



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ÚSTAV MATEMATIKY  
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF MATHEMATICS

# VÝVOJ MATEMATICKÉHO MODELU PRO PREDIKCI SOUČINITELE PŘESTUPU TEPLA PŘI SPRCHOVÉM CHLAZENÍ HORKÝCH OCELOVÝCH POVRCHŮ

DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL FOR THE PREDICTION OF THE HEAT  
TRANSFER COEFFICIENT DURING SPRAY COOLING OF HOT STEEL SURFACES

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE  
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

BRIAN OBERTA

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

Ing. MARTIN CHABIČOVSKÝ, Ph.D.

BRNO 2021

# Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav matematiky
Student:	<b>Brian Oberta</b>
Studijní program:	Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor:	Matematické inženýrství
Vedoucí práce:	<b>Ing. Martin Chabičovský, Ph.D.</b>
Akademický rok:	2020/21

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

## **Vývoj matematického modelu pro predikci součinitele přestupu tepla při sprchovém chlazení horkých ocelových povrchů**

### **Stručná charakteristika problematiky úkolu:**

Sprchové chlazení horkých (až 1250 °C) ocelových povrchů je doprovázeno různými stádii varu. Tento děj je natolik složitý, že dosud neexistuje vhodný matematický či fyzikální model pro predikci součinitele přestupu tepla. Znalost součinitele přestupu tepla pro jednotlivé druhy trysek a jejich nastavení je však klíčová pro návrh chlazení pro ocelářský průmysl.

### **Cíle bakalářské práce:**

V rámci bakalářské práce se student seznámí s teorií varu při sprchovém chlazení a též s experimentálním zjišťováním součinitele přestupu tepla. Student porovná existující fyzikální a matematické přístupy k modelování této problematiky. Dále student využije rozsáhlou existující experimentální databázi pro tvorbu vhodného matematického modelu pro predikci součinitele přestupu tepla. V rámci bakalářské práce se předpokládá využití základních metod regresní analýzy a práce s programem MATLAB.

### **Seznam doporučené literatury:**

INCROPERA, F. P., DE WITT, D. P. Fundamentals of heat and mass transfer. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, 1990. ISBN 0-471-51729-1

MAYINGER, F. Thermo and Fluid Dynamic Principles of Heat Transfer during Cooling. In: LIŠČIC, B., TENSI, H. M., CANALE, L., TOTTEN, G. E., eds. Quenching theory and technology. 2nd ed., CRC Press Taylor & Francis Group, 2010, str. 129-157, ISBN 978-0-8493-9279-5

CHABIČOVSKÝ, M. Faktory ovlivňující sprchové chlazení za vysokých teplot. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 105 s. Vedoucí dizertační práce prof. Ing. Miroslav Raudenský, CSc.

YAO, S., COX, T.L. A general heat transfer correlation for impacting water sprays on high temperature surfaces. *Experimental Heat Transfer*, 2002, roč. 15, č. 4, str. 207-219

BERNARDIN, J., MUDAWAR, I. Film boiling heat transfer of droplet streams and sprays. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1997, 40 (11), str. 2579-2593

WENDELSTORF, J., SPITZER, K. H., WENDELSTORF, R. Spray water cooling heat transfer at high temperatures and liquid mass fluxes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2008, 51 (19-20), pp. 4902–4910

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2020/21

V Brně, dne

L. S.

---

prof. RNDr. Josef Šlapal, CSc.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## Abstrakt

Sprchové chladenie sa v metalurgickom priemysle využíva pri kontinuálnom odlievaní, valcovaní za tepla a tepelnom spracovaní. Chladiaca kvapalina je pomocou trysiek rozprašovaná na chladený povrch. Z fyzikálneho hľadiska sa jedná o nútenú konvekciu s prítomnosťou varu. Sprchové chladenie je ovplyvňované faktormi súvisiacimi s vlastnosťami chladiacej kvapaliny, v našom prípade vody (možstvo dopadajúcej vody, teplota vody, veľkosť dopadajúcich kvapiek a ich dopadové rýchlosti), a s vlastnosťami chladeného povrchu (teplota chladeného povrchu, drsnosť povrchu, prítomnosť oxidov a tiež typ materiálu). Doposiaľ neexistujú presné fyzikálne rovnice, ktoré by dokázali prenos tepla pri sprchovom chladení popísať. Táto práca sa venuje tvorbe modelu pre predikciu súčiniteľa prestupu tepla pri blanovom vare a modelu pre predikciu Leidenfrostovej teploty na základe vlastností sprchového chladenia (chladiacej kvapaliny, chladeného povrchu) s dôrazom na vplyv teploty chladiacej kvapaliny. Na základe údajov z experimentálnych meraní vytváram korelácie slúžiace k aproximácii súčiniteľa prestupu tepla a Leidenfrostovej teploty. Následne mnou vytvorené modely porovnávam s doteraz zverejnenými modelmi.

## Abstract

Spray cooling of hot surfaces is used in the metallurgical industry for continuous casting, hot rolling and heat treatment. The water is sprayed by the nozzle on the cooled surface. Physically speaking, the process of cooling can be characterized as forced convection with the presence of the boiling. The spray cooling is influenced by the factors depending on characteristics of cooling liquid (water impingement density, water temperature, droplet size, impact velocity) and characteristics of cooled surface (surface temperature, surface roughness, presence of oxides, type of material). In the moment, there are not exact physical equation which can precisely describe the complicated process of heat transfer during spray boiling. This thesis deals with the creation of the model for prediction of the heat transfer coefficient during film boiling and the model for prediction of the Leidenfrost temperature. These models are depending on characteristics of spray cooling. The creation of the models is based on experimentally measured data. My created models are then compared with already published models.

## Kľúčové slová

Sprchové chladenie, súčiniteľ prestupu tepla, Leidenfrostova teplota, blanový var

## Keywords

Spray cooling, heat transfer coefficient, Leidenfrost temperature, film boiling

## Bibliografická citácia

OBERTA, Brian. *Vývoj matematického modelu pro predikci součinitele přestupu tepla při sprchovém chlazení horkých ocelových povrchů*. 54 s., 6 s. příloha. Brno, 2021. Dostupné z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/133284>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav matematiky. Vedoucí práce Ing. Martin Chabičovský, Ph.D.



## **Prehlásenie**

Prehlasujem, že som bakalársku prácu *Vývoj matematického modelu pro predikci součinitele přestupu tepla při sprchovém chlazení horkých ocelových povrchů* vypracoval samostatne pod vedením Ing. Martina Chabičovského, Ph.D. s použitím materiálov uvedených v zozname literatúry.

Brian Oberta



### **Pod'akovanie**

Rád by som pod'akoval svojmu vedúcemu bakalárskej práce Ing. Martinovi Chabičovskému, Ph.D. za usmernenie, ochotu vždy poradiť, za čas strávený konzultáciami a prípravu materiálov a zdrojov.

Brian Oberta





# Obsah

Úvod	5
<b>1 Prenos tepla</b>	<b>6</b>
1.1 Prenos tepla vedením . . . . .	6
1.2 Prenos tepla prúdením . . . . .	6
1.3 Prenos tepla sálaním . . . . .	7
1.4 Var . . . . .	7
1.5 Faktory ovplyvňujúce prestup tepla pri sprchovom chladení . . . . .	9
1.6 Existujúce korelácie a modely pre predikciu súčiniteľa prestupu tepla a Leidenfrostovu teplotu . . . . .	11
1.6.1 Súčiniteľ prestupu tepla . . . . .	11
1.6.2 Leidenfrostova teplota . . . . .	12
<b>2 Regresná analýza</b>	<b>13</b>
2.1 Základné charakteristiky . . . . .	13
2.2 Regresná funkcia . . . . .	13
2.2.1 Lineárna regresia . . . . .	13
2.2.2 Nelineárna regresia . . . . .	14
2.3 Charakteristiky regresnej funkcie . . . . .	14
2.3.1 Reziduálny súčet štvorcov . . . . .	14
2.3.2 Celkový súčet štvorcov . . . . .	15
2.3.3 Koeficient determinácie . . . . .	15
2.4 Výpočet regresných koeficientov lineárnej regresie . . . . .	15
2.4.1 Metóda najmenších štvorcov . . . . .	15
2.5 Výpočet regresných koeficientov nelineárnej regresie . . . . .	16
2.5.1 Transformácia na lineárny model . . . . .	16
2.5.2 Optimalizácia . . . . .	16
2.6 Intervaly spoľahlivosti . . . . .	16
2.6.1 Výpočet intervalu spoľahlivosti . . . . .	17
<b>3 Laboratórne merania</b>	<b>19</b>
3.1 Súčiniteľ presupu tepla a Leidenfrostova teplota . . . . .	19
3.1.1 Popis experimentálneho zariadenia a vzorky . . . . .	19
3.1.2 Postup experimentu . . . . .	19
3.2 Sautrov stredný priemer kvapiek a rýchlosť kvapiek . . . . .	21
3.3 Impaktné tlaky . . . . .	22
3.3.1 Meranie impaktných tlakov . . . . .	22
3.3.2 Výpočet množstva dopadajúcej vody . . . . .	22
3.4 Experimentálne získané dáta . . . . .	25
<b>4 Modelovanie</b>	<b>26</b>
4.1 Súčiniteľ prestupu tepla . . . . .	26
4.1.1 Vzorové modely . . . . .	26
4.1.2 Vlastné modely . . . . .	29
4.2 Leidenfrostova teplota . . . . .	36
4.2.1 Vzorové modely . . . . .	36

4.2.2 Vlastné modely . . . . .	39
5 Porovnanie existujúcich korelácií a vlastných modelov	48
Záver	51
Zoznam použitej literatúry	53
Prílohy	55
Príloha A - Podobnostné čísla	55
Príloha B - Parametre pre výpočet množstva dopadajúcej vody	56
Príloha C - Lineárne tvary modelov pre výpočet súčiniteľa prestupu tepla a Leidenfrostovej teploty	57
Príloha D - Porovnanie vlastností vlastných modelov	58
Príloha E - Závislosť súčiniteľa prestupu tepla od množstva dopadajúcej vody pre model 4.5	59
Príloha F - Súbor v programe excel	60

## Vymedzenie cieľov práce

Cieľom tejto bakalárskej práce je oboznámiť sa s problematikou prenosu tepla pri sprchovom chladení, metódami regresnej analýzy a optimalizácie, a následné vytvorenie matematických modelov pre predikciu súčiniteľa prestupu tepla a Leidenfrostovej teploty.



# Úvod

Sprchové chladenie ako alternatíva k chladeniu vnorením sa využíva v rôznych priemyselných odvetviach. Táto práca sa venuje sprchovému chladeniu horúcich oceľových povrchov v metalurgickom priemysle. Pri sprchovom chladení za pomoci trysky striekame chladiace médium (vodu, vodu so vzduchom) na horúci oceľový povrch. Tým tento povrch ochladzujeme. Pri prestupe tepla z chladeného povrchu do chladiaceho média dochádza k nútenej konvekcií s fázovou premennou. Počas sprchového chladenia nastáva viacero režimov varu (bublinový var, prechodový var, blanový var) popísaných krivkou varu. Tieto režimy sa menia v závislosti od rozdielu teploty chladiaceho média a chladeného povrchu. Dôležitým tranzitným bodom je Leidenfrostova teplota, po jej dosiahnutí končí prechodový var a začína blanový var. Blanový var nastáva pri vysokých teplotách chladeného povrchu a vyznačuje sa nízkou efektívnosťou chladenia. Okrem režimu varu ovplyvňuje efektívnosť sprchového chladenia viacero faktorov. Medzi tieto faktory patrí množstvo dopadajúcej kvapaliny, dopadová rýchlosť kvapiek, sauterov stredný priemer kvapiek, teplota chladiacej kvapaliny, teplota povrchu a iné. Jedným z ukazovateľov efektivity sprchového chladenia je súčiniteľ prestupu tepla. Cieľom tejto práce je vytvorenie modelu pre predikciu súčiniteľa prestupu tepla pri blanovom varení a modelu pre predikciu Leidenfrostovej teploty. Model budem vytvárať pomocou optimalizácie a regresnej analýzy. Ako základ modelu poslúžia experimentálne odmerané hodnoty parametrov ovplyvňujúcich sprchové chladenie (nezávislé premenné) a odmerané hodnoty súčiniteľa prestupu tepla a Leidenfrostovej teploty (závislé premenné).

Prvá kapitola má za úlohu vysvetliť základné pojmy a súvislosti problematiky prenosu tepla a sprchového chladenia. Následne v nej prezentujem niektoré významné modely pre predikciu súčiniteľa prestupu tepla a Leidenfrostovej teploty. Druhá kapitola je venovaná štatistike, regresnej analýze a optimalizácii. Uvádžam v nej pojmy a metódy, ktoré budem neskôr používať pri vytváraní modelov, ich evaluácií a porovnaní. Tretia kapitola popisuje experimentálnu časť práce. Opisuje teda zostavenie experimentov, spôsob ich prevedenia, výstupné dáta a ich úpravu. Štvrtá kapitola je venovaná samotnej tvorbe modelov. Vstupujú do nej moje poznatky o problematike sprchového chladenia, regresnej analýzy a optimalizácie, odmerané dáta a existujúce modely. Výstup tejto kapitoly je viacero vlastných modelov pre predikciu súčiniteľa prestupu tepla pri blanovom varení a pre predikciu Leidenfrostovej teploty. V poslednej kapitole vyberám dva najvhodnejšie vlastné modely (jeden pre výpočet súčiniteľa prestupu tepla, druhý pre Leidenfrostovu teplotu) a porovnávam ich s už existujúcimi modelmi.

# 1 Prenos tepla

Nasledujúca kapitola slúži ako úvod do problematiky prenosu tepla pri sprchovom chladení. Informácie v tejto kapitole pochádzajú z dvoch primárnych zdrojov [1] [2]. Teplo je spolu s prácou prostriedok, pomocou ktorého si prostredie vymieňa energiu so svojím okolím. Prenos tepla je teda termálna energia v pohybe vyvolanom priestorovým rozdielom teplôt. Aby mohol vzniknúť prenos tepla zo sústavy do okolia alebo naopak, musí existovať teplotný gradient. Bez neho nemôže prenos tepla nastať. Prenos tepla môže prebehnúť buď jedným s nasledujúcich základných mechanizmov, alebo ich kombináciou:

- Vedenie (kondukcia)
- Prúdenie (konvekcia)
- Sálanie (radiácia)

## 1.1 Prenos tepla vedením

Vedenie tepla - kondukciu môžeme charakterizovať ako transfer energie od častíc s väčším energetickým potenciálom k časticiam s menším energetickým potenciálom. Tento prenos prebieha na molekulárnej (pri kvapalinách a plynoch) až atomárnej (pri pevných látkach) úrovni. Ak je splnený základný predpoklad prenosu tepla, tj. existuje tepelný gradient, prenos tepla prebieha v smere klesajúcej teploty. Vyššia teplota je spojená s vyššou energiou molekúl. Keď sa takáto molekula s vyššou energiou stretne s molekulou s nižšou energiou, prebehne transfer energie medzi molekulami. Transfer energie ale nie je podmienený zrážaním častíc. Molekuly sa v plynoch a kvapalinách neustále náhodne pohybujú. Pri tomto náhodnom pohybe molekuly z energeticky nabitejšej (teplejšej) oblasti prenášajú energiu do energeticky menej nabitej (studenšej) oblasti. Tento proces prenosu tepla vedením nazývame tepelná difúzia.

Rozdiel medzi kvapalinou a plynom je v tom, že v kvapaline sú molekuly látky bližšie k sebe a teda k interakciám medzi nimi dochádza častejšie a sú silnejšie. Pri pevných látkach sa vedenie tepla uskutočňuje pohybom atómov vo forme vlnenia kryštalickej mriežky. Pri vodivých látkach sa k tejto forme pridáva aj postupný pohyb voľných elektrónov. Vedenie tepla je charakterizované Furierovým zákonom:

$$\dot{q} = -\lambda \nabla T, \quad (1.1)$$

kde  $\dot{q}[Wm^{-2}]$  je hustota tepelného toku,  $\lambda[Wm^{-1}K^{-1}]$  je súčiniteľ tepelnej vodivosti a  $\nabla T$  je teplotný gradient. Uvažujme homogénny materiál bez vnútorného pohybu a teplotné pole  $T(x, y, z)$  vyjadrené pomocou kartézkej súradnicovej sústavy, potom môžeme rovnicu vedenia tepla v telese napísať ako:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{Q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (1.2)$$

kde  $\rho[kgm^{-3}]$  je hustota materiálu,  $c_p[Jkg^{-1}K^{-1}]$  je merná tepelná kapacita materiálu pri konštantnom tlaku,  $\dot{Q}[Jm^{-3}]$  je teplo generované v materiáli,  $t[s]$  je čas a  $T[K]$  je teplota.

## 1.2 Prenos tepla prúdením

Prenos tepla prúdením – konvekcia sa skladá z dvoch mechanizmov. Prvý mechanizmus je mikroskopickéj úrovni. Jedná sa o náhodný pohyb molekúl, teda difúziu. Druhý

mechanizmus je makroskopický, objemový pohyb tekutiny, teda advekcia. Najvýznamnejší prípad konvekcie je prenos tepla medzi tekutinou v pohybe a ohraničujúcim povrchom. Konvekciu môžeme ďalej klasifikovať podľa charakteru prúdenia:

- Nútená
- Prirodzená
- Kombinovaná (var, kde sú parné bubliny vztlakovou silou tlačené hore)

Pokiaľ pri prenose tepla nastáva fázová premena (var a kondenzácia), hovoríme o prenose latentného tepla. K takémuto druhu tepelného transferu patrí aj sprchové chladenie horúcich povrchov študované v tejto práci. Bez ohľadu na druh konvekcie môžeme hustotu tepelného toku charakterizovať Newtonovým ochladzovacím zákonom:

$$\dot{q} = \alpha(T_s - T_\infty), \quad (1.3)$$

kde  $\alpha[WK^{-1}m^{-2}]$  je súčiniteľ prestupu tepla. Súčiniteľ prestupu tepla zahrňuje všetky parametre ovplyvňujúce konvekciu.  $T_s[K]$  je teplota povrchu a  $T_\infty[K]$  je teplota tekutiny v dostatočnej vzdialenosti od povrchu.

### 1.3 Prenos tepla sálaním

Z každého povrchu s nenulovou teplotou je vyžarovaná energia. Tento druh prenosu tepla nazývame sálanie. Pri sálaní je energia prenášaná vo forme elektromagnetického žiarenia. Preto, na rozdiel od vedenia a prúdenia, tento proces nevyžaduje médium (hmotnú látku) prenášajúce energiu. Vďaka tomuto faktoru môže prenos tepla sálaním prebiehať aj vo vákuu. Maximálna hustota tepelného toku, ktorá môže byť z povrchu ideálneho žiariča (absolútne čierneho telesa – vyžaruje maximálnu možnú energiu) emitovaná, je popísaná Stefan – Boltzmanovým zákonom:

$$\dot{q} \equiv E = \sigma T_s^4, \quad (1.4)$$

kde  $\sigma = 5,67 * 10^{-8}[Wm^{-2}K^{-4}]$  je Stefan – Boltzmannova konštanta a  $T_s$  je teplota povrchu. Pre reálne povrchy platí vzťah:

$$E = \epsilon \sigma T_s^4, \quad (1.5)$$

kde  $\epsilon \in [0, 1]$  je pomerná emisivita a udáva ako efektívne je sálanie z povrchu v porovnaní s ideálnym žiaričom. V prípade sálania z malého povrchu kompletne obklopeného veľkým povrchom, sa dá vyjadriť obdoba Newtonovho ochladzovacieho zákona, zavedením súčiniteľa prestupu tepla žiarením  $\alpha_z$ :

$$\alpha_z = \epsilon \sigma (T_s + T_\infty)(T_s^2 + T_\infty^2). \quad (1.6)$$

### 1.4 Var

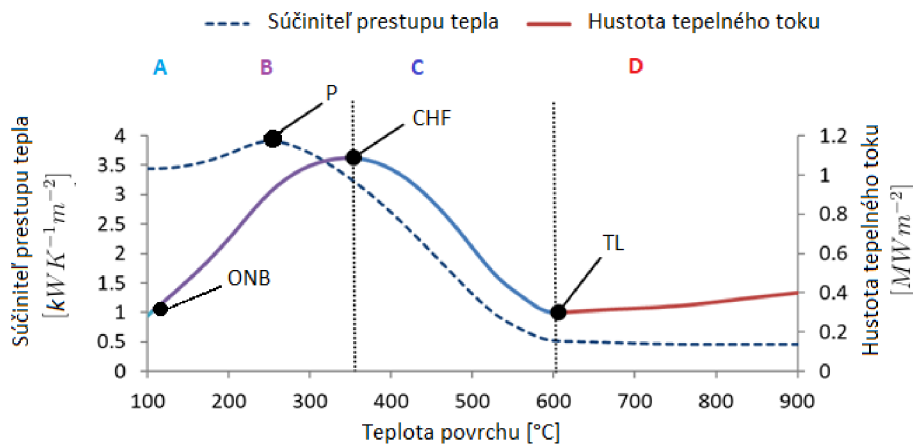
Var je dej pri ktorom na rozhraní pevnej látky a kvapaliny dochádza k vyparovaniu. Aby var mohol nastať musí teplota povrchu pevnej látky  $T_s$  dosiahnuť teplotu saturácie  $T_{sat}$  danej kvapaliny pre daný tlak. Pre saturovaný var platí nasledujúca forma Newtonovho zákona:

$$\dot{q} = \alpha(T_s - T_{sat}) = \alpha \Delta T_e, \quad (1.7)$$



kde  $T_{sat} = 100^\circ C$  je teplota saturácie pre vodu,  $\Delta T_e$  je teplota prehriatia povrchu alebo tiež excesívna teplota.

Var sa vyznačuje tvorbou bublín na povrchu tuhej látky, ich rastom a následným oddelením od povrchu. Veľkosť bublín a rýchlosť ich vzniku závisí od viacerých faktoroch, a to: excesívna teplota, drsnosť povrchu a termo-fyzikálne vlastnosti kvapaliny. Dynamika varu-tvorba bublín a ich následné stúpanie k voľnému povrchu výrazne ovplyvňuje pohyb kvapaliny blízko povrchu telesa a má tak zásadný vplyv na súčiniteľ prestupu tepla. Var prebieha v rôznych podmienkach, podľa toho ho aj klasifikujeme. Pri procese varu vo veľkom objeme, je tekutina iniciálne v pokoji bez pôsobenia externých síl ktoré by ju uvádzali do pohybu. Celkový pohyb častíc v kvapaline je spôsobený prirodzenou konvekciou a pohybom spôsobeným vznikom bublín a ich stúpaním k voľnej hladine. Ak je zložkou pohybu častíc v kvapaline okrem pohybu spôsobeného vznikom bublín a ich stúpaním k voľnej hladine aj samotný pohyb kvapaliny ako celku, tj. obtekanie povrchu, hovoríme o vare s nútenou konvekciou. Ďalej môžeme var klasifikovať ako saturovaný a podchladený. Pri saturovanom vare je teplota kvapaliny na úrovni teploty saturácie, bubliny sa po vzniku oddelia od povrchu a vplyvom vztlakovej sily stúpajú k voľnému povrchu kde opúšťajú kvapalinu. Pri podchladenom vare je teplota kvapaliny nižšia ako teplota saturácie, bubliny po vzniku kondenzujú naspäť do kvapaliny. Pri sprchovom chladení rozlišujeme 4 režimy varu.



