Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Ekonomická fakulta
Katedra ekonomiky

Diplomová práce

Využití teorie her v podmínkách dopravních toků

Vypracoval: Bc. Pavel Wagner
Vedoucí práce: Ing. Jiří Alina, Ph.D.

České Budějovice 2020

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracoval samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. Zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

Datum | Podpis studenta

Poděkování

Rád bych poděkoval vedoucímu diplomové práce, Ing. Jiřímu Alinovi, Ph.D., za pomoc s vedením práce, podporu a za trpělivost a ochotu při konzultacích. Dále bych velmi rád poděkoval doc. Ing. Luďkovi Berecovi, Dr. za jeho průvodcovství světem teorie her a matematických modelů. Z celého srdce chci poděkovat své milované rodině, bez jejíž pomoci by tato práce nevznikla.

Obsah

1 Úvod a cíl

Doprava je doslova fenoménem dnešní doby. V České republice bylo k prvnímu čtvrtletí roku 2020 registrováno 8 198 022 vozidel, z toho pak 6 029 765 osobních automobilů (SDA, 2020). Narůstající dopravní provoz má nejen svá nesporná pozitiva, ale i svá negativa. Doprava je dnes na mnohých místech výrazně přetížená. V době dopravních špiček dochází pravidelně ve větších aglomeracích k dopravním zácpám. Důvodem je i to, že se města neustále rozrůstají o nové obyvatele, žije v nich významné procento populace a s počtem obyvatel i vzrůstá počet vozidel. V České republice žilo k 1. lednu 2020 v obcích III. typu (obce s rozšířenou působností) 5 034 409 obyvatel z celkového počtu 10 287 671 (MVČR, 2020).

Lidstvo je dnes na automobilovou dopravu natolik odkázáno, že nám nezbývá nic jiného, než hledat ekonomická a environmentální řešení se vzrůstajícím počtem vozidel a s tím spojených negativ. Problém s hustotou provozu je v některých městech stále kritičtější. I tam, kde je dopravní síť na velmi dobré úrovni, často dochází k přetížení dopravy v důsledku zvyšujícího se počtu prodaných vozidel. V ČR bylo za rok 2019 zaregistrováno 249 915 osobních vozidel (SDA, 2020). Vozidla se prodávají mnohem rychleji, než je stát schopen postavit nové silnice. „*Z dlouhodobého hlediska ani výstavba nových silnic, ani rozšiřování stávajících vůbec nesnižuje hustotu provozu v dopravní špičce.*“ (Downs, 1992)

Dopravní přetížení má i další důsledek – implicitní náklad samotných řidičů a tím je hodnota cestovního času. V případě kolon je popojíždění či časté zastavování a opětovné rozjíždění vozidel příčinou těchto nákladů. Dle Pavla Přibyla z Ústavu dopravních systémů „*znamená každé zastavení z rychlosti 50 kilometrů za hodinu ztrátu kinetické energie, opětovné sešlápnutí plynového pedálu pak stojí další spotřebu paliva. Pokud je jízda plynulá, dochází k obrovským úsporám pohonných hmot.*“

Hlavním cílem diplomové práce je analýza využití teorie her v podmínkách a řízení dopravních toků. Podmínkami dopravních toků je pro potřeby této práce myšleno nejen řízení dopravních toků, ale i chování samotných řidičů v rámci dopravního toku. Na základě analýzy bude provedeno vyhodnocení s následným návrhem aplikace teorie her v řízení dopravních toků. Zvýšení plynulosti dopravy má nejen ekonomický a environmentální dopad, ale přispívá i k bezpečnějšímu provozu.

2 Přehled řešené problematiky

2.1 Teorie her

2.1.1 Historie teorie her

Teorie her je oblast matematiky, která se zabývá formulací správné strategie, jež umožní jednotlivci (hráči) uspět v řešení rozhodovacích situací (her), kterým je vystaven. Hledá řešení rozhodovacích situací mezi hráči, kteří se starají pouze o své vlastní dobro. Primárními předpoklady teorie her tak jsou individualismus, racionalita a vzájemná závislost aktérů (Romp, 1997). Obecně zkoumá teorie her konfliktní situace, interakce mezi hráči a jejich rozhodnutí. Teorie her byla vyvinuta na základě předpokladu, že za všech okolností nebo pro jakoukoli situaci existuje strategie, která umožní jednomu hráči „vyhrát“. Hra ve smyslu teorie her je dána (většinou konečným) počtem hráčů, kteří interagují podle daných pravidel. Těmito hráči mohou být jak jednotlivci, tak skupiny, společnosti apod. Jejich vzájemná interakce má dopad na každého z hráčů i na celou skupinu hráčů – platí tedy to, že jednotliví hráči jsou na sobě vzájemně závislí: zisk jednoho hráče závisí na tom, jak hraje jiný hráč, a naopak. Hra je tedy popsána sadou hráčů a jejich možností hrát hru podle nějakých pravidel, tj. souborem možných strategií.

Myšlenky teorie her se objevily již v historii, v bibli, Talmudu, v dílech René Descarta, Sun Tzu či Charlese Darwina (Weintraub, 1992). Někteří matematici se domnívají, že první myšlenky teorie her přinesl Daniel Bernoulli, švýcarský matematik narozený v r. 1700. Přestože jeho práce „Bernoulliho principy“ tvořila základ výroby a provozu proudových motorů, je oceňována zejména za zavedení konceptů očekávaného užitku a snižujících se výnosů (Dittmar, 2008). Jiní tvrdí, že první matematický nástroj teorie her, dnes známý jako „Bayesův teorém“, představil v Anglii v 18. století Thomas Bayes. Thomas Bayes předpokládal, že pravděpodobnost průniku dvou jevů A a B lze vyjádřit pomocí podmíněných pravděpodobností dvěma způsoby:

1. pravděpodobnost, že jevy A a B nastanou současně, lze vyjádřit jako pravděpodobnost, že nastane jev A, násobenou pravděpodobností, že za podmínky výskytu jevu A nastává jev B,
2. pravděpodobnost, že jevy B a A nastanou současně, lze vyjádřit jako pravděpodobnost, že nastane jev B, násobenou pravděpodobností, že za podmínky výskytu jevu B nastává jev A.

Obě pravděpodobnosti současného výskytu obou jevů - P(A,B) i P(B,A) - jsou ale stejné, z čehož můžeme odvodit tzv. Bayesův vzorec (Dittmar, 2008):

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) * P(A)}{P(B)}$$

Obecně se za základ moderní teorie her nicméně považují tři díla (Raoof & Al-raweshidy, 2010):

- “Výzkumy matematických principů teorie bohatství” od Augustina Cournota (1838), kde vysvětluje, co bylo nakonec formalizováno jako Nashova rovnováha a popisuje nejlepší reakci hráčů ve hře na akce ostatních hráčů. Ve svém díle se mimo jiné zabýval jednorázovým soutěžením dvou firem na trhu – výsledkem bylo řešení v podobě rovnovážných strategií.
- „Mathematical Psychics“ od Francise Y. Edgewortha (1881). Tento irský ekonom, matematik a statistik v tomto svém nejslavnějším díle představil nové myšlenky konkurenční rovnováhy v ekonomice dvou osob - ty se staly základními nástroji ekonomické teorie.
- Práce Emile Borela, který navrhl existenci smíšených strategií.

Obecně se má také za to, že moderní analýza teorie her a její moderní metodologický rámec začaly s Johnem von Neumannem a Oskarem Morgensternem. Jejich kniha Theory of Games and Economic Behavior [1944] je považována za počátek aplikací teorie her v sociálních vědách. Touto prací se matematická teorie her poprvé prezentuje jako samostatná disciplína aplikované matematiky. Shrnuje a doplňuje dosavadní výsledky v teorii her, zabývá se příbuzností analýz konfliktních situací v ekonomii a analýzou strategických her (Neumann & Morgenstern, 1944).

Jak už jsem zmínil výše, předmětem teorie her jsou situace, kdy výsledek pro hráče nezávisí pouze na jeho vlastních rozhodnutích, ale také na chování ostatních hráčů. Jakékoli podnikání lze považovat za hru hranou proti konkurentům nebo dokonce proti zákazníkům. Právě v ekonomii lze teorii her využít při analýzách problémů především mikroekonomického charakteru. Mezi nejznámější aplikace teorie her v ekonomii patří:

- rozhodování firem na oligopolních trzích,
- vysvětlení organizace firem a jejich kapitálové struktury,
- analýza politického rozhodování,
- rozhodování účastníků aukcí,

- tržní regulace, politika hospodářské soutěže,
- ekonomická analýza práva.

Teorie her tedy pracuje s následujícími základními pojmy:

- Hra = konflikt, rozhodovací situace.
- Hráč = účastník konfliktu, může jít o jedince, skupinu, společnost, politickou stranu apod. Hráči jsou racionální, což znamená, že maximalizují svůj zisk. Všichni hráči konkrétní hry znají daná pravidla, která jsou v průběhu této hry neměnná. Všichni hráči také znají výši zisků, ztrát a výši všech hodnot ve hře.
- Strategie = sada možností, z které může hráč volit. Strategie mohou být čisté nebo smíšené (viz dále).
- Výplatní funkce = výsledek hry, kladná hodnota – užitek, záporná hodnota – ztráta.

Ve většině matematických modelů z oblasti teorie her předpokládáme racionální uvažování všech hráčů. Co si pod pojmem racionální uvažování hráče máme představit? Očekáváme, že se každý hráč bude chovat tak, aby maximalizoval svůj zisk (výplatu). Hráč si buď:

- podle svých preferencí stanovuje cíle, které chce dosáhnout a na základě těchto preferencí volí strategie k dosažení těchto cílů, pokud možno co nejefektivněji,
- hráč si určitý počet situací seřadí podle svých preferencí od nejméně výhodné po nejvýhodnější. Seřazení musí pokrývat všechny situace a musí být tranzitivní - dá-li hráč přednost situaci A před situací B a situaci B před situací C, musí dát přednost situaci A před situací C. Na základě těchto preferencí můžeme definovat užitkovou funkci hráče. Cílem hráče je pak maximalizace hodnoty užitkové funkce.

Hry a jejich modely můžeme rozlišovat podle následujících kritérií (Peliš, 2007):

- **Počet hráčů** - předpokládáme, že na hře participují alespoň dva účastníci. Obvykle ale hovoříme o hrách s konečným počtem hráčů.
- **Strategie** – existují hry jak s konečným počtem strategií, tak nekonečným počtem strategií. Příkladem hry s konečným počtem strategií je hra kámen-nůžky-papír. Pokud by hráč volil např. reálné číslo z nějakého intervalu, šlo by o hru s nekonečným počtem strategií.

- **Racionalita hráčů** – u hráčů rozlišujeme dvě krajní pozice. Na jedné straně je tzv. „inteligentní“ hráč, který je racionální a snaží se o efektivní maximalizaci svého zisku. Na druhé straně je pak hráč, který své tahy volí zcela náhodně.
- **Výhra** – dle typu výhry rozlišujeme hry s konstantním a nekonstantním součtem. Pro hry s konstantním součtem platí, že pro každou volbu strategií všech hráčů je součet výplatních funkcí všech hráčů konstantní. Speciálním případem her s konstantním součtem jsou tzv. hry s nulovým součtem – pokud hrají hru dva hráči, to, co jeden vyhraje, zároveň druhý prohraje a naopak (např. hra Panna a orel). U her s nenulovým součtem naopak nemusí zisk jednoho hráče nutně znamenat ztrátu druhého hráče.
- **Spolupráce** – z hlediska spolupráce rozlišujeme hry na kooperativní a nekooperativní. U kooperativních her se mohou hráči mezi sebou domlouvat, mohou vytvářet i koalice. U nekooperativních her toto možné není - může existovat překážka v komunikaci daná charakterem prostředí, v němž se hra odehrává, případně to může být přímo zakázáno (zákon). Hra kámen-nůžky-papír je konečná nekooperativní hra dvou (racionálních) hráčů s konstantním součtem. Každá hra dvou hráčů s konstantním součtem je z principu nekooperativní. Jedná se o antagonistický konflikt dvou hráčů a pro takovou hru používáme termín antagonistická hra.
- **Počet tahů** - v tomto případě rozlišujeme hry strategické, kdy hráči provedou tah (rozhodnutí) současně (např. kámen-nůžky-papír) a hry tahové založené na sekvenci tahů, u nichž se hráči střídají. Tahové hry obvykle bývají reprezentovány grafem ve tvaru stromu. Obě varianty lze kombinovat – např. v závislosti na dostupnosti informace.

2.1.2 Nashova rovnováha

Studium her můžeme posuzovat ze dvou hledisek:

- normativní hledisko - zkoumá nejvýhodnější jednání v dané hře,
- deskriptivní hledisko – zaměřuje se na chování jednotlivých hráčů.

Matematicky orientovaná teorie her se hlavně soustředí na normativní hledisko. To hledá odpověď na základní otázku teorie her, jejímž autorem je John von Neumann (Kuhn, 2003): Hraje-li n hráčů hru H, jak musí hrát konkrétní hráč i, aby pro sebe dosáhl co nejvýhodnějšího výsledku?

Odpověď nám dává výplatní funkce. Touto funkcí můžeme znázornit preference výher a proher a také nám umožní ukázat, o kolik je nějaká činnost výhodnější nebo naopak. Toto hledisko budou posuzovat zejména racionální hráči. Následující příklad hry nám ukáže, jak budou postupovat pří hledání nejlepšího řešení racionální hráči.

Příklad (Chobot & Turnovcová, 1980): *Hra dvě karty.* Každý ze dvou hráčů má dvě karty. První hráč obdržel 5♠ a 2♥, druhý hráč pak 5♠ a 3♥. Oba hráči musí v určitý moment současně ukázat jednu z karet. Při shodě barev dostane první hráč od druhého absolutní hodnotu rozdílu hodnot obou karet. Pokud se bude lišit barva karet, dostane ten, kdo ukázal kartu s vyšší hodnotou, součet hodnot obou karet.

Jde o nekooperativní hru dvou hráčů s nulovým součtem. Hodnoty výplatní funkce ukazuje následující tabulka (výhry jsou z pohledu hráče 1, hráč 2 má opačné hodnoty výplaty):

Tabulka 1: Hodnoty výplatní funkce pro hru Dvě karty.

		Hráč 2		
		5♠	**3♥**	
Hráč 1	**5♠**	0	8	(a)
	2♥	-7	1	(b)
		(c)	(d)	

Zdroj: vlastní úprava

Jakou zvolit strategii pro jednotlivé hráče tak, aby maximalizovali svůj zisk (případně minimalizovali svou ztrátu)? Z Tabulky 1 vidíme, že pro hráče 1 je nevýhodný řádek (b). Řádek (b) je tzv. dominován řádkem (a). Z toho vyplývá nejvýhodnější volba strategie 5♠ pro hráče 1. Pro hráče 2 je zcela nevýhodná volba sloupce (d), neboť při takto zvolené strategii by přišel buď o 8, nebo 1 jednotek výplaty. Sloupec (d) je tedy dominován sloupcem (c). Druhý hráč bude tedy volit strategii 5♠. Tímto jsme získali optimální strategie z pohledu obou hráčů. Pokud by se kterýkoli z obou hráčů od této své strategie odchýlil, může pouze ztratit. Optimální strategie nám na matici výplat určily tzv. sedlový bod. Optimální strategie jsou označovány termínem Nashova rovnováha.

Nashova rovnováha pro hru obecně je taková dvojice strategií p* (pro prvního hráče) a q* (pro druhého hráče), že si žádný hráč nemůže jednostranně zvýšit svou výplatu změnou své strategie. Je-li W1(p, q) výplata prvního hráče při volbě strategií p a q, a podobně W2(p, q) výplata druhého hráče, je dvojice strategií (p*,q*) Nashova rovnováha takové hry, pokud

W1(p*,q*) >= W1(p,q*) pro každé p různé od p*

W2(p*,q*) >= W2(p*,q) pro každé q různé od q*

Pokud jsou množiny strategií a výplaty obou hráčů shodné, jsou výplatní matice obou hráčů čtvercové a navzájem transponované. V takovém případě musí mít oba hráči stejnou optimální strategii a Nashova rovnováha je takové p* (stejné pro oba hráče), že

W(p*,p*) >= W(p,p*) pro každé p různé od p*

pro výplatní matici W (p, q).

Jakoukoliv hru můžeme definovat buď s čistými, nebo se smíšenými strategiemi.

2.1.3 Čisté strategie

Čisté strategie jsou obvykle diskrétní strategie (panna nebo orel, kámen, nůžky nebo papír, apod.). Jsou-li ve hře definovány pouze čisté strategie, hráč se pro jednu rozhodne a tu hraje.

Příkladem Nashovy rovnováhy pro čisté strategie je výše uvedená hra *Dvě karty* či hra *Vězňovo dilema*. Hra Vězňovo dilema byla původně hra formulována v roce 1950 Merrillem Floodem a Melvinem Dresherem, kteří v té době pracovali pro RAND Corporation. Hru pak formalizoval profesor Albert W. Tucker z Princetonské univerzity a nazval jí právě Vězňovo dilema (Rapoport & Chammah, 1965).

