

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
KATEDRA OPTIKY



**Měření vlnoplochy
pomocí Shack-Hartmannova senzoru**

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Bc. Jan Vávra

2018

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
KATEDRA OPTIKY



**Měření vlnoplochy
pomocí Shack-Hartmannova senzoru**

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Vypracoval:	Bc. Jan Vávra
Studijní program:	B1701 Fyzika
Forma studia:	Prezenční
Studijní obor:	Optika a optoelektronika
Vedoucí diplomové práce:	Mgr. Libor Motka
Práce odevzdána dne:

Olomouc 2018

PALACKY UNIVERSITY IN OLOMOUC
FACULTY OF SCIENCE
DEPARTMENT OF OPTICS



Shack-Hartmann wavefront sensing

DIPLOMA THESIS

Author

Bc. Jan Vávra

Thesis supervisor:

Mgr. Libor Motka

Field of study

Optics and optoelectronics

Olomouc 2018

Abstrakt

Diplomová práce pojednává o principu Shack-Hartmannova senzoru, parametrech sloužících k jeho popisu a způsobech jeho kalibrace včetně experimentálního provedení.

Klíčová slova

Shack-Hartmann, senzor, vlnoplocha, kalibrace, nejistota

Abstract

The diploma thesis deals with the principle of Shack-Hartmann sensor, parameters used for its description and methods of its calibration, including experimental design.

Keywords

Shack-Hartmann, sensor, wavefront, calibration, uncertainty

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci „Měření vlnoplochy pomocí Shack-Hartmannova senzoru“ napsal samostatně s použitím uvedené literatury. Souhlasím, aby byla práce použita pro potřeby výuky a prezentována na internetových stránkách katedry optiky.

V Olomouci dne

Podpis autora

Poděkování

Mé největší díky patří především mému vedoucímu práce Mgr. Liboru Motkovi za jeho vynaložené úsilí a čas mi vše v případě mé potřeby vysvětlit. Za důležité a věcné připomínky jak k obsahu práce, tak i stylistice, bez nichž by tato práce dozajista nevznikla.

Velké díky bych na tomto místě poslal i všem vyučujícím na katedře optiky, kteří nejen za mého studia vkládali do svých studentů nemálo času a energie, aby tak mohli předávat své znalosti a zkušenosti dál.

V neposlední řadě bych chtěl poděkovat mé rodině a blízkým přátelům za podporu během mého studia.

Obsah

Úvod	2
1 Základní principy	3
2 Parametry Shack-Hartmannova senzoru	8
2.1 Citlivost	8
2.2 Prostorové rozlišení	10
2.3 Opakovatelnost a přesnost	10
2.4 Dynamický rozsah	15
2.5 Diskuze provázanosti parametrů	18
3 Kalibrace Shack-Hartmannova senzoru	20
3.1 Odečtení chyby geometrie středů mikročoček	22
3.2 Kalibrace chyby polohování matice mikročoček	23
3.3 Vyrovnání rotace matice mikročoček okolo optické osy	24
3.4 Určení axiální vzdálenosti matice mikročoček pomocí rovinné vlny	25
3.5 Experimentální určení axiální vzdálenosti matice mikročoček pomocí rovinné vlny	29
3.6 Určení axiální vzdálenosti matice mikročoček pomocí sférické vlny	32
3.7 Experimentální určení axiální vzdálenosti matice mikročoček pomocí sférické vlny	36
3.8 Rotace matice mikročoček kolem os x a y .	38
4 Závěr	40
Literatura	41

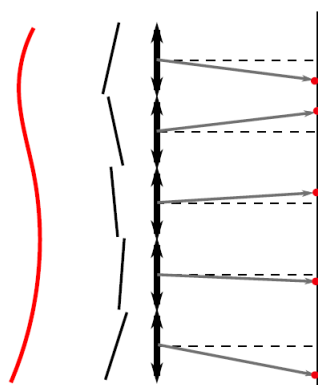
Úvod

Při přípravě měření si klademe otázky týkající se samotných požadavků měření. V případě měření vlnoplochy se můžeme například ptát, jaká je minimální přijatelná přesnost či jaké očekáváme výsledky tj. budeme měřit vlnoplochu s malými lokálními změnami tvaru, či prostorově se rychle měnící. V návaznosti na odpovědi na podobné otázky je vybráno vhodné měřící zařízení. Obecně lze říci, že informace získaná z měření je dobrá pouze do té míry, do jaké míry známe měřící přístroj. Proces ověření přesnosti zařízení a jeho následnou justáž nazýváme kalibrací. Součástí kalibrace může být i ověření jiných významných parametrů, jako opakovatelnost nebo přesnost. Diplomová práce, kterou nyní držíte v rukou se zabývá kalibrací Shack-Hartmanova senzoru (dále jen SH senzor).

Design SH senzoru byl založen na původní matici apertur vyvinuté J.F.Hartmanem pro testování kvality obrazu velkých teleskopů. Později R. Shack a B. Platt modifikovali senzor nahrazením apertur čočkami a umístěním před CCD senzor [1]. SH senzor má dnes široké spektrum uplatnění. Používá se například v oblasti adaptivní optiky, kde měří vlnoplochu záření od referenční hvězdy pro následné korekce zrcadla. Časté uplatnění je i v optometrii pro měření aberací oka. Další možnosti uplatnění senzoru jsou v měření kvality optických přístrojů, parametrů laserových svazků aj. SH senzor představuje alternativu ke stávajícím interferometrickým technikám. Dosahuje srovnatelných přesností a vyniká svou jednoduchou konstrukcí a nižší pořizovací cenou. Nevýhodou senzoru je menší rozlišovací schopnost. Aby byl senzor schopný dosahovat požadovaných přesností, musí být odstraněny některé systematické chyby jeho měření. To znamená, že musí být provedena jeho kalibrace.

1 Základní principy

Shackuv-Hartmannův senzor (SH senzor) je zařízení schopné detekovat fázi dopadajícího záření. Skládá se z matice mikročoček umístěné před intenzitně citlivým senzorem s prostorovým rozlišením, jakým je například CCD nebo CMOS snímač. Samotný princip SH senzoru, je zobrazený na obrázku 1. Dopadající optický signál je jednotlivými mikročočkami po částech fokusován na detektor umístěný v ohniskové rovině. Z obrázku je patrné, že pro správnou funkci SH senzoru se lokální gradient vlnoplochy dopadajícího záření musí měnit jen pomalu ve srovnání s velikostí mikročoček. Vlnoplocha je na jednotlivých mikročočkách aproximována nakloněnými rovinnými vlnami. Signál je fokusován na kameru, kde vznikají difrakční spoty, jejichž vzájemné polohy nesou informaci o vlnoploše. Vzniká tedy inverzní úloha nalezení lokálního gradientu vlnoplochy z poloh difrakčních spotů. Pro řešení takové úlohy existují obecně známé postupy využívající pseudoinverzních matic (viz [1, 2]).



Obrázek 1: Princip SH senzoru. Dopadající vlnoplocha je v oblastech jednotlivých mikročoček aproximována rovinnou vlnou s náklonem. Tento náklon způsobuje vychýlení difrakčního spotu ze středové polohy (tj. od optické osy v rovině detekční plochy). Z poloh spotů lze pak rekonstruovat dopadající vlnoplochu.

V oblasti jednotlivých mikročoček se detekuje intenzitní rozložení $I(x, y)$ optického záření. Pro určení polohy spotů se využívá výpočet těžiště $\langle x \rangle$ a $\langle y \rangle$ detekovaného rozložení. Použité snímače jsou tvořeny maticí pixelů a intenzitní rozložení v oblasti o rozměrech $m \times n$ pixelů má diskrétní charakter $I_{m,n}(x_{m,n}, y_{m,n})$.

$$x_c = \langle x \rangle = \frac{\iint x I(x, y) dx dy}{\iint I(x, y) dx dy} = \frac{\sum_{m,n} x_{m,n} I_{m,n}}{\sum_{m,n} I_{m,n}} \quad (1)$$

$$y_c = \langle y \rangle = \frac{\iint y I(x, y) dx dy}{\iint I(x, y) dx dy} = \frac{\sum_{m,n} y_{m,n} I_{m,n}}{\sum_{m,n} I_{m,n}}$$

Vzájemná poloha spotů a středů mikročoček nese informaci o tvaru detekované vlnoplochy. Mezi základní postupy rekonstrukce vlnoplochy z poloh těžišť spotů patří modální a zonální metoda. Zonální metoda rekonstrukce vlnoplochy je založena na numerické integraci naměřených lokálních gradientů. Výsledkem zonální metody je diskrétně zadaná vlnoplocha. Modální metoda fituje data

na soubor derivací Zernikeho polynomů. Zernikeho koeficienty jsou tedy fitovány přímo z měřených dat, nikoliv z vlnoplochy. Obě metody pracují se vstupními daty v podobě lokálních gradientů $S_{i,j}$ ve směrech x a y

$$S_{i,j}^x = \frac{\Delta_{x_{i,j}}}{z},$$

$$S_{i,j}^y = \frac{\Delta_{y_{i,j}}}{z},$$

kde $\Delta_{x_{i,j}}$ resp $\Delta_{y_{i,j}}$ je rozdíl detekované polohy těžiště spotu od referenční hodnoty a z je vzdálenost matice mikročoček od snímacího chipu [3]. Jak je vidět vzdálenost z zde hraje roli škálovacího faktoru, jehož přesné určení má zásadní vliv na vyhodnocení detekované vlnoplochy. Více o metodách rekonstrukce vlnoplochy lze nalézt v [2, 3, 4]. Výsledkem rekonstrukce je funkce vlnoplochy, v literatuře hojně označována písmenem W .

Pro vyjádření vlnoplochy W existuje mnoho variací. V literatuře jsou nejčastěji používány Zernikeho a Seidelovy polynomy. Existují i speciální vyjádření pro asférické či freeform plochy. V této diplomové práci bude pro vyjádření vlnoplochy využito Zernikeho aberačních polynomů. Význam prvních osmi členů polynomu, resp. k nim náležejícím koeficientů, je vypsán v tabulce 1. V praxi se vlnoplocha vyjadřuje pomocí 30 a více Zernikeho koeficientů. Více o možnostech vyjádření vlnoplochy včetně úplného předpisu Zernikeho aberačního polynomu lze nalézt v [5].

Z_0	1	piston
Z_1	$2\rho \cos \theta$	x-náklon
Z_2	$2\rho \sin \theta$	y-náklon
Z_3	$(2\rho^2 - 1)$	fokus
Z_4	$\rho^2 \cos(2\theta)$	astigmatismus@0° & fokus
Z_5	$\rho^2 \sin(2\theta)$	astigmatismus@45° & fokus
Z_6	$(3\rho^2 - 2)\rho \cos \theta$	koma & x-náklon
Z_7	$(3\rho^2 - 2)\rho \sin \theta$	koma & y-náklon

Tabulka 1: Význam prvních osmi Zernikeho koeficientů. Zernikeho koeficienty sloužící k vyjádření vlnoplochy jsou uvedeny v polárních souřadnicích.

Budeme-li v souladu s předchozím textem předpokládat rovinnou vlnu, která se šíří ve směru osy z pod úhlem α , potom komplexní amplitudu, v rovině tesně za mikročočkou, lze psát ve tvaru [6]

$$U_t(\xi) = \exp[ik \sin(\alpha)\xi] \text{rect}\left(\frac{\xi}{d_{sub}}\right) \exp\left[-i\frac{k\xi^2}{2f}\right], \quad (2)$$

rektangulární funkce vyjadřuje prostorové ořezání způsobené mikročočkou o průměru d_{sub} a ohniskové vzdálenosti f , ta zároveň zavádí exponenciální fázový faktor $\exp\left[-i\frac{k\xi^2}{2f}\right]$.

Vlna se nadále šíří prostorem za mikročočkou. Toto šíření můžeme popsat obecně známou aproximační difrakční integrálou

$$U(x) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} U_t(\xi) \exp\left[i\frac{k}{2z}(x - \xi)^2\right] d\xi. \quad (3)$$

Dosažením amplitudy (2), pro případ detekce v ohniskové rovině, tj. $z = f$, do difrakčního integrálu, vymizí fázový faktor a pro výstupní amplitudu $U(x)$ lze psát

$$U(x) = \frac{K}{\lambda f} \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{\xi}{d_{sub}}\right) \exp\left[-i2\pi\xi\left(\frac{x-f\sin(\alpha)}{\lambda f}\right)\right] d\xi, \quad (4)$$

kde K je intenzitně nezávislá konstanta. Tento vztah představuje Fourierovu transformaci (s přeškálovanou prostorovou frekvencí $f_x = \frac{x-\Delta_x}{\lambda f}$, kde $\Delta_x = f \sin(\alpha)$ funkce rect , jejíž výsledkem je sinc funkce

$$U(x) = \frac{K}{i\lambda f} \text{sinc}\left[\frac{d_{sub}(x-\Delta_x)}{\lambda f}\right]. \quad (5)$$

Z výsledku lze vidět, že vlivem lokálního gradientu vlnoplochy dochází k posunutí difrakčního spotu od optické osy mikročochky o faktor Δ_x . Průměr difrakčního obrazce (spotu), jež je ve standardních učebnicích optiky definován jako vzdálenost prvních minim, je

$$d_{spot} = \frac{2\lambda f}{d_{sub}}. \quad (6)$$

Umístění detektoru do ohniskové roviny mikročochek je možné pouze s konečnou přesností závislejší na konstrukci senzoru, měření skutečné vzdálenosti je pak předmětem kalibrace. Nyní se pokusíme rozšířit diskuzi o možnou detekci při rozostření tj. pro případ, kdy $z \neq f$. V takovém případě, na rozdíl od detekce v ohniskové rovině, po dosazení amplitudy $U_t(\xi, z) \equiv U_t(\xi)$ do difrakčního integrálu (2), exponenciální fázový faktor zodpovědný za fázovou transformaci mikročochkou nevymizí a pro výstupní amplitudu $U(x, z)$ píšeme

$$U(x, z) = \frac{K}{i\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{\xi}{d_{sub}}\right) \exp\left[i\frac{\pi}{2}\left(2\sqrt{\frac{\Delta_z}{\lambda}}\xi - \frac{x-\Delta_x}{z\sqrt{\lambda\Delta_z}}\right)^2\right] d\xi, \quad (7)$$

kde parametr $\Delta_z = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{z}\right)$ můžeme v absolutní hodnotě označit jako parametr rozostření. Využitím vhodných substitucí lze výstupní amplitudu vyjádřit pomocí Fresnelových integrálů [6] $C(x) = \int_0^x \cos(t^2\pi/2)dt$ a $S(x) = \int_0^x \sin(t^2\pi/2)dt$

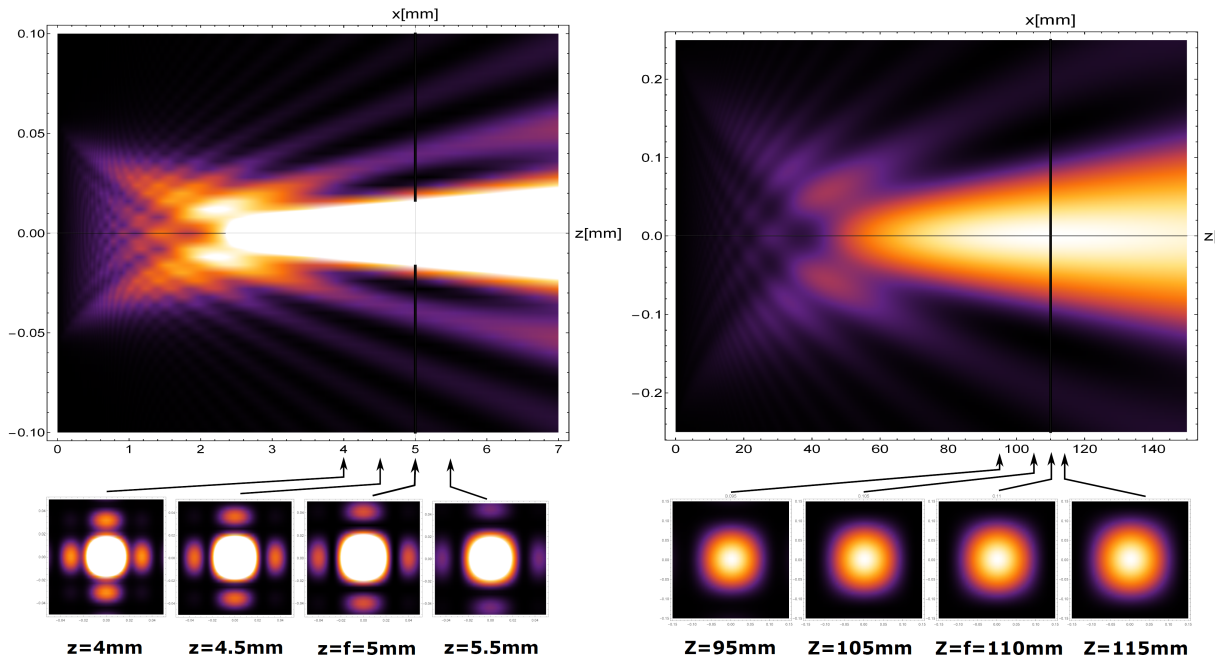
$$U(x, z) = \frac{K}{2z\sqrt{\lambda\Delta_z}} ([C(a_2) - C(a_1)] + i[S(a_2) - S(a_1)]), \quad (8)$$

kde pro $a_{1,2}$ platí vztahy

$$a_1 = -d_{sub}\sqrt{\frac{\Delta_z}{\lambda}} - \frac{x-\Delta_x}{z\sqrt{\lambda\Delta_z}} \quad a_2 = d_{sub}\sqrt{\frac{\Delta_z}{\lambda}} - \frac{x-\Delta_x}{z\sqrt{\lambda\Delta_z}}$$

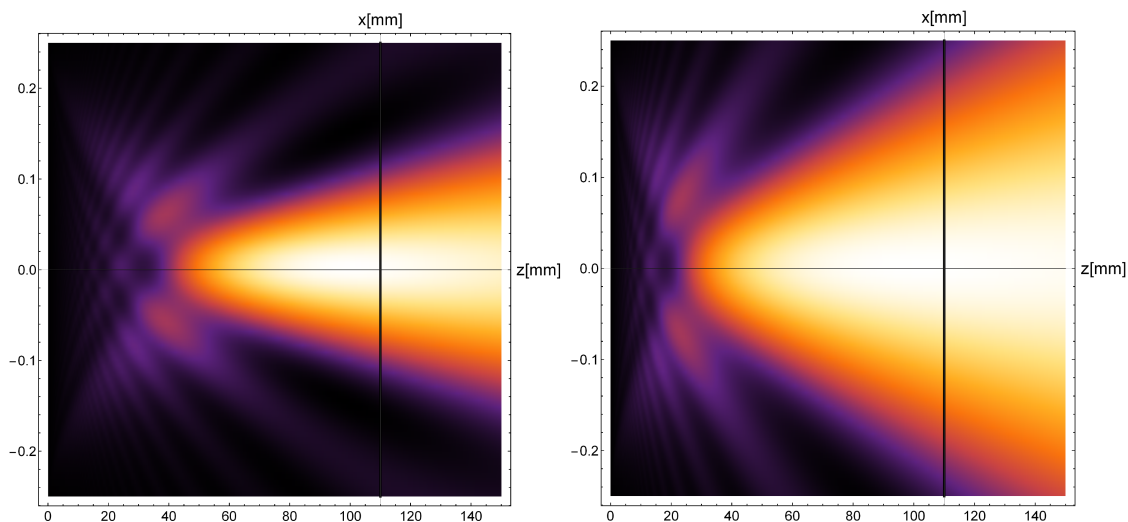
Ve vztahu (7) pro výstupní amplitudu $U(x)$ byly použity parametry Δ_x úměrný náklonu příchozí vlny a Δ_z v absolutní hodnotě úměrný míře rozostření. Jak již bylo výše naznačeno náklon vlny způsobuje v použitém modelu pouze posunutí difrakčního spotu, proto budeme nadále uvažovat jen kolmý dopad tj. parametr Δ_x bude roven nule.

