Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta

Katedra systémového inženýrství

Bakalářská práce

Optimalizace dopravních tras mezi společností a jejími klienty

Kamarádová Petra

ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE

Katedra systémového inženýrství
Provozně ekonomická fakulta

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Kamarádová Petra

Podnikání a administrativa

Název práce
Optimalizace dopravních tras mezi společností a jejími klienty

Anglický název
Optimization of Transportation Routes between a Chosen Company and Its Clients

---

Cíle práce
Cílem práce je nalezení optimálních dopravních tras mezi společností a jejími klienty v rámci úspory nákladů. Vybraná společnost NSG Morison se zabývá poskytováním poradenských služeb. Ve své práci se chci zaměřit na konkrétního pracovníka, který je pověřen doručováním a přenášením dokladů od klientů a zpět.

Metodika
Získání údajů o současném počtu klientů a stávající řešení dopravních tras mezi nimi. Následné studium problematiky prostřednictvím literárních zdrojů. Dále pak hledání a výběr nejvhodnějších dopravních modelů, nalezení výhodných tras a konečná analýza řešení.

Harmonogram zpracování
12/2013 volba tématu
02/2014 studium formálních náležitostí práce
03/2014 – 06/2014 studium literatury
06/2014 – 08/2014 řešení teoretické části práce
09/2014 – 02/2014 zpracování praktické části práce
03/2015 odevzdání práce na katedru

Rozsah textové části

30 - 40 stran

Klíčová slova

Optimální řešení, okružní dopravní problém, doručení, doklady, klient, vzdálenost, aproximační metody

Doporučené zdroje informací

GROS, Ivan. Kvantitativní metody v manažerském rozhodování. 1.vyd. Praha: Grada Publishing, 2003, 432 s. ISBN 80-247-0421-8.

KOSKOVÁ, Ivanka. Distribuční úlohy I. Vyd. 1. Praha: Česká zemědělská univerzita v Praze, Provozně ekonomická fakulta ve vydavatelství Credit, 2004, 48 s. ISBN 978-80-213-1156-5.

PELIKÁN, Jan. Praktikum z operačního výzkumu. 1. vyd. Praha: Vysoká škola ekonomická v Praze, 1993, 86 s. ISBN 80-707-9135-7.

ŠUBRT, Tomáš. Ekonomicko-matematické metody. Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, 2011, 351 s. ISBN 978-80-7380-345-2.

další literatura dle potřeby

Vedoucí práce

Kučera Petr, RNDr., Ph.D.

Konzultant práce

Fejfar Jiří, Ing. Ph.D.

Termín odevzdání

březen 2015

Elektronicky schváleno dne 20.10.2014

doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 10.11.2014

Ing. Martin Pelikán, Ph.D.

Děkan fakulty

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci "Optimalizace dopravních tras mezi společností a jejími klienty" jsem vypracovala samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce. Jako autorka uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušila autorská práva třetích osob.

V Praze dne 12.03.2015 ____________________________

Poděkování

Ráda bych touto cestou poděkovala vedoucímu bakalářké práce panu RNDr. Petru Kučerovi, Ph.D. a konzultantovi panu Ing. Jiřímu Fejfarovi, Ph.D. za vedení bakalářské práce, odborné rady, cenné konzultace a připomínky.

Optimalizace dopravních tras mezi společností a jejími klienty

----

Optimalization of Transportation Routes between a Chosen Company and Its Clients

Souhrn

Tato práce se zabývá nalezením vhodných dopravních tras v rámci úspory nákladů mezi společností NSG Morison, která se zabývá poskytováním poradenských služeb, a jejími klienty. Zaměřuje se především na konkrétního pracovníka, který je odpovědný za doručování a přenášení dokladů od klientů a zpět.

Summary

This study engages in finding of suitable traffic routes with its aim to save costs between the NSG Morison company that provides consulting services and its clients. This company focuses on a concrete worker which is responsible for delivering and transporting of documents from and to clients.

Klíčová slova: Optimální řešení, okružní dopravní problém, doručení, doklady, klient, vzdálenost, trasa, aproximační metody

Keywords: Optimal solving, Traveling salesman problem, delivery, documents, client, distance, route, Approximation methods

Obsah

1 Úvod

Nejprve je dobré vědět, co vůbec optimalizace znamená. Dle slovníku cizích slov je optimalizace „proces výběru nejlepší varianty z množství možných jevů“. Tato bakalářská práce se ovšem zabývá především problémem obchodního cestujícího, který patři mezi NP-úplné úlohy. Z toho důvodu pro něj neexistuje žádný efektivní algoritmus, který by byl schopný najít optimální řešení. Většina metod, které tento problém řeší, jsou metodami aproximačními, to znamená, že jimi nalezená řešení jsou pouze přibližná. V tomto případě, vzhledem k neexistenci efektivního algoritmu, lze pak vysvětlit optimalizaci dopravních tras jako zefektivnění stávajícího systému a přiblížení se k optimálnímu řešení. Získaná řešení jsou však pouze kompromisní, neboť použité metody, metoda Nejbližšího souseda a Vogelova aproximační metoda, jimiž se práce zabývá jak v části teoretické, tak v části praktické, vede k nalezení přijatelného řešení, které je lepší než současné zároveň za podmínky přijatelné časové dotace na toto řešení.

Zvolenou společností pro tuto práci je NSG Morison se sídlem v Praze, zabývající se poskytováním poradenských služeb v oblasti auditu, daní, účetního a mzdového poradenství, znaleckých služeb, práva, podnikového a personálního poradenství. Na první pohled tedy není typickým subjektem, který by měl potřebu zabývat se řešením dopravního problému. Tato práce ovšem dokazuje, že zmíněný proces mohou využít ke svému fungování i firmy, které se nezabývají výhradně přepravou. Bakalářská práce se u zvolené společnosti bude zaměřovat na konkrétního zaměstnance, který vyzvedává a převáží doklady mezi touto společností, klienty, nebo státními institucemi.

2 Cíl práce a metodika

2.1 Cíl práce

Cílem této práce je nalezení vhodných dopravních tras mezi společností NSG Morison a jejími klienty. Zaměstnanec, pro kterého budou tyto trasy sloužit, pracuje ve společnosti brigádně. Společnost chce tomuto zaměstnanci jasně určit, jakým způsobem se bude mezi klienty pohybovat, aby minimalizovala čas strávený na cestě a tím ušetřila náklady. Zároveň bude moci tohoto pracovníka použít v rámci uspořeného času na kancelářské práce namísto zaměstnání dalšího člověka ve firmě.

V současné době optimalizace dopravních tras v této firmě není řešena žádným způsobem a zaměstnanec si své cesty plánuje dle vlastního uvážení. Stává se tedy, že mu přidělená práce pokryje každý měsíc různě dlouhou dobu. S nastavením určitého řádu půjde snáze odhadnout, kolik času zaměstnanci jeho pochůzky zaberou.

2.2 Metodika

Práce je tvořena ze dvou částí, z části teoretické, která je zpracována na základě prostudování odborné literatury a z části praktické, pro kterou bylo třeba získání informací o zvolené společnosti a jejím fungování.

Teoretická část zahrnuje literární rešerši věnující se pojmu logistika, distribučním úlohám a teoretickému řešení okružního dopravního problému.

V praktické části je blíže představena zvolená společnost NSG Morison. Nalezení vhodných dopravních tras této společnosti je zde řešeno okružním dopravním problémem pomocí dvou zvolených metod. Metodou nejbližšího souseda a Vogelovy aproximační metody. Tyto dvě metody jsou zvoleny právě proto, že patří mezi metody aproximační, což znamená, že ani jedna není optimální a každá je založena na jiném principu, díky čemuž mohou vycházet různé výsledky. Z toho důvodu jsou použity obě zmíněné varianty a jejich následné srovnání.

3 Literární rešerše

3.1 Logistika

„Logistika je dnes pojmem zcela běžným a každodenně užívaným. Ač se logistika jako samostatný vědní obor objevila relativně nedávno, s logistickými principy jako takovými je možné se setkat již od nepaměti. Už staří Egypťané potřebovali vynaložit nezměrné úsilí podpořené strategickým plánováním a důslednou organizací na stavbu svých velkolepých pyramid, mnohé národy organizovaly a logisticky zajišťovaly při dobývání nových území své vojáky. Jednoznačně největšího rozmachu a uplatnění však doznala logistika v hospodářské sféře a to především v důsledku nových podmínek na trhu a rozvoje informačních a komunikačních technologií“ (Oudová, 2013).

„Pojem **logistika** je odvozen z řečtiny ze slov *logistikon*, označující důmysl, rozum, nebo *logos* což je řeč, slovo, myšlenka, věta nebo rozum“ (Oudová, 2013).

Logistika jako taková má celou řadu definic, proto si ji můžeme definovat například dle Petra Pernicy z knihy „Logistika: Vymezení a teoretické základy“, kde udává, že: „Logistika je disciplína, která se zabývá celkovou optimalizací, koordinací a synchronizací všech činností, jejichž řetězce jsou nezbytné k pružnému a hospodárnému dosažení daného konečného (synergického) efektu“ (Pernica, 1994).

K dosažení co nejlepšího výsledku využívá logistika řadu nástrojů, jedním z nich je také optimalizace dopravních tras pomocí distribučních modelů.

3.2 Teorie grafů

Graf je dvojice **G** = (V, E), kde V je množina, jejíž prvky se nazývají *vrcholy* nebo *uzly* grafu, E je množina neuspořádaných dvojic {*u, v*}, kde *u, v* jsou dva různé prvky množiny V. Prvky množiny E jsou nazývány *hranami* grafu. Množina V je množinou konečnou, nekonečné grafy se zde nepřipouští. Množiny V, E grafu **G** budou označeny jako V(**G**), E(**G**). Je-li *v* vrchol grafu **G**, pak *stupeň vrcholu v* je počet hran grafu **G**, které z *v* vycházejí (Kučera, 1983).

Podgraf **G'** grafu **G** je graf, pro který platí V(**G'**) ⊂ V(**G**), E(**G'**) ⊂ E(**G)** (Kučera, 1983).

Orientovaný graf **G** je dvojice (V, E), kde V je konečná množina označovaná V(**G**) a nazývaná *množinou vrcholů* orientovaného grafu **G**, E je množina obsahující uspořádané dvojice různých prvků množiny V. Prvky množiny E se nazývají *orientované hrany*, pokud nebude hrozit nedorozumění, bude se používat slovo hrana (Kučera, 1983).

Na odlišení od orientovaného grafu se někdy používá pro graf název *symetrický graf* orientovaného grafu tak, že si lze hranu $\{v, w\}$ představit jako dvojici hran orientovaných, tedy dvojici (v, w), (w, v). Úvahy platné pro orientované grafy jsou proto obecnější, neboť zahrnují i neorientovaný případ (Kučera, 1983).

Sled v neorientovaném grafu **G** je posloupnost vrcholů $v_0, \ldots, v_k$ takový, že $\{v_{i-1}, v_i\}$ je hranou pro $i = 1,\ldots, k$. Jestliže pro $i \neq j$ platí $v_i \neq v_j$, pak se tento sled nazývá *cesta*. Pokud cesta obsahuje všechny vrcholy grafu, nazývá se *hamiltonovská cesta*. Je-li $v_0 = v_k$, mluví se o *uzavřeném sledu*, a je-li navíc $v_i \neq v_j$ pro $1 \leq i < j \leq k$, vzniká *kružnice*. *Hamiltonovská kružnice* je kružnice obsahující všechny vrcholy grafu (Kučera, 1983).

