

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI



**Přírodovědecká
fakulta**

Katedra algebry a geometrie

**Podpora žáků připravujících se na
maturitu z matematiky**

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Autor: Bc. Jan Šefl

Studijní program: 7504T089 – Učitelství matematiky pro střední školy maior
7504T055 – Učitelství fyziky pro střední školy minor

Forma studia: Kombinovaná

Vedoucí práce: prof. RNDr. Josef Molnár CSc.

Rok obhajoby: 2024

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval/a samostatně s vyznačením všech použitých pramenů a spoluautorství. Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, ve znění pozdějších předpisů.

V Olomouci dne

Bc. Jan Šefl

Bibliografická identifikace

Jméno a příjmení autora	Bc. Jan Šefl
Název práce	Podpora žáků připravujících se na maturitu z matematiky
Typ práce	Diplomová
Pracoviště	Katedra algebry a geometrie
Vedoucí práce	prof. RNDr. Josef Molnár CSc.
Rok obhajoby práce	2024

Anotace

Diplomová práce se zabývá prostředky a způsoby, jak se žáci připravují na maturitní zkoušku z matematiky. Srovnává znalosti nutné ke státní maturitní zkoušce v České republice, na Slovensku a v Polsku. Představuje názory a preference žáků připravujících se na maturitní zkoušku. Přináší rozsáhlý přehled publikací, které mohou studenti k přípravě využívat. Přehled publikací je doplněn o webové stránky zabývající se stejnou problematikou. Část práce je také věnována možnostem využití umělé inteligence při přípravě na maturitní zkoušku nebo při tvorbě matematických úloh.

Klíčová slova	Maturitní zkouška, egzamin maturalny, katalog požadavků, matematika, přehled učiva, sbírka úloh, učebnice, umělá inteligence
Počet stran	248 (z toho 187 přílohy)
Počet příloh	3
Jazyk	Český

Bibliographical identification

Autor's first name and surname	Bc. Jan Šefl
Title	Support for students preparing for the mathematics maturita exam
Type of thesis	Master's
Department	Department of Algebra and Geometry
Supervisor	prof. RNDr. Josef Molnár CSc.
The year of presentation	2024

Annotation

The thesis deals with means and ways in which students prepare for the maturita exam in mathematics. It compares the knowledge required for the state maturita exam in the Czech Republic, Slovakia and Poland. It represents the opinions and preferences of students preparing for the maturita exam. It provides an extensive overview of publications that students can use for preparation. The overview of publications is supplemented by websites dealing with the same issue. Part of the work is also devoted to the possibilities of using artificial intelligence in preparation for the maturita exam or in the creation of mathematical problems.

Keywords	Maturita exam, egzamin maturalny, catalog of requirements, mathematic, curriculum overview, collection of tasks, textbook, artificial intelligence
Number of pages	248 (including 187 attachments)
Number of appendices	3
Language	Czech

Poděkování

Na tomto místě chci v první řadě poděkovat mému vedoucímu prof. RNDr. Josefu Molnárovi CSc. za jeho věcné připomínky a užitečné poznámky k mojí práci. Rovněž chci poděkovat RNDr Dagu Hrubému za konzultaci věnovanou maturitním zkouškám v zahraničí.

V neposlední řadě chci poděkovat své manželce, která si mou práci několikrát přečetla a poskytla mi k ní cenné rady a postřehy a která mě celou dobu tvorby této práce podporovala.

Mé poděkování patří také mé rodině za její podporu po celou dobu studia. Speciálně pak děkuji mámě za korekturu celé práce a sestře za tvorbu obálky publikace.

Poděkovat chci také všem, kteří se zapojili do dotazníkového šetření.

Obsah

Úvod.....	8
1 Maturitní zkouška z matematiky	9
1.1 Česká republika	9
1.2 Slovenská republika	13
1.3 Polská republika	15
2 Výzkum	20
2.1 Respondenti výzkumu	20
2.2 Výsledky výzkumu.....	21
3 České publikace.....	26
3.1 Publikace určené k přípravě na státní maturitu	26
3.2 Publikace shrnující středoškolské učivo matematiky.....	30
3.3 Sbírkky úloh	36
3.4 Řady učebnic	44
4 Slovenské publikace	50
5 Polské publikace.....	52
6 Německé publikace	54
7 Webové stránky.....	55
7.1 Matematika polopatě	55
7.2 Umíme matematiku	55
7.3 Portál středoškolské matematiky.....	55
7.4 Prikłady.eu.....	56
7.5 Realisticky.cz	56
7.6 Statnimaturita-matika.cz	56
7.7 Maturita.ceremat.cz.....	57

7.8	Isiballo.....	57
7.9	Mathematicator	58
8	Aplikace	59
8.1	Photomath	59
8.2	Microsoft math solver	60
8.3	Wolfram Alpha.....	61
9	Využití umělé inteligence	63
9.1	Studenti a umělá inteligence v matematice.....	63
9.2	Učitelé a umělá inteligence v matematice.....	66
10	Publikace Průvodce studenta přípravou na maturitu z matematiky.....	71
10.1	Poznatky z využití publikace v praxi	72
10.2	Návrh úprav publikace	73
11	Závěr	74
12	Seznam obrázků	76
13	Seznam grafů.....	77
14	Zdroje obrázků	77
15	Seznam knižních zdrojů	77
16	Seznam internetových zdrojů.....	81
17	Seznam citovaných dokumentů.....	83
18	Seznam citovaných zákonů.....	83
19	Příloha 1	84
20	Příloha 2	84
21	Příloha 3	91

Úvod

V této diplomové práci částečně navážu na svoji bakalářskou práci, ale zároveň i doplním průzkum, který možná měl předcházet vzniku publikace Průvodce studenta přípravou na maturitu z matematiky.

V první kapitole shrnu, jaké požadavky jsou kladeny na studenty, kteří chtějí absolvovat maturitní zkoušku z matematiky v České republice. Tyto požadavky porovnáám s požadavky na studenty v zahraničí, kteří absolvují obdobné zkoušky.

Následně svůj průzkum zaměřím na publikace, které v České republice vyšly na podporu studentů při přípravě na maturitní zkoušku z matematiky. V diplomové práci se zaměřím na přípravu studentů na maturitu z matematiky, a to jak na státní část, tak i část profilovou. Z toho důvodu nejdříve obsah těchto publikací budu porovnávat s rámcovým vzdělávacím programem pro gymnázia (RVP G), který obsahuje nejširší spektrum požadavků ze všech rámcových vzdělávacích programů. Tudiž bude-li publikace odpovídat RVP G, bude odpovídat i ostatním rámcovým vzdělávacím programům pro střední školy. Studenty připravující se podle těchto publikací, které RVP G odpovídají, by tak ani u profilové části maturity teoreticky nemělo nic překvapit. Je však nutné myslet na to, že školní vzdělávací program dané školy může obsahovat i témata nad rámec RVP G.

Rovněž se zaměřím na srovnání obsahu publikací s katalogem požadavků ke státní maturitní zkoušce z matematiky. Ten je sice sestaven na základě rámcových vzdělávacích programů pro střední školy, ale je daleko podrobnější. Obsahuje tak různá témata, která jsou buď již součástí rámcových vzdělávacích programů pro základní školy, nebo nejsou v RVP výslovně zmíněna.

Dále srovnám zahraniční publikace s těmi českými, zhodnotím jejich použitelnost pro českou státní maturitní zkoušku a také na základě těchto publikací popíši rozdíly v přístupu k výuce matematiky v těchto zemích a České republice.

Pomocí dotazníkového šetření zjistím, jaké materiály letošní maturanti využívají k přípravě na zkoušku a jaké mají preference při jejich výběru.

Na základě získaných znalostí navrhnou možné úpravy své publikace Průvodce studenta přípravou na maturitu z matematiky.

1 Maturitní zkouška z matematiky

Následující kapitola nabízí srovnání české maturitní zkoušky s jejími alternativami na Slovensku a v Polsku. Tyto země byly zvoleny z důvodu dostupnosti tamních publikací určených k přípravě na maturitní zkoušku a minimální jazykové bariéry.

1.1 Česká republika

V České republice byla dne 11. 6. 2008 stvrzena podpisem prezidenta republiky novela školského zákona (561/2004 Sb.), která zavádí takzvanou státní maturitu, jejíž součástí je i volitelná zkouška z matematiky¹. Mimo matematiky tato novela uvádí jako zkušební předměty společné části také český jazyk a literaturu, cizí jazyk, občanský a společenskovední základ, informatiku a další předměty, které mohou být stanovené prováděcím právním předpisem².

Následně byly zkušební předměty zredukovány na český jazyk a literaturu, cizí jazyk a matematiku, přičemž žáci povinně absolvují český jazyk a literaturu a jeden předmět z posledních dvou jmenovaných.

V roce 2016 byla schválena novela školského zákona, která pro stanovené obory vzdělávání činila povinnými všechny tři zkušební předměty. Tato úprava byla ale v květnu roku 2020 zrušena.

1.1.1 Povolené pomůcky

Při státní maturitní zkoušce z matematiky má žák k dispozici Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy, kalkulátor bez grafického režimu, řešení rovnic a úprav výrazů a psací a rýsovací potřeby³.

¹ *Sněmovní tisky*. Online. Poslanecká sněmovna Parlamentu České republiky. 2008. [cit. 2024-04-11]. Dostupné z: <https://www.psp.cz/sqw/historie.sqw?t=485&o=5>.

² ČESKÁ REPUBLIKA. Zákon č. 242/2008 Sb. In: *Sbírka zákonů*. 2008, částka 78. Dostupné také z: <https://www.psp.cz/sqw/text/tiskt.sqw?o=5&ct=485&ct1=0&v=PZ&pn=&pt=>.

³ *Katalog požadavků zkoušek jednotné maturitní zkoušky: Matematika*. Online. 2014. Dostupné také z: https://maturita.cermat.cz/files/files/katalog-pozadavku/MA_Katalog_pozadavku_MZ_1718.pdf.

1.1.2 Tematické okruhy

Tematické okruhy jsou specifikovány v elektronické publikaci Katalog požadavků zkoušek společné části maturitní zkoušky. Ten je platný od školního roku 2015/2016.

Okruhy jsou následující⁴:

- Číselné obory
 - Přirozená čísla (operace s nimi, prvočíslo, číslo složené, dělitelnost, soudělná a nesoudělná čísla, nejmenší společný násobek a největší společný dělitel)
 - Celá čísla (operace s nimi, čísla opačná)
 - Racionální čísla (různé tvary zápisu, dekadický zápis, operace se zlomky a desetinnými čísly, znázornění na číselné ose, procenta, poměr, trojčlenka, převody jednotek)
 - Reálná čísla (aritmetické operace, porovnávání, převrácené číslo, absolutní hodnota, znázornění na číselné ose, praktické úlohy, mocniny s celočíselným a racionálním exponentem, odmocniny)
 - Číselné množiny (značení číselných oborů, zápis číselné množiny, intervaly, operace s množinami)
- Algebraické výrazy
 - Algebraický výraz (hodnota, nulový bod, definiční obor, modelování reálných situací)
 - Mnohočleny (pojmy koeficient a stupeň mnohočlenu, operace s mnohočleny, umocnění dvojčlenu, rozklad na součin)
 - Lomené výrazy (operace, definiční obor)
 - Výrazy s odmocninami (operace, definiční obor)
- Rovnice a nerovnice
 - Algebraické rovnice a nerovnice (základní pojmy, ekvivalentní úpravy, zkouška)
 - Lineární rovnice a jejich soustavy (řešení rovnice, vyjádření neznámé ze vzorce, rovnice v součinném a podílovém tvaru, soustavy lineárních rovnic, grafické řešení, slovní úlohy)

⁴ Katalog požadavků zkoušek jednotné maturitní zkoušky: Matematika. Online. 2014. Dostupné také z: https://maturita.cermat.cz/files/files/katalog-pozadavku/MA_Katalog_pozadavku_MZ_1718.pdf.

- Rovnice s neznámou ve jmenovateli (definiční obor rovnice, slovní úlohy, nepřímá úměrnost)
- Kvadratické rovnice (úplné i neúplné, vztahy mezi kořeny a koeficienty, slovní úlohy)
- Lineární nerovnice s jednou neznámou a jejich soustavy (řešení, nerovnice v součinném a podílovém tvaru)
- Funkce
 - Základní poznatky o funkcích (základní pojmy, graf, předpis a graf funkce, monotonie, extrém)
 - Lineární funkce, lineární lomená funkce (přímá úměra, graf, význam parametrů, předpis funkce z daných bodů nebo grafu, nepřímá úměrnost)
 - Kvadratické funkce (definiční obor, obor hodnot, význam parametrů, monotonie, extrém)
 - Exponenciální a logaritmické funkce, jednoduché rovnice (definiční obor, obor hodnot, graf, logaritmus, význam základu, monotonie, věty o logaritmu, rovnice)
 - Goniometrické funkce (orientovaný úhel, stupňová a oblouková míra, goniometrické funkce v pravoúhlém trojúhelníku, definice funkcí, definiční obor, obor hodnot, graf, vlastnosti, extrém, jednoduché výrazy, vztahy, rovnice)
- Posloupnosti a finanční matematika
 - Základní poznatky o posloupnostech (vzorec pro n-tý člen, grafické znázornění, výčet prvků)
 - Aritmetická posloupnost (definice, význam difference, základní vzorce)
 - Geometrická posloupnost (definice, kvocient, základní vzorce)
 - Využití posloupností při řešení úloh z praxe, finanční matematika (aplikace na reálné situace, úlohy finanční matematiky)
- Planimetrie
 - Planimetrické pojmy (základní pojmy, polohové a metrické vztahy v rovině, konvexní a nekonvexní útvary, množiny bodů dané vlastnosti)

- Trojúhelníky (objekty v trojúhelníku, shodnost, podobnost, obvod, obsah, Pythagorova věta, výšky, těžnice, těžiště, trigonometrie pravoúhlého a obecného trojúhelníku)
- Mnohoúhelníky (druhy čtyřúhelníků, pojmy ve čtyřúhelníku, obvod, obsah, úhlopříčky, kružnice opsané a vepsané, konvexní a pravidelné mnohoúhelníky)
- Kružnice a kruh (základní pojmy, polohové vztahy mezi body, přímkami a kružnicemi, metrické poznatky o kruzích a kružnicích)
- Geometrická zobrazení (souměrnosti, posunutí, otočení)
- Stereometrie
 - Tělesa (krychle, kvádr, hranol, jehlan, rotační válec, rotační kužel, komolý jehlan, komolý kužel, koule a její části, objem a povrch, jednotky délky, obsahu a objemu, převody jednotek, polohové a metrické vztahy v hranolu)
- Analytická geometrie
 - Souřadnice bodu a vektoru na přímce (vzdálenost dvou bodů, střed úsečky, operace s vektory)
 - Souřadnice bodu a vektoru v rovině (souřadnice v kartézské soustavě souřadnic, operace s vektory, grafická interpretace, úhel dvou vektorů)
 - Přímka v rovině (parametrické vyjádření, obecná rovnice, směrnice, tvar, polohové a metrické vztahy bodů a přímek v rovině)
- Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika
 - Základní poznatky z kombinatoriky a pravděpodobnosti (základní kombinatorická pravidla, kombinatorické skupiny, faktoriály, kombinační čísla, základní pojmy pravděpodobnosti, pravděpodobnost náhodného jevu)
 - Základní poznatky ze statistiky (základní pojmy, četnost, charakteristiky polohy, data v grafech a tabulkách)

1.2 Slovenská republika

Na Slovensku je státní maturita zakotvena ve školském zákoně, konkrétně § 74 zákona č. 245/2008⁵. Podrobnosti dále určuje vyhláška číslo 318/2008⁶. Poprvé státní maturitu slovenští maturanti absolvovali v roce 2005⁷.

Mezi maturitní předměty externí neboli centrálně zadávané maturitní zkoušky patří slovenský jazyk a slovenská literatura, matematika a cizí jazyk. Studenti gymnázií maturují ze slovenského jazyka, cizího jazyka, volitelného předmětu ze skupiny přírodovědných, společenských nebo ostatních předmětů a z dalšího volitelného předmětu. Volitelný předmět musí mít součet týdenních hodinových dotací po dobu studia aspoň šest. V případě odborných škol a konzervatoří maturitní zkouška obsahuje pouze slovenský a cizí jazyk a praktickou část⁸.

1.2.1 Povolené pomůcky

Při řešení testu mají žáci k dispozici psací potřeby, přehled matematických vzorců, který je součástí testu (viz příloha 1) a kalkulačku, která nesmí být součástí mobilního telefonu a musí mít maximálně dvojřádkový displej⁹.

1.2.2 Tematické okruhy

Tematické okruhy externí části maturitní zkoušky z matematiky jsou uvedeny v publikaci Cíelové požadavky na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky, která byla vydána v roce 2009¹⁰.

Tematické okruhy zkoušky jsou následující:

- Základy matematiky
 - Logika a množiny
 - Čísla, proměnné a výrazy

⁵ SLOVENSKÁ REPUBLIKA. Zákon č. 245/2008 Z. z. In: *Sbírka zákonů*. Dostupné také z: <https://www.zakonypreludi.sk/zz/2008-245>.

⁶ SLOVENSKÁ REPUBLIKA. Vyhláška č. 318/2008 Z. z. In: *Sbírka zákonů*. Dostupné také z: <https://www.zakonypreludi.sk/zz/2008-318#p5>.

⁷ *Státní maturity v zahraničí: Slovensko*. Online. Vysokeskoly.cz. 2011. Dostupné z: <https://www.vysokeskoly.cz/clanek/novy-clanek-4333>. [cit. 2024-04-12].

⁸ SLOVENSKÁ REPUBLIKA. Vyhláška č. 318/2008 Z. z. In: *Sbírka zákonů*. Dostupné také z: <https://www.zakonypreludi.sk/zz/2008-318#p5>.

⁹ Maturita 2024 čo treba vedieť. Online. Matura.sk. Dostupné z: <https://www.matura.sk/pribeh-maturity/2024>. [cit. 2024-04-12].

¹⁰ *Cíelové požiadavky na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky*. Štátny pedagogický ústav, 2009. Dostupné také z: <https://cdn.matura.sk/info/matematika.pdf>.

- Teorie čísel
- Rovnice, nerovnice a jejich soustavy
- Funkce
 - Funkce a její vlastnosti, posloupnosti
 - Lineární a kvadratická rovnice, aritmetická posloupnost
 - Mnohočleny a mocninné funkce, lineární lomená funkce
 - Logaritmičké a exponenciální funkce, geometrická posloupnost
 - Goniometrické funkce
- Planimetrie
 - Základní rovinné útvary
 - Analytická geometrie v rovině
 - Množiny bodů daných vlastností a jejich analytické vyjádření
 - Shodná a podobná zobrazení
 - Konstrukční úlohy
- Stereometrie
 - Základní způsoby zobrazování prostoru do roviny
 - Souřadnicová soustava v prostoru
 - Lineární útvary v prostoru – polohové a metrické úlohy
 - Tělesa
- Kombinatorika pravděpodobnost a statistika
 - Kombinatorika a pravděpodobnost
 - Statistika

Je nutné zmínit, že slovenský katalog požadavků je rozsáhlejší než jeho česká alternativa, jelikož obsahuje ke každé kapitole konkrétní pojmy a konkrétní vzorce, které by měli žáci ke zkoušce ovládat.

Slovenská maturitní zkouška z matematiky obsahuje oproti té české i výrokovou logiku zahrnující logické operace negaci, konjunkci, disjunkci, implikaci a ekvivalenci, kvantifikátory a důkazy (konkrétně přímý, nepřímý a sporem). Kapitola rovnice zahrnuje mimo jiné jednoduché lineární rovnice s absolutní hodnotou, stejně jako kapitola funkce, která obsahuje i základní funkce s absolutní hodnotou a jejich grafy. V analytické geometrii je zahrnuta také rovnice kružnice a její vlastnosti.

V požadavcích české maturitní zkoušky nejsou narozdíl od té slovenské uvedeny konstrukční úlohy.

1.3 Polská republika

Maturitní zkouška (egzamin maturalny nebo též nova matura) v Polsku od roku 2005 neslouží jako doklad o absolvování střední školy a není tudíž povinná¹¹. Slouží však jako náhrada přijímacích zkoušek na vysoké školy. Maturitní zkoušku mohou absolvovat žáci čtyřleté všeobecné střední školy, čtyřleté umělecké školy, pětileté technické školy nebo žáci odborného učiliště. Jelikož se jedná o náhradu přijímací zkoušky, je možné maturitu absolvovat i později po ukončení střední školy, nebo po absolvování střední školy v zahraničí. V některých případech však může být účast na této zkoušce zpoplatněná¹².

Pro splnění zkoušky je nutné absolvovat dvě ústní zkoušky – polský jazyk a cizí jazyk, a celkem čtyři písemné zkoušky – polský jazyk (základní úroveň), matematika (základní úroveň), cizí jazyk (základní úroveň) a vybraný doplňkový předmět (pokročilá úroveň). Jako doplňkový předmět je možné absolvovat pokročilou úroveň zkoušky některého z povinných předmětů nebo například biologii, chemii, filozofii, fyziku, zeměpis, historii, hudební historii, dějiny umění nebo informatiku¹³.

1.3.1 Povolené pomůcky

Povolené pomůcky jsou specifikovány v publikaci INFORMATOR o egzaminie maturalnym z matematyki jako przedmiotu obowiązkowego (poziom podstawowy), jejíž název by se dal přeložit jako Informátor o maturitní zkoušce z matematiky jako povinného předmětu (základní úroveň). Jedná se o pravítko, kružítko, jednoduchou kalkulačku a vybrané matematické vzorce pro maturitní zkoušku z matematiky¹⁴, což je publikace čítající 36 stran, která je k nalezení na oficiálním webu maturitní

¹¹ Matura według formuły 2023. Wróć do strony domowej Zespól Szkół nr 5 w Tychach [online]. [cit. 2024-04-14]. Dostupné z: <https://zs5.tychy.pl/matura-wg-formuly-2023/>.

¹² O egzaminie. CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA. Egzamin maturalny [online]. [cit. 2024-04-14]. Dostupné z: <https://cke.gov.pl/egzamin-maturalny/egzamin-maturalny-w-formule-2023/o-egzaminie/>.

¹³ O egzaminie. CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA. Egzamin maturalny [online]. [cit. 2024-04-14]. Dostupné z: <https://cke.gov.pl/egzamin-maturalny/egzamin-maturalny-w-formule-2023/o-egzaminie/>.

¹⁴ INFORMATOR o egzaminie maturalnym z matematyki jako przedmiotu obowiązkowego (poziom podstawowy) [Online]. 2021. Warszawa: Centralna Komisja Egzaminacyjna. Dostupné také z: http://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_MATURALNY_OD_2023/Informatory/Informatory_EM2023_matematyka_PP.pdf.

zkoušky¹⁵. Rozsah zde uvedených vzorců je srovnatelný se vzorci, které využívají žáci při české maturitní zkoušce.

1.3.2 Tematické okruhy

Tematické okruhy jsou opět uvedeny v publikaci Informátor o maturitní zkoušce z matematiky jako povinného předmětu. Jedná se o:

- Reálná čísla, algebraické výrazy, rovnice a nerovnice
- Funkce, posloupnosti, optimalizaci
- Planimetrii, analytickou geometrii, stereometrii
- Kombinatoriku, teorii pravděpodobnosti a statistiku

Tematické okruhy nejsou v publikaci blíže specifikovány, pouze odkazují na kapitoly ze Základního kurikula všeobecného vzdělávání. Z něj, případně z dokumentu, jehož název lze přeložit jako Informace o maturitní zkoušce z matematiky lze vyčíst, že studenti pro absolvování zkoušky musejí ovládat následující témata¹⁶:

- Reálná čísla
 - Operace, logaritmus
 - Jednoduché důkazy
 - Vlastnosti odmocnin včetně lichých odmocnin záporných čísel
 - Operace s mocninami
 - Vlastnosti mocnin
 - Intervaly a jejich znázornění na číselné ose
 - Geometrická a algebraická interpretace absolutní hodnoty
 - Užití umocňování včetně složeného úroku
 - Vzorce s logaritmy
- Algebraické výrazy
 - Vzorce pro druhou mocninu dvojčlenu a rozklad dvojčlenu na součin

¹⁵ Wybrane wzory matematyczne na egzamin maturalny z matematyki [Online]. Centralna Komisja Egzaminacyjna. Dostupné také z: https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_MATURALNY_OD_2023/Informatory/wybrane_wzory_matematyczne_EM2023.pdf.

¹⁶ Aneks do Informatora o egzaminie maturalnym z matematyki w Formule 2023 [Online]. 2022. Centralna komisja egzaminacyjna. Dostupné také z: https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_MATURALNY_OD_2023/Informatory/2023/Aneks_2023_2024_matematyka_EM_PP_F23.pdf.

- Sčítání, odčítání, násobení, vytýkání
- Faktorizace polynomů
- Sčítání a odčítání lomených výrazů
- Rovnice a nerovnice
 - Ekvivalentní úpravy
 - Řešení lineárních rovnic a nerovnic
 - Řešení kvadratické rovnice
 - Řešení polynomické rovnice, která lze zredukovat na součinný tvar vytýkáním
 - Rovnice ve tvaru podílu
 - Soustavy lineárních rovnic a jejich geometrická interpretace
 - Řešení slovních úloh
- Funkce
 - Definice funkce pomocí slovního popisu, tabulky, grafu, vzorce
 - Hodnota funkce, interpretace hodnot funkce
 - Definiční obor, obor hodnot, nulové body, monotonie, extrémy
 - Koeficienty lineární funkce a jejich význam
 - Graf lineární funkce a jeho vlastnosti
 - Graf kvadratické funkce, koeficienty kvadratické funkce
 - Vrchol grafu kvadratické funkce
 - Transformace grafu funkce
 - Exponenciální a logaritmické funkce
- Posloupnosti
 - Určení členů posloupnosti pomocí vzorce
 - Monotónnost posloupnosti
 - Aritmetická a geometrická posloupnost, vzorec pro n-tý člen
 - Praktické úlohy
- Trigonometrie
 - Hodnoty goniometrických funkcí pro úhly velikosti $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ$
 - „Goniometrická jednička“, definice funkce tangens
 - Obsah trojúhelníku

- Úhly v trojúhelníku (kosinová věta)
- Planimetrie
 - Poloměry a průměry kružnic, délky tětiv
 - Druhy trojúhelníků, trojúhelníková nerovnost, Pythagorova věta, kosinová věta
 - Pravidelné mnohoúhelníky a jejich vlastnosti
 - Obdélník, rovnoběžník, kosočtverec a lichoběžník
 - Části kružnice a kruhu
 - Thaletova věta
 - Podobnost trojúhelníků
 - Kružnice trojúhelníku opsaná a vepsaná, těžiště trojúhelníku
 - Užití trigonometrických funkcí
- Analytická geometrie v kartézské rovině
 - Vzájemná poloha přímek v rovině
 - Rovnice přímky daných vlastností (kolmost k jiné přímce, tečnost ke kružnici)
 - Vzdálenost dvou bodů
 - Rovnice kružnice
 - Vzdálenost bodu od přímky
 - Osová souměrnost vzhledem k osám kartézské soustavy souřadnic a středová souměrnost vzhledem k počátku soustavy souřadnic
- Stereometrie
 - Vzájemná poloha přímek v prostoru
 - Úhel mezi přímkou a rovinou
 - Metrické úlohy v hranolech a jehlanech
 - Objemy a povrchy hranolů a jehlanů
 - Vztah mezi objemy hranolů a jehlanů
- Kombinatorika
 - Jednoduché kombinatorické situace
 - Kombinatorické pravidlo součinu a součtu
- Pravděpodobnost a statistika
 - Klasická pravděpodobnost

- Aritmetický průměr, vážený průměr, modus, medián
- Směrodatná odchylka
- Optimalizace a diferenciální počet
 - Optimalizační úlohy v situacích, které lze popsat kvadratickou funkcí

Ve srovnání s českou maturitní zkouškou obsahuje ta polská navíc jednoduché důkazy, podrobnější analytickou geometrii obsahující i některá zobrazení nebo úlohy využívající diferenciální počet.

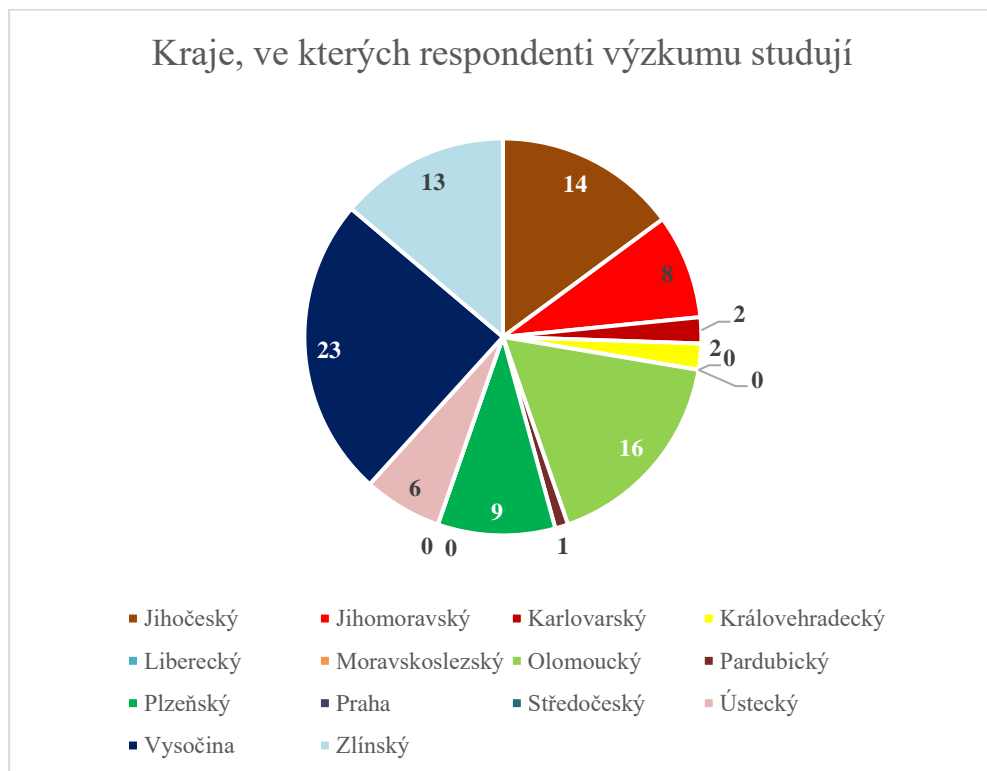
2 Výzkum

V rámci diplomové práce proběhl výzkum mezi žáky maturitních ročníků zjišťující jejich postoje k materiálům a publikacím určeným k přípravě k maturitní zkoušce z matematiky.

2.1 Respondenti výzkumu

S žádostí o poskytnutí elektronického dotazníku žákům bylo osloveno celkem 113 gymnázií a škol nabízejících lyceální obory rovnoměrně mezi všemi kraji České republiky. Výběr škol byl ovlivněn předpokladem většího množství zájemců o maturitu z matematiky oproti středním odborným školám a středním odborným učilištím.

Výzkumu se zúčastnilo celkem 94 studentů. Navzdory oslovení škol ve všech krajích, v Libereckém, Moravskoslezském, Středočeském kraji a Praze nebyl vyplněn dotazník žádným respondentem. Naproti tomu v kraji Vysočina vyplnilo dotazník celkem 23 žáků.



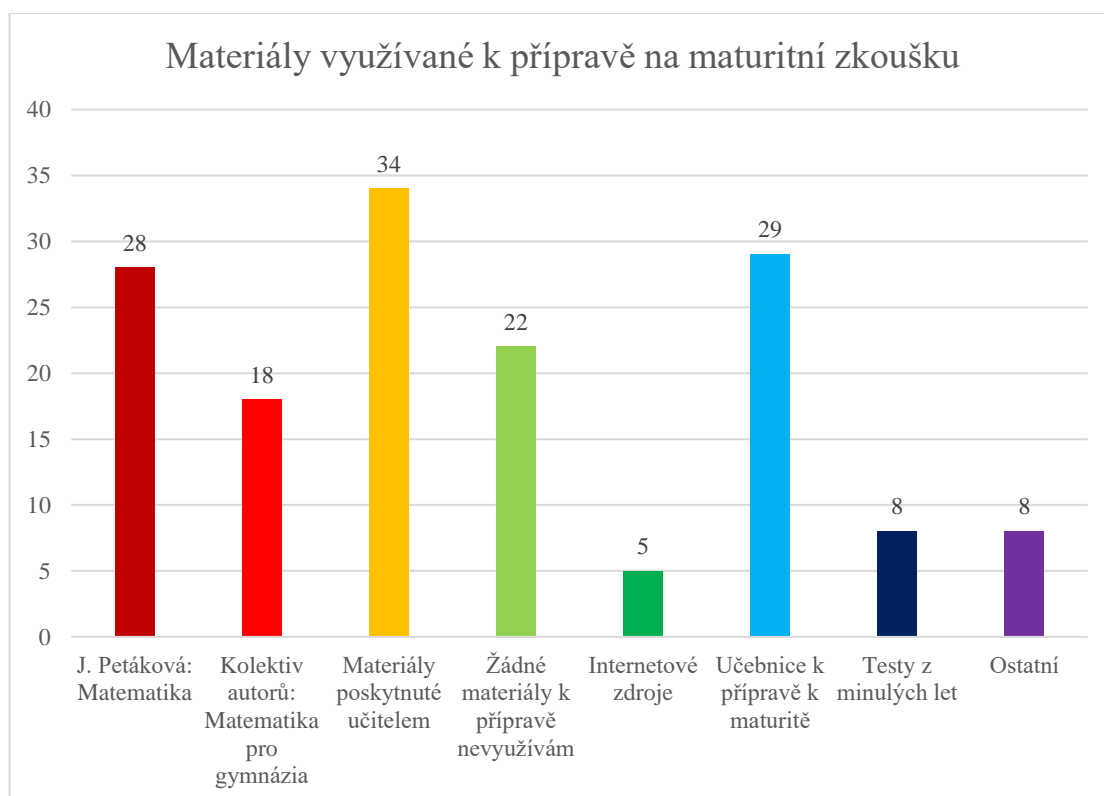
Graf 1 Kraje, ve kterých respondenti výzkumu studují

Při interpretaci výsledků výzkumu je tak zapotřebí brát ohledy na tento fakt, jelikož z dostupných dat nelze vyčíst, zda všichni žáci studující v daném kraji nestudují ve stejné škole nebo dokonce ve stejné třídě.

Celkem 86,2 % respondentů se připravuje na státní maturitní zkoušku z matematiky a 31 % na profilovou neboli školní maturitu z matematiky.

2.2 Výsledky výzkumu

Klíčovou otázkou výzkumu bylo, jaké materiály respondenti využívají ke své přípravě k maturitní zkoušce. Z odpovědí pak je možné odvodit, jaké jsou jejich preference, co se týče složení vhodné publikace a také především, zda má smysl publikace pro žáky tvořit.



Graf 2 Materiály využívané k přípravě na maturitní zkoušku

Největší množství žáků uvedlo, že využívají materiály, které jim poskytnou jejich vyučující matematiky. Druhou nejčastěji označovanou odpovědí byly učebnice určené přímo k přípravě na státní maturitu z matematiky, které obsahují úlohy k procvičení jednotlivých témat a následně i cvičné didaktické testy. Zde 10 studentů uvedlo učebnici nakladatelství Taktik a 19 studentů učebnici nakladatelství Didaktis. Hojně

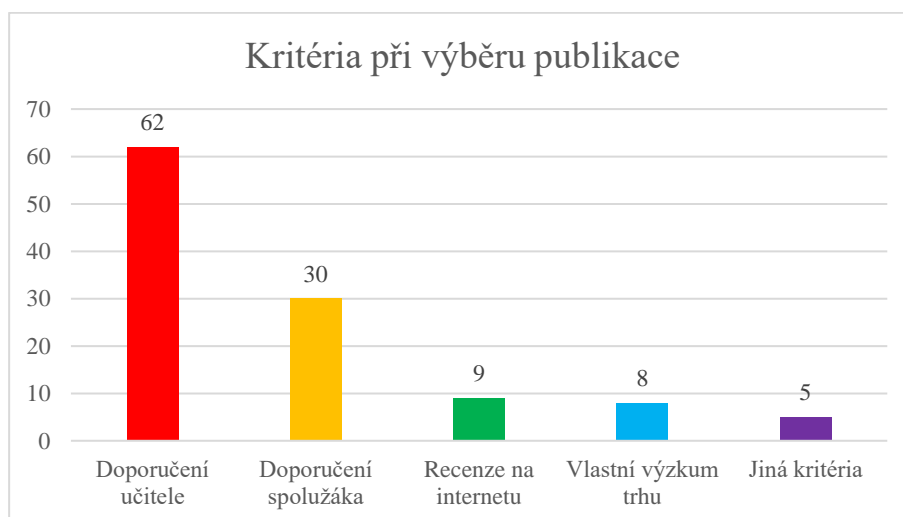
zastoupená napříč všemi kraji je i učebnice paní doktorky Petákové, která je určena jak k přípravě na maturitní zkoušku, tak i na přijímací zkoušky na vysokou školu.

Nezanedbatelné množství žáků uvedlo, že žádné materiály nevyužívá. Z výzkumu však nelze vyvozovat, jakým způsobem se tyto žáci na zkoušku připravují.

Osmnáct žáků uvedlo sadu učebnic Matematika pro gymnázia, kterou pravděpodobně využívali po celou dobu studia. Žáci rovněž využívají internetové zdroje jako videa na Youtube nebo Portál středoškolské matematiky anebo maturitní testy z minulých let, které jsou zveřejněné včetně řešení na oficiálních stránkách maturity. Většinou po jedné odpovědi získaly ostatní nabízené sbírky úloh a publikace.

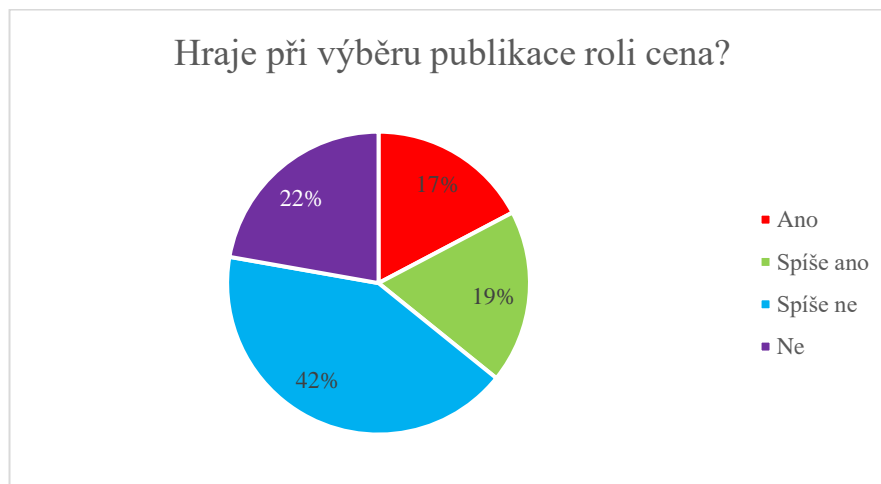
2.2.1 Kritéria pro výběr publikace

Další část výzkumu se zabývala kritérii, na základě kterých si žáci vybírají publikace ke své přípravě. Výzkum ukázal, že pro poměrně velkou část respondentů hraje roli při výběru publikace k přípravě doporučení učitele. To může být způsobené i faktem, že tyto doporučené učebnice jsou následně využívány i v hodinách matematiky. Nezanedbatelnou váhu však má při výběru i doporučení spolužáka. Menší část respondentů pak samostatně hledá recenze na internetu, či jiným způsobem zkoumá nabídku publikací na trhu. Mezi další respondenty uvedená kritéria patří doporučení rodiče, zkušenosti z jednotných přijímacích zkoušek, které probíhají stejnou formou jako maturitní zkouška, nebo to, jaké učebnice mají žáci k dispozici už z dřívější doby.



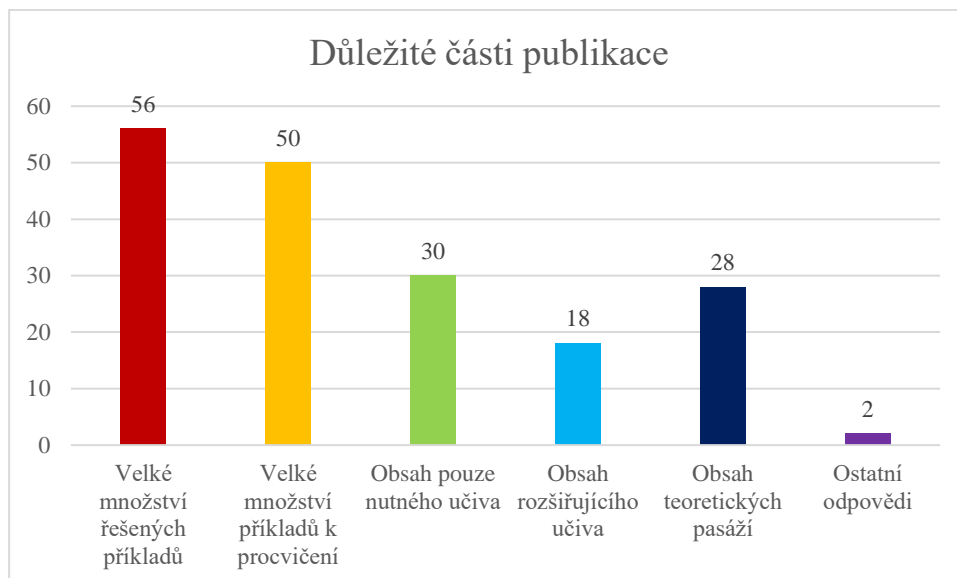
Graf 3 Kritéria při výběru publikace

Další z otázek ukázala, že pro 64 % respondentů nehraje cena publikace při výběru výraznou roli. Zde však z důvodu poměrně malého vzorku žáků rozhodně nelze závěry zobecňovat.



Graf 4 Role ceny při výběru publikace

Při tvorbě publikace je důležité rozhodnutí, co bude obsahovat. Proto další otázka výzkumu směřovala na to, které části publikace vnímají žáci jako nejdůležitější. Zde mezi respondenty panuje shoda na tom, že by publikace měla obsahovat velké množství jak řešených příkladů, tak úloh určených k samostatnému procvičení. V případě otázky, zda by v publikaci mělo být jen nutné učivo nebo by měla poskytovat i vhled do rozšiřujícího učiva, shoda nenastala. Někteří studenti rovněž oceňují mimo příklady i teoretické pasáže obsahující důležité definice, pojmy a matematické věty. Jeden z respondentů v publikaci oceňuje cvičné didaktické testy a další uvedl, že oceňuje krátkou teoretickou pasáž následovanou jedním řešeným příkladem a velkým množstvím úloh k procvičení.



Graf 5 Důležité části publikace

2.2.2 Hodnocení zvolené publikace

Na závěr dotazníku měli žáci možnost zhodnotit jimi používanou publikaci. Shrňme nyní hodnocení nejčastěji uváděných publikací.

J. Petáková: Matematika

U této publikace si respondenti výzkumu cení širokého spektra obsažených příkladů a také rozmanitosti jejich obtížností. Objevují se jak názory schvalující vyšší obtížnost příkladů, jakožto kvalitní přípravu jak na maturitní zkoušku, tak na vysokou školu, ale i názory, které tuto obtížnost kritizují. Mezi uváděné výhody patří také přehlednost publikace. Jako nevýhodu někteří respondenti shledávají absenci postupu řešení úloh.

Kolektiv autorů: Matematika pro gymnázia

V případě této sady učebnic respondenti ocenili řešené příklady, naopak vytkli malé množství úloh k procvičení.

Materiály poskytnuté učitelem

Materiály zpracované a poskytnuté učitelem mají pro respondenty nespornou výhodu při přípravě na profilovou zkoušku z matematiky, jelikož odpovídají požadavkům k této zkoušce. Žáci rovněž oceňují možnost konzultovat řešení příkladu s učitelem.

Učebnice připravující na státní maturitu

U těchto publikací respondenti oceňují typové úlohy z maturitních didaktických testů. Rovněž jako přednost zmiňují cvičené didaktické testy. Vytýkají však místy příliš velkou obtížnost úloh. Jako pozitivum někteří respondenti u těchto publikací zmiňují, že je zde uveden i postup, jak úlohy řešit, jiní však dodávají, že postup někdy nebývá dostatečně srozumitelný.

Testy z minulých let

Nespornou výhodou je bezplatná dostupnost testových zadání. Rovněž je výhodou, že je na internetu možné dohledat i správné postupy řešení jednotlivých úloh.

3 České publikace

Z výzkumu vyplynulo, že různé publikace jsou důležitou součástí přípravy některých žáků středních škol na maturitu z matematiky. Publikací zabývajících se středoškolskou matematikou je v současnosti k dostání velké množství a každá z nich může studentovi poskytnout něco jiného. Proto další částí této práce je přehled aktuálně dostupných publikací, které by mohly sloužit pro přípravu studentů na maturitní zkoušku. Přehled poskytne také základní informace o publikaci a srovnání obsahu publikace s rámcovým vzdělávacím programem pro gymnázia (RVP G) a katalogem požadavků státní maturitní zkoušky z matematiky. Aby bylo možné za pomoci tohoto přehledu snadno dohledávat, které téma je v které publikaci obsaženo, je u každé z nich vypsán seznam kapitol.

Z důvodu vyšší přehlednosti jsou publikace rozděleny podle jejich primárního určení do tří kategorií.

3.1 Publikace určené k přípravě na státní maturitu

V této kategorii jsou zařazeny publikace, jejichž primárním cílem je příprava na státní maturitu z matematiky.

Maturita v pohodě: matematika

Autoři: Tomáš Graja, Robert Weinlich, Lada Kuklová, Jana Helenková, Kamil Šubař, Jiří Záleský, Richard Němec, Milan Pobořil, Magdalena Krátká, Jana Příhonská

Nakladatelství: Taktik

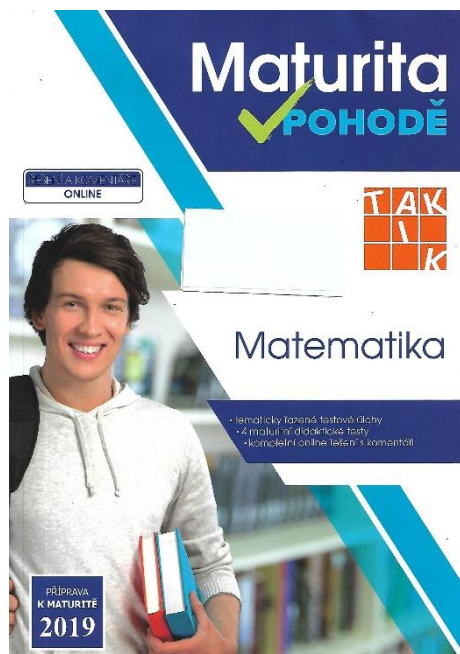
Počet stran: 128

Rok vydání: 2017

ISBN: 978-80-7563-158-9

Kapitoly

Úvodní informace o maturitní zkoušce; číselné obory; algebraické výrazy; rovnice a nerovnice;



Obrázek 1 Maturita v pohodě: matematika

funkce; posloupnosti a finanční matematika; planimetrie; stereometrie; analytická geometrie; kombinatorika; pravděpodobnost a statistika.

Základní informace

Publikace obsahuje testové úlohy podobné těm z maturitní zkoušky. Úlohy jsou rozřazeny do tematických celků dle katalogu požadavků zkoušky. Na závěr publikace jsou zařazeny čtyři cvičné didaktické testy. Řešení úloh je spolu s komentářem postupu ke stažení ve formátu PDF na webu.

Shoda s RVP G

Ze zamýšleného určení publikace vyplývá, že zde nejsou zařazeny kapitoly, které nejsou součástí katalogu požadavků ke zkoušce, jako například výroková logika.

Shoda s katalogem požadavků ke státní maturitě

Publikace obsahuje všechna témata z katalogu požadavků.

Maturita z matematiky 2019-2020

Autoři: Dana Gazárková, Maria Gadimová, Ivana Ondráčková, Běla Vobecká

Nakladatelství: Didaktis

Počet stran: 168

Rok vydání: 2018

ISBN: 978-80-7358-307-1

Kapitoly

Úvodní informace; testové úlohy k tematickým celkům; cvičné didaktické testy; klíč k testovým úlohám; řešení a klíč k didaktickým testům.

Základní informace

Jedná se o publikaci primárně určenou k přípravě na státní maturitní zkoušku z matematiky. V úvodu se dočteme, že publikace může posloužit také žákům skládajícím rozšiřující maturitní zkoušku Matematika +.



Obrázek 2 Maturita z matematiky 2019-2020

V první kapitole se dočteme základní informace o maturitní zkoušce z matematiky, ve druhé části najdeme úlohy k jednotlivým tematickým celkům. Na úvod každého celku jsou uvedeny požadavky na konkrétní vědomosti, které by žák měl k maturitě mít. Tento text je převzatý přímo z katalogu požadavků. Příklady jsou neřešené, typové složení odpovídá typům úloh obsažených v testech státní maturity. Třetí kapitola je věnována pěti cvičným didaktickým testům.

Čtvrtá kapitola obsahuje řešení úloh ze druhé kapitoly, které je krátce slovně okomentované. Pátá kapitola obsahuje vzorově vyřešené didaktické testy opět i s komentářem správného řešení. Řešení didaktických testů je na závěr kapitoly uvedeno ještě jednou v přehledném klíči sloužícímu k opravě daného testu.

Shoda s RVP G

Shoda s RVP G je v případě této publikace bezpředmětná, jelikož je deklarováno, že se jedná o publikaci určenou konkrétně k přípravě na státní maturitní zkoušku. Z toho důvodu v ní nebudou obsažena témata, která nejsou obsažena v RVP pro všechny střední školy, a tudíž ani v katalogu požadavků k maturitě.

Shoda s katalogem požadavků ke státní maturitě

V publikaci jsou zmíněny všechny tematické okruhy vyžadované katalogem požadavků ke státní maturitě. Publikace neobsahuje teoretickou část, proto je nutné znalosti pojmů čerpat z jiných publikací (na které je v publikaci odkazováno).

Krok za krokem k maturitě z matematiky 1: Sbíрка nejdůležitějších úloh ke státní maturitě

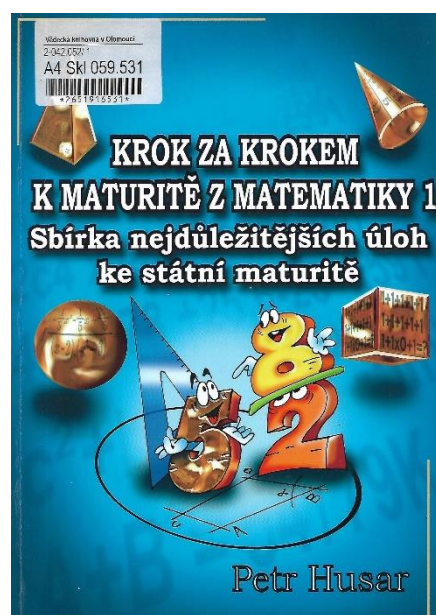
Autor: Petr Husar

Nakladatelství: Mgr. Petr Husar – Zkoušky nanečisto

Počet stran: 180

Rok vydání: 2019

ISBN: -



Obrázek 3 Krok za krokem k maturitě z matematiky 1

Kapitoly

Výrazy; vyjádření neznámé; číselná osa; slovní úlohy; procenta; mocniny; odmocniny; lineární rovnice; nerovnice; soustavy rovnic; kvadratické funkce; exponenciální funkce; exponenciální rovnice; logaritmické funkce; logaritmické rovnice; goniometrické funkce; goniometrické rovnice; goniometrické nerovnice; grafy funkcí; aritmetická posloupnost; geometrická posloupnost; rekurentní vyjádření posloupnosti; vektory; analytická geometrie přímky; analytická geometrie trojúhelníku; faktoriály; kombinatorika; pravděpodobnost; úhly; obdélníky a čtverce; trojúhelníky; lichoběžníky a rovnoběžníky; kružnice a kruh; krychle, kvádry, hranoly; válec; koule.

Základní informace

Jedná se o sbírku úloh primárně určenou k přípravě na státní maturitní zkoušku z matematiky. Autor při tvorbě příkladů vychází ze zveřejněných maturitních testů a předkládá ve své sbírce obdobné příklady k procvičení. Všechny příklady obsažené ve sbírce jsou řešené, některé jsou doplněné také komentářem.

Úvod každé kapitoly je věnován shrnutí, co by se žáci v této kapitole měli naučit a proč je tato látka důležitá. Rovněž je zdůrazněno, na co si v dané kapitole dát pozor. Úvody jsou psány jazykem blízkým studentům.

Číslovka v názvu publikace je z důvodu možnosti vydání dalších dílů s úlohami inspirovanými pozdějšími didaktickými testy.

Shoda s RVP G

Jedná se o publikaci určenou k přípravě ke státní maturitě, proto srovnání s RVP G opět vynecháme.

Shoda s katalogem požadavků ke státní maturitě

Jelikož při tvorbě publikace bylo čerpáno ze zveřejněných testů z dřívějších let, nenajdeme v ní úplně všechna témata uvedená v katalogu požadavků. Z kapitoly číselné obory je vynechána dělitelnost v oboru přirozených čísel. Je zde však věnována celá kapitola umístění čísel na číselné ose. Rovnicím s neznámou ve jmenovateli není věnována samostatná kapitola, ale jsou zařazeny mezi lineární rovnice. V publikaci nenajdeme úlohy využívající posloupnosti ve finanční matematice stejně jako úlohy týkající se geometrických zobrazení. Rovněž se zde neobjevují příklady ze statistiky.

Státní maturita z matematiky v testových úlohách včetně řešení

Autor: Miroslav Hruška

Nakladatelství: Rubico

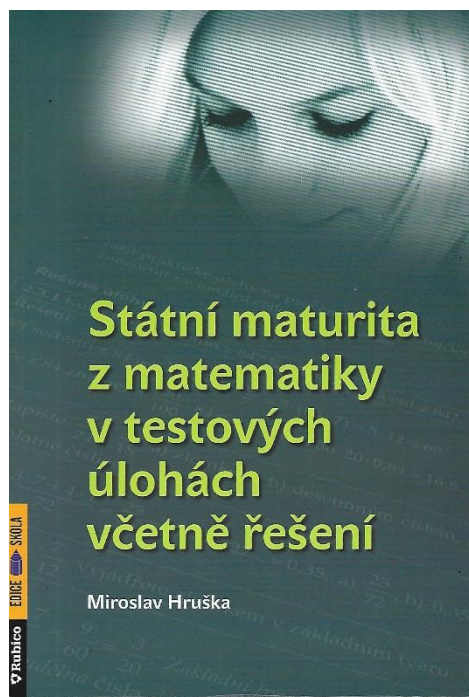
Počet stran: 190

Rok vydání: 2012

ISBN: 80-7346-149-2

Kapitoly

Úvod o státní maturitní zkoušce; číselné obory; algebraické výrazy; rovnice a nerovnice; funkce; posloupnosti a finanční matematika; planimetrie; stereometrie; analytická geometrie; kombinatorika, pravděpodobnost; statistika; kompetence a dovednosti.



Obrázek 4 Státní maturita v testových úlohách

Základní informace

Učebnice v každé kapitole uvádí několik řešených příkladů a následně úlohy k procvičení, které jsou následované správnými výsledky. Úvod kapitol je doplněn požadavky převzatými z katalogu požadavků k maturitní zkoušce. Na závěr jsou uvedeny rady a příklady k procvičení numerických výpočtů, odhadů, efektivních postupů, práce s tabulkami a práce s kalkulaátorem.

Shoda s RVP G

Posuzování shody s RVP G je vzhledem k určení bezpředmětné.

Shoda s katalogem požadavků ke státní maturitě

V publikaci jsou obsaženy všechny kapitoly uvedené v katalogu požadavků maturitní zkoušky.

3.2 Publikace shrnující středoškolské učivo matematiky

Tato kategorie zahrnuje publikace, jejichž cílem není připravit konkrétně na státní maturitu z matematiky, ale přinášejí shrnutí učiva matematiky na střední škole.

Matematika pro každého: rychlokurz matematiky

Autoři: Eva Janurová, Miroslav Janura, Zdenek

Svoboda

Nakladatelství: Rubico

Počet stran: 275

Rok vydání: 2011

ISBN: 978-80-7346-122-3

Kapitoly

Množinový počet; logika; elementární teorie čísel; číselné obory; algebraické výrazy; rovnice a nerovnice; komplexní čísla; funkce; posloupnosti a řady; planimetrie; geometrická zobrazení v rovině; stereometrie; analytická geometrie; kombinatorika; pravděpodobnost a statistika; infinitezimální počet; symboly, tabulky; literatura; rejstřík.

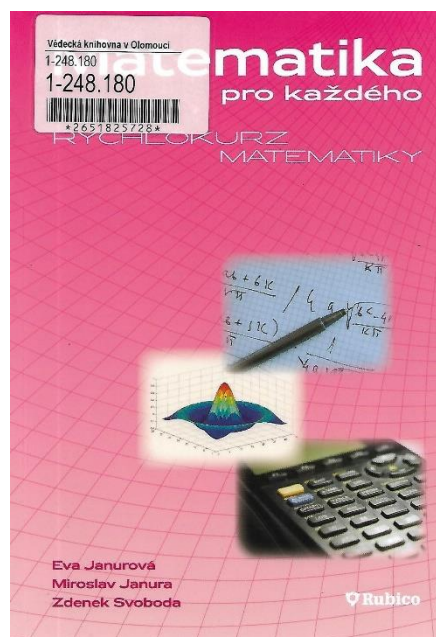
Základní informace

Dle informací na obálce je publikace určena studentům středních škola a všem zájemcům, kteří chtějí rychle získat základní informace z matematiky. V úvodním slově je dále uvedeno, že publikace může sloužit jako příprava k maturitní zkoušce či přijímacím zkouškám na vysokou školu.

Každá z kapitol knihy obsahuje základní definice, pojmy a věty, kdy každá z nich je ihned následovaná řešeným příkladem. Řešené příklady jsou doplněny komentářem. Po každém tematickém celku následují příklady k samostatnému procvičení. K těmto příkladům je vždy uveden výsledek.

Shoda s RVP G

Publikace obsahuje všechny tematické celky vyžadované RVP G a tudíž i ostatními rámcovými vzdělávacími programy. V kapitole logika jsou podrobně rozepsané všechny typy důkazů včetně řešených příkladů. Poměrně neobvykle je mezi algebraické výrazy zařazena také definice logaritmu, se kterými se následně setkáváme



Obrázek 5 Matematika pro každého

také ve formě logaritmické funkce. Rovnice a nerovnice jsou v publikaci probrány v uceleném přehledu všech typů rovnic včetně metod řešení soustav lineárních rovnic pomocí Cramerova pravidla a Gaussovy eliminační metody. V publikaci jsou rovněž uvedeny kapitoly komplexní čísla a infinitezimální počet, které RVP nevyžaduje, ale na mnoha středních školách jsou vyučovány. V publikaci je přistoupeno k definici funkcí pomocí binární relace a zobrazení, což jistě žáci ocení při studiu na vysoké škole. Ačkoli je publikace velmi obsáhlá, nenajdeme v ní funkci druhá odmocnina, množiny bodů dané vlastnosti ani volné rovnoběžné promítání.

Shoda s katalogem požadavků ke státní maturitě

Při přípravě ke státní maturitní zkoušce z matematiky pomocí této publikace je nutné si doplnit znalosti dělitelnosti v oboru přirozených čísel, počtů s procenty a zlomky a práce s poměrem. Rovněž v publikaci nenajdeme praktické využití posloupností ve finanční matematice.

Maturitní otázky z matematiky

Autoři: Eva Řídká, Dana Blahunková, Petr Chára

Nakladatelství: Tutor

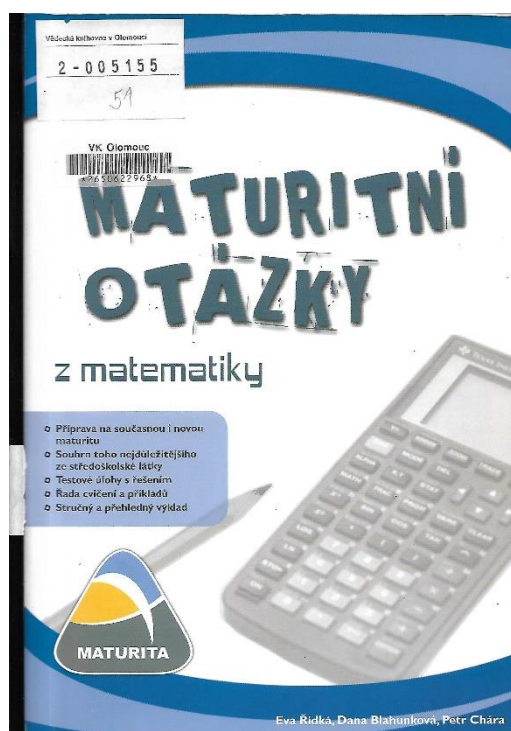
Počet stran: 283

Rok vydání: 2006

ISBN: 80-867000-14-3

Kapitoly

Výroky a výroková logika; absolutní hodnota, rovnice a nerovnice; mocniny a odmocniny, rovnice s neznámou pod odmocninou; rovnice a nerovnice s parametrem; funkce a její vlastnosti; lineární funkce, rovnice a jejich soustavy, nerovnice; lineární lomená a mocinná funkce, rovnice; kvadratické funkce, rovnice a nerovnice; exponenciální funkce,



Obrázek 6 Maturitní otázky z matematiky

rovnice a nerovnice; logaritmické funkce, rovnice a nerovnice; goniometrické funkce a rovnice; trigonometrie, aplikace v praxi; délky a polohy v rovinných útvarech, početní geometrie; konstrukční úlohy; shodnosti a podobnosti; vektory a jejich užití; analytická geometrie lineárních útvarů; analytická geometrie kvadratických útvarů; mnohostěny a rotační tělesa; řezy těles, metrické vztahy v tělesech; komplexní čísla; posloupnosti a řady; kombinatorika a pravděpodobnost, statistika; derivace, průběh funkce; integrál funkce a jeho aplikace.

Základní informace

Publikace je určena studentům středních a vysokých škol, učitelům, ale také veřejnosti. V úvodu je zdůrazněno, že je určena zejména maturantům. I přes to, že publikace byla vydána před zavedením státní maturitní zkoušky v roce 2011, je zde uvedeno, že obsahuje všechna témata, která byla v té době uvedena v Katalogu požadavků k maturitní zkoušce na stránkách společnosti Cermat. Od školního roku 2015/2016 je v platnosti nový katalog požadavků. Shoda publikace s těmito požadavky bude uvedena dále.

Úvod každé kapitoly je věnován řešenému příkladu z praxe. Řešení příkladu je krátce okomentováno. Následuje stručné vysvětlení základních definic a pojmů, na které navazuje několik řešených úloh, v některém případě i se slovním komentářem. Postupy řešení úloh jsou psány ve druhé osobě. Na závěr každé kapitoly je uvedeno přibližně 10 úloh k samostatnému procvičení s uvedeným správným výsledkem. Poslední listy publikace jsou volné pro zaznamenávání poznámek.

Shoda s RVP G

V publikaci jsou vynechány kapitoly týkající se množin a číselných oborů, které jsou součástí učiva základní školy. Rovněž je vynechána kapitola týkající se výrazů s proměnnými. Naopak velký důraz je věnován základním matematickým poznatkům jako výroky, definice, věty a důkazy. Z důkazů je věnována největší pozornost důkazu pomocí matematické indukce, kterému je věnována samostatná podkapitola. V publikaci jsou podrobně popsány kapitoly týkající se jednotlivých funkcí, rovnic a nerovnic. Před touto kapitolou jsou zařazeny rovnice a nerovnice s absolutní hodnotou a rovnice a nerovnice s parametrem. V publikaci najdeme také důkladně rozepsané kapitoly týkající se planimetrie, stereometrie, trigonometrie a shodných zobrazení.

Rovněž jsou zařazeny kapitoly týkající se komplexních čísel a diferenciálního počtu, které RVP G nevyžaduje.

Shoda s katalogem požadavků ke státní maturitě

Jak již bylo zmíněno výše, v publikaci nenajdeme kapitolu týkající se číselných oborů. V ní bývají povětšinou zastoupena témata jako dělitelnost v oboru celých čísel, procenta, početní operace se zlomky nebo poměr a postupný poměr. Rovněž je nutné si při přípravě doplnit poznatky týkající se číselných výrazů a praktické využití posloupností ve finanční matematice.

Matematika a fyzika: ucelená, přehledná, osvědčená příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na střední i vysoké školy

Autoři: Zdeněk Vošický, Vladimír Lank, Miroslav Vondra

Nakladatelství: Fragment

Počet stran: 208 (část matematika)

Rok vydání: 2007

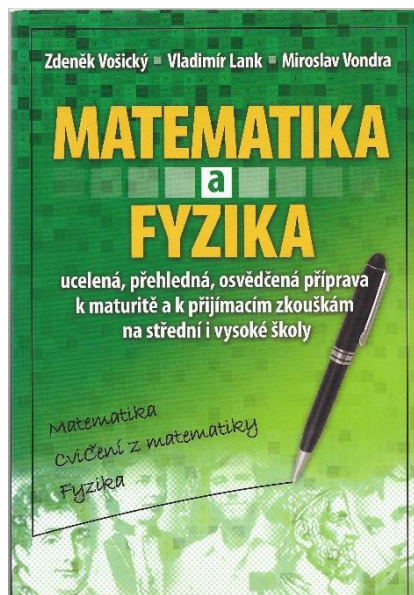
ISBN: 978-80-253-0523-2

Kapitoly

Úvod do teorie matematické logiky a teorie množin; číselné množiny; mocniny, odmocniny; algebraické výrazy; algebraické rovnice a nerovnice; funkce; goniometrie; elementární geometrie; analytická geometrie; posloupnosti a řady; kombinatorika, pravděpodobnost a statistika; základy diferenciálního a integrálního počtu.

Základní informace

Část zabývající se matematikou je rozdělena na dvě části. Teoretická část publikace je velmi podobná publikaci Matematika v kostce pro střední školy od stejného autora. V tomto případě je teoretická část doplněná částí s úlohami k samostatnému procvičení.



Obrázek 7 Matematika a fyzika

Shoda s RVP G

Publikace shrnuje teoretické základy všech tematických celků rámcového vzdělávacího programu pro gymnázia.

Shoda s katalogem požadavků ke státní maturitě

Publikace obsahuje všechna témata obsažená v katalogu požadavků k maturitní zkoušce.

Matematika: Oficiální průvodce přípravou na test Matematika Scio na VŠ

Autoři: Lenka Fírtová, Jan Zhouf, Alena Hronová,
Romana Chládková



Nakladatelství: Scio

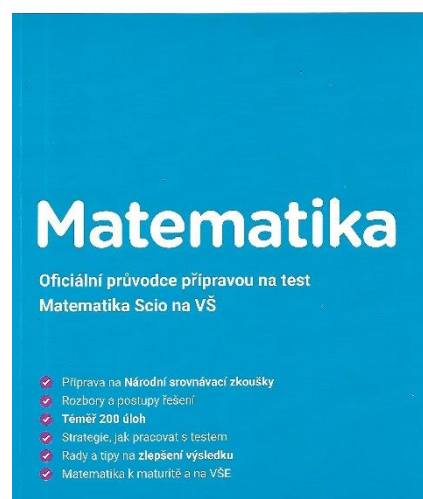
Počet stran: 224

Rok vydání: 2020

ISBN: 978-80-7430-181-0

Kapitoly

Základní poznatky; algebraické výrazy; rovnice a nerovnice; funkce; posloupnosti a řady; planimetrie; stereometrie – objemy a povrchy; analytická geometrie; komplexní čísla; kombinatorika; pravděpodobnost, statistika; cvičný test NSZ; cvičná maturita; cvičný test na VŠE.



Obrázek 8 Oficiální průvodce přípravou na test Matematika Scio na VŠ

Základní informace

Publikace si klade hned několik cílů. Primárním cílem je příprava žáků na Národní srovnávací zkoušky, které mnoho žáků absolvuje jako přijímací zkoušky na vysoké školy. Spolu s tím je cílem publikace příprava na maturitní zkoušku z matematiky. Každá kapitola se skládá ze stručného shrnutí důležité teorie a několika příkladů, u nichž je přímo uvedeno i řešení včetně postupu a rad, jak příklad nejlépe řešit.

Publikace je složena výhradně z uzavřených úloh s výběrem z pěti možností. Na závěr publikace jsou zařazeny tři cvičené testy.

Shoda s RVP G

V publikaci nenajdeme kapitoly věnované samostatně některým tématům uvedeným v rámcovém vzdělávacím programu jako je výroková logika, polohové a metrické vlastnosti v prostoru.

Shoda s katalogem požadavků ke státní maturitě

Tematické celky přesně odpovídají katalogu požadavků k maturitní zkoušce. Navíc je zařazena i kapitola týkající se komplexních čísel.

3.3 Sbírký úloh

Následující publikace obsahují převážně řešené nebo neřešené příklady. Teoretické pasáže jsou v nich většinou vynechány.

Příprava k maturitě a přijímacím zkouškám na vysoké školy

Autor: Jindra Petáková

Nakladatelství: Prometheus

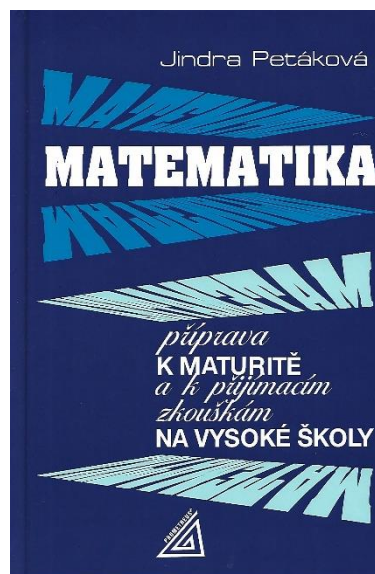
Počet stran: 287

Rok vydání: 1998

ISBN: 978-80-7196-487-2

Kapitoly

Základní poznatky o výrocích a množinách; základní typy rovnic a nerovnic; rovnice s parametrem; funkce; exponenciální a logaritmické rovnice a nerovnice; goniometrické funkce a trigonometrie; goniometrické rovnice a nerovnice; mocninné funkce; lineární lomená funkce; posloupnosti a řady; geometrie – konstrukční úlohy; geometrie – výpočty; stereometrie; vektory; analytická geometrie v rovině; analytická geometrie v prostoru; kuželosečky; komplexní čísla; kombinatorika a binomická věta; diferenciální a integrální počet; pravděpodobnost a statistika.



Obrázek 9 Příprava k maturitě a přijímacím zkouškám na vysoké školy

Základní informace

Na základě dotazníkového šetření se jedná mezi studenty o velmi známou publikaci, která je určena k opakování a procvičení učiva k maturitě a také k přípravě na přijímací zkoušky na vysoké školy. Ve sbírce je uvedeno celkem 1200 příkladů, k nimž jsou uvedeny také správné výsledky. V publikaci nejsou obsaženy žádné teoretické pasáže.

Shoda s RVP G

Publikace neobsahuje samostatnou kapitolu věnovanou algebraickým výrazům a výrazům s odmocninami, naproti tomu je zahrnuta kapitola s příklady k diferenciálnímu a integrálnímu počtu.

Shoda s katalogem požadavků ke státní maturitě

V publikaci není věnována pozornost prvním dvěma celkům obsaženým v katalogu požadavků – číselným oborům a algebraickým výrazům.

Sbírka úloh z matematiky pro obchodní akademie a střední odborné školy

Autor: Jaroslav Klodner

Nakladatelství: -

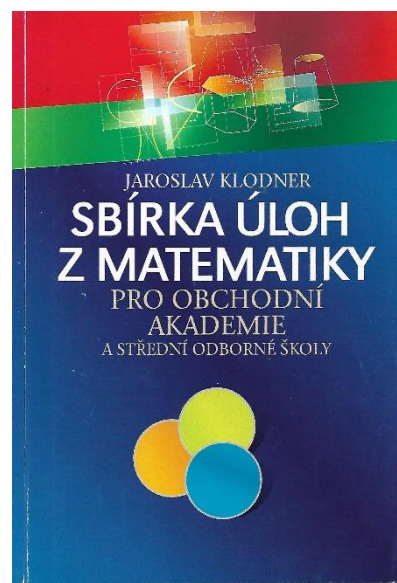
Počet stran: 168

Rok vydání: 2005

ISBN: -

Kapitoly

Množina a základní poznatky z logiky; mocniny a odmocniny; algebraické výrazy; lineární rovnice, nerovnice a lineární funkce; kvadratická rovnice, nerovnice a kvadratická funkce; funkce; posloupnosti; trigonometrie a goniometrie; stereometrie; lineární algebra; kombinatorika; základy počtu pravděpodobnosti; analytická geometrie v rovině.



Obrázek 10 Sbírka úloh z matematiky pro obchodní akademie

Základní informace

Sbírka úloh je určena především žákům obchodních akademií, ale také žákům škol s podobnou hodinovou dotací. Vzhledem k určení jsou doplněny také úlohy převzaté z přijímací zkoušky na VŠE v Praze. V publikaci jsou uvedeny úlohy spolu se správnými výsledky. Nejsou zde obsaženy žádné teoretické pasáže.

Shoda s RVP G

I přes to, že je publikace určena obchodním akademiím, shoduje se tematickými celky i s rámcovým vzdělávacím programem pro gymnázia. Chybí zde však například polohové a metrické vlastnosti těles v prostoru.

Shoda s katalogem požadavků ke státní maturitě

Jak již bylo zmíněno, můžeme v publikaci postrádat část věnovanou polohovým a metrickým vlastnostem těles v prostoru. Také zde není obsažena kapitola týkající se číselných oborů.

Řešené maturitní úlohy z matematiky

Autor: Ivan Bušek

Nakladatelství: Prometheus

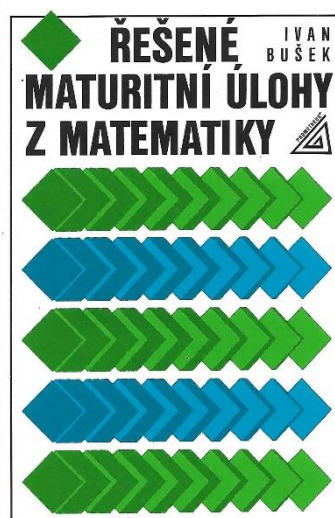
Počet stran: 631

Rok vydání: 1999

ISBN: 978-80-7196-140-6

Kapitoly

Algebraické výrazy; kvadratické rovnice; soustavy rovnic; lineární rovnice s parametrem; rovnice s neznámou pod odmocninou; vztahy mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice; rovnice a nerovnice v součinovém nebo podílovém tvaru; rovnice a nerovnice s absolutními hodnotami; kvadratické rovnice s parametrem; exponenciální rovnice; logaritmické rovnice; goniometrické rovnice; řešení některých typů rovnic substitucí; komplexní čísla; řešení binomických a kvadratických rovnic



Obrázek 11 Řešené maturitní úlohy z matematiky

v oboru komplexních čísel; lineární funkce; lineární lomené funkce; kvadratické funkce; grafické řešení kvadratických rovnic a nerovnic; mocniny a mocninné funkce; odmocniny; exponenciální a logaritmické funkce; goniometrické funkce; grafy funkcí s absolutními hodnotami; aplikace goniometrických vzorců; řešení trojúhelníku a čtyřúhelníku užitím trigonometrie; užití trigonometrie v úlohách z praxe; výroky; množiny a Vennovy diagramy; základní typy důkazů; úlohy na aplikaci Pythagorovy věty a Euklidových vět; konstrukční úlohy; shodná zobrazení v rovině; podobná zobrazení v rovině; polohové vlastnosti úvarů v prostoru; metrické vlastnosti útvarů v prostoru; objemy a povrchy těles; operace s vektory; polohové úlohy řešené analytickou metodou; odchylky přímek a rovin řešené analytickou metodou; výpočet vzdálenosti analytickou metodou; kružnice; kruh; kulová plocha a koule; elipsa; hyperbola; parabola; vyšetřování množin bodů v rovině; posloupnosti; aritmetická posloupnost; geometrická posloupnost; užití geometrických posloupností; nekonečné řady; variace, permutace, kombinace; operace s kombinačními čísly a s faktoriály; binomická věta; pravděpodobnost; limita funkce; derivace funkce; určení extrémů funkce a vyšetření průběhu funkce; slovní úlohy na extrémy funkcí; primitivní funkce; určitý integrál.

Základní informace

Sbírka je určena všem studentům středních škol k opakování na maturitu z matematiky a přijímacím zkouškám na vysoké školy. Ke každé kapitole jsou uvedeny řešené příklady s velmi stručnými komentáři a také úlohy k samostatnému procvičení s uvedenými výsledky.

Shoda s RVP G

Jelikož se publikace snaží matematické poznatky systematizovat do složitějších příkladů a úloh, nenajdeme zde kapitolu zabývající se samostatně algebraickými výrazy. Rovněž není zařazena kapitola zabývající se statistikou.

Shoda s katalogem požadavků ke státní maturitě

I z hlediska maturitního katalogu požadavků je nutné podotknout, že zde žáci nenajdou kapitolu zabývající se číselnými obory a algebraickými výrazy tak, jak jsou uvedeny v katalogu.

Řešené příklady z matematiky pro střední školy

Autor: Ján Kováčik

Nakladatelství: ASPI

Počet stran: 908

Rok vydání: 2001

ISBN: 80-7357-146-3

Kapitoly

Základní poznatky z logiky a teorie množin; rovnice; nerovnice a jejich soustavy; funkce; goniometrie a trigonometrie; posloupnosti a řady; planimetrie a stereometrie; kombinatorika, pravděpodobnost a statistika; komplexní čísla; slovní úlohy.

Základní informace

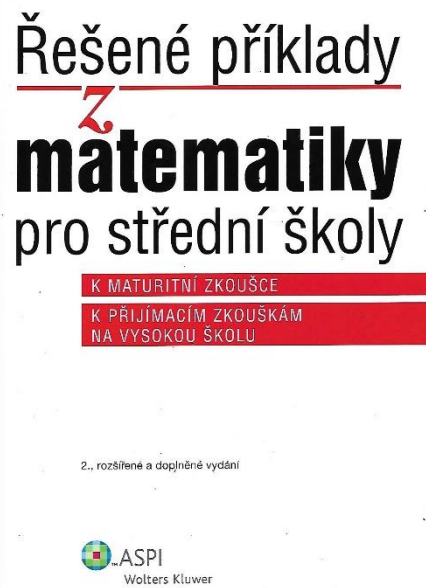
Sbírka příkladů je určena k přípravě na maturitu a přijímací zkoušky. Každá kapitola obsahuje teoretickou část shrnující důležitá fakta a několik řešených příkladů. Řešení nejsou nijak komentována.

Shoda s RVP G

Publikace obsahuje všechny tematické celky obsažené v rámcovém vzdělávacím programu pro gymnázia.

Shoda s katalogem požadavků ke státní maturitě

Publikace se nevěnuje samostatně kapitole číselné obory.



Obrázek 12 Řešené příklady z matematiky pro střední školy

Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a pro studijní obory SOU 1. a 2. část

Autoři: František Jirásek, Karel Braniš, Stanislav Horák, Milan Vacek

Nakladatelství: Prometheus

Počet stran: 361, 479

Rok vydání: 1986–1989

ISBN: 80-85849-55-0, 80-7196-012-8

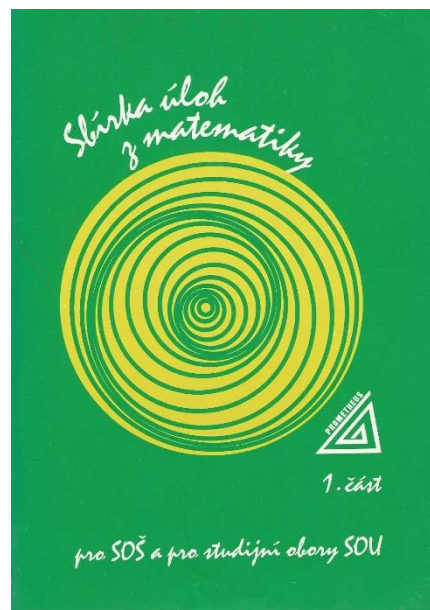
Kapitoly

Shrnutí a prohloubení učiva ze základní školy; výrazy a jejich úpravy; zobrazení; trigonometrie pravoúhlého trojúhelníku; lineární funkce, rovnice a nerovnice a jejich soustavy; kvadratická funkce, rovnice a nerovnice; odmocniny s racionálními mocniteli; funkce; goniometrie a trigonometrie; stereometrie; výpočty povrchů a objemů těles.

Komplexní čísla; kombinatorika; základy počtu pravděpodobnosti; základy popisné statistiky; posloupnosti; vektorová algebra a analytická geometrie; diferenciální počet; úvod do integrálního počtu; lineární algebra; matematika a její aplikovatelnost, systematizace, prohloubení a upevnění poznatků.

Základní informace

Sbírka úloh je rozdělena do dvou učebnic, z nichž první by měla odpovídat 1. a 2. ročníku střední školy, druhá pak 3. a 4. ročníku. Na úvod každé kapitoly jsou shrnuta důležitá fakta, po nichž následuje několik řešených příkladů i s krátkým komentářem. Následuje velké množství úloh k procvičení, u kterých je přímo uveden správný výsledek pro kontrolu. Některé postupy jsou v učebnicích znázorňovány pomocí algoritmů a programování.



Obrázek 13 Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a pro studijní obory SOU

Shoda s RVP G

Jelikož sbírky úloh nejsou určeny gymnáziím, neobsahují kapitoly věnované matematickým větám, důkazům a výrokové logice. Naopak jsou v nich najdeme části věnované diferenciálnímu počtu, úvodu do integrálního počtu a také lineární algebře. Zde jsou uvedeny základní výpočty s maticemi.

Shoda s katalogem požadavků ke státní maturitě

Ve sbírkách jsou zahrnuty všechny tematické celky nutné k přípravě na maturitní zkoušku.

Sbírka úloh pro střední školy: Maturitní minimum

Autoři: Josef Kubát, Dag Hrubý, Josef Pilgr

Nakladatelství: Prometheus

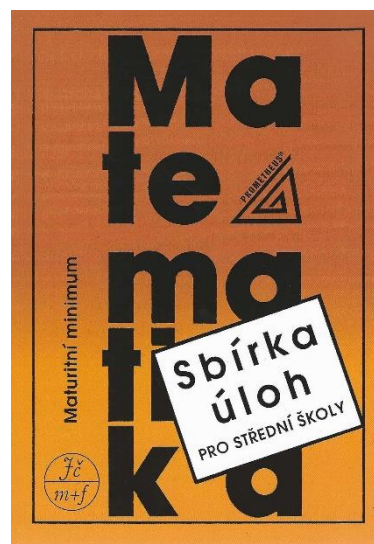
Počet stran: 195

Rok vydání: 1996

ISBN: 978-80-7196-030-0

Kapitoly

Proměnná, výroky, množiny; dělitelnost přirozených čísel; číselné obory; algebraické výrazy; algebraické rovnice s jednou neznámou; algebraické nerovnice s jednou neznámou; soustavy rovnic a nerovnic s více neznámými; geometrické útvary v rovině; shodná zobrazení v rovině; podobnost a stejnolehlost; základní poznatky o funkcích; racionální funkce; exponenciální a logaritmické funkce a rovnice; goniometrie a trigonometrie; základy geometrie v prostoru; kombinatorika; posloupnosti a řady; vektorová algebra; analytická geometrie lineárních útvarů; analytická geometrie kvadratických útvarů v rovině; pravděpodobnost; statistika; derivace funkce; integrál; komplexní čísla.



Obrázek 14 Sbírka úloh pro střední školy: Maturitní minimum

Základní informace

V úvodu sbírky je uveden stručný přehled použité symboliky. Každá kapitola začíná souhrnem potřebných dovedností, jimiž by měl maturant disponovat. Následují neřešené úlohy, jejichž správné výsledky jsou uvedeny na konci sbírky.

Shoda s RVP G

Sbírka neobsahuje úlohy týkající se matematických vět a důkazů. Výrokové logice je zde také věnováno poměrně málo prostoru. Je zahrnuta pouze negace výroků, vyjadřování pomocí kvantifikátorů a vyjadřování pomocí proměnných. Nad rámec RVP G zde nalezneme derivace funkce, integrál a komplexní čísla.

