



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO INŽENÝRSTVÍ

INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

**MATEMATICKÉ MODELOVÁNÍ A MĚŘENÍ DYNAMIKY
MOTOROVÝCH JEDNOSTOPÝCH VOZIDEL**

MATHEMATICAL MODELING AND MEASURING OF MOTORCYCLE DYNAMICS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Pavel Gellner

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Petr Porteš, Ph.D.

BRNO 2017

Zadání bakalářské práce

Ústav: Ústav automobilního a dopravního inženýrství
Student: **Pavel Gellner**
Studijní program: Strojírenství
Studijní obor: Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce: **doc. Ing. Petr Porteš, Ph.D.**
Akademický rok: 2016/17

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č. 111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Matematické modelování a měření dynamiky motorových jednostopých vozidel

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Práce je zaměřena na modelování, měření a analýzu měřených dat v oblasti dynamiky motocyklů.

Cíle bakalářské práce:

Rešerše matematických modelů jednostopého vozidla v oblasti jízdní dynamiky.
Pro vybraný motocykl nebo skútr navrhnout strukturu modelu a způsob měření potřebných parametrů.
Navrhnout měřicí systém pro měření jízdní dynamiky motocyklu (skútru). Dle možností realizovat měření.

Seznam literatury:

COCCO, Gaetano. Motorcycle design and technology: how and why. 1st ed. Vimodrone [Milano]: Giorgio Nada Editore, 1999. ISBN 88-791-1189-2.

COSSALTER, Vittorio. Motorcycle dynamics. 1st English ed. Greendale, WI: Race Dynamics, c2002. ISBN 09-720-5140-6.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2016/17.

V Brně, dne 8. 12. 2016



prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

ABSTRAKT

Práce se zabývá problematikou dynamiky jednostránkových motorových vozidel. V úvodní části práce jsou nastíněny základní principy modelování jízdní dynamiky motocyklů. Dále byla navržena metodika měření potřebných parametrů, včetně provedení měření na vybraném motocyklu. Závěrem práce byl navržen měřicí systém pro měření dynamiky motorových jednostránkových vozidel.

KLÍČOVÁ SLOVA

Matematické modelování, Dynamika motocyklů, Těžiště motocyklu, Momenty setrvačnosti, Tlumiče, Měření dynamiky motocyklů

ABSTRACT

This bachelor's thesis deals with the dynamics of motor vehicles. The introductory part of the thesis outlines basic principles of motorcycle riding dynamics modelling. Furthermore, a methodology of necessary parameters measuring was designed, including a measurement of a selected motorcycle. At the end of the thesis a measuring system for measuring of motorcycle dynamics was designed.

KEYWORDS

Mathematical modeling, Motorcycle dynamics, Motorcycle center of gravity, Moments of inertia, Dampers, Measuring of motorcycle dynamics

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

GELLNER, P. *Matematické modelování a měření dynamiky motorových jednostopých vozidel*. Brno, 2017. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automobilního a dopravního inženýrství. 69 s. Vedoucí bakalářské práce Petr Porteš.

ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením doc. Ing. Petra Porteše, Ph.D a s použitím literatury uvedené v seznamu.

V Brně dne 23. května 2017

.....

Pavel Gellner

PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych chtěl poděkovat všem, kteří mi pomáhali s vypracováním této bakalářské práce, zejména vedoucímu práce panu doc. Ing. Petru Portešovi, Ph.D. za jeho ochotu a cenné rady. Dále bych chtěl poděkovat Ing. Ondřeji Blaťákovi, Ph.D. za umožnění změření tlumičů a panu Bc. Miroslavu Rollingerovi za pomoc s měřením a umožnění využití odborných dílen při ISSA Brno.

V neposlední řadě bych chtěl také poděkovat rodině, která mě plně podporovala během celého studia.

OBSAH

Úvod	10
1 Rešerše matematického modelování dynamiky motorových jednostopých vozidel	11
1.1 Modelování kinematiky motocyklu	11
1.2 Model pneumatiky (Pacejka „magic formula“)	13
1.3 Model řízení	14
2 Představení měřeného závodního motocyklu Piaggio Zip SP	15
2.1 Historie skútrů	15
2.2 Závodní speciál Piaggio Zip SP	16
3 Rozměry a geometrie motocyklu	18
3.1 Úhel sklonu přední vidlice (osy řízení)	18
3.2 Závlek (stopa) předního kola	18
3.3 Rozvor motocyklu	18
4 Kinematika motocyklu	20
4.1 Kinematický model motocyklu Piaggio Zip SP	20
5 Těžiště motocyklu	22
5.1 Metodika měření těžiště motocyklu v podélném směru	23
5.2 Metodika měření výškové polohy těžiště motocyklu	24
5.3 Poloha těžiště motocyklu Piaggio Zip SP bez jezdce	26
5.4 Poloha těžiště motocyklu Piaggio Zip SP s jezdcem	27
6 Momenty setrvačnosti	29
6.1 Metodika měření momentů setrvačnosti motocyklu	29
6.2 Měření momentu setrvačnosti k ose x motocyklu Piaggio Zip SP	33
6.3 Měření momentu setrvačnosti k ose y motocyklu Piaggio Zip SP	36
6.4 Měření momentu setrvačnosti k ose z motocyklu Piaggio Zip SP	37
7 Tlumiče	38
7.1 Princip tlumení	38
7.2 Možnosti seřizování moderních tlumičů	38
7.3 Měření tlumičů	39
7.4 Přední tlumič motocyklu Piaggio Zip SP a jeho charakteristiky	39
7.5 Zadní tlumič motocyklu Piaggio Zip SP a jeho charakteristiky	41
8 Pružiny	44
8.1 Metodika měření tuhosti pružiny	44
8.2 Měření tuhosti přední pružiny	45
8.3 Měření tuhosti zadní pružiny	46
9 Senzory k měření dynamiky jednostopých vozidel	47

9.1	Návrh senzorů pro měření dynamiky Piaggio Zip SP	47
9.2	Matematické kanály	54
Závěr.....		55
Seznam použitých zkratk a symbolů		58
Seznam příloh.....		61

ÚVOD

Zkoumání jízdní dynamiky jednostopých motorových vozidel zůstává i v dnešní době stále aktuální, neboť je při návrhu nových motocyklů brán zřetel také na výsledné dynamické chování. Dalším širokým odvětvím motocyklového průmyslu je závodní prostředí, kde je třeba naladit motocykl tak, aby byl schopen vyhrávat závody. Vytvoření matematického modelu jízdní dynamiky motocyklu by jistě bylo krokem dopředu.

Celkově je již zmíněná problematika z několika důvodů velice odlišná od jízdní dynamiky dvoustopých motorových vozidel. Například z důvodu smyku kol, kdy taková situace znamená velkou nestabilitu a většinou vede až k havárii. Dalším rozdílem oproti automobilům je, že řízení motocyklů je uskutečněno z velké míry pozicí samotného jezdce vůči motocyklu. Nejprve je ale třeba se hlouběji ponořit do dané problematiky a uvědomit si základy dynamického chování motocyklů, k čemuž mimo jiné také slouží tato bakalářská práce. Hlavním cílem této práce byla řešerše matematických modelů jednostopého vozidla v oblasti jízdní dynamiky, dále navrhnout strukturu modelu a způsob měření potřebných parametrů a také navrhnout měřicí systém pro měření jízdní dynamiky motocyklu.

Motivací k vytvoření této bakalářské práce byla také skutečnost, že jsem se již od dětství věnoval vcelku úspěšně závodům motocyklů (od minibiků po superbiky). Postupem času jsem ale chtěl poznávat motocykl také inženýrským přístupem, zejména v oblasti jezdcům nejbližší, tedy v oblasti jízdní dynamiky. Provedená měření tedy probíhala na závodním motocyklu-skútru, který je přiblížen ve druhé kapitole. Věřím, že také osobní zkušenosti nasbírané během času stráveného na závodní trati byly přínosem k vytvoření této bakalářské práce.

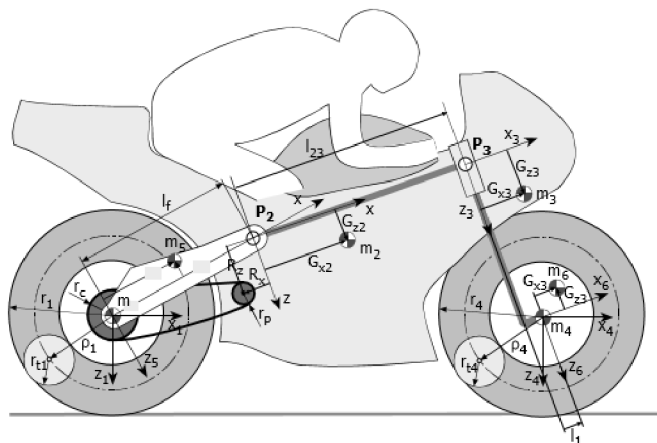
Jak již bylo naznačeno, danou problematiku snad ani nelze obsáhnout pouze v rámci bakalářské práce a nabízí se tak přímo možnost pokračování a navázání v diplomové práci.

