

# Analýza rychlostních polí v plynoměru metodou PIV

## Bakalářská práce

*Studijní program:*

B2301 Strojní inženýrství

*Studijní obor:*

Strojní inženýrství

*Autor práce:*

**Vojtěch Liška**

*Vedoucí práce:*

Ing. Jan Novosád

Katedra energetických zařízení





## Zadání bakalářské práce

# Analýza rychlostních polí v plynoměru metodou PIV

*Jméno a příjmení:* **Vojtěch Liška**  
*Osobní číslo:* S17000065  
*Studijní program:* B2301 Strojní inženýrství  
*Studijní obor:* Strojní inženýrství  
*Zadávající katedra:* Katedra energetických zařízení  
*Akademický rok:* **2020/2021**

### Zásady pro vypracování:

Katedra energetických zařízení TUL disponuje PIV systémem vhodným pro měření 2D a 3D rychlostních polí v tekutinách. Systém je založen na optických (bezkontaktních) metodách měření, tudíž nedochází k ovlivnění rychlostních polí v měřené oblasti.

Předmětem bakalářské práce je analýza rychlostních polí ve vnitřním kanále plynoměru. Cílem bakalářské práce je provést rešerši měřicích metod vhodných pro analýzu rychlostních polí při proudění v kanálech, navrhnout uspořádání experimentu a provést a vyhodnotit měření.

Zásady k vypracování:

- Přehled měřicích metod pro analýzu rychlostních polí v kanálech.
- Popis principů měření metodou PIV.
- Návrh experimentu.
- Realizace experimentu.
- Vyhodnocení výsledků.

Rozsah grafických prací: cca 10  
Rozsah pracovní zprávy: cca 30  
Forma zpracování práce: tištěná/elektronická  
Jazyk práce: Čeština



### Seznam odborné literatury:

1. NOSKIEVIČ, Jaromír. *Mechanika tekutin*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1987.
2. SCHLICHTING, Hermann a Klaus GERSTEN. *Boundary-Layer Theory*. 9th ed. 2017. Springer, 2017. ISBN 978-3-662-52917-1.
3. DOEBELIN, Ernest O. *Measurement systems: application and design*. Fourth edition. New York: McGraw-Hill Publishing Company, [1990]. McGraw-Hill international editions. Mechanical engineering series. ISBN 0-07-100697-4.
4. KOPECKÝ, Václav. *Laserové anemometrie*. Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2006. ISBN 80-7083-945-7.
5. GREATED, Clive, John COSGROVE a James BUICK. *Optical Methods for Data Processing in Heat and Fluid Flow*. Bury St. Edmunds: Professional Engineering Publishing, 2002. ISBN 1-86058-281-8.

Vedoucí práce: Ing. Jan Novosád  
Katedra energetických zařízení

Datum zadání práce: 1. listopadu 2020  
Předpokládaný termín odevzdání: 30. dubna 2022

prof. Dr. Ing. Petr Lenfeld  
děkan

L.S.

doc. Ing. Petra Dančová, Ph.D.  
vedoucí katedry

V Liberci dne 1. listopadu 2020

## Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci jsem vypracoval samostatně jako původní dílo s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé bakalářské práce a konzultantem.

Jsem si vědom toho, že na mou bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci nezasahuje do mých autorských práv užitím mé bakalářské práce pro vnitřní potřebu Technické univerzity v Liberci.

Užiji-li bakalářskou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti Technickou univerzitu v Liberci; v tomto případě má Technická univerzita v Liberci právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Současně čestně prohlašuji, že text elektronické podoby práce vložený do IS/STAG se shoduje s textem tištěné podoby práce.

Beru na vědomí, že má bakalářská práce bude zveřejněna Technickou univerzitou v Liberci v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů.

Jsem si vědom následků, které podle zákona o vysokých školách mohou vyplývat z porušení tohoto prohlášení.

2. července 2021

Vojtěch Liška

## **Název bakalářské práce**

Analýza rychlostních polí v plynoměru metodou PIV

## **Anotace**

Bakalářská práce se zaměřuje na určení rychlostního profilu proudění v kruhovém potrubí pomocí metody PIV za účelem ověření funkce ultrazvukového plynoměru. V první části je provedena rešerše kontaktních a bezkontaktních metod měření. Druhá obsahuje základní popis fungování PIV a podmínky pro jeho správné použití. Tyto poznatky jsou aplikovány při návrhu a provedení experimentu. Závěrem práce je vyhodnocení naměřených dat a určení objemového průtoku média plynoměrem.

## **Klíčová slova**

PIV, rychlostní profil, kruhové potrubí, optické měření, objemový průtok

**Title of bachelor thesis**

Analysis of velocity profile inside a gas-meter using PIV

**Annotation**

The Bachelor's thesis is focused on verifying the correct function of an ultrasonic gas meter. The first part consists of an overview of contact and contactless fluid flow measuring methods. In the second part are described the basic principles of PIV and the conditions necessary for its accurate operation. These findings are then applied in the design and execution of the experiment. The work concludes with an evaluation of the measured data and calculation of the volume flow through the gas meter.

**Key words**

PIV, velocity profile, round pipe, optical measurement, volumetric flow rate

# Obsah

Úvod	11
<b>1 Přehled metod pro analýzu rychlostních polí</b>	<b>12</b>
1.1 Kontaktní metody	12
1.1.1 Anemometr s horkým drátem o stálé teplotě	12
1.1.2 Prandtlova-Pitotova trubice	13
1.1.3 Odporový průtokoměr	15
1.2 Bezkontaktní metody	17
1.2.1 Ultrazvukový průtokoměr	17
1.2.2 Elektromagnetický průtokoměr	18
1.2.3 Laser doppler anemometry	20
<b>2 Princip metody PIV</b>	<b>22</b>
2.1 Optické ústrojí	22
2.1.1 Trasovací částice	22
2.1.2 Laser	24
2.1.3 Koncová optika	24
2.1.4 Kamery	25
2.2 Souřadné systémy	25
2.2.1 3D projekce	26
2.3 Vyhodnocení snímků	27
2.3.1 Autokorelace	28
2.3.2 Cross-korelace	29
2.3.3 Optimalizace	29
2.4 Post-processing	31
2.4.1 Ověření dat	31
2.4.2 Nahrazení chybných vektorů	31
2.4.3 Pokročilé analýzy proudění	32
<b>3 Návrh experimentu</b>	<b>34</b>
3.1 Zadání	34
3.1.1 Měřicí trať	34
3.2 Konfigurace a Nastavení	34
3.2.1 Měřicí sekce	34
3.2.2 Předpokládané parametry proudění	35
3.2.3 Časování	36
3.2.4 Kamery	36
3.2.5 Trasovací částice	37
3.2.6 Rozostření	37
3.2.7 Vyhodnocení záznamu	39
<b>4 Experiment</b>	<b>40</b>
4.1 Měřicí trať	40
4.2 Parametry proudění	42
4.3 Časování	42
4.4 Kamera	43
4.5 Laser	43
4.6 Kalibrace	43

<b>5</b>	<b>Vyhodnocení</b>	<b>45</b>
5.1	Příprava dat . . . . .	45
5.1.1	Zpracování v systému DaVis 10.0 . . . . .	45
5.1.2	Vlastní zpracování . . . . .	46
5.2	Rekonstrukce rychlostního pole . . . . .	46
5.2.1	Poloha osy potrubí . . . . .	46
5.2.2	Doplnění dat . . . . .	47
5.3	Objemový průtok . . . . .	48
5.4	Výsledky měření . . . . .	49
<b>6</b>	<b>Závěr</b>	<b>51</b>
6.1	Hodnocení . . . . .	51
6.1.1	Návrhy . . . . .	51
	<b>Reference</b>	<b>52</b>
	<b>Seznam příloh</b>	<b>53</b>



## Seznam použitých symbolů

$A$	plocha [ $m^2$ ]
$a, b, L$	rozměry odporového průtokoměru [ $m$ ]
$Ap$	velikost apertury [ $m$ ]
$B$	magnetická indukčnost [ $T$ ]
$b$	míra rozostření [ $m$ ]
$B$	velikost obrazu [ $m$ ]
$Cd$	součinitel odporu [1]
$D_N$	světlost potrubí [ $m$ ]
$D$	posunutí částice [ $n$ ]
$d$	posunutí obrazu částice [ $px$ ]
$dp$	velikost částice [ $m$ ]
$dpo$	velikost obrazu částice [ $px$ ]
$E$	Youngův modul pružnosti [ $Mpa$ ]
$f$	ohnisková vzdálenost [ $m$ ]
$f$	frekvence [ $Hz$ ]
$F$	vektor vnějších zatížení [ $Pa$ ]
$I$	el proud [ $A$ ]
$j$	poloha obrazu [ $m$ ]
$k$	poloha předmětu [ $m$ ]
$m$	měřítko snímku [ $mm px^{-1}$ ]
$M$	koeficient zvětšení čočky [1]
$N$	počet částic [1]
$p$	tlak [ $Pa$ ]
$Q$	objemový průtok [ $m^3 s^{-1}$ ]
$R$	el odpor [ $\Omega$ ]
$Re$	Reynoldsovo číslo [1]
$s$	posunutí v korelační rovině [ $px$ ]
$S$	posunutí v měřené rovině [ $m$ ]
$t, \tau$	čas [ $s$ ]
$U$	el napětí [ $V$ ]
$u, v$	rychlost proudění [ $m/s$ ]

$X$	statická konstanta king's law [1]
$x_i, y_i, z_i$	souřadnice v obrazu [ $px$ ]
$X_i, Y_i, Z_i$	souřadnice v prostoru [ $m$ ]
$Y$	lineární konstant king's law [ $\sqrt{m^{-1}s}$ ]
$\alpha, \phi$	úhel [1]
$\delta$	odchylka [1]
$\epsilon$	poměrná deformace [1]
$\lambda$	vlnová délka [ $m$ ]
$\mu$	dynamická viskozita [ $Pa\cdot s$ ]
$\nu$	kinematická viskozita [ $m^2 s^{-1}$ ]
$\rho$	hustota [ $kg m^{-3}$ ]
$\sigma$	tečné napětí [ $MPa$ ]
$\omega$	specifická rychlost disipace [ $s^{-1}$ ]

# Úvod

Cílem práce je provést měření rychlostních polí v ultrazvukovém plynoměru s použitím metody PIV a určit základní parametry proudění a očekávané odchylky.

*Particle Image Velocimetry*, česky velocimetrie částicového obrazu, umožňuje optické zkoumání proudění jako celku pomocí laseru. Nachází široké uplatnění v aerodynamickém výzkumu primárně pro letecký a automobilový průmysl, kde umožňuje identifikovat problémová místa konstrukcí pro zkoumání přesnějšími metodami. Popisu samotného PIV bude předcházet rešerše základních metod pro měření rychlostních polí jako úvod do problematiky. Ta, a podrobnější poznatky o samotném PIV, pak budou využita k návrhu a provedení experimentálního měření. V závěru práce bude proveden výpočet objemu tekutiny protékající plynoměrem na základě naměřených dat.

# 1 Přehled metod pro analýzu rychlostních polí

V této kapitole bude uveden popis několika metod užívaných k měření rychlosti proudících tekutin a průtoku potrubími. Ty se obecně dělí na kontaktní, kdy je část (nebo celek) měřícího aparátu ponořen do tekutiny, a bezkontaktní. Ke každé bude uveden základní princip jejího fungování, výhody a nevýhody její aplikace. Metoda PIV bude podrobněji popsána v následující kapitole, jelikož si z hlediska její významnosti pro tuto práci zaslouhuje větší pozornost.

## 1.1 Kontaktní metody

### 1.1.1 Anemometr s horkým drátem o stálé teplotě

Princip Constant temperature hot wire anemometry (CT-HWA), česky anemometrie s drátkem o konstantní teplotě, spočívá v ponoření tenkého drátku do proudu tekutiny, která ovlivňuje jeho teplotu a tím i elektrický odpor. Drátek je pak zapojen jako jeden z členů Wheatstoneova můstku, pomocí kterého probíhá samotné měření. Měřidlo je zpravidla kalibrováno statisticky a poté použito k měření turbulentních proudění s fluktuací o vysoké frekvenci (Perry, Morrison, et al., 1971). Drátek má průměr v řádu mikrometrů, běžně je vyroben z wolframu či platiny. Proudící médium nesmí obsahovat tvrdé částice nebo působit velkým dynamickým tlakem, kvůli malým rozměrům a tím nízké odolnosti drátku (Zhang, 2010). Obvod se skládá z Wheatstoneova můstku, kde je jeden z rezistorů nahrazen tenkým drátkem  $R_w$ , zesilovače napětí s offsetem a proudovým zesilovačem. Oba zesilovače spolu vytváří zpětnou vazbu, kterou se snaží udržet můstek ve vyváženém stavu. Je-li drátek ochlazován v důsledku vysoké rychlosti proudění, klesá jeho elektrický odpor. To je vyváženo zvýšením proudu v obvodu, který drátek opět ohřeje. Je snaha udržet drátek na konstantní teplotě, protože se tím výrazně zjednoduší analýza systému. Také se má za to, že následkem bude vysoká citlivost měření. Offset (v obrázku 1.1) je napájecí napětí obvodu, také je jím možno vyvážit můstek v požadovaném nastavení (Perry et al., 1971).

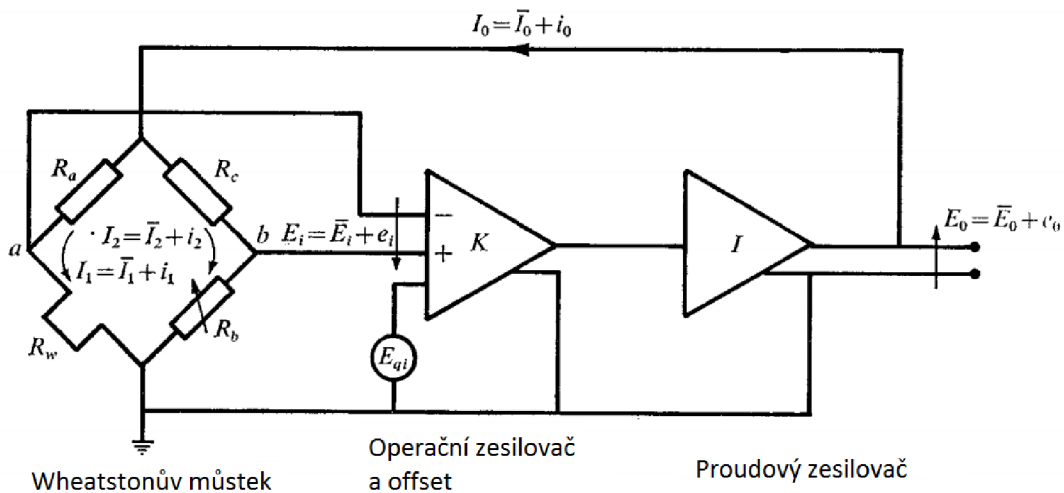


Schéma 1 - CT-HWA, zapojení měřícího obvodu

Obrázek 1.1: Zapojení měřícího obvodu (Perry et al., 1971, s.579), upraveno

Proud procházející měřícím drátkem lze popsat následujícími vztahy (Perry et al., 1971, s.579):

$$I_1^2 = \frac{F(u)(R_w - R_g)}{R_w} \quad (1)$$

$$(2)$$

$$F(u) = X + Y\sqrt{u} \quad (3)$$

- $I_1[A]$ : proud protékající drátkem
- $R_w[\Omega]$ : okamžitý odpor drátku
- $R_g[\Omega]$ : odpor drátku při teplotě okolí
- $F(u)[1]$ : funkce popisující závislost na rychlosti proudění (King's Law)
- $X[1], Y[\sqrt{m^{-1}s}]$ : konstanty
- $u[ms^{-1}]$ : rychlost proudění

Samotné měření představuje poměrně komplexní problematiku. Závislost odporu drátku na jeho teplotě je nelineární. Pro praktické aplikace se používá lineární aproximace v okolí bodu vyvážení. Bod vyvážení představuje nastavení systému (offset napětí, parametry zesílení, hodnoty jednotlivých rezistorů). Slabá zpětná vazba bude mít za následek pomalou reakci systému, příliš silná může vyústit ve vysoký proud v obvodu a přehorení drátku (zejména při skokovém nárůstu rychlosti proudění). Pro některá nastavení může být měřící systém nestabilní, tedy zpětná vazba bude můstek vychylovat z rovnováhy, místo aby ho vyrovnávala. Pro přesné určení rychlosti proudění je také třeba zahrnout vliv fluktuací proudu v měřícím obvodu. Akumulace tepla v drátku také zkresluje naměřené hodnoty. Rovněž je nutné vzít potaz i to, že můstek není dokonale vyvážen. Vzhledem ke komplexnímu chování systému je jeho popis vhodné převést pomocí Laplaceovy transformace a analyzovat nástroji kybernetiky ((Perry et al., 1971, s.581)). Takový postup zajistí, že se systém bude v požadovaném rozpětí chovat stabilně a měřit s požadovanou přesností.

### 1.1.2 Prandtlova-Pitotova trubice

Metoda spočívá v měření statického tlaku v proudění a stagnačního (celkového) tlaku. Jejich porovnáním pak lze určit rychlost proudění. Pokud uvažujeme ustálené jednorozměrné proudění nestlačitelné tekutiny, lze z Bernoulliho rovnice odvodit následující vztah:

$$v = \sqrt{\frac{2(p_{stag} - p_{stat})}{\rho}} \quad (4)$$

(Doebelin, 1990, s. 528)

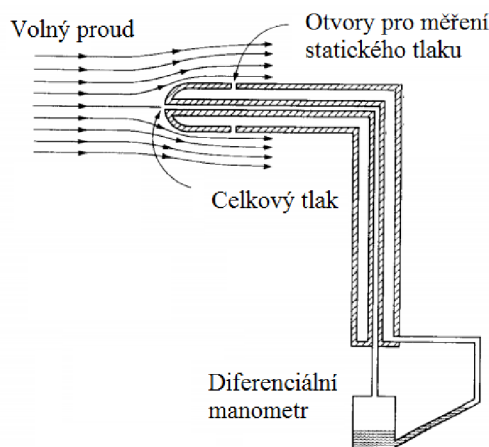
- $v[ms^{-1}]$ : rychlost proudění
- $\rho[kgm^{-3}]$ : hustota média
- $p_{stag}[Pa]$ : stagnační tlak
- $p_{stat}[Pa]$ : statický tlak

Základní konstrukce sondy je na obrázku 1.2. Proti směru proudění je nastaveno těleso válcového tvaru, v jehož čele ústí trubice pro měření stagnačního tlaku. Na jeho plášti je pak umístěn otvor pro měření statického tlaku. Protože k výpočtu potřebujeme pouze rozdíl těchto tlaků, můžeme použít diferenciální manometr.

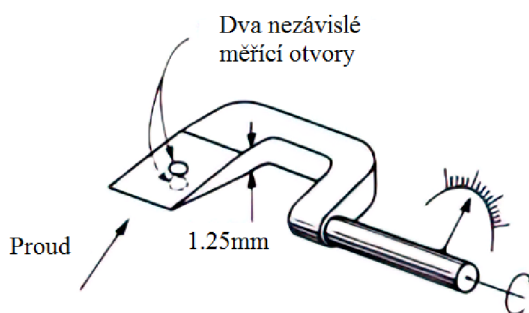
Skutečná situace se od této teoretické odlišuje, což způsobí nepřesnosti v měření. Hlavními problémy jsou orientace sondy a pokles statického tlaku v jejím okolí v důsledku zvýšení rychlosti proudění.

I odchylka v řádu jednotek stupňů vystaví otvory pro statické měření účinkům proudu – dojde k lokálnímu zbrzdění a nárůstu tlaku. Byť oba tyto efekty zkreslují měření, tak působí proti sobě a vhodnou volbou designu je možné je vzájemně eliminovat. Tuto metodu lze použít i k určení směru proudění. Toho lze dosáhnout například klínovou sondou, jejíž profil tvoří rovnoramenný trojúhelník (obrázek 1.3). Na obou plochách se nachází měřící otvor, pokud je rozdíl tlaků mezi nimi roven nule, je sonda orientována přesně proti proudu (Doebelin, 1990, p.534).