Shoda s katalogem požadavků ke státní maturitě

Sbírka úloh obsahuje všechna témata potřebná ke státní maturitě. Dokonce je zde věnována samostatná kapitola dělitelnosti přirozených čísel a číselným oborům. Ve sbírce najdeme také témata, která překračují rámec státní maturitní zkoušky jako například analytická geometrie kvadratických útvarů v rovině, diferenciální počet či komplexní čísla.

3.4 Řady učebnic

Tato podkapitola představí řady učebnic určené pro střední školy, které mohou sloužit také jako příprava k maturitní zkoušce z matematiky.

Řada učebnic Matematika s nadhledem: od prváku k maturitě

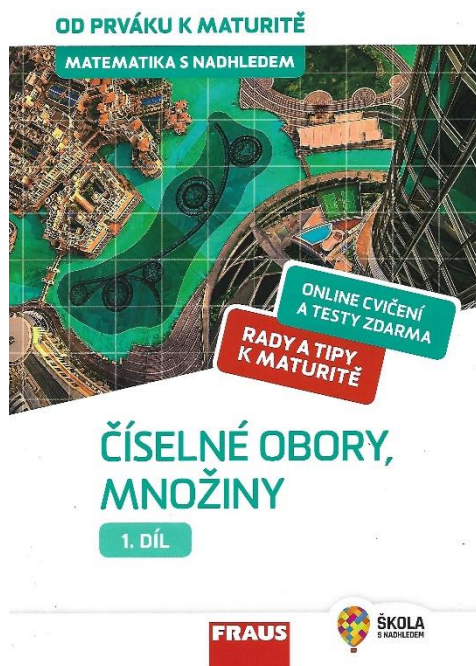
Autoři: Eduard Fuchs, Pavel Tlustý, Helena Koldová, Jaroslav Zhouf, Eva Pomykalová, Jiří Herber, Josef Janyška, Jan Vondra

Nakladatelství: Fraus

Počet učebnic: 14

Rok vydání: 2019-2020

ISBN: 978-80-7489-489-3, 978-80-7489-490-9, 978-80-7489-491-6, 978-80-7489-492-3, 978-80-7489-493-0, 978-80-7489-494-7, 978-80-7489-495-4, 978-80-7489-496-1, 978-80-7489-497-8, 978-80-7489-527-2, 978-80-7489-528-9, 978-80-7489-529-6, 978-80-7489-530-2, 978-80-7489-531-9



Obrázek 15 Matematika s nadhledem: Číselné obory, množiny

Učebnice

- Číselné obory, množiny (přirozená čísla, celá čísla, racionální čísla, reálná čísla, mocniny a odmocniny, množiny a množinové operace, Vennovy diagramy)
- Algebraické výrazy (výrazy, mnohočleny, lomené výrazy, výrazy s odmocninami, vyjadřování neznámé ze vzorce)
- Rovnice a nerovnice I (rovnice a nerovnice – úvodní pojmy, lineární rovnice, lineární nerovnice a jejich soustavy, rovnice v součinném a podílovém tvaru, nerovnice v součinném a podílovém tvaru)
- Rovnice a nerovnice II (kvadratické rovnice, kvadratické nerovnice, soustavy lineárních rovnic, slovní úlohy)

- Funkce (základní vlastnosti funkcí, lineární funkce, kvadratické funkce, racionální lomené funkce, funkce exponenciální, funkce logaritmické, exponenciální a logaritmické rovnice a nerovnice)
- Planimetrie I (základní planimetrické pojmy a poznatky, trojúhelníky, čtyřúhelníky, mnohoúhelníky, kružnice, kruh a jejich části, množiny bodů dané vlastnosti)
- Planimetrie II (konstrukční úlohy, konstrukce kružnic, konstrukce trojúhelníků, konstrukce čtyřúhelníků)
- Planimetrie III (osová souměrnost, středová souměrnost, posunutí, otočení)
- Goniometrie a trigonometrie (goniometrie – úvod, funkce sinus, kosinus, funkce tangens, kotangens, goniometrické vzorce, goniometrické rovnice a nerovnice, trigonometrie pravoúhlého trojúhelníku, trigonometrie obecného trojúhelníku)
- Stereometrie I (základní stereometrické poznatky, polohové vlastnosti, řezy mnohostěnů, průnik přímky s mnohostěnem)
- Stereometrie II (metrické vlastnosti, hranol a jehlan, válec a kužel, komolý jehlan a komolý kužel, koule a její části)
- Analytická geometrie v rovině (soustava souřadnic v rovině, vektory v rovině, odchylka vektorů, přímka, polopřímka a úsečky, vzájemná poloha bodů a přímek)
- Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika (základní kombinatorická pravidla, faktoriál, variace, permutace, kombinace, kombinační čísla a jejich vlastnosti, rovnice a nerovnice s faktoriály a kombinačními čísly, náhodný jev a jeho pravděpodobnost, nezávislost a neslučitelnost jevů, statistický soubor – popisná statistika, charakteristiky polohy a variability)
- Posloupnosti a řady (posloupnosti – základní pojmy, aritmetická posloupnost, geometrická posloupnost, nekonečná geometrická řada, využití posloupností ve finanční matematice)

Základní informace

Řada takzvaně hybridních učebnic využívající jak tištěné, tak elektronické materiály je určena pro všechny střední školy. V učebnicích nalezneme teoretický úvod ke každé

kapitole následovaný řešenými příklady, jejichž postup je možné v elektronické verzi zobrazovat po jednotlivých krocích. Následně jsou vždy uvedeny příklady k procvičení, jejichž podrobné řešení je opět k nalezení na webových stránkách. Závěr každé učebnice je věnován tipům k maturitě a nejčastějším chybám, kterým je dobré se vyhýbat. K učebnici jsou dostupné různé didaktické hry určené k procvičování a také testy.

Shoda s RVP G

V žádné z učebnic není zařazena kapitola zabývající se výrokovou logikou nebo důkazy. V analytické geometrii není věnována pozornost kuželosečkám.

Shoda s katalogem požadavků ke státní maturitě

Učebnice v dostatečné míře pokrývají všechna témata státní maturitní zkoušky z matematiky.

Řada učebnic Matematika pro gymnázia

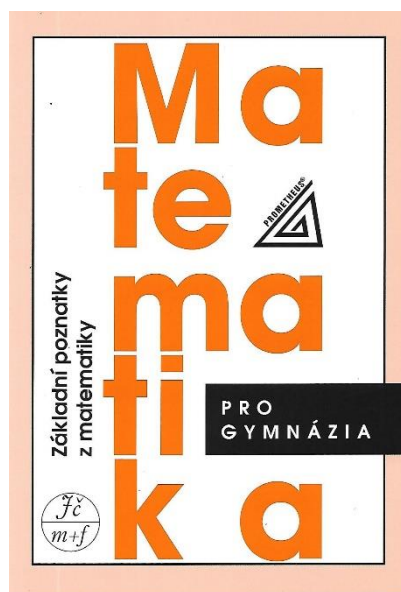
Autoři: Ivan Bušek, Emil Calda, Jura Charvát, Jaroslav Zhouf, Leo Boček, Oldřich Odvárko, Eva Pomykalová, Milan Kočandrlé, Václav Dupač, Dag Hrubý, Josef Kubát

Nakladatelství: Prometheus

Počet učebnic: 11

Rok vydání: 1992-1999

ISBN: 978-80-7196-366-0, 80-7196-154-x, 80-85849-09-7, 80-7196-174-4, 80-7196-203-1, 80-7196-178-7, 978-80-7196-163-5, 80-85849-10-0, 80-7196-195-7, 978-80-7196-364-6



Obrázek 16 Matematika pro gymnázia:
Základní poznatky z matematiky

Učebnice

- Základní poznatky z matematiky (číselné obory, množiny, základní poučení o výrocích, elementární teorie čísel, mocniny s přirozeným a celým mocnitelem, mnohočleny, lomené výrazy, pravoúhlý trojúhelník)

- Rovnice a nerovnice (rovnice, nerovnice a jejich řešení, lineární rovnice a nerovnice s jednou neznámou a jejich soustavy, některé rovnice a nerovnice s jednou neznámou, které lze převést na lineární, lineární rovnice a nerovnice s více neznámými a jejich soustavy, kvadratické rovnice a nerovnice a rovnice vyšších stupňů, některé rovnice a nerovnice, které lze převést na kvadratické a lineární, rovnice a nerovnice s parametry)
- Funkce (funkce a její graf, lineární funkce, funkce s absolutními hodnotami, kvadratické funkce, lineární lomené funkce, mocninné funkce, exponenciální a logaritmické funkce)
- Posloupnosti a řady (posloupnosti a jejich vlastnosti, aritmetické a geometrické posloupnosti, limity posloupností a nekonečné řady)
- Planimetrie (geometrické útvary v rovině, konstrukční úlohy, zobrazení v rovině)
- Goniometrie (funkce, goniometrické funkce, goniometrické vzorce, trigonometrie)
- Stereometrie (polohové vlastnosti, metrické vlastnosti, zobrazení, tělesa)
- Analytická geometrie (souřadnice, vektory, geometrie v rovině, geometrie v prostoru, kuželosečky a kuželová plocha)
- Kombinatorika a pravděpodobnost (kombinatorika, pravděpodobnost, statistika)
- Komplexní čísla (zavedení a základní vlastnosti komplexních čísel, geometrické znázornění komplexních čísel, řešení rovnic v oboru komplexních čísel, tucet netuctových úloh na závěr)
- Diferenciální a integrální počet (elementární funkce, spojitost funkce, limita funkce, derivace funkce, primitivní funkce, určitý integrál)

Základní informace

Každá z učebnic disponuje rozsáhlými teoretickými pasážemi s důležitými matematickými poznatky a jejich odvozením či důkazy. Následuje několik řešených příkladů a také úlohy k procvičení, jejichž výsledky jsou uvedeny na konci každé učebnice.

Shoda s RVP G

Jak název řady učebnic napovídá, plně pokrývají požadavky rámcového vzdělávacího programu pro gymnázia. Dvě z učebnic poskytují dokonce učivo nad rámec RVP G, konkrétně komplexní čísla a diferenciální a integrální počet. Obsahy jednotlivých učebnic také nabízí oproti rámcovému programu určitý přesah.

Shoda s katalogem požadavků ke státní maturitě

Příprava k maturitní zkoušce je touto sadou učebnic plně pokryta.

Řada učebnic Matematika pro střední školy

Autoři: Oldřich Odvárko, Pavla Pavlíková, František Procházka, Josef Molnár, Jarmila Robová, Martin Hála, Emil Calda

Nakladatelství: Prometheus

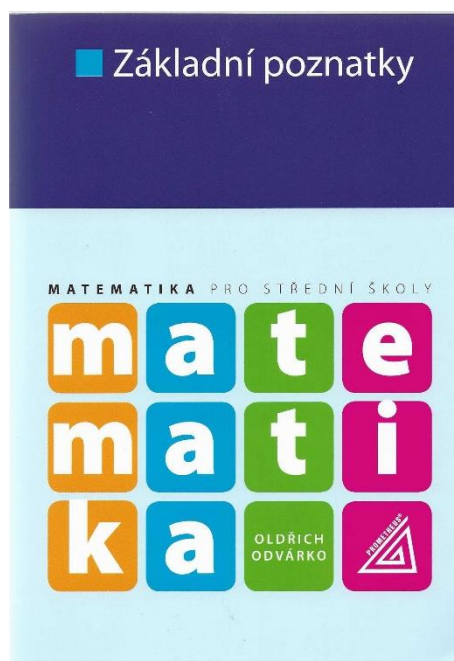
Počet učebnic: 9 (2 z nich jsou v současné době v přípravě)

Rok vydání: 2009–2022

ISBN: 978-80-7196-514-5, 978-80-7196-548-0, 978-80-7196-466-7, 978-80-7196-467-4, 978-80-7196-510-7, 978-80-7196-474-2, 978-80-7196-425-4

Učebnice

- Základní poznatky (čísla a číselné obory, poměry a procenta, pravoúhlé trojúhelníky, mocniny a odmocniny, výrazy, množiny a výroky)
- Rovnice a nerovnice (lineární rovnice a nerovnice, několik speciálních typů rovnic a nerovnic, soustavy lineárních rovnic a nerovnic, kvadratické rovnice a nerovnice)
- Funkce (racionální funkce, exponenciální a logaritmické funkce, goniometrické funkce, trigonometrie)
- Diferenciální a integrální počet (funkce – opakování, spojitost funkce, limita funkce, derivace funkce, průběh funkce, primitivní funkce, určitý integrál)



Obrázek 17 Matematika pro střední školy: Základní poznatky

- Posloupnosti (posloupnosti a jejich vlastnosti, aritmetické posloupnosti, geometrické posloupnosti, úroky a úročení, spoření a úvěry, limity posloupností a nekonečné řady)
- Planimetrie (základní planimetrické pojmy, mnohoúhelníky, kružnice, konstrukční úlohy, geometrická zobrazení v rovině, úlohy k opakování)
- Stereometrie – v přípravě
- Analytická geometrie – v přípravě
- Komplexní čísla, kombinatorika, pravděpodobnost a statistika (komplexní čísla, kombinatorika, pravděpodobnost, statistika)

Základní informace

Sada učebnic je dostupná jak v tištěné podobě, tak jako e-knihy. Je určena pro žáky všech středních škol. Každá z kapitol obsahuje teoretické části, které se prolínají s řešenými příklady, na které navazují úlohy k procvičení. Řešení těchto úloh lze najít na konci každé učebnice.

Shoda s RVP G

Po doplnění dvou chybějících učebnic bude sada z velké části odpovídat rámcovému vzdělávacímu programu pro gymnázia. V žádné z učebnic však bohužel nenajdeme výrokovou logiku. Naopak zde najdeme komplexní čísla a diferenciální a integrální počet, a navíc v učebnici týkající se posloupností jsou obsaženy praktické úlohy o spoření, úvěrech a úročení.

Shoda s katalogem požadavků ke státní maturitě

Jakmile budou vydány i zbývající dvě učebnice, bude moct sada sloužit jako plnohodnotná příprava na státní maturitní zkoušku z matematiky.

4 Slovenské publikace

V následujících kapitolách bude uveden přehled některých publikací, které vyšly v zahraničí a které se rovněž zabývají středoškolskou matematikou. Cílem bude porovnat je s českými učebnicemi a také zhodnotit, zda by byly vhodné k přípravě na českou maturitní zkoušku.

Maturita z matematiky

Autor: Mário Boroš

Nakladatelství: Priroda

Počet stran: 191

Rok vydání: 2013

ISBN: 978-80-551-8431-9

Kapitoly

Základy matematiky; funkce; planimetrie; stereometrie; kombinatorika, pravděpodobnost a statistika; důkazy



Obrázek 18 Maturita z matematiky

Učebnice je pojata jako souhrn poznatků středoškolské matematiky. Každá z kapitol obsahuje přehledně shrnuté teoretické poznatky, které jsou následovány příklady, u nichž je přímo uvedené řešení. Z porovnání s požadavky k české státní maturitní zkoušce vyplývá, že je tato učebnice použitelná pro přípravu k ní. Výhodou je, že veškerá matematická symbolika používaná v učebnici je totožná s tou, kterou známe z našich škol. Jedinou překážkou pro české žáky by tak mohla být jen neznalost slovenštiny.

Sada pracovních sešitů Matematika: Pracovní zošit

Autoři: Miroslava Konrádová, Marta Mlynarčíková, Mária Dományová

Nakladatelství: LiberaTerra

Počet sešitů: 3

Rok vydání: 2017-2018

ISBN: 978-80-89792-49-8, 978-80-89792-55-9, 978-80-89792-56-6

Kapitoly

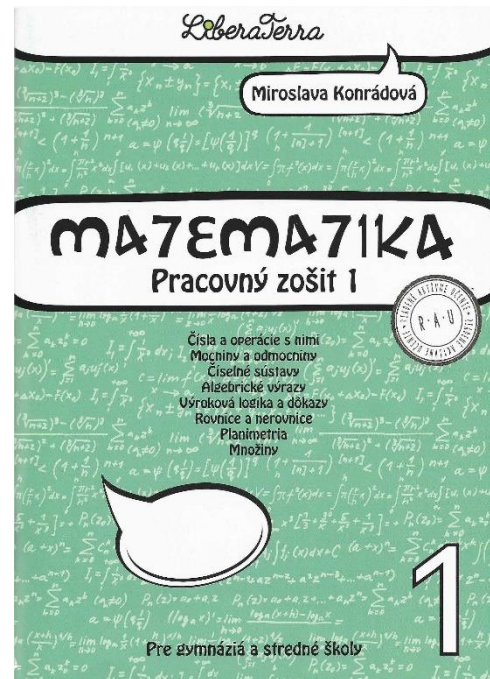
Čísla a operace s nimi; mocniny a odmocniny; číselné soustavy; algebraické výrazy; výroková logika a důkazy; rovnice a nerovnice; planimetrie; množiny.

Kombinatorika, pravděpodobnost; funkce a jejich vlastnosti; lineární a kvadratické funkce; mocninné funkce; exponenciální a logaritmické funkce; stereometrie.

Shodnost a podobnost; shodné a podobné zobrazení; goniometrické funkce;

trigonometrie všeobecného trojúhelníku; metrické vztahy v prostoru; analytická

geometrie; statistika; posloupnosti; finanční matematika.



Obrázek 19 Matematika: pracovní zošit 1

Tuto sadu pracovních sešitů bychom v našem prostředí mohli srovnávat s pracovními sešity, které využíváme na základních školách. Každá z kapitol je uvedena graficky přehledně zpracovaným úvodem obsahujícím důležité definice, věty a vzorce. Následují zadání úloh k samostatnému procvičování, u kterých je vždy dostatek místa pro samotný výpočet. Na konci každého pracovního sešitu jsou uvedeny správné výsledky.

Pracovní sešity je možné použít také k přípravě na českou maturitní zkoušku. Navíc obsahují ještě úlohy zabývající se důkazy nebo číselnými soustavami.

5 Polské publikace

Sada učebnic **Nowa matura: matematyka (zakres rozszerzony)**

Autoři: Adam Konstantynowicz, Anna Konstantynowicz, Małgorzata Pająk

Nakladatelství: Operon

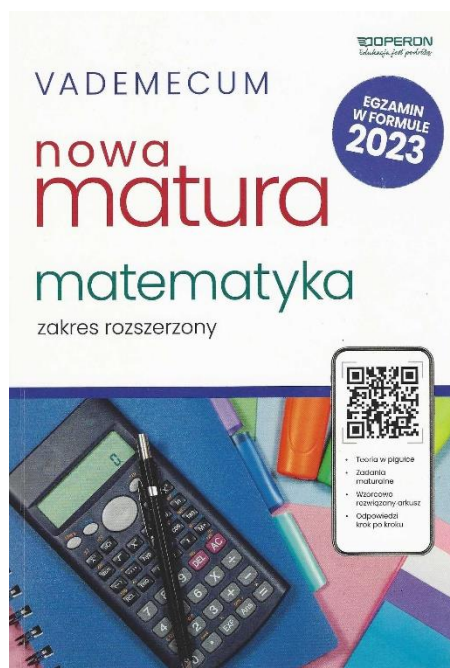
Počet sešitů: 3

Rok vydání: 2022

ISBN: 978-83-8197-200-0, 978-83-8197-264-2,
978-83-8197-276-5

Kapitoly

Reálná čísla; polynomy; rovnice a nerovnice; soustavy rovnic; funkce; posloupnosti; trigonometrie; planimetrie; analytická geometrie; stereometrie; kombinatorika, pravděpodobnost a statistika; diferenciální počet.



Obrázek 20 Nowa matura: Vademecum

Jedná se o sadu tří učebnic určených k přípravě na pokročilou variantu polské maturitní zkoušky z matematiky. Každá z učebnic slouží jinému účelu. Učebnice nazvaná Vademecum poskytuje souhrn všech důležitých teoretických poznatků doprovázený řešenými příklady. Učebnice nazvaná Arkusze obsahuje pět cvičných maturitních testů. Další část této učebnice obsahuje řešení testů a také přehled vzorců, který mají polští žáci při maturitní zkoušce k dispozici. Poslední knížka nazvaná Repetitorium nabízí velké množství testových úloh rozřazených podle jednotlivých tematických celků. Můžeme se zde také dočíst, že na vypracování maturitního testu mají žáci 180 minut a hranice úspěšnosti je 30 %. Každá kapitola je doplněna QR kódy odkazujícími na další procvičování.

Tematické celky v učebnicích jsou podobné těm požadovaným u české maturitní zkoušky. Využití učebnic by však mohla bránit jazyková bariéra a také místy jiné značení a matematická symbolika.

Sada učebnic Nowa teraz matura: matematyka (zakres rozszerzony)

Autoři: Wojciech Babiański, Lech Chańko, Joanna Czarnowska, Barbara Mojsiewicz, Borota Ponczek, Krzysztof Rosołek, Jolanta Wesołowska

Nakladatelství: Nowa era

Počet sešitů: 3

Rok vydání: 2022

ISBN: 978-83-267-4422-8, 978-83-267-4425-9, 978-83-267-4421-1

Kapitoly

Reálná čísla a algebraické výrazy; funkce;

lineární funkce; kvadratická funkce; polynomy a racionální výrazy; exponenciální funkce a logaritmická funkce; trigonometrie; posloupnosti; planimetrie; analytická geometrie; stereometrie; diferenciální počet; pravděpodobnost a statistika.

Jedná se o sadu tří knížek, z nichž každá má opět svůj účel. Publikace nazvaná Vademecum obsahuje krátká shrnutí potřebné teorie doplněné řešenými příklady a úlohami k procvičení. Knížka nazvaná Arkusze maturalne obsahuje tři maturitní testy základní úrovně (dva další jsou dostupné pod QR kódem) a pět testů pokročilé úrovně. Konec knížky je věnován řešením a přehledu vzorců. Učebnice nazvaná Zbiór zadań maturalnych obsahuje testové úlohy rozřazené podle tematických celků. Na závěr jsou zařazeny čtyři cvičné testy a řešení všech úloh.

Stejně jako dříve zmíněné učebnice je i sada Nowa teraz matura tematicky odpovídající českému katalogu požadavků.



Obrázek 21 Nowa teraz matura: Vademecum

6 Německé publikace

Maturitní zkoušky v Německé spolkové republice se liší v jednotlivých spolkových zemích. Jako sondu do učiva německých středních škol zde uvedme aspoň jednu z učebnic.

Sicher im Abi: Oberstufen-Wissen Mathematik

Autor: Heike Homrighausen

Nakladatelství: Klett Lerntraining

Rok vydání: 2022

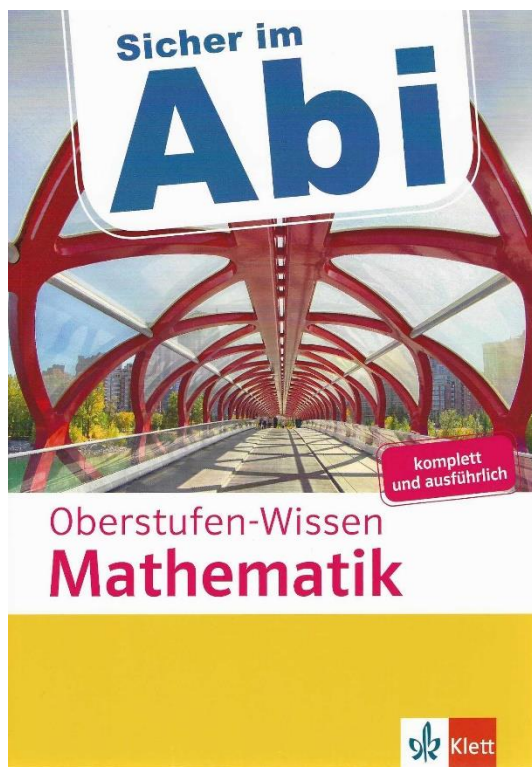
ISBN: 978-3-12-949673-2

Kapitoly

Funkce a rovnice; počítání a modelování s maticemi; diferenciální počet; primitivní funkce a integrální počet; analytická geometrie; pravděpodobnost a statistika.

Název publikace napovídá, že by se mělo jednat o úplné středoškolské znalosti z matematiky. Učebnice obsahuje

především souhrn teoretických poznatků doplněný řešenými příklady. Z názvů kapitol lze vyčíst, že německá středoškolská matematika je mnohem více zaměřena na funkce a jejich vlastnosti, než jsme zvyklí. Stejně kapitoly obsahují i další německé učebnice¹⁷, proto lze soudit, že se jedná o běžně vyučovaná témata, ačkoli u nás je spolu s maticemi považujeme za rozšiřující učivo.



Obrázek 22 Sicher im Abi: Mathematik

¹⁷ KAMMERMEYER, Fritz. ABI Pocket Teacher. 7. Berlin: Duden, 2022. ISBN 978-3-411-77122-6. ROSNER, Stefan. Abitur in Mathematik 2023. 7. Rinteln: Merkur, 2022. ISBN 978-3-8120-1068-0.

7 Webové stránky

Výzkum prokázal, že důležitou součástí přípravy některých žáků k maturitní zkoušce mohou být různé webové stránky. Některé z nich jsou dostupné zdarma, což může být jejich přednost oproti tištěným publikacím, jiné nabízejí videa vysvětlující danou látku. Následující text nabízí přehled některých takových webů.

7.1 Matematika polopatě

Online učebnice matematiky dostupná na adrese <https://www.matweb.cz/> nabízí nejen souhrn teoretických poznatků z matematiky základní, střední a částečně i vysoké školy, ale i webové kalkulačky, generátor náhodných čísel, videa, blog o matematických zajímavostech a také matematické fórum <https://forum.matweb.cz/>. Na fóru je možné diskutovat o různých matematických problémech a je zde možné dohledat velké množství vyřešených matematických příkladů ze střední i vysoké školy. Za webem stojí Lukáš Havrlant¹⁸.

7.2 Umíme matematiku

Web <https://www.umimematiku.cz/> je součástí projektu Umíme to, který zahrnuje také stránky týkající se češtiny, angličtiny, informatiky, biologie, němčiny, zeměpisu, dějepisu a fyziky¹⁹.

Stránky slouží především k procvičování různých matematických témat základní i střední školy formou interaktivních her jako je pexeso, rozhodovačka nebo grafář²⁰.

7.3 Portál středoškolské matematiky

Portál provozovaný Matematicko-fyzikální fakultou Univerzity Karlovy v Praze je dostupný na adrese <https://www.karlin.mff.cuni.cz/~portal/>. K nalezení jsou zde především odborněji laděné materiály týkající se různých témat středoškolské matematiky. Texty často obsahují matematické definice a věty, se kterými bývá na střední škole pracováno²¹.

¹⁸ Matematika polopatě. Online. 2006 - 2024. Dostupné z: <https://www.matweb.cz/>. [cit. 2024-06-08].

¹⁹ Umíme to. Online. Dostupné z: <https://www.umimeto.org/>. [cit. 2024-06-08].

²⁰ Umíme matiku. Online. Dostupné z: <https://www.umimematiku.cz/>. [cit. 2024-06-08].

²¹ Portál středoškolské matematiky. Online. 2011. Dostupné z: <https://www.karlin.mff.cuni.cz/~portal/>. [cit. 2024-06-08].

7.4 Příklady.eu

Web <https://www.priklady.eu/cs/index.alej> nabízí velké množství příkladů z matematiky, fyziky a chemie. Příklady jsou zde uvedeny včetně postupu řešení, který je však možné skrýt a příklad si samostatně propočítat²².

Provozovatelem a autorem stránek je Mgr. Roman Hestic²³.

7.5 Realisticky.cz

Na adrese <http://www.realisticky.cz/> je k nalezení velké množství materiálů k jednotlivým tematickým celkům matematiky (a fyziky) střední i základní školy. Každé téma obsahuje lekci obsahující teorii k danému celku a příklady k procvičení.

O webu se můžeme dočíst následující: „Server www.realisticky.cz navazuje na stránky www.ucebnice.krynicky.cz, na které autor od roku 2008 umisťoval obsahy hodin matematiky a fyziky, které dále používal při výuce jako studijní materiály pro své studenty.

Během následujících třech let přidané hodiny postupně zaplnily téměř kompletní obsah středoškolských učebnic obou předmětů a stránky se staly na českém internetu poměrně populární pomůckou jak studentů, tak učitelů.“²⁴

V současnosti zde najdeme téměř všechna témata obsažená v rámcovém vzdělávacím programu pro gymnázia a nad to i diferenciální a integrální počet²⁵.

7.6 Statnimatorita-matika.cz

Web s adresou <https://www.statnimatorita-matika.cz/> vznikl v rámci projektu Nový Ámos, o němž se na webu dočteme následující: „Přátelé Tomáš a Jirka, kteří společně odmaturovali, se rozhodli ve svém volném čase pomoci dalším maturantům. Oslovili několik zkušených středoškolských pedagogů, využili svoji znalost kyberprostoru a Nový Ámos.cz byl na světě. Nový Ámos nyní provozuje nejnavštěvovanější

²² Příklady.eu. Online. 2008 – 2024. Dostupné z: <https://www.priklady.eu/cs/index.alej>. [cit. 2024-06-08].

²³ Kontakt. Online. Příklady. Dostupné z: <https://www.priklady.eu/cs/kontakt.alej>. [cit. 2024-06-08].

²⁴ Historie. Online. Realisticky. Dostupné z: <http://www.realisticky.cz/clanky.php?id=historie>. [cit. 2024-06-08].

²⁵ Realisticky. Online. 2010. Dostupné z: <http://www.realisticky.cz/>. [cit. 2024-06-08].

maturitní weby v ČR a na webu StatniPrijimacky.cz pomáhá desítkám tisíc žáků měsíčně.“²⁶

Na webu jsou dostupné všechny didaktické testy z matematiky od roku 2010 včetně postupů řešení jednotlivých úloh. Nespornou výhodou webu pro žáky je, že řešení úloh zde bývá zveřejněno v řádu hodin po proběhnutí maturitní zkoušky²⁷.

7.7 Maturita.ceremat.cz

Oficiální web české státní maturitní zkoušky <https://maturita.ceremat.cz/> provozovaný společností Cermat nabízí především všechny aktuální informace ke státním maturitním zkouškám ze všech předmětů v daném školním roce.

Na webu jsou k nalezení také katalogy požadavků k jednotlivým zkouškám, a především testová zadání z minulých let spolu se záznamovým archem i klíčem správných odpovědí²⁸. V tuto chvíli je na webu uveřejněno celkem 19 didaktických testů k maturitě z matematiky a dalších 14 testů k rozšiřující zkoušce z matematiky²⁹.

7.8 Isiballo

Web <https://isibalo.com/> nabízí materiály hned k několika předmětům: matematice, fyzice, českému jazyku, chemii a biologii³⁰.

V části zabývající se matematikou je k nalezení 1036 videí zdarma rozdělených podle tematických celků od základní školy až po vysokou školu a dalších 1473 placených videí. Za poplatek je možné na webu absolvovat test ke každému tematickému celku na prověření získaných znalostí.

Autorem většiny videí týkajících se matematiky je lektor Dominik Chládek³¹.

²⁶ Jak vznikl nápad vytvořit Nového Amose? Online. Nový Ámos. Dostupné z: <https://www.novyamos.cz/>. [cit. 2024-06-08].

²⁷ Státní maturita - Matika. Online. 2024. Dostupné z: <https://www.statnimaturita-matika.cz/>. [cit. 2024-06-08].

²⁸ Maturitní zkouška. Online. 2024. Dostupné z: <https://maturita.ceremat.cz/>. [cit. 2024-06-08].

²⁹ Testy a zadání. Online. Maturitní zkouška. Dostupné z: <https://maturita.ceremat.cz/menu/testy-a-zadani-z-predchozich-obdobi/matematika/testy-a-zadani-matematika>. [cit. 2024-06-08].

³⁰ Isibalo. Online. 2024. Dostupné z: <https://isibalo.com/>. [cit. 2024-06-08].

³¹ Matematika. Online. Isibalo. Dostupné z: <https://isibalo.com/matematika>. [cit. 2024-06-08].

7.9 Mathematicator

Web s adresou <https://mathematicator.com/> provozovaný držitelem ceny Zlatý Ámos³² Markem Valáškem nabízí mimo placených kurzů a doučování velké množství videí týkajících se matematiky, a to od základní až po vysokou školu. Rovněž jsou zde k nalezení různé matematické hlavolamy a zajímavosti. Na webu je také možné se zapojit do diskuze v matematickém fóru³³.

³² Valášek Marek. Online. Zlatý Ámos. Dostupné z: <https://www.zlatyamos.cz/nominovani-kandidati/818/val%C3%A1%C5%A1ek-marek>. [cit. 2024-06-08].

³³ Mathematicator. Online. 2014 – 2024. Dostupné z: <https://mathematicator.com/>. [cit. 2024-06-08].

8 Aplikace

Při přípravě k maturitní zkoušce je možné využít také různé mobilní aplikace. Některé z nich nabízejí i komentovaný postup řešení zadané úlohy.



Obrázek 23 Ikony zmiňovaných aplikací

8.1 Photomath

Aplikaci Photomath vyvinul inženýr Damir Sabor, který jako táta hledal cestu, jak pomoci svým dětem s úkoly z matematiky³⁴.

Photomath umožňuje uživatelům řešení matematických problémů, které je možné zadat do aplikace buď pomocí klávesnice, nebo pomocí fotoaparátu mobilního telefonu.

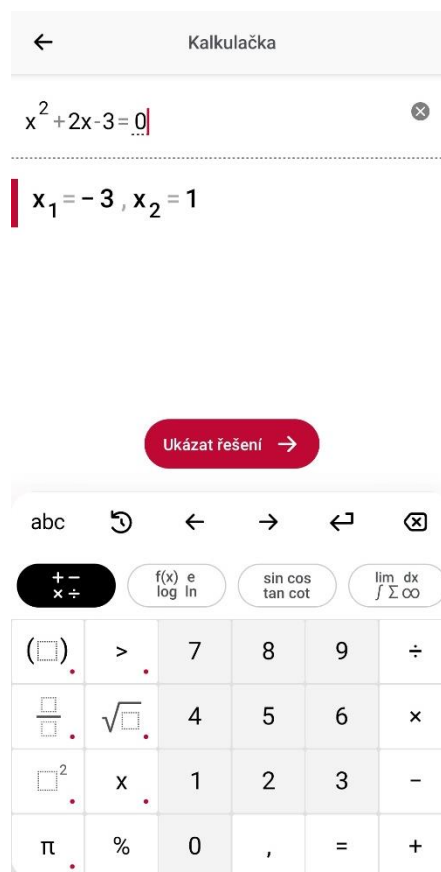
Aplikace umožňuje řešit všechny typy rovnic vyplývající z elementárních funkcí, výpočet goniometrických funkcí a logaritmů, výpočet hodnoty matic a determinanty, počty variací, permutací a kombinací, faktoriály, výpočty s komplexními čísly i základní limity, derivace a integrály³⁵.

U většiny úloh nabízí aplikace popis postupu „krok za krokem“. V některých případech však postup nemusí odpovídat postupům vyučovaným na střední škole. Například kvadratickou rovnicí řeší ve výchozím nastavení Photomath následovně:

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$x^2 + 3x - x - 3 = 0$$

$$x(x + 3) - (x + 3) = 0$$



Obrázek 24 Pracovní prostředí aplikace Photomath

³⁴ Our history. Online. Photomath. Dostupné z: <https://photomath.com/about/>. [cit. 2024-06-08].

³⁵ Photomath. Online. Google play. Dostupné z: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.microblink.photomath&hl=cs>. [cit. 2024-06-08].

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

$$x_1 = -3$$

$$x_2 = 1$$

Novější aktualizace již umožňují i zobrazení řešení pomocí diskriminantu, které je zde nazvané „řešení použitím kvadratického vzorečku“. Rovněž je v případě této rovnice možné zobrazit i postup řešení doplněním na čtverec. V některých případech aplikace postup řešení doplní i grafem.

Při práci s aplikací je nutné brát ohled na odlišnou matematickou symboliku, kterou aplikace používá. I přes to, že je přeložená do češtiny a například značení logaritmů je zde takové, jak jsme zvyklí ze školské matematiky (přirozený logaritmus je zde značen $\ln x$ a dekadický $\log x$), otevřený interval je zde naproti tomu značen $\langle a; b \rangle$, zatímco uzavřený $[a; b]$ (v rozporu se zažitým značením $(a; b)$ a $\langle a; b \rangle$ ³⁶).

Mobilní aplikace je dostupná na Google Play i App store zdarma³⁷. Její užití však není u maturitní zkoušky z matematiky povoleno³⁸.

8.2 Microsoft math solver

Microsoft math solver nebo zkráceně Math je mobilní aplikace vyvinutá společností Microsoft. Aplikace umožňuje řešení matematických problémů zadaných pomocí klávesnice, fotoaparátu nebo psaní rukou na displej telefonu.

Aplikace řeší rovnice vyplývající z elementárních funkcí, počítá s logaritmy a goniometrickými funkcemi, řeší permutace a kombinace a umí také řešit základní limity, derivace a integrály.

³⁶ POLÁK, Josef. Názvy a značky školské matematiky. SPN, 1988.

³⁷ Photomath. Online. Google play. Dostupné z: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.microblink.photomath&hl=cs> . [cit. 2024-06-08].

³⁸ Katalog požadavků zkoušek jednotné maturitní zkoušky: Matematika. Online. 2014. Dostupné také z: https://maturita.ceremat.cz/files/files/katalog-pozadavku/MA_Katalog_pozadavku_MZ_1718.pdf.

Math u většiny příkladů zobrazuje také komentovaný postup řešení. U výše uvedené rovnice je dokonce možné vidět i postup pomocí Vietových vzorců. Řešení některých příkladů je doplněno také grafem.

Aplikace je přeložena do češtiny, a to včetně většiny české matematické symboliky. Využívá tak správné uzávorkování intervalů nebo značení logaritmů. Goniometrické funkce tangens a kotangens jsou zde však značeny $\tan x$ a $\cot x$.

Mobilní aplikace je dostupná na Google play i App store zdarma³⁹. Její užití však není u maturitní zkoušky z matematiky povoleno.

8.3 Wolfram Alpha

Wolfram Alpha je mobilní aplikace od společnosti Wolfram Group LLC, kterou lze používat také online na webu. Tato společnost provozuje i počítačový software Mathematica⁴⁰.

Aplikace umožňuje řešení jak základních, tak i složitějších matematických problémů na úrovni vysoké školy včetně některých diferenciálních rovnic. V placené verzi aplikace je možné u některých matematických problémů zobrazit i řešení krok za krokem.

Zadání základních matematických problémů je možné pomocí klávesnice, pro řešení složitějších problémů je nutné ovládat programovací jazyk aplikací společnosti Wolfram, pomocí kterého jsou problémy zadávány.



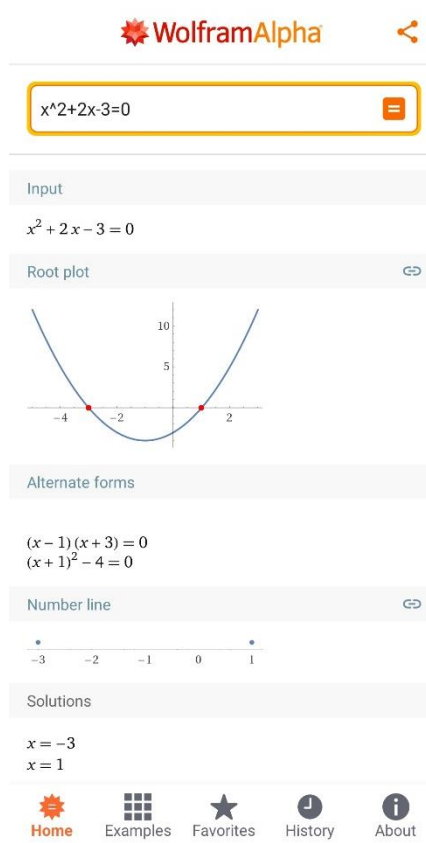
Obrázek 25 Pracovní prostředí aplikace Microsoft math solver

³⁹ Microsoft Math Solver. Online. Google play. Dostupné z: <https://play.google.com/store/search?q=microsoft+math+solver&c=apps&hl=cs>. [cit. 2024-06-08].

⁴⁰ Wolfram. Online. 2024. Dostupné z: <https://www.wolfram.com/>. [cit. 2024-06-08].

Aplikace není přeložena do češtiny, a proto nelze ani očekávat používání české matematické symboliky.

Wolfram Alpha je dostupný na Google play buď zdarma nebo za 79,99 Kč, stejně tak na App store⁴¹. Stejně jako všechny předchozí aplikace není povolena u maturitní zkoušky z matematiky.



Obrázek 26 Pracovní prostředí aplikace Wolfram Alpha classic

⁴¹ Wolfram Alpha Classic. Online. Google play. Dostupné z: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.wolfram.android.alpha&hl=cs>. [cit. 2024-06-08].

9 Využití umělé inteligence

V průběhu tvorby této práce začala být velkým tématem umělá inteligence. Nabízí se proto otázka, do jaké míry je možné využít umělou inteligenci k přípravě na maturitní zkoušku (například ke generování příkladů).

Na webu firmy Microsoft můžeme najít následující definici umělé inteligence: „Jedná se o schopnost počítačového systému napodobovat lidské kognitivní funkce, jako je učení nebo řešení problémů.“⁴²

V průběhu roku 2023 začaly v České republice vycházet články týkající se umělé inteligence a jejího vlivu na české školství. Impulzem k těmto článkům bylo pravděpodobně zpřístupnění prototypu chatbotu ChatGPT.⁴³ Ten by sám sebe popsal následovně: „ChatGPT je pokročilý chatbot vyvinutý společností OpenAI. Je založen na architektuře GPT (Generative Pre-trained Transformer), která mu umožňuje porozumět a generovat lidský jazyk na základě obrovského množství textových dat, na kterých byl trénován. ChatGPT může odpovídat na otázky, poskytovat informace, diskutovat o různých tématech a dokonce simulovat konverzace. Je navržen tak, aby co nejvíce simuloval lidský způsob komunikace a porozumění.“⁴⁴

Výhodou ChatGPT je, že dokáže generovat odpovědi v matematickém formátu, což vybízí k otestování jeho využití ve výuce matematiky.

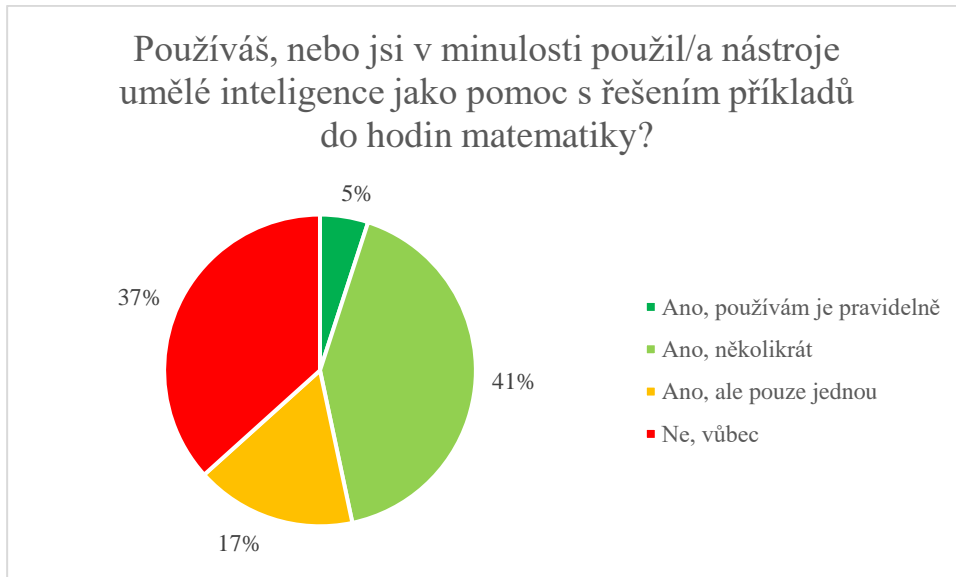
9.1 Studenti a umělá inteligence v matematice

Lze předpokládat, že nejbližší využití umělé inteligence ve středoškolské matematice budou žáci oboru IT. Proto v rámci diplomové práce proběhl krátký elektronický výzkum mezi žáky tohoto oboru na VOŠ a SPŠ Šumperk. Výzkumu se zúčastnilo celkem 60 respondentů, z nichž 63 % již aspoň jednou zkoušelo využít umělou inteligenci jako pomoc při řešení příkladů do hodin matematiky.

⁴² Co je umělá inteligence? Microsoft [online]. [cit. 2024-04-17]. Dostupné z: <https://azure.microsoft.com/cs-cz/resources/cloud-computing-dictionary/what-is-artificial-intelligence#autonomn%C3%AD-vozidla>.

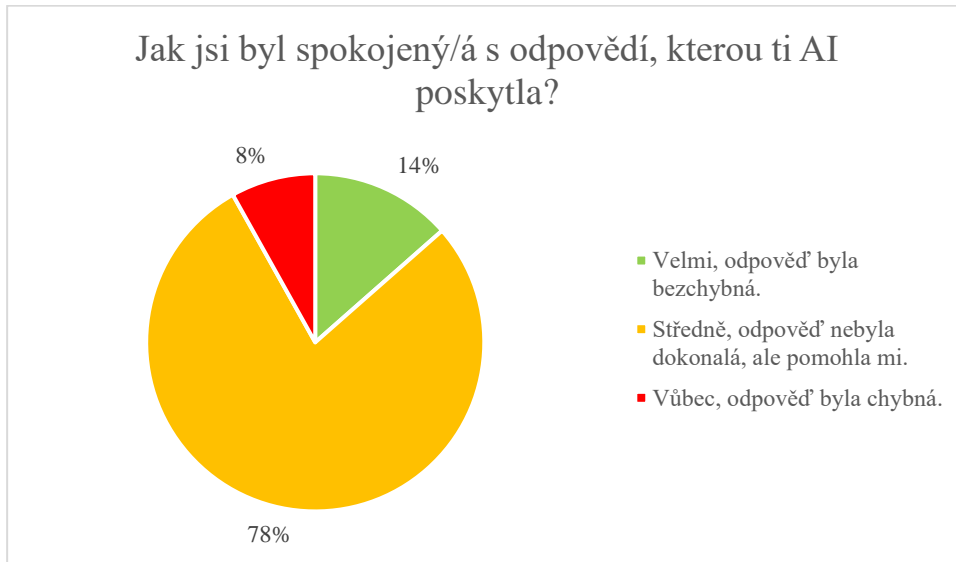
⁴³ Chat GPT. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2024-04-17]. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/ChatGPT>.

⁴⁴ Vygenerováno chatbotem Chat GPT



Graf 6 Používání umělé inteligence žáky k přípravě do hodin matematiky

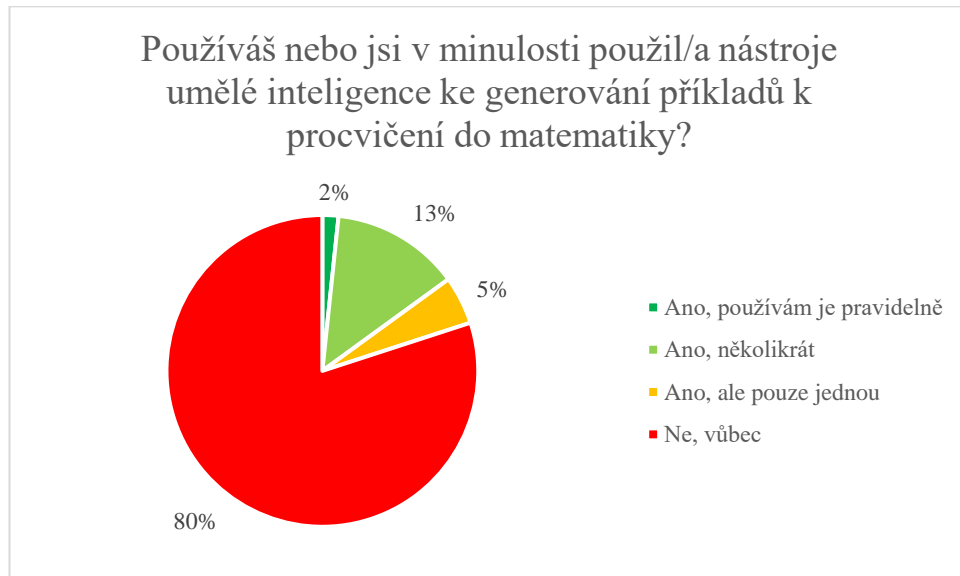
Z odpovědí na další otázku však vyplývá, že jako bezchybnou označilo odpověď AI pouze 14 % z 38 respondentů, kteří s umělou inteligencí v matematice mají nějaké zkušenosti. Většina respondentů měla k odpovědi umělé inteligence nějaké výhrady. Zbýlých 8 % respondentů označilo odpověď jako chybnou.



Graf 7 Spokojenost žáků s AI v matematice

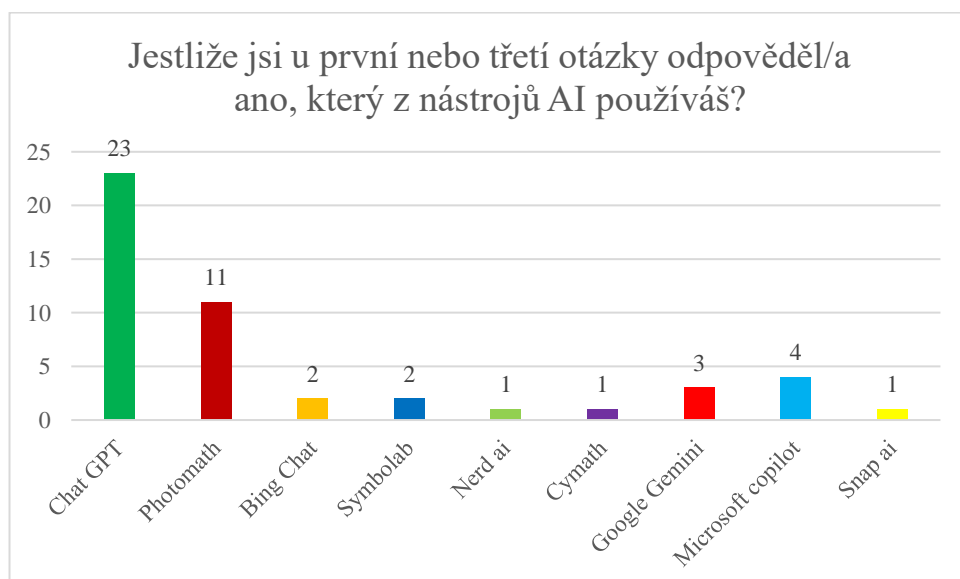
Jak již bylo zmíněno, umělá inteligence umí vygenerovat i text v matematickém formátu, proto může být vhodná i pro generování příkladů k procvičení. Navzdory tomu tuto možnost využilo aspoň jednou jen 20 % z 60 oslovených respondentů

a pouze jeden z nich generuje příklady k procvičení pomocí umělé inteligence pravidelně.



Graf 8 Žáci a generování příkladů pomocí AI

Na závěr žáci uvedli, který z nástrojů AI využívají. Nejčastěji uvedenou odpovědí byl již zmiňovaný chatbot ChatGPT. Žáky je také často využívána mobilní aplikace Photomath, která sice využívá ke své práci prvky umělé inteligence, ale je pravděpodobné, že ji jisté množství respondentů mezi nástroje AI nezařadilo. Proto lze předpokládat, že tuto aplikaci využívají i někteří respondenti, kteří tuto odpověď neuvedli. Ostatní nástroje byly respondenty uváděny značně méně.



Graf 9 Žáky užívané nástroje umělé inteligence

9.2 Učitelé a umělá inteligence v matematice

Jelikož umělá inteligence umožňuje generovat libovolné množství různých textů, nabízí se její využití k tvorbě zadání úkolů a úloh do matematiky. Za účelem ověření toho, v jaké kvalitě je umělá inteligence schopna generovat zadání do matematiky, vznikla sbírka úloh, která je přílohou této práce. K ověření byl využit chatbot ChatGPT. Následující text bude věnován zkušenostem týkajícím se jednotlivých kapitol matematiky. Jelikož je však umělá inteligence schopna se učit a neustále se vyvíjí, je možné, že některé z nedostatků, ale i zmíněných předností již nebudou pravdivé.

9.2.1 Číselné obory

ChatGPT bez problémů dokázal vygenerovat úlohy k procvičení operací mezi číselnými množinami. Jelikož se však jedná o software vyvíjený mimo území České republiky, nevyužívá českou matematickou symboliku. V tomto případě se jedná především o jiný význam uzavorkování intervalů.

Menší problémy lze zaznamenat při generování slovních úloh. Zde občas slovní úloha nemusí dávat z hlediska reality smysl anebo zadaná slovní úloha nevede k procvičení zadaného tématu.

Při generování příkladů s výpočty se závorkami bylo nutné si nejprve ujasnit požadovanou obtížnost generovaných příkladů, jelikož první z vygenerovaných příkladů na toto téma vypadal následovně:

$$(6 + 3) \cdot 2,$$

což odpovídá obtížností spíše prvnímu stupni základní školy, a následně bylo nutné upřesnit úroveň závorek.

Často vyskytující se komplikací při tvorbě příkladů pomocí umělé inteligence je jejich podobnost. Ať už přímo v zadání nebo v řešení. Například při generování zlomků k procvičení krácení na základní tvar bylo vygenerováno celkem 7 zlomků, jejichž základní tvar byl $\frac{2}{3}$ a základním tvarem zbylých tří zlomků byly $\frac{3}{4}$. Zde je nutné zdůrazňovat požadavek na různé výsledky a různá zadání. I přes to nemusí být výsledek uspokojivý.

- You**
vymysli 10 složitějších zlomků, které lze zkrátit číslem větším než 75 na základní tvar
- ChatGPT**
Samozřejmě, zde jsou 10 složitějších zlomků, které lze zkrátit číslem větším než 75 na základní tvar:
1. $112/168$ (lze zkrátit číslem 56 na základní tvar $2/3$)
 2. $225/300$ (lze zkrátit číslem 75 na základní tvar $3/4$)
 3. $132/198$ (lze zkrátit číslem 66 na základní tvar $2/3$)
 4. $144/216$ (lze zkrátit číslem 72 na základní tvar $2/3$)
 5. $180/240$ (lze zkrátit číslem 60 na základní tvar $3/4$)
 6. $126/189$ (lze zkrátit číslem 63 na základní tvar $2/3$)
 7. $216/288$ (lze zkrátit číslem 72 na základní tvar $3/4$)
 8. $198/297$ (lze zkrátit číslem 99 na základní tvar $2/3$)
 9. $260/390$ (lze zkrátit číslem 130 na základní tvar $2/3$)
 10. $176/264$ (lze zkrátit číslem 88 na základní tvar $2/3$)

Obrázek 27 Opakované stejné výsledky úloh

Značné komplikace působilo také generování úloh k procvičení částečného odmocňování. Problémem je pravděpodobná neznalost částečného odmocňování. Po jeho vysvětlení se projevil další z častých jevů při práci s umělou inteligencí, což jsou chybné výsledky, kterými AI „obhazuje“ správnost svého zadání.

1. $\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{(27 * 2)} = 3\sqrt[3]{2}$
2. $\sqrt[3]{128} = \sqrt[3]{(64 * 2)} = 4\sqrt[3]{2}$
3. $\sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{(36 * 6)} = 6\sqrt[3]{6}$
4. $\sqrt[3]{250} = \sqrt[3]{(125 * 2)} = 5\sqrt[3]{2}$
5. $\sqrt[3]{486} = \sqrt[3]{(27 * 18)} = 3\sqrt[3]{18}$
6. $\sqrt[3]{686} = \sqrt[3]{(49 * 2 * 7)} = 7\sqrt[3]{(2 * 7)}$

Obrázek 28 Celkem 2 ze 6 vygenerovaných výsledků jsou chybné

- You**
vytvoř pět slovních úloh, při jejichž řešení se využívá největší společný dělitel čísel nebo nejmenší společný násobek čísel
- ChatGPT**
1. Úloha o plotu: Adam chce postavit plot kolem své zahrady. Zjistil, že délka plotových panelů, které má k dispozici, je 2 metry, zatímco obvod jeho zahrady je 12 metrů. Kolik panelů potřebuje Adam k postavení celého plotu? (Řešení: Největší společný dělitel čísel 12 a 2 je 2. Adam potřebuje 6 panelů.)
 2. Úloha o dortech: Kateřina peče dorty na oslavu narozenin. Jednoho dne upekla dorty, které lze rozdělit na 10 stejně velkých porcí, a druhý den upekla dorty, které lze rozdělit na 15 stejně velkých porcí. Kolik nejmenších dortů musí Kateřina upéct, aby mohla nabídnout hostům jakékoli množství porcí? (Řešení: Nejmenší společný násobek čísel 10 a 15 je 30. Kateřina musí upéct alespoň 30 nejmenších dortů.)

Obrázek 29 Slovní úlohy k procvičení nejmenšího společného násobku nebo nejmenšího společného dělitele

Vcelku bezproblémové bylo generování číselných zadání k procvičení dělitelnosti, výroků k negaci i výrokových formulí. Problematické je však odlišení tautologie a kontradikce.

9.2.2 Algebraické výrazy

Velmi důležitým prvkem práce s umělou inteligencí je nutnost přesné formulace požadavků. Například v případě úloh k procvičení určování podmínek platnosti výrazů je nutné specifikovat konkrétně, o který typ výrazu se má jednat.



You

vymysli deset výrazů k procvičení určování podmínek platnosti výrazu



ChatGPT

Určování podmínek platnosti výrazů je skvělým způsobem, jak procvičit své logické myšlení a porozumění jazyku. Zde je deset výrazů, které můžete použít k procvičování:

1. Pokud prší, tak bude mokro.
2. Když je den, tak je světlo.
3. Jestliže máš peněženku, můžeš platit.
4. Když se slunce zapadne, začne noc.
5. Když je 18 let, můžeš volit.

Obrázek 30 Výsledkem nepřesného zadání může být zcela nesmyslná odpověď

Pro generování úloh k procvičení částečného vytýkání je účinnější nechat AI vygenerovat dvojice dvojčlenů, které spolu následně vynásobí. Opačný postup se ukázal jako neúčinný, jelikož nedošlo k porozumění principu částečného vytýkání. Podobným způsobem je možné generovat také polynomy k procvičení dělení beze zbytku.

V případě generování lomených výrazů k procvičení jejich sčítání, odčítání, násobení a dělení došlo k nepřekonatelným problémům vlivem nutnosti jisté „kompatibility“ výrazů, díky níž je možné najít společného jmenovatele, který není součinem jmenovatelů obou lomených výrazů. V případě násobení a dělení umožňuje tato „kompatibilita“ vhodně krátit. Tyto úlohy ve sbírce tak nejsou dílem umělé inteligence.

9.2.3 Funkce a rovnice

V době tvorby sbírky neumožňoval Chat GPT generování grafů, proto veškeré grafy obsažené ve sbírce nejsou dílem umělé inteligence.

Generování předpisů elementárních funkcí s různými koeficienty zvládá AI na velmi dobré úrovni. Stejně tak lineární rovnice a jejich soustavy. Zde je však nutná korekce obtížnosti a také občasná korekce některých koeficientů, aby výsledkem nebyly příliš složité zlomky.

V případě kvadratických rovnic je možné získat rozmanitá zadání dokonce s celočíselnými kořeny. Jen je nutné tento požadavek specifikovat.

Nutnost občasné korekce vygenerovaného zadání platí pro všechny typy rovnic vyplývajících z elementárních funkcí. V opačném případě jsou některá řešení příliš složitá a téměř tak znemožňují například výpočet zkoušky.

9.2.4 Posloupnosti a řady

ChatGPT zvládá bez problémů generovat vzorce zadávající posloupnosti různými způsoby. Rovněž dokáže definovat aritmetické i geometrické posloupnosti. V případě praktických slovních úloh je nutné korigovat jejich správnost a reálnost.

9.2.5 Geometrie

Tato kapitola je jediná, která byla vytvořena bez pomoci umělé inteligence vyjma úloh týkajících se převodů jednotek. AI sice dokáže vygenerovat základní úlohy jak pro konstrukci geometrických obrazců, tak výpočtu jejich obvodu a obsahu, ale v případě komplikovanějších úloh je zapotřebí vhodná kombinace známých částí obrazců nebo těles, aby bylo možné na středoškolské úrovni provést konstrukci nebo výpočet.

5. Nakreslete čtverec pomocí pravítka a úhloměru tak, aby jeden z jeho úhlů byl 60° stupňů.

Obrázek 31 Ne úplně správné zadání úlohy k procvičení konstrukce čtverce

9.2.6 Matice a determinant

Jelikož pro většinu úloh je plně dostačující, aby prvky matice byla zcela náhodná celá čísla, jsou úlohy s maticemi silnou stránkou umělé inteligence. Při generování soustav libovolného množství lineárních rovnic je ve většině případů nutné provést korekci některých koeficientů tak, aby výsledky nebyly příliš složité zlomky.

9.2.7 Analytická geometrie

Pomocí Chat GPT je možné vygenerovat souřadnice bodů i vektorů, a to jak v rovině, tak v prostoru. Souřadnice bodů však zadává v kulatých závorkách. Komplikací může být, jestliže požadujeme vektory, jejichž odchylka je přesně 30° , 45° , nebo 60° .

V případě úloh s kuželosečkami je nutné zadání upravit v případě, že požadujeme celočíselné nebo jinak „pěkné“ výsledky.

9.2.8 Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika

Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika je postavena především na praktických úlohách. To může při generování úloh přinášet komplikace, které byly již dříve zmíněny. Je také nutné podotknout, že vygenerované úlohy nemusí odpovídat zadanému kombinatorickému problému.

1. Kolik různých čísel můžete vytvořit výběráním tří čísel z množiny $\{1, 2, 3\}$ s opakováním?
2. Máte sadu tří různých klíčů, ale budete vybírat klíče dvakrát za sebou pro otevření zámku. Kolik různých možností máte?
3. V obchodě s barvami máte na výběr ze tří různých barev. Kolik různých kombinací můžete použít k malování plotu, kde každá barva může být opakována?
4. Máte sadu pěti různých kostek s čísly od 1 do 6. Kolik různých hodů kostkou můžete udělat pětkrát za sebou?

Obrázek 32 Některé odpovědi na zadání „vygeneruj 10 slovních úloh z praxe na procvičení kombinací s opakováním“

9.2.9 Komplexní čísla

Základní příklady, které většinou bývají součástí učiva střední školy není výrazný problém pomocí ChatGPT vygenerovat.

9.2.10 Shrnutí poznatků

Experimentem bylo potvrzeno, že umělá inteligence může učitelům matematiky pomoci s přípravou některých úloh. Je však nutné dbát zvýšené pozornosti při kontrole těchto zadání, aby se v nich nevyskytly některé z výše zmíněných chyb. Generování slovních úloh pomocí umělé inteligence však nelze doporučit. Je však možné ji využít jako inspiraci témat, kterých se úlohy budou týkat.

Generování řešených příkladů může být riskantní z důvodů možného výskytu chyb. Takovéto příklady je opět nutné zkontrolovat, nebo využít aplikaci, která je pro tento účel přímo určená.

10 Publikace Průvodce studenta přípravou na maturitu z matematiky

Autor: Jan Šefl

Nakladatelství: -

Počet stran: 267

Rok vydání: 2022

ISBN: -

Kapitoly:

Číselné množiny, dělitelnost a výroková logika; algebraické výrazy; funkce a rovnice; posloupnosti a řady; geometrie; matice a determinant; analytická geometrie; kombinatorika, pravděpodobnost a statistika; komplexní čísla; vzorce a rejstřík.



Obrázek 33 Průvodce studenta přípravou na maturitu z matematiky

Základní informace

Publikace ke každému tématu shrnuje a vysvětluje důležité pojmy a vzorce. Následně je jejich užití ukázáno na řešených příkladech s komentovaným postupem. Procvičení umožňují úlohy s uvedeným výsledkem ke každému tématu. Závěr publikace je věnován abecednímu rejstříku pojmů a přehledu důležitých vzorců.

Shoda s RVP G:

V publikaci není věnována dostatečná pozornost planimetrii, nejsou zde zmíněny Euklidovy věty, množiny bodů dané vlastnosti ani úhly v kružnici. Naopak nad rámec RVP G obsahuje publikace kapitolu věnovanou komplexním číslům nebo maticím a determinantům.

Shoda s katalogem požadavků ke státní maturitě:

Publikace obsahuje všechna témata zmíněná v katalogu požadavků ke státní maturitě, jelikož z něj její obsah přímo vychází. Je však doplněna i tématy nad tento rámec. Ta jsou označena v publikaci hvězdičkou.

10.1 Poznatky z využití publikace v praxi

V rámci praxe k diplomové práci jsem se rozhodl ověřit možnost využití publikace „Průvodce studena přípravou na maturitu z matematiky“ v rámci přípravy učitele na výuku. I přes to, že se nejedná o její primární určení.

Již druhým rokem vyučuji na Vyšší odborné škole a střední průmyslové škole v Šumperku matematiku oboru IT. Dosud jsem tak měl možnost ověřit použitelnost celé první, druhé, třetí a deváté kapitoly (Číselné množiny, dělitelnost a výroková logika, Algebraické výrazy, Funkce a Komplexní čísla).

Obecně lze k těmto kapitolám říct, že teoretické pasáže jsou zpracovány dostatečně i k přípravě na hodinu. Problémem pasáží s příklady jsou místy obsažené chyby v řešení.

Především v první kapitole je obsaženo nedostatečné množství příkladů, a to jak k vysvětlení dané problematiky, tak k procvičení. Speciálně podkapitoly Číselné množiny a obory a Výroková logika jsou v tomto ohledu zcela nedostatečné.

Naopak kapitola Algebraické výrazy obsahuje dostatečné množství příkladů i teoretických pasáží. Dostatečnost je do jisté míry způsobena tím, že téměř všechny části kapitoly jsou již tématem základní školy. Za jedinou výjimku lze považovat dělení polynomů, které žáci ze základní školy neznají a bývá proto pro ně problematické. Nemuselo by být od věci poukázat zde na analogii k dělení „s ocáskem“, které již žáci znají ze základní školy.

Kapitola Komplexní čísla poskytuje dostatek teorie i příkladů k vysvětlení dané problematiky. Nikoli však k jejímu procvičení. Chybí rovněž poukázání na geometrický význam operací s komplexními čísly a řešení binomické rovnice.

V kapitole Funkce je nutné poukázat opět na nedostatek příkladů k procvičení základních vlastností funkcí. Podkapitoly o lineární, kvadratické a lineární lomené funkci již obsahují dostatek příkladů k vysvětlení a krátkému procvičení.

Z praxe vyplývá, že hlavním nedostatkem publikace je malé množství obsažených příkladů. Úkolem do budoucnosti je tak publikaci doplnit plnohodnotnou sbírkou úloh. Dalším úkolem je zkontrolovat správnost všech příkladů v publikaci Průvodce studenta přípravou na maturitu z matematiky.

10.2 Návrh úprav publikace

V praxi i pohledem do jiných publikací bylo zjištěno, že množství úloh k procvičení je nedostatečné. Částečně tento problém řeší vznik sbírky úloh, která je přílohou této práce. Vhodné by však bylo sbírku doplnit ještě úlohami shrnujícími více témat v jeden celek a také úlohami aplikujícími daná témata na reálné problémy. A především je nutné provést důkladnou korekci úloh generovaných umělou inteligencí.

Nezbytná je také kontrola všech příkladů a úloh a jejich řešení. I přes několikrát proběhlou kontrolu v publikaci zůstaly některé chyby a nedostatky.

Vhodné by bylo doplnění kapitoly planimetrie o chybějící témata z rámcového vzdělávacího programu pro gymnázia.

Kapitolu Funkce by mohla rozšířit část týkající se limit, derivací a integrálů. Tato témata sice nejsou součástí žádného rámcového vzdělávacího plánu, ale na některých školách jsou stále vyučována. Ať už v rámci hodin matematiky nebo matematických seminářů. Z analýzy jiných publikací vyplynulo, že ve velkém množství z nich jsou tyto kapitoly uvedeny.

Analytickou geometrii by mohlo doplnit odvození vzorce pro výpočet vzdálenosti bodu od přímky a také základy analytické geometrie v prostoru, jako je například skalární součin, který má hojné využití ve fyzice.

Rovněž by bylo vhodné podrobit publikaci připomínkám od více učitelů matematiky.

11 Závěr

Diplomová práce nabízí srovnání požadavků, které jsou kladeny na žáky středních škol maturující z matematiky v České republice, na Slovensku a v Polsku. Na základě tohoto srovnání lze konstatovat, že úroveň znalostí nutných ke státní maturitní zkoušce z matematiky v těchto zemích je srovnatelná.

Dotazníkové šetření mezi žáky čtvrtých ročníků gymnázií ukázalo nejen, které publikace žáci při své přípravě na maturitní zkoušku využívají, ale především, že většina žáků využívá převážně ty publikace, které jim doporučí jejich učitelé. Odtud plyne, že při přípravě publikace určené žákům středních škol je nutné zaujmout také jejich učitele.

Aby byl podpořen samostatný výběr materiálů žáky, vznikl v rámci této práce poměrně obsáhlý přehled publikací zabývajících se středoškolskou matematikou. Ten dělí české publikace do čtyř kategorií, a především srovnává jejich obsah s katalogem požadavků ke státní maturitní zkoušce z matematiky. Ze srovnání vyplynulo, že jen velmi malá část publikací plně pokrývá široké spektrum požadavků nutných k maturitní zkoušce. Při přípravě ke zkoušce je tak vhodné pracovat i se samotným katalogem požadavků a dohledávat chybějící učivo. Některá témata bývají v publikacích vynechána z důvodu, že jsou látkou základní školy.

Přehled publikací nabízí také srovnání s rámcovým vzdělávacím programem pro gymnázia, který by mohl posloužit učitelům matematiky při výběru vhodné knihy ke své přípravě do hodin. Při té lze využít také výčty kapitol, ve kterých je možné snadno vyhledávat požadovaná témata například pomocí funkce vyhledat v prohlížeči souborů PDF.

Ke snadnému následnému dohledání analyzovaných publikací slouží skeny titulních stran, jména autorů a čísla ISBN.

Původním cílem bylo srovnávat také úlohy obsažené v publikacích na základě taxonomie dle D. Tollingerové. V drtivé většině učebnic se však vyskytují převážně úlohy vyžadující jednoduché myšlenkové operace s poznatky – řešení jednoduchých příkladů s neznámými veličinami. Méně často můžeme narazit na úlohy vyžadující složité myšlenkové operace s poznatky jako odvozování, vyvozování nebo dokazování

či úloh vyžadující produktivní myšlení v podobě různých slovních úloh. Složení úloh podle této taxonomie je ve většině publikací podobné⁴⁵.

Jak se projevilo i v dotazníkovém šetření, k přípravě mohou sloužit také různé webové stránky nebo internetová videa. Jejich předností může být pro žáky snadná dostupnost a často také fakt, že jsou zdarma. Proto další část práce představuje několik webů, které se zabývají tématy středoškolské matematiky. S přípravou mohou pomoci také mobilní aplikace, které mohou nabízet i postupy řešení některých příkladů. Z toho důvodu je uveden výčet tří z nich.

V úvahu by při přípravě na maturitní zkoušku mohla připadat i umělá inteligence a různé verze Chatbotů. Dotazníkové šetření ukázalo, že jistá část studentů s nimi má nějaké zkušenosti.

Další část práce se proto zabývá možnostmi využití umělé inteligence při tvorbě příkladů k procvičení různých matematických témat. Z toho důvodu vznikla i sbírka úloh, která je přílohou číslo 3 této práce a která byla z velké části vygenerována pomocí umělé inteligence. I přes to, že úlohy prošly jistou mírou korekce, je stále možné si u některých z nich povšimnout, že jsou vygenerovány stále na stejném principu a nenabízí pestrost, která je také při přípravě na maturitní zkoušku nutná. Další neméně velkou komplikací při využití umělé inteligence je poměrně častý výskyt různých druhů chyb. Proto umělá inteligence aspoň prozatím nemusí být vždy ideálním prostředkem k přípravě na maturitní zkoušku.

Vzniklá sbírka však může posloužit učitelům, kteří někdy potřebují velké množství podobných příkladů a kteří jsou zároveň schopni upravit případné chyby, které se v příkladech mohou vyskytnout. Po důsledných úpravách by však sbírka mohla sloužit i studentům a být doplňkem k publikaci Průvodce studenta přípravou na maturitu z matematiky.

Na závěr byla s nově nabytými poznatky a s využitím v praxi konfrontována publikace Průvodce studenta přípravou na maturitu z matematiky. Na základě toho byly navrženy její možné úpravy.

⁴⁵ Příloha č. 1: Taxonomie učebních úloh dle Tollingerové. Online. Mensa Česko. Dostupné z: <https://deti.mensa.cz/res/f/most2000-priloha1-taxonomie-dle-tollingerove.pdf>. [cit. 2024-06-15].

12 Seznam obrázků

Obrázek 1 Maturita v pohodě: matematika	26
Obrázek 2 Maturita z matematiky 2019-2020.....	27
Obrázek 3 Krok za krokem k maturitě z matematiky 1	28
Obrázek 4 Státní maturita v testových úlohách.....	30
Obrázek 5 Matematika pro každého.....	31
Obrázek 6 Maturitní otázky z matematiky	32
Obrázek 7 Matematika a fyzika	34
Obrázek 8 Oficiální průvodce přípravou na test Matematika Scio na VŠ	35
Obrázek 9 Příprava k maturitě a přijímacím zkouškám na vysoké školy	36
Obrázek 10 Sbíрка úloh z matematiky pro obchodní akademie.....	37
Obrázek 11 Řešené maturitní úlohy z matematiky	38
Obrázek 12 Řešené příklady z matematiky pro střední školy	40
Obrázek 13 Sbíрка úloh z matematiky pro SOŠ a pro studijní obory SOU	41
Obrázek 14 Sbíрка úloh pro střední školy: Maturitní minimum	42
Obrázek 15 Matematika s nadhledem: Číselné obory, množiny.....	44
Obrázek 16 Matematiky pro gymnázia: Základní poznatky z matematiky	46
Obrázek 17 Matematika pro střední školy: Základní poznatky	48
Obrázek 18 Maturita z matematiky	50
Obrázek 19 Matematika: pracovní zošit 1	51
Obrázek 20 Nowa matura: Vademecum	52
Obrázek 21 Nowa teraz matura: Vademecum.....	53
Obrázek 22 Sicher im Abi: Mathematik	54
Obrázek 23 Ikony zmiňovaných aplikací.....	59
Obrázek 24 Pracovní prostředí aplikace Photomath	59
Obrázek 25 Pracovní prostředí aplikace Microsoft math solver	61
Obrázek 26 Pracovní prostředí aplikace Wolfram Alpha classic.....	62
Obrázek 27 Opakované stejné výsledky úloh	67
Obrázek 28 Celkem 2 ze 6 vygenerovaných výsledků jsou chybné	67
Obrázek 29 Slovní úlohy k procvičení nejmenšího společného násobku nebo nejmenšího společného dělitele.....	67
Obrázek 30 Výsledkem nepřesného zadání může být zcela nesmyslná odpověď	68

Obrázek 31 Ne úplně správné zadání úlohy k procvičení konstrukce čtverce.....	69
Obrázek 32 Některé odpovědi na zadání vygeneruj 10 slovních úloh z praxe na procvičení kombinací s opakováním.....	70
Obrázek 33 Průvodce studenta přípravou na maturitu z matematiky	71

13 Seznam grafů

Graf 1 Kraje, ve kterých respondenti výzkumu studují	20
Graf 2 Materiály využívané k přípravě na maturitní zkoušku	21
Graf 3 Kritéria při výběru publikace	22
Graf 4 Role ceny při výběru publikace	23
Graf 5 Důležité části publikace	24
Graf 6 Používání umělé inteligence žáky k přípravě do hodin matematiky	64
Graf 7 Spokojenost žáků s AI v matematice	64
Graf 8 Žáci a generování příkladů pomocí AI	65
Graf 9 Žáky užívané nástroje umělé inteligence	65

14 Zdroje obrázků

Obrázky číslo 1 až 22 vznikly oskenováním titulních stran zmiňovaných publikací.

Obrázky číslo 23 až 26 vznikly jako snímky obrazovky zmiňovaných aplikací.

Obrázky číslo 27 až 32 vznikly jako snímky z chatu s chatbotem Chat GPT.

Obrázek 33 je obálkou publikace autora.

15 Seznam knižních zdrojů

BUŠEK, Ivan a CALDA, Emil. Matematika pro gymnázia. 4. vydání. Učebnice pro střední školy (Prometheus). Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-366-0.

BUŠEK, Ivan. Řešené maturitní úlohy z matematiky. 3. vydání. Učebnice pro střední školy (Prometheus). Praha: Prometheus, 2023. ISBN 978-80-7196-140-6.

CALDA, Emil a DUPAČ, Václav. Matematika pro gymnázia: kombinatorika, pravděpodobnost, statistika. Dot. 3. vyd. Učebnice pro střední školy. Praha: Prometheus, 1996. ISBN 80-85849-10-0.

CALDA, Emil. Matematika pro gymnázia. 4. vyd. Učebnice pro střední školy (Prometheus). Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-364-6.

Cvičebnice matematiky: komplexní příprava na test z matematiky. Škola (Rubico). Praha: Scio, [2020]. ISBN 978-80-7430-181-0.

GAZÁRKOVÁ, Dana; CHADIMOVÁ, Marie; ONDRÁČKOVÁ, Ivana; VOBECKÁ, Běla; ŠRUBAŘ, Kamil et al. Maturita 2019-2020 z matematiky. 2. vydání. Brno: Didaktis, [2018]. ISBN 978-80-7358-307-1.

GRAJA, Tomáš; WEINLICH, Robert; KUKLOVÁ, Lada; HALENKOVÁ, Jana; ŠRUBAŘ, Kamil et al. Maturita v pohodě. 2. vydání. Praha: Taktik, 2018. ISBN 978-80-7563-158-9.

HRUBÝ, Dag a KUBÁT, Josef. Matematiky pro gymnázia: Diferenciální a integrální počet. 2. vydání. Praha: Prometheus, 1997. ISBN 978-80-7196-210-6.

HRUŠKA, Miroslav. Státní maturita z matematiky v testových úlohách včetně řešení. Škola (Rubico). Olomouc: Rubico, 2012. ISBN 978-80-7346-149-2.

CHARVÁT, Jura; ZHOUF, Jaroslav a BOČEK, Leo. Matematika pro gymnázia: rovnice a nerovnice. 3. přepr. vyd. Učebnice pro střední školy. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-154-x.

JANUROVÁ, Eva; JANURA, Miroslav a SVOBODA, Zdenek. Matematika pro každého, aneb, Rychlokurz matematiky. Škola (Rubico). Olomouc: Rubico, 2011. ISBN 978-80-7346-122-3.

JANYŠKA, Josef. Matematika s nadhledem: od prváku k maturitě. Škola s nadhledem. Plzeň: Fraus, 2020. ISBN 978-80-7489-529-6.

JIRÁSEK, František. Sbíрка úloh z matematiky pro SOŠ a pro studijní obory SOU. 5. vyd. Učebnice pro střední školy (Prometheus). Praha: Prometheus, 1995. ISBN 80-858-4955-0.

JIRÁSEK, František. Sbíрка úloh z matematiky pro SOŠ a pro studijní obory SOU. 3. upr. vyd. Učebnice pro střední školy. Praha: Prometheus, 1995. ISBN 80-719-6012-8.

KAMMERMEYER, Fritz. ABI Pocket Teacher. 7. Berlin: Duden, 2022. ISBN 978-3-411-77122-6.

KLODNER, Jaroslav. Sbíрка úloh z matematiky pro obchodní akademie: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy. 2005.

KOČANDRLE, Milan a BOČEK, Leo. *Matematiky pro gymnázia: Analytická geometrie*. 2. vydání. Praha: Prometheus, 1995. ISBN 978-80-7196-163-5.

KOLDOVÁ, Helena a FUCHS, Eduard. *Matematika s nadhledem: od prváku k maturitě. Škola s nadhledem*. Plzeň: Fraus, 2019. ISBN 978-80-7489-490-9.

KOVÁČIK, Ján, ROBOVÁ, Jarmila (ed.). *Řešené příklady z matematiky pro střední školy: k maturitní zkoušce, k přijímacím zkouškám na vysokou školu*. 2., rozš. a dopl. vyd. Praha: ASPI, 2006, c2001. ISBN 80-7357-146-3.

KUBÁT, Josef; HRUBÝ, Dag a PILGR, Josef. *Sbírka úloh pro střední školy: Maturitní minimum*. Praha: Prometheus, 1996. ISBN 978-80-7196-030-0.

MOLNÁR, Josef. *Matematika pro střední školy*. 2. vydání. Učebnice pro střední školy (Prometheus). Praha: Prometheus, 2022. ISBN 978-80-7196-474-2.

ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia*. 2., upravené vydání. Praha: Prometheus, 2004. ISBN 80-7196-195-7.

ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia: funkce*. 2. vyd., v Prometheu 1. Učebnice pro střední školy. Praha: Prometheus, 1994. ISBN 80-85849-09-7.

ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia: goniometrie*. 3. vydání. Učebnice pro střední školy (Prometheus). Praha: Prometheus, 2002. ISBN 80-7196-203-1.

ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro střední školy*. 2. vydání. Učebnice pro střední školy (Prometheus). Praha: Prometheus, 2023. ISBN 978-80-7196-548-0.

ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro střední školy*. 3. vydání. Učebnice pro střední školy (Prometheus). Praha: Prometheus, 2022. ISBN 978-80-7196-514-5.

ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro střední školy*. Učebnice pro střední školy (Prometheus). Praha: Prometheus, 2018. ISBN 978-80-7196-466-7.

ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro střední školy*. Učebnice pro střední školy (Prometheus). Praha: Prometheus, 2022. ISBN 978-80-7196-510-7.

PAVLÍKOVÁ, Pavla a PROCHÁZKA, František. *Matematika pro střední školy*. Učebnice pro střední školy (Prometheus). Praha: Prometheus, 2021. ISBN 978-80-7196-467-4.

PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 2. vydání. Škola (Rubico). Praha: Prometheus, 2020. ISBN 978-80-7196-487-2.

PETR, Husar. *Krok za krokem k maturitě z matematiky*. Mgr. Petr Husar – Zkoušky nanečisto, 2019.

POLÁK, Josef. *Názvy a značky školské matematiky*. SPN, 1988.

POMYKALOVÁ, Eva. Matematika pro gymnázia: planimetrie. 4., upr. vyd. Učebnice pro střední školy. Praha: Prometheus, 2000. ISBN 80-7196-174-4.

POMYKALOVÁ, Eva. Matematika pro gymnázia: stereometrie. 3. upr. vyd. Učebnice pro střední školy. Praha: Prometheus, 2000. ISBN 80-7196-178-7.

POMYKALOVÁ, Eva. Matematika s nadhledem: od prváku k maturitě. Škola s nadhledem. Plzeň: Fraus, 2019. ISBN 978-80-7489-494-7.

POMYKALOVÁ, Eva. Matematika s nadhledem: od prváku k maturitě. Škola s nadhledem. Plzeň: Fraus, 2019. ISBN 978-80-7489-495-4.

POMYKALOVÁ, Eva. Matematika s nadhledem: od prváku k maturitě. Škola s nadhledem. Plzeň: Fraus, 2019. ISBN 978-80-7489-496-1.

POMYKALOVÁ, Eva. Matematika s nadhledem: od prváku k maturitě. Škola s nadhledem. Plzeň: Fraus, 2020. ISBN 978-80-7489-527-2.

POMYKALOVÁ, Eva. Matematika s nadhledem: od prváku k maturitě. Škola s nadhledem. Plzeň: Fraus, 2020. ISBN 978-80-7489-528-9.

ROBOVÁ, Jarmila; HÁLA, Martin a CALDA, Emil. Komplexní čísla, kombinatorika, pravděpodobnost a statistika: matematika pro střední školy. Učebnice pro střední školy (Prometheus). Praha: Prometheus, 2013. ISBN 978-80-7196-425-4.

ROSNER, Stefan. Abitur in Mathematik 2023. 7. Rinteln: Merkur, 2022. ISBN 978-3-8120-1068-0.