1 REŠERŠE MATEMATICKÉHO MODELOVÁNÍ DYNAMIKY MOTOROVÝCH JEDNOSTOPÝCH VOZIDEL

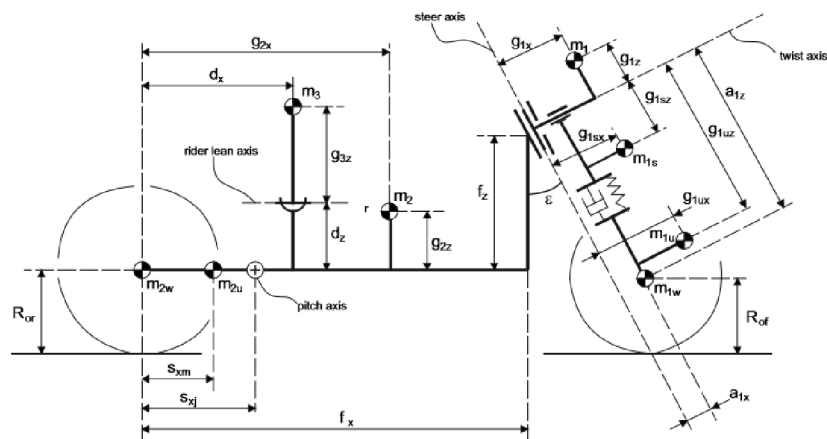
V následující kapitole bude přiblížen princip, na kterém pracuje většina již existujících matematických modelů určených pro modelování jízdní dynamiky motorových jednostopých vozidel. Hlavní myšlenka spočívá v rozdělení do několika stěžejních částí, které jsou vzájemně propojeny a určují výslednou pozici a orientaci jednotlivých částí modelu.

1.1 MODELOVÁNÍ KINEMATIKY MOTOCYKLU

Využitím speciálních softwarů lze popsat kinematické chování celého motocyklu, jakožto mechanismu s několika tělesy spojenými různými vazbami. Vytvoření kinematického modelu se provádí například pomocí MSC softwarů (Multibody Software Corporation), jako je software Adams. Podstata spočívá v rozdělení na několik hlavních částí (přední a zadní kolo, přední vidlici, zadní kyvnou vidlici, rám s motorem a jezdcem), které představují tuhá tělesa spojená různými typy vazeb a mohou tak vykonávat translační i rotační pohyb [1].



Obr. 1 MSC Working Model 3D [3]

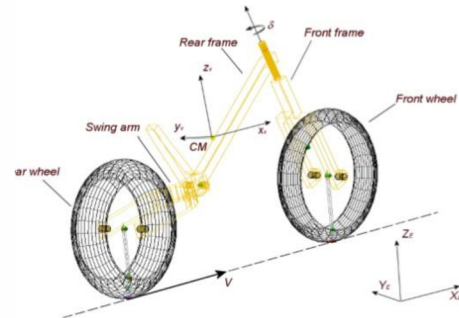
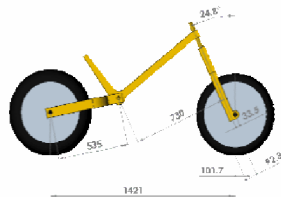


Obr. 2 Model v SimMechanics [11]

Uživatelsky jednodušší metodu představuje model EMEA040, který umožňuje importování CAD (Computer Aided Design) modelu vytvořeného například pomocí softwarů Solidworks, Autodesk Inventor, Creo a dalších.

Motorcycle model characteristic

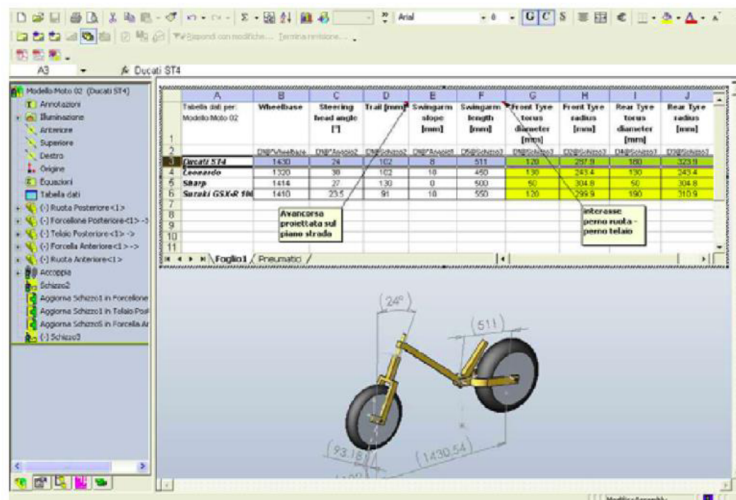
- Wheelbase 1421 mm
- Caster angle 24,8 deg
- Trail 101,7mm
- Front tire 120/60 R17
- Rear tire 180/55 R17
- Front tire wheel plane radius 300 mm
- Rear tire wheel plane radius 315 mm
- Rear wheel equivalent circular profile: L1R = 91mm, L2R = 224mm
- Front wheel equivalent circular profile: L1F = 54mm, L2F = 246mm



Obr. 3 Důležité body a vzdálenosti modelu EMEA040 [2]

Obr. 4 CAD model motocyklu v modelu EMEA040 [2]

Importování důležitých bodů a vzdáleností (rozvor, závlek -stopa, úhel osy řízení, vzdálenost mezi osou zadního kola a osou rotace zadní kyvné vidlice, vzdálenost mezi osou zadní kyvné vidlice a osou řízení, rozměry jednotlivých kol) je možné například pomocí softwaru Microsoft Excel [2].

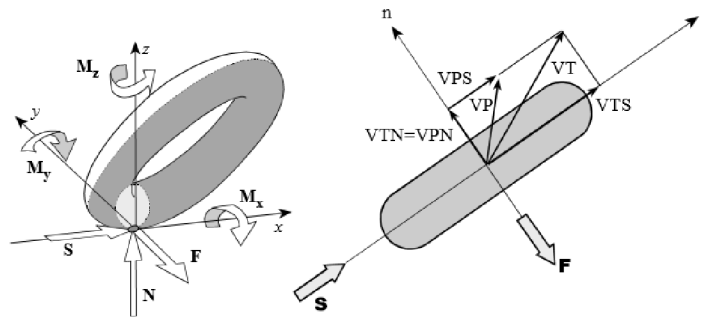


Obr. 5 Propojení softwarů Microsoft Excel a Solidworks [2]

1.2 MODEL PNEUMATIKY (PACEJKA „MAGIC FORMULA“)

Základem matematického modelování dynamiky vozidel je model pneumatiky, který vypočítává kontaktní síly a momenty mezi pneumatikou a vozovkou. Jelikož je pneumatika jedinou součástí motocyklu, která má přímý kontakt s vozovkou, řadí se model pneumatiky mezi nejdůležitější části modelování dynamiky vozidel. Model pneumatiky prof. Pacejky se téměř výhradně používá ve výpočetních systémech zaměřených na dynamiku vozidel.

Tento model umožňuje definovat interakci pneumatiky s vozovkou pomocí síly a momentu, nachází se v kontaktním místě pneumatiky s vozovkou.



Obr. 6 Model pneumatiky [3]

Podélný skluz (s) (Longitudinal slip) a úhel směrové úchylky (λ) (Sideslip angle) je dán vztahy [3]:

$$s = -\frac{VPS}{VTS} \quad (1)$$

$$\lambda = \arctg\left(\frac{VTN}{VTS}\right) \quad (2)$$

Koeficienty B, C, D, E jsou dány typem pneumatiky a jsou používány k výpočtu podélných sil (S) a příčných sil (F) [3].

$$S = \frac{\sigma_x}{\sigma_{eq}} * N * D_{lng} * \sin\left(C_{lng} * \arctg\left(B_{lng} * \sigma_{eq} - E_{lng} * \left(B_{lng} * \sigma_{eq} - \arctg(B_{lng} * \sigma_{eq})\right)\right)\right) \quad (3)$$

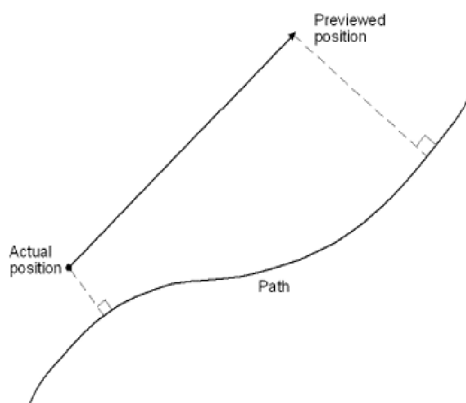
$$F = \frac{\sigma_y}{\sigma_{eq}} * N * D_{lat} * \sin\left(C_{lat} * \arctg\left(B_{lat} * \sigma_{eq} - E_{lat} * \left(B_{lat} * \sigma_{eq} - \arctg(B_{lat} * \sigma_{eq})\right)\right)\right) \quad (4)$$

1.3 MODEL ŘÍZENÍ

Dále bude zmíněn také princip řízení, což je další důležitou částí pro simulaci skutečné jízdní situace. Většina modelů se zabývá různými rovnovážnými stavy, jako jsou například zatáčky s konstantním poloměrem nebo různé slalomy.