V této hře jsou zatčeni dva imaginární vězni (A, B) a obviněni z vážného zločinu. Policie nemá dostatek důkazů k jejich usvědčení a odsouzení. Jediná šance je, že by se alespoň jeden podezřelý přiznal. Policie proto zadrží každého podezřelého zvlášť a uvězní je v oddělených celách tak, aby spolu nemohli komunikovat během vyšetřování. Každému z nich pak navrhne následující:

- pokud se A přizná a B ne, A bude propuštěn a B zůstane za mřížemi po dobu deseti let (užitek A: 0, B: -10),
- pokud se B přizná a A ne, B bude propuštěn a A zůstane za mřížemi po dobu deseti let (užitek A: -10, B: 0),

- pokud se ani jeden z nich nepřizná, A i B budou uvězněni pouze na kratší dobu jednoho roku za malý přečin (užitek A: -1, B: -1),
- pokud se oba přiznají, bude oběma zkrácen trest z deseti let na pět let za spolupráci při vyšetřování (užitek A: -5, B: -5).

Výplaty odpovídají v tomto případě době strávené ve vězení (Tabulka 2). Každý z vězňů se musí rozhodnout, zda se přizná (druhého zradí) nebo bude mlčet. Každý z nich má navíc jistotu, že jeho případná zrada nebude druhému známa až do konce vyšetřování. Abychom tuto hru vyřešili, musíme najít dominantní strategii každého hráče, což je nejlepší reakce (strategie) každého hráče bez ohledu na to, jak bude reagovat druhý hráč. Z pohledu hráče A, pokud hráč B bude spolupracovat (nepřizná se), pak A bude se zradou (přizná se) na tom lépe – zůstane na svobodě. Pokud hráč B zradí (přizná se), pro A je lepší opět varianta zrady (přizná se) a tím dostane místo deseti let pouze pět let. Stejně jako hráč A bude uvažovat i hráč B. Nakonec tedy oba hráči dospějí k závěru, že nejlepší strategií pro každého z nich bez ohledu na strategii druhého je zradit a jít do vězení na pět let, přestože by nejlepší varianta pro oba současně byla spolupracovat (nepřiznat se) a jít do vězení pouze na jeden rok.

Nashova rovnováha tak odpovídá v našem případě stavu, kdy oba hráči zradí – z jejich pohledu každý použil nejlepší možnou strategii. Přesto můžeme vidět, že se tak odsoudili k daleko delšímu pobytu ve vězení, než kdyby oba spolupracovali.

Tabulka 2: Hodnoty výplatní funkce pro hru Vězňovo dilema.

		B			
		Spolupráce (nepřiznat se)		**Zrada (přiznat se)**	
A	**Spolupráce**	**-1**	**-1**	**-10**	**0**
	Zrada	**0**	**-10**	**-5**	**-5**

Zdroj: vlastní úprava

2.1.4 Smíšené strategie

Ukázalo se, že některé hry (jako například kámen-nůžky-papír) nemají v množině čistých strategií řešení (viz dále). Množina strategií v takových, ale i v jiných hrách, se proto rozšiřuje na množinu všech rozložení pravděpodobnosti nad množinou čistých strategií (každou ze strategií hry kámen-nůžky-papír budu hrát s pravděpodobností 1/3). Prvky této rozšířené množiny nazýváme smíšené strategie.

Jako první se zkoumáním rovnovážných bodů pomocí smíšených strategií zabýval John von Neumann (Kuhn, 2003). Normativním pohledem na teorii her rozumíme právě hledání takových optimálních řešení. Jedním z prvních výsledků teorie her byl von Neumannův teorém o minimaxu. Teorém můžeme použít pouze pro hry, ve kterých mají hráči opačné zájmy – např. hra Panna a orel, tedy pro hry dvou hráčů s nulovým součtem. Zajímavé je, že název tohoto teorému je mírně zavádějící, protože racionálním řešením hry dvou hráčů s nulovým součtem je použití principu maximin. Tento princip říká, že je nutné nejdříve najít nejhorší možnou výplatu, kterou bychom mohli v průměru získat z každé smíšené strategie, a pak zvolit tu ze strategií, u které je tato nejhorší výplata největší (Binmore, 2014). Maximinová strategie hráče 1 tak bude hrát pannu a orla stejně často – to mu zajistí nulovou výplatu.

Kritici tohoto teorému poukazovali na to, že svět není jen hra čistého konfliktu a nelze na něj tedy aplikovat teorii her. Von Neumann sice dával přednost spolupráci před konfliktem, ale uvědomoval si, že je lepší se občas chovat agresivně i když chceme dosáhnout spolupráce. Spolupráce a konflikt jsou dvě strany téže mince (Binmore, 2014) a pokud chceme porozumět jedné straně, musíme brát v úvahu i stranu druhou. Ovšemže nemůžeme na základě hry Panna a orel tvrdit, že život je plný konfliktů. Stejně tak ale nemůžeme na základě hry Na řízení (viz dále) tvrdit, že je život plný spolupráce. Tímto pouze odlišujeme dva aspekty lidského chování, abychom je mohli zkoumat každý zvlášť.

John Nash dokázal, že každá hra s konečným počtem hráčů a konečným počtem strategií má alespoň jednu smíšenou strategickou rovnováhu. Zavedení smíšených strategií rozšiřuje množinu řešitelných her, jak ukázal John Nash: každá hra s konečným počtem hráčů a konečným počtem čistých strategií u každého hráče má v množině smíšených strategií alespoň jedno řešení (Maňas, 2002). V roce 1951 pak zavedl pojem rovnovážného bodu a dokázal zobecnění výše uvedené věty pro všechny konečné nekooperativní hry. Každý hráč má několik strategií a v principu může hrát jakoukoliv z nich. Nashovo Equilibrium je taková strategie, která je z hlediska zisku optimální pro oba hráče. Pokud se jeden z hráčů od této strategie odchýlí, nemůže svůj zisk již navýšit, v lepším případě bude jeho zisk stejný, v opačném pak nižší.

Pro variantu nekonečné nekooperativní hry dvou hráčů není znám univerzální postup k nalezení optimálního řešení. Dokonce je dokázáno, že optimální řešení nemusí existovat. Dá se však najít pro některé typy výplatních funkcí (Chobot & Turnovcová, 1980).

Uveďme si nyní příklady her, ve kterých se uplatňují smíšené strategie:

Jestřáb a hrdlička

Jde o aplikaci hry *Vězňovo dilema*, která se objevuje v evoluční biologii. Název hry je pouze obrazný, má vystihnout způsob chování jedinců v populaci při konfliktu. Mějme nekonečnou populaci, jejíž jedinci (hráči) se náhodně potkávají v teritoriu. Hráči jsou naprosto stejní kromě jedné věci – liší se jejich chování v boji při vzájemném střetu. Toto chování můžeme rozdělit na dva druhy (Binmore, 2014):

- chování jestřába – vždy zaútočí, bojuje tvrdě, agresivně a vzdá se pouze tehdy, je-li zraněn nebo zabit,
- chování hrdličky – chová se mírumilovně, přímým útokům se spíše vyhýbá, má tendenci buď útok jen naznačit, nebo rovnou prchnout.

Hráči mohou bojovat prakticky o cokoliv, může se jednat např. o potravu, partnera nebo území pro život. Pokud se potkají dva jestřábi, zaútočí na sebe. Každý z nich s pravděpodobností ½ souboj vyhraje se ziskem (výplatou) V, ale se stejnou pravděpodobností ½ naopak souboj prohraje a jeho ztráta bude D; očekávaná výplata každého z jestřábů je tedy (V-D)/2. Pokud se potká jestřáb a hrdlička, jestřáb vyhrává a hrdlička prchá. Jeho zisk je tedy maximální (V), naopak hrdlička vše ztratí (zisk 0). Pokud se potkají dvě hrdličky, předmět „souboje" si rozdělí rovným dílem. Zisk tak je V/2 pro každou z nich. Konflikt můžeme schematicky znázornit jako dvojmaticovou hru (Tab. 3):

Tabulka 3: Hodnoty výplatní funkce pro hru Jestřáb-hrdlička.

Hráč 1 / Hráč 2	Jestřáb	Hrdlička
Jestřáb	$(\frac{V\text{-}D}{2},\frac{V\text{-}D}{2})$	(V,0)
Hrdlička	(0,V)	$(\frac{V}{2},\frac{V}{2})$

Zdroj: vlastní úprava

Při hledání strategií musíme rozlišit dvě možnosti:

- $V \geq D$: Nashovou rovnováhou je strategie jestřáb. Z hlediska evoluční stability by pak všichni jedinci v populaci museli být jestřábi. Naopak, strategie hrdlička není z evolučního hlediska stabilní, protože populace hrdliček muže být kdykoliv napadena jestřábem, jemuž se v populaci hrdliček daří lépe.
- $V < D$: v tomto případě je očekávaný výnos při střetu dvou jestřábů záporný a hra nemá mezi čistými strategiemi Nashovu rovnováhu. Užijeme tedy smíšené strategie:
  - strategii jestřáb použij s pravděpodobností p,
  - strategii hrdlička použij s pravděpodobností 1-p.

Lze ukázat, že Nashovou rovnováhou je pak smíšená strategie, a to jestřáb s pravděpodobností $p = \frac{V}{D}$ a hrdlička s pravděpodobností $1 - p = 1 - \frac{V}{D}$. Stav populace se ustálí v poměru jestřábi:hrdličky na: $\frac{V}{D} : \frac{D-V}{D}$. V tomto stavu by pak populace setrvala, protože se žádnému jedinci nevyplatí strategii měnit – kdyby se jestřáb stal hrdličkou, byl by často porážen ostatními jestřáby, což by vedlo k tomu, že by se časem stal opět jestřábem a naopak, kdyby se stala hrdlička jestřábem, podstupovala by daleko více soubojů, a proto by se za čas stala opět hrdličkou. Z hlediska evoluce je tato strategie evolučně stabilní (Maynard Smith, 1982).

Panna a orel

Mějme následující matici výplat, která odpovídá hře „Panna a orel“ (v angličtině známá jako „Matching Pennies“) (Binmore, 2014):

Tabulka 4: Hodnoty výplatní funkce pro hru Panna a orel.

Hráč A	panna	orel
panna	👍	👎
orel	👎	👍

Hráč B	panna	orel
panna	👎	👍
orel	👍	👎

Zdroj: vlastní úprava

Dva hráči (A a B) mají každý svou vlastní minci (na rubu je panna, na líci orel). Ve stejný okamžik si oba hráči navzájem ukáží své mince. Pokud jsou strany obou mincí shodné, vítězí hráč A. V opačném případě, jsou-li strany obou mincí různé, vítězí hráč B. Tabulka 4 znázorňuje výhry a prohry pro všechny možné kombinace strategií hráčů A a B. Tyto výsledky představují výplaty hráčů ve hře (výplata nemusí být nutně vyjádřena čísly). Pokud uspořádáme výplaty hráčů A a B do jediné tabulky (Tabulka 5), pak výplata hráče A je v dolním rohu a výplata hráče B v horním rohu příslušného pole. Hráč A si vybírá řádek, hráč B sloupec.

Tabulka 5: Hodnoty výplatní funkce pro hru Panna a orel.

	panna	**orel**
panna	👎 👍	👍 👎
orel	👍 👎	👎 👍

Zdroj: vlastní úprava

Výsledek smíšené strategické rovnováhy hry Panna a orel je znám: každý hráč by měl náhodně rozdělit pravděpodobnost 50/50 mezi obě alternativy. Smíšená strategická rovnováha poukazuje na aspekt Nashovy rovnováhy, který je často pro začátečníky matoucí. Nashova rovnováha nevyžaduje pozitivní důvod pro hraní rovnovážné strategie. Při hře Panna a orel jsou oba hráči indiferentní: nemají žádný dobrý důvod k náhodnému rozdělení 50/50 než k jakékoliv jiné volbě. Rovnováha je však dosažena pouze pro volbu 50-50. Hlavní věc, kterou je třeba mít na paměti, je, že Nashova rovnováha se nepokouší vysvětlit, proč hráči hrají tak, jak hrají. Navrhuje pouze způsob hraní, aby žádný hráč neměl motivaci hrát jinak. Pokud se totiž například hráč 1 rozhodne hrát Panna s pravděpodobností 80% a Orel s pravděpodobností 20%, pak hráč 2 bude nakonec předvídat strategii soupeře a proto bude hrát Orla pokaždé. To povede k pozitivnímu výnosu $0{,}8 \cdot 1 + 0{,}2 \cdot (-1) = 0{,}6$ za hru pro hráče 2, respektive k výplatě $-0{,}6$ pro hráče 1. Nejlepší výplatu tak hráč dostane stejně častým hraním obou alternativ, což mu zajistí nulovou výplatu.

Kámen, nůžky, papír

Dříve jsem popisoval hru hráčů s dvěma kartami – v této hře nám optimální strategie na matici výplat určily tzv. sedlový bod. Obecně však tento postup nemusí fungovat, protože sedlových bodů může být na matici výplat více, případně tam nemusí být žádný. Uvažujme hru kámen-nůžky-papír: na matici výplat této hry lze vidět, že nemá žádný sedlový bod a tedy ani Nashovu rovnováhu mezi svými strategiemi.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Optimální řešení přesto existuje. V případě, že hru kámen-nůžky-papír hrajeme mnohokrát za sebou a dávali bychom z nějakého důvodu přednost např. strategii „papír“ (P), tak si toho zcela jistě po určité době racionální protihráč všimne a využije toho k vlastní výhře. Každý racionální hráč tedy uvažuje následovně: S jakou pravděpodobností mám hrát své strategie, abych nepomohl soupeři k výhře tím, že pro něj bude výhodné hrát některou svou strategii?

Logicky lze odvodit, že by měla být volena každá ze strategií stejně často (se stejnou pravděpodobností). Každý hráč tedy volí strategii P s pravděpodobností ⅓ a se stejnou pravděpodobností i zbylé strategie K (kámen) a N (nůžky). V tomto případě se tedy nejedná o čisté strategie K, N, P, ale strategie smíšené, což jsou vektory pravděpodobností volby příslušné čisté strategie.

V případě smíšených strategií Nashovu rovnováhu hledáme jako lokální maximum funkce dvou proměnných W(p,q). Standardní postup hledání takových maxim je následující. Nejdříve vypočítáme parciální derivace funkce W vzhledem k oběma proměnným a tyto derivace položíme rovny nule. Řešením takto vzniklé soustavy dvou rovnic o dvou neznámých dostaneme takzvané stacionární body. Testem druhé derivace či jiným způsobem, případně vizualizací, pro každý bod určíme, zda je lokálním maximem, lokálním minimem, případně není lokálním extrémem.

2.1.5 Kritika teorie her

Nejrozšířenější kritikou je hlavní předpoklad teorie her - lidé jednají racionálně a přesně vědí, co v dané situaci chtějí. Ale tento scénář jen stěží odráží skutečný život (Romp, 1997). Dle Rompa jsou výsledky některých empirických pozorování rozdílné s prognózami teorie her právě díky tomu, že hráč (myšleno v reálném životě) nemusí vždy jednat s teoreticky předpokládanou informací. Existují dva hlavní důvody, proč tomu tak je:

- informace mu není známa,
- hráč má sice dostatek indicií k získání potřebné informace, ale neumí si jí odvodit.

Hra je tedy považována za takovou, kde dochází ke spolupráci všech racionálních hráčů. Každý z hráčů má pak určitou informaci o stavu hry a tato informace je sdílená s ostatními hráči. Při volbě jednotlivých strategií je pak žádoucí brát v potaz rozhodnutí a volby ostatních hráčů (spoluhráčů). Každou takovou hru pak můžeme definovat jako společnou znalost všech hráčů, tzv. *common knowledge* (Romp, 1997). Informace, které jednotliví hráči znají, jsou zároveň známy každému hráči, a současně má každý hráč informaci o tom, že je to známo všem ostatním. Díky předpokladu racionality a sdílené znalosti informací v teorii her by se zdálo pravděpodobné, že každý hráč dospěje ke stejnému výsledku. Jak jsem napsal na začátku této podkapitoly, v reálném životě se tento předpoklad úplně nepotvrzuje. Tím pádem je na jedné straně odhad výsledku hry z předpokládané racionality hráčů, na straně druhé pak samotný výsledek z reálného uvažování hráčů. Toto tvrzení můžeme podpořit faktem, že existuje více rovnovážných stavů při užití čistých strategií a samotná interpretace strategií smíšených (Peliš, 2007).

Robert Aumann navrhnul následující: pravděpodobnostní rozložení na prostoru čistých strategií považovat raději jako subjektivní přesvědčení toho, jak mohou reagovat protihráči. Tomuto názoru se přiklání i Harsanyi ve své doktríně: jestliže mají racionálně uvažující hráči stejné informace, musí mít i stejná přesvědčení (Peliš, 2007). Stále je však zapotřebí zkoumat rozhodování jednotlivců ve složitých situacích a za předpokladu, že informace není úplná. Nevíme totiž, zda budou jednotliví hráči schopni odvodit všechny dostupné závěry. Dalo by se tedy říci, že se budou jednotliví hráči v reálném světě rozhodovat na základě vícenásobného hraní buď stejné hry, nebo her podobných. Teorie her umí analyzovat různé situace za daných podmínek, nicméně dle Reinharda Seltena od ní nelze očekávat návod pro nějakou konkrétní situaci. (Harsanyi & Selten, 1988).

