

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING

VEKTOROVÉ ŘÍZENÍ SYNCHRONNÍHO STROJE

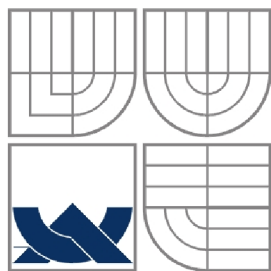
BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

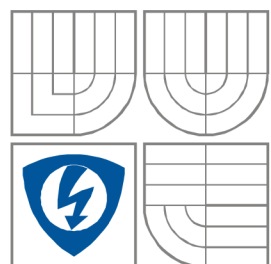
ZBYNĚK RAJCHMAN

BRNO 2009



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLÓGIÍ**

**ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY
A ELEKTRONIKY**

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC
ENGINEERING

VEKTOROVÉ ŘÍZENÍ SYNCHRONNÍHO STROJE

VECTOR CONTROL OF SYNCHRONOUS MACHINE

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

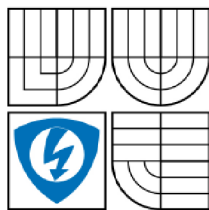
ZBYNĚK RAJCHMAN

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

**Ing. MUSTAFA OSMAN ELRAYAH
ABOELHASSAN**

BRNO, 2009



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor
Silnoproudá elektrotechnika a výkonová elektronika

Student: Zbyněk Rajchman

Ročník: 3

ID: 83306

Akademický rok: 2008/09

NÁZEV TÉMATU:

Vektorové řízení synchronního stroje

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1. Prozkoumejte matematické modely synchronního stroje.
2. Identifikujte parametry matematického modelu.
3. Sestavte model synchronního motoru s permanentními magnety v programu Matlab-Simulink.
4. Prostudujte vektorové řízení synchronního stroje

DOPORUČENÁ LITERATURA:

Dle doporučení vedoucího

Termín zadání: 1.10.2008

Termín odevzdání: 29.05.2009

Vedoucí projektu: Ing. Mustafa Osman Elrayah Aboelhassan

doc. Ing. Čestmír Ondrůšek, CSc.

předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor semestrální práce nesmí při vytváření semestrální práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

Abstrakt

Cíl této práce je popsat matematický model synchronního motoru s permanentními magnety (PMSM) použitím (d-q osy). D-q model PMSM byl vytvořen na souřadnicové soustavě spojené s rotorem, to je provedeno převedením trojfázových napětí a proudů do proměnných d-q použitím Parkové transformace. Matematický model PMSM byl ověřený a navržený v MATLAB-SIMULINK.

Abstract

The aim of this thesis is to describe the mathematical model of a permanent magnet synchronous motor (PMSM) using (d-q axis). The d-q model of the PMSM has been developed on rotor reference frame, it is done by converting the three phase voltages and currents to dq variables by using Parks transformation. The mathematical model of PMSM has been verified and designed in MATLAB-SIMULINK.

Klíčová slova

Synchronní stroj; synchronní motor s permanentními magnety PMSM; matematický model PMSM; vektorové řízení.

Keywords

Synchronous machines; Permanent magnet synchronous motor PMSM; mathematical model of PMSM; vector control.

Bibliografická citace

RAJCHMAN, Z. Vektorové řízení synchronního stroje. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2009. 57 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Mustafa Osman Elrayah Aboelhassan.

Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma Vektorové řízení synchronního stroje jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne

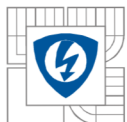
Podpis autora

Poděkování

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Ing. Mustafa Osman Elrayah Aboelhassan za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

V Brně dne

Podpis autora



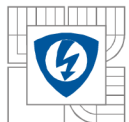
OBSAH

1 SYNCHRONNÍ STROJE	11
1.1 SYNCHRONNÍ MOTOR BUZENÝ PERMANENTNÍMI MAGNETY NA ROTORU	11
1.1.1 MAGNETY	13
1.1.1.1 Magneticky tvrdé ferity	13
1.1.1.2 Permanentní magnety ze vzácných zemin	13
2 MATEMATICKÝ MODEL SYNCHRONNÍHO MOTORU	14
2.1 SYNCHRONNÍ STROJ S BUDICÍM VINUTÍM V PŘÍČNÉ A PODÉLNÉ OSE	15
2.2 SYNCHRONNÍ STROJ BEZ BUDICÍHO VINUTÍ V PŘÍČNÉ OSE	19
2.2.1 INDUKČNOSTI SYNCHRONNÍHO STROJE S VYNIKLÝMI PÓLY	23
2.3 LINEÁRNÍ TRANSFORMACE ZÁKLADNÍCH ROVNIC SYNCHRONNÍHO STROJE	28
2.3.1 TRANSFORMACE V PROGRAMU MATLAB SIMULINK	29
2.3.2 LINEÁRNÍ TRANSFORMACE	31
2.3.3 LINEÁRNÍ TRANSFORMACE NAPĚŤOVÝCH ROVNIC	36
2.3.4 LINEÁRNÍ TRANSFORMACE ROVNIC PRO SPŘAŽENÉ MAGNETICKÉ TOKY	38
2.3.5 VÝKON A MOMENT SYNCHRONNÍHO STROJE	41
2.4 MATEMATICKÝ MODEL SYNCHRONNÍHO MOTORU S PM	43
3 NÁVRH REGULAČNÍCH STRUKTUR.....	45
3.1 REGULACE PROUDU	45
3.2 REGULACE OTÁČEK.....	48
4 VEKTOROVÉ ŘÍZENÍ.....	51
5 ZÁVĚR.....	53
LITERATURA	54
PŘÍLOHA A	55
PŘÍLOHA B.....	56
PŘÍLOHA C	57



SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obrázek 1.1 Způsoby provedení permanentních magnetů na rotoru.....</i>	<i>12</i>
<i>Obrázek 2.1 Schéma synchronního stroje s vyniklými póly</i>	<i>15</i>
<i>Obrázek 2.2 Schéma synchronního stroje s vyniklými póly</i>	<i>19</i>
<i>Obrázek 2.3 Vysvětlení vztahu pro vzájemnou indukčnost fáze a a budicího vinutí f.....</i>	<i>23</i>
<i>Obrázek 2.4 Vysvětlení vztahu pro vlastní indukčnost fáze a.....</i>	<i>25</i>
<i>Obrázek 2.5 Vysvětlení vztahu pro vzájemnou indukčnost L_{bc}.....</i>	<i>26</i>
<i>Obrázek 2.6 Soustavy os pro matematický popis synchronního stroje</i>	<i>28</i>
<i>Obrázek 2.7 Blokové schéma transformace</i>	<i>30</i>
<i>Obrázek 2.8 Průběhy napětí.....</i>	<i>30</i>
<i>Obrázek 2.9 Náhradní elektrické schéma synchronního.....</i>	<i>43</i>
<i>Obrázek 2.10 Blokové schéma SMPM v Matlab Simulink</i>	<i>44</i>
<i>Obrázek 2.11 Průběh proudů a otáček PMSM.....</i>	<i>44</i>
<i>Obrázek 3.1 Blokové schéma regulační smyčky.....</i>	<i>46</i>
<i>Obrázek 3.2 Blokové schéma regulace proudu</i>	<i>47</i>
<i>Obrázek 3.3 Blokové schéma regulátoru</i>	<i>47</i>
<i>Obrázek 3.4 Odezva regulátoru I na jednotkový skok.....</i>	<i>48</i>
<i>Obrázek 3.5 Blokové schéma regulace otáček</i>	<i>49</i>
<i>Obrázek 3.6 Blokové schéma regulačních smyček.....</i>	<i>50</i>
<i>Obrázek 3.7 Odezva regulatoru na jednotkový skok.....</i>	<i>50</i>
<i>Obrázek 4.1 Polohy fázorů při vektorovém řízení PMSM.....</i>	<i>51</i>
<i>Obrázek 4.2 Blokové schéma vektorového řízení PMSM.....</i>	<i>52</i>
<i>Obrázek 4.3 Průběhy hodnot proudů a otáček vektorového řízení.....</i>	<i>52</i>

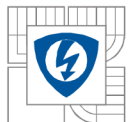


SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK

L_{xx}	vzájemné a vlastní indukčnosti vinutí
L_S	indukčnost statoru
U_d	napětí v podélné ose d
U_q	napětí v příčné ose q
U_f	podélné napětí buzení
U_g	příčné napětí buzení
U_a	napětí statoru
U_b	napětí statoru
U_c	napětí statoru
U_D	napětí tlumícího vnutí statoru v podélné ose
U_Q	napětí tlumícího vnutí statoru v příčné ose
I_d	proud statoru v podélné ose
I_q	proud statoru v příčné ose
I_f	proud v podélném buzení
I_g	proud v příčném buzení
I_D	proud v tlumícím vinutí v podélné ose d
I_Q	proud v tlumícím vinutí v příčné ose q
I_S	proud statoru
R_S	odpor fáze statoru
R_Q	odpor v podélné ose
R_D	odpor tlumícího vinutí v podélné ose d
R_g	odpor tlumícího vinutí v příčné ose q
R_f	odpor buzení
ψ_a	spřažený mag. tok statorového vinutí v ose a
ψ_b	spřažený mag. tok statorového vinutí v ose b
ψ_c	spřažený mag. tok statorového vinutí v ose c
ψ_d	spřažený mag. tok v podélné ose d
ψ_q	spřažený mag. tok v příčné ose q
ψ_D	spřažený mag. tok tlumícího vinutí v podélné ose d
ψ_Q	spřažený mag. tok tlumícího vinutí v příčné ose q
ψ_f	spřažený mag. tok podélného buzení



ψ_g	spřažený mag. tok příčného buzení
ψ_m	spřažený mag. tok permanentních magnetů
k_d	transformační činitel
k_q	transformační činitel
k_0	transformační činitel
ϑ	úhel natočení rotoru
Δ	zatěžovací úhel
ω	elektrická úhlová rychlost
ω_{mech}	mechanická rychlost rotoru
ω_k	rychlost otáčení vektorového prostoru
p_p	počet pólových dvojic
m_i	vnitřní moment motoru
W_m	Magnetická energie
Δp_j	Joulovy ztráty
m_m	zátěžný moment
P	výkon motoru
J	moment setrvačnosti motoru
τ_S	časová konstanta statoru
τ_M	časová konstanta měniče
τ_σ	součtová časová konstanta
τ_Σ	součtová časová konstanta
τ_f	časová konstanta vzorkovače



1 SYNCHRONNÍ STROJE

Z teorie elektrických strojů je známo, že synchronní stroj, připojený na síť, může pracovat ve všech čtyřech kvadrantech PQ diagramu. Historicky byly synchronní stroje nejprve používány jako generátory pro výrobu střídavé elektrické energie. S rozvojem elektrizační soustavy narůstal instalovaný výkon připojených generátorů – alternátorů, a tím i zkratový výkon v místě připojení spotřebičů. Současně se ukazovala nutnost kompenzovat jalový výkon v soustavě, a tím snižovat ztráty při přenosu energie ve vedeních. Díky těmto dvěma skutečnostem (nárůst zkratového výkonu a potřeba kompenzace) se začaly ve 40-tých letech používat synchronní stroje jako motory. Používají se většinou u velkoodběratelů k pohonu takových mechanismů, které nevyžadují časté spouštění a pracují s konstantní rychlostí a s málo proměnným činným zatížením. Jsou to pohony velkých čerpadel, ventilátorů a kompresorů. Řízením jejich budicího proudu se potom udržuje energetikem velkoodběratele požadovaný účinník nebo jalový výkon. Na rozdíl od generátoru se musí synchronní motor rozeběhnout na synchronní otáčky, a proto problematice rozběhu SM je věnována mimořádná pozornost.

Synchronní motor je elektrický stroj, jehož rotor se otáčí synchronně s otáčením točivého magnetického pole statoru. Stator je shodný se statorem asynchronního motoru, tj. je lištěný, s drážkami pro uložení statorového vinutí. Vinutí je zpravidla třífázové, rozložené do statorových drážek a podle konstrukce může být dvoupólové nebo vícepólové. Rotor může být hladký nebo s vyjádřenými póly, které mohou být opatřeny budicím vinutím, napájeným stejnosměrným proudem. Budicí proud se do rotorového vinutí přivádí buď pomocí kluzných kontaktů (kartáčů a kroužků), nebo bezkontaktně rotačním transformátorem a následným usměrněním diodami na rotoru. Synchronní motory určené k připojení ke střídavé napájecí síti mají na rotoru tzv. tlumicí vinutí, které může sloužit pro asynchronní rozběh motoru.

1.1 Synchronní motor buzený permanentními magnety na rotoru

Synchronní servomotory s permanentními magnety nemají na rotoru žádné tlumicí vinutí, neboť tyto motory pracují stále v synchronním režimu. Jsou nejrozšířenějším typem motorů pro polohové servomechanizmy výrobních strojů, robotů a v automatizační technice. Oproti asynchronním motorům jsou menší a lehčí při stejném výkonu, lépe se chladí (na rotoru nevznikají ztráty a není tedy potřeba odvádět teplo z rotoru), ve srovnání s elektronicky komutovanými motory se vyznačují vyšší rovnoměrností chodu bez momentových pulzací

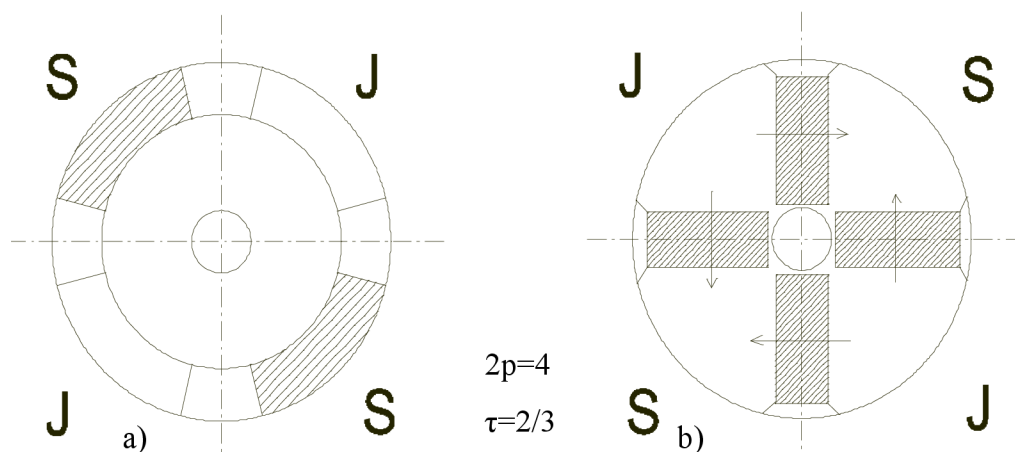
V porovnání se stejnosměrnými mají bezkartáčové servomotory tyto výhody:

- malé rozměry a moment setrvačnosti
- velké, až 6-ti násobné proudové a momentové přetížení v dynamických stavech
- vysoká životnost a provozní spolehlivost
- minimální nároky na údržbu

Konstrukční provedení:

Magnety mohou být umístěny na povrchu rotoru buď jako zapaštěné (u tohoto způsobu se projevuje reakce statorového vinutí na tvar pole ve vzduchové mezeře) nebo přímo ve vzduchové mezeře na povrchu rotoru. Synchronní motor vyžaduje sinusový průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře, čehož se dosahuje přibližně $2/3$ pólovým krytím. Pólové krytí je poměr obvodu pólových nástavců, nebo obvodu povrchu permanentních magnetů ve vzduchové mezeře, k celkovému obvodu vzduchové mezery. Způsob uložení magnetů ukazuje *Obrázek 1.1.a)*.