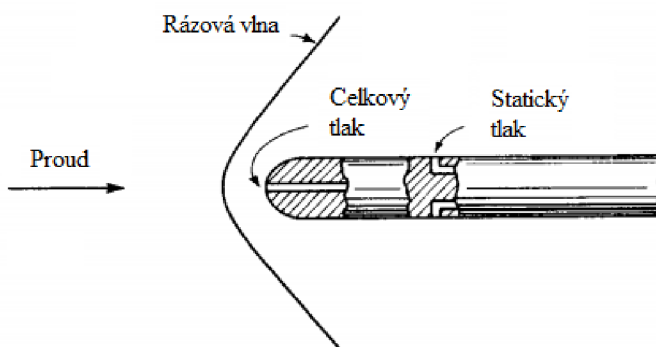
Rozsah měřitelných rychlostí je velmi široký: od pomalých proudění (jednotky metrů za sekundu) až po nadzvukové. Při nadzvukových prouděních se před jejím čelem vytváří rázová vlna (viz obrázek 1.4), za ní dojde ke skokovému nárůstu tlaku a rychlost proudění klesne na podzvukovou. Pro tuto situaci je možné odvodit implicitní vztah pro rychlost proudění před rázovou vlnou ((Doebelin, 1990, s.534)). V případě malých rychlostí proudu je problém v citlivosti měření. Rozdíl mezi statickým a stagnačním tlakem je velmi malý. Pokud však sondu umístíme do Venturiho dýzy, dojde kolem ní ke zrychlení proudění a poklesu statického tlaku. Díky vyšší rychlosti vzroste stagnační tlak, což spolu s nižším tlakem statickým násobně zvýší citlivost měření. Nevýhodou takového systému je náročnost na kalibraci, jeho konstrukci je možné vidět na obrázku 1.5 (Doebelin, 1990, s.535)



**Obrázek 1.2:** Prandtlůva trubice (Doebelin, 1990, s.529), upraveno



**Obrázek 1.3:** Klínová sonda (Doebelin, 1990, s.529), upraveno

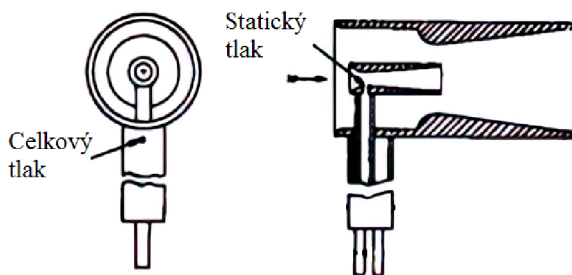


**Obrázek 1.4:** Rázová vlna (Doebelin, 1990, s.533), upraveno

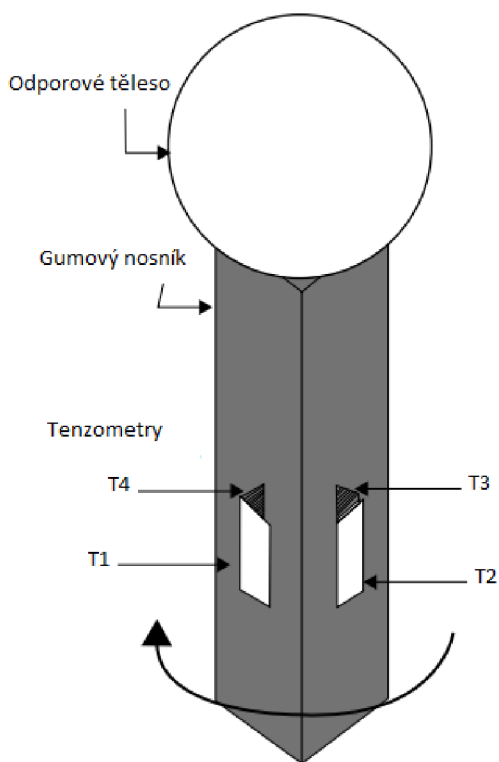
### 1.1.3 Odporový průtokoměr

Těleso ponořené do proudící tekutiny klade tomuto proudění odpor v závislosti na geometrii tělesa, vlastnostech tekutiny a charakteristice proudění. Toho se dá využít k měření této charakteristiky. Těleso se známým koeficientem odporu  $C_D$  slouží jako zdroj síly, která deformuje jeho podporu. Napětí v této podpoře, které je možné měřit pomocí tenzometru, je pak přímo úměrné rychlosti proudění. Měření je možné realizovat v 1D, 2D a s použitím komplexnější varianty senzoru i ve 3D (Webster & Eren, 2014, s.61-1).

Na obrázku 1.6 je vidět konstrukce pro měření ve 2D. Je potřeba, aby odporové těleso bylo symetrické minimálně v tolika osách, v kolika bude probíhat měření. Pro rovinné měření by tedy teoreticky stačil válec. Nosník je tvořen čtyřhranným profilem z vulkanizovaná gumy. Jeho rozměry musí být v porovnání s odporovým tělesem dostatečně malé, jinak nelze zanedbat účinky kapaliny což by komplikovalo měření. Jeho tuhost musí umožnit dostatečně velké deformace při očekávaném zatížení, aby mohla být dosažena požadovaná přesnost měření. Příliš malá tuhost by však vedla k nestabilitě (oscilace, změny v  $C_D$  s rostoucí deformací). V nosníku jsou instalovány čtyři tenzometry měřící v párech proti sobě. To spolu se čtvercovým průřezem nosníku umožňuje určit složky napětí ve dvou na sebe kolmých osách, což následně slouží k určení vektoru rychlosti. Poslední potřebnou součástí, která na obrázku není zakreslena, je dostatečně tuhá základna.



**Obrázek 1.5:** Sonda pro malé rychlosti (Doebelin, 1990, s.536), upraveno



**Obrázek 1.6:** Schéma odporového senzoru (Webster & Eren, 2014, s.61-2), upraveno

$$\epsilon = \frac{3C_D\rho S v^2(L - L_x)}{Ea^2b} \quad (5)$$

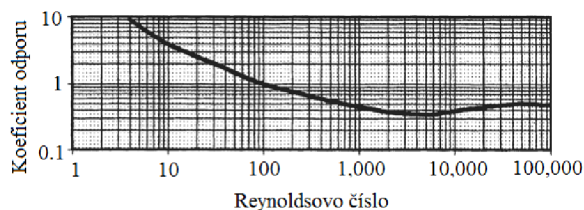
(Webster & Eren, 2014, s.61-4)

- $\epsilon[1]$ : poměrná deformace
- $C_D[1]$ : součinitel dynamického odporu
- $\rho[kg\ m^{-3}]$ : hustota média
- $S[m^2]$ : plocha průřezu měřidla do roviny kolmé rychlosti proudění
- $v[m\ s^{-1}]$ : rychlost proudění
- $L[m]$ : délka nosníku
- $L_x[m]$ : pozice na nosníku (umístění tenzometru)
- $E[MPa]$ : Youngův modu pružnosti
- $a, b[m]$ : rozměry nosníku

Jak bylo řečeno, napětí měříme ve dvou osách. Pomocí výše uvedeného vzorce tak můžeme získat složky rychlosti v těchto směrech. Jejich vektorovým součtem pak dostaneme velikost rychlosti proudění i její směr. Při odvození rovnice bylo použito několik zjednodušujících předpokladů, je například zanedbán vliv vlastní hmotnosti na deformaci a koeficient odporu je považován za konstantní. Jak je patrné z diagramu na obrázku 1.7, jeho hodnoty jsou v rozmezí  $Re = (10^3 \div 10^5)$  relativně stálé (Webster & Eren, 2014, s.61-3:61-5)

Rozsah měřených rychlostí se u této konstrukce pohybuje do cca  $50\ m\ s^{-1}$ . To ho spolu s reakční dobou okolo  $50\ ms$  činí vhodným pro měření proudění s proměnným směrem a kolísavou rychlostí (například poryvy větru, turbulentní vodní proudění blízko u hladiny). Za cenu snížení přesnosti je také možné nahradit elektrické tenzometry za optické (fungují na principu změny světelné vodivosti při deformaci), což činí měřidlo inertním vůči elektromagnetickému rušení.

Přidanou hodnotou je i bezpečnost v hořlavém/výbušném prostředí (Webster & Eren, 2014, s.61-1:61-10)



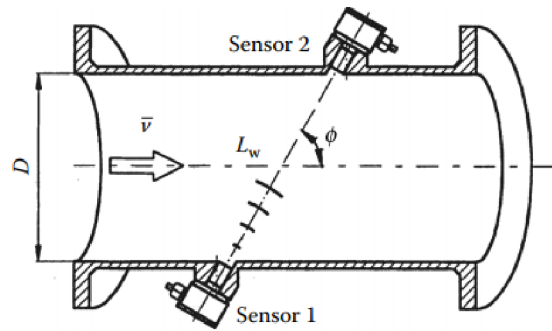
**Obrázek 1.7:** Koefficient odporu koule jako funkce Reynoldsova čísla (Webster & Eren, 2014, s.61-3), upraveno



## 1.2 Bezkontaktní metody

### 1.2.1 Ultrazvukový průtokoměr

Měření probíhá pomocí ultrazvukových vln šířících se tekutinou. Rychlost šíření takové vlny je dána vektorovým součtem rychlosti zvuku v daném prostředí a rychlosti proudění média. Měřením doby mezi vysláním signálu napříč proudem a jeho přijetím pak lze tuto rychlost určit. Průtokoměr pak může vypadat jako na obrázku 1.8.



$$\bar{v}_a = \frac{D_N}{2 \cos \Phi \sin \Phi} \left( \frac{1}{t_{21}} - \frac{1}{t_{12}} \right) \quad (6)$$

(Webster & Eren, 2014, s.57-2)

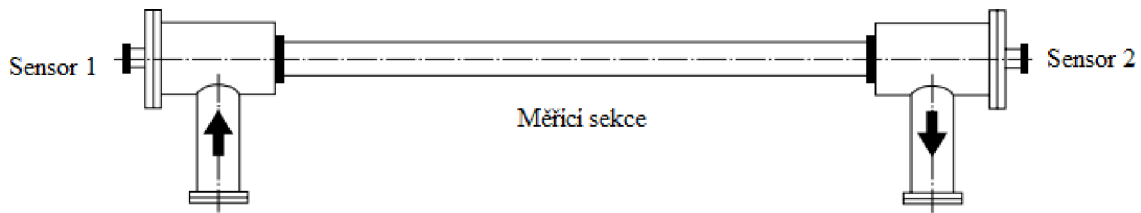
$\bar{v}_a [m \cdot s^{-1}]$ : průměrná rychlost proudění

$D_N [m]$ : světlost

$\Phi [1]$ : sklon osy senzorů k ose potrubí

$t_{12}, t_{21} [s]$ : časy průchodu signálu

**Obrázek 1.8:** Princip ultrazvukového průtokoměru (Webster & Eren, 2014, s.57-2), upraveno

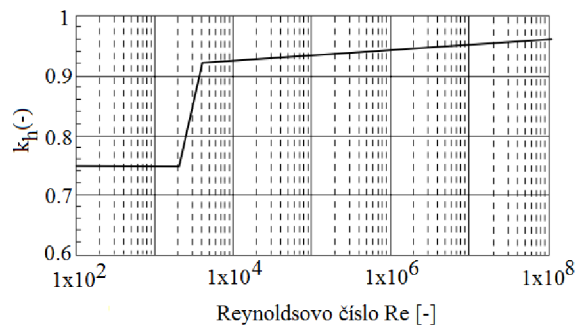


**Obrázek 1.9:** Axiální uspořádání (Webster & Eren, 2014, 57-4), upraveno

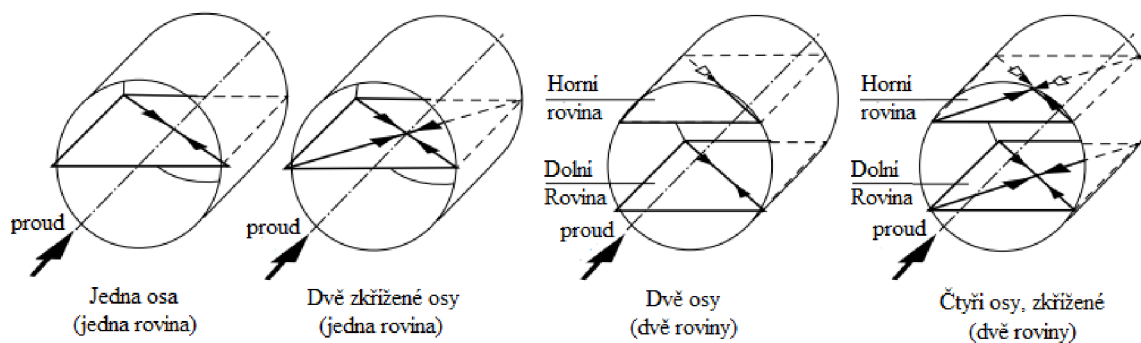
Důležitým faktorem ovlivňujícím přesnost měření je časové rozlišení. Pokud je  $\Delta t = t_{12} - t_{21}$  v řádu desítek nanosekund ( $10^{-8} s$ ), musí být rozlišení snímání alespoň  $10^{-10} s$  (aby byla přesnost měření alespoň 1 %). Aby bylo možno dosáhnout takové preciznosti, měří se opakovaně a z hodnot se následně určuje průměr. Podle podmínek měření je také nutné zvolit vhodnou konfiguraci senzorů.

Pro potrubí s malým průměrem se používá axiální uspořádání (viz obrázek 1.9), kdy je osa senzorů totožná s osou potrubí. U velkých průměru se uplatní radiální varianta (obr. 1.8). Existují také upínací varianty. Ty lze nasadit na již existující potrubí, a to i bez jeho porušení.

V takovém případě je zvuková vodivost spojení zajištěna epoxidem. Další výhodou je možnost sensor kdykoliv posunout na jiné místo, či zcela jiné potrubí. Uplatnění tato metoda nalézá i při měření v otevřených kanálech, kdy jsou snímače



**Obrázek 1.10:** Korekční koeficient jako funkce Reynoldsova čísla pro kruhové průřezy potrubí (Webster & Eren, 2014, s.57-7), upraveno



**Obrázek 1.11:** Axiální uspořádání (Webster & Eren, 2014, 57-9), upraveno

zakopány do břehů či jiným způsobem upevněny. Ve všech případech je také nutné zahrnout vliv rychlostního profilu na naměřené hodnoty. Z tohoto důvodu se zavádí hydraulický korekční koeficient  $k_h$ , který je funkcí Reynoldsova čísla. Jeho průběh pro kruhové průřezy je pro ilustraci uveden na obrázku 1.10 (Webster & Eren, 2014, 57-4). V případě, že se v proudění vyskytují non-axiální složky rychlosti, je nutné použít odlišné uspořádání sond. Takováto charakteristika proudění může být způsobena mnoha faktory: ohyby, nesymetrickým vtokem, nespojitostí ve stěně potrubí nebo pumpou (Webster & Eren, 2014, 57-8). Aby bylo možné postihnout takto složitý rychlostní profil, je třeba provést měření ve více osách. Princip zůstává stejný, různá uspořádání sond je možné vidět na obrázku 1.11. Průtok se v tomto případě neurčuje z průměrné rychlosti a plochy průřezu, ale z váženého průměru průtoků pro měřené osy:

$$Q = k_h \frac{D_N}{2} \sum_{i=1}^n \bar{v}_{ai} W_i L_i \sin \Phi_i \quad (7)$$

(Webster & Eren, 2014, 57-9)

$Q[m^3 s^{-1}]$ : objemový průtok

$k[1]$ : hydraulický koeficient

$D_N[m]$ : světlost potrubí

$\bar{v}_{ai}[m s^{-1}]$ : rychlost proudění na  $i$ -té cestě

$L_i[m]$ : délka  $i$ -té cesty

$\Phi_i[1]$ : sklon  $i$ -té cesty k ose potrubí

$W_i[1]$ : váha  $i$ -té osy

Tato varianta měření je dražší z důvodu potřeby více senzorů a složitější elektroniky ke zpracování dat a je citlivá na vychýlení senzorů. Citlivost je způsobena parametrem  $W_i$ , který se získává při kalibraci měřidla a je náchylný na změnu ve vzájemné poloze senzorů. Výhodou je možnost měřit průtoky turbulentního charakteru s poměrně velkou přesností (přesnost 0,5 % lze dosáhnout i v ne zcela ideálních podmínkách) (Webster & Eren, 2014, 57-6).

### 1.2.2 Elektromagnetický průtokoměr

Využívá elektromagnetické indukce vyvolané prouděním elektricky vodivého média magnetickým polem. Tento jev je popsán Faradayovým zákonem, kdy indukované napětí je přímo úměrné magnetické indukci, vzdálenosti mezi měřicími elektrodami a průměrné rychlosti tekutiny. Teoreticky tedy existuje lineární závislost mezi naměřeným napětím

a rychlostí proudění v potrubí, kdy jedinou podmínkou je minimální vodivost tekutiny. Tělo průtokoměru musí být nevodivé.

$$U_i = BD_N \overline{v_{ai}} \quad (8)$$

(Webster & Eren, 2014, 56-1)

$U_i[V]$ : indukované napětí

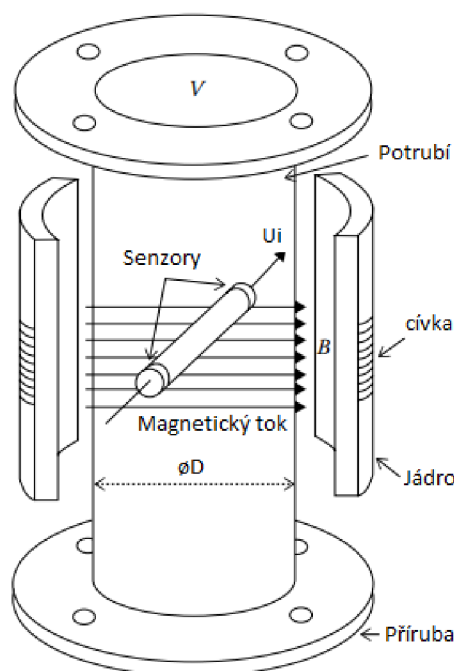
$B[T]$ : indukčnost magnetického pole

$D_N[m]$ : vzdálenost mezi elektrodami (světlost potrubí)

$\overline{v_{ai}}[m\ s^{-1}]$ : průměrná rychlost proudění

Směr magnetického pole, rychlost proudění a orientace elektrod na sebe musí být kolmé, aby bylo možné použít uvedený vztah. Tomu je přizpůsobeno vnitřní uspořádání měřicí sekce (viz obrázek 1.12). Magnetické pole je možné stejnosměrným proudem (v pulsech), nebo střídavým proudem. Nejběžnější jsou však poslední dvě varianty, přičemž každá má své bonusy i nevýhody. Hlavní překážkou v použití těchto průtokoměrů je malá velikost indukovaných napětí a jejich odlišení od rušení. Varianta se střídavým proudem funguje nejčastěji na frekvenci (50 ÷ 60) Hz. Její výhodou je menší citlivost na rychlostní profil a vliv polarizace (jev, kdy je část média magneticky zachyceno v okolí elektrody). Při použití vysokých frekvencí (200 ÷ 1000 Hz) je možné měřit i malá potrubí a tekutiny s nízkou vodivostí, například proudění krve v žíle. S rostoucí frekvencí se také zlepšuje časová odezva měření. Nevýhodou pak je, že proměnlivé magnetické pole indukuje proudy v okolní elektronice. Kvůli tomu je nutné používat

stínění a pravidelně kontrolovat kalibraci měřidla (Webster & Eren, 2014, 56-5:56-6). Tu je možno provést kalibrátorem, který simuluje indukované napětí. V některých případech je nutné provést kalibraci měřením média při nulové rychlosti proudění (Webster & Eren, 2014, 56-8). Takto složitá údržbě je možné se vyhnout použitím stejnosměrného proudu. Magnetické pole je vytvářeno periodicky s frekvencí jednotek Hz a indukované napětí se měří při aktivním i neaktivním poli. V prvním případě odpovídá získaná hodnota indukci + rušení, v druhém pouze rušení. Jejich rozdílem tak získáme skutečnou hodnotu napětí. Tímto postupem je odstraněna nutnost kalibrace, zařízení se totiž kalibruje samo v každém cyklu měření. Nízká frekvence má také za následek malou indukci proudů v okolních vodičích. Nároky na energii jsou výrazně nižší, až o 75 %. Tyto výhody jsou vykoupeny časovou odezvou až několik sekund. Riziko polarizace je rovněž vyšší (Webster & Eren, 2014, 56-6:56-7). Další problém, kterým trpí oba typy průtokoměru, je koroze elektrod. Díky auto-kalibraci snáší DC verze větší vrstvu elektricky izolující koroze, ale i tak je nutné je pravidelně čistit (byť méně často než AC). Čištění lze provést mechanicky, případně ultrazvukem. Podobně jako ultrazvukový



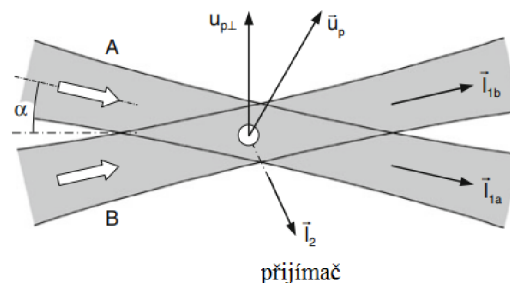
**Obrázek 1.12:** Elektromagnetický průtokoměr (Webster & Eren, 2014, s.56-3), upraveno

průtokoměr, i elektromagnetický vykazuje určitou citlivost na rychlostní profil proudění. Ideálně by tedy měl být umístěn uprostřed delší přímé sekce. Pokud se v tekutině mohou tvořit bublinky plynu, je třeba zajistit, aby nepřicházeli do kontaktu s elektrodami. Kvůli jiným elektrickým vlastnostem negativně ovlivňují přesnost měření. Rovněž je třeba předejít jejich odkrytí, když není potrubí zcela plné. Samotné tělo měřící sekce musí být z nevodivého materiálu, aby nedeformovalo magnetické pole. Tyto materiály mohou být náchylnější na otěr či tepelné zatížení než zbytek potrubí, jejich volbu je tedy nutné pečlivě zvážit. Problémem méně patrným je možnost magnetizace proudící tekutiny, její následné elektromagnetické účinky na okolní elektroniku (stává se dalším zdrojem rušení) a ovlivnění proudění jejími vzájemnými účinky s magnetickým polem cívek. Naštěstí k němu dochází, v míře schopné ovlivnit měření, jen ve specifických případech (například měření tekutého sodíku) (Webster & Eren, 2014, 56-7:56-10).

### 1.2.3 Laser doppler anemometry

Částice unášená proudem tekutiny je osvětlena laserem. Světlo, které se od ní odrazí, má jinou frekvenci než zdroj v závislosti na jejich vzájemné rychlosti, což je popsáno Dopplerovým efektem. Jelikož je frekvence viditelných záření, jež se pro měření používají, příliš vysoká na spolehlivé měření běžnými metodami, kombinuje se tato metoda s interferometrií. Ve snímači dochází k superpozici původního i odraženého záření, čímž vzniká nové vlnění, jehož intenzita kolísá s relativně nižší frekvencí – takzvané „zázněj“. Frekvence záznějů je přímo úměrná rychlosti částice a je dostatečně nízká pro spolehlivé měření konvenčními metodami (Zhang, 2010, s.27-29). Konfiguraci systému je možné vidět na obrázku 1.13.