Pro znázornění vlivu rozostření využijeme numerické simulace závislosti $I(x, z) = I_0|U(x, z)|^2$. Výsledky simulací jsou zobrazeny níže. Obrázek (2) prezentuje vliv rozostření na dvou senzorech s mikročočkami o průměru $d_{sub} = 0.114mm$ a $d_{sub} = 0.5mm$ s ohniskovými vzdálenostmi $f = 5mm$ a $f = 110mm$. Jedná se o průběh intenzity v rovině (x, z) a řezy v rovině (x, y) ve vybraných vzdálenostech z od roviny mikročoček, zobrazující difrakční obrazec. Obrázek (3) simuluje stejným způsobem vliv rozostření jednoho a téhož senzoru s použitím dvou vlnových délek $\lambda = 630nm$ a $\lambda = 300nm$.



Obrázek 2: Numerická simulace rozostření při parametrech mikročočky: Ohnisková vzdálenost f , průměr pupily a při vlnové délce $\lambda = 630nm$ Vlevo: $f = 5mm, a = 0.114mm$; Vpravo: $f = 110mm, a = 0.500mm$

Na začátku kapitoly byl ukázány základní principy fungování SH senzoru. Na rovnicích (2) byla ukázána metoda určení polohy difrakčních spotů pomocí výpočtu těžišť detekovaného průběhu intenzity $I(x, y)$. Díky znalosti vzájemných poloh těžišť spotů a středů mikročoček je možné vyhodnocení vlnoplochy pomocí zonální nebo modální metody, které jsou popsány následně. V textu je dále uveden význam několika prvních Zernikeho koeficientů, které se používají pro analytické vyjádření vlnoplochy. Teoretický rozbor měření pomocí SH senzoru je prezentován na modelu rovinné vlny dopadající pod náklonem na čočku. Difrakční spot se vlivem lokálního gradientu vlnoplochy posune od optické osy mikročočky. Následuje analýza vlivu rozostření obrazu vlivem nepřesného umístění detekční roviny. Výsledek je v podobě numerické simulace zobrazené na obrázcích (2) a (3). Uvedené simulace společně s výše zmíněným teoretickým rozbohem naznačují, že není nutné trvat na vysoké přesnosti umístění senzoru do ohniskové roviny mikročoček, ale je nutné znát vzdálenost detekční roviny (CCD resp. CMOS snímač) a matice mikročoček.



Obrázek 3: Numerická simulace rozostření pro mikročočku s parametry ohnisková vzdálenost $f = 40\text{mm}$, průměr pupily $a = 0.2\text{mm}$, jež je součástí SH senzoru určeného pro UV oblast optického záření. Vlevo: simulace pro $\lambda = 300\text{nm}$; Vpravo: simulace pro $\lambda = 635\text{nm}$

2 Parametry Shack-Hartmannova senzoru

Jak již bylo v předchozí kapitole ukázáno, SH senzor se skládá z intenzitně citlivého senzoru s prostorovým rozlišením (CCD nebo CMOS snímač) a matice mikročoček. Tyto dvě základní části se svými konstrukčními parametry významně ovlivňují celkové vlastnosti senzoru jako jsou citlivost, prostorové rozlišení, přesnost a dynamický rozsah. Cílem této kapitoly je podat ucelený pohled na vzájemný vztah mezi základními parametry kamery a matice mikročoček a výše jmenovanými vlastnostmi senzoru. Při výkladu se bude vycházet z [2] a ISO normy [8].

Pro vybrané parametry byla uskutečněna experimentální měření. Měření byla provedena se třemi různými SH senzory, jejichž konstrukční parametry jsou popsány v tabulce 2. Reálná podoba senzorů je vidět na obrázku 4.

parametr	senzor S1	senzor S2	senzor S3
Počet mikročoček v řádku	9	21	21
Počet mikročoček v měřené apertuře	61	373	373
Průměr mikročoček	0.5 mm	0.2 mm	0.2 mm
Vzdálenost z od senzoru	100 mm	28.5 mm	7 mm
Velikost pixelu na kameře	8.3 μ m x 8.3 μ m		
Velikost kamery	6.44 mm x 4.83 mm		
Velikost měřené apertury	Kruhová oblast o poloměru 2.2 mm		

Tabulka 2: Tabulka parametrů měřených SH senzorů.



Obrázek 4: Fotografie proměřovaných senzorů a použité kamery.

2.1 Citlivost

V předchozí kapitole bylo ukázáno, že velikost difrakčního spotu d_{spot} , detekovaného ve vzdálenosti $z \approx f$ je určena (rovnice 6) velikostí subapertury d_{sub} a vzdáleností z . V dalších výpočtech se bude předpokládat, že d_{sub} je rovna vzájemné vzdálenosti středů mikročoček. Vlivem lokálního gradietu β_x se difrakční spot posune od optické osy o

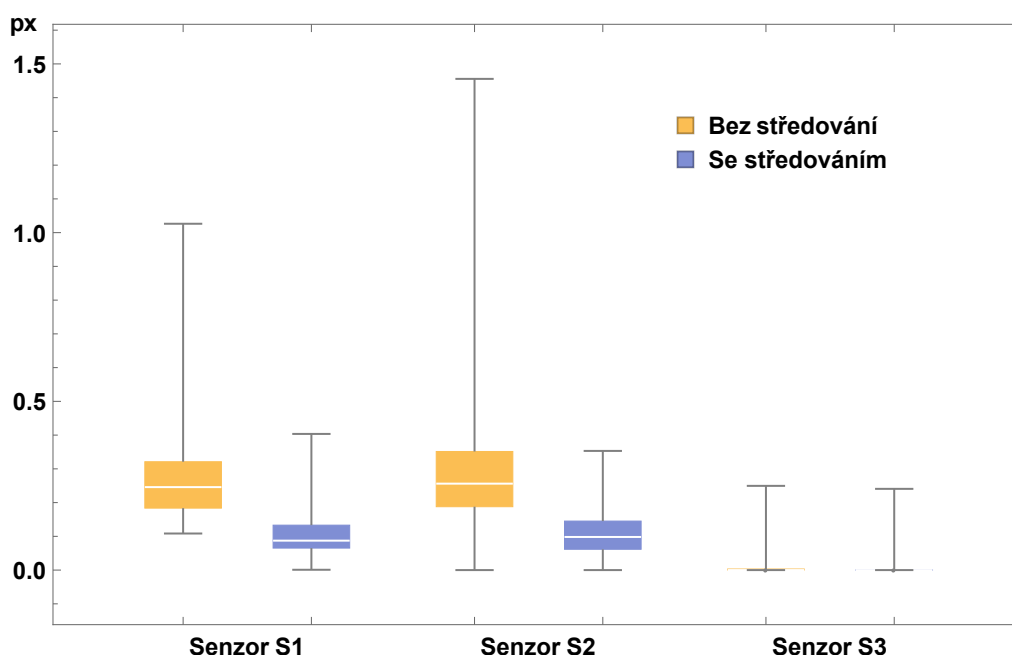
$$d_x = \beta_x f. \quad (9)$$

Minimální lokální gradient β_{min} , který je SH senzorem detekovatelný závisí na nejistotě určení polohy spotu σ_x a vzdálenosti mezi maticí mikročoček a CCD senzorem. Tato vzdálenost bude v dalším textu považována za rovnou ohniskové vzdálenosti mikročoček (viz obrázek 6). Pro β_{min} lze psát

$$\beta_{min} = \frac{\sigma_x}{f}. \quad (10)$$

β_{min} se nazývá citlivostí senzoru či úhlovou přesností (sensitivity, angular accuracy)[2].

Pojem citlivost byl zaveden pomocí výrazu závisícího na nejistotě určení polohy těžiště spotu σ_x . Před vyčíslením citlivosti SH sensorů je nutné tuto hodnotu zjistit. Experimentální měření nejistoty měření polohy spotu σ_x spočívalo v opakovaných záznamech poloh spotů. S každým senzorem bylo pořízeno 25 záznamů spotů v kruhové masce o poloměru 2.2mm. Ze souboru byla vyhodnocena směrodatná odchylka polohy spotů pro jednotlivé mikročočky. Jednotlivé záznamy byly pořízeny časových intervalech o délce 10 s. Měření proběhlo na optické lavici bez aktivního tlumení. Měření bylo provedeno nejprve bez použití funkcí, které se běžně používají pro eliminaci šumu, tj. časové a prostorové středování (konvoluce). Následně bylo měření zopakováno s využitím těchto nástrojů. Výsledky jsou znázorněny na obrázku 5. Sensory S1 a S2 mají mají nejistotu měření polohy spotu přibližně stejnou $\sigma_x = 0.04$ pixelu použité kamery. U senzoru S3 byla naměřena nejistota $\sigma_x = 0.04$ px. Možné vysvětlení této velmi malé hodnoty spočívá ve velikosti difrakčního spotu, který je detekován na malém počtu pixelů. V tabulce 3 jsou znázorněny vyčíslené citlivosti SH sensorů uvedených v



Obrázek 5: Určení nejistoty měření polohy spotu. Proměření tří SH sensorů S1, S2 a S3 jejichž parametry jsou uvedeny v tabulce 2. Z měření byla pro senzory vypočtena směrodatná odchylka měření polohy těžiště spotu $\sigma_{S1} = 0.27px$, $\sigma_{S2} = 0.29px$ a $\sigma_{S3} = 0.04px$ bez použití středování a $\sigma_{S1} = 0.11px$, $\sigma_{S2} = 0.11px$ a $\sigma_{S3} = 0.007px$ s použitím středování. Směrodatná odchylka je uvedena v poměru ku velikosti spotu použité kamery. Pro všechna tři měření byla použita totožná kamera s velikostí pixelu $8.3\mu m$.

tabulce 2 na základě naměřených hodnot σ_x a vztahu (10).

	senzor S1	senzor S2	senzor S3
Citlivost s/bez středování	4.6"/1.9"	17.4"/6.6"	8.1"/1.7"

Tabulka 3: Tabulka s vyčíslením citlivosti pro tři senzory S1, S2 a S3. U senzorů je nejistota měření polohy spotu σ_x uvažována dle výsledků zobrazených na obrázku 5.

2.2 Prostorové rozlišení

Dalším parametrem SH senzoru je prostorové rozlišení dané počtem mikročoček N_{sub} . V následujících výpočtech je počet mikročoček uvažován pouze v jedné dimenzi (tj. počet mikročoček v jednom řádku resp. sloupci). Počet mikročoček lze vyjádřit jako podíl rozměrů senzoru d_{senzor} a mikročočky D_{sub}

$$N_{sub} = \frac{d_{senzor}}{d_{sub}}. \quad (11)$$

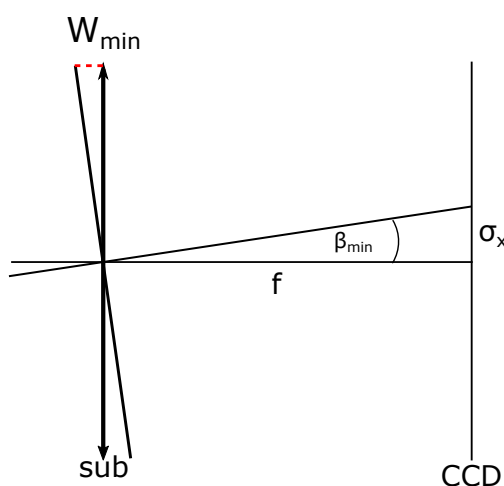
2.3 Opakovatelnost a přesnost

V [2] je uvedeno, že v případě přesnosti SH senzoru je nutné uvažovat dvě různé definice. Přesnost hodnoty sklonu vlnoplochy v centru jedné mikročočky a alternativně přesnost matice hodnot v celé oblasti senzoru. Nejprve bude uvažována první z těchto možností.

V souladu s definicí citlivosti (úhlová přesnost), lze přesnost vyjádřit jako minimální detekovatelnou vlnoplochu W_{min} na lokální mikročočce

$$W_{min} = \frac{d_{sub}\sigma_x}{2f}. \quad (12)$$

Grafické znázornění takto definované přesnosti je na obrázku 6. Čím je W_{min} větší tím je přesnost

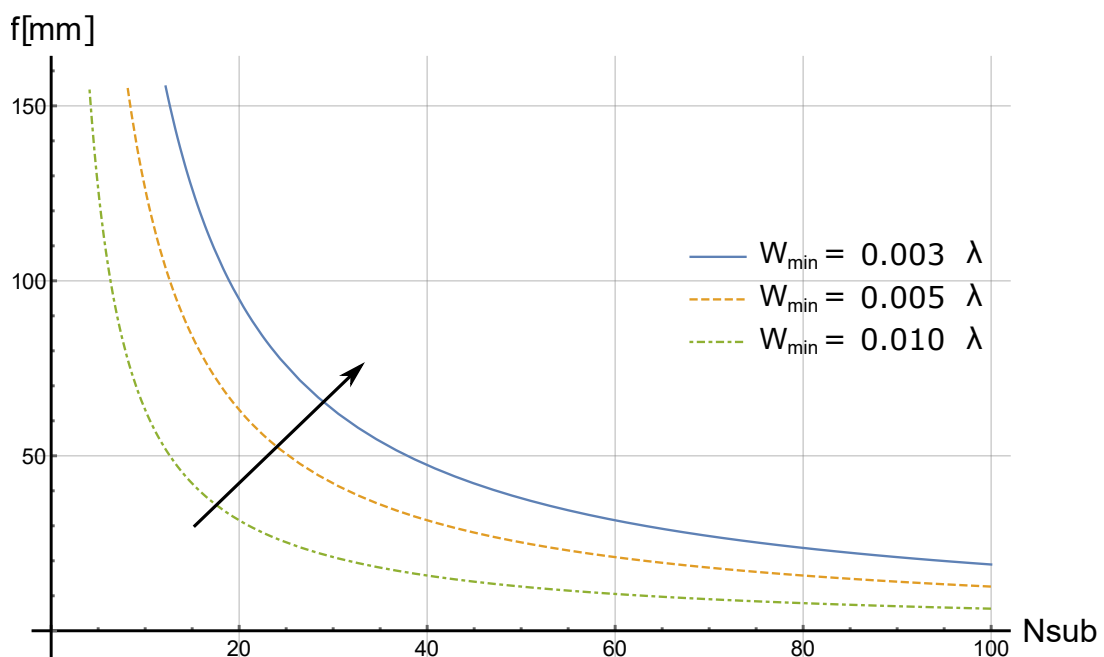


Obrázek 6: Přesnost vyjádřená jako vlnoplocha W_{min} při dopadu rovinné vlny pod minimálním možným náklonem β_{min} , který je SH senzorem detekovatelný. Nejistota určení polohy spotu je označena jako σ_x

senzoru menší.

Přesnost může být obecně závislá na vyhodnocovacím algoritmu, parametrech senzoru a konečně i na vnějších vlivech. Zvyšování přesnosti SH senzoru za pomoci zlepšování vyhodnocovacího algoritmu prezentuje např. [15]. Na nejistotě σ_x se podílí i vlastnosti detekčního zařízení (CCD resp. CMOS). V [14] se autoři zabývají vlivem parametrů detekující kamery jako signal to noise, shot noise a readout noise.

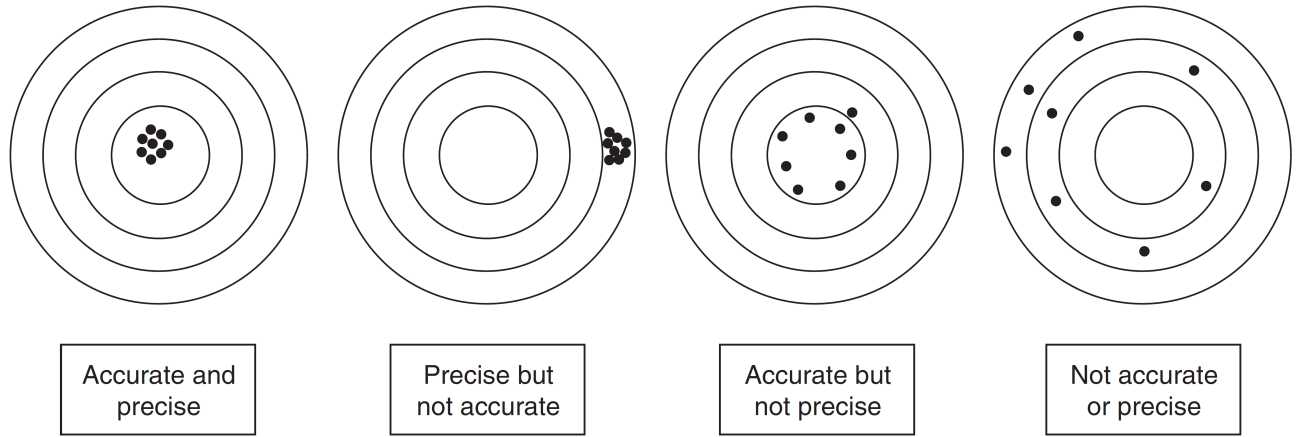
Uvážíme-li konstantní velikost kamery, můžeme vztah (11) vyjádřit pomocí počtu mikročoček v jedné dimezi N_{sub} . Obrázek (7) zobrazuje křivky konstantní přesnosti pro danou vzdálenost z a počet mikročoček N_{sub} . V obrázku jsou zobrazeny tři křivky konstantní hodnoty přesnosti, vyjádřené v jednotkách vlnové délky $\lambda = 635nm$. S rostoucím počtem mikročoček klesá při konstantní velikosti senzoru, průměr jednotlivých subapertur a přesnost senzoru se tak dle (12) zvyšuje. Stejný efekt má i růst ohniskové vzdálenosti f . Směr růstu přesnosti je v grafu vyznačen šipkou.



Obrázek 7: Přesnost vyjádřená podle vztahu (12) jako vlnoplocha W_{min} při dopadu rovinné vlny pod minimálním možným náklonem β_{min} , který je SH senzorem detekovatelný. V grafu jsou uvedeny tři křivky s konstantní přesností 0.003λ , 0.005λ a 0.01λ . Uvažovaná velikost senzoru činí $d_{sen} = 4.83mm$ a vlnová délka $\lambda = 635nm$.

Do teď byla přesnost uvažována pouze jako přesnost hodnoty sklonu vlnoplochy v centru jedné mikročočky. Takto definovaná přesnost odpovídá zonální metodě výpočtu vlnoplochy. Jak již bylo uvedeno, druhou možnou definicí je přesnost matice hodnot v celé oblasti senzoru. Toto druhé pojetí přesnosti se uvádí i v [8].

