



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES,
MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND
BIOMECHANICS

MODÁLNÍ ANALÝZA LOPATEK OBĚŽNÉHO KOLA VÍROVÉ TURBÍNY

MODAL ANALYSIS OF THE SWIRL TURBINE ROTOR BLADES

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Bc. MAREK PEKAR

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

Ing. PETR LOŠÁK, Ph.D.

BRNO 2014

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Akademický rok: 2013/2014

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Marek Pekar

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Inženýrská mechanika a biomechanika (3901T041)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Modální analýza lopatek oběžného kola vírové turbíny

v anglickém jazyce:

Modal Analysis of the Swirl Turbine Rotor Blades

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Úkolem této práce je provedení modální analýzy několika typů lopatek oběžného kola vírové turbíny, porovnat výsledky experimentu s hodnotami získanými metodou konečných prvků.

Cíle diplomové práce:

- 1) Vytvořit výpočtové modely různých typů lopatek vírové turbíny
- 2) Provést modální analýzu každého typu
- 3) Provést experimentální modální analýzu jednotlivých typů lopatek. Měření provést jednak na lopatkách ponořených do vody a jednak na loatkách neovlivněných vodním prostředím
- 4) Porovnat výsledky výpočtu s výsledky experimentální modální analýzy

Seznam odborné literatury:

- [1] Petruška, J.: Počítačové metody mechaniky I a II, Metoda konečných prvků, VUT FSI v Brně, listopad 2003
- [2] Petruška, J.: MKP v inženýrských výpočtech, VUT FSI v Brně,
- [3] Rangarao K. V., Mallik R. K.: Digital Signal Processing: A Practitioner's Approach, 2005 John Wiley & Sons, Ltd ISBN: 0-470-01769-4

Vedoucí diplomové práce: Ing. Petr Lošák, Ph.D.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2013/2014.

V Brně, dne 22.11.2013

L.S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
Ředitel ústavu

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.
Děkan fakulty

ABSTRAKT

Cieľom tejto práce je získanie a porovnanie modálnych vlastností štyroch obežných kolies vírovej turbíny s rôznou geometriou. Jednotlivé vlastné frekvencie a vlastné tvary kmitu boli získané výpočtovým modelovaním pomocou programu Ansys a porovnané s výsledkami z experimentálnej modálnej analýzy. Výpočet a experiment prebiehal pre rôzne okrajové podmienky a v rôznych prostrediach. Začiatok práce je venovaný krátkemu prehľadu prác s obdobnou problematikou a stručnému úvodu do teórie dynamiky, kde sú odvodené rovnice pre tlmenú a netlmenú sústavu s jedným stupňom voľnosti. V druhej časti sa práca venuje tvorbe modelu geometrie získaného pomocou reverzného inžinierstva, ktorý bol následne využitý pre výpočet modálnych vlastností. V tretej časti sa práca venuje popisu použitých zariadení pri experimente, postupu merania a vyhodnoteniu výsledkov z experimentálnej modálnej analýzy. V závere tejto práce je porovnanie výsledkov získaných experimentom a výpočtovým modelovaním. Taktiež je vyhodnotený vplyv okrajových podmienok a vplyv prostredia na vlastné frekvencie.

KLÚČOVÉ SLOVÁ

modálne vlastnosti, experimentálna modálna analýza, výpočtové modelovanie, interakcia telesa s tekutinou

ABSTRACT

The aim of this diploma thesis is to determine and compare modal properties of four swirl turbine wheels, each with a different geometry. Natural frequencies and mode shapes were obtained based on computer modelling using Ansys software and they were compared with experimental modal analysis' results. The computer modelling and the experimental modal analysis were carried out for different boundary conditions and in different environments. The beginning of the thesis is dedicated to a brief overview of literature with similar issues. Then a brief introduction of a dynamics theory is mentioned in which equations of motion for a damped and an undamped single degree of freedom system are derived. The creation of a geometry model which is obtained by a reverse engineering is shown in the second part of the thesis. The geometry model was subsequently used for the computer based modelling of the modal parameters. In the third part an experimental equipment, setting, measurement and processing of data are described. The conclusion of the thesis is dedicated to the comparison of the results obtained by the experimental modal analysis and the computing modelling is presented.

Moreover, influence of boundary conditions and influence of the environment on the natural frequencies are evaluated.

KEY WORDS

modal properties, experimental modal analysis, computer modelling, fluid-structure interaction

BIBLIOGRAFICKÁ CITÁCIA

PEKAR, M. *Modální analýza lopatek oběžného kola vírové turbíny*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 92 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Petr Lošák, Ph.D..

ČESTNÉ PREHLÁSENIE

Prehlasujem, že som túto diplomovú prácu vypracoval samostatne na základe pokynov a rád vedúceho práce Ing. Petra Lošáka, Ph.D., a že som všetky literárne zdroje uviedol v zozname použitej literatúry.

V Brne dňa: 27.5.2014

.....
Marek Pekar

POĎAKOVANIE

Na tomto mieste by som sa chcel poďakovať všetkým, ktorí mi pomáhali pri vypracovaní tejto diplomovej práce. Predovšetkým by som sa rád poďakoval vedúcemu práce Ing. Petrovi Lošákovi, Ph.D. za odborné pripomienky, cenné rady a pomoc pri riešení technických problémov. Taktiež by som sa chcel poďakovať priateľke a rodine za podporu a trpezlivosť pri písaní tejto diplomovej práce.

OBSAH

| | |
|---|-----------|
| 1. Úvod..... | 21 |
| 2. Formulácia problému a ciele riešenia..... | 24 |
| 2.1 Formulácia problému..... | 24 |
| 2.2 Systémový prístup..... | 25 |
| 3. Rešeršná štúdia..... | 27 |
| 4. Teoretický základ..... | 30 |
| 4.1 Netlmená sústava s SDOF..... | 31 |
| 4.2 Tlmená sústava s SDOF..... | 32 |
| 5. Stanovenie modálnych vlastností pomocou výpočtového modelovania..... | 33 |
| 5.1 Tvorba modelu geometrie..... | 33 |
| 5.1.1 Tvorba digitálneho modelu skutočného obežného kolesa..... | 33 |
| 5.1.2 Úprava digitalizovanej geometrie..... | 34 |
| 5.2 Tvorba konečno-prvkovej siete a okrajové podmienky..... | 36 |
| 5.2.1 Vytvorenie konečno-prvkovej siete na digitalizovanej geometrii..... | 36 |
| 5.2.2 Okrajové podmienky použité pre jednotlivé výpočty..... | 38 |
| 5.3 Modálna analýza pomocou výpočtového modelovania..... | 38 |
| 5.3.1 Model materiálu..... | 39 |
| 5.3.2 Stanovenie vlastných frekvencií a vlastných tvarov kmitu pre voľne uložené obežné kolesá v plynnom prostredí – vzduch..... | 39 |
| 5.3.3 Stanovenie vlastných frekvencií pre obežné kolesá viazané k základnému rámu v plynnom prostredí - vzduch..... | 41 |
| 5.3.4 Stanovenie vlastných frekvencií pre obežné kolesá viazané k základnému rámu v kvapalnom prostredí - voda..... | 43 |
| 6. Experimentálna modálna analýza..... | 45 |
| 6.1 Význam a použitie experimentálnej modálnej analýzy..... | 45 |
| 6.2 Experimentálna modálna analýza na obežných kolesách..... | 46 |

| | | |
|------------|--|-----------|
| 6.2.1 | Použité zariadenia pre získanie a spracovanie signálu | 46 |
| 6.2.2 | Vlastné frekvencie a vlastné tvary kmitu získané EMA voľne uložených obežných kolies v plynnom prostredí - vzduch..... | 50 |
| 6.2.3 | Vlastné frekvencie získané EMA pre obežné kolesá viazané k základnému rámu v plynnom prostredí - vzduch..... | 56 |
| 6.2.4 | Vlastné frekvencie získané EMA pre obežné kolesá viazané k základnému rámu v kvapalnom prostredí - voda..... | 59 |
| 6.2.5 | Koeficienty tlmenia určené pomocou experimentu | 62 |
| 7. | Porovnanie výsledkov získaných výpočtom a experimentom..... | 64 |
| 7.1 | Porovnanie výsledkov vlastných frekvencií a tvarov kmitu pre voľne uložené obežné kolesá vo vzduchu | 64 |
| 7.2 | Porovnanie výsledkov vlastných frekvencií pre obežné kolesá viazané k základnému rámu vo vzduchu | 69 |
| 7.3 | Porovnanie výsledkov vlastných frekvencií pre obežné kolesá viazané k základnému rámu vo vode | 70 |
| 8. | Záver | 71 |
| 9. | Zoznam použitých zdrojov..... | 73 |
| 10. | Zoznam použitých skratiek a veličín..... | 75 |
| 11. | Zoznam príloh | 77 |
| A. | Porovnanie vlastných tvarov kmitu obežných kolies | 78 |

ZOZNAM OBRÁZKOV

| | | |
|-----------|--|----|
| Obr. 1-1 | Vírová turbína s obežným kolesom s dvomi lopatkami [1] | 22 |
| Obr. 1-2 | Analyzované obežné kolesá vírovej turbíny | 23 |
| Obr. 2-1 | Analyzované typy obežných kolies | 25 |
| Obr. 5-1 | Neupravená digitalizovaná geometria lopatka č.1 | 34 |
| Obr. 5-2 | Upravená digitalizovaná geometria lopatky č.1 | 35 |
| Obr. 5-3 | Voľná konečno-prvková sieť s dĺžkou hrany prvku 1mm vygenerovaná na lopatke č.1 | 37 |
| Obr. 5-4 | Lineárny objemový prvok SOLID 185 | 38 |
| Obr. 5-5 | Prvý vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{v1_L1}=656\text{Hz}$ | 39 |
| Obr. 5-6 | Prvý vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{v1_L2}=662\text{Hz}$ | 40 |
| Obr. 5-7 | Prvý vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{v1_L3}=544\text{Hz}$ | 40 |
| Obr. 5-8 | Prvý vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{v1_L4}=564\text{Hz}$ | 41 |
| Obr. 5-9 | Druhý vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{v2_L4}=578\text{Hz}$ | 41 |
| Obr. 5-10 | Tretí vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{v3_L4}=581\text{Hz}$ | 41 |
| Obr. 5-11 | Okrajové podmienky pre výpočet vlastných frekvencií | 42 |
| Obr. 6-1 | Sieť bodov pre EMA na Lopatke č.2 | 45 |
| Obr. 6-2 | Ilustrácia priebehu EMA [11] | 46 |
| Obr. 6-3 | Hardware použitý pre experiment | 47 |
| Obr. 6-4 | Hlavný modul aplikácie | 48 |
| Obr. 6-5 | B: Modul geometrie | 49 |
| Obr. 6-6 | A: Modul frekvenčnej odozvy | 50 |
| Obr. 6-7 | Voľné uloženie pri experimente | 51 |
| Obr. 6-8 | Amplitúdo-frekvenčná charakteristika obežného kolesa Lopatka č.1 .. | 52 |
| Obr. 6-9 | Prvý vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{e1_L1}=563\text{Hz}$ | 52 |
| Obr. 6-10 | Amplitúdo-frekvenčná charakteristika obežného kolesa Lopatka č.2 .. | 53 |
| Obr. 6-11 | Prvý vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{e1_L2}=594\text{Hz}$ | 53 |
| Obr. 6-12 | Amplitúdo-frekvenčná charakteristika obežného kolesa Lopatka č.3 .. | 54 |
| Obr. 6-13 | Prvý vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{e1_L3}=462\text{Hz}$ | 54 |

| | | |
|------------|---|----|
| Obr. 6-14 | Amplitúdo-frekvenčná charakteristika obežného kola Lopatka č.4.. | 55 |
| Obr. 6-15 | Prvý vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{e1_L4}=471\text{Hz}$ | 55 |
| Obr. 6-16 | Druhý vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{e2_L4}=480\text{Hz}$ | 56 |
| Obr. 6-17 | Tretí vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{e3_L4}=486\text{Hz}$ | 56 |
| Obr. 6-18 | Obežné koleso viazané k základnému rámu pri experimente..... | 57 |
| Obr. 6-19 | Amplitúdo-frekvenčná charakteristika viazaného obežného kola Lopatka č.2..... | 58 |
| Obr. 6-20 | Obežné koleso maximálne ponorené vo vode | 59 |
| Obr. 6-21 | Amplitúdo-frekvenčná charakteristika obežného kola Lopatka č.1 vo vode..... | 60 |
| Obr. 6-22 | Pokles frekvencie vplyvom vody na 1. tvare kmitu | 60 |
| Obr. 6-23 | Pokles frekvencie vplyvom vody na 2. tvare kmitu | 60 |
| Obr. 6-24 | Závislosť výšky hladiny vody na frekvencii pre 1. mód Lopatky č.1 .. | 61 |
| Obr. 6-25 | Závislosť výšky hladiny vody na frekvencii pre 2. mód Lopatky č.1 .. | 61 |
| Obr. 6-26 | Určenie nominálnej šírky pásma | 63 |
| | | |
| Obr. 7-1 | Porovnanie prvého vlastného tvaru kmitu pre Lopatku č.1..... | 65 |
| Obr. 7-2 | Porovnanie prvého vlastného tvaru kmitu pre Lopatku č.2..... | 65 |
| Obr. 7-3 | Porovnanie prvého vlastného tvaru kmitu pre Lopatku č.3..... | 65 |
| Obr. 7-4 | Porovnanie prvého vlastného tvaru kmitu pre Lopatku č.4..... | 66 |
| Obr. 7-5 | Porovnanie druhého vlastného tvaru kmitu pre Lopatku č.4..... | 66 |
| Obr. 7-6 | Porovnanie tretieho vlastného tvaru kmitu pre Lopatku č.4..... | 66 |
| Obr. 7-7 | Závislosť modulu pružnosti na frekvencii pre $\rho = 8800\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ | 67 |
| Obr. 7-8 | Závislosť modulu pružnosti na frekvencii pre $E = 1,15 \cdot 10^{11}\text{Pa}$ | 68 |
| | | |
| Obr. A.1-1 | 1.vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.1 | 78 |
| Obr. A.1-2 | 2.vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.1 | 78 |
| Obr. A.1-3 | 3.vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.1 | 79 |
| Obr. A.1-4 | 4.vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.1 | 79 |
| Obr. A.1-5 | 5.vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.1 | 80 |
| Obr. A.1-6 | 6.vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.1 | 80 |
| Obr. A.1-7 | 7.vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.1 | 81 |

| | | |
|-------------|--|----|
| Obr. A.2-1 | 1. vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.2 | 82 |
| Obr. A.2-2 | 2. vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.2 | 82 |
| Obr. A.2-3 | 3. vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.2 | 83 |
| Obr. A.2-4 | 4.vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.2 | 83 |
| Obr. A.2-5 | 5.vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.2 | 84 |
| Obr. A.2-6 | 6.vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.2 | 84 |
| Obr. A.3-1 | 1. vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.3 | 85 |
| Obr. A.3-2 | 2. vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.3 | 85 |
| Obr. A.3-3 | 3. vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.3 | 86 |
| Obr. A.3-4 | 4. vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.3 | 86 |
| Obr. A.3-5 | 5. vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.3 | 87 |
| Obr. A.3-6 | 6. vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.3 | 87 |
| Obr. A.4-1 | 1. vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.4 | 88 |
| Obr. A.4-2 | 2. vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.4 | 88 |
| Obr. A.4-3 | 3. vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.4 | 89 |
| Obr. A.4-4 | 6. vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.4 | 89 |
| Obr. A.4-5 | 5. vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.4 | 90 |
| Obr. A.4-6 | 6. vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.4 | 90 |
| Obr. A.4-7 | 7. vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.4 | 91 |
| Obr. A.4-8 | 8. vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.4 | 91 |
| Obr. A.4-9 | 9. vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.4 | 92 |
| Obr. A.4-10 | 10. vlastný tvar kmitu pre Lopatku č.4 | 92 |

ZOZNAM TABULIEK

| | | |
|-----------|--|----|
| Tab. 5-1 | Porovnanie frekvencií na prvom tvare kmitu v závislosti na dĺžke hrany prvku | 36 |
| Tab. 5-2 | Porovnanie vlastných frekvencií na prvom tvare kmitu v závislosti na type siete | 37 |
| Tab. 5-3 | Materiálové vlastnosti | 39 |
| Tab. 5-4 | Vlastné frekvencie Lopatka č.1 - výpočet | 39 |
| Tab. 5-5 | Vlastné frekvencie Lopatka č.2 - výpočet | 40 |
| Tab. 5-6 | Vlastné frekvencie Lopatka č.3 - výpočet | 40 |
| Tab. 5-7 | Vlastné frekvencie Lopatka č.4 - výpočet | 41 |
| Tab. 5-8 | Tabuľka vlastných frekvencií pre obežné kolesá viazané k základnému rámu v plynnom prostredí - vzduch | 42 |
| Tab. 5-9 | Tabuľka vlastných frekvencií pre obežné kolesá viazané k základnému rámu v kvapalnom prostredí - voda | 44 |
| Tab. 5-10 | Tabuľka zvýšených hustôt | 44 |
| Tab. 6-1 | Hardware použitý pre experiment | 47 |
| Tab. 6-2 | Prehľad využitých funkcií hlavného modulu aplikácie | 49 |
| Tab. 6-3 | Prehľad využitých funkcií modulu geometrie | 49 |
| Tab. 6-4 | Prehľad využitých funkcií modulu frekvenčnej odozvy | 50 |
| Tab. 6-5 | Vlastné frekvencie Lopatka č.1 - experiment | 52 |
| Tab. 6-6 | Vlastné frekvencie Lopatka č.2 - experiment | 53 |
| Tab. 6-7 | Vlastné frekvencie Lopatka č.3 - experiment | 54 |
| Tab. 6-8 | Vlastné frekvencie Lopatka č.4 - experiment | 55 |
| Tab. 6-9 | Hustota siete pre jednotlivé obežné kolesá | 56 |
| Tab. 6-10 | Vlastné frekvencie obežného kolesa viazaného k základnému rámu v plynnom prostredí - vzduch | 58 |
| Tab. 6-11 | Vlastné frekvencie obežného kolesa viazaného k základnému rámu v kvapalnom prostredí - voda | 62 |
| Tab. 6-12 | Tabuľka proporcionálnych konštánt tlmenia | 63 |

| | | |
|----------|---|----|
| Tab. 7-1 | Porovnanie vlastných frekvencií pre voľne uložené obežné koleso | 64 |
| Tab. 7-2 | Porovnanie vlastných frekvencií pre obežné kolesá viazané k základnému rámu na vzduchu | 69 |
| Tab. 7-3 | Porovnanie vlastných frekvencií pre obežné kolesá viazané k základnému rámu vo vode..... | 70 |

1. ÚVOD

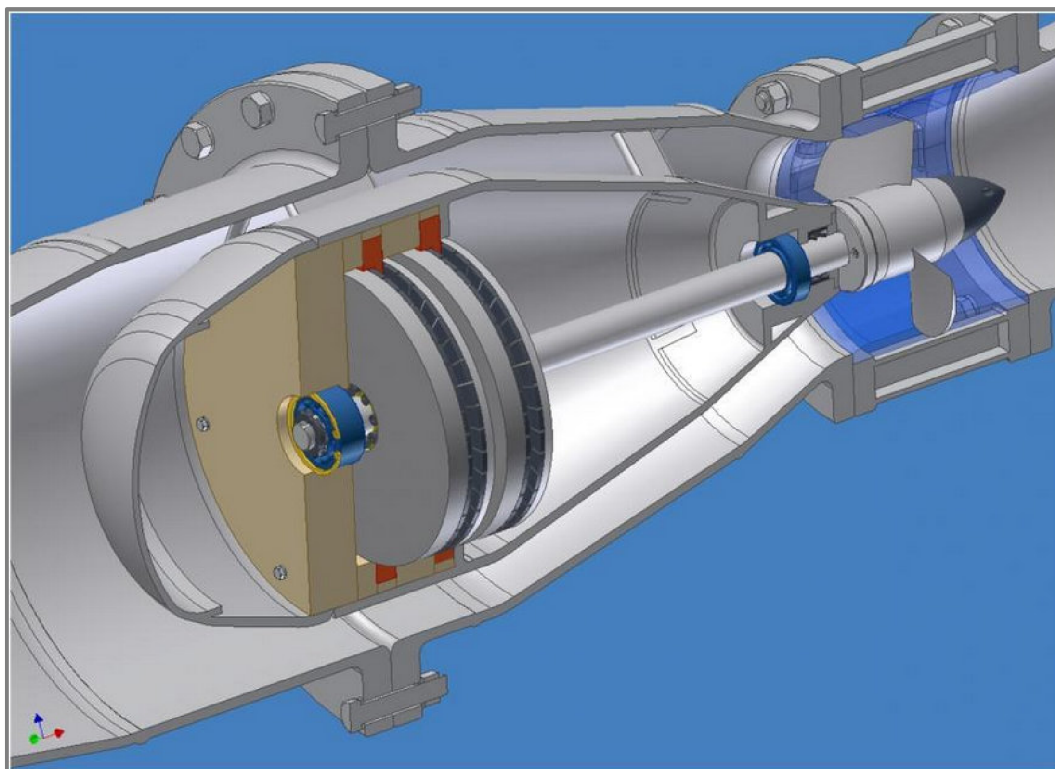
V súčasnosti, kedy sa technika a vynálezy stali neoddeliteľnou súčasťou našich životov sa stalo riešenie problémov s nimi spätými významnejšie ako kedykoľvek predtým. Takýchto technických problémov môže byť veľké množstvo, ako napríklad vysoké opotrebenie materiálu, aerodynamický odpor, šírenie trhlín atď.

Jedným z takýchto problémov sú aj vibrácie, ktoré môžu byť žiaduce (napr.: vibračné stolice) alebo, čo je častejším prípadom, nežiaduce. Väčšina strojov a zariadení okolo nás, ktoré vykonávajú nejaký pohyb, či chceme alebo nechceme, kmitá (vibruje). Našou úlohou je zaistiť a navrhnuť ich tak, aby vibrácie nepresahovali bezpečný rozsah výchylky a tým sa neskrátila životnosť stroja. Keďže sa vibráciám ako takým nedokážeme vyhnúť, tak sa aspoň snažíme vyhnúť rezonancii. Rezonančný stav nastáva, keď sústava alebo nejaká jej časť sa vlastnou frekvenciou blíži k frekvencii provoznej. Tento stav je spojený s najväčšími výchylkami, s vysokou mierou hluku a ďalšími nežiaducimi prejavmi.

Práve modálna analýza sa zaoberá zisťovaním vlastných tvarov kmitu a nim prislúchajúcim vlastným frekvenciám. Vďaka týmto informáciám môžeme zvoliť prevádzkovú frekvenciu rozdielnu od frekvencie vlastnej alebo vhodne umiestniť tlmiace elementy pre daný tvar kmitu. Keďže v bežnej praxi sú požiadavky na konštrukciu, aby bola čo najľahšia a pritom čo najtuhšia, čo sú protichodné požiadavky môžeme modálnou analýzou hodnotiť úpravy na danej konštrukcii a ich vplyv na celkovú tuhosť stroja. V súčasnosti pre získanie modálnych vlastností môžeme využiť rôzne druhy softwarov využívajúce metódu konečných prvkov (ďalej len MKP), ktoré sú veľmi užitočné a nevyžadujú množstvo nákladných snímačov a zariadení využitých pri experimente. Ale aj tieto softwary narážajú na niektoré obmedzenia, ktorými sú presné namodelovanie okrajových podmienok, náročné modelovanie okolitého prostredia, vlastnosti materiálu, zahrnutie jeho degradácie a histórie zaťažovania. Z tohto dôvodu je taktiež veľmi dôležitá experimentálna modálna analýza (ďalej len EMA), ktorá poskytuje reálnejšie výsledky.

Táto diplomová práca je zameraná na zistenie vplyvu okrajových podmienok a vplyvu okolitého prostredia na vlastné frekvencie. Jednotlivé okrajové podmienky a prostredia sú uvedené v kapitole 2.1. Výsledky boli získané pomocou výpočtového modelovania a porovnané s výsledkami získanými pomocou EMA.

Analýza bola urobená na obežných kolesách vírovej turbíny zapožičaných z Energetického ústavu FSI VUT Brno. Týmto ústavom bola vírová turbína navrhnutá a patentovaná. Jej výnimočnosť a výhody oproti bežne používaným turbínam sú spojené najmä s nízkou cenou potrebnou na výrobu, hydraulickou účinnosťou a využitím na riekach s menšími spádmi. Vírovú turbínu s obežným kolesom s dvomi lopatkami môžeme vidieť na Obr.1-1 a na Obr.1-2 jednotlivé druhy analyzovaných obežných kolies.



Obr. 1-1 Vírová turbína s obežným kolesom s dvomi lopatkami [1]



Obr. 1-2 Analyzované obežné kolesá vírovej turbíny

Na začiatku práce je urobená rešeršná štúdia, v ktorej boli uvedené práce zaoberajúce sa podobnou problematikou získavania modálnych vlastností a taktiež práce, ktoré riešia rôzne postupy modelovania okolitého prostredia.

V druhej časti je popísaná tvorba výpočtového modelu, zvolený materiál a tvorba konečno-prvkovej siete. Následne je prevedený výpočet pre zadané podmienky a vykreslené vlastné frekvencie a vlastné tvary kmitu.

Ďalšia časť je venovaná EMA, použitému hardwaru a softwaru počas experimentu a vyhodnoteniu výsledkov.

V poslednej časti práce sú jednotlivé výsledky porovnané a prípadné rozdiely vysvetlené.

2. FORMULÁCIA PROBLÉMU A CIELE RIEŠENIA

Z objektívnych dôvodov je žiaduce analyzovať aký vplyv na vlastné frekvencie obežného kolesa vírovej turbíny má pracovné prostredie. Problematikou vlastných frekvencií za rotácie a za rotácie obežných kolies v kvapalnom médiu sa zaoberá prof. Ing. František Pochylý, CSc. na Energetickom ústave odbor fluidného inžinierstva.

Pre rozšírenie poznania je vhodné sa zaoberať ako sa zmenia vlastné frekvencie zmenou väzby telesa (voľné uloženie, teleso viazané k základnému rámu) a takisto aká zmena nastane pre uvedenú väzbu v kvapalnom prostredí. Získané poznatky by mohli viesť k ekonomickejšiemu zisťovaniu vlastných frekvencií.

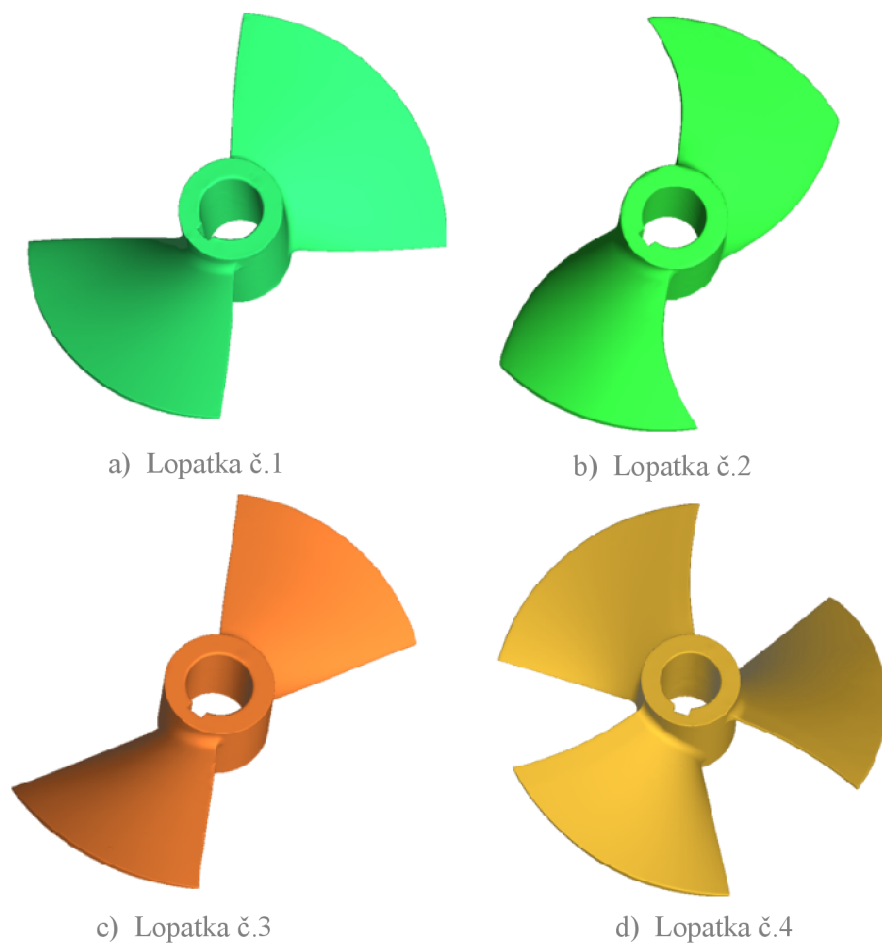
2.1 Formulácia problému

Cieľom tejto diplomovej práce je porovnať modálne vlastnosti obežných kolies vírovej turbíny získané výpočtovým modelovaním pomocou programu Ansys a získané EMA. Modálne vlastnosti sú zisťované na štyroch rôznych obežných kolesách, ktoré môžeme vidieť na Obr.2-1. Jedná sa o tri kolesá s dvomi lopatkami s rôznym tvarom a o jedno koleso s trojicou lopatiek. Pretože lopatky obežných kolies majú pre každé koleso rôzny tvar, boli v tejto práci označené Lopatka č.1,2,3,4 podľa Obr.2-1.

Na reálnom obežnom kolese je realizované výpočtové a experimentálne modelovanie jeho vlastných frekvencií a vlastných tvarov kmitu v nasledujúcich čiastočných krokoch:

- 1) Tvorba modelu geometrie
- 2) Výpočet modálnej analýzy pomocou programu Ansys voľne uložených kolies a kolies viazaných k základnému rámu v plynnom prostredí.
- 3) Prevedenie experimentálnej modálnej analýzy na všetkých typoch obežných kolies voľne uložených a viazaných k základnému rámu v plynnom prostredím.

- 4) Zistenie vplyvu kvapalného média na zmenu vlastných frekvencií telesa viazaného k základnému rámu.
- 5) Verifikácia výsledkov výpočtového modelovania s experimentom.



Obr. 2-1 Analyzované typy obežných kolies

2.2 Systémový prístup

Cieľom systémového prístupu je tvorba množiny podstatných veličín, ktoré sú najdôležitejšie z hľadiska riešeného problému. Množina sa skladá z nasledovných jednotlivých podmnožín [2]:

Veličiny popisujúce okolie

Okolím obežného kola virovej turbíny nášho riešeného problému je plynné alebo kvapalné prostredie.

