

## ***Posudek oponenta bakalářské práce***

**Název:** Quantum chaos on graphs

**Autorka:** Štěpán Zelenka

**Vedoucí BP:** doc. RNDr. Jiří Lipovský, Ph.D.

**Oponent BP:** doc. RNDr. Jan Kříž, Ph.D.

### **Stručná charakteristika:**

Bakalářská práce Štěpána Zelenky je zaměřena na projevy kvantového chaosu ve spektrální teorii kvantových grafů. Bakalářská práce má 45 stran bez příloh (které obsahují výpisy programů bakalanta vytvořené v programovacím jazyce Python), je psána v anglickém jazyce a je členěná do 5 kapitol, nepočítáme-li úvod a shrnutí. Práce tvoří dva logické celky – rešeršní část (kapitoly 1 – 4) a vlastní práci autora (kapitola 5).

### **Hodnocení:**

Téma předkládané práce spadá do oblasti matematické fyziky a je tedy, podle mého názoru, vhodné pro bakalářskou práci v oboru Fyzika se zaměřením na vzdělávání, jehož je autor studentem. Jedná se o poměrně náročné téma, jehož zvládnutí značně převyšuje standardní požadavky na bakaláře tohoto studijního programu, a to v oblastech fyziky (kvantová mechanika), matematiky (teorie náhodných matic, numerické matematika) i programování.

Štěpán Zelenka bezesporu prokázal schopnost se zorientovat v tématu, nastudované vědomosti aplikovat na třech příkladech kvantových grafů, přičemž veškeré numerické procedury dokázal sám naprogramovat v jazyce Python, případně v systému Wolfram Mathematica. Rozhodně tedy nejen splnil, ale i přesáhl požadavky kladené na práce bakalářské. K samotnému zpracování bakalářské práce mám ale připomínky, které vyplynou z dalšího textu posudku.

Základním přínosem bakalářské práce je statistické zpracování spektrálních vlastností tří příkladů kvantových grafů včetně diskuse, obsažené v podkapitolách 5.2 – 5.4.

Rešeršní část je ovšem pojata velmi obsírně, což považuji jednak za zbytečné, jednak se autorovi tuto část nepodařilo sepsat příliš srozumitelně. Po úvodním charakteristice toho, co je klasický (deterministický) a kvantový chaos, zbytečně zabředává do metod zkoumání kvantového chaosu (kapitola 1.3). Jednotlivé metody jsou popsány velice obecně, nezsvěcený čtenář nemá šanci pochopit, o čem je řeč. Není jasné, zda i sám autor dobře rozumí všemu, co v této části píše. Např. na straně 12 se píše: „It is defined as the von Neumann entropy ...“ aniž by bylo uvedeno, co von Neumannova entropie je. Nemyslím si, že by šlo o natolik běžný pojem, že by nebylo nutné ho přesně zavádět. K hlavnímu cíli práce by přitom stačilo konstatovat, že jednou z metod studia kvantově chaotických systémů je studium spektrálních charakteristik, které jsou porovnávány s předpověďmi teorie náhodných matic. Konkrétně, podkapitoly 1.3.1 – 1.3.4 považuji za naprosto redundantní a ztěžující čtení práce.

Dále, v kapitole věnované teorii náhodných matic je myslím zbytečně pojednáváno o všech třech Gaussovských souborech, jelikož spektrální charakteristiky kvantových grafů jsou porovnávány pouze s předpověďmi Gaussovského ortogonálního souboru GOE. Jelikož tzv. unfolding nebyl vůbec použit při zpracování kvantových grafů, vynechal bych v rešeršní části i kapitolu o něm, neboť je psána velmi nesrozumitelně. Další Gaussovské soubory GUE a GSE včetně unfoldingu jsou sice použity v kapitole 5.1. Tato kapitola je ale jen numerickým

ověřením známých faktů a pro samotnou bakalářskou práci není nijak důležitá, i když prokazuje schopnost autora samostatně programovat a používat dostupné knihovny.