Posloupnost vrcholů $v_0, v_1, \ldots, v_k$ orientovaného grafu se nazývá *orientovaný sled,* jestliže (v_{i-1}, v_i) je orientovaná hrana pro $i = 1,\ldots, k$. Je-li tato posloupnost prostá, jde o *orientovanou cestu.* Obdobně je možné definovat *uzavřený orientovaný sled*; místo orientovaná kružnice se užívá název *cyklus* (Kučera, 1983).

Graf **G** se nazývá *souvislý*, jestliže pro každé dva různé vrcholy v, w existuje v grafu cesta začínající ve vrcholu v a končící ve vrcholu w. Souvislým grafem neobsahujícím križnici je *Strom*. Strom o n vrcholech má vždy $n - 1$ hran a každý strom o alespoň dvou vrcholech obsahuje nejméně dva vrcholy stupně 1. Pro každé dva vrcholy stromu existuje právě jedna cesta, která je spojuje. Odtrhnou-li se od stromu, který má alespoň tři vrcholy, všechny jeho vrcholy stupně 1, vznikne neprázdný graf, který je opět stromem (Kučera, 1983).

3.3 Distribuční úlohy

Distribuční úlohy tvoří speciální skupinu úloh lineárního programování. Zařazují se mezi ně problémy jednostupňové, dvoustupňové, přiřazovací, zobecněné, okružní, trasovací a mnoho dalších typů. Všechny tyto úlohy se dají vyjádřit pomocí lineárních modelů simplexovou metodou. U některých z těchto úloh však umožňují jejich specifické vlastnosti použít k řešení speciální metody, které jsou jednodušší než simplexová metoda.

U jiných by naopak velikost modelů i při malé velikosti úlohy, tj. malém počtu míst, mezi nimiž je třeba přepravu zajistit, vyžadovala výpočetní kapacitu, která neumožní efektivně nalézt jejich přesné teoretické optimum (Šubrt, 2011).

3.4 Aproximační metody řešení dopravního problému

Aproximační metody pro řešení dopravního problému jsou poměrně jednoduché a početně nenáročné. Mnohdy poskytují řešení, které sice nemusí být optimální, ale které je pro praktické účely vyhovující – tzv. satisfaktorní. Ve většině případů se aproximační metody užívají k nalezení prvního výchozího řešení pro metody přesné (Luňáček, a další, 2009).

3.5 Heuristické metody

Heuristika se neopírá jen o hotové poznatky, spíš je hledá. Proto je definována jako nauka o objevování, jako návod k soustavnému hledání pravdy. Není sporu o tom, že je i mocným zdrojem myšlenek při vytváření umělé inteligence. Na druhé straně nelze nevidět určitou poplatnost přístupu subjektivním představám (Habr, 1980).

Vzhledem k tomu, že většina optimalizačních úloh s diskrétními proměnnými jsou NP – obtížné nebo NP – úplné úlohy, optimální algoritmy nemusí poskytovat v reálném čase optimální řešení pro rozsáhlé úlohy (s větším počtem diskrétních proměnných). V těchto případech se v praxi používají spíše metody označované jako **heuristické**. Jde o metody, které dávají přípustné řešení s tím, že hodnota účelové funkce nemusí být optimální. Postup heuristické metody je formulován tak, aby účelová funkce dosahovala vysoké (u maximalizace, minimalizace nízké) hodnoty. U většiny heuristických metod je odhad odchylky dosažené hodnoty účelové funkce od optimální hodnoty účelové funkce vysoký, nicméně praktické výsledky jsou uspokojivé (Pelikán, 2001).

Takovéto metody na rozdíl od exaktních metod jsou rychlé, polynomiální a nevykazují obtíže i při řešení rozsáhlých úloh. Navíc, protože nejsou exaktně formulovány, umožňují flexibilní úpravy pro různé varianty typových úloh, pro specifické podmínky. Spíše než metody by se měly nazývat výpočetní postupy, neboť jakákoliv odchylka v algoritmu je také heuristickou metodou (Pelikán, 2001).

Heuristické metody patří mezi nejvyužívanější metody řešící úlohu obchodního cestujícího. Dělí se na metody vytvářející řešení a metody řešení zlepšující. Jde o metody polynomiální, které obecně nedávají optimální řešení. Lze je libovolně upravovat a modifikovat na konkrétní okružní úlohu z praxe. Metody vytvářející řešení postupují buď sekvenčním, nebo paralelním postupem tzn., že u sekvenčního postupu vytvářejí trasu tak, že z výchozího uzlu hledají postupně další uzly na trase, paralelní postup propojuje postupné uzly do částečných cest a ty se nakonec spojí ve výsledný cyklus. Sekvenční postup je rychlejší, jednodušší, výsledné řešení ale nemusí být tak dobré, zejména v poslední části trasy. Paralelní postup je výpočetně obtížnější, avšak získané řešení může být lepší než řešení získané sekvenčním postupem (Pelikán, 1993).

3.6 Okružní dopravní problém

Okružní dopravní problém se označuje jako „problém obchodního cestujícího“ či „okružní dopravní problém“. Patří mezi problémy, které se těší velké pozornosti matematiků a počítačových vědců z celého světa. Je to dáno tím, že takový problém je velmi snadné formulovat, avšak velice obtížné řešit (Luňáček, a další, 2009).

Okružní dopravní problémy obecně vyvstávají jako subproblém mnoha transportních a logistických aplikací, jakou může být organizace školních autobusů svážející děti do školy, jenž je klasickou aplikací okružního dopravního problému od dob jejího využití ve 40. letech 20. století. V nynější době lze spatřit aplikace problému obchodního cestujícího v oblastech plánování řízení dopravních prostředků ve velkoskladištích, tvorby cest pro firmy zabývající se rozvozem zásilek nebo pro firmy doručující jídlo do domu (Luňáček, a další, 2009).

Distribuční úlohy, ve kterých se doprava realizuje okružními jízdami, patří mezi nejčastěji řešené úlohy operačního výzkumu. Navazují na úlohy alokační, ve kterých se rozmisťují sklady, závody apod., na úlohy rajonizační, které optimalizují tvorbu zásobovacích rajonů, přiřazených určitému centru, skladu apod. Úlohy alokační, rajonizační i okružní jsou spolu těsně svázány, komplexní řešení všech tří úloh najednou je ale nerealizovatelné, proto se úlohy řeší většinou odděleně (Pelikán, 1993).

Jak už bylo řečeno, okružní dopravní problémy patří z matematického hlediska mezi tzv. NP-úplné problémy. Důležitým faktem ale je, že neexistuje žádný efektivní algoritmus, který by nalezl přesné matematické optimum. Je to způsobeno tím, že počet omezujících podmínek v matematickém modelu této úlohy roste velmi rychle (exponenciálně) s rostoucím počtem míst, a tak doba výpočtu jakoukoli metodou roste stejně rychle a pro větší úlohy by byla nesrovnatelně větší než např. délka lidského života i než doba existence vesmíru (Šubrt, 2011).

3.6.1 Definice problému

Okružní dopravní problém (problém obchodního cestujícího) je jedním z problémů pořadí (sekvenčních). Je dáno n míst označených čísly 1, 2, …, *n*. a dále jsou známy vzdálenosti (cestovní časy nebo dopravní náklady na cestu) c_{ij} mezi libovolnými dvěma místy, přičemž v jednom z míst má cesta začít i skončit a přitom procházet každým místem právě jednou (Luňáček, a další, 2009).

Úkolem je nalézt vhodné pořadí míst na cestě za pomoci minimalizace délky cesty (celkový cestovní čas, celkové náklady na cestu). Úloha má kombinatorický charakter, v městě 1 bude začátek a posléze konec cesty, tedy přípustných řešení (cest, pořadí) je (n-1)!. Obchodní cestující každým místem musí projet právě jednou, tj. každé místo musí navštívit právě jednou (Luňáček, a další, 2009).

3.6.2 Matematický model

Dle Šubrta (2011) má být nalezeno minimum lineární funkce

$$z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \rightarrow \text{MIN} \tag{3.1}$$

za podmínek

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad i = 1, 2, \ldots, n \tag{3.2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad j = 1, 2, \ldots, n \tag{3.3}$$

$$u_i - u_j + n x_{ij} \leq n - 1 \qquad i = 1, 2, \ldots, n; j = 1, 2, \ldots, n; i \neq j \tag{3.4}$$

$$x_{ij} \in \{0; 1\} \qquad i = 1, 2, \ldots, n; j = 1, 2, \ldots, n \tag{3.5}$$

Matematická formulace (jednookruhového) okružního dopravního problému je velmi podobná přiřazovací úloze. Okružní trasa může být popsána tak, že každému míst, kterým se bude projíždět, se přiřadí místo, které je na okružní trase následuje. Některá řešení přiřazovací úlohy ale mohou charakterizovat situaci, kdy se jednotlivá místa objedou několika samostatnými okruhy. Aby se vyloučila tato možnost, jsou k modelu přiřazovací úlohy přidány tzv. Tuckerovy podmínky (3.5). Obtížnost úlohy (NP – úplnost) ovšem nezapříčiňují Tuckerovy podmínky, ale podmínky bivalentnosti proměnných (3.1). Pokud by se podmínka (3.1) nahradila podmínkami nezápornosti proměnných, mohla by vyjít desetinná čísla jako optimální hodnoty proměnných. Je-li tedy $x_{ij} = 1$, znamená to, že při průjezdu okruhem z i-tého místa se pokračuje do j-tého, v opačném případě je $x_{ij} = 0$ (Šubrt, 2011).

3.6.3 Metoda nejbližšího souseda

Jedná se o nejjednodušší aproximační metodu pro okružní dopravní problém. Její princip spočívá v tom, že je zvoleno výchozí místo, z něhož se pokračuje do místa, do kterého je nejvýhodnější spojení z výchozího místa, odtud pak do dalšího z těch míst, která zatím nebyla navštívena a zároveň mající nejvýhodnější spojení z místa, odkud se dále vychází. Po projetí všech míst je okruh zakončen opět ve výchozím místě (Šubrt, 2011).

Častou nepříznivou vlastností metody nejbližšího souseda je to, že první trasy bývají nejlepší, tj. nejkratší s plným vytížením kapacity vozidla, a poslední trasy naopak nejhorší tj. dlouhé a s malým nákladem (zásobují pouze nevýhodně položené uzly, protože uzly výhodné, blízké skladu, byly již do trasy zařazeny dříve). Aby se odstranila nerovnoměrnost kvality tras, modifikuje se algoritmus tak, že se jako první uzel na trase volí uzel nejvzdálenější od skladu (Pelikán, 1993).