Mezi hlavní nedostatky pojetí Nashovy rovnováhy řadíme (Peliš, 2007):

- *„možnost existence vícenásobných či ekonomicky nezajímavých rovnovážných stavů“,*
- *„předpoklad, že jednotliví účastníci hry mají úplné informace o preferencích ostatních hráčů“.*

V roce 1994 získal Reinhard Selten Nobelovu cenu za ekonomii za průkopnickou analýzu rovnováhy v teorii nekooperativních her (Duch Guillot, 2007). Selten snížil počet případných rovnovážných řešení na základě podmínek, které muselo rovnovážné řešení splňovat. Zároveň s tímto snížením řešení odstranil ekonomicky "nerozumná" řešení. V roce 1965 zavedl Selten pojem *subgame perfection* pro zdokonalení teoretického konceptu Nashovy rovnováhy. *Subgame perfection* je pojmenování takových strategií všech hráčů, které musí splňovat podmínky Nashovy rovnováhy v každé *subgame* hře, která bude nekonečně opakovaná. Tento pojem lze také vysvětlit na nekonečně opakované hře Vězňovo dilema: strategie, která by splňovala podmínky *subgame perfection* je například strategie, kdy bude vězeň A (nepřizná se) spolupracovat s vězněm B tak dlouho, dokud bude spolupracovat i vězeň B. V momentě, kdy by vězeň B změnil svou strategii a přiznal by se, pak by svou strategii změnil i vězeň a přiznal by se též a v následujících *subgames* nekonečně opakované hry již nebude s vězněm B spolupracovat (Peliš, 2007).

Selten dosáhl dalšího zdokonalení Nashovy rovnováhy pomocí tzv. rovnováhy "třesoucí se ruky" (Peliš, 2007). Každý hráč bude předpokládat, že se jiný hráč dopustí chyby (neboli se mu bude třást ruka) a to s určitou malou pravděpodobností. Pokud je Nashova rovnováha dostatečně odolná ohledně malých pravděpodobností výše popsaných chyb, říkáme, že je Nashova rovnováha tzv. *tremblinghand perfect* (Harsanyi & Selten, 1988).

Analýzou her s neúplnými informacemi (tzv. bayesiánské hry) se koncem 60. let zabýval John C. Harsanyi. Harsanyi získal v roce 1994 Nobelovu cenu za práci v teorii her a matematické teorii lidského chování v konkurenčních situacích, která se stala velmi silným nástrojem pro analýzu skutečných konfliktů v podnikání, řízení a mezinárodních vztazích ("Nobel Laureate John C. Harsanyi, UC Berkeley economist and game theory pioneer", 2000). Příkladem hry s neúplnými informacemi může být tato situace: mějme finanční trhy, jejichž účastníci nemají dostatečné informace o dalších krocích centrální banky v oblasti inflace a nezaměstnanosti. V praxi to znamená, že žádný z účastníků neví, jaká bude její politika ohledně úrokových sazeb. Dalším příkladem může být „obálková metoda“ – ať už se jedná o prodej bytů, nějaké výběrové řízení apod. V hrách s neúplnými informacemi minimálně jeden hráč neví nebo si není jistý, jaká je výplatní funkce dalšího hráče. Každý hráč je něčím charakteristický, má své preference a své strategie (jedná se o určitý „typ“ hráče). Každý typ odpovídá určitému souboru preferencí hráče a subjektivního rozdělení pravděpodobností ohledně toho, jakého typu jsou ostatní hráči. Strategie pak volí podle toho, jaké typy hráčů se účastní dané hry (Harsanyi, 1967).

Harsanyi vyvinul metodu, kterou transformoval hry s neúplnými informacemi na hry s úplnými informacemi. Ty pak mohly být analyzovány s pomocí standardních nástrojů (Peliš, 2007).

2.2 Hodnota cestovního času

Hodnota cestovního času má dlouhou historii v mikroekonomické teorii, tato historie se datuje kolem roku 1965, kdy Becker zveřejnil klíčový příspěvek o optimálním rozdělování času. V pojetí Beckera je čas nespotřebovaný vstup k přípravě finálních výrobků (Becker, 1965). Dalším představitelem, který se v roce 1966 hodnotou času začal zabývat, je Johnson. Ten proti sobě položil čas a volný čas (otázka preferencí) jako dva samostatné argumenty užitkové funkce. Dokázal, že hodnota cestovního času je rovna součtu dvou hodnot, a to úrovni mezd a peněžní hodnotě mezní dis-utility práce v čase. Johnson dospěl k závěru, že mzda obsahuje vychýlený odhad hodnoty cestovního času směrem vzhůru. Po Johnsonovi dospěl ke stejnému závěru také Oort (1969), ten tvrdil, že doba jízdy má být sama o sobě přidávána do funkce utility spotřebitele. Další, kdo se dostal o krok dál směrem k formální integraci času ve standardní mikroekonomické teorii poptávky, byl DeSherpa, ten jasně rozděluje čas na čas strávený nezbytnostmi a čas stráveným dle volby každého (Mackie, Wardman, Fowkes, Whelan, Nellthorp & Bates, 2003).

2.2.1 Metodika výpočtu hodnoty cestovního času (VOT)

Jak už bylo řečeno, znalost hodnoty cestovního času je nezbytná pro výpočty v analýzách nákladů a výnosů v nejrůznějších veřejných projektech týkajících se dopravní infrastruktury. Metodika nejrůznějších zpracovávaných analýz je různá. Vždy se ale vychází ze základního rámce, který určil Becker (1965) a Evans (1972), tedy model diskrétní volby:

$$VOTT = MRS = \frac{\delta V \div \delta T}{\delta V \div \delta C}$$

Ve své podstatě se jedná o vyjádření vztahu mezní míry substituce parciálně derivované hodnoty V času T a parciálně derivované hodnoty V cestovních nákladů C. Z tohoto modelu se získá poměr mezi mezními užitky ušetřeného času a ušetřených cestovních nákladů (Becker, 1965):

$$VOTT = MRS = \frac{\beta t}{\beta c}$$

Takto určený model výpočtu je součástí všech studií o hodnotě cestovního času, model je možno upravovat pomocí nejrůznějších parametrů. Po dosazení určených parametrů by měl vzniknout sofistikovaný model, který co nejpřesněji odráží ekonomickou realitu. Nejčastěji využívanými parametry jsou věk, pohlaví, účel cesty, výše příjmů nebo počet pracujících členů domácnosti. Autorem zvolené parametry (atributy) se společně s hodnotami cestovního času sbírají od respondentů a zahrnují se do užitkové funkce (Becker, 1965):

$$\beta c \times cena1 + \beta t \times čas1 + \beta x \times hodnotax + \beta y \times hodnotay + \ldots$$

$$\beta c \times cena2 + \beta t \times čas2 + \beta x \times hodnotax + 1 + \beta y \times hodnotay + 1 + \ldots$$

Za proměnné cena1, čas1 a cena2, čas2 se dosadí konkrétní hodnoty jednotlivých respondentů, přičemž další parametry (v tomto případě βx a βy) musejí být definovány (kupř. βx = věk, βy = pohlaví) a rovněž musejí nabývat číselných hodnot (Becker, 1965).

2.2.2 Veřejná politika a hodnota cestovního času

Každá vláda se v dnešní době zabývá otázkou hodnoty cestovního času, tato otázka je pro veřejnou politiku stěžejní, a to především s ohledem na kvalitu, rozvoj infrastruktury, dopravních systémů. V praxi se politici spoléhají na provedené analýzy nákladů u každého konkrétního řešeného projektu. Cílem je vždy zkvalitňování dopravní infrastruktury. Zpravidla se řeší dva důležité prvky a to hodnota cestovního času (VOT) a hodnota doby jízdy- spolehlivost (VOR). Pokud veřejní činitelé stojí před otázkou výběru ze dvou vzájemně se vylučujících projektů infrastruktury veřejné dopravy (například výstavba nové vysokorychlostní železnice=významná úspora času nebo výstavba obchvatu=zvýšení přepravní kapacity), může jim při tom pomoci studie, která je teoreticky odvoditelná od monetárních opatření VOT a VOR (Wardman, Chintakayala & de Jong, 2016).

Jak již bylo zmíněno, hodnota cestovního času je jedním z nejdůležitějších parametrů při dopravním plánování ve všech zemích. Některé mezinárodní organizace disponují oficiálními hodnotami, tak aby byly dopravní projekty, programy a politiky hodnoceny na pevných základech. Tak zvané národní studie byly provedeny v Dánsku, Německu, Nizozemsku, na Novém Zélandu, v Norsku, Švédsku, Švýcarsku a ve Velké Británii. Na základě těchto důkazných studii se dá zkoumat celá škála časově provázaných proměnných v nejrůznějších kontextech. Například v otázce vysokorychlostních železnic, nových zpoplatněných úseků silnic/dálnic, tranzitních režimů, zpoplatnění koncesí, zlepšení místní autobusové dopravy, služeb meziměstských vlaků, zlepšení infrastruktury pro chodce a pro cyklisty (Wardman, Chintakayala & de Jong, 2016).

Hodnota cestovního času v Evropě byla analyzována na základě údajně největší revize oceňování jednotlivých atributů spojených s cestovním časem (meta-analýza). Revize pokrývá evropské hodnoty pro cestování ve vozidle, čas strávený chůzí, čekací dobu, pokroky, čas potřebný pro vyhledání vhodného parkování, změny v časech odjezdu, čas strávený ve ztížených dopravních podmínkách a variabilita doby jízdy (Mackie, Wardman, Fowkes, Whelan, Nellthorp & Bates, 2003).

2.2.3 Meta-analýza

Meta-analýza je statistická metoda, která souhrnně analyzuje údaje z několika dílčích na sobě samostatných studií. Cílem je identifikace a kvantifikace převažujících tendencí nebo zjištění příčin různých závěrů prací. Postup při zpracování meta-analýzy (Wardman, Chintakayala & de Jong, 2016):

- vyhledání všech (i nepublikovaných) prací,
- výběr všech vyhovujících studií,
- extrakce dat,
- posouzení homogenity dat, snaha o její zvýšení,
- vlastní analýza.

Meta-analýza (VOT) provedena v okruhu Evropy, pokud byla provedena správně, poskytla mnohem přesnější a objektivnější údaje, než jednotlivě prováděné studie. Snížila výskyt falešných výsledků, zjistila příčiny rozdílných závěrů některých prací a umožnila testování hypotéz. Provedená studie je založená na 389 studiích, které pokrývají 26 evropských zemí v letech 1960-2011 (Wardman, Chintakayala & de Jong, 2016).

2.2.4 Individuální hodnota cestovního času

Ochota platit za cestování je velmi individuální a odvíjí se od dané socio-ekonomické úrovně každého, záleží také na účelu cesty a různých situačních faktorech, jako je časový tlak. Dříve se analýza hodnoty cestovního času zabývala pouze prvními dvěma zmiňovanými faktory (socio-ekonomická úroveň a účel cesty), ale už nezohledňovala různé situační faktory důkladně. Obecně se ale předpokládá, že (alespoň ve většině případů) pracovník je ochoten platit v době před zaměstnáním více než v období po práci. Tento fakt vyplývá z toho, že se každý zaměstnanec musí dostavit do práce na čas nebo včas. Po odchodu ze zaměstnání už každý mívá svůj harmonogram uvolněnější, a proto ochota platit za čas strávený cestováním se snižuje, klesá. Časový tlak vytvářený na zaměstnance před nástupem do zaměstnání činní dobu cennější, tím se zvyšuje hodnota cestovního času. Pokud ovšem pracovník po práci nemá flexibilní plán a je například omezován koupenými lístky na koncert (kde musí být v určitou dobu) situace je odlišná a hodnota cestovního času se opět zvyšuje, vzhledem k dalšímu cestovnímu tlaku (Paleti, Vovsha, Givon & Birotker, 2015).

2.2.5 Úspora cestovního času

Hodnota cestovního času se týká nákladů na čas strávený na cestě, včetně čekání. Zahrnuje náklady zákazníků za čas strávený na cestě i náklady firem na plat zaměstnance za čas, který na cestě stráví. Doba cesty je jedna z největších částí cestovních nákladů. Proto jsou úspory času často největším přínosem dopravních projektů. Hodnota úspory času poukazuje na výhody ze zkrácení doby cesty. Úspora času je klíčovým determinantem při výsledcích hodnocení (Moral-Benito, 2009).

Uživatelé mohou zaplatit poplatky za snížení doby cesty a lepší časovou spolehlivost, jejich ochota platit se často projeví jako hodnota času nebo hodnota spolehlivosti (Hossan, Asgari & Jin, 2016).

Cestovní čas a dopravní situace jsou klíčovými komponenty dopravních monitorovacích systémů. Jejich odhad je rozhodující pro dopravní manažery, především v případě přetížení dopravní sítě. Také jsou užitečné při vyhodnocení řízení dopravní politiky a poskytování orientačních informací uživatelům (Hans, Chiabaut & Leclercq, 2015).

Koncepčním základem ocenění času je možnost utratit peníze navíc za ušetření času stráveného na cestě, a tím zvýšit množství času k práci nebo pro volnočasové aktivity. Tato možnost vzniká nejméně ve třech kontextech (Sinha & Labi, 2007):

- volba mezi drahou rychlou dopravou nebo pomalejší a levnější alternativou,
- volba mezi poplatky za zkrácení cesty (mýtné) a delší trasou, která je zdarma,
- volba mezi drahými aktivitami a rezidencemi blízko pracoviště a levnějšími aktivitami a rezidencemi, které jsou od pracoviště dál.

Tím, že analyzujeme citlivost takovýchto výběrů v čase a nákladech, můžeme odhadnout hodnotu cestovního času. Tento koncepční rámec získáme následujícími pohledy na hodnotu úspory cestovního času:

- v pracovní době se vyrábí zboží, a proto má společenskou hodnotu, která je nezávislá na hodnotách preferencí pracovníků,
- čas versus peníze, kompromis preferencí se liší člověk od člověka,
- hodnota času mimo pracovní dobu by se dala považovat za rovnající se mzdě, pouze v hypotetických situacích, kdy si lidé mohou svobodně zvolit, kolik hodin budou pracovat a neberou práci za obtíž,
- aktivity a čas jsou konzumovány společně. Jako taková hodnota úspory času souvisí s hodnotou s tím spojených činností.

Hodnota cestovního času je často odhadnuta jako podíl na osobním nebo rodinném příjmu. Obecně platí, že čím vyšší mají lidé příjem, tím více si cení svůj čas. Rozdílné hodnoty času se pohybují mezi regiony v rámci jedné země v důsledku rozdílů v příjmech. Při vyhodnocování investic na základě časových hodnot nabídek, které odrážejí související rozdíly v příjmech, může dojít k tomu, že oblasti s vysokými příjmy přilákají investice, které dále zvyšují příjmy, zatímco do oblastí s nízkým příjem nikdo investovat nechce. Vyhnout se této situaci může stát pomocí průměrných mzdových tarifů pro hlavní pracovní kategorie, národní průměrný příjem může být použit pro oceňování volnočasových úspor, zejména pokud zmírnění chudoby nebo regionální přerozdělování příjmů je cílem dané země (Sinha & Labi, 2007).

3 Metodika

V této diplomové práci jsou použity metody indukce, systémové analýzy, studia literatury a vědeckých publikací, ať už v tištěné nebo elektronické formě.

Indukce je jednou z vědeckých metod. Umožňuje vyvodit obecný závěr z empirických poznatků. Indukce je proces vyvozování obecného závěru na základě poznatků o jednotlivostech. Díky indukci docházíme postupně od jednotlivých závěrů k obecným. Závěr z indukce pak může být považován za hypotézu. Vzhledem k tomu, že je ale vždy ovlivněn subjektivními zkušenostmi či znalostmi, má omezenou platnost. Indukce lze použít v případech, kdy je pozorován nějaký fakt a my se ptáme „*Proč to tak je?*“ Pro získání odpovědi si vytvoříme předběžnou hypotézu a ta je přijatelná tehdy, pokud nám vysvětlí, proč daný jev nastal (Molnár, 2010).

Indukce spolu s dedukcí a abdukcí vycházejí z výrokové logiky, tzv. implikace.

Vzhledem k cíli diplomové práce - možnosti využití teorie her v podmínkách dopravních toků – jsem se zaměřil na literaturu a publikace se vztahem k teorii her a hodnotě cestovního času. Z hlediska teorie her byly studovány teoretické modely teorie her a jejich uplatnění v praxi. V literární rešerši teorie her jsem se zaměřil především na Nashovo equilibrium, čisté a smíšené strategie.