Obr. 1: Krivka varu pre srpchové chladenie

Na krivke varu pre sprchové chladenie (viz. Obrázok 1) môžeme pozorovať 4 oblasti A,B,C,D. V každej oblasti prebieha rozdielny režim varu:

- (A) Konvekcia: Nastáva pri  $T_s$  mierne nad teplotou saturácie. V tejto fáze nevznikajú bublinky. Keďže na kvapalinu pôsobia externé sily, prenos tepla je popísaný rovnicou nútenej konvekcie.
- (B) Bublinový var: Táto fáza nastáva pri zvýšení teploty povrchu. Jedná sa o dvojfázovú (para a kvapalina) nútenú konvekciu. V tomto režime varu dochádza k tvorbe bublín, ich nárastom a následnom oddelení od povrchu. So zvyšujúcou sa teplotou povrchu sa stáva čoraz viac varných jadier aktívnych (bubliny vznikajú v čoraz menších nedokonalostiach povrchu), narastá tvorba bublín a bubliny začínajú vzájomne interferovať (ovplyvnenie, kontakt, prerastanie). Bubliny tiež tvoria parné stĺpce. Počas bublinového varu so stúpajúcou teplotou povrchu dosiahne súčiniteľ prestupu tepla svoju maximálnu hodnotu (viz. Obrázok 1, bod P). Pri ďalšom stúpaní  $T_s$  je dosiahnutá

maximálna hustota tepelného toku (viz. Obrázok 1, bod CHF). Po prekročení tejto medznej hodnoty sa už so zvyšujúcou teplotou hustota tepelného toku a súčiniteľ prestupu tepla znižuje.

- (C) Prechodný var: Nastáva po dosiahnutí maximálnej hustoty tepelného toku. Jedná sa o režim varu, pri ktorom tvorba bublín tak vysoká, že bubliny začínajú vytvárať súvislú parnú vrstvu na povrchu. Na niektorých miestach ešte prebieha bublinový var, inde už prebieha blanový var. Množstvo povrchu s blanovým varom sa so zvyšujúcou teplotou povrchu zvyšuje. Súčiniteľ tepelnej vodivosti pary je mnohonásobne nižší ako súčiniteľ tepelnej vodivosti kvapaliny, preto čím viac povrchu je pokrytého parnou vrstvou, tým viac sa znižuje súčiniteľ tepelnej vodivosti aj hustota tepelného toku.
- (D) Blanový var: Nastáva po dosiahnutí Leidenfrostovej teploty (viz. Obrázok 1, bod TL). Pri  $T_L$  nastáva minimum hustoty tepelného toku. Po prekročení  $T_L$  je medzi celou plochou povrchu a kvapalinou stabilná parná vrstva. Kvapalina sa tak už povrchu vôbec nedotýka (nezmáča ho), bubliny sa tvoria na rozhraní kvapaliny a pary. Prenos tepla prebieha vedením a sálaním cez parnú vrstvu. S rastúcou teplotou povrchu sa zvyšuje vplyv prenosu tepla sálaním a tým pádom aj hustota tepelného toku.

Na krivke (viz. Obrázok 1) sa nachádzajú 3 významné prechodové body. Prvý bod je ONB (onset of nucleal boiling), bod kedy začína bublinový var. Druhý bod je CHF (critical heat flux), a teda bod kedy končí režim bublinového varu. V tomto bode je maximálna hustota tepelného toku dosiahnutá počas procesu. Posledný významný bod je TL, a teda Leidenfrostova teplota, hranica medzi prechodným a blanovým varom. V tomto bode je minimálna hustota tepelného toku.

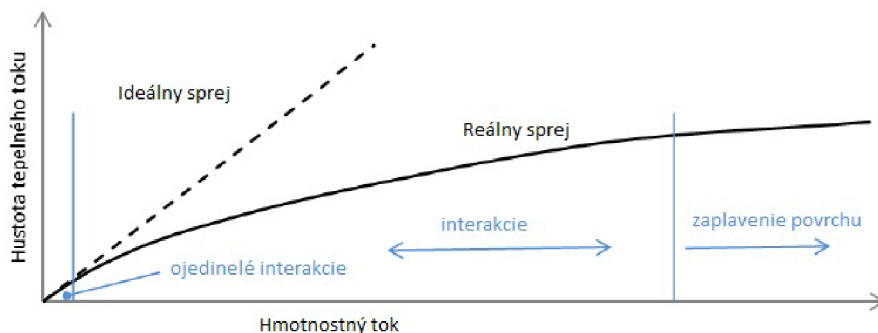
## 1.5 Faktory ovplyvňujúce prestup tepla pri sprchovom chladení

Parametre ovplyvňujúce koeficient prestupu tepla môžeme rozdeliť do dvoch kategórií. Prvá kategória sú parametre súvisiace s vlastnosťami chladiacej kvapaliny (v našom prípade vody). Do tejto kategórie patrí medzi nami merané parametre množstvo dopadajúcej vody, teplota vody, veľkosť dopadajúcich kvapiek a ich dopadové rýchlosti. Druhá kategória je tvorená parametrami súvisiacimi s chladeným povrchom. Sem patrí teplota chladeného povrchu, drsnosť povrchu, prítomnosť oxidov a tiež typ materiálu [3]. Z tejto kategórie uvažujeme v tejto práci len teplotu chladeného povrchu. Ďalej sú uvedené vybrané faktory, ktoré budú využívané v praktickej časti tejto práce.

### • Množstvo dopadajúcej vody

Najvýznamnejší faktor ovplyvňujúci prenos tepla pri sprchovom chladení [3]. Najčastejšie je reprezentovaný priemerným množstvom dopadajúcej vody  $\dot{Q}_i [m^3 m^{-2} s^{-1}]$  alebo hustotou dopadajúcej vody  $\dot{m}_L [kg m^{-2} s^{-1}]$ . Zo zvyšujúcou sa hustotou dopadajúcej vody sa zvyšuje Leidenfrostova teplota a teplota pri ktorej nastáva kritická hustota tepelného toku [4], [5].

Závislosť súčiniteľa prestupu tepla od hustoty dopadajúcej vody je daná charakteristikou daného sprchového chladenia, môže byť mocninná alebo lineárna (viz. Obrázok 2). Pri nízkych hodnotách hustoty dopadajúcej vody povrch nie je zaplavený vodou a nedochádza k interakciám medzi kvapkami. Sprchové chladenie v tejto fáze nazývame ideálne, platí tu lineárna závislosť medzi množstvom dopadajúcej vody a súčiniteľom prestupu tepla [4]. S rastúcou hustotou dopadajúcej vody začína byť

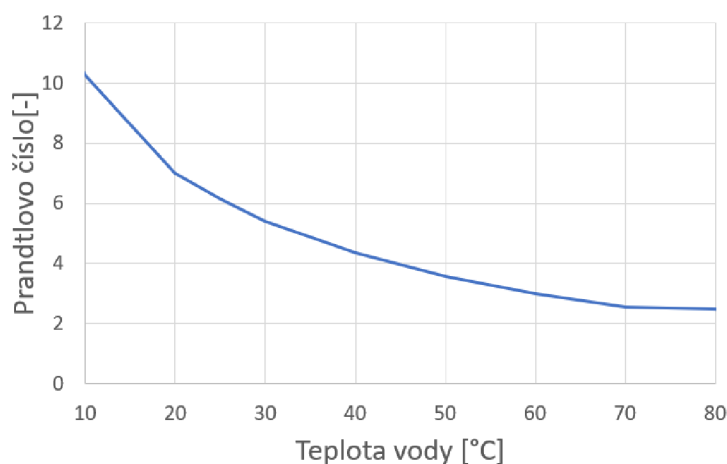


Obr. 2: Závislosť súčiniteľa prestupu tepla od hustoty dopadajúcej vody [6]

povrch zaplavený a interakcie medzi kvapkami sú čoraz častejšie. Chladienie sa tak odkláňa od ideálneho a závislosť medzi súčiniteľom prestupu tepla a hustotou dopadajúcej vody sa stáva mocninná [6].

- **Teplota vody**

Narozdiel od chladienia vo veľkom objeme, kde je teplota vody dominantný faktor [4], pri sprchovom chladiení je jej vplyv menej výrazný aj menej prezkúmaný. Z doterajších výzkumov na vodo-vzdušných tryskách [7], tryskách s plochým vodným lúčom [8] a tryske s valcovitým lúčom [9] plynie, že s rastúcou teplotou vody sa Leidenfrostova teplota posúva k nižším teplotám. Teplota vody ovplyvňuje jej hustotu, dynamickú viskozitu, mernú tepelnú kapacitu materiálu pri konštantnom tlaku a súčiniteľ tepelnej vodivosti. Tieto parametre vody majú vplyv na charakter prúdenia a teda aj sprchového chladienia. V našich modeloch sa vyskytujú priamo (hustota vody) alebo nepriamo, vo forme Prantlovho čísla (dynamická viskozita, merná tepelná kapacita materiálu pri konštantnom tlaku, súčiniteľ tepelnej vodivosti). Závislosť Prantlovho čísla na teplote vody môžeme vidieť na Obrázku 3.



Obr. 3: Závislosť Prantlovho čísla na teplote vody

- **Ostatné parametre** Pri bežných tryskách neexistuje možnosť meniť dopadovú rýchlosť kvapiek, ani Sauterov priemer kvapiek nezávisle na prietoku. Obecne platí, že pri vyššom prietoku tryskou rastie dopadová rýchlosť kvapiek a zväčšuje sa aj Sauterov stredný priemer kvapiek. Sauterov stredný priemer kvapiek ovplyvňuje množstvo vzájomných interakcií kvapiek. S rastúcim priemerom rastie aj množstvo interakcií. Dopadová rýchlosť kvapiek určuje do akej miery sú kvapky pri blanovom varení schopné prerážať parnú vrstvu a dostať sa až k chladenému povrchu. S rastúcou dopadovou rýchlosťou kvapiek je schopnosť prerážať parnú vrstvu vyššia [10].

## 1.6 Existujúce korelácie a modely pre predikciu súčiniteľa pre- stupu tepla a Leidenfrostovu teplotu

V tejto časti práce stručne oboznámime s publikovanými koreláciami, pomocou ktorých sa dá predikovať súčiniteľ prestupu tepla a Leidenfrostova teplota. Niektoré z týchto korelácií som použil ako základ pre tvorbu vlastných modelov.

### 1.6.1 Súčiniteľ prestupu tepla

- Pre aproximáciu  $\alpha$  bol v štúdiu [6] zvolený prístup hlbšie rozoberajúci fyzikálne závislosti. Jeho výsledkom je korelácia:

$$\epsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_L \Delta h},$$

kde člen  $\Delta h$  predstavuje celkové množstvo tepla, ktoré je kvapalina schopná absorbovať a má tvar:

$$\Delta h = [h_{lg} + c_{p,l}(T_{sat} - T_\infty) + c_{p,v}(T_s - T_{sat})],$$

kde  $h_{lg}[J/kg]$  predstavuje latentné vaporizačné teplo,  $c_{p,l}[Jkg^{-1}K^{-1}]$  predstavuje mernú tepelnú kapacitu kvapaliny pri konštantnom tlaku a  $c_{p,v}[Jkg^{-1}K^{-1}]$  predstavuje mernú tepelnú kapacitu pary pri konštantnom tlaku. Člen  $\epsilon$  predstavuje vplyv charakteristík sprchového chladenia reprezentovaných Weberovým číslom a má tvar:

$$\epsilon = 8 * 10^{-7} \left[ \frac{We_s T_{sat}}{(\Delta T_{sub} + \Delta T_{sat})} \right]^{-0,62} + 3,5 * 10^{-3} \left[ \frac{We_s T_{sat}}{(\Delta T_{sub} + \Delta T_{sat})} \right]^{-0,2},$$

kde  $\Delta T_{sub} = (T_{sat} - T_\infty)$  a  $\Delta T_{sat} = (T_s - T_{sat})$ .

Aby sme pomocou tejto korelácie mohli aproximovať súčiniteľ prestupu tepla, vyjadříme tepelný tok ako  $\dot{Q} = \alpha(T_s - T_\infty)$ . Vo výsledku tak dostávame tvar:

$$\alpha = \frac{\epsilon \dot{m}_L \Delta h}{(T_s - T_\infty)}. \quad (1.8)$$

Tento model je vhodný pre dopadové rýchlosti kvapiek v intervale  $0,6 - 20ms^{-1}$  a hustotu dopadajúcej vody v intervale  $0,016 - 50,5kgm^{-2}s^{-1}$ .

- V štúdiu [11] bola publikovaná rovnica popisujúca vplyv množstva dopadajúcej vody  $Q_i$ , dopadovej rýchlosti kvapiek  $v$  a ich Sauterovho stredného priemeru  $d_{32}$  na súčiniteľ prestupu tepla v tvare pre teploty vody v intervale  $20 - 30^\circ C$ :

$$\alpha = 19,6 Q_i^{0,461} v^{0,261} d_{32}^{-0,208}. \quad (1.9)$$

Táto rovnica bude neskôr v práci použitá ako vzorová pri tvorbe vlastných modelov.

- Štúdia [12] sa zaoberala vplyvom hustoty dopadajúcej vody (v intervale  $3-30\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$ ) a teploty povrchu (v intervale  $200-1100^\circ\text{C}$ ) na  $\alpha$ . Teplota vody v tejto štúdii bola okolo  $18^\circ\text{C}$  a dopadová rýchlosť kvapiek  $13-15\text{ms}^{-1}$ . Výsledný model má tvar:

$$\alpha = 190 + \tanh\left(\frac{\dot{m}_L}{8}\right) \left(140\dot{m}_L \left[1 - \frac{\dot{m}_L \Delta T}{72000}\right] + 3,26\Delta T^2 \left[1 - \tanh\left\{\frac{\Delta T}{128}\right\}\right]\right), \quad (1.10)$$

kde  $\pm$  predstavuje hraničné hodnoty 95% intervalu spoľahlivosti a  $\Delta T = T_s - T_\infty$ .

- V štúdii [13] bolo prezentovaných viacero modelov pre aproximáciu súčiniteľa pre-stupu tepla pri blanovom varení, pre naše hodnoty  $Q_i$  a  $v$  sa najlepšie hodí nasledujúci:

$$\alpha = 143,3 * 10^3 Q_i^{0,566} v^{0,639} \Delta T^{-0,539}, \quad (1.11)$$

kde  $\Delta T = T_s - T_\infty$ . Tento model je vhodný pre hodnoty  $Q_i$  v intervale  $3,5 * 10^{-3} - 9,96 * 10^{-3} \text{m}^3 \text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$  a hodnoty  $v$  v intervale  $10 - 30 \text{ms}^{-1}$ .

- V štúdii (Fujimoto) bola prezentovaná nasledujúca rovnica:

$$\alpha = 1,9 N^{0,65} d_{30}^{1,1} v^{1,1}, \quad (1.12)$$

kde  $N[\text{m}^{-3}]$  vyjadruje počet kvapiek v rozsahu  $3,77 * 10^7 - 1,48 * 10^8$ ,  $d_{30}[\text{m}]$  je objemový stredný priemer kvapiek v rozsahu  $83 - 206 \mu\text{m}$  a  $v$  je priemerná dopadová rýchlosť kvapiek v rozsahu  $6,8 - 15,6 \text{ms}^{-1}$ .

## 1.6.2 Leidenfrostova teplota

- V štúdii [6] bol prezentovaný model pre aproximáciu  $T_L$  založený na Weberovom čísle spreja. Má tvar:

$$T_L = 1400 W e_s^{0,13}, \quad (1.13)$$

Kde  $W e_s = \frac{\dot{m}_L^2 D_{32}}{\rho \sigma}$  je Weberovo číslo spreja. Vplyv teploty vody sa v tejto rovnici prejavuje len nepriamo, pomocou členov hustoty vody  $\rho$  a povrchového napätia  $\sigma$ , ktoré sú od teploty vody závislé. Táto rovnica je vhodná pre dopadové rýchlosti kvapiek v intervale  $0,6 - 20 \text{ms}^{-1}$  a hustotu dopadajúcej vody v intervale  $0,016 - 50,5 \text{kgm}^{-2} \text{s}^{-1}$ .

- V štúdii [14] bol prezentovaný model pre výpočet  $T_L$  založený na priemernej dopadovej rýchlosti kvapiek  $v$ :

$$T_L = 162 + 24,3 v^{0,64}. \quad (1.14)$$

- V štúdii [15] bol prezentovaný model popisujúci vplyv množstva dopadajúcej vody  $Q_i$ , dopadovej rýchlosti kvapiek  $v$  a ich Sauterovho stredného priemeru  $d_{32}$  na  $T_L$  pre teploty vody v intervale  $20 - 30^\circ\text{C}$ :

$$T_L = 351 Q_i^{0,111} v^{0,174} d_{32}^{0,006}. \quad (1.15)$$

Tento model nám neskôr posluží ako vzor pre vytváranie modelov vlastných.

## 2 Regresná analýza

V tejto kapitole popíšem metódy a nástroje štatistiky a regresnej analýzy, ktoré som využíval pri tvorbe modelov a ich následnej analýze a porovnaní [16] [17].

### 2.1 Základné charakteristiky

Sú veličiny pomocou ktorých popisujeme nami skúmaný štatistický súbor  $(x_1, \dots, x_n)$ . Medzi základné charakteristiky patria:

- priemer  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ,
- rozptyl  $\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ ,
- smerodatná odchylka  $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ .

### 2.2 Regresná funkcia

Je funkcia, pomocou ktorej dokážeme aproximovať vzťah pozorovanej náhodnej veličiny  $Y$  na reálnom vektore nezávisle premenných  $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_k)$ . Regresná funkcia má tvar:

$$y = f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}), \quad (2.1)$$

kde  $y$  je závislá premenná (pozorovaná hodnota náhodnej veličiny  $Y$ ),  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k)$  je vektor nezávisle premenných (pozorovaná hodnota vektoru  $\mathbf{X}$ ) a  $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_k)$  je vektor regresných koeficientov.

#### 2.2.1 Lineárna regresia

Je oblasť regresie v ktorej medzi náhodnou veličinou a nezávisle premennými veličinami platí lineárny vzťah:

$$y = \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon, \quad (2.2)$$

kde  $\varepsilon$  je náhodná chyba merania. Pre výpočet hodnoty regresných koeficientov je potrebné opakované meranie veličiny  $y$ , pri príslušných hodnotách premenných  $x_1, x_2, \dots, x_k$ . Opakovanými meraniami dostaneme nasledujúci tvar:

$$\begin{aligned} y_i &= \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i \\ &\vdots \\ y_n &= \beta_1 x_{n1} + \dots + \beta_k x_{nk} + \varepsilon_n, \end{aligned}$$

v maticovom tvare:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & \dots & x_{nk} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix},$$

kde  $y_i, x_{i1}, \dots, x_{ik}$  sú opakované hodnoty sledovaných veličín a náhodnej chyby  $\varepsilon_i$  pre  $n$ -meraní, t.j. pre  $i = 1, \dots, n$ .

Pre náhodné chyby  $\varepsilon_i, \dots, \varepsilon_n$  musí platiť, že sú:

- nesystematické, a teda  $E(\varepsilon_i) = 0$  pre  $i = 1, \dots, n$ ;
- homogénne v rozptyle, t.j.  $D(\varepsilon_i) = \sigma^2$  pre  $i = 1, \dots, n$ ;

- nekorelované, tj.  $C(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$  pre  $i \neq j, i, j = 1, \dots, n$   
Symbolicky môžeme maticový tvar prepísať ako:

$$\mathbf{Y} = \mathbb{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (2.3)$$

kde maticu  $\mathbb{X}$  obsahujúcu náhodné prvky  $x_{ij}$ , nazývame matica plánu. Takýto model potom označíme  $Y \sim L(\mathbb{X}\boldsymbol{\beta}, \sigma^2 \mathbf{I})$  a nazývame lineárny regresný model (LRM). Predpokladajme, že  $n > k$  a  $\text{rank}(\mathbb{X}) = k$ . Potom môžeme model označiť ako lineárny model plnej hodnosti a stĺpce matice  $\mathbb{X}$  sú nezávislé.

### 2.2.2 Nelineárna regresia

Je podobná lineárnej regresii s tým rozdielom, že medzi náhodnou veličinou a nezávisle premennými veličinami platí nelineárny vzťah, všeobecne môžeme nelineárny regresný model zapísať v tvare:

$$\mathbf{y} = f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (2.4)$$

kde  $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_k)$  je vektor neznámych regresných koeficientov a  $\boldsymbol{\varepsilon}$  je nekorelovaná náhodná chyba s  $E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0}$  a  $D(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma^2$ .

## 2.3 Charakteristiky regresnej funkcie

### 2.3.1 Reziduálny súčet štvorcov

Reziduá sú rozdiely medzi hodnotami závislej premennej určenými pri pozorovaniach a hodnotami závislej premennej predikovanými modelom, majú teda tvar:

$$r_i = y_i - \hat{y}_i, \quad (2.5)$$

kde  $y_i$  je zmeraná hodnota závislej premennej a  $\hat{y}_i = f(\mathbf{X}_i, \boldsymbol{\beta})$  je hodnota závislej premennej vypočítaná modelom kde  $\mathbf{X}_i = (x_{i1}, \dots, x_{ik})$  pre  $i = 1, \dots, n$ . Umocnením reziduí a ich následným sčítaním dostaneme reziduálny súčet štvorcov, a teda celkový obsah štvorcov nad reziduami. Ten má tvar:

$$S_e = \sum_i^n (y_i - \hat{y}_i)^2, \quad (2.6)$$

pre  $i = 1, \dots, n$ . Pri ohodnotení presnosti modelu nám posluží veličina  $Res^2$ . Jedná sa o reziduálny súčet štvorcov predelený počtom meraní  $n$ . Dostaneme tak priemernú hodnotu druhej mocniny odchyľky predikovanej hodnoty  $y_i$  od zmeranej hodnoty  $\hat{y}_i$ :

$$Res^2 = \frac{1}{n} \sum_i^n (y_i - \hat{y}_i)^2, \quad (2.7)$$

pre  $i = 1, \dots, n$ .

### 2.3.2 Celkový súčet štvorcov

Je suma kvadratických odchýliek nameraných hodnôt  $\mathbf{Y} = y_1, \dots, y_n$  od ich strednej hodnoty  $\bar{Y}$ :

$$S_t = \sum_i^n (y_i - \bar{y})^2, \quad (2.8)$$

kde  $\bar{y} = \frac{\sum_1^n y_i}{n}$  je priemerná hodnota nameraných hodnôt náhodnej veličiny  $\mathbf{Y}$ .

### 2.3.3 Koeficient determinácie

V regresnej analýze používame koeficient determinácie ako mierku presnosti regresného modelu. Udáva, aký podiel rozptylu sa podarilo regresiou vysvetliť. Označujeme  $R^2$  a má tvar:

$$R^2 = 1 - \left( \frac{S_e}{S_t} \right), \quad (2.9)$$

kde  $S_e$  je reziduálny súčet štvorcov a  $S_t$  je celkový súčet štvorcov. Koeficient determinácie nadobúda hodnoty v intervale  $\langle 0, 1 \rangle$ , čím je jeho hodnota väčšia tým je model presnejší. Nevýhoda  $R^2$  spočíva v tom, že má tendenciu sa zvyšovať s rastúcim počtom nezávislých premenných v regresnom modeli, aj keď tieto nové premenné v skutočnosti nenesú novú informáciu o závislej premenej. Preto sa používa aj adjustovaný koeficient determinácie  $R_a^2$ , ten má tvar:

$$R_a^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n - 1}{n - p - 1}, \quad (2.10)$$

kde  $R^2$  je koeficient determinácie,  $n$  je počet meraní a  $p$  je počet premenných v modeli.

## 2.4 Výpočet regresných koeficientov lineárnej regresie

Cieľom regresnej analýzy je aproximácia závislej premennej  $\mathbf{Y}$  za pomoci nezávisle premenných  $\mathbf{X}$  a regresných koeficientov  $\boldsymbol{\beta}$ . Výpočet regresných koeficientov je možné urobiť rôznymi spôsobmi. Ja som vo svojej práci používal Analytické nástroje programu Excel. Ten počíta regresné koeficienty metódou najmenších štvorcov.