ŘÍDKÁ, Eva; BLAHUNKOVÁ, Dana a CHÁRA, Petr. Maturitní otázky z matematiky. Škola (Rubico). Tutor, 2006. ISBN 80-867000-14-3.

TLUSTÝ, Pavel a FUCHS, Eduard. Matematika s nadhledem: od prváku k maturitě. Škola s nadhledem. Plzeň: Fraus, 2019. ISBN 978-80-7489-489-3.

TLUSTÝ, Pavel a POMYKALOVÁ, Eva. Matematika s nadhledem: od prváku k maturitě. Škola s nadhledem. Plzeň: Fraus, 2019. ISBN 978-80-7489-497-8.

TLUSTÝ, Pavel. Matematika s nadhledem: od prváku k maturitě. Škola s nadhledem. Plzeň: Fraus, 2019. ISBN 978-80-7489-493-0.

TLUSTÝ, Pavel. Matematika s nadhledem: od prváku k maturitě. Škola s nadhledem. Plzeň: Fraus, 2020. ISBN 978-80-7489-530-2.

TLUSTÝ, Pavel. Matematika s nadhledem: od prváku k maturitě. Škola s nadhledem. Plzeň: Fraus, 2020. ISBN 978-80-7489-531-9.

VOŠICKÝ, Zdeněk; LANK, Vladimír a VONDRA, Miroslav. Matematika a fyzika: matematika, cvičení z matematiky, fyzika. Škola (Rubico). [Havlíčkův Brod]: Fragment, 2007. ISBN 978-80-253-0523-2.

ZHOUF, Jaroslav. Matematika s nadhledem: od prváku k maturitě. Škola s nadhledem. Plzeň: Fraus, 2019. ISBN 978-80-7489-491-6.

ZHOUF, Jaroslav. Matematika s nadhledem: od prváku k maturitě. Škola s nadhledem. Plzeň: Fraus, 2019. ISBN 978-80-7489-492-3.

16 Seznam internetových zdrojů

Co je umělá inteligence? Microsoft [online]. [cit. 2024-04-17]. Dostupné z: <https://azure.microsoft.com/cs-cz/resources/cloud-computing-dictionary/what-is-artificial-intelligence#autonomn%C3%AD-vozidla>.

Historie. Online. Realisticky. Dostupné z: <http://www.realisticky.cz/clanky.php?id=historie>. [cit. 2024-06-08].

Chat GPT. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2024-04-17]. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/ChatGPT>.

Isibalo. Online. 2024. Dostupné z: <https://isibalo.com/>. [cit. 2024-06-08].

Jak vznikl nápad vytvořit Nového Amose? Online. Nový Ámos. Dostupné z: <https://www.novyamos.cz/>. [cit. 2024-06-08].

Kontakt. Online. Příklady. Dostupné z: <https://www.priklady.eu/cs/kontakt.alej>. [cit. 2024-06-08].

Matematika polopatě. Online. 2006 – 2024. Dostupné z: <https://www.matweb.cz/>. [cit. 2024-06-08].

Matematika. Online. Isibalo. Dostupné z: <https://isibalo.com/matematika>. [cit. 2024-06-08].

Mathematicator. Online. 2014 – 2024. Dostupné z: <https://mathematicator.com/>. [cit. 2024-06-08].

Matura według formuły 2023. Wróć do strony domowej Zespół Szkół nr 5 w Tychach [online]. [cit. 2024-04-14]. Dostupné z: <https://zs5.tychy.pl/matura-wg-formuly-2023/>.

Maturita 2024 čo treba vedieť. Online. Matura.sk. Dostupné z: <https://www.matura.sk/pribeh-maturity/2024>. [cit. 2024-04-12].

Maturitní zkouška. Online. 2024. Dostupné z: <https://maturita.ceremat.cz/>. [cit. 2024-06-08].

Microsoft Math Solver. Online. Google play. Dostupné z: <https://play.google.com/store/search?q=microsoft+math+solver&c=apps&hl=cs>. [cit. 2024-06-08].

O egzaminie. CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA. Egzamin maturalny [online]. [cit. 2024-04-14]. Dostupné z: <https://cke.gov.pl/egzamin-maturalny/egzamin-maturalny-w-formule-2023/o-egzaminie/>.

Our history. Online. Photomath. Dostupné z: <https://photomath.com/about/>. [cit. 2024-06-08].

Photomath. Online. Google play. Dostupné z: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.microblink.photomath&hl=cs>. [cit. 2024-06-08].

Portál středoškolské matematiky. Online. 2011. Dostupné z: <https://www.karlin.mff.cuni.cz/~portal/>. [cit. 2024-06-08].

Příklady.eu. Online. 2008 – 2024. Dostupné z: <https://www.priklady.eu/cs/index.alej>. [cit. 2024-06-08].

Příloha č. 1: Taxonomie učebních úloh dle Tollingerové. Online. Mensa Česko. Dostupné z: <https://deti.mensa.cz/res/f/most2000-priloha1-taxonomie-dle-tollingerove.pdf>. [cit. 2024-06-15].

Realisticky. Online. 2010. Dostupné z: <http://www.realisticky.cz/>. [cit. 2024-06-08].

Sněmovní tisky. Online. Poslanecká sněmovna Parlamentu České republiky. 2008. [cit. 2024-04-11]. Dostupné z: <https://www.psp.cz/sqw/historie.sqw?t=485&o=5>.

Státní maturita - Matika. Online. 2024. Dostupné z: <https://www.statnimaturita-matika.cz/>. [cit. 2024-06-08].

Státní maturity v zahraničí: Slovensko. Online. Vysokeskoly.cz. 2011. Dostupné z: <https://www.vysokeskoly.cz/clanek/novy-clanek-4333>. [cit. 2024-04-12].

Testy a zadání. Online. Maturitní zkouška. Dostupné z: <https://maturita.ceremat.cz/menu/testy-a-zadani-z-predchozich-obdobi/matematika/testy-a-zadani-matematika>. [cit. 2024-06-08].

Umíme matiku. Online. Dostupné z: <https://www.umimematiku.cz/>. [cit. 2024-06-08].

Umíme to. Online. Dostupné z: <https://www.umimeto.org/>. [cit. 2024-06-08].

Valášek Marek. Online. Zlatý Ámos. Dostupné z: <https://www.zlatyamos.cz/nominovani-kandidati/818/val%C3%A1%C5%A1ek-marek>. [cit. 2024-06-08].

Wolfram Alpha Classic. Online. Google play. Dostupné z: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.wolfram.android.alpha&hl=cs>. [cit. 2024-06-08].

Wolfram. Online. 2024. Dostupné z: <https://www.wolfram.com/>. [cit. 2024-06-08].

17 Seznam citovaných dokumentů

Aneks do Informatora o egzaminie maturalnym z matematyki w Formule 2023 [Online]. 2022. Centralna komisja egzaminacyjna. Dostupné také z: https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_MATURALNY_OD_2023/Informatory/2023/Aneks_2023_2024_matematyka_EM_PP_F23.pdf.

Ciel'ové požiadavky na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky. Štátný pedagogický ústav, 2009. Dostupné také z: <https://cdn.matura.sk/info/matematika.pdf>.

INFORMATOR o egzaminie maturalnym z matematyki jako przedmiotu obowiązkowego (poziom podstawowy) [Online]. 2021. Warszawa: Centralna Komisja Egzaminacyjna. Dostupné také z: http://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_MATURALNY_OD_2023/Informatory/Informator_EM2023_matematyka_PP.pdf.

Katalog požadavků zkoušek jednotné maturitní zkoušky: Matematika. Online. 2014. Dostupné také z: https://maturita.cermat.cz/files/files/katalog-pozadavku/MA_Katalog_pozadavku_MZ_1718.pdf.

Wybrane wzory matematyczne na egzamin maturalny z matematyki [Online]. Centralna Komisja Egzaminacyjna. Dostupné také z: https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_MATURALNY_OD_2023/Informatory/wybrane_wzory_matematyczne_EM2023.pdf.

18 Seznam citovaných zákonů

ČESKÁ REPUBLIKA. Zákon č. 242/2008 Sb. In: *Sbírka zákonů*. 2008, částka 78. Dostupné také z: <https://www.psp.cz/sqw/text/tiskt.sqw?o=5&ct=485&ct1=0&v=PZ&pn=&pt=>.

SLOVENSKKÁ REPUBLIKA. Vyhláška č. 318/2008 Z. z. In: *Sbírka zákonů*. Dostupné také z: <https://www.zakonypreludi.sk/zz/2008-318#p5>.

SLOVENSKKÁ REPUBLIKA. Zákon č. 245/2008 Z. z. In: *Sbírka zákonů*. Dostupné také z: <https://www.zakonypreludi.sk/zz/2008-245>.

19 Příloha 1

Matematika – 19 1447

PREHĽAD VZŤAHOV																													
Mocniny: $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$ $(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$ $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$ $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$ $a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$																													
Goniometrické funkcie: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$ $\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$ $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$		<table border="1"> <tr> <td></td> <td>0</td> <td>$\frac{\pi}{6}$</td> <td>$\frac{\pi}{4}$</td> <td>$\frac{\pi}{3}$</td> <td>$\frac{\pi}{2}$</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0°</td> <td>30°</td> <td>45°</td> <td>60°</td> <td>90°</td> </tr> <tr> <td>sin x</td> <td>0</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$\frac{\sqrt{2}}{2}$</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>cos x</td> <td>1</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> <td>$\frac{\sqrt{2}}{2}$</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>0</td> </tr> </table>					0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$		0°	30°	45°	60°	90°	sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$																								
	0°	30°	45°	60°	90°																								
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1																								
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0																								
Trigonometria: Sinusová veta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$ Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$																													
Logaritmus: $\log_2(x \cdot y) = \log_2 x + \log_2 y$ $\log_2 \frac{x}{y} = \log_2 x - \log_2 y$ $\log_2 x^k = k \cdot \log_2 x$ $\log_2 x = \frac{\log_2 x}{\log_2 y}$																													
Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$																													
Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, q \neq 1$																													
Kombinatorika: $P(n) = n!$ $V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$ $C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! k!}$ $P' = (n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$ $V' = (k, n) = n^k$ $C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$																													
Analytická geometria: Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\vec{u}, t \in \mathbb{R}$ Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0; [a; b] \neq [0; 0]$ Uhol vektorov: $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{ \vec{u} \cdot \vec{v} }$ Vzdialenosť bodu $M[m_1; m_2]$ od priamky $p: ax + by + c = 0: Mp = \frac{ am_1 + bm_2 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$ Stredový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$																													
Objemy a povrchy telies:																													
	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa																								
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$																								
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$																								

14. marec 2019

11

20 Příloha 2

Plné znění dotazníku o roli publikací v přípravě na maturitní zkoušku

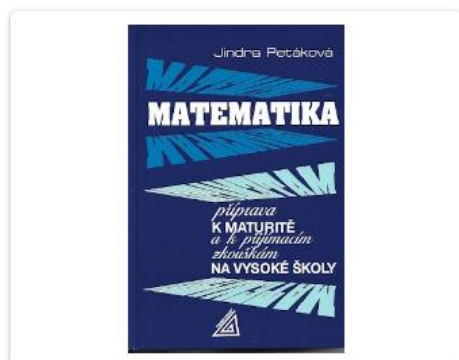
V jakém kraji studujete? *

Vyberte

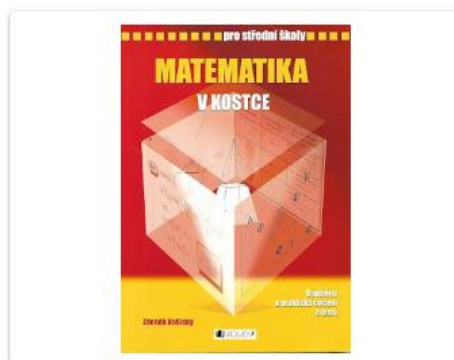
Na kterou z maturitních zkoušek z matematiky se v současné době připravujete? *

- Státní maturitní zkouška z matematiky
- Profilová (školní) maturitní zkouška z matematiky

Jakou publikaci (publikace) využíváte ke své přípravě k maturitní zkoušce?



J. Petáková: Matematika



Z. Vošický: Matematika v kostce



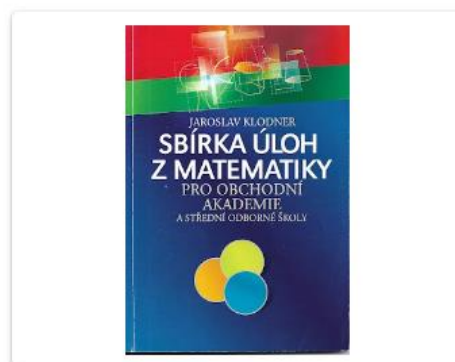
Kolektiv autorů: Matematika s nadhledem (sada učebnic)



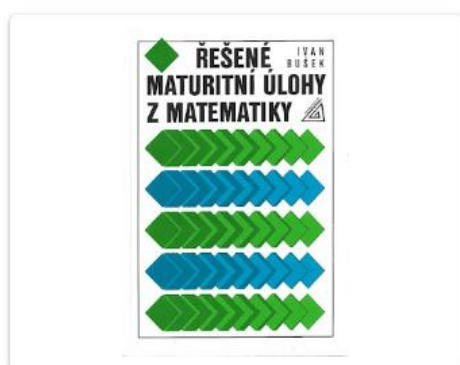
M. Hruška: Státní maturita z matematiky v testových úlohách



- J. Kováčik: Řešené příklady z matematiky pro střední školy



- J. Klodner: Sbírnka úloh z matematiky



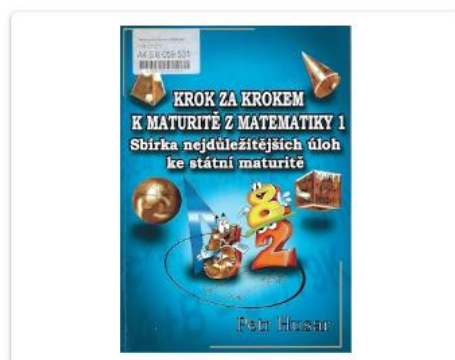
- I. Bušek: Řešené maturitní úlohy z matematiky



- Kolektiv autorů: Matematika pro gymnázia (sada učebnic)



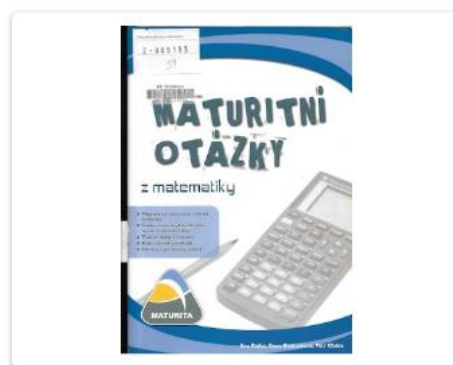
- Kolektiv autorů: Maturita v pohodě - matematika (včetně novějších vydání)



- P. Husar: Krok za krokem k maturitě z matematiky



- Kolektiv autorů: Maturita z matematiky (včetně novějších vydání)



- Kolektiv autorů: Maturitní otázky z matematiky



- Kolektiv autorů: Matematika pro každého



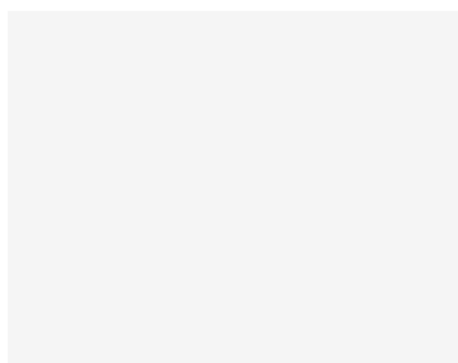
- Kolektiv autorů: Matematika - oficiální průvodce přípravou na test matematika Scio



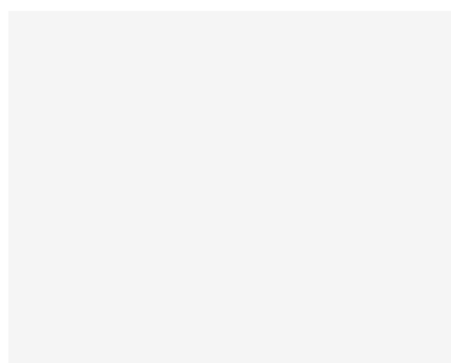
- Kolektiv autorů: Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a SOU a nástavbové studium



- F. Jirásek: Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a studijní obory SOU



Materiály poskytnuté učitelem



Žádné materiály k přípravě
nevyžívám

Jiné:

Jaké spatřujete výhody nebo nevýhody označené publikace (publikací)?

Vaše odpověď _____

Jste spokojeni s publikacemi, které využíváte?

- Ano
- Spíše ano
- Spíše ne
- Ne

Jaké části publikace byly pro vás nejvíce užitečné?

Vaše odpověď _____

Doporučili byste použité publikace dalším studentům?

- Ano
- Spíše ano
- Spíše ne
- Ne

Na základě čeho si publikace vybíráte? (Je možné zvolit více odpovědí)

- Doporučení učitele
- Doporučení spolužáka
- Recenze na internetu
- Vlastní výzkum trhu
- Jiné: _____

Hraje pro vás při výběru publikace roli její cena?

- Ano
- Spíše ano
- Spíše ne
- Ne

Co je pro vás u publikace určené k přípravě na maturitu nejdůležitější? (Je možné zvolit více odpovědí)

- Velké množství řešených příkladů
- Velké množství příkladů k procvičení
- Obsah pouze nutného učiva
- Obsah rozšiřujícího učiva, které je nad rámec maturitní zkoušky
- Obsah teoretických pasáží (důležité definice, pojmy, matematické věty)

Plné znění dotazníku o využití umělé inteligence v matematice

Používáš nebo jsi v minulosti použil/a nástroje umělé inteligence jako pomoc s řešením příkladů do hodin matematiky? *

- Ano, používám je pravidelně
- Ano, několikrát
- Ano, ale pouze jednou
- Ne, vůbec

Jestliže ano, jak jsi byl spokojený/á s odpovědí, kterou ti AI poskytla.

- Velmi, odpověď byla bezchybná.
- Středně, odpověď nebyla dokonalá, ale pomohla mi.
- Vůbec, odpověď byla chybná.

Používáš nebo jsi v minulosti použil/a nástroje umělé inteligence ke generování příkladů k procvičení do matematiky? *

- Ano, používám je pravidelně
- Ano, několikrát
- Ano, ale pouze jednou
- Ne, vůbec

Jestliže jsi u první nebo třetí otázky odpověděl/a ano, který z nástrojů AI používáš?

Vaše odpověď _____

21 Příloha 3

Sbírka úloh vytvořená za pomoci umělé inteligence

Na dalších stranách je uvedena sbírka úloh, která vznikla za pomoci chatbota ChatGPT. Sbíрка má samostatné číslování stran.



JAN ŠEFL

PRŮVODCE STUDENTA
PŘÍPRAVOU NA MATURITU Z MATEMATIKY

SBÍRKA ÚLOH

Milí čtenáři,

právě držíte v rukou publikaci, která vznikla v rámci mé diplomové práce. Mým cílem bylo navázat na mou bakalářskou práci, v rámci které vznikla publikace Průvodce studenta přípravou na maturitu z matematiky.

Již při tvorbě této publikace bylo jasné, že nebude obsahovat dostatečné množství úloh k procvičení daného tematického celku. Z toho důvodu už v jejím úvodu doporučuji pro dostatečné procvičení sáhnout po některé sbírce úloh pro střední školy. Při jejím užívání v praxi střední školy se však ukázalo, že žádná ze sbírek úloh přesně tematicky neodpovídá mé publikaci. Je proto nutné kombinovat více sbírek, které jsou k dostání.

Dalším impulzem k tvorbě sbírky úloh byl průzkum mezi maturanty, který jsem v rámci diplomové práce provedl. Z něj vyplynulo, že žáci preferují velké množství jak řešených, tak neřešených úloh.

Z výše zmíněných důvodů vznikla tato sbírka úloh tematicky navazujících na publikaci Průvodce studenta přípravou na maturitu z matematiky. Tato sbírka se od ostatních podobných publikací liší především tím, že většina příkladů byla vygenerována pomocí umělé inteligence. Konkrétně Chat GPT. Díky tomu publikace obsahuje ke každému tématu velké množství příkladů. To ocení studenti, kteří potřebují dané téma důkladně procvičit, ale také učitelé, kteří v rámci příprav do hodin potřebují velké množství příkladů, na kterých je nutné látku nejdříve vysvětlit, následně důkladně procvičit a nakonec ověřit její pochopení.

Na tomto místě bych chtěl ještě čtenáře poprosit o jistou dávku shovívavosti, jelikož umělou inteligencí bylo vygenerováno velké množství příkladů, jejichž důkladná kontrola by vyžadovala ještě velké množství času, které bohužel v tuto chvíli nemám k dispozici.

Přeji hodně úspěchů nejen při studiu matematiky.

Autor

Kapitoly

**ČÍSELNÉ MNOŽINY,
DĚLITELNOST A
VÝROKOVÁ LOGIKA**

-4-

ALGEBRAICKÉ VÝRAZY

-27-

FUNKCE A ROVNICE

-44-

**POSLOUPNOSTI A
ŘADY**

-93-

GEOMETRIE

-106-

**MATICE A
DETERMINANT**

-128-

**ANALYTICKÁ
GEOMETRIE**

-137-

**KOMBINATORIKA,
PRAVDĚPODOBNOST
A STATISTIKA**

-153-

KOMPLEXNÍ ČÍSLA

-167-

1

2

3

4

5

6

7

8

9

Číselné množiny, dělitelnost a výroková logika

	Číselné množiny a obory	5
2	Číselné množiny a operace s nimi	5
	Přirozená a celá čísla.....	6
	Racionální čísla.....	7
	Mocniny a odmocniny.....	9
	Absolutní hodnota.....	11
3	Dělitelnost v oboru celých čísel	12
	Kritéria dělitelnosti	12
	Prvočísla a čísla složená, součin prvočinitelů.....	12
	Dělitele čísel.....	13
	Největší společný dělitel a nejmenší společný násobek.....	13
4	Procenta, poměr a trojčlenka	14
	Procenta.....	14
	Poměr	14
	Trojčlenka	15
5	Výroková logika	16
	Výroky	16
	Negace výroků.....	16
	Složené výroky a výrokové formule.....	18
	Tautologie a kontradikce	19
6	Slovní úlohy.....	19
	Řešení příkladů z první kapitoly	20

Číselné množiny a obory

Číselné množiny a operace s nimi

1. Zapiš číselnou množinu pomocí výčtu prvků:

1.1 $A = \{a \in \mathbb{Z} \mid a \text{ je dělitelné } 3\}$

1.4 $D = \{d \in \mathbb{N} \mid d < 10\}$

1.2 $B = \{b \in \mathbb{Z} \mid |b| < 5\}$

1.5 $E = \{e \in \mathbb{R} \mid e^2 = 16\}$

1.3 $C = \{c \in \mathbb{Z} \mid c \text{ je sudé}\}$

1.6 $F = \{f \in \mathbb{Z} \mid \text{počet cifer v } f \text{ je dvě}\}$

2. Zapiš pomocí intervalu:

2.1 Množinu všech reálných čísel menších než 5.

2.2 Množinu reálných čísel větších než -3 a menších než 3 .

2.3 Množinu všech nezáporných reálných čísel menších než 10 .

2.4 Množinu kladných reálných čísel menších než 8 .

2.5 Množinu reálných čísel v rozsahu od $-\pi$ do π (včetně).

2.6 Množinu reálných čísel větších nebo rovných -10 a menších než -5 .

2.7 Množinu reálných čísel, jejichž absolutní hodnota je menší než 6 .

2.8 $I = \{i \in \mathbb{R} \mid 0 < i \leq 1\}$.

3. Zapište číselné množiny z příkladů 2.1 až 2.7 pomocí jejich charakteristické vlastnosti:

4. Znázorni dané intervaly na číselné ose:

4.1 $(-5; 5)$

4.2 $\langle 0; 10 \rangle$

4.3 $(-\infty; 3)$

4.4 $(1; \infty)$

4.5 $(-2; 2)$

4.6 $\langle -4; -1 \rangle$

5. Proved' danou operaci s číselnou množinou:

5.1 Spočti průnik množin $A = (2; 6)$ a $B = (4; 8)$.

5.2 Spočti sjednocení množin $A = \{1; 3; 5\}$ a $B = \{2; 4; 6\}$.

5.3 Spočti rozdíl množin $A = (1; 10)$ a $B = \langle 3; 7 \rangle$.

5.4 Rozhodni, zda je množina $A = \{1; 2; 3\}$ podmnožinou množiny $B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

5.5 Spočti počet prvků průniku množin $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ a $B = \{4; 5; 6; 7\}$.

5.6 Spočti sjednocení množin $A = \langle 0; 10 \rangle$ a $B = (5; 15)$.

5.7 Spočti počet prvků rozdílu množin $A = \{1; 2; 3; 4\}$ a $B = \{3; 4; 5; 6\}$.

- 5.8 Spočti sjednocení množiny $A = \{a \in \mathbb{N} \mid a < 5\}$ s množinou $B = \{5; 6; 7\}$.
 5.9 Spočti průnik množiny $A = \{a \in \mathbb{Z} \mid 0 \leq a < 6\}$ s množinou $B = \{2; 4; 6\}$.

6. Pomocí operací s množinami nebo pomocí Vennových diagramů vyřeš slovní úlohu:

- 6.1 Ve škole se zeptali 80 studentů, jestli mají rádi matematiku a fyziku. Z odpovědí vyplynulo, že 50 studentů má rádo matematiku, zatímco 40 studentů odpovědělo, že mají rádi fyziku. Dále 20 studentů uvedlo, že mají rádi oba předměty, matematiku i fyziku. Kolik studentů nemá rádo ani jeden z těchto předmětů?
- 6.2 Ve třídě 7.A se 20 studentů učí anglický jazyk a 15 studentů německý jazyk. Kolik studentů ve třídě 7.A se učí alespoň jeden z těchto dvou jazyků, jestliže se 10 studentů učí oba jazyky?
- 6.3 V obchodě prodávají dvě značky nápojů: Coca-Cola a Pepsi. Bylo zjištěno, že 50 zákazníků si koupilo Coca-Colu a 40 zákazníků si koupilo Pepsi. Dále bylo zjištěno, že 30 zákazníků si koupilo obě značky. Kolik zákazníků nakoupilo právě jeden z těchto dvou nápojů?
- 6.4 Na škole se konala anketa mezi studenty, zda mají rádi matematiku, fyziku a chemii. Sto studentů uvedlo, že mají rádi matematiku, 70 studentů uvedlo, že mají rádi fyziku, a 50 studentů uvedlo, že mají rádi chemii. Z ankety dále vyplývá, že 30 studentů uvedlo, že mají rádi matematiku a fyziku, 20 studentů uvedlo, že mají rádi fyziku a chemii, a 15 studentů uvedlo, že mají rádi matematiku a chemii. Nakonec 10 studentů uvedlo, že mají rádi všechny tři předměty. Kolik studentů má rádo alespoň jeden z těchto tří předmětů? Kolik studentů má rádo pouze matematiku?

Přirozená a celá čísla

7. Vypočítej následující příklady s ohledem na přednost početních operací:

- | | |
|---|---|
| 7.1 $(8 + 2) \cdot 3 + 7 \cdot (4 - 2) =$ | 7.5 $6 + 5 \cdot 2 - (11 - 1) : 2 =$ |
| 7.2 $16 - (4 \cdot 2) + 10 : (3 - 1) =$ | 7.6 $(10 - 2) \cdot 4 + 12 : (6 - 3) =$ |
| 7.3 $(9 \cdot 3 + 1) - 6 : (9 - 3) =$ | 7.7 $25 : (5 + 5) \cdot (9 + 1) - 2 =$ |
| 7.4 $20 : (3 + 1) - 8 + (14 - 4) =$ | 7.8 $14 - 2 \cdot 3 + (16 : 4) \cdot 2 =$ |

7.9 $7 \cdot (4 - 1) + 8 : (14 - 6) =$

7.10 $30 : (6 \cdot 2) \cdot (5 + 3) - 1 =$

7.11 $\{5 \cdot [4 + (2 - 1)]\} - (12 : 3) =$

7.15 $\{[7 + (5 \cdot 2 - 1)]\} \cdot [3 - (12 : 6)] =$

7.12 $\{[7 + (2 \cdot (5 - 1))]\} + (18 : 2) =$

7.16 $\{[(20 : 4) + (6 \cdot 2)] - (9 - 3)\} =$

7.13 $\{[(10 - 2) \cdot 9] - (4 + 2)\} =$

7.17 $\{[(16 - 4) \cdot (5 - 3) + 12] : 4\} =$

7.14 $6 \cdot \{[4 - (2 + 2)] + (14 : 7)\} =$

7.18 $(18 - \{[3 \cdot (2 + 9)] : 3\}) \cdot 3 =$

8. Urči k zadaným číslům číslo opačné:

8.1 5

8.3 0

8.5 -7

8.7 -3

8.9 -1

8.2 -12

8.4 9

8.6 20

8.8 15

8.10 100

Racionální čísla**9. Zkrať zlomek na základní tvar:**

9.1 $\frac{475}{950}$

9.3 $\frac{678}{3390}$

9.5 $\frac{972}{3888}$

9.7 $\frac{524}{1310}$

9.9 $\frac{375}{1500}$

9.2 $\frac{125}{500}$

9.4 $\frac{593}{1186}$

9.6 $\frac{1944}{486}$

9.8 $\frac{778}{1556}$

9.10 $\frac{176}{264}$

10. Urči ke každému číslu číslo převrácené:

10.1 $\frac{1}{2}$

10.3 $\frac{1}{5}$

10.5 0,2

10.7 -4

10.9 -0,3

10.2 3

10.4 0,5

10.6 7

10.8 0,25

10.10 0,125

11. Zapiš zlomky jako čísla s desetinným rozvojem:

11.1 $\frac{1}{2}$

11.3 $\frac{2}{5}$

11.5 $\frac{3}{4}$

11.7 $\frac{1}{7}$

11.9 $\frac{4}{25}$

11.2 $\frac{1}{3}$

11.4 $\frac{2}{9}$

11.6 $\frac{5}{8}$

11.8 $\frac{3}{11}$

11.10 $\frac{7}{12}$

12. Zapiš číslo ve tvaru zlomku:

12.1 0.5 12.3 0.75 12.5 0.4 12.7 0.125 12.9 0.625

12.2 0.25 12.4 0.2 12.6 0.8 12.8 0.375 12.10 0.875

12.11 $0,\bar{3}$ 12.13 $0,\overline{142857}$ 12.15 $0,\overline{81}$ 12.17 $0,58\bar{3}$

12.12 $0,\overline{27}$ 12.14 $0,\overline{12}$ 12.16 $0,69\bar{4}$ 12.18 $0,\overline{109890}$

13. Vypočítej:

13.1 $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{6}$ 13.3 $\frac{5}{8} - \frac{1}{4} + \frac{3}{2}$ 13.5 $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4}$ 13.7 $\frac{7}{10} \cdot \frac{4}{5} - \frac{3}{2}$

13.2 $\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{2}{7} + \frac{1}{3}\right)$ 13.4 $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} : \frac{1}{10}$ 13.6 $\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{6}\right)$ 13.8 $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}$

13.9 $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} - \frac{3}{8} : \frac{2}{3}$ 13.11 $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5}\right)$ 13.13 $\frac{3}{4} - \frac{2}{5} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{2} - \frac{4}{3}$

13.10 $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2}$ 13.12 $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} + \frac{5}{6}$ 13.14 $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} : \left(\frac{7}{8} - \frac{3}{5}\right) - \frac{1}{33}$

14. Seřad' čísla sestupně:

14.1 2,5; $\frac{1}{3}$; 1,75; $\frac{3}{4}$; 2,25 14.3 4,5; $\frac{3}{5}$; 1,25; $\frac{2}{3}$; 0,8

14.2 0,2; $\frac{5}{6}$; 1,8; $\frac{1}{4}$; 3,1 14.4 $\frac{1}{8}$; 0,6; $\frac{3}{4}$; 1,2; 2,3

15. Seřad' čísla vzestupně:

15.1 0,33; $\frac{1}{2}$; 1,75; 2,25; $\frac{3}{4}$ 15.3 0,33; $\frac{1}{5}$; 0,4; $\frac{2}{3}$; 0,125

15.2 $\frac{3}{4}$; 0,6; $\frac{5}{8}$; 0,25; $\frac{1}{2}$ 15.4 0,8; $\frac{2}{5}$; 0,6; $\frac{5}{6}$; 0,2

Mocniny a odmocniny

16. Zapiš odmocninu jako racionální mocninu:

16.1 $\sqrt[3]{3^3}$	16.3 $\sqrt{50}$	16.5 $\sqrt[4]{81}$	16.7 $\sqrt[4]{2^8}$
16.2 $\sqrt[4]{4^2}$	16.4 $\sqrt[3]{8^2}$	16.6 $\sqrt{5^3}$	16.8 $\sqrt[6]{6^3}$

17. Částečně odmocni:

17.1 $\sqrt{20}$	17.3 $\sqrt{98}$	17.5 $\sqrt{72}$	17.7 $\sqrt{63}$	17.9 $\sqrt{108}$
17.2 $\sqrt{45}$	17.4 $\sqrt{27}$	17.6 $\sqrt{50}$	17.8 $\sqrt{75}$	17.10 $\sqrt{147}$

17.11 $\sqrt[3]{54}$	17.13 $\sqrt[3]{216}$	17.15 $\sqrt[3]{486}$
17.12 $\sqrt[3]{128}$	17.14 $\sqrt[3]{250}$	17.16 $\sqrt[3]{686}$

18. Částečně odmocni a následně vypočítej:

18.1 $\sqrt{45} - \sqrt{5} + \sqrt{20}$	18.5 $\sqrt{20} + \sqrt{45} - \sqrt{5} + \sqrt{80}$
18.2 $\sqrt{200} - \sqrt{32} + \sqrt{18}$	18.6 $\sqrt{98} - \sqrt{18} + \sqrt{8} - \sqrt{50}$
18.3 $\sqrt{98} + \sqrt{32} - \sqrt{8}$	18.7 $\sqrt{72} - \sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{32}$
18.4 $\sqrt{50} + \sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{32}$	18.8 $\sqrt{98} + \sqrt{32} - \sqrt{18} + \sqrt{80}$

19. Vypočítej:

19.1 2^3	19.5 $\frac{1}{2^2}$	19.9 $(-4)^2$	19.13 10^{-1}	19.17 $(-5)^3$
19.2 5^2	19.6 3^0	19.10 $\frac{1}{3^2}$	19.14 $\left(\frac{1}{2}\right)^2$	19.18 $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$
19.3 6^{-2}	19.7 $(-2)^{-3}$	19.11 4^{-1}	19.15 $(-3)^{-2}$	19.19 8^{-2}
19.4 $\left(\frac{2}{3}\right)^3$	19.8 $\frac{2^3}{5}$	19.12 $27^{\frac{1}{3}}$	19.16 $\left(\frac{1}{6}\right)^{-1}$	19.20 $9^{\frac{1}{2}}$

20. Uprav a výsledek zapiš ve tvaru mocnin:

20.1 $\sqrt{25} \cdot 5^{-1} \cdot \left(\frac{1}{5}\right) \cdot 2^3 \cdot \frac{25}{5} =$

20.6 $6^{-1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot 36^{-1} \cdot \sqrt{49} \cdot 7^2 \cdot \frac{49}{7} =$

20.2 $3^2 \cdot \left(\frac{1}{9}\right) \cdot 9^{-1} \cdot 27 \cdot \sqrt{64} =$

20.7 $2^{-3} \cdot \left(\frac{1}{8}\right) \cdot 8^{-1} \cdot \sqrt{144} \cdot 12 \cdot \frac{6}{2} =$

20.3 $4^3 \cdot 2^{-2} \cdot \left(\frac{1}{64}\right) \cdot \sqrt{16} \cdot \frac{8}{2} =$

20.8 $\sqrt{169} \cdot 13^{-1} \cdot \left(\frac{1}{13}\right) \cdot 13^2 \cdot \frac{169}{13} =$

20.4 $\sqrt{81} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 3^{-1} \cdot 9^2 \cdot \frac{27}{9} =$

20.9 $10^{-1} \cdot \sqrt{225} \cdot 15^{-2} \cdot \frac{225}{15} \cdot 3^2 \cdot 5 =$

20.5 $\sqrt{100} \cdot 10^{-1} \cdot 1^2 \cdot 5^3 \cdot \frac{125}{5} =$

20.10 $5^{-1} \cdot \left(\frac{1}{5}\right) \cdot 25^{-1} \cdot \sqrt{256} \cdot 8 \cdot 32^{-1} =$

21. Vypočítej a výsledek uveď ve tvaru $k \cdot a^n b^m$ (resp. $k \cdot x^n y^m$):

21.1 $\frac{5a^3 b^{-2}}{(ab^2)^2} \cdot \frac{(ab^{-1})^3}{2a^2 b} =$

21.6 $(2x^2 y^3) \cdot \frac{(xy)^3}{3x^2 y} : \frac{2x^{-1} y}{y^2} =$

21.2 $\frac{(3x^{-1} y^3)^2}{(xy^{-2})^3} \cdot \frac{x^2}{2y^2} : \frac{1}{xy} =$

21.7 $\frac{5a^3 b^{-2}}{(ab^2)^2} \cdot \frac{(ab^{-1})^3}{2a^2 b} : (a^{-3} b)^2 =$

21.3 $\frac{a^2 b^{-2}}{(ab^3)^2} \cdot \frac{(ab^{-1})^2}{3a^2 b} =$

21.8 $\frac{2a^2 b^{-3}}{(ab^2)^2} \cdot \frac{(ab^{-1})^3}{2a^2 b} : \frac{1}{ab^{-2}} =$

21.4 $\frac{4x^3 y^{-2}}{(2xy^2)^2} \cdot \frac{(x^{-1} y)^2}{3xy} =$

21.9 $(x^{-1} y^2) \cdot \frac{xy}{4x^2 y^2} : \left(\frac{xy}{2}\right)^{-1} =$

21.5 $(2a^2 b^3) \cdot \frac{ab^2}{5a^{-2} b^{-1}} : \frac{4}{a^3 b} =$

21.10 $(3x^3 y^{-2})^2 \cdot \frac{1}{\frac{(x^{-1} y)^2}{4xy}} =$

22. Usměrní zlomky:

22.1 $\frac{1}{\sqrt{2}}$

22.3 $\frac{2}{\sqrt{5}}$

22.5 $\frac{4}{\sqrt{7}}$

22.7 $\frac{6}{\sqrt{10}}$

22.9 $\frac{8}{\sqrt{13}}$

22.2 $\frac{3}{\sqrt{3}}$

22.4 $\frac{5}{\sqrt{6}}$

22.6 $\frac{7}{\sqrt{8}}$

22.8 $\frac{9}{\sqrt{11}}$

22.10 $\frac{11}{\sqrt{14}}$

$$22.11 \frac{1}{\sqrt{2} + 3} \quad 22.13 \frac{3}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} \quad 22.15 \frac{6}{2 + \sqrt{2}} \quad 22.17 \frac{6}{\sqrt{10} - 2\sqrt{2}}$$

$$22.12 \frac{2}{2\sqrt{3} - 1} \quad 22.14 \frac{4}{2\sqrt{6} - \sqrt{2}} \quad 22.16 \frac{5}{3\sqrt{7} + \sqrt{3}} \quad 22.18 \frac{7}{\sqrt{11} + 4}$$

Absolutní hodnota

23. Vypočítej:

$$23.1 \quad |3 + 5| = \quad 23.3 \quad |2 \cdot (-4)| = \quad 23.5 \quad |(-6) + (-7)| =$$

$$23.2 \quad |8 - 12| = \quad 23.4 \quad |9 : 3| = \quad 23.6 \quad |4 - 9 + 2| =$$

$$23.7 \quad |3 - 7| + |2 - 5| = \quad 23.10 \quad |9 : 3| + |-6| =$$

$$23.8 \quad |6 \cdot (-2)| - |4 + 1| = \quad 23.11 \quad |(-2) + (-7)| - |4 - 1| =$$

$$23.9 \quad |(-1) - 4| + |2 \cdot (-3)| = \quad 23.12 \quad |4 - 9 + 2| + |-3| =$$

$$23.13 \quad |3 - 7| + |2 - 5| - |1 - 4| =$$

$$23.14 \quad |6 \cdot (-2)| - |4 + 1| + |3 - 2| =$$

$$23.15 \quad |(-1) - 4| + |2 \cdot (-3)| - |2 + 3| =$$

$$23.16 \quad |9 : 3| + |-6| + |(-2) - (-7)| =$$

$$23.17 \quad |2 - (-7)| + |4 - 1| - |(-3) + 1| =$$

$$23.18 \quad |4 - 9 + 2| + |-3| + |(-2) \cdot (-4)| =$$

24. Zapiš čísla ve tvaru $a \cdot 10^n$, kde $1 < a < 100$:

$$24.1 \quad 73100 \quad 24.3 \quad 36000 \quad 24.5 \quad 5900000 \quad 24.7 \quad 0,00098$$

$$24.2 \quad 2500 \quad 24.4 \quad 480000 \quad 24.6 \quad 0,0078 \quad 24.8 \quad 0,00005$$

Dělitelnost v oboru celých čísel

Kritéria dělitelnosti

25. Rozhodni, která z čísel jsou dělitelná dvěma, třemi, čtyřmi, pěti, šesti, devíti a desíti:

25.1	243	25.3	90	25.5	144	25.7	216	25.9	48
25.2	128	25.4	75	25.6	315	25.8	210	25.10	540

26. Dopln chybějící číslici tak, aby bylo splněno kritérium dělitelnosti:

- 26.1 1036_4 - Toto číslo je dělitelné třemi.
- 26.2 1056_4 - Toto číslo je dělitelné čtyřmi.
- 26.3 100_64 - Toto číslo je dělitelné dvěma a čtyřmi.
- 26.4 1065_0 - Toto číslo je dělitelné pěti.
- 26.5 1092_0 - Toto číslo je dělitelné dvěma, třemi, pěti, šesti a devíti.
- 26.6 1026_6 - Toto číslo je dělitelné dvěma, třemi a šesti.
- 26.7 102_33 - Toto číslo je dělitelné třemi.
- 26.8 1086_0 - Toto číslo je dělitelné dvěma, třemi, šesti a deseti.
- 26.9 101_64 - Toto číslo je dělitelné dvěma a čtyřmi.
- 26.10 107_46 - Toto číslo je dělitelné dvěma, třemi a šesti.

Prvočísla a čísla složená, součin prvočinitelů

27. Rozhodni, zda se jedná o prvočíslo, či o číslo složené:

27.1	17	27.5	77	27.9	89	27.13	29	27.17	70
27.2	23	27.6	7	27.10	45	27.14	131	27.18	5
27.3	50	27.7	101	27.11	61	27.15	42	27.19	111
27.4	13	27.8	35	27.12	88	27.16	109	27.20	97

28. Rozlož číslo na součin prvočinitelů:

28.1	55	28.3	75	28.5	90	28.7	105	28.9	130
28.2	60	28.4	80	28.6	100	28.8	120	28.10	150

Dělitele čísel

29. Urči všechny společné dělitele zadaných čísel:

- | | | | | | |
|------|-------------|-------|--------------|-------|---------------|
| 29.1 | 18 a 36 | 29.3 | 30 a 90 | 29.5 | 40 a 80 |
| 29.2 | 27 a 81 | 29.4 | 36 a 72 | 29.6 | 45 a 135 |
| 29.7 | 12, 24 a 36 | 29.9 | 27, 54 a 81 | 29.11 | 54, 108 a 162 |
| 29.8 | 20, 40 a 60 | 29.10 | 40, 80 a 120 | 29.12 | 60, 120 a 180 |

Největší společný dělitel a nejmenší společný násobek

30. Urči největšího společného dělitele a nejmenší společný násobek čísel:

- | | | | | | | | |
|------|---------|------|---------|------|----------|-------|----------|
| 30.1 | 8 a 64 | 30.4 | 32 a 90 | 30.7 | 63 a 99 | 30.10 | 84 a 96 |
| 30.2 | 15 a 75 | 30.5 | 33 a 69 | 30.8 | 72 a 90 | 30.11 | 45 a 90 |
| 30.3 | 24 a 48 | 30.6 | 50 a 75 | 30.9 | 80 a 100 | 30.12 | 55 a 110 |

31. Vyřeš slovní úlohu:

- 31.1 Skupina studentů chce rozdělit knihy do několika stejně velkých skupin pro studijní skupiny. Mají k dispozici 30 knih, 45 knih a 60 knih. Každá skupina musí mít aspoň jednu knihu z každého druhu. Jaký největší počet skupin mohou vytvořit a kolik knih bude v každé skupině?
- 31.2 Autobus číslo 1 projíždí zastávku každých 15 minut, autobus číslo 2 každých 20 minut. Za jak dlouho se autobusy potkají znovu na zastávce?
- 31.3 Je potřeba beze zbytku vykachlíčkovat podlahu koupelny o rozměrech 200 cm a 175 cm co největšími čtvercovými dlaždičkami. Jaké budou jejich rozměry a kolik jich bude?
- 31.4 V centrálním skladu jsou umístěny krabice s ovocem. Všechny krabice mají stejný počet kusů ovoce, ale ne všechny druhy ovoce mají stejný počet krabic. Ve skladu se nachází 54 krabic s jablky, 18 krabic s hruškami a 24 krabic s banány, chceme je rozdělit mezi jednotlivé prodejny tak, aby každá prodejna dostala stejný počet kusů ovoce. Jaký je největší možný počet prodejen, kterým lze rozdělit všechny krabice s ovocem?

- 31.5 Tři cyklisté se pohybují po kruhové dráze. První cyklista ujede okruh za 10 minut, druhý cyklista za 15 minut a třetí za 20 minut. Kdy se opět setkají na místě, ze kterého startovali?

Procenta, poměr a trojčlenka

Procenta

32. Vyřeš slovní úlohu:

- 32.1 Markéta získala v testu 80 bodů ze 100. Jaký je její procentuální výsledek?
- 32.2 V obchodě byla cena trička snížena o 20 % z původní ceny 500 Kč. Kolik stojí tričko nyní?
- 32.3 Zaměstnavatel slíbil zvýšení platu všem zaměstnancům o 8 %. O kolik € se zvýší plat zaměstnance, který vydělává 1 800 € měsíčně?
- 32.4 Na zahrádce bylo 25 rostlin, 40 % z nich bylo rajčatových keřů. Kolik rajčatových keřů rostlo na zahrádce?
- 32.5 V restauraci byl účet za oběd 800 Kč. Pokud chci dát spropitné ve výši 10 %, kolik bude činit celková částka, kterou zaplatím?
- 32.6 Ve třídě je 30 studentů a 40 % z nich chodí na kroužek matematiky. Kolik studentů nechodí na matematický kroužek?
- 32.7 V automobilce vyrobili 500 aut a 125 z nich bylo dodáno do zahraničí. Kolik procent aut bylo exportováno?
- 32.8 Na školní akci bylo 240 lístků a 75 % z nich bylo prodáno. Kolik lístků zbylo neprodaných?
- 32.9 Z původního množství máku o hmotnosti 1,8 kg spotřebovala maminka 450 g máku na cukroví. Kolik procent máku zůstalo pro další pečení?

Poměr

33. Vyřeš slovní úlohu:

- 33.1 Ve školní knihovně je celkem 800 knih, z toho 400 knih je určeno pro dívky a zbytek pro chlapce. Jaký je poměr počtu knih pro dívky ku počtu knih pro chlapce?

- 33.2 Pro výrobu osvěžujícího nápoje se míchají 2 díly limonády se 3 díly džusu. Kolik litrů limonády a kolik litrů džusu je potřeba k přípravě 10 litrů tohoto nápoje?
- 33.3 Ve firmě pracuje 60 zaměstnanců z nichž 24 pracuje na plný úvazek a zbytek na poloviční úvazek. Jaký je poměr plně zaměstnaných zaměstnanců ku zaměstnancům na poloviční úvazek?
- 33.4 V obchodě se sportovním vybavením je nabídka 6 fotbalových míčů, 8 basketbalových míčů a 10 volejbalových míčů. Jaký je poměr počtu basketbalových míčů ku počtu volejbalových míčů?
- 33.5 Na přípravu dortu jsou potřeba 2 vejce, 100 gramů mouky a 80 gramů cukru. Jaký je poměr počtu vajec, množství mouky a množství cukru potřebný k přípravě dortu?
- 33.6 Malíř má k dispozici 3 základní barvy: červenou, modrou a žlutou. Poměrem 3:3:2 vytvoří hnědou barvu. Kolik gramů každé barvy musí použít, aby získal 60 gramů hnědé barvy?
- 33.7 V basketbalovém týmu je 21 hráčů. Poměr počtu hráčů, kteří hrají v útoku, ku hráčům, kteří hrají v obraně, je 4:3. Kolik hráčů hraje v útoku a kolik hráčů hraje v obraně?
- 33.8 Nápoj se vyrábí smícháním 5 dílů ovocné šťávy, 3 dílů perlivé vody a 2 dílů ledového čaje. Kolik litrů vody a čaje je potřeba přimíchat k 1,5 litrům šťávy?

Trojčlenka

34. Vyřeš slovní úlohu:

- 34.1 Auto jede rychlostí 60 km/h. Za jak dlouho ujede vzdálenost 240 km?
- 34.2 Stan postavilo sedm skautů za 35 minut. Kolik skautů bude potřeba, aby stan postavili za méně než 15 minut?
- 34.3 Tři stroje vyrobí 240 kusů hraček za 8 hodin. Za jak dlouho vyrobí pět strojů stejný počet hraček?
- 34.4 Dvě zahradní hadice napustí bazén za 24 minut. Kolik takových hadic bude potřeba, aby bazén naplnily za 12 minut?
- 34.5 Tři kancelářské tiskárny vytisknou 1800 stránek za 12 minut. Kolik stránek vytiskne pět takových tiskáren za 5 minut?

- 34.6 Čtyři zedníci postaví 12 m dlouhou zeď za 14 hodin. Za jak dlouho tuto zeď postaví sedm zedníků?
- 34.7 Dva kamiony přepraví 800 pytlů cementu za 5 hodin. Kolik pytlů cementu přepraví pět takových kamionů za 2 hodiny?
- 34.8 Čtyři malíři vymalují tři místnosti za 6 hodin. Za jak dlouho tyto tři místnosti vymalují dva malíři?
- 34.9 Množství barvy potřebné k natření pokoje je přímo úměrné jeho ploše. Pokud na 30 m² pokoje potřebujeme 5 litrů barvy, kolik litrů budeme potřebovat na 50 m²?
- 34.10 Rychlost chůze je přímo úměrná vzdálenosti, kterou člověk ujde za minutu. Pokud člověk chodí rychlostí 80 kroků za minutu, kolik kroků udělá za 15 minut?

Výroková logika

Výroky

35. Rozhodni, zda se jedná o výrok. V případě, že se jedná o výrok, rozhodni o jeho pravdivosti:

- | | |
|--|--|
| 35.1 Dělení nulou není definováno. | 35.9 Můžeš mi prosím pomoci s tímto balíčkem? |
| 35.2 Délka základny trojúhelníku je 8 cm. | 35.10 Prosím, zavři dveře. |
| 35.3 Dva plus tři se rovná sedm. | 35.11 Trojúhelník má čtyři strany. |
| 35.4 Jaké je tvé oblíbené jídlo? | 35.12 Užij si svůj volný čas a odpočiň si. |
| 35.5 Kolik je hodin? | 35.13 Včera jsem se potkal s kamarádem. |
| 35.6 Koukni, jakou krásnou květinu jsem dostala. | 35.14 Všechna sudá čísla jsou dělitelná dvěma. |
| 35.7 Který film se ti líbil nejvíce? | 35.15 Země je kulatá. |
| 35.8 Kvadratická rovnice má vždy dvě řešení. | 35.16 Zítra mám důležitou schůzku. |

Negace výroků

36. Neguj zadané výroky:

- 36.1 Slunce vychází na východě.
- 36.2 Květy růží jsou červené.
- 36.3 Voda zamrzá při teplotě 100 stupňů Celsia.

- 36.4 Čtyři je větší než sedm.
- 36.5 Žirafy mají krátký krk.
- 36.6 Ptačí zpěv je tišší než hukot aut na silnici.
- 36.7 Jablka jsou červená a žlutá.
- 36.8 Země je plochá.
- 36.9 Rychlost světla je nižší než rychlost zvuku.
- 36.10 Sloni váží méně než myši.
- 36.11 Každé sudé číslo je dělitelné dvěma.
- 36.12 Všechny trojúhelníky jsou rovnoramenné.
- 36.13 Všechny kočky jsou savci.
- 36.14 Všechny květiny mají červené okvětní lístky.
- 36.15 Každý student v této třídě umí anglicky.
- 36.16 Všechny čtverce mají čtyři rovné strany.
- 36.17 Každé zvíře v ZOO je medvěd.
- 36.18 Všechny čísla jsou racionální.
- 36.19 Všichni ptáci umí létat.
- 36.20 Všechna auta mají čtyři kola.
- 36.21 Existuje alespoň jedno celé číslo, které není kladné.
- 36.22 Existuje alespoň jedno zvíře, které umí mluvit.
- 36.23 Existuje alespoň jedno ovoce, které není žluté.
- 36.24 Existuje alespoň jedna osoba, která umí hrát na klavír.
- 36.25 Existuje alespoň jedna kniha, která nemá žádné obrázky.
- 36.26 Existuje alespoň jedno město, které nemá žádnou univerzitu.
- 36.27 Existuje alespoň jedna rostlina, která nekvete.
- 36.28 Existuje alespoň jedno auto, které nemá klimatizaci.
- 36.29 Existuje alespoň jedno zvíře, které nepije vodu.
- 36.30 Existuje alespoň jedna planeta, na které není život možný.
- 36.31 Na stole je aspoň jedna kniha.
- 36.32 V truhle je nejvýše pět párů bot.
- 36.33 Na stole je aspoň jeden květináč.

1

- 36.34 Na stromě visí nejvýše deset jablek.
- 36.35 V šatníku mám nejvýše tři košile.
- 36.36 Na stole leží aspoň dvě tužky.
- 36.37 V peněžence mám nejvýše dvacet dolarů.
- 36.38 V týmu je aspoň jeden hráč, který dosáhl dvaceti gólů za sezónu.
- 36.39 V automatu je aspoň jedna lahvička nápoje.
- 36.40 Na polici mám nejvýše tři knihy.

2

3

Složené výroky a výrokové formule

37. Zapiš složené výroky pomocí matematických symbolů, zamysli se také nad pravdivostí výroků:

Příklad: Číslo je liché nebo je dělitelné dvěma.

L: Číslo je liché. *D*: Číslo je dělitelné dvěma. Matematický zápis: $L \vee D$

4

- 37.1 Číslo 2 je sudé a číslo 3 je liché.
- 37.2 Máme rádi matematiku nebo fyziku.
- 37.3 Když prší, pak je mokro.
- 37.4 Kladné číslo x je větší než 5, právě když x^2 je větší než 25.
- 37.5 Číslo 4 je dělitelné 2 a zároveň je dělitelné 1.
- 37.6 Zvíře je buď pes nebo kočka.
- 37.7 Když je číslo dělitelné 3, tak je sudé.
- 37.8 Číslo x je kladné právě tehdy, když $-x$ je záporné.
- 37.9 Buď prší nebo svítí slunce.
- 37.10 Výsledek je správný pouze tehdy, pokud jsou obě odpovědi správné.

5

6

38. Sestav tabulku pravdivostních hodnot pro dané výrokové formule:

- | | |
|--|---|
| 38.1 $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q)$ | 38.4 $(p \wedge q) \Rightarrow (p \Leftrightarrow q)$ |
| 38.2 $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \neg p)$ | 38.5 $(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow q)$ |
| 38.3 $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$ | 38.6 $(p \wedge q) \vee (\neg r)$ |

7

8

39. Vymysli složené výroky, které by bylo možné symbolicky zapsat následovně:

- | | |
|-------------------|-----------------|
| 39.1 $p \wedge q$ | 39.2 $p \vee q$ |
|-------------------|-----------------|

9

39.3 $\neg p$

39.5 $(p \vee q) \Rightarrow (r \wedge \neg s)$

39.4 $(p \wedge q) \Rightarrow r$

39.6 $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$

Tautologie a kontradikce

40. Rozhodni, zda se jedná o tautologii, či kontradikci:

40.1 $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$

40.4 $(\neg p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee \neg q)$

40.2 $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$

40.5 $(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow p)$

40.3 $\neg p \vee (p \wedge q)$

41. Zapiš výroky pomocí symbolů a ověř, zda se jedná o tautologii:

41.1 Bud' pojedeme na výlet, nebo nepojedeme na výlet.

41.2 Nenulové číslo je bud' sudé, nebo liché a zároveň není pravda, že nenulové číslo je sudé, nebo liché.

41.3 Bude slunečno a zároveň bude pršet, právě když bude slunečno, nebo bude pršet.

Slovní úlohy

42. Vyřeš slovní úlohu:

42.1 Klára a Denisa se rozhodují, jestli půjdou na střední průmyslovou školu. Klára řekla: „Já tam půjdu pouze tehdy, když tam půjde i Denisa.“ Denisa řekla: „Já tam půjdu pouze tehdy, když tam půjde i Klára.“ Jaká varianta nastoupení či nenastoupení na danou školu povede ke spokojenosti obou dívek, víme-li, že na školu nakonec nastoupila Klára nebo Denisa?

42.2 V obchodě prodávají tři druhy ovoce: jablka, hrušky a banány. Slevové akce na tyto druhy ovoce se řídí následujícími pravidly:

- Jestliže mají jablka v akci, pak mají v akci také hrušky.
- Pokud mají v akci bud' hrušky, nebo banány, pak nejsou v akci jablka.
- Jestliže nejsou v akci jablka, nejsou v akci ani banány.

Jaké možnosti mohou nastat?

42.3 V honosném sídle došlo ke zničení cenné vázy. Podezřelými jsou tři zaměstnanci: zahradník Petr, pokojská Alžběta a bratr poškozeného Jan. Detektiv se snaží zjistit, kdo z nich je viníkem, jako důkazy shromáždil následující tvrzení.

- V rezidenci byla v době incidentu bud' Alžběta, nebo Petr.

- Jestliže v rezidenci byl v době incidentu Petr, nebo Alžběta, pak tam nebyl Jan.
- Nebyl-li na zámku Petr, pak tam byl Jan.
- Není pravda, že v rezidenci byla zároveň Alžběta s Petrem.

Kdo zavinil rozbití vázy, jestliže jsou všechna tato tvrzení pravdivá?

42.4 Skupina kamarádů Michal, Pavel a Tomáš se domlouvá, kdo bude zajišťovat občerstvení na výletě.

- Pokud bude zajišťovat občerstvení Michal, bude ho zajišťovat i Pavel.
- Jestliže nebude zajišťovat občerstvení Pavel, nebude ho zajišťovat ani Tomáš.
- Buď občerstvení zajišťují Michal a Pavel, nebo ho zajišťují Pavel a Tomáš.

Kdo bude zajišťovat občerstvení?

Řešení příkladů z první kapitoly

1.

1.1 $A = \{ \dots; -9; -6; -3; 0; 3; 6; 9; \dots \}$

1.4 $D = \{ 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 \}$

1.2 $B = \{ -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4 \}$

1.5 $E = \{ -4; 4 \}$

1.3 $C = \{ \dots; -8; -6; -4; -2; 2; 4; 6; 8; \dots \}$

1.6 $F = \{ -99; \dots; -10; 10; \dots; 99 \}$

2.

2.1 $(-\infty; 5)$

2.3 $\langle 0; 10 \rangle$

2.5 $\langle -\pi; \pi \rangle$

2.7 $(-6; 6)$

2.2 $(-3; 3)$

2.4 $(0; 8)$

2.6 $\langle -10; 5 \rangle$

2.8 $(0; 1)$

3.

3.1 $\{ x \in \mathbb{R} \mid x < 5 \}$

3.4 $\{ x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 8 \}$

3.7 $\{ x \in \mathbb{R} \mid |x| < 6 \}$

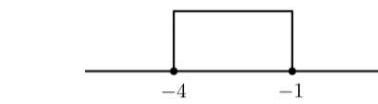
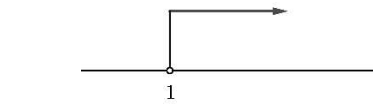
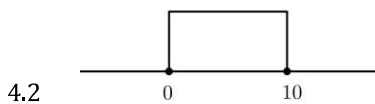
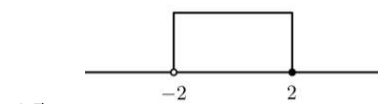
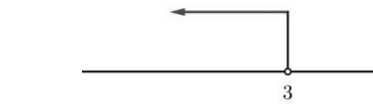
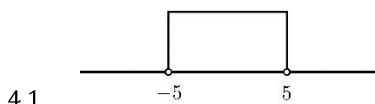
3.2 $\{ x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 3 \}$

3.5 $\{ x \in \mathbb{R} \mid -\pi \leq x \leq \pi \}$

3.3 $\{ x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x < 10 \}$

3.6 $\{ x \in \mathbb{R} \mid -10 \leq x < -5 \}$

4.



5.

5.1	(4; 6)	5.4	Ano, je.	5.7	2
5.2	{1,2,3,4,5,6}	5.5	2	5.8	{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7}
5.3	(1; 3)	5.6	(0;15)	5.9	{2; 4}

6.

6.1	10 studentů	6.3	30 zákazníků
6.2	25 studentů	6.4	165 studentů, 65 studentů

7.

7.1	44	7.4	7	7.7	23	7.10	19	7.13	66	7.16	11
7.2	13	7.5	11	7.8	16	7.11	21	7.14	12	7.17	9
7.3	27	7.6	36	7.9	22	7.12	24	7.15	16	7.18	21

8.

8.1	-5	8.3	0	8.5	7	8.7	3	8.9	1
8.2	12	8.4	-9	8.6	-20	8.8	-15	8.10	-100

9.

9.1	$\frac{1}{2}$	9.3	$\frac{1}{5}$	9.5	$\frac{1}{4}$	9.7	$\frac{2}{5}$	9.9	$\frac{1}{4}$
9.2	$\frac{1}{4}$	9.4	$\frac{1}{2}$	9.6	4	9.8	$\frac{1}{2}$	9.10	$\frac{2}{3}$

10.

10.1	2	10.3	5	10.5	$\frac{1}{5}$	10.6	$\frac{1}{7}$	10.7	$-\frac{1}{4}$	10.9	$-\frac{10}{3}$
10.2	$\frac{1}{3}$	10.4	2					10.8	4	10.10	8

11.

11.1	0,5	11.3	0,4	11.5	0,75	11.7	$0,\overline{142857}$	11.9	0,16
11.2	$0,\overline{3}$	11.4	$0,\overline{2}$	11.6	0,625	11.8	$0,\overline{27}$	11.10	$0,5\overline{83}$

12.

12.1	$\frac{1}{2}$	12.4	$\frac{1}{5}$	12.7	$\frac{1}{8}$	12.10	$\frac{7}{8}$	12.13	$\frac{1}{7}$	12.16	$\frac{25}{36}$
12.2	$\frac{1}{4}$	12.5	$\frac{2}{5}$	12.8	$\frac{3}{8}$	12.11	$\frac{1}{3}$	12.14	$\frac{4}{33}$	12.17	$\frac{7}{12}$
12.3	$\frac{3}{4}$	12.6	$\frac{4}{5}$	12.9	$\frac{5}{8}$	12.12	$\frac{3}{11}$	12.15	$\frac{9}{11}$	12.18	$\frac{10}{91}$

13.

13.1	$\frac{7}{8}$	13.3	$\frac{15}{8}$	13.5	$\frac{5}{12}$	13.7	$-\frac{47}{50}$	13.9	$\frac{31}{80}$	13.11	$\frac{9}{7}$	13.13	$-\frac{17}{30}$
13.2	$\frac{13}{35}$	13.4	3	13.6	$\frac{17}{40}$	13.8	$\frac{2}{3}$	13.10	$\frac{8}{9}$	13.12	$\frac{7}{5}$	13.14	3

14.

14.1	2,5; 2,25; 1,75; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{3}$	14.3	4,5; 1,25; 0,8; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{5}$
14.2	3,1; 1,8; $\frac{5}{6}$; $\frac{1}{4}$; 0,2	14.4	2,3; 1,2; $\frac{3}{4}$; 0,6; $\frac{1}{8}$

15.

15.1	0,33; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; 1,75; 2,25	15.2	0,25; $\frac{1}{2}$; 0,6; $\frac{5}{8}$; $\frac{3}{4}$
------	--	------	--

1

15.3 $0,125; \frac{1}{5}; 0,33; 0,4; \frac{2}{3}$

15.4 $0,2; \frac{2}{5}; 0,6; 0,8; \frac{5}{3}$

16.

16.1 $3^{\frac{3}{2}} = 3$

16.3 $50^{\frac{1}{2}}$

16.5 $81^{\frac{1}{4}}$

16.7 $2^{\frac{8}{4}} = 2^2$

16.2 $4^{\frac{2}{4}} = 4^{\frac{1}{2}}$

16.4 $8^{\frac{2}{3}}$

16.6 $5^{\frac{3}{2}}$

16.8 $6^{\frac{3}{6}} = 6^{\frac{1}{2}}$

17.

17.1 $2\sqrt{5}$

17.4 $3\sqrt{3}$

17.7 $3\sqrt{7}$

17.10 $7\sqrt{3}$

17.13 6

17.16 $7\sqrt[3]{2}$

17.2 $3\sqrt{5}$

17.5 $6\sqrt{2}$

17.8 $5\sqrt{3}$

17.11 $3\sqrt[3]{2}$

17.14 $5\sqrt[3]{2}$

17.3 $7\sqrt{2}$

17.6 $5\sqrt{2}$

17.9 $6\sqrt{3}$

17.12 $4\sqrt[3]{2}$

17.15 $3\sqrt[3]{18}$

18.

18.1 $4\sqrt{5}$

18.3 $9\sqrt{2}$

18.5 $8\sqrt{5}$

18.7 $4\sqrt{2}$

18.2 $9\sqrt{2}$

18.4 $10\sqrt{2}$

18.6 $\sqrt{2}$

18.8 $8\sqrt{2} + 4\sqrt{5}$

19.

19.1 8

19.5 $\frac{1}{4}$

19.9 16

19.13 $\frac{1}{10}$

19.17 -125

19.2 25

19.6 1

19.10 $\frac{1}{9}$

19.14 $\frac{1}{4}$

19.18 16

19.3 $\frac{1}{36}$

19.7 $-\frac{1}{8}$

19.11 $\frac{1}{4}$

19.15 $\frac{1}{9}$

19.19 $\frac{1}{64}$

19.4 $\frac{8}{27}$

19.8 $\frac{8}{5}$

19.12 3

19.16 6

19.20 3

20.

20.1 2^3

20.3 2^2

20.5 5^5

20.7 $2^{-5} \cdot 3^3$

20.9 $2^{-1} \cdot 3^2$

20.2 $2^3 \cdot 3$

20.4 3^2

20.6 $6^{-4} \cdot 7^4$

20.8 13^2

20.10 $2^2 \cdot 5^{-4}$

21.

21.1 $\frac{5}{2}a^2b^{-10}$

21.3 $\frac{1}{3}b^{-11}$

21.5 $\frac{1}{10}a^8b^7$

21.7 $\frac{5}{2}a^8b^{-12}$

21.9 $\frac{1}{8}y^2$

21.2 $\frac{9}{2}x^{-2}y^{11}$

21.4 $\frac{1}{3}x^{-2}y^{-5}$

21.6 $\frac{1}{3}x^4y^6$

21.8 a^2b^{-13}

21.10 $36x^9y^{-5}$

22.

22.1 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

22.5 $\frac{4\sqrt{7}}{7}$

22.9 $\frac{8\sqrt{13}}{13}$

22.13 $\sqrt{5} - \sqrt{2}$

22.17 $3\sqrt{10} + 6\sqrt{2}$

22.2 $\sqrt{3}$

22.6 $\frac{7\sqrt{2}}{4}$

22.10 $\frac{11\sqrt{14}}{14}$

22.14 $\frac{4\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{11}$

22.18 $\frac{28-7\sqrt{11}}{5}$

22.3 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

22.7 $\frac{3\sqrt{10}}{5}$

22.11 $\frac{3-\sqrt{2}}{7}$

22.15 $6 - 3\sqrt{2}$

22.4 $\frac{5\sqrt{6}}{6}$

22.8 $\frac{9\sqrt{11}}{11}$

22.12 $\frac{4\sqrt{3}+2}{11}$

22.16 $\frac{3\sqrt{7}-\sqrt{3}}{12}$

23.

23.1 8

23.4 3

23.7 7

23.10 9

23.13 4

23.16 14

23.2 4

23.5 13

23.8 7

23.11 6

23.14 8

23.17 10

23.3 8

23.6 3

23.9 11

23.12 6

23.15 6

23.18 14

24.

24.1 $73,1 \cdot 10^3$

24.3 $36 \cdot 10^3$

24.5 $59 \cdot 10^5$

24.7 $98 \cdot 10^{-5}$

24.2 $25 \cdot 10^2$

24.4 $48 \cdot 10^4$

24.6 $78 \cdot 10^{-4}$

24.8 $5 \cdot 10^{-5}$

2

3

4

5

6

7

8

9

25.

- | | | | | | | | |
|------|--------------|------|-----------|------|-----------|-------|----------------|
| 25.1 | 3;9 | 25.4 | 3;5 | 25.7 | 2;3;4;6;9 | 25.10 | 2;3;4;5;6;9;10 |
| 25.2 | 2 | 25.5 | 2;3;4;6;9 | 25.8 | 2;3;5;10 | | |
| 25.3 | 2;3;5;6;9;10 | 25.6 | 3;5;9 | 25.9 | 2;3;4;6 | | |

26.

- | | | | | | |
|------|------------------------------|------|------------|-------|------------------------------|
| 26.1 | 1; 4; 7 | 26.5 | 6 | 26.9 | 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 |
| 26.2 | 0; 2; 4; 6; 8 | 26.6 | 0; 3; 6; 9 | 26.10 | 0; 3; 6; 9 |
| 26.3 | 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 | 26.7 | 0; 3; 6; 9 | | |
| 26.4 | 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 | 26.8 | 0; 3; 6; 9 | | |

27.

- | | | | | | | | |
|------|---------------|-------|---------------|-------|---------------|-------|---------------|
| 27.1 | Prvočíslo | 27.6 | Prvočíslo | 27.11 | Prvočíslo | 27.16 | Prvočíslo |
| 27.2 | Prvočíslo | 27.7 | Prvočíslo | 27.12 | Složené číslo | 27.17 | Složené číslo |
| 27.3 | Složené číslo | 27.8 | Složené číslo | 27.13 | Prvočíslo | 27.18 | Prvočíslo |
| 27.4 | Prvočíslo | 27.9 | Prvočíslo | 27.14 | Prvočíslo | 27.19 | Složené číslo |
| 27.5 | Složené číslo | 27.10 | Složené číslo | 27.15 | Složené číslo | 27.20 | Prvočíslo |

28.

- | | | | | | |
|------|-------------------------------------|------|-------------------------------------|-------|-----------------------------|
| 28.1 | $5 \cdot 11$ | 28.5 | $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ | 28.9 | $2 \cdot 5 \cdot 13$ |
| 28.2 | $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ | 28.6 | $2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$ | 28.10 | $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ |
| 28.3 | $3 \cdot 5 \cdot 5$ | 28.7 | $3 \cdot 5 \cdot 7$ | | |
| 28.4 | $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$ | 28.8 | $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ | | |

29.

- | | | | | | |
|------|------------------------------|------|---------------------------|-------|---------------------------------------|
| 29.1 | 1;2;3;6;18 | 29.5 | 1; 2; 4; 5; 8; 10; 20; 40 | 29.9 | 1; 3; 9; 27 |
| 29.2 | 1; 3; 9; 27 | 29.6 | 1; 3; 5; 9; 15; 45 | 29.10 | 1; 2; 4; 5; 8; 10; 20; 40 |
| 29.3 | 1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30 | 29.7 | 1; 2; 3; 4; 6; 12 | 29.11 | 1; 2; 3; 6; 9; 18; 27; 54 |
| 29.4 | 1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36 | 29.8 | 1; 2; 4; 5; 10; 20 | 29.12 | 1; 2; 3; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30; 60 |

30.

- | | | | | | |
|------|-------------------|------|-------------------|-------|-------------------|
| 30.1 | NSD: 8; NSN: 64 | 30.5 | NSD: 3; NSN: 759 | 30.9 | NSD: 20; NSN: 400 |
| 30.2 | NSD: 15; NSN: 75 | 30.6 | NSD: 25; NSN: 150 | 30.10 | NSD: 12; NSN: 672 |
| 30.3 | NSD: 24; NSN: 48 | 30.7 | NSD: 9; NSN: 693 | 30.11 | NSD: 45; NSN: 90 |
| 30.4 | NSD: 2; NSN: 1440 | 30.8 | NSD: 18; NSN: 360 | 30.12 | NSD: 55; NSN: 110 |

31.

- 31.1 Maximálně lze vytvořit 15 skupin, kde budou 2, 3 a 4 knihy.
- 31.2 Autobusy se setkají za 60 minut.
- 31.3 Bude potřeba 56 dlaždiček o straně délky 25 cm.
- 31.4 Krabice s ovocem lze rozdělit mezi 6 prodejen.
- 31.5 Cyklisté se opět setkají za 60 minut.

32.

- 32.1 Její procentuální výsledek je 80 %.
- 32.2 Nyní tričko stojí 400 Kč.

- 32.3 Plat se zvýší o 144 €.
- 32.4 Na zahrádce bylo 10 rajčatových keřů.
- 32.5 Celková částka bude činit 880 Kč.
- 32.6 Na matematický kroužek nechodí 18 studentů.
- 33.
- 33.1 Poměr knih pro dívky a chlapce je 1: 1.
- 33.2 K výrobě nápoje jsou potřeba 4 litry limonády a 6 litrů džusu.
- 33.3 Zaměstnanci jsou v poměru 2: 3.
- 33.4 Poměr míčů je 4: 5.
- 33.5 Poměr ingrediencí na dort je 1: 50: 40.
- 34.
- 34.1 Vzdálenost ujede za 4 hodiny.
- 34.2 Za méně než 15 minut postaví stan 17 skautů.
- 34.3 Pět strojů vyrobí 240 hraček za 4 h a 48 min.
- 34.4 Budou potřeba 4 hadice.
- 34.5 Pět tiskáren vytiskne za pět minut 1250 stránek.
- 34.6 Sedm zedníků postaví zeď za 8 hodin.
- 34.7 Přepraví 800 pytlů.
- 34.8 Dva malíři vymalují místnosti za 9 hodin.
- 34.9 Budeme potřebovat přibližně 8,3 litrů barvy.
- 34.10 Za 15 minut udělá 1200 kroků.
- 35.
- 35.1 Ano, pravdivý
- 35.2 Ano, nelze rozhodnout
- 35.3 Ano, nepravdivý
- 35.4 Ne
- 35.5 Ne
- 35.6 Ne
- 35.7 Ne
- 35.8 Ano, nepravdivý
- 35.9 Ne
- 35.10 Ne
- 35.11 Ano, nepravdivý
- 35.12 Ne
- 35.13 Ano, nelze rozhodnout
- 35.14 Ano, pravdivý
- 35.15 Ano, pravdivý
- 35.16 Ano, nelze rozhodnout
- 36.
- 36.1 Slunce nevychází na východě. / Slunce vychází na jihu, západě, nebo na severu.
- 36.2 Květy růží jsou červené. / Květy růží mají jinou barvu než červenou.
- 36.3 Voda nezamrzá při teplotě 100 stupňů Celsia.
- 36.4 Čtyři je menší nebo rovno než sedm.
- 36.5 Žirafy nemají krátký krk.
- 36.6 Ptačí zpěv je hlasitější nebo stejně hlasitý jako hukot aut na silnici.
- 36.7 Jablka nejsou červená nebo nejsou žlutá.
- 36.8 Země není plochá.
- 36.9 Rychlost světla je vyšší, nebo rovna rychlosti zvuku.
- 36.10 Sloni váží stejně, nebo více než myši.
- 36.11 Existuje sudé číslo, které není dělitelné dvěma.
- 36.12 Existuje trojúhelník, který není rovnostranný.
- 36.13 Existuje kočka, která není savec.
- 36.14 Existuje květina, která nemá červené okvětní lístky.

- 36.15 V této třídě existuje student, který neumí anglicky.
 36.16 Existuje koberec, který nemá čtyři rovné strany.
 36.17 V ZOO existuje zvíře, které není medvěd.
 36.18 Existuje číslo, které není racionální.
 36.19 Existuje pták, který neumí létat.
 36.20 Existuje auto, které nemá čtyři kola.
 36.21 Všechna čísla jsou kladná.
 36.22 Žádné zvíře neumí mluvit.
 36.23 Všechny druhy ovoce jsou žluté.
 36.24 Nikdo neumí hrát na klavír.
 36.25 Všechny knihy mají obrázky.
 36.26 Všechna města mají univerzitu.
 36.27 Všechny rostliny kvetou.
 36.28 Všechna auta mají klimatizaci.
 36.29 Všechna zvířata pijí vodu.
 36.30 Na všech planetách je možný život.
 36.31 Na stole není žádná kniha.
 36.32 V truhle je aspoň šest párů bot.
 36.33 Na stole není žádný květináč.
 36.34 Na stromě visí aspoň 11 jablek.
 36.35 V šatníku jsou aspoň čtyři košile.
 36.36 Na stole leží nejvýše jedna tužka.
 36.37 V peněžence mám více než 20 dolarů.
 / V peněžence mám aspoň 20 dolarů a 1 cent.
 36.38 V týmu není žádný hráč, který dosáhl dvaceti gólů za sezónu.
 36.39 V automatu není žádná lahvička nápoje.
 36.40 Na polici mám aspoň čtyři knihy.

37.

- 37.1 S : Číslo 2 je sudé. L : Číslo 3 je liché. $S \wedge L$
 37.2 M : Máme rádi matematiku. F : Máme rádi fyziku. $M \vee F$
 37.3 P : Prší. M : Je mokro. $P \Rightarrow M$
 37.4 A : Číslo x je větší než 5. B : x^2 je větší než 25. $A \Leftrightarrow B$
 37.5 D : Číslo 4 je dělitelné 2. J : Číslo 4 je dělitelné 1. $D \wedge J$
 37.6 P : Zvíře je pes. K : Zvíře je kočka. $P \vee K$
 37.7 D : Číslo je dělitelné 3. S : Číslo je sudé. $D \Rightarrow S$
 37.8 K : Číslo x je kladné. Z : Číslo $-x$ je záporné. $K \Leftrightarrow Z$
 37.9 P : Prší. S : Svítí slunce. $P \vee S$
 37.10 V : Výsledek je správný. O : Obě odpovědi jsou správné. $V \Leftrightarrow O$

38.

38.1

p	q	V
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	0

38.2

p	q	V
1	1	0
1	0	0
0	1	1
0	0	1

38.3

p	q	V
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	1

38.4

p	q	V
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	1

38.5

p	q	V
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	0

38.6

p	q	r	V
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	0
1	0	0	1
0	1	1	0
0	1	0	1
0	0	1	0
0	0	0	1

39.

Ponecháno na fantazii čtenáře.

40.

40.1 Ani tautologie, ani kontradikce

40.4 Kontradikce

40.2 Tautologie

40.5 Tautologie

40.3 Ani tautologie, ani kontradikce

41.

41.1 Tautologie $(a \wedge \neg a)$ 41.2 Kontradikce $((a \vee b) \wedge \neg(a \vee b))$ 41.3 Ani tautologie ani kontradikce $((a \wedge b) \Leftrightarrow (a \vee b))$

42.

42.1 Jediná varianta, která povede ke spokojenosti obou dívek, je ta, kdy obě nastoupí na střední průmyslovou školu.

42.2 Podle zadaných pravidel mohou být v akci pouze jablka nebo žádný z těchto druhů ovoce.

42.3 Rozbití vázy zavinil zahradník Petr, protože se jako jediný nacházel v době incidentu v rezidenci.

42.4 Dané podmínky jsou splněné v případě, kdy občerstvení budou zajišťovat všichni tři společně, nebo když jej zajistí Michal a Pavel nebo Pavel a Tomáš.