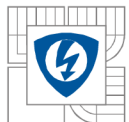
Jiným konstrukčním principem je uložení permanentních magnetů uvnitř rotoru. Tento princip se používá zejména při použití tvrdých feritů jako materiálu pro permanentní magnety, neboť umožňuje koncentraci magnetického toku do vzduchové mezery. Navíc vhodným tvarem pólových nástavců snadno dosáhneme sinusového průběhu magnetické indukce. Nevýhodou tohoto způsobu je větší vliv reakce statorového vinutí na toto magnetické pole při zatížení motoru. Způsob uložení magnetů ukazuje *Obrázek 1.1.b)*.



Obrázek 1.1 Způsoby provedení permanentních magnetů na rotoru

a) na povrch rotoru

b) uvnitř rotoru



1.1.1 Magnety

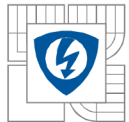
Jako materiál pro výrobu permanentních magnetů se používá vzácných zemin, jako jsou např. samarium - kobalt, nebo neodym - železo - bor, případně i tvrdých feritů, které jsou levnější, avšak s horšími magnetickými vlastnostmi.

1.1.1.1 Magneticky tvrdé ferity.

Tvrdé ferity jsou cenově nejpříznivější a celosvětově zatím ještě nejvíce používané permanentní magnety. Kromě rozšířených barnatých feritů se stále více používají vysoce koercitivní strontnaté ferity. Hodnoty jednotlivých magnetických veličin jsou uvedeny v příslušných materiálových listech výrobce či normách. Pracovní teplota se pohybuje v rozmezí 40°C až +250°C. Teplotní závislost koercitivní intenzity magnetického pole probíhá u magneticky tvrdých feritů a permanentních magnetů ze vzácných zemin opačně. Při vzrůstající teplotě klesá remanence B_r a koercitivní intenzity magnetického H_{cJ} pole současně vzrůstá. Při klesající teplotě stoupá remanence a klesá koercitivní síla pole stejnou měrou. Feritové permanentní magnety mají stechiometrii $BaFe_{12}O_{19}$ nebo $SrFe_{12}O_{19}$ a jsou keramickými oxidy. Skládají se z cca 86% Fe_2O_3 a cca 14% BaO_2 nebo SrO . Suroviny jsou dobře dosažitelné a cenově výhodné. Feritové permanentní magnety jsou odolné vůči mnohým chemikáliím jako jsou ředidla, louhy a slabé kyseliny.

1.1.1.2 Permanentní magnety ze vzácných zemin.

Trvalé magnety na bázi $SmCo$ a $NdFeB$ jsou vysoce výkonné a kvalitativně velmi hodnotné komponenty, které se používají v pohonech a regulaci. Permanentní magnety ze vzácných zemin se kvůli jejich tvrdosti opracovávají diamantovým nářadím. Při nárazech dochází lehce k odštípnutím resp. odprýsknutím povrchové vrstvy. Magnety pojených plastem je možné mechanické opracování tvrdokovovým nářadím. Pracovní teploty jsou variabilní podle materiálu: u $NdFeB$ od cca 110°C do 220°C, u $SmCo$ až do 350°C. Neodymové magnety přesněji $NdFeB$ jsou směsí Neodymu, Železa a Boru. Tyto magnety nabízí nejlepší poměr ve srovnání výkonu a ceny. Ještě do nedávné doby byly nejsilnějšími známými permanentní magnety materiály na bázi samaria a kobaltu. V současné době byly však překonány materiálem jehož chemické složení je $Nd_2Fe_{14}B$. Tento materiál je v současnosti nejnovějším a nejsilnějším typem magnetu s vynikajícími magnetickými vlastnostmi a vůbec nejvyšší vnitřní energií. Zajímavé je, že i výrobní cena těchto magnetů je nižší než u Samarium-kobaltových magnetů. Vzhledem ke své síle jsou poměrně levné a malé. Velice snadno korodují, proto je potřeba u nich provést povrchovou úpravu. Slitina $NdFeB$ nepřijme pokovení tak jako ostatní slitiny kovů a to má za následek, že začne korodovat zevnitř směrem na povrch magnetu. Jejich další nevýhodou je malá tepelná odolnost oproti magnetům $SmCo$. Přestože v současné době jsou nejsilnějšími permanentní magnety na bázi neodymu o složení $Nd_2Fe_{14}B$, jsou magnety složené z $SmCo$ stále prakticky nejvíce vyráběnými extrémně silnými permanentními magnety. Složení těchto magnetů je obvykle uváděno jako $SmCo_5$, nebo Sm_2Co_{17} .



2 MATEMATICKÝ MODEL SYNCHRONNÍHO MOTORU

Při sestavování matematického modelu synchronního motoru se vychází z podobných zjednodušujících předpokladů.

Předpokládá se:

- a) Průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře a tedy i indukovaného napětí je sinusový, přičemž je obecně uvažován rotor s vyniklými póly, tj. s různou magnetickou vodivostí v podélném a příčném směru
- b) Zavedení jednoho náhradního obvodu tlumiče v každé ose (D a Q)
- c) Ztráty v železe jsou zanedbány
- d) Odporů a indukčností jsou stejné ve všech statorových fázích a jsou konstantní, tj. zanedbávají se:
 - změny odporů statoru a rotoru na teplotě
 - nasycení magnetického obvodu
 - hystereze magnetického obvodu
 - změny odporů a indukčností na kmitočtu (skinefekt)
- e) Vliv drážkování se neuvažuje

Rovněž činný odpor a indukčnost napájecího zařízení (napájecí síť, měnič, přívody atd.) se při řešení přechodných dějů obvykle zanedbávají.



Rozepíšeme-li (2.1.1) obdržíme rovnice:

$$u_a = R \cdot i_a + \frac{d\psi_a}{dt} \quad (2.1.3)$$

$$u_b = R \cdot i_b + \frac{d\psi_b}{dt} \quad (2.1.4)$$

$$u_c = R \cdot i_c + \frac{d\psi_c}{dt} \quad (2.1.5)$$

$$u_f = R_f \cdot i_f + \frac{d\psi_f}{dt} \quad (2.1.6)$$

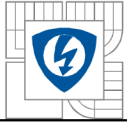
$$u_g = R_g \cdot i_g + \frac{d\psi_g}{dt} \quad (2.1.7)$$

$$u_D = R_D \cdot i_D + \frac{d\psi_D}{dt} \quad (2.1.8)$$

$$u_Q = R_Q \cdot i_Q + \frac{d\psi_Q}{dt} \quad (2.1.9)$$

Rovnice (2.1.3) až (2.1.9) lze také psát v maticovém tvaru

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \\ u_f \\ u_g \\ u_D \\ u_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_a & 0 & 0 & 0 & 0 & \psi_a \\ i_b & 0 & 0 & 0 & 0 & \psi_b \\ i_c & 0 & 0 & 0 & 0 & \psi_c \\ 0 & i_f & 0 & 0 & 0 & \psi_f \\ 0 & 0 & i_g & 0 & 0 & \psi_g \\ 0 & 0 & 0 & i_D & 0 & \psi_D \\ 0 & 0 & 0 & 0 & i_Q & \psi_Q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R \\ R \\ R \\ R_f \\ R_g \\ R_D \\ R_Q \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \quad (2.1.10)$$



Rovnice pro spřažené magnetické toky můžeme pomocí vlastních a vzájemných indukčností psát ve tvaru

$$\psi_a = L_{aa} \cdot i_a + L_{ab} \cdot i_b + L_{ac} \cdot i_c + L_{af} \cdot i_f + L_{ag} \cdot i_g + L_{aD} \cdot i_D + L_{aQ} \cdot i_Q \quad (2.1.11)$$

$$\psi_b = L_{ba} \cdot i_a + L_{bb} \cdot i_b + L_{bc} \cdot i_c + L_{bf} \cdot i_f + L_{bg} \cdot i_g + L_{bD} \cdot i_D + L_{bQ} \cdot i_Q \quad (2.1.12)$$

$$\psi_c = L_{ca} \cdot i_a + L_{cb} \cdot i_b + L_{cc} \cdot i_c + L_{cf} \cdot i_f + L_{cg} \cdot i_g + L_{cD} \cdot i_D + L_{cQ} \cdot i_Q \quad (2.1.13)$$

$$\psi_f = L_{fa} \cdot i_a + L_{fb} \cdot i_b + L_{fc} \cdot i_c + L_{ff} \cdot i_f + L_{fg} \cdot i_g + L_{fD} \cdot i_D + L_{fQ} \cdot i_Q \quad (2.1.14)$$

$$\psi_g = L_{ga} \cdot i_a + L_{gb} \cdot i_b + L_{gc} \cdot i_c + L_{gf} \cdot i_f + L_{gg} \cdot i_g + L_{gD} \cdot i_D + L_{gQ} \cdot i_Q \quad (2.1.15)$$

$$\psi_D = L_{Da} \cdot i_a + L_{Db} \cdot i_b + L_{Dc} \cdot i_c + L_{Df} \cdot i_f + L_{Dg} \cdot i_g + L_{DD} \cdot i_D + L_{DQ} \cdot i_Q \quad (2.1.16)$$

$$\psi_Q = L_{Qa} \cdot i_a + L_{Qb} \cdot i_b + L_{Qc} \cdot i_c + L_{Qf} \cdot i_f + L_{Qg} \cdot i_g + L_{QD} \cdot i_D + L_{QQ} \cdot i_Q \quad (2.1.17)$$

Rovnice (2.1.11) až (2.1.17) lze také psát v maticovém tvaru

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_f \\ \psi_g \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{af} & L_{ag} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bf} & L_{bg} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cf} & L_{cg} & L_{cD} & L_{cQ} \\ L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} & L_{ff} & L_{fg} & L_{fD} & L_{fQ} \\ L_{ga} & L_{gb} & L_{gc} & L_{gf} & L_{gg} & L_{gD} & L_{gQ} \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} & L_{Df} & L_{Dg} & L_{DD} & L_{DQ} \\ L_{Qa} & L_{Qb} & L_{Qc} & L_{Qf} & L_{Qg} & L_{QD} & L_{QQ} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \\ i_g \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (2.1.18)$$

V těchto rovnicích jsou nulové vzájemné indukčnosti vinutí, jejichž osy jsou kolmé

$$L_{gf} = L_{fg} = 0 \quad (2.1.19)$$

$$L_{Qf} = L_{fQ} = 0 \quad (2.1.20)$$

$$L_{gD} = L_{Dg} = 0 \quad (2.1.21)$$

$$L_{QD} = L_{DQ} = 0 \quad (2.1.22)$$



Upravíme rovnice (2.1.11) až (2.1.17) pomocí rovnic (2.1.19) až (2.1.22)

$$\psi_a = L_{aa} \cdot i_a + L_{ab} \cdot i_b + L_{ac} \cdot i_c + L_{af} \cdot i_f + L_{ag} \cdot i_g + L_{aD} \cdot i_D + L_{aQ} \cdot i_Q \quad (2.1.23)$$

$$\psi_b = L_{ba} \cdot i_a + L_{bb} \cdot i_b + L_{bc} \cdot i_c + L_{bf} \cdot i_f + L_{bg} \cdot i_g + L_{bD} \cdot i_D + L_{bQ} \cdot i_Q \quad (2.1.24)$$

$$\psi_c = L_{ca} \cdot i_a + L_{cb} \cdot i_b + L_{cc} \cdot i_c + L_{cf} \cdot i_f + L_{cg} \cdot i_g + L_{cD} \cdot i_D + L_{cQ} \cdot i_Q \quad (2.1.25)$$

$$\psi_f = L_{fa} \cdot i_a + L_{fb} \cdot i_b + L_{fc} \cdot i_c + L_{ff} \cdot i_f + L_{fD} \cdot i_D \quad (2.1.26)$$

$$\psi_g = L_{ga} \cdot i_a + L_{gb} \cdot i_b + L_{gc} \cdot i_c + L_{gg} \cdot i_g + L_{gQ} \cdot i_Q \quad (2.1.27)$$

$$\psi_D = L_{Da} \cdot i_a + L_{Db} \cdot i_b + L_{Dc} \cdot i_c + L_{Df} \cdot i_f + L_{DD} \cdot i_D \quad (2.1.28)$$

$$\psi_Q = L_{Qa} \cdot i_a + L_{Qb} \cdot i_b + L_{Qc} \cdot i_c + L_{Qg} \cdot i_g + L_{QQ} \cdot i_Q \quad (2.1.29)$$

Resp.

