Pedagogická fakulta
Faculty of Education
Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
University of South Bohemia in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

Bakalářská práce

Vybrané úlohy ze soutěže Matematický klokan

Vypracovala: Lucie Haladová
Vedoucí práce: Mgr. Hana Štěpánková, Ph.D.

České Budějovice 2016

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci na téma Vybrané úlohy ze soutěže Matematický klokan jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích .... ……………………………..

Haladová Lucie

Poděkování

Ráda bych poděkovala vedoucí mé bakalářské práce paní Mgr. Haně Štěpánkové, Ph.D. za rady, nápady, ochotu a vstřícný přístup. Velice si vážím času, kterého mi věnovala.

Anotace

Hlavním cílem bakalářské práce je vytvořit sbírku logických matematických úloh pro žáky 2. stupně základních škol.

Teoretická část bakalářské práce obsahuje výklad pravidel jednotlivých kategorií soutěže Matematický klokan. V praktické části jsou zpracovány testy z kategorie Benjamín a Kadet z let 2012 a 2013. V příloze je zpracován test z kategorie Benjamín a Kadet z roku 2014.

Bakalářskou práci lze využít pro přípravu dětí na matematické olympiády a přijímací zkoušky. Učitelé základních škol mohou také výběrem vhodných matematických příkladů zpestřit výuku hodin matematiky.

Annotation

The main aim of this Bachelor thesis is to create a collection of logical mathematical tasks for the secondary grade students of primary schools.

The theoretical part provides the interpretation of rules concerning the individual categories of the Mathematical Kangaroo competition. The practical part contains the tests from years 2012 and 2013 taken out from the groups Benjamin and Cadet. In the attachment the test also on the level of Benjamin and Cadet but from the year 2014 is processed.

This Bachelor thesis can be used to prepare children not only for the Mathematical Olympiads but also for several entrance examinations. Elementary school teachers may also enhance their lessons by selecting some appropriate mathematical examples coming from this work.

Obsah

Úvod

Hlavním cílem bakalářské práce je vytvořit sbírku logických matematických úloh pro žáky 2. stupně základních škol, kterou by učitelé mohli využít pro jejich přípravu na matematické soutěže a přijímací zkoušky. Učitelé základních škol mohou také výběrem vhodných matematických příkladů zpestřit výuku hodin matematiky.

Sbírka je tvořena souborem úloh, které jsou převážně zaměřené na logické myšlení. Děti při řešení využívají znalosti z hodin matematiky a prostorovou představivost.

V teoretické části práce je sepsána historie soutěže. Dále jsou zde pravidla jednotlivých kategorií (Cvrček, Klokánek, Benjamín, Kadet, Junior a Student) soutěže Matematického klokana.

V praktické části jsou zpracovány testy z kategorie Benjamín a Kadet z let 2012 a 2013. Praktická část začíná zpracováním kategorie Benjamín. Matematické úlohy jsou řazeny dle obtížnosti. Žáci začínají plnit úkoly za 3 body z let 2012 a 2013, následují úlohy za 4 body z let 2012 a 2013, nakonec jsou úlohy za 5 bodů z let 2012 a 2013. Po kategorii Benjamín je stejným způsobem zpracována kategorie Kadet.

V příloze je zpracován test z kategorie Benjamín a Kadet z roku 2014.

Úlohy v praktické části obsahují zadání úlohy, nabídku možností (a - e), řešení příkladu a správnou odpověď.

Úlohy v praktické části a v příloze jsou vyřešeny pomocí výpočtů nebo pomocí logické úvahy. U některých úloh je uvedeno více řešení. Pro lepší názornost je řešení často zobrazeno pomocí obrázků nebo doplněno poznámkou.

Za téma bakalářské práce jsem si zvolila Vybrané úlohy ze soutěže Matematický klokan, neboť ráda řeším logické matematické úlohy. V budoucí pedagogické praxi bych ráda využila tuto zpracovanou sbírku.

1 Teoretická část

Teoretická část bakalářské práce obsahuje historii a pravidla jednotlivých kategorií soutěže Matematický klokan.

1.1 Historie

Matematický klokan je matematická soutěž určená pro děti základních a středních škol.

Její prvopočátky jsou datovány kolem roku 1980, kdy australský matematik Petera O´Hallorana přišel s nápadem uspořádat matematickou soutěž. Cílem Petera O´Hallorana bylo ukázat dětem, že matematika nemusí být pouze nudná a nezábavná. Matematická soutěž obsahuje netradiční úlohy, které jsou často logické a k tomu, aby je děti vyřešily, nemusí znát přesné matematické postupy.

Skupina francouzských matematiků inspirována touto soutěží uspořádala v roce 1991 soutěž, jejímž symbolem se stal klokan. V dalších letech se Matematický klokan rozšířil do dalších zemí Evropy.

V roce 1995 byl Matematický klokan poprvé uspořádán v České republice. V součastné době tuto soutěž v České republice pořádá Jednota českých matematiků a fyziků ve spolupráci s Katedrou matematiky Pedagogické fakulty Univerzity Palackého v Olomouci a Katedrou algebry a geometrie Přírodovědecké fakulty Univerzity Palackého v Olomouci.

Soutěž probíhá v březnu. Letošní ročník se uskutečnil 18. 3. 2016.

1.2 Kategorie soutěže

Soutěž Matematický klokan je rozdělena do šesti kategorií:

1. kategorie je Cvrček - pro děti z 2. a 3. třídy ZŠ
2. kategorie je Klokánek - pro děti ze 4. a 5. třídy ZŠ
3. kategorie je Benjamín - pro děti z 6. a 7. třídy ZŠ
4. kategorie je Kadet - pro děti z 8. a 9. třídy ZŠ
5. kategorie je Junior - pro děti z 1. a 2. ročníku SŠ
6. kategorie je Student - pro děti z 3. a 4. ročníku SŠ

1.3 Pravidla soutěže

1.3.1 kategorie Cvrček

Soutěžní test obsahuje 18 úloh. Děti na zadání testu a splnění úloh mají 1 hodinu (tj. 60 min).

Test obsahuje úlohy tří obtížností. První obtížnost je za 3 body a obsahuje prvních šest úloh (úlohy: 1, 2, 3, 4, 5 a 6). Druhá obtížnost je za 4 body a obsahuje druhých šest úloh (úlohy: 7, 8, 9, 10, 11 a 12). Třetí obtížnost je za 5 bodů a obsahuje třetích šest úloh (úlohy: 13, 14, 15, 16, 17 a 18).

Za každou správnou odpověď získává soutěžící body podle kategorie, ve které je úloha zařazena (může získat buď 3 body, 4 body nebo 5 bodů). Za nezodpovězenou odpověď se neodečítá ani nepřičítá žádný bod. Při špatné odpovědi se vždy odečítá 1 bod (nezáleží na kategorii). Soutěžící má na začátku 18 bodů, aby se při všech špatných odpovědích nedostal do mínusu. Maximální počet, který může při soutěži získat, je 90 bodů.

Soutěžící vždy v každé kategorii vybírá z nabídnutých pěti odpovědí (a - e). Správná odpověď je pouze jedna. Svoji odpověď zaznamená přímo do testu.

Pořadí soutěžících je v této kategorii s dělenými místy (tzn. na jednom místě může být umístěno více soutěžících).

1.3.2 kategorie Klokánek, Benjamín a Kadet

Soutěžní test obsahuje 24 úloh. Děti na zadání testu mají 15 minut a na splnění úloh 1 hodinu (tj. 60 min). Při řešení úloh není dovoleno používání kalkulaček, tabulek a jiné literatury.

Test obsahuje úlohy tří obtížností. První obtížnost je za 3 body a obsahuje prvních osm úloh (úlohy: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 a 8). Druhá obtížnost je za 4 body a obsahuje druhých osm úloh (tzn. úlohy: 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 a 16). Třetí obtížnost je za 5 bodů a obsahuje třetích osm úloh (úlohy: 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23 a 24).

Za každou správnou odpověď získává soutěžící body podle kategorie, ve které je úloha zařazena (může získat buď 3 body, 4 body nebo 5 bodů). Za nezodpovězenou odpověď se neodečítá ani nepřičítá žádný bod. Při špatné odpovědi se vždy odečítá 1 bod (nezáleží na kategorii). Soutěžící má na začátku 24 bodů, aby se při všech špatných odpovědích nedostal do mínusu. Maximální počet, který může při soutěži získat, je 120 bodů.

Soutěžící vždy v každé kategorii vybírá z nabídnutých pěti odpovědí (a - e). Správná odpověď je pouze jedna. Svoji odpověď nezaznamená přímo do testu, ale do „karty odpovědí“ zaškrtnutím políčka s nabídnutou odpovědí.

Pořadí soutěžících je v této kategorii s dělenými místy (tzn. na jednom místě může být umístěno více soutěžících).

1.3.3 kategorie Junior a Student

Soutěžní test obsahuje 24 úloh. Děti mají na zadání testu 15 minut a na splnění úloh 1,25 hodin (tj. 75 min). Při řešení úloh není dovoleno používání kalkulaček, tabulek a jiné literatury.

Test obsahuje úlohy tří obtížností. První obtížnost je za 3 body a obsahuje prvních osm úloh (úlohy: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 a 8). Druhá obtížnost je za 4 body a obsahuje druhých osm úloh (úlohy: 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 a 16). Třetí obtížnost je za 5 bodů a obsahuje třetích osm úloh (úlohy: 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23 a 24).

Za každou správnou odpověď získává soutěžící body podle kategorie, ve které je úloha zařazena (může získat buď 3 body, 4 body nebo 5 bodů). Za nezodpovězenou odpověď se neodečítá ani nepřičítá žádný bod. Při špatné odpovědi se vždy odečítá 1 bod (nezáleží na kategorii). Soutěžící má na začátku 24 bodů, aby se při všech špatných odpovědích nedostal do mínusu. Maximální počet, který může při soutěži získat, je 120 bodů.

Soutěžící vždy v každé kategorii vybírá z nabídnutých pěti odpovědí (a - e). Správná odpověď je pouze jedna. Svoji odpověď nezaznamená přímo do testu, ale do „karty odpovědí“ zaškrtnutím políčka s nabídnutou odpovědí.

Pořadí soutěžících je v této kategorii bez dělených míst (tzn. na jednom místě nemůže být umístěno více soutěžících). Při shodě bodů rozhodne o pořadí soutěžících jejich věk. Mladší soutěžící budou zvýhodněni (tzn. mladší soutěžící bude na přednější pozici).

2 Praktická část

V praktické části jsou zpracovány testy z kategorie Benjamín a Kadet z let 2012 a 2013.

2.1 Benjamín

2.1.1 Úlohy za 3 body

1. Petr psal na list papíru slova KLOKAN BENJAMÍN. Různá písmena psal různými pastelkami, stejná písmena psal stejnou pastelkou. Kolik různých pastelek potřeboval? (Benjamín 2012, [1])

a) 7 b) 8 c) 9 d) 10 e) 13

Řešení:

KLOKAN BENJAMÍN

K - vyskytuje se 2x
L - vyskytuje se 1x
O - vyskytuje se 1x
A - vyskytuje se 2x
N - vyskytuje se 3x
} 5 barev

B - vyskytuje se 1x
E - vyskytuje se 1x
J - vyskytuje se 1x
M - vyskytuje se 1x
Í - vyskytuje se 1x
} 5 barev

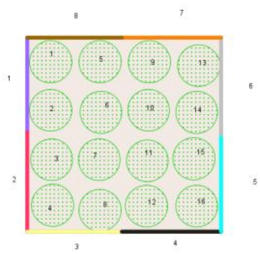
5 barev + 5 barev = 10 barev

Petr použil 10 různých pastelek. *Správná odpověď: d*

2. Šárka vložila do čtverce vytvořeného ze čtyř zápalek 4 mince (podívej se na obrázek). Urči nejmenší možný počet zápalek, které bude potřebovat k vytvoření čtverce, do kterého by se vešlo 16 mincí. Mince se nesmí překrývat. (Benjamín 2012, [1])

a) 8 b) 10 c) 12 d) 15 e) 16

Řešení:



Řešení úlohy je znázorněno obrázkem. 16 mincí je na obrázku vyznačeno zelenou barvou. Pak obvod je tvořen 8 zápalkami, které jsou vyznačeny barevně.

K vytvoření čtverce je potřeba 8 zápalek. *Správná odpověď: a*

3. V letadle jsou řady sedadel označeny čísly od 1 do 25, řada číslo 13 v něm však není. Patnáctá řada má pouze 4 sedadla pro cestující, všechny ostatní řady mají sedadel 6. Kolik míst pro cestující je v letadle? (Benjamín 2012, [1])

a) 120 b) 138 c) 142 d) 144 e) 150

<u>Řešení:</u>

23 řad po 6 sedadlech	$x = (23 \cdot 6) + 4$
1 řada (s číslem 15) má 4 sedadla	$x = 138 + 4$
<u>sedadel ………………………….x</u>	$\underline{\underline{x = 142}}$

V letadle je 142 míst. *Správná odpověď: c*

4. K číslu 6 přičti číslo 3, výsledek vynásob 2 a ještě přičti 1. Konečný výsledek bude stejný jako hodnota výrazu: (Benjamín 2012, [1])

a) (6 + 3 · 2) + 1 b) 6 + 3 · 2 + 1 c) (6 + 3) · (2 + 1)

d) (6 + 3) · 2 + 1 e) 6 + 3 · (2 + 1)

<u>1. řešení:</u>

Vypočteme jednotlivé výrazy.

a) (6 + 3 · 2) + 1 = (6 + 6) + 1 = 13 b) 6 + 3 · 2 + 1 = 6 + 6 + 1 = 13

c) (6 + 3) · (2 + 1) = 9 · 3 = 27 d) (6 + 3) · 2 + 1 = 9 · 2 + 1 = 18 + 1 = 19

e) 6 + 3 · (2 + 1) = 6 + 3 · 3 = 6 + 9 = 14

Postupně čteme zadání a počítáme jej.

k číslu 6 přičti číslo 3 ……… 6 + 3 = 9

výsledek vynásob 2 ………… 9 · 2 = 18

a ještě přičti 1 ……………… 18 + 1 = <u>19</u>

Konečný výsledek je číslo 19 a odpovídá výrazu (6 + 3) · 2 + 1.

Správná odpověď: d

<u>2. řešení:</u>

Ze zadání rovnou matematicky zapisujeme, co máme s čísly udělat.

(6 + 3) · 2 + 1

Podíváme-li se na nabízené možnosti, je zápis stejný jako výraz v *d*.

Správná odpověď: d

5. Když je v Londýně 16 hodin, v Madridu 17 hodin a v San Francisku 8 hodin téhož dne. María volala v pátek v 21 hodin ze San Franciska své mamince do Madridu. Kolik hodin v té chvíli v Madridu bylo? (Benjamín 2012, [1])

a) 6h v pátek b) 18h v pátek c) 12h v pátek

d) půlnoc z pátku na sobotu e) 6h v sobotu

Řešení:

Londýn ……….. 16h

Madrid ………..…17h

San Francisco …...8h

Časový rozdíl mezi Madridem a San Francisem je 9h (17h - 8h = 9h)

San Francisco…… 21h pátek

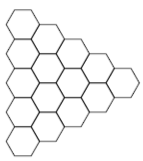
Madrid ……………21h pátek + 9h = 6h sobota

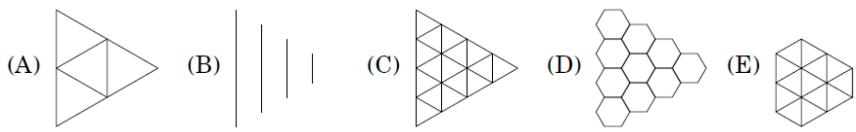
Poznámka: 21h v pátek + 9h = 21h + 3h + 6h (9h jsme rozdělili na 3h + 6h) = = 21h + 3h (to je 24h, neboli půlnoc z pátku na sobotu) + 6h = 6h v sobotu

Když María volala ze San Franciska, bylo v Madridě 6h v sobotu.

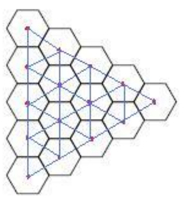
Správná odpověď: e

6. Na obrázku vpravo vidíš obrazec složený z pravidelných šestiúhelníků. Pokud budeme kreslit nový obrazec tak, že navzájem spojíme všechny středy sousedících šestiúhelníků, který z obrazců (A - E) dostaneme? (Benjamín 2012, [1])





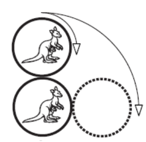
Řešení:



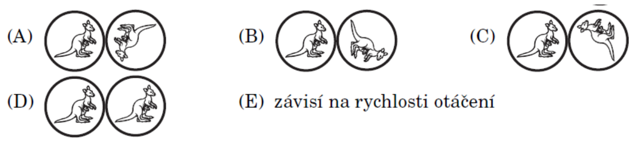
V šestiúhelnících sestrojíme středy a spojíme je. Vznikne nám obrazec zobrazený na obrázku.

Vzniklý obrazec odpovídá odpovědi *c*. *Správná odpověď: c*

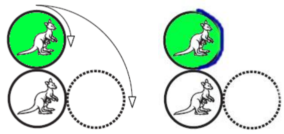
7. Horní mince se beze skluzu otáčí kolem upevněné dolní mince do polohy na obrázku vpravo. Jaká bude výsledná pozice klokanů na



mincích? (Benjamín 2012, [1])



Řešení:

 otočíme klokana o půl kruhu (o modrou část) 

Vznikne:

Správná odpověď: a

8. Lucka a Jirka dostali od své babičky jablka a hrušky. V košíčku měli celkem 25 kusů ovoce. Po cestě domů Lucka snědla jedno jablko a tři hrušky, Jirka snědl tři jablka a dvě hrušky. Doma zjistili, že přinesli stejný počet hrušek a jablek. Kolik hušek dostali od své babičky? (Benjamín 2012, [1])

a) 12 b) 13 c) 16 d) 20 e) 21

Řešení:

Lucka snědla …………..1 jablko …… 3 hušky

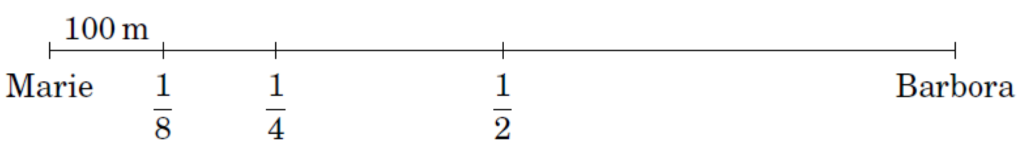
Jirka snědl ……………..3 jablka ……. 2 hušky

snědli …………………. 4 jablka ….... 5 hrušek = celkem snědli 9ks ovoce

Od celkového počtu 25 odečteme snězená 4 jablka a snězených 5 hrušek, to je 16 kusů ovoce (25 - 4 - 5 = 16). Jelikož po snězení měli stejně jablek a hrušek, tak počet rozdělíme na půl (16 : 2 = 8). Od každého ovoce přinesli 8 kusů. Na závěr přičteme 5 hrušek, protože chceme zjistit jejich počáteční stav (8 + 5 = 13). Od své babičky dostali 13 hrušek.

Správná odpověď: b

9. Urči vzdálenost mezi Marií a Barborou. (Benjamín 2013, [2])



a) 300 m b) 400 m c) 700 m d) 800 m e) 1 km

1. řešení:

$\frac{1}{8}$ dílku … 100 metrů

$\frac{8}{8} = 1$ ……x metrů

$$\frac{1}{\frac{1}{8}} = \frac{x}{100}$$

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{8}{1} = \frac{x}{100}$$

$$8 = \frac{x}{100}$$

$$\underline{\underline{800 = x}}$$

Vzdálenost mezi Marií a Barborou je 800 m.

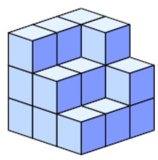
Správná odpověď: d

2. řešení:

Jeden celek je $\frac{8}{8}$ (tzn. celek je rozdělen na 8 dílků). Víme, že $\frac{1}{8}$ je 100 m. Pak $8 \cdot \frac{1}{8}$ je tedy $8 \cdot 100 = \underline{\underline{800 \text{ m}}}$

Správná odpověď: d

10. Kolik malých krychlí musíš doplnit, aby ze stavby na obrázku vznikla krychle? (Benjamín 2013, [2])



a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

Řešení:

Aby nám vznikla krychle, musí být v každém ze tří pater 9 krychlí. V prvním patře je 9 krychlí, tedy žádnou krychli nedoplníme (tzn. doplníme 0 krychlí). V druhém patře je 7 krychlí a doplníme 2 krychle. Ve třetím patře jsou 4 krychle a doplníme 5 krychlí.

Celkem doplníme: 0 + 2 + 5 = <u>7 krychlí.</u>

Musíme doplnit 7 krychlí. *Správná odpověď: c*

11. Součet věku Anny, Petra a Pavla je 31 let. Kolik let jim bude dohromady za tři roky? (Benjamín 2013, [2])

a) 32 b) 34 c) 35 d) 38 e) 40

1. řešení:

jméno…..dnes …..po třech letech

Anna …… x ……… x + 3

Petr ....y ………. y + 3

Pavel …… z ………. z + 3

Dnes: x + y + z = 31

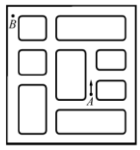
Po třech letech: (x + 3) + (y + 3) + + (z + 3) = x + y + z + 3 + 3 + 3 = = 31 + 3 + 3 + 3 = <u>40</u>

Za tři roky jim bude dohromady 40 let. *Správná odpověď: e*

2. řešení:

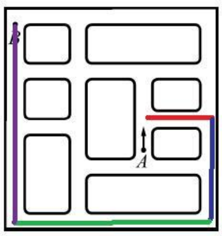
Každý ze tří osob bude o 3 roky starší. Tedy 3 · 3 = 9. V součtu budou celkem starší o 9 let starší. Teď jejich součet věků je 31. Za 3 roky bude jejich součet věků 31 + 9 = 40. *Správná odpověď: e*

12. Petr si postavil robota, který se umí pohybovat vpřed nebo zabočit doprava. Urči nejmenší možný počet odbočení vpravo, které musí robot udělat, aby se dostal z místa A do místa B. (Benjamín 2013, [2])



a) 3 b) 4 c) 6 d) 8 e) 10

Řešení:



1. odbočí na červenou
2. odbočí na modrou
3. odbočí na zelenou
4. odbočí na fialovou

Řešení úlohy je znázorněno obrázkem.

Robot odbočí celkem 4 krát než dojde z A do B. *Správná odpověď: b*

13. Urči hodnotu ♠ tak, aby platila rovnost ♠♠ · ♠ = 176 (Benjamín 2013, [2])

a) 6 b) 4 c) 7 d) 5 e) 8

1. řešení:

♠♠ · ♠ = 176

Při řešení úlohy dosazujeme za ♠ jednotlivé možnosti řešení ze zadání úlohy.

66 · 6 ≠ 176 77 · 7 ≠ 176 88 · 8 ≠ 176

44 · 4 = 176 55 · 5 ≠ 176

Správné řešení ♠♠ · ♠ = 176 je 44 · 4 = 176 *Správná odpověď: b*

2. řešení:

Při řešení úlohy použijeme odhad. Když si uvědomíme, že 55 · 5 = 275 je výsledek příliš velký. Číslo, které by mělo být místo ♠ je menší než 5, proto zkusíme za ♠ dosadit číslo 4. Pak 44 · 4 = 176.

Což odpovídá řešení úlohy. *Správná odpověď: b*

14. V sobotu se konal závod v orientačním běhu. První závodník vyběhl v 11:05. Další závodníci vybíhali vždy v 15 minutových intervalech. V kolik hodin startoval čtvrtý závodník? (Benjamín 2013, [2])

a) 11:40 b) 11:50 c) 11:55 d) 12:00 e) 12:05

Řešení:

1. závodník … 11:05
2. závodník … 11:05 + 15 min = 11:20
3. závodník … 11:20 + 15 min = 11:35
4. závodník … 11:35 + 15 min = 11:50

Čtvrtý závodník startoval v 11:50. *Správná odpověď: b*

15. Číslo 36 má zajímavou vlastnost: je dělitelné beze zbytku číslicí na místě jednotek (tedy číslo 36 je dělitelné 6). Číslo 38 tuto vlastnost nemá. Kolik čísel mezi 20 a 30 je beze zbytku dělitelných svou poslední číslicí? (Benjamín 2013, [2])

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

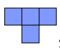
Řešení:

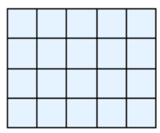
Čísla 20 a 30 to být nemohou, protože 0 dělit nelze.

21 : 1= 21	24 : 4 = 6	27 : 7 = 3 + zbytek 6
22 : 2 = 11	25 : 5 = 5	28 : 8 = 3 + zbytek 4
23 : 3 = 7 + zbytek 2	26 : 6 = 4 + zbytek 2	29 : 9 = 3 + zbytek 2

Čísla od 20 do 30 dělitelná beze zbytku svou poslední číslicí jsou: 21, 22, 24, 25.

Jsou to 4 čísla. *Správná odpověď: c*

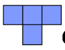
16. Urči největší možný počet dílků tvaru , který můžeš umístit do obdélníkové hrací desky 4×5 tak, aby se dílky navzájem nepřekrývaly. (Benjamín 2013, [2])



a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

Řešení:

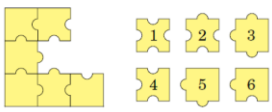
Úloha má více možností jak ji řešit. V řešení jsou zobrazeny jen některé možnosti.

Nejvíce můžeme umístit 4  dílky.