Model řízení musí udržovat soustavu motocyklu s řidičem na předem dané trajektorii. Tento model pracují na principu “pohledu dopředu“, tedy jednoduše řečeno jde o zkoušení ideální orientace a polohy motocyklu s ohledem na dodržení dané trajektorie. Základním východiskem je pro software aktuální rychlost a poloha těžiště, poté přepočítává (s ohledem na dodržení trajektorie) pozici, kde by se motocykl měl po určitém čase t nacházet. Použitím této vzdálenosti d , následnou derivací, úhlu náklonu a rychlosti klopení vypočítává moment řízení [3] :

Trajektorie je definována funkcí $X=X(L)$, $Y=Y(L)$, kde X a Y jsou souřadnice na základní ploše, L vzdálenost. Grafický nástroj „track generator“ slouží k vykreslení trajektorie vytvářením spojitých přímek a oblouků [3].



Obr. 7 Princip “pohledu dopředu“ [3]

2 PŘEDSTAVENÍ MĚŘENÉHO ZÁVODNÍHO MOTOCYKLU PIAGGIO ZIP SP

V rámci této bakalářské práce bylo jedním z úkolů také navrhnout metodiku měření potřebných parametrů motocyklu a zrealizovat následná měření. Jako zkoumaný motocykl byl vybrán méně známý motocykl (skútr) Piaggio Zip SP v závodní specifikaci. V následující kapitole bude přiblížena historie skútrů, údaje o motocyklu a jeho přeměna na závodní speciál.

2.1 HISTORIE SKÚTRŮ

Skútry vznikly po druhé světové válce a říká se, že první skútr vymyslel a vyrobil pan Piaggio v italské Pontedeře, když mu po ukončení výroby vojenských letadel zůstalo mnoho malých kol pro letecké podvozky. Sestrojil malý obratný motocykl, který získával velice rychle ohromnou popularitu nejen v Itálii ale postupně v celém světě, kde v současné době jezdí miliony skútrů.

Zejména v 70. a 80. letech 20. století dochází k ohromnému konstrukčnímu a technologickému rozvoji těchto vozidel a to jak v celkové konstrukci, tak v oblasti pohonné jednotky, kterou tvoří monoblok se zadním kolem a přenos výkonu je řešen pomocí variátoru.

Původní skútr Piaggio Vespa se licenčně vyráběl a vyrábí v mnoha firmách po celém světě a mnoho výrobců se snaží také podporovat svůj vývoj. Přesto se dá říci, že značka Piaggio stále zůstává lídrem v tomto oboru a nositelem nových konstrukčních myšlenek.

Až do nedávné doby byl typickým představitelem malý lehký skútr pro 1 – 2 osoby s dvoutaktním motorem o obsahu do 50 ccm a výkonem 5 koní s maximální rychlostí 50 km/hod. (s možností tyto motory dále upravovat pro navýšení výkonu). Nyní se postupně přechází na čtyřdobé motory s vyššími obsahy a nižšími emisemi, což ale přináší také menší obratnost-hlavně kvůli větším rozměrům a hmotnosti.

S přibýváním skútrů na silnicích celého světa a velkou popularitou mezi mladými přicházely také první myšlenky na porovnávání rychlostí a následně vznikaly první závody na silnicích i v terénu. V současné době je největším závodem na světě každoroční závod v Macau, ale velice populární jsou tyto závody také zejména v jižní Evropě (Itálie, Španělsko), dále střední a západní Evropě (Česká republika, Slovensko, Maďarsko, Polsko, Německo, Francie, Nizozemí, Velká Británie. Nejvhodnějšími okruhy pro závodní skútry jsou především motokárové tratě o délce přibližně jeden kilometr.

2.2 ZÁVODNÍ SPECIÁL PIAGGIO ZIP SP

Základem pro závodní speciál je italský skútr Piaggio Zip 50 SP. Jedná se o výrobek italského výrobce Piaggio konstruován pro silniční provoz zejména ve městech. Malá deseti palcová kola a nízká hmotnost předurčují lehkou ovladatelnost a obratnost a hlavně díky těmto vlastnostem je nejrozšířenější na všech evropských závodech. Motor je součástí monobloku společně s variátorem, který umožňuje plynulý převod na zadní kolo.



Obr. 8 Sériová verze Piaggio Zip SP [12]

Letmé uložení předního kola dále nabízí lehkou výměnu kol, což je u závodního stroje velmi podstatné, protože k výměně pneumatik dochází i několikrát za závodní víkend. Odstraněním zpětného zrcátka, směrových a hlavních světel, obutím závodních pneumatik a hlavně výměnou hnací jednotky se promění městský dopravní prostředek na skutečný závodní motocykl.



Obr. 9 Zjednodušený 3D model motocyklu Piaggio Zip SP



Obr. 10 Fotografie ze závodů skútrů zachycující průjezd zatáčkou

Italská firma Polini motori je tradičním výrobcem náhradních a tuningových dílů pro skútry a malé motocykly. Pro model Piaggio ZIP SP nabízí celou řadu dílů zvyšující výkon motoru. V současné době také kompletní připravenou hnací jednotku s obsahem 70 ccm a výkonem až 27 HP při 14 000 otáčkách za minutu, vybavenou speciální odstředivou spojkou a variátorem. Takto vybavený stroj dokáže akcelarovat z 0 na 80 km/hod za 4,5 sekundy a dosáhnout na závodní motokárové trati rychlosti až 130 km/hod.

S mohutným nárůstem výkonu oproti sériovému skútru je nutné použití dalších dílů, např. speciálního chladiče, závodních tlumičů nebo držáku hnací jednotky, který zvyšuje celkovou tuhost rámu. Mezi další potřebné komponenty patří také pro závody vyvinutá hydraulická přední brzda s brzdovým kotoučem. Specializované firmy dále nabízejí závodní pneumatiky v několika směsích a variantách, které dovolí to pravé závodní chování na trati.



Obr. 11 Hnací jednotka italské firmy Polini [13]

3 ROZMĚRY A GEOMETRIE MOTOCYKLU

V dnešní době existuje mnoho rozdílných konceptů motocyklů. Mezi nejdůležitější faktory, které ovlivňují chování motocyklu za jízdy, patří bezesporu rozměry a geometrie motocyklu, od které se odvíjí základní jízdní vlastnosti, jízdní komfort, stabilita, manévrovatelnost apod. Omezíme-li se pouze na silniční motocykly, nacházíme na první pohled znatelné rozdíly v konstrukci silničních motocyklů. Všechny kategorie motocyklů se odlišují svými charakterizujícími znaky- v případě chopperů se jedná především o malý úhel sklonu přední vidlice (osy řízení), na druhou stranu například skútry jsou charakteristické krátkým rozvorem. V následující kapitole budou vysvětleny základní a zároveň nejdůležitější parametry motocyklu a jejich vliv na výsledné chování za jízdy [4].

3.1 ÚHEL SKLONU PŘEDNÍ VIDLICE (OSY ŘÍZENÍ)

Úhel sklonu přední vidlice (osy řízení) se udává jako úhel mezi osou řízení a rovinou vozovky a má rozhodující vliv na stabilitu za jízdy a manévrovatelnost. Malý úhel sklonu osy řízení (charakteristické pro choppery) zapříčiní větší stabilizační účinek při vysokých rychlostech, na druhou stranu zmenší manévrovatelnost při rychlostech nižších. Větší úhel sklonu přední vidlice poskytuje zcela opačné vlastnosti a motocykl tak dovoluje ostřejší manévrování za cenu menší stability. Všeobecně se setkáváme s hodnotami od 56° do 71° , přičemž hodnoty nad 66° stupňů odpovídají sportovním silničním strojům a hodnoty pod 63° jsou charakteristické pro cestovní motocykly a choppery [4].

3.2 ZÁVLEK (STOPA) PŘEDNÍHO KOLA

Pro jízdní stabilitu motocyklu má velký význam také závlek (neboli stopa) předního kola. Jedná se o vzdálenost mezi osou řízení a svislou osou kola v rovině tvořené zemí. Pokud je tato vzdálenost kladná, kolo je vlečeno. Větší závlek vede obecně k větší stabilitě za jízdy ve vysokých rychlostech v přímém směru.

Většího předsunutí předního kola lze dosáhnout také zalomením přední vidlice tak, že přední vidlice není rovnoběžná s osou hlavy řízení (normálně je přední vidlice s osou hlavy řízení rovnoběžná). Ve spojení s malým zatížením přední vidlice se při větším předsunutí předního kola a menšího úhlu sklonu přední vidlice značně zlepšuje i stabilita při nízkých rychlostech jízdy. Na druhou stranu se s rostoucím zatížením přední vidlice zvětšuje sklon ke kmitání [5].

3.3 ROZVOR MOTOCYKLU

Rozvor motocyklu je vzdálenost mezi středy předního a zadního kola. Větší rozvor zajišťuje dobré jízdní vlastnosti a stabilitu především při vyšších rychlostech a přímém směru. Na druhou stranu kratší rozvor umožňuje projetí zatáček bez většího nadjíždění a je tak vhodný u motocyklů, u kterých je předpokládána častá změna směru a projíždění ostrých zatáček.

Hodnoty rozvoru jsou pochopitelně pro každý typ motocyklu odlišné. Pohybují se od 1200 mm (v případě skútrů), přes 1300-1350 mm (městské a sportovní motocykly) až po 1600 mm u cestovních motocyklů.

