

## Diplomová práce

# Návrh systému ohřevu a chlazení pro lisovací zařízení na přesnou optiku

*Studijní program:*

N0715A270020 Aplikovaná mechanika

*Autor práce:*

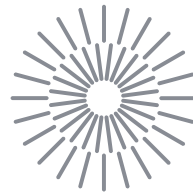
**Bc. Vojtěch Liška**

*Vedoucí práce:*

prof. Ing. Tomáš Vít, Ph.D.

Katedra energetických zařízení

Liberec 2024



## Zadání diplomové práce

# Návrh systému ohřevu a chlazení pro lisovací zařízení na přesnou optiku

<i>Jméno a příjmení:</i>	<b>Bc. Vojtěch Liška</b>
<i>Osobní číslo:</i>	S21000250
<i>Studijní program:</i>	N0715A270020 Aplikovaná mechanika
<i>Zadávací katedra:</i>	Katedra energetických zařízení
<i>Akademický rok:</i>	2022/2023

### Zásady pro vypracování:

Současným trendem je lisovat skleněné optické elementy v přesnostech cca 50-100nm (průměr do 10mm). Komerčně dostupná zařízení jsou buď řádově méně přesná nebo neproduktivní. Aby bylo možné dosáhnout požadovaných parametrů je nutné navrhnout nový systém pro ohřev skleněných polotovarů a forem. Cílem práce je návrh a analýza systému ohřevu a chlazení v zařízení pro lisování přesných optických elementů (GPM)

- Rešerše technologie GPM a různých způsobů ohřevu
- Návrh systému ohřevu
- Analýza systému ohřevu (výpočet, numerická simulace nebo experiment)
- Rozbor výsledků a návrh dalšího postupu

*Rozsah grafických prací:*

*Rozsah pracovní zprávy:*

*Forma zpracování práce:*

tištěná/elektronická

*Jazyk práce:*

čeština

### **Seznam odborné literatury:**

1. Lienhard, J.H., Lienhard, J.H.: A Heat Transfer Textbook, Phlogiston Press, MIT, 2005
2. Rieger, F., Šesták, J.: Přenos hybnosti, tepla a hmoty, 1996, Vydavatelství ČVUT Praha
3. Kunosic Selma, Study of the glass press molding process, Diplomová práce, TUL 2016

*Vedoucí práce:*

prof. Ing. Tomáš Vít, Ph.D.

Katedra energetických zařízení

*Datum zadání práce:*

1. listopadu 2022

*Předpokládaný termín odevzdání:* 30. dubna 2024

doc. Ing. Jaromír Moravec, Ph.D.  
děkan

L.S.

prof. Ing. Iva Petříková, Ph.D.  
garant studijního programu

V Liberci dne 1. listopadu 2022

## Prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci jsem vypracoval samostatně jako původní dílo s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé diplomové práce a konzultantem.

Jsem si vědom toho, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu Technické univerzity v Liberci.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti Technickou univerzitu v Liberci; v tomto případě má Technická univerzita v Liberci právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Současně čestně prohlašuji, že text elektronické podoby práce vložený do IS/STAG se shoduje s textem tištěné podoby práce.

Beru na vědomí, že má diplomová práce bude zveřejněna Technickou univerzitou v Liberci v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů.

Jsem si vědom následků, které podle zákona o vysokých školách mohou vyplývat z porušení tohoto prohlášení.

## **Název diplomové práce**

Analýza chlazení lisovacího zařízení na sklo

## **Anotace**

Práce se zabývá procesem chlazení lisovacího zařízení z počáteční teploty ca  $600^{\circ}\text{C}$  na teplotu okolí  $25^{\circ}\text{C}$ . Proces je nejprve zkoumán analyticky, sestavené rovnice jsou následně vyhodnoceny pomocí Eulerovy integrační metody. V druhém kroku jsou provedeny simulace v softwaru Ansys Mechanical a Ansys Fluent. V závěru práce je uveden souhrn chladících časů pro různé konfigurace a doporučení pro úpravu zařízení.

## **Klíčová slova**

Přenos tepla, tepelný odpor, Biotovo číslo, Fourierovo číslo, Nusseltovo číslo

**Title of diploma thesis**

Analysis of glass moulding press cooling cycle

**Annotation**

The thesis studies cooling process of a moulding press from initial temperature of about  $600^{\circ}\text{C}$  to ambient temperature of  $25^{\circ}\text{C}$ . An analytical approach is used first, thus obtained equations are then evaluated using Euler integration scheme. Second analysis is performed using Ansys mechanical and Ansys fluent. The conclusion contains a list of cooling times for different configurations and recommended modifications to the device.

**Key words**

Heat transfer, thermal resistance, Biot number, Fourier number, Nusselt number

# Obsah

Úvod	11
<b>1 Lisování skla</b>	<b>12</b>
1.1 Proces lisování	12
1.1.1 Předlisek	13
1.1.2 Forma	13
1.2 Fyzikální vlastnosti skla	13
1.2.1 Viskozita	13
1.2.2 Tepelná roztažnost	14
1.2.3 Tepelná vodivost	14
1.2.4 Měrné teplo	15
<b>2 Přenos tepla</b>	<b>16</b>
2.1 Stacionární přenos tepla	16
2.1.1 Vedení tepla	16
2.1.2 Přestup tepla	16
2.1.3 Radiace	17
2.1.4 Tepelné odpory	18
2.2 Nestacionární přenos tepla	19
<b>3 Podobnostní čísla</b>	<b>21</b>
3.1 Reynoldsovo číslo	21
3.2 Biotovo číslo	21
3.3 Nusseltovo číslo	22
3.4 Prandtlovo číslo	23
3.5 Fourierovo číslo	23
<b>4 Základní přehled</b>	<b>25</b>
4.1 Forma	25
4.2 Citlivostní analýza	26
4.3 Volba chladícího média	27
4.4 Přestup tepla	27
4.4.1 Přestup do dusíku	28
<b>5 Analytické řešení</b>	<b>29</b>
5.1 Radiální odvod tepla	29
5.1.1 Dílčí tepelné odpory	31
5.1.2 Mechanismy odvodu tepla	33
5.1.3 Výsledky	33
5.2 Radiálně-Axiální odvod tepla	37
5.2.1 Dílčí tepelné odpory	37
5.2.2 Mechanismy odvodu tepla	41
5.2.3 Výsledky	41
<b>6 Numerická simulace</b>	<b>45</b>
6.1 Součinitel přestupu tepla do dusíku	45
6.1.1 Nastavení simulace	45
6.1.2 Charakter proudění	46
6.1.3 Přestup tepla	46
6.2 Součinitel přestupu tepla do vody	47
6.2.1 Nastavení simulace	48
6.2.2 Přestup tepla	48
6.3 Radiální odvod tepla	49

6.3.1	Nastavení simulace . . . . .	49
6.3.2	Výsledky . . . . .	49
6.4	Radiálně-axiální odvod tepla . . . . .	51
6.4.1	Nastavení simulace . . . . .	51
6.4.2	Výsledky . . . . .	51
<b>7</b>	<b>Závěr</b>	<b>55</b>
7.1	Zhodnocení výsledků . . . . .	55
7.2	Možné úpravy zařízení . . . . .	55
	<b>Reference</b>	<b>56</b>
	<b>Seznam příloh</b>	<b>57</b>



# Nomenklatura

## Veličiny

$\alpha$	součinitel přestupu tepla	$[Wm^{-2}K^{-1}]$
$\alpha_T$	teplotní součinitel délkové roztažnosti	$[K^{-1}]$
$\beta_T$	teplotní součinitel objemové roztažnosti	$[K^{-1}]$
$\varepsilon$	emisivita	$[1]$
$\zeta$	bezrozměrná souřadnice	$[1]$
$\Theta$	bezrozměrná teplota	$[1]$
$\lambda$	součinitel vedení tepla	$[Wm^{-1}K^{-1}]$
$\mu$	kinematická viskozita	$[m^2s^{-1}]$
$\eta$	dynamická viskozita	$[Pa\ s]$
$\rho$	hustota	$[kg\ m^{-3}]$
$\tau$	smykové napětí	$[Pa]$
$a$	tepelná difusivita	$[m^2s^{-1}]$
$A$	plocha	$[m^2]$
$c_p$	měrná tepelná kapacita	$[Jkg^{-1}K^{-1}]$
$F$	součinitel ozáření	$[1]$
$L$	rozměr	$[m]$
$m$	hmotnost	$[kg]$
$p$	tlak	$[Pa]$
$\dot{q}$	plošná hustota tepelného toku	$[Wm^{-2}]$
$Q$	teplo	$[J]$
$\dot{Q}$	tepelný tok	$[W]$
$R$	tepelný odpor	$[KW^{-1}]$
$t$	čas	$[s]$
$t_g$	teplota skelného přechodu	$[^{\circ}C]$
$t_L$	teplota tání	$[^{\circ}C]$
$T$	termodynamická teplota	$[K]$
$U$	vnitřní energie	$[J]$
$V$	objem	$[m^3]$
$w$	rychlost proudění	$[ms^{-1}]$

## Konstanty

$\sigma$	Stefan-Boltzmanova konstanta	$5,67 \cdot 10^{-8} Wm^{-2}K^{-4}$
----------	------------------------------	------------------------------------

## Symbols

$Bi$	Biotovo číslo
$Fo$	Fourierovo číslo
$Nu$	Nusseltovo číslo
$Pr$	Prandtlovo číslo
$Re$	Reynoldsovo číslo

## Význam běžných indexů

$f$	tekutina, z anglického <i>fluid</i>
$g$	sklovina, <i>glass</i>
$\infty$	tekutina v místě neovlivněné ponořeným tělesem
$j$	čelist držící formu, <i>jaw</i> , např. <i>više jaw</i>
$m$	forma, <i>mould</i>
$0$	počáteční hodnota
$s$	těleso, <i>solid</i>
$T$	těžiště
$w$	stěna, z anglického <i>wall</i>

# Úvod

Cílem práce je zanalyzovat chladicí systém zařízení na lisování přesných optických čoček. Je podstatné určit rozložení teplot uvnitř skloviny, vývoj teplot v čase a účinnost různých mechanismů odvodu tepla. Základní přehled technologie lisování skla je popsán v kapitole 1. Kapitoly 2 a 3 se zabývají teorií nutnou k odvození analytického řešení problému. V kapitole 4 se zabýváme konstrukcí samotné formy a identifikací vstupních parametrů pro analytické i numerické výpočty. Ty jsou pak odvozeny a provedeny v kapitolách 5 a 6 respektive.

## Poděkování

Chtěl bych poděkovat svému zaměstnavateli, firmě Lasvit, za úlevy, které mi umožnily během práce studovat. Hlavně bych však chtěl poděkovat vedoucímu práce, prof. Ing. Tomáši Vítovi, Ph.D, za jeho věcné poznámky a nekonečnou trpělivost.

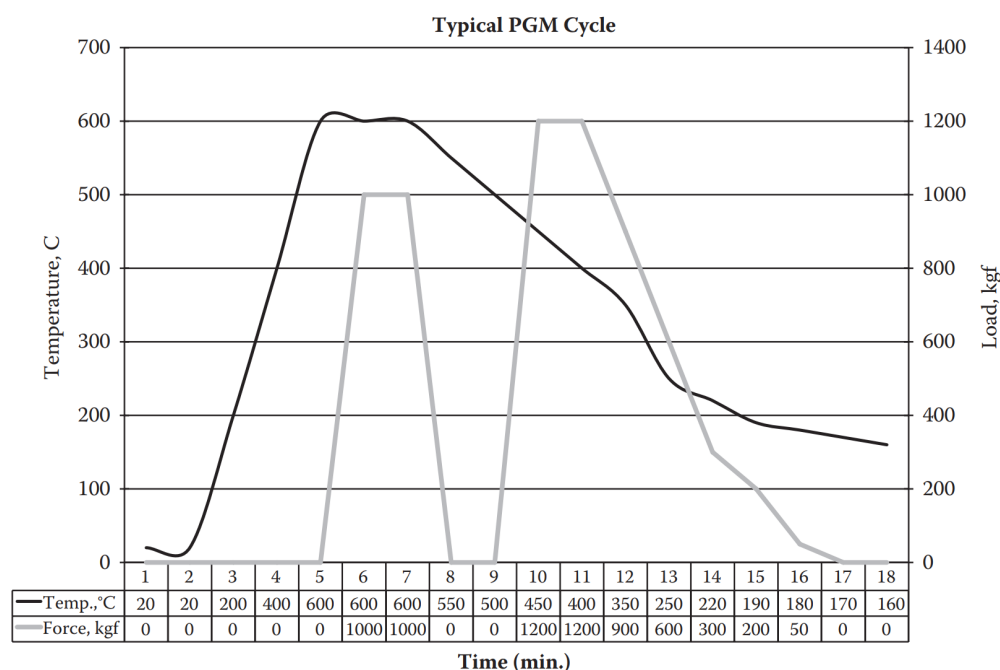
# 1 Lisování skla

Sklo jako materiál je známý po tisíce let. Jeho hlavní přísadou je oxid křeměničitý ( $SiO_2$ ). Ten se sice v přírodě běžně nachází v krystalické stavu, ale po jeho roztavení a opětovném vychlazení nabývá amorfnní struktury. Obecná definice skla: anorganická, nekovová sloučenina (nebo směs sloučenin), která má v tuhém stavu amorfnní strukturu (Groover, 2010, kap. 7).

Lisování skla je jedna z metod tváření skla, dalšími jsou například foukání do forem a lehání. Oproti těmto a dalším metodám však dosahuje daleko vyšší přesnosti tvaru a rozměrů výrobku. Hlavními znaky přesného lisování jsou vysoká teplota, tlak a kontrolované prostředí (Schaub, Schwiegerling, Fest, Symmons, & Shepard, 2011, kap. 5.1).

## 1.1 Proces lisování

Prvním krokem je vložení předlisku do formy (více o předliscích viz. kap. 1.1.1). Ten spolu s formou může být přehřátý na určitou teplotu. Aby nedocházelo k chemickým reakcím mezi okolní atmosférou a formou (viz. kap. 1.1.2) a sklem, je pracovní prostor zaplaven inertním plynem (typicky dusík). Principem lisování je přetvoření tvaru polotovaru - pracovní prostor formy je tedy zahřán na teplotu, při které viskozita skloviny tento proces umožní. Stlačení materiálu ve formě je klíčové k dosažení přesného tvaru, jinak by vlivem povrchového napětí došlo k zaoblení hran. Velikost tlaku není konstantní, ale mění se spolu s fázemi procesu. Po určité době dojde k postupnému ochlazování formy až na teplotu skelného přechodu. Pod tímto bodem je sklo tvarově stálé - formu je možné odlehčit a zvýšit rychlost ochlazování. Při dosažení dostatečně nízké teploty pro bezpečnou manipulaci lze hotový výrobek vyjmout z formy. Po lisování mohou následovat další úpravy například pro snížení vnitřního pnutí (Schaub et al., 2011, kap. 5.5). Příklad průběhu teploty a tlaku během procesu lisování je uveden na obrázku 1.1.



**Obrázek 1.1:** Typický průběh procesu přesného lisování skla (Schaub et al., 2011, s.184)

### 1.1.1 Předlisek

Protože lisování probíhá pod teplotou tání skla, všechny vady a nedokonalosti polotovaru se přenesou na finální výrobek. Při teplotách nižších než  $t_L$  je viskozita příliš vysoká na to, aby se zacelily. Může se jednat o praskliny, závoje, škrábance nebo bubliny. Vyjma absence vad musí předlisek splňovat další klíčový parametr - správný objem materiálu. Pokud je množství příliš malé, nedojde k vyplnění kavity formy a ve výrobku budou dutiny. Nižší tlak také způsobí nesprávné vytvarování hran a tvarově složitých prvků. Příliš velké množství materiálu má za následek nedovření formy a přetoky do dělicí roviny. Může dojít i k vytečení materiálu mimo pracovní prostor a poškození stroje / ohrožení obsluhy. Předlisky existují v mnoha podobách, ale nejběžnější jsou kuličky a kapky (Schaub et al., 2011, kap.5.4).

**Kuličky** Hlavní výhodou kuliček je jednoduchost jejich tvaru umožňující snadnou kontrolu objemu materiálu. Nevýhodou je komplikovanost jejich výroby, která probíhá v několika fázích - od dělení základního materiálu po leštění finálního produktu. Výsledkem je precizní polotovar s velkou mírou kontroly nad kvalitou povrchu. Díky velkému měřítku výroby je jejich cena relativně nízká (Schaub et al., 2011, kap. 5.4.1).

**Kapky** Řídicím parametrem u výroby kapek je jejich objem. Roztavené sklo se nechá stékat pro speciálně tvarované hubici (nozzle) a následně odkapává na sběrný systém. Objem kapky je přímo závislý na tvaru hubice a teplotě (respektive viskozitě) skla. Formování kapky má vliv na její výsledný povrch. Výsledné kapky mají obecný tvar a jejich kontrola probíhá nepřímými metodami. Oproti kuličkám je tento proces jednodušší, ale díky velkému měřítku výroby kuliček není rozdíl v ceně veliký (Schaub et al., 2011, kap. 5.4.2).

### 1.1.2 Forma

Účelem formy je přetvarovat předlisek do finální geometrie. To ovšem neznamená, že jde o prostý negativ požadovaného tvaru čočky. Je třeba kompenzovat tepelnou roztažnost jak formy tak skla.

Další komplikací je mechanická a chemická interakce skla, formy a okolní atmosféry. Kvůli vysoké teplotě, tlaku a velkému množství pracovních cyklů je forma značně mechanicky namáhána. Oxidace formy má za následek změnu kvality povrchu a otěrem uvolněné částičky oxidů a materiálu formy znečišťují sklovinu. Sklo samotné může vlivem oxidace a kontaminace cizím materiálem zmatnět. Z těchto důvodů se používá inertní atmosféra (běžně dusík), která zabraňuje přístupu kyslíku do pracovního prostoru a tím snižuje míru oxidace.

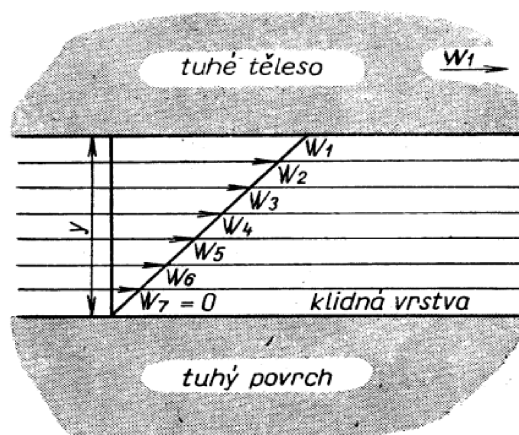
Ke zvýšení životnosti formy a zamezení kontaminace skla jejími úlomky se používají povlaky. Typicky se jedná o karbidy a nitridy nanášené v jedné či více vrstvách (Schaub et al., 2011, kap. 5.5.4).

## 1.2 Fyzikální vlastnosti skla

Kromě technologických podmínek popsaných výše je proces lisování ovlivněn také fyzikálními vlastnostmi skloviny. Ty nejdůležitější z nich jsou uvedeny níže.

### 1.2.1 Viskozita

Obecně viskozita charakterizuje vnitřní tření v materiálu a tedy odpor vůči tečení (Menčík, 2019, s. 18). Sklo se jako visko-elastický materiál neustále nachází v



**Obrázek 1.2:** Rozložení smykových napětí v tekutině (Menčík, 2019, s.18)

defacto tekutém stavu. Známým jevem je například změna tloušťky skla ve vitrážích kostelů vlivem postupného stékání skla v průběhu staletí. Pod teplotou skelného přechodu ( $t_g$ ) ho však lze považovat za elastický materiál. Viskozita je definována jako koeficient přímé úměry smykového napětí a gradientu rychlostí ve směru kolmém na směr proudění, viz obrázek 1.2.

$$\tau = \eta \frac{dw}{dy} \quad (1.1)$$

Viskozita skloviny je silně závislá na teplotě. Rámcově je tato závislost zachycena na obrázku 1.3. Zpracování se vždy odehrává nad teplotou skelného přechodu  $t_g$ . Čím větší změna tvaru je požadována, tím vyšší musí být teplota zpracování. Nedokonalostí jako jsou například praskliny se lze zcela zbavit při ohřevu nad teplotu tání  $t_L$ . Viskozita ovlivňuje, jak dobře sklovina zatéká do tvarově složitých prvků formy.



Vymezení hlavních technologických procesů na viskózní křivce skla

Obrázek 1.3: Viskózní křivka skla (neznámý zdroj, upraveno)

### 1.2.2 Tepelná roztažnost

Pro sklovinu i formu se uplatňuje délková ( $\alpha_T$ ) i objemová ( $\beta_T$ ) tepelná roztažnost, kdy se rozměry a v důsledku toho i tvar mění spolu s teplotou. Tyto jevy jsou značně nepříznivé, protože vnášejí dodatečná namáhání do formy. Rovněž je třeba je kompenzovat při návrhu tvaru pracovní dutiny formy.

### 1.2.3 Tepelná vodivost

*Tepelná vodivost je schopnost hmoty přenášet teplo* (Menčík, 2019, s.22). Uvnitř tuhého tělesa se přenos tepla běžně realizuje prostupem, kdy si sousední atomy předávají energii (Lienhard & Lienhard, 2019, kap. 1.1). U skla nad teplotou skelného přechodu ( $t_g$ ) se navíc uplatňuje takzvaná průteplivost, kdy dochází k přenosu tepla zářením. Výsledná tepelná vodivost uvnitř tělesa je pak kombinací obou způsobů.

Tepelná vodivost v kombinaci s ohřívacím a chladícím mechanismem formy ovlivňuje rovnoměrnost a rychlost ohřevu a následného chlazení materiálu. Má tedy vliv na produktivitu pracovního cyklu i na kvalitu výrobku, jelikož chlazení přímo ovlivňuje vznik vnitřních napětí,

která způsobují nežádoucí optické efekty (Menčík, 2019, kap. 2.4). Vlivu vnitřního napětí na procházející světlo lze využít i k měření vnitřního napětí optickou metodou pomocí spektroskopu. Používá se k tomu polarizované světlo a zkoumají se interference v důsledku dvojlomu uvnitř skla s vnitřním napětím.

#### 1.2.4 Měrné teplo

Měrné teplo udává množství energie potřebné k ohřevu jednotky hmoty látky o jeden Kelvin, respektive množství odvedeného tepla nutného k ochlazení o jeden Kelvin. Množství dodaného/odebraného tepla závisí na teplotě a konkrétním termodynamickém procesu. Měrné teplo skla s teplotou mírně roste. Tyto rozdíly lze vyrovnat použitím střední hodnoty pro interval pracovních teplot, nebo nahrazením konstanty  $c_p$  vhodnou funkcí. Obvykle se udává pro isobarický (viz rovnice 1.2) a isochorický jev (Menčík, 2019, kap. 2.6).

$$c_p = \frac{1}{m} \left( \frac{\delta Q}{\delta T} \right)_p \quad (1.2)$$

## 2 Přenos tepla

Podobně jako vzduch proudí z místa s vyšším tlakem do místa s nižším, teplo  $Q$  proudí z místa s vyšší teplotou směrem k nižší. Teplo je spjaté s přenosem energie z místa A do místa B - jedná se tedy o procesní veličinu. Narozdíl od přenosu hmoty (pohyb těles, proudění tekutin) není u přenosu tepla žádná analogie setrvačnosti. Tento proces může probíhat několika níže popsanými mechanismy.

