak jak je tomu v klasických literaturách. Přenos původního transformátoru a separovaného transformátoru je rozdílný. Například u transformátorů, jak je uvedeno v literatuře [4], nám přepočet pomocí převodu původního transformátoru nezpůsobí příliš velkou chybu. Činitel vazby se blíží 1. U asynchronního motoru je díky vzduchové mezeře činitel vazby vinutí přibližně  $k=0,93$ . Potom při přepočtu pomocí původního transformátoru vzniká chyba, která už není zcela tak zanedbatelná. Tento postup je v literatuře [4] ověřen metodou vstupní impedance. Metoda syntézy náhradního zapojení metodou stejné vstupní impedance plyne z podmínky, která říká: *“Zatížené náhradní zapojení musí přenášet do přepočtené zátěže  $R'_z$  stejný výkon, jako původní transformátor do původní zátěže  $R_z$ . Zatížené náhradní zapojení musí mít stejnou vstupní impedanci, jako původní zatížený transformátor.”* Citováno z [4].

## 4.2 $\Gamma$ -článek

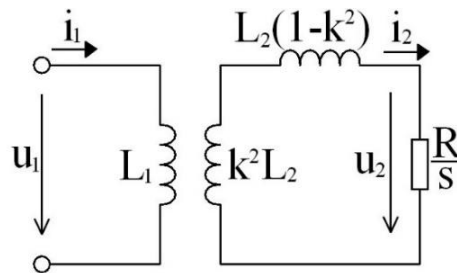
### 4.2.1 Nalezení náhradního zapojení ve tvaru $\Gamma$ -článku

Postupem, který je uveden v kapitole 4.1, se dopracujeme ke  $\Gamma$ -článku. Postupně:

1. Zvolíme parametr  $\sigma=k$ .
2. Provedeme separaci dosazením  $\sigma=k$  do rovnic (34) až (37).

Získáme parametry separovaného motoru:

$$L_{\sigma 1} = 0, L_{\sigma 2} = L_2(1 - k^2), L_{h1} = L_1, L_{h2} = k^2 L_2, K_{h,U,21,0} = k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = K_{U,21,0}. \quad (43)$$

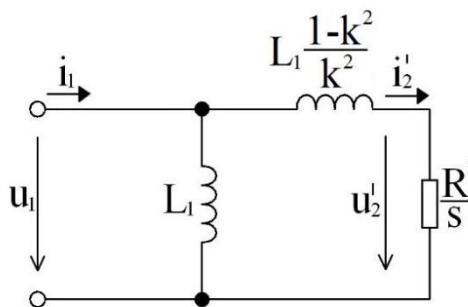


Obrázek 8: Asynchronní motor po  $\Gamma$ -separaci.

3. Přepočítání sekundární impedance dosazením  $\sigma=k$  do rovnic (40) až (42).

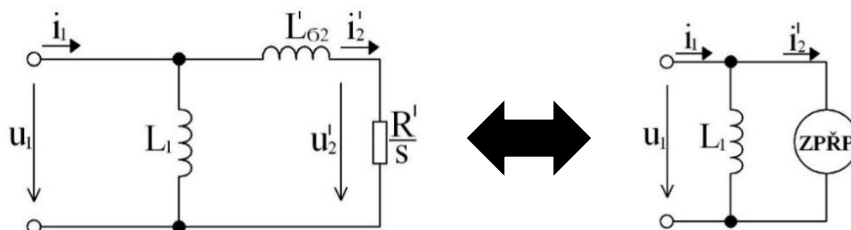
Získáme parametry náhradního zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku:

$$L_{\sigma 1} = 0, L'_{\sigma 2} = L_1 \frac{1-k^2}{k^2}, L_{h1} = L_1, \frac{R'_2}{s} = \frac{R_2}{s} \frac{L_1}{k^2 L_2}, K'_{U,21,0} = 1. \quad (44)$$



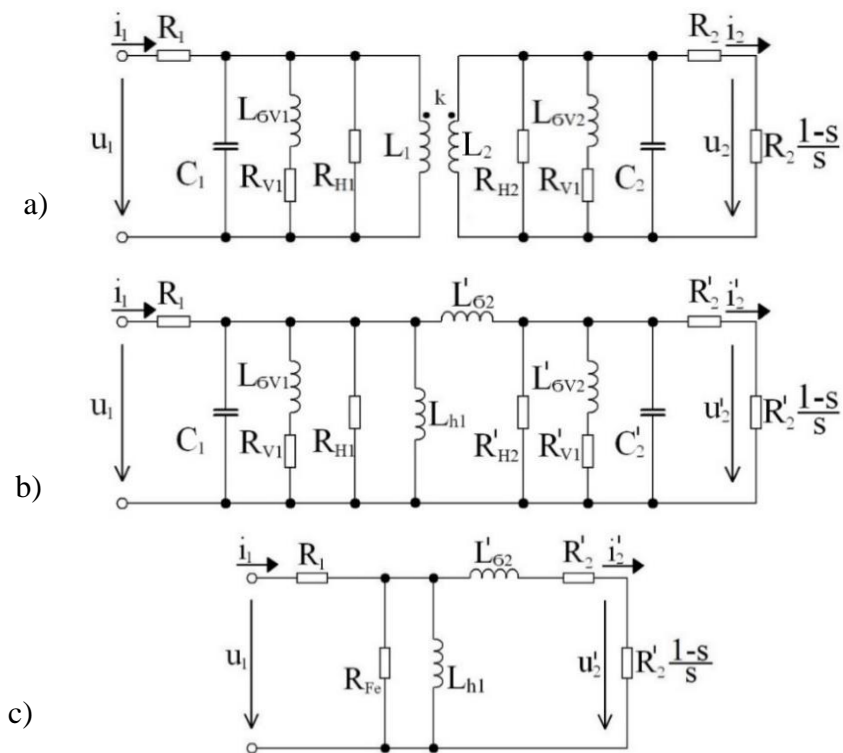
Obrázek 9: Náhradní zapojení asynchronního motoru ve tvaru  $\Gamma$ -článku.

#### 4.2.2 Vlastnosti $\Gamma$ -článku



Obrázek 10: Analogie  $\Gamma$ -článku s primární stranou napěťového modelu.

Důležitou vlastností  $\Gamma$ -článku je, že náhradní zapojení se chová stejně jako primární strana obvodového modelu transformátoru napětí, viz Obr. 10. Přepočítané parametry  $L'_{G2}$  a  $R'/s$  mají takovou hodnotu, že nahrazují zdroj proudu. Déle jako u jediného zapojení je napěťový převod separovaného motoru totožný s převodem původního motoru. Pokud budeme uvažovat všechny parazitní prvky Obr. 11a, jako jsou odpory vinutí, mezizávitové kapacity vinutí, odpory představující hysterezní a vířivé ztráty, můžeme je přepočítat se čtvercem převodu  $K_{H,U,21,0}$ . Každý z parametrů je jinak závislý na frekvenci. Za náhradní zapojení asynchronního motoru ve tvaru  $\Gamma$ -článku můžeme tedy považovat zapojení znázorněné na Obr. 11c, avšak s předpokladem, že je asynchronní motor napájen harmonickým napětím s nízkým kmitočtem, kde  $R_{Fe}$  je parametr představující ztráty v železe,  $R_1$  představuje činný odpor statorového vinutí a  $R_2$  činný odpor rotorového vinutí. [4].



Obrázek 11: Náhradní zapojení asynchronního motoru ve tvaru  $\Gamma$ -článku. a) Původní asynchronní motor. b) Širokopásmové náhradní zapojení asynchronního motoru. c) Náhradní zapojení asynchronního motoru pro nízké frekvence.

## 4.3 T-článek

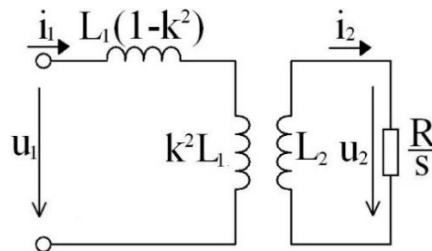
### 4.3.1 Nalezení náhradního zapojení ve tvaru T-článku

Pomocí postupu, který je uveden v kapitole 4.1, se dopracujeme k T-článku, neboli k inverznímu  $\Gamma$ -článku. Postupně tedy:

1. Zvolíme parametr  $\sigma=1/k$ .
2. Provedeme separaci dosazením  $\sigma=1/k$  do rovnic (34) až (37).

Získáme parametry separovaného motoru:

$$L_{\sigma 1} = L_1(1 - k^2), L_{\sigma 2} = 0, L_{h1} = k^2 L_1, L_{h2} = L_2, K_{h,U,21,0} = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \frac{1}{K_{I,21,K}}. \quad (45)$$

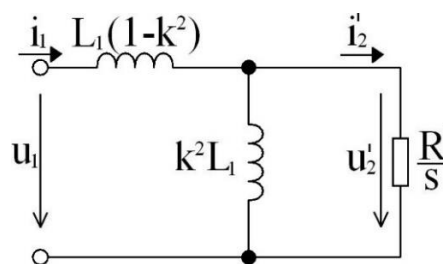


Obrázek 12: Asynchronní motor po T-separaci.

3. Přepočítání sekundární impedance dosazením  $\sigma=1/k$  do rovnic (40) až (42).

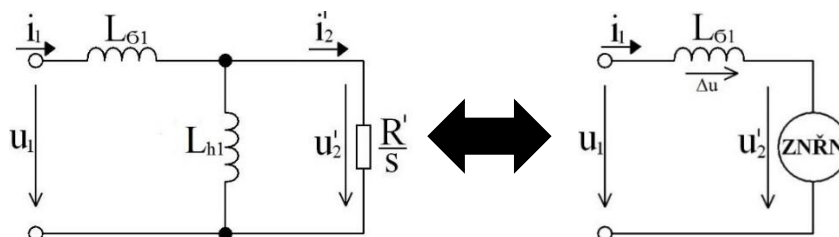
Tímto obdržíme parametry náhradního zapojení ve tvaru T-článku:

$$L_{\sigma 1} = L_1(1 - k^2), L'_{\sigma 2} = 0, L_{h1} = k^2 L_1, \frac{R'}{s} = \frac{R}{s} k^2 \frac{L_1}{L_2}, K'_{U,21,0} = k^2. \quad (46)$$



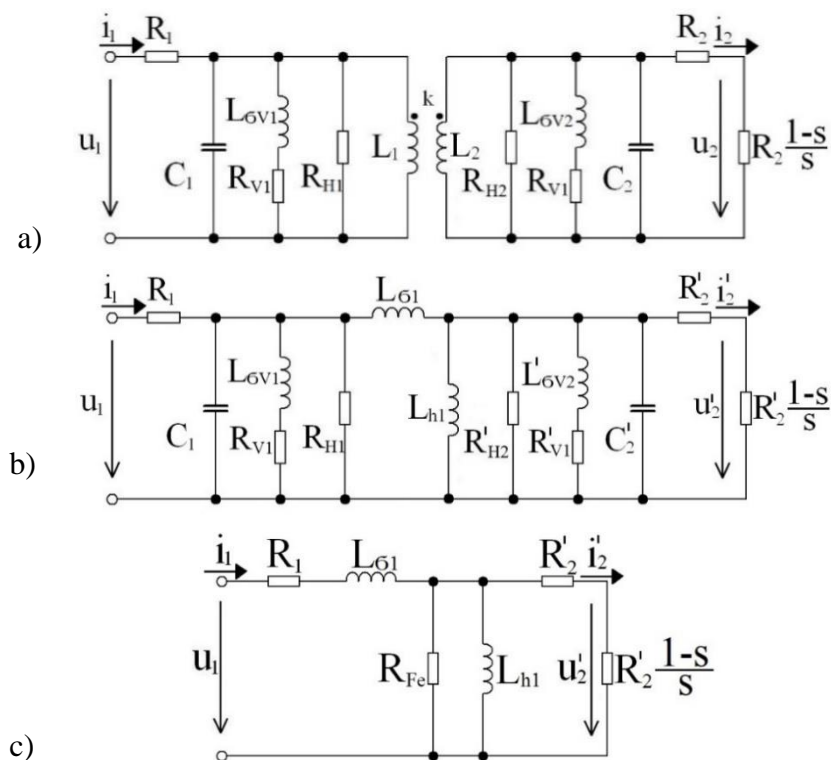
Obrázek 13: Náhradní zapojení asynchronního motoru ve tvaru T-článku.

### 4.3.2 Vlastnosti T-článku



Obrázek 14: Analogie T-článku s primární stranou proudového modelu.

Důležitou vlastností T-článku je, že náhradní zapojení se chová stejně jako primární strana obvodového modelu transformátoru proudu, viz Obr. 14. Přepočítané parametry  $L_{h1}$  a  $R'/s$  mají takovou hodnotu, že nahrazují zdroj napětí. Dále jako u jediného zapojení je napěťový převod separovaného transformátoru totožný s obrácenou hodnotou proudového přenosu původního transformátoru. Pokud budeme uvažovat všechny parazitní prvky Obr. 15b, parametry můžeme přepočítat se čtvercem převodu  $K_{H,U,21,0}$ . Každý z parametrů je jinak závislý na frekvenci. Za náhradní zapojení asynchronního motoru ve tvaru T-článku můžeme tedy považovat zapojení znázorněné na Obr. 15c, avšak s předpokladem, že je asynchronní motor napájen harmonickým napětím s nízkým kmitočtem, kde  $R_{Fe}$  je parametr představující ztráty v železe,  $R_1$  představuje činný odpor statorového vinutí a  $R_2$  činný odpor rotorového vinutí. [4].