Dva lasery o stejné frekvenci se protínají v oblasti nazývané „měřený objem“ a svírají spolu poloviční úhel rozevření  $\alpha$ . Tímto objemem projde částice s vektorem pohybu  $\vec{u}_p$ . Systém je schopen změřit velikost její kolmé složky  $u_{p\perp}$ . Částice současně rozptýlí světlo z obou laserů do okolí, na poloze přijímače (receiver) tedy nezáleží. Při dopadu na fotodetektor tvořící přijímač dojde k superpozici obou záření, kdy z frekvence záznějů lze určit velikost rychlosti částice (ne směr) a to následujícím způsobem:



**Obrázek 1.13:** LDA se dvěma lasery (Zhang, 2010, s.28), upraveno

$$u_{p\perp} = \frac{\lambda_0}{2 \sin \alpha} f_z \quad (9)$$

(Zhang, 2010, s.29)

$u_{p\perp}$ : kolmá složka rychlosti proudění

$\lambda_0$ : vlnová délka laseru

$\alpha$ : poloviční úhel rozevření

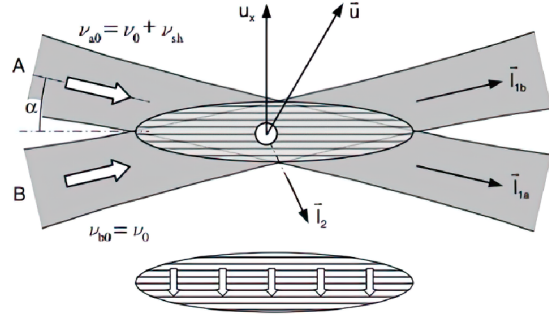
$f_z$ : frekvence záznějů

Pokud je potřeba určit nejen velikost kolmé složky rychlosti, ale i její orientaci, musí se použít lasery o různé frekvenci. Případně je možné rozdílu frekvencí dosáhnout pomocí opto-akustického modulátoru (Braggova cela). Obecně tedy lze tvrdit že jsou lasery vzájemně posunuty o frekvenci  $f_p$ . Ta musí být dostatečně vysoká, aby i při maximální očekávané rychlosti proudění bylo zajištěno, že:

$$f_{2a} - f_{2b} > 0 \quad (10)$$

$f_{2a}, f_{2b}$ : frekvence záření rozptýleného částicí zachycené stacionárním detektorem (Dopplerův jev se uplatní dvakrát - index 2)

Z důvodu interference obou laserů se v měřeném objemu vytvoří pohyblivý vzor (obrázek 1.14). Podobný vzor vzniká i v předchozím případě, ale je statický (podobně jako interference na dvou štěrbinách). Jeho pohyb je způsoben rozdílnou frekvencí laserů. Pokud kladný smysl pohybu zvolíme proti interferenčnímu posunu a je dodržena výše uvedená podmínka pro frekvenci, můžeme takto určit směr, jakým se částice pohybuje.



**Obrázek 1.14:** LDA se dvěma lasery o různé frekvenci (Zhang, 2010, s.32)

$$u_x = (f_z - f_p) \frac{\lambda_0}{2 \sin \alpha} \quad (11)$$

(Zhang, 2010, s.33)

$u_x$ : složka rychlosti v definovaném směru

$f_z$ : frekvence záznějů

$f_p$ : frekvenční posun

$\alpha$ : poloviční úhel rozevření

$\lambda_0$ : vlnová délka laseru (bez posunutí)

## 2 Princip metody PIV

Podobně jako u Laser Doppler Anemometry (1.2.3), i u této metody jsou do proudění rozptýlené částice osvětlovány laserem. Podstatný rozdíl je ovšem v rozsahu měření. Zatímco LDA se zaměřuje na velmi malý objem (Zhang, 2010), cílem PIV je postihnout co největší oblast. Výstupem je pak vektorová mapa rychlostí proudění ve 2D případně 3D, podle použité konfigurace měřicího systému (osvětlení, kamery, ...). Jedná se o nepřímou bezkontaktní metodu měření, přičemž předpokladem přesného měření je, že částice věrně sledují proudění tekutiny. Jejich hustota by měla být velmi blízká hustotě média, což nelze vždy dodržet (například u vzduchu). Rovněž je třeba zvolit vhodnou velikost částic.

### 2.1 Optické ústrojí

Optické ústrojí slouží k zaznamenání pohybu částic ve zkoumaném objemu. Skládá se z laseru k osvětlení částic a jeho optiky, a kamerového systému k záznamu pro pozdější vyhodnocení. To není možné provádět v reálném čase kvůli velkému množství dat a značné výpočtové náročnosti.

#### 2.1.1 Trasovací částice

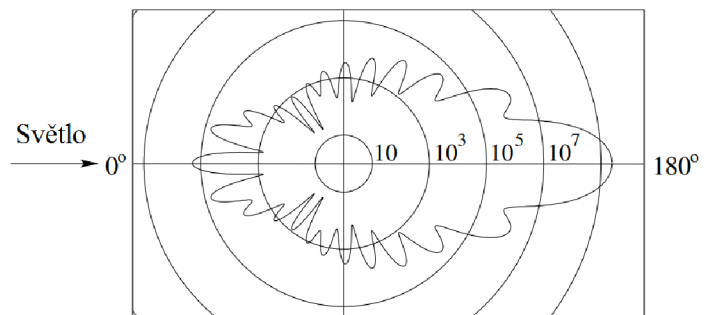
Schopnost částic přesně kopírovat pohyb média je klíčová pro přesné měření. Tato schopnost může být narušena jejich vysokou hustotou, v jejímž důsledku se v médiu "potápí". Také jsou díky vyšší hybnosti, než srovnatelný objem tekutiny více ovlivněny změnami v rychlosti a směru proudění, kdy se takzvaně zpožďují (velocity lag). Jako měřítko této vlastnosti se někdy používá doba potřebná k vyrovnání rozdílu rychlostí (relaxation time):

$$\tau_s = d_p^2 \frac{\rho}{18\mu} \approx \frac{d_p^2}{\nu} \quad (12)$$

(Raffel et al., 2007, s. 16)

- $\tau_s$ : doba k vyrovnání rozdílu rychlostí
- $d_p$ : průměr částice
- $\rho_p$ : hustota částice
- $\mu$ : dynamická viskozita tekutiny

Uvedený vzorec platí pouze, je-li zrychlení konstantní. Ale i ve složitějších situacích se dá použít jako přibližné měřítko vhodnosti daného typu částic pro zkoumané médium. Použít lze pevné částice, případně plyn či aerosol. Jejich nevýhodou je jejich nerovnoměrné rozmístění v proudění. Další důležitou vlastností je schopnost částic rozptýlit dopadající světlo a charakter tohoto rozptýlení. Na obrázku 2.1 je vidět rozložení intenzity rozptýleného světla. Největší část záření pokračuje v původním směru. Podstatně méně se od částice "odrazí" zpět.



**Obrázek 2.1:** Rozptyl světla na částici (Raffel et al., 2007, s. 18), upraveno

Podstatně méně se od částice "odrazí" zpět.

Pro PIV je nejpodstatnější složka, která se rozptýlí kolmo ke směru původního paprsku (kolmo od osvětlené roviny popsané v kapitole 2.1.3. Oscilace intenzity rozptýleného záření se změnou pozorovacího úhlu je také podstatná. Příliš vysoká frekvence je nevhodná, protože množství světla rozptýleného směrem ke kameře je nepředvídatelná. Toto rozložení je závislé na velikosti částice. Aby docházelo k rozptylu a nikoliv odrazu, musí být rozměr částice porovnatelný s vlnovou délkou dopadajícího světla. Protože je najednou osvětleno velké množství částic, rozptylují nejen světlo přicházející z laseru, ale i od ostatních částic (multiscattering), čímž se značně vylepšuje viditelnost částic na snímku.

Aplikace částic do proudění lze provádět více způsoby. Jedním je jejich vmísení do média před provedením experimentu, to je vhodné zejména pro kapaliny. U plynů se pak průběžně uvolňují do proudění. V tomto případě je potřeba použít vhodné ochranné pomůcky, aby se zabránilo vdechnutí částic (Raffel et al., 2007, s. 18-23). Přehled různých druhů materiálů a přibližné podmínky jejich použití jsou uvedeny v tabulce 1.

**Tabulka 1:** Přehled trasovacích částic (Melling, 1997)

Částice	$\rho_p$ ( $kg\ m^{-3}$ )	Plyn ( $10^5\ Pa$ )	Poměr hustoty	Viskozita $\nu(m^2\ s^{-1})$	$f_c$ (kHz)	$Sk_0$	$d_p$ ( $\mu m$ )
$TiO_2$	3500	Vzduch (300 K)	2950	$1.50 \times 10^{-5}$	1 10	0.0295	1.44 0.45
$Al_2O_3$	3970	Flame (1800 K)	20 250	$3.00 \times 10^{-4}$	1 10	0.0113	2.46 0.78
Sklo	2600	Plamen (300 K)	2190	$1.50 \times 10^{-5}$	1 10	0.0342	1.67 0.53
Olivový olej	970	Vzduch (220 K)	617	$1.45 \times 10^{-5}$	1 10	0.0645	3.09 0.98
Mikro-kuličky (fenol)	100	Vzduch (300 K)	84.5	$1.50 \times 10^{-5}$	1 10	0.1742	8.50 2.69

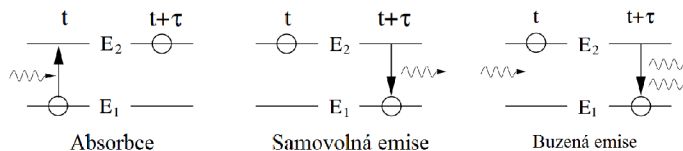
Volba částic musí zohlednit i na později použité zpracování snímků, například sub-pixelovou interpolaci (viz kapitola 2.3.3). Příliš malá částice může způsobit efekt zvaný peak locking, čímž se snižuje dosažená přesnost měření. U velkých částic je problém přesné určení jejich polohy. Ideální rozměr pro cross-korelační techniky se zdá být přibližně 2 pixely. Pro autokorelaci je rozměr menší (1,5 pixelu) kvůli vyššímu počtu částic na snímku. Jelikož je rozměr v pixelech, je nutné volbu částic provádět s ohledem na nastavení kamer či naopak (Raffel et al., 2007, s. 166).

Dalším aspektem je hustota částic rozptýlených v proudu. S jejich rostoucím počtem roste pravděpodobnost, že se na hodnotě korelační funkce v daném okně bude podílet více párů částic. Tím vzroste hodnota korelační funkce a měření je přesnější. Ideální počet částic v jednom okně je 4 – 8. Pokud je možné dosáhnout vysoké hustoty částic, lze tato okna zmenšit a tím zvýšit prostorové rozlišení výsledné vektorové mapy (Raffel et al., 2007, s. 172).

## 2.1.2 Laser

Pro získání záznamu s velkým časovým rozlišením (snímků pořízených s velmi malým časovým rozestupem), je třeba dosáhnout během krátké doby velké expozice částic, aby byly na snímku patrné. K tomuto účelu se jako zdroj osvětlení používá laser.

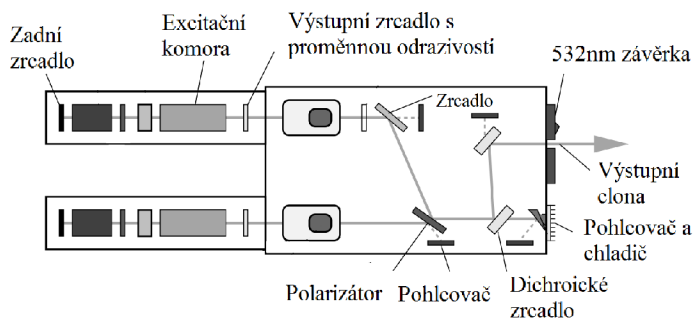
Základní fyzikální princip laseru spočívá v excitování atomů jeho zdrojového materiálu (plyn či pevná látka) a následného rázového uvolnění energie, která se vyzáří jako laserový paprsek. Na obrázku 2.2 je naznačeno chování excitovaných atomů. Materiál laseru je exci-



**Obrázek 2.2:** Fyzikální princip laseru (Raffel et al., 2007, s. 29), upraveno

tován (například osvětlením diodou) a valenční elektrony jeho atomů se posunou do vyšších orbitalů. V tomto stavu jsou značně nestabilní a po krátké době sestoupí zpět do původní hladiny, přičemž vyzáří (emitují) přebytečnou energii jako foton. K emisi může dojít i v případě, kdy je excitovaný atom zasazen fotonem se správnou frekvencí, tím dojde k vyzáření obou fotonů. Tento proces se nazývá stimulovaná emise. Reálný laser využívá více než dvou hladin, zpravidla tři ale existují i konstrukce se čtyřmi hladinami. Důvodem je řízení procesu excitace/absorpce. Poté co dojde k excitaci dostatečného množství atomů je pulsem stimulována hromadná emise, která vytvoří paprsek laseru.

Aby bylo možné získat dva snímky v krátkém časovém rozestupu, používají se takzvané "dvoupulsní" lasery. Konstrukci takového zařízení je možné vidět na obrázku 2.3. V jeho levé části se nachází dva zdroje paprsků. Výše popsáný vznik fotonů se odehrává v excitačních komorách. Fotony jsou pak drženy mezi dvěma zrcadly, čímž se řídí doba uvolnění paprsku, kterou je třeba sladit se snímkovací frekvencí kamer. Změnou odrazivosti výstupního zrcadla dojde ke vstupu obou paprsků do soustavy zrcadel, která je učiní souosými. Výstupní paprsek je pak zrcadly či optickým vláknem veden k místu měření (Raffel et al., 2007, s. 30-43).



**Obrázek 2.3:** Dvojitý pulsní laser (Raffel et al., 2007, s. 40), upraveno

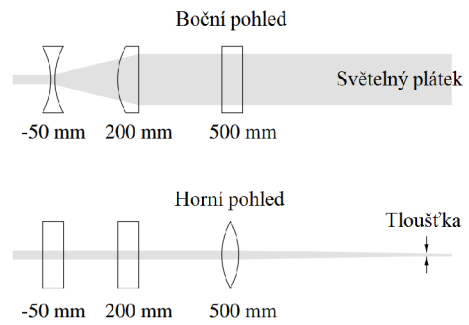
## 2.1.3 Koncová optika

Finálním krokem je rozptýlení paprsku do zkoumaného objemu proudění. Většina aplikací využívá osvětlení tenkým plátkem, v jehož rovině se poté určují dvě složky rychlosti částice. Takový rozklad je možné provést například optikou na obrázku 2.4. Existuje několik možností jak dosáhnout podobného výsledku. Výhodou tohoto uspořádání je konstantní šířka a tloušťka světelného plátku. Nevýhodou pak je výrobní složitost čoček, které tvoří válcové plochy. Soustavy využívající první a poslední čočku tvořenou kulovými plochami či pouze spojky jsou levnější a snáze vyrobitelné, ale nemají konstantní rozměry výstupu (Raffel et al., 2007, p. 43-46).



## 2.1.4 Kamery

Analogový záznam na film, široce používaný v počátcích PIV, s postupem výpočetní techniky a elektronických senzorů nahradily digitální kamery. Jejich hlavními výhodami jsou vysoká snímkovací frekvence a možnost automatického vyhodnocování bez nutnosti skenování jednotlivých snímků. Nejrozšířenější senzory jsou CCD (charge coupled devices) a CMOS (complementary metal oxide semiconductor). CCD funguje na principu fotoefektu, během expozice se vlivem osvětlení v každém pixelu utváří náboj. Následuje čtecí fáze, kdy je každý náboj převeden na napětí a uložen v paměti. Rychlost utváření náboje závisí na teplotě a pokud dojde k překročení maximální kapacity pixelu, začne pronikat do okolních, což má za následek rozostření obrazu částic. Z tohoto důvodu bývají tyto senzory chlazené buď tekutým dusíkem (astronomie), nebo pomocí Peltierových článků. Zvýšená teplota by vedla nejen ke snížení ostrosti obrazu, ale i k vyššímu šumu. K dalšímu rušení dochází při konverzi náboje na napětí a následnému čtení hodnot. Těm nelze zcela zabránit, ale jejich důsledky jde zmírnit nižší čtecí frekvencí a vhodnou konstrukcí (Raffel et al., 2007, p. 69-75).



**Obrázek 2.4:** Koncová optika (Raffel et al., 2007, s. 40), upraveno

## 2.2 Souřadné systémy

Aby bylo možné ze získaných snímků určit vektory lokálních rychlostí, je třeba definovat souřadné systémy snímku a pozorovaného prostoru a způsob, jakým spolu souvisí. Aby bylo možné snadno určit polohu částic v čase  $t' = t + \Delta t$ . V pozorovaném objemu se nachází velké množství částic, z tohoto důvodu jsou informace o jejich pozicích seskupeny do matice:

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \vec{X}_1 \\ \vec{X}_2 \\ \vdots \\ \vec{X}_N \end{pmatrix}, \text{ kde } \vec{X}_i = [X_i; Y_i; Z_i] \quad (13)$$

(Raffel et al., 2007, s.80)

$\Gamma$ : matice pozic částic v pozorovaném objemu

$\vec{X}_i$ : vektor pozice částice

$X_i, Y_i, Z_i$ : souřadnice částice

Při posunutí částic se uvažuje konstantní vektor přemístění  $\vec{D}$ , jejich pozici v čase  $t'$  jde tedy popsat:

$$\vec{X}'_i = \vec{X}_i + \vec{D} \quad (14)$$

(Raffel et al., 2007, s.86)

$\vec{X}'_i$ : vektor souřadnic posunuté částice

$\vec{D}$ : vektor posunutí částice

Při tvorbě snímku dochází k projekci z 3D do 2D a informace o "hloubce" (souřadnice  $Z_i$ ) se ztrácí. Tento pohled představuje určité zjednodušení a platí pouze v případě, kdy je pozorovací osa čočky kolmá na rovinu laseru. Pro malé změny v pozorovacím úhlu je pak zvětšení konstantní (viz obrázek 2.5). Komplexnější popis by však byl kontraproduktivní k názornosti. Souřadnice částice ve snímku v čase  $t' = t + \Delta t$  lze tedy zapsat takto:

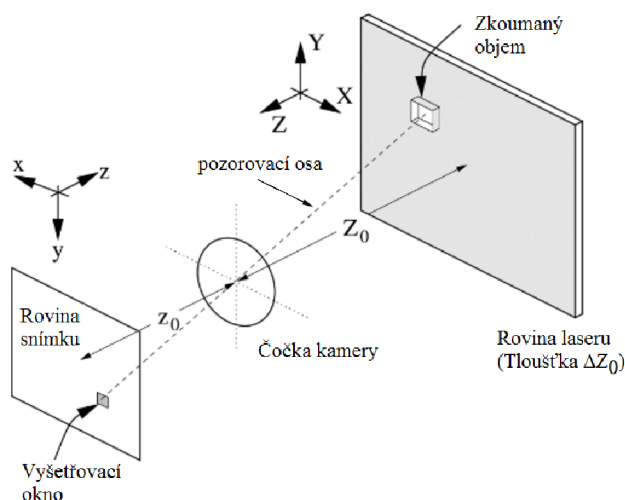
$$\vec{x}_i = [x_i; y_i] \quad (15)$$

$$\vec{x}'_i = \vec{x}_i + \vec{d} \quad (16)$$

(Raffel et al., 2007, s.80)

- $\vec{x}_i$ : vektor pozice obrazu částice ve snímku
- $x_i, y_i$ : souřadnice obrazu částice
- $\vec{x}'_i$ : vektor pozice posunutého obrazu částice
- $\vec{d}$ : vektor posunutí obrazu částice

Jak již bylo zmíněno výše, koeficient zvětšení  $M$  lze považovat za konstantní při malém odchýlení od hlavní pozorovací osy. Toho lze snadno dosáhnout použitím čočky s velkou ohniskovou vzdáleností. V případě, kdy je kamera vůči rovině laseru umístěna zešikma, je situace značně složitější. Chceme-li vzít v potaz i vady čočky, je třeba koeficient  $M$  aproximovat *2D polynomy vyššího stupně* (Raffel et al., 2007, s. 218-219). Vztah obou souřadných systémů lze popsat následovně:



**Obrázek 2.5:** Zjednodušené schéma projekce (Raffel et al., 2007, s. 80), upraveno

$$X_i = x_i/M \quad (17)$$

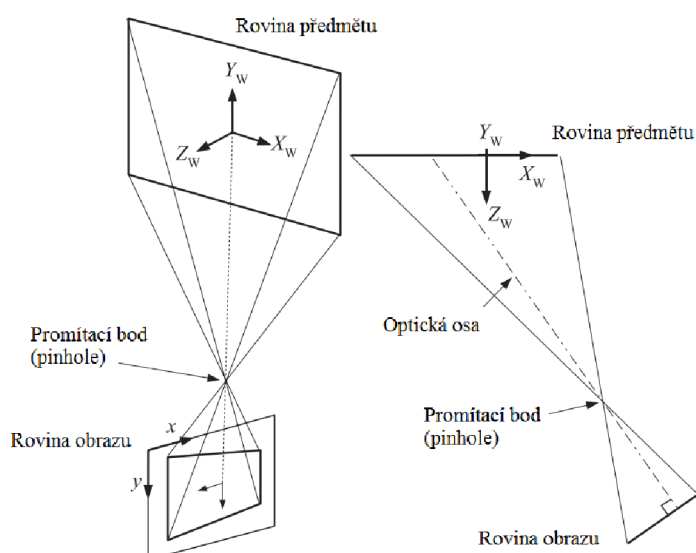
$$Y_i = y_i/M \quad (18)$$

(Raffel et al., 2007, s.80)

- $X_i, Y_i$ : souřadnice částice
- $x_i, y_i$ : souřadnice obrazu částice
- $M$ : koeficient zvětšení kamery

### 2.2.1 3D projekce

Šikmému pohledu kamery se někdy nelze vyhnout. Přímoou polohu může blokovat část měřící trati nebo je cílem měření získat všechny komponenty rychlosti, což vyžaduje několik kamer pod různými úhly. V takovém případě je projekce značně složitější, její schéma je vidět na obrázku 2.6. Dochází k deformaci obrazu a k rekonstrukci rychlosti už nelze použít konstantní koeficient zvětšení. Aby bylo možné použít výše nastíněnou aproximaci, je potřeba získat obraz známé 3D geometrie, pomocí kterého lze pak dané nahrazení provést. K tomuto účelu slouží kalibrační terčíky (obrázek 2.7).