Další zkoumaný jev související s dopravou byla hodnota cestovního času, kde jsem se pak mimo jiné zaměřil na úsporu cestovního času a metodiku výpočtu hodnoty cestovního času. Hodnota cestovního času je přímo spojená s aplikací teorie her v podmínkách dopravních toků. Bude-li totiž efektivněji řešen dopravní tok na základě dopravního řešení jako jsou např. kruhové objezdy, křižovatky nebo jízdní pruhy, bude díky větší plynulosti dopravy docházet nejen k zlepšování životního prostředí z důvodů snižování emisí, ale i ke značným ekonomickým úsporám snižováním hodnoty času potřebného na cestu. Tuto úsporu se snaží diplomová práce řešit v teoretické části aplikací teorie her na pravidlo ZIPu.

Nedílnou součástí metodiky pak bylo prostudování zákonů k pravidlu ZIPu, která jsou legislativě ustanovena od roku 2000 v Zákoně č. 361/2000 Sb., o silničním provozu. Konkrétně se této problematice věnuje §12, odstavec (5). Dokumentem, který definuje dopravní značení, je příloha č. 5 k vyhlášce č. 294/2015 Sb.

4 Analýza využití teorie her v podmínkách dopravních toků

Analýza využití teorie her v podmínkách dopravních toků bude zpracována metodou indukce. V následujících čtyřech kapitolách budou popsány možné aplikace teorie her v podmínkách dopravních toků. Jedná se o využití teorie her při změně jízdního pruhu, využití teorie her z pohledu řidičů při pravidle ZIPu nebo dopady Braessova paradoxu při některých řešeních dopravní infrastruktury. V závěru kapitoly bude provedeno vyhodnocení analýzy popsaných případů.

4.1 Využití teorie her při změně jízdního pruhu

Chování řidičů při řízení vozidel zcela jistě ovlivňuje bezpečnost silničního provozu a průjezdnost či naopak neprůjezdnost na dopravních komunikacích. A právě změna jízdního pruhu díky interakci přejíždějícího řidiče s ostatními účastníky silničního provozu má významný vliv na plynulost a bezpečnost provozu. Několik studií dospělo k závěru, že změna jízdního pruhu může způsobovat snížení plynulosti silničního provozu nebo dokonce jeho úplné zastavení (Bertini & Leal, 2005). Dopady manévrů řidičů měnících jízdní pruh byly modelovány v několika studiích. Zejména Liu (2007) tvrdí, že dopravní konflikty mezi vozidlem, které přijíždí ze slučovacího pruhu a vozidlem, jedoucím v průběžném pruhu (jež jsou běžné zejména na dálnicích v místech, kde vozidla najíždějí z odstavného místa zpět na dálnici), jsou známé tím, že způsobují tzv. rázové vlny – ty pak vedou k přetížení dopravy na příslušné komunikaci. Pro analýzu dopravního toku je proto důležitý vývoj nejmodernějšího modelu najíždění na dálnici a připojování se do průběžného pruhu, který ve své práci popisují (Kang & Rakha, 2020).

Obecně lze proces změny jízdního pruhu popsat čtyřmi po sobě jdoucími kroky (Rahman, Chowdhury, Xie & He, 2013):

1. rozhodnutí ke změně jízdního pruhu,
2. výběr cílového jízdního pruhu,
3. výběr mezery mezi auty v cílovém pruhu,
4. provedení změny jízdního pruhu.

Pro modelování chování při změně jízdního pruhu byly vyvinuty modely pro změnu jízdního pruhu pomocí různých metodik, které lze rozdělit do čtyř typů (Rahman, Chowdhury, Xie & He, 2013):

- ➢ modely založené na pravidlech,

- modely založené na diskrétních volbách,
- modely umělé inteligence,
- modely založené na pobídkách.

Model založený na pravidlech je jednou z nejpopulárnějších metodik založených na charakteru řidiče. Rozhodnutí řidičů v procesu změny jízdního pruhu jsou definovány jako nezávislé proměnné. Ve své práci představil Gipps (1986) model změny jízdního pruhu pokrývající různé situace v městském provozu. Tento model byl určen pro nástroje mikroskopické simulace provozu (Toledo, Koutsopoulos & Ben-Akiva, 2003). Gipps ve svém modelu popisuje změnu jízdního pruhu jako rozhodovací strom s řadou pevných podmínek. Konečným výstupem je binární volba (změna nebo žádná změna).

Model CORridor SIMulation (CORSIM) klasifikoval změny jízdních pruhů na dva typy (Rahman, Chowdhury, Xie & He, 2013):

- libovolná změna jízdního pruhu (DLC - discretionary lane-changing), ke které dochází v momentě, kdy je řidič nespokojen s dopravní situací ve svém aktuálním jízdním pruhu, zatímco cílový pruh vykazuje lepší jízdní podmínky,
- povinná změna jízdního pruhu (MLC - mandatory lane-changing), která je nutně vyžadována dle volby trasy (např. změna jízdního pruhu směrem na výjezd z dálnice).

Rahman kategorizoval model založený na teorii her, který vysvětluje dopravní konflikt mezi vozidlem přijíždějícím z připojovacího pruhu a nejbližším následujícím vozidlem v cílovém pruhu, jako model založený na pravidlech (Rahman, Chowdhury, Xie & He, 2013).

Druhý typ modelu s diskrétním výběrem se opírá o logit model nebo probitový model, které popisují jízdní manévry při změně jízdního pruhu. O změně jízdních pruhů se rozhoduje na základě pravděpodobnostních výsledků namísto binárních odpovědí. Ahmed ve svém modelu pracoval s motivací změnit jízdní pruh, volbou cílového jízdního pruhu a vyhodnocením mezery pro možné zařazení do cílového pruhu. Popsal tři kategorie změn jízdního pruhu (Ahmed, 1999):

- DLC - discretionary lane-changing
- MLC - mandatory lane-changing

- FM – vynucené zařazení, kdy řidič přesto, že není mezera na zařazení dostačující, provádí změnu jízdního pruhu

Toledo a kol. (2007) vyvinuli pravděpodobnostní model pro změnu jízdního pruhu kombinací MLC a DLC prostřednictvím jediné užitkové funkce. Oba modely vytvořené Ahmed (1999) a Toledo (2007) považovaly heterogennost řidičů, například agresivitu nebo úroveň řidičských dovedností, za náhodný termín jako jednu z vysvětlujících proměnných.

Třetí typ modelu, který zahrnuje fuzzy modely a modely umělé neuronové sítě (ANN), jsou modely umělé inteligence. Fuzzy model bere v úvahu nepřesné předjímání a rozhodnutí a zahrnuje více proměnných než běžné matematické modely. Fuzzy model má však nevýhody, jako jsou neočekávané potíže a složitost fuzzy pravidel (Ma, 2004). Model ANN zpracovává informace pomocí funkční architektury a matematických modelů, které jsou podobné neuronové struktuře lidského mozku (Rahman, Chowdhury, Xie & He, 2013). Hunt & Lyons (1994) modelovali rozhodnutí řidičů pro změnu jízdního pruhu na dvouproudých vozovkách. Protože je model neuronové sítě plně řízen daty a vyžaduje provozní data shromážděná v terénu, použili Hunt a Lyons k testování modelu interaktivní simulaci jízdy. Bohužel, jednou z hlavních nevýhod modelu ANN je to, že vyžaduje optimalizaci velkého množství dat a také vyžaduje poměrně rozsáhlé zaškolení.

Poslední typ modelu je model založený na motivaci řidiče - jinými slovy, tento model předpokládá, že se řidič rozhodne změnit jízdní pruhy proto, aby maximalizoval svůj užitek (Rahman, Chowdhury, Xie & He, 2013). Model „minimalizace celkového brzdění vyvolaného změnou jízdního pruhu“ (MOBIL - minimizing overall braking induced by lane change) je založen na měření výhod a rizik spojených se změnami jízdního pruhu, pokud jde o zrychlení provozu. Kritérium motivace i bezpečnostní omezení jsou proto vytvářeny pomocí funkce zrychlení základního modelu, který sleduje jednotlivé vozidlo. Kromě toho se model pokouší zachytit míru pasivní spolupráce mezi řidiči a faktor „zdvořilosti“ použít jako váhu pro celkovou výhodu okolních vozidel (Kesting, Treiber & Helbing, 2007).

4.2 Hra na řízení

Pravděpodobně nejjednodušší hra, kterou lze interpretovat v kontextu dopravy, je hra Na řízení. V této hře jde o to, že hráč A i hráč B mají opět k dispozici dvě čisté strategie: buď pojedou vpravo, nebo vlevo. V Tabulce 6 vidíme výplaty obou hráčů – na rozdíl od předchozí hry jsou jejich výplaty vždy shodné. Buď oba vyhrají, pokud si zvolí stejnou stranu nebo prohrají, pokud si zvolí strany různé. Hráč A si vybírá řádek, hráč B sloupec. V tomto případě tak nastává situace, když může vyhrát každý hráč (Binmore, 2014).

Tabulka 6: Hodnoty výplat hráčů ve hře Na řízení.

		Hráč A	
		vlevo	vpravo
Hráč B	vlevo	1 1	-1 -1
	vpravo	-1 -1	1 1

Zdroj: vlastní úprava

Pokud si oba hráči vyberou stejnou stranu, nastává Nashova rovnováha. Z Tabulky 6 vidíme, že v tomto případě existují dvě Nashovy rovnováhy. Hry, jako je tato, jsou ale často řešeny společenskou konvencí - předem se všichni hráči dohodnou na strategii tak, aby mohl každý vyhrát. Všichni řidiči v tomto případě ví, že nejlepší volbou z hlediska výplat obou hráčů je strana pravá. Tabulka 7 ukazuje, jaké by tedy měla mít hra Na řízení výplaty:

Tabulka 7: Hodnoty výplat hráčů ve hře Na řízení.

		Hráč A	
		vlevo	vpravo
Hráč B	vlevo	1 1	-1 -1
	vpravo	-1 -1	2 2

Zdroj: vlastní úprava

V tomto případě tedy již hráč ví, kde bude druhý hráč, a i když existují dvě Nashovy rovnováhy, vyberou si pouze jednu variantu – vpravo.

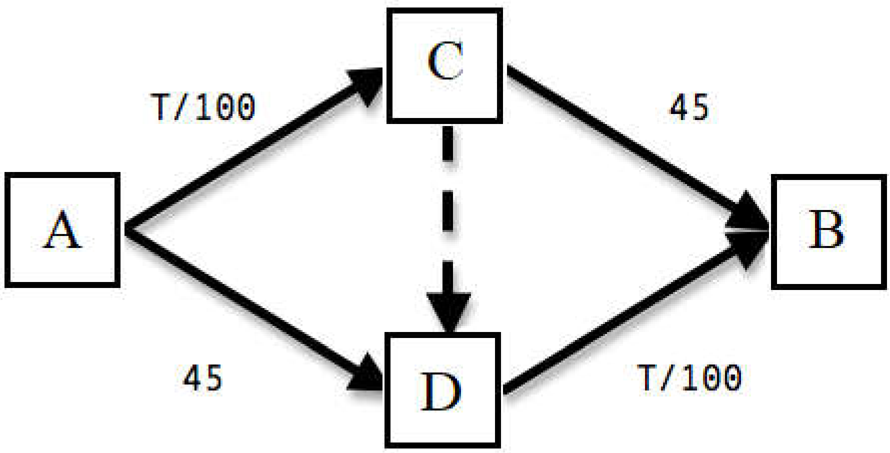
4.3 Braessův paradox

V roce 1968 publikoval německý matematik Dietrich Braess paradox, který se zabývá dopravní situací. Braess tímto paradoxem tvrdí, že pokud přidáváme do dopravní sítě další trasy, nemusí tyto trasy nutně snižovat cestu potřebnou k cíli, ale že přidání trasy může ve skutečnosti prodloužit dobu cestování pro všechny zúčastněné.

V roce 1969 se stala ve městě Stuttgart v Německu zajímavá událost (Baker, 2009). Do infrastruktury byly investovány značné peníze a vystavěly se nové silnice. Po jejich uvedení do provozu se dopravní situace nezlepšila, ale paradoxně naopak zhoršila. To trvalo až do doby, než byly tyto nové silnice uzavřeny. Zní to paradoxně, ale ve skutečnosti tomu tak bylo. Proč se tak stalo, to vysvětluje právě Braessův paradox.

Braessův paradox se opírá o rozumný předpoklad, že se řidiči např. cestou do práce pokusí vždy najít takovou trasu, která minimalizuje potřebný čas na projetí této trasy (Button, Vega & Nijkamp, 2010). Když se tedy otevře nová silnice, která znamená zkrácení původní trasy a předpokládá se tak zkrácení doby potřebné pro cestu, řidič se zákonitě pro tuto cestu rozhodne. Pokud ale všichni udělají totéž, mohou se na nové cestě tvořit kolony a ve výsledku je cesta do práce ještě pomalejší. Předpokladem pak je, že řidiči mohou následující den vyzkoušet jinou trasu. Po několika dnech nebo týdnech si najde každý řidič trasu, která se mu zdá nejrychlejší. Doprava se usadí do stavu rovnováhy.

Obrázek 1: Braessův paradox.



Zdroj: vlastní úprava

Uvažujme situaci vyobrazenou na obr. 1 (Easley & Kleinberg, 2010): Předpokládejme, že z bodu A vyjíždí denně do práce 4000 řidičů (aut) a chtějí se dostat do bodu B. Čas cesty v minutách z bodu A do bodu C je počet aut (T) děleno 100, stejně tak jako z bodu D do bodu B. Čas cesty z bodu A do bodu D je fixně 45 minut stejně tak, jako z bodu C do bodu B.

Nebude-li vybudována zkratka z bodu C do bodu D, pak čas potřebný k přesunu z bodu A do bodu B přes:

- Bod C při počtu aut C můžeme vyjádřit: $t_C = \frac{C}{100} + 45$,
- Bod D při počtu aut D můžeme vyjádřit: $t_D = \frac{D}{100} + 45$.

Pokud by kterákoli cesta z obou variant byla kratší, nejednalo by se o Nashovu rovnováhu: racionální řidič by zvolil trasu kratší. Každá cesta proto bude nakonec trvat stejně dlouhou dobu: $t_C = t_D$. Uvažujeme-li 4000 aut, pak platí, že:

- C + D = 4000, z čehož můžeme odvodit, že C = D = 2000,
- $t_{A-C-B} = \frac{2000}{100} + 45 = 65\ min,$
- $t_{A-D-B} = \frac{2000}{100} + 45 = 65\ min.$

Nyní předpokládejme, že přerušovaná čára C-D je propojovací silnice s extrémně krátkou dobou jízdy, pro zjednodušení dobu jízdy zanedbáme - 0 minut. V této situaci si všichni řidiči vyberou spíše trasu A-C než trasu A-D, protože pro čas t platí:

- $t_{A-C} = \frac{4000}{100} = 40min.$
- $t_{A-D} = 45min.$

V bodě A se pak každý racionální řidič rozhodne pro propojovací silnici C-D, neboť platí, že:

- $t_{C-D-B} = 0 + \frac{4000}{100} = 40\ min,$
- $t_{C-B} = 45\ min.$

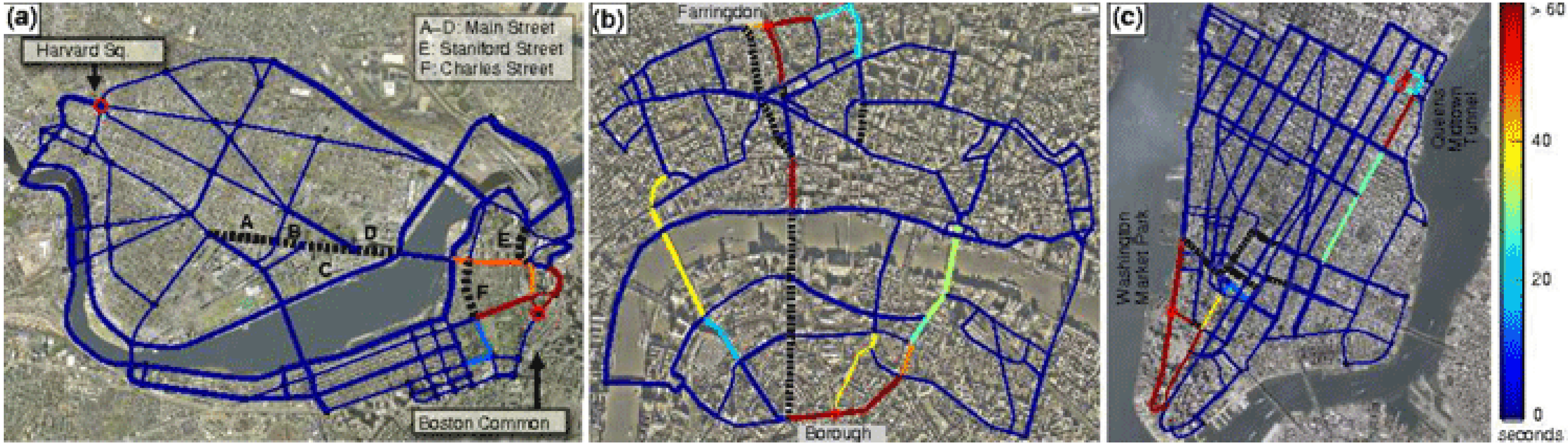
Doba jízdy každého řidiče je tedy nyní:

- $t_{A-C-D-B} = \frac{4000}{100} + \frac{4000}{100} = 80\ min.$

Jak můžeme pozorovat, vybudování rychlé spojovací silnice C-D znamená zvýšení doby jízdy z původních 65 minut na nynějších 80 minut. Žádný řidič navíc nemůže svou situaci vylepšit, protože původní trasy A-C-B a A-D-B nyní každá trvají 85 minut. Pokud by každý řidič souhlasil s tím, že nepoužije cestu C-D, měl by každý řidič výhodu zkrácením doby jízdy o 15 minut na původních 65 minut. Toto řešení by však dlouho nevydrželo: racionálně uvažující řidič by zvolil cestu A-C-D-B a zkrátil by si tak dobu přejezdu z 65 minut na 40 minut. Tím pádem by po nějaké době došlo k tomu, že by všichni řidiči začali jezdit tuto trasu a čas přejezdu by se vrátil na 80 minut. Dochází tak k Braessovu paradoxu.