### 2.4.1 Metóda najmenších štvorcov

Jedná sa o metódu, pri ktorej neznáme regresné koeficienty určujeme za pomoci minimalizácie reziduálneho súčtu štvorcov, cieľovú funkciu minimalizácie si označíme  $g(\boldsymbol{\beta})$ :

$$g(\boldsymbol{\beta}) = \sum_i^n (y_i - f(\mathbf{X}_i, \boldsymbol{\beta}))^2 \rightarrow \min.$$

Minimum funkcie  $g(\boldsymbol{\beta})$  nájdeme tak, že parciálne derivácie  $g(\boldsymbol{\beta})$  podľa jednotlivých regresných koeficientov položíme rovné nule:

$$\frac{\partial g}{\partial \beta_j} = \frac{\partial \sum_i^n (y_i - f(\mathbf{X}_i, \boldsymbol{\beta}))^2}{\partial \beta_j} = 0$$

pre  $j = 1, \dots, k$ . Následne dostaneme lineárny systém  $k + 1$  rovníc s  $k + 1$  neznámymi, z ktorého určíme jednotlivé parametre  $\boldsymbol{\beta}$ .



## 2.5 Výpočet regresných koeficientov nelineárnej regresie

Regresné funkcie s ktorými počítame v tejto práci majú nelineárny tvar. Konkrétne sa jedná o tvar mocninnej regresie:

$$y = \theta_0 x_1^{\theta_1} x_2^{\theta_2} \dots x_k^{\theta_k}. \quad (2.11)$$

Regresné koeficienty  $\theta$  sme počítali dvoma spôsobmi.

### 2.5.1 Transformácia na lineárny model

Linearizácia prebieha tak, že nahradíme všetky nezávislé premenné  $X_j$  (s hodnotami  $x_j$ ) a závislú premennú  $Y$  (s hodnotami  $y$ ) za ich transformácie  $F_j$  (s hodnotami  $f_j$ ) resp.  $W$  (s hodnotami  $w$ ) vo všetkých vzťahoch týkajúcich sa lineárnej regresie. Následne môžeme použiť všetky úvahy a metódy lineárnej regresie na takto transformovaný nelineárny regresný model:

$$w = \beta_0 + \beta_1 f_1 + \beta_2 f_2 \dots + \beta_k x_k. \quad (2.12)$$

V našom prípade danú regresnú funkciu (2.11) zlogaritmujeme a tým ju prevedieme na lineárny tvar:

$$\ln(y) = \ln(\theta_0) + \theta_1 \ln(x_1) + \theta_2 \ln(x_2) + \dots + \theta_k \ln(x_k) = \beta_0 + \beta_1 \ln(x_1) + \dots + \beta_k \ln(x_k), \quad (2.13)$$

závislú premennú  $Y$  sme nahradili jej prirodzeným logaritmom  $\ln(Y)$ , nezávislé premenné  $X_j$  sme tiež nahradili ich prirodzeným logaritmom  $\ln(X_j)$  pre  $j = 1, \dots, k$ . Po tejto linearizácii môžeme regresné koeficienty (okrem  $\theta_0$ ) určiť pomocou metód lineárnej regresie (viz. Metóda najmenších štvorcov). Keďže  $\beta_0$  v lineárnom tvare regresného modelu nereprezentuje  $\theta_0$ , ale  $\ln(\theta_0)$ . Bodový odhad  $\theta_0$  dostaneme ako  $\theta_0 = e^{\beta_0}$ .

### 2.5.2 Optimalizácia

Druhý spôsob výpočtu regresných koeficientov v tejto práci je optimalizačný. Cieľovú funkciu  $F(\mathbf{Y}, \mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_k)$  si zostrojíme ako reziduálny súčet štvorcov pre danú rovnicu:

$$F = \sum_1^n (y_i - (\theta_0 x_{i1}^{\theta_1} x_{i2}^{\theta_2} \dots x_{ik}^{\theta_k}))^2 \quad (2.14)$$

následne ju minimalizujeme za pomoci zmeny regresných koeficientov  $\theta_0, \dots, \theta_k$ . Túto minimalizáciu sme realizovali za pomoci programu Excel - Solver. Ten pre nelineárnu optimalizáciu využíva metódu GRG (Generalized reduced gradient) [18]. Po zoptimalizovaní sme dostali minimálnu hodnotu cieľovej funkcie  $F$  a hodnoty regresných koeficientov  $\theta_0, \dots, \theta_k$  pri ktorých bolo toto minimum dosiahnuté.

## 2.6 Intervaly spoľahlivosti

Interval spoľahlivosti (konfidenčný interval) pre parameter  $\gamma$  so spoľahlivosťou  $1 - \alpha$  kde  $\alpha \in \langle 0, 1 \rangle$  je dvojica takých štatistík  $(T_1, T_2)$ , že  $P(T_1 \leq \gamma \leq T_2) = 1 - \alpha$  pre každú hodnotu parametra  $\gamma$ . Intervalový odhad parametra  $\gamma$  so spoľahlivosťou  $1 - \alpha$  je interval  $\langle t_1; t_2 \rangle$  a píšeme  $\gamma \in \langle t_1; t_2 \rangle$ , kde  $t_1, t_2$  sú hodnoty štatistík  $T_1, T_2$  na danom štatistickom súbore  $(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ .

Spolahľivosť  $1 - \alpha$  znamená že pri mnohonásobnom opakovanom výbere s konštantným rozsahom  $n$  z daného základného súboru približne  $(1 - \alpha)100\%$  všetkých intervalových odhadov obsahuje skutočnú hodnotu parametra  $\gamma$  a naopak  $\alpha 100\%$  ich túto hodnotu neobsahuje.

### 2.6.1 Výpočet intervalu spoľahlivosti

Pomocou regresnej analýzy a optimalizácie sme schopný spočítať bodový odhad regresných koeficientov  $\beta, \theta$  pre daný model. Ďalej nás bude zaujímať výpočet intervalov spoľahlivosti pre tieto koeficienty. Ten pre lineárne modely spočítame nasledovným spôsobom.

Nech má lineárny model tvar:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k.$$

Najskôr si spočítame odhad rozptylu daného modelu, ten má tvar:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{S_e}{n - k}, \quad (2.15)$$

kde  $S_e$  je reziduálny súčet štvorcov,  $n$  je počet pozorovaní a  $k$  je počet regresných koeficientov.

Potom si určíme upravenú maticu plánu  $\underline{\underline{X}}$  v tvare:

$$\underline{\underline{X}} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{1k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \dots & x_{nk} \end{pmatrix}.$$

Následne spočítame rozptyly koeficientov  $\beta$ :

$$\hat{\sigma}^2 (\underline{\underline{X}}^T \underline{\underline{X}})^{-1} = \mathbf{V} = \begin{pmatrix} Var(\beta_0) & & \\ & \ddots & \\ & & Var(\beta_k) \end{pmatrix},$$

kde  $\underline{\underline{X}}^T$  je transponovaná upravená matica plánu. Rozptyly koeficientov  $\beta$  ležia na diagonále matice  $\mathbf{V}$ .

Ďalej odmocnením rozptylov dostaneme smerodajnú odchýlku  $s$  pre jednotlivé koeficienty:

$$s_{\beta_i} = \sqrt{Var(\beta_i)}, \quad (2.16)$$

pre  $i = 0, 1, \dots, k$ .

Následne zostrojíme interval spoľahlivosti pre  $\beta_i$  ako:

$$\langle \beta_i - t_{(p, n-k)} s_{\beta_i}, \beta_i + t_{(p, n-k)} s_{\beta_i} \rangle,$$

kde  $t_{(p, n-k)}$  je kvantil Studentovho rozdelenia pre  $p = (1 - \frac{\alpha}{2})$ ,  $i = 0, 1, \dots, k$ .

Pre nelineárnu regresiu je postup veľmi podobný, s tým rozdielom, že namiesto upravenej matice plánu  $\underline{\underline{X}}$  použijeme Jakobiho maticu  $\underline{\underline{J}}$ . Tá má tvar:

$$\mathbb{J} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_0} \Big|_{x_1} & \frac{\partial f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_1} \Big|_{x_1} & \cdots & \frac{\partial f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_k} \Big|_{x_1} \\ \frac{\partial f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_0} \Big|_{x_2} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_0} \Big|_{x_n} & \cdots & \cdots & \frac{\partial f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_k} \Big|_{x_n} \end{pmatrix}. \quad (2.17)$$

Pomocou Jakobiho matice spočítame rozptyly koeficientov  $\boldsymbol{\theta}$ :

$$\hat{\sigma}^2(\mathbb{J}^T \mathbb{J})^{-1} = \mathbf{V} = \begin{pmatrix} Var(\theta_0) & & \\ & \ddots & \\ & & Var(\theta_k) \end{pmatrix},$$

Následným odmocnením rozptylov  $Var(\theta_i)$  dostaneme smerodajnú odchýlku  $s_{\theta_i}$  pre  $i = 0, 1, \dots, k$ . Nakoniec zostrojíme interval spoľahlivosti pre  $\theta_i$  ako:

$$\langle \theta_i - t_{(p, n-k)} s_{\theta_i}, \theta_i + t_{(p, n-k)} s_{\theta_i} \rangle,$$

pre  $i = 0, 1, \dots, k$ .

## 3 Laboratórne merania

Dáta ktoré vstupujú ako parametre do modelov pre výpočet súčiniteľa prestupu tepla a Leidenfrostovej teploty, sú výsledkom viacerých experimentov. V rámci mojej práce som experimenty sám nezostavoval, použil som dáta z už vykonaných meraní. Meranie súčiniteľa prestupu tepla a Leidenfrostovej teploty, rovnako ako meranie impaktných tlakov pre jednotlivé trysky, prebehlo v Laboratoři přenosu tepla a proudění, VUT FSI. Meranie dopadovej rýchlosti kvapiek a ich Sauterovho priemeru prebehlo v Ústave Geoniky Akademie věd České republiky. Zmerané dáta som následne upravil a dopočítal z nich nami požadované parametre.

### 3.1 Súčiniteľ presupu tepla a Leidenfrostova teplota

Experiment začína osadením termoelektrických článkov (senzorov na meranie teploty) do testovacej dosky (vzorky). Vzorka je následne umiestnená do testovacieho zariadenia, kde je ohriata na požadovanú teplotu. Po zahriatí je vzorka schladená vodou pomocou trysky. V priebehu chladenia sú zaznamenávané teploty zmerané termočlánkami umiestnenými pod povrchom chladenej vzorky, a tiež poloha trysky voči vzorke. Využitím inverznej úlohy prenosu tepla bol vypočítaný súčiniteľ prestupu tepla, teplota povrchu, hustota tepelného toku a následne určená Leidenfrostova teplota.

#### 3.1.1 Popis experimentálneho zariadenia a vzorky

K experimentu bolo použité existujúce experimentálne zariadenie v Laboratoři přenosu tepla a proudění (viz. Obrázok 4). Toto zariadenie slúži na vysokoteplotné (do 1250°C) merania chladiacich účinkov trysiek používaných v sekundárnom chladení pri kontinuálnom odlievaní oceli. Zariadenie sa skladá zo zdvíhacieho mechanizmu, na ktorom je umiestnená skúšobná vzorka, z pohyblivého nosníku s tryskou a elektrickej pece.

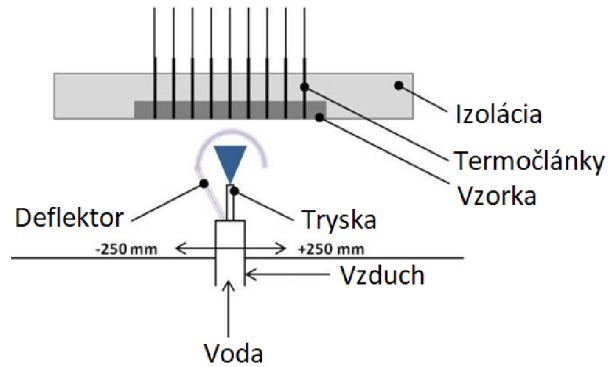
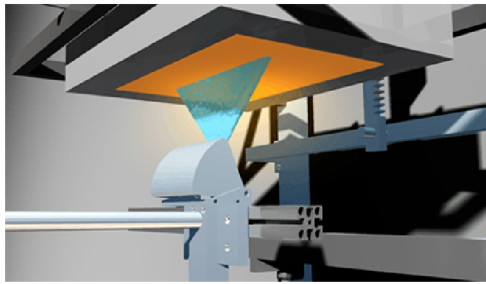
Testované boli dve trysky, každá pri dvoch rôznych prietokoch. Tak dostávame celkom štyri tryskové konfigurácie:

- **M1:** Vodo-vzdušná tryska od výrobcu Delavan (W19917-15 8.0 90) pri prietoku 1.
- **M2:** Vodo-vzdušná tryska od výrobcu Delavan (W19917-15 8.0 90) pri prietoku 2.
- **F1:** Vodná tryska s plochým lúčom od výrobcu Spraying Systems (8510XT) pri prietoku 1.
- **F2:** Vodná tryska s plochým lúčom od výrobcu Spraying Systems (8510XT) pri prietoku 2.

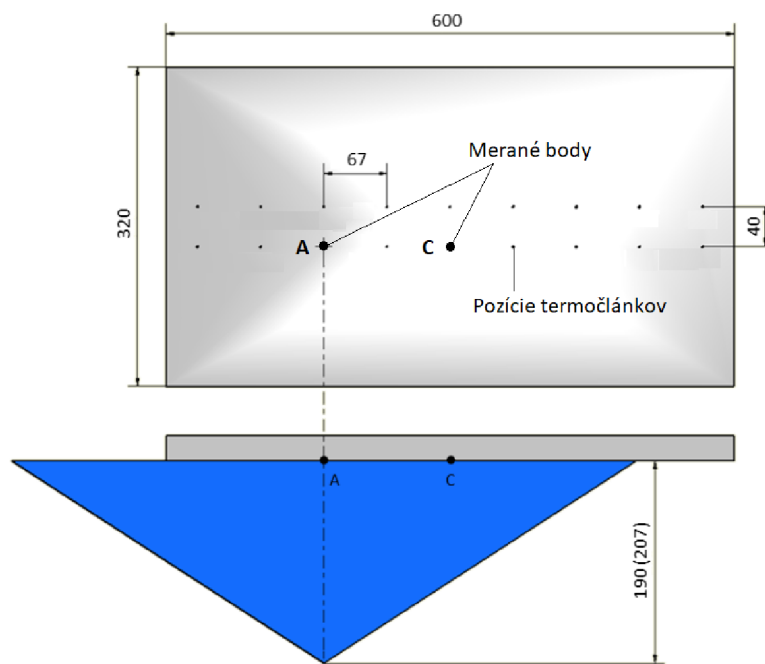
Vzorka je doska z nerezovej austenitickej oceli (EN 1.4828) z rozmermi 600 mm x 320 mm o hrúbke 25 mm. Do vzorky boli z horenej strany vyvrtané diery a bolo do nej umiestnených celkom osemnásť plášťových termočlánkov tak aby vzdialenosť medzi hrotom termočlánku a chladeným povrchom bola  $2 \pm 0,01$  mm. Vzdialenosť medzi termočlánkami je 67 mm. Priamo pod tryskou sa nachádza bod A, vo vzdialenosti 134 mm od neho bod C (viz. Obrázok 5).

#### 3.1.2 Postup experimentu

Experiment začína nahriatím testovacej vzorky na počiatočnú teplotu. Pred dosiahnutím tejto teploty zapínáme vodné čerpadlo a nastavujeme tlak vody. Keď je vzorka nahriatá a tlak vody nastavný, zapínáme záznamové zariadenie, vyberáme vzorku z pece a umiestnime ju do požadovanej polohy. Následne sa trysky určenou rýchlosťou pohybujú

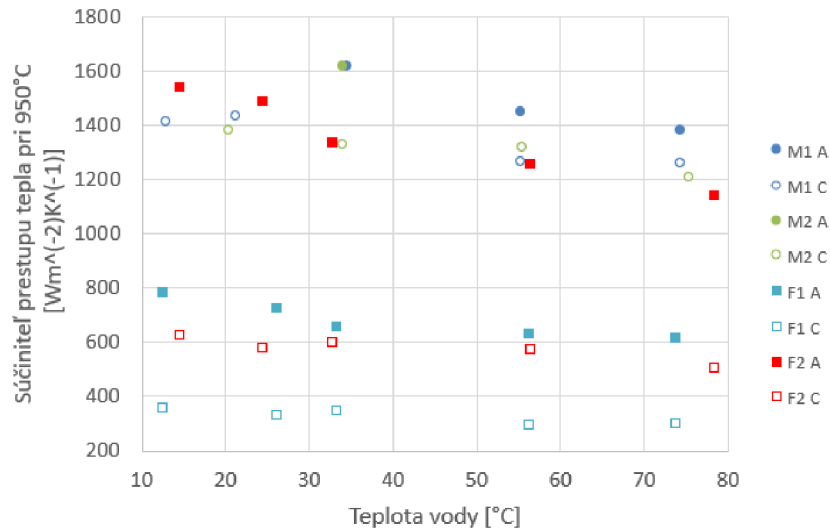


Obr. 4: Schéma zariadenia na meranie chladiacich vlastností trysiek používaných v sekundárnom chladení pri kontinuálnom odlievaní oceli

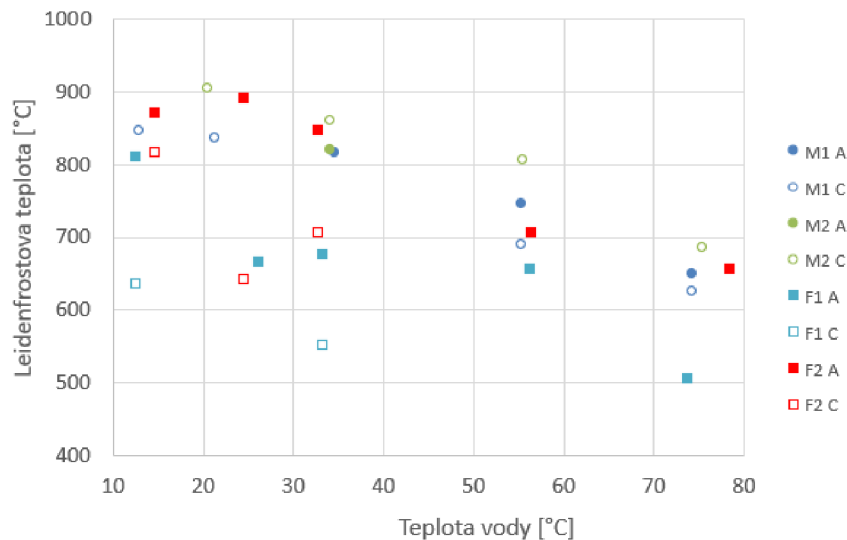


Obr. 5: Schéma umiestnenia trysky voči chladenej doske

pod nahriatou vzorkou. Medzi tryskou a nahriatym povrchom je umiestnený pneumatický deflektor, ktorý v zavretom stave odráža vodu mimo povrchu vzorky. Pri pohybe dopredu je deflektor otvorený a voda tak strieka zo vzdialenosti 190 mm (M1,M2) alebo 207 mm (F1,F2) na chladený povrch dosky. Pri spätnom pohybe do základnej polohy je deflektor zavrený, kvôli regenerácii teplotného pola na povrchu dosky. Vo chvíli keď je teplota povrchu menšia ako požadovaná koncová teplota, je experiment ukončený a dáta zaznamenané záznamovým zariadením sú uložené do počítača. Za pomoci matematických metód sú namerané dáta následne spracované a vyhodnotené [19] [20]. V odmeraných dátach vidíme, ako s rastúcou teplotou vody mierne klesá súčiniteľ prechodu tepla (viz. Obrázok 6), a tiež výraznejšie klesanie Leidenfrostovej teploty (viz. Obrázok 7).



Obr. 6: Závislosť súčiniteľa prestupu tepla od teploty vody pri 950°C



Obr. 7: Závislosť Leidenfrostovej teploty od teploty

### 3.2 Sautrov stredný priemer kvapiek a rýchlosť kvapiek

Veľkosť a rýchlosť kvapiek bola odmeraná v dvoch bodoch (A,C) vzdialených 134 mm od seba (viz. Obrázok 5). Merané body boli umiestnené na myslenej rovine kolmej na osu trysky a vzdialenej 190 mm (pre tryskovú konfiguráciu M1,M2) alebo 207 mm (pre tryskovú konfiguráciu F1,F2) od trysky. V rovnakej pozícii voči tryske sa pri meraní súčiniteľa prestupu tepla nachádzala testovaná vzorka. Meranie prebehlo za pomoci rozpoznania obrazu (optical imaging). Sprej bol zaznamenaný na vysokorýchlostnú kameru s vysokým rozlíšením a režimom dvojitého snímania obrazu (double frame mode). Oproti objektívu kamery ležal pulzujúci laser zosynchronizovaný s kamerou za pomoci PTU kontrolného panelu. Režim dvojitého snímania obrazu zabezpečuje zachytenie páru fotiek. Páry fotiek boli zaznamenávané s frekvenciou 15 Hz. Dohromady tak vzniklo 400 párov fotiek. Za pomoci matematického softvéru sme schopný na páre dvoch po sebe idúcich fotiek identifikovať tú istú kvapku. Pár fotiek bol vždy zaznamenaný s časovým rozdielom

5 ms. Po identifikácii kvapky softvér určí jej priemer a vypočíta rýchlosť. Všetky identifikované kvapky sú zaznamenané a štatisticky analyzované. Z merania dostaneme ako výstup Sauterov stredný priemer a rýchlosti kvapiek.



Obr. 8: Schéma merania rýchlosti a veľkosti kvapiek (a), meranie rýchlosti a veľkosti kvapiek (b)

### 3.3 Impaktné tlaky

Meranie impaktných tlakov prebehlo v Laboratórii prenosu tepla a proudění, VUT FSI. Otestovali sme dva druhy trysiek (M,F), každú pre dva rôzne prietoky. Tak sme dostali dáta popisujúce impaktné tlaky pre celkom štyri merané tryskové konfigurácie (M1, M2, F1, F2). Z týchto dát som následne vypočítal množstvo dopadajúcej vody pre jednotlivé konfigurácie trysiek.

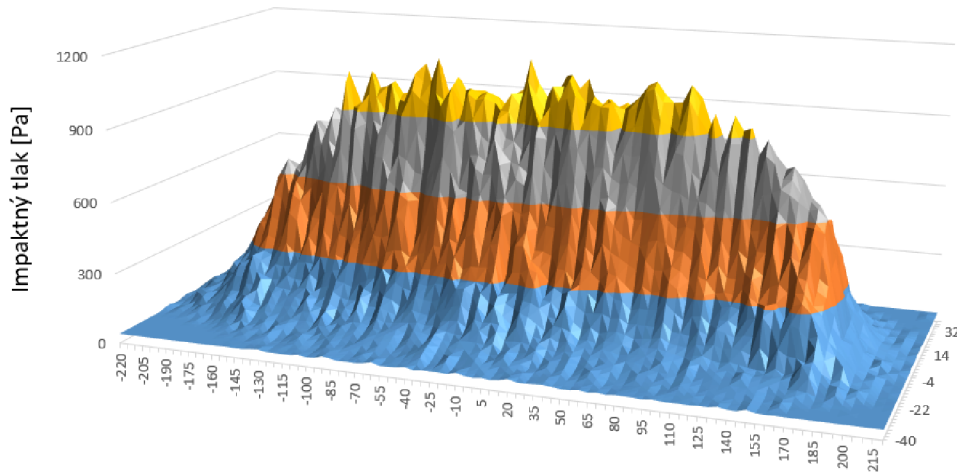
#### 3.3.1 Meranie impaktných tlakov

Pre zadanú tryskovú konfiguráciu sa tlakový senzor pohybuje popod trysku. Pre jednotlivé polohy senzoru pod tryskou sú zaznamenané hodnoty tlaku dopadajúcej vody. Tlakový senzor bol zostrojený ako okrúhly pliešok s priemerom 10 mm. Senzor meral silu pôsobiacu na pliešok so známou plochou, ktorá sa potom prepočítala na tlak. Presnosť silového senzoru je 0,5% z merateľného rozsahu (0-5N). Celková skenovaná plocha pod tryskou mala rozmery 300 mm x 50 mm pre trysku F a 440 mm x 80 mm pre trysku M. Odmeranie tlaku prebehlo vždy po posunutí senzoru o 2 mm (pre trysku F)/ 5 mm (pre trysku M) ose X a o 2 mm na ose Y. Dáta boli spracované počítačom a ako výsledok sme dostali pole impaktných tlakov pre dané tryskové konfigurácie (viz. Obrázok 9).