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_f \\ \psi_g \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{af} & L_{ag} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bf} & L_{bg} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cf} & L_{cg} & L_{cD} & L_{cQ} \\ L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} & L_{ff} & 0 & L_{fD} & 0 \\ L_{ga} & L_{gb} & L_{gc} & 0 & L_{gg} & 0 & L_{gQ} \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} & L_{Df} & 0 & L_{DD} & 0 \\ L_{Qa} & L_{Qb} & L_{Qc} & 0 & L_{Qg} & 0 & L_{QQ} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \\ i_g \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (2.1.30)$$



Rozeptešeme-li (2.31) obdržíme rovnice:

$$u_a = R \cdot i_a + \frac{d\psi_a}{dt} \quad (2.2.3)$$

$$u_b = R \cdot i_b + \frac{d\psi_b}{dt} \quad (2.2.4)$$

$$u_c = R \cdot i_c + \frac{d\psi_c}{dt} \quad (2.2.5)$$

$$u_f = R_f \cdot i_f + \frac{d\psi_f}{dt} \quad (2.2.6)$$

$$u_D = R_D \cdot i_D + \frac{d\psi_D}{dt} \quad (2.2.7)$$

$$u_Q = R_Q \cdot i_Q + \frac{d\psi_Q}{dt} \quad (2.2.8)$$

Rovnice (2.2.3) až (2.2.8) lze také psát v maticovém tvaru

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \\ u_f \\ u_D \\ u_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_a & 0 & 0 & 0 & \psi_a \\ i_b & 0 & 0 & 0 & \psi_b \\ i_c & 0 & 0 & 0 & \psi_c \\ 0 & i_f & 0 & 0 & \psi_f \\ 0 & 0 & i_D & 0 & \psi_D \\ 0 & 0 & 0 & i_Q & \psi_Q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R \\ R \\ R \\ R_f \\ R_D \\ R_Q \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \quad (2.2.9)$$



Rovnice pro spřažené magnetické toky můžeme pomocí vlastních a vzájemných indukčností psát ve tvaru

$$\psi_a = L_{aa} \cdot i_a + L_{ab} \cdot i_b + L_{ac} \cdot i_c + L_{af} \cdot i_f + L_{aD} \cdot i_D + L_{aQ} \cdot i_Q \quad (2.2.10)$$

$$\psi_b = L_{ba} \cdot i_a + L_{bb} \cdot i_b + L_{bc} \cdot i_c + L_{bf} \cdot i_f + L_{bD} \cdot i_D + L_{bQ} \cdot i_Q \quad (2.2.11)$$

$$\psi_c = L_{ca} \cdot i_a + L_{cb} \cdot i_b + L_{cc} \cdot i_c + L_{cf} \cdot i_f + L_{cD} \cdot i_D + L_{cQ} \cdot i_Q \quad (2.2.12)$$

$$\psi_f = L_{fa} \cdot i_a + L_{fb} \cdot i_b + L_{fc} \cdot i_c + L_{ff} \cdot i_f + L_{fD} \cdot i_D + L_{fQ} \cdot i_Q \quad (2.2.13)$$

$$\psi_D = L_{Da} \cdot i_a + L_{Db} \cdot i_b + L_{Dc} \cdot i_c + L_{Df} \cdot i_f + L_{DD} \cdot i_D + L_{DQ} \cdot i_Q \quad (2.2.14)$$

$$\psi_Q = L_{Qa} \cdot i_a + L_{Qb} \cdot i_b + L_{Qc} \cdot i_c + L_{Qf} \cdot i_f + L_{QD} \cdot i_D + L_{QQ} \cdot i_Q \quad (2.2.15)$$

Rovnice (2.2.10) až (2.2.15) lze také psát v maticovém tvaru

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{af} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bf} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cf} & L_{cD} & L_{cQ} \\ L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} & L_{ff} & L_{fD} & L_{fQ} \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} & L_{Df} & L_{DD} & L_{DQ} \\ L_{Qa} & L_{Qb} & L_{Qc} & L_{Qf} & L_{QD} & L_{QQ} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (2.2.16)$$

V těchto rovnicích jsou nulové vzájemné indukčnosti vinutí, jejíž osy jsou kolmé

$$L_{Qf} = L_{fQ} = 0 \quad (2.2.17)$$

$$L_{DQ} = L_{QD} = 0 \quad (2.2.18)$$



Upravíme rovnice (2.2.10) až (2.2.15) pomocí rovnic (2.2.17) a (2.2.18) :

$$\psi_a = L_{aa} \cdot i_a + L_{ab} \cdot i_b + L_{ac} \cdot i_c + L_{af} \cdot i_f + L_{aD} \cdot i_D + L_{aQ} \cdot i_Q \quad (2.2.19)$$

$$\psi_b = L_{ba} \cdot i_a + L_{bb} \cdot i_b + L_{bc} \cdot i_c + L_{bf} \cdot i_f + L_{bD} \cdot i_D + L_{bQ} \cdot i_Q \quad (2.2.20)$$

$$\psi_c = L_{ca} \cdot i_a + L_{cb} \cdot i_b + L_{cc} \cdot i_c + L_{cf} \cdot i_f + L_{cD} \cdot i_D + L_{cQ} \cdot i_Q \quad (2.2.21)$$

$$\psi_f = L_{fa} \cdot i_a + L_{fb} \cdot i_b + L_{fc} \cdot i_c + L_{ff} \cdot i_f + L_{fD} \cdot i_D \quad (2.2.22)$$

$$\psi_D = L_{Da} \cdot i_a + L_{Db} \cdot i_b + L_{Dc} \cdot i_c + L_{Df} \cdot i_f + L_{DD} \cdot i_D \quad (2.2.23)$$

$$\psi_Q = L_{Qa} \cdot i_a + L_{Qb} \cdot i_b + L_{Qc} \cdot i_c + L_{QQ} \cdot i_Q \quad (2.2.24)$$

Resp.

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{af} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bf} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cf} & L_{cD} & L_{cQ} \\ L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} & L_{ff} & L_{fD} & 0 \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} & L_{Df} & L_{DD} & 0 \\ L_{Qa} & L_{Qb} & L_{Qc} & 0 & 0 & L_{QQ} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (2.2.25)$$

2.2.1 Indukčnosti synchronního stroje s vyniklými póly

Analytické vyjádření vlastních a vzájemných indukčností je jedním ze základů teorie synchronního stroje. Vztahy pro indukčnosti se zjednodušují za předpokladu, že vinutí tří fází statoru jsou rozložena sinusově. Pro vlastní a vzájemné indukčnosti uvedeme stejné vztahy pomocí jednoduché fyzikální představy, vycházející ze statické definice indukčností, podle které je vlastní indukčnost dána magnetickým tokem při jednotkovém proudu samotného vinutí a vzájemná indukčnost magnetickým tokem při jednotkovém proudu vinutí, které do uvažovaného vinutí magnetický tok vysílá.

a) Indukčnosti vinutí rotoru a statoru

U běžných typů synchronních strojů chybí obvykle příčné buzení (g).

- **Vlastní indukčnosti vinutí rotoru**

Vlastní indukčnosti vinutí rotoru L_{ff} , L_{DD} , L_{QQ} , nezávisí na poloze rotoru, protože stator synchronního stroje má válcový tvar (při zanedbání drážkování).

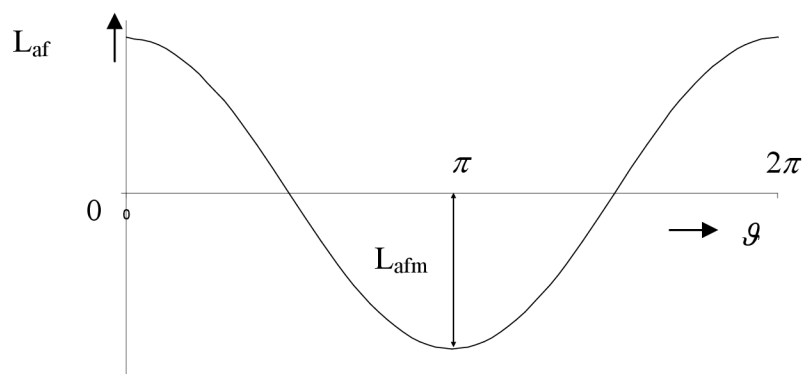
- **Vzájemné indukčnosti mezi budicím vinutím a statorovými vinutími**

Vzájemné indukčnosti vinutí budicího a statorového závisí na relativní poloze rotoru a uvažované fáze statoru. Vzájemná indukčnost budicího vinutí f a vinutí fáze a je pro nulový úhel ϑ mezi osou budicího vinutí a osou fáze a maximální (L_{afm}), nulová pro $\vartheta = \pi/2$, minimální pro $\vartheta = \pi$ atd. (viz Obrázek 2.3). Tuto závislost můžeme přibližně vyjádřit kosinusovou funkcí

$$L_{af} = L_{fa} = L_{afm} \cdot \cos \vartheta \quad (2.2.26)$$

$$L_{bf} = L_{fb} = L_{afm} \cdot \cos\left(\vartheta - \frac{2}{3}\pi\right) \quad (2.2.27)$$

$$L_{cf} = L_{fc} = L_{afm} \cdot \cos\left(\vartheta + \frac{2}{3}\pi\right) \quad (2.2.28)$$



Obrázek 2.3 Vysvětlení vztahu pro vzájemnou indukčnost fáze a a budicího vinutí f



- **Vzájemné indukčnosti mezi tlumicími a statorovými vinutí**

Podobné vztahy jako pro vzájemné indukčnosti budícího a statorového vinutí platí i pro vzájemné indukčnosti vinutí tlumícího v ose D a vinutí statoru

$$L_{aD} = L_{Da} = L_{aDm} \cdot \cos \vartheta \quad (2.2.29)$$

$$L_{aD} = L_{Da} = L_{aDm} \cdot \cos\left(\vartheta - \frac{2}{3}\pi\right) \quad (2.2.30)$$

$$L_{aD} = L_{Da} = L_{aDm} \cdot \cos\left(\vartheta + \frac{2}{3}\pi\right) \quad (2.2.31)$$

Vzájemná indukčnost fáze a a tlumícího vinutí v příčné ose Q je nulová pro $\vartheta = 0$ a maximální pro $\vartheta = -\pi/2$ (příčná osa předbíhá o $\pi/2$ podélnou osu). Platí proto

$$L_{aQ} = L_{Qa} = L_{aQm} \cdot \cos\left(\vartheta - \frac{1}{2}\pi\right) = -L_{aQm} \cdot \sin \vartheta \quad (2.2.32)$$

$$L_{bQ} = L_{Qb} = L_{aQm} \cdot \sin\left(\vartheta - \frac{2}{3}\pi\right) \quad (2.2.33)$$

$$L_{cQ} = L_{Qc} = L_{aQm} \cdot \sin\left(\vartheta + \frac{2}{3}\pi\right) \quad (2.2.34)$$

b) Indukčnosti sinusově rozloženého vinutí statoru

• **Pro vlastní indukčnosti statorových vinutí platí**

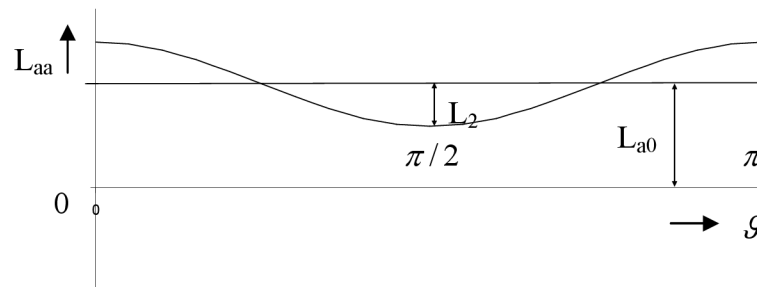
Vlastní indukčnosti vinutí statoru závisí na poloze rotoru, pokud má rotor vyniklé póly. Vlastní indukčnost fáze statoru bude největší ($L_{aa\max}$), bude-li osa vinutí fáze splývat s osou pólu (poloha největší magnetické vodivosti), a nejmenší ($L_{aa\min}$) při úhlu osy vinutí fáze a osy pólu rovném $\pi/2$. Protože magnetická vodivost se periodicky mění pro každý pól, bude perioda vzájemné indukčnosti rovna jedné pólové rozteči ($\tau_p = \pi$). Taková periodická závislost vlastní indukčnosti se může přibližně vyjádřit podle vztahu (viz Obrázek 2.4):

$$L_{aa} = L_{a0} + L_2 \cdot \cos 2\vartheta \quad (2.2.35)$$

Kde

$$L_{aa\max} = L_{a0} + L_2 \quad (2.2.36)$$

$$L_{aa\min} = L_{a0} - L_2 \quad (2.2.37)$$



Obrázek 2.4 Vysvětlení vztahu pro vlastní indukčnost fáze a

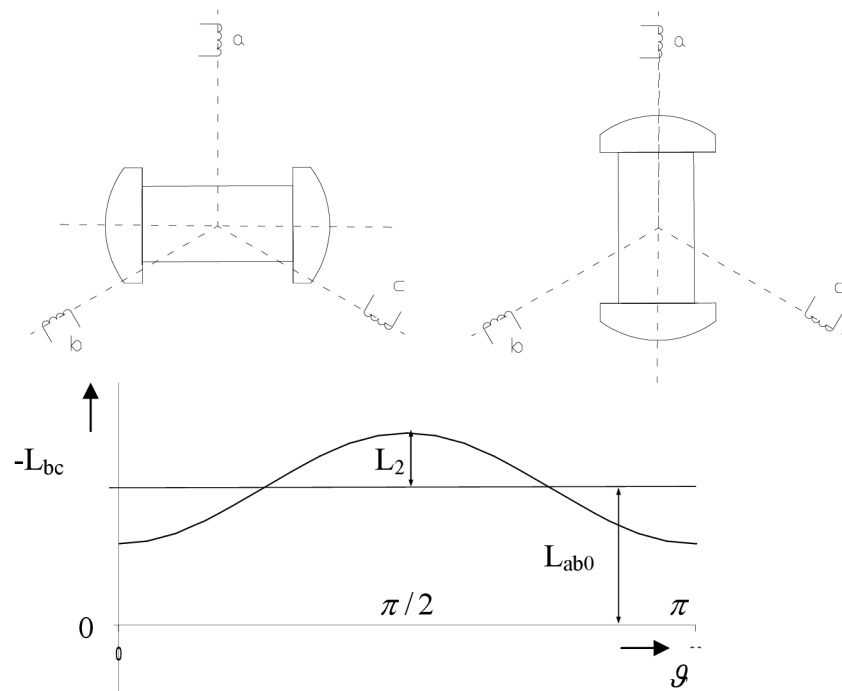
Pro další fáze statoru, natočené proti fázi a o úhel $\pm 3/2\pi$, platí obdobné vztahy

$$L_{bb} = L_{a0} + L_2 \cdot \cos 2\left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi\right) \quad (2.2.38)$$

$$L_{cc} = L_{a0} + L_2 \cdot \cos 2\left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi\right) \quad (2.2.39)$$

- **Vzájemné indukčnosti statorových vinutí**

Vzájemné indukčnosti fází statoru závisí také periodicky na úhlu ϑ , protože při otáčení rotoru s vyjádřenými póly se periodicky mění magnetická vodivost společného magnetického obvodu dvou fází statoru. Na *Obrázek 2.5* jsou naznačeny polohy rotoru pro maximální a minimální indukčnosti fází b, c . Vzájemná indukčnost $|L_{bc}|$ je maximální pro $\pi/2$, $\pm 3/2\pi$ atd. a minimální pro $\vartheta = 0, \pi$ atd. Z *Obrázek 2.5* dále plyne, že při kladném proudu i_b bude magnetický tok fáze c záporný, protože osy obou fází svírají úhel větší než $\pi/2$ a menší než $3/2\pi$.



