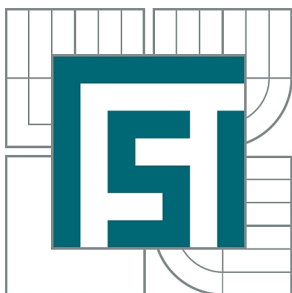




**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ**  
**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A**  
**BIOMECHANIKY**

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND  
BIOMECHANICS

## **ANALÝZA FREKVENČNÍHO NALADĚNÍ LOPATEK OBĚŽNÉHO KOLA PARNÍ TURBÍNY**

FREQUENCY ANALYSIS OF THE BLADES OF THE STEAM TURBINE IMPELLER

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

MASTER'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

**Bc. JAROSLAV KREJČÍ**

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

**Ing. PETR LOŠÁK, Ph.D.**

BRNO 2015



Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky  
Akademický rok: 2014/2015

## **ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE**

student(ka): Bc. Jaroslav Krejčí

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Inženýrská mechanika a biomechanika (3901T041)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

### **Analýza frekvenčního naladění lopatek oběžného kola parní turbíny**

v anglickém jazyce:

### **Frequency analysis of the blades of the steam turbine impeller**

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Lopatky jsou jedny z nejvíce namáhaných částí parních turbín. Je potřeba analyzovat veškeré vlivy, které mohou zkrátit jejich životnost. Jedním z těchto negativních vlivů jsou nadměrné vibrace, které mohou vést až k vysokocyklové únavě. Je potřeba znát frekvenční naladění lopatek, aby bylo možno identifikovat nebezpečné provozní stavy turbíny.

Cíle diplomové práce:

- 1- Vytvořit modely geometrie lopatek o různé délce
- 2- Pro každou variantu provést v prostředí programu ANSYS modální analýzu, s uvažováním vyztužení vlivem rotace disku
- 3- Na základě experimentu stanovit modální vlastnosti lopatky délky 30mm a výsledky měření porovnat s výsledky numerické simulace.
- 4- Pro každou variantu predikovat kritické otáčky.

Seznam odborné literatury:

V. ZEMAN, Z. HLAVÁČ, "Kmitání mechanických soustav," Západočeská univerzita v Plzni, ISBN 80-7043-337-X

J. SLAVÍK, V. STEJSKAL, V. ZEMAN, "Základy dynamiky strojů," Vydavatelství ČVUT, ISBN 80-01-01622-6

Vedoucí diplomové práce: Ing. Petr Lošák, Ph.D.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2014/2015.

V Brně, dne 21.11.2014

L.S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
Ředitel ústavu

---

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.  
Děkan fakulty

**ABSTRAKT**

Diplomová práce se zabývá modální analýzou lopatky oběžného kola parní turbíny. Tato analýza je provedena za účelem zjistit frekvenční naladění lopatky, aby bylo možné predikovat nebezpečné otáčky turbíny. Nejprve je popsána řešená problémová situace. Za ní následuje rešeršní studie, která se zaměřuje na popis parních turbín a především na problém dynamiky rotorových soustav a také na určení modálních vlastností soustavy pomocí experimentu. Poté je provedeno řešení problému pomocí výpočtového modelování. Výsledky výpočtu jsou podrobně analyzovány pro různé varianty délky lopatky pomocí Campbellova diagramu. Z těchto výsledků je sestaven celkový diagram závislosti nebezpečných otáček turbíny na délce lopatky. Výsledky řešení problému jsou verifikovány pomocí experimentu, jímž jsou také stanoveny koeficienty proporcionálního tlumení. Na závěr je určena optimální varianta délky lopatky pro daný provozní stav.

**KLÍČOVÁ SLOVA**

Modální analýza, rotorová lopatka, parní turbína, Campbellův diagram, kritické otáčky

**ABSTRACT**

The master thesis deals with modal analysis of the blade of the steam turbine impeller. This analysis is made to find the frequency response of the blade in order to predict the dangerous speeds of the steam turbine. At first the problem situation is described. Then follows the research study which is focused on steam turbines and especially on the rotor dynamic systems and the way to ascertain the modal parameters of the dynamic system by experiment. After that the solution of the problem is performed by computational modelling. The results of the computation are analyzed in detail for different variations of the blade length by Campbell diagram. A graph showing dependency between dangerous speeds of the turbine and the blade length is made out of the results. Then the results are verified by experiment and the coefficients of proportional damping are specified. In conclusion the optimal variation of the blade length for the given operational state is determined.

**KEY WORDS**

Modal analysis, rotor blade, steam turbine, Campbell diagram, critical speed

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

KREJČÍ, J. *Analýza frekvenčního naladění lopatek oběžného kola parní turbíny*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 85 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Petr Lošák, Ph.D.

## **ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ**

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, za použití uvedených zdrojů a pod odborným vedením Ing. Petra Lošáka, Ph.D.

V Brně dne 26. 5. 2015

.....  
Jaroslav Krejčí

## **PODĚKOVÁNÍ**

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu práce Ing. Petru Lošákovi, Ph.D. za odborné vedení, cenné rady a připomínky při tvorbě této diplomové práce.





## OBSAH

1 Úvod .....	12
2 Problémová situace.....	13
2.1 Motivace .....	13
2.2 Formulace problému .....	13
2.3 Cíle řešení problému .....	13
3 Rešeršní studie.....	14
3.1 Historie parní turbíny .....	14
3.2 Princip činnosti parní turbíny .....	15
3.2.1 Přeměna energie v parní turbíně.....	15
3.2.2 Typy turbín .....	16
3.2.3 Rozváděcí lopatky .....	19
3.3 Teoretický rozbor – Výpočtová modální analýza.....	20
3.3.1 Řešení soustavy s jedním stupněm volnosti .....	20
3.3.2 Řešení soustavy s více stupni volnosti .....	22
3.3.3 Dynamika rotorových soustav .....	25
3.4 Teoretický rozbor - Experiment.....	31
3.4.1 Podstata experimentu.....	31
3.4.2 Chyby při experimentu .....	32
3.4.3 Určení tlumení soustavy .....	33
3.4.4 Experimentální modální analýza (EMA).....	35
4 Řešení problému.....	37
4.1 Komplexní analýza problému .....	37
4.2 Vytvoření systému podstatných veličin.....	38
4.3 Volba metod řešení problému.....	39
4.4 Výběr vstupních údajů do algoritmu metody řešení .....	39
4.5 Realizace algoritmu metody řešení problému.....	41
4.5.1 Analýza budícího signálu .....	41
4.5.2 Výpočet modální analýzy .....	44
5 Výsledky řešení problému .....	47
5.1 Prezentace výsledků řešení problému .....	47
5.2 Analýza výsledků řešení problému .....	48
5.2.1 Analýza výsledků pro délku lopatky 30 mm .....	49
5.2.2 Analýza výsledků pro délku lopatky 40 mm .....	50
5.2.3 Analýza výsledků pro délku lopatky 50 mm .....	52

5.2.4 Analýza výsledků pro délku lopatky 60 mm .....	53
5.2.5 Analýza výsledků pro délku lopatky 70 mm .....	54
5.2.6 Analýza výsledků pro délku lopatky 80 mm .....	56
5.2.7 Analýza výsledků pro různé délky lopatky .....	57
6 Ověření pravdivosti výsledků řešení problému .....	60
6.1 Výpočet modální analýzy pro lopatku odpovídající experimentu .....	60
6.2 Experimentální modelování .....	61
6.3 Určení parametrů proporcionálního tlumení.....	63
7 Závěr.....	65
Seznam použitých zdrojů.....	67
Seznam použitých symbolů a zkratek .....	70
Seznam obrázků a tabulek .....	73
Seznam příloh .....	75



### 1 ÚVOD

Největší množství elektrické energie vyráběné v České republice a v mnoha zemích světa se získává z uhelných či jaderných elektráren. Tyto elektrárny využívají pro přeměnu energie v ohřáté páře právě parní turbínu. Kombinovaná výroba elektrické energie a tepla je jedna z nejvíce efektivních metod přeměny energie. Pomocí jaderné reakce, topením v kotli, či ohřevem vody slunečním zářením se přemění daný druh energie na tepelnou energii vodní páry. Ta poté expanduje v parní turbíně, čímž přemění část svoji energie na mechanickou, která se využije na roztočení turbíny. Na turbínu je poté připojen generátor, který přeměňuje mechanickou energii na elektrickou. Tento způsob výroby energie je stále nejběžnější. Parní turbíny tvoří jeden ze základních prvků většiny elektráren. Jejich použití je pro stálou výrobu elektrické energie naprosto nezbytné.

Parní turbína je rotační lopatkový stroj. Frekvence otáček se pohybují většinou v rozmezí mezi 1 500 až 20 000 *ot/min*. Velmi často pracují při otáčkách 3 000 *ot/min*, což odpovídá frekvenci střídavého napětí v elektrické síti, tedy 50 Hz. U takových strojů není třeba použít převodovku a turbína může přímo pohánět elektrický generátor. Pokud se turbína otáčí s frekvencí, která odpovídá některému nebezpečnému provoznímu stavu, může dojít k jejímu poškození či dokonce k ohrožení života její obsluhy. Tento stav je pro provoz turbíny nepřijatelný. Při návrhu těchto strojů je pro jejich správný chod důležitá důkladná analýza jednotlivých částí parní turbíny, včetně rotorových lopatek.

Rezonanční stav parní turbíny může nastat z několika příčin. Proto je nutné analyzovat jednotlivé prvky soustavy a zjistit tak, jak jsou frekvenčně naladěné. Z tohoto důvodu se při návrhu parní turbíny provádí modální analýza statorové skříně a celého rotoru turbíny. Ten je tvořen hřídelí a oběžnými koly jednotlivých tlakových stupňů. Dále je nutné provést také modální analýzu samotných olopatkovaných disků, které tvoří oběžná kola rotoru. V neposlední řadě se určí frekvenční naladění také samotných lopatek jednotlivých rotorových řad. Provozní otáčky parní turbíny nesmí být v blízkosti žádných kritických otáček, které jsou určeny těmito analýzami. Právě modální analýzou rotorové lopatky parní turbíny se zabývá tato diplomová práce.

## 2 PROBLÉMOVÁ SITUACE

### 2.1 Motivace

Diplomová práce se zabývá modální analýzou lopatky oběžného kola parní turbíny. Rotory parních turbín jsou dynamicky zatěžovány, protože pracují ve vysokých otáčkách. Aby byla turbína schopna spolehlivého a bezpečného provozu, je nutné, aby při provozních otáčkách nedocházelo k rezonančnímu kmitání. Při takovém stavu dochází k nadměrnému kmitání rotoru nebo jeho částí, při kterém může dojít k poškození turbíny, případně i k ohrožení života její obsluhy. Mezi nejvíce namáhané části parních turbín patří právě lopatky. Při jejich nadměrném kmitání může docházet k vysoko-cyklovému únavovému poškození, což může vést až k lomu. Pokud je známé frekvenční naladění lopatek, je možné vyhnout se rezonančním stavům, kdy lopatka výrazně kmitá. Důležité je také znát příslušné vlastní tvary kmitání. Z těchto tvarů je možné zjistit, v jakých místech při daném rezonančním stavu lopatka nejvíce kmitá. Z toho lze také posoudit, jak velké hrozí nebezpečí vybuzení daného rezonančního stavu vzhledem k tlakovému poli, které vzniká kolem lopatky od proudící páry. Modální analýza slouží k určení vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitání. Je tak možné zjistit kritické otáčky turbíny. Provádí se nejčastěji pomocí výpočtového modelování za využití výpočetní techniky především metodou konečných prvků. K ověření pravdivosti výsledků výpočtového modelování slouží experimentální modelování.

### 2.2 Formulace problému

Turbína analyzovaná v této práci má označení TR560 společnosti G-team, a.s. Tento typ je provozován v různých otáčkách v intervalu od 9 000 *ot/min* do 13 000 *ot/min*. Při provozních otáčkách 11 000 *ot/min*, došlo k poškození lopatky oběžného kola. U rotorů, které pracují při jiných otáčkách, a které jsou vyrobeny z jiného materiálu, k poruše nedošlo. Z tohoto důvodu lze předpokládat, že při otáčkách okolo 11 000 *ot/min* dochází u analyzované turbíny k rezonanci oběžného kola nebo samostatné lopatky. V této práci je provedena pouze modální analýza samotné lopatky. Jedná se o problém přímý, kdy vstupem do algoritmu je geometrie lopatky, její materiálové vlastnosti, okrajové podmínky a budící frekvence a výstupem jsou vlastní frekvence, vlastní tvary kmitů a kritické otáčky. Modální analýza celého oběžného kola, která je také nutná k určení nebezpečných otáček rotoru, je provedena v jiné diplomové práci.

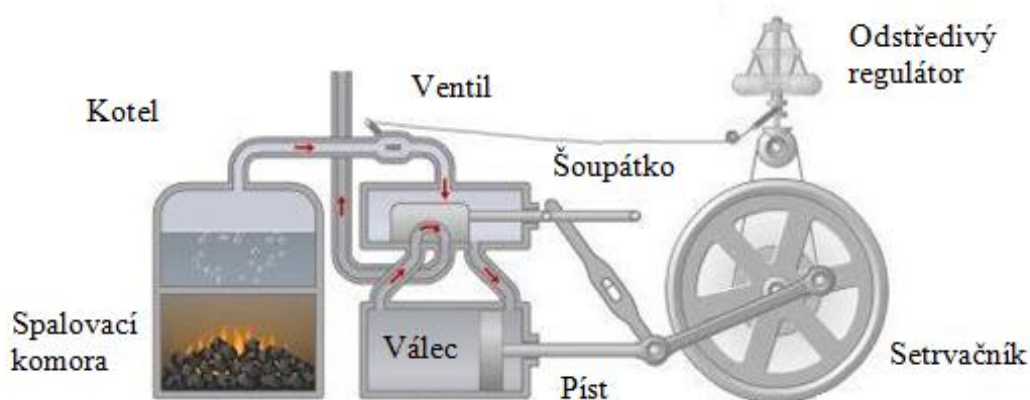
### 2.3 Cíle řešení problému

Cílem této diplomové práce je zjistit frekvenční naladění lopatek oběžného kola parní turbíny TR560, kterou vyrábí firma G-Team, a.s. Modální analýza bude provedena v prostředí programu ANSYS pro model geometrie, který odpovídá dosavadní délce lopatky (30 *mm*). Dále budou vytvořeny upravené modely geometrie, ve kterých se bude měnit délka celé lopatky a modální analýza proběhne i pro tyto varianty. Ve výpočtech bude také zahrnuto vyztužení vlivem otáček rotoru. Výsledkem poté budou predikované kritické otáčky rotorového kola pro každou uvažovanou variantu délky. Pomocí experimentálního modelování, které bude provedeno na skutečné lopatce, budou ověřeny výsledky výpočtového modelování.

### 3 REŠERŠNÍ STUDIE

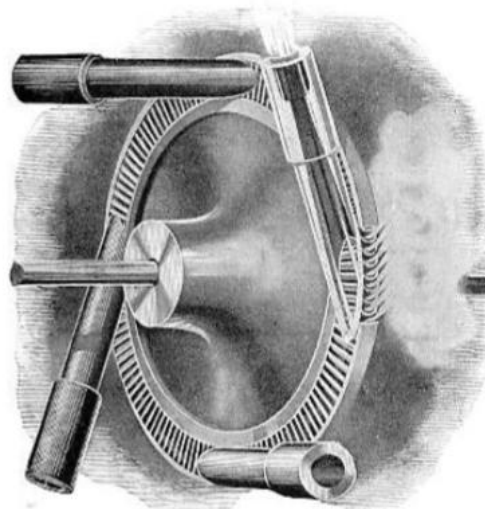
#### 3.1 Historie parní turbíny [10], [11], [21]

Historie využití energie vodní páry sahá až do 1. století našeho letopočtu, kdy Héron Alexandrijský sestrojil pravděpodobně první parní stroj tzv. Aeolipyle. Ten však sloužil především jako hračka. V roce 1698 si nechal Thomas Savery z Anglie patentovat první parní stroj. Velkým průkopníkem v této oblasti byl známý anglický vynálezce James Watt, který koncem 18. století sestrojil parní stroj schopný nahradit vodní kolo. Mohla se tak zahájit průmyslová revoluce 19. století, kdy došlo opravdu k masivnímu průmyslovému využití vodní páry. Schéma parního stroje je na obrázku 3.1.



Obr. 3.1: Schéma parního stroje [21]

Parní turbína byla ale poprvé skutečně využita až v roce 1883, kdy Švéd Gustaf de Laval sestrojil rovnotlakou parní turbínu. Ta sloužila jako pohon odstředivky na mléko a pracovala při otáčkách okolo 30 000 *ot/min*. O rok později představil dvouproutdou přetlakovou vícestupňovou parní turbínu Charles Algermon Parsons. Tyto a další verze parních turbín byly představeny v roce 1900 na Pařížské výstavě, což vedlo k velkému rozvoji parních turbín, které začaly nahrazovat parní stroj. Oproti parním strojům mají vyšší výkon i účinnost. Je u nich také možné využít páru z výstupu turbíny například na vytápění, či jiné průmyslové využití. V současné době existuje mnoho druhů parních turbín. Jejich popis a princip činnosti je v následujících kapitolách v této práci.

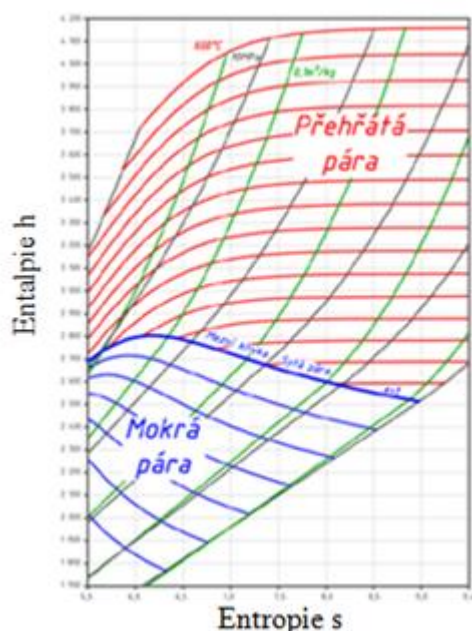


Obr. 3.2: Lavalova turbína [10]

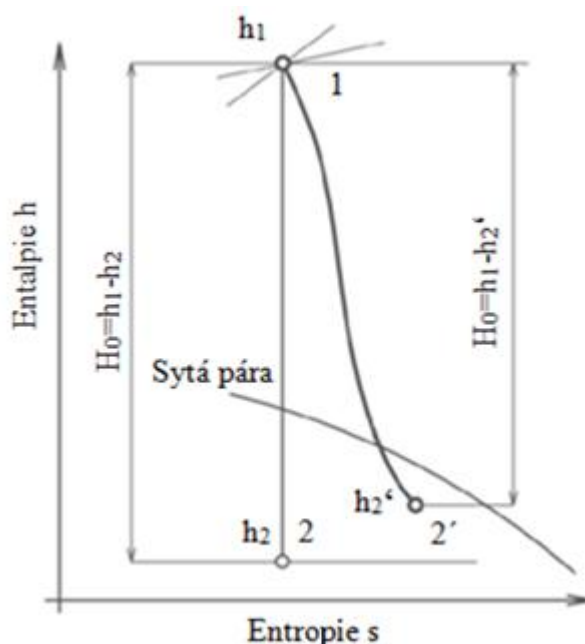
## 3.2 Princip činnosti parní turbíny

### 3.2.1 Přeměna energie v parní turbíně [10], [11], [22], [23]

Princip činnosti parní turbíny spočívá v přeměně vnitřní energie vodní páry na kinetickou energii spojenou s rotací oběžného kola. Vodní pára o vysoké teplotě a tlaku je přivedena do rozváděcích lopatek, kde expanduje. Část její energie se přemění na kinetickou energii proudící páry. Tato pára je poté pomocí rozváděcího lopatkového ústrojí přivedena na lopatky oběžného kola, které roztáčí a koná tak mechanickou práci. Stav páry se nejlépe určí z Molliérova diagramu vodní páry (také h-s diagram). Tento diagram má na ose  $x$  entropii a na ose  $y$  měrnou entalpii a je z něj možné zjistit stav, ve kterém se pára nachází. Získají se tak stavové veličiny páry, jako je teplota, tlak a měrný objem. Tento diagram je na obrázku 3.3.



Obr. 3.3: Molliérov diagram [10]



Obr. 3.4: Expanze páry v turbíně [10]

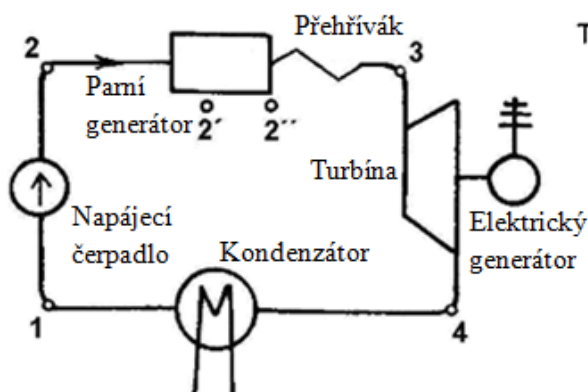
Expanze vodní páry v rozváděcích lopatkách probíhá v ideálním stavu jako izoentropický děj. V h-s diagramu lze tento ideální děj znázornit jako přímku. Při ideálním izoentropickém ději lze měrnou mechanickou práci získanou při expanzi vypočítat jednoduše jako rozdíl entalpií ve stavu 1 a ve stavu 2. Ta se poté rovná izoentropickému tepelnému spádu a platí

$$H_0 = h_1 - h_2 \quad (3.1)$$

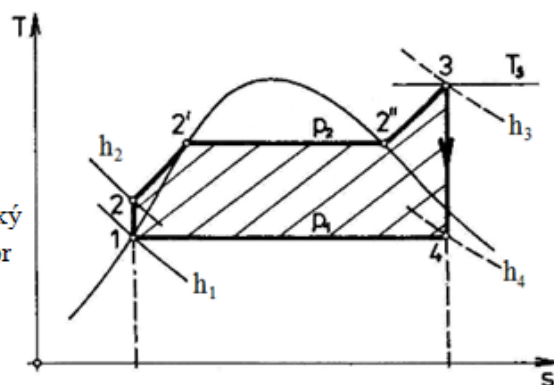
Při nižším výstupním protitlaku je v turbíně zpracován vyšší tepelný spád a turbína má vyšší výkon.

Expanze páry v turbíně neprobíhá ideálně izoentropicky, ale dochází k různým ztrátám v lopatkovém ústrojí, k výměně energie s okolím a podobně. Z tohoto důvodu neprobíhá změna stavu páry v parní turbíně podle přímky 1-2, ale podél křivky 1-2', jak je zobrazeno na obrázku 3.4. Získaná energie z expanze páry v turbíně je poté menší podle vnitřní termodynamické účinnosti turbíny.

Turbína však nepracuje samostatně, ale musí být zapojena do soustavy společně s dalšími zařízeními. Klasické prvky používané v soustavě s parní turbínou jsou popsány na obrázku 3.5. Pára, která prochází turbínou, se regeneruje, aby mohla znovu pohánět turbínu. Tento oběh probíhá podle takzvaného Rankin-Clausiova cyklu. V diagramu závislosti teploty na entropii (T-s diagramu), je tento cyklus zobrazen na obrázku 3.6. Cyklus páry tedy probíhá následovně. Nejprve je napájecím čerpadlem voda čerpána do parního generátoru. V ideálním stavu tak probíhá adiabatická komprese a ze stavu 1 se voda dostává do stavu 2, jak je zobrazeno na obrázku 3.6. Tam se nejprve ohřívá (stav 2'), a poté se vypařuje (stav 2''). Následně se pára za konstantního tlaku přehřívá mimo parní generátor v takzvaném přehříváku (stav 3). V tomto stavu pára proudí do turbíny, kde adiabaticky expanduje a pohání elektrický generátor (stav 4). Pára proudící z turbíny je poté ochlazována v kondenzátoru, kde mění své skupenství zpět na vodu. Přechod ze stavu 4 do stavu 1 probíhá ideálně při konstantním tlaku a teplotě. Tento cyklus se poté opakuje. V reálném případě však popsané děje neprobíhají jako ideální, ale dochází k ovlivňování okolím.



Obr. 3.5: Soustava parní turbíny [23]

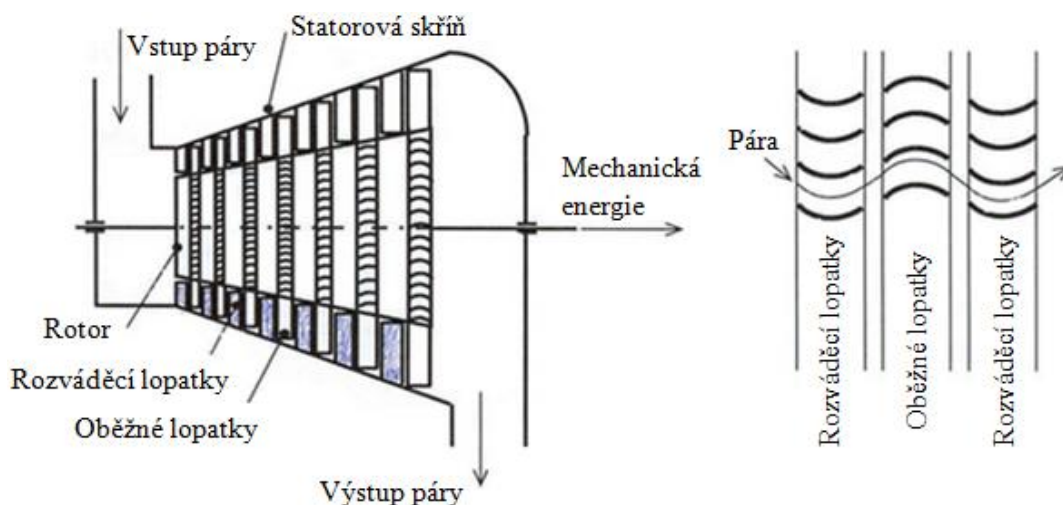


Obr. 3.6: Rankin-Clausioův cyklus [23]

### 3.2.2 Typy turbín [7], [10], [11], [24], [27]

Parní turbíny je možné rozdělit hned podle několika hledisek.

#### Jednostupňové a vícestupňové turbíny



Obr. 3.7: Popis vícestupňové parní turbíny[24]

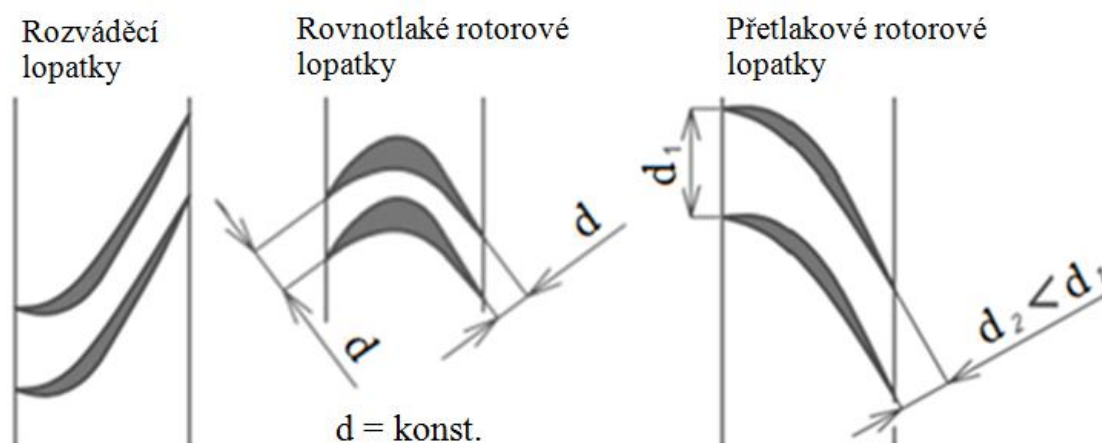


Podle počtu oběžných a rozváděcích kol se turbíny rozdělují na jednostupňové s jedním oběžným a rozváděcím kolem a vícestupňové. Pro zpracování vyššího tepelného spádu a kvůli vyšší účinnosti se používají vícestupňové, neboli víceřadé parní turbíny. V tomto případě pára střídavě prochází přes řady rozváděcích a oběžných lopatek. Rozváděcí lopatky jsou pevně spojeny se satorovou skříní a oběžné lopatky s rotorem. Popis vícestupňové parní turbíny je na obrázku 3.7.

### Rovnotlaké a přetlakové lopatkování

Další rozdělení je podle typu lopatkování na rovnotlaké neboli akční turbíny a přetlakové neboli reakční. U rovnotlakého lopatkování je celý tepelný spád zpracován v rozváděcích lopatkách. Znamená to tedy, že před a za oběžným kolem je stejný tlak. Konstrukce rozváděcích lopatek připomíná dýzu a tlak za rozváděcím kolem je proto menší. Na oběžném kole je ale průřez mezi lopatkami konstantní a nedochází tedy ke změně tlaku, ale pouze ke změně rychlosti páry, která předá část své energie na pohon rotoru.

U přetlakového lopatkování je část tepelného spádu zpracována v rozváděcích lopatkách a část v oběžném kole. U přetlakových turbín se na oběžném kole zužuje kanálek mezi lopatkami a dochází tak k poklesu tlaku jak za rozváděcími, tak za rotorovými lopatkami.



Obr. 3.8: Přetlakové a rovnotlaké lopatkování [10]

U vícestupňových turbín se na vstupu používá rovnotlaké lopatkování, které je schopné zpracovat vyšší tepelné spády. Na výstupu se naopak používá přetlakové lopatkování, které dokáže dobře zpracovat i malé tepelné spády.

### Kondenzační, protitlakové a odběrové turbíny

Turbíny je možné rozdělit také podle funkce na kondenzační, protitlakové a odběrové. U kondenzačních turbín je na výstup z turbíny připojen kondenzátor, ve kterém je pára chlazená vodou či vzduchem. K tomuto kondenzátoru musí být připojena také vývěva, aby se v něm nehromadil tlak. Výstupní pára u kondenzačních turbín většinou není dále jinak průmyslově využívána a použije se znovu na pohon turbíny. Rozlišují se různé typy kondenzace. Pokud pára kondenzuje při tlaku menším než atmosférickém (například tlak 0,002 MPa a teplota okolo 15 °C), nazývá se tento typ kondenzace jako expanze do vakua. Potlačenou kondenzací se naopak označuje kondenzace při tlaku

mírně vyšším než atmosférickém. Konstrukce kondenzačních turbín je vícestupňová. Průměr jednotlivých kol a délka lopatek se musí zvětšovat ve směru proudění páry, protože při snižování tlaku dochází také k nárůstu objemu páry. Příklad rotoru turbíny použité jako kondenzační je na obrázku 3.9.



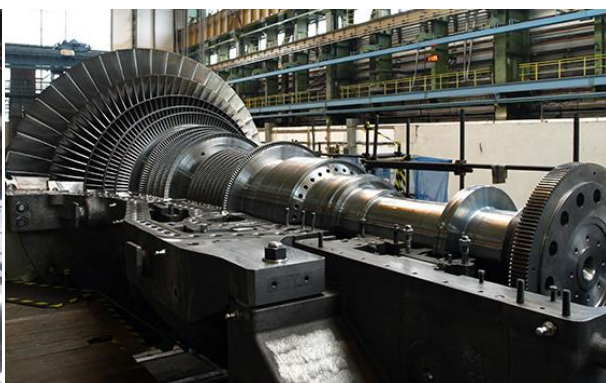
*Obr. 3.9: Rotor kondenzační turbíny [28]*

U protitlakových turbín je výstupní tlak vyšší než atmosférický. Protitlakové turbíny se používají tam, kde se zužitkuje jak vyrobená elektrická energie, tak produkovaná pára, která se využívá k průmyslovým účelům. Je u nich možné použít více-tělesové turbíny, kde výstupní protitlak z předřazené turbíny je roven vstupnímu tlaku do turbíny další. Tento typ turbíny je na obrázku 3.10.

Odběrové turbíny se konstruuji jako vícestupňové a pára je mezi určitými stupni odebírána po částečné expanzi. Při regulovaném odběru pomocí regulačního ventilu se pára využívá pro jiné průmyslové účely podobně jako u protitlakových turbín. Turbínu lze tedy použít jako kondenzační a podle spotřeby je z ní možné využít páru pro průmysl. Používá se také neregulovaný odběr, při kterém je pára využita k regeneraci. Při tomto odběru má odebíraná pára různý tlak v závislosti na výkonu turbíny. Příklad rotoru, který se používá v odběrové turbíně je na obrázku 3.11.



*Obr. 3.10: Rotor protitlak. turbíny [29]*



*Obr. 3.11: Rotor odběrové turbíny [30]*

### Turbína jako točivá redukce

Parní turbína může být využita také jako takzvaná točivá redukce, která snižuje tlak a teplotu páry na požadované hodnoty. Turbína tak nahrazuje funkci redukčního ventilu a přitom využívá získanou energii například na pohon elektrických generátorů, napájecích čerpadel, dmychadel či ventilátorů. Tento typ turbíny tedy redukuje automaticky tlak páry z vyšší hodnoty na požadovanou nižší hodnotu, v závislosti na odběru páry. Tomuto odběru odpovídá výkon turbíny, a také elektrický výkon generátoru. Točivé redukce se používají například v teplárnách, výtopnách nebo v cukrovarech.

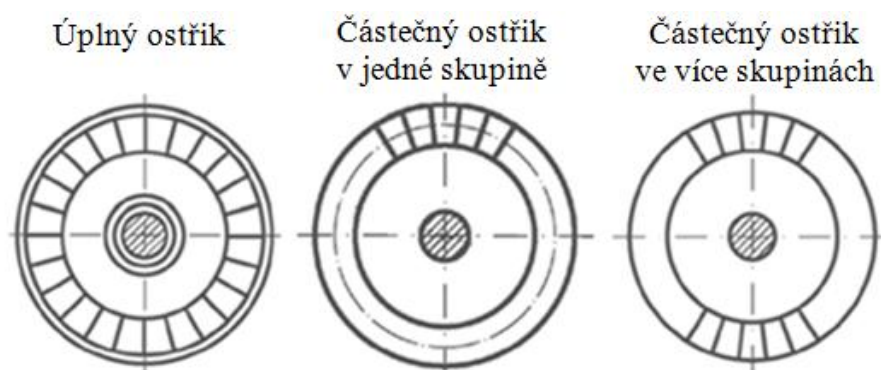
### Další rozdělení turbín

Dále lze turbíny rozdělit například podle smyslu proudění páry na axiální, radiální (méně používané) a také takzvané centripetální, kde pára vstupuje v radiálním směru a vystupuje v axiálním. Turbíny mohou být stacionární nebo mobilní, které se používají například na lodích. Dále pak jedno-tělesové používané pro menší výkony a více-tělesové pro vyšší výkony. Další rozdělení může být například podle použití na elektrárenské a průmyslové.