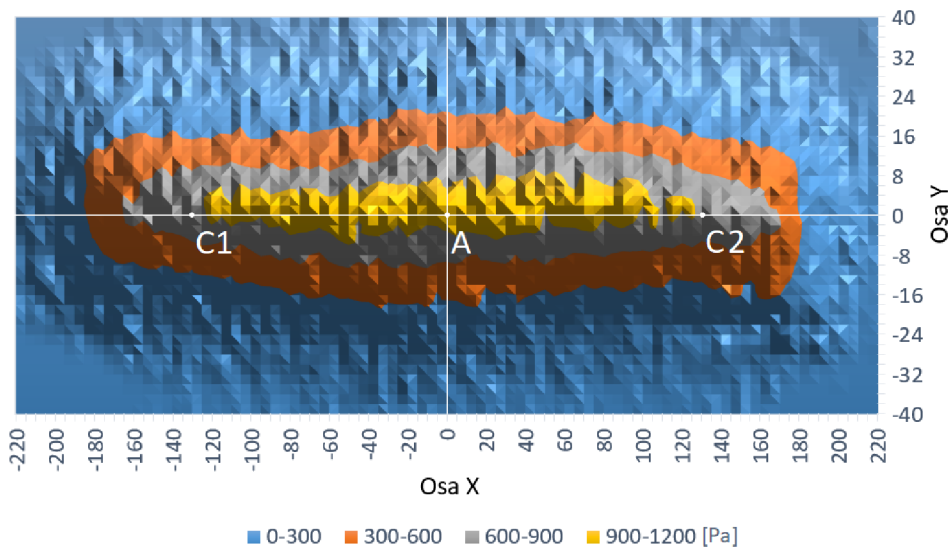
#### 3.3.2 Výpočet množstva dopadajúcej vody

Z merania impaktných tlakov sme dostali rozloženie impaktných tlakov  $Im[Pa]$  pre jednotlivé konfigurácie trysiek. S impaktnými tlakmi budeme pracovať pomocou matice impaktných tlakov  $\mathbb{I}$ . Tá má tvar:

$$\mathbb{I} = \begin{pmatrix} Im_{11} & \dots & Im_{x1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Im_{1y} & \dots & Im_{xy} \end{pmatrix},$$



Obr. 9: Vizualizácia zmeraných impaktných tlakov pre M2



Obr. 10: Schéma umiestnenia bodov A, C1, C2 pre M2

kde  $Im_{ij}$  je impaktný tlak v polohe  $[i, j]$ , pre  $i = 1, \dots, x$  a  $j = 1, \dots, y$ .  
 V tabuľke 1 sú uvedené celkové prietoky  $Q[l s^{-1}]$  pre jednotlivé trysky.

Tab. 1: Celkové prietoky pre jednotlivé konfigurácie trysiek

Konfigurácia trysky	Celkový prietok $Q[l s^{-1}]$
<i>M1</i>	0,284
<i>M2</i>	0,378
<i>F1</i>	0,063
<i>F2</i>	0,124

Pomocou prietokov a impaktných tlakov sme vypočítali množstvo dopadajúcej vody  $Q_i$ , ktoré je pre aproximáciu súčiniteľa prestupu tepla a Leidenfrostovej teploty kľúčové.

Najskôr sme sčítali impaktné tlaky vo všetkých meraných bodoch, ako sumu všetkých prvkov matice  $\mathbb{I}$ . Tak sme dostali celkový impaktný tlak na dosku pre danú konfiguráciu try-



siek. Následne sme pre danú tryskovú konfiguráciu vydelili celkový prietok (viz.: tab.1) celkovým impaktným tlakom. Touto hodnotou prenasobíme všetky prvky matice a dostaneme tak maticu množstva dopadajúcej vody  $\mathbb{Q}$ :

$$\left( \frac{Q}{\sum_1^x \sum_1^y Im_{ij}} \right) \mathbb{I} = \mathbb{Q} = \begin{pmatrix} Q_{11} & \dots & Q_{x1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{1y} & \dots & Q_{xy} \end{pmatrix},$$

kde  $Q_{ij}[ls^{-1}]$  je množstvo dopadajúcej vody v polohe  $[i, j]$ . Z matice  $\mathbb{Q}$  sú pre nás zaujímavé tri podmatice  $\mathbb{Q}_A, \mathbb{Q}_{C1}, \mathbb{Q}_{C2}$ , príslušiace bodom  $A[0;0]$ ,  $C1[-135;0]$  a  $C2[135;0]$  (viz. Obrázok 10). Tieto podmatice reprezentujú hodnoty množstva dopadajúcej vody v okoliach bodov A, C1 a C2 v nasledovnom tvare:

$$\mathbb{Q}_K = \begin{pmatrix} Q_{Kac} & \dots & Q_{Kbc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{Kad} & \dots & Q_{Kbd} \end{pmatrix},$$

pre  $K \in \{A, C1, C2\}$  kde okolie bodu  $K \in \langle a, b \rangle \times \langle c, d \rangle$ .

Priemerné množstvo dopadajúcej vody  $Q_i[lm^{-2}s^{-1}]$  v danom bode vypočítame ako sumu všetkých prvkov matice  $\mathbb{Q}_K$  vydelenu plochou okolia daného bodu  $S_K=10 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$ :

$$\frac{\sum_a^b \sum_c^d Q_{Kij}}{S_K} = Q_i,$$

kde  $Q_i[lm^{-2}s^{-1}]$  je nami požadovaná veličina, množstvo dopadajúcej vody v bode  $K$  a  $S_K=100 \text{ mm}^2$ .

Takto vypočítame množstvo dopadajúcej vody pre bod A, ktorý leží priamo pod tryskou. Množstvo dopadajúcej vody pre bod C vypočítame ako priemer hodnôt množstva dopadajúcej vody pre body C1 a C2. Hodnoty množstva dopadajúcej vody sú v intervale  $Q_i \in \langle 3, 6; 66, 48 \rangle [lm^{-2}s^{-1}]$ . Výsledky prepočtu impaktných tlakov na množstvo dopadajúcej vody môžeme vidieť v nasledujúcej tabuľke:

Tab. 2: Množstvo dopadajúcej vody pre jednotlivé polohy pod tryskou a konfigurácie trysiek

Konfigurácia trysiek	Poloha pod tryskou	$Q_i[lm^{-2}s^{-1}]$
M1	A	43,93
	C	35,75
M2	A	66,48
	C	52,38
F1	A	14,99
	C	3,6
F2	A	29,5
	C	7,09

### 3.4 Experimentálne získané dáta

Skombinovaním výstupov z meraní sme získali dve sady dát. Dátová sada  $\alpha$  pozostáva z 34 pozorovaní, dátová sada  $T_L$  pozostáva z 29 pozorovaní. Dátové sady pre každé pozorovanie nasledujúce parametre :

- **Druh trysky a umiestnenie meraného bodu:** Celkovo 4 konfigurácie trysiek (M1,M2,F1,F2) a dve polohy meraného bodu (A,C) viz. Obrázok 5.
- **Dopadová rýchlosť kvapiek**  $v[m.s^{-1}]$
- **Sauterov stredný priemer kvapiek**  $d_{32}[m]$
- **Teplota vody**  $T_{\infty}[^{\circ}C]$ : Alebo tiež teplota kvapaliny v dostatočnej vzdialenosti od chladeného povrchu. V našich meraniach naberá hodnoty od  $12,6^{\circ}C$  do  $78,5^{\circ}C$ . Od teploty vody sú priamo závislé parametre charakterizujúce jej vlastnosti pri sprchovom chladení a to: hustota vody  $\rho[kgm^{-3}]$  , merná tepelná kapacita vody pri konštantnom tlaku  $c_p[Jkg^{-1}K^{-1}]$ , dynamická viskozita  $\mu[kgm^{-2}s^{-1}]$  a súčiniteľ tepelnej vodivosti vody  $\lambda[Wm^{-1}K^{-1}]$ .
- **Množstvo dopadajúcej vody**  $Q_i[m^3m^{-2}s^{-1}]$ : Vypočítané zo zmeraných hodnôt impaktných tlakov.
- **Súčiniteľ pretupu tepla**  $\alpha[WK^{-1}m^{-2}]$ : Vypočítaný inverznou úlohou pre sadu dát  $HTC$ .
- **Leidenfrostova teplota**  $T_L[^{\circ}C]$ : Vypočítaná inverznou úlohou pre sadu dát  $T_L$ .

Celkovo tak obe dátové sady pozostávajú z odmeranej hodnoty závislej premennej ( $\alpha, T_L$ ) a hodnôt parametrov sprchového chladenia ( $v, d_{32}, T_{\infty}, \rho, c_p, \mu, \lambda, Q_i$ ) pri ktorých bola táto hodnota závislej premennej odmeraná. Tieto parametre boli v nasledujúcej časti práce použité ako vstupy pre vzorové modely, vlastné modely a už existujúce korelácie na odhad súčiniteľa prestupu tepla a Leidenfrostovej teploty. V modeloch sa vyskytujú aj dva parametre, ktoré sa v priebehu meraní nemenili a to teplota povrchu  $T_s = 950^{\circ}C$  a teplota saturácie vody  $T_{sat} = 100^{\circ}C$ .

## 4 Modelovanie

V tejto kapitole práce sa budeme venovať samotnej tvorbe modelov. Najskôr aplikujeme dva už existujúce modely na naše zmerané dáta a vyhodnotíme ich presnosť. Následne ich zoptimalizujeme aby sme ich presnosť čo najviac zvýšili. Tieto modely budú pre nás vzorové, ich kombináciou vytvoríme radu vlastných modelov. Táto kapitola bude rozdelená na dve časti. Prvá časť bude venovaná modelom pre výpočet súčiniteľa prestupu tepla  $\alpha$  pri blanovom varení. Druhá časť bude venovaná modelom pre výpočet Leidenfrostovej teploty  $T_L$ . Na výpočty bodových odhadov regresných koeficientov v tejto časti práce sme použili dva nástroje programu Excel a to Excel - Data analysis - Regression a Excel - Solver - GRG nonlinear method. Ostatné výpočty (intervaly spoľahlivosti, koeficienty determinácie, reziduálne súčty štvorcov) boli realizované manuálne v programe Excel za pomoci už spomínanej metodiky (viz. kap. Regresná analýza).

### 4.1 Súčiniteľ prestupu tepla

#### 4.1.1 Vzorové modely

a) **1.9:**  $\alpha = f(Q_i, v, d_{32})$

Prvý vzorový model prevzatý z publikácie [11], zohľadňuje vplyv množstva dopadajúcej vody  $Q_i [lm^{-2}s^{-1}]$ , priemernej rýchlosti kvapiek  $v [ms^{-1}]$  a Sauterovho priemeru kvapiek  $d_{32} [m]$  na súčiniteľ prestupu tepla. Má tvar:

$$\alpha = 19,6Q_i^{0,461}v^{0,261}d_{32}^{-0,208}. \quad (1.9)$$

Pre zvýšenie presnosti si na základe tohto modelu vytvoríme regresnú funkciu:

$$\alpha = c_0Q_i^{c_1}v^{c_2}d_{32}^{c_3}. \quad (1.9 A)$$

Optimalizáciou (viz. kap. 2.5.2) rovnice (1.9 A) sme dostali nasledujúce hodnoty regresných koeficientov a ich intervalové odhady pre  $\alpha = 0,05$ :

Tab. 3: Hodnoty regresných koeficientov modelu 1.9 A

Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti
$c_0$	649,368	$\langle 137,311;1161,424 \rangle$
$c_1$	0,3164	$\langle 0,1991;0,4338 \rangle$
$c_2$	0,5515	$\langle 0,3256;0,7773 \rangle$
$c_3$	0,2398	$\langle 0,1140;0,3657 \rangle$

Aby sme mohli regresné koeficienty zistiť aj lineárnou regresnou analýzou, musíme rovnicu 1.9 A najskôr transformovať na lineárny tvar, rovnakým spôsobom budeme transformovať aj pre ostatné modely v nasledujúcich častiach práce (lineárne tvary nasledujúcich modelov sa nachádzajú v prílohe):

$$\ln(\alpha) = \ln(c_0) + c_1\ln(Q_i) + c_2\ln(v) + c_3\ln(d_{32}). \quad (1.9 A \text{ LIN})$$

Následne dostávame bodové odhady a intervaly spoľahlivosti pre model 1.9 A LIN:

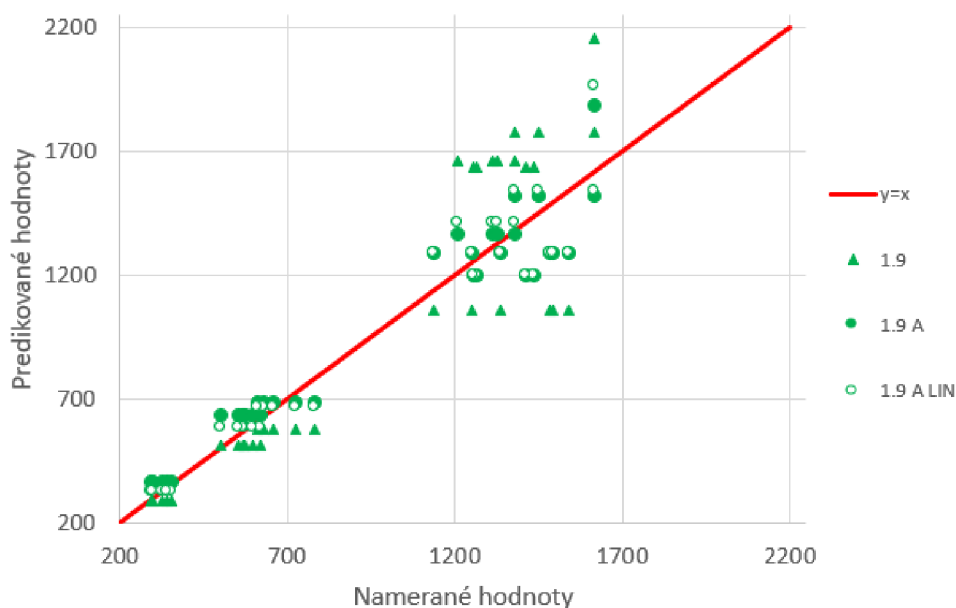
Tab. 4: Hodnoty regresných koeficientov modelu 1.9 A LIN

Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti
$c_0$	578,439	$\langle 256,508;900,37 \rangle$
$c_1$	0,3785	$\langle 0,2986;0,4585 \rangle$
$c_2$	0,5404	$\langle 0,3587;0,7222 \rangle$
$c_3$	0,2474	$\langle 0,1219;0,3729 \rangle$

V nasledujúcej tabuľke a na Obrázku 11 môžeme vidieť porovnanie presnosti variácií tvaru modelu 1.9:

Tab. 5: Hodnoty koeficientu determinácie pre variácie rovnice 1.9

Model	$Res^2$
1.9	67544
1.9 A	14082
1.9 A LIN	15364



Obr. 11: Porovnanie troch variácií rovnice 1.9

Presnosť prvého vzorového modelu 1.9 je značne limitovaná absenciou člena, ktorý by popisoval vplyv teploty vody. Originálne bolo táto rovnica určená pre teploty vody v rozmedzí  $20 - 30^{\circ}C$ . Upravená varianta 1.9 A, prispôbená optimalizáciou regresných koeficientov, je presnejšia (viz. Tabuľka 5 a Obrázok 11) pre celé spektrum teploty vody aj pri absencii člena, ktorý by popisoval túto teplotu. Samotný rozdiel v presnosti medzi variantou rovnice 1.9 A, kde sa regresné koeficienty počítali optimalizačnou metódou a variantou 1.9 A LIN, kde sa regresné koeficienty počítali pomocou lineárnej regresie, je minimálny a pravdepodobne spôsobený rozdielnym prístupom k určovaniu regresných koeficientov.

b) **4.1:**  $\alpha = f(Re, Pr_f, \lambda, d_{32}, T_s, T_\infty)$

Druhý vzorový model prevzatý z [3] je komplexnejší. Zohľadňuje vplyv vlastností sprchového chladienia a vplyv vlastností chladiacej kvapaliny na súčiniteľ prestupu tepla. Má tvar:

$$\alpha \approx c_0 Re_{d_{32}}^{c_1} Pr_f^{c_2} \frac{\lambda}{d_{32}} \frac{(T_{sat} - T_\infty)}{(T_s - T_\infty)}, \quad (4.1)$$

kde  $Re_{d_{32}}$  je Reynoldsove číslo,  $Pr_f = \left(\frac{c_p \mu}{\lambda}\right)$  je Prandtlovo číslo,  $\lambda [Wm^{-1}K^{-1}]$  je súčiniteľ tepelnej vodivosti vody,  $d_{32}[m]$  je Sauterov stredný priemer kvapiek,  $T_{sat} = 100^\circ C$  je teplota saturácie vody,  $T_\infty [^\circ C]$  je teplota vody v dostatočnej vzdialenosti od povrchu a  $T_s = 950^\circ C$  je teplota chladeného povrchu. Do tohto modelu vstupujú dve kategórie veličín a to vlastnosti chladiacej kvapaliny ( $\rho, \mu, \lambda, c_p, T_{sat}, T_\infty$ ) a vlastnosti sprchového chladienia ( $d_{32}, Q_i$ ).

Optimalizáciou rovnice 4.1 sme dostali nasledujúce hodnoty regresných koeficientov:

Tab. 6: Hodnoty regresných koeficientov modelu 4.1

Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti
$c_0$	1,3549	$\langle 0,0619;2,6479 \rangle$
$c_1$	0,6474	$\langle 0,4026;0,8922 \rangle$
$c_2$	-0,0489	$\langle -0,4135;0,3158 \rangle$

Následne dostávame nasledujúce bodové odhady a intervaly spoľahlivosti pre rovnicu 4.1 LIN:

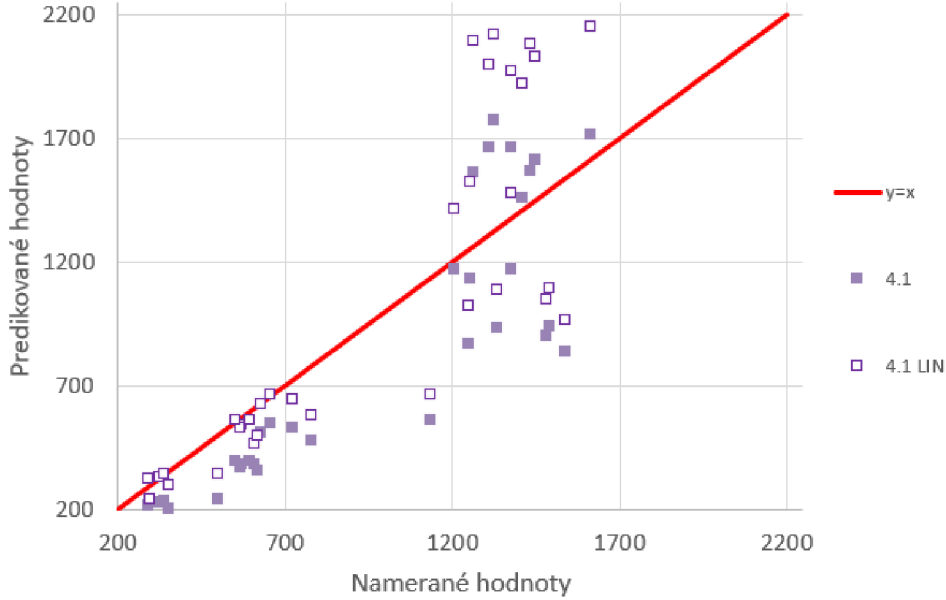
Tab. 7: Hodnoty regresných koeficientov modelu 4.1 LIN

Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti
$c_0$	2,6035	$\langle 1,4495;3,7575 \rangle$
$c_1$	0,5252	$\langle 0,3821;0,6683 \rangle$
$c_2$	-0,1730	$\langle -0,4502;0,1042 \rangle$

V nasledujúcej tabuľke a na Obrázku 12 môžeme vidieť porovnanie presnosti variácií tvaru modelu 4.1:

Tab. 8: Hodnoty koeficientu determinácie pre variácie rovnice 4.1

Model	$Res^2$
4.1	95570
4.1 LIN	161084



Obr. 12: Porovnanie dvoch variácií rovnice 4.1

Druhý vzorový model originálne nedisponoval hodnotami regresných koeficientov. Po určení týchto hodnôt sme dostali dve varianty modelu. Varianta 4.1 bola určená optimalizačne, varianta 4.1 LIN regresne. Model 4.1 je výrazne presnejší ako model 4.1 LIN (viz. Tabuľka 8 a Obrázok 12). Pri oboch variantách nedokážeme na základe 95% intervalov spoľahlivosti potvrdiť nenulovosť regresných koeficientov.

#### 4.1.2 Vlastné modely

- 1.9 + 4.1 A:  $\alpha = f(Q_i, v, d_{32}, T_\infty)$
- 1.9 + 4.1 B1:  $\alpha = f(Q_i, v, d_{32}, Pr_f, \lambda, T_\infty)$
- 1.9 + 4.1 B2:  $\alpha = f(Q_i, v, d_{32}, Pr_f, \lambda, T_\infty)$
- 1.9 + 4.1 C:  $\alpha = f(Q_i, v, d_{32}, T_\infty)$

Tieto modely sme vytvorili ako kombináciu rovníc 1.9 a 4.1. Toto spojenie bolo motivované snahou vytvoriť rovnicu, ktorá bude čo najpresnejšie popisovať súčiniteľ prestupu tepla  $\alpha$ , a bude pri tom najreálnejšie zohľadňovať ako vlastnosti sprchového chladenia, tak vlastnosti chladiacej kvapaliny.