3.6.3.1 Postup výpočtu v matici sazeb

Výpočet metody nejbližšího souseda v tabulce (matici) se provádí následujícím způsobem:

Nejprve se vyškrtne sloupec odpovídající výchozímu místu (do tohoto místa se totiž prozatím nepojede, bude použito opět až na konci trasy pro uzavření okruhu). V řádku odpovídajícímu výchozímu místu se nalezne buňka s minimální (nejvýhodnější) sazbou a označí se (obsadí se), tj. příslušné spojení bude součástí výsledné okružní trasy. Tímto spojením vede cesta do místa, jemuž odpovídá sloupec, v němž se tato buňka nachází. Tento sloupec se vyškrtne (do tohoto místa již trasa nepovede). V řádku odpovídajícím tomuto místu se vybere z buněk v dosud nevyškrtnutých sloupcích opět ta s nejvýhodnější sazbou a celý postup se opakuje, dokud nejsou všechny sloupce vyškrtány (tj. dokud nebyla navštívena všechna místa). V posledním nevyškrtnutém řádku se obsadí buňka ve sloupci odpovídajícím výchozímu místu. Postupně se zvolí všechna místa jako výchozí a pro každé místo je tímto postupem nalezena okružní trasa. Má-li úloha nesymetrickou matici sazeb, provede se pro každé místo také hledání trasy „pozpátku", tj. buď se vyškrtávají řádky a hledají se minimální sazby ve sloupcích nebo se původní postup aplikuje na transponovanou matici. Ze všech takto nalezených tras se vybere ta nejvýhodnější (s nejmenším součtem sazeb) (Šubrt, 2011).

3.6.4 Modifikovaná Vogelova aproximační metoda

Vogelova aproximační metoda se používá pro řešení jednostupňových dopravních úloh, kde se vyznačuje využíváním rozdílů mezi dvěma nejvýhodnějšími sazbami v řadách dopravní tabulky. Tím zajišťuje v průběhu celého výpočtu rovnoměrné obsazování výhodných spojů. Dle největších diferencí obsazuje buňky s nejvýhodnějšími sazbami. Vyskytne-li se maximální diference u dvou různých řad, doporučuje se obsadit přednostně buňku s nejvýhodnější sazbou v těchto řadách. Vyskytne-li se nejvýhodnější sazba u dvou buněk v jedné řadě, doporučuje se, zvláště u větší úlohy spočítat druhou diferenci mezi dvěma nejvýhodnějšími různými sazbami (tedy aby diference nebyla 0) (Šubrt, 2011).

Tato metoda známá z řešení jednostupňových dopravních úloh se však dá použít také pro okružní dopravní problém. Pro tento účel se musí samozřejmě patřičným způsobem modifikovat. Tím vzniká modifikovaná Vogelova aproximační metoda. Na rozdíl od jednostupňové dopravní úlohy zde není třeba uvažovat přepravované množství zboží, a tak se před zahájením výpočtu zapíší do tabulky pouze sazby a v průběhu algoritmu se obsazované buňky jen označují (zvýrazňují, sazby se dávají do rámečku), což znamená, že spojení odpovídající těmto buňkám jsou zařazována (přidávána) do konstruované trasy obchodního cestujícího. Další rozdíl je ve vyškrtávání po obsazení buňky. Vyškrtává se, jak řádek, tak i sloupec, ve kterém se obsazovaná buňka nachází (obchodní cestující jede z, i do každého místa jen jednou), a kromě toho je třeba vyškrtnou ještě jednu další buňku, která s právě obsazenou buňkou a případně ještě několika již dříve obsazenými uzavírá kruh, který neprochází všemi místy. Po tomto vyškrtávání je třeba přepočítat řádkové i sloupcové diference (Šubrt, 2011).

3.6.5 Další metody ODP

3.6.5.1 Metoda výhodnostních čísel

Postup řešení:

Základem metody jsou výhodnostní čísla $s_{ij,}$ $i = 1, 2, \ldots, n$, která oceňují spojení i-tého uzlu s j-tým. Jsou odvozené z následující úvahy. Za předpokladu, že i-tý a j-tý uzel jsou zásobovány jednoduchými trasami ve tvaru 1-i-1 a 1-j-1, kde uzel 1 je sklad. Délka těchto tras je $d_{1i} + d_{i1} + d_{1j} + d_{j1}$. V případě propojení těchto dvou uzlů i a j vznikne jedna trasa 1-i-j-1 o délce $d_{1i} + d_{ij} + d_{j1.}$ Rozdíl mezi délkou původních dvou tras a trasy po propojení je právě ono výhodnostní číslo $s_{ij.}$ Všechna výhodnostní čísla jsou následně sestupně setříděna. Podle takto setříděných čísel se postupně spojuje uzel i s uzlem j tak, aby vznikl výsledný cyklus (výhodnostní čísla, která by spojením uzlu i a j vytvořila cyklus, se přeskakují) (Pelikán, 1993).

3.6.5.2 Metoda vkládací

Postup řešení:

a) metoda nejbližšího vkládání

1. Je zvolen výchozího uzel (označen číslem 1)
2. Najde se uzel s nejbližší uzlu 1 ($c_{1s} = \min\{c_{1j}\}$) a vytvoří se výchozí cyklus C: 1–s–1.
3. Nalezne se uzel k, který je nejbližší uzlům již zařazeným do cyklu C.
4. Nalezne se hrana (i, j) ležící na C, pro kterou je minimální $c_{ik} + c_{kj} - c_{ij}$ a vloží se uzel k mezi uzly i a j v cyklu C.
5. Opakuje se bod 3. a 4. Dokud cyklus C neobsahuje všechny uzly grafu.

Délka získaného řešení k optimální délce je menší nebo rovna 2. Počet operací je v řádu n^2 (Pelikán, 1993).

Bod 3. a 4. lez modifikovat následovně:

b) metoda nejlevnějšího vkládání

V bodě č. 3 je hledána hrana (i, j) v cyklu C a uzel k neležící na C tak, aby $c_{ik} + c_{kj} - c_{ij}$ bylo minimální (na rozdíl od předchozí metody není hledaný uzel k takový, který je nejblíže již vytvořenému cyklu C, ale takový, jehož přidáním do cyklu se trasa co nejméně prodlouží). Uzel k se vloží mezi uzly i a j v cyklu C. Počet operací je pak řádu $n^2 \log_2 (n)$.

Další modifikace nastane, když bude v bodě 3. zvolen uzel k libovolně:

c) metoda libovolného vkládání. Délka cyklu k optimální délce bude menší nebo rovna $[\log_2(n)] + 1$.

d) metoda rychlého vkládání vynechává bod 3. a uzel k zařadí za nejbližší uzel cyklu C (Pelikán, 1993).

3.6.5.3 Metoda minimální kostry

Metoda využívá polynomiálního algoritmu pro hledání kostry grafu. Kostra grafu má minimální délku, nicméně nejde o cyklus, proto se musí na Hamiltonův cyklus transformovat. Postup metody spočívá v nalezení T minimální kostry grafu G. Zdvojením hran T se dostane Eulerův cyklus. Následuje transformace Eulerova cyklu na cyklus Hamiltonův vytvořením posloupnosti uzlů ležících na Eulerově cyklu, vynechají se ty části posloupnosti, které začínají a končí ve stejném uzlu, zbytek tvoří výsledné řešení (Pelikán, 1993).

3.6.5.4 Christofidova metoda

Metoda je opět založena na minimální kostře grafu. Pro její řešení musí být nalezena T minimální kostra grafu G. Označí se V' uzly lichého stupně v T a spojí se hranami metodou perfektního párování s minimálními náklady. Tím vznikne Eulerův cyklus, který se obdobně jako v předchozí metodě transformuje v Hamiltonův cyklus (Pelikán, 1993).

3.6.5.5 Metoda zatřiďovací

Metoda je založena na spojování cyklů.

Nejprve každý uzel vytvoří elementární cyklus. Hledá se hrana ve tvaru (a, b) taková, že $c_{a,\, b} = \min \{c_{x,y};\ x,\ y$ jsou uzly ležící v různých cyklech$\}$. Tyto dva cykly se spojí a hledání hran se opakuje dokud nevznikne Hamiltonův cykl (Pelikán, 1993).

3.6.5.6 Habrova frekvenční metoda

Habrova frekvenční metoda je aproximační metoda, která vede k velice dobrým výsledkům. Je založena na obsazování políček podle frekvencí F_{ij}. Frekvence představuje míru výhodnosti políčka vzhledem k ostatním spojům. Tato frekvence se spočítá jako součet diferencí křížových součtů všech čtveřic sazeb. Sečtením všech dílčích frekvencí se získá Habrova frekvence F_{ij}. Řešení se pak získává postupným obsazením políček s nejvýhodnější frekvencí (Kosková, 2004).

3.7 Víceokruhový okružní dopravní problém

Víceokruhové okružní dopravní problémy, někdy nazývané rovněž trasovací problémy se objevují v různých modifikacích s různými kapacitními, časovými a jinými omezeními, která způsobují, že přepravu nelze realizovat jedním okruhem. Nejčastější příčinou, proč je třeba okružní přepravu rozdělit do více okruhů, jsou kapacitní omezení. Kapacita vozidla totiž mnohdy nestačí pokrýt požadavky všech míst na množství materiálu, které je tam/odtud třeba rozvést/svézt. Je-li předpokládáno, že všechna vozidla jsou stejná, mají stejnou kapacitu, která je menší než celkový objem požadavků. Je tedy třeba naplánovat několik okruhů (každý pro jedno vozidlo) tak, aby každý začínal a končil v centrálním místě, suma kapacit (požadavků) všech necentrálních míst, která se na něm nacházejí, přitom nesmí být větší než kapacita vozidla a každé necentrální místo musí ležet právě na jednom okruhu (do každého necentrálního místa musí některé vozidlo zajet, ale je zbytečné, aby tam jezdilo více vozidel). (Šubrt, 2011)

3.7.1 Mayerova metoda

Typickou metodou, která řeší vícepruhový okružní dopravní problém je Mayerova metoda, která rovněž k řešení úlohy využívá matici sazeb.

V tabulce sazeb vícekruhové úlohy se seřadí místa (v řádcích i sloupcích) podle vzdálenosti od místa centrálního svozu, které samotné může být v tabulce vynecháno, a přidá se sloupec obsahující požadavky jednotlivých míst. Označí se první sloupec této tabulky (tj. vybere se první místo pro první okružní trasy) a požadavek v prvním řádku a vyškrtne se první řádek. Pro každé z ostatních míst se sečte jeho přepravní požadavek s označeným a u všech míst, kde tento součet bude větší než kapacita vozidla, bude vyškrtnuta v prvním sloupci buňka v příslušném řádku (zpravidla, pokud nejsou přepravní požadavky vzhledem ke kapacitě vozidla neúměrně velké, takový případ nenastane). Z nevyškrtnutých prvků v prvním sloupci je vybrán minimální, není-li výběr jednoznačný, pak se volí první takový prvek v pořadí (nejhořejší). Ten označuje místo, které se jako další přiřadí do právě konstruované okružní trasy. Odpovídající sloupec a požadavek v odpovídajícím řádku se označí (zvýrazní) a řádek se vyškrtne. Sečtou se vyznačené požadavky a pro ta místa, kde přičtením jejich požadavku k uvedenému součtu je překročena kapacita vozidla, opět se vyškrtnou v označených sloupcích buňky v odpovídajících řádcích. Z nevyškrtaných prvků v označených sloupcích se stejným způsobem vybere minimální prvek a tím další místo okružní trasy. Celý postu se opakuje, dokud nejsou při porovnávání kapacit všechny sazby v označených sloupcích vyškrtnuty. Tím jsou vybrána místa pro první okružní trasu. Místa se poznamenají, vyškrtají se příslušné sloupce a požadavky a ve zbylé části tabulky se hledají stejným způsobem místa do dalších okružních tras. Nakonec zbývá ještě místa v jednotlivých okruzích seřadit. K tomu může být použita např. některá z uvedených metod pro řešení jednookruhové úlohy (Šubrt, 2011).