Algebraické výrazy

Algebraické výrazy	28
Definiční obor algebraického výrazu	28
Hodnota výrazu.....	29
Úpravy algebraických výrazů	29
Vytýkání výrazu před závorku	29
Polynomy	31
Sčítání a odčítání polynomů.....	31
Dělení mnohočlenu mnohočlenem	32
Druhá a třetí mocnina dvojčlenu.....	33
Rozklad dvojčlenu na součin.....	34
Lomené výrazy	35
Sčítání a odčítání lomených výrazů	35
Násobení lomených výrazů	36
Dělení lomených výrazů	38
Výrazy s odmocninami	38
Usměrňování výrazů s odmocninami	38
Řešení příkladů ze druhé kapitoly	39

Algebraické výrazy

Definiční obor algebraického výrazu

1. V oboru reálných čísel urči definiční obor výrazu nebo podmínky platnosti výrazu:

1.1 $2x^3 - 5x^2 + 3x + 7$

1.3 $3x^2 + 6x - 2$

1.2 $4x^4 + 2x^3 - 6x^2 + x + 9$

1.4 $x^5 - 2x^3 + 4x - 1$

1.5 $\frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$

1.7 $\frac{3a^2 + 2b}{a - b}$

1.9 $\frac{4x - 2}{2x + 1}$

1.6 $\frac{2y^2 - y}{y + 3}$

1.8 $\frac{2x + 1}{x^2 - 4}$

1.10 $\frac{x^3 + 2x^2 - x + 3}{x^2 - 1}$

1.11 $\sqrt{3x + 2}$

1.13 $\sqrt{2x + 3}$

1.15 $\sqrt{-6x + 1}$

1.17 $\sqrt{-2x + 4}$

1.12 $\sqrt{5x - 1}$

1.14 $\sqrt{4x - 5}$

1.16 $\sqrt{-x - 2}$

1.18 $\sqrt{7x - 3}$

1.19 $\frac{2x^2 + 3x + 1}{(x + 2)(3x - 1)}$

1.21 $\frac{x^2 - 5x + 3}{(2x - 1)(x + 4)}$

1.23 $\frac{4x^2 + 6x - 1}{(x + 1)(2x - 3)(x - 2)}$

1.20 $\frac{3x^2 - 4x + 2}{(2x + 1)(x - 3)}$

1.22 $\frac{3x^2 - 2x + 5}{(x + 1)(x - 3)}$

1.24 $\frac{2x^2 + 7x - 4}{(x + 2)(3x - 1)(x - 5)}$

1.25 $\frac{2x^2 + 3x - 5}{x^2 - 4x + 4}$

1.27 $\frac{4x^2 + 2x - 6}{2x^2 - 8x + 8}$

1.29 $\frac{2x^2 + 7x - 3}{x^2 + 8x + 16}$

1.26 $\frac{3x^2 - 4x + 1}{x^2 + 6x + 9}$

1.28 $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 2x + 1}$

1.30 $\frac{3x^2 - 2x + 4}{x^2 - 10x + 25}$

(Pro řešení následujících příkladů je nezbytné umět řešit kvadratické rovnice a nerovnice)

1.31 $\frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 4x + 3}$

1.33 $\frac{4x^3 + 5x^2 + 2x}{x^2 - 3x + 2}$

1.35 $\frac{2x^3 - 4x^2 + 5x + 2}{x^2 + 2x + 1}$

1.32 $\frac{3x^2 + 2x + 5}{x^2 + 6x + 9}$

1.34 $\frac{x^3 + 2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 5x + 6}$

1.36 $\frac{3x^3 + 6x^2 + 2x + 4}{x^2 - 2x + 2}$

1.37 $\sqrt{x^2 - 4x + 4}$

1.39 $\sqrt{9x^2 - 6x + 1}$

1.41 $\sqrt{16x^2 - 25}$

1.38 $\sqrt{4x^2 + 8x + 4}$

1.40 $\sqrt{-x^2 + 6x - 9}$

1.42 $\sqrt{x^2 + 7x + 12}$

Hodnota výrazu

2. Urči hodnotu výrazu pro dané proměnné:

2.1 $2x^2 + 3x - 5; x = 2$

2.3 $5(x^2 - 2x + 1); x = -1$

2.2 $\sqrt{4x - 1}; x = 3$

2.4 $|2x - 5|; x = 3$

2.5 $4x + 3y - 2z; x = 2, y = -1, z = 4$

2.6 $\sqrt{x^3 + y^2 + z^2}; x = 1, y = 4, z = 2$

2.7 $2x^2 - 3y + 4z^3; x = -2, y = 1, z = 0$

2.8 $\frac{3x^2 - 2x + 1}{x + 2}; x = 1$

2.9 $\frac{2x^3 + 4x^2 - 3x}{x - 1}; x = 0$

2.10 $\frac{x^2 + y^2}{z}; x = 2, y = -3, z = 5$

Úpravy algebraických výrazů

Vytýkání výrazu před závorku

3. Vytkni -1 před závorku:

3.1 $-2x^3 + 3xy - 4y^2 + z$

3.6 $-3x^2yz + 2xy - 5y^2z^2$

3.2 $-3x^2y - 2xy^2 + 5xyz$

3.7 $-4x^3yz^2 + 2x^2y^2 - 3xyz + z^3$

3.3 $-4x^3yz - 2x^2y^2 + 3xyz - z^2$

3.8 $-x^2 + 5xy - 2yz^2$

3.4 $-x^2 + 5xy - 2yz$

3.9 $-2x^3y^2 + 3xyz - 4xy^2z + z^3$

3.5 $-2x^3y^2 - 3xy^2z - 4xz^2 + y^3$

3.10 $-3x^2y - 2xyz - 5y^2z$

4. Vytkni největší možnou část výrazu:

4.1 $x + 2xy + 3xyz$

4.5 $x - xy + x^2yz$

4.2 $y - 2xyz + 3xy^2z$

4.6 $xy + x^2y^3z - x^3yz$

4.3 $2x^2 - 3xyz + 4x^2yz$

4.7 $2xy^2z - 3x^2y^2z + 4xyz^2$

4.4 $3xy^2z + 4x^2yz + 5xy^3z$

4.8 $3x^2y^3z + 4xyz - 5xy^4z$

- 4.9 $3x^2y + 2xy^3 + 4xy$ 4.14 $20xy^4 - 40xy + 80xy^3 + 120x^2y$
 4.10 $2xy^3 - 10xy^2 + 6xy + 2xy^4$ 4.15 $54xy^3 + 108xy - 162xy^2 + 216xy^4$
 4.11 $12xy^2 - 36x^2y + 24xy^3 - 18xy$ 4.16 $24x^2y^3 - 48xy^2 + 24xy + 12xy^4$
 4.12 $20xy^3 - 40xy^2 + 60xy + 30x^2y^3$ 4.17 $115xy^3 + 345xy^2 - 460xy$
 4.13 $27x^2y - 54xy^3 + 81xy^2 - 90xy$ 4.18 $75xy + 150xy^3 + 225xy^2$
- 4.19 $x^2y + xy^2 + xy^3$ 4.24 $x^3yz + x^2yz^2 + xy^2z^3$
 4.20 $x^3y + x^2y^2 + x^2y^3$ 4.25 $xy^3z + x^2y^3z^2 + xy^2z^3$
 4.21 $xy^3 + x^2y^2 + x^3y^2$ 4.26 $x^3y^2z^6 + x^5y^3z^2 + x^2yz^3$
 4.22 $x^3y^2 + xy^3 + x^2y^3$ 4.27 $x^2y^3z^3 + xy^2z^3 + x^3yz^3$
 4.23 $x^2yz + xy^2z + xyz^2$ 4.28 $x^3y^3z^2 + x^2y^3z^3 + xy^3z^3$

5. Rozlož na součin pomocí částečného vytýkání:

- 5.1 $2jk + 2jl + 3k^2 + 3kl$ 5.7 $8a^2c + 10a^2d^2 + 12bc + 15bd^2$
 5.2 $3df + 6d + 6ef + 12e$ 5.8 $15m^2p + 10m^2q^2 + 18np + 12nq^2$
 5.3 $st + sv + tu + uv$ 5.9 $12u^2w + 18u^2x^2 + 14vw + 21vx^2$
 5.4 $3jl + 2j - 6kl - 4k$ 5.10 $15c^2e^3 + 10c^2f + 18de^3 + 12df$
 5.5 $3x^2z - 3x^2 + y^2z - y^2$ 5.11 $12ik^5 + 24il + 6j^2k^5 + 12j^2l$
 5.6 $4qt - qz - 8rt + 2rz$ 5.12 $15su^4 + 18sv + 10t^3u^4 + 12t^3v$
- 5.13 $15m^3p^2q + 10m^3r + 18n^2p^2q + 12n^2r$
 5.14 $12u^3xy + 18u^3z^2 + 14vwxy + 21vwz^2$
 5.15 $15c^2df^3 + 10c^2dgh^2 + 18ef^3 + 12egh^2$
 5.16 $12i^2jlm^2 + 24i^2jn + 6k^3lm^2 + 12k^3n$
 5.17 $15s^2tw^2 + 18s^2tx + 10u^3vw^2 + 12u^3vx$
 5.18 $12g^3h^2l + 15g^3h^2mn^3 + 20ijkl + 25ijkmn^3$

6. Uprav pomocí vytykání:

6.1
$$\frac{2x^2 + 3xy}{x}$$

6.4
$$\frac{5xy^2 + 2xy - 3x^2y}{xy}$$

6.7
$$\frac{6x^3 - 2xy^2}{x^2}$$

6.2
$$\frac{3x^3 - 4xy^2}{x^2}$$

6.5
$$\frac{4a^3b - 3ab^2 + 2ab}{ab}$$

6.8
$$\frac{2y^2 + 5yx - 3yx^2}{yx}$$

6.3
$$\frac{3z^3 - 4zx + 2xz^2}{z^2x}$$

6.6
$$\frac{5xy^2 + 3yx^2 - 2yx}{yx}$$

6.9
$$\frac{4a^2b - 2ab^2 + 3ab^2}{ab^2}$$

Polynomy

Sčítání a odčítání polynomů

7. Vypočítej:

7.1
$$(2x^2 + 3xy + 4y) + (x^2 - 2xy + 2y^2) =$$

7.2
$$(3a^2 - 2ab + 5b) + (2a^2b - 3ab + 4b) =$$

7.3
$$(4x^3 + 2x^2y - 3xy^2 + 2y^3) - (2x^3 - 3x^2y + 4xy^2 + y^3) =$$

7.4
$$(5xy^2 - 2x^2y + 3xy) + (3x^2y - 4xy^2 + 2xy) =$$

7.5
$$(6a^3 - 2ab^2 + 3b^3) - (4a^3 - 3ab^2 + 2b^3) =$$

7.6
$$(3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 4x + 2) + (x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 3x - 5) =$$

7.7
$$(2y^2 + 3xy - 4x^2) - (3xy - 2x^2 + y^2) =$$

7.8
$$(4a^2 - 2ab + b^2) + (3a^2 - 3ab + 2b^2) =$$

7.9
$$(5x^3 + 4x^2y - 3xy^2 + 2y^3) - (2x^3 - 3x^2y + 2xy^2 + y^3) =$$

7.10
$$(2a^3 - 4ab^2 + 3b^3) + (4a^3 - 2ab^2 + 5b^3) =$$

7.11
$$(5x^3 - 2x^2y + 3xy^2) - (3x^3 + 4x^2y - 2xy^2) =$$

7.12
$$(4a^2 - 3ab + 2b^2) + (2a^2 - 4ab + 5b^2) =$$

7.13
$$(6x^4 + 2x^3y - 3xy^3 + 4y^4) + (3x^4 - 5x^3y + 2xy^3 - y^4) =$$

7.14
$$(3xy^2 - 2x^2y + 4xy) - (2xy - 3x^2y + 2xy^2) =$$

7.15
$$(4a^3 - 2ab^2 + 3b^3) + (5a^3 + ab^2 - 2b^3) =$$

7.16
$$(3x^5 - 4x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 5x) - (2x^5 + 3x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 2x) =$$

7.17
$$(2y^3 + 3xy^2 - 4x^2y) + (3xy^2 - 2x^2y + y^3) =$$

7.18
$$(4a^2 - 2ab + b^2) - (3a^2 + ab - 2b^2) =$$

7.19
$$(5x^4 + 4x^3y - 3xy^3 + 2y^4) + (2x^4 - 3x^3y + 2xy^3 - y^4) =$$

7.20
$$(2a^3 - 4ab^2 + 3b^3) - (4a^3 + 2ab^2 - 5b^3) =$$

8. Vypočítej:

8.1 $(3x^2 + 2xy + 4y) \cdot 5x$

8.2 $(2a^2 - 3ab + 5b) \cdot 4a$

8.3 $(4x^3 + 2x^2y - 3xy^2) \cdot 2y$

8.4 $(5xy^2 - 2x^2y + 3xy) \cdot 3xy$

8.5 $(6a^3 - 2ab^2 + 3b^3) \cdot 2b^2$

8.6 $(3x^4 - 2x^3 + 5x^2) \cdot 4x^3$

8.7 $(2y^2 + 3xy - 4x^2) \cdot 5y^2$

8.8 $(4a^2 - 2ab + b^2) \cdot 3a^2$

8.9 $(5x^3 + 4x^2y - 3xy^2) \cdot 2xy^2$

8.10 $(2a^3 - 4ab^2 + 3b^3) \cdot 4ab^2$

8.11 $(3x + 2) \cdot (4x - 5)$

8.12 $(2a - 3) \cdot (5a + 1)$

8.13 $(4x^2 - 3y) \cdot (2x + 7y)$

8.14 $(5xy - 2) \cdot (3xy + 4)$

8.15 $(6a^2 - 2b) \cdot (2a + 3b)$

8.16 $(3x^2 - 4y) \cdot (x + 2y)$

8.17 $(2y^2 - 3x) \cdot (5y + x)$

8.18 $(4a - 2b) \cdot (3a + 5b)$

8.19 $(5x^2 - 3y) \cdot (2x - 4y)$

8.20 $(2a^2 - 4b) \cdot (4a + 2b)$

8.21 $(3x^2 + 2xy + 4y) \cdot (5x - 2y)$

8.22 $(2a^2 - 3ab + 5b) \cdot (4a + 2b)$

8.23 $(4x^3 + 2x^2y - 3xy^2) \cdot (2x - y)$

8.24 $(5xy^2 - 2x^2y + 3xy) \cdot (3x - 4y^2)$

8.25 $(6a^3 - 2ab^2 + 3b^3) \cdot (2a^2 + b^2)$

8.26 $(3x^4 - 2x^3 + 5x^2) \cdot (4x - 3)$

8.27 $(2y^2 + 3xy - 4x^2) \cdot (5x - 2y)$

8.28 $(4a^2 - 2ab + b^2) \cdot (3a - 2b)$

8.29 $(5x^3 + 4x^2y - 3xy^2) \cdot (2xy - 3y)$

8.30 $(2a^3 - 4ab^2 + 3b^3) \cdot (4ab - 2b^2)$

Dělení mnohočlenu mnohočlenem

9. Vypočítej:

9.1 $(4x^3 + 2x^2 - 3x) : (2x) =$

9.2 $(3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 4x) : (x) =$

9.3 $(5x^2y - 2xy^2 + 3x^3) : (2x) =$

9.4 $(8x^5 - 4x^4 + 2x^3 - 6x^2 + 4x) : (2x) =$

9.5 $(2a^3 - 4a^2b + 3a^2b^2 - 5a^4) : (a^2) =$

9.6 $(3x^3 - 2xy + 4xy^2 - 5x^2) : (x) =$

9.7 $(9y^2 - 3xy + 3x^3y - 27y^3) : (3y) =$

9.8 $(5a^2 - 2ab + 3ab^2 - 4a^3) : (a) =$

9.9 $(6x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 12x) : (2x) =$

9.10 $(2a^3 - 4a^5b^2 + 3a^6b^3 - 5a^4) : (a^3) =$

- 9.11 $(3x^3 - 8x^2 + 5x - 2) : (x - 2) =$
 9.12 $(4x^4 + 8x^3 + x^2 - x) : (2x + 1) =$
 9.13 $(4x^5 + 9x^4 - 4x^3 - 14x^2 - 4x) : (x + 2) =$
 9.14 $(6x^3 - 17x^2 + 23x - 6) : (3x - 1) =$
 9.15 $(x^5 - 4x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 3x) : (x - 3) =$
 9.16 $(10x^4 + 26x^3 + 8x^2 + 8x + 32) : (2x + 4) =$
 9.17 $(3x^5 + 10x^4 - 17x^3 + 40x^2) : (x + 5) =$
 9.18 $(12x^4 - 20x^3 + 20x^2 - 8x) : (3x - 2) =$
 9.19 $(x^3 + 4x^2 + 5x + 2) : (x + 1) =$
 9.20 $(2x^4 - 9x^3 + 3x^2 + 5x - 4) : (x - 4) =$

Druhá a třetí mocnina dvojčlenu

10. Umocni podle vzorce:

- | | | |
|---------------------|----------------------|------------------------|
| 10.1 $(3x - 2y)^2$ | 10.8 $(-x - 4y)^2$ | 10.15 $(-4x + 5y^3)^2$ |
| 10.2 $(2x + 5y)^2$ | 10.9 $(3x + 2y)^2$ | 10.16 $(x^2 + 4y)^2$ |
| 10.3 $(x - 3y)^2$ | 10.10 $(-5x - 3y)^2$ | 10.17 $(-y^3 + 2x)^2$ |
| 10.4 $(-2x + 4y)^2$ | 10.11 $(x + 4y)^2$ | 10.18 $(3x - 2y^2)^2$ |
| 10.5 $(4x + y)^2$ | 10.12 $(-2x - 5y)^2$ | 10.19 $(-5x + 4y)^2$ |
| 10.6 $(-3x - 2y)^2$ | 10.13 $(4x - y)^2$ | 10.20 $(x^2 - 2y^5)^2$ |
| 10.7 $(5x + 2y)^2$ | 10.14 $(-x + 3y)^2$ | 10.21 $(-2x + 3y^3)^2$ |

11. Je-li to možné, přepiš na druhou mocninu dvojčlenu:

- | | |
|-----------------------------|---------------------------------|
| 11.1 $4x^2 - 12xy + 9y^2$ | 11.9 $4x^2 - 12xy^2 + 9y^4$ |
| 11.2 $9x^2 + 24xy + 16y^2$ | 11.10 $16x^2 - 40xy^3 + 25y^6$ |
| 11.3 $x^2 - 4xy + 4y^2$ | 11.11 $x^4 + 8x^2y + 16y^2$ |
| 11.4 $16x^2 - 40xy + 25y^2$ | 11.12 $y^6 - 4x^2y^3 + 4x^2$ |
| 11.5 $4x^2 + 4xy + y^2$ | 11.13 $9x^2 - 12xy^2 + 4y^4$ |
| 11.6 $x^2 + 6xy + 9y^2$ | 11.14 $25x^2 - 40xy + 16y^2$ |
| 11.7 $9x^2 - 24xy + 16y^2$ | 11.15 $x^4 - 4x^2y^5 + 4y^{10}$ |
| 11.8 $25x^2 - 20xy + 4y^2$ | 11.16 $4x^2 - 12xy^3 + 9y^6$ |

12. Doplň na čtverec:

12.1 $9x^2 + 12xy$

12.4 $x^2 - 4xy$

12.7 $25x^2 - 20xy$

12.2 $4x^2 + 12xy$

12.5 $4x^2 - 4xy$

12.8 $x^2 + 2xy$

12.3 $16x^2 - 40xy$

12.6 $9x^2 - 24xy$

12.9 $9x^2 + 24xy$

13. Umocni podle vzorce:

13.1 $(2x + 3y + 4z)^2$

13.4 $(-2x + y + 3z)^2$

13.7 $(5x - 2y + z)^2$

13.2 $(-x - 2y + 3z)^2$

13.5 $(x + 2y - 4z)^2$

13.8 $(-x + 3y - 5z)^2$

13.3 $(4x - 5y + 6z)^2$

13.6 $(-3x + 4y - 2z)^2$

13.9 $(2x - 3y + 4z)^2$

14. Umocni podle vzorce:

14.1 $(2x + 3y)^3$

14.4 $(-2x + y)^3$

14.7 $(5x - 2y)^3$

14.2 $(-x - 2y)^3$

14.5 $(x + 2y)^3$

14.8 $(-x + 3y)^3$

14.3 $(4x - 5y)^3$

14.6 $(-3x + 4y)^3$

14.9 $(2x - 3y)^3$

Rozklad dvojčlenu na součin**15. Uprav podle vzorce, nebo vynásob:**

15.1 $(2a + 3b)(2a - 3b)$

15.6 $(r + s^2)(r - s^2)$

15.2 $(4x^2 + 5y)(4x^2 - 5y)$

15.7 $(2c + 3d)(2c - 3d)$

15.3 $(3m - 2n)(3m + 2n)$

15.8 $(3k^2 - 2l)(3k^2 + 2l)$

15.4 $(2p^2 - q)(2p^2 + q)$

15.9 $(5e^3 + f^2)(5e^3 - f^2)$

15.5 $(2u^3 + v)(2u^3 - v)$

15.10 $(g^2 + 2h)(g^2 - 2h)$

16. Rozlož na součin:

16.1 $4a^2 - b^2$

16.4 $p^2 - q^2$

16.7 $c^2 - 4d^2$

16.2 $9x^2 - 16y^2$

16.5 $4u^2 - 4v^2$

16.8 $k^4 - l^2$

16.3 $81m^2 - 4n^2$

16.6 $r^2 - 9s^2$

16.9 $e^2 - f^4$

17. Vynásob nebo uprav podle vzorce:

17.1 $(2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2)$

17.4 $(5p - q)(25p^2 + 5pq + q^2)$

17.2 $(3a + b)(9a^2 - 3ab + b^2)$

17.5 $(u + 2v)(u^2 - 2uv + 4v^2)$

17.3 $(2m + n)(4m^2 - 2mn + n^2)$

17.6 $(3r - 4s)(-9r^2 - 12rs - 16s^2)$

17.7 $(c - 3d)(c^2 + 3cd + 9d^2)$

17.9 $(2e - 5f)(4e^2 - 10ef + 25f^2)$

17.8 $(-k + l)(k^2 - kl + l^2)$

17.10 $(g + 4h)(g^2 - 4gh + 16h^2)$

18. Rozlož na součin:

18.1 $a^3 + 8b^3$

18.4 $p^3 - 27q^3$

18.7 $8x^9 - 27y^9$

18.2 $27x^6 - 8y^3$

18.5 $8u^3 + 8v^3$

18.8 $64m^{12} + 64n^{12}$

18.3 $64m^3 + 27n^9$

18.6 $a^6 + 27b^6$

18.9 $27p^{15} - 125q^{15}$

Lomené výrazy

Sčítání a odčítání lomených výrazů

19. Vypočítej, uprav na základní tvar a urči podmínky platnosti:

19.1 $\frac{3x+1}{2x} + \frac{4x^2-2}{x^3} =$

19.4 $\frac{4n^2-1}{3n^3} - \frac{5n^3+2}{n^4} =$

19.7 $\frac{5n^2-1}{2n^3} - \frac{2n^4+4}{3n^5} =$

19.2 $\frac{5a-2}{3a^2} - \frac{2a+1}{a^3} =$

19.5 $\frac{2x+1}{3x^2} + \frac{3x^3-2}{x^4} =$

19.8 $\frac{x^3+3}{4x^4} + \frac{4x^2-3}{2x^5} =$

19.3 $\frac{2p+3}{4p^3} + \frac{6p^2-1}{p^4} =$

19.6 $\frac{3p^4+2}{4p^5} + \frac{5p^2-1}{2p^3} =$

19.9 $\frac{a^2-2}{3a^3} - \frac{2a^5-1}{5a^6} =$

19.10 $\frac{2x^2+3x+1}{x+2} - \frac{3x^2-2x-1}{x-2} =$

19.15 $\frac{3m^4}{m+2} + \frac{2m^4}{m-2} =$

19.11 $\frac{4a^3-2a^2+a}{a+3} + \frac{3a^2-2a}{a-3} =$

19.16 $\frac{2a}{a+3} + \frac{3a}{a-3} =$

19.12 $\frac{6p^2+2p+3}{p+1} - \frac{4p^2-3p-1}{p-1} =$

19.17 $\frac{x^2-1}{x^2+1} - \frac{x^2-2}{x^2-1} =$

19.13 $\frac{2x+1}{2x-3} - \frac{2x-2}{2x+3} =$

19.18 $\frac{5m-1}{3m+2} + \frac{2m+4}{3m-2} =$

19.14 $\frac{-2}{a+4} + \frac{3}{a-4} =$

19.19 $\frac{2p+3}{2p+1} - \frac{-1}{2p-1} =$

19.20 $\frac{5xy}{3x^2 + 2xy} + \frac{2}{9x + 6y} =$

19.21 $\frac{1}{8x - 10} - \frac{1}{-8xy + 10y} =$

19.22 $\frac{x}{x^3 + 2x^2y} + \frac{y}{xy^2 + 2y^3} =$

19.23 $\frac{7x^2 - 3}{9x - 12} + \frac{4}{15x - 20} =$

19.28 $\frac{a + 2}{3a - 1} - \frac{2a - 5}{a + 4} =$

19.29 $\frac{5a - 1}{2a + 3} - \frac{4a + 2}{3a - 4} =$

19.30 $\frac{2p + 3}{4p - 5} + \frac{6p - 2}{5p + 2} =$

19.31 $\frac{4m + 2}{3m + 4} - \frac{5m - 3}{2m + 1} =$

19.32 $\frac{2x - 3}{3x + 2} + \frac{3x + 4}{2x - 1} =$

19.24 $\frac{5xy}{4x^2 - 2xy} - \frac{6x}{2x^2 - xy} =$

19.25 $\frac{-12y}{15y - 6} + \frac{2}{-20y^2 + 8y} =$

19.26 $\frac{4x^2y^2 - y^4}{xy^2 + y^3} + \frac{3(2x + 2y)}{2x + 2y} =$

19.27 $\frac{5x^3y^2 - 4x^2}{2x^2y - x^2} - \frac{-x}{6xy - 3x} =$

19.33 $\frac{6a + 1}{5a - 2} - \frac{4a - 3}{3a + 1} =$

19.34 $\frac{3p + 5}{4p - 3} + \frac{5p - 2}{3p + 2} =$

19.35 $\frac{5m - 2}{2m + 3} - \frac{2m + 1}{5m - 4} =$

19.36 $\frac{x - 4}{3x + 5} + \frac{4x - 2}{2x - 3} =$

Násobení lomených výrazů

20. Vypočítej, uprav na základní tvar a urči podmínky platnosti:

20.1 $\frac{3x^2y}{y^3} \cdot \frac{3x}{y^2} =$

20.4 $\frac{x^5}{(xy)^2} \cdot \frac{y^6}{x^2} =$

20.7 $\left(\frac{3m}{6n}\right)^2 \cdot \frac{4n^3}{m^5} =$

20.2 $\frac{7x^2}{(7y)^2} \cdot \frac{56y}{2xy} =$

20.5 $\frac{4x}{y^5} \cdot \frac{2x^7}{2xy} =$

20.8 $\frac{(2g)^5}{8h^3} \cdot \frac{h}{gh^2} =$

20.3 $\frac{(2x)^3}{32xy^2} \cdot \frac{3y}{12x} =$

20.6 $\frac{7pq}{3q} \cdot \frac{(7q)^3}{49p^2} =$

20.9 $\frac{4k^3}{9k^2} \cdot \left(\frac{3k}{2l}\right)^3 =$

20.10 $\frac{3x+2}{x+1} \cdot \frac{4x+6}{2x+3} =$

20.14 $\frac{3y+2}{4y-5} \cdot \frac{6y+7}{5y+1} =$

20.11 $\frac{2y-1}{2y+3} \cdot \frac{y+4}{5y-2} =$

20.15 $\frac{2z-3}{z+2} \cdot \frac{z+5}{3z-4} =$

20.12 $\frac{5a-2}{a+3} \cdot \frac{2a-6}{3a+1} =$

20.16 $\frac{2m+3}{m-4} \cdot \frac{3m-5}{4m+6} =$

20.13 $\frac{2x-1}{3x+4} \cdot \frac{4x+5}{x-2} =$

20.17 $\frac{3n-2}{n+5} \cdot \frac{5n+1}{2n-3} =$

20.18 $\frac{x^2+4x}{x+16} \cdot \frac{x+8}{16x+64} =$

20.22 $\frac{6x+12y}{x^2y+2xy^2} \cdot \frac{4xy}{12} =$

20.19 $\frac{x^2}{6x^2+10x} \cdot \frac{3x+5}{x+2} =$

20.23 $\frac{-3x+6y}{2x+6y} \cdot \frac{x^2+3xy}{6x-12y} =$

20.20 $\frac{3x+3}{(x+1)(x+2)} \cdot \frac{x^2+2x}{3x-3} =$

20.24 $\frac{x^3+xy}{2xy} \cdot \frac{x+1}{3x^2+3y} =$

20.21 $\frac{-x+2}{4x-14} \cdot \frac{2x+7}{x-2} =$

20.25 $\frac{4x^3+(2xy)^2}{x+y^2} \cdot \frac{3x}{2} =$

20.26 $\frac{x^2+6x+9}{x^2} \cdot \frac{x-3}{x^2-9} =$

20.30 $\frac{x^2+y^2}{x^2+4xy+4y^2} \cdot \frac{x^2+2xy}{3x+x^2} =$

20.27 $\frac{4x^2-28x+49}{4x^2+28x+49} \cdot \frac{4x^2-49}{2x+7} =$

20.31 $\frac{x^2+2xy^2+y^4}{x^2y^2+xy^4} \cdot \frac{x^5}{x+y^2} =$

20.28 $\frac{x^2+4x+4}{x^2-4} \cdot \frac{x-2}{2x^2+4} =$

20.32 $\frac{2xy}{(x-y)^2+2xy} \cdot \frac{x^2+y^2}{y} =$

20.29 $\frac{49x^2+14x+1}{7x+1} \cdot \frac{x^3}{2x} =$

20.33 $\frac{x-y}{x^3-y^3} \cdot \frac{x^2+xy+y^2}{3x} =$

Následující výrazy lze zkrátit pomocí dělení polynomů:

20.34 $\frac{x-1}{x^3-6x^2+11x-6} \cdot (x-3) =$

20.36 $\frac{x^2-2x-8}{x^2-x-2} \cdot \frac{x+1}{x+2} =$

20.35 $\frac{1}{x-1} \cdot \frac{x^3+2x^2-x-2}{x+2} =$

20.37 $\frac{x^4-5x^2+4}{x^2-1} \cdot \frac{x^2}{x^2-4} =$

Dělení lomených výrazů

21. Vypočítej a výsledek uveď v základním tvaru:

$$21.1 \quad \frac{3xy}{y^7} : \frac{9x^2y^3}{2x} =$$

$$21.6 \quad \frac{9xy^2 + 3y^3}{x - y} : \frac{3xy + y^2}{y^2 - xy} =$$

$$21.2 \quad \frac{(6xy^2)^2}{4x} : \frac{3x^3}{6y^4} =$$

$$21.7 \quad \frac{x^2 + 18x + 81}{3x + 9} : \frac{x + 9}{x + 3} =$$

$$21.3 \quad \frac{2x + 1}{2x} : \frac{x + 1}{x} =$$

$$21.8 \quad \frac{9x^4 - y^2}{3x^2 + y} : \frac{9x^4 - 6x^2y + y^2}{3x^2 - y} =$$

$$21.4 \quad \frac{6y + 2}{4y} : \frac{y + 2}{3y^2} =$$

$$21.9 \quad \frac{x - 4}{3x - 12} : \frac{x^2 - 16}{x + 4} =$$

$$21.5 \quad \frac{12x^2 + 8x}{144} : \frac{12x^3}{144x + 96} =$$

$$21.10 \quad \frac{x^2 + 2x + 15}{x^2 - 2x - 35} : \frac{x - 3}{x + 5} =$$

22. Vypočítej a výsledek uveď v základním tvaru:

$$22.1 \quad \frac{\frac{2x}{x+1} + \frac{4}{x-1}}{\frac{x^2}{3x-3}}$$

$$22.2 \quad \frac{\frac{3x}{2xy} - \frac{1}{y^2}}{y^3}$$

$$22.3 \quad \frac{\frac{2x+1}{xy+x^2} + \frac{1}{2y+2x}}{\frac{x}{5x+2}}$$

Výrazy s odmocninami

Usměrňování výrazů s odmocninami

23. Usměrní zlomky:

$$23.1 \quad \frac{3x - \sqrt{5}}{\sqrt{x}}$$

$$23.4 \quad \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}$$

$$23.7 \quad \frac{4\sqrt{x} - \sqrt{y}}{4\sqrt{x} + \sqrt{y}}$$

$$23.2 \quad \frac{\sqrt{2x} + \sqrt{3y}}{\sqrt{2x}}$$

$$23.5 \quad \frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{3} - \sqrt{x}}$$

$$23.8 \quad \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8x} + \sqrt{2y}}$$

$$23.3 \quad \frac{\sqrt{6} + 4\sqrt{2}}{\sqrt{6x}}$$

$$23.6 \quad \frac{x}{\sqrt{2x} - \sqrt{3}}$$

$$23.9 \quad \frac{3\sqrt{x} + 2\sqrt{y}}{5\sqrt{x} - 4\sqrt{y}}$$

Řešení příkladů ze druhé kapitoly

1.

- | | | | | | | | |
|------|-----------------------|------|--------------------------|------|-----------------------------|------|--|
| 1.1 | $x \in \mathbb{R}$ | 1.12 | $x \geq \frac{1}{5}$ | 1.22 | $x \neq -1; 3$ | 1.33 | $x \neq 1; 2$ |
| 1.2 | $x \in \mathbb{R}$ | 1.13 | $x \geq -\frac{3}{2}$ | 1.23 | $x \neq -1; \frac{3}{2}; 2$ | 1.34 | $x \neq 2; 3$ |
| 1.3 | $x \in \mathbb{R}$ | 1.14 | $x \geq \frac{5}{4}$ | 1.24 | $x \neq -2; \frac{1}{3}; 5$ | 1.35 | $x \neq -1$ |
| 1.4 | $x \in \mathbb{R}$ | 1.15 | $x \leq \frac{1}{6}$ | 1.25 | $x \neq 2$ | 1.36 | $x \in \mathbb{R}$ |
| 1.5 | $x \neq 1$ | 1.16 | $x \leq -2$ | 1.26 | $x \neq -3$ | 1.37 | $x \in \mathbb{R}$ |
| 1.6 | $y \neq -3$ | 1.17 | $x \leq 2$ | 1.27 | $x \neq 2$ | 1.38 | $x \in \mathbb{R}$ |
| 1.7 | $a \neq b$ | 1.18 | $x \geq \frac{3}{7}$ | 1.28 | $x \neq 1$ | 1.39 | $x \in \mathbb{R}$ |
| 1.8 | $x \neq -2; 2$ | 1.19 | $x \neq -2; \frac{1}{3}$ | 1.29 | $x \neq -4$ | 1.40 | $x = 3$ |
| 1.9 | $x \neq -\frac{1}{2}$ | 1.20 | $x \neq -\frac{1}{2}; 3$ | 1.30 | $x \neq 5$ | 1.41 | $x \in \left(-\infty; -\frac{5}{4}\right) \cup \left(\frac{5}{4}; \infty\right)$ |
| 1.10 | $x \neq -1; 1$ | 1.21 | $x \neq -4; \frac{1}{2}$ | 1.31 | $x \neq 1; 3$ | 1.42 | $x \in (-\infty; -4) \cup (-3; \infty)$ |
| 1.11 | $x \geq -\frac{2}{3}$ | | | 1.32 | $x \neq -3$ | | |

2.

- | | | | | | | | | | |
|-----|-------------|-----|----|-----|-----------------|-----|---------------|------|----------------|
| 2.1 | 9 | 2.3 | 20 | 2.5 | -6 | 2.7 | 5 | 2.9 | 0 |
| 2.2 | $\sqrt{11}$ | 2.4 | 1 | 2.6 | $\sqrt{17} + 4$ | 2.8 | $\frac{3}{2}$ | 2.10 | $\frac{13}{5}$ |

3.

- | | | | |
|-----|-------------------------------------|------|--------------------------------------|
| 3.1 | $-(2x^3 - 3xy + 4y^2 - z)$ | 3.6 | $-(3x^2yz - 2xy + 5y^2z^2)$ |
| 3.2 | $-(3x^2y + 2xy^2 - 5xyz)$ | 3.7 | $-(4x^3yz^2 - 2x^2y^2 + 3xyz - z^3)$ |
| 3.3 | $-(4x^3yz + 2x^2y^2 - 3xyz + z^2)$ | 3.8 | $-(x^2 - 5xy + 2yz^2)$ |
| 3.4 | $-(x^2 - 5xy + 2yz)$ | 3.9 | $-(2x^3y^2 - 3xyz + 4xy^2z - z^3)$ |
| 3.5 | $-(2x^3y^2 + 3xy^2z + 4xz^2 - y^3)$ | 3.10 | $-(3x^2y + 2xyz + 5y^2z)$ |

4.

- | | | | | | |
|------|-------------------------------|------|-------------------------------|------|-------------------------|
| 4.1 | $x(1 + 2y + 3yz)$ | 4.4 | $xyz(3y + 4x + 5y^2)$ | 4.7 | $xyz(2y - 3xy + 4z)$ |
| 4.2 | $y(1 - 2xz + 3xyz)$ | 4.5 | $x(1 - y + xyz)$ | 4.8 | $xyz(3xy^2 + 4 - 5y^3)$ |
| 4.3 | $x(2x - 3yz + 4xyz)$ | 4.6 | $xy(1 + xy^2z - x^2z)$ | | |
| 4.9 | $xy(3x + 2y^2 + 4)$ | 4.13 | $9xy(3x - 6y^2 + 9y - 10)$ | 4.17 | $115xy(y^2 + 3y - 4)$ |
| 4.10 | $2xy(y^2 - 5y + 3 + y^3)$ | 4.14 | $20xy(y^3 - 2 + 4y^2 + 6x)$ | 4.18 | $75xy(1 + 2y^2 + 3y)$ |
| 4.11 | $6xy(2y - 6x + 4y^2 - 3)$ | 4.15 | $54xy(y^2 + 2 - 3y + 4y^3)$ | | |
| 4.12 | $10xy(2y^2 - 4y + 6 + 3xy^2)$ | 4.16 | $12xy(2xy^2 - 4y + 2 + y^3)$ | | |
| 4.19 | $xy(x + y + y^2)$ | 4.23 | $xyz(x + y + z)$ | 4.27 | $xyz^3(xy^2 + y + x^2)$ |
| 4.20 | $x^2y(x + y + y^2)$ | 4.24 | $xyz(x^2 + xz + yz^2)$ | 4.28 | $xy^3z^2(x^2 + xz + z)$ |
| 4.21 | $xy^2(y + x + x^2)$ | 4.25 | $xy^2z(y + xyz + z^2)$ | | |
| 4.22 | $xy^2(x^2 + y + xy)$ | 4.26 | $x^2yz^2(xyz^4 + x^3y^2 + z)$ | | |

5.

5.1 $(2j + 3k)(k + l)$ 5.5 $(3x^2 + y^2)(z - 1)$ 5.9 $(2w + 3x^2)(6u^2 + 7v)$

5.2 $(3d + 6e)(f + 2)$ 5.6 $(q - 2r)(4t - z)$ 5.10 $(3e^3 + 2f)(5c^2 + 6d)$

5.3 $(s + u)(t + v)$ 5.7 $(4c + 5d^2)(2a^2 + 3b)$ 5.11 $(6k^5 + 12l)(2i + j^2)$

5.4 $(j - 2k)(3l + 2)$ 5.8 $(3p + 2q^2)(5m^2 + 6n)$ 5.12 $(5u^4 + 6v)(3s + 2t^3)$

5.13 $(3p^2 + 2r)(5m^3 + 6n^2)$ 5.15 $(3f^3 + 2gh^2)(5c^2d + 6e)$ 5.17 $(5w^2 + 6x)(3s^2t + 2u^3v)$

5.14 $(2xy + 3z^2)(6u^3 + 7vw)$ 5.16 $(12i^2j + 6k^3)(lm^2 + 2n)$ 5.18 $(3g^3h^2 + 5ijk)(4l + 5mn^3)$

6.

6.1 $2x + 3y$ 6.3 $\frac{3z^2 - 4x + 2xz}{xz}$ 6.5 $4a^2 - 3b + 2$ 6.7 $\frac{6x^2 - 2y^2}{x}$ 6.9 $\frac{4a + b}{b}$

6.2 $\frac{3x^2 - 4y^2}{x}$ 6.4 $5y + 2 - 3x$ 6.6 $5y + 3x - 2$ 6.8 $\frac{2y + 5x - 3x^2}{x}$

7.

7.1 $3x^2 + xy + 4y + 2y^2$ 7.8 $7a^2 - 5ab + 3b^2$ 7.15 $9a^3 - ab^2 + b^3$

7.2 $3a^2 - 5ab + 9b + 2a^2b$ 7.9 $3x^3 + 7x^2y - 5xy^2 + y^3$ 7.16 $x^5 - 7x^5 + 7x^3 - 7x^2 + 7x$

7.3 $2x^3 + 5x^2y - 7xy^2 + y^3$ 7.10 $6a^3 - 6ab^2 + 8b^3$ 7.17 $3y^3 + 6xy^2 - 6x^2y$

7.4 $xy^2 + x^2y + 5xy$ 7.11 $2x^3 - 6x^2y + 5xy^2$ 7.18 $a^2 - 3ab + 3b^2$

7.5 $2a^3 + ab^2 + b^3$ 7.12 $6a^2 - 7ab + 7b^2$ 7.19 $7x^4 + x^3y - xy^3 + y^4$

7.6 $4x^2 - 5x^3 + 7x^2 - x - 3$ 7.13 $9x^4 - 3x^3y - xy^3 + 3y^4$ 7.20 $-2a^3 - 6ab^2 + 8b^3$

7.7 $y^2 - 2x^2$ 7.14 $xy^2 + x^2y + 2xy$

8.

8.1 $15x^3 + 10x^2y + 20xy$ 8.5 $12a^3b^2 - 4ab^4 + 6b^5$ 8.9 $10x^4y^2 + 8x^3y^3 - 6x^2y^4$

8.2 $8a^3 - 12a^2b + 20ab$ 8.6 $12x^7 - 8x^6 + 20x^5$ 8.10 $8a^4b^2 - 16a^2b^4 + 12ab^5$

8.3 $8x^3y + 4x^2y^2 - 6xy^3$ 8.7 $10y^4 + 15xy^3 - 20x^2y^2$

8.4 $15x^2y^3 - 6x^3y^2 + 9x^2y^2$ 8.8 $12a^4 - 6a^3b + 3a^2b^2$

8.11 $12x^2 - 7x - 10$ 8.16 $3x^3 + 6x^2y - 4xy - 8y^2$

8.12 $10a^2 - 13a - 3$ 8.17 $10y^3 + 2xy^2 - 15xy - 3x^2$

8.13 $8x^3 + 28x^2y - 6xy - 21y^2$ 8.18 $12a^2 + 14ab - 10b^2$

8.14 $15x^2y^2 + 14xy - 8$ 8.19 $10x^3 - 20x^2y - 6xy + 12y^2$

8.15 $12a^3 + 18a^2b - 4ab - 6b^2$ 8.20 $8a^3 + 4a^2b - 16ab - 8b^2$

8.21 $15x^3 + 4x^2y - 4xy^2 + 20xy - 8y^2$ 8.26 $12x^5 - 17x^4 + 26x^3 - 15x^2$

8.22 $8a^3 - 8a^2b - 6ab^2 + 20ab + 10b^2$ 8.27 $4xy^2 - 4y^3 + 23x^2y - 20x^3$

8.23 $8x^4 - 8x^2y^2 + 3xy^3$ 8.28 $12a^3 - 14a^2b + 7ab^2 - 2b^3$

8.24 $15x^2y^2 - 20xy^4 - 6x^3y + 8x^2y^3 + 9x^2y - 12xy^3$ 8.29 $10x^4y - 15x^3y + 8x^3y^2 - 12x^2y^2 - 6x^2y^3 + 9xy^3$

8.25 $12a^5 + 2a^3b^2 - 1ab^4 + 6a^2b^3 + 3b^5$ 8.30 $8a^4b - 4a^3b^2 - 16a^2b^3 + 20ab^4 - 6b^5$

1

2

3

4

5

6

7

8

9

9.

9.1 $\frac{4x^2+2x-3}{2}$

9.2 $3x^2 - 2x^2 + 5x - 4$

9.3 $\frac{5xy-y^2+3x^2}{2}$

9.4 $4x^4 - 2x^3 + x^2 - 3x + 2$

9.5 $2a - 4b + 3b^2 - 5a^2$

9.6 $3x^2 - 2y + 4y^2 - 5x$

9.7 $3y - y + x^3 - 9y^2$

9.8 $5a - 2b + 3b^2 - 4a^2$

9.9 $3x^3 - 4x^2 + x - 6$

9.10 $2 - 4a^2b^2 + 3a^3b^3 - 5a$

9.11 $3x^2 - 2x + 1$

9.12 $2x^3 + 3x^2 - x$

9.13 $4x^4 + x^3 - 6x^2 - 2x$

9.14 $2x^2 - 5x + 6$

9.15 $x^4 - x^3 + x^2 + x$

9.16 $5x^3 + 3x^2 - 2x + 8$

9.17 $3x^4 - 5x^3 + 8x^2$

9.18 $4x^3 - 4x^2 + 4x$

9.19 $x^2 + 3x + 2$

9.20 $2x^3 - x^2 - x + 1$

10.

10.1 $9x^2 - 12xy + 4y^2$

10.2 $4x^2 + 20xy + 25y^2$

10.3 $x^2 - 6xy + 9y^2$

10.4 $16y^2 - 16xy + 4x^2$

10.5 $16x^2 + 8xy + y^2$

10.6 $9x^2 + 12xy + 4y^2$

10.7 $25x^2 + 20xy + 4y^2$

10.8 $x^2 + 8xy + 16y^2$

10.9 $9x^2 + 12xy + 4y^2$

10.10 $25x^2 + 30xy + 9y^2$

10.11 $x^2 + 8xy + 16y^2$

10.12 $4x^2 + 20xy + 25y^2$

10.13 $16x^2 - 8xy + y^2$

10.14 $9y^2 - 6xy + 8x^2$

10.15 $25y^6 - 40xy^3 + 16x^2$

10.16 $x^4 + 8x^2y + 16y^2$

10.17 $4x^2 - 4xy^3 + y^6$

10.18 $9x^2 - 12xy^2 + 4y^4$

10.19 $16y^2 - 40xy + 25x^2$

10.20 $x^4 - 4x^2y^5 + 4y^{10}$

10.21 $9y^6 - 12xy^3 + 4x^2$

11.

11.1 $(2x - 3y)^2$

11.2 $(3x + 4y)^2$

11.3 $(x - 2y)^2$

11.4 $(4x - 5y)^2$

11.5 $(2x + y)^2$

11.6 $(x + 3y)^2$

11.7 $(3x - 4y)^2$

11.8 $(5x - 2y)^2$

11.9 $(2x - 2y^2)^2$

11.10 $(4x - 5y^3)^2$

11.11 $(x^2 + 4y)^2$

11.12 nelze

11.13 $(3x - 2y^2)^2$

11.14 $(5x - 4y)^2$

11.15 $(x^2 - 2y^5)^2$

11.16 $(2x - 3y^3)^2$

12.

12.1 $9x^2 + 12xy + 4y^2$

12.2 $4x^2 + 12xy + 9y^2$

12.3 $16x^2 - 40xy + 25y^2$

12.4 $x^2 - 4xy + 4y^2$

12.5 $4x^2 - 4xy + y^2$

12.6 $9x^2 - 24xy + 16y^2$

12.7 $25xy^2 - 20xy + 4y^2$

12.8 $x^2 + 2xy + y^2$

12.9 $9x^2 + 24xy + 16y^2$

13.

13.1 $4x^2 + 9y^2 + 16z^2 + 12xy + 16xz + 24yz$

13.2 $x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 4xy - 6xz - 12yz$

13.3 $16x^2 + 25y^2 + 36z^2 - 40xy + 48xz - 60yz$

13.4 $4x^2 + y^2 + 9z^2 - 4xy - 12xz + 6yz$

13.5 $x^2 + 4y^2 + 16z^2 + 4xy - 8xz - 16yz$

13.6 $9x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 24xy + 12xz - 16yz$

13.7 $25x^2 + 4y^2 + z^2 - 20xy + 10xz - 4yz$

13.8 $x^2 + 9y^2 + 25z^2 - 6xy + 10xz - 30yz$

13.9 $4x^2 + 9y^2 + 16z^2 - 12xy + 16xz - 24yz$

14.

14.1 $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$

14.2 $-x^3 - 6x^2y - 12xy^2 - 8y^3$

14.3 $64x^3 - 240x^2y + 300xy^2 - 125y^3$

14.4 $y^3 - 6xy^2 + 12x^2y - 8x^3$

14.5 $x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$

14.6 $64y^3 - 144xy^2 + 108x^2y - 227x^3$

14.7 $125x^3 - 150x^2y + 60xy^2 - 8y^3$

14.8 $27y^3 - 27xy^2 + 9x^2y - x^3$

14.9 $8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27x^3$

15.

15.1	$4a^2 - 9b^2$	15.4	$4p^4 - q^2$	15.7	$4c^2 - 9d^2$	15.10	$g^4 - 4h^2$
15.2	$16x^4 - 25y^2$	15.5	$4u^6 - v^2$	15.8	$9k^4 - 4l^2$		
15.3	$9m^2 - 4n^2$	15.6	$r^2 - s^4$	15.9	$25e^6 - f^4$		

16.

16.1	$(2a - b)(2a + b)$	16.4	$(p - q)(p + q)$	16.7	$(c - 2d)(c + 2d)$
16.2	$(3x - 4y)(3x + 4y)$	16.5	$(2u - 2v)(2u + 2v)$	16.8	$(k^2 - l)(k^2 + l)$
16.3	$(9m - 2n)(9m + 2n)$	16.6	$(r - 3s)(r + 3s)$	16.9	$(e - f^2)(e + f^2)$

17.

17.1	$8x^3 - y^3$	17.5	$u^3 + 8v^3$	17.9	$8e^3 - 40e^2f + 10ef^2 -$ $-125f^3$
17.2	$27a^3 + b^3$	17.6	$-27r^3 + 64s^3$	17.10	$g^3 + 64h^3$
17.3	$8m^3 + n^3$	17.7	$c^3 - 27d^3$		
17.4	$125p^3 - q^3$	17.8	$-k^3 + 2k^2l - 2kl^2 + l^3$		

18.

18.1	$(a + 2b)(a^2 - 2ab + 4b^2)$	18.6	$(a^2 + 3b^2)(a^4 - 3a^2b^2 + 9b^4)$
18.2	$(3x^2 - 2y)(9x^4 + 6x^2y + 4y^2)$	18.7	$(2x^3 - 3y^3)(4x^6 + 6x^3y^3 + 9y^6)$
18.3	$(4m + 3n^3)(16m^2 - 12mn^3 + 9n^6)$	18.8	$64(m^4 + n^4)(m^8 - m^4n^4 + n^8)$
18.4	$(p - 3q)(p^2 + 3pq + 9q^2)$	18.9	$(3p^5 - 5q^5)(9p^{10} + 15p^5q^5 + 25q^{10})$
18.5	$8(u + v)(v^2 - uv + v^2)$		

19.

19.1	$\frac{3x^3+9x^2-4}{2x^3}; x \neq 0$	19.4	$\frac{-11n^3-n-6}{3n^4}; n \neq 0$	19.7	$\frac{11n^4-3n^2-8}{6n^5}; n \neq 0$
19.2	$\frac{5a^2-8a-3}{3a^3}; a \neq 0$	19.5	$\frac{11x^3+x^2-6}{3x^4}; x \neq 0$	19.8	$\frac{x^4+8x^2+3x-6}{4x^5}; x \neq 0$
19.3	$\frac{26p^2+3p-4}{4p^4}; p \neq 0$	19.6	$\frac{13p^4-2p^2+2}{4p^5}; p \neq 0$	19.9	$\frac{-a^5-10a^3+3}{15a^6}; a \neq 0$
19.10	$-\frac{x^3+5x^2}{x^2-4}; x \neq \pm 2$	19.13	$\frac{18x-3}{4x^2-9}; x \neq \pm \frac{3}{2}$	19.17	$\frac{-x^2+2}{x^4-1}; x \neq \pm 1$
19.11	$\frac{4a^4-11a^3+14a^2-9a}{a^2-9}; a \neq \pm 3$	19.14	$\frac{a+20}{a^2-16}; a \neq \pm 4$	19.18	$\frac{21m^2+3m+10}{9m^2-4}; m \neq \pm \frac{2}{3}$
19.12	$\frac{2p^2-3p+2}{p+1}; p \neq \pm 1$	19.15	$\frac{5m^5-2m^4}{m^2-4}; m \neq \pm 2$	19.19	$\frac{4p^2+6p-2}{4p^2-1}; p \neq \pm \frac{1}{2}$
		19.16	$\frac{5a^2+3a}{a^2-9}; a \neq \pm 3$		
19.20	$\frac{15y+2}{9x+6y}; x \neq 0; -\frac{2}{3}y$	19.23	$\frac{35x^2-3}{45x-60}; x \neq \frac{4}{3}$	19.26	$\frac{4x^2-y^2+3x+3y}{x+y}; y \neq 0; -x$
19.21	$\frac{y+1}{8xy-10y}; y \neq 0; x \neq \frac{5}{4}$	19.24	$\frac{5y-12}{4x-2y}; x \neq 0; \frac{1}{2}y$	19.27	$\frac{15xy^2-11}{6y-3}; x \neq 0; y \neq \frac{1}{2}$
19.22	$\frac{y+x}{x^2y+2xy^2}; x \neq 0; -2y; y \neq 0$	19.25	$-\frac{8y^2+1}{10y^2-4y}; y \neq 0; \frac{2}{5}$		
19.28	$\frac{-5a^2+23a+3}{3a^2+11a-4}; a \neq -4; \frac{1}{3}$	19.30	$\frac{34p^2-19p+16}{20p^2-17p-10}; p \neq -\frac{2}{5}; \frac{5}{4}$	19.32	$\frac{13x^2+10x+11}{6x^2+x-2}; x \neq -\frac{2}{3}; \frac{1}{2}$
19.29	$\frac{7a^2-39a-2}{6a^2+a-12}; a \neq -\frac{3}{2}; \frac{4}{3}$	19.31	$\frac{-7m^2-3m+14}{6m^2+11m+4}; m \neq -\frac{4}{3}; -\frac{1}{2}$	19.33	$\frac{-2a^2+32a-5}{15a^2-a-2}; a \neq -\frac{1}{3}; \frac{2}{5}$

19.34 $\frac{29p^2-2p+16}{12p^2-p-6}; p \neq -\frac{2}{3}; \frac{3}{4}$

19.35 $\frac{21m^2-38m+5}{10m^2+7m-12}; m \neq \frac{3}{2}; \frac{4}{5}$

19.36 $\frac{14x^2+3x+2}{6x^2+x-15}; x \neq -\frac{5}{3}; \frac{3}{2}$

20.

20.1 $\frac{9x^3}{y^4}; y \neq 0$

20.4 $xy^4; x \neq 0$

20.7 $\frac{n}{m^3}; m, n \neq 0$

20.2 $\frac{4x}{y^2}; x, y \neq 0$

20.5 $\frac{4x^7}{y^6}; x, y \neq 0$

20.8 $\frac{4q^4}{h^4}; g, h \neq 0$

20.3 $\frac{x}{16y}; x, y \neq 0$

20.6 $\frac{49q^3}{3p}; p, q \neq 0$

20.9 $\frac{3k^4}{2l^3}; k, l \neq 0$

20.10 $\frac{6x+4}{x+1}; x \neq -\frac{3}{2}; -1$

20.13 $\frac{8x^2+6x-5}{3x^2-2x-8}; x \neq -\frac{4}{3}; 2$

20.15 $\frac{2z^2+7z-15}{3z^2+2z-8}; z \neq -2; \frac{4}{3}$

20.11 $\frac{2y^2+7y-4}{10y^2+11y-6}; y \neq -\frac{3}{2}; \frac{2}{5}$

20.14 $\frac{18y^2+33y+14}{20y^2-21-5}; y \neq -\frac{1}{5}; \frac{5}{4}$

20.16 $\frac{3m-5}{2m-8}; m \neq -\frac{3}{2}; 4$

20.12 $\frac{10a^2-34a+12}{3a^2+10a+3}; a \neq -3; -\frac{1}{3}$

20.17 $\frac{15n^2-7n-2}{2n^2+7n-15}; n \neq -5; \frac{3}{2}$

20.18 $\frac{x^2+8x}{16x+256}; x \neq -16; -4$

20.21 $-\frac{2x+7}{4x-14}; x \neq 2; \frac{7}{2}$

20.24 $\frac{x+1}{6y}; x, y \neq 0; x \neq \pm\sqrt{-y}$

20.19 $\frac{x}{2x+4}; x \neq -2; -\frac{5}{3}; 0$

20.22 $2; x \neq 0; -2y; y \neq 0$

20.25 $6x^3; x \neq -y^2$

20.20 $\frac{x}{x-1}; x \neq -2; \pm 1$

20.23 $-\frac{x}{4}; x \neq -3y; 2y$

20.26 $\frac{x+3}{x^2}; x \neq 0; \pm 3$

20.29 $\frac{7x^3+x^2}{2}; x \neq -\frac{1}{7}; 0$

20.31 $\frac{x^4}{y^2}; x \neq 0; -y^2; y \neq 0$

20.27 $\frac{4x^2-28x+49}{2x+7}; x \neq \pm\frac{7}{2}$

20.30 $\frac{x^2+y^2}{3x+x^2+6y+2xy};$

20.32 $2x; x \neq y; y \neq 0; x^2 \neq -y^2$

20.28 $\frac{x+2}{2x^2+4}; x \neq \pm 2$

$x \neq -3; 0; -2y$

20.33 $\frac{1}{3x}; x \in \mathbb{R}$

20.34 $\frac{1}{x-2}; x \neq 1; 2; 3$

20.36 $\frac{x-4}{x-2}; x \neq -1; \pm 2$

20.35 $x+1; x \neq -2; 1$

20.37 $x^2; x \neq \pm 1; \pm 2$

21.

21.1 $\frac{2}{3y^6}; x, y \neq 0$

21.4 $\frac{9y^2+3y}{2y+4}; y \neq -2; 0$

21.7 $\frac{x+9}{3}; x \neq -9; -3$

21.2 $\frac{18y^8}{x^2}; x, y \neq 0$

21.5 $\frac{9x^2+12x+4}{9x^2}; x \neq -\frac{2}{3}; 0$

21.8 $1; 3x^2 \neq \pm y$

21.3 $\frac{2x+1}{2x+2}; x \neq -1; 0$

21.6 $3y^2; x \neq y; -\frac{1}{3}y; y \neq 0$

21.9 $\frac{1}{3x-12}; x \neq \pm 4$

22.

22.1 $\frac{18x+6}{x^2+x}; x \neq 0; \pm 1$

22.2 $\frac{3y-2}{2y^5}; x, y \neq 0$

22.3 $\frac{25x^2+20x+4}{2x^2y+2x^3}; x \neq -\frac{2}{5}; 0; -y$

23.

23.1 $\frac{3x\sqrt{x}-\sqrt{5x}}{x}$

23.3 $\frac{3\sqrt{x}+4\sqrt{3x}}{3x}$

23.5 $\frac{2\sqrt{30}+\sqrt{10x}}{12-x}$

23.7 $\frac{16x-8\sqrt{xy}+y}{16x-y}$

23.9 $\frac{15x+22\sqrt{xy}+8y}{25x-16y}$

23.2 $\frac{2x+\sqrt{6xy}}{2x}$

23.4 $\frac{1+2\sqrt{x}+x}{1-x}$

23.6 $\frac{x\sqrt{2x}+x\sqrt{3}}{2x-3}$

23.8 $\frac{4\sqrt{x}-2\sqrt{y}}{4x-y}$

Funkce a rovnice

1	Funkce a jejich vlastnosti.....	46
2	Definice funkce	46
	Definiční obor a obor hodnot funkce	47
	Monotónnost funkce	48
	Omezenost funkce.....	49
	Parita funkce.....	50
3	Inverzní funkce.....	51
	Rovnice.....	52
	Lineární funkce	53
4	Význam koeficientů lineární funkce	53
	Lineární rovnice s jednou neznámou.....	53
	Soustava lineárních rovnic	55
	Graf lineární funkce	56
	Lineární nerovnice.....	57
	Lineární funkce, rovnice a nerovnice s absolutní hodnotou	58
5	Kvadratická funkce	59
	Význam koeficientů kvadratické funkce	59
	Kvadratická rovnice	59
	Rovnice ve tvaru součinu	61
	Rozklad kvadratického trojčlenu	61
6	Graf kvadratické funkce	61
	Kvadratická nerovnice	62
	Nerovnice ve tvaru součinu.....	62
	Kvadratická funkce, rovnice a nerovnice s absolutní hodnotou	62
	Kvadratická rovnice s parametrem.....	63
7	Iracionální funkce	64
	Iracionální rovnice	64
	Definiční obor a obor hodnot iracionální funkce	65
8	Lineární lomená funkce	65
	Rovnice s neznámou ve jmenovateli.....	65
	Rovnice ve tvaru podílu	66
	Nerovnice ve tvaru podílu.....	67
9	Graf lineární lomené funkce.....	67

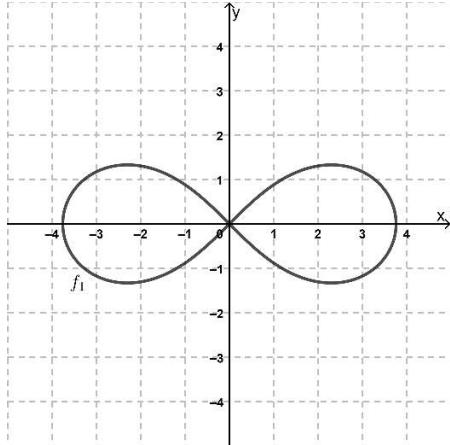
Definiční obor lomené funkce s odmocninami	68
Exponenciální funkce	68
Exponenciální rovnice	68
Graf exponenciální funkce	69
Logaritmická funkce	69
Logaritmus	69
Vzorce pro práci s logaritmy	70
Řešení exponenciálních rovnic pomocí logaritmování.....	71
Graf logaritmické funkce	71
Goniometrické funkce	71
Oblouková míra	71
Práce s tabulkovými hodnotami.....	72
Goniometrické rovnice	73
Součtové vzorce.....	73
Cyklometrické funkce	74
Transformace grafu funkce	74
Vyjádření neznámé ze vzorce	76
Řešení příkladů ze třetí kapitoly.....	76

Funkce a jejich vlastnosti

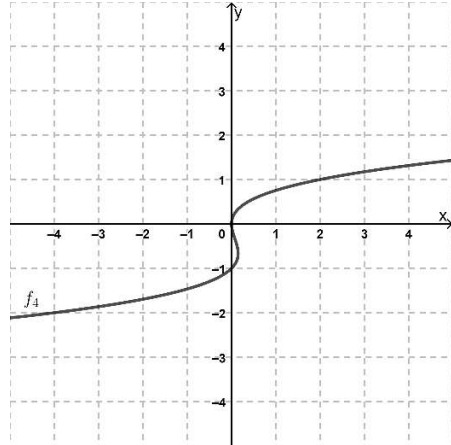
Definice funkce

1. Rozhodni, zda se jedná o graf funkce:

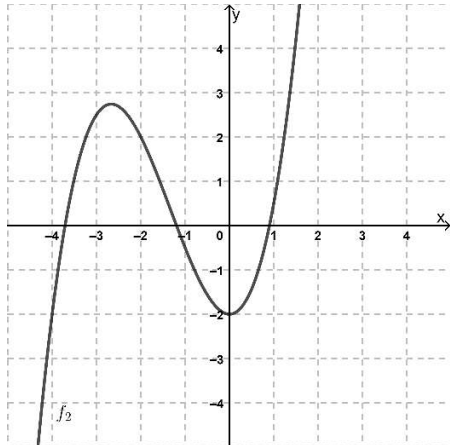
1.1



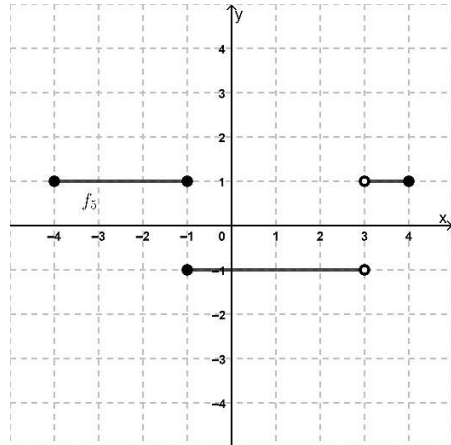
1.4



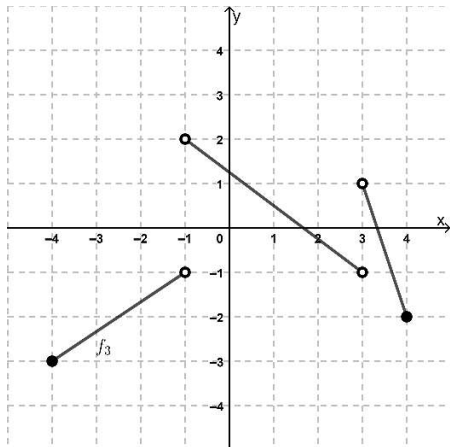
1.2



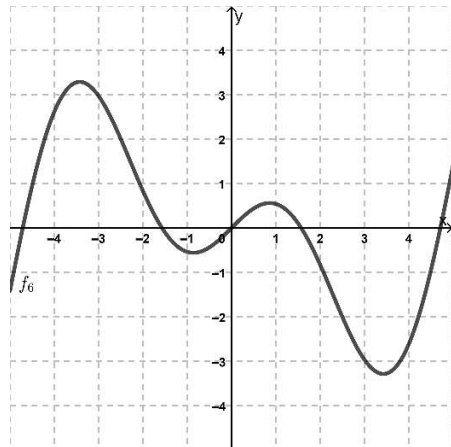
1.5



1.3



1.6



1

2

3

4

5

6

7

8

9

Definiční obor a obor hodnot funkce

2. Na základě předpisu funkce urči její definiční obor:

2.1 $f_1(x) = \frac{2x + 3}{x}$

2.3 $f_3(x) = \frac{3x + 2}{x - 2}$

2.5 $f_5(x) = \frac{2x - 4}{x + 3}$

2.2 $f_2(x) = \frac{4x - 1}{2x}$

2.4 $f_4(x) = \frac{5x + 1}{3x + 4}$

2.6 $f_6(x) = \frac{6x + 5}{4x - 7}$

2.7 $f_7(x) = \sqrt{x}$

2.9 $f_9(x) = \sqrt{4x + 2}$

2.11 $f_{11}(x) = \sqrt{x + 1}$

2.8 $f_8(x) = \sqrt{3x}$

2.10 $f_{10}(x) = \sqrt{5x - 4}$

2.12 $f_{12}(x) = \sqrt{2x - 5}$

2.13 $f_{13}(x) = \log_2(2x)$

2.15 $f_{15}(x) = \ln(3x - 2)$

2.17 $f_{17}(x) = \log_7(4 - x)$

2.14 $f_{14}(x) = \log(x + 1)$

2.16 $f_{16}(x) = \log_5(x)$

2.18 $f_{18}(x) = \log(5x + 3)$

2.19 $f_{19}(x) = \operatorname{tg}(x)$

2.21 $f_{21}(x) = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{3}\right)$

2.23 $f_{23}(x) = \operatorname{cotg}(2x)$

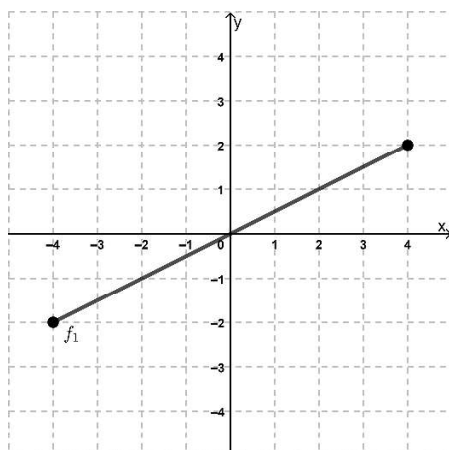
2.20 $f_{20}(x) = \operatorname{tg}(2x)$

2.22 $f_{22}(x) = \operatorname{cotg}(x + 1)$

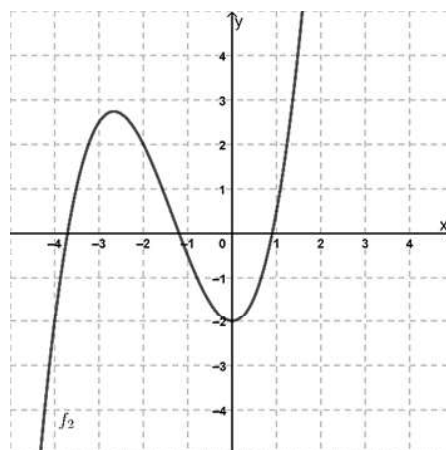
2.24 $f_{24}(x) = \operatorname{cotg}\left(\frac{x}{4}\right)$

3. Na základě grafu funkce urči její definiční obor a obor hodnot:

3.1



3.2



1

2

3

4

5

6

7

8

9

1

2

3

4

5

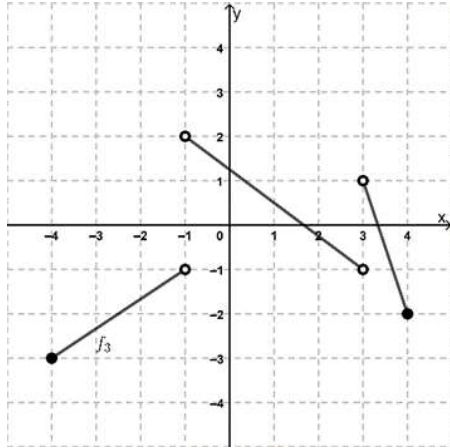
6

7

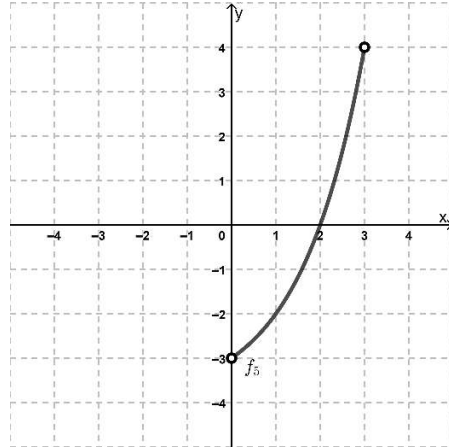
8

9

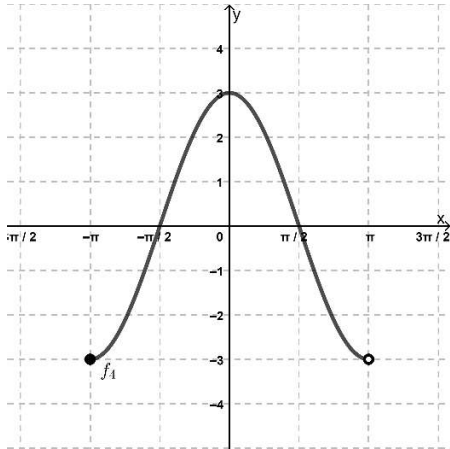
3.3



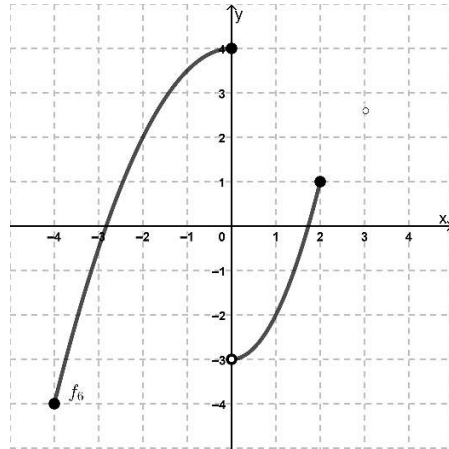
3.5



3.4



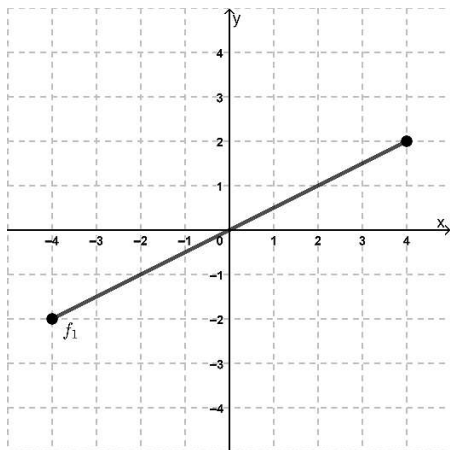
3.6



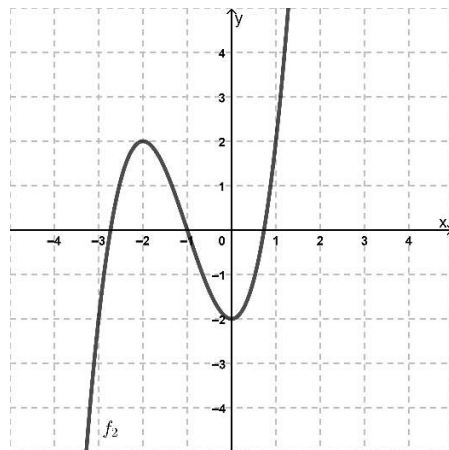
Monotónnost funkce

4. Na základě grafu funkce popiš její monotónnost:

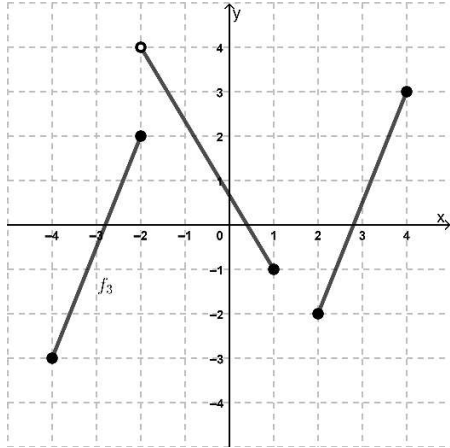
4.1



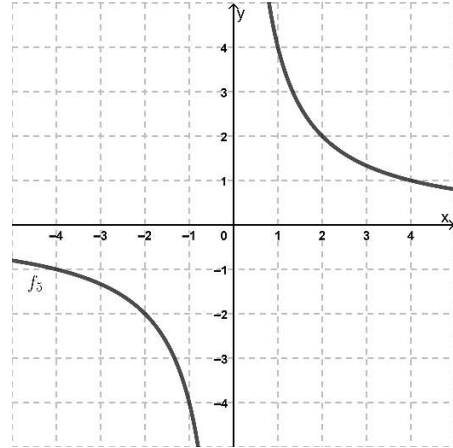
4.2



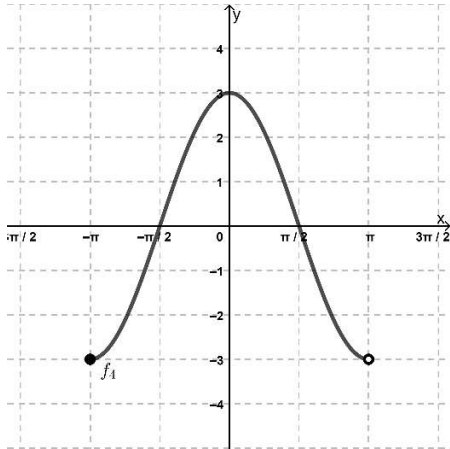
4.3



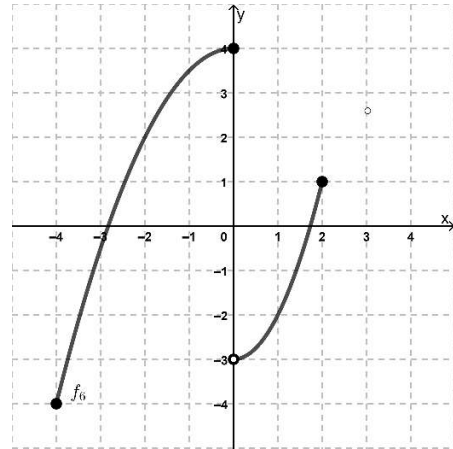
4.5



4.4



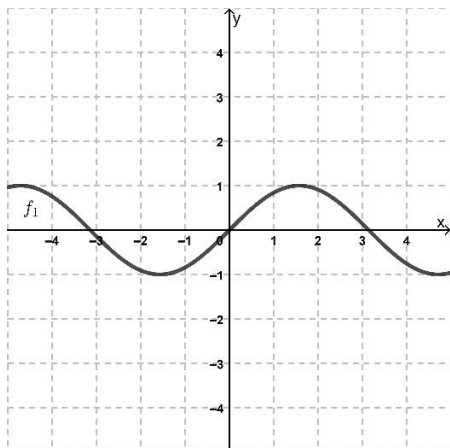
4.6



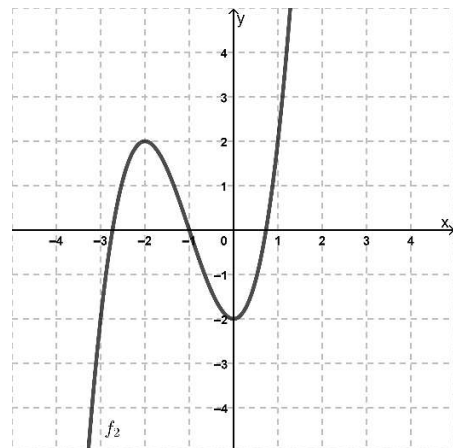
Omezenost funkce

5. Na základě grafu funkce rozhodni, zda je funkce omezená:

5.1



5.2



1

2

3

4

5

6

7

8

9

1

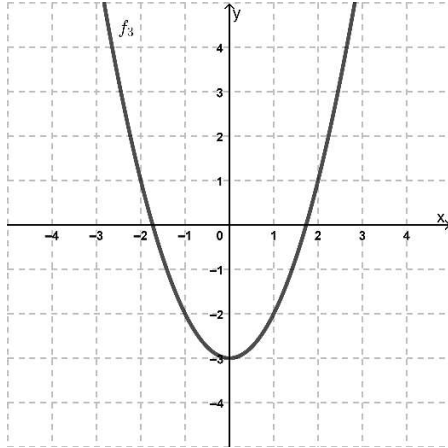
2

3

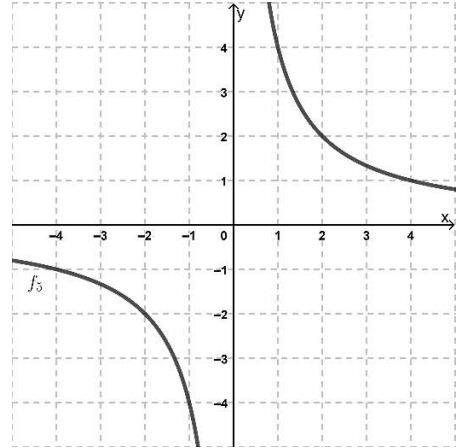
4

5

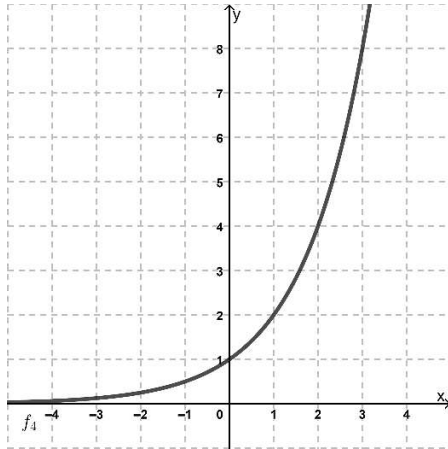
5.3



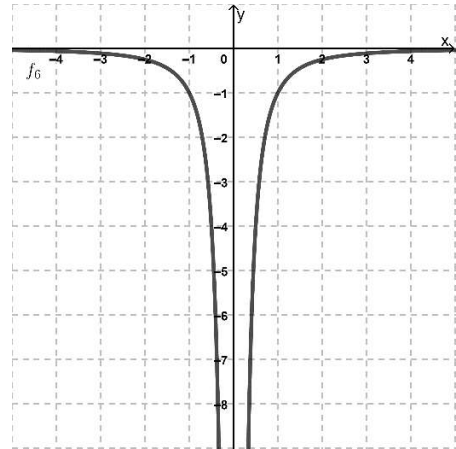
5.5



5.4



5.6

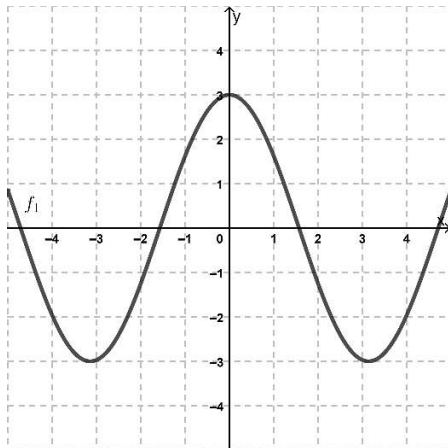


Parita funkce

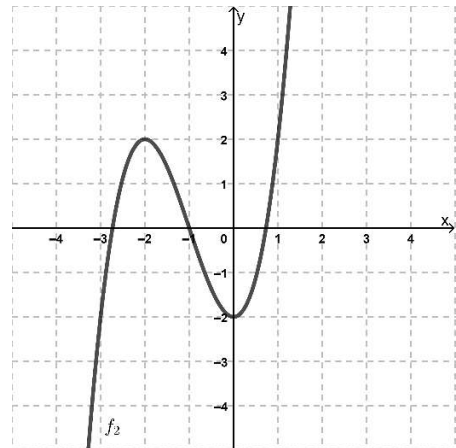
6

6. Na základě grafu funkce rozhodni, zda je funkce sudá, či lichá:

6.1



6.2

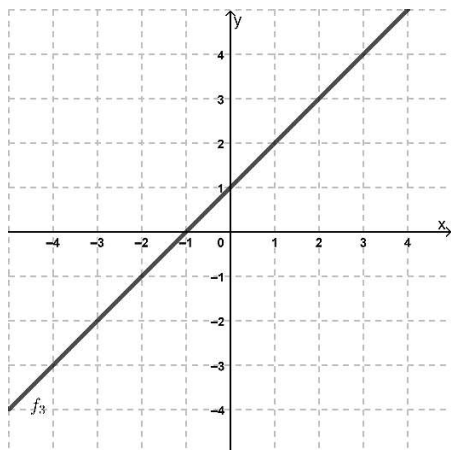


7

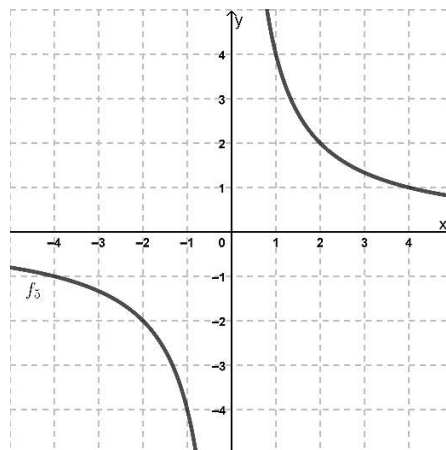
8

9

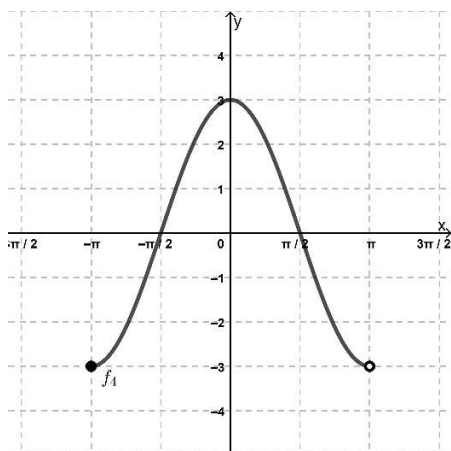
6.3



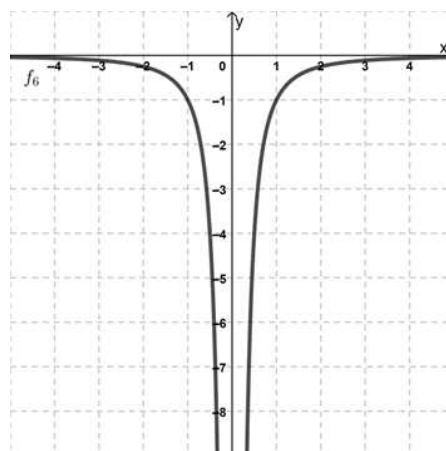
6.5



6.4



6.6



7. Na základě předpisu funkce rozhodni, zda je funkce sudá, či lichá:

7.1 $f_1(x) = 3x^6 - 2x^4$

7.4 $f_4(x) = x^3 - x$

7.7 $f_7(x) = \frac{2x - 4}{x + 3}$

7.2 $f_2(x) = x^2 + 7x$

7.5 $f_5(x) = \frac{x^4 - 1}{x^2}$

7.8 $f_8(x) = \frac{x^4 - x^2 + 1}{x^3 + x}$

7.3 $f_3(x) = x$

7.6 $f_6(x) = \frac{x^2 - 4}{x}$

7.9 $f_9(x) = e^x + e^{-x}$

Inverzní funkce

8. Urči inverzní funkci k zadané funkci:

8.1 $f_1: y = 2x + 4$

8.2 $f_2: y = \sqrt[3]{x}$

8.3 $f_3(x) = \frac{1}{x + 1}$

8.4 $f_4: y = \frac{1}{x}$

8.5 $f_5: y = \frac{2x}{x+1}$

8.6 $f_6(x) = x^2 + 2x + 1$

Rovnice

9. Rozhodni, které z úprav rovnic jsou chybné a proč:

9.1

$$x = \frac{\pi + 3}{2} | \cdot 2$$

$$2x = \pi + 3 | \cdot (\pi - 3)$$

$$2x(\pi - 3) = (\pi + 3)(\pi - 3)$$

$$2\pi x - 6x = \pi^2 - 9 | - 2\pi x; +9$$

$$9 - 6x = \pi^2 - 2\pi x | + x^2$$

$$x^2 - 6x + 9 = x^2 - 2\pi x + \pi^2$$

$$(x - 3)^2 = (x - \pi)^2 | \sqrt{\quad}$$

$$x - 3 = x - \pi$$

$$-3 = -\pi$$

$$3 = \pi$$

9.2

$$0 = 0$$

$$20 - 20 = 25 - 25$$

$$4 \cdot 5 - 4 \cdot 5 = 5 \cdot 5 - 5 \cdot 5$$

$$4(5 - 5) = 5(5 - 5) | : (5 - 5)$$

$$4 = 5$$

$$2 + 2 = 5$$

9.3

$$1 + 1 = ?$$

$$a = 1; b = 1$$

$$a = b | \cdot a$$

$$a \cdot a = b \cdot a$$

$$a^2 = ab | - b^2$$

$$a^2 - b^2 = ab - b^2$$

$$(a + b)(a - b) = b(a - b) | : (a - b)$$

$$a + b = b \Rightarrow 1 + 1 = 1$$

**inspirováno internetem*

Lineární funkce

Význam koeficientů lineární funkce

10. Rozhodni, zda je funkce rostoucí, klesající nebo konstantní:

10.1 $f_1: y = 2x + 3$

10.5 $f_5: y = -2$

10.9 $f_9: y = 5$

10.2 $f_2: y = -3x + 5$

10.6 $f_6: y = 3x$

10.10 $f_{10}: y = 2x - 1$

10.3 $f_3: y = 4x - 2$

10.7 $f_7: y = 0$

10.4 $f_4: y = x + 1$

10.8 $f_8: y = -x + 4$

Lineární rovnice s jednou neznámou

11. V oboru reálných čísel vyřeš rovnici:

11.1 $3x - 5 = 10$

11.3 $-4x + 3 = 9$

11.5 $x + 6 = 9$

11.2 $2x + 7 = 15$

11.4 $5x - 2 = 18$

11.6 $8x - 4 = 28$

11.7 $2(x + 3) - 5 = 10$

11.12 $0,5 [2x - (x + 4)] = 3$

11.8 $[-3x + (2x - 1)] = 5$

11.13 $3[x - (2x - 1)] = 5 - 2x$

11.9 $4x - [2(x - 1)] = 7$

11.14 $2x + [3(x - 2)] = 4x + 1$

11.10 $(3x - 2) - (4 - x) = 8$

11.15 $(-x + 3) + 2 = 5 - (x - 1)$

11.11 $2x - [3(x + 1)] = 2$

11.16 $(x + 1) - \{2x - [3 - (x + 2)]\} = 4$

11.17 $\frac{2}{5}x - \frac{1}{2} = \frac{x - 3}{10}$

11.22 $\frac{x + 1}{3} + \frac{2x - 3}{2} = 2$

11.18 $\frac{1}{2}x + 3 = \frac{x}{4} - 1$

11.23 $5 - \frac{x + 3}{2} = \frac{1}{4}$

11.19 $\frac{3x - 2}{5} = \frac{4x + 1}{3}$

11.24 $\frac{2x + 1}{4} = \frac{x - 2}{6}$

11.20 $\frac{2x - 1}{3} = 4$

11.25 $2x + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$

11.21 $\frac{1}{2}x - 3 = 5$

11.26 $\frac{3}{4}x + \frac{5}{2} = 2$

11.27 $\frac{1}{2}x + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{8}x\right) = 3$