Tento paradox zkoumali v praxi např. H. Yoon, M. T. Gastner a J. Hwang v Bostonu, Londýně a New Yorku (Yoon, Gastner & Hwang, 2008). Tito vědci dospěli ke zjištění, že ke zlepšení dopravní situace v těchto městech by bylo nejlepší uzavřít několik silnic.

Obrázek 2: Sítě hlavních silnic v Bostonu, Londýně a New Yorku.



Zdroj: vlastní úprava z https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.101.128701

Sítě hlavních silnic - plné i tečkované čáry; tloušťka představuje počet jízdních pruhů (obrázek název):

- oblast Boston-Cambridge,
- Londýn, Spojené království,
- město New York.

Barva každého spoje označuje dodatečný čas potřebný k dosažení Nashovy rovnováhy, pokud je tento spoj přerušen (modrá: žádná změna, červená: dodatečný čas > 60 sekund). Černé tečkované čáry označují spoje, jejichž odstranění zkracuje dobu cestování, neboli umožnění řidičům užívat tyto ulice ve skutečnosti vytváří další zácpy, místo aby provozu ulehčilo (Braessův paradox).

Eoin O'Carroll vysvětluje Dempsey (2009): představte si dvě trasy k cíli: krátký, ale úzký most a delší, ale širší dálnici. Představte si také, že kombinovaná doba jízdy všech řidičů je nejkratší, pokud polovina z nich pojede přes most a druhá polovina po dálnici. Protože se však každý racionální řidič snaží hledat nejkratší cestu, neděje se to. Nejprve si všichni vyberou trasu přes most, protože je kratší. Poté, co se most zaplní a jízda se značně zpomalí, si začnou někteří vybírat cestu po dálnici, dokud nedojde postupně k uvolnění provozu na mostě. V tomto okamžiku se více řidičů vrací zpět k mostu, který se pak znovu zaplňuje. Nakonec se dopravní tok ustálí do Nashovy rovnováhy, ve které každá trasa zabírá stejné množství času. Ale v této rovnováze, stejně jako v předešlém modelovém příkladu, je doba cestování ve skutečnosti delší než průměrná doba, kterou by trvalo, kdyby polovina řidičů využila každou trasu tak, jak byl původní předpoklad.

V roce 2009 se o podobné zlepšení dopravní situace pokusil primátor New Yorku Michael Bloomberg (Grynbaum, 2010). Zkusil experimentálně uzavřít dva úseky Broadwaye v místech, kde šikmo protíná hlavní severní a jižní bulvár, Times Square a Herald Square. Tento experiment měl snížit přetížení s odhadovanou zkrácenou dobou cestování na některých ulicích až o čtyřicet procent. I když samotný výsledek nebyl tak dobrý, jak se původně očekávalo, celkové přetížení dopravou kleslo. Experiment byl proto považován za úspěšný a tyto cesty se uzavřely trvale. Na Times Square a Herald Square od té doby vznikly pěší zóny.

Braessův paradox nám neříká, že bychom měli přestat stavět další silnice. Auta potřebují silnice, aby se dostali z bodu A do bodu B. Co nám říká je to, že přidání dalších silnic ne vždy zlepší situaci. V takových případech platí známé pořekadlo, že méně je někdy více.

4.4 Pravidlo ZIPu

Pravidlo ZIPu je velmi dobrým příkladem využití teorie her v reálném řízení dopravního toku. Řízením dopravního toku je primárně myšleno uspořádání a způsob řízení vozidel pohybujících se na dopravních komunikacích. Konkrétně u pravidla ZIPu se jedná o zúžení dvou pruhů do jednoho. To se může řešit různými způsoby, jako:

- semafory,
- řízení dopravním policistou,
- klasické dopravní značení,
- znalost teorie her a výhody kooperace jednotlivých hráčů – řidičů.

A právě pravidlo ZIPu, je v podstatě formou kooperativních her s více hráči. Kooperace s ostatními řidiči přináší zisk v podobě plynulosti provozu všem zúčastněným.

Pravidlo ZIPu je v české legislativě ustanoveno od roku 2000. Legislativní rámec tohoto pravidla ustanovuje Zákon č. 361/2000 Sb., o silničním provozu. Konkrétně této problematice se věnuje §12, odstavec (5), který k pravidlu zipu stanoví (*Sbírka zákonů Česká republika*, 2000):

> *(5) Přejíždět z jednoho jízdního pruhu do druhého smí řidič jen tehdy, neohrozí-li a neomezí-li řidiče jedoucího v jízdním pruhu, do kterého přejíždí; přitom musí dávat znamení o změně směru jízdy. Při souběžné jízdě umožní řidiči vozidel jedoucích v průběžném pruhu řidičům vozidel do tohoto pruhu přejíždějících z pruhu, který přestal být průběžným, vjet tak, aby se vozidla jedoucí v průběžném pruhu a vozidla do něho přejíždějící mohla řadit střídavě po jednom do jízdního proudu průběžného pruhu. Tam, kde se dva jízdní pruhy sbíhají v jeden, aniž by bylo zřejmé, který z nich je průběžný, nesmí řidič jedoucí v levém jízdním pruhu ohrozit řidiče jedoucího v pravém jízdním pruhu.*

Pojem souběžná jízda pak vymezuje tentýž §12, odstavec (3):

> *(3) Je-li na pozemní komunikaci o dvou nebo více jízdních pruzích v jednom směru jízdy taková hustota provozu, že se vytvoří souvislé proudy vozidel, v nichž řidič motorového vozidla může jet jen takovou rychlostí, která závisí na rychlosti vozidel jedoucích před ním, mohou jet motorová vozidla souběžně (dále jen*

"souběžná jízda"); přitom se nepovažuje za předjíždění, jedou-li vozidla v jednom z jízdních pruhů rychleji než vozidla v jiném jízdním pruhu.

Z mého pohledu jako řidiče, který najezdí za rok cca 10000 km, je často patrné, že ani po tak dlouhé době, co toto pravidlo platí, se jej někteří řidiči nenaučili řádně používat. V místě, kde přestává být jízdní pruh průběžný je typické, že se někteří řidiči zařazují do pruhu průběžného daleko dříve, než na konci tohoto pruhu, který je k tomu určený. Navíc si v nemalém počtu případů vynucují zařazení do průběžného jízdního pruhu agresivním najížděním mezi kolonu aut. *„Řazení se do kolony daleko před koncem pruhu či snad bránění ostatním řidičům v zapojení se do průběžného pruhu, pokud na to mají nárok, je přitom v rozporu se silničním zákonem, přesněji s pravidlem obecně označovaným jako "zipování".*“ (Rubášová, 2018) Dokonce ten řidič, který jede v končícím pruhu až nakonec tohoto pruhu, což znamená, že právě on aplikuje pravidlo zipu dle zákona, je ostatními řidiči považován za neslušného, zneužívajícího situace.

Dle Policie ČR je jednou ze zásad bezpečné jízdy, kterou je potřebné respektovat, právě dodržování pravidla střídavého řazení (zipu) (Štětínská, 2015). Hlavně pak ve městech a místech s vyšší hustotou silničního provozu v situacích, kdy dochází k různým silničním uzavírkám a s tím spojených dopravních komplikací je pak dodržování zipu o to důležitější.

Dle (Štětínská, 2015) pak platí: *„Pravidlo ZIPu platí všude, kde řidič nemůže jet dál ve svém jízdním pruhu a je zřejmé, který pruh je průběžný. Jedná se tedy o situaci snížení počtu jízdních pruhů, místo dopravní uzavírky a omezení nebo místo dopravní nehody.“*

Jak bychom se tedy jako řidiči měli v podobných situacích správně zachovat? (Štětínská, 2015) pokračuje: *„Řidiči by měli do místa, kde se dva pruhy sbíhají v jeden, přijíždět v obou pruzích (souběžná jízda). Až před místem zúžení by se měli řidiči zařadit do průběžného jízdního pruhu způsobem střídavým. Je tedy důležité užívat obou jízdních pruhů po celé jejich délce a až před samotným místem zúžení se obezřetně zařadit. Jedním z omylů a chybného pochopení pravidla je, že řidič se zařadí mezi vozidla v průběžném pruhu velmi brzy, kdy pruh následně končící je bez vozidel a tedy nelze hovořit o souběžné jízdě. A dále, řidič, který dojede až do místa konce „svého“ pruhu a chce se zařadit do kolony v průběžném pruhu, je považován za neslušného, zneužívajícího situace. Pravidlo ZIPu nelze uplatnit například v situaci, kdy jeden pruh pokračuje rovně a vedlejší je* *odbočovací – nelze souběžnou jízdou užít odbočovací a zařadit se do kolony v rovném pruhu*“.

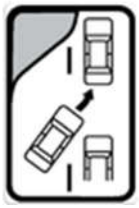
V příloze č. 5 k vyhlášce č. 294/2015 Sb. pak najdeme informativní značky snížení počtu jízdních pruhů (obr. 2) a Střídavé řazení (obr. 3):

Obrázek 3: Značka snížení počtu jízdních pruhů.

IP 18b		Snížení počtu jízdních pruhů Značka vyznačuje počet a uspořádání jízdních pruhů. Značka zároveň vyznačuje, který pruh je průběžný.

Zdroj: vlastní úprava z https://www.zakonyprolidi.cz/cs/2015-294#prilohy

Obrázek 4: Značka Střídavé řazení.

IP 29		Střídavé řazení Značka označuje nebo zdůrazňuje místo, kde při souběžné jízdě platí střídavé řazení do jízdního proudu průběžného pruhu. Symbol na značce může být vyobrazen obráceně.

Zdroj: vlastní úprava z https://www.zakonyprolidi.cz/cs/2015-294#prilohy

4.5 Vyhodnocení analýzy

V předchozích čtyřech podkapitolách (4.1 – 4.5) byly zanalyzovány možnosti využití teorie her v problematice dopravních toků. Byla provedena analýza využití teorie her v řízení dopravních toků. Ukázalo se, že některé aplikace teorie her lze řešit vzhledem k jejich složitosti či potřebě sofistikovaných matematických modelů komparací z literárních zdrojů. Další aplikace teorie her v dopravě můžeme naopak pozorovat při každodenním silničním provozu. Jedná se zejména o Braessův paradox a pravidlo ZIPu.

Braess svým paradoxem tvrdí, že pokud přidáváme do dopravní sítě další trasy, nemusí tyto trasy nutně snižovat cestu potřebnou k cíli, ale že přidání trasy může ve skutečnosti prodloužit dobu cestování pro všechny zúčastněné. Tvrdí, že se řidiči např. při každodenní cestě do zaměstnání vždy pokusí najít nejrychlejší cestu. Popisovaný model výše ukazuje, že i když přidáme do stávající silniční sítě novou trasu a očekáváme zrychlení doby jízdy, může snadno dojít k přetížení přidaného úseku a k opačnému efektu. Ve finále tak dojde k daleko větší časové ztrátě, než kdyby byla zvolena trasa původní, i když delší.

Pravidlo ZIPu ukazuje, že pokud je správně využíváno, může dojít k plynulému provozu, nicméně v praxi tomu tak vždy není. Ať už tím, že řidiči toto pravidlo neznají nebo tím, že ho odmítají používat.

Tímto se autor dostává k otázce, zda je pří řešení infrastruktury zadavatelem projektu či samotným projektantem pohlíženo i na chování samotných řidičů. Toto chování nám může v některých situacích namodelovat a ukázat právě teorie her. Častým způsobem řízení dopravního toku na základě dopravního řešení jsou např. kruhové objezdy, křižovatky nebo jízdní pruhy. V praxi se nezřídka ukazuje, že původní záměr, byť zcela jistě dobře míněný, se neočekávaným chováním řidičů či nesprávně zvolenou variantou při projektování dopravní infrastruktury v návaznosti na opomenutí chování řidičů, stává důvodem kolapsu dopravy zvláště v dopravních špičkách.

Podpůrný výzkum v rámci této kapitoly analýzy využití teorie her v řízení dopravních toků byl rovněž prováděn na základě dotazování a konzultací u dopravních expertů - z řad dopravních policistů Policie ČR, dopravních expertů z BESIPu (BESIP je oddělení Ministerstva dopravy ČR koordinující činnosti v oblasti bezpečnosti na pozemních komunikacích a působení na lidského činitele) či některých učitelů autoškol.

Výsledkem této analýzy ve spolupráci s výše uvedenými odborníky byl zjištění, že mezi nejpalčivější problémy dopravy patří nedodržovaní a neznalost pravidla ZIPu.

Pravidlo ZIPu slouží primárně k maximálnímu využití kapacity pozemních komunikací ve všech pruzích. Důvod je jednoduchý: kolona vozidel, která by vznikala, by totiž ovlivňovala i místa daleko před snížením počtu jízdních pruhů – ať už by se jednalo o provoz na křižovatkách nebo kruhových objezdech. Vlivem dominového efektu se pak může stát, že díky jednomu místu se stane neprůjezdným část města.

Na pravidlo ZIPu se dá velice dobře naaplikovat teorie her vzhledem k tomu, že jde o kooperativní hru s více hráči. Proto byla v této diplomové práci v její teoretické části použita teorie her k aplikování právě na pravidlo ZIPu.

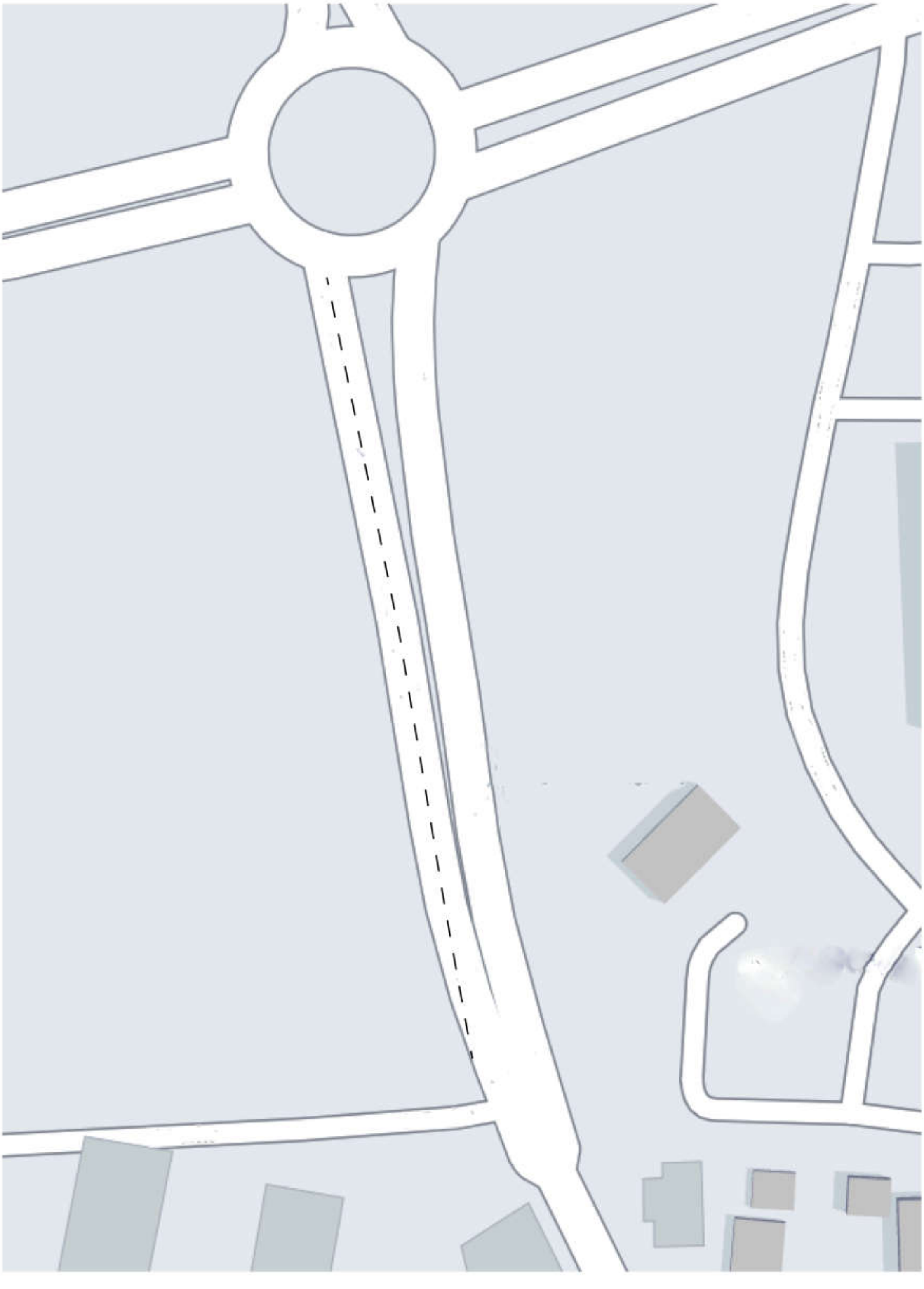
5 Aplikace teorie her v podmínkách dopravních toků

5.1 Teoretický model zipovaní

Mějme modelovou situaci kruhového objezdu se čtyřmi dvoupruhovými výjezdy. Jako reálný příklad uvažujme kruhový objezd na křižovatce ulic Husova a Strakonická s tím, že v popisovaném modelovém příkladu se tato práce zaměří na výjezd směr Husova ulice. Na obrázku 5 je plánek kruhového objezdu s výjezdem na ulici Husova, na obrázku 6 pak detailnější plánek úseku ulice Husova.