Veličiny popisujúce topológiu a geometriu entity

Geometria entity predstavuje digitálny model obežného kola získaný pomocou reverzného inžinierstva.

Väzby entity s okolím

Väzbu entity predstavuje voľné uloženie a obežné kolo viazané k základnému rámu. Taktiež väzby spojené s interakciou telesa s kvapalinou.

Aktivácia entity s okolím

Aktivácia entity je spôsobená vybudением vlastných tvarov kmitu a im prislúchajúcim frekvenciám pomocou rázového kladivka.

Ovplyvňovanie entity okolím

Obežné kolesá sú ovplyvňované plynným prostredím (vzduchom), ktorého účinky môžeme zanedbať a kvapalným prostredím (vodou), ktoré výrazne ovplyvňuje vlastnosti obežných kolies.

Vlastnosti entity

Vlastnosti entity popisuje materiál obežných kolies a jeho charakteristiky.

Procesy v entite a stavy, do ktorých sa entita dostáva

Procesy entity vyjadrujú kmity, ktoré dosahujú maximálnych výchyliek, keď sa obežné koleso dostáva do rezonancie.

Veličiny popisujúce prejavy entity

Prejavy entity popisujú vlastné frekvencie, na ktorých deformačné posuvy dosahujú svojich maximálnych hodnôt.

Dôsledkové veličiny

Dôsledkom prevádzky v rezonancii sú hlučnosť, skrátenie životnosti mechanizmu a môže dôjsť k vymedzeniu vôle, čo zväčša vedie k havárii zariadenia.

3. REŠERŠNÁ ŠTÚDIA

Rešeršná štúdia bola urobená z dostupnej literatúry a bola zameraná na problematiku spojenú so zisťovaním a vyhodnocovaním modálnych vlastností výpočtovým modelovaním, experimentom a taktiež pre telesa v interakcii s kvapalným prostredím.

- **Jiří Tůma**

Zpracování signálů získaných z mechanických systémů užitím FFT [3]

Práca sa zaoberá analýzou signálu s cieľom diagnostikovať rôzne deje v mechanických systémoch a strojných zariadeniach. Dôraz je kladený na algoritmy spracovania dát. Pozornosť je taktiež venovaná ako predchádzať chybám, ktoré vyplývajú z fyzikálnych obmedzení danými podmienkami, za ktorých sa meranie a vyhodnocovanie signálu uskutočňuje. V tejto práci je taktiež publikovaná teória Fourierovej transformácie, postup merania a vyhodnocovania frekvenčných charakteristík.

- **Stanislav Miláček**

Modální analýza mechanických kmitů [4]

V tejto knihe autor zhrňuje získané poznatky o kmitaní mechanických konštrukcií, oboznamuje o teórii a využívaní tohto vedného oboru. V jednotlivých kapitolách stručne popisuje základné pojmy a použitie experimentálnej modálnej analýzy, ďalej sa venuje základným znalostiam dynamiky ako sú kmity s jedným stupňom voľnosti tlmené a netlmené. Kniha taktiež popisuje prípravu prístrojovej techniky pre experimentálnu modálnu analýzu a uvádza riešenia na konkrétnych príkladoch.

- **Vlastislav Salajka**

Analýza konstrukcí v interakci s kapalinou [5]

Táto habilitačná práca sa venuje postupom výpočtu frekvenčných a modálnych charakteristík konštrukcií v kontakte s kvapalinou alebo ponorených do kvapaliny.

Ďalej rieši výpočet dynamickej odozvy konštrukcie na budenie účinkami tlakových polí vznikajúcich v kvapaline. Využitá metóda využívajúca akustické prvky bola v praxi overovaná experimentom a vykazuje veľmi dobré výsledky pre výpočty, kde nie je potrebné poznať pole rýchlostí kvapaliny.

- **Michal Chlud**

Dynamické vlastnosti rotoru kmitajúciho v tekutině [6]

Táto diplomová práca sa zaoberá vplyvom tekutiny na vlastné frekvencie rotoru vírovej turbíny. Analýza prebiehala za pokoja a takisto aj za rotácie. Autor využíva k výpočtovému modelovaniu program Ansys a následne k modelovaniu tekutiny akustické prvky. Jednotlivé výsledky sú vyhodnocované pre rôzne výšky hladiny. Získané výsledky sú overované experimentom.

- **Tomomichi Nakamura a ďalší**

Chapter 8 – Vibrations in Fluid-Structure interaction systems [7]

V ôsmej kapitole tejto knihy autori predstavujú metódy pre určenie prídavnej hmotnosti a tlmenie ovplyvnené kvapalinou. Tieto metódy sú potrebné pre analýzu a vyhodnotenie vibrácií valcových konštrukcií a obecných trojrozmerných telies v interakcii s kvapalinou. Ďalej sa kapitola zaoberá kmitaním nádob obsahujúcich kvapalinu s voľnou hladinou. Taktiež vibrácie lodí v kontakte s kvapalinou sú detailnejšie popísané.

- **C. Conca, A. Osses, J. Planchard**

Added mass and damping in fluid-structure interaction [8]

Tento článok sa zaoberá maticou prídavných hmotností pre kmitajúce teleso v nestlačiteľnej kvapaline. Zvlášť sa poukazuje na to, že matica nezávisí na viskozite kvapaliny a teda, že môže byť počítaná ako keby bola kvapalina ideálna (bez viskozity). Vplyv viskozity na teleso môže byť zahrnutý v tlmiacom člene. Prítomnosť prúdiacej kvapaliny okolo telesa vedie na prídavné tlmiace členy, ktoré sú úmerné hustote kvapaliny.

- **Shuseng Bi, Jun Ren, Wei Wang, Guanghua Zong**

Elimination of transducer mass loading effects in shaker modal testing [9]

V tejto publikácii autori riešia problémy spojené s prídavnou hmotnosťou od snímačov (napr.: od akcelerometrov) použitých pri meraní modálnych vlastností na vibračnej stolici. Práca sa zaoberá odstránením týchto prídavných hmotností a elimináciou hmotnostných zaťažovacích účinkov z nameraných FRF (Frequency response function) pri tomto druhu budenia. Autori svoju prácu prezentujú na dvoch príkladoch a to : vibračná stolica + Laser Doppler vibrometer a vibračná stolica + akcelerometer.

4. TEORETICKÝ ZÁKLAD

V tejto kapitole je uvedený úvod do základov dynamiky, kde je popísané kmitanie s jedným stupňom (ďalej len SDOF) netlmenej a tlmenej sústavy. V súčasnej dobe kedy čoraz viac využívame MKP by sa to mohlo zdať zbytočné, ale bez potrebných základov ani programy využívajúce MKP nemusia viesť k dobrým výsledkom.

K riešeniu úloh mechaniky môžeme použiť rôzne prístupy. Jedným z nich je aj použitie Lagrangeových pohybových rovníc druhého druhu. Obecný tvar týchto rovníc pre dynamický systém, na ktorý nepôsobia vonkajšie sily je

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q} + \frac{\partial E_D}{\partial \dot{q}} + \frac{\partial E_p}{\partial q} = 0 \quad (4.1)$$

Kinetická energia

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \dot{q}^2 \quad (4.2)$$

Potenciálna energia

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m q^2 \quad (4.3)$$

Disipatívna energia

$$E_D = \frac{1}{2} b v^2 = \frac{1}{2} b \dot{q}^2 \quad (4.4)$$

Rovnice (4.2), (4.3), (4.4), v ktorých veličina **m** predstavuje hmotnosť, **k** tuhosť a **b** tlmenie systému dosadíme do rovnice (4.1) a po jej následnom zderivovaní dostávame pohybovú rovnicu v tvare (4.5)

$$m\ddot{q} + b\dot{q} + kq = 0 \quad (4.5)$$

4.1 Netlmená sústava s SDOF

Pre netlmenú sústavu s SDOF nám z pohybovej rovnice vypadáva veličina popisujúca tlmenie preto môžeme rovnicu písať v tvare

$$m\ddot{q} + kq = 0 \quad (4.6)$$

$$\ddot{q} + \frac{k}{m}q = 0 \quad (4.7)$$

Pomocou substitúcie vyjadríme $\frac{k}{m} = \omega^2$. Nasledovná charakteristická rovnica má tvar

$$\lambda^2 + \omega^2\lambda = 0 \quad (4.8)$$

Riešením charakteristickej rovnice (4.8) sú korene

$$\lambda_{1,2} = \pm i\omega \quad (4.9)$$

Potom riešenie diferenciálnej rovnice (4.7) je v tvare

$$q(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t} \quad (4.10)$$

kde c_1 a c_2 sú určené počiatočnými podmienkami.

Takto formulovaná rovnica môže byť využitá pre získanie vlastných hodnôt. Vlastné hodnoty sú pre úlohy dynamiky formulované ako vlastné frekvencie (5.1).

4.2 Tlmená sústava s SDOF

Opäť vychádzame z homogénnej pohybovej rovnice (4.5), u ktorej predpokladáme riešenie v tvare

$$q = c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t} \quad (4.11)$$

kde c_1 a c_2 sú integračné konštanty, ktoré sú opäť stanovené z počiatočných podmienok a λ_1, λ_2 sú koreňmi rovnice (4.12)

$$m\lambda^2 + b\lambda + k = 0 \quad (4.12)$$

Riešenie koreňov rovnice je dané vzťahom (4.13)

$$\lambda_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4km}}{2m} \quad (4.13)$$

Po úprave dostaneme vzťah (4.14),

$$\lambda_{1,2} = -\frac{b}{2m} \pm i \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} = -\omega_0 b_p \pm i\omega_0 \sqrt{1 - b_p^2} \quad (4.14)$$

ktorého riešením je komplexné číslo, kde reálna časť má charakter tlmenia a označuje sa ako súčiniteľ doznievania a imaginárna časť predstavuje tlmenú vlastnú frekvenciu.

5. STANOVENIE MODÁLNYCH VLASTNOSTÍ POMOCOU VÝPOČTOVÉHO MODELOVANIA

Táto kapitola sa zaoberá tvorbou výpočtového modelu, na ktorom boli počítané modálne vlastnosti pomocou programu Ansys na rôznych typoch obežných kolies. Jednotlivé výpočty boli urobené pre rôzne okrajové podmienky a rôzne typy prostredí a to pre:

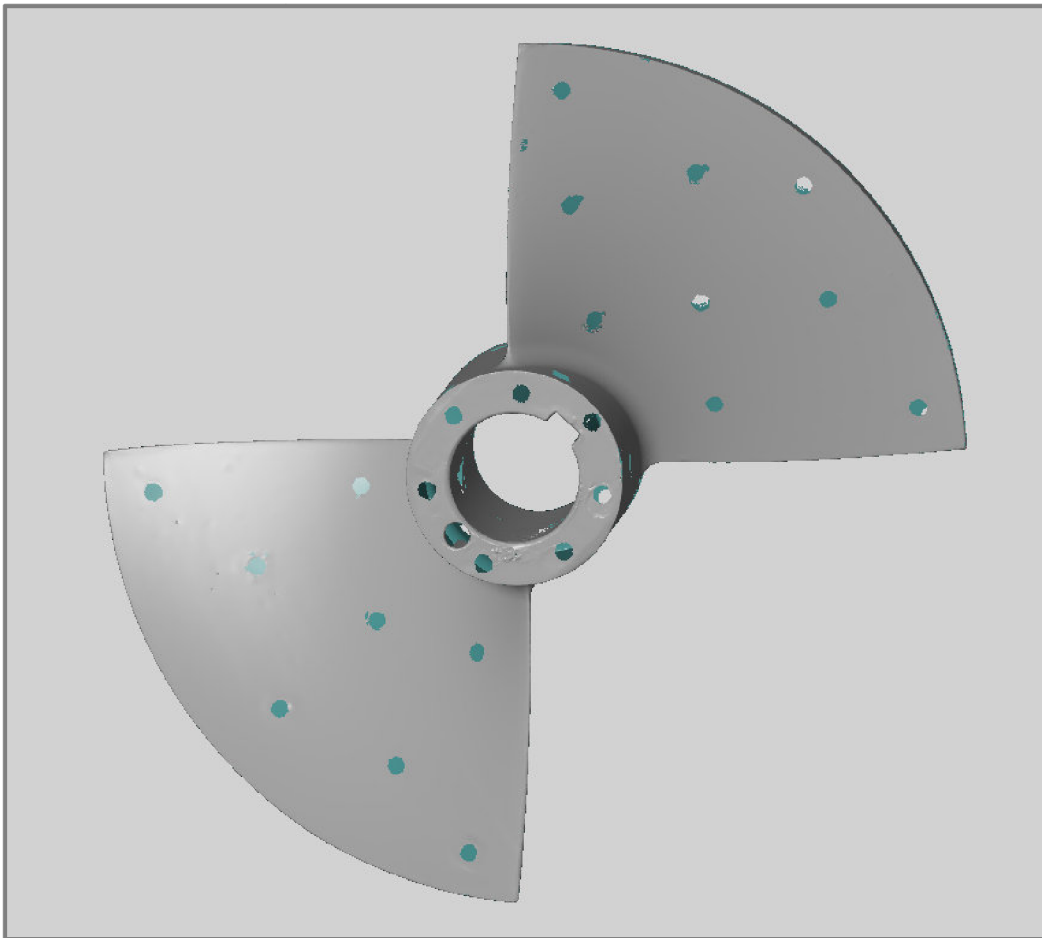
- Obežné kolesá voľne uložené v plynnom prostredí
- Obežné kolesá viazané k základnému rámu v plynnom prostredí
- Obežné kolesá viazané k základnému rámu v kvapalnom prostredí

5.1 Tvorba modelu geometrie

5.1.1 Tvorba digitálneho modelu skutočného obežného kolesa

K získaniu digitálneho modelu zo skutočného obežného kolesa bol použitý prístup reverzného inžinierstva. Reverzné inžinierstvo, alebo spätná analýza je proces, ktorého cieľom je odhaliť princíp fungovania skúmaného predmetu alebo získať digitálny model bez predchádzajúcej výkresovej dokumentácie, čo je náš prípad.

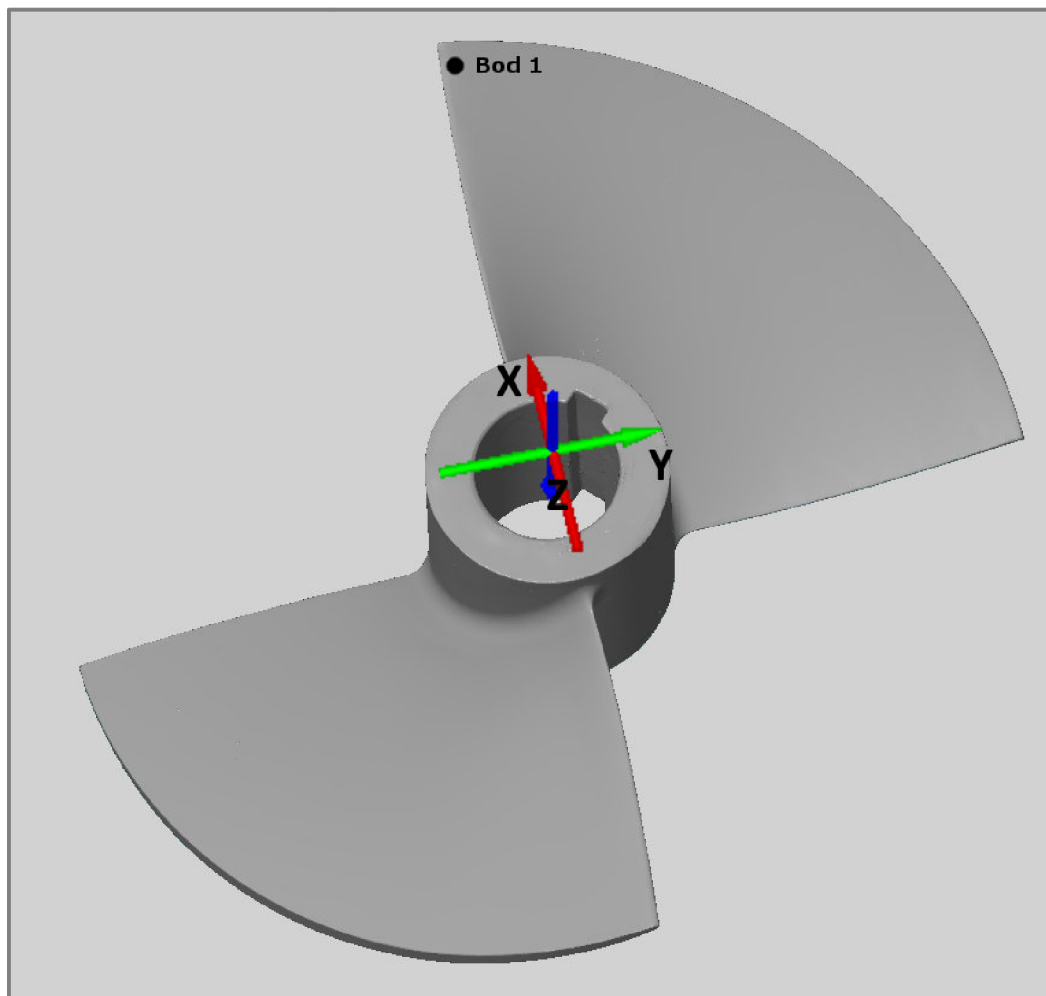
Pre účely tejto diplomovej práce bol využitý 3D skener umiestený na Ústave konštruovania. Pred skenovaním bolo potreba obežné kolesá pripraviť. Očistiť a nalepiť určitý počet referenčných bodov, ktoré slúžia pri spájaní kamerových záberov z rôznych uhl'ov pohľadu. Výsledkom reverzného inžinierstva bol model geometrie vo formáte STL (viz. Obr.5-1).



Obr. 5-1 Neupravená digitalizovaná geometria lopatka č.1

5.1.2 Úprava digitalizovanej geometrie

Získané surové dáta bolo potreba upraviť. V programe GOM Inspect prebiehali úpravy ako vyhladenie, premostenie a následné zaplätanie dier. Ďalej bol posunutý súradnicový systém tak, aby počiatok ležal v strede na spodnej hrane obežného kolesa a osa x pretínala bod 1 (viz. Obr.5-2).



Obr. 5-2 Upravená digitalizovaná geometria lopatky č.1

V programe Catia V5 boli upravené chyby v polygonálnej sieti vzniknuté pri skenovaní, ako napríklad neuzatvorená plocha obežného kolesa alebo trojuholníková fazetka mimo objem telesa. Tieto chyby boli odstránené v module Digitized Shape Editor pre nasledovné jednoduchšie načítanie STL formátu a vyhnutie sa problémovej tvorbe siete v programe ICEM CFD 14.5.

5.2 Tvorba konečno-prvkovej siete a okrajové podmienky

5.2.1 Vytvorenie konečno-prvkovej siete na digitalizovanej geometrii

Konečno-prvková sieť bola vytvorená v programe ICEM CFD 14.5, do ktorého je možné načítať priamo formát STL a nebolo potrebné vytvárať objemový model z polygonálnej siete, čo by bolo pre náš výpočet zbytočné.

Počet prvkov na diskretizovanej geometrii má vplyv na presnosť riešenia z tohto dôvodu bolo urobené na lopatke č.3 porovnanie vlastných frekvencií na prvom tvare kmitu v závislosti na veľkosti hrany prvku (viz. Tab.5-1). Jednotlivé vlastné frekvencie boli získané pomocou modálnej analýzy, ktorá je bližšie popísaná v kapitole 5.3.

| Dĺžka hrany prvku [mm] | Frekvencia [Hz] |
|------------------------|-----------------|
| 0,5 | 540,2 |
| 1 | 544,1 |
| 2 | 569,4 |
| 3 | 648,6 |
| 4 | 762,9 |

Tab. 5-1 Porovnanie frekvencií na prvom tvare kmitu v závislosti na dĺžke hrany prvku

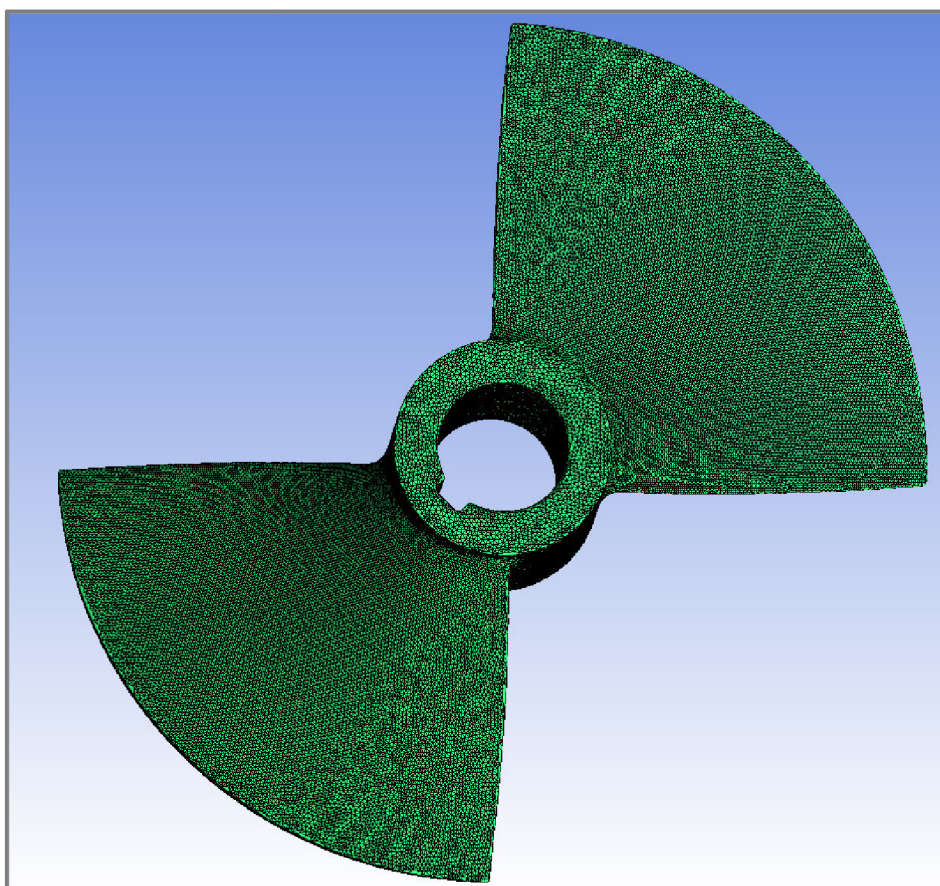
Pre svoj výpočet som zvolil dĺžku hrany prvku 1mm, čo je dĺžka, pri ktorej je chyba diskretizovanej geometrie na prijateľnej úrovni. Sieť dobre pokrýva geometriu obežného kolesa a taktiež časová náročnosť na vygenerovanie konečno-prvkovej siete s výpočtom je prijateľná.

Na rovnakej lopatke č.3 bol zisťovaný vplyv typu siete. Vlastné frekvencie modelu boli počítané na sieti, ktorá mala predpísaný počet uzlov na jednotlivých hranách a taktiež sa dbalo na rovnomernosť elementov (ďalej len upravená sieť) a voľnej siete. Porovnanie vlastných frekvencií pre model s upravenou sieťou a s voľnou sieťou na prvom tvare kmitu pre dĺžku hrany prvku 1mm sú v Tab.5-2.

| Typ siete | Frekvencia [Hz] |
|---------------|-----------------|
| Upravená sieť | 541,8 |
| Voľná sieť | 544,1 |

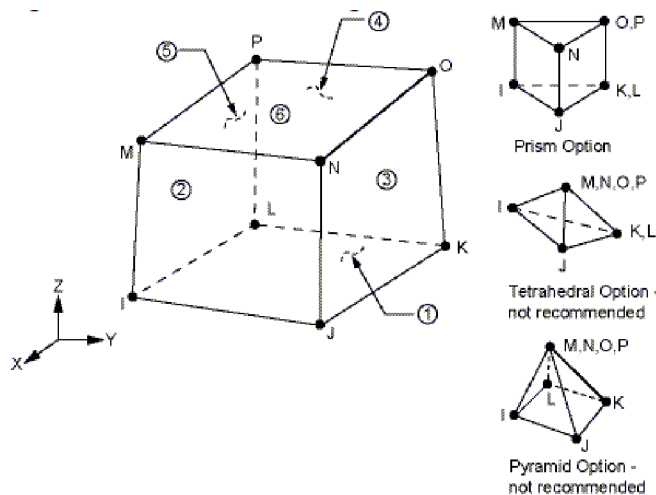
Tab. 5-2 Porovnanie vlastných frekvencií na prvom tvare kmitu v závislosti na type siete

Ako môžeme vidieť v Tab.5-2 rozdiel frekvencií medzi upravenou a voľnou sieťou je menší ako 0,5%, preto som sa rozhodol aplikovať voľnú sieť na všetky štyri obežné kolesá z dôvodu časovej náročnosti na tvorbu siete a k tomu neadekvátnemu spresneniu výsledkov. Voľná sieť bola vygenerovaná pomocou programu ICEM (viz.Obr.5-3).



Obr. 5-3 Voľná konečno-prvková sieť s dĺžkou hrany prvku 1mm vygenerovaná na lopatke č.1

Pretože sa jedná o 3D geometriu bolo žiaduce použiť prvok typu solid. Pre môj výpočet som použil prvok Solid 185. Jedná sa o 8-uzlový lineárny objemový prvok. Geometriu, uzlové body a deformované tvary prvku je možné vidieť na Obr. 5-4.



Obr. 5-4 Lineárny objemový prvok SOLID 185

5.2.2 Okrajové podmienky použité pre jednotlivé výpočty

Jedným z cieľov riešenia bolo zistiť vplyv vlastnej frekvencie s rôznymi okrajovými podmienkami a to pre:

- voľne uložené obežné koleso
- obežné koleso viazané k základnému rámu na vzduchu
- obežné koleso viazané k základnému rámu vo vode

5.3 Modálna analýza pomocou výpočtového modelovania

V nasledujúcej kapitole sú prezentované výsledky modálnej analýzy pomocou výpočtového modelovania pre okrajové podmienky uvedené v kapitole 5.2.2 a rôzne typy prostredí. Pre lopatky č.1,2,3 je uvedených prvých 6 vlastných frekvencií a pre lopatku č.4 prvých 10 vlastných frekvencií. Pre výpočet bol vybraný riešič Block Lanczos.

5.3.1 Model materiálu

Obežné kolesá vírovej turbíny sú vyrobené z bronzu označeného CuSn8. V priebehu výpočtu nie je braný do úvahy vplyv teploty, predpokladáme malé deformácie a taktiež, že nenastane prekročenie medze klzu, preto nám pre výpočet postačujú materiálové charakteristiky získané z [10] popisujúce lineárnu oblasť (viz. Tab.5-3).

| | | |
|-----------------|-----------------------------------|------------------|
| Youngov modul | [Pa] | $115 \cdot 10^9$ |
| Poissonov pomer | [-] | 0,34 |
| Hustota | $[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$ | 8 800 |

Tab. 5-3 Materiálové vlastnosti

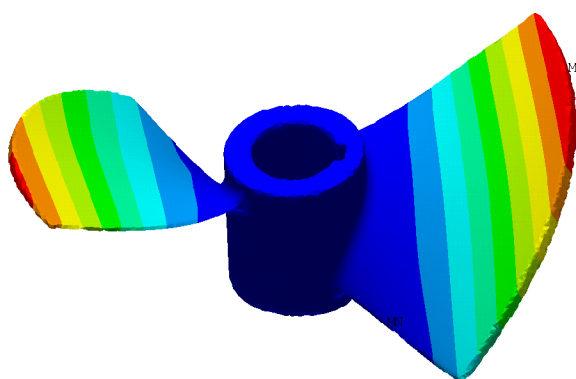
5.3.2 Stanovenie vlastných frekvencií a vlastných tvarov kmitu pre voľne uložené obežné kolesá v plynnom prostredí – vzduch

V tejto kapitole je vykreslený len prvý vlastný tvar kmitu, ktorý je väčšinou z hľadiska bezpečnosti prevádzky najnebezpečnejší, ostatné vlastné tvary sú vykreslené v prílohe tejto práce. V nasledovných tabuľkách je číslom 1. označovaná prvá nenulová vlastná frekvencia.