Správná odpověď: c

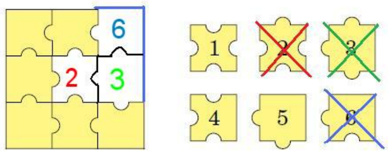
2.1.2 Úlohy za 4 body

1. Které tři z očíslovaných dílků puzzle musíš přiložit k obrázku vlevo, abychom obdrželi čtverec? (Benjamín 2012, [1])



a) 1, 2, 3 b) 1, 3, 6 c) 2, 3, 5 d) 2, 3, 6 e) 2, 5, 6

Řešení:

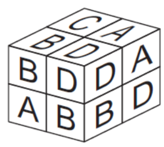


Úloha je řešena obrázkem.

K obrázku přiložíme čísla: 2, 3, 6.

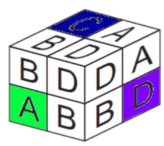
Správná odpověď: d

2. Lenka má 8 krychlí. Každá krychle má na všech svých stěnách jedno z písmenek A, B, C a D. Lenka z nich postavila stavbu na obrázku. Dvě sousední krychle mají na stěnách vždy různá písmena. Jaké písmeno je na krychli, kterou na obrázku nevidíme? (Benjamín 2012, [1])



a) A b) B c) C d) D e) nelze říci

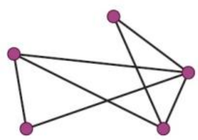
Řešení:



Jedna krychle obsahuje písmena: A, B, C a D. Na obrázku je zobrazena stavba, na které jsou barevně vyznačeny krychle, které mají společnou stranu s krychlí, kterou nevidíme. Dvě sousední krychle mají na stěnách vždy různá písmena, proto krychle, kterou nevidíme, nemůže obsahovat písmenka: A, C a D. Krychle obsahuje písmeno B.

Správná odpověď: b

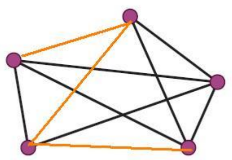
3. V Říši divů je 5 velkých měst. Každá dvě města jsou spojena jednou silnicí. Některé ze silnic jsou viditelné, jiné ne. Na mapě



Říše divů je zakresleno jen sedm viditelných silnic (podívej se na obrázek). Alenka má magické brýle: při pohledu na mapu s nimi vidí pouze silnice, které jsou jinak neviditelné. Kolik neviditelných cest vidí? (Benjamín 2012, [1])

a) 9 b) 8 c) 7 d) 3 e) 2

Řešení:



Obrázek mapy doplníme o neviditelné silnice (oranžová barva) tak, aby byla spojena každá dvě města. Do obrázku doplníme 3 cesty.

Alenka magickými brýlemi vidí 3cesty. *Správná odpověď: d*

4. Přiřaďme přirozeným číslům barvy: červenou barvu číslům 1, 4, 7, …, modrou barvu číslům 2, 5, 8 … a zelenou barvu číslům 3, 6, 9 … Jakou barvu bude mít součet, sečteme-li červené číslo s modrým? (Benjamín 2012, [1])

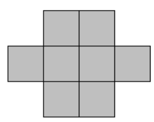
a) modrou nebo zelenou b) červenou nebo modrou

c) pouze zelenou d) pouze červenou e) pouze modrou

Řešení:

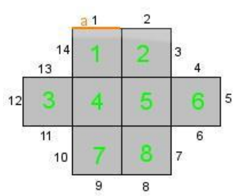
Červená čísla jsou ta, která po dělení 3 dávají zbytek 1 (př. 1, 4, 7). Modrá čísla jsou ta, která po dělení 3 dávají zbytek 2 (př. 2, 5, 8). Pokud sečteme červené a modré číslo, zbytek po dělení 3 bude 0 a to jsou čísla zelená (př. 3, 6, 9). Po součtu červeného a modrého čísla nám vždy vznikne zelené číslo. *Správná odpověď: c*

5. Obvod obrazce složeného ze shodných čtverců je roven 42 cm. Urči jeho obsah. (Benjamín 2012, [1])



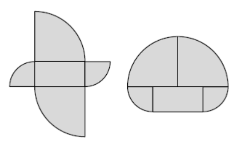
a) 128 cm^2 b) 72 cm^2 c) 24 cm^2 d) 9 cm^2 e) 8 cm^2

Řešení:



Nejprve si spočítáme, kolik stran čtverců tvoří obrazec. Je to 14 stran (viz obrázek). Délka strany čtverce je tedy 42 : 14 = 3 cm. Obsah jednoho čtverce je $a \cdot a = 3 \cdot 3 = 9$ cm^2. Obrazec obsahuje 8 čtverců. Jeho obsah je $8 \cdot 9 =$ 72 cm^2. *Správná odpověď: b*

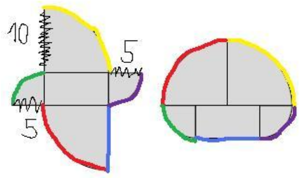
6. Oba obrazce na obrázku jsou složeny z pěti stejných částí. Obdélník má rozměry 5 × 10 centimetrů a ostatní části jsou



čtvrtinami dvou různých kruhů. Urči rozdíl mezi obvody obou obrazců. (Benjamín 2012, [1])

a) 2,5 cm b) 5 cm c) 10 cm d) 20 cm e) 30 cm

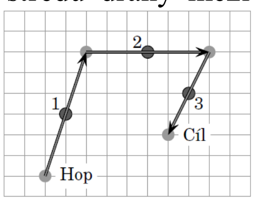
Řešení:

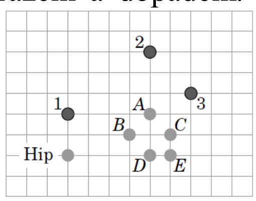


Oba obrazce mají obvod tvořený dvěma malými a dvěma velkými půlkruhy a ještě rovnými částmi. Chceme-li zjistit rozdíl mezi obvody obou obrazců, stačí se zaměřit rovné úseky. Barevně si označíme shodné strany (žlutá, fialová, modrá, zelená a červená barva). Rozdíl mezi obvody obrazců (zubatá čára) je 10 cm + 5 cm + 5 cm = 20 cm.

Správná odpověď: d

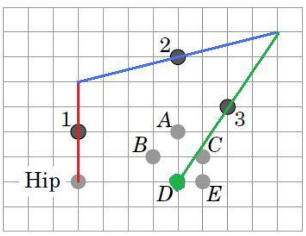
7. Klokani Hop a Hip hráli skákanou přes tři kameny. Podle pravidel hry museli kámen přeskočit vždy tak, aby ležel ve středu dráhy mezi odrazem a dopadem. Na levém obrázku je znázorněno, jak kameny přeskákal Hop. (Kameny jsou označeny čísly 1, 2 a 3). Klokan Hip skákal přes kameny ve stejném pořadí jako Hop, ale startoval z jiného místa, které je vyznačeno na obrázku vpravo. Rozhodni, které z míst A, B, C, D, E bude místem Hipova posledního dopadu. (Benjamín 2012, [1])





a) A b) B c) C d) D e) E

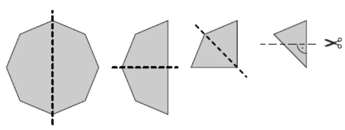
Řešení:



Na obrázku je barevně vyznačeno, jak Hip skákal přes kameny.

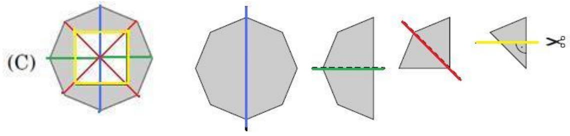
Hip doskáče do bodu D. *Správná odpověď: d*

8. Papírový osmiúhelník jsme třikrát přeložili na poloviny, čímž jsme získali trojúhelník. Z něj jsme odstřihli jeden z vrcholů (viz obrázek). Jak bude papír po rozložení vypadat? (Benjamín 2012, [1])



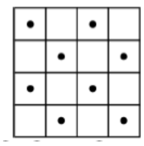
Řešení:

Řešení je zobrazeno obrázkem. Na papír nakreslíme osmiúhelník a budeme postupovat podle zadání. Jednotlivé střihy, jsou barevně vyznačeny.



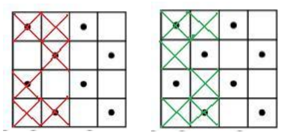
Správná odpověď: c

9. Který z útvarů může po přemístění na tabulku zakrýt nejvíce bodů? (Benjamín 2013, [2])

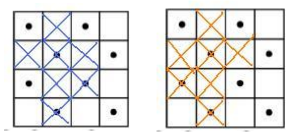


Řešení:

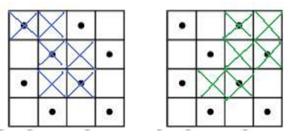
V řešení jsou zobrazené příklady možností zakrytí bodů.

A) 

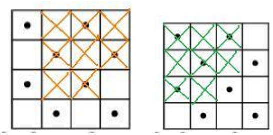
Maximálně zakryjeme 4 body.

B) 

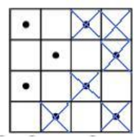
Maximálně zakryjeme 3 body.

C) 

Maximálně zakryjeme 3 body.

D) 

Maximálně zakryjeme 4 body.

E)  Maximálně zakryjeme 5 bodů. *Správná odpověď: e*

10. Matěj rád rybaří. Pokud by dnes chytil třikrát tolik ryb jako včera, měl by jich o 12 více. Kolik ryb včera Matěj chytil? (Benjamín 2013, [2])

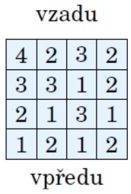
a) 7 b) 6 c) 5 d) 4 e) 3

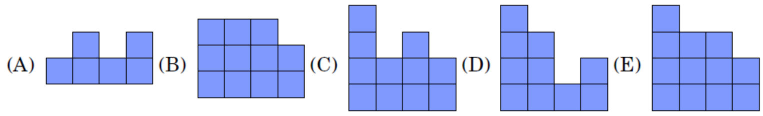
Řešení:

včera chytil x	3x = x + 12
dnes 3x	2x = 12
měl by .... x + 12	x = 6

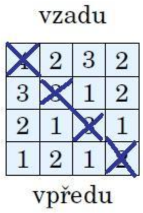
Včera Matěj chytil 6 ryb. *Správná odpověď: b*

11. Pepa stavěl stavbu z krychlí. Na obrázku vpravo vidíš tuto stavbu při pohledu shora. Číslo udává počet krychlí umístěných na sebe. Podíváš-li se na stavbu zepředu, co uvidíš? (Benjamín 2013, [2])





Řešení:



Z pohledu zepředu vždy uvidíme ten nejvyšší komín a nezáleží na tom, zda je vpředu nebo vzadu. Nejvyšší komín (4, 3, 2, 2) je znázorněn křížkem.

Uvidíš obrazec zobrazený v odpovědi *e*. *Správná odpověď: e*

12. V třídních volbách předsedy třídy dostal každý ze čtyř kandidátů jiný počet hlasů. Všichni kandidáti obdrželi celkem 36 hlasů. Vítěz získal 12 hlasů, kandidát na čtvrtém místě 4 hlasy. Kolik hlasů získal kandidát na druhém místě? (Benjamín 2013, [2])

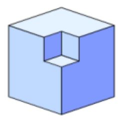
a) 9 b) 9 nebo 10 c) 10 d) 10 nebo 11 e) 11

Řešení:

Nejprve si spočítáme, kolik hlasů obdrželi celkem kandidáti na druhém a třetím místě. Získali 36 - 12 - 2 = 20 hlasů. Protože každý kandidát získal jiný počet hlasů, musíme rozložit 20 na součet dvou různých čísel. Dle nabízených možností lze 20 rozložit jen na 11 + 9. Kandidát na druhém místě získal 11 hlasů.

Správná odpověď: e

13. Z dřevěné krychle o hraně 3 cm jsme vyřízli krychličku o hraně 1 cm (podívej se na obrázek). Kolik stěn by mělo těleso, které by vzniklo odříznutím stejných krychliček u každého z vrcholů krychle? (Benjamín 2013, [2])



a) 16 b) 20 c) 24 d) 30 e) 36

Řešení:

Původní krychle měla 6 stěn. Vyškrtnutím malé krychličky přibyly 3 stěny. Protože krychle má 8 vrcholů, přibude k původním 6 stěnám ještě 8 · 3 = 24 stěn. Nově vzniklé těleso by mělo 6 + 24 = 30 stěn. *Správná odpověď: d*

14. Kolik je dvojic dvojciferných přirozených čísel takových, že jejich rozdíl je 50? (Benjamín 2013, [2])

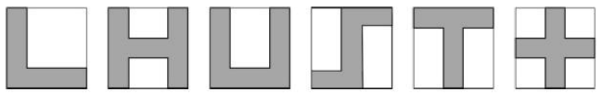
a) 10 b) 30 c) 40 d) 50 e) 60

Řešení:

Označíme-li dvě dvojciferná čísla *x* a *y* (předpokládejme, že $x < y$) se zadanou vlastností, musí platit, že $x + 50 = y$. Nejmenší dvojciferné číslo je 10 ($x = 10$), pokud $x = 10$ pak $y = 60$. Když budeme zvyšovat číslo x zjistíme, že poslední možností aby *y* bylo stále dvojciferné je číslo $x = 49$. V každé desítce je to 10 čísel. Celkem $4 \cdot 10 = \underline{\underline{40}}$. Existuje 40 dvojic, které splňují zadanou podmínku.

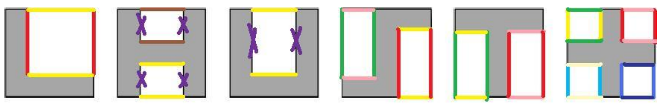
Správná odpověď: c

15. Marie nakreslila na čtvercový list papíru různé obrazce. Kolik obrazců má obvod shodný s obvodem papíru? (Benjamín 2013, [2])



a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

Řešení:



ANO NE NE ANO ANO ANO

Řešení úlohy je znázorněno graficky.

Správná odpověď: c

16. Finále fotbalového šampionátu bylo zápasem plným gólů. V první polovině zápasu bylo vstřeleno celkem šest gólů a po skončení poločasu vedl tým hostů. V druhé polovině zápasu vstřelil tým domácích tři góly a zápas vyhrál. Kolik gólů vstřelil domácí tým během zápasu? (Benjamín 2013, [2])

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

Řešení:

Napíšeme si možné výsledky po 1. a následně po 2. poločase (hosté : domácím).

	1. poločas	2. poločas	
1. možnost	5 : 1	5 : (1+3) tj. 5 : 4	vyhráli by hosté
2. možnost	4 : 2	4 : (2+3) tj. 4 : 5	vyhráli by domácí

Domácí tým během zápasu vstřelil 5 gólů. *Správná odpověď: c*

2.1.3 Úlohy za 5 bodů

1. Na oslavě narozenin bylo 12 dětí ve věku 6, 7, 8, 9 a 10 let. Čtyřem bylo 6 let, nejvíce dětí bylo osmiletých. Jaký byl věkový průměr dětí na oslavě? (Benjamín 2012) , [1])

a) 6 b) 6,5 c) 7 d) 7,5 e) 8

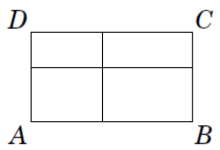
Řešení:

Dětí ve věku 7, 8, 9 a 10 let je 12 - 4 = 8. Osmiletých dětí je nejvíce. Musí jich být 5, protože ze zadání plyne, že jich je více než 4. Pak už sedmiletých, osmiletých, devítiletých a desetiletých je po jednom.

Věkový průměr je $(6 \cdot 4 + 7 \cdot 1 + 8 \cdot 5 + 9 \cdot 1 + 10 \cdot 1) : 12 =$

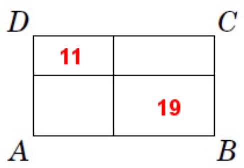
$= (24 + 7 + 40 + 9 + 10) : 12 = 90 : 12 =$ 7, 5 roku. *Správná odpověď: d*

2. Obdélník ABCD jsme rozdělili na 4 menší obdélníky tak, jak je to znázorněno na obrázku. Obvody tří „nařezaných“ obdélníku jsou 11 cm, 16 cm a 19 cm. Obvod čtvrtého obdélníku neznáme, ale víme, že nebude ani nejmenší, ani největší. Jaký je obvod obdélníku ABCD? (Benjamín 2012, [1])



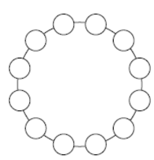
a) 28 cm b) 30 cm c) 32 cm d) 38 cm e) 40 cm

Řešení:



Víme ze zadání, že nejmenší obdélník má obvod 11 cm a největší obdélník má 19 cm. Součet obvodů těchto dvou obdélníků je stejný jako součet zbývajících dvou a také jako obvod celého obdélníka ABCD (viz obrázek). Protože 11 + 19 = 30 musí obvod obdélníka ABCD být 30 cm. *Správná odpověď: b*

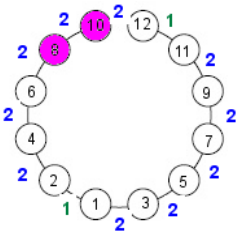
3. Do políček na kružnici jsou vepsána čísla od 1 do 12 tak, že rozdíl dvou sousedních čísel je 1 nebo 2. Která dvě čísla jsou vepsána v sousedních polích? (Benjamín 2012, [1])



a) 8 a 10 b) 10 a 9 c) 6 a 7 d) 4 a 3 e) 5 a 6

Řešení:

Řešení úlohy je znázorněno obrázkem.

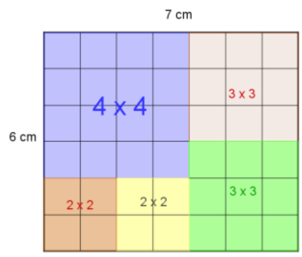


Napíšeme-li číslo 12, jeho sousední čísla musí být 10 a 11, aby splňovaly zadanou podmínku. Sousední číslo s číslem 11 je 9, protože 10 je již použitá a jiné číslo zadanou podmínku nesplňuje. Dále postupujeme stejným postupem. Rozdíl mezi krajními čísly 1 a 2; 11 a 12 je 1. Rozdíl mezi ostatními čísly je 2. V sousedních polích jsou vepsána čísla 8 a 10. *Správná odpověď: a*

4. Pavel chtěl rozstříhat papír tvaru obdélníku se stranami 6 cm a 7 cm na menší čtverce tak, aby každá ze stran měla délku vyjádřenou celým číslem. Urči nejmenší počet čtverců, na který je možné obdélník rozstříhat? (Benjamín 2012, [1])

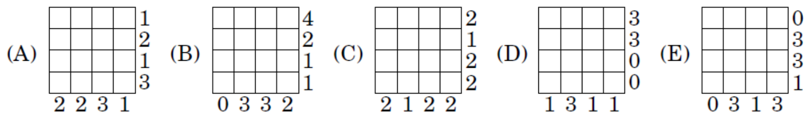
a) 4　　b) 5　　c) 7　　d) 9　　e) 42

<u>*Řešení:*</u>



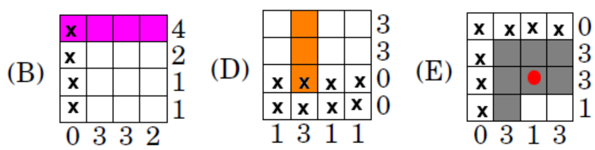
Nejdříve obdélník o rozměrech 7 cm a 6 cm rozdělíme na 2 čtverce (čtverec 4×4 a 3×3). Dále ve zbylém místě vznikne čtverec o rozměrech 3×3. Zbývá obdélník 4×2, který rozdělíme na 2 čtverce o rozměrech 2×2. Z obdélníku o rozměrech 7 cm a 6 cm lze vytvořit 5 čtverců s délkou vyjádřenou celými čísli. *Správná odpověď: b*

5. Eva vybarvila některá políčka tabulky se čtyřmi řádky a čtyřmi sloupci. Potom ke každému řádku i sloupci připsala počet jejich obarvených políček a obarvená políčka smazala. Kterou z tabulek mohla vyplnit? (Benjamín 2012, [1])



<u>*Řešení:*</u>

Zkusme postupovat vylučovací metodou. Nemohu nakreslit situace *b*, *d* a *e*.

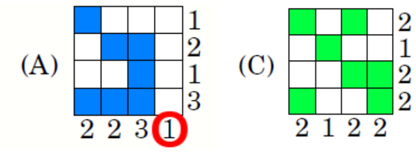


b) V prvním sloupci nesmí být vybarveno žádné políčko, ale v prvním řádku mají být vybarvena 4 políčka.

d) V posledním a předposledním řádku nesmí být vybarveno žádné políčko, ale ve druhém sloupci mají být vybarvena tři políčka.

e) V prvním sloupci a řádku nesmí být vybarvena žádná políčka. Ve druhém a třetím řádku mají být vybarvena tři políčka, ale ve třetím sloupci má být vybarveno jen jedno políčko.

Zbývají možnosti *a* a *c*. zkusíme vybarvit políčka podle zadání.



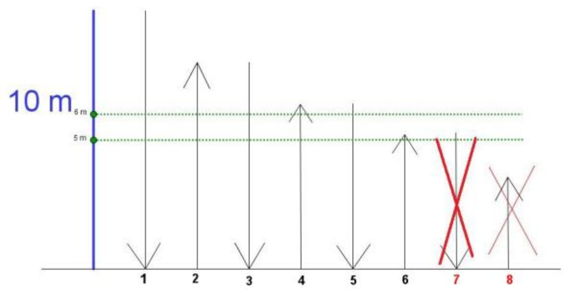
a) Postupně barvíme libovolná políčka, tak aby bylo splněno zadání. Nyní je částečně zadání splněno. V posledním sloupci musíme ještě vybarvit jedno políčko, pak ale nebudou splněny podmínky z jednotlivých řádků.

c) Políčka vybarvíme podle zadání. *Správná odpověď: c*

6. Gumový míč padá ze střechy domu z výšky 10 m. Při každém dopadu na zem se odrazí zpět do $\frac{4}{5}$ předchozí výšky. Kolikrát se míč objeví před oknem, jehož spodní okraj je ve výšce 5 m a horní okraj ve výšce 6 m? (Benjamín 2012, [1])

a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

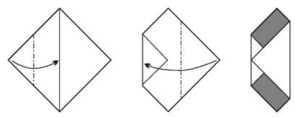
Řešení:



- Míč padá z 10 m (letí okolo okna poprvé).
- Míč se odráží od země do $\frac{4}{5}$ z 10 m tj. $\frac{4}{5} \cdot 10 = \frac{40}{5} = 8$ m (letí okolo okna podruhé).
- Míč padá z 8 m (letí okolo okna potřetí).
- Míč se odráží od země do $\frac{4}{5}$ z 8 m tj. $\frac{4}{5} \cdot 8 = \frac{32}{5} = 6{,}4$ m (letí okolo okna počtvrté).
- Míč padá z 6,4 m (letí okolo okna popáté).
- Míč se odráží od země do $\frac{4}{5}$ z 6,4 m tj. $\frac{4}{5} \cdot 6{,}4 = 5{,}2$ m (letí okolo okna pošesté). Míč mění směr ve výšce 5,2 m, což je v rozmezí výhledu z našeho okna (tzn. míč neletí znova kolem okna)
- Dále se míč odráží už jen do $\frac{4}{5}$ z 5,2 m tj. $\frac{4}{5} \cdot 5{,}2 = 4{,}16$ m a to je pod spodním okrajem okna.

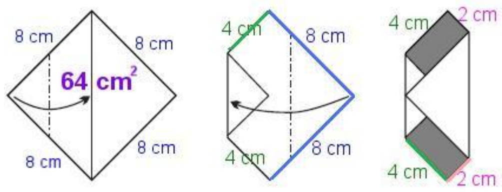
Před oknem se míč objeví 6 krát. *Správná odpověď: c*

7. Čtverec vystřižený z listu papíru byl dvakrát přeložen tak, jak je znázorněno na obrázku. Určete součet obsahů zvýrazněných obdélníků, jestliže obsah původního čtverce byl 64 cm^2. (Benjamín 2012, [1])



a) 8 cm^2 b) 10 cm^2 c) 12 cm^2 d) 14 cm^2 e) 16 cm^2

Řešení:



Obsah čtverce je 64 cm^2 a platí, že S = a · a. Můžeme si dopočítat jeho velikost strany *a*. Tedy a = $\sqrt{64}$ = 8 cm. $\frac{1}{2}$ · a = $\frac{1}{2}$ · 8 = $\frac{8}{2}$ = 4 cm. $\frac{1}{2}$ ze 4 = $\frac{1}{2}$ · 4 = $\frac{4}{2}$ = 2 cm. Rozměry zvýrazněného obdélníku jsou 4 cm a 2 cm. Jeho obsah je tedy S = 4 · 2 = 8 cm^2. Součet obsahů zvýrazněných obdélníků je 8 + 8 = $\underline{\underline{16 \text{ cm}^2}}$. *Správná odpověď: e*

8. Součet trojciferného čísla ABC, dvojciferného čísla BC a jednociferného čísla C je 912. Urči hodnotu číslice B. (Benjamín 2012, [1])

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 0

Řešení:

Součet tří zadaných čísel si napíšeme pod sebe.

Platí:		Zkouška:	
	A B C		8 5 4
	B C		5 4
	C		4
	9 1 2		9 1 2

Na místě jednotek hledáme hodnotu cifry C. Vyzkoušením všech možností cifer 0, 1, 2,…, 9 zjistíme, že jediná cifra, která má výše uvedenou vlastnost je 4 (tzn. C = 4). Dále na místě desítek hledáme hodnotu cifry B. Po součtu dvou stejných čísel a přičtením 1 (součet jednotek byl 1desítka a 2 jednotky) má vyjít 1. To by nastalo, když by B = 0 (číslo BC by ale nebylo dvojciferné), nebo B = 5. Na místě stovek hledáme hodnotu cifry A. Po součtu hodnoty cifry A a přičtením 1 (součet desítek byl 1 desítka a 1 jednotka) má vyjít 9. To nastane, když A = 8.