11.32 $\frac{2}{3} \cdot \frac{3x-1}{2} = \frac{5}{4}$

11.28 $\frac{x+1}{3} + \frac{2x-3}{2} + \frac{1}{6} \cdot \frac{3x-2}{4} = \frac{15}{2}$

11.33 $\frac{2x}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{4x-1}{3} = \frac{17}{6}$

11.29 $\frac{2}{6}x - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3x-1}{4} = 0$

11.34 $\frac{1}{4}x - \left[\frac{2}{3} \left(\frac{3x-2}{5} \right) - \frac{x+1}{3} \right] = \frac{1}{2}$

11.30 $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \cdot \frac{3x-2}{6} - \frac{3x+1}{6} = \frac{3}{4}$

11.35 $\frac{3}{2} \cdot \frac{x-1}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{x+1}{6} = \frac{1}{3}$

11.31 $\left(\frac{3x}{2} - \frac{3}{4}\right) - \frac{1}{4}x = \frac{5}{2}$

11.36 $\frac{5x-3}{2} - \left(\frac{x+3}{4} + \frac{1}{2}\right) = 1$

11.37 $\frac{1}{2}x + \left(\frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{8}x}{\frac{2}{3} + \frac{5}{6}} - \frac{8x-5}{4} \right) = \frac{1}{2}$

11.38 $\frac{\frac{2x + \frac{3}{2}}{2} - \frac{4x - \frac{1}{3}}{2} + \frac{3 - \frac{x}{2}}{5}}{\frac{8}{3}} = 1$

11.39 $\left(2x + \frac{3}{2}\right) - \left(\frac{4x - \frac{5}{3}}{2} - \frac{3 - \frac{x}{2}}{5}\right) + \left(\frac{x+2}{3} + \frac{\left(5 - \frac{7}{3}\right)x}{4}\right) = 9$

12. Sestav podle zadání rovnici a urči myšlené číslo:

12.1 Myslím si číslo, když ho vydělím 3, od výsledku odečtu 10 a výsledek pak vynásobím 5, dostanu 25.

12.5 Myslím si číslo, když ho vydělím 2, k výsledku přičtu 20 a pak od toho odečtu 5, dostanu 15.

12.2 Myslím si číslo, když ho sečtu samo se sebou, k výsledku přičtu 12 a pak vydělím 3, dostanu 20.

12.6 Myslím si číslo, když ho vynásobím 7, od výsledku odečtu 50 a výsledek pak vydělím 2, dostanu 10.

12.3 Myslím si číslo, když ho vynásobím 4, od výsledku odečtu 15 a poté sečtu s 7, dostanu 34.

12.7 Myslím si číslo, když ho vynásobím 5, od výsledku odečtu 100 a poté sečtu s 50, dostanu 200.

12.4 Myslím si číslo, když od něj odečtu 8, poté ho vynásobím 2 a nakonec přičtu 12, dostanu 70.

12.8 Myslím si číslo, když ho vydělím 4, poté od výsledku odečtu 15 a výsledek nakonec vynásobím 6, dostanu 60.

12.9 Myslím si číslo, když ho vynásobím 10, k výsledku přičtu 100 a pak od toho odečtu 50, dostanu 550.

12.10 Myslím si číslo, když ho vydělím 5, od výsledku odečtu 30 a poté sečtu s 15, dostanu 25.

Soustava lineárních rovnic

13. V oboru reálných čísel vyřeš soustavu dvou lineárních rovnic:

13.1 $2x + y = 3$
 $3x - 2y = 1$

13.2 $x + y = 9$
 $2x - y = 6$

13.3 $3x + 4y = 10$
 $2x - 3y = 1$

13.4 $4x + y = 9$
 $x - y = 2$

13.5 $3x + 2y = 8$
 $5x - 3y = 7$

13.11 $2x + 3y = 8$
 $4x + 6y = 15$

13.12 $3x - 2y = 7$
 $6x - 4y = 14$

13.13 $2x + y = 5$
 $4x + 2y = 10$

13.14 $3x - 4y = 2$
 $-6x + 8y = 4$

13.15 $x + y = 4$
 $2x + 2y = 8$

13.21 $(2x + 3y) + (4x - 6y) = 10$
 $(3x - 2y) - (x + y) = 2$

13.22 $(3x + 2y) + 2(4x - y) = 11$
 $(6x - 4y) - 3(2x + 3y) = -13$

13.23 $2(2x + y) + (4x - y) = 12$
 $3(3x - 2y) - (2x + y) = 0$

13.6 $2x + y = 4$
 $x + 2y = 5$

13.7 $4x + 3y = 14$
 $2x - 5y = 7$

13.8 $x + y = 6$
 $3x - y = 4$

13.9 $3x + y = 5$
 $4x - 2y = 6$

13.10 $x + 3y = 9$
 $2x - 2y = 6$

13.16 $3x + 2y = 7$
 $6x + 4y = 1$

13.17 $2x - y = 3$
 $8x - 4y = 12$

13.18 $x + 2y = 8$
 $6x + 12y = 48$

13.19 $3x + 4y = 6$
 $6x + 8y = 6$

13.20 $x + y = 5$
 $-2x - 2y = -10$

13.24 $(4x + 3y) + 2(x - y) = 14$
 $2(2x - y) - (4x - 2y) = 6$

13.25 $(-2x + 2y) + 3(2x - y) = 15$
 $(3x - 2y) - (x + 2y) = 4$

13.26 $2(3x + 2y) + 3(2x - y) = 9$
 $(6x + 4y) - 2(2x + y) = 7$

14. V oboru reálných čísel vyřeš soustavu tří rovnic:

14.1 $2x + y - 2z = 8$

$x - 2y + 4z = 4$

$x + 3y - 2z = 2$

14.2 $x + y - 2z = 1$

$2x + y + 4z = 1$

$3x + y + 2z = 1$

14.3 $3x - 2y + z = 3$

$x + y - 2z = -6$

$4x - y - z = 2$

14.4 $2x - 3y + 4z = 9$

$x + 2y - 5z = -6$

$3x - y - z = 3$

14.5 $x + 3y - 2z = 10$

$2x + 6y - 3z = 6$

$-x - 3y + 2z = 17$

14.6 $4x - 2y + z = 5$

$-4x + 2y - z = -5$

$2z = 10$

Graf lineární funkce**15. Urči průsečíky grafu funkce se souřadnicovými osami a sestroj graf této funkce:**

15.1 $f_1: y = 2x + 3$

15.2 $f_2: y = -3x + 1$

15.3 $f_3: y = 4x - 2$

15.4 $f_4: y = -x + 5$

15.5 $f_5: y = 3x + 2$

15.6 $f_6: y = -2x + 4$

15.7 $f_7: y = 5x - 3$

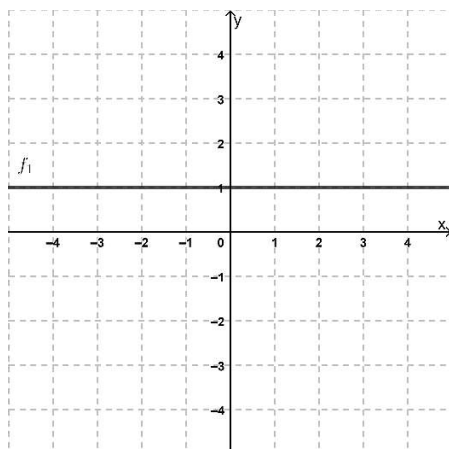
15.8 $f_8: y = -4x + 6$

15.9 $f_9: y = 6x + 1$

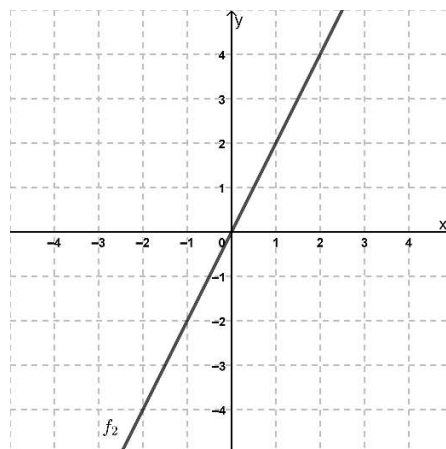
15.10 $f_{10}: y = -5x + 7$

16. Na základě grafu funkce urči její předpis:

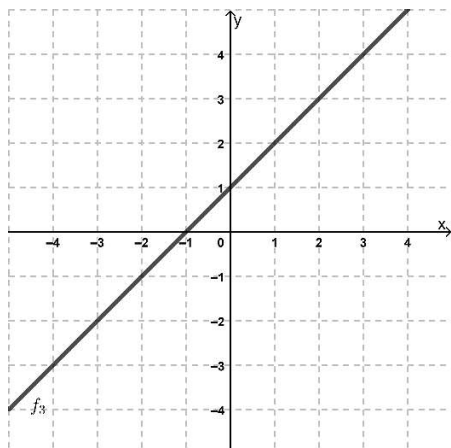
16.1



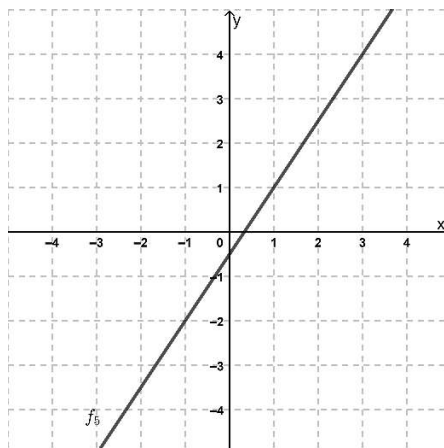
16.2



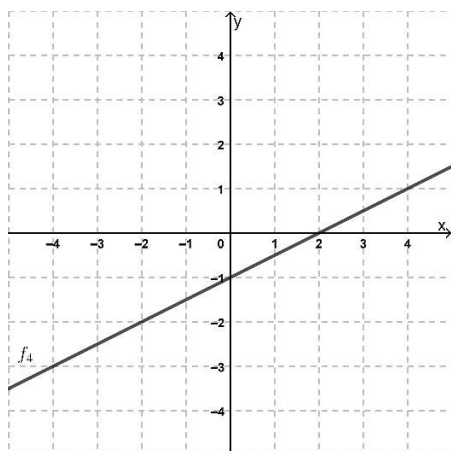
16.3



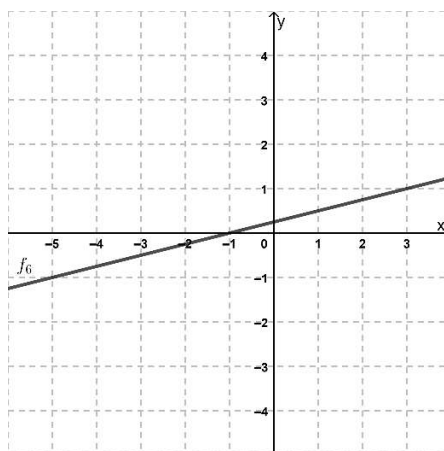
16.5



16.4



16.6



Lineární nerovnice

17. V oboru reálných čísel vyřeš nerovnici:

17.1 $2x + 3 > 4x - 1$

17.6 $6x + 2 > 3x + 9$

17.2 $3x - 5 \leq 2x + 8$

17.7 $3x - 4 \geq 3x + 5$

17.3 $4x + 2 \geq 6x - 3$

17.8 $4x + 2 < 5x - 7$

17.4 $5x - 2 < 3x + 10$

17.9 $3x - 2 \leq 2x + 6$

17.5 $7x + 3 \leq 7x - 2$

17.10 $5x + 4 > 2x + 9$

17.11 $(2x + 3) > (4x - 1) + 3x + 5$

17.16 $(6x + 2) > (3x + 9) + 2x - 5$

17.12 $(3x - 5) + (2x + 8) \leq 2x - 3$

17.17 $(3x - 4) + (2x + 5) \geq (4x + 1)$

17.13 $(4x + 2) > (6x - 3) + 5x - 2$

17.18 $(4x + 2) + 5 \leq (5x - 7) + 3x + 6$

17.14 $(5x - 2) + (3x + 10) < (4x + 2)$

17.19 $(3x - 2) + (2x + 6) \leq 6x - 4$

17.15 $(2x + 3) \leq (7x - 2) + 3x + 4$

17.20 $(5x + 4) > (2x + 9) + x + 3$

1

2

3

4

5

6

7

8

9

17.21 $\frac{2x}{3} - \frac{1}{2} > \frac{x}{4} + \frac{4}{2}$

17.26 $\frac{6x + 5}{14} > \frac{3x + 2}{7}$

17.22 $\frac{3x - 2}{5} \leq \frac{2x + 8}{10}$

17.27 $\frac{3x - 4}{6} \geq \frac{2x + 5}{3}$

17.23 $\frac{4x + 1}{2} \geq \frac{3x - 3}{4}$

17.28 $\frac{4x + 2}{6} + \frac{1}{3} < \frac{5x - 6}{2}$

17.24 $\frac{5x}{2} + \frac{3}{4} < \frac{5x + 1}{2}$

17.29 $\frac{4x + 2}{4} \leq \frac{5x - 2}{5}$

17.25 $\frac{2x - 1}{3} \leq \frac{7x + 2}{5}$

17.30 $\frac{4x + 2}{2} > \frac{2x + 1}{3}$

18. V oboru reálných čísel vyřeš soustavu lineárních nerovnic:

18.1 $2x - 3 > 4x + 1$

18.6 $2x + 3 > 4x - 1$

$3x + 2 \leq 5x - 4$

$3x - 5 \leq 2x + 8$

18.2 $4x + 2 \geq 6x - 3$

18.7 $6x + 2 > 3x + 9$

$5x - 2 < 3x + 8$

$3x - 4 \leq 2x + 5$

18.3 $2x + 3 \leq 7x - 2$

18.8 $4x + 2 < 5x - 7$

$6x + 2 > 3x + 9$

$3x - 2 \leq 2x + 6$

18.4 $3x - 4 \geq 2x + 5$

18.9 $5x + 4 < 2x + 9$

$4x + 2 < 5x - 7$

$2x + 3 \leq 7x - 2$

18.5 $3x - 2 \leq 2x + 6$

18.10 $2x + 3 > 4x - 1$

$5x + 4 > 2x + 9$

$6x + 2 > 3x + 9$

**Lineární funkce, rovnice a nerovnice
s absolutní hodnotou**

19. Sestroj graf funkce a popiš její monotónnost:

19.1 $f_1: y = |x + 3|$

19.6 $f_6: y = 2x + |6x - 2|$

19.2 $f_2: y = 3 - |5x|$

19.7 $f_7: y = 3|x - 4| - 2x$

19.3 $f_3: y = |x| + 3$

19.8 $f_8: y = 4 - |4x + 2|$

19.4 $f_4: y = -2|x + 2| + 5x$

19.9 $f_9: y = |3x - 2| + x$

19.5 $f_5: y = 2|x - 3| - 4$

19.10 $f_{10}: y = 5x - |4x + 4|$

20. V oboru reálných čísel vyřeš rovnici:

- | | |
|--------------------------|----------------------------|
| 20.1 $ x = 7$ | 20.6 $ 6x + 2 + 2x = 12$ |
| 20.2 $ x - 5 = 15$ | 20.7 $4x - 3x - 4 = 8$ |
| 20.3 $ 4x - 2 = 10$ | 20.8 $ 4x + 2 = 10$ |
| 20.4 $ 5x + 2 - 4x = 6$ | 20.9 $ 3x - 2 - x = 5$ |
| 20.5 $2x - 3x - 1 = 5$ | 20.10 $5x + 4x + 4 = 24$ |

21. V oboru reálných čísel vyřeš nerovnici:

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| 21.1 $ 3x - 4 \geq 2$ | 21.6 $ 6x - 2 + 2x > 13$ |
| 21.2 $4 x - 3 > 9$ | 21.7 $5x - 3x - 4 \leq 7$ |
| 21.3 $ 2x < 10$ | 21.8 $ 4x - 2 < 11$ |
| 21.4 $- 5x \leq 15$ | 21.9 $ 3x + 1 - 2x \geq 4$ |
| 21.5 $2x + x - 1 \leq 5$ | 21.10 $5x + 4x - 4 > 22$ |

Kvadratická funkce

Význam koeficientů kvadratické funkce

22. Na základě předpisu funkce rozhodni, zda je zdola, či shora omezená:

- | | |
|--------------------------------|----------------------------------|
| 22.1 $f_1: y = x^2 + 3x + 2$ | 22.6 $f_6: y = x^2 - 2x + 4$ |
| 22.2 $f_2: y = 2x^2 - 5x + 1$ | 22.7 $f_7: y = -2x^2 + 3x - 1$ |
| 22.3 $f_3: y = -3x^2 + 4x - 7$ | 22.8 $f_8: y = 5x^2 + 2x + 8$ |
| 22.4 $f_4: y = 4x^2 + 2x - 3$ | 22.9 $f_9: y = -x^2 - 4x + 3$ |
| 22.5 $f_5: y = -x^2 + 6x + 5$ | 22.10 $f_{10}: y = 3x^2 + x - 6$ |

Kvadratická rovnice

23. V oboru reálných čísel vyřeš rovnici:

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| 23.1 $x^2 - 5x + 6 = 0$ | 23.5 $x^2 - 9x + 20 = 0$ |
| 23.2 $x^2 - 4x + 4 = 0$ | 23.6 $x^2 - 8x + 15 = 0$ |
| 23.3 $x^2 + 6x + 9 = 0$ | 23.7 $x^2 + 5x + 6 = 0$ |
| 23.4 $x^2 + 2x + 1 = 0$ | 23.8 $x^2 - 3x + 2 = 0$ |

23.9 $x^2 + 2x + 2 = 0$

23.10 $x^2 - 6x + 9 = 0$

23.11 $x^2 - 10x + 25 = 0$

23.12 $x^2 + 4x + 4 = 0$

23.13 $x^2 + 8x + 16 = 0$

23.14 $x^2 - 7x + 10 = 0$

23.15 $x^2 - 2x + 1 = 0$

23.16 $x^2 + 3x + 2 = 0$

23.17 $x^2 - 6x + 8 = 0$

23.18 $x^2 - 8x + 16 = 0$

23.19 $x^2 + 10x + 25 = 0$

23.20 $x^2 + 7x + 12 = 0$

23.21 $2x^2 - 5x + 2 = 0$

23.22 $3x^2 + 4x - 4 = 0$

23.23 $4x^2 - 3x + 1 = 0$

23.24 $x^2 - 8x + 16 = 0$

23.25 $x^2 + 2x + 1 = 0$

23.26 $3x^2 - 6x + 3 = 0$

23.27 $2x^2 - 3x - 5 = 0$

23.28 $x^2 + 5x + 6 = 0$

23.29 $x^2 - 4x + 4 = 0$

23.30 $2x^2 + 7x + 3 = 0$

23.31 $2x^2 - 5x - 3 = 0$

23.32 $3x^2 + 4x + 1 = 0$

23.33 $4x^2 - 10x + 6 = 0$

23.34 $5x^2 + 3x - 2 = 0$

23.35 $6x^2 - 11x + 4 = 0$

23.36 $x^2 + 6x + 9 = 0$

23.37 $2x^2 - 8x + 8 = 0$

23.38 $3x^2 - 3x + 1 = 0$

23.39 $x^2 + 5x - 6 = 0$

23.40 $4x^2 + 4x + 1 = 0$

23.41 $(x - 2)^2 - 3 = 0$

23.42 $2(x + 3)^2 - 8 = 0$

23.43 $3(x^2 - 4) - 2x = 0$

23.44 $4x^2 - 2(2x + 1) = 0$

23.45 $(x + 1)(x - 3) + 2 = 0$

23.46 $(2x - 3)(x + 1) = 0$

23.47 $x^2 + 2(x - 1) - 3 = 0$

23.48 $2(x - 2)^2 - 5(x - 1) = 0$

23.49 $(x + 2)(x - 3) + (x - 1)(x + 4) = 0$

23.50 $3(x - 2)^2 + 4(x + 1)^2 = 0$

24. V oboru reálných čísel vyřeš rovnici:

24.1 $x^2 - 9 = 0$

24.8 $x^2 - 7 = 0$

24.15 $x^2 - 3x = 0$

24.2 $3x^2 - 8x = 0$

24.9 $4x^2 - 1 = 0$

24.16 $3x^2 + 1 = 0$

24.3 $4x^2 + 1 = 0$

24.10 $x^2 + 2x = 0$

24.17 $2x^2 + 5x = 0$

24.4 $2x^2 - 5x = 0$

24.11 $3x^2 - 2 = 0$

24.18 $x^2 - 6 = 0$

24.5 $x^2 - 4 = 0$

24.12 $2x^2 - 3x = 0$

24.19 $4x^2 - 2x = 0$

24.6 $3x^2 + 6x = 0$

24.13 $x^2 - 5 = 0$

24.20 $x^2 + 4 = 0$

24.7 $2x^2 + 3x = 0$

24.14 $4x^2 + 2 = 0$

24.21 $x^2 = 64$

Rovnice ve tvaru součinu

25. V oboru reálných čísel vyřeš rovnici:

25.1 $(x + 2)(x - 3) = 0$

25.6 $(3x - 2)(x + 5) = 0$

25.2 $(3x - 5)(2x + 1) = 0$

25.7 $(2x + 3)(x - 2) = 0$

25.3 $(4x + 2)(x - 1) = 0$

25.8 $(x - 4)(x + 3) = 0$

25.4 $(2x - 3)(x + 4) = 0$

25.9 $(4x + 1)(2x - 5) = 0$

25.5 $(x + 1)(x - 1) = 0$

25.10 $(x - 2)(x + 6) = 0$

Rozklad kvadratického trojčlenu

26. Rozlož na součin:

26.1 $x^2 - 5x + 6$

26.6 $x^2 - 3x - 10$

26.2 $2x^2 + 3x - 5$

26.7 $2x^2 - 9x + 9$

26.3 $3x^2 - 8x + 4$

26.8 $x^2 + 5x + 6$

26.4 $x^2 + 7x + 10$

26.9 $3x^2 + 6x + 3$

26.5 $4x^2 - 12x + 9$

26.10 $4x^2 - 4x + 1$

Graf kvadratické funkce

27. Urči souřadnice vrcholu grafu funkce a průsečíky grafu funkce se souřadnicovými osami, graf sestroj:

27.1 $f_1: y = x^2 + x - 6$

27.6 $f_6: y = -x^2 + x + 6$

27.2 $f_2: y = 2x^2 - 2x - 4$

27.7 $f_7: y = -2x^2 + x + 10$

27.3 $f_3: y = 3x^2 + 3x - 6$

27.8 $f_8: y = -x^2 - 11x - 24$

27.4 $f_4: y = x^2 - 4x - 12$

27.9 $f_9: y = -3x^2 + 3$

27.5 $f_5: y = 2x^2 + 6x - 7$

27.10 $f_{10}: y = -x^2 - 4x + 5$

27.11 $f_{11}: y = x^2 - 4x + 7$

27.16 $f_{16}: y = -x^2 + 4x - 4$

27.12 $f_{12}: y = x^2 + 2x + 1$

27.17 $f_{17}: y = -x^2 - 6x - 9$

27.13 $f_{13}: y = x^2 - 6x + 10$

27.18 $f_{18}: y = -x^2 + 2x - 1$

27.14 $f_{14}: y = x^2 + 8x + 17$

27.19 $f_{19}: y = -x^2 - 8x - 16$

27.15 $f_{15}: y = x^2 - 10x + 30$

27.20 $f_{20}: y = -x^2 + 10x - 25$

Kvadratická nerovnice

28. V oboru reálných čísel vyřeš nerovnici:

28.1 $x^2 - 5x + 6 > 0$

28.11 $x^2 - 2x - 8 \leq 0$

28.2 $-x^2 - 2x + 3 \leq 0$

28.12 $x^2 + 6x + 9 \geq 0$

28.3 $-x^2 + 9x - 18 > 0$

28.13 $x^2 - 7x + 12 < 0$

28.4 $x^2 + 5x + 6 \geq 0$

28.14 $x^2 + 3x + 2 > 0$

28.5 $x^2 - 4x + 3 < 0$

28.15 $-x^2 + 3x + 4 \leq 0$

28.6 $-x^2 - 7x - 10 > 0$

28.16 $x^2 + 8x + 16 \geq 0$

28.7 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$

28.17 $-x^2 + 9x - 20 < 0$

28.8 $x^2 + 4x + 3 \geq 0$

28.18 $x^2 + 5x + 6 > 0$

28.9 $-x^2 + 8x - 16 < 0$

28.19 $-x^2 + 4x - 4 \leq 0$

28.10 $x^2 + x - 6 > 0$

28.20 $x^2 + 7x + 10 \geq 0$

Nerovnice ve tvaru součinu

29. V oboru reálných čísel vyřeš nerovnici:

29.1 $(x - 2)(x + 3) > 0$

29.6 $(x - 3)(x + 1) > 0$

29.2 $(x + 1)(-x - 4) \leq 0$

29.7 $(-x - 2)(-x + 2) \leq 0$

29.3 $(-x - 3)(x + 1) \geq 0$

29.8 $(x + 5)(-x + 3) < 0$

29.4 $(x + 2)(x - 5) < 0$

29.9 $(-x + 1)(-x + 4) > 0$

29.5 $(-x + 4)(-x + 4) \geq 0$

29.10 $(-x - 3)(x + 3) \geq 0$

Kvadratická funkce, rovnice a nerovnice s absolutní hodnotou

30. Sestroj graf funkce:

30.1 $f_1: y = |x^2| - 2x + 1$

30.4 $f_4: y = |x^2 - 4x + 3| + 2$

30.2 $f_2: y = |x^2 + 2x| - 3$

30.5 $f_5: y = |x^2 + 5x| - 4$

30.3 $f_3: y = x^2 + |2x - 2|$

30.6 $f_6: y = |x^2 - 3x| + 1$

31. V oboru reálných čísel vyřeš rovnici:

31.1 $x^2 - |3x| = -2$

31.2 $x^2 + |2x + 1| = -x + 5$

31.3 $|x^2 - 4x| - 3 = 2$

31.7 $|x^2 + 4x| = 5$

31.4 $|x^2 + 5x + 6| = 2$

31.8 $|x^2 - 6| = 5$

31.5 $3 - |x^2 - 2x| = 0$

31.9 $x^2 - |x - 2| = 4$

31.6 $|x^2 - 9| + 4 = 0$

31.10 $|x^2 - 3x + 2| - 2 = 0$

32. V oboru reálných čísel vyřeš nerovnici:

32.1 $x^2 - |3x - 2| > 5$

32.6 $|x^2 - 9| + 4 < 0$

32.2 $x^2 + |2x + 1| \leq -x + 5$

32.7 $|x^2 + 4x| \leq 5$

32.3 $|x^2 - 4x| \geq 3$

32.8 $|x^2 - 6| > 5$

32.4 $|x^2 + 5x - 6| < 2$

32.9 $x^2 - |x - 2| \leq 4$

32.5 $3 - |x^2 - 2x| \geq 0$

32.10 $|x^2 - 3x + 2| - 2 > 0$

Kvadratická rovnice s parametrem**33. V oboru reálných čísel urči hodnotu parametru:**

33.1 Rovnice: $x^2 + px + 4 = 0$, kde p je parametr. Hledejte hodnoty parametru p , aby rovnice měla dvě reálná řešení.

33.2 Rovnice: $2x^2 - 5px + 10 = 0$, kde p je parametr. Hledejte hodnoty parametru p , aby rovnice měla jedno reálné řešení.

33.3 Rovnice: $3x^2 + 2px - 1 = 0$, kde p je parametr. Hledejte hodnoty parametru p , aby rovnice neměla žádné reálné řešení.

33.4 Rovnice: $px^2 - 4x + 9 = 0$, kde p je parametr. Hledejte hodnoty parametru p , aby rovnice měla dvě reálná řešení.

33.5 Rovnice: $4x^2 - 2px + p = 0$, kde p je parametr. Hledejte hodnoty parametru p , aby rovnice měla jedno reálné řešení.

33.6 Rovnice: $2x^2 + px + p^2 = 0$, kde p je parametr. Hledejte hodnoty parametru p , aby rovnice měla jedno reálné řešení.

33.7 Rovnice: $3x^2 - px + 3 = 0$, kde p je parametr. Hledejte hodnoty parametru p , aby rovnice neměla žádné reálné řešení.

33.8 Rovnice: $x^2 + px - 7 = 0$, kde p je parametr. Hledejte hodnoty parametru p , aby rovnice měla dvě reálná řešení.

33.9 Rovnice: $5x^2 - 3px + p = 0$, kde p je parametr. Hledejte hodnoty parametru p , aby rovnice měla jedno reálné řešení.

33.10 Rovnice: $px^2 + 2x + 5 = 0$, kde p je parametr. Hledejte hodnoty parametru p , aby rovnice neměla žádné reálné řešení.

34. V oboru reálných čísel vyřeš soustavu rovnic:

34.1 $2x - y = 4$

$$x^2 + 3y = 4$$

34.2 $3x + 2y = 7$

$$x^2 - y = 1$$

34.3 $4x - y = 5$

$$x^2 + 2y = 10$$

34.4 $x + 5y = 12$

$$x^2 - 2y = 5$$

34.5 $2x + 3y = 8$

$$x^2 + y = 8$$

34.6 $x - 2y = 4$

$$x^2 + 4y = 7$$

34.7 $3x + 4y = 0$

$$x^2 + y^2 = 25$$

34.8 $4x - 2y = 8$

$$x^2 + 3y = 15$$

34.9 $2x + 3y = 1$

$$x^2 - 3y = 7$$

34.10 $-4x + 2y = 18$

$$x^2 + 2y^2 = 18$$

Iracionální funkce

Iracionální rovnice

35. V oboru reálných čísel vyřeš rovnici:

35.1 $\sqrt{x} = 3$

35.4 $\sqrt{x + 5} = 6$

35.7 $\sqrt{5x - 1} = 3$

35.2 $\sqrt{2x + 1} = 5$

35.5 $\sqrt{4x} = 8$

35.8 $\sqrt{x + 2} = 2$

35.3 $\sqrt{3x - 4} = 2$

35.6 $\sqrt{2x + 3} = 4$

35.9 $\sqrt{3x} = 9$

35.10 $\sqrt{4x + 24} = 2x$

35.15 $\sqrt{x + 10} = 3x$

35.11 $\sqrt{5x - 10} = 3x$

35.16 $\sqrt{4x + 32} = 6x$

35.12 $\sqrt{2x + 9} = x$

35.17 $\sqrt{9x + 36} = x$

35.13 $\sqrt{2x + 18} = 4x$

35.18 $\sqrt{80x - 400} = 2x$

35.14 $\sqrt{2x + 16} = x$

35.19 $\sqrt{12x + 44} = 9x$

35.20 $\sqrt{2x + 8} = \sqrt{3x}$

35.23 $\sqrt{5x} = \sqrt{2x + 18}$

35.21 $\sqrt{4x - 6} = \sqrt{2x + 1}$

35.24 $\sqrt{x + 9} = \sqrt{x + 2}$

35.22 $\sqrt{3x + 12} = \sqrt{2x - 2}$

35.25 $\sqrt{6x + 15} = \sqrt{3x + 1}$

35.26 $\sqrt{7x} = \sqrt{x+14}$

35.28 $\sqrt{x+7} = \sqrt{2x+1}$

35.27 $\sqrt{4x-5} = \sqrt{2x-1}$

35.29 $\sqrt{8x} = \sqrt{x+16}$

35.30 $\sqrt{x+5} = \sqrt{9x} - 3$

35.35 $\sqrt{x+2} - 1 = \sqrt{x-1} + 1$

35.31 $\sqrt{3x} + 1 = 2\sqrt{x+1}$

35.36 $\sqrt{4x} + 2 = \sqrt{x+7}$

35.32 $\sqrt{x+4} - 2 = \sqrt{2x-9}$

35.37 $\sqrt{5x-2} = \sqrt{3x+1}$

35.33 $\sqrt{2x+3} = \sqrt{x} + 1$

35.38 $\sqrt{x+6} + 3 = \sqrt{2x+10}$

35.34 $2\sqrt{x-1} = \sqrt{x} + 1$

35.39 $\sqrt{6x} = \sqrt{x+4} + 2$

Definiční obor a obor hodnot iracionální funkce

36. Urči definiční obor funkce:

36.1 $f_1: y = \sqrt{x^2 + 1}$

36.6 $f_6: y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

36.2 $f_2: y = \sqrt{2x^2 + 3x + 1}$

36.7 $f_7: y = \sqrt{3x^2 + 2x + 4}$

36.3 $f_3: y = \sqrt{3x^2 - 2x + 5}$

36.8 $f_8: y = \sqrt{x^2 + x + 1}$

36.4 $f_4: y = \sqrt{x+2}$

36.9 $f_9: y = \sqrt{2x^2 - 4x + 3}$

36.5 $f_5: y = \sqrt{2x+1}$

36.10 $f_{10}: y = \sqrt{x+5}$

Lineární lomená funkce

Rovnice s neznámou ve jmenovateli

37. V oboru reálných čísel vyřeš rovnici:

37.1 $\frac{2}{x} = 5$

37.4 $\frac{2x}{3} - 1 = \frac{3}{x}$

37.7 $\frac{4x}{6} - \frac{1}{3} = \frac{2}{x}$

37.2 $\frac{3x}{4} = \frac{1}{2}$

37.5 $\frac{2}{x-1} + 2 = \frac{x}{2}$

37.8 $\frac{2x}{3} + \frac{1}{x+2} = 1$

37.3 $\frac{5}{x+1} = 3$

37.6 $\frac{1}{x-3} = \frac{2}{x+1}$

37.9 $\frac{1}{2x} + \frac{3}{4} = \frac{1}{3}$

37.10 $\frac{3}{x} + \frac{2}{x} - \frac{1}{x-1} = 0$

37.15 $\frac{4x}{x+2} + \frac{4}{x+2} = \frac{x+1}{x-3}$

37.11 $\frac{2}{x+2} - \frac{1}{x+2} + \frac{4}{x-1} = 0$

37.16 $\frac{3}{x} + \frac{x-1}{x} = \frac{3x}{x+1}$

37.12 $\frac{x+1}{x-2} - \frac{3}{x+1} + \frac{2}{x+1} = 0$

37.17 $\frac{2x}{x-3} + \frac{3}{x} = \frac{6}{x-3}$

37.13 $\frac{3}{x+3} + \frac{1}{x-1} - \frac{5}{x+3} = 0$

37.18 $\frac{x-1}{x+2} + \frac{2x}{x+2} = \frac{x+3}{x-1}$

37.14 $\frac{4}{x-3} - \frac{5}{x+1} + \frac{2}{x-3} = 0$

37.19 $\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x+1} = \frac{1}{x-2}$

37.20 $\frac{3}{x} + \frac{2}{x+1} - \frac{3}{x-1} = 0$

37.25 $\frac{4}{x+2} + \frac{1}{x-3} = \frac{3}{x-1}$

37.21 $\frac{2}{x+2} - \frac{2}{x-3} + \frac{5}{x-1} = 0$

37.26 $\frac{5}{x} - \frac{6}{x+1} = -\frac{2}{x-2}$

37.22 $\frac{x+1}{x-2} - \frac{x-3}{x+1} = 0$

37.27 $\frac{7}{x-3} + \frac{4}{x-2} = \frac{5}{x+1}$

37.23 $\frac{3x}{x+2} + \frac{x}{x-1} - \frac{5x}{x+3} = 0$

37.28 $\frac{4}{x+2} + \frac{2x}{x} = \frac{8}{x-1}$

37.24 $\frac{4}{x-3} + \frac{5}{x+1} - \frac{2}{x-2} = 0$

37.29 $\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-2} = \frac{4}{x-3}$

Rovnice ve tvaru podílu

38. V oboru reálných čísel vyřeš rovnici:

38.1 $\frac{3x-5}{2x} = 0$

38.4 $\frac{x+4}{5x} = 0$

38.7 $\frac{3x-2}{x+1} = 0$

38.2 $\frac{4x}{x+1} = 0$

38.5 $\frac{2x}{x-2} = 0$

38.8 $\frac{2x-3}{x+2} = 0$

38.3 $\frac{5}{x-3} = 0$

38.6 $\frac{x-1}{3x} = 0$

38.9 $\frac{4}{x-1} = 0$

Nerovnice ve tvaru podílu

39. V oboru reálných čísel vyřeš nerovnici:

$$39.1 \quad \frac{3x - 2}{4x + 5} \geq 0$$

$$39.8 \quad \frac{-x + 3}{x - 9} < 0$$

$$39.15 \quad \frac{-5x - 2}{3x + 1} \leq 0$$

$$39.2 \quad \frac{x + 2x}{x - 3} > 0$$

$$39.9 \quad \frac{2x - 1}{3x + 2} \leq 0$$

$$39.16 \quad \frac{x + 1}{4x - 8} > 1$$

$$39.3 \quad \frac{2x + 1}{3x - 4} < 0$$

$$39.10 \quad \frac{x + 4}{x - 4} > 0$$

$$39.17 \quad \frac{-x + 2}{-2x} \geq 1$$

$$39.4 \quad \frac{5}{x + 2} < 0$$

$$39.11 \quad \frac{2x + 1}{x - 3} \leq 0$$

$$39.18 \quad \frac{4x - 1}{3x - 5} \leq -1$$

$$39.5 \quad \frac{-x - 1}{2x - 6} \leq 0$$

$$39.12 \quad \frac{x + 5x}{2x + 3} \geq 0$$

$$39.19 \quad \frac{5x + 3}{2x + 1} > 2$$

$$39.6 \quad \frac{-4x}{2x + 1} \geq 0$$

$$39.13 \quad \frac{3}{x - 2} > 0$$

$$39.20 \quad \frac{x - 1}{x + 2} \leq 1$$

$$39.7 \quad \frac{3x - 5}{x + 3} > 0$$

$$39.14 \quad \frac{x - 4x}{x + 1} < 0$$

$$39.21 \quad \frac{-x}{2 - x} > 1$$

Graf lineární lomené funkce

40. Urči střed grafu funkce a sestroj jej, urči definiční obor a obor hodnot funkce:

$$40.1 \quad f_1: y = \frac{x + 2}{2x - 2}$$

$$40.4 \quad f_4: y = \frac{5x - 5}{5x + 10}$$

$$40.7 \quad f_7: y = \frac{x + 1}{x}$$

$$40.2 \quad f_2: y = \frac{2x - 1}{2x + 4}$$

$$40.5 \quad f_5: y = \frac{-2x + 4}{4x - 4}$$

$$40.8 \quad f_8: y = \frac{x + 2}{3x - 1}$$

$$40.3 \quad f_3: y = \frac{x + 4}{2x + 1}$$

$$40.6 \quad f_6: y = \frac{x - 2}{x + 1}$$

$$40.9 \quad f_9: y = \frac{x}{x + 2}$$

1

2

3

4

5

6

7

8

9

Definiční obor lomené funkce s odmocninami

41. Urči definiční obor funkce:

$$41.1 \quad f_1: y = \frac{\sqrt{4x+2}}{\sqrt{4x-8}}$$

$$41.2 \quad f_2: y = \frac{\sqrt{2x-4}}{\sqrt{x+3}}$$

$$41.3 \quad f_3: y = \frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{2x+1}}$$

$$41.4 \quad f_4: y = \frac{\sqrt{5x-3}}{\sqrt{3x+2}}$$

$$41.5 \quad f_5: y = \frac{\sqrt{-2x+5}}{\sqrt{3x-4}}$$

$$41.6 \quad g_1: y = \sqrt{\frac{4x+2}{4x-8}}$$

$$41.7 \quad g_2: y = \sqrt{\frac{2x-4}{x+3}}$$

$$41.8 \quad g_3: y = \sqrt{\frac{x+4}{2x+1}}$$

$$41.9 \quad g_4: y = \sqrt{\frac{5x-3}{3x+2}}$$

$$41.10 \quad g_5: y = \sqrt{\frac{-2x+5}{3x-4}}$$

Exponenciální funkce

Exponenciální rovnice

42. V oboru reálných čísel vyřeš rovnici:

$$42.1 \quad 3^x = 9^{2x-1}$$

$$42.2 \quad 4^{x+2} = 2^{2x+3}$$

$$42.3 \quad 2^{2x} = 8^{x+1}$$

$$42.4 \quad 2^x \cdot 4^{x+1} = 32$$

$$42.5 \quad 9^x \cdot 3^{x-1} = 3^{x+2}$$

$$42.6 \quad 3^{2x} \cdot 9^x = 27$$

$$42.7 \quad 2^x \cdot 4^{x-1} \cdot 8^{x+2} = 64$$

$$42.8 \quad 3^x \cdot 9^{x-1} \cdot 27^{x+2} = 81$$

$$42.9 \quad 4^x \cdot 8^{x+1} = 2^{x+2}$$

$$42.10 \quad 5^x \cdot 25^{x-1} = 125^{x+2}$$

$$42.11 \quad 2^x \cdot 4^{x+1} \cdot 8^{x-2} = 32^x$$

$$42.12 \quad 2^{2x} - 3 \cdot 2^x = -2$$

$$42.13 \quad 3^{2x} + 2 \cdot 3^x - 15 = 0$$

$$42.14 \quad 2^{x+1} - 4^{x+2} = 8$$

$$42.15 \quad 25^x - 2 \cdot 5^{x+1} = -25$$

$$42.16 \quad 3 \cdot 2^{x+1} + 4^x = 16$$

$$42.17 \quad 2^{x-1} + 3 \cdot 2^x = 14$$

$$42.18 \quad 3^x + 2 \cdot 3^{x+1} - 63 = 0$$

$$42.19 \quad 2 \cdot 5^x - 5^{x+1} = 25$$

$$42.20 \quad 9^{x+1} - 3^x - 8 = 0$$

$$42.21 \quad 4^x - 16^{x-1} = 16$$

$$42.22 \quad 3^{x+1} + 2 \cdot 3^x - 15 = 0$$

$$42.23 \quad 2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 8 = 0$$

42.24 $5^x - 2 \cdot 5^{x-1} + 25 = 0$

42.27 $-18 \cdot 3^x + 9^x - 81 = 0$

42.25 $3 \cdot 2^{x+1} + 4^x - 16 = 0$

42.28 $2 \cdot 5^x - 5^{x+1} + 375 = 0$

42.26 $2^{x-1} + 3 \cdot 2^x - 28 = 0$

42.29 $4^x \cdot 5^x = 20^{2x}$

42.30 $5^x \cdot 2^{2x+1} = 10^x$

42.31 $2^{2x} \cdot 6^x = 3 \cdot 12^{x-1}$

Graf exponenciální funkce

43. Sestroj graf funkce:

43.1 $f_1: y = 2^x$

43.3 $f_3: y = e^{2x}$

43.5 $f_5: y = 0,5 \cdot 2^x$

43.2 $f_2: y = 3^{x-1}$

43.4 $f_4: y = 5^x + 2$

43.6 $f_6: y = 4^{-x}$

44. Urči, pro které hodnoty parametru p je funkce rostoucí a pro které klesající:

44.1 $f_1: y = p^x$

44.3 $f_3: y = 2^{px}$

44.5 $f_5: y = \left(\frac{p}{p+1}\right)^x$

44.2 $f_2: y = \left(\frac{1}{p}\right)^x$

44.4 $f_4: y = e^{x+p}$

44.6 $f_6: y = (1+p)^x$

Logaritmická funkce

Logaritmus

45. Vypočítej:

45.1 $\log_5 125 =$

45.5 $\log_2 16 =$

45.9 $\log_{10} 1000 =$

45.2 $\log_7 49 =$

45.6 $\log_5 1 =$

45.10 $\log_7 343 =$

45.3 $\log_2 0,25 =$

45.7 $\log_4 2 =$

45.11 $\log_6 36 =$

45.4 $\log_2 0,5 =$

45.8 $\log_9 729 =$

45.12 $\log_2 64 =$

45.13 $\log_3 x = -3$

45.16 $\log_7 x = 0$

45.19 $\log_{10} x = -3$

45.14 $\log_8 x = 2$

45.17 $\log_3 x = 4$

45.20 $\log_8 x = -0, \bar{3}$

45.15 $\log_4 x = -3$

45.18 $\log_5 x = 4$

45.21 $\log_6 x = 0$

45.22 $\log_a 81 = 2$

45.25 $\log_a 16 = 2$

45.28 $\log_a 0,125 = -1$

45.23 $\log_a 1 = 0$

45.26 $\log_a 25 = 2$

45.29 $\log_a 36 = 2$

45.24 $\log_a 8 = 3$

45.27 $\log_a 100 = 2$

45.30 $\log_a 81 = 2$

Vzorce pro práci s logaritmy

46. Urči hodnotu součtu či rozdílu logaritmů:

46.1 $\log 25 + \log 4 =$

46.6 $\log_3 891 - \log_3 11 =$

46.2 $\log 4000 - \log 4 =$

46.7 $\log_4 8 + \log_4 8 =$

46.3 $\log_{18} 81 + \log_{18} 4 =$

46.8 $\log_2 384 - \log_2 3 =$

46.4 $\log_8 320 - \log_8 5 =$

46.9 $\log_{15} 75 + \log_{15} 3 =$

46.5 $\log_6 4 + \log_6 54 =$

46.10 $\log_{18} 11\,664 - \log_{18} 2 =$

47. Zjednoduř:

47.1 $2 \log_3 x + \log_3 y - \log_3 z =$

47.2 $\log_2 a + \log_2 b^3 - 2 \log_2 c =$

47.3 $\log_5 2x - \log_5 3y + \log_5 4z =$

47.4 $\log_4 x^3 + 2 \log_4 y - \log_4 z =$

47.5 $\log_7 3a^2 - 3 \log_7 2b + \log_7 c =$

47.6 $\log_9(2x + 1) + \log_9(3y - 2) - \log_9(4z + 3) =$

47.7 $\log 5x^2 - 3 \log 2y + \log 3z =$

47.8 $3 \log_6 a + 2 \log_6 b - \log_6 c =$

47.9 $\log_2(2x + 3) - \log_2(3y + 4) + \log_2(4z + 5) =$

47.10 $\log_5(2x - 1) + \log_5(3y + 2) - \log_5(4z - 3) =$

48. V oboru reálných čísel vyřeř rovnici:

48.1 $\log_3(x + 2) = 4$

48.6 $\log_6(3x - 2) = \log_6 4$

48.2 $\log_2(3x - 1) = 2$

48.7 $\log_2(x + 1) = \log_2(3x - 2)$

48.3 $\log_5(2x + 3) + 1 = 3$

48.8 $\log_4(2x + 1) = \log_4(3x - 4)$

48.4 $\log_4 5x - 2 = 1$

48.9 $\log_5(x + 3) + \log_5(x + 1) = \log_5 3$

48.5 $\log_8(x^2 + 1) = 1$

48.10 $\log_3(5x + 2) - \log_3(x - 1) = 2$

48.11 $\log^2 x - \log x - 2 = 0$

48.12 $\ln^2 x - 2e \ln x + e^2 = 0$

48.13 $4 \log_2^2(x + 1) + 2 \log_2(x + 1) - 2 = 0$

Řešení exponenciálních rovnic pomocí logaritmování

49. V oboru reálných čísel vyřeš rovnici:

49.1 $2^x = 32768$

49.6 $10^{2x} = 1000000$

49.2 $3^{2x+1} = 243$

49.7 $2^{x+1} = 16$

49.3 $e^{3x} = 1000$

49.8 $e^{x-1} = 20$

49.4 $5^{x-2} = 625$

49.9 $3^x = 81$

49.5 $4^{x-3} = \frac{1}{81}$

49.10 $4^x = \frac{1}{256}$

Graf logaritmické funkce

50. Sestroj graf logaritmické funkce:

50.1 $f_1: y = \log_2 x$

50.4 $f_4: y = \log x$

50.7 $f_7: y = \log_3 2x$

50.2 $f_2: y = \log_{0,5} x$

50.5 $f_5: y = \log(x + 1)$

50.8 $f_8: y = \log_{0,25} x$

50.3 $f_3: y = \log_4 x$

50.6 $f_6: y = 1 + \log_2 x$

50.9 $f_9: y = \log 5x$

51. Rozhodni, zda je hodnota logaritmu kladná, či záporná:

51.1 $\log_3 1$

51.4 $\log_{0,5} 100$

51.7 $\log 2$

51.10 $\log 1000$

51.2 $\log_2 2$

51.5 $\log 0,1$

51.8 $\log_4 10$

51.3 $\log_5 10$

51.6 $\log_7 36$

51.9 $\log_9 81$

Goniometrické funkce

Oblouková míra

52. Zapiš velikosti úhlů v jednotkách obloukové míry:

52.1 30°

52.4 90°

52.7 150°

52.10 15°

52.13 72°

52.2 45°

52.5 120°

52.8 165°

52.11 $22,5^\circ$

52.14 100°

52.3 60°

52.6 135°

52.9 170°

52.12 36°

52.15 110°

53. Zapiš velikosti úhlů v jednotkách stupňové míry:

53.1	$\frac{\pi}{60}$	53.5	$\frac{\pi}{10}$	53.9	$\frac{\pi}{4}$	53.13	$\frac{3\pi}{4}$	53.17	$\frac{5\pi}{4}$
53.2	$\frac{\pi}{45}$	53.6	$\frac{\pi}{9}$	53.10	$\frac{\pi}{3}$	53.14	$\frac{5\pi}{6}$	53.18	$\frac{4\pi}{3}$
53.3	$\frac{\pi}{18}$	53.7	$\frac{\pi}{6}$	53.11	$\frac{\pi}{2}$	53.15	$\frac{\pi}{1}$	53.19	$\frac{5\pi}{3}$
53.4	$\frac{\pi}{12}$	53.8	$\frac{\pi}{5}$	53.12	$\frac{2\pi}{3}$	53.16	$\frac{7\pi}{6}$	53.20	$\frac{7\pi}{4}$

Práce s tabulkovými hodnotami**54. Urči hodnotu funkce:**

54.1	$\sin 0^\circ$	54.6	$\sin 120^\circ$	54.11	$\operatorname{tg} 225^\circ$	54.16	$\operatorname{cotg} 330^\circ$
54.2	$\cos 30^\circ$	54.7	$\operatorname{cotg} 135^\circ$	54.12	$\sin 240^\circ$	54.17	$\cos 360^\circ$
54.3	$\operatorname{tg} 45^\circ$	54.8	$\operatorname{tg} 150^\circ$	54.13	$\sin 270^\circ$	54.18	$\operatorname{tg} 390^\circ$
54.4	$\operatorname{cotg} 60^\circ$	54.9	$\operatorname{cotg} 180^\circ$	54.14	$\cos 300^\circ$	54.19	$\sin 405^\circ$
54.5	$\cos 90^\circ$	54.10	$\cos 210^\circ$	54.15	$\operatorname{tg} 315^\circ$	54.20	$\operatorname{cotg} 420^\circ$
54.21	$\cos 0$	54.26	$\operatorname{tg} \frac{2\pi}{3}$	54.31	$\cos \frac{5\pi}{4}$	54.36	$\operatorname{cotg} \frac{11\pi}{6}$
54.22	$\sin \frac{\pi}{6}$	54.27	$\sin \frac{3\pi}{4}$	54.32	$\operatorname{cotg} \frac{4\pi}{3}$	54.37	$\operatorname{tg} 2\pi$
54.23	$\operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$	54.28	$\cos \frac{5\pi}{6}$	54.33	$\cos \frac{3\pi}{2}$	54.38	$\sin \frac{13\pi}{6}$
54.24	$\operatorname{cotg} \frac{\pi}{3}$	54.29	$\sin \pi$	54.34	$\operatorname{tg} \frac{5\pi}{3}$	54.39	$\operatorname{tg} \frac{9\pi}{4}$
54.25	$\operatorname{cotg} \frac{\pi}{2}$	54.30	$\operatorname{tg} \frac{7\pi}{6}$	54.35	$\sin \frac{7\pi}{4}$	54.40	$\cos \frac{5\pi}{2}$

Goniometrické rovnice

55. V oboru reálných čísel vyřeš rovnici:

$$55.1 \quad \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad 55.4 \quad \operatorname{tg} x = 0 \quad 55.7 \quad \cos x = \frac{1}{2} \quad 55.10 \quad \operatorname{cotg} x = -\sqrt{3}$$

$$55.2 \quad \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad 55.5 \quad \cos x = -1 \quad 55.8 \quad \operatorname{cotg} x = 1 \quad 55.11 \quad \operatorname{tg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$55.3 \quad \operatorname{tg} x = 1 \quad 55.6 \quad \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad 55.9 \quad \operatorname{cotg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \quad 55.12 \quad \sin x = -\frac{1}{2}$$

$$55.13 \quad 2 \sin^2 x - 2\sqrt{2} \sin x + 1 = 0$$

$$55.19 \quad \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$55.14 \quad 2 \cos x - 1 = \frac{1}{\cos x}$$

$$55.20 \quad \cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$55.15 \quad \sqrt{\operatorname{tg} x} = \sqrt[4]{3}$$

$$55.21 \quad \operatorname{tg}(\pi - x) = 0$$

$$55.16 \quad \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$55.22 \quad \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = -1$$

$$55.17 \quad \operatorname{cotg}(\pi - x) = 0$$

$$55.23 \quad \cos\left(x - \frac{4}{3}\pi\right) = -\frac{1}{2}$$

$$55.18 \quad \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$55.24 \quad \operatorname{tg}\left(x - \frac{2}{6}\pi\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$55.25 \quad 2 \sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$55.27 \quad \frac{\sin 2x}{2 \cos^2 x} = -\sqrt{3}$$

$$55.26 \quad \cos^2 x - \sin^2 x = -\frac{1}{2}$$

$$55.28 \quad \cos^2 x = \frac{1}{2}$$

Součtové vzorce

56. Urči hodnotu funkce:

$$56.1 \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$56.4 \quad \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$56.2 \quad \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$56.5 \quad \sin\left(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$56.3 \quad \sin\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$56.6 \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$$

57. Zjednoduř a urči definiční obor výrazu:

57.1 $\frac{\operatorname{tg} x \cdot (1 + \sin^2 x)}{\sin 2x}$

57.5 $1 + \operatorname{cotg}^2 x$

57.2 $\frac{\sin x + \cos x}{\cos 2x}$

57.6 $\frac{1 + \sin 2x}{(\sin x + \cos x)^2}$

57.3 $\frac{\cos 2x + 1}{\operatorname{cotg} x}$

57.7 $\frac{2 \cos^2 x}{\sin 2x}$

57.4 $\frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$

57.8 $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x$

Cyklometrické funkce

58. Pomocí kalkulačky urči hodnotu funkce ve stupních i radiánech:

58.1 $\arcsin 1 =$

58.6 $\arccos -0,5 =$

58.2 $\arccos 0 =$

58.7 $\operatorname{arctg} 1 =$

58.3 $\operatorname{arctg} \sqrt{3} =$

58.8 $\operatorname{arccotg} 0 =$

58.4 $\operatorname{arccotg} 1 =$

58.9 $\arcsin -0,5 =$

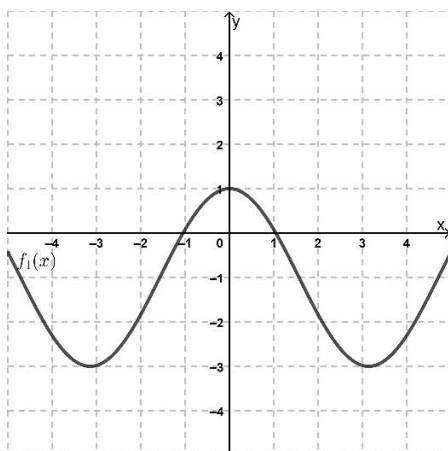
58.5 $\arcsin 0,5 =$

58.10 $\arccos -1 =$

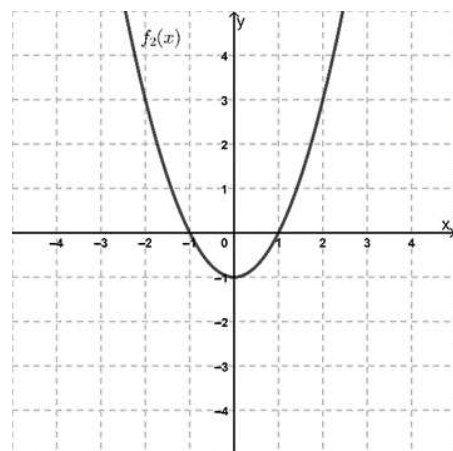
Transformace grafu funkce

59. Sestroj graf funkce transformované dle předpisu:

59.1 $f_1(x) + 2$



59.2 $-f_2(x)$



1

2

3

4

5

6

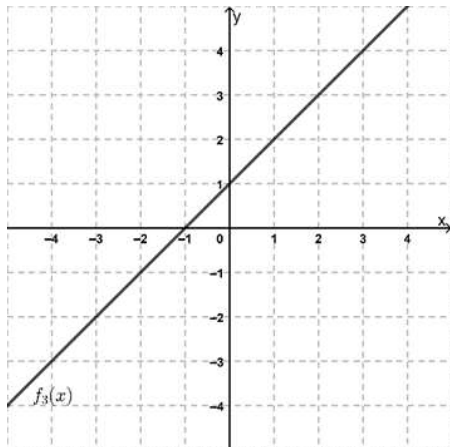
7

8

9

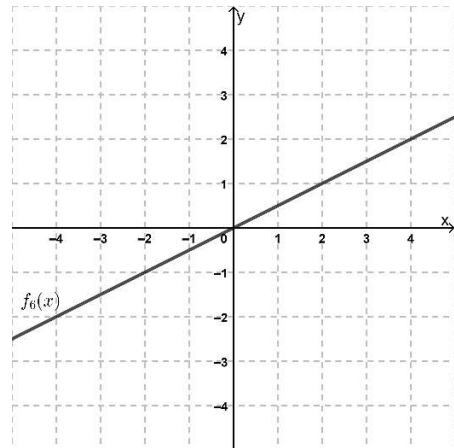
59.3

$$f_3(x - 3)$$



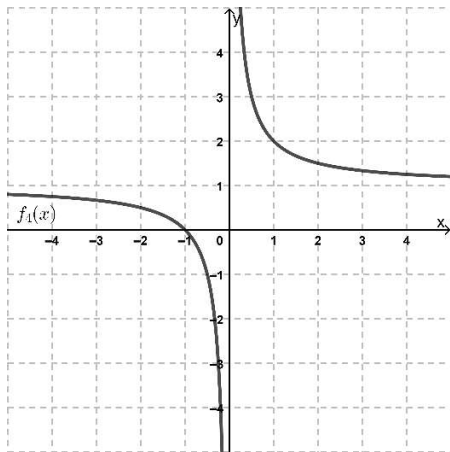
59.6

$$2 \cdot f_6(x)$$



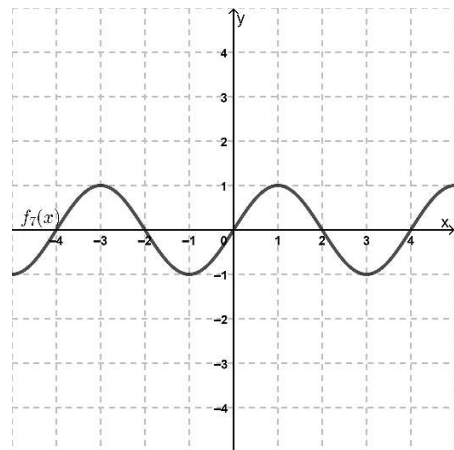
59.4

$$f_4(-x)$$



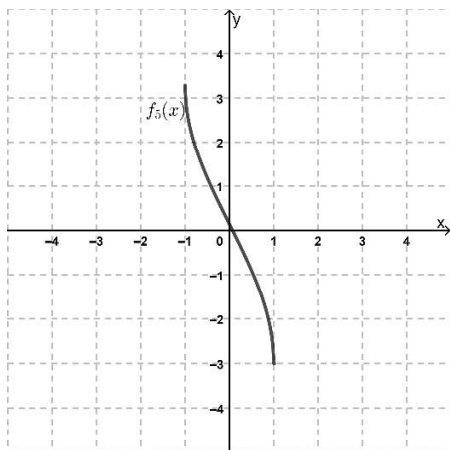
59.7

$$2 \cdot f_7\left(\frac{x}{2}\right)$$



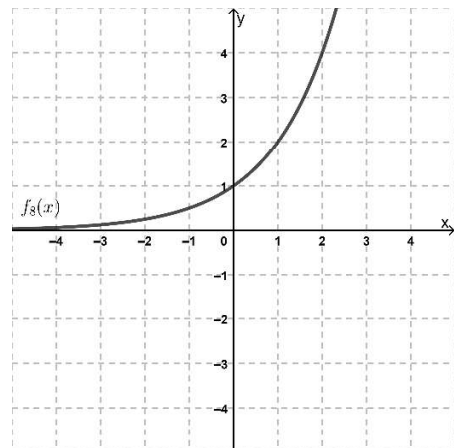
59.5

$$f_5\left(\frac{1}{3}x\right)$$



59.8

$$-f_8(x) + 2$$



Vyjádření neznámé ze vzorce

60. Vyjádři tučně označenou neznámou:

$$60.1 \quad v = \sqrt{2gh}$$

$$60.5 \quad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$60.9 \quad F_g = K \frac{Mm}{r^2}$$

$$60.2 \quad \omega = \frac{2\pi}{f}$$

$$60.6 \quad l = \frac{2v_0 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

$$60.10 \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2}$$

$$60.3 \quad v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

$$60.7 \quad \frac{1}{R} = \frac{I}{U}$$

$$60.11 \quad \rho = \frac{RS}{l}$$

$$60.4 \quad F_m = BIl \cdot \sin \alpha$$

$$60.8 \quad \frac{-a'}{a} = \frac{-f}{a-f}$$

$$60.12 \quad \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Řešení příkladů ze třetí kapitoly

1.

1.1 Ne 1.2 Ano 1.3 Ano 1.4 Ne 1.5 Ne 1.6 Ano

2.

$$2.1 \quad D(f_1) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$2.4 \quad D(f_4) = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{4}{3}\right\}$$

$$2.6 \quad D(f_6) = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$$

$$2.2 \quad D(f_2) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$2.5 \quad D(f_5) = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$$

$$2.3 \quad D(f_3) = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

$$2.7 \quad D(f_7) = \langle 0; \infty \rangle$$

$$2.9 \quad D(f_9) = \left\langle -\frac{1}{2}; \infty \right\rangle$$

$$2.11 \quad D(f_{11}) = \langle -1; \infty \rangle$$

$$2.8 \quad D(f_8) = \langle 0; \infty \rangle$$

$$2.10 \quad D(f_{10}) = \left\langle \frac{4}{5}; \infty \right\rangle$$

$$2.12 \quad D(f_{12}) = \left\langle \frac{5}{2}; \infty \right\rangle$$

$$2.13 \quad D(f_{13}) = \langle 0; \infty \rangle$$

$$2.15 \quad D(f_{15}) = \left(\frac{3}{2}; \infty\right)$$

$$2.17 \quad D(f_{17}) = (-\infty; 4)$$

$$2.14 \quad D(f_{14}) = \langle -1; \infty \rangle$$

$$2.16 \quad D(f_{16}) = \langle 0; \infty \rangle$$

$$2.18 \quad D(f_{18}) = \left(-\frac{5}{3}; \infty\right)$$

$$2.19 \quad D(f_{19}) = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$$

$$2.22 \quad D(f_{22}) = \mathbb{R} \setminus \{-1 + k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$$

$$2.20 \quad D(f_{20}) = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$$

$$2.23 \quad D(f_{23}) = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$$

$$2.21 \quad D(f_{21}) = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{2} + 3k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$$

$$2.24 \quad D(f_{24}) = \mathbb{R} \setminus \{4k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$$

3.

$$3.1 \quad D(f_1) = \langle -4; 4 \rangle$$

$$3.2 \quad D(f_2) = \mathbb{R}$$

$$3.3 \quad D(f_3) = \langle -4; 4 \rangle \setminus \{-1; 3\}$$

$$H(f_1) = \langle -2; 2 \rangle$$

$$H(f_2) = \mathbb{R}$$

$$H(f_3) = \langle -3; 2 \rangle$$

- 3.4 $D(f_4) = \langle -\pi; \pi \rangle$
 $H(f_4) = \langle -3; 3 \rangle$
- 3.5 $D(f_5) = (0; 3)$
 $H(f_5) = (-3; 4)$
- 3.6 $D(f_1) = \langle -4; 2 \rangle$
 $H(f_1) = \langle -4; 4 \rangle$
- 4.
- 4.1 $(-4; 4)$ rostoucí
- 4.2 $(-\infty; -2) \cup (0; \infty)$ rostoucí
 $(-2; 0)$ klesající
- 4.3 $(-4; -2) \cup (2; 4)$ rostoucí
- 4.4 $(-\pi; 0)$ rostoucí
 $(0; \pi)$ klesající
- 4.5 $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ klesající
- 4.6 $(-4; 2)$ rostoucí
- 5.
- 5.1 Omezená
- 5.2 Neomezená
- 5.3 Zdola omezená
- 5.4 Neomezená
- 5.5 Zdola omezená
- 5.6 Shora omezená
- 6.
- 6.1 Sudá
- 6.2 Ani sudá ani lichá
- 6.3 Ani sudá ani lichá
- 6.4 Ani sudá ani lichá
- 6.5 Lichá
- 6.6 Sudá
- 7.
- 7.1 Sudá
- 7.2 Ani sudá ani lichá
- 7.3 Lichá
- 7.4 Lichá
- 7.5 Sudá
- 7.6 Ani sudá ani lichá
- 7.7 Ani sudá ani lichá
- 7.8 Lichá
- 7.9 Sudá
- 8.
- 8.1 $f_1^{-1}: y = \frac{x}{2} - 2$
- 8.2 $f_2^{-1}: y = x^3$
- 8.3 $f_3^{-1}: y = \frac{1-x}{x}$
- 8.4 $f_4^{-1}: y = \frac{1}{x}$
- 8.5 $f_5^{-1}: y = \frac{x}{2x-2}$
- 8.6 Inverzní funkce neexistuje, funkce f_6 není prostá
- 9.
- 9.1 V 7. a 8. řádce řešení je špatně provedeno odmocnění, jelikož $\sqrt{(x-3)^2} = |x-3| \neq (x-3)$ stejně tak pro výraz $(x-\pi)$.
- 9.2 Ve 4. řádce je děleno výrazem, který je roven nule.
- 9.3 V 7. řádce je děleno výrazem, který je pro $a = 1$ a $b = 1$ roven nule.
- 10.
- 10.1 Rostoucí
- 10.2 Klesající
- 10.3 Rostoucí
- 10.4 Rostoucí
- 10.5 Konstantní
- 10.6 Rostoucí
- 10.7 Konstantní
- 10.8 Klesající
- 10.9 Konstantní
- 10.10 Rostoucí
- 11.
- 11.1 $x = 5$
- 11.2 $x = 4$
- 11.3 $x = -\frac{3}{2}$
- 11.4 $x = 4$
- 11.5 $x = 3$
- 11.6 $x = 4$
- 11.7 $x = \frac{9}{2}$
- 11.8 $x = -6$
- 11.9 $x = \frac{5}{2}$
- 11.10 $x = \frac{7}{2}$
- 11.11 $x = -5$
- 11.12 $x = 10$
- 11.13 $x = -2$
- 11.14 $x = 7$
- 11.15 Nemá řešení
- 11.16 $x = -1$
- 11.17 $x = \frac{2}{3}$
- 11.18 $x = -16$
- 11.19 $x = -1$
- 11.20 $x = \frac{13}{2}$
- 11.21 $x = 16$
- 11.22 $x = \frac{19}{8}$

11.23 $x = \frac{13}{2}$

11.24 $x = -\frac{7}{4}$

11.25 $x = \frac{1}{12}$

11.26 $x = -\frac{2}{3}$

11.27 $x = 6$

11.30 $x = 8$

11.32 $x = \frac{19}{12}$

11.34 $x = -\frac{6}{11}$

11.36 $x = \frac{5}{3}$

11.28 $x = 6$

11.31 $x = \frac{13}{5}$

11.33 $x = \frac{25}{18}$

11.35 $x = \frac{17}{7}$

11.29 $x = 1$

11.37 $x = \frac{3}{2}$

11.38 $x = -\frac{8}{9}$

11.39 $x = 6$

12.

12.1 45

12.3 10,5

12.5 0

12.7 50

12.9 50

12.2 24

12.4 37

12.6 10

12.8 100

12.10 200

13.

13.1 $[1; 1]$

13.4 $[2; 0]$

13.7 $[\frac{7}{2}; 0]$

13.9 $[\frac{8}{5}; \frac{1}{5}]$

13.2 $[5; 4]$

13.5 $[2; 1]$

13.8 $[\frac{5}{2}; \frac{7}{2}]$

13.10 $[\frac{9}{2}; \frac{3}{2}]$

13.3 $[2; 1]$

13.6 $[1; 2]$

13.11 Nemá řešení

13.13 $[t; 5 - 2t]$

13.15 $[4 - t; t]$

13.17 $[t; -3 + 2t]$

13.19 Nemá řešení

13.12 $[\frac{7}{3} + \frac{2}{3t}; t]$

13.14 Nemá řešení

13.16 Nemá řešení

13.18 $[8 - 2t; t]$

13.20 $[5 - t; t]$

13.21 $[2; \frac{2}{3}]$

13.23 $[\frac{4}{3}; \frac{4}{3}]$

13.25 $[4; 1]$

13.22 $[1; 1]$

13.24 Nemá řešení

13.26 $[\frac{1}{2}; 3]$

14.

14.1 $[4; -1; -\frac{1}{2}]$

14.3 Nemá řešení

14.6 $[-2t; t; 5]$

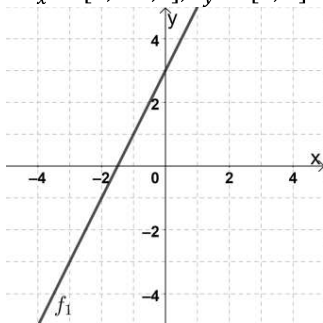
14.2 $[0; 1; 0]$

14.4 $[t; -3 + 2t; t]$

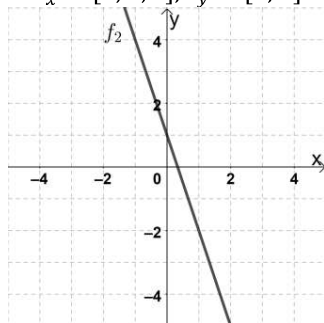
14.5 Nemá řešení

15.

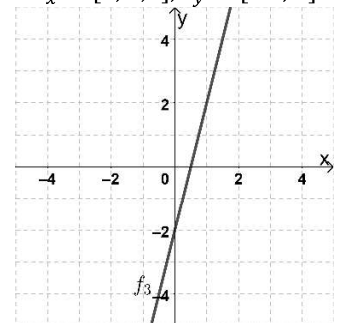
15.1 $P_x = [0; -1,5]; P_y = [3; 0]$



15.2 $P_x = [0; 0, \bar{3}]; P_y = [1; 0]$



15.3 $P_x = [0; 0,5]; P_y = [-2; 0]$



1

2

3

4

5

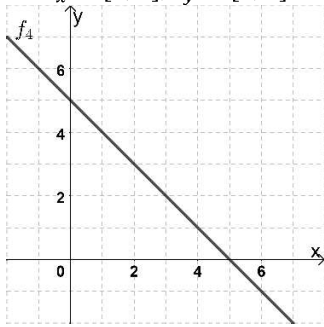
6

7

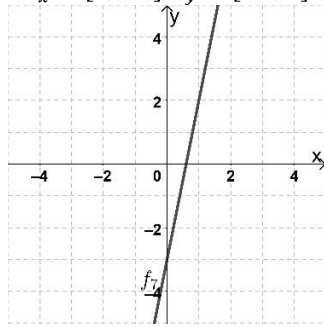
8

9

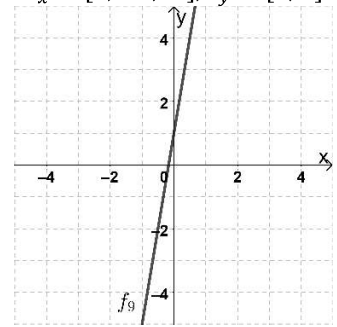
15.4 $P_x = [0; 5]; P_y = [5; 0]$



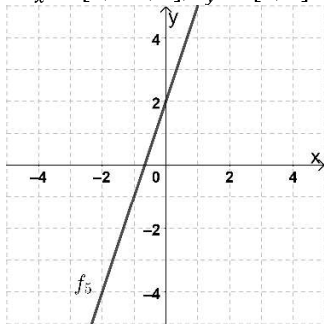
15.7 $P_x = [0; 0,6]; P_y = [-3; 0]$



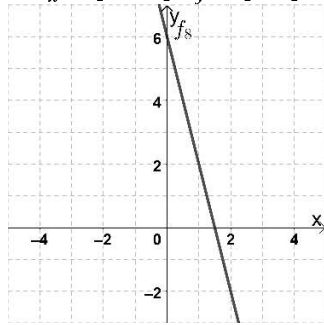
15.9 $P_x = [0; -0,1\bar{6}]; P_y = [1; 0]$



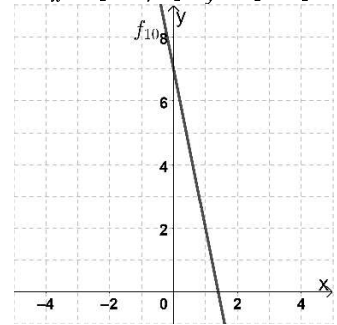
15.5 $P_x = [0; -0, \bar{6}]; P_y = [2; 0]$



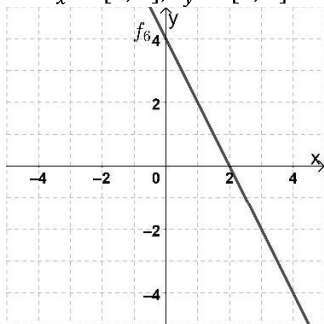
15.8 $P_x = [0; 1,5]; P_y = [6; 0]$



15.10 $P_x = [0; 5/7]; P_y = [7; 0]$



15.6 $P_x = [0; 2]; P_y = [4; 0]$



16.

16.1 $f_1: y = 1$

16.4 $f_4: y = \frac{1}{2}x - 1$

16.6 $f_6: y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$

16.2 $f_2: y = 2x$

16.5 $f_5: y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$

16.3 $f_3: y = x + 1$

17.

17.1 $x \in (-\infty; 2)$

17.4 $x \in (-\infty; 6)$

17.7 $x \in \emptyset$

17.10 $x \in (\frac{5}{3}; \infty)$

17.2 $x \in (-\infty; 13)$

17.5 $x \in \emptyset$

17.8 $x \in (9; \infty)$

17.3 $x \in (-\infty; \frac{5}{2})$

17.6 $x \in (\frac{7}{3}; \infty)$

17.9 $x \in (-\infty; 8)$

17.11 $x \in (-\infty; -\frac{1}{5})$

17.14 $x \in (-\infty; -\frac{3}{2})$

17.16 $x \in (2; \infty)$

17.19 $x \in (8; \infty)$

17.12 $x \in (-\infty; -2)$

17.15 $x \in (\frac{1}{8}; \infty)$

17.17 $x \in \langle 0; \infty)$

17.20 $x \in (4; \infty)$

17.13 $x \in (-\infty; 1)$

17.18 $x \in \langle 2; \infty)$

17.21 $x \in (6; \infty)$

17.22 $x \in (-\infty; 3)$

17.23 $x \in \langle -1; \infty)$

17.24 $x \in \emptyset$

17.25 $x \in \langle -1; \infty \rangle$

17.27 $x \in (-\infty; -14)$

17.29 $x \in \emptyset$

17.30 $x \in \left(\frac{1}{2}; \infty\right)$

17.26 $x \in \mathbb{R}$

17.28 $x \in (2; \infty)$

18.

18.1 $x \in \emptyset$

18.4 $x \in (9; \infty)$

18.7 $x \in \left(\frac{7}{3}; 9\right)$

18.10 $x \in \emptyset$

18.2 $x \in \left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$

18.5 $x \in \left(\frac{5}{3}; 8\right)$

18.8 $x \in \emptyset$

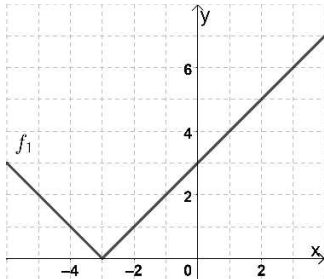
18.3 $x \in \left(\frac{7}{3}; \infty\right)$

18.6 $x \in (-\infty; 2)$

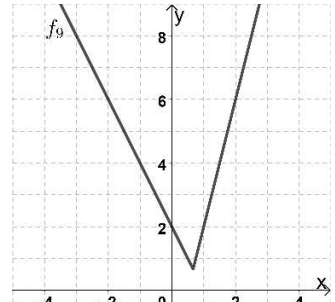
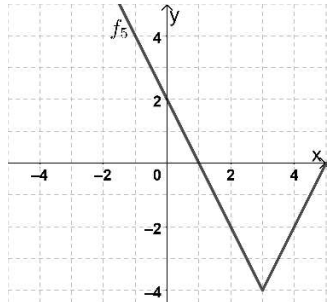
18.9 $x \in \left\langle 1; \frac{5}{3} \right\rangle$

19.

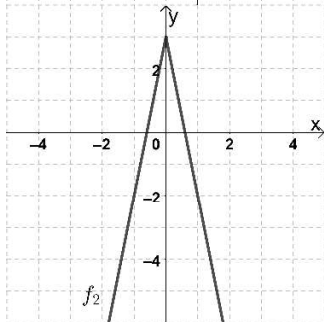
19.1 19.5



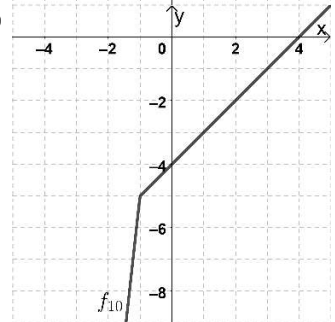
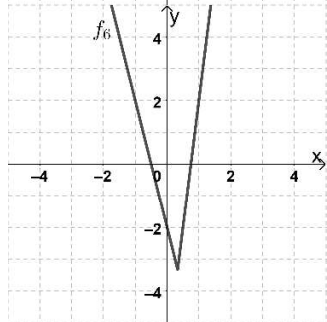
19.9



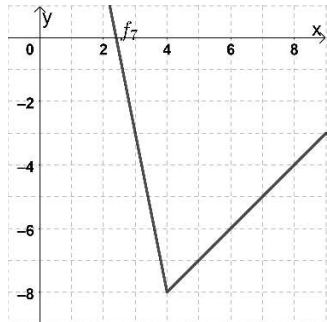
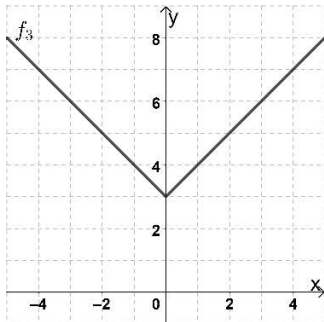
19.2 19.6



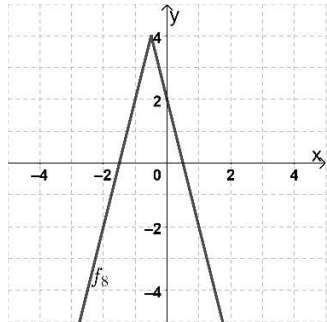
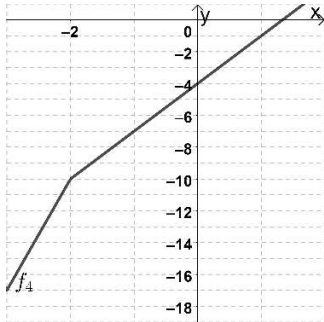
19.10



19.3 19.7



19.4 19.8



20.

20.1 $x_{1,2} = \pm 7$

20.3 $x_1 = -2; x_2 = 3$

20.4 $x_1 = \frac{8}{9}; x_2 = 4$

20.2 $x_1 = -10; x_2 = 20$

1

2

3

4

5

6

7

8

9

20.5 Nemá řešení

20.6 $x_1 = -\frac{7}{2}; x_2 = \frac{5}{4}$

20.7 $x = 4$

21.

21.1 $x \in \left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup \langle 2; \infty \rangle$

21.2 $x \in \left(-\infty; \frac{3}{4}\right) \cup \left(\frac{21}{4}; \infty\right)$

21.3 $x \in (-5; 5)$

21.4 $x \in \mathbb{R}$

22.

22.1 Zdola omezená

22.2 Zdola omezená

22.3 Shora omezená

22.4 Zdola omezená

23.

23.1 $x_1 = 2; x_2 = 3$

23.2 $x_{1,2} = 2$

23.3 $x_{1,2} = -3$

23.4 $x_{1,2} = -1$

23.5 $x_1 = 4; x_2 = 5$

23.6 $x_1 = 3; x_2 = 5$

23.7 $x_1 = -3; x_2 = -2$

23.8 $x_1 = 1; x_2 = 2$

23.9 $x \notin \mathbb{R}$

23.10 $x_{1,2} = 3$

23.11 $x_{1,2} = 5$

23.12 $x_{1,2} = -2$

23.13 $x_{1,2} = -4$

23.14 $x_1 = 2; x_2 = 5$

23.41 $x_1 = 2 - \sqrt{3}; x_2 = 2 + \sqrt{3}$

23.42 $x_1 = -5; x_2 = -1$

23.43 $x_1 = \frac{1-\sqrt{37}}{3}; x_2 = \frac{1+\sqrt{37}}{3}$

23.44 $x_1 = \frac{1-\sqrt{3}}{2}; x_2 = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$

23.45 $x_1 = 1 - \sqrt{2}; x_2 = 1 + \sqrt{2}$

20.8 $x_1 = -3; x_2 = 2$

20.9 $x_1 = -\frac{3}{4}; x_2 = \frac{7}{2}$

21.5 $x \in (-\infty; 2)$

21.6 $x \in \left(-\infty; -\frac{11}{4}\right) \cup \left(\frac{15}{8}; \infty\right)$

21.7 $x \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$

21.8 $x \in \left(-\frac{9}{4}; \frac{13}{4}\right)$

22.5 Shora omezená

22.6 Zdola omezená

22.7 Shora omezená

22.8 Zdola omezená

23.15 $x_{1,2} = 1$

23.16 $x_1 = -2; x_2 = -1$

23.17 $x_1 = 2; x_2 = 4$

23.18 $x_{1,2} = 4$

23.19 $x_{1,2} = -5$

23.20 $x_1 = -4; x_2 = -3$

23.21 $x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = 2$

23.22 $x_1 = -2; x_2 = \frac{2}{3}$

23.23 $x \notin \mathbb{R}$

23.24 $x_{1,2} = 4$

23.25 $x_{1,2} = -1$

23.26 $x_{1,2} = 1$

23.27 $x_1 = -1; x_2 = \frac{5}{2}$

23.28 $x_1 = -3; x_2 = -2$

23.46 $x_1 = -1; x_2 = \frac{3}{2}$

23.47 $x_1 = -1 - \sqrt{6}; x_2 = -1 + \sqrt{6}$

23.48 $x_1 = \frac{13-\sqrt{65}}{4}; x_2 = \frac{13+\sqrt{65}}{4}$

23.49 $x_1 = \frac{-1-\sqrt{21}}{2}; x_2 = \frac{-1+\sqrt{21}}{2}$

23.50 $x \notin \mathbb{R}$

20.10 $x = \frac{20}{9}$

21.9 $x \in (-\infty; -1) \cup \langle 3; \infty \rangle$

21.10 $x \in \left(\frac{26}{9}; \infty\right)$

22.9 Shora omezená

22.10 Zdola omezená

23.29 $x_{1,2} = 2$

23.30 $x_1 = -3; x_2 = -\frac{1}{2}$

23.31 $x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = 3$

23.32 $x_1 = -1; x_2 = -\frac{1}{3}$

23.33 $x_1 = 1; x_2 = \frac{3}{2}$

23.34 $x_1 = -1; x_2 = \frac{2}{5}$

23.35 $x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{4}{3}$

23.36 $x_{1,2} = -3$

23.37 $x_{1,2} = 2$

23.38 $x \notin \mathbb{R}$

23.39 $x_1 = -6; x_2 = 1$

23.40 $x_{1,2} = -\frac{1}{2}$

1

2

3

4

5

6

7

8

9

24.