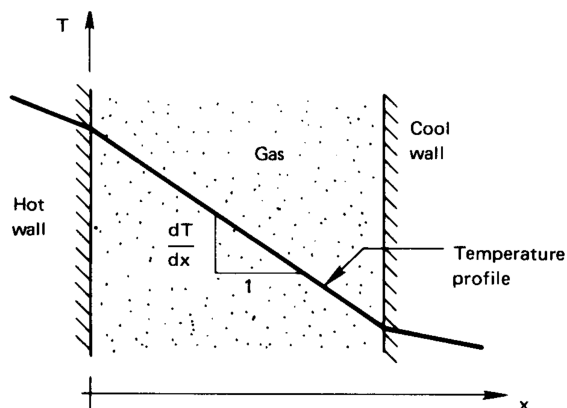
### 2.1 Stacionární přenos tepla

#### 2.1.1 Vedení tepla

Základním principem je předávání kinetické energie mezi sousedními částicemi (atomy, molekulami). Množství předávané energie je přímo úměrné gradientu teplot. Koefficient přímé úměry se nazývá tepelná vodivost ( $\lambda$ ).

$$\dot{q} = -\lambda \frac{dT}{dx} \quad (2.1)$$

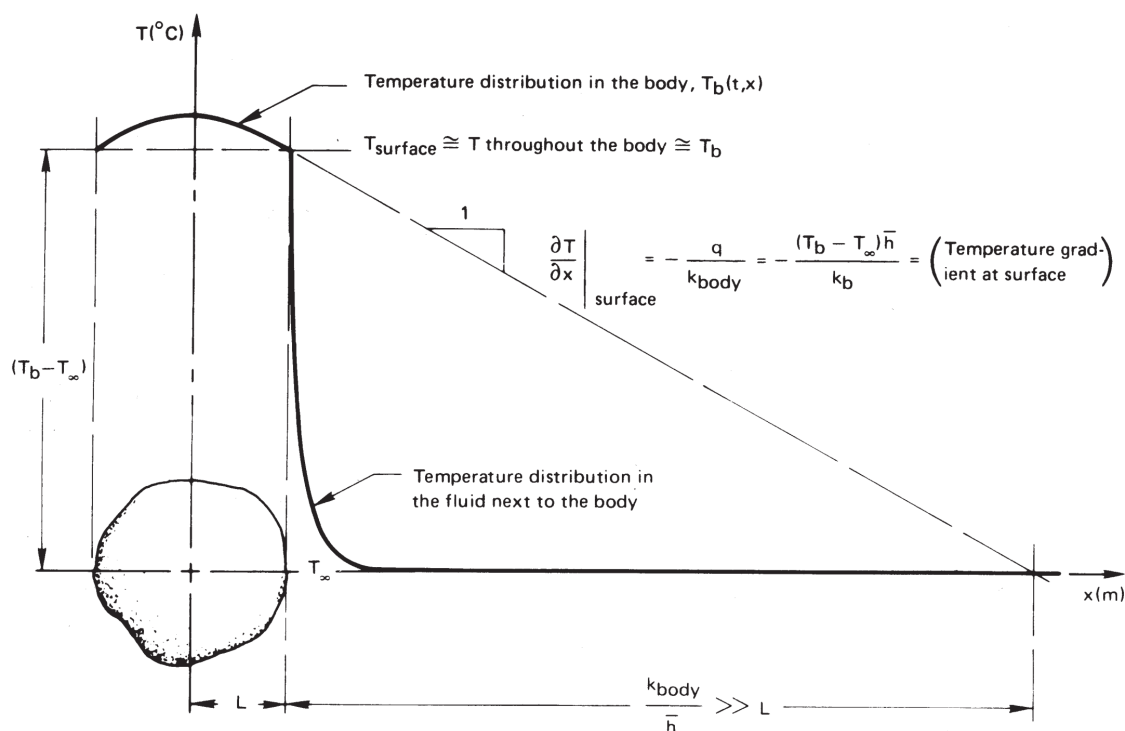
Rovnice 2.1 je známá jako Fourierův zákon. Hodnota tepelné vodivosti závisí na materiálu, ale mění se i spolu s teplotou.



**Obrázek 2.1:** Vedení tepla jednoduchou stěnou (Lienhard & Lienhard, 2019, s.14)

#### 2.1.2 Přestup tepla

Přestup tepla se typicky uplatňuje v případě, kdy je pevné těleso ponořené do tekutiny.



**Obrázek 2.2:** Přestup tepla do okolí (Lienhard & Lienhard, 2019, s.23)



Vezměme si příklad, kdy těleso je teplejší. Teplo se předává tekutině v tenké kontaktní oblasti (mezní vrstva), která se vlivem vztlakových sil v důsledku změny hustoty začne pohybovat. Takový případ se nazývá volná konvekce - pohyb tekutiny je způsoben pouze teplosměnným procesem. O nucené konvekci hovoříme, pokud v okolí tělesa dochází k proudění i z jiných důvodů. Pokud zkoumáme přestup tepla z chladiče do okolního vzduchu, efekt větru lze považovat za nucenou konvekci, byť z pohledu na celý systém (počasí) jde o volnou konvekci.

Přestup tepla je charakterizován součinitelem vedení tepla  $\alpha$  (nezaměňovat se součinitelem teplotní délkové roztažnosti  $\alpha_T$ ):

$$\dot{q} = \alpha(T_w - T_\infty), \quad (2.2)$$

kde  $\alpha$  má význam:

$$\alpha = \frac{-\lambda_f \frac{dT_f}{dy} |_{y=0}}{T_w - T_\infty} \quad (2.3)$$

Teplota  $T_\infty$  je teplota tekutiny v místě neovlivněném ponořeným tělesem. Určení hodnoty součinitele  $\alpha$  představuje značně komplikovaný problém. Je-li okolní tekutina v klidu, je třeba vzít v úvahu proudění vzniklé rozdíly hustot v důsledku teplotního gradientu - volná konvekce. U proudící tekutiny dochází k nahrazování tekutiny ohřáté od tělesa za přitékající chladnější tekutinu - nucená konvekce. Zároveň se uplatňuje vedení tepla mezi molekulami tekutiny. Kombinovaný vliv obou jevů popisuje Nusseltovo číslo  $Nu$ , viz kapitola 3.3. Kromě charakteru proudění je  $\alpha$  ovlivněno i uspořádáním teplosměnných ploch a termodynamickými vlastnostmi tekutiny a obtékaného tělesa. Problematika je příliš obsírná, abychom se jí v této práci detailně zabývali.

V kapitole 4.4.1 bude tedy zmíněn jen případ podstatný pro řešení zadání.

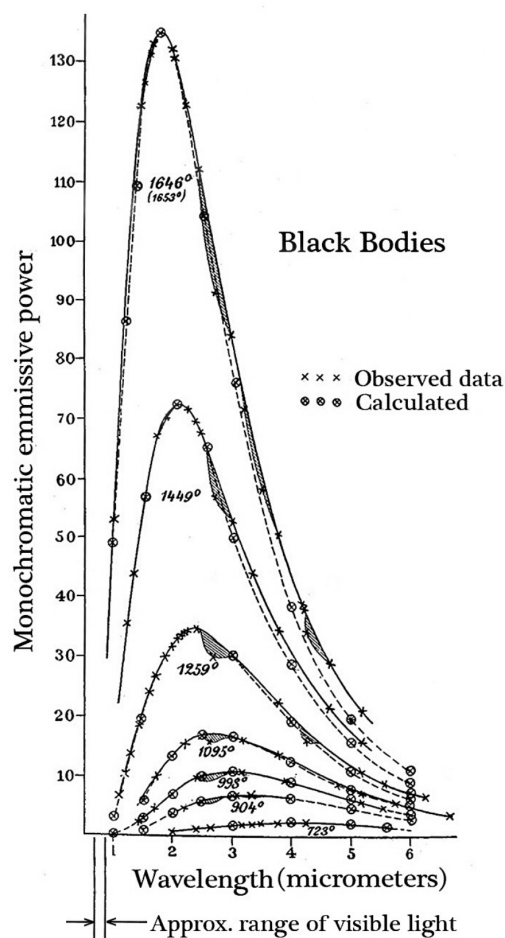
### 2.1.3 Radiace

Každé těleso uvolňuje energii do okolí ve formě elektromagnetického záření. Množství energie záleží na teplotě tělesa a vlastnostech jeho povrchu. Pro zjednodušení se používá model absolutně černého tělesa. To absorbuje veškeré dopadající záření a vyzařuje v závislosti na jeho teplotě. Energie není vyzářena pouze v jedné frekvenci, ale ve všech vlnových délkách - viz obrázek 2.3. Skutečná tělesa vyzařují přes určitou část spektra, plyny pak mají čarové spektrum. Množství energie  $e$  vyzařované přes všechny frekvence je určeno Stefan-Boltzmannovou konstantou  $\sigma \doteq 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ .

$$e = \sigma T^4 \quad (2.4)$$

K určení tepelného toku je třeba zohlednit přítomnost dalších těles v okolí. Ta také vyzařují a jejich teplota a vzájemné ozáření obou těles má vliv. Tepelný tok z tělesa 1 na těleso 2 tedy bude:

$$\dot{q}_{1-2} = F_{1-2} A_1 \varepsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (2.5)$$



**Obrázek 2.3:** Záření absolutně černého tělesa (Lienhard & Lienhard, 2019, s.31)

### 2.1.4 Tepelné odpory

Skutečné jevy běžně obsahují dva, případně všechny tři, typy přenosu tepla v kombinaci s různými materiály a geometrickými konfiguracemi. Vezměme v úvahu stěnu skládající se ze dvou vrstev na obrázku 2.4. Vyjma teploty  $T$  na vnitřním rozhraní jsou všechny veličiny známy. Obě vrstvy musí splnit Fourierovu rovnici. Při stacionárním případě se ve stěně neakumuluje teplo, tepelný tok oběma vrstvami musí být stejný.

$$\dot{Q} = \lambda_A A \frac{T_A - T}{L_A} \quad (2.6)$$

$$\dot{Q} = \lambda_B A \frac{T - T_B}{L_B} \quad (2.7)$$

Když z první rovnice vyjádříme  $T$  a dosadíme do druhé rovnice, dostaneme:

$$\dot{Q} = \lambda_B A \frac{T_A - \dot{Q} \frac{L_A}{\lambda_A A} - T_B}{L_B} \quad (2.8)$$

Po úpravě:

$$\dot{Q} = \frac{T_A - T_B}{\frac{L_A}{\lambda_A A} + \frac{L_B}{\lambda_B A}} \quad (2.9)$$

U této rovnice můžeme pozorovat analogii k Ohmovu zákonu:

$$I = \frac{\Delta U}{R} \quad (2.10)$$

$I[A]$ : elektrický proud

$U[V]$ : elektrické napětí

$R[\Omega]$ : elektrický odpor

Získáváme tedy rovnici:

$$\dot{Q} = \frac{T_A - T_B}{R_A + R_B} \quad (2.11)$$

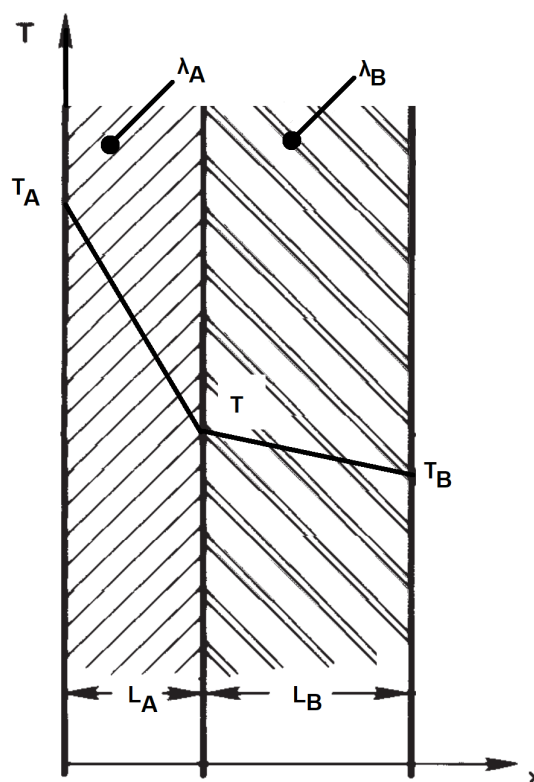
Podobným postupem získáme tepelný odpor pro přestup tepla. U záření se projevují dva odpory. Jeden souvisí se součinitelem ozáření  $F$ . Druhý zohledňuje fakt, že skutečná tělesa se nechovají jako absolutně černé těleso, respektive jejich emisivita je nižší.

#### Vedení tepla

$$R_\lambda = \frac{L}{\lambda A} \quad (2.12)$$

#### Přestup tepla

$$R_\alpha = \frac{1}{\alpha A} \quad (2.13)$$



**Obrázek 2.4:** Rovinná stěna ze dvou různých vrstev materiálu

## Radiace

$$R_{\varepsilon} = \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon A} \quad (2.14)$$

$$R_F = \frac{1}{F_{12}A_1} \quad (2.15)$$

Analogie k elektrickému proudu se vztahuje i na řazení tepelných odporů do série a paralelně. V sérii se jejich hodnoty sčítají, v paralelním zapojení se sčítají jejich zlomky.

$$R_{sériové} = \sum_{n=1}^N R_n \quad (2.16)$$

$$R_{paralelní} = \left( \sum_{n=1}^N \frac{1}{R_n} \right)^{-1} \quad (2.17)$$

## 2.2 Nestacionární přenos tepla

Jelikož je nutné popsat změnu teploty v čase a množství tepla přeneseného za určité období, nelze použít stacionární popis. K popisu transientního vedení tepla se používá Fourier-Kirchhoffova rovnice.

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p w \nabla T = \lambda \nabla^2 T + 2\mu \Delta \Delta w + Q_g \quad (2.18)$$

Levá strana rovnice popisuje akumulaci entalpie. První člen rovnice popisuje lokální změnu teploty v čase. Druhý člen udává teplo přenesené do okolí prouděním. Pravá strana rovnice popisuje mechanismy přívodu a vzniku tepla. První člen je teplo přivedené analogicky k difuzi - prostupem tepla úměrného druhému prostorovému gradientu teploty. Ve druhém členu je určeno množství tepla vzniklého disipací mechanické energie. Poslední člen je objemový zdroj tepla.

V materiálu formy nedochází k proudění, druhý člen na obou stranách tedy můžeme zanedbat. Rovněž není přítomen třetí člen na pravé straně, protože ve formě není objemový zdroj tepla (typicky chemická reakce). Problém se tedy zjednoduší na:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \nabla^2 T \quad (2.19)$$

Řešení této rovnice se velice obsáhle věnuje Lienhard (Lienhard & Lienhard, 2019, kap.5). Nejužitečnější je převést rovnici do zcela bezrozměrné podoby. Blíže je postup tvorby bezrozměrných skupin popsán v kapitole 3. K tomuto popisu je třeba definovat bezrozměrnou teplotu, prostorovou souřadnici a čas.

Bezrozměrná teplota  $\Theta$

$$\Theta = \frac{T - T_{\text{inf}}}{T_0 - T_{\text{inf}}} \quad (2.20)$$

Bezrozměrná souřadnice  $\zeta$

Její význam se liší dle geometrie problému. Pro základní topologie (deska, válec, koule) je to od středu po okraj.

Bezrozměrný čas:

K popisu času slouží Fourierovo číslo viz. 3.5.

Bezrozměrný tvar zjednodušené Fourier-Kirchofovy rovnice tedy bude vypadat:

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \zeta^2} = \frac{\partial \Theta}{Fo} \quad (2.21)$$

Řešení tohoto tvaru rovnice stále není jednoduché. Pro splnění okrajových podmínek musí být gradient teploty na okrajích nulový a zároveň správně popisovat její průběh ve zkoumaném intervalu. Toto je matematicky zajištěno aproximací funkce teploty Fourierovou řadou a řešení je pak rovněž popsáno jako součtová řada. Význam každého dalšího členu však rychle opadá, a tak lze s pouze malou odchylkou použít jednodušší řešení. Ta jsou uvedena například zde (Lienhard & Lienhard, 2019, kap.5.5).

Řešení je obecně ve tvaru:

$$\Theta_T \approx Af \exp\left(-\bar{\lambda}^2 Fo\right) \quad (2.22)$$

Funkce  $A$  a  $f$  představují korekci na geometrii a polohu respektive. Proměnná  $\bar{\lambda}$  je charakteristické číslo a je funkcí Biotova čísla. Je vhodné si povšimnout, že do řešení začala vstupovat nová proměnná - Biotovo číslo. Jak bude zmíněno v kapitole 3.2, udává poměr tepla přeneseného prostupem skrze stěnu a odvedeného do okolí. Spolu s velikostí chlazeného povrchu tedy přímo určuje efektivitu chlazení. Pokud zanedbáme tepelnou závislost součinitele prostupu tepla  $\lambda$ , pak jedinou proměnnou určující Biotovo číslo je součinitel vedení tepla  $\alpha$ . Jeho hodnota závisí na charakteristice obtékání formy takutinou a přivádí nás tak opět k problematice nucené konvekce.

Dá se tedy očekávat, že se Biotovo číslo bude v čase měnit předem neznámým způsobem. Lisovací zařízení se skládá z více materiálů s odlišnými vlastnostmi, kde je třeba řešit jednotlivé hmoty samostatně. Výše odvozené rovnice také neuvažují radiaci. Řešení úlohy tedy nelze provést pomocí jedné rovnice a bude třeba zvolit iterační postup. S dostatečně krátkým časovým krokem lze považovat úlohu za kvazi-statickou. Krátký krok je rovněž podmínkou pro Eulerovu integrační metodu, která je velmi jednoduchá na implementaci. Výpočet tak lze provést v Excelu bez použití speciálního softwaru.

### 3 Podobnostní čísla

K popisu komplexních jevů se často používají bezrozměrná podobnostní čísla. Ta sdružují několik fyzikálních veličin popisujících problém do jedné skupiny, jejíž výsledná jednotka je bezrozměrná. Klíčovým prvkem teorie podobnosti je Buckinghamův teorém (Lienhard & Lienhard, 2019, s.151-155), který poskytuje návod, jak tyto skupiny vytvářet pouze ze vstupních proměnných bez znalosti fyzikálního popisu daného děje. Hlavním důvodem používání těchto čísel je jejich schopnost kvalitativně popsat daný jev. Například, jedním z nejznámějších podobnostních čísel je Reynoldsovo číslo. Čím vyšší je jeho hodnota, tím vyšší je turbulentnost proudění. Při jaké hodnotě dochází k přechodu do turbulence se však liší dle dané problematiky (geometrie, měřítko, ...).

K úspěšnému použití této metody je třeba velmi dobře znát zkoumaný děj a jaké parametry ho ovlivňují. Ve formě bezrozměrných skupin pak hledáme empirické závislosti mezi nimi. Typickým příkladem je lineární regrese parametrů k naměřeným datům například při určování Nusseltova čísla pro volnou a nucenou konvekci.

#### 3.1 Reynoldsovo číslo

$$Re = \frac{wL}{\mu} \quad (3.1)$$

Reynoldsovo číslo udává poměr setrvačných a třecích sil v proudící tekutině. Pro  $Re \gg 1$  setrvačné účinky značně převažují na třecími, což má za následek relativně malou disipaci energie. Naopak při  $Re < 1$  je disipace mechanické energie značná (prof. ing. Václav Tesař, 1996, s.122). Hodnota Reynoldsova čísla indikuje charakter proudění. Pokud je nižší než kritická, proudění je laminární. Při opačném případě je proudění turbulentní. Hodnota  $Re_{krit}$  je určena experimentálně a je pro každé uspořádání proudění jiná. Pro proudění uvnitř kruhového potrubí se běžně udává hodnota  $Re_{krit} = 2300 - 10000$ . Nižší hodnota platí pro drsnou stěnu potrubí, vyšší pro hladkou (Cengel, 2002, s.422). Jeho význam pro přenos tepla je takový, že v turbulentní mezní vrstvě se více uplatní mechanismus proudění tepla. Součinitel přestupu tepla  $\alpha$  tedy bude vyšší.

#### 3.2 Biotovo číslo

Význam Biotova a Nussletova (kapitola 3.3) čísla je nejvíce patrný z příkladu jejich aplikace. Mějme jednoduchou stěnu z jedné strany omývanou kapalinou. V ustáleném stavu nedochází k akumulaci tepla, musí tedy platit:

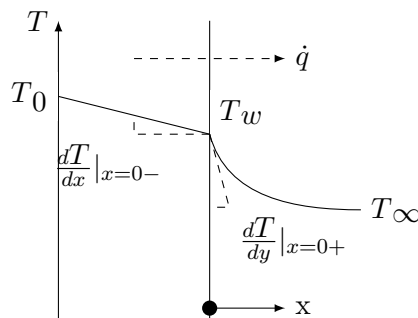
$$\dot{q} = -\lambda_s \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0-} = \alpha(T_w - T_\infty) \quad (3.2)$$

Dosažením za  $\alpha$  z rovnice 2.3 získáme:

$$\lambda_s \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0-} = \lambda_f \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0+} \quad (3.3)$$

$$\frac{\lambda_f}{\lambda_s} = \frac{\frac{dT}{dx} \Big|_{x=0-}}{\frac{dT}{dx} \Big|_{x=0+}} \quad (3.4)$$

Z rovnice 3.4 je patrné, že poměr gradientů teplot na stěně je závislý pouze na inverzním poměru vedení tepla. Charakter teplotní distribuce tedy závisí pouze na materiálových



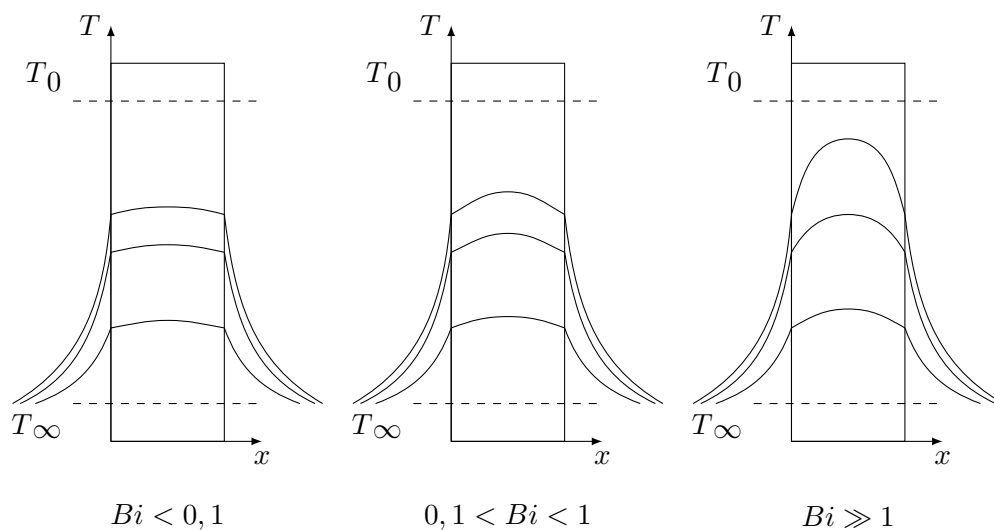
Obrázek 3.1: Přestup tepla ze stěny do tekutiny

vlastnostech stěny a tekutiny. Hodnoty gradientů získáme dosazením rovnic 2.3 a 3.4 do definice Biotova čísla (3.5):

$$Bi = \frac{\alpha L(Bi)}{\lambda_s} \quad (3.5)$$

$$Bi = \frac{-\lambda_f L(Bi) \frac{dT}{dx}|_{x=0+}}{T_w - T_f} = -\frac{\lambda_f L(Bi) \frac{dT}{dx}|_{x=0+}}{\lambda_s (T_w - T_f)} = -\frac{L(Bi) \frac{dT}{dx}|_{x=0-}}{T_w - T_f} \quad (3.6)$$

$$\frac{dT}{dx}|_{x=0-} = Bi \frac{T_w - T_f}{L(Bi)} \quad (3.7)$$



**Obrázek 3.2:** Vliv různých hodnot  $Bi$  na rozložení vnitřních teplot (Subbarao, 2012, s.2, upraveno)

Vzorec 3.5 dává do poměru součinitel přestupu tepla mezi tělesem a okolím médiem vynásobený charakteristickým rozměrem tělesa a součinitelem vedení tepla skrze těleso. Pokud je  $Bi \ll 1$ , vedení tepla probíhá mnohem efektivněji než předávání tepla do okolí a teplota uvnitř tělesa je tak téměř uniformní. Naopak při  $Bi \gg 1$  existují výrazné rozdíly teploty na povrchu a uvnitř tělesa (Lienhard & Lienhard, 2019, s.22-23). Stejně tak ho lze vnímat ve smyslu rovnice 3.7 jako poměr gradientu teploty na stěně k „aproximaci“ tohoto gradientu z vnějších veličin. Z této rovnice je lépe patrné, proč malé hodnoty  $Bi$  znamenají ploché rozložení vnitřních teplot.