Hodnota číslice B je 5. *Správná odpověď: c*

9. Adam, Bořek a Tomáš jsou známí lháři, kteří nikdy nemluví pravdu. Každý z nich má zápisník - červený nebo modrý. Adam říká: „Můj zápisník má stejnou barvu jako Bořkův.“ Bořek tvrdí: „ Můj zápisník má stejnou barvu jako Tomášův.“ Tomáš říká: „Právě dva zápisníky jsou červené.“ Které z následujících tvrzení je pravdivé? (Benjamín 2013, [2])

a) Adam má modrý zápisník. b) Bořek má modrý zápisník.

c) Tomáš má červený zápisník. d) Adamův zápisník má jinou barvu než Tomášův.

e) Žádné z tvrzení není pravdivé.

Řešení:

Adam říká: „Můj zápisník má stejnou barvu jako Bořkův.“ - *Adam má jiný zápisník než Bořek.* Bořek tvrdí: „ Můj zápisník má stejnou barvu jako Tomášův.“ - *Bořek má jiný zápisník než Tomáš.* Zjistili jsme, že Tomáš a Adam mají stejný zápisník. Bořek má jiný zápisník než Tomáš s Adamem. Tomáš říká: „Právě dva zápisníky jsou červené.“ - *Dva zápisníky jsou modré a jeden červený.*

Adam a Tomáš mají modrý zápisník, červený zápisník má Bořek.

Správná odpověď: a

10. Do soutěže krásy „MISS KOČKA 2013“ se přihlásilo 66 soutěžících. Po prvním kole bylo vyřazeno 21 koček. Mezi postupujícími bylo 27 mourovaných koček a 32 koček s jedním černým uchem. Do finále soutěže postoupily pouze všechny mourované kočky s jedním černým uchem. Jaký byl počet finalistek? (Benjamín 2013, [2])

a) 5 b) 7 c) 13 d) 14 e) 27

Řešení:

Nejprve si zjistíme, kolik koček zůstalo v soutěži po prvním kole 66 - 21 = 45. Z těchto 45 koček je 27 koček mourovatých a 32 koček s jedním černým uchem. Pokud od 45 koček odečteme 27 koček, dostaneme, že 18 koček má jedno černé ucho, ale nejsou mourovaté. To znamená, že ještě zbývá 14 koček do 32, které budou součastně mourovaté a s jedním černým uchem. Do finále postoupilo 14 koček.

Správná odpověď: d

11. Na obrázku dole vidíš čtyři tlačítka se „smajlíky“. Dva jsou usměvaví, dva se mračí. Když tlačítko zmáčkneš, „smajlík“ se změní na opačný. (Například ze zamračeného se stane usměvavý). Současně se změní na opačné i „smajlící“ na sousedních tlačítkách. Urči nejmenší počet stisků, které musíš udělat, aby byli všichni „smajlící“ usměvaví. (Benjamín 2013, [2])

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

<u>*Řešení:*</u>

Existuje více způsobů jak úlohu řešit.

Poznámka: černá barva - „smajlík“ se nemění, červená barva - stisknutý „smajlík“, modrá barva - okolní „smajlíci“ stisklého „smajlíka“.

Původní: 

1. zmáčknutí: 

2. zmáčknutí: 

3. zmáčknutí:  (všichni „smajlíci“ jsou usměvaví)

Nejmenší počet stisků, aby „smajlící“ byli usměvaví, jsou 3. *Správná odpověď: b*

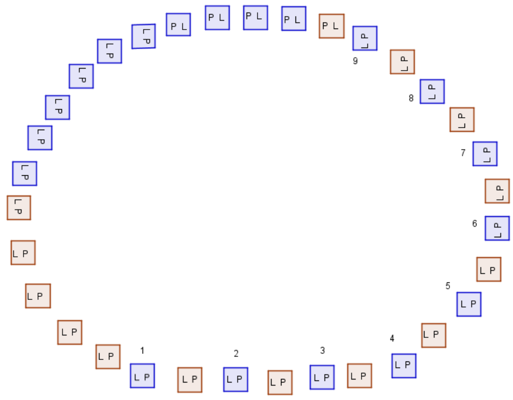
12. V kruhu se drží za ruce 20 chlapců a 14 dívek. Právě 9 chlapců drží ve své pravé ruce ruku dívky. Kolik chlapů drží ve své levé ruce ruku dívku? (Benjamín 2013, [2])

a) 9 b) 5 c) 11 d) 6 e) 7

<u>*Řešení:*</u>

Na obrázku je znázorněn přesně kruh, jak chlapci a dívky stojí. Devět chlapců drží ve své levé ruce dívku. Právě 9 - znamená to, že jich je přesně 9, nemůže jich být více ani méně než 9.

Správná odpověď: a



13. Na pohádkovém ostrově žije 2013 obyvatel. Někteří z nich jsou elfové, jiní skřeti. Elfové vždy mluví pravdu, skřeti vždy lžou. Každý den jeden z obyvatelů prohlásí: „Po mém odjezdu bude na ostrově stejný počet elfů i skřetů“ a opustí ostrov. Po 2013 dnech nezůstane na ostrově nikdo. Kolik skřetů žilo na ostrově původně? (Benjamín 2013, [2])

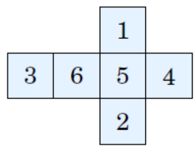
a) 1000 b) 1006 c) 1007 d) 2013 e) Není možné určit

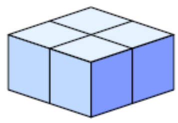
Řešení:

Na ostrově je dohromady 2013 elfů a skřetů. Odjede-li elf, říká pravdu: „ Po mém odjezdu bude na ostrově stejný počet elfů i skřetů,“ tj. (2013 - 1) : 2 = 1006.

Na ostrově žilo 1007 elfů a 1006 skřetů. *Správná odpověď: b*

14. Alice má 4 speciální hrací kostky s čísly. (Rozmístění čísel na kostce vidíš na levém obrázku.) Z kostek Alice složila a slepila útvar, který je na pravém obrázku. Při skládání dodržovala následující pravidlo: lepidlem můžeš k sobě slepit jen stěny se stejnými čísly. Když byla Alice hotova, sečetla všechna čísla na povrchu útvaru. Vyberte nejvyšší součet, který mohla Alice takto získat. (Benjamín 2013, [2])





a) 66 b) 68 c) 72 d) 74 e) 76

Poznámka - při řešení nemůžeme používat model hrací kostky (př. ze hry Člověče nezlob se!), jelikož rozmístění čísel je jiné.

1. řešení:

Snažíme se slepovat nejmenší čísla: 1 a 3. Pak po slepení nejmenších čísel (1 a 3), získáváme na povrchu čísla: 6, 6, 6, 6, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 2, 2, 2, 2. Největší součet čísel na povrchu, který lze získat je 4 · 6 + 4 · 4 + 4 · 5 + 4 · 2 = 68

Správná odpověď: b

2. řešení:

Dotykové strany jsou 1 a 3, pak zbytek na povrchu krychle jsou strany 2, 4, 5 a 6. Povrch jedné krychle: 2 + 4 + 5 + 6 = 17. Máme čtyři krychle: 4 · 17 = 68

Největší součet, který mohla Alice získat je 68. *Správná odpověď: b*

15. Pro některá trojciferná čísla platí zajímavá vlastnost: když od takového čísla odečteš číslo 297, dostaneš trojciferné číslo zapsané stejnými číslicemi, ale v opačném pořadí. Kolik takových trojciferných čísel existuje? (Benjamín 2013, [2])

a) 6 b) 10 c) 60 d) 70 e) 90

1. řešení:

Pro lepší názornost řešení jsem vytvořila tabulku.

číslo	-297	=	číslo	-297	=	číslo	-297	=	číslo	-297	=	číslo	-297	=
400	297	103	500	297	203	600	297	303	700	297	403	800	297	503
401	**297**	**104**	501	297	204	601	297	304	701	297	404	801	297	504
402	297	105	**502**	**297**	**205**	602	297	305	702	297	405	802	297	505
403	297	106	503	297	206	**603**	**297**	**306**	703	297	406	803	297	506
404	297	107	504	297	207	604	297	307	**704**	**297**	**407**	804	297	507
405	297	108	505	297	208	605	297	308	705	297	408	**805**	**297**	**508**
406	297	109	506	297	209	606	297	309	706	297	409	806	297	509
407	297	110	507	297	210	607	297	310	707	297	410	807	297	510
408	297	111	508	297	211	608	297	311	708	297	411	808	297	511
409	297	112	509	297	212	609	297	312	709	297	412	809	297	512
410	297	113	510	297	213	610	297	313	710	297	413	810	297	513
411	**297**	**114**	511	297	214	611	297	314	711	297	414	811	297	514
412	297	115	**512**	**297**	**215**	612	297	315	712	297	415	812	297	515
413	297	116	513	297	216	**613**	**297**	**316**	713	297	416	813	297	516
414	297	117	514	297	217	614	297	317	**714**	**297**	**417**	814	297	517
415	297	118	515	297	218	615	297	318	715	297	418	**815**	**297**	**518**
416	297	119	516	297	219	616	297	319	716	297	419	816	297	519
417	297	120	517	297	220	617	297	320	717	297	420	817	297	520
418	297	121	518	297	221	618	297	321	718	297	421	818	297	521
419	297	122	519	297	222	619	297	322	719	297	422	819	297	522
420	297	123	520	297	223	620	297	323	720	297	423	820	297	523
421	**297**	**124**	521	297	224	621	297	324	721	297	424	821	297	524
422	297	125	**522**	**297**	**225**	622	297	325	722	297	425	822	297	525
423	297	126	523	297	226	**623**	**297**	**326**	723	297	426	823	297	526
424	297	127	524	297	227	624	297	327	**724**	**297**	**427**	824	297	527
425	297	128	525	297	228	625	297	328	725	297	428	**825**	**297**	**528**
426	297	129	526	297	229	626	297	329	726	297	429	826	297	529
427	297	130	527	297	230	627	297	330	727	297	430	827	297	530
428	297	131	528	297	231	628	297	331	728	297	431	828	297	531
429	297	132	529	297	232	629	297	332	729	297	432	829	297	532
430	297	133	530	297	233	630	297	333	730	297	433	830	297	533
431	**297**	**134**	531	297	234	631	297	334	731	297	434	831	297	534
432	297	135	**532**	**297**	**235**	632	297	335	732	297	435	832	297	535
433	297	136	533	297	236	**633**	**297**	**336**	733	297	436	833	297	536
434	297	137	534	297	237	634	297	337	**734**	**297**	**437**	834	297	537
435	297	138	535	297	238	635	297	338	735	297	438	**835**	**297**	**538**
436	297	139	536	297	239	636	297	339	736	297	439	836	297	539
437	297	140	537	297	240	637	297	340	737	297	440	837	297	540

438	297	141	538	297	241	638	297	341	738	297	441	838	297	541
439	297	142	539	297	242	639	297	342	739	297	442	839	297	542
440	297	143	540	297	243	640	297	343	740	297	443	840	297	543
441	**297**	**144**	541	297	244	641	297	344	741	297	444	841	297	544
442	297	145	**542**	**297**	**245**	642	297	345	742	297	445	842	297	545
443	297	146	543	297	246	**643**	**297**	**346**	743	297	446	843	297	546
444	297	147	544	297	247	644	297	347	**744**	**297**	**447**	844	297	547
445	297	148	545	297	248	645	297	348	745	297	448	**845**	**297**	**548**
446	297	149	546	297	249	646	297	349	746	297	449	846	297	549
447	297	150	547	297	250	647	297	350	747	297	450	847	297	550
448	297	151	548	297	251	648	297	351	748	297	451	848	297	551
449	297	152	549	297	252	649	297	352	749	297	452	849	297	552
450	297	153	550	297	253	650	297	353	750	297	453	850	297	553
451	**297**	**154**	551	297	254	651	297	354	751	297	454	851	297	554
452	297	155	**552**	**297**	**255**	652	297	355	752	297	455	852	297	555
453	297	156	553	297	256	**653**	**297**	**356**	753	297	456	853	297	556
454	297	157	554	297	257	654	297	357	**754**	**297**	**457**	854	297	557
455	297	158	555	297	258	655	297	358	755	297	458	**855**	**297**	**558**
456	297	159	556	297	259	656	297	359	756	297	459	856	297	559
457	297	160	557	297	260	657	297	360	757	297	460	857	297	560
458	297	161	558	297	261	658	297	361	758	297	461	858	297	561
459	297	162	559	297	262	659	297	362	759	297	462	859	297	562
460	297	163	560	297	263	660	297	363	760	297	463	860	297	563
461	**297**	**164**	561	297	264	661	297	364	761	297	464	861	297	564
462	297	165	**562**	**297**	**265**	662	297	365	762	297	465	862	297	565
463	297	166	563	297	266	**663**	**297**	**366**	763	297	466	863	297	566
464	297	167	564	297	267	664	297	367	**764**	**297**	**467**	864	297	567
465	297	168	565	297	268	665	297	368	765	297	468	**865**	**297**	**568**
466	297	169	566	297	269	666	297	369	766	297	469	866	297	569
467	297	170	567	297	270	667	297	370	767	297	470	867	297	570
468	297	171	568	297	271	668	297	371	768	297	471	868	297	571
469	297	172	569	297	272	669	297	372	769	297	472	869	297	572
470	297	173	570	297	273	670	297	373	770	297	473	870	297	573
471	**297**	**174**	571	297	274	671	297	374	771	297	474	871	297	574
472	297	175	**572**	**297**	**275**	672	297	375	772	297	475	872	297	575
473	297	176	573	297	276	**673**	**297**	**376**	773	297	476	873	297	576
474	297	177	574	297	277	674	297	377	**774**	**297**	**477**	874	297	577
475	297	178	575	297	278	675	297	378	775	297	478	**875**	**297**	**578**
476	297	179	576	297	279	676	297	379	776	297	479	876	297	579
477	297	180	577	297	280	677	297	380	777	297	480	877	297	580
478	297	181	578	297	281	678	297	381	778	297	481	878	297	581
479	297	182	579	297	282	679	297	382	779	297	482	879	297	582
480	297	183	580	297	283	680	297	383	780	297	483	880	297	583
481	**297**	**184**	581	297	284	681	297	384	781	297	484	881	297	584
482	297	185	**582**	**297**	**285**	682	297	385	782	297	485	882	297	585
483	297	186	583	297	286	**683**	**297**	**386**	783	297	486	883	297	586
484	297	187	584	297	287	684	297	387	**784**	**297**	**487**	884	297	587
485	297	188	585	297	288	685	297	388	785	297	488	**885**	**297**	**588**

486	297	189	586	297	289	686	297	389	786	297	489	886	297	589
487	297	190	587	297	290	687	297	390	787	297	490	887	297	590
488	297	191	588	297	291	688	297	391	788	297	491	888	297	591
489	297	192	589	297	292	689	297	392	789	297	492	889	297	592
490	297	193	590	297	293	690	297	393	790	297	493	890	297	593
491	**297**	**194**	591	297	294	691	297	394	791	297	494	891	297	594
492	297	195	**592**	**297**	**295**	692	297	395	792	297	495	892	297	595
493	297	196	593	297	296	**693**	**297**	**396**	793	297	496	893	297	596
494	297	197	594	297	297	694	297	397	**794**	**297**	**497**	894	297	597
495	297	198	595	297	298	695	297	398	795	297	498	**895**	**297**	**598**
496	297	199	596	297	299	696	297	399	796	297	499	896	297	599
497	297	200	597	297	300	697	297	400	797	297	500	897	297	600
498	297	201	598	297	301	698	297	401	798	297	501	898	297	601
499	297	202	599	297	302	699	297	402	799	297	502	899	297	602

číslo	-297	=
900	297	603
901	297	604
902	297	605
903	297	606
904	297	607
905	297	608
906	**297**	**609**
907	297	610
908	297	611
909	297	612
910	297	613
911	297	614
912	297	615
913	297	616
914	297	617
915	297	618
916	**297**	**619**
917	297	620
918	297	621

919	297	622
920	297	623
921	297	624
922	297	625
923	297	626
924	297	627
925	297	628
926	**297**	**629**
927	297	630
928	297	631
929	297	632
930	297	633
931	297	634
932	297	635
933	297	636
934	297	637
935	297	638
936	**297**	**639**
937	297	640
938	297	641
939	297	642

940	297	643
941	297	644
942	297	645
943	297	646
944	297	647
945	297	648
946	**297**	**649**
947	297	650
948	297	651
949	297	652
950	297	653
951	297	654
952	297	655
953	297	656
954	297	657
955	297	658
956	**297**	**659**
957	297	660
958	297	661
959	297	662
960	297	663

961	297	664
962	297	665
963	297	666
964	297	667
965	297	668
966	**297**	**669**
967	297	670
968	297	671
969	297	672
970	297	673
971	297	674
972	297	675
973	297	676
974	297	677
975	297	678
976	**297**	**679**
977	297	680
978	297	681
979	297	682
980	297	683
981	297	684

982	297	685
983	297	686
984	297	687
985	297	688
986	**297**	**689**
987	297	690
988	297	691
989	297	692
990	297	693
991	297	694
992	297	695
993	297	696
994	297	697
995	297	698
996	**297**	**699**
997	297	700
998	297	701
999	297	702

Rozdíl čísel musí být trojciferný, proto nejmenší menšitel je 397 a největší menšitel je 999. Zároveň musí být splněna podmínka výše uvedená.

V každé stovce je 10 čísel, které podmínku splňují. Stovek máme 6, potom existuje $6 \cdot 10 = 60$ čísel, které splňují podmínku (jsou označena žlutou barvou).

Správná odpověď: c

2. řešení:

Označíme si cifry *a*, *b* a *c*. Místo jednotek si označíme cifrou *a*, místo desítek si označíme cifrou *b* a místo stovek si označíme cifrou *c*.

$$\overline{abc} - 297 = \overline{cba}$$

$$100a + 10b + 1c - 297 = 100c - 10b + 1a$$

$$99a - 99c = 297$$

$$a - c = 3$$

Hledáme dvojice, pro které platí a - c = 3. Může to být dvojice 9 a 6; 8 a 5; 7 a 4; 6 a 3; 5 a 2; 4 a 1. Dvojice 3 a 0 to být nemůže, jelikož *a* ani *c* nesmí být nulové. Máme 6 možností, pak 6 · 10 = 60.

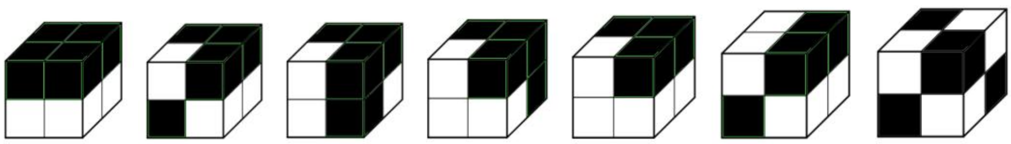
Existuje 60 čísel, které splňují podmínku. *Správná odpověď: c*

16. Ze 4 červených a 4 bílých krychlí o hraně 5 cm máš složit velkou krychli o hraně 10 cm. Kolik různých možností existuje? (Krychle nepovažujeme za rozdílné, pokud jednu můžeme získat otáčením druhé.) (Benjamín 2013, [2])

a) 16 b) 9 c) 8 d) 7 e) 6

Řešení:

Krychle se musí skládát ze 4 červených a 4 bílých krychlí. V řešení jsou zobrazeny všechny možnosti, jak krychli o hraně 10 cm ze 4 červených a 4 bílých krychlí můžeme vytvořit.



Existuje 7 možností jak krychli vytvořit. *Správná odpověď: d*

2.2 Kadet

2.2.1 Úlohy za 3 body

1. Čtyři tabulky čokolády stojí o 6 euro víc než jedna tabulka. Jaká je cena jedné tabulky čokolády? (Kadet 2012, [1])

a) 1 euro b) 2 eura c) 3 eura d) 4 eura e) 5 eur

1. řešení:

tabulka čokolády ……x

4 tabulky čokolády …x + 6

$\frac{4}{1} = \frac{x+6}{x}$

Poznámka: použijeme trojčlenku při řešení přímé úměrnosti.

4x = x + 6

3x = 6

x = 2

Jedna tabulka čokolády stojí 2 eura.

Správná odpověď: b

2. řešení:

3 dílky čokolády stojí 6 euro. Pak jeden dílek čokolády stojí 2 eura.

Správná odpověď: b

2. 11,11 - 1,111 = ? (Kadet 2012, [1])

a) 9,009 b) 9,0909 c) 9,99 d) 9,999 e) 10

Řešení:

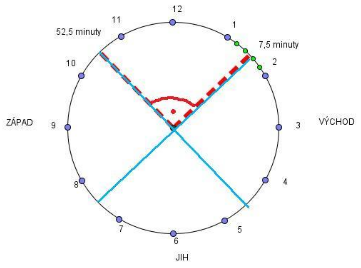
$$\begin{array}{r} 11{,}110 \\ -\ \ 1{,}111 \\ \hline 9{,}999 \end{array}$$

Správná odpověď: d

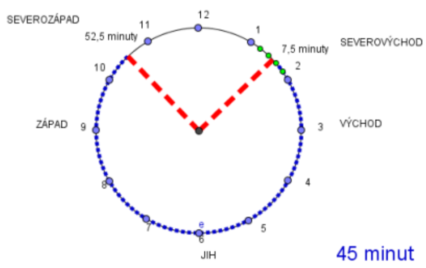
3. Na stole leží hodinky ciferníkem nahoru. Minutová ručička ukazuje na severovýchod. Kolik minut uplyne, než tato ručička bude poprvé ukazovat na severozápad? (Kadet 2012, [1])

a) 45 b) 40 c) 30 d) 20 e) 15

Řešení:



zobrazené hodiny



zobrazené hodiny s řešením

Situaci si znázorníme. Severovýchod odpovídá 7,5 minutám a severozápad odpovídá 52,5 minutám. Je zřejmé, že ručičky svírají úhel 270° což odpovídá $\frac{3}{4}$ h = 45 min.

Než se minutová ručička dostane na severozápad, uplyne 45 minut.

Správná odpověď: a

4. Drak měl 5 hlav. Pokaždé, když mu rytíř uťal jednu hlavu, narostlo drakovi 5 nových. Rytíř mu postupně uťal šest hlav. Kolik hlav má drak hlav nyní? (Kadet 2012, [1])

a) 25 b) 28 c) 29 d) 30 e) 35

1. řešení:

1) Drak má 5 hlav, utneme mu 1 hlavu a doroste mu jich 5. Nyní má 9 hlav.
2) Drak má 9 hlav, utneme mu 1 hlavu a doroste mu jich 5. Nyní má 13 hlav.
3) Drak má 13 hlav, utneme mu 1 hlavu a doroste mu jich 5. Nyní má 17 hlav.
4) Drak má 17 hlav, utneme mu 1 hlavu a doroste mu jich 5. Nyní má 21 hlav.
5) Drak má 21 hlav, utneme mu 1 hlavu a doroste mu jich 5. Nyní má 25 hlav.
6) Drak má 25 hlav, utneme mu 1 hlavu a doroste mu jich 5. Nyní má 29 hlav.

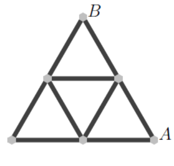
Správná odpověď: c

2. řešení:

Vzhledem k tomu, že s každou uťatou hlavou naroste drakovi 5 hlav nových, zvýší se počet hlav drakovi o 4. Po 6 utnutí se počet hlav zvýší z 5 na 5 + 6 · 4 = 29.

Drak má nyní 29 hlav. *Správná odpověď: c*

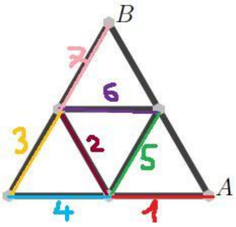
5. Každý z 9 chodníků v parku je dlouhý 100 m. Anežka chce jít z bodu A do B, aniž by prošla některý chodník víc než jednou. Kolik metrů měří nejdelší cesta, kterou se může vydat? (Kadet 2012, [1])



a) 900 m b) 800 m c) 700 m d) 600 m e) 400 m

Řešení:

Možností jak úlohu řešit je více. V obrázku je zobrazeno jedno z možných řešení.



Cesta je vyznačená barevně a 1 barva odpovídá 100 m. V obrázku jsme použili 7 barev. Celkem $7 \cdot 100 =$ 700 m.

Nejdelší cestou je dlouhá 700 m . *Správná odpověď: c*

6. Ve kterém z následujících výrazů lze nahradit číslo 8 jiným kladným číslem tak, že dostaneme stejný výsledek? (Kadet 2012, [1])

a) $(8 + 8) : 8 + 8$ b) $8 \cdot (8 + 8) : 8$ c) $8 + 8 - 8 + 8$

d) $(8 + 8 - 8) \cdot 8$ e) $(8 + 8 - 8) : 8$

Řešení:

Budeme-li postupovat obecně a pokusíme se varianty a - e vypočítat pro obecné číslo *x*.

a) $(x + x) : x + x = 2 + x$

b) $x \cdot (x + x) : x = 2x$

c) $x + x - x + x = 2x$

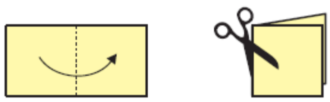
d) $(x + x - x) \cdot x = x^2$

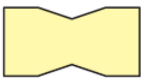
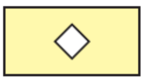
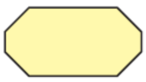
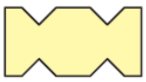
e) $(x + x - x) : x = 1$

Zjistili jsme, že jediný výsledek, který není závislý na hodnotě čísla *x* je možnost *e*.