- A:**  $\alpha = f(Q_i, v, d_{32}, T_\infty)$

Keďže tvar rovnice 1.9 A popisuje na základe vlastností sprchového chladenia súčiniteľ prestupu tepla  $\alpha$  pomerne presne, nahradíme ním člen  $\left(c_0 R_{d_{32}}^{c_1} Pr_f^{c_2} \frac{\lambda}{d_{32}}\right)$  v rovnici 4.1 a do mocniny člena  $\frac{(T_{sat} - T_\infty)}{(T_s - T_\infty)}$  pridáme regresný koeficient. Dostaneme tak tvar:

$$\alpha = c_0 Q_i^{c_1} v^{c_2} d_{32}^{c_3} \left( \frac{T_{sat} - T_\infty}{T_s - T_\infty} \right)^{c_4} . \quad (4.2)$$

Jeho optimalizáciou dostaneme nasledujúce bodové odhady a intervaly spoľahlivosti:

Tab. 9: Hodnoty regresných koeficientov modelu 4.2

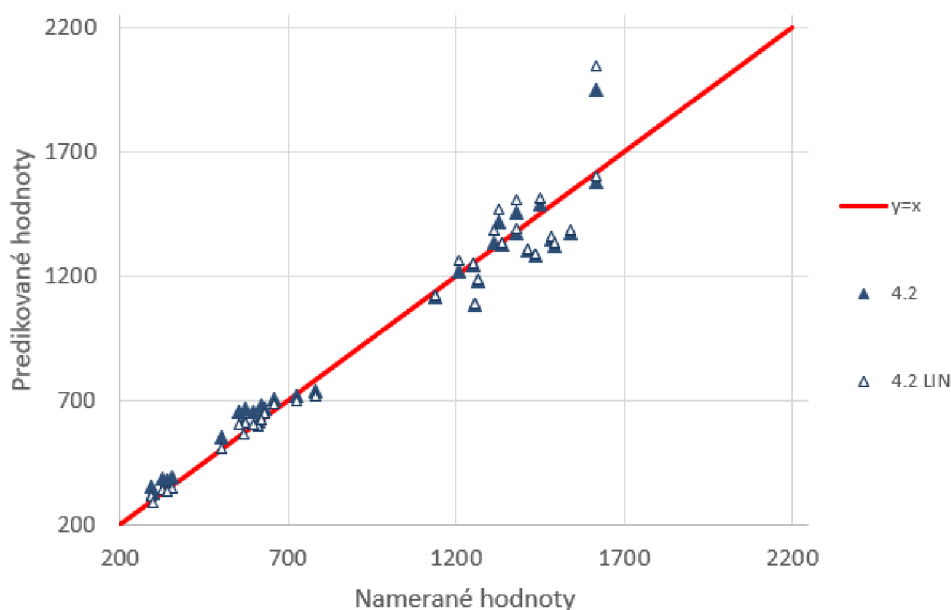
Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti	$Res^2$
$c_0$	910,9624	$\langle 291,0092;1530,916 \rangle$	9483
$c_1$	0,3148	$\langle 0,2169;0,4127 \rangle$	
$c_2$	0,5483	$\langle 0,3594;0,7372 \rangle$	
$c_3$	0,2259	$\langle 0,1212;0,3306 \rangle$	
$c_4$	0,1564	$\langle 0,0697;0,2431 \rangle$	

Následne dostávame bodové odhady a intervaly spoľahlivosti pre model 4.2 LIN:

Tab. 10: Hodnoty regresných koeficientov modelu 4.2 LIN

Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti	$Res^2$
$c_0$	827,0391	$\langle 441,8492;1212,229 \rangle$	10994
$c_1$	0,3814	$\langle 0,3215;0,4413 \rangle$	
$c_2$	0,5371	$\langle 0,4009;0,6732 \rangle$	
$c_3$	0,236	$\langle 0,1418;0,3302 \rangle$	
$c_4$	0,1593	$\langle 0,0936;0,2250 \rangle$	

Na Obrázku 13 môžeme vidieť porovnanie presnosti variácií tvaru modelu 4.2:



Obr. 13: Porovnanie dvoch variácií rovnice 4.2

Prvý vlastný model pre výpočet súčiniteľa prestupu tepla sa v oboch variantách (4.2, 4.2 LIN) vyznačuje vysokou presnosťou predikcie (viz. Tabuľka 17). Ako môžeme vidieť na Obrázku 13, hodnoty vypočítané týmto modelom sa veľmi blížila reálnym hodnotám. Ako môžeme vidieť v stĺpci 95% Interval spoľahlivosti v Tabuľke 9 a 10, 95% Intervaly spoľahlivosti neobsahujú nulu, čo potvrdzuje, že všetky regresné koeficienty pre obe variácie modelu sú nenulové. Samotný rozdiel medzi dvoma varian-

tami je minimálny a pravdepodobne spôsobený rozdielnym prístupom k určovaniu regresných koeficientov.

b) **B1:**  $\alpha = f(Q_i, v, d_{32}, Pr_f, \lambda, T_\infty)$

Obdobne ako pri tvorbe prvého vlastného modelu, sme postupovali aj pri tvorbe druhého vlastného modelu. Vzorovou rovnicou 1.9 sme nahradili člen  $(c_0 Re_{d_{32}}^{c_1})$  v druhej vzorovej rovnici 4.1 a dostali sme tvar:

$$\alpha = c_0 Q_i^{c_1} v^{c_2} d_{32}^{c_3} Pr_f^{c_4} \frac{\lambda}{d_{32}} \left( \frac{T_{sat} - T_\infty}{T_s - T_\infty} \right). \quad (4.3)$$

Jeho optimalizáciou dostaneme nasledujúce bodové odhady a intervaly spoľahlivosti:

Tab. 11: Hodnoty regresných koeficientov modelu 4.3

Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti	$Res^2$
$c_0$	36374,77	$\langle -6046,843;78796,39 \rangle$	25892
$c_1$	0,3106	$\langle 0,1497;0,4716 \rangle$	
$c_2$	0,4901	$\langle 0,1787;0,8015 \rangle$	
$c_3$	1,1902	$\langle 1,013;1,3675 \rangle$	
$c_4$	-0,6618	$\langle -0,8168;-0,5067 \rangle$	

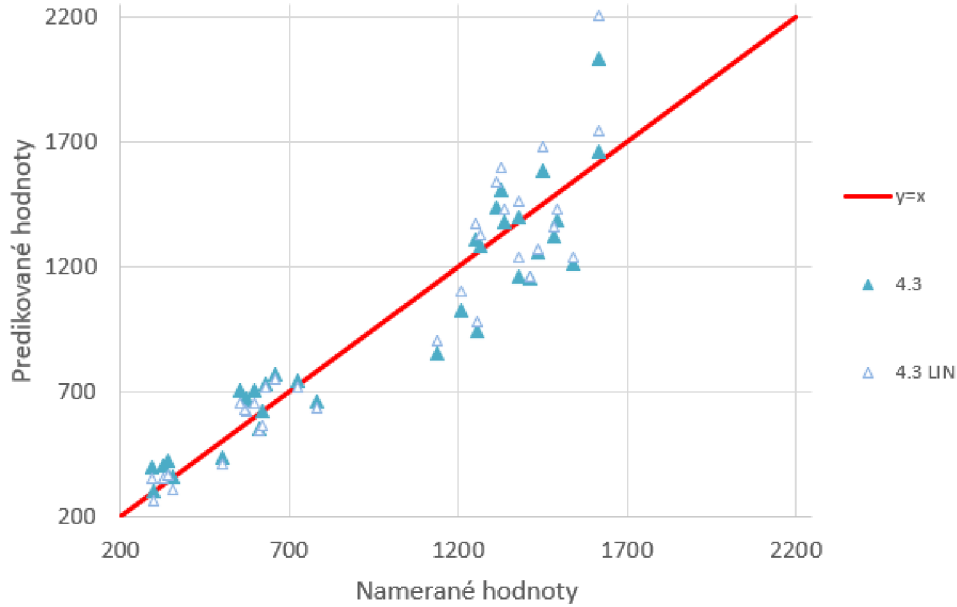
Následne dostávame bodové odhady a intervaly spoľahlivosti pre model 4.3 LIN:

Tab. 12: Hodnoty regresných koeficientov modelu 4.3 LIN

Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti	$Res^2$
$c_0$	36263,95	$\langle 10672,83;61855,07 \rangle$	29890
$c_1$	0,379	$\langle 0,2614;0,4966 \rangle$	
$c_2$	0,5193	$\langle 0,2520;0,7866 \rangle$	
$c_3$	1,219	$\langle 1,0343;1,4038 \rangle$	
$c_4$	-0,6883	$\langle -0,8157;-0,5610 \rangle$	

Na Obrázku 14 môžeme vidieť porovnanie presnosti variácií tvaru modelu 4.3: Druhý vlastný model má v oboch variantách nižšiu presnosť ako model 4.2 (viz. Tabuľka 17). Presnosť modelu 4.3 je ilustrovaná na Obrázku 14, kde môžeme vidieť, že hodnoty sú výrazne vychýlenejšie od červenej priamky značiacej ideálnu predikciu. Všetky regresné koeficienty pre variantu 4.3 LIN sú nenulové (viz. Tabuľka 12). Toto tvrdenie neplatí pre variantu 4.3 (viz. Tabuľka 11), kde nulovosť reg. koeficientu  $c_0$  nemôžeme na základe jeho intervalu spoľahlivosti vylúčiť.





Obr. 14: Porovnanie dvoch variácií rovnice 4.3

c) **B2:**  $\alpha = f(Q_i, v, d_{32}, Pr_f, \lambda, T_\infty)$

Z modelu 4.3, sme pridaním regresného koeficientu do mocniny členu  $\left(\frac{T_{sat}-T_\infty}{T_s-T_\infty}\right)$  odvodili ďalší vlastný model:

$$\alpha = c_0 Q_i^{c_1} v^{c_2} d_{32}^{c_3} Pr_f^{c_4} \frac{\lambda}{d_{32}} \left(\frac{T_{sat}-T_\infty}{T_s-T_\infty}\right)^{c_5} \quad (4.4)$$

Jeho optimalizáciou dostaneme nasledujúce bodové odhady a intervaly spoľahlivosti:

Tab. 13: Hodnoty regresných koeficientov modelu 4.4

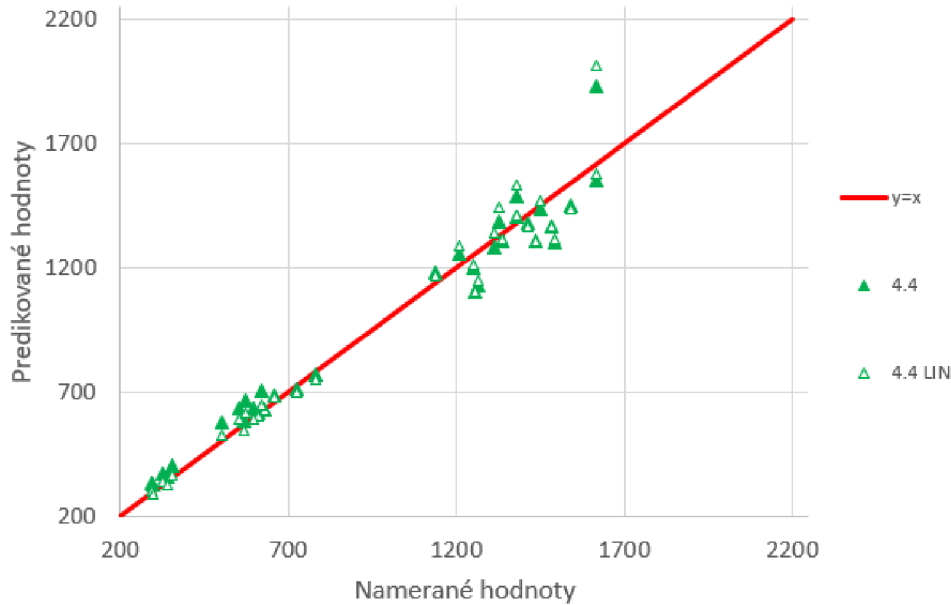
Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti	$Res^2$
$c_0$	373,4618	$\langle -131,3979;878,3215 \rangle$	8299
$c_1$	0,3185	$\langle 0,2246;0,4123 \rangle$	
$c_2$	0,5689	$\langle 0,3869;0,7508 \rangle$	
$c_3$	1,2370	$\langle 1,1377;1,3364 \rangle$	
$c_4$	0,3852	$\langle 0,1010;0,6695 \rangle$	
$c_5$	-0,1291	$\langle -0,4167;0,1584 \rangle$	

Následne dostávame bodové odhady a intervaly spoľahlivosti pre model 4.4 LIN:

Na Obrázku 15 môžeme vidieť porovnanie presnosti variácií tvaru modelu 4.4:

Tab. 14: Hodnoty regresných koeficientov modelu 4.4 LIN

Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti	$Res^2$
$c_0$	434,5355	$\langle 144,5602;724,5108 \rangle$	9598
$c_1$	0,3826	$\langle 0,3255;0,4396 \rangle$	
$c_2$	0,5408	$\langle 0,4110;0,6706 \rangle$	
$c_3$	1,2388	$\langle 1,1490;1,3285 \rangle$	
$c_4$	0,3221	$\langle 0,1016;0,5426 \rangle$	
$c_5$	-0,0658	$\langle -0,2890;0,1575 \rangle$	



Obr. 15: Porovnanie dvoch variácií rovnice 4.4

Tretí vlastný model vznikol z modelu 4.3 pridaním regresného koeficientu do mocniny člena priamo popisujúceho vplyv teploty vody. Pridaním tohto koeficientu sa zvýšila presnosť v oboch variantách modelu (viz. Tabuľka 17 a Obrázok 15). Tento model poskytuje najpresnejšiu predikciu súčiniteľa prestupu tepla, ale na základe 95% intervalov spoľahlivosti (viz. Tabuľka 13 a 14) nemôžeme vylúčiť nenulovosť regresných koeficientov.

d) **C:**  $\alpha = f(Q_i, v, d_{32}, T_\infty)$

Tento model berie ako základ vzorovú rovnicu 1.9 A, ktorá dobre popisuje vplyv množstva dopadajúcej vody, dopadovej rýchlosti kvapiek a Sauterovho stredného priemeru kvapiek na súčiniteľ prestupu tepla. Vplyv teploty vody zahrnie člen  $(T_{sat} - T_\infty)$ , ktorý podchádza zo vzorovej rovnice 4.1. Výsledný tvar modelu je:

$$\alpha = c_0 Q_i^{c_1} v^{c_2} d_{32}^{c_3} (T_{sat} - T_\infty)^{c_4}. \quad (4.5)$$

Jeho optimalizáciou dostaneme nasledujúce bodové odhady a intervaly spoľahlivosti: Následne dostávame bodové odhady a intervaly spoľahlivosti pre model 4.5 LIN:

Na Obrázku 16 môžeme vidieť porovnanie presnosti variácií tvaru modelu 4.5:

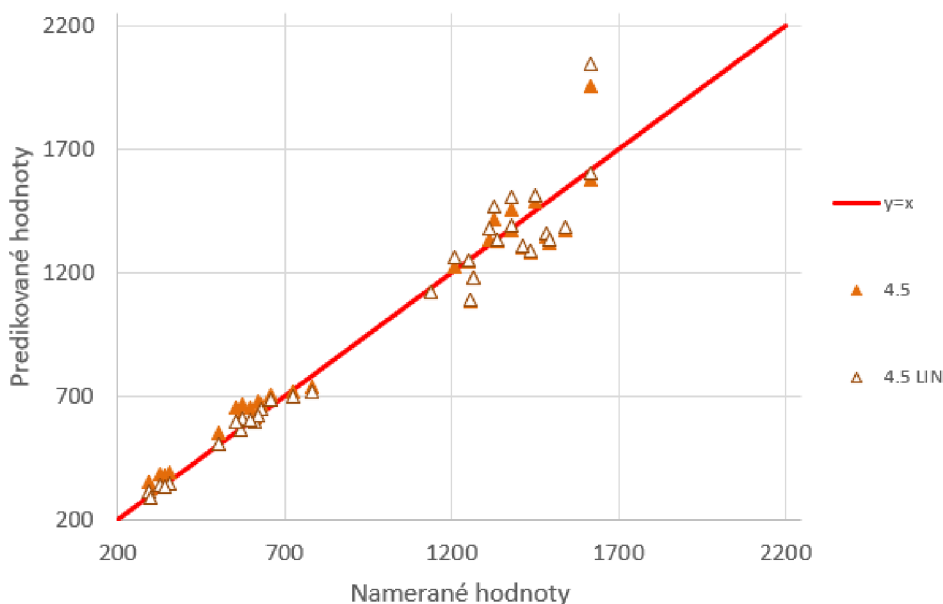
Posledný vlastný model je najjednoduchší a obsahuje najmenej vstupných parametrov. Aj tak sa vyznačuje vysokou presnosťou (viz. Tabuľka 17 a Obrázok 16). Ďalej môžeme na základe 95% intervalov spoľahlivosti skonštatovať, že regresné ko-

Tab. 15: Hodnoty regresných koeficientov modelu 4.5

Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti	$Res^2$
$c_0$	327,3057	$\langle 78,5975;576,0138 \rangle$	9444
$c_1$	0,3155	$\langle 0,2178;0,4132 \rangle$	
$c_2$	0,5486	$\langle 0,3602;0,7370 \rangle$	
$c_3$	0,2273	$\langle 0,1228;0,3317 \rangle$	
$c_4$	0,1483	$\langle 0,0664;0,2302 \rangle$	

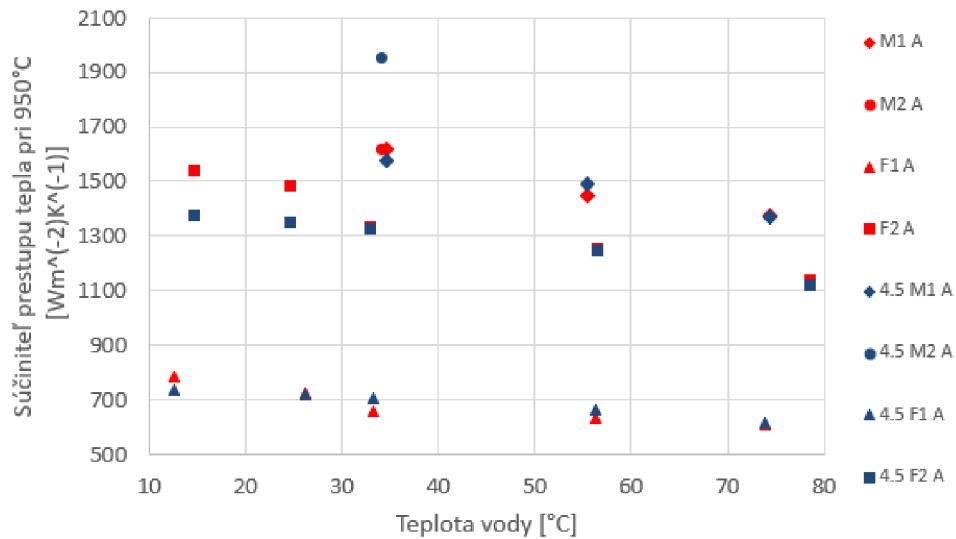
Tab. 16: Hodnoty regresných koeficientov modelu 4.5 LIN

Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti	$Res^2$
$c_0$	288,209	$\langle 147,2800;429,1376 \rangle$	10950
$c_1$	0,3814	$\langle 0,3217;0,4412 \rangle$	
$c_2$	0,5370	$\langle 0,4013;0,6728 \rangle$	
$c_3$	0,2360	$\langle 0,1421;0,3300 \rangle$	
$c_4$	0,1515	$\langle 0,0894;0,2135 \rangle$	

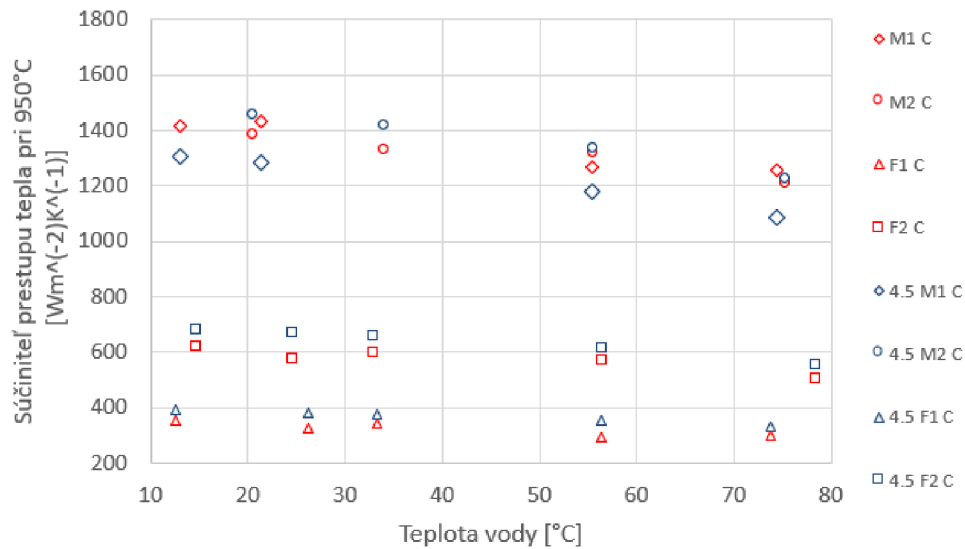


Obr. 16: Porovnanie dvoch variácií rovnice 4.5

eficienty pre obe varianty tohto modelu sú nenulové (viz. Tabuľka 15 a 16). Nenulovosť regresných koeficientov, vysoká presnosť predikcie a jednoduchosť robí z modelu 4.5 najvhodnejší vlastný model pre výpočet súčiniteľa prestupu tepla, aj keď presnosťou mierne zaostáva za modelom 4.4. Ako môžeme vidieť na Obrázku 17 a 18, okrem predikcie pre meranie M2 A je model konzistentne presný pre celý rozsah teploty vody. Táto nepresnosť môže spôsobená extrémnou hodnotou množstva dopadajúcej vody pri meraní v M2 ( $Q_i = 66,48[lm^{-2}s^{-1}]$ )(viz. Príloha E), keďže väčšina našich meraní, podľa ktorých boli určené regresné koeficienty rovnice má hodnotu  $Q_i \in \langle 3,6;52,4 \rangle [lm^{-2}s^{-1}]$  a množstvo dopadajúcej vody má pri predikcii najväčšiu váhu. Táto nepresnosť môže byť tiež spôsobená chybou merania.