Obrázek 2.5 Vysvětlení vztahu pro vzájemnou indukčnost L_{bc}

Vzájemné indukčnosti jsou proto záporné a můžeme je přibližně vyjádřit vztahy

$$-L_{bc} = L_{ab0} - L_2 \cdot \cos 2\vartheta \quad (2.2.40)$$

$$-L_{ca} = L_{ab0} - L_2 \cdot \cos 2\left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi\right) = L_{ab0} - L_2 \cdot \cos\left(2 \cdot \vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi\right) \quad (2.2.41)$$

$$-L_{ab} = L_{ab0} - L_2 \cdot \cos 2\left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi\right) = L_{ab0} - L_2 \cdot \cos\left(2 \cdot \vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi\right) \quad (2.2.42)$$

Je dokázáno, že vztahy (2.2.26) až (2.2.42) platí přesně pro sinusově rozložené vinutí. Je také dokázáno, že periodické složky vlastních a vzájemných indukčností mají stejnou amplitudu L_2 .



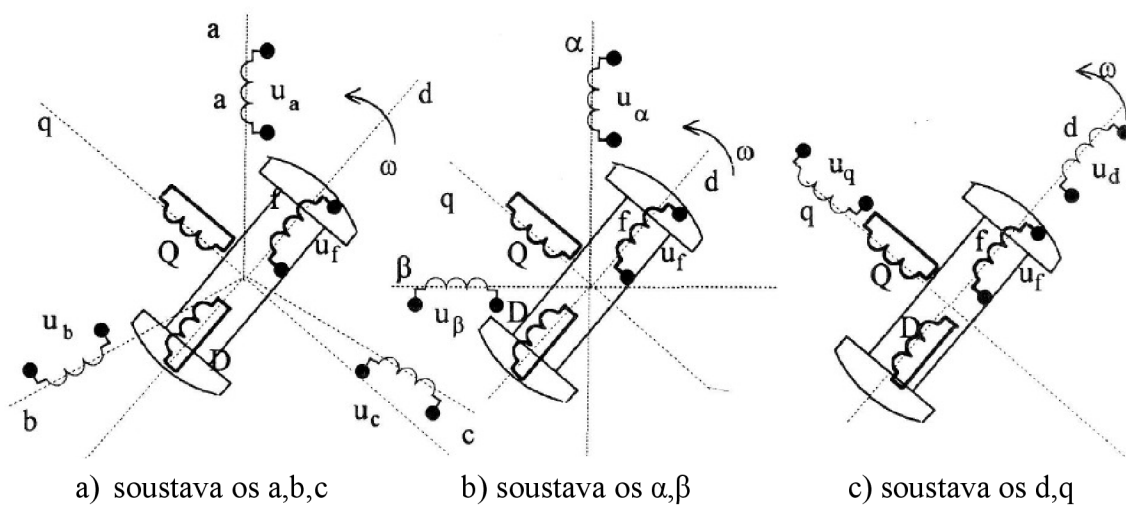
Dosadíme-li odvozené vztahy pro vlastní a vzájemné indukčnosti do rovnic spřažených magnetických toků, dostaneme soustavu rovnic s periodickými časově proměnnými koeficienty, kterou můžeme přehledněji psát v maticové formě rovnice (2.2.43). Tuto soustavu a její řešení lze zjednodušit lineární transformací proměnných, kterou se periodické koeficienty odstraní.

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{a0} + L_2 \cos 2\vartheta & -L_{ab0} + L_2 \cos(2\vartheta - \frac{2}{3}\pi) & -L_{ab0} + L_2 \cos(2\vartheta + \frac{2}{3}\pi) \\ -L_{ab0} + L_2 \cos(2\vartheta - \frac{2}{3}\pi) & L_{a0} + L_2 \cos 2(\vartheta - \frac{2}{3}\pi) & -L_{ab0} + L_2 \cos 2\vartheta \\ -L_{ab0} + L_2 \cos(2\vartheta + \frac{2}{3}\pi) & -L_{ab0} + L_2 \cos 2\vartheta & L_{a0} + L_2 \cos 2(\vartheta + \frac{2}{3}\pi) \\ L_{afm} \cos \vartheta & L_{afm} \cos(\vartheta - \frac{2}{3}\pi) & L_{afm} \cos(\vartheta + \frac{2}{3}\pi) \\ L_{aDm} \cos \vartheta & L_{aDm} \cos(\vartheta - \frac{2}{3}\pi) & L_{aDm} \cos(\vartheta + \frac{2}{3}\pi) \\ -L_{aQm} \sin \vartheta & -L_{aQm} \sin(\vartheta - \frac{2}{3}\pi) & -L_{aQm} \sin(\vartheta + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} \quad (2.2.43)$$
$$\begin{bmatrix} L_{afm} \cos \vartheta & L_{aDm} \cos \vartheta & -L_{aQm} \sin \vartheta \\ L_{afm} \cos(\vartheta - \frac{2}{3}\pi) & L_{aDm} \cos(\vartheta - \frac{2}{3}\pi) & -L_{aQm} \sin(\vartheta - \frac{2}{3}\pi) \\ L_{afm} \cos(\vartheta + \frac{2}{3}\pi) & L_{aDm} \cos(\vartheta + \frac{2}{3}\pi) & -L_{aQm} \sin(\vartheta + \frac{2}{3}\pi) \\ L_{ff} & L_{fD} & 0 \\ L_{Df} & L_{DD} & 0 \\ 0 & 0 & L_{QQ} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

Soustava rovnic je přehledně zobrazena v *Příloha A*.

2.3 Lineární transformace základních rovnic synchronního stroje

Nahradíme tři statorová vinutí a, b, c dvěma fiktivními na sebe kolnými vinutími α, β . Výsledek této transformace jen na *Obrázek 2.6.b*) Při otáčejícím se rotoru se mění vzájemná poloha jednotlivých vinutí statoru vůči jednotlivým vinutím rotoru a proto se i periodicky mění jejich vzájemné indukčnosti. Proto nahradíme vůči statoru stojící vinutí α, β jinými dvěma fiktivními vinutími d, q , která se otáčejí synchronně s točivým magnetickým polem stroje. Při synchronním chodu synchronního motoru se jeho rotor otáčí synchronně s magnetickým polem. Vzhledem k proměnnému magnetickému odporu podél vzduchové mezery položíme fiktivní cívky statoru do podélné osy d a příčné osy q rotoru na *Obrázek 2.6.c*). V podélné ose jsou vzájemně magneticky vázány tři vinutí d, f, D a v příčné ose dvě vinutí q, Q . Základní rovnice synchronního stroje a jejich řešení se podstatně zjednoduší odstraněním periodických koeficientů lineární transformací proudů, napětí a spřažených magnetických toků statoru. V teorii elektrických strojů se používá reálných i komplexních transformací proměnných.



Obrázek 2.6 Soustavy os pro matematický popis synchronního stroje

Nejprve bude uveden příklad transformaci os a, b, c do α, β a následně pak do d, q v programu Matlab Simulink při použití konstant podle Parka $k_d = k_q = 2/3$. Dále se budeme podrobněji zabývat lineární transformací os a, b, c přímo do os d, q .



2.3.1 Transformace v programu Matlab Simulink

Jedná se o transformaci os a, b, c nejprve do os α, β a následně pak do d, q .

Prostorový vektor okamžitých statorových proudů i_a, i_b, i_c je definován následovně:

$$\bar{I} = \frac{2}{3} \left(i_a \bar{a}^0 + i_b \bar{a}^1 + i_c \bar{a}^2 \right) = \left| \bar{I} \right| e^{j\vartheta} \quad (2.3.1)$$

Velikost konstanty $k=2/3$ je volena záměrně aby absolutní hodnota prostorového vektoru byla rovna amplitudě skutečného fázového proudu.

Souřadné osy komplexní roviny fixované se státorem budou označovány reálná α a imaginární β . Pro vyjádření vztahů mezi fázovými hodnotami a složkami vektoru ve stacionární komplexní rovině, kde nebude uvažována tzv. nulová složka při splnění podmínky symetrie za předpokladu nepřipojení nulového vodiče motoru, lze použít Clarkova transformace:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & \cos \frac{2\pi}{3} & \cos \frac{4\pi}{3} \\ 0 & \sin \frac{2\pi}{3} & \sin \frac{4\pi}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2.3.2)$$

Při definování prostorového vektoru v dalších souřadnicích, které mají společný začátek a jsou svázané s rotorem stroje, jsou pak osy pojmenovány d, q . Pro tuto transformaci se používá název Parkova transformace.

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \vartheta & \sin \vartheta \\ -\sin \vartheta & \cos \vartheta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (2.3.3)$$



2.3.2 Lineární transformace

Základní rovnice synchronního stroje a jejich řešení se podstatně zjednoduší odstraněním periodických koeficientů lineární transformací proudů, napětí a spřažených magnetických toků statoru. V teorii elektrických strojů se používá reálných i komplexních transformací proměnných. Nejčastěji se používá lineární transformace d , q , 0 podle Parka. Označíme-li původní proměnné veličiny fází a , b , c statoru obecně x_a , x_b , x_c a nové transformované veličiny statoru x_d , x_q , x_0 platí

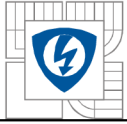
$$x_d = k_d \cdot \left[x_a \cdot \cos \vartheta + x_b \cdot \cos \left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi \right) + x_c \cdot \cos \left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi \right) \right] \quad (2.3.4)$$

$$x_q = -k_q \cdot \left[x_a \cdot \sin \vartheta + x_b \cdot \sin \left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi \right) + x_c \cdot \sin \left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi \right) \right] \quad (2.3.5)$$

$$x_0 = +k_0 \cdot [x_a + x_b + x_c] \quad (2.3.6)$$

Resp.

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +k_d \cdot \cos \vartheta & +k_d \cdot \cos \left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi \right) & +k_d \cdot \cos \left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi \right) \\ -k_q \cdot \sin \vartheta & -k_q \cdot \sin \left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi \right) & -k_q \cdot \sin \left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi \right) \\ k_0 & k_0 & k_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (2.3.7)$$



Tato lineární transformace je jednoznačná, protože je nenulový determinant soustavy

(při $k_d, k_q, k_0 \neq 0$)

$$\det \begin{bmatrix} +k_d \cdot \cos \vartheta & +k_d \cdot \cos\left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi\right) & +k_d \cdot \cos\left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi\right) \\ -k_q \cdot \sin \vartheta & -k_q \cdot \sin\left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi\right) & -k_q \cdot \sin\left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi\right) \\ k_0 & k_0 & k_0 \end{bmatrix} = \quad (2.3.8)$$

$$\begin{aligned} &= + \left\{ [k_d \cdot \cos \vartheta] \cdot \left[-k_q \cdot \sin\left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi\right) \right] \cdot k_0 \right\} + \left\{ [-k_q \cdot \sin \vartheta] \cdot k_0 \cdot \left[k_d \cdot \cos\left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi\right) \right] \right\} + \\ &+ \left\{ k_0 \cdot \left[k_d \cdot \cos\left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi\right) \right] \cdot \left[-k_q \cdot \sin\left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi\right) \right] \right\} - \left\{ \left[k_d \cdot \cos\left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi\right) \right] \cdot \left[-k_q \cdot \sin\left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi\right) \right] \cdot k_0 \right\} - \\ &- \left\{ \left[-k_q \cdot \sin\left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi\right) \right] \cdot k_0 \cdot \left[+k_d \cdot \cos \vartheta \right] \right\} - \left\{ k_0 \cdot \left[+k_d \cdot \cos\left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi\right) \right] \cdot \left[-k_q \cdot \sin \vartheta \right] \right\} = \\ &= k_d \cdot k_q \cdot k_0 \cdot \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

Transformační činitele k_d, k_q, k_0 se mohou volit libovolně (kromě nulové hodnoty),

$$k_d = k_q = k_0 = 0 \quad (2.3.9)$$

dokonce různě pro transformaci napětí, proudů a magnetických toků. Takové rozdílné volby nepřinášejí žádné výhody, a proto budeme v dále uvažovat stejné transformační činitele pro napětí, proudy a magnetické toky, tj.

$$k_{du} = k_{di} = k_{d\phi} = k_d \neq 0 \quad (2.3.10)$$

$$k_{qu} = k_{qi} = k_{q\phi} = k_q \neq 0 \quad (2.3.11)$$

$$k_{0u} = k_{0i} = k_{0\phi} = k_0 \neq 0 \quad (2.3.12)$$

Fyzikálně je možno si veličinu x_d představit jako průmět velikostí okamžitých veličin x_a, x_b, x_c do osy d , která je osou rotoru (budícího vinutí f) a která se otáčí rychlostí rotoru. Veličinu x_q můžeme představit jako průmět velikostí okamžitých veličin x_a, x_b, x_c do osy q , která je natočena ve smyslu točení o $\pi/2$ před osu d a která se otáčí rychlostí rotoru. Znaménko minus v druhém řádku transformační matice odpovídá ose q , předbíhající ve smyslu točení o $\pi/2$ osu d .



Inverzní transformace se může určit tak, že rovnici (2.3.4) násobíme $\cos(\vartheta)/k_d$, a sečteme ji s rovnici (2.3.5) násobenou $-\sin(\vartheta)/k_q$. Takto dostaneme

$$\begin{aligned} \frac{1}{k_d} \cdot x_d \cdot \cos \vartheta - \frac{1}{k_q} \cdot x_q \cdot \sin \vartheta = x_a \cdot \cos^2 \vartheta + x_b \cdot \cos \vartheta \cdot \cos\left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi\right) + x_c \cdot \cos \vartheta \cdot \\ \cdot \cos\left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi\right) + x_a \cdot \sin^2 \vartheta + x_b \cdot \sin \vartheta \cdot \sin\left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi\right) + x_c \cdot \sin \vartheta \cdot \sin\left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi\right) \end{aligned} \quad (2.3.13)$$

Odtud po úpravě při použití vztahu (2.3.6) plyne

$$x_a = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_d} \cdot x_d \cdot \cos \vartheta - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_q} \cdot x_q \cdot \sin \vartheta + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{k_0} \cdot x_0 \quad (2.3.14)$$

Podobně platí

$$x_b = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_d} \cdot x_d \cdot \cos\left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi\right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_q} \cdot x_q \cdot \sin\left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi\right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{k_0} \cdot x_0 \quad (2.3.15)$$

a

$$x_c = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_d} \cdot x_d \cdot \cos\left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi\right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_q} \cdot x_q \cdot \sin\left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi\right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{k_0} \cdot x_0 \quad (2.3.16)$$

Resp.

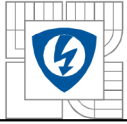
$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +\frac{1}{k_d} \cdot \frac{2}{3} \cdot \cos \vartheta & -\frac{1}{k_d} \cdot \frac{2}{3} \cdot \sin \vartheta & +\frac{1}{k_0} \cdot \frac{1}{3} \\ +\frac{1}{k_d} \cdot \frac{2}{3} \cdot \cos\left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi\right) & -\frac{1}{k_q} \cdot \frac{2}{3} \cdot \sin\left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi\right) & +\frac{1}{k_0} \cdot \frac{1}{3} \\ +\frac{1}{k_d} \cdot \frac{2}{3} \cdot \cos\left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi\right) & -\frac{1}{k_q} \cdot \frac{2}{3} \cdot \sin\left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi\right) & +\frac{1}{k_0} \cdot \frac{1}{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_0 \end{bmatrix} \quad (2.3.17)$$

Činitele k_d, k_q, k_0 volí různí autoři různě.