4 Vlastní zpracování

4.1 Společnost NSG Morison

Pro zpracování praktické části bakalářské práce, byla vybrána společnost NSG Morison se sídlem: Jakubská 2, 110 00 Praha 1. Tato společnost působí na českém trhu od roku 1994 a od roku 2004 působí i na trhu slovenském. Skupina NSG Morison je českou nezávislou poradenskou společností a zahrnuje více společností, jejichž hlavními činnostmi jsou daně, audit, právní servis, outsourcing a znalecká služby (NSG Morison, 2010).

Jejími klienty jsou jak velké a střední společnosti, tak také malé. Patří však mezi ně i mnoho individuálních podnikatelů, investorů a fyzických osob.

4.2 Popis řešeného problému

Práce je zaměřena na práci jednoho určitého pracovníka/brigádníka, který zajišťuje převážně výměnu nebo předání dokladů a dokumentů mezi společností, klienty a státními institucemi, jako jsou finanční úřady nebo Pražské správy sociálního zabezpečení.

Tento pracovník má za úkol navštívit klienty a určená místa v co nejkratším čase. Jelikož si pracovník své trasy plánuje sám a nemá dán určitý plán nebo předpis, jak své úkoly co nejrychleji zvládnout, dochází často k situacím, že svou práci nestíhá. Zdá se vhodné nebo dokonce nutné, vymyslet pro tuto určitou osobu, takový plán, při jehož použití lze úkoly plnit v daný den. Dojde tím, k situaci, kdy společnost na tuto činnost nebude muset přijmout dalšího pracovníka, dokonce je velice pravděpodobné že stávající zaměstnanec ušetří čas na cestě a tím pádem bude moci zastat další administrativní práce, které jsou ve společnosti potřeba.

Zaměstnanec je odměňován za vykonanou práci a má možnost pro výkon své činnosti využívat firemní elektromobil. Tuto možnost však doposud nevyužil. K jednotlivým přesunům mezi místy využíval městské hromadné dopravy. Firma mu proplácela jízdenky použité na tyto cesty. Společnost ve snaze dojít k časové i finanční úspoře projevila zájem o porovnání nákladů v obou případech (cestování MHD i jízda elektromobilem) včetně vypracování vhodného plánu trasy pro jízdu elektromobilem.

V současné době společnost zajišťuje klientský servis mnoha podnikům. 9 z nich bylo označeno za klienty, které je třeba navštívit každý pracovní den. Jejich sídla, nebo pobočky jsou umístěny na území Prahy v ulicích Aviatická, Donátova, Chlumecká, Milady Horákové, Na Vinobraní, Pod Krejcárkem, Senovážné náměstí, Vranská a Zamenhofova.

V následující tabulce [Tabulka 1] jsou uvedeny vzdálenosti mezi jednotlivými místy získané prostřednictvím internetové mapové aplikace Google maps dostupné z google.cz/maps. Tabulka bude sloužit jako matice pro propočet zvolených metod.

Řešením nastalého problému bude nalezení vhodných dopravních tras okružního dopravního problému s využitím Metody nejbližšího souseda a Vogelovy aproximační metody.

Tabulka 1: Tabulka vzdáleností v km

	Av	Do	Chl	Ja	M. H.	N. V.	P. K.	S. N.	Vr	Za
Aviatická	x	12,3	26,2	14,8	12,5	26,5	18,4	16,9	23,5	25,5
Donátova	12,3	x	16,6	4,6	5,1	10,9	8,8	5,9	10,9	13,5
Chlumecká	26,2	16,6	x	13	14,3	12,4	8,5	12,7	19,4	8
Jakubská	14,8	4,6	13	x	2,9	8,3	4,4	1,2	10,8	10,3
Milady Horákové	12,5	5,1	14,3	2,9	x	11,2	6,8	4,5	12,5	13,6
Na Vinobraní	26,5	10,9	12,4	8,3	11,2	x	6,8	7,8	8,4	5,7
Pod Krejcárkem	18,4	8,8	8,5	4,4	6,8	6,8	x	4,2	11,9	7,1
Senovážné náměstí	16,9	5,9	12,7	1,2	4,5	7,8	4,2	x	9,7	9,5
Vranská	23,5	10,9	19,4	10,8	12,5	8,4	11,9	9,7	x	12,4
Zamenhofova	25,5	13,5	8	10,3	13,6	5,7	7,1	9,5	12,4	x

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z google.cz/maps

4.3 Řešení problému metodou nejbližšího souseda

První zvolenou metodou je Metoda nejbližšího souseda. Její teoretický základ, podle kterého se bude postupovat, byl objasněn v kapitole 3.6.3.

Společnost sídlí v Jakubské ulici, proto bude tento bod zvolen výchozím místem. Odtud bude pracovník každý den vyjíždět a následně se vracet po navštívení všech míst.

Jak je již známo, při použití metody nejbližšího souseda je třeba vypočítat délky tras pro všechna místa zařazená do okruhu. Každé místo trasy se postupně pro celkové porovnání musí stát místem výchozím. Jen tímto způsobem je možno zjistit, která z tras se nejvíce blíží optimu. Výsledné trasy se následně převedou tak, aby výchozím místem byla ulice Jakubská.

Pro větší přehlednost bude pro první možnou trasu postup znázorněn v jednotlivých krocích.

Krok první: Zvoleným výchozím bodem je ulice Aviatická. V příslušném řádku odpovídá nejnižší hodnotě údaj, který je ve sloupci Donátova (2. sloupec, hodnota [12,3], označena zelenou barvou). Ostatní hodnoty tohoto sloupce již nesmí být zahrnuty do okruhu, proto se vyškrtávají. Mimo jiné se vyškrtává i buňka, která by okruh předčasně uzavřela. V tomto kroku je tímto místem buňka v řádku Donátova a sloupci Aviatická (hodnota [12,3]).

Tabulka 2: Krok první, Metoda nejbližšího souseda

	Av	Do	Chl	Ja	M. H.	N. V.	P. K.	S. N.	Vr	Za
Aviatická	x	12,3	26,2	14,8	12,5	26,5	18,4	16,9	23,5	25,5
Donátova	~~12,3~~	x	16,6	4,6	5,1	10,9	8,8	5,9	10,9	13,5
Chlumecká	26,2	~~16,6~~	x	13	14,3	12,4	8,5	12,7	19,4	8
Jakubská	14,8	~~4,6~~	13	x	2,9	8,3	4,4	1,2	10,8	10,3
Milady Horákové	12,5	~~5,1~~	14,3	2,9	x	11,2	6,8	4,5	12,5	13,6
Na Vinobraní	26,5	~~10,9~~	12,4	8,3	11,2	x	6,8	7,8	8,4	5,7
Pod Krejcárkem	18,4	~~8,8~~	8,5	4,4	6,8	6,8	x	4,2	11,9	7,1
Senovážné náměstí	16,9	~~5,9~~	12,7	1,2	4,5	7,8	4,2	x	9,7	9,5
Vranská	23,5	~~10,9~~	19,4	10,8	12,5	8,4	11,9	9,7	x	12,4
Zamenhofova	25,5	~~13,5~~	8	10,3	13,6	5,7	7,1	9,5	12,4	x

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z google.cz/maps

Aviatická → Donátova

Krok druhý: V řádku odpovídajícímu koncovému místu trasy (ulice Donátova) je minimum buňka s hodnotou [4,6], která náleží sloupci Jakubská. Zbývající hodnoty sloupce jsou vyškrtnuty. Vyškrtnuta bude také hodnota pro vyloučení předčasného uzavření okruhu (řádek Jakubská, sloupec Aviatická, hodnota [14,8])

Tabulka 3: Krok druhý, Metoda nejbližšího souseda

	Av	Do	Chl	Ja	M. H.	N. V.	P. K.	S. N.	Vr	Za
Aviatická	x	12,3	26,2	~~14,8~~	12,5	26,5	18,4	16,9	23,5	25,5
Donátova	~~12,3~~	x	16,6	4,6	5,1	10,9	8,8	5,9	10,9	13,5
Chlumecká	26,2	~~16,6~~	x	~~13~~	14,3	12,4	8,5	12,7	19,4	8
Jakubská	~~14,8~~	~~4,6~~	13	x	2,9	8,3	4,4	1,2	10,8	10,3
Milady Horákové	12,5	~~5,1~~	14,3	~~2,9~~	x	11,2	6,8	4,5	12,5	13,6
Na Vinobraní	26,5	~~10,9~~	12,4	~~8,3~~	11,2	x	6,8	7,8	8,4	5,7
Pod Krejcárkem	18,4	~~8,8~~	8,5	~~4,4~~	6,8	6,8	x	4,2	11,9	7,1
Senovážné náměstí	16,9	~~5,9~~	12,7	~~1,2~~	4,5	7,8	4,2	x	9,7	9,5
Vranská	23,5	~~10,9~~	19,4	~~10,8~~	12,5	8,4	11,9	9,7	x	12,4
Zamenhofova	25,5	~~13,5~~	8	~~10,3~~	13,6	5,7	7,1	9,5	12,4	x

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z google.cz/maps

Aviatická → Donátova → Jakubská

Krok třetí: V řádku Jakubská nalezena nejnižší hodnota ve sloupci Senovážné náměstí [1,2].

Tabulka 4: Krok třetí, Metoda nejbližšího souseda

	Av	Do	Chl	Ja	M. H.	N. V.	P. K.	S. N.	Vr	Za
Aviatická	x	12,3	26,2	~~14,8~~	12,5	26,5	18,4	~~16,9~~	23,5	25,5
Donátova	~~12,3~~	x	16,6	4,6	5,1	10,9	8,8	~~5,9~~	10,9	13,5
Chlumecká	26,2	~~16,6~~	x	~~13~~	14,3	12,4	8,5	~~12,7~~	19,4	8
Jakubská	~~14,8~~	~~4,6~~	13	x	2,9	8,3	4,4	1,2	10,8	10,3
Milady Horákové	12,5	~~5,1~~	14,3	~~2,9~~	x	11,2	6,8	~~4,5~~	12,5	13,6
Na Vinobraní	26,5	~~10,9~~	12,4	~~8,3~~	11,2	x	6,8	~~7,8~~	8,4	5,7
Pod Krejcárkem	18,4	~~8,8~~	8,5	~~4,4~~	6,8	6,8	x	~~4,2~~	11,9	7,1
Senovážné náměstí	~~16,9~~	~~5,9~~	12,7	~~1,2~~	4,5	7,8	4,2	x	9,7	9,5
Vranská	23,5	~~10,9~~	19,4	~~10,8~~	12,5	8,4	11,9	~~9,7~~	x	12,4
Zamenhofova	25,5	~~13,5~~	8	~~10,3~~	13,6	5,7	7,1	~~9,5~~	12,4	x

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z google.cz/maps

Aviatická → Donátova → Jakubská → Senovážné náměstí

Krok čtvrtý: Řádek odpovídající popisu Senovážné náměstí obsahuje minimální hodnotu pro sloupec Pod Krejcárkem [4,2].