Lopatka č.1

| Tvar kmitu | Vlastná frekvencia [Hz] |
|------------|-------------------------|
| 1. | 656 |
| 2. | 835 |
| 3. | 1059 |
| 4. | 1517 |
| 5. | 1695 |
| 6. | 1771 |

Tab. 5-4 Vlastné frekvencie Lopatka č.1 - výpočet

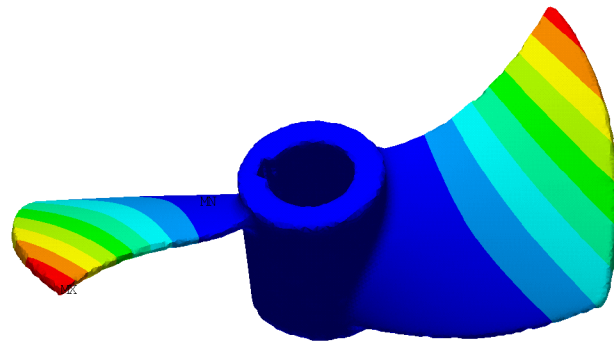


Obr. 5-5 Prvý vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{v1, L1} = 656 \text{ Hz}$

Lopatka č.2

| Tvar kmitu | Vlastná frekvencia [Hz] |
|------------|-------------------------|
| 1. | 662 |
| 2. | 846 |
| 3. | 1191 |
| 4. | 1290 |
| 5. | 2499 |
| 6. | 2681 |

Tab. 5-5 Vlastné frekvencie
Lopatka č.2 - výpočet

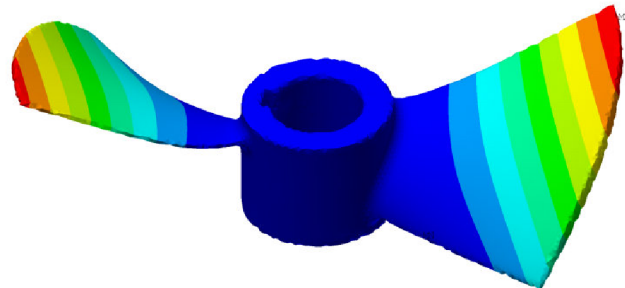


Obr. 5-6 Prvý vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{v1_L2}=662\text{Hz}$

Lopatka č.3

| Tvar kmitu | Vlastná frekvencia [Hz] |
|------------|-------------------------|
| 1. | 544 |
| 2. | 780 |
| 3. | 1010 |
| 4. | 1241 |
| 5. | 2281 |
| 6. | 2414 |

Tab. 5-6 Vlastné frekvencie
Lopatka č.3 - výpočet



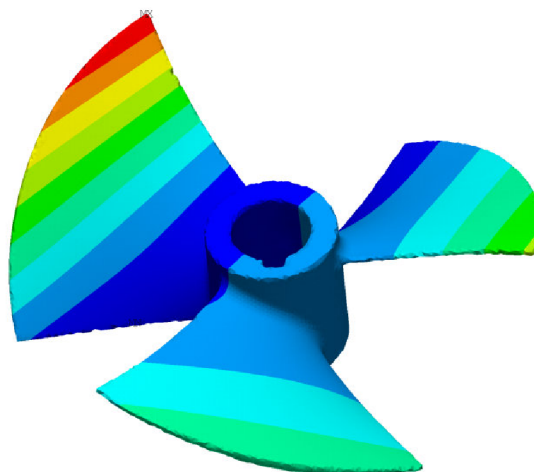
Obr. 5-7 Prvý vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{v1_L3}=544\text{Hz}$

Lopatka č.4

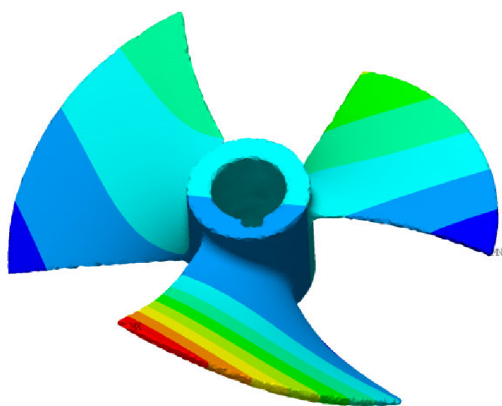
U obežného kola s tromi lopatkami sa druhá a tretia vlastná frekvencia veľmi blížia k prvej vlastnej frekvencii a na rozdiel od predchádzajúcich troch prípadov, každá lopatka kmitá svojou vlastnou frekvenciou. Toto môže byť spôsobené porušením symetrie modelu, napr. drážkou pre pero alebo nedokonalým naskenovaním obežného kola. Z tohto dôvodu boli uvedené prvé tri vlastné tvary s blížiacimi sa frekvenciami.

| Tvar kmitu | Vlastná frekvencia [Hz] |
|------------|-------------------------|
| 1. | 564 |
| 2. | 578 |
| 3. | 581 |
| 4. | 1047 |
| 5. | 1070 |
| 6. | 1080 |
| 7. | 1779 |
| 8. | 1801 |
| 9. | 1870 |
| 10. | 2447 |

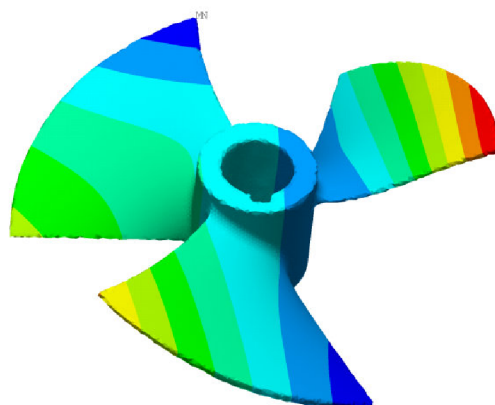
Tab. 5-7 Vlastné frekvencie Lopatka č.4 - výpočet



Obr. 5-8 Prvý vlastný kmitu tvar pre $\Omega_{v1_L4}=564\text{Hz}$



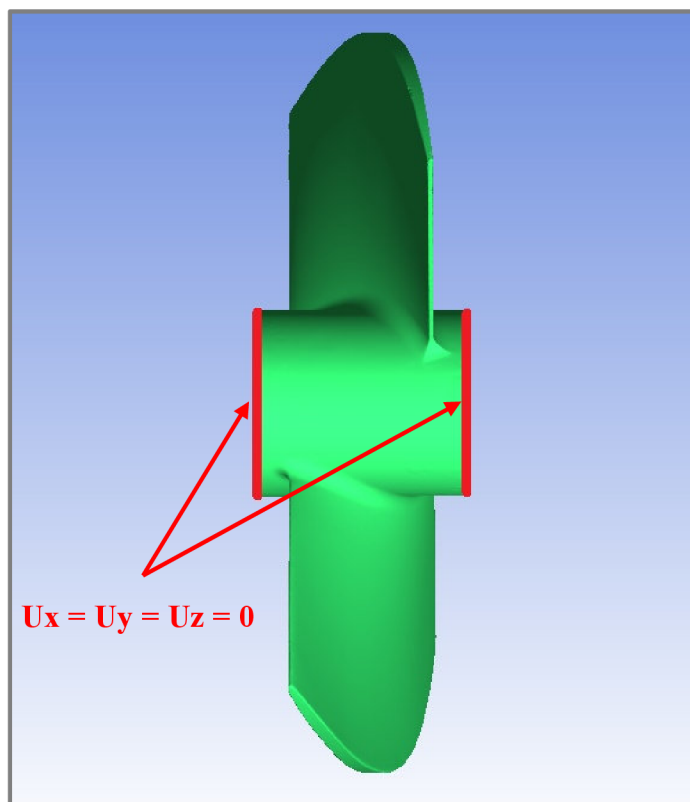
Obr. 5-9 Druhý vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{v2_L4}=578\text{Hz}$



Obr. 5-10 Tretí vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{v3_L4}=581\text{Hz}$

5.3.3 Stanovenie vlastných frekvencií pre obežné kolesá viazané k základnému rámu v plynnom prostredí -vzduch

Okrajové podmienky pre výpočet vlastných frekvencií boli zvolené tak, aby čo najlepšie simulovali podmienky pri experimente (viz. kapitola 6.2.3) a bolo možné výsledky porovnať. Túto okrajovú podmienku najlepšie vystihuje zamedzenie posuvov vo všetkých smeroch na ľavej a pravej ploche náboja obežného kolesa (viz. Obr.5-11)



Obr. 5-11 Okrajové podmienky pre výpočet vlastných frekvencií

Pre výpočet bol braný do úvahy model materiálu ako v predchádzajúcej kapitole (viz. Tab.5-3). V Tab.5-8 je uvedených prvých 5 vlastných frekvencií pre jednotlivé obežné kolesá získané výpočtovým modelovaním.

| Poradie vlastnej frekvencie | Frekvencia [Hz] | | | |
|-----------------------------|-----------------|-------------|-------------|-------------|
| | Lopatka č.1 | Lopatka č.2 | Lopatka č.3 | Lopatka č.4 |
| 1. | 680 | 732 | 583 | 598 |
| 2. | 985 | 1091 | 1015 | 1123 |
| 3. | 1603 | 2337 | 2051 | 1938 |
| 4. | 2015 | 3245 | 2549 | 2675 |
| 5. | 2971 | 3521 | 3313 | 2966 |

Tab. 5-8 Tabuľka vlastných frekvencií pre obežné kolesá viazané k základnému rámu v plynnom prostredí - vzduch

Ako môžeme vidieť v Tab.5-8 zamedzením posuvov na jednotlivých plochách došlo k vystuženiu obežného kola, čo spôsobilo zvýšenie vlastných frekvencií.

5.3.4 Stanovenie vlastných frekvencií pre obežné kolesá viazané k základnému rámu v kvapalnom prostredí - voda

Vo výpočtovom modelovaní môže experiment zastávať rôzne funkcie. V tejto kapitole bol experiment využitý podľa 3.bodu k získaniu vstupných údajov. Na rozdiel od tejto kapitoly, tak v kapitole 5.3.2 a 5.3.3 slúži experiment k overeniu výsledkov.

Úloha experimentu vo výpočtovom modelovaní: [2]

- 1) Tvorba podstatných veličín
- 2) Tvorba teórie
- 3) Určenie vstupných údajov do výpočtového modelovania
- 4) Verifikačná funkcia – overenie výsledkov

Pre výpočet vlastných frekvencií obežného kolesa ponoreného vo vode je potrebné získať prídavné hmotnosti. Tieto hmotnosti by boli následne predpísané na lopatkách obežného kolesa a nahradzovali by vplyv kvapaliny na vlastné frekvencie. Po konzultácii s prof. Ing. Františkom Pochylým, CSc. s Energetického ústavu, oboru fluidného inžinierstva, ktorý sa danou problematikou zaoberá bolo zistené, že tieto prídavné hmotnosti nie je možné získať mnou dostupným komerčným softwarom. Preto na energetickom ústave tieto hmotnosti počítajú pomocou vlastného naprogramovaného softwaru, ktorý je akousi nadstavbou komerčného softwaru. Problematika získania prídavných hmotností presahuje moje získané vedomosti a nie je náplňou tejto diplomovej práce, preto som sa rozhodol využiť výsledky získané pomocou experimentu (viz. kapitola 6.2.4) podľa bodu 3 k určeniu vstupných dát výpočtového modelu. Konkrétne zvýšením hustoty obežného kolesa. Týmto spôsobom som nahradil vplyv kvapaliny na hmotnosť obežných kolies. Hustota bola upravovaná tak, aby prvé dve vlastné frekvencie čo najpresnejšie odpovedali experimentálne získaným hodnotám. Pre výpočet boli použité rovnaké okrajové podmienky ako v kapitole 5.3.3. Takto získané vlastné frekvencie môžeme vidieť v Tab.5-9.

| Poradie vlastnej frekvencie | Frekvencia [Hz] | | | |
|-----------------------------|-----------------|-------------|-------------|-------------|
| | Lopatka č.1 | Lopatka č.2 | Lopatka č.3 | Lopatka č.4 |
| 1. | 530 | 560 | 480 | 474 |
| 2. | 754 | 935 | 777 | 726 |
| 3. | 1225 | 2002 | 1577 | 1359 |
| 4. | 1544 | 2779 | 1963 | 1604 |
| 5. | 2275 | 3014 | 3538 | 2351 |

Tab. 5-9 Tabuľka vlastných frekvencií pre obežné kolesá viazané k základnému rámu v kvapalnom prostredí - voda

Pretože rôzne obežné kolesá majú rôzny tvar a rôznu veľkosť lopatiek, bolo žiaduce použiť rôzne hustoty pre jednotlivé kolesá. Tieto hustoty a ich percentuálne navýšenie od pôvodnej hustoty $\rho = 8\,800\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ získanej z materiálového listu môžeme vidieť v Tab.5-10.

| Obežné kolesá | Hustota [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$] | Navýšenie hustoty [%] |
|---------------|---|-----------------------|
| Lopatka č.1 | 15150 | 172 |
| Lopatka č.2 | 12300 | 140 |
| Lopatka č.3 | 15000 | 170 |
| Lopatka č.4 | 14100 | 160 |

Tab. 5-10 Tabuľka zvýšených hustôt

V tejto kapitole bol realizovaný výpočet vlastných frekvencií a vlastných tvarov kmitu pre rôzne okrajové podmienky a rôzne prostredia. Zo základnej rovnice pre výpočet vlastnej frekvencie s jedným stupňom voľnosti (5.1) vyplýva, že

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5.1)$$

Rovnica (5.1) je odvodená pre jeden stupeň voľnosti, ale podobnú závislosť hmotnosti a tuhosti na vlastné frekvencie môžeme vypočítavať aj pre náš riešený problém a to, že pri zvýšení tuhosti sústavy zmenou okrajových podmienok, vlastná frekvencia narástla. Naopak pri uvažovaní vplyvu vody, čo sa prejaví v náraste hmotnosti vlastná frekvencia, klesá.

6. EXPERIMENTÁLNA MODÁLNA ANALÝZA

6.1 Význam a použitie experimentálnej modálnej analýzy

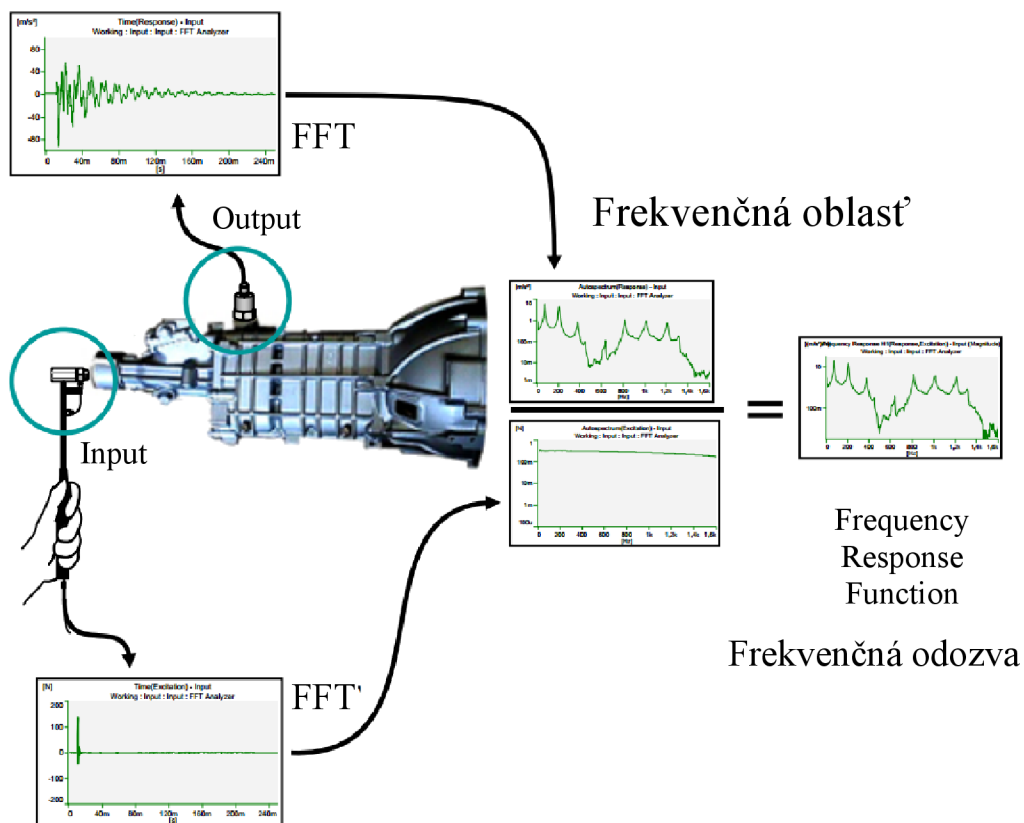
Pri experimentálnej modálnej analýze (ďalej len EMA) vyšetrujeme a meriame odozvu sústavy (v našom prípade obežného kolesa) na riadené budenie. Pre určenie vlastných tvarov je potrebné toto budenie uskutočňovať v zvolenej sieti bodov na povrchu konštrukcie (viz Obr.6-1). Z následne vyhodnotených frekvenčných prenosov medzi jednotlivými bodmi sa určujú vlastné frekvencie a vlastné tvary kmitu. Tieto vlastné tvary boli určené len v diskretizovanej geometrii v jednotlivých bodoch siete. Takže by sa dalo povedať, čím hustejšiu sieť vytvoríme tým presnejšie by mali byť výsledky vlastných tvarov kmitu, ale taktiež vyššia časová náročnosť ako na výpočet tak na získanie odozvy zo všetkých bodov siete.



Obr. 6-1 Sieť bodov pre EMA na Lopatke č.2

V jednotlivých bodoch siete budíme obežné koleso pomocou rázového kladivka, vibračnej stolice alebo iným zariadením s merateľným silovým účinkom.

Odozva na budenie je snímaná v tzv. referenčnom bode, kde je umiestnený snímač v našom prípade sa jedná o akcelerometer. Pre všetky štyri typy obežných kolies je referenčný bod vždy označený číslom 1. Získané signály zo snímača sily a snímača odozvy digitalizujeme, popřípade upravíme pomocou analyzátoru [4]. Takto získané dáta môžeme ďalej spracovávať v rôznych programoch, ktoré nám umožňujú vykreslenie a porovnanie Fourierovho obrazu a ďalšie analýzy. Schéma získavania signálu pomocou EMA môžeme vidieť na Obr.6-2.



Obr. 6-2 Ilustrácia priebehu EMA [11]

6.2 Experimentálna modálna analýza na obežných kolesách

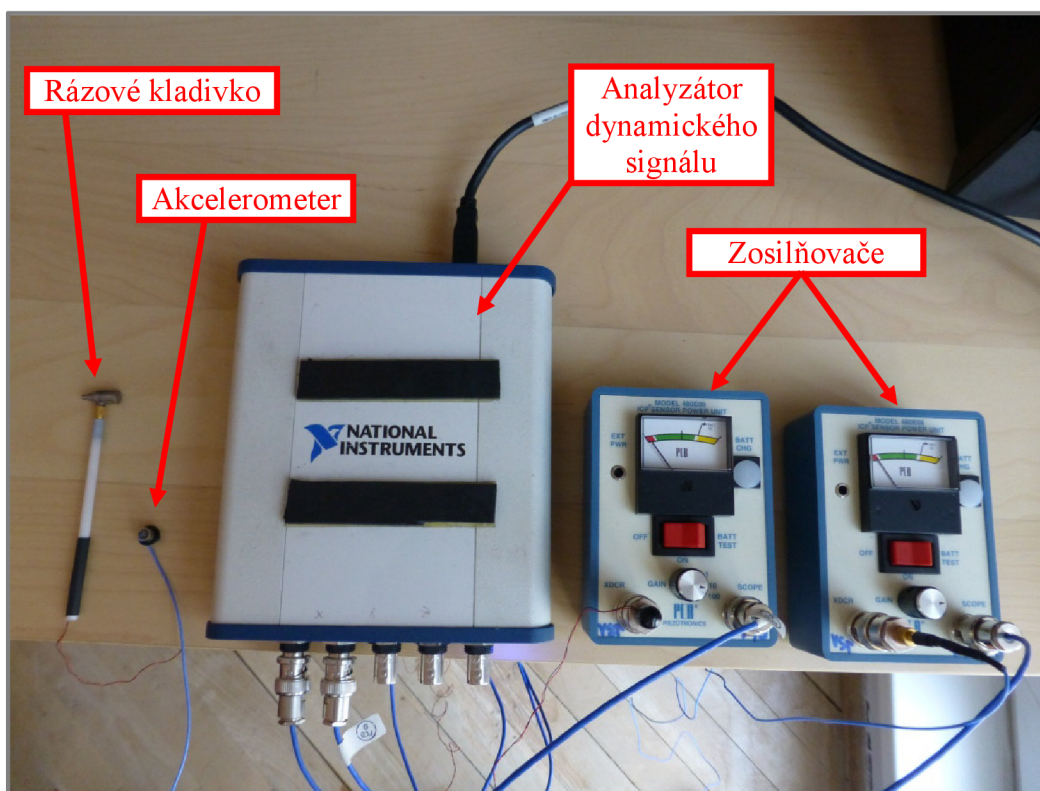
6.2.1 Použité zariadenia pre získanie a spracovanie signálu

V tejto kapitole predstavím použitý hardware (viz. Tab.6-1) a software, ktorý bol použitý pri experimente na obežných kolesách.

Hardware

| Meracie zariadenie | Výrobca | Použitie |
|--|----------------------|---|
| Akcelerometer | PCB Piezotronics | meranie signálu zrýchlenia |
| Rázové kladivko | PCB Piezotronics | vybudenie sústavy s merateľným silovým účinkom |
| Zosilňovače | PCB Piezotronics | zosilnenie vstupného elektrického signálu |
| 24-bitový analyzátor dynamického signálu | National Instruments | digitalizácia signálu umožňujúca 5-vstupných signálov |

Tab. 6-1 Hardware použitý pre experiment



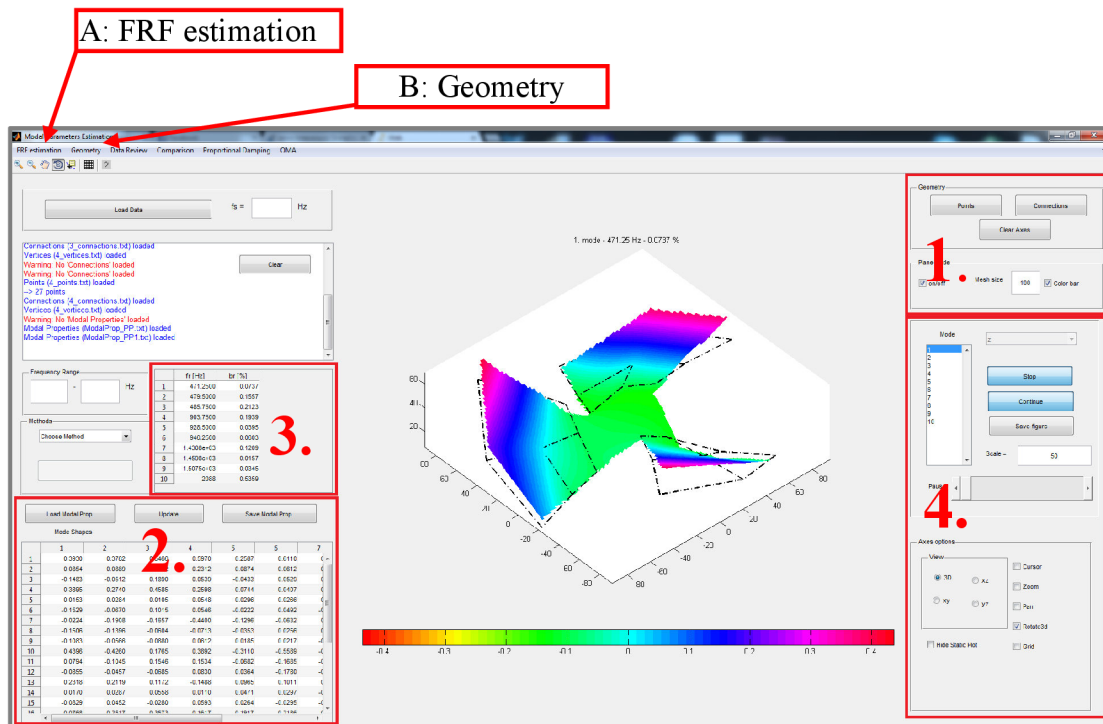
Obr. 6-3 Hardware použitý pre experiment

Software

Meranie, nastavenia rozsahov meracích zariadení, nastavenie vzorkovacej frekvencie a uloženie nameraných dát bolo realizované pomocou programu NI LabVIEW SignalExpres, ktorý je užívateľsky príjemný a pre naše meranie plne dostačujúci.

Následné spracovanie nameraných dát časovej odozvy na amplitúdo-frekvenčnú charakteristiku pomocou rýchlej Fourierovej transformácie (ďalej len FFT) bolo realizované pomocou programu Matlab. V [12] pomocou softwaru Matlab bola vytvorená aplikácia na získanie vlastných tvarov kmitov, koeficientov tlmenia atď. Ja tento program vo svojej diplomovej práci využívam najmä na už spomenuté získanie vlastných tvarov kmitu a koeficientov tlmenia. Jednotlivé metódy výpočtu koeficientov tlmenia, vlastných tvarov kmitu a ich grafické zobrazenie je popísané v [12].

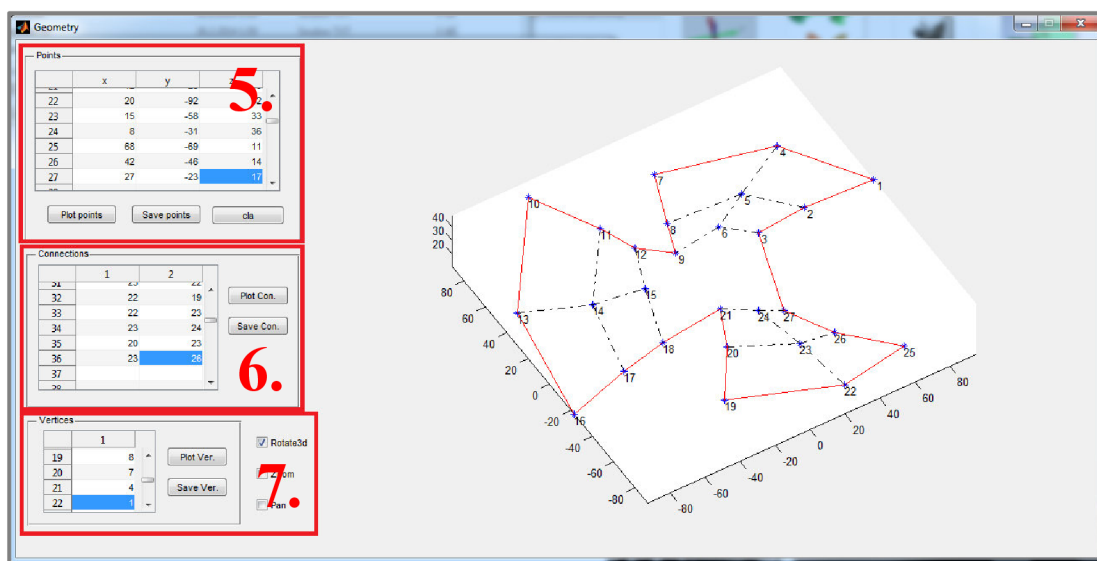
Na Obr.6-4, 6-5 a 6-6 sú zobrazené základné moduly použité pre potreby a riešenie v tejto diplomovej práci. V Tab.6-2, 6-3 a 6-4 je jednoduchý popis použitých funkcií. Zobrazené ukážky boli získané pri spracovávaní signálu z Lopatky č.4. Viac informácií a podrobný popis modulov je v [12].



Obr. 6-4 Hlavný modul aplikácie

| | | |
|------------------------------|----|---|
| Hlavné okno aplikácie | 1. | Načítanie siete pre zobrazenie vlastných tvarov kmitu |
| | 2. | Načítanie nájdených modálnych vlastností |
| | 3. | Zobrazenie vlastných frekvencií a pomerných útlmov pre jednotlivé tvary |
| | 4. | Ovládanie animácie pre jednotlivé tvary |

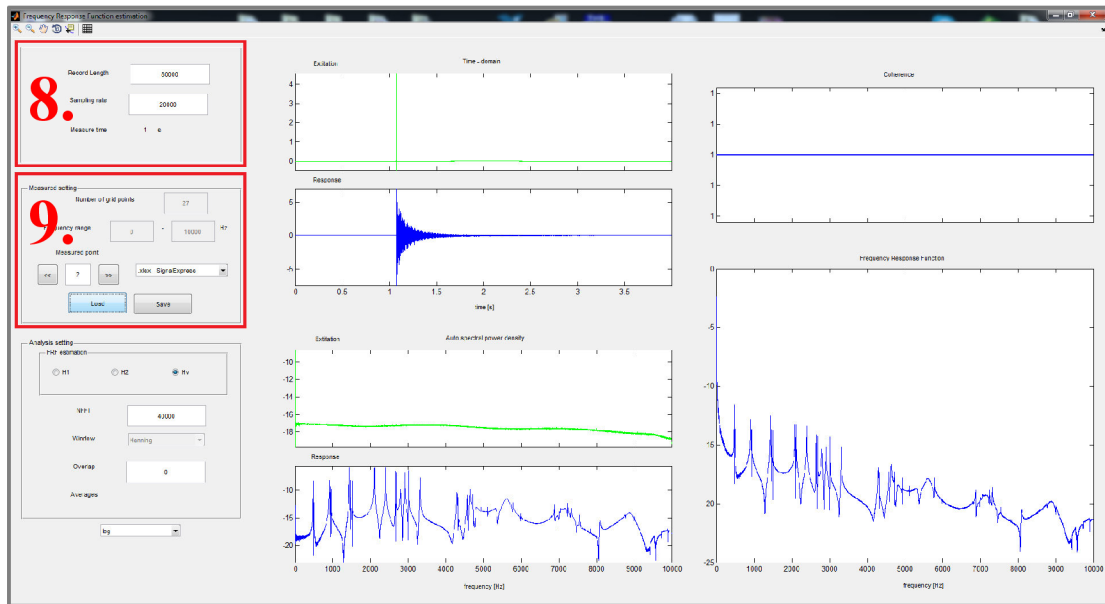
Tab. 6-2 Prehľad využitých funkcií hlavného modulu aplikácie



Obr. 6-5 B: Modul geometrie

| | | |
|-------------------------------|----|---|
| B: Modul geometrie | 5. | Zadanie súradníc jednotlivých bodov |
| | 6. | Prepojenia jednotlivých bodov, tvorba siete |
| | 7. | Určenie hraničných bodov, tvorba obrysu geometrie |

Tab. 6-3 Prehľad využitých funkcií modulu geometrie



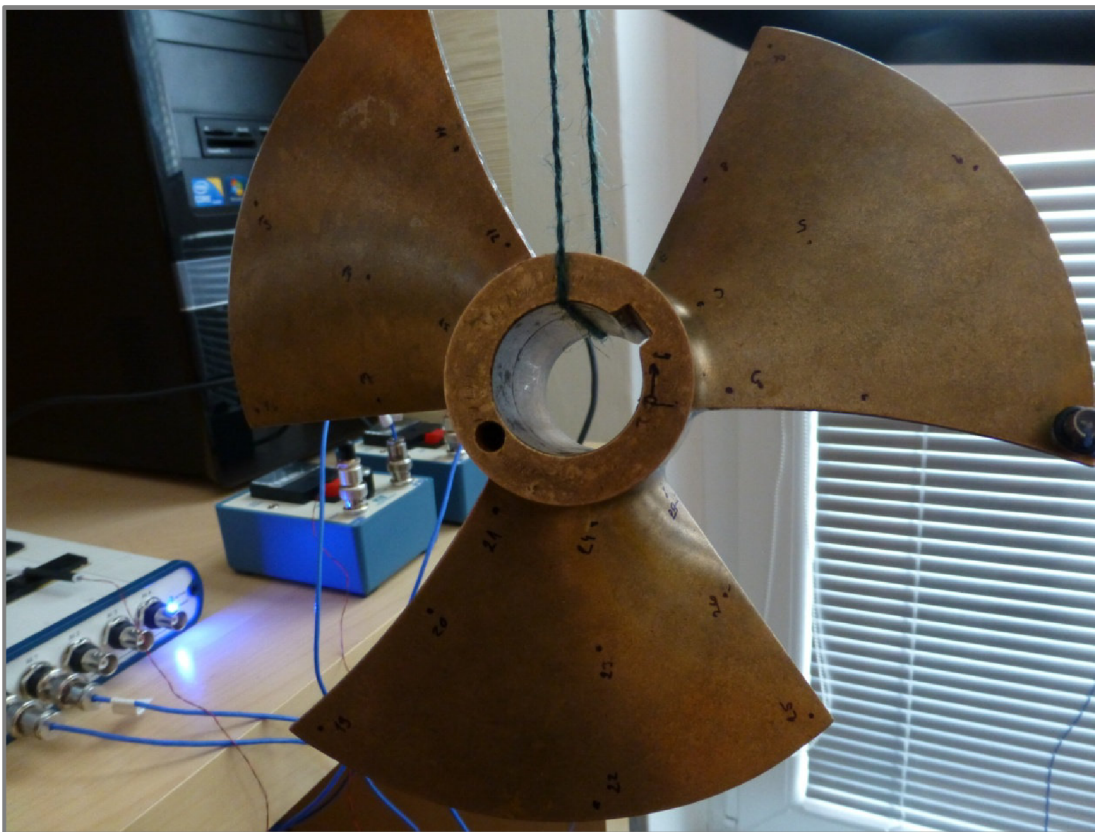
Obr. 6-6 A: Modul frekvenčnej odozvy

| | | |
|--|----|---|
| A: Modul frekvenčnej odozvy | 8. | Zadanie dĺžky meraného signálu a vzorkovacej frekvencie |
| | 9. | Zadanie počtu bodov siete a frekvenčného rozsahu, načítanie zmeraného signálu |

Tab. 6-4 Prehľad využitých funkcií modulu frekvenčnej odozvy

6.2.2 Vlastné frekvencie a vlastné tvary kmitu získané EMA voľne uložených obežných kolies v plynnom prostredí - vzduch

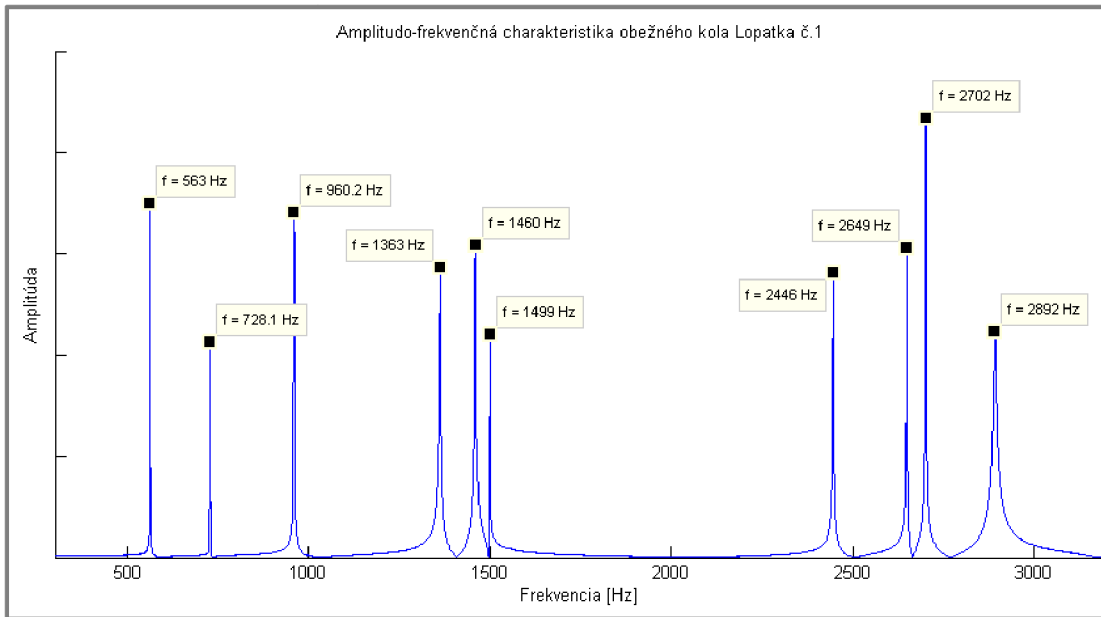
Popis vybudenia obežného kolesa a snímanie záznamu je už popísané v kapitole 6.1. V tejto kapitole sú prezentované výsledky získané EMA voľne uloženého obežného kolesa. Pri experimente nie je možné, tak ako pri výpočte dosiahnuť absolútne voľné uloženie, preto sa pri EMA využíva veľmi pružná podložka, napríklad z molitanu alebo zavesenie na lane. Pre môj experiment bolo zvolené zavesenie na lane (viz. Obr.6-7) Takto realizované uloženie považujeme za voľné, ak najvyššia vlastná frekvencia módu tuhého telesa je menšia ako 10% najnižšej deformačnej vlastnej frekvencie. Pri splnení tohto požiadavku je ovplyvnenie deformačnej vlastnej frekvencie zanedbateľné [13].