Např. Park zvolil

$$k_d = k_q = \frac{2}{3} \quad (2.3.18)$$

$$k_0 = \frac{1}{3} \quad (2.3.19)$$



čímž se zjednoduší vztahy(2.3.14) až (2.3.16):

$$x_a = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot x_d \cdot \cos \vartheta - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot x_d \cdot \sin \vartheta + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1} \cdot x_0 = x_d \cdot \cos \vartheta - x_q \cdot \sin \vartheta + x_0 \quad (2.3.20)$$

$$x_b = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot x_d \cdot \cos \left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi \right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot x_q \cdot \sin \left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi \right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1} \cdot x_0 = x_d \cdot \cos \left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi \right) - x_q \cdot \sin \left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi \right) + x_0 \quad (2.3.21)$$

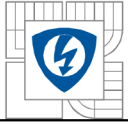
$$x_c = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot x_d \cdot \cos \left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi \right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot x_q \cdot \sin \left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi \right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1} \cdot x_0 = x_d \cdot \cos \left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi \right) - x_q \cdot \sin \left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi \right) + x_0 \quad (2.3.22)$$

Resp.

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \vartheta & -\sin \vartheta & 1 \\ \cos \left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi \right) & \sin \left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi \right) & 1 \\ \cos \left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi \right) & -\sin \left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi \right) & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_0 \end{bmatrix} \quad (2.3.23)$$

Pro splnění podmínky tzv. invariantnosti výkonů musí platit rovnost

$$\begin{bmatrix} +\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_d} \cdot \cos \vartheta & -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_q} \cdot \sin \vartheta & \frac{1}{3 \cdot k_0} \\ +\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_d} \cdot \cos \left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi \right) & -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_q} \cdot \sin \left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi \right) & \frac{1}{3 \cdot k_0} \\ +\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_d} \cdot \cos \left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi \right) & -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_q} \cdot \sin \left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi \right) & \frac{1}{3 \cdot k_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +k_d \cdot \cos \vartheta & -k_q \cdot \sin \vartheta & k_0 \\ +k_d \cdot \cos \left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi \right) & -k_q \cdot \sin \left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi \right) & k_0 \\ +k_d \cdot \cos \left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi \right) & -k_q \cdot \sin \left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi \right) & k_0 \end{bmatrix} \quad (2.3.24)$$



Tato rovnost bude splněna pro

$$k_d^2 = k_q^2 = \frac{2}{3} \quad (2.3.25)$$

$$k_0^2 = \frac{1}{3} \quad (2.3.26)$$

tedy např. pro

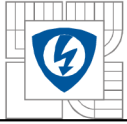
$$k_d = k_q = \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (2.3.27)$$

$$k_0 = \sqrt{\frac{1}{3}} \quad (2.3.28)$$

Tato volba transformačních činitelů má výhodu v tom, že vzájemné indukčnosti vinutí jsou pro transformované veličiny oboplně stejné.

$$M_{jk} = M_{kj} \quad (2.3.29)$$

Použitím transformace $d, q, 0$ definované rovnicemi (2.3.4) až (2.3.6), resp. (2.3.14) až (2.3.16), odvodíme nyní transformované rovnice synchronního stroje.



2.3.3 Lineární transformace napěťových rovnic

Lineární transformace napěťových rovnic statoru se jednoduše odvodí tímto postupem:

Vyjdeme z rovnice spřaženého magnetického toku fáze a , který je dán vztahem
obdobným rovnici (2.3.14)

$$\psi_a = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_d} \cdot \psi_d \cdot \cos \vartheta - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_q} \cdot \psi_q \cdot \sin \vartheta + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{k_0} \cdot \psi_0 \quad (2.3.30)$$

Tento vztah zderivujeme podle času

$$\vartheta = \omega \cdot t + \vartheta_0 \quad (2.3.31)$$

a dostaneme

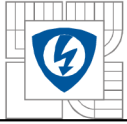
$$\begin{aligned} \frac{d\psi_a}{dt} = & \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_d} \cdot \cos \vartheta \frac{d\psi_d}{dt} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_d} \cdot \omega \cdot \psi_d \cdot \sin \vartheta - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_q} \cdot \sin \vartheta \frac{d\psi_q}{dt} - \\ & - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_q} \cdot \omega \cdot \psi_q \cdot \cos \vartheta + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{k_0} \frac{d\psi_0}{dt} \end{aligned} \quad (2.3.32)$$

Z první rovnice soustavy (2.2.3) vyjádříme $d\psi_a$ a dt

$$\frac{d\psi_a}{dt} = u_a - R \cdot i_a \quad (2.3.33)$$

A dosadíme za u_a, i_a transformované veličiny podle (2.3.14)

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_a}{dt} = & \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_d} \cdot u_d \cdot \cos \vartheta - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_q} \cdot u_q \cdot \sin \vartheta + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{k_0} \cdot u_0 - \\ & - R \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k} \cdot i_d \cdot \cos \vartheta - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_q} \cdot i_q \cdot \sin \vartheta + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{k_0} \cdot i_0 \right) \end{aligned} \quad (2.3.34)$$



Rovnice (2.3.32) a (2.3.34) se sobě rovnají, jsou-li koeficienty u stejných trigonometrických funkcí stejné, tj.

$$\left[\begin{aligned} & \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_d} \cdot \cos \vartheta \frac{d\psi_d}{dt} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_q} \cdot \omega \cdot \psi_q \cdot \sin \vartheta \frac{d\vartheta}{dt} - \\ & - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_q} \cdot \sin \vartheta \frac{d\psi_q}{dt} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_q} \omega \cdot \psi_q \cdot \cos \vartheta \frac{d\vartheta}{dt} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{k_0} \frac{d\psi_0}{dt} \end{aligned} \right] = \quad (2.3.35)$$
$$= \left[\begin{aligned} & \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_d} \cdot u_d \cdot \cos \vartheta - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_q} \cdot u_q \cdot \sin \vartheta + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{k_0} \cdot u_0 - \\ & - R \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_d} \cdot i_d \cdot \cos \vartheta - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_q} \cdot i_q \cdot \sin \vartheta + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{k_0} \cdot i_0 \right) \end{aligned} \right]$$

Porovnáním koeficientů při $\cos \vartheta$, $\sin \vartheta$ a členů bez trigonometrické funkce dostaneme při $k_d = k_q$:

$$u_d = R \cdot i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega \cdot \psi_q \quad (2.3.36)$$

$$u_q = R \cdot i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega \cdot \psi_d \quad (2.3.37)$$

$$u_0 = R \cdot i_0 + \frac{d\psi_0}{dt} \quad (2.3.38)$$

Připojíme-li podle rovnic (2.2.6) až (2.2.8) napěťové rovnice rotorových vinutí

$$u_f = R_f \cdot i_f + \frac{d\psi_f}{dt} \quad (2.3.39)$$

$$u_D = R_D \cdot i_D + \frac{d\psi_D}{dt} \quad (2.3.40)$$

$$u_Q = R_Q \cdot i_Q + \frac{d\psi_Q}{dt} \quad (2.3.41)$$

dostaneme soustavu rovnic pro napětí pro nové (transformované) statorové veličiny d , q , 0 .



2.3.4 Lineární transformace rovnic pro spřažené magnetické toky

Lineární transformace rovnic pro spřažené magnetické toky je obtížnější.

Pro spřažený magnetický tok budícího vinutí plyne z rovnice (2.2.43)

$$\psi_f = L_{afm} \cdot \left[i_a \cdot \cos \vartheta + i_b \cdot \cos \left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi \right) + i_c \cdot \cos \left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi \right) \right] + L_{ff} \cdot i_f + L_{fd} \cdot i_D \quad (2.3.42)$$

Použitím transformačního vztahu (2.3.4) se tato rovnice zjednoduší na tvar

$$\psi_f = \frac{1}{k_d} L_{afm} \cdot i_d + L_{ff} \cdot i_f + L_{fd} \cdot i_D \quad (2.3.43)$$

Obdobně se odvodí rovnice pro spřažený magnetický tok

$$\psi_D = \frac{1}{k_d} L_{aDm} \cdot i_d + L_{Df} \cdot i_f + L_{DD} \cdot i_D \quad (2.3.44)$$

Pro spřažený magnetický tok vinutí Q plyne z rovnice (2.2.8)

$$\psi_Q = -L_{aQm} \cdot \left[i_a \cdot \sin \vartheta + i_b \cdot \sin \left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi \right) + i_c \cdot \sin \left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi \right) \right] + L_{QQ} \cdot i_Q \quad (2.3.45)$$

Použitím transformačního vztahu (2.3.5) se tato rovnice zjednoduší na tvar

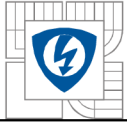
$$\psi_Q = \frac{1}{k_q} \cdot L_{aQm} \cdot i_q + L_{QQ} \cdot i_Q \quad (2.3.46)$$

Rovnice pro spřažené magnetické toky statoru transformujeme tak, že do vztahu (2.3.4) dosadíme za ψ_a, ψ_b, ψ_c podle rovnic (2.2.19) až (2.2.21) a odvozené vlastní a vzájemné indukčnosti.

$$\psi_d = +k_d \cdot \left[\psi_a \cdot \cos \vartheta + \psi_b \cdot \cos \left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi \right) + \psi_c \cdot \cos \left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi \right) \right] \quad (2.3.47)$$

$$\psi_q = -k_q \cdot \left[\psi_a \cdot \sin \vartheta + \psi_b \cdot \sin \left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi \right) + \psi_c \cdot \sin \left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi \right) \right] \quad (2.3.48)$$

$$\psi_0 = +k_0 \cdot [\psi_a + \psi_b + \psi_c] \quad (2.3.49)$$



Resp.

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +k_d \cdot \cos \vartheta & +k_d \cdot \cos\left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi\right) & +k_d \cdot \cos\left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi\right) \\ -k_q \cdot \sin \vartheta & -k_q \cdot \sin\left(\vartheta - \frac{2}{3} \cdot \pi\right) & -k_q \cdot \sin\left(\vartheta + \frac{2}{3} \cdot \pi\right) \\ k_0 & k_0 & k_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} \quad (2.3.50)$$

Po algebraických úpravách nakonec dostaneme

$$\psi_d = L_d \cdot i_d + \frac{3}{2} k_d \cdot L_{afm} \cdot i_f + \frac{3}{2} \cdot k_d \cdot L_{aDm} \cdot i_D \quad (2.3.51)$$

kde

$$L_d = L_{a0} + L_{ab0} + \frac{3}{2} \cdot L_2 \quad (2.3.52)$$

je podélná synchronní indukčnost.

Obdobně se odvodí rovnice

$$\psi_q = L_q \cdot i_q + \frac{3}{2} \cdot k_q \cdot L_{aQm} \cdot i_Q \quad (2.3.53)$$

kde

$$L_q = L_{a0} + L_{ab0} - \frac{3}{2} \cdot L_2 \quad (2.3.54)$$

je příčná synchronní indukčnost

$$\psi_0 = L_0 \cdot i_0 \quad (2.3.55)$$

kde

$$L_0 = L_{a0} = 2 \cdot L_{ab0} \quad (2.3.56)$$

je netočivá indukčnost.



Odvozené rovnice pro spřažené magnetické toky se zjednoduší, budou-li odpovídající vzájemné indukčnosti v rovnicích (2.3.43), (2.3.44) a (2.3.51) stejné, tedy

$$\frac{1}{k_d} \cdot L_{afm} = \frac{3}{2} \cdot k_d \cdot L_{afm} \quad (2.3.57)$$

$$\frac{1}{k_d} \cdot L_{aDm} = \frac{3}{2} \cdot k_d \cdot L_{aDm} \quad (2.3.58)$$

Podobně mají být stejné vzájemné indukčnosti v rovnicích (2.3.46) a (2.3.53)

$$\frac{1}{k_q} \cdot L_{aQm} = \frac{3}{2} \cdot k_q \cdot L_{aQm} \quad (2.3.59)$$

Z těchto rovnic plyne podmínka pro volbu transformačních činitelů

$$k_d = k_q = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (2.3.60)$$

Zavedeme-li nové značení

$$L_{df} = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot L_{afm} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot L_{afm} = L_{fd} \quad (2.3.61)$$

$$L_{dD} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot L_{aDm} = L_{Dd} \quad (2.3.62)$$

$$L_{qQ} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot L_{aQm} = L_{Qq} \quad (2.3.63)$$



budou mít rovnice pro sprážené magnetické toky (2.3.43), (2.3.44), (2.3.51)(2.3.46), (2.3.51), (2.3.53), (2.3.55) tvar

$$\psi_d = L_d \cdot i_d + L_{df} \cdot i_f + L_{dD} \cdot i_D \quad (2.3.64)$$

$$\psi_q = L_q \cdot i_q + L_{qQ} \cdot i_Q \quad (2.3.65)$$

$$\psi_0 = L_0 \cdot i_0 \quad (2.3.66)$$

$$\psi_f = L_{fd} \cdot i_d + L_{ff} \cdot i_f + L_{fD} \cdot i_D \quad (2.3.67)$$

$$\psi_D = L_{Dd} \cdot i_d + L_{Df} \cdot i_f + L_{DD} \cdot i_D \quad (2.3.68)$$

$$\psi_Q = L_{Qd} \cdot i_q + L_{QQ} \cdot i_Q \quad (2.3.69)$$

V tomto oddíle jsme odvodili šest napěťových rovnic, (2.2.3) až (2.2.8), a šest rovnic pro sprážené magnetické toky, (2.3.64) až (2.3.69) V těchto dvanácti rovnicích je při šesti zadaných svorkových napětích celkem třináct neznámých proměnných, a to šest proudů, šest sprážených magnetických toků a úhlová rychlost.

2.3.5 Výkon a moment synchronního stroje

Okamžitý elektrický výkon trojfázového systému a, b, c je

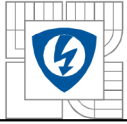
$$p = u_a \cdot i_a + u_b \cdot i_b + u_c \cdot i_c \quad (2.3.70)$$

Dosadíme-li za okamžité hodnoty napětí a proudů a, b, c podle transformačních rovnic (2.3.14) až (2.3.16), dostaneme po úpravě

$$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_d^2} \cdot u_d \cdot i_d + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_q^2} \cdot u_q \cdot i_q + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{k_0^2} \cdot u_0 \cdot i_0 \quad (2.3.71)$$

Použitím vztahu (2.3.27) a (2.3.28)

$$k_d = k_q = \sqrt{\frac{2}{3}} \quad k_0 = \sqrt{\frac{1}{3}}$$



dostaneme pro okamžitý výkon v systému $d, q, 0$.

$$p = u_d \cdot i_d + u_q \cdot i_q + u_0 \cdot i_0 \quad (2.3.72)$$

Uvedená volba transformačních činitelů a vztah pro výkon ve tvaru (2.3.72) bez činitelů odpovídá tzv. principu invariantnosti výkonů při lineární transformaci proměnných. Při jiné volbě transformačních činitelů, např. podle Parka, bychom dostali výkon v kterém uvedený princip invariantnosti výkonů není splněn.