24.1 $x_1 = -3; x_2 = 3$

24.2 $x_1 = 0; x_2 = \frac{8}{3}$

24.3 $x \notin \mathbb{R}$

24.4 $x_1 = 0; x_2 = \frac{5}{2}$

24.5 $x_1 = -2; x_2 = 2$

24.6 $x_1 = -2; x_2 = 0$

24.7 $x_1 = -\frac{3}{2}; x_2 = 0$

24.8 $x_1 = -\sqrt{7}; x_2 = \sqrt{7}$

24.9 $x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = \frac{1}{2}$

24.10 $x_1 = -2; x_2 = 0$

24.11 $x_1 = -\frac{\sqrt{6}}{3}; x_2 = \frac{\sqrt{6}}{3}$

24.12 $x_1 = 0; x_2 = \frac{3}{2}$

24.13 $x_1 = -\sqrt{5}; x_2 = \sqrt{5}$

24.14 $x \notin \mathbb{R}$

24.15 $x_1 = 0; x_2 = 3$

24.16 $x \notin \mathbb{R}$

24.17 $x_1 = -\frac{5}{2}; x_2 = 0$

24.18 $x_1 = -\sqrt{6}; x_2 = \sqrt{6}$

24.19 $x_1 = 0; x_2 = \frac{1}{2}$

24.20 $x \notin \mathbb{R}$

24.21 $x_1 = -8; x_2 = 8$

25.

25.1 $x_1 = -2; x_2 = 3$

25.2 $x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = \frac{5}{3}$

25.3 $x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = 1$

25.4 $x_1 = -4; x_2 = \frac{3}{2}$

25.5 $x_1 = -1; x_2 = 1$

25.6 $x_1 = -5; x_2 = \frac{2}{3}$

25.7 $x_1 = -\frac{3}{2}; x_2 = 2$

25.8 $x_1 = -3; x_2 = 4$

25.9 $x_1 = -\frac{1}{4}; x_2 = \frac{5}{2}$

25.10 $x_1 = -6; x_2 = 2$

26.

26.1 $(x - 2)(x - 3)$

26.2 $2(x + \frac{5}{2})(x - 1)$

26.3 $3(x - \frac{2}{3})(x - 2)$

26.4 $(x + 5)(x + 2)$

26.5 $4(x - \frac{3}{2})(x - \frac{3}{2})$

26.6 $(x + 2)(x - 5)$

26.7 $2(x - \frac{3}{2})(x - 3)$

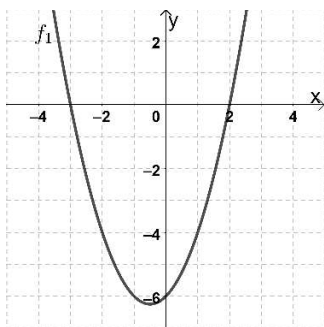
26.8 $(x + 3)(x + 2)$

26.9 $3(x + 1)(x + 1)$

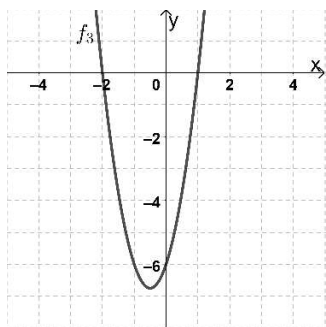
26.10 $4(x - \frac{1}{2})(x - \frac{1}{2})$

27.

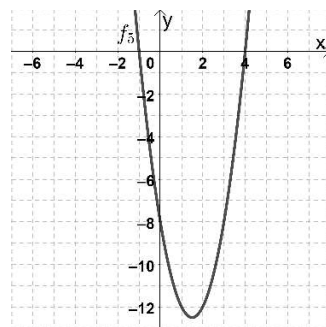
27.1



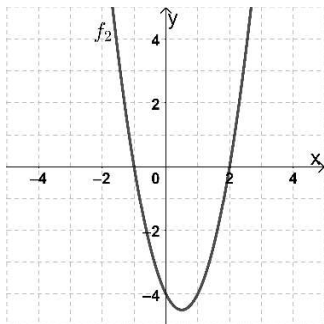
27.3



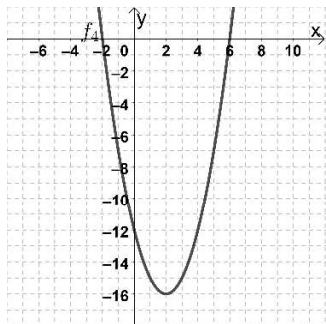
27.5



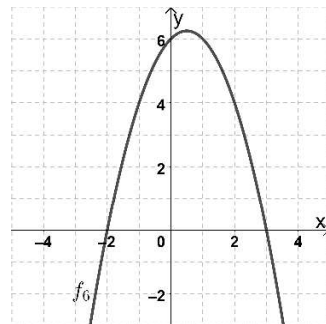
27.2



27.4



27.6



1

2

3

4

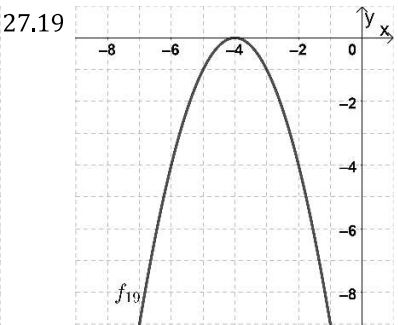
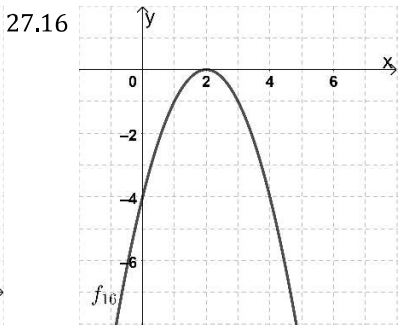
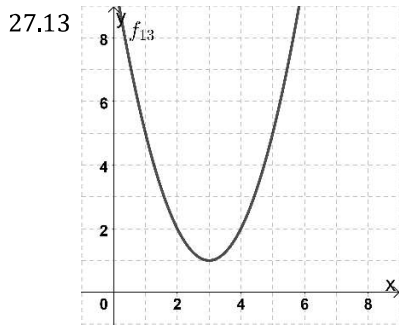
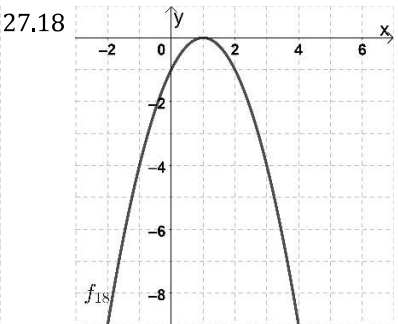
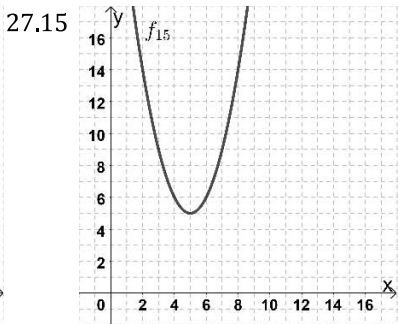
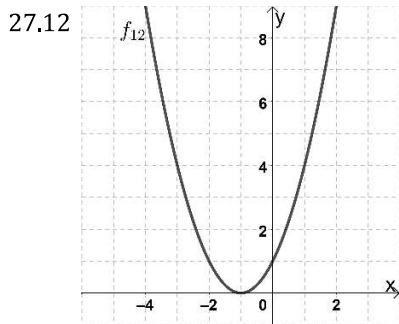
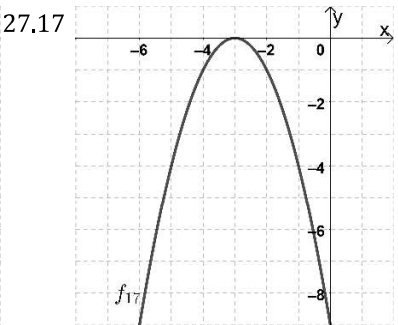
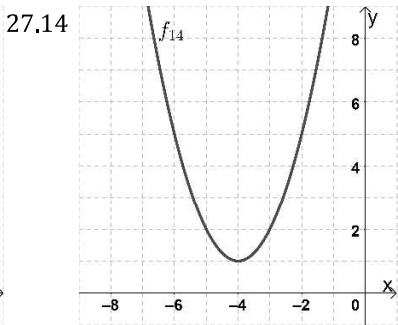
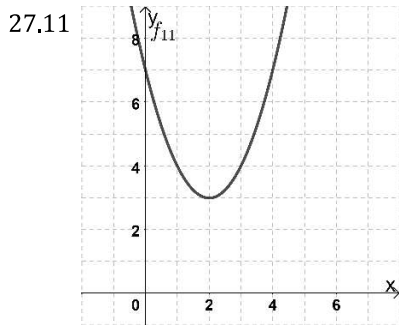
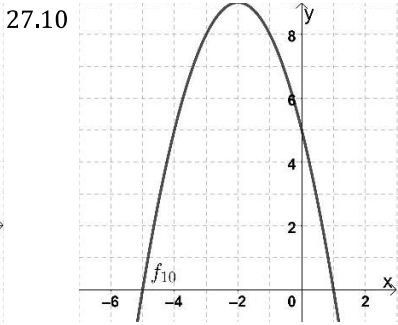
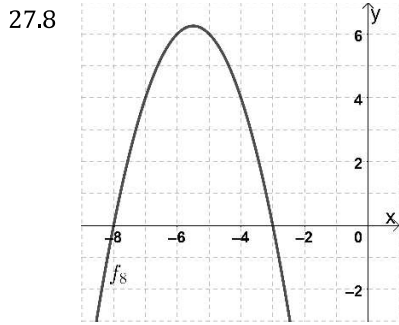
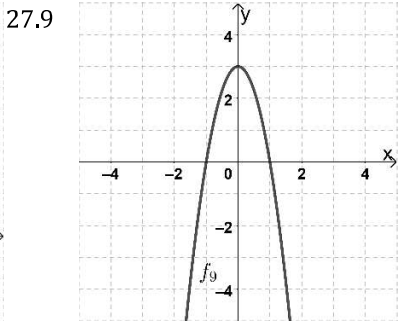
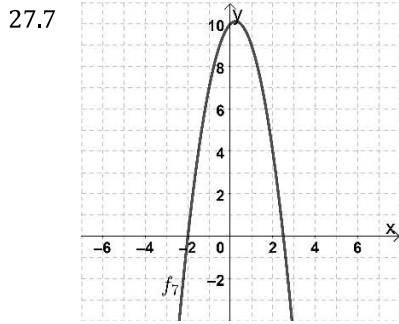
5

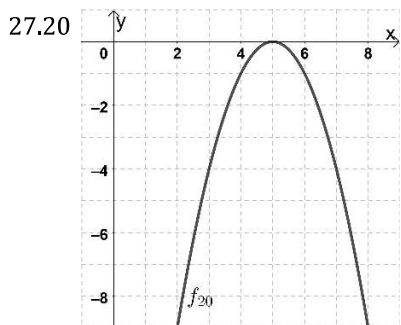
6

7

8

9





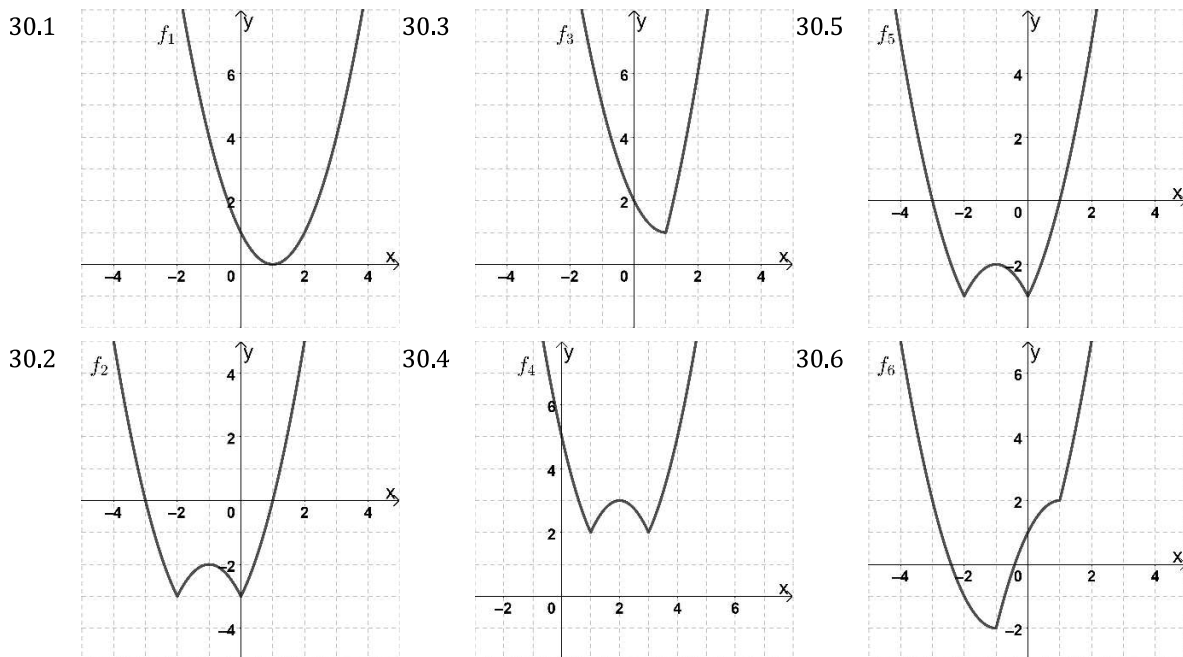
28.

- | | | |
|--|---|---|
| 28.1 $x \in (-\infty; 2) \cup (3; \infty)$ | 28.8 $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; \infty)$ | 28.15 $x \in (-\infty; -1) \cup (4; \infty)$ |
| 28.2 $x \in (-\infty; -3) \cup (1; \infty)$ | 28.9 $x \in \mathbb{R} \setminus \{4\}$ | 28.16 $x \in \mathbb{R}$ |
| 28.3 $x \in (3; 6)$ | 28.10 $x \in (-\infty; -3) \cup (2; \infty)$ | 28.17 $x \in (-\infty; 4) \cup (5; \infty)$ |
| 28.4 $x \in (-\infty; -3) \cup (-2; \infty)$ | 28.11 $x \in (-2; 4)$ | 28.18 $x \in (-\infty; -3) \cup (-2; \infty)$ |
| 28.5 $x \in (1; 3)$ | 28.12 $x \in \mathbb{R}$ | 28.19 $x \in \mathbb{R}$ |
| 28.6 $x \in (-5; -2)$ | 28.13 $x \in (3; 4)$ | 28.20 $x \in (-\infty; -5) \cup (-2; \infty)$ |
| 28.7 $x = 3$ | 28.14 $x \in (-\infty; -2) \cup (-1; \infty)$ | |

29.

- | | | |
|--|---|--|
| 29.1 $x \in (-\infty; -3) \cup (2; \infty)$ | 29.5 $x \in \mathbb{R}$ | 29.9 $x \in (-\infty; 1) \cup (4; \infty)$ |
| 29.2 $x \in (-\infty; -4) \cup (-1; \infty)$ | 29.6 $x \in (-\infty; -1) \cup (3; \infty)$ | 29.10 $x = -3$ |
| 29.3 $x \in (-3; -1)$ | 29.7 $x \in (-2; 2)$ | |
| 29.4 $x \in (-2; 5)$ | 29.8 $x \in (-\infty; -5) \cup (3; \infty)$ | |

30.



31.

31.1 $x_1 = -2; x_2 = -1; x_3 = 1; x_4 = 2$

31.2 $x_1 = -2; x_2 = 1$

31.3 $x_1 = -1; x_2 = 5$

31.4 $x_1 = -4; x_2 = -1$

31.5 $x_1 = -1; x_2 = 3$

31.6 $x \in \emptyset$

31.7 $x_1 = -5; x_2 = 1$

31.8 $x_1 = -\sqrt{11}; x_2 = -1; x_3 = 1; x_4 = \sqrt{11}$

31.9 $x_1 = -3; x_2 = 2$

31.10 $x_1 = 0; x_2 = 3$

32.

32.1 $x \in (-\infty; -2) \cup (-1; 1) \cup (2; \infty)$

32.2 $x \in \langle -2; 1 \rangle$

32.3 $x \in (-\infty; -1) \cup (5; \infty)$

32.4 $x \in (-4; -1)$

32.5 $x \in \langle -1; 3 \rangle$

32.6 $x \in \emptyset$

32.7 $x \in (-5; 1)$

32.8 $x \in (-\infty; -\sqrt{11}) \cup (-1; 1) \cup (\sqrt{11}; \infty)$

32.9 $x \in \langle -3; 2 \rangle$

32.10 $x \in (-\infty; 0) \cup (3; \infty)$

33.

33.1 $p \in (-\infty; -4) \cup (4; \infty)$

33.2 $p_{1,2} = \pm 4$

33.3 $p \in \emptyset$

33.4 $p \in \left(-\infty; \frac{4}{9}\right)$

33.5 $p_1 = 0; p_2 = 4$

33.6 $p = 0$

33.7 $p \in (-6; 6)$

33.8 $p \in \mathbb{R}$

33.9 $p_1 = 0; p_2 = \frac{20}{9}$

33.10 $p \in \left(\frac{1}{5}; \infty\right)$

34.

34.1 $[-8; -20]; [2; 0]$

34.2 $[-3; 8]; \left[\frac{3}{2}; \frac{5}{4}\right]$

34.3 $[-10; -45]; [2; 3]$

34.4 Nemá reálné řešení

34.5 $[-2; 4]; \left[\frac{8}{3}; \frac{8}{9}\right]$

34.6 $\left[-5; -\frac{9}{2}\right]; \left[3; -\frac{1}{2}\right]$

34.7 $[4; -3]; [-4; 3]$

34.8 $[-9; -22]; [3; 2]$

34.9 $[-4; 3]; [2; -1]$

34.10 $[-4; 1]$

35.

35.1 $x = 9$

35.3 $x = \frac{8}{3}$

35.5 $x = 16$

35.7 $x = 2$

35.9 $x = 27$

35.2 $x = 12$

35.4 $x = 31$

35.6 $x = \frac{13}{2}$

35.8 $x = 2$

35.10 $x = 3$

35.13 $x = \frac{9}{8}$

35.15 $x = \frac{10}{9}$

35.18 $x = 10$

35.11 $x \notin \mathbb{R}$

35.14 $x = 1 + \sqrt{17}$

35.16 $x = 1$

35.19 $x = \frac{22}{27}$

35.12 $x = 1 + \sqrt{10}$

35.17 $x = 12$

35.20 $x = 8$

35.22 $x \notin \mathbb{R}$

35.24 $x \in \emptyset$

35.26 $x = \frac{7}{3}$

35.28 $x = 6$

35.21 $x = \frac{7}{2}$

35.23 $x = 6$

35.25 $x \notin \mathbb{R}$

35.27 $x = 2$

35.29 $x = \frac{16}{7}$

35.30 $x = 4$

35.33 $x \notin \mathbb{R}$

35.36 $x = \frac{1}{9}$

35.38 $x = 23 + 12\sqrt{5}$

35.31 $x = 3$

35.34 $x = \frac{25}{9}$

35.37 $x = \frac{6+3\sqrt{3}}{2}$

35.39 $x = \frac{96}{25}$

35.32 $x = 5$

35.35 $x \in \emptyset$

36.

36.1 $D(f_1) = \mathbb{R}$

36.6 $D(f_6) = (-\infty; 1) \cup (2; \infty)$

36.2 $D(f_2) = (-\infty; -1) \cup \left(-\frac{1}{2}; \infty\right)$

36.7 $D(f_7) = \mathbb{R}$

36.3 $D(f_3) = \mathbb{R}$

36.8 $D(f_8) = \mathbb{R}$

36.4 $D(f_4) = \langle 2; \infty \rangle$

36.9 $D(f_9) = \mathbb{R}$

36.5 $D(f_5) = \left(-\frac{1}{2}; \infty\right)$

36.10 $D(f_{10}) = \langle -5; \infty \rangle$

37.

37.1 $x = \frac{2}{5}$

37.4 $x_1 = -\frac{3}{2}; x_2 = 3$

37.7 $x_1 = -\frac{3}{2}; x_2 = 2$

37.2 $x = \frac{2}{3}$

37.5 $x_1 = 0; x_2 = 5$

37.8 $x_1 = -\frac{3}{2}; x_2 = 1$

37.3 $x = \frac{2}{3}$

37.6 $x = 7$

37.9 $x = -\frac{6}{5}$

37.10 $x = \frac{5}{4}$

37.14 $x = -21$

37.18 $x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = 5$

37.11 $x = -\frac{7}{5}$

37.15 $x_1 = -1; x_2 = \frac{14}{3}$

37.19 $x = \frac{11}{4}$

37.12 $x \notin \mathbb{R}$

37.16 $x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = 2$

37.13 $x = 5$

37.17 $x = -\frac{3}{2}$

37.20 $x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = 3$

37.23 $x_1 = -1; x_2 = 0; x_3 = 7$

37.27 $x_1 = -4; x_2 = \frac{7}{3}$

37.21 $x_1 = -1; x_2 = 4$

37.24 $x \notin \mathbb{R}$

37.28 $x_1 = -3; x_2 = 4$

37.22 $x = \frac{5}{7}$

37.25 $x \notin \mathbb{R}$

37.29 $x_1 = 1; x_2 = 11$

37.26 $x_1 = -10; x_2 = 1$

38.

38.1 $x = \frac{5}{3}$

38.5 $x = 0$

38.8 $x = \frac{3}{2}$

38.2 $x = 0$

38.6 $x = 1$

38.9 $x \in \emptyset$

38.3 $x \in \emptyset$

38.7 $x = \frac{2}{3}$

38.4 $x = -4$

39.

39.1 $x \in \left(-\infty; -\frac{5}{4}\right) \cup \left(\frac{2}{3}; \infty\right)$

39.8 $x \in (-\infty; 3) \cup (9; \infty)$

39.15 $x \in \left(-\infty; -\frac{2}{5}\right) \cup \left(-\frac{1}{3}; \infty\right)$

39.2 $x \in (-\infty; 0) \cup (3; \infty)$

39.9 $x \in \left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{2}\right)$

39.16 $x \in (2; 3)$

39.3 $x \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{4}{3}\right)$

39.10 $x \in (-\infty; -4) \cup (4; \infty)$

39.17 $x \in (-2; 0)$

39.4 $x \in (-\infty; -2)$

39.11 $x \in \left(-\frac{1}{2}; 3\right)$

39.18 $x \in \left(\frac{6}{7}; \frac{5}{3}\right)$

39.5 $x \in (-\infty; -1) \cup (3; \infty)$

39.12 $x \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup \langle 0; \infty \rangle$

39.19 $x \in (-\infty; -1) \cup \left(-\frac{1}{2}; \infty\right)$

39.6 $x \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$

39.13 $x \in (2; \infty)$

39.20 $x \in (-2; \infty)$

39.7 $x \in (-\infty; -3) \cup \left(\frac{5}{3}; \infty\right)$

39.14 $x \in (-\infty; -1) \cup (0; \infty)$

39.21 $x \in (2; \infty)$

1

2

3

4

5

6

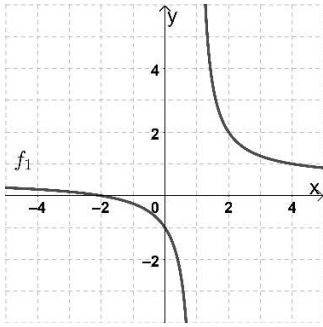
7

8

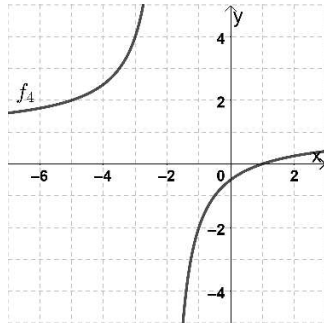
9

40.

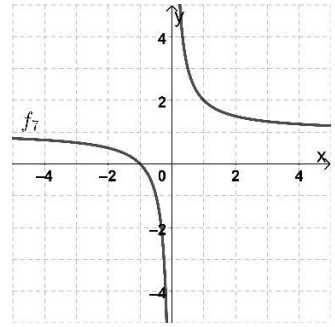
40.1



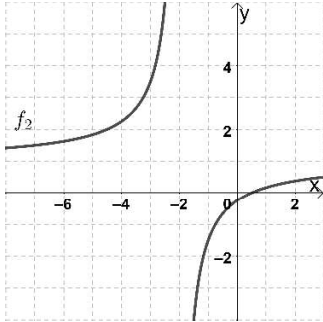
40.4



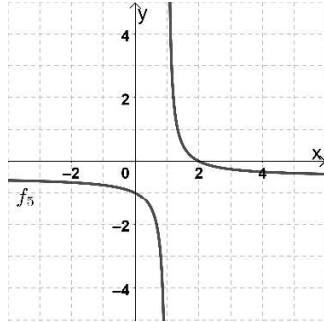
40.7



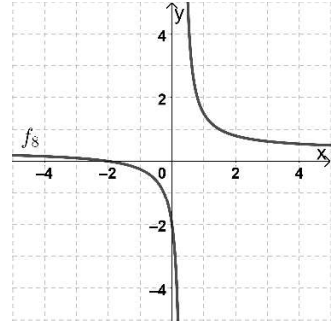
40.2



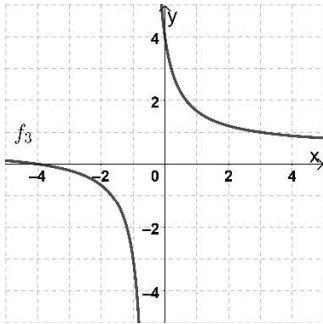
40.5



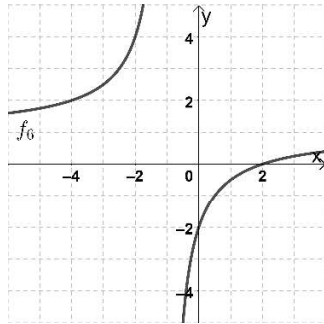
40.8



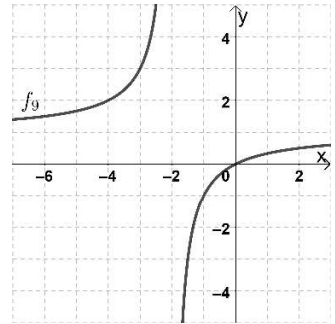
40.3



40.6



40.9



41.

41.1 $D(f_1) = (2; \infty)$

41.2 $D(f_2) = \langle 2; \infty)$

41.3 $D(f_3) = (-\frac{1}{2}; \infty)$

41.4 $D(f_4) = (\frac{3}{5}; \infty)$

41.5 $D(f_5) = (\frac{4}{3}; \frac{5}{2})$

41.6 $D(f_6) = (-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (2; \infty)$

41.7 $D(f_7) = (-\infty; -3) \cup \langle 2; \infty)$

41.8 $D(f_8) = (-\infty; -4) \cup (-\frac{1}{2}; \infty)$

41.9 $D(f_9) = (-\infty; -\frac{2}{3}) \cup (\frac{3}{5}; \infty)$

41.10 $D(f_{10}) = (\frac{4}{3}; \frac{5}{2})$

42.

42.1 $x = \frac{2}{3}$

42.4 $x = 1$

42.6 $x = \frac{3}{4}$

42.8 $x = 0$

42.11 $x = 4$

42.2 $x \in \emptyset$

42.5 $x = \frac{3}{2}$

42.7 $x = \frac{1}{3}$

42.9 $x = -\frac{1}{4}$

42.3 $x = -3$

42.10 $x \in \emptyset$

42.12 $x_1 = 0; x_2 = 1$

42.15 $x = 1$

42.18 $x = 2$

42.13 $x = 1$

42.16 $x = 1$

42.19 $x \notin \mathbb{R}$

42.14 $x \notin \mathbb{R}$

42.17 $x = 2$

42.20 $x = 0$

42.21 $x \notin \mathbb{R}$

42.22 $x = 1$

42.23 $x \notin \mathbb{R}$

42.24 $x \notin \mathbb{R}$

42.25 $x = 1$

42.26 $x = 3$

42.27 $x = 2$

42.28 $x = 3$

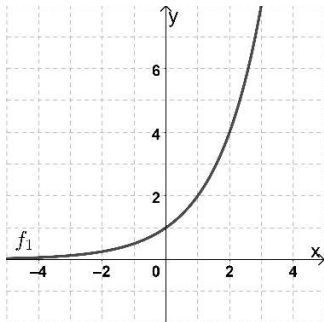
42.29 $x = 0$

42.30 $x = -1$

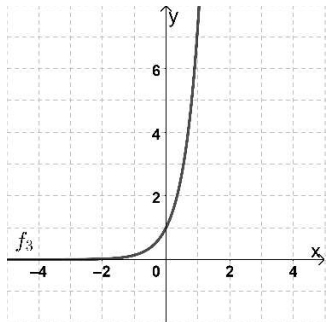
42.31 $x = -2$

43.

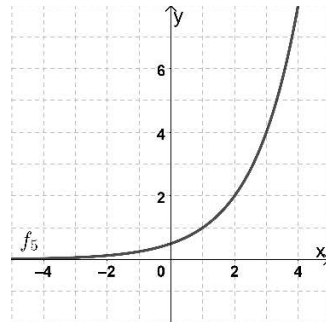
43.1



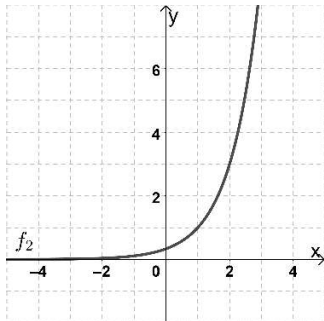
43.3



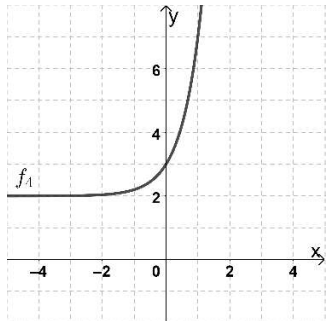
43.5



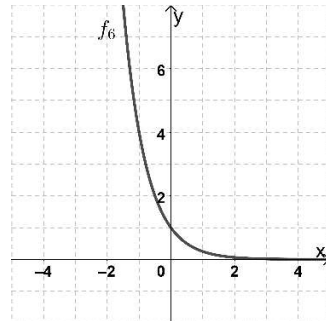
43.2



43.4



43.6



44.

44.1 Klesající: $p \in (0; 1)$, rostoucí $p \in (1; \infty)$

44.2 Klesající: $p \in (1; \infty)$, rostoucí $p \in (0; 1)$

44.3 Klesající: $p \in (-\infty; 0)$, rostoucí $p \in (0; \infty)$

44.4 Klesající: $p \in \emptyset$, rostoucí $p \in \mathbb{R}$

44.5 Klesající: $p \in (0; \infty)$, rostoucí $p \in (-\infty; -1)$

44.6 Klesající: $p \in (-1; 0)$, rostoucí $p \in (0; \infty)$

45.

45.1 3

45.3 -2

45.5 4

45.7 $\frac{1}{2}$

45.9 3

45.11 2

45.2 2

45.4 -1

45.6 0

45.8 3

45.10 3

45.12 6

45.13 $x = \frac{1}{27}$

45.14 $x = 64$

45.15 $x = \frac{1}{64}$

45.16 $x = 1$

45.17 $x = 81$

45.18 $x = 625$

45.19 $x = \frac{1}{1000}$

45.20 $x = \frac{1}{2}$

45.21 $x = 1$

45.22 $a = 9$

45.23 $a \in (0; 1) \cup (1; \infty)$

45.24 $a = 2$

45.30 $a = 9$

45.25 $a = 4$

45.26 $a = 5$

45.27 $a = 10$

45.28 $a = 8$

45.29 $a = 6$

46.

46.1 2

46.3 2

46.5 3

46.7 3

46.9 2

46.2 3

46.4 2

46.6 4

46.8 7

46.10 3

1

2

3

4

5

6

7

8

9

47.

47.1 $\log_3 \frac{x^2y}{z}$

47.2 $\log_2 \frac{ab^3}{c^2}$

47.3 $\log_5 \frac{8xz}{3y}$

47.4 $\log_4 \frac{x^3y^2}{z}$

47.5 $\log_7 \frac{3a^2c}{8b^3}$

47.6 $\log_9 \frac{(2x+1)(3y-2)}{(4z+3)}$

47.7 $\log \frac{15x^2z}{8y^3}$

47.8 $\log_6 \frac{a^2b^2}{c}$

47.9 $\log_2 \frac{(2x+3)(4z+5)}{3y+4}$

47.10 $\log_5 \frac{(2x-1)(3y+2)}{4z-3}$

48.

48.1 $x = 79$

48.2 $x = \frac{5}{3}$

48.3 $x = 11$

48.4 $x = \frac{64}{5}$

48.5 $x_{1,2} = \pm\sqrt{7}$

48.6 $x = 2$

48.7 $x = \frac{3}{2}$

48.8 $x = 5$

48.9 $x = 0$

48.10 $x = \frac{11}{4}$

48.11 $x_1 = \frac{1}{10}; x_2 = 100$

48.12 $x = e^e$

48.13 $x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = \sqrt{2} - 1$

49.

49.1 $x = 15$

49.2 $x = 2$

49.3 $x = \ln 10$

49.4 $x = 6$

49.5 $x = -2 \log_2 3 + 3$

49.6 $x = 3$

49.7 $x = 3$

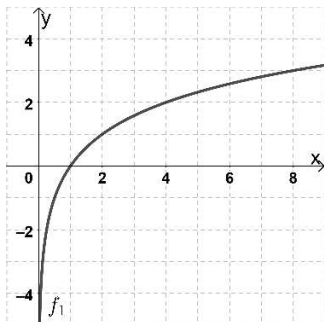
49.8 $x = \ln 20 + 1$

49.9 $x = 4$

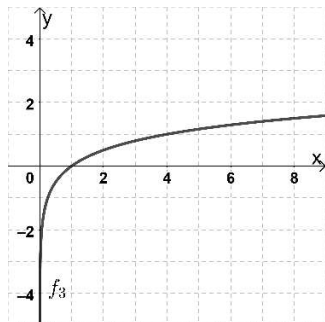
49.10 $x = -4$

50.

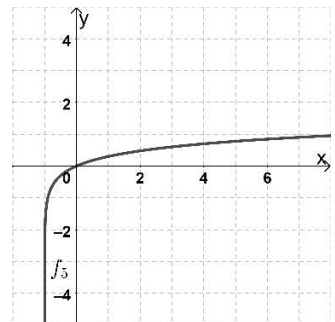
50.1



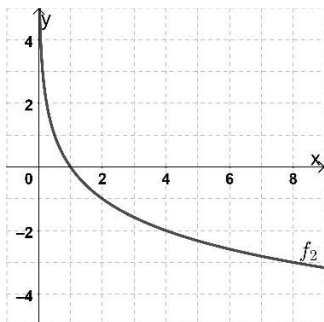
50.3



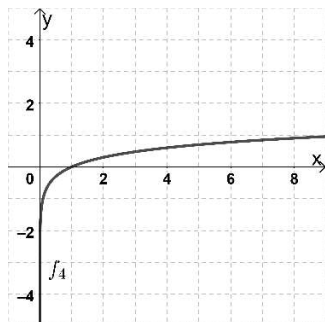
50.5



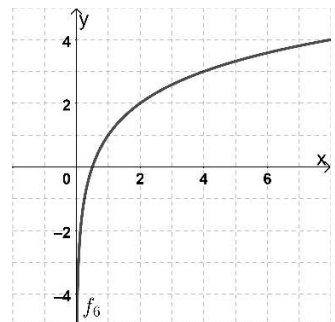
50.2



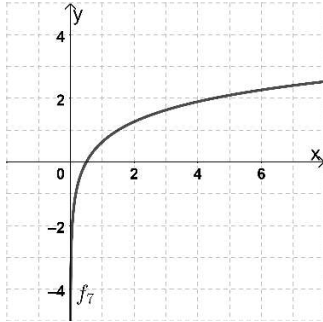
50.4



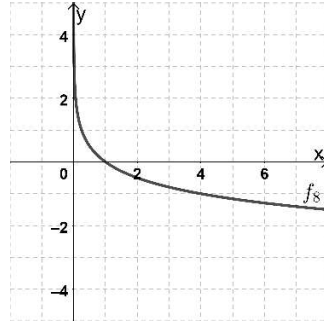
50.6



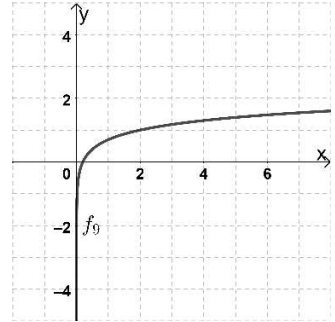
50.7



50.8



50.9



51.

51.1 Nula

51.3 Kladná

51.5 Záporná

51.7 Kladná

51.9 Kladná

51.2 Kladná

51.4 Záporná

51.6 Kladná

51.8 Kladná

51.10 Kladná

52.

52.1 $\frac{\pi}{6}$

52.4 $\frac{\pi}{2}$

52.7 $\frac{5\pi}{6}$

52.10 $\frac{\pi}{12}$

52.13 $\frac{2\pi}{5}$

52.2 $\frac{\pi}{4}$

52.5 $\frac{2\pi}{3}$

52.8 $\frac{11\pi}{12}$

52.11 $\frac{\pi}{8}$

52.14 $\frac{5\pi}{9}$

52.3 $\frac{\pi}{3}$

52.6 $\frac{3\pi}{4}$

52.9 $\frac{17\pi}{18}$

52.12 $\frac{\pi}{5}$

52.15 $\frac{11\pi}{18}$

53.

53.1 3°

53.5 18°

53.9 45°

53.13 135°

53.17 225°

53.2 4°

53.6 20°

53.10 60°

53.14 150°

53.18 240°

53.3 10°

53.7 30°

53.11 90°

53.15 180°

53.19 300°

53.4 15°

53.8 36°

53.12 120°

53.16 210°

53.20 315°

54.

54.1 0

54.5 0

54.9 Nedef.

54.13 -1

54.17 1

54.2 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

54.6 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

54.10 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

54.14 $\frac{1}{2}$

54.18 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

54.3 1

54.7 -1

54.11 1

54.15 -1

54.19 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

54.4 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

54.8 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

54.12 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

54.16 $-\sqrt{3}$

54.20 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

54.21 1

54.25 0

54.29 0

54.33 0

54.37 0

54.22 $\frac{1}{2}$

54.26 $-\sqrt{3}$

54.30 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

54.34 $-\sqrt{3}$

54.38 $\frac{1}{2}$

54.23 1

54.27 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

54.31 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

54.35 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

54.39 1

54.24 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

54.28 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

54.32 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

54.36 $-\sqrt{3}$

54.40 0

55.

55.1 $x_1 = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi; x_2 = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$

55.6 $x_1 = \frac{\pi}{4} + 2k\pi; x_2 = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$

55.2 $x_1 = \frac{\pi}{4} + 2k\pi; x_2 = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$

55.7 $x_1 = \frac{\pi}{3} + 2k\pi; x_2 = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$

55.3 $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

55.8 $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

55.4 $x = k\pi$

55.9 $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$

55.5 $x = \pi + 2k\pi$

55.10 $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$

55.11 $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$

55.13 $x_1 = \frac{\pi}{4} + 2k\pi; x_2 = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$

55.14 $x = \frac{2k\pi}{3}$

55.15 $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$

55.16 $x_1 = \frac{\pi}{4} + 2k\pi; x_2 = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$

55.17 $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

55.18 $x_1 = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; x_2 = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$

55.12 $x_1 = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; x_2 = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$

55.19 $x_1 = \frac{\pi}{4} + 2k\pi; x_2 = \frac{7}{4}\pi + 2k\pi$

55.20 $x_1 = 2k\pi; x_2 = \frac{5}{3}\pi + 2k\pi$

55.21 $x = k\pi$

55.22 $x_1 = \frac{\pi}{2} + 2k\pi; x_2 = \frac{3}{2}\pi + 2k\pi$

55.23 $x_1 = 2k\pi; x_2 = \frac{2}{3}\pi + 2k\pi$

55.24 $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

55.25 $x_1 = \frac{\pi}{6} + k\pi; x_2 = \frac{\pi}{3} + k\pi$

55.26 $x_1 = \frac{\pi}{3} + k\pi; x_2 = \frac{2\pi}{3} + k\pi$

55.27 $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$

55.28 $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$

56.

56.1 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

56.2 $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

56.3 $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

56.4 $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

56.5 1

56.6 $-\frac{1}{2}$

57.

57.1 $\frac{1+\sin^2 x}{2 \cos^2 x}; x \neq \frac{k\pi}{2}$

57.2 $\frac{1}{\cos x - \sin x}; x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$

57.3 $\sin 2x; x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

57.4 $\operatorname{tg} 2x; x \neq k\pi$

57.5 $\frac{1}{\sin^2 x}; x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$

57.6 $1; x \neq \frac{3}{4}\pi + k\pi$

57.7 $\operatorname{cotg} x; x \neq \frac{k\pi}{2}$

57.8 $1; x \neq \frac{k\pi}{2}$

58.

58.1 $\frac{\pi}{2}; 90^\circ$

58.3 $\frac{\pi}{3}; 60^\circ$

58.5 $\frac{\pi}{6}; 30^\circ$

58.7 $\frac{\pi}{4}; 45^\circ$

58.9 $-\frac{\pi}{6}; -30^\circ$

58.2 $\frac{\pi}{2}; 90^\circ$

58.4 $\frac{\pi}{4}; 45^\circ$

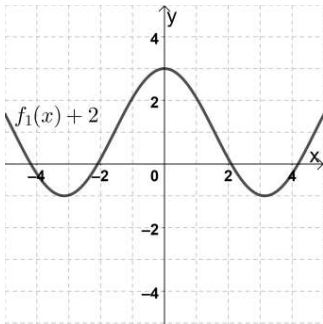
58.6 $\frac{2\pi}{3}; 120^\circ$

58.8 $\frac{\pi}{2}; 90^\circ$

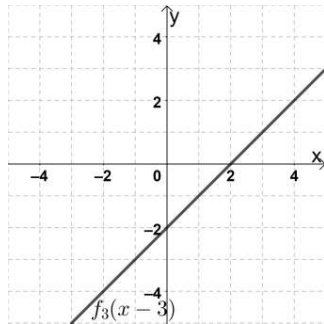
58.10 $\pi; 180^\circ$

59.

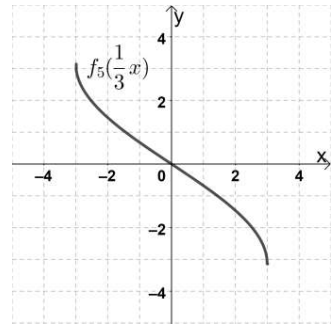
59.1



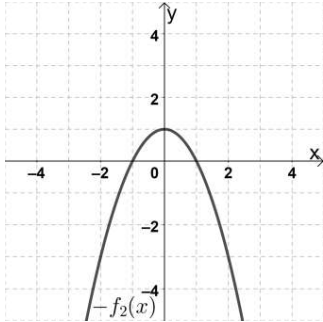
59.3



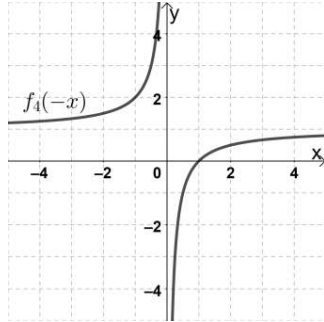
59.5



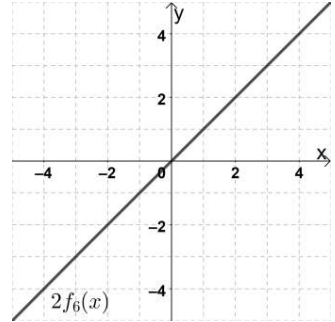
59.2



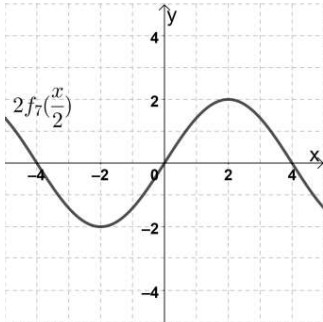
59.4



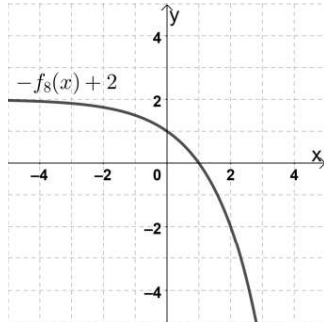
59.6



59.7



59.8



60.

60.1 $h = \frac{v^2}{2g}$

60.2 $f = \frac{2\pi}{\omega}$

60.3 $T = \frac{v_k^2 \cdot m_0}{3k}$

60.4 $B = \frac{F_m}{l \sin \alpha}$

60.5 $a = -\frac{2s_0 + 2tv_0 - 2s}{t^2}$

60.6 $\alpha = \frac{1}{2} \arcsin \frac{lg}{2v_0}$

60.7 $R = \frac{U}{I}$

60.8 $f = \frac{a' \cdot a}{a' + a}$

60.9 $r = \sqrt{K \frac{Mm}{F_g}}$

60.10 $S_2 = \frac{F_2 S_1}{F_1}$

60.11 $R = \frac{l\rho}{S}$

60.12 $c = f\lambda$

1

2

3

4

5

6

7

8

9

Posloupnosti a řady

Posloupnosti	94
Definice posloupnosti	94
Zadání posloupnosti	94
Speciální případy posloupností	95
Aritmetická posloupnost	95
Součet n členů aritmetické posloupnosti	97
Geometrická posloupnost	98
Součet n členů geometrické posloupnosti	99
Součet členů nekonečné geometrické posloupnosti	100
Pravidelný růst a pravidelný pokles	101
Suma	102
Řešení příkladů ze čtvrté kapitoly	102

1

2

3

4

5

6

7

8

9

Posloupnosti

Definice posloupnosti

1. Graficky znázorni posloupnost:

- | | | | |
|-----|-------------------------------|------|-----------------------------|
| 1.1 | (5; 4; 3; 2; 1) | 1.6 | (2; 3; 4; 5; 5) |
| 1.2 | (-3,5; -2,5; -1,5; -0,5; 0,5) | 1.7 | (-4; -3; -2; -1; 0) |
| 1.3 | (-2; -1,5; -1; -0,5; 0) | 1.8 | (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) |
| 1.4 | (4; 3,5; 3; 2,5; 2) | 1.9 | (1; 0,5; 1; 0,5; 1) |
| 1.5 | (-1; -0,5; 0; 0,5; 1) | 1.10 | (3,5; -2,5; 3,5; -2,5; 3,5) |

Zadání posloupnosti

2. Urči vzorec pro n -tý člen posloupnosti nebo její rekurentní zápis, následně pomocí něj urči následující dva členy posloupnosti:

- | | | | |
|-----|--------------------------|------|----------------------------|
| 2.1 | (2; 4; 6; 8; 10; ...) | 2.6 | (1; 3; 7; 15; 31; ...) |
| 2.2 | (3; 6; 12; 24; 48; ...) | 2.7 | (2; 6; 18; 54; 162; ...) |
| 2.3 | (1; 4; 9; 16; 25; ...) | 2.8 | (1; 5; 25; 125; 625; ...) |
| 2.4 | (1; 2; 4; 8; 16; ...) | 2.9 | (3; -9; 27; -81; 243; ...) |
| 2.5 | (5; 10; 20; 40; 80; ...) | 2.10 | (1; 2; 6; 24; 120; ...) |

3. Urči prvních pět členů posloupnosti:

- | | | | | | |
|------|------------------------------|------|-------------------------------|------|------------------------|
| 3.1 | $a_n = n^2$ | 3.5 | $a_n = n^3 - 2$ | 3.9 | $a_n = (1 + n)^2$ |
| 3.2 | $a_n = 2n$ | 3.6 | $a_n = 2^n$ | 3.10 | $a_n = (-1)^n \cdot n$ |
| 3.3 | $a_n = 3n - 1$ | 3.7 | $a_n = n \cdot (n - 1) : 2$ | 3.11 | $a_n = n^2 + n$ |
| 3.4 | $a_n = (-1)^n$ | 3.8 | $a_n = 2n - 1$ | 3.12 | $a_n = 2n + 2$ |
| 3.13 | $a_1 = 1; a_{n+1} = 2a_n$ | 3.17 | $a_1 = 2; a_{n+1} = 3a_n + 1$ | | |
| 3.14 | $a_1 = 3; a_{n+1} = 2a_n$ | 3.18 | $a_1 = 0; a_{n+1} = 5a_n$ | | |
| 3.15 | $a_1 = 1; a_{n+1} = a_n + 1$ | 3.19 | $a_1 = 16; a_{n+1} = a_n : 2$ | | |
| 3.16 | $a_1 = 1; a_{n+1} = a_n^2$ | 3.20 | $a_1 = 6; a_{n+1} = 2a_n - 4$ | | |

Speciální případy posloupností

4. Rozhodni, zda se jedná o aritmetickou či geometrickou posloupnost:

- | | | | |
|-----|----------------------|------|-----------------------|
| 4.1 | (1; 3; 5; 7; 9) | 4.6 | (-1; 2; -4; 8; -16) |
| 4.2 | (3; -6; 12; -24; 48) | 4.7 | (-3; 5; -8; 13; -21) |
| 4.3 | (1; 1; 2; 3; 5) | 4.8 | (10; 15; 20; 25; 30) |
| 4.4 | (-5; -2; 1; 4; 7) | 4.9 | (100; 90; 80; 70; 60) |
| 4.5 | (5; 10; 20; 40; 80) | 4.10 | (2; 6; 18; 54; 162) |

Aritmetická posloupnost

5. Zapiš prvních pět členů aritmetické posloupnosti, je-li dáno:

- | | | | |
|-----|---------------------|------|----------------------|
| 5.1 | $a_1 = 3; d = 4$ | 5.4 | $a_2 = 6; d = 6$ |
| 5.2 | $a_1 = -2; d = 3$ | 5.5 | $a_3 = 0; d = 1$ |
| 5.3 | $a_1 = 10; d = -2$ | 5.6 | $a_5 = 50; d = -10$ |
| 5.7 | $a_1 = 5; a_2 = 8$ | 5.10 | $a_2 = 20; a_5 = 50$ |
| 5.8 | $a_2 = 2; a_4 = 8$ | 5.11 | $a_1 = 7; a_3 = 16$ |
| 5.9 | $a_1 = -2; a_4 = 1$ | 5.12 | $a_3 = 10; a_4 = 20$ |

6. Urči dané číslo:

- | | | | |
|-----|------------------------|-----|-------------------------|
| 6.1 | Urči 150. sudé číslo. | 6.4 | Urči 25. násobek čtyř. |
| 6.2 | Urči 30. liché číslo. | 6.5 | Urči 200. sudé číslo. |
| 6.3 | Urči 50. násobek pěti. | 6.6 | Urči 40. násobek sedmi. |
- 6.7 Urči 37. prvek číselné množiny $\{x \in \mathbb{Z} \mid -25 \leq x < 80\}$.

7. Vyřeš úlohu:

- | | | | |
|-----|--|-----|--|
| 7.1 | V aritmetické posloupnosti je první člen $a_1 = 6$. Pokud součet členů a_4 a a_7 je roven 39, urči diferenci této posloupnosti. | 7.2 | V aritmetické posloupnosti platí $a_1 = 10$. Jestliže rozdíl členů a_3 a a_6 je roven 18, urči diferenci této posloupnosti. |
|-----|--|-----|--|

1

2

3

4

5

6

7

8

9

- 7.3 V aritmetické posloupnosti platí, že $a_4 = 18$. Jestliže součet členů a_7 a a_9 je roven 4, urči diferenci této posloupnosti.
- 7.4 V aritmetické posloupnosti je dán rozdíl členů $a_3 - a_6 = -12$. Urči první člen této posloupnosti, je-li $a_3 + a_4 = 22$.
- 7.5 V aritmetické posloupnosti je dán součet členů $a_2 + a_5 = 29$. Pokud první člen $a_1 = 7$, urči diferenci této posloupnosti.
- 7.6 V aritmetické posloupnosti je dán první člen $a_1 = 17$ a součet členů $a_3 + a_6 = 48$. Urči diferenci této posloupnosti.
- 7.7 V aritmetické posloupnosti je rozdíl členů $a_4 - a_7 = 9$. Jestliže první člen $a_1 = 4$, urči třetí člen této posloupnosti.
- 7.8 V aritmetické posloupnosti je dán součet členů $a_3 + a_5 = 35$. Urči první člen této posloupnosti, pokud diference mezi členy je 6.

8. Doplň posloupnost:

- 8.1 Mezi čísla 10 a 40 vlož 5 čísel tak, aby tvořila aritmetickou posloupnost.
- 8.2 Mezi čísla -5 a 15 vlož 9 čísel tak, aby tvořila aritmetickou posloupnost.
- 8.3 Mezi čísla 2,5 a 7,5 vlož 4 čísla tak, aby tvořila aritmetickou posloupnost.
- 8.4 Mezi čísla 50 a 190 vlož 6 čísel tak, aby tvořila aritmetickou posloupnost.

9. Vyřeš slovní úlohu:

- 9.1 Anna běží na atletickém oválu každý den. Dnes uběhla 600 metrů, každý den o 100 metrů více než předchozí den. Kolik metrů uběhne Anna pátý den?
- 9.2 Skupina kamarádů každý měsíc zvyšuje své stávající úspory o 150 Kč. Jestliže v prvním měsíci měli na účtu 800 Kč, kolik úspor budou mít na konci desátého měsíce?
- 9.3 Tým zedníků při stavbě domu každý den zvýší již postavené zdívo o 40 cm. Zatím mají postaveno 8 metrů zdi. Za jak dlouho dostaví dům, má-li být vysoký 30 metrů?
- 9.4 Na tréninku zlepšuje Lukáš své skoky o 10 cm každý týden. Jestliže v prvním týdnu doskočil 150 cm, kolikátý den by tímto tempem překonal rekord 245 cm?
- 9.5 Denisa vyrábí ručně malé keramické vázy. Každý den vyrobí o 5 kousků víc než den předchozí. Pokud v první den vyrobila 20 váz, kolik váz vyrobí za tři dny?

Součet n členů aritmetické posloupnosti

10. Urči součet členů posloupnosti je-li dáno:

10.1 $a_1 = 12; a_n = 67; d = 5$

10.2 $n = 20; a_1 = 3; a_{20} = 123$

10.3 $a_1 = 25; a_n = 88; d = 7$

10.4 $a_1 = -8; d = 4; n = 15$

11. Vyřeš úlohu:

11.1 Markéta chodí každý den na procházku a zvyšuje svoji denní trasu o 300 metrů. Kolik kilometrů bude mít na konci týdne celkově nachozeno, pokud začala první den s trasou 2 km?

11.2 Rodina sbírá každý den na výletě kamínky jako suvenýry a sbírku rozšiřuje o 2 kameny každý další den. Kolik kamenů budou mít po týdnu v jejich sbírce, pokud začali první den se 7 kameny?

11.3 Na kruhovém kluzišti zvyšuje Kateřina svou rychlost každý den o 0,5 km/h. Kolik kilometrů ujede za týden, pokud začala první den s rychlostí 2 km/h a každý den bruslí přesně hodinu?

12. Urči daný součet členů posloupnosti:

12.1 Určete součet sudých čísel od 6 do 132.

12.2 Určete součet prvních dvaceti násobků čísla 3.

12.3 Určete součet čísel, která jsou dělitelná 5, v rozsahu od 10 do 100.

12.4 Určete součet prvních třiceti kladných lichých čísel.

12.5 Určete součet prvních patnácti sudých čísel.

12.6 Určete součet čísel v rozsahu od 20 do 80, která jsou dělitelná 7.

12.7 Určete součet prvních dvaceti pěti násobků čísla 4.

Geometrická posloupnost

13. Zapiš prvních pět členů geometrické posloupnosti je-li dáno:

13.1 $a_1 = 3; q = 2$

13.4 $a_2 = 110; q = 1,1$

13.2 $a_1 = -5; q = -3$

13.5 $a_3 = 0,5; q = -0,25$

13.3 $a_1 = 10; q = 0,5$

13.6 $a_5 = 2048; q = 0,8$

13.7 $a_1 = 5; a_2 = 20$

13.10 $a_3 = 8; a_4 = 32$

13.8 $a_1 = -3; a_5 = 48$

13.11 $a_2 = 12; a_4 = 108$

13.9 $a_2 = 10; a_5 = 80$

13.12 $a_2 = 7; a_3 = 14$

14. Vyřeš úlohu:

14.1 V geometrické posloupnosti je první člen $a_1 = 3$. Pokud součet členů a_2 a a_3 je roven 270, urči kvocient této posloupnosti.

14.2 V geometrické posloupnosti platí $a_1 = 6$. Jestliže rozdíl členů a_5 a a_3 v tomto pořadí je roven 432, urči kvocient posloupnosti.

14.3 V geometrické posloupnosti je první člen $a_1 = 4$. Pokud součet členů a_3 a a_5 je roven 48, urči kvocient této posloupnosti.

14.4 V geometrické posloupnosti platí $a_1 = 5$. Jestliže $a_7 = 35 \cdot a_4 + 1080$, urči kvocient posloupnosti.

15. Doplně posloupnost:

15.1 Mezi čísla 3 a 729 vlož 4 čísla tak, aby tvořila geometrickou posloupnost.

15.2 Mezi čísla -2 a 8 vlož 5 čísel tak, aby tvořila geometrickou posloupnost.

15.3 Mezi čísla 1 a 125 vlož 2 čísla tak, aby tvořila geometrickou posloupnost.

15.4 Mezi čísla 4 a 512 vlož 6 čísel tak, aby tvořila geometrickou posloupnost.

16. Vyřeš úlohu:

16.1 Začněte s číslem 5 a postupně ho násobte 3. Určete hodnotu 6. členu této geometrické posloupnosti.

16.2 V laboratoři se množí bakterie. Každou hodinu se jejich počet zdvojnásobuje. Určete počet bakterií po 8 hodinách, pokud na začátku bylo 5 bakterií.

- 16.3 Auto jede rychlostí 80 km/h a každou hodinu zrychluje o 10 %. Určete, jak rychlé bude auto po 4 hodinách jízdy.
- 16.4 Délka skoku sportovce na každém tréninku stoupá. První den doskočil 50 cm a každý další den doskočí o 15 % výš než předchozí den. Určete, jak daleko doskočí na 5. tréninkovém dni.
- 16.5 Rozpad radioaktivního uhlíku je možné s jistou dávkou nepřesnosti popsat jako geometrickou posloupnost s kvocientem $q = 0,886$, kde každý člen posloupnosti představuje 1000 let. Jak starý je vzorek obsahující 2980 nerozpadlých jader uhlíku, jestliže čerstvý vzorek obsahuje 10 000 jader?

Součet n členů geometrické posloupnosti

17. Urči součet členů posloupnosti, je-li dáno:

- 17.1 $a_1 = 6; q = 4; n = 3$
- 17.2 $a_1 = 2; q = 0,5; n = 6$
- 17.3 $a_1 = 2; q = 3; a_n = 162$
- 17.4 $a_1 = 4; q = 2; a_n = 128$

18. Vyřeš slovní úlohu:

- 18.1 Martina si každý měsíc ukládá na účet peníze a zdvojnásobuje svůj vklad. Pokud v prvním měsíci uložila 100 Kč, kolik peněz bude mít na účtu po pěti měsících?
- 18.2 Rodina má vlastní sad ovocných stromů. Každý rok se počet zralých plodů ztrojnásobuje. Kolik zralých plodů sklidili celkem za pět let, pokud v prvním roce bylo 30 plodů?
- 18.3 Rychlost nárůstu počtu nově nakažených virem se každý den zvyšuje o 15 %. Jestliže první den bylo 10 nakažených, kolik lidí bude nakažených po deseti dnech?
- 18.4 Na farmě každý týden přibude množství nově narozených kuřat a jejich počet se zvyšuje o 20 %. Jestliže v prvním týdnu se narodilo 50 kuřat, kolik kuřat bude na farmě po čtyřech týdnech?
- 18.5 Ropná firma těží denně o 5 % více barelů ropy než den předchozí. Jestliže prvního dne vytěžila 100 barelů ropy, kolik barelů ropy firma vytěží za týden?

Součet členů nekonečné geometrické posloupnosti

19. Zapiš číslo ve tvaru zlomku:

- 19.1 $0,\bar{3}$ 19.3 $0,\overline{142857}$ 19.5 $0,\bar{81}$ 19.7 $0,58\bar{3}$
19.2 $0,\overline{27}$ 19.4 $0,\overline{12}$ 19.6 $0,69\bar{4}$ 19.8 $0,\overline{109890}$

20. Urči součet nekonečné geometrické řady:

- 20.1 $a_1 = 1; q = \frac{1}{2}$ 20.2 $a_1 = 3; q = \frac{2}{3}$ 20.3 $a_1 = 5; q = -\frac{1}{4}$

21. Vyřeš slovní úlohu:

- 21.1 Z nekonečně mnoha zmenšujících se krychlíček postavíme věž. První krychle má délku hrany 4 metry a každá další krychle má délku hrany o polovinu menší. Urči výšku celé věže a také obsah jedné z bočních stěn věže.
- 21.2 Je dán rovnostranný trojúhelník o délce strany 5 cm. Trojúhelníku je vepsána kružnice a této kružnici je opět vepsán trojúhelník. Takto pokračuje nekonečná posloupnost trojúhelníků a kružnic. Urči součet délek všech takto sestrojených kružnic a součet obsahů všech takto sestrojených trojúhelníků.
- 21.3 Je dán čtverec se stranou délky 4 cm. Čtverci je vepsána kružnice a kružnici je opět vepsán čtverec. Takto pokračuje nekonečná posloupnost čtverců a kružnic. Urči součet obsahů všech takto sestrojených kružnic a součet obvodů čtverců.
- 21.4 Je dán pravidelný n -úhelník se stranou délky a . N -úhelníku je vepsána kružnice a kružnici je opět vepsán n -úhelník. Takto pokračuje nekonečná posloupnost n -úhelníků a kružnic. Urči součet délek a obsahů všech takto sestrojených kružnic a také součet obvodů a obsahů všech takto sestrojených n -úhelníků. Ověř, zda výsledky jsou obecným řešením pro příklady 21.2 a 21.3.
- 21.5 Je dán rovnostranný trojúhelník o straně délky 6 cm. Trojúhelníku jsou sestrojeny střední příčky. Jednomu z trojúhelníků tvořených středními příčkami jsou opět sestrojeny střední příčky. Takto pokračuje nekonečná posloupnost trojúhelníků. Urči součet obvodů všech těchto trojúhelníků.

Pravidelný růst a pravidelný pokles

22. Vyřeš slovní úlohu:

- 22.1 Jan uložil 8 000 Kč na účet s roční úrokovou sazbou 6 %. Jaký bude zůstatek jeho účtu po 4 letech, kdy je úrok složený měsíčně?
- 22.2 Město každý rok zvyšuje svou populaci o 2 %. Jaká bude populace města po 10 letech, pokud v současnosti má 50 000 obyvatel?
- 22.3 Cena elektroniky se každý rok snižuje o 10 %. Jaká bude cena televize po 3 letech, pokud její původní cena byla 600 €?
- 22.4 Markéta investovala 1 500 \$ do podílového fondu s ročním zhodnocením 12 %. Jaká bude hodnota její investice po 7 letech, kdy je úrok složený čtvrtletně?
- 22.5 Cena starého automobilu každý rok klesá o 15 %. Jaká bude cena auta po 5 letech, pokud jeho původní cena byla 12 000 \$?
- 22.6 Karel investoval 5 000 Kč do spořicího účtu s ročním zhodnocením 4 %. Jaký bude zůstatek jeho účtu po 6 letech, kdy je úrok složený každý rok?
- 22.7 Anna uložila 10 000 € na termínovaný vklad s ročním zhodnocením 7 %. Jaký bude zůstatek jejího vkladu po 3 letech, kdy je úrok složený pololetně?
- 22.8 Marta investovala 5 000 Kč do banky s roční úrokovou sazbou 5 %. Jaká bude hodnota jejího účtu po 3 letech, pokud je úrok složený každý rok?
- 22.9 Cena nového mobilního telefonu se každý rok snižuje o 10 %. Za jak dlouho klesne cena mobilního telefonu na 729 €, jestliže výchozí cena byla 1269 €?
- 22.10 Petr investoval 20 000 Kč do akcií s ročním zhodnocením 8 %. Za jakou dobu překoná Petrův zisk 10 000 Kč, je-li částka úročena čtvrtletně?
- 22.11 O kolik procent ročně mohla poklesnout cena notebooku, jestliže byl zakoupen za 18 500 Kč a po deseti letech je možné jej prodat za 5 000 Kč?
- 22.12 Jaký roční úrok by musel mít spořicí účet, abychom z něj po dvou letech mohli vybrat dvojnásobek vkladu? Předpokládejme, že částka je úročena měsíčně.

1

2

3

4

5

6

7

8

9

Suma

23. Vypočítej:

23.1 $\sum_{n=1}^5 2n$

23.2 $\sum_{n=1}^5 (n-1) \cdot 3$

23.3 $\sum_{n=0}^4 3^n$

23.4 $\sum_{n=1}^5 n^2$

23.5 $\sum_{n=1}^{10} [5 + (n-1) \cdot (-2)]$

23.6 $\sum_{n=1}^4 1 : n$

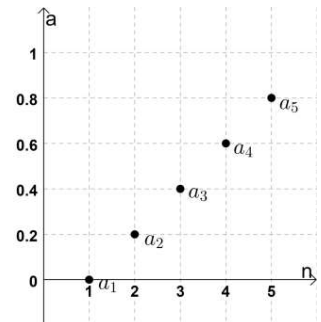
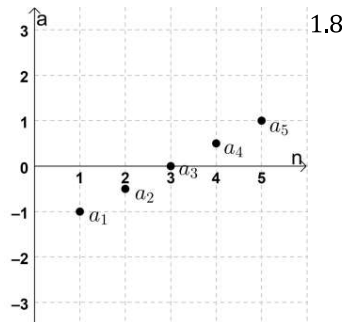
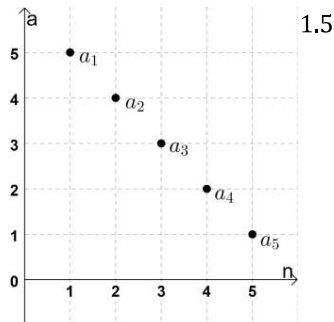
23.7 $\sum_{n=0}^5 2 \cdot 0,5^n$

23.8 $\sum_{n=1}^{10} (-10 + 4n)$

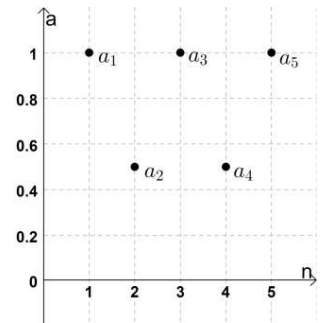
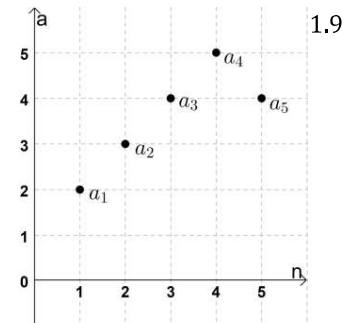
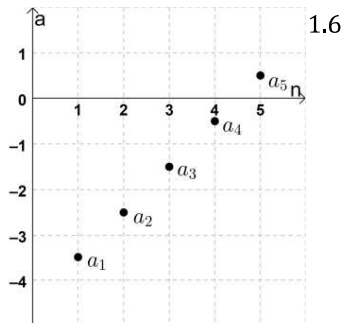
Řešení příkladů ze čtvrté kapitoly

1.

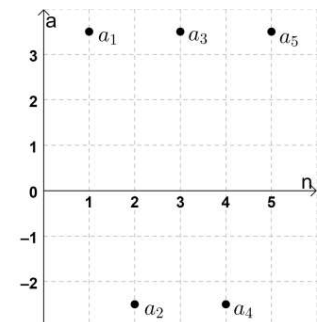
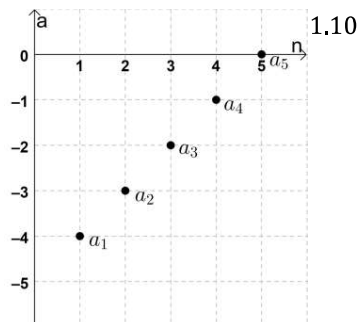
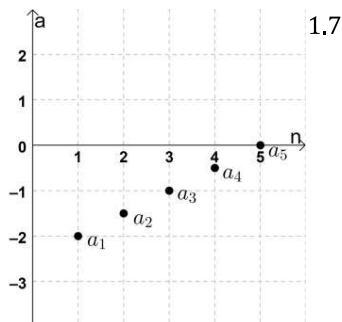
1.1



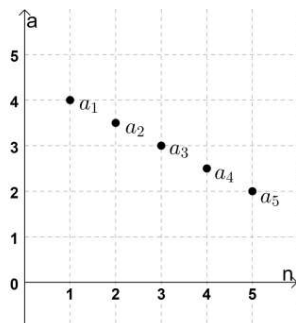
1.2



1.3



1.4



2.

2.1 $a_n = 2n$
 $a_1 = 2; a_{n+1} = a_n + 2$
 $a_6 = 12; a_7 = 14$

2.2 $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$
 $a_1 = 3; a_{n+1} = 2 \cdot a_n$
 $a_6 = 96; a_7 = 192$

2.3 $a_n = n^2$
 $a_1 = 1; a_{n+1} = (\sqrt{a_n})^2$
 $a_6 = 36; a_7 = 49$

2.4 $a_n = 2^{n-1}$
 $a_1 = 1; a_{n+1} = 2 \cdot a_n$
 $a_6 = 32; a_7 = 64$

2.5 $a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$
 $a_1 = 5; a_{n+1} = 2 \cdot a_n$
 $a_6 = 96; a_7 = 192$

2.6 $a_n = 2 \cdot 2^{n-1} - 1$
 $a_1 = 1; a_{n+1} = 2 \cdot a_n + 1$
 $a_6 = 63; a_7 = 127$

2.7 $a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$
 $a_1 = 2; a_{n+1} = 3 \cdot a_n$
 $a_6 = 486; a_7 = 1\,458$

2.8 $a_n = 5^{n-1}$
 $a_1 = 1; a_{n+1} = 5 \cdot a_n$
 $a_6 = 3\,125; a_7 = 15\,625$

2.9 $a_n = 3 \cdot (-3)^{n-1}$
 $a_1 = 3; a_{n+1} = -3 \cdot a_n$
 $a_6 = 729; a_7 = 2187$

2.10 $a_n = n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 1$
 $a_1 = 1; a_{n+1} = (n+1) \cdot a_n$
 $a_6 = 720; a_7 = 5040$

Některé posloupnosti je možné zapsat pomocí jiných vzorců, z nichž může vyplývat jiný 6. a 7. člen posloupnosti.

3.

3.1 (1; 4; 9; 16; 25; ...)

3.2 (2; 4; 6; 8; 10; ...)

3.3 (2; 5; 8; 11; 14; ...)

3.4 (-1; 1; -1; 1; -1; ...)

3.5 (-1; 6; 25; 62; 123; ...)

3.6 (2; 4; 8; 16; 32; ...)

3.7 (0; 1; 3; 6; 10; ...)

3.8 (1; 3; 5; 7; 9; ...)

3.9 (4; 9; 16; 25; 36; ...)

3.10 (-1; 2; -3; 4; -5; ...)

3.11 (2; 6; 12; 20; 30; ...)

3.12 (4; 6; 8; 10; 12; ...)

3.13 (1; 2; 4; 8; 16; ...)

3.14 (3; 6; 12; 24; 48; ...)

3.15 (1; 2; 3; 4; 5; ...)

3.16 (1; 1; 1; 1; 1; ...)

3.17 (2; 7; 22; 67; 202; ...)

3.18 (0; 0; 0; 0; 0; ...)

3.19 (16; 8; 4; 2; 1; ...)

3.20 (6; 8; 12; 20; 36; ...)

4.

4.1 Aritmetická $d = 2$

4.2 Geometrická $q = -2$

4.3 Ani arit. ani geom.

4.4 Aritmetická $d = 3$

4.5 Geometrická $q = 2$

4.6 Geometrická $q = -2$

4.7 Ani arit. ani geom.

4.8 Aritmetická $d = 5$

4.9 Aritmetická $d = -10$

4.10 Geometrická $q = 3$

5.

5.1 (3; 7; 11; 15; 19; ...)

5.2 (-2; 1; 4; 7; 10; ...)

5.3 (10; 8; 6; 4; 2; ...)

5.4 (0; 6; 12; 18; 24; ...)

5.5 (-2; -1; 0; 1; 2)

5.6 (90; 80; 70; 60; 50; ...)

5.7 (5; 8; 11; 14; 17; ...)

5.8 (-4; 2; 8; 14; 20; ...)

5.9 (-2; -1; 0; 1; 2; ...)

5.10 (10; 20; 30; 40; 50; ...)

5.11 (7; 11,5; 16; 20,5; 25; ...)

5.12 (-10; 0; 10; 20; 30; ...)

6.

6.1 300

6.3 250

6.5 400

6.7 11

6.2 59

6.4 100

6.6 280

7.

7.1 $d = 3$

7.3 $d = -4$

7.5 $d = 3$

7.7 $a_3 = 10$

7.2 $d = -6$

7.4 $a_1 = -1$

7.6 $d = 2$

7.8 $a_1 = -0,5$

8.

8.1 (10; 15; 20; 25; 30; 35; 40)

8.3 (2,5; 3,5; 4,5; 5,5; 6,5; 7,5)

8.2 (-5; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15)

8.4 (50; 70; 90; 110; 130; 150; 170; 190)

9.

9.1 1000 m

9.2 2150 Kč

9.3 56 dnů

9.4 za 11 dnů

9.5 35

10.

10.1 $S_{12} = 474$

10.2 $S_{20} = 1260$

10.3 $S_{10} = 565$

10.4 $S_{15} = 300$

11.

11.1 Za týden celkem ujede 20 300 km.

11.2 Po týdnu budou mít ve sbírce 91 kamenů.

11.3 Za týden ujede 24,5 km.

12.

12.1 4416

12.3 1045

12.5 240

12.7 1300

12.2 630

12.4 900

12.6 441

13.

13.1 (3; 6; 12; 24; 48; ...)

13.4 (100; 110; 121; 133,1; 146,41; ...)

13.2 (-5; 15; -45; 135; -405; ...)

13.5 (16; -2; 0,5; -0,125; 0,03125; ...)

13.3 (10; 5; 2,5; 1,25; 0,625; ...)

13.6 (4000; 3200; 2560; 2048; 1638,4; ...)

13.7 (5; 20; 80; 320; 1280; ...)

13.8 (-3; 6; -12; 24; 48; ...)

13.9 (5; 10; 20; 40; 80; ...)

13.10 (0,5; 2; 8; 32; 128; ...)

13.11 (4; 12; 36; 108; 324; ...) nebo (-4; 12; -36; 108; -324)

13.12 (3,5; 7; 14; 28; 56; ...)

14.

14.1 $q_1 = -10; q_2 = 9$

14.3 $q_{1;2} = \pm\sqrt{3}$

14.2 $q_1 = -3; q_2 = 3$

14.4 $q_1 = 2; q_2 = 3$

15.

15.1 (3; 9; 27; 81; 243; 729)

15.3 (1; 5; 25; 125)

15.2 Posloupnost neexistuje

15.4 (4; 8; 16; 32; 64; 128; 256; 512)

16.

16.1 $a_6 = 1215$

16.4 $a_5 \doteq 87 \text{ cm}$

16.2 $a_8 = 640$

16.5 $2980 = a_{10} \Rightarrow 10\,000 \text{ let}$

16.3 $a_4 = 106,48 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

17.

17.1 $S_3 = 126$

17.2 $S_6 = \frac{63}{16}$

17.3 $S_5 = 242$

17.4 $S_6 = 252$

18.

18.1 3100 Kč

18.3 203 nakažených

18.5 814 barelů

18.2 930 plodů

18.4 268 kuřat

19.

19.1 $\frac{1}{3}$

19.3 $\frac{1}{7}$

19.5 $\frac{9}{11}$

19.7 $\frac{7}{22}$

19.2 $\frac{3}{11}$

19.4 $\frac{4}{33}$

19.6 $\frac{25}{36}$

19.8 $\frac{10}{91}$

20.

20.1 $S = 2$

20.2 $S = 9$

20.3 $S = 4$

21.

21.1 $v = 8 \text{ m}; S = \frac{64}{3} \text{ m}^2$

21.2 Trojúhelníky: $S_S = \frac{25\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^2$; Kružnice: $S_o = \frac{10\sqrt{3}}{3} \pi \text{ cm}$

21.3 Čtverce: $S_o = 32 + 16\sqrt{2} \text{ cm}$; Kružnice: $S_S = 8\pi \text{ cm}^2$

21.4 N-úhelníky: $S_o = \frac{na}{1 - \cos(\frac{180^\circ}{n})}$; $S_S = \frac{1}{4} na^2 \frac{\cotg(\frac{180^\circ}{n})}{\sin^2(\frac{180^\circ}{n})}$; kružnice: $S_o = \pi a \frac{\cotg(\frac{180^\circ}{n})}{1 - \cos(\frac{180^\circ}{n})}$; $S_S = \frac{1}{4} \pi a^2 \frac{\cotg^2(\frac{180^\circ}{n})}{\sin^2(\frac{180^\circ}{n})}$

21.5 $S = 36 \text{ cm}$

22.

22.1 10 163 Kč

22.5 6 326 Kč

22.9 za 5 let a 3 měsíce

22.2 60 950 obyvatel

22.6 12 292,5 €

22.10 asi 12 %

22.3 437,40 €

22.7 5 788 Kč

22.11 35 % ročně

22.4 3 432 \$

22.8 za 3 roky

23.

23.1 30

23.3 121

23.5 -40

23.7 $\frac{63}{16}$

23.2 30

23.4 55

23.6 $\frac{25}{12}$

23.8 120

1

2

3

4

5

6

7

8

9

Geometrie

1	Planimetrie..... 107
2	Základní planimetrické pojmy 107
	Převody jednotek..... 108
	Množiny bodů dané vlastnosti 109
	Velikosti úhlů..... 109
3	Čtyřúhelníky 110
	Trojúhelníky 112
	Pravidelné n-úhelníky 113
	Kružnice, kruh..... 113
4	Stereometrie 114
	Vzájemná poloha přímek v prostoru..... 114
	Vzájemná poloha rovin v prostoru..... 114
	Výpočet objemu a povrchu geometrických těles..... 115
	Volné rovnoběžné promítání 117
	Řez tělesa rovinou 118
	Metrické a polohové úlohy v prostoru..... 119
5	Řešení příkladů z páté kapitoly 120

6

7

8

9

Planimetrie

Základní planimetrické pojmy

1. **Rozhodni, o který geometrický obrazec se jedná:**
 - 1.1 Čtyřúhelník s dvojicemi stejně dlouhých rovnoběžných stran. Dvě sousedící strany svírají jiný než pravý úhel.
 - 1.2 Čtyřúhelník se čtyřmi stejně dlouhými po dvou rovnoběžnými stranami. Dvě sousedící strany svírají jiný než pravý úhel.
 - 1.3 Čtyřúhelník se čtyřmi stejně dlouhými stranami. Přilehlé strany jsou vzájemně kolmé.
 - 1.4 Čtyřúhelník s různě dlouhými sousedními stranami, které jsou vzájemně kolmé.
 - 1.5 Čtyřúhelník s jednou dvojicí rovnoběžných stran (základen) a jednou dvojicí různoběžných stran (ramen).
 - 1.6 Trojúhelník se třemi různě dlouhými stranami.
 - 1.7 Trojúhelník s dvojicí úhlů stejné velikosti a jedním úhlem jiné velikosti.
 - 1.8 Trojúhelník s trojicí úhlů velikosti 60° .
 - 1.9 Geometrický obrazec definovaný středem a poloměrem.