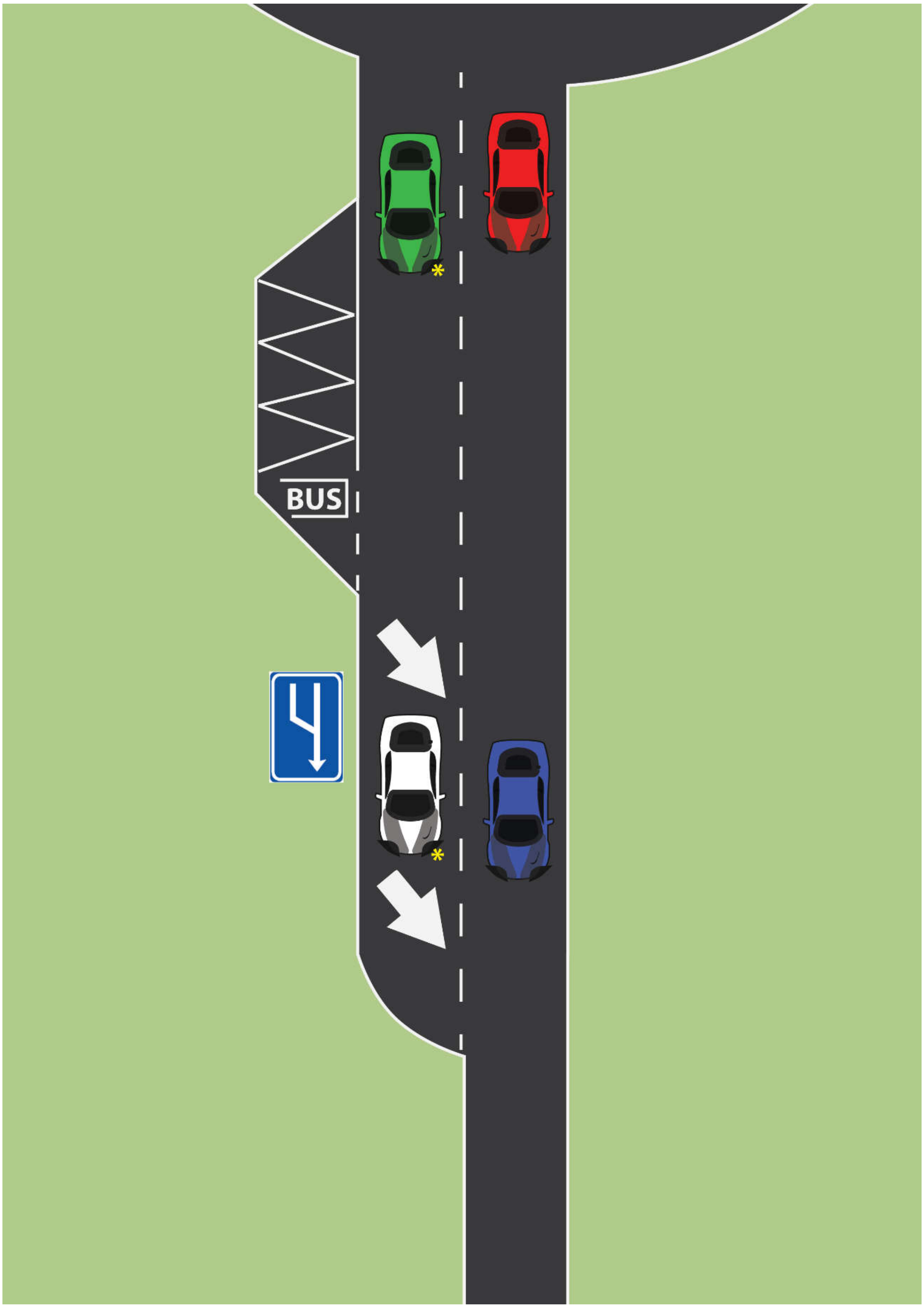
Dvouproudová silnice zde po pár desítkách metrů končí (končící pravý jízdní pruh označím jako PP) a je nutné se zařadit do pruhu levého, který je průběžný (označím ho jako LP). Budu předpokládat, že jsou oba pruhy stejně vytíženy souvislou kolonou B vozidel, tzv. souběžnou jízdou, a to až do místa, kde je umístěna první informace o budoucím snížení dvou pruhů do levého průběžného pruhu. V tomto případě tedy dle vyhlášky dochází k uplatnění pravidla střídavého řazení (zipu).

Obrázek 5: Plánek kruhového objezdu a části ulice Husova.



Zdroj: vlastní úprava

Obrázek 6: Detailní plánek úseku ulice Husova.



Zdroj: vlastní úprava

Nyní autor popíše možné chování řidičů v obou pruzích a jejich výběr možných strategií:

Řidiči, kteří jedou v končícím PP pruhu, by při znalosti pravidla zipu měli dojet až k místu zúžení vozovky do jednoho pruhu a tam se dle tohoto pravidla správně zařadit. V našem případě ale budeme předpokládat i možnost, že někteří z nich pravidlo zipu neznají nebo ho nechtějí použít a budou se chtít zařadit do levého pruhu dříve. V jejich případě tedy uvažujme dvě strategie:

- změní pruh nesprávně a tedy dříve - strategie neznalost zipu, označím jako NZ
- změní pruh až v momentě zúžení - strategie znalost zipu, označím jako ZZ

Dovolme smíšené strategie a předpokládejme, že:

- NZ nastane s pravděpodobností q,
- ZP nastane s pravděpodobností 1 – q.

Řidiči jedoucí v průběžném LP pruhu pak mají dle vyhlášky povinnost v místě zúžení vozovky do jednoho pruhu střídavě pouštět řidiče z pravého pruhu PP. I v jejich případě budu uvažovat dvě strategie:

- budou dodržovat pravidlo zipu a spolupracovat, tuto strategii nazvu spolupráce-znalost zipu a označím SZZ,
- pravidlo zipu neznají, případně ho nechtějí použít (zvláště v hustém provozu mohou mít a obvykle mají určitou averzi k tomu pustit před sebe řidiče z vedlejšího pruhu) – tuto strategii nazvu strategie nespolupráce-neznalost zipu a označím NNZ.

Opět připusťme smíšené strategie:

- p bude pravděpodobnost spolupráce řidiče v pruhu LP s řidičem připojujícím se z pruhu PP (s touto pravděpodobností jej tedy pustí před sebe),
- 1-p bude pravděpodobnost nespolupráce těchto řidičů.

Nechť ALP je počet aut v LP od první informace o zúžení až k zúžení samotnému. To znamená, že:

- dopravní tok v pruhu LP se je za informací ALP, ale,
- dopravní tok v pruhu PP se za informací sníží na APP = ALP*(1-q).

Bude-li se řidič chtít zařadit z pruhu PP do pruhu LP, bude počet aut, který projede, než ho někdo pustí zařadit se, náhodná veličina s geometrickým rozdělením pravděpodobnosti, jejíž střední hodnota je $\frac{1-p}{p}$.

Otázka zůstává, jakým způsobem máme určit výplatní matici. Ta je určena jednak časem, který jednotliví řidiči stráví mezi informací o zúžení a vyjetím ze zúžení, jednak škodou při případné srážce při zařazování. Tuto škodu však uvažovat nebudeme, neboť budeme předpokládat, že riziko srážky je pro každého stejné a každý se mu bude chtít vyhnout (řada řidičů v průběžném pruhu se sice chová rizikově ve snaze zabránit zařazení, na druhé straně řada řidičů v končícím pruhu se také chová rizikově ve snaze si zařazení vynutit, tyto komplikace však nyní uvažovat nebudeme).

Nechť řidič v PP se chce připojit do LP hned u první informace o zúžení s pravděpodobností q a dojede až k samotnému zúžení s pravděpodobností (1-q).

Nechť řidič v LP spolupracuje a dovolí se řidiči z PP připojit s pravděpodobností p (nezávisle na tom, zda na začátku nebo na konci PP); 1-p tedy bude pravděpodobnost nespolupráce těchto řidičů, kdy řidič v LP připojení neumožní.

Řidič v PP (hráč PP) stráví v koloně

$$TPP(q,p) = (B-1) * q * \left(\frac{1-p}{p} + 2\right) * T_1 + q * \left(\frac{1-p}{p} * T_1 + T_{LP}\right) + (1-q) * (T_2 + T_{PP})$$

jednotek času, kde:

- T_1 je čas průjezdu jednoho auta koncem zúžení,
- T_2 je čas jízdy od informace o zúžení na konec řady v pruhu PP,
- T_{LP} je doba čekání v LP v koloně ALP aut,
- T_{PP} je doba čekání v PP v koloně APP aut.

První člen popisuje dobu, kterou stráví v koloně B aut, než se dostane k informaci o zúžení. Je přitom ve své jízdě omezován řidiči, kteří chtějí u první informace o zúžení změnit jízdní pruh. Závorka ve druhém členu popisuje dobu, kterou stráví od první informace o zúžení k zúžení v případě, že má strategii NZ a druhá závorka ve třetím členu pak popisuje dobu, kterou stráví od první informace o zúžení k zúžení v případě, že má strategii ZP.

Řidič v LP (hráč LP) stráví v koloně

$$TLP(q,p) = \mathrm{B} * (1 + q * p) * T_1 + T_{LP},$$

kde první člen popisuje dobu, kterou stráví v koloně B aut, než se dostane k informaci o zúžení.

Přitom:

$$T_{LP} = ALP * (1 + p) * T_1 T_{PP} = APP * \left(\frac{1-p}{p} + 2\right) * T_1 = ALP * (1 - q) * \frac{1+p}{p} * T_1$$

Ve výsledku tak dostáváme vztah

$$\begin{aligned} TPP(q,p) &= (B-1) * q * \frac{1+p}{p} * T_1 + q * \left(\frac{1-p}{p} * T_1 + ALP * (1+p) * T_1\right) \\ &\quad + (1-q) * \left(T_2 + ALP * (1-q) * \frac{1+p}{p} * T_1\right), TLP(q,p) \\ &= \left(B * (1 + q * p) + \ ALP * (1+p)\right) * T_1 \end{aligned}$$

Nechť dále pro jednoduchost je člen $(1 - q) * T_2$ vzhledem k ostatním časům zanedbatelný (LP pruh je u studované situace relativně krátký). Tím pádem po odvození dostáváme

$$\begin{aligned} \frac{TPP(q,p)}{T_1} &= (B-1) * q * \frac{1+p}{p} + q * \left(\frac{1-p}{p} + ALP * (1+p)\right) + (1-q) \\ &\quad * \left(ALP * (1-q) * \frac{1+p}{p}\right), \end{aligned}$$

$$\frac{TLP(q,p)}{T_1} = B * (1 + q * p) + ALP * (1+p)$$

Časy strávené jízdou považujeme za ztráty, definujeme výplatu hráčů PP a LP jako

$$WPP(q,p) = -\frac{TPP(q,p)}{T_1} =$$

$$WLP(q,p) = -\frac{TLP(q,p)}{T_1}$$

Jak bylo dříve uvedeno, Nashova rovnováha pro tuto hru nastává, pokud si žádný hráč nemůže jednostranně zvýšit svou očekávanou výplatu změnou pravděpodobnosti výběru své strategie. Dvojice pravděpodobností (q^*, p^*) je tedy Nashova rovnováha, pokud

$$WPP(q^*, p^*) \geq WPP(q, p^*)\ pro\ q\ různé\ od\ q^*,$$

$$WLP(q^*, p^*) \geq WLP(q^*, p)\ pro\ p\ různé\ od\ p^*.$$

Bod p^* můžeme najít tak, že najdeme lokální maximum funkce $WLP(q, p)$ vzhledem k proměnné p, přičemž q může nabývat pouze hodnot z intervalu [0,1]. Protože

$$\frac{\partial WLP(p, q)}{\partial p} = -q - ALP < 0$$

je $p^* = 0$ pro jakoukoli hodnotu q z intervalu [0,1].

Prakticky to znamená, že:

- žádný řidič v levém pruhu nespolupracuje,
- doba čekání na výjezd řidiče v levém pruhu je $ALP * T_1$,
- doba čekání na výjezd řidiče v pravém pruhu je nekonečná, protože jej zkrátka nikdo z levého pruhu nepustí.

V této chvíli se dostáváme k tomu, že jsme řidiče v obou pruzích (LP, PP) uvažovali nezávisle. Tak tomu ale v realitě není, neboť každý z nás se může někdy ocitnout v levém pruhu a někdy v pravém pruhu. Proto bychom někdy sice projeli velmi rychle, ale jindy čekali nekonečně dlouho, což jistě není pro nikoho z nás optimální. Musíme tedy k formulaci výplatní funkce přistoupit jinak. Předpokládáme-li, že se při opakovaných příjezdech ke stejnému místu s pravděpodobností r ocitneme v levém pruhu a s pravděpodobností $(1 - r)$ v pravém pruhu, bude naše výplatní funkce (a vlastně výplatní funkce všech řidičů) rovna

$$W(p, q) = r * WLP(q, p) + (1 - r) * WPP(q, p).$$

Tedy každý řidič se současně rozhoduje, jak by se zachoval v obou situacích (LP a PP), neboť nikdy s jistotou neví, ve kterém pruhu před informací o budoucím zúžení skončí. Platí, že

$$W(p,q) = -r * \big(B * (1 + q * p) + ALP * (1 + p)\big) - (1 - r) * \left((B - 1) * q * \frac{1 + p}{p} + q * \left(\frac{1 - p}{p} + ALP * (1 + p)\right) + (1 - q) * \left(ALP * (1 - q) * \frac{1 + p}{p}\right)\right).$$

Nashova rovnováha v takové situaci splňuje

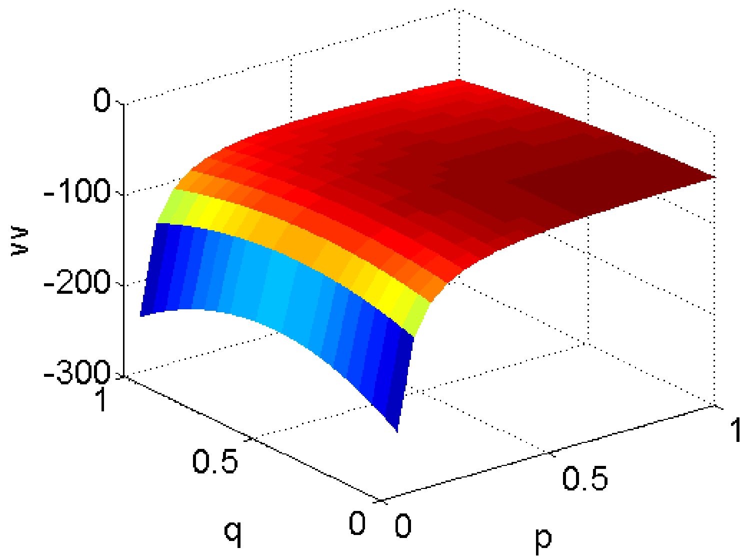
$$W(q^*, p^*) \geq W(q, p^*)\ pro\ q\ různé\ od\ q^*,$$

$$W(q^*, p^*) \geq W(q^*, p)\ pro\ p\ různé\ od\ p^*.$$

Tuto rovnováhu bychom nyní měli hledat jako lokální maximum funkce dvou proměnných W(p,q). Tedy nejdříve vypočítat parciální derivace funkce W vzhledem k oběma proměnným, pak obě tyto derivace položit rovny nule a nakonec najít řešení vzniklé soustavy dvou rovnic o dvou neznámých.