### 3.2.3 Rozváděcí lopatky

Rozváděcí lopatky tvoří důležitou část parní turbíny. Kanálek, který je mezi rozváděcími lopatkami, vytváří dýzu. V rozváděcích lopatkách proto probíhá expanze vodní páry. V případě akčních lopatek na oběžném kole (rovnotlaké lopatkování) probíhá celá expanze páry právě v rozváděcích lopatkách. Naopak v případě reakčních lopatek oběžného kola (přetlakové lopatkování) probíhá částečná expanze i v rotorových lopatkách.

Pokud jsou rozváděcí lopatky po celém obvodu rozváděcího kola, hovoří se o úplném ostříku. Často se ale používá varianta, kdy je část lopatek zaslepená a pára je rozváděna na oběžné kolo pouze v některých místech. Tomu se říká částečný neboli parciální ostřík. Ten se používá u rovnotlakého lopatkování a malého hmotnostního průtoku páry, kde by měla turbína při úplném ostříku malou účinnost. Příklady úplného a částečného ostříku jsou schematicky popsány na obrázku 3.12.



Obr. 3.12: Schéma úplného a částečného ostříku [10]

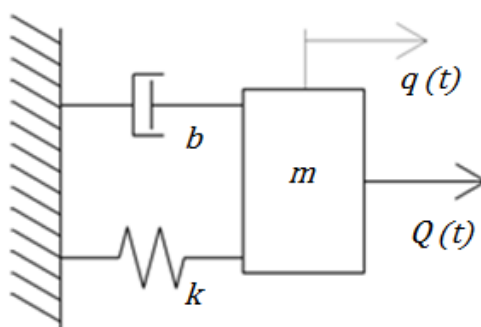
U částečného ostříku je ale složitější předvídat frekvenci buzení, které působí na lopatky oběžného kola. Tato frekvence závisí na počtu rozváděcích lopatek, na hustotě jejich rozmístění a také na místech zaslepení lopatek. Tento problém bude popsán v dalších kapitolách této práce.

### 3.3 Teoretický rozbor – Výpočtová modální analýza

Modální analýzu je možné provést výpočtovým nebo experimentálním modelováním. Pomocí experimentu se dají verifikovat výsledky výpočtového modelování. Výstupem z modální analýzy jsou vlastní frekvence soustavy, případně vlastní tvary kmitání. Experimentálním modelováním je možné určit také tlumení soustavy. To se pomocí samotného výpočtu nezíská, ale pokud je známé, může se do výpočtu zahrnout většinou jako proporcionální tlumení (konstrukční a materiálové), nebo prostřednictvím poměrného útlumu. Výpočtová modální analýza se v praxi provádí pomocí výpočetního softwaru, který nejčastěji využívá metodu konečných prvků. Je tak možné řešit i soustavy, které mají mnoho stupňů volnosti. K pochopení řešení soustav s více stupni volnosti je ale nezbytný popis řešení soustavy s jedním stupněm volnosti.

#### 3.3.1 Řešení soustavy s jedním stupněm volnosti [1], [2], [3], [4]

Model pro řešení soustavy s jedním stupněm volnosti je na obrázku 3.13. Soustava je tvořena ideálně tuhým tělesem o hmotnosti  $m$ , lineární pružinou o tuhosti  $k$  a tlumícím prvkem s tlumením  $b$ , jehož odpor je lineární funkcí zobecněné rychlosti  $\dot{q}$ . Soustava je buzená obecným silovým působením  $Q$ , které je proměnné v čase.



Obr. 3.13: Model soustavy s jedním stupněm volnosti

Sestavení pohybové rovnice se provede pomocí Lagrangeovy rovnice II. druhu. Členy této rovnice se získají jako parciální derivace kinetické energie tuhého tělesa, potenciální energie pružiny, zatlučené funkce, která odpovídá energii disipované v tlumiči a práce nebo výkonu budící síly, podle zobecněných souřadnic nebo rychlostí. Lagrangeova rovnice II. druhu má tuto podobu

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q} + \frac{\partial E_b}{\partial \dot{q}} + \frac{\partial E_p}{\partial q} = Q = \frac{\partial A}{\partial q} = \frac{\partial P}{\partial \dot{q}} \quad (3.2)$$

Pro kinetickou a potenciální energii a zatlučenou funkci platí vztahy

$$E_k = \frac{1}{2} m \dot{q}^2 \quad E_p = \frac{1}{2} k q^2 \quad E_b = \frac{1}{2} b \dot{q}^2 \quad (3.3)$$

Pohybová rovnice soustavy s jedním stupněm volnosti vznikne dosazením rovnic (3.3) do rovnice (3.2) a má tvar

$$m\ddot{q} + b\dot{q} + kq = Q(t) \quad (3.4)$$

Při modální analýze se řeší volné kmitání soustavy. Práce, případně výkon budící síly je nulový a na pravé straně rovnice (3.4) je 0. Nejprve je popsáno řešení

pohybové rovnice nebužené konzervativní (netlumené) soustavy, kdy je disipovaná energie nulová. Pohybová rovnice má v tomto případě tvar

$$m\ddot{q} + kq = 0 \quad (3.5)$$

Do této rovnice se dosadí předpokládané řešení v následujícím tvaru, kde  $\lambda$  je vlastní číslo, které je komplexní

$$q(t) = Ce^{\lambda t} \quad \lambda = \lambda_{Re} \pm i\lambda_{Im} \quad (3.6)$$

Dosazením (3.6) do (3.5) pro netriviální řešení ( $C \neq 0$ ) platí

$$\lambda^2 m + k = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda_{1,2} = \pm i \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.7)$$

Soustava s jedním stupněm volnosti má jedinou vlastní frekvenci, která odpovídá imaginární části vlastního čísla. Vlastní frekvence netlumené soustavy s jedním stupněm volnosti se vypočítá podle vzorce

$$\Omega_0 = \lambda_{Im} = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.8)$$

U nekonzervativních (tlumených) soustav má pohybová rovnice nebužené soustavy s jedním stupněm volnosti tvar

$$m\ddot{q} + b\dot{q} + kq = 0 \quad (3.9)$$

Řešení této rovnice se předpokládá stejné jako v předchozím případě. Do pohybové rovnice se dosadí řešení ve tvaru (3.6) a po úpravě se získá charakteristická rovnice

$$\lambda^2 + \frac{b}{m}\lambda + \frac{k}{m} = 0 \quad (3.10)$$

Kořeny předchozí rovnice jsou určeny vztahem

$$\lambda_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \Omega_0^2} \quad \delta = \frac{b}{2m} \quad (3.11)$$

kde  $\delta$  je takzvaný součinitel doznívání. Zavádí se veličina zvaná poměrný útlum  $b_r$ .

$$b_r = \frac{\delta}{\Omega_0} \quad (3.12)$$

Podle velikosti poměrného útlumu se rozlišují tři případy tlumení. Podkritické ( $b_r < 1$ ), kritické ( $b_r = 1$ ) a nadkritické ( $b_r > 1$ ). Ke kmitání soustavy dochází při podkritickém tlumení. V případě podkritického tlumení lze rovnici (3.11) přepsat na tvar

$$\lambda_{1,2} = -\delta \pm i\sqrt{\Omega_0^2 - \delta^2} \quad \rightarrow \quad \lambda_{Re} = -\delta \quad \lambda_{Im} = \sqrt{\Omega_0^2 - \delta^2} \quad (3.13)$$

Pro vlastní frekvenci tlumeného kmitání tedy platí

$$\Omega = \sqrt{\Omega_0^2 - \delta^2} \quad (3.14)$$

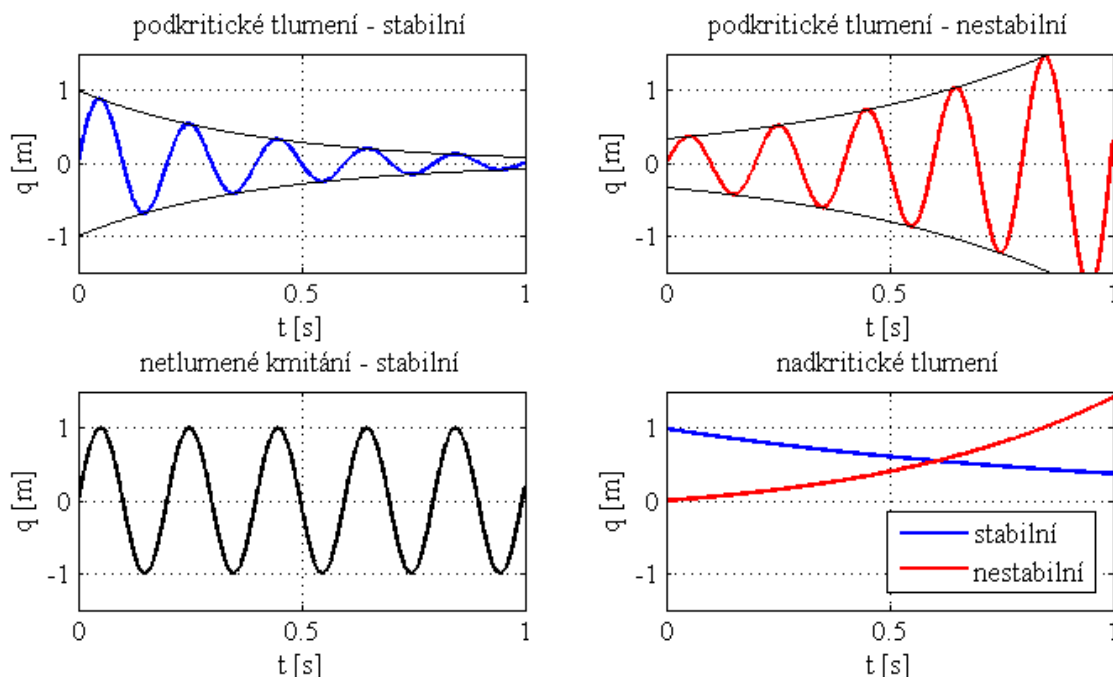
Po dosazení kořenů charakteristické rovnice (3.7) případně (3.11) do předpokládaného řešení (3.6) se získá tvar

$$q(t) = e^{-\delta t}(C_1 e^{i\Omega t} + C_2 e^{-i\Omega t}) = e^{-\delta t}[C_3 \cos(\Omega t) + C_4 \sin(\Omega t)] \quad (3.15)$$

respektive

$$q(t) = C e^{-\delta t} \sin(\Omega t + \varphi_0) \quad (3.16)$$

Konstanta  $C$  odpovídá amplitudě a  $\varphi_0$  fázovému úhlu kmitání. Určí se z počátečních podmínek podobně jako konstanty  $C_1, C_2, C_3$  a  $C_4$ . Chování soustavy závisí na hodnotách parametrů  $m, b$  a  $k$  v pohybové rovnici. Různé způsoby kmitání soustavy jsou popsány na obrázku 3.14. Většinou je kmitání stabilní a časem se úplně utlumí. Nestabilní kmitání soustavy, kdy amplituda kmitů s časem roste, nastává, když je reálná část vlastního čísla kladná. To nastane, pokud tlumení  $b$  je záporné.



Obr. 3.14: Způsoby kmitání

### 3.3.2 Řešení soustavy s více stupni volnosti [1], [2], [3], [4], [16], [18]

V případě soustavy s  $n$  stupni volnosti se do Lagrangeovy rovnice II. druhu dosadí za příslušné energie následující vztahy vyjádřené v maticovém tvaru.

$$E_k = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}} \quad E_p = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{K} \mathbf{q} \quad E_b = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{B} \dot{\mathbf{q}} \quad (3.17)$$

Pohybová rovnice má podobný tvar jako v případě kmitání s jedním stupněm volnosti, ale je v maticovém tvaru. Pohybová rovnice pro konzervativní nebuzenou soustavu s více stupni volnosti má tvar

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (3.18)$$

Předchozí rovnici vyhovuje řešení v následujícím tvaru, kde  $\mathbf{v}$  je prozatím neznámý vektor amplitud.

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{v}e^{i\Omega t} \quad \mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_n]^T \quad (3.19)$$

Dosazením (3.19) do (3.18) vznikne

$$(\mathbf{K} - \Omega^2\mathbf{M})\mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (3.20)$$

Předchozí rovnice se vynásobí inverzní maticí hmotnosti  $\mathbf{M}^{-1}$  a zobecněný problém vlastních čísel se tak převede na standardní. Rovnice (3.20) má potom tvar

$$(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \Omega^2\mathbf{E})\mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (3.21)$$

Při řešení této rovnice se postupuje stejně jako při řešení standardního problému vlastních hodnot. Jedná se o určení vlastních čísel a vlastních vektorů matematického modelu, které ve výsledku představují vlastní frekvence a vlastní tvary kmitání řešené soustavy. Netriviální řešení rovnice (3.21) existuje v případě, že platí

$$\det(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \Omega^2\mathbf{E}) = 0 \quad (3.22)$$

Předchozí výraz je označován jako frekvenční determinant. Vlastní čísla odpovídají vlastním frekvencím  $\Omega_j$  soustavy, které se uspořádají vzestupně. Každé vlastní frekvenci odpovídá vlastní tvar kmitání, který je popsán vlastním vektorem amplitud  $\mathbf{v}_j$ . Tyto vektory se získají zpětným dosazením vlastních frekvencí zpět do rovnice (3.20). Každý vlastní tvar kmitání potom splňuje rovnici

$$(\mathbf{K} - \Omega_j^2\mathbf{M})\mathbf{v}_j = \mathbf{0} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.23)$$

Po uspořádání vlastních vektorů amplitud do matice vznikne modální matice  $\mathbf{V}$ . Tato matice je čtvercová a její řád závisí na počtu stupňů volnosti  $n$  řešené soustavy.

$$\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n]_{n \times n} = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1n} \\ v_{21} & v_{22} & & v_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ v_{n1} & v_{n2} & \dots & v_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (3.24)$$

Podobně se uspořádají i vlastní frekvence do spektrální matice  $\mathbf{A}$ . Ta je opět čtvercová a má stejný řád jako modální matice. Prvky ve spektrální matici jsou nenulové pouze na hlavní diagonále a jsou to druhé mocniny vlastních frekvencí.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \Omega_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Omega_2^2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \Omega_n^2 \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (3.25)$$

Rovnice (3.23) je homogenní, což v důsledku znamená, že je splněna i pro libovolný násobek vektoru  $\mathbf{v}_j$ . Tato rovnice má tedy nekonečně mnoho řešení a vlastní vektory amplitud určují pouze poměrné hodnoty. Z tohoto důvodu se vlastní vektory normují. Často se normují vzhledem k matici hmotnosti, což se provede následovně

$$\mathbf{V}^T \mathbf{M} \mathbf{V} = \mathbf{E} \quad (3.26)$$

Vlastní vektory splňují podmínky ortogonality. Vlastní tvary jsou proto navzájem nezávislé, což znamená, že při harmonickém buzení soustavy na určité vlastní frekvenci kmitá soustava pouze jediným odpovídajícím vlastním tvarem. Další důsledek ortogonality je, že podle znalosti jednoho tvaru kmitu nelze určit jiný vlastní tvar kmitání.

U tlumených soustav má pohybová rovnice tvar (3.27). Sestavení matice tlumení  $\mathbf{B}$  pomocí konstant tlumení je obtížné, protože tyto konstanty jsou z pravidla neznámé a jejich určení je složité.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (3.27)$$

V praxi se proto velmi často počítá s takzvaným proporcionálním tlumením. Matice tlumení vznikne jako lineární kombinace matice hmotnosti a matice tuhosti podle vzorce

$$\mathbf{B} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (3.28)$$

Koeficientem  $\alpha$  se modeluje konstrukční tlumení a v praxi většinou nabývá hodnot v rozmezí intervalu  $(0 \div 10) s^{-1}$ . Materiálové tlumení se modeluje koeficientem  $\beta$ , který většinou nabývá hodnot  $(0 \div 10^{-4}) s$ . Hodnoty součinitelů  $\alpha$  a  $\beta$  se získají pomocí experimentu a jejich stanovení je podrobněji popsáno v kapitole 3.4.3.

Při řešení tlumených soustav s více stupni volnosti se soustava rovnic převede do stavového prostoru, pomocí kterého se sníží řád pohybové rovnice. Rovnice (3.27) se rozšíří o rovnici identity a následně se soustava rovnic převede do stavového prostoru  $\bar{\mathbf{q}}$  takto

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{M}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (3.29)$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{0}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad \bar{\mathbf{M}}\dot{\bar{\mathbf{q}}} + \bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{q}} = \bar{\mathbf{0}} \quad (3.30)$$

Řešení rovnice (3.30) se předpokládá ve tvaru

$$\bar{\mathbf{q}} = \bar{\mathbf{v}} e^{\lambda t} \quad (3.31)$$

Po dosazení (3.31) do (3.30) přejde řešení znovu na problém vlastních hodnot.

$$(\lambda \bar{\mathbf{M}} + \bar{\mathbf{K}}) \bar{\mathbf{v}} = \mathbf{0} \quad (3.32)$$

Pro netriviální řešení musí být frekvenční determinant opět nulový.

$$\det(\lambda \bar{\mathbf{M}} + \bar{\mathbf{K}}) = 0 \quad (3.33)$$



Vlastní čísla  $\lambda_j$  mají stejně jako v případě tlumeného kmitání s jedním stupněm volnosti reálnou a imaginární část. Reálná část vlastního čísla odpovídá tlumení a imaginární část odpovídá vlastní frekvenci tlumeného kmitání soustavy. Vlastní vektory se získají dosazením jednotlivých vlastních čísel do rovnice (3.32). Potom musí být splněna také rovnice

$$\begin{aligned} (\lambda_j \bar{\mathbf{M}} + \bar{\mathbf{K}}) \bar{\mathbf{v}}_j &= \mathbf{0} & j = 1, 2, \dots, n \\ \text{resp. } (\lambda_j^2 \mathbf{M} + \lambda_j \mathbf{B} + \mathbf{K}) \mathbf{v}_j &= \mathbf{0} & j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (3.34)$$

Poté se sestaví spektrální a modální matice stejně jako při netlumeném kmitání. Vlastní vektory se opět normují a jsou navzájem ortogonální.

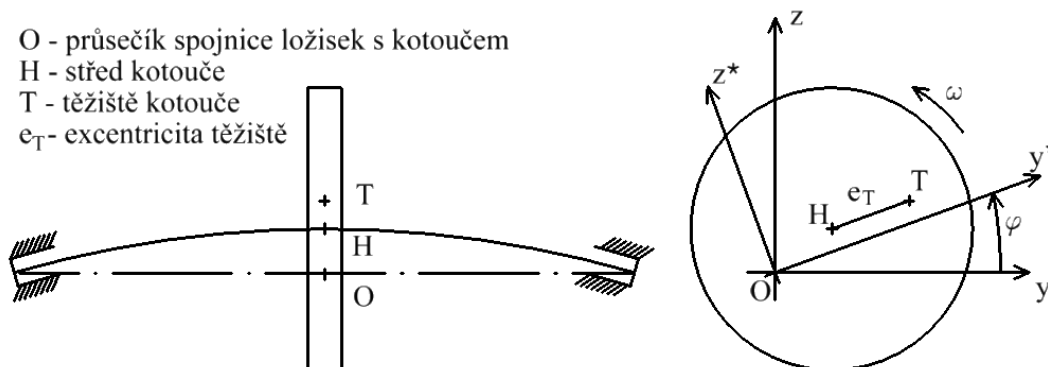
Soustavy, které mají mnoho stupňů volnosti, prakticky není možné řešit bez pomoci výpočetní techniky. Výpočetní programy bývají často založeny na některé numerické metodě. Jedná se především o metodu konečných prvků (MKP). Je tak možné provést modální analýzu i na tvarově velice složitém modelu. Počet stupňů volnosti je závislý na počtu a typu prvků a okrajových podmínkách.

### 3.3.3 Dynamika rotorových soustav [3], [4], [9], [15], [17], [19]

Při otáčení rotoru působí na dynamickou soustavu síla způsobená nevyvážeností rotoru. Amplituda této budící síly závisí na míře nevyváženosti a frekvence na otáčkách rotoru. Je proto snaha, aby byly rotory co nejvíce vyvážené. Vyvažování rotorů se provádí několika způsoby. Nejjednodušší je statické vyvažování, při kterém stačí na vyvážení rotoru jediná vyvažovací rovina. Cílem statického vyvažování je, aby těžiště rotoru leželo na ose rotace. Toto vyvažování je možné provést za klidového stavu rotoru nebo při otáčkách. Statickým vyvažováním se odstraní pouze silový účinek nevyvážené hmoty. K tomu, aby se odstranil i momentový účinek, se používá dynamické vyvažování, které není možné provádět jinak než za rotace. Cílem dynamického vyvažování je, aby za rotace byly nulové deviační momenty, tedy aby hlavní osa setrvačnosti rotoru byla totožná s osou rotace. Aby mohl být rotor dynamicky vyvážen, je zapotřebí nejméně dvou vyvažovacích rovin. *Shrňme-li statické i dynamické vyvažování, které představuje snížení dynamického zatížení v ložiskách na minimální hodnotu, cílem obou vyvažování je dosáhnout toho, aby osa rotace byla hlavní centrální osou setrvačnosti.*[17] Při vyvažování je také nutné počítat s tím, že žádný rotor není dokonale tuhé těleso a při kritických otáčkách v blízkosti dané vlastní frekvence se vybudí odpovídající tvar kmitání. U pružných rotorů, u kterých je potenciální energie akumulovaná v ložiskách menší než 80%, je k vyvážení určitého počtu vlastních tvarů zapotřebí více vyvažovacích rovin. Každý vlastní tvar má určitý počet uzlových bodů, které při jeho vybudění nekmítají. *Vyvažování v uzlech nemá vliv na vyvážení tohoto tvaru kmitu v rozsahu 20 % kolem těchto kritických otáček.*[17] Na vhodný počet vyvažovacích rovin má vliv několik faktorů. Mezi ty hlavní patří například provozní otáčky, místa vyvažování, nebo také tuhost ložisek. Obecně platí, že čím větší bude počet vyvažovacích rovin, tím bude vyváženo více vlastních tvarů kmitů. V praxi se tak běžně používá například pět či více vyvažovacích rovin.

Každý rotor je do jisté míry nevyvážený. Ideálně vyvážený rotor v praxi neexistuje. Rotor se tedy vyváží do takové míry, aby zbytková nevyváženost odpovídala přípustným hodnotám, které jsou dané technickými normami. Při rotaci tato nevyvážená hmota způsobuje buzení soustavy.

K odvození pohybové rovnice pro nevyvážený rotor existují dva základní přístupy. Takzvaný Lavalův rotor předpokládá absolutně tuhý kotouč na poddajném nehmotném hřídeli uprostřed mezi dvěma ložisky. Kotouč je nevyvážený a je uložen excentricky kolmo na osu hřídele. Má dva stupně volnosti, kterými jsou posuvy ve směrech os  $y$  a  $z$ . Rotor se otáčí konstantní úhlovou rychlostí a je buzen nevyváhou kotouče. Popis Lavalova rotoru je na obrázku 3.15.



Obr. 3.15: Schéma pro odvození pohybové rovnice Lavalova rotoru

Odvození pohybové rovnice se provede na základě druhého Newtonova zákona a platí

$$m\ddot{y}_T = -ky - b\dot{y} \quad m\ddot{z}_T = -kz - b\dot{z} - mg \quad (3.35)$$

Z obrázku 3.15 je patrné, že pro polohu těžiště a pro úhel natočení platí tyto vztahy

$$y_T = y + e_T \cos \varphi \quad z_T = z + e_T \sin \varphi \quad \varphi = \omega t + \varphi_0 \quad (3.36)$$

Po dosazení rovnic (3.36) a jejich derivací do (3.35) vznikne po úpravě konečný tvar pohybových rovnic

$$\begin{aligned} m\ddot{y} + b\dot{y} + ky &= m\omega^2 e_T \cos(\omega t + \varphi_0) = F_{Cy} \\ m\ddot{z} + b\dot{z} + kz &= m\omega^2 e_T \sin(\omega t + \varphi_0) - mg = F_{Cz} \end{aligned} \quad (3.37)$$

Tyto rovnice se dají převést do komplexní roviny zavedením

$$\bar{r} = y + iz \quad a \quad F_C = F_{Cy} + iF_{Cz} \quad (3.38)$$

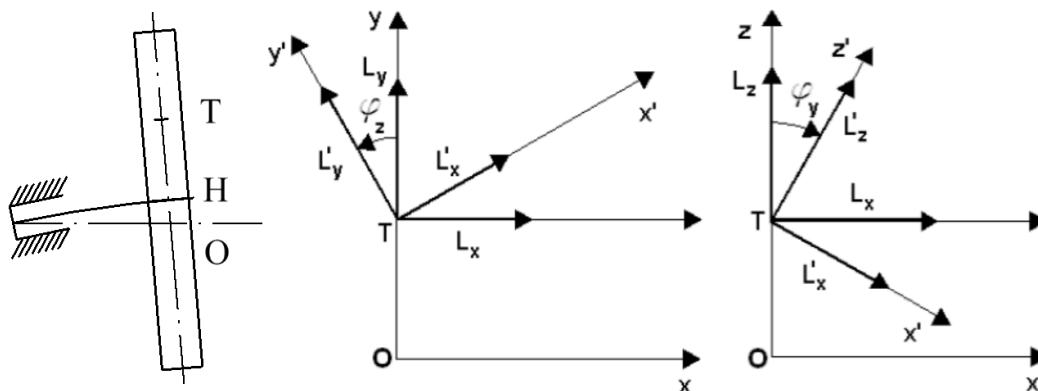
Rovnice (3.37) se tak převedou na jednodušší tvar.

$$m\ddot{\bar{r}} + b\dot{\bar{r}} + k\bar{r} = F_C \quad (3.39)$$

V odvozené pohybové rovnici je zahrnut vliv setrvačných sil na nevyvážený rotující disk.

Další přístup pro odvození pohybové rovnice takzvaného Stodolova rotoru zahrnuje také vliv Réalova úhlového zrychlení, jehož důsledkem je působení gyroskopického momentu. U Stodolova rotoru je kotouč umístěn v libovolném místě na hřídeli. Je opět nevyvážený a excentricky uložený, má konstantní otáčky a je buzen nevyváhou. Tentokrát má ale čtyři stupně volnosti, protože nezůstává kolmý na spojnicí

uložení v ložiskách, ale může se také natáčet kolem os  $y$  a  $z$ . Popis Stodolova rotoru je na obrázku 3.16.



Obr. 3.16: Schéma pro odvození pohybové rovnice Stodolova rotoru [15]

Pro zjednodušení se při odvozování pohybové rovnice neuvažuje tlumení. Odvození pohybové rovnice je provedeno na základě první a druhé impulsové věty.

$$F = \frac{dH}{dt} \qquad M = \frac{dL}{dt} \qquad (3.40)$$

Po dosazení vztahů pro hybnost do první impulsové věty musí platit

$$F_{ky} = m\ddot{y}_T \qquad F_{kz} - mg = m\ddot{z}_T \qquad (3.41)$$

Do těchto rovnic se znovu dosadí vztahy (3.36) a jejich derivace, které platí i v případě Stodolova rotoru. Pohybové rovnice tak mají tvar

$$\begin{aligned} m\ddot{y} &= F_{ky} + m\omega^2 e_T \cos(\omega t + \varphi_0) \\ m\ddot{z} &= F_{kz} + m\omega^2 e_T \sin(\omega t + \varphi_0) - mg \end{aligned} \qquad (3.42)$$

Tyto rovnice v sobě zahrnují pouze posunutí. Aby bylo popsáno také natočení kotouče, dosadí se do druhé impulsové věty vztahy pro momenty hybnosti ve směrech os  $y$  a  $z$ . Při malých výchylkách natočení pro ně platí

$$L_y = I_D \dot{\varphi}_y + I_A \omega \varphi_z \qquad L_z = I_D \dot{\varphi}_z - I_A \omega \varphi_y \qquad (3.43)$$

Po dosazení do druhé impulsové věty tedy platí

$$M_{ky} = I_D \ddot{\varphi}_y + I_A \omega \dot{\varphi}_z \qquad M_{kz} = I_D \ddot{\varphi}_z - I_A \omega \dot{\varphi}_y \qquad (3.44)$$

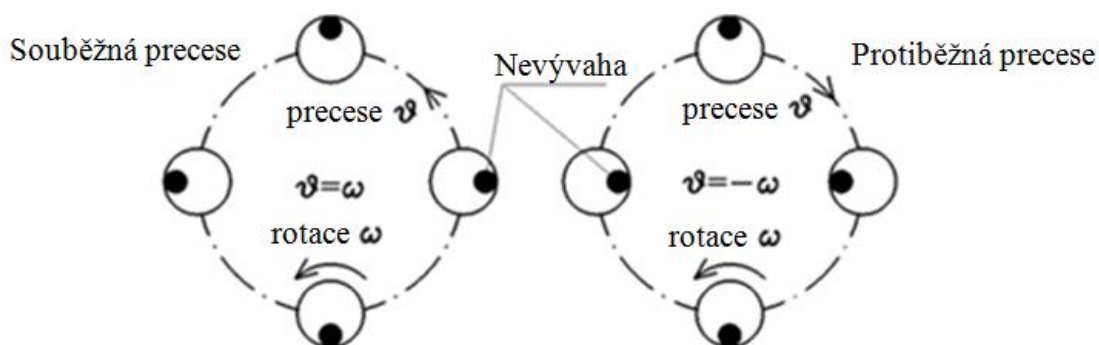
Rovnice (3.42) a (3.44) tvoří soustavu čtyř rovnic s osmi neznámými. Za neznámé síly a momenty  $F_{ky}$ ,  $F_{kz}$ ,  $M_{ky}$  a  $M_{kz}$  se dosadí vztahy odvozené z Castiglianovy věty a po úpravě vznikne finální maticový tvar pohybové rovnice kde  $\mathbf{G}$  je matice gyroskopických účinků.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \omega\mathbf{G}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f} \qquad (3.45)$$

Pokud se do odvození zahrne také tlumení soustavy, přejde rovnice (3.45) na tvar

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + (\mathbf{B} + \omega\mathbf{G})\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f} \quad (3.46)$$

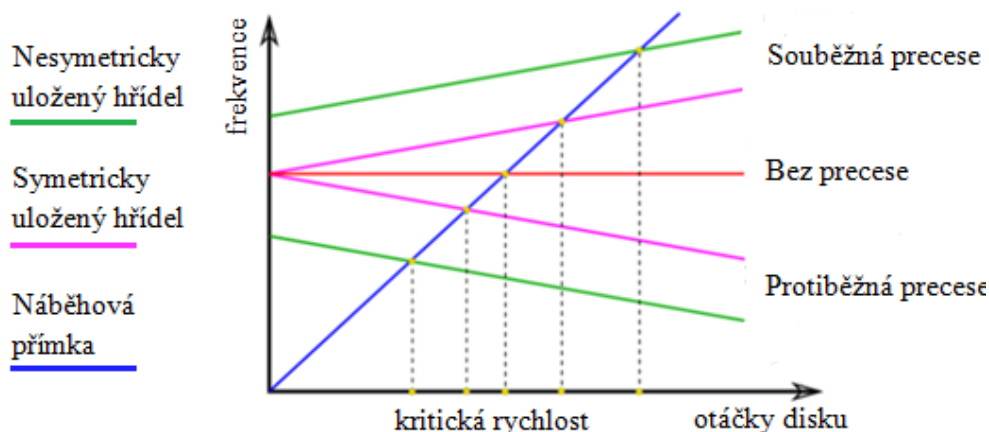
Z odvozených pohybových rovnic vyplývá, že při modální analýze rotujících soustav je třeba zahrnout do výpočtu i vliv rotace disku. Při krouživém kmitání hřídelů dochází k takzvané precesi. Hřídel rotuje s úhlovou rychlostí  $\omega$ . Pokud je úhlová rychlost precese  $\vartheta$  stejná jako  $\omega$ , dochází k souběžné precesi, která je stabilní. Méně častý případ je, když je úhlová rychlost precese stejně velká jako rychlost rotace, ale má opačné znaménko. Hřídel poté krouživě kmitá v opačném smyslu, než je smysl rotace a dynamický systém je nestabilní. Rozdíl mezi souběžnou a protiběžnou synchronní precesí je zřejmý z obrázku 3.17.



Obr. 3.17: Souběžná a protiběžná precese [15]

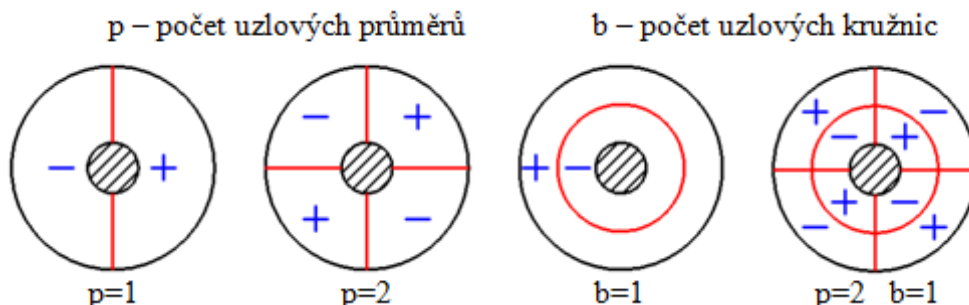
Pro určení kritických otáček, při kterých dochází k rezonanci, se používá Campbellův diagram, který udává závislost vlastní frekvence na úhlové rychlosti rotace disku. Do tohoto diagramu se vynášejí náběhové přímky, které jsou určeny násobky otáčkové frekvence. Průsečíky těchto přímek s křivkami Campbellova diagramu představují kritické otáčky rotoru.

U hřídelů s diskem mohou nastat tři případy. V prvním se neuvažují gyroskopické účinky a nedochází k precesi. V dalším případě dochází k precesi u symetricky uloženého hřídele a v posledním případě je hřídel uložen nesymetricky. Jednotlivé případy jsou popsány na Campbellově diagramu na obrázku 3.18, ve kterém se kvůli snazšímu zobrazení předpokládá, že vlastní frekvence není závislá na otáčkách hřídele.