Při opakovaném měření téhož signálu jsou ve výsledcích podávaných měřicím zařízením vzájemné rozdíly. Tyto rozdíly mohou být způsobeny statisticky náhodnými či systematickými efekty. Obecně se pro vyhodnocení míry vlivu těchto efektů na výsledky měřicího zařízení používají pojmy *přesnost* a *preciznost*, resp. *accuracy* a *precision*. Význam obou pojmů je graficky znázorněn na obrázku 8 převzatého z [13, str. 87]. Zatímco pojem *preciznost* se vztahuje ke statisticky náhodným vlivům,



Obrázek 8: Grafické znázornění [13, str. 87] významu pojmu *accuracy*-přesnost a *precision*-preciznost. Přesnost resp. preciznost vypovídají o vlivu statisticky náhodných resp. systematický efektů na výstup měřícího zařízení.

přesnost se týká systematických chyb [8]. Těmi jsou v kontextu SH senzoru například aberace mikročoček. V literatuře se též místo pojmu preciznost objevuje pojem opakovatelnost (*repeatability*)¹. V následující části textu je analýza vztahů pro výpočet přesnosti a opakovatelnost SH senzoru uvedených v ISO normě[8].

ISO norma používá pro stanovení přesnosti i opakovatelnosti výpočet založený na výsledcích měření celkové vlnoplochy. Následující vztahy ukazují výpočet opakovatelnosti a přesnosti dle ISO.

Opakovatelnost měření vlnoplochy SH senzorem je v [8] vyjádřena vztahem

$$W_{r,rms} = \frac{1}{k} \sum_{n=1}^k \sqrt{\frac{\sum_x \sum_y E_n(x,y) [w_n(x,y) - \bar{w}(x,y)]^2}{\sum_x \sum_y E_n(x,y)} - \left(\frac{\sum_x \sum_y E_n(x,y) [w_n(x,y) - \bar{w}(x,y)]}{\sum_x \sum_y E_n(x,y)} \right)^2}, \quad (13)$$

kde $\bar{w}(x,y)$ je průměrná hodnota vlnoplochy $w_n(x,y)$ v bodě (x,y) z k měření identické vlnoplochy

$$\bar{w}(x,y) = \frac{\sum_{n=1}^k E_n(x,y) w_n(x,y)}{\sum_{n=1}^k E_n(x,y)}. \quad (14)$$

Přesnost měření vlnoplochy je v témže zdroji vyjádřena jako průměrné RMS (root-mean-square - představuje dvoudimensionální zobecnění standardní odchylky) rozdílu referenční a náklonem korygované vlnoplochy

$$W_{a,rms} = \frac{1}{k} \sum_{n=1}^k \sqrt{\frac{E_n(x,y) \sum_x \sum_y [w_{tc,n}(x,y) - w_r(x,y)]^2}{\sum_x \sum_y E_n(x,y)}}, \quad (15)$$

kde $w_{tc,n}(x,y)$ je záznam vlny dopadající pod náklonem θ_x resp. θ_y ve kterém je náklon zpětně odečten.

Při vyjádření vlnoplochy pomocí Zernikeho polynomů je korekci možné uskutečnit odečtením prvního a druhého Zernikeho koeficientu, které (viz tabulka 1 v kapitole *Základní Principy*) prezentují náklon v ose x resp. y . Rovnice 13 a 15 jsou váženy přes intenzitu $E_n(x,y)$. V následujícím textu bude toto vážení zanedbáno a $E_n(x,y)$ uvažováno plošně rovno jedné.

¹Preciznost, vlastnost měřícího systému nebo nástroje, představuje měření opakovatelnosti [13, str.87].

V úvodní části práce byl popsán princip SH senzoru spočívající v detekci poloh těžišť difrakčních spotů od jednotlivých subapertur matice mikročoček. Z polohy těžišť spotů, úměrných lokálním gradientům vlnoplochy, se pomocí speciálních algoritmů určí tvar vlnoplochy. Výstupem SH senzoru jsou pak Zernikovy koeficienty, které společně s Zernikeovými polynomy vyjadřují tvar vlnoplochy vzhledem k referenci. Vlnoplocha je tak zadána spojitě a sumace ve vztazích (13) a (15) přecházejí v numerickou integraci.

Měření přesnosti i opakovatelnosti probíhalo na v laboratorních podmínkách na optické lavici bez aktivního tlumení. Jako osvětlovací jednotka sloužil laser na vlnové délce $\lambda = 635\text{nm}$. SH senzorem byla detekována rovinná vlna. Měřené vlnoplochy byly ukládány jako soubor Zernikeho koeficientů ve formě Zemax standard. Zernikeho koeficienty byly získány pomocí modální rekonstrukce vlnoplochy. Záznamy byly ukládány v časovém rozmezí přibližně 5 min. Vlnoplochy byly měřeny v kruhové oblasti o průměru 2.2 mm. U všech záznamů vlnoplochy byl následně odečten nultý Zernikeův koeficient Z_0 , který představuje tzv. piston.

Opakovatelnosti senzorů uvedené v tabulce 4 byly vypočteny dle rovnice (13), kde vlnoplocha $\bar{w}(x, y)$ byla určena jako průměrná vlnoplocha ze všech měření. Grafické znázornění výsledků je vidět na obrázku 9. Pro každý senzor bylo provedeno měření bez středování a se středování. Při měření v druhém z uvedených režimů se uplatnily funkce časového a prostorového středování.

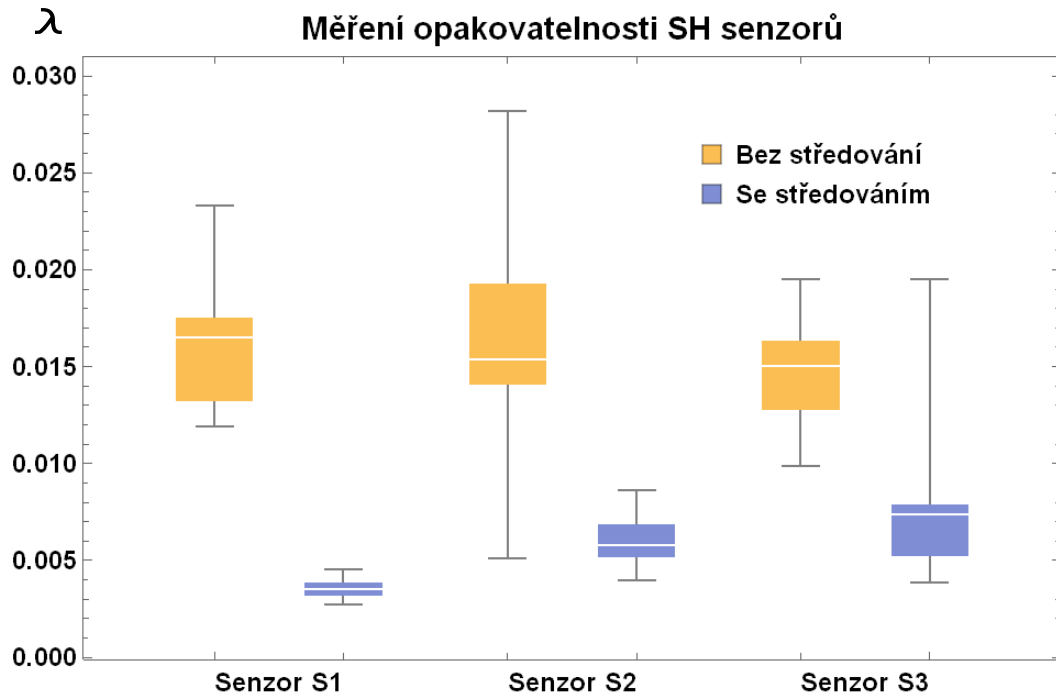
	senzor S1	senzor S2	senzor S3
$W_{r,rms}$ bez středování	0.016λ	0.016λ	0.015λ
$W_{r,rms}$ se středováním	0.003λ	0.006λ	0.008λ

Tabulka 4: Výsledky měření opakovatelnosti získané výpočtem dle rovnice (13). Hodnoty jsou uvedeny v jednotkách vlnové délky $\lambda = 635\text{nm}$. Při všech měření byla snímána vlnoplocha na kruhové oblasti o poloměru 2.2mm. Měření probíhala v režimu s a bez časového a prostorového středování.

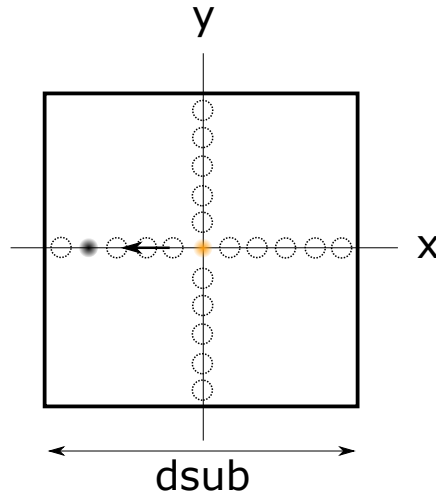
Pro výpočet přesnosti (ve smyslu ISO [8]) senzorů byla použita rovnice (15). Jako referenční vlnoplocha $w_r(x, y)$ byla použita průměrná vlnoplocha $\bar{w}(x, y)$ z měření opakovatelnosti se středováním. Vlnoplochy $w_{tc}(x, y)$ byly získány záznamy vlnoploch rovinných vln dopadajících na SH senzory pod náklonem. Náklony byly prováděny v ose x a y v mezích dynamického rozsahu, jak znázorňuje obrázek 10. Celkem bylo každým senzorem zaznamenáno 4x4 vlnoploch plus reference. Od všech zaznamenaných vlnoploch byly následně odečteny první tři Zernikeho koeficienty odpovídající pistonu a náklonu v osách x a y. Podobně, jako při měření opakovatelnosti, bylo i zde provedeno měření s prostorovým a časovým středováním a bez středování. Výsledky měření přesnosti jsou vidět v tabulce 5. V na obrázku (11) jsou výsledky znázorněny pomocí krabicového grafu. Jedná se o znázornění

	senzor S1	senzor S2	senzor S3
$W_{a,rms}$ se středováním	0.009λ	0.015λ	0.1λ

Tabulka 5: Výsledky měření přesnosti získané výpočtem dle rovnice (15). Pro měření a přepočet hodnot byla použita vlnová délka $\lambda = 635\text{nm}$. Veškeré záznamy vlnoploch byly prováděny na kruhové oblasti o poloměru 2.2 mm.



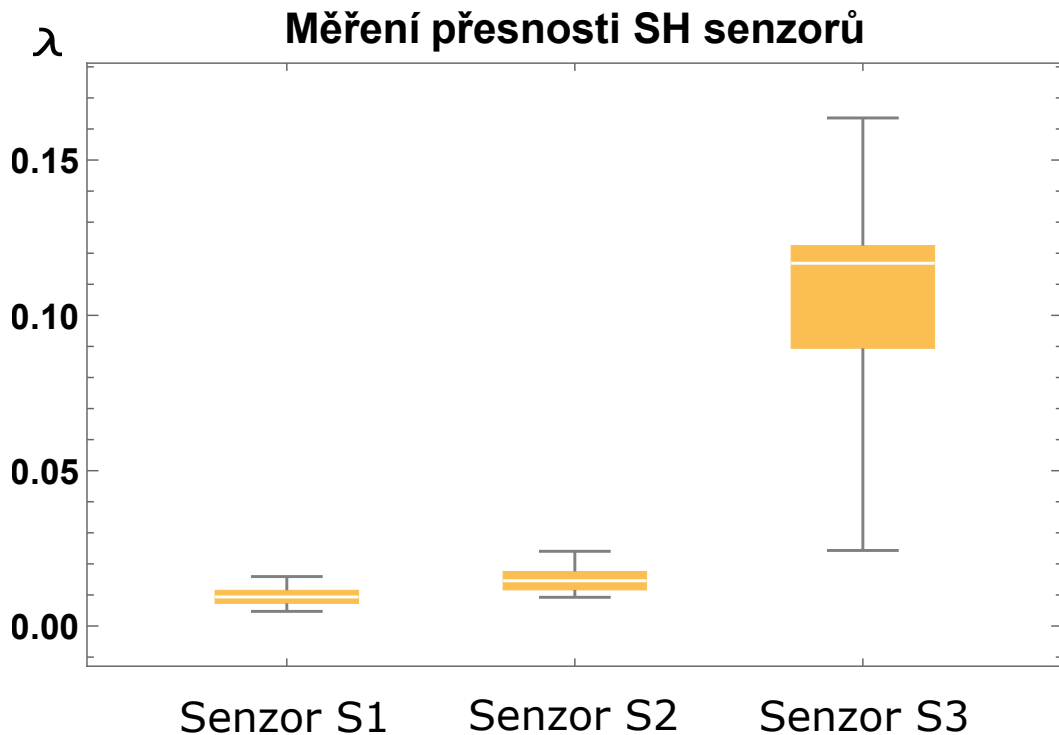
Obrázek 9: Grafické znázornění naměřených souborů $\sqrt{\langle [w(x,y) - \bar{w}(x,y)]^2 \rangle - \langle w(x,y) - \bar{w}(x,y) \rangle^2}$ pomocí boxového grafu. Bílá linka znázorňuje medián naměřených dat. Hranice boxu představuje 1. a 3. kvartil. Hodnoty $W_{r,rms}$ uvedené v tabulce 4 představují průměrnou hodnotu z těchto souborů. Hodnoty jsou vyčísleny v jednotkách vlnové délky $\lambda = 635\text{nm}$.



Obrázek 10: Postup měření přesnosti dle rovnice (15). Jako referenční vlnoplocha $w_r(x,y)$ byla použita vlnoplocha $\bar{w}(x,y)$ z měření opakovatelnosti (v kontextu poloh spotů je zde zobrazena jako barevný spot uprostřed mikročochky). Vlnoplochy $w_{tc}(x,y)$ byli získány detekcí rovinné vlny dopadající na SH senzory pod náklony v osách x a y . Náklony rovinné vlny byli zvoleny tak aby nebyl překročen dynamický rozsah senzorů. U záznamů vlnoploch byly následně vynulovány první tři Zernikeho koeficienty. Celkem bylo zaznamenáno 4×4 vlnoploch plus reference.

souboru dat zpracovaného do podoby $\sqrt{\langle [w_{tc,n}(x,y) - w_r(x,y)]^2 \rangle}$. Hodnoty v tabulce 5 představují

aritmetický průměr z tohoto souboru. Na obrázku jsou znázorněna měření pro všechny tři senzory S1, S2 a S3 uvedených v tabulce 2. Bílá linka znázorňuje medián souboru, hranice boxu pak 1. a 3. kvartál. Tenké černé linie zobrazují maximální a minimální hodnotu v souboru.



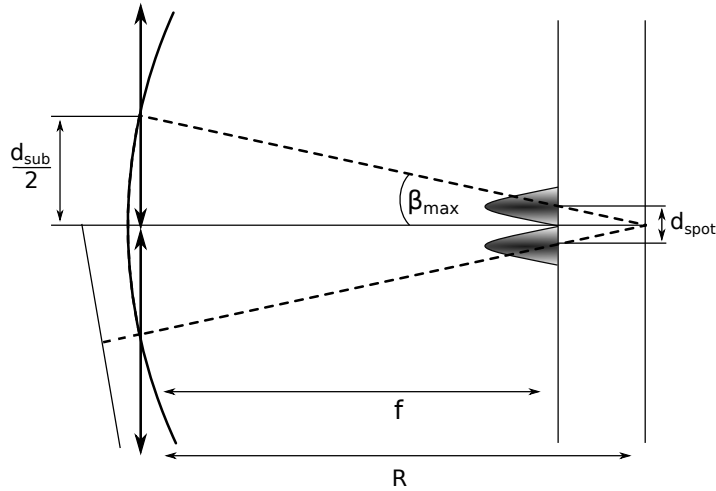
Obrázek 11: Grafické znázornění naměřených a zpracovaných souborů $\sqrt{\langle [w_{tc,n}(x,y) - w_r(x,y)]^2 \rangle}$ pomocí boxového grafu pro tři proměřované senzory S1, S2 a S3 uvedených v tabulce 2. Bílá linka znázorňuje medián naměřených dat. Hranice boxu představuje 1. a 3. kvartil. Měření probíhalo na vlnové délce $\lambda = 635nm$

Výsledky měření opakovatelnosti senzorů S1, S2 a S3 se řádově shodují s komerčně dostupnými SH senzory, např. firma HASO u většiny svých SH senzorů uvádí opakovatelnost $\lambda/200$ (bez uvedení vlnové délky). Nízká hodnota u senzoru S1 může být uměle snížena menším počtem mikročoček. Matice mikročoček působí jako prostorový filtr filtrující aberace vyšších řádů. Výsledky měření opakovatelnosti dle rovnice (13) jsou oproti přesnosti (15) lepší. Porovnáme-li naměřené hodnoty rms opakovatelnosti a přesnosti, je zřejmé, že v měření hrají velkou roli aberace mikročoček. Aberace mikročoček zavádí do měření systematické chyby a zhoršují tak celkovou přesnost senzoru. U senzoru S3 je naměřená hodnota přesnosti nepoměrně nižší. Malý difrakční spot ve srovnání s velikostí pixelu kamery vede k nesrovnalostem ve statistice na obrázku 5, které vedou k nedostačující naměřené přesnosti senzoru i přesto, že statistika naznačuje nízké hodnoty šumu.

2.4 Dynamický rozsah

Obdobně, jako úhlovou přesnost β_{min} , je možné hledat úhlový dynamický rozsah β_{max} . Ten představuje maximální možný lokální gradient, který je možné SH senzorem zaznamenat. Pro správné určení polohy spotu je obvykle požadováno, aby se difrakční spot nacházel v oblasti odpovídající

poloze dané mikročočky. Tento požadavek vychází z omezení souvisejícím s efektem zvaným Cross-talk. Ilustrativní popis efektu je vidět na obrázku (12). V případě, kdy se difrakční spoty překrývají,



Obrázek 12: Cross-talk - efekt při kterém nastává překrytí difrakčních spotů a tím k chybě ve výpočtu polohy těžišť. Nejmenší lokální poloměr křivosti R , detekovatelný SH senzorem musí být dostatečně velký aby se tomuto efektu zamezilo.

je znemožněn výpočet polohy jejich těžišť. Zamezení takové situace klade podmínku na míru vychýlení spotu vlivem lokálního gradientu. Pokud je posunutí spotu (v kapitole 1 označeno Δ_x) menší jak polovina z rozdílu jeho velikosti a velikosti mikročoček, pak je Cross-talk efekt omezen pouze na oblast mimo centrální disk difrakčních spotů.

$$\Delta_x = \frac{1}{2}(d_{sub} - d_{spot}) \quad (16)$$

Z rovnic (16), (9) a (6) lze toto omezení vyjádřit [8] jako

$$\beta_{max} = \frac{d_{sub}}{2f} - \frac{\lambda}{d_{sub}}. \quad (17)$$

Z výše uvedeného výrazu pro úhlový dynamický rozsah² plyne podmínka $f \leq d_{sub}^2/2\lambda$ pro ohniskovou vzdálenost senzoru. Krajní hodnota $f = d_{sub}^2/2\lambda$ odpovídá nulovému dynamickému rozsahu. Velikost spotu d_{spot} je v takovém případě rovna průměru mikročočky d_{sub} . S rostoucím poměrem velikostí spotu a mikročočky je možné docílit senzorů s vysokou přesností a menším dynamickým rozsahem. Naopak senzory s malým poměrem $\frac{d_{spot}}{d_{sub}}$ disponují vysokým dynamickým rozsahem a menší přesností. Jako kompromis představující SH senzory univerzálního charakteru se jeví poměr $\frac{d_{spot}}{d_{sub}} = \frac{1}{2}$.