Správná odpověď: e

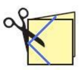
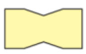
7. Vašek složil list papíru, jak je znázorněné na obrázku, a udělá nůžkami dva přímé střihy. Pak papír znovu rozloží. Který z následujících tvarů nemůže být výsledkem? (Kadet 2012, [1])

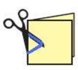


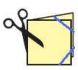
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Řešení:

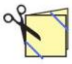
Dva přímé střihy jsou označeny modrou barvou.

a)  provedeme dva přímé střihy a vznikne 

b)  provedeme dva přímé střihy a vznikne 

c)  provedeme dva přímé střihy a vznikne 

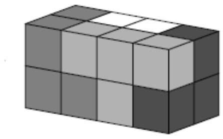
d)  po provedení dvou přímých střihů, by tento tvar nevznikl, protože musíme provést ještě další dva přímé střihy 

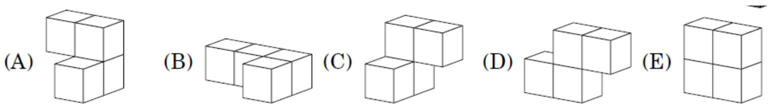
e)  provedeme 2 přímé střihy a vznikne 

Po provedení dvou přímých střihů nevznikne obrazec na obrázku *d*.

Správná odpověď: d

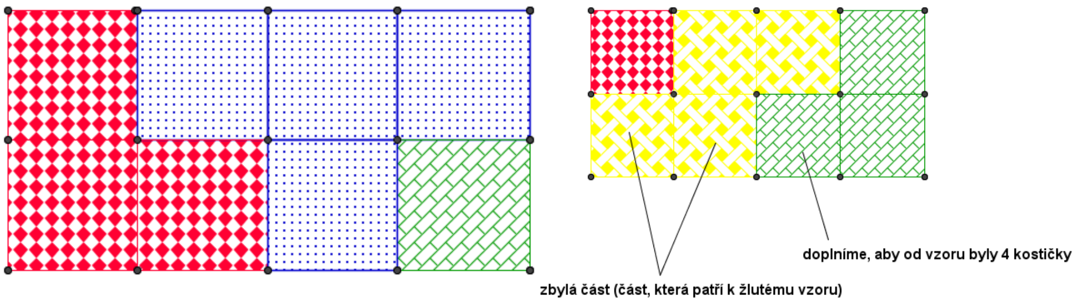
8. Hranol na obrázku se skládá ze čtyř částí. Každá část je tvořena 4 krychlemi stejné barvy. Určete tvar bílé části. (Kadet 2012, [1])





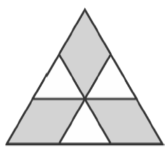
Řešení:

Na obrázku vlevo je zobrazena přední strana kvádru. Na obrázku vpravo je zobrazena zadní strana hranolu. Výsledný obrazec je znázorněn žlutým vzorem.



Správná odpověď: d

9. Velký trojúhelník na obrázku je rovnostranný a jeho obsah je 9 cm^2. Úsečky jsou rovnoběžné se stranami trojúhelníku a jejich krajní body rozdělují jeho strany na tři stejně dlouhé části. Vypočítejte obsah vybarvené části. (Kadet 2013, [2])



a) 1 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

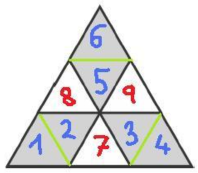
1. řešení:

Je zřejmé, že každý vybarvený čtyřúhelník je tvořen dvěma malými trojúhelníky.

Zadaný velký rovnostranný trojúhelník můžeme rozdělit na 9 stejných částí (viz obrázek v 1. řešení). Když obsah velkého trojúhelníku je 9 cm^2, pak obsah vybarvené části je $6 \cdot \frac{9}{9} = 6 \cdot 1 = \underline{\underline{6\ \text{cm}^2}}$.

Správná odpověď: d

2. řešení:



Rozdělíme trojúhelník na 9 stejných částí. Barevná plocha obsahuje 6 částí a zbývající plochu tvoří 3 části. Obsah velkého trojúhelníka je 9 cm^2. Pak obsah jedné části je 9 cm^2 : 9 částí = 1 cm^2. Obsah vybarvené části je 1 cm^2 · 6 částí = $\underline{\underline{6\ \text{cm}^2}}$.

Správná odpověď: d

10. Vypočti $\frac{3333}{101} + \frac{6666}{303}$, když víš, že $\frac{1111}{101} = 11$ (Kadet 2013, [2])

a) 5 b) 9 c) 11 d) 55 e) 99

Řešení:

$\frac{3333}{101} + \frac{6666}{303} = 3 \cdot \frac{1111}{101} + 2 \cdot \frac{1111}{101} = 3 \cdot 11 + 2 \cdot 11 = 5 \cdot 11 = \underline{\underline{55}}$

Správná odpověď: d

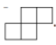
11. Poměr hmotností soli a vody v mořské vodě v turistickém centru Protaras na Kypru je 7 : 193. Kolik kilogramů této soli je v 1000 kg mořské vody? (Kadet 2013, [2])

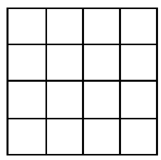
a) 35 b) 186 c) 193 d) 200 e) 350

Řešení:

Sůl zaujímá 7 dílů a voda 193 dílů. Celkem to je 7 + 193 = 200 dílů. Jeden díl odpovídá 5 kg (1000 : 200 = 5). V 1000 kg mořské vodě je 7 · 5 = $\underline{\underline{35\ \text{kg}}}$ soli.

Správná odpověď: a

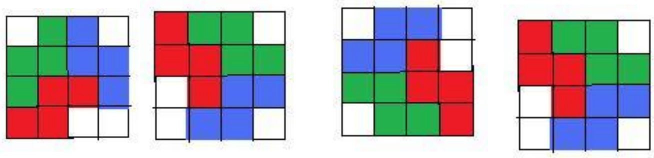
12. Lucie má čtverečkovaný papír, který je na obrázku vpravo. Lucie stříhá papír podél stran čtverečků a vystřihuje díly tvaru . Vypočítejte nejmenší počet čtverečků, který jí může zůstat. (Kadet 2013, [2])

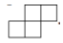


a) 0 b) 2 c) 4 d) 6 e) 8

Řešení:

Na obrázcích jsou zobrazeny možnosti řešení. Existuje více možností, jak úlohu řešit.



Maximálně  lze do papíru umístit čtyřikrát.

Správná odpověď: c

13. V tašce jsou balónky pěti různých barev. Dva jsou červené, tři modré, deset bílých, čtyři zelené a tři černé. Balónky budeme náhodně bez dívání odebírat z tašky a žádný nebudeme vracet. Určete nejmenší počet balónků, které musíme vytáhnout z tašky, abychom si byli jistí, že vytáhneme dva balónky stejné barvy. (Kadet 2013, [2])

a) 2 b) 5 c) 6 d) 10 e) 12

Řešení:

Celkem máme 5 barev. Každá barva je tam alespoň 2 krát. Kdybychom vytáhli 5 balónků, mohl by být každý jiné barvy. Musíme tedy vytáhnout ještě 1 balonek (tj. 6. balónek). Ten je 100% druhý k jedné z různých barev.

Správná odpověď: c

14. Aleš každých deset minut zapálí jednu svíčku. Každá svíčka hoří 40 minut a pak zhasne. Kolik svíček hoří 55 minut poté, co Aleš zapálil první svíčku? (Kadet 2013, [2])

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

Řešení:

První svíčku zapálíme v 0:00 a zhasne v 0:40 (tzn. v 0:55 nehoří). Druhou svíčku zapálíme v 0:10 a zhasne v 0:50 (tzn. v 0:55 nehoří). Třetí svíčku zapálíme v 0:20 a zhasne v 1:00 (tzn. v 0:55 hoří). Čtvrtou svíčku zapálíme v 0:30 a zhasne v 1:10 (tzn. v 0:55 hoří). Pátou svíčku zapálíme v 0:40 a zhasne v 1:20 (tzn. v 0:55 hoří). Šestou svíčku zapálíme v 0:50 a zhasne v 1:30 (tzn. v 0:55 hoří). Sedmou svíčku už nezapalujeme, protože by se zapálila v 1:00 a byl by překročen čas 55 minut. Aleš do 55 minut zapálil 6 svíček, ale dvě svíčky mezitím zhasly. Po 55 minutách hoří 4 svíčky.

Správná odpověď: c

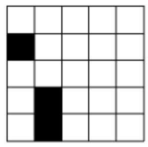
15. Určete, která číselná hodnota nemůže vyjadřovat průměrný počet dětí v pěti rodinách? (Kadet 2013, [2])

a) 0,2 b) 1,2 c) 2,2 d) 2,4 e) 2,5

Řešení:

Průměrný počet dětí = (1. rodina + 2. rodina + 3. rodina + 4. rodina + 5. rodina) : 5. Pokud bychom průměrnou hodnotu vynásobili 5, vyjde počet dětí ve všech pěti rodinách. Toto číslo musí být celé, ale $2{,}5 \cdot 5 = 12{,}5$. Proto číslo 2,5 nemůže vyjadřovat průměrný počet dětí v pěti rodinách. *Správná odpověď: e*

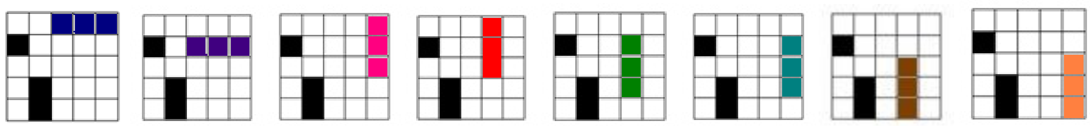
16. Pavla s kamarádem hrají hru „Lodě“ na hrací ploše 5×5 políček. Pavla již na plochu umístila dvě lodě, jak ukazuje obrázek. Ještě musí umístit obdélníkovou loď o velikosti 3×1 tak, aby zakryla přesně tři políčka. Žádné lodě se nesmí dotýkat ani stranou ani vrcholem. Nemají žádný společný bod. Kolika způsoby lze tuto loď o velikosti 3×1 umístit? (Kadet 2013, [2])



a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

Řešení:

Existuje 8 možností jak loď o velikosti 3×1 umístit. Na obrázcích jsou zobrazeny řešení.



Správná odpověď: e

2.2.2 Úlohy za 4 body

1. Z číslic 1, 2, 3, …, 8 utvoříme dvě čtyřciferná přirozená čísla tak, že každou z číslic použijeme právě jednou. Určete hodnotu nejmenšího možného součtu těchto dvou čísel. (Kadet 2012, [1])

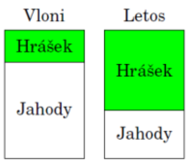
a) 2468 b) 3333 c) 3825 d) 4734 e) 6912

Řešení:

Aby součet dvou čísel byl co nejmenší, musí být i sčítaná čísla co nejmenší. K dispozici máme čísla od 1 do 8. Chceme-li vytvořit dvě nejmenší čtyřciferná čísla, musí na místě tisíců být nejmenší možné cifry (1, 2). S každým dalším řádem zase vybíráme nejmenší hodnoty ze zbylých možných. Na místě stovek tedy musí být cifry (3, 4). Na místě desítek jsou cifry (5, 6) a na místě jednotek jsou cifry (7, 8). Nejmenší součet bude z čísel např. 1357 + 2468 = 3825 nebo 1468 + 2357 = 3825.

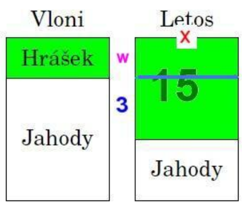
Nejmenší možný součet je 3825. *Správná odpověď: c*

2. Paní Zahradníčková pěstuje na poli hrášek a jahody. V letošním roce změnila obdélníkový záhon hrachu na čtvercový prodloužením jedné jeho strany o 3 metry. Záhon s jahodami se tam zmenšil o 15 m^2. Určete původní obsah záhonu hrachu. (Kadet 2012, [1])



a) 5 m^2 b) 9 m^2 c) 10 m^2 d) 15 m^2 e) 18 m^2

Řešení:



Znázorníme do obrázku údaje, které známe. Označíme-li *x* šířku záhonu, můžeme ji dopočítat, protože 3 · x = 15 (tj. x = 5 m). Protože letos je záhon hrachu čtvercový, délka záhonu vloni byla 5 - 3 = 2 m (tj. w = 2 m). Výměra záhonu v loňském roce byla 2 · 5 = 10 m^2. *Správná odpověď: c*

3. Barbora do tří prázdných polí následující tabulky doplnila po jednom čísle následujícím způsobem: Součet prvních tří čísel byl 100, součet tří čísel prostředních byl 200 a součet posledních tří čísel byl 300. Které číslo je uprostřed tabulky? (Kadet 2012, [1])

10				130

a) 50 b) 60 c) 70 d) 75 e) 100

Řešení:

1) 10 + a + b = 100
a + b = 90

2) a + b + c = 200

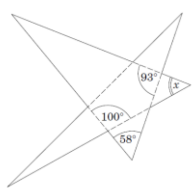
3) 130 + b + c = 300
b + c = 170

10	a	b	c	130

Pak b = 90 + 170 - 200 = 60.

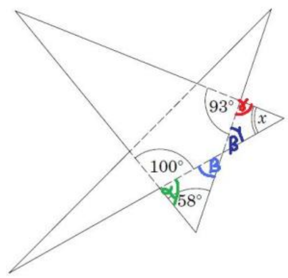
Uprostřed tabulky je číslo 60. *Správná odpověď: b*

4. Na obrázku je pěticípá hvězda. Určete velikost vyznačeného úhlu *x*. (Kadet 2012, [1])



a) 35° b) 42° c) 51° d) 65° e) 109°

Řešení:



$\alpha = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

$\beta = 180^\circ - 80^\circ - 58^\circ = 42^\circ$

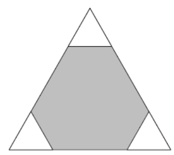
$\acute{\beta}$ (protilehlý úhel) $= \beta = 42^\circ$

$\gamma = 180^\circ - 93^\circ = 87^\circ$

$x = 180^\circ - 87^\circ - 42^\circ = \underline{\underline{51^\circ}}$

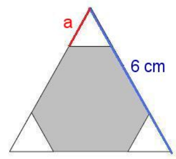
Velikost úhlu x je 51°. *Správná odpověď: c*

5. Z rovnostranného trojúhelníku o straně délky 6 cm oddělíme tři shodné malé rovnostranné trojúhelníky. Součet obvodů těchto tří trojúhelníků je stejný jako obvod vzniklého šestiúhelníku. Určete délku strany malého trojúhelníku. (Kadet 2012, [1])



a) 1 cm b) 1,2 cm c) 1,25 cm d) 1,5 cm e) 2 cm

1. řešení:



Postupně dosazujeme jednotlivé možnosti a - e a hledáme správné řešení.

a) Strana a je dlouhá 1 cm. Obvod malých trojúhelníků je $3 \cdot 3 \cdot a$ (tj. 3 malé trojúhelníky $\cdot$ 3 $\cdot$ strana $= 3 \cdot 3 \cdot 1 = \underline{9\text{ cm}}$. Obvod šestiúhelníku je $(3 \cdot 1) + \{(6 - 1 - 1) \cdot 3\} = 3 + 4 \cdot 3 = 3 + 12 = \underline{15\text{ cm}}$. Obvod trojúhelníků se nerovná obvod šestiúhelníku (9 cm $\neq$ 15 cm).

b) Strana a je dlouhá 1,2 cm. Obvod malých trojúhelníků je $3 \cdot 3 \cdot 1{,}2 = \underline{10{,}8\text{ cm}}$. Obvod šestiúhelníku je $(3 \cdot 1{,}2) + \{(6 - 1{,}2 - 1{,}2) \cdot 3\} = 3{,}6 + 3{,}6 \cdot 3 = 3{,}6 + 10{,}8 =$ $= \underline{14{,}4\text{ cm}}$. Obvod trojúhelníků se nerovná obvod šestiúhelníku (10,8 cm $\neq$ 14,4 cm).

c) Strana a je dlouhá 1,25 cm. Obvod malých trojúhelníků je $3 \cdot 3 \cdot 1{,}25 =$ $= \underline{11{,}25\text{ cm}}$. Obvod šestiúhelníku je $(3 \cdot 1{,}25) + \{(6 - 1{,}25 - 1{,}25) \cdot 3\} = 3{,}75 + 3{,}5 \cdot 3 =$ $= 3{,}75 + 10{,}5 = \underline{14{,}25\text{ cm}}$. Obvod trojúhelníků se nerovná obvod šestiúhelníku (11,25 cm $\neq$ 14,25 cm).

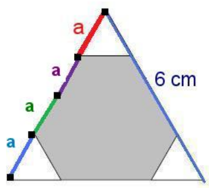
d) Strana a je dlouhá 1,5 cm. Obvod malých trojúhelníků je $3 \cdot 3 \cdot 1{,}5 = \underline{13{,}5\text{ cm}}$. Obvod šestiúhelníku je $(3 \cdot 1{,}5) + \{(6 - 1{,}5 - 1{,}5) \cdot 3\} = 4{,}5 + 3 \cdot 3 = 4{,}5 + 9 = \underline{13{,}5\text{ cm}}$. Obvod trojúhelníků se rovná obvod šestiúhelníku (13,5 cm = 13,5 cm).

e) Strana a je dlouhá 2 cm. Obvod malých trojúhelníků je $3 \cdot 3 \cdot 2 = \underline{18\text{ cm}}$.

Obvod šestiúhelníku je (3 · 2) + {(6 - 2 - 2) · 3} = 6 + 2 · 3 = 6 + 6 = 12 cm. Obvod trojúhelníků se nerovná obvod šestiúhelníku (18 cm ≠ 12 cm).

Délka strany malého trojúhelníku je 1,5 cm. *Správná odpověď: d*

2. řešení:



Označme strany malých trojúhelníků jako *a*. Součet obvodů tří malých trojúhelníků je pak 3 · 3a = 9a. Šestiúhelník má tři strany délky *a* a tři strany délky *2a*. Velký trojúhelník má strany délky *4a*, pak 4a = 6 cm z toho a = $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ = 1, 5 cm.

Délka strany malého trojúhelníku je 1,5 cm. *Správná odpověď: d*

6. Na letišti je pohyblivý chodník o délce 500 m, který jede rychlostí 4 km/h. Alice a Bořek na něj vstoupili společně. Zatímco Alice jde po chodníku rychlostí 6 km/h, Bořek na něm stojí. Kolik metrů před Bořkem vystoupila Alice z chodníku? (Kadet 2012, [1])

a) 100 m b) 160 m c) 200 m d) 250 m e) 300 m

Řešení:

Užijeme vzorec pro výpočet času t = $\frac{s}{v}$ (tzn. čas = $\frac{dráha}{rychlost}$).

Alice:
dráha (s) ……. 500 m = 0,5 km
rychlost (v) …. 4 + 6 = 10 km/h
čas (t) ……….. ?
Alice (t) = s : v = 0,5 : 10 = 0,05 h.

Bořek:
dráha (s) …………….. ?
rychlost (v) ……… 4 km/h
čas (t) ………………0,05 h
Bořek (s) = v · t = 4 · 0,05 = 0,2 km = 200 m.

chodník ……………………………….. 500 m
Bořek ujel po chodníku ……..………200 m
Alice vystoupila před Bořkem ………. x metrů

x = 500 - 200 = 300 m

Alice vystoupila 300 m před Bořkem. *Správná odpověď: e*

7. Strana kouzelného mluvícího čtverce má délku 8 cm. Řekne-li mluvící čtverec pravdu, jeho strana se zkrátí o 2 cm. Pokud lže, jeho obvod se zdvojnásobí. Čtverec vysloví v nějakém pořadí dvě pravdivá a dvě nepravdivá tvrzení. Určete největší možný obvod čtverce po vyslovení těchto čtyř tvrzení. (Kadet 2012, [1])

a) 28 cm b) 80 cm c) 88 cm d) 112 cm e) 120 cm

1. řešení:

Strana čtverce *a* je dlouhá 8 cm. Pak obvod je 4 · a = 4 · 8 = 32 cm. Řekne-li lež, obvod se zdvojnásobí (·2). Řekne - li pravdu, strana *a* se zkrátí o 2 cm (-2). Existuje 6 možností, ve kterých jsou v jakémkoliv pořadí dvě pravdivá a dvě nepravdivá tvrzení.

1. možnost:

- lež
  32 · 2 = 64 cm (obvod)
  potom 64 : 4 = 16 cm (strana)
- lež
  64 · 2 = 128 cm (obvod)
  potom 128 : 4 = 32 cm (strana)
- pravda
  32 - 2 = 30 cm (strana)
  potom 30 · 4 = 120 cm (obvod)
- pravda
  30 - 2 = 28 (strana)
  potom 28 · 4 = 112 (obvod)

2. možnost:

- pravda
  8 - 2 = 6 cm (strana)
  potom 6 · 4 = 24 cm (obvod)
- pravda
  6 - 2 = 4 cm (strana)
  potom 4 · 4 = 16 cm (obvod)
- lež
  16 · 2 = 32 cm (obvod)
  potom 32 : 4 = 8 cm (strana)
- lež
  32 · 2 = 64 cm (obvod)
  potom 64 : 4 = 16 cm (strana)

3. možnost:

- pravda
  8 - 2 = 6 cm (strana)
  potom 6 · 4 = 24 cm (obvod)
- lež
  24 · 2 = 48 cm (obvod)
  potom 28 : 4 = 12 cm (strana)
- pravda
  12 - 2 = 10 cm (strana)

4. možnost:

- pravda
  8 - 2 = 6 cm (strana)
  potom 6 · 4 = 24 cm (obvod)
- lež
  24 · 2 = 48 cm (obvod)
  potom 28 : 4 = 12 cm (strana)
- lež
  48 · 2 = 96 cm (obvod)

potom $10 \cdot 4 = 40$ cm (obvod)

- lež

  $40 \cdot 2 = 80$ cm (obvod)

  potom $80 : 4 = 20$ cm (strana)

potom $96 : 4 = 24$ cm (strana)

- pravda

  $24 - 2 = 22$ cm (strana)

  potom $22 \cdot 4 =$ <u>88 cm (obvod)</u>

5. možnost:

- lež

  $32 \cdot 2 = 64$ cm (obvod)

  potom $64 : 4 = 16$ cm (strana)
- pravda

  $16 - 2 = 14$ cm (strana)

  potom $14 \cdot 4 = 56$ cm (obvod)
- lež

  $56 \cdot 2 = 112$ cm (obvod)

  potom $112 : 4 = 28$ cm (strana)
- pravda

  $28 - 2 = 26$ cm (strana)

  potom $26 \cdot 4 =$ <u>104 (obvod)</u>

6. možnost:

- lež

  $32 \cdot 2 = 64$ cm (obvod)

  potom $64 : 4 = 16$ cm (strana)
- pravda

  $16 - 2 = 14$ cm (strana)

  potom $14 \cdot 4 = 56$ cm (obvod)
- pravda

  $14 - 2 = 12$ cm (strana)

  potom $12 \cdot 4 = 48$ cm (obvod)
- lež

  $48 \cdot 2 =$ <u>96 cm (obvod)</u>

  potom $96 : 4 = 24$ cm (strana)

V řešení příkladu je názorně ukázáno, jak se změní rozměry obvodu a délka strany po vyslovení pravdy, nebo lži.

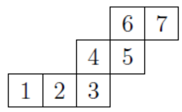
Největší možný obvod čtverce je 112 cm a vznikne po vyslovení tvrzení v pořadí: lež, lež, pravda, pravda. *Správná odpověď: d*

<u>2. řešení:</u>

Strana čtverce *a* je dlouhá 8 cm. Pak obvod je 32 cm. Řekne-li lež, obvod se zdvojnásobí. Řekne - li pravdu, strana *a* se zkrátí o 2 cm. Aby byl co největší obvod, musí být co největší strana *a*. Proto nejdříve řekne 2 nepravdivá tvrzení a pak až budou následovat 2 pravdivá tvrzení.

Jako první řekne lež a obvod se změní na $32 \cdot 2 = 64$ cm. Následuje vyslovení další lži a obvod se změní na $64 \cdot 2 = 128$ cm. Nyní je délka strany $128 : 4 = 32$ cm. Jako třetí vysloví pravdu a délka strany je 32 - 2 = 30 cm. Na závěr řekne pravdu a délka strany je 30 - 2 = 28 cm. Pak obvod čtverce je 28 · 4 = <u>112 cm</u>. *Správná odpověď: d*

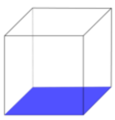
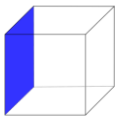
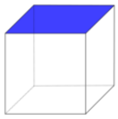
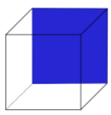
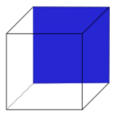
8. Kamil překlápí obarvenou krychli kolem jejích hran po bílém papíru. Krychle zanechá stopu znázorněnou na obrázku. Které dva čtverce jsou obtiskem téže stěny krychle? (Kadet 2012, [1])



a) 1 a 7 b) 1 a 6 c) 1 a 5 d) 2 a 7 e) 2 a 6

<u>Řešení:</u>

Spodní stranu krychle obarvíme modrou barvou a budeme ji postupně překlápět, jak je znázorněno na obrázcích.