### 3.3 Nusseltovo číslo

Na první pohled se vzorec zdá identický s Biotovým číslem. Rozdíl je v tom, že u  $Bi$  se udává součinitel vedení tepla skrze těleso ( $\lambda_s$ ) a u  $Nu$  skrze tekutinu ( $\lambda_f$ ).

$$Nu = \frac{\alpha L(Nu)}{\lambda_f} \quad (3.8)$$

Při obtékání tělesa tekutinou dochází u plně vyvinutého proudění vlivem tření k zastavení proudění na stěně (v anglické literatuře označované jako *no-slip condition*). Teplo se v této tenké vrstvě přenáší vedením podobně jako v pevném materiálu. Ve větší vzdálenosti od stěny se již uplatňuje přenos tepla prouděním (unášení tepla proudícím médiem). Tekutina ohřátá od stěny je tak neustále nahrazována chladnější z okolí a tím je udržován v blízkosti stěny vyšší teplotní gradient (a tím vyšší tepelný tok), než se stacionární tekutinou.

Pokud za  $\alpha$  dosadíme z rovnice 2.3 získáme:

$$Nu = \frac{dT}{dx}|_{x=0+} L(Nu) \quad (3.9)$$

$$\frac{dT}{dx}|_{x=0+} = Nu \frac{T_w - T_f}{L(Nu)} \quad (3.10)$$

Nuseltovo číslo tedy lze chápat buď jako poměr přenosu tepla prouděním a vedením (rovnice 3.8) nebo normalizovaný bezrozměrný teplotní gradient u stěny tělesa (rovnice 3.9) (tec science, 2020a). Důvodem odlišení charakteristických rozměrů  $L_{Nu}$  a  $L_{Bi}$  je závislost Nusseltova čísla na charakteru mezní vrstvy, která není v teorii explicitně zanesena. Rovnice 3.10 je formálně shodná s 3.7, jejich dosazením zpět do 3.4 dostaneme:

$$\frac{\lambda_f}{\lambda_s} = \frac{Bi L(Nu)}{Nu L(Bi)} \quad (3.11)$$

Obě podobnostní čísla jsou tedy spolu velice úzce spjata. Závislost z rovnice 3.11 lze kvalitativně popsat obrázkem 3.3. Relativně ploché rozložení teplot v jednom prostředí je vždy vykoupeno strmým rozložením v prostředí druhém. Absolutní hodnoty teplot a gradientů závisí na charakteru proudění tekutiny (a tím na  $\alpha$  a  $L_{Nu}$ ).

### 3.4 Prandtlovo číslo

$$Pr = \frac{\mu}{a} = \frac{c_p \eta}{\lambda} \quad (3.12)$$

Prandtlovo číslo udává poměr tloušťky rychlostní a tepelné mezní vrstvy při obtékání tělesa tekutinou. Řešení tepelné a rychlostní mezní vrstvy uvažujeme ve stejném tvaru lišící se pouze měřítkem (Lienhard & Lienhard, 2019, kap. 6.4). Prandtlovo číslo je popsáno jako poměr kinematické viskozity a tepelné difusivity. Lze jej tedy chápat jako poměr přenosu mechanické a tepelné energie. Pro  $Pr > 1$  přenos mechanické energie dominuje a rychlostní mezní vrstva je silnější než tepelná (tec science, 2020b). Hlavní význam Prandlova čísla je v určování hodnoty součinitele přestupu tepla při konvekci (viz kapitola 4.4.1).

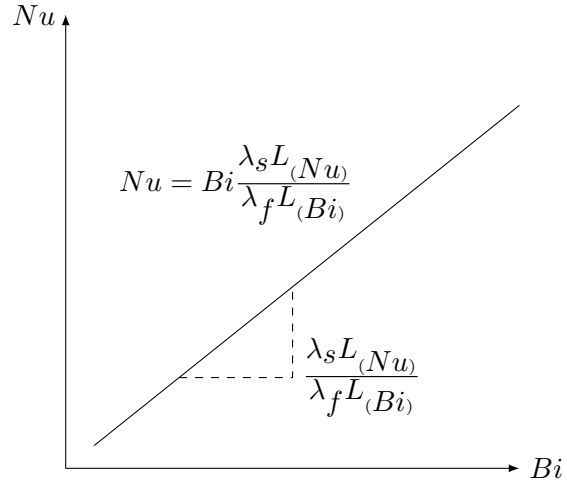
### 3.5 Fourierovo číslo

$$Fo = \frac{at}{L^2} \quad (3.13)$$

$$a = \frac{\lambda}{\rho c_p} \quad (3.14)$$

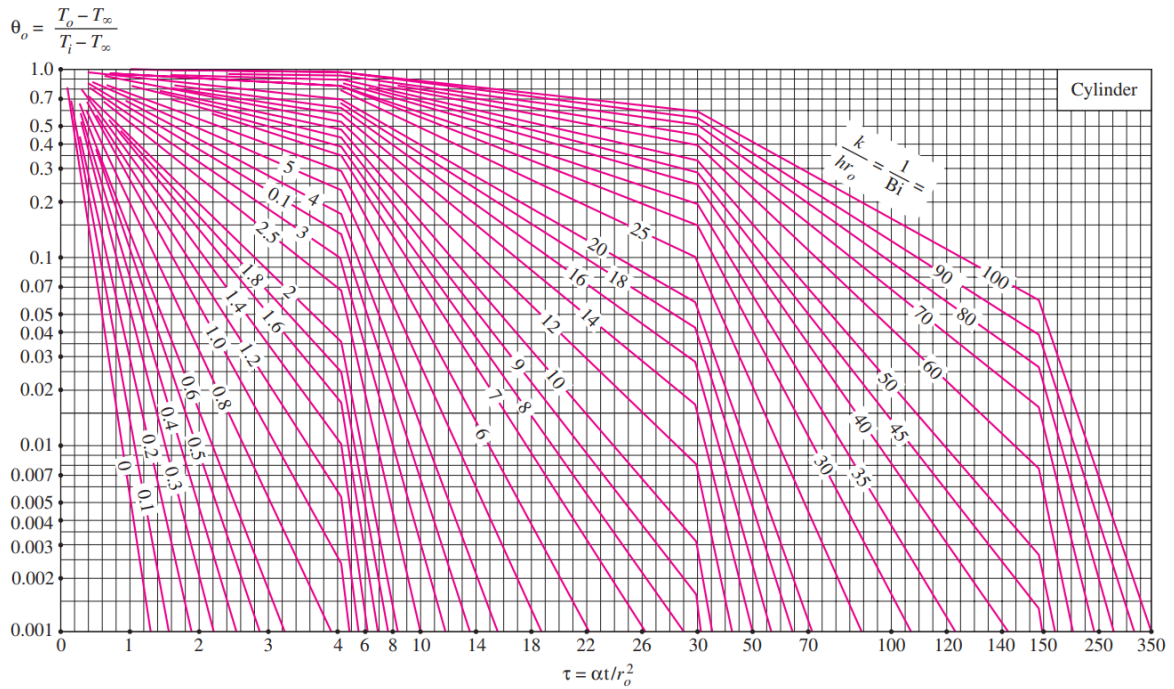
$$Fo = \frac{\lambda t}{\rho c_p L^2} \quad (3.15)$$

Fourierovo číslo se používá jako bezrozměrná míra času  $t$  a to hlavně při analytických výpočtech nestacionárního přenosu tepla. Po dosazení za  $a$  (3.15) je patrný další možný



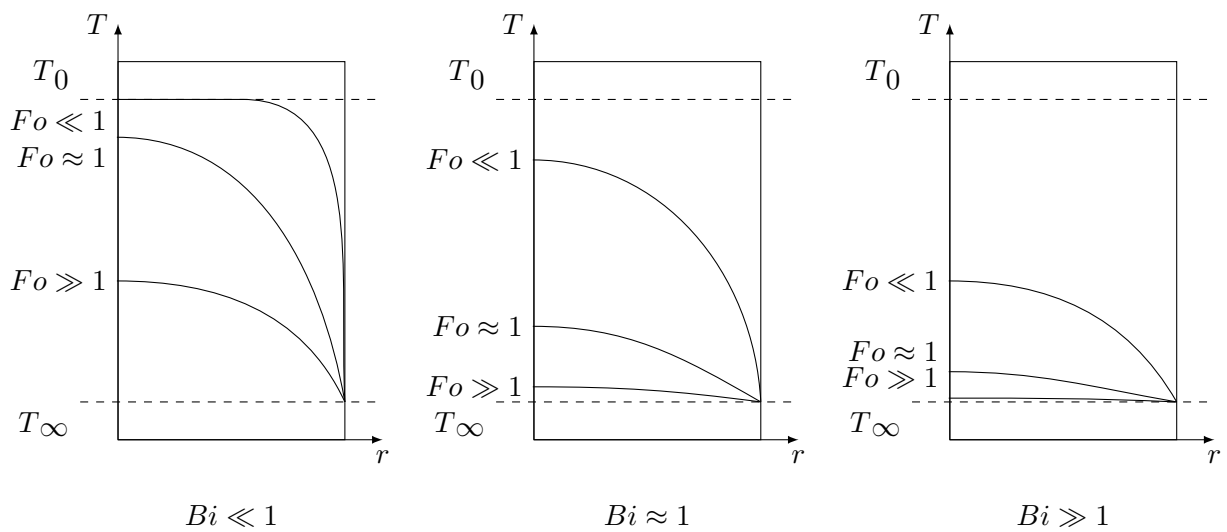
**Obrázek 3.3:** Úměra mezi Biotovým a Nusseltovým číslem

výklad, poměr míry vedeného tepla ku míře akumulovaného tepla (Cengel, 2002, kap.4). Interpretace Fourierova čísla ve vztahu k rozložení vnitřní teploty je komplikována tím, že samo nijak nepopisuje odvod tepla mimo zkoumaný systém. Je tedy nutné zahrnout i Biotovo číslo  $Bi$ . Graf 3.4 udává bezrozměrnou teplotu  $\Theta$  v ose nekonečně dlouhého válce jako funkci Fourierova čísla (v grafu  $\tau$  na ose „x“) a převrácené hodnoty  $Bi$ .



**Obrázek 3.4:** Bezrozměrná teplota v ose nekonečně dlouhého válce (Cengel, 2002, kap.4)

Pro určitou hodnotu Fourierova čísla (např.3) a malé Biotovo číslo ( $\frac{1}{Bi} = 100$ ) je teplota v ose téměř rovna počáteční. Při vyšší hodnotě ( $\frac{1}{Bi} = 1$ ) je naopak téměř rovna teplotě okolí. Nízká hodnota  $Bi$  souvisí s malým přestupem tepla do okolí v poměru s vedením skrze těleso. Ochlazování tedy probíhá pomaleji, než by samotné vedení tepla umožnilo. Charakter rozložení vnitřní teploty pro různá  $Fo$  a  $Bi$  je shrnut v obrázku 3.5



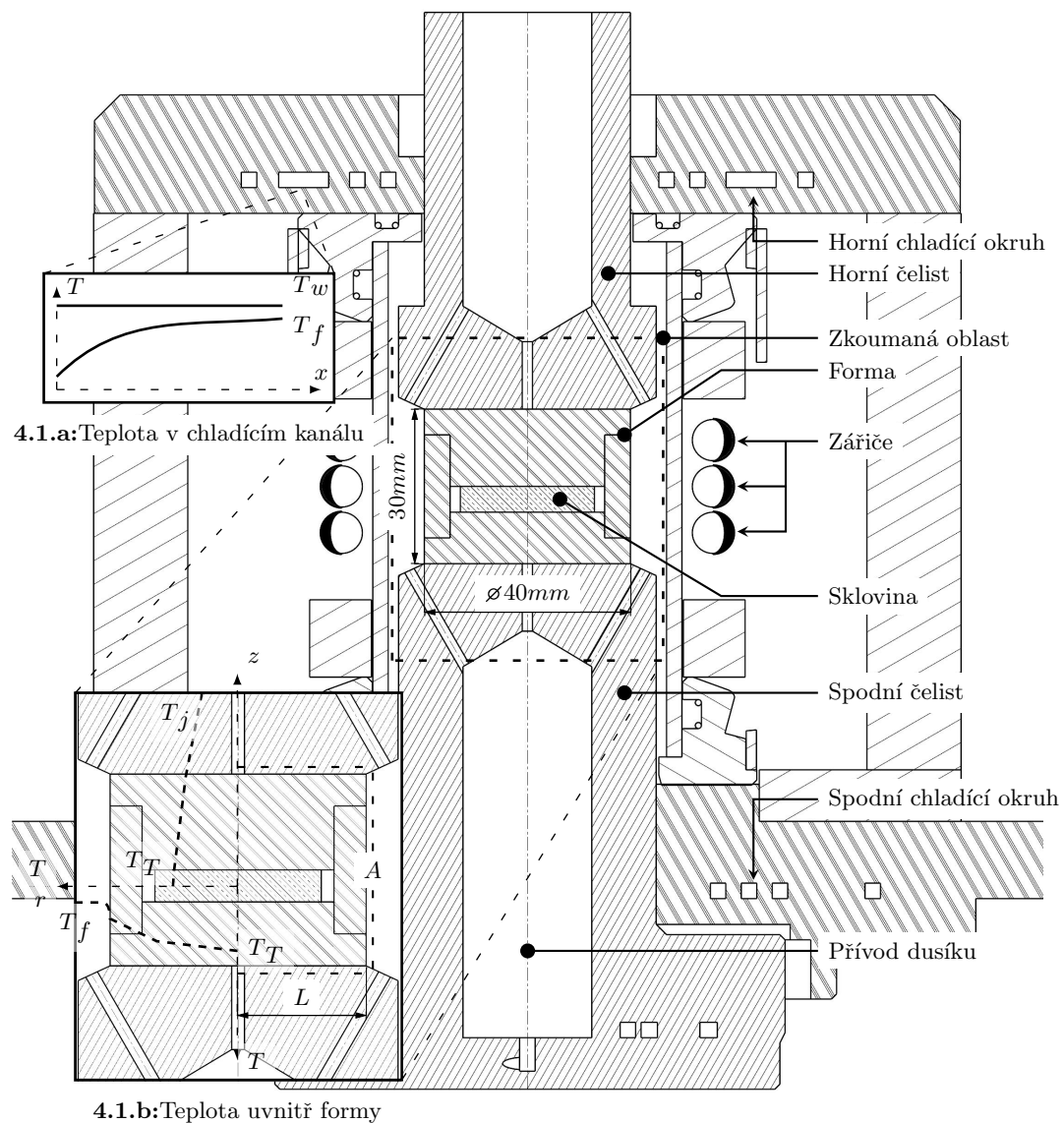
**Obrázek 3.5:** Význam Fourierova čísla  $Fo$  v závislosti na Biotově čísle  $Bi$



## 4 Základní přehled

Hlavním bodem této práce je zařízení na lisování přesných optických čoček vyvíjené Katedrou Energetických Zařízení (KEZ), konkrétně analýza chladicího cyklu. Ohřev skloviny je realizován pomocí zářičů, chlazení pak ofukem vnějšího průměru formy a chladicími kanály v těle lisu. Zajímá nás průběh teploty během chlazení a tepelné odpory.

### 4.1 Forma



Obrázek 4.1: Řez lisem

Konstrukci formy komplikují dva faktory. Prvním je lepení skloviny na formu a druhým malé rozměry čočky. První problém lze vyřešit použitím slinutých karbidů místo oceli, ze které jsou formy běžně vyráběny. To však dále komplikuje konstrukci formy kvůli nemožnosti materiál obrábět (vnitřní kanálky atp.). Geometrie formy tedy musí být co nejjedodušší, což je vidět i na obrázku 4.1. Chlazení je realizováno ofukováním vnějšího povrchu formy dusíkem a vodním chlazením čelistí držících formu. Po obvodu kuželové plochy na držáku spodní části formy je série otvorů vedoucích do kavity uvnitř držáku. Do té je pod tlakem přiváděno chladicí médium, které uniká otvory a obtéká formu. Horní čelist má podobnou sérii otvorů, kterými je dusík odváděn pryč. Rychlost proudění může být řízena tlakem v

kavitě spodní čelisti. Horní díl formy je uchycen na píst, kterým se realizuje uzavření formy a vybuzení potřebného tlaku pro správné formování skla. Oba tyto ovládací prvky umožňují kontrolu nad procesem formování čočky.

## 4.2 Citlivostní analýza

Pro správnou analýzu procesu je nutné identifikovat podstatné parametry a jaký mají kvalitativní vliv. Korektním odvozením rovnic se budeme zabývat v kapitole 5, níže uvedené vztahy mají ilustrativní charakter.

Situace ve formě během chlazení pro konkrétní časový okamžik  $t$  je nastíněna v detailech na obrázku 4.1. 4.1.b znázorňuje průběh teplot ve sklovině a formě v radiálním a axiálním směru. Teplota v těžišti skloviny je označena jako  $T_T$ ,  $T_f$  značí teplotu proudícího dusíku a  $T_j$  teplotu v čelisti na hranici zkoumané oblasti. Graf 4.1.a ukazuje vývoj teploty kapaliny v průběhu délky chladicího kanálu. Pro zjednodušení uvažujeme teplotu stěny konstantní. Přenos tepla bude rovněž ovlivňovat velikost teplosměnných ploch  $A$  a charakteristický rozměr  $L$ .

Teplotní tok ze skloviny do chladicího média (viz 4.1.b) budeme hledat ve tvaru:

$$\dot{Q} = \frac{T_T - T_f}{\frac{L}{\lambda A} + \frac{1}{\alpha A}} \left( = mc_p \frac{dT}{dt} \right) \quad (4.1)$$

Ohřev chladicího média určíme z rovnice pro tepelný výměník (viz 4.1.a), kde  $S_D$  značí průřez chladicího kanálu:

$$\dot{Q} = \dot{m} c_p \Delta \bar{T} \quad (4.2)$$

$$\bar{T} = \frac{(T_j - T_f[x=0]) - (T_j - T_f[x=L])}{\ln \frac{T_j - T_f[x=0]}{T_j - T_f[x=L]}} \quad (4.3)$$

$$\dot{m} = \rho S_D w \quad (4.4)$$

Součinitel vedení tepla  $\alpha$  si zasluhuje větší pozornost. Pro jeho odhad budeme předpokládat turbulentní proudění s plně vyvinutým rychlostním a teplotním profilem (quazi-statické proudění). Pro turbulentní proudění uvnitř potrubí se uvádí (Cengel, 2002, kap.8):

$$Nu = 0,023 Pr^{0,3} Re^{0,8} \quad (4.5)$$

$$\alpha = \frac{Nu \lambda_f}{L} \quad (4.6)$$

Součinitel přestupu tepla tedy závisí na Prandtlově čísle, součiniteli vedení tepla chladicího média  $\lambda_f$  a charakteristickém rozměru  $L$ . V tabulce níže je uveden soupis veličin a jakým způsobem se musí jejich velikost změnit, aby se zvýšil tepelný tok  $\dot{Q}$ .

Parametr:	Závislost	$\frac{\partial \dot{Q}}{\partial \text{parameter}} > 0$
$A$ :	velikost teplosměnných ploch	↑
$L$ :	charakteristický rozměr	↓
$S_D$ :	velikost kanálů	↑
$\lambda$ :	teplotní vodivost materiálů lisu	↑
	teplotní vodivost chladícího média	↑
$c_p$ :	tepelná kapacita skloviny	-
	tepelná kapacita chladícího média	↑
$\rho$ :	hustota chladícího média	↑
$w$ :	rychlost proudění v chladícím kanálu	↑
$Pr$ :	tepelná mezní vrstva chladícího média	↑

**Tabulka 1:** Vliv parametrů na odvod tepla

### 4.3 Volba chladícího média

S pomocí výše určených závislostí se můžeme začít zabývat vhodným chladícím médiem. V tabulce níže jsou uvedeny relevantní parametry pro vybrané látky (ing. Markéta Petříková & ing. Pavel Kryštůfek, 2016). Reynoldsovo číslo je určeno pro jednotkovou rychlost proudění a jednotkový charakteristický rozměr, jeho hodnota tedy odpovídá  $\mu^{-1}$ . Poslední dva sloupce slouží jako srovnávací parametry. Součín  $\rho c_p$  souvisí se schopností dané látky akumulovat teplo, což umožňuje efektivněji odvádět energii (4.3). Nusseltovo číslo vypočtené podle rovnice 4.5 popisuje, jak dobře daná látka odebírá teplo z ponořeného povrchu.

Látka	$\rho$	$c_p$ (20°C)	$\lambda$	$\mu \cdot 10^6$	$Pr$	$Re$	$\rho c_p$	$Nu - viz 4.5$
vzduch	1,2	1006	,0256	15,1	,71	660	1207,2	,096
$CO_2$	1,8	914	,023	8,0	,77	1250	1645,2	,147
$N_2$	1,7	1039	,026	15,0	,71	670	1766,3	,098
voda	998	4180	,597	10,1	7,00	9940	4 171 640	38,829

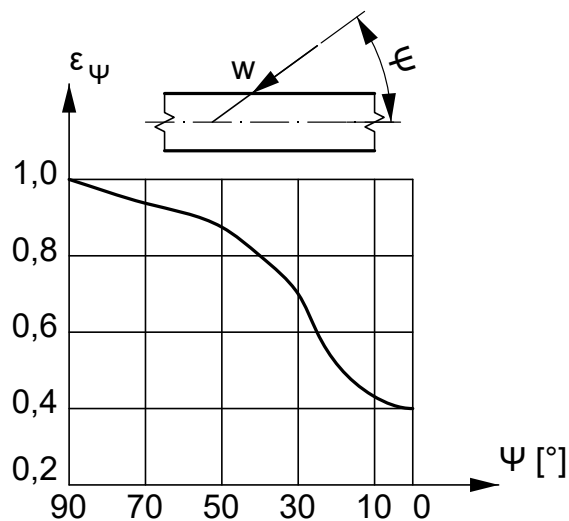
**Tabulka 2:** Porovnání chladících látek

Z uvedených plynů se nejlepší jeví dusík  $N_2$ . Kromě chlazení se využívá jako inertní atmosféra chrání kovové prvky zařízení a sklovinu před oxidací a znečištěním. Znečištění skloviny by se projevilo zmatněním. V technologickém procesu se již používá, není tedy nutné zavádět další pracovní látku. Voda se v zařízení používá k chlazení čelistí.