Obrázek 15: Náhradní zapojení asynchronního motoru ve tvaru T-článku. a) Původní asynchronní motor. b) Širokopásmové náhradní zapojení asynchronního motoru. c) Náhradní zapojení asynchronního motoru pro nízké frekvence.

## 4.4 T-článek

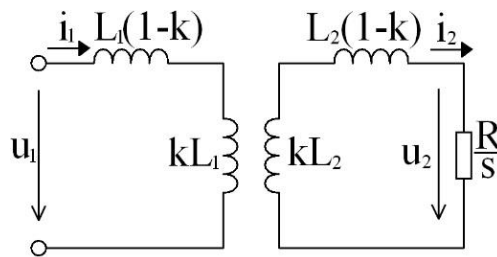
### 4.4.1 Nalezení náhradního zapojení ve tvaru T-článku

Postupem, který je uveden v kapitole 4.1, se dopracujeme k T-článku. Postupně:

1. Zvolíme parametr  $\sigma = 1$ .
2. Provedeme separaci dosazením  $\sigma = 1$  do rovnic (34) až (37).

Získáme parametry separovaného motoru:

$$L_{\sigma 1} = L_1(1 - k), L_{\sigma 2} = L_2(1 - k), L_{h1} = kL_1, L_{h2} = kL_2, K_{h,U,21,0} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}. \quad (47)$$

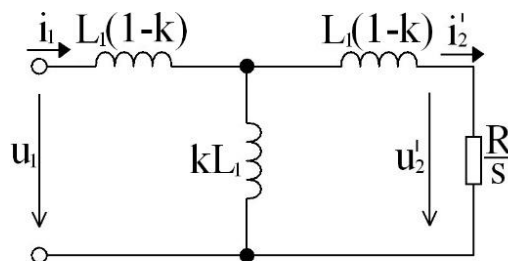


Obrázek 16: Asynchronní motor po T-separaci.

3. Přepočítání sekundární impedance dosazením  $\sigma=1$  do rovnic (40) až (42).

Tímto obdržíme parametry náhradního zapojení ve tvaru T-článku:

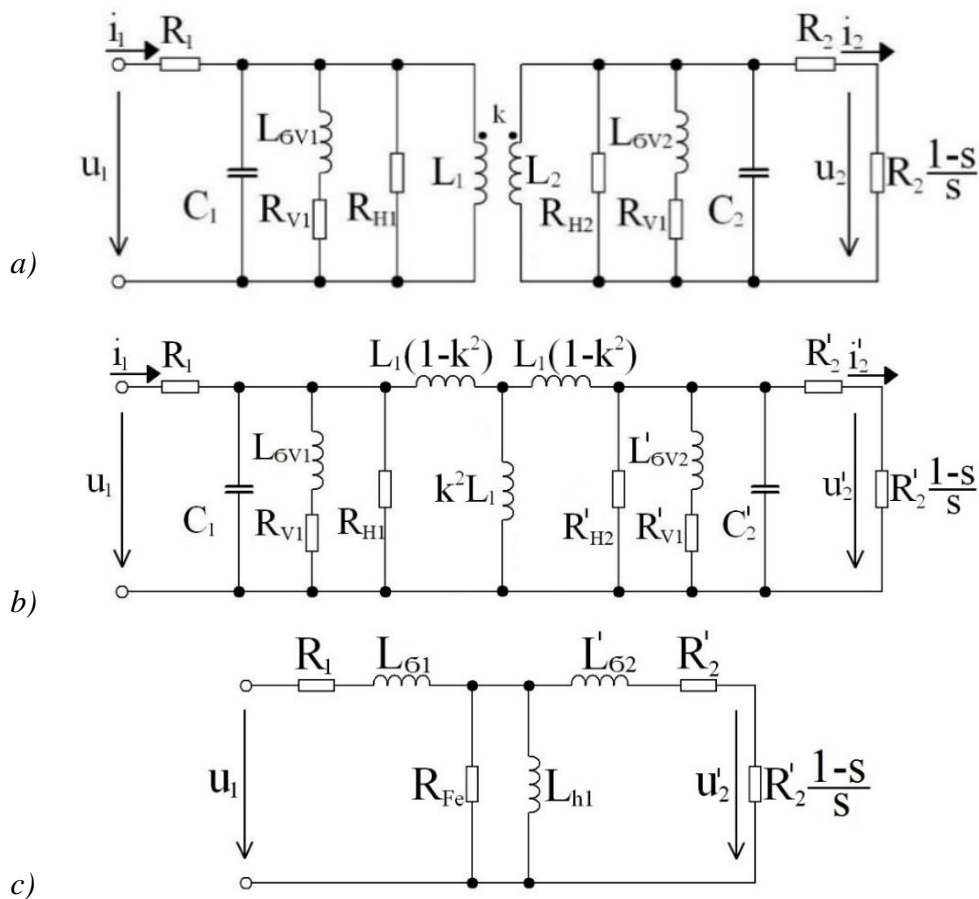
$$L_{\sigma 1} = L_1(1 - k), L'_{\sigma 2} = L_2(1 - k), L_{h1} = kL_1, R'_z = R_z \frac{L_1}{L_2}, K'_{U,21,0} = k. \quad (48)$$



Obrázek 17: Náhradní zapojení asynchronního motoru ve tvaru T-článku.

#### 4.4.2 Vlastnosti T-článku

Pokud budeme uvažovat všechny parazitní prvky Obr. 18a, parametry můžeme přepočítat se čtvercem převodu  $K_{H,U,21,0}$ . Každý z parametrů je jinak závislý na frekvenci. Za náhradní zapojení asynchronního motoru ve tvaru T-článku můžeme tedy považovat zapojení znázorněné na Obr. 18c, avšak s předpokladem, že je asynchronní motor napájen harmonickým napětím s nízkým kmitočtem, kde  $R_{Fe}$  je parametr představující ztráty v železe,  $R_1$  představuje činný odpor statorového vinutí a  $R_2$  činný odpor rotorového vinutí. T-článek představuje symetrické náhradní zapojení. Symetrické zapojení, protože se v náhradním zapojení uvažuje rovnost rozptylových indukčností  $L_{\sigma 1} = L_{\sigma 2}$ . Nyní máme tedy jednu indukčnost hlavní a dvě rozptylové indukčnosti, kterým by měli odpovídat tři magnetické toky. Tento předpoklad je s rozporem existence pouze dvou nezávislých magnetických toků v popisované soustavě. Jedná se pouze o matematické rozdělení. T-článek nemá podobnost s žádným matematickým modelem. [4].



Obrázek 18: Náhradní zapojení asynchronního motoru ve tvaru T-článku. a) Původní asynchronní motor. b) Širokopásmové náhradní zapojení asynchronního motoru. c) Náhradní zapojení asynchronního motoru pro nízké frekvence.

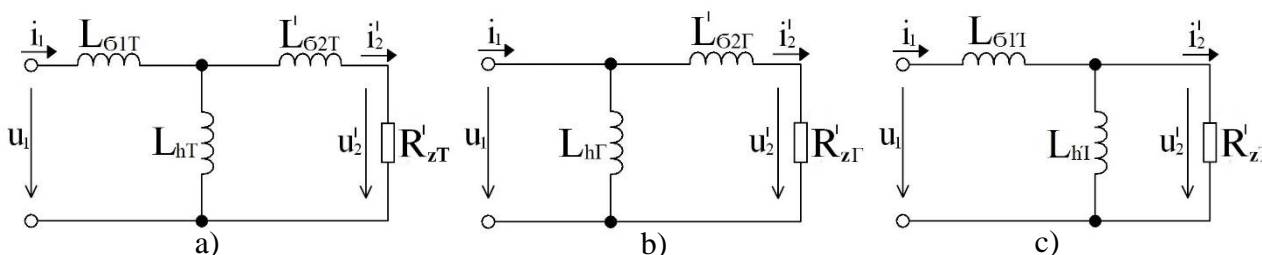
## 5 PŘEPOČTOVÉ VZTAHY MEZI NÁHRADNÍMI ZAPOJENÍMI

### 5.1 Odvození vztahů pro přepoččet náhradních zapojení metodou stejné vstupní impedance

Pro nalezení přepočtových vztahů mezi náhradními zapojeními asynchronního motoru můžeme využít metodu stejné vstupní impedance, která je v literatuře [4] aplikována pro syntézu náhradního zapojení transformátoru. Vycházíme tedy z jedné z vlastností náhradních zapojení, která je v literatuře [4] formulována následovně *“Zatížené náhradní zapojení musí přenášet do přepočtené zátěže  $R'_z$  stejný výkon, jako původní transformátor do původní zátěže  $R_z$ .”* V tomto případě se neporovnává náhradní zapojení s původním transformátorem, ale porovnáme vstupní impedanci obou zapojení, mezi kterými hledáme přepoččet. Přepočtovými vztahy se taktéž zabývá literatura [7].

Postup nalezení přepočtových vztahů podle [4] bude následující:

1. Matematicky určit vstupní impedanci známého náhradního zapojení.
2. Matematicky určit vstupní impedanci neznámého náhradního zapojení.
3. Porovnat vstupní impedance obou zapojení, vyjádřit soustavu rovnic a vyjádřit hledané neznáme parametry.



Obrázek 19: Náhradní zapojení pro určení vstupních impedancí. a) Náhradní zapojení ve tvaru T-článku. b) Náhradní zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku. c) Náhradní zapojení ve tvaru I-článku.

### 5.2 Odvození vztahů pro přepoččet mezi T-článkem a $\Gamma$ -článkem

#### 5.2.1 Přepoččet parametrů T-článku na $\Gamma$ -článek

Podle postupu uvedeného v kapitole 5.1 postupujeme následovně:

1. Pomocí Obr. 19a si vyjádříme vstupní impedanci T-článku

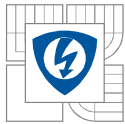
$$Z_{vst,T} = \frac{p^2(L_{61T}L'_{62T} + L_{61T}L_{hT} + L_{hT}L'_{62T}) + p(L_{61T}R'_{zT} + L_{hT}R'_{zT})}{p(L'_{62T} + L_{hT}) + R'_{zT}} \quad (49)$$

2. Pomocí Obr. 19b si vyjádříme vstupní impedanci  $\Gamma$ -článku

$$Z_{vst,\Gamma} = \frac{p^2L_{h\Gamma}L'_{62\Gamma} + pL_{h\Gamma}R'_{z\Gamma}}{p(L'_{62\Gamma} + L_{h\Gamma}) + R'_{z\Gamma}} \quad (50)$$

3. Porovnáním pravých stran rovnic (49) a (50) získáme rovnici





$$\frac{p^2(L_{61T}L'_{62T} + L_{61T}L_{hT} + L_{hT}L'_{62T}) + p(L_{61T}R'_{zT} + L_{hT}R'_{zT})}{p(L'_{62T} + L_{hT}) + R'_{zT}} = \frac{p^2L_{h\Gamma}L'_{62\Gamma} + pL_{h\Gamma}R'_{z\Gamma}}{p(L'_{62\Gamma} + L_{h\Gamma}) + R'_{z\Gamma}} \quad (51)$$

ve které ještě nemůžeme porovnávat stejnohlé koeficienty, je nutno rovnici roznásobit a zbavit se zlomků. Úpravy zde nejsou z důvodu velkého rozsahu uvedeny. Po roznásobení porovnáme stejnohlé koeficienty u mocnin  $p^2$ ,  $p^1$ ,  $p^0$  a získáme tři rovnice o třech neznámých

$$(L_{61T}L'_{62T} + L_{61T}L_{hT} + L_{hT}L'_{62T})(L_{h\Gamma} + L'_{62\Gamma}) = L_{h\Gamma}L'_{62\Gamma}(L'_{62T} + L_{hT}), \quad (52)$$

$$(L_{61T}L'_{62T} + L_{61T}L_{hT} + L_{hT}L'_{62T})R'_{z\Gamma} + (L_{61T}R'_{zT} + L_{hT}R'_{zT})(L'_{62\Gamma} + L_{h\Gamma}) = L_{h\Gamma}R'_{z\Gamma}(L'_{62T} + L_{hT}) + L_{h\Gamma}L'_{62\Gamma}R'_{zT}, \quad (53)$$

$$(L_{61T}R'_{zT} + L_{hT}R'_{zT})R'_{z\Gamma} = L_{h\Gamma}L'_{62\Gamma}R'_{zT}, \quad (54)$$

ze kterých např. dosazovací metodou vyjádříme neznámé parametry

$$L_{\Gamma} = L_{61T} + L_{hT}, \quad (55)$$

$$L'_{2\Gamma} = \frac{L'_{62T}(L_{61T} + L_{hT})^2 + L_{61T}L_{hT}(L_{61T} + L_{hT})}{L_{hT}^2}, \quad (56)$$

$$R'_{z\Gamma} = R'_{zT} \frac{(L_{61T} + L_{hT})^2}{L_{hT}^2}. \quad (57)$$

Rovnice (55), (56) a (57) vyjadřují přepočtové vztahy pro přepočet parametrů T-článku na  $\Gamma$ -článek.