Podmínku na maximální vychýlení spotu vlivem lokálního gradientu lze zároveň vyjádřit jako minimální lokální poloměr křivosti detekovatelný senzorem. Jeli poloměr křivosti R rovný ohniskové vzdálenosti f , pak difrakční spoty splynou v jednom bodě. Na obrázku 12 je schématicky odvozena

²V [2, str.194] je dynamickým rozsahem uvažován podíl maximálního β_{max} a minimálního β_{min} možného lokálního gradientu detekované vlnoplochy, tedy podíl výše uvedené interpretace danamického rozsahu a citlivosti.

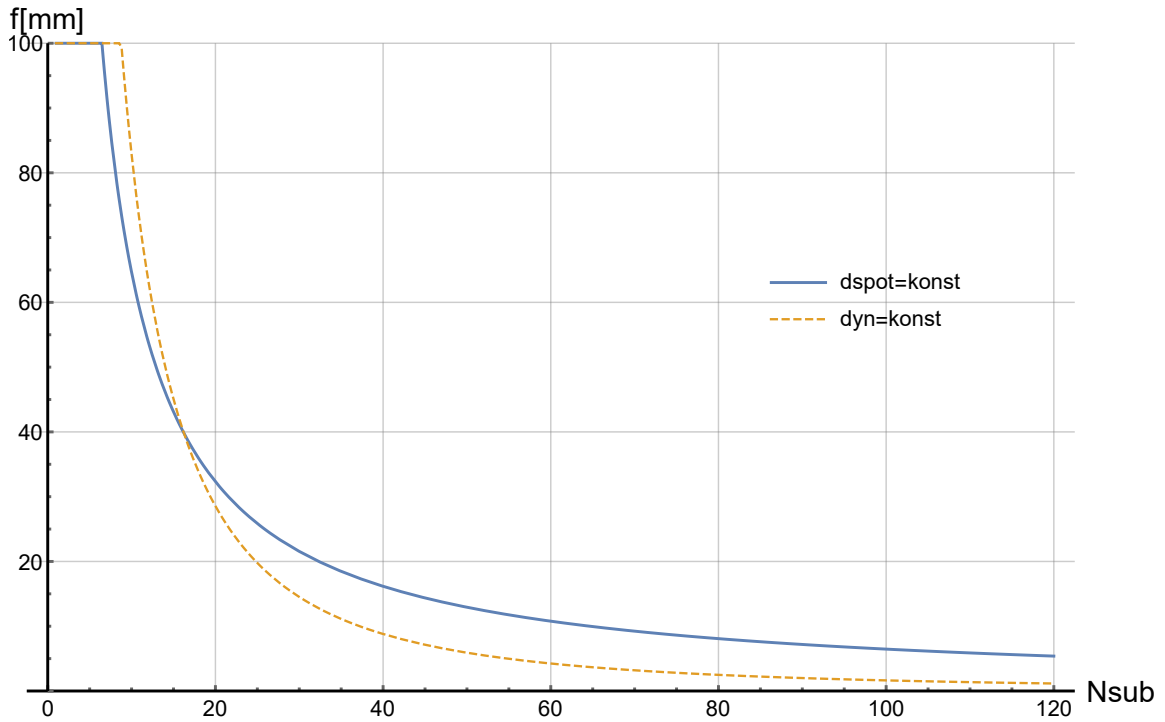
podmínka pro minimální poloměr křivosti R , při kterém je vzdálenost mezi spoty větší nebo rovna jejich velikosti d_{spot}

$$R \geq f + \frac{d_{spot}}{2} \frac{1}{\beta_{max}}. \quad (18)$$

Po dosazení za β_{max} z rovnice 17 je podmínka pro lokální poloměr křivosti dána poměrem mezi velikostí subapertury a jejím rozdílem od velikosti spotu

$$R \geq f \frac{d_{sub}}{d_{sub} - d_{spot}}. \quad (19)$$

Z předešlých výrazů pro parametry SH senzoru lze vyčíst, že přesnost senzoru je úměrná velikosti spotu. Pro dynamický rozsah je tato úměra nepřímá a vzhledem k druhému členu v rovnici (17) pouze přibližná. Na obrázku (13) je porovnání křivek konstantí velikosti spotu a dynamického rozsahu. V grafu jsou uvažovány konstantní velikost senzoru a jeho vzdálenost od matice mikročoček z .

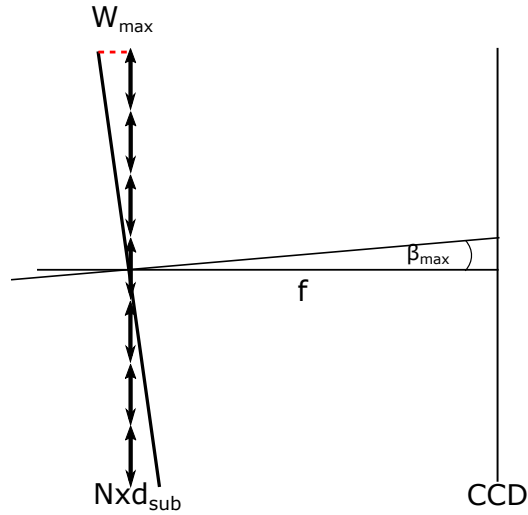


Obrázek 13: Graf pro porovnání křivek konstantí velikosti spotu a dynamického rozsahu při konstantní velikosti senzoru a jeho vzdálenost od matice mikročoček $z = f$. Uvažovaná velikost senzoru je $d_{sen} = 4.83mm$.

Porovnáním výrazů (10) a (12) lze ukázat, že přesnost W_{min} je citlivost β_{min} škálovanou přes poloměr subapertury d_{sub} . Analogicky k tomu lze dynamický rozsah β_{max} škálovat polovinou velikostí senzoru d_{sen} . To lze interpretovat jako dynamický rozsah vyjádřený změnou optické dráhy W_{max} při dopadu rovinné vlny pod úhlem β_{max} . Dynamický rozsah vyjádřený jako vlnoplocha W_{max} při dopadu rovinné vlny pod náklonem rovným úhlovému dynamickému rozsahu β_{max} je dán vztahem

$$W_{max} = \beta_{max} \frac{d_{sen}}{2} \quad (20)$$

Grafická ilustrace k této interpretaci je zobrazena na obrázku (14).

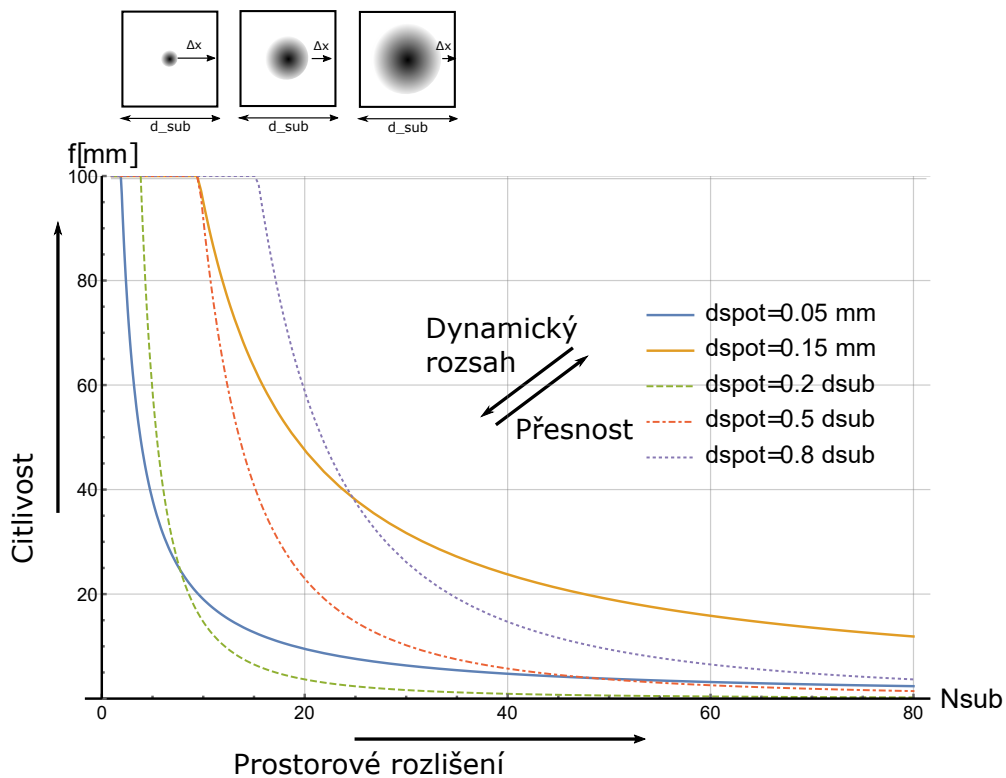


Obrázek 14: Dynamický rozsah vyjádřený jako změna optické dráhy W_{max} při dopadu rovinné vlny pod úhlem β_{max} .

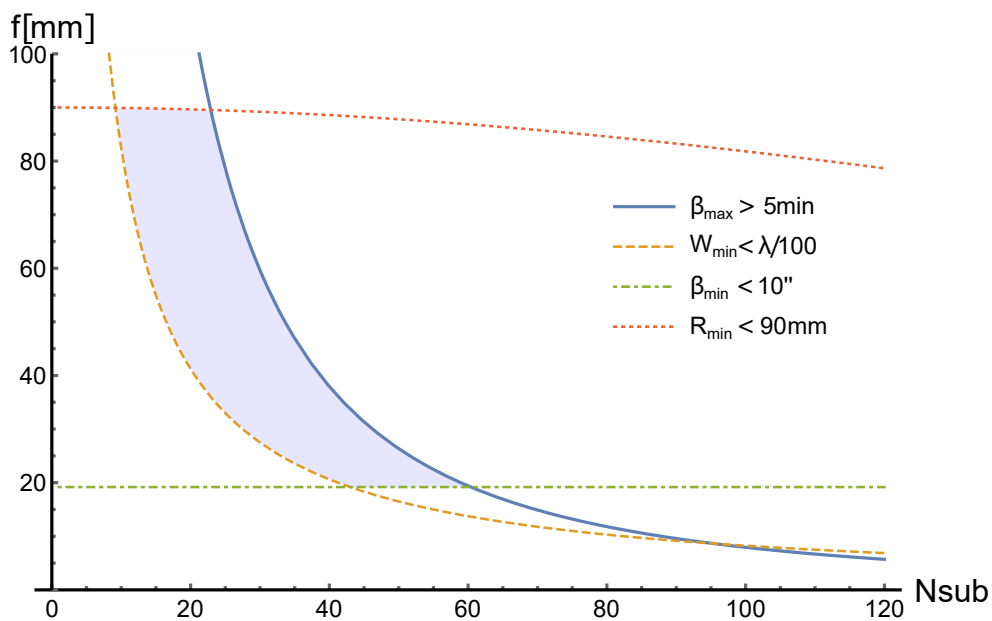
2.5 Diskuze provázanosti parametrů

Na obrázku (15) jsou ilustrativně shrnuta výše diskutovaná provázání jednotlivých parametrů SH senzoru. V obrázku jsou znázorněny křivky konstantní velikosti spotu v závislosti na počtu mikročoček a ohniskové vzdálenosti. Křivky zároveň představují konstantní hodnotu přesnosti a (přibližně) dynamického rozsahu. Velikost senzoru je konstantní. S rostoucím počtem mikročoček roste prostorové rozlišení senzoru. S rostoucím ohniskem f mikročoček roste citlivost, která je nepřímo úměrná minimálnímu detekovatelnému gradientu β_{min} (10). Uvažujeme-li konstantní velikost senzoru d_{senzor} , pak dle rovnice 11, při rostoucím počtu mikročoček N , klesá velikost jednotlivých subapertur d_{sub} a tím i dynamický rozsah. V grafu jsou přerušovanými čarami zobrazeny křivky konstantního poměru mezi velikostí difrakčního spotu a subapertury. Sensory s malým poměr d_{spot}/d_{sub} mohou dosahovat vysoké přesnosti, avšak za cenu malého dynamického rozsahu a naopak při větších hodnotách poměru mikročočky ku spotu. Pro univerzální sensor se jako vhodný poměr jeví $d_{spot}/d_{sub} = \frac{1}{2}$. Z různorodosti nároků měření na měřící parametry, se zdá být přirozené, že není možné mít jeden ideální sensor na všechny typy měření. Chceme-li například měřit divergentní sférickou vlnu s velkým poloměrem křivosti, pak budeme, s ohledem na malé lokální úhly dopadu, vyžadovat vysokou citlivost měření. Naopak, při měření vlnoplochy s prostorově rychlými změnami lokálních gradientů je důležité dosáhnout vysokého rozlišení a to při dostatečném dynamickém rozsahu. Vhodnou volbou konstrukčních parametrů můžeme tyto nároky pro daná měření pokrýt.

Na obrázku 16 je zobrazen příklad volby parametrů SH senzoru určeného pro měření kladoucí podmínky na dynamický rozsah β_{max} , citlivost β_{min} , přesnost W_{min} a detekovatelný lokální poloměr křivosti R_{min} . Modře označená oblast představuje SH senzory splňující dané požadavky.



Obrázek 15: Graf znázorňující vzájemný vztah mezi parametry SH senzoru. Křivky představují konstantní dynamický rozsah. Se zvyšujícím se počtem mikročoček (při konstantní velikosti CCD prvku $d_{sen} = 4.83\text{mm}$) se zvyšuje prostorové rozlišení senzoru



Obrázek 16: Volba SH senzoru na základě požadavků měření. Modře označená oblast představuje SH senzory splňující kladené požadavky na dynamický rozsah β_{max} , citlivost β_{min} , přesnost W_{min} a detekovatelný lokální poloměr křivosti R_{min} . Případné omezením v podobě minimálního prostorové rozlišení (minimální počet subapertur) není v grafu uvažováno.

3 Kalibrace Shack-Hartmannova senzoru

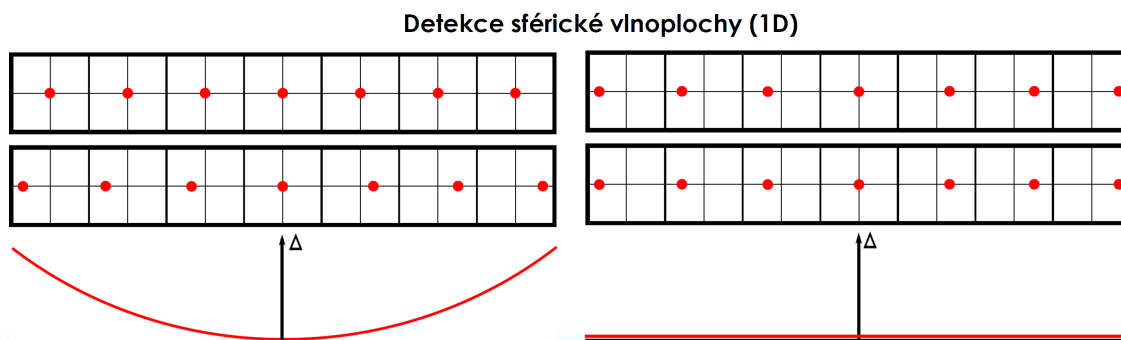
Kalibraci [11, 12] lze chápat jako proces složený ze dvou základních částí. Jsou jimi ověření přesnosti přístroje a posléze jeho justáž. Ověření přesnosti přístroje lze provést porovnáním s jiným přístrojem, jehož výsledky měření považujeme za správné. Takový přístroj nemusí nutně fungovat na stejných principech. V oblasti detekce a měření vlnoplochy existuje více principiálně odlišných detektorů. K ověření porovnáním lze tedy kromě jiného již kalibrovaného SH senzoru použít například v optice často využívaný interferometr. Alternativou je proměrování signálů s dobře definovanými vlastnostmi. Takové signály jsou v oboru optiky ekvivalentem etalonů či kalibrů v mechanické resp. strojírenské oblasti měření. Následná justáž přístroje představuje krok sloužící ke ztotožnění výsledků měření s výsledky měření porovnávaného přístroje resp. s danými hodnotami připravených signálů. V rámci justáže mohou být stanoveny korekce aditivního či multiplikativního charakteru. Výsledky měření kalibrovaného přístroje jsou následně korekcemi korigovány. Sofistikovanějším postupem může být zavedení kalibračních konstant, které jsou zahrnuty přímo do procesu měření.

V případě SH senzoru lze popsat obecné zdroje možných chyb v analýze vlnoplochy. V [2] jsou vyzdvíženy zejména

- Chyba polohování matice mikročoček. Chyby v příčném posunu, axiálním posunu, rotace okolo optické osy, rotace kolem os x a y .
- Chyby v geometrii center mikročoček.
- Průměrování vlnoplochy v oblasti subaptur. Tato chyba je vnitřně spjata se samotnou metodou měření.
- Při dopadu lokálních vlnoploch s většími úhly náklonů se projeví mimoosé aberace mikročoček.
- Šum generovaný malými fotonovými fluktuacemi, nebo vznikající v elektronice senzoru. Šum vznikající turbulencemi ve vzduchu napříč optickou dráhou svazku od zdroje k senzoru.

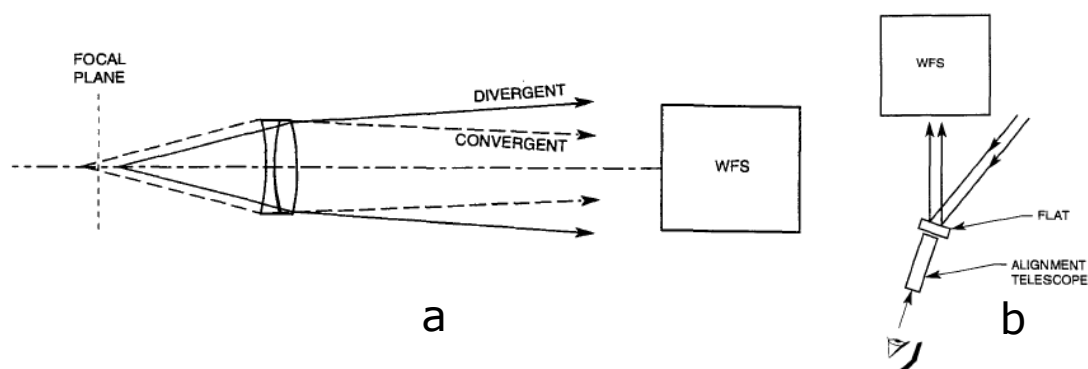
Existují modely kalibrace stanovující kalibrační konstanty, které reprezentují orientaci roviny matice mikročoček vůči detekční rovině CCD chipu. Touto orientací jsou náklon a rotace (viz [16]). Dále je možné odečtení aberací jednotlivých mikročoček. Vyhodnocení vlnoplochy SH senzoru probíhá podobně jako v interferometrii ve vztahu k referenční vlnoploše. Je-li tato vlnoplocha stanovena numericky, výsledné měření bude obsahovat aberace spojené s nedokonalou geometrií matice mikročoček. Tyto odchylky od pravidelného uspořádání jsou korigovány záznamem tzv. referenční vlnoplochy. Příslušný referenční záznam zde hraje roli kalibrační plochy užívané v interferometrii. Roli reference a princip relativního měření SH senzoru názorně prezentuje obrázek (17).