### 4.4 Přestup tepla

Za účelem návrhu a dimenzování zařízení je třeba vytvořit model jeho chování. Než se pustíme do časově náročných numerických simulací, je vhodné pomocí zjednodušeného modelu odhadnout základní parametry systému. Teoretické základy k této části jsou popsány v kapitolách 2 a 3. Posledním článkem pro vytvoření modelu je přestup tepla mezi vnější povrchem formy a proudícím chladivem.

Konvekce, ať už volná či nucená, představuje velice komplikovaný problém. V prvním případě je nutné vzít v úvahu proudění vyvolané drobnými rozdíly hustot vlivem tepelného gradientu. Ve druhém pak



**Obrázek 4.2:** Graf funkce  $\epsilon_\psi$  (ing. Markéta Petříková & ing. Pavel Kryštůfek, 2016, s.20)

$Re$	$C$	$n$
5 – 80	0,810	0,400
80 – $5 \cdot 10^3$	0,695	0,460
$5 \cdot 10^3$ – $5 \cdot 10^4$	0,197	0,600
$> 5 \cdot 10^4$	0,023	0,800

**Tabulka 3:** Hodnoty  $C$  a  $n$  pro různá Reynoldsova čísla (ing. Markéta Petříková & ing. Pavel Kryštůfek, 2016, s.20).

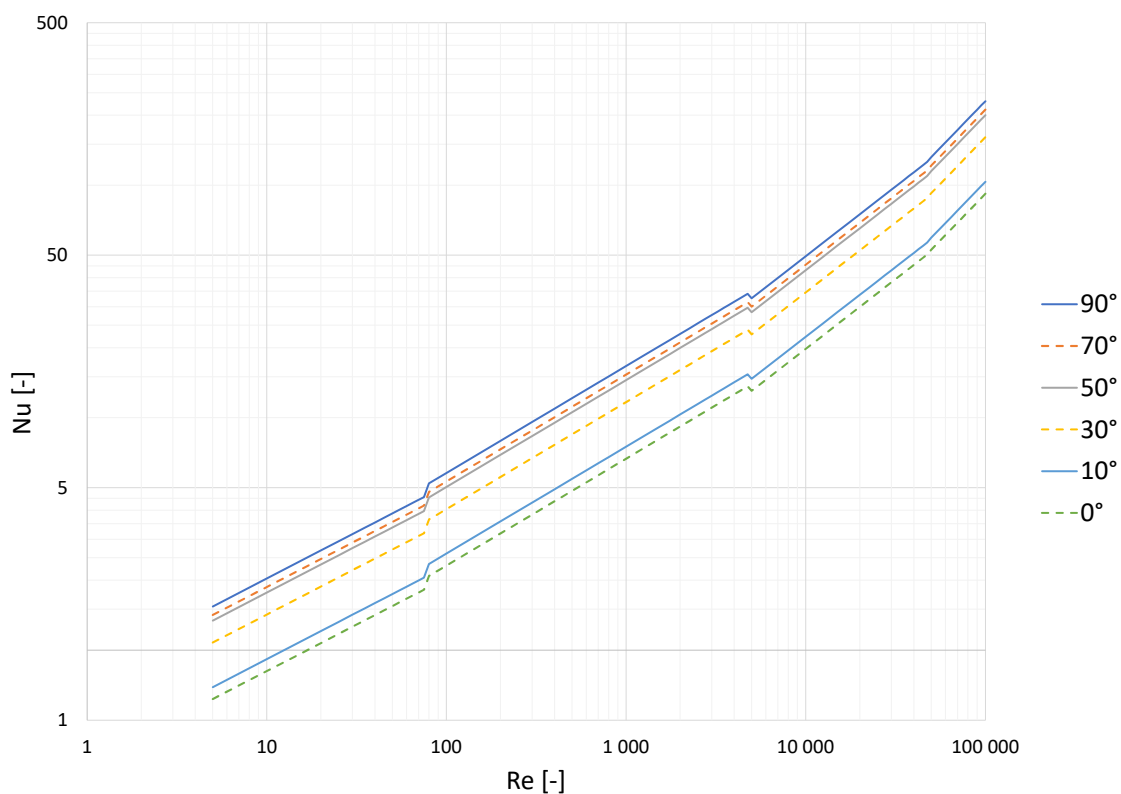
záleží na charakteru mezní vrstvy při obtékání tělesa. Problému se nebudeme věnovat moc do hloubky a hlavním zdrojem informací budou termodynamické tabulky (ing. Markéta Petříková & ing. Pavel Kryštůfek, 2016).

#### 4.4.1 Přestup do dusíku

Geometrie řešeného problému odpovídá obtékání válce podél jeho osy. Tento případ nalezneme na straně 20.

$$Nu = CRe^n \epsilon_\psi \quad (4.7)$$

$C$  a  $n$  jsou parametry závislé na hodnotě Reynoldsova čísla (tabulka 3),  $\epsilon_\psi$  je korekční parametr závislý na úhlu náběhu proudění na válec (obrázek 4.2). V grafu 4.3 jsou pak vyneseny křivky Nuseltových čísel pro různé úhly náběhu pro Reynoldsova čísla od 5 do  $10^5$ .

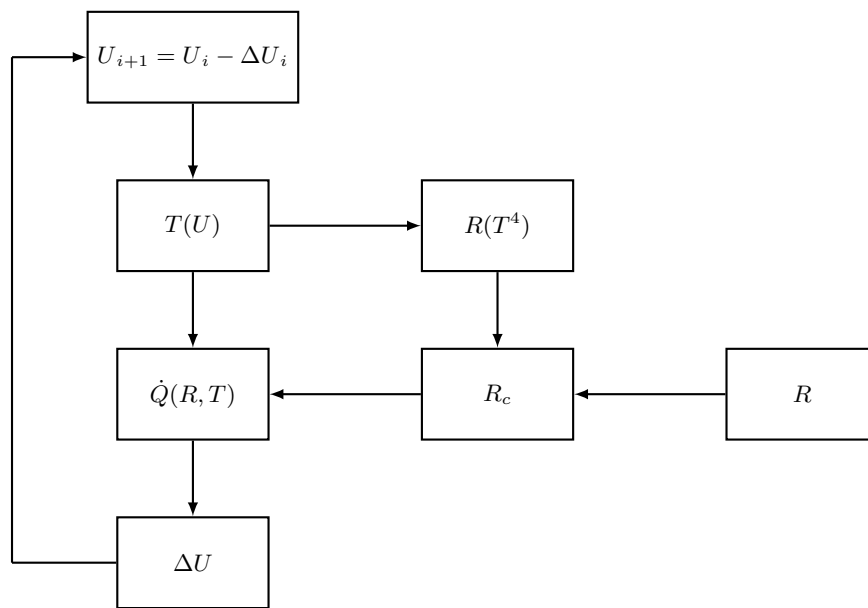


**Obrázek 4.3:** Nuseltova čísla při obtékání válce

## 5 Analytické řešení

Vzhledem ke složitosti problému je vhodné začít s jeho analýzou od velmi zjednodušených případů a postupně přidávat na komplexitě. V tomto případě začneme zjednodušením na 1D stacionární úlohu. Parametry se budou měnit v diskrétních skocích, kdy chování v průběhu kroku uvažujeme neměnné. Zjednodušený diagram výpočtového cyklu můžeme vidět na obrázku 5.1. Z vnitřní energie systému  $U$  můžeme pomocí kalorimetrické rovnice určit jeho termodynamickou teplotu  $T$ . Radiální tepelný odpor je silně závislý na teplotě ( $R(T^4)$ ) a je tedy nutné ho určit v každém cyklu. Neměnné tepelné odpory jsou reprezentovány bloky  $R$ . Z teplotního spádu  $\Delta T$  a výsledného tepelného odporu  $R_c$  určíme tepelný tok  $\dot{Q}$ . Z tepelného toku a délky časového kroku spočítáme množství energie  $\Delta U$ , o které se ponížší vnitřní energie systému.

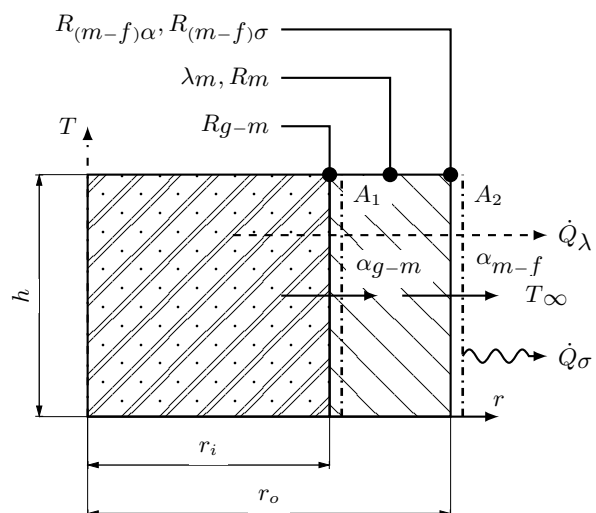
Dále se budeme zabývat odvozením rovnic a postupným přidáváním na komplexitě. Základní výpočtové schéma (Eulerova metoda) však bude neměnné. Přehled veličin nalezneme v tabulce 4. Některé z uvedených parametrů platí pro kapitolu 5.2.



Obrázek 5.1: Zjednodušený diagram výpočtového cyklu

### 5.1 Radiální odvod tepla

Uvažujme tedy nejprve čistě radiální odvod tepla ze skloviny. Situační schéma najdeme na obrázku 5.2. Tepelné proudění ze skloviny ven z formy je omezeno kontaktním odporem ve styku skloviny s formou, vedením tepla skrze tělo formy a nakonec přestupem tepla do chladicího média a zářením do okolí. Vnitřní energii  $U$  skloviny můžeme určit jednoduchou kalorimetrickou rovnicí. Je ovšem potřeba vzít v potaz to, že energie je akumulována nejen v hmotě skloviny ale i v hmotě formy. V počátečním stavu uvažujeme, že obě mají stejnou teplotu. Jak si ukážeme později, rozložení vnitřních teplot je ploché a tudíž tento předpoklad nemusíme v průběhu výpočtu měnit.



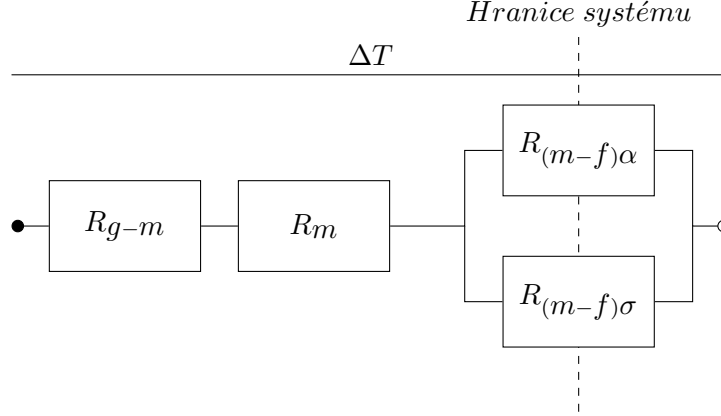
Obrázek 5.2: Skica formy pro radiální odvod tepla

GEOMETRIE			
ROZMĚRY			
$r_i$	15.0	mm	poloměr kavity
$r_o$	20.0	mm	vnější poloměr formy
$r_j$	25.0	mm	vnější poloměr čelisti
$h_i$	6.0	mm	výška kavity
$h_o$	31.0	mm	výška formy
$b_b$	10.0	mm	tloušťka dna spodku formy
$b_t$	15.0	mm	tloušťka dna vršku formy
REDUKOVANÉ ROZMĚRY			
$\bar{h}$	20.3	mm	výška náhradní stěny (5.40)
$\bar{r}$	17.7	mm	poloměr náhradního dna (5.43)
MATERIÁLOVÉ PARAMETRY			
SKLOVINA			
$\rho$	2500	kg m <sup>-3</sup>	hustota
$c_p$	840	J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	měrná tepelná kapacita
$\lambda$	1.2	W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	součinitel vedení tepla
$\varepsilon$	0.80	-	emisivita
FORMA			
Karbíd wolframu WC			
$\rho$	1600	kg m <sup>-3</sup>	hustota
$c_p$	200	J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	měrná tepelná kapacita
Kobalt Co			
$\rho$	900	kg m <sup>-3</sup>	hustota
$c_p$	400	J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	měrná tepelná kapacita
Směs WC-Co			
hmotnostní poměr 90 %-10 %			
$\rho$	1530	kg m <sup>-3</sup>	hustota
$c_p$	215.5	J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	měrná tepelná kapacita
$\varepsilon$	0.85	-	emisivita
$\lambda$	80	W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	součinitel vedení tepla
DUSÍK N <sub>2</sub> (ing. Markéta Petříková & ing. Pavel Kryštůfek, 2016)			
$\mu$	2.2	10 <sup>5</sup> m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup>	kinematická viskozita
$\lambda$	0.05	W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	součinitel vedení tepla
VODA (ing. Markéta Petříková & ing. Pavel Kryštůfek, 2016)			
$\rho$	998	kg m <sup>-3</sup>	hustota
$c_p$	4182	J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	měrná tepelná kapacita
$\mu$	9.95	10 <sup>7</sup> m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup>	kinematická viskozita
$\lambda$	0.6	W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	součinitel vedení tepla

**Tabulka 4:** Přehled veličin a parametrů

$$U = [(\rho V c_p)_g + (\rho V c_p)_m]T \quad (5.1)$$

$$T = \frac{U}{(\rho V c_p)_g + (\rho V c_p)_m} \quad (5.2)$$



**Obrázek 5.3:** Schématický nákres tepelných odporů pro 1D případ

Celkový tepelný odpor  $R_c$  získáme ze schématu 5.2 pomocí rovnic odvozených v kapitole 2. Protože lze přenos tepla řešit analogicky k elektrickému proudu, můžeme situaci reprezentovat pomocí sériově paralelního zapojení odporů (obrázek 5.3). Člen  $R_{(m-f)\sigma}$  udává radiační tepelný odpor a je závislý na teplotě. U  $R_{g-m}$  vyjdeme z tabulky (Lienhard & Lienhard, 2019, s.76). Rovnice pro  $R_c$  i s dosazením je pro úplnost uvedena na straně 33 (5.27).

$$R_c = R_{g-m} + R_m + \left( \frac{1}{R_{(m-f)\alpha}} + \frac{1}{R_{(m-f)\sigma}} \right)^{-1} \quad (5.3)$$

K určení tepelného toku  $\dot{Q}$  použijeme teorii tepelných odporů popsanou v kapitole 2.1.4. Také z něho snadno určíme změnu vnitřní energie.

$$\dot{Q} = \frac{T_g - T_f}{R_c} \quad (5.4)$$

$$\Delta U = \dot{Q} \Delta t \quad (5.5)$$

### 5.1.1 Dílčí tepelné odpory

Zbývá nám určit rovnice pro jednotlivé tepelné odpory. Pro přestup tepla ze skloviny do formy a z formy do chladícího média se uplatní vztah z již zmíněné kapitoly 2. Tyto odpory jsou funkcí součinitele přestupu tepla  $\alpha$  a velikosti teplosměnné plochy. Hodnota  $R_{(m-f)\sigma}$  je závislá na  $(T_m^4 - T_f^4)$ . To je problém, jelikož jí musíme dosadit do rovnice 5.4, kde je pouze prostý rozdíl teplot. Určení  $R_m$  je zkomplikované tím, že tepelný tok prochází stěnou válce a ne rovnou deskou. Mění se tak velikost plochy, kterou tok prostupuje.

Začneme s  $R_m$ . Protože je nutné pracovat v polárních souřadnicích, musí do rovnice vstoupit Lagrangián. Při integraci považujeme polární souřadnice za pravoúhlý souřadný systém. Tato funkce vyrovnává fakt, že skutečná vzdálenost udaná změnou souřadnice  $\varphi$  závisí i na souřadnici  $r$ .

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0 \quad (5.6)$$

$$\frac{1}{r \partial r} \partial \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0 \quad (5.7)$$

$$\partial \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0 \quad (5.8)$$

$$r \frac{\partial T}{\partial r} = C_1 \quad (5.9)$$

$$\partial T = C_1 \frac{\partial r}{r} \quad (5.10)$$

$$T = C_1 \ln|r| + C_2 \quad (5.11)$$

Pokud si do rovnice dosadíme za proměnné v krajních polohách (symbolicky 1 a 2) a rovnice od sebe odečteme, získáme konstantu  $C_1$ . Konstantu  $C_2$  následně získáme dosazením  $C_1$  zpět jedné z rovnic.

$$T_1 = C_1 \ln|r_1| + C_2 \quad (5.12)$$

$$T_2 = C_1 \ln|r_2| + C_2 \quad (5.13)$$

---


$$T_1 - T_2 = C_1 (\ln|r_1| - \ln|r_2|) = C_1 \ln \frac{r_1}{r_2} \quad (5.14)$$

$$C_1 = -\frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \quad (5.15)$$

$$C_2 = T_1 + \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \ln|r_1| \quad (5.16)$$

Výsledná rovnice pro teplotu uvnitř stěny válce:

$$T = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \ln \frac{r}{r_1} \quad (5.17)$$

K určení tepelného odporu potřebujeme znát tepelný tok pomocí Fourierova zákona 2.1. Takto získaný měrný tepelný tok je však závislý na souřadnici  $r$ . Pokud ho však vynásobíme velikostí plochy válce  $A = 2\pi r h$ , závislosti na  $r$  se zbavíme.

$$\dot{q} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\lambda \Delta T}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \frac{1}{r} \quad (5.18)$$

$$\dot{Q} = \frac{2\pi h \lambda \Delta T}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{\Delta T}{R_m} \quad (5.19)$$

Povšimněme si, že došlo k převrácení zlomku v logaritmu. Zlomek  $r_1/r_2 < 1$  a logaritmus z čísla menšího než jedna je záporný. Tepelný odpor pro válcovou stěnu:

$$R_m = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi h \lambda} \quad (5.20)$$

Určení  $R_{(m-f)\sigma}$ , respektive  $\alpha_{(m-f)\sigma}$ , je komplikovanější, protože množství vyzářeného tepla je úměrné rozdílu čtvrtých mocnin teplot. Tím se z lineární rovnice pro teplotu stává rovnice nelineární. Za určitých předpokladů je však možné jí linearizovat (Lienhard & Lienhard, 2019, s.71-72).

$$\dot{Q}_\sigma = A_2 F \sigma \varepsilon (T_m^4 - T_f^4) \approx A_2 \left( 4\sigma \varepsilon F T_{(m\sigma)}^3 \right) \Delta T_\sigma = A_2 \alpha_{(m-f)\sigma} \Delta T_\sigma \quad (5.21)$$

$$T_{(m\sigma)} = \frac{T_m + T_f}{2} \quad (5.22)$$

$$\Delta T_\sigma = T_m - T_f \quad (5.23)$$



Radiační tepelný odpor tedy je:

$$R_{(m-f)\sigma} = \frac{1}{A_2 \cdot 4\sigma F T_{(m\sigma)}^3} = \frac{1}{A_2 \alpha_{(m-f)\sigma}} \quad (5.24)$$

Podmínkou pro použití zjednodušení je následující nerovnost:

$$\left(\frac{\Delta T}{2T_m}\right)^2 \ll 1 \quad (5.25)$$

Uvažujeme li počáteční teplotu formy  $600^\circ\text{C}$  (ca 900K) a teplotu okolí  $25^\circ\text{C}$  (ca 300K), je nerovnost splněna, ale chyba bude značná. S klesající teplotou se bude nepřesnost zmenšovat.

$$\left(\frac{600}{2 \cdot 600}\right)^2 = 0,25 < 1 \quad (5.26)$$

Celkový tepelný odpor i s dosazením tedy vypadá následovně:

$$R_c = \frac{1}{A_1 \alpha_{(g-m)}} + \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi \lambda_m h} + \frac{1}{A_2} (\alpha_{(m-f)} + \alpha_{(m-f)\sigma})^{-1} \quad (5.27)$$

### 5.1.2 Mechanismy odvodu tepla

Bude nás zajímat, jakým mechanismem se odvede kolik tepla. K předání tepla do okolí dochází na rozhraní forma-chladicí kapalina přestupem tepla do chladicího média a zářením do okolí (rovnice 5.28). Že tomu tak je je patrné z diagramu 5.3. Diagram je založen na elektro-tepelné analogii zmíněné v kapitole 2. Celkový tepelný tok je tedy součtem dvou dílčích toků, kdy tepelný spád („napětí“) je pro oba odpory stejný (rovnice 5.29). Snadno pak můžeme vyjádřit poměr dílčího tepelného toku k celkovému. K odvodu tepla dochází na vnější hranici systému, je tedy třeba pracovat jen s odpory a teplotními spády na této hranici. Jak je z rovnic patrné, tento poměr nezávisí na aktuálním tepelném spádu, ale pouze na teplotě skrze teplotně závislé  $R_{(m-f)\sigma}$ .