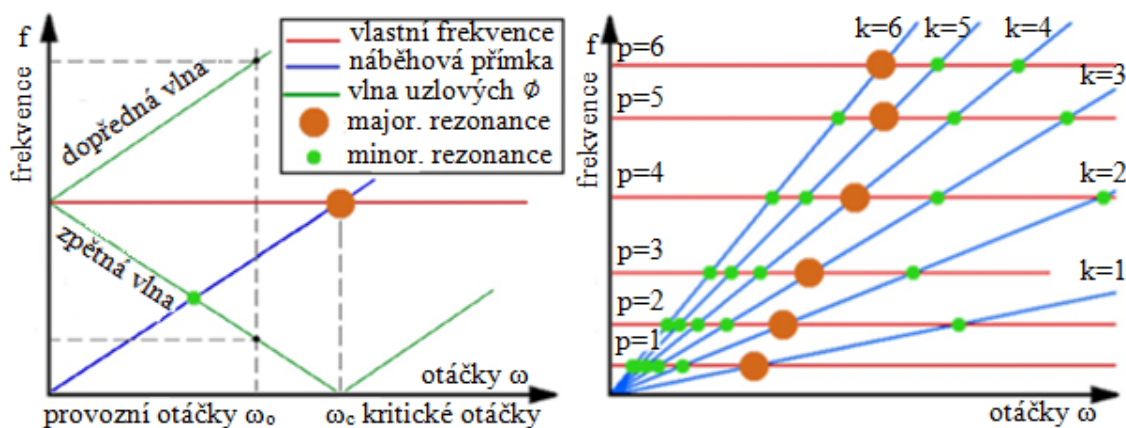
Obr. 3.18: Campbellův diagram pružného rotoru [15]

Kromě krouživého kmitání hřídelů mohou také kmitat disky na hřídeli. Disky kmitají s uzlovými průměry a kružnicemi, jak je zobrazeno na obrázku 3.19. *Mechanické kmitání je dáno chvěním celé rotorové soustavy. U lineárního modelu dochází k vázanému kmitání hřídele a disku (olopatkovaného kola) pouze pro tvar kmitu s jedním uzlovým průměrem. Poněkud jiná je situace u nelineárních rotorových soustav.[17]*



Obr. 3.19: Uzlové průměry a kružnice

Při rotaci se po disku pohybují dvě vlny s uzlovými průměry. Jedna vlna se pohybuje ve stejném směru, jako se otáčí disk a druhá opačně. Nebezpečný stav nastane, pokud má takzvaná zpětná vlna běžící proti smyslu otáčení disku nulovou úhlovou rychlost, jak je vidět vlevo na obrázku 3.20. Potom vznikne takzvaná vlna stojící v prostoru. Místa na disku, kde jsou uzly, jsou při rotaci trvale v klidu a naopak v místě kmitny disk stále kmitá s největší amplitudou. Odpovídající otáčky se nazývají kritické otáčky disku a v Campbellově diagramu opět odpovídají průsečíkům náběhových přímek s křivkami určujícími vlastní frekvence. Průsečík náběhové přímky  $k$ -tého násobku otáčkové frekvence s křivkou vlastní frekvence v Campbellově diagramu určuje rezonanci. Pokud je násobek otáčkové frekvence  $k$  stejný jako počet uzlových průměrů  $p$ , který odpovídá dané vlastní frekvenci, nastává majoritní rezonance. V ostatních průsečících nastává takzvaná minoritní rezonance, která není tolik nebezpečná a v praxi se v některých případech připouští. Do Campbellova diagramu pro pružné disky se většinou vynášejí prvních šest násobků otáčkové frekvence, případně více podle řešeného problému. Campbellův diagram pro rotující disk je na obrázku 3.20. V tomto diagramu je znovu pro jednoduchost uvažováno, že vlastní frekvence jsou při různých otáčkách konstantní.



Obr. 3.20: Campbellův diagram pružného disku [15]

U olopatkovaných disků nejsou nebezpečné násobky otáček určeny pouze počtem uzlových průměrů, ale také počtem lopatek, případně počtem svazků, do kterých jsou lopatky svázány bandáží. Nebezpečné násobky otáček rotoru jsou určeny vztahy (3.47), kde  $p$  je počet uzlových průměrů a  $s$  je počet svazků lopatek. Pokud nejsou lopatky svázány, nebo pokud jsou svázány všechny lopatky společnou bandáží, potom  $s$  je rovno počtu rotorových lopatek.

Rotor parní turbíny může být také buzen rozdílnými tlaky před a za oběžným kolem. *Největší vliv na aerodynamické buzení mají úplavy za statorovými lopatkami. Nelze ani podceňovat nerovnoměrné rozdělení statorových lopatek po obvodu.*[17] Nebezpečné násobky otáček turbíny jsou potom dány počtem a rozložením statorových lopatek po obvodu. Pokud je turbína konstruována s úplným ostřikem, tak nebezpečné násobky otáček jsou násobky počtu rozváděcích lopatek  $a \times r$ , kde  $a$  je celé číslo a  $r$  je počet rozváděcích lopatek. Nebezpečné násobky otáček pro disk rotoru parní turbíny s rozváděcími lopatkami jsou popsány vztahy (3.47).

$$\begin{array}{ll}
 k = p & - \text{ samostatný disk bez lopatek} \\
 k = s - p & \\
 k = s + p & \\
 k = 2s - p & \left. \vphantom{\begin{array}{l} k = s - p \\ k = s + p \\ k = 2s - p \end{array}} \right\} \text{ olopatkovaný disk} \\
 k = a \times r & - \text{ úplný ostřík rozváděcími lopatkami}
 \end{array} \tag{3.47}$$

U částečného ostříku záleží na jeho provedení a pro správné určení kritických otáček je důležitá analýza frekvencí budících sil působících na soustavu.

U rotujících lopatkových strojů je také vhodné řešit modální analýzu samostatné lopatky. Lopatka parní turbíny je buzena především tlakovými fluktuacemi za statorovými lopatkami. Při úplném ostřiku se nebezpečné otáčky určí jako násobky počtu rozváděcích lopatek. Pro určení nebezpečných otáček se při částečném ostřiku oběžného kola musí zjistit dominantní budící frekvence lopatky. Ta je závislá na rozložení, velikosti a počtu skupin rozváděcích lopatek.

Lopatka má obecný tvar, který nekmitá s uzlovými průměry či kružnicemi. Pokud je některá vlastní frekvence lopatky blízká určité vlastní frekvenci olopatkovaného disku, může dojít při kritických otáčkách disku také k nadměrnému kmitání lopatky a k jejímu porušení. *V řadě případů, s ohledem na tuhostní a hmotnostní parametry, se mohou vyskytnout uzlové kružnice procházející lopatkami, což v podstatě znamená, že lopatky kmitají některým z vyšších tvarů kmitů.*[17]

Pro jednoduchost bylo zatím uvažováno, že vlastní frekvence jsou nezávislé na otáčkách hřídele. Rotující dynamická soustava se vlivem odstředivých sil vyztuží, což znamená, že se její vlastní frekvence s rostoucími otáčkami zvyšují. Tento jev se musí uvažovat ve všech popsanych Campbellových diagramech.

Turbína by neměla být provozována při otáčkách, které jsou v blízkosti kritických otáček. Toto pásmo nebezpečných otáček se určuje následovně. Křivka vlastní frekvence v Campbellově diagramu, která se protíná s náběhovou přímkou, určuje rezonanční stav a kritické otáčky turbíny. Na náběhovou přímkou se vynesou frekvence, které jsou 5 % nad a pod hodnotou příslušné vlastní frekvence. Tyto průsečíky odpovídají otáčkám, které určují nebezpečné pásmo otáček turbíny. [15], [19]

### 3.4 Teoretický rozbor - Experiment

#### 3.4.1 Podstata experimentu [5], [12], [13], [14]

Cílem experimentu je ověření správnosti výsledků výpočtu. Pokud na soustavu působí síla, která má harmonický průběh, odezva soustavy závisí na frekvenci působící síly. Při budících frekvencích blízkých vlastní frekvenci soustavy dochází k rezonanci a soustava kmitá s největší amplitudou. Každé vlastní frekvenci odpovídá určitý vlastní tvar kmitání. Při experimentu je snaha, aby soustava byla buzena signálem, který obsahuje široké spektrum frekvencí. Při působení takového signálu je v soustavě vybudeno více tvarů kmitání najednou. Výsledný tvar je poté lineární kombinací jednotlivých vlastních tvarů kmitů. O tom jak široké spektrum má být vybudeno, rozhoduje pásmo frekvencí, které je podstatné z hlediska řešené úlohy.

Soustava je buzena širokým spektrem frekvencí. Při tom se měří výstupní signál. Ze snímače (nejčastěji akcelerometr) je získán analogový signál. Ten je poté filtrován takzvanými anti-aliasingovými filtry. Tyto filtry odfiltrují vysoké frekvence a zabrání tak aliasingu. To je jev, který vzniká při vzorkování analogového signálu, který obsahuje frekvence vyšší než je polovina vzorkovací frekvence. V digitálním signálu se tyto frekvence projevují jako nízké, které původní signál vůbec neobsahuje. Signál je převeden z analogového do digitálního pomocí A/D převodníku v měřící kartě, kde je také zesílen. Pro další zpracování digitálního signálu je důležité znát vzorkovací frekvenci, se kterou se data převedou na digitální signál. Data jsou poté převedena z časové do frekvenční oblasti nejčastěji pomocí rychlé Fourierovy transformace (FFT). Při tom je nutné vyvarovat se chyb, které se při transformaci mohou snadno objevit. Z naměřených dat ve frekvenční oblasti se poté identifikují vlastní frekvence soustavy.

Pro vybudení širokého spektra frekvencí v soustavě se nejčastěji používá takzvané modální neboli rázové kladívko. V soustavě se teoreticky vybudí celé spektrum frekvencí při působení takzvaného Diracova impulsu, který trvá nekonečně krátkou dobu. V reálných případech má však budící impuls určitou délku trvání, takzvané efektivní trvání rázu. Čím kratší je efektivní trvání rázu, tím širší spektrum frekvencí se vybudí. Rozsah vybuděného pásma lze ovlivnit použitím různě tvrdých špiček rázového kladívka.



Obr. 3.21: Vybudená spektra frekvencí [5]

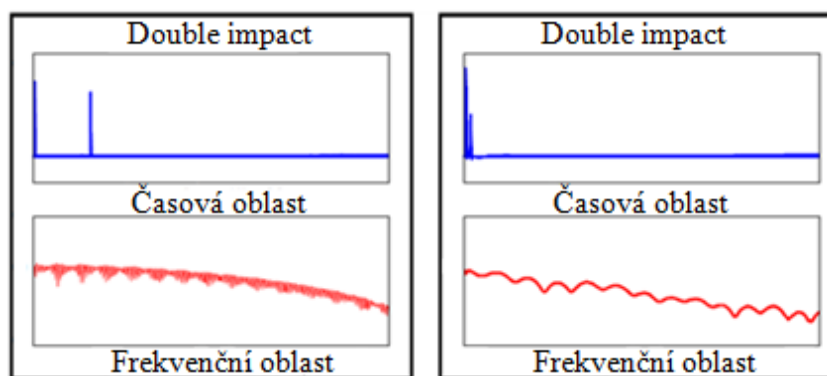
Pokud je špička kladívka relativně měkká, je budící impuls delší a soustava je vybudena úzkým frekvenčním spektrem. Naopak při použití tvrdé špičky je budící impuls krátký a soustava je buzena v širokém pásmu frekvencí. Na rázové kladívko lze

proto připevnit špičky z různých materiálů od tvrdých kovů, přes různé plasty až po gumu. Příklady budících signálů od rázového kladívka s různě tvrdými špičkami jsou na obrázku 3.21. Na délku trvání budícího impulsu má však vliv také materiál a tuhost měřené struktury.

Rozsah budících frekvencí je stanoven na základě rozsahu pozorovaného pásma vlastních frekvencí soustavy. Při použití příliš měkkého kladívka nejsou dostatečně vybudzeny vyšší frekvence. Naopak při použití příliš tvrdého kladívka jsou vybudzeny i vyšší módy soustavy, které nejsou zahrnuty v analyzovaném pásmu frekvencí.

### 3.4.2 Chyby při experimentu [5], [14]

Kromě tvrdosti špičky rázového kladívka může kvalitu výsledku experimentu ovlivnit ještě mnoho různých jevů. Chyby mohou vzniknout například nesprávně provedeným měřením, nebo i nesprávným zpracováním naměřeného signálu. Při buzení soustavy rázovým kladívkem dojde při nesprávném uhození ke dvojitému klepnutí, neboli k takzvanému „double impact“.



Obr. 3.22: Double impact [5]

K tomu dochází především u slabě tlumených soustav, kdy je odezva soustavy příliš rychlá a kladívko se nestačí vzdálit od kmitající soustavy. Spektrum pozorovaných frekvencí potom není vybudzeno rovnoměrně, což má neblahý efekt na výsledky měření. Takový signál se dále nezpracovává a úder kladívkem se provádí znovu.

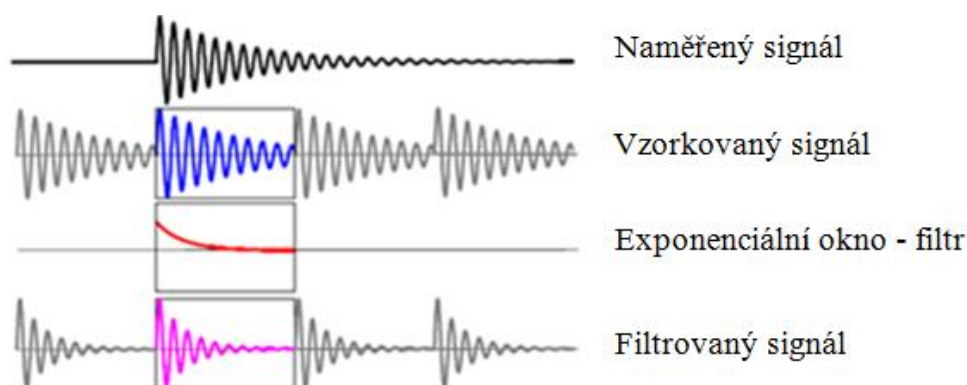
Na vlastní frekvence soustavy má vliv hmotnost, tuhost a tlumení soustavy. Pokud se na soustavu připevní akcelerometr, soustava má větší hmotnost a akcelerometr ovlivní i tuhost soustavy v místě jeho připevnění. Při použití příliš velkého akcelerometru v místech, kde je soustava poddajná, může mít akcelerometr na měření značný vliv. Připevněním snímače do uzlového bodu určitého vlastního tvaru se v naměřeném signálu ztrácí informace o odpovídající vlastní frekvenci. Proto je při měření vhodné umístit akcelerometr na různá místa a provést těchto měření několik.

Vliv na tuhost soustavy mají také okrajové podmínky. Ideální upnutí součásti není prakticky možné. Při příliš poddajném upnutí součásti může dojít k posunutí vlastních frekvencí, případně se mohou objevit i jiné vlastní tvary. Kvalita okrajových podmínek má proto velký vliv na preciznost měření. Pokud je měřená součást upnuta například ve svěráku, tvoří dynamickou soustavu měřená součást, svěrák, případně i stůl, na kterém je svěrák nebo upínka připevněna. Při buzení potom kmitá celá tato soustava a v naměřeném signálu se mohou navíc objevit i frekvence upínacího



mechanismu, se kterými se musí při hodnocení výsledků experimentu počítat. Je proto vhodné, pokud je upínací mechanismus tuhý tak, že vlastní frekvence tohoto mechanismu je vyšší, než nejvyšší vlastní frekvence v pozorovaném spektru. V případě, že tomu tak není, může se akcelerometr upevnit přímo na upínací mechanismus a změřit tak jeho vlastní frekvence. Porovnáním naměřených frekvencí se dynamická soustava kalibruje.

Další nepřesnosti mohou nastat při zpracování naměřeného signálu. Signál ze snímače je před vzorkováním filtrován anti-aliasingovým filtrem, kterým jsou ze signálu odfiltrovány vysoké frekvence. Každým filtrem se změní původní signál, což má také vliv na výsledek. Vzorkovaný signál je poté převeden do frekvenční oblasti pomocí Fourierovy transformace. Při tom může vzniknout spousta chyb. Nejčastější jsou takzvané chyby únikem, které jsou způsobeny transformací neperiodického signálu. U málo tlumených soustav často nestačí během délky měření jednoho impulsu odeznít celý signál, který je po vzorkování neperiodický. Aby byla zajištěna periodičnost signálu, filtruje se signál pomocí tzv. oken, která ovšem znovu ovlivní naměřený signál a tedy i výsledky měření. Nejčastěji se používá exponenciálně klesající okno, které zatlumí naměřený signál včas. Popsané filtrování je na obrázku 3.23.



Obr. 3.23: Filtrování signálu pomocí exponenciálního okna [5]

### 3.4.3 Určení tlumení soustavy [16], [18]

Kromě ověření výsledků výpočtu modální analýzy slouží experiment také ke stanovení tlumení v soustavě. Pomocí experimentu lze stanovit koeficienty proporcionálního tlumení  $\alpha$  a  $\beta$ . Každý vlastní tvar je tlumen jinak. Rovnice proporcionálního tlumení (3.28) platí pro celou soustavu, tudíž i pro  $j$ -tý vlastní tvar kmitu musí platit

$$b_j = \alpha m_j + \beta k_j \quad (3.48)$$

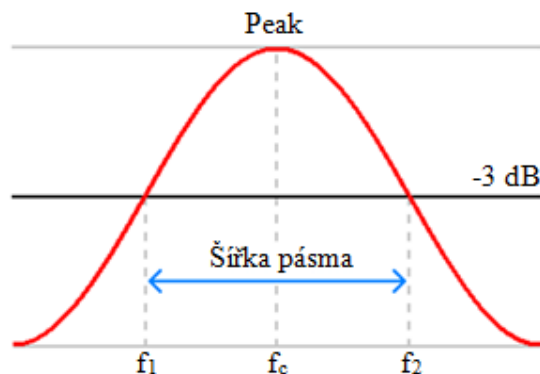
Tento vztah se dá postupně upravit do tvaru, ve kterém vystupuje pouze vlastní frekvence netlumené soustavy a poměrný útlum pro  $j$ -tý vlastní tvar. Pokud se vlastní frekvence tlumené a netlumené soustavy příliš neliší, lze do následujícího vztahu dosadit vlastní frekvenci tlumeného kmitání.

$$b_{rj} = \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha}{\Omega_j} + \beta \Omega_j \right) \quad (3.49)$$

Pro určení koeficientů proporcionálního tlumení je tedy nutné znát vlastní frekvence a poměrné útlumy určitého počtu vlastních tvarů kmitů. Vlastní frekvence se

získají převedením signálu z časové do frekvenční oblasti. Pro určení poměrného útlumu existuje několik způsobů.

Poměrný útlum určitého vlastního tvaru je možné určit pomocí takzvané nominální šířky pásma z rezonanční křivky, která se určí při poklesu amplitudy o 3 dB, což odpovídá hodnotě  $Amplituda/\sqrt{2}$ . Postup pro stanovení poměrného útlumu tímto způsobem je na obrázku 3.24.

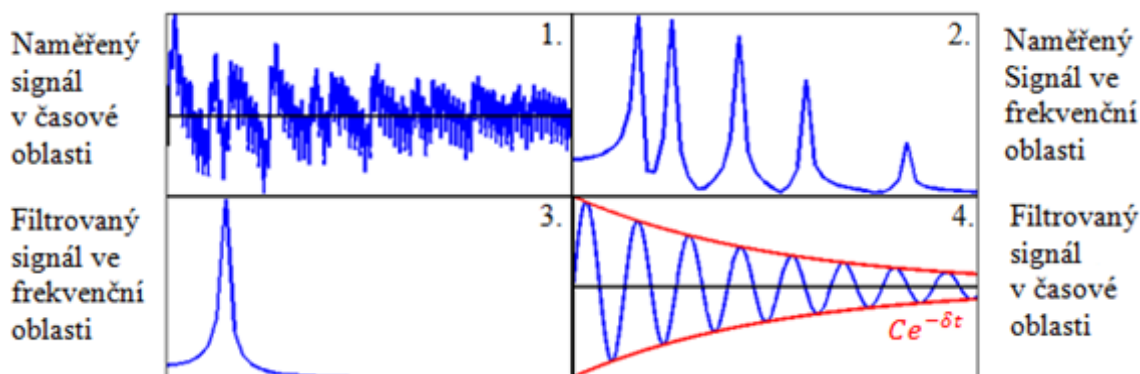


Obr. 3.24: Stanovení tlumení pomocí šířky pásma rezonanční křivky [16]

Poměrný útlum daného vlastního tvaru je poté stanoven podle vzorečku

$$b_r = \frac{1}{2} \frac{f_2 - f_1}{f_c} = \frac{1}{2} \frac{\Delta f}{f_c} \quad (3.50)$$

Další způsob získání poměrného útlumu pomocí experimentu je z naměřených dat v časové oblasti. Z naměřeného signálu se vyfiltruje pouze určitá vlastní frekvence. Tato data se poté proloží obálkou, která je exponenciální funkcí času. Aproximaci je možné provést například metodou nejmenších čtverců. Ze získaných parametrů exponenciální funkce se určí součinitel dozívání dané frekvence. Ten se poté přepočítá na poměrný útlum. Tento postup je na obrázku 3.25.



Obr. 3.25: Určení poměrného útlumu ze signálu v časové oblasti

V rovnici (3.49) jsou dva neznámé koeficienty proporcionálního tlumení. K jejich určení jsou zapotřebí nejméně dvě rovnice. V případě, že jsou známy frekvence a poměrné útlumy určitých vlastních tvarů, mohou nastat tři různé případy.

Za prvé je známa první vlastní frekvence a odpovídající poměrný útlum. Potom se předpokládá, že první vlastní tvar je tlumený nejméně. K rovnici (3.49) se přidá ještě

podmínka extrému, tedy že derivace poměrného útlumu podle odpovídající vlastní frekvence je nulová. Tato podmínka je popsána rovnicí (3.51).

$$\frac{db_{r_j}}{d\Omega_j} = 0 = \frac{1}{2} \left( -\frac{\alpha}{\Omega_j^2} + \beta \right) \quad (3.51)$$

V lepším případě jsou známy frekvence a poměrné útlumy od dvou různých vlastních tvarů. Tyto hodnoty se poté dosadí znovu do rovnice (3.49) a získá se tak soustava dvou rovnic o dvou neznámých, ze které se určí koeficienty  $\alpha$  a  $\beta$ .

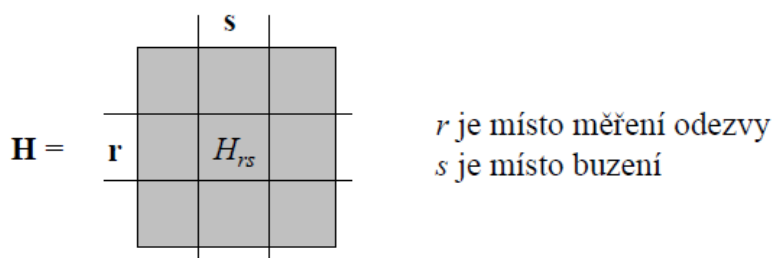
Pokud jsou známy vlastní frekvence a poměrné útlumy od více jak dvou vlastních tvarů kmitů, mohou se všechny tyto hodnoty dosadit do rovnice (3.49). Potom vznikne přeuročená soustava více jak dvou rovnic o dvou neznámých. Ta se řeší pomocí takzvané pseudoinverze a znovu se stanoví koeficienty proporcionálního tlumení  $\alpha$  a  $\beta$ . V tomto případě je určení neznámých koeficientů matematicky složitější a výsledky nemusí být přesnější, než v předchozím případě.

#### 3.4.4 Experimentální modální analýza (EMA) [5], [12], [13], [14], [18]

Nejlepší způsob verifikace výsledků výpočtové modální analýzy je provést experimentální modální analýzu. Cílem experimentální modální analýzy je určit vlastní frekvence, tlumení soustavy a vlastní tvary kmitání, tedy dynamické vlastnosti soustavy. Při experimentální modální analýze se měří buzení soustavy (vstup) a odezva (výstup). Z těchto dvou signálů se získá takzvaná přenosová funkce  $H$  (Frequency Response Function – FRF).

$$H = \frac{\text{Výstup}}{\text{Vstup}} = \frac{\text{Odezva}}{\text{Buzení}} \quad (3.52)$$

Buzení a odezva se měří v několika bodech a získané přenosové funkce se uspořádají do matice frekvenčních přenosů  $\mathbf{H}$ .

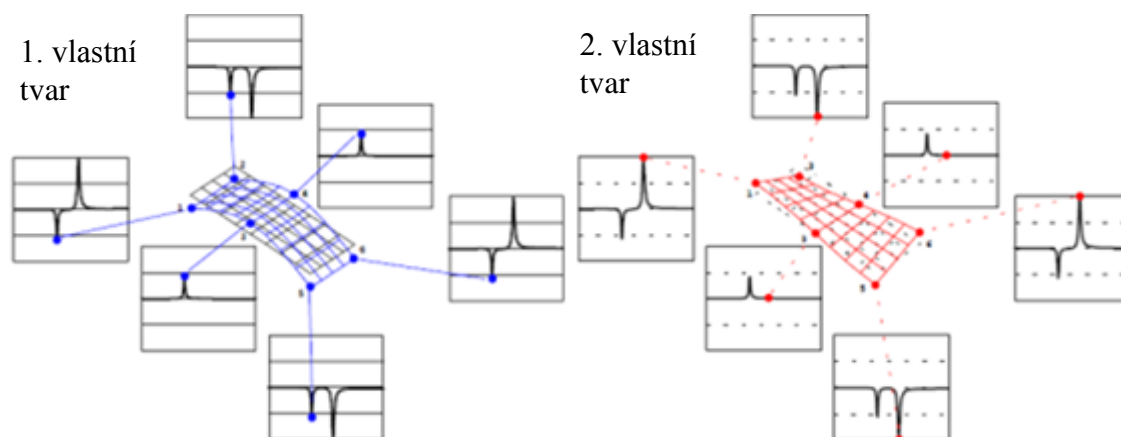


Obr. 3.26: Struktura matice frekvenčních přenosů [14]

Z této matice lze získat dynamické vlastnosti soustavy. K určení těchto vlastností je nutné změření přenosových funkcí pouze na jednom řádku nebo sloupci matice frekvenčních přenosů. To znamená, že buzení probíhá ve všech měřicích bodech a odezva se měří pouze v jednom z těchto bodů, nebo se naopak budí jediný bod a měření odezvy probíhá ve všech ostatních.

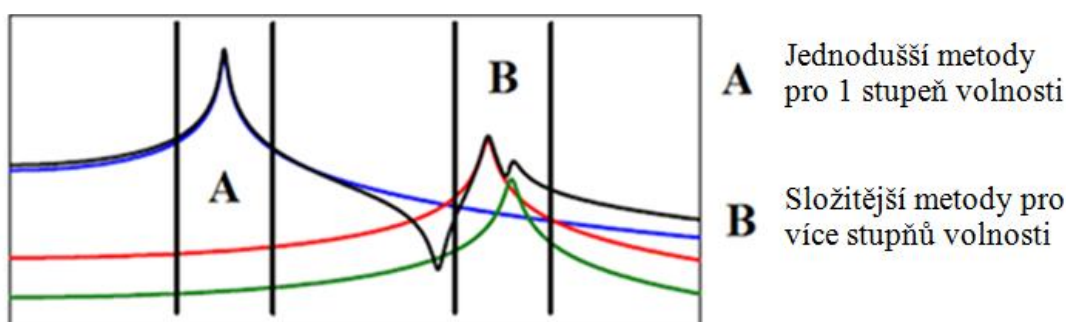
Imaginární složka přenosové funkce FRF odpovídá velikosti amplitudy kmitů v daném bodě pro určitou frekvenci a odpovídající tvar kmitání. Podle znaménka imaginární složky lze také rozeznat, které body kmitají ve stejném směru. Pokud měření probíhá pouze v bodech, ve kterých má imaginární složka funkce FRF stejné znaménko, může se tvar kmitání jevit jako posuv tuhého tělesa. Nebo pokud se měří v bodě, který

je pro určitý vlastní tvar uzlový (nekmitá), nezíská se z naměřeného signálu žádná informace o daném vlastním tvaru. V případě, že budící síla působí v místě, kde je pro určitý vlastní tvar uzlový bod, potom tento vlastní tvar není vůbec aktivován a v soustavě není vybuzen. Z tohoto plyne, že jednotlivé tvary kmitání jsou lépe určeny při vyšším počtu měřících bodů. Pomocí této grafické představy, která je na obrázku 3.27 popsána na příkladu kmitající desky, je vidět, jak důležité je zvolení měřících bodů.



Obr. 3.27: Získání vlastních tvarů z přenosové funkce [5]

Naměřená data jsou aproximována, aby z nich bylo možné určit modální vlastnosti soustavy. Pro určení modálních parametrů z naměřených dat se používají různé matematické metody. Tyto metody se zjednodušeně řečeno snaží rozložit naměřená data na části, které odpovídají jednotlivým vlastním frekvencím. Metody se dají rozdělit podle toho, jestli se používají v časové nebo ve frekvenční oblasti. Pokud jsou vlastní frekvence soustavy relativně blízko u sebe a navíc v soustavě působí veliké tlumení, používají se složitější metody pro soustavy s více stupni volnosti. Když je mezi jednotlivými vlastními frekvencemi větší rozdíl, používají se jednodušší metody, které předpokládají, že soustava s více stupni volnosti je superpozicí více soustav s jedním stupněm volnosti. Pokud se však v oblasti, kde jsou vlastní frekvence blízko u sebe, použije některá jednodušší metoda, mohou být data aproximována tak, že tyto vlastní frekvence nejdou rozeznat a jeví se jako jedna jediná. Rozdíl mezi těmito typy metod je na obrázku 3.28. Podrobnější popis různých aproximačních metod je v [18].



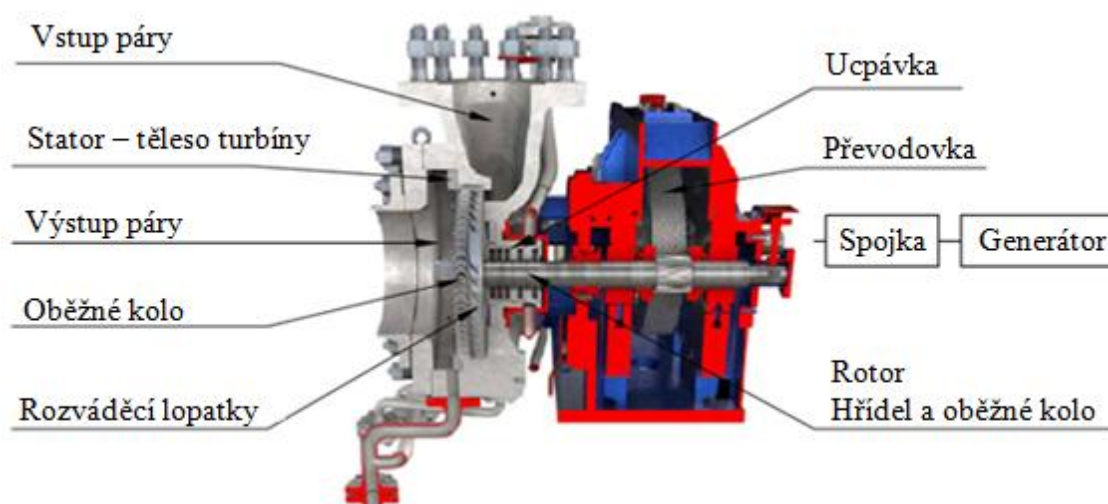
Obr. 3.28: Rozdíl mezi aproximačními metodami [5]

Analytik tedy rozhoduje o řádu modelu (počtu měřících bodů) a množství naměřených dat. Dále je třeba rozhodnout, v jakém rozmezí jsou data příslušnou metodou aproximována, kolik v tomto pásmu existuje vlastních frekvencí a jaký vliv mají vlastní tvary mimo pozorované pásmo frekvencí.

## 4 ŘEŠENÍ PROBLÉMU

### 4.1 Komplexní analýza problému [6], [7], [8]

Analyzovaná turbína je používána jako točivá redukce. Její výkon je 2,5 MW. Je navržena na tepelný spád větší než 120 kJ/kg. Její účinnost je optimalizována díky parciálnímu ostříku. Turbína může pracovat jako kondenzační i jako protitlaková. Je konstruována jako jednostupňová s oběžným kolem, které má reakční čili přetlakové lopatkování. Oběžné kolo je uloženo letmo ve statorovém tělese turbíny a je na něm celkem 78 rotorových lopatek. Popis hlavních částí turbíny je na obrázku 4.1. Pára vstupuje přes těleso turbíny do rozváděcích lopatek. Z rozváděcích lopatek je pára vedena na oběžné kolo, které roztáčí a poté vystupuje z turbíny. Na hřídeli rotoru turbíny je umístěn pastorek, který je součástí převodovky. Převodovka redukuje otáčky turbíny na otáčky hnaného stroje. Aby pára neunikala za rotorem, zajišťuje těsnost parního prostoru speciální kontaktní ucpávka. Celá točivá redukce je připevněna na svařovaném ocelovém rámu. Za převodovkou je přes pružnou spojku připojen elektrický generátor, případně jiný hnaný stroj, který je umístěn samostatně na betonovém rámu.



Obr. 4.1: Popis řešené parní turbíny TR560 [7]

Během provozu turbíny působí na lopatku budící síly, které mají relativně vysokou frekvenci. Jsou to především síly od proudící páry, které způsobují aerodynamické buzení lopatky. Frekvence a amplituda těchto sil závisí na velikosti úhlové rychlosti rotoru turbíny a vstupním tlaku páry. Především však také na počtu a rozmístění rozváděcích lopatek. Pokud je frekvence budících sil blízká některé vlastní frekvenci lopatky, dochází k rezonanci. Vlastní frekvence lopatky je ale také ovlivněna otáčkami rotoru, protože na lopatku působí setrvačné síly, které ji vyztužují. Kritické otáčky turbíny, při kterých dochází k rezonanci, se určí z Campbellova diagramu. Ke stanovení těchto kritických otáček turbíny je tedy potřebné znát závislost vlastních frekvencí na otáčkách a také dominantní budící frekvence. Aby byl řešený problém správně popsán, je vytvořen systém podstatných veličin.

### **4.2 Vytvoření systému podstatných veličin [6], [7]**

#### **Veličiny popisující okolí objektu**

Okolí objektu, tedy lopatky, popisují vlastnosti proudící páry. Těmito vlastnostmi jsou především teplota a také tlak páry před a za oběžným kolem. Tlak páry působící na lopatku se mění s určitou frekvencí v závislosti na uspořádání statorových lopatek.

#### **Veličiny popisující strukturu objektu**

Strukturu lopatky popisuje její geometrie, která je získána z modelu oběžného kola. Geometrie lopatky není při všech výpočtech stejná. Veličina popisující model geometrie lopatky, který se mění při různých výpočtech, je délka lopatky.

#### **Veličiny popisující podstatné vazby objektu s okolím**

Oběžné kolo a lopatka jsou vyrobeny jako jeden celek. Veličiny, které popisují vazbu lopatky na oběžné kolo, jsou okrajové podmínky použité ve výpočtovém modelování.

#### **Veličiny vyjadřující aktivaci objektu**

Mezi aktivační veličiny patří otáčky oběžného kola. Další aktivační veličinou jsou tlakové úplavy za rozváděcími lopatkami. Frekvencí těchto tlakových změn je lopatka dominantně buzena.

#### **Veličiny, které působí z okolí na objekt – ovlivňující veličiny**

Teplota páry změní teplotu materiálu lopatky a ovlivní tak jeho modul pružnosti v tahu, čímž se sníží tuhost soustavy. Tuhost soustavy se naopak zvyšuje působením setrvačných sil působících na lopatku.