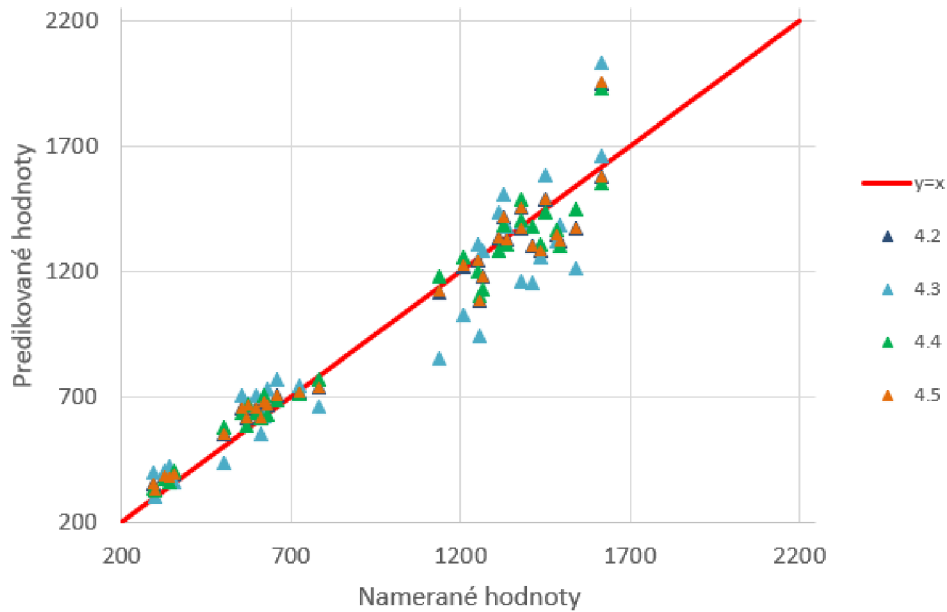
Obr. 17: Závislosť presnosti predikcie súčiniteľa prestupu tepla od teploty vody pre rovnicu 4.5 v meranom bode A



Obr. 18: Závislosť presnosti predikcie súčiniteľa prestupu tepla od teploty vody pre rovnicu 4.5 v meranom bode C

Tab. 17: Porovnanie presností vlastných modelov pre výpočet súčiniteľa prestupu tepla

Model	Označenie	$Res^2$
4.2	A	9483
4.3	B1	25892
4.4	B2	8299
4.5	C	9444
4.2 LIN	A	10994
4.3 LIN	B1	29890
4.4 LIN	B2	9598
4.5 LIN	C	10950



Obr. 19: Porovnanie vlastných modelov pre výpočet súčiniteľa prestupu tepla

## 4.2 Leidenfrostova teplota

### 4.2.1 Vzorové modely

a) **1.15:**  $T_L = f(Q_i, v, d_{32})$

Prvý vzorový model pre výpočet  $T_L$  má rovnaký tvar ako 1.9, zohľadňuje teda vplyv množstva dopadajúcej vody  $Q_i [lm^{-2}s^{-1}]$ , priemernej rýchlosti kvapiek  $v [ms^{-1}]$  a Sauterovho priemeru kvapiek  $d_{32} [m]$ . Má tvar:

$$T_L = 351Q_i^{0,111}v^{0,174}d_{32}^{0,006}. \quad (1.15)$$

Pre zvýšenie presnosti vytvoríme na základe modelu 1.15 vlastnú variantu, ktorú budeme na základe našich dát optimalizovať:

$$T_L = c_0Q_i^{c_1}v^{c_2}d_{32}^{c_3}. \quad (1.15 A)$$

Optimalizáciou rovnice 1.15 A sme dostali nasledujúce hodnoty regresných koeficientov a ich intervalové odhady:

Tab. 18: Hodnoty regresných koeficientov modelu 1.15 A

Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti
$c_0$	927,591	$\langle 34,6981;1820,48 \rangle$
$c_1$	0,3821	$\langle -0,0745;0,1510 \rangle$
$c_2$	0,1679	$\langle -0,0785;0,4143 \rangle$
$c_3$	0,0938	$\langle -0,0597;0,2473 \rangle$

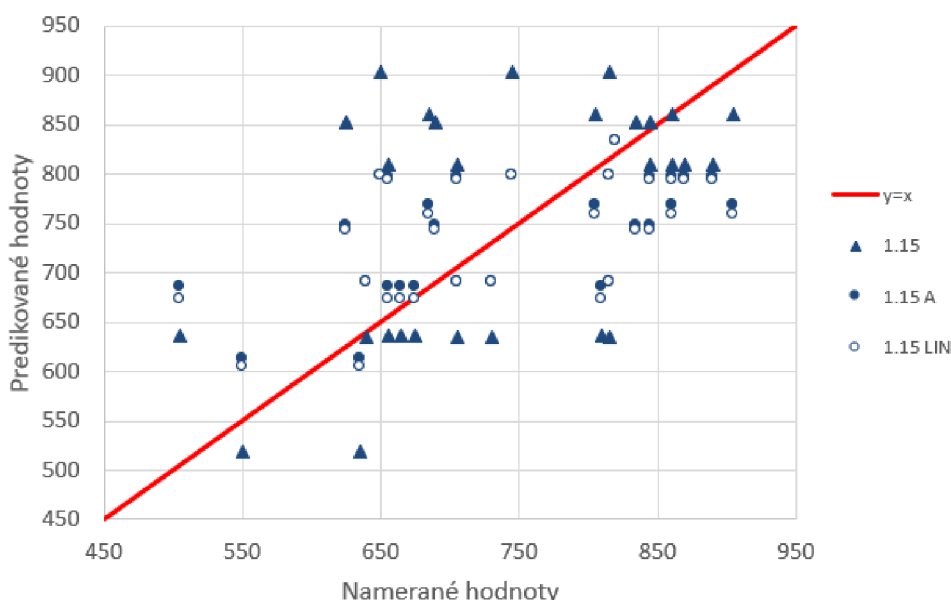
Následne dostávame bodové odhady a intervaly spoľahlivosti pre model 1.15 A LIN: V nasledujúcej tabuľke a na Obrázku 20 môžeme vidieť porovnanie presnosti variácií tvaru modelu 1.15 A:

Tab. 19: Hodnoty regresných koeficientov modelu 1.15 A LIN

Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti
$c_0$	932,36	$\langle 333,414;1531,31 \rangle$
$c_1$	0,02724	$\langle -0,0830;0,1375 \rangle$
$c_2$	0,1960	$\langle -0,0541;0,4460 \rangle$
$c_3$	0,1001	$\langle -0,0633;0,2635 \rangle$

Tab. 20: Hodnoty koeficientu determinácie pre variácie rovnice 1.15

Model	$Res^2$
1.15	13537
1.15 A	7536
1.15 A LIN	7584



Obr. 20: Porovnanie troch variácií rovnice 1.15

Vzorová rovnica 1.15 bola jej autormi určená len pre teploty vody v intervale  $20^{\circ}C$  až  $30^{\circ}C$ . Preto pri použití dát zo všetkých meraní, pri ktorých boli teploty vody v rozsahu od  $12^{\circ}C$  po  $75^{\circ}C$ , je rovnica nepresná. Presnosť rovnice sa mierne zvýšila dopočítaním vlastných regresných koeficientov, ale aj v tejto variante zostáva predikcia pomerne nepresná (viz. Tabuľka 20 a Obrázok 20). Pri variantách s mnou dopočítanými regresnými koeficientami na základe 95% intervalov spoľahlivosti nemôžeme vylúčiť nenulovosť regresných koeficientov (viz. Tabuľka 18 a 19).

b) **4.6:**  $T_L = f(Re, Pr_f, \lambda, d_{32}, T_{\infty})$

Druhý vzorový model je prevzatý z [3]. Obdobne ako model 4.1, aj tento model uvažuje okrem vlastností sprchového chladenia aj vlastností chladiacej kvapaliny. Vplyv trysky je popísaný Reynoldsovým číslom  $Re_{d_{32}}$  a Sauterovým stredným priemerom kvapiek  $d_{32}[m]$ . Vplyv vlastností chladiacej kvapaliny je zahrnutý v Prandtlom čísle  $Pr_f$ , v súčiniteli tepelnej vodivosti vody  $\lambda[Wm^{-1}K^{-1}]$ , teplote saturácie

$T_{sat} = 100^\circ C$  a teploty vody v dostatočnej vzdialenosti od chladeného povrchu  $T_\infty [^\circ C]$ . Tvar modelu je:

$$T_L \approx c_0 Re_{d_{32}}^{c_1} Pr_f^{c_2} \frac{\lambda}{d_{32}} (T_{sat} - T_\infty) + T_{sat}. \quad (4.6)$$

Optimalizáciou rovnice 4.6 sme dostali nasledujúce hodnoty regresných koeficientov a ich intervalové odhady:

Tab. 21: Hodnoty regresných koeficientov modelu 4.6

Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti
$c_0$	0,000788	$\langle -0,000461; 0,002037 \rangle$
$c_1$	0,5542	$\langle 0,1750; 0,9334 \rangle$
$c_2$	0,0740	$\langle -0,5482; 0,6963 \rangle$

Následne dostávame bodové odhady a intervaly spoľahlivosti pre model 4.6 LIN:

Tab. 22: Hodnoty regresných koeficientov modelu 4.6 LIN

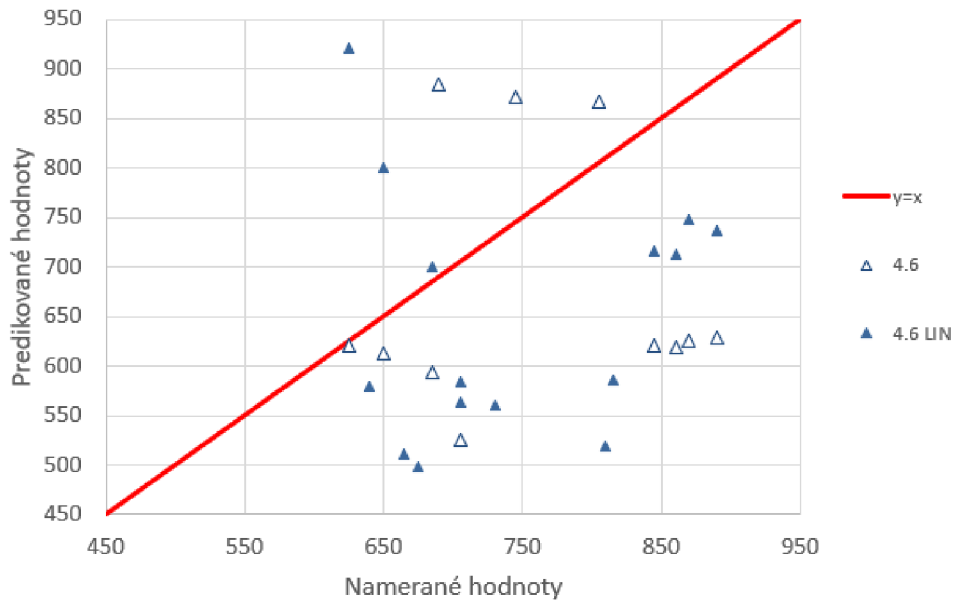
Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti
$c_0$	0,0025	$\langle 0,0006; 0,0044 \rangle$
$c_1$	0,2659	$\langle -0,0241; 0,5559 \rangle$
$c_2$	-0,0799	$\langle -0,6686; 0,5087 \rangle$

V nasledujúcej tabuľke a na Obrázku 21 môžeme vidieť porovnanie presnosti variácií tvaru modelu 4.6:

Tab. 23: Hodnoty koeficientu determinácie pre variácie rovnice 4.6

Model	$Res^2$
4.6	72475
4.6 LIN	149428

Druhá vzorová rovnica pre výpočet Leidenfrostovej teploty, analyzujúca aj vplyv teploty vody je oproti prvej vzorovej rovnici presnejšia (viz. Tabuľka 23 a Obrázok 21). Pri oboch variantách tejto rovnice nedokážeme na základe 95% intervalov spoľahlivosti potvrdiť nenulovosť regresných koeficientov (viz. Tabuľka 21 a 22).



Obr. 21: Porovnanie troch variácií rovnice 4.6

#### 4.2.2 Vlastné modely

- a) 1.15 + 4.6 A:  $T_L = f(Q_i, v, d_{32}, T_\infty)$
- b) 1.15 + 4.6 B1:  $T_L = f(Q_i, v, d_{32}, Pr_f, T_\infty)$
- c) 1.15 + 4.6 B2:  $T_L = f(Q_i, v, d_{32}, Pr_f, T_\infty)$
- d) 1.15 + 4.6 C1:  $T_L = f(Q_i, v, d_{32}, Pr_f, \lambda, T_\infty)$
- e) 1.15 + 4.6 C2:  $T_L = f(Q_i, v, d_{32}, Pr_f, \lambda, T_\infty)$

Obdobne ako pri vytváraní modelov pre súčiniteľ prestupu tepla, vlastné modely pre výpočet  $T_L$  sú tvorené ako kombinácia rovníc 1.15 a 4.6. Toto spojenie je motivované snahou vytvoriť model pre výpočet  $T_L$ , ktorý bude zohľadňovať ako vlastnosti sprchového chladienia, tak aj vlastnosti chladiacej kvapaliny.

- a) **A:**  $T_L = f(Q_i, v, d_{32}, T_\infty)$

Tento model vznikol nahradením člena  $c_0 Re_{d_{32}}^{c_1} Pr_f^{c_2} \frac{\lambda}{d_{32}}$  v rovnici 4.6 rovnicou 1.15 A a následným pridaním regresného koeficientu do mocniny  $(T_{sat} - T_\infty)$ . Výsledný tvar modelu je:

$$T_L = c_0 Q_i^{c_1} v^{c_2} d_{32}^{c_3} (T_{sat} - T_\infty)^{c_4} + T_{sat}. \quad (4.7)$$

Jeho optimalizáciou dostaneme nasledujúce bodové odhady a intervaly spoľahlivosti:

Tab. 24: Hodnoty regresných koeficientov modelu 4.7

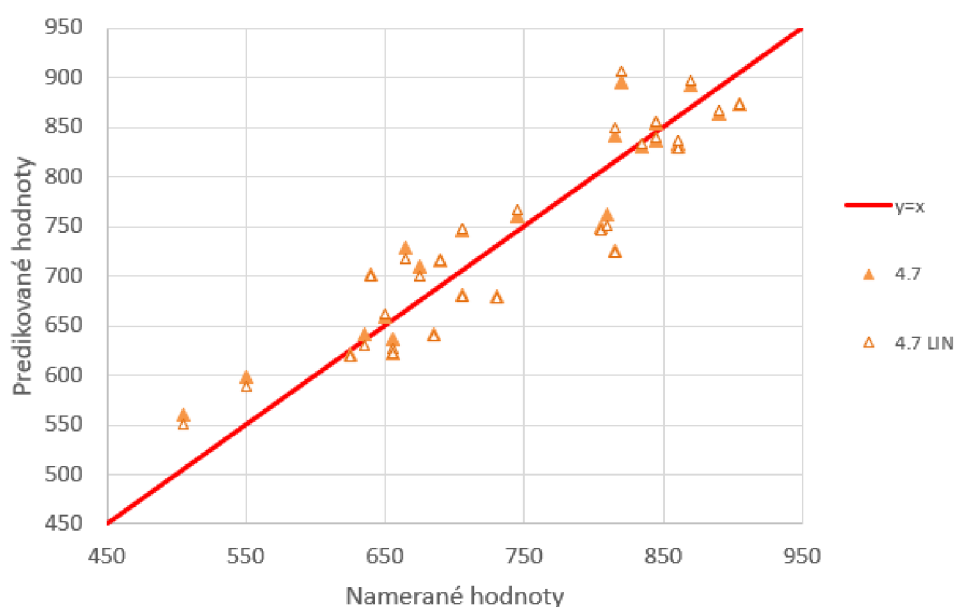
Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti	$Res^2$
$c_0$	384,3742	$\langle 268,7333; 500,015 \rangle$	1647
$c_1$	0,1059	$\langle 0,0755; 0,1363 \rangle$	
$c_2$	0,1399	$\langle 0,0745; 0,2054 \rangle$	
$c_3$	0,0818	$\langle 0,0418; 0,1219 \rangle$	
$c_4$	0,3033	$\langle 0,2689; 0,3377 \rangle$	

Následne dostávame bodové odhady a intervaly spoľahlivosti pre model 4.7 LIN:



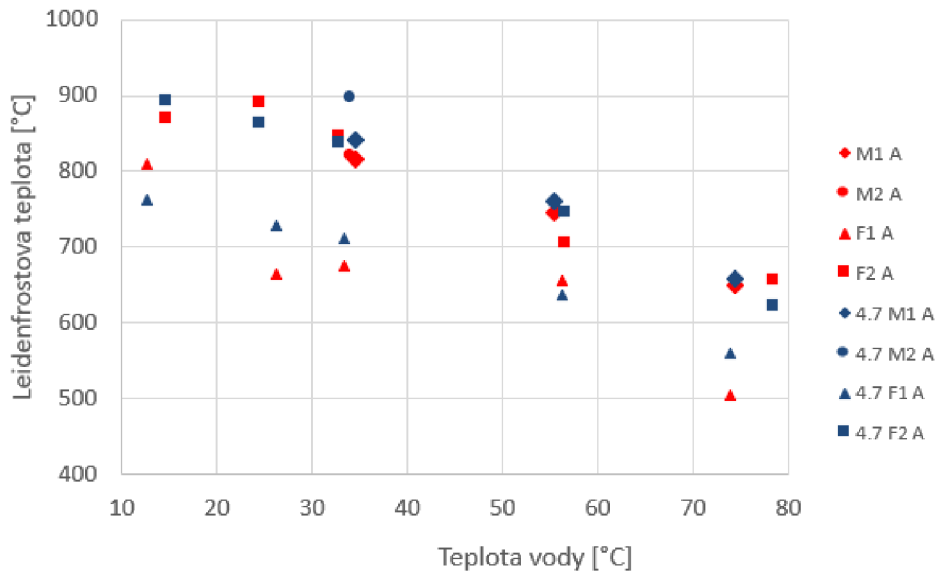
Tab. 25: Hodnoty regresných koeficientov modelu 4.7 LIN

Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti	$Res^2$
$c_0$	184,3242	$\langle 94,8847;273,7590 \rangle$	1687
$c_1$	0,1011	$\langle 0,0378;0,1645 \rangle$	
$c_2$	0,1742	$\langle 0,0343;0,3140 \rangle$	
$c_3$	0,0924	$\langle 0,0012;0,1836 \rangle$	
$c_4$	0,3066	$\langle 0,2384;0,3747 \rangle$	

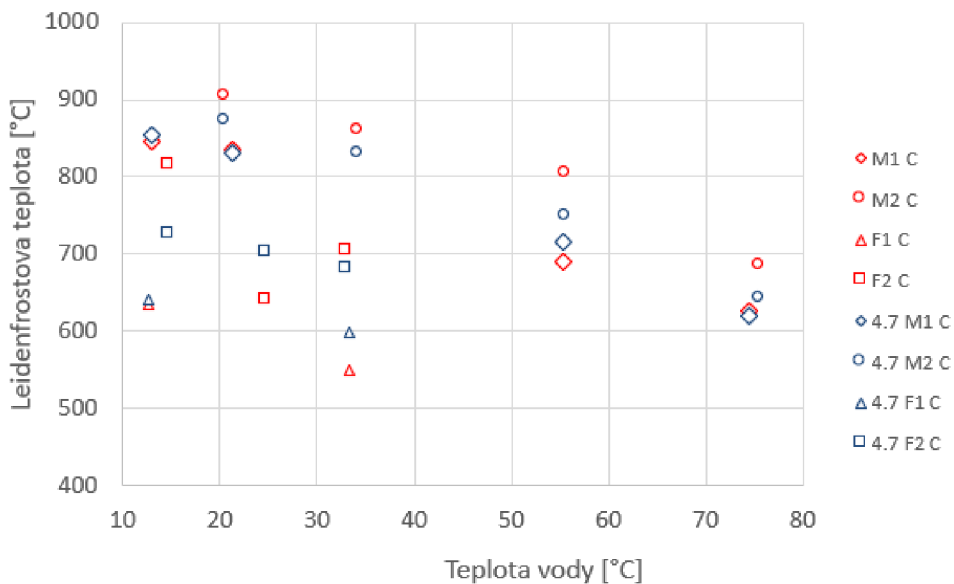


Obr. 22: Porovnanie dvoch variácií rovnice 4.7

Na Obrázku 22 môžeme vidieť porovnanie presnosti variácií tvaru modelu 4.7: Prvá vlastná rovnica pre výpočet Leidenfrostovej teploty sa oproti vzorovým rovniciam vyznačuje vysokou presnosťou (viz. Tabuľka 34 a Obrázok 22). Na základe 95% intervalov spoľahlivosti (viz. Tabuľka 24 a 25) dokážeme vyvrátiť nulovosť regresných koeficientov. Vysoká presnosť, nenulovosť regresných koeficientov a nízky počet vstupných parametrov robia az tejto rovnice najvhodnejšiu vlastnú rovnicu pre výpočet Leidenfrostovej teploty, aj napriek faktu, že model 4.9 a model 4.11 dosahujú o niečo vyššiu presnosť. Ako môžeme vidieť na Obrázku 23 a 24, presnosť modelu 4.7 je pomerne konzistentná na celom rozsahu teploty vody.



Obr. 23: Závislosť presnosti predikcie Leidenfrostovej teploty od teploty vody pre rovnicu 4.7 v meranom bode A



Obr. 24: Závislosť presnosti predikcie Leidenfrostovej teploty od teploty vody pre rovnicu 4.7 v meranom bode C

b) **B1:**  $T_L = f(Q_i, v, d_{32}, Pr_f, T_\infty)$

Pri tvorbe druhého vlastného modelu sme člen  $c_0 Re_{d_{32}}^{c_1} \frac{\lambda}{d_{32}}$  zo vzorovej rovnice 4.6 nahradili vzorovou rovnicou 1.15 A. Vznikol tak model:

$$T_L = c_0 Q_i^{c_1} v^{c_2} d_{32}^{c_3} Pr_f^{c_4} (T_{sat} - T_\infty) + T_{sat}. \quad (4.8)$$

Jeho optimalizáciou dostaneme nasledujúce bodové odhady a intervaly spoľahlivosti:

Následne dostávame bodové odhady a intervaly spoľahlivosti pre model 4.8 LIN:

Na Obrázku 25 môžeme vidieť porovnanie presnosti variácií tvaru modelu 4.8:

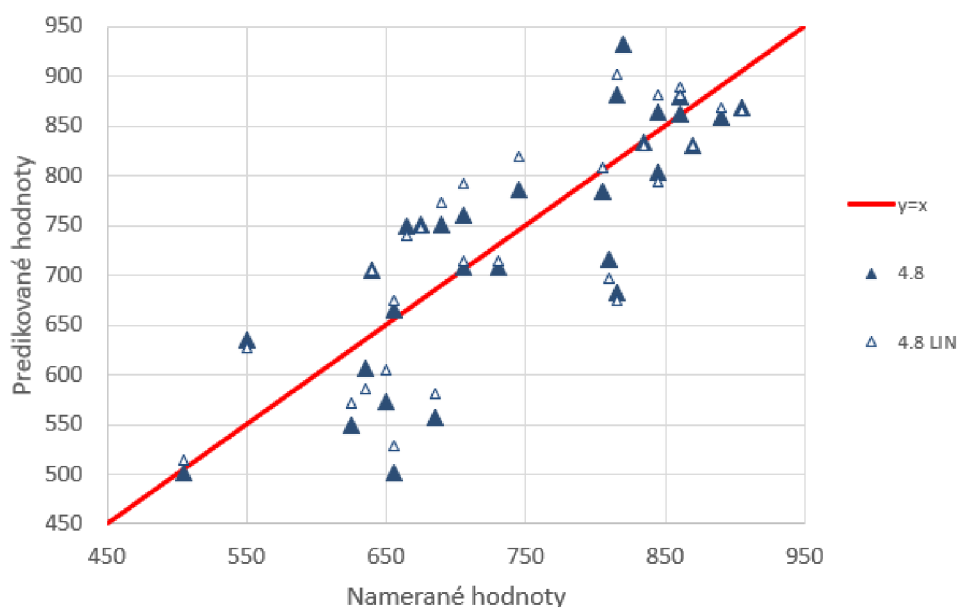
Druhá vlastná rovnica pre výpočet Leidenfrostovej teploty je oproti prvej komplex-

Tab. 26: Hodnoty regresných koeficientov modelu 4.8

Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti	$Res^2$
$c_0$	23,3789	$\langle 1,5453;45,2125 \rangle$	4680
$c_1$	0,1172	$\langle 0,0114;0,2229 \rangle$	
$c_2$	0,0852	$\langle -0,1436;0,3140 \rangle$	
$c_3$	0,0465	$\langle -0,0958;0,1890 \rangle$	
$c_4$	-0,6141	$\langle -0,7399;-0,4883 \rangle$	

Tab. 27: Hodnoty regresných koeficientov modelu 4.8 LIN

Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti	$Res^2$
$c_0$	27,3758	$\langle 9,8566;45,1650 \rangle$	4989
$c_1$	0,1127	$\langle 0,0008;0,2245 \rangle$	
$c_2$	0,1300	$\langle -0,1165;0,3765 \rangle$	
$c_3$	0,0666	$\langle -0,0942;0,2274 \rangle$	
$c_4$	-0,6650	$\langle -0,7877;-0,5422 \rangle$	



Obr. 25: Porovnanie dvoch variácií rovnice 4.8

nejšia, obsahuje viac vstupných parametrov a vplyv teploty vody v nej nefiguruje len priamo ale aj vo forme Prandtlovho čísla. Aj napriek vyššej komplexnosti tento model nepopisuje realitu presne ( viz. Tabuľka 34 a Obrázok 25). Na základe 95% intervalov spoľahlivosti (viz. Tabuľka 26 a 27) nedokážeme potvrdiť nenulovosť regresných koeficientov pre obe varianty tejto rovnice.