Obr. 6-7 Voľné uloženie pri experimente

Na Obr. 6-8, 6-10, 6-12 a 6-14 je zobrazená amplitúdo-frekvenčná charakteristika pre prvých šesť vlastných frekvencií, získaná pomocou FFT z nameraného signálu. Signál odozvy bol meraný vždy v bode č.1 pomocou akcelerometra a obežné kolesá boli budené v zvolenom bode pomocou rázového kladivka. V Tab.6-5, 6-6, 6-7 a 6-8 sú uvedené vlastné frekvencie získané pomocou EMA pre jednotlivé obežné kolesá a ich hodnoty sú porovnané s výsledkami získanými pomocou výpočtového modelovania v kapitole 7.1. Ďalej je na Obr.6-9, 6-11, 6-13 je vykreslený prvý vlastný tvar kmitu pre jednotlivé obežné kolesá a na Obr.6-15, 6-16 a 6-17 prvé tri vlastné tvary kmitu pre obežné koleso Lopatka č.4.

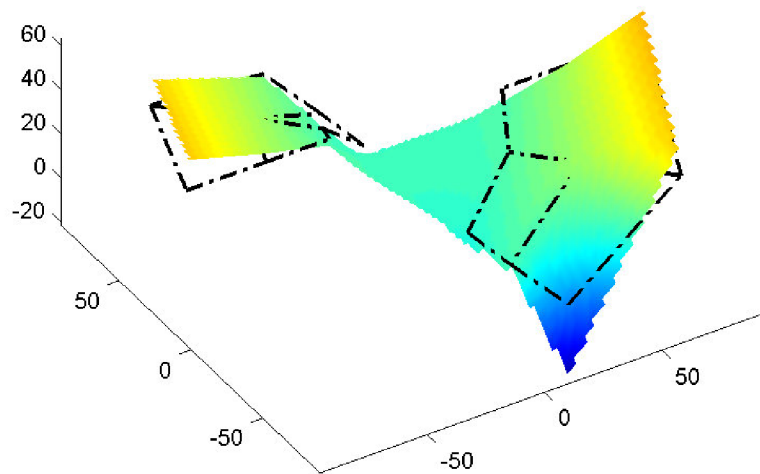
Lopatka č.1



Obr. 6-8 Amplitúdo-frekvenčná charakteristika obežného kola Lopatka č.1

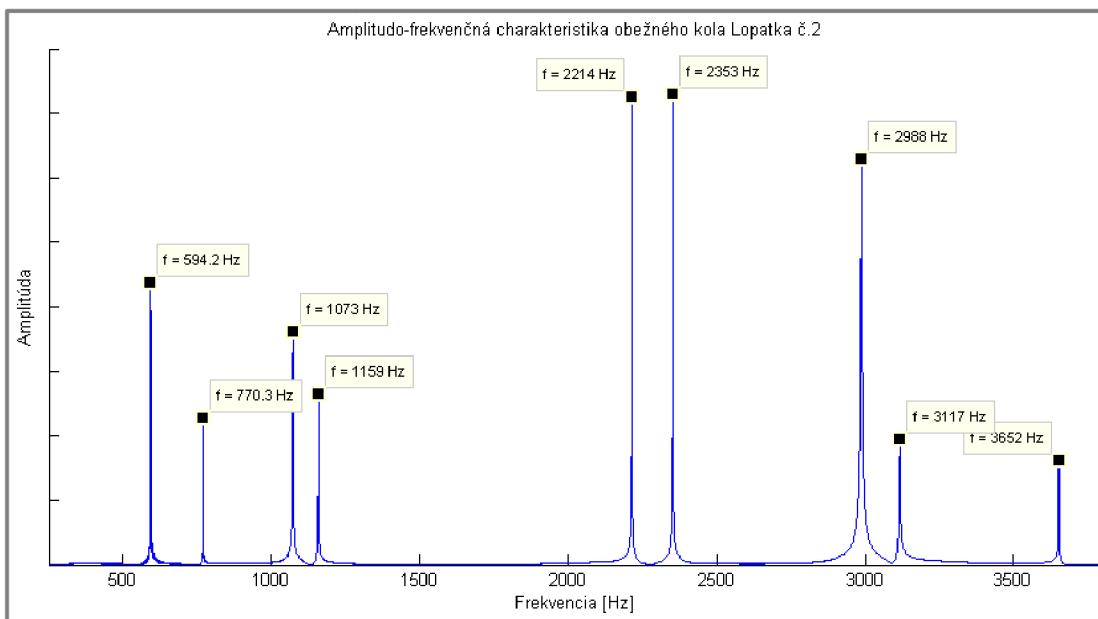
| Tvar kmitu | Vlastná frekvencia [Hz] |
|------------|-------------------------|
| 1. | 563 |
| 2. | 728 |
| 3. | 960 |
| 4. | 1363 |
| 5. | 1460 |
| 6. | 1499 |

Tab. 6-5 Vlastné frekvencie Lopatka č.1 - experiment



Obr. 6-9 Prvý vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{el_L1}=563\text{Hz}$

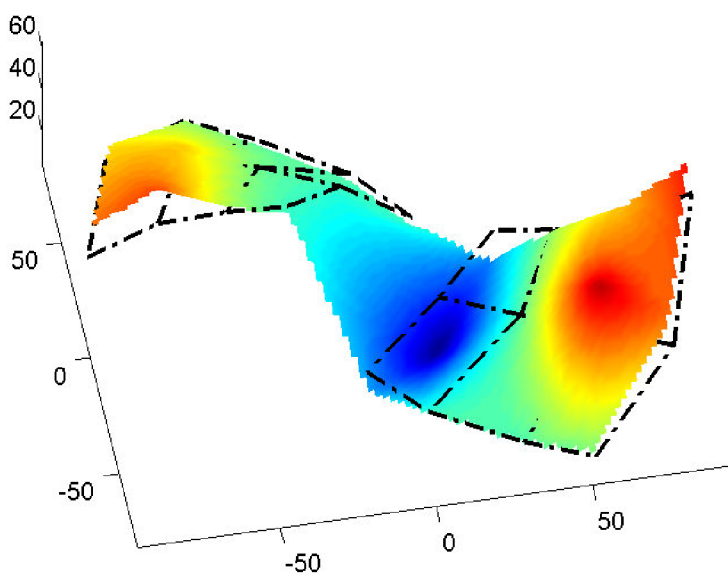
Lopatka č.2



Obr. 6-10 Amplitúdo-frekvenčná charakteristika obežného kola Lopatka č.2

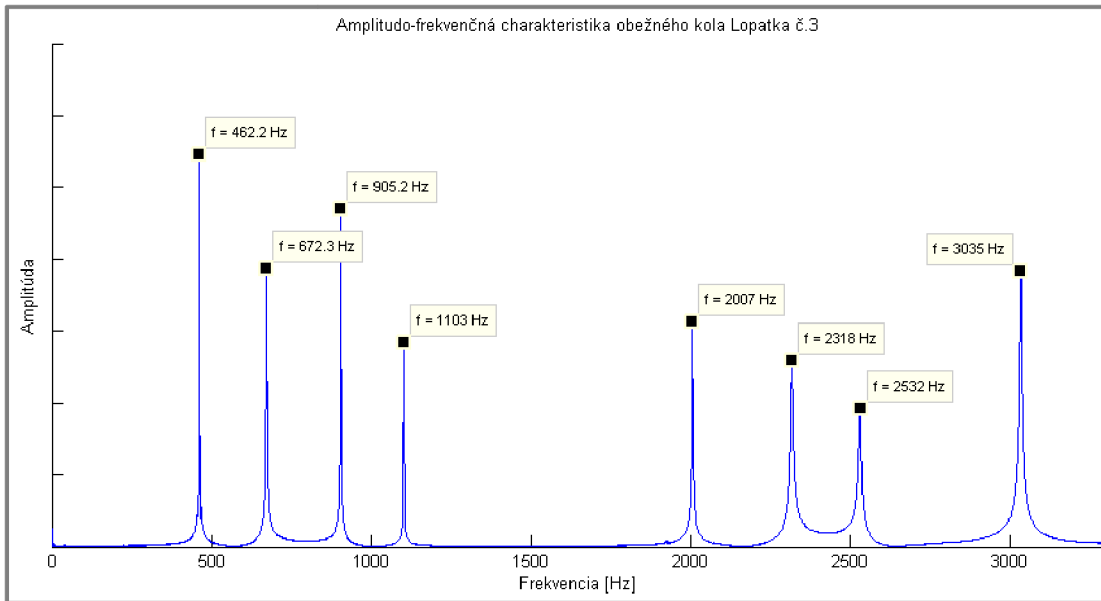
| Tvar kmitu | Vlastná frekvencia [Hz] |
|------------|-------------------------|
| 1. | 594 |
| 2. | 770 |
| 3. | 1073 |
| 4. | 1159 |
| 5. | 2214 |
| 6. | 2353 |

Tab. 6-6 Vlastné frekvencie Lopatka č.2 - experiment



Obr. 6-11 Prvý vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{e1_L2}=594\text{Hz}$

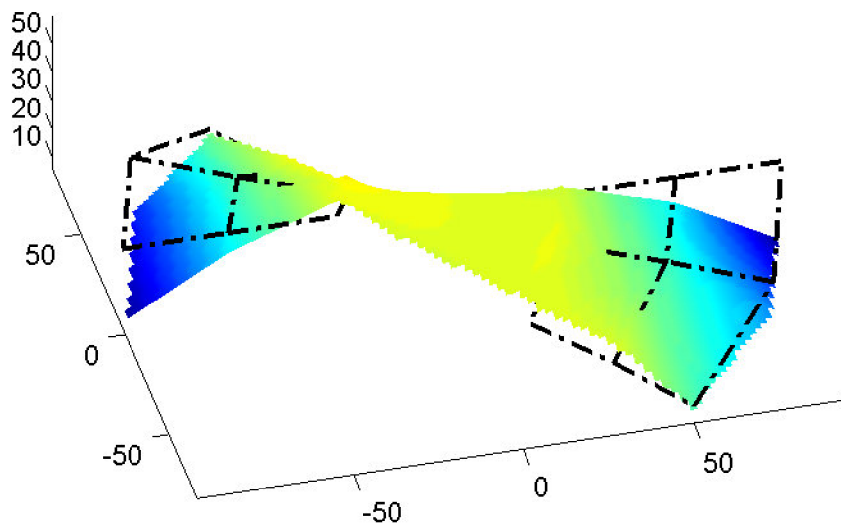
Lopatka č.3



Obr. 6-12 Amplitúdo-frekvenčná charakteristika obežného kolesa Lopatka č.3

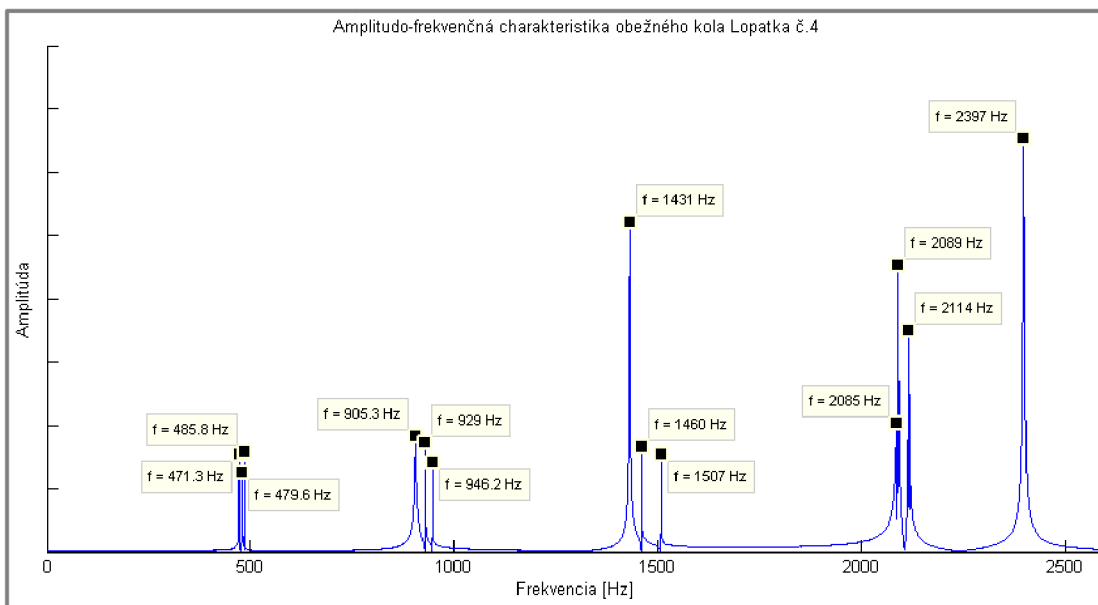
| Tvar kmitu | Vlastná frekvencia [Hz] |
|------------|-------------------------|
| 1. | 462 |
| 2. | 672 |
| 3. | 905 |
| 4. | 1103 |
| 5. | 2007 |
| 6. | 2318 |

Tab. 6-7 Vlastné frekvencie Lopatka č.3 - experiment



Obr. 6-13 Prvý vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{e1_L3}=462\text{Hz}$

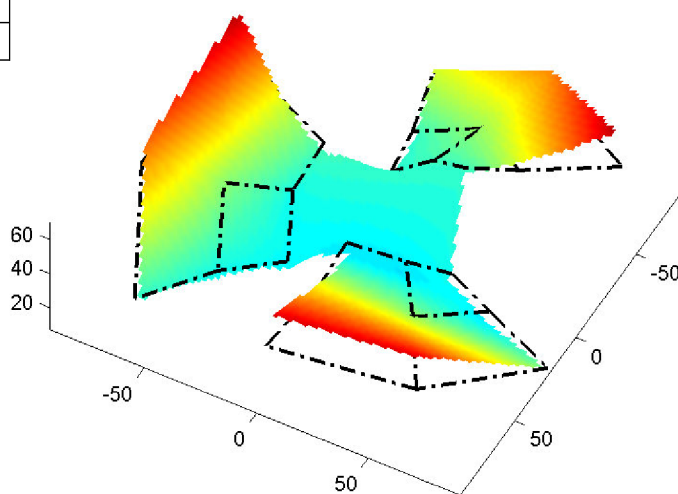
Lopatka č.4



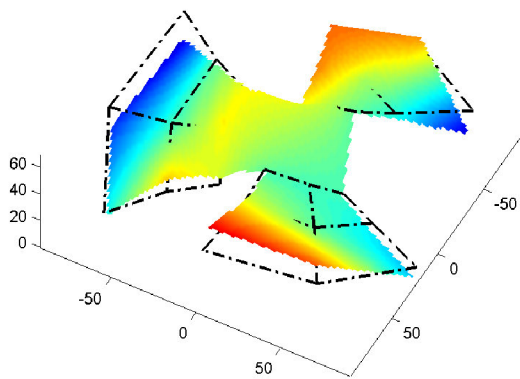
Obr. 6-14 Amplitúdo-frekvenčná charakteristika obežného kola Lopatka č.4

| Tvar kmitu | Vlastná frekvencia [Hz] |
|------------|-------------------------|
| 1. | 471 |
| 2. | 480 |
| 3. | 486 |
| 4. | 905 |
| 5. | 929 |
| 6. | 946 |
| 7. | 1431 |
| 8. | 1460 |
| 9. | 1507 |
| 10. | 2089 |

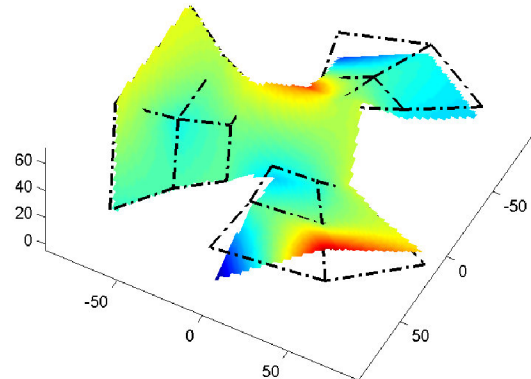
Tab. 6-8 Vlastné frekvencie Lopatka č.4 - experiment



Obr. 6-15 Prvý vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{e1_L4}=471\text{Hz}$



Obr. 6-16 Druhý vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{e2_L4}=480\text{Hz}$



Obr. 6-17 Tretí vlastný tvar kmitu pre $\Omega_{e3_L4}=486\text{Hz}$

Rovnako ako pri výpočtovom modelovaní boli pre Lopatku č.4 vykreslené prvé tri vlastné tvary kmitu, pretože sa ich frekvencie k sebe blížila.

Pre jednotlivé lopatky nebola zvolená rovnaká hustota bodov. V týchto bodoch boli obežné kolesá budené a zo snímanej odozvy boli počítané jednotlivé vlastné tvary. Z tohto dôvodu bolo pre lopatky s komplikovanejšou geometriou potrebné urobiť hustejšiu sieť bodov, napríklad u Lopatky č.2. Počet bodov jednotlivých sietí je uvedený v Tab.6-9.

| Typ obežného kolesa | Počet bodov na lopatke | Celkový počet bodov na obežnom kolese |
|---------------------|------------------------|---------------------------------------|
| Lopatka č.1 | 9 | 18 |
| Lopatka č.2 | 12 | 24 |
| Lopatka č.3 | 9 | 18 |
| Lopatka č.4 | 9 | 27 |

Tab. 6-9 Hustota siete pre jednotlivé obežné kolesá

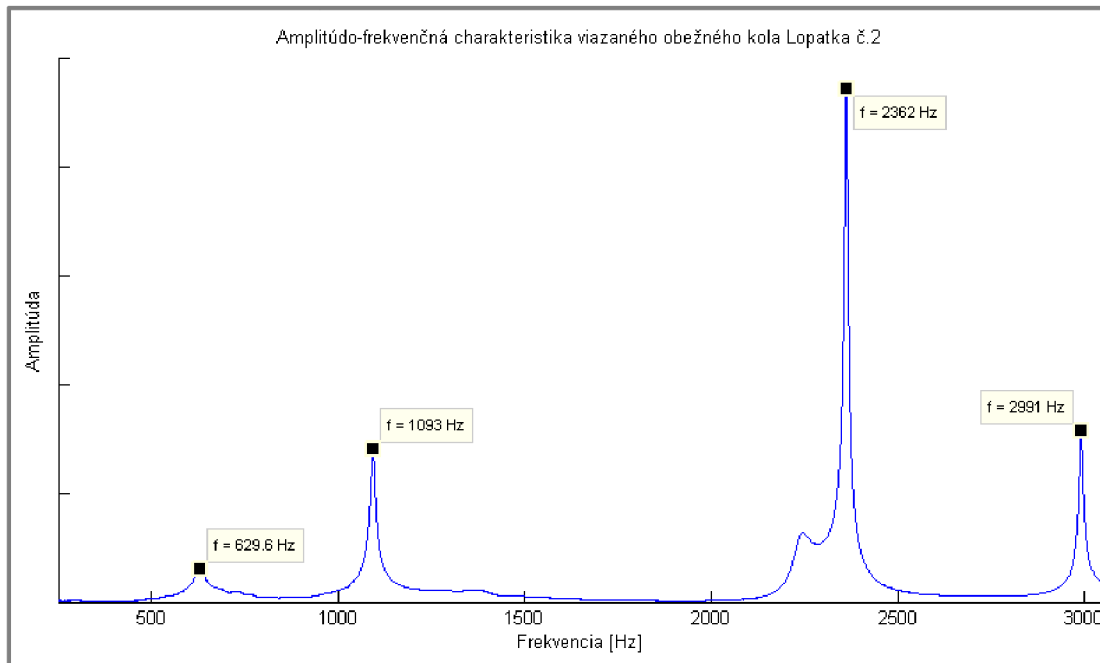
6.2.3 Vlastné frekvencie získané EMA pre obežné kolesá viazané k základnému rámu v plynnom prostredí - vzduch

Obežné koleso bolo viazané k základnému rámu pomocou svorky a prípravku vyrobeného pre tento experiment. Obežné koleso bolo umiestnené v nádobe (viz. Obr.6-18), aby bolo možné s rovnakými okrajovými podmienkami sledovať zmenu vlastných frekvencií v kvapalnom prostredí (vo vode). Tento prípad je popísaný v kapitole 6.2.4.



Obr. 6-18 Obežné koleso viazané k základnému rámu pri experimente

V Tab.6-10 sú hodnoty vlastných frekvencií z amplitúdo-frekvenčnej charakteristiky nameraného signálu (pre ukážku len z Lopatky č.2 viz. Obr.6-19). Porovnaním z výsledkami v Tab.6-6 je zrejmé, že opäť došlo k vystuženiu celej sústavy a nárastu vlastných frekvencií. Toto vystuženie sa prejavuje najmä u vyšších frekvencií.



Obr. 6-19 Amplitúdo-frekvenčná charakteristika viazaného obežného kola Lopatka č.2

Z dôvodu zašumeného signálu vo vyšších frekvenciách približne nad 3000Hz a tým pádom k nepresnému zisteniu vlastných frekvencií uvádzam len prvé štyri frekvencie, ktoré sú dostačujúce z hľadiska analýzy pri prevádzke a takisto aj pre porovnanie s vlastnými frekvenciami obežného kola v kvapalnom prostredí.

| Poradie vlastnej frekvencie | Frekvencia [Hz] | | | |
|-----------------------------|-----------------|-------------|-------------|-------------|
| | Lopatka č.1 | Lopatka č.2 | Lopatka č.3 | Lopatka č.4 |
| 1. | 585 | 630 | 543 | 495 |
| 2. | 953 | 1093 | 911 | 909 |
| 3. | 1452 | 2362 | 1932 | 1431 |
| 4. | 2651 | 2991 | 2010 | 2264 |

Tab. 6-10 Vlastné frekvencie obežného kola viazaného k základnému rámu v plynnom prostredí - vzduch

6.2.4 Vlastné frekvencie získané EMA pre obežné kolesá viazané k základnému rámu v kvapalnom prostredí - voda

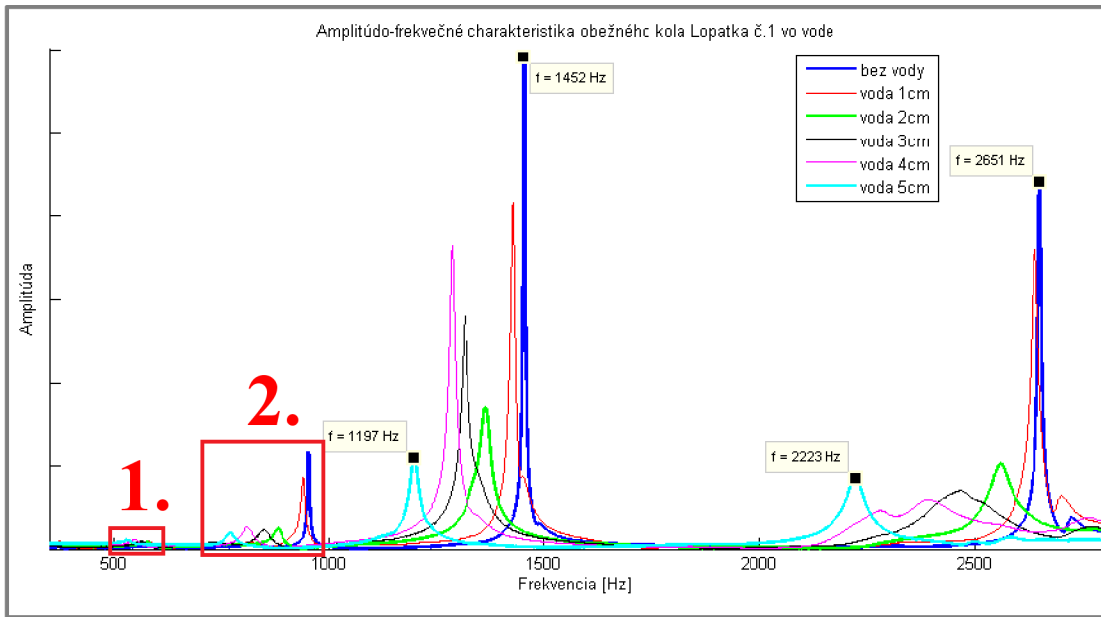
Veľkosť vplyvu kvapalného prostredia na vlastnú frekvenciu bola zisťovaná v rôznych úrovniach výšky hladiny. Všetky obežné kolesá boli zalievané vodou po 1 cm až do takmer celkom ponoreného kolesa tak, aby ostalo miesto pre akcelerometer a pre budenie (viz. Obr.6-20).

Okrajové podmienky zostali nezmenené, tak ako v predchádzajúcej kapitole 6.2.3. Budenie bolo uskutočnené v mieste, kde som nepredpokladal výskyt uzlovej čiary pri prvých vlastných tvaroch kmitu, tak aby nenastal prípad, že niektorá z frekvencií nebude vybudená. Toto miesto som určil v blízkosti referenčného bodu, kde bol umiestnený akcelerometer z dôvodu, že toto miesto je takmer najvyššie pri nami zvolenom uchytení obežného kolesa a taktiež z analýzy predošlých výsledkov výpočtovým modelovaním.

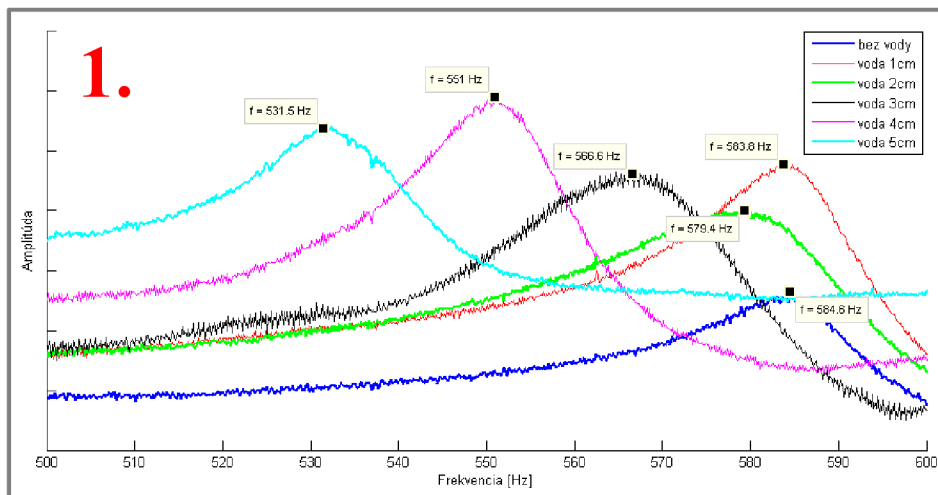
Pretože vplyv kvapaliny na vlastné frekvencie vykazuje takmer rovnaký priebeh u všetkých obežných kolies je amplitúdo-frekvenčná charakteristika vykreslená len pre obežné kolo Lopatka č.1.