1)  2)  3)  4)  5)  6) 

Obtiskem stejné strany krychle je čtverec 1 a 6. *Správná odpověď: b*

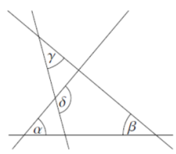
9. Marek a Kamila se postavili ke kruhové fontáně tak, že se viděli přes její střed. Poté začali běhat kolem fontány ve směru hodinových ručiček. Markova rychlost byla $\frac{9}{8}$ Kamiliny rychlosti. Kolikrát oběhla Kamila fontánu zcela dokola, když ji Marek poprvé dohonil? (Kadet 2013, [2])

a) 2 b) 4 c) 8 d) 9 e) 72

<u>Řešení:</u>

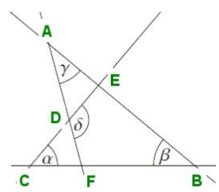
Markova rychlost byla $\frac{9}{8}$ Kamiliny rychlosti. Marek běžel o $\frac{1}{8}$ rychleji, s 1 kruhem se přiblížil o $\frac{1}{8}$ kola. Aby Marek dohnal Kamilu, potřeboval by uběhnout $\frac{1}{2}$ kola, tj. $4 \cdot \frac{1}{8}$ kola. Kamil oběhne fontánu 4x dokola. *Správná odpověď: b*

10. Velikosti úhlů na obrázku jsou α = 55˚, *β* = 40˚ a γ = 35˚. Vypočítejte velikost úhlu δ. (Kadet 2013, [2])

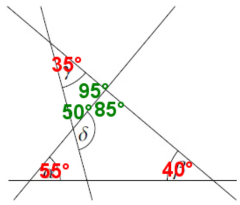


a) 100˚ b) 105˚ c) 120˚ d) 125˚ e) 130˚

<u>1.řešení:</u>



Součet vnitřních úhlů trojúhelníka je 180˚. Vedlejší úhly mají společné jedno rameno a vrchol, jejich součet je 180˚.



$|\measuredangle CEB| = 180° - 40° - 55° = 85°$

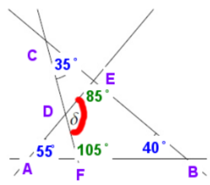
$|\measuredangle AED| = 180° - 85° = 95°$

$|\measuredangle ADE| = 180° - 95° - 35° = 50°$

$|\measuredangle \delta| = 180° - 50° = \underline{\underline{130°}}$

V obrázku jsou zaznamenané údaje a popsány vrcholy.

Velikost úhlu δ je 130°. *Správná odpověď: e*



<u>*2. řešení:*</u>

$|\measuredangle CEB| = 180° - 40° - 55° = 85°$

$|\measuredangle DFB| = 180° - 40° - 35° = 105°$

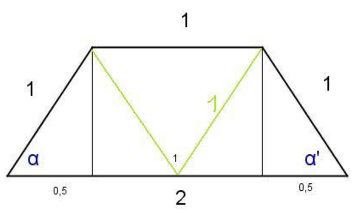
$|\measuredangle \delta| = 360° - (85° + 40° + 105°) = \underline{\underline{130°}}$

Velikost úhlu δ je 130°. *Správná odpověď: e*

11. Obvod lichoběžníku je 5 cm a délky jeho stran v cm jsou vyjádřeny přirozenými čísly. Určete velikosti dvou nejmenších úhlů tohoto lichoběžníku. (Kadet 2013, [2])

a) 30° a 30° b) 60° a 60° c) 45° a 45° d) 30° a 60° e) 45° a 90°

<u>*1. řešení:*</u>

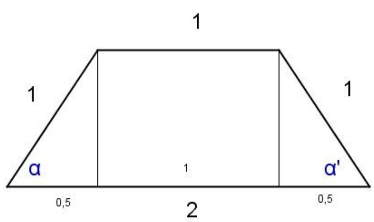


Strany lichoběžníku jsou vyjádřeny přirozenými čísly. Obvod lichoběžníku je 5 cm. Určíme délky jeho stran (popsáno v obrázku). Rozdělíme-li si spodní základnu na dvě části s délkou 1, je vidět, že lichoběžník je sestaven ze tří rovnostranných trojúhelníků. Úhel při vrcholu α je 60° a α‘ je 60°.

Správná odpověď: b

<u>*2. řešení:*</u>

Strany lichoběžníku jsou vyjádřeny přirozenými čísly. Obvod lichoběžníku je 5 cm. Určíme délky jeho stran (popsáno v obrázku).

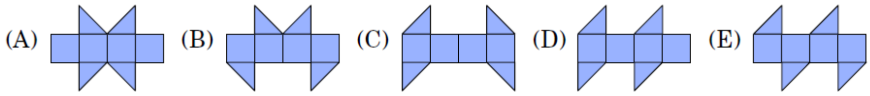


Výpočet úhlu je $\cos \alpha = \frac{délka\ přilehlé\ odvěsny}{délka\ přepony} = \frac{0{,}5}{1} = 0{,}5 = 60°$.

$\underline{\underline{\alpha = \alpha' = 60°}}$

Velikost dvou nejmenších úhlů je 60° a 60°. *Správná odpověď: b*

12. Jednu z následujících „sítí“ nelze poskládat do tvaru krychle. Která to je? (Kadet 2013, [2])



1. řešení:

Příklad můžeme řešit prakticky, kdy „sítě“ vystřihneme a pokusíme se je složit.

2. řešení:

Čtverečky se nám ve všech případech složí na obvod krychle. Zbývá nám složit horní a spodní podstava krychle. V možnostech A, C, D, E se nám trojúhelníky nahoře složí v horní podstavu krychle a dole na dolní podstavu krychle. V možnosti B se nám trojúhelníčky nahoře složí na horní podstavu, ale dole se nám trojúhelníky budou překrývat a nevnikne nám dolní podstava. *Správná odpověď: b*

13. Všechna čtyřmístná přirozená čísla zapsaná týmiž číslicemi jako číslo 2013 jsou seřazena na tabuli od nejmenšího po největší, včetně čísla 2013. Vypočítejte největší možný rozdíl mezi dvěma soudními čísly na tabuli. (Kadet 2013, [2])

a) 198 b) 693 c) 702 d) 703 e) 793

Řešení:

pořadí	čísla	rozdíly
1.	1023	9
2.	1032	171
3.	1203	27
4.	1230	72
5.	1302	18
6.	1320	693
7.	2013	18
8.	2031	72
9.	2103	27
10.	2130	171
11.	2301	9
12.	**2310**	**702**
13.	**3012**	9
14.	3021	81
15.	3102	18
16.	3120	81
17.	3201	9
18.	3210	

Spočítáme si, kolik čtyřciferných čísel z cifer 0, 1, 2, 3 lze utvořit, je to $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 18$ čísel.

Poznámka: K výpočtu počtu čtyřmístných čísel použijeme permutaci bez opakování.
$3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 18$ (místo tisíců · místo stovek · místo desítek · místo jednotek = x)

Vysvětlení:
Na místě tisíců máme 3 možnosti cifer (1, 2, 3). Nula na místě tisíců být nemůže (nebylo by číslo čtyřciferné. Na místo stovek máme 3 možnosti. Jednu z číslic 1, 2, 3 jsme již použili, ale může zde být číslice 0.

Na místě desítek máme 2 možnosti. Dvě číslice byly již použity, ale zbývají ještě dvě. Na místě jednotek máme jen 1 možnost, poslední zbylou cifru. Jednotlivé kombinace číslic 0, 1, 2, 3 jsou zaznamenány v tabulce společně s jejich rozdílem.

Největší rozdíl 702 je mezi čísly 2310 a 3012. *Správná odpověď: c*

14. Data narození pěti kamarádů jsou 20. 2. 2001, 12. 3. 2000, 20. 3. 2001, 12. 4. 2000 a 23. 4. 2001. Alice s Emilem se narodili ve stejný měsíc a také Běla s Cecílií se narodily ve stejný měsíc. Alice s Cecílií a také Daniel s Emilem se narodili ve stejný den v různých měsících. Které z těchto dětí je nejmladší. (Kadet 2013, [2])

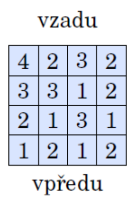
a) Alice b) Běla c) Cecílie d) Daniel e) Emil

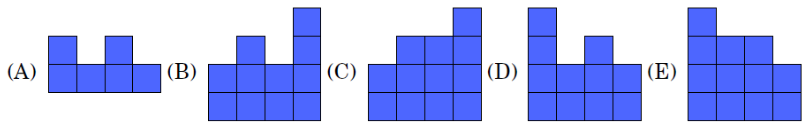
<u>*Řešení:*</u>

Protože se Daniel nenarodil s nikým ve stejný měsíc, je narozen 20. 2. 2001. Ve stejný den jako Daniel se narodil Emil (20. 3. 2001). Alice se narodila (12. 3. 2000) ve stejný měsíc jako Emil. Cecílie se narodila (12. 4. 2000) ve stejný den jako Alice. Běla se narodila (23. 4. 2001) ve stejný den jako Cecílie.

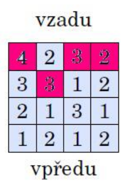
Z dětí je nemladší Běla, která se narodila 23. 4. 2001. *Správná odpověď: b*

15. Na obrázku vidíš stavbu při pohledu shora. Čísla udávají počet krychlí, které stojí nad sebou. Co uvidíš, když se podíváš na stavbu zezadu? (Kadet 2013, [2])

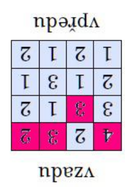




<u>*Řešení:*</u>



Růžově vybarveny jsou nejvyšší sloupečky, které ze zadu vidíš. Počítáme s tím, že když koukáme na obrázek zezadu, tak obrázek máme zrcadlově obrácený, než zpředu. Co je vpravo vidíme vlevo a naopak.



Vidíme počet krychlí: 2334.

Správná odpověď: c

16. Marie pekla malinové koláče jeden po druhém a číslovala koláče postupně od 1 do 6. Zatímco pekla, děti občas přiběhli do kuchyně a snědly vždy nejteplejší koláč. Ve kterém pořadí nemohly děti koláče sníst? (Kadet 2013, [2])

a) 123456 b) 125436 c) 325461 d) 456231 e) 654321

Řešení:

a) 123456 - lze koláče v tomto pořadí sníst

Maminka upekla koláč s číslem 1, přiběhly děti a snědly koláč s číslem 1. Upekla koláč s číslem 2, přiběhly děti a snědly koláč s číslem 2. Upekla koláč s číslem 3, přiběhly děti a snědly koláč s číslem 3. Upekla koláč s číslem 4, přiběhly děti a snědly koláč s číslem 4. Upekla koláč s číslem 5, přiběhly děti a snědly koláč s číslem 5. Upekla koláč s číslem 6, přiběhly děti a snědly koláč s číslem 6.

b) 125436 - lze koláče v tomto pořadí sníst

Maminka upekla koláč s číslem 1, přiběhly děti a snědly koláč s číslem 1. Upekla koláč s číslem 2, přiběhly děti a snědly koláč s číslem 2. Upekla koláče s čísly 3, 4 a 5, přiběhly děti a snědly koláče s čísly 5, 4 a 3. Upekla koláč s číslem 6, přiběhly děti a snědly koláč s číslem 6.

c) 325461 - lze koláče v tomto pořadí sníst

Maminka upekla koláče s čísly 1, 2 a 3, přiběhly děti a snědly koláče s čísly 3 a 2. Upekla koláče s čísly 4 a 5, přiběhly děti a snědly koláče s čísly 5 a 4. Upekla koláč s číslem 6, přiběhly děti a snědly koláč s číslem 6 a ještě dojedly podlesní koláč s číslem 1.

d) 456231- nelze koláče sníst v tomto pořadí

Maminka upekla koláče s čísly 1, 2, 3 a 4 přiběhly děti a snědly koláč s číslem 4. Upekla koláč s číslem 5, přiběhly děti a snědly koláč s číslem 5. Upekla koláč s číslem 6, přiběhly děti a snědly koláč s číslem 6, měly by sníst koláč s číslem 3 (byl v této chvíli nejteplejší), ale oni snědli koláč s číslem 2. Dále toto řešení neřešíme, jelikož je chybné.

e) 654321 - lze koláče v tomto pořadí sníst

Maminka upekla koláče s čísly 1, 2, 3, 4, 5, 6, přiběhly děti a snědly koláče s čísly 6, 5, 4, 3, 2, 1.

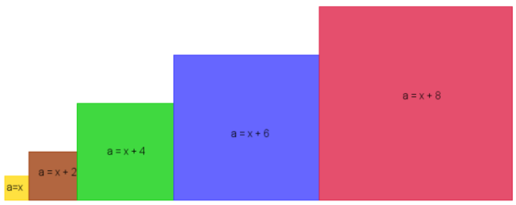
Děti nemohly sníst koláče v pořadí: 456231. *Správná odpověď: d*

2.2.3 Úlohy za 5 bodů

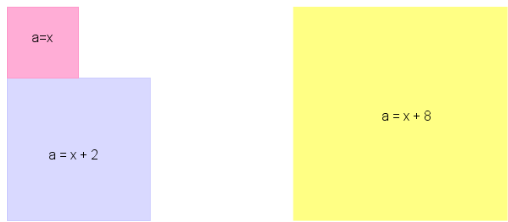
1. Radek má 5 krychlí. Jestliže je uspořádá vedle sebe od nejmenší po největší, bude rozdíl výšek dvou sousedních krychlí vždy 2 cm. Největší krychle má stejnou výšku jako věž postavená ze dvou nejmenších krychlí. Určete výšku věže, která je postavená ze všech pěti krychlí. (Kadet 2012, [1])

a) 6 cm b) 14 cm c) 22 cm d) 44 cm e) 50 cm

Řešení:



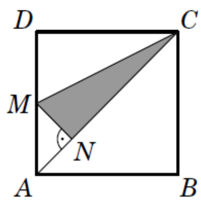
Výška největší krychle je součet výšek dvou nejmenších krychlí. Tedy x + 8 = x + (x + 2), x + 8 = 2x + 2, 6 = x



Výška věže (výška všech krychlí postavených na sobě): x + (x + 2) + (x + 4) + + (x + 6) + (x + 8) = 6 + (6 + 2) + (6 + 4) + + (6 + 6) + (6 + 8) = 6 + 8 + 10 + 12 + 14 = 50 cm

Výška věže je 50 cm. *Správná odpověď: e*

2. Určete poměr obsahu šedého obrazce (trojúhelníku MNC) k obsahu čtverce ABCD, jestliže bod M je středem strany AD a úsečka MN je kolmá k úhlopříčce AC. (Kadet 2012, [1])



a) 1 : 6 b) 1 : 5 c) 7 : 36 d) 3 : 16 e) 7 : 40

Řešení:

Obsah trojúhelníka ACM je $\frac{1}{4}$ obsahu čtverce ABCD. Obsah trojúhelníka AM’M je $\frac{1}{8}$ obsahu čtverce a obsah trojúhelníka ANM je $\frac{1}{2}$ z obsahu trojúhelníka AM’M, tedy $\frac{1}{16}$ z obsahu čtverce. Obsah šedé části je $\frac{1}{4} - \frac{1}{16} = \frac{4-1}{16} = \frac{3}{16}$ obsahu čtverce ABCD.

Tedy daný poměr je 3 : 16. *Správná odpověď: d*

3. Tango tančí v párech muž se ženou. Na tanečním večeru je přítomno méně než 50 lidí. V jednu chvíli $\frac{3}{4}$ mužů tančí se $\frac{4}{5}$ žen. Kolik lidí v danou chvíli tančí? (Kadet 2012, [1])

a) 20 b) 24 c) 30 d) 32 e) 46

Řešení:

Označme si, že na večeru je x mužů a y žen. Protože tančí v párech, platí $\frac{3}{4}x = \frac{4}{5}y$. Tedy poměr mužů a žen je 16 : 15. Nejmenší počet tanečníků je 16 + 15 = 31 (31 < 50). Další počet tanečníků by byl 31 · 2 = 62 (62 > 50), nebylo by dodržené zadání. V danou chvíli tančí na parketu $\frac{3}{4}$ z 16 = 16 : 4 · 3 = 12 mužů a $\frac{4}{5}$ z 15 = 15 : 5 · 4 = 12 žen. Celkem tančí 12 + 12 = 24 lidí. *Správná odpověď: b*

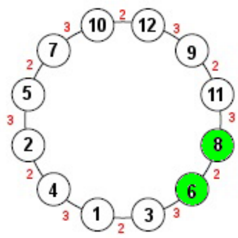
4. David chce uspořádat dvanáct čísel od 1 do 12 do kruhu tak, aby se všechna sousední čísla vždy lišila buď o 2 nebo o 3. Která z následujících čísel musí stát vedle sebe? (Kadet 2012, [1])

a) 5 a 8 b) 3 a 5 c) 7 a 9 d) 6 a 8 e) 4 a 6

Řešení:

Na obrázku máme zobrazen kruh, jak přesně budou čísla vedle sebe a o kolik se liší.

Z obrázku je zřejmé, že čísla 6 a 8 musí stát vedle sebe.



Správná odpověď: d

5. V knize bude 30 povídek, každá z nich má začínat na nové stránce. Povídky mají navzájem různou délku: 1, 2, 3,…, 30 stran. První příběh začne na straně 1. Jaký je největší počet povídek, které mohou začínat na liché stránce? (Kadet 2012, [1])

a) 15 b) 18 c) 20 d) 21 e) 23

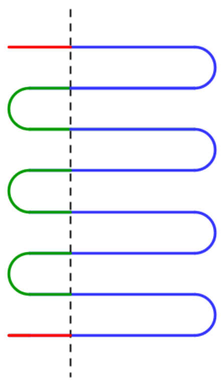
Řešení:

V knize je 15 povídek (každá z nich je na sudý počet stra) a 15 povídek (každá z nich je na lichý počet stran). Povídka na sudý počet stran nám nezmění začátek stránky (lichost nebo sudost). Povídka na lichý počet stran naopak změní začátek stránky (lichost nebo sudost). Největšího počtu povídek se začátkem na liché straně docílíme tak, že umístíme 15 povídek (každá z nich je na sudý počet stran) a 8 povídek (každá z nich je na lichý počet stran) na lichý počet stran (tzn. 15 = 7 + 8; 15 rozdělíme na součet dvou čísel s nejmenším rozdílem). Celkem to bude 15 + 8 = 23 povídek, začínajících na liché stránce. *Správná odpověď: e*

6. Provázek složíme napůl, pak znovu napůl a pak ještě jednou napůl. Nakonec složený provázek přestřihneme a dostaneme několik částí: dvě z těchto částí jsou dlouhé 9 cm a 4 cm. Která z následujících možností nemůže být délkou celého provázku? (Kadet 2012, [1])

a) 52 cm b) 68 cm c) 72 cm d) 88 cm e) všechny odpovědi jsou možné

Řešení:

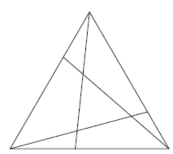


Když složený provázek přestřihneme, vzniknou tam 2 provázky stejně dlouhé (označené červenou barvou), 3 provázky stejně dlouhé (označené zelenou barvou) a 4 provázky stejně dlouhé (označené modrou barvou). Každý z dvou stejně dlouhých provázků má poloviční délku jako jeden ze tří stejně dlouhých provázků.

Vypíšeme 4 možnosti, které mohou dle zadání vzniknout: 2 · 4,5 + + 3 · 9 + 4 · 4 = 9 + 27 + 16 = 52 cm, 2 · 9 + 3 · 18 + 4 · 4 = 18 + + 54 + 16 = 88 cm, 2 · 4 + 3 · 8 + 4 · 9 = 8 + 24 + 36 = 68 cm, 2 · 2 + 3 · 4 + 4 · 9 = 4 + + 12 + 36 = 52 cm.

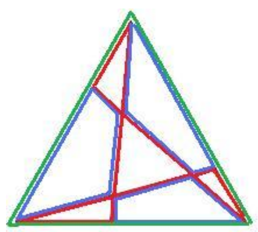
Hodnotu 72 cm nemůže být nikdy délkou celého provázku. *Správná odpověď: c*

7. Velký trojúhelník je rozdělen třemi úsečkami na čtyři trojúhelníky a tři čtyřúhelníky (viz obrázek). Součet obvodů čtyřúhelníků je 25 cm a součet obvodů čtyř malých trojúhelníků je 20 cm. Obvod velkého trojúhelníku je 19 cm. Určete součet délek tří úseček. (Kadet 2012, [1])



a) 11 cm b) 12 cm c) 13 cm d) 15 cm e) 16 cm

Řešení:



Sečteme-li obvody čtyřúhelníků s obvody malých trojúhelníků a odečteme-li obvod velkého trojúhelníku, získáváme dvojnásobnou délku součtu délky tří úseček. Dvounásobnou délku vydělíme dvěma a máme řešení. 25 + 20 - 19 = 26 cm (dvojnásobná délka úseček), pak 26 : 2 = 13 cm (délka úseček).

Délka součtu tří úseček je 13 cm. *Správná odpověď: c*

8. V každém poli tabulky 3×3 je umístěno kladné číslo. Přitom v každém řádku a v každém sloupci je součin všech tří čísel roven 1. Dále je v každém čtverci 2×2 součin všech čtyř čísel roven 2. Určete číslo v prostředním poli tabulky. (Kadet 2012, [1])

a) 16 b) 8 c) 4 d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{1}{8}$

1. řešení:

Příklad řešíme pomocí dosazení možností a dopočtení zbylých čísel.

a)

2	1/4	2
1/4	16	1/4
2	1/4	2

V řádku i sloupci je součin všech tří čísel roven 1. Výpočet řešení 2. řádku a 2. sloupce: $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot 16 = \frac{16}{16} = 1$. Dále ve čtverci 2×2 je součin všech čtyř čísel roven 2. Výpočet čísel v rozích čtverce je $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot 16 \cdot x = 2$, $x = 2$.

Kontrola: v 1. řádku je součin všech tří čísel $2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2 = 1$ ($1 = 1$, podmínka je splněna).

Uprostřed tabulky je číslo 16.

b)

	1/2	2
1/2	8	1/4
	1/4	4

V řádku i sloupci je součin všech tří čísel roven 1. Výpočet řešení 2. řádku a 2. sloupce: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot 8 = \frac{8}{8} = 1$. Dále ve čtverci 2×2 je součin všech čtyř čísel roven 2. Výpočet čísla v horním pravém rohu čtverce je $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot 8 \cdot x = 2$, $x = 2$. Výpočet čísla v dolním pravém rohu je $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot 8 \cdot y = 2$, $y = 4$.

Kontrola: v 3. sloupci je součin všech tří čísel $2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 4 = 2$ ($2 \neq 1$, podmínka není splněna).

c)

2	1/2	2
1/2	4	1/2
2	1/2	2

V řádku i sloupci je součin všech tří čísel roven 1. Výpočet řešení 2. řádku a 2. sloupce: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 = \frac{4}{4} = 1$. Dále ve čtverci 2×2 je součin všech čtyř čísel roven 2. Výpočet čísel v rozích čtverce je $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot x = 2$, $x = 2$.

Kontrola: v 1. řádku je součin všech tří čísel $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 = 2$ ($2 \neq 1$, podmínka není splněna).

d)

2	2	2
2	1/4	2
2	2	2

V řádku i sloupci je součin všech tří čísel roven 1. Výpočet řešení 2. řádku a 2. sloupce: $2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$. Dále ve čtverci 2×2 je součin všech čtyř čísel roven 2. Výpočet čísel v rozích čtverce je $\frac{1}{4} \cdot 2 \cdot 2 \cdot x = 2$, $x = 2$.

Kontrola: v 1. řádku je součin všech tří čísel $2 \cdot 2 \cdot 2 = 6$ ($6 \neq 1$, podmínka není splněna).

e)

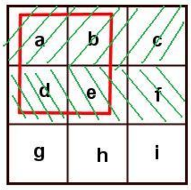
	4	1
2	1/8	4
	2	2

V řádku i sloupci je součin všech tří čísel roven 1. Výpočet řešení 2. řádku a 2. sloupce: $2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{8}{8} = 1$. Dále ve čtverci 2×2 je součin všech čtyř čísel roven 2. Výpočet čísla v dolním pravém rohu čtverce je $\frac{1}{8} \cdot 2 \cdot 4 \cdot x = 2$, $x = 2$. Výpočet čísla v horním pravém rohu čtverce je $\frac{1}{8} \cdot 4 \cdot 4 \cdot y = 2$, $y = 1$.

Kontrola: v 2. řádku je součin všech tří čísel $2 \cdot 4 \cdot 2 = 16$ ($16 \neq 1$, podmínka není splněna).

Správná odpověď: a

2. řešení:



2	1/4	2
1/4	16	1/4
2	1/4	2

Označme si čísla v jednotlivých políčkách písmeny *a* až *i*. Protože součin dvou řádků je $1 \cdot 1 = 1$ (např. $(a \cdot b \cdot c) \cdot (d \cdot e \cdot f) = 1 \cdot 1 = 1$), ale součin čtyř políček vedle sebe je 2 (např. $a \cdot b \cdot e \cdot d = 2$), pak součin zbývajících dvou políček (např. $c \cdot f = \frac{1}{2}$). Tuto samou úvahu použijeme pro druhý a třetí řádek, získáme, že $f \cdot i = \frac{1}{2}$. Pak ale $(c \cdot f) \cdot (f \cdot i) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. Protože ve sloupci $c \cdot f \cdot i = 1$, je $f = \frac{1}{4}$ (analogicky i $b = d = h = \frac{1}{4}$). Vrátíme-li se k výpočtu, že $c \cdot f = \frac{1}{2}$, musí $i = 2$, aby součin v posledním sloupci byl 1. Ve všech políčkách v rozích bude tedy hodnoty 2 (tzn. $a = c = g = i = 2$). Aby součin v druhém řádku byl 1, musí být hodnota $e = 16$.