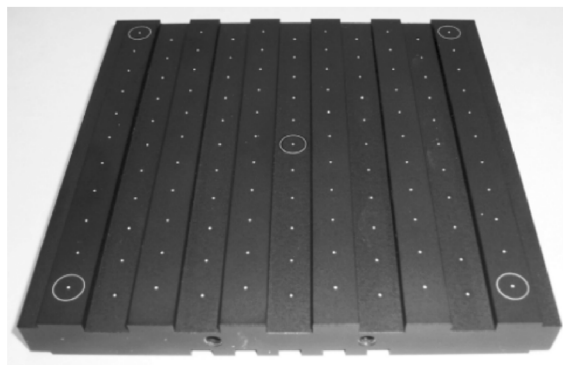
**Obrázek 2.6:** Prostorová projekce (Raffel et al., 2007, s. 219), upraveno

## 2.3 Vyhodnocení snímků

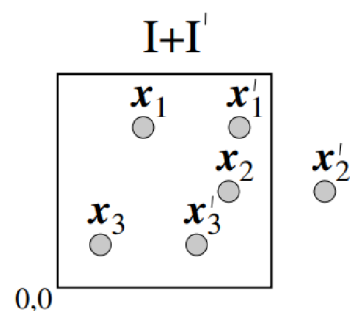
V předchozí části bylo popsáno, jakým způsobem je při PIV měření získáván obraz v proudu unášených částic. K získání informací o proudění (například vektorové mapy) je potřeba snímky vyhodnotit. Kvůli velkému množství snímků a hustotě částic, která znemožňuje individuální sledování byly použity statistické metody. Cílem je z informace o pozicích jednotlivých částic na snímku určit jejich posunutí ve zkoumaném objemu. V principu existují dva postupy, jak získat informaci o posunutí částice. Jedním je přímý výpočet, což lze vidět na obrázku 2.9 nahore (v tomto případě byla použita autokorelace).

Výsledky se vynášejí do korelační roviny. Souřadnice odpovídají danému vektoru posunutí částice, hodnota v daném bodě je pak hodnotou korelační funkce (více viz kapitoly 2.3.1 a 2.3.2). Nevýhodou přímé metody je časová náročnost při vyšším rozlišení (pro okno 32pix je třeba přibližně milion operací k vytvoření korelační funkce). Druhou variantou je použití Fourierovy transformace. Běžně používaná při analýze signálů, umožňuje značně komplikovaný vstup aproximovat součtem mnoha goniometrických funkcí (např.  $\sin$ ). Je možné ji rozšířit i do 2D pro popis černobílých snímků. S využitím Wiener-Kinchinova pravidla (autokorelace je inverzní Fourierovou transformací výkonového spektra (Raffel et al., 2007, s. 125)) a faktu, že výkonové spektrum lze získat z obrazu pomocí Fourierovy

Samotná síť bodů je postačující k vytvoření mapování z obrazu zpět do roviny laseru. Stupňovitost pak umožňuje získat informaci o směru, ve kterém se kamera nachází vůči rovině terče. Tu pak lze použít k získání kolmé komponenty rychlosti. Použití terčů je vhodné i při přímé projekci, jelikož eliminuje chybu vzniklou nedokonalou polohou kamery. Pro všechny jeho aplikace je rovněž možné využít automatickou kalibraci, kdy stačí do systému zadat typ terčů.



**Obrázek 2.7:** Kalibrační terč (Raffel et al., 2007, s. 220)



**Obrázek 2.8:** Vyšetřovací oblast autokorelačního snímku (Raffel et al., 2007, s. 89)

transformace a umocnění, získáme opět korelační funkci. Byť se tento postup zdá velmi složitý, při vhodné optimalizaci je značně rychlejší než první metoda. Třetí zaznačenou variantou je optická Fourierova transformace (OFT), která však jde nad potřeby tohoto textu. Dále budou popsány nejčastěji používané metody vyhodnocování a jejich vlastnosti.

### 2.3.1 Autokorelace

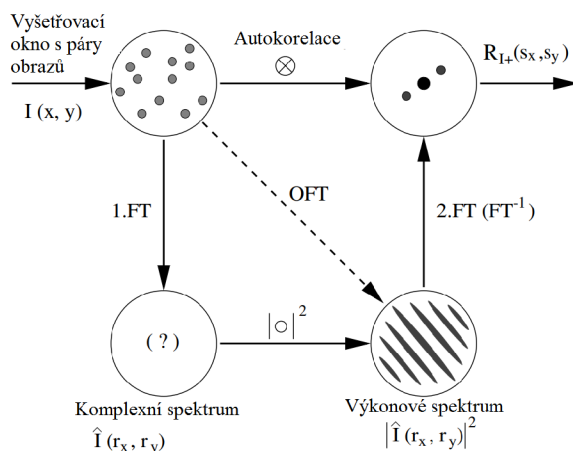
Autokorelace je metoda, kdy je vstupní signál porovnáván se svojí posunutou kopií. Pro PIV aplikace se používá pro dvojité exponované snímky, které obsahují pozice částic v čase  $t$  značené  $x_i$  a  $(t + \Delta t)$  ( $x'_i$ ), viz obrázek 2.8. Při tomto způsobu záznamu se ztrácí informace o smyslu pohybu, což má za následek vznik dvou *displacement peaků* v korelační rovině  $R_{D+}$  a  $R_{D-}$ .

Jejich pozice odpovídají korelačnímu vektoru  $\vec{s}$ , který přemístí částici  $x_i$  do souřadnic částice  $x'_i$  nebo obráceně. Na počátku pak nalezneme autokorelační peak  $R_P$  odpovídající nulovému posunutí, tedy  $\vec{s} = \vec{0}$ . Velikost posunutí pak odpovídá velikosti korelačních vektorů pro *displacement peaky*:

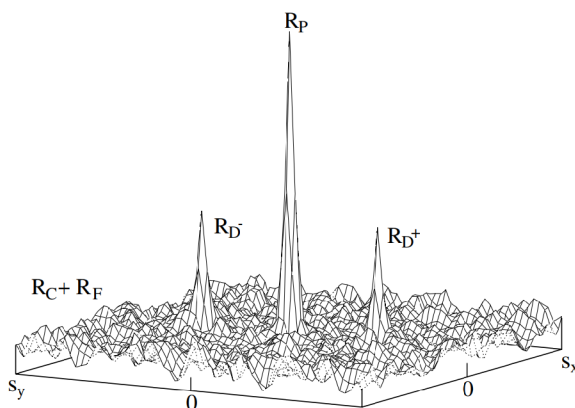
$$|\vec{d}| = |s_{R_{D\pm}}| \quad (19)$$

- $|\vec{d}|$ : velikost vektoru posunutí
- $|s_{R_{D\pm}}|$ : velikost korelačního vektoru

Výše zmíněné hodnoty  $R_P$  a  $R_{D\pm}$  je možno přehledněji vidět na obrázku 2.10. Šum na pozadí ( $R_C + R_F$ ), se skládá ze šumu výchozího snímku a náhodné korelace (např.  $x_3$  s  $x'_1$ ).



**Obrázek 2.9:** Vyhodnocovací postupy (Raffel et al., 2007, s. 126)

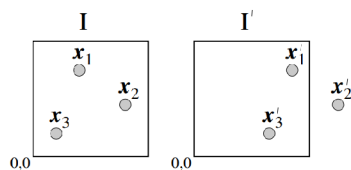


**Obrázek 2.10:** Autokorelační funkce v korelační rovině (Raffel et al., 2007, s. 89), upraveno

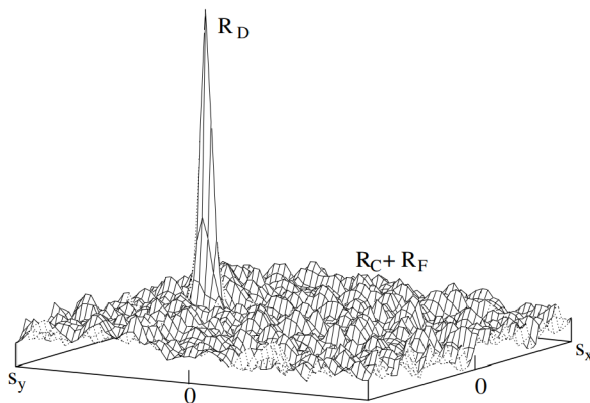
### 2.3.2 Cross-korelace

Nejvíce používaná metoda pro vyhodnocování PIV, spočívá ve vzájemné korelaci vyšetřovacích oken dvou snímků. Narozdíl od autokorelace poskytuje i informaci o smyslu vektoru posunutí díky rozlišení časové posloupnosti snímků.

Výsledkem je jeden *displacement peak*  $R_D$  jehož korelační vektor je roven vektoru posunutí. Je-li posunutí částic malé, nemůže dojít ke splynutí peaků a ztrátě informace. Rovněž detekce peaku je snazší, neboť stačí nalézt nejvyšší hodnotu korelační funkce. Zdroje šumu jsou stejné jako u předchozího příkladu. Metody popsané v kapitolách 2.3.1 a 2.3.2 představují nejjednodušší možnou variantu a v praxi jsou použitelné jen pro jednoduchá proudění. Předpokládají pouze lineární posunutí částic, jejich přesnost rychle klesá pokud dojde k rotaci či deformaci. Dalším zdrojem nepřesností a ztráty signálu je ztráta částic. K té může dojít dvěma mechanismy: v rovině laseru, kdy částice v čase mezi snímky vyputuje z vyšetřovacího okna a kolmo k rovině laseru. Druhý případ je typický pro 3D aplikace, kdy proud vynese částici mimo osvětlený objem.



**Obrázek 2.11:** Vyšetřovací oblasti cross-korelačních snímků (Raffel et al., 2007, s. 87)



**Obrázek 2.12:** Cross-korelační funkce v korelační rovině (Raffel et al., 2007, s. 87)

V odborné literatuře se tyto jevy označují jako *in-plane loss of pairs* a *out-of-plane loss of pairs* respektivně. Z těchto i dalších důvodů byly vyvinuty postupy, které zlepšují výsledky PIV analýzy i v náročných podmínkách.

### 2.3.3 Optimalizace

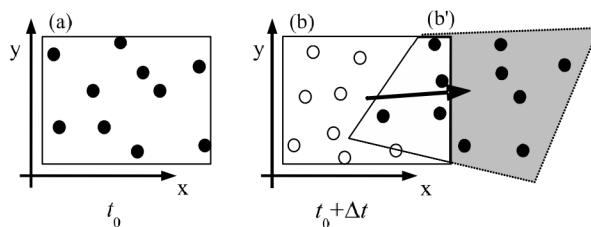
Vhodné nasvícení má pozitivní vliv na přesnost měření. Čím více je částice osvětlena, tím více se její obraz podílí na korelační funkci. Ty méně osvětlené jsou naopak více ovlivněné šumem. Proto je vhodné upravit snímek tak, aby všechny zachycené částice měly porovnatelnou intenzitu. Tento proces je značně usnadněn použitím Fourierovy transformace. Aplikací *high-pass* a *low-pass* filtrů je možné odstranit pozvolné variace v pozadí a vysokofrekvenční šum. Také lze amplitudy v rozsahu, kde předpokládáme zaznamenané částice, sjednotit na podobné hodnoty (normalizace intenzity) (Raffel et al., 2007, s. 140).

Další možností pro zkvalitnění výsledků je souhrnná korelace. Místo korelování dvou po sobě jdoucích snímků je určen dlouhodobý průměr ze sekvence záběrů. Umožní odhalit dlouhodobé tendence za cenu ztráty informací o fluktuacích proudění. Existuje

několik metod výpočtu, z nichž nejpřesnější je průměr korelačních rovin (Raffel et al., 2007, s. 141).

Pro omezení *in- a out-of-plane loss of pairs* lze použít vícenásobné vyšetření. Během doby mezi expozicemi mohou částice opustit vyšetřovanou oblast, což je vidět například na obrázku 2.12. Tím dojde ke ztrátě jednoho páru částic a nižší hodnotě korelační funkce. Jedním ze způsobů, jak tento fenomén omezit, je posunutí vyšetřovacího okna pro druhou expozici o očekávanou hodnotu posunutí částice. Tu lze najít pomocí standardní cross-korelace. Výpočet je možné opakovat několikrát, dokud odhad vektoru posunutí nekonverguje. Také pak lze omezit oblast hledání korelačního peaku na danou oblast, čímž dojde ke zrychlení výpočtu (Raffel et al., 2007, s. 146-147).

Deformační mapování je pokročilou variantou cross-korelace. Místo určování vektoru posunutí se snažíme nalézt transformaci, která mapuje první snímek na druhý. Postupem podobným vícenásobnému vyšetření je jeden ze snímků deformován, dokud nejsou částice obou snímků v zákrytu (viz obrázek 2.13). Korelační funkce pak má hlavní peak na počátku korelační roviny. Lokální hodnota posunutí se určuje z transformace. Tímto postupem lze získat přesnější informace o proudění než prostou lineární aproximací posunutí (Raffel et al., 2007, s. 148-154).



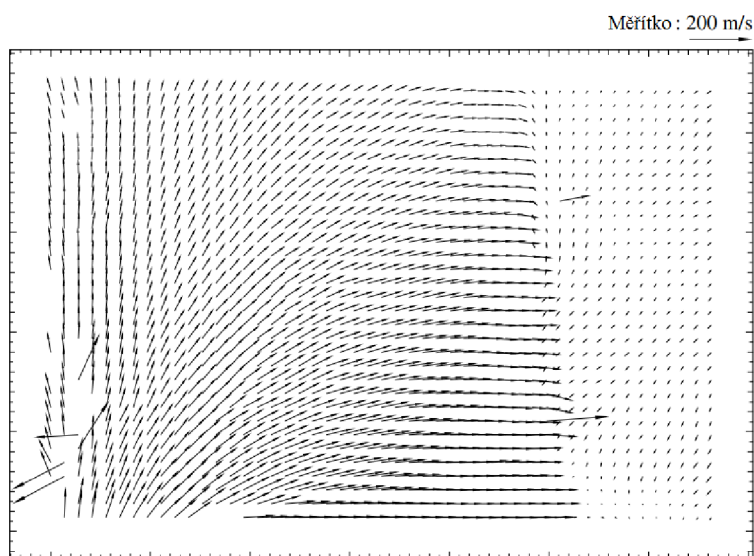
**Obrázek 2.13:** Princip deformačního mapování (Raffel et al., 2007, s. 150)

Cílem sub-pixelové interpolace je nalézt polohu displacement peaku s vyšší přesností než jeden pixel. Toho je dosaženo nahrazením diskrétní korelační funkce spojitou funkcí, nejčastěji Gaussovou interpolací. Přesná poloha peaku je pak určena z maxima této funkce. Nejlepší výsledky jsou dosaženy pro široký peak, jelikož je zachycen ve více diskrétních bodech a aproximace spojitou funkcí je tudíž přesnější. Volbou nevhodné aproximace však lze dosáhnout přesně opačného efektu, kdy jeho poloha tíhne k celočíselným hodnotám (peak locking) (Raffel et al., 2007, s. 158-161).

V PIV existuje několik druhů rušení. Může být způsobeno okolním světlem. To je i z důvodu krátkých expozic třeba odstranit vhodným zatemněním měřeného prostoru v kombinaci s barevným filtrem propouštějícím jen světlo laseru. Dalším zdrojem může být elektronika použitá při záznamu snímků, jejich čtení a ukládání do paměti, což bylo popsáno v kapitole 2.1.4. Posledním zdrojem je pak náhodná korelace zmíněná v kapitole 2.3.1, která je rovněž zdrojem dominantním. Rušení se nelze nikdy zcela zbavit, ale pokud jeho hodnota v korelační rovině nepřesahuje přibližně 10% hodnoty displacement peaku, nepředstavuje významnou překážku v přesnosti měření (Raffel et al., 2007, s. 174).

## 2.4 Post-processing

Výstupem analýzy popsané v kapitole 2.3 je vektorová mapa zobrazující rychlost a směr pohybu částic v daném okamžiku. V tomto stavu však zpravidla nejdu použít, jelikož obsahují chybové vektory nebo jsou pro účel dané studie nepřehledná. Z tohoto důvodu se používají různé metody post-processingu, jejichž cílem je ověřit platnost získaných dat, nahradit chybějící vektory a provést komplexnější analýzu proudění. Výše popsané defekty je možno vidět na obrázku 2.14, zejména v jeho



**Obrázek 2.14:** Vektorová mapa (Raffel et al., 2007, s. 181)

levé spodní části. Některé vektory se nepodařilo určit, jiné jsou na první pohled chybné. Byť je jejich identifikace poměrně snadným úkolem pro lidského pozorovatele, automatizace tohoto procesu vyžaduje podrobnou analýzu celého pole.

### 2.4.1 Ověření dat

Chybné vektory jsou definovány tím, že jejich velikost nebo směr se výrazně odlišuje od okolí. Často se objevují blízko okrajů analyzované oblasti jako samostatný chybový vektor. Jeho zdrojem mohl být například lokální šum, který převýšil hodnotu správného korelačního peaku. Podobným způsobem vznikají i "prázdné" oblasti, kdy vlivem rušení došlo ke vzniku většího množství peaků, což zabránilo identifikaci vektoru, v takovém případě vrátí korelační algoritmus nulový vektor.

Existuje několik způsobů nalezení odchylek založených na porovnání testovaného vektoru s jeho blízkým okolím. Nevyhovující členy jsou následně odstraněny, jejich přítomnost by negativně ovlivnila výsledky dalších analýz. Rozhodujícím faktorem může být rozdíl s okolními vektory menší než určitá prahová hodnota. Jiné metody porovnávají velikost vektoru. Další jsou založeny na minimální požadované hodnotě korelace, nebo množství šumu v korelační rovině. Klíčová je vždy rozhodující hranice, která může být stejná pro celé vektorové pole, či určovaná lokálně. Záleží na dynamickém rozsahu naměřených hodnot. U jednoduchého proudění postačí statická hodnota, vyskytují-li se v něm turbulence a rázové vlny, je na místě použít adaptivní mez. Jelikož je každý algoritmus vhodný pro jiný typ chybových vektorů, používá se zpravidla jejich kombinace (Raffel et al., 2007, s. 178-188).

### 2.4.2 Nahrazení chybných vektorů

Nahrazení je nutné provést jak za vektory, které chybí v základní analýze, tak ze ty odstraněné během validace. Velkou část dat je možné doplnit z okolních členů pomocí bilineární interpolace (varianta lineární interpolace pro 2D aplikace). Existují však i metody založené na váženém průměru sousedních vektorů. Množství vektorů,

kteřé je nutné nahradit může sloužit jako měřítko kvality získaných dat. Hodnoty v rozsahu 1 – 5% jsou považovány za přijatelné, přičemž horní hranice odpovídá náročným podmínkám měření (vysoké rychlosti proudění, turbulence). Při větším počtu chybných dat je vhodné opakovat měření a to i v případě, že je hranice překročena lokálně (Raffel et al., 2007, s. 188).

### 2.4.3 Pokročilé analýzy proudění

Samotná informace o rychlosti proudění nemusí být postačující pro získání náhledu na proudění. Pokud jsou cílem studie turbulentní proudění nebo okrajové vrstvy (boundary layers), je daleko užitečnější informace o vířivosti proudění. Například síla víru vytvořená předním spoilerem závodního automobilu je přinejmenším stejně důležitá, jako jeho přitlačná síla. Tento rozvířený vzduch vytváří ostrou hranici mezi vzduchem unášeným autem a vozovkou čímž snižuje aerodynamický odpor vozidla. Další parametry, které je možné za určitých okolností získat jsou hustota a tlak v různých místech proudění. Ty však zpravidla vyžadují 3D PIV měření a dodatečná měření tlaku na okrajích systému.

$$\omega_Z = \frac{\delta V}{\delta X} - \frac{\delta U}{\delta Y} \quad (20)$$

$$\sigma_{XY} = \frac{\delta V}{\delta X} + \frac{\delta U}{\delta Y} \quad (21)$$

(Raffel et al., 2007, s.191)

- $\omega_Z [s^{-1}]$ : složka vířivosti kolmá na rovinu laseru
- $\sigma_{XY} [MPa]$ : tečné napětí v rovině laseru
- $X, Y [m]$ : souřadnice v rovině laseru
- $U, V [m \ s^{-1}]$ : odpovídající komponenty rychlostí

Výše uvedené rovnice slouží jako příklad určení dalších parametrů proudění. Byly odvozeny z Navier-Stokesovy rovnice:



$$\rho \frac{D\vec{U}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{U} + \vec{F} \quad (22)$$

(Raffel et al., 2007, s.189)

$\rho [kg\ m^{-3}]$ : hustota média

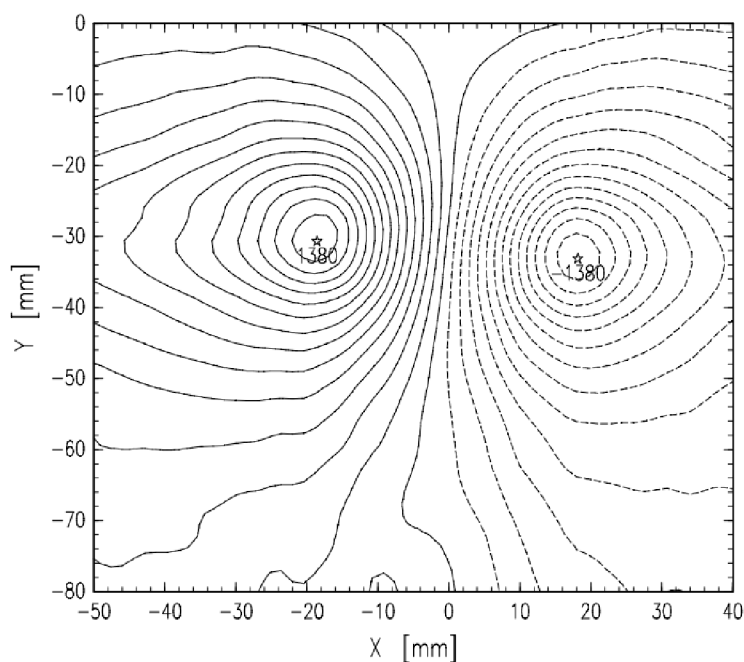
$p [Pa]$ : statický tlak

$\mu [Pa\ s]$ : dynamická viskozita

$\vec{U} [m\ s^{-1}]$ : vektor rychlosti proudění

$\vec{F} [m\ s^{-1}]$ : vektor vnějších zatížení

pomocí níž lze provést výše popsané určení rozložení tlaků a hustot v proudícím médiu. Na první pohled je patrná nutnost výpočtu diferenciálů na diskrétní množině, k čemuž se používají nástroje numerické matematiky (střední difference, nebo metoda nejmenších čtverců). Kromě diferenciálních je možné určovat také integrální charakteristiky například proudnice (Raffel et al., 2007, s. 188-208). Proudnice i víry je možné vidět na obrázku 2.15. Hodnoty v grafu určují sílu a smysl víru podle pravidla pravé ruky: levý se točí proti směru hodinových ručiček a pravý po směru. Proudnice pak popisují trajektorii, po které se pohybují částice unášené proudem.