### 5.2.2 Přepočet parametrů $\Gamma$ -článku na T-článek

Jedná se o opačný přepočet přepočtu v kapitole 5.2.1, proto můžeme použít rovnice (52), (53) a (54). V tomto přepočtu nám ale figurují čtyři neznámé parametry  $L_{61T}$ ,  $L'_{62T}$ ,  $L_{hT}$ ,  $R'_{zT}$ , proto jeden parametr libovolně zvolíme. Vhodné je zvolit parametr  $L_{hT}$  nebo  $L_{61T}$ . V našem případě zvolíme jako známý parametr  $L_{61T}$ . Potom je možné vyjádřit ostatní hledané parametry.

Získané rovnice pro hledané parametry T-článku:

$$L_{hT} = L_{h\Gamma} - L_{61T}, \quad (58)$$

$$L'_{62T} = \frac{(L_{h\Gamma} - L_{61T})(L_{h\Gamma}L'_{62\Gamma} - L_{61T}L'_{62\Gamma} - L_{h\Gamma}L_{61T})}{L_{h\Gamma}^2}, \quad (59)$$

$$R'_{zT} = R'_{z\Gamma} \frac{(L_{h\Gamma} - L_{61T})^2}{L_{h\Gamma}^2}. \quad (60)$$

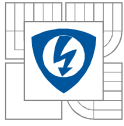
Pro symetrický T-článek, za předpokladu  $L_{61T} = L'_{62T}$  platí:

$$L_{hT} = \sqrt{\frac{L_{h\Gamma}^3}{L'_{62\Gamma} + L_{h\Gamma}}}, \quad (61)$$

$$L_{61T} = L'_{62T} = L_{h\Gamma} - \sqrt{\frac{L_{h\Gamma}^3}{L'_{62\Gamma} + L_{h\Gamma}}}, \quad (62)$$

$$R'_{zT} = R'_{z\Gamma} \frac{L_{h\Gamma}^3}{L'_{62\Gamma} + L_{h\Gamma}}. \quad (63)$$

Rovnice (61), (62) a (63) vyjadřují přepočtové vztahy pro přepočet parametrů  $\Gamma$ -článku na T-článek.



## 5.3 Odvození vztahů pro přepočítání mezi T-článkem a T-článkem

### 5.3.1 Přepočítání parametrů T-článku na T-článek

Podle postupu uvedeného v kapitole 5.1 postupujeme následovně:

1. Pomocí Obr. 19a si vyjádříme vstupní impedanci T-článku

$$Z_{vst,T} = \frac{p^2(L_{61T}L'_{62T} + L_{61T}L_{hT} + L_{hT}L'_{62T}) + p(L_{61T}R'_{zT} + L_{hT}R'_{zT})}{p(L'_{62T} + L_{hT}) + R'_{zT}}. \quad (64)$$

2. Pomocí Obr. 19c si vyjádříme vstupní impedanci T-článku

$$Z_{vst,T} = \frac{p^2L_{61T}L_{hT} + p(L_{61T}R'_{z1} + L_{hT}R'_{z1})}{pL_{hT} + R'_{z1}}. \quad (65)$$

3. Porovnáním pravých stran rovnic (64) a (65) získáme rovnici

$$\frac{p^2(L_{61T}L'_{62T} + L_{61T}L_{hT} + L_{hT}L'_{62T}) + p(L_{61T}R'_{zT} + L_{hT}R'_{zT})}{p(L'_{62T} + L_{hT}) + R'_{zT}} = \frac{p^2L_{61T}L_{hT} + p(L_{61T}R'_{z1} + L_{hT}R'_{z1})}{pL_{hT} + R'_{z1}}, \quad (66)$$

ve které ještě nemůžeme porovnávat stejnohlé koeficienty. Stejně jako v kapitole 5.2.1, je nutno rovnici roznásobit a zbavit se zlomků. Úpravy zde nejsou z důvodu velkého rozsahu uvedeny. Po roznásobení porovnáme stejnohlé koeficienty u mocnin  $p^2$ ,  $p^1$ ,  $p^0$  a získáme tři rovnice o třech neznámých

$$L_{hT}(L_{61T}L'_{62T} + L_{61T}L_{hT} + L_{hT}L'_{62T}) = L_{hT}L_{61T}(L'_{62T} + L_{hT}), \quad (67)$$

$$R'_{z1}(L_{61T}L'_{62T} + L_{61T}L_{hT} + L_{hT}L'_{62T}) + L_{hT}(L_{61T}R'_{zT} + L_{hT}R'_{zT}) = L_{hT}L_{61T}R'_{zT} + (L_{61T}R'_{zT} + L_{hT}R'_{zT})(L'_{62T} + L_{hT}), \quad (68)$$

$$(L_{61T}R'_{zT} + L_{hT}R'_{zT})R'_{z1} = (L_{61T}R'_{zT} + L_{hT}R'_{zT})R'_{zT}, \quad (69)$$

ze kterých např. dosazovací metodou vyjádříme neznámé parametry

$$L_{hT} = \frac{L_{hT}^2}{L_{hT} + L'_{62T}}, \quad (70)$$

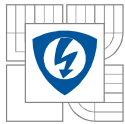
$$L_{61T} = L_{61T} + \frac{L'_{62T}L_{hT}}{L_{hT} + L'_{62T}}, \quad (71)$$

$$R'_{z1} = R'_{zT} \frac{L_{hT}^2}{(L_{hT} + L'_{62T})^2}. \quad (72)$$

Rovnice (70), (71) a (72) vyjadřují přepočtové vztahy pro přepočítání parametrů T-článku na T-článek.

### 5.3.2 Přepočítání parametrů T-článku na T-článek

Jedná se opačný přepočítání přepočtu v kapitole 5.3.1, proto můžeme použít rovnice (67), (68) a (69). V tomto přepočtu nám ale figurují čtyři neznámé parametry  $L_{61T}$ ,  $L'_{62T}$ ,  $L_{hT}$ ,  $R'_{zT}$ , proto jeden parametr libovolně zvolíme. Vhodné je zvolit parametr  $L_{hT}$  nebo  $L_{61T}$ . V našem případě zvolíme jako známý parametr  $L_{61T}$ . Potom je možné vyjádřit ostatní hledané parametry.



---

Získané rovnice pro hledané parametry T-článku:

$$L_{hT} = L_{61T} + L_{h1} - L_{61T}, \quad (73)$$

$$L'_{62T} = \frac{(L_{61T} + L_{h1} - L_{61T})(L_{h1} - L_{61T})}{L_{h1}}, \quad (74)$$

$$R'_{zT} = R'_{z1} \frac{(L_{61T} + L_{h1} - L_{61T})^2}{L_{h1}^2}. \quad (75)$$

Pro symetrický T-článek, za předpokladu  $L_{61T} = L'_{62T}$  platí:

$$L_{hT} = \sqrt{L_{h1}(L_{61T} + L_{h1})}, \quad (76)$$

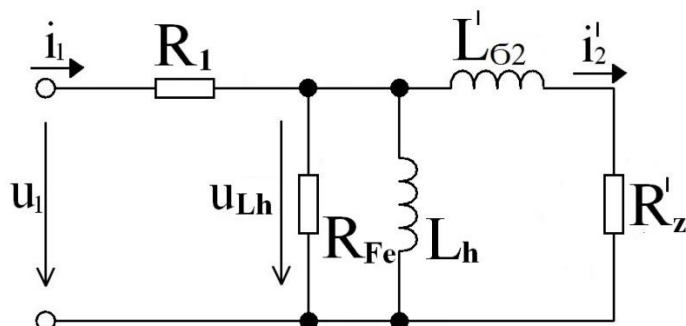
$$L_{61T} = L'_{62T} = L_{61T} + L_{h1} - \sqrt{L_{h1}(L_{61T} + L_{h1})}, \quad (77)$$

$$R'_{zT} = R'_{z1} \frac{L_{h1}(L_{61T} + L_{h1})}{L_{h1}^2}. \quad (78)$$

Rovnice (76), (77) a (78) vyjadřují přepočtové vztahy pro přepočet parametrů T-článku na T-článek.

## 6 ODVOZENÍ MOMENTOVÉ CHARAKTERISTIKY

### 6.1 $\Gamma$ -článek



Obrázek 20: Náhradní zapojení ve  $\Gamma$ -tvaru článku pro odvození momentové charakteristiky.

Pro odvození momentové charakteristiky asynchronního motoru z náhradního zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku, budeme vycházet z Obr. 20. Náhradní zapojení na Obr. 20 obsahuje oproti zapojení v předchozích kapitolách, navíc parametr  $R_1$ , představující odpor jedné fáze statoru a odpor  $R_{Fe}$ , parametr představující ztráty v železe. Pro určení proudu  $i'_2$  potřebujeme znát napětí  $u_{Lh}$ . Uvažujme náhradní zapojení jako dělič napětí, potom

$$u_{Lh} = u_1 \frac{\frac{1}{\frac{1}{R_{Fe}} + \frac{1}{j\omega L_h} + \frac{1}{j\omega L'_{62} + R'_z}}}{R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_{Fe}} + \frac{1}{j\omega L_h} + \frac{1}{j\omega L'_{62} + R'_z}}}, \quad (79)$$

$$u_{Lh} = u_1 \frac{j\omega L_h R_{Fe} (j\omega L'_{62} + R'_z)}{R_1 R'_z R_{Fe} - \omega^2 L_h L'_{62} (R_1 + R_{Fe}) + j\omega R_{Fe} R_1 (L_h + L'_{62}) + j\omega L_h R'_z (R_1 + R_{Fe})}. \quad (80)$$

Pro proud v rotoru platí

$$i'_2 = \frac{u_{Lh}}{R'_z + j\omega L'_{62}}. \quad (81)$$

Dosazením vztahu (80) do (81) získáme vztah

$$i'_2 = u_1 \frac{j\omega L_h R_{Fe}}{R_1 R'_z R_{Fe} - \omega^2 L_h L'_{62} (R_1 + R_{Fe}) + j\omega R_{Fe} R_1 (L_h + L'_{62}) + j\omega L_h R'_z (R_1 + R_{Fe})}. \quad (82)$$

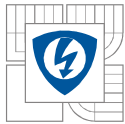
Velikost rotorového proudu vyjádříme absolutní hodnotou ze vztahu (82)

$$|i'_2| = \frac{u_1}{\sqrt{\left[ R_1 \left( 1 + \frac{L'_{62}}{L_h} \right) + R'_z \left( 1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) \right]^2 + \left[ \omega L'_{62} \left( 1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) - \frac{R_1 R'_z}{\omega L_h} \right]^2}}. \quad (83)$$

Pro výkon přenesený vzduchovou mezerou platí

$$P_\delta = \frac{2\pi f_1}{p} M = \frac{\omega}{p} M. \quad (84)$$

Po dosazení  $R'_z = \frac{R_2}{s}$  vyjádříme elektrický příkon rotoru pro třífázový asynchronní motor vztahem



$$P_{el} = 3R_Z|i'_2|^2 = 3\frac{R'_2}{s}|i'_2|^2. \quad (85)$$

Přenesený výkon vzduchovou mezerou  $P_\delta$  se rovná celkovému elektrickému příkonu rotoru  $P_{el}$

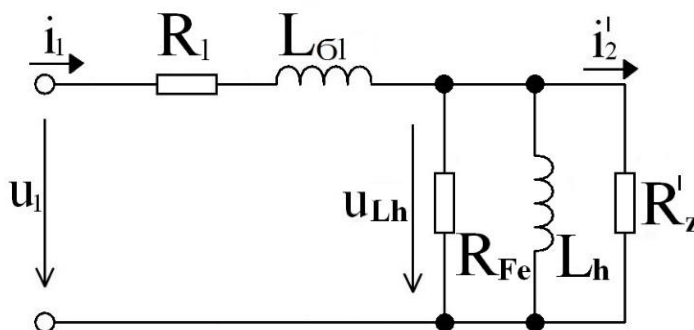
$$P_\delta = P_{el}, \quad (86)$$

$$\frac{\omega}{p}M = 3\frac{R'_2}{s}|i'_2|^2. \quad (87)$$

Do rovnice (87) za  $i'_2$  dosadíme vztah (83) a vyjádřením momentu  $M$  z rovnice (87) získáme vztah pro moment asynchronního motoru

$$M = \frac{3u_1^2 R'_2 p}{2\pi f s \left[ \left(1 + \frac{L'_{G2}}{L_h}\right) R_1 + \left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) \frac{R'_2}{s} \right]^2 + \left[ \left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) \omega L'_{G2} - \frac{R_1 R'_2}{\omega L_h s} \right]^2}. \quad (88)$$

## 6.2 T-článek



Obrázek 21: Náhradní zapojení ve T-tvaru článku pro odvození momentové charakteristiky.