c) **B2:**  $T_L = f(Q_i, v, d_{32}, Pr_f, T_\infty)$

Následujúci model odvodíme z modelu 4.21 pridaním regresného koeficientu do mocniny členu  $(T_{sat} - T_\infty)$ . Odvodený model má tak tvar:

$$T_L = c_0 Q_i^{c_1} v^{c_2} d_{32}^{c_3} Pr_f^{c_4} (T_{sat} - T_\infty)^{c_5} + T_{sat}. \quad (4.9)$$

Jeho optimalizáciou dostaneme nasledujúce bodové odhady a intervaly spoľahlivosti:

Tab. 28: Hodnoty regresných koeficientov modelu 4.9

Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti	$Res^2$
$c_0$	262,3206	$\langle 36,2896;488,3516 \rangle$	1554
$c_1$	0,1058	$\langle 0,0429;0,1686 \rangle$	
$c_2$	0,1500	$\langle 0,0140;0,2861 \rangle$	
$c_3$	0,0880	$\langle 0,0051;0,1710 \rangle$	
$c_4$	0,1330	$\langle -0,0995;0,3657 \rangle$	
$c_5$	0,1722	$\langle -0,0665;0,4110 \rangle$	

Následne dostávame bodové odhady a intervaly spoľahlivosti pre model 4.9 LIN:

Tab. 29: Hodnoty regresných koeficientov modelu 4.9 LIN

Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti	$Res^2$
$c_0$	257,0408	$\langle 108,1655;405,916 \rangle$	1592
$c_1$	0,1021	$\langle 0,0392;0,1650 \rangle$	
$c_2$	0,1809	$\langle 0,0416;0,3201 \rangle$	
$c_3$	0,0967	$\langle 0,0060;0,1874 \rangle$	
$c_4$	0,1411	$\langle -0,0972;0,3795 \rangle$	
$c_5$	0,1741	$\langle -0,0597;0,4078 \rangle$	

Na Obrázku 26 môžeme vidieť porovnanie presnosti variácií tvaru modelu 4.9:

Táto rovnica vznikla z 4.8 pridaním regresného koeficientu do mocniny členu  $(T_{sat} - T_\infty)$ . Touto zmenou sa výrazne zvýšila presnosť (viz. 34 a Obrázok 26). Na základe 95% intervalov spoľahlivosti ale nedokážeme potvrdiť nenulovosť regresných koeficientov pre obe varianty rovnice (viz. Tabuľka 28 a 29).

d) **C1:**  $T_L = f(Q_i, v, d_{32}, Pr_f, \lambda, T_\infty)$

Pri tvorbe tohto modelu popisujeme vplyv charakteristík sprchového chladenia pomocou vzorovej rovnice 1.15 A, vplyv teploty vody je popísaný pomocou členov  $Pr_f^{c_4} \frac{\lambda}{d_{32}} (T_{sat} - T_\infty) + T_{sat}$  zo vzorovej rovnice 4.6. Výsledný tvar je:

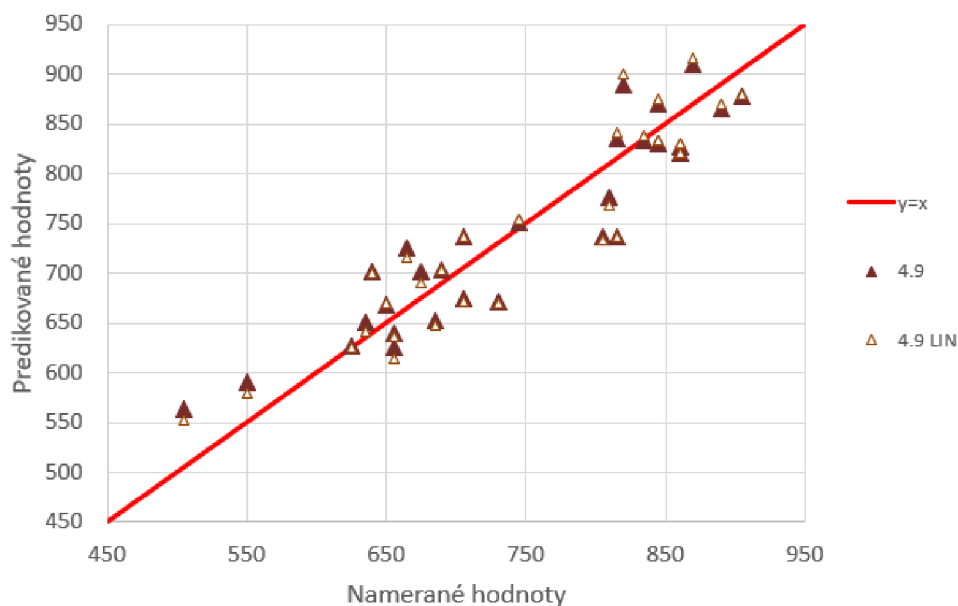
$$T_L = c_0 Q_i^{c_1} v^{c_2} d_{32}^{c_3} Pr_f^{c_4} \frac{\lambda}{d_{32}} (T_{sat} - T_\infty) + T_{sat}. \quad (4.10)$$

Jeho optimalizáciou dostaneme nasledujúce bodové odhady a intervaly spoľahlivosti:

Následne dostávame bodové odhady a intervaly spoľahlivosti pre model 4.10 LIN:

Na Obrázku 27 môžeme vidieť porovnanie presnosti variácií tvaru modelu 4.10:

Tento vlastný model je podobný modelu 4.8, s tým rozdielom, že v ňom navyše figuruje člen  $\frac{\lambda}{d_{32}}$ . Presnosťou sú tieto modely na podobnej úrovni (viz. Tabuľka 34 a Obrázok 27). Pri oboch variantách tohto modelu nedokážeme na základe 95% intervalov spoľahlivosti potvrdiť nenulovosť regresných koeficientov (viz. Tabuľka 30 a 31).



Obr. 26: Porovnanie dvoch variácií rovnice 4.9

Tab. 30: Hodnoty regresných koeficientov modelu 4.10

Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti	
$c_0$	32,278	$\langle 1,8452;62,7112 \rangle$	4766
$c_1$	0,1172	$\langle 0,0106;0,2241 \rangle$	
$c_2$	0,0840	$\langle -0,1469;0,3149 \rangle$	
$c_3$	1,0460	$\langle 0,9022;1,1897 \rangle$	
$c_4$	-0,5211	$\langle -0,6482;-0,3940 \rangle$	

Tab. 31: Hodnoty regresných koeficientov modelu 4.10 LIN

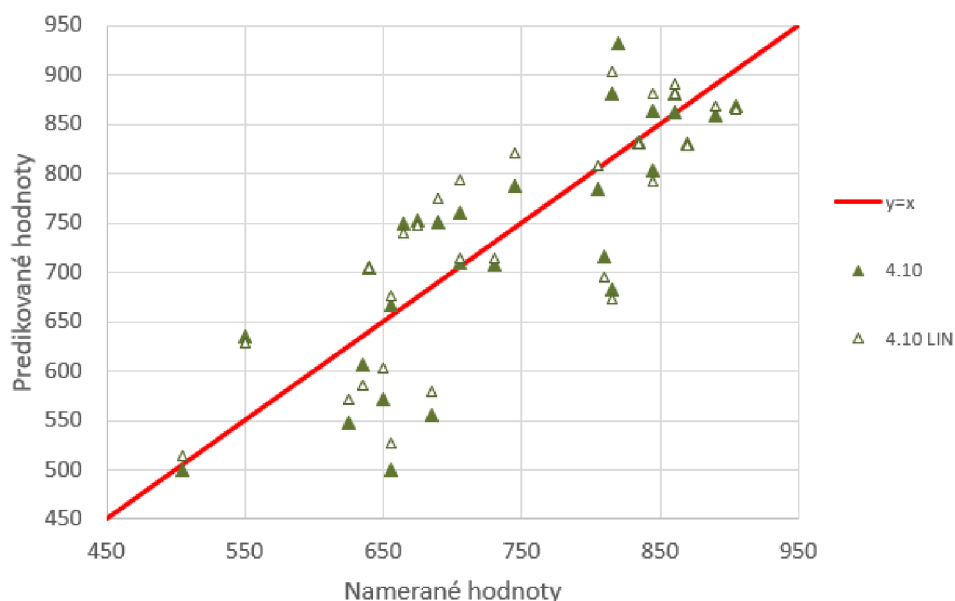
Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti	$Res^2$
$c_0$	37,8685	$\langle 13,1255;62,6114 \rangle$	5087
$c_1$	0,1128	$\langle -0,0002;0,2257 \rangle$	
$c_2$	0,1291	$\langle -0,1199;0,3780 \rangle$	
$c_3$	1,0660	$\langle 0,9037;1,2284 \rangle$	
$c_4$	-0,5733	$\langle -0,6972;-0,4493 \rangle$	

e) **C2:**  $T_L = f(Q_i, v, d_{32}, Pr_f, \lambda, T_\infty)$

Posledný vlastný model je odvodený z predchádzajúceho modelu 4.10, ktorý je obohatený o regresný koeficient v mocnine členu  $(T_{sat} - T_\infty)$ . Výsledný tvar je tak:

$$T_L = c_0 Q_i^{c_1} v^{c_2} d_{32}^{c_3} Pr_f^{c_4} \frac{\lambda}{d_{32}} (T_{sat} - T_\infty)^{c_5} + T_{sat}. \quad (4.11)$$

Jeho optimalizáciou dostaneme nasledujúce bodové odhady a intervaly spoľahlivosti: Pre regresný výpočet musíme najskôr rovnicu 4.11 transformovať na lineárny tvar: Následne dostávame bodové odhady a intervaly spoľahlivosti pre model 4.11 LIN: Na Obrázku 28 môžeme vidieť porovnanie presnosti variácií tvaru modelu 4.11:



Obr. 27: Porovnanie dvoch variácií rovnice 4.10

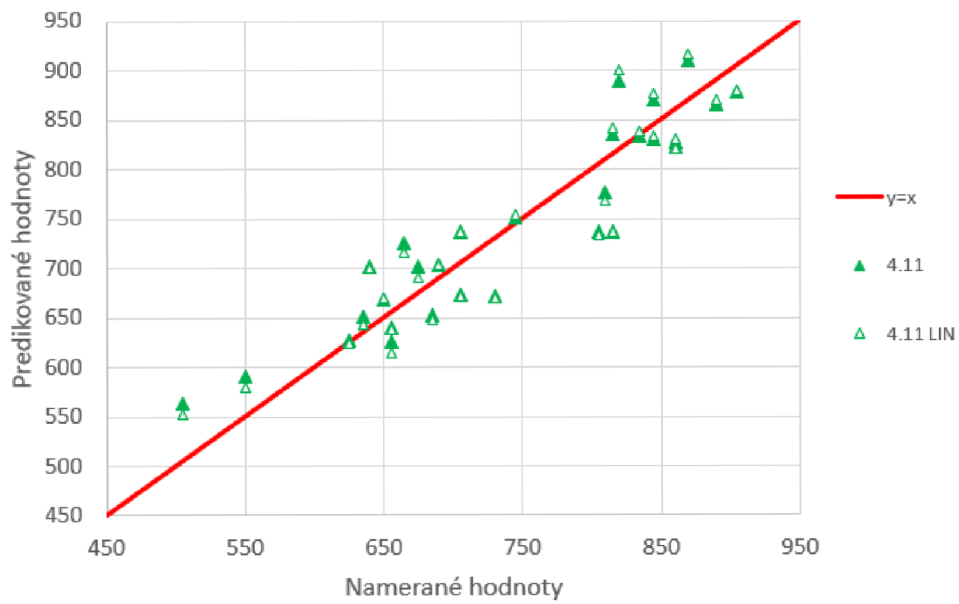
Tab. 32: Hodnoty regresných koeficientov modelu 4.11

Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti	$Res^2$
$c_0$	374,6513	$\langle 51,4651;697,8374 \rangle$	1551
$c_1$	0,1058	$\langle 0,0428;0,1687 \rangle$	
$c_2$	0,1496	$\langle 0,0133;0,2858 \rangle$	
$c_3$	1,0876	$\langle 1,0046;1,1707 \rangle$	
$c_4$	0,2371	$\langle 0,0043;0,4700 \rangle$	
$c_5$	0,1596	$\langle -0,0794;0,3987 \rangle$	

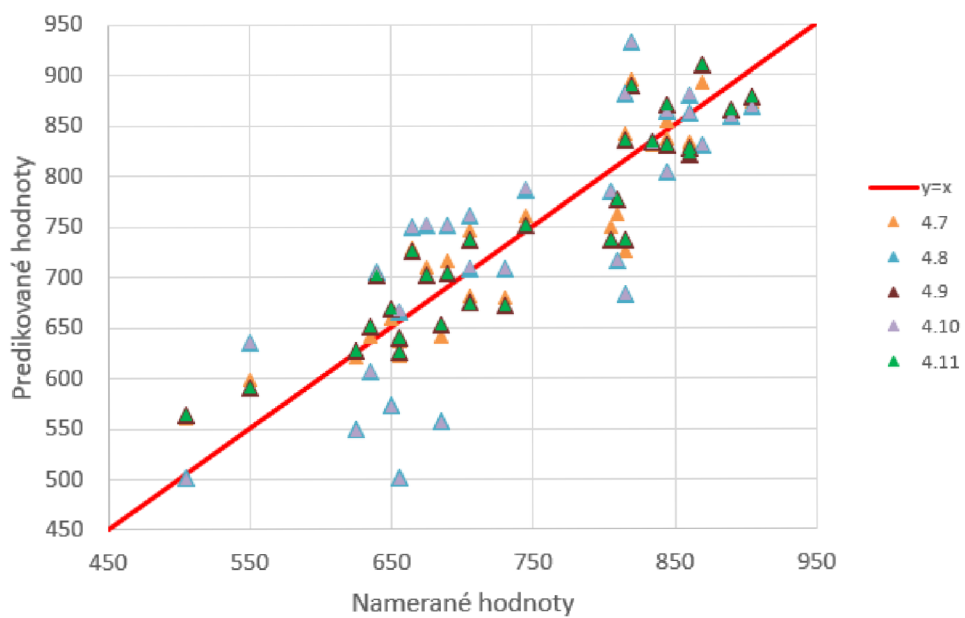
Tab. 33: Hodnoty regresných koeficientov modelu 4.11 LIN

Reg. koeficient	Bodový odhad	95% Interval spoľahlivosti	$Res^2$
$c_0$	367,3693	$\langle 154,7906;579,948 \rangle$	1590
$c_1$	0,1021	$\langle 0,0326;0,1649 \rangle$	
$c_2$	0,1806	$\langle 0,0415;0,3196 \rangle$	
$c_3$	1,0966	$\langle 1,0060;1,1872 \rangle$	
$c_4$	0,2446	$\langle 0,0066;0,4826 \rangle$	
$c_5$	0,1620	$\langle -0,0714;0,3954 \rangle$	

Posledný vlastný model je odvodený z modelu 4.10, pridaním regresného koeficientu do mocniny členu  $(T_{sat} - T_{\infty})$ . Tento pridaný regresný koeficient výrazne zvýšil presnosť, tá je na úrovni modelu 4.9 (viz. Tabuľka 34 a Obrázok 28). Nevýhodou oboch variánt tohoto modelu je, že na základe 95% intervalov spoľahlivosti nedokážeme potvrdiť nenulovosť regresných koeficientov (viz. Tabuľka 32 a 33).



Obr. 28: Porovnanie dvoch variácií rovnice 4.11



Obr. 29: Porovnanie vlastných modelov pre výpočet Leidenfrostovej teploty

Tab. 34: Porovnanie presností vlastných modelov pre výpočet Leidenfrostovej teploty

Model	Označenie	$Res^2$
4.7	A	1647
4.8	B1	4680
4.9	B2	1554
4.10	C1	4766
4.11	C2	1551
4.7 LIN	A	1687
4.8 LIN	B1	4989
4.9 LIN	B2	1592
4.10 LIN	C1	5087
4.11 LIN	C2	1590



## 5 Porovnanie existujúcich korelácií a vlastných modelov

V úvodnej časti práce som predstavil viaceré existujúce modely pre výpočet Leidenfrostovej teploty súčiniteľa prestupu tepla na základe rôznych vstupných parametrov. V tejto časti práce porovnám dva moje najlepšie modely s vybranými existujúcimi modelmi. Začneme modelmi pre výpočet  $\alpha$ .

- Za najvhodnejší vlastný model pre výpočet súčiniteľa prestupu tepla som zvolil 4.5:

$$\alpha = 327,3057Q_i^{0,3154}v^{0,5486}d_{32}^{0,2273}(T_{sat} - T_{\infty})^{0,1483} \quad (4.5)$$

Do porovnania ďalej zaradíme vzorový model 1.9:

$$\alpha = 19,6Q_i^{0,461}v^{0,261}d_{32}^{-0,208} \quad (1.9)$$

Tento model je autormi určený pre teploty vody  $20 - 30^\circ C$ , podľa toho som musel prispôbiť aj rozsah vstupných dát (vyradiť všetky merania kde  $T_{\infty} \notin \langle 20; 30 \rangle^\circ C$ ). Ďalší model v porovnaní je 1.8:

$$\alpha = \frac{\varepsilon \dot{m}_L \Delta h}{(T_s - T_{\infty})} \quad (1.8)$$

Do tohto modelu vstupuje hustota dopadajúcej vody  $\dot{m}_L$ . Tú som dopočítal z hustoty vody a priemerného objemového toku dopadajúcej kvapaliny ako  $\dot{m}_L = Q_i * \rho$ . Tento model je platný len pre  $\dot{m}_L \in \langle 0,016; 50,5 \rangle kgm^{-2}s^{-1}$  a  $v \in \langle 0,6 - 20 \rangle ms^{-1}$ , podľa toho som musel upraviť vstupné dáta.

Posledný model do tohto porovnania je 1.10:

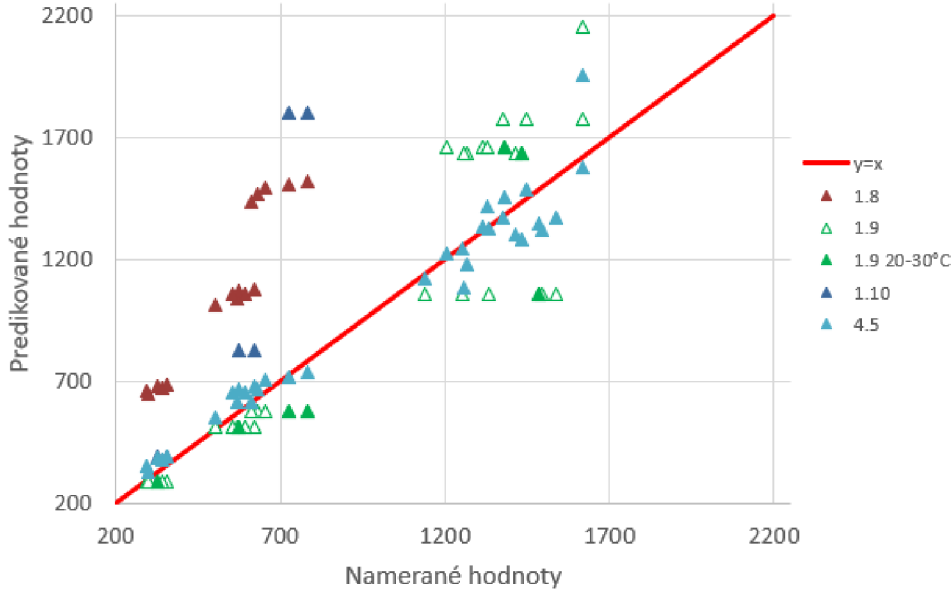
$$\alpha = 190 + \tanh\left(\frac{\dot{m}_L}{8}\right) \left(140\dot{m}_L \left[1 - \frac{\dot{m}_L \Delta T}{72000}\right] + 3,26\Delta T^2 \left[1 - \tanh\left\{\frac{\Delta T}{128}\right\}\right]\right) \quad (1.10)$$

Do tohto modelu tiež vstupuje hustota dopadajúcej vody v nasledujúcom rozmedzí  $\dot{m}_L \in \langle 3; 30 \rangle kgm^{-2}s^{-1}$ . Teplota vody pre ktorú je tento model vhodný je  $T_{\infty} = 18^\circ C$ . V mojom datasete sa meranie s takouto hodnotou teploty vody nenachádza preto som vybral pozorovania s teplotami vody blízkyimi tejto hodnote ( $T_{\infty} \in \langle 12,6; 26,2 \rangle^\circ C$ ). V nasledujúcej tabuľke a grafe môžete vidieť porovnanie presností môjho modelu s už existujúcimi modelmi.

Tab. 35: Porovnanie presností modelov pre výpočet súčiniteľa prestupu tepla

Model	Res <sup>2</sup>
4.5	9444
1.9	52364
1.8	505393
1.10	670125

Ako môžeme vidieť v Tabuľke 35 a na Obrázku 30, model 4.5 poskytuje najpresnejšiu predikciu súčiniteľa prestupu tepla z porovnávaných modelov. Zároveň je vhodný pre najširší rozsah teploty vody  $T_{\infty} \in \langle 12,6; 78,5 \rangle [^\circ C]$ , množstva dopadajúcej vody  $Q_i \in \langle 3,6; 52,4 \rangle [lm^{-2}s^{-1}]$  a dopadovej rýchlosti kvapiek  $v \in \langle 5,5; 28 \rangle [ms^{-1}]$  z porovnávaných modelov.



Obr. 30: Porovnanie modelov pre výpočet súčiniteľa prestupu tepla

- Za najvhodnejší vlastný model pre výpočet Leidenfrostovej teploty som vybral 4.7:

$$T_L = 384,3742Q_i^{0,1059}v^{0,1399}d_{32}^{0,0818}(T_{sat} - T_\infty)^{0,3033} + T_{sat}. \quad (4.7)$$

Do porovnania ďalej zaradíme vzorový model 1.15:

$$T_L = 351Q_i^{0,111}v^{0,174}d_{32}^{0,006} \quad (1.15)$$

Tento model je autormi určený pre teploty vody 20 – 30°C, podľa toho som musel prispôbiť aj rozsah vstupných dát (vyradiť všetky merania kde  $T_\infty \notin \langle 20; 30 \rangle^\circ C$ ). Posledný model pre výpočet Leidenfrostovej teploty je model 1.13:

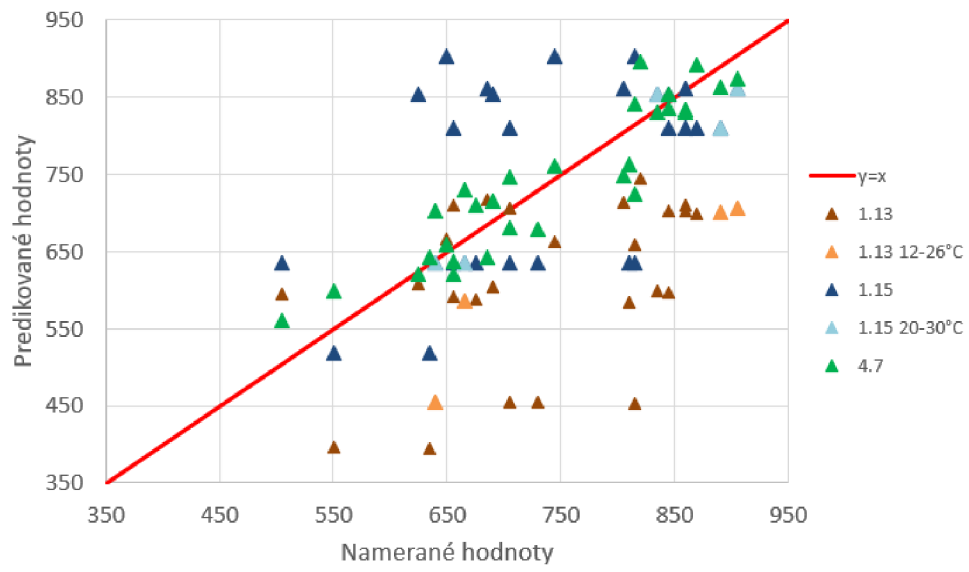
$$T_L = 1400We_s^{0,13} \quad (1.13)$$

Teplota vody pre ktorú je tento model vhodný je  $T_\infty = 18^\circ C$ . V mojom datase sa meranie s takouto hodnotou teploty vody nenachádza preto som vybral pozorovania s teplotami vody blízkymi tejto hodnote ( $T_\infty \in \langle 12,6; 26,2 \rangle^\circ C$ ). V nasledujúcej tabuľke a grafe môžete vidieť porovnanie presností môjho modelu s už existujúcimi modelmi.

