

## *Posudek vedoucího bakalářské práce*

**Název:** Quantum chaos on graphs  
**Autor:** Štěpán Zelenka  
**Vedoucí BP:** doc. RNDr. Jiří Lipovský, Ph.D.  
**Oponent BP:** doc. RNDr. Jan Kříž, Ph.D.

### **Stručná charakteristika:**

Práce se zabývá kvantovým chaosem na grafech. V první kapitole autor podrobně uvede čtenáře do problematiky klasického a kvantového chaosu, zkoumá různé metody stanovení, zda systém je chaotický. Ve druhé kapitole je stručně představena teorie náhodných matic. Třetí kapitola je věnována kvantovým grafům. Čtvrtá kapitola představí numerické metody používané k hledání kořenů funkcí.

Praktická část práce je shrnuta v páté kapitole. Autor numericky ověřil půlkruhový zákon pro distribuci vlastních čísel náhodných matic. Dále získal rozdělení nejbližších sousedů pro vlastní čísla náhodných matic se symetrií GOE, GUE a GSE. K tomu musel použít tzv. unfolding vlastních čísel popsáný v teoretické části; vysvětluje zde, proč je nutný. Dále bakalant získal rozdělení nejbližších sousedů pro vlastní hodnoty tří kvantových grafů. U grafu sestávajícího se z šesti hran s Dirichletovou podmínkou na obou koncích ukázal, že distribuce nejbližších sousedů se blíží Poissonovu rozdělení. U hvězdovitého grafu s Dirichletovou podmínkou na volných koncích a standardní podmínkou uprostřed získal podobnost, ale ne identickou totožnost s GOE. Oba tyto výsledky odpovídají grafům uvedeným v knize Berkolaika a Kuchmenta (v práci označené [18]). Nakonec studoval úplný graf s pěti vrcholy a se standardní podmínkou ve všech z nich. Zde také obdržel chaotické chování.

V příloze jsou uvedeny použité kódy v Pythonu, autor také uvádí odkaz na svůj GitHub, kde jsou kódy uloženy.

Práce má dostatečný rozsah, 52 stran.

### **Hodnocení:**

Velice oceňuji samostatnost bakalanta, a to jak při velmi kvalitním vypracování rešeršní části, tak při programování praktické části práce. Autor si sám nastudoval anglicky psanou literaturu o kvantovém chaosu, náhodných maticích i kvantových grafech a sepsal poučný úvod do problematiky. Práce je psána v anglickém jazyce, tím výrazně rozšiřuje okruh svých čtenářů. Autor pochopil a reprodukoval obtížné téma daleko za hranicí učiva Bc. stupně.

Práce byla při zadání koncipována tak, že studující se seznámí s problematikou kvantového chaosu a v praktické části ověří některé vlastnosti kvantových grafů. Protože už byla většina těchto vlastností v komunitě zabývající se kvantovými grafy známa, výsledky práce asi nejsou publikovatelné v odborném časopisu. Přesto práce splnila svůj účel, bakalant se naučil mnoho o numerickém studiu kvantového chaosu a práce může velmi dobře sloužit jako úvodní text pro studium těchto problémů.

Při studiu rozdělení nejbližších sousedů pro vlastní hodnoty kvantových grafů se musel bakalant potýkat s tím, že některé kořeny ztrácel a jejich asymptotika přesně neodpovídala Weylově asymptotice. Tento jev je však při numerickém či experimentálním studiu těchto problémů normální a asi dokonale neodstranitelný. U prvních dvou grafů je odchylka od Weylovy asymptotiky velmi malá. U třetího grafu byly, jak student v práci píše, pravděpodobně nalezeny některé falešné kořeny, ke kterým program dokonvergoval. Vzhledem k tomu, že odchylka od Weylovy asymptotiky je nezanedbatelná, bylo by možná dobré pokusit se tyto falešné kořeny identifikovat a odstranit.

V práci je minimum překlepů či jazykových chyb. Typografická úroveň je také velmi dobrá, práce je sázena v systému LaTeX.

**Závěr hodnocení a návrh klasifikace:**

Předložená práce je velmi kvalitním textem, který splňuje požadavky kladené na bakalářské práce. Autor prokázal, že je schopný samostatné práce. Doporučuji proto práci k obhajobě a navrhuji známku **A**.

**Konkrétní dotazy k obhajobě:**

1. Vysvětlete, co je „skew-symmetric matrix“ v definici symplektické matice na str. 16.
2. Proč označujete funkci (2.2) na str. 17 jako „semi-circular“?

V Hradci Králové 13. 8. 2023

doc. RNDr. Jiří Lipovský, Ph.D.