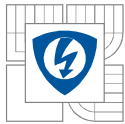
Při odvozování momentové charakteristiky asynchronního motoru z náhradního zapojení ve tvaru T-článku budeme vycházet z Obr. 21. Stejně jako v kapitole 6.1, náhradní zapojení na Obr. 21 obsahuje oproti zapojení v předchozích kapitolách navíc parametr  $R_1$ , představující odpor jedné fáze statoru a odpor  $R_{Fe}$ , parametr představující ztráty v železe. Pro určení proudu  $i'_2$  potřebujeme znát napětí  $u_{Lh}$ . Uvažujme náhradní zapojení jako dělič napětí, potom

$$u_{Lh} = u_1 \frac{\frac{1}{\frac{1}{R_{Fe}} + j\omega L_h + \frac{1}{R'_Z}}}{R_1 + j\omega L_{G1} + \frac{1}{\frac{1}{R_{Fe}} + j\omega L_h + \frac{1}{R'_Z}}}, \quad (89)$$

$$u_{Lh} = \frac{j\omega R_{Fe} L_h R'_Z}{R_1 R_{Fe} R'_Z - \omega^2 L_{G1} L_h (R_{Fe} + R'_Z) + j\omega (R_1 L_h R'_Z + R_1 R_{Fe} L_h + L_{G1} R_{Fe} R'_Z)}. \quad (90)$$

Pro proud rotoru platí

$$i'_2 = \frac{u_{Lh}}{R_Z}. \quad (91)$$



Dosazením vztahu (90) do (91) získáme vztah

$$i'_2 = u_1 \frac{j\omega R_{Fe} L_h}{R_1 R_{Fe} R'_Z - \omega^2 L_1 L_2 (R_{Fe} + R'_Z) + j\omega (R_1 L_h R'_Z + R_1 R_{Fe} L_h + L_{G1} R_{Fe} R'_Z + L_h R_{Fe} R'_Z)}. \quad (92)$$

Velikost rotorového proudu vyjádříme absolutní hodnotou ze vztahu (92)

$$|i'_2| = u_1 \frac{1}{\sqrt{\left[ R'_Z \left( 1 + \frac{L_{G1}}{L_h} + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) + R_1 \right]^2 + \left[ R'_Z \left( \frac{\omega L_{G1}}{R_{Fe}} - \frac{R_1}{\omega L_h} \right) + \omega L_{G1} \right]^2}}. \quad (93)$$

Pro výkon přenesený vzduchovou mezerou platí

$$P_\delta = \frac{2\pi f_1}{p} M = \frac{\omega}{p} M. \quad (94)$$

Po dosazení  $R'_Z = \frac{R'_2}{s}$  vyjádříme elektrický příkon rotoru pro třífázový asynchronní motor vztahem

$$P_{el} = 3 R'_Z |i'_2|^2 = 3 \frac{R'_2}{s} |i'_2|^2. \quad (95)$$

Přenesený výkon vzduchovou mezerou  $P_\delta$  se rovná celkovému elektrickému příkonu rotoru  $P_{el}$

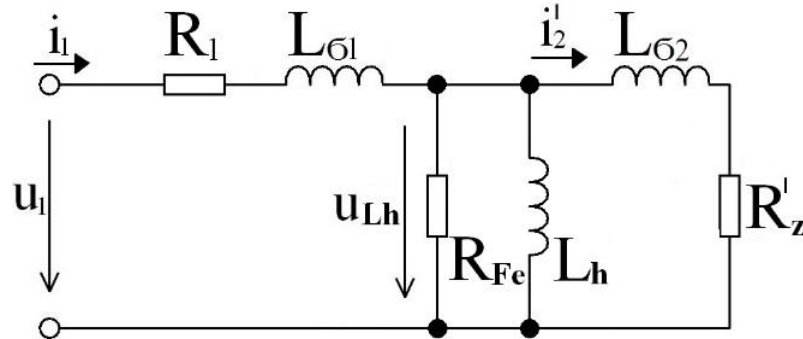
$$P_\delta = P_{el}, \quad (96)$$

$$\frac{\omega}{p} M = 3 \frac{R'_2}{s} |i'_2|^2. \quad (97)$$

Do rovnice (97) za  $i'_2$  dosadíme vztah (93) a vyjádřením momentu  $M$  z rovnice (97) získáme vztah pro moment asynchronního motoru

$$M = \frac{3u_1^2 R'_2 p}{2\pi f s \left[ \frac{R'_2}{s} \left( 1 + \frac{L_{G1}}{L_h} + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) + R_1 \right]^2 + \left[ \frac{R'_2}{s} \left( \frac{\omega L_{G1}}{R_{Fe}} - \frac{R_1}{\omega L_h} \right) + \omega L_{G1} \right]^2}. \quad (98)$$

### 6.3 T-článek



Obrázek 22: Náhradní zapojení v T-tvaru článku pro odvození momentové charakteristiky.

Při odvozování momentové charakteristiky asynchronního motoru z náhradního zapojení ve tvaru T-článku budeme vycházet z Obr. 22. Stejně jako v kapitole 6.1 a 6.2, náhradní zapojení na Obr. 22 obsahuje oproti zapojení v předchozích kapitolách navíc parametr  $R_1$ , představující odpor jedné fáze statoru a odpor  $R_{Fe}$ , parametr představující ztráty v železe. Pro určení proudu  $i'_2$  potřebujeme znát napětí  $u_{Lh}$ . Uvažujme náhradní zapojení jako dělič napětí, potom

$$u_{Lh} = u_1 \frac{\frac{1}{\frac{1}{R_{Fe} + j\omega L_h} + \frac{1}{R'_z + j\omega L'_{62}}}}{R_1 + j\omega L_{61} + \frac{1}{\frac{1}{R_{Fe} + j\omega L_h} + \frac{1}{R'_z + j\omega L'_{62}}}}, \quad (99)$$

$$u_{Lh} = u_1 \frac{j\omega R_{Fe} L_h (j\omega L'_{62} + R'_z)}{(R_1 + j\omega L_{61})(-\omega^2 L_h L'_{62} + j\omega L_h R'_z + j\omega R_{Fe} L'_{62} + R_{Fe} R'_z + j\omega R_{Fe} L_h) - \omega^2 R_{Fe} L_h L'_{62} + j\omega R_{Fe} L_h R'_z}, \quad (100)$$

Pro proud rotoru platí

$$i'_2 = \frac{u_{Lh}}{j\omega L_{62} + R'_z}. \quad (101)$$

Dosazením vztahu (100) do (101) získáme vztah

$$i'_2 = u_1 \frac{j\omega R_{Fe} L_h}{(R_1 + j\omega L_{61})(-\omega^2 L_h L'_{62} + j\omega L_h R'_z + j\omega R_{Fe} L'_{62} + R_{Fe} R'_z + j\omega R_{Fe} L_h) - \omega^2 R_{Fe} L_h L'_{62} + j\omega R_{Fe} L_h R'_z}. \quad (102)$$

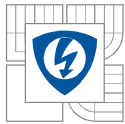
Velikost rotorového proudu vyjádříme absolutní hodnotou ze vztahu (102)

$$|i'_2| = u_1 \frac{1}{\sqrt{\left[ R'_z \left( 1 + \frac{L_{61}}{L_h} + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) + R_1 \left( 1 + \frac{L'_{62}}{L_h} \right) - \frac{\omega^2 L_{61} L'_{62}}{R_{Fe}} \right]^2 + \left[ \omega \left( \frac{R_1 L'_{62}}{R_{Fe}} + \frac{L_{61} L'_{62}}{L_h} + L_{61} + L'_{62} \right) - \frac{R_1 R'_z}{\omega L_h} \right]^2}}. \quad (103)$$

Pro výkon přenesený vzduchovou mezerou platí

$$P_\delta = \frac{2\pi f_1}{p} M = \frac{\omega}{p} M. \quad (104)$$

Po dosazení  $R'_z = \frac{R'_2}{s}$  vyjádříme elektrický příkon rotoru pro třífázový asynchronní motor vztahem



---

$$P_{el} = 3R'_Z |i'_2|^2 = 3 \frac{R'_2}{s} |i'_2|^2 \quad (105)$$

Přenesený výkon vzduchovou mezerou  $P_\delta$  se rovná celkovému elektrickému příkonu rotoru  $P_{el}$

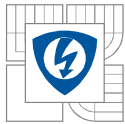
$$P_\delta = P_{el} , \quad (106)$$

$$\frac{\omega}{p} M = 3 \frac{R'_2}{s} |i'_2|^2 . \quad (107)$$

Do rovnice (107) za  $i'_2$  dosadíme vztah (103) a vyjádřením momentu  $M$  z rovnice (107) získáme vztah pro moment asynchronního motoru

$$M = \frac{3u_1^2 R'_2 p}{2\pi f s \left[ \frac{R'_2}{s} \left( 1 + \frac{L_{G1}}{L_h} + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) + R_1 \left( 1 + \frac{L'_{G2}}{L_h} \right) - \frac{\omega^2 L_{G1} L'_{G2}}{R_{Fe}} \right]^2 + \left[ \omega \left( \frac{R_1 L'_{G2}}{R_{Fe}} + \frac{L_{G1} L'_{G2}}{L_h} + L_{G1} + L'_{G2} \right) - \frac{R_1 R'_2}{\omega L_h s} \right]^2} . \quad (108)$$





## 7 IDENTIFIKACE PARAMETRŮ ASYNCHRONNÍHO MOTORU

Identifikace parametrů asynchronního motoru vychází ze znalosti konstrukce asynchronního motorů, syntézy experimentálních metod, využití štitkových parametrů a z řady teoretických postupů. Identifikaci parametrů náhradního zapojení můžeme provést více různými metodami. Stejně tak jako můžeme využít pro identifikaci různou formu tvaru zapojení asynchronního stroje (T-článek,  $\Gamma$ -článek, I-článek). [8].

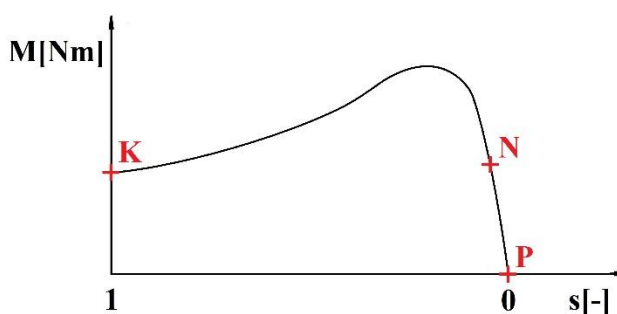
V našem případě budeme zjišťovat parametry identifikací z měření naprázdno a nakrátko, jedná se o metodu méně přesnou, ale matematicky jednoduchou. Druhá metoda, kterou se budeme zabývat, je identifikace parametrů pomocí měření ve dvou blízkých bodech A, B v okolí jmenovitého (pracovního) bodu na momentové charakteristice. Pro identifikaci použijeme náhradní zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -člásku, které je z hlediska měření a následné aplikaci parametrů do vztahu pro momentovou charakteristiku nejvhodnější. Cílem je určit následující parametry:

- odpor statorového vinutí  $R_1$
- odpor představující ztráty v železe  $R_{Fe}$
- hlavní indukčnost  $L_h$
- rozptylovou indukčnost přepočtenou na stator  $L'_{\sigma 2}$
- odpor rotoru přepočtený na stator  $R'_2$

Hledané parametry v této kapitole neobsahují index příslušného tvaru náhradního zapojení (T,  $\Gamma$ , I), dále se budeme zabývat pouze zapojením ve tvaru  $\Gamma$ -člásku.

### 7.1 Identifikace parametrů z měření naprázdno a nakrátko

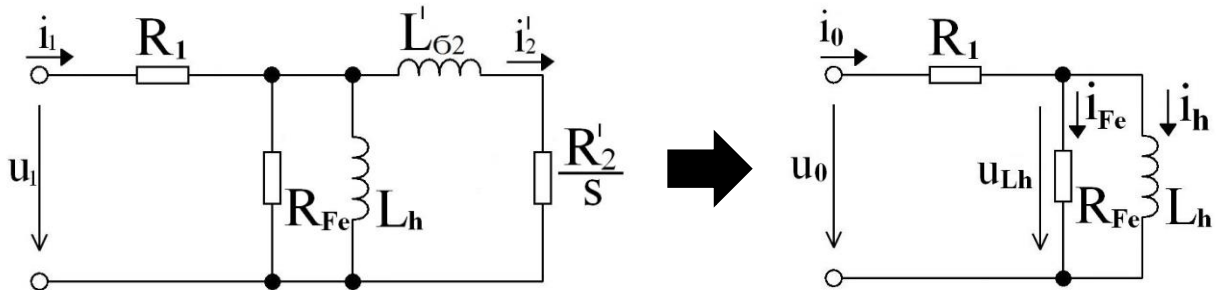
Tato metoda identifikace parametrů náhradního zapojení asynchronního motoru vychází ze známého postupu měření ztrát asynchronního motoru. Oproti metodě popsané v kapitole 7.2, tuto metodu určování parametrů můžeme považovat za méně přesnou, protože měření probíhá ve vzdálených bodech od bodu jmenovitého a hodnoty parametrů odpovídají právě těmto dvěma bodům. Na Obr. 23 je momentová charakteristika motoru, na které jsou zaznačeny body, ve kterých probíhá měření. Bod P (naprázdno) je stav, kdy skluz motoru  $s \rightarrow 0$ , tedy stav, kdy se rotor točí otáčkami  $n \rightarrow n_1$  a není zatížen a bod K, kdy  $s=1$ , tedy stav kdy je rotor zabrzděn.



Obrázek 23: Měření asynchronního motoru ve stavu nakrátko (bod K) a naprázdno (bod P).

### 7.1.1 Identifikace z měření naprázdno

Dle teoretických předpokladů, kdy ve stavu naprázdno platí  $s \rightarrow 0$ , potom parametr  $\frac{R'_2}{s} \rightarrow \infty$ , můžeme zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku zjednodušit dle Obrázku 24.