Tab. 36: Porovnanie presností modelov pre výpočet Leidenfrostovej teploty

Model	$Res^2$
4.7	1647
1.15	1892
1.13	28999

Ako môžeme vidieť v Tabuľke 36 a na Obrázku 31, model 4.7 poskytuje najpresnejšiu predikciu Leidenfrostovej teploty z porovnávaných modelov. Zároveň je vhodný pre najširší rozsah teploty vody  $T_\infty \in \langle 12,6; 78,5 \rangle [^\circ C]$ , množstva dopadajúcej vody  $Q_i \in \langle 3,6; 52,4 \rangle [lm^{-2}s^{-1}]$  a dopadovej rýchlosti kvapiek  $v \in \langle 5,5; 28 \rangle [ms^{-1}]$  z porovnávaných modelov.



Obr. 31: Porovnanie modelov pre výpočet Leidenfrostovej teploty

## Záver

Pre písanie tejto bakalárskej práce bolo v úvode dôležité oboznámiť sa s problematikou obecného prenosu tepla. Následovalo získavanie bližších vedomostí o nútenej konvekcií a druhoch varu, ktoré sa pri sprchovom chladení vyskytujú. Pri písaní úvodnej teoretickej kapitoly o prenose tepla som využil a značne prehĺbil moje znalosti na túto tému získané na hodinách Termomechaniky. Súčasťou prvej kapitoly bolo aj prezentovanie existujúcich korelácií a modelov pre výpočet súčiniteľa prestupu tepla a Leidenfrostovej teploty. Pre napísanie tejto časti práce bolo nutné prejsť množstvo publikácií a vyselektovať relevantné existujúce modely, z ktorých niektoré neskôr poslúžili ako vzor a mierka pre vlastné modely.

Ďalej bolo nutné si zopakovať a prehĺbiť znalosti regresnej analýzy a optimalizácie. V tejto časti práce som sa oboznámil s metódami určovania presností modelov, intervalov spoľahlivosti, aj samotného počítania regresných koeficientov optimalizačnou metódou a metódami lineárnej regresie.

V experimentálnej časti som popísal proces získavania dát vstupujúcich do modelov a ich následnej úpravy do použiteľného tvaru.

Po získaní a úprave dát som začal s tvorbou modelov. Kombináciou prevzatých vzorových modelov som na základe získaných teoretických znalostí vytvoril radu modelov pre predikciu súčiniteľa prestupu tepla a Leidenfrostovej teploty. Presnejšie z vytvorených modelov sú popísané a porovnané v modelovacej časti práce.

Posledná kapitola pozostáva z porovnania mojich najvhodnejších modelov s vybranými existujúcimi modelmi.

Na záver môžem skonštatovať, že sa mi podarilo vytvoriť radu použiteľných modelov pre predikciu súčiniteľa prestupu tepla a Leidenfrostovej teploty. Tieto modely zohľadňujú charakteristiky chladeného povrchu, sprchového chladenia a hlavne pomerne presne popisujú vplyv teploty vody na hľadané parametre. Oproti publikovaným modelom s ktorými som porovnával, disponujú moje modely najširším rozsahom vstupných parametrov. Vďaka tejto vlastnosti sa tak pri ich použití zachováva vysoká presnosť predikcie pre širokú škálu teplôt vody, množstva dopadajúcej vody a iných charakteristík popisujúcich sprchové chladenie.

## Literatúra

- [1] F. P. Incropera, *Fundamentals of heat and mass transfer*. New York: John Wiley & Sons, 6th ed ed., 2007.
- [2] M. Jicha, *Prenos tepla a latky*. Brno: CERM, 1. vyd ed., 2001.
- [3] M. Chabicovksy, “Faktory ovlivnujici sprchove chlazení za vysokých teplot,” 2016.
- [4] R. Jeschar, E. Specht, and C. Kohler, “Heat transfer during cooling of heated metals with vaporizable liquids.” 2010.
- [5] M. Chabicovsky and M. Raudensky, “Experimental investigation of a heat-transfer coefficient,” *Materiali In Tehnologije*, vol. 47, no. 3, pp. 395–398, 2013.
- [6] S. C. Yao and T. L. Cox, “A general heat transfer correlation for impacting water sprays on high-temperature surfaces,” *Experimental heat transfer*, vol. 15, no. 4, pp. 207–219, 2002.
- [7] M. Raudensky, M. Hnizdil, J. Hwang, S. Lee, and S. Kim, “Influence of the water temperature on the cooling intensity of mist nozzles in continuous casting,” *Materiali in Tehnologije*, vol. 46, no. 3, pp. 311–315, 2012.
- [8] M. Chabicovsky, M. Raudensky, and M. Hnizdil, “Influence of water temperature on heat transfer coefficient in spray cooling of steel surfaces,” *ENGINEERING MECHANICS*, vol. 2012, no. 52, pp. 499–505, 2012.
- [9] F. Xu and M. S. Gadala, “Heat transfer behavior in the impingement zone under circular water jet,” *International journal of heat and mass transfer*, vol. 49, no. 21, pp. 3785–3799, 2006.
- [10] C. A. Hernandez-Bocanegra, J. I. Minchaca-Mojica, A. Humberto Castillejos E, F. A. Acosta-Gonzalez, X. Zhou, and B. G. Thomas, “Measurement of heat flux in dense air-mist cooling: Part ii - the influence of mist characteristics on steady-state heat transfer,” vol. 44, pp. 161–173, 2013.
- [11] M. Chabicovsky, P. Kotrbacek, H. Bellerova, J. Kominek, and M. Raudensky, “Spray cooling heat transfer above leidenfrost temperature,” *Metals (Basel)*, vol. 10, no. 1270, p. 1270, 2020.
- [12] J. Wendelstorf, K.-H. Spitzer, and R. Wendelstorf, “Spray water cooling heat transfer at high temperatures and liquid mass fluxes,” *International journal of heat and mass transfer*, vol. 51, no. 19, pp. 4902–4910, 2008.
- [13] W. Klinzing, J. Rozzi, and I. Mudawar, “Film and transition boiling correlations for quenching of hot surfaces with water sprays,” *Journal of Heat Treating*, vol. 9, no. 2, pp. 91–103, 1992.
- [14] J. D. Bernardin and I. Mudawar, “A leidenfrost point model for impinging droplets and sprays,” *Journal of Heat Transfer*, vol. 126, no. 2, pp. 272–278, 2004.

- [15] M. Hnizdil, J. Kominek, T.-W. Lee, M. Raudensky, M. Carnogurska, and M. Chabivcovsky, “Prediction of leidenfrost temperature in spray cooling for continuous casting and heat treatment processes,” *Metals (Basel)*, vol. 10, no. 1551, p. 1551, 2020.
- [16] Z. Karpisek, *Statisticka analyza*. 2008.
- [17] A. Ruckstuhl, “Introduction to nonlinear regression,” *IDP Institut für Datenanalyse und Prozessdesign. ZHAW Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften. stat. ethz. ch/~stahel/courses/cheming/nlreg10E.pdf*, 2010.
- [18] L. S. Lasdon, R. L. Fox, and M. W. Ratner, “Nonlinear optimization using the generalized reduced gradient method,” 1973.
- [19] M. Pohanka, “Technical experiment based inverse tasks in mechanics = inverzni ulohy mechaniky s vazbou na technicky experiment,” 2006.
- [20] M. Raudensky, “Heat transfer coefficient estimation by inverse conduction algorithm,” *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow - INT J NUMER METHOD HEAT FL F*, vol. 3, pp. 257–266, 03 1993.
- [21] J. R. Rybicki and I. Mudawar, “Single-phase and two-phase cooling characteristics of upward-facing and downward-facing sprays,” *International journal of heat and mass transfer*, vol. 49, no. 1-2, pp. 5–16, 2006.
- [22] K. A. Estes and I. Mudawar, “Correlation of sauter mean diameter and critical heat flux for spray cooling of small surfaces,” *International journal of heat and mass transfer*, vol. 38, no. 16, pp. 2985–2996, 1995.

## Zoznam použitých symbolov

$\alpha$	súčiniteľ prestupu tepla, $[WK^{-1}m^{-2}]$
$\alpha_z$	súčiniteľ prestupu tepla žiarením, $[WK^{-1}m^{-2}]$
$c_p$	merná tepelná kapacita materiálu pri konštantnom tlaku, $[Jkg^{-1}K^{-1}]$
$d_0$	priemer trysky, $[m]$
$D_{32}$	Sauterov stredný priemer kvapiek, $[m]$
$\epsilon$	pomerná emisivita, $[-]$
$L$	charakteristický rozmer, $[m]$
$\lambda$	súčiniteľ tepelnej vodivosti, $[Wm^{-1}K^{-1}]$
$\dot{m}_L$	hustota dopadajúcej vody, $[kgm^{-2}s^{-1}]$
$\mu$	dynamická viskozita kvapaliny, $[kgm^{-2}s^{-1}]$
$P_f$	tlak okolitej kvapaliny, $[Pa]$
$P_v$	vnútorný tlak bubliny, $[Pa]$
$\dot{q}$	hustota tepelného toku, $[Wm^{-2}]$
$\dot{Q}$	teplo generované v materiáli, $[Jm^{-3}]$
$Q_i$	priemerný objemový tok dopadajúcej kvapaliny, $[m^3m^{-2}s^{-1}]$
$\rho$	hustota materiálu, $[kgm^{-3}]$
$\rho_a$	hustota vzduchu, $[kgm^{-3}]$
$\sigma$	Stefan – Boltzmannova konštanta, $[Wm^{-2}K^{-4}]$
$\sigma$	povrchové napätie kvapaliny, $[Nm^{-1}]$
$t$	čas, $[s]$
$T$	teplota, $[K]$
$T_L$	Leidenfrostova teplota, $[^{\circ}C]$
$T_s$	teplota povrchu, $[^{\circ}C]$
$T_{sat}$	teplota saturácie, $[^{\circ}C]$
$T_{\infty}$	teplota tekutiny v dostatočnej vzdialenosti od povrchu, $[^{\circ}C]$
$\Delta T_e$	teplota prehriatia povrchu, $[K]$
$\nabla T$	teplotný gradient
$u$	rýchlosť prúdenia kvapaliny, $[ms^{-1}]$
$u_{d0}$	rýchlosť kvapaliny opúšťajúcej ústie trysky, $[ms^{-1}]$
$\nu$	kinematická viskozita, $[m^2s^{-1}]$
$v$	dopadová rýchlosť kvapiek, $[ms^{-1}]$

# Prílohy

## Príloha A - Podobnostné čísla

Sú kriteriálne rovnice obsahujúce bezrozmerné čísla používané pre výpočty a aproximácie súčiniteľa prestupu tepla alebo Leidenfrostovej teploty. Pre rôzne aspekty varu a sprchového chladenia sú definované rôzne podobnostné čísla [3].

- **Nussletove číslo ( $\overline{Nu}$ ):** Charakterizuje závislosť medzi intenzitou prestupu tepla a teplotným polom v meznej vrstve prúdu tekutiny. Priemerné Nussletove číslo je definované ako:

$$\overline{Nu} = \frac{\alpha L}{\lambda_f}, \quad (5.1)$$

kde  $L[m]$  je charakteristický rozmer, často sa používa Sauterov stredný priemer kvapiek  $D_{32}$ , Nusseltovo číslo sa potom označuje  $\overline{Nu}_{D_{32}}$  [21].  $\lambda_f$  označuje súčiniteľ prestupu tepla kvapaliny. Keďže je táto hodnota závislá od teploty chladiaceho média, a tá sa s polohou mení, uvažujeme súčiniteľ prestupu tepla pre priemernú teplotu medzi chladeným povrchom a teplotou tekutiny v nekonečnej vzdialenosti od chladeného povrchu.

- **Raynoldsove číslo ( $Re$ ):** Udáva vzťah medzi zotrvačnými a viskóznymi silami:

$$Re = \frac{uL}{\nu}, \quad (5.2)$$

kde  $u[m s^{-1}]$  je rýchlosť prúdenia kvapaliny,  $\nu[m^2 s^{-1}]$  je kinematická viskozita a  $L[m]$  je charakteristický rozmer. Pri sprchovom chladení sa namiesto rýchlosti kvapaliny používa priemerný objemový tok dopadajúcej kvapaliny  $Q_i[m^3 m^{-2} s^{-1}]$  alebo hustota dopadajúcej kvapaliny  $\dot{m}_L[kg m^{-2} s^{-1}]$  a ako charakteristický rozmer Sauterov stredný priemer kvapiek  $D_{32}$ :

$$Re_{D_{32}} = \frac{\rho Q_i D_{32}}{\mu} = \frac{\dot{m}_L D_{32}}{\mu}, \quad (5.3)$$

kde  $\mu[kg m^{-2} s^{-1}]$  je dynamická viskozita kvapaliny.

- **Prandtlve číslo ( $Pr$ ):** Udáva vzťah medzi kinematickou viskozitou a teplotnou difuzivitou:

$$Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda}. \quad (5.4)$$

- **Weberove číslo ( $We$ ):** Je pomer medzi zotrvačnými a povrchovými silami. V mechanike tekutín sa používa v prípade, že existuje rozhranie medzi dvoma tekutinami v tvare:

$$We = \frac{\rho u^2 L}{\sigma}. \quad (5.5)$$

Weberove číslo sa tiež používa v prípade formovania kvapiek pri sprejoch v tvare [22]:

$$We_{d_0} = \frac{\rho_a u_{d_0}^2 d_0}{\sigma}, \quad (5.6)$$



Kde  $d_0[m]$  je priemer trysky,  $\rho_a$  je hustota vzduchu,  $u_{d_0}$  je rýchlosť kvapaliny opúšťajúcej ústie trysky a  $\sigma$  je povrchové napätie kvapaliny. Pri popise prenosu tepla pri sprchovom chladení sa Weberove číslo používa v tvare [6]:

$$We_s = \frac{\dot{m}_L^2 D_{32}}{\rho \sigma}, \quad (5.7)$$

## Príloha B - Parametre pre výpočet množstva dopadajúcej vody

Tab. 37: M1 - Parametre pre výpočet  $Q_i$

Poloha pod tryskou	Plocha okolia $K[m^2]$	Množstvo dopadajúcej vody na okolie K [ $l s^{-1}$ ]
A	0,0001	0,004393
C1	0,0001	0,003943
C2	0,0001	0,003205

Tab. 38: M2 - Parametre pre výpočet  $Q_i$

Poloha pod tryskou	Plocha okolia $K[m^2]$	Množstvo dopadajúcej vody na okolie K [ $l s^{-1}$ ]
A	0,0001	0,006648
C1	0,0001	0,005198
C2	0,0001	0,005279

Tab. 39: F1 - Parametre pre výpočet  $Q_i$

Poloha pod tryskou	Plocha okolia $K[m^2]$	Množstvo dopadajúcej vody na okolie K [ $l s^{-1}$ ]
A	0,0001	0,001499
C1	0,0001	0,000355
C2	0,0001	0,000365

Tab. 40: F2 - Parametre pre výpočet  $Q_i$

Poloha pod tryskou	Plocha okolia $K[m^2]$	Množstvo dopadajúcej vody na okolie K [ $l s^{-1}$ ]
A	0,0001	0,00295
C1	0,0001	0,000699
C2	0,0001	0,000719

## Príloha C - Lineárne tvary modelov pre výpočet súčiniteľu prestupu tepla a Leidenfrostovej teploty

$$\ln(\alpha) = \ln(c_0) + c_1 \ln(Q_i) + c_2 \ln(v) + c_3 \ln(d_{32}) \quad (1.9 \text{ A LIN})$$

$$\ln\left(\frac{\alpha d_{32}(T_s - T_\infty)}{\lambda(T_{sat} - T_\infty)}\right) = \ln(c_0) + c_1 \ln\left(\frac{\rho Q_i d_{32}}{\mu}\right) + c_2 \ln\left(\frac{c_p \mu}{\lambda}\right) \quad (4.1 \text{ LIN})$$

$$\ln(\alpha) = \ln(c_0) + c_1 \ln(Q_i) + c_2 \ln(v) + c_3 \ln(d_{32}) + c_4 \ln\left(\frac{T_{sat} - T_\infty}{T_s - T_\infty}\right) \quad (4.2 \text{ LIN})$$

$$\ln\left(\frac{\alpha d_{32}(T_s - T_\infty)}{\lambda(T_{sat} - T_\infty)}\right) = \ln(c_0) + c_1 \ln(Q_i) + c_2 \ln(v) + c_3 \ln(d_{32}) + c_4 \ln(Pr_f) \quad (4.3 \text{ LIN})$$

$$\ln\left(\frac{\alpha d_{32}}{\lambda}\right) = \ln(c_0) + c_1 \ln(Q_i) + c_2 \ln(v) + c_3 \ln(d_{32}) + c_4 \ln(Pr_f) + c_5 \ln\left(\frac{T_{sat} - T_\infty}{T_s - T_\infty}\right) \quad (4.4 \text{ LIN})$$

$$\ln(\alpha) = \ln(c_0) + c_1 \ln(Q_i) + c_2 \ln(v) + c_3 \ln(d_{32}) + c_4 \ln(T_s - T_\infty) \quad (4.5 \text{ LIN})$$

$$\ln(T_L) = \ln(c_0) + c_1 \ln(Q_i) + c_2 \ln(v) + c_3 \ln(d_{32}) \quad (1.15 \text{ A LIN})$$

$$\ln\left(\frac{(T_L - T_{sat})d_{32}}{(T_{sat} - T_\infty)\lambda}\right) = \ln(c_0) + c_1 \ln\left(\frac{\rho Q_i d_{32}}{\mu}\right) + c_2 \ln(Pr_f) \quad (4.6 \text{ LIN})$$

$$\ln(T_L - T_{sat}) = \ln(c_0) + c_1 \ln(Q_i) + c_2 \ln(v) + c_3 \ln(d_{32}) + c_4 \ln(T_{sat} - T_\infty) \quad (4.7 \text{ LIN})$$

$$\ln\left(\frac{T_L - T_{sat}}{T_{sat} - T_\infty}\right) = \ln(c_0) + c_1 \ln(Q_i) + c_2 \ln(v) + c_3 \ln(d_{32}) + c_4 \ln(Pr_f) \quad (4.8 \text{ LIN})$$

$$\ln(T_L - T_{sat}) = \ln(c_0) + c_1 \ln(Q_i) + c_2 \ln(v) + c_3 \ln(d_{32}) + c_4 \ln(Pr_f) + c_5 \ln(T_{sat} - T_\infty) \quad (4.9 \text{ LIN})$$

$$\ln\left(\frac{(T_L - T_{sat})d_{32}}{(T_{sat} - T_\infty)\lambda}\right) = \ln(c_0) + c_1 \ln(Q_i) + c_2 \ln(v) + c_3 \ln(d_{32}) + c_4 \ln(Pr_f) \quad (4.10 \text{ LIN})$$

$$\ln\left(\frac{(T_L - T_{sat})d_{32}}{(T_{sat} - T_\infty)\lambda}\right) = \ln(c_0) + c_1 \ln(Q_i) + c_2 \ln(v) + c_3 \ln(d_{32}) + c_4 \ln(Pr_f) \quad (4.11 \text{ LIN})$$

## Príloha D - Porovnanie vlastností vlastných modelov

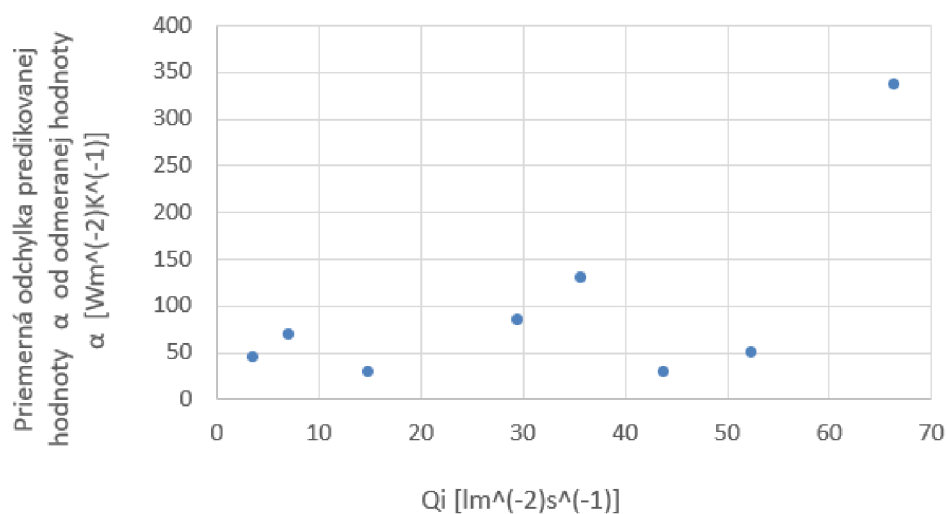
Tab. 41: Porovnanie vlastností vlastných modelov pre výpočet súčiniteľa prestupu tepla

Model	Označenie	$Res^2$	$R^2$	$R_a^2$	Vyvrátená nulovosť regresných koeficientov
4.2	A	9483	0,953	0,947	Áno
4.3	B1	25892	0,872	0,838	Nie
4.4	B2	8299	0,959	0,948	Nie
4.5	C	9444	0,953	0,947	Áno
4.2 LIN	A	10994	0,946	0,938	Áno
4.3 LIN	B1	29890	0,853	0,813	Áno
4.4 LIN	B2	9598	0,953	0,940	Nie
4.5 LIN	C	10950	0,946	0,939	Áno

Tab. 42: Porovnanie vlastností vlastných modelov pre výpočet Leidenfrostovej teploty

Model	Označenie	$Res^2$	$R^2$	$R_a^2$	Vyvrátená nulovosť regresných koeficientov
4.7	A	1647	0,850	0,825	Áno
4.8	B1	4680	0,575	0,433	Nie
4.9	B2	1554	0,859	0,812	Nie
4.10	C1	4766	0,567	0,423	Nie
4.11	C2	1551	0,859	0,812	Nie
4.7 LIN	A	1687	0,847	0,821	Áno
4.8 LIN	B1	4989	0,547	0,396	Nie
4.9 LIN	B2	1592	0,855	0,807	Nie
4.10 LIN	C1	5087	0,538	0,384	Nie
4.11 LIN	C2	1590	0,856	0,808	Nie

## Príloha E - Závislosť súčiniteľa prestupu tepla od množstva dopadajúcej vody pre model 4.5



Obr. 32: Závislosť súčiniteľa prestupu tepla od množstva dopadajúcej vody pre model 4.5

## Príloha F - Súbory v programe excel

- *Imapkty: Impaktné tlaky a ich prepočet.*
- *Modely: Zostavenie modelov, výpočet reg. koeficientov a intervalov spoľahlivosti.*
- *Vplyv: Vplyv parametrov na sprchové chladenie.*