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{(m-f)\alpha} + \dot{Q}_{(m-f)\sigma} \quad (5.28)$$

$$\frac{T_m - T_f}{\left(\frac{1}{R_{(m-f)\alpha}} + \frac{1}{R_{(m-f)\sigma}}\right)^{-1}} = \frac{T_m - T_f}{R_{(m-f)\alpha}} + \frac{T_m - T_f}{R_{(m-f)\sigma}} \quad (5.29)$$

$$\frac{\dot{Q}_{(m-f)\alpha}}{\dot{Q}} = \frac{\left(\frac{1}{R_{(m-f)\alpha}} + \frac{1}{R_{(m-f)\sigma}}\right)^{-1}}{R_{(m-f)\alpha}} = \frac{R_{(m-f)\sigma}}{R_{(m-f)\alpha} + R_{(m-f)\sigma}} \quad (5.30)$$

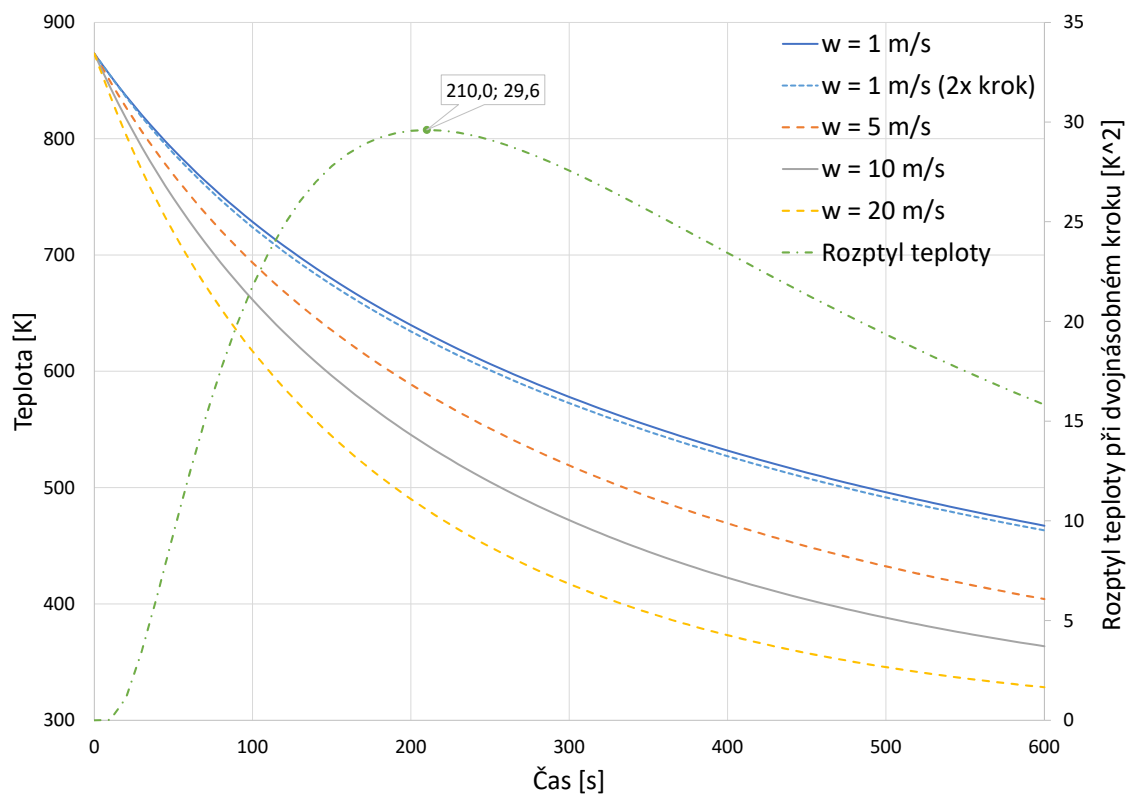
$$\frac{\dot{Q}_{(m-f)\sigma}}{\dot{Q}} = \frac{R_{(m-f)\alpha}}{R_{(m-f)\alpha} + R_{(m-f)\sigma}} \quad (5.31)$$

$$(5.32)$$

### 5.1.3 Výsledky

Vývoj teplot pro různé rychlosti proudění chladicí kapaliny je uveden v grafu 5.4. Je dobře vidět, že s rostoucí rychlostí proudění se zvyšuje účinnost chlazení. Množství tepla odvedeného zářením je úměrné aktuální teplotě. Rovněž je v grafu znázorněn rozptyl teplot pro různé délky kroku u  $w = 1\text{m/s}$  určený jako druhá mocnina rozdílu teplot v daném časovém okamžiku. Odchylka teploty je v průměru 4,6 K, maximální odchylka je 5,4K v čase  $t = 210\text{s}$ . Zvolená délka integračního kroku je tedy dostatečně malá.

Poměr vyzářeného tepla k celkově odvedenému je vidět v grafu 5.5. U nejpomalejšího proudění je záření dominantním mechanismem odvodu tepla po téměř celou dobu, u druhého



**Obrázek 5.4:** Vývoj teplot pro různé parametry proudění

pouze prvních ca 60 s. U zbylých dvou zkoumaných rychlostí proudění je přestup tepla do chladícího média významnější. Nejmenší podíl vyzářeného tepla je na konci výpočtu při  $w = 20\text{ m/s}$  a to 9 %, záření tedy nelze zanedbat. Úryvek z výpočtu je uveden v tabulce 6. Přehled tepelných odporů nezávislých na teplotě nalezneme v tabulce 5.

Jedním z předpokladů pro výpočet bylo ploché rozložení tepla uvnitř formy. Charakter rozložení teplot závisí do značné míry na Biotově čísle (viz kapitola 3.2). Nejvyšší hodnota Biotova čísla bude při nejrychlejší proudění (nejvyšší  $\alpha$ ), rovněž je nutné vzít v úvahu příspěvek radiace z povrchu. Podle rovnice 5.33 je podmínka splněna a předpoklad je platný.

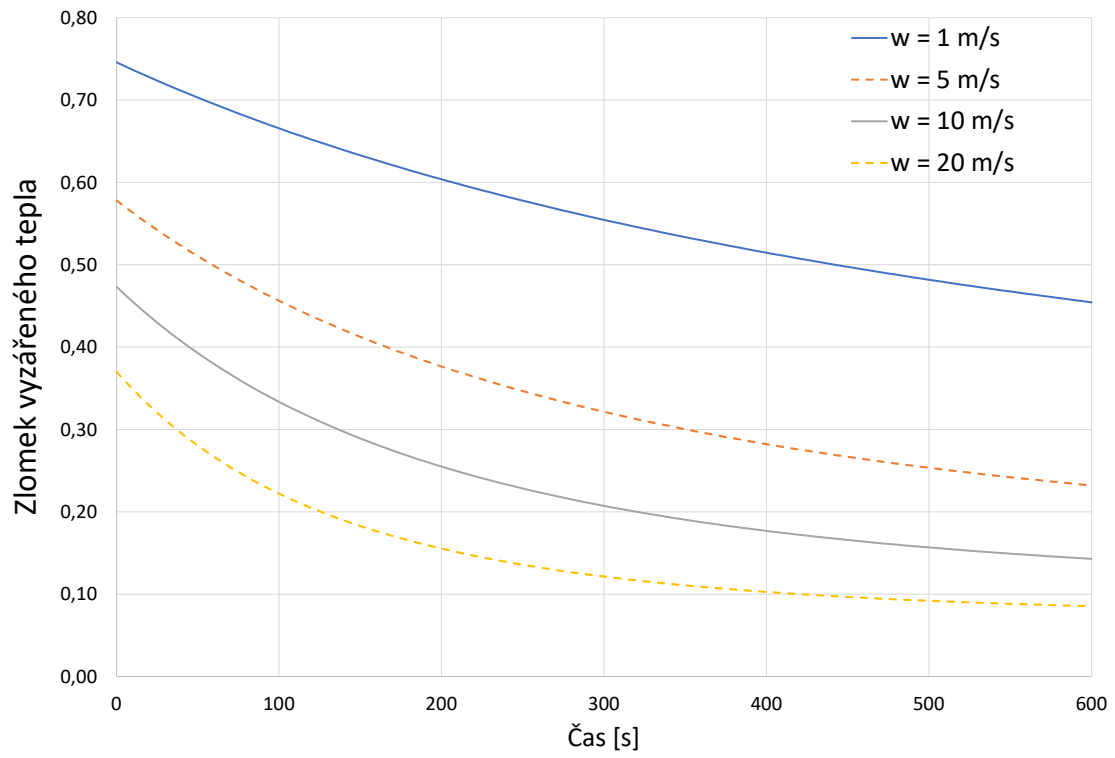
$$Bi = \frac{(\alpha_{w=20} + \alpha_{\sigma}) r_o}{\lambda_m} = \frac{(50.68 + 32.9) 0.02}{80} = 0.02 \ll 1 \quad (5.33)$$

$\alpha_{g-m}$	5000.00	$\text{W K}^{-1} \text{m}^{-2}$	součinitel přestupu tepla sklo-forma
$R_{g-m}$	0.19	$\text{K W}^{-1}$	tepelný odpor sklo-forma
$R_m$	0.05	$\text{K W}^{-1}$	součinitel vedení tepla skrze formu
$Re_{w=1}$	$1.82 \times 10^3$	-	parametry pro $w=1\text{m/s}$
$Nu_{w=1}$	8.87	-	
$\alpha_{w=1}$	10.97	$\text{W K}^{-1} \text{m}^{-2}$	
$R_{\alpha, w=1}$	65.92	$\text{K W}^{-1}$	
$Re_{w=5}$	$9.09 \times 10^3$	-	parametry pro $w=5\text{m/s}$
$Nu_{w=5}$	18.69	-	
$\alpha_{w=5}$	23.37	$\text{W K}^{-1} \text{m}^{-2}$	
$R_{\alpha, w=5}$	30.96	$\text{K W}^{-1}$	
$Re_{w=10}$	$1.82 \times 10^4$	-	parametry pro $w=10\text{m/s}$
$Nu_{w=10}$	28.33	-	
$\alpha_{w=10}$	35.42	$\text{W K}^{-1} \text{m}^{-2}$	
$R_{\alpha, w=10}$	20.43	$\text{K W}^{-1}$	
$Re_{w=20}$	$3.64 \times 10^4$	-	parametry pro $w=20\text{m/s}$
$Nu_{w=20}$	42.95	-	
$\alpha_{w=20}$	56.68	$\text{W K}^{-1} \text{m}^{-2}$	
$R_{\alpha, w=20}$	13.48	$\text{K W}^{-1}$	

**Tabulka 5:** Tepelně nezávislé odpory pro kapitolu 5.1

$t$	$U$	$\dot{Q}$	$Q$	$T_i$	$T'_i$	$T_2$	$T_m$
0	15 998	34.4	171.9	873.2	866.5	864.7	581.4
5	15 826	33.8	169.1	863.8	857.2	855.5	576.8
10	15 657	32.7	163.5	854.5	848.2	846.5	572.3
15	15 494	31.6	158.1	845.6	839.5	837.9	568.0
20	15 336	30.6	153.0	837.0	831.1	829.5	563.8
$\vdots$							
$\alpha_\sigma$	$R_\sigma$	$R_{o-f}$	$R_c$	$\dot{Q}_\sigma/\dot{Q}$	$\dot{Q}_\alpha/\dot{Q}$		
32.2	22.5	16.8	17.0	0.75	0.25		
31.4	23.0	17.1	17.3	0.74	0.26		
30.7	23.5	17.4	17.6	0.74	0.26		
30.0	24.1	17.6	17.9	0.73	0.27		
29.4	24.6	17.9	18.2	0.73	0.27		
$\vdots$							

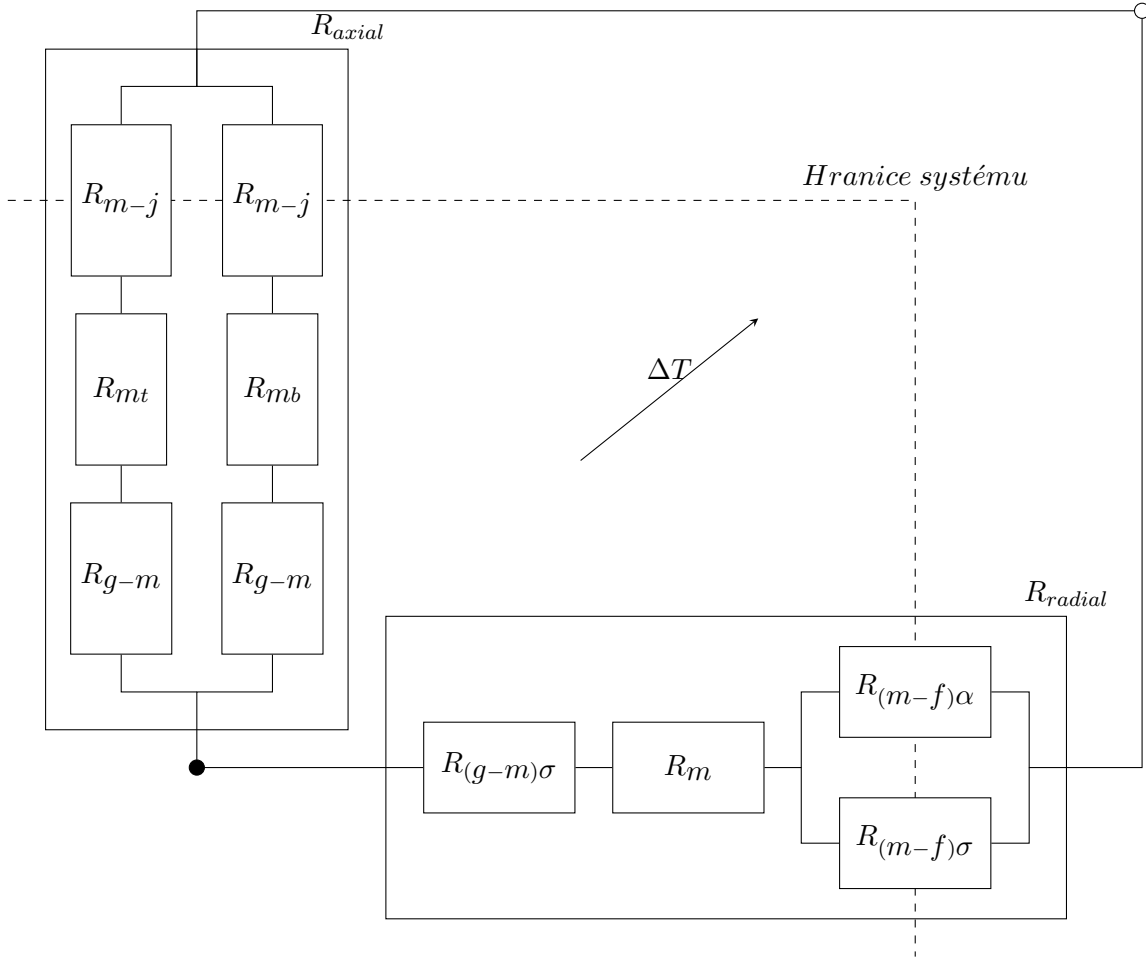
**Tabulka 6:** Část výpočtu pro  $w = 1\text{m/s}$  pro kapitolu 5.1



**Obrázek 5.5:** Poměr vyzářeného tepla k odvedenému teple v daném okamžiku

## 5.2 Radiálně-Axiální odvod tepla

Dalším aspektem, který musíme vzít v úvahu, je odvod tepla do čelistí držících formu. Skicu formy nalezneme na obrázku 5.7. Zahrnutí axiálního vedení tepla s sebou přináší další komplexitu v podobě dodatečné změny velikosti teplosměnných ploch. U radiálního vedení tedy s rostoucí souřadnicí  $r$  narůstá tato plocha nejen v důsledku rostoucího poloměru, ale i kvůli výšce. U přestupu tepla není tento fakt nutné brát v úvahu, jelikož nezávisí na tloušťce stěny. Obecný vzorec pro celkový tepelný odpor tedy bude:



Obrázek 5.6: Schématický náčrt tepelných odporů pro 2D případ

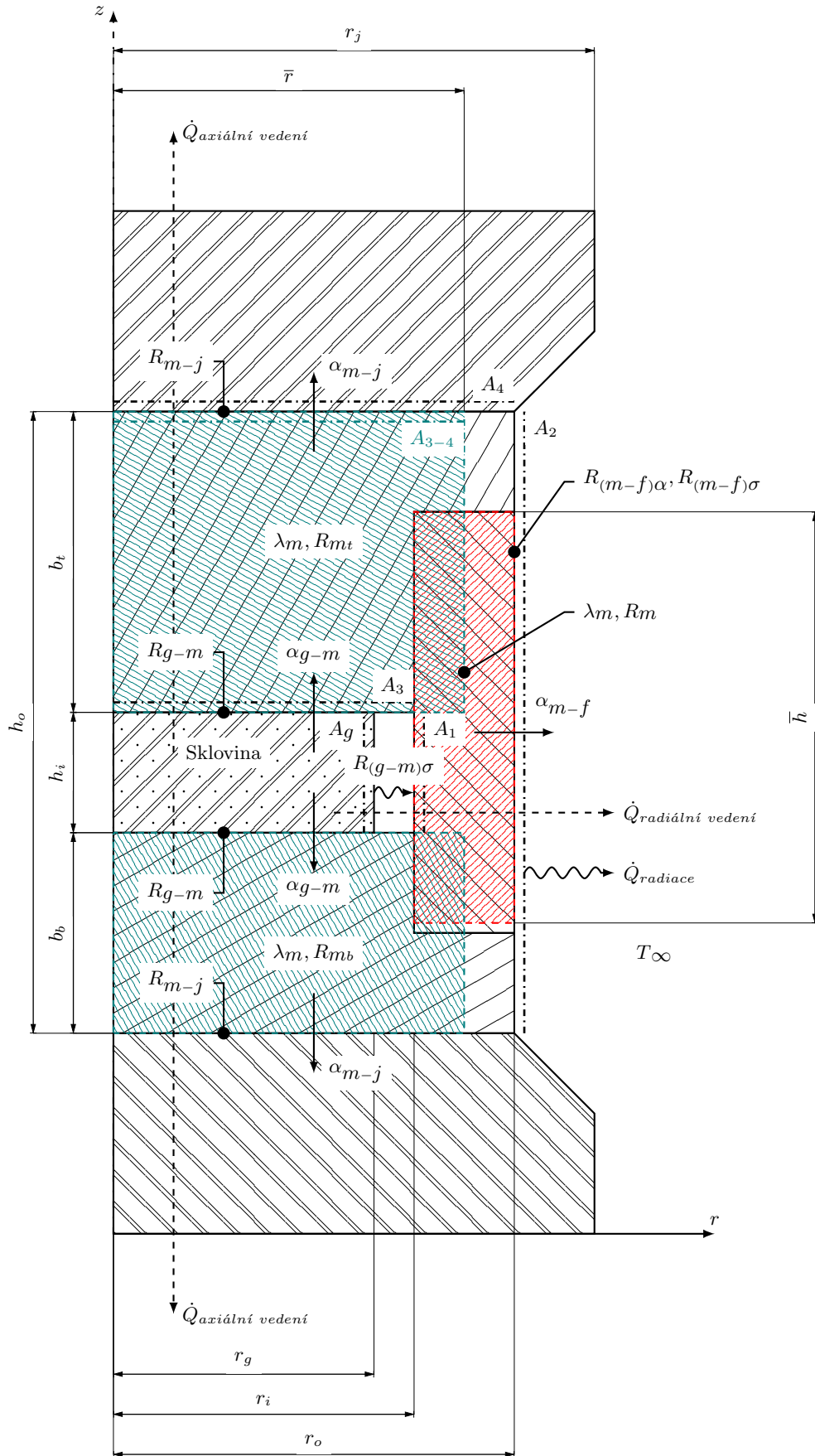
$$R_c = \left( \frac{1}{R_{rad}} + \frac{1}{R_{ax}} \right)^{-1} \quad (5.34)$$

$$R_{rad} = \frac{1}{R_{(g-m)\sigma} + R_m + \left( \frac{1}{R_{(m-f)\alpha}} + \frac{1}{R_{(m-f)\sigma}} \right)^{-1}} \quad (5.35)$$

$$R_{ax} = \left( \frac{1}{R_{g-m} + R_{mb} + R_{m-j}} + \frac{1}{R_{g-m} + R_{mt} + R_{m-j}} \right)^{-1} \quad (5.36)$$

### 5.2.1 Dílčí tepelné odpory

Abychom mohli použít již odvozené rovnice pro prostup tepla rovnou stěnou a stěnou válce, je třeba najít ekvivalentní náhradní tělesa pro skutečnou geometrii formy. Při radiálním vedení je tloušťka stěny ve všech místech stejná, ale se změnou poloměru se mění její výška.



Obrázek 5.7: Skica formy pro radiálně-axiální odvod tepla

Náhradu tedy můžeme provést válcem o takové výšce, že velikost jeho teplosměnných ploch bude stejná jako u skutečné geometrii.

$$A_1 = 2\pi r_i h_i \quad (5.37)$$

$$A_2 = 2\pi r_o h_o \quad (5.38)$$

$$\sum A = 2\pi(r_i h_i + r_o h_o) = 2\pi \bar{h}(r_i + r_o) \quad (5.39)$$

$$\bar{h} = \frac{r_i h_i + r_o h_o}{r_i + r_o} \quad (5.40)$$

Upravená rovnice pro odpor  $R_m$  tedy bude:

$$R_m = \frac{\ln \frac{r_o}{r_i}}{2\pi \bar{h} \lambda} \quad (5.41)$$

Stejnou úvahu můžeme použít i k určení náhradního poloměru spodního a horního dílu formy.

$$\pi r_i^2 + \pi r_o^2 = 2\pi \bar{r}^2 \quad (5.42)$$

$$\bar{r} = \sqrt{\frac{1}{2}(r_i^2 + r_o^2)} \quad (5.43)$$

Odpor  $R_{mb}$  tedy bude následující (u  $R_{mt}$  dojde k formální záměně  $b_t$  za  $b_b$ ):

$$R_{mb} = \frac{b_b}{\lambda_{mould} A_{3-4}} \quad (5.44)$$

Odpor v důsledku přestupu tepla jsou závislé pouze na velikosti teplosměnné plochy. Nemusíme u nich tedy určovat náhradní geometrie.

$$R_{(g-m)} = \frac{1}{A_3 \alpha_{g-m}} \quad (5.45)$$

$$R_{(m-f)\alpha} = \frac{1}{A_2 \alpha_{m-f}} \quad (5.46)$$

$$R_{(m-f)\sigma} = \frac{1}{A_2 \alpha_{(m-f)\sigma}} \quad (5.47)$$

$$R_{m-j} = \frac{1}{A_4 \alpha_{g-m}} \quad (5.48)$$

Velikosti výše zmíněných ploch určíme z diagramu 5.7, kde jsou vyznačeny čerchovanou čarou s popiskou příslušné geometrii.

$$A_1 = 2\pi r_i h_i \quad (5.49)$$

$$A_2 = 2\pi r_o h_o \quad (5.50)$$

$$A_3 = \pi r_i^2 \quad (5.51)$$

$$A_4 = \pi r_o^2 \quad (5.52)$$

$$A_{3-4} = \pi \bar{r}^2 \quad (5.53)$$

$$A_g = \pi r_g h_i \approx A_1 \quad (5.54)$$

Klíčovým parametrem čočky je její tloušťka. Aby bylo možné ji dodržet, má forma osazení a objem skloviny je menší než objem kavity formy. To má za následek, že v radiálním směru nedojde ke styku skla s formou, ale odpor v tomto místě bude radiační. O tomto problému se blíže pojednává v „A heat transfer textbook“ (Lienhard & Lienhard, 2019, kap.10).

$$\dot{Q} = \frac{\sigma(T_g^4 - T_m^4)}{\left(\frac{1-\varepsilon}{A\varepsilon}\right)_g + \frac{1}{A_g F_{g-m}} + \left(\frac{1-\varepsilon}{A\varepsilon}\right)_m} \quad (5.55)$$

Součinitel ozáření  $F_{g-m}$  uvažujeme pro jednoduchost roven jedné. Teplosměnná plocha na straně formy se nachází na poloměru  $r_i$ , tedy  $A_m = A_1 = A_g$ . Dle rovnice 5.54 můžeme z jmenovatele vytknout  $1/A_1$ . Pro rozdíl čtvrtých mocnin teplot uvažujeme stejné zjednodušení jako v rovnici 5.21.

$$\dot{Q} = \frac{4\sigma A_1 T_m^3 (T_g - T_m)}{\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)_g + 1 + \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)_m} = \frac{(T_g - T_m)}{R_{(g-m)}\sigma} \quad (5.56)$$

$$R_{(g-m)}\sigma = \frac{\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)_g + 1 + \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)_m}{4\sigma A_1 T_m^3} \quad (5.57)$$

Jako poslední nám zbývá odhadnout tepelný odpor chladicího okruhu čelistí, Z důvodu jednoduchosti uvažujeme jeho geometrii jako uzavřený torus o velkém průměru  $D = 35mm$  a malém  $d = 5mm$ . Plochu jeho povrchu, která slouží jako teplosměnná plocha, určíme následovně:

$$A_{torus} = \pi^2 D d \quad (5.58)$$

Předpokládáme ploché rozložení vnitřních teplot a tudíž uvažujeme teplotu stěny chladicího kanálu za konstantní. Pro turbulentní proudění kruhovým kanálem s konstantní teplotou stěny uvádí tabulky tento vztah (ing. Markéta Petříková & ing. Pavel Kryštůfek, 2016):

$$Nu = 4,8 + 0,025 Re^{0,8} \quad (5.59)$$

K určení Reynoldsova čísla musíme určit rychlost proudění uvnitř kanálu. Protože chceme dosáhnout rovnoměrného chlazení, nemělo by dojít k přílišnému ohřátí vody při proudění kanálem. Pro ohřev vody platí následující kalorimetrická rovnice:

$$Q = \dot{Q} dt = mc_p \Delta T = \left( \frac{\pi d^2}{4} w dt \right) \rho c_p \Delta T \quad (5.60)$$

Uvažujeme kontinuální jev,  $dt$  tedy můžeme z rovnice vykrátit. Člen  $\Delta T$  určíme pomocí arbitrárního požadavku, aby se vstupní a výstupní teplota vody nelišila více než o 5 %.

$$\Delta T = T - T_0 = T \left( 1 - \frac{T_0}{T} \right) = 0,05T \quad (5.61)$$

Rychlost proudění v kanále tedy získáme jako:

$$w = \frac{80\dot{Q}}{\pi d^2 \rho c_p T} \quad (5.62)$$

Člen  $\dot{Q}$  v tomto případě udává maximální chladicí výkon kanálu, který splní podmínku o rozdílu teplot. Jeho hodnotu je nutné určit iteračně. Zvolíme-li příliš nízkou, musel by rozdíl teplot být vyšší než požadovaný. V opačném případě získáme mnohem vyšší potřebnou rychlost proudění, což může být obtížné realizovat. Dále je ve výpočtu použit výkon kanálu  $\dot{Q} = 1500W$ , čímž získáme  $w$ :

$$w = \frac{80 \cdot 1500}{\pi \cdot 0.005^2 \cdot 998.2 \cdot 4182 \cdot 0,05 \cdot 300} \approx 1,2m/s \quad (5.63)$$

Rovnice 5.59 předpokládá turbulentní proudění. V kapitole 3.1 je uvedena kritická hodnota pro proudění v kruhovém potrubí  $Re_{krit} = 2300$ , naše hodnota musí být vyšší.

$$Re = \frac{wL}{\mu} = \frac{1,2 \cdot 0,005}{9,95 \cdot 10^{-7}} \approx 6200 > Re_{krit} \quad (5.64)$$

$$Nu = 4,8 + 0,025 \cdot 6200^{0,8} = 31,72 \quad (5.65)$$

$$\alpha_{torus} = \frac{Nu \lambda_{voda}}{d} = \frac{31,72 \cdot 0,6}{0,005} = 3800 W m^{-2} K^{-1} \quad (5.66)$$



V analytickém výpočtu a později i v kapitole 6.4 aplikujeme tuto okrajovou podmínku ne přímo na geometrii chladicího kanálu, ale na plochu  $A_4$  podle skicy 5.7. Přepočtení je jednoduché, jelikož se mění pouze plocha.

$$\alpha_j = \alpha_{torus} \frac{A_4}{A_{torus}} = 3350 W m^{-2} K^{-1} \quad (5.67)$$

Celkové dosazení v tomto případě dělat nebudeme, jelikož v takto složitém případě nejde členy vytknout nebo vykrátit mezi sebou.