#### **Veličiny vyjadřující vlastnosti prvků struktury**

K těmto veličinám patří modul pružnosti v tahu, který je závislý na teplotě, Poissonovo číslo a hustota materiálu. Vlastnosti struktury vyjadřují také parametry tlumení, které se získávají pomocí experimentálního modelování.

#### **Veličiny popisující procesy na struktuře objektu**

Množina těchto veličin je v tomto případě prázdná.

#### **Veličiny vyjadřující projevy (chování) objektu**

K projevům objektu patří u modální analýzy vlastní frekvence vibrací a také vlastní tvary, se kterými lopatka při dané frekvenci kmitá.

#### **Veličiny popisující důsledky projevů objektu na jeho okolí nebo na objekt samý.**

Důsledkem projevů lopatky mohou být její nadměrné vibrace při rezonanci. To může vést k dosažení mezního stavu deformace, případně mezního stavu vysoko-cyklového únavového lomu. Při tom za provozu může dojít i k poškození ostatních částí parní turbíny.

### 4.3 Volba metod řešení problému

Nejprve je provedena výpočtová modální analýza samostatné lopatky délky 30 mm a jsou určeny nebezpečné otáčkové frekvence a možná příčina poruchy rotoru. Dále je provedena výpočtová modální analýza pro další uvažované délky lopatky, aby bylo možné určit kritické otáčky i pro tyto varianty geometrie. Poté je provedena výpočtová modální analýza lopatky o délce 30 mm s modelem geometrie, který odpovídá geometrii vyříznuté lopatky z poškozeného oběžného kola. Experimentálním modelováním, které je provedeno na reálné lopatce, jsou naměřeny vlastní frekvence lopatky. Správnost výsledků výpočtového modelování je ověřena porovnáním vypočítaných a naměřených vlastních frekvencí.

Postup při řešení tohoto problému je následující. Modální analýza je provedena v prostředí programu ANSYS Classic, ve kterém je velikou výhodou možnost použití maker. Pomocí maker lze výpočet snadno parametrizovat a tím velice zjednodušit, urychlit a automatizovat. Aby bylo možné stanovit kritické otáčky turbíny, je nutné znát frekvenci sil, které působí na lopatku. Prvním krokem je tedy analýza buzení lopatky a zjištění nebezpečných násobků otáčkové frekvence. Dále je vytvořen model geometrie lopatky, u kterého je možné měnit délku lopatky pomocí zadaného parametru a na kterém je vytvořena síť konečných prvků. Poté je provedena modální analýza pro různé délky lopatky se zahrnutím vlivu různě velké úhlové rychlosti rotace disku. Pomocí získaných závislostí vlastních frekvencí na otáčkách a analyzovaných dominantních budících frekvencí působících na lopatku jsou sestaveny Campbellovy diagramy. Z těchto diagramů jsou odečteny kritické otáčky pro všechny varianty délky lopatky. Na závěr jsou vypočítané vlastní frekvence verifikovány pomocí experimentálního modelování, kterým jsou získány také parametry proporcionálního tlumení. Zahrnutím parametrů tlumení do výpočtu se výsledky ještě více zpřesní.

### 4.4 Výběr vstupních údajů do algoritmu metody řešení [7], [8], [20]

Materiál lopatky je nerezová ocel 1.4923 (značení dle ČSN EN 10 027-2). V materiálovém listě pro tuto ocel jsou uvedeny tyto hodnoty hustoty a modulu pružnosti v tahu při pokojové teplotě.

$$E = 216 \text{ GPa} \quad \rho = 7700 \text{ kg/m}^3 \quad (4.1)$$

Model materiálu je lineární izotropní a Poissonovo číslo  $\mu$  je zvoleno

$$\mu = 0,3 \quad (4.2)$$

V materiálovém listě jsou také uvedeny hodnoty modulu pružnosti v tahu při zvýšených teplotách, které jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 4.1: Modul pružnosti v tahu při zvýšených teplotách

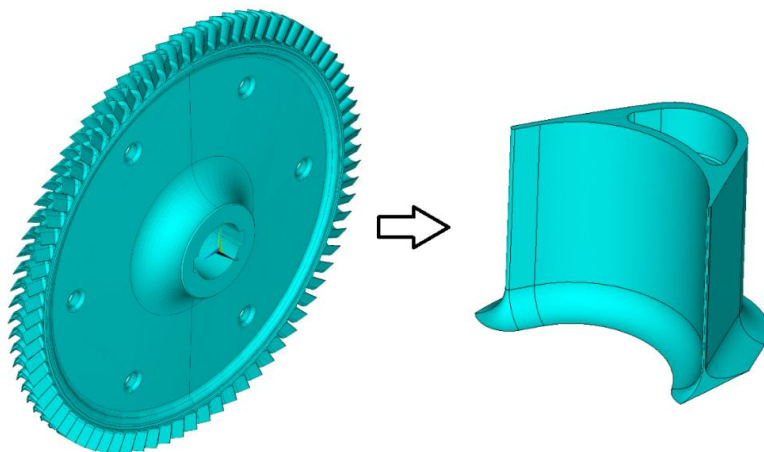
Teplota [°C]	20	100	200	300	400
E [GPa]	216	209	200	190	179

Teplota proudící páry je 190 °C. Modul pružnosti pro provozní teplotu je tedy zvolen

$$E = 200 \text{ GPa} \quad (4.3)$$

Tlumení soustavy zadané jako vstupní parametr do algoritmu výpočtového modelování je získáno z experimentálního modelování jako parametry proporcionálního tlumení  $\alpha$  a  $\beta$ . (kapitola 6.3)

Geometrie lopatky je získána z modelu oběžného kola turbíny. Model, který poskytla firma G-Team ve formátu *.igs*, byl importován do programu ANSYS. Z tohoto modelu je vyříznuta pouze lopatka, což je vidět na obrázku 4.2. Počátek souřadného systému leží na ose rotace oběžného kola, která je totožná s osou  $x$ .



Obr. 4.2: Importovaný model geometrie

Délka lopatky se podle zadání může zvětšit až o 50 mm. Do algoritmu výpočtu jsou tedy zadány hodnoty délky lopatky, které jsou v následující tabulce.

Tab. 4.2: Délky lopatky použité ve výpočtech

Pořadí výpočtu [-]	1	2	3	4	5	6
Délka lopatky [mm]	30	40	50	60	70	80

Lopatky jsou společně s oběžným kolem vyráběny jako jeden kus. Kolo je nejprve vykováno a poté jsou na něm obrobena jednotlivé lopatky, jak je zobrazeno na obrázku 4.3.



Obr. 4.3: Obrábění lopatek oběžného kola [20]



Lopatka je součástí oběžného kola. Při výpočtovém modelování je tedy zamezeno posuvům ve všech směrech na spodní části lopatky.

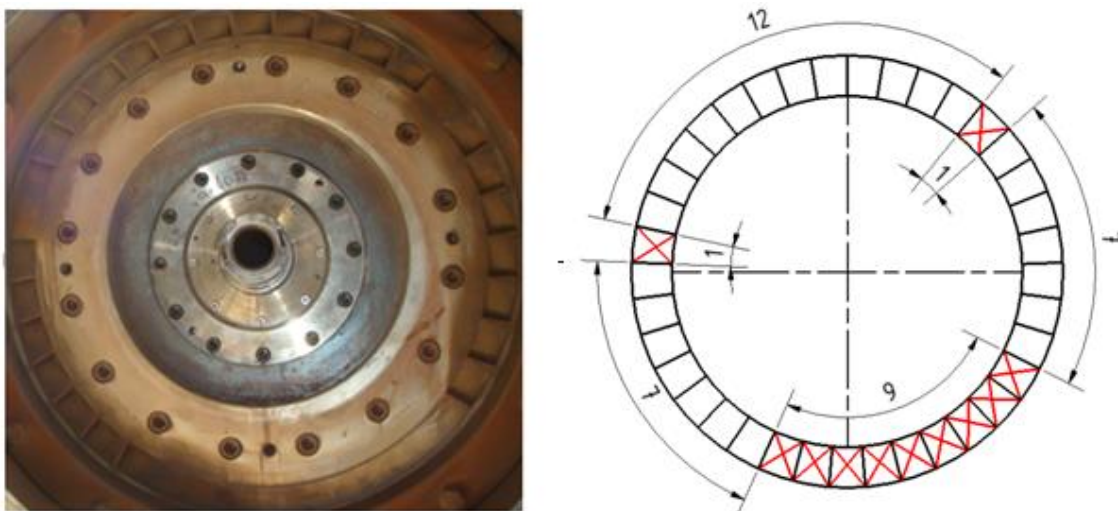
Otáčky oběžného kola, při kterých došlo k poruše, jsou  $\omega = 11\,000\text{ ot/min}$ . Ve výpočtu jsou kvůli sestrojení Campellova diagramu použity frekvence otáček v rozsahu

$$\omega = 0 \div 14\,000\text{ ot/min} = 0 \div 1\,466\text{ rad/s} \quad (4.4)$$

V modální analýze jsou uvažovány vlastní frekvence lopatky až do hodnoty

$$\Omega_{max} = 25\,000\text{ Hz} \quad (4.5)$$

Rozváděcí lopatky jsou umístěny ve třech různě velkých skupinách po obvodu statoru, jak je zobrazeno na obrázku 4.4 vlevo.



Obr. 4.4: Rozmístění statorových lopatek [8]

Na stejném obrázku vpravo je model, na kterém je toto rozmístění znázorněno schematicky. Tento model odpovídá situaci, kde je po obvodu statoru rovnoměrně rozmístěno celkem 37 rozváděcích lopatek, z nichž jsou některé zaslepené. Zaslepená místa jsou označena červeným křížkem a jednotlivé skupiny zaslepených i aktivních lopatek jsou vyznačeny kótami s jejich počtem ve skupině. Pomocí modelu na obrázku 4.4 vpravo jsou určeny nebezpečné násobky otáčkové frekvence.

## 4.5 Realizace algoritmu metody řešení problému

### 4.5.1 Analýza budícího signálu

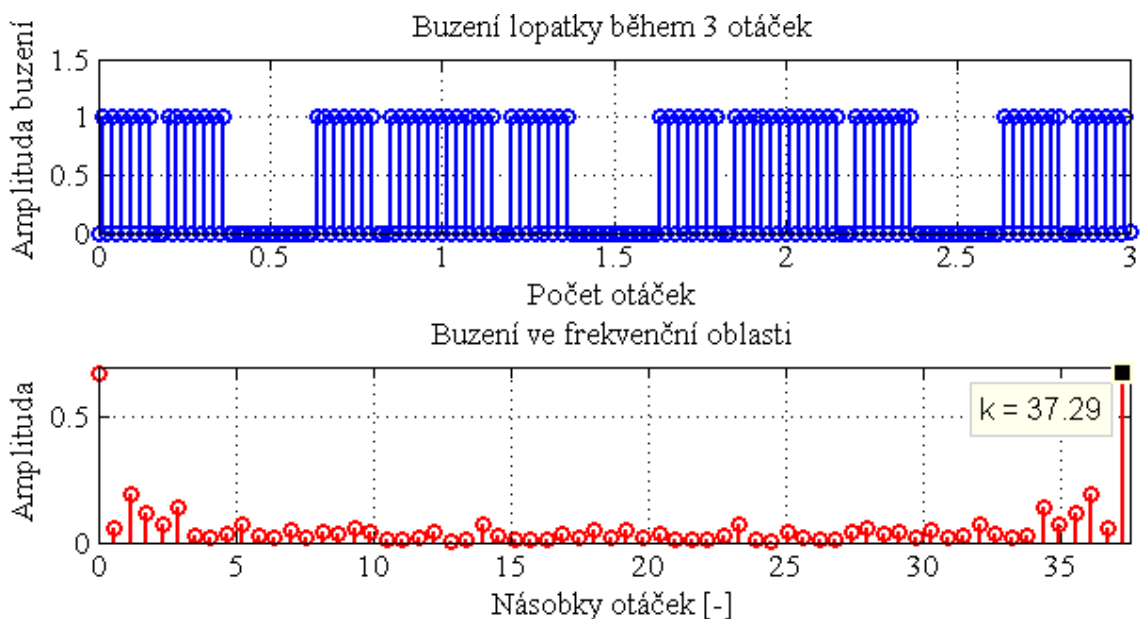
Aby bylo možné získat dominantní frekvence buzení lopatky, je průběh budících sil tlakových úplavů za rozváděcími lopatkami nasimulován v programu MATLAB. Tato simulace vychází z modelu na obrázku 4.4 vpravo. Místo, kde je aktivní statorová lopatka, je reprezentováno jednoduchým signálem s amplitudou jedna. Místo zaslepené

lopatky je popsáno signálem s konstantní nulou. Tvorba simulovaného signálu je popsána na obrázku 4.5.



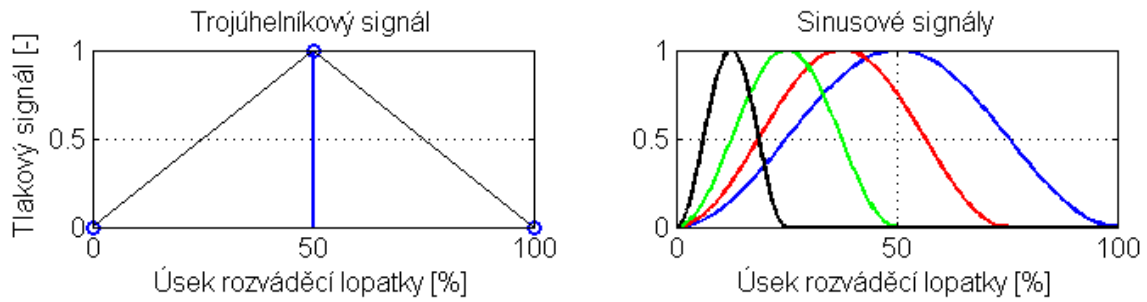
Obr. 4.5: Simulace budícího signálu

Signály jsou poskládány za sebe podle toho, jak jsou rozmístěny rozváděcí lopatky, vzhledem k modelu na obrázku 4.4. Takto je simulován budící signál působící na lopatku během tří otáček oběžného kola. Signál je převeden do frekvenční oblasti pomocí rychlé Fourierovy transformace (FFT), aby se tak získaly dominantní frekvence signálu. V časové i ve frekvenční oblasti je signál na obrázku 4.6.



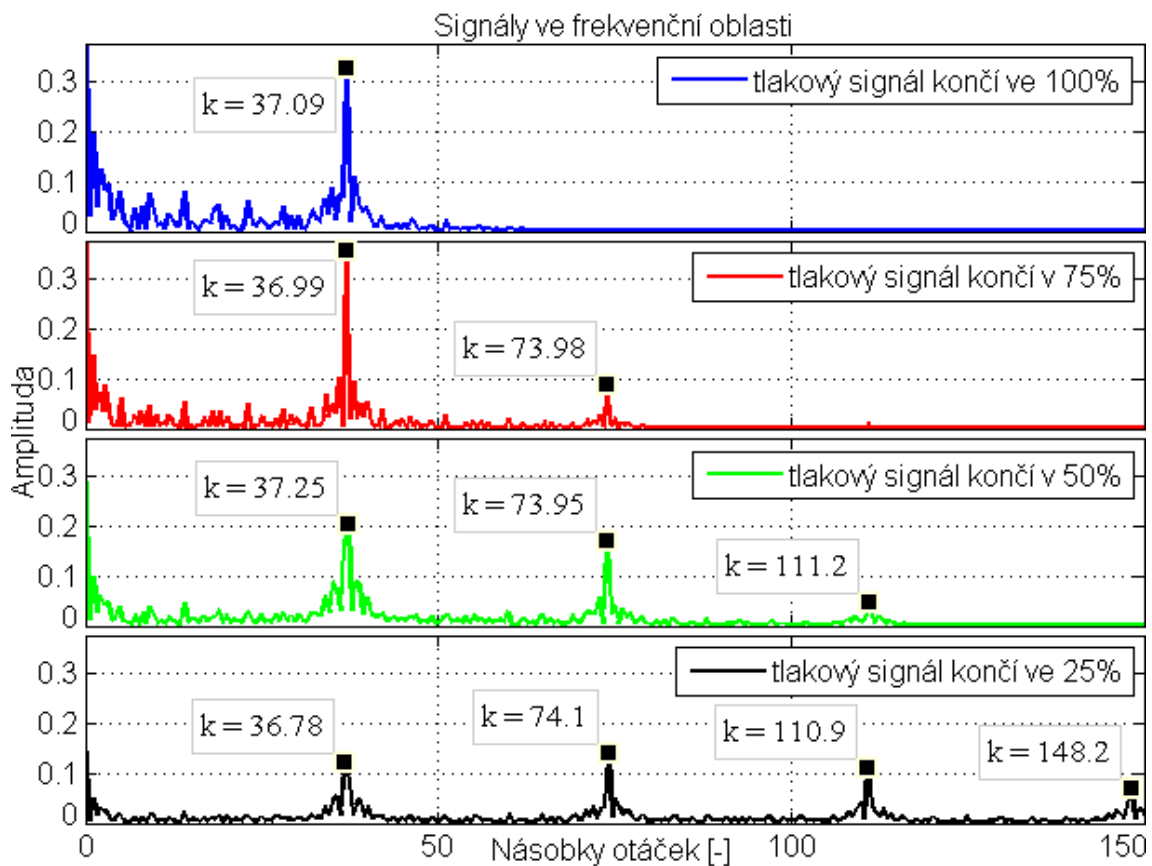
Obr. 4.6: Signál buzení během 3 otáček

Z obrázku 4.6 je patrné, že dominantní frekvence v budícím signálu od tlakových změn za statorovými lopatkami je  $37 \times$  frekvence otáček. Při této analýze je průběh tlakové změny za rozváděcí lopatkou simulován trojúhelníkovým signálem. To je patrné z obrázku 4.7 vlevo. Aby bylo možné analyzovat i vyšší frekvence, jsou úplavy za statorovými lopatkami nahrazeny jednoduchým sinusovým signálem. V místě zaslepení lopatky je signál opět nulový. Průběh tlakového signálu za rozváděcí lopatkou je ovšem neznámý. Aby byl tento signál zjištěn, musel by být změřen, případně vypočítán, což je nad rámec této diplomové práce. Proto je provedeno několik analýz různých signálů. V těchto signálech končí tlaková vlna v určité části úseku rozváděcí lopatky. Analyzované signály jsou zobrazeny na obrázku 4.7 vpravo, kde je konec tlakové vlny vyjádřen v procentech úseku rozváděcí lopatky.



Obr. 4.7: Průběh tlakového signálu za rozváděcí lopatkou

Sinusové signály jsou poskládány za sebe podobně jako v případě trojúhelníkových signálů. Takto jsou nasimulovány znovu tři otáčky oběžného kola a signály jsou převedeny do frekvenční oblasti. Výsledky jsou zobrazeny na obrázku 4.8.



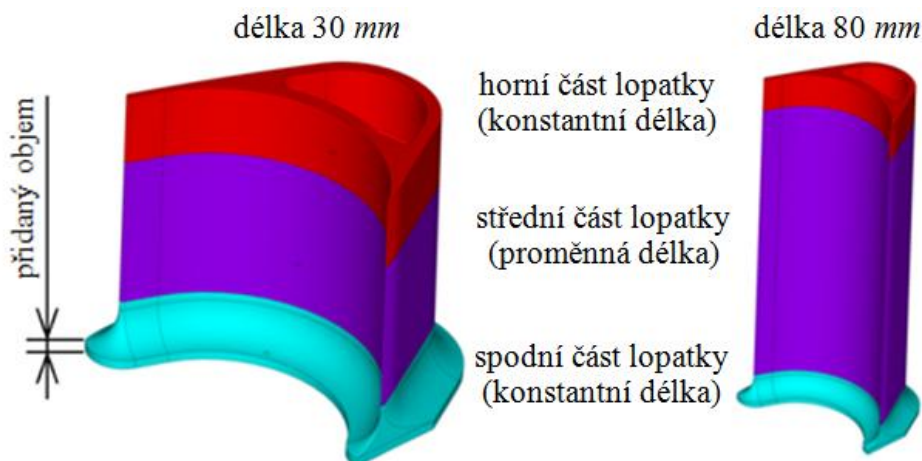
Obr. 4.8: Nebezpečné násobky otáčkové frekvence

Na obrázku 4.8 je vidět, že čím delší bude úsek tlakových změn za rozváděcí lopatkou, tím méně násobků počtu rozváděcích lopatek se objeví ve frekvenčním spektru budícího signálu a naopak. S rostoucím počtem dominantních frekvencí, které se objevují ve frekvenčním spektru, se také snižuje jejich amplituda. Ta také klesá u vyšších násobků otáčkové frekvence. Z výsledků analýzy budícího signálu a z rozmezí analyzovaných vlastních frekvencí se dospělo k závěru, že jsou uvažovány tyto nebezpečné násobky otáčkové frekvence.

$$k_1 = 1 \times 37 \quad k_2 = 2 \times 37 \quad k_3 = 3 \times 37 \quad k_4 = 4 \times 37 \quad (4.6)$$

## 4.5.2 Výpočet modální analýzy [31]

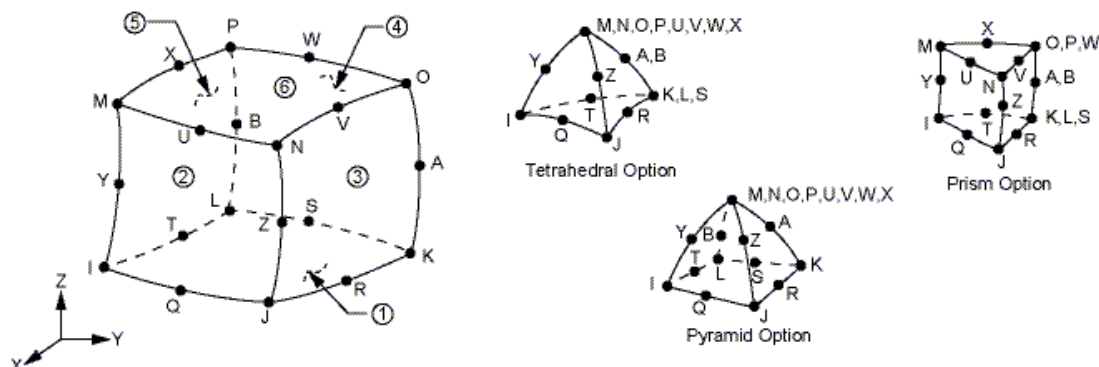
Nejprve je upraven importovaný model geometrie lopatky. Ve formátu *.igs* tvoří tento model pouze plochy. Model geometrie lopatky proto musí být upraven tak, aby z něj mohl vzniknout objem, na kterém je teprve možné vytvořit síť konečných prvků. Dalším důvodem úpravy importovaného modelu geometrie lopatky je také potřeba změny její délky. Některé plochy lopatky jsou proto spojeny, jiné rozděleny či mírně upraveny. Spodní strana modelu geometrie lopatky má takový tvar, na kterém by se vytvořily prvky s příliš malým vnitřním úhlem. Prvkové matice by tak mohly být špatně podmíněné, což by mělo vliv na přesnost výpočtu. Z tohoto důvodu je na spodní straně lopatky vytvořen objem, jak je zobrazeno na obrázku 4.9, který popsanému jevu zabrání.



Obr. 4.9: Úprava geometrie lopatek o různé délce

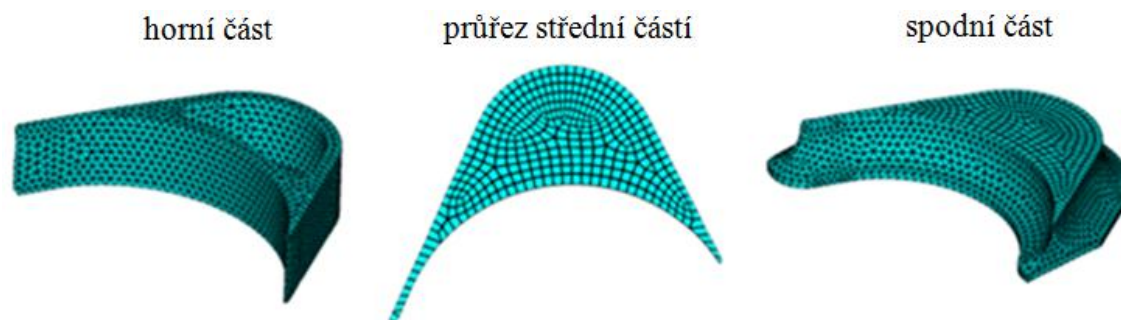
Při změně délky lopatky musí zůstat zachovaný tvar lopatky. Proto je lopatka rozdělena na tři části, z nichž horní a spodní část zůstávají při změně délky úplně neměnné. Prostřední část lopatky má konstantní průřez a lze tedy snadno měnit její délku. Rozdělení objemu lopatky je popsáno rovněž na obrázku 4.9, na kterém jsou zobrazeny modely geometrie lopatek s krajními hodnotami délky. Podrobnější popis dalších úprav modelu geometrie lopatky je popsán přímo v makru *geometrie.mac*, které je v příloze této diplomové práce.

Pro síť konečných prvků je použit prvek solid 186, který má 20 uzlů v případě šestistěny a 10 uzlů v případě čtyřstěny. Stupně volnosti v každém uzlu jsou posuvy ve směrech  $x$ ,  $y$  a  $z$ . Použitý prvek je popsán na obrázku 4.10.



Obr. 4.10: Prvek solid 186 [31]

V dynamických úlohách je pro přesnější výpočet vhodná rovnoměrná síť. Také z tohoto důvodu je zvolena velikost délky hrany prvku  $0,9 \text{ mm}$ . Algoritmus tvorby sítě lopatky je stejný pro každou její délku. Při změně délky lopatky se prodlužuje pouze prostřední část objemu lopatky. Tento úsek má po délce konstantní průřez a síť sestavená na této části je proto vytvořena pomocí tažené sítě, takzvané sweep. Prostřední část je tvořena šestistěnnými prvky a pro různé délky lopatky má stále stejnou strukturu, akorát různý počet vrstev prvků. Na spodní a vrchní části objemu, které jsou pro různé délky lopatky neměnné, je vytvořena volná síť pomocí čtyřstěnných prvků. Vytvořená síť na částech lopatky, které jsou při různých délkách stejné, je na obrázku 4.11.



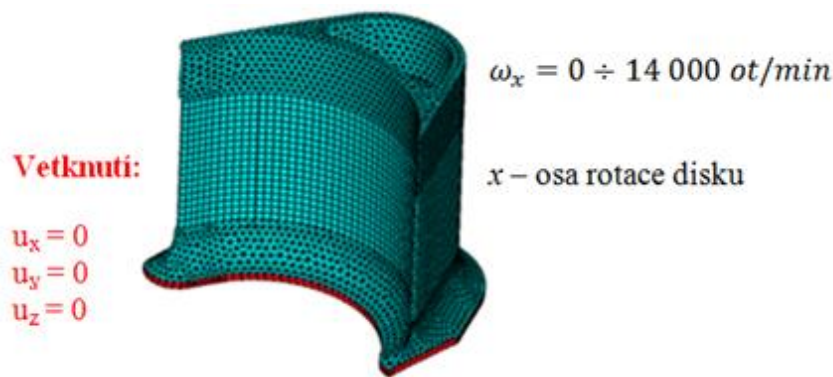
Obr. 4.11: Sít' společná pro všechny délky lopatky

Pro různé délky lopatky jsou vytvořeny sítě s různým počtem prvků a tedy i stupňů volnosti. Každá síť také vykazuje různý počet prvků, u kterých software hlásí varování z důvodu špatného tvaru. Počet těchto prvků je ale vždy zanedbatelný vzhledem k jejich celkovému počtu. To je možné vidět v tabulce 4.3, ve které jsou zapsány parametry všech vytvořených sítí pro různé počítané délky lopatky.

Tab. 4.3: Parametry vytvořených sítí lopatky

Délka lopatky [mm]	30	40	50	60	70	80
Počet prvků	42 819	48 683	53 199	57 234	61 517	65 805
Počet uzlů	87 124	109 508	129 690	148 065	166 769	185 464
Prvky s varováním	3	9	6	12	7	7

Lopatka je na své spodní straně vetknuta, čili v uzlech na spodní podstavě je zamezeno posuvům ve všech směrech. Rozsah vetknutí odpovídá velikosti přidaného objemu, který je popsán na obrázku 4.9. Rotující disk je vyztužen vlivem odstředivých sil. Při výpočtu je proto nejprve provedena statická analýza, při které je disk zatížen odstředivou silou. Toto zatížení změní matici tuhosti, se kterou se počítá v předepnuté modální analýze. Odstředivá síla působící na lopatku je závislá na úhlové rychlosti a průměru disku. V simulaci je toto zatížení provedeno pomocí úhlové rychlosti ve směru osy  $x$ , přičemž tato osa musí být zároveň osou rotace disku. Počátek souřadného systému tedy leží na ose rotace, kolem které lopatka rotuje. Velikost úhlové rychlosti, která se do výpočtu udává v  $rad/s$ , se při simulacích pohybuje v rozmezí od  $0 \text{ ot/min}$  do  $14\,000 \text{ ot/min}$  s krokem  $3\,500 \text{ ot/min}$ . Pro každou uvažovanou délku lopatky tak probíhá pět výpočtů s různou velikostí rychlosti rotace disku. Popis okrajových podmínek a zatížení je na obrázku 4.12. Poté, co je provedena statická analýza, se její výsledky projevují na vstupech do předepnuté modální analýzy. U modální analýzy se neuvažuje zatížení, ale vlivem předchozí statické analýzy se změní matice tuhosti lopatky. Modální analýza je provedena pomocí metody Block-Lanczos, která je vhodná pro netlumené soustavy.



Obr. 4.12: Okrajové podmínky a zatížení lopatky

Úprava modelu geometrie, tvorba sítě, model materiálu, okrajové podmínky, zatížení, statická analýza i předepnutá modální analýza probíhá automaticky pomocí makra. V tomto makru je možné velice snadno měnit parametry jako je například délka lopatky či úhlová rychlost oběžného kola a celý výpočet probíhá automaticky. Vypočtené hodnoty jsou uloženy do textového souboru, který je načten do programu MATLAB, ve kterém jsou pomocí dalšího makra zpracovány výsledky do Campbellova diagramu. Po určení nebezpečných násobků otáčkové frekvence lze snadno identifikovat nebezpečné otáčky rotoru parní turbíny. Struktura použitého makra je v příloze na obrázku P1, kde jsou kvůli lepší přehlednosti jednotlivé příkazy rozlišeny různými barvami.

Výpočetní technika použitá pro výpočet je popsána pomocí hardwarových a softwarových parametrů v následující tabulce.

Tab. 4.4: Parametry výpočetní techniky

Hardware / Software	Typ / Parametry
Processor	Intel Core 2Duo 2,20 GHz
Nainstalovaná paměť (RAM)	4,00 GB
Výpočetní software	ANSYS 15.0

Pro každou délku lopatky je provedeno pět výpočtů statické a následně předepnuté modální analýzy pokaždé pro různou velikost úhlové rychlosti oběžného kola turbíny. Celkem je realizováno 30 výpočtů statické a modální analýzy. Úlohy mají kvůli různým sítím také různý počet prvků a stupňů volnosti. Počet stupňů volnosti určuje velikost řešené soustavy rovnic a také čas potřebný pro výpočet. V tabulce 4.5 je vidět rozsah jednotlivých úloh pro různé délky lopatky, který je vyjádřený počtem rovnic v řešené soustavě rovnic. Délka výpočtu je ovlivněna velikostí sítě, ale také počtem počítaných vlastních frekvencí v rozmezí od 0 Hz do 25 kHz, který roste s rostoucí délkou lopatky. Celkový čas výpočtu dosahuje přibližně 26 hodin.

Tab. 4.5: Rozsah a délka výpočtu

Délka lopatky [mm]	30	40	50	60	70	80
Počet rovnic [-]	248 625	315 777	376 323	431 463	487 560	543 645
Délka výpočtu [hod.]	1,3	2,3	3,5	5,0	6,2	7,5

## 5 VÝSLEDKY ŘEŠENÍ PROBLÉMU

### 5.1 Presentace výsledků řešení problému

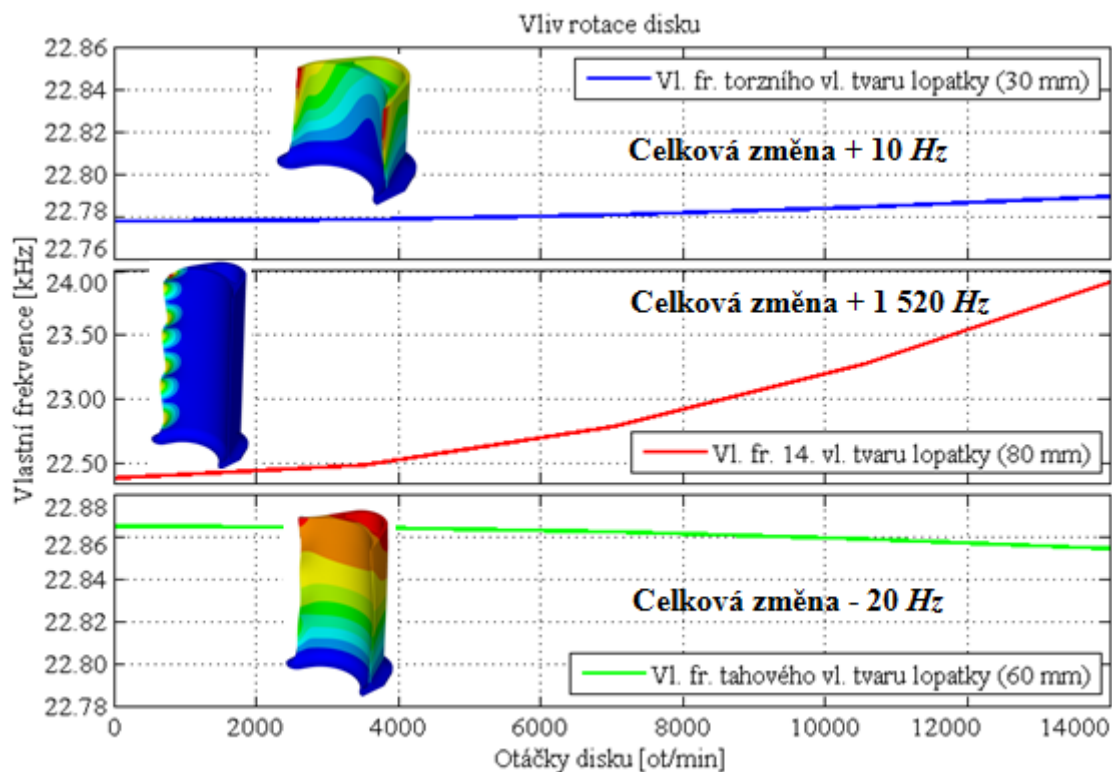
Pro jednotlivé délky lopatky jsou vypočítány vlastní tvary a příslušné vlastní frekvence do hodnoty 25 kHz. S rostoucí délkou lopatky se zvyšuje její hmotnost a také poddajnost. Díky tomu se ve zmíněném rozsahu frekvencí při rostoucí délce lopatky objevuje více vlastních tvarů kmitání. U nejkratší lopatky s délkou 30 mm je v tomto rozmezí pouze 5 vlastních frekvencí. U nejdelší analyzované lopatky s délkou 80 mm je jich 16. Výpočtem jsou získány vlastní tvary lopatek s různou délkou, které jsou v příloze na obrázcích P2 až P7. Vypočítané vlastní frekvence pro nulové otáčky disku jsou pro různé délky lopatky v tabulce 5.1.