Správná odpověď: a

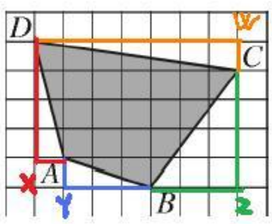
9. Ve čtvercové síti na obrázku je vybarvený čtyřúhelník ABCD. Délka strany čtverečku je 2 cm. Vypočítejte obsah čtyřúhelníku ABCD. (Kadet 2013, [2])

a) 76 cm^2 b) 84 cm^2 c) 88 cm^2 d) 96 cm^2 e) 104 cm^2

Řešení:

Poznámka: obsah $\triangle = a \cdot v_a : 2$.

Umístíme-li čtyřúhelník ABCD do vyznačeného 6-ti úhelníku AYZWDX, můžeme jeho obsah vyjádřit jako S_{AYZWDX} - (S_{AYB} + S_{BZC} + S_{CWD} + S_{XAD}). Obsahy uvedených trojúhelníků si vypočítáme: S_{AYB} = (3 · 2) · (1 · 2) : 2 = = 6 cm^2, S_{BZC} = (3 · 2) · (4 · 2) : 2 = 24 cm^2, S_{DWC} = (1 · 2) · · (7 · 2) : 2 = 14 cm^2, S_{XAD} = (1 · 2) · (4 · 2) : 2 = 8 cm^2. Obsah jednoho čtverečku je 2 · 2 = 4 cm^2. Pak S_{AYZWDX} = 34 · 4 = 136 cm ^{2} (počet čtverečků · obsah jednoho čtverečku = S_{AYZWDX}). Obsah čtyřúhelníka ABCD je 136 - (6 + 24 + 14 + 8) = 84 cm^2.



Správná odpověď: b

10. Nechť S je počet druhých mocnin mezi přirozenými čísly od 1 do 2013^6. Nechť Q je počet třetích mocnin mezi stejnými čísly. Která z uvedených rovností platí? (Kadet 2013, [2])

a) S = Q b) 2S = 3Q c) 3S = 2Q d) S = 2013Q e) $S^3 = Q^2$

Řešení:

Poznámka: $2013^6 = 2013^4 \cdot 2013^2 = 2103^{4+2} = 2013^6$,

$2013^6 = 2013^3 \cdot 2013^3 = 2103^{3+3} = 2013^6$.

Označme počet druhých mocnin S a počet třetích mocnin Q. Mezi čísly od 1 do 2013^6 spočítáme hodnoty S a Q. $S = \sqrt{2013^6} = \sqrt{2013^2} \cdot \sqrt{2013^4} = 2013 \cdot 2013^2 = \underline{2013^3}$, $Q = \sqrt[3]{2013^6} = \sqrt[3]{2013^3} \cdot \sqrt[3]{2013^3} = 2013 \cdot 2013 = \underline{2103^2}$. Protože S = $2013^3 = 2013 \cdot 2103^2$ je S = 2013 · Q.Platí rovnost: S = 2013Q.

Správná odpověď: d

11. Lukáš si vybral pětimístné kladné celé číslo a vymazal jednu číslici, aby měl čtyřmístné číslo. Součet tohoto čtyřmístného čísla a původního pětimístného čísla je 52 713. Vypočítejte součet číslic původního pětimístného čísla. (Kadet 2013, [2])

a) 17 b) 19 c) 23 d) 24 e) 26

1. řešení:

Označíme si jednotlivé číslice písmeny *a* až *e*.

a b c d e	4 7 9 2 1	Za *a* můžeme dosadit 4 nebo 5. Za *b* můžeme
+ a b c d	+ 4 7 9 2	dosadit 8 nebo 7. Zjistili jsme, že při součtu a + b
5 2 7 1 3	5 2 7 1 3	nám vznikne desítka, proto *a* je jednoznačně 4.

Dále postupujeme stejnou úvahou. Zjistíme, že a = 4, b = 7, c = 9, d = 2, e = 1. Součet číslic pětimístného čísla je 4 + 7 + 9 + 2 + 1 = 23. *Správná odpověď: c*

2. řešení:

Označíme si jednotlivé cifry písmeny *a* až *e*.

$$\overline{abcde} + \overline{abcd} = 52713$$

$$10000a + 1000b + 100c + 10d + e + 1000a + 100b + 10c + d = 52713$$

$$11000a + 1100b + 110c + 11d + e = 52713$$

$$11 \cdot (1000a + 100b + 10c + d) = 52713 - e$$

$$11 \cdot \frac{1000a + 100b + 10c + d}{11} = \frac{52713 - e}{11}$$

$$1000a + 100b + 10c + d = \frac{52713 - e}{11} \qquad (e = 1)$$

$$1000a + 100b + 10c + d = \frac{52713 - 1}{11}$$

$$1000a + 100b + 10c + d = \frac{52712}{11}$$

$$1000a + 100b + 10c + d = 4792$$

(a = 4, b = 7, c = 9, d = 2)

Součet číslic pětimístného čísla je 4 + 7 + 9 + 2 + 1 = 23. *Správná odpověď: c*

12. Zahradník potřebuje zasadit dvacet stromů (javory a lípy) podél cesty v parku. Přitom počet stromů mezi kterýmikoli dvěma javory se nesmí rovna třem. Určete největší počet javorů, které může zahradník zasadit. (Kadet 2013, [2])

a) 8 b) 10 c) 12 d) 14 e) 16

Řešení:

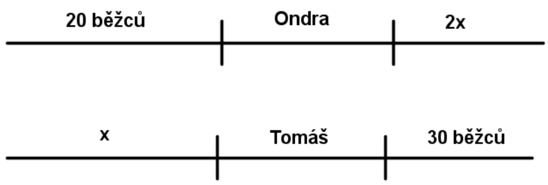
Označme si javor jako J a lípu jako L. Chceme mít zasazeno co nejvíce javorů. Zasadíme první javor, druhý javor, třetí javor a čtvrtý javor. Pátý strom nemůže být javor, protože mezi prvním javorem a pátým javorem by byly tři stromy. Šestý strom nemůže být javor, protože mezi druhým javorem a šestým javorem by byly tři stromy. Sedmý strom nemůže být javor, protože mezi třetím javorem a sedmým javorem by byly tři stromy. Osmý strom nemůže být javor, protože mezi čtvrtým javorem a osmým javorem by byly tři stromy. Devátý strom je javor, protože poslední javor je čtvrtý, mezi čtvrtým javorem a devátým javorem jsou 4 stromy. Úlohu řešíme dále stejným postupem. Vysázíme 4 javory a budou následovat 4 lípy atd. Zjistíme, že řada stromu 1- 8 se nám stále opakuje: **JJJJ LLLL** JJJJ LLLL JJJJ LLLL JJJJ LLLL … .

Zahradník může nejvíce zasadit 12 javorů. *Správná odpověď: c*

13. Ondřej a Tomáš se nedávno zúčastnili maratónu. Ondřej skončil na 21. místě. Počet běžců, kteří se umístili za Ondřejem je dvakrát větší než počet běžců, kteří doběhli před Tomášem. Počet běžců, kteří se umístili za Tomášem je 1,5krát větší než počet běžců, kteří se umístili před Ondřejem. Kolik běžců se zúčastnilo maratónu? (Kadet 2013, [2])

a) 31 b) 41 c) 51 d) 61 e) 81

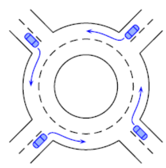
Řešení:



Úlohu si můžeme znázornit graficky. Víme, že před Ondřejem je 20 běžců a za Tomášem je $1{,}5 \cdot 20 = 30$ běžců. Označme si počet běžců před Tomášem - x. Platí $20 + 2x = x + 30$. Rovnici vyřešíme a dostaneme, že $x = 10$. Maratónu se zúčastnilo celkem $20 + 1 + 2 \cdot 10 = 41$ běžců.

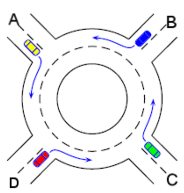
Správná odpověď: b

14. Do kruhového objezdu na obrázku vjela současně 4 auta, každé z nich z jiné silnice. Žádné z aut neobjede celý kruhový objezd a každým výjezdem vyjede jedno auto. Kolika způsoby mohou auta projet tento kruhový objezd? (Kadet 2013, [2])



a) 9 b) 12 c) 15 d) 24 e) 81

1. řešení:



Výjezdy na kruhovém objezdu označíme A, B, C, D. Auta označíme žlutě (na obrázku se nachází u výjezdu A), modře (na obrázku se nachází u výjezdu B), zeleně (na obrázku se nachází u výjezdu C), červeně (na obrázku se nachází u výjezdu D).

Možnosti, jak auta vyjedou z kruhového objezdu, tak že každé z aut neobjede celý kruhový objezd a každým výjezdem vyjede jedno auto:

1. možnost: výjezdem A pojede **zelené** auto; výjezdem B pojede **modré** auto; výjezdem

C pojede žluté auto; výjezdem D pojede **černé** auto.

2. možnost: výjezdem A pojede **zelené** auto; výjezdem B pojede **černé** auto; výjezdem C pojede **modré** auto; výjezdem D pojede žluté auto.

3. možnost: výjezdem A pojede **zelené** auto; výjezdem B pojede **černé** auto; výjezdem C pojede žluté auto; výjezdem D pojede **modré** auto.

4. možnost: výjezdem A pojede **černé** auto; výjezdem B pojede **zelené** auto; výjezdem C pojede žluté auto; výjezdem D pojede **modré** auto.

5. možnost: výjezdem A pojede **černé** auto; výjezdem B pojede **modré** auto; výjezdem C pojede **zelené** auto; výjezdem D pojede žluté auto.

6. možnost: výjezdem A pojede **černé** auto; výjezdem B pojede **zelené** auto; výjezdem C pojede **modré** auto; výjezdem D pojede žluté auto.

7. možnost: výjezdem A pojede žluté auto; výjezdem B pojede **modré** auto; výjezdem C pojede **zelené** auto; výjezdem D pojede **černé** auto.

8. možnost: výjezdem A pojede žluté auto; výjezdem B pojede **zelené** auto; výjezdem C pojede **modré** auto; výjezdem D pojede **černé** auto.

9. možnost: výjezdem A pojede žluté auto; výjezdem B pojede **černé** auto; výjezdem C pojede **zelené** auto; výjezdem D pojede **modré** auto.

Existuje 9 možností, jak mohou auta z kruhového objezdu vyjet. Ve slovní úloze nezáleží na pořadí. Je pouze daná podmínka, že každé z aut neobjede celý kruhový objezd a každým výjezdem vyjede jedno auto, proto můžeme jednotlivé možnosti i přeházet. *Správná odpověď: a*

2. řešení:

$3 \cdot 3 = 9$ *(Poznámka: jedno auto má 3 možnosti jak vyjet · 3 zbyla auta)*

Existuje 9 možností, jak mohou auta z kruhového objezdu vyjet.

Správná odpověď: a

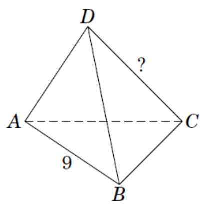
15. Posloupnost čísel začíná 1, - 1, - 1, 1, - 1. Každý následující člen vzniká součinem předchozích dvou členů. Určete součet prvních 2013 členů posloupnosti. (Kadet 2013, [2])

a) - 1006 b) - 671 c) 0 d) 671 e) 1007

Řešení:

Vypočítáme-li dalších pár členů posloupnosti, podle pravidla, jak vznikají, dostáváme 1, **-1, -1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, -1** …. Je vidět, že v posloupnosti se opakují stále hodnoty třech prvních členů (trojice 1, -1, -1). Součet těchto tří členů je 1 + (-1) + (-1) = -1. Počet takových trojic mezi 2013 členy určíme vydělením 2013 : 3 = 671. Součet 2013 členů této posloupnosti tedy je 671 · (-1) = -671 *Správná odpověď: b*

16. Každý ze čtyř vrcholů a každá ze šesti hran čtyřstěnu jsou označeny jedním z deseti čísel 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 a 11 (číslo 10 je vynecháno). Každé číslo je užito právě jednou. Součet čísel, která označují kterékoli dva vrcholy čtyřstěnu se rovná číslu, které označuje hranu spojující tyto dva vrcholy. Hrana AB je označena číslem 9. Které číslo označuje hranu CD? (Kadet 2013, [2])

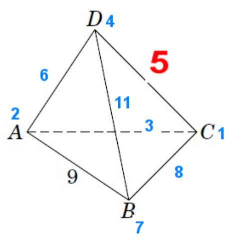


a) 4 b) 5 c) 6 d) 8 e) 11

1. řešení:

Zkoušíme postupně dosazovat čísla a přijdeme na řešení, které je dále v příkladu zobrazeno.

A + D = 6	A + B = 9	B + C = 8	C + D = **5**
2 + 4 = 6	2 + 7 = 9	7 + 1 = 8	1 + 4 = 5



A + C = 3 D + B = 11 Na obrázku je zobrazeno

2 + 1 = 3 4 + 7 = 11 přesné rozmístění čísel.

Hranu CD označuje číslo 5. *Správná odpověď: b*

2. řešení:

Pokud označíme hodnoty ve vrcholu jako V a na hranách H, víme, že V + H = 1 + 2 + + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 56. Z každého vrcholu vedou tři hrany (tj. 3V = H). Pak V + 3V = 56 a tedy V = 56 : 4 = 14. Zjistili jsme, že součet na všech vrcholech je 14. Protože A + B = 9 (zadáno), musí být C + D = 5. Součet dvou sousedních vrcholů je 5 a to je hodnota hrany, která vrcholy spojuje. Hranu CD označuje číslo 5. *Správná odpověď: b*

Závěr

Hlavním cílem bakalářské práce bylo vytvořit sbírku logických matematických úloh pro žáky 2. stupně základních škol.

Sbírka je soubor úloh, ve kterém jsou zpracovány testy soutěže Matematický klokan z kategorie Benjamín a Kadet z let 2012 až 2014.

Úlohy jsem řešila pomocí výpočtů, znázorňováním do obrázků a tvořením tabulek s logickými úvahami. Při řešení některých úloh jsem přišla na více možných způsobů řešení. V bakalářské práci jsou zpracovány řešení, ke kterým jsem svými logickými úvahami došla. Některé úlohy jsem doplnila o poznámky. Úlohy lze řešit i jinými postupy.

Sbírka je určena pro učitele základních škol, kteří mohou jednotlivé příklady využívat při přípravě dětí na matematické olympiády a přijímací zkoušky. Výběrem vhodných matematických úloh lze zpestřit výuku hodin matematiky. Sbírku mohou využít také sami žáci k procvičování, k samostudiu a k přípravě na soutěže.

V budoucí pedagogické praxi bych ráda využila zpracované úlohy k přípravám. V současné době již sbírku využívám při výuce v Domově dětí a mládeže v Českých Budějovicích na kroužku matematiky pro 1. stupeň základní školy, kde připravuji děti z 5. třídy na přijímací zkoušku na víceleté gymnázium. Pro zpestření výuky a procvičení logického myšlení jsem z této sbírky vybrala vhodné úlohy za 3 body z kategorie Benjamín.

Text bakalářské práce je psán v Microsoft Office Word 2007. Tabulky jsou zpracovány v Microsoft Office Word 2007 a v Microsoft Office Excel 2007. Na tvorbu a úpravu obrázků jsem použila programy GeoGebra 5.0., Zoner Photo Studio 10 a Picasa.

Použité zdroje

Internetové zdroje

[1] http://www.matematickyklokan.net/Sborniky/sbornik_klokan_2012.pdf
staženo 14. 2. 2015, 14:33

[2] http://matematickyklokan.net/Sborniky/sbornik_klokan_2013.pdf
staženo 13. 2. 2015, 19:13

[3] http://www.matematickyklokan.net/Sborniky/sbornik_klokan_2014.pdf
staženo 29. 3. 2015, 21:48

[4] http://www.matematickyklokan.net/info.php

[5] http://www.matematickyklokan.net/Pravidla/Pravidla_Cvrcek.pdf

[6] http://www.matematickyklokan.net/Pravidla/Pravidla_Klokanek-Benjamin-Kadet.pdf

[7] http://www.matematickyklokan.net/Pravidla/Pravidla_Junior-Student.pdf

Literatura

[8] ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Matematika pro 6. ročník základní školy*. 3., přeprac. vyd. Praha: Prometheus, 2011. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-416-2.

[9] ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Matematika pro 7. ročník základní školy*. 3., přeprac. vyd. Ilustrace Martin Mašek. Praha: Prometheus, 2011. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-427-8.

[10] ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Matematika pro 7. ročník základní školy*. 3., přeprac. vyd. Ilustrace Martin Mašek. Praha: Prometheus, 2012. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-430-8.

[11] ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Matematika pro 8. ročník základní školy*. 2., přeprac. vyd. Praha: Prometheus, 2012. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-434-6.

[12] ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Matematika pro 9. ročník základní školy*. 3., přeprac. vyd. Praha: Prometheus, 2013. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-439-1

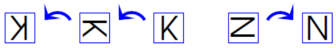
Přílohy

V příloze je zpracován test z kategorie Benjamín a Kadet z roku 2014.

Benjamín

Úlohy za 3 body

17. Na obrázku je složeno z osmi karet slovo KANGAROO. Některé karty jsou však špatně otočené. Písmeno K můžeme do správné pozice dostat tak, že kartou pootočíme dvakrát, na opravu písmene N stačí otočit kartou jen jednou. Kolikrát musíme kartami pootočit, aby byla všechna písmena otočená správně? Vyber nemenší možnost. (Benjamín 2014, [3])



a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

Řešení:

Písmeno  dáme do správné pozice dvojím pootočením. Buď s ním pootočíme ve směru, nebo proti směru hodinových ručiček. Písmenem  otočíme jednou proti směru hodinových ručiček. Písmenem  otočíme jednou proti směru hodinových ručiček). Písmenem  neotáčíme. Písmeno  dáme do správné pozice dvojím pootočením. Buď s ním pootočíme ve směru, nebo proti směru hodinových ručiček. Poslední tři písmena ,  ,  jsou ve správní pozici, takže s nimi nic neděláme. Celkem uděláme nejméně 2 + 1 + 1 + 0 + 2 + 0 + 0 + 0 = 6 otočení..

Správná odpověď: c

18. Pavel rozkrojil dort o hmotnosti 900 g na 4 díly. Největší díl vážil tolik, kolik ostatní tři díly dohromady. Urči hmotnost největšího dílu. (Benjamín 2014, [3])

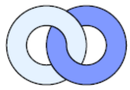
a) 250 g b) 300 g c) 400 g d) 450 g e) 600 g

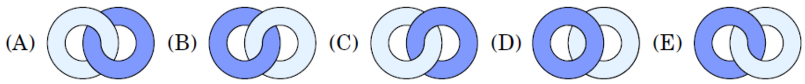
Řešení:

Dort je rozdělen na 4 díly. Víme, že největší díl je stejně velký jako zbylé 3 díly (tzn. dort můžeme rozdělit pouze na 2 díly). Pak velký díl má hmotnost $\frac{1}{2}$ z 900g = 900 : 2 = = 450 g.

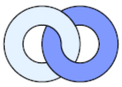
Správná odpověď: d

19. Petr a Marek se dívají na dva propletené kruhy - jeden tmavý a druhý světlý. Petr sedí před těmito kruhy a vidí je tak, jak je ukázáno na obrázku. Marek sedí naproti Petrovi a na kruhy se dívá z druhé strany. Jak vidí propletené kruhy Marek? (Benjamín 2014, [3])

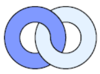




<u>*Řešení:*</u>



Na obrázku je levá strana světle modrá a pravá strana tmavě modrá. Pak z druhé strany je pravá strana světle modrá a levá strana tmavě modrá (odpovídá možnostem: B, D a E). Vyloučíme možnost B, protože kruhy nejsou propletené. Rozhodujeme se mezi možnostmi B a E. Vyloučíme možnost B, protože v dolní části propletených kruhů Petr vidí tmavě modrý kruh před světle modrým, tedy Marek musí vidět situaci opačně (světle modrý před tmavě modrým).

Výsledek: 

Správná odpověď: e

20. Urči rozdíl mezi nejmenším pěticiferným a největším čtyřciferným číslem. (Benjamín 2014, [3])

a) 1 b) 10 c) 1111 d) 9000 e) 9900

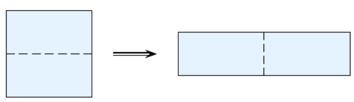
<u>*Řešení:*</u>

Nejmenší pěticiferné číslo je 10000. Největší čtyřciferné číslo je 9999. Rozdíl mezi čísly je 10000 - 9999 = 1.

Rozdíl mezi nejmenším pěticiferným a nejmenším čtyřciferným číslem je 1.

Správná odpověď: a

21. Čtverec o obvodu 48 cm jsme rozdělili na dvě shodné části a přiložili k sobě tak, že vznikl obdélník (podívej se na obrázek). Urči obvod obdélníku. (Benjamín 2014, [3])



a) 24 cm b) 30 cm c) 48 cm d) 60 cm e) 72 cm

Řešení:

strana čtverce: a

$o = 4 \cdot a$

$48 = 4 \cdot a$

<u>a = 12 cm</u>

strana b :

$b = \frac{1}{2}\,a$

$b = \frac{1}{2} \cdot 12$

<u>b = 6 cm</u>

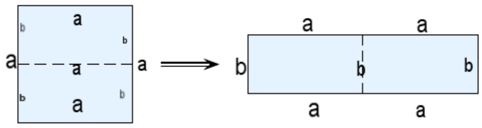
obvod obdélníka: o

$o = a + a + b + a + a + b = 4a + 2b$

$o = 4 \cdot 12 + 2 \cdot 6$

$o = 48 + 12$

<u>o = 60 cm</u>



Obvod obdélníka je 60 cm.

Správná odpověď: d

22. Lenka poskládala z 38 zápalek čtverec a trojúhelník. Na každou stranu trojúhelníku potřebovala 6 zápalek. Z kolika zápalek byla složena každá strana čtverce? (Benjamín 2014, [3])

a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

Řešení:

Čtverec + trojúhelník ……………... 38 zápalek,

1 strana trojúhelníka ………………. 6 zápalek,

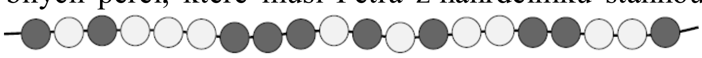
trojúhelník …………………………. $6 \cdot 3 = 18$ zápalek,

čtverec ……………………………... $38 - 18 = 20$ zápalek,

1 strana čtverce ……………………. $20 : 4 =$ <u>5 zápalek</u>.

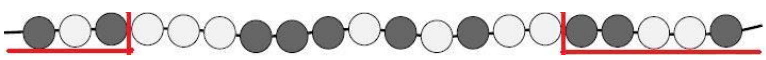
Každá strana čtverce je složena z 5 zápalek. *Správná odpověď: b*

23. Na perlovém náhrdelníku, který vidíš na obrázku, jsou navlečeny šedé a bílé perly. Petra chce z náhrdelníku stáhnout 5 šedých perel. Perly může stahovat z obou konců náhrdelníku. Aby Petra šedé perly získala, musí součastně stáhnout i některé bílé perly. Urči nejmenší počet bílých perel, které musí Petra z náhrdelníku stáhnout. (Benjamín 2014, [3])



a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

Řešení:



Na obrázku je znázorněno, které perly (šedé i bílé) Petra stáhne.

Petra stáhne 3 bílé perly, aby mohla stáhnout 4 bílých perel. *Správná odpověď: b*

24. Harry se zúčastnil závodu v létání na koštěti o 5 kolech. V tabulce jsou zapsány časy, ve kterých míjel start. Které kolo mu trvalo nejkratší dobu? (Benjamín 2014, [3])

	Čas
Start	9:55
1. kolo	10:26
2. kolo	10:54
3. kolo	11:28
4. kolo	12:03
5. kolo	12:32

a) první b) druhé c) třetí d) čtvrté e) páté

Řešení:

1. kolo ………. 9:55 až 10:26 trvalo 31 minut

2. kolo ………. 10:26 až 10:54 trvalo 28 minut - trvalo nejkratší dobu

3. kolo ………. 10:54 až 11:28 trvalo 34 minut

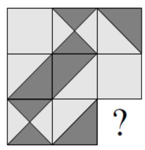
4. kolo ………. 11:28 až 12:03 trvalo 35 minut

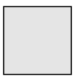
5. kolo ………. 12:03 až 12:32 trvalo 29 minut

Nejkratší dobu trvalo Harrymu 2. kolo. *Správná odpověď: b*

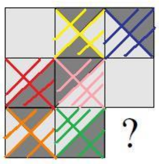
Úlohy za 4 body

17. Kterou dlaždici musíme doplnit do čtverce tak, aby se obsah jeho světlé části rovnal obsahu jeho tmavé části? (Benjamín 2014, [3])



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) nelze

Řešení:



Dlaždice se stejným obsahem světlé a tmavé části, jsou barevně škrtnuté. Po vyškrtání dlaždic se stejným obsahem, nám na obrázku zůstaly dvě dlaždice se světlým obsahem. Aby byl obsah tmavé a světlé části dlaždic stejný, museli bychom doplnit dvě dlaždice s tmavým obsahem. Úloha nemá řešení, protože můžeme doplnit jen jednu dlaždici. *Správná odpověď: e*

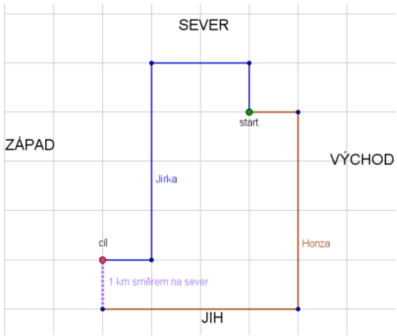
18. Jindra a Honza vyrazili na pěší túru z nádraží v Litovli. Jindra šel 1 km směrem na sever, 2 km směrem na západ, 4 km směrem na jih a nakonec 1 km směrem na západ. Honza ušel 1 km směrem na východ, 4 km směrem na jih a 4 km směrem na západ. Jak musí Honza pokračovat, aby došel do stejného místa jako Jindra? (Benjamín 2014, [3])

a) 1 km směrem na sever b) už je ve stejném místě jako Jindra

c) 1 km směrem na jih d) 1 km směrem na východ

e) 1 km směrem na západ

Řešení:

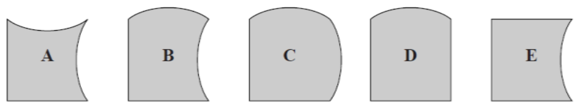


Na obrázku je barevně vyznačena cesta, kudy šel Jirka (modře) a kudy šel Honza (červeně).