## 5.2.2 Mechanismy odvodu tepla

Stejně jako u předchozího případu je vhodné se podívat kolik tepla je odvedeného jednotlivými mechanismy. Diagram pro 2D úlohu nalezneme na obrázku 5.6. Nejprve je třeba určit tepelný tok každou z větví. V případě radiálního toku se opět budeme zabývat dodatečným rozdělením na přestup tepla a záření.

Vezmeme-li v úvahu pouze celkové „rezistory“  $R_{ax}$  a  $R_{rad}$ , je úloha formálně totožná s kapitolou 5.1.2.

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{ax} + \dot{Q}_{rad} \quad (5.68)$$

$$\frac{\dot{Q}_{ax}}{\dot{Q}} = \frac{R_{rad}}{R_{ax} + R_{rad}} \quad (5.69)$$

$$\frac{\dot{Q}_{rad}}{\dot{Q}} = \frac{R_{ax}}{R_{ax} + R_{rad}} \quad (5.70)$$

Určení poměrného toku skrze  $R_\alpha$  a  $R_\sigma$  zůstane rovněž podobné. Místo na celý tok se však uplatní jen na složku  $\dot{Q}_{rad}$ .

$$\frac{\dot{Q}_\alpha}{\dot{Q}} = \frac{\dot{Q}_\alpha}{\dot{Q}_{rad}} \frac{\dot{Q}_{rad}}{\dot{Q}} \quad (5.71)$$

$$\frac{\dot{Q}_\alpha}{\dot{Q}} = \frac{R_\sigma}{R_\alpha + R_\sigma} \cdot \frac{R_{ax}}{R_{ax} + R_{rad}} \quad (5.72)$$

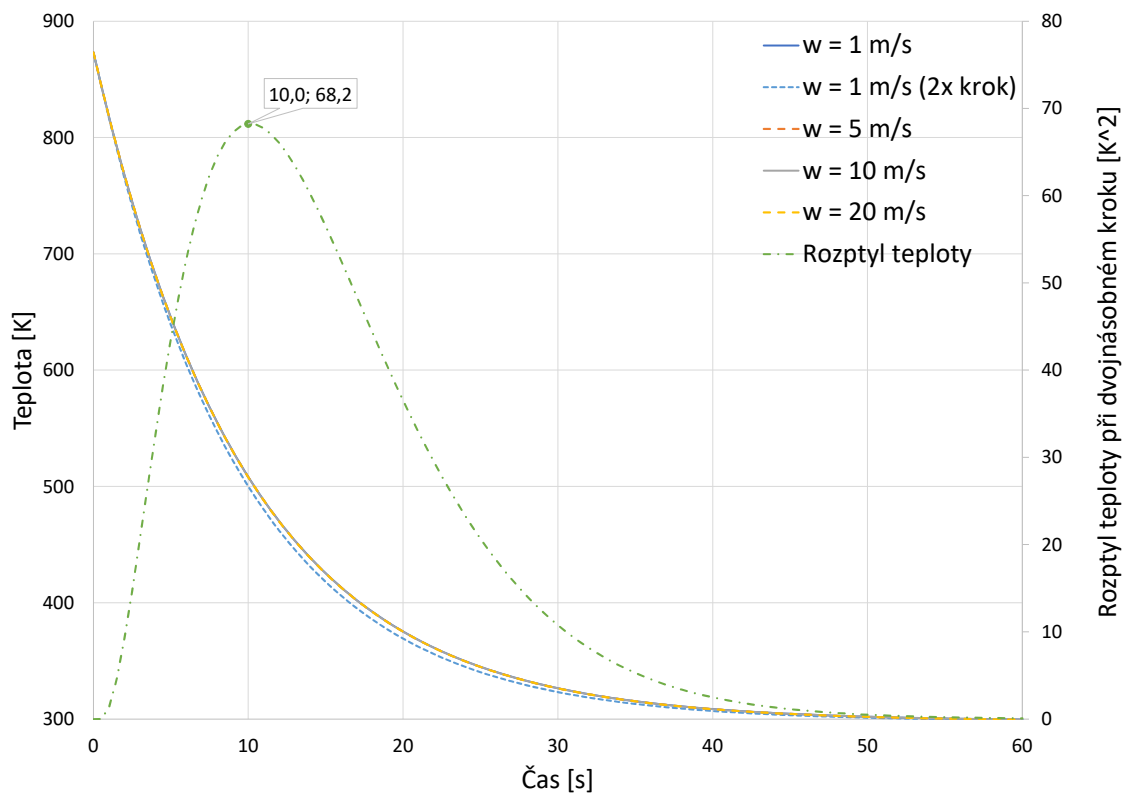
$$\frac{\dot{Q}_\sigma}{\dot{Q}} = \frac{R_\alpha}{R_\alpha + R_\sigma} \cdot \frac{R_{ax}}{R_{ax} + R_{rad}} \quad (5.73)$$

## 5.2.3 Výsledky

Zcela dominantním mechanismem odvodu tepla se ukazuje být chladicí okruh čelistí. To je nejspíše způsobeno velkou tepelnou vodivostí materiálu formy i čelistí a v porovnání s vnějším ofukem dusíkem účinnějším vodním chlazením. V grafu 5.8 je opět zanesena křivka rozptylu teploty pro základní a dvojnásobný krok. Její nejvyšší hodnota odpovídá odchylce 8,3K .

Jak je možno vidět v grafu 5.9, do čelistí se odvede > 98,5 % tepelné energie. Grafy 5.10 a 5.11 uvádí poměr tepla vyzářeného a odvedeného z vnějšího povrchu formy, respektive. V důsledku jiné geometrické konfigurace (oproti 1D úloze) je radiální vedení tepla účinnější než radiace v celém rozsahu teplot a rychlostí proudění.

Je nutné podotknout, že účinnost vodního chladicího okruhu čelistí je zatím jen hrubě odhadnuta. Tabulky 7 a 8 uvádějí přehled konstantních tepelných odporů a úryvek výpočtu respektive.



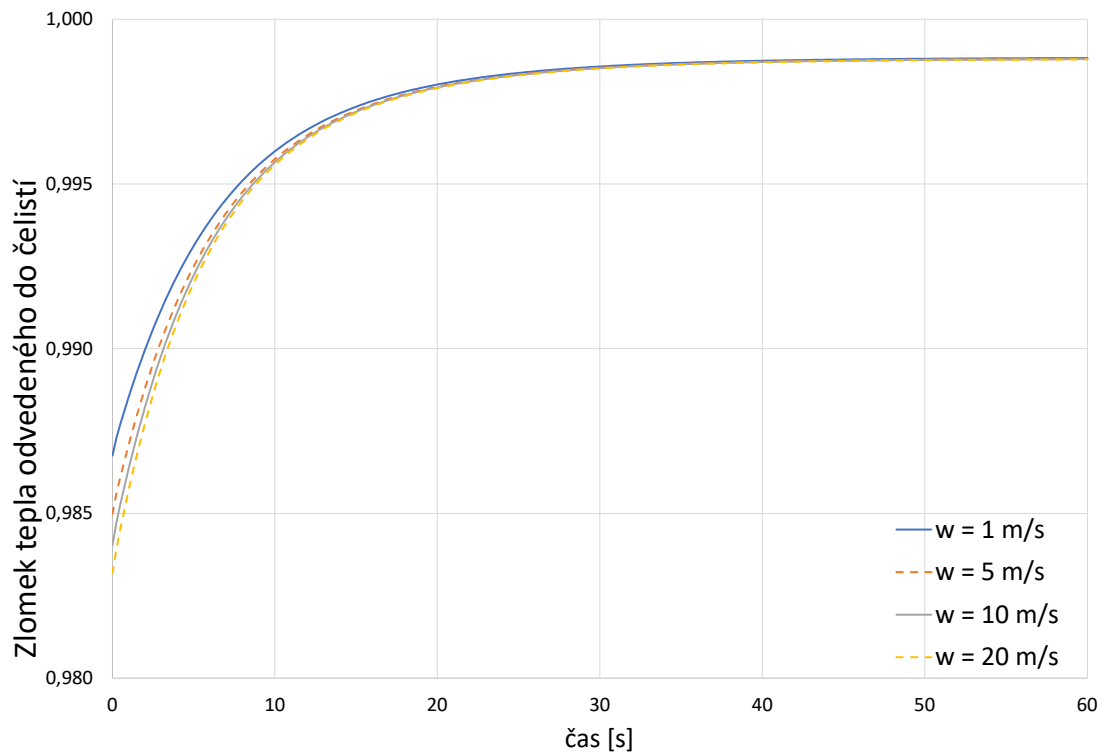
**Obrázek 5.8:** Vývoj teplot pro různé parametry proudění

$R_m$	0.03	$\text{K W}^{-1}$	vední skrze plášť formy
$R_{g-m}$	0.20	$\text{K W}^{-1}$	kontaktní odpor sklo-forma
$R_{mb}$	0.13	$\text{K W}^{-1}$	skrze spodek formy
$R_{mt}$	0.19	$\text{K W}^{-1}$	skrze vršek formy
$R_{m-j}$	0.15	$\text{K W}^{-1}$	odpor chladícího okruhu čelisti

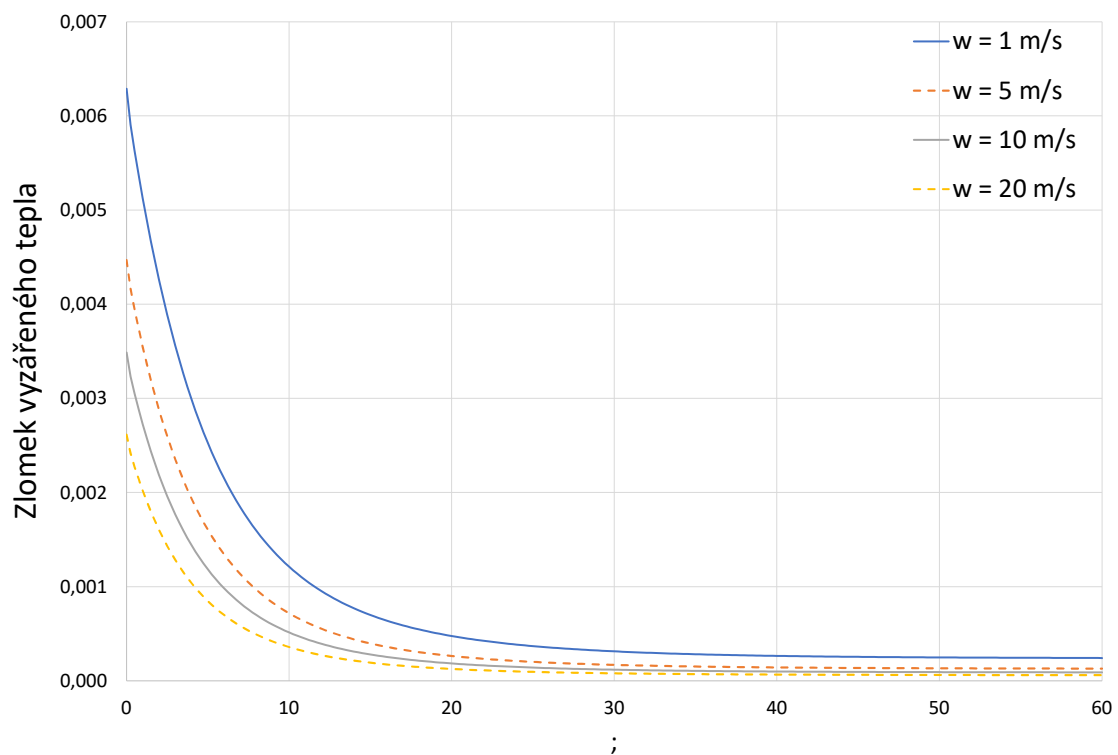
**Tabulka 7:** Tepelně nezávislé odpory pro kapitolu 5.2

$t$	$U$	$\dot{Q}$	$Q$	$T_i$	$T'_i$	$T_{mi}$	$R_{\sigma i}$	$T_2$	$T_{m2}$
0.00	17 771	1149.5	287.4	873.2	639.0	756.1	25.7	606.5	452.3
0.25	17 483	1141.3	285.3	859.0	626.5	742.8	27.1	594.3	446.2
0.50	17 198	1112.6	278.2	845.0	618.3	731.7	28.4	587.0	442.6
0.75	16 920	1084.3	271.1	831.3	610.4	720.9	29.7	579.8	439.0
1.00	16 649	1056.8	264.2	818.0	602.7	710.4	31.0	572.9	435.5
⋮									
$\alpha_\sigma$	$R_{\sigma o}$	$R_{o-f}$	$R_{\text{radial}}$	$R_c$	$\dot{Q}_{\text{axial}}/\dot{Q}$	$\dot{Q}_{\text{radial}}/\dot{Q}$	$\dot{Q}_\sigma/\dot{Q}$	$\dot{Q}_\alpha/\dot{Q}$	
15.2	25.9	12.3	38.0	0.5	0.987	0.013	0.006	0.007	
14.6	26.9	12.5	39.7	0.5	0.987	0.013	0.006	0.007	
14.2	27.6	12.7	41.1	0.5	0.988	0.012	0.006	0.007	
13.9	28.3	12.8	42.5	0.5	0.988	0.012	0.005	0.006	
13.5	29.0	12.9	44.0	0.5	0.989	0.011	0.005	0.006	
⋮									

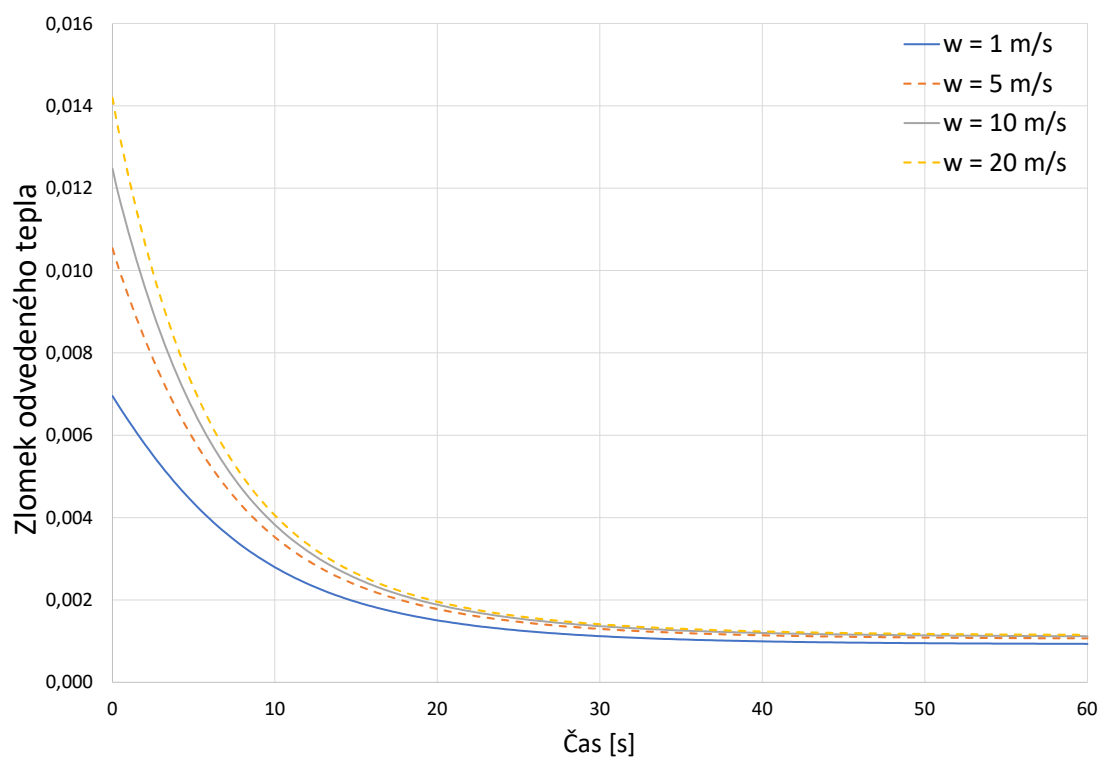
**Tabulka 8:** Část výpočtu pro  $w = 1\text{ m/s}$  pro kapitolu 5.2



Obrázek 5.9: Poměr tepla odvedený do čelistí



Obrázek 5.10: Poměr tepla vyzářený na vnějším povrchu formy



Obrázek 5.11: Poměr tepla odvedený z vnějšího povrchu formy

## 6 Numerická simulace

Všechny simulace pro účely této práce byly provedeny v softwaru Ansys 2024 student. Konkrétně Ansys Mechanical pro tvorbu sítí a transientní tepelné úlohy a Ansys Fluent pro určení součinitelů přestupu tepla v proudění vody a dusíku. Detailní nastavení a výsledky všech simulací jsou k dispozici v podobě Workbench archivů jako datová příloha práce.

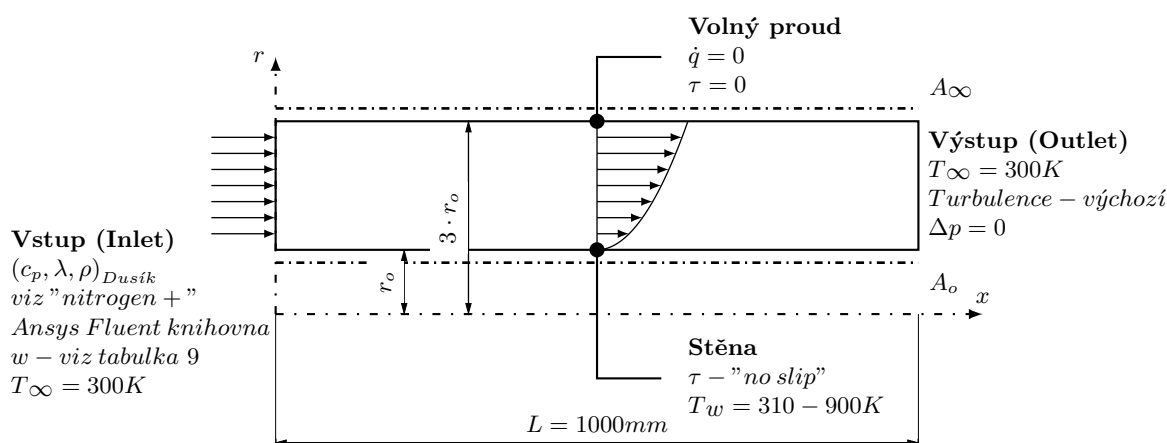
### 6.1 Součinitel přestupu tepla do dusíku

V předchozí kapitole jsme k učení součinitele přestupu tepla na vnějším povrchu formy použili vztah z tabulek  $\alpha$ . Použitý vzorec 4.7 je dle tabulek určený pro nedefinované proudění vzduchu. Zemská atmosféra obsahuje cirká 78 % dusíku (Buis, 2019), termodynamické vlastnosti vzduchu jsou tedy podobné dusíku. Tento fakt je patrný i z tabulky 2. Nabízí se však hodnoty ověřit pomocí simulace, jelikož máme k dispozici i pokročilejší nástroje než tabulky. Termodynamické vlastnosti získáme z vestavěné knihovny ansysu, jež obsahuje i tepelně závislý model chování dusíku  $N_2$  a vody.

#### 6.1.1 Nastavení simulace

Součinitel  $\alpha$  je funkcí Nusseltova čísla  $Nu$ . Pro případy nucené konvekce je  $Nu$  udáváno jako empirická závislost Prandtlova čísla  $Pr$  a Reynoldsova čísla  $Re$ .  $Re$  souvisí s turbulentností proudění a  $Pr$  udává poměr tloušťky rychlostní a tepelné mezní vrstvy. U reálných plynů také můžeme očekávat závislost na teplotě. Simulaci je tedy nutné provést pro variaci teplot a rychlostí proudění, obtékané těleso musí být dostatečně dlouhé, aby se vyvinula turbulentní mezní vrstva. Vnější průměr obtékané trubky bude odpovídat průměru formy tj. 40mm. Délka by měla být minimálně 10 průměrů, tedy 400mm. V simulaci je použita délka 1000mm.

Teplota stěny a rychlost proudění jsou řídicí parametry. Teplotu proudění pro všechny varianty uvažujeme 300K. Na vnější hranici proudění uvažujeme nulové tečné napětí, čímž simulujeme nekonečně rozlehlé proudění o konstantní rychlosti proudění v celém průřezu. Na stěně bude platit podmínka nulové rychlosti (no slip), drsnost stěny můžeme pro naše účely zanedbat. Prostor pro proudění musí být dostatečně rozlehlý, jinak by při vzniku mezní vrstvy došlo k urychlení základního proudění vlivem Bernoulliho principu.



