

Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta

Katedra systémového inženýrství



Bakalářská práce

**Analýza systému hromadné obsluhy ve vybraném
podniku**

Váňová Anna

© 2024 ČZU v Praze

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Anna Váňová

Ekonomika a management

Název práce

Analýza systému hromadné obsluhy ve vybraném podniku

Název anglicky

Analysis of queuing system in selected company

Cíle práce

Hlavním cílem práce je na základě analýzy zhodnotit fungování systému hromadné obsluhy ve vybraném podniku. Dílčím cílem je formulovat návrhy na zlepšení tohoto systému v případě zjištěných nedostatků.

Metodika

Práce bude rozdělena do dvou hlavních částí – teoretické a praktické. Teoretická část bude věnována literární rešerši. Na základě odborné literatury bude popsán systém hromadné obsluhy a jeho hlavní charakteristiky. Dále budou vymezeny základní termíny daného tématu.

Praktická část bude obsahovat představení vybraného podniku. A na základě potřebných dat bude provedena analýza pomocí výpočtů. Závěrem bude zhodnoceno fungování systému hromadné obsluhy ve vybraném podniku. V případě nedostatků budou formulovány návrhy na případnou optimalizaci a další doporučení.

Doporučený rozsah práce

35 – 40 stran

Klíčová slova

hromadná obsluha, fronta, intenzita vstupu, systém, optimalizace, požadavek, analýza

Doporučené zdroje informací

FÁBRY, J. 2007. Matematické modelování. 1. vyd. Praha: Oeconomica. 146 s. ISBN 978-80-245-1266-2.

HUŠEK, R., MAŇAS, M. 1989. Matematické modely v ekonomii. 1. vyd. Praha: SNTL. 402 s. ISBN 80-03-00098-X.

JABLONSKÝ, J. 2002. Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování. 2. vyd. Praha: Professional Publishing. 323 s. ISBN 80-86419-42-8.

LUKÁŠ, L. 2005. Pravděpodobnostní modely některých manažerských úloh. 1. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni. 219 s. ISBN 80-7043-402-3.

SIXTA, J., ŽIŽKA M. 2009. Logistika: metody používané pro řešení logistických projektů. 1. vyd. Brno: Computer Press. 238 s. ISBN 978-80-251-2563-2.

Předběžný termín obhajoby

2023/24 LS – PEF

Vedoucí práce

Ing. Jiří Fejfar, Ph.D.

Garantující pracoviště

Katedra systémového inženýrství

Elektronicky schváleno dne 23. 11. 2023

doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 23. 11. 2023

doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.

Děkan

V Praze dne 13. 03. 2024

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci "Analýza systému hromadné obsluhy ve vybraném podniku" jsem vypracovala samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce Ing. Jiřího Fejfara, Ph.D. a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu použitých zdrojů na konci práce. Jako autorka uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušila autorská práva třetích osob.

V Praze dne 15. 3. 2024

Poděkování

Ráda bych touto cestou poděkovala vedoucímu této bakalářské práce Ing. Jiřímu Fejfarovi, Ph.D. za odbornou pomoc, průběžné konzultace při zpracování práce, cenné rady a věnovaný čas. Dále bych ráda poděkovala majiteli Neklan Sportu Luboši Kyclerovi za poskytnutí dat a Jakubu Čermákovi, který zde pracuje, za poskytnutí nezbytných informací ohledně podniku. V neposlední řadě děkuji svým rodičům za to, že mi studium umožňují.

Analýza systému hromadné obsluhy ve vybraném podniku

Abstrakt

Tato bakalářská práce se zabývá systémy hromadné obsluhy, konkrétně systémem hromadné obsluhy u pokladny v podniku Neklan Sport. Cílem této práce je zhodnotit současné fungování tohoto systému a v případě zjištěných nedostatků vytvořit návrh na jeho zlepšení.

V teoretické části práce je dle odborné literatury vypracována literární rešerše, v níž je popsán systém hromadné obsluhy, jeho hlavní charakteristiky a jeho klasifikace. Dále jsou představeny základní charakteristiky modelů $M/M/1$ a $M/M/c$ a vzorce sloužící pro jejich výpočet.

V praktické části je na základě dat poskytnutých majitelem a zaměstnanci podniku provedena analýza stávajícího systému hromadné obsluhy u pokladny. Díky výsledkům této analýzy je zjištěno, že systém vykazuje v pozdějších hodinách silnějších dnů zimní sezóny přetížení.

Závěrem je navrženo pořízení dalšího obslužného zařízení. Toto řešení celý systém optimalizuje. Na základě provedené analýzy pro navrhované řešení lze s jistotou říct, že k přetížení díky dalšímu obslužnému zařízení nebude docházet a zároveň nebude docházet ani k prostojům při práci. Jediný náklad, který v souvislosti s tímto řešením vzniká, je náklad na obslužné zařízení v hodnotě 4 144 Kč.

Klíčová slova: hromadná obsluha, fronta, intenzita vstupu, systém, optimalizace, požadavek, analýza

Analysis of queuing system in selected company

Abstract

This bachelor thesis is focused on queueing systems, specifically the queuing system at the cash register in the Neklan Sport company. The aim of this thesis is to evaluate the current working of this system and, in case of identified deficiencies, to create a proposal for its improvement.

In the theoretical part of the thesis, a literature research based on scientific literature is presented, in which the queuing system, its main characteristics, and its classification are described. Furthermore, the basic characteristics of the M/M/1 and the M/M/c models and the formulas used for their calculations are introduced.

In the practical part of the thesis, the current working of the queuing system at the cash register is analysed based on data provided by the owner and employees of the company. The results of this analysis reveal that the system exhibits congestion during the later hours on busier days of the winter season.

In conclusion, it is suggested to acquire another service facility. This solution optimizes the entire system. The proposed solution is subsequently analysed. Based on this analysis, it can be stated that with the additional service facility, the system will not be overloaded, nor will there be any downtime in operations. The only cost associated with this solution is the cost of the new service facility, amounting to 4 144 CZK.

Keywords: mass service, queue, arrival rate, system, optimalization, requirement, analysis

Obsah

1 Úvod	10
2 Cíl práce a metodika	11
2.1 Cíl práce	11
2.2 Metodika	11
3 Teoretická část práce	12
3.1 Systém hromadné obsluhy jako stochastický model.....	12
3.2 Systémy hromadné obsluhy	15
3.3 Historie	16
3.4 Základní schéma systému hromadné obsluhy	16
3.5 Základní charakteristiky systému hromadné obsluhy	17
3.5.1 Požadavek	17
3.5.2 Zdroj požadavků	18
3.5.3 Vstupní proud požadavků	18
3.5.4 Fronta	20
3.5.5 Obsluha	25
3.5.6 Výstupní proud požadavků	28
3.6 Klasifikace systémů hromadné obsluhy.....	29
3.7 Metody řešení modelů systémů hromadné obsluhy	30
3.8 Jednoduchý exponenciální model hromadné obsluhy M/M/1	30
3.9 Exponenciální model vícenásobné obsluhy M/M/c	31
3.10 Základní charakteristiky modelů M/M/1 a M/M/c.....	31
3.10.1 Intenzita vstupu.....	31
3.10.2 Intenzita obsluhy	31
3.10.3 Počet obslužných zařízení.....	31
3.10.4 Intenzita provozu	31
3.10.5 Pravděpodobnostní charakteristiky.....	32
3.10.6 Průměrná doba strávená požadavkem ve frontě	33
3.10.7 Průměrná doba obsluhy	33
3.10.8 Průměrná celková doba strávená požadavkem v systému	33
3.10.9 Průměrný počet požadavků ve frontě	34
3.10.10 Průměrný počet požadavků v systému.....	34

4 Praktická část práce.....	35
4.1 Představení podniku	35
4.2 Vstupní data a základní informace	36
4.3 Současný stav systému hromadné obsluhy u pokladny	38
4.4 Základní charakteristiky systému hromadné obsluhy v podniku.....	40
4.5 Klasifikace systému hromadné obsluhy.....	41
4.6 Identifikace problému	41
4.7 Analýza systému hromadné obsluhy.....	42
5 Zhodnocení a doporučení	49
5.1 Zhodnocení a navrhované změny k optimalizaci systému.....	49
5.2 Finanční analýza navrhovaného řešení	53
6 Závěr.....	56
7 Seznam použitých zdrojů	58
7.1 Knižní zdroje.....	58
7.2 Elektronické zdroje	60
8 Seznam obrázků, tabulek a grafů.....	62
8.1 Seznam obrázků	62
8.2 Seznam tabulek	62
8.3 Seznam grafů.....	63

1 Úvod

Se systémy hromadné obsluhy se lidé dennodenně setkávají, aniž by si to uvědomovali. Tyto systémy se totiž vyskytují všude tam, kde je vyžadována jakákoliv obsluha – v obchodech, v restauracích, na úřadech, v nemocnicích, v pohotovostních službách, na křižovatkách, v telefonních ústřednách atd. Fronty a čekání jsou běžnou součástí lidského života. S největší pravděpodobností každý člověk zažil situaci, kdy tyto systémy nebyly zcela funkční a docházelo k jejich přetížení, bylo na trpělivosti každého, zda frontu vyčká nebo systém opustí.

V dnešních uspěchané době se čekání ve frontě neřadí mezi nejoblíbenější aktivity, jak by lidé chtěli trávit svůj čas. S technologickým pokrokem se zvyšuje neochota lidí čekat ve frontách, jelikož je díky technologiím větší možnost se případnému čekání ve frontě vyhnout. Příkladem jsou online nákupy či samoobslužné pokladny.

Pro podniky je tedy, z důvodu ztráty potenciálních zisků, čekání zákazníků ve frontě stěžejním prvkem. Hlavním úkolem systémů hromadné obsluhy je analýza systému, jejíž cíl je optimalizace a zvýšení celkové efektivnosti provozu. To znamená, že je žádoucí nalézt takové řešení, kdy se před obslužnými zařízeními nevytvářejí příliš velké fronty čekajících zákazníků a není vysoká doba čekání ve frontě. Ale zároveň takové řešení, kde jsou všechna obslužná zařízení využita optimálně, tzn. nevznikají velké prostoje při práci a tím pádem nevznikají ani zbytečně vysoké náklady spojené s provozem těchto zařízení, případně pořízením zbytečně mnoho obslužných zařízení.

Tato práce se zabývá systémem hromadné obsluhy u pokladny v podniku Neklan Sport, který provozuje kompletní lyžařský a cyklistický servis, půjčovnu vybavení na zimní i letní sporty, prodej nového zboží a bazarový prodej. V zimní sezóně je zaznamenána vyšší návštěvnost, jelikož zimní sporty v porovnání s těmi letními vyžadují více vybavení. S vyšší návštěvností se zvyšuje i vytíženost systému a v prodejně se v pozdějších hodinách vytvářejí větší fronty. Proto je nutné na základě analýzy zjistit, zda je systém skutečně přetížen a v případě, že ano, navrhnout vhodné řešení tohoto problému.

2 Cíl práce a metodika

2.1 Cíl práce

Hlavním cílem této práce je zhodnotit současné fungování systému hromadné obsluhy u pokladny v podniku Neklan Sport. Dílčím cílem je vytvoření návrhu na zlepšení tohoto systému v případě zjištěných nedostatků.

2.2 Metodika

V teoretické části práce je na základě odborné literatury vypracována literární rešerše, v níž je popsán systém hromadné obsluhy a jeho hlavní charakteristiky. Dále je představena klasifikace systémů hromadné obsluhy a základní charakteristiky modelů M/M/1 a M/M/c včetně vzorců sloužících pro jejich výpočet.

V praktické části je nejprve představen vybraný podnik a přiblížen současný stav systému hromadné obsluhy v podniku. Vstupní data jsou poskytnuta majitelem a zaměstnanci podniku přímo z jejich pokladního systému, dále jsou data zjišťována metodou pozorování v náhodných časových úsecích v měsíci lednu 2024. Vstupní data zahrnují počet transakcí v jednotlivých měsících roku 2023 a podrobnější výpis transakcí za leden 2024, metodou pozorování je společně se zkušenostmi zaměstnanců určena průměrná doba obsluhy. Na základě těchto dat jsou dle vzorců provedeny výpočty základních charakteristik systému hromadné obsluhy u pokladny za jednotlivé měsíce roku 2023. Podrobnější analýze je poté podroben leden 2024, kde jsou vybrané silnější dny analyzovány v rámci hodinových časových úseků.

V závěru jsou výsledky zhodnoceny a je vytvořen návrh na zlepšení systému hromadné obsluhy ve sledovaném podniku. Následně je provedena analýza navrhovaného řešení a vyhodnoceny dopady tohoto návrhu na celkový provoz podniku.

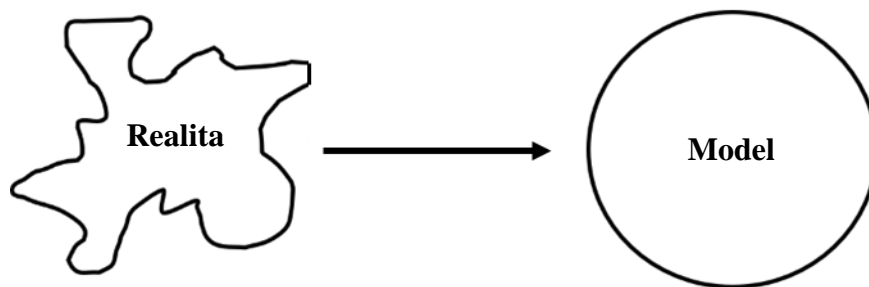
3 Teoretická část práce

3.1 Systém hromadné obsluhy jako stochastický model

Ještě před samotným zaměřením na systémy hromadné obsluhy je nutné se zaměřit na popis stochastických modelů, do kterých až na výjimky systémy hromadné obsluhy spadají.

Model obecně je záměrně zjednodušený obraz skutečnosti obsahující pouze ty prvky a vazby reálného systému, které jsou z hlediska cíle analýzy důležité (Jablonský, 2002, s. 11). Na obrázku 1 je pro názornost uveden vztah mezi modelem a realitou.

Obrázek 1 Model jako zjednodušení reality



Zdroj: upraveno dle Fábry (2007, s. 7)

Modely se dělí mimo jiné na deterministické a stochastické. Deterministický model je takový model, v němž není prostor pro náhodu a nekontrolovatelné jevy (Hušek, Maňas, 1989, s. 14). Nebo je předpokládána taková stabilita hodnot veličin daného modelu, že náhodné vlivy, které je ovlivňují, lze zanedbat (Lukáš, 2005, s. 9).

Lukáš (2005, s. 13) uvádí, že základ stochastických modelů je naopak tvořen teorií pravděpodobnosti. Tyto modely jsou ovládány náhodnými vlivy, které mohou s nějakou pravděpodobností nastat.

Stochastický nebo také náhodný proces lze chápat jako funkci dvou proměnných, z nichž jedna je náhodná a druhá nenáhodná. Tato funkce vypadá následovně (Lukáš, 2005, s. 14, 15):

$$X(t) = F(t, e), t \in T, e \in \Omega, \quad (1)$$

kde

t ...nenáhodná proměnná,

e ...náhodný (neboli elementární) jev,

T ...množina, chápána většinou jako časová množina,

Ω ...množina elementárních neboli náhodných jevů. Tato množina je nazývána také jako základní prostor elementárních jevů (Kříž, Neubauer, Sedlačík, 2021, s. 68).

Lukáš (2005, s. 15) uvádí, že nenáhodnou proměnnou bývá obvykle čas, proto je označována jako t . Podle povahy množiny T jsou rozlišovány:

- a) náhodný proces s disktrétním parametrem t – bývá označován také jako náhodná posloupnost, případně časová řada (Lukáš, 2005, s. 15). V tomto případě množina T obsahuje konečný neboli spočetný počet hodnot (Lawler, 2006, s. 1).
- b) Náhodný proces se spojitým parametrem t – nastává v případě, kdy je množina T intervalem reálných čísel \mathbb{R} , tedy $T = \langle t_1, t_2 \rangle$, kde $-\infty \leq t_1 \leq t_2 \leq \infty$ (Chvoj, 2013, s. 218).