Přesnost kalibrace je úměrná přesnosti měřícího přístroje, jehož výsledky měření považujeme apriori za správné. V případě proměrování předem definované vlnoplochy je přesnost kalibrace úměrná přesnosti generace připravené vlny. Volba tvaru vlnoplochy, použité pro ověření přesnosti SH senzoru tímto způsobem, se odvíjí od našich možností jejího přesného vytvoření. Mezi snáze a zároveň stále přesně generovatelné vlny můžeme zařadit nakloněnou rovinnou vlnu nebo sférickou



Obrázek 17: Detekce sférické vlnoplochy za použití reference v podobě rovinné vlny (vlevo) a sférické vlny (vpravo). První ze dvou řádků ukazuje referenci v podobě uložených poloh spotů, druhý řádek naměřená data. Grafy ve spodní části prezentují detekovanou vlnoplochu vztažnou k dané referenci.

vlnu daného poloměru křivosti. Tématem posouzení přesnosti SH senzoru pomocí detekce vlnoplochy daných parametrů se zabývá [4]. Příklad možných schémat takových měření je na obrázku obrázku (18).



Obrázek 18: Možné schéma kalibrace proměřením známého signálu: (a) signál v podobě sférické vlny generované bodovým zdrojem. Vložením čočky mezi bodový zdroj a SH senzor je navíc umožněno proměření konvergentní vlny; [4, str. 106]; (b) signál v podobě rovinné vlny s náklonem zajištěným rovinným zrcadlem.

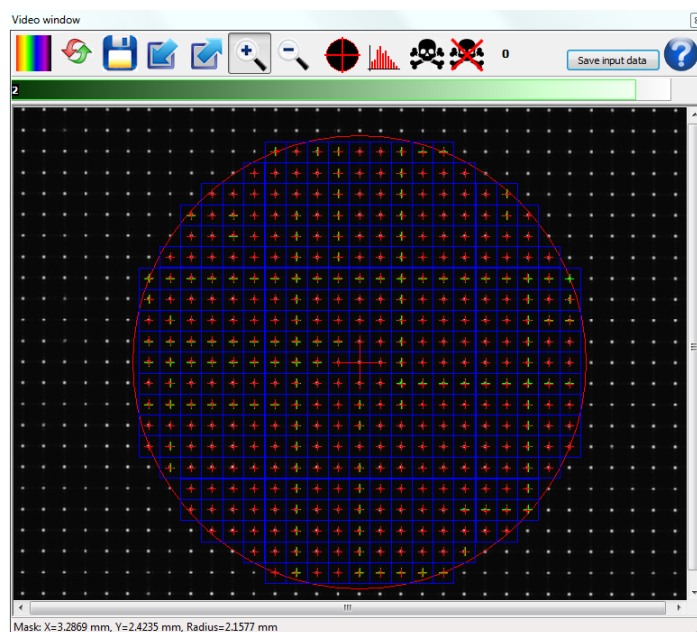
V rámci justáže přístroje je možné stanovit kalibrační konstanty, které jsou využity pro zkorigování senzoru vzhledem k očekávaným výsledkům. Důležitým parametrem pro kalibraci SH senzoru je vzdálenosti matice mikročoček od snímací části (CCD čip kamery). Jak již bylo v kapitole jedna ukázáno, tento parametr má pro detekci SH senzorem zásadní vliv. Význačná důležitost tohoto parametru spočívá v jeho působení v podobě škálovacího faktoru detekovaných lokálních gradientů.

V následujícím textu se ukáží části kalibrace sloužící k odečtení některých možných systematických chyb senzoru. Dalším cílem bude stanovení kalibrační konstanty odpovídající vzdálenosti matice mikročoček od CCD kamery. Cílem této kapitoly je odvodit vztahy pro výpočet této vzdálenosti analýzou šíření nejistot při použití dvou základních typů vlnoploch připravovaných pro detekci SH senzorem, tj. rovinnou a divergentní sférickou vlnu. V neposlední řadě budou uvedeny výsledky provedených praktických měření a jejich porovnání s teoretickými poznatky.

3.1 Odečtení chyby geometrie středů mikročoček

Ve výčtu možných zdrojů chyb v analýze vlnoplochy pomocí SH senzoru uvedeném v [2] jsou jmenovány i chyby v geometrii matice mikročoček. Jednotlivé středy mikročoček nemusí vytvářet přesnou geometrickou mříž. Odchyłky od ideálních poloh center mohou způsobit chyby v měření vlnoplochy. K odstranění této chyby měření se používá referenční záznam poloh spotů. Analýza vlnoplochy se pak provádí z rozdílů poloh spotů zaznamenané reference a poloh spotů z měření.

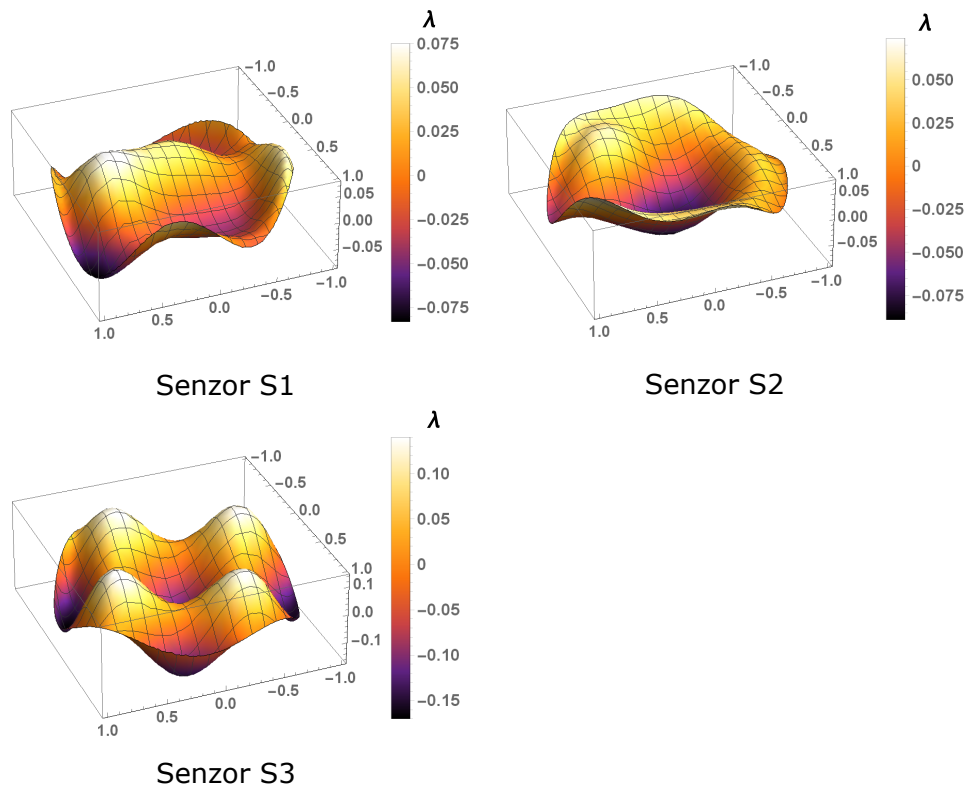
Referenční záznam poloh spotů dopadající rovinné vlny byl pořízen s použitím časového a prostorového středování. Na obrázku 19 jsou zobrazeny geometricky ideální polohy středů mikročoček (zelené křížky) a polohy těžišť difrakčních spotů vzniklých při dopadu rovinné vlny (červené křížky). Modré buňky představují simulované hranice jednotlivých subapertur.



Obrázek 19: Měření chyby geometrie matice mikročoček. Zelené křížky představují numerický model ideální geometrie středů mikročoček; Červené křížky ukazují měřené polohy difrakčních spotů při kolmém dopadu rovinné vlny; Modré buňky znázorňují hranice geometricky dokonalé matice mikročoček.

V softwaru pro vyhodnocení vlnoplochy pomocí SH senzoru se vygenerovala tzv. numerická reference. Ta představuje síť ideálních poloh středů mikročoček dané matice. Vzhledem k těmto ideálním polohám pak probíhalo měření vlnoplochy. Z rozdílů poloh byla modální metodou rekonstruována

vlnoplocha. Rekonstruované vlnoplochy jsou zobrazeny na obrázku 20. Vlnoplochy jsou zobrazeny s odečtenými prvními třemi Zernikeho koeficienty odpovídajícími pistonu a náklonu v osách x a y . V případě dokonalé geometrie matice mikročoček by rekonstruovaná vlnoplocha musela být prostá



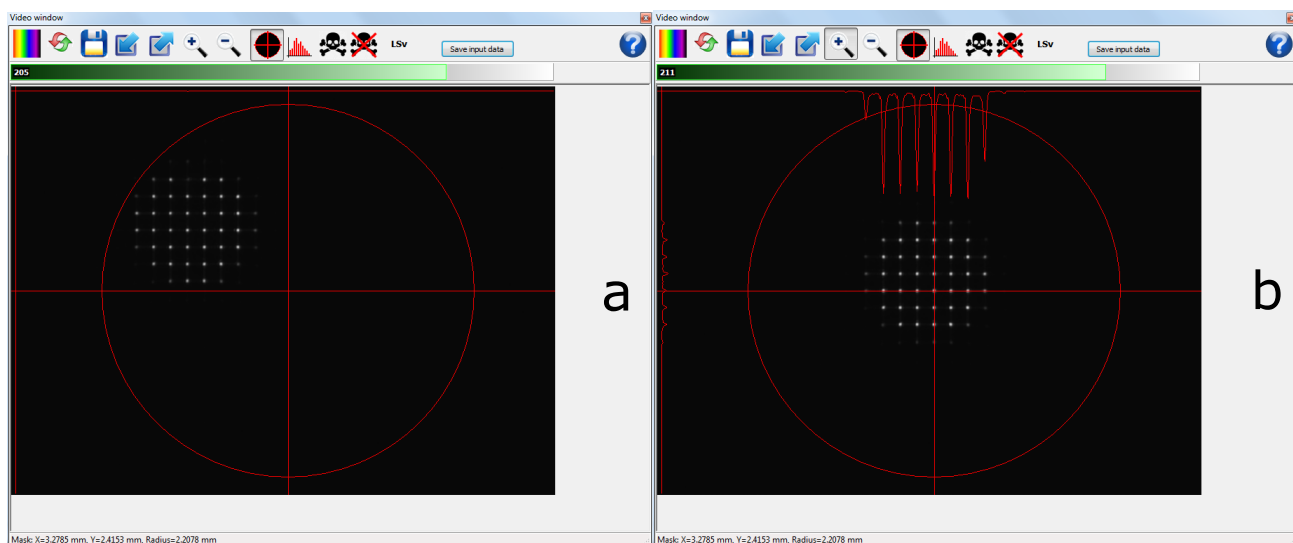
Obrázek 20: 3D graf znázorňující vlnoplochu určenou z rozdílů poloh těžišť spotů referenčního záznamu kolmo dopadající rovinné vlny a ideálních poloh středů mikročoček představujících mřížku s periodou rovnou průměru mikročoček. Referenční záznamy byly pořízeny se senzory S1, S2 a S3 jejichž parametry jsou uvedeny v tabulce 2.

rovina. Jak lze vidět na rekonstruované vlnoploše na obrázku 20, matice mikročoček použitého SH senzoru nemá dokonalou geometrii a polohy středů mikročoček se tak liší od ideálních poloh. Bez záznamu referenčních poloh spotů by při měření SH senzorem vznikala systematická chyba. Referenční záznamy všech senzorů byly uloženy pro pozdější použití.

3.2 Kalibrace chyby polohování matice mikročoček

Příčný posun matice mikročoček způsobuje posun difrakčních spotů na kameře. Tento posun spotů generuje v měřené vlnoploše náklon. Proto je v rámci kalibrace nutné zvolit polohu spotů představující nulový náklon. Polohy jsou zvoleny tak, aby se difrakční spoty vytvořené mikročočkami v centru matice nacházeli přibližně ve středu detekční plochy. Úloha tedy přechází v úhlovou justáž orientace SH senzoru. Ta se prakticky řeší pomocí clonky umístěné před maticí mikročoček. Clona zakryje většinu mikročoček a dopadající rovinná vlna prochází pouze malou oblastí mikročoček.

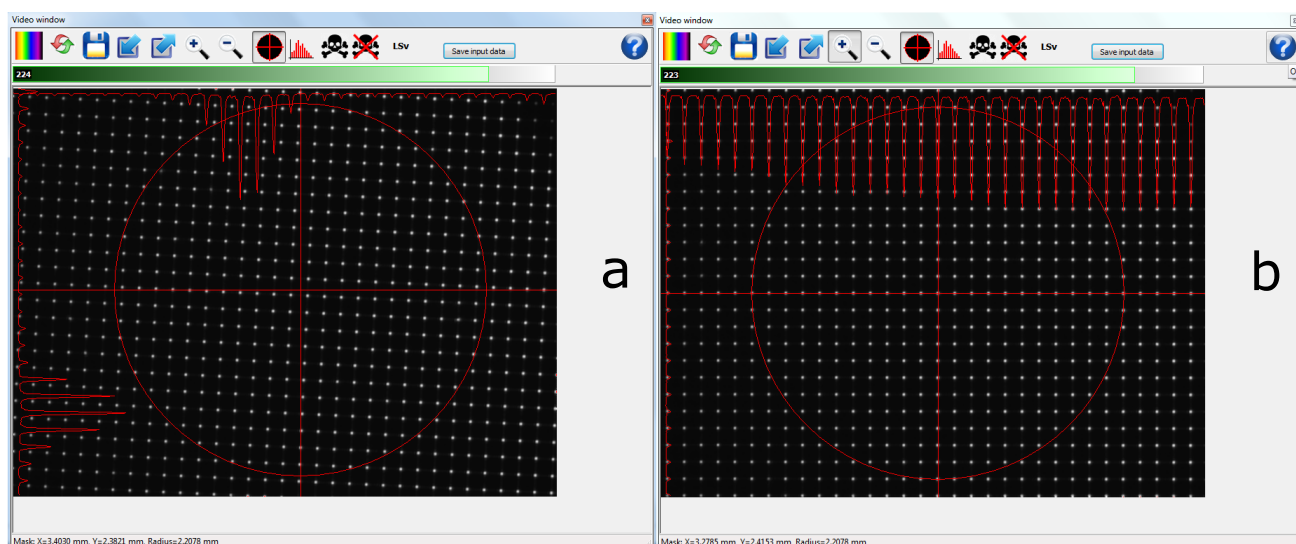
Dopadá-li rovinná vlna kolmo na SH senzor, pak se difrakční spoty od osvětlené oblasti mikročoček nachází ve středu detekční plochy. Na obrázku 21 jsou zobrazeny polohy difrakčních spotů při dopadu rovinné vlny na SH senzor s clonkou před (a) a po (b) úhlové justáži senzoru.



Obrázek 21: Úhlová justáž senzoru: a) před, b) po justáži.

3.3 Vyrovnání rotace matice mikročoček okolo optické osy

V rámci přípravy SH senzoru k měření je nutné vyrovnat osovou rotaci matice mikročoček. Toto vyrovnání se provádí ručně, tak aby řádky mikročoček byli rovnoběžné s řádky pixelů kamery. Nastavení rotace je vidět na obrázku 22, kde je zobrazena matice mikročoček před a po vyrovnání.



Obrázek 22: Vyrovnání axiální rotace matice mikročoček: a) před vyrovnáním, b) po vyrovnání.

3.4 Určení axiální vzdálenosti matice mikročoček pomocí rovinné vlny

Asi nejjednodušším typem kalibrace SH senzoru je kalibrace rovinnou vlnou. Základní princip kalibrace rovinnou vlnou spočívá v záznamu dvou a více rovinných vln. Jednotlivé dopadající vlny se liší náklonem vzhledem k optické ose. Náklony rovinných vln vůči optické ose jsou změřeny pomocí goniometru. Vlna dopadající na matici mikročoček vytvoří na CCD prvku SH senzoru soubor difrakčních spotů, jejichž polohy jsou senzorem zaznamenány. Záznamy poloh spotů pořízených SH senzorem se, společně s naměřenými úhly dopadů rovinných vln, použijí k estimaci vzdálenosti matice mikročoček od CCD čipu senzoru.

V rámci estimace vzdálenosti mikročoček a CCD kamery představuje záznam dvou nakloněných rovinných vln nejjednoduší informačně úplně schéma měření. Vzdálenost z lze v takovém případě vyjádřit jako podíl

$$z = \frac{x_2 - x_1}{\tan(\alpha_1) + \tan(\alpha_2)}. \quad (21)$$

Rozdíl poloh $\Delta_x = x_1 - x_2$ difrakčních spotů představuje posun spotu při změně náklonu dopadající vlny. Poloha spotu x_1 resp. x_2 odpovídá poloze při dopadu rovinné vlny pod náklonem α_1 resp. α_2 .

V následujícím textu bude provedena diskuze nejistot spojených s estimací vzdálenosti matice mikročoček a CCD kamery (parametr z). Výsledkem bude optimalizované schéma experimentu minimalizující výslednou nejistotu odhadu. Pro potřeby výpočtu nejistoty, lze bez újmy na obecnosti předpokládat, že náklony α_1 a α_2 vln jsou zvoleny symetricky kolem optické osy. Platí tedy $\alpha_1 = -\alpha_2 = \alpha$. V tomto režimu je možné vzdálenost z vyjádřit jako poměr posunu Δ_x difrakčních spotů mikročočky a tangenty náklonu α zaznamenaných rovinných vln.

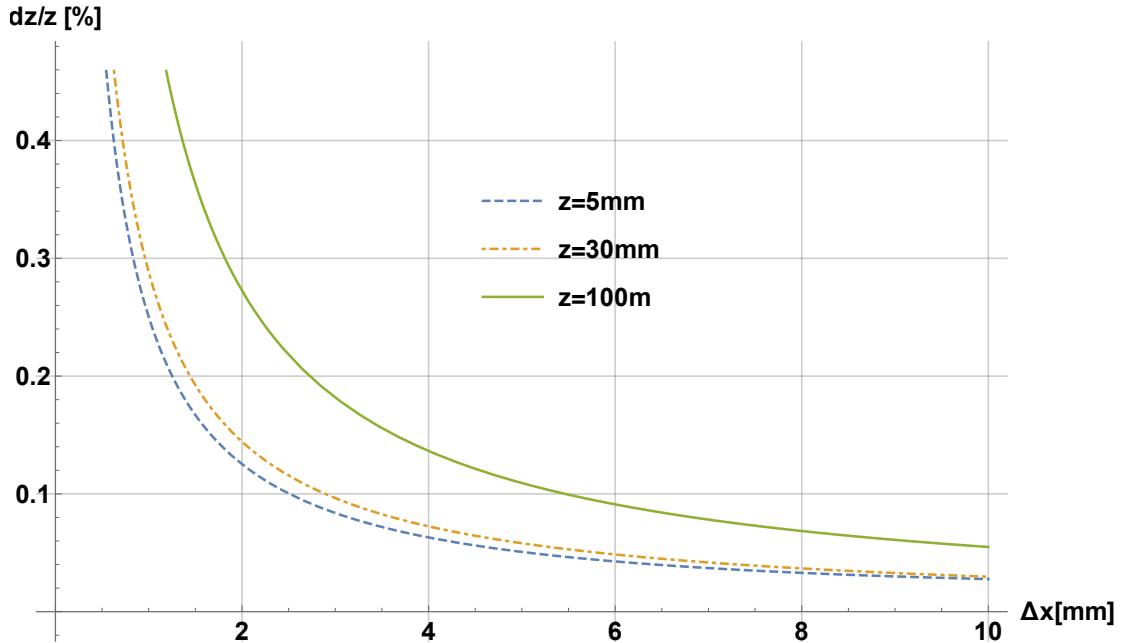
$$z = \frac{\Delta_x}{2 \tan \alpha}. \quad (22)$$

Nejistota určení parametru z bude záviset na vstupujících nejistotách měření. Jedná se o nejistotu náklonu σ_α a nejistotu měření posunu spotu σ_x . Nejistota měření náklonu σ_α závisí na daném goniometru, který je využit pro potřeby kalibrace. Nejistota posunu spotu σ_x souvisí s přesností měření polohy těžiště jednotlivých spotů. Tato nejistota může být ovlivněna podmínkami měření a použitými vyhodnocovacími algoritmy. Vzájemný vztah mezi těmito nejistotami, v podobě relativní chyby σ_z/z lze odvodit dosazením rovnice 22 do zákona šíření nejistot

$$\frac{\sigma_z}{z} = \frac{\sigma_x}{\Delta_x} \sqrt{1 + \left(\frac{2z}{\cos^2(\alpha)}\right)^2 \left(\frac{\sigma_\alpha}{\sigma_x}\right)^2}. \quad (23)$$

Na obrázku 23 je vykreslena závislost relativní nejistoty σ_z/z na posunutí Δ_x difrakčních spotů mikročoček z polohy x_1 do polohy x_2 . Relativní chyba odhadu z klesá pro vyšší hodnoty rozdílu poloh difrakčních spotů příslušejícím náklonům α_1 a α_2 . Praktickým důsledkem je, že nižší relativní chybu lze získat zvolením dostatečně velkých náklonů α_1 a α_2 .