Obrázek 24: Zjednodušení náhradního zapojení asynchronního motoru ve stavu naprázdno.

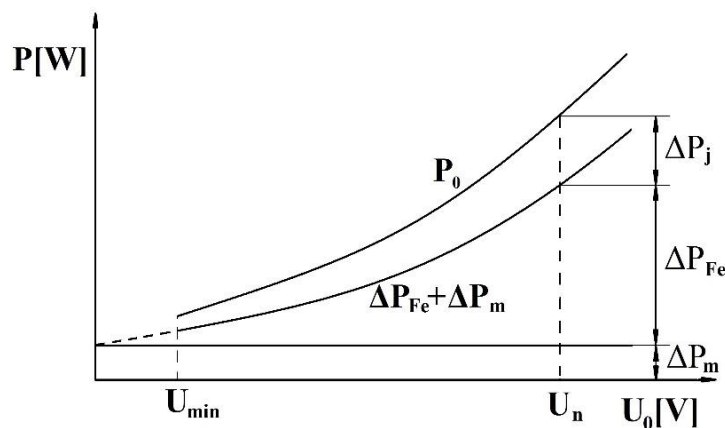
Při chodu naprázdno odebírá asynchronní motor ze sítě příkon naprázdno  $P_0$ , kryjící Jouleovy ztráty  $\Delta P_j$ , ztráty v železe  $\Delta P_{Fe}$  a ztráty mechanické  $\Delta P_m$ . Celkový činný příkon naprázdno můžeme vyjádřit rovnicí

$$P_0 = \Delta P_j + \Delta P_{Fe} + \Delta P_m . \quad (109)$$

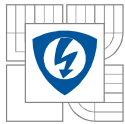
Ztráty Jouleovy jsou dány vztahem

$$\Delta P_j = R_1 i_0^2 , \quad (110)$$

kde parametr  $R_1$  změříme snadno ohmmetrem nebo jakoukoliv jinou metodou měření odporu. Ztráty mechanické  $\Delta P_m$  považujeme za ztráty konstantní, protože otáčky se při měření naprázdno téměř nemění. Ztráty v železe  $\Delta P_{Fe}$  klesají přibližně se čtvercem napětí. Závislost příkonu  $P_0=f(u_0)$  a jeho rozdělení na dílčí složky  $\Delta P_j$ ,  $\Delta P_{Fe}$ ,  $\Delta P_m$  je zobrazena na Obr. 25.



Obrázek 25: Rozdělení ztrát naprázdno, [9].



Pomocí extrapolace křivky  $\Delta P_{Fe} + \Delta P_m = f(U_0)$  na nulovou hodnotu napětí  $U_0$  získáme velikost mechanických ztrát  $\Delta P_m$ . [9].

Nyní můžeme z rovnice (109) určit vztah pro ztráty v železe

$$\Delta P_{Fe} = P_0 - \Delta P_j - \Delta P_m. \quad (111)$$

Pro napětí  $u_{Lh}$  na Obr. 24 platí

$$u_{Lh} = u_0 - R_1 i_0, \quad (112)$$

potom můžeme parametr  $R_{Fe}$  vyjádřit vztahem

$$R_{Fe} = \frac{u_{Lh}^2}{\Delta P_{Fe}} = \frac{(u_0 - R_1 i_0)^2}{\Delta P_{Fe}}. \quad (113)$$

Hlavní indukčnost  $L_h$  lze vyjádřit vztahem

$$L_h = \frac{u_{Lh}}{\omega i_h}, \quad (114)$$

pro hlavní magnetizační proud platí

$$i_h = \sqrt{i_0^2 - i_{Fe}^2} = \sqrt{i_0^2 - \frac{\Delta P_{Fe}^2}{u_{Lh}^2}}. \quad (115)$$

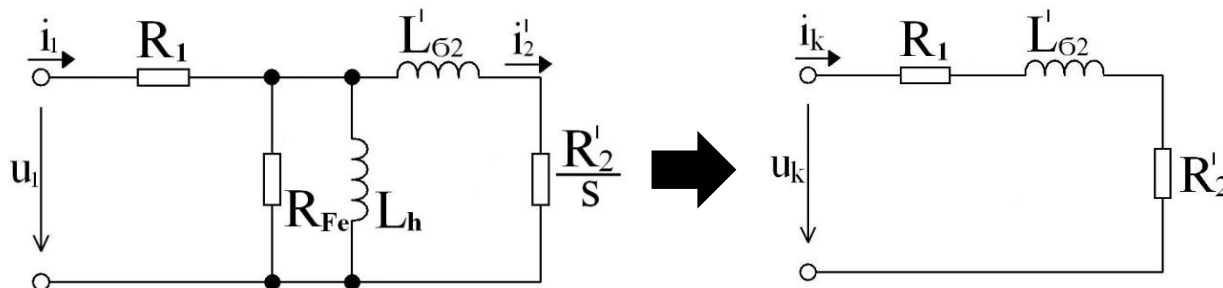
Po dosazení vztahů (112) a (115) do (114) získáme vztah pro hlavní magnetizační indukčnost

$$L_h = \frac{u_0 - R_1 i_0}{\omega \sqrt{i_0^2 - \left(\frac{\Delta P_{Fe}}{u_{Lh}}\right)^2}}. \quad (116)$$

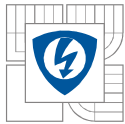
Jak již bylo vysvětleno, při měření naprázdno musí být měřený motor mechanicky odpojený od zátěže. Pro identifikaci parametrů je důležitá naměřená závislost  $P_0 = f(u_0)$ . Měření začíná na hodnotě  $1,3U_n$  a postupně se snižuje až do hodnoty přibližně  $0,2U_n$ . Pro každý změřený bod je nezbytné měřit tyto parametry: napětí naprázdno, proud naprázdno, celkový činný příkon naprázdno. [9].

### 7.1.2 Identifikace z měření nakrátko

Ve stavu nakrátko platí  $s=1$ , potom parametr  $\frac{R'_2}{s} = R'_2$ . Pro identifikaci parametrů z měření nakrátko můžeme zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku zjednodušit dle Obr. 26.



Obrázek 26: Zjednodušení náhradního zapojení asynchronního motoru ve stavu nakrátko.



Pro celkový činný příkon nakrátko platí

$$P_k = (R_1 + R'_2)i_k^2, \quad (117)$$

z rovnice (117) vyjádříme vztah pro odpor rotorového vinutí

$$R'_2 = \frac{P_k}{i_k^2} - R_1. \quad (118)$$

Rozptylovou indukčnost lze vyjádřit vztahem

$$L'_{62} = \frac{u_{L2}}{\omega i_k}, \quad (119)$$

Pro napětí  $u_{L2}$  platí

$$u_{L2} = \sqrt{u_k^2 - ((R_1 + R'_2)i_k)^2}, \quad (120)$$

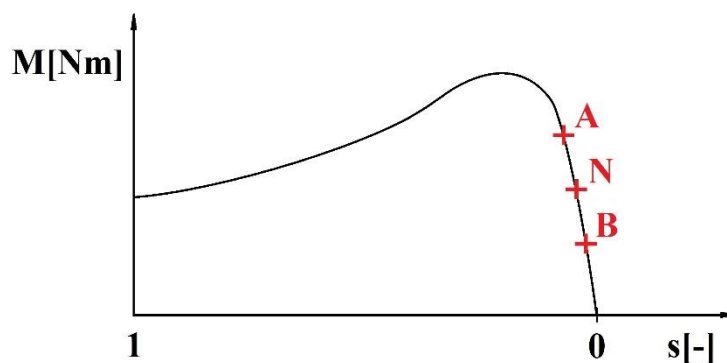
Po dosazení (120) do (119) získáme výsledný vztah pro rozptylovou indukčnost přepočtenou na stator

$$L'_{62} = \frac{\sqrt{u_k^2 - ((R_1 + R'_2)i_k)^2}}{\omega i_k}. \quad (121)$$

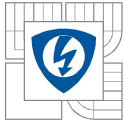
Abychom identifikovali parametry náhradního zapojení asynchronního motoru z měření nakrátko, není nutné měřit celé charakteristiky nakrátko, ale postačí zabrzděný motor připojit na takovou hodnotu napětí, aby motor odebíral jmenovitou hodnotu proudu  $I_n = I_k$ . Pro určení parametrů z měření naprázdno je nezbytné měřit tyto veličiny: napětí nakrátko  $U_k$ , proud nakrátko  $I_k$ , celkový činný příkon nakrátko  $P_k$ .

## 7.2 Identifikace pomocí dvou pracovních bodů A, B

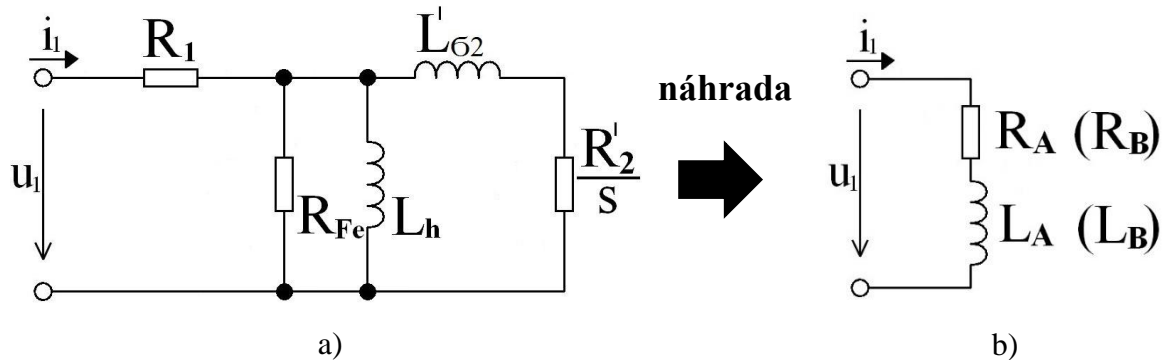
Tato metoda identifikace parametrů náhradního zapojení je metodou přesnější než metoda popsána v kapitole 7.1. Měření probíhá ve dvou různých blízkých pracovních bodech A, B v blízkosti jmenovitého pracovního bodu, viz Obr. 27.



Obrázek 27: Průběh momentové charakteristiky s různými body A, B v blízkosti jmenovitému bodu N.



V této metodě hledáme právě takové hodnoty parametrů  $R_1$ ,  $R_{Fe}$ ,  $L_h$ ,  $L'_{\sigma 2}$ ,  $R'_2$ , aby vstupní impedance na Obr. 28a) byla stejná jako experimentálně určená impedance na Obr. 28b).



Obrázek 28: Vstupní impedance náhradního zapojení a) musí být stejná jako změřená impedance b). Převzato z [10].

Z naměřených hodnot napětí, proudu a příkonu je možné určit vstupní impedance  $Z_A$ ,  $Z_B$  pracovních bodů A, B z kterých je dále možné dopočítat parametry  $R_A$ ,  $L_A$ ,  $R_B$ ,  $L_B$ . Protože, vstupní impedance náhradního zapojení se musí rovnat změřené impedanci, určíme algebraický komplexní výraz pro vstupní impedanci zapojení na Obr. 28a)

$$Z_{vst} = R_1 + \frac{j\omega L_h R_{Fe} \left( j\omega L'_{\sigma 2} + \frac{R'_2}{s} \right)}{j\omega L_h R_{Fe} + j\omega L_h \left( j\omega L'_{\sigma 2} + \frac{R'_2}{s} \right) + R_{Fe} \left( j\omega L'_{\sigma 2} + \frac{R'_2}{s} \right)}, \quad (122)$$

vstupní impedance v bodech A, B zapíšeme ve tvaru

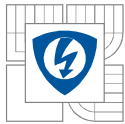
$$Z_{vst,A} = R_A + j\omega L_A, \quad (123)$$

$$Z_{vst,B} = R_B + j\omega L_B. \quad (124)$$

Porovnáním pravé strany rovnice (122) s rovnicemi (123) a (124) získáme dvě komplexní rovnice o čtyřech neznámých parametrech  $R_{Fe}$ ,  $L_h$ ,  $L'_{\sigma 2}$ ,  $R'_2$ . Odpor  $R_1$  považujeme za jednoznačně zjistitelný některou z metod měření odporu. Porovnáním zvlášť reálných a zvlášť imaginárních částí obou rovnic získáme čtyři rovnice o čtyřech neznámých parametrech. Soustavu řešíme běžným eliminačním způsobem, kdy z jedné rovnice vyjádříme jeden hledaný parametr a dosadíme do zbývajících rovnic, získáme soustavu o jednu rovnici menší než soustava původní. Zpětným dosazením dopočítáme ostatní parametry. Opakováním stejného postupu snižujeme počet neznámých. Pokud výpočet provádíme v pořadí:  $R'_2$ ,  $L'_{\sigma 2}$ ,  $L_h$ ,  $R_{Fe}$ , tak poslední rovnice pro výpočet  $R_{Fe}$  nabývá tvaru:

$$\sum_{i=0}^{14} R_{Fe}^i \cdot K = 0, \quad (125)$$

kde  $K$  je obecná konstanta tvořená algebraickou kombinací známých parametrů  $R_1$ ,  $R_A$ ,  $R_B$ ,  $L_A$ ,  $L_B$ ,  $s_A$ ,  $s_B$  a  $\omega$ . Tato rovnice je čtrnáctého řádu a obsahuje všechny mocniny od nultého až po čtrnáctý řád. Rovnice je algebraicky neřešitelná. Ovšem, jak je uvedeno v literatuře [10], je možné považovat parametr  $R_{Fe}$  za známý parametr a tím situaci značně zjednodušit. Určení parametru  $R_{Fe}$  je vysvětleno v Kapitole 7.1.1, kde je parametr určen z měření naprázdno. Zavedením tohoto



zjednodušujícího předpokladu snížíme počet hledaných parametrů a tím i rovnic v soustavě o jedničku.