Náhodný jev jakožto výsledek náhodného pokusu¹ může nebo nemusí nastat v závislosti na náhodě, jde tedy o libovolnou podmnožinu základního prostoru Ω , tedy $A \subseteq \Omega$ (Kříž, Neubauer, Sedlačík, 2021, s. 68). Lukáš (2005, s. 15) konstatuje, že množina Ω , stejně jako množina T , může nabývat disktrétních nebo spojitých hodnot. Na základě tohoto rozdělení jsou stochastické procesy rozčleněny do čtyř kategorií (tabulka 1).

¹ Dle Kříže, Neubauera a Sedlačíka (2021, s. 68) se náhodným pokusem rozumí každá činnost, jejíž výsledek je zatížen nejistotou. Při přísném dodržování podmínek se výsledek pokusu od jednoho provedení k druhému mění. Příkladem může být losování v loterii nebo hod kostkou.

Tabulka 1 Členění stochastických procesů

Náhodný jev (e)	Nenáhodná proměnná (t)		Příklad
Diskrétní	Spojité	Diskrétní náhodný proces	Automatická evidence počtu vozidel na parkovišti
Spojité	Spojité	Spojité náhodné proces	Kontinuální záznam teploty termostatem
Spojité	Diskrétní	Spojité náhodné posloupnost	Záznam teploty v předem určeném čase
Diskrétní	Diskrétní	Diskrétní náhodné posloupnost = řetěz	Zjišťování počtu voličů po ukončení voleb

Zdroj: upraveno dle Lukáš (2005, s. 15)

Autoři odborných publikací (Insua, Ruggeri, Wiper, 2012, s. 4; Karlin, Taylor, 1975, s. 21; Lukáš, 2005, s. 15) uvádí, že realizací stochastického procesu je nenáhodná funkce²:

$$F(e_0, t) = x(t), \quad (2)$$

kde $e = e_0$ je pevná hodnota, jedná se tedy o konkrétní elementární jev z množiny Ω . To znamená, že daná funkce závisí pouze na parametru času t , který je nenáhodný. Realizaci stochastického procesu lze chápat jako jeden výsledek stochastického pokusu.

Je-li stochastický proces $X(t)$ sledován v určitém okamžiku t_0 , pak $t = t_0$ je pevná hodnota, tudíž funkce $X(t) = F(t, e)$ závisí pouze na náhodném (elementárním) jevu e , jedná se tedy o náhodnou veličinu (Basu, 2003, s. 2; Lukáš, 2005, s. 15). Tato náhodná veličina je nazývána jako průsek nebo také řez stochastického procesu v určitém bodě t_0 a její funkci lze zapsat jako (Lukáš, 2005, s. 15):

$$X(t) = F(e, t_0). \quad (3)$$

² Náhodné funkce se označují velkými písmeny $X(t)$, nenáhodné zase malými písmeny $x(t)$ (Lukáš, 2005, s. 14).

3.2 Systémy hromadné obsluhy

Jak už samotný název napovídá, systém hromadné obsluhy je systém, při němž dochází k obsluze. Bose (2002, s. 1) tvrdí, že modely tohoto systému mohou reprezentovat jakýkoliv systém, do kterého přicházejí požadavky vyžadující obsluhu.

Systémy hromadné obsluhy spadají do oboru aplikované matematiky a jejich hlavním úkolem je analýza systému s cílem zajistit jeho celkovou efektivnost (Sundarapandian, 2009, s. 686). To znamená, aby se před obslužnými zařízeními nevytvářely příliš velké fronty čekajících požadavků, ale zároveň byla všechna tato zařízení optimálně využita a nedocházelo k prostojům při práci (Jablonský, 2002, s. 239). Fábry (2007, s. 91) udává, že vědecká disciplína, která se těmito systémy zabývá, se nazývá teorie hromadné obsluhy. Pro tuto oblast matematického modelování jsou používány i alternativní názvy jako teorie front či modely front. Tyto názvy se začaly používat z toho důvodu, že v systémech hromadné obsluhy často dochází k hromadění požadavků, tedy ke vzniku fronty.

Podle společnosti Queue-it (2023) představuje teorie hromadné obsluhy účinný nástroj pro analýzu jevu, se kterým se lidé každodenně setkávají. Tímto jevem je čekání ve frontě. Pro podniky je tedy stěžejním prvkem, a to nejen v souvislosti se zákazníky, kteří do systému přicházejí, ale například i v souvislosti s technikou, příkladem mohou být tiskové úlohy v síťové tiskárně. Systémy hromadné obsluhy se vyskytují hojně i v jiných aspektech lidského života, ať už v dopravních systémech či pohotovostních službách (tabulka 2).

Tabulka 2 Příklady systémů hromadné obsluhy

Systém	Obsluha	Požadavky
Obchod	Prodavač (pokladna)	Zákazníci
Nemocnice	Lékař	Pacienti
Autoservis	Automechanik	Automobily
Dopravní systém	Křižovatky se semaforem	Vozidla
Telefonní ústředna	Operátor	Volající
Čerpací stanice	Čerpací stojan	Automobily
Lyžařské středisko	Vleky	Lyžaři

Zdroj: upraveno dle Jablonský (2002, s. 240)

3.3 Historie

Základy teorie hromadné obsluhy položil ve 20. století dánský matematik Agner Krarup Erlang (1878–1929), který se vědecky zabýval problematikou telefonních sítí pro telekomunikační společnost Copenhagen Telephone Company (Heyde, Seneta, 2001, s. 328, 329). Ve své publikaci *The Theory of Probabilities and Telephone Conversation* (1909) uvedl, že pokud by byly telefonní hovory uskutečněny náhodně, odpovídaly by Poissonovu rozdělení (O'Connor, Robertson, 2010). V roce 1917 Agner Krarup Erlang vydal svou nejvýznamnější práci *Solution of Some Problems in the Theory of Probability of Significance in Automatic Telephone Exchanges* obsahující tzv. Erlangův vzorec, který byl používán telekomunikačními společnostmi v mnoha zemích po celém světě (Sarkar In Mollah, Sinha, 2021, s. 166).

Systematické zpracování a klasifikaci systémů hromadné obsluhy zavedl v roce 1953 anglický matematik D. G. Kendall (Fábry, 2007, s. 97). Samotný termín teorie hromadné obsluhy později nastolil ruský matematik A. J. Chinčín (Hušek, Mañas, 1989, s. 288). Dnes jde již o běžnou součást v rozhodovacích a optimalizačních procesech.

3.4 Základní schéma systému hromadné obsluhy

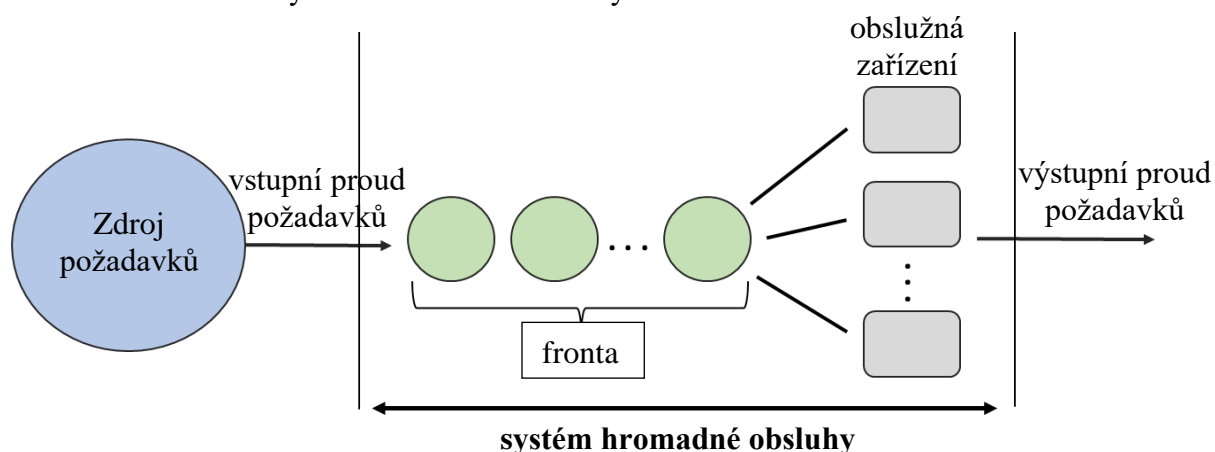
Dle Fábryho (2007, s. 91) se v systémech hromadné obsluhy vyskytují v podstatě dva typy jednotek. Jedním z nich jsou požadavky, které do systému přicházejí s tím, že chtějí být obslouženy, systémem postupně procházejí a poté ho opouštějí. Druhým typem jednotek jsou obslužná zařízení, která obsluhu požadavků zajišťují.

Na obrázku 2 je naznačeno schéma toho, jak systém hromadné obsluhy funguje. Požadavky do systému přicházejí z tzv. zdroje požadavků, který představuje množinu potenciálních požadavků (Fábry, 2007, s. 92). Požadavky vstupující do systému vytvářejí tzv. vstupní proud (Lukáš, 2005, s. 46). Fábry (2007, s. 92) uvádí, že po vstupu do systému může nastat hned několik situací. Pokud je obslužné zařízení volné, požadavek je ihned po příchodu zpracováván. Obslužné zařízení mají ale většinou omezenou kapacitu obsluhy. A tak v případě, že jsou všechna obslužná zařízení obsazena, dochází k hromadění požadavků a jejich řazení do fronty.

Šeda (2011) upozorňuje na to, že i požadavky, které se dostanou k obslužnému zařízení, nemusí být nutně obslouženy. Požadavek může být odmítnut z důvodu nesplnění podmínek, které daný systém vyžaduje. Např. cestující bez letenky nebude vpuštěn do letadla a telefonní hovor nebude spojen, pokud volající vyčerpá limit svého kreditu. Požadavek může být také zařazen do fronty na pozdější obsluhu. Tento případ nastává např. pokud telefonní hovor není spojen, protože telefonní číslo je obsazeno nebo má volaný účastník vypnutý telefon.

Za normálních okolností jsou ale požadavky v obslužných zařízeních zpracovány, zpracované požadavky následně opouští systém a vytvářejí tzv. výstupní proud (Fábry, 2007, s. 92).

Obrázek 2 Schéma systému hromadné obsluhy



Zdroj: upraveno dle Sixta, Žižka (2009, s. 117)

3.5 Základní charakteristiky systému hromadné obsluhy

3.5.1 Požadavek

Jak již bylo uvedeno, požadavek je jednotka, která vstupuje do systému za účelem obsluhy. Tato jednotka postupně prochází systémem a následně ho opouští (Fábry, 2007, s. 91). Požadavek může představovat člověk, ať už v podobě zákazníka nebo např. pacienta, dalšími představiteli mohou být např. stroj, předmět, událost či informace (Fábry, 2007, s. 91; Jablonský, 2002, s. 240).

3.5.2 Zdroj požadavků

Dle Fábryho (2007, s. 92) každý požadavek, který do systému přichází, pochází z určité množiny potenciálních požadavků. Tato množina představuje zdroj požadavků. Jde o potenciální požadavky, které se většinou nacházejí v blízkém okolí systému, pokud se rozhodnou do systému vstoupit a být obslouženy, vznikají jednotlivé požadavky.

Zdroj požadavků může být dvojího typu:

- a) konečný – u konečných zdrojů lze určit počet potenciálních požadavků, např. stroje ve výrobní hale, kde se nachází určitý jejich počet, který je potřeba udržovat (Jablonský, 2002, s. 241).
- b) Nekonečný – i v případě nekonečného zdroje se jedná o konečnou množinu potenciálních požadavků, ale vzhledem k tomu, že počet těchto požadavků může být tak vysoký, že není možné ho jednoznačně vymezit, je zdroj považován za nekonečný (Jablonský, 2002, s. 241). Fábry (2007, s. 92) uvádí, že „pravděpodobnost opakovaného vstupu téhož požadavku během určité doby je zanedbatelná, resp. první vstup požadavku do systému výrazně neovlivňuje jeho další vstupy“. Za nekonečné zdroje lze považovat např. cestující v metru, klienty banky, hosty v restauraci, pacienty v nemocnici, dopravní nehody či automobily jedoucí k benzinové pumpě (Jablonský, 2002, s. 241).

Pokud je zdroj požadavků nekonečný, jde o otevřený systém hromadné obsluhy, naopak pod pojmem uzavřený systém se rozumí takový systém, kde je zdroj požadavků konečný (Hušek, Maňas, 1989, s. 290). Přičemž v praktických úlohách se za otevřené systémy hromadné obsluhy považují i případy, kdy jsou zdroje z principu omezené, ale nelze s jistotou určit, kolik požadavků z takového zdroje bude vyžadovat obsluhu (Lukáš, 2005, s. 46).

3.5.3 Vstupní proud požadavků

Vstupní proud je jednou z nejdůležitějších charakteristik systému hromadné obsluhy (Jablonský, 2002, s. 241). Představuje proces, při němž požadavky vstupují do systému (Hušek, Maňas, 1989, s. 290). Fábry (2007, s. 92) uvádí, že požadavky mohou do systému vstupovat buď individuálně nebo ve skupinách neboli dávkách. Za požadavky, které vstupují do systému individuálně, lze považovat např. zákazníky, kteří přijeli

do supermarketu nezávisle na sobě. Kdežto vstup požadavků v dávkách mohou představovat např. zákazníci, kteří přijeli na benzinovou stanici stejným autobusem a chtějí se občerstvit.

Vstupní proud je možné charakterizovat dvěma ukazateli:

- intenzitou vstupu – vyjadřuje počet příchozích požadavků za jednotku času a je označován symbolem λ (Fábry, 2007, s. 92);
- intervaly mezi příchody – udávají čas mezi dvěma po sobě přicházejícími požadavky (Jablonský, 2002, s. 241).

Dle Jablonského (2002, s. 241) existuje úzká souvislost mezi oběma veličinami. Tato souvislost lze jednoduše dokázat. V případě, že do systému za hodinu přijde v průměru 30 požadavků ($\lambda=30$), pak je průměrný interval mezi příchody $1/30$ hodiny ($1/\lambda$), tedy 2 minuty.

Jablonský (2002, s. 241) také uvádí, že oba ukazatele charakterizující vstupní proud mohou být dvojího typu, buď deterministické nebo stochastické. Deterministické jsou v případě, kdy jsou intervaly mezi příchody stále stejné, tedy fixní. Požadavky přicházejí v předem přesně stanovených intervalech. Tato situace není úplně běžná, jako typický příklad se uvádí automatická výrobní linka, kde lze zabezpečit opravdu fixní intervaly mezi příchody požadavků.

Hušek a Mañas (1989, s. 290) tvrdí, že o dost častější je typ stochastický, kdy jsou intervaly mezi příchody proměnlivé. Tento typ se vyskytuje ve většině reálných systémech, např. příchod zákazníků do hypermarketu či vozidla na světelné křižovatce. Intervaly mezi příchody jsou v tomto případě popisovány pomocí některého z pravděpodobnostních rozdělení, nejčastěji Poissonovým rozdělením.

Sixta a Žižka (2009, s. 118) udávají ještě typ smíšený. Tento typ se vyznačuje tím, že některé požadavky do systému přicházejí ve stálých intervalech a některé v náhodných. Např. objednávky od zákazníků, kdy některé objednávky vyplývají z předem uzavřené smlouvy, příchod požadavků do systému je tedy předem znám a je stále stejný, kdežto objednávky od drobných zákazníků přicházejí v náhodných intervalech.

3.5.4 Fronta

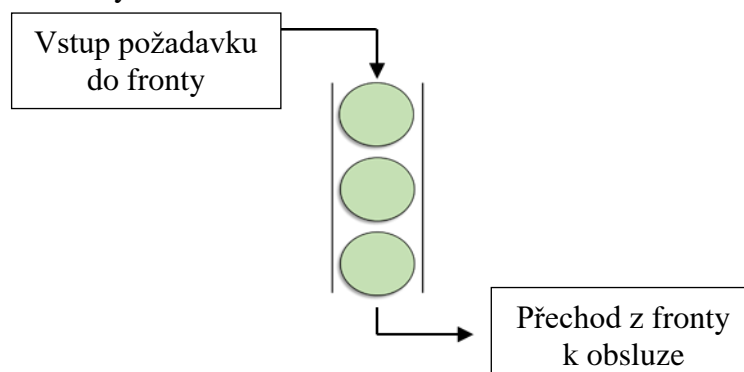
Dle Fábryho (2007, s. 96) fronta vzniká v momentě, kdy jsou všechny obslužné linky obsazeny, požadavek je pak nucen se zařadit do fronty a čekat. Kapacita fronty může být omezená, nebo neomezená, většinou to závisí na prostorových, ale i časových možnostech daného systému, příkladem omezené fronty je délka pracovní doby či kapacita čekárny.