**Obrázek 2.15:** Proudnice a víry (Raffel et al., 2007, s. 203)

## 3 Návrh experimentu

### 3.1 Zadání

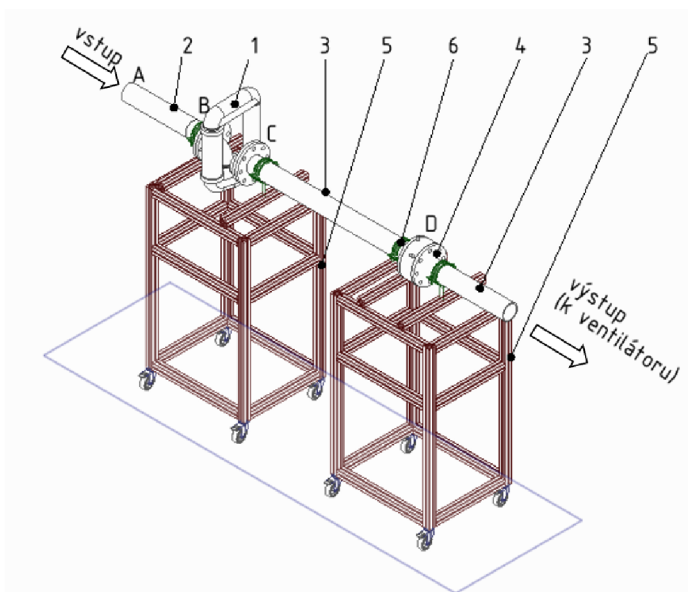
Katedra energetických zařízení TUL disponuje PIV systémem vhodným pro měření 2D a 3D rychlostních polí v tekutinách. Systém je založen na optických (bezkontaktních) metodách měření, tudíž nedochází k ovlivnění rychlostních polí v měřené oblasti. Předmětem bakalářské práce je analýza rychlostních polí ve vnitřním kanále plynoměru. Cílem bakalářské práce je provést rešerši měřících metod vhodných pro analýzu rychlostních polí při proudění v kanálech, navrhnout uspořádání experimentu a provést a vyhodnotit měření.

#### 3.1.1 Měřicí trať

Na obrázku 3.1 je zobrazena měřicí trať, na které bude provedeno měření, sestávající se z těchto částí:

1. Průtokoměr
2. Vstupní úsek
3. Výstupní úsek
4. Clona pro měření průtoku
5. Podpory
6. Trubková spona

Měření bude probíhat ve svislé části potrubí za dvojitým ohybem (pozice 1). Z tohoto důvodu bude tato část potrubí nahrazena trubicí z plexiskla.



Obrázek 3.1: Návrh měřicí trati (Novosád, 2020)

## 3.2 Konfigurace a Nastavení

### 3.2.1 Měřicí sekce

Obrázek 3.2 zobrazuje situaci v měřicí sekci, která se nachází přibližně v polovině délky svislé části měřicí trati. Tečkovanou čarou je vyznačena oblast zachycená kamerou. Jelikož je senzor kamery obdélníkového tvaru, bude orientována delší hranou snímku ve vertikálním směru. Dále jsou vyznačena dvě rychlostní pole: Zelenou barvou je označena průměrná rychlost proudění, kterou lze vypočítat z rovnice kontinuity (efekty stlačitelnosti musí být zanedbatelné) Plně vyvinutý rychlostní profil, vyvedený v červené barvě, představuje očekávané rychlostní pole. Analýzou obou polí se dá snadno odvodit, že maximální rychlost proudění je rovna dvojnásobku průměrné rychlosti:

$$Q = \int_0^{2\pi} \int_0^{D_N/2} v_p r dr d\phi = \pi v_p \left(\frac{D_N}{2}\right)^2 \quad (23)$$

$$Q = \int_0^{2\pi} \int_0^{D_N/2} v_{\max} r \left(1 - \left[\frac{2r}{D_N}\right]^2\right) dr d\phi = \frac{1}{2} \pi v_{\max} \left(\frac{D_N}{2}\right)^2 \quad (24)$$

$$\frac{1}{2} v_{\max} = v_p \rightarrow v_{\max} = 2v_p \quad (25)$$

- $Q[m^3 s^{-1}]$ : objemový průtok  
 $v_p; v_{\max}[m s^{-1}]$ : rychlosti proudění  
 $D_N[m]$ : světlost potrubí  
 $r; \phi[1]$ : souřadnice válcového souřadného systému

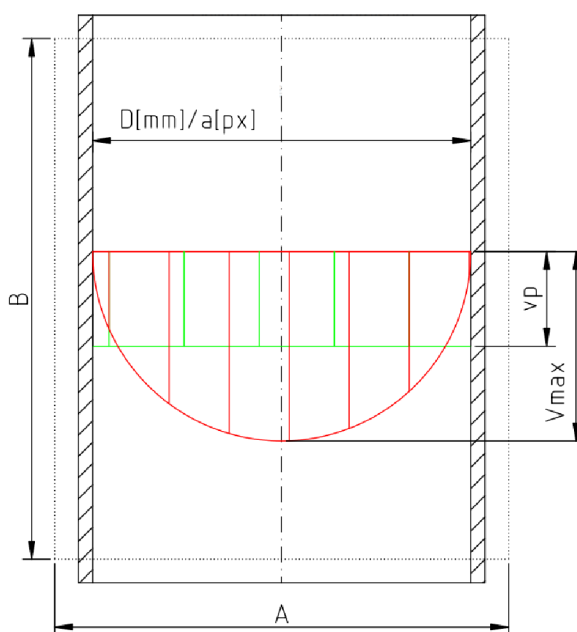
### 3.2.2 Předpokládané parametry proudění

Rozsah měření průtokoměru je  $(1 - 250)m^3hod^{-1}$ . Měření bude probíhat při 10%, 50% a 75% průtoku. Průměr potrubí v místě měření je 80 milimetrů.

Průměrná rychlost proudění vypočtená ve vzorci (26) předpokládá konstantní rychlost v celém průřezu potrubí. Plně vyvinutý rychlostní profil má však tvar rotačního paraboloidu (pro laminární proudění v kruhovém potrubí). Maximální rychlost tedy bude rovna dvojnásobku průměrné rychlosti. Výpočet  $\tau$  je blíže popsán v kapitole 3.2.3. Z vypočtených rychlostí je na první pohled patrné, že se nachází hluboko pod  $M = 0,3$  a tudíž účinky stlačitelnosti plynu budou při měření zanedbatelné. Platí tedy předpoklad nestlačitelnosti použitý při odvození rychlosti proudění.

$$v_{\max} = 2 \frac{4Q}{\pi D_N^2} \quad (26)$$

- $v_{\max}[m s^{-1}]$ : maximální rychlost  
 $Q[m^3 s^{-1}]$ : objemový průtok  
 $D_N[m]$ : světlost potrubí



Obrázek 3.2: Schéma snímku

Tabulka 2: Předpokládané parametry proudění

	10% $Q_{\max}$	50% $Q_{\max}$	75% $Q_{\max}$
$Q[l s^{-1}]$	6.94	34.72	52.08
$v_{\max}[m s^{-1}]$	2.76	13.82	20.72
$\tau[\mu s]$	257.36	51.47	34.31

### 3.2.3 Časování

Při určení prodlevy mezi snímky je třeba vzít v potaz měřítko snímku, rychlost proudění a velikost vyšetřovací oblasti. Tečkovanou čarou jsou na obrázku 3.2 vyznačeny hranice oblasti snímané kamerou, odpovídají rozlišení záznamu. K určení měřítka lze využít například známý průměr potrubí:

$$m = \frac{a}{D} \quad (27)$$

$m[px \ m^{-1}]$ : měřítko snímku  
 $D[m]$ : vnitřní průměr potrubí  
 $a[px]$ : obraz průměru potrubí

Obraz částice by se neměl posunout o více než čtvrtinu vyšetřovacího okna, jinak začne docházet vlivem ztráty párů částic k poklesu korelačního signálu. Při použití standardního vyšetřovacího okna o hraně  $N = 64[px]$  je tedy velikost maximálního posunutí obrazu  $|d_{\max}^{\rightarrow}| = 16[px]$ . S pomocí dříve určeného měřítka lze určit maximální přípustitelné posunutí částice v měřeném objemu (Raffel et al., 2007, kap. 3):

$$|D_{\max}^{\rightarrow}| = \frac{N/4}{m} \quad (28)$$

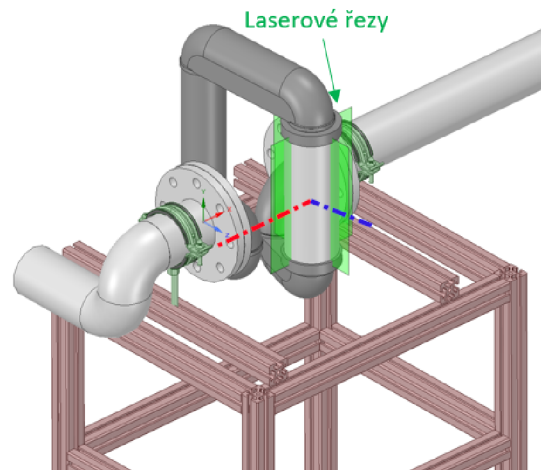
$$\tau = \frac{D_{\max}}{v_{\max}} \quad (29)$$

$|D_{\max}^{\rightarrow}|[m]$ : maximální posunutí částice  
 $v_{\max}[m \ s^{-1}]$ : maximální očekávaná rychlost  
 $\tau[s]$ : maximální časová prodleva

Hodnoty uvedené v tabulce 2 jsou pouze orientační, upřesněny budou při realizaci experimentu. Výpočty byly provedeny pro  $a = 1800[px]$  (rozlišení kamery  $2560 \times 2160$  (LaVision, 2018d)). Pro přesnější určení měřítka je možné použít kalibrační terč a měřit ve vertikálním směru, kde nedochází k chybě vlivem lomu světla na zakřivené ploše potrubí. Pro účely časování je však tato chyba zanedbatelná.

### 3.2.4 Kamery

Z nízké rychlosti proudění se dá očekávat minimální vliv stlačitelnosti na proudění a minimální prostorovost proudění. Složky rychlosti proudění kolmé na roviny řezu budou malé. Z těchto důvodů je postačující umístění kamer s hlavní pozorovací osou kolmou na rovinu řezu (vyznačeno v obrázku 3.3 modře a červeně). Jelikož je cílem měření získat data o objemu plynu protékajícím měřidlem, měla by vertikální poloha kamer být v rovině s prostřední částí svislé trubky, kde bude probíhat měření. V tomto místě je možné předpokládat minimální vliv kolien uzavírajících tuto sekci



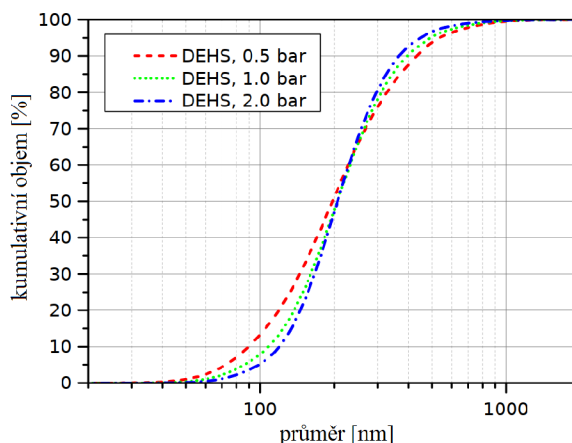
**Obrázek 3.3:** Umístění laserových rovin (Novosád, 2020)

na proudění. Kalibrace kamer bude provedena pomocí kalibračního terčíku. Ten bude po jejím provedení vyjmut. Při určení koeficientu zvětšení kamer  $M$  je třeba brát ohled na předpoklady použité v kapitole 3.2.3. Jelikož je v laboratoři k dispozici pouze jeden generátor laserových pulsů, bude měření probíhat nejdříve v jedné poté v druhé rovině. To by nemělo mít vliv na přesnost měření, experiment bude probíhat při ustáleném proudění.

### 3.2.5 Trasovací částice

K saturaci proudění trasovacími částicemi bude použit generátor aerosolu s náplní tvořenou rostlinným olejem od společnosti LaVision ((LaVision, 2018b)). Nevýhodou tohoto řešení je široký rozptyl velikostí emitovaných částic, viz obrázek 3.4. Jejich rozměr se pohybuje v rozmezí  $150 \div 1000 \text{ nm}$  (80% objemu generovaných částic), přičemž celých 50% má průměr  $175 \div 300 \text{ nm}$ . Menší částice nejsou pro měření tolik podstatné, jelikož u nich dominuje dopředné rozptýlení (Raffel et al., 2007, s.18).

Samostatným problémem je zobrazení částic ve snímku. Z výše uvedeného (kapitola 3.2.3) orientačního výpočtu vychází měřítko  $m = 22.5 \text{ px/mm}$ . Částice o rozměru menším než  $10^{-2} \text{ mm}$  budou zachyceny pouze jako jeden pixel, což vede ke ztrátě přesnosti měření. Řešením může být mírné rozostření kamery po provedení kalibrace. Tím dojde ke zvětšení obrazu částic, aniž by bylo znehodnoceno mapování snímku.



**Obrázek 3.4:** Distribuce částic emitovaných generátorem (LaVision, 2018b)

### 3.2.6 Rozostření

K přibližnému určení rozostření obrazu použijeme teorii pro tenké čočky. Promítání je popsáno zobrazovací rovnicí:

$$\frac{1}{k} + \frac{1}{j} = \frac{1}{f} \quad (30)$$

(Favaro & Soatto, 2007, s. 15)

$k[m]$ : poloha předmětu

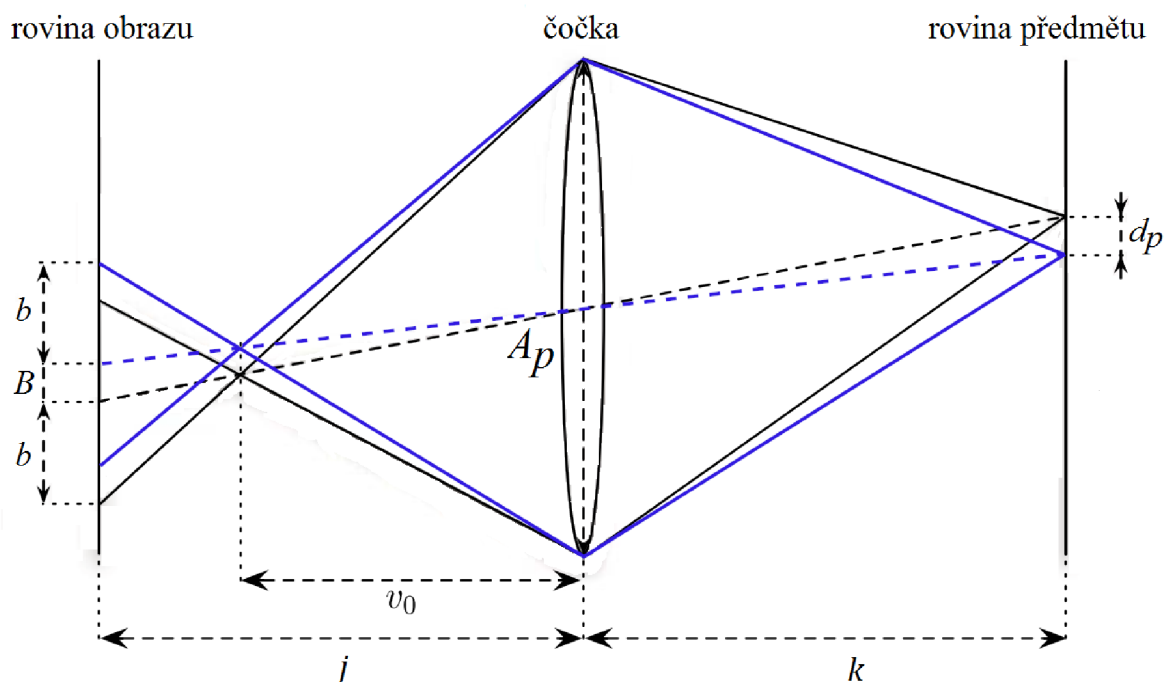
$j[m]$ : poloha obrazu

$f[m]$ : ohnisková vzdálenost čočky

Souřadnice  $j_0$  představuje řešení této rovnice pro konkrétní hodnoty  $f$ ;  $u$ . Jelikož potřebujeme získat rozostřený obraz, je třeba zobrazovací rovinu posunout do nové polohy  $v$ . Pro promítání konkrétního bodu také platí následující pravidla:

1. paprsek procházející středem čočky není nijak ovlivněn
2. všechny paprsky konvergují do jednoho bodu ve vzdálenosti  $j_0$  od čočky

Pomocí výše popsaného je možné sestavit projekci na obrázku 3.5. V rovině předmětu se nachází trasovací částice o rozměru  $d_p$ , k jejímu zobrazení jsou použity její okrajové body. Z obrázku je patrné, že velikost rozostřeného obratu bude rovna  $B + 2b$ . Tyto hodnoty je možné určit z podobnosti trojúhelníků:



Obrázek 3.5: Princip rozostření snímku (Favaro & Soatto, 2007, s. 15, upraveno)

$$\frac{j}{k} = \frac{B}{d_p} \rightarrow B = d_p \frac{j}{k} \quad (31)$$

$$\frac{j - j_0}{j_0} = \frac{2b}{A_p} \rightarrow b = \frac{A_p}{2} \left| 1 - \frac{j}{j_0} \right| \quad (32)$$

(Favaro & Soatto, 2007, s. 16)

Rozměr obrazu tedy bude:

$$d_{po} = m(B + 2b) = m \left( d_p \frac{j}{k} + A_p \left| 1 - \frac{j}{j_0} \right| \right) \quad (33)$$

$A_p[m]$ : velikost apertury (v obrázku 3.5 případě totožná s průměrem čočky)

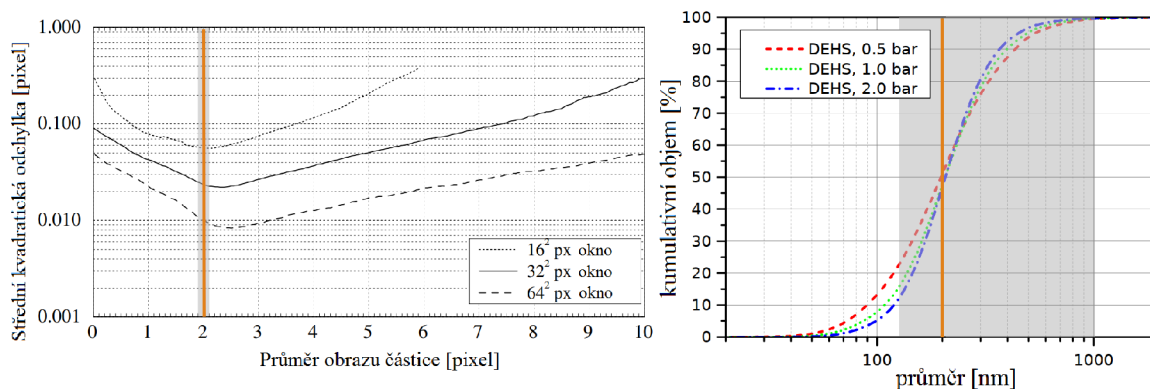
$B[m]$ : velikost obrazu

$b[m]$ : míra rozostření

$d_{po}[px]$ : velikost obrazu částice

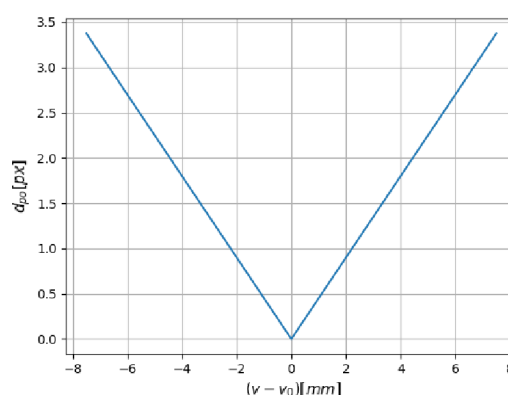
$m[px \ m^{-1}]$ : měřítko snímku

Rozměr částic je oproti apertuře velmi malý (ca  $10^{-6}$  vs  $10^{-3}$  m). Obraz částice tak bude téměř nezávislý na její velikosti, která se projeví pouze v její světlosti. Tuto závislost ukazuje obrázek 3.7, kde na svislé ose je velikost obrazu a na vodorovné míra rozostření. Jako konkrétní vodítko může sloužit obrázek 3.6. V levé části je závislost chyby v určení polohy na velikosti obrazu částice. Relevantní je čárkovaná čára pro vyšetřovací okno o hraně  $N = 64 \text{ px}$ . V pravé části obrázku je distribuční křivka aerosol generátoru.



**Obrázek 3.6:** Zobrazení částic (upraveno) (Raffel et al., 2007, s.167); (LaVision, 2018b, s.10)

Rozsahu generovaných částic dominuje rozměr  $200\text{ nm}$ , ten by tedy měl odpovídat rozměru obrazu  $2\text{ px}$  (svislá oranžová čára). Přibližná závislost velikosti částice a jejího obrazu pro ostatní rozměry je naznačen šedou barvou. Částice o průměru  $100\text{ nm}$  a menší se v obrazu projeví jako šum na pozadí, protože u nich dominuje dopředné rozptýlení. Pokud by i tak snižovaly přesnost měření, je možné je odfiltrovat pomocí high-pass filtru při vyhodnocování snímků.



**Obrázek 3.7:** Velikost obrazu rozostřených částic ( $A_p = 1\text{ mm}$ ,  $v_0 = 50\text{ mm}$ ,  $u = 250\text{ mm}$ ,  $m = 22.5\text{ px/mm}$ )

### 3.2.7 Vyhodnocení záznamu

Ke statistické analýze bude použita cross-korelační metoda, jejímu použití odpovídají zvolené velikosti obrazů částic a časování snímků. Pro zvýšení přesnosti měření bude použita sub-pixelová interpolace, případně i odebrání pozadí (budou-li to podmínky vyžadovat). Konkrétní hodnoty a nastavení získané při realizaci experimentu budou uvedeny v příloze.

Výstupem měření budou dvě vektorové mapy proudění v na sobě kolmých rovinách totožných s laserovými řezy. S jejich pomocí bude provedena rekonstrukce proudění v celém průřezu potrubí, což umožní výpočet průtoku skrze měřicí sekci.