Obecně lze říci, že zvětšení rozvoru má následující vlivy [4]:

- Větší hodnoty rozvoru znamenají větší rozměry a tudíž i větší sklon k torzní deformaci rámu. Tento parametr je velice důležitý z hlediska manévrovatelnosti (tužší rám zajistí větší ovladatelnost).
- Zmenšuje možnost projetí velmi ostrých zatáček o malém poloměru.
- S rostoucím rozvorem také narůstá síla nutná k ovládnání motocyklu od řidiče směrem k řídítkům.
- Má zásadní vliv na podélný přenos váhy, přičemž snižuje riziko převrácení během akcelerace nebo brždění
- Zvětšuje stabilitu motocyklu při vyšších rychlostech



Obr. 12 Geometrie motocyklu [6]

4 KINEMATIKA MOTOCYKLU

Přestože je motocykl složen z tisíců součástek a mechanismů, lze motocykl rozdělit do několika hlavních bloků: přední vidlice s řídítky, přední kyvné rameno (záleží na druhu motocyklu), hlavní rám, zadní kyvné rameno, přední kolo a zadní kolo. Vzájemná poloha těchto částí je pro každý motocykl specifická a určuje konečné dynamické chování. Studování kinematiky motocyklu je tedy velice důležité a její vlivy jsou stručně popsány v kapitole 3. V následující kapitole bude přiblíženo vytvoření kinematického modelu motocyklu, který se ovšem může lišit od jiných druhů motocyklů.

Kinematický model je jedním ze vstupních údajů v rámci matematického modelování dynamiky vozidel.

4.1 KINEMATICKÝ MODEL MOTOCYKLU PIAGGIO ZIP SP

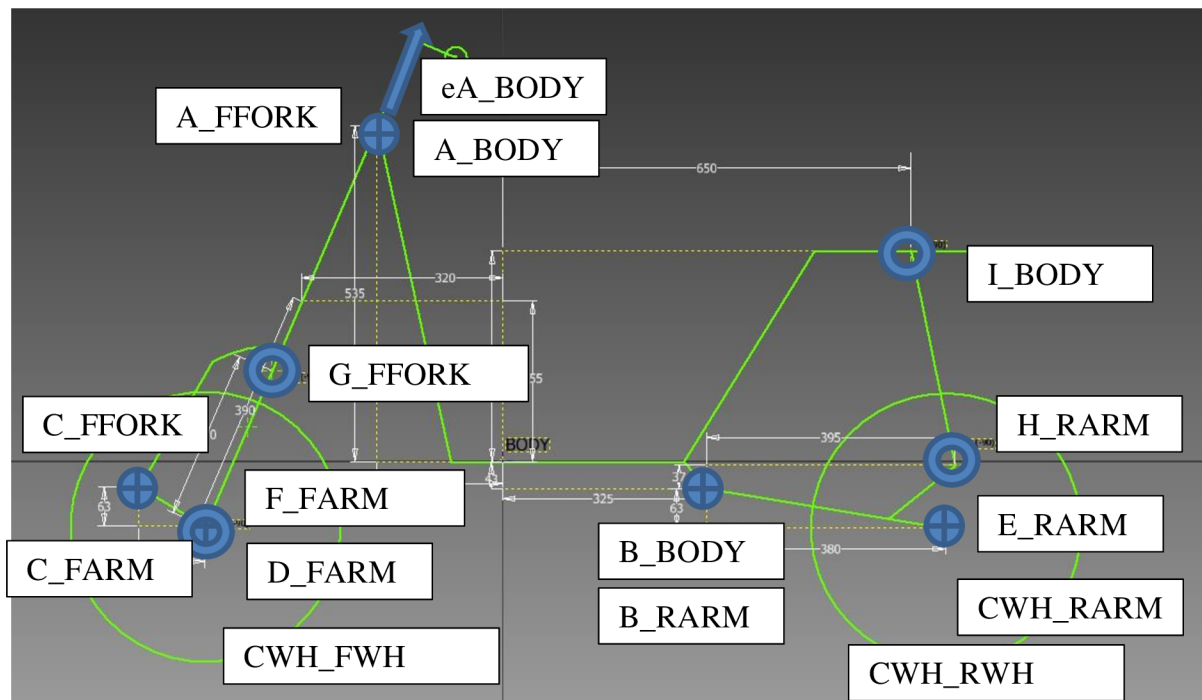
Kinematický model spočívá v naměření vzájemné polohy kinematicky funkčních součástí motocyklu.

Nejdříve je třeba si zvolit bod, který bude plnit funkci referenčního bodu celého motocyklu. Jako referenční bod byl zvolen bod pod nohama jezdce pod podlážkou v ose motocyklu. Od tohoto bodu byly naměřeny vzdálenosti všech kinematických bodů na základním rámu (přípona `_BODY`). - tedy horní bod zavěšení zadního tlumiče (`I_BODY`), bod středu rotace zadního kyvného ramene včetně bloku hnací jednotky (`B_BODY`) a bod umístění ložisek řízení (`A_BODY`). Všechny další body ostatních kinematických bloků mohou být vždy určeny vzhledem k bodům, které jsou totožné pro dva a více hlavních kinematických bloků a nemusí tak být měřeny vůči referenčnímu bodu.

Dále byly změřeny body na přední vidlici (přípona `_FFORK`)- umístění ložisek řízení (`A_FFORK`), horní bod zavěšení předního tlumiče (`G_FFORK`) a bod na předním kyvném (tlačeném) rameni (`C_FFORK`). Pomocí známých bodů lze určit jednotkový vektor řízení, čili `eA_BODY`.

Na předním kyvném (tlačeném) rameni (přípona `FARM`), které je typické pro menší skútry a v dnešní době už u klasických motocyklů nejsou příliš rozšířené, byly změřeny následující body: bod předního kyvného ramene (`C_FARM`), spodní bod zavěšení předního tlumiče (`F_ARM`), který je totožný s druhým bodem předního kyvného ramene (`D_FARM`) i se středem předního kola (`CWH_FWH`).

Pohonná jednotka je součástí zadního kyvného ramene (přípona `_RARM`), na kterém jsou následující body: střed rotace zadního kyvného ramene (`B_RARM`), spodní bod zavěšení zadního tlumiče (`H_RARM`), a střed zadního kola (`CWH_RWH`), který je totožný s bodem (`E_RARM`).



Obr. 13 Kinematický model motocyklu Piaggio Zip SP

Ideální by bylo použití skeneru, neboť skener zaručuje mnohem větší přesnost, než měření pomocí klasických měřidel. Nicméně z důvodu názornosti a celkového náhledu na motocykl Piaggio Zip SP byla zvolena klasická měřidla s rozlišitelností 1mm.

Výsledky měření a souřadnice jednotlivých bodů jsou součástí přílohy.

5 TĚŽIŠTĚ MOTOCYKLU

Poloha těžiště motocyklu, resp. poloha těžiště motocyklu s jezdce má zásadní vliv na chování za jízdy. Jeho poloha závisí především na řidiči, který svým pohybem vůči motocyklu mění výslednou polohu těžiště. Mimo jiné poloha těžiště závisí také na konstrukci motocyklu, použitých materiálech, umístění nádrže, baterie, chladiče, motoru (tvoří přibližně 25% hmotnosti celého motocyklu).

Pro závodní motocykly je typické rozložení hmotnosti 50-57% na předním kole, 43-50% na zadním. Městské a cestovní motocykly mají nejčastěji rozložení hmotnosti 43-50% na předním kole a 50-57% na zadním [4].

Pokud je rozložení hmotnosti na předním kole větší než 50% (tedy těžiště umístěno blíže k přednímu kolu), motocykl bude stabilnější při akceleraci a snižuje se riziko tzv. wheelie (jízda po zadním kole), na druhou se zvyšuje riziko tzv. stoppie (jízda po předním kole). Větší zatížení předního kola vede k většímu přenosu sil od vozovky na přední pneumatice. Vliv na rozložení hmotností na jednotlivých kolech mají také aerodynamické efekty, které především ve vyšších rychlostech nadlehčují přední kolo a zároveň tak více zatěžují kolo zadní [4].

Na chování motocyklu během jízdy má vliv také výšková poloha těžiště. Vyšší poloha těžiště zaručuje při větších rychlostech stabilitu. Během brždění/akcelerace vyšší poloha těžiště zapříčiní přenos váhy a následně větší zatížení předního kola (při brždění) a zadního kola (při akceleraci), ale zároveň tak může lehko dojít k odlehčení zadního kola- stoppie/předního kola-wheelie při brždění/akceleraci. Nízká poloha těžiště dovoluje větší ovladatelnost, především při malých rychlostech.

Tři základní pozice jezdce během jízdy:

1. Brždění- Jezdec se při brždění přesouvá více dozadu, aby došlo k zatížení zadního kola a nedocházelo tak k odlehčení a následnému prokluzu nebo dokonce zablokování zadního kola. Dalším důvodem přesunu těžiště dozadu je, aby při tvrdém brždění nedocházelo k tzv. stoppie. Nezanedbatelný vliv má také aerodynamický odpor, který napomáhá hlavně při větších rychlostech rychleji zabrzdít.