Jablonský (2002, s. 244) uvádí, že výrazným faktorem, který ovlivňuje efektivitu celého systému hromadné obsluhy je správně zvolený režim fronty. Režim fronty, často označovaný také jako řád fronty, určuje způsob přechodu požadavků z fronty do obsluhy.

Existují čtyři základní typy režimu fronty:

- a) FIFO (First In, First Out) – popisuje režim, kdy požadavky přecházejí z fronty k obsluze v pevně stanoveném pořadí, v jakém do systému přišly (Hušek, Mañas, 1989, s. 291). Nejdříve je tedy obslužen nejstarší prvek (obrázek 3) (Sixta, Žižka, 2009, s. 118). Tento režim fronty bývá využíván nejčastěji, příkladem mohou být obchody, kdy požadavek, který přijde do fronty jako první, je také jako první obslužen (Jablonský, 2002, s. 244). Platí zde známé přísloví „Kdo dřív přijde, ten dřív mele.“ (Fábry, 2007, s. 96).

Obrázek 3 Režim fronty FIFO

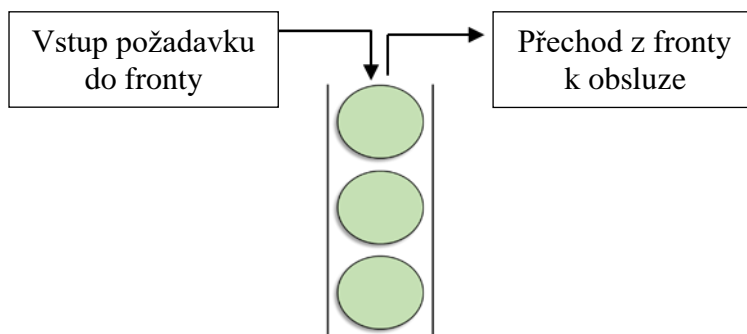


Zdroj: vlastní zpracování

- b) LIFO (Last In, First Out) – je přesným opakem režimu FIFO. Požadavky jsou obsluhovány v opačném pořadí, než v jakém do systému přišly (Hušek, Mañas, 1989, s. 291). Jako první je obsluhován požadavek, který do systému přišel jako poslední (obrázek 4) (Fábry, 2007, s. 96). Modelovým příkladem může být skladování

a následné odebírání polotovarů, ve výrobní lince jsou polotovary skládány na sebe (např. tabule skla či kovové součástky), v následujícím výrobním stupni jsou poté odebírány v opačném pořadí, než v jakém byly uloženy (Jablonský, 2002, s. 244).

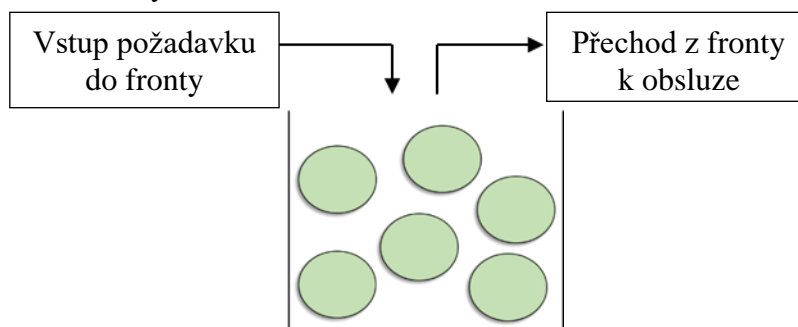
Obrázek 4 Režim fronty LIFO



Zdroj: vlastní zpracování

c) SIRO (Selection In Random Order) – požadavky jsou k obsluze přiřazovány zcela náhodně, bez jakýchkoliv předem daných pravidel (Hušek, Maňas, 1989, s. 292). Fábry (2007, s. 96) udává, že při výběru mají všechny požadavky stejnou pravděpodobnost, že budou vybrány (obrázek 5). Tento režim fronty se uplatňuje např. při testování kvality výrobků, kde je náhodnost výběru striktně požadována.

Obrázek 5 Režim fronty SIRO

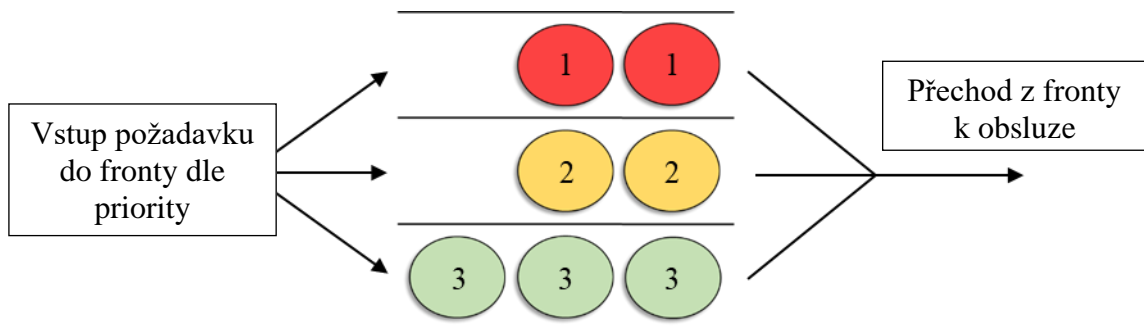


Zdroj: vlastní zpracování

d) PRI (priority) – pořadí obsluhy požadavků závisí na jejich důležitosti, tedy prioritě, z hlediska určitého definovaného kritéria (Fábry, 2007, s. 96). V případě, že se v systému vyskytne současně více požadavků s nejvyšší prioritou, potom jsou tyto požadavky obsluhovány ve zvoleném režimu (Jablonský, 2002, s. 244). Na názorném

obrázku 6 je následně zvolený režim FIFO. Příkladem mohou být akutní pacienti, kteří jsou ošetřováni přednostně před ostatními pacienty nebo VIP osoby, které vstupují na vyhrazené místo jako první (Fábry, 2007, s. 96). Příklad je možné najít i v nedávné epidemiologické situaci, kde byl režim fronty PRI uplatňován v systému očkování proti nemoci, obyvatelstvo bylo rozděleno do skupin a jako první byly očkovány skupiny s největší prioritou, tedy rizikové (Ministerstvo zdravotnictví, 2023).

Obrázek 6 Režim fronty PRI



Zdroj: vlastní zpracování

Důvody vzniku fronty

Dle Lukáše (2005, s. 45) má vznik fronty a následné čekání požadavků v systému hromadné obsluhy hned několik příčin. Nejčastějším důvodem je skutečnost, že systém hromadné obsluhy funguje nerovnoměrně. A to proto, že požadavky vstupují do systému v nepravidelných intervalech, vstupní proud má totiž, jak již bylo zmíněno, většinou stochastický charakter, což způsobuje, že požadavky musí tu a tam na obsluhu čekat.

Hušek a Maňas (1989, s. 287) uvádí, že k čekání dochází i z důvodu různorodé doby obsluhy, která se náhodně mění, a to i u značně homogenních požadavků. Obsluha jednoho požadavku může zabrat malou chvíli, kdežto jiný požadavek může být zpracováván i delší dobu.

Lukáš (2005, s. 45) udává, že fronty vznikají také v okamžiku, kdy je celková kapacita obslužných zařízení trvale menší než celkové nároky vstupních požadavků na obsluhu. Což vede k tomu, že fronta roste nade všechny meze, a to i v případě, kdy má vstupní proud deterministický charakter. Typickým příkladem jsou tzv. fronty na banány. Tento zažitý termín pochází z dob socialismu, kdy lidé na výběrové nebo nedostatkové zboží (nejčastěji

šlo o potraviny, elektroniku, textil či nábytek) čekali i dlouhé hodiny (obrázek 7), v některých případech dokonce ve frontě před obchodem nocovali (Adamcová, Kropáček, Poláček, 2019).

Obrázek 7 Fronta na maso za socialismu



Zdroj: Kotvová (2009)

Chování ve frontě

To, jak se požadavky ve frontě chovají, je pro systémy hromadné obsluhy zásadní. Chování požadavků se totiž může lišit v závislosti na tom, v jakém systému se nachází, proto je důležité na problematiku front nahlížet i z pohledu sociologie a psychologie.

Sociální psycholog Leon Mann (1969, s. 340) tvrdí, že fronta je zárodkem společnosti. Pospěch (2021, s. 47) uvádí, že fronta představuje zmenšený model společnosti a je zde všechno, co lze ve společnosti najít, od obecných pravidel, kterými se všichni musí řídit, formální rovnosti, zákonů až po „zločin“ v podobě předbíhání. Lze tu najít i výjimky a neformální dohody, na základě kterých je možné někomu ve frontě držet místo. Místo se ale nesmí držet příliš dlouho ani příliš mnoha lidem. Co v těchto případech znamená slovo příliš je dáno také nepsanými pravidly.

V sociálních vědách jsou fronty charakterizovány třemi základními vlastnostmi (Pospěch, 2021, s. 47, 48):

- rovnost – nezáleží na tom, zda je zákazník bohatý, nebo chudý, ve frontě je každý jen číslo v pořadí (vyjma režimu fronty PRI).
- Civilizovanost – Norman (2011, s. 195) uvádí, že schopnost ukázněně vystát frontu je znakem určité úrovně respektu a důstojnosti. Když byla v Hongkongu v 70. letech otevřena první pobočka McDonald's, zákazníci se překřikovali, tlačili se jeden na druhého a mávali penězi (toto chování patřilo k místním zvykům). McDonald's to vyřešil tak, že najal zaměstnance, který zákazníky směřoval do front a dohlížel na ně. Někteří starší obyvatelé města na tento moment vzpomínají jako na počátek civilizované kultury.
- Racionalita – fronta je racionálním řešením situace, která vzniká nesouladem mezi poptávkou a nabídkou (Holman, 2011, s. 92).

Fronta v systémech hromadné obsluhy představuje určitý problém, kvůli kterému mohou vznikat ztráty (Lukáš, 2005, s. 46). Modely systému hromadné obsluhy se toto snaží optimalizovat, a proto jsou systémy rozdělovány podle trpělivosti vstupujících požadavků na systémy bez čekání a systémy s čekáním (Hušek, Mañas, 1989, s. 291).

Systémy bez čekání jsou takové systémy, u kterých zpravidla není obvyklé čekat, a to i v případě že jsou naplněny, např. parkoviště (Jablonský, 2002, s. 244). Pokud jsou všechna obslužná zařízení obsazená, požadavek do systému nevstoupí, rezignuje na obsluhu, trpělivost požadavků je tedy nulová (Hušek, Mañas, 1989, s. 291).

Dle Jablonského (2002, s. 245) mohou být systémy s čekáním dvojího typu, s omezenou, nebo neomezenou trpělivostí požadavků. V systémech s neomezenou trpělivostí požadavků jsou požadavky ochotny čekat tak dlouho, dokud nejsou obslouženy. Naopak v systémech s omezenou trpělivostí požadavků závisí ochota požadavků čekat např. na počtu požadavků ve frontě. Požadavek je ochoten čekat jen určitý čas, pokud v tomto čase nedojde k obsluze, systém opouští.

3.5.5 Obsluha

Obsluha je nejdůležitější částí systému hromadné obsluhy, právě kvůli obsluze požadavky do systému vstupují (Fábry, 2007, s. 93). Na počtu obslužných zařízení a jejich uspořádání závisí efektivnost celého systému (Hušek, Maňas, 1989, s. 292). Někteří autoři na místo termínu obslužné zařízení používají termín kanál obsluhy (Sixta, Žižka, 2009) či obslužná linka (Jablonský, 2002).

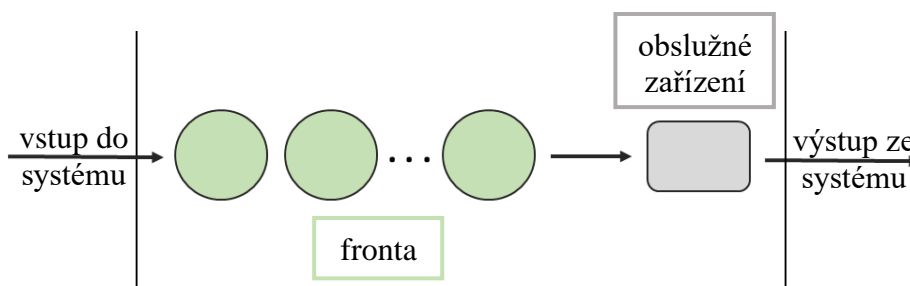
Podle počtu obslužných zařízení lze systémy rozlišovat na (Hušek, Maňas, 1989, s. 292):

- jednokanálové (s jednoduchou obsluhou) – obsluha probíhá pouze v jednom obslužném zařízení,
- vícekanálové (s vícenásobnou obsluhou) – obsluha probíhá současně ve více obslužných zařízeních,
- adaptibilní – počet aktivních obslužných zařízení se určuje během samotného fungování systému, může se měnit např. v závislosti na délce fronty.

Dále se obslužná zařízení člení dle uspořádání na:

- a) jedno obslužné zařízení – obsluhu zajišťuje pouze jedno obslužné zařízení (obrázek 8), toto uspořádání je typické např. pro bankomaty či pouliční prodej zmrzliny (Fábry, 2007, s. 93).

Obrázek 8 Jednoduchý systém hromadné obsluhy s jedním obslužným zařízením



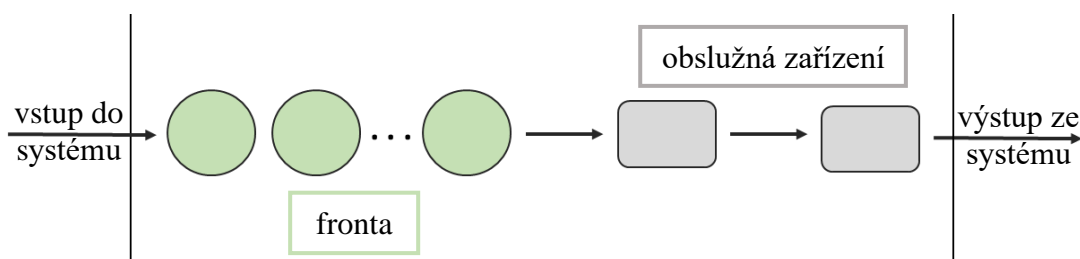
Zdroj: upraveno dle Jablonský (2002, s. 243)

- b) Sériově uspořádaná obslužná zařízení – obslužná zařízení jsou uspořádána "za sebou" (Jablonský, 2002, s. 243). Toto uspořádání vzniká u tzv. vícefázové obsluhy, kdy je nutné, aby požadavek v určitém pořadí prošel jednotlivými fázemi obsluhy (obrázek 9)

(Lukáš, 2005, s. 47). Fronta se může vytvářet v různé fázi obsluhy, jak před prvním obslužným zařízením, tak i mezi jednotlivými zařízeními (Sixta, Žižka, 2009, s. 120).

Fábry (2007, s. 95) udává, že ve většině případů se jedná o neidentické zařízení, které poskytují rozdílné služby. Ukázkovým příkladem je výrobní linka. Na začátku výrobního procesu je surovina, která se postupně v jednotlivých obslužných zařízeních zpracovává, než vznikne finální produkt. Konkrétním příkladem z praxe je montážní linka určená k sériové výrobě automobilů.