V předchozím textu byla diskutována relativní nejistota odhadu parametru z a byl uveden vztah (23) pro její výpočet. Na obrázku 23 je vykreslena průběh relativní nejistoty σ_z/z pro hodnoty nejistot σ_x a σ_α , pro jejichž poměr platí $\sigma_\alpha/\sigma_x \ll 1$. V takovém případě je odmocnina ve výrazu (23) pro relativní nejistotu σ_z/z zanedbatelná, relativní nejistota je tedy přímo úměrná nejistotě měření



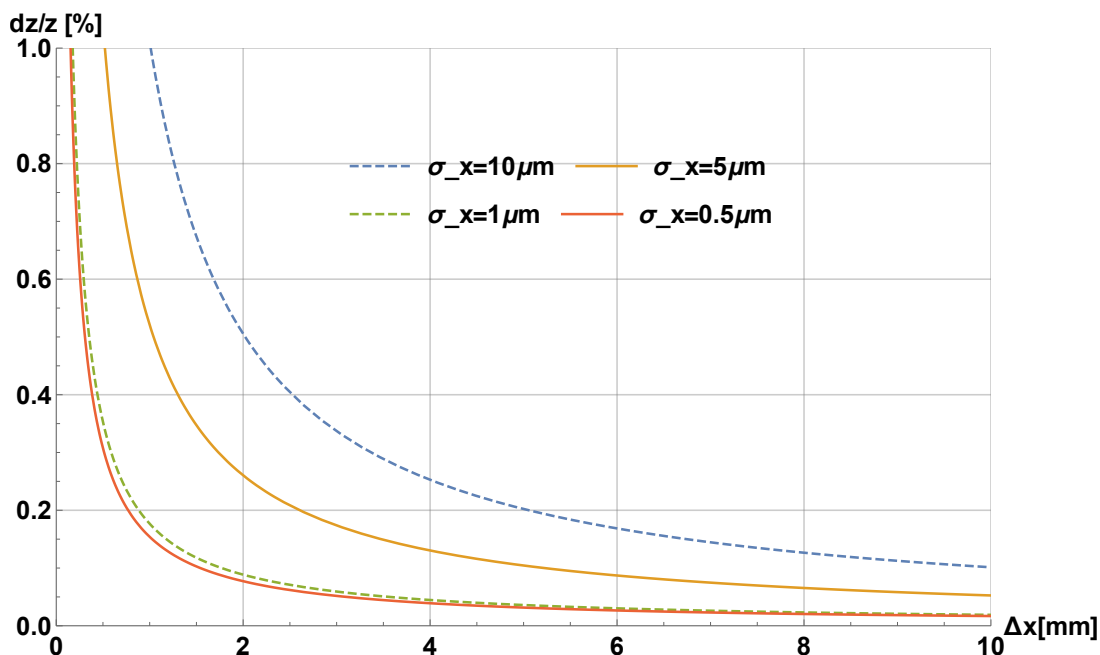
Obrázek 23: Závislost nejistoty σ_z na velikosti posunu Δ_x difrakčních spotů. Závislost je vykreslena pro několik hodnot vzdálenosti z matice mikročoček od CCD kamery. Pro vykreslení grafu byly použity následující parametry: nejistota goniometru $\sigma_\alpha = 5''$, nejistota měření polohy spotu $\sigma_x = 0.3px$, kde velikost pixelu je $px = 8.3\mu m$. Pro zvolené nejistoty je poměr $\sigma_\alpha/\sigma_x \ll 1$ mnohem menší než jedna a proto lze výraz pod odmocninou v rovnici (22) zanedbat. Nejistota σ_z je tedy téměř nezávislá na vzdálenosti z a lze ji určit pouze z hodnoty velikosti posunu Δ_x a nejistoty jeho měření σ_x .

polohy spotů a nepřímo posunu spotů Δx . S rostoucím poměrem σ_α/σ_x již nebude možné odmocninu zanedbat. Tím se začne projevovat závislost relativní nejistoty na odhadovaném parametru z a nejistotě σ_α . Uvažujme nyní pevně danou nejistotu goniometru σ_α . Je-li hodnota šumu postupně snižována k nulové hodnotě

$$\lim_{\sigma_{\Delta x} \rightarrow 0} \frac{\sigma_{\Delta x}}{\Delta_x} \sqrt{1 + (2z)^2 \left(\frac{\sigma_\alpha}{\sigma_{\Delta x}} \right)^2} = 2z\sigma_\alpha, \quad (24)$$

je relativní nejistota σ_z/z omezená nejistotou goniometru σ_α . To znamená, že snižování nejistoty měření polohy spotu má příznivý vliv na relativní nejistotu pouze do limitní hodnoty. Ta je dána přesností použitého goniometru a parametry senzoru. V grafu na obrázku 24 jsou vykresleny průběhy závislosti relativní nejistoty σ_z/z na posunu Δ_x pro několik hodnot σ_x . Pro zvolený senzor (s parametry $z = 40mm$, $N = 840$) a nejistotu goniometru $\sigma_\alpha = 5''$ je limitní hodnotou přibližně $\sigma_{\Delta_x} = 1\mu m$. Další snižování šumu nemá již na relativní nejistotu vliv, protože je zastíněno nejistotou goniometru. Pro docílení nižších hodnot relativní nejistoty, by bylo zapotřebí využít přesnějšího goniometru. S rostoucí přesností měření polohy spotu jsou zapotřebí přesnější měření náklonů dopadajících vln.

Při odhadu parametru z byla doposud využita informace z měření pouze na jedné mikročočce. V případě SH senzoru je možné využít měření celé matice. Po dopadu rovinné vlny na SH senzor, budou obrazy všech mikročoček posunuty stejným směrem. Jedná se tedy o N současných identických měření. Výsledná hodnota odhadu z potom bude dána aritmetickým průměrem N měření. Při



Obrázek 24: Procentuální závislost σ_z/z v závislosti na velikosti posunu spotů Δ_x . Graf je vykreslen pro senzor s axiální vzdáleností matice a CCD $z = 30\text{mm}$ a nejistotu goniometru $\sigma_\alpha = 5''$. Pokles nejistoty měření polohy spotu snižuje relativní nejistotu pouze do určité meze. Ta je dána dle rovnice (24) přesností goniometru a parametry senzoru. Pro zvolený senzor se této meze dosahuje při hodnotě $\sigma_x = 1\mu\text{m}$. Další snížení relativní nejistoty daného senzoru je možné pouze za použití goniometru s větší přesností.

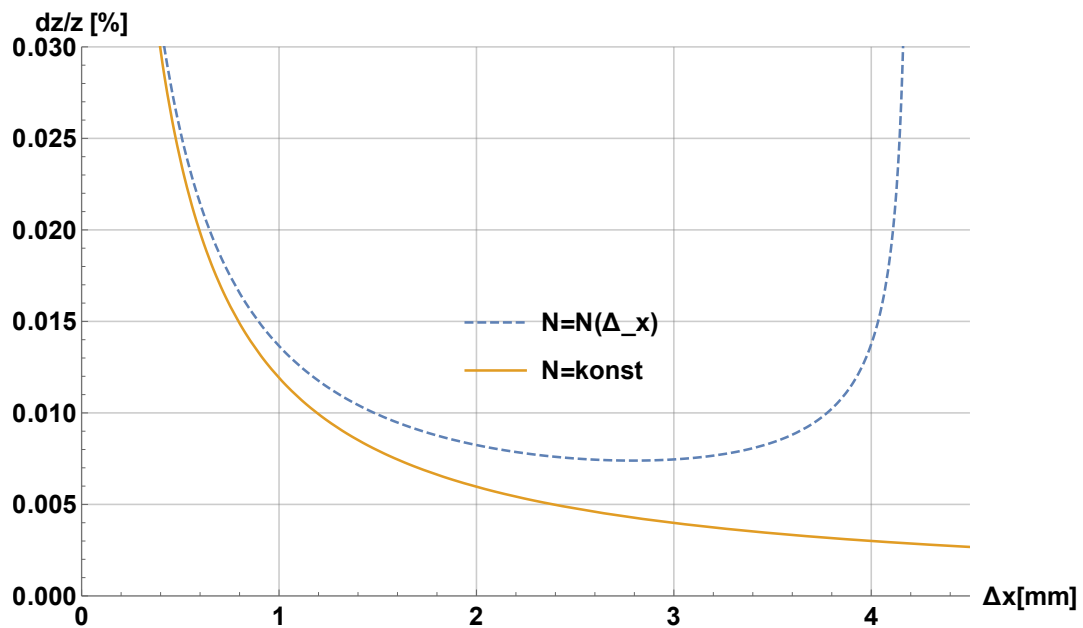
takovém postupu lze nejistotu σ_z předpokládat pro všechny mikročočky stejnou a díky středování přes N mikročoček snížit relativní nejistotu faktorem $1/\sqrt{N}$. Graf na obrázku 25 znázorňuje závislost relativní nejistoty d_z/z na parametru Δ_x pro stejné hodnoty šumu jako na obrázku 23. Oproti obrázku 23 je však odhad získán průměrováním přes N hodnot. Porovnáním obou grafů zjistíme, že došlo k řádovému snížení relativní nejistoty.

Dopadá-li na SH senzor rovinná vlna s větším náklonem, stane se, že některé difrakční spoty se posunou mimo detekční plochu CCD kamery a nelze je tedy detekovat. Počet spotů, které se tímto způsobem dostanou mimo detekční oblast stoupá s rostoucím náklonem α dopadající rovinné vlny. Náklon lze dle rovnice (22) vyjádřit pomocí posunu spotu Δ_x . Celkový počet N detekovaných difrakčních spotů

$$N = m^2 - m \frac{\Delta_x}{T} \quad (25)$$

závisí na posunu Δ_x a na velikosti CCD prvku vyjádřené v počtu mikročoček m při dané rozteči T . Rostoucí rozdíl Δ_x způsobuje pokles nejistoty σ_z , zároveň ale v jeho důsledku roste počet difrakčních spotů vzniklých mimo detekční oblast. Počet mikročoček N ve faktoru $1/\sqrt{N}$ je třeba považovat za klesající funkci posunu Δ_x tedy $N = N(\Delta_x)$. Takto korigovaná závislost relativní nejistoty σ_z/z na posunu Δ_x je vykreslena v grafu 25 spolu s nekorigovaným průběhem, kdy je počet mikročoček uvažován konstantní.

Pomocí vztahu (23) násobeným faktorem $1/\sqrt{N(\Delta_x)}$ lze navrhnout optimální schéma kalibrace. Optimalizace spočívá v určení vhodného náklonu α rovinné vlny dopadající na SH senzor. Za ideální hodnotu náklonu α se dá pokládat taková hodnota, která minimalizuje relativní nejistoty. Čerchovaná křivka na 25 ukazuje, že pro daný senzor je kalibrace optimalizovaná při použití rovinné vlny s náklonem α takovým, že rozdíl polohy spotů Δ_x je přibližně 2 až 3 mm. Hodnota takového náklonu se dá určit ze vztahu (22).

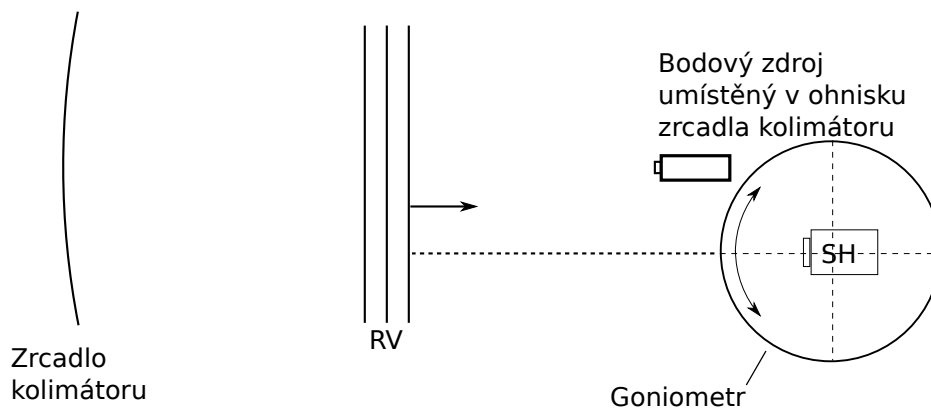


Obrázek 25: Závislost relativní nejistoty parametru z na velikosti rozdílu poloh spotů Δ_x . Oproti závislosti z obrázku 23 je zde zohledněno středování přes N hodnot. Plná křivka odpovídá průběhu relativní nejistoty při středování přes konstantní počet N difrakčních spotů. Průběh křivky je podobný jako u závislosti zobrazené na obrázku 23, ale hodnoty jsou zde o řád nižší. Čerchovaná křivka ukazuje průběh relativní nejistoty při středování přes počet $N(\Delta_x)$ spotů jako klesající funkce rozdílu Δ_x poloh spotů. Nejistota zde nejprve vlivem středování klesá, až dosahuje minima a následně začíná opět stoupat vlivem posunu části difrakčních spotů mimo pole CCD kamery. Z grafu se pro daný senzor ($N = 441; z = 5 \text{ mm}$) jeví jako optimální schéma kalibrace použití rovinných vln s náklony α odpovídajícím dle rovnice (22) posunu spotů o 2 až 3 mm.

3.5 Experimentální určení axiální vzdálenosti matice mikročoček pomocí rovinné vlny

Cílem této kapitoly je provedení kalibrace SH senzoru. Experiment se věnuje především měření axiální vzdálenosti matice mikročoček od CCD senzoru a stanovení nejistot. Kalibrace byla provedena podle modelu uvedeného v kapitole 3.4, kde byl rovněž přezkoumán vliv nejistot. Závěrem analýzy byla optimalizace schématu kalibrace. Tato optimalizace spočívala v určení hodnoty náklonu α rovinné vlny dopadající na SH sensor, která minimalizuje nejistotu estimace vzdálenosti z mikročoček od CCD prvku SH senzoru. Pro kalibraci byl vybrán soubor tří SH senzorů uvedených v kapitole ???. Konstrukční parametry senzorů jsou uvedeny v tabulce 2 v téže kapitole.

Ke kalibraci SH senzoru rovinnou vlnou je zapotřebí zdroj rovinných vln a goniometr pro realizace jejich náklonů. Existuje více možností jak uskutečnit požadovaný náklon. Jedna z možností je zobrazena na obrázku 17 v úvodu této kapitoly. Zde se náklon zavádí pomocí rovinného zrcadla, na němž se vlny odráží směrem k SH senzoru. Teoretické schéma realizované experimentální sestavy pro kalibraci rovinnou vlnou je zobrazeno na obrázku 26. Generování samotné rovinné vlny je zde provedeno za pomoci parabolického zrcadla, v jehož ohnisku leží bodový zdroj světla. V uvedeném schématu provádí goniometr náklon samotného SH senzoru. Reálná podoba uspořádání experimen-



Obrázek 26: Schéma generování rovinné vlny a náklonu. Sférické zrcadlo kolimátoru, v jehož ohnisku je umístěn bodový zdroj, generuje rovinnou vlnu. Náklon rovinné vlny vůči SH senzoru je zajištěn goniometrem, na němž je SH sensor umístěn.

tálního měření je na obrázku 27. Generování optického signálu zajišťuje laser zářící na vlnové délce 635 nm. Signál je z laseru vyveden pomocí optického vlákna, jehož výstup je umístěn v ohniskovém bodě kolimačního zrcadla. Náklon rovinné vlny je realizován pomocí goniometru s ručním ovládním, jehož přesnost dosahuje přibližně 3". Měřené SH senzory jsou umístěny na goniometru.

Měřené SH senzory se skládají z intenzitně citlivého snímače (CCD kamera od firmy JAI) a konstrukce držící matici mikročoček. Kamera a konstrukce s mikročočkami jsou spojeny pomocí standardizovaného závitu. Vzdálenost z matice mikročoček od CCD prvku je v senzoru aretována v mechanické části držící matici. Takto je možné na jedné kameře opakovaně využívat více typů SH senzorů. Aby bylo možné zjistit relativní nejistotu, byla kalibrace SH senzoru několikrát po sobě zopakována. Z výsledků kalibrace byla určena směrodatná odchylka. Celkem bylo provedeno 10 kalibrací pro



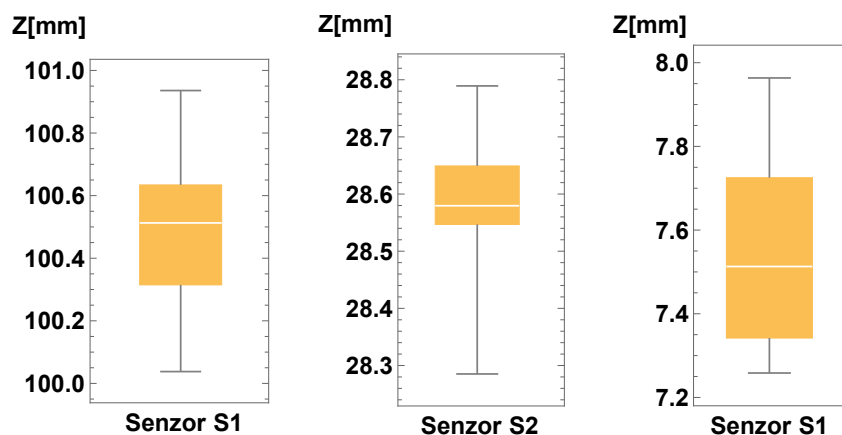
Obrázek 27: Reálné uspořádání experimentálního měření. a)-laserový zdroj pracující na vlnové délce 635 nm s optickým vláknem vedoucím do ohniskového bodu parabolického zrcadla kolimátoru; b)-parabolické zrcadlo kolimátoru; c)-goniometr sloužící k realizaci náklonů; d)-Celkový pohled

každý SH senzor. Po skončení každé kalibrace byl senzor vždy demontován (tj. byla oddělena konstrukce s maticí mikročoček od kamery) a opět složen. Senzorem se detekovaly dvě rovinné vlny dopadající vzhledem k optické ose mikročoček pod náklony $\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx \alpha$. Pro výpočet parametru z bylo využito rovnice (21). Výsledky měření jsou prezentovány pomocí krabicového diagramu na obrázku 28 a zapsány v tabulce 6.