2. Rovinka- Jezdec se snaží vytvářet co možná nejmenší aerodynamický odpor (za účelem dosažení větší rychlosti), dochází ke sklonění co nejbližší k řídkům a k zatlačení nohou co nejbližší k rámu.

3. Zatáčka- Jezdec se přesouvá dopředu (aby došlo k zatížení předního kola a následnému většímu přenesení síly od vozovky přední pneumatice) a současně se vykloní celým tělem z osy motocyklu pomocí pokrčeného kolena a pokrčení v loktech směrem do zatáčky. Zároveň je snaha dostat v zatáčce těžiště co nejnižší, aby došlo k lepší ovladatelnosti motocyklu. Toho se docílí mimo jiné pohybem v ramenou a hlavy.

V následujících kapitolách bude vysvětleno, jak jednoduše zjistit podélnou a výškovou polohu těžiště motocyklu. Příčnou polohu těžiště považujeme ve středové ose motocyklu.

5.1 METODIKA MĚŘENÍ TĚŽIŠTĚ MOTOCYKLU V PODÉLNÉM SMĚRU

Zjištění polohy těžiště v podélném směru spočívá ve stanovení vzdálenosti osy předního resp. zadního kola od těžiště, tedy určení l_p resp. l_z . Zvolená metodika vyžaduje použití váhy a podpěrného tělesa stejné výšky, aby byl motocykl vždy v rovině a byla tak zaručena co největší přesnost měření, tedy aby součet naměřené hmotnosti na přední m_p a zadní nápravě m_z se rovnal celkové hmotnosti motocyklu m .

$$m = m_p + m_z \quad (5)$$

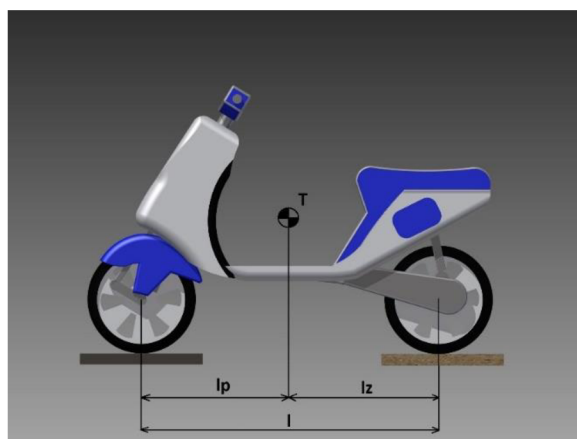
Motocykl je třeba umístit na váhu vloženou pod předním kolem motocyklu a zároveň podložit zadní kolo podpěrným tělesem tak, aby byl motocykl v rovině. Následně stačí odečíst váhami zobrazenou hodnotu hmotnosti připadající na přední kolo m_p (viz obr. 14) Totéž stačí zopakovat pro zjištění hmotnosti připadající na zadní kolo m_z .

Součet vzdálenosti těžiště a osy předního kola l_p se vzdáleností těžiště od osy zadního kola l_z se rovná rozvoru motocyklu l .

$$l = l_p + l_z \quad (6)$$



Obr. 14 Metodika měření polohy těžiště v podélném směru



Obr. 15 Hledané rozměry pro určení polohy těžiště v podélném směru

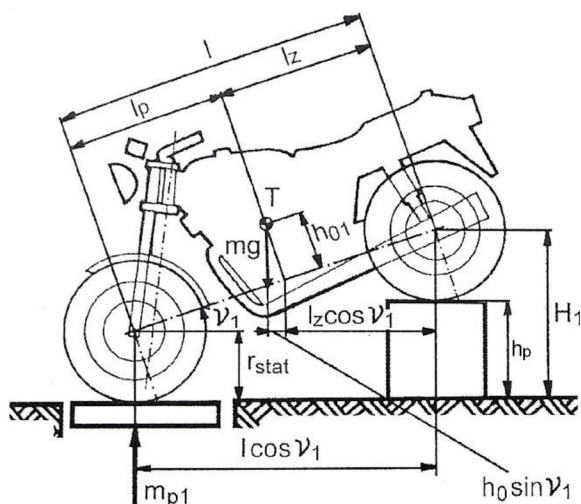
Vzdálenosti l_p resp. l_z lze zjistit ze vztahů:

$$l_p = \frac{m_z}{m} * l = \frac{m_z}{m_p + m_z} * l \quad (7)$$

$$l_z = \frac{m_p}{m} * l = \frac{m_p}{m_p + m_z} * l \quad (8)$$

5.2 METODIKA MĚŘENÍ VÝŠKOVÉ POLOHY TĚŽIŠTĚ MOTOCYKLU

Pro určení výškové polohy těžiště motocyklu je zapotřebí podepřít zadní kolo tak, aby se osa zadního kola dostala do výšky H_1 (viz obr. 16). Motocykl se tak nakloní o úhel ν_1 a na váze pod předním kolem budeme pozorovat Δm_{p1} , dále pomocí výpočtu dokážeme určit hledanou výškovou polohu těžiště.



Obr. 16 Metodika měření výškové polohy těžiště motocyklu [5]



Obr. 17 Metodika měření výškové polohy těžiště motocyklu

Při podložení zadního kola podložkou o výšce h_p je následně možno vyjádřit úhel ν_1 pomocí goniometrické funkce:

$$\sin(\nu_1) = \frac{h_p}{l} \quad (9)$$

$$\nu_1 = \arcsin \frac{h_p}{l} \quad (10)$$

Statická rovnice rovnováhy momentů vzhledem k ose zadního kola:

$$m_{p1} * l * \cos(\nu_1) - m * (h_{01} * \sin(\nu_1) + l_z * \cos(\nu_1)) = 0 \quad (11)$$

Hmotnost připadající na přední kolo:

$$m_{p1} = \frac{m * h_{01}}{l} * \operatorname{tg}(\nu_1) + m * \frac{l_z}{l} = \frac{m * h_{01}}{l} * \operatorname{tg}(\nu_1) + m_p \quad (12)$$

Okamžitá hmotnost připadající na přední kolo ve zvednuté poloze je větší o Δm :

$$m_{p1} = m_p + \Delta m_p \quad (13)$$

Neboli

$$\Delta m_p = m_{p1} - m_p = \frac{m * h_{01}}{l} * tg(v_1) \quad (14)$$

Nyní můžeme zjistit kolmou vzdálenost h_{01} od spojnice středů kol:

$$h_{01} = \frac{\Delta m_p}{m} * \frac{l}{tg(v_1)} \quad (15)$$

Ke kolmé vzdálenosti těžiště od spojnice středů kol tak už stačí pouze přičíst vzdálenost středu kola a základní roviny (r_{stat}):

$$h = h_{01} + r_{stat} \quad (16)$$

Vliv změny stlačení tlumičů, resp. pružin, při podložení podložkou pod zadním kolem na posun těžiště neuvažujeme. Předpokládáme tedy, že stlačení tlumičů při vodorovné poloze se rovná stlačení tlumičů při naklonění motocyklu o úhel v_1 .

5.3 POLOHA TĚŽIŠTĚ MOTOCYKLU PIAGGIO ZIP SP BEZ JEZDCE



Obr. 18 Měření polohy těžiště motocyklu Piaggio Zip SP bez jezdce



Obr. 19 Naměřená hmotnost pod zadním kolem

Výpočet těžiště motocyklu Piaggio Zip SP pomocí softwaru Mathcad:

$$r_{\text{stat}} = 235 \text{ mm}$$

$$l = 1180 \text{ mm}$$

$$h_p = 165 \text{ mm}$$

$$\nu_1 = \arcsin\left(\frac{h_p}{l}\right) = 0.1403$$

$$m_p = 30.4 \text{ kg}$$

$$m_z = 40.0 \text{ kg}$$

$$m_{p1} = 32.2 \text{ kg}$$

$$m = m_p + m_z = 70.4 \text{ kg}$$

$$\Delta m_p = m_{p1} - m_p = 1.8 \text{ kg}$$

Vzdálenost středu kola od základní roviny

Rozvor motocyklu

Výška podložky vložená pod zadní kolo

Úhel vytvořený při podložení podložkou o výšce h_p

Hmotnost připadající na přední kolo

Hmotnost připadající na zadní kolo

Hmotnost změřená na předním kole při podložení

Celková hmotnost motocyklu

Rozdíl hmotností připadajících na přední kolo

$$l_p = \frac{m_z \cdot l}{m} = 670.5 \text{ mm}$$

Vzdálenost těžiště od osy předního kola

$$l_z = \frac{m_p \cdot l}{m} = 509.5 \text{ mm}$$

Vzdálenost těžiště od osy zadního kola

$$h_{01} = \frac{\Delta m_p \cdot l}{m \cdot \tan(\nu_1)} = 213.6 \text{ mm}$$

Kolmá vzdálenost od spojnice středů kol

$$h = h_{01} + r_{\text{stat}} = 448.6 \text{ mm}$$

Výsledná výšková vzdálenost těžiště od základní roviny

5.4 POLOHA TĚŽIŠTĚ MOTOCYKLU PIAGGIO ZIP SP S JEZDCEM

V případě měření těžiště motocyklu spolu s jezdce zůstává metodika měření stále stejná. Je třeba dbát důraz na to, aby pomocná osoba (nebo speciální konstrukce), která hlídá rovnováhu jezdce s motocyklem, při vážení neovlivnila výsledek měření. Tomu se zamezí, pokud tato osoba (konstrukce) působí na motocykl s jezdce pouze silou kolmo ke směru tíhové síly.