Tabulka 5: Krok čtvrtý, Metoda nejbližšího souseda

	Av	Do	Chl	Ja	M. H.	N. V.	P. K.	S. N.	Vr	Za
Aviatická	x	12,3	26,2	~~14,8~~	12,5	26,5	~~18,4~~	~~16,9~~	23,5	25,5
Donátova	~~12,3~~	x	16,6	4,6	5,1	10,9	~~8,8~~	~~5,9~~	10,9	13,5
Chlumecká	26,2	~~16,6~~	x	~~13~~	14,3	12,4	~~8,5~~	~~12,7~~	19,4	8
Jakubská	~~14,8~~	~~4,6~~	13	x	2,9	8,3	~~4,4~~	1,2	10,8	10,3
Milady Horákové	12,5	~~5,1~~	14,3	~~2,9~~	x	11,2	~~6,8~~	~~4,5~~	12,5	13,6
Na Vinobraní	26,5	~~10,9~~	12,4	~~8,3~~	11,2	x	~~6,8~~	~~7,8~~	8,4	5,7
Pod Krejcárkem	~~18,4~~	~~8,8~~	8,5	~~4,4~~	6,8	6,8	x	~~4,2~~	11,9	7,1
Senovážné náměstí	~~16,9~~	~~5,9~~	12,7	~~1,2~~	4,5	7,8	4,2	x	9,7	9,5
Vranská	23,5	~~10,9~~	19,4	~~10,8~~	12,5	8,4	~~11,9~~	~~9,7~~	x	12,4
Zamenhofova	25,5	~~13,5~~	8	~~10,3~~	13,6	5,7	~~7,1~~	~~9,5~~	12,4	x

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z google.cz/maps

Aviatická → Donátova → Jakubská → Senovážné náměstí → Pod Krejcárkem

Krok pátý: V řádku Pod Krejcárkem se objevuje nejnižší hodnota [6,8] ve dvou sloupcích s ulicemi Milady Horákové a Na Vinobraní. Za této situace se vybere jedna z hodnot (např. pro ulici Milady Horákové), ta bude označena a zahrnuta do okruhu. Při tvorbě další možné trasy budou použity identické dosavadní vazby (Aviatická → Donátova → Jakubská → Senovážné náměstí → Pod Krejcárkem) a po nich bude následovat druhá z hodnot, která nebyla vybrána v předchozí trase (ulice Na Vinobraní). Pro tuto trasu se bude pokračovat hodnotou v ulici Milady Horákové.

Tabulka 6: Krok pátý, Metoda nejbližšího souseda

	Av	Do	Chl	Ja	M. H.	N. V.	P. K.	S. N.	Vr	Za
Aviatická	x	12,3	26,2	~~14,8~~	~~12,5~~	26,5	~~18,4~~	~~16,9~~	23,5	25,5
Donátova	~~12,3~~	x	16,6	4,6	~~5,1~~	10,9	~~8,8~~	~~5,9~~	10,9	13,5
Chlumecká	26,2	~~16,6~~	x	~~13~~	~~14,3~~	12,4	~~8,5~~	~~12,7~~	19,4	8
Jakubská	~~14,8~~	~~4,6~~	13	x	~~2,9~~	8,3	~~4,4~~	1,2	10,8	10,3
Milady Horákové	~~12,5~~	~~5,1~~	14,3	~~2,9~~	x	11,2	~~6,8~~	~~4,5~~	12,5	13,6
Na Vinobraní	26,5	~~10,9~~	12,4	~~8,3~~	~~11,2~~	x	~~6,8~~	~~7,8~~	8,4	5,7
Pod Krejcárkem	~~18,4~~	~~8,8~~	8,5	~~4,4~~	6,8	6,8	x	~~4,2~~	11,9	7,1
Senovážné náměstí	~~16,9~~	~~5,9~~	12,7	~~1,2~~	~~4,5~~	7,8	4,2	x	9,7	9,5
Vranská	23,5	~~10,9~~	19,4	~~10,8~~	~~12,5~~	8,4	~~11,9~~	~~9,7~~	x	12,4
Zamenhofova	25,5	~~13,5~~	8	~~10,3~~	~~13,6~~	5,7	~~7,1~~	~~9,5~~	12,4	x

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z google.cz/maps

Aviatická → Donátova → Jakubská → Senovážné náměstí → Pod Krejcárkem → Milady Horákové

Krok šestý: Řádek Milady Horákové vykazuje nejkratší cestu do místa ve sloupci Na Vinobraní [11,2].

Tabulka 7: Krok šestý, Metoda nejbližšího souseda

	Av	Do	Chl	Ja	M. H.	N. V.	P. K.	S. N.	Vr	Za
Aviatická	x	12,3	26,2	~~14,8~~	~~12,5~~	~~26,5~~	~~18,4~~	~~16,9~~	23,5	25,5
Donátova	~~12,3~~	x	16,6	4,6	~~5,1~~	~~10,9~~	~~8,8~~	~~5,9~~	10,9	13,5
Chlumecká	26,2	~~16,6~~	x	~~13~~	~~14,3~~	~~12,4~~	~~8,5~~	~~12,7~~	19,4	8
Jakubská	~~14,8~~	~~4,6~~	13	x	~~2,9~~	~~8,3~~	~~4,4~~	1,2	10,8	10,3
Milady Horákové	~~12,5~~	~~5,1~~	14,3	~~2,9~~	x	11,2	~~6,8~~	~~4,5~~	12,5	13,6
Na Vinobraní	~~26,5~~	~~10,9~~	12,4	~~8,3~~	~~11,2~~	x	~~6,8~~	~~7,8~~	8,4	5,7
Pod Krejcárkem	~~18,4~~	~~8,8~~	8,5	~~4,4~~	6,8	~~6,8~~	x	~~4,2~~	11,9	7,1
Senovážné náměstí	~~16,9~~	~~5,9~~	12,7	~~1,2~~	~~4,5~~	~~7,8~~	4,2	x	9,7	9,5
Vranská	23,5	~~10,9~~	19,4	~~10,8~~	~~12,5~~	~~8,4~~	~~11,9~~	~~9,7~~	x	12,4
Zamenhofova	25,5	~~13,5~~	8	~~10,3~~	~~13,6~~	~~5,7~~	~~7,1~~	~~9,5~~	12,4	x

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z google.cz/maps

Aviatická → Donátova → Jakubská → Senovážné náměstí → Pod Krejcárkem → Milady Horákové → Na Vinobraní

Krok sedmý: Z řádku s ulicí Na Vinobraní je minimální hodnotou údaj [5,7] ve sloupci Zamenhofova.

Tabulka 8: Krok sedmý, Metoda nejbližšího souseda

	Av	Do	Chl	Ja	M. H.	N. V.	P. K.	S. N.	Vr	Za
Aviatická	x	12,3	26,2	14,8	12,5	26,5	18,4	16,9	23,5	25,5
Donátova	12,3	x	16,6	4,6	5,1	10,9	8,8	5,9	10,9	13,5
Chlumecká	26,2	16,6	x	13	14,3	12,4	8,5	12,7	19,4	8
Jakubská	14,8	4,6	13	x	2,9	8,3	4,4	1,2	10,8	10,3
Milady Horákové	12,5	5,1	14,3	2,9	x	11,2	6,8	4,5	12,5	13,6
Na Vinobraní	26,5	10,9	12,4	8,3	11,2	x	6,8	7,8	8,4	5,7
Pod Krejcárkem	18,4	8,8	8,5	4,4	6,8	6,8	x	4,2	11,9	7,1
Senovážné náměstí	16,9	5,9	12,7	1,2	4,5	7,8	4,2	x	9,7	9,5
Vranská	23,5	10,9	19,4	10,8	12,5	8,4	11,9	9,7	x	12,4
Zamenhofova	25,5	13,5	8	10,3	13,6	5,7	7,1	9,5	12,4	x

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z google.cz/maps

Aviatická → Donátova → Jakubská → Senovážné náměstí → Pod Krejcárkem → Milady Horákové → Na Vinobraní → Zamenhofova

Krok osmý: Z řádku s názvem ulice Zamenhofova je vybrána hodnota ve sloupci Chlumecká [8].

Tabulka 9: Krok osmý, Metoda nejbližšího souseda

	Av	Do	Chl	Ja	M. H.	N. V.	P. K.	S. N.	Vr	Za
Aviatická	x	12,3	26,2	14,8	12,5	26,5	18,4	16,9	23,5	25,5
Donátova	12,3	x	16,6	4,6	5,1	10,9	8,8	5,9	10,9	13,5
Chlumecká	26,2	16,6	x	13	14,3	12,4	8,5	12,7	19,4	8
Jakubská	14,8	4,6	13	x	2,9	8,3	4,4	1,2	10,8	10,3
Milady Horákové	12,5	5,1	14,3	2,9	x	11,2	6,8	4,5	12,5	13,6
Na Vinobraní	26,5	10,9	12,4	8,3	11,2	x	6,8	7,8	8,4	5,7
Pod Krejcárkem	18,4	8,8	8,5	4,4	6,8	6,8	x	4,2	11,9	7,1
Senovážné náměstí	16,9	5,9	12,7	1,2	4,5	7,8	4,2	x	9,7	9,5
Vranská	23,5	10,9	19,4	10,8	12,5	8,4	11,9	9,7	x	12,4
Zamenhofova	25,5	13,5	8	10,3	13,6	5,7	7,1	9,5	12,4	x

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z google.cz/maps

Aviatická → Donátova → Jakubská → Senovážné náměstí → Pod Krejcárkem → Milady Horákové → Na Vinobraní → Zamenhofova → Chlumecká

Krok devátý: V řádku Chlumecká nyní existuje pouze jediná možnost výběru (sloupec Vranská, hodnota [19,4])

Tabulka 10: Krok devátý, Metoda nejbližšího souseda

	Av	Do	Chl	Ja	M. H.	N. V.	P. K.	S. N.	Vr	Za
Aviatická	x	12,3	26,2	14,8	12,5	26,5	18,4	16,9	23,5	25,5
Donátova	12,3	x	16,6	4,6	5,1	10,9	8,8	5,9	10,9	13,5
Chlumecká	26,2	16,6	x	13	14,3	12,4	8,5	12,7	19,4	8
Jakubská	14,8	4,6	13	x	2,9	8,3	4,4	1,2	10,8	10,3
Milady Horákové	12,5	5,1	14,3	2,9	x	11,2	6,8	4,5	12,5	13,6
Na Vinobraní	26,5	10,9	12,4	8,3	11,2	x	6,8	7,8	8,4	5,7
Pod Krejcárkem	18,4	8,8	8,5	4,4	6,8	6,8	x	4,2	11,9	7,1
Senovážné náměstí	16,9	5,9	12,7	1,2	4,5	7,8	4,2	x	9,7	9,5
Vranská	23,5	10,9	19,4	10,8	12,5	8,4	11,9	9,7	x	12,4
Zamenhofova	25,5	13,5	8	10,3	13,6	5,7	7,1	9,5	12,4	x

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z google.cz/maps

Aviatická → Donátova → Jakubská → Senovážné náměstí → Pod Krejcárkem → Milady Horákové → Na Vinobraní → Zamenhofova → Chlumecká → Vranská

Krok desátý: Doposud byla navštívena všechna místa, okruh je zakončen posledním krokem, kdy je zařazeno výchozí místo a okruh se tím uzavírá. Z ulice Vranská se vrací zpět do ulice Aviatická s hodnotou [23,5].