Tab. 5.1: Vypočítané vlastní frekvence pro nulové otáčky oběžného kola

Pořadí vlastní frekvence [-]	Vlastní frekvence pro různé délky lopatky [kHz]					
	30 mm	40 mm	50 mm	60 mm	70 mm	80 mm
1.	10,17	8,11	5,36	3,74	2,74	2,09
2.	14,40	8,98	6,76	5,10	3,91	3,07
3.	15,58	12,02	9,88	8,15	6,87	5,93
4.	15,83	13,10	11,85	11,18	10,66	9,96
5.	22,78	15,75	13,18	12,41	12,07	11,06
6.		18,22	15,13	13,54	12,60	11,89
7.			19,80	16,69	13,62	12,13
8.			22,40	17,23	14,88	13,74
9.			23,28	19,27	16,21	13,92
10.				20,93	17,91	16,01
11.				22,87	19,38	16,82
12.					21,75	18,89
13.					22,70	19,89
14.						22,39
15.						24,32
16.						24,69

Tyto vlastní frekvence se zvyšují s rostoucími otáčkami disku. Čím delší je lopatka, tím větší je působící odstředivá síla díky větší hmotnosti lopatky a většímu poloměru na kterém lopatka rotuje. U krátké lopatky je vliv rotace disku téměř zanedbatelný. Čím větší je délka lopatky, tím podstatnější vliv mají působící setrvačné síly na velikosti vlastních frekvencí.

Různé vlastní tvary jsou odstředivou silou ovlivněny jinak. Například torzní vlastní tvar není odstředivou silou ovlivněn téměř vůbec. U lopatky s délkou 30 mm se v rozmezí zkoumaných otáček zvýší frekvence torzního tvaru o pouhých 10 Hz. Naopak velice jsou ovlivněny vlastní tvary, ve kterých kmitá pouze nejpoddanější část lopatky některým z vyšších ohybových tvarů kmitů. U lopatky s délkou 80 mm se vlastní frekvence takového tvaru kmitu zvětší až o 1 500 Hz. Na druhou stranu se vlastní frekvence lopatky může s rostoucími otáčkami disku také snížit. K tomu dochází například v případě lopatky dlouhé 60 mm u vlastního tvaru, který odpovídá podélnému tahu. Odstředivá síla natahuje lopatku a pomáhá tak tento vlastní tvar vybudit. V analyzovaném rozsahu otáček disku se ale vlastní frekvence tohoto tvaru sníží pouze o 20 Hz. Popsané případy vypočítané závislosti vlastní frekvence lopatky na otáčkách disku jsou na obrázku 5.1.



Obr. 5.1: Vliv rotace disku

## 5.2 Analýza výsledků řešení problému

Protože se s rostoucími otáčkami jinak zvyšují vlastní frekvence různých vlastních tvarů lopatky, a některé se dokonce snižují, mění se v některých případech také pořadí vlastních tvarů. K tomu dochází u variant lopatek s délkou větší než 50 mm. S tímto jevem však nepočítá makro, které provádí zápis výsledků do souboru kvůli dalšímu zpracování. Proto musejí být určité vypočítané vlastní frekvence ručně přehozeny tak, aby při stejném pořadí odpovídaly stejnému vlastnímu tvaru.

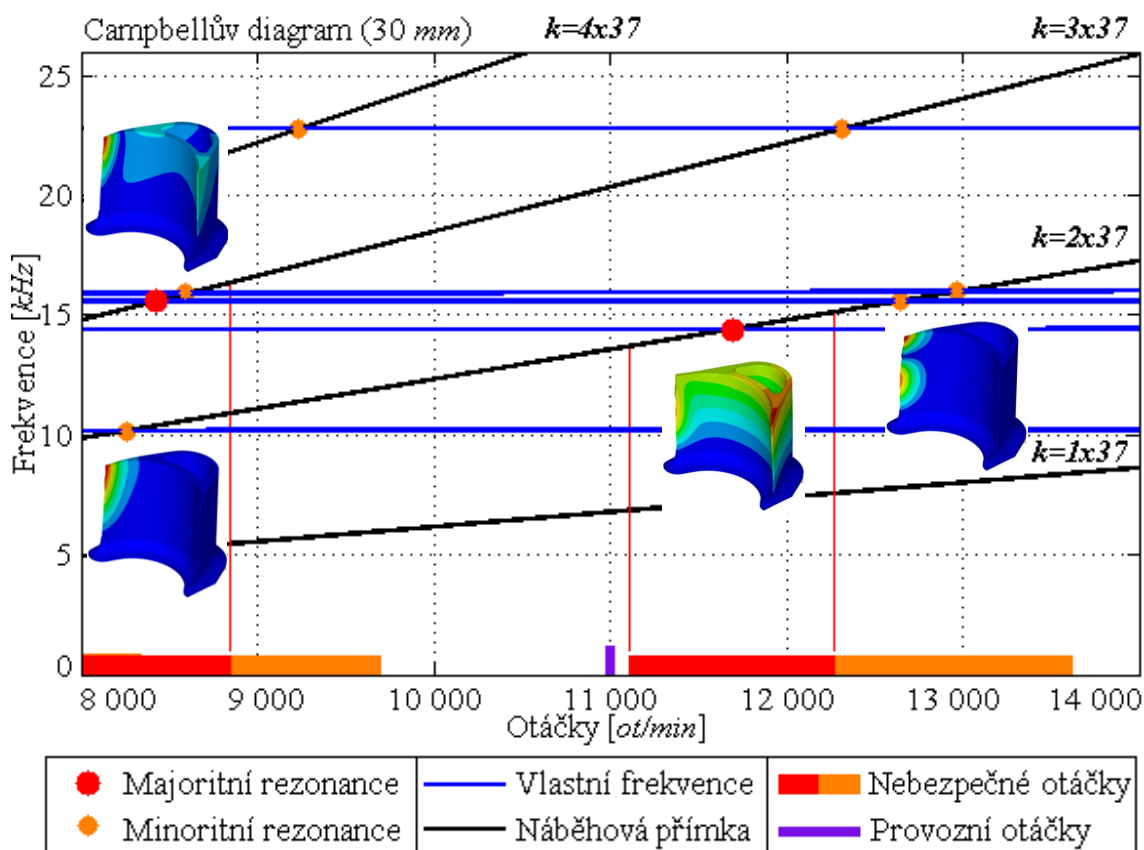
Poté, co jsou vypočítané vlastní frekvence správně uspořádány, jsou pomocí lineární interpolace získány také vlastní frekvence pro otáčky mezi jednotlivými výpočtovými kroky. Vlastní frekvence jsou vyneseny do Campbellových diagramů pro jednotlivé počítané délky lopatky. Do těchto diagramů jsou vyneseny také přímky, které odpovídají násobkům otáčkové frekvence oběžného kola parní turbíny, jak je popsáno v kapitole 4.5.1. Tam kde protíná náběhová přímka  $k$ -tého násobku otáčkové frekvence (kde  $k = a \times 37$ )  $j$ -tou vlastní frekvenci lopatky, nastává rezonance a odpovídající otáčky se označují jako kritické. Pokud  $a = j$ , tak nastává majoritní rezonance. V ostatních průsečících nastává rezonance minoritní. [9], [15] V rozmezí 5 % nad a pod danou vlastní frekvencí určují průsečíky s náběhovými přímkami hranice pásma nebezpečných otáček parní turbíny. [19] Takto jsou analyzovány výsledky modální analýzy lopatky pro její všechny uvažované délky. Je tak určeno rozmezí nebezpečných otáček pro jednotlivé varianty lopatky. Protože je tento typ turbíny provozován v rozmezí od 9 000 ot/min do 13 000 ot/min jsou do Campbellových diagramů zobrazeny hodnoty od 8 000 ot/min do 14 000 ot/min. Výsledné diagramy pro jednotlivé délky jsou zobrazeny a analyzovány v následujících podkapitolách.



### 5.2.1 Analýza výsledků pro délku lopatky 30 mm

Na obrázku 5.2 je vidět Campbellův diagram pro lopatku s délkou 30 mm. V tomto diagramu jsou vyznačeny nebezpečné rezonanční stavy, které jsou barevně rozlišeny na majoritní a minoritní rezonance. Nad vodorovnou osou jsou také zakreslena pásma nebezpečných otáček, která odpovídají jednotlivým rezonančním stavům, a která jsou barevně odlišena stejným způsobem. Dále jsou přímo v Campbellově diagramu zobrazeny některé vlastní tvary lopatky. Tyto tvary jsou vždy přiřazeny rezonancím, při kterých jsou vybudeny. Na obrázku 5.2 jsou zobrazeny jen vlastní tvary od nejnebezpečnějších rezonančních stavů. Náběhové přímky jsou určeny jako násobky otáčkové frekvence  $k_a = a \times 37$ , jak je popsáno v kapitole 4.5.1.

Z Campbellova diagramu na obrázku 5.2 je vidět, že provozní otáčky parní turbíny (11 000 ot/min) se blíží pásmu nebezpečných otáček. Tato rezonance je velice nebezpečná, protože násobek otáčkové frekvence  $k_2$  ( $k_2 = 2 \times 37$ , viz. kapitola 4.5.1) protíná 2. vlastní frekvenci lopatky a nastává tak majoritní rezonance. Příslušný vlastní tvar je navíc ohybový. Nízké ohybové tvary je možné vzhledem k působení tlakového pole na lopatku snadno vybudit, a proto jsou velice nebezpečné. Tento rezonanční stav tak může být příčinou poruchy analyzované lopatky.



Obr. 5.2: Campbellův diagram pro lopatku délky 30 mm

Další nebezpečné otáčky, při kterých nastává majoritní rezonance, jsou v rozmezí od 8 000 ot/min do téměř 9 000 ot/min. V tomto stavu protíná 3. vlastní frekvenci lopatky násobek otáček  $k_3$ . Čím nižší je násobek otáčkové frekvence, který protíná vlastní frekvenci a čím nižší je pořadí této vlastní frekvence, tím nebezpečnější je rezonanční stav. Tento vlastní tvar odpovídá částečnému ohybu lopatky a zároveň

torzi. Proto je v porovnání s předchozím případem mnohem obtížnější tento tvar vybudit. Navíc je pásmo nebezpečných otáček od této majoritní rezonance více vzdálené provozním otáčkám, než v předchozím případě. Přesto se pro provoz turbíny otáčky 9 000 *ot/min* nedoporučují.

V tom samém rozmezí otáček navíc nastávají další nebezpečné minoritní rezonance. Pro všechny vlastní tvary od těchto rezonančních stavů platí, že nejvíce kmitá nejpoddajnější část lopatky. Proto může při delším provozu turbíny při otáčkách 9 000 *ot/min* dojít k porušení lopatky a tyto otáčky tedy nejsou vhodné pro její provoz.

V Campbellově diagramu je také zobrazeno několik dalších minoritních rezonancí, kterým je vhodné se při provozu turbíny vyhnout. Tyto rezonance se také objevují v blízkosti otáček 9000 *ot/min*, které jsou zmíněné v předchozím odstavci. Minoritní rezonance se objevují také velice blízko otáčkám 13 000 *ot/min*. Tyto provozní otáčky jsou v tomto případě přímo v pásmu nebezpečných otáček od dvou různých minoritních rezonancí. Jsou to rezonance, kdy násobek otáčkové frekvence  $k_2$  protíná 3. a 4. vlastní frekvenci lopatky. 3. vlastní tvar odpovídá vázanému ohybu a torzi lopatky a 4. vlastní tvar odpovídá vyššímu tvaru ohybu části lopatky, která je nejvíce poddajná. Oba tyto tvary jsou vzhledem k tlakovému působení páry na lopatku obtížně vybuditelné. Přesto znovu nejsou pro provoz turbíny tyto otáčky vhodné. Všechny vlastní tvary lopatky v rozmezí analyzovaného pásma frekvencí jsou zobrazeny v příloze na obrázku P2.

Kritické otáčky od rezonančních stavů turbíny jsou v tabulce 5.2. V této tabulce jsou rezonanční stavy seřazené podle toho, jak jsou nebezpečné s ohledem na typ rezonance, nebezpečné násobky otáček, vlastní frekvenci a tvar lopatky. V rozmezí nebezpečných otáček, které jsou v tabulce, se nedoporučuje turbínu provozovat.

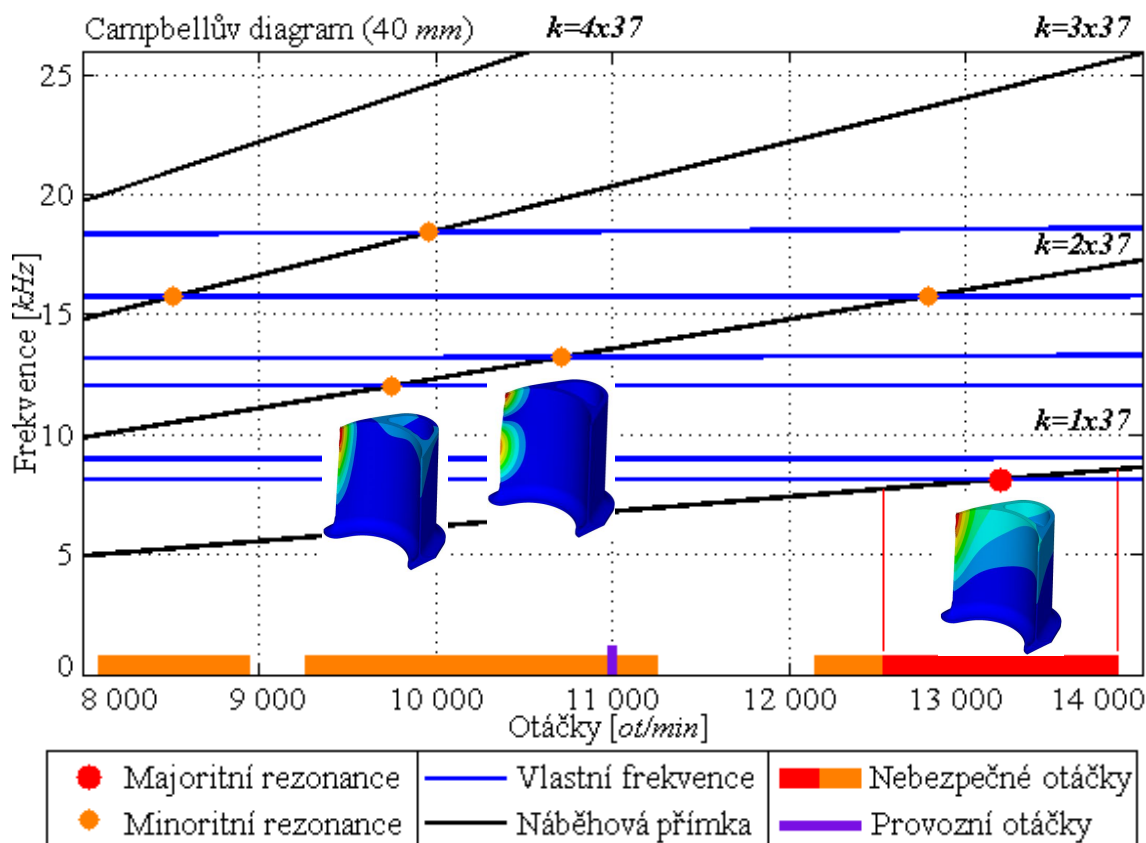
Tab. 5.2: Kritické otáčky pro lopatku délky 30 mm

Typ rezonance	Násobky otáček $k = a \times 37$ [-]	Pořadí vlastní Frekvence [-]	Kritické otáčky [ <i>ot/min</i> ]	Nebezpečné pásmo otáček [ <i>ot/min</i> ]
Majoritní	$a = 2$	$j = 2$	11 692	11 107 ÷ 12 276
	$a = 2$	$j = 3$	8426	8 004 ÷ 8 847
Minoritní	$a = 2$	$j = 1$	8259	7 846 ÷ 8 671
	$a = 2$	$j = 3$	12 649	12 016 ÷ 13 281
	$a = 2$	$j = 4$	12 968	12 319 ÷ 13 616
	$a = 3$	$j = 4$	8596	8 166 ÷ 9 025
	$a = 3$	$j = 5$	12 317	11 701 ÷ 12 932

Bezpečný stav, při kterém podle získaného Campbellova diagramu a zjištěného pásma nebezpečných otáček nedochází k rezonančnímu stavu v analyzovaném pásmu otáček, je při otáčkách 10 000 *ot/min*.

### 5.2.2 Analýza výsledků pro délku lopatky 40 mm

Na obrázku 5.3 je Campbellův diagram lopatky s délkou 40 mm. Nejnebezpečnější otáčky pro tuto variantu lopatky jsou okolo 13 000 *ot/min*. Při těchto otáčkách nastává velice nebezpečná majoritní rezonance, protože násobek otáček  $k_1$  protíná 1. vlastní frekvenci lopatky. Odpovídající vlastní tvar je navíc ohybový a lze ho snadno vybudit. Turbína s lopatkou délky 40 mm by určitě neměla pracovat při těchto otáčkách.



Obr. 5.3: Campbellův diagram pro lopatku délky 40 mm

Provozní otáčky 11 000 *ot/min* se nachází v pásmu nebezpečných otáček od minoritní rezonance, kdy násobek otáček  $k_2$  protíná 4. vlastní frekvenci. Při této minoritní rezonanci kmitá nejpoddajnější část lopatky 2. ohybovým tvarem. Protože pára působí tlakem na celou stěnu lopatky, nevybudí se tento vlastní tvar snadno. Nicméně pro provoz parní turbíny při 11 000 *ot/min* s délkou lopatky 40 mm je tento rezonanční stav nebezpečný. Další nebezpečná minoritní rezonance nastává při otáčkách těsně pod 10 000 *ot/min*. Při této rezonanci kmitá lopatka ohybovým tvarem.

V pozorovaném rozmezí otáček rotoru parní turbíny dojde ještě k dalším minoritním rezonancím. Tyto rezonance jsou rovněž zobrazeny v Campbellově diagramu. V tabulce 5.3 jsou znovu popsány jednotlivé rezonance, které jsou opět seřazeny podle typu rezonance. V pásmu nebezpečných otáček, které jsou v tabulce, by turbína s délkou lopatky 40 mm neměla pracovat. Při otáčkách 12 000 *ot/min* nenastává žádná majoritní ani minoritní rezonance.

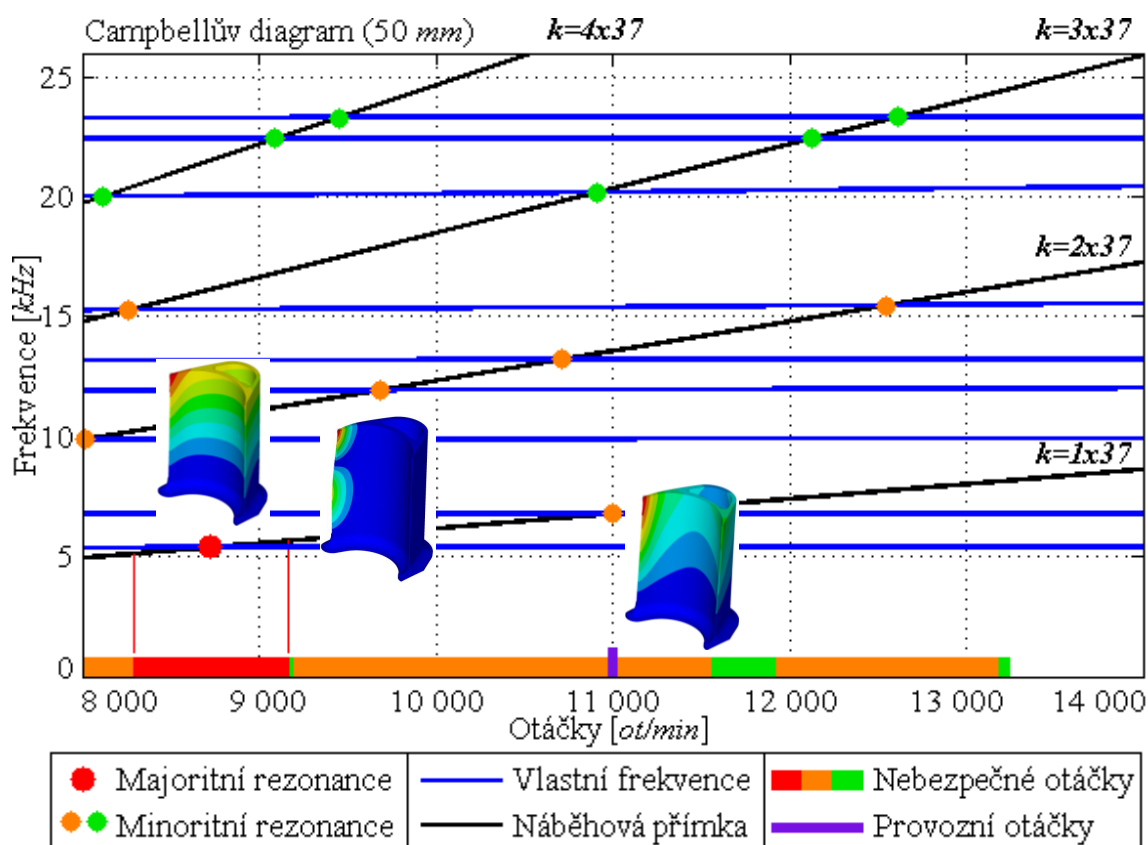
Tab. 5.3: Kritické otáčky pro lopatku délky 40 mm

Typ rezonance	Násobky otáček $k = a \times 37$ [-]	Pořadí vlastní frekvence [-]	Kritické otáčky [ot/min]	Nebezpečné pásmo otáček [ot/min]
Majoritní	$a = 1$	$j = 1$	13 199	12 539 ÷ 13 858
Minoritní	$a = 2$	$j = 3$	9 754	9 266 ÷ 10 241
	$a = 2$	$j = 4$	10 716	10 180 ÷ 11 251
	$a = 2$	$j = 5$	12 785	12 145 ÷ 13 424
	$a = 3$	$j = 5$	8 518	8 092 ÷ 8 943
	$a = 3$	$j = 6$	9 957	9 459 ÷ 10 454

## 5.2.3 Analýza výsledků pro délku lopatky 50 mm

U lopatky s touto délkou nastává v pozorovaném pásmu otáčkové frekvence rotoru turbíny podstatně větší množství rezonančních stavů. Majoritní rezonance je v tomto pásmu pouze jediná. Kritické otáčky od této rezonance jsou blízko otáčkové frekvence 9 000 *ot/min*. Při tomto vysoce nebezpečném stavu protíná 1. vlastní frekvenci lopatky násobek otáček  $k_1$ . Lopatka navíc kmitá prvním ohybovým tvarem. Při těchto otáčkách tedy může znovu snadno dojít k poškození lopatky. Proto při této délce lopatky nesmí turbína pracovat v otáčkách 9 000 *ot/min*.

Na Campbellově diagramu, který je pro tuto variantu lopatky na obrázku 5.4, jsou zobrazeny rezonanční stavy. Minoritní rezonance vyšších vlastních tvarů jsou označeny zelenou barvou. Čím vyšší je vlastní tvar lopatky a násobek otáčkové frekvence a čím vyšší je rozdíl mezi nimi, tím méně nebezpečný rezonanční stav nastává. Z tohoto důvodu jsou pro lepší přehlednost minoritní rezonance a nebezpečné otáčky barevně rozlišeny. Zelenou barvou jsou rozlišeny rezonance nad šestou vlastní frekvencí.



Obr. 5.4: Campbellův diagram pro lopatku délky 50 mm

V okolí otáček 11 000 *ot/min* se vyskytují hned 3 minoritní rezonance. Nejvíce nebezpečná z nich je ta, kdy násobek otáček  $k_1$  protíná 2. vlastní frekvenci. Při tomto stavu znovu kmitá lopatka ohybovým tvarem, který se dá snadno vybudit. Ostatní vlastní tvary se při této frekvenci vybudí obtížněji, protože 5. tvar je torzní a 7. je vyšší ohybový tvar části lopatky. Tyto vlastní tvary jsou v příloze na obrázku P4. Pro variantu turbíny s délkou lopatky 50 mm se otáčková frekvence 11 000 *ot/min* nedoporučuje.

Při vyšších otáčkách nastávají minoritní rezonance vysokých ohybových tvarů lopatky. Tyto rezonance nejsou tolik nebezpečné, protože se tyto tvary obtížně vybudí. Nicméně pro provoz turbíny se opět nedoporučují. Jednotlivé rezonanční stavy jsou popsány v tabulce 5.4.

Tab. 5.4: Kritické otáčky pro lopatku délky 50 mm

Typ rezonance	Násobky otáček $k = a \times 37$ [-]	Pořadí vlastní Frekvence [-]	Kritické otáčky [ot/min]	Nebezpečné pásmo otáček [ot/min]
Majoritní	$a = 1$	$j = 1$	8 725	8 288 ÷ 9 161
Minoritní	$a = 1$	$j = 2$	10 998	10 448 ÷ 11 547
	$a = 2$	$j = 3$	8 022	7 620 ÷ 8 423
	$a = 2$	$j = 4$	9 680	9 196 ÷ 10 163
	$a = 2$	$j = 5$	10 708	10 172 ÷ 11 243
	$a = 2$	$j = 6$	12 552	11 924 ÷ 13 179
	$a = 3$	$j = 6$	8 265	7 851 ÷ 8 678
Minoritní (zelená)	$a = 3$	$j = 7$	10 913	10 367 ÷ 11 458
	$a = 4$	$j = 7$	8 117	7 711 ÷ 8 522
	$a = 4$	$j = 8$	9 090	8 635 ÷ 9 544
	$a = 3$	$j = 8$	12 128	11 521 ÷ 12 734
	$a = 3$	$j = 9$	12 612	11 981 ÷ 13 242
	$a = 4$	$j = 9$	9 450	8 977 ÷ 9 922

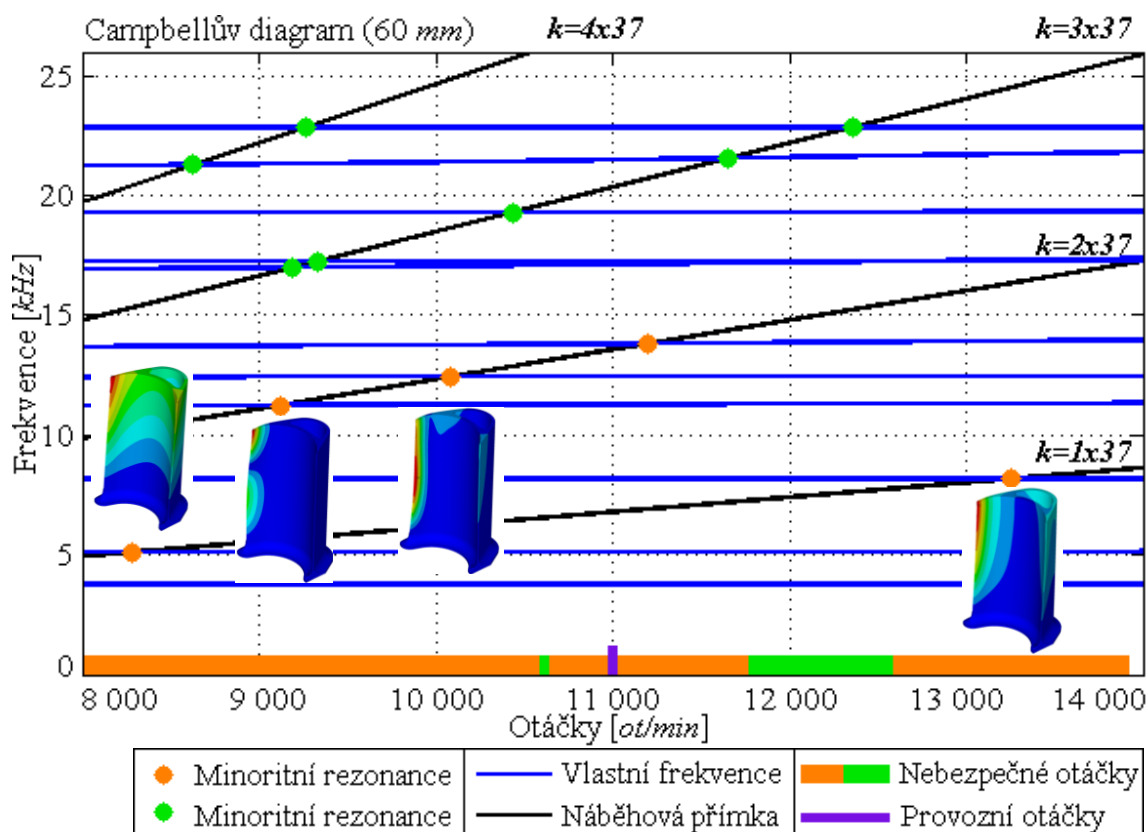
Nejméně nebezpečné otáčky v analyzovaném pásmu jsou podle Campbellova diagramu otáčky nad 12 000 ot/min. Při těchto otáčkách je nejnebezpečnější pouze minoritní rezonance vyššího ohybového tvaru části lopatky, který se při tlakovém působení páry na celou stěnu lopatky těžko vybudí.

#### 5.2.4 Analýza výsledků pro délku lopatky 60 mm

Při této délce lopatky už nenastává v pozorovaném pásmu otáček turbíny žádná majoritní rezonance. Vyskytuje se zde však množství minoritních rezonancí, při kterých se ale často vybudí některý z vysokých vlastních tvarů. Odpovídající Campbellův diagram je na obrázku 5.5. Nejnebezpečnější minoritní rezonance nastane při otáčkách nad 8 000 ot/min. V takovém případě protíná násobek otáček  $k_1$  v pořadí 2. vlastní frekvenci lopatky. 2. vlastní tvar je ohybový, a proto je nebezpečný ze stejného důvodu, který je popsán v předchozích kapitolách.

Další nebezpečný stav nastává při otáčkách nad 13 000 ot/min. V tomto případě protíná 3. vlastní frekvenci násobek otáček  $k_1$ . Odpovídající vlastní tvar kmitání je torzní. Násobek otáčkové frekvence  $k_2$  protíná 4. a 5. vlastní frekvenci lopatky při otáčkách 9 000 ot/min a 10 000 ot/min. Odpovídající vlastní tvary nejsou tolik nebezpečné, protože při tlakovém působení páry je obtížné jejich vybudění.

Provozní otáčky 11 000 ot/min se nacházejí v nebezpečném pásmu otáček od minoritní rezonance, kdy násobek otáček  $k_2$  protíná 6. vlastní tvar lopatky. Příslušný vlastní tvar je vyšší ohybový tvar poddajné části lopatky, jak je zobrazeno v příloze na obrázku P5. Tato minoritní rezonance není tolik nebezpečná, jako ostatní dosud popsané s ohledem na vlastní tvar, pořadí vlastní frekvence a násobek provozních otáček. Tato délka lopatky by proto mohla být vhodná pro provoz analyzované turbíny při otáčkách 11 000 ot/min.



Obr. 5.5: Campbellův diagram pro lopatku délky 60 mm

Při otáčkách okolo 12 000 *ot/min* dochází k minoritním rezonancím pouze vysokých, a tedy i méně nebezpečných vlastních tvarů lopatky. Tyto otáčky jsou v pozorovaném pásmu otáček z hlediska rezonance lopatky nejvíce přijatelné. Jednotlivé rezonanční stavy lopatky jsou popsány v následující tabulce.

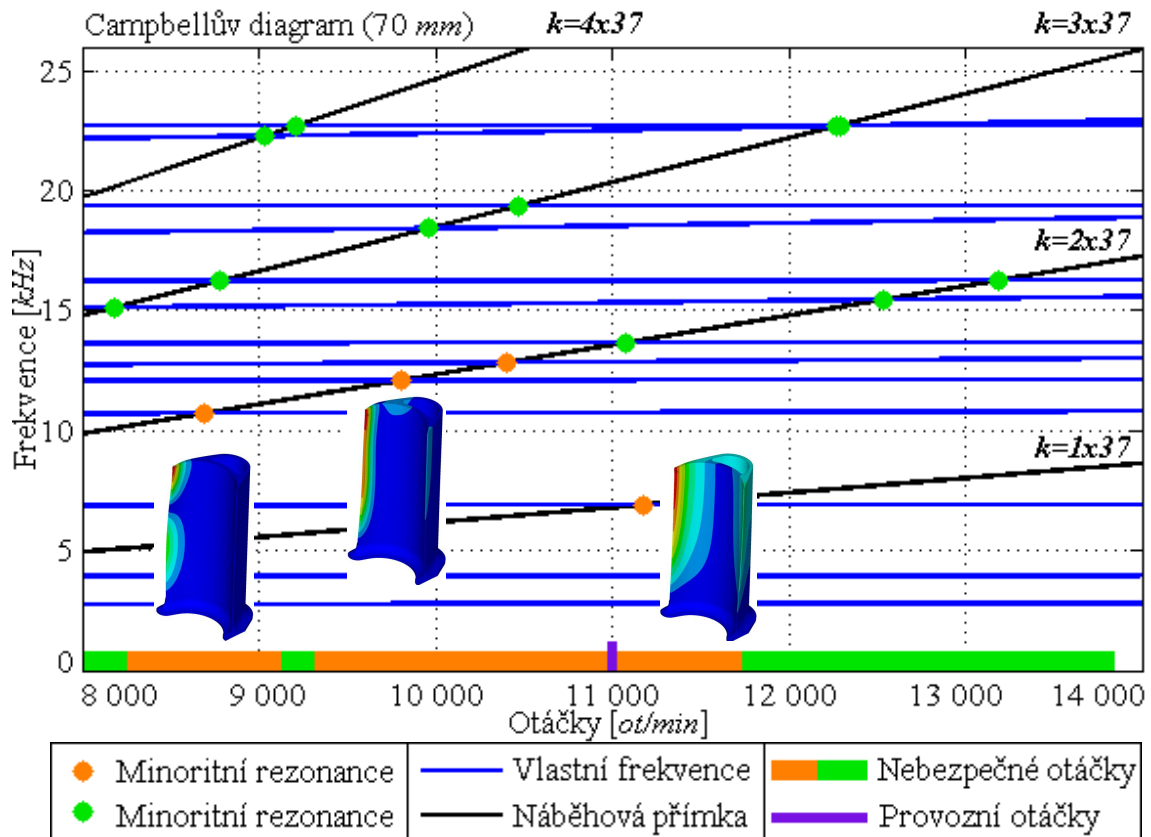
Tab. 5.5: Kritické otáčky pro lopatku délky 60 mm

Typ rezonance	Násobky otáček $k = a \times 37$ [-]	Pořadí vlastní Frekvence [-]	Kritické otáčky [ot/min]	Nebezpečné pásmo otáček [ot/min]
Minoritní	$a = 1$	$j = 2$	8 287	7 872 ÷ 8 701
	$a = 1$	$j = 3$	13 256	12 593 ÷ 13 918
	$a = 2$	$j = 4$	9 119	8 663 ÷ 9 574
	$a = 2$	$j = 5$	10 081	9 576 ÷ 10 585
	$a = 2$	$j = 6$	11 204	10 643 ÷ 11 764
Minoritní (zelená)	$a = 3$	$j = 7$	9 188	8 728 ÷ 9 647
	$a = 3$	$j = 8$	9 326	8 859 ÷ 9 792
	$a = 3$	$j = 9$	10 432	9 910 ÷ 10 953
	$a = 3$	$j = 10$	11 654	11 071 ÷ 12 236
	$a = 3$	$j = 11$	12 355	11 737 ÷ 12 972
	$a = 4$	$j = 10$	8 628	8 196 ÷ 9 059
	$a = 4$	$j = 11$	9 267	8 803 ÷ 9 730

### 5.2.5 Analýza výsledků pro délku lopatky 70 mm

Campbellův diagram pro lopatku s délkou 70 mm je na obrázku 5.6. V tomto diagramu se stejně jako v předchozím případě nevyskytuje žádná majoritní rezonance. Nejnebezpečnější případ nastává právě v okolí provozních otáček 11 000 *ot/min*. Při těchto otáčkách protíná násobek otáček  $k_1$  v pořadí 3. vlastní frekvenci lopatky. Tento

vlastní tvar lopatky je torzní a tudíž není tolik nebezpečný jako například první ohybový tvar. Přesto se při těchto otáčkách nedoporučuje turbínu provozovat. Další minoritní rezonance relativně nízkých vlastních tvarů se objevují v okolí otáček 9 000 *ot/min* a 10 000 *ot/min*. Ale vlastní tvary odpovídající těmto rezonancím se vybudí ještě obtížněji než v předchozím popsaném případě.