Obrázek 9 Sériově uspořádaný systém hromadné obsluhy se dvěma obslužnými zařízeními

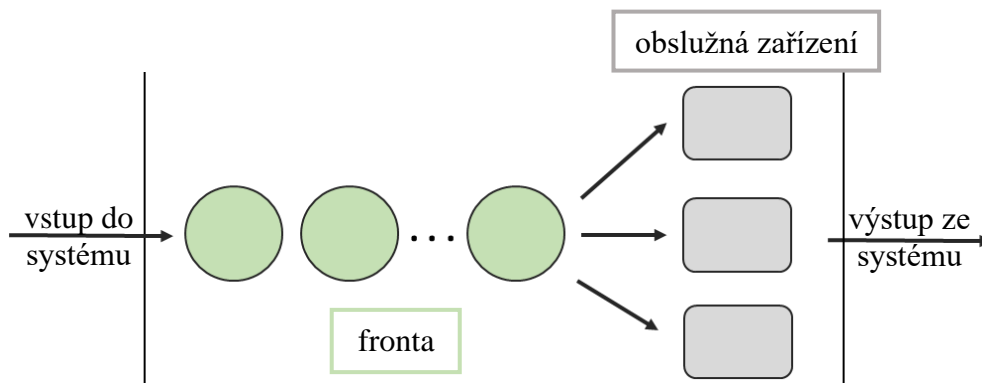


Zdroj: upraveno dle Sixta, Žižka (2009, s. 120)

- c) Paralelně uspořádaná obslužná zařízení – obslužná zařízení jsou "vedle sebe" (Jablonský, 2002, s. 243). U tohoto uspořádání postačuje k obsluze požadavku jedno libovolné obslužné zařízení, např. zákazník v supermarketu zaplatí logicky pouze u jedné pokladny (Sixta, Žižka, 2009, s. 119). V tomto případě záleží také na tom, zda fronta vzniká před každým obslužným zařízením (systém s více frontami), nebo zda se vzniká pouze jedna společná (systém s jednou frontou) (Jablonský, 2002, s. 243).

Pokud je pro všechna obslužná zařízení jedna společná fronta, požadavek přichází k obslužnému zařízení, které se uvolní jako první (obrázek 10) (Sixta, Žižka, 2009, s. 119). Typickým příkladem jsou fronty na samoobslužné pokladny v supermarketech.

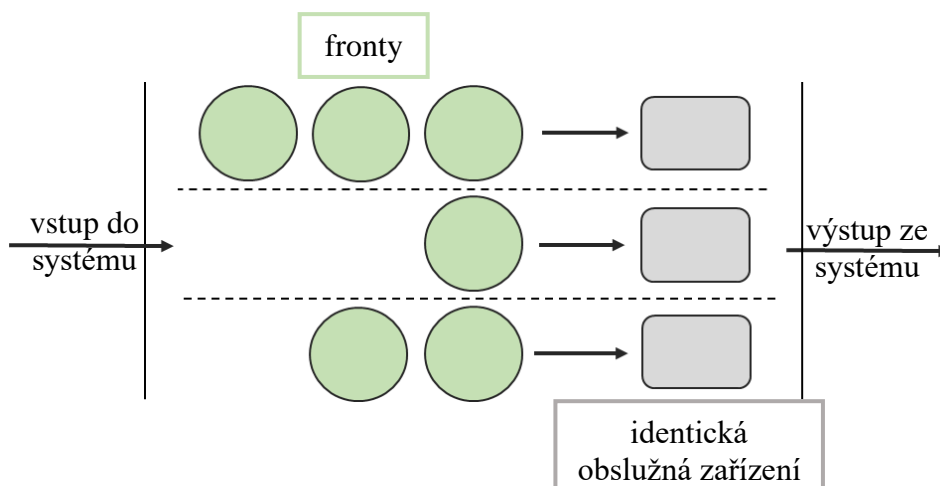
Obrázek 10 Paralelně uspořádaný tříkanálový systém hromadné obsluhy s jednou frontou



Zdroj: upraveno dle Sixta, Žižka (2009, s. 119)

Fábry (2007, s. 94, 95) uvádí, že pokud jsou tvořeny fronty před každým obslužným zařízením, je třeba rozlišovat, zda se jedná o identické obslužné zařízení, tzn. poskytují stejný typ obsluhy, nebo o neidentické. Pokud se jedná o identické obslužná zařízení (obrázek 11), požadavek se musí předem rozhodnout, ke kterému obslužnému zařízení půjde a do jaké fronty se zařadí. Klasickým příkladem jsou klasické pokladny v supermarketech, kde jsou fronty odděleny zábranami, nebo stojany na benzinové pumpě (Jablonský, 2002, s. 243).

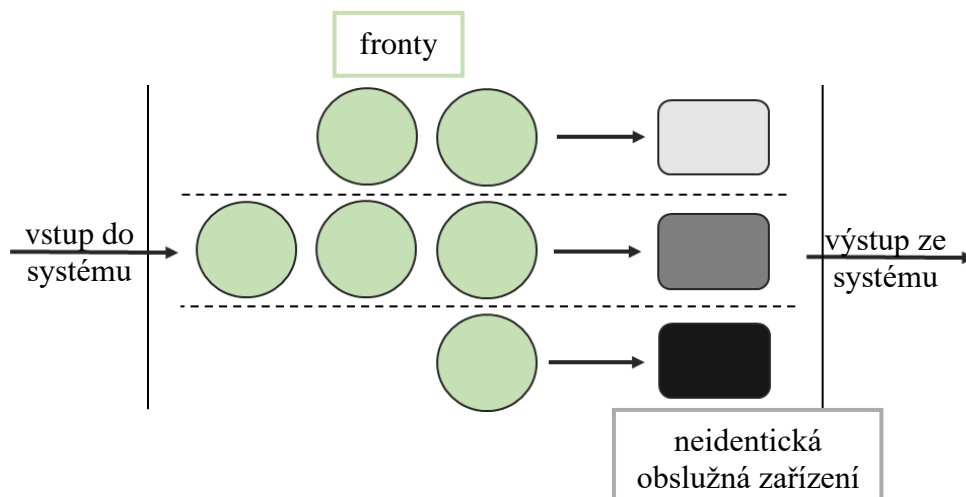
Obrázek 11 Systém hromadné obsluhy s paralelní identickou obsluhou a samostatnými frontami



Zdroj: upraveno dle Fábry (2007, s. 94), Sixta, Žižka (2009, s. 120)

Fábry (2007, s. 95) uvádí, že neidentická obslužná zařízení se odlišují např. službou, kterou požadavkům poskytují (obrázek 12). V praxi jde např. o různé přepážky na poště či prodejní automaty, kde každý automat nabízí něco jiného.

Obrázek 12 Systém hromadné obsluhy s paralelní neidentickou obsluhou



Zdroj: upraveno dle Fábry (2007, s. 95)

- d) Kombinované uspořádání obslužných zařízení – Fábry (2007, s. 96) tvrdí, že se jedná o kombinaci paralelního a sériového uspořádání. Často jde o velmi složité systémy, ve kterých požadavek prochází jeho určitými částmi v závislosti na jeho potřebách, stavu apod., příkladem je nákupní centrum či letiště.

Doba trvání obsluhy

Doba trvání obsluhy představuje časový úsek, za který je požadavek obsloužen (Lukáš, 2005, s. 46). Stejně jako intervaly mezi příchody požadavků, tak i doba trvání obsluhy může být deterministické nebo stochastické povahy (Jablonský, 2002, s. 242). V případě stochastické povahy tato doba kolísá, a proto je nutné, aby byla popsána některým z pravděpodobnostních rozdělení, nejčastěji se opět používá rozdělení exponenciální (Sixta, Žižka, 2009, s. 119).

3.5.6 Výstupní proud požadavků

Dle Fábryho (2007, s. 97) po ukončení obsluhy požadavky opouští systém a vytvářejí tzv. výstupní proud. Požadavky, které opustily systém hromadné obsluhy, samotná analýza již nebere v potaz.

3.6 Klasifikace systémů hromadné obsluhy

Systémy hromadné obsluhy jsou velmi rozmanité, z tohoto důvodu D. G. Kendall vytvořil základní způsob zápisu, který komplexně zachycuje a kvalifikuje základní modely systému hromadné obsluhy (Sixta, Žižka, 2009, s. 120). V současné době se používá šestimístný kód A/B/C/D/E/F, ve kterém každá pozice popisuje konkrétní vlastnost modelu (tabulka 3) (Jablonský, 2002, s. 245).

Tabulka 3 Klasifikace modelů hromadné obsluhy

Pozice	Význam	Symbole
A	Typ pravděpodobnostního rozdělení intervalů mezi příchody požadavků do systému.	M – exponenciální rozdělení (Poissonův proces vstupů) D – konstantní intervaly mezi příchody (deterministický vstupní proud) E_k – Erlangovo rozdělení N – normální rozdělení G – jiné rozdělení s nějakou střední hodnotou a směrodatnou odchylkou
B	Typ pravděpodobnostního rozdělení, který popisuje dobu trvání obsluhy.	Stejně symboly jako u pozice A.
C	Počet paralelně uspořádaných obslužných zařízení.	Celé kladné číslo – 1, 2, 3...
D	Kapacita systému hromadné obsluhy, tj. celkový počet požadavků, které se mohou v systému nacházet.	Celé kladné číslo, pokud je kapacita systému neomezená, používá se symbol ∞ .
E	Velikost zdroje požadavků.	Stejně jako u pozice D se používá celé kladné číslo a v případě neomezeného zdroje ∞ .
F	Režim fronty.	FIFO, LIFO, SIRO nebo PRI.

Zdroj: vlastní zpracování dle Fábry (2007, s. 97), Jablonský (2002, s. 245), Sixta, Žižka (2009, s. 121)

Někdy se k zápisu používá pouze třímístný kód. Znamená to, že kapacita systému i zdroj požadavků jsou neomezené a režim fronty je FIFO (Jablonský, 2002, s. 246).

3.7 Metody řešení modelů systémů hromadné obsluhy

Existují dvě různé metody, pomocí kterých je možné získat základní charakteristiky systémů – analytická a simulační (Hušek, Maňas, 1989, s. 289).

Dle Jablonského (2002, s. 248) analytická metoda spočívá v tom, že analytici pro zjištění jednotlivých charakteristik odvozují konkrétní vztahy či znají vzorce, pomocí kterých dosáhnou požadovaných výsledků. Nevýhodou je, že tato metoda nelze použít pro řešení složitějších modelů např. u sériového uspořádání obslužných zařízení nebo u systémů s režimem fronty PRI.

Jablonský (2002, s. 248) udává, že simulační metodou lze analyzovat i velmi složité systémy. Pro tuto metodu jsou využívány elektronická zařízení např. počítače, na kterých se simuluje chod reálného modelového systému pomocí vhodných programových prostředků.

3.8 Jednoduchý exponenciální model hromadné obsluhy M/M/1

Jde o nejjednodušší systém hromadné obsluhy s jedním obslužným zařízením, jeho model je znázorněn na obrázku 8 (kapitola 3.5.5) (Lukáš, 2005, s. 63). Tento model se označuje kódem M/M/1/∞/∞/FIFO a platí pro něj následující předpoklady (Fábry, 2007, s. 101):

1. exponenciální pravděpodobnostní rozdělení intervalů mezi příchody požadavků do systému s parametrem λ ,
2. exponenciální pravděpodobnostní rozdělení doby trvání obsluhy s parametrem μ ,
3. jedno obslužné zařízení,
4. neomezená kapacita systému,
5. neomezený zdroj požadavků,
6. režim fronty FIFO.

3.9 Exponenciální model vícenásobné obsluhy M/M/c

V praxi se častěji nežli systém s jedním obslužným zařízením používá systém, který poskytuje obsluhu současně ve více identických neboli homogenních paralelně uspořádaných zařízeních (Hušek, Maňas, 1989, s. 307). Podle Kendallový klasifikace se jedná o systém s kódem M/M/c/∞/∞/FIFO (Sixta, Žižka, 2009, s. 125). Základní předpoklady pro tento model jsou (Jablonský, 2002, s. 252):

1. exponenciální pravděpodobnostní rozdělení intervalů mezi příchody požadavků do systému s parametrem λ ,
2. doba trvání obsluhy na každém z obslužných zařízení c má exponenciální rozdělení s parametrem μ ,
3. v systému je konečný počet identických zařízení c ,
4. neomezená kapacita systému,
5. neomezený zdroj požadavků,
6. režim fronty FIFO.

3.10 Základní charakteristiky modelů M/M/1 a M/M/c

3.10.1 Intenzita vstupu

Intenzita vstupu požadavků λ udává průměrný počet požadavků, které přijdou do systému za určitý časový úsek (Sixta, Žižka, 2009, s. 121).

3.10.2 Intenzita obsluhy

Intenzita obsluhy μ vyjadřuje, kolik požadavků průměrně obsluha zpracuje za určitý časový úsek (Fábry, 2007, s. 101, 102).

3.10.3 Počet obslužných zařízení

Počet obslužných zařízení se nejčastěji označuje písmenem c (Jablonský, 2002, s. 252). Jedná se o identická neboli homogenní obslužná zařízení, která jsou paralelně uspořádaná (Lukáš, 2005, s. 66). Intenzita obsluhy μ je tedy na každém obslužném zařízení stejná, tudíž intenzita obsluhy celého systému je rovna $c\mu$ (Jablonský, 2002, s. 252).

3.10.4 Intenzita provozu

Intenzita provozu ρ , často také označovaná jako vytíženost systému, je velmi důležitou charakteristikou, vyjadřuje průměrné využití všech obslužných zařízení (Jablonský, 2002,

s. 252). V modelu M/M/1 je pouze jedno obslužné zařízení, intenzita provozu je poměrem intenzity vstupu a intenzity obsluhy (Fábry, 2007, s. 102):

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}. \quad (4)$$

U modelu M/M/c je nutné brát v potaz všechna obslužná zařízení, tudíž celkovou intenzitu obsluhy, vzorec vypadá následně (Lukáš, 2005. s. 66):

$$\rho = \frac{\lambda}{c\mu}. \quad (5)$$

Aby byl systém stabilní a fronta nerostla do nekonečna, je zřejmé, že musí platit $\mu > \lambda$ (Sixta, Žižka, 2009, s. 121). Jinými slovy, musí být dodržena podmínka pro stabilizaci systému $\rho < 1$, v případě, kdy $\rho \geq 1$ délka fronty roste nade všechny meze (Fábry, 2007, s. 102). V praxi se nedoporučuje intenzita provozu větší než 0,8, jelikož nad tuto hodnotu přestává systém správně fungovat (Šubrt a kol., 2011, s. 329).

3.10.5 Pravděpodobnostní charakteristiky

Intenzita provozu udává v modelech M/M/1 současně také pravděpodobnost, že se v systému nachází alespoň jeden požadavek, tzn. požadavek, který do systému vstoupí, bude muset čekat ve frontě (Jablonský, 2002, s. 249).

Tudíž pravděpodobnost, že požadavek nebude muset čekat ve frontě, protože v systému nebude žádný jiný požadavek, tzn. obslužné zařízení bude nevyužito, lze v modelech M/M/1 určit jako (Fábry, 2007, s. 103):

$$p_0 = 1 - \rho. \quad (6)$$

V modelech M/M/c lze pravděpodobnost, že žádné z obslužných zařízení nepracuje, vyjádřit jako (Jablonský, 2002, s. 253, 254):

$$p_0 = \left[\left(\sum_{k=0}^{c-1} \frac{r^k}{k!} \right) + \frac{cr^c}{c!(c-r)} \right]^{-1}, \quad (7)$$

kde $r = \frac{\lambda}{\mu}$.