Měření bylo provedeno ve třech základních pozicích jezdce (kap. 5):

1. Brždění
2. Rovinka
3. Zatáčka



Obr. 20 Měření podélné polohy těžiště motocyklu s jezdce v pozici "brždění" (ilustrativní foto)



Obr. 21 Měření výškové polohy těžiště motocyklu s jezdce v pozici "rovinka"

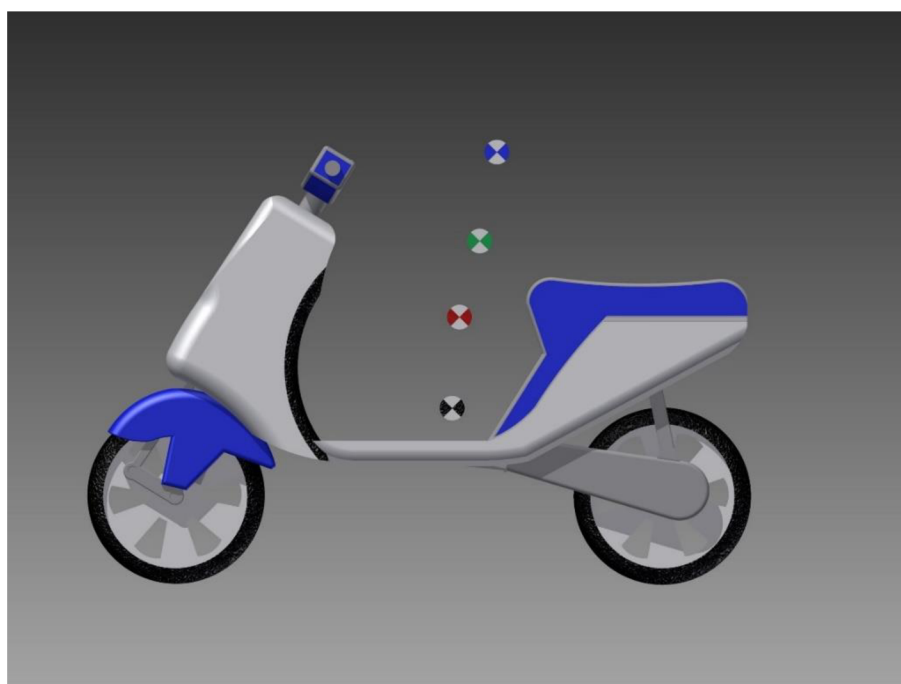
5.4.1 VÝSLEDKY MĚŘENÍ

Následující tabulka shrnuje měření, včetně softwarem Mathcad spočítané podélné polohy těžiště samotného motocyklu a motocyklu s jezdcem ve třech základních pozicích jezdce.


Tab. 1 Výsledky měření a spočítaná poloha těžiště samotného motocyklu a motocyklu s jezdcem ve třech základních pozicích jezdce

Piaggio Zip SP	brzdění	rovinka	zatačka	pouze motocykl
m_p [kg]	51,0	56,2	62,5	30,4
m_z [kg]	99,1	93,6	87,5	40,0
m_{pl} [kg]	66,0	67,3	70,3	32,2
l_p [mm]	779,1	737,3	688,3	670,5
l_z [mm]	400,9	442,7	491,7	509,5
h [mm]	1070,0	854,2	669,5	448,6

Pozice jezdce a jezdecký styl má tedy rozhodující vliv na výslednou polohu těžiště: (obr. 22)




Obr. 22 Výsledná výšková a podélná poloha těžišť

 Těžiště při pozici jezdce “brzdění“

 Těžiště při pozici jezdce “zatačka“

 Těžiště při pozici jezdce “rovinka“

 Těžiště samotného motocyklu

6 MOMENTY SETRVAČNOSTI

Dynamické chování motocyklu během jízdy ovlivňují také jednotlivé osové momenty setrvačnosti- moment setrvačnosti k ose “x” (Roll moment of inertia), moment setrvačnosti k ose “y” (Pitch moment of inertia) a moment setrvačnosti k ose “z” (Yaw moment of inertia).

Všechny tři osy mají svůj počátek v těžišti motocyklu a tvoří pravotočivou soustavu. Osa “x” je rovnoběžná s vozovkou a je orientována ve směru jízdy. Osa “y” je opět rovnoběžná s vozovkou, ale je kolmá k ose “x”. Svislá osa “z” je kolmá k oběma předchozím osám.

O rychlosti sklápění motocyklu rozhoduje moment setrvačnosti k ose “x”. Pokud je moment setrvačnosti k ose “x” vysoký, chování motocyklu je podobné, jako v případě vysokého těžiště motocyklu- nižší moment setrvačnosti k ose “x” (stejně tak jako nízké těžiště) zapříčiní vyšší ovladatelnost v zatáčkách.

Moment setrvačnosti k ose “y” určuje stabilitu motocyklu při akceleraci a brždění. Čím větší hodnota, tím více může motocykl akcelarovat/brzdit aniž by došlo k nadzvednutí předního/zadního kola.

Moment setrvačnosti k ose “z” ovlivňuje stabilitu a manévrovatelnost. Obecně lze říci, že vyšší moment setrvačnosti k ose “z” zapříčiní vysokou stabilitu (vhodné pro přímou jízdu), ale sníží manévrovatelnost. Pro závodní účely (kdy je snahou dosáhnout co nejvyšší ovladatelnosti motocyklu) je tedy třeba centralizovat hmotnost co možná nejbližší k těžišti motocyklu tak, aby byl moment setrvačnosti k ose “z” co nejnižší [4].

6.1 METODIKA MĚŘENÍ MOMENTŮ SETRVAČNOSTI MOTOCYKLU

K určení momentů setrvačnosti motocyklu se využívá závislosti mezi momentem setrvačnosti tělesa a frekvencí vlastního kmitání. Při měření se předpokládá netlumené kmitání a vlastnosti fyzikálního kyvadla. Je třeba mít na zřeteli, že dále zmíněné vztahy platí pouze pro malé výchylky (přibližně do 5°). Metodika vychází ze vztahu doby kmitu (perody) fyzikálního kyvadla [7]:

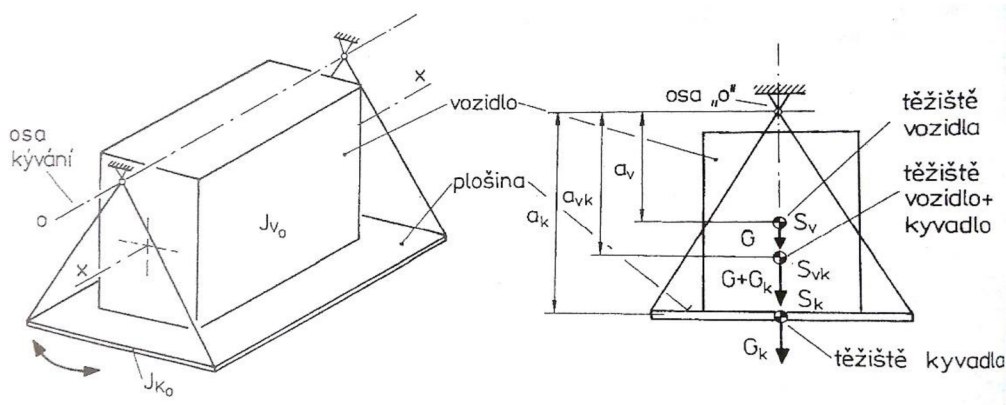
$$T = 2\pi * \sqrt{\frac{J}{mgd}} \quad (17)$$

6.1.1 METODIKA MĚŘENÍ MOMENTU SETRVAČNOSTI KOLEM OSY X

Ke změření momentu setrvačnosti k ose “x” je nejdříve třeba vyrobit přípravek/kyvadlo na uchycení motocyklu. Přípravek/kyvadlo zavěsíme pomocí lan, aby umožňovalo rotaci kolem rovnoběžné osy kývání (viz obr. 23) a vychýlíme z rovnovážné polohy tak, aby se kmitání pohybovalo pouze v oblasti malých/lineárních kmitů, tzn. s výchylkou do 5°.

Metodika určení momentu setrvačnosti spočívá v naměření doby (perody) kmitu samotného přípravku/kyvadla T_{k_roll} , poté vozidla + přípravku/kyvadla T_{vk_roll} . Následně pomocí známé geometrie a změřených period kmitu získáme výsledný moment setrvačnosti k ose “x”.

Doba (perioda) kmitu je doba, kterou potřebuje kyvadlo při pohybu z rovnovážné polohy (přes obě krajní výchylky) zpět do rovnovážné polohy nebo doba, kterou potřebuje kyvadlo při pohybu z jedné krajní výchylky (přes druhou krajní výchylku) zpátky do první krajní výchylky.