Honza musí ujít ještě 1 km směrem na sever, aby došel do stejného cíle jako Jirka.

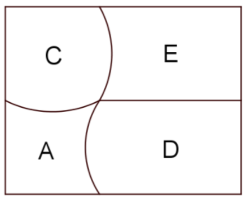
Správná odpověď: a

19. Ze čtyř z dílů, které vidíš na obrázcích A až E, můžeš sestavit čtverec. Který díl nepoužiješ? (Benjamín 2014, [3])



a) A b) B c) C d) D e) E

Řešení:



Existuje více možností, jak složit tento čtverec, ale vždy použiji díly: A, C, D, E. Další možnosti vzniknou otočením tohoto čtverce.

Nepoužijeme díl tvaru B. *Správná odpověď: b*

20. V restauraci je 16 stolů, ke kterým se může posadit celkem 72 návštěvníků. U každého stolu stojí 3, 4, nebo 6 židlí. Ke stolům se 3 nebo 4 židlemi se vejde 36 osob. Kolik je v restauraci stolů pro 3 osoby? (Benjamín 2014, [3])

a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

Řešení:

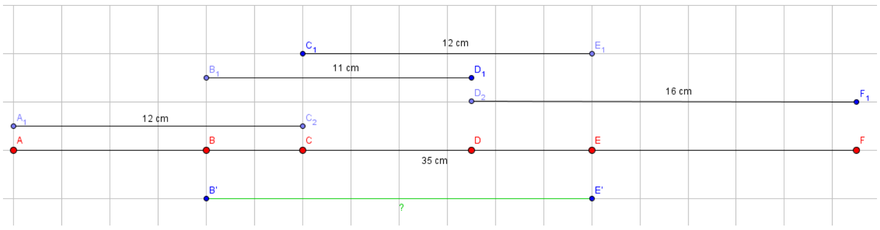
U stolů s 6 židlemi může sedět 72 - 36 = 36 osob. Stolů s 6 židlemi je tedy 36 : 6 = 6. Celkem je v restauraci 16 stolů, to znamená, že 10 stolů je pro 3 a 4 osoby. Když k 10 stolům umístíme po 3 židlích, je to 30 míst. Potřebujeme ještě 6 míst do počtu 36. Po jedné židli přidáme k 6 stolům. Tím vytvoříme 6 stolů se 4 židlemi a zbudou 4 stoly se 3 židlemi.

V restauraci jsou 4 stoly pro 3 osoby. *Správná odpověď: a*

21. Na přímce leží body A, B, C, D, E a F (v tomto pořadí). Urči vzdálenost bodů B a E, když víš, že $|AF| = 35$ cm, $|AC| = 12$ cm, $|BD| = 11$ cm, $|CE| = 12$ cm, $|DF| = 16$ cm. (Benjamín 2014, [3])

a) 13 cm b) 14 cm c) 15 cm d) 16 cm e) 17 cm

1. řešení:

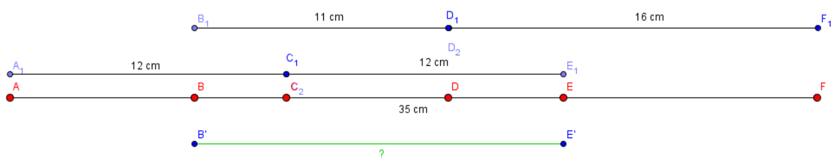


$|AF| = 35$ cm
$|AC| = 12$ cm
$|BD| = 11$ cm
$|CE| = 12$ cm
$|DF| = 16$ cm
$|BE| = ?$ cm

$|AD| = |AF| - |DF| = 35 - 16 = 19$ cm
$|AB| = |AD| - |BD| = 19 - 11 = 8$ cm
$|BC| = |AC| - |AB| = 12 - 8 = 4$ cm
$|BE| = |BC| + |CE| = 4 + 12 = \underline{\underline{16 \text{ cm}}}$

Vzdálenost bodu B a E je 16 cm. *Správná odpověď: d*

2. řešení:



$|AF| = 35$ cm
$|AC| = 12$ cm
$|BD| = 11$ cm
$|CE| = 12$ cm
$|DF| = 16$ cm, $|BE| = ?$ cm

Všimneme si, že součet vzdáleností $|AC| + |CE| + |BD| + |EF|$ je $|AF| + |BE|$. Vzdálenost bodů B a E je tedy $|AC| + |CE| + |BD| + |EF| - |AF| = 12 + 12 + 11 + 16 - 35 = \underline{\underline{16 \text{ cm}}}$. *Správná odpověď: d*

22. Denisa si hrála s žetony. Nejprve žetony rozdělila na hromádky po třech - zbyly jí dva. Když žetony potom rozdělila na hromádky po pěti, zůstaly jí také dva. Kolik žetonů by Denisa ještě potřebovala, aby jí nezbyl žádný při rozdělování po třech ani při rozdělování po pěti? Vyber nejmenší možnost. (Benjamín 2014, [3])

a) 3 b) 1 c) 4 d) 10 e) 13

Řešení:

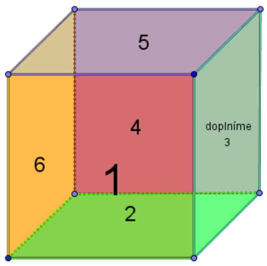
Víme, že při rozdělování na hromádky Denise vždy zůstanou dva žetony. Zjišťujeme nejmenší počet žetonů, který musíme přičíst ke dvěma zbývajícím, aby šly rozdělit na hromádky po třech a pěti. Hledáme číslo, které zvětšíme o 2 je zároveň dělitelné 3 a 5. Takové číslo je nejmenším společným násobek 3 a 5 tj. 15. Hledané číslo je 15 - 2 = 13.

Správná odpověď: e

23. Stěny krychle byly označeny čísly 1, 2, 3, 4, 5 a 6. Stěny 1 a 6 mají společnou hranu, totéž platí pro stěny 1 a 5, stěny 1 a 2, stěny 6 a 5, stěny 6 a 4 i stěny 6 a 2. Kterým číslem je označena stěna krychle naproti stěně s číslem 4?
(Benjamín 2014, [3])

a) 1 b) 2 c) 3 d) 5 e) nelze určit

Řešení:

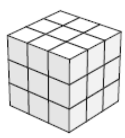


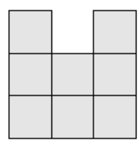
Na obrázku jsou strany popsané čísly.

Naproti straně s číslem 4 leží strana s číslem 1.

Správná odpověď: a

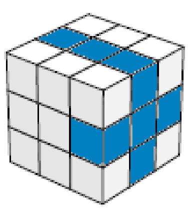
24. Mirek složil velkou krychli z 27 malých krychliček, jak vidíš na obrázku vlevo. Odstraň několik krychliček tak, abys při pohledu z boku, shora i zepředu viděl obrys jako na obrázku vpravo. Kolik krychliček odebereš? Vyber nejmenší možnost. (Krychličky k sobě nejsou slepeny a každou z nich musíš odebrat samostatně.)
(Benjamín 2014, [3])





a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 9

Řešení:



Na obrázku je zobrazeno, které krychličky odebereme. Jiné možnosti získáváme pouze otáčením krychle.

Musíme odebrat 7 krychliček.

Správná odpověď: d

Úlohy za 5 bodů

17. V písňovém automatu je za sebou zařazeno 5 písní, které se bez přestávky hrají stále dokola v pořadí A, B, D, D a E. Píseň A trvá 3 minuty, píseň B 2 minuty 30 sekund, píseň C 2 minuty, píseň D 1 minutu 30 sekund a píseň E 4 minuty. Když Petr odcházel, hrála píseň C. Která píseň hrála, když se přesně za hodinu vrátil zpět? (Benjamín 2014, [3])

a) A b) B c) C d) D e) E

Řešení:

Spočteme si, jak dlouho trvá, než se zahraje všech 5 písní: 3 min + 2, 5 min + 2 min + + 1,5 min + 4 min = 13 min. Do jedné hodiny se vejde 13 minut 4 krát a 8 minut zbude. Pokračování řešení je znázorněno tabulkou.

4 · (C + D + E + A + B)	+ C	+ D	+ E	+ **A**
52 min	52 min + 2 min = 54 min	54 minut + 1 min 30 s = 55 min 30 s	55 min 30 s + 4 min = 59 min 30 s	59 min 30 s + 3 min = **1h 2 min 30s**

Když se Petr vrátil po hodině, hrála píseň A. *Správná odpověď: a*

18. Na Karafiátově ulici rostou stromy pouze po jedné straně. Celkem je jich 60. Zajímavé je, že každý druhý strom je javor a každý třetí strom je buď lípa nebo javor. Všechny zbývající stromy jsou břízy. Kolik bříz roste na Karafiátově ulici? (Benjamín 2014, [3])

a) 10 b) 15 c) 20 d) 24 e) 30

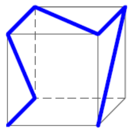
Řešení:

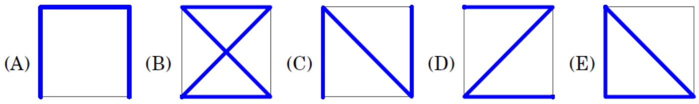
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
bříza	javor	lípa	javor	**bříza**	lípa	**bříza**	javor	lípa	javor	**bříza**	javor
		javor			javor			javor			

Situaci dvou cyklů je znázorněna v tabulce. Cyklus se opakuje po 6. V jednom cyklu jsou 2 břízy. Cyklů máme 60 : 6 = 10. Z tabulky zjistíme, že břízy jsou na místě, které není ani sudé ani liché. Tedy bříz je 10 · 2 = <u>20</u>.

Správná odpověď: c

19. Na průhlednou plastovou krychli byla přichycena tenká barevná stuha tak, jak je znázorněno na obrázku. Prohlédl sis krychli ze všech stran. Kterou z možností (A) až (E) jsi nemohl vidět? (Benjamín 2014, [3])

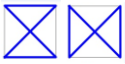


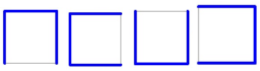


Řešení:

Zobrazíme všechny možnosti, které lze vidět i po otočení krychle.

půdorys (shora): 

bokorys (z boku): 

nárys (zepředu): 

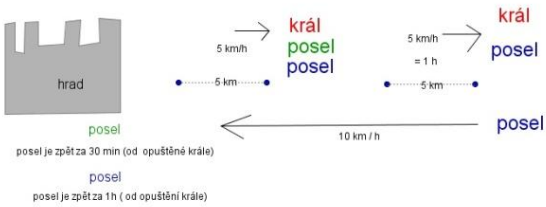
Nemůžeme vidět možnost zobrazenou na obrázku E. *Správná odpověď: e*

20. Král a jeho poslové cestují směrem z hradu do králova letního sídla rychlostí 5 km/h. Každou hodinu pošle král jednoho posla zpět do hradu, přičemž posel jede rychlostí 10 km/h. Jaká doba uplyne mezi příjezdy dvou po sobě jedoucích poslů do hradu? (Benjamín 2014, [3])

a) 30 min b) 60 min c) 75 min d) 90 min e) 120 min

Řešení:

Po 1 h jízdy se začne vracet 1. posel a za $\frac{1}{2}$ h (tj. 30 min) je zpět na hradě. Teprve za další půl hodinu od příjezdu 1. posla na hrad se začne vracet 2. posel a jeho cesta mu bude trvat 1 h. Tedy doba příjezdu mezi 2 posly je 30 min + 1h = <u>90 min</u>.



Správná odpověď: d

21. Na tabuli byla napsána 3 jednociferná čísla. Alan je sečetl a dostal číslo 15. Potom jedno z čísel smazal a na jeho místo napsal číslo 3. Následně Radka tři čísla zapsaná na tabuli vynásobila a dospěla k výsledku 36. Které číslo Alan smazal? (Benjamín 2014, [3])

a) buď 6 nebo 7 b) buď 7 nebo 8 c) jedině 6 d) jedině 7 e) jedině 8

Řešení:

Označme si tři čísla neznámými *x, y, z*. Platí x + y + z = 15. Bez újmy na obecnosti předpokládejme, že Alan smazal číslo *x*. Pak 3 · y · z = 36, tedy y · z =12. Hledáme, která dvě jednociferná čísla dají při vynásobení 12. Mohou to být čísla 2 a 6 nebo 3 a 4. Teď už stačí jen dopočítat číslo *x*, aby součet tří čísel byl vždy 15. Číslo *x* může být 7 nebo 8. *Správná odpověď: b*

22. Králík Vasja miluje zelí a mrkev. Za jeden den sní buď 1 hlávku zelí a 4 mrkve, nebo 9 mrkví, nebo 2 hlávky zelí. Některé dny však jí pouze trávu. Za posledních 10 dní snědl Vasja celkem 30 mrkví a 9 hlávek zelí. Kolik z těchto dní jedl pouze trávu? (Benjamín 2014, [3])

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

Řešení:

Pokusíme se určit, kolik dní jedl Vajsa jen zelí, jen mrkev nebo 1 hlávku a 4 mrkve, aby celkem snědl 30 mrkví a 9 hlávek zelí.

2 dny 9 mrkví ……………………………… sní 18 mrkví

3 dny 1 hlávka zelí a 4 mrkve ……………. sní 3 hlávky zelí a 12 mrkví

3 dny 2 hlávky zelí ………………………… sní 6 hlávek zelí

9 hlávek zelí a 30 mrkví

Na snězení zadaného počtu mrkví a zelí potřebuje Vasja 2 + 3 + 3 = 8 dní. Zbylé 2 dny jí pouze trávu. *Správná odpověď: c*

23. Dan měl doplnit do prázdných polí tabulky na obrázku čísla od 5 do 9. (Každé číslo musel použít.) Věděl, že pro číslo 5 měl být součet čísel v sousedních polích (s jednou společnou stranou) roven 9. Určete součet čísel v polích sousedících s číslem 6. (Benjamín 2014, [3])

1		3
2		4

a) 14 b) 15 c) 17 d) 28 e) 29

Řešení:

Řešení úlohy je doplněno obrázkem.

Do tabulky doplníme čísla 5, 6, 7 , 8 a 9. Každé číslo můžeme použít pouze jednou. Součet sousedů s číslem 5 je 9. 5 nemůže být mezi 1 a 3, protože dalším jeho sousedem by bylo číslo 9 - 1 - 3 = 5. 5 by byla použita 2 krát. Nemůže být ani mezi 3 a 4, protože dalším sousedem by bylo číslo 9 - 3 - 4 = 2. To je již v tabulce doplněno. Nemůže být ani mezi 2 a 4, protože dalším sousedem by bylo číslo 9 - 2 - 4 = 3. To je také již v tabulce doplněna. 5 je mezi 1 a 2. Jejím dalším sousedem je číslo 9 - 1 - 2 = 6. Na zbylá políčka doplníme čísla 7, 8 a 9 (viz. obrázek). Součet sousedů s číslem 6 je 5 + 7 + 8 + 9 = 29

1	7, 8, 9	3
5	6	7, 8, 9
2	7, 8, 9	4

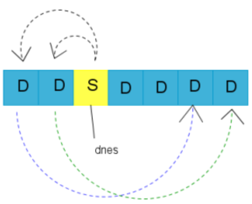
Správná odpověď: e

24. V Deštivém království každému slunečnému dni přímo předchází dva po sobě jdoucí dny deštivé. Navíc pátý den po každém deštivém dni následuje další deštivý den. Dnes je slunečno. Na nejvíce kolik dní dopředu lze s jistotou předpovědět počasí? (Benjamín 2014, [3])

a) 1 den　　b) 2 dny　　c) 4 dny

d) ani na jeden den　　e) na libovolný následující den

Řešení:



Označme S - sluneční den a D - deštivý den. Dnes je slunečný den. Ze zadání víme, že každému slunečnému dni předchází 2 dny deštivé. Zítra (1. den) bude den deštivý. Nemůže být slunečný, protože by nebyla splněna podmínka, že každému slunečnému dni předchází 2 dny deštivé. Pozítří (2. den) bude den deštivý. Nemůže být slunečný, protože by nebyla opět splněna podmínka, že každému slunečnému dni předchází 2 dny deštivé. Popozítří (3. den) bude den deštivý. Předevčírem byl den deštivý a ze zadání víme, že pátý den po každém deštivém dni následuje další deštivý den. 4. den bude den deštivý. Předevčírem byl den deštivý a ze zadání víme, že pátý den po každém deštivém dni následuje další deštivý den. Pátý den nelze s jistou určit.

S jistotou můžeme předpověď počasí určit na 4 dny dopředu.

Správná odpověď: c

Kadet

Úlohy za 3 body

17. Soutěž Klokan se koná každý rok třetí čtvrtek v březnu. Určete nejpozdější možné datum konání této soutěže. (Kadet 2013, [3])

a) 14. března b) 15. března c) 20. března d) 21. března e) 22. března

1. řešení:

Březen má 31 dní.

PO	ÚT	ST	ČT	PÁ	SO	NE
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

PO	ÚT	ST	ČT	PÁ	SO	NE
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

PO	ÚT	ST	ČT	PÁ	SO	NE
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

PO	ÚT	ST	ČT	PÁ	SO	NE
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

PO	ÚT	ST	ČT	PÁ	SO	NE
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

PO	ÚT	ST	ČT	PÁ	SO	NE
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

PO	ÚT	ST	ČT	PÁ	SO	NE
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

Sestavili jsme všechny možné způsoby kalendáře na březen. Zjistili jsme, že nejpozdější datum pro třetí čtvrtek je 21. března. *Správná odpověď: d*

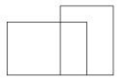
2. řešení:

Sestavíme-li kalendář na březen od pondělí 1.3. bude se Klokan psát ve čtvrtek 18. 3.

(viz 1. tabulka v 1. řešení). Abychom zvýšili datum soutěže, stačí posunout datum 1.3. o tři dny zpět, tedy 1.3. přesuneme na pátek. Pak třetí čtvrtek vychází na 21. března.

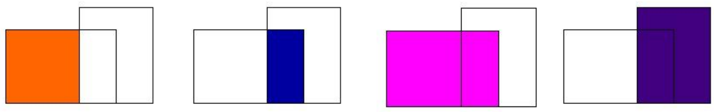
Správná odpověď: d

18. Kolik čtyřúhelníků jakékoli velikosti je na obrázku? (Kadet 2014, [3])



a) 1   b) 2   c) 3   d) 4   e) 5

Řešení:



Na obrázcích jsou zobrazena všechna možná řešení.

Existují 4 čtyřúhelníky.

Správná odpověď: d

19. Vypočítejte 2014 · 2014 : 2104 - 2014. (Kadet 2014, [3])

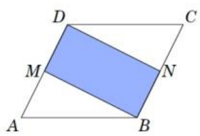
a) 0   b) 1   c) 2013   d) 2014   e) 4028

Řešení:

2014 · 2014 : 2104 - 2014 = 2014 · 1 - 2014 = 2014 - 2014 = $\underline{\underline{0}}$

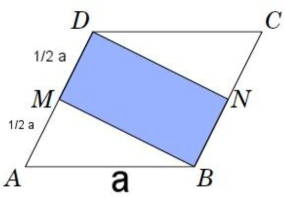
Správná odpověď: a

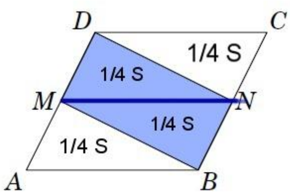
20. Obsah rovnoběžníku ABCD je 10 cm^2. Body M a N jsou středy stran AD a BC. Vypočítejte obsah čtyřúhelníku MBND. (Kadet 2014, [3]))



a) 2,5 cm^2 b) 5 cm^2 c) 10 cm^2 d) 12 cm^2 e) nelze určit

Řešení:





Spojíme-li body M a N, rozdělíme rovnoběžník ABCD na dvě poloviny. Obsah každého z nich je $\frac{1}{2}$ z 10 cm^2 a můžeme si všimnout, že jde o rovnoběžníky. Každý z nich je rozdělen úhlopříčkou opět na polovinu tedy $\frac{1}{4}$ celého obsahu (viz. obrázek). Pak $\frac{1}{4}$ S + $\frac{1}{4}$ S = $\frac{2}{4}$ S = $\frac{1}{2}$ S = $\frac{1}{2}$ 10 cm^2 = $\underline{\underline{5\ cm^2}}$

Obsah čtyřúhelníku MBND je 5 cm^2.

Správná odpověď: b

21. Petr má hodinu klavíru dvakrát týdně a Honza má hodinu klavíru každý druhý týden. Po kolika týdnech bude mít Petr přesně o 15 hodin více než Honza? (Kadet 2014, [3])

a) 30 b) 25 c) 20 d) 15 e) 10

1. řešení:

Řešení úlohy je znázorněno tabulkou.

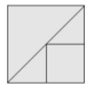
	Petr	Honza
1. týden	1. a 2. hodina **II**	
2. týden	3. a 4. hodina **II II**	1. hodina **I**
3. týden	4. a 6. hodina **II II II**	
4. týden	7. a 8. hodina **II II II II**	2. hodina **II**
5. týden	9. a 10. hodina **II II II II II**	
6. týden	11. a 12. hodina **II II II II II II**	3. hodina **II I**
7. týden	13. a 14. hodina **II II II II II II II**	
8. týden	15. a 16. hodina **II II II II II II II II**	4. hodina **II II**
9. týden	17. a 18. hodina **II II II II II II II II II**	
10. týden	19. a 20. hodina **II II II II II II II II II II** (o 15h více než Honza)	5. hodina **II II I**

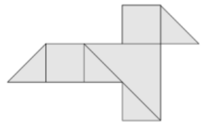
10. týden bude mít Petr o 15h více než Honza. *Správná odpověď: e*

2. řešení:

Pokud si počet hodin u hochů znázorníme do tabulky (viz. tabulka v 1. řešení), můžeme si všimnout, že vždy po 2 týdnech má Petr o 3 h více než Honza. Aby měl o 15 h více, musí uplynout $5 \cdot 2$ týdny = 10 týdnů. *Správná odpověď: e*

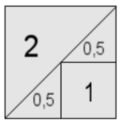
22. Monika rozstříhala několik stejných papírů tvaru čtverce o obsahu 4 cm^2 na menší čtverce a pravoúhlé trojúhelníky jak vidíš na obrázku vlevo. Z některých kousků papíru pak sestavila útvar znázorněný na obrázku vpravo. Určete jeho obsah. (Kadet 2014, [3])

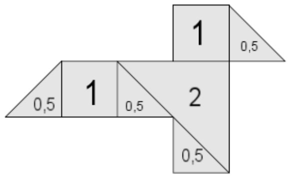




a) 3 cm^2 b) 4 cm^2 c) $\frac{9}{2}$ cm^2 d) 5 cm^2 e) 6 cm^2

Řešení:





Obsah velkého čtverce je a · a = 4 cm^2. Strana a = 2 cm. Dopočteme si obsahy jednotlivých částí rozstříhaného papíru (v cm^2) a doplníme tyto údaje do obrázků. Obsah útvaru na obrázku vpravo je 0,5 + 1 + 0,5 + 2 + 0,5 + 1 + 0,5 = 6 cm^2. *Správná odpověď: e*

23. Mezi následujícími čísly vyberte největší. (Kadet 2014, [3])

a) 44 · 777 b) 55 · 666 c) 77 · 444 d) 88 · 333 e) 99 · 222

1. řešení:

Všechny součiny vypočítáme a porovnáme.

a) 44 · 777 = 34 188
b) 55 · 666 = 36 630 (největší)
c) 77 · 444 = 34 188
d) 88 · 333 = 29 304
e) 99 · 222 = 21 978

Správná odpověď: b

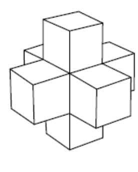
2. řešení:

Každý ze součinu se dá upravit na k-násobek čísla 11 · 111.

a) k = 4 · 7 = 28
b) k = 5 · 6 = 30 (největší)
c) k = 7 · 4 = 28
d) k = 8 · 3 = 24
e) k = 9 · 2 = 18

Správná odpověď: b

24. Jiří postavil model na obrázku ze sedmi jednotkových krychlí. Kolik takových krychlí musí Jiří k tomuto modelu přidat, aby vytvořil krychli s hranami o délce 3 cm? (Kadet 2014, [3])



a) 12 b) 14 c) 16 d) 18 e) 20

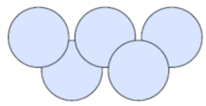
Řešení:

Objem krychle o straně 3 cm je V = a^3 = 3^3 = 27. Na tuto krychli je použito 27 jednotkových krychlí. Jirka musí doplnit ke svým 7 krychlím dalších 20.