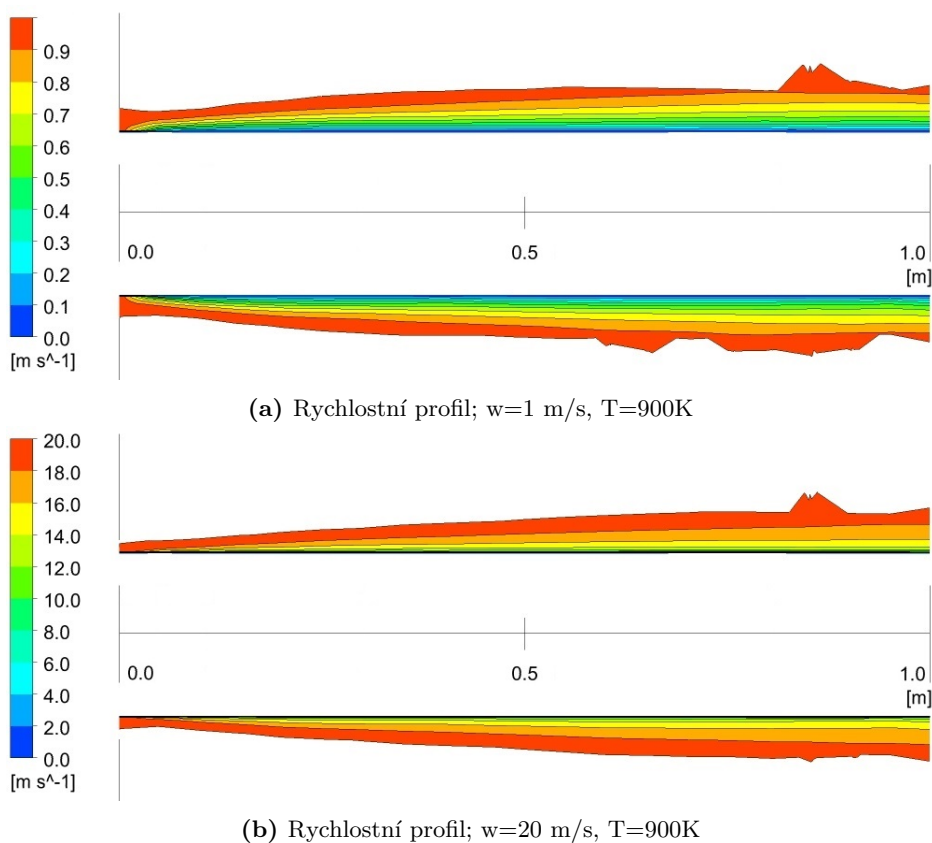
#### Model turbulence

$k - \omega$ model : SST	option : Production limiter	$Alpha_{*inf} : 1$
$Alpha_{*inf} : 1$	$Alpha_{inf} : 0.52$	$Beta_{*inf} : 0.09$
$a1 : 0.31$	$Beta_i(Inner) : 0.075$	$Beta_i(Outer) : 0.0828$
$TKE(Inner)Prandtl\# : 1.176$	$TKE(Outer)Prandtl\# : 1$	$SDR(Inner)Prandtl\# : 2$
$SDR(Outer)Prandtl\# : 1.168$	Energy Prandtl Number : 0.85	Production Limiter Clip Factor : 10

Obrázek 6.1: Skica okrajových podmínek

### 6.1.2 Charakter proudění

V obrázku 6.2 můžeme vidět porovnání rychlostních polí pro dvě rychlosti proudění. Rychlosti proudění vyšší než jmenovité nejsou zobrazeny. Z porovnání 6.2a a 6.2b můžeme vidět, že k vytvoření mezní vrstvy dojde rychleji při nižší rychlosti proudění. Na začátku má proudění jmenovitou rychlost v celém průřezu. Postupně dojde k vytvoření tenké mezní vrstvy, jejíž tloušťka s narůstající vzdáleností roste. Při nižší rychlosti je tloušťka mezní vrstvy větší. Jelikož je proudění při takto nízkých rychlostech nestlačitelné, dojde pomocí Bernoulliho principu ke zvýšení rychlosti okolního proudění. Pokud by prostor pro proudění nebyl dostatečně rozlehlý, bylo by urychlení proudění neúměrně větší než ve skutečnosti.



Obrázek 6.2: Porovnání rychlostních polí

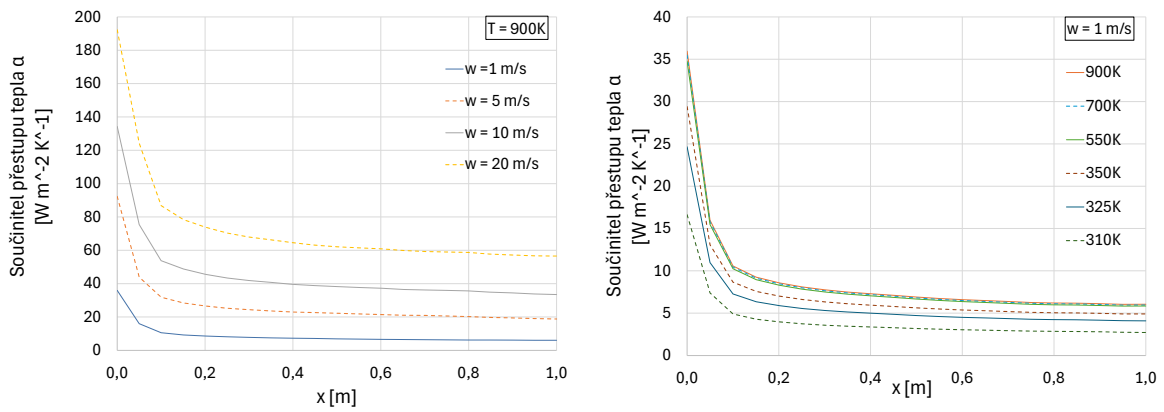
### 6.1.3 Přestup tepla

V grafu 6.3a je uvedena závislost součinitele  $\alpha$  na rychlosti proudění při konstantní teplotě stěny. Hodnota součinitele je zpočátku velmi vysoká a postupně klesá s narůstající tloušťkou mezní vrstvy. Graf 6.3b udává závislost součinitele na teplotě při konstantní rychlosti proudění. Při vyšších teplotách (900K - 550K) jsou hodnoty prakticky nezávislé na teplotě. Při teplotách stěny blízkých teplotě proudění (300K) však s teplotou velmi rychle klesají.

Všechny pozorované fenomény jsou snadno vysvětleny pomocí rovnice 3.9, respektive pomocí gradientu teploty na stěně. Tento gradient souvisí s definicí součinitele přestupu tepla  $\alpha \propto dT_f/dy$ . Aproximujme jeho hodnotu rozdílem teplot stěny a proudícího média, a tloušťkou mezní vrstvy.

$$\alpha \propto \frac{T_{wall} - T_{fluid}}{b} \quad (6.1)$$

Při nulovém rozdílu teplot je hodnota součinitele rovněž rovna nule, zároveň je nepřímo úměrný tloušťce mezní vrstvy. U simulace řízené parametry lze součinitel přestupu tepla zadat



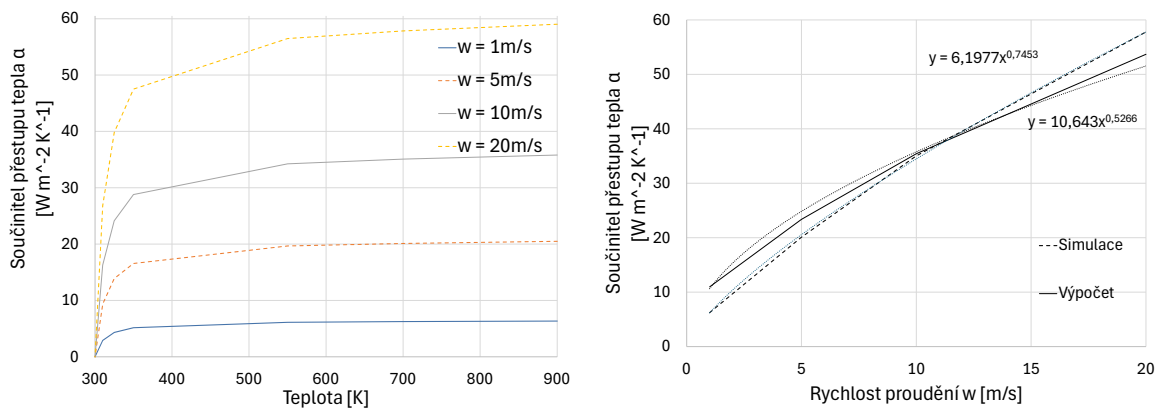
(a) Součinitel přestupu tepla jako závislost polohy a rychlosti proudění (b) Součinitel přestupu tepla jako závislost polohy a teploty

Obrázek 6.3: Závislost  $\alpha$  na poloze, teplotě a rychlosti proudění

$w$	$\alpha_{\text{simulace}}$	$\alpha_{\text{výpočet}}$
1.00	6.64	10.24
5.00	20.10	23.37
10.00	35.04	35.42
20.00	57.78	53.68

Tabulka 9: Koefficient přestupu tepla v závislosti na rychlosti proudění

pouze jako konstantu. Tu určíme jako průměrnou hodnotu pro oblast s ustálenou tloušťkou mezní vrstvy ( $x \geq 0,4m$ ) Graf 6.4a udává tyto průměry pro celý rozsah teplot s doplněným bodem  $\alpha(\Delta T = 0) = 0$ . Při teplotách nad 550K se hodnoty již příliš nemění, jejich průměr tedy použijeme jako hodnotu  $\alpha$  pro další simulace. V grafu 6.4b je uveden souhrn a porovnání s hodnotami vypočtenými podle vztahu 4.7.



(a) Simulace součinitele přestupu tepla  $\alpha$  (b) Součinitel přestupu tepla  $\alpha$  - simulace a výpočet

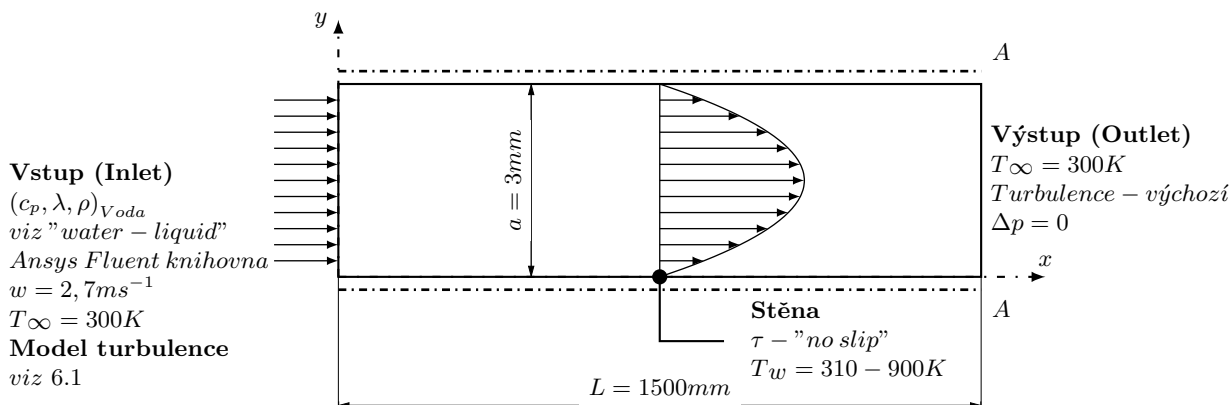
Obrázek 6.4: Závislost  $\alpha$  na teplotě a porovnání s tabulkami

## 6.2 Součinitel přestupu tepla do vody

Pro analytický výpočet jsme k odhadu přestupu tepla do chladícího kanálu použili tabulky. Vzhledem ke komplikované geometrii jsme použili náhradní kanál ve tvaru torusu. Reálný tvar kanálu se ukazuje být obtížné vysíťovat tak, aby se počet buněk vešel do limitů studentské verze programu Ansys. Simulaci tedy provedeme na rovném kanálu, která však bude mít správný průřez.

### 6.2.1 Nastavení simulace

Stejně jako u dusíku nás bude zajímat součinitel  $\alpha$  v závislosti na teplotě stěny kanálu. Vlivem rychlosti proudění se zabývat nebudeme. Teplota stěny je tak jediným vstupním parametrem simulace. Rychlost proudění určíme tak, aby průtok kanálem odpovídal analytickému řešení. Teplotu vody uvažujeme 300K, tlak na výstupu nulový. Rychlost proudění na stěně kanálu je nulová.



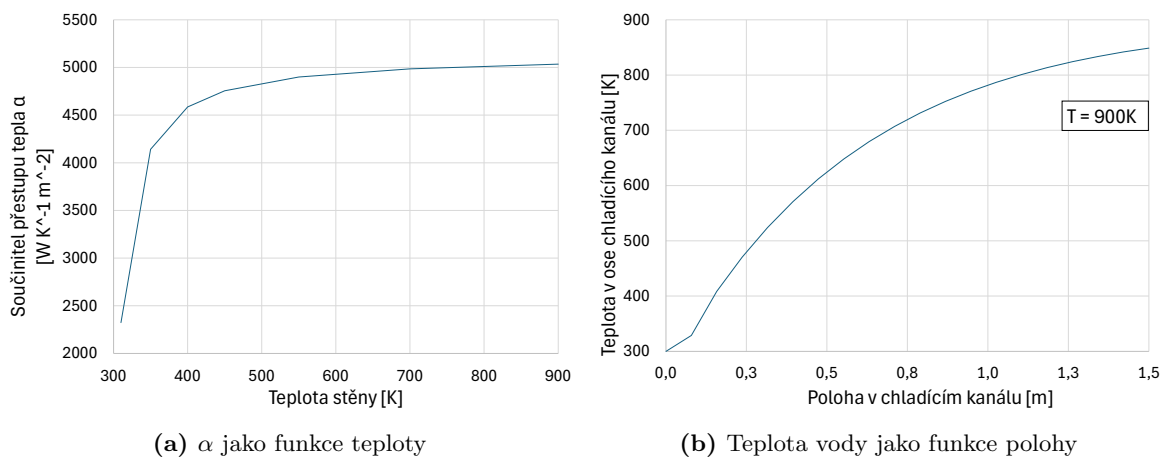
Obrázek 6.5: Skica okrajových podmínek

### 6.2.2 Přestup tepla

Závislost součinitele  $\alpha$  na teplotě stěny je uvedena v grafu 6.6a. Uvedené hodnoty jsou průměrem pro celý kanál, na vstupu do kanálu bude přestup nejvyšší a s rostoucí teplotou chladicího média bude klesat. Graf 6.6b udává teplotu v ose chladicího kanálu v závislosti na poloze. Porovnáme-li výsledky s rovnicí 5.66, má chladicí kanál ca 1,3x vyšší  $\alpha$ . Při přepočtu na okrajovou podmínku simulace je nutné vzít v úvahu i plochu chladicího kanálu.

$$\alpha_j = \alpha \frac{A}{A_4} = \alpha \frac{4 \cdot aL}{A_4} \approx 9,2 \cdot \alpha \quad (6.2)$$

Již podle analytického výpočtu se vodní chlazení ukazuje zcela dominantní a pravděpodobně bude působit komplikace s ohřevem formy. Proto v simulaci pro 2D případ použijeme hodnotu  $\alpha$  z rovnice 5.67. Pro naše účely je zajímavější srovnání analytického a numerického řešení, než skutečný chladicí výkon (který bude patrně nutno snížit).



(a)  $\alpha$  jako funkce teploty

(b) Teplota vody jako funkce polohy

Obrázek 6.6: Součinitel  $\alpha$  a teplota ve vodním chladicím okruhu



## 6.3 Radiální odvod tepla

### 6.3.1 Nastavení simulace

K odvodu tepla dochází pouze v radiálním směru a to pomocí přestupu tepla na vnějším radiu formy a radiací do okolí ze stejného povrchu. V idealizovaném případě nedochází k vedení tepla v ose válce. Na horní a spodní plochy tedy nastavíme podmínku nulového tepelného toku. Na vnější radius formy nastavíme radiaci s emisivitou  $\varepsilon_m = 0,85$  a teplotou okolí  $T = 300K$ . Součinitel přestupu tepla  $\alpha$  jsme určili v předchozí kapitole (graf 6.4b).

### 6.3.2 Výsledky

V grafu 6.9 můžeme vidět vývoj teploty v závislosti na poloze a času. Svislá linie značí hranici mezi sklem a formou. Její pozice se kvůli nepřesnosti sítě mírně liší od teoreticky přesné geometrie. Ve zjednodušeném výpočtu v kapitole 5 je použit předpoklad o jednotné teplotě skloviny. Je použit z důvodu zjednodušení výpočtu a opírá se o velmi nízkou hodnotu Biotova čísla  $Bi$  (5.33) na povrchu formy. Jak můžeme vidět, tento předpoklad skutečně platí pro samotný materiál formy. Neplatí však už pro sklovinu, kde v důsledku nižšího součinitele vedení tepla  $\lambda$  mohou rozdíly teplot mezi jádrem a okrajem dosahovat i 200K. Rozdíl je nejvyšší mezi 50s a 150s výpočtu. Pokles teploty na vnějším okraji skloviny má za následek nižší teplotu na vnějším povrchu formy a tudíž nižší účinnost chlazení. Teploty na konci simulace jsou tedy vyšší, než při analytickém výpočtu. Porovnáním grafů 6.8 a 5.4 jsou teploty u numerické simulace na konci výpočtu cirká o 30K vyšší.

#### Radiace

Korelace: okolí

$\varepsilon_m = 0,85$  – viz tabulka 4

$T_\infty = 300K$

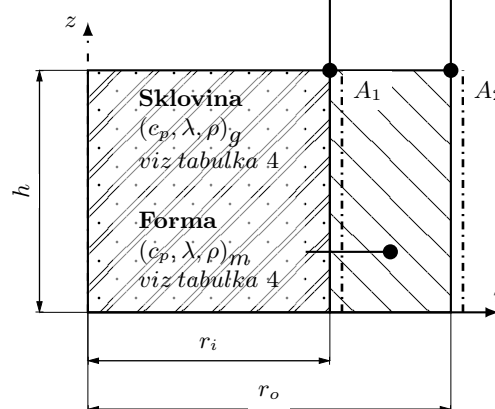
#### Konvekce

$\alpha_{m-f}$  – viz tabulka 9

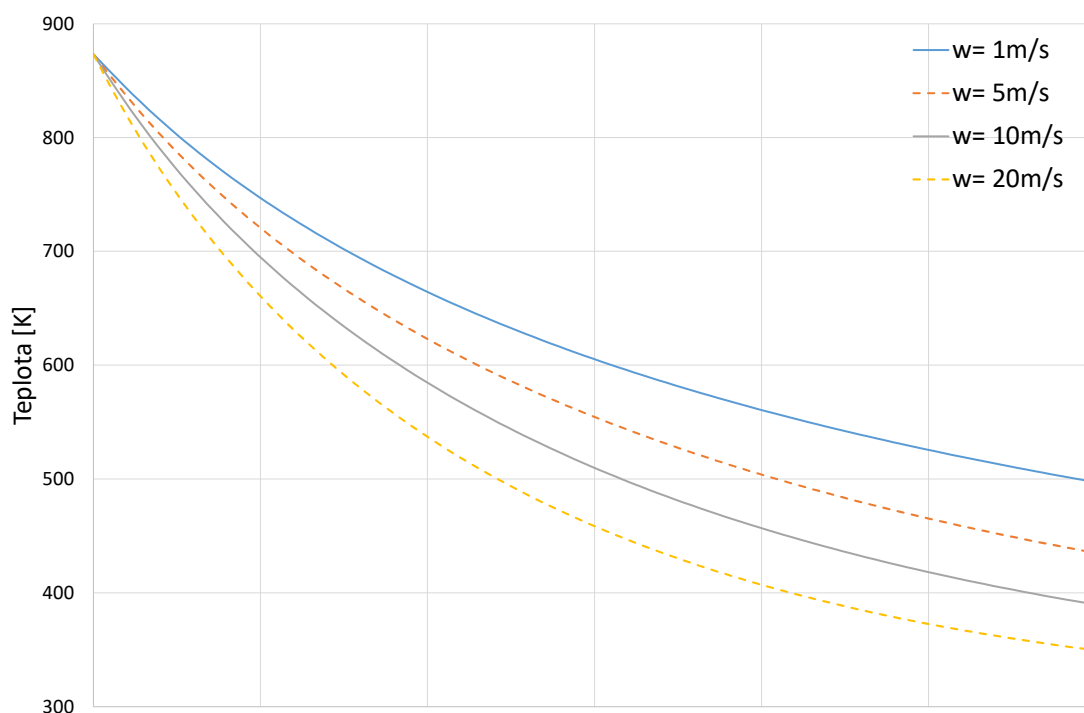
$T_\infty = 300K$

#### Kontakt

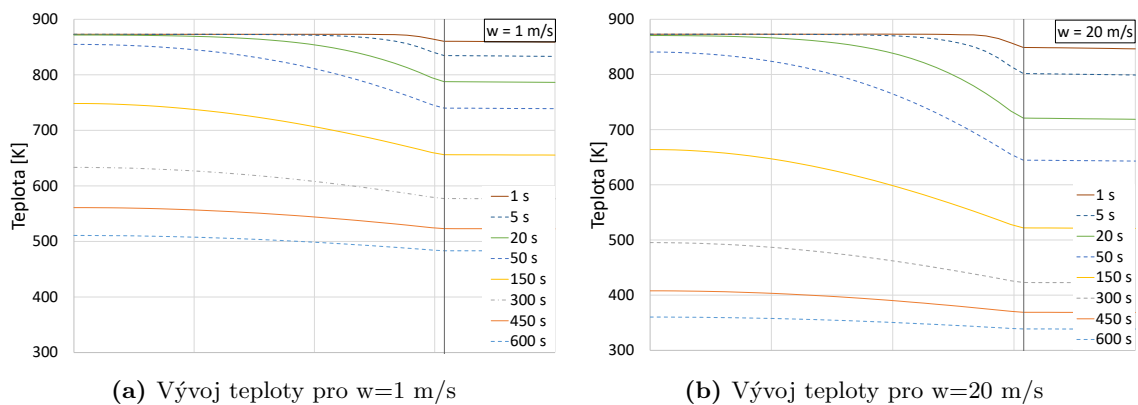
$\alpha_{g-m} = 5000Wm^{-2}K^{-1}$



Obrázek 6.7: Skica okrajových podmínek pro 1D případ

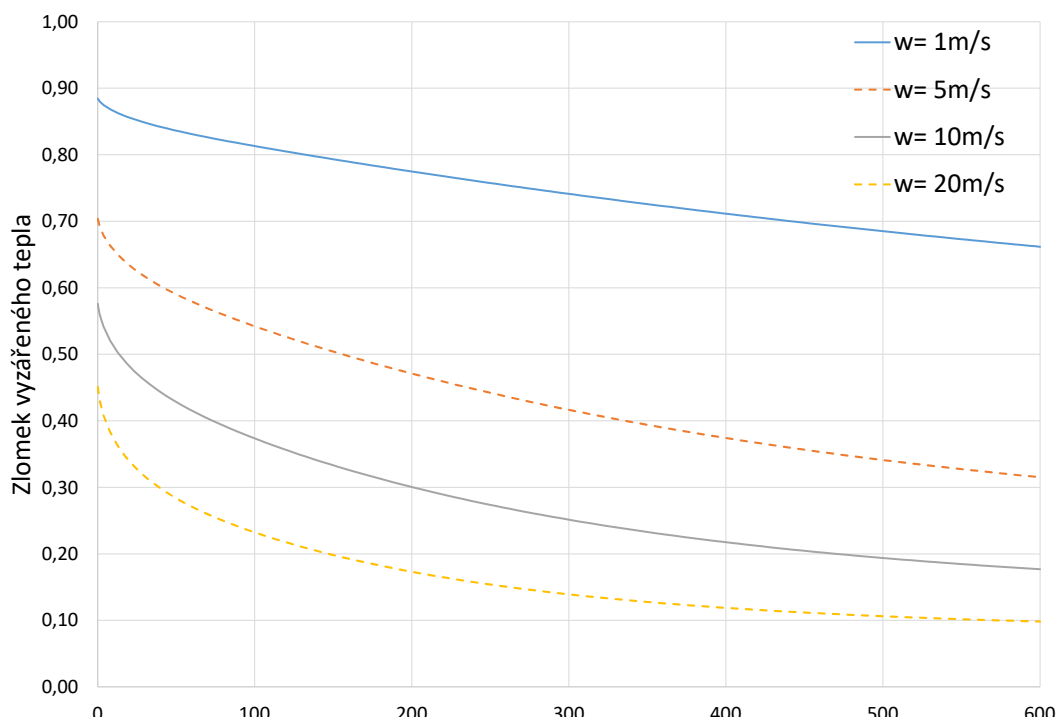


Obrázek 6.8: Vývoj průměrné teploty skloviny při různých rychlostech proudění



**Obrázek 6.9:** Porovnání vývoje teplot

Pomocí funkce „sonda“ ve Fluentu můžeme získat množství tepla odvedeného konvekcí a radiací. Získané hodnoty jsou ve watech, jejich součet pak odpovídá celkovému odvedenému teplu ze systému. Jak bylo popsáno výše, simulovaný systém má pro libovolný časový okamžik vyšší teplotu. Množství vyzářeného tepla pak závisí na rozdílu čtvrtých mocnin teplot vnějšího povrchu formy a okolí. Poměr vyzářeného tepla je tedy konzistentně vyšší, než předpokládá analytický výpočet.