Tabulka 11: Krok devátý, Metoda nejbližšího souseda

	Av	Do	Chl	Ja	M. H.	N. V.	P. K.	S. N.	Vr	Za
Aviatická	x	12,3	26,2	14,8	12,5	26,5	18,4	16,9	23,5	25,5
Donátova	12,3	x	16,6	4,6	5,1	10,9	8,8	5,9	10,9	13,5
Chlumecká	26,2	16,6	x	13	14,3	12,4	8,5	12,7	19,4	8
Jakubská	14,8	4,6	13	x	2,9	8,3	4,4	1,2	10,8	10,3
Milady Horákové	12,5	5,1	14,3	2,9	x	11,2	6,8	4,5	12,5	13,6
Na Vinobraní	26,5	10,9	12,4	8,3	11,2	x	6,8	7,8	8,4	5,7
Pod Krejcárkem	18,4	8,8	8,5	4,4	6,8	6,8	x	4,2	11,9	7,1
Senovážné náměstí	16,9	5,9	12,7	1,2	4,5	7,8	4,2	x	9,7	9,5
Vranská	23,5	10,9	19,4	10,8	12,5	8,4	11,9	9,7	x	12,4
Zamenhofova	25,5	13,5	8	10,3	13,6	5,7	7,1	9,5	12,4	x

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z google.cz/maps

Aviatická → Donátova → Jakubská → Senovážné náměstí → Pod Krejcárkem → Milady Horákové → Na Vinobraní → Zamenhofova → Chlumecká → Vranská → Aviatická

Krok desátý: Pro výpočet délky trasy postačí součet jednotlivých hodnot všech zapojených míst. Ve výše uvedeném příkladě je tento součet roven 96,9 km.

V následující tabulce [Tabulka 12] jsou uvedeny všechny možné trasy s využitím každého bodu v okruhu, jako výchozího místa.

Tabulka 12: Přehled možných tras, Metoda nejbližšího souseda

Výchozí místo	Trasa	Délka trasy
Aviatická	Aviatická → Donátova → Jakubská → Senovážné náměstí → Pod Krejcárkem → M. Horákové → Na Vinobraní → Zamenhofova → Chlumecká → Vranská → Aviatická	96,9 km
Aviatická	Aviatická → Donátova → Jakubská → Senovážné náměstí → Pod Krejcárkem → Na Vinobraní → Zamenhofova → Chlumecká → Milady Horákové → Vranská → Aviatická	93,1 km
Donátova	Donátova → Jakubská → Senovážné náměstí → Pod Krejcárkem → M. Horákové → Na Vinobraní → Zamenhofova → Chlumecká → Vranská → Aviatická → Donátova	96,9 km
Chlumecká	Chlumecká → Zamenhofova → Na Vinobraní → Pod Krejcárkem → Senovážné náměstí → Jakubská → M. Horákové → Donátova → Vranská → Aviatická → Chlumecká	94,5 km
Jakubská	Jakubská → Senovážné náměstí → Pod Krejcárkem → M. Horákové → Donátova → Na Vinobraní → Zamenhofova → Chlumecká → Vranská → Aviatická → Jakubská	99,6 km
Jakubská	Jakubská → Senovážné náměstí → Pod Krejcárkem → M. Horákové → Donátova → Vranská → Zamenhofova → Na Vinobraní → Chlumecká → Aviatická → Jakubská	99,7 km
Jakubská	Jakubská → Senovážné náměstí → Pod Krejcárkem → Na Vinobraní → Zamenhofova → Chlumecká → M. Horákové → Donátova → Vranská → Aviatická → Jakubská	94,5 km
Milady Horákové	**M. Horákové → Jakubská → Senovážné náměstí → Pod Krejcárkem → Na Vinobraní → Zamenhofova → Chlumecká → Donátova → Vranská → Aviatická → M. Horákové**	**92,3 km**
Na Vinobraní	Na Vinobraní → Zamenhofova → Pod Krejcárkem → Senovážné náměstí → Jakubská → M. Horákové → Donátova → Vranská → Chlumecká → Aviatická → Na Vinobraní	109,2 km

Pod Krejcárkem	Pod Krejcárkem → Senovážné náměstí → Jakubská → M. Horákové → Donátova → Na Vinobraní → Zamenhofova → Chlumecká → Vranská → Aviatická → Pod Krejcárkem	99,3 km
Pod Krejcárkem	Pod Krejcárkem → Senovážné náměstí → Jakubská → M. Horákové → Donátova → Vranská → Zamenhofova → Na Vinobraní → Chlumecká → Aviatická → Pod Krejcárkem	99,4 km
Senovážné náměstí	Senovážné náměstí → Jakubská → M. Horákové → Donátova → Pod Krejcárkem → Na Vinobraní → Zamenhofova → Chlumecká → Vranská → Aviatická → Senovážné náměstí	98,3 km
Vranská	Vranská → Na Vinobraní → Zamenhofova → Pod Krejcárkem → Senovážné náměstí → Jakubská → M. Horákové → Donátova → Aviatická → Chlumecká → Vranská	92,5 km
Zamenhofova	Zamenhofova → Na Vinobraní → Pod Krejcárkem → Senovážné náměstí → Jakubská → M. Horákové → Donátova → Vranská → Chlumecká → Aviatická → Zamenhofova	107,9 km

Zdroj: Vlastní zpracování

Dle délky trasy je patrné, že nejkratší trasa je dlouhá 92,3 km s výchozím místem v ulici Milady Horákové. Tato trasa je následně upravena tak, aby výchozím místem byla ulice Jakubská.

Tabulka 13: Výchozí místo – Jakubská, Metoda nejbližšího souseda

Jakubská → Senovážné náměstí → Pod Krejcárkem → Na Vinobraní → Zamenhofova → Chlumecká → Donátova → Vranská → Aviatická → Milady Horákové → Jakubská	**92,3 km**

Zdroj: Vlastní zpracování

4.4 Řešení problému Vogelovou aproximační metodou

Druhá metoda řešení, která byla zvolena pro společnost NSG Morison je Vogelova aproximační metoda. Teoretická východiska zmíněné metody jsou popsána v kapitole 3.6.4.

Tato metoda se snaží o rovnoměrné obsazování míst v okruhu dle sazeb, aby nedocházelo u posledních zařazovaných míst k použití vysokých sazeb, které okruh prodlužují (Jako tomu bývá u metody nejbližšího souseda). Je založena na výpočtu řádkových a sloupcových diferencí a následném zařazení toho spojení do okruhu, které vykazuje v řádku (sloupci) s nejvyšší diferencí nejnižší hodnotu.

Pro řešení Vegelovou aproximační metodou bude použita stejná tabulka, jako u metody nejbližšího souseda [Tabulka 1] a výchozím místem zůstane ulice Jakubská. Celý postup bude znázorněn v dílčích krocích.

Krok první: Pro celou tabulku se vypočtou sloupcové i řádkové diference. Jde o rozdíl mezi dvěma nejnižšími hodnotami v řádku (sloupci). V řádku Aviatická jsou takovými hodnotami sazby ve sloupcích Donátova [12,3] a Milady Horákové [12,5]. Jejich diference je [0,2]. Stejným způsobem jsou diference vypočteny pro ostatní řádky i všechny sloupce. Nejvyšší diference vychází u ulice Senovážné náměstí [3]. V tomto řádku vybereme nejnižší hodnotu a tu zařadíme do okruhu [1,2]. Vyškrtne se příslušný řádek a sloupec, ve kterém se hodnota nachází (řádek Senovážné náměstí, sloupec Jakubská) a buňka umožňující předčasné uzavření okruhu (řádek Jakubská, sloupec Senovážné náměstí, hodnota [1,2]).

Tabulka 14: Krok první, Vogelova aproximační metoda

	Av	Do	Chl	Ja	M.H.	N.V.	P.K.	S.N.	Vr	Za	1.dif
Aviatická	x	12,3	26,2	14,8	12,5	26,5	18,4	16,9	23,5	25,5	0,2
Donátova	12,3	x	16,6	4,6	5,1	10,9	8,8	5,9	10,9	13,5	0,5
Chlumecká	26,2	16,6	x	13	14,3	12,4	8,5	12,7	19,4	8	0,5
Jakubská	14,8	4,6	13	x	2,9	8,3	4,4	1,2	10,8	10,3	1,7
M. Horákové	12,5	5,1	14,3	2,9	x	11,2	6,8	4,5	12,5	13,6	1,6
Na Vinobraní	26,5	10,9	12,4	8,3	11,2	x	6,8	7,8	8,4	5,7	1,1
Pod Krejcárkem	18,4	8,8	8,5	4,4	6,8	6,8	x	4,2	11,9	7,1	0,2
Senovážné n.	16,9	5,9	12,7	1,2	4,5	7,8	4,2	x	9,7	9,5	3
Vranská	23,5	10,9	19,4	10,8	12,5	8,4	11,9	9,7	x	12,4	1,3
Zamenhofova	25,5	13,5	8	10,3	13,6	5,7	7,1	9,5	12,4	x	1,4
1. diference	0,2	0,5	0,5	1,7	1,6	1,1	0,2	3	1,3	1,4	x

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z google.cz/maps

Spojení: Senovážné náměstí → Jakubská

Krok druhý: Ve druhém kroku se z důvodu vyškrtávání musí přepočítat řádkové a sloupcové diference. Volí se diference [2,6] (řádek Pod Krejcárkem), zařazuje se hodnota [4,2], vyškrtává se řádek Pod Krejcárkem, sloupec Senovážné náměstí a buňka [7;4] s hodnotou [4,4], která by trasu zacyklila.

Tabulka 15: Krok druhý, Vogelova aproximační metoda

	Av	Do	Chl	Ja	M.H.	N.V.	P.K.	S.N.	Vr	Za	2.dif
Aviatická	x	12,3	26,2	~~14,8~~	12,5	26,5	18,4	~~16,9~~	23,5	25,5	0,2
Donátova	12,3	x	16,6	~~4,6~~	5,1	10,9	8,8	~~5,9~~	10,9	13,5	0,8
Chlumecká	26,2	16,6	x	~~13~~	14,3	12,4	8,5	~~12,7~~	19,4	8	0,5
Jakubská	14,8	4,6	13	x	2,9	8,3	~~4,4~~	~~1,2~~	10,8	10,3	1,5
M. Horákové	12,5	5,1	14,3	~~2,9~~	x	11,2	6,8	~~4,5~~	12,5	13,6	0,6
Na Vinobraní	26,5	10,9	12,4	~~8,3~~	11,2	x	6,8	~~7,8~~	8,4	5,7	1,1
Pod Krejcárkem	~~18,4~~	~~8,8~~	~~8,5~~	~~4,4~~	~~6,8~~	~~6,8~~	x	4,2	~~11,9~~	~~7,1~~	2,6
Senovážné n.	~~16,9~~	~~5,9~~	~~12,7~~	1,2	~~4,5~~	~~7,8~~	~~4,2~~	x	~~9,7~~	~~9,5~~	-
Vranská	23,5	10,9	19,4	~~10,8~~	12,5	8,4	11,9	~~9,7~~	x	12,4	1,3
Zamenhofova	25,5	13,5	8	~~10,3~~	13,6	5,7	7,1	~~9,5~~	12,4	x	1,4
2. diference	0,2	0,5	0,5	-	2,2	1,1	2,4	0,3	2,4	1,4	x

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z google.cz/maps

Spojení: Pod Krejcárkem → Senovážné náměstí → Jakubská

Krok třetí: přepočet diferencí, nejvyšší diference ve sloupci Chlumecká [4,4], nejnižší sazba [8] v tomto sloupci je v buňce [3;10], vyškrtnutí 10. řádku, 3. sloupce a buňky [3;10]