## 4 Experiment

Oproti návrhu byl experiment proveden se třemi zásadními rozdíly:

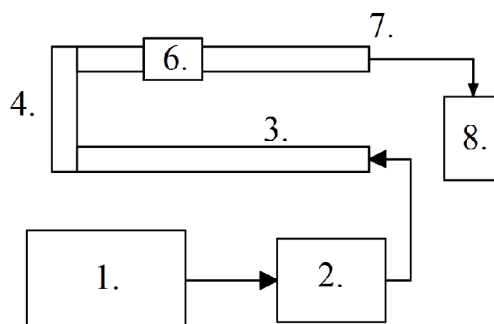
- (a) ultrazvukový průtokoměr nahrazen potrubím z pozinkovaného plechu
- (b) nebyl k dispozici plánovaný ventilátor - odtah realizován ventilátorem vysavače
- (c) měření probíhá pouze v jedné rovině

Jejich příčinou je, že zadavatel práce nestihl vyvinout průtokoměr.

### 4.1 Měřicí trať

Měřicí trať se sestává z následujících na sebe navazujících částí:

1. kompresor
2. generátor částic
3. vstupní úsek potrubí s kolenem
4. "U" segment nahrazující průtokoměr
5. koleno potrubí
6. refulační klapka
7. výstupní úsek
8. vysavač



Obrázek 4.1: Schéma měřicí trati

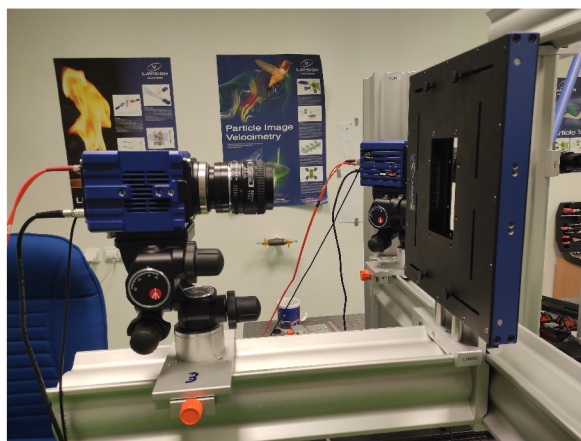
Časově nejnáročnější částí byla příprava samotného měření, kdy bylo potřeba zajistit správné osvětlení měřeného prostoru a zamezit odleskům. To bylo provedeno podlepením zadní části potrubí a několika dalších povrchů černou fólií, viz obrázek 4.2. Dalším zdrojem odlesků se ukázalo být dvojité rozhraní trubky ze strany, do které svítil laser. Toto místo takto ošetřit nejde - zastínění tedy bylo provedeno clonou umístěnou před kameru (viz obrázek 4.3). Podobná clona byla umístěna i před koncovou optiku laseru, aby se zamezilo nechtěnému osvětlení širšího prostoru a vzniku dalších odlesků. Kromě výše zmíněného, dostala měřicí trať ještě jedné drobné úpravy - uspořádání v půdorysu do tvaru písmene U. Důvodem je nedostatečná délka laboratoře pro původně navrhované uspořádání.



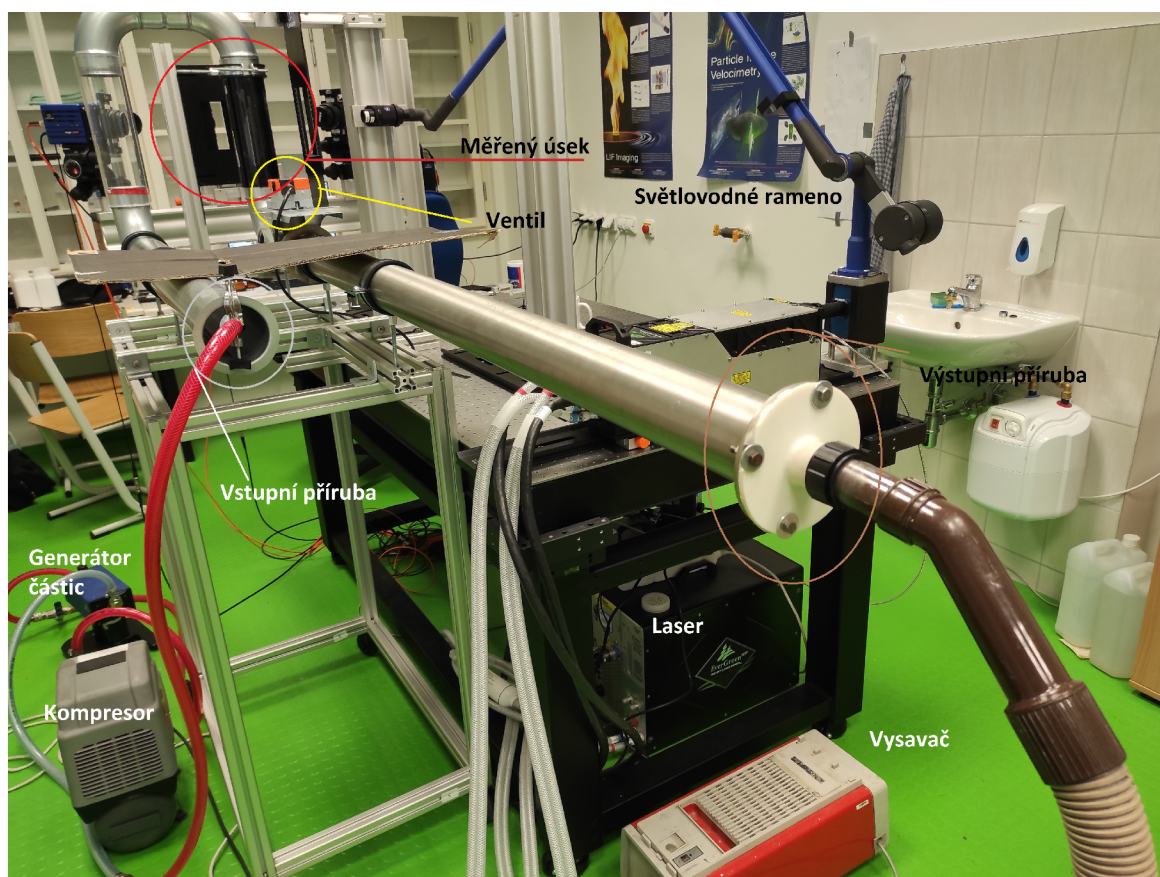
Obrázek 4.2: Detail měřicí sekce



Většina podstatných částí měřicí trati je vidět na obrázku 4.4. Vlevo vedle stolu se nachází generátor částic a kompresor, který do něj dodává vzduch. Více informací o generátoru je k nalezení v kapitole 3.2.5. Proud vzduchu saturovaný částicemi je následně veden červenou hadicí do ústí potrubí. Na druhý konec potrubí je přes 3D vytištěnou přírubu připojena hubice vysavače, který zastává funkci sacího ventilátoru. Samotný vysavač se nachází vedle stolu v těsné blízkosti jednoho z laserů.



Obrázek 4.3: Kamera s clonou



Obrázek 4.4: Měřicí trať

V horní levé části snímku je segment plechového potrubí, který nahrazuje chybějící ultrazvukový průtokoměr. Na oba jeho konce navazují úseky potrubí z plexiskla, přičemž v pravém z nich probíhá měření. Dvě kamery, které se v obrázku 4.4 nachází zešikma k osvětlenému segmentu potrubí nejsou součástí tohoto měření, ale patří k jinému, které probíhalo paralelně. Regulaci rychlosti proudění je možné provést třemi způsoby:

- (a) regulací výkonu vysavače
- (b) otevření bočního přísávání vzduchu na hubici
- (c) nastavením regulační klapky zařazeného za měřenou sekci

Kombinací všech tří metod je možné dosáhnout přijatelně přesné regulace průtoku. Při nižších rychlostech ( $< 1,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) však docházelo ke značnému periodickému kolísání

rychlosti. Protože je pro výpočet průtoku použit průměr z delšího záznamu, neměly by tyto pulsy příliš negativně ovlivnit kvalitu měření.

## 4.2 Parametry proudění

Jelikož měření s původními rychlostmi nebylo proveditelné, bylo stanoveno pět náhradních hodnot. Ty pokrývají celý rozsah možností systému v této konfiguraci, přičemž horní hodnota je omezena výkonem vysavače a spodní přesností regulace systému. Pro výpočet očekávaných průtoků byl použit upravený vztah 26.

**Tabulka 3:** Parametry proudění

<i>index</i>	1	2	3	4	5
$v[m\ s^{-1}]$	0.9	1.65	2.31	2.64	3.3
$\tau[\mu\ s]$	1382.8	754.3	538.8	471.4	377.1
$Q[l\ s^{-1}]$	2.3	4.1	5.8	6.6	8.3

Nastavená prodleva mezi snímky je nižší, než hodnoty v tabulce - částice se tedy mezi snímky posunou o méně než jednu čtvrtinu vyšetřovací oblasti. To by v kombinaci s cross-korelační metodou nemělo nijak ovlivnit přesnost měření. Pokud by však byla použita autokorelace, je tento postup nevhodný. Mohlo by pak být obtížné odlišit autokorelační peak od korelačního. Po provedení a kontrole všech nastavení probíhala měření v rychlém sledu z důvodu úspory času, jednotné nastavení je v tomto ohledu velkou výhodou.

## 4.3 Časování

Důsledkem neadekvátního tlakového spádu jsou výrazně nižší rychlosti proudění, kdy maximální rychlost proudění na vstupu do systému byla naměřena ca  $3,3\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Toto orientační měření bylo provedeno tak blízko ose vstupního potrubí, jak umožňovala příruba, anemometrickou sondou. K nastavení časování byla použita metoda z kapitoly 3.2.3.

$$N = 64, m = 12.8561 \quad (34)$$

$$\tau = \frac{\frac{N/4}{m}}{v} \quad (35)$$

- $N[px]$ : rozměr  
vyhodnocovací oblasti  
 $m[m\ px^{-1}]$ : měřítko snímku  
 $\tau[s]$ : časování

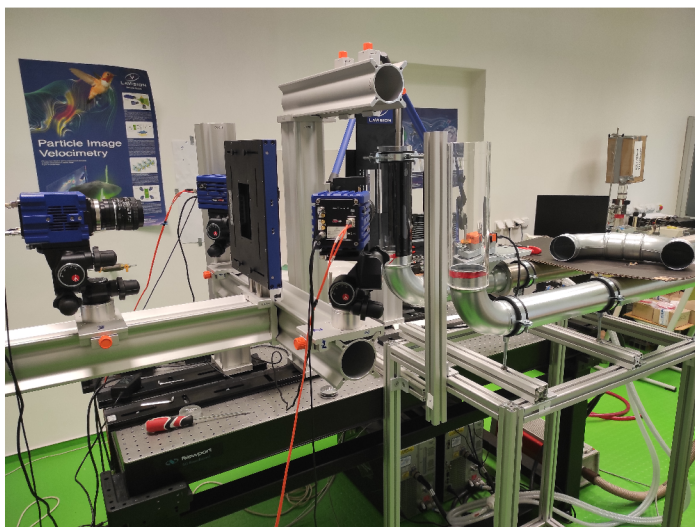
Přehled vypočtených hodnot je uveden v tabulce 3. Hodnota časování byla nakonec ponechána konstantní, a to  $\tau = 330\ \mu\ s$ . Měření probíhala v rychlé sekvenci z důvodu úspory času, čemuž napomáhá jednotné nastavení.



**Obrázek 4.5:** Světlovedné rameno s clonou nakonec ponechána konstantní, a to  $\tau = 330\ \mu\ s$ . Měření probíhala v rychlé sekvenci z důvodu úspory času, čemuž napomáhá jednotné nastavení.

## 4.4 Kamera

Umístění kamery odpovídá poloze popsané v kapitole 3.2.4, hlavní pozorovací osa protíná měřený úsek přibližně v polovině délky. Expoziční čas snímku byl nastaven na  $15 \mu s$ . Objektiv kamery se od osy potrubí nachází cirka 500 mm, což odpovídá její ohniskové vzdálenosti. Jak již bylo zmíněno výše, při realizaci bylo oproti návrhu upuštěno od měření ve druhé rovině, proto je použita pouze jedna kamera (zbylé dvě jsou součástí jiného měření). K uchycení kamery byly použity montážní profily a stativ, které zajišťují její fixní polohu.



Obrázek 4.6: Poloha kamery vůči potrubí

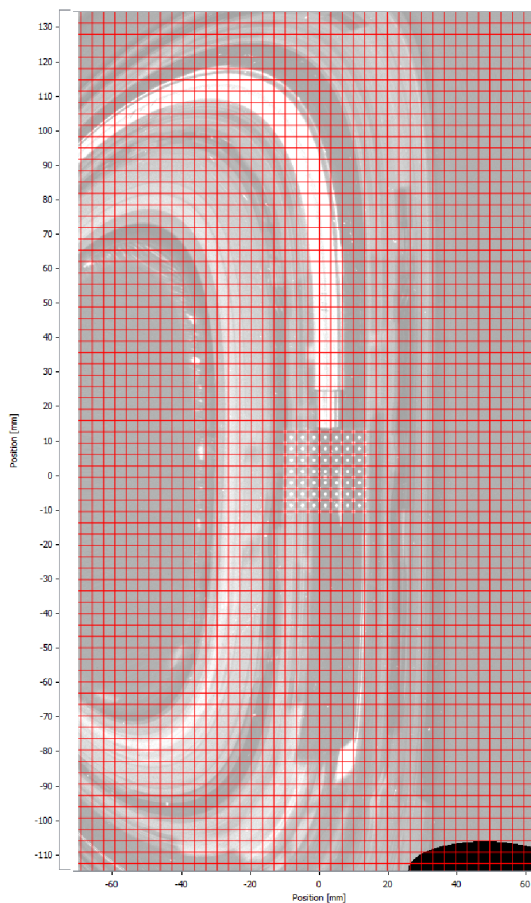
Pro měření je kamera osazena barevným filtrem, který propustí pouze světlo o stejné vlnové délce, jako generuje laser. I tak je třeba při nastavování výkonu laseru dbát na to, aby nedošlo k jeho saturaci (dosažení maximálního náboje pro daný pixel). To by po delší době vedlo k poškození kamery. Pro dosažení dobré přesnosti měření je důležitá velikost obrazu částice, jak bylo popsáno v kapitole 3.2.6. V tomto ohledu nebylo třeba nijak zasahovat, drobná neostrost v důsledku nemožnosti dostatečně jemně manipulovat s optikou (manuální ostření) byla vyhovující.

## 4.5 Laser

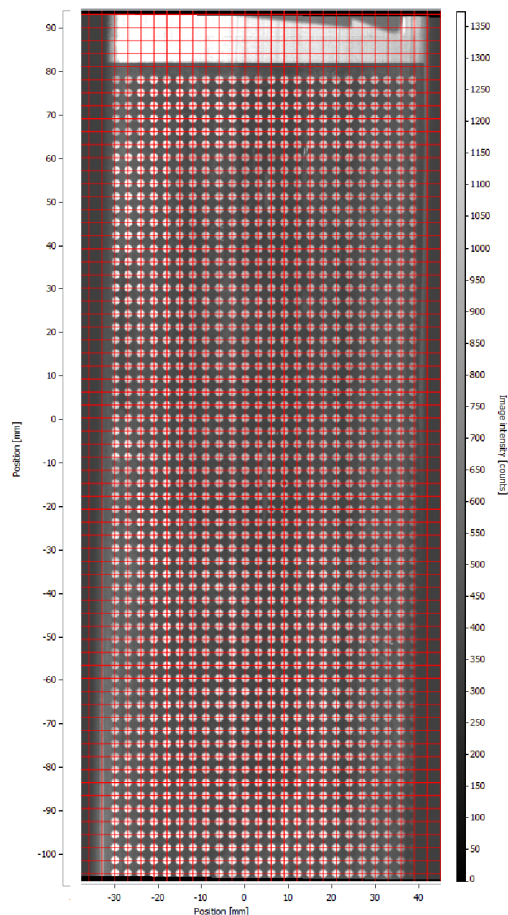
Jako zdroj osvětlení částic byly v souladu s návrhem experimentu použity dva generátory laserových pulsů. Vyzařovaná vlnová délka je  $532 \text{ nm}$  s maximální energií pulsu  $400 \text{ mJ}$  ((LaVision, 2018a)). Výkon pro oba pulsy byl nastaven na stejnou hodnotu a to 14% maximálního výkonu. Frekvence laserových pulsů byla  $15 \text{ Hz}$ . Ty byly optickým ústrojím přivedeny k boku měřené sekce a válcovou čočkou rozloženy do osvětlovací roviny. Aby bylo zajištěno ozáření jen požadované oblasti a zamezilo se nežádoucím odleskům, byla za koncovou optiku světlovodného ramene zařazena clona. Tu tvoří čtyři plechy magneticky přidržené na rámu, jejichž manipulací je možné omezit úhel vyzařování (viz obrázek 4.5).

## 4.6 Kalibrace

Původním záměrem bylo použití malého čtvercového kalibračního terče, který je snadné vložit do potrubí. Při realizaci experimentu se u něj však projevil zásadní nedostatek. Protože nepokrýval celou šířku potrubí, nebylo možné vypočítat kalibraci obrazu pomocí polynomiální metody. Důsledkem byl špatný výsledek kalibrace (viz obrázek 4.7a). Deformace obrazu je způsobena použitím lineární aproximace zakřivení obrazu - použití polynomiální způsobil pád softwaru. Lineární aproximací přes průměr potrubí vzniká fikce zakřivení obrazu ve dvou osách. Při pokusu o narovnání snímku pak dochází k disproporčnímu roztažení nejdlejších částí. Tento problém byl nakonec vyřešen použitím vytisknutého terčičku nalepeného na rovnou desku. Jeho geometrie sice nedosahuje stejné přesnosti, jako u obráběného, ale větší rozměry umožňují přesnější



(a) Špatně provedená kalibrace



(b) Správně provedená kalibrace

**Obrázek 4.7:** Kalibrační snímky

aproximaci zakřivení. Úspěšně zkalibrovaný snímek je na obrázku 4.7b. Z tohoto snímku je patrné i to, že potrubí nejde zcela svisle. Odchylka je však velmi malá ( $< 2^\circ$ ) a její dopady na výpočet budou zcela zanedbatelné. Pokud by byl náklon vyšší, bylo by třeba formou postprocessingu otočit bázové vektory mapy tak, aby osa x odpovídala radiálnímu směru a osa y směru svislému. To je možné provést aplikováním transformační matice pro prosté otočení na celou vektorovou mapu.

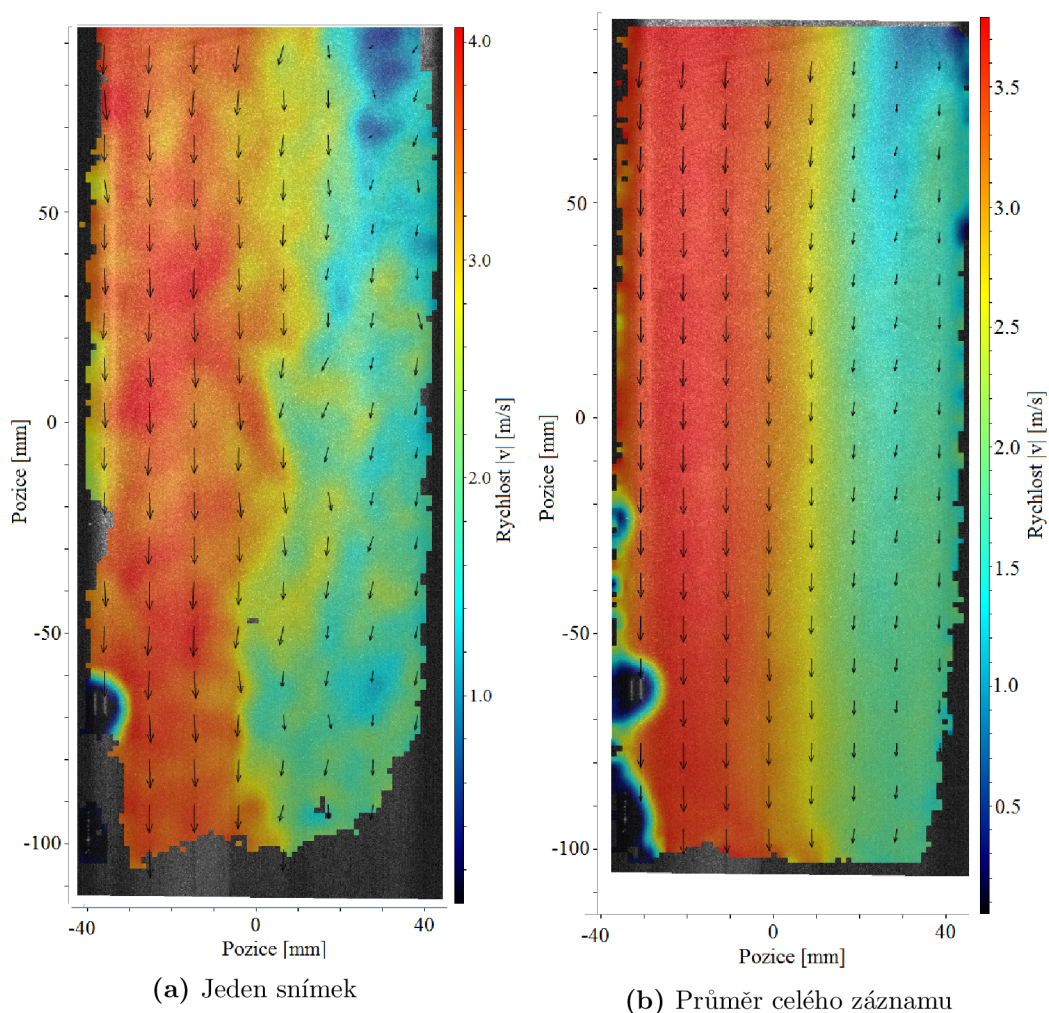
## 5 Vyhodnocení

Data získaná měřením je třeba vyhodnotit. V první řadě je nutné surová data utřídit do podoby, se kterou lze snadno a přehledně pracovat. Následně je možné přistoupit k rekonstrukci rychlostního profilu proudění, který poslouží jako podklad pro určení objemového průtoku.