Obr. 23 Schéma metodiky měření momentu setrvačnosti k ose "x" [5]

Pomocí úpravy rovnice 17 získáme moment setrvačnosti vůči ose "o" přípravku/kyvadla J_{ko_roll} a přípravku/kyvadla + vozidla J_{vko_roll} .

$$J_{ko_roll} = \frac{G_k * a_k}{4\pi^2} * T_{k_roll}^2 \quad (18)$$

$$J_{vko_roll} = \frac{(G_v + G_k) * a_{vk}}{4\pi^2} * T_{vk_roll}^2 \quad (19)$$

Kde G_k je tíha kyvadla (tedy hmotnost kyvadla v kilogramech vynásobená gravitačním zrychlením $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$) a G_v je tíha vozidla (opět hmotnost vozidla vynásobená gravitačním zrychlením g).

Vzájemným odečtením získáme moment setrvačnosti vozidla J_{vo_roll} vůči ose "o".

$$J_{vo_roll} = J_{vko_roll} - J_{ko_roll} \quad (20)$$

Poté pomocí Steinerovy věty jsme schopni určit moment setrvačnosti vozidla J_x vůči ose "x" procházející těžištěm vozidla.

$$J_x = J_{vo_roll} - \frac{G_v}{g} * a_v^2 \quad (21)$$

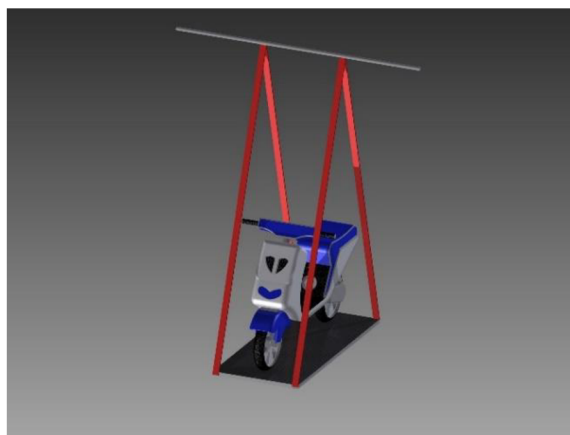


Obr. 24 Metodika měření momentu setrvačnosti k ose "x"

6.1.2 METODIKA MĚŘENÍ MOMENTU SETRVAČNOSTI KOLEM OSY Y

Metodika pro určení momentu setrvačnosti k ose "y" je velmi podobná, jako v případě měření momentu setrvačnosti k ose "x". Tedy podstatné je změření doby (periody) kmitu, určení geometrie přípravku/kyvadla a následný výpočet jako v kapitole 6.1.1.

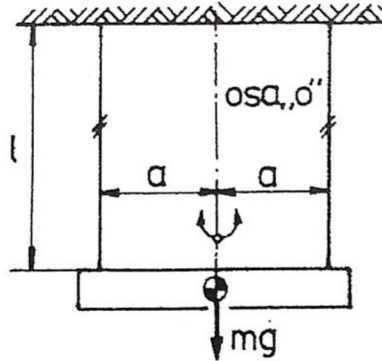
Rozdílem je akorát rotace kolem jiné osy. To znamená, že je třeba upravit přípravek/kyvadlo tak, aby byla možná rotace kolem osy kolmé na motocykl.



Obr. 25 Metodika měření momentu setrvačnosti k ose "y"

6.1.3 METODIKA MĚŘENÍ MOMENTU SETRVAČNOSTI KOLEM OSY Z

Pro změření momentu setrvačnosti k ose "z" není třeba speciálního přípravku, stačí vytvoření tzv. bifilárního závěsu, tedy zavěsit motocykl přímo pomocí lan.



Obr. 26 bifilární závěs [5]

Pro bifilární závěs platí následující vztah:

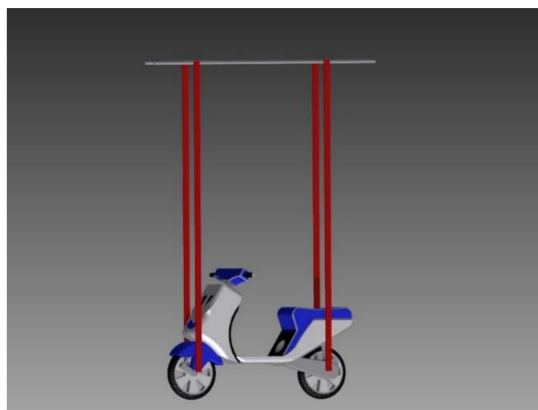
$$J_b = \frac{mga^2}{4\pi^2l} T_b^2 \quad (22)$$

Vychýlíme-li motocykl z rovnovážné polohy (opět tak, aby se kmitání kolem rovnovážné polohy pohybovalo v oblasti malých kmitů, tj. výchylka by neměla přesáhnout 5°), změříme dobu (periodu) kmitu.

Vztah 22 předpokládá stejnou vzdálenost osy rotace procházející těžištěm a míst uchytení motocyklu pomocí lan. Jelikož se těžiště motocyklu zpravidla nenachází přesně ve středu motocyklu, je třeba vztah lehce upravit:

$$J_z = \frac{mgl_p l_z}{4\pi^2 l_l} T_{yaw}^2 \quad (23)$$

Kde m je hmotnost motocyklu, g gravitační zrychlení, l_p vzdálenost těžiště od osy předního kola, l_z vzdálenost těžiště od osy zadního kola a l_l délka lan.



Obr. 27 Metodika měření momentu setrvačnosti k ose "z"

6.1.4 URČENÍ DOBY (PERIODY) KMITU

Pro přesné určení periody kmitu byl použit datalogger s vnitřním tříosým akcelerometrem a gyroskopem. Datalogger umístěný na motocyklu je nejdříve třeba zkalibrovat v klidové poloze a následně může zaznamenávat průběh celé zkoušky a ukládat ji do paměti. Následným stažením naměřených dat do počítače a zobrazením dat v podporovaném softwaru je možné vyhodnotit/odečíst dobu (periodu) jednoho kmitu. Datalogger je pro přesnost měření umístěn co nejbližší k těžišti motocyklu.

Méně přesnou metodou může být změření periody více kmitů pomocí stopek a následným vydělením počtem kmitů zjistit hledanou periodu jednoho kmitu.



Obr. 28 Datalogger s tříosým akcelerometrem a gyroskopem umístěný co nejbližší těžišti motocyklu

6.2 MĚŘENÍ MOMENTU SETRVAČNOSTI K OSE X MOTOCYKLU PIAGGIO ZIP SP

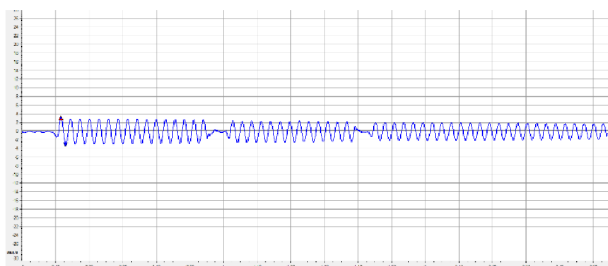
Pro změření momentu setrvačnosti k ose x je třeba použít přípravek (kyvadlo), na který lze motocykl uchytit a následně změřit výsledný moment setrvačnosti (jak je popsáno v kapitole 6.1.1.).



Obr. 29 Přípravek/kyvadlo pro uchycení vozidla a změření momentů setrvačnosti

Přípravek/kyvadlo byl vyroben tak, aby rovina kol (v místě dotyku pneumatiky s vozovkou) byla na úrovni těžiště přípravku (kyvadla). Poté je možno vycházet z nákresu (obr. 23). Důležité rozměry kyvadla a lan je třeba změřit, stejně tak společně s lany zvážit celou sestavu kyvadla.

Nejprve se vychýlí přípravek/kyvadlo s dataloggerem zaznamenávajícím průběh měření a následným odečtením z grafu měřené veličiny kanálu GyroX jsme schopni zjistit periodu kmitu T_{k_roll} tedy periodu kmitu kyvadla.



Obr. 30 Průběh kmitání kyvadla

Aritmetický průměr deseti odečtených period $\overline{T_{k_roll}}$:

$$\overline{T_{k_roll}} = 2,7134 \text{ s}$$

Standardní nejistota typu A (směrodatná odchylka):

$$u_A(T_{k_roll}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (T_{k_roll}^i - 2,7134)^2}{10}} = 0,0792 \text{ s} \quad (24)$$

Standardní nejistota typu B (s ohledem na frekvenci snímaných dat- 100 Hz):

$$u_B(T_{k_roll}) = 0,01 \text{ s} \quad (25)$$

Kombinovaná standardní nejistota $u_C(T_{k_roll})$:

$$u_C(T_{k_roll}) = \sqrt{u_A(T_{k_roll})^2 + u_B(T_{k_roll})^2} = 0,0798 \text{ s} \quad (26)$$

Rozšířená nejistota $U(T_{k_roll})$; $k=2$ pro pravděpodobnost 95,5% :

$$U(T_{k_roll}) = u_C(T_{k_roll}) * 2 = 0,1596 \text{ s} \quad (27)$$

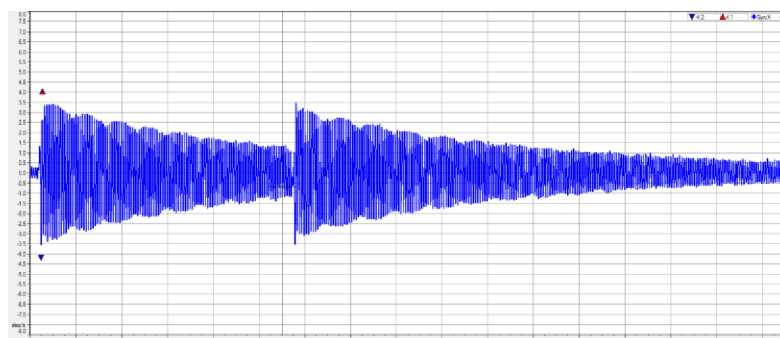
Výsledná perioda T_{k_roll} kyvadla je tedy:

$$T_{k_roll} = 2,7134 \pm 0,1596 \text{ s}$$

Poté je třeba rozkývat kolem osy kývání vozidlo + kyvadlo. Odečtením z grafu jsme schopni určit periodu kmitu soustavy vozidlo + kyvadlo, tedy T_{vk_roll} .