3.10.6 Průměrná doba strávená požadavkem ve frontě

Průměrná doba, po kterou požadavek čeká ve frontě, se označuje T_f (Jablonský, 2002, s. 250). V případě modelů M/M/1 se tato doba logicky vypočítá jako rozdíl mezi průměrnou dobou, kterou požadavek stráví v systému a průměrnou dobou obsluhy (Fábry, 2007, s. 104; Jablonský, 2002, s. 250):

$$T_f = T - \frac{1}{\mu} = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}. \quad (8)$$

U modelů M/M/c je tento výpočet složitější (Lukáš, 2005, s. 67; Hušek, Mañas, 1989, s. 308):

$$T_f = \frac{\mu p_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^c}{(c-1)!(c\mu - \lambda)^2} = \frac{N_f}{\lambda}. \quad (9)$$

3.10.7 Průměrná doba obsluhy

Průměrná doba obsluhy T_s se určuje jako (Fábry, 2007, s. 104):

$$T_s = \frac{1}{\mu}. \quad (10)$$

3.10.8 Průměrná celková doba strávená požadavkem v systému

Průměrná celková doba strávená požadavkem v systému T , tedy průměrná doba, kterou požadavek v systému stráví od vstupu až po výstup ze systému, lze spočítat jako (Sixta, Žižka, 2009, s. 122; Jablonský, 2002, s. 253):

- pro modely M/M/1:

$$T = \frac{1}{\mu - \lambda}, \quad (11)$$

- pro modely M/M/c:

$$T = T_f + \frac{1}{\mu}. \quad (12)$$

Obecně platí, že celková doba strávená požadavkem v systému se rovná součtu doby čekání požadavku ve frontě a doby obsluhy (Hušek, Mañas, 1989, s. 303):

$$T = T_f + T_s. \quad (13)$$

3.10.9 Průměrný počet požadavků ve frontě

Průměrný počet požadavků ve frontě N_f lze získat jako součin intenzity vstupu a průměrné doby čekání požadavku ve frontě (Fábry, 2007, s. 104):

$$N_f = \lambda T_f. \quad (14)$$

3.10.10 Průměrný počet požadavků v systému

Průměrný počet požadavků v systému N je součinem intenzity vstupu a průměrné doby, kterou požadavek stráví v systému (Fábry, 2007, s. 104; Lukáš, 2005, s. 64):

$$N = \lambda T. \quad (15)$$

4 Praktická část práce

4.1 Představení podniku

Pro praktickou část této práce byl vybrán podnik Neklan Sport. Tento podnik se nachází ve Vršovicích, v ulici Moskevská, v Praze 10 a na trhu působí zhruba 6 let. Mezi ekonomické činnosti tohoto podniku se řadí:

- kompletní lyžařský a cyklistický servis,
- půjčovna vybavení pro zimní i letní sporty,
- prodej nového zboží,
- bazarový prodej.

Prostory podniku nejsou příliš velké, ale působí příjemným dojmem. Jsou pomyslně rozděleny do tří částí. První část je hned u vchodu, kde se nachází jedna pokladna, na které probíhají všechny transakce. Právě obsluha u pokladny je podrobena analýze systému hromadné obsluhy. Dále je v této oblasti vystaveno nové zboží určené k prodeji. Sortiment se mění v závislosti na sezóně. Jsou rozlišovány dvě sezóny – zimní sezóna (prosinec, leden, únor a první polovina března) a cyklo sezóna (ostatní zbylé měsíce). V zimní sezóně jsou vystaveny především sjezdové a běžecké lyže, snowboardy, helmy, čepice, rukavice a další zimní vybavení. V cyklo sezóně jsou vystaveny z největší části jízdní kola a jejich komponenty (řetězy, převodníky, duše apod.) či další jejich příslušenství (nosiče kol, dětské sedačky na kola, košíky na lahve, stojánky, zvonky, zámky apod.). Mimo jízdních kol se prodávají např. odrážedla a koloběžky. Své vyhrazené místo zde zaujímá také bazar, tedy již použité zboží, které je ale v adekvátním stavu a zákazník si ho může koupit za zvýhodněnou cenu. Zboží určené k bazarovému prodeji většinou přinášejí stálí zákazníci, kteří už pro něj nemají využití (např. koupili si lepší model). Toto zboží musí samozřejmě projít kontrolou. Podnik ho odkupuje pouze v případě, že odpovídá požadovanému stavu.

Druhou část představuje půjčovna vybavení, v zimní sezóně si lidé nejčastěji půjčují sjezdové a běžecké lyže, snowboardy, helmy a brýle. V létě je naopak největší zájem o vypůjčení jízdních kol. Vypůjčení je možné na jeden den, víkend, týden nebo i celý rok. Při vypůjčení se neplatí pouze cena za vypůjčení, ale také záloha, která je při vrácení vypůjčeného vybavení navracena zákazníkovi.

Třetí část je tvořena servisem, který je od půjčovny oddělen stěnou. Obsluha se zde stará o údržbu, opravy a nastavení vybavení. Servis se provádí u sjezdových a běžeckých lyží, snowboardů a jízdnicích kol. Samotný servis je prostorově rozdělen na dvě části, v jedné servis probíhá a v druhé už je vybavení připravené k výdeji zákazníkovi.

Neklan Sport disponuje webovými stránkami, kde provozuje také e-shop se zbožím. Na e-shopu lze zakoupit jak nové, tak bazarové zboží. Zákazníci si mohou zboží vybrat z pohodlí domova a vyčkat až jim objednané zboží přiveze PPL. Objednané zboží je možné vyzvednout také zdarma přímo v prodejně podniku. Mimo e-shop lze na webových stránkách nalézt základní informace, jako je otevírací doba, kontakty a ceník za půjčovnu a servis. Neklan Sport působí i na sociálních sítích (Facebook a Instagram), kde zveřejňuje případné slevy a akce.

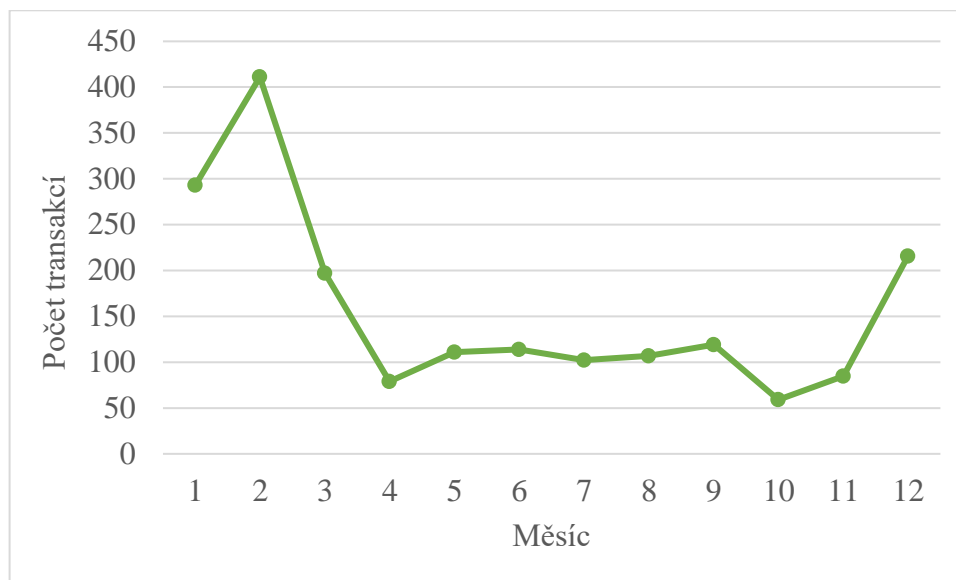
Kamenná prodejna podniku je otevřena každý pracovní den, vyjma státních svátků. Provozní doba je od 10:00 do 18:00 s tím, že mezi 12:30 a 13:00 je zavřeno kvůli polední pauze na oběd. Počet přítomných zaměstnanců se mění v závislosti na vytíženosti systému, pokud je vytíženost malá stačí jeden zaměstnanec, maximální počet zaměstnanců je potom pět, což ale není tak časté. Větší počet zaměstnanců je potřeba zejména v zimní sezóně (viz dále), u pokladny je většinou vždy jeden zaměstnanec, dva zaměstnanci zajišťují obsluhu v půjčovně, jeden zaměstnanec pomáhá zákazníkům s výběrem zboží a další pracuje v servisu, toto uspořádání se ale mění v závislosti na tom, co je zrovna potřeba.

4.2 Vstupní data a základní informace

Jak již bylo uvedeno, analýza systému hromadné obsluhy se vztahuje na obsluhu u pokladny. Díky majiteli Neklan Sportu, Lubošovi Kyclerovi, byla poskytnuta vstupní data potřebná k vytvoření této analýzy. Data jsou získána z pokladního systému helloCash, zahrnují počet transakcí za jednotlivé měsíce v roce 2023 a podrobnější výpis transakcí za měsíc leden 2024. Další potřebné informace jsou zjištěny od zaměstnanců podniku a metodou pozorování v náhodných časových úsecích v měsíci lednu 2024.

Před samotnou analýzou je nutné zmapovat vývoj počtu transakcí (s tím související návštěvnost) za celý rok, protože počet transakcí se v jednotlivých měsících rapidně odlišuje (graf 1).

Graf 1 Vývoj počtu transakcí v roce 2023



Zdroj: vlastní zpracování dle dat získaných z pokladního systému helloCash

Z grafu 1 je zřejmé, že největší návštěvnost byla v zimních měsících, v prosinci 2023 byl počet transakcí 216, v lednu 2023 se počet transakcí vyšplhal na 293 a největší počet transakcí v roce 2023 vykazoval únor s 411 transakcemi. V březnu 2023 tento počet klesl na 197 a v ostatních měsících se počet transakcí pohyboval okolo sto transakcí za měsíc. Nejnižší počet transakcí potom v roce 2023 vykazoval říjen s 59 transakcemi.

Zaměstnanci uvádí, že tento trend vývoje se každý rok pravidelně opakuje. Rapidní nárůst počtu transakcí (tedy i návštěvnosti) v zimních měsících je způsoben zejména odlišnostmi mezi zimními a letními sporty. Mezi nejoblíbenější zimní sporty se řadí lyžování či běžkování, v létě lidé nacházejí oblibu zejména v jízdě na kole a plavání. Na zimní sporty je v porovnání s letními sporty potřeba více vybavení, tím pádem se v zimní sezóně zvyšuje prodej zboží. Dalším faktorem je nákladnost vybavení na zimní sporty, lidem se v mnoha případech jeví jako výhodnější varianta si toto vybavení na nějaký čas vypůjčit. Právě půjčovna v zimní sezóně generuje největší zisk tohoto podniku. Vyšší vytíženost se projevuje i v oblasti servisu, který lidé vyžadují před odjezdem na hory (servis sjezdových a běžkových lyží, snowboardů).

Letní sporty nejsou z ohledu vybavení takto náročné. Neklan Sport se mimo zimní sezónu specializuje především na jízdní kola a všechno s nimi spojené. Zajišťuje jejich servis, vypůjčení i prodej.

4.3 Současný stav systému hromadné obsluhy u pokladny

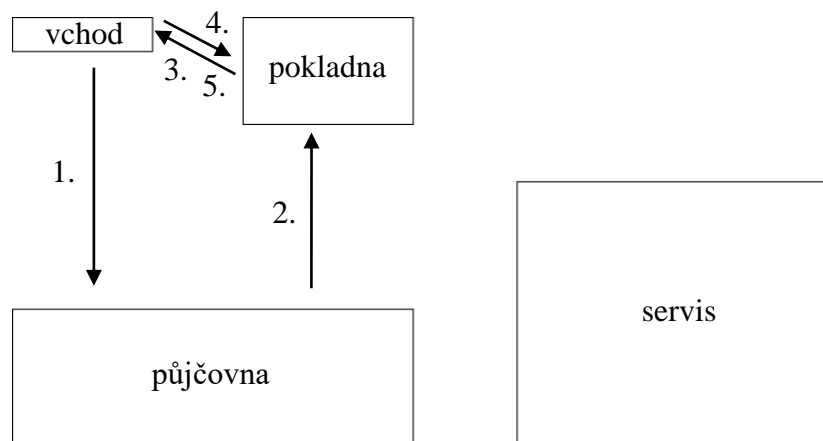
Podnik disponuje jednou pokladnou, která je situována hned u vchodu (vchod a východ představují stejné místo). Na této pokladně probíhají všechny transakce, pokladnou tedy musí projít jak zákazník, který kupuje zboží, tak zákazník, který vyžaduje servis či vypůjčení.

V případě, že si zákazník kupuje zboží, má k dispozici obsluhu, která všemu rozumí a je schopna mu poradit. Po výběru zboží zákazník přechází k pokladně, kde je zboží namarkováno a poté probíhá transakce. Často se zákazník u pokladny ještě dotazuje na vybrané zboží či na informace ohledně jiného zboží a služeb poskytovaných podnikem.

Pokud si zákazníci chtějí vybavení vypůjčit, tak přechází do oblasti půjčovny, kde si za pomoci obsluhy vybírají vhodné vybavení. Doba strávená zákazníkem v půjčovně je různorodá, pohybuje se od 10 do 45 minut, v závislosti na tom, jak rychle se najde padnoucí vybavení a kolik si toho zákazník půjčuje. Poté co se zákazník rozhodne, jaké vybavení si vypůjčí, směřuje i s ním k pokladně. U pokladny obsluha vyplňuje výpůjční list, od zákazníka si vyžádá občanský průkaz, ze kterého do výpůjčního listu vypisuje požadované údaje – jméno, příjmení, datum narození, číslo dokladu a adresu trvalého pobytu. Dále se do tohoto listu uvádí, jaké vybavení si zákazník půjčuje, doba, na kterou bude mít zákazník vybavení vypůjčené, cena za vypůjčení a výše zálohy. Následuje transakce a případné dotazy zákazníků.

Zákazníci procházejí přes pokladnu i v případě, že vypůjčené vybavení vrací. Probíhá zde kontrola stavu vybavení a vrací se záloha. Pokud je zaznamenáno nějaké poškození nebo je toto poškození předem oznámeno, je tato situace řešena tak, že je zákazníkovi strhnuta určitá peněžní část ze zálohy (pro názornost toho, jak funguje vypůjčení vybavení, je uveden obrázek 13).

Obrázek 13 Schéma vypůjčení vybavení



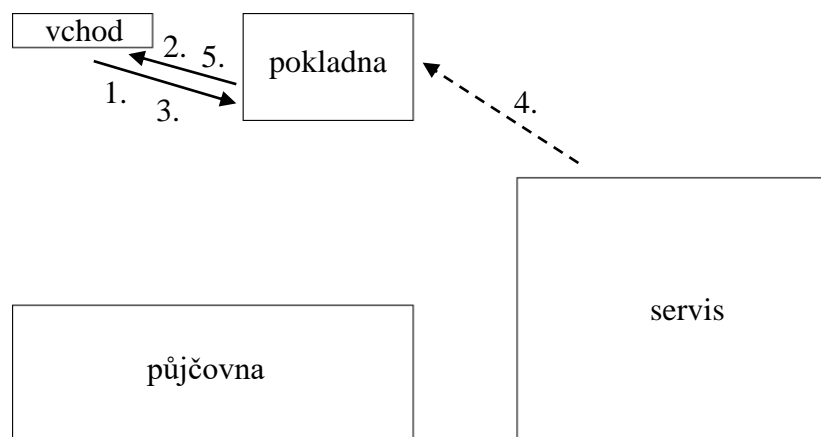
Zdroj: vlastní zpracování

Legenda schématu:

1. Zákazník přichází do oblasti půjčovny, kde si za pomoci obsluhy vybírá vybavení.
2. Zákazník s vybraným vybavením přechází k pokladně.
3. Po obsluze u pokladny (vypsání výpůjčního listu a zaplacení) zákazník opouští prodejnu.
4. Zákazník přichází k obsluze na pokladně a vrací vypůjčené vybavení, obsluha vrací zálohu.
5. Zákazník odchází z prodejny.

V situaci, kdy zákazník vyžaduje servis, obrací se na obsluhu u pokladny. Vybavení předává do jejich rukou, obsluha mu následně předává lístek s číslem, který je určen k rozpoznání připraveného vybavení, poté zákazník odchází. Zákazník si připravené vybavení vyzvedává v určitém čase po provedení servisu, většinou je vybavení připraveno do dvou pracovních dnů. Vyzvednutí probíhá také u pokladny, zákazník předává obsluze lístek s číslem, který předtím obdržel či oznámí, jaké číslo je na něm napsané. Obsluha v servisu přinese dané vybavení a seznámí zákazníka s tím, jak postupovala, co vše bylo potřeba udělat a jak tato práce vyšla cenově. Poté je provedena transakce (pro názornost je uveden obrázek 14).

Obrázek 14 Schéma služby servisu



Zdroj: vlastní zpracování

Legenda schématu:

1. Zákazník přichází k pokladně, předává obsluze vybavení určené k servisu.
2. Zákazník odchází z prodejny.
3. Zákazník přichází k pokladně z důvodu vyzvednutí připraveného vybavení.
4. Obsluha ze servisu přináší připravené vybavení.
5. Zákazník si převezme vybavení, zaplatí a odchází z prodejny.