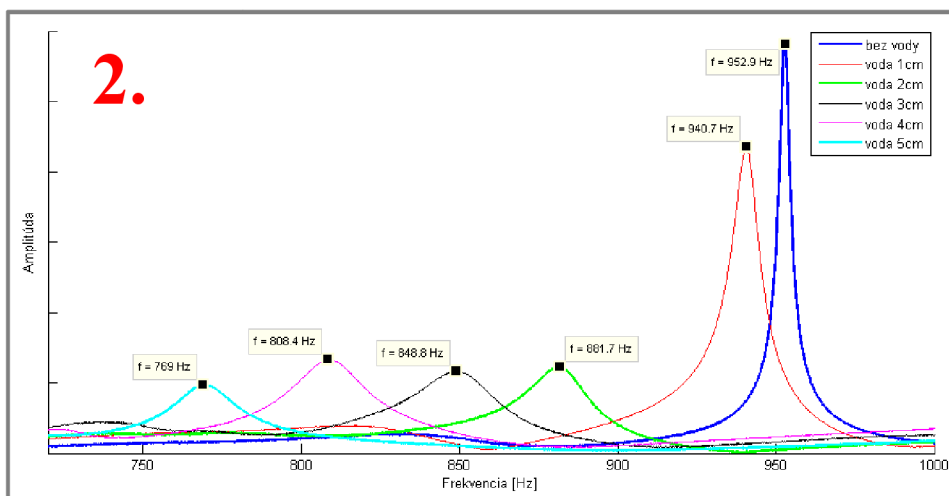
Obr. 6-20 Obežné koleso maximálne ponorené vo vode



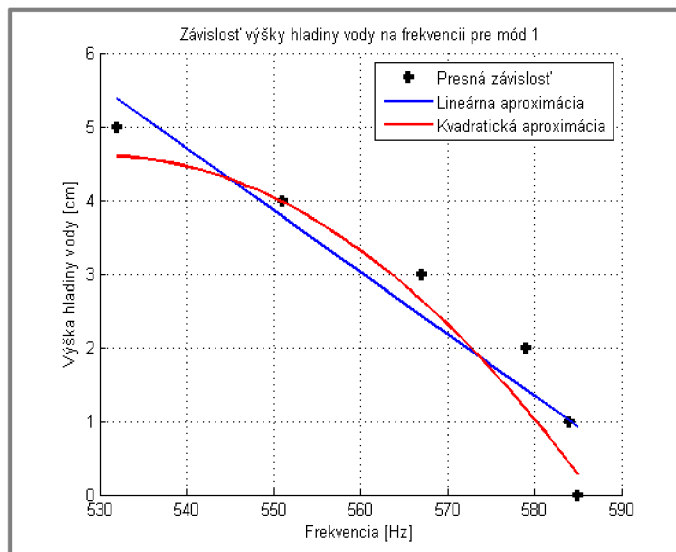
Obr. 6-21 Amplitúdo-frekvenčná charakteristika obežného kola Lopatka č.1 vo vode



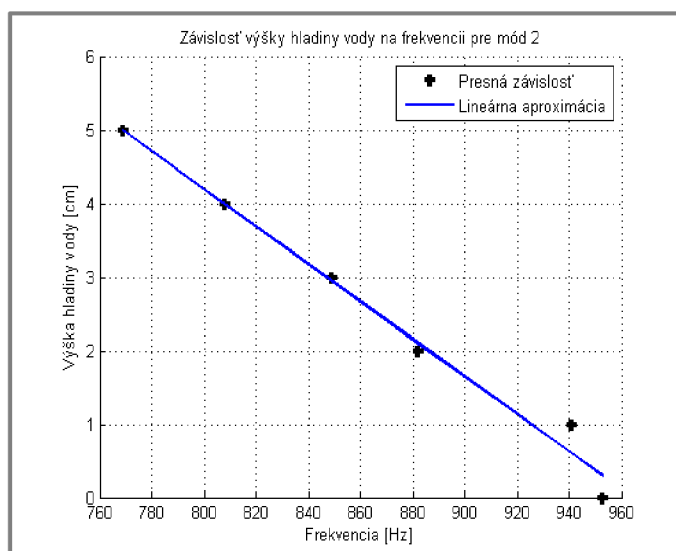
Obr. 6-22 Pokles frekvencie vplyvom vody na 1. tvare kmitu



Obr. 6-23 Pokles frekvencie vplyvom vody na 2. tvare kmitu



Obr. 6-24 Závislosť výšky hladiny vody na frekvencii pre 1. mód Lopatky č.1



Obr. 6-25 Závislosť výšky hladiny vody na frekvencii pre 2. mód Lopatky č.1

Ako je zrejmé z predchádzajúcich Obr.6-24 a 6-25 vplyv kvapalného prostredia na vlastné frekvencie je významný. Frekvencie poklesli o 10% pre 1.mód a o 20% pre 2.mód zo svojej pôvodnej hodnoty. Na Obr.6-24 a 6-25 je taktiež vidieť, že závislosť výšky hladiny vody a frekvencie nie je pre prvé dva vlastné tvary rovnaká. Zatiaľ, čo pre 2.mód je závislosť takmer lineárna, tak pre 1.mód má skôr kvadratický charakter. Podobné výsledky závislostí boli zistené pri všetkých štyroch obežných kolesách.

V nasledujúcej Tab.6-11 budú uvedené hodnoty vlastných frekvencií pre prvé štyri vlastné tvary s maximálnou výškou hladiny len s nezaliatou plochou pre akcelerometer a miesto budenia obežného kolesa viz. Obr.6-20.

| Poradie vlastnej frekvencie | Frekvencia [Hz] | | | |
|-----------------------------|-----------------|-------------|-------------|-------------|
| | Lopatka č.1 | Lopatka č.2 | Lopatka č.3 | Lopatka č.4 |
| 1. | 532 | 564 | 486 | 472 |
| 2. | 769 | 956 | 758 | 725 |
| 3. | 1197 | 2042 | 1674 | 1181 |
| 4. | 2223 | 2751 | 1763 | 2029 |

Tab. 6-11 Vlastné frekvencie obežného kolesa viazaného k základnému rámu v kvapalnom prostredí - voda

6.2.5 Koeficienty tlmenia určené pomocou experimentu

Z nameraných experimentálnych dát bola určená hodnota pomerného útlmu pre každý získaný vlastný tvar kmitu pomocou metódy Peak – picking alebo taktiež nazývaný Half power bandwidth. Tieto metódy využívajú šírku pásma, ktorá je určená v lineárnej mierke pre amplitúdu zníženú o 3dB, čo odpovedá

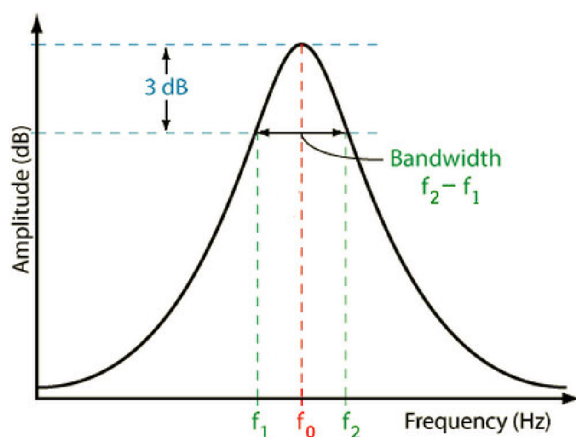
hodnote $\frac{A}{\sqrt{2}}$ [14].

Pomerný útlm b_p vypočítame pomocou rovnice (6.1).

$$b_p = \frac{1}{2} \frac{\Delta f}{f_0} = \frac{1}{2} \frac{f_2 - f_1}{f_0} \quad (6.1)$$

kde: f_0 – vlastná frekvencia

f_1, f_2 – frekvencie získané pomocou nominálnej šírky pásma



Obr. 6-26 Určenie nominálnej šírky pásma

Metóda určenia pomerného útlmu je dôkladnejšie vysvetlená v [15]. Výsledky jednotlivých pomerných útlmov sú vykreslené v prílohe pri jednotlivých vlastných tvaroch. Pomerný útlm nepresiahol ani v jednom zo získaných výsledkov hodnotu $b_p = 1\%$. Z toho vyplýva, že ovplyvnenie netlmenej frekvencie ω_0 podľa vzťahu (6.2) je menšie ako 0,5% preto je toto tlmenie nepodstatné z hľadiska riešeného problému.

$$\omega_{tl} = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - b_p^2} \quad (6.2)$$

V Tab. 6-12 sú určené proporcionálne konštanty tlmenia, kde konštrukčné tlmenie označujeme α a materiálové tlmenie β . Tieto konštanty je možné využiť pre dynamické analýzy vo výpočtovom modelovaní. Konštanty α a β boli vypočítané pomocou sústavy algebraických rovníc (6.3) vždy z analyzovaného počtu vlastných tvarov a k nim prislúchajúcim pomerným útlmom.

$$\begin{bmatrix} 1 & & & \\ \frac{1}{\Omega_1} & \Omega_1 & & \\ \vdots & \vdots & & \\ 1 & & & \\ \frac{1}{\Omega_n} & & \Omega_n & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2b_{p1} \\ \vdots \\ 2b_{pn} \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

| Typ obežného kola | α | β |
|-------------------|----------|----------------------|
| Lopatka č.1 | 3,5 | $1,69 \cdot 10^{-7}$ |
| Lopatka č.2 | 4,51 | $4,72 \cdot 10^{-7}$ |
| Lopatka č.3 | 3,32 | $8,3 \cdot 10^{-8}$ |
| Lopatka č.4 | 3,39 | $3,57 \cdot 10^{-7}$ |

Tab. 6-12 Tabuľka proporcionálnych konštant tlmenia

7. POROVNANIE VÝSLEDKOV ZÍSKANÝCH VÝPOČTOM A EXPERIMENTOM

V tejto kapitole sú jednotlivé získané výsledky porovnané a prípadné rozdiely vysvetlené.

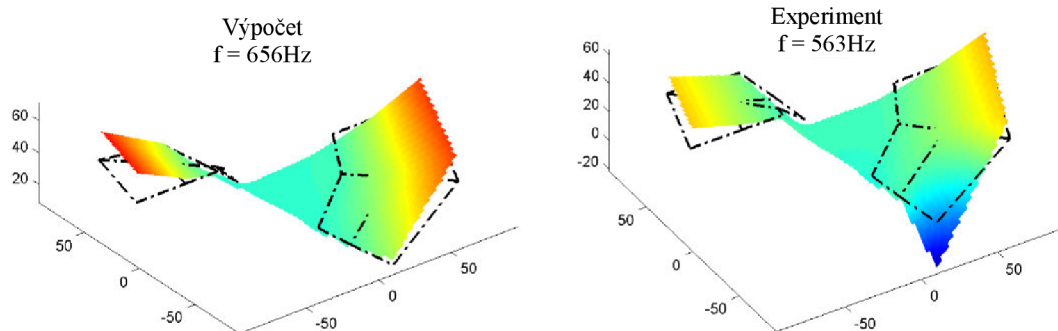
7.1 Porovnanie výsledkov vlastných frekvencií a tvarov kmitu pre voľne uložené obežné kolesá vo vzduchu

Aby bolo možné lepšie porovnať výsledky získané výpočtom a experimentom je vhodné jednotlivé tvary vykresľovať na jednej a tej istej sieti. Z tohto dôvodu boli vyexportované posuvy pre jednotlivé vlastné tvary z programu Ansys. Posuvy boli následne vykreslené v rovnakom programe ako dáta získané experimentálne. Opäť je v tejto kapitole vykreslený len prvý vlastný tvar pre každé obežné koleso (s výnimkou Lopatky č.4) a vlastné frekvencie porovnané v Tab.7-1.

| Poradie vlastnej frekvencie. | Frekvencia [Hz] | | | | | | | |
|------------------------------------|-----------------|------|-------------|------|-------------|------|-------------|------|
| | Lopatka č.1 | | Lopatka č.2 | | Lopatka č.3 | | Lopatka č.4 | |
| | Výp. | Exp. | Výp. | Exp. | Výp. | Exp. | Výp. | Exp. |
| 1. | 656 | 563 | 662 | 594 | 544 | 462 | 564 | 471 |
| 2. | 835 | 728 | 846 | 770 | 780 | 672 | 578 | 480 |
| 3. | 1059 | 960 | 1191 | 1073 | 1010 | 905 | 581 | 486 |
| 4. | 1517 | 1363 | 1290 | 1159 | 1241 | 1103 | 1047 | 905 |
| 5. | 1695 | 1460 | 2499 | 2214 | 2281 | 2007 | 1070 | 929 |
| 6. | 1771 | 1499 | 2681 | 2353 | 2414 | 2318 | 1080 | 946 |
| 7. | 2775 | 2446 | - | - | - | - | 1779 | 1431 |
| 8. | - | - | - | - | - | - | 1801 | 1460 |
| 9. | - | - | - | - | - | - | 1870 | 1507 |
| 10. | - | - | - | - | - | - | 2447 | 2089 |

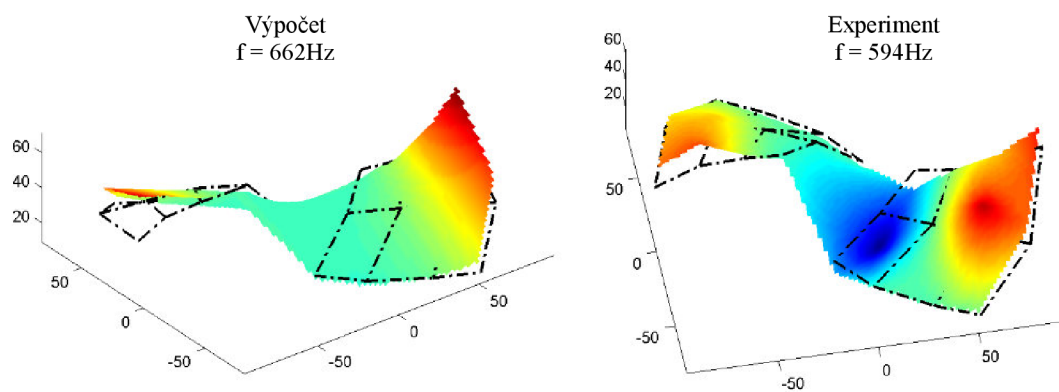
Tab. 7-1 Porovnanie vlastných frekvencií pre voľne uložené obežné koleso

Lopatka č.1



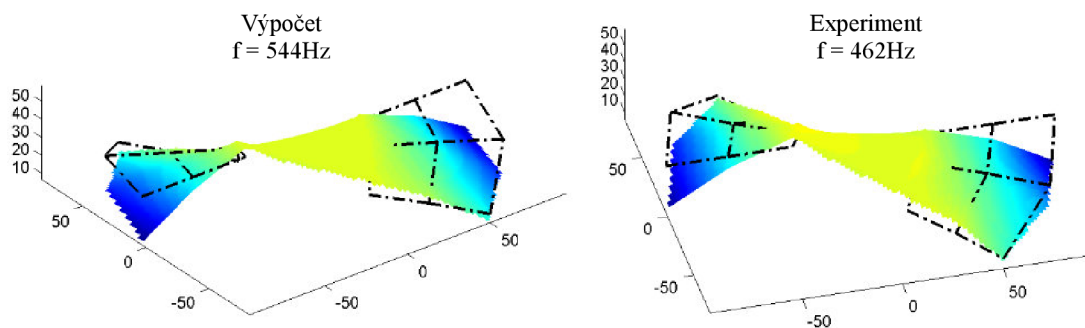
Obr. 7-1 Porovnanie prvého vlastného tvaru kmitu pre Lopatku č.1

Lopatka č.2



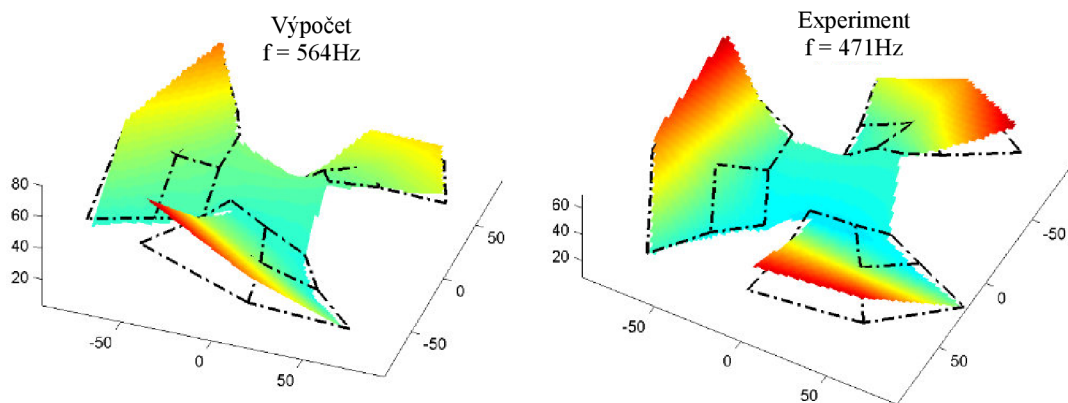
Obr. 7-2 Porovnanie prvého vlastného tvaru kmitu pre Lopatku č.2

Lopatka č.3

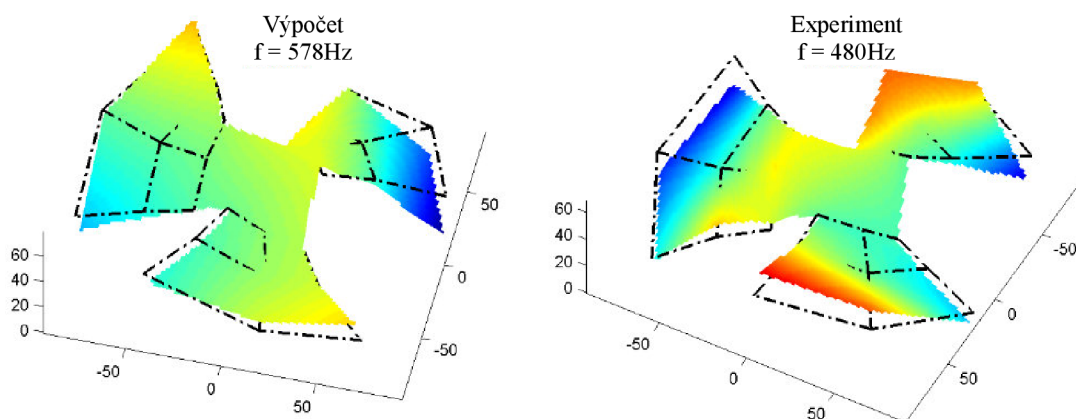


Obr. 7-3 Porovnanie prvého vlastného tvaru kmitu pre Lopatku č.3

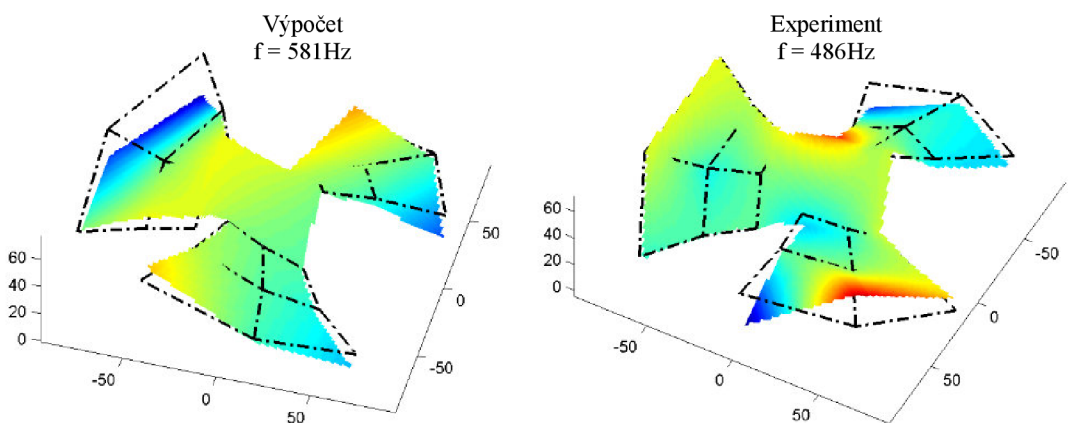
Lopatka č.4



Obr. 7-4 Porovnanie prvého vlastného tvaru kmitu pre Lopatku č.4



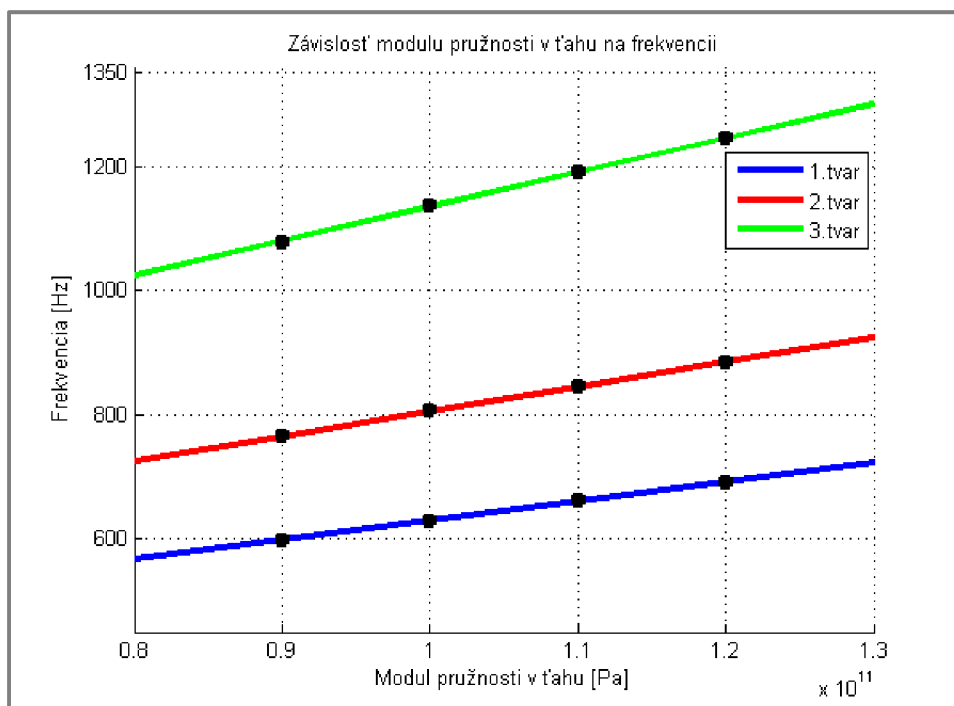
Obr. 7-5 Porovnanie druhého vlastného tvaru kmitu pre Lopatku č.4



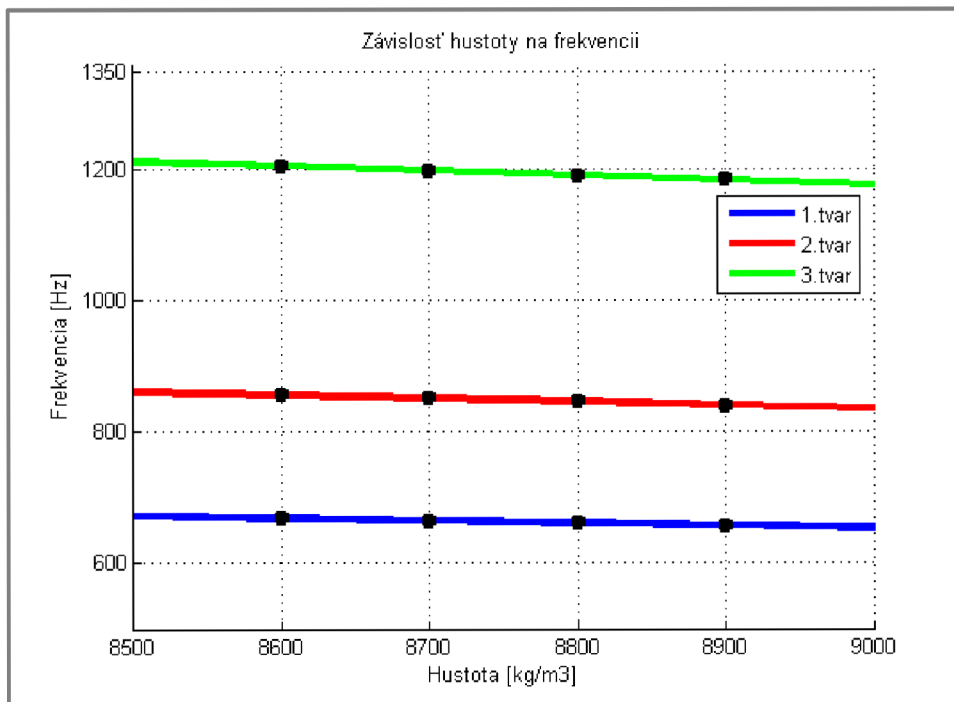
Obr. 7-6 Porovnanie tretieho vlastného tvaru kmitu pre Lopatku č.4

Ako môžeme vidieť na predchádzajúcich obrázkoch jednotlivé vlastné tvary kmitu získané výpočtom a experimentom sa takmer zhodujú.

Z Tab.7-1 je zrejme, že frekvencie už nedosahujú takú dobrú zhodu ako tvary kmitu. Pri nižších frekvenciách je rozdiel medzi experimentom a výpočtom okolo 100Hz, vo vyšších frekvenciách tento rozdiel ešte narastá. Treba ale dodať, že obežné kolesá použité pre účely tejto diplomovej práce už boli niekoľkokrát v prevádzke. Preto vlastné frekvencie získané experimentom môžu byť ovplyvnené degradáciou materiálu alebo zbytkovým napätím po prevádzke. Takisto materiál použitý na výrobu obežných kolies má z dohľadaných materiálových listov veľký rozptyl hodnôt. Pre modul pružnosti v ťahu $E = 1,02 \cdot 10^{11} \text{Pa}$ až $1,18 \cdot 10^{11} \text{Pa}$ a pre hustotu $\rho = 8700 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ až $8850 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Závislosť frekvencie na module pružnosti je na Obr.7-7 a závislosť hustoty na Obr.7-8. V tejto práci som použil materiálové charakteristiky (viz.Tab.5-3), ktoré boli doporučené Energetickým ústavom. Svoju rolu môže taktiež zohrať kvalita modelu v stl-formáte získaného reverzným inžinierstvom.



Obr. 7-7 Závislosť modulu pružnosti na frekvencii pre $\rho = 8800 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$



Obr. 7-8 Závislosť modulu pružnosti na frekvencii pre $E = 1,15 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$

Z Obr.7-7 a 7-8 je zrejmé, že voľba hustoty nemá príliš veľký vplyv na hodnotu vlastnej frekvencie, na rozdiel od modulu pružnosti, ktorý frekvenciu mení podstatne. Obidve závislosti sú lineárne. Pokiaľ došlo počas prevádzky k degradácii materiálu a poklesu jeho modulu pružnosti, tak sa dá očakávať aj pokles vlastných frekvencií.

7.2 Porovnanie výsledkov vlastných frekvencií pre obežné kolesá viazané k základnému rámu vo vzduchu

Prvým a zároveň najväčším problémom sú okrajové podmienky. Nasimulovať a predpísať okrajové podmienky vo výpočte tak, aby odpovedali experimentu je takmer nemožné (mimo voľné uloženie). Zamedzenie posuvov vo výpočte na vyznačených plochách obežného kolesa (viz. Obr.5-11) najviac vyhovuje okrajovým podmienkam pri experimente (viz. Obr.6-18). Porovnanie vlastných frekvencií jednotlivých obežných kolies je uvedené v Tab.7-2. Miesta označené pomlčkou sú vlastné frekvencie, ktoré sa nepodarilo experimentálne vybudit' alebo miesta s frekvenciou mimo vyhodnocovaný interval.

| Poradie vlastnej frekvencie. | Frekvencia [Hz] | | | | | | | |
|------------------------------|-----------------|------|-------------|------|-------------|------|-------------|------|
| | Lopatka č.1 | | Lopatka č.2 | | Lopatka č.3 | | Lopatka č.4 | |
| | Výp. | Exp. | Výp. | Exp. | Výp. | Exp. | Výp. | Exp. |
| 1. | 680 | 585 | 732 | 630 | 583 | 543 | 598 | 495 |
| 2. | 985 | 953 | 1091 | 1093 | 1015 | 911 | 1123 | 909 |
| 3. | 1603 | 1452 | 2337 | 2362 | 2051 | 1932 | 1938 | 1431 |
| 4. | 2015 | - | 3245 | 2991 | 2549 | 2010 | 2675 | 2264 |
| 5. | 2970 | 2651 | - | - | - | - | - | - |

Tab. 7-2 Porovnanie vlastných frekvencií pre obežné kolesá viazané k základnému rámu na vzduchu

V Tab.7-2 je vidieť, že prvá vlastná frekvencia má podobný priebeh rozdielov ako voľne uložené obežné kolesá, čiže je nižšia približne o 100Hz. Ostatné vlastné frekvencie sa už, ale odlišujú, čo môže byť spôsobené práve okrajovými podmienkami. Tak ako bolo vyššie uvedené, práve toto nepresné simulovanie okrajových podmienok vo výpočte môže spôsobovať rozdiel frekvencií tak ako aj rozdiel priebehov uvádzaných v kap.7-1. Samozrejme spojené s problémami, ktoré sú rozoberané práve v kap.7-1.

7.3 Porovnanie výsledkov vlastných frekvencií pre obežné kolesá viazané k základnému rámu vo vode

Takisto ako v kap.7-2 tak aj v tejto kapitole sú problémom okrajové podmienky, ale na rozdiel od prechádzajúcej kapitoly, kde mal experiment verifikačný charakter, tak v tejto kapitole sú experimentálne výsledky použité ako vstupy a to tak, že bola hustota materiálu iteračne prispôsobovaná tak dlho, pokiaľ sa nezhodovala prvá frekvencia výpočtu s experimentom.

V Tab.7-3 sú uvedené rozdiely vlastných frekvencií obežných kolies ponorených vo vode. Miesta označené pomlčkou sú vlastné frekvencie, ktoré sa nepodarilo experimentálne vybudíť alebo miesta s frekvenciou mimo vyhodnocovaný interval.

| Poradie vlastnej frekvencie. | Frekvencia [Hz] | | | | | | | |
|------------------------------|-----------------|------|-------------|------|-------------|------|-------------|------|
| | Lopatka č.1 | | Lopatka č.2 | | Lopatka č.3 | | Lopatka č.4 | |
| | Výp. | Exp. | Výp. | Exp. | Výp. | Exp. | Výp. | Exp. |
| 1. | 530 | 532 | 560 | 564 | 480 | 486 | 474 | 472 |
| 2. | 754 | 769 | 935 | 956 | 777 | 758 | 726 | 725 |
| 3. | 1225 | 1197 | 2002 | 2042 | 1577 | 1674 | 1309 | 1181 |
| 4. | 1544 | - | 2779 | 2751 | 1963 | 1763 | 1604 | - |
| 5. | 2275 | 2223 | - | - | - | - | 2351 | 2029 |

Tab. 7-3 Porovnanie vlastných frekvencií pre obežné kolesá viazané k základnému rámu vo vode

V tomto prípade, kedy bola vlastná frekvencia zmenou hustoty materiálu modelu prispôbovaná k experimentu boli potlačené všetky predošlé rozdiely. Tieto rozdiely mohli byť spôsobené zmenou vlastností materiálu vplyvom prevádzky, okrajovými podmienkami, atď (uvedené v kap.7-1). Ale čo môžeme vyčítať z hodnôt v Tab.7-3 je , že pokiaľ sú k dispozícii dáta z experimentu je možné výpočet pomocou hustoty naladiť tak, aby vlastné frekvencie takmer odpovedali realite, čo sa ukázalo najmä u Lopatky č.1 a u Lopatky č.2, kde aj keď bola naladená len hodnota prvej vlastnej frekvencie, tak aj ostatné frekvencie dosahujú dobrú zhodu.