	S1	S2	S3
$\bar{z}[mm]$	100.5	28.6	7.6
$\sigma_{z-exp}[mm]$	0.25	0.16	0.27
$\sigma_{z-exp}[\%]$	0.2	0.6	3.6

Tabulka 6: Výsledky estimace parametru axiální vzdálenosti z matice mikročoček od CCD čipu SH senzoru.

Experimentálně získané relativní nejistoty σ_{z-exp} prvních dvou senzorů jsou řádově stejné. Výsledky ukazují, že kalibrace je pro senzory udržitelná i po výměně s jinými senzory a to s přesností řádově na desetiny procenta. Zvýšená nejistota u senzoru S3 je způsobena náročnější demontáží senzoru. SH senzor S3 má velmi malou ohniskovou vzdálenost mikročoček. Matice mikročoček je v tomto případě v blízkém kontaktu s částí konstrukce kamery sloužící k ochraně čipu. Matice se nemůže v takovéto blízkosti otočit a je znemožněno její vyšroubování z kamery. Mechanické uspořádání



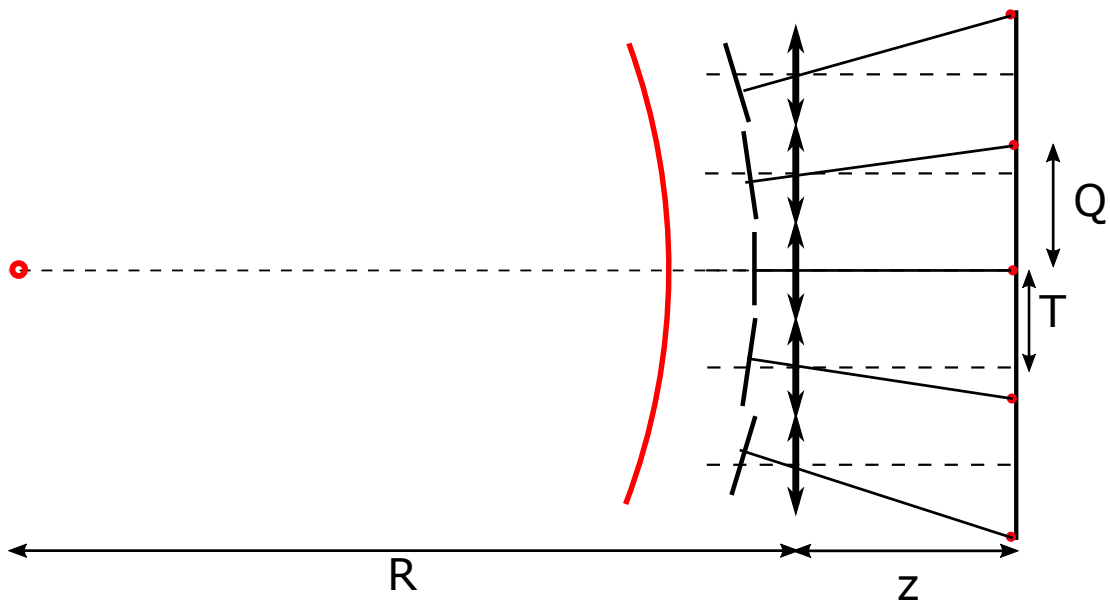
Obrázek 28: Výsledky opakovaných odhadů vzdáleností z matice mikročoček SH senzorů S1, S2 a S3 od CCD prvku. Parametry měřených SH senzorů jsou uvedeny v tabulce 2. Opakování kalibrace bylo prováděno včetně demontáže SH senzorů, která spočívala v odšroubování konstrukce s maticí mikročoček od CCD kamery (vzdálenost z matice od CCD senzoru je fixována pomocí konstrukce držící mikročočky). Relativní chyba získaná opakovaným měřením je pro jednotlivé senzory z leva do prava 0.6%, 0.2% a 3.6%.

umožňuje mikročočky nejprve oddálit od čipu a teprve poté odšroubovat hlavici s maticí mikročoček. Vzdálenost z je držena pomocí do sedu na zafixovanou mechanickou část. Složitější postup demontáže umožňuje bezpečnou manipulaci se senzorem, ale zároveň poskytuje další stupně volnosti k narušení definované vzdálenosti z.

3.6 Určení axiální vzdálenosti matice mikročoček pomocí sférické vlny

Další možný typ kalibrace SH senzoru je kalibrace sférickou vlnou. Nejjednodušším zdrojem sférické vlny je bodový zdroj, který může být realizován například pomocí výstupu optického vlákna. Generovaná vlna dopadá na SH senzor umístěný ve vzdálenost R od bodového zdroje (viz obrázek 29). Vlnu dopadající na SH senzor lze v oblastech jednotlivých mikročoček aproximovat rovinnou vlnou s náklonem představující lokální gradient dopadající vlnoplochy. Jak bylo ukázáno v kapitole 1, lokální gradient je úměrný posunu Δ_x difrakčního spotu od optické osy dané mikročočky. Jednotlivé lokální gradienty jsou v případě sférické vlny vzájemně svázané. V následujícím bude ukázán model popisující vzájemné polohy difrakčních spotů v závislosti na parametrech SH senzoru a dopadající vlny.

Sférickou vlnu je možné plně popsat dvěma parametry. Těmi jsou poloměr křivosti R a střed křivosti, reprezentující zdroj vlny. Pro jednoduchost modelu budeme tento zdroj uvažovat na optické ose mikročočky, která bude zároveň představovat střed matice SH senzoru. V takovém případě poloměr křivosti představuje vzdálenost bodového zdroje od matice mikročoček. Schéma dopadu sférické vlny na SH senzor je zobrazeno na obrázku 29. Na obrázku je vidět, že lokální gradient je nulový v



Obrázek 29: Dopad sférické vlny na SH senzor.

oblasti optické osy, na níž je umístěn zdroj. V prostoru sousedících mikročoček je náklon α uvažované rovinné vlny postupně zvyšován s rostoucí vzdáleností mikročoček od středu matice. Náklon α_i v oblasti i -té mikročočky od středu (počínaje $i = 0$) lze vyjádřit jako podíl

$$\alpha_i = \frac{iT}{R}, \quad (26)$$

kde T je rozteč mikročoček SH senzoru. Jsou-li poloměr křivosti R a rozteč T pro dané měření konstantní, pak se dle výrazu (26) náklon zvyšuje ekvidistantně. Lze ukázat (viz [7]), že vzájemný roze-

stup Q difrakčních spotů pro dané parametry SH senzoru a sférické vlny je konstantní a roven

$$Q = zT \frac{1}{R} + T. \quad (27)$$

Obdobně jako v kapitole 3.4 bude i zde provedena diskuze nad nejistotami souvisejících s odhadem parametru z . Cílem následujícího textu je podání teoretického modelu popisujícího relativní nejistoty vystupující při kalibraci SH senzoru sférickou vlnou. Tento model poslouží k optimalizaci experimentálního setupu za účelem minimalizace očekávané chyby měření σ_z .

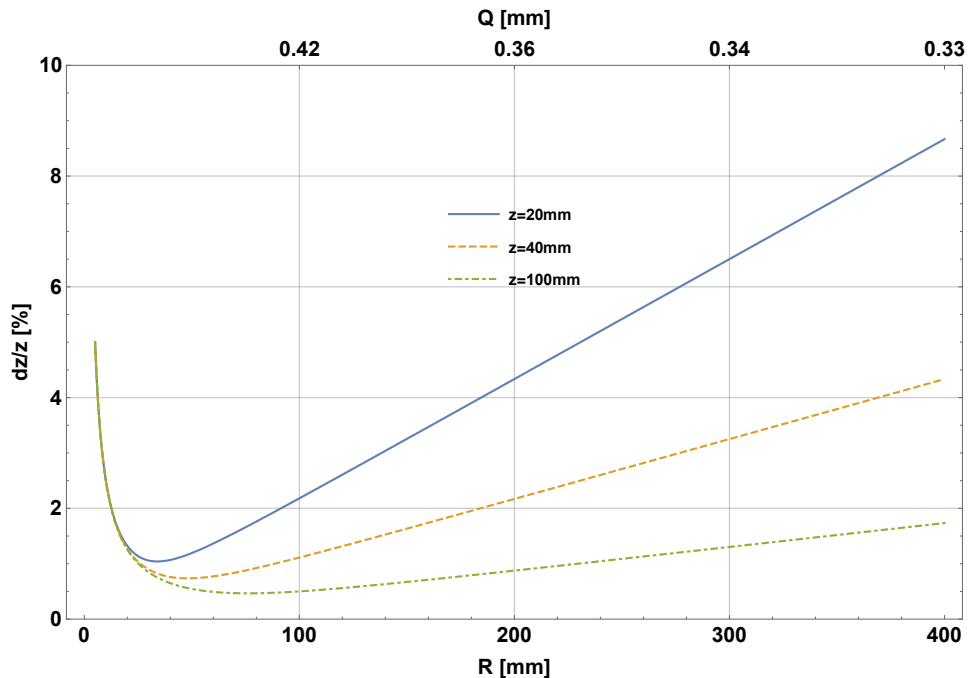
Určení nejistoty σ_z lze provést aplikací zákona o šíření nejistot na parametr z vyjádřený z rovnice (27) jako $z = R(Q - T)/T$. Pro relativní nejistotu tak dostáváme rovnici

$$\frac{\sigma_z}{z} = \sqrt{\left(\frac{1}{Q-T}\right)^2 \sigma_Q^2 + \left(\frac{1}{R}\right)^2 \sigma_R^2}, \quad (28)$$

v níž vystupují nejistoty měření rozestupu difrakčních spotů σ_Q a nejistoty měření poloměru křivosti σ_R . Relativní nejistotu lze vyjádřit i v podobě

$$\frac{\sigma_z}{z} = \frac{1}{T} \sqrt{\left(\frac{R}{z} \sigma_Q\right)^2 + \left(\frac{T}{R} \sigma_R\right)^2}. \quad (29)$$

Průběh závislosti relativní nejistoty vyjádřené rovnicí (29) na poloměru křivosti R použité sférické vlny je zobrazena na obrázku 30. Závislost je v grafu vykreslena pro několik vzdáleností z matice mikročoček od CCD prvku SH senzoru. Relativní nejistota je zprvu nezávislá na parametru z

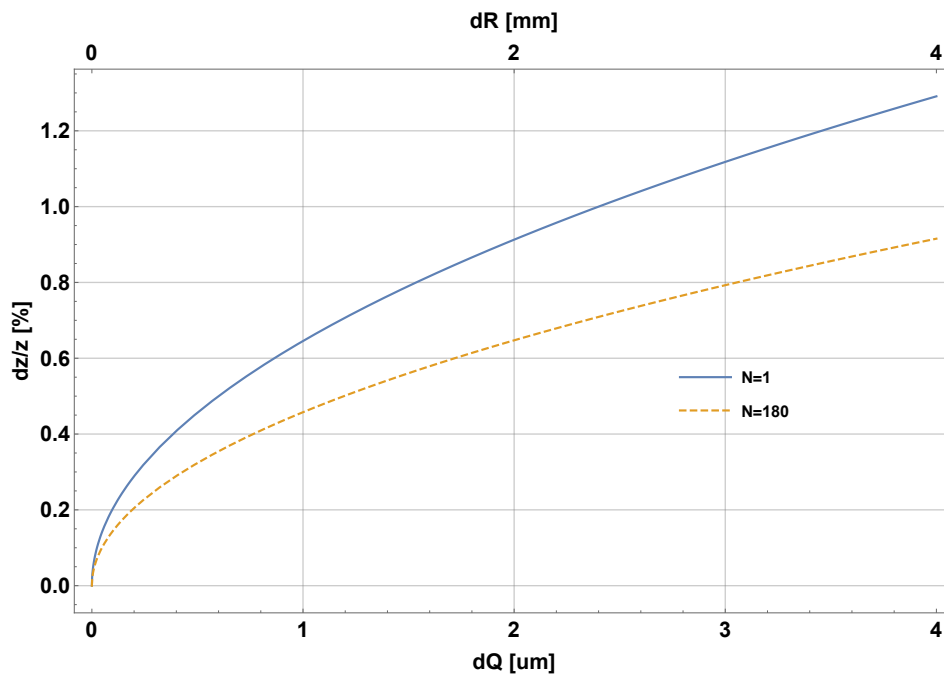


Obrázek 30: Relativní nejistota v závislosti na poloměru křivosti R sférické vlny dopadající na SH senzor. Závislost je vykreslena pro tři různé hodnoty parametru z a rozteč $T = 0.3\text{mm}$. Do rovnice (29), podle které je závislost vynesena jsou dosazeny nejistoty $\sigma_Q = 1.3\mu$ a $\sigma_R = 0.25\text{mm}$. Paralelně s osou R je vynesena i osa vyjadřující odpovídající rozestup Q difrakčních spotů.

a klesá s rostoucím poloměrem křivosti. V této oblasti je dominantní nejistota σ_R . Pro určitou hodnotu R se kvadráty pod odmocninou v rovnici (29) vyrovnají a nastává lokální minimum. S dalším růstem poloměru křivosti se dominantním členem pod odmocninou stává první kvadrát obsahující nejistotu měření σ_Q . Poloha lokálního minima, která je klíčová pro optimalizaci schématu kalibrace, se s rostoucí vzdáleností z posouvá směrem doprava. S růstem z zároveň klesá relativní nejistota odhadu. Hledaný poloměr křivosti, pro nějž minimum nastává, se určí standardním matematickým postupem

$$R_{opt} = \sqrt{\frac{\sigma_R}{\sigma_Q}} Tz. \quad (30)$$

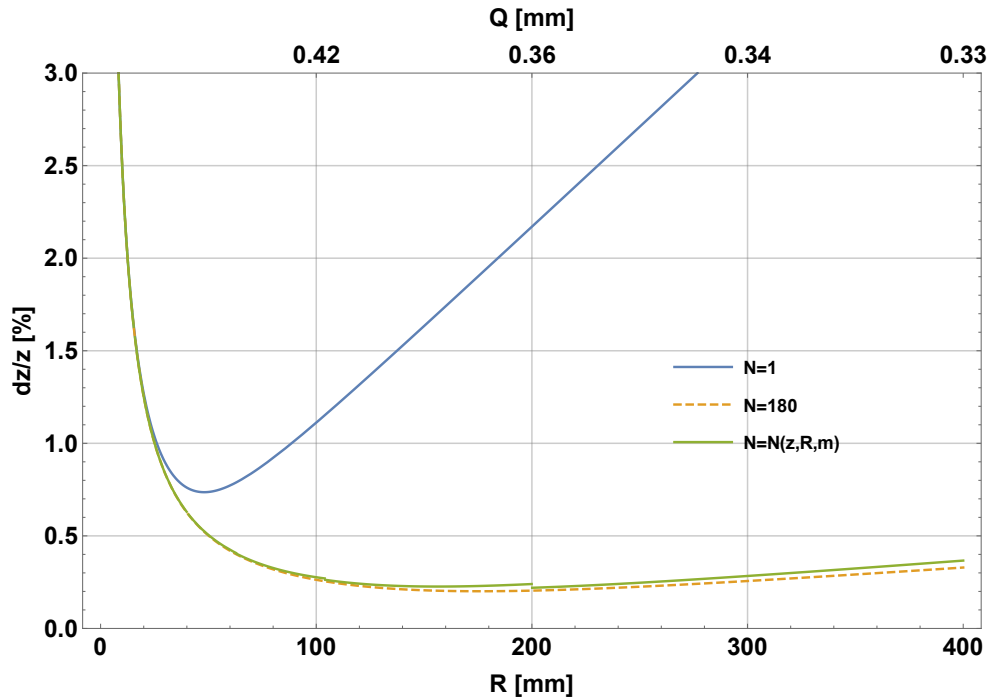
Na obrázku 31 je zobrazena závislost minimální hodnoty relativní nejistoty tj. při použití R_{opt} . Vliv nejistoty nastavení poloměru křivosti σ_R a nejistoty měření vzdálenosti difrakčních spotů σ_Q je zde rovnocenný. Je-li hodnota Q změřena celkem N krát pak relativní nejistota σ_Q je snížena faktorem



Obrázek 31: Graf zobrazující průběh minimální relativní nejistoty určené pomocí vztahu (31) v závislosti na nejistotě měření vzdálenosti difrakčních spotů σ_Q resp. nejistoty nastavení poloměru křivosti σ_R . Oranžová (čerchovaná) a modrá (plná) křivka odpovídají nejistotě s a bez středování přes N změřených vzdáleností Q .

$\frac{1}{\sqrt{N}}$. Oranžová křivka popisuje průběh nejistoty snižené tímto faktorem pro $N = 180$.

Podobně jako v kapitole o kalibraci rovinnou vlnou, se i zde nabízí otázka vlivu klesajícího počtu detekovaných difrakčních spotů. S klesajícím poloměrem křivosti dopadající sférické vlny se podle rovnice (27) zvětšuje rozestup Q mezi spoty. S rostoucí Q se difrakční spoty postupně přesouvají mimo detekční oblast CCD prvku. Graf na obrázku 32 ukazuje, že se pokles počtu detekovaných spotů neprojeví. Jak již bylo výše zmíněno, v levé části grafu je dominantní především nejistota určení poloměru křivosti σ_R , na kterou nemá počet naměřených hodnot Q vliv. V pravé části dominuje



Obrázek 32: Závislost relativní nejistoty $\frac{\sigma_z}{z}$ určené z rovnice 29 s uvážením středování přes N naměřených hodnot Q . Nejisto ta je určena pro SH senzor o parametrech $T = 0.3\text{mm}$, $z = 40\text{mm}$ s maticí o 10×10 mikročoček. Závislost je vykreslena pro nejistotu získanou bez středování (modrá plná křivka), se středováním přes $N = 180$ naměřených hodnot rozestupu Q a pro středování přes počet $N = N(R)$ závislí na uvažovaném poloměru křivosti R .

nejistota σ_Q , ale počet N je zde konstantní, protože se rozestup Q přibližuje rozteči T . Proto lze v modelu oprávněně počítat s konstantním faktorem $\frac{1}{\sqrt{N}}$ naměřených rozestupů Q . Relativní nejistota při použití optimálního poloměru křivosti (30) je dána vztahem

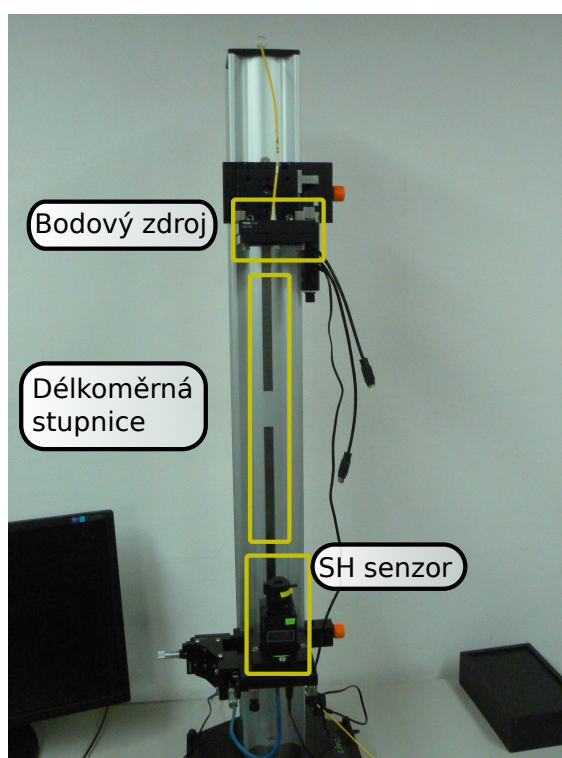
$$\frac{\sigma_z}{z} = \frac{1}{T} \sqrt{\frac{2\sigma_R\sigma_Q T}{z\sqrt{N}}}. \quad (31)$$

Cílem diskuze bylo podat model popisující vzájemný vztah mezi parametry senzoru, vstupujícími nejistotami a očekávanou celkovou relativní nejistotou. Rovnice (27) popisuje vztah mezi použitým poloměrem křivosti R sférické vlny a vzájemným rozdílem poloh Q difrakčních spotů. Použitím zákona o šíření nejisto byla z tohoto vztahu získána závislost (29) relativní nejistoty σ_z na parametrech SH senzoru a nejistotách určení rozestupu difrakčních spotů a měření poloměru křivosti R . Na základě této závislosti bylo možné určit optimální poloměr křivosti (30) pro kalibraci daného SH senzoru. Podobně jako v předchozí kapitole bylo i zde uvažováno středování přes více naměřených hodnot. Bylo ukázáno, že na rozdíl od kalibrace rovinnou vlnou je při kalibraci sférickou vlnou postačující uvažovat počet detekovaných spotů konstantní. Relativní nejistota při použití optimální sférické vlny a středováním přes N naměřených hodnot Q je dána vztahem (31).