2. **Přiřaď geometrický symbol k jeho významu:**
 - 2.1 Přímky a a b jsou rovnoběžné a. $\leftrightarrow AB$
 - 2.2 Přímky a a b jsou vzájemně kolmé b. $a \nparallel b$
 - 2.3 Přímky a a b nejsou rovnoběžné c. $\mapsto AB$
 - 2.4 Přímka určená body A a B d. $a \cap b$
 - 2.5 Polopřímka určená počátkem A a bodem B e. $A \in p$
 - 2.6 Velikost úsečky AB f. $A \notin p$
 - 2.7 Konvexní úhel AVB g. $|AB|$
 - 2.8 Bod A leží na přímce p h. $a \perp b$
 - 2.9 Bod A neleží na přímce p i. $p \not\subset \rho$
 - 2.10 Přímka p leží v rovině ρ j. $a \parallel b$
 - 2.11 Přímka p neleží v rovině ρ k. $\sphericalangle AVB$
 - 2.12 Průsečík přímek a a b l. $p \subset \rho$

Převody jednotek

3. Převeď jednoty délky:

3.1	5 m =	cm	3.9	1 km =	m
3.2	2 dm =	mm	3.10	1 200 mm =	m
3.3	3 km =	m	3.11	5 m =	km
3.4	800 cm =	m	3.12	4 m =	dm
3.5	2 m =	dm	3.13	2 km =	dm
3.6	7 dm =	cm	3.14	300 mm =	m
3.7	10 m =	mm	3.15	200 dm =	m
3.8	15 cm =	mm	3.16	2 500 mm =	dm

4. Převeď jednotky obsahu:

4.1	5 m ² =	cm ²	4.9	1 km ² =	m ²
4.2	2 dm ² =	mm ²	4.10	1200 mm ² =	m ²
4.3	3 km ² =	m ²	4.11	2 mm ² =	cm ²
4.4	800 cm ² =	m ²	4.12	7 000 dm ² =	a
4.5	2 a =	dm ²	4.13	1 km ² =	ha
4.6	4 m ² =	dm ²	4.14	20 cm ² =	dm ²
4.7	1 ha =	km ²	4.15	2500 mm ² =	dm ²
4.8	15 cm ² =	mm ²	4.16	30 m ² =	ha

5. Převeď jednotky objemu:

5.1	500 ml =	cm ³	5.11	1 dl =	m ³
5.2	2 l =	dl	5.12	4 l =	cm ³
5.3	3 hl =	l	5.13	2 000 l =	hl
5.4	7500 cm ³ =	l	5.14	150 mm ³ =	cm ³
5.5	2 dm ³ =	mm ³	5.15	2 500 cm ³ =	dl
5.6	7 l =	ml	5.16	5 l =	cm ³
5.7	1 dm ³ =	m ³	5.17	6 ml =	dl
5.8	3 km ³ =	hl	5.18	3 dm ³ =	mm ³
5.9	50 cm ³ =	dm ³	5.19	2 km ³ =	m ³
5.10	1200 ml =	l	5.20	1 500 cm ³ =	m ³

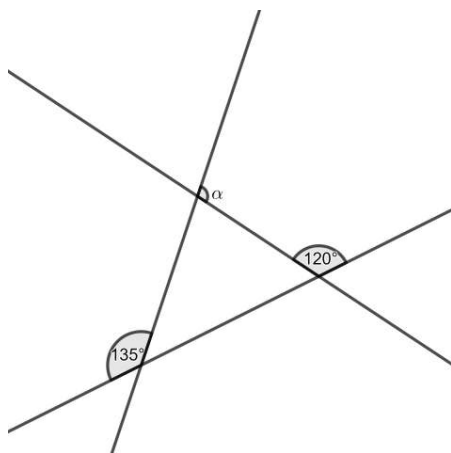
Množiny bodů dané vlastnosti

6. Urči název množiny bodů dané vlastnosti, množinu bodů načrtni:
- 6.1 Množina bodů stejně vzdálených od dvojice různých bodů A, B
 - 6.2 Množina bodů stejně vzdálených od dvojice rovnoběžných přímek p, q
 - 6.3 Množina bodů stejně vzdálených od dvojice různoběžných přímek
 - 6.4 Množina bodů vzdálených od bodu S o vzdálenost r
 - 6.5 Množina bodů vzdálených od přímky p o vzdálenost r
 - 6.6 Množina všech vrcholů pravých úhlů, jejichž ramena procházejí danými body A, B
 - 6.7 Množina středů všech kružnic dotýkajících se přímky p v daném bodě T
 - 6.8 Množina středů všech kružnic dotýkajících se kružnice k v daném bodě T

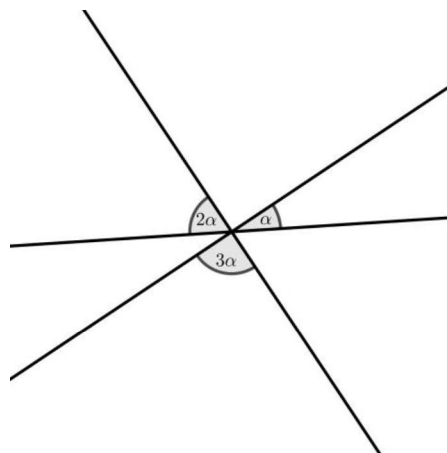
Velikosti úhlů

7. Urči velikost úhlu α :

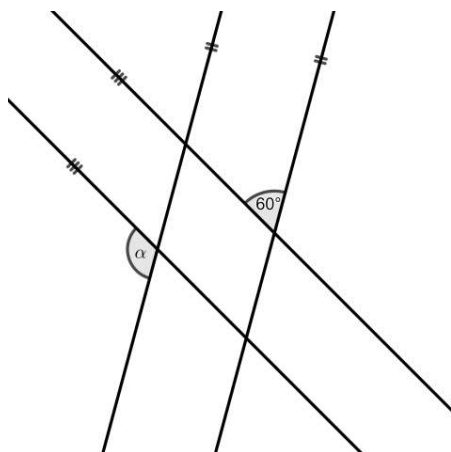
7.1



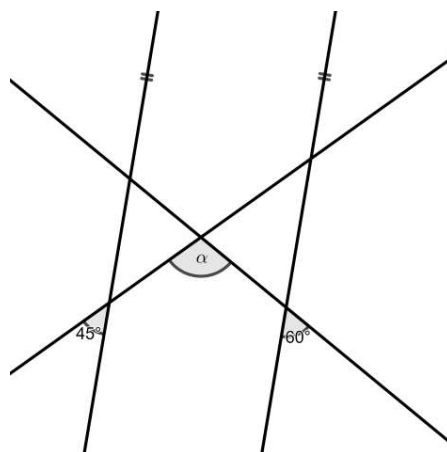
7.3



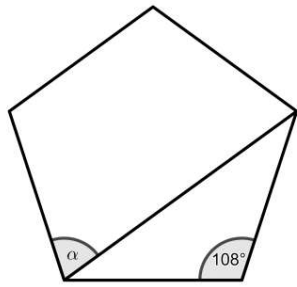
7.2



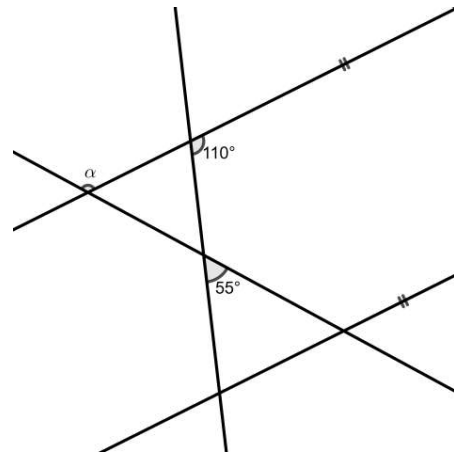
7.4



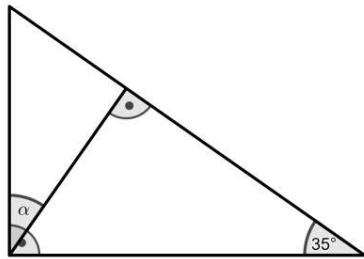
7.5



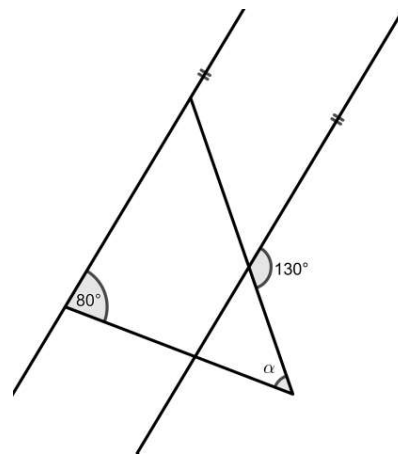
7.7



7.6



7.8



Čtyřúhelníky

Použité značení

a, b, c, d délky stran

e, f délky úhlopříček

r poloměr kružnice opsané

ρ poloměr kružnice vepsané

v výška

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ úhly po řadě při vrcholech A, B, C, D

8. Sestroj čtverec ABCD je-li dáno:

8.1 $a = 4 \text{ cm}$

8.4 $e = 5 \text{ cm}$

8.7 $a + e = 7 \text{ cm}$

8.2 $S = 3 \text{ cm}^2$

8.5 $r = 2 \text{ cm}$

(rozdělení v poměru

8.3 $o = 12 \text{ cm}$

8.6 $\rho = 1,5 \text{ cm}$

$\sqrt{2}:1$)

9. Sestroj obdélník ABCD je-li dáno:

9.1 $a = 4 \text{ cm}, b = 2 \text{ cm}$

9.3 $o = 24, a:b = 1:2$

9.2 $r = 3 \text{ cm}, a = 5 \text{ cm}$

9.4 $a = 4,5 \text{ cm}, |\sphericalangle a e| = 30^\circ$

9.5 $a = 35 \text{ mm}, e = 45 \text{ mm}$

9.6 $a + b = 15 \text{ cm}, a : b = 2 : 3$

10. Sestroj kosočtverec ABCD, je-li dáno:

10.1 $a = 0,5 \text{ dm}, \alpha = 50^\circ$

10.3 $a = 45 \text{ mm}, v = 3 \text{ cm}$

10.2 $e = 6 \text{ cm}, f = 4 \text{ cm}$

10.4 $a = 4 \text{ cm}, \rho = 1 \text{ cm}$

11. Sestroj kosodélník ABCD, je-li dáno:

11.1 $a = 4 \text{ cm}, b = 3 \text{ cm}, \alpha = 45^\circ$

11.2 $a = 35 \text{ mm}, b = 0,3 \text{ dm}, v_a = 2 \text{ cm}$

11.3 $a = 5 \text{ cm}, e = 6 \text{ cm}, f = 5 \text{ cm}$

11.4 $a = 65 \text{ mm}, e = 7 \text{ cm}, v_a = 4 \text{ cm}$

11.5 $|\sphericalangle a e| = 25^\circ, a = 4,5 \text{ cm}, e = 6 \text{ cm}$

12. Sestroj lichoběžník ABCD, je-li dáno:

12.1 $a = 7 \text{ cm}, b = 3 \text{ cm}, c = 4 \text{ cm}, v = 2,5 \text{ cm}$

12.2 $a = 8 \text{ cm}, c = 5 \text{ cm}, b = d, v = 30 \text{ mm}$

12.3 $\alpha = 90^\circ, a = 55 \text{ mm}, c = 3 \text{ cm}, d = 4 \text{ cm}$

12.4 $a = 6 \text{ cm}, b = 35 \text{ mm}, c = 45 \text{ mm}, \beta = 75^\circ$

13. Urči obsah čtverce, je-li dáno:

13.1 $a = 3\sqrt{17} \text{ cm}$

13.3 $e = 7 \text{ cm}$

13.5 $\rho = 3 \text{ cm}$

13.2 $o = 16 \text{ cm}$

13.4 $r = 8 \text{ cm}$

13.6 $a + e = 12 \text{ cm}$

14. Urči obsah obdélníku, je-li dáno:

14.1 $a = 4 \text{ cm}, b = 2 \text{ cm}$

14.4 $a = 4,5 \text{ cm}, |\sphericalangle a e| = 30^\circ$

14.2 $r = 3 \text{ cm}, a = 5 \text{ cm}$

14.5 $a = 35 \text{ mm}, e = 45 \text{ mm}$

14.3 $o = 24, a : b = 1 : 2$

14.6 $a + b = 15 \text{ cm}, a : b = 2 : 3$

15. Urči obsah kosočtverce, je-li dáno:

15.1 $a = 0,5 \text{ dm}, \alpha = 50^\circ$

15.3 $a = 45 \text{ mm}, v = 3 \text{ cm}$

15.2 $e = 6 \text{ cm}, f = 4 \text{ cm}$

15.4 $a = 4 \text{ cm}, \rho = 1 \text{ cm}$

16. Urči obsah kosodélníku, je-li dáno:

16.1 $a = 4 \text{ cm}, b = 3 \text{ cm}, \alpha = 45^\circ$

16.2 $a = 35 \text{ mm}, v_a = 2 \text{ cm}$

16.3 $|\sphericalangle a e| = 25^\circ, a = 4,5 \text{ cm}, e = 6 \text{ cm}$

17. Urči obsah lichoběžníku, je-li dáno:

17.1 $a = 7 \text{ cm}, c = 4 \text{ cm}, v = 2,5 \text{ cm}$

17.2 $a = 8 \text{ cm}, b = d = 5 \text{ cm}, v = 40 \text{ mm}$

17.3 $\alpha = 90^\circ, a = 55 \text{ mm}, c = 3 \text{ cm}, d = 4 \text{ cm}$

17.4 $a = 6 \text{ cm}, b = 35 \text{ mm}, c = 45 \text{ mm}, \beta = 75^\circ$

18. Vyřeš slovní úlohu:

18.1 Urči obsah čtverce $ABCD$, jehož vrcholy jsou středy stran čtverce $EFGH$. Obsah čtverce $EFGH$ je 36 cm^2 .

Trojúhelníky**Použité značení** a, b, c délky stran r poloměr kružnice opsané v_a, v_b, v_c výšky na příslušné strany ρ poloměr kružnice vepsané t_a, t_b, t_c těžnice na příslušné strany α, β, γ úhly po řadě při vrcholech A, B, C **19. Sestroj trojúhelník ABC je-li dáno:**

19.1 $a = 4 \text{ cm}, b = 3,5 \text{ cm}, c = 5 \text{ cm}$

19.8 $c = 7 \text{ cm}, v_c = 5 \text{ cm}, t_b = 6 \text{ cm}$

19.2 $a = 3,5 \text{ cm}, b = 4,5 \text{ cm}; \gamma = 40^\circ$

19.9 $a = 6 \text{ cm}, t_b = 4,5 \text{ cm}, \beta = 40^\circ$

19.3 $\alpha = 35^\circ, \beta = 45^\circ, c = 6 \text{ cm}$

19.10 $c = 5 \text{ cm}, v_b = 5 \text{ cm}, r = 4 \text{ cm}$

19.4 $\beta = 60^\circ, b = 4 \text{ cm}, c = 5,5 \text{ cm}$

19.11 $a = 5,5 \text{ cm}, \beta = 45^\circ, r = 4,5 \text{ cm}$

19.5 $a = 5 \text{ cm}, c = 7 \text{ cm}, v_a = 4 \text{ cm}$

19.12 $a = 4,5 \text{ cm}, \beta = 50^\circ, \rho = 1,5 \text{ cm}$

19.6 $c = 4,5 \text{ cm}, v_c = 3 \text{ cm}, v_a = 3 \text{ cm}$

19.13 $a + b = 12 \text{ cm}, \beta = 35^\circ, c = 5 \text{ cm}$

19.7 $b = 5 \text{ cm}, c = 4,5 \text{ cm}, t_c = 5 \text{ cm}$

20. Vypočítej obsah trojúhelníku, je-li dáno:

20.1 $a = 5 \text{ cm}, b = 1,2 \text{ dm}, c = 1,3 \text{ dm}$

20.2 $b = 7 \text{ cm}, v_b = 4 \text{ cm}$

- 20.3 $a = 6 \text{ cm}, b = 1 \text{ dm}, \gamma = 60^\circ$
20.4 Pravoúhlý trojúhelník s přeponou c , $c_a = 4 \text{ dm}, c_b = 9 \text{ dm}$
20.5 Rovnostranný trojúhelník, $a = 3 \text{ cm}$
20.6 Rovnoramenný trojúhelník s ramenem $a = 17 \text{ mm}$ a podstavou $b = 16 \text{ mm}$
20.7 $c = 16 \text{ cm}, \alpha = 30^\circ, \beta = 60^\circ$

21. Sestroj pomocí jedné z Eukleidových vět úsečku délky:

- 21.1 $\sqrt{2} \text{ cm}$ 21.2 $\sqrt{3} \text{ cm}$ 21.3 $\sqrt{11} \text{ cm}$ 21.4 5 cm

Pravidelné n -úhelníky

22. Sestroj pravidelný n -úhelník, je-li dáno:

- 22.1 Pětiúhelník, $a = 3 \text{ cm}$
22.2 Šestiúhelník, $a = 2 \text{ cm}$
22.3 Osmiúhelník, $a = 2 \text{ cm}$

Kružnice, kruh

23. Konstrukčně vyřeš Apolloniovu, respektive Pappovu, úlohu:

- 23.1 Sestroj kružnici procházející různými body A, B, C , které neleží na jedné přímce.
23.2 Sestroj kružnici dotýkající se přímky p v bodě A procházející bodem B , který na přímce neleží.
23.3 Sestroj kružnici dotýkající se přímky p procházející dvěma různými body A a B , které leží na přímce rovnoběžné s přímkou p .
23.4 Sestroj kružnici dotýkající se kružnice k v bodě A procházející bodem B , který na kružnici neleží. Bod A leží vně kružnice k .
23.5 Sestroj kružnici dotýkající se dvou rovnoběžných přímk p a q procházející bodem A , který leží uvnitř pásu vymezeného přímkami p a q .
23.6 Sestroj kružnici dotýkající se dvou rovnoběžných přímk p a q procházející bodem A , který leží na jedné z přímk.
23.7 Sestroj kružnici dotýkající se dvou různoběžných přímk p a q procházející bodem A , který leží na jedné z přímk, ale není jejich průsečíkem.
23.8 Sestroj kružnici dotýkající se dvou různoběžných přímk p a q procházející bodem A , který neleží na žádné z přímk.

- 23.9 Sestroj kružnici dotýkající se přímky p a kružnice k v bodě A , který je bodem dotyku přímky p a kružnice k .
- 23.10 Sestroj kružnici dotýkající se přímky p a kružnice k v bodě A , který náleží kružnici k , ale ne přímce p .
- 23.11 Sestroj kružnici dotýkající se přímky p v bodě A a kružnice k , přičemž bod A nenáleží kružnici k .
- 23.12 Sestroj kružnici dotýkající se přímky p a kružnice k a procházející bodem A , přičemž přímka p je tečnou kružnice k a bod A neleží na přímce p a leží vně kružnice k .
- 23.13 Sestroj kružnici dotýkající se dvou soustředných kružnic k a l procházející bodem A ležícím na jedné z kružnic.

Stereometrie

Vzájemná poloha přímek v prostoru

Použité značení

S_{AB} střed příslušné úsečky

24. V krychli ABCDEFGH urči vzájemnou polohu přímek:

- | | | | |
|------|---------------------------|------|-------------------------------------|
| 24.1 | Přímka AB a přímka FG | 24.5 | Přímka BE a přímka CH |
| 24.2 | Přímka AD a přímka DH | 24.6 | Přímka AH a přímka DE |
| 24.3 | Přímka AE a přímka CG | 24.7 | Přímka CE a přímka $S_{AB}S_{HG}$ |
| 24.4 | Přímka AG a přímka BH | 24.8 | Přímka AH a přímka $S_{BF}S_{FG}$ |

Vzájemná poloha rovin v prostoru

25. V krychli ABCDEFGH urči vzájemnou polohu rovin:

- | | | | |
|------|-----------------------------|------|--|
| 25.1 | Rovina ABC , rovina EFG | 25.3 | Rovina ABE , rovina $S_{BC}S_{AD}S_{EH}$ |
| 25.2 | Rovina ABH , rovina CDE | 25.4 | Rovina EFG , rovina $HS_{EF}S_{FG}$ |

26. V pravidelném čtyřbokém jehlanu ABCDV urči vzájemnou polohu rovin:

- | | | | |
|------|--|------|----------------------------------|
| 26.1 | Rovina ABV , rovina DCV | 26.3 | Rovina ABV , rovina BCV |
| 26.2 | Rovina ABC , rovina $S_{AV}S_{BV}S_{CV}$ | 26.4 | Rovina ABS_{CV} , rovina ACD |

Výpočet objemu a povrchu geometrických těles

Použité značení

a, b, c, d délky stran	v, v_t tělesová výška
u_t délka tělesové úhlopříčky	v_s stěnová výška
S_p plocha podstavy	r poloměr
S_{pl} plocha pláště	S_{ab} plocha stěny s hranami a, b

27. Urči objem krychle, je-li dáno:

- 27.1 $a = 1,6$ dm
- 27.2 $u_t = 2\sqrt{3}$ cm
- 27.3 $S = 96$ m²
- 27.4 Plocha diagonálního řezu $S = \sqrt{2592}$ cm²

28. Urči objem kvádru, je-li dáno:

- 28.1 $a = 5$ cm, $b = 0,4$ dm, $c = 30$ mm
- 28.2 $u_t = 12$ cm, $a : b : c = 2 : 1 : 2$
- 28.3 $S_{ab} = 2$ cm², $S_{bc} = 6$ cm², $S_{ac} = 3$ cm²
- 28.4 $S_{ab} = 7$ cm², $c = 0,5$ dm

29. Urči objem jehlanu, je-li dáno:

- 29.1 $S_p = 9$ cm², $v = 5$ cm
- 29.2 Pravidelný pětiboký jehlan, $a = 2$ cm, $v = 0,7$ dm
- 29.3 Podstavou je trojúhelník se stranami $a = 6$ cm, $b = 8$ cm, $c = 1$ dm, $v = 110$ mm
- 29.4 Pravidelný čtyřboký jehlan, $a = 1$ dm, $v_s = 1,3$ dm

30. Urči objem kuželu, je-li dáno:

- 30.1 $r = 3$ mm, $v = 4$ mm
- 30.2 $S_p = 12$ cm², $v = 6$ cm
- 30.3 Osovým řezem je rovnostranný trojúhelník se stranou $a = \sqrt{27}$ cm

1

31. Urči objem válce, je-li dáno:

31.1 $S_p = 4 \text{ dm}^2, v = 15 \text{ cm}$

31.2 Osovým řezem je čtverec s obsahem 64 cm^2

31.3 Řezem vedeným rovnoběžně s osou ve vzdálenosti 6 cm je obdélník se stranami délek 50 mm a 16 cm.

31.4 Obvod podstavy: $o = 14\pi \text{ cm}, v = 8 \text{ cm}$

2

32. Urči objem koule, je-li dáno:

32.1 $r = 4 \text{ cm}$

32.2 Kouli je vepsána krychle o objemu 27 cm^3

32.3 Osovým řezem koule je kruh o obsahu $36\pi \text{ m}^2$

3

4

33. Urči povrch krychle, je-li dáno:

33.1 $a = 3 \text{ mm}$

33.2 $u_t = \sqrt{48} \text{ cm}$

33.3 $V = 64 \text{ m}^3$

33.4 Plocha diagonálního řezu $S = \sqrt{32} \text{ cm}^2$

5

34. Urči povrch kvádru, je-li dáno:

34.1 $a = 5 \text{ cm}, b = 0,4 \text{ dm}, c = 30 \text{ mm}$

34.2 $u_t = 72 \text{ cm}, a : b : c = 4 : 7 : 4$

34.3 $S_{ab} = 2 \text{ cm}^2, S_{bc} = 6 \text{ cm}^2, S_{ac} = 3 \text{ cm}^2$

34.4 $V = 30 \text{ cm}^3, S_{ab} = 0,06 \text{ dm}^2, a = 3 \text{ cm}$

6

7

35. Urči povrch jehlanu, je-li dáno:

35.1 Pravidelný čtyřstěn, $a = 8 \text{ dm}$

35.2 Čtyřboký jehlan s podstavou tvaru obdélníku, $a = 1,8 \text{ dm}, b = 10 \text{ cm}, v_t = 120 \text{ mm}$

35.3 Pravidelný šestiboký jehlan $a = \sqrt{12} \text{ cm}, v_s = 4 \text{ cm}$

8

36. Urči povrch kuželu, je-li dáno:

36.1 $v = 40 \text{ mm}, s = 41 \text{ mm}$

9

- 36.2 $S_p = 49\pi \text{ cm}^2, v = 24 \text{ cm}$
36.3 Řez kolmý k ose v polovině výšky (6 m od vrcholu) má obsah $20,25 \pi \text{ m}^2$
36.4 Osovým řezem je rovnoramenný trojúhelník s podstavou délky $a = 10 \text{ cm}$ a rameny délky $b = 13 \text{ cm}$

37. Urči povrch válce, je-li dáno:

- 37.1 $S_{pl} = 42 \pi \text{ mm}^2, v = 7 \text{ mm}$
37.2 Pláštěm je obdélník s obsahem $S_{pl} = 24 \text{ cm}^2$ s poměrem stran 2: 1
37.3 Osovým řezem je čtverec s obsahem 36 dm^2

38. Urči povrch koule, je-li dáno:

- 38.1 $r = 3 \text{ cm}$
38.2 Kouli je opsána krychle o objemu 125 mm^3
38.3 Propadne obručí minimálně o průměru 10 cm .

Volné rovnoběžné promítání

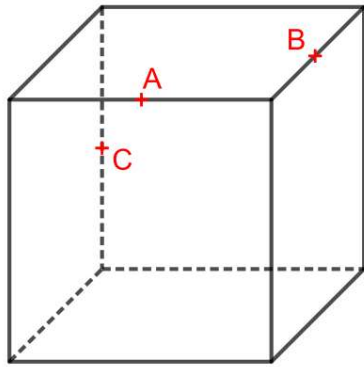
39. Ve volném rovnoběžném promítání zobraz:

- 39.1 Krychli $ABCDEFGH$ se stranou délky $a = 4 \text{ cm}$
39.2 Kvádr $ABCDEFGH$ se stranami délek $a = 3 \text{ cm}, b = 0,4 \text{ dm}, c = 5 \text{ cm}$
39.3 Pravidelný šestiboký hranol s hranou podstavy $a = 3 \text{ cm}$ a výškou $v = 5 \text{ cm}$
39.4 Nepravidelný trojboký hranol s podstavou tvořenou pravoúhlým trojúhelníkem se stranami $a = 3 \text{ cm}, b = 4 \text{ cm}, c = 5 \text{ cm}$ a výškou $v = 6 \text{ cm}$
39.5 Pravidelný osmiboký hranol s hranou podstavy $a = 2 \text{ cm}$ a výškou $v = 6 \text{ cm}$
39.6 Pravidelný čtyřboký jehlan s hranou podstavy $a = 5 \text{ cm}$ a výškou $v = 6 \text{ cm}$
39.7 Pravidelný šestiboký jehlan s hranou podstavy $a = 2 \text{ cm}$ a výškou $v = 5 \text{ cm}$
39.8 Válec s poloměrem podstavy $r = 3 \text{ cm}$ a výškou $v = 4 \text{ cm}$
39.9 Kužel s poloměrem podstavy $r = 2,5 \text{ cm}$ a výškou 5 cm
39.10 Kouli s poloměrem $r = 4 \text{ cm}$

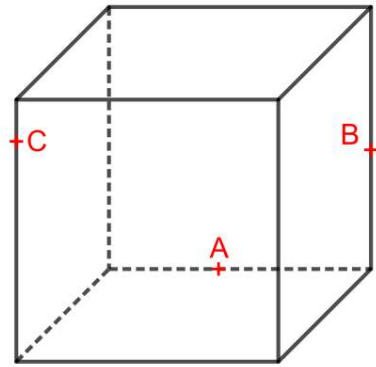
Řez tělesa rovinou

40. Sestroj řez tělesa rovinou zadanou body:

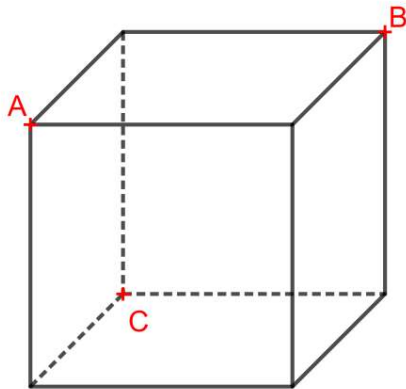
40.1



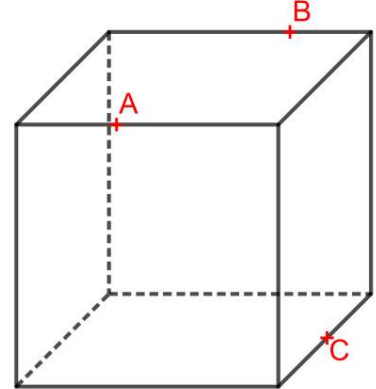
40.4



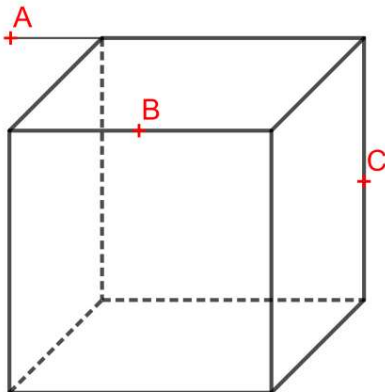
40.2



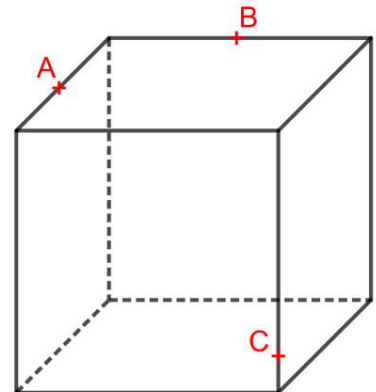
40.5



40.3



40.6



1

2

3

4

5

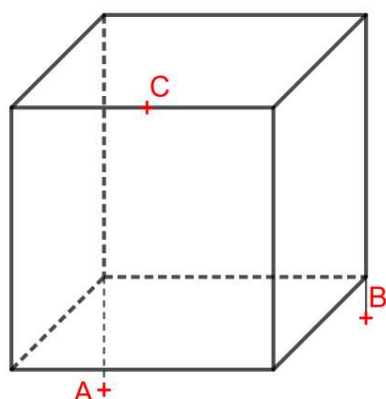
6

7

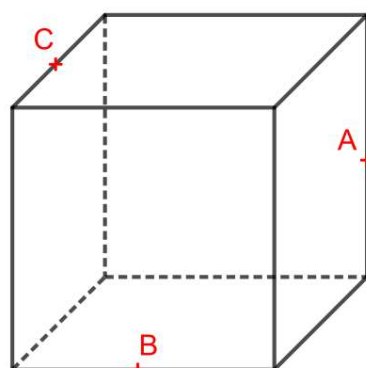
8

9

40.7



40.8



Metrické a polohové úlohy v prostoru

41. Početně i konstrukčně urči odchylku, respektive vzdálenost:

Je dán kvádr $ABCD A' B' C' D'$, kde platí $|AB| = 3 \text{ cm}$, $|BC| = 4 \text{ cm}$ a $|AA'| = 5 \text{ cm}$.

- | | |
|---|--|
| 41.1 Urči odchylku úseček AB' a $A'B$ | 41.7 Urči vzdálenost bodu B' od úsečky AC |
| 41.2 Urči odchylku úseček AC' a BC' | 41.8 Urči vzdálenost bodu S_{AB} od úsečky BD' |
| 41.3 Urči odchylku úseček AC' a BD' | 41.9 Urči vzdálenost bodů S_{AB} a $S_{CC'}$ |
| 41.4 Urči odchylku úseček $S_{AB}B'$ a $S_{AB}D'$ | 41.10 Urči vzdálenost bodů S_{AB} a D' |
| 41.5 Urči odchylku úseček AC a $B'D'$ | |
| 41.6 Urči vzdálenost bodu B' od úsečky AB | |

Je dán čtyřboký jehlan $ABCDV$ s podstavou tvaru obdélníku, kde $|AB| = 4 \text{ cm}$, $|BC| = 3 \text{ cm}$ a $v = 6 \text{ cm}$.

- | | |
|--|---|
| 41.11 Urči odchylku úseček AV a BV | 41.17 Urči vzdálenost bodu S_{AB} a úsečky CV |
| 41.12 Urči odchylku úseček AV a CV | 41.18 Urči vzdálenost bodů A a V |
| 41.13 Urči odchylku úseček BV a BC | 41.19 Urči vzdálenost bodů S_{AB} a V |
| 41.14 Urči odchylku úseček BV a BD | 41.20 Urči vzdálenost bodů S_{AV} a S_{BV} |
| 41.15 Urči vzdálenost bodu A a úsečky BV | |
| 41.16 Urči vzdálenost bodu A a úsečky DV | |

Je dán pravidelný šestiboký jehlan $ABCDEFV$, kde $|AB| = 6 \text{ cm}$ a $v = 8 \text{ cm}$.

- | | |
|--|--|
| 41.21 Urči odchylku úseček AV a AB | 41.24 Urči odchylku úseček AV a BV |
| 41.22 Urči odchylku úseček AV a AC | 41.25 Urči odchylku úseček AV a CV |
| 41.23 Urči odchylku úseček AV a AD | 41.26 Urči odchylku úseček AV a DV |

1

2

3

4

5

6

7

8

9

- 41.27 Urči odchylku úseček $S_{AB}V$ a AV 41.31 Urči vzdálenost bodů A a V
 41.28 Urči vzdálenost bodu A od úsečky BV 41.32 Urči vzdálenost bodů S_{AB} a V
 41.29 Urči vzdálenost bodu A od úsečky CV 41.33 Urči vzdálenost bodů S_{AB} a S_{AV}
 41.30 Urči vzdálenost bodu A od úsečky DV

Řešení příkladů z páté kapitoly

1.

- | | | | | | |
|-----|-------------|-----|--------------------------|-----|--------------------------|
| 1.1 | Kosodélník | 1.4 | Obdélník | 1.7 | Rovnoramenný trojúhelník |
| 1.2 | Kosočtverec | 1.5 | Lichoběžník | 1.8 | Rovnostranný trojúhelník |
| 1.3 | Čtverec | 1.6 | Různostranný trojúhelník | 1.9 | Kružnice, kruh |

2.

- | | | | | | | | |
|-----|---|-----|---|-----|---|------|---|
| 2.1 | j | 2.4 | a | 2.7 | k | 2.10 | l |
| 2.2 | h | 2.5 | c | 2.8 | e | 2.11 | i |
| 2.3 | b | 2.6 | g | 2.9 | f | 2.12 | d |

3.

- | | | | | | | | |
|-----|--------|-----|-----------|------|----------|------|-----------|
| 3.1 | 500 cm | 3.5 | 20 dm | 3.9 | 1000 m | 3.13 | 20 000 dm |
| 3.2 | 200 mm | 3.6 | 70 cm | 3.10 | 1,2 m | 3.14 | 0,3 m |
| 3.3 | 3000 m | 3.7 | 10 000 mm | 3.11 | 0,005 km | 3.15 | 20 m |
| 3.4 | 8 m | 3.8 | 150 mm | 3.12 | 40 dm | 3.16 | 25 d |

4.

- | | | | | | | | |
|-----|--------------------------|-----|------------------------|------|--------------------------|------|----------------------|
| 4.1 | 50 000 cm ² | 4.5 | 20 000 dm ² | 4.9 | 1 000 000 m ² | 4.13 | 100 ha |
| 4.2 | 20 000 mm ² | 4.6 | 400 dm ² | 4.10 | 0,0012 m ² | 4.14 | 0,2 dm ² |
| 4.3 | 3 000 000 m ² | 4.7 | 0,01 km ² | 4.11 | 0,02 cm ² | 4.15 | 0,25 dm ² |
| 4.4 | 0,08 m ² | 4.8 | 1 500 mm ² | 4.12 | 0,7 a | 4.16 | 0,003 ha |

5.

- | | | | | | | | |
|-----|---------------------------|------|----------------------|------|-----------------------|------|------------------------------|
| 5.1 | 500 cm ³ | 5.6 | 7 000 ml | 5.11 | 0,0001 m ³ | 5.16 | 5 000 cm ³ |
| 5.2 | 20 dl | 5.7 | 0,001 m ³ | 5.12 | 4 000 cm ³ | 5.17 | 0,06 dl |
| 5.3 | 300 l | 5.8 | 30 000 000 hl | 5.13 | 20 hl | 5.18 | 3 000 000 mm ³ |
| 5.4 | 7,5 l | 5.9 | 0,05 dm ³ | 5.14 | 0,15 cm ³ | 5.19 | 2 000 000 000 m ³ |
| 5.5 | 2 000 000 mm ³ | 5.10 | 1,2 l | 5.15 | 25 dl | 5.20 | 0,0015 m ³ |

6.

- | | | | |
|-----|------------------------------|-----|---|
| 6.1 | Osa úsečky AB | 6.5 | Dvojice rovnoběžných přímk |
| 6.2 | Osa pásu vymezeného přímkami | 6.6 | Thaletova kružnice |
| 6.3 | Osy úhlů sevřených přímkami | 6.7 | Přímka kolmá k p procházející bodem T |
| 6.4 | Kružnice | 6.8 | Přímka ST , kde S je střed k |

7.

- | | | | | | | | |
|-----|------|-----|------|-----|-----|-----|------|
| 7.1 | 105° | 7.3 | 30° | 7.5 | 72° | 7.7 | 125° |
| 7.2 | 120° | 7.4 | 105° | 7.6 | 35° | 7.8 | 50° |

1

2

3

4

5

6

7

8

9

8.

- 8.1 V krajních bodech úsečky délky a sestrojíme kolmice, na něž nanese rovněž vzdálenost a .
- 8.2 Sestrojíme úsečku délky $\sqrt{3}$ pomocí Pythagorovy nebo Euklidovy věty, následně opakujeme postup z prvního příkladu.
- 8.3 Úsečku délky o rozdělíme na čtyři stejné díly, jejichž délka představuje délku strany čtverce, následně opakujeme postup prvního příkladu.
- 8.4 Nad úsečkou délky e sestrojíme Thaletovu kružnici. Zbylé dva vrcholy čtverce leží na průsečíku kružnice a osy úsečky délky e .
- 8.5 Pro poloměr kružnice opsané platí $e = 2r$. Při konstrukci využijeme postup čtvrtého příkladu.
- 8.6 Pro poloměr kružnice vepsané platí $a = 2\rho$. Konstrukci provedeme jako v prvním příkladu.
- 8.7 Úsečku délky $a + e$ rozdělíme v poměru $\sqrt{2}: 1$. Na základě délky a provedeme konstrukci jako v prvním příkladu.

9.

- 9.1 V krajních bodech úsečky délky a sestrojíme kolmice, na které nanese délku b .
- 9.2 Platí $e = 2r$. V krajních bodech úsečky délky a sestrojíme kolmice, na nichž leží zbylé dva vrcholy ve vzdálenosti e od vrcholu, kterým kolmice neprochází.
- 9.3 Úsečku délky o rozdělíme v poměru $1: 2: 1: 2$. Konstrukci provedeme tak jako v prvním příkladu.
- 9.4 V krajních bodech úsečky délky a sestrojíme kolmice. Jejimi krajními body také vedeme polopřímky, které s úsečkou svírají úhel 30° . Hledané vrcholy leží na průsečíku kolmice a polopřímky.
- 9.5 Postupujeme stejně jako v příkladu číslo 2.
- 9.6 Úsečku délky $a + b$ rozdělíme v poměru $2: 3$ a konstruueme obdélník tak jako v prvním příkladu.

10.

- 10.1 V krajních bodech úsečky délky a sestrojíme rovnoběžné přímky svírající s úsečkou úhel 50° . Na přímky nanese délku a .
- 10.2 Sestrojíme vzájemně kolmé úsečky e a f , které se vzájemně půlí. Doplníme na kosočtverec.
- 10.3 Ve vzdálenosti v sestrojíme přímku rovnoběžnou s úsečkou délky a . Pomocí kružítka určíme na rovnoběžné přímce body, které jsou vzdálené od vrcholů úsečky o délku a .
- 10.4 Platí $v = 2\rho$. Při konstrukci postupujeme stejně jako v předchozím příkladu.

11.

- 11.1 V krajních bodech úsečky délky a sestrojíme rovnoběžné přímky svírající s úsečkou úhel 45° . Na přímky nanese délku b .
- 11.2 Ve vzdálenosti v_a sestrojíme přímku rovnoběžnou s úsečkou délky a . Pomocí kružítka určíme na rovnoběžné přímce body, které jsou vzdálené od vrcholů úsečky o délku b .
- 11.3 Úhlopříčky se vzájemně půlí. Sestrojíme trojúhelník s délkami stran $a, e/2, f/2$, který následně prodloužením úseček e a f doplníme na kosodélník.
- 11.4 Ve vzdálenosti v_a sestrojíme přímku rovnoběžnou s úsečkou délky a . Pomocí kružítka určíme na rovnoběžné přímce bod C , který je od vrcholu A vzdálený o délku e . Platí $|AB| = |CD|$.

11.5 Sestrojíme úsečky délek a a e svírající zadaný úhel. Obdélník doplníme rovnoběžnou přímkou s úsečkou délky a procházející krajním bodem úsečky délky e .

12.

12.1 K úsečce délky a sestrojíme ve vzdálenosti v rovnoběžnou přímkou. Na ní určíme bod C vzdálený od bodu A o délku b . Na přímkou určíme bod D tak, že platí $|CD| = c$.

12.2 K úsečce délky a sestrojíme ve vzdálenosti v rovnoběžnou přímkou. Určíme osu úsečky délky a , která musí být zároveň osou úsečky délky c , která leží na sestrogené přímce.

12.3 V krajním bodě A úsečky délky a sestrojíme kolmici, na kterou nanese délku d . V této vzdálenosti vedeme s úsečkou rovnoběžku, na kterou nanese délku c .

12.4 V krajním bodě B úsečky délky a sestrojíme přímkou svírající s úsečkou úhel β . Na přímkou nanese délku b . Lichoběžník doplníme úsečkou délky c rovnoběžnou s úsečkou AB .

13.

13.1 153 cm^2

13.3 $24,5 \text{ cm}^2$

13.5 36 cm^2

13.2 16 cm^2

13.4 128 cm^2

13.6 $24,7 \text{ cm}^2$

14.

14.1 8 cm^2

14.4 $\frac{27\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$

14.6 56 cm^2

14.2 $5\sqrt{11} \text{ cm}^2$

14.5 $989,95 \text{ mm}^2$

14.3 32 cm^2

15.

15.1 $0,19 \text{ dm}^2$

15.3 1350 mm^2

15.2 12 cm^2

15.4 8 cm^2

16.

16.1 $6\sqrt{2} \text{ cm}^2$

16.2 700 mm^2

16.3 $11,41 \text{ cm}^2$

17.

17.1 $13,75 \text{ cm}^2$

17.3 $\frac{17\sqrt{39}}{8} \text{ cm}^2$

17.4 $17,75 \text{ cm}^2$

17.2 20 cm^2

18.

18.1 18 cm^2

19.

19.1 Sestrojíme úsečku délky a a pomocí kružítka doplníme třetí vrchol a úsečky délek b a c .

19.2 Sestrojíme úsečku délky a a přímkou svírající s touto úsečkou úhel 40° procházející krajním bodem úsečky C . Na přímkou nanese délku b .

19.3 Sestrojíme úsečku AB délky c , v bodě A sestrojíme přímkou svírající s úsečkou AB úhel α , v bodě B stejným způsobem sestrojíme přímkou pod úhlem β . Průsečíkem přímek je vrchol C .

19.4 Sestrojíme úsečku AB délky c a v bodě B sestrojíme přímkou p svírající s úsečkou AB úhel β . Z bodu A sestrojíme kruhový oblouk protínající se přímkou p s poloměrem b . Průsečík je bod C .

- 19.5 Sestrojíme úsečku BC délky a . S úsečkou sestrojíme ve vzdálenosti v_a rovnoběžnou přímku p . Z bodu B sestrojíme kruhový oblouk protínající se s přímkou p s poloměrem c . Průsečíkem je bod A .
- 19.6 Sestrojíme úsečku AB délky c . S úsečkou sestrojíme ve vzdálenosti v_c rovnoběžnou přímku p . Sestrojíme kružnici k se středem v bodě A a poloměrem v_a . Nad úsečkou AB sestrojíme Thaletovu kružnici l . Průsečíkem kružnic k a l prochází strana a . Průsečíkem strany a a přímky p je bod C .
- 19.7 Sestrojíme úsečku AB délky c a její střed S . V bodě A sestrojíme kruhový oblouk s poloměrem b , v bodě S sestrojíme kruhový oblouk s poloměrem t_c . Průsečíkem kruhových oblouků je bod C .
- 19.8 Sestrojíme úsečku AB délky c a s ní rovnoběžnou přímku p ve vzdálenosti v_c . Sestrojíme osu pásu vymezeného úsečkou AB a přímkou p . Sestrojíme kruhový oblouk se středem v bodě B a poloměrem t_b . Strana b prochází průsečíkem oblouku s osou pásu a bodem A . Průsečík b a p je bod C .
- 19.9 Sestrojíme úsečku BC délky a . V bodě C sestrojíme úhel velikosti $90^\circ - \beta$ a v bodě B úhel velikosti β . V bodě B sestrojíme kruhový oblouk s poloměrem $2t_b$, jehož průsečík s polopřímkou CX označíme D . Střed úsečky BD označíme T_b , tímto bodem a bodem C prochází strana b . Její průsečík s přímkou BY je bod A .
- 19.10 Sestrojíme kružnici k s poloměrem r a její tětivu AB délky c . Z bodu B sestrojíme kruhový oblouk s poloměrem v_b . Nad úsečkou AB sestrojíme Thaletovu kružnici. Průsečíkem Thaletovy kružnice a kruhového oblouku prochází strana b . Průsečík kružnice k a strany b je bod C .
- 19.11 Sestrojíme kružnici k s poloměrem r a její tětivu BC délky a . V bodě B sestrojíme polopřímku BX svírající s úsečkou BC úhel β . Průsečík k a BX je bod A .
- 19.12 Sestrojíme úsečku BC délky a a polopřímku BX svírající s úsečkou úhel β . Sestrojíme kružnici k s poloměrem ρ dotýkající se polopřímky i úsečky. Sestrojíme Thaletovu kružnici nad středem kružnice k a bodem C . Strana b prochází průsečíkem Thaletovy kružnice a kružnice k . Bod A je průsečíkem polopřímky BX a b .
- 19.13 Sestrojíme úsečku AC' délky $a + b$. Bodem C' vedeme polopřímku $C'X$ svírající s úsečkou AC' úhel $\beta/2$. Sestrojíme kruhový oblouk se středem v bodě A a poloměrem c . Průsečíkem $C'X$ a kruhového oblouku je bod C . Bod B leží na průsečíku osy úsečky $C'C$ a úsečky AC' .

20.

- | | | | | | |
|------|---|------|--|------|---|
| 20.1 | 30 cm^2 | 20.4 | 39 cm^2 | 20.6 | 120 mm^2 |
| 20.2 | 14 cm^2 | 20.5 | $\frac{9\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2 \doteq 3,9 \text{ cm}^2$ | 20.7 | $32\sqrt{3} \text{ cm}^2 = 55,4 \text{ cm}^2$ |
| 20.3 | $15\sqrt{3} \text{ cm}^2 \doteq 25,98 \text{ cm}^2$ | | | | |

21. Podle Euklidovy věty o výšce sestrojíme pravouhlý trojúhelník s přeponou c a výškou v_c hledané délky

- | | | | |
|------|---|------|---|
| 21.1 | $c_a = 2 \text{ cm}, c_b = 1 \text{ cm}, v_c = \sqrt{2} \text{ cm}$ | 21.3 | $c_a = 11 \text{ cm}, c_b = 1 \text{ cm}, v_c = \sqrt{11} \text{ cm}$ |
| 21.2 | $c_a = 3 \text{ cm}, c_b = 1 \text{ cm}, v_c = \sqrt{3} \text{ cm}$ | 21.4 | $c_a = 5 \text{ cm}, c_b = 5 \text{ cm}, v_c = 5 \text{ cm}$ |

21. Podle Euklidovy věty o odvěsně sestrojíme pravouhlý trojúhelník s přeponou c a odvěsnou a hledané délky

- | | | | |
|------|---|------|---|
| 21.1 | $c = 2 \text{ cm}, c_a = 1 \text{ cm}, a = \sqrt{2} \text{ cm}$ | 21.2 | $c = 3 \text{ cm}, c_a = 1 \text{ cm}, a = \sqrt{3} \text{ cm}$ |
|------|---|------|---|

21.3 $c = 11 \text{ cm}, c_a = 1 \text{ cm}, a = \sqrt{11} \text{ cm}$

21.4 $c = 12,5 \text{ cm}, c_a = 2 \text{ cm}, a = 5 \text{ cm}$

22.

22.1 Sestrojíme rovnoramenný trojúhelník s podstavou délky a , jehož ramena svírají se základnou úhel 54° . Získaný vrchol trojúhelníku je středem kružnice pětiúhelníku opsané.

22.2 Sestrojíme kružnici poloměru a . Vzdálenost a nanese pomocí kružítka na kružnici a sestrojíme tak vrcholy šestiúhelníku.

22.3 Pravidelný osmiúhelník můžeme sestrojit stejným způsobem jako pětiúhelník, jen úhel svíraný rameny bude $67,5^\circ$.

23.

23.1 Kružnice je kružnicí opsanou trojúhelníku ABC .

23.2 Střed kružnice leží na kolmici k přímkce p v bodě A a na ose úsečky AB .

23.3 Střed kružnice leží na ose úsečky AB . Osa úsečky AB protíná přímkku v bodě P . Střed kružnice leží také na ose úsečky AP .

23.4 Střed kružnice leží na přímkce $S_k A$ a na ose úsečky AB .

23.5 Střed kružnice leží na ose pásu vymezeného přímkami p a q . Platí, že $|SA| = \frac{1}{2}|pq|$.

23.6 Střed kružnice leží na ose pásu vymezeného přímkami p a q a na kolmici k přímkám procházející bodem A .

23.7 Střed kružnice leží na ose úhlu sevřeného přímkami p a q a na přímkce procházející bodem A , která je kolmá k přímkce, na níž bod leží.

23.8 Střed kružnice leží na ose úhlu. Nejdříve sestrojíme kružnici dotýkající se obou přímk, kterou pomocí stejnohlosti, jejímž středem je průsečík přímk, promítneme tak, že bude procházet bodem A .

23.9 Takovýchto kružnic existuje nekonečně mnoho. Jejich středy leží na přímkce $S_k A$.

23.10 Střed kružnice leží na přímkce $S_k A$ a na ose úhlu svíraného přímkami p a t , kde t je tečna kružnice v bodě A .

23.11 Bod dotyku kružnic leží na přímkce AA' , kde bod A' určíme jako vzdálenější průsečík kolmice na přímkku P procházející středem k s kružnicí k . Střed hledané kružnice leží na kolmici k p procházející bodem A .

23.12 Střed kružnice leží na přímkce $S_k T$, kde $T \in k \cap p$ a ne ose úsečky AT .

23.13 Střed kružnice leží na přímkce $S_k A$ a na kružnici se středem S_k a poloměrem $(r_1 + r_2):2$.

24.

24.1 Mimoběžné

24.3 Rovnoběžné r.

24.5 Rovnoběžné r.

24.7 Různoběžné

24.2 Různoběžné

24.4 Různoběžné

24.6 Různoběžné

24.8 Rovnoběžné r.

25.

25.1 Rovnoběžné různé

25.3 Rovnoběžné různé

25.2 Různoběžné

25.4 Rovnoběžné totožné

26.

26.1 Různoběžné

26.2 Rovnoběžné různé

1

2

3

4

5

6

7

8

9

26.3 Různoběžné

26.4 Různoběžné

27.

27.1 $4,096 \text{ dm}^3$

27.2 8 cm^3

27.3 64 m^3

27.4 216 cm^3

28.

28.1 60 cm^2

28.2 256 cm^2

28.3 6 cm^2

28.4 35 cm^2

29.

29.1 15 cm^2

29.2 16 cm^2

29.3 88 cm^3

29.4 $0,4 \text{ dm}^2$

30.

30.1 $12\pi \text{ mm}^3$

30.2 24 cm^3

30.3 $\frac{81}{8}\pi \text{ cm}^3$

31.

31.1 6 dm^3

31.3 $676\pi \text{ cm}^3$ nebo $500\pi \text{ cm}^3$

31.2 $128\pi \text{ cm}^3$

31.4 $392\pi \text{ cm}^3$

32.

32.1 $\frac{256}{3}\pi \text{ cm}^3$

32.2 $73,46 \text{ cm}^3$

32.3 $288\pi \text{ m}^3$

33.

33.1 54 mm^2

33.2 96 cm^2

33.3 96 m^2

33.4 8 cm^2

34.

34.1 94 cm^2

34.2 9216 cm^2

34.3 22 cm^2

34.4 62 cm^2

35.

35.1 $64\sqrt{3} \text{ dm}^2$

35.2 564 cm^2

35.3 $42\sqrt{3} \text{ cm}^2$

36.

36.1 $450\pi \text{ mm}^2$

36.2 $224\pi \text{ cm}^2$

36.3 $216\pi \text{ m}^2$

36.4 $90\pi \text{ cm}^2$

37.

37.1 $60\pi \text{ mm}^2$

37.2 $31,6 \text{ cm}^2$ nebo $25,9 \text{ cm}^2$

37.3 $54\pi \text{ dm}^2$

38.

38.1 $36\pi \text{ cm}^2$

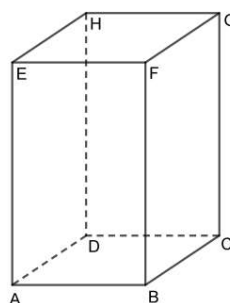
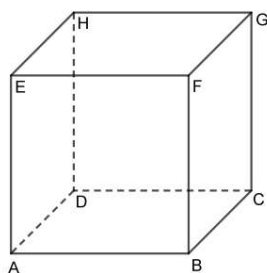
38.2 $25\pi \text{ mm}^2$

38.3 $100\pi \text{ cm}^2$

39.

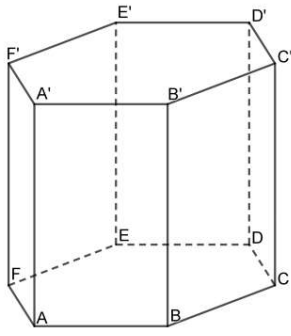
39.1

39.2

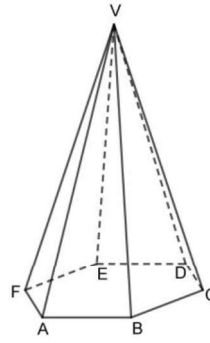


1

39.3

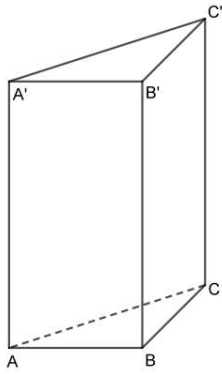


39.7

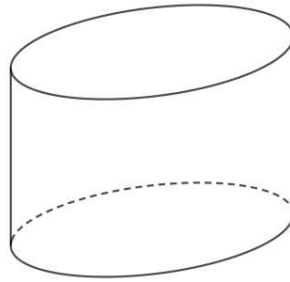


2

39.4



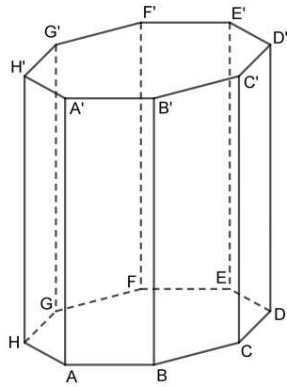
39.8



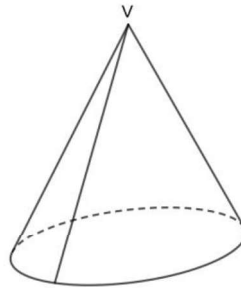
3

4

39.5

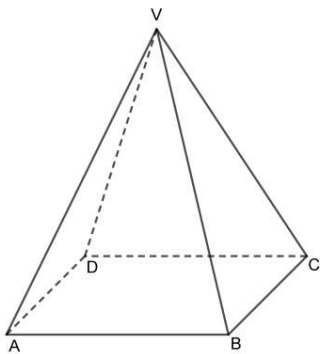


39.9

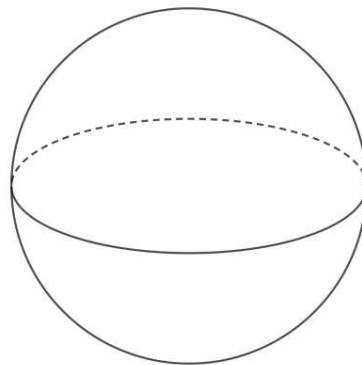


5

39.6



39.10



6

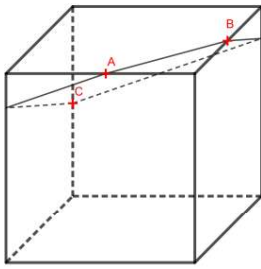
7

8

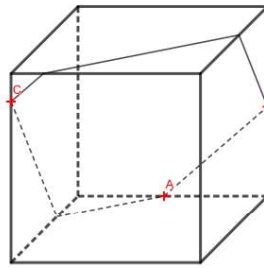
9

40.

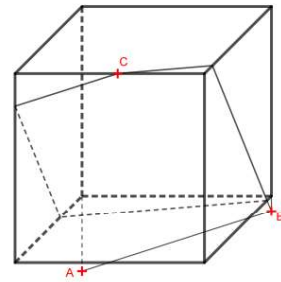
40.1



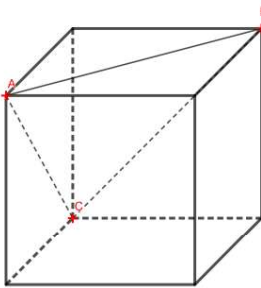
40.4



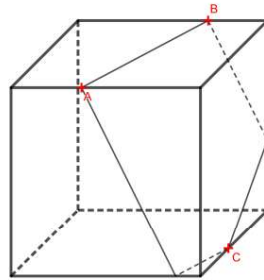
40.7



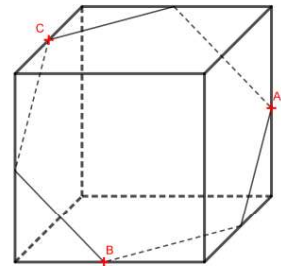
40.2



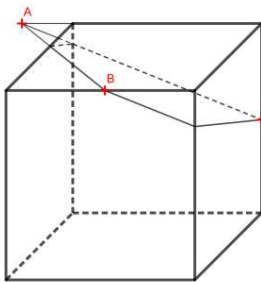
40.5



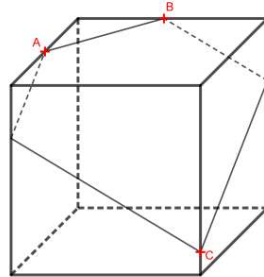
40.8



40.3



40.6



41.

41.1 61,93°

41.3 50,21°

41.5 73,74°

41.7 5,55 cm

41.9 4,95 cm

41.2 25,1°

41.4 48,5°

41.6 5 cm

41.8 1,36 cm

41.10 4,27 cm

41.11 35,84°

41.13 76,66°

41.15 3,81 cm

41.17 3,36 cm

41.19 6,18 cm

41.12 45,24°

41.14 67,38°

41.16 2,92 cm

41.18 6,5 cm

41.20 2 cm

41.21 72,54°

41.24 34,92°

41.27 17,46°

41.30 9,6 cm

41.33 5 cm

41.22 58,69°

41.25 62,61°

41.28 5,72 cm

41.31 10 cm

41.23 53,13°

41.26 73,74°

41.29 8,88 cm

41.32 9,54 cm

Matice a determinant

Matice	129
Definice matice a základní pojmy	129
Sčítání a odčítání matic	129
Násobení matic reálným číslem	130
Násobení matic	130
Hodnota matice	131
Řešení soustav lineárních rovnic	132
Determinant	133
Rovnice s determinanty	134
Cramerovo pravidlo	134
Řešení úloh ze šesté kapitoly	135

1

2

3

4

5

6

7

8

9

Matice

Definice matice a základní pojmy

1. Vytvoř libovolnou matici podle zadání:

- 1.1 Obdélníkovou matici typu 3×2
- 1.2 Čtvercovou matici typu 2×2
- 1.3 Diagonální matici typu 4×4
- 1.4 Horní trojúhelníkovou matici typu 3×3
- 1.5 Jednotkovou matici typu 5×5
- 1.6 Nulovou matici typu 2×2

Sčítání a odčítání matic

2. Urči součet matic:

- 2.1 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$
- 2.2 $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$
- 2.3 $E = \begin{pmatrix} 10 & 20 & 30 \\ 40 & 50 & 60 \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$
- 2.4 $G = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}, H = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- 2.5 $I = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
- 2.6 $K = \begin{pmatrix} 1 & -7 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}, L = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$

3. Urči rozdíl matic (v zadaném pořadí):

- 3.1 $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$
- 3.2 $C = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$
- 3.3 $E = \begin{pmatrix} 8 & 15 & 22 \\ 11 & 18 & 25 \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$
- 3.4 $G = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}, H = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$
- 3.5 $I = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
- 3.6 $K = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, L = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

Násobení matic reálným číslem

4. Vynásob matici reálným číslem k :

4.1 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, k = 5$

4.4 $D = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, k = 0,5$

4.2 $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, k = -2$

4.5 $E = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}, k = -1$

4.3 $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, k = 3$

Násobení matic

5. Urči součin matic (v daném pořadí):

5.1 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$

5.2 $C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

5.3 $E = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

5.4 $G = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}, H = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$

5.5 $I = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

5.6 $K = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

5.7 $M = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, N = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

5.8 $O = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

5.9 $Q = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 6 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 1 \\ -11 & 4 & -2 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

$$5.10 \quad S = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -4 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$5.11 \quad U = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, V = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$5.12 \quad W = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

6. Rozhodni, zda je součin daných matic komutativní (platí $AB = BA$):

$$6.1 \quad A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \qquad 6.3 \quad A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, B_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$6.2 \quad A_2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \qquad 6.4 \quad A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Hodnost matice

7. Urči hodnost matice:

$$7.1 \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$7.7 \quad G = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$7.2 \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$7.8 \quad H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 & 11 \\ 12 & 13 & 14 & 15 \end{pmatrix}$$

$$7.3 \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$7.9 \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$7.4 \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

$$7.5 \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$7.10 \quad J = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$7.6 \quad F = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

1

2

3

4

5

6

7

8

9

Řešení soustav lineárních rovnic

8. U oboru reálných čísel vyřeš soustavu lineárních rovnic:

8.1 $2x + y = 3$

$3x - 2y = 1$

8.2 $x + y = 9$

$2x - y = 6$

8.3 $3x + 4y = 10$

$2x - 3y = 1$

8.4 $4x + y = 9$

$x - y = 2$

8.5 $3x + 2y = 8$

$5x - 3y = 7$

8.11 $2x + 3y = 8$

$4x + 6y = 15$

8.12 $3x - 2y = 7$

$6x - 4y = 14$

8.13 $2x + y = 5$

$4x + 2y = 10$

8.14 $3x - 4y = 2$

$-6x + 8y = 4$

8.15 $x + y = 4$

$2x + 2y = 8$

8.6 $2x + y = 4$

$x + 2y = 5$

8.7 $4x + 3y = 14$

$2x - 5y = 7$

8.8 $x + y = 6$

$3x - y = 4$

8.9 $3x + y = 5$

$4x - 2y = 6$

8.10 $x + 3y = 9$

$2x - 2y = 6$

8.16 $3x + 2y = 7$

$6x + 4y = 1$

8.17 $2x - y = 3$

$8x - 4y = 12$

8.18 $x + 2y = 8$

$6x + 12y = 48$

8.19 $3x + 4y = 6$

$6x + 8y = 6$

8.20 $x + y = 5$

$-2x - 2y = -10$

8.21 $2x + y - 2z = 8$

$x - 2y + 4z = 4$

$x + 3y - 2z = 2$

8.22 $x + y - 2z = 1$

$2x + y + 4z = 1$

$3x + y + 2z = 1$

8.23 $3x - 2y + z = 3$

$x + y - 2z = -6$

$4x - y - z = 2$

8.24 $2x - 3y + 4z = 9$

$x + 2y - 5z = -6$

$3x - y - z = 3$

$$\begin{aligned} 8.25 \quad x + 3y - 2z &= 10 \\ 2x + 6y - 3z &= 6 \\ -x - 3y + 2z &= 17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.27 \quad x + y + z + w &= 10 \\ 2x - y + z - w &= 5 \\ 3x + y + 2z + 2w &= 20 \\ -x + 2y - 3z + w &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.28 \quad 2x + y - z + w &= 8 \\ 3x - 2y + 3z - w &= 3 \\ -x + 3y + z + 2w &= 10 \\ 4x - y + 2z - 3w &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.29 \quad x + y + z - w &= 14 \\ 2x - y + 3z + w &= 10 \\ -x + 2y + 2z + 2w &= 0 \\ 3x + 4y + z - 2w &= 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.30 \quad -x + y - z + 2w &= 3 \\ 2x - 3y + 2z + w &= 8 \\ 3x + 2y + z - w &= 7 \\ x + 4y + 3z - 4w &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.35 \quad -2x + 3y + 2z + 3w &= 10 \\ x - y + z - w &= 2 \\ 3x + 2y + 2z + w &= 8 \\ -x + 2y + 3z + 2w &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.26 \quad 4x - 2y + z &= 5 \\ -4x + 2y - z &= -5 \\ 2z &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.31 \quad x - 2y + z + w &= 7 \\ -x + y + 2z - w &= 1 \\ 3x + 2y + z + 3w &= 1 \\ -2x + 3y - z + 2w &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.32 \quad x + y - z + 2w &= 4 \\ 2x - 3y + z - 4w &= -10 \\ -x + 2y + z + w &= 5 \\ 3x - y + 2z - 2w &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.33 \quad x + 2y - z + w &= 3 \\ 2x - 3y + 2z - 2w &= -1 \\ -x + 3y + z + 2w &= 8 \\ 4x - y + z - 3w &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.34 \quad x + 2y + z + w &= 0 \\ 2x - y + z + 3w &= 0 \\ -x + 3y - 2z + 4w &= 0 \\ 3x - y + 2z - 2w &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.36 \quad 2x + y - z + 2w &= 2 \\ x - 2y + 3z + w &= 3 \\ 3x - y + 2z + 3w &= 5 \\ x + 3y - 4z + w &= -1 \end{aligned}$$

Determinant

9. Vypočítej determinant:

$$9.1 \quad \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$9.2 \quad \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$9.3 \quad \begin{vmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$9.4 \quad \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$9.5 \quad \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$9.6 \quad \begin{vmatrix} -4 & 6 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$$

9.7
$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 4 \\ -2 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

9.9
$$\begin{vmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & -2 \end{vmatrix}$$

9.11
$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & 4 & -2 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

9.8
$$\begin{vmatrix} 4 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & -5 & 2 \end{vmatrix}$$

9.10
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & -1 & 4 \\ 2 & 5 & 2 \end{vmatrix}$$

9.12
$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 5 \end{vmatrix}$$

9.13
$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

9.14
$$\begin{vmatrix} -1 & 5 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & 4 & -1 \\ 2 & -10 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

9.15
$$\begin{vmatrix} 4 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & -3 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

9.16
$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & -2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 3 & -2 & 10 \\ 1 & 1 & 2 & 4 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

9.18
$$\begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

9.17
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

9.19
$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & -1 \\ 6 & 1 & 6 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & 5 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

Rovnice s determinanty

10. V oboru reálných čísel vyřeš rovnici:

10.1
$$\begin{vmatrix} 1-x & 0 & 0 \\ 0 & -x & 0 \\ 0 & 0 & 1-x \end{vmatrix} = 0$$

10.5
$$\begin{vmatrix} 9^x & 0 & 9 \\ 0 & 3^x & 0 \\ 81 & 0 & 3^x \end{vmatrix} = 0$$

10.2
$$\begin{vmatrix} 3-x & 1 \\ 2 & 2-x \end{vmatrix} = 0$$

10.6
$$\begin{vmatrix} 2^x & 1 \\ 16 & 4^x \end{vmatrix} = 48$$

10.3
$$\begin{vmatrix} 2-x & x+1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

10.7
$$\begin{vmatrix} \log x & \log 2x \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1$$

10.4
$$\begin{vmatrix} x-2 & x+1 \\ x-6 & x-4 \end{vmatrix} = 0$$

10.8
$$\begin{vmatrix} \ln x & 1 \\ \ln 3x & 2 \end{vmatrix} = 1$$

Cramerovo pravidlo

11. Vypočítej pomocí Cramerova pravidla soustavy rovnic ze cvičení 8:

Řešení úloh ze šesté kapitoly

1.

1.1
$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix}$$

1.2
$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

1.3
$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{pmatrix}$$

1.4
$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}$$

1.5
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1.6
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.

2.1
$$A + B = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 10 & 12 \end{pmatrix}$$

2.2
$$C + D = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

2.3
$$E + F = \begin{pmatrix} 15 & 25 & 35 \\ 45 & 55 & 65 \end{pmatrix}$$

2.4
$$G + H = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$$

2.5
$$I + J = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ -1 & -2 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$$

2.6
$$K + L = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3.

3.1
$$A - B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

3.2
$$C - D = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$$

3.3
$$E - F = \begin{pmatrix} 4 & 11 & 18 \\ 8 & 15 & 22 \end{pmatrix}$$

3.4
$$G - H = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

3.5
$$I - J = \begin{pmatrix} -5 & -2 \\ 4 & -5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

3.6
$$K - L = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

4.

4.1
$$kA = \begin{pmatrix} 10 & 15 \\ 20 & 5 \end{pmatrix}$$

4.2
$$kB = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$$

4.3
$$kC = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 12 & 15 & 18 \end{pmatrix}$$

4.4
$$kD = \begin{pmatrix} 0 & -0,5 \\ 0,5 & 1 \end{pmatrix}$$

4.5
$$kE = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 0 & 2 \\ -4 & -6 \end{pmatrix}$$

5.

5.1
$$AB = \begin{pmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{pmatrix}$$

5.2
$$CD = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 8 & 5 \end{pmatrix}$$

5.3
$$EF = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

5.4
$$GH = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 5 & 7 & 9 \\ 7 & 9 & 11 \end{pmatrix}$$

5.5
$$IJ = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 2 & 0 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$$

5.6
$$KL = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 7 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

5.7
$$MN = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}$$

5.8
$$OP = (16 \ 14 \ 14 \ 7)$$

5.9
$$QR = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5.10
$$ST = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -4 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5.11
$$UV = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

5.12
$$WX = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

6.

6.1
$$A_1 B_1 = B_1 A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ je komutativní}$$

6.2
$$A_2 B_2 = B_2 A_2 = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} \text{ je komutativní}$$

6.3
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} = A_3 B_3 \neq B_3 A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \text{ není komutativní}$$

6.4
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = A_4 B_4 \neq B_4 A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ není komutativní}$$

1

2

3

4

5

6

7

8

9

7.

7.1 $h(A) = 1$ 7.4 $h(D) = 2$ 7.7 $h(G) = 2$ 7.10 $h(J) = 4$

7.2 $h(B) = 2$ 7.5 $h(E) = 2$ 7.8 $h(H) = 2$

7.3 $h(C) = 1$ 7.6 $h(F) = 3$ 7.9 $h(I) = 4$

8.

8.1 $[1; 1]$ 8.3 $[2; 1]$ 8.5 $[2; 1]$ 8.7 $[3,5; 0]$ 8.9 $[1,6; 0,2]$

8.2 $[5; 4]$ 8.4 $[2,2; 0,2]$ 8.6 $[1; 2]$ 8.8 $[2,5; 3,5]$ 8.10 $[4,5; 1,5]$

8.11 Nemá řešení 8.13 $[t; 5 - 2t]$ 8.15 $[4 - t; t]$ 8.17 $[t; -3 + 2t]$ 8.19 Nemá řešení

8.12 $[1,5 + 0,5t; t]$ 8.14 Nemá řešení 8.16 Nemá řešení 8.18 $[8 - 2t; t]$ 8.20 $[5 - t; t]$

8.21 $[4; -1; -0,5]$ 8.23 Nemá řešení 8.25 Nemá řešení

8.22 $[0; 1; 0]$ 8.24 $[t; -3 + 2t; t]$ 8.26 $[0,5t; t; 5]$

8.27 $[3; 3; 3; 1]$ 8.30 $[2; 1; 2; 3]$ 8.33 $[1; 1; 2; 2]$

8.28 $[2,2; 2; 1; 2,6]$ 8.31 $[-1; -2; 2; 2]$ 8.34 $[0; 0; 0; 0]$

8.29 $[-4; -1; 9; -10]$ 8.32 $[0; -4; 6; 7]$

8.35 $[16 - 5t; -54 + 17t; t; 68 - 21z]$ 8.36 $[t; 9 - 7t; 7 - 5t - 5u; u]$

9.

9.1 -5 9.2 -2 9.3 22 9.4 1 9.5 -10 9.6 0

9.7 -48 9.8 42 9.9 58 9.10 -56 9.11 30 9.12 65

9.13 3 9.14 -80 9.15 0

9.16 25 9.17 -3 9.18 11 9.19 0

10.

10.1 $x_1 = 0, x_2 = 1$ 10.3 $x = 1$ 10.5 $x = 2$ 10.7 $x = 20$

10.2 $x_1 = 1, x_2 = 4$ 10.4 $x = 14$ 10.6 $x = 2$ 10.8 $x = 3e$

11.

Viz řešení cvičení 8. Pomocí Cramerova pravidla nejsou řešitelné příklady 8.11 – 8.20, 8.23, 8.24, 8.26, 8.35, 8.36.

Analytická geometrie

Základní pojmy analytické geometrie	138
Bod a vektor	138
Délka vektoru	138
Sčítání a odčítání vektorů.....	139
Násobení vektoru reálným číslem.....	139
Střed dvojice bodů.....	139
Skalární součin vektorů	140
Odchylka dvou vektorů	140
Lineární nezávislost vektorů	141
Přímka v rovině a prostoru	141
Parametrické rovnice přímky.....	141
Obecná rovnice přímky	142
Směrnice přímky.....	142
Převody mezi jednotlivými zápisy přímek.....	143
Vzájemná poloha bodu a přímky	143
Vzájemná poloha přímek.....	144
Odchylka přímek.....	144
Vzdálenost přímky a bodu	144
Kuželosečky.....	145
Rovnice kuželoseček	145
Vzájemná poloha přímky a kuželosečky	146
Kuželosečka daná pěti body.....	147
Řešení úloh ze sedmé kapitoly	148

1

2

3

4

5

6

7

8

9

Základní pojmy analytické geometrie

Bod a vektor

1. Zakresli dané body do roviny:

1.1 $A = [1; 2]$

1.3 $C = [-3; -1]$

1.5 $E = [0; 3]$

1.2 $B = [-1; 0]$

1.4 $D = [-2; 1]$

1.6 $F = [4; -1]$

2. Do roviny libovolně umístí vektory:

2.1 $\vec{u} = (2; -1)$

2.3 $\vec{w} = (-1; -2)$

2.5 $\vec{y} = (-2; 1)$

2.2 $\vec{v} = (1; 1)$

2.4 $\vec{x} = (3; 1)$

2.6 $\vec{z} = (3; 2)$

3. Urči souřadnice vektoru daného body:

3.1 $A_1 = [1; 2]; A_2 = [3; 4]$

3.4 $D_1 = [-2; 5]; D_2 = [0; 7]$

3.2 $B_1 = [-1; 0]; B_2 = [2; -3]$

3.5 $E_1 = [4; -1]; E_2 = [6; 3]$

3.3 $C_1 = [0; 0]; C_2 = [1; 1]$

3.6 $F_1 = [1; 2; 3]; F_2 = [4; 5; 6]$

3.9 $I_1 = [-2; 5; -3]; I_2 = [0; 7; -1]$

3.7 $G_1 = [-1; 0; 2]; G_2 = [3; -2; 1]$

3.10 $J_1 = [4; -1; 2]; J_2 = [6; 3; 5]$

3.8 $H_1 = [0; 0; 0]; H_2 = [1; 1; 1]$

Délka vektoru

4. Urči délku vektoru:

4.1 $\vec{u} = (3; 4)$

4.3 $\vec{w} = (5; 12)$

4.5 $\vec{y} = (7; 24)$

4.2 $\vec{v} = (-1; 1)$

4.4 $\vec{x} = (8; 15)$

4.6 $\vec{a} = (3; 4; 12)$

4.8 $\vec{c} = (5; 12; 13)$

4.10 $\vec{e} = (7; 24; 25)$

4.7 $\vec{b} = (-1; 1; 1)$

4.9 $\vec{d} = (8; 15; 17)$

5. Urči vzdálenost bodů daných souřadnicemi:

5.1 $A_1 = [0; 0]; A_2 = [3; 4]$

5.4 $D_1 = [8; 6]; D_2 = [0; 0]$

5.2 $B_1 = [1; 2]; B_2 = [2; 1]$

5.5 $E_1 = [3; 4]; E_2 = [6; 8]$

5.3 $C_1 = [8; 8]; C_2 = [3; -4]$

5.6 $F_1 = [2; 3; 2]; F_2 = [1; 2; 1]$

5.9 $I_1 = [7; 16; 2]; I_2 = [2; 4; 2]$

5.7 $G_1 = [1; 2; 3]; G_2 = [-2; -2; -9]$

5.10 $J_1 = [10; -5; 20]; J_2 = [2; 10; 3]$

5.8 $H_1 = [1; 1; 1]; H_2 = [3; -5; 0]$

Sčítání a odčítání vektorů

6. Vypočítej:

6.1 $\vec{u} = (2; 3); \vec{v} = (1; -2); \vec{u} + \vec{v} =$

6.4 $\vec{c} = (6; 0); \vec{d} = (-2; 5); \vec{c} - \vec{d} =$

6.2 $\vec{w} = (5; 7); \vec{x} = (3; -4); \vec{w} - \vec{x} =$

6.5 $\vec{e} = (0; 1); \vec{f} = (3; 2); \vec{e} + \vec{f} =$

6.3 $\vec{a} = (-1; 2); \vec{b} = (4; -3); \vec{a} + \vec{b} =$

6.6 $\vec{a} = (1; -2; 3); \vec{b} = (4; 1; 0); \vec{a} - \vec{b} =$

6.7 $\vec{c} = (5; 2; -1); \vec{d} = (-3; 4; 6); \vec{c} + \vec{d} =$

6.8 $\vec{e} = (2; -1; 4); \vec{f} = (-2; 3; 1); \vec{e} + \vec{f} =$

6.9 $\vec{g} = (7; 0; -2); \vec{h} = (1; 3; 5); \vec{g} - \vec{h} =$

6.10 $\vec{i} = (4; -6; 2); \vec{j} = (-1; 2; -3); \vec{i} - \vec{j} =$

Násobení vektoru reálným číslem

7. Vynásob vektor číslem k :

7.1 $\vec{u} = (3; 4); k = 2$

7.4 $\vec{x} = (8; 6); k = -1$

7.2 $\vec{v} = (-1; 2); k = -3$

7.5 $\vec{y} = (-3; -4); k = 3$

7.3 $\vec{w} = (5; 12); k = 0,5$

7.6 $\vec{a} = (1; 1; 1); k = 4$

7.9 $\vec{d} = (5; 12; 0); k = 1,5$

7.7 $\vec{b} = (3; 4; 12); k = -2$

7.10 $\vec{e} = (8; -15; 17); k = -0,5$

7.8 $\vec{c} = (-2; 6; 1); k = 0,2$

Střed dvojice bodů

8. Urči střed dvojice bodů:

8.1 $A_1 = [1; 2]; A_2 = [3; 4]$

8.2 $B_1 = [-1; 0]; B_2 = [2; -3]$

1

2

3

4

5

6

7

8

9

8.3 $C_1 = [0; 0]; C_2 = [1; 1]$

8.5 $E_1 = [4; -1]; E_2 = [6; 3]$

8.4 $D_1 = [-2; 5]; D_2 = [0; 7]$

8.6 $F_1 = [1; 2; 3]; F_2 = [4; 5; 6]$

8.9 $I_1 = [-2; 5; -3]; I_2 = [0; 7; -1]$

8.7 $G_1 = [-1; 0; 2]; G_2 = [3; -2; 1]$

8.10 $J_1 = [4; -1; 2]; J_2 = [6; 3; 5]$

8.8 $H_1 = [0; 0; 0]; H_2 = [1; 1; 1]$

Skalární součin vektorů

9. Urči skalární součin vektorů:

9.1 $\vec{u} = (2; 3); \vec{v} = (1; -2)$

9.4 $\vec{a} = (0; 0); \vec{b} = (-2; 5)$

9.2 $\vec{w} = (-1; 1); \vec{x} = (3; 4)$

9.5 $\vec{c} = (4; -1); \vec{d} = (6; 3)$

9.3 $\vec{y} = (5; 12); \vec{z} = (8; 6)$

9.6 $\vec{e} = (1; 2; 3); \vec{f} = (4; 5; 6)$

9.9 $\vec{k} = (-2; 5; -3); \vec{l} = (0; 7; -1)$

9.7 $\vec{g} = (-1; 0; 2); \vec{h} = (3; -2; 1)$

9.10 $\vec{m} = (4; -1; 2); \vec{n} = (6; 3; 5)$

9.8 $\vec{i} = (0; 0; 0); \vec{j} = (1; 1; 1)$

Odchylka dvou vektorů

10. Urči velikost úhlu, který svírají vektory:

10.1 $\vec{u}_1 = (15; 26); \vec{u}_2 = (1; 0)$

10.4 $\vec{x}_1 = (1; 2); \vec{x}_2 = (-4; 2)$

10.2 $\vec{v}_1 = (2; 2); \vec{v}_2 = (0; 1)$

10.5 $\vec{y}_1 = (-\sqrt{3}; 1); \vec{y}_2 = (1; -1)$

10.3 $\vec{w}_1 = (1; 1); \vec{w}_2 = (1; \sqrt{3})$

10.6 $\vec{a}_1 = (1; 3; 2); \vec{a}_2 = (3; 1; -3)$

10.10 $\vec{e}_1 = (1; 1; 0); \vec{e}_2 = (3; 1; \sqrt{6})$

10.7 $\vec{b}_1 = (1; -1; 0); \vec{b}_2 = (-3; 0; -3)$

10.11 $\vec{f}_1 = (\sqrt{2}; 0; 1); \vec{f}_2 = (\sqrt{2}; 1; 1)$

10.8 $\vec{c}_1 = (1; 1; 0); \vec{c}_2 = (-1; 0; 0)$

10.12 $\vec{g}_1 = (1; 0; 0); \vec{g}_2 = (-3; 5; \sqrt{2})$

10.9 $\vec{d}_1 = (-1; -1; 0); \vec{d}_2 = (1; 2; 1)$

11. Urči aspoň jeden vektor kolmý k zadanému vektoru:

11.1 $\vec{u} = (-1; 2)$

11.3 $\vec{w} = (-2; -2)$

11.5 $\vec{y} = (3; 4)$

11.2 $\vec{v} = (3; 1)$

11.4 $\vec{x} = (1; -1)$

11.6 $\vec{z} = (0; 1)$

12. Dopln chybějící souřadnici tak, aby vektory byly kolmé:

12.1 $\vec{u}_1 = (3; -1; 2); \vec{u}_2 = (1; x; -1)$ 12.4 $\vec{x}_1 = (-2; 4; 1); \vec{x}_2 = (2\pi; x; 4)$

12.2 $\vec{v}_1 = (0; 2; -4); \vec{v}_2 = (x; 2; 1)$ 12.5 $\vec{y}_1 = (3; 1; -2); \vec{y}_2 = (2; x; 3)$

12.3 $\vec{w}_1 = (1; 5; 3); \vec{w}_2 = (10; 1; x)$ 12.6 $\vec{z}_1 = (-4; 0; 2); \vec{z}_2 = (x; 5; 4)$

Lineární nezávislost vektorů

13. Rozhodni, zda jsou vektory lineárně závislé:

13.1 $\vec{u} = (2; 3); \vec{v} = (4; 6)$

13.2 $\vec{x} = (1; 1); \vec{y} = (2; -2)$

13.3 $\vec{a} = (1; 2; 3); \vec{b} = (2; 4; 6); \vec{c} = (3; 6; 9)$

13.4 $\vec{u} = (1; 0; 0); \vec{v} = (0; 1; 0); \vec{w} = (1; 1; 0)$

13.5 $\vec{x} = (2; 1; -1); \vec{y} = (1; -1; 0); \vec{z} = (-1; 0; 1)$

14. Rozhodni, zda vektory určují prostor, rovinu, nebo přímku:

14.1 $\vec{x} = (3; -1; 2); \vec{y} = (6; -2; 4); \vec{z} = (-3; 1; -2)$

14.2 $\vec{a} = (3; 1; 2); \vec{b} = (0; 2; -1); \vec{c} = (-1; -1; 3)$

14.3 $\vec{u} = (1; 2; 1); \vec{v} = (-1; 1; 0); \vec{w} = (0; 3; 1)$

Přímka v rovině a prostoru

Parametrické rovnice přímky

15. Urči parametrické rovnice přímky a zakresli ji do roviny:

15.1 $A = [1; 2]; \vec{s}_a = (2; -1)$

15.3 $C = [3; 1]; \vec{s}_c = (-1; -2)$

15.2 $B = [-1; 0]; \vec{s}_b = (1; 1)$

16. Urči parametrické rovnice přímky:

16.1 $D = [1; 2; 3]; \vec{s}_d = (2; -1; 1)$

16.3 $F = [3; 1; 4]; \vec{s}_f = (-1; -2; 3)$

16.2 $E = [-1; 0; 2]; \vec{s}_e = (1; 1; -1)$

17. Zapiš parametricky přímku danou dvojicí bodů:

17.1 $A = [1, 2]; B = [-1, 0]$

17.4 $G = [2, -2]; H = [5, 3]$

17.2 $C = [3, 1]; D = [-2, 1]$

17.5 $I = [-3, 1]; J = [2, -4]$

17.3 $E = [0, 3]; F = [4, -1]$

Obecná rovnice přímky

18. Urči obecnou rovnici přímky:

18.1 $A = [1, 2]; \vec{s}_a = (2, -1)$

18.4 $D = [-2, 1]; \vec{n}_d = (1, 1)$

18.2 $B = [-1, 0]; \vec{s}_b = (1, 1)$

18.5 $E = [0, 3]; \vec{n}_e = (-2, 1)$

18.3 $C = [3, 1]; \vec{s}_c = (-1, -2)$

18.6 $F = [4, -1]; \vec{n}_f = (3, 2)$

19. Zapiš obecnou rovnici přímky dané dvojicí bodů:

19.1 $A = [1, 2]; B = [-1, 0]$

19.4 $G = [2, -2]; H = [5, 3]$

19.2 $C = [3, 1]; D = [-2, 1]$

19.5 $I = [-3, 1]; J = [2, -4]$

19.3 $E = [0, 3]; F = [4, -1]$

Směrniceový zápis přímky

20. Zapiš směrniceový přímku:

20.1 $A = [1, 2]; \varphi = 45^\circ$

20.4 $D = [-2, 1]; \varphi = 30^\circ$

20.2 $B = [-1, 0]; \varphi = 60^\circ$

20.5 $E = [0, 3]; \varphi = 180^\circ$

20.3 $C = [3, 1]; \varphi = 135^\circ$

20.6 $F = [4, -1]; \varphi = 150^\circ$

21. Zapiš směrniceový přímku danou dvojicí bodů:

21.1 $A = [1, 2]; B = [-1, 0]$

21.4 $G = [2, -2]; H = [5, 3]$

21.2 $C = [3, 1]; D = [-2, 1]$

21.5 $I = [-3, 1]; J = [2, -4]$

21.3 $E = [0, 3]; F = [4, -1]$

Převody mezi jednotlivými zápisy přímek

22. Zapiš obecnou rovnici přímky:

22.1 $x = 1 + t$

$y = 2 + 2t$

22.2 $x = -2t$

$y = t$

22.3 $x = 3 + 2t$

$y = 1 - t$

22.4 $x = 4$

$y = -1 + 0,5t$

22.5 $x = -1 + 3t$

$y = 1 - 2t$

23. Zapiš přímky z předchozího cvičení směrnice.

24. Zapiš parametricky přímky dané obecnou rovnicí:

24.1 $2x - y - 1 = 0$

24.4 $0,5x - y + 1 = 0$

24.2 $2x + y = 0$

24.5 $x + 2y + 8 = 0$

24.3 $2x - y - 5 = 0$

25. Zapiš přímky z předchozího cvičení směrnice.

Vzájemná poloha bodu a přímky

26. Rozhodni, zda bod leží na přímce:

26.1 $x = 1 + t$

$y = 2 - t$

$A = [6; -3]$

26.2 $x = -2t$

$y = t$

$B = [4; 2]$

26.3 $2x - y - 1 = 0$

$C = [5; 11]$

26.4 $x + 2y - 3 = 0$

$D = [7; -2]$

26.5 $y = 3x - 2$

$E = [-2; -8]$

26.6 $y = -2x + 5$

$F = [-1; 7]$

Vzájemná poloha přímek

27. Urči vzájemnou polohu přímek:

27.1 $2x - y - 1 = 0$

$$-2x + y + 5 = 0$$

27.2 $3x + 2y - 4 = 0$

$$6x + 4y - 8 = 0$$

27.4 $x = 1 + t; y = 2 - t$

$$x = -2s; y = s$$

27.5 $x = 3t; y = 2 - t$

$$x = 6s; y = 4 - 2s$$

27.3 $4x - 3y - 12 = 0$

$$x - 2y + 7 = 0$$

27.6 $x = 4 + 3t; y = 3 - 2t$

$$x = -2 + 3s; y = -1 + 2s$$

Odchylka přímek

28. Urči, jaký úhel svírají přímky:

28.1 $x = 1 + t; y = 2 + t; z = 3$

$$x = 1 + t; y = 2t; z = 1 + t$$

28.2 $x = t; y = 3t; z = 2t$

$$x = 1 - 3t; y = 1 - t; z = 1 + 3t$$

28.3 $30x + 52y + 16 = 0$

$$x + 2 = 0$$

28.4 $3x - 3y + 3 = 0$

$$2y - 3 = 0$$

28.5 $2\sqrt{3}x - 2y + 2 = 0$

$$x = 3 + 2t; y = 2 + 2t$$

28.6 $2x + 4y - 3 = 0$

$$x = 5 + t; y = 4 + 2t$$

Vzdálenost přímky a bodu

29. Urči vzdálenost bodu od přímky:

29.1 $-3x + 4y - 6 = 0$

$$A = [6; 3]$$

29.2 $-7x + 24y - 146 = 0$

$$B = [10; 2]$$

29.3 $3x + 4y + 10 = 0$

$$C = [-6; -4]$$

29.4 $-3x - 4y + 48 = 0$

$$D = [-4; 0]$$

29.5 $x = 6 + 3t; y = -8 + 4t$
 $E = [0; 0]$

Kuželosečky

Rovnice kuželoseček

30. Urči, o kterou kuželosečku se jedná:

30.1 $3x^2 + 4y^2 - 16y + 4 = 0$ 30.3 $x^2 - 4y + 4 = 0$

30.2 $-3x^2 + y^2 + 3 = 0$ 30.4 $x^2 + y^2 - 9 = 0$

31. Urči, o kterou kuželosečku se jedná, urči její význačné body, délku poloos a excentricitu, respektive poloměr, respektive parametr:

31.1 $9x^2 + 25y^2 - 72x - 50y - 56 = 0$

31.2 $25x^2 + 16y^2 - 250x - 96y + 369 = 0$

31.3 $x^2 + y^2 - 9 = 0$

31.4 $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 21 = 0$

31.5 $-25x^2 + 144y^2 - 150x + 1152y - 1521 = 0$

31.6 $64x^2 + 128x - 36y^2 - 72y - 2276 = 0$

31.7 $y^2 + 10x - 14y + 119 = 0$

31.8 $x^2 + 10x + 26y + 207 = 0$

32. Zapiš obecnou rovnici dané kuželosečky:

32.1 $\mathcal{K}: (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 4^2$ 32.3 $\mathcal{H}: \frac{(x - 5)^2}{4} - \frac{(y - 3)^2}{9} = 1$

32.2 $\mathcal{E}: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 32.4 $\mathcal{P}: (y + 5)^2 = 16(x + 2)$

33. Zapiš středovou rovnici kružnice, je-li dáno:

33.1 $S = [3; 1]; r = 4$

33.2 Kružnice je kružnicí opsanou čtverci ABCD, kde $A = [1; 1], C = [5; 5]$

33.3 $A = [2; 6]; B = [8; 8]; C = [6; 4]$ ($A, B, C \in \mathcal{K}$)

33.4 Kružnice se dotýká obou souřadnicových os a prochází bodem $A = [4; 8]$

37.3 $-3x^2 + y^2 + 18x - 2y = 23$

$p_1: -2x + y + 6 = 0$

$p_3: x - 1 = 0$

$p_4: 2x + y - 7 = 0$

$p_2: x + y - 5 = 0$

37.4 $x^2 - y^2 = 1$

$p_1: x - y = 0$

$p_2: x - y - 2 = 0$

37.5 $x^2 + y^2 + 4x + 2y = 0$

$p_1: x - 1 = 0$

$p_2: -x + y - 2 = 0$

$p_3: -x + 2y - 5 = 0$

37.6 $x^2 + 2y + 1 = 0$

$p_1: -x + y + 2 = 0$

$p_3: x - y + 2 = 0$

$p_4: x = 1$

$p_2: -x + y = 0$

38. Urči rovnici tečny kuželosečky daného směru:

38.1 $x^2 + y^2 = 1$

$\vec{n} = (-6; 8)$

38.3 $-3x^2 + y^2 + 3 = 0$

$\vec{n} = (2; -1)$

38.2 $4x^2 + y^2 - 400 = 0$

$\vec{n} = (-3; 2)$

38.4 $y^2 - x = 0$

$\vec{n} = (2; -10)$

Kuželosečka daná pěti body

39. Na základě pěti bodů urči obecnou rovnici kuželosečky a následně rozhodni, o jakou kuželosečku se jedná:

39.1 $[6; -8]; [8; 6]; [6; 8]; [-6; 8]; [-8; -6]$

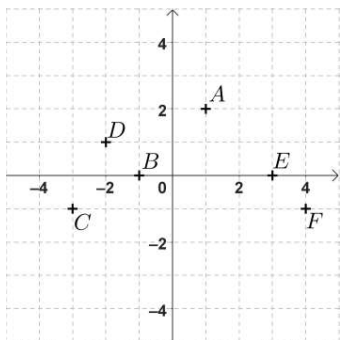
39.2 $[10; 0]; [6; 16]; [-8; 12]; [-8; -12]; [6; -16]$

39.3 $[2; 3]; [-2; -3]; [-2; 3]; [1; 0]; [2; -3]$

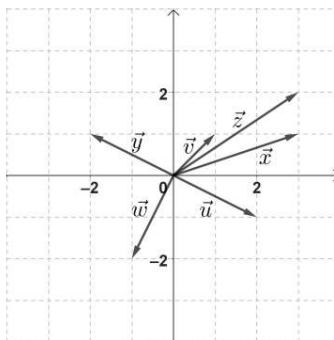
39.4 $[1; 1]; [0; 0]; [4; -2]; [9; 3]; [4; 2]$

Řešení úloh ze sedmé kapitoly

1.