Správná odpověď: e

Úlohy za 4 body

17. Obsah každého kruhu útvaru na obrázku je 1 cm^2. Oblast společná dvěma překrývajícím se kruhům má vždy obsah $\frac{1}{8}$ cm^2. Určete obsah tohoto útvaru. (Kadet 2014, [3])



a) 4 cm^2 b) $\frac{9}{2}$ cm^2 c) $\frac{35}{8}$ cm^2 d) $\frac{39}{8}$ cm^2 e) $\frac{19}{4}$ cm^2

Řešení:

kruhů …………………..… 5 obsah ….. 1 cm^2 => obsah: $5 \cdot 1 = 5$ cm^2

překrytých ploch ……… 4 obsah …… $\frac{1}{8}$ cm^2 => obsah: $4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ cm^2

Obsah obrazce = (kruhy - překrytí) = $5 - \frac{1}{2} = \frac{10-1}{2} = \underline{\underline{\frac{9}{2}\ cm^2}}$.

Správná odpověď: b

18. Letos si babička, její dcera a její vnučka všimly, že součet jejich věků je 100 let. Věk každé z nich je mocnina čísla 2. Kolik let má vnučka? (Kadet 2014, [3])

a) 1 b) 2 c) 4 d) 8 e) 16

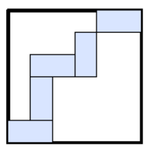
Řešení:

Číslo 100 máme rozložit na součet tří mocnin čísla 2. Možnosti mocniny čísla 2 jsou:
$2^0 = 1$, $2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$, $2^4 = 16$, $2^5 = 32$, $2^6 = 64$, $2^7 = 128$, atd.

Možná kombinace je 64 + 32 + 4 = 100. Babičce je 64 let, dceři je 32 let a vnučce jsou 4 roky.

Správná odpověď: c

19. Pět shodných obdélníků je umístěno ve čtverci s délkou strany 24 cm tak, jak je znázorněno na obrázku. Vypočítejte obsah jednoho obdélníku. (Kadet 2014, [3])



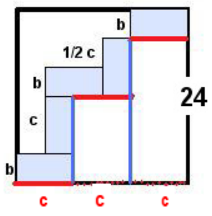
a) 12 cm^2 b) 16 cm^2 c) 18 cm^2 d) 24 cm^2 e) 32 cm^2

1. řešení:

Označíme si strany obdélníka jako *b* (šířka) a *c* (délka). Při pohledu zboku je 24 = 2b + + 2c. při pohledu zdola musí být situace stejná a to znamená, že 2b = c. Pak ale c = 8 cm a b = 4 cm. Obsah obdélníka je b · c = 4 · 8 = $\underline{\underline{32\ \text{cm}^2}}$.

Správná odpověď: e

2. řešení:



Označíme si strany obdélníka neznámými *a* a *b*. Z obrázku plyne, že 3c (označeno červenou barvou) = 24 (tj. c = 8 cm), dále b = $\frac{1}{2}$ c = $\frac{1}{2}$ · 8 = 4 cm. Obsah obdélníka je b · c = 4 · 8 = $\underline{\underline{32\ \text{cm}^2}}$.

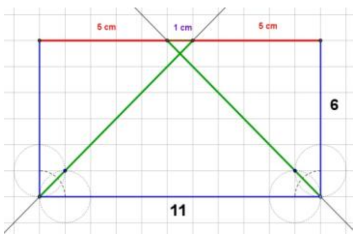
Správná odpověď: e

20. Obdélník má strany o délkách 6 cm a 11 cm. Osy jeho vnitřních úhlů u krajních bodů jedné jeho delší strany rozdělí protější stranu na tři části. Vypočtěte jejich délky. (Kadet 2014, [3])

a) 1 cm, 9 cm, 1 cm b) 2 cm, 7 cm, 2 cm c) 3 cm, 5 cm, 3 cm

d) 4 cm, 3 cm, 4 cm e) 5 cm, 1 cm, 5 cm

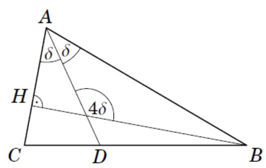
Řešení:



Narýsujeme obdélník o délkách 6 cm a 11 cm do sítě o velikosti 1 cm. Uděláme osy úhlů. Osy úhlů nám rozdělí delší úsečku o délce 11 cm na 3 části o velikostech 5 cm, 1 cm a 5 cm.

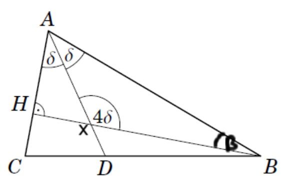
Správná odpověď: e

21. Nechť BH je výška a AD osa vnitřního úhlu při vrcholu A trojúhelníku ABC (viz obrázek). Velikost tupého úhlu, pod kterým se protínají úsečky BH a AD, je čtyřnásobkem velikosti úhlu DAB. Určete velikost vnitřního úhlu CAB. (Kadet 2014, [3])



a) 30° b) 45° c) 60° d) 75° e) 90°

Řešení:



V trojúhelníku XBA dopočítáme úhel XBA (označen jako β):

β = 180° - (δ + 4 δ) = 180° - 5δ. V trojúhelníku HBA je β = 90° - 2δ. Pak platí: 180° - 5δ = 90° - 2δ, tj. δ = 30°.

Velikost úhlu CAB je δ + δ = 30° + 30° = $\underline{\underline{60°}}$.

Správná odpověď: c

22. Jack Sparrow a jeho pirátská posádka vykopali několik zlatých mincí. Mince si mezi sebou rozdělili tak, že každý dostal stejný počet mincí. Kdyby v posádce bylo o čtyři piráty méně, tak by každý pirát dostal o 10 mincí více. Kdyby vykopali o 50 mincí méně, tak by každý pirát dostal o 5 mincí méně. Kolik mincí vykopali? (Kadet 2014, [3])

a) 80 b) 100 c) 120 d) 150 e) 250

Řešení:

Vyzkoušíme postupně dosadit jednotlivé možnosti. Pirátů bylo celkem 50 : 5 = 10.

a) 10 pirátů vykopalo 80 mincí. Jeden pirát dostal 80 : 10 = 8 mincí. Když by bylo 6 pirátů, každý by dostal 80 : 6 = 13,33 mince. Zároveň platí podmínka, že 6 pirátů dostane o 10 mincí více (než když bylo 10 pirátů), pak jeden pirát dostane 10 + 8 = 18 mincí. Řešení je chybné, neboť 13,33 ≠ 18.

b) 10 pirátů vykopalo 100 mincí. Jeden pirát dostal 100 : 10 = 10 mincí. Když by bylo 6 pirátů, každý by dostal 100 : 6 = 16,66 mince. Zároveň platí podmínka, že 6 pirátů dostane o 10 mincí více (než když bylo 10 pirátů), pak jeden pirát dostane 10 + 10 = 20 mincí. Řešení je chybné, neboť 16,66 ≠ 20.

c) 10 pirátů vykopalo 120 mincí. Jeden pirát dostal 120 : 10 = 12 mincí. Když by bylo 6 pirátů, každý by dostal 120 : 6 = 20 mincí. Zároveň platí podmínka, že 6 pirátů dostane o 10 mincí více (než když bylo 10 pirátů), pak jeden pirát dostane 10 + 12 = 22 mincí. Řešení je chybné, neboť 22 ≠ 20.

d) 10 pirátů vykopalo 150 mincí. Jeden pirát dostal 150 : 10 = 15 mincí. Když by bylo 6 pirátů, každý by dostal 150 : 6 = 25 mincí. Zároveň platí podmínka, že 6 pirátů dostane o 10 mincí více (než když bylo 10 pirátů), pak jeden pirát dostane 10 + 15 = 25 mincí. Řešení je správné, neboť 25 = 25.

e) 10 pirátů vykopalo 250 mincí. Jeden pirát dostal 250 : 10 = 25 mincí. Když by bylo 6 pirátů, každý by dostal 250 : 6 = 41,66 mince. Zároveň platí podmínka, že 6 pirátů dostane o 10 mincí více (než když bylo 10 pirátů), pak jeden pirát dostane 10 + 25 = 35 mincí. Řešení je chybné, neboť 1,66 ≠ 35.

Jack Sparrow a jeho pirátská posádka vykopali 150 mincí. *Správná odpověď: d*

23. Kamil vpisuje všechna čísla od 1 do 9 do políček tabulky o velikosti 3×3 tak, že každé políčko obsahuje jedno číslo. Do políček již vepsal 1, 2, 3 a 4 tak, jak ukazuje obrázek. Dvě čísla jsou považována za „sousedy“, jestliže jejich políčka mají společnou stranu. Poté co Kamil vepsal do tabulky všechna čísla, všiml si, že součet čísel sousedících s číslem 9 je 15. Vypočítejte součet „ sousedů“ čísla 8? (Kadet 2014, [3])

1		3
2		4

a) 12 b) 18 c) 20 d) 26 e) 27

Řešení:

1	5; 6; 7	3
5; 6; 7	**8**	**9**
2	5; 6; 7	4

9 mezi 1 a 2 nelze být, protože 15 - 1 - 2 = 12. Dalším sousedem 9, by byla 12 a ta není v nabídce. 9 mezi 1 a 3 nelze být, protože 15 - 1 - 3 = 11. Dalším sousedem 9, by byla 11 a ta není v nabídce. 9 mezi 2 a 4 nelze být, protože 15 - 2 - 4 = 9. Dalším sousedem 9, by byla 9 a ta může být použita pouze jednou. 9 je mezi 3 a 4, protože 15 - 3 - 4 = 8. Tato podmínka lze splnit. 9 je mezi 3 a 4, dalším sousedem 9 je tedy 8. V dalších okýnkách (okýnko mezi 1 a 3; 1 a 2; 2 a 4) jsou čísla 5, 6 a 7. Jejich umístění přesně nevíme. Víme, že čísla 5, 6 a 7 jsou sousedi čísla 8 spolu s číslem 9. Součet sousedů čísla 8 je 5 + 6 + 7 + 9 = 27

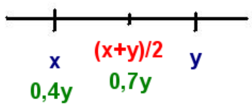
Správná odpověď: e

24. Průměr dvou kladných čísel je o 30 % menší než jedno z nich. O kolik procent je tento průměr větší než druhé z nich? (Kadet 2014, [3])

a) o 75 % b) o 70 % c) o 30 % d) o 25 % e) o 20 %

1. řešení:

Situaci si můžeme znázornit, čísla označíme jako x a y. Aritmetický průměr je číslo uprostřed mezi čísly x a y. Protože y je 100 %, $\frac{x+y}{2}$ je 70 % z y, pak x = 40 % z y. Nyní sestavíme trojčlenku a dopočítáme kolik % je 0,7y, když 0,4y je 100 %.



0,7 …………..... x %
0,4 ……….. 100%

$$\frac{0,4}{0,7} = \frac{100}{x}$$

0,4 x = 70

x = 175 %

Rozdíl: 175 % - 100 % = 75 %

Průměr je větší o 75 %. *Správná odpověď: a*

2. řešení:

Jelikož zadání není specifikované, počítáme pouze s kladnými čísly. Úlohu neřešíme obecně, ale jednoznačně. Zvolíme si chytře číslo 1 = 100 = x. Průměr je o 30 % menší, tedy $\frac{x+y}{2} = 70$. Dopočteme *y* jako $\frac{x+y}{2} = 70$, $\frac{100+y}{2} = 70$, 100 + y = 140, y = 40.

O kolik % je větší 70 než 40?

40 ………………………… 100 %

70 ……………………...... x %

$\frac{70}{40} = \frac{x}{100}$

$x = \frac{7}{4} \cdot 100$

$x = 175\ \%$

40 odpovídá 100 %.

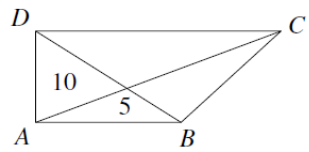
70 odpovídá 175 %

Rozdíl: 175 % - 100 % = 75 %.

Správná odpověď: a

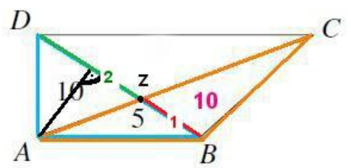
Úlohy za 5 bodů

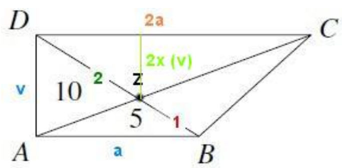
17. Čtyřúhelník ABCD má pravé úhly jen u vrcholů A a D. Čísla vyjadřují obsahy dvou ze čtyř trojúhelníků (viz obrázek). Vypočítejte obsah čtyřúhelníku ABCD. (Kadet 2014, [3])

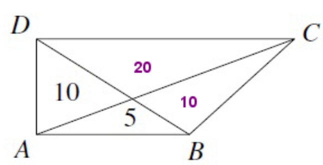


a) 60 b) 50 c) 45 d) 40 e) 35

Řešení:







Ze zadání víme, že obsah △ ABD = 10 + 5 = 15 cm^2. Protože △ ABD a △ ABC mají společnou základnu AB a stejnou výšku na stranu AB, jsou jejich obsahy stejné. Proto obsah △ BZC = 10 cm^2. △ ABD je úsečkou AZ rozdělen na dva △ se stejnou výškou a poměr jejich obsahů je 1 : 2. To znamená, že poměr stran $|BZ| : |ZD|$ je také 1 : 2. Totéž můžeme říci o △ BCD, který je úsečkou CZ rozdělen na dva △ se společnou výškou. Protože $|BZ| : |ZD| = 1 : 2$ je poměr obsahu △ BCZ a △ ZDC je také 1 : 2. Obsah △ ZDC je 20 cm^2. Obsah lichoběžníku ABCD je10 + 5 + 10 + 20 = 45 cm^2.

Správná odpověď: c

18. Starožitná váha je porouchaná. Pokud něco váží méně než 1 000 g, ukáže váha sice správnou hmotnost, ale pokud něco váží stejně nebo více než 1 000 g, může váha ukázat jakékoli číslo větší než 1 000 g. Máme 5 závaží o hmotnostech vždy menších než 1 000 g: A g, B g, C g, D g, E g. Když je zvážíme po dvojicích, ukáže váha následující: B + D = 1 200, C + E = 2 100, B + E = 800, B + C = 900, A + E = 700. Které závaží je nejtěžší? (Kadet 2014, [3])

a) A b) B c) C d) D e) E

Řešení:

U údajů B + D = 1200 a C + D = 2100 váha nevážila správně, ale alespoň víme, že součet těchto dvojic je více než 1000, toto zjištění nám později pomůže. Další tři údaje jsou naváženy přesně (B + E = 800, B + C = 900, A + E = 700) a z nich můžeme vyvodit vztahy mezi některými závažími. Zjistíme, že B + E = 800 a B + C = 900 pak E < C. Podobně B + E = 800 a A + E = 700 pak A < B. Z údajů B + C = 900 a C + E = 2100 je zřejmé, že B < E. Už víme, že A < B < E < C. Potřebujeme ještě porovnat závaží D. Víme, že B + C = 900 a B + D = 1200 pak C < D. Došli jsme k závěru, že A < B < E < C < D. Nejtěžší závaží je označené písmenem D.

Správná odpověď: d

19. Ema a Soňa soutěží v řešení úloh. Každá z nich dostala stejný seznam 100 úloh. Pokud některá vyřešila některou úlohu jako první, dostala 4 body, pokud jako druhá, dostala jen 1 bod. Každá vyřešila 60 úloh a celkem získaly 312 bodů. Kolik bylo úloh, které vyřešily obě dívky? (Kadet 2014, [3])

a) 53 b) 54 c) 55 d) 56 e) 57

Řešení:

Vyřešených úloh je celkem $60 \cdot 2 = 120$.

a) 53 úloh vyřešily obě dívky. Za 53 úloh získaly 4 body, tak i 1 bod. Celkem za tyto úlohy získaly $53 \cdot 4 + 53 = 265$ bodů. Jedna z dívek vyřešila $120 - 53 - 53 = 14$ úloh, za které získala $14 \cdot 4 = 56$ bodů. Za vyřešené společné úlohy a samostatné úlohy získaly celkem $265 + 56 = 321$ bodů. Řešení je chybné ($321 \neq 312$).

b) 54 úloh vyřešily obě dívky. Za 54 úloh získaly 4 body, tak i 1 bod. Celkem za tyto úlohy získaly $54 \cdot 4 + 54 = 270$ bodů. Jedna z dívek vyřešila $120 - 54 - 54 = 12$

úloh, za které získala $12 \cdot 4 = 48$ bodů. Za vyřešené společné úlohy a samostatné úlohy získaly celkem $270 + 48 = 318$ bodů. Řešení je chybné ($318 \neq 312$).

c) 55 úloh vyřešily obě dívky. Za 55 úloh získaly 4 body, tak i 1 bod. Celkem za tyto úlohy získaly $55 \cdot 4 + 55 = 275$ bodů. Jedna z dívek vyřešila $120 - 55 - 55 = 10$ úloh, za které získala $10 \cdot 4 = 40$ bodů. Za vyřešené společné úlohy a samostatné úlohy získaly celkem $275 + 40 = 315$ bodů. Řešení je chybné ($315 \neq 312$).

d) 56 úloh vyřešily obě dívky. Za 56 úloh získaly 4 body, tak i 1 bod. Celkem za tyto úlohy získaly $56 \cdot 4 + 56 = 280$ bodů. Jedna z dívek vyřešila $120 - 56 - 56 = 8$ úloh, za které získala $8 \cdot 4 = 32$ bodů. Za vyřešené společné úlohy a samostatné úlohy získaly celkem $280 + 32 = 312$ bodů. Řešení je správné ($312 = 312$).

e) 57 úloh vyřešily obě dívky. Za 57 úloh získaly 4 body, tak i 1 bod. Celkem za tyto úlohy získaly $57 \cdot 4 + 57 = 285$ bodů. Jedna z dívek vyřešila $120 - 57 - 57 = 6$ úloh, za které získala $6 \cdot 4 = 24$ bodů. Za vyřešené společné úlohy a samostatné úlohy získaly celkem $285 + 24 = 309$ bodů. Řešení je chybné ($309 \neq 312$).

Dívky vyřešily 56 společných úloh. *Správná odpověď: d*

20. Tom jel na kole z Edinburghu na svou zahrádku. Podle plánu měl přijet v 15:00, ale ze $\frac{2}{3}$ plánovaného času ujel $\frac{3}{4}$ vzdálenosti. Pak zpomalil, ale přijel přesně na čas. Vypočítejte poměr rychlosti v první části cesty k rychlosti v druhé části cesty. (Kadet 2014, [3])

a) 5:4 b) 4:3 c) 3:2 d) 2:1 e) 3:1

<u>*Řešení:*</u>

$\frac{cesta}{čas} : \frac{cesta}{čas}$ Cestu označíme *x*, čas označíme *t*. Rychlost vypočteme tak,

$\frac{\frac{3x}{4}}{\frac{2t}{3}} : \frac{\frac{1x}{4}}{\frac{1t}{3}}$ že cestu vydělíme časem (vzore: rychlost $= \frac{\text{cesta}}{\text{čas}}$).

$\frac{3x}{4} \cdot \frac{3}{2t} : \frac{x}{4} \cdot \frac{3}{t}$

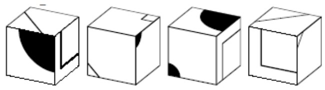
$\frac{9x}{8t} : \frac{3x}{4t}$ *poznámka:* $\frac{3x}{4t} \cdot \frac{2}{2} = \frac{3x}{4t}$

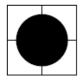
$\frac{9}{8} : \frac{6}{8}$

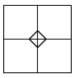
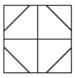
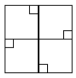
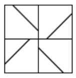
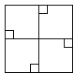
9 : 6 Poměr rychlosti v první části cesty k rychlosti v druhé části cesty je 3 : 2.

<u>3 : 2</u> *Správná odpověď: d*

21. Máme čtyři shodné krychle jako na obrázku vlevo. Krychle k sobě přiložíme tak, že se na jedné stěně objeví velký černý kruh (viz obrázek vpravo). Co můžeme vidět na protilehlé stěně? (Kadet 2014, [3])



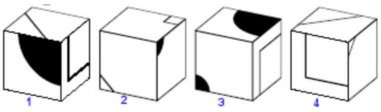


(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Řešení:

Při řešení této slovní úlohy jsem použila model kostky, na který jsem namalovala znázorněné obrazce. Řešení úlohy bylo hned jasné.

Nebo lze použít představivost a k řešení se také přijde.



Na obrázcích je vždy znázorněna: přední strana, pravá boční strana a horní strana. Zbytek je doplněn podle vytvořeného modelu.

1. kostka:
přední strana - velký čtvrtkruh
pravá boční strana - velký čtverec
horní strana - velká úhlopříčka
spodní strana - malý čtvrtkruh
zadní strana - malá úhlopříčka
levá boční strana - malý čtverec

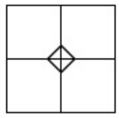
2. kostka:
přední strana - malá úhlopříčka
pravá boční strana - malý čtvrtkruh
horní strana - malý čtverec
spodní strana - velký čtverec
zadní strana - velký čtvrtkruh
levá boční strana - velká úhlopříčka

3. kostka:
přední strana - malý čtvrtkruh
pravá boční strana - velký čtverec
horní strana - velký čtvrtkruh
spodní strana - malá úhlopříčka
zadní strana - velká úhlopříčka
levá boční strana - malý čtverec

4. kostka:
přední strana - velký čtverec
pravá boční strana - malá úhlopříčka
horní strana - velká úhlopříčka
spodní strana - malý čtvrtkruh
zadní strana - malý čtverec
levá boční strana - velký čtvrtkruh

Z popisu lze vyčíst, že proti sobě jsou strany: velký čtverec - malý čtverec, malý čtvrtkruh - velká úhlopříčka, velký čtvrtkruh - malá úhlopříčka

Malé úhlopříčky dají obrazec na obrázku A

(A) 

Na protilehlé straně vidíme obrazec znázorněný na obrázku A.

Správná odpověď: a

22. Skupina lidí se skládá z pravdomluvných (vždy říkají pravdu), střídavých (pravidelně střídají pravdu a lež, tj. odpoví-li na první otázku lživě, na druhou odpoví pravdivě, na třetí zase lživě atd.), a lhářů (vždy lžou). Každému byly po sobě položeny tři následující otázky. Na otázku: „Jste pravdomluvný?“ odpovědělo 17 lidí „Ano“. Na otázku: „Jste střídaví?“ odpovědělo 12 lidí „Ano“ a na otázku: „Jste lhář?“ odpovědělo „Ano“ 8 lidí. Kolik je ve skupině pravdomluvných? (Kadet 2014, [3])

a) 4 b) 5 c) 9 d) 13 e) 17

<u>*Řešení:*</u>

Skupina lidí se skládá z pravdomluvných, střídavých a lhářů.

Položíme postupně otázky:

1. „Jste pravdomluvný?“ - 17 lidí odpoví „Ano“
   - odpověděli pravdomluvní, střídaví i lháři dohromady (odpovědělo 17 lidí).
2. „Jste střídaví?“ - 12 lidí odpoví „Ano“
   - odpověděli střídaví a lháři (bez pravdomluvných).
3. „Jste lhář?“ - 8 lidí odpoví „Ano“
   - odpověděli pouze střídaví (bez pravdomluvných a bez lhářů).

Z toho plyne, že střídavých je 8 (vyplívá to z 3. otázky), lhářů je 12 - 8 = 4 (vypočteme pomocí 2. otázky) a pravdomluvných je 17 - 8 - 4 = 5 (vypočteme z 1. otázky).

Ve skupině je 5 lidí pravdomluvných. *Správná odpověď: b*

23. Na tabuli je napsáno několik různých kladných celých čísel. Právě dvě z nich jsou dělitelná 2 a právě 13 z nich je dělitelných 13. Označme *M* největší z těchto čísel.

Určete nejmenší možnou hodnotu M. (Kadet 2014, [3])

a) 169 b) 260 c) 273 d) 299 e) 325

Řešení:

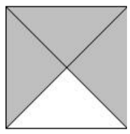
1	2	3	4	5		6		7	
13	26	39	52	65	78	91	104	117	130

8		9		10		11		12		13
143	156	169	182	195	208	221	234	247	260	273

Vypíšeme násobky třinácti. Z násobků třinácti vyškrtám čísla dělitelné dvěma (modrá barva). Musíme dvě čísla dělitelná dvěma ponechat (zelená barva). Vybereme první dvě nejmenší, jelikož chceme získat co nejmenší hodnotu. Na závěr zbylá čísla očíslujeme. Třinácté číslo (červená barva) je nejvyšší číslo a má hodnotu 273.

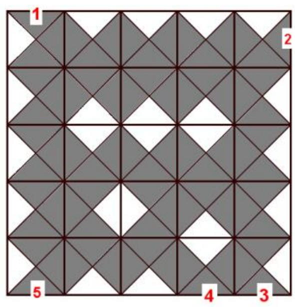
Správná odpověď: c

24. Čtverec o velikosti 5×5 je sestaven z kachliček o velikosti 1×1, které mají všechny stejný vzor, jak znázorňuje obrázek. Kterékoli dvě sousedící kachličky čtverce mají stejnou barvu podél společné strany. Obvod velkého čtverce se skládá z černých a bílých úseček o délce 1. Určete nejmenší možný počet černých úseček na obvodu. (Kadet 2014, [3])



a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

Řešení:



Nejprve vytvoříme 1. sloupec, následuje vytvoření horního řádku a posledního sloupce. Poté doplníme kachličky do prostoru 2. a 3. řádku, který vznikl podle pravidla (pravidlo: dvě sousedící kachličky čtverce mají stejnou barvu podél společné strany). Následuje doplnění 4. a pátého řádku.

Červenými čísly jsou označeny černé úsečky strany čtverce. Jejich počet je 5. Je to nejmenší počet, který tímto seskupením vznikne.

Na obvodu vzniklého čtverce je 5 černých úseček *Správná odpověď: b*