Vzhledem k nelinearitě výplatní funkce jsou výsledné rovnice silně nelineární a vzniklý systém analyticky v podstatě neřešitelný. Proto jsem se rozhodl pro grafické řešení. Na obrázku je zobrazena funkce $W(p,q)\ pro\ r = 0{,}5$ (stejná šance, že přijedu do LP nebo PP, neboť před první informací o budoucím zúžení uvažuji souběžnou jízdu), $ALP = 20$ (jde zhruba o délku připojení ve zkoumaném případě) a B= 20.

Graf 1: Funkce W(p,q) pro r = 0,5, ALP = B = 20.



Zdroj: vlastní úprava

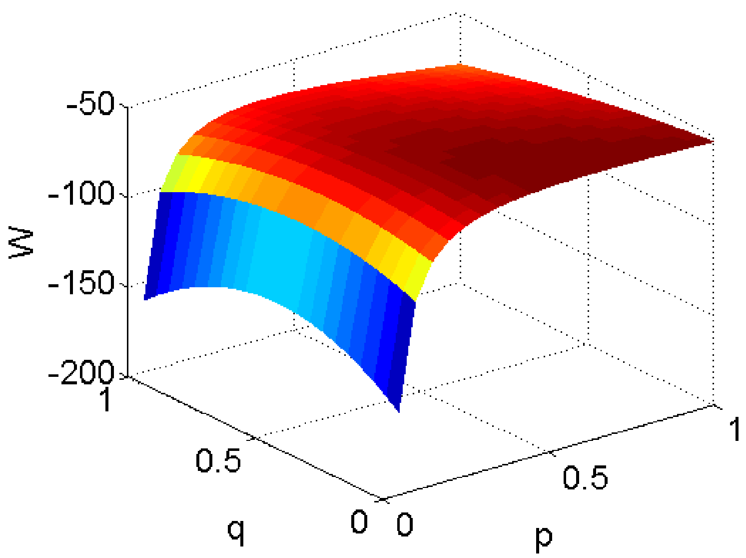
Na obrázku vidíme, že maximum této funkce nastává pro q = 0 a p = 1, tedy

$$p^* = 1 \; a \; q^* = 0$$

je Nashova rovnováha. Snížíme-li p (řidič někdy nebude pouštět) či zvýšíme-li q (řidič se nebude pokaždé zařazovat až na konci zúžení), čas řidiče v koloně se prodlouží.

Pro r = 0,7 (tedy bude-li řidič přijíždět převážně v LP), bude tato optimální strategie ještě výraznější (graf 2):

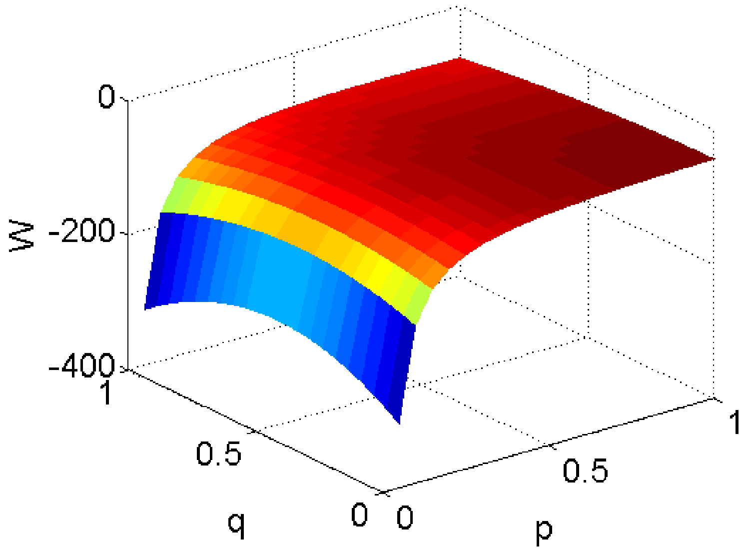
Graf 2: Funkce W(p,q) pro r = 0,7, ALP = B = 20.



Zdroj: vlastní úprava

Podobné to však bude i pro r = 0,3 (tedy bude-li řidič přijíždět převážně v PP), bude tato optimální strategie ještě výraznější (graf 3):

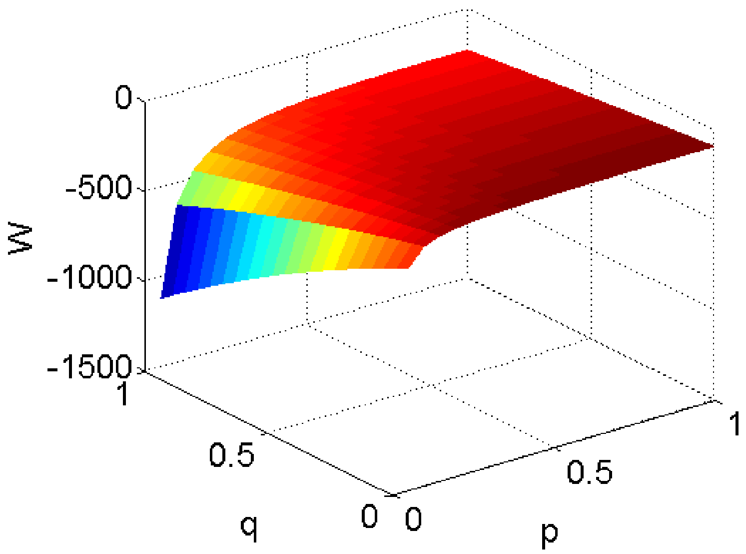
Graf 3: Funkce W(p,q) pro r = 0,3, ALP = B = 20.



Zdroj: vlastní úprava

Dodržování pravidla zipu bude také významně výhodnější, bude-li růst B, tedy délka kolony, jak ukazuje graf 4:

Graf 4: Funkce W(p,q) pro r = 0,5, ALP = 20, B = 100.



Zdroj: vlastní úprava

Tabulka 8: Vysvětlivky zkratek v použité modelové situaci.

Zkratka	Popis
LP	levý (průběžný) jízdní pruh
PP	pravý jízdní pruh
NZ	strategie "neznalost zipu"
ZZ	strategie "znalost zipu"
SSZ	řidič dodržuje pravidlo zipu a spolupracuje
NNZ	řidič nedodržuje pravidlo zipu a nespolupracuje
N	počet aut, která přijedou v LP či PP k informaci o zúžení za jednotku času
TLP	čas řidiče strávený v koloně LP
TPP	čas řidiče strávený v koloně PP
ALP	počet aut v koloně v LP
APP	počet aut v koloně v PP
B	Počet aut v koloně před první informací o zúžení
T1	čas nutný k projetí koncem zúžení
T2	čas jízdy od informace o zúžení na konec řady v pruhu PP
WLP	výplata hráče v LP
WPP	výplata hráče v PP

Zdroj: vlastní úprava

5.2 Vyhodnocení modelu pravidla ZIPu

Numerická analýza modelu zipování, kterým se zabývá tato diplomová práce a zkoumá ho v předchozí části, jasně ukazuje, že z hlediska doby strávené v koloně před zúžením je z hlediska řidiče jedoucího v končícím pruhu optimální zůstat v tomto pruhu až do jeho konce (tedy $q = 0$). Z hlediska řidiče jedoucího v průběžném pruhu je optimální právě se připojující řidiče pouštět (tedy $p = 1$).

Zdálo by se, že pro řidiče jedoucí v průběžném pruhu je optimální nikoho před sebe nepouštět (tedy $p = 0$). Pokud se tak budou chovat, stráví v koloně opravdu nejkratší možnou dobu. Řidiči v končícím pruhu však v takovém případě budou čekat na připojení nekonečně dlouho. Také by to časem vedlo k dlouhým kolonám v průběžném pruhu, přičemž končící pruh by zůstával prázdný. Tyto kolony by mohly způsobit problémy na křižovatkách a dalších místech daleko před rozhodovací situací. Navíc by řidiči museli předvídat, že před zúžením se tvoří kolona, aby pak nezůstali v připojovacím pruhu nekonečně dlouho. A nakonec, řidiči, kteří dnes jedou v průběžném pruhu, se mohou zítra ocitnout v pruhu končícím, a jejich zjevná výhoda strategie nikoho nepouštět by se záhy obrátila proti nim.

Při řešení takové situace je tedy třeba brát v úvahu, že se opakovaně mohou přibližovat v různých pruzích a hledat optimální dobu čekání v koloně z hlediska obou těchto variant. A právě to autor ve svém modelu zohlednil. Navíc ukázal, že strategie dodržovat pravidlo zipu je tím výhodnější, čím delší je kolona.

Situace na křižovatce ulic Strakonická a Husova je o něco komplikovanější než předkládaný model, neboť se před zúžením nachází kruhový objezd, na který mohou najíždět auta ze tří směrů. Kruhový objezd se tak často může ucpat, což se reálně také často děje, a pak je třeba začít řešit také případné zipování v rámci kruhového objezdu. Na model a jeho výsledky je tak třeba nahlížet spíše jako *proof-of-concept* analýzu, která ukazuje, že zavedení pravidla ZIPu do zákona je zcela na místě.

Společenské náklady spojené s neznalostí či nechtěným dodržováním pravidla ZIPu lze vyčíslit pomocí výpočtu zahrnujícího:

- hodnotu cestovního času
- intenzitu dopravy v podobě počtu projetých vozidel v daném úseku
- čas strávený navíc při špatném použití pravidla ZIPu

Hodnota cestovního času byla čerpána z dokumentu Handbook on Estimation of External Costs in the Transport Sector, který doporučuje Evropská komise (MAIBACH, SCHREYER & SUTTER, 2008). Vzhledem k tomu, že je dokument z roku 2002, byly upraveny částky k roku 2020 s přihlédnutím k průměrné inflaci 2% ročně. Všechny položky pak byly aritmeticky zprůměrovány do výsledné.

Tabulka 8: Hodnoty času stráveného na cestě v osobní dopravě

Účel cesty	Hodnoty času stráveného na cestě v $€_{2002}$ na cestujícího a hodinu (osobní vozidlo)	Přepočet pro rok 2020
Práce (obchod)	23,82	30,97
Dojíždění, krátké vzdálenosti (do 10 km)	8,48	11,02
Dojíždění, dlouhé vzdálenosti (nad 10 km)	10,89	14,16
Jiné účely, krátké vzdálenosti (do 10 km)	7,11	9,24
Jiné účely, dlouhé vzdálenosti (nad 10 km)	9,13	11,87
Průměr hodnot		15,45

Zdroj: vlastní úprava z (MAIBACH, SCHREYER & SUTTER, 2008)

Hodnota intenzity dopravy byla určena na základě údajů ŘSD (Ředitelství silnic a dálnic), konkrétně pak z dat sčítacího úseku 2–4862 (Příloha 1: Sčítací úsek 2-4862 - Husova ulice, rok 2016). Nutno podotknout, že data jsou z posledního sčítání v roce 2016. V současné době je již v provozu silnice propojující sídliště Máj a sídliště Vltava, která bude mít vliv na menší průjezdnost úseku 2-4862. Navíc je hodnota průjezdu všech vozidel myšlena na oba pruhy, proto byla použita polovina hodnoty průjezdnosti osobních automobilů.

Delší jízdní čas (čas strávený na cestě) při špatném použití pravidla ZIP vychází z výsledků popisovaného modelu při takto nastavených parametrech:

$p = 0{,}1$ $q = 1$, $r = 0{,}5$, $APP = B = 20$

Záměrně byla vybrána extrémní hodnota, která znamená, že řidiči nespolupracují vůbec ($p = 0{,}1$ a $q = 1$). V praxi by s největší pravděpodobností bylo $p > 0{,}1$ a $q < 1$. V Tabulce 8 (v podstatě matice výplat) jsou pak výsledné hodnoty různých kombinací pravděpodobností p a q odstupňované hodnotou 0,1. Znamená to tedy, že nejlepší možná varianta je 50,0000 ($p = 0$ a $q = 1$), nehorší pak 142,0000 ($p = 0{,}1$ a $q = 0$), což je zhruba třikrát více. Pro určení výsledné hodnoty v jednotkách času (sekundy) pak bylo použito několikeré měření průjezdu vozidel daným úsekem v dopravní špičce.

Tabulka 9: Imaginární hodnoty času v závislosti na *p* a *q*

		q										
		0	**0,1**	**0,2**	**0,3**	**0,4**	**0,5**	**0,6**	**0,7**	**0,8**	**0,9**	**1**
p	**0,1**	131.0000	122.2000	115.6000	111.2000	109.0000	109.0000	111.2000	115.6000	122.2000	131.0000	142.0000
	0,2	82.0000	77.9000	75.0000	73.3000	72.8000	73.5000	75.4000	78.5000	82.8000	88.3000	95.0000
	0,3	66.3333	63.9333	62.4000	61.7333	61.9333	63.0000	64.9333	67.7333	71.4000	75.9333	81.3333
	0,4	59.0000	57.5500	56.8000	56.7500	57.4000	58.7500	60.8000	63.5500	67.0000	71.1500	76.0000
	0,5	55.0000	54.2000	54.0000	54.4000	55.4000	57.0000	59.2000	62.0000	65.4000	69.4000	74.0000
	0,6	52.6667	52.3667	52.6000	53.3667	54.6667	56.5000	58.8667	61.7667	65.2000	69.1667	73.6667
	0,7	51.2857	51.4000	52.0000	53.0857	54.6571	56.7143	59.2571	62.2857	65.8000	69.8000	74.2857
	0,8	50.5000	50.9750	51.9000	53.2750	55.1000	57.3750	60.1000	63.2750	66.9000	70.9750	75.5000
	0,9	50.1111	50.9111	52.1333	53.7778	55.8444	58.3333	61.2444	64.5778	68.3333	72.5111	77.1111
	1	50.0000	51.1000	52.6000	54.5000	56.8000	59.5000	62.6000	66.1000	70.0000	74.3000	79.0000

Zdroj: vlastní úprava

Výpočet společenských nákladů:

hodnota času na 1 osobní automobil za 1s (CA)

$$CA = \varnothing hodnot * \frac{€}{3600} = 15{,}45 * \frac{27}{3600} = 0{,}12$$

celkové náklady (CN) za rok

$$CN = CA * \frac{počet\ os. aut}{2} * čas\ strávený\ v\ koloně\ (s) * 365\ (rok) =$$

$$= 0{,}12 * \frac{17775}{2} * 90 * 365 = \mathbf{35\ 034\ 525\ Kč}$$

Z výpočtu je patrné, že při zvolených parametrech bude hodnota času navíc stráveného na cestě díky nesprávnému používání pravidla ZIP cca 35 miliónů Kč ročně. Jde o hodnotu pro jeden silniční úsek, kde se dva pruhy sbíhají do jednoho. Celková předpokládaná úspora v rámci jedné aglomerace, potažmo celé republiky, by tak byla velmi výrazná.

6 Závěr

Hlavním cílem diplomové práce je analýza využití teorie her v podmínkách a řízení dopravních toků. Pro aplikaci teorie her na reálnou dopravní situaci bylo na základě analýzy vybráno pravidlo ZIPu. Jako reálné místo, kde se pravidlo ZIPu má používat, byla vybrána část ulice Husova v Českých Budějovicích. Při současném trendu rostoucí populace větších aglomerací a tím spojených problémů s přetíženou dopravou v dopravních špičkách se ukazuje, že je neustále nutné zlepšovat logistiku dopravy a tím zvyšovat plynulost silničního provozu. Diplomová práce popisuje jedno z možných řešení – aplikaci teorie her v podmínkách dopravních toků se zaměřením na chování samotných řidičů. V praxi se nezřídka ukazuje, že se neočekávané chování řidičů v daném úseku dopravní infrastruktury může stát v dopravních špičkách důvodem kolapsu dopravy. Tato diplomová práce se snaží ukázat, že je zapotřebí při projektování dopravní struktury zahrnout do realizačních podmínek i tuto skutečnost.

Dopravní přetížení má i další důsledek – implicitní náklad samotných řidičů, kterým je hodnota cestovního času. Samotná hodnota cestovního času je obtížně vyčíslitelná, přesto existují projekty (např. HEATCO), které se v rámci Evropské unie snaží o vyčíslení této hodnoty. Hodnoty času stráveného na cestě navržené právě projektem HEATCO jsou doporučovány jako hodnoty, které se dají využít při vyčíslení nákladů dopravní kongesce. Samotný výpočet implicitních nákladů řidičů při určitých parametrech aplikovaného modelu teorie her v této diplomové práci pak dospěl k nemalé úspoře v řádu desítek milionů korun za rok a to v rámci jednoho dopravního úseku. Nabízí se tedy otázka, zda by stát neměl zvážit např. celostátní kampaň na správné používání pravidla ZIPu. Vzniklé explicitní náklady státu za tuto kampaň by byly zajisté finančně úspornější než vyčíslené implicitní náklady řidičů. O tento možná nový náhled na tuto problematiku se snaží tato diplomová práce.

Z dostupné literatury se autorovi nepodařilo najít modely podobných situací. Sofistikované modely jiných dopravních situací, které využívají teorii her, však nalézt lze. Model změny jízdních pruhů na dálnici je sestaven a studován například v práci Cortés-Berrueco et al (2016). Práce Kang & Rakha (2020) pak studuje model najíždění na dálnici a připojování se do průběžného pruhu.