### 5.1 Příprava dat

#### 5.1.1 Zpracování v systému DaVis 10.0

K prvotnímu vyhodnocení snímků byla použita cross-korelační metoda, která porovnává posun částic ve dvou po sobě následujících snímcích (viz kapitola 2.3.2). Validace získaných vektorů proběhla pomocí vestavěné funkce - universal outlier detection ( (LaVision, 2018c, s. 61)) ve výchozím nastavení. Princip metody spočívá v určení průměrného vektoru pro oblast 5x5 a odstranění/nahrazení těch, které se odlišují více než je nastavený limit. Výstupem je pak vektorová mapa (souřadnice a jejich relevantní posun v mm), která může vypadat jako na obrázku 5.1a



Obrázek 5.1: Vektorové mapy proudění

Na první pohled jsou patrné fluktuace a velké množství chybějících vektorů. Cílem měření však není zkoumat proudění dopodrobna, ale určit průtok. Pro tyto účely je výhodné vzít průměr za delší časový úsek, který vyhladí fluktuace a umožní dopočtení

vektorů z kvalitnějších snímků. Ten je na obrázku 5.1b. Většina chybějící vektorů byla doplněna, zmizely fluktuace a proudění probíhá z velké části pouze ve svislém směru.

### 5.1.2 Vlastní zpracování

Výstupem ze software DaVis je vektorová mapa proudění (pro průměr ze všech záznamů) v rovině laseru reprezentovaná CSV souborem (Coma Separated Values). Obsahuje pouze validní vektory seřazené po řádcích. V této formě jsou data pro výpočet nepoužitelná, je potřeba je setřídít. Pro tyto účely je definována obdélníková matice, která rozsahem pokrývá celou plochu naměřených dat. Pro vyhodnocení dat byl použit skript napsaný v jazyce Python 3.8 - ten umožňuje definování vlastních datových formátů. Každému řádku v CSV souboru bude přiřazen objekt uchovávající počátek a velikost daného vektoru. Ty jsou uspořádány do obdélníkové matice s ohledem na souřadnice jejich počátků. S takto uspořádanými daty je možné intuitivně pracovat - jedná se o přímou reprezentaci vektorové mapy (jako například na obrázku 5.2).

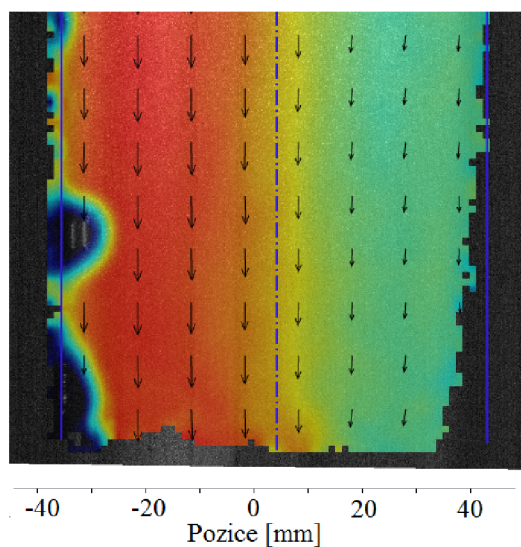
Během tohoto procesu je nutné se vypořádat i s chybějícími daty. Některé metody pro jejich doplnění byly zmíněny v kapitole 2.4.2, pro jednoduchost jsou však považovány za nulové. Z obrázku 5.1b je patrné, že většinu chybějících dat již doplnil vyhodnocovací software, navíc v oblasti použité pro další výpočty (v polovině výšky) téměř žádná data nechybí.

## 5.2 Rekonstrukce rychlostního pole

Aby bylo možné učit celkový objem plynu protékající měřicí sekci, je třeba znát rychlostní profil v celém jejím průřezu. Okrajovými podmínkami pro jeho rekonstrukci je nulová rychlost proudění na stěně potrubí a naměřená data v rovině laseru. Pro rychlosti v rovině kolmé k rovině laseru bude předpokládán parabolický průběh. Tento předpoklad nejspíše není zcela správný, ale kvůli absenci dat v tomto směru ho nelze nijak ověřit. Jedná se však o standardní model vývinu rychlostního profilu, kvůli čemuž byl zvolen. V datech se vyskytují složky rychlosti v osách  $x$  (vodorovně) a  $y$  (svisle). Na průtoku se podílí pouze složka ve svislém směru, pro další výpočty tedy bude vodorovný směr zanedbán.

### 5.2.1 Poloha osy potrubí

Naměřená data pokrývají z větší části šířku i výšku měřicí sekce (circa 78 x 192 mm). Výpočet průtoku (kapitola 5.3) bude proveden v polovině délky měřicí sekce, kde lze očekávat nejmenší ovlivnění proudění koleny potrubí. Prvním krokem je určení polohy osy potrubí. Souřadnice  $x$  se nachází v rozmezí -37 až 45mm, průměr těchto hodnot je 4mm. Pokud umístíme osu potrubí do souřadnice  $x=4$ mm, budou se její okraje nacházet v souřadnicích -36 a 44 mm. Detail vektorové mapy s doplněnou osou a rozsahem vnitřního průměru potrubí je vidět na obrázku 5.2. Posunutí osy mimo  $x=0$  je způsobeno nedokonalou polohou kamery vůči potrubí a je nutné ho brát v potaz při výpočtu. Také je nutné k naměřeným datům doplnit okrajovou vrstvu, respektive

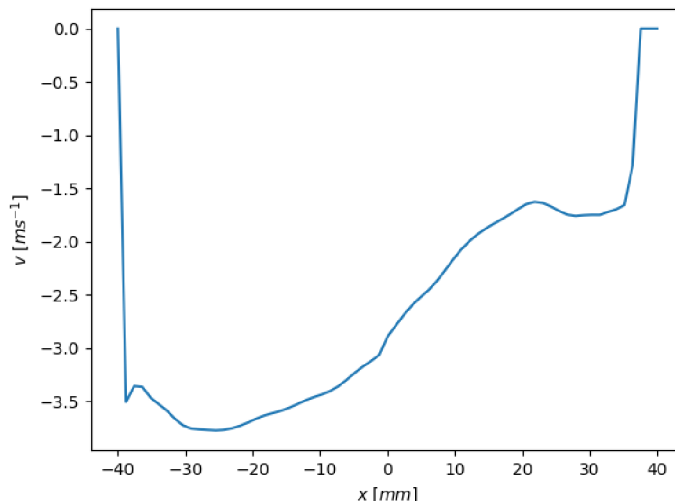


Obrázek 5.2: Poloha osy potrubí

nulovou rychlost na stěně potrubí. V tomto kroku je rovněž nutné ověřit, že se dané vektory nachází uvnitř předpokládaného intervalu daného polohou a průměrem potrubí. Příklad takto upravených vstupních dat je vidět na obrázku 5.3.

### 5.2.2 Doplnění dat

Dalším krokem bude doplnění dat pro zbytek průřezu potrubí, k čemuž, jak bylo uvedeno výše, bude použit model parabolického průběhu rychlostí. K určení rovnice paraboly jsou zapotřebí tři informace, například dva body a tečna. Body jsou dány rychlostí v rovině měření, kde je souřadnice  $z=0$  a nulovou rychlostí na stěně potrubí, kde je souřadnice  $z$  dána geometrií potrubí. Tečna je pak určena předpokladem, že první derivace paraboly v bodě  $z=0$  je nulová (viz obrázek 5.4). Rovnice paraboly pak bude vypadat následovně.



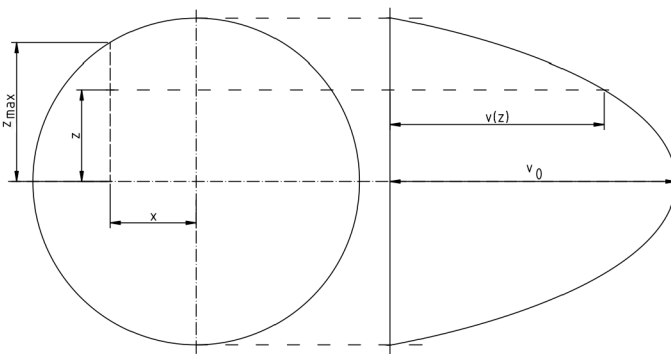
**Obrázek 5.3:** Rychlostní profil v rovině x-y doplněný o okrajovou vrstvu

$$v(z) = v_0 \left[ 1 - \left( \frac{z}{z_{\max}} \right)^2 \right] \quad (36)$$

- $z[m]$ : souřadnice kolmá na rovinu laseru
- $z_{\max}[m]$ : vzdálenost ve směru osy  $z$  od roviny měření ke stěně potrubí
- $v_0[m\ s^{-1}]$ : změřená rychlost

S její pomocí lze dopočítat rychlost proudění v libovolném bodě průřezu potrubí. Pokud toto nahrazení provedeme pro všechny naměřené rychlosti, získáme celkový rychlostní profil. Na obrázku 5.5 je vidět řez tímto profilem podél roviny  $y$ - $z$ .

Při výpočtu je použito čtvercové iterační schéma, kdy jsou rychlosti mimo vnitřní průměr potrubí implicitně uvažovány za nulové. Důvodem je jednodušší implementace algoritmu, jinak by bylo třeba iterovat po rádcích a pro každý určit počet sloupců. Inflexe v okrajích grafu 5.5 je artefaktem tohoto postupu - iterační pole je mírně větší než potrubí, aby při výpočtu nedocházelo k podhodnocení výsledků.



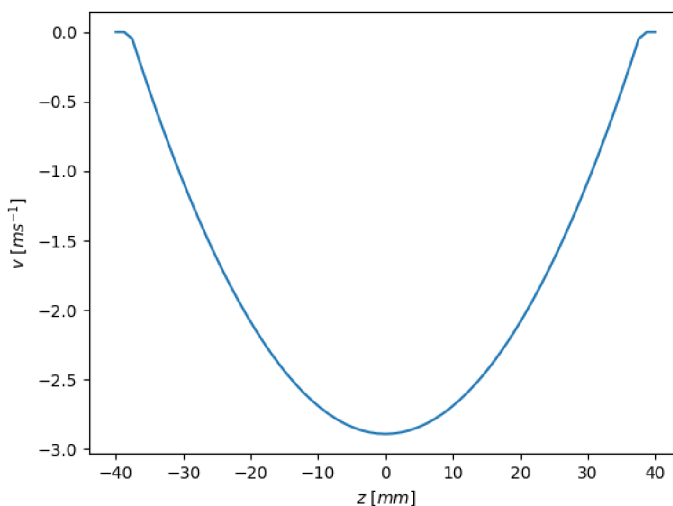
**Obrázek 5.4:** Odvození rovnice paraboly

### 5.3 Objemový průtok

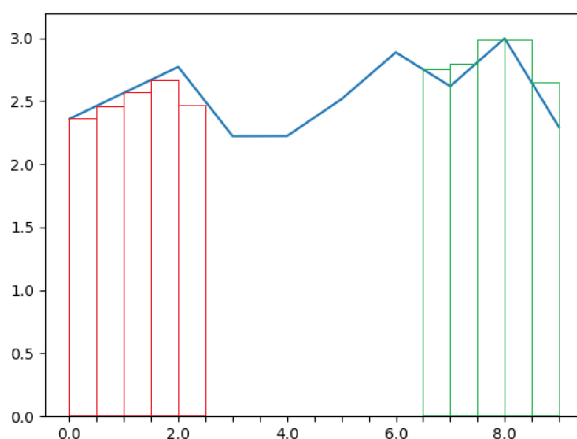
Pro určení průtoku potrubím je nutné určit objem tělesa znázorňujícího rychlostní profil. K tomuto účelu použijeme numerickou integraci, konkrétně aproximaci objemu pomocí kvádrů. Jedná se metodu obdélníkové integrace rozšířenou pro aplikaci ve 3D. Její princip je naznačen na obrázku 5.6, a to ve dvou variantách, které budou pro výpočet použity společně.

Metoda dolního odhadu (v levé části grafu) nahrazuje počítanou plochu na daném intervalu obdélníkem, jehož výška odpovídá nejmenší hodnotě funkce na témže intervalu. Vpravo je pak zobrazena metoda horního odhadu, kde je určující nejvyšší hodnota. Při použití obou metod zároveň jsou určeny mezní hodnoty plochy pod funkcí a skutečná velikost plochy se musí nacházet mezi nimi. Obecně se dá tvrdit, že aproximace je tím lepší, čím méně se tyto mezní hodnoty liší. Pro účely této práce však bude tento fakt použit jako metoda odhadu přesnosti naměřeného průtoku. K výpočtu bude použito stejné iterační schéma jako v předcházející kapitole. Každému bodu je nutné přiřadit minimum a maximum funkční hodnoty (rychlosti proudění) na malém čtvercovém intervalu o délce hrany circa  $1,28\text{ mm}$ . Tento rozměr je pevně dán hustotou vstupních dat a nelze jej měnit (v rámci použitého výpočtového skriptu).

Střed intervalu se nachází v daném iteračním bodu a jeho okraje nedosahují okolních bodů - musí být provedena interpolace k doplnění dat. Pro jednoduchost bude použita lineární interpolace tak, jak je naznačeno na obrázku 5.7. Výpočet probíhá v modrém bodu, oranžové kružnice znázorňují okolní datové body. Nejjednodušším způsobem dopočtení hodnot na okraji intervalu (čtverce) je určení rozdílu mezi funkční hodnotou iterovaného bodu a bodů okolních. Při vydělení tohoto rozdílu dvěma získáme požadovanou hodnotu. V levé části obrázku je vidět několik čtverců přeškrtnutých - jedná se o invalidní body, jelikož se nachází mimo iterační interval. Z validních bodů pak stačí vybrat minimální a maximální hodnotu, k oběma je třeba opět přičíst velikost rychlosti pro daný iterační bod.



Obrázek 5.5: Rychlostní profil v rovině y-z



Obrázek 5.6: Ilustrace integrační metody



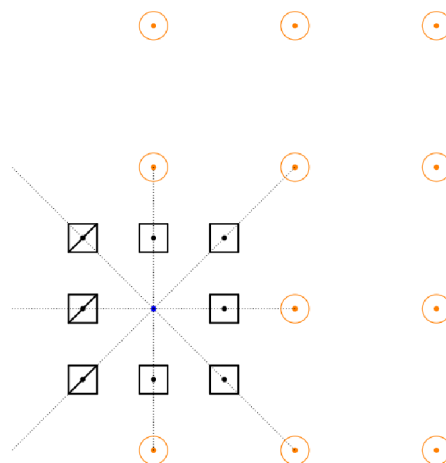
Provedením stejného výpočtu pro všechny iterační body rychlostního pole získáme dvě nové aproximace. Rovnice 38 popisuje způsob, jakým je z nich možné určit průtok - vynásobením dílčích rychlostí plochou intervalu.

$$Q_{U;L} = \sum_{i=1}^N (v_{i(U;L)} S_x^2) \quad (37)$$

$$Q_{U;L} = S_x^2 \sum_{i=1}^N v_{i(U;L)} \quad (38)$$

- $Q[l s^{-1}]$ : objemový průtok
- $v_i[m s^{-1}]$ : rychlost proudění
- $S_x^2[mm^2]$ : plocha podstavy ( $1,64 mm^2$ )
- $U; L$ : index značící horní respektive dolní odhad

Výsledky měření jsou shrnuty v tabulce 4. Přehled grafů pro všechna měření je v příloze.



**Obrázek 5.7:** Rychlostní profil

$$Q = \frac{Q_U + Q_L}{2} \quad (39)$$

$$\delta Q = \frac{Q_U - Q_L}{2} \quad (40)$$

- $Q[l s^{-1}]$ : objemový průtok
- $Q_U; Q_L[l s^{-1}]$ : horní, dolní odhad průtoku
- $S_x^2[mm^2]$ : plocha podstavy ( $1,64 mm^2$ )
- $\delta Q$ : odhad nejistoty vypočtené veličiny

## 5.4 Výsledky měření

Nebyl k dispozici ultrazvukový plynoměr, přičemž měření rychlostních polí uvnitř tohoto zařízení mělo být cílem měření. Z tohoto důvodu byl použit náhradní model s cílem určit vhodná nastavení vyhodnocovacího systému, najít případná úskalí a jejich řešení. Jeho průběh je do větších podrobností rozveden v kapitole 4, nastavení jsou pro přehlednost shrnuta níže:

- Laser
  - puls A 14% ( $56mJ$ )
  - puls B 14% ( $56mJ$ )
  - frekvence pulsů  $15Hz$
- Kamera
  - frekvence snímků  $15Hz$
  - expoziční čas  $15\mu s$
  - prodleva mezi snímky  $330\mu s$
  - délka záznamu  $6.67s$  (50 párů snímků)

Kvůli absenci dostatečně výkonného ventilátoru byly stanoveny náhradní orientační rychlosti proudění. Záznamy byly vyhodnoceny pomocí cross-korelace. Validace vektorů proběhla metodou založenou na průměru sousedních vektorů. Chybné vektory jsou nahrazeny pomocí okolních dat. Pokud ta nejsou dostupná, je daný bod ponechán

bez vektoru. Zprůměrováním do jednoho snímku je zajištěno odstranění fluktuací. K doplnění dat mimo rovinu měření je uvažován parabolický pokles rychlosti ve směru kolmém na tuto rovinu. Určení průtoku bylo provedeno metodou horního a dolního odhadu (více viz kapitola 5). V horní části tabulky 4 je uveden přehled rychlostí proudění na vstupu do měřící trati a z nich provedený odhad očekávaného průtoku  $Q_s$ . Spodní část obsahuje souhrn hodnot objemových průtoků a odhadnutých odchylek pro celou sérii měření.

**Tabulka 4:** Výsledky měření

<i>index</i>	1	2	3	4	5
$v[m\ s^{-1}]$	0.9	1.65	2.31	2.64	3.3
$Q_s[l\ s^{-1}]$	2.3	4.1	5.8	6.6	8.3
$Q[l\ s^{-1}]$	2.15	4.07	5.84	7.27	9.42
$\pm \delta Q[l\ s^{-1}]$	0.12	0.23	0.33	0.41	0.53
$\pm \delta Q[\%]$	5.58	5.65	5.65	5.64	5.63

## 6 Závěr

### 6.1 Hodnocení

Průtoky při nižších rychlostech proudění poměrně dobře odpovídají předpokládaným hodnotám, při vyšších se však začínají rozcházet. Orientační měření proběhlo v místě, kde profil rychlosti nebyl plně vyvinutý - což byl předpoklad orientačního určení průtoku. Přes tento nedostatek se však ukázalo jako dostatečně přesné k odhadu maximální rychlosti proudění pro nastavení časování. Z posledního řádku tabulky 4 je patrné, že přesnost měření nezávisí na rychlosti proudění. Bude tedy funkcí použité integrační metody a velikosti kroku pro numerickou integraci. Do hodnoty odchylky není započítána nejistota v určení rychlosti proudění, ale vzhledem k malým rychlostem proudění a dobrým podmínkám při měření lze očekávat, že je její vliv podružný. Obecně není dosažená přesnost výpočtu nijak vysoká. Některé možnosti pro její zlepšení jsou popsány níže.

#### 6.1.1 Návrhy

Poznatky získané z tohoto experimentu budou tvořit základ opakovaného měření již s ultrazvukovým průtokoměrem a náležitými rychlostmi proudění. I při nízkých rychlostech proudění dochází ke značné deformaci rychlostního profilu mimo osu. Z tohoto důvodu bude nutné provést měření i ve druhé rovině, jak bylo popsáno v kapitole 3.2.4. Takový postup umožní validaci použitého modelu rychlostního profilu, případně návrh vhodnějšího. Úpravou výpočtového skriptu tak, aby jeho krok nebyl vázán na data, by mělo být možné dosáhnout menší nejistoty vypočtené veličiny. Ta se v současném výpočtu pohybuje okolo 5%, s cílem ji zmenšit pod 1%.

## Reference

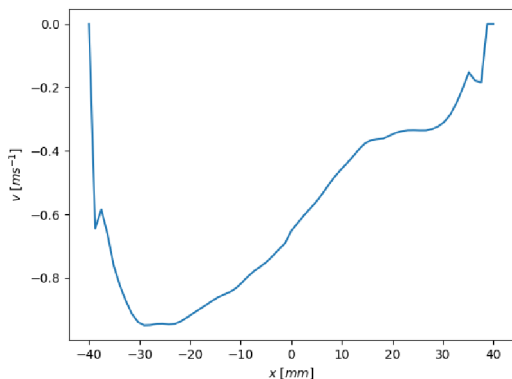
- Doebelin, E. O. (1990). *Measurement systems: application and design*. McGraw-Hill Publishing Company.
- Favaro, P., & Soatto, S. (2007). *3-d shape estimation and image restoration: Exploiting defocus and motion-blur*. Springer Science & Business Media.
- LaVision. (2018a). *1003032 double pulse ndyag* [Product manual].
- LaVision. (2018b). *1003048 aerosol generator* [Product manual].
- LaVision. (2018c). *100305 flowmaster d10.0* [Product manual].
- LaVision. (2018d). *1006816 imagers cmos d10.0* [Product manual].
- Melling, A. (1997). Tracer particles and seeding for particle image velocimetry. *Measurement Science and Technology*, 8, 1406-1416.
- Novosád, J. (2020). *Fw02020048 - průběžná zpráva 2020* (No. FW02020048-PZ-2020). (Vývoj kompaktního ultrazvukového plynoměru s nulovými rovnými úseky potrubí před/za plynoměrem.)
- Perry, A., Morrison, G., et al. (1971). A study of the constant-temperature hot-wire anemometer.
- Raffel, M., Willert, C. E., Scarano, F., Kähler, C. J., Wereley, S. T., & Kompenhans, J. (2007). *Particle image velocimetry: a practical guide*. Springer.
- Webster, J. G., & Eren, H. (2014). *Measurement, instrumentation, and sensors handbook: Two-volume set*. CRC press.
- Zhang, Z. (2010). *Lda application methods: laser doppler anemometry for fluid dynamics*. Springer Science & Business Media.