Moment synchronního stroje můžeme odvodit z energetické bilance. Elektrický příkon (motoru) je při transformovaných veličinách statoru dán vztahem

$$p = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{k_d^2} \cdot u_d \cdot i_d + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{k_q^2} \cdot q u_q \cdot i_q + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{k_0^2} \cdot u_0 \cdot i_0 + u_f \cdot i_f + u_D \cdot i_D + u_Q \cdot i_Q \quad (2.3.73)$$

Vnitřní výkon je dán rotačními napětími, která jsou jen v napěťových rovnicích vinutí d, q . Z rovnice (2.3.71) po dosazením za u_d, u_q, u_0 , podle (2.3.36) až (2.3.38) dostaneme pro vnitřní moment

$$p = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_d^2} i_d \frac{d\Psi_d}{dt} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_q^2} i_q \frac{d\Psi_q}{dt} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{k_0^2} i_0 \frac{d\Psi_0}{dt} \right) + \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_d^2} R i_d^2 + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_q^2} R i_q^2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{k_0^2} R i_0^2 \right) + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_d k_q} \omega (\Psi_d i_q - \Psi_q i_d) = \frac{dW_m}{dt} + \Delta p_j + p_i \quad (2.3.74)$$

První člen je časová změna magnetické energie, druhý člen odpovídá okamžitým Joulovým ztrátám a třetí člen je vnitřní výkon, takže pro moment synchronního stroje platí vztah

$$m_i = \frac{p_i}{\omega_m} = p_p \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k_d \cdot k_q} \cdot (\Psi_d \cdot i_q - \Psi_q \cdot i_d) \quad (2.3.75)$$

Při volbě transformačních činitelů podle rovnice (2.3.27) dostaneme

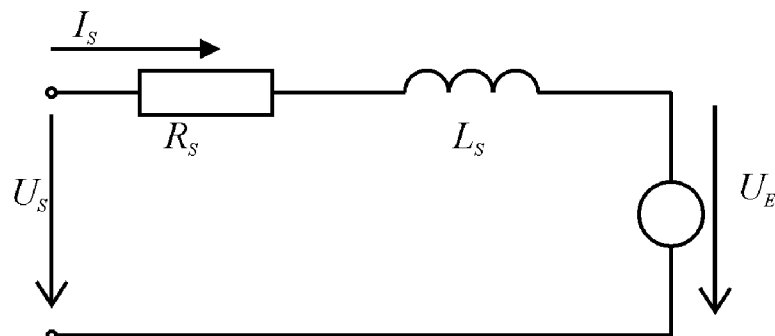
$$m_i = p_p \cdot (\Psi_d \cdot i_q - \Psi_q \cdot i_d) \quad (2.3.76)$$

Kde vnitřní moment je úměrný efektivní hodnotě resp. amplitudě fázových proudů. M_i je vnitřní moment, p_p je počet pólpárů stroje, Ψ_d a Ψ_q jsou složky prostorového vektoru magnetického toku.

Skutečné statorové veličiny a, b, c se pomocí lineární transformace nahradí veličinami $d, q, 0$. Řešení provozních stavů synchronního stroje při použití veličin $d, q, 0$ je jednodušší (odpadají periodické činitele).

2.4 Matematický model synchronního motoru s PM

Na *Obrázek 2.9* je znázorněno náhradní elektrické schéma synchronního elektromotoru s permanentními magnety. Jedná se o schéma jedné fáze, kde R_s značí odpor jedné fáze statorového vinutí, L_s je indukčnost statorového vinutí. Otáčením rotoru, jehož permanentní magnety tvoří magnetické pole s magnetickým tokem Ψ_m , se ve statoru indukuje elektrické napětí U_E , opačného smyslu než napájecí napětí U_S .



Obrázek 2.9 Náhradní elektrické schéma synchronního elektromotoru s permanentními magnety v rotoru

Za předpokladu, že stator je napájen třífázovým harmonickým napětím a že všechna tři statorová vinutí jsou symetrická a při sinusovém rozložení indukce podél vzduchové mezery a konstanty $k_d=k_q=2/3$, je matematický model synchronního motoru s permanentními magnety dán rovnicemi :

$$u_d = R_s i_d + \frac{d\Psi_d}{dt} - \omega \Psi_q \quad (2.4.1)$$

$$u_q = R_s i_q + \frac{d\Psi_q}{dt} + \omega \Psi_d \quad (2.4.2)$$

$$\Psi_d = L_d i_d + \Psi_m \quad (2.4.3)$$

$$\Psi_q = L_q i_q \quad (2.4.4)$$

Momentová rovnice

$$M = \frac{3}{2} p_p (\Psi_d i_q - \Psi_q i_d) = \frac{3}{2} p_p (L_d i_d i_q + \Psi_m i_q - L_q i_q i_d) \quad (2.4.5)$$

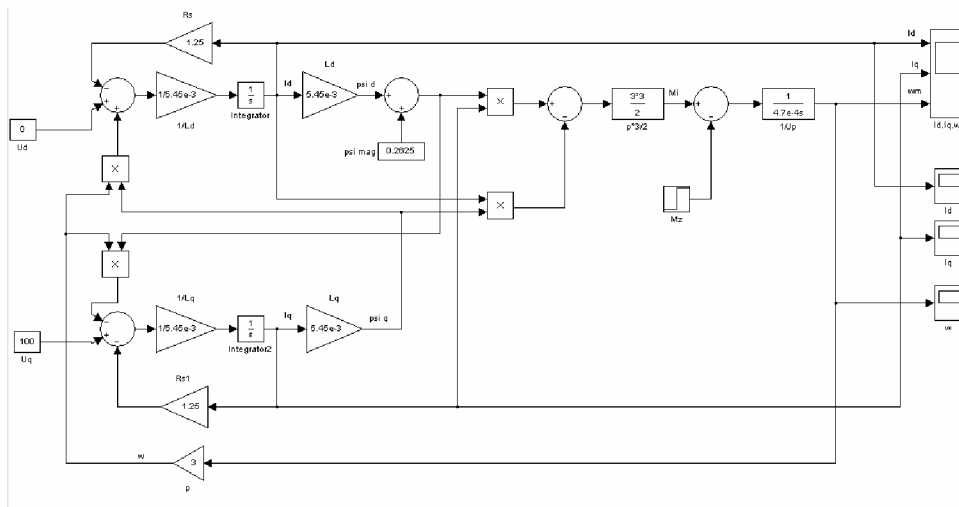
Protože je rotor hladký platí $L_d=L_q=L_s$

$$M = \frac{3}{2} p_p \Psi_m i_q = \frac{3}{2} p_p \Psi_m |i_s| \sin \delta \quad (2.4.6)$$

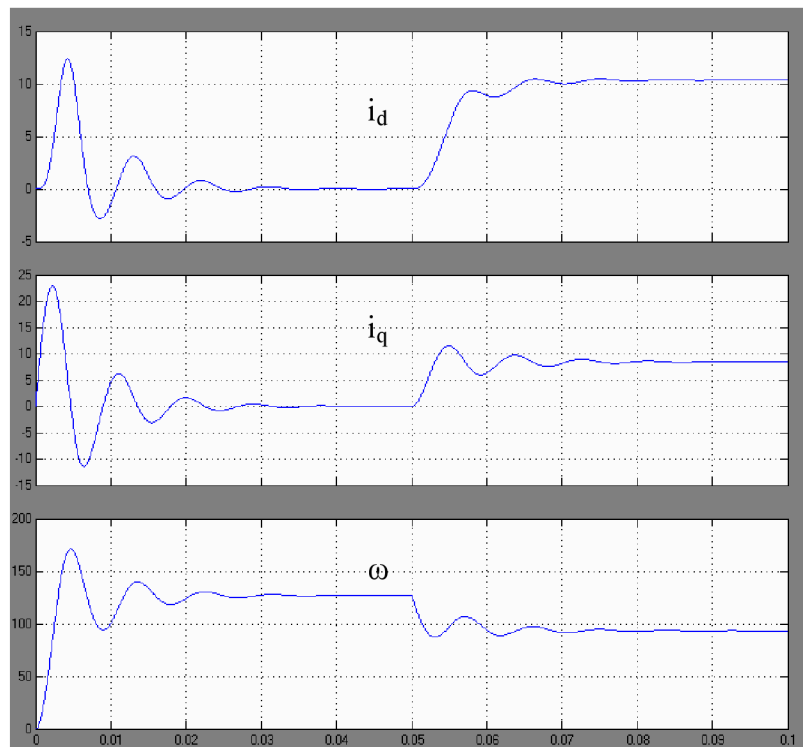
Pohybová rovnice

$$m_i = J \frac{d\omega_m}{dt} + m_m \quad (2.4.7)$$

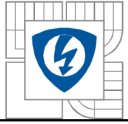
Na základě rovnic můžeme sestavit model synchronního motoru s permanentními magnety v programu Matlab-Simulink. V Příloha C je vložen zvětšený obrázek model PMSM.



Obrázek 2.10 Blokové schéma SMPM v Matlab Simulink



Obrázek 2.11 Průběh proudů a otáček PMSM



3 NÁVRH REGULAČNÍCH STRUKTUR

Servopohon se synchronním motorem, buzeným permanentními magnety na rotoru, sestává z motoru, opatřeného snímačem polohy rotoru, jehož statorové třífázové vinutí je napájeno proměnným kmitočtem a napětím z napěťového měniče kmitočtu pomocí tří regulátorů statorových proudů R_{is} . Synchronní motor potřebuje trvalou informaci o poloze rotoru. Nejpoužívanějším snímačem polohy rotoru je resolver. Snímač polohy rotoru lze pochopitelně využít i pro polohovou zpětnou vazbu při polohovém řízení servopohonu.

Pro sestavování regulační struktury vyjdeme z předpokladu že motor řídíme na maximální moment, takže d-složka statorového proudu je regulována na nulu. Dalším předpokladem je že motor stojí, tedy $\omega_m = 0$.

3.1 Regulace proudu

Pro proudovou smyčku použijeme napěťovou rovnici q osy.

$$u_q = R_S i_q + L_S \frac{di_q}{dt} + \omega(L_S i_d + \Psi_m) \quad (3.1.1)$$

$$i_d = 0; \omega_{\text{mech}} = 0;$$

$$u_q = R_S i_q + L_S \frac{di_q}{dt} \quad (3.1.2)$$

$$u_q = R_S i_q + p L_S i_q \quad (3.1.3)$$

$$u_q = R_S i_q \left(1 + p \frac{L_S}{R_S} \right) \quad (3.1.4)$$

$$\tau_s = \frac{L_S}{R_S} = \frac{5,45 \cdot 10^{-3}}{1,25} = 0,00436 \text{ s} \quad (3.1.5)$$

$$u_q = R_S i_q (1 + p \tau_s) \quad (3.1.6)$$

$$F(p) = \frac{i_s}{u_s} = \frac{1/R_S}{1 + p \tau_s} \quad (3.1.7)$$

Frekvenční měnič má spínací frekvenci $f = 4 \text{ kHz}$. Jeho náhradní časová konstanta je:

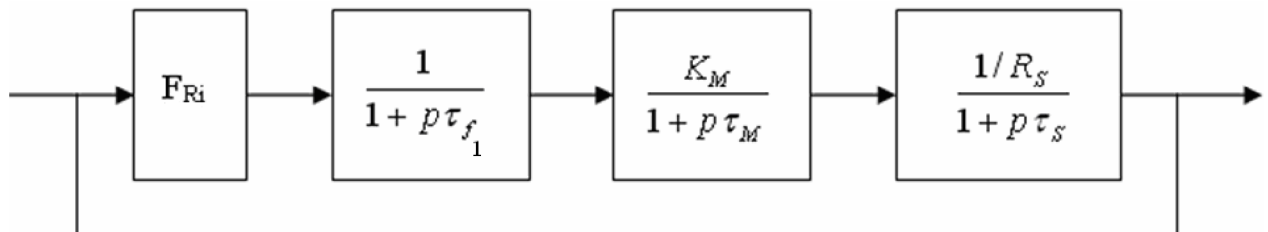
$$\tau_M = \frac{1}{2f} = \frac{1}{2 \cdot 4000} = 0,000125s \quad (3.1.8)$$

$$F_{M(p)} = \frac{K_M}{1 + p\tau_M} \quad (3.1.9)$$

$$K_M = \frac{U_{VYST}}{U_{VST}} = \frac{600}{1} = 600 \quad (3.1.10)$$

Pro následnou realizaci řídicí struktury musíme brát v úvahu při návrhu i vzorkovač měniče 10kHz

$$\tau_{f1} = \frac{1}{f} = \frac{1}{10000} = 0,0001s \quad (3.1.11)$$



Obrázek 3.1 Blokové schéma regulační smyčky

Návrh regulátoru proudu metodou optimálního modulu:

Přenos soustavy

$$F_{S(p)} = \frac{K_M \cdot 1/R_S}{(1 + p\tau_S) \cdot (1 + p\tau_M) \cdot (1 + p\tau_f)}$$

$$\tau_\sigma = \tau_M + \tau_{f1} \quad (3.1.12)$$

$$F_{S(p)} = \frac{K_M \cdot 1/R_S}{(1 + p\tau_S) \cdot (1 + p\tau_\sigma)}$$

Na tento přenos budeme navrhovat proudový regulátor. Protože u proudové smyčky bychom neměli mít velký překmit z důvodu ochrany motoru, použijeme metodu optimálního modulu. Ten vykazuje překmit na jednotkový skok jen 4,3%. Pro regulátor metodou optimálního modulu platí:

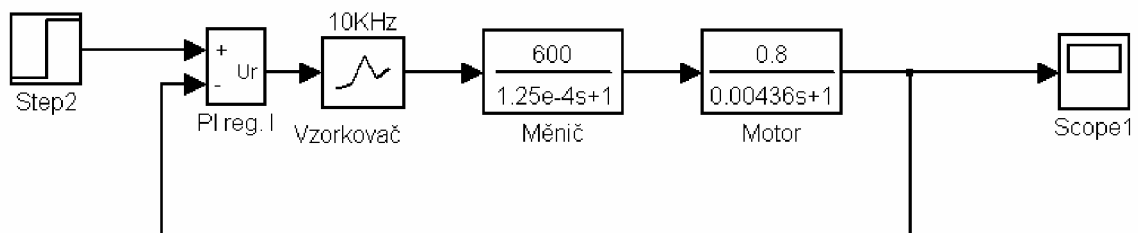
$$F_{Ri(p)} = \frac{1}{F_{s(p)}} \cdot \frac{1}{2p\tau_\sigma(1+p\tau_\sigma)} = \frac{(1+p\tau_s) \cdot (1+p\tau_\sigma)}{K_M \cdot 1/R_s} \cdot \frac{1}{2p\tau_\sigma(1+p\tau_\sigma)} = \frac{(1+p\tau_\sigma)}{2p\tau_\sigma K_M \cdot 1/R_s} =$$

$$= \frac{1+p0,00436}{2 \cdot 1 \cdot 10^{-4} \cdot 1/1,25 \cdot 600p} = \frac{1+p0,00436}{p0,096} = \frac{1+p\tau_1}{p\tau_0} \quad (3.1.13)$$

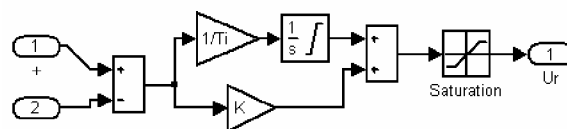
$$F_{oi(p)} = F_{Ri(p)} \cdot F_s(p) = \frac{1+p\tau_a}{K_u \cdot \frac{1}{R_a} \cdot K_i \cdot p2\tau_u} \cdot \frac{K_u \cdot 1/R_a \cdot K_i}{(1+p\tau_u) \cdot (1+p\tau_a)} = \frac{1}{2p\tau_\sigma(1+p\tau_\sigma)} \quad (3.1.14)$$

$$F_{wi} = \frac{F_{oi}}{1+F_{oi}} = \frac{\frac{1}{2p\tau_u(1+p\tau_u)}}{1+\frac{1}{2p\tau_u(1+p\tau_u)}} = \frac{\frac{1}{2p\tau_u(1+p\tau_u)}}{\frac{1+2p\tau_u(1+p\tau_u)}{2p\tau_u(1+p\tau_u)}} = \frac{1}{2p^2\tau_\sigma^2 + 2p\tau_\sigma + 1} \quad (3.1.15)$$

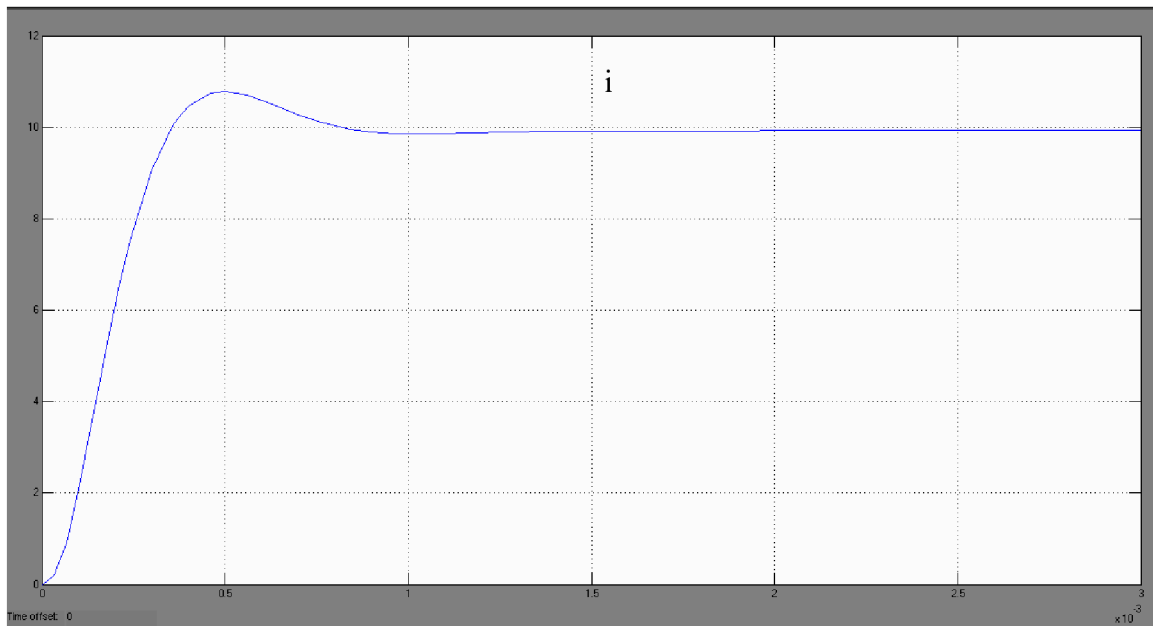
Přenos uzavřené regulační smyčky podle optimálního modulu má standardní tvar



Obrázek 3.2 Blokové schéma regulace proudu



Obrázek 3.3 Blokové schéma regulátoru



Obrázek 3.4 Odezva regulátoru I na jednotkový skok

3.2 Regulace otáček

Nadřazenou smyčkou proudovým smyčkám je otáčková smyčka s regulátorem otáček typu PI, jehož návrh je shodný s návrhem regulátoru otáček stejnosměrného pohonu.

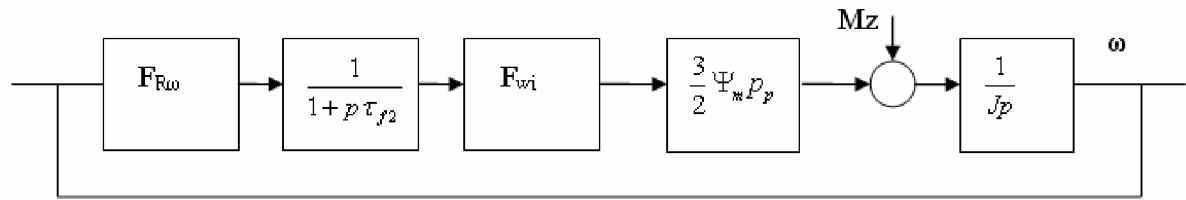
Vektorové řízení synchronního motoru je dáno podmínkou $i_d = 0$, za předpokladu, že nechceme odbuzovat podélnou složkou statorového proudu i_d . Pak je vektor statorového proudu kolmý na vektor magnetického toku, tj. $\delta = 90^\circ$ a moment motoru je maximální.

$$\Psi_m = \frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{M_N}{\frac{3}{2}\sqrt{2}I_N p_p \sin \delta} = \frac{4\sqrt{3} \cdot 6,8}{9\sqrt{2} \cdot 4,7 \cdot 3} = 0,2625 \text{ Wb} \quad (3.2.1)$$

Spřažený magnetický tok permanentních magnetů - $\psi_m = 0,2625 \text{ Wb}$

Moment setrvačnosti rotoru - $J = 4,7 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2 = 4,7 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

Počet pólových dvojic - $p_p = 3$



Obrázek 3.5 Blokové schéma regulace otáček

Dalším prvkem otáčkové smyčky je vzorkovač, které pracuje na vzorkovací frekvenci 1 kHz.

$$\tau_{f2} = \frac{1}{f} = \frac{1}{1000} = 0,001s \quad (3.2.2)$$

Přenos soustavy

$$F_{S(p)} = \frac{F_{wi(p)} \cdot \Psi_m \cdot 3/2 \cdot p_p \cdot 1/pJ}{(1 + p\tau_{f2})}$$

$$F_{wi(p)} = \frac{1}{2p^2\tau_\sigma^2 + 2p\tau_\sigma + 1} \cong \frac{1}{2p\tau_\sigma + 1}$$

$$F_{S(p)} = \frac{\Psi_m \cdot 3/2 \cdot p_p \cdot 1/pJ}{(1 + p\tau_{f2}) \cdot (1 + p\tau_\sigma)} \quad (3.2.3)$$

$$\tau_\Sigma = 2\tau_\sigma + \tau_{f2}$$

$$F_{S(p)} = \frac{\Psi_m \cdot 3/2 \cdot p_p \cdot 1/pJ}{(1 + p\tau_\Sigma)}$$

Regulátor navrhne metodou SO

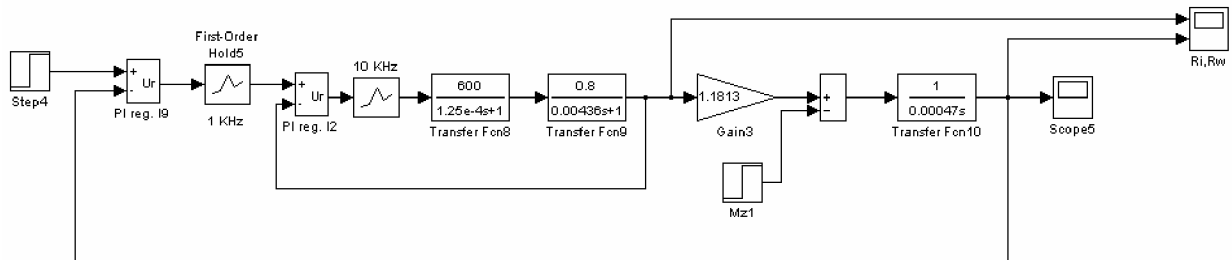
$$F_{R\omega}(p) = \frac{1}{F_S(p)} \cdot \frac{1 + 4p\tau_\sigma}{8p^2\tau_\sigma^2(1 + p\tau_\sigma)} = \frac{pJ \cdot (p\tau_\Sigma + 1)}{\Psi_m \cdot 3/2 \cdot p_p} \cdot \frac{1 + 4p\tau_\Sigma}{8p^2\tau_\Sigma^2(1 + p\tau_\Sigma)} =$$

$$= \frac{1 + p4 \cdot (2\tau_\sigma + \tau_{f2})}{p\Psi_m \cdot 3/2 \cdot p_p \cdot \frac{1}{J} \cdot 8 \cdot (2\tau_\sigma + \tau_{f2})^2} \quad (3.2.4)$$

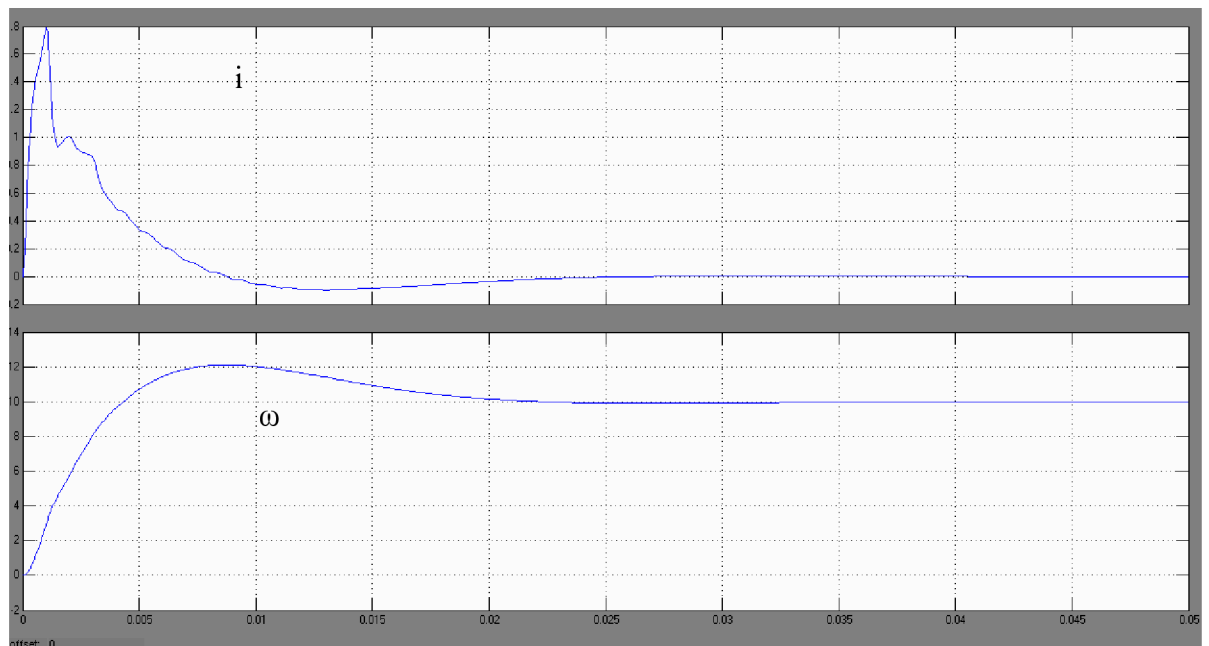
$$= \frac{1 + p4(2 \cdot 2,25 \cdot 10^{-4} + 1 \cdot 10^{-3})}{p \cdot 0,2625 \cdot \frac{3}{2} \cdot 3 \cdot \frac{1}{0,00047} \cdot 8 \cdot (2 \cdot 2,25 \cdot 10^{-4} + 1 \cdot 10^{-3})^2} = \frac{1 + p5,8 \cdot 10^{-3}}{p0,02} = \frac{1 + p\tau_1}{p\tau_0}$$

$$F_{wi} = \frac{F_{oi}}{1 + F_{oi}} = \frac{1 + p4\tau_\sigma}{8p^3\tau_\sigma^3 + 8p^2\tau_\sigma^2 + 4p\tau_\sigma + 1} \quad (3.2.5)$$

Přenos uzavřené smyčky otáček podle symetrického optima má standardní tvar



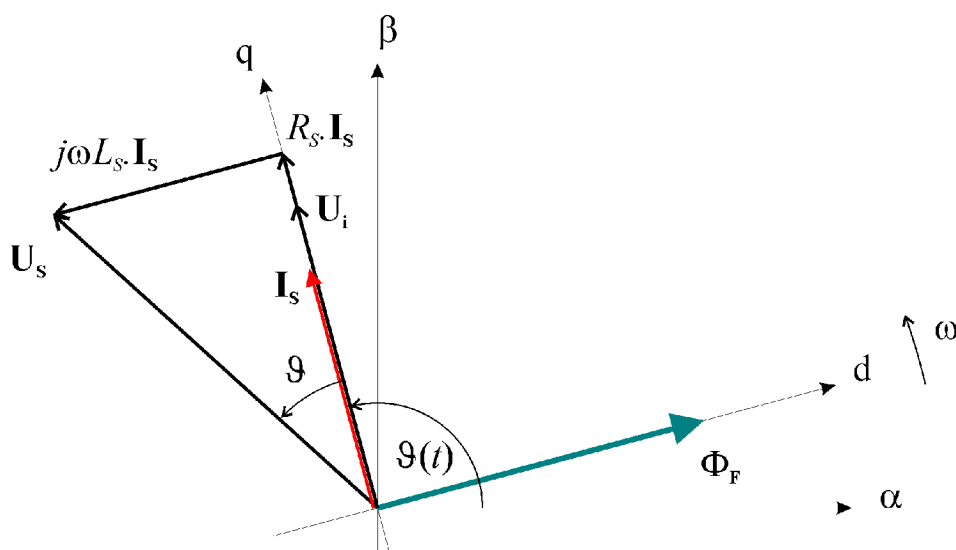
Obrázek 3.6 Blokové schéma regulačních smyček