8. ZÁVER

Cieľom diplomovej práce bolo porovnanie modálnych vlastností obežných kolies vírovej turbíny získaných výpočtovým modelovaním a experimentálnou modálnou analýzou. Modálne vlastnosti boli zisťované pre štyri typy obežných kolies s rôznym počtom a rôznou geometriou lopatiek. Takisto bol vyhodnotený vplyv rôznych okrajových podmienok a vplyv rôznych prostredí na zmenu vlastných frekvencií.

Začiatok tejto práce bol venovaný krátkemu rešeršnému prehľadu prác zaoberajúcich sa podobnou problematikou. Následne v teórii dynamiky boli odvodené základné rovnice pre tlmenú a netlmenú sústavu s jedným stupňom voľnosti. Ďalej sa práca venuje prvému čiastočnému cieľu, ktorým bolo vytvorenie geometrie obežného kolesa. Táto geometria bola získaná pomocou reverzného inžinierstva, nasledovne bola upravovaná v softwaroch GOM Inspect a Catia tak, aby bolo možné čo najjednoduchšie vytvoriť konečno-prvkovú sieť. Súradnicový systém bol natočený tak, aby bolo možné vyexportovať posuvy z programu Ansys v rovnakých bodoch, v ktorých boli obežné kolesá budené pri experimente.

Uskutočnený výpočet vlastných frekvencií pre voľne uložené obežné koleso a koleso viazané k základnému rámu potvrdil predpoklad, že voľne uložené obežné koleso dosahuje nižších frekvencií. Upevnením kolesa k rámu došlo k jeho vystuženiu a tým pádom k nárastu vlastnej frekvencie. Vystuženie spôsobené väzbou potvrdila aj experimentálna modálna analýza. Avšak hodnoty vlastných frekvencií získané experimentálnou modálnou analýzou sa oproti vlastným frekvenciám z výpočtu líšia o 20% na prvom tvare kmitu a nezhodujú sa ani u ďalších. Tento rozdiel mohol nastať vplyvom zmeny materiálových vlastností z dôvodu opotrebenia (degradácie) materiálu pri prevádzke, vplyvom tolerancie modulu pružnosti a hustoty pri výrobe zliatiny bronzu, pri viazanom obežnom kole vplyvom nepresnej simulácie okrajových podmienok alebo nekvalitnou digitalizovanou geometriou. Tieto výsledky preukázali akú dôležitú úlohu zastáva experiment pri riešení problémov.

V tretej časti práce bolo zisťované aký vplyv má okolité prostredie, v našom prípade vzduch a voda, na vlastné frekvencie. Pri experimente bolo obežné koleso

pevne spojené so stolom pomocou vyrobeného prípravku a svorky. Tieto okrajové podmienky som simuloval vo výpočte zamedzením posuvov na vybraných plochách náboja obežného kolesa vyznačených na Obr.5-11.

Na začiatku práce bola určená metóda, ktorá nahradzuje vo výpočtovom modelovaní vplyv kvapaliny pomocou prídavných hmotností, pretože metóda využívajúca akustické prvky bola už použitá v predchádzajúcej diplomovej práci a to v [5]. Ako sa neskôr ukázalo, využitie tejto metódy vyžaduje značné vedomosti v oblasti hydromechaniky a taktiež požiadavky na software s pohyblivou sieťou. Z týchto dôvodov som pristúpil k variantu, kde bol upravovaný výpočet pomocou hustoty, ktorá nahradila prídavnú hmotnosť. Hustota vo výpočte bola upravená tak, aby prvá vlastná frekvencia výpočtu bola zhodná s prvou vlastnou frekvenciou získanou experimentálne. Z porovnania výsledkov vyplýva, že kvapalné prostredie vlastnú frekvenciu znižuje a to asi na 90% hodnoty vlastnej frekvencie v plynnom prostredí. Naladené výsledky pomocou zvýšenia hustoty len na prvú vlastnú frekvenciu najmä u Lopatky č.1 a Lopatky č.2 dobre popisujú aj ostatné analyzované vlastné frekvencie. Preto by mohol byť tento variant využitý pre rýchly hrubý odhad vlastnej frekvencie objektov s podobnou geometriou v kvapalnom prostredí. Pre ďalšie práce zaoberajúce sa vplyvom kvapalného prostredia na vlastné frekvencie, by som odporučil skôr metódu využívajúcu akustické prvky.

Na záver ostáva len skonštatovať, že všetky vopred zadané ciele boli splnené.

9. ZOZNAM POUŽITÝCH ZDROJOV

- [1] *Vírová turbína s diskovým motorem* [online]. [cit. 2014-04-23]. Dostupné z: <http://www.ceskatelevize.cz/zpravodajstvi-brno/zpravy/154394-konstrukterum-turbin-se-v-brne-dari/>
- [2] JANÍČEK, Přemysl. *Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky. Hledání souvislostí I*, Akademické nakladatelství CERM, Brno 2007, ISBN 80-7204-555-6.
- [3] TŮMA, Jiří. *Zpracování signálů získaných z mechanických systémů užitím FFT*. Praha: Sdělovací technika, 1997, 174 s. ISBN 80-901-9361-7.
- [4] MILÁČEK, Stanislav. *Modální analýza mechanických kmitů*. Vyd. 1. Praha: ČVUT, 1992. 154 s. ISBN 80-010-0872-X.
- [5] SALAJKA, V.: *Analýza konstrukcí v interakci s kapalinou*. Habilitační práce, VUT v Brně, 2006
- [6] CHLUD, Michal. *Dynamické vlastnosti rotoru kmitajícího v tekutině*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2010. 56 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Eduard Malenovský, DrSc.
- [7] TOMOMICHI NAKAMURA [and six OTHERS],. *Flow-induced vibrations: classifications and lessons from practical experiences*. 2nd edition. Amsterdam: Academic Press, 2013. ISBN 978-008-0983-479.
- [8] CONCA, C., OSSES, A., PLANCHARD, J. *Added mass and damping in fluid-structure interaction*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 1997, vol. 146, 3-4, s. 387-405. DOI: 10.1016/S0045- 7825(96)01246-7.

- [9] BI, Shusheng, Jun REN, Wei WANG a Guanghua ZONG. *Elimination of transducer mass loading effects in shaker modal testing*. Mechanical Systems and Signal Processing. 2013, vol. 38, issue 2, s. 265-275.
DOI: 10.1016/j.ymssp.2013.02.010.
- [10] KEMPER. *Materiálová charakteristika bronzu CuSn8* [online].
[cit. 2014-04-23]. Dostupné z: <http://www.kemper-olpe.de/cz/oblasti-cinnosti/pasy/material/bronz/cusn8/?L=/proc/self/environ>
- [11] TŮMA, Jiří. *Experimentální modální analýza* [online]. [cit. 2014-04-06].
Dostupné
z: http://www.kme.zcu.cz/jkana/soubory/Tuma_Modalni_analyza_mereni.pdf
- [12] ONDRA, Václav. *Creation of modal parameter estimation application for experimental modal analysis*: master's thesis. Brno: Brno University of Technology, Faculty of Mechanical Engineering, Institute of Solid Mechanics, Mechatronics and Biomechanics, 2014. 119 p. Supervised by Ing. Petr Lošák, Ph.D.
- [13] BILOŠOVÁ, Alena. *Experimentální modální analýza* [online].
[cit. 2014-04-09]. Dostupné z:
http://www.337.vsb.cz/materialy/experimentalni_modalni_analyza/EMA_skripta.pdf
- [14] MALENOVSKÝ, Eduard. *Počítačové metody mechaniky v dynamice*,
študijné opory
- [15] WANG, Jin-Ting, Feng JIN a Chu-Han ZHANG. *Estimation error of the half-power bandwidth method in identifying damping for multi-DOF systems*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2012, vol. 39, s. 138-142.
DOI: 10.1016/j.soildyn.2012.02.008.

10. ZOZNAM POUŽITÝCH SKRATIEK A VELEIČÍN

| Symbol | Jednotka | Popis |
|-------------------|----------------------|---|
| b | [N/ms] | konštanta tlmenia |
| b_p | [%] | pomerný útlm |
| E | [Pa] | modul pružnosti v ťahu |
| E_D | [J] | disipatívna energia |
| E_k | [J] | kinetická energia |
| E_p | [J] | potenciálna energia |
| k | [N/m] | tuhosť |
| m | [kg] | hmotnosť |
| q | [m] | výchylka premenná v čase |
| \dot{q} | [ms ⁻¹] | rýchlosť premenná v čase |
| \ddot{q} | [ms ⁻²] | zrýchlenie premenné v čase |
| t | [s] | čas |
| μ | [-] | poissonova konštanta |
| ρ | [kg/m ³] | hustota |
| ω | [Hz] | frekvencia |
| ω_0 | [Hz] | vlastná frekvencia |
| ω_{tl} | [Hz] | tlmená vlastná frekvencia |
| Ω_{e1_L1} | [Hz] | 1.vlastná frekvencia pre Lopatku č.1 získaná experimentom |
| Ω_{e1_L2} | [Hz] | 1.vlastná frekvencia pre Lopatku č.2 získaná experimentom |
| Ω_{e1_L3} | [Hz] | 1.vlastná frekvencia pre Lopatku č.3 získaná experimentom |
| Ω_{e1_L4} | [Hz] | 1.vlastná frekvencia pre Lopatku č.4 získaná experimentom |
| Ω_{e2_L4} | [Hz] | 2.vlastná frekvencia pre Lopatku č.4 získaná experimentom |
| Ω_{e3_L4} | [Hz] | 3.vlastná frekvencia pre Lopatku č.4 získaná experimentom |

| Symbol | Jednotka | Popis |
|-------------------|----------|---|
| Ω_{v1_L1} | [Hz] | 1.vlastná frekvencia pre Lopatku č.1 získaná výpočtom |
| Ω_{v1_L2} | [Hz] | 1.vlastná frekvencia pre Lopatku č.1 získaná výpočtom |
| Ω_{v1_L3} | [Hz] | 1.vlastná frekvencia pre Lopatku č.1 získaná výpočtom |
| Ω_{v1_L4} | [Hz] | 1.vlastná frekvencia pre Lopatku č.4 získaná výpočtom |
| Ω_{v1_L4} | [Hz] | 2.vlastná frekvencia pre Lopatku č.4 získaná výpočtom |
| Ω_{v1_L4} | [Hz] | 3.vlastná frekvencia pre Lopatku č.4 získaná výpočtom |

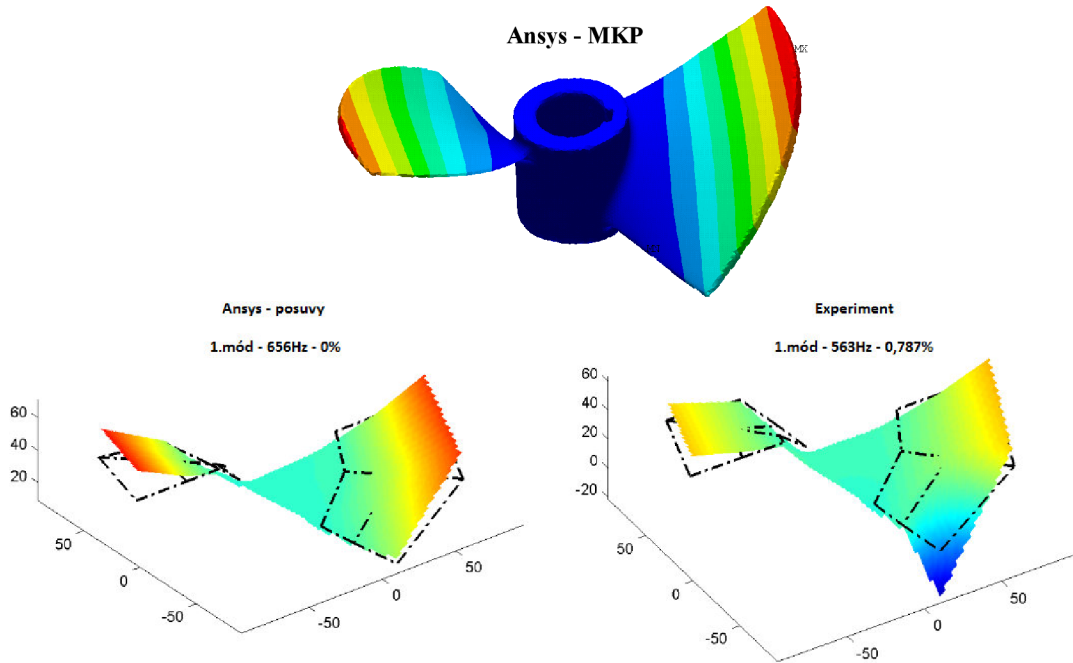
11. ZOZNAM PRÍLOH

A. Porovnanie vlastných tvarov kmitu obežných kolies

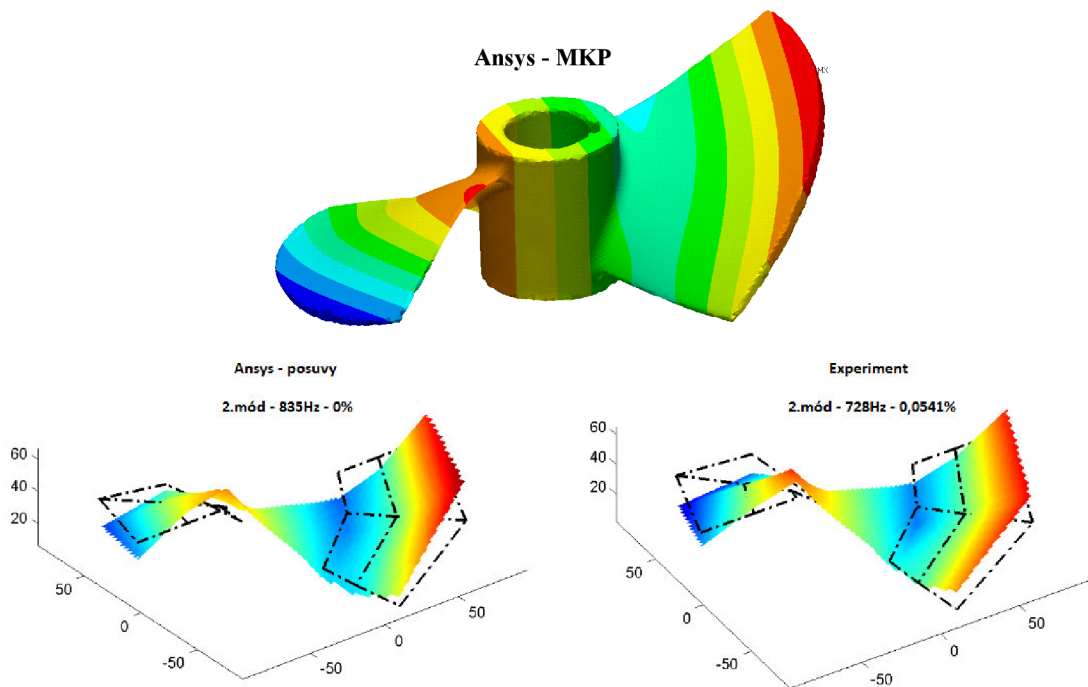
| | | |
|-----|---|----|
| A.1 | Porovnanie vlastných tvarov obežného kola Lopatka č.1 | 78 |
| A.2 | Porovnanie vlastných tvarov obežného kola Lopatka č.2 | 82 |
| A.3 | Porovnanie vlastných tvarov obežného kola Lopatka č.3 | 85 |
| A.4 | Porovnanie vlastných tvarov obežného kola Lopatka č.4 | 88 |

A. POROVNANIE VLASTNÝCH TVAROV KMITU OBEŽNÝCH KOLIES

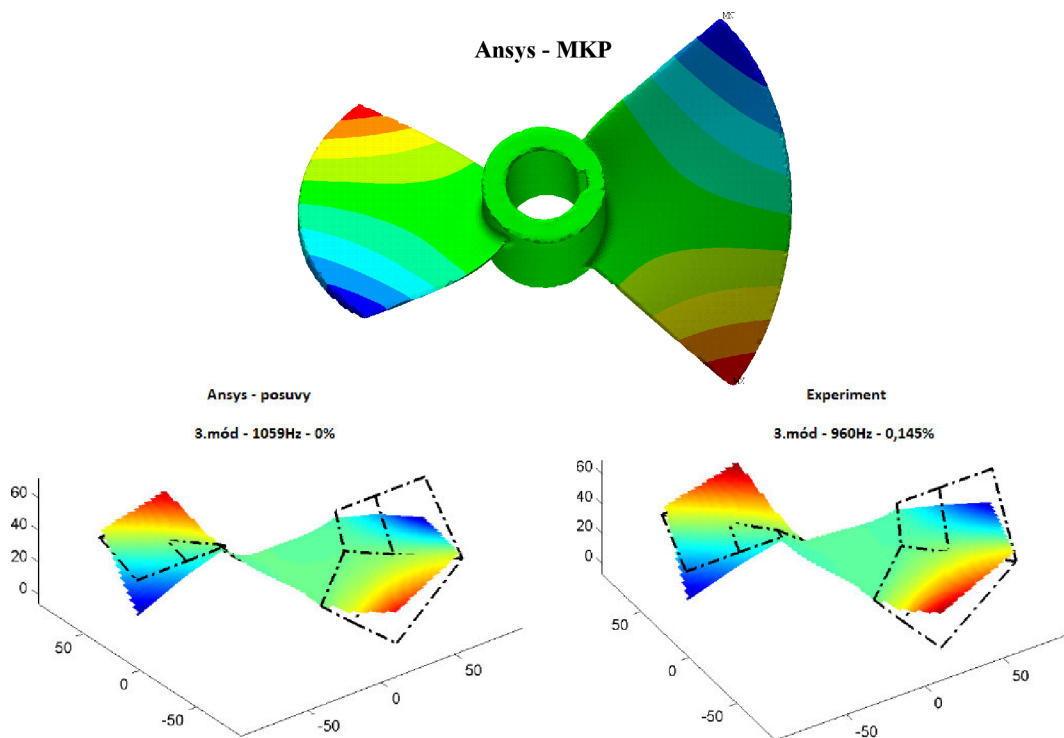
A.1 Porovnanie vlastných tvarov obežného kola Lopatka č.1



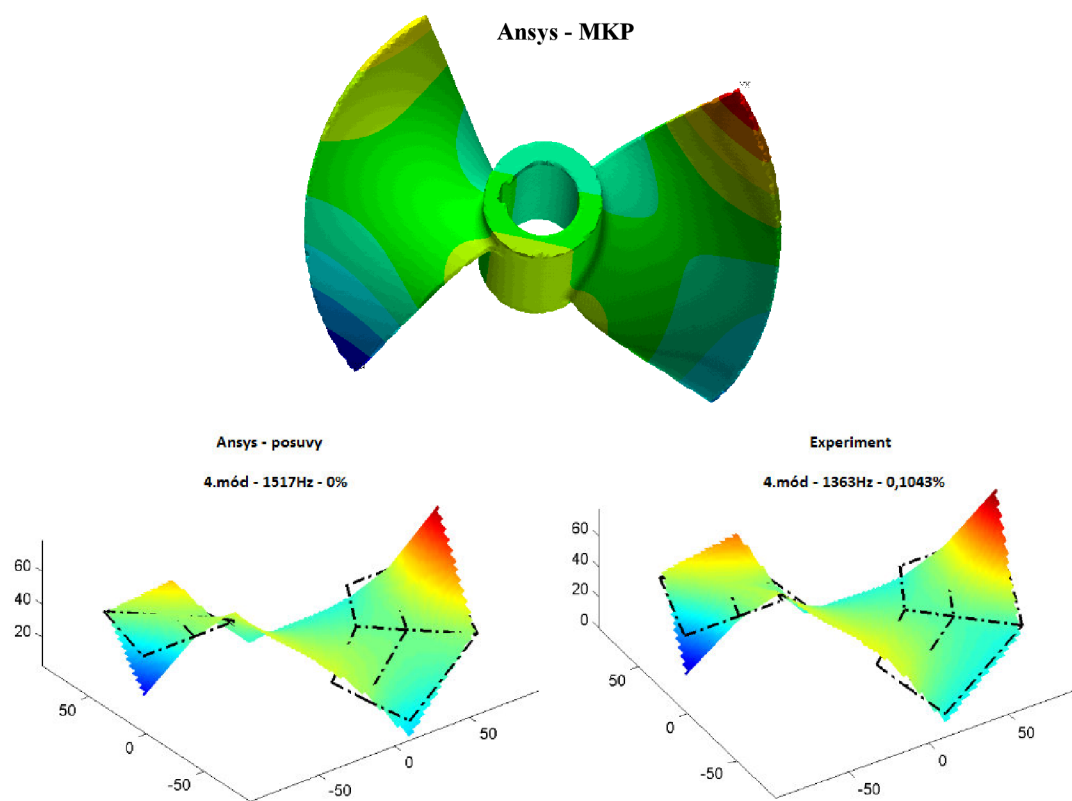
Obr. A.1-1 1.vlastný tvar kmitu Lopatka č.1



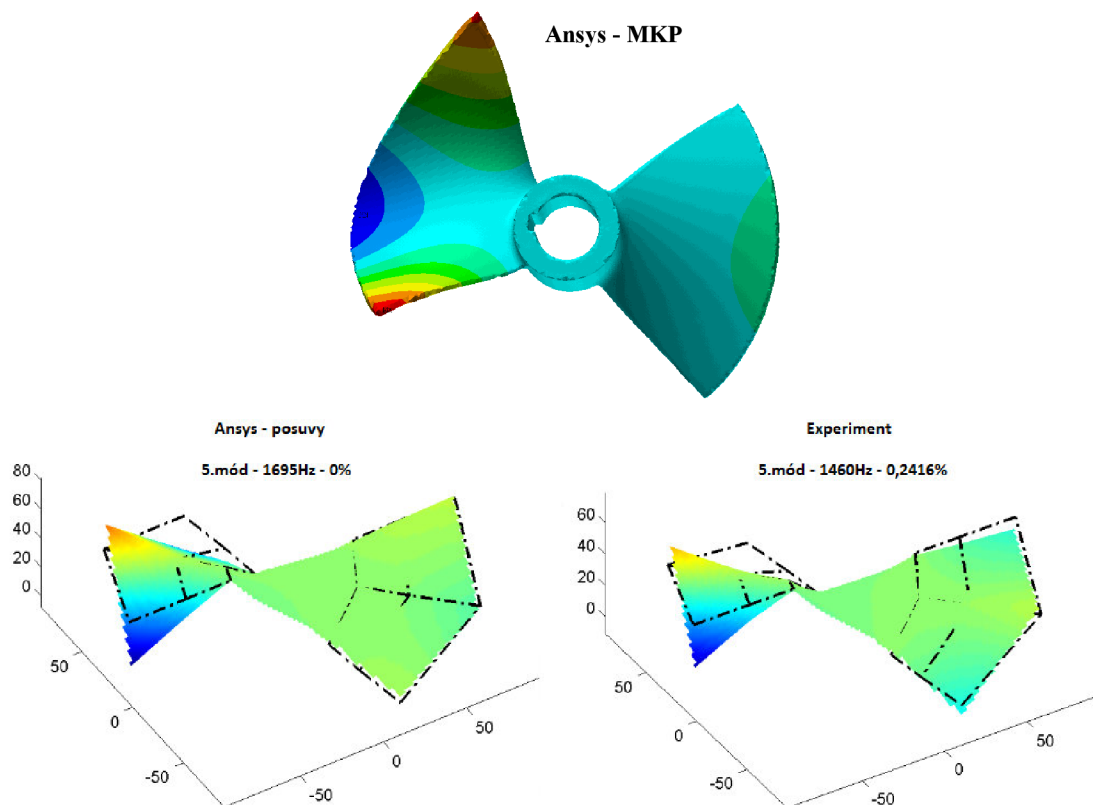
Obr. A.1-2 2.vlastný tvar kmitu Lopatka č.1



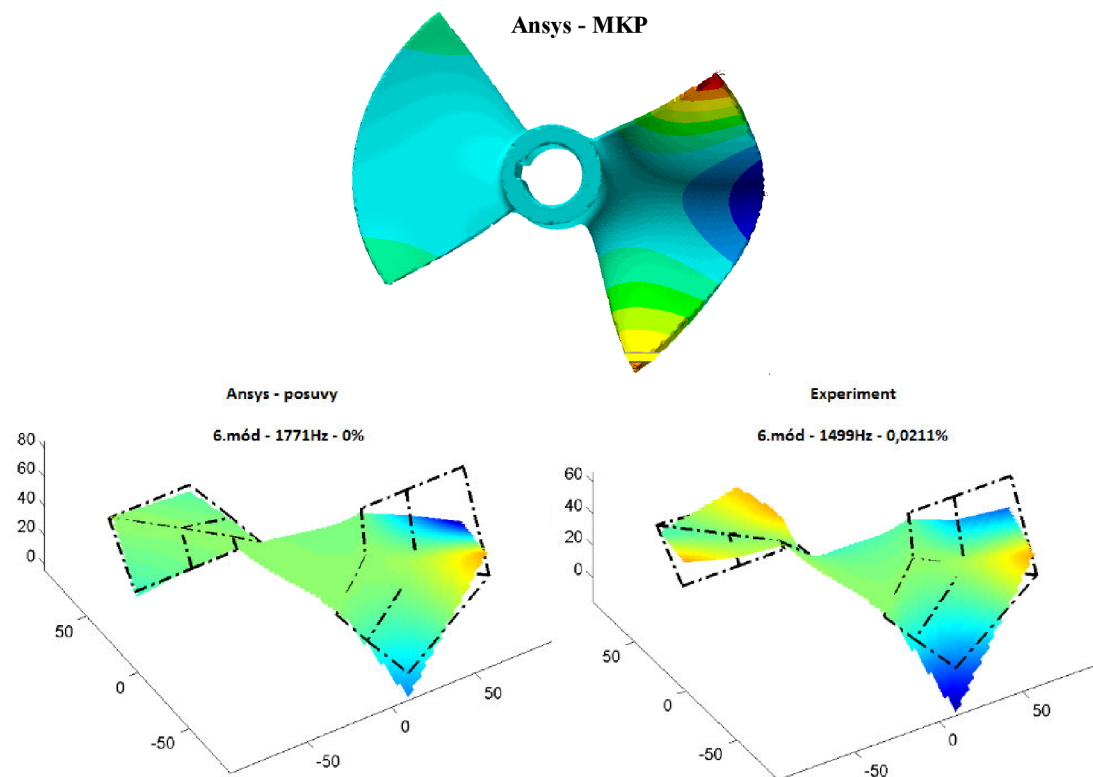
Obr. A.1-3 3.vlastný tvar kmitu Lopatka č.1



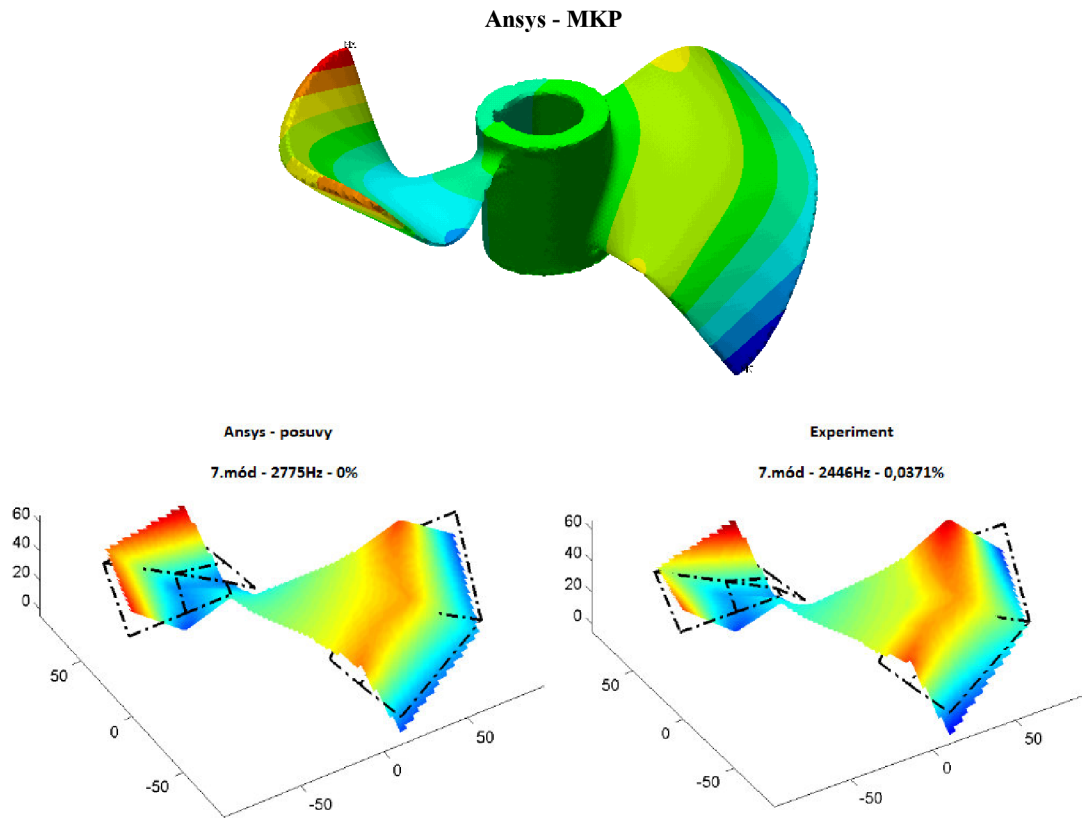
Obr. A.1-4 4.vlastný tvar kmitu Lopatka č.1