Pokud si zákazník objednal zboží přes e-shop s vyzvednutím v prodejně, obsluha má zboží již připraveno. Zákazník musí přejít k pokladně (případně se zařadit do fronty) a za zboží zaplatit. Zákazníci za jednu návštěvu mohou samozřejmě zvládnout více věcí, jak nákup zboží, vypůjčení vybavení či servis, čas obsluhy na pokladně se poté většinou zvyšuje.

4.4 Základní charakteristiky systému hromadné obsluhy v podniku

Požadavek představuje zákazník, který vyžaduje obsluhu. Zdroj požadavků lze považovat za nekonečný, jelikož počet požadavků nelze jednoznačně vymezit. Jedná se tedy o otevřený systém. Požadavky, tedy zákazníci, vstupují do systému individuálně, buďto přicházejí samostatně, nebo s rodinou ve větším počtu. Jako ve většině praktických využití, je i tento systém stochastický. Vstupní proud má stochastický charakter, intervaly mezi příchody zákazníku nejsou stejné, ale proměnlivé.

Systém vykazuje režim fronty FIFO, požadavky přecházejí z fronty k obsluze v takovém pořadí, v jakém do fronty přišly. Jedná se o jednokanálový systém obsluhy, obsluha probíhá pouze v jednom obslužném zařízení. Toto obslužné zařízení představuje pokladna. Pokud se požadavky hromadí, vzniká před obslužným zařízením jedna samostatná fronta.

Doba obsluhy u pokladny je různá, závisí na tom, kolik a jaké položky lidé nakupují, zda se jedná o zboží, půjčovnu nebo servis. Velkou roli hraje také, zda má zákazník nějaké dotazy, které potřebuje objasnit. Doba obsluhy se pohybuje většinou od 3 do 12 minut. Na základě pozorování a zkušeností zaměstnanců bylo určeno, že průměrná doba obsluhy u pokladny je 6,5 minuty.

4.5 Klasifikace systému hromadné obsluhy

Z kapitoly 3.6 je zřejmé, že se jedná o systém s kódem $M/M/1/\infty/\infty/FIFO$, pro který platí tyto předpoklady:

1. intervaly mezi příchody požadavků do systému odpovídají exponenciálnímu rozdělení s parametrem λ ,
2. exponenciální rozdělení vykazuje také doba trvání obsluhy s parametrem μ ,
3. jedno obslužné zařízení,
4. neomezená kapacita systému,
5. neomezený zdroj požadavků,
6. režim fronty FIFO.

4.6 Identifikace problému

Práce se zabývá problémem systému hromadné obsluhy u pokladny v podniku Neklan Sport. V zimních měsících se zvyšuje návštěvnost a často u pokladny vzniká velká fronta. Tuto skutečnost vnímá i samotná obsluha. Nejen, že zákazníci musí nějaký čas čekat ve frontě, ale fronta zabírá velký prostor uličky, kde je vystavené zboží. Vzniklá fronta znesnadňuje výběr zboží dalším zákazníkům. Tyto faktory mohou vést ke snížení pravděpodobnosti opětovné návštěvy zákazníků či opuštění podniku.

4.7 Analýza systému hromadné obsluhy

Prostřednictvím teorie hromadné obsluhy jsou řešeny fronty u pokladny. Nejprve jsou základní charakteristiky systému vypočítány pro jednotlivé měsíce roku 2023 z důvodu porovnání jednotlivých měsíců, popřípadě sezón (zimní sezóna – měsíce prosinec, leden, únor a první polovina března; cyklo sezóna – zbylé měsíce).

K výpočtům základních charakteristik za jednotlivé měsíce roku 2023 je nutné znát počet transakcí za tyto měsíce a dobu, po kterou byla prodejna v jednotlivých měsících otevřena. Doba, po kterou byla prodejna otevřena, je odvozena od počtu dní jednotlivých měsíců, tento počet je následně snížen o víkendy a státní svátky a přepočten na hodiny. Přepočet na hodiny je získán jako součin počtu dnů, kdy byla prodejna otevřena, a počtu hodin denní pracovní doby (7,5 hodiny dle otevírací doby) (tabulka 4).

Tabulka 4 Počet transakcí a hodin, kdy byla prodejna otevřena, za jednotlivé měsíce roku 2023

Měsíc	Počet transakcí	Počet pracovních dní	Počet hodin
Leden	293	22	165
Únor	411	20	150
Březen	197	23	172,5
Duben	79	18	135
Květen	111	21	157,5
Červen	114	22	165
Červenec	102	19	142,5
Srpen	107	23	172,5
Září	119	20	150
Říjen	59	22	165
Listopad	85	21	157,5
Prosinec	216	19	142,5

Zdroj: vlastní zpracování dle dat získaných z pokladního systému helloCash

Základní charakteristiky systému hromadné obsluhy v jednotlivých měsících roku 2023 (tabulka 5) jsou vypočítány dle vzorců uvedených v kapitole 3.10 (Základní charakteristiky modelů M/M/1 a M/M/c).

Tabulka 5 Základní charakteristiky systému hromadné obsluhy v jednotlivých měsících roku 2023

Měsíc	λ	T_s (min)	μ	ρ	ρ (%)	p_0	p_0 (%)	T_f (min)	T (min)	N_f	N	c
1	1,78	6,5	9,23	0,19	19,24	0,81	80,76	1,55	8,05	0,05	0,24	1
2	2,74	6,5	9,23	0,30	29,68	0,70	70,32	2,74	9,24	0,13	0,42	1
3	1,14	6,5	9,23	0,12	12,37	0,88	87,63	0,92	7,42	0,02	0,14	1
4	0,59	6,5	9,23	0,06	6,34	0,94	93,66	0,44	6,94	0,00	0,07	1
5	0,70	6,5	9,23	0,08	7,63	0,92	92,37	0,54	7,04	0,01	0,08	1
6	0,69	6,5	9,23	0,07	7,48	0,93	92,52	0,53	7,03	0,01	0,08	1
7	0,72	6,5	9,23	0,08	7,75	0,92	92,25	0,55	7,05	0,01	0,08	1
8	0,62	6,5	9,23	0,07	6,72	0,93	93,28	0,47	6,97	0,00	0,07	1
9	0,79	6,5	9,23	0,09	8,59	0,91	91,41	0,61	7,11	0,01	0,09	1
10	0,36	6,5	9,23	0,04	3,87	0,96	96,13	0,26	6,76	0,00	0,04	1
11	0,54	6,5	9,23	0,06	5,85	0,94	94,15	0,40	6,90	0,00	0,06	1
12	1,52	6,5	9,23	0,16	16,42	0,84	83,58	1,28	7,78	0,03	0,20	1

Zdroj: vlastní zpracování dle dat získaných z pokladního systému helloCash

Poznámky k tabulce:

- λ – intenzita vstupu – průměrný počet transakcí za hodinu, vypočteno jako podíl počtu transakcí v měsíci a počtu hodin, kdy je prodejna otevřena;
- T_s – průměrná doba obsluhy, tato hodnota je zjištěna pozorováním a zkušenostmi obsluhy;
- μ – intenzita obsluhy v rámci jedné hodiny (kolik požadavků průměrně obsluha zpracuje za hodinu);
- ρ – intenzita provozu (vytíženost) systému, vypočteno dle vzorce 4 (kapitola 3.10.4);
- p_0 – pravděpodobnost, že zákazník nebude čekat ve frontě, vypočteno dle vzorce 6 (kapitola 3.10.5);
- T_f – průměrná doba, kterou zákazník stráví ve frontě, vypočteno dle vzorce 8 (kapitola 3.10.6) a převedena na minuty;
- T – průměrná celková doba strávená zákazníkem v systému, vypočteno dle vzorce 13 (kapitola 3.10.8);
- N_f – průměrný počet požadavků (zákazníků, kterým bude provedena transakce na pokladně) ve frontě, vypočteno dle vzorce 14 (kapitola 3.10.9);

- N – průměrný počet požadavků (zákazníků, kterým bude provedena transakce na pokladně) v systému, vypočteno dle vzorce 15 (kapitola 3.10.10);
- c – počet obslužných zařízení.

Z tabulky 5 je zřejmé, že intenzita provozu ρ je v zimní sezóně vyšší než v cyklo sezóně. Systém je stabilní, pokud platí $\rho < 1$, podle vypočítaných hodnot je tato podmínka ve všech měsících splněna. Vypočítané hodnoty ani zdaleka nenaznačují přetížení systému, přesto v zimních měsících vznikají fronty. Toto je zřejmě způsobeno tím, že požadavky chodí do systému v nepravidelných intervalech, proto je potřeba celý problém analyzovat podrobněji. Podrobnější analýze je podroben leden 2024. Tento měsíc je vybrán z toho důvodu, že je momentálně nejaktuálnějším měsícem, pro který je analýza možná a také proto, že se řadí mezi vytíženější měsíce zimní sezóny.

Nejprve je provedena obecnější analýza za celý měsíc leden 2024, stejným způsobem jako pro jednotlivé měsíce roku 2023. K výpočtu je nutný počet transakcí za daný měsíc a počet hodin, kdy je prodejna otevřená (odvozeno stejně jako u měsíců roku 2023) (tabulka 6).

Tabulka 6 Počet transakcí a hodin, kdy byla prodejna otevřena, za leden 2024

Měsíc	Počet transakcí	Počet pracovních dní	Počet hodin
Leden	373	22	165

Zdroj: vlastní zpracování dle dat získaných z pokladního systému helloCash

Z tabulky 6 lze vyčíst, že počet transakcí v lednu 2024 je 373, což je o 80 transakcí více než v lednu předchozího roku 2023. Zaměstnanci odhadují, že zvýšený počet transakcí bude i v dalších měsících roku 2024. Základní charakteristiky systému hromadné obsluhy za leden 2024 (tabulka 7) jsou určeny stejně jako v předchozím případě.

Tabulka 7 Základní charakteristiky systému hromadné obsluhy za leden 2024

Měsíc	λ	T_s (min)	μ	ρ	ρ (%)	p_0	p_0 (%)	T_f (min)	T (min)	N_f	N	c
Leden	2,26	6,5	9,23	0,24	24,49	0,76	75,51	2,11	8,61	0,08	0,32	1

Zdroj: vlastní zpracování dle dat získaných z pokladního systému helloCash

Leden roku 2024 má v porovnání s lednem roku 2023 vyšší intenzitu provozu o 5,25 procentních bodů. Výsledky této obecnější analýzy nenaznačují problém s vysokou vytižeností systému, právě proto je nutné podívat se na celý problém podrobněji.

Pro podrobnější analýzu je vybráno šest dní v lednu roku 2024:

- 17. ledna 2024 – 24 transakcí,
- 18. ledna 2024 – 24 transakcí,
- 19. ledna 2024 – 29 transakcí,
- 26. ledna 2024 – 23 transakcí,
- 30. ledna 2024 – 25 transakcí,
- 31. ledna 2024 – 27 transakcí.

Tyto dny jsou vybrány z toho důvodu, že se řadí mezi silnější dny, s větším počtem transakcí oproti slabším dnům. Pokud by analýza zahrnovala i slabší dny, docházelo by ke zkreslování výsledků, jelikož by se silnější a slabší dny zprůměrovaly.

Pro tyto dny jsou vypočítány základní charakteristiky systému hromadné obsluhy (tabulka 8). Postup výpočtů jednotlivých charakteristik je shodný jako v předchozím případě, počítá se zde s denním počtem hodin – 7,5 hodiny (otevírací doba).

Tabulka 8 Základní charakteristiky systému hromadné obsluhy ve vybraných dnech ledna 2024

Den	λ	T_s (min)	μ	ρ	ρ (%)	p_0	p_0 (%)	T_f (min)	T (min)	N_f	N	c
17. 1. 2024	3,20	6,5	9,23	0,35	34,67	0,65	65,33	3,45	9,95	0,18	0,53	1
18. 1. 2024	3,20	6,5	9,23	0,35	34,67	0,65	65,33	3,45	9,95	0,18	0,53	1
19. 1. 2024	3,87	6,5	9,23	0,42	41,89	0,58	58,11	4,69	11,19	0,30	0,72	1
26. 1. 2024	3,07	6,5	9,23	0,33	33,22	0,67	66,78	3,23	9,73	0,17	0,50	1
30. 1. 2024	3,33	6,5	9,23	0,36	36,11	0,64	63,89	3,67	10,17	0,20	0,57	1
31. 1. 2024	3,60	6,5	9,23	0,39	39,00	0,61	61,00	4,16	10,66	0,25	0,64	1

Zdroj: vlastní zpracování dle dat získaných z pokladního systému helloCash

Z tabulky 8 lze vyčíst, že intenzita provozu ve vybraných silnějších dnech v lednu 2024 se pohybuje okolo 33–42 %. Tyto výsledky nenaznačují sebemenší přetížení systému. Zákazníci tento problém ale vnímají, tudíž je nutné zjistit, zda k přetížení systému nedochází pouze v některých časových úsecích z důvodu nerovnoměrného příchodu

zákazníků. Jako časový úsek neboli interval je vybrána hodina. Ve vybraných dnech v lednu 2024 je dle pokladního systému helloCash a zaměstnanců určen počet transakcí za jednotlivé hodiny. Z těchto hodnot je poté určen průměrný počet transakcí za jednotlivé hodiny (tabulka 9). Časový úsek 12:00-13:00 je o 30 minut zkrácen z důvodu polední pauzy, kdy je prodejna uzavřena. Polední pauza zaujímá časový úsek 12:30-13:00.

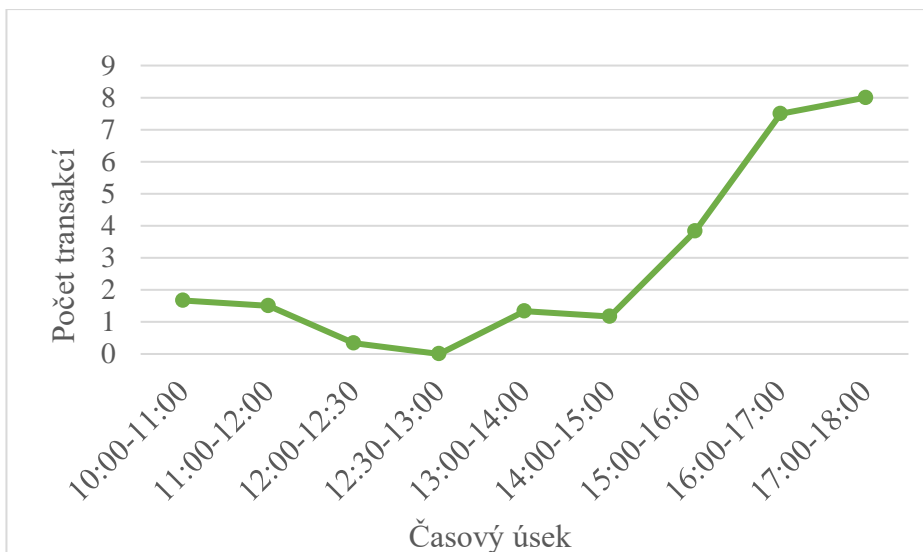
Tabulka 9 Počet transakcí za jednotlivé hodinové úseky ve vybraných dnech ledna 2024

Časový úsek	17. 1. 2024	18. 1. 2024	19. 1. 2024	26. 1. 2024	30. 1. 2024	31. 1. 2024	Průměrný počet
10:00-11:00	1	2	3	2	1	1	1,67
11:00-12:00	2	0	2	1	3	1	1,50
12:00-12:30	0	0	1	0	0	1	0,33
12:30-13:00	Pauza	Pauza	Pauza	Pauza	Pauza	Pauza	Pauza
13:00-14:00	2	1	2	1	0	2	1,33
14:00-15:00	1	1	3	1	0	1	1,17
15:00-16:00	3	4	4	5	3	4	3,83
16:00-17:00	7	6	9	5	9	9	7,50
17:00-18:00	8	10	5	8	9	8	8,00
Celkový počet	24	24	29	23	25	27	25,33

Zdroj: vlastní zpracování dle dat získaných z pokladního systému helloCash

Z tabulky 9 je zřejmé, že nejvíce transakcí probíhá v poslední hodině před zavřením prodejny, tedy v časovém úseku od 17:00 do 18:00. Nárůst počtu transakcí je zaznamenán již po třetí hodině a tento počet se s každou následující hodinou zvyšuje až do zavírací doby (graf 2). S počtem transakcí je úzce spjata návštěvnost, odpolední nárůst transakcí, tedy i návštěvnosti, je způsoben tím, že zákazníci prodejnu navštěvují většinou po ukončení jejich pracovní doby, což je obvykle ve tři hodiny odpoledne.