3.7 Experimentální určení axiální vzdálenosti matice mikročoček pomocí sférické vlny

V následujícím textu bude popsáno experimentální provedení kalibrace SH senzoru pomocí sférické vlny. Jak již bylo uvedeno pro konečnou justáž přístroje je důležité znát axiální vzdálenost matice mikročoček od snímacího čipu kamery. Cílem měření je určení této vzdálenosti z společně s experimentálním určením relativní nejistoty.

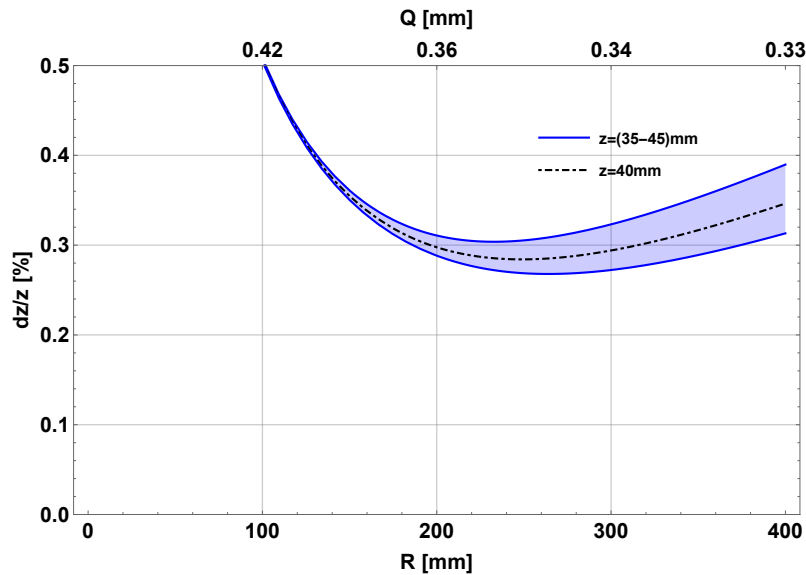
Schéma provedeného měření je totožné se schématem uvedeným v teoretickém úvodu (kapitola 3.6). Z bodového zdroje, který je nahrazen výstupem optického vlákna, vychází sférická vlnoplocha. Ta dopadá na SH senzor umístěný ve vzdálenosti R od vlákna. Záření vystupující z optického vlákna je generováno laserem pracujícím na vlnové délce 635 nm. Experimentální sestava je zobrazena na obrázku 33.



Obrázek 33: Experimentální uspořádání pro kalibraci sférickou vlnou. Bodový zdroj je nahrazen výstupem optického vlákna umístěného do vzdálenosti R od matice mikročoček SH senzoru. Optické vlákno je napojeno na laser pracující na vlnové délce $\lambda = 635$ nm.

V předchozí kapitole byl navrhnout model kalibrace společně s analýzou vlivu nejistot měření polohy spotu a poloměru křivosti dopadající vlny na celkovou nejistotu estimace vzdálenosti. Obdobně jako v rozboru kalibrace rovinnou vlnou byla provedena optimalizace schématu kalibrace, kladoucí si za cíl minimalizování estimátoru. Při této optimalizaci byl brán v úvahu vliv poloměru křivosti použité sférické vlny a počet měření. Kalibrovaný SH senzor disponuje maticí 16x19 mikročoček s roztečí $T = 0.3$ mm. Předpokládaná axiální vzdálenost z matice mikročoček od CCD prvku senzoru je přibližně 40 mm. Šum v měření polohy spotu je uvažován 0.2 pixelu a nejistota měření vzdále-

nosti dvou vedlejších spotů je určena jako $dQ = 1.3\mu\text{m}$. Předpokládaný průběh relativní nejistoty v závislosti na poloměru křivosti R pro zvolený senzor je zobrazen na obrázku 34. V grafu je závislost vykreslena pro interval hodnot z od 35 do 45 mm a nejistota se v tomto intervalu mění řádově v setinách procenta. Optimální poloměr křivosti vychází dle (30) na $R_{opt} = 247$ mm s očekávanou relativní nejistotou 0.018 mm. Pro ověření teoretického modelu byli zvoleny dvě hodnoty poloměru křivosti $R1 = 289$ mm a $R2 = 97$ mm. Očekávané relativní nejistoty ke zvoleným polůměrům křivosti jsou dle obrázku 34 $\sigma_{1z} = 0.29\%$ a $\sigma_{2z} = 0.52\%$

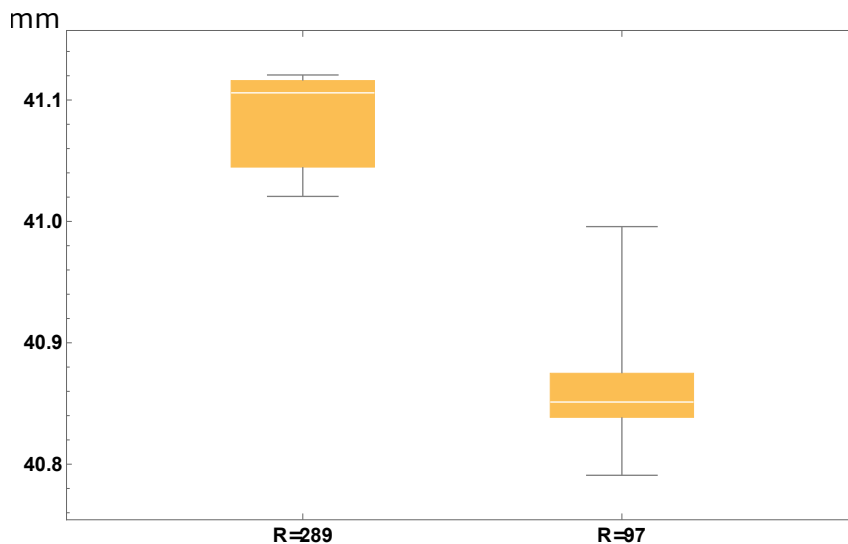


Obrázek 34: Závislost relativní nejistoty $\frac{\sigma_z}{z}$ s uvážením středování přes $N = 180$ naměřených hodnot Q . Nejisto ta je určena pro SH senzor o parametrech $T = 0.3$ mm, $z = 40$ mm. Při výpočtu je uvažována nejistota $dQ = 1.3\mu\text{m}$.

Pro ověření relativní přesnosti byla kalibrace 10 krát opakována. Výsledky měření jsou vidět v níže uvedeném obrázku 35, kde je prezentován pomocí krabicového diagramu. Z tabulky 7 je vidět, že naměřené relativní nejistoty řádově odpovídají teoreticky předpovězeným hodnotám.

	$R = 289\text{mm}$	$R = 97\text{mm}$
$\bar{z}[\text{mm}]$	41.08	40.86
$\sigma_{z-exp}[\text{mm}]$	0.04	0.06
$\sigma_{z-exp}[\%]$	0.09	0.13
$model - \sigma_z[\%]$	0.29	0.52

Tabulka 7: Výsledky estimace parametru axiální vzdálenosti z matice mikročoček od CCD čipu SH senzoru. Měření byla rozdělena do dvou sad s časovým odstupem jednoho dne. Odhadovaná relativní chyba měření předpovězená teoretickým modelem uvedeným v kapitole 3.6 činí $\sigma_z = 0.29\%$ resp. $\sigma_z = 0.52\%$ pro $R = 97$ mm.

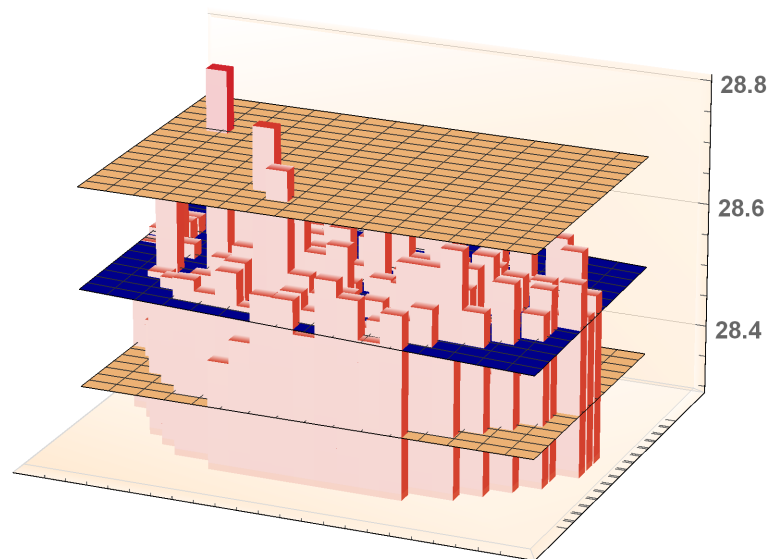


Obrázek 35: Výsledky estimace axiální vzdálenosti z matice mikročoček od CCD prvku SH senzoru. Měření proběhlo opakovaně pro dva poloměry křivosti. Odhadovaná relativní chyba měření předpovězená teoretickým modelem uvedeným v kapitole 3.6 činí $\sigma_z = 0.29\%$ pro poloměr $R = 289$ mm a $\sigma_z = 0.52\%$ pro $R = 97$ mm. Relativní chyba získaná opakovaným měřením je uvedena v tabulce

3.8 Rotace matice mikročoček kolem os x a y .

Další zdroj možný zdroj chyb při měření vlnoplochy SH senzorem, který [2] uvádí je chyba vycentrování matice mikročoček, při níž může dojít k azimutální rotaci nebo k naklonění matice mikročoček ve směru os x a y . V rámci kalibrace SH senzoru mohou být stanoveny kalibrační konstanty reprezentující orientaci roviny matice mikročoček vůči detekční rovině CCD chipu. Například v [16] je popsána kalibrace, jejíž součástí je určení rotace matice. Cílem této části je pokusit se stanovit odhad náklonu matice mikročoček ve směrech osy x resp. y .

Pro estimaci náklonu byla použita data pocházející z kalibrace SH senzoru S2 rovinnou vlnou. Na rozdíl od postupu při měření axiální vzdálenosti matice mikročoček se v tomto případě bude provádět výpočet vzdálenosti z zvlášť pro jednotlivé mikročočky matice (obrázek 36). Jestliže je matice mikročoček nakloněna vůči CCD senzoru, lze očekávat, že vzdálenosti z z jednotlivých mikročoček budou lineárně růst resp. klesat ve směru náklonu. Soubor vzdáleností z je možné fitovat lineární funkcí a odhadnout tak náklon matice. Vypočtené náklony matice mikročoček (α_x, α_y) jsou v řádu jednotek úhlových minut ($4', 3'$). Na obrázku 36 je společně s odhadnutými vzdálenostmi jednotlivých mikročoček vykreslena rovina s odhadnutým náklonem matice mikročoček. Hnědé plochy představují roviny $\bar{z} \pm \sigma_z$. Měření neprokazuje, že by matice mikročoček byla ve zkoumaném SH senzoru umístěna v náklonu vzhledem k CCD senzoru, protože rovina prezentující odhadnutý sklon matice mikročoček drží mezi hranicí $\pm \sigma_z$, kde nejistota σ_z byla převzata z výsledků kalibrace.



Obrázek 36: 3D graf znázorňující odhadnuté vzdálenosti jednotlivých mikročoček. Modrá plocha představuje odhadnutý náklon matice mikročoček. Hnědé plochy představují nejistotu průměrné hodnoty $\bar{z} \pm \sigma_z$. Svislá osa grafu je v jednotkách mm

4 Závěr

Shack Hartmannův senzor, představuje alternativu k tradičním fázově citlivých senzorům jako jsou interferometry. Přesnosti dosahované pomocí senzoru jsou srovnatelné s interferometrickými metodami. Senzor vyniká díky své jednoduché konstrukci nižší pořizovací cenou. Základními konstrukčními parametry senzoru jsou počet a průměr mikročoček, jejich ohnisková vzdálenost, resp. vzdálenost matice mikročoček od intenzitně citlivé detekční plochy kamery. Dále pak parametry kamery, jako jsou velikost detekční plochy a pixelu. Vlastnostmi SH senzoru, jako celku, jsou dynamický rozsah, citlivost, opakovatelnost a přesnost. I přes zmíněnou konstrukční jednoduchost senzoru je provázání konstrukčních a celkových vlastností SH senzoru velmi komplexní téma.

Tato diplomová práce si klade za cíl představit čtenáři fázově citlivý Shack-Hartmanův senzor, jeho princip a postupy jeho kalibrace. V práci jsou diskutovány parametry senzoru s jejich vzájemným provázáním. K experimentálnímu měření byli vybrány tři senzory, jejichž parametry jsou uvedeny v tabulce 8 níže. Experimentálně naměřenými parametry jsou vzdálenost matice mikročoček od detekční plochy kamery, přesnost a opakovatelnost.

Parametr	Senzor S1	Senzor S2	Senzor S3
Počet mikročoček	61	373	373
Průměr mikročoček	0.5 mm	0.2 mm	0.2 mm
Ohnisková vzdálenost mikročoček	100 mm	40 mm	5 mm
Vzdálenost matice od CCD	100.5 ± 0.25 mm	28.6 ± 0.16 mm	7.6 ± 0.27 mm
Velikost pixelu na kameře	8.3 μ m x 8.3 μ m		
Velikost kamery	6.44 mm x 4.83 mm		
Citlivost	1.7"	5.8"	22.5"
Dynamický rozsah	4'13.7"	1'8.8"	38'11.8"
Opakovatelnost	0.003 λ	0.006 λ	0.008 λ
Přesnost	0.009 λ	0.015 λ	0.1 λ

Tabulka 8: Tabulka s přehledem paramerů kalibrovaných senzorů S1, S2 a S3. Uvedená citlivost platí pro konstantní velikost nejitoty měření polohy těžiště spotu $\sigma_x = 0.1$ px

Reference

- [1] B.C. Platt, Shack RV; History and principles of Shack-Hartmann wavefront sensing. Journal of refractive surgery (Thorofare, N.J. : 1995). 17. S573-7.
- [2] Bernd Dorband, Henriette Muller, Herbert Gross; HANDBOOK OF OPTICAL SYSTEMS, VOLUME 5, METROLOGY OF OPTICAL COMPONENTS AND SYSTEMS; Published by: John Wiley & Sons, 2012-05-14; ISBN:9783527403813;
- [3] Xiaoming Yin, Liping Zhao, Xiang Li a Zhongping Fang; ONLINE SURFACE MEASUREMENT WITH DIGITAL SHACK–HARTMANN WAVEFRONT SENSOR; International Journal of Nanoscience, 2010, Vol. 9, Num. 3, Pg. 123-133; DOI: 10.1142/S0219581X10006715
- [4] Joseph M Geary; Introduction to Wavefront Sensors; Published by SPIE-The Inter´national Society for Optical Engineering, 1995; ISBN 0-8194-1701-7;
- [5] Applied Optics and Optical Engineering, Volume XI. Edited by Robert R. Shannon and James C. Wyant. Published by Academic Press, Inc., a subsidiary of Harcourt Brace Jovanovich, New York, 1992.
- [6] Goodman, J.W. (1988) Introduction to Fourier Optics. 2nd Edition, McGraw-Hill, New York.
- [7] Jinsheng Yang, Ling Wei, Hongli Chen, Xuejun Rao, Chaghui Rao; ABSOLUTE CALIBRATION OF HARTMANN-SHACK WAVEFRONT SENSOR BY SPHERICAL WAVEFRONTS; Optics Communications 283 (2010) 910-916; doi: 10.1016/j.optcom.2009.11.022;
- [8] ISO 15367-2:2005(E); Lasers and laser-related equipment-Test methods for determination of the shape of a laser beam wavefront-Part 2: Shack Hartmann sensors;
- [9] Mingliang Xia Chao Li, Lifa Hu, Zhaoliang Cao Quanquan Mu, Li Xuan; Shack-Hartmann waverfront sensor with large dynamic range; Journal of Biomedical Optics 15(2), 026009 (March/April 2010); DOI:10.1117/1.3369810;
- [10] J.Vargas, L. González-Fenandez, J. Antonio Quiroga, and T. Belenguer; Calibration of a Shack-Hartmann wavefront sensor as an orthographic camera; Optics letters, Vol. 35, No. 11, June 1, 2010; DOI: 10.1364/OL.35.001762;
- [11] JCGM 200:2012; International vocabulary of metrology - Basic and general concepts and associated terms (VIM); 3rd edition; 2008 version with minor corrections;
- [12] Jay L. Bucher; The metrology handbook;2nd edition; The Measurement Quality Division, ASQ; ISBN 978-0-87389-838-6
- [13] Jay L. Bucher; The Quality Calibration Handbook: Developing and Managing a Calibration Program; ASQ Quality Press, 2007; ISBN–10: 0–87389–704–8

- [14] ChaoLi, Mingliang Xia, Zhaonan Liu, Dayu Li, Li Xuan; *OPTIMIZATION FOR HIGH PRECISION SHACK-HARTMANN WAVEFRONT SENSOR*; Optics Communications 282 (2009) 4333-4338; doi:10.1016/j.optcom.2009.07.058
- [15] Akondi Vyas, M B Roopashree, B Raghavendra Prasad; *Denoising Shack Hartmann Sensor spot pattern using Zernike Reconstructor*; International Journal of Power Control Signal and Computation(IJPCSC) Vol2. No.2, 2011, 119-123;
- [16] J. Vargas, L. González-Fernandez, J. Antonio Quiroga, and T. Belenguer; *CALIBRATION OF A SHACK-HARTMANN WAVEFRONT SENSOR AS AN ORTHOGRAPHIC CAMERA*; Optics letters/ Vol. 35, 1762-1764 (2010)