Obr. A.1-5 5.vlastný tvar kmitu Lopatka č.1

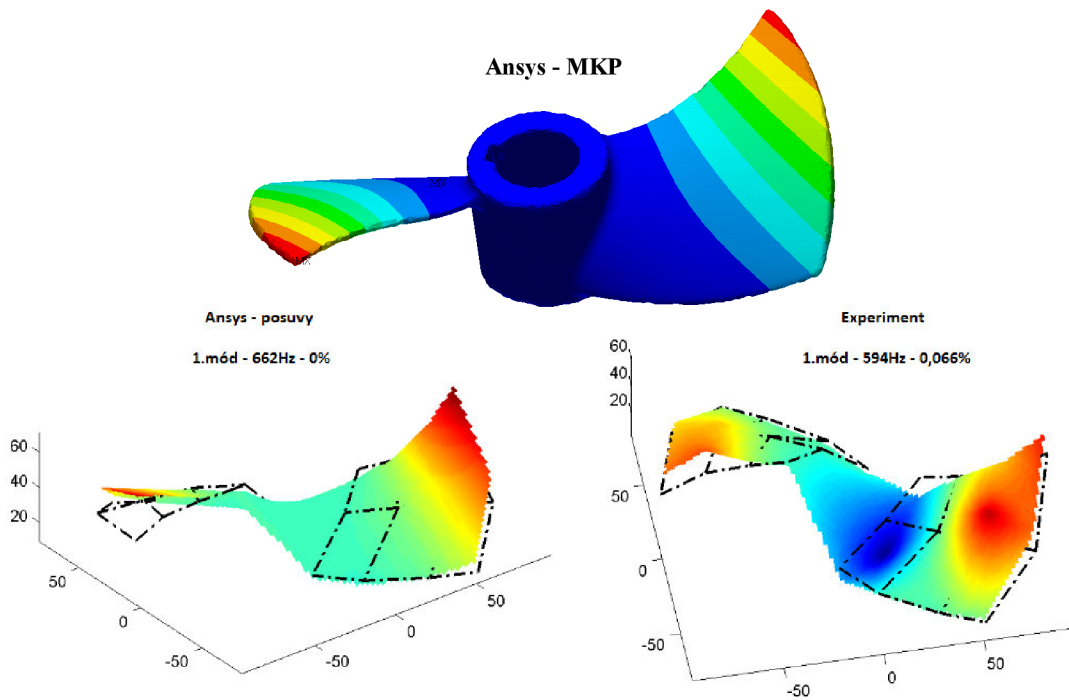


Obr. A.1-6 6.vlastný tvar kmitu Lopatka č.1

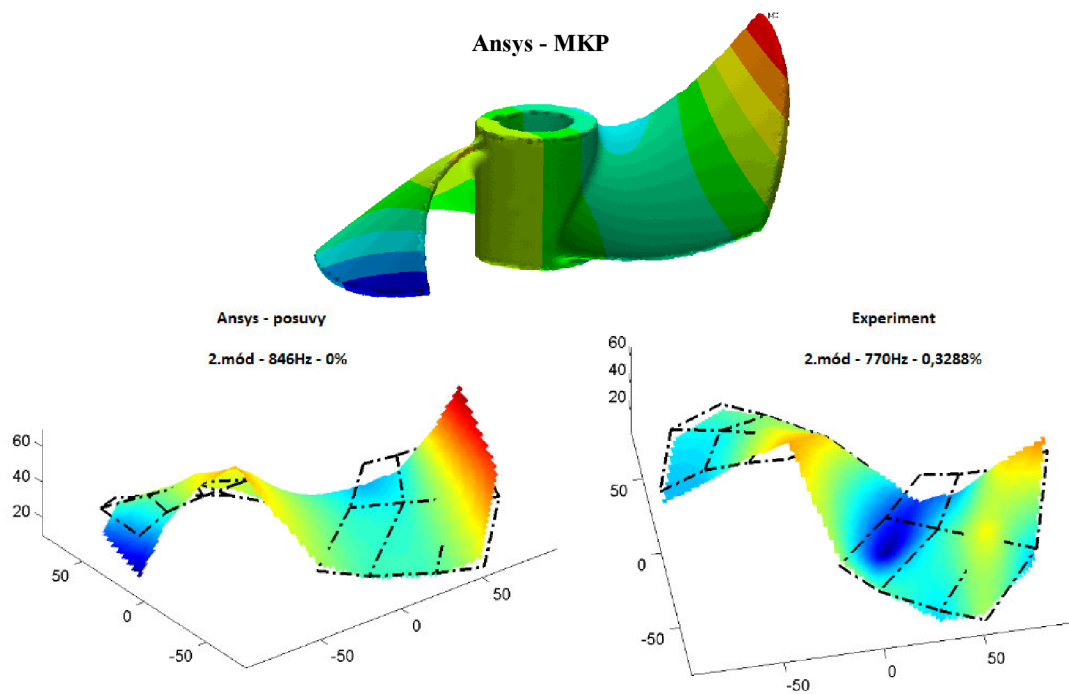


Obr. A.1-7 7.vlastný tvar kmitu Lopatka č.1

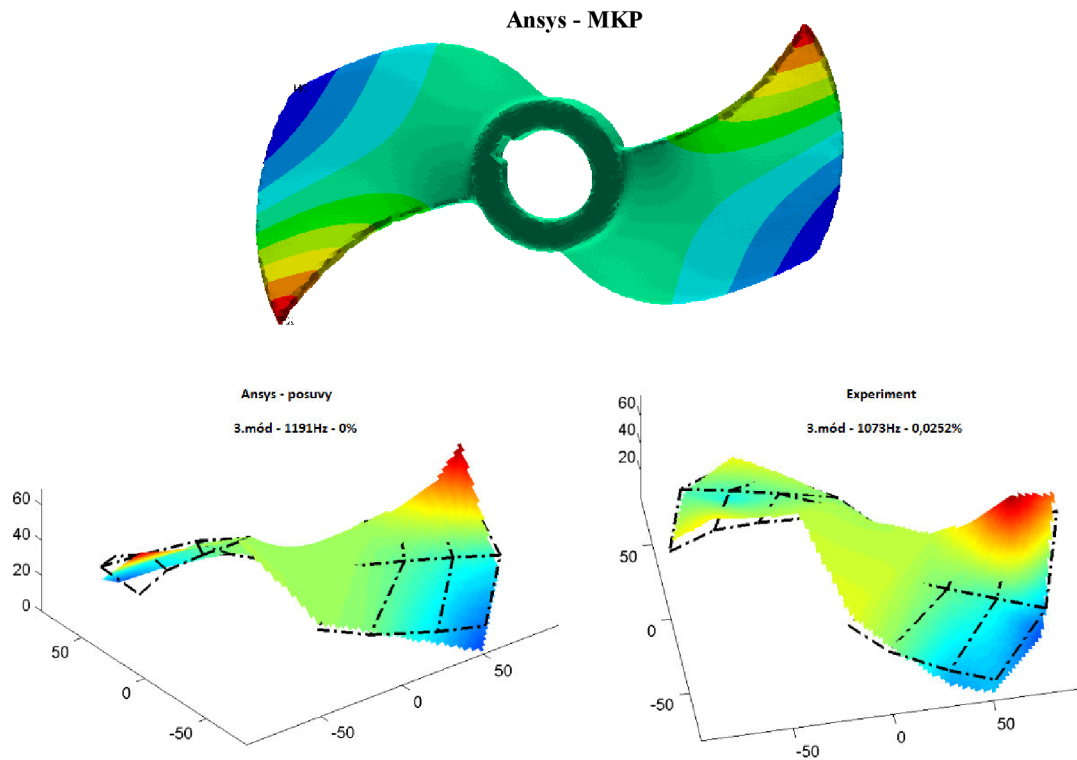
A.2 Porovnanie vlastných tvarov obežného kola Lopatka č.2



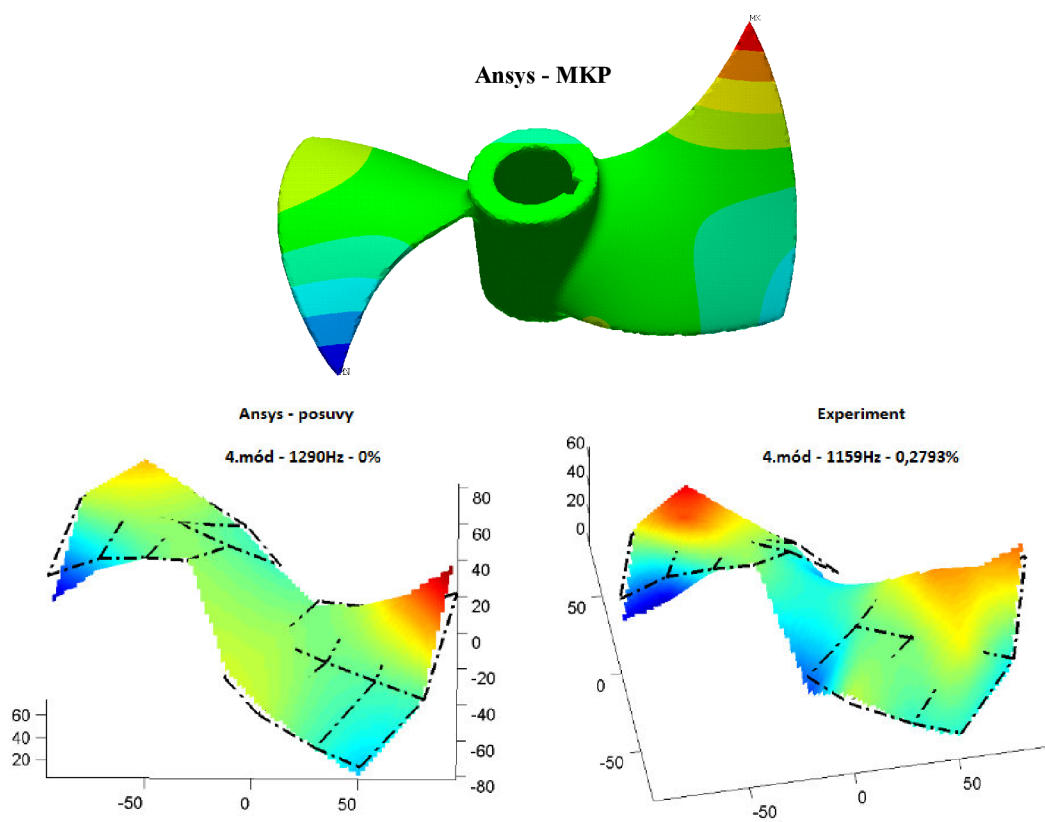
Obr. A.2-1 1.vlastný tvar kmitu Lopatka č.2



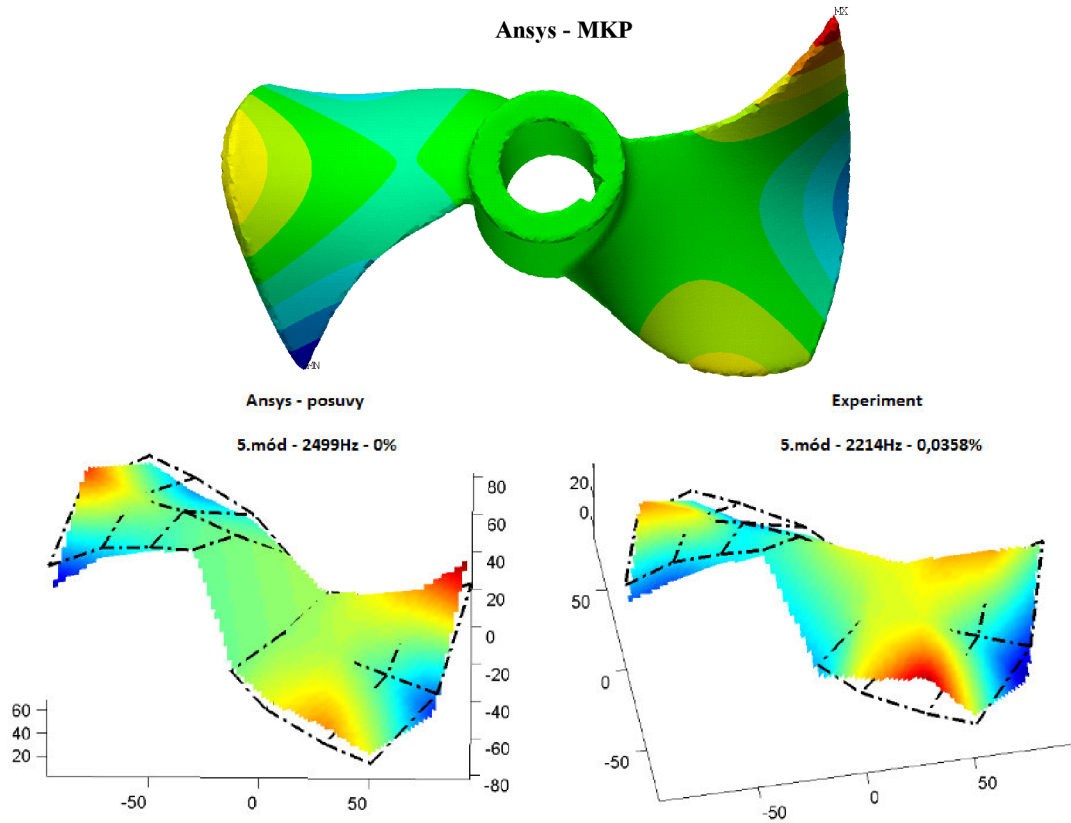
Obr. A.2-2 2.vlastný tvar kmitu Lopatka č.2



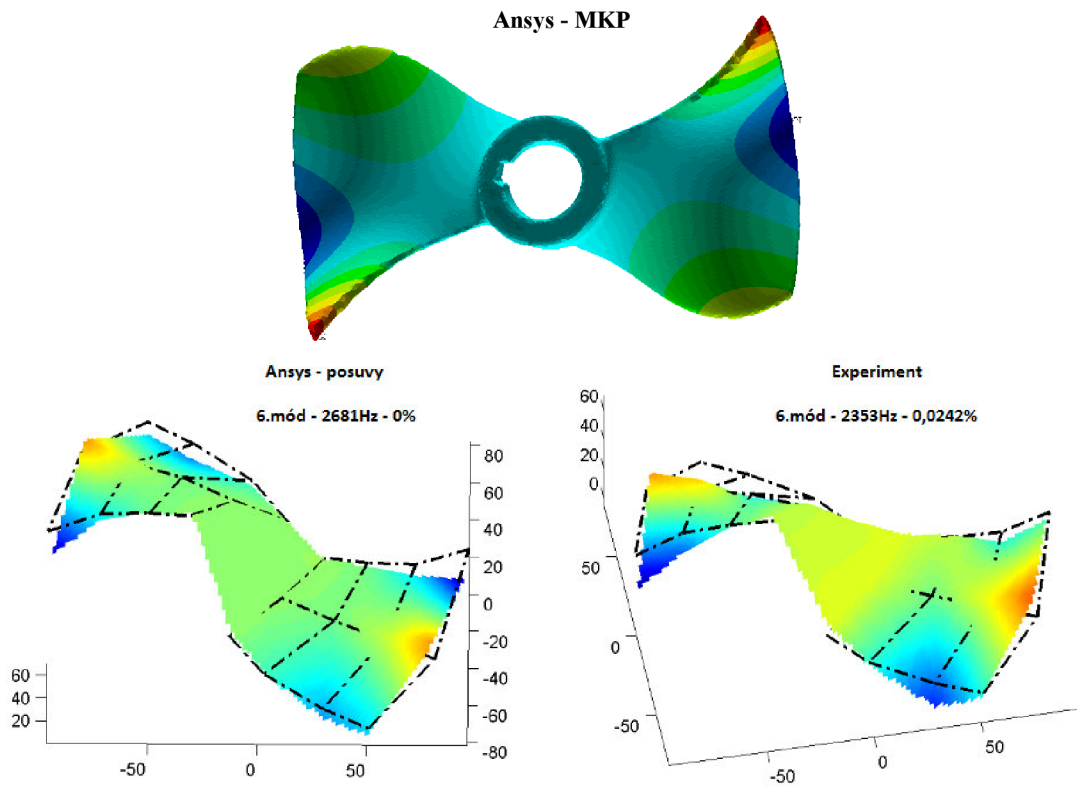
Obr. A.2-3 3.vlastný tvar kmitu Lopatka č.2



Obr. A.2-4 4.vlastný tvar kmitu Lopatka č.2

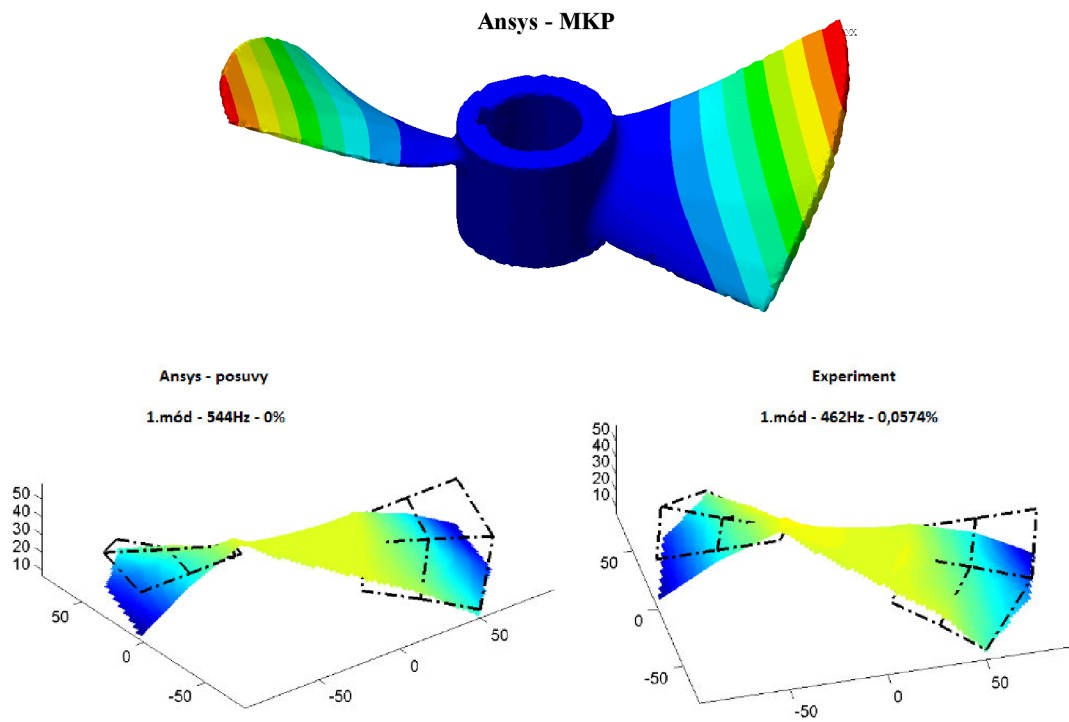


Obr. A.2-5 5.vlastný tvar kmitu Lopatka č.2

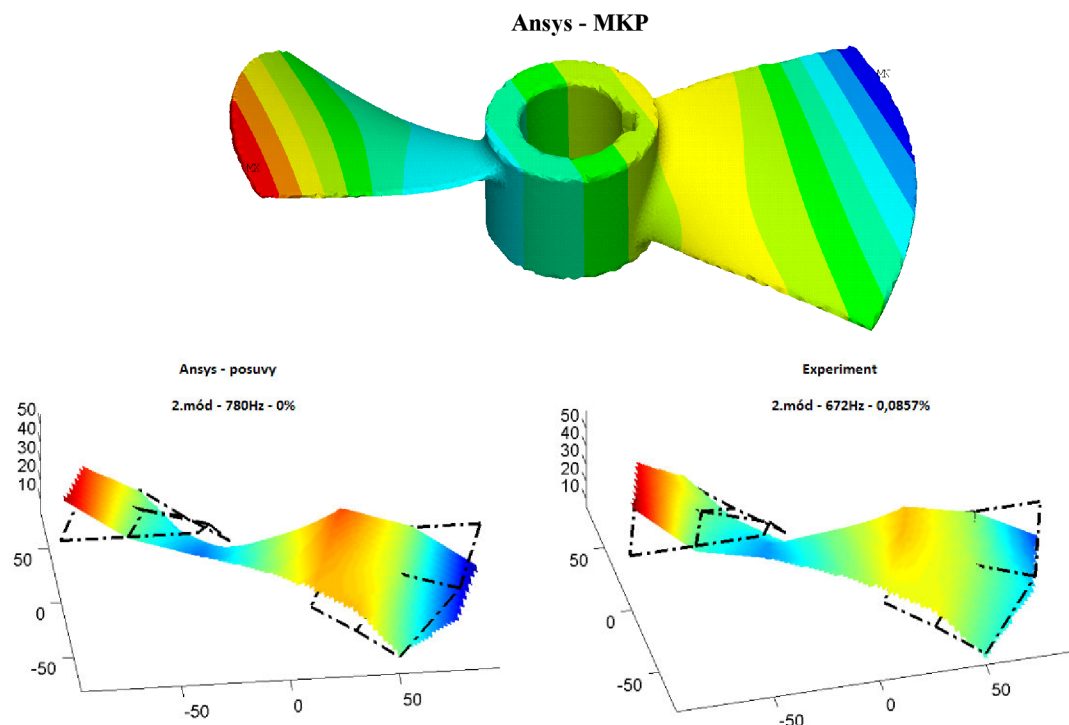


Obr. A.2-6 6.vlastný tvar kmitu Lopatka č.2

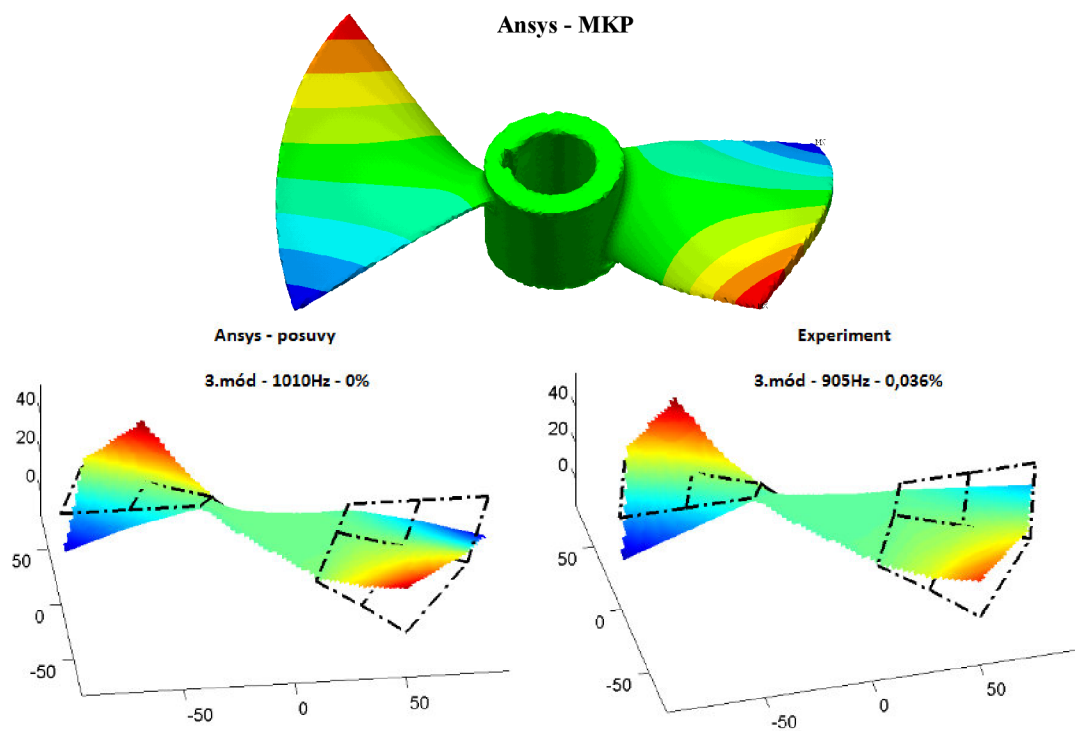
A.3 Porovnanie vlastných tvarov obežného kola Lopatka č.3



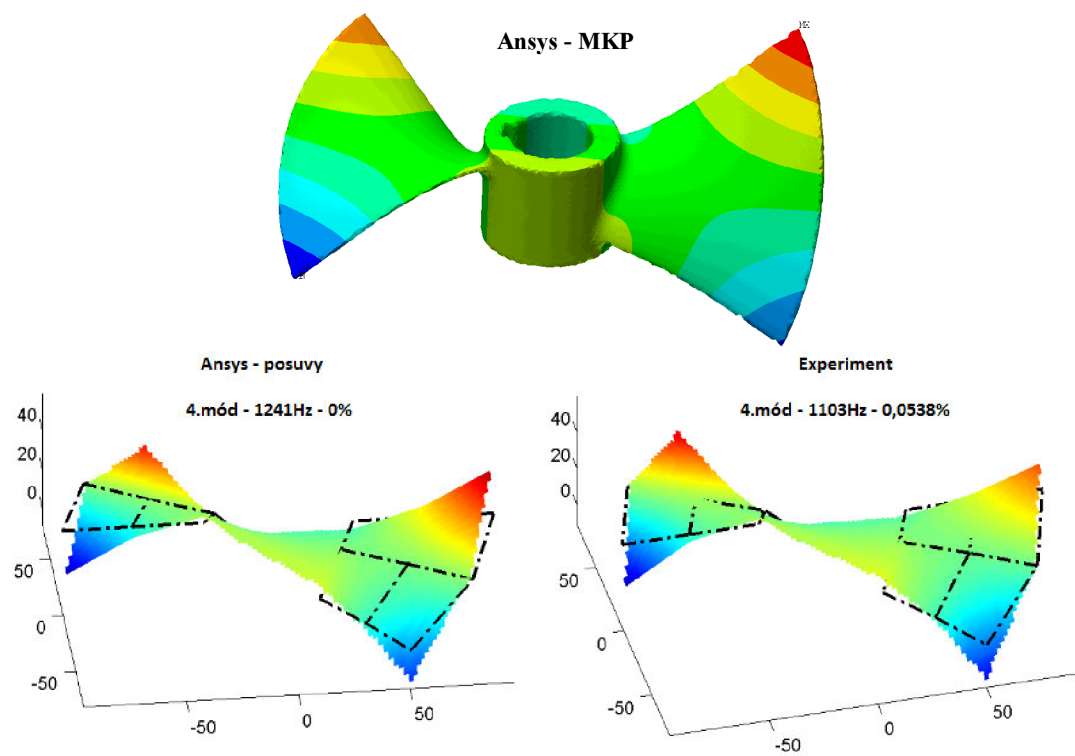
Obr. A.3-1 1.vlastný tvar kmitu Lopatka č.3



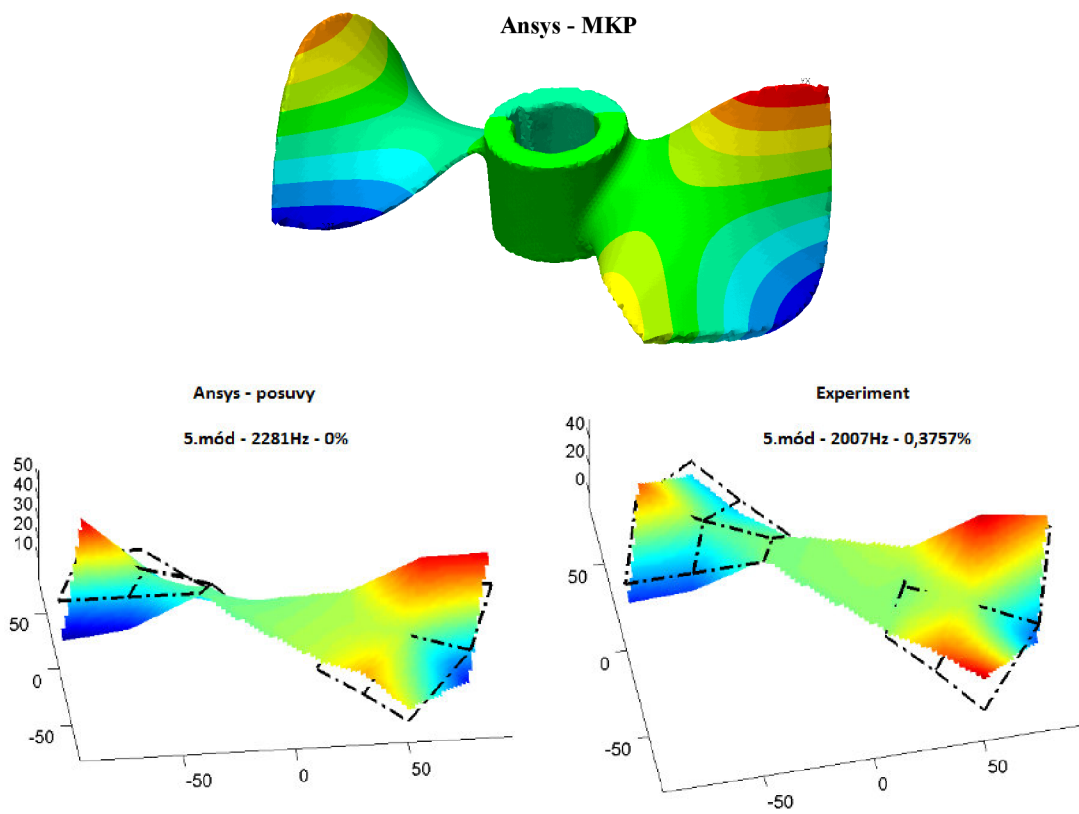
Obr. A.3-2 2.vlastný tvar kmitu Lopatka č.3



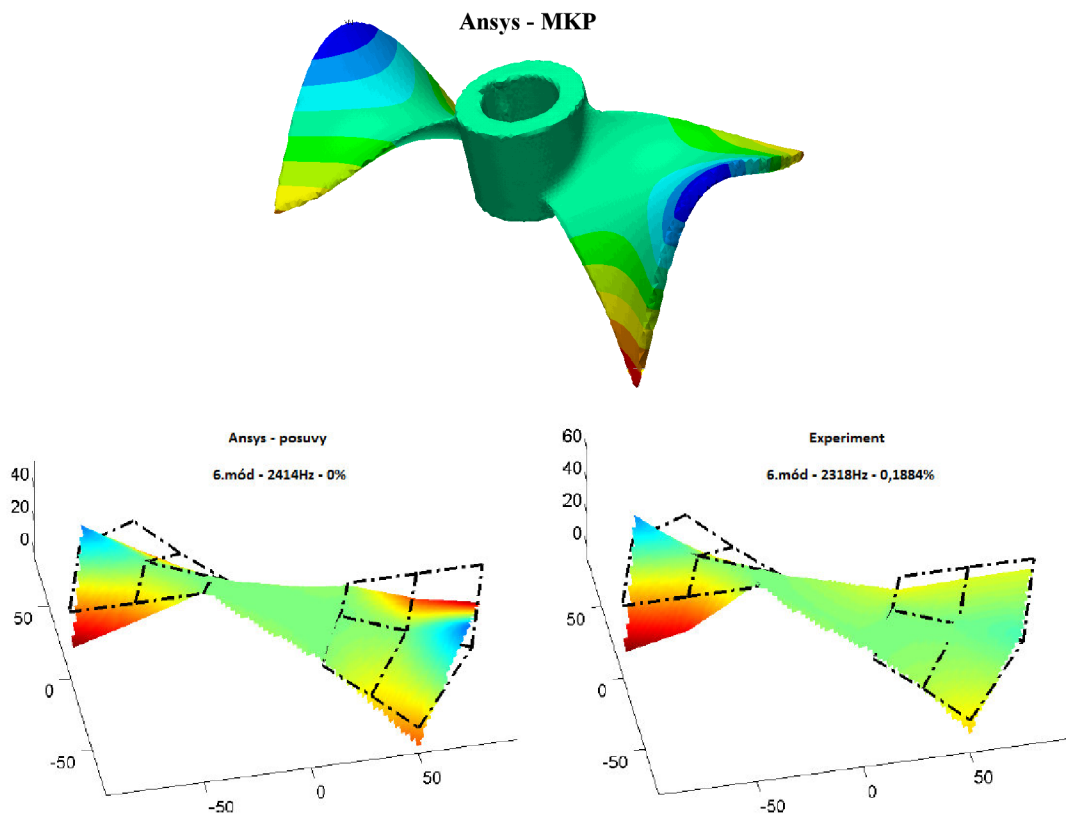
Obr. A.3-3 3.vlastný tvar kmitu Lopatka č.3