I Summary

This thesis deals with application of game theory in traffic flow conditions and operating. Transport is literally phenomenon present - day time. Except undisputed positive effects though the accumulative transportation has also its negative effects. Frequent transport congestions, increasing emissions and implicit economics losses on the side of drivers. The main goal of the thesis work is analysis of usage game theory in traffic flow conditions and operating. At present trend of rising population and thereby connected trouble with overloaded transportation with shows that the it is constantly needed to improve transport logistic and thereby increase fluency of road traffic. This thesis describes ones of the possible solution – application game theory in traffic flow operation with a concentration on behavior of drivers.

Keywords: game theory, traffic flow, ZIP rule, Braess paradox.

II Seznam použitých zdrojů

Ahmed, K. (1999). Modeling drivers' acceleration and lane changing behavior: Thesis (Sc.D.)--Massachusetts Institute of Technology, Dept. of Civil and Environmental Engineering, 1999. [Online]. Retrieved from http://hdl.handle.net/1721.1/9662

Baker, L. (2009). Removing Roads and Traffic Lights Speeds Urban Travel. *Scientific American*, *February 2009*.

Becker, G. (1965). A Theory of the Allocation of Time [Online]. *The Economic Journal*, *vol. 75*(issue 299), 493-517. https://doi.org/10.2307/2228949

Bertini, R., & Leal, M. (2005). Empirical Study of Traffic Features at a Freeway Lane Drop [Online]. *Journal of Transportation Engineering*, *Vol. 131*(Issue 6). https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-947X(2005)131:6(397)

Binmore, K. (2014). *Teorie her: a jak může změnit váš život*. Praha: Dokořán.

Button, K., Vega, H., & Nijkamp, P. (2010). *A Dictionary of Transport Analysis*. UK: Edward Elgar Publishing Ltd.

Cortés-Berrueco, L., Gershenson, C., & Stephens, C. (2016). Traffic Games: Modeling Freeway Traffic with Game Theory [Online]. *PLoS ONE*, *11*(11). Retrieved from https://doi.org/10.1371/journal.pone.0165381

Dempsey, C. (2009). Closing Roads to Help Cut Traffic [Online]. *Human Geography*, (August 6). Retrieved from https://www.geographyrealm.com/closing-roads-to-help-cut-traffic/

Dittmar, P. (2008). *Practical Poker Math*. Toronto: ECW Press.

Downs, A. (1992). *Stuck in traffic: coping with peak-hour traffic congestion*. Cambridge, Mass.: Lincoln Institute of Land Policy.

Duch Guillot, J. (2007). Nositelé Nobelovy ceny v Evropském parlamentu [Online]. EU. Retrieved from https://www.europarl.europa.eu/sides/getDoc.do?pubRef=-//EP//NONSGML+IM-PRESS+20070507STO06303+0+DOC+PDF+V0//CS&language=CS

Easley, D., & Kleinberg, J. (2010). *Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly Connected World*. Cambridge University: Cambridge University Press.

Evans, A. (1972). ON THE THEORY OF THE VALUATION AND ALLOCATION OF TIME* [Online]. *Scottish Journal of Political Economy*, *vol. 19*(issue 1), 1-17. https://doi.org/10.1111/j.1467-9485.1972.tb00504.x

Gipps, P. (1986). A model for the structure of lane-changing decisions [Online]. *Transportation Research Part B: Methodological*, *vol. 20*(issue 5), 403-414. https://doi.org/10.1016/0191-2615(86)90012-3

Grynbaum, M. (2010). New York Traffic Experiment Gets Permanent Run. *The New York Times*, (Feb. 12).

Hans, E., Chiabaut, N., & Leclercq, L. (2015). Applying variational theory to travel time estimation on urban arterials [Online]. *Transportation Research Part B: Methodological*, (Volume 78), 169-181. Retrieved from https://scholar.google.fr/citations?user=2vB88FUAAAAJ&hl=fr

Harsanyi, J. (1967). Games with Incomplete Information Played by "Bayesian" Players, I-III [Online]. *Management Science*, *Vol. 14*(3), 159-182. Retrieved from http://www2.cs.siu.edu/~hexmoor/classes/CS491-F10/Harasyani.pdf

Harsanyi, J., & Selten, R. (1988). *A General Theory of Equilibrium Selection in Games*. MIT Press.

Hossan, S., Asgari, H., & Jin, X. (2016). Investigating preference heterogeneity in Value of Time (VOT) and Value of Reliability (VOR) estimation for managed lanes [Online]. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, (Vol 94), 638-649.

Hunt, J., & Lyons, G. (1994). Modelling dual carriageway lane changing using neural networks [Online]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, *vol. 2*(issue 4), 231-245. https://doi.org/10.1016/0968-090X(94)90012-4

Chobot, M., & Turnovcová, A. (1980). *Modely rozhodovania v konfliktných situáciách a za neurčitosti*. Bratislava: Alfa.

Kang, K., & Rakha, H. (2020). A Repeated Game Freeway Lane Changing Model [Online]. *Sensors*, *vol. 20*(issue 6). https://doi.org/10.3390/s20061554

Kesting, A., Treiber, M., & Helbing, D. (2007). General Lane-Changing Model MOBIL for Car-Following Models [Online]. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, *vol. 1999*(issue 1), 86-94. https://doi.org/10.3141/1999-10

Kuhn, H. (2003). *Lectures on the Theory of Games*. Princeton University: Princeton University Press.

Liu, H., Xin, W., Adam, Z., & Ban, J. (2007). A game theoretical approach for modeling merging and yielding behavior at freeway on-ramp section [Online]. *Transportation and Traffic Theory 2007*, 196-211.

Mackie, P., Wardman, M., Fowkes, A., Whelan, G., Nellthorp, J., & Bates, J. (2003). Values of Travel Time Savings UK [Online]. Retrieved from http://www.its.leeds.ac.uk/downloads/VOTSummary.pdf

MAIBACH, M., SCHREYER, C., & SUTTER, D. (2008). Handbook on estimation of external costs in the transport sector. [Online]. Retrieved from https://ec.europa.eu/transport/sites/transport/files/themes/sustainable/doc/2008_costs_handbook.pdf

Maňas, M. (2002). *Teorie her a konflikty zájmů*. Praha: Vysoká škola ekonomická.

Ma, X. (2004). Toward an integrated car-following and lane-changing model based on neural-fuzzy approach [Online]. In *In Proceedings of the Helsinki Summer Workshop, Espoo, Finland, 6–13 November 2004*.

Maynard Smith, J. (1982). *Evolution and the theory of games*. Cambridge: Cambridge University Press.

Molnár, Z. (2010). Úvod do základů vědecké práce: (aneb jak napsat úspěšnou disertaci) [Online]. *Sylabus pro potřeby semináře doktorandů*. Retrieved from https://people.fsv.cvut.cz/~k126/predmety/d26mvp/mvp_sylabus-mvp.pdf

Moral-Benito, E. (2009). Bayesian posterior prediction and meta-analysis: An application to the value of travel time savings. [Online]. *Annals of Regional Science*. https://doi.org/10.1007/s00168-010-0407-3

MVČR. (2020). Informativní počty obyvatel v obcích [Online]. *Ministerstvo vnitra České republiky*. Retrieved from https://www.mvcr.cz/soubor/cr-pocet-obyvatel-k-1-1-2020-xlsx.aspx

Neumann, J., & Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton: Princeton University Press.

Nobel Laureate John C. Harsanyi, UC Berkeley economist and game theory pioneer [Online]. (2000). Retrieved from https://www.berkeley.edu/news/media/releases/2000/08/11_harsanyi.html

Oort, C. (1969). The Evaluation of Travelling Time [Online]. *Journal of Transport Economics and Policy*, *Vol. 3*(No. 3), 279-286. Retrieved from https://www.jstor.org/stable/20052155?seq=1

Paleti, R., Vovsha, P., Givon, D., & Birotker, Y. (2015). Impact of individual daily travel pattern on value of time [Online]. *Transportation*, *vol. 42*(issue 6), 1003-1017. https://doi.org/10.1007/s11116-015-9654-6

Peliš, M. (2007). Teorie her jako teorie racionálního rozhodování [Online], 21. Retrieved from http://pelis.ff.cuni.cz/gt-pelis.pdf

Rahman, M., Chowdhury, M., Xie, Y., & He, Y. (2013). Review of Microscopic Lane-Changing Models and Future Research Opportunities [Online]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, *vol. 14*(issue 4), 1942-1956. https://doi.org/10.1109/TITS.2013.2272074

Raoof, O., & Al-raweshidy, H. (2010). Theory of Games: an Introduction. In Q. Huang, *Game Theory* (Vyd. 1pp. 1-10). Rijeka, Croatia: InTech.

Rapoport, A., & Chammah, A. (1965). *Prisoner's dilemma: a study in conflict and cooperation*. University of Michigan: The University of Michigan Press.

Romp, G. (1997). *Game Theory: Introduction and Applications*. Oxford University: Oxford University Press.

Rubášová, H. (2018). Pravidla jízdy v jízdních pruzích [Online]. Retrieved from https://www.policie.cz/clanek/pravidla-jizdy-v-jizdnich-pruzich.aspx

Sbírka zákonů Česká republika: 361. Zákon o provozu na pozemních komunikacích a o změnách některých zákonů (2000). Ministerstvo vnitra: Tiskárna Ministerstva vnitra, p.o. Retrieved from https://aplikace.mvcr.cz/sbirka-zakonu/ViewFile.aspx?type=c&id=3486

SDA. (2020). Přehled stavu vozového parku [Online]. *Svaz dovozců automobilů (SDA)*. Retrieved from http://portal.sda-cia.cz/stat.php?v#str=vpp

SDA. (2020). Registrace nových OA v ČR [Online]. *Svaz dovozců automobilů (SDA)*. Retrieved from http://portal.sda-cia.cz/stat.php?n#str=nova

Sinha, K., & Labi, S. (2007). *Transportation Decision-Making: Principles of Project Evaluation and Programming*. Hoboken, NJ: Wiley & Sons.

Štětínská, S. (2015). Pravidlo ZIPu [Online]. Retrieved from https://www.policie.cz/clanek/krajske-reditelstvi-severomoravskeho-kraje-zpravodajstvi-pravidlo-zipu.aspx

Toledo, T., Koutsopoulos, H., & Ben-Akiva, M. (2007). Integrated driving behavior modeling [Online]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, *vol. 15*(issue 2), 96-112. https://doi.org/10.1016/j.trc.2007.02.002

Toledo, T., Koutsopoulos, H., & Ben-Akiva, M. (2003). Modeling Integrated Lane-Changing Behavior [Online]. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, *vol. 1857*(issue 1), 30-38. https://doi.org/10.3141/1857-04

Wardman, M., Chintakayala, V., & de Jong, G. (2016). Values of travel time in Europe: Review and meta-analysis [Online]. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, *vol. 94*, 93-111. https://doi.org/10.1016/j.tra.2016.08.019

Weintraub, E. (1992). *Toward a History of Game Theory, Annual Supplement to History of Political Economy, vol. 24.*. Durham and London: Duke University Press Books.

Yoon, H., Gastner, M., & Hwang, J. (2008). *Price of Anarchy in Transportation Networks: Efficiency and Optimality Control.* [Online]. Korea Advanced Institute of Science and Technology: Physical review letters. Retrieved from https://arxiv.org/vc/arxiv/papers/0712/0712.1598v1.pdf

III Seznam tabulek, obrázků a grafů

IV Seznam příloh

Příloha 1: Sčítací úsek 2-4862 - Husova ulice.

Příloha 2: Význam použitých zkratek v úseku 2-4862.

Příloha 3: Imaginární hodnoty času v závislosti na *p* a *q*.

V Přílohy

Příloha 1: Sčítací úsek 2-4862 - Husova ulice, rok 2016.

Roční průměr denních intenzit dopravy		*LN*	*SN*	*SNP*	*TN*	*TNP*	*NSN*	*A*	*AK*	*TR*	*TRP*	*TV*	*O*	*M*	*SV*
RPDI - všechny dny	voz/den	1 122	184	10	64	10	79	161	263	3	3	1 899	17 775	98	19 772
		LN	*SN*	*SNP*	*TN*	*TNP*	*NSN*	*A*	*AK*	*TR*	*TRP*	*TV*	*O*	*M*	*SV*
RPDI - pracovní den (Po-Pá)	voz/den	1 370	225	12	78	12	96	186	321	4	4	2 308	20 400	91	22 799
RPDI - volné dny (mimo svátky)	voz/den	503	82	5	29	5	36	98	118	1	1	878	11 213	115	12 206
Hodinová intenzita dopravy												*TV*			*SV*
Padesátirázová intenzita dopravy	voz/h											206			2 295
Špičková hodinová intenzita dopravy	voz/h											205			2 135
Těžká nákladní vozidla - TNV															*TNV*
Hodnota TNV	voz/den														987
Intenzita dopravy pro hlukové a emisní výpočty												*OA*	*NA*	*NS*	*Celkem*
Roční průměr intenzit, den (06-18)	voz/den											14 531	1 634	88	16 253
Roční průměr intenzit, večer (18-22)	voz/den											2 306	59	4	2 369
Roční průměr intenzit, noc (22-06)	voz/den											1 037	106	7	1 150
Emise										*OA*	*LNA*	*TNA*	*NS*	*BUS*	*Celkem*
Roční špičková hodinová intenzita dopravy	voz/h									2 306	145	33	13	55	2 552
Koeficienty nerovnoměrnosti dopravy												*alfa*	*beta*	*gama*	*PS*
Koeficient nerovnoměrnosti dopravy	-											01.III	0.95	01.VIII	10:42
Intenzita cyklistické dopravy															*C*
Cyklistická doprava	cyklo/den														130

Zdroj: vlastní úprava z http://scitani2016.rsd.cz/pages/map/default.aspx

Příloha 2: Význam použitých zkratek v úseku 2-4862.

Význam použitých zkratek:	
LN	Lehká nákladní vozidla (užitečná hmotnost do 3,5 t) bez přívěsů i s přívěsy
SN	Střední nákladní vozidla (užitečná hmotnost 3,5 – 10t) bez přívěsů
SNP	Střední nákladní vozidla (užitečná hmotnost 3,5 – 10t) s přívěsy
TN	Těžká nákladní vozidla (užitečná hmotnost nad 10t) bez přívěsů
TNP	Těžká nákladní vozidla (užitečná hmotnost nad 10t) s přívěsy
NSN	Návěsové soupravy nákladních vozidel
A	Autobusy
AK	Autobusy kloubové
TR	Traktory bez přívěsů
TRP	Traktory s přívěsy
TV	Těžká motorová vozidla celkem
O	Osobní a dodávková vozidla bez přívěsů i s přívěsy
M	Jednostopá motorová vozidla
SV	Všechna motorová vozidla celkem (součet vozidel)
TNV	Těžká nákladní vozidla (0,1.LN+0,9.SN+1,9.SNP+TN+2,0.TNP+2,3.NSN+A+AK)
PS	Poměr intenzit protisměrných dopravních proudů v nedělní (odpolední) návratové
ALFA, BETA	Ukazatele variací silniční dopravy ALFA – poměr intenzity v letní neděli k celoročnímu průměru [-] BETA – poměr intenzity v letním pracovním dnu k celoročnímu průměru [-]
GAMA	ALFA/BETA [-]
C	Cyklisté [cyklo/den]

Zdroj: vlastní úprava z http://scitani2016.rsd.cz/pages/map/default.aspx

Příloha 3: Imaginární hodnoty času v závislosti na *p* a *q*

		q										
		0	**0,1**	**0,2**	**0,3**	**0,4**	**0,5**	**0,6**	**0,7**	**0,8**	**0,9**	**1**
p	**0,1**	131.0000	122.2000	115.6000	111.2000	109.0000	109.0000	111.2000	115.6000	122.2000	131.0000	142.0000
	0,2	82.0000	77.9000	75.0000	73.3000	72.8000	73.5000	75.4000	78.5000	82.8000	88.3000	95.0000
	0,3	66.3333	63.9333	62.4000	61.7333	61.9333	63.0000	64.9333	67.7333	71.4000	75.9333	81.3333
	0,4	59.0000	57.5500	56.8000	56.7500	57.4000	58.7500	60.8000	63.5500	67.0000	71.1500	76.0000
	0,5	55.0000	54.2000	54.0000	54.4000	55.4000	57.0000	59.2000	62.0000	65.4000	69.4000	74.0000
	0,6	52.6667	52.3667	52.6000	53.3667	54.6667	56.5000	58.8667	61.7667	65.2000	69.1667	73.6667
	0,7	51.2857	51.4000	52.0000	53.0857	54.6571	56.7143	59.2571	62.2857	65.8000	69.8000	74.2857
	0,8	50.5000	50.9750	51.9000	53.2750	55.1000	57.3750	60.1000	63.2750	66.9000	70.9750	75.5000
	0,9	50.1111	50.9111	52.1333	53.7778	55.8444	58.3333	61.2444	64.5778	68.3333	72.5111	77.1111
	1	50.0000	51.1000	52.6000	54.5000	56.8000	59.5000	62.6000	66.1000	70.0000	74.3000	79.0000

Zdroj: vlastní úprava