Rešeršní kapitoly o kvantových grafech a numerických metodách hledání kořenu funkce jedné proměnné jsou poměrně zdařilé. Jelikož se ale v kapitole 5.2 mluví o Poissonově rozdělení, postrádám stručnou zmínku, o co se jedná v rámci rešeršní části.

Po jazykové stránce je práce spíše podprůměrná, ale dostatečně srozumitelná. Vyskytují se chyby skutečně jazykové, dále formulační nepřesnosti. Mně osobně působil velký problém i fakt, že autor často operuje s pojmem nebo veličinou, které vysvětluje až následně v textu, třeba i za dva odstavce. Oceňuji snahu psát závěrečnou práci v anglickém jazyce. Práce také obsahuje některé formální chyby, z nichž některé uvádím níže.

### **Závěr hodnocení:**

Celkově konstatuji, že předložená práce splňuje požadavky kladené na práce bakalářské. Doporučuji proto práci po úspěšné obhajobě k přijetí jako práce bakalářské.

### **Konkrétní vybrané komentáře a dotazy k obhajobě**

1. Autor práce není konzistentní ve značení v průběhu práce. Už na stranách 15 a 16 je třikrát po sobě náhodná matice označena  $H$  (při popisu příslušné invariance) a hned následně  $X$  (při definici hustoty pravděpodobnosti funkce). Dimenze náhodné matice je v kapitole 2 značena  $N$ , v kapitole 5.1 pak  $n$ . Délky hran grafů jsou v kapitole 3 značeny  $l_j$ , v kapitole 5.2 a 5.3 pak  $v_j$  a v kapitole 5.4  $L_j$ . V kapitolách 5.2 – 5.4 není nijak označen počet vrcholů grafu, přičemž indexu  $j$  se evidentně používá k počítání hran od 1 do počtu hran (což ale není uvedeno). V rovnicích (5.1), (5.3) a (5.4) je ale stejný index použit i pro počet hran. Symbolem  $\sigma$  je označen rozptyl na straně 16 a Diracova delta funkce na straně 17.
2. V grafech na obr. 5.1 nejsou popsány osy. Odkazy na web na straně 26 by měly být v seznamu literatury,
3. Na straně 16 je uvedena Wignerova semikruhová distribuce. Můžete vysvětlit, jak rovnice (2.1) plyne ze vztahu pro půlkruh výše?
4. Co znamená „semi-circular function“ v řádku nad rovnicí 2.2. na straně 17?
5. Je v příkladu na straně 23 nahoře správné znaménko nerovnosti?
6. Z textu jsem nepochopil, jakým způsobem autor při metodě bisekce určuje intervaly, ve kterých se mají nacházet kořeny. Můžete to vysvětlit?
7. Na straně 26 píšete o výpočtu NND pro GOE soubor matic  $2 \times 2$  ( $n = 2$ ). Matice  $2 \times 2$  má ale právě dvě vlastní hodnoty, tedy právě jednu hodnotu NN. Jelikož se střední hodnota rozdílu mezi nejbližšími vlastními hodnotami normalizuje na 1, očekával bych u matic  $2 \times 2$  právě a pouze hodnotu „nearest-neighbor level spacing“ rovnou jedné. To ale neodpovídá obr. 5.2 vlevo. Můžete to vysvětlit?
8. Na straně 31 uvádíte 12 délek hran grafu. Tato čísla ale nejsou určitě racionálně nezávislá, což výše požadujete, neboť obsahují 4 desetinná čísla, která jsou očividně racionální.
9. Můžete dokázat tvrzení uvedené pod vztahem (5.4), resp. explicitně vypočítat determinant matice ze vztahu 5.4?
10. V kapitolách 5.3 a 5.4 píšete, že NND přibližně odpovídá Wignerově domněnce, ale drobně se liší. Nepomohlo by udělat unfolding vlastních hodnot kvantových grafů?