Tabulka 16: Krok třetí, Vogelova aproximační metoda

	Av	Do	Chl	Ja	M.H.	N.V.	P.K.	S.N.	Vr	Za	3.dif
Aviatická	x	12,3	26,2	14,8	12,5	26,5	18,4	16,9	23,5	25,5	0,2
Donátova	12,3	X	16,6	4,6	5,1	10,9	8,8	5,9	10,9	13,5	3,7
Chlumecká	26,2	16,6	x	13	14,3	12,4	8,5	12,7	19,4	8	0,5
Jakubská	14,8	4,6	13	x	2,9	8,3	4,4	1,2	10,8	10,3	1,7
M. Horákové	12,5	5,1	14,3	2,9	x	11,2	6,8	4,5	12,5	13,6	1,7
Na Vinobraní	26,5	10,9	12,4	8,3	11,2	x	6,8	7,8	8,4	5,7	1,1
Pod Krejcárkem	18,4	8,8	8,5	4,4	6,8	6,8	x	4,2	11,9	7,1	-
Senovážné n.	16,9	5,9	12,7	1,2	4,5	7,8	4,2	x	9,7	9,5	-
Vranská	23,5	10,9	19,4	10,8	12,5	8,4	11,9	9,7	x	12,4	2,5
Zamenhofova	25,5	13,5	8	10,3	13,6	5,7	7,1	9,5	12,4	x	1,4
3. diference	0,2	0,5	4,4	-	2,2	2,6	0,3	-	2,4	2,3	x

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z google.cz/maps

Spojení: Pod Krejcárkem → Senovážné náměstí → Jakubská; Zamenhofova → Chlumecká

Krok čtvrtý: 4. diference, výběr diference [3,9], zařazení spojení do okruhu buňka [3;7], vyškrtnutí 3. řádku, 7. sloupce, buňky [4;10]

Tabulka 17: Krok čtvrtý, Vogelova aproximační metoda

	Av	Do	Chl	Ja	M.H.	N.V.	P.K.	S.N.	Vr	Za	4.dif
Aviatická	x	12,3	26,2	14,8	12,5	26,5	18,4	16,9	23,5	25,5	0,2
Donátova	12,3	x	16,6	4,6	5,1	10,9	8,8	5,9	10,9	13,5	3,7
Chlumecká	26,2	16,6	x	13	14,3	12,4	8,5	12,7	19,4	8	3,9
Jakubská	14,8	4,6	13	x	2,9	8,3	4,4	1,2	10,8	10,3	1,7
M. Horákové	12,5	5,1	14,3	2,9	x	11,2	6,8	4,5	12,5	13,6	1,7
Na Vinobraní	26,5	10,9	12,4	8,3	11,2	x	6,8	7,8	8,4	5,7	1,1
Pod Krejcárkem	18,4	8,8	8,5	4,4	6,8	6,8	x	4,2	11,9	7,1	-
Senovážné n.	16,9	5,9	12,7	1,2	4,5	7,8	4,2	x	9,7	9,5	-
Vranská	23,5	10,9	19,4	10,8	12,5	8,4	11,9	9,7	x	12,4	2,5
Zamenhofova	25,5	13,5	8	10,3	13,6	5,7	7,1	9,5	12,4	x	-
4. diference	0,2	0,5	-	-	2,2	0,1	1,7	-	2,4	2,3	x

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z google.cz/maps

Spojení: Zamenhofova → Chlumecká → Pod Krejcárkem → Senovážné náměstí → Jakubská

Krok pátý: 5. diference, výběr 10. sloupec s hodnotou [6,7], hodnota nejnižší sazby [5,7] leží v buňce [6;10], vyškrtnutí řádku Na Vinobraní, sloupce Zamenhofova a buňky [4;6]

Tabulka 18: Krok pátý, Vogelova aproximační metoda

	Av	Do	Chl	Ja	M.H.	N.V.	P.K.	S.N.	Vr	Za	5.dif
Aviatická	x	12,3	26,2	14,8	12,5	26,5	18,4	16,9	23,5	25,5	0,2
Donátova	12,3	x	16,6	4,6	5,1	10,9	8,8	5,9	10,9	13,5	5,8
Chlumecká	26,2	16,6	x	13	14,3	12,4	8,5	12,7	19,4	8	-
Jakubská	14,8	4,6	13	x	2,9	8,3	4,4	1,2	10,8	10,3	1,7
M. Horákové	12,5	5,1	14,3	2,9	x	11,2	6,8	4,5	12,5	13,6	6,1
Na Vinobraní	26,5	10,9	12,4	8,3	11,2	x	6,8	7,8	8,4	5,7	2,7
Pod Krejcárkem	18,4	8,8	8,5	4,4	6,8	6,8	x	4,2	11,9	7,1	-
Senovážné n.	16,9	5,9	12,7	1,2	4,5	7,8	4,2	x	9,7	9,5	-
Vranská	23,5	10,9	19,4	10,8	12,5	8,4	11,9	9,7	x	12,4	2,5
Zamenhofova	25,5	13,5	8	10,3	13,6	5,7	7,1	9,5	12,4	x	-
5. diference	0,2	0,5	-	-	2,2	0,1	-	-	2,4	6,7	x

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z google.cz/maps

Spojení: Na Vinobraní → Zamenhofova → Chlumecká → Pod Krejcárkem → Senovážné náměstí → Jakubská

Krok šestý: 6. diference, nejvyšší v 5. řádku, výběr hodnoty [5,1], vyřazení 5. řádku, 2. sloupce a buňky [2;5]

Tabulka 19: Krok šestý, Vogelova aproximační metoda

	Av	Do	Chl	Ja	M.H.	N.V.	P.K.	S.N.	Vr	Za	6.dif
Aviatická	x	12,3	26,2	14,8	12,5	26,5	18,4	16,9	23,5	25,5	0,2
Donátova	12,3	x	16,6	4,6	5,1	10,9	8,8	5,9	10,9	13,5	5,8
Chlumecká	26,2	16,6	x	13	14,3	12,4	8,5	12,7	19,4	8	-
Jakubská	14,8	4,6	13	x	2,9	8,3	4,4	1,2	10,8	10,3	1,7
M. Horákové	12,5	5,1	14,3	2,9	x	11,2	6,8	4,5	12,5	13,6	6,1
Na Vinobraní	26,5	10,9	12,4	8,3	11,2	x	6,8	7,8	8,4	5,7	-
Pod Krejcárkem	18,4	8,8	8,5	4,4	6,8	6,8	x	4,2	11,9	7,1	-
Senovážné n.	16,9	5,9	12,7	1,2	4,5	7,8	4,2	x	9,7	9,5	-
Vranská	23,5	10,9	19,4	10,8	12,5	8,4	11,9	9,7	x	12,4	2,5
Zamenhofova	25,5	13,5	8	10,3	13,6	5,7	7,1	9,5	12,4	x	-
6. diference	0,2	0,5	-	-	2,2	2,5	-	-	0,1	-	x

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z google.cz/maps

Spojení: Na Vinobraní → Zamenhofova → Chlumecká → Pod Krejcárkem → Senovážné náměstí → Jakubská; Milady Horákové → Donátova

Krok sedmý: Po výpočtu sedmé diference zjištěna nejvyšší hodnota v řádku Aviatická. V tomto řádku je nejnižší možná nevyřazená hodnota v buňce [1;5]. Vyškrtává se tedy první řádek, pátý sloupec a buňka [2;1].

Tabulka 20: Krok sedmý, Vogelova aproximační metoda

	Av	Do	Chl	Ja	M.H.	N.V.	P.K.	S.N.	Vr	Za	7.dif
Aviatická	x	12,3	26,2	14,8	12,5	26,5	18,4	16,9	23,5	25,5	11
Donátova	12,3	x	16,6	4,6	5,1	10,9	8,8	5,9	10,9	13,5	1,4
Chlumecká	26,2	16,6	x	13	14,3	12,4	8,5	12,7	19,4	8	-
Jakubská	14,8	4,6	13	x	2,9	8,3	4,4	1,2	10,8	10,3	7,9
M. Horákové	12,5	5,1	14,3	2,9	x	11,2	6,8	4,5	12,5	13,6	-
Na Vinobraní	26,5	10,9	12,4	8,3	11,2	x	6,8	7,8	8,4	5,7	-
Pod Krejcárkem	18,4	8,8	8,5	4,4	6,8	6,8	x	4,2	11,9	7,1	-
Senovážné n.	16,9	5,9	12,7	1,2	4,5	7,8	4,2	x	9,7	9,5	-
Vranská	23,5	10,9	19,4	10,8	12,5	8,4	11,9	9,7	x	12,4	4,1
Zamenhofova	25,5	13,5	8	10,3	13,6	5,7	7,1	9,5	12,4	x	-
7. diference	2,5	-	-	-	9,6	2,5	-	-	0,1	-	x

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z google.cz/maps

Spojení: Na Vinobraní → Zamenhofova → Chlumecká → Pod Krejcárkem → Senovážné náměstí → Jakubská; Aviatická → Milady Horákové → Donátova

Krok osmý: Přepočítané osmé diference vykazují nejvyšší hodnotu [15,1] v řádku 9. V tomto řádku je nejnižší hodnota 8,4, která je následně zařazena do okruhu. Zbytek řádku 9 se vyškrtává spolu se šestým sloupcem. Vyškrtává se také hodnota [10,8] v řádku Jakubská, která by předčasně uzavřela okruh.

Tabulka 21: Krok osmý, Vogelova aproximační metoda

	Av	Do	Chl	Ja	M.H.	N.V.	P.K.	S.N.	Vr	Za	8.dif
Aviatická	x	12,3	26,2	14,8	12,5	26,5	18,4	16,9	23,5	25,5	-
Donátova	12,3	x	16,6	4,6	5,1	10,9	8,8	5,9	10,9	13,5	0
Chlumecká	26,2	16,6	x	13	14,3	12,4	8,5	12,7	19,4	8	-
Jakubská	14,8	4,6	13	x	2,9	8,3	4,4	1,2	10,8	10,3	4
M. Horákové	12,5	5,1	14,3	2,9	x	11,2	6,8	4,5	12,5	13,6	-
Na Vinobraní	26,5	10,9	12,4	8,3	11,2	x	6,8	7,8	8,4	5,7	-
Pod Krejcárkem	18,4	8,8	8,5	4,4	6,8	6,8	x	4,2	11,9	7,1	-
Senovážné n.	16,9	5,9	12,7	1,2	4,5	7,8	4,2	x	9,7	9,5	-
Vranská	23,5	10,9	19,4	10,8	12,5	8,4	11,9	9,7	x	12,4	15,1
Zamenhofova	25,5	13,5	8	10,3	13,6	5,7	7,1	9,5	12,4	x	-
8. diference	8,7	-	-	-	-	2,5	-	-	0,1	-	x

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z google.cz/maps

Spojení: Vranská → Na Vinobraní → Zamenhofova → Chlumecká → Pod Krejcárkem → Senovážné náměstí → Jakubská; Aviatická → Milady Horákové → Donátova

Krok devátý: V posledním kroku již není z čeho počítat diference, protože v řádcích (sloupcích) zbývají jediné hodnoty, které se zařadí do okruhu. Zařazují se hodnoty [10,9] z buňky [2;9] a [14,8] z buňky [4;1].