Řešením soustavy získáme vztahy pro výpočet hledaných parametrů

$$R'_2 = \frac{\omega^2 L_A L_h L'_{62} S_A - L_h K_1 - L'_{\sigma 2} K_1}{L_A R_{Fe} + L_h R_X - L_h R_{Fe}}, \quad (126)$$

$$L'_{62} = \frac{L_h^2 K_4 - L_h K_3}{L_h^2 K_2 - 2L_h K_4 + K_3}, \quad (127)$$

$$L_h = \frac{K_{10} \pm \sqrt{K_{10}^2 - K_9 K_{11}}}{K_9}, \quad (128)$$

kde  $K_1$  až  $K_{11}$  jsou obecné konstanty tvořené algebraickými kombinacemi známých parametrů  $R_1$ ,  $R_A$  ( $R_B$ ),  $L_A$  ( $L_B$ ),  $S_A$  ( $S_B$ ) a  $\omega$ .

$$K_1 = R_{Fe} R_X S_A, \quad (129)$$

$$K_2 = \omega^2 R_X^2 - 2\omega^2 R_{Fe} R_X + \omega^4 L_A^2 + \omega^2 R_{Fe}^2, \quad (130)$$

$$K_3 = \omega^2 L_A^2 R_{Fe}^2 + R_{Fe}^2 R_X^2, \quad (131)$$

$$K_4 = \omega^2 L_A R_{Fe}^2, \quad (132)$$

$$K_5 = \omega^4 L_A L_B \frac{S_A}{S_B} + \omega^2 R_X R_Y + \omega^2 R_{Fe}^2 - \omega^2 R_{Fe} (R_X + R_Y), \quad (133)$$

$$K_6 = \omega^2 L_B R_{Fe} R_X \left(1 - \frac{S_A}{S_B}\right) - \omega^2 L_B R_{Fe}^2, \quad (134)$$

$$K_7 = \omega^2 L_A L_B R_{Fe}^2 + R_{Fe}^2 R_X R_Y \frac{S_A}{S_B}, \quad (135)$$

$$K_8 = K_6 + \omega^2 L_A R_{Fe} R_Y \left(1 - \frac{S_A}{S_B}\right) - \omega^2 L_A R_{Fe}^2, \quad (136)$$

$$K_9 = K_4 K_5 + K_2 K_6, \quad (137)$$

$$K_{10} = \frac{1}{2} (K_3 K_5 + 2K_4 K_6 - K_2 K_7 - K_4 K_8), \quad (138)$$

$$K_{11} = K_3 K_6 - K_3 K_8 - K_4 K_7, \quad (139)$$

Kde

$$R_X = R_1 - R_A, \quad (140)$$

$$R_Y = R_1 - R_B. \quad (141)$$

Převzato z [10].



## 8 IDENTIFIKACE PARAMETRŮ ASYNCHRONNÍHO MOTORU AOM090L02-016

V rámci bakalářské práce bylo provedeno měření asynchronního motoru AOM090L02-016 od firmy SIEMENS. Měření bylo prováděno za účelem identifikace parametrů náhradního zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku. Identifikace je prováděna klasickou metodou z měření nakrátko a naprázdno a metodou měření ve dvou blízkých pracovních bodech A, B. Obě metody jsou popsány v Kapitole 7.



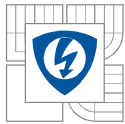
Obrázek 29: Měřicí pracoviště.

Označení motoru AOM090L02-16 udává, že se jedná o dvupólový patkový asynchronní motor určený pro výbušná prostředí osové výšky 90 mm s klasickým jednovrstvým vinutím. Šítkové parametry jsou uvedeny v Tabulce 1.

<b><math>P_n</math> [kW]</b>	2,2
<b><math>I_n</math> [A]</b>	4,5
<b><math>U_n</math> [V]</b>	400
<b><math>f</math> [Hz]</b>	50
<b>cos [-]</b>	0,83
<b><math>n_n</math> [min<sup>-1</sup>]</b>	2865

Tabulka 1: Šítkové hodnoty motoru AOM090L02-16.

Měřený motor byl připojen na třífázovou síť pomocí autotransformátoru, za pomoci kterého byla prováděna regulace efektivní hodnoty napětí. Elektrické veličiny jsou měřeny pomocí analyzátoru Yokugawa. K měření momentu a otáček sloužil asynchronní dynamometr spojený spojkou s hřídelí k rotoru. Měření probíhalo při zapojení do hvězdy.



Jak je uvedeno v Kapitole 7.1, parametr  $R_1$  je jednoznačně zjistitelný některou z metod měření odporu. Měření bylo provedeno pomocí multimetru. Hodnota parametru  $R_1$  je vypočtena jako průměr z naměřených hodnot odporů mezi všemi fázemi před měřením a po měření. Výsledný průměr je podělený dvěma, protože měření probíhalo při zapojení vinutí do hvězdy. Naměřené hodnoty viz Tabulka 2. Hodnota odporu statorového vinutí

$$R_1 = \underline{3,00 \Omega} .$$

	měření	R [ $\Omega$ ]
odpor za studena	u-v	5,81
	v-w	5,82
	u-w	5,81
odpor po zahřátí motoru	u-v	6,22
	v-w	6,20
	u-w	6,19

Tabulka 2: Naměřené hodnoty odporů vinutí motoru AOM090L02-16.

## 8.1 Identifikace parametrů z měření naprázdno a nakrátko

Měření motoru naprázdno bylo prováděno s rozpojenou spojkou mezi hřídelí motoru a dynamometrem. Měření probíhalo od hodnoty napájecího napětí 480V po hodnotu 80V, při nižším napětí začíná růst skluz motoru a ztráty v rotoru nejsou zanedbatelné. Naměřené hodnoty z měření naprázdno jsou uvedeny v Tabulce 5.

Určení ztrát  $\Delta P_{Fe}$ , dle teoretického rozboru v kapitole 7.1.1, je možné z extrapolace křivky závislosti  $\Delta P_{Fe} + \Delta P_{mech} = f(U_0)$  a využitím rovnice (111). Určení ztrát je provedeno dle normy ČSN EN 60034-2-1 [8], která uvádí, že určení ztrát mechanických (ztráty třením a ventilační), se provádí ze závislosti  $P_0 - \Delta P_j = f(U_0^2)$ , která se proloží přímkou, jejíž extrapolací na nulovou hodnotu napětí získáme ztráty mechanické. Z rovnice regrese přímky na Obr. 30 jsou určeny ztráty mechanické

$$\Delta P_{mech} = \underline{40,26 W} .$$

Ztráty v železe jsou vypočteny pomocí rovnice (111)

$$\Delta P_{Fe} = P_0 - \Delta P_j - \Delta P_m = 162,39 - 40,26 = \underline{122,13 W} .$$

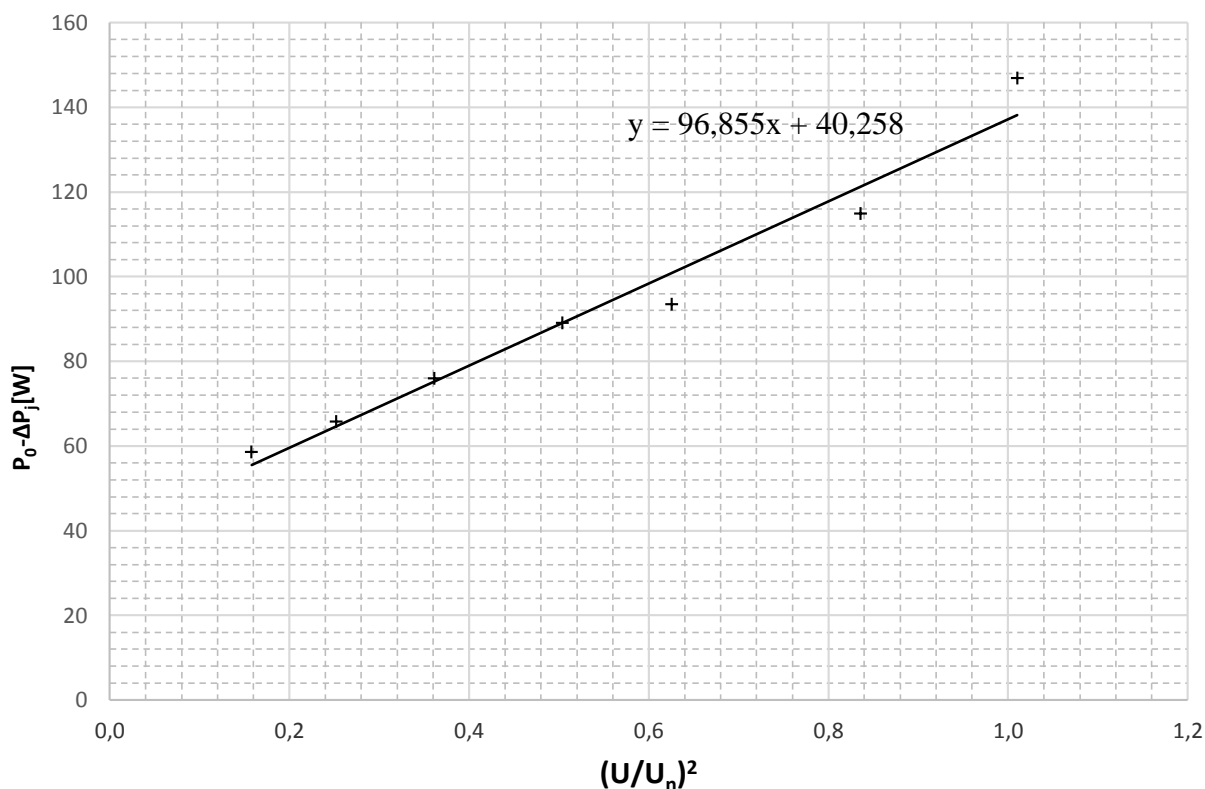
Dosazením hodnot do vztahu (113) získáme parametr  $R_{Fe}$

$$R_{Fe} = \frac{(u_0 - R_1 i_0)^2}{\Delta P_{Fe}} = \underline{1271,07 \Omega} .$$

Dosazením hodnot do vztahu (116) získáme parametr  $L_h$

$$L_h = \frac{u_0 - R_1 i_0}{\omega \sqrt{i_0^2 - \left(\frac{\Delta P_{Fe}}{u_{Lh}}\right)^2}} = \underline{0,635 H} .$$





Obrázek 30: Určení mechanických ztrát  $\Delta P_{mech}$  z měření naprázdno.

V měření nakrátko byla nastavována hodnota napájecího napětí do velikosti napětí  $U_k$ , při které motor odebíral jmenovitý proud. Naměřené hodnoty z měření nakrátko jsou uvedeny v Tabulce 6.

Dosazením hodnot do vztahu (118) získáme parametr  $R'_2$

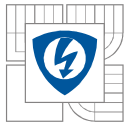
$$R'_2 = \frac{P_k}{i_k^2} - R_1 = \underline{2,73 \Omega}.$$

Dosazením hodnot do vztahu (121) získáme parametr  $L'_{\sigma 2}$

$$L'_{\sigma 2} = \frac{\sqrt{u_k^2 - ((R_1 + R'_2)i_k)^2}}{\omega i_k} = \underline{0,635 \Omega}.$$

## 8.2 Identifikace pomocí dvou blízkých pracovních bodů A, B

Tato metoda identifikace parametrů je popsána v kapitole 7.2. Parametr  $R_1$  je hodnota určená měřením odporu vinutí motoru (Kapitola 8) a parametr  $R_{Fe}$  považujeme za již známou hodnotu z měření naprázdno. Určení ostatních parametrů je provedeno dosazením hodnot z Tabulky 7 do rovnic (129) až (141), z kterých získáme hodnoty konstant  $K_1$  až  $K_{11}$  potřebné pro dosazení do rovnic (126), (127) a (128). Určení parametrů je provedeno pomocí více různých kombinací blízkých pracovních bodů, viz Tabulka 3.



Kombinace		Identifikované parametry				
$M_A$ [Nm]	$M_B$ [Nm]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_{Fe}$ [ $\Omega$ ]	$L_h$ [H]	$L'_{62}$ [H]	$R'_2$ [ $\Omega$ ]
4,01	6,01	3,004	1271,072	0,387	0,021	2,091
4,01	7,00	3,004	1271,072	0,387	0,021	2,091
5,01	8,00	3,004	1271,072	0,388	0,024	2,062
6,01	8,00	3,004	1271,072	0,387	0,024	2,033
5,01	9,01	3,004	1271,072	0,439	0,021	2,409
6,01	9,01	3,004	1271,072	0,384	0,023	2,035
7,00	9,01	3,004	1271,072	0,383	0,024	2,001
5,01	7,00	3,004	1271,072	0,435	0,018	2,411

Tabulka 3: Vypočtené parametry náhradního zapojení pro různé kombinace blízkých bodů A, B.