**Obrázek 6.10:** Poměr vyzářeného tepla

## 6.4 Radiálně-axiální odvod tepla

### 6.4.1 Nastavení simulace

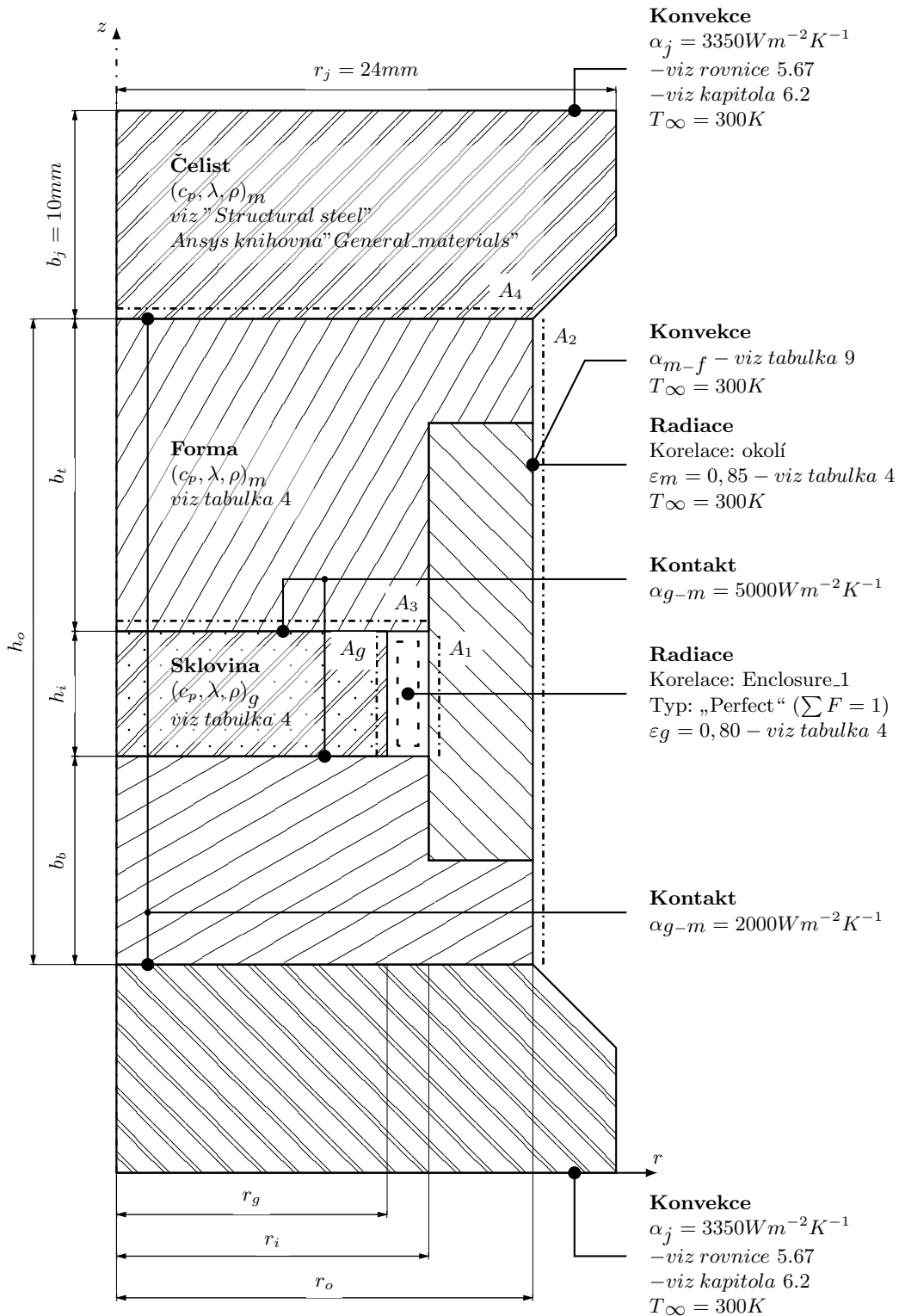
K dovodu tepla mimo systém dochází u chladicího okruhu čelistí přestupem do vody a na vnějším povrchu formy stejnými mechanismy jako v kapitole 6.3. V důsledku 2D geometrie dochází s nárůstem poloměru i k nárůstu výšky myšleného válce, což ovlivňuje efektivitu radiace a přestupu tepla. Stejně jako u analytického řešení bereme v potaz i vzduchovou mezeru mezi sklovinou a formou v radiálním směru. Termodynamické vlastnosti skloviny i formy odpovídají tabulce 4, pro vlastnosti čelistí uvažujeme „Structural steel“ z knihovny Ansysu. U vnitřního radiačního odporu mezi sklovinou a formou uvažujeme přenos tepla pouze v radiálním směru s faktorem  $F = 1$ . Pro chladicí okruh čelistí předpokládejme stejný tepelný odpor jako v analytickém výpočtu (kapitola 5.2.1). Nákres okrajových podmínek najdeme v obrázku 6.11.

### 6.4.2 Výsledky

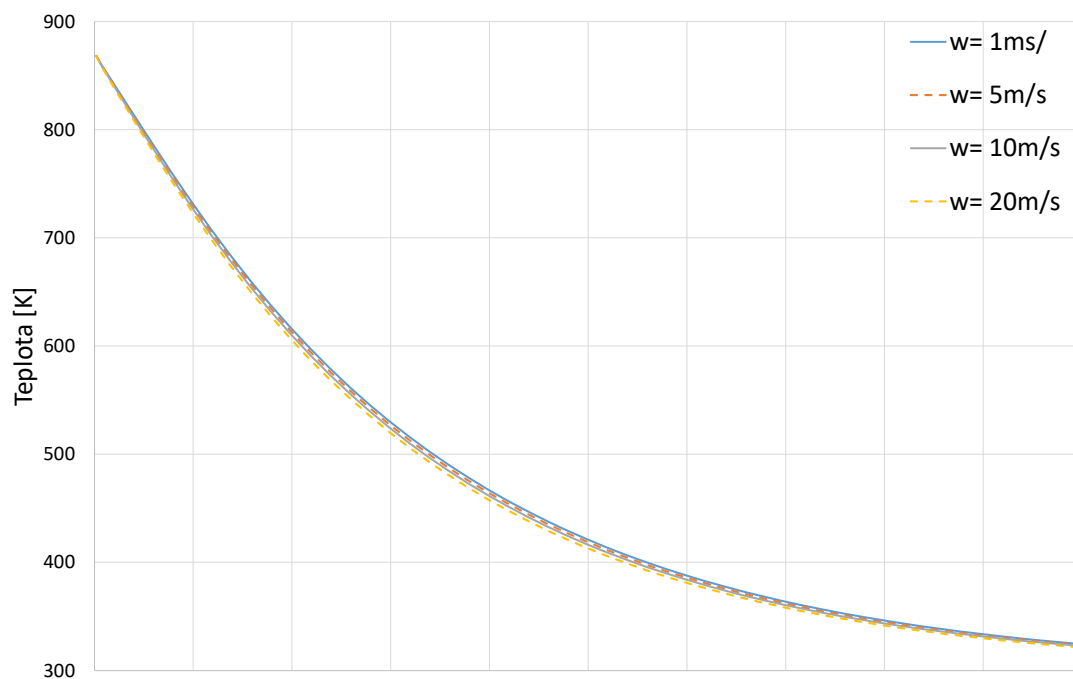
Vývoj teplot pro různé parametry proudění je uveden v grafu 6.12. V porovnání s grafem 5.8 se shoduje předpoklad, že vnější proudění dusíku bude mít zcela minimální vliv na vývoj teplot. Odvod tepla však probíhá znatelně pomaleji. V čase  $t = 10s$  předpokládá analytické řešení teplotu  $T_A = 500K$ , v simulaci vychází  $T_S = 600K$ . Důvod je stejný jako u přechozí kapitoly. Chybný předpoklad plochého rozložení teploty ve sklovině má za důsledek vyšší teploty na hranici systému a tím pádem vyšší odvod tepla.

Vývoj teplot v radiálním a axiálním směru je uveden v grafu 6.13. Svislé čáry označují polohy rozhraní. V radiálním směru jde o mezeru mezi sklovinou a formou, v axiálním pak hranice sklo-forma a forma-čelist. Jejich polohy se mohou mírně lišit od ideální geometrie v důsledku nepřesnosti sítě. V radiálním směru se teplota téměř nemění. To odpovídá předpokladu z kapitoly 5.2 použitému pro určení teplotního spádu pro odpor  $R_{(g-m)\sigma}$  v mezeře mezi sklem a formou. Tedy že rozíl teplot bude dominantně řízen vedením tepla formou. V axiálním směru je vývoj teplot výraznější. Můžeme dobře vidět vliv kontaktního odporu mezi formou a čelistmi. Odpor mezi sklovinou a formou je malý a bylo by možné ho zcela zanedbat.

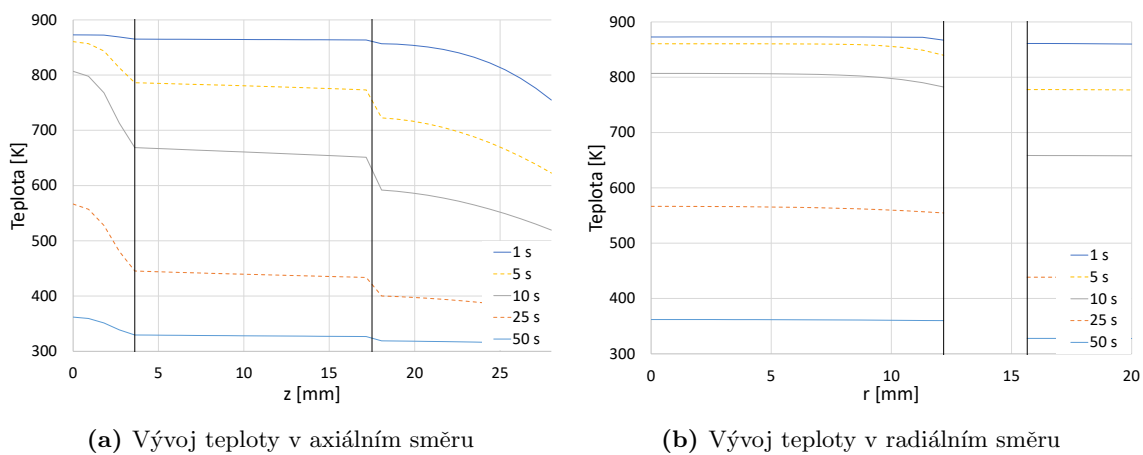
V porovnání s grafem 5.9 jsou hodnoty v grafu 6.14 konzistentně mírně nižší. Účinnost radiálního chlazení je tedy o něco vyšší, než předpokládá analytický výpočet. Stále je však jeho přínos menší než 5 % a šlo by ho zanedbat. Zajímavý je i tvar grafu s minimem v čase  $t = 2,5 - 4s$  podle rychlosti proudění. To je podle grafu 6.13 doba potřebná k vyvinutí teplotních profilů z původní uniformní teplotní distribuce. Během této doby je teplotní spád u chladicího okruhu nižší, což má za následek nižší přestup tepla a tím i minimum v grafu.



Obrázek 6.11: Skica okrajových podmínek pro 2D případ



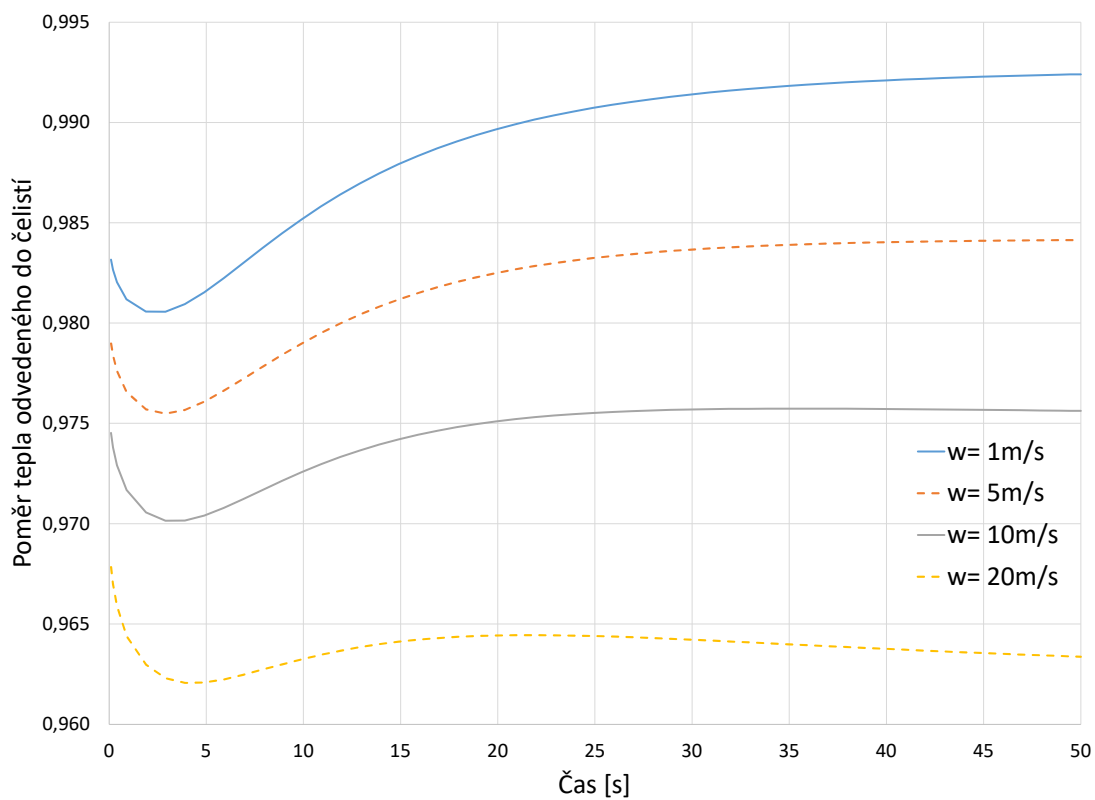
Obrázek 6.12: Vývoj průměrné teploty skloviny při různých rychlostech proudění



(a) Vývoj teploty v axiálním směru

(b) Vývoj teploty v radiálním směru

Obrázek 6.13: Porovnání vývoje teplot



**Obrázek 6.14:** Poměr tepla odvedeného do čelistí

## 7 Závěr

### 7.1 Zhodnocení výsledků

Cílem této práce byla analýza chladicího systému zařízení na lisování optických čoček. Ta byla provedena analyticky (kap. 5) a pomocí numerické simulace (kap. 6). V obou případech je zkoumán nejprve zjednodušený případ odvodu tepla pouze v radiálním směru a poté v kombinaci s axiálním odvodem do čelistí. Souhrnné výsledky jsou uvedeny v tabulce 10.

		$\overline{Doba\ chlazení\ [s]}$	$\overline{\dot{Q}_{axiální}}$	$\overline{\dot{Q}_{(radiální)\sigma}}$	$\overline{\dot{Q}_{(radiální)\alpha}}$
		900 – 350K	$\dot{Q}$	$\dot{Q}$	$\dot{Q}$
1D	<i>Analyticky</i>	600 - 480	-	0.57 - 0.15	0.43 - 0.85
	<i>Simulace</i>	600 - 593	-	0.75 - 0.17	0.25 - 0.83
2D	<i>Analyticky</i>	24	0.997	0.001 - 0.000	0.002 - 0.003
	<i>Simulace</i>	38	0.989 - 0.964	0.008 - 0.007	0.003 - 0.029

**Tabulka 10:** Přehled výsledků

Pro obě konfigurace vychází čas chlazení delší pro numerickou simulaci. Předpokladem pro analytický výpočet bylo ploché rozložení vnitřních teplot na základě malé hodnoty Biotova čísla na povrchu formy (viz rovnice 5.33). To však neplatí pro sklovinu (tabulka 4, graf 6.9), která má značně nižší tepelnou vodivost než materiál formy. V důsledku většího teplotního gradientu uvnitř formy je gradient na povrchu formy (do chladicího média) nižší. V odvozených rovnicích tak chybí tepelný odpor pro sklovinu a tepelný tok je nadhodnocený.

Vodní chladicí systém čelistí se zdá být zcela dominantní. Pro 2D případ je tepelný odpor v radiálním směru  $\overline{R}_{radiální} = 300 - 287 [KW^{-1}]$ , v axiální směru pouze  $R_{axiální} = 0,5 [KW^{-1}]$ . Chladicí kanály v čelistech se reálně nacházejí dál, než výpočet předpokládá. Vedení však probíhá skrze ocelové tělo čelistí (kovy mají obecně vysokou tepelnou vodivost) a axiální tepelný odpor je o dva řády nižší než radiální. Hodnoty tepelných toků tak nebudou příliš zkrácené (tabulka 8). Ovlivněna však bude reálná doba chlazení, protože je nutné odvést akumulované teplo z ve výpočtu zanedbané části čelistí. Dusík může nadále sloužit jako inertní atmosféra zajišťující dobré optické parametry výlisku (kapitoly 1a 4.3).

### 7.2 Možné úpravy zařízení

Při velkém tepelném spádu na počátku výpočtu je výkon chladicího systému značný (ca 1.2 kW, viz tabulka 8). To s sebou nese komplikace pro ohřev formy a výdrž na pracovní teplotě. Bude třeba buď překonat chlazení, což je energeticky neefektivní. Další možností je přidat dodatečný tepelný odpor v axiálním směru, jehož hodnota by mělo být řádově  $R_+ \approx 10 KW^{-1}$ . Tím se rozdíl tepelných odporů v axiálním a radiálním směru dostane na jeden řád. Chlazení skrze čelisti probíhá paralelně do horní a spodní čelisti, dodatečný tepelný odpor tedy určíme jako:

$$R_+ = \left( \frac{1}{R_{korekce}} + \frac{1}{R_{korekce}} \right)^{-1} = \left( \frac{2}{R_{korekce}} \right)^{-1} \quad (7.1)$$

$$R_{korekce} = 2R_+ \approx 20 KW^{-1} \quad (7.2)$$

Tento přídatný tepelný odpor může být dočasný, nebo trvalý charakteru podle požadavků na dobu chlazení (délku pracovního cyklu). Horní čelist je pohyblivá, stačí tedy, aby nebyla v kontaktu s formou během ohřevu. Tím se však nevyřeší problém během dotlaku formy - již v prvních sekundách dojde k poklesu teploty o stovky stupňů Celsia (viz graf 6.12). Zvýšení tepelného odporu na spodní čelisti bude konstrukčně komplikovanější. Odpojení chladicího okruhu čelistí není vhodné. Došlo by k ohřevu celé formy, což představuje nepříjemné riziko pro obsluhu zařízení.

## Reference

- Buis, A. (2019). The atmosphere: Getting a handle on carbon dioxide. *NASA*.  
<https://climate.nasa.gov/news/2915/the-atmosphere-getting-a-handle-on-carbon-dioxide/#:~:text=What's%20in%20the%20Air%3F&text=By%20volume%2C%20the%20dry%20air,methane%2C%20nitrous%20oxide%20and%20ozone>.
- Cengel, Y. A. (2002). *Heat transfer, a practical approach*. McGraw-Hill.
- Groover, M. P. (2010). *Fundamentals of moder manufacturing*. JOHN WILEY and SONS.
- ing. Markéta Petříková, & ing. Pavel Kryštůfek. (2016). *Tabulky a diagramy pro termodynamiku*. Technická univerzita v Liberci.
- Lienhard, J. H., & Lienhard, J. H. (2019). *A heat transfer textbook* (2nd ed.). Phlogiston press.
- Menčík, J. (2019). *Teoretické základy procesů tvarování skla*. Springer.
- prof. ing. Václav Tesař. (1996). *Mezní vrstvy a turbulence*. Vydavatelství ČVUT.
- Schaub, M., Schwiegerling, J., Fest, E. C., Symmons, A., & Shepard, R. H. (2011). *Molded optics: Design and manufacture*. Taylor and Francis Group.
- Subbarao. (2012). *Transient heat conduction in large biot number systems*.  
<https://www.slideserve.com/tracy/transient-heat-conduction-in-large-biot-number-systems>.
- tec science. (2020a). Nusselt number to describe convective heat transfer. *tec-science*.  
<https://www.tec-science.com/thermodynamics/heat/nusselt-number-to-describe-convective-heat-transfer/#mjax-eqn-wand>.
- tec science. (2020b). Prandtl number. *tec-science*. <https://www.tec-science.com/mechanics/gases-and-liquids/prandtl-number/>.



## Seznam příloh

Analýza - 1D.xlsx	Vyhodnocení pro kapitolu 5.1
Analýza - 2D.xlsx	Vyhodnocení pro kapitolu 5.2
Simulace - přestup tepla Dusík.xlsx	Zpracování výsledků simulace z kapitoly 6.1
Simulace - přestup tepla Voda.xlsx	Zpracování výsledků simulace z kapitoly 6.2
Simulace - 1D.xlsx	Zpracování výsledků simulace z kapitoly 6.3
Simulace - 2D.xlsx	Zpracování výsledků simulace z kapitoly 6.4
Volba chladicího média.xlsx	Výpočty pro tabulku 2 (str. 27)
Simulace - 1D.wbpz	Simulace pro kapitolu 6.3
Simulace - 2D.wbpz	Simulace pro kapitolu 6.4
Simulace - přestup tepla Dusík.wbpz	Simulace pro kapitolu 6.1
Simulace - přestup tepla Voda.wbpz	Simulace pro kapitolu 6.2