Tabulka 22: Krok devátý, Vogelova aproximační metoda

	Av	Do	Chl	Ja	M.H.	N.V.	P.K.	S.N.	Vr	Za
Aviatická	x	12,3	26,2	14,8	12,5	26,5	18,4	16,9	23,5	25,5
Donátova	12,3	x	16,6	4,6	5,1	10,9	8,8	5,9	10,9	13,5
Chlumecká	26,2	16,6	x	13	14,3	12,4	8,5	12,7	19,4	8
Jakubská	14,8	4,6	13	x	2,9	8,3	4,4	1,2	10,8	10,3
M. Horákové	12,5	5,1	14,3	2,9	x	11,2	6,8	4,5	12,5	13,6
Na Vinobraní	26,5	10,9	12,4	8,3	11,2	x	6,8	7,8	8,4	5,7
Pod Krejcárkem	18,4	8,8	8,5	4,4	6,8	6,8	x	4,2	11,9	7,1
Senovážné n.	16,9	5,9	12,7	1,2	4,5	7,8	4,2	x	9,7	9,5
Vranská	23,5	10,9	19,4	10,8	12,5	8,4	11,9	9,7	x	12,4
Zamenhofova	25,5	13,5	8	10,3	13,6	5,7	7,1	9,5	12,4	x

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z google.cz/maps

Spojení: Jakubská → Aviatická → Milady Horákové → Donátova → Vranská → Na Vinobraní → Zamenhofova → Chlumecká → Pod Krejcárkem → Senovážné náměstí → Jakubská

Krok desátý: Pro výpočet délky celého okruhu je třeba sečíst všechny zařazené sazby z předchozí tabulky [Tabulka 23]. Výsledná trasa je dlouhá 79,3 km. Trasu není třeba upravovat, protože začíná v ulici Jakubská, která je zvolena výchozím místem.

Tabulka 23: Výchozí místo – Jakubská, Vogelova aproximační metoda

Jakubská → Aviatická → Milady Horákové → Donátova → Vranská → Na Vinobraní → Zamenhofova → Chlumecká → Pod Krejcárkem → Senovážné náměstí → Jakubská	**79,3 km**

Zdroj: Vlastní zpracování

5 Zhodnocení přínosu využití nového přístupu

Dle informací poskytnutých společností plnil zaměstnanec svůj úkol s využíváním městské hromadné dopravy. Každý měsíc mu bylo proplaceno průměrně 2.200 Kč za jízdné. Zaměstnanec strávil cestováním každý den průměrně 8 hodin.

Pro případné užívání elektromobilu byly sestrojeny a propočítány dvě možnosti okružních tras.

První trasa vznikla díky výpočtu pomocí Metody nejbližšího souseda. Z možných tras byla vybrána nejvýhodnější, s délkou 92,3 km a trasou: Jakubská → Senovážné náměstí → Pod Krejcárkem → Na Vinobraní → Zamenhofova → Chlumecká → Donátova → Vranská → Aviatická → Milady Horákové → Jakubská.

Trasa druhá byla vytvořena Vogelovou aproximační metodou. Tato cesta je dlouhá 79,3 km a propojuje navštěvovaná místa v následujícím pořadí: Jakubská → Aviatická → Milady Horákové → Donátova → Vranská → Na Vinobraní → Zamenhofova → Chlumecká → Pod Krejcárkem → Senovážné náměstí → Jakubská.

Firemní elektromobil značky Nissan LEAF, který má zaměstnanec k dispozici, vykazuje průměrnou spotřebu na území hl. města Prahy 17,45 kWh/100 km v ceně pohybující se kolem 2 Kč/kWh, což je 34,9 Kč/100 km. Při používání první trasy by za měsíc průměrné náklady na cestování činily 644,25 Kč. Pro druhou trasu byly průměrné měsíční náklady 553,51 Kč. Denně by čas strávený na cestě s elektromobilem neměl překročit 2,5 hodiny.

V případě, že začne zaměstnanec požívat k vyzvednutí dokladů elektromobil, může firma průměrně snížit měsíční náklady až o 1.646,49 Kč a zároveň, z důvodu značeného ušetření času oproti situaci předcházející, zaměstnance použít na další například administrativní práci v kanceláři.

Společnosti NSG Morison je doporučeno nařídit zaměstnanci k výkonu práce používání elektromobilu. Přičemž výhodnější trasou pro jízdu je trasa č. 2 s délkou 79,3 km.

Jednotlivé varianty jsou znázorněny v následující tabulce.

Tabulka 24: Možné varianty

Použitý dopravní prostředek	MHD	elektromobil Nissan LEAF	
		Trasa č. 1: 92,3 km	Trasa č. 2: 79,3 km
Průměrné měsíční náklady	2.200,00 Kč	644,25 Kč	553,51 Kč
Průměrné roční náklady	26.400,00 Kč	7.731,00 Kč	6.642,12 Kč
Úspora ročních nákladů	0,00 Kč	18.669,00 Kč	19.757,88 Kč
Průměrná doba cestování/den	8 h	2,5 h	2 h
Denní úspora času	0 h	5,5 h	6 h

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z http://www.dpp.cz/jizdne-na-uzemi-prahy/ a z interních materiálů společnosti NSG Morison

6 Závěr

Bakalářská práce byla zaměřena na problematiku optimalizace dopravních tras.

V literární rešerši teoretické části, byly představeny druhy dopravních tras spolu s metodami a postupy při jejich řešení.

Praktická část práce se věnovala řešení problému pro společnost NSG Morison, který spočíval v okružním dopravním problému. Bylo požadováno najít vhodné trasy pro pověřeného zaměstnance v případě, že by začal využívat firemní elektromobil Nissan LEAF. Okružní dopravní problém byl následně řešen pomocí metody nejbližšího souseda a Vogelovy aproximační metody. Dle zjištěných výsledků bylo společnosti doporučeno využívání elektromobilu na trase: Jakubská → Aviatická → Milady Horákové → Donátova → Vranská → Na Vinobraní → Zamenhofova → Chlumecká → Pod Krejcárkem → Senovážné náměstí → Jakubská, zjištěné Vogelovou aproximační metodou. Trasa vycházející z metody nejbližšího souseda je sice delší, nicméně stále efektivnější, než dosavadní řešení problému přepravováním se pomocí městské hromadné dopravy. Zároveň s novým řešením firma dosáhne nejen snížení nákladů, ale také úsporu času stráveného cestováním. Zaměstnanec tím pádem může být ve zbytku času využit i pro další důležitou práci a společnost se vyhne nutnosti přijmout dalšího zaměstnance.

Zaměstnanec na popud vedení společnosti vyzkoušel používání elektromobilu po obou navržených trasách. I přes časté dopravní zácpy na území Prahy, kterým musí den co den čelit, což se mu při cestování převážně metrem těžko stane, si nový způsob pochvaluje.

Používání elektromobilu na rozdíl od cestování MHD také směřuje k ochraně životního prostředí a to zejména snižováním množství výfukových plynů v ovzduší. Nový přístup tedy nejenže snižuje náklady společnosti, ale také se stává prospěšným pro celou společnost.

7 Seznam použitých zdrojů

HABR, Jaroslav. 1980. *Prognostické modelování v hospodářské praxi.* Praha : STNL, 1980. str. 204.

KOSKOVÁ, Ivanka. 2004. *Distribuční úlohy I.* Praha : Česká zemědělská univerzita v Praze, Provozně ekonomická fakulta ve vydavatelství Credit, 2004. str. 48. 80-213-1156-8.

KUČERA, Luděk. 1983. *Kombinatorické algoritmy.* Praha : SNTL, 1983. str. 288.

LUŇÁČEK, Jiří a HERALECKÝ, Tomáš. 2009. *Optimalizace podnikových aktivit.* Ostrava : Key Publishing, 2009. str. 118. 978-80-7418-043-9.

OUDOVÁ, Alena. 2013. *Logistika - Základy logistiky.* Prostějov : Computer Media, 2013. str. 104. ISBN 978-80-7402-149-7.

PELIKÁN, Jan. 2001. *Diskrétní modely v operačním výzkumu.* Praha : Professional Publishing, 2001. str. 163. 80-86419-17-7.

PELIKÁN, Jan. 1993. *Praktikum z operačního výzkumu.* Praha : Vysoká škola ekonomická, 1993. str. 150. ISBN 80-7079-135-7.

PERNICA, Petr. 1994. *Logistika: Vymezení a teoretické základy.* Praha : VŠE, 1994. str. 210. ISBN 978-80-7079-820-1.

ŠUBRT, Tomáš a kol. 2011. *Ekonomicko - matematické metody.* Plzeň : Aleš Čeněk, 2011. str. 351. ISBN 978-80-7380-345-2.

Internetové zdroje

Dopravní podnik hlavního města Prahy. Jízdné na území Prahy 2015 [online]. [Cit. 2015-01-16]. Dostupné z: http://www.dpp.cz/jizdne-na-uzemi-prahy/

Google Google mapy © 2015 [online]. [Cit. 2015-01-10]. Dostupné z: https://www.google.cz/maps/

Mapy.cz Plánovač trasy © 1996-2015 [online]. [Cit. 2015-01-20]. Dostupné z: http://mapy.cz/

NSG Morison, Společnost © 2010 [online]. [Cit. 2014-12-03]. Dostupné z: http://www.nsgmorison.cz/cs/spolecnost

Scs.abz.cz, Slvoník cizích slov © 2005-2014 [online]. [Cit. 2014-09-15]. Dostupné z: http://slovnik-cizich-slov.abz.cz

Ostatní zdroje

Interní materiály společnosti NSG Morison

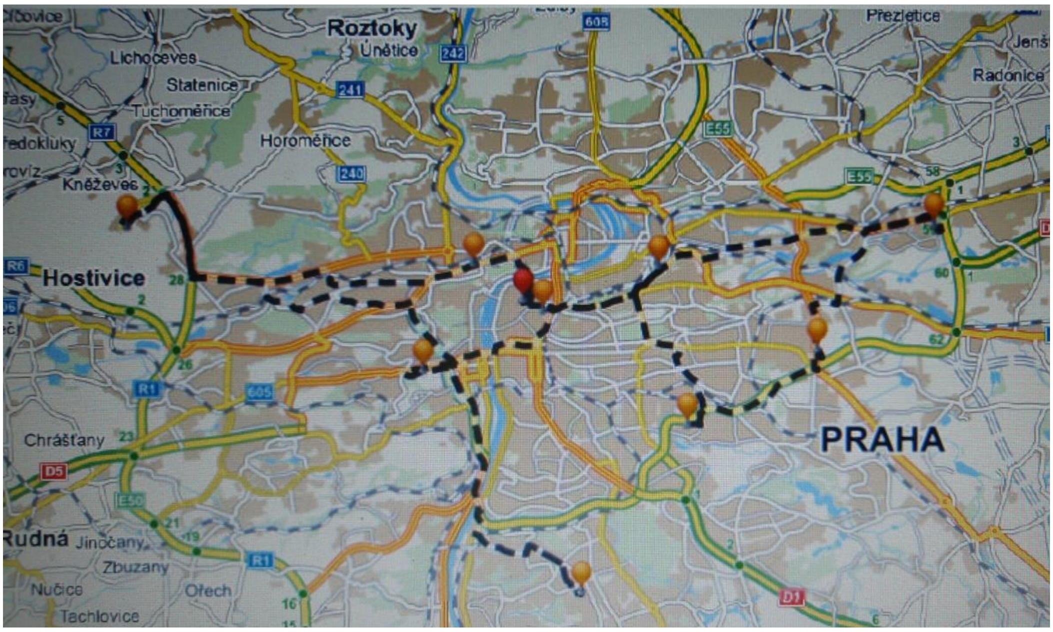
Rozhovor s manažerem společnosti NSG Morison

8 Seznam tabulek

9 Přílohy

9.1 Seznam příloh

Příloha 1: Trasa dle metody nejbližšího souseda, 92,3 km



Dostupné z mapy.cz

Příloha 2: Trasa dle Vogelovy aproximační metody, 79,3 km

Dostupné z mapy.cz