Graf 2 Vývoj počtu transakcí v čase za vybrané dny v lednu 2024



Zdroj: vlastní zpracování dle tabulky 9

Je nutné zjistit, zda v těchto nejvytíženějších hodinách nedochází k přetížení systému. Proto jsou i pro jednotlivé časové úseky vypočteny základní charakteristiky systému hromadné obsluhy (tabulka 10). Hodnoty jsou vypočteny stejným způsobem jako u všech předešlých charakteristik. Výpočty jsou provedeny v rámci hodinového časového úseku, výjimkou je půlhodinový časový úsek od 12:00 do 12:30.

Tabulka 10 Základní charakteristiky systému hromadné obsluhy za časové úseky ve vybraných dnech ledna 2024

Časový úsek	λ	T_s (min)	μ	ρ	ρ (%)	p_0	p_0 (%)	T_f (min)	T (min)	N_f	N	c
10:00-11:00	1,67	6,5	9,23	0,18	18,06	0,82	81,94	1,43	7,93	0,04	0,22	1
11:00-12:00	1,50	6,5	9,23	0,16	16,25	0,84	83,75	1,26	7,76	0,03	0,19	1
12:00-12:30	0,33	6,5	4,62	0,07	7,22	0,93	92,78	1,01	7,51	0,01	0,04	1
12:30-13:00	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
13:00-14:00	1,33	6,5	9,23	0,14	14,44	0,86	85,56	1,10	7,60	0,02	0,17	1
14:00-15:00	1,17	6,5	9,23	0,13	12,64	0,87	87,36	0,94	7,44	0,02	0,14	1
15:00-16:00	3,83	6,5	9,23	0,42	41,53	0,58	58,47	4,62	11,12	0,29	0,71	1
16:00-17:00	7,50	6,5	9,23	0,81	81,25	0,19	18,75	28,18	34,68	3,52	4,33	1
17:00-18:00	8,00	6,5	9,23	0,87	86,67	0,13	13,33	42,28	48,78	5,63	6,50	1

Zdroj: vlastní zpracování dle dat získaných z pokladního systému helloCash

V časovém úseku od 16:00 do 18:00 dosahuje systém kritických hodnot. Intenzita provozu, tedy vytíženost systému, v časovém úseku od 16:00 do 17:00 dosahuje 81,25 %

a průměrná doba strávená zákazníkem ve frontě je vypočtena na 28,18 minut. Časový úsek od 17:00 do 18:00 vykazuje ještě vyšší hodnoty, vytíženost systému je 86,67 % a průměrná doba strávená zákazníkem ve frontě je 42,28 minut. Lze tedy říct, že v době největší návštěvnosti může systém trpět přetížením.

5 Zhodnocení a doporučení

5.1 Zhodnocení a navrhované změny k optimalizaci systému

Na základě provedené analýzy systému hromadné obsluhy u pokladny v podniku Neklan Sport v předchozí kapitole (kapitola 4.7) bylo zjištěno, že v časovém úseku od 16:00 do 18:00 zimní sezóny může docházet k přetížení systému, je zde riziko vzniku velkých front a s tím spojenou větší čekací dobou zákazníka.

Ve většině případů spočívá optimalizace systémů hromadné obsluhy zejména v určení, kolik obslužných (paralelně uspořádaných) zařízení zařadit do obsluhy s ohledem na minimalizaci nákladů. V některých případech je možné zkrátit dobu obsluhy, např. v pekařství, lidé nejčastěji kupují rohlíky po deseti kusech, zde je tedy možné dopředu připravit pytlíky s deseti rohlíky a výrazně tím urychlit obsluhu.

Jeden z dalších způsobů optimalizace systému hromadné obsluhy je marketingové upravení vstupu zákazníků do systému. Tato optimalizace se dá uplatnit tam, kde je vyšší vytíženost systému pouze v některých časových úsecích. Zákazníky je možné na základě marketingu přilákat na méně vytížené období, a tím snížit vytíženost v časových úsecích, kdy je systém přetížen. Toto je možné využít např. v kinech, kde je menší vytíženost obvykle v dopoledních hodinách, marketingové přilákání může vypadat různě, může být např. nabídnuta sleva na vstupenky v dopoledních hodinách.

Optimalizace ve prospěch zákazníka vede ke zkrácení doby čekání na obsluhu, ale zároveň roste nevyužitá doba obslužného zařízení. Platí zde nepřímá úměrnost, proto je nutné, aby optimalizace vedla k nějakému kompromisu.

V případě návštěvnosti Neklan Sportu není velká možnost marketingově upravit čas vstupu zákazníků do prodejny. Zákazníci, kteří prodejnu navštěvují v pozdějších hodinách jsou z větší části pracující lidé, kteří prodejnu dříve navštívit nestihnou. Případná sleva v dopoledních hodinách zde nemusí mít velký efekt. Tento druh optimalizace by i dle slov obsluhy a jejich zkušeností nezpůsobil snížení počtu zákazníků v pozdějších hodinách. Zkrácení doby obsluhy také není adekvátním řešením, zákazníci oceňují rady obsluhy

a případné odbývání dotazů z důvodu zrychlení obsluhy by zákazníkům nevyhovovalo a nebylo by to v souladu se strategií podniku.

Jako optimální řešení se jeví pořízení dalšího obslužného zařízení na období zimní sezóny. Další obslužné zařízení představuje pokladna, jedná se o pokladnu vyžadující obsluhu, samoobslužná pokladna v tomto případě postrádá smysl. Zákazníci mají totiž spoustu dotazů, v případě vypůjčení je rychlejší vyplňování výpůjčního listu obsluhou a servis se zde také neobejde bez obsluhy u pokladny. Samoobslužná pokladna by neměla význam ani pro vyzvedávání zboží objednaného přes e-shop, protože obsluha musí dané zboží vydat. Jediný smysl by zde měla pouze díky prodeji menšího zboží, ale z důvodu podílu těchto položek na celkovém prodeji samoobslužná pokladna není řešením.

Z těchto hlavních důvodů je nejlepší variantou pokladna vyžadující obsluhu. Musí se však ověřit, jak velký bude mít tento krok efekt na vytíženost systému v silnějších dnech zimní sezóny. Proto jsou vypočítány základní charakteristiky systému hromadné obsluhy za časové úseky ve vybraných silnějších dnech ledna 2024 se dvěma obslužnými zařízeními. Tyto charakteristiky jsou počítány podle jiných vzorců než v předchozích případech, jsou zde použity vzorce pro modely M/M/c (tabulka 11).

Tabulka 11 Základní charakteristiky systému hromadné obsluhy se dvěma obslužnými zařízeními za časové úseky ve vybraných dnech ledna 2024

Časový úsek	λ	T_s (min)	μ	ρ	ρ (%)	p_0	p_0 (%)	T_f (min)	T (min)	N_f	N	c
10:00-11:00	1,67	6,5	9,23	0,09	9,03	0,83	83,44	0,05	6,55	0,00	0,18	2
11:00-12:00	1,50	6,5	9,23	0,08	8,13	0,85	84,97	0,04	6,54	0,00	0,16	2
12:00-12:30	0,33	6,5	4,62	0,04	3,61	0,93	93,03	0,02	6,52	0,00	0,04	2
12:30-13:00	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
13:00-14:00	1,33	6,5	9,23	0,07	7,22	0,87	86,53	0,03	6,53	0,00	0,15	2
14:00-15:00	1,17	6,5	9,23	0,06	6,32	0,88	88,11	0,03	6,53	0,00	0,13	2
15:00-16:00	3,83	6,5	9,23	0,21	20,76	0,66	65,61	0,29	6,79	0,02	0,43	2
16:00-17:00	7,50	6,5	9,23	0,41	40,63	0,42	42,22	1,28	7,78	0,16	0,97	2
17:00-18:00	8,00	6,5	9,23	0,43	43,33	0,40	39,53	1,50	8,00	0,20	1,07	2

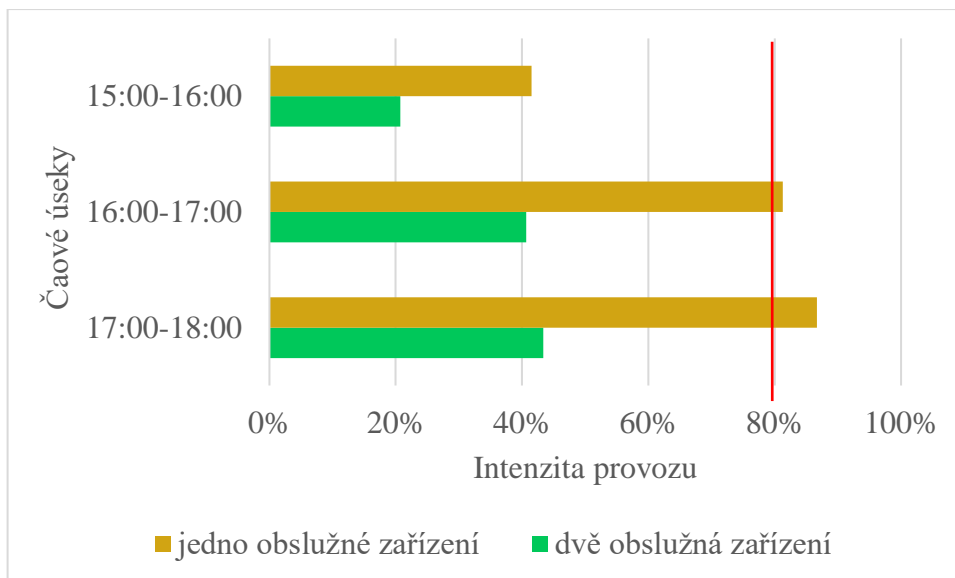
Zdroj: vlastní zpracování dle dat získaných z pokladního systému helloCash

Poznámky k tabulce:

- λ – intenzita vstupu – průměrný počet transakcí za hodinu (vypočteno jako podíl počtu transakcí v měsíci a počtu hodin, kdy je prodejna otevřena);
- T_s – průměrná doba obsluhy, tato hodnota je zjištěna pozorováním a zkušenostmi obsluhy;
- μ – intenzita obsluhy v rámci jedné hodiny;
- ρ – intenzita provozu (vytíženost) systému, vypočteno dle vzorce 5 (kapitola 3.10.4);
- p_0 – pravděpodobnost, že v systému není žádný zákazník, tudíž žádné z obslužných zařízení nepracuje, vypočteno dle vzorce 7 (kapitola 3.10.5);
- T_f – průměrná doba, kterou zákazník stráví ve frontě, vypočteno dle vzorce 9 (kapitola 3.10.6) a převedena na minuty;
- T – průměrná celková doba strávená zákazníkem v systému, vypočteno dle vzorce 13 (kapitola 3.10.8);
- N_f – průměrný počet požadavků (zákazníků, kterým bude provedena transakce na pokladně) ve frontě, vypočteno dle vzorce 14 (kapitola 3.10.9);
- N – průměrný počet požadavků (zákazníků, kterým bude provedena transakce na pokladně) v systému, vypočteno dle vzorce 15 (kapitola 3.10.10);
- c – počet obslužných zařízení.

Z tabulky 11 je zřejmé, že se díky dalšímu obslužnému zařízení výrazně sníží vytíženost systému. Jak již bylo zmíněno, v případě jednoho obslužného zařízení v nejvytíženějších hodinách silnějších dnů dosahuje systém kritických hodnot, vytíženost (intenzita provozu) se díky dalšímu obslužnému zařízení sníží na polovinu (graf 3). Tím pádem nevzniká riziko tvoření extrémních front, jelikož intenzita provozu nepřekračuje maximální doporučenou hodnotu intenzity provozu 80 %.

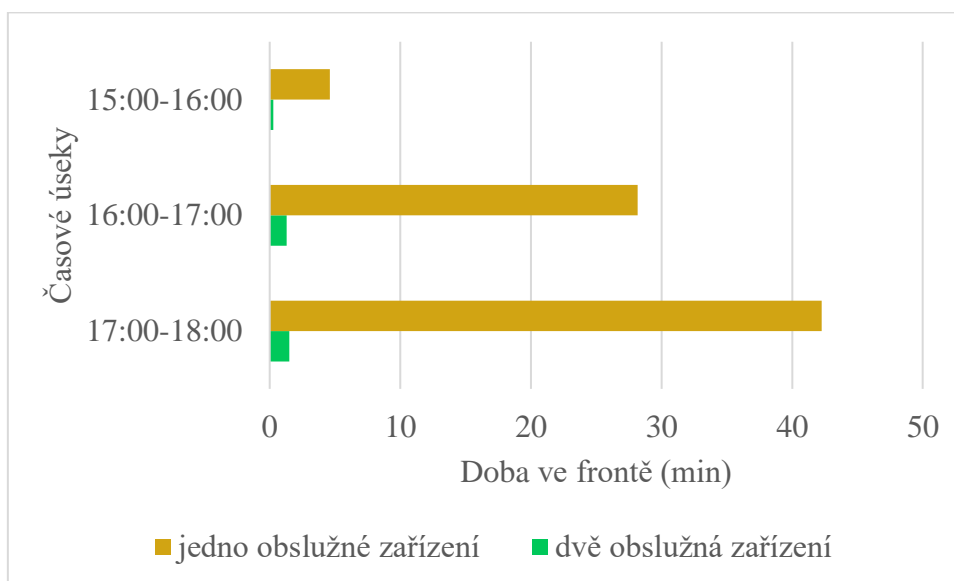
Graf 3 Porovnání intenzity provozu mezi jedním a dvěma obslužnými zařízeními



Zdroj: vlastní zpracování dle hodnot vypočtených v tabulkách 10 a 11

Přidáním dalšího obslužného zařízení se také výrazně snižuje průměrná doba strávená zákazníkem ve frontě (graf 4). V nejvytíženějším časovém úseku dosahovala tato hodnota až 42 minut, což už má značný vliv na trpělivost zákazníků. Se dvěma obslužnými zařízeními tento čas odpovídá dle výpočtů průměrně času 1,5 minut.

Graf 4 Porovnání průměrné doby strávené zákazníkem ve frontě mezi jedním a dvěma obslužnými zařízeními



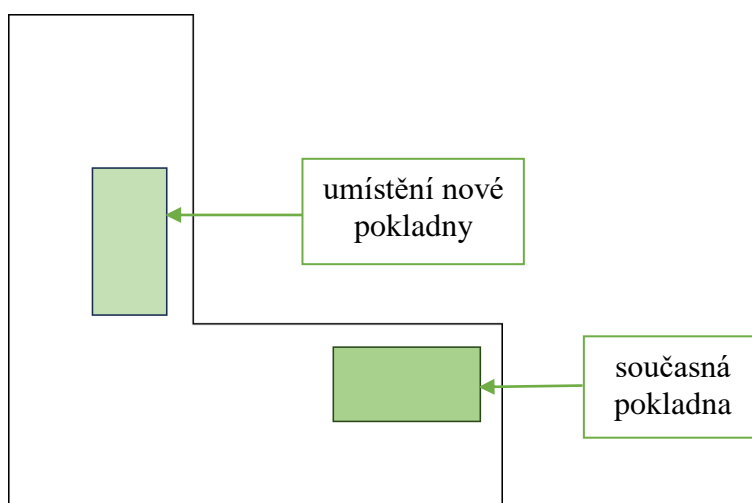
Zdroj: vlastní zpracování dle hodnot vypočtených v tabulkách 10 a 11

5.2 Finanční analýza navrhovaného řešení

Předmětem finanční analýzy je zavedení dalšího obslužného zařízení v podobě další pokladny. Hned na úvod je nutné uvést, že není počítáno s náklady na další obsluhu, ale pouze s náklady spojenými s pokladnou. Je to z toho důvodu, že ve vytíženějších hodinách může pokladnu obsluhovat obsluha, která zrovna nemá důležitější práci (obsluhu zákazníků v půjčovně či pomoc zákazníkům s výběrem zboží) či obsluha ze servisu, která může práci odložit a dodělat v méně vytížených hodinách.