Obr. 5.6: Campbellův diagram pro lopatku délky 70 mm

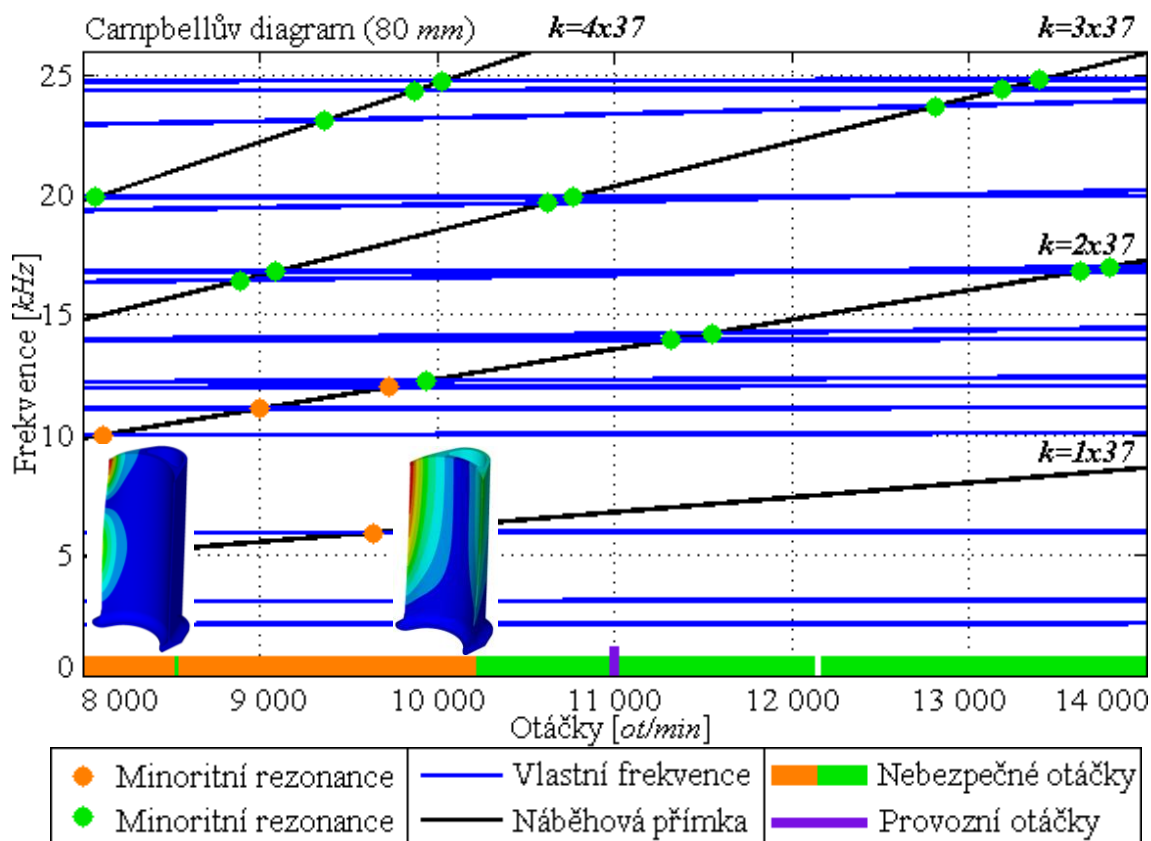
Tab. 5.6: Kritické otáčky pro lopatku délky 70 mm

Typ rezonance	Násobky otáček $k = a \times 37$ [-]	Pořadí vlastní Frekvence [-]	Kritické otáčky [ot/min]	Nebezpečné pásmo otáček [ot/min]
Minoritní	$a = 1$	$j = 3$	11 176	10 617 ÷ 11 734
	$a = 2$	$j = 4$	8 692	8 257 ÷ 9 126
	$a = 2$	$j = 5$	9 808	9 317 ÷ 10 298
	$a = 2$	$j = 6$	10 407	9 886 ÷ 10 927
Minoritní (zelená)	$a = 2$	$j = 7$	11 077	10 523 ÷ 11 630
	$a = 2$	$j = 8$	12 535	11 908 ÷ 13 161
	$a = 2$	$j = 9$	13 186	12 526 ÷ 13 845
	$a = 3$	$j = 8$	8 183	7 773 ÷ 8 592
	$a = 3$	$j = 9$	8 774	8 335 ÷ 9 212
	$a = 3$	$j = 10$	9 960	9 462 ÷ 10 458
	$a = 3$	$j = 11$	10 473	9 949 ÷ 10 996
	$a = 3$	$j = 12$	12 268	11 654 ÷ 12 881
	$a = 3$	$j = 13$	12 289	11 674 ÷ 12 903
	$a = 4$	$j = 12$	9 032	8 580 ÷ 9 483
	$a = 4$	$j = 13$	9 210	8 749 ÷ 9 670

Většina minoritních rezonancí, které jsou zobrazeny na obrázku 5.6, je způsobena průsečíkem náběžové přímky s některým z relativně velmi vysokých vlastních tvarů. Nejméně nebezpečné jsou otáčky nad 12 000 *ot/min*. Jednotlivé rezonanční stavy jsou popsány v tabulce 5.6.

### 5.2.6 Analýza výsledků pro délku lopatky 80 mm

Při této délce lopatky nastává v pozorovaném pásmu otáček turbíny největší množství rezonancí. Všechny tyto rezonance jsou ale minoritní a z naprosté většiny jsou způsobeny některým z vysokých vlastních tvarů kmitů. Příslušný Campbellův diagram je na obrázku 5.7.



Obr. 5.7: Campbellův diagram pro lopatku délky 80 mm

Při otáčkách pod 10 000 *ot/min* nastává několik minoritních rezonancí nízkých vlastních tvarů. Nejvíce nebezpečný je stav, když násobek otáček  $k_1$  protíná 3. vlastní frekvenci lopatky. Další minoritní rezonance nízkých tvarů kmitů jsou způsobeny násobkem otáčkové frekvence  $k_2$ , jak je zobrazeno na Campbellově diagramu. Všechny odpovídající vlastní tvary jsou ale relativně těžko vybuditelné.

Při otáčkách nad 10 000 *ot/min* dojde už k minoritním rezonancím pouze vyšších vlastních tvarů. Proto provoz při těchto otáčkách není tolik nebezpečný. V okolí provozních otáček 11 000 *ot/min* se vyskytují dokonce 4 minoritní rezonance. Všechny tyto vlastní tvary, které jsou zobrazeny v příloze na obrázku P7, se vzhledem k tlakovému poli působící vodní páry velice obtížně vybudí. Znamená to, že amplituda kmitů při daných frekvencích bude relativně malá a pro provoz turbíny může být přijatelná. Bezpečnější provoz turbíny s lopatkou délky 80 mm je však při otáčkách nad 12 000 *ot/min*, jak je vidět na Campbellově diagramu.



Všechny rezonanční stavy a odpovídající kritické otáčky v pásmu pozorovaných otáček jsou popsány v tabulce 5.7.

Tab. 5.7: Kritické otáčky pro lopatku délky 80 mm

Typ rezonance	Násobky otáček $k = a \times 37$ [-]	Pořadí vlastní Frekvence [-]	Kritické otáčky [ot/min]	Nebezpečné pásmo otáček [ot/min]
Minoritní	$a = 1$	$j = 3$	9 646	9 163 ÷ 10 128
	$a = 2$	$j = 4$	8 111	7 705 ÷ 8 516
	$a = 2$	$j = 5$	8 995	8 545 ÷ 9 444
	$a = 2$	$j = 6$	9 726	9 239 ÷ 10 212
Minoritní (zelená)	$a = 2$	$j = 7$	9 942	9 444 ÷ 10 439
	$a = 2$	$j = 8$	11 322	10 755 ÷ 11 888
	$a = 2$	$j = 9$	11 552	10 974 ÷ 12 129
	$a = 2$	$j = 10$	13 627	12 945 ÷ 14 309
	$a = 2$	$j = 11$	13 792	13 102 ÷ 14 482
	$a = 3$	$j = 10$	8 895	8 450 ÷ 9 339
	$a = 3$	$j = 11$	9 090	8 635 ÷ 9 544
	$a = 3$	$j = 12$	10 628	10 096 ÷ 11 159
	$a = 3$	$j = 13$	10 770	10 231 ÷ 11 308
	$a = 3$	$j = 14$	12 808	12 167 ÷ 13 448
	$a = 3$	$j = 15$	13 190	12 530 ÷ 13 849
	$a = 3$	$j = 16$	13 403	12 732 ÷ 14 074
	$a = 4$	$j = 13$	8 071	7 667 ÷ 8 474
	$a = 4$	$j = 14$	9 370	8 901 ÷ 9 838
	$a = 4$	$j = 15$	9 877	9 383 ÷ 10 370
	$a = 4$	$j = 16$	10 033	9 531 ÷ 10 534

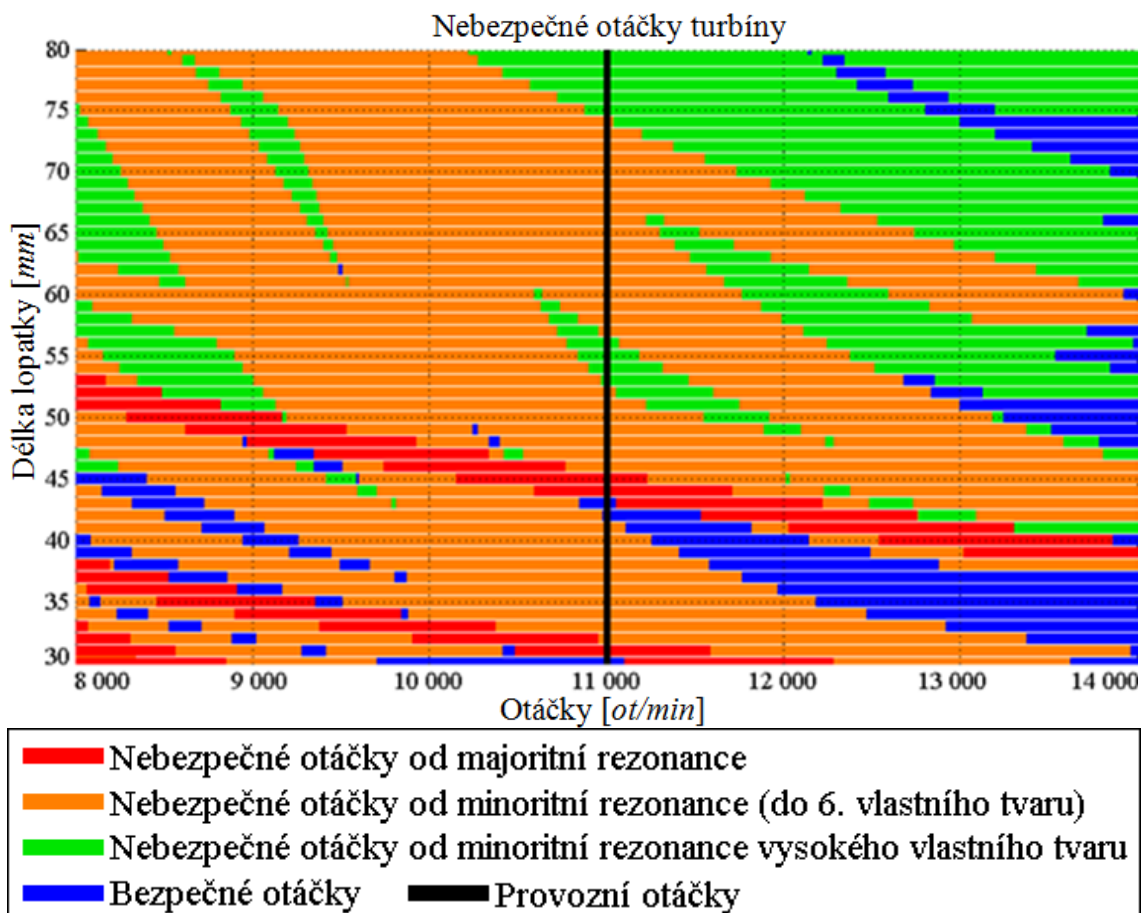
### 5.2.7 Analýza výsledků pro různé délky lopatky

Výpočet modální analýzy lopatky probíhá prostřednictvím makra, ve kterém se pomocí parametru mění délka modelu geometrie lopatky. Díky parametrizaci může být výpočet automaticky spuštěn postupně pro různé hodnoty délky lopatky. Tak může rychle proběhnout výpočet pro lopatku, u které se její délka mění od 30 mm do 80 mm s krokem 1 mm. Pro každou variantu lopatky jsou znovu provedeny výpočty s různou rychlostí rotace oběžného kola.

Jsou tedy realizovány výpočty pro celkem 51 variant lopatek s jiným rozměrem. Pro každou variantu je vypočítána statická analýza a následně předepnutá modální analýza pro různé otáčky rotoru. Celkem je tedy provedeno 255 výpočtů obou analýz. Tento výpočet samozřejmě zabírá mnohem větší množství času než předchozí výpočty, kdy se délka lopatky mění po 10 mm. Celkový čas tohoto výpočtu je zhruba týden.

Výsledky modální analýzy jsou znovu zapsány do souborů pro všechny počítané délky lopatky. Po načtení výsledkových souborů do programu MATLAB jsou výsledky s použitím makra zpracovány a jsou automaticky určeny nebezpečné otáčky turbíny pro různé délky lopatky. Tyto nebezpečné otáčky jsou uspořádány do grafu, ve kterém jsou na ose  $x$  otáčky turbíny a na ose  $y$  je délka lopatky. Je z něj tedy možné určit optimální délku lopatky pro dané otáčky oběžného kola. Tento diagram ale slouží pouze k předběžnému určení ideální délky lopatky. Pro každou zvolenou variantu je nutné sestavit Campbellův diagram a výsledky důkladně analyzovat. Získaná závislost nebezpečných otáček na délce lopatky je na obrázku 5.8. Na tomto obrázku jsou

zobrazeny otáčky v rozmezí od 8 000  $ot/min$  do 14 000  $ot/min$ . V příloze na obrázku P8 je poté stejný diagram, ve kterém jsou zobrazeny otáčky od nulové hodnoty.



Obr. 5.8: Nebezpečná pásma otáček pro lopatku s různou délkou

Z obrázku 5.8 je vidět, jak se s rostoucí délkou lopatky snižují dané vlastní frekvence, které způsobují rezonanční stav. Například zvětší-li se dosavadní délka lopatky o pouhý 1  $mm$ , tedy je-li délka lopatky 31  $mm$ , jsou provozní otáčky turbíny (11 000  $ot/min$ ) velice blízko kritickým otáčkám a může docházet k majoritní rezonanci. Tyto otáčky jsou totiž prakticky uprostřed nebezpečného pásma zmíněné majoritní rezonance. Je tedy vidět, že hodnota kritických otáček je velmi citlivá na změnu délky lopatky. Také z tohoto důvodu je délka lopatky 30  $mm$  při otáčkách 11 000  $ot/min$  nevhodná.

Při otáčkách 11 000  $ot/min$  je z hlediska rezonančních stavů samotné lopatky nejvhodnější délka nad 75  $mm$ . Při takové délce dochází pouze k minoritním rezonancím vysokých a těžko vybuditelných vlastních tvarů. Podobný případ nastává také při délce okolo 55  $mm$ . Při délce lopatky od 60  $mm$  do 65  $mm$  dojde k minoritní rezonanci ohybového tvaru poddajné části lopatky. Tento tvar je obtížně vybuditelný, což znamená, že lopatka by při této délce pravděpodobně mohla pracovat. O něco nebezpečnější stav je při délce lopatky od 35  $mm$  do 40  $mm$ . Při této délce se v okolí provozních otáček vybudí dva relativně nízké vlastní tvary. V obou případech sice nastává minoritní rezonance, ale tuto délku lopatky nelze pro provoz turbíny doporučit. Velice podobný případ nastává při délce 70  $mm$ , kdy se vybudí nízký torzní tvar. Ještě nebezpečnější stav vzniká při délce lopatky 50  $mm$ . Turbína s lopatkou této délky

pracuje přímo v kritických otáčkách nebezpečné minoritní rezonance ohybového vlastního tvaru lopatky. Nejhorší případ je, pokud nastane majoritní rezonance. Při délce lopatky okolo 45 mm nebo 30 mm je takto vybuzen nízký ohybový tvar. Tento stav je pro provoz turbíny vysoce nebezpečný.

Pro otáčky 9 000 *ot/min* je pravděpodobně nejvhodnější délka lopatky 40 mm. Při této délce a otáčkách lopatka pracuje v bezpečném pásmu otáček, ale v okolí se vyskytuje velké množství nebezpečných minoritních rezonancí. Další vhodná délka lopatky pro tyto otáčky je od 70 mm do 75 mm. V takovém případě nastávají minoritní rezonance pouze vyšších tvarů kmitů.

Pro turbínu, která pracuje při otáčkách 13 000 *ot/min*, je podle získaných výsledků jednoznačně nejvhodnější délka lopatky okolo 35 mm. V okolí této délky při těchto otáčkách existuje relativně široké pásmo bezpečných otáček. Turbína by ale při otáčkách 13 000 *ot/min* pravděpodobně také dobře pracovala s délkou lopatky 55 mm, případně 70 mm a více.

Znovu je ale třeba zdůraznit, že diagram na obrázku 5.8 slouží pouze k předběžnému určení ideální délky lopatky pro dané otáčky turbíny. Zvolená délka musí být vždy důkladně analyzována pomocí Campbellova diagramu. Ten je možné sestavit pomocí makra pro program MATLAB a výsledků modální analýzy pro danou délku lopatky, které jsou v příloze této diplomové práce. Na obrázku 5.8 jsou vidět nebezpečná pásma otáček od majoritní rezonance (červená). Těmto stavům je určitě nutné se vyhnout, jinak by znovu došlo k poškození turbíny. Pokud se však provozní stav turbíny nachází v nebezpečném pásmu otáček od minoritní rezonance (oranžová i zelená), je nutné každý rezonanční stav posuzovat samostatně. K tomu slouží především sestavené Campbellovy diagramy a vypočítané vlastní tvary lopatky, jejíž délka se mění po 10 mm. Případně je možné sestavit Campbellův diagram pro jakoukoliv počítanou délku lopatky pomocí přiloženého makra. Dále je nutné brát ohled také na to, že při určité délce lopatky může docházet k rezonancím jiných částí parní turbíny, zejména celého olopatkovaného disku. Modální analýza oběžného kola ale není součástí této diplomové práce.

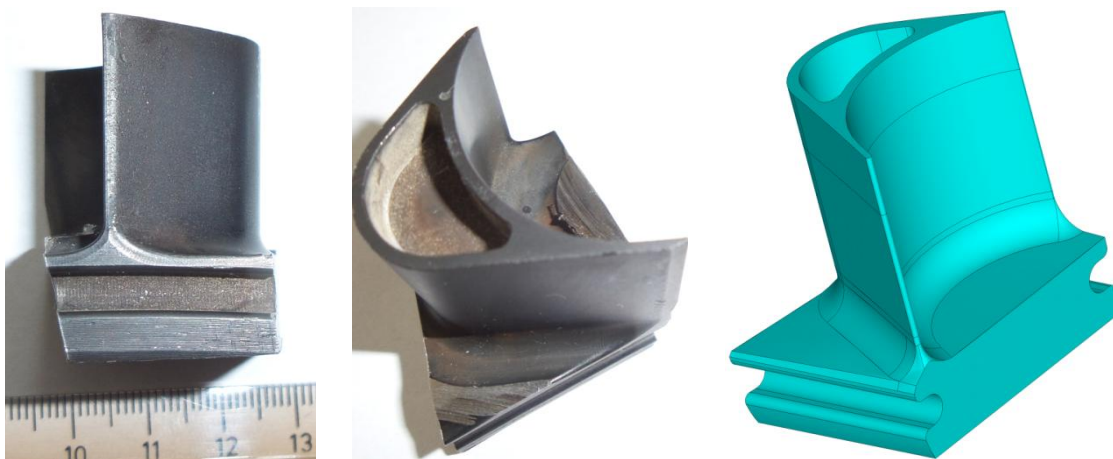
Nebezpečné otáčky turbíny jsou zobrazeny také v příloze na obrázku P8 pro větší rozsah otáček rotoru turbíny. Získaná pásma nebezpečných otáček jsou určena pomocí prvních šesti nebezpečných násobků otáčkové frekvence, tedy

$$k = 1 \times 37 \div 6 \times 37 \quad (5.1)$$

Tento diagram může sloužit například pro určení nižších rezonančních stavů, které se přejíždějí při rozběhu turbíny.

## 6 OVĚŘENÍ PRAVDIVOSTI VÝSLEDKŮ ŘEŠENÍ PROBLÉMU

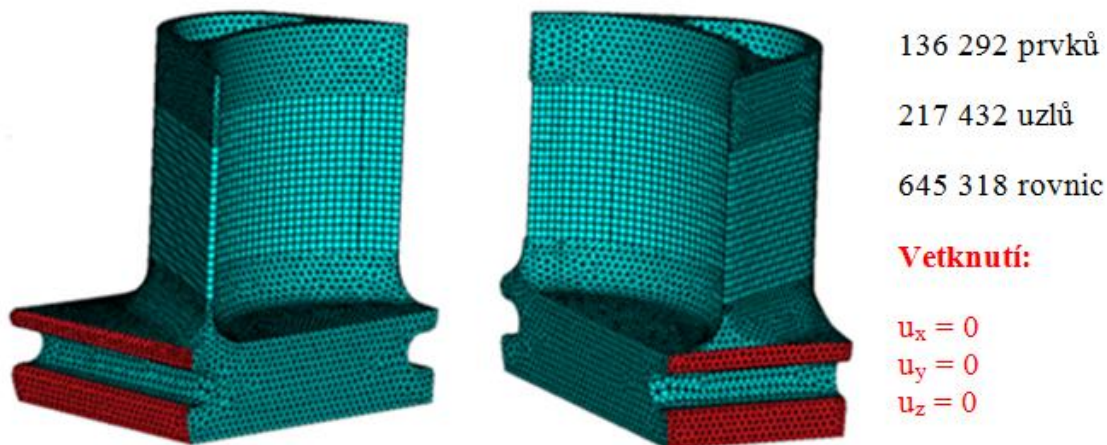
Správnost výsledků výpočtového modelování se ověřuje pomocí experimentálního modelování. Z oběžného kola byla vyříznuta lopatka společně s částí disku, pomocí které je možné lopatku upnout do svěráku. Vyříznutá část ale neodpovídá modelu geometrie, který je použit pro výpočtové modelování v předchozích kapitolách. Ani okrajové podmínky není možné zajistit při experimentu stejné, jaké jsou použity v předešlých výpočtech. Z tohoto důvodu je vytvořen nový model geometrie, který odpovídá vyříznuté lopatce. Vyříznutá část oběžného kola i odpovídající model geometrie je na obrázku 6.1.



Obr. 6.1: Vyříznutá lopatka a model geometrie

### 6.1 Výpočet modální analýzy pro lopatku odpovídající experimentu

Nejprve je proveden výpočet modální analýzy na modelu lopatky, který odpovídá měřené lopatce. Parametry materiálu jsou zadány pro pokojovou teplotu 20 °C, jak je popsáno v kapitole 4.4. Lopatka není zatížena žádnými otáčkami a okrajové podmínky odpovídají upnutí lopatky ve svěráku. Prvkem solid 186 je vytvořena síť konečných prvků, která je popsána společně s okrajovými podmínkami na obrázku 6.2.



Obr. 6.2: Síť konečných prvků a okrajové podmínky

V této úloze není uvažováno tlumení a řešení probíhá pomocí metody Block-Lancosz, která je vhodná pro netlumené soustavy. Jsou počítány vlastní frekvence do velikosti 25 kHz.

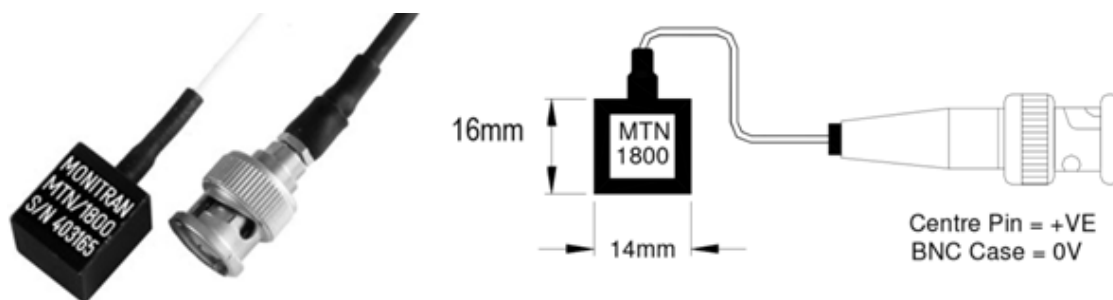
Výsledkem modální analýzy jsou vlastní frekvence a odpovídající vlastní tvary lopatky vyříznuté z oběžného kola. Tyto výsledky jsou následně porovnávány s výsledky experimentálního modelování. Vypočítané vlastní frekvence jsou v tabulce 6.1. Odpovídající vlastní tvary jsou v příloze na obrázku P9.

Tab. 6.1: Vlastní frekvence lopatky pro porovnání s experimentem

Pořadí vl. frek.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
Vlastní frekvence [kHz]	9,55	10,29	14,25	15,77	19,93	23,09	25,30

## 6.2 Experimentální modelování [25], [26]

Experimentální modelování je provedeno na lopatce vyříznuté z oběžného kola. Pro realizaci experimentu je nutné použití akcelerometru a měřicí karty. Použitý akcelerometr MONITRAN MTN/1800 měří zrychlení v jednom směru. Tento akcelerometr je schopný měřit vibrace s maximální amplitudou 5 g. Váha akcelerometru je 11 gramů a citlivost 1000 mV/g.



Obr. 6.3: Akcelerometr MONITRAN MTN/1800 [25]

Měřicí karta je značky NATIONAL INSTRUMENTS NI 9234. Tato karta je schopná vzorkovat signál s maximální vzorkovací frekvencí 51,2 kHz. Napětí vstupního signálu může být v rozmezí  $\pm 5$  V, což odpovídá maximálnímu rozsahu použitého akcelerometru. Měřicí karta je na obrázku 6.4.



Obr. 6.4: Měřicí karta NI 9234 [26]

Akcelerometr se připevnil pomocí vosku na různá místa na lopatku. Měření probíhalo celkem na pěti místech, aby byly získány vlastní frekvence různých tvarů kmitů. Na obrázku 6.5 jsou vidět příklady umístění akcelerometru na lopatku a její upnutí ve svěráku. Každé umístění akcelerometru je popsáno vždy u naměřených dat, která jsou v příloze na obrázcích P10 a P11.



Obr. 6.5: Upnutí lopatky ve svěráku a připevnění akcelerometru

Naměřený a vzorkovaný signál je zpracován pomocí softwaru SignalExpress. V tomto programu je nastavena vzorkovací frekvence 51,2 kHz a takzvaný trigger (spoušť) s délkou signálu 512 vzorků. Tím je zaručeno, že data jsou měřena až po vybudění lopatky po dobu 0,01 s. Vzorkovací frekvence musí být nejméně dvakrát větší, než nejvyšší měřená frekvence v signálu, aby nedošlo k aliasingu. Nejvyšší měřená frekvence je tedy 25 kHz. Lopatka je vybudena krátkým impulsem s širokým spektrem budících frekvencí. Naměřená data jsou exportována do programu MATLAB. Výsledky měření jsou zobrazeny v tabulce 6.2, ve které jsou naměřené vlastní frekvence porovnány s vypočítanými. Mezi výsledky výpočtového a experimentálního modelování je rozdíl zhruba 2,9 %.

Tab. 6.2: Výsledky experimentálního modelování

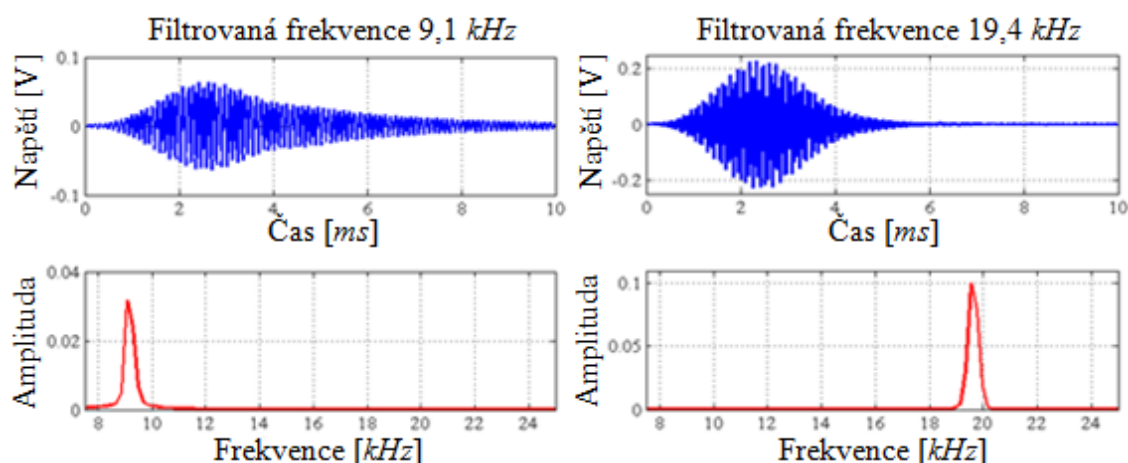
Vlastní frekvence	1.	2.	3.	4.	5.	6.	Průměrná
Výpočet [kHz]	9,55	10,29	14,25	15,77	19,93	23,09	odchylka [%]
Měření bod 1 [kHz]	9,10	10,30	13,90	-	19,40	-	2,48
Měření bod 2 [kHz]	9,10	10,30	13,90	-	18,80	23,40	3,03
Měření bod 3 [kHz]	9,10	-	14,00	15,00	19,70	-	3,12
Měření bod 4 [kHz]	9,20	10,40	14,00	-	20,80	-	2,67
Měření bod 5 [kHz]	9,10	10,20	13,20	-	-	23,10	3,39

Naměřená data v časové i ve frekvenční oblasti jsou zobrazena v grafech na obrázcích P10 a P11 v příloze. Kromě kmitání lopatky je také naměřena frekvenční odezva samotného svěráku bez lopatky. Toto měření je provedeno bez upnuté lopatky a při naplněném utáženém svěráku. Díky nižší hmotnosti a vyšší tuhosti soustavy lze předpokládat, že naměřené vlastní frekvence na samotném svěráku jsou vyšší než vlastní frekvence svěráku s lopatkou. Je tak možné vysvětlit frekvence naměřené v rozmezí od 11 kHz do 12 kHz. Tyto frekvence se objevují v naměřeném signálu z bodů 1, 3, 4 a 5. Naměřené vlastní frekvence svěráku jsou v příloze na obrázku P11.

Při měření frekvenční odezvy v různých bodech se naměřené vlastní frekvence lopatky pohybují v určitém rozmezí. Ve frekvenčním pásmu jsou při různých měřeních stejné frekvence jinak zastoupeny a některé se v něm ani neobjevují. To je dáno především tím, že akcelerometr měří vibrace vždy v jiném směru a soustava je pokaždé buzena jiným impulsem. Další podstatný důvod rozdílných výsledků při měření v jednotlivých bodech je také ovlivnění soustavy samotným akcelerometrem. Jeho hmotnost a rozměry ovlivňují lopatku tak, že například čtvrtá vlastní frekvence se v naměřeném signálu objevuje pouze při měření v bodě 3. Lepší způsob ověření vypočítaných výsledků je provést experimentální modální analýzu (EMA), pomocí které se naměří i vlastní tvary kmitání lopatky. To však není vzhledem k možnostem dostupného vybavení uskutečnitelné. Určení vlastních tvarů by bylo v tomto případě velice obtížné kvůli malé velikosti lopatky a naopak příliš velkým rozměrům použitého akcelerometru, který má navíc příliš malý rozsah. V neposlední řadě by byl k určení vlastních tvarů potřebný také software schopný určit vlastní tvary z naměřených dat. Z těchto důvodů je provedeno pouze experimentální ověření vlastních frekvencí. Ze získaných dat je také možné určit tlumení soustavy.