Obrázek 3.7 Odezva regulatoru na jednotkový skok

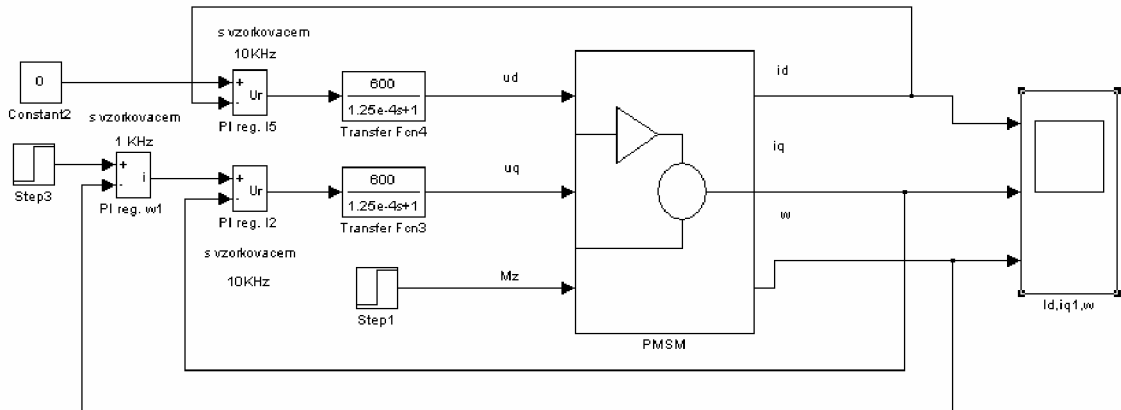
4 VEKTOROVÉ ŘÍZENÍ

Vektorové řízení synchronního motoru je dáno podmínkou $i_d = 0$, za předpokladu, že nechceme motor odbuzovat podélnou složkou statorového proudu i_d . Pak je vektor statorového proudu kolmý na vektor magnetického toku, t.j. $\delta = 90^\circ$ a moment motoru je maximální. U motorů buzených permanentními magnety na rotoru je vektor magnetického toku totožný s polohou rotoru. Vektorové řízení synchronního motoru s permanentními magnety na rotoru je jednodušší, než vektorové řízení asynchronního motoru, neboť v tomto případě není nutno rekonstruovat polohu magnetického toku, která je shodná s polohou rotoru a stačí tedy měřit polohu rotoru. Tokotvorná (magnetizační) složka i_d , která budí ve stroji magnetický tok (ovlivňuje velikost magnetického toku) a momentotvorná i_q , vytváří spolu s magnetickým tokem moment.

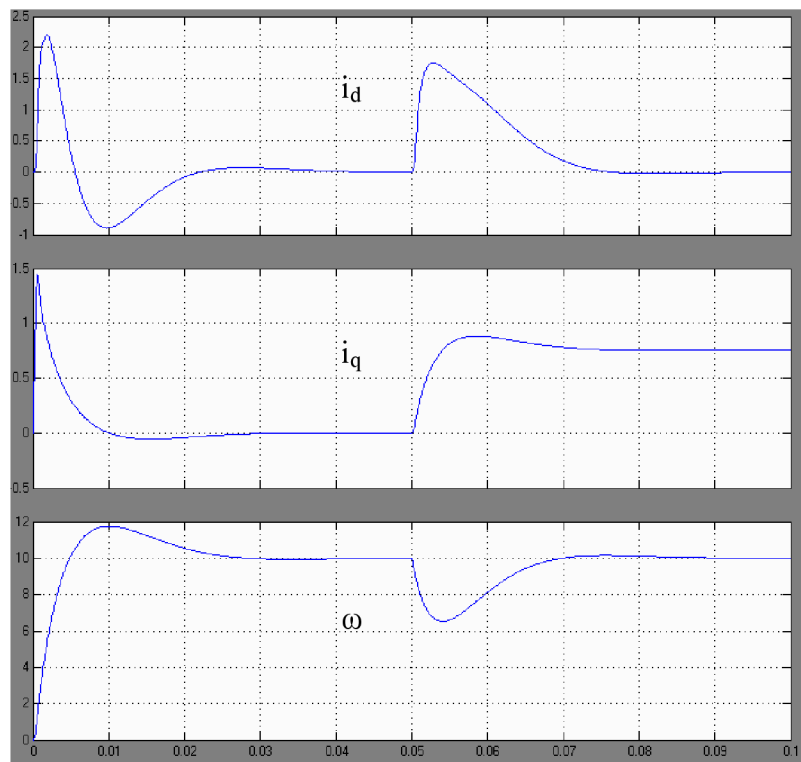


Obrázek 4.1 Polohy fázorů při vektorovém řízení PMSM

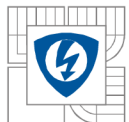
Jednotlivé regulátory mají konstanty nastaveny dle návrhu z předchozí kapitoly.



Obrázek 4.2 Blokové schéma vektorového řízení PMSM



Obrázek 4.3 Průběhy hodnot proudů a otáček vektorového řízení

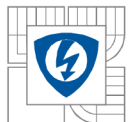


5 ZÁVĚR

V této práci byl odvozen matematický model synchronního motoru s permanentními magnety. Rovnice vyjádřené v rotorových souřadnicích jsou použity k simulaci. Matice indukčnosti, která popisuje vlastní i vzájemné indukčnosti statorového vinutí závisící na poloze rotoru. Proto byly rovnice motoru transformovány do nového souřadného systému synchronně rotujícího s rotorem. V tomto systému zůstává matice indukčnosti konstantní. Matematický model motoru vyjádřený v tomto novém souřadnicovém systému, nazývaném *d, q, 0 - souřadný systém*, který zjednoduší řešení matematického modelu. Avšak výsledné diferenciální rovnice jsou stále nelineární a vyžadují pro řešení použití počítače.

Pro servopohony se používá synchronních motorů buzených permanentními magnety na rotoru. Magnety mohou být umístěny na povrchu rotoru buď jako zapuštěné kdy je L_q větší než L_d . Nebo na povrchu rotoru, což představuje umístění ve vzduchové mezeře kdy $L_q=L_d$, výhodou je potlačení vlivu reakce statorového vinutí vlivem velké vzduchové mezery. Toto provedení je nejpoužívanější k dynamicky náročným aplikacím. Další možné provedení je uložení permanentních magnetů uvnitř rotoru. Tento konstrukční princip se používá zejména při použití feritových magnetů, neboť umožňuje koncentraci magnetického toku do vzduchové mezery. Synchronní motor vyžaduje sinusový tvar pole ve vzduchové mezeře, což je přibližně dosahováno dvoutřetinovým pólovým krytím

Při vektorovém řízení vytváří momentotvorná složka i_q , spolu s magnetickým tokem vnitřní moment motoru. K získání maximálního momentu, kdy je hlavní složka úměrná *q-složce* kotevního proudu, je výhodné řídit střídač pro napájení PMSM tak, že je podélná *d-složka* proudu udržována nulová ($\delta=90^\circ$), dokud výstupní napětí střídače nedosáhne maximální hodnoty. V tomto bodě motor dosahuje maximální rychlosti. Nad touto hodnotou se moment motoru výrazně snižuje (odbuzování).



LITERATURA

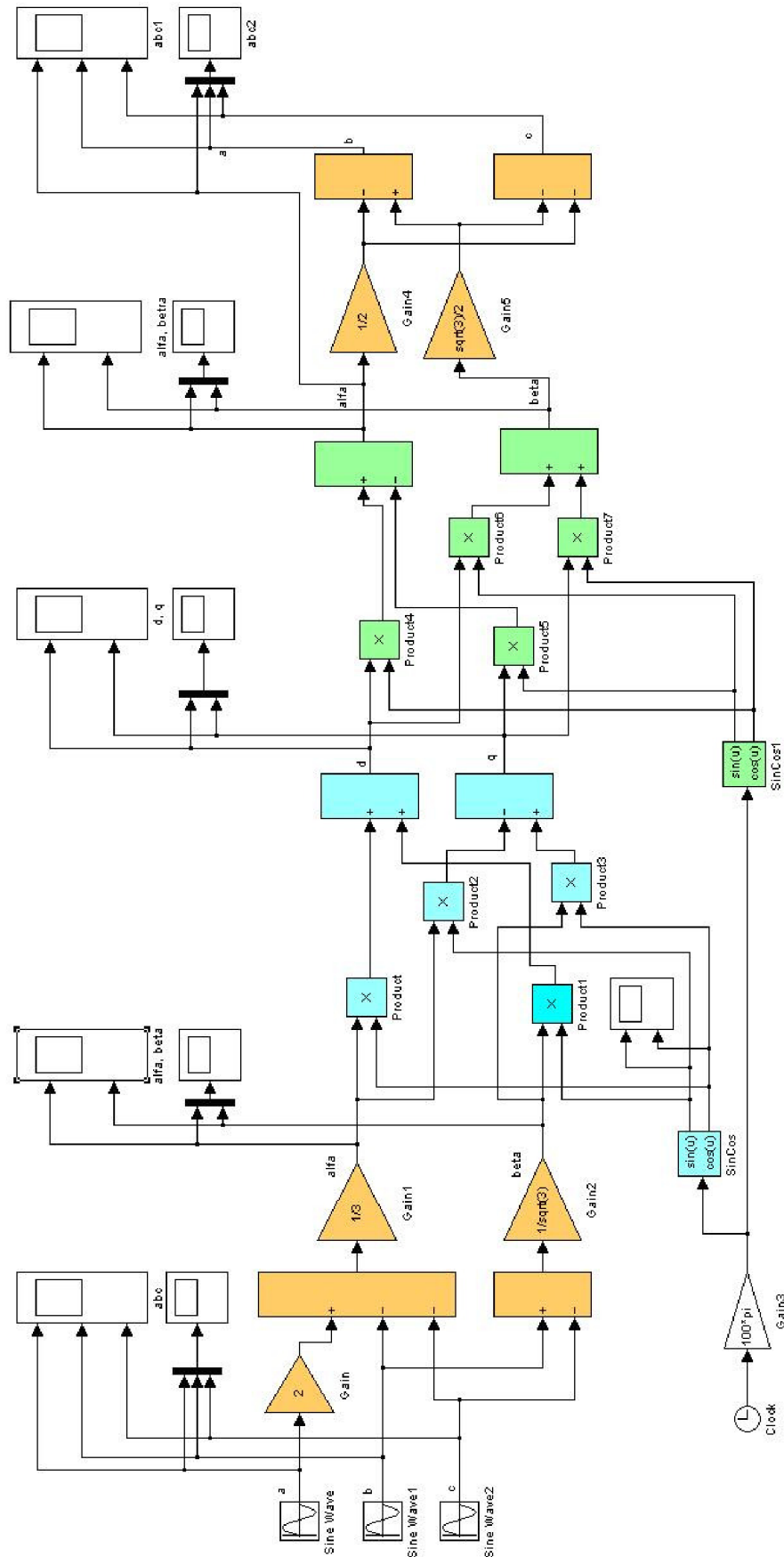
- [1] Skalický, J.: *Elektrické pohony*. VUT Brno, FEKT, Ústav výkonové elektroniky a elektroniky, 1996
- [2] Skalický, J.: *Elektrické regulované pohony*. VUT Brno, FEKT, Ústav výkonové elektroniky a elektroniky, 2007
- [3] Štěpánek, M.: *Diplomová práce. Elektrický servopohon se synchronním motorem*. VUT Brno, FEKT, Ústav výkonové elektroniky a elektroniky, 2003
- [4] Neborák, I.: *Modelování a simulace elektrických regulovaných pohonů*, Vysoká škola báňská, Technická univerzita Ostrava, 2002
- [5] Měřička, J., Zoubek, Z.: *Obecná teorie elektrického stroje*, Nakladatelství technické literatury, 1973
- [6] Pavelka, J., Čerovský, Z., Javůrek, J.: *Elektrické pohony*, ČVUT v Praze, Fakulta elektrotechnická, 1995
- [7] Neodymový magnet, Feritové magnety, Samarium. Dostupné z WWW:
<http://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Speci%C3%A1ln%C3%AD%3ASearch&search=magnety+ze+vz%C3%A1cn%C3%BDch+zemin>
- [8] Diblík, M.: *Elektrické pohony pro dynamicky náročné aplikace*, Technická univerzita v Liberci, Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií, 2006



PŘÍLOHA A

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\alpha 0} + L_2 \cos 2\vartheta & -L_{\alpha b 0} + L_2 \cos(2\vartheta - \frac{2}{3}\pi) & -L_{\alpha b 0} + L_2 \cos(2\vartheta + \frac{2}{3}\pi) & L_{\alpha f m} \cos \vartheta & L_{\alpha D m} \cos \vartheta & -L_{\alpha Q m} \sin \vartheta \\ -L_{\alpha b 0} + L_2 \cos(2\vartheta - \frac{2}{3}\pi) & L_{\alpha 0} + L_2 \cos 2(\vartheta - \frac{2}{3}\pi) & -L_{\alpha b 0} + L_2 \cos 2\vartheta & L_{\alpha f m} \cos(\vartheta - \frac{2}{3}\pi) & L_{\alpha D m} \cos(\vartheta - \frac{2}{3}\pi) & -L_{\alpha Q m} \sin(\vartheta - \frac{2}{3}\pi) \\ -L_{\alpha b 0} + L_2 \cos(2\vartheta + \frac{2}{3}\pi) & -L_{\alpha b 0} + L_2 \cos 2\vartheta & L_{\alpha 0} + L_2 \cos 2(\vartheta + \frac{2}{3}\pi) & L_{\alpha f m} \cos(\vartheta + \frac{2}{3}\pi) & L_{\alpha D m} \cos(\vartheta + \frac{2}{3}\pi) & -L_{\alpha Q m} \sin(\vartheta + \frac{2}{3}\pi) \\ L_{\alpha f m} \cos \vartheta & L_{\alpha f m} \cos(\vartheta - \frac{2}{3}\pi) & L_{\alpha f m} \cos(\vartheta + \frac{2}{3}\pi) & L_{ff} & L_{fD} & 0 \\ L_{\alpha D m} \cos \vartheta & L_{\alpha D m} \cos(\vartheta - \frac{2}{3}\pi) & L_{\alpha D m} \cos(\vartheta + \frac{2}{3}\pi) & L_{Df} & L_{DD} & 0 \\ -L_{\alpha Q m} \sin \vartheta & -L_{\alpha Q m} \sin(\vartheta - \frac{2}{3}\pi) & -L_{\alpha Q m} \sin(\vartheta + \frac{2}{3}\pi) & 0 & 0 & L_{Q\emptyset} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

PŘÍLOHA B





PŘÍLOHA C