## Seznam příloh

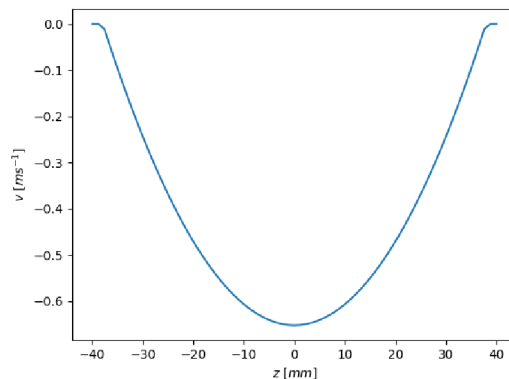
Výsledky měření 1 . . . . .	54
Výsledky měření 2 . . . . .	55
Výsledky měření 3 . . . . .	56
Výsledky měření 4 . . . . .	57
Výsledky měření 5 . . . . .	58

## Výsledky měření 1

Výsledek měření při orientační rychlosti proudění  $v = 0.9 \text{ m s}^{-1}$ .



Rychlostní profil v rovině x-y

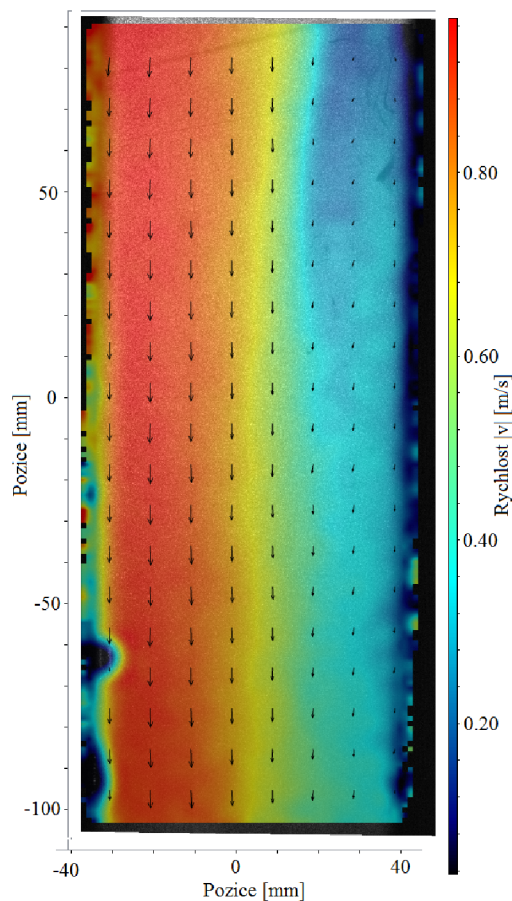
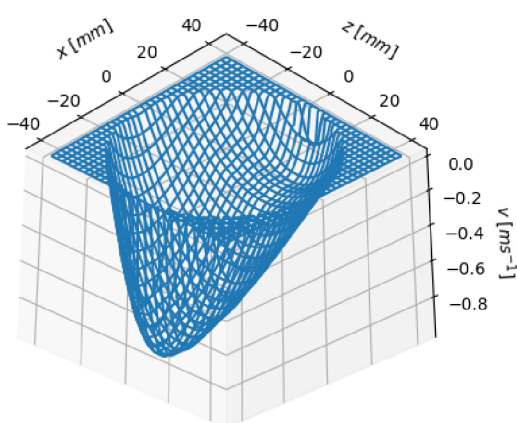


Rychlostní profil v rovině y-z

I při takto nízké rychlosti je patrná deformace rychlostního profilu k vnější (levé) stěně potrubí. Zvýšení rychlosti proudění v blízkosti stěny potrubí je patrně způsobeno menší přesností měření - očekávaný je plynulý pokles. Za povšimnutí stojí vyrovnaní profilu v souřadnicích  $x = < 20; 30 > \text{ mm}$ . Tento jev je nejspíše způsoben úplavem na vnitřní (pravé) straně potrubí za kolenem.

Vypočtená hodnota průtoku a její nejistota:

$$Q_1 = 2.15 \pm 0.12 \text{ l s}^{-1}$$



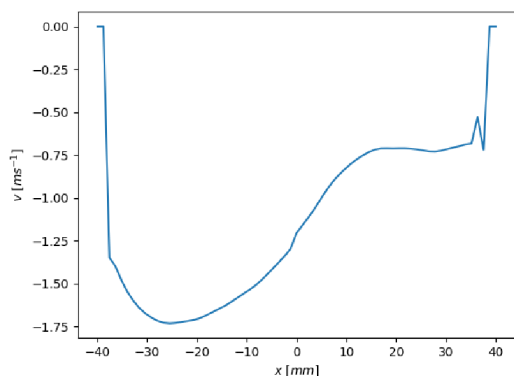
Vektorová mapa proudění (průměr ze záznamu)

Rychlostní profil

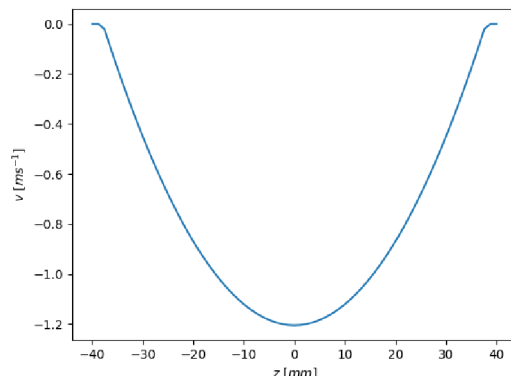
Zda tato hodnota skutečně odpovídá průměrnému průtoku za delší období je diskutabilní. Při měření docházelo ke kolísání rychlosti proudění v soustavě s periodou přibližně 5 sekund. Pro výpočet byl použit průměr záznamu dlouhého 6.67s.

## Výsledky měření 2

Výsledky měření při orientační rychlosti proudění  $v = 1.7 \text{ m s}^{-1}$ .



(a) Rychlostní profil v rovině x-y

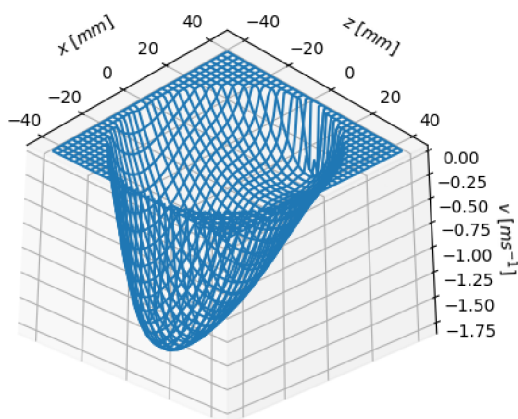


(b) Rychlostní profil v rovině y-z

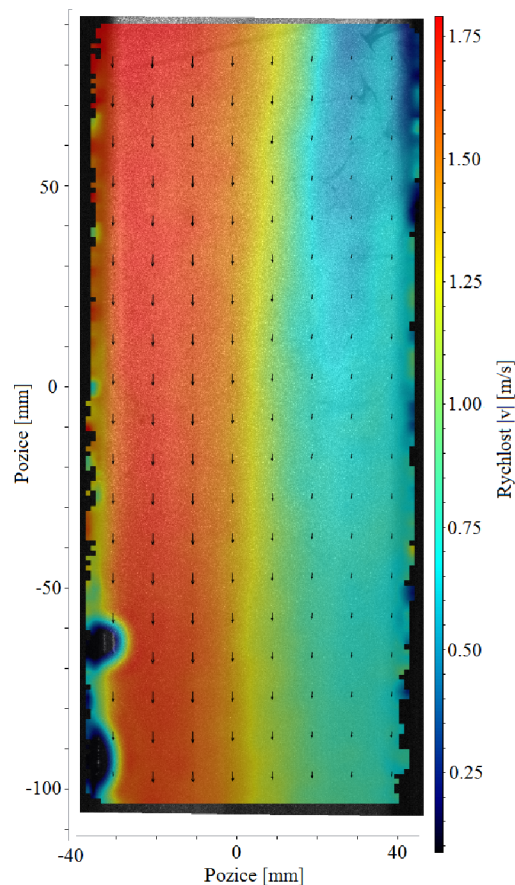
Rychlostní profil je deformován k vnější (levé) straně potrubí vlivem předřazeného kolena potrubí. V intervalu  $x = < 15; 35 > \text{ mm}$  je rychlost proudění téměř konstantní. Důvodem může být úplav na vnitřní (pravé) straně potrubí.

Vypočtená hodnota průtoku a její nejistota:

$$Q_2 = 4.07 \pm 0.23 \text{ l s}^{-1}$$



Rychlostní profil

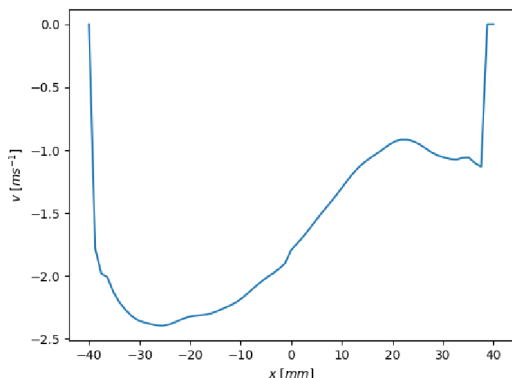


Vektorová mapa proudění (průměr ze záznamu)

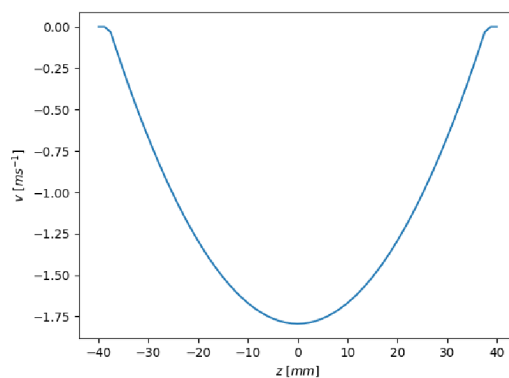
Měření bylo méně zatíženo kolísáním rychlosti proudění. Tento jev odezníval spolu s rostoucím průtokem. Případně mohl souviset s tvorbou vířů na škrťící klapce.

## Výsledky měření 3

Výsledky měření při orientační rychlosti proudění  $v = 2.3 \text{ m s}^{-1}$ .



(a) Rychlostní profil v rovině x-y

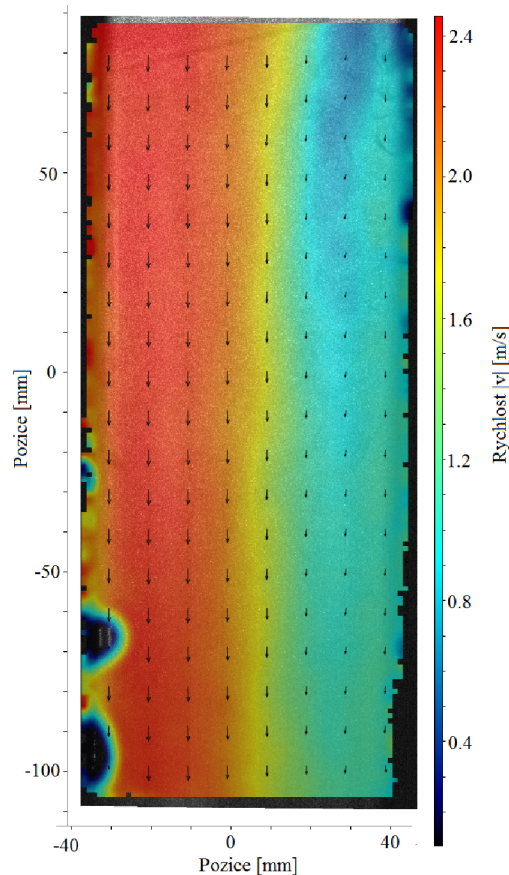
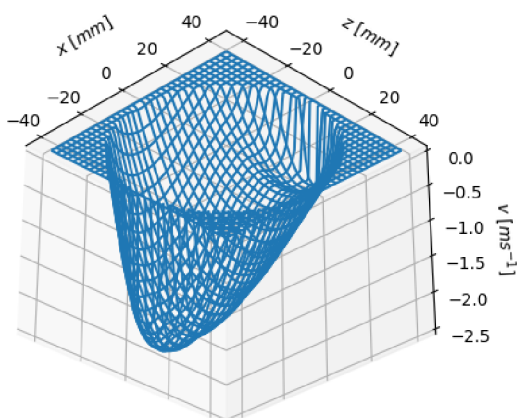


(b) Rychlostní profil v rovině y-z

Rychlostní profil v rovině x-y je deformován k vnější (levé) straně za ohybem v potrubí. U vnitřní (pravé) stěny potrubí dochází k nárůstu rychlosti proudění, což je v rozporu s očekávanými. Rychlost proudění by se měla směrem ke stěnám potrubí snižovat. Protože vektorová mapa znázorňuje průměr delšího měření, nejedná se o náhodnou fluktuaci. Může se jednat o systematickou chybu/odchylku měření, případně je tento fenomén způsoben úplavem za ohybem v potrubí.

Vypočtená hodnota průtoku a její nejistota:

$$Q_3 = 5.84 \pm 0.33 \text{ l s}^{-1}$$



Vektorová mapa proudění (průměr ze záznamu)

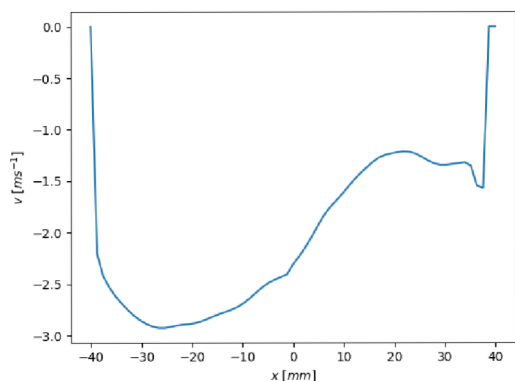
### Rychlostní profil

Při měření byla rychlost orientačně měřena anemometrem na vstupu do potrubí stabilní. Vypočtené hodnoty by měly dobře reflektovat průtok potrubím za delší časové období.

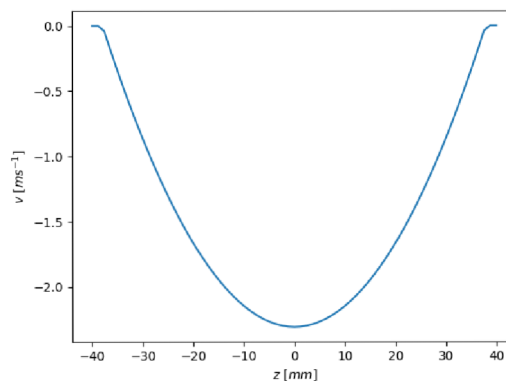


## Výsledky měření 4

Výsledky měření při orientační rychlosti proudění  $v = 2.6 \text{ m s}^{-1}$ .



(a) Rychlostní profil v rovině x-y

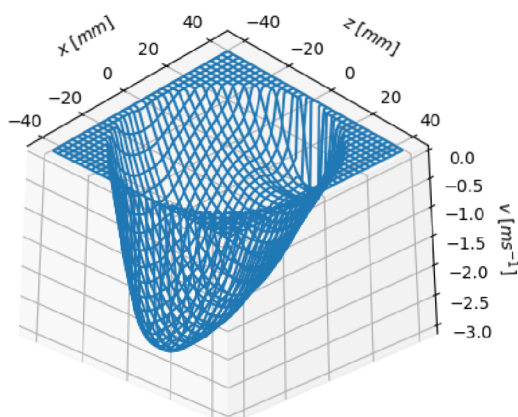


(b) Rychlostní profil v rovině y-z

Rychlostní profil je značně nevyvinutý, Velké rozdíly rychlostí proudění jsou patrné v okolí osy potrubí a na jeho stěnách. Na intervalech  $x = < -30; -10 > \text{ mm}$  a  $x = < 15; 35 > \text{ mm}$  se rychlost příliš nemění ( $\pm 0.2 \text{ m s}^{-1}$ ).

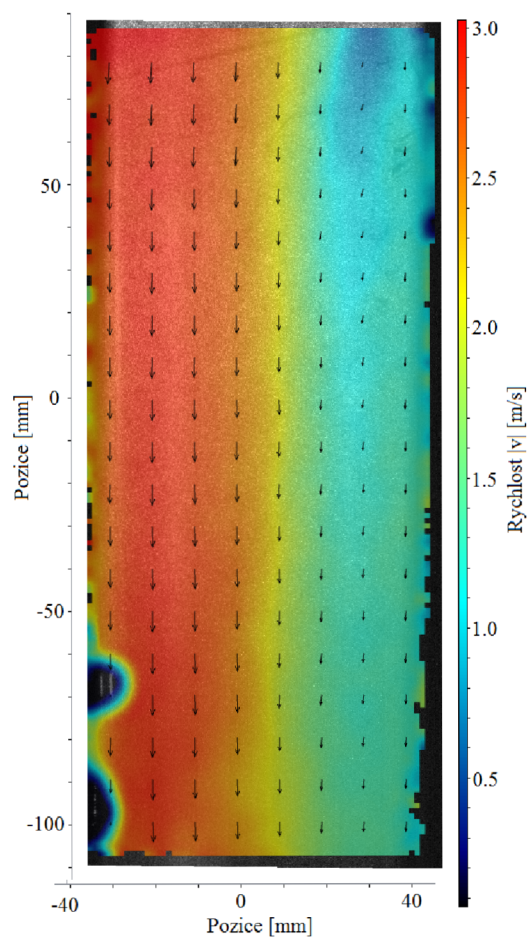
Vypočtená hodnota průtoku a její nejistota:

$$Q_4 = 7.27 \pm 0.41 \text{ l s}^{-1}$$



Rychlostní profil

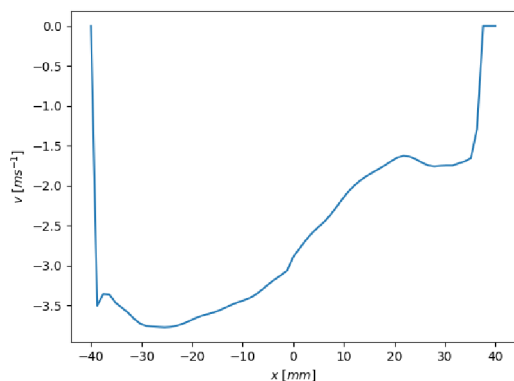
Těsně u okrajové vrstvy na pravé straně osy  $x$  (za vnitřním poloměrem kolene) dochází ke skokovému nárůstu rychlosti. Důvodem může být systematická chyba při měření.



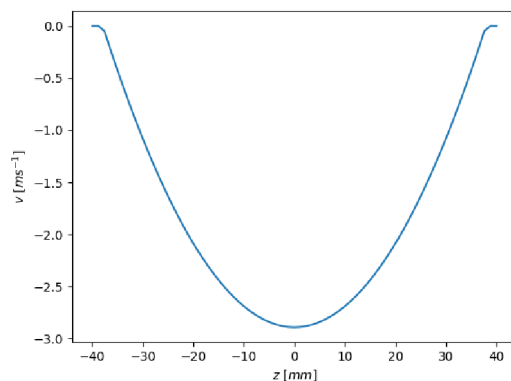
Vektorová mapa proudění (průměr ze záznamu)

## Výsledky měření 5

Výsledky měření při orientační rychlosti proudění  $v = 3.3 \text{ m s}^{-1}$ .



(a) Rychlostní profil v rovině x-y

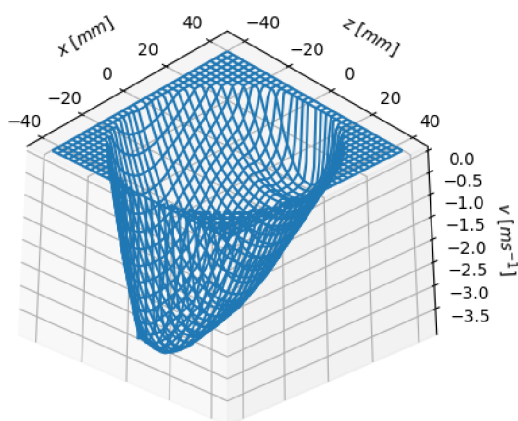


(b) Rychlostní profil v rovině y-z

Rychlostní profil v rovině x-y je silně deformován směrem k vnější (levé) straně potrubí. Vysoké rychlosti v blízkosti okrajových vrstev ukazují na nevyvinutý profil.

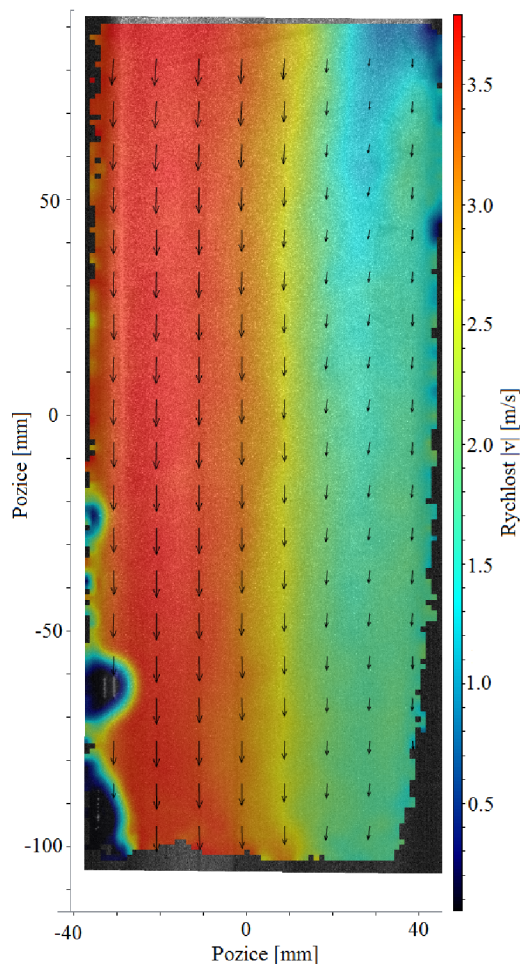
Vypočtená hodnota průtoku a její nejistota:

$$Q_5 = 9.42 \pm 0.53 \text{ l s}^{-1}$$



Rychlostní profil

Na intervalu  $x = < 20; 35 > \text{ mm}$  dochází k vyrovnání rychlostí, místo jejího kontinuálního poklesu. K obdobnému jevu docházelo při všech měření. Je sice možné, že na vině je systematická chyba, ale daleko pravděpodobněji byl tento artefakt způsoben lokálním nárůstem tlaku za úplavem. Ten vzniká za ohybem v potrubí.



Vektorová mapa proudění (průměr ze záznamu)