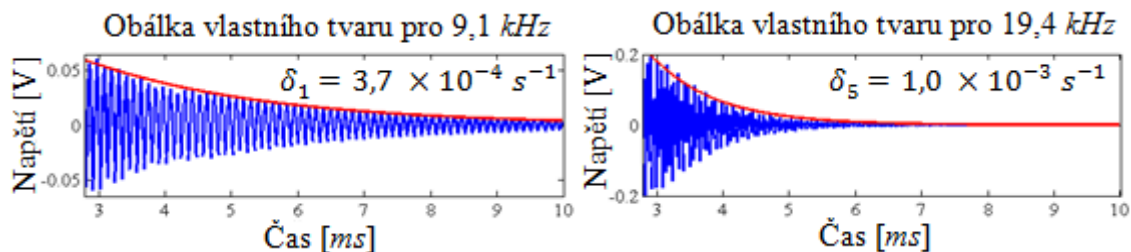
### 6.3 Určení parametrů proporcionálního tlumení

Koeficienty proporcionálního tlumení  $\alpha$  a  $\beta$  jsou určeny na základě dvou naměřených vlastních frekvencí a jejich poměrných útlumů. K jejich určení je použit signál naměřený v bodě 1, který je vidět na obrázku P10 v příloze. Z tohoto signálu je vybrána první a pátá vlastní frekvence lopatky, tedy  $9,1 \text{ kHz}$  a  $19,4 \text{ kHz}$ . Z výsledků výpočtového modelování je zřejmé, že nejnebezpečnější vlastní tvar lopatky na oběžném kole v provozu je druhý vlastní tvar. Ten se ale neobjevuje na měřené lopatce. Zmíněné frekvence jsou vybrány z toho důvodu, že první vlastní frekvence je silně zastoupena ve všech měřeních a pátá vlastní frekvence je podstatná z hlediska řešení problému. Odpovídající vlastní tvar by totiž mohl být vybuzen při otáčkách blízkých provozním, což je patrné z Campbellova diagramu na obrázku 5.2. Pozorované frekvence jsou vyfiltrovány z naměřeného signálu. Jsou tak získány odezvy lopatky při kmitání se zmíněnými frekvencemi. Filtrovaná data jsou na obrázku 6.6.



Obr. 6.6: Filtrované frekvence 9,1 kHz a 19,4 kHz

Z obrázku 6.6 je vidět, že pro získání aproximované exponenciální křivky obálky musejí být data upravena. Aproximace je tak provedena pro data až od časového okamžiku 2,8 ms. Pomocí programu MATLAB jsou získány aproximované křivky obálky, které jsou pro obě frekvence na obrázku 6.7. Parametrem těchto křivek je součinitel doznívání  $\delta$ .



Obr. 6.7: Tlumení vlastních tvarů pro 9,1 kHz a 19,4 kHz

Ze získaných hodnot součinitelů doznívání  $\delta$  jsou určeny poměrné útlumy daných frekvencí. Obdržené koeficienty jsou v tabulce 6.3. Z hodnot poměrných útlumů a odpovídajících vlastních frekvencí je podle rovnice (3.49) získána soustava dvou rovnic o dvou neznámých, ve kterých jsou neznámé parametry  $\alpha$  a  $\beta$ . Tato soustava je popsána v rovnici (6.1).

Tab. 6.3: Naměřené parametry tlumení

Pořadí vl. fr. [-]	Vlastní frekvence [Hz]	Součinitel doznívání [ $s^{-1}$ ]	Poměrný útlum [-]
1.	9 100	$3,711 \times 10^{-4}$	$4,0780 \times 10^{-8}$
5.	19 400	$1,013 \times 10^{-3}$	$5,2216 \times 10^{-8}$

$$b_{r_1} = \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha}{\Omega_1} + \beta \Omega_1 \right) \quad b_{r_5} = \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha}{\Omega_5} + \beta \Omega_5 \right) \quad (6.1)$$

A po dosazení příslušných hodnot

$$\alpha = 3,8 \times 10^{-4} s^{-1} \quad \beta = 4,4 \times 10^{-12} s \quad (6.2)$$

Hodnoty obou koeficientů jsou obvykle řádově vyšší. Koeficienty většinou nabývají hodnot z intervalu  $\alpha = (0 \div 10) s^{-1}$  a  $\beta = (0 \div 10^{-4}) s$ . Pro délku lopatky 30 mm je proveden výpočet vlastních frekvencí lopatky také s tlumením. Výpočet v programu ANSYS je proveden pomocí metody QR-damped, která je vhodná pro tlumené soustavy. Vypočítané frekvence jsou téměř totožné s frekvencemi získanými při výpočtu bez tlumení. Rozdíl mezi výpočtem a tlumením je v řádech setin Hz, tedy okolo 0,001 %. Tlumení je tedy příliš malé na to, aby mělo podstatný vliv na výsledky modální analýzy. Výpočet pro větší délky lopatky už z tohoto důvodu není potřebný.



## 7 ZÁVĚR

V diplomové práci je provedena modální analýza lopatky oběžného kola parní turbíny. Jsou splněny veškeré zadané cíle práce. Nejdříve je vytvořeno makro, což je posloupnost příkazů v programu ANSYS, kterým je možné pomocí parametru měnit délku modelu geometrie lopatky. Jsou také určeny hodnoty budících frekvencí a jim odpovídající násobky otáček turbíny. Analýza aerodynamického buzení soustavy od tlaku vodní páry v sobě zahrnuje také nerovnoměrné rozložení statorových lopatek. Poté je provedena modální analýza lopatky se zahrnutím vlivu rotace disku. Z výsledků modální analýzy je vytvořeno celkem 6 Campbellových diagramů pro lopatky s různou délkou, která se mění po 10 mm. Jsou tak stanoveny kritické otáčky disku a určena nebezpečná pásma otáčkových frekvencí turbíny. Výpočet je proveden celkem pro 51 různých variant lopatky, kdy se její délka mění po 1 mm. Z těchto výpočtů jsou určena pásma nebezpečných otáček turbíny pro jednotlivé délky lopatky, ze kterých je sestaven celkový diagram závislosti nebezpečných otáček na délce lopatky.

Analýza výsledků ukazuje možnou příčinu poruchy lopatky. Turbína pravděpodobně pracovala v blízkosti kritických otáček, při kterých dochází k vybuzení nebezpečného ohybového tvaru lopatky. Tento vlastní tvar odpovídá poškození oběžného kola a příslušná rezonance je navíc majoritní, což je velice nebezpečné. Provozní otáčky jsou sice těsně vedle nebezpečného pásma otáček od dané rezonance, ale výsledky modální analýzy pro ostatní délky lopatky ukazují, že hodnoty kritických otáček jsou vysoce citlivé na změnu délky lopatky. Zvětší-li se dosavadní délka lopatky o pouhý 1 mm, jsou provozní otáčky téměř shodné s kritickými otáčkami rotoru turbíny od dané rezonance. Citlivost vlastních frekvencí na délce lopatky je nutno zohlednit také s přihlédnutím k nepřesnostem výpočtového modelování. To předpokládá například homogenní materiál lopatky, deterministické hodnoty zadaných parametrů, nebo lineární chování modelu.

Pro určení optimální délky lopatky z hlediska modálních vlastností samotné lopatky slouží diagram závislosti nebezpečných otáček turbíny na délce lopatky. Z tohoto diagramu se nejprve určí vhodná délka lopatky pro dané otáčky. Pokud se při vybrané délce lopatky otáčky nachází v blízkosti nebo přímo v nebezpečném pásmu od některé minoritní rezonance, porovná se tento rezonanční stav s příslušným Campbellovým diagramem. Tyto diagramy jsou pro určité délky lopatky součástí této práce. Pokud by byla potřeba vygenerovat tyto diagramy pro jiné délky lopatek, lze tak učinit pomocí výsledků výpočtů a makra pro jejich zpracování, které jsou v příloze této práce. Rezanančnímu stavu, který se určí z daného Campbellova diagramu, se poté přiřadí vlastní tvar lopatky, který je v tomto stavu vybuzen. Vlastní tvary jsou zobrazeny v příloze této diplomové práce. Takto je tedy možné zjistit nebezpečí daného stavu.

Shrnutí vhodných a nevhodných variant lopatky, které je provedeno z hlediska rizika rezonančního stavu lopatky pro turbínu pracující v otáčkách 11 000 ot/min, je v následující tabulce. Zde jsou délky lopatky rozděleny do sloupců a seřazeny od nejvhodnější, až po tu nejvíce nebezpečnou. Z tabulky je vidět, že nejnebezpečnější délka lopatky je právě 30 mm, se kterou turbína pracovala.

Tab. 7.1: Varianty lopatky

vhodná délka [mm]	nebezpečná délka [mm]	velice nebezpečná délka [mm]
75÷80	35÷40	45
55	70	30
60÷65	50	

Dalším cílem této práce bylo také provedení experimentu na lopatce o základní délce 30 mm a porovnání výsledků experimentu s numerickou simulací. Za tímto účelem byla z poškozeného oběžného kola vyříznuta samotná lopatka, na které jsou naměřeny vlastní frekvence. Vyříznutá lopatka obsahuje i část oběžného kola, za kterou je možné lopatku upnout do svěráku. Proto je vytvořen model geometrie, který odpovídá lopatce s částí oběžného kola. Výsledky numerického výpočtu pro tento model geometrie se od výsledků experimentálního modelování liší o necelé 3 %.

Pomocí experimentu jsou také určeny koeficienty proporcionálního tlumení. Velikosti těchto koeficientů jsou ale řádově nižší, než bývá jejich obvyklá hodnota. Po zahrnutí proporcionálního tlumení do výpočtu se výsledky prakticky nemění, z čehož vyplývá, že tlumení nemá významný vliv na vlastní frekvence lopatky.

## SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] J. SLAVÍK, V. STEJSKAL, V. ZEMAN, "Základy dynamiky strojů," Vydavatelství ČVUT, ISBN 80-01-01622-6
- [2] V. ZEMAN, Z. HLAVÁČ, "Kmitání mechanických soustav," Západočeská univerzita v Plzni, ISBN 80-7043-337-X
- [3] BREPTA, Rudolf, PŮST Ladislav, TUREK, František. *Mechanické kmitání*. Praha: Sobotáles, 1994. ISBN 80-901684-8-5.
- [4] KRATOCHVÍL, Ctirad, SLAVÍK, Jaromír. *Mechanika těles: Dynamika*. 4.vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007. ISBN 978-80-214-3446-2
- [5] AVITABILE, Peter. Modal space in our own little world. UNIVERSITY OF MASSACHUSETTS LOWELL. [online]. [cit. 24. 2. 2015]. Dostupné z: <http://sdasl.uml.edu/>
- [6] JANÍČEK, Přemysl. *Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky: Hledání souvislostí*. 1. Brno: Cerm, 2007. Teorie modelování, s. 227. ISBN 978-80-7204-555-6.
- [7] G-Team, a.s.: *Točivá redukce TR 560* [online]. [cit. 15. 2. 2015]. Dostupné z: <http://www.g-team.cz/>
- [8] Materiálové listy, firemní dokumentace G-Team, a.s.
- [9] TRAUPEL, Walter. *Thermische Turbomaschinen Zweiter Band: Regelverhalten, Festigkeit und dynamische Probleme*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1960. ISBN 978-366-2304-464.
- [10] KLÍMA, Petr. *Parní turbíny*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013. 42 s. Vedoucí bakalářské práce doc. Ing. Jan Fiedler, Dr.
- [11] SAŇKA, M. *Využití parních turbin*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2012. 40 s. Vedoucí bakalářské práce doc. Ing. Jan Fiedler, Dr.
- [12] DOSSING, Ole. *Zkoušení mechanických soustav: Část I: Měření pohyblivosti*. BRÜEL & KJAER. Dánsko: Naerum, 1988.
- [13] DOSSING, Ole. *Zkoušení mechanických soustav: Část II: Analýza vidů kmitání a modelování*. BRÜEL & KJAER. Dánsko: Naerum, 1989.
- [14] TŮMA, Jiří. *Experimentální modální analýza: Diagnostika*.
- [15] LOŠÁK, Petr. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Rotorové soustavy: Studijní materiály.

- [16] MALENOVSKÝ, Eduard. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Počítačové metody mechaniky v dynamice. [online]. [cit. 23. 2. 2015]. Dostupné z: [http://www.umt-old.fme.vutbr.cz/~pkrejci/opory/pmm\\_dyn/index.html](http://www.umt-old.fme.vutbr.cz/~pkrejci/opory/pmm_dyn/index.html)
- [17] MALENOVSKÝ, Eduard. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Studijní opora z předmětu Dynamika rotorových soustav. [online]. [cit. 16. 3. 2015]. Dostupné z: [http://www.umt-old.fme.vutbr.cz/~pkrejci/opory/dyn\\_rot/index.html](http://www.umt-old.fme.vutbr.cz/~pkrejci/opory/dyn_rot/index.html)
- [18] ONDRA, Václav *Creation of modal parameter estimation application for experimental modal analysis*: master's thesis. Brno: Brno University of Technology, Faculty of Mechanical Engineering, Institute of Solid Mechanics, Mechatronics and Biomechanics, 2014. 119 p. Supervised by Ing. Petr Lošák, Ph.D.
- [19] *API STANDARD 612: Steam Turbines*. 2003.
- [20] BRABEC, V. *Parní turbína jako točivá redukce*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 83 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Jan Fiedler, Dr.
- [21] Parní stroj. [online]. [cit. 14. 1. 2015]. Dostupné z: <http://www.parnistroj.czweb.org/index.html>
- [22] Techmania: Parní turbína. [online]. [cit. 14. 1. 2015]. Dostupné z: [http://www.techmania.cz/edutorium/art\\_exponaty.php?xkat=fyzika&xser=506c796e79h&key=343](http://www.techmania.cz/edutorium/art_exponaty.php?xkat=fyzika&xser=506c796e79h&key=343)
- [23] Aplikovaná termomechanika: Parní oběhy. ČVUT. [online]. [cit. 19. 1. 2015]. Dostupné z: <http://tzb.fsv.cvut.cz/files/vyuka/125yatm/prednasky/125yatm-04.pdf>
- [24] Stroje a zařízení: Parní motory. [online]. [cit. 9. 2. 2015]. Dostupné z: [http://eamos.pf.jcu.cz/amos/kat\\_fyz/modules/low/kurz\\_text.php?identifik=kat\\_fyz\\_7356\\_t&id\\_kurz=&id\\_kap=8&id\\_teach=&kod\\_kurzu=kat\\_fyz\\_7356&id\\_kap=8&id\\_set\\_test=&search=&kat=&startpos=3](http://eamos.pf.jcu.cz/amos/kat_fyz/modules/low/kurz_text.php?identifik=kat_fyz_7356_t&id_kurz=&id_kap=8&id_teach=&kod_kurzu=kat_fyz_7356&id_kap=8&id_set_test=&search=&kat=&startpos=3)
- [25] Monitran sensors for industry: MTN/1800. [online]. [cit. 5. 4. 2015]. Dostupné z: <http://www.monitran.com/products/mtn1800/>
- [26] National instruments: NI 9234. [online]. [cit. 5. 4. 2015]. Dostupné z: <http://www.ni.com/datasheet/pdf/en/ds-316>
- [27] Transformační technologie: Tepelná turbína a turbokompresor. [online]. [cit. 8. 2. 2015]. Dostupné z: <http://www.transformacni-technologie.cz/tepelna-turbina-a-turbokompresor.html>
- [28] Power electric: Turbiny parowe kondensacyjne. [online]. [cit. 9. 2. 2015]. Dostupné z: <http://www.powerelectric.com.pl/turbiny-parowe-kondensacyjne/>

- [29] PBS Energo: Protitlakové axiální turbíny TG (do 15 MW). [online]. [cit. 9. 2. 2015]. Dostupné z: <http://www.pbsenergo.cz/vyrobni-program/turbiny/parni-turbiny/protitlakove-axialni-turbiny-tg-%28do-15-mw%29>
- [30] Doosan Škoda Power: Odběrové turbíny. [online]. [cit. 9. 2. 2015]. Dostupné z: <http://www.doosanskodapower.com/cz/steam/extractionsteamturbines.do>
- [31] ANSYS 15.0, Help: Mechanical APDL Documentation.

## SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

Symbol	Rozměr	Veličina
$a$	[-]	kladné celé číslo, násobek nebezpečných otáček
$A$	[J]	práce
$\mathbf{A}$	[s <sup>-2</sup> ]	spektrální matice
$b$	[N s m <sup>-1</sup> ]	tlumení
$b$	[-]	počet uzlových kružnic (kapitola 3.3.3)
$b_j$	[N s m <sup>-1</sup> ]	ekvivalentní tlumení $j$ -té vlastní frekvence
$b_r$	[-]	poměrný útlum
$b_{rj}$	[-]	poměrný útlum $j$ -té vlastní frekvence
$\mathbf{B}$	[N s m <sup>-1</sup> ]	matice tlumení
$C$	[m], [rad]	amplituda, konstanta
$C_j$	[m], [rad]	amplituda, konstanta
$d$	[m]	šířka kanálku mezi lopatkami
$d_1$	[m]	vstupní šířka kanálku mezi lopatkami
$d_2$	[m]	výstupní šířka kanálku mezi lopatkami
$E$	[Pa]	modul pružnosti v tahu
$E_b$	[J]	zatlumená funkce
$E_k$	[J]	kinetická energie
$E_p$	[J]	potenciální energie
$e_T$	[m]	excentricita těžiště
$\mathbf{E}$	[-]	jednotková matice
$\Delta f$	[Hz]	šířka pásma rezonanční křivky
$f$	[Hz]	frekvence
$F$	[N]	síla
$f_c$	[Hz]	střední hodnota šířky pásma rezonanční křivky
$F_C$	[N]	setrvačné síly od neváhy disku
$F_{Cy}$	[N]	y-ová složka setrvačné síly od neváhy disku
$F_{Cz}$	[N]	z-ová složka setrvačné síly od neváhy disku
$F_{ky}$	[N]	y-ová složka síly působící na rotující disk
$F_{kz}$	[N]	z-ová složka síly působící na rotující disk
$f_1$	[Hz]	spodní hranice šířky pásma rezonanční křivky
$f_2$	[Hz]	horní hranice šířky pásma rezonanční křivky
$\mathbf{f}$	[N], [N m]	vektor silového zatížení
$g$	[m s <sup>-2</sup> ]	gravitační zrychlení
$\mathbf{G}$	[kg m <sup>2</sup> ]	matice gyroskopických účinků
$h$	[J kg <sup>-1</sup> ]	měrná entalpie
$h_j$	[J kg <sup>-1</sup> ]	měrná entalpie ve stavu $j$
$H$	[kg m s <sup>-1</sup> ]	hybnost (kapitola 3.3.3)
$H$	[-]	přenosová funkce
$H_o$	[J kg <sup>-1</sup> ]	izoentropický tepelný spád
$\mathbf{H}$	[-]	matice frekvenčních přenosů
$i$	[-]	imaginární jednotka
$I_A$	[kg m <sup>2</sup> ]	osový moment setrvačnosti k ose kolmé na disk
$I_D$	[kg m <sup>2</sup> ]	osový moment setrvačnosti k ose tečné na disk
$j$	[-]	kladné celé číslo, pořadí vlastní frekvence

Symbol	Rozměr	Veličina
$k$	$[\text{N m}^{-1}]$	tuhost (kapitola 3.3)
$k$	$[-]$	násobek otáčkové frekvence
$k_j$	$[\text{N m}^{-1}]$	ekvivalentní tuhost $j$ -té vlastní frekvence
$\mathbf{K}$	$[\text{N m}^{-1}]$	matice tuhosti
$\bar{\mathbf{K}}$		matice tuhosti ve stavovém prostoru
$L$	$[\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}]$	moment hybnosti
$L_x$	$[\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}]$	x-ová složka momentu hybnosti
$L_y$	$[\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}]$	y-ová složka momentu hybnosti
$L_z$	$[\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}]$	z-ová složka momentu hybnosti
$m$	$[\text{kg}]$	hmotnost
$m_j$	$[\text{kg}]$	ekvivalentní hmotnost $j$ -té vlastní frekvence
$M$	$[\text{N m}]$	moment
$M_{ky}$	$[\text{N m}]$	y-ová složka momentu působícího na rotující disk
$M_{kz}$	$[\text{N m}]$	z-ová složka momentu působícího na rotující disk
$\mathbf{M}$	$[\text{kg}]$	matice hmotnosti
$\bar{\mathbf{M}}$		matice hmotnosti ve stavovém prostoru
$n$	$[-]$	počet stupňů volnosti
$p$	$[\text{Pa}]$	tlak (kapitola 3.2)
$p$	$[-]$	počet uzlových průměrů
$p_j$	$[\text{Pa}]$	tlak ve stavu $j$
$P$	$[\text{W}]$	výkon
$q$	$[\text{m}], [\text{rad}]$	zobecněná souřadnice
$Q$	$[\text{N}], [\text{Nm}]$	zobecněná síla
$\mathbf{q}$	$[\text{m}], [\text{rad}]$	zobecněná souřadnice v maticovém tvaru
$\bar{\mathbf{q}}$		zobecněná souřadnice ve stavovém prostoru
$r$	$[-]$	počet rozváděcích lopatek
$\bar{r}$	$[\text{m}]$	průhyb hřídele v komplexní rovině
$s$	$[\text{J K}^{-1}]$	entropie (kapitola 3.2)
$s$	$[-]$	počet svazků lopatek
$t$	$[\text{s}]$	čas
$T$	$[\text{K}]$	teplota
$T_j$	$[\text{K}]$	teplota ve stavu $j$
$u_x$	$[\text{m}]$	x-ová složka deformačního posuvu
$u_y$	$[\text{m}]$	y-ová složka deformačního posuvu
$u_z$	$[\text{m}]$	z-ová složka deformačního posuvu
$\mathbf{V}$	$[-]$	modální matice
$x$	$[\text{m}]$	souřadnice polohy
$y$	$[\text{m}]$	souřadnice polohy
$y_T$	$[\text{m}]$	y-ová souřadnice těžiště
$z$	$[\text{m}]$	souřadnice polohy
$z_T$	$[\text{m}]$	z-ová souřadnice těžiště
$\alpha$	$[\text{s}^{-1}]$	koeficient proporcionálního tlumení
$\beta$	$[\text{s}]$	koeficient proporcionálního tlumení
$\delta$	$[\text{s}^{-1}]$	součinitel doznívání
$\delta_j$	$[\text{s}^{-1}]$	součinitel doznívání $j$ -té vlastní frekvence
$\vartheta$	$[\text{rad s}^{-1}]$	úhlová rychlost precese

## SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

Symbol	Rozměr	Veličina
$\lambda$	$[s^{-1}]$	vlastní číslo
$\lambda_{1,2}$	$[s^{-1}]$	vlastní čísla, kořeny charakteristické rovnice
$\lambda_{Im}$	$[s^{-1}]$	imaginární část vlastního čísla
$\lambda_{Re}$	$[s^{-1}]$	reálná část vlastního čísla
$\mu$	$[-]$	Poissonovo číslo
$\mathbf{v}$	$[-]$	vektor amplitud
$\mathbf{v}_j$	$[-]$	vektor amplitud $j$ -tého tvaru kmitu
$\bar{\mathbf{v}}$		vektor amplitud ve stavovém prostoru
$\bar{\mathbf{v}}_j$		vektor amplitud $j$ -tého tvaru kmitu ve stav. prostoru
$\rho$	$[kg\ m^{-3}]$	hustota materiálu
$\varphi$	$[rad]$	úhel natočení
$\varphi_0$	$[rad]$	fázové posunutí
$\varphi_y$	$[rad]$	y-ová složka natočení disku
$\varphi_z$	$[rad]$	z-ová složka natočení disku
$\omega$	$[rad\ s^{-1}]$	úhlová rychlost rotace
$\omega_0$	$[ot/min]$	provozní otáčky
$\omega_c$	$[ot/min]$	kritické otáčky
$\omega_x$	$[rad\ s^{-1}]$	x-ová složka úhlové rychlosti
$\Omega$	$[Hz]$	vlastní frekvence tlumené soustavy
$\Omega_0$	$[Hz]$	vlastní frekvence netlumené soustavy
$\Omega_j$	$[Hz]$	vlastní frekvence $j$ -tého tvaru kmitu
$\Omega_{max}$	$[Hz]$	horní hranice počítaných vlastních frekvencí
.		derivace podle času

### Zkratka

### Význam

A/D	převodník Analog/Digital
EMA	Experimentální modální analýza
FFT	rychlá Fourierova transformace
FRF	přenosová funkce
MKP	Metoda konečných prvků



## SEZNAM OBRÁZKŮ A TABULEK

## Obrázky:

Obr. 3.1: Schéma parního stroje [21] .....	14
Obr. 3.2: Lavalova turbína [10] .....	14
Obr. 3.3: Molliérův diagram [10] .....	15
Obr. 3.4: Expanze páry v turbíně [10] .....	15
Obr. 3.5: Soustava parní turbíny [23] .....	16
Obr. 3.6: Rankin-Clausiusův cyklus [23] .....	16
Obr. 3.7: Popis vícestupňové parní turbíny [24] .....	16
Obr. 3.8: Přetlakové a rovnotlaké lopatkování [10] .....	17
Obr. 3.9: Rotor kondenzační turbíny [28] .....	18
Obr. 3.10: Rotor protitlakové turbíny [29] .....	18
Obr. 3.11: Rotor odběrové turbíny [30] .....	18
Obr. 3.12: Schéma úplného a částečného ostříku [10] .....	19
Obr. 3.13: Model soustavy s jedním stupněm volnosti .....	20
Obr. 3.14: Způsoby kmitání .....	22
Obr. 3.15: Schéma pro odvození pohybové rovnice Lavalova rotoru .....	26
Obr. 3.16: Schéma pro odvození pohybové rovnice Stodolova rotoru [15] .....	27
Obr. 3.17: Souběžná a protiběžná precese [15] .....	28
Obr. 3.18: Campbellův diagram pružného rotoru [15] .....	28
Obr. 3.19: Uzlové průměry a kružnice .....	29
Obr. 3.20: Campbellův diagram pružného disku [15] .....	29
Obr. 3.21: Vybušená spektra frekvencí [5] .....	31
Obr. 3.22: Double impact [5] .....	32
Obr. 3.23: Filtrování signálu pomocí exponenciálního okna [5] .....	33
Obr. 3.24: Stanovení tlumení pomocí šířky pásma rezonanční křivky [16] .....	34
Obr. 3.25: Určení poměrného útlumu ze signálu v časové oblasti .....	34
Obr. 3.26: Struktura matice frekvenčních přenosů [14] .....	35
Obr. 3.27: Získání vlastních tvarů z přenosové funkce [5] .....	36
Obr. 3.28: Rozdíl mezi aproximačními metodami [5] .....	36
Obr. 4.1: Popis řešené parní turbíny TR560 [7] .....	37
Obr. 4.2: Importovaný model geometrie .....	40
Obr. 4.3: Obrábění lopatek oběžného kola [20] .....	40
Obr. 4.4: Rozmístění statorových lopatek [8] .....	41
Obr. 4.5: Simulace budícího signálu .....	42
Obr. 4.6: Signál buzení během 3 otáček .....	42
Obr. 4.7: Průběh tlakového signálu za rozváděcí lopatkou .....	43
Obr. 4.8: Nebezpečné násobky otáčkové frekvence .....	43
Obr. 4.9: Úprava geometrie lopatek o různé délce .....	44
Obr. 4.10: Prvek solid 186 [31] .....	44
Obr. 4.11: Síť společná pro všechny délky lopatky .....	45
Obr. 4.12: Okrajové podmínky a zatížení lopatky .....	46
Obr. 5.1: Vliv rotace disku .....	48
Obr. 5.2: Campbellův diagram pro lopatku délky 30 mm .....	49
Obr. 5.3: Campbellův diagram pro lopatku délky 40 mm .....	51
Obr. 5.4: Campbellův diagram pro lopatku délky 50 mm .....	52
Obr. 5.5: Campbellův diagram pro lopatku délky 60 mm .....	54
Obr. 5.6: Campbellův diagram pro lopatku délky 70 mm .....	55

Obr. 5.7: Campbellův diagram pro lopatku délky 80 mm.....	56
Obr. 5.8: Nebezpečná pásma otáček pro lopatku s různou délkou.....	58
Obr. 6.1: Vyříznutá lopatka a model geometrie .....	60
Obr. 6.2: Síť konečných prvků a okrajové podmínky .....	60
Obr. 6.3: Akcelerometr MONITRAN MTN/1800 [25].....	61
Obr. 6.4: Měřicí karta NI 9234 [26] .....	61
Obr. 6.5: Upnutí lopatky ve svěráku a připevnění akcelerometru.....	62
Obr. 6.6: Filtrované frekvence 9,1 kHz a 19,4 kHz.....	63
Obr. 6.7: Tlumení vlastních tvarů pro 9,1 kHz a 19,4 kHz .....	64
Obr. P1: Struktura řídicího makra .....	76
Obr. P2: Vlastní frekvence a tvary lopatky délky 30 mm .....	77
Obr. P3: Vlastní frekvence a tvary lopatky délky 40 mm .....	77
Obr. P4: Vlastní frekvence a tvary lopatky délky 50 mm .....	78
Obr. P5: Vlastní frekvence a tvary lopatky délky 60 mm .....	79
Obr. P6: Vlastní frekvence a tvary lopatky délky 70 mm .....	80
Obr. P7: Vlastní frekvence a tvary lopatky délky 80 mm .....	81
Obr. P8: Nebezpečné otáčky turbíny pro různé délky lopatky.....	82
Obr. P9: Vlastní frekvence a tvary lopatky: výpočet pro experiment .....	83
Obr. P10: Naměřená data - body 1÷3 .....	84
Obr. P11: Naměřená data - body 4÷5 a svěrák .....	85

### Tabulky:

Tab. 4.1: Modul pružnosti v tahu při zvýšených teplotách .....	39
Tab. 4.2: Délky lopatky použité ve výpočtech .....	40
Tab. 4.3: Parametry vytvořených sítí lopatky.....	45
Tab. 4.4: Parametry výpočetní techniky .....	46
Tab. 4.5: Rozsah a délka výpočtu.....	46
Tab. 5.1: Vypočítané vlastní frekvence pro nulové otáčky oběžného kola.....	47
Tab. 5.2: Kritické otáčky pro lopatku délky 30 mm.....	50
Tab. 5.3: Kritické otáčky pro lopatku délky 40 mm.....	51
Tab. 5.4: Kritické otáčky pro lopatku délky 50 mm.....	53
Tab. 5.5: Kritické otáčky pro lopatku délky 60 mm.....	54
Tab. 5.6: Kritické otáčky pro lopatku délky 70 mm.....	55
Tab. 5.7: Kritické otáčky pro lopatku délky 80 mm.....	57
Tab. 6.1: Vlastní fekvence lopatky pro porovnání s experimentem.....	61
Tab. 6.2: Výsledky experimentálního modelování.....	62
Tab. 6.3: Naměřené parametry tlumení .....	64
Tab. 7.1: Varianty lopatky .....	65

## SEZNAM PŘÍLOH

### Obrázky:

Obr. P1: Struktura řídicího makra .....	76
Obr. P2: Vlastní frekvence a tvary lopatky délky 30 mm .....	77
Obr. P3: Vlastní frekvence a tvary lopatky délky 40 mm .....	77
Obr. P4: Vlastní frekvence a tvary lopatky délky 50 mm .....	78
Obr. P5: Vlastní frekvence a tvary lopatky délky 60 mm .....	79
Obr. P6: Vlastní frekvence a tvary lopatky délky 70 mm .....	80
Obr. P7: Vlastní frekvence a tvary lopatky délky 80 mm .....	81
Obr. P8: Nebezpečné otáčky turbíny pro různé délky lopatky.....	82
Obr. P9: Vlastní frekvence a tvary lopatky: výpočet pro experiment .....	83
Obr. P10: Naměřená data - body 1÷3 .....	84
Obr. P11: Naměřená data - body 4÷5 a svěrák .....	85

### Soubory v přiloženém CD:

2015_DP_Krejci_Jaroslav.pdf	elektronická verze práce ve formátu pdf
geometrie.mac	makro pro úpravu geometrie (ANSYS)
sit.mac	makro pro tvorbu sítě (ANSYS)
static.mac	makro pro nastavení statické analýzy (ANSYS)
modal.mac	makro pro nastavení modální analýzy (ANSYS)
zapis.mac	makro pro zápis výsledků do souboru (ANSYS)
lopatka.mac	řídicí makro celého výpočtu (ANSYS)
experiment.mac	makro výpočtu pro experiment (ANSYS)
lopatka.db	model geometrie lopatky pro výpočet (ANSYS)
experiment.db	model geometrie lopatky, výpočet na experiment
campbell.m	tvorba Campbellova diagramu (MATLAB)
nebezpecne_otacky.m	makro pro tvorbu celkového diagramu závislosti nebezpečných otáček na délce lopatky (MATLAB)
vysledky_vypocet.zip	soubory výsledků výpočtů pro různé délky lopatky
vysledky_experiment.zip	naměřená data z experimentu

!Makro ANSYS 15.0

!Diplomová práce Jaroslav Krejčí  
!Analýza lopatky parní turbíny  
!pro soubor: 'lopatka.db'

!=====  
!PŘEDEPNUTÁ MODÁLNÍ ANALÝZA LOPATKY  
!=====

PO=5 !Počet Opakování výpočtu  
\*DO,X,1,PO,1

PARSAV  
RESUME  
PARRES

!=====  
!PARAMETRY:  
!=====

!PARAMETRY GEOMETRIE:

Delka = 30 ![mm] Délka lopatky

!PARAMETRY MATERIÁLU:

Modul\_pruznosti = 2.00e5 ![MPa] Modul pružnosti v tahu  
Mi = 0.3 ![-] Poissonovo číslo  
Hustota = 7.7e-9 ![t/mm<sup>3</sup>] Hustota

!PARAMETRY TLUMENÍ

Alfa = 0 ![s<sup>-1</sup>] Parametr proporcionálního tlumení  
Beta = 0 ![s] Parametr proporcionálního tlumení

!PARAMETRY ZATÍŽENÍ:

Otacky = 3500\*(X-1) ![ot/min] Otáčky turbíny

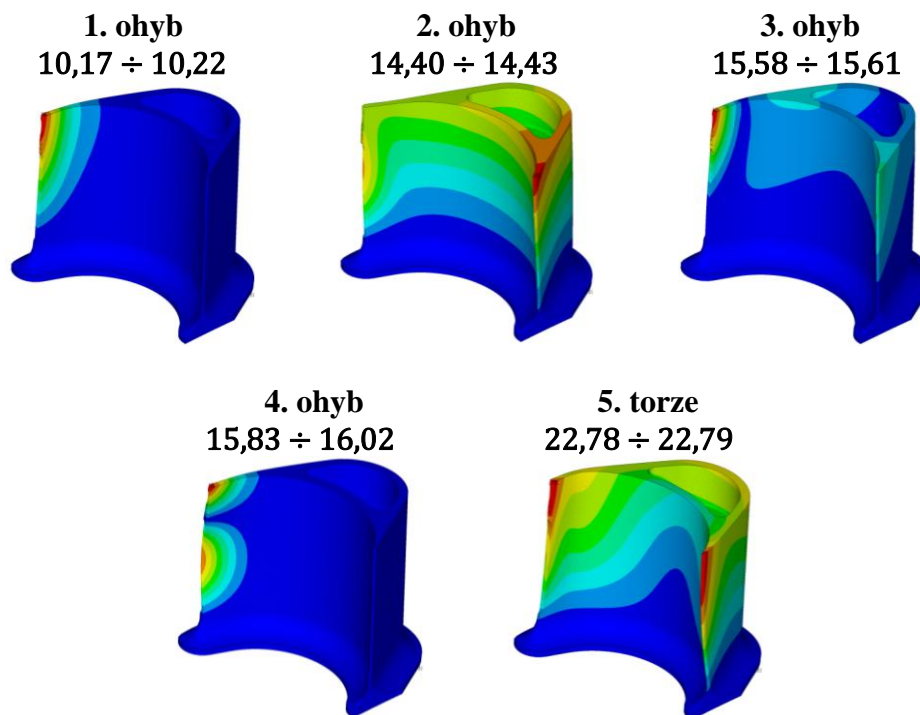
!=====  
!=====

/INPUT,'geometrie','mac' !Spuštění makra pro úpravu geometrie  
/INPUT,'sit','mac' !Spuštění makra pro tvorbu sítě  
/INPUT,'static','mac' !Spuštění makra pro nastavení statické analýzy  
SOLVE !Spuštění statické analýzy  
/INPUT,'modal','mac' !Spuštění makra pro nastavení modální analýzy  
SOLVE !Spuštění předepjaté modální analýzy  
/INPUT,'zapis','mac' !Spuštění makra pro zápis výsledků do souboru

\*ENDDO

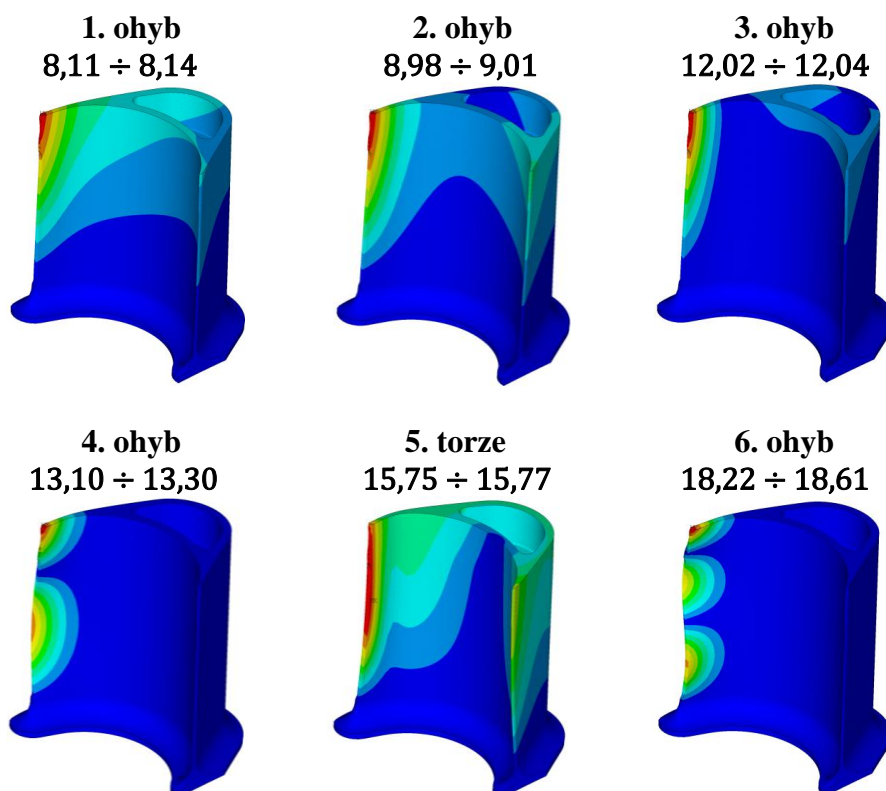
Obr. P1: Struktura řídicího makra

## Vlastní frekvence [kHz] a tvary lopatky délky 30 mm pro otáčky 0÷14 000 ot/min



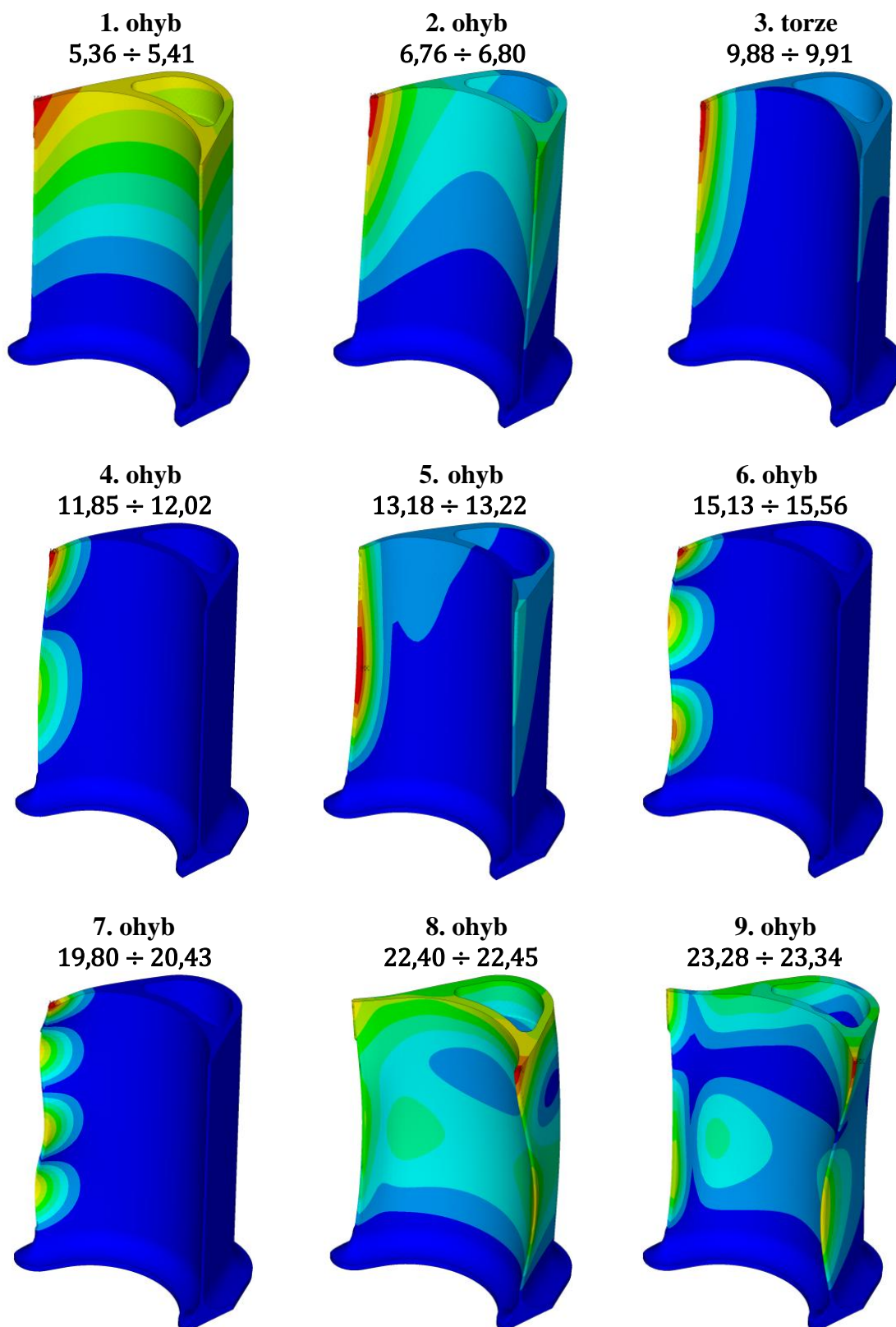
Obr. P2: Vlastní frekvence a tvary lopatky délky 30 mm

## Vlastní frekvence [kHz] a tvary lopatky délky 40 mm pro otáčky 0÷14 000 ot/min



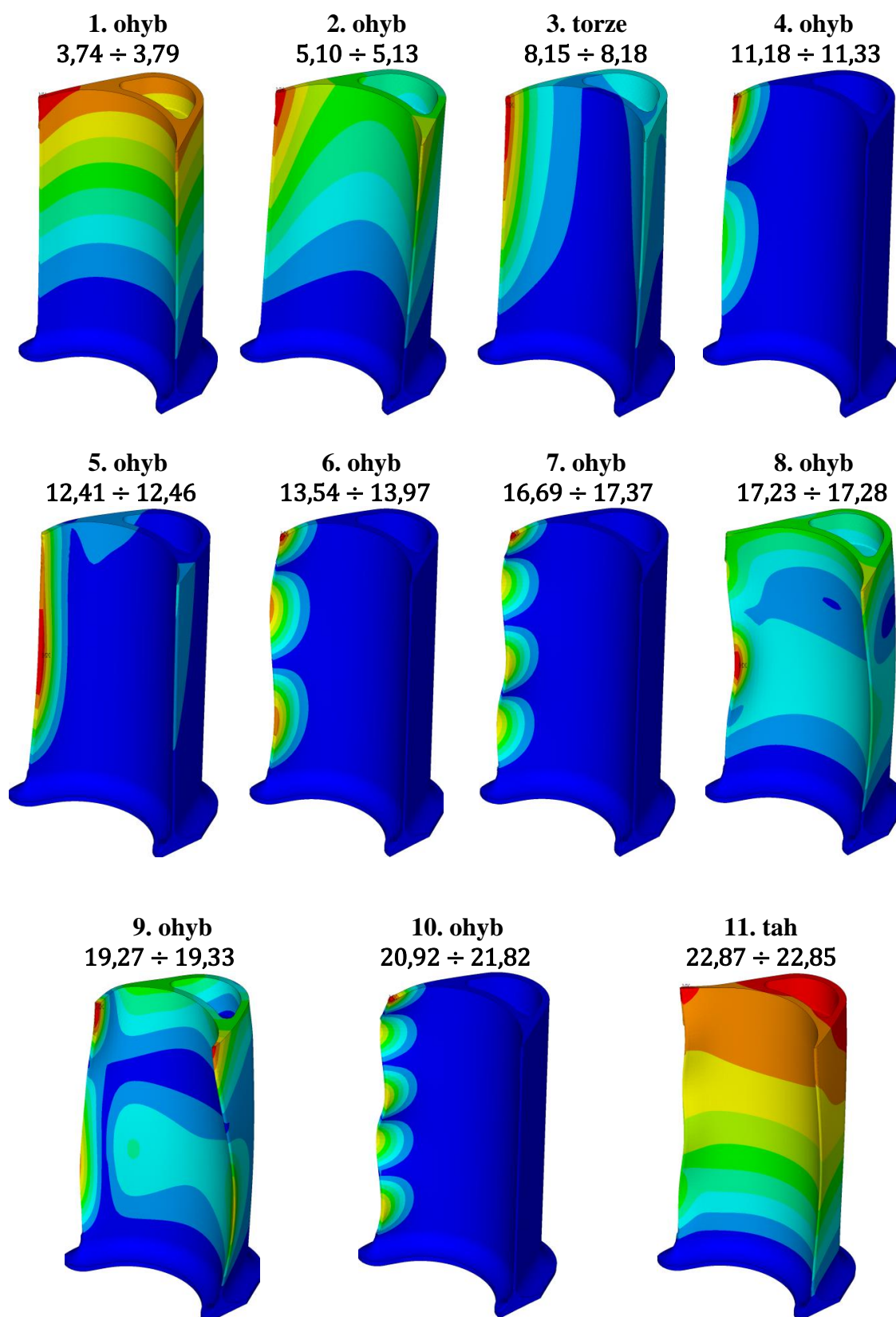
Obr. P3: Vlastní frekvence a tvary lopatky délky 40 mm

Vlastní frekvence [kHz] a tvary lopatky délky 50 mm pro otáčky 0 ÷ 14 000 ot/min



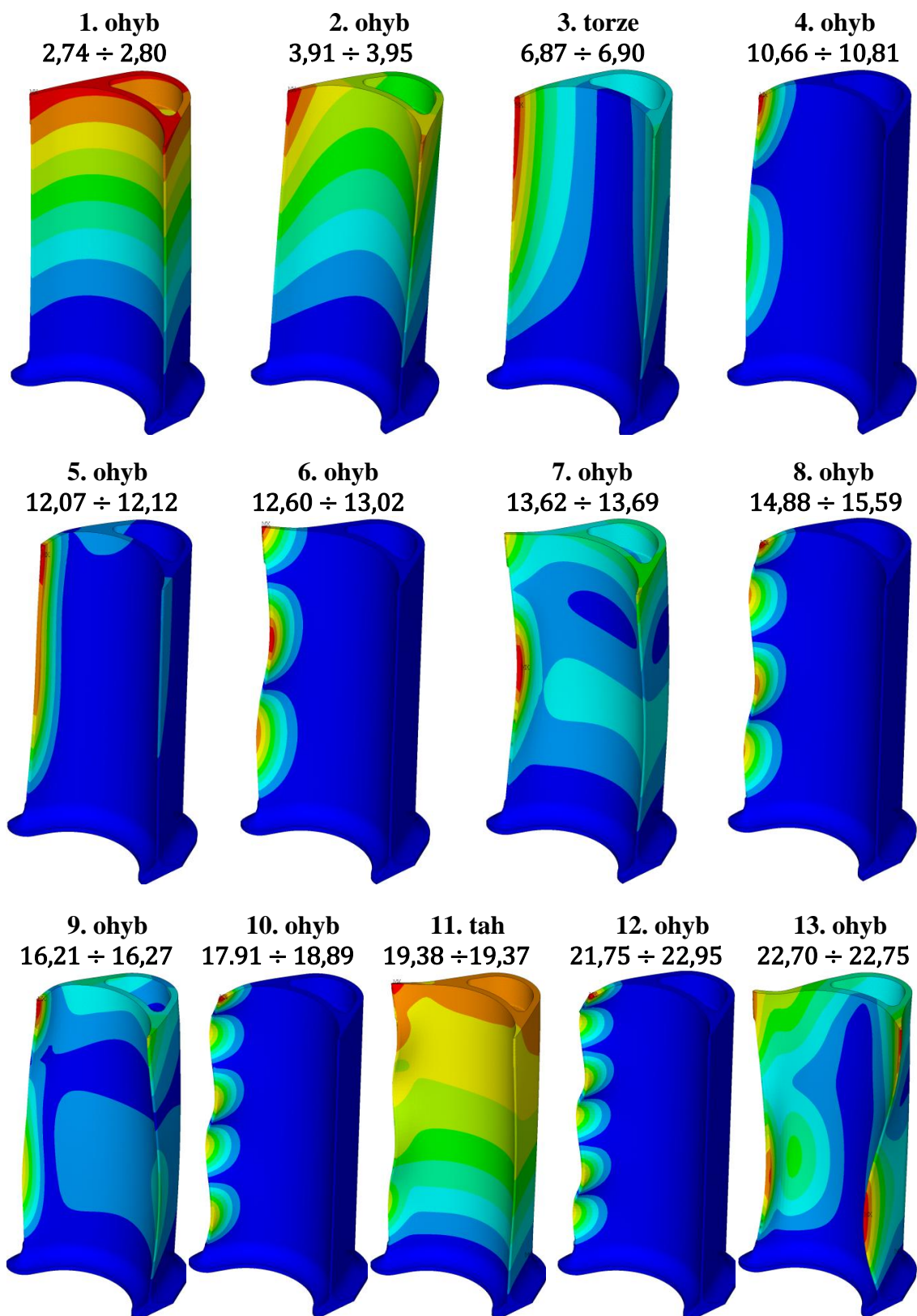
Obr. P4: Vlastní frekvence a tvary lopatky délky 50 mm

## Vlastní frekvence [kHz] a tvary lopatky délky 60 mm pro otáčky 0 ÷ 14 000 ot/min



Obr. P5: Vlastní frekvence a tvary lopatky délky 60 mm

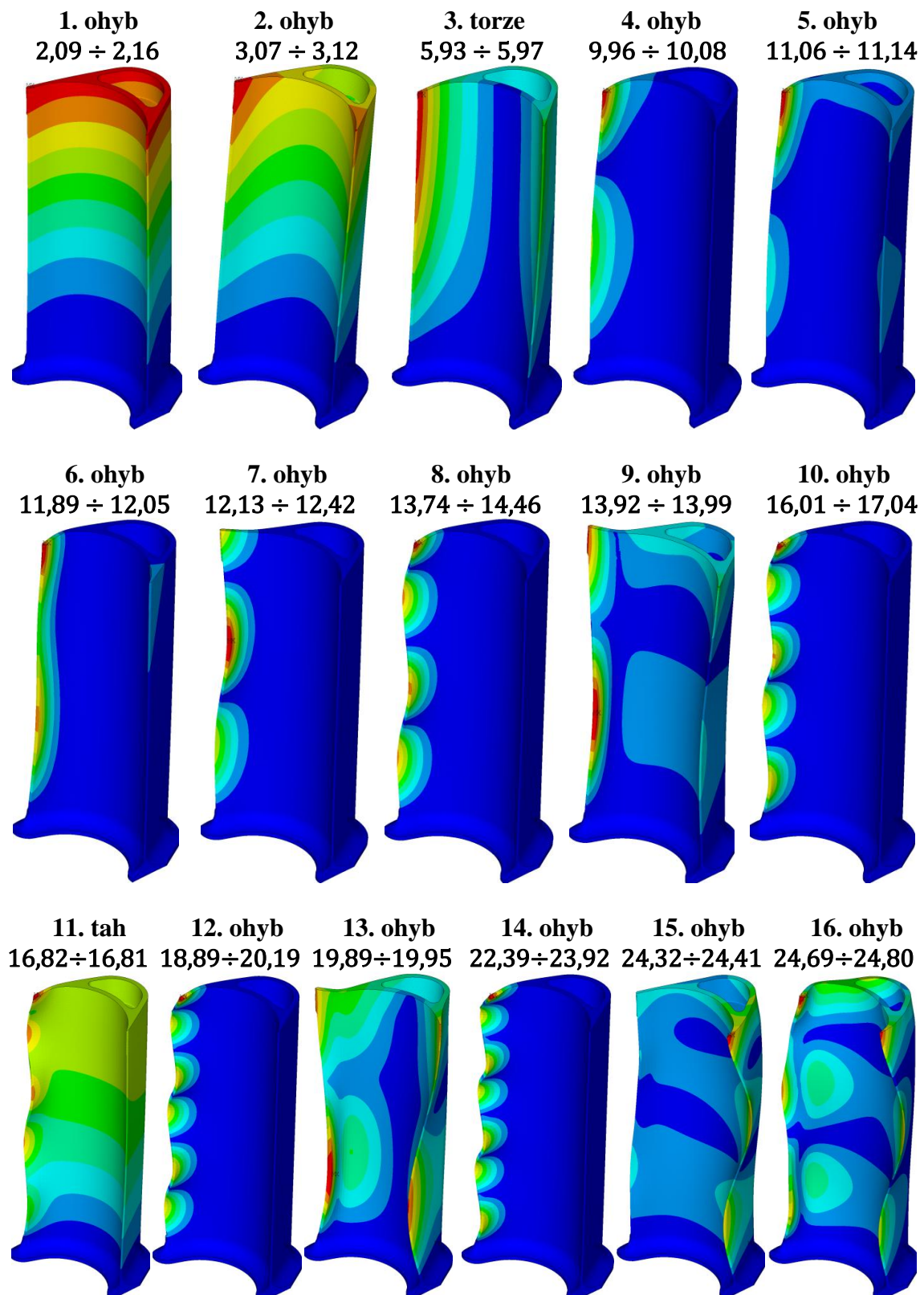
Vlastní frekvence [kHz] a tvary lopatky délky 70 mm pro otáčky 0÷14 000 ot/min



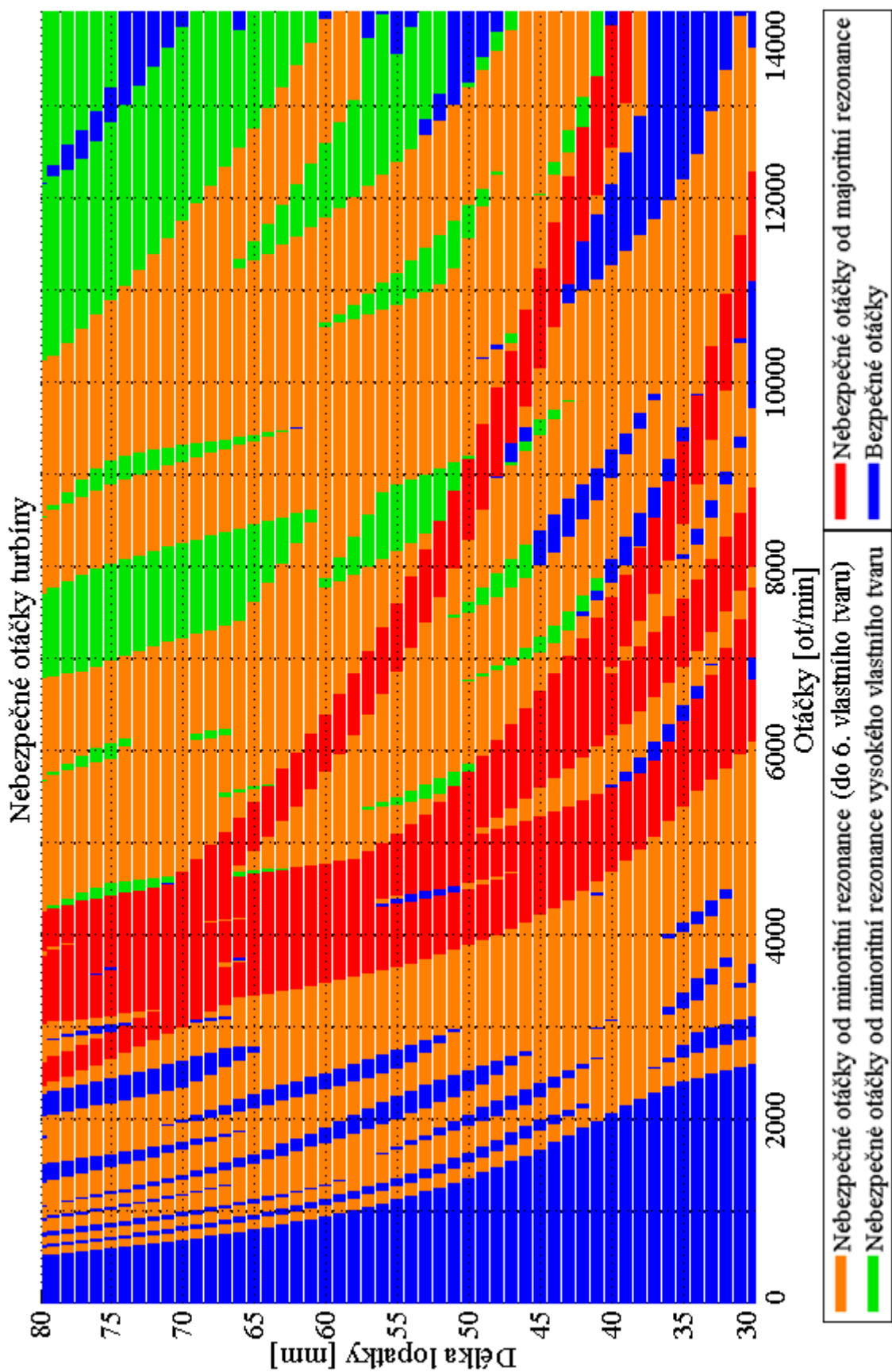
Obr. P6: Vlastní frekvence a tvary lopatky délky 70 mm



## Vlastní frekvence [kHz] a tvary lopatky délky 80 mm pro otáčky 0÷14 000 ot/min

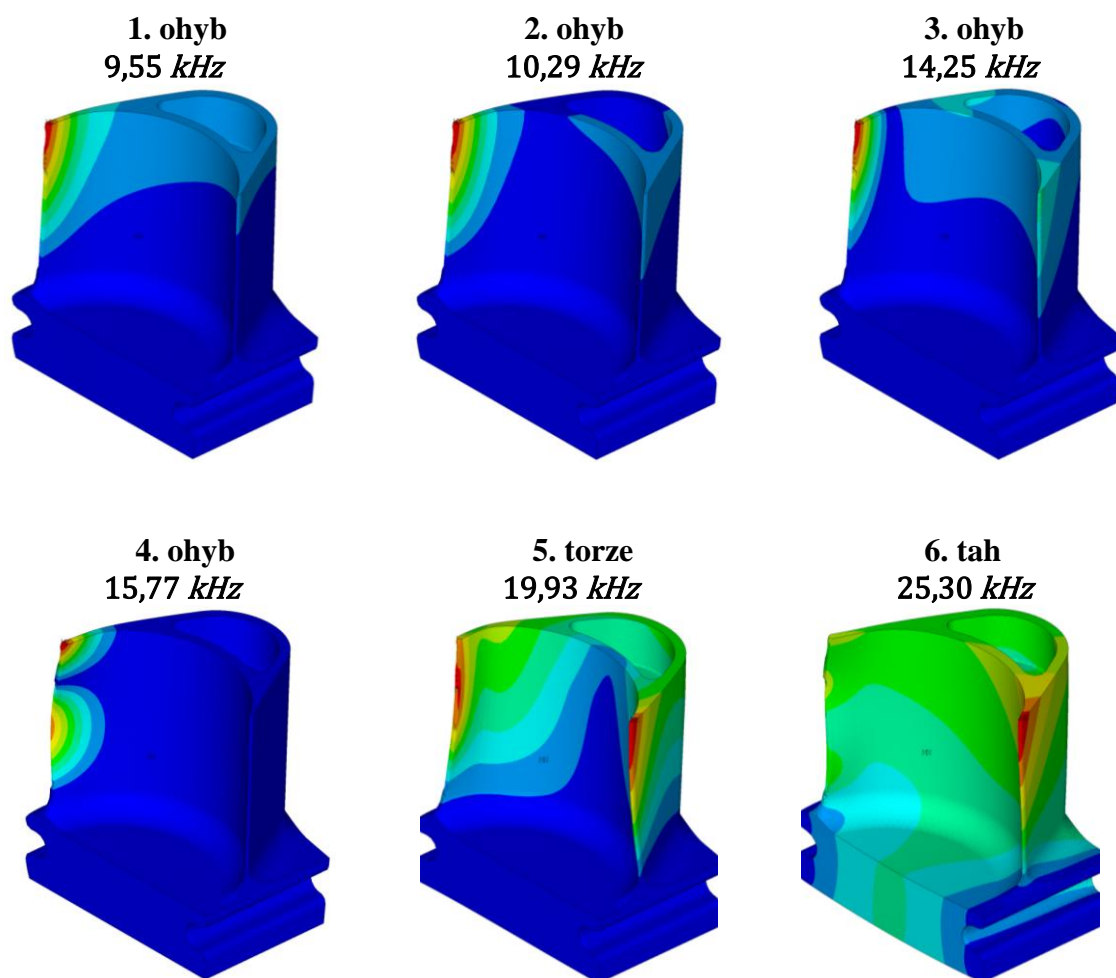


Obr. P7: Vlastní frekvence a tvary lopatky délky 80 mm

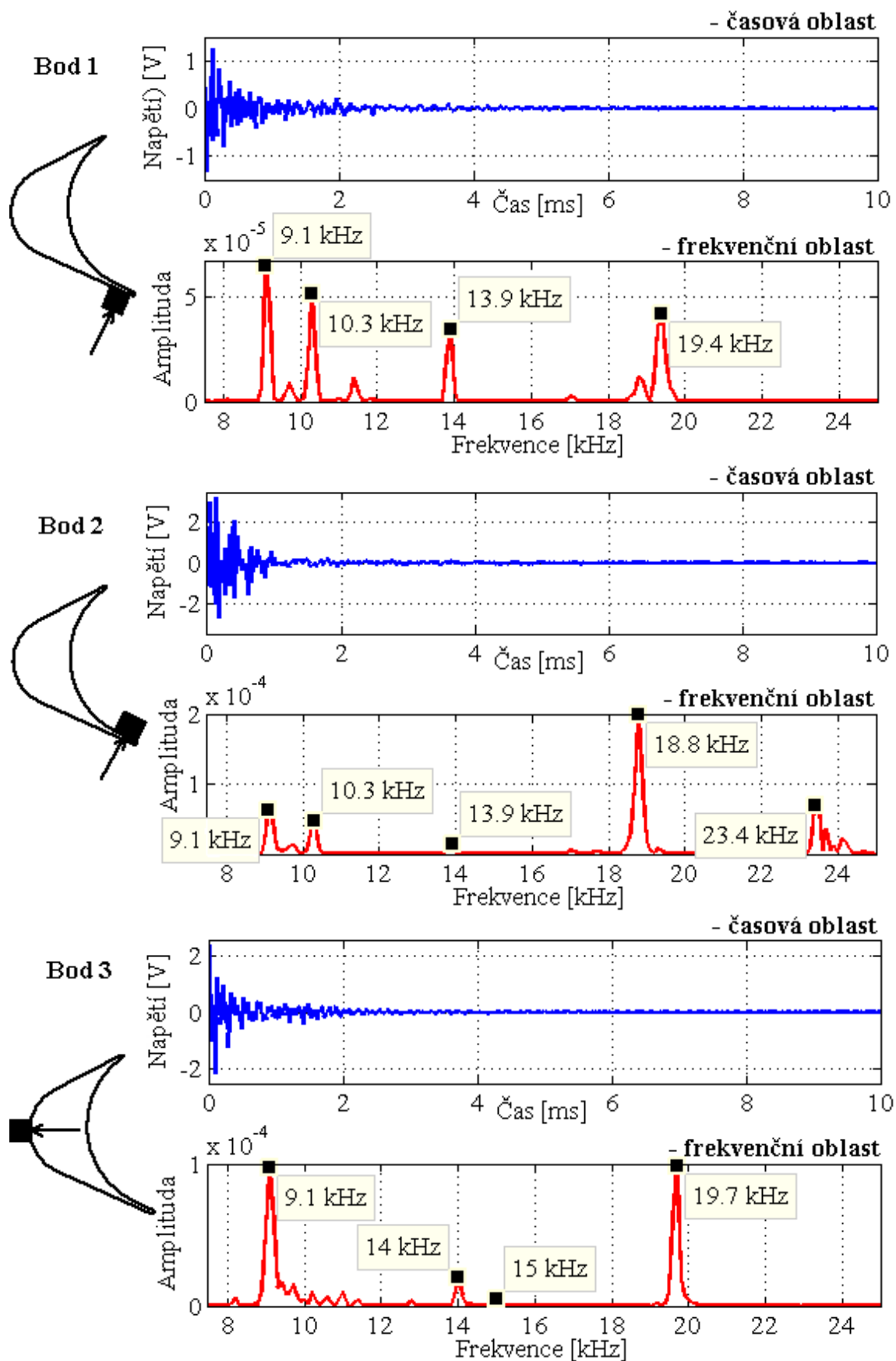


Obr. P8: Nebezpečné otáčky turbíny pro různé délky lopatky

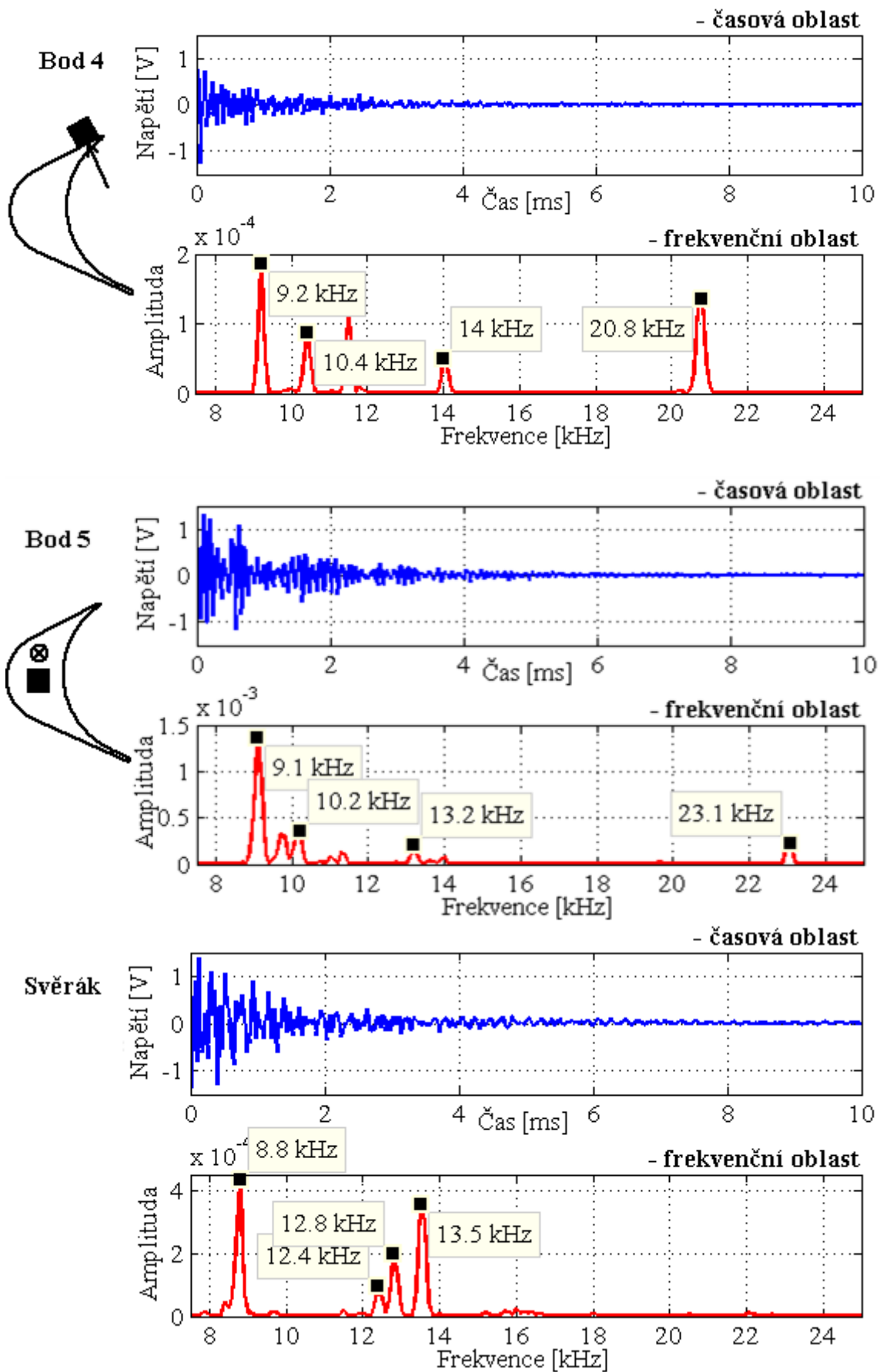
## Vlastní frekvence a tvary lopatky – Výpočet pro experiment



Obr. P9: Vlastní frekvence a tvary lopatky: výpočet pro experiment



Obr. P10: Naměřená data - body 1÷3



Obr. P11: Naměřená data - body 4÷5 a svěrák