Obr. A.3-4 4.vlastný tvar kmitu Lopatka č.3

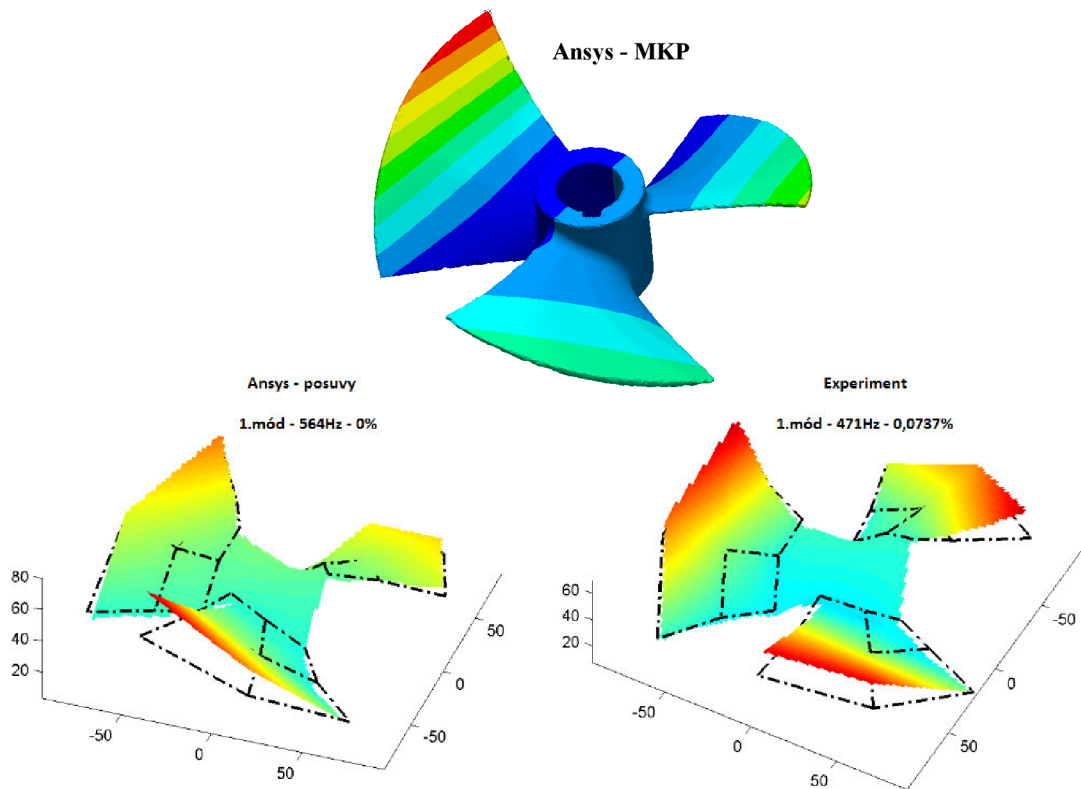


Obr. A.3-5 5.vlastný tvar kmitu Lopatka č.3

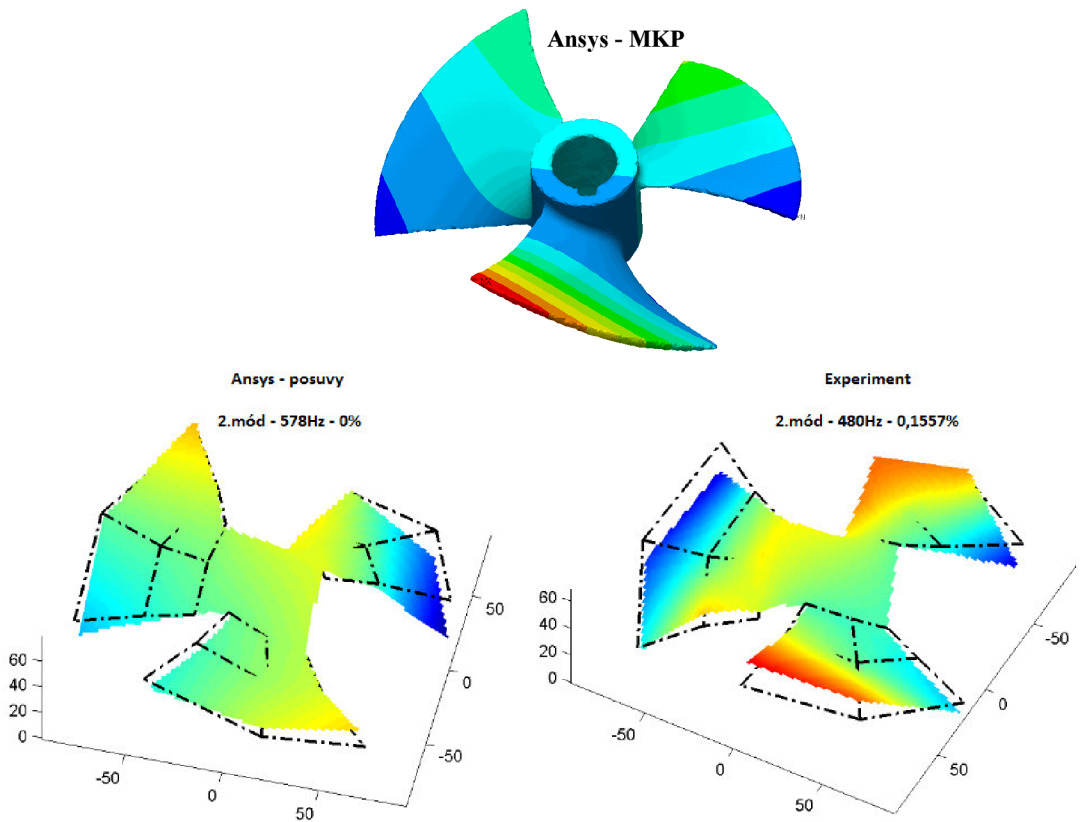


Obr. A.3-6 6.vlastný tvar kmitu Lopatka č.3

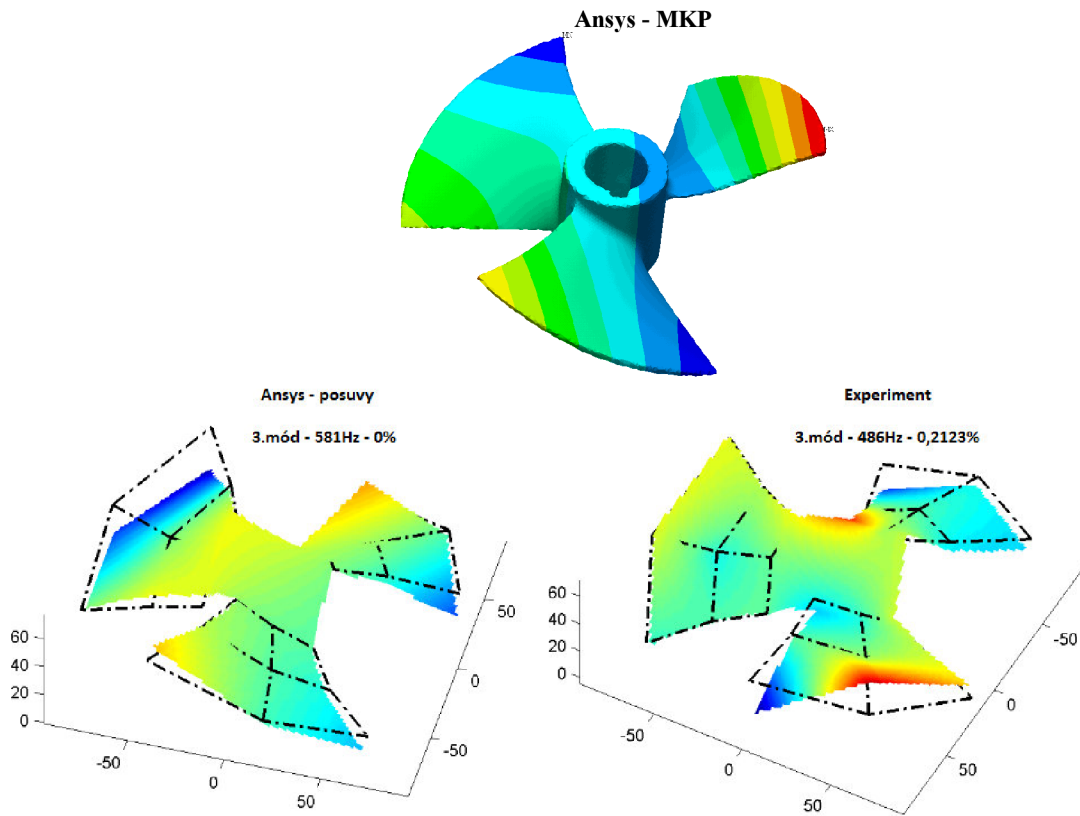
A.4 Porovnanie vlastných tvarov obežného kola Lopatka č.4



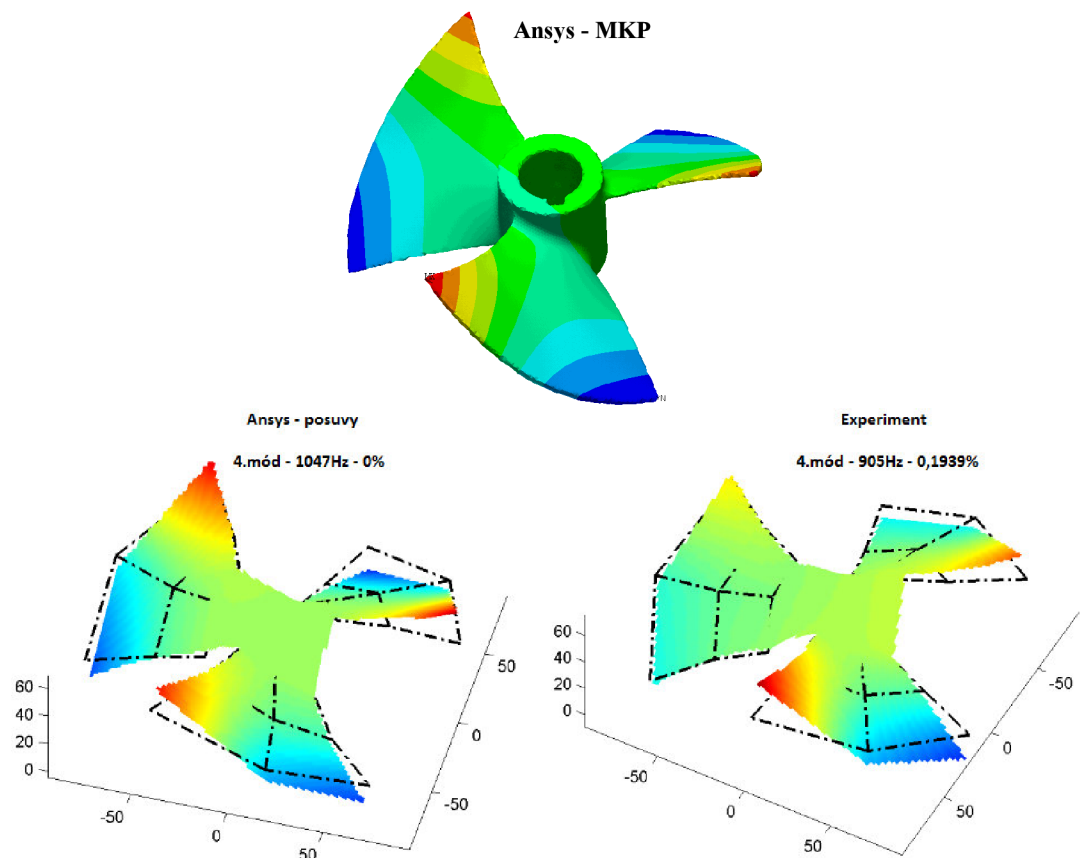
Obr. A.4-1 1.vlastný tvar kmitu Lopatka č.4



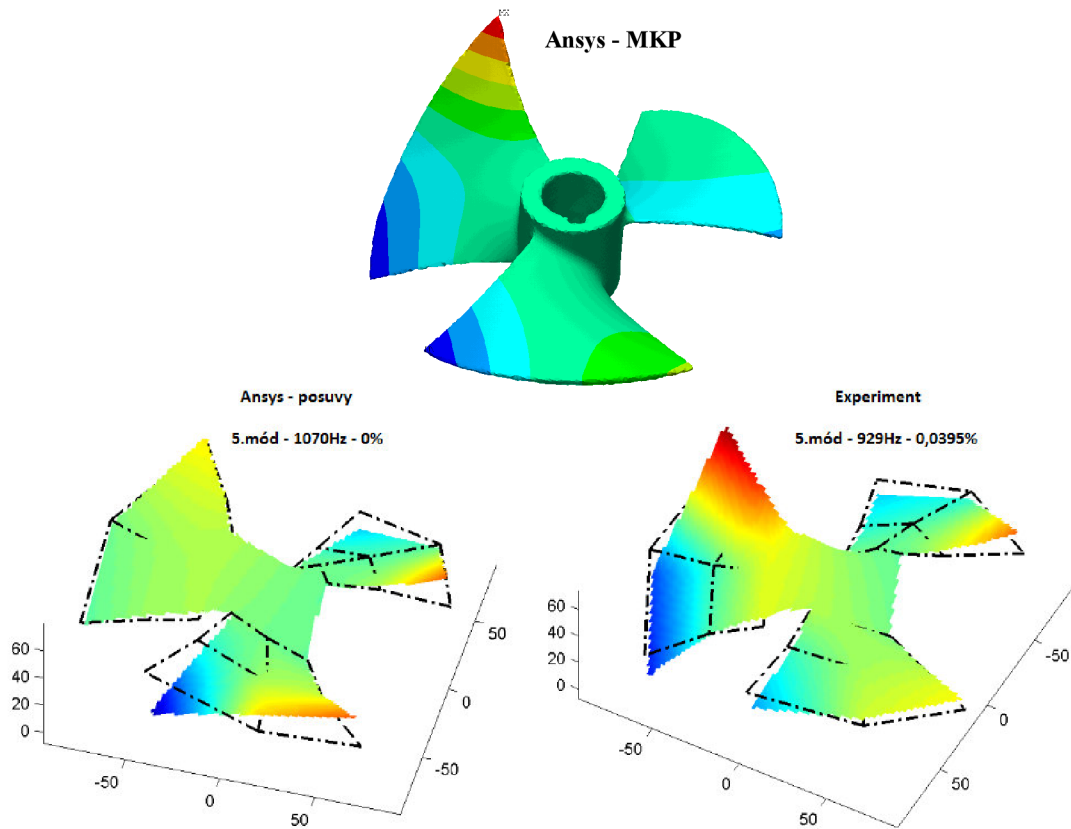
Obr. A.4-2 2.vlastný tvar kmitu Lopatka č.4



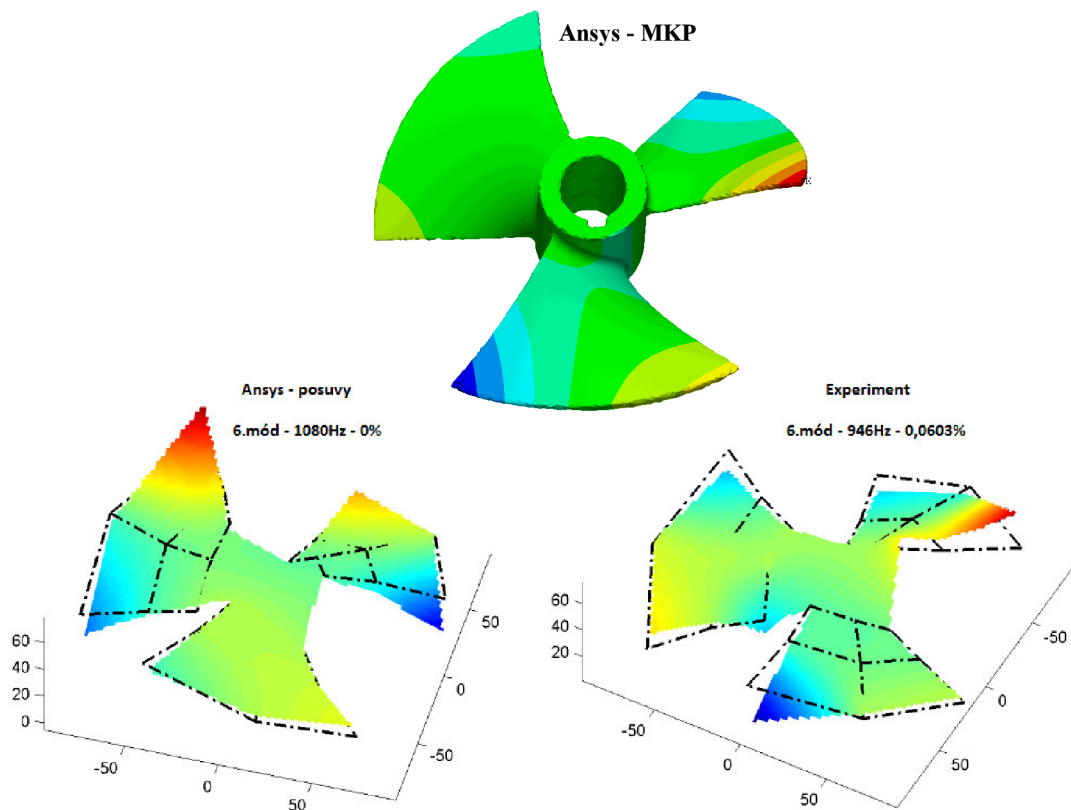
Obr. A.4-3 3.vlastný tvar kmitu Lopatka č.4



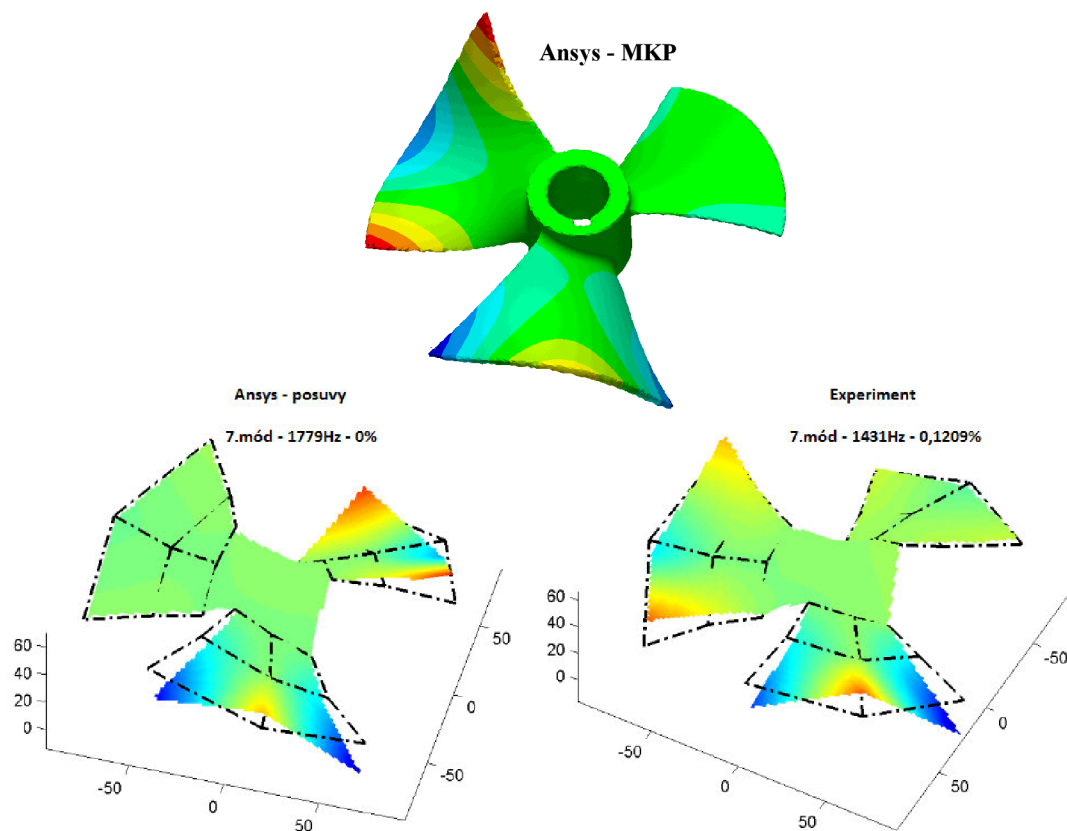
Obr. A.4-4 4.vlastný tvar kmitu Lopatka č.4



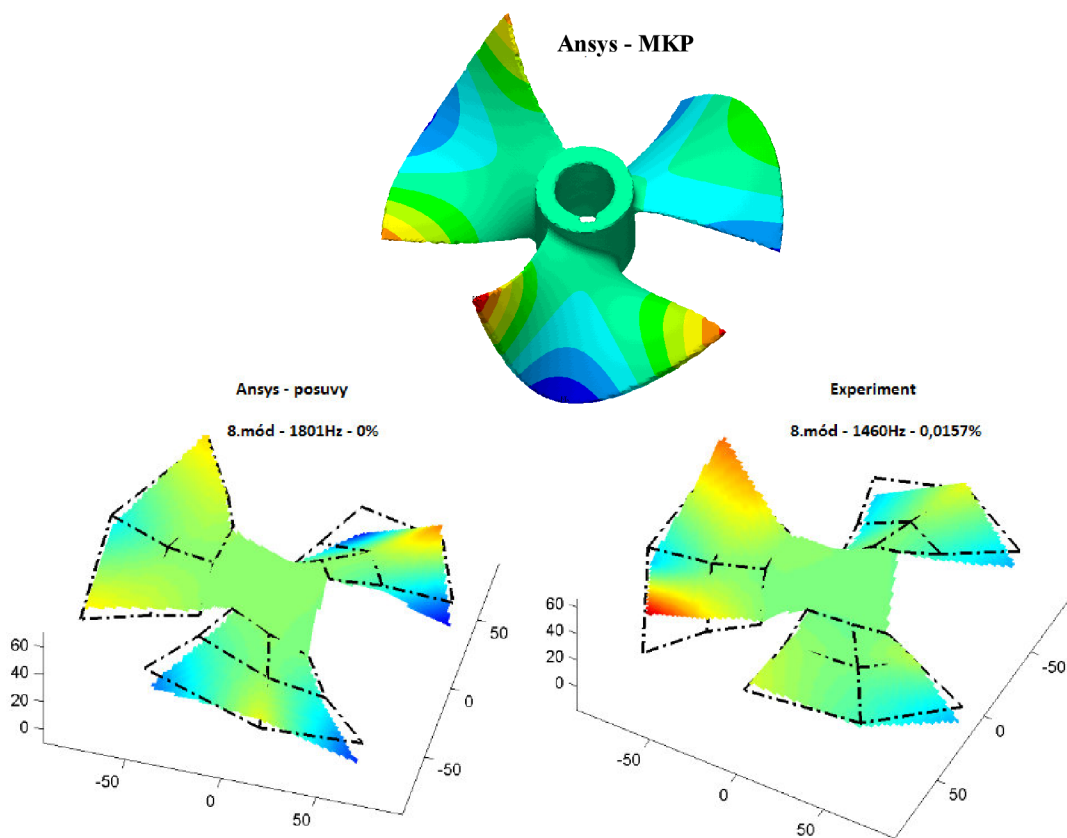
Obr. A.4-5 5.vlastný tvar kmitu Lopatka č.4



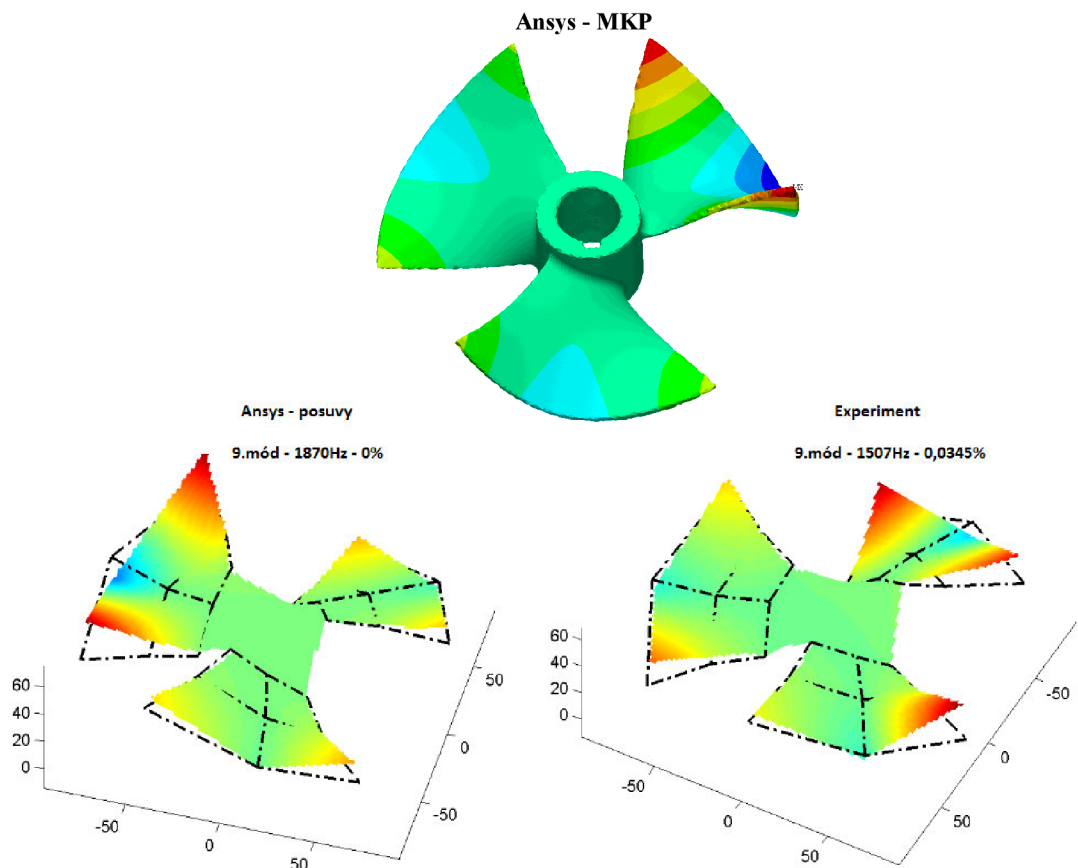
Obr. A.4-6 6.vlastný tvar kmitu Lopatka č.4



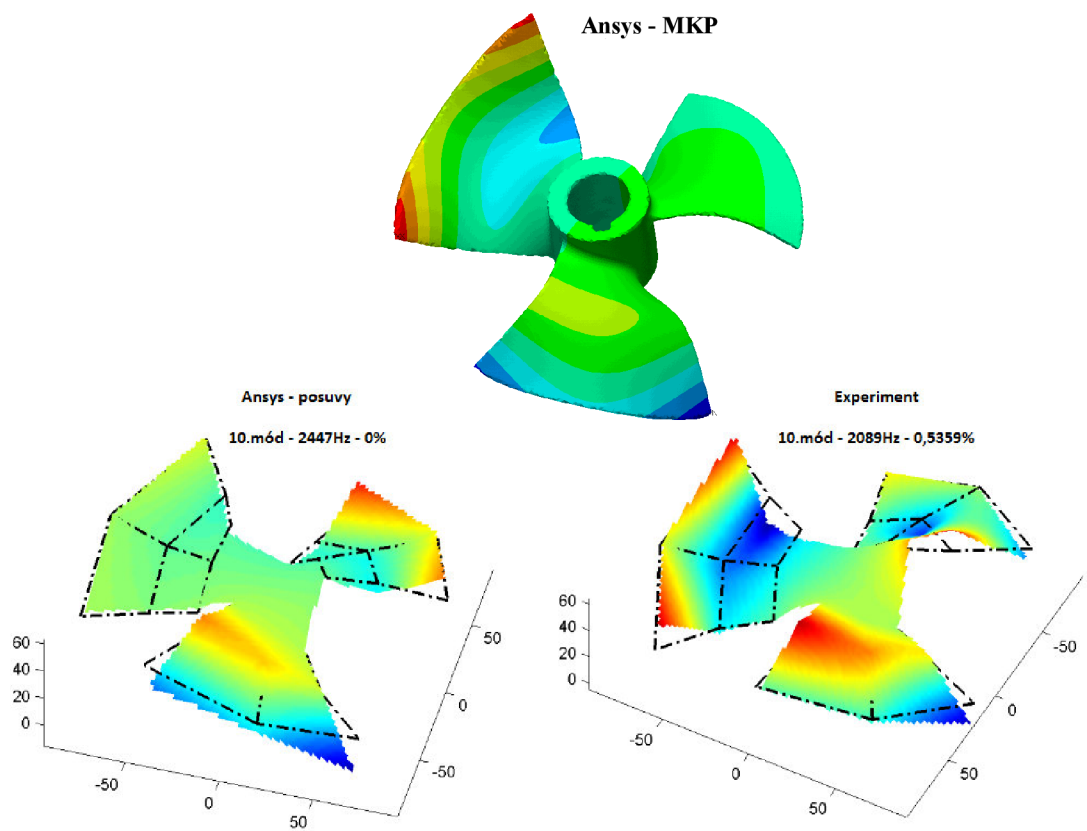
Obr. A.4-7 7.vlastný tvar kmitu Lopatka č.4



Obr. A.4-8 8.vlastný tvar kmitu Lopatka č.4



Obr. A.4-9 9.vlastný tvar kmitu Lopatka č.4



Obr. A.4-10 10.vlastný tvar kmitu Lopatka č.4