Hodnoty parametrů jsou vypočteny jako průměrné hodnoty parametrů různých kombinací bodů. Výsledné hodnoty parametrů:

$$R_1 = \underline{3,00 \Omega} ,$$

$$R_{Fe} = \underline{1271,072 \Omega} ,$$

$$L_h = \underline{0,399 H} ,$$

$$L'_{62} = \underline{0,022 \Omega} ,$$

$$R'_2 = \underline{2,142 \Omega} .$$



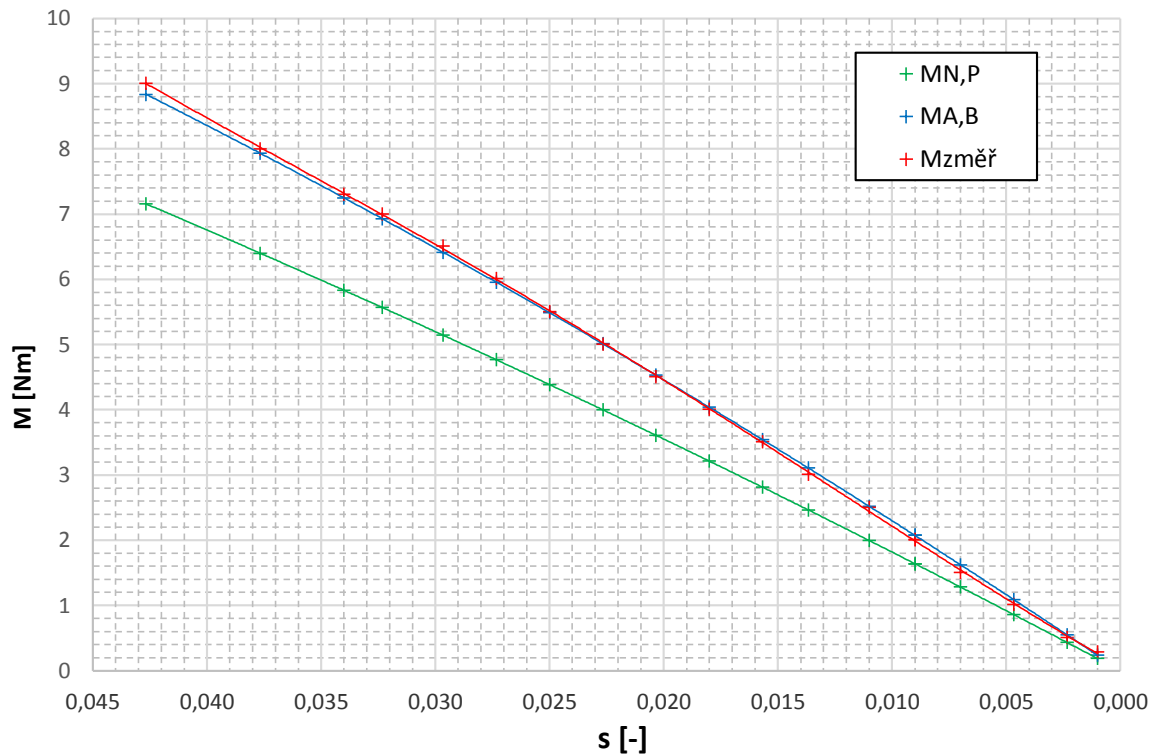
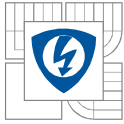
## 9 SROVNÁNÍ IDENTIFIKOVANÝCH PARAMETRŮ A MOMENTOVÝCH CHARAKTERISTIK

V Tabulce 4 je přehled identifikovaných parametrů pomocí obou použitých metod. Tyto parametry jsou aplikovány do odvozeného vztahu z náhradního zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku, rovnice (88).

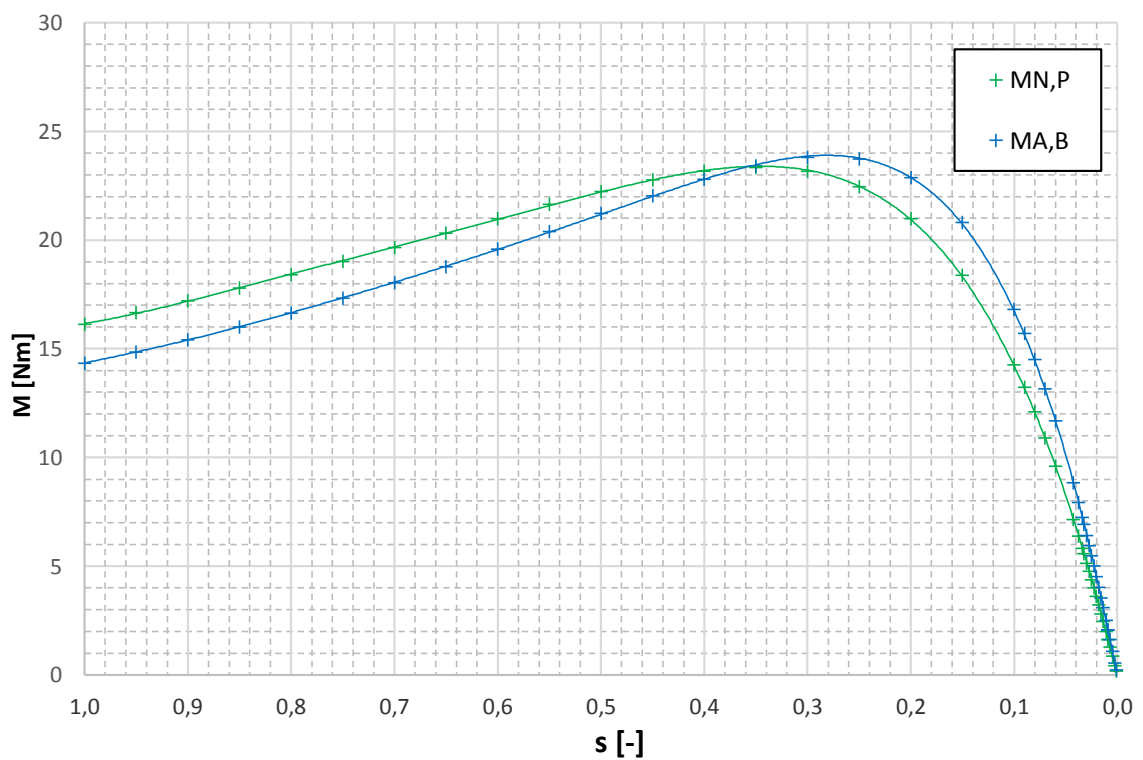
	Identifikace z měření naprázdno, nakrátko	Identifikace pomocí pracovních bodů A, B
$R_1$	3,00	3,00
$R_{Fe}$	1271,07	1271,07
$R$	2,73	2,14
$L_h$	0,635	0,399
$L_2$	0,023	0,022

Tabulka 4: Srovnání identifikovaných parametrů náhradního zapojení motoru AOM090L02-16.

Dosazením získáme průběhy momentových charakteristik  $M_{N,P}$  (charakteristika s parametry z měření naprázdno, nakrátko),  $M_{A,B}$  (charakteristika s parametry z identifikace pomocí bodů A, B). Tyto charakteristiky je možné porovnat s naměřenou momentovou charakteristikou pomocí dynamometru  $M_{změř}$ . Měření momentové charakteristiky probíhalo pouze do hodnoty momentu 9 Nm a to z důvodu, že motor AOM090L02-16 nebylo možné více přetěžovat, protože motoru chyběl chladicí ventilátor. Průběhy všech tří charakteristik  $M_{N,P}$ ,  $M_{A,B}$ ,  $M_{změř}=f(s)$ , v jejich lineárních částech momentové charakteristiky (při nízké hodnotě skluzu), jsou zobrazeny v grafu na Obr. 31. V tomto grafu je vidět, že křivka  $M_{A,B}$  přibližně kopíruje změřenou charakteristiku. Je tedy zřejmé, že metoda blízkých bodů A, B je metodou pro identifikaci parametrů přesnější. Porovnání průběhů  $M_{N,P}$  a  $M_{A,B}$  v rozsahu celé momentové charakteristiky je zobrazeno v grafu na Obr. 32. Odchytky momentových charakteristik jsou způsobeny zanedbáváním a zjednodušováním. U obou metod identifikace dochází k zanedbání dynamické proměny parametrů motoru. Parametry se mění po celém průběhu momentové charakteristiky a to z důvodu oteplování motoru odebíraným proudem. Další jev, který zanedbáváme, je vliv skin efektu na odpor rotorové klece. Skin efekt způsobuje změnu efektivního průřezu rotorového vodiče v závislosti na změně frekvence proudu rotorem. Na odchylku průběhu  $M_{N,P}$  od změřené charakteristiky  $M_{změř}$  má podstatný vliv zanedbání magnetizační při měření nakrátko a zanedbání rotorové větve při měření naprázdno. Je nezbytné brát také v úvahu chybu, které se dopouštíme měřením pomocí dynamometru. Měření pomocí dynamometru, je vzhledem k závislosti parametrů na teplotě, časově dlouhá záležitost. Jak je uvedeno v [7], lze tento nežádoucí jev odstranit dynamickou metodou měření momentové charakteristiky pomocí setrvačnicku, pomocí kterého získáme hodnoty momentové charakteristiky za krátký čas (jednotky sekund). Co se týče zpracování dat, je to metoda náročnější, ale z hlediska přesnosti získáme reálnější průběh momentové charakteristiky.



Obrázek 31: Porovnání lineární části momentových charakteristik.



Obrázek 32: Porovnání teoretických momentových charakteristik.



## 10 ZÁVĚR

Tématem bakalářské práce jsou náhradní zapojení asynchronního motoru. V rámci práce je prováděna analýza zapojení ve tvaru T-článku,  $\Gamma$ -článku a inverzního  $\Gamma$ -článku asynchronního motoru. Většina teoretických poznatků vychází z teorie transformátorů, která je v této práci aplikována na asynchronní motor. V bakalářské práci je nejprve přiblížena obecná teorie asynchronního motoru, aby bylo následně snazší pochopit celou problematiku.

V kapitole 4, se práce zabývá metodou, za pomoci které jsme schopni vytvořit jednotlivá náhradní zapojení. Detailně je popsána metoda přímé separace rozptylových indukčností mimo transformátor, z které dále plynou odvození jednotlivých zapojení a přepočtů, s kterými je možné přepočítávat parametry rotoru na stator. V této části jsou také přiblíženy důležité vlastnosti náhradních zapojení. Pro  $\Gamma$ -článek je důležitá analogie s primární stranou obvodového modelu transformátoru napětí. Je vhodný, pokud je asynchronní motor napájen zdrojem napětí. Inverzní  $\Gamma$ -článek má analogii s obvodovým modelem primární strany transformátoru proudu. Toto zapojení je vhodné, pokud je asynchronní motor napájen zdrojem proudu. Pro T-článek nebyla zjištěna žádná analogie, ovšem jedná se o nejpoužívanější náhradní schéma ve starších literaturách, pokud budeme uvažovat i jeho následné zjednodušení na  $\Gamma$ -článek. V kapitole 4.1 je také vysvětlena chyba, které se můžeme dopustit při přepočtech parametrů T-článku. Závěrem lze usoudit, že náhradní zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku, či inverzního  $\Gamma$ -článku plně popisuje chování asynchronního motoru.

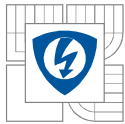
V kapitole 5 je uvedeno odvození vztahů pro oboustranný přepočet mezi T-článkem a  $\Gamma$ -článkem a mezi T-článkem a inverzním  $\Gamma$ -článkem. Přepočtové vztahy jsou nalezeny pomocí metody stejné vstupní impedance, kdy je porovnána celková impedance T-článku a  $\Gamma$ -článku (inverzního  $\Gamma$ -článku). Pomocí těchto vztahů je možné přepočítávat parametry zapojení vzhledem k jejich konkrétní aplikaci.

Kapitola 6 se zabývá přesným odvozením vztahu pro momentovou charakteristiku ze všech tří tvarů náhradních zapojení. Často je v klasické literatuře provedeno odvození pomocí zapojení ve tvaru T-článku, které je neekvivalentní úpravou změněno na  $\Gamma$ -článek.

V rámci bakalářské práce bylo provedeno měření asynchronního motoru AOM090L02-16, na základě kterého byly stanoveny parametry náhradního zapojení  $\Gamma$ -článku. Identifikace byla provedena dvěma metodami:

- Identifikace z měření nakrátko, naprázdno – metoda méně přesná
- Identifikace pomocí dvou blízkých bodů A, B – přesnější metoda identifikace

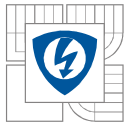
Porovnání momentových charakteristik s dosazenými identifikovanými parametry s měřenou charakteristikou pomocí dynamometru je provedeno v kapitole 9. Z porovnání vyplývá, že se charakteristiky liší. Je to způsobeno zejména zjednodušením, kdy u identifikovaných parametrů předpokládáme, že jsou po celý průběh momentové charakteristiky konstantní. Parametry se mění na základě oteplování motoru, nebo vlivem skin efektu, který způsobuje změnu odporu vinutí rotoru. U identifikace parametrů měřením nakrátko, naprázdno se zase dopouštíme chyby zjednodušováním zapojení.