Pokladna by byla umístěna na pultu, kde se nyní nachází i současná pokladna. Současná pokladna by zůstala na svém místě. V oblasti, kde by se nacházela nová pokladna, je nyní vystaveno zboží, pokud by se tedy zboží posunulo, náklady spojené s umístěním pokladny (přestavba, koupě nového nábytku apod.) by nevznikaly (obrázek 15).

Obrázek 15 Umístění pokladen na pultu



Zdroj: vlastní zpracování

Jediný náklad, který zde vzniká je náklad na pořízení pokladny a náklady spojené s jejím provozem. Pokud by byla vybrána stejná pokladna jako ta nynější, obsahovala by:

- notebook s pokladním systémem helloCash,
- pokladní zásuvku,
- skener čárových kódů,
- platební terminál na platbu kartou,
- tiskárnu na účtenky.

Náklady na tyto prostředky se pohybují ve velkém cenovém rozpětí. Jednotlivá zařízení jsou vybrána z portálu Alza (Alza, 2024). Notebook, který by zvládl požadované funkce lze pořídit do 7 000 Kč – byl vybrán model HP 15-fd0900nc³ s cenou 6 990 Kč. Online pokladní systém helloCash má podnik zakoupen, tudíž není problém se přihlásit na další zařízení (HelloCash, 2024). Pokladní zásuvka postačí také z nižší cenové kategorie, je vybrána pokladní zásuvka Virtuos mikro EK-300C⁴ za 1 559 Kč. Skener čárových kódů je zvolen značky Honeywell Voyager, konkrátně model Honeywell Laser skener MS5145 Eclipse⁵ za 1 090 Kč. Jako platební terminál je vybrán model SumUp AIR CZ⁶ za 899 Kč. V neposlední řadě musí být do nákladů započítána i tiskárna na účtenky, a to Xprinter XP58-IIN USB⁷, která stojí 1 449 Kč. Jednorázový celkový náklad v tomto případě činí 11 987 Kč.

Další variantou je registrační pokladna SUNMI Rakeeta Vs, která disponuje tiskárnou účtenek, fotoaparátem pro skenování čárových a QR kódů a platebním terminálem, stojí 3 626 Kč (Pokladny váhy, 2024). Místo pokladní zásuvky může být použita větší peněženka např. kasírka KELLNER za 399 Kč, do nákladů je nutné započítat i náklady na dopravu, které jsou přes Zásilkovnu v blízkosti podniku 89 Kč (Kasírka – peněženka, 2024). Jednorázový celkový náklad této varianty činí 4 144 Kč. Transakce provedené touto pokladnou by se na konci dne zaznamenaly do pokladního systému helloCash, z důvodu celkového přehledu tržeb.

Od nákladů spojených s provozem pokladny je z důvodu nedostatku informací upuštěno. Jelikož by byla druhá pokladna používána pouze v případě vyššího vytížení, které je zaznamenáno pouze v pozdějších hodinách silnějších dnů zimní sezóny, je zvolena druhá varianta. Podnik si tuto variantu může upravit dle svých možností a preferencí. Vybraná varianta je ovšem zcela dostačující. Jak již bylo zmíněno celkový náklad představuje 4 144 Kč. Je jen na majiteli, jaké prostředky upřednostní a zda tuto investici kvůli spokojenosti zákazníků podstoupí.

³ <https://www.alza.cz/hp-15-fd0900nc-diamond-white-d7790588.htm>

⁴ <https://www.alza.cz/virtuos-mikro-ek-300c-cerna-s-kabelem-24v-d5583063.htm>

⁵ <https://www.alza.cz/honeywell-laser-skener-ms5145-eclipse-cerny-usb-d75938.htm>

⁶ <https://www.alza.cz/sumup-air-cz-d6158261.htm>

⁷ <https://www.alza.cz/xprinter-xp58-iin-usb-d4328340.htm>

Jaký ekonomický dopad by toto řešení mělo na podnik, bylo řešeno i diskutováno se zaměstnanci podniku. Došlo se k závěru, že ekonomický dopad nelze jednoznačně určit z důvodu těžce zjištělného vztahu mezi trpělivostí jednotlivých zákazníků a finančním benefitem podniku, který by toto řešení přineslo.

6 Závěr

Cílem této práce bylo zhodnotit současné fungování systému hromadné obsluhy ve vybraném podniku. A v případě zjištěných nedostatků vytvořit návrh na zlepšení tohoto systému.

Pro analýzu byl vybrán podnik Neklan Sport nacházející se v pražské čtvrti Vršovice, analýze byl podroben konkrétně systém hromadné obsluhy u pokladny. Data potřebná k této analýze byla poskytnuta majitelem a zaměstnanci podniku, další potřebné informace byly zjištěny metodou pozorování v náhodných časových úsecích v lednu 2024. Na základě těchto dat byly vypočteny základní charakteristiky systému hromadné obsluhy za jednotlivé měsíce roku 2023 a za měsíc leden 2024, který byl analyzován podrobněji. Z těchto výpočtů bylo zjištěno, že tento systém může v časovém úseku od 16:00 do 18:00 silnějších dnů zimní sezóny trpět přetížením.

Jako nejlepší řešení tohoto problému se v tomto případě jeví pořízení dalšího obslužného zařízení v podobě pokladny. Pro tento návrh byly vypočteny základní charakteristiky systému hromadné obsluhy, tedy charakteristiky modelu M/M/2, a bylo zjištěno jaký efekt tato změna přinese. Intenzita provozu (vytíženost) systému se díky dalšímu obslužnému zařízení sníží na polovinu. Tudiž i v časových úsecích, kdy nynější stav systému hromadné obsluhy u pokladny vykazuje přetížení, lze dle výsledků charakteristik modelu M/M/2 říci, že díky dalšímu obslužnému zařízení k přetížení s jistotou docházet nebude. Mnohonásobně se také sníží průměrná doba strávená zákazníkem ve frontě (v časovém úseku od 17:00 do 18:00 silnějších dnů je tato doba vypočtena na 42 minut, tato doba už má na trpělivost a spokojenost zákazníků značný vliv, s dalším obslužným zařízením se tato doba sníží na 1,5 minut).

Další pokladna by byla využívána pouze v situaci, kdy je systém vytíženější a dochází k tvoření větší fronty. Nevznikaly by náklady na dalšího zaměstnance, jelikož pokladnu v tomto časovém úseku může obsluhovat zaměstnanec, který zrovna nemá jinou důležitou práci (obsluhu zákazníků v půjčovně či pomoc zákazníkům při výběru zboží) či zaměstnanec v servisu, který svou práci může odložit a dodělat v méně vytížených hodinách. Celkové náklady na další pokladnu byly určeny na 4 144 Kč. Na trhu je

samozřejmě více variant finančního řešení pořízení pokladny, tato varianta je ale zcela dostačující. Záleží jen na majiteli, jaké prostředky upřednostní a zda tuto investici kvůli spokojenosti zákazníků podstoupí.

7 Seznam použitých zdrojů

7.1 Knižní zdroje

BASU, A. K. 2003. *Introduction to Stochastic Process*. Harrow: Alpha Science International Ltd. 419 s. ISBN 978-1-84265-105-6.

BOSE, S. K. 2002. *An Introduction to Queueing Systems*. 1. vyd. New York: Springer Science & Business Media. 286 s. ISBN 978-1-4613-4880-1.

FÁBRY, J. 2007. *Matematické modelování*. 1. vyd. Praha: Oeconomica. 146 s. ISBN 978-80-245-1266-2.

HEYDE, C. C., SENETA E. 2001. *Statisticians of the Centuries*. 1.vyd. New York: Springer. 504 s. ISBN 978-0-387-95283-3.

HOLMAN, R. 2011. *Ekonomie*. 5. vyd. Praha: C. H. Beck. 696 s. ISBN 978-80-7400-006-5.

HUŠEK, R., MAŇAS, M. 1989. *Matematické metody v ekonomii*. 1. vyd. Praha: SNTL. 402 s. ISBN 80-03-00098-X.

CHVOJ, M. 2013. *Pokročilá teorie her ve světě kolem nás*. 1. vyd. Praha: Grada. 232 s. ISBN 978-80-247-4620-3.

INSUA, D., RUGGERI, F., WIPER, M. P. 2012. *Bayesian Analysis of Stochastic Process Models*. 1. vyd. United Kingdom: John Wiley & Sons, Ltd. ISBN 978-0-470-74453-6.

JABLONSKÝ, J. 2002. *Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*. 2. vyd. Praha: Professional Publishing. 323 s. ISBN 80-86419-42-8.

KARLIN, S., TAYLOR, H. W. 1975. *A First Course in Stochastic Processes*. 2. vyd. California: Academic Press. 577 s. ISBN 978-0-12-398552-1.

KŘÍŽ, O., NEUBAUER, J., SEDLAČÍK, M. 2021. *Základy statistiky: aplikace v technických a ekonomických oborech*. 3. rozšířené vyd. Praha: Grada. 296 s. ISBN 978-80-271-3421-2.

LAWLER, G. F. 2006. *Introduction to Stochastic Processes*. 2. vyd. Boca Raton: Taylor & Francis Group. 248 s. ISBN 1-58488-651-X.

LUKÁŠ, L. 2005. *Pravděpodobnostní modely některých manažerských úloh*. 1. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni. 219 s. ISBN 80-7043-402-3.

NORMAN, D. A. 2011. *Living with Complexity*. United States of America: The MIT Press. 298 s. ISBN 978-0-262-01486-1.

POSPĚCH, P. 2021. *Neznámá společnost: Pohledy na současné Česko*. Brno: Host. 200 s. ISBN 978-80-275-0826-6.

SARKAR, J. 2021. *Erlang Loss Formulas: An Elementary Derivation*. In: MOLLAH, N. H., SINHA, B. K. *Data Science and SDGs: Challenges, Opportunities and Realities*. Singapur: Springer Nature Singapore. 197 s. ISBN 978-981-16-1918-2.

SIXTA, J., ŽIŽKA, M. 2009. *Logistika: Metody používané pro řešení logistických projektů*. 1. vyd. Brno: Computer Press, a.s. 238 s. ISBN 978-80-251-2563-2.

SUNDARAPANDIAN, V. 2009. *Probability, Statistics and Queuing Theory*. India: PHI Learning. 840 s. ISBN: 978-81-203-3844-9.

ŠUBRT, T. 2011. *Ekonomicko-matematické metody*. Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk. 351 s. ISBN 978-80-7380-345-2.

7.2 Elektronické zdroje

ADAMCOVÁ, P., KROPÁČEK, J., POLÁČEK, D. *Aktuálně.cz: Fronty nejen na banány, chyběl i toaletní papír. Jak se nakupovalo za socialismu* [online]. Praha: Economia, poslední změna 30.11.2019 15.27 [cit. 2023-10-11]. Dostupné z: <https://zpravy.aktualne.cz/finance/fronty-a-nakupovani-za-socialismu/r~f1bd30c009ec11ea926e0cc47ab5f122/>

ALZA. [online]. [cit. 2024-02-09]. Dostupné z: <https://www.alza.cz/>

HELLOCASH. *Registrační pokladna s nejjednodušší obsluhou* [online]. [cit. 2024-02-09]. Dostupné z: <https://hellocash.cz/>

KASÍRKA-PENĚŽENKA. *Kasírka KELLNER*. [online]. [cit. 2024-02-18]. Dostupné z: https://www.kasirka-penezenka.cz/Kasirka-KELLNER-Penezenka-pro-cisniky-kuryry-ridice-d294.htm?gad_source=1&gclid=EAIaIQobChMIwKbIzIq1hAMVVwUGAB3xTQC_EAQYBSABEgLNlFD_BwE

KOTVOVÁ, P. *Pražskýdeník.cz: Kultura předlistopadového stolování? Sníst u pultu na stojáka a jít*. [online]. Praha: VLTAVA LABE MEDIA a.s., 2009 [cit. 2023-11-01]. Dostupné z: https://prazsky.denik.cz/zpravy_region/kultura-stolovani-snist-u-pultu-na-20090831.html

MANN, L. Queue Culture: The Waiting Line as a Social System. *American Journal of Sociology* [online]. 1969, roč. 75, č. 3. [cit. 2023-11-25]. Chicago: The University of Chicago Press. Dostupné z: <https://www.jstor.org/stable/2775696>

MINISTERSTVO ZDRAVOTNICTVÍ ČESKÉ REPUBLIKY. *COVID-19: Číselník prioritních skupin očkování* [online]. [cit. 2023-10-08]. Dostupné z: https://opendata.mzcr.cz/zh_TW/dataset/covid-19-ciselnik-prioritnich-skupin

O'CONNOR J. J., ROBERTSON E. F. *MacTutor: Agner Krarup Erlang* [online]. Skotsko: University of St Andrews, 2010 [cit. 2023-08-31]. Dostupné z: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Erlang/>

POKLADNY VÁHY. *Sunmi VI* [online]. [cit. 2024-02-18]. Dostupné z: <https://www.pokladny-vahy.cz/android-pokladny-eet/sunmi-v1s-eet/>

QUEUE-IT. *Queuing theory: Definition, history & real-life applications & examples* [online]. [cit. 2023-08-30]. Dostupné z: <https://queue-it.com/blog/queuing-theory/>

ŠEDA, M. Modely hromadné obsluhy. *Acta Logistica Moravica* [online]. 2011, roč. 1, č. 2. [cit. 2023-09-17]. Dostupné z: https://vslg.cz/wp-content/uploads/2021/12/acta_logistica_2_2011.pdf. ISSN 1804-8315.

8 Seznam obrázků, tabulek a grafů

8.1 Seznam obrázků

Obrázek 1	Model jako zjednodušení reality	12
Obrázek 2	Schéma systému hromadné obsluhy	17
Obrázek 3	Režim fronty FIFO	20
Obrázek 4	Režim fronty LIFO.....	21
Obrázek 5	Režim fronty SIRO.....	21
Obrázek 6	Režim fronty PRI	22
Obrázek 7	Fronta na maso za socialismu.....	23
Obrázek 8	Jednoduchý systém hromadné obsluhy s jedním obslužným zařízením	25
Obrázek 9	Sériově uspořádaný systém hromadné obsluhy se dvěma obslužnými zařízeními.....	26
Obrázek 10	Paralelně uspořádaný tříkanálový systém hromadné obsluhy s jednou frontou	27
Obrázek 11	Systém hromadné obsluhy s paralelní identickou obsluhou a samostatnými frontami.....	27
Obrázek 12	Systém hromadné obsluhy s paralelní neidentickou obsluhou.....	28
Obrázek 13	Schéma vypůjčení vybavení.....	39
Obrázek 14	Schéma služby servisu	40
Obrázek 15	Umístění pokladen na pultu.....	53

8.2 Seznam tabulek

Tabulka 1	Členění stochastických procesů	14
Tabulka 2	Příklady systémů hromadné obsluhy	15
Tabulka 3	Klasifikace modelů hromadné obsluhy	29
Tabulka 4	Počet transakcí a hodin, kdy byla prodejna otevřena, za jednotlivé měsíce roku 2023	42
Tabulka 5	Základní charakteristiky systému hromadné obsluhy v jednotlivých měsících roku 2023	43
Tabulka 6	Počet transakcí a hodin, kdy byla prodejna otevřena, za leden 2024	44
Tabulka 7	Základní charakteristiky systému hromadné obsluhy za leden 2024	44

Tabulka 8	Základní charakteristiky systému hromadné obsluhy ve vybraných dnech ledna 2024.....	45
Tabulka 9	Počet transakcí za jednotlivé hodinové úseky ve vybraných dnech ledna 2024	46
Tabulka 10	Základní charakteristiky systému hromadné obsluhy za časové úseky ve vybraných dnech ledna 2024	47
Tabulka 11	Základní charakteristiky systému hromadné obsluhy se dvěma obslužnými zařízeními za časové úseky ve vybraných dnech ledna 2024	50

8.3 Seznam grafů

Graf 1	Vývoj počtu transakcí v roce 2023	37
Graf 2	Vývoj počtu transakcí v čase za vybrané dny v lednu 2024.....	47
Graf 3	Porovnání intenzity provozu mezi jedním a dvěma obslužnými zařízeními.....	52
Graf 4	Porovnání průměrné doby strávené zákazníkem ve frontě mezi jedním a dvěma obslužnými zařízeními	52