2.



3.

3.1 $\overline{A_1A_2} = (2; 2)$

3.3 $\overline{C_1C_2} = (-1; -1)$

3.5 $\overline{E_1E_2} = (2; 4)$

3.2 $\overline{B_1B_2} = (3; -3)$

3.4 $\overline{D_1D_2} = (2; 2)$

3.6 $\overline{F_1F_2} = (3; 3; 3)$

3.8 $\overline{H_1H_2} = (1; 1; 1)$

3.10 $\overline{J_1J_2} = (2; 4; 3)$

3.7 $\overline{G_1G_2} = (4; -2; -1)$

3.9 $\overline{I_1I_2} = (2; -2; 2)$

4.

4.1 5

4.2 $\sqrt{2}$

4.3 13

4.4 17

4.5 25

4.6 13

4.7 $\sqrt{3}$

4.8 $13\sqrt{2}$

4.9 $17\sqrt{2}$

4.10 $25\sqrt{2}$

5.

5.1 5

5.2 $\sqrt{2}$

5.3 13

5.4 10

5.5 5

5.6 $\sqrt{3}$

5.7 13

5.8 7

5.9 13

5.10 $17\sqrt{2}$

6.

6.1 (2; 1)

6.2 (2; 11)

6.3 (3; -1)

6.4 (8; -5)

6.5 (3; 3)

6.6 (-3; -3; 3)

6.7 (2; 6; 5)

6.8 (0; 2; 5)

6.9 (6; -3; -7)

6.10 (5; -8; 5)

7.

7.1 (6; 8)

7.2 (3; -6)

7.3 (2,5; 6)

7.4 (-8; -6)

7.5 (-9; -12)

7.6 (4; 4; 4)

7.8 (-0,4; 1,2; 0,2)

7.10 (-4; 7,5; -8,5)

7.7 (-6; -8; -24)

7.9 (7,5; 18; 0)

8.

8.1 [2; 3]

8.2 $[\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}]$

8.3 $[\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$

8.4 [-1; 6]

8.5 [10; 1]

8.6 $[\frac{5}{2}; \frac{7}{2}; \frac{9}{2}]$

8.7 $[1; -1; \frac{3}{2}]$

8.8 $[\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$

8.9 [-1; 6 - 2]

8.10 $[5; 1; \frac{7}{2}]$

1

2

3

4

5

6

7

8

9

9.

9.1 -4 9.2 1 9.3 112 9.4 0 9.5 21

9.6 32 9.7 -1 9.8 0 9.9 38 9.10 31

10.

10.1 60° 10.2 45° 10.3 15° 10.4 90° 10.5 165°

10.6 90° 10.8 135° 10.10 45° 10.12 120°

10.7 120° 10.9 150° 10.11 30°

11.

11.1 (2; 1) 11.3 (2; -2) 11.5 (4; -3)

11.2 (3; -1) 11.4 (1; 1) 11.6 (1; 0)

12.

12.1 $x = 1$ 12.3 $x = -5$ 12.5 $x = 0$

12.2 $x \in \mathbb{R}$ 12.4 $x = \pi - 1$ 12.6 $x = 2$

13.

13.1 Lineárně závislé 13.3 Lineárně závislé 13.5 Lineárně nezávislé

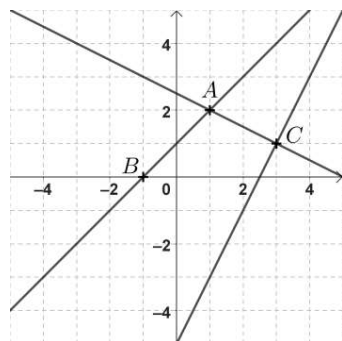
13.2 Lineárně nezávislé 13.4 Lineárně závislé

14.

14.1 Vektory určují přímku 14.2 Vektory určují prostor 14.3 Vektory určují rovinu

15.

15.1 $a: x = 1 + 2t; y = 2 - t$ 15.2 $b: x = -1 + t; y = t$ 15.3 $c: x = 3 - t; y = 1 - 2t$



16.

16.1 $d: x = 1 + 2t; y = 2 - t; z = 3 + t$ 16.3 $f: x = 3 - t; y = 1 - 2t; z = 4 + 3t$

16.2 $e: x = -1 + t; y = t; z = 2 - t$

17.

17.1 $x = 1 + t; y = 2 + t$ 17.4 $x = 2 - 3t; y = -2 - 5t$

17.2 $x = 3 + t; y = 1$ 17.5 $x = -3 - t; y = 1 + t$

17.3 $x = -t; y = 3 + t$

1

18.

18.1 $a: x + 2y - 5 = 0$

18.2 $b: x + y + 1 = 0$

18.3 $c: 2x - y - 5 = 0$

18.4 $d: x + y + 1 = 0$

18.5 $-2x + y - 3 = 0$

18.6 $3x - 2y - 10 = 0$

2

19.

19.1 $x - y + 1 = 0$

19.2 $y - 1 = 0$

19.3 $x + y - 3 = 0$

19.4 $-5x + 3y + 16 = 0$

19.5 $x + y + 2 = 0$

3

20.

20.1 $y = x + 1$

20.2 $y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$

20.3 $y = -x + 4$

20.4 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{3+2\sqrt{3}}{3}$

20.5 $y = 3$

20.6 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{-3+4\sqrt{3}}{3}$

4

21.

21.1 $y = x + 1$

21.2 $y = 1$

21.3 $y = -x + 3$

21.4 $y = \frac{5}{3}x - \frac{16}{3}$

21.5 $y = -x - 2$

5

22.

22.1 $2x - y = 0$

22.2 $x + 2y = 0$

22.3 $x + 2y - 5 = 0$

22.4 $x - 4 = 0$

22.5 $2x + 3y - 1 = 0$

6

23.

23.1 $y = 2x$

23.2 $y = -\frac{x}{2}$

23.3 $y = -\frac{x}{2} + \frac{5}{2}$

23.4 Nelze zapsat směrnice

23.5 $y = -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$

7

24.

24.1 $x = 1 + t$

$y = 1 + 2t$

24.2 $x = t$

$y = -2t$

24.3 $x = t$

$y = -5 + 2t$

24.4 $x = t$

$y = 1 + 0,5t$

24.5 $x = 2t$

$y = -4 - t$

8

25.

25.1 $y = 2x - 1$

25.2 $y = -2x$

25.3 $y = 2x - 5$

25.4 $y = 0,5x + 1$

25.5 $y = -\frac{x}{2} - 4$

9

26.

26.1 Bod leží na přímce

26.2 Bod neleží na přímce

26.3 Bod neleží na přímce

26.4 Bod leží na přímce

26.5 Bod leží na přímce

26.6 Bod leží na přímce

27.

27.1 Rovnoběžné různé

27.2 Rovnoběžné totožné

27.3 Různoběžné, $P = [9; 8]$

27.4 Různoběžné $P = [6; -3]$

27.5 Rovnoběžné různé

27.6 Různoběžné $P = [4; 3]$

28.

28.1 30°

28.2 90°

28.3 60°

28.4 45°

28.5 15°

28.6 90°

29.

29.1 2,4

29.2 6,72

29.3 4,8

29.4 12

29.5 9,6

30.

30.1 Elipsa 30.2 Hyperbola 30.3 Parabola 30.4 Kružnice

31.

31.1 Elipsa, $A = [9; 1], B = [4; 4], C = [-1; 1], D = [4; -2], E = [8; 1], F = [0; 1], S = [4; 1], a = 5,$
 $b = 3, e = 4$

31.2 Elipsa, $A = [9; 3], B = [5; 8], C = [1; 3], D = [5; -2], E = [5; 6], F = [5; 0], S = [5; 3], a = 4,$
 $b = 5, e = 3$

31.3 Kružnice, $S = [0; 0], r = 3$

31.4 Kružnice, $S = [4; -3], r = 2$

31.5 Hyperbola, $A = [9; 4], B = [-3; 1], C = [-15; -4], D = [-3; -9], E = [-3; 9], F = [-3; 17],$
 $S = [-3; -4], a = 12, b = 5, e = 13, as: 5x + 12y = -63, -5x + 12y = -33$

31.6 Hyperbola, $A = [5; -1], B = [-1; 7], C = [-7; -1], D = [-1; -9], E = [9; -1], F = [-11; -1],$
 $S = [-1; -1], a = 6, b = 8, e = 10, as: 4x + 3y = -7, -4x + 3y = 1$

31.7 Parabola, $V = [-7; 7], F = [-9,5; 7], p: x = -4,5$

31.8 Parabola, $V = [-5; -7], F = [-5; -13,5], p: y = -0,5$

32.

32.1 $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$

32.3 $9x^2 - 4y^2 - 90x + 24y + 153 = 0$

32.2 $9x^2 + 16y^2 - 144 = 0$

32.4 $y^2 - 16x + 10y - 7 = 0$

33.

33.1 $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 16$

33.5 $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 10$

33.2 $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 8$

33.6 $x^2 + (y - 3)^2 = 4$

33.3 $(x - 5)^2 + (y - 7)^2 = 10$

$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 4$

33.4 $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 16$

$(x - 20)^2 + (y - 20)^2 = 400$

34.

34.1 $\frac{(x-4)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1$

34.3 $\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$

34.5 $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$

34.2 $\frac{(x-1)^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$

34.4 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

35.

35.1 $\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1, -\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$

35.3 $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{20} = 1$

35.2 $\frac{(x-0,5)^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{2,25} = 1$

36.

36.1 $(x - 1)^2 = \pm 32(y - 1), (y - 1)^2 = \pm 32(x - 1)$

36.2 $(x + 2)^2 = -6(y - 3,5)$

36.3 $(x - 4)^2 = -(y - 1), (y - 1)^2 = (x - 4)$

36.4 $(x - 3)^2 = -8(y + 1), (y + 1)^2 = -8(x - 3)$

1

2

3

4

5

6

7

8

9

37.

37.1 p_1 sečna $P_1 = [9; 2], P_2 = [1; 2]$

p_2 tečna $T = [5; -2]$

p_3 vnější přímka

p_4 sečna $P_1 = [1; 0], P_2 = [9; 2]$

p_5 vnější přímka

37.2 p_1 sečna $P_1 = [-1; -1], P_2 = [3; 2]$

p_2 tečna $T = [-1; 2]$

p_3 vnější přímka

37.3 p_1 tečna $T = [5; 4]$

p_2 sečna $P_1 = [4; 1], P_2 = [1; 4]$

p_3 sečna $P_1 = [1; -2], P_2 = [1; 4]$

p_4 asymptota

38.

38.1 $t_{1,2}: -6x + 8y \pm 10 = 0$

38.2 $t_{1,2}: -3x + 2y \pm 50 = 0$

39.

39.1 $x^2 + y^2 - 100 = 0$

39.2 $4x^2 + y^2 - 400 = 0$

37.4 p_1 asymptota

p_2 asymptotická sečna $P = [1,25; -0,75]$

37.5 p_1 vnější přímka

p_2 sečna $P_1 = [-1; 1], P_2 = [-4; -2]$

p_3 tečna $T = [-3; 1]$

37.6 p_1 sečna $P_1 = [1; -1], P_2 = [-3; -5]$

p_2 tečna $T = [-1; -1]$

p_3 vnější přímka

p_4 sečna rovnoběžná s osou $P = [1; -1]$

38.3 $t_{1,2}: 2x - y \pm 1 = 0$

38.4 $t: 2x - 10y + 12,5 = 0$

39.3 $-3x^2 + y^2 + 3 = 0$

39.4 $y^2 - x = 0$

Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika

Kombinatorika	154
Faktoriál.....	154
Kombinační čísla.....	155
Kombinatorické pravidlo součinu	155
Permutace.....	155
Permutace s opakováním.....	156
Variace.....	156
Variace s opakováním	157
Kombinace.....	157
Kombinace s opakováním	158
Pravděpodobnost	158
Binomická věta.....	159
Statistika	160
Absolutní a relativní četnost.....	160
Aritmetický průměr.....	161
Modus a medián.....	162
Řešení příkladů z osmé kapitoly	164

Kombinatorika

Faktoriál

1. Vypočítej:

1.1 $0!$

1.3 $2!$

1.5 $5!$

1.7 $10!$

1.2 $1!$

1.4 $3!$

1.6 $7!$

1.8 $14!$

1.9 $7! - 6!$

1.10 $4! + 3!$

1.11 $14! : 12!$

1.12 $0! \cdot 5!$

1.13 $\frac{1}{3!} + \frac{8}{4!}$

1.14 $\frac{10}{7!} + \frac{15}{5!}$

1.15 $\frac{1}{4!} - \frac{5}{5!}$

1.16 $\frac{1}{24!} - \frac{5}{25!}$

2. Zjednoduř:

2.1 $\frac{(n-1)!}{(n+1)!}$

2.3 $\frac{(n-1)!}{(n-2)!}$

2.5 $\frac{(n-1)!}{n!}$

2.7 $\frac{(n+2)!}{n!}$

2.2 $\frac{n!}{n}$

2.4 $\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$

2.6 $\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n-1)!}$

2.8 $\frac{2n}{(n+1)!} + \frac{1}{n!}$

2.9 $\frac{(n-1)!}{(n+1)!} - \frac{(n+1)!}{(n-1)!}$

2.11 $\frac{(n+1)!}{(n+2)!} + \frac{n!}{(n+1)!}$

2.10 $\frac{n!}{(n+1)!} + \frac{n!}{(n-1)!}$

2.12 $\frac{1}{n!} + \frac{1}{(n-1)!} - \frac{n^2}{(n+1)!}$

3. V oboru celých čísel vyřeř rovnici:

3.1 $n! = 6 \cdot (n-3)!$

3.4 $\frac{5}{n!} = \frac{3n+9}{(n+1)!}$

3.2 $24 = (4-n)! \cdot n!$

3.5 $\frac{1}{n(n-3)!} + \frac{6}{(n-1)!} = 0$

3.3 $\frac{4}{(n-1)!} = \frac{13n-2}{(n+1)!}$

3.6 $\frac{1}{n!} - 3 \frac{3n-2}{(n+2)!} = 0$

1

2

3

4

5

6

7

8

9

Kombinační čísla

4. Vypočítej:

4.1 $\binom{5}{2}$

4.3 $\binom{6}{4}$

4.5 $\binom{7}{3}$

4.7 $\binom{9}{4}$

4.2 $\binom{8}{3}$

4.4 $\binom{10}{2}$

4.6 $\binom{4}{1}$

4.8 $\binom{12}{2}$

5. V oboru přirozených čísel vyřeš rovnici:

5.1 $\binom{n}{2} = 6$

5.2 $\binom{n}{n-2} = 28$

5.3 $\binom{5}{k} = 1$

5.4 $\binom{n+1}{3} = 20$

Kombinatorické pravidlo součinu

6. Vyřeš slovní úlohu:

- 6.1 V restauraci máte na výběr ze tří různých předkrmů, čtyř hlavních jídel a dvou zákusků. Kolik různých tříchodových munu můžete vybrat?
- 6.2 Kolik různých kombinací tří různých druhů kávy a dvou druhů dezertů máte na výběr v kavárně?
- 6.3 Máme k dispozici pět různých triček a čtyři různé džíny. Kolik různých kombinací oblečení můžete vytvořit pro svůj každodenní outfit?
- 6.4 Máte sadu pěti různě barevných kostek s čísly od 1 do 6. Kolik různých hodů kostkou můžete udělat?
- 6.5 Zkontroluj si výpočty z následujících podkapitol pomocí kombinatorického pravidla součinu.

Permutace

7. Vyřeš slovní úlohu:

- 7.1 Kolika různými způsoby můžeme seřadit 4 různé knihy do police v knihovně?
- 7.2 V obchodě s kytarami je 6 různých kytar. Kolika různými způsoby je můžeme umístit do výlohy?
- 7.3 Kolik existuje různých způsobů, jak zasadit vedle sebe 3 různé květiny v truhlíku?

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9
- 7.4 Skupina 7 přátel plánuje sedět na večeři u kulatého stolu. Kolik existuje různých uspořádání na sedmi židlích?
- 7.5 Dveře trezoru se odemykají pomocí pěti různých klíčů. Kolik je různých pořadí použití jednotlivých klíčů?
- 7.6 Máme 5 různých klíčů. Kolika různými způsoby je můžeme uspořádat na klíčenice?
- 7.7 Kolika různými způsoby je možné seřadit 6 různých filmů na promítání během večera?
- 7.8 Na školním představení bude pět děvčat a sedm chlapců recitovat báseň, kolika způsoby se mohou postavit do řady na pódium, jestliže
- je jejich pořadí zcela libovolné
 - Honza a Klárka chtějí stát vedle sebe
 - všechna děvčata budou stát pohromadě
 - všechna děvčata i všichni chlapci budou stát pohromadě

Permutace s opakováním

8. Vyřeš slovní úlohu:

- 8.1 V kolika různých pořadích můžete uspořádat písmena slova "MATHEMATIKA"?
- 8.2 Kolik různých sedmiciferných čísel lze vytvořit ze tří číslic 2, dvou číslic 5 a dvou číslic 8.
- 8.3 Kolik různých řetězců o délce 6 písmen můžete vytvořit pomocí písmen A, B, C, přičemž každé písmeno může být libovolně opakováno a musí být v každém řetězci zastoupeno aspoň jednou?

Variace

9. Vyřeš slovní úlohu:

- 9.1 V hudebním obchodě máte na výběr ze čtyř různých alb od různých umělců. Kolik různých způsobů máme, jak vybrat dvě alba k poslechu během cesty domů?
- 9.2 Jaký je počet různých uspořádání pěti různých her pro děti při herním večeru, jestliže si dnes stihneme zahrát pouze tři?

- 9.3 Kolik existuje čtyřciferných čísel,
- ve kterých je každá z číslic zastoupena nejvýše jednou
 - ve kterých je každá z číslic zastoupena nejvýše jednou, přičemž číslo je liché
 - ve kterých jsou zastoupeny pouze sudé číslice, z nichž každá je zastoupena nejvýše jednou
- 9.4 Kolik je zapotřebí prvků, aby bylo možné vytvořit 336 různých trojic, ve kterých se prvky neopakují?

Variace s opakováním

10. Vyřeš slovní úlohu:

- 10.1 Kolik různých maximálně trojčiferných čísel můžeme vytvořit z číslic 1, 2, 3, mohou-li se číslice opakovat?
- 10.2 Máte sadu pěti různě barevných kostek s čísly od 1 do 6. Kolik různých hodů můžeme udělat?
- 10.3 Kolik existuje různých devítimístných telefonních čísel?
- 10.4 Kolik číslic musí obsahovat pin, aby počet možných variant překročil 10 000?

Kombinace

11. Vyřeš slovní úlohu:

- 11.1 Ve školní knihovně máme celkem sedm knih zabývajících se kombinatorikou. Kolika různými způsoby můžete vybrat dvě knihy pro svůj seminář?
- 11.2 V hudebním obchodě je k dispozici devět různých alb od různých umělců. Kolika různými způsoby můžete vybrat tři alba k poslechu během cesty, jestliže nám nebude záležet na pořadí přehrávání?
- 11.3 Kolik různých týmů o pěti hráčích můžete vytvořit ze skupiny deseti fotbalistů?
- 11.4 Máme jablka, pomeranče, maliny, borůvky a banány. Kolika různými způsoby můžete vybrat dva druhy ovoce pro výrobu smoothie?
- 11.5 Máte sedm různých puzzle. Kolika různými způsoby můžeme vybrat tři puzzle pro odpolední skládání, nebude-li záležet na pořadí?
- 11.6 Kolika různými způsoby můžete vybrat tři různé pizzy ze seznamu deseti různých druhů pizz?

- 11.7 V pekárně mají šest různých druhů pečiva. Kolika různými způsoby můžete vybrat tři různé kusy pečiva na piknik?

Kombinace s opakováním

12. Vyřeš slovní úlohu:

- 12.1 Máte sadu pěti nerozeznatelných kostek s čísly od 1 do 6. Kolik různých hodů můžeme udělat?
- 12.2 Kolika různými způsoby můžete vybrat tři pizzy ze seznamu deseti různých druhů pizz?
- 12.3 V pekárně mají šest různých druhů pečiva. Kolika různými způsoby můžete vybrat tři kusy pečiva na piknik?
- 12.4 Kolika různými způsoby můžete vybrat dvě dárkové krabičky ze čtyř různých druhů krabiček?

Pravděpodobnost

13. Vyřeš slovní úlohu:

- 13.1 Jaká je pravděpodobnost, že hodíte mincí a padne panna?
- 13.2 V balíčku hracích karet máte 52 karet, z čehož jsou čtyři esa. Jaká je pravděpodobnost, že vytáhnete eso?
- 13.3 Jaká je pravděpodobnost, že při hození dvěma kostkami bude součet bodů 7?
- 13.4 V kufru máte 8 ponožek, 4 černé a 4 bílé. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraná ponožka bude černá?
- 13.5 V balení 20 bonbónů jsou 4 bonbóny s pomerančovou příchutí. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný bonbón bude pomerančový?
- 13.6 Jaká je pravděpodobnost, že při hození dvěma kostkami padne alespoň jedna šestka?
- 13.7 V balení 30 knih je 10 sci-fi, 15 detektivek a 5 romantických románů. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraná kniha bude detektivka?
- 13.8 V balení 100 hřebíků je 10 vadných. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný hřebík bude vadný?
- 13.9 V sadě 12 otázek jsou 4 otázky na matematiku, 3 na biologii a 5 na historii. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraná otázka bude na biologii?

- 13.10 V abecedě je 26 písmen. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybrané písmeno bude samohláska?
- 13.11 Při hře žolík je každému hráči rozdáno 12 karet z balíčku obsahujícího 108 karet. Čtyři z těchto karet jsou žolíky. Jaká je pravděpodobnost, že hráč při rozdávání karet dostane aspoň jednoho žolíka?
- 13.12 V testu s výběrem ze čtyř možností je celkem 10 otázek. Jaká je pravděpodobnost, že při náhodném označení odpovědí
- budou všechny odpovědi správné?
 - bude aspoň polovina odpovědí správná?
 - nebude žádná odpověď správná?
- 13.13 V kufru je 8 ponožek, 4 černé a 4 bílé. Jaká je pravděpodobnost, že dvojice vytažených ponožek
- bude mít stejnou barvu
 - bude černá
 - bude každá jiné barvy
- 13.14 Jaká je pravděpodobnost, že při pěti hodech mincí (s pravidelnou mincí, kde je panna na jedné straně a orel na druhé straně) padne alespoň třikrát orel?

Binomická věta

14. Vyřeš úlohu:

- 14.1 Spočítej rozvoj výrazu $(x + y)^3$.
- 14.2 Kolik různých členů obsahuje rozvoj výrazu $(a + b)^7$?
- 14.3 Jaký je koeficient členu x^2y^5 v rozvoji výrazu $(x + y)^7$?
- 14.4 Kolik členů obsahuje rozvoj výrazu $(p + q)^{10}$?
- 14.5 Spočítej hodnotu koeficientu členu x^3y^2 v rozvoji výrazu $(x + 2y)^5$.
- 14.6 Spočítej rozvoj výrazu $(2a - 3b)^4$.
- 14.7 Kolik členů obsahuje rozvoj výrazu $(r + s)^{12}$?

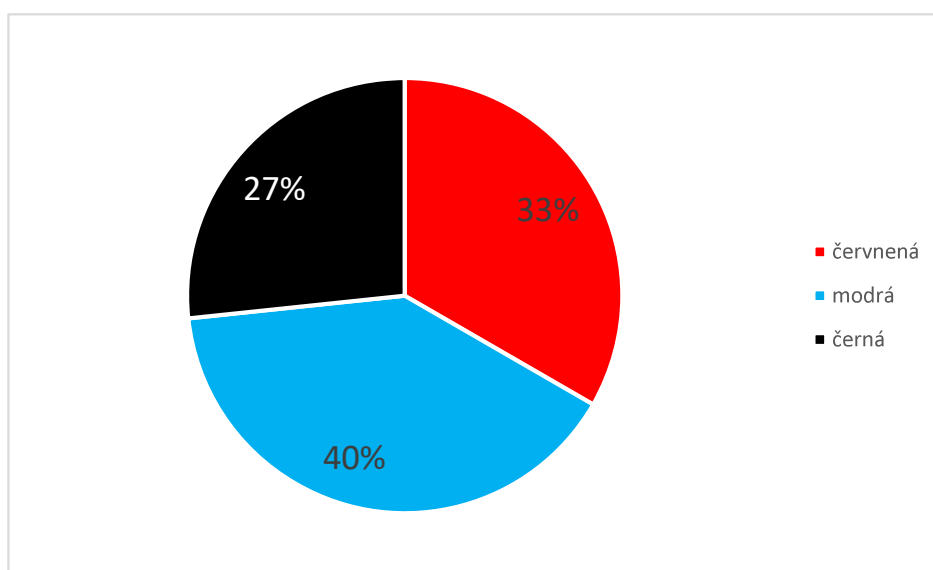
Statistika

Absolutní a relativní četnost

15. Vyřeš úlohu:

15.1 **Hody kostkou:** Při hodu kostkou 50krát zaznamenáte, kolikrát padlo číslo jedna, dva atd. Spočítejte absolutní četnosti jednotlivých výsledků a poté i relativní četnosti.

15.2 **Barvy aut na parkovišti:** Na parkovišti je 30 aut:



Urči absolutní a relativní četnosti barev aut.

15.3 **Přeprava do práce:** Ve městě pracuje 2000 lidí. Z toho 1200 lidí používá auto, 600 lidí městskou hromadnou dopravu a 200 lidí chodí pěšky. Urči relativní četnosti jednotlivých způsobů přepravy do práce.

15.4 **Různé druhy ovoce v koši:** V ovocném koši je 50 kusů ovoce: 20 jablek, 15 hrušek a 15 banánů. Spočítejte procentuální zastoupení každého druhu ovoce.

15.5 **Výsledky ankety o sportu:** Při anketě o oblíbených sportech odpovědělo 150 lidí.

1

2

3

4

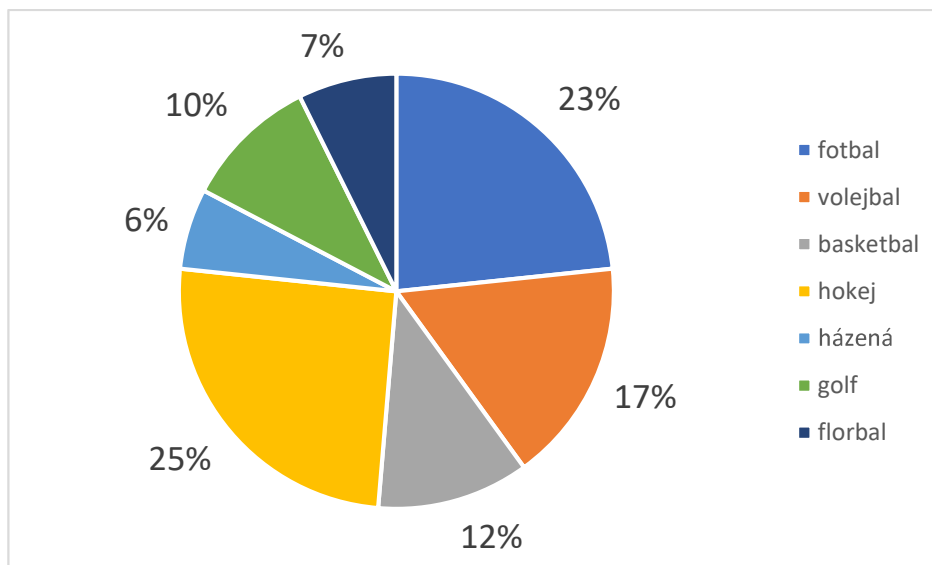
5

6

7

8

9



Spočítejte absolutní četnosti pro jednotlivé sporty.

Aritmetický průměr

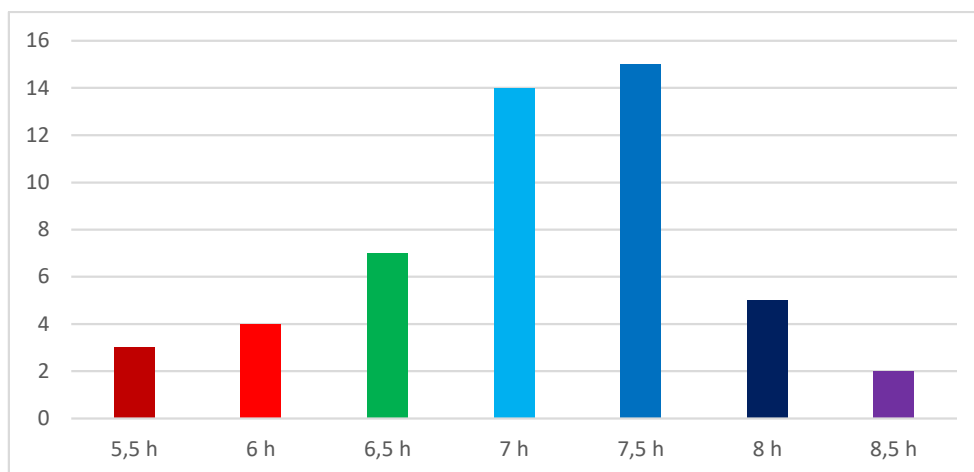
16. Vyřeš úlohu:

- 16.1 **Výsledky testu:** Šest studentů dosáhlo v testu následujících výsledků: 80, 85, 90, 92, 78 a 95. Jaký je aritmetický průměr jejich výsledků?
- 16.2 **Vzdálenost od domova:** Pět zaměstnanců pracuje ve stejné firmě a jejich vzdálenosti od domova jsou 10 km, 15 km, 8 km, 12 km a 20 km. Spočítejte aritmetický průměr těchto vzdáleností.
- 16.3 **Výška skokanů ve skoku do výšky:** Pět atletů dosáhlo výšky skoku 1,8 m, 1,75 m, 1,85 m, 1,78 m a 1,82 m. Spočítejte aritmetický průměr jejich výšky skoku.
- 16.4 **Čas dopravy do práce:** V zaměstnání dojíždí 15 zaměstnanců a časy, které tráví dojížděním, jsou:

25 min	30 min	35 min	40 min
4	5	3	3

Urči průměrnou dobu dojíždění.

- 16.5 **Počet hodin spánku:** V anketě o spánku odpovědělo 50 lidí a uvedlo následující počty hodin spánku za noc:



Urči průměrný počet hodin spánku.

- 16.6 **Výška studentů:** Ve třídě je 30 studentů a jejich výšky jsou: 165 cm, 170 cm, 168 cm, 172 cm, 175 cm, 170 cm, 168 cm, 172 cm, 175 cm, 170 cm, 168 cm, 175 cm, 172 cm, 165 cm, 175 cm, 168 cm, 170 cm, 172 cm, 168 cm, 170 cm, 175 cm, 168 cm, 172 cm, 175 cm, 168 cm, 170 cm, 165 cm, 175 cm, 172 cm, 170 cm. Urči průměrnou výšku studenta.
- 16.7 **Průměrný věk skupiny:** Ve skupině pěti přátel je průměrný věk 26,4 let. Jaký je věk pátého člena skupiny, jestliže čtyřem členům je 25, 30, 22 a 27 let.

Modus a medián

17. Vyřeš úlohu:

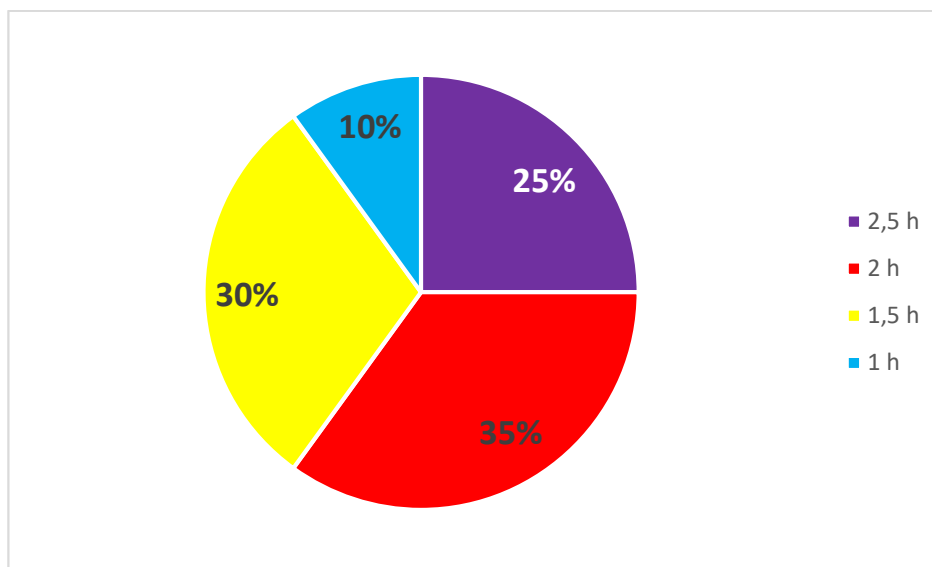
- 17.1 **Věk ve třídě:** Ve třídě je 25 studentů a jejich věky jsou: 18, 19, 20, 18, 22, 19, 20, 21, 19, 18, 20, 23, 19, 22, 20, 18, 22, 20, 21, 22, 19, 20, 22, 19, 18. Urči modus a medián věku.
- 17.2 **Počet dětí v rodině:** V rodině jsou čtyři děti a počet hraček, které mají, je: 15, 12, 14, 15. Urči modus a medián počtu hraček.
- 17.3 **Skóre ve sportovním týmu:** V basketbalovém týmu je skóre hráčů: 22, 18, 20, 22, 18, 21, 19, 23, 22. Urči modus a medián skóre.
- 17.4 **Čas dopravy do práce:** V zaměstnání dojíždí 15 zaměstnanců a časy, které tráví dojížděním, jsou:

25 min	30 min	35 min	40 min
4	5	3	3

Urči modus a medián doby dojíždění.

17.5 **Body ve hře:** Pět hráčů dosáhlo následujících bodů ve hře: 12, 15, 18, 12, 15. Urči modus a medián počtu bodů.

17.6 **Průměrný čas tréninku:** V týmu sportovců trénuje 20 hráčů a doby tréninku jsou:

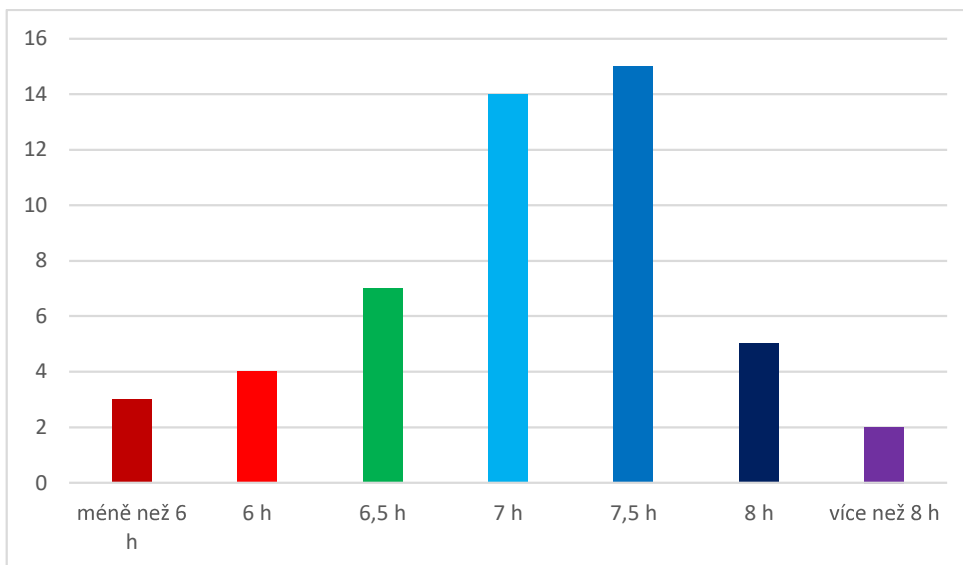


Urči modus a medián tréninkové doby.

17.7 **Výška studentů:** Ve třídě je 30 studentů a jejich výšky jsou: 165 cm, 170 cm, 168 cm, 172 cm, 175 cm, 170 cm, 168 cm, 172 cm, 175 cm, 170 cm, 168 cm, 175 cm, 172 cm, 165 cm, 175 cm, 168 cm, 170 cm, 172 cm, 168 cm, 170 cm, 175 cm, 168 cm, 172 cm, 175 cm, 168 cm, 170 cm, 165 cm, 175 cm, 172 cm, 170 cm. Urči modus a medián výšky.

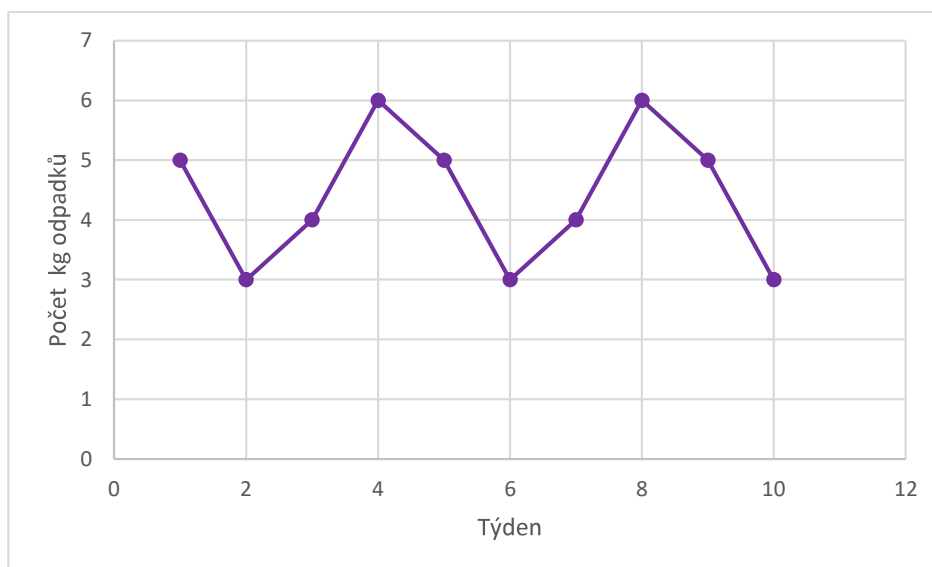
17.8 **Příjem v rodině:** V rodině je pět členů a jejich příjmy jsou: 50 000 Kč, 55 000 Kč, 52 000 Kč, 55 000 Kč, 50 000 Kč. Urči modus a medián rodinného příjmu.

17.9 **Počet hodin spánku:** V anketě o spánku odpovědělo 50 lidí a uvedlo následující počty hodin spánku za noc:



Urči modus a medián počtu hodin spánku.

17.10 **Odpad ve třídě:** Ve třídě ekologie byl proveden průzkum množství odpadu, který studenti generují za týden.



Urči modus a medián množství odpadu.

Řešení příkladů z osmé kapitoly

1.

1.1	1	1.3	2	1.5	120	1.7	3628800
1.2	1	1.4	6	1.6	5040	1.8	87178291200

1.9	4320	1.10	30	1.11	182	1.12	120
-----	------	------	----	------	-----	------	-----

1

2

3

4

5

6

7

8

9

- 1.13 $\frac{1}{2}$ 1.14 $\frac{8}{63}$ 1.15 0 1.16 $\frac{20}{25!}$
- 2.
- 2.1 $\frac{1}{n^2+n}$ 2.4 $\frac{n}{(n+1)!}$ 2.6 $\frac{1-n}{n!}$ 2.8 $\frac{3x+1}{(n+1)!}$
- 2.2 $(n-1)!$ 2.5 $\frac{1}{n}$ 2.7 $n^2 + 3n + 2$
- 2.3 $n - 1$
- 2.9 $\frac{-n^4-2n^3-n^2+1}{n^2+n}$ 2.10 $\frac{n^2+n+1}{n+1}$ 2.11 $\frac{2n+3}{n^2+3n+2}$ 2.12 $\frac{2n+1}{(n+1)!}$
- 3.
- 3.1 $n = 3$ 3.3 $n = 2$ 3.5 $n \in \emptyset$
- 3.2 $n_{1;2} = 0; 4$ 3.4 $n = 2$ 3.6 $n_{1;2} = 2; 4$
- 4.
- 4.1 10 4.3 15 4.5 35 4.7 126
- 4.2 56 4.4 45 4.6 4 4.8 66
- 5.
- 5.1 $n = 4$ 5.2 $n = 8$ 5.3 $n_{1;2} = 0; 5$ 5.4 $n = 5$
- 6.
- 6.1 24 6.2 6 6.3 20 6.4 7776 6.5 Viz dále
- 7.
- 7.1 24 7.3 6 7.5 120 7.7 720
- 7.2 720 7.4 35 280 7.6 120
- 7.8 a) 479 001 600 b) 78 933 600 c) 4 838 400 d) 1 209 600
- 8.
- 8.1 1 663 200 8.2 210 8.3 450
- 9.
- 9.1 12 9.3 a) 2688 b) 1344 c) 120
- 9.2 60 9.4 8
- 10.
- 10.1 39 10.2 46 656 10.3 387 420 489 10.4 5
- 11.
- 11.1 21 11.3 252 11.5 35 11.7 20
- 11.2 84 11.4 10 11.6 120
- 12.
- 12.1 462 12.2 220 12.3 56 12.4 10
- 13.
- 13.1 0,5 13.3 1/6 13.5 0,2 13.7 1/3 13.9 0,25
- 13.2 1/13 13.4 0,5 13.6 11/36 13.8 0,1 13.10 5/26

13.11 0,38

13.12 a) $9,5 \cdot 10^{-7}$ b) 0,00035 c) 0,06

13.13 a) $3/7$ b) $3/14$ b) $4/7$

13.14 $\frac{1}{2}$

14.

14.1 $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

14.5 40

14.2 8

14.6 $16a^4 - 96a^3b + 216a^2b^2 - 216ab^3 + 81b^4$

14.3 21

14.7 13

14.4 11

15.

15.1 Výsledky mohou vypadat například

15.3

následovně:

	1	2	3	4	5	6
Abs	6	7	8	10	8	11
Rel %	12	14	16	2	16	22

	auto	MHD	pěšky
Abs	1200	600	200
Rel %	60	30	10

15.2

	červená	modrá	černá
Abs	10	12	8
Rel %	33	40	27

15.4

	jablka	hrušky	banány
Abs	20	15	15
Rel %	40	30	30

15.5

	fotbal	volejbal	basketbal	hokej	házená	golf	florbal
Rel %	23	17	12	25	6	10	7
Abs	69	51	36	75	18	30	21

16.

16.1 86,7 16.2 13 16.3 1,8 16.4 31,7 16.5 7,07 16.6 170,6 16.7 28

17.

17.1 $\hat{x} = 19; \tilde{x} = 20$

17.6 $\hat{x} = 2 \text{ h}; \tilde{x} = 2 \text{ h}$

17.2 $\hat{x} = 15; \tilde{x} = 14,5$

17.7 $\hat{x} = 170 \text{ cm}; \tilde{x} = 170 \text{ cm}$

17.3 $\hat{x} = 22; \tilde{x} = 21$

17.8 $\hat{x} = 50000 \text{ Kč}; 55000 \text{ Kč}; \tilde{x} = 52000 \text{ Kč}$

17.4 $\hat{x} = 30 \text{ min}; \tilde{x} = 30 \text{ min}$

17.9 $\hat{x} = 7,5 \text{ h}; \tilde{x} = 7 \text{ h}$

17.5 $\hat{x} = 12; 15; \tilde{x} = 15$

17.10 $\hat{x} = 3; 5 \text{ kg}; \tilde{x} = 4,5 \text{ kg}$

1

2

3

4

5

6

7

8

9

Komplexní čísla

Algebraický tvar komplexních čísel	168
Sčítání a odčítání komplexních čísel.....	168
Násobení komplexních čísel.....	168
Grafické znázornění komplexních čísel.....	169
Dělení komplexních čísel.....	170
Absolutní hodnota komplexních čísel.....	171
Mocniny komplexní jednotky	171
Komplexně sdružená čísla	171
Goniometrický tvar komplexních čísel.....	172
Zápis čísel v algebraickém a goniometrickém tvaru.....	172
Násobení a dělení komplexních čísel v goniometrickém tvaru	172
Mocniny komplexních čísel	173
Rovnice v oboru komplexních čísel	174
Lineární rovnice	174
Kvadratické rovnice	174
Řešení úloh z deváté kapitoly	175

1

2

3

4

5

6

7

8

9

Algebraický tvar komplexních čísel

Sčítání a odčítání komplexních čísel

1. Vypočítej:

1.1 $(2 + 3i) + (4 - 2i)$

1.2 $(5 - 2i) + (-3 + 6i)$

1.3 $(7 + 4i) - (1 - 2i)$

1.4 $(-2 + 5i) - (3 + 7i)$

1.5 $(6 + 9i) + (2 - 4i)$

1.6 $(-4 - 6i) + (-2 + 8i)$

1.7 $(3 + 7i) - (5 - 2i)$

1.8 $(-1 + 4i) - (6 + 3i)$

1.9 $(9 - 2i) + (5 + 6i)$

1.10 $(-3 + 2i) + (-7 - 5i)$

1.11 $(4 + 3i) - (-2 - 6i)$

1.12 $(-5 + 8i) + (1 - 4i)$

1.13 $(2 - 7i) - (6 + 5i)$

1.14 $(-1 + 6i) + (3 - 2i)$

1.15 $(7 + 2i) - (4 + 8i)$

1.16 $(3 - 5i) + (-6 + 9i)$

1.17 $(-2 + 4i) - (8 - 3i)$

1.18 $(5 + 7i) + (1 + 2i)$

1.19 $(-4 - 8i) + (6 - 3i)$

1.20 $(9 + 6i) - (-7 - 4i)$

1.21 $(2 + 3i) + (4 - 2i) - (1 + 5i)$

1.22 $(-3 + 2i) + (5 - 6i) - (2 + 4i)$

1.23 $(7 + 4i) - (1 - 2i) + (3 + 6i)$

1.24 $(-2 + 5i) - (3 + 7i) + (1 - 4i)$

1.25 $(6 + 9i) + (2 - 4i) - (3 + 2i)$

1.26 $(-4 - 6i) + (-2 + 8i) - (5 + 1i)$

1.27 $(3 + 7i) - (5 - 2i) + (-1 + 3i)$

1.28 $(-1 + 4i) - (6 + 3i) + (2 - 5i)$

1.29 $(9 - 2i) + (5 + 6i) - (4 - 3i)$

1.30 $(-3 + 2i) + (-7 - 5i) + (1 + 8i)$

Násobení komplexních čísel

2. Vypočítej:

2.1 $(2 + 3i) \cdot (4i)$

2.2 $(-1 - 2i) \cdot (3i)$

2.3 $(5 + 6i) \cdot (-2i)$

2.4 $(3 - i) \cdot (7i)$

2.5 $(-4 + 2i) \cdot (-5i)$

2.6 $(1 + 4i) \cdot (6i)$

2.7 $(-2 - 5i) \cdot (-3i)$

2.8 $(7 - 8i) \cdot (2i)$

2.9 $(-6 + 3i) \cdot (-9i)$

2.10 $(2 + 3i) \cdot (4 - 2i)$

2.11 $(-1 - 2i) \cdot (3 + 5i)$

2.12 $(5 + 6i) \cdot (-2 - 4i)$

2.13 $(3 - i) \cdot (7 + 2i)$

2.14 $(-4 + 2i) \cdot (-5 - 3i)$

2.15 $(1 + 4i) \cdot (6 - 7i)$

2.16 $(-2 - 5i) \cdot (-3 + 2i)$

2.17 $(7 - 8i) \cdot (2 + 3i)$

2.18 $(-6 + 3i) \cdot (-9 - 1i)$

2.19 $(4 + 7i) \cdot (1 - 6i)$

2.20 $(2 - 3i) \cdot (4 + 2i)$

2.21 $(-1 + 2i) \cdot (3 - 5i)$

2.22 $(5 - 6i) \cdot (-2 + 4i)$

2.23 $(3 + i) \cdot (7 - 2i)$

2.24 $(-4 - 2i) \cdot (-5 + 3i)$

2.30 $(2 + 3i) \cdot (2 - 3i)$

2.31 $(-1 - 2i) \cdot (-1 + 2i)$

2.32 $(5 + 6i) \cdot (5 - 6i)$

2.33 $(3 - i) \cdot (3 + i)$

2.34 $(-4 + 2i) \cdot (-4 - 2i)$

2.25 $(1 - 4i) \cdot (6 + 7i)$

2.26 $(-2 + 5i) \cdot (-3 - 2i)$

2.27 $(7 + 8i) \cdot (2 - 3i)$

2.28 $(-6 - 3i) \cdot (-9 + 1i)$

2.29 $(4 - 7i) \cdot (1 + 6i)$

2.35 $(1 + 4i) \cdot (1 - 4i)$

2.36 $(-2 - 5i) \cdot (-2 + 5i)$

2.37 $(7 - 8i) \cdot (7 + 8i)$

2.38 $(-6 + 3i) \cdot (-6 - 3i)$

2.39 $(4 + 7i) \cdot (4 - 7i)$

Grafické znázornění komplexních čísel

3. Znázorni komplexní čísla v Gaussově rovině:

3.1 $2 + 3i$

3.3 $2i$

3.5 $-3 + i$

3.7 $2 + i$

3.2 $-1 - 4i$

3.4 $4 - 2i$

3.6 $1 - 5i$

3.8 $-4 - 3i$

4. Je dáno číslo $1 + i$. Přičti k němu následující čísla a výsledky graficky znázorni:

4.1 $2i$

4.3 $-1,5i$

4.5 $1 + i$

4.7 $1 - i$

4.2 -3

4.4 1

4.6 $-1 - i$

4.8 $-2 - 2i$

5. Je dáno číslo $2 + 2i$. Číslo vynásob následujícími čísly a výsledky graficky znázorni:

5.1 -1

5.4 $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$

5.7 $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}i$

5.2 i

5.5 $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$

5.8 $0,94 + 0,34i$

5.3 $-i$

5.6 $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

6. Vyřeš úlohu:

V Gaussově rovině je dán čtverec s vrcholy danými komplexními čísly:

$$A = 2$$

$$B = 4 + i$$

$$C = 3 + 3i$$

$$D = 1 + 2i$$

- 6.1 Zakresli čtverec do Gaussovy roviny.
- 6.2 Pomocí násobení číslem $-i$ otoč čtverec okolo čísla 0 o 270° a výsledný čtverec zakresli.
- 6.3 Urči vzdálenost bodu B od počátku Gaussovy roviny (čísla 0).
- 6.4 Urči vzdálenost bodů B a D .

Dělení komplexních čísel

7. Uprav komplexní čísla do základního tvaru:

$$7.1 \quad \frac{3 - 2i}{7i}$$

$$7.4 \quad \frac{2 + 4i}{-3i}$$

$$7.7 \quad \frac{-1 + 2i}{-9i}$$

$$7.10 \quad \frac{1 + 6i}{-10i}$$

$$7.2 \quad \frac{-4 + i}{-2i}$$

$$7.5 \quad \frac{-7 - 3i}{-2i}$$

$$7.8 \quad \frac{9 + 7i}{6i}$$

$$7.3 \quad \frac{6 + 5i}{4i}$$

$$7.6 \quad \frac{8 - 6i}{-5i}$$

$$7.9 \quad \frac{-5 - 4i}{-8i}$$

$$7.11 \quad \frac{2 + 3i}{3 - 4i}$$

$$7.14 \quad \frac{3 - i}{2 + 2i}$$

$$7.17 \quad \frac{-2 - 5i}{-3 + 2i}$$

$$7.20 \quad \frac{4 + 7i}{-3 - i}$$

$$7.12 \quad \frac{-1 - 2i}{2 + i}$$

$$7.15 \quad \frac{-4 + 2i}{-1 + 3i}$$

$$7.18 \quad \frac{7 - 8i}{-1 - i}$$

$$7.13 \quad \frac{5 + 6i}{1 - i}$$

$$7.16 \quad \frac{1 + 4i}{3 - 2i}$$

$$7.19 \quad \frac{-6 + 3i}{-2 - 2i}$$

1

2

3

4

5

6

7

8

9

Absolutní hodnota komplexních čísel

8. Urči absolutní hodnotu komplexního čísla:

8.1 $4 + 3i$ 8.4 $9 + 12i$ 8.7 $6 + 8i$ 8.10 $14 - 48i$

8.2 $-5 - 12i$ 8.5 $-7 + 24i$ 8.8 $-15 + 20i$

8.3 $8 - 6i$ 8.6 $-10 - 24i$ 8.9 $-21 - 28i$

8.11 $2 + 3i$ 8.14 $4 - 2i$ 8.17 $2 + i$ 8.20 $-2 + 2i$

8.12 $-1 - 4i$ 8.15 $-3 + i$ 8.18 $-4 - 3i$

8.13 $2i$ 8.16 $1 - 5i$ 8.19 $3 + 4i$

8.21 $\frac{2}{1+i}$ 8.24 $\frac{4-6i}{2i}$ 8.27 $\frac{8}{-5i}$ 8.30 $\frac{12}{4-2i}$

8.22 $\frac{3+3i}{1-i}$ 8.25 $\frac{6+4i}{-3+2i}$ 8.28 $\frac{6-2i}{3+i}$

8.23 $\frac{25}{4+3i}$ 8.26 $\frac{7}{i}$ 8.29 $\frac{1+5i}{-2-3i}$

Mocniny komplexní jednotky

9. Vypočítej:

9.1 i^2 9.3 i^4 9.5 i^6 9.7 i^8

9.2 i^3 9.4 i^5 9.6 i^7 9.8 i^9

Komplexně sdružená čísla

10. Je dáno číslo $z = 3 - i$. Urči komplexně sdružené číslo \bar{z} a vypočítej:

10.1 $z + \bar{z}$ 10.2 $z - \bar{z}$ 10.3 $z \cdot \bar{z}$ 10.4 $z : \bar{z}$

Goniometrický tvar komplexních čísel

Zápis čísel v algebraickém a goniometrickém tvaru

11. Zapiš čísla v goniometrickém tvaru:

11.1 $2i$

11.4 $2 + 2i$

11.7 $-1 + i$

11.2 4

11.5 $1 + \sqrt{3}i$

11.8 $3 - 3i$

11.3 0

11.6 $\sqrt{3} + i$

11.9 $-4 - 4i$

11.10 $7 + 3i$

11.12 $4 + 5i$

11.14 $-5 + 4i$

11.11 $7 + 5i$

11.13 $-5 + i$

11.15 $4 - 3i$

12. Zapiš čísla v algebraickém tvaru:

12.1 $4(\cos 0^\circ + i \sin 0^\circ)$

12.6 $4\sqrt{3}(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$

12.2 $3(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ)$

12.7 $2(\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ)$

12.3 $2(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ)$

12.8 $7\sqrt{2}(\cos 315^\circ + i \sin 315^\circ)$

12.4 $5(\cos 360^\circ + i \sin 360^\circ)$

12.9 $3(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ)$

12.5 $2\sqrt{2}(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$

12.10 $(\cos 108^\circ + i \sin 108^\circ)$

12.12 $8(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)$

12.11 $2(\cos 100^\circ + i \sin 100^\circ)$

12.13 $4(\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ)$

Násobení a dělení komplexních čísel v goniometrickém tvaru

13. Vynásob a výsledek zapiš v algebraickém tvaru:

13.1 $z_1 = 3(\cos 74^\circ + i \sin 74^\circ)$

$z_2 = 4(\cos 106^\circ + i \sin 106^\circ)$

13.2 $z_1 = 6,5(\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)$

$z_2 = 2(\cos 20^\circ + i \sin 20^\circ)$

13.3 $z_1 = (\cos 25^\circ + i \sin 25^\circ)$

$z_2 = \sqrt{2}(\cos 200^\circ + i \sin 200^\circ)$

14. Vyřeš úlohu:

Je dán bod A zadaný v Gaussově rovině komplexním číslem $1 + i$. Pomocí násobení komplexním číslem otoč daný bod proti směru hodinových ručiček o úhel:

- | | | | | | | | | | |
|------|-------------|------|-------------|------|------------|------|-------------|-------|-------------|
| 14.1 | 90° | 14.3 | 270° | 14.5 | 45° | 14.7 | 30° | 14.9 | 210° |
| 14.2 | 180° | 14.4 | 360° | 14.6 | 60° | 14.8 | 135° | 14.10 | 345° |

15. Vyděl a výsledek zapiš v algebraickém tvaru:

- | | | |
|------|---|--|
| 15.1 | $z_1 = 2 (\cos 270^\circ + i \sin 270^\circ)$ | $z_2 = \sqrt{2} (\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ)$ |
| 15.2 | $z_1 = 9 (\cos 220^\circ + i \sin 220^\circ)$ | $z_2 = 3 (\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)$ |
| 15.3 | $z_1 = (\cos 300^\circ + i \sin 300^\circ)$ | $z_2 = \sqrt{3} (\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$ |

16. Vyřeš úlohu:

Je dán bod A zadaný v Gaussově rovině komplexním číslem $1 + i$. Pomocí dělení komplexním číslem otoč daný bod po směru hodinových ručiček o úhel:

- | | | | | | | | | | |
|------|-------------|------|-------------|------|------------|------|-------------|-------|-------------|
| 16.1 | 90° | 16.3 | 270° | 16.5 | 45° | 16.7 | 30° | 16.9 | 210° |
| 16.2 | 180° | 16.4 | 360° | 16.6 | 60° | 16.8 | 135° | 16.10 | 345° |

Mocniny komplexních čísel

17. Umocni a výsledky zapiš v goniometrickém tvaru:

- | | | | | | |
|------|-------------|------|-------------|------|-------------|
| 17.1 | $(1 + i)^1$ | 17.2 | $(1 + i)^2$ | 17.3 | $(1 + i)^3$ |
|------|-------------|------|-------------|------|-------------|

Z těchto výsledků se pokus odvodit pravidlo pro umocňování komplexních čísel.

18. Umocni a výsledek zapiš v algebraickém tvaru:

(vzorce pro výpočet dané mocniny dvojčlenu vyhledej na internetu nebo v tabulkách)

- | | | | | | |
|----|-------------|----|--------------|----|---------------------|
| 1. | $(1 + i)^2$ | 3. | $(-1 + i)^4$ | 5. | $(-\sqrt{3} + i)^2$ |
| 2. | $(1 - i)^3$ | 4. | $(-1 - i)^5$ | 6. | $(1 + \sqrt{3}i)^3$ |

19. Převed' na goniometrický tvar a následně umocni, výsledky porovnej s předchozím cvičením:

- | | | | | | |
|------|--------------|------|---------------------|------|---------------------|
| 19.1 | $(1 + i)^2$ | 19.4 | $(-1 - i)^5$ | 19.6 | $(1 + \sqrt{3}i)^3$ |
| 19.2 | $(1 - i)^3$ | 19.5 | $(-\sqrt{3} + i)^2$ | | |
| 19.3 | $(-1 + i)^4$ | | | | |

20. Umocni a výsledek zapiš v algebraickém tvaru:

20.1 $(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)^3$

20.5 $[\sqrt{2}(\cos 9^\circ + i \sin 9^\circ)]^5$

20.2 $(\cos 63^\circ + i \sin 63^\circ)^5$

20.6 $[\sqrt{3}(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)]^7$

20.3 $[2(\cos 20^\circ + i \sin 20^\circ)]^6$

20.4 $[3(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)]^4$

Rovnice v oboru komplexních čísel

Lineární rovnice

21. V oboru komplexních čísel vyřeš lineární rovnici:

21.1 $4z - 2i = 8z + 4$

21.6 $(-2 + 3i)z + 4 = 2 - 10i$

21.2 $(1 + i)z = -4i$

21.7 $(2 - i)z + 3 = 3z + i$

21.3 $3z + 4i = 6 + 2iz$

21.8 $(3i - 2)z + 2 = 5z + 2$

21.4 $(-5 + 2i)z = 3 - 7i$

21.9 $6z + 5 = (4 + 2i)z$

21.5 $(1 - 2i)z = -7 + 4i$

21.10 $(4 - i)z + 7i = 2z - 11$

21.11 $2z + 3\bar{z} = 5$

21.16 $(2 + i)z - 4\bar{z} = 3 - 7i$

21.12 $-iz + 2\bar{z} = 1 + 3i$

21.17 $(-i + 3)z + (4 - 2i)\bar{z} = 58 - 116i$

21.13 $z + 2i\bar{z} = 6 - 3i$

21.18 $(5i - 1)z - 2\bar{z} = 9 - 4i$

21.14 $(4 + i)z - (2 - 3i)\bar{z} = 7 + 5i$

21.19 $(2 + i)z + (3 - 4i)\bar{z} = -5 + 6i$

21.15 $(3 - 2i)z + (1 + i)\bar{z} = 4 - i$

21.20 $(-3 + 2i)z + (4 + 5i)\bar{z} = 7 - 7i$

Kvadratické rovnice

22. V oboru komplexních čísel vyřeš kvadratickou rovnici:

22.1 $x^2 - 6x + 10 = 0$

22.5 $x^2 + 2x + 2 = 0$

22.2 $x^2 - 2x + 2 = 0$

22.6 $2x^2 + 6x + 5 = 0$

22.3 $x^2 - 6x + 13 = 0$

22.7 $5x^2 + 8x + 5 = 0$

22.4 $-x^2 + 4x - 20 = 0$

22.8 $2x^2 + 2x + 1 = 0$

22.9 $x^2 - x + 1 = 0$

22.11 $2x^2 - 6x + 7 = 0$

22.10 $2x^2 - 8x + 9 = 0$

22.12 $2x^2 - 2x + 1 = 0$

22.13 $x^2 - ix + 2 = 0$

22.15 $x^2 - x - i + 1 = 0$

22.14 $x^2 + (-2 + 2i)x - 2i = 0$

22.16 $x^2 - (1 + 2i)x + 2i = 0$

23. V oboru komplexních čísel vyřeš binomickou rovnicí a řešení zakresli do Gaussovy roviny:

23.1 $z^2 - 1 = 0$

23.3 $z^4 - 1 = 0$

23.5 $z^6 - 1 = 0$

23.2 $z^3 - 1 = 0$

23.4 $z^5 - 1 = 0$

23.6 $z^8 - 1 = 0$

24. V oboru komplexních čísel vyřeš binomickou rovnicí:

24.1 $x^3 - 8 = 0$

24.3 $x^3 - 27 = 0$

24.5 $x^3 - 64 = 0$

24.2 $x^4 - 16 = 0$

24.4 $x^4 - 81 = 0$

24.6 $x^4 - 256 = 0$

Řešení úloh z deváté kapitoly

1.

1.1 $6 + i$ 1.5 $8 + 5i$ 1.9 $14 + 4i$ 1.13 $-4 - 12i$ 1.17 $-10 + 7i$

1.2 $2 + 4i$ 1.6 $-6 + 2i$ 1.10 $-10 - 3i$ 1.14 $2 + 4i$ 1.18 $6 + 9i$

1.3 $6 + 6i$ 1.7 $-2 + 9i$ 1.11 $6 + 9i$ 1.15 $3 - 6i$ 1.19 $2 - 11i$

1.4 $-5 - 2i$ 1.8 $-7 + i$ 1.12 $-4 + 4i$ 1.16 $-3 + 4i$ 1.20 $16 + 10i$

1.21 $5 - 4i$ 1.23 $9 + 12i$ 1.25 $5 + 3i$ 1.27 $-3 + 12i$ 1.29 $10 + 7i$

1.22 $-8i$ 1.24 $-4 - 6i$ 1.26 $-11 + i$ 1.28 $-5 - 4i$ 1.30 $-9 + 5i$

2.

2.1 $-12 + 8i$ 2.3 $12 - 10i$ 2.5 $10 + 20i$ 2.7 $-15 + 6i$ 2.9 $27 + 54i$

2.2 $6 - 3i$ 2.4 $7 + 21i$ 2.6 $-24 + 6i$ 2.8 $16 + 14i$

2.10 $14 + 8i$ 2.14 $26 + 2i$ 2.18 $57 - 21i$ 2.22 $14 + 32i$ 2.26 $16 - 11i$

2.11 $7 - 11i$ 2.15 $34 + 17i$ 2.19 $46 - 17i$ 2.23 $23 + i$ 2.27 $38 - 5i$

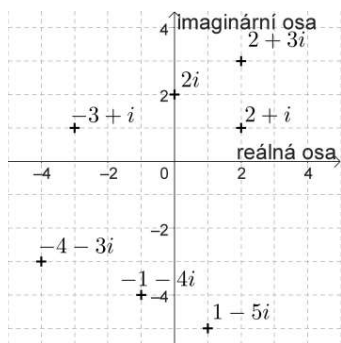
2.12 $14 - 32i$ 2.16 $16 + 11i$ 2.20 $14 - 8i$ 2.24 $26 - 2i$ 2.28 $57 + 21i$

2.13 $23 - i$ 2.17 $38 + 5i$ 2.21 $7 + 11i$ 2.25 $34 - 17i$ 2.29 $46 + 17i$

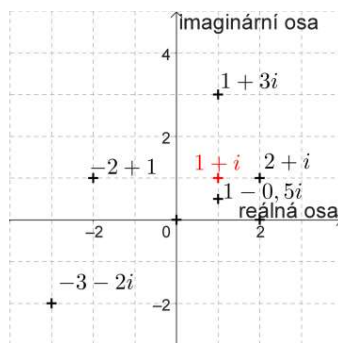
2.30 13 2.32 61 2.34 20 2.36 29 2.38 45

2.31 5 2.33 10 2.35 17 2.37 113 2.39 65

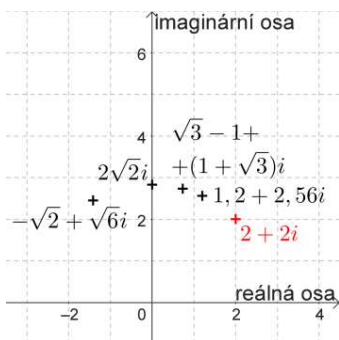
3.



4.

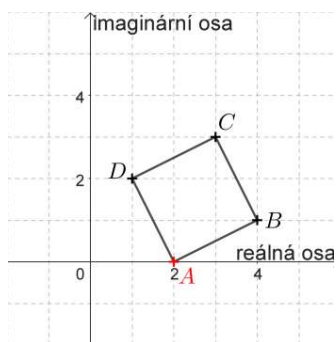


5.

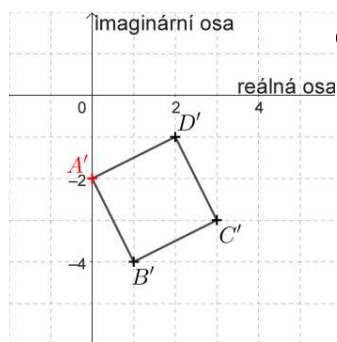


6.

6.1



6.2



6.3 $|BO| = \sqrt{17}$

6.4 $|BD| = \sqrt{10}$

7.

7.1 $-\frac{2}{7} - \frac{3}{7}i$

7.3 $\frac{5}{4} - \frac{3}{2}i$

7.5 $\frac{3}{2} - \frac{7}{2}i$

7.7 $-\frac{2}{9} - \frac{1}{9}i$

7.9 $\frac{1}{2} - \frac{5}{8}i$

7.2 $-\frac{1}{2} - 2i$

7.4 $-\frac{4}{3} + \frac{2}{3}i$

7.6 $\frac{6}{5} + \frac{8}{5}i$

7.8 $\frac{7}{6} - \frac{3}{2}i$

7.10 $-\frac{3}{5} + \frac{1}{10}i$

7.11 $-\frac{6}{25} + \frac{17}{25}i$

7.13 $-\frac{1}{2} + \frac{11}{2}i$

7.15 $1 + i$

7.17 $-\frac{4}{13} + \frac{19}{13}i$

7.19 $\frac{3}{4} - \frac{9}{4}i$

7.12 $-\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$

7.14 $\frac{1}{2} - i$

7.16 $-\frac{5}{13} + \frac{14}{13}i$

7.18 $\frac{1}{2} + \frac{15}{2}i$

7.20 $-\frac{19}{10} - \frac{17}{10}i$

8.

8.1 5

8.3 10

8.5 25

8.7 10

8.9 35

8.2 13

8.4 15

8.6 26

8.8 25

8.10 50

1

2

3

4

5

6

7

8

9

- 8.11 $\sqrt{13}$ 8.13 2 8.15 $\sqrt{10}$ 8.17 $\sqrt{5}$ 8.19 5
 8.12 $\sqrt{17}$ 8.14 $2\sqrt{5}$ 8.16 $\sqrt{26}$ 8.18 5 8.20 $2\sqrt{2}$
 8.21 $\sqrt{2}$ 8.23 5 8.25 2 8.27 $\frac{8}{5}$ 8.29 $\sqrt{2}$
 8.22 3 8.24 $\sqrt{13}$ 8.26 7 8.28 2 8.30 $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

9.

- 9.1 -1 9.3 1 9.5 -1 9.7 1
 9.2 -i 9.4 i 9.6 -i 9.8 i

10.

- 10.1 6 10.2 -2i 10.3 10 10.4 $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$

11.

- 11.1 $2(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ)$ 11.4 $2\sqrt{2}(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$ 11.7 $\sqrt{2}(\cos 105^\circ + i \sin 105^\circ)$
 11.2 $4(\cos 0^\circ + i \sin 0^\circ)$ 11.5 $2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$ 11.8 $3\sqrt{2}(\cos 315^\circ + i \sin 315^\circ)$
 11.3 0 11.6 $2(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$ 11.9 $4\sqrt{2}(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ)$

- 11.10 $\approx \sqrt{58}(\cos 23,20^\circ + i \sin 23,20^\circ)$ 11.13 $\approx \sqrt{26}(\cos 168,69^\circ + i \sin 168,69^\circ)$
 11.11 $\approx \sqrt{74}(\cos 35,54^\circ + i \sin 35,54^\circ)$ 11.14 $\approx \sqrt{41}(\cos 141,34^\circ + i \sin 141,34^\circ)$
 11.12 $\approx \sqrt{41}(\cos 51,34^\circ + i \sin 51,34^\circ)$ 11.15 $\approx 5(\cos 312,13^\circ + i \sin 312,13^\circ)$

12.

- 12.1 4 12.4 5 12.7 $-\sqrt{3} + i$ 12.9 $-\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2}i$
 12.2 -3 12.5 $2 + 2i$ 12.8 $7 - 7i$
 12.3 $2i$ 12.6 $6 + 2\sqrt{3}i$

- 12.10 $\approx -0,31 + 0,95i$ 12.12 $(2\sqrt{6} + 2\sqrt{2}) + (2\sqrt{6} - 2\sqrt{2})i$
 12.11 $\approx -0,35 + 1,97i$ 12.13 $(\sqrt{6} - \sqrt{2}) + (\sqrt{2} + \sqrt{6})i$

13.

- 13.1 $12(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) = -12$ 13.3 $\sqrt{2}(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ) = -1 - i$
 13.2 $13(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ) = \frac{13}{2} + \frac{13\sqrt{2}}{2}i$

14.

- 14.1 $-1 + i$ 14.5 $\sqrt{2}i$ 14.9 $\sqrt{2}(\cos 255^\circ + i \sin 255^\circ)$
 14.2 $-1 - i$ 14.6 $\sqrt{2}(\cos 105^\circ + i \sin 105^\circ)$ 14.10 $\frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$
 14.3 $1 - i$ 14.7 $\sqrt{2}(\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ)$
 14.4 $1 + i$ 14.8 $-\sqrt{2}$

15.

- 15.1 $-1 + i$ 15.2 -3 15.3 $-\frac{\sqrt{3}}{9} - \frac{1}{2}i$

16.

16.1 $1 - i$

16.2 $-1 - i$

16.3 $-1 + i$

16.4 $1 + i$

16.5 $\sqrt{2}$

16.6 $\sqrt{2}(\cos 345^\circ + i \sin 345^\circ)$

16.7 $\sqrt{2}(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)$

16.8 $-\sqrt{2}i$

16.9 $\sqrt{2}(\cos 195^\circ + i \sin 195^\circ)$

16.10 $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i$

17.

17.1 $\sqrt{2}(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$

17.2 $2(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ)$

17.3 $2\sqrt{2}(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ)$

18.

18.1 $2i$

18.3 -4

18.5 $2 - 2\sqrt{3}i$

18.2 $-2 - 2i$

18.4 $4 - 4i$

18.6 -8

19.

19.1 $2(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ) = 2i$

19.4 $4\sqrt{2}(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ) = 4 - 4i$

19.2 $2\sqrt{2}(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ) = -2 - 2i$

19.5 $4(\cos 300^\circ + i \sin 300^\circ) = 2 - 2\sqrt{3}i$

19.3 $4(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) = -4$

19.6 $8(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) = -8$

20.

20.1 $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$

20.3 $-32 + 32\sqrt{3}i$

20.5 $4 + 4i$

20.2 $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$

20.4 $-\frac{81}{2} - \frac{81\sqrt{3}}{2}i$

20.6 $-\frac{81}{2} - \frac{27\sqrt{3}}{2}i$

21.

21.1 $z = -1 - \frac{1}{2}i$

21.5 $-3 - 2i$

21.9 $z = -1,25 - 1,25i$

21.2 $z = -2 - 2i$

21.6 $-2 + 2i$

21.10 $-3 - 5i$

21.3 $z = 2$

21.7 $z = 1 - 2i$

21.4 $z = -1 + i$

21.8 $z = 0$

21.11 $z = 1$

21.15 $z = 1$

21.19 $z = -\frac{7}{4} - \frac{3}{4}i$

21.12 $z = \frac{5}{3} - \frac{7}{3}i$

21.16 $z = -1 - i$

21.20 $z = 1 + 2i$

21.13 $z = -4 + 5i$

21.17 $z = \frac{87}{5} + \frac{319}{5}i$

21.14 $z = 8 - \frac{9}{2}i$

21.18 $z = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$

22.

22.1 $x_{1,2} = 3 \pm i$

22.4 $x_{1,2} = 2 \pm 4i$

22.7 $x_{1,2} = -\frac{4}{5} \pm \frac{3}{5}i$

22.2 $x_{1,2} = 1 \pm i$

22.5 $x_{1,2} = -9 \pm i$

22.8 $x_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}i$

22.3 $x_{1,2} = 3 \pm 2i$

22.6 $x_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm \frac{1}{2}i$

22.9 $x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$

22.11 $x_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{2}i$

22.10 $x_{1,2} = 2 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$

22.12 $x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}i$

22.13 $x_1 = 2i, x_2 = i$

22.14 $x = 1 - i$

22.15 $x_1 = -i, x_2 = 1 + i$

1

2

3

4

5

6

7

8

9

22.16 $x_1 = 2i, x_2 = 1$

23.

23.1 $z_{1;2} \pm 1$

23.2 $z_1 = 1, z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_3 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

23.3 $z_1 = 1, z_2 = i, z_3 = -1, z_4 = -i$

23.4 $z_1 = 1, z_2 \doteq 0,309 + 0,951i, z_3 \doteq 0,809 + 0,588i, z_4 \doteq -0,809 - 0,588i, z_5 \doteq 0,309 - 0,951i$

23.5 $z_1 = 1, z_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_3 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_4 = -1, z_5 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_6 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i,$

23.6 $z_1 = 1, z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i, z_3 = i, z_4 = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i, z_5 = -1, z_6 = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i, z_7 = -i, z_8 = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$

24.

24.1 $z_1 = 2, z_2 = -1 + \sqrt{3}i, z_3 = -1 - \sqrt{3}i$

24.4 $z_1 = 3, z_2 = 3i, z_3 = -3, z_4 = -3i$

24.2 $z_1 = 2, z_2 = 2i, z_3 = -2, z_4 = -2i$

24.5 $z_1 = 4, z_2 = -2 + 2\sqrt{3}i, z_3 = z_2 = -2 - 2\sqrt{3}i$

24.3 $z_1 = 3, z_2 = -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i, z_3 = -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

24.6 $z_1 = 4, z_2 = 4i, z_3 = -4, z_4 = -4i$

1

2

3

4

5

6

7

8

9