---

## LITERATURA

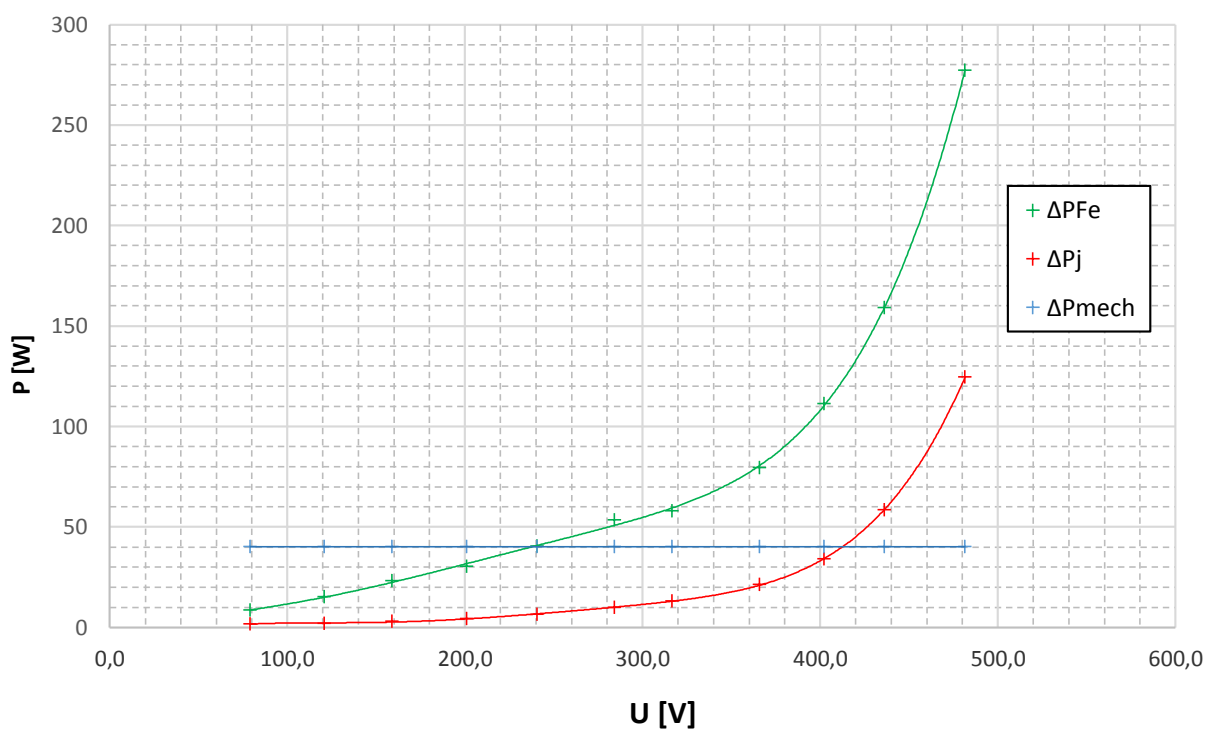
- [1] CIGÁNEK, Ladislav. BAUER. *Elektrické stroje a přístroje*. Praha: SNTL, 1955.
- [2] KOPYLOV, Igor Petrovič. *Stavba elektrických strojů*. Praha: SNTL, 1988.
- [3] PETROV, G. N. *Elektrické stroje 2*. Praha: Academia, 1982.
- [4] PATOČKA, Miroslav. *Magnetické jevy a obvody ve výkonové elektronice, měřicí technice a silnoproudé elektrotechnice*. 1. vyd. Brno: VUTIUM, 2011, 564 s. ISBN 978-80-214-4003-6.
- [5] *Motory* [online]. VOŠ Liberec, 200? [cit. 2013-12-09]. Dostupné z:  
[http://www.pslib.cz/pe/skola/studijni\\_materialy/motory/obecne/002-Motory\\_TYPY\\_33str.pdf](http://www.pslib.cz/pe/skola/studijni_materialy/motory/obecne/002-Motory_TYPY_33str.pdf)
- [6] ONDRŮŠEK, Čestmír. *Elektrické stroje*. VUT, 199%. Skriptum.
- [7] BĚLOUŠEK, J. *Trakční pohony s asynchronním motorem*, Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2013. 137 stran.
- [8] ČSN EN 60034-2-1 (350000). *Točivé elektrické stroje - Část 2-1: Standardní metody určování ztrát a účinnosti ze zkoušek (s výjimkou strojů pro trakční vozidla)*. Praha: Český normalizační institut, 2008.
- [9] *Měření na elektrických strojích*. Praha: České vysoké učení technické, 1970, 99 s.
- [10] Patočka, M. Běloušek, J.: *Identifikace parametrů asynchronního motoru*, EPVE 06, VUT, 2006.



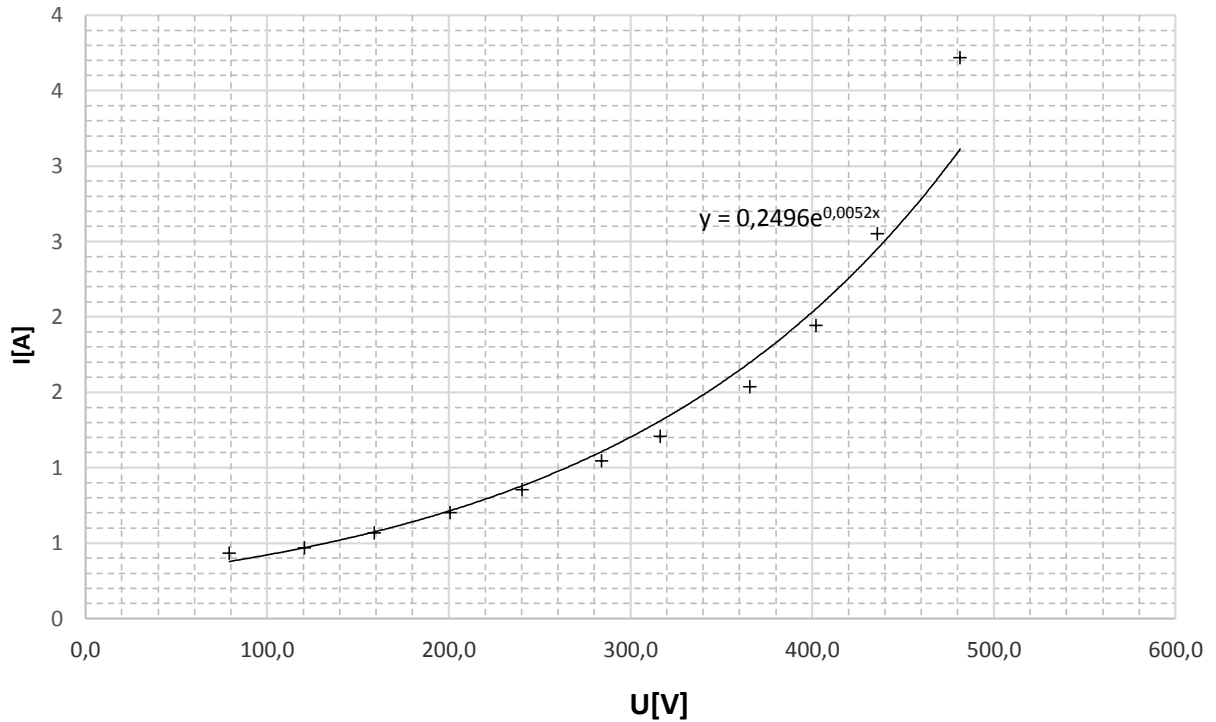
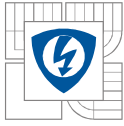
## 11 PŘÍLOHY

$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$U_3$ [V]	$U_{avg}$ [V]	$I_1$ [A]	$I_2$ [A]	$I_3$ [A]	$I_{avg}$ [A]	P [W]	Q [VAr]	S [VA]	$\cos\varphi$ [-]
480,60	481,59	482,25	481,48	3,65	3,81	3,70	3,72	437,30	3075,60	3101,80	0,141
435,40	436,13	436,56	436,03	2,50	2,61	2,54	2,55	253,20	1912,70	1926,80	0,131
401,60	402,42	402,20	402,07	1,90	1,97	1,96	1,94	180,90	1344,30	1353,40	0,134
365,20	366,11	365,99	365,77	1,50	1,57	1,54	1,54	136,20	968,10	974,30	0,140
315,90	316,84	316,59	316,44	1,17	1,24	1,22	1,21	106,60	655,70	661,60	0,161
283,80	284,08	284,16	284,01	1,03	1,06	1,04	1,05	98,90	507,20	514,20	0,192
240,30	240,37	240,72	240,46	0,85	0,87	0,84	0,85	82,60	347,30	355,60	0,232
200,50	200,88	201,14	200,84	0,69	0,72	0,69	0,70	70,20	234,20	243,70	0,288
158,60	159,01	159,13	158,91	0,56	0,59	0,56	0,57	61,50	144,10	156,10	0,394
120,30	120,97	120,86	120,71	0,45	0,50	0,46	0,47	52,80	83,60	98,20	0,538
78,80	79,39	79,20	79,13	0,42	0,46	0,42	0,43	45,80	41,30	59,60	0,769

Tabulka 5: Naměřené hodnoty z měření naprázdno.



Obrázek 33: Rozdělení ztrát v měření naprázdno.

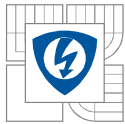


Obrázek 34: Závislost proudu na napětí při měření naprázdno.

$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$U_3$ [V]	$U_{avg}$ [V]	$I_1$ [A]	$I_2$ [A]	$I_3$ [A]	$I_{avg}$ [A]	P [W]	Q [VAr]	S [VA]	$\cos\varphi$ [-]	M [Nm]
75,23	76,00	75,66	75,63	4,71	4,74	4,75	4,74	385,15	487,98	620,34	0,621	0,728

Tabulka 6: Naměřené hodnoty z měření nakrátko.





$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$U_3$ [V]	$U_{avg}$ [V]	$I_1$ [A]	$I_2$ [A]	$I_3$ [A]	$I_{avg}$ [A]	P [W]	Q [VAr]	S [VA]	$\cos\varphi$ [-]	M [Nm]	N [min <sup>-1</sup> ]
396,04	396,37	396,09	396,17	5,33	5,39	5,33	5,35	3281,00	1608,50	3670,50	0,894	9,01	2872
395,86	396,79	396,44	396,36	4,76	4,85	4,75	4,79	2902,70	1500,00	3288,30	0,883	8,00	2887
396,29	396,90	396,89	396,69	4,40	4,46	4,38	4,41	2643,90	1425,10	3032,00	0,872	7,31	2898
396,78	397,06	397,43	397,09	4,26	4,29	4,21	4,25	2533,30	1385,00	2925,50	0,866	7,00	2903
396,99	397,46	397,58	397,34	3,99	4,04	3,96	4,00	2352,40	1495,80	2751,20	0,855	6,51	2911
397,13	397,58	398,18	397,63	3,76	3,80	3,70	3,75	2175,70	1442,50	2584,90	0,842	6,01	2918
397,43	397,74	397,86	397,68	3,51	3,55	3,49	3,51	1994,80	1399,70	2420,50	0,824	5,51	2925
397,07	397,39	397,10	397,19	3,26	3,31	3,28	3,28	1819,10	1358,50	2258,40	0,806	5,01	2932
396,58	397,58	397,45	397,20	3,04	3,13	3,03	3,07	1647,20	1333,50	2109,00	0,781	4,51	2939
396,79	397,86	397,70	397,45	2,82	2,92	2,82	2,85	1472,60	1313,60	1965,00	0,749	4,01	2946
397,23	397,99	397,79	397,67	2,63	2,71	2,64	2,66	1303,40	1296,80	1831,80	0,712	3,51	2953
397,04	397,41	397,97	397,47	2,48	2,54	2,45	2,49	1134,60	1292,50	1712,60	0,663	3,01	2959
397,38	397,61	398,28	397,76	2,32	2,36	2,28	2,32	971,39	1276,00	1598,30	0,608	3,51	2967
397,14	397,97	398,04	397,72	2,16	2,24	2,16	2,18	808,33	1274,30	1504,90	0,537	2,00	2973
395,74	396,02	396,98	396,25	2,49	2,52	2,42	2,48	1143,50	1264,80	1699,40	0,673	3,01	2960
396,75	397,41	397,64	397,27	2,30	2,37	2,29	2,32	972,18	1272,00	1596,10	0,609	2,51	2967
397,55	397,98	397,86	397,80	2,16	2,21	2,18	2,18	806,92	1273,10	1503,20	0,537	2,01	2973
396,93	397,79	397,85	397,52	2,04	2,12	2,05	2,07	649,15	1270,80	1424,10	0,456	1,51	2979
397,40	398,01	398,39	397,93	1,96	2,03	1,95	1,98	489,70	1278,50	1365,50	0,359	1,01	2986
397,86	399,02	398,78	398,55	1,87	1,98	1,93	1,92	325,74	1291,20	1328,30	0,245	0,51	2993
398,31	399,60	399,38	399,10	1,85	1,97	1,92	1,92	252,78	1303,40	1324,40	0,191	0,29	2997

Tabulka 7: Naměřené hodnoty momentové charakteristiky v lineární části při  $U=konst.$