Obr. 31 Vozidlo + kyvadlo v rovnovážné poloze před změřením momentu setrvačnosti k ose x



Obr. 32 Průběh kmitání soustavy vozidlo + kyvadlo

Zde můžeme vidět záznam celé (téměř 15 minut) zkoušky, resp. závislost kanálu GyroX na čase. Soustava vozidlo + kyvadlo se nechala dokmitat téměř do rovnovážné polohy a je tak zaručen jeden z předpokladů, tedy držení se v oblasti malých výchylek- oblasti lineárních kmitů. S tím souvisí i odečítání period, které probíhá přibližně v poslední třetině záznamu. Deset odečtených period bylo dále statisticky zpracováno, stejně jako v případě T_{k_roll} .

Po statistickém zpracování je perioda kmitu soustavy vozidlo + kyvadlo T_{vk_roll} :

$$T_{vk_roll} = 2,4408 \pm 0,2185 \text{ s}$$

Poté pomocí výpočtů (viz kap. 6.1.1) dokážeme určit výsledný moment setrvačnosti k ose x. Podrobný výpočet je součástí přílohy.

$$J_x = 10,49 \text{ kgm}^2$$

6.3 MĚŘENÍ MOMENTU SETRVAČNOSTI K OSE Y MOTOCYKLU PIAGGIO ZIP SP

Jak je již naznačeno v kap. 6.1.2, měření momentu setrvačnosti k ose y je velmi podobné jako měření momentu setrvačnosti k ose x. Rozdílem je akorát rotace kolem jiné osy. S tím souvisí přestavení kyvadla. Opět určení spočívá v naměření periody kmitu pomocí dataloggeru s vnitřním tříosým akcelerometrem a gyroskopem, tentokrát T_{k_pitch} (periodu kmitu kyvadla kolem osy y) a T_{vk_pitch} (perioda kmitu vozidla + kyvadla kolem osy y). Výpočtem (dle kap. 6.1.1) určíme výsledný moment setrvačnosti k ose y.



Obr. 33 Kyvadlo + vozidlo v rovnovážné poloze před změřením momentu setrvačnosti k ose x

Výpočet pomocí softwaru Mathcad je součástí přílohy. Zde jsou shrnuty výsledky měření momentu setrvačnosti motocyklu Piaggio Zip SP k ose y:

$$T_{k_pitch} = 2,7364 \pm 0,1624 \text{ s}$$

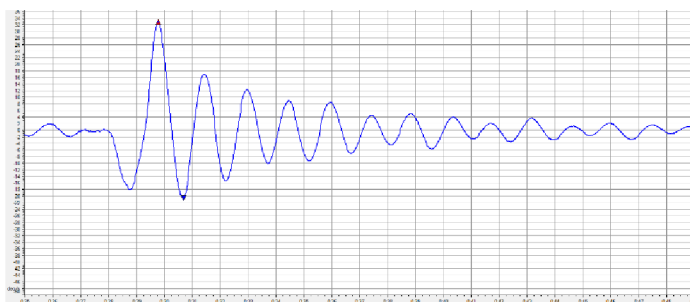
$$T_{vk_pitch} = 2,4414 \pm 0,1032 \text{ s}$$

$$J_y = 26,422 \text{ kgm}^2$$

6.4 MĚŘENÍ MOMENTU SETRVAČNOSTI K OSE Z MOTOCYKLU PIAGGIO ZIP SP

Měření momentu setrvačnosti k ose z probíhalo podle metodiky přibližné v kap. 6.1.3. Rozdílem oproti měření momentů setrvačnosti k ose x nebo y je, že není nutné použít přípravek/kyvadlo, tedy můžeme motocykl zavěsit přímo pomocí lan. Stejně jako v případě dřívějšího měření, podstata spočívá v určení T_{yaw} (periody kmitu kolem osy z odečtením ze záznamu dataloggeru ve vyhodnocovacím softwaru.

S ohledem na kapitolu 5.4.1 známe polohu těžiště, tedy i vzdálenosti l_p a l_z . Taktéž známe hmotnost motocyklu m . Stačí ještě změřit délku lan l_l a dosazením do vztahu 33 vypočteme moment setrvačnosti motocyklu k ose z.



Obr. 34 Průběh kmitání motocyklu kolem osy “z“

Výpočet v softwaru Mathcad je součástí přílohy. Moment setrvačnosti motocyklu Piaggio Zip SP k ose “z“:

$$T_{yaw} = 1,742 \pm 0,109 \text{ s}$$

$$J_z = 17,266 \text{ kgm}^2$$

7 TLUMIČE

Tlumiče spolu s pružinami mají zásadní vliv na chování motocyklu za jízdy a na jízdní komfort. Mají totiž za úkol zajistit co nejlepší styk kol s vozovkou a při jízdě po nerovnostech nedovolit odskakování kol od vozovky. Ideálně by měla při přejezdu nerovnosti sestava tlumiče a pružiny zajistit nenarušený styk kola s vozovkou, čehož se docílí maximálním kopírováním nerovností.

7.1 PRINCIP TLUMENÍ

V dnešní době jsou nejrozšířenější hydraulické tlumiče. Princip hydraulického tlumení spočívá ve zpomalování pohybu olejové náplně, která je chodem pístnice při stlačování/kompresi (angl. Bump) a roztahování (angl. Rebound) nucena protékat jedním nebo opačným směrem přes membrány nebo redukční zábrany obvykle s několika otvory. Průtokem přes otvory se pohyb olejové náplně zpomaluje, přičemž vzniká tření a následné teplo, které je odváděno do zbytku tlumiče a okolí.

Najede-li kolo na překážku, propruží a pružicímu systému se tak dodá pohybová energie, kterou následně změní v energii tepelnou. Kdyby se vzájemný pohyb odpružených a neodpružených hmot netlumil, kmital by motocykl teoreticky neustále harmonickým periodickým pohybem. Praktickým důsledkem by pak bylo rozhoupání stroje po přejezdu i jediné nerovnosti. Zvláště důležité je tlumení tehdy, jede-li vozidlo přes stejně od sebe vzdálené nerovnosti takovou rychlostí, že frekvence nárazů těchto nerovností na přední a zadní kol je stejná jako vlastní frekvence odpružení některého z kol. V tomto případě by došlo k rezonanci, při níž by začalo toto kolo odskakovat od terénu anebo by výchylky odpružení vzrostly tak, že docházelo k jeho dorážení. Těmto nebezpečným jevům lze zabránit pouze účinným tlumením [8].

7.2 MOŽNOSTI SEŘIZOVÁNÍ MODERNÍCH TLUMIČŮ

Mnoho dnešních tlumičů, zejména těch pro závodní účely, umožňuje seřizování a změnu charakteristiky chování při stlačení (angl. Bump) i roztahování (angl. Rebound). Lze tedy mechanicky měnit průměry redukčních otvorů, kterými protéká tlumicí olej, a následně dosáhnout větších či menších rychlostí pístnice.

Nejmodernější tlumiče mají až čtyři nezávisle na sobě měnitelné nastavení- lze tedy měnit charakteristiku ve stlačení (Bump), charakteristiku v roztahování (Rebound), a z angl. Low Speed a High Speed, tedy charakteristiku chování při malých a vysokých rychlostech tlumení.

Obecně lze říci, že oblast nižších rychlostí ovlivnitelná nastavením Low speed je funkční při obvyklém chování tlumičů, tedy u motocyklů převážně při brždění a akceleraci (při teoreticky hladkém povrchu bez nerovností). Jedná se tedy o tlumení odpružených hmot.

Oblast vyšších rychlostí tlumení, tedy oblast seřizovatelná pomocí nastavení High speed, je aktivní v případě, že vozidlo najede na nerovnost nebo např. na závodním okruhu na obrubníky při okraji vozovky. V tomto případě je třeba tlumit neodpružené hmoty.

Seřizování je nejvhodnější provádět tak, že před nastavením se nakliká (pomocí speciálních klíčů) krajní utáhnutá poloha, která odpovídá uzavřenému stavu a tedy nejtvrděmu nastavení. Tento bod tedy označíme číslem 1 a postupným povolováním (doprovázeným typickým zvukem klikání) nastavíme požadovanou hodnotu (například na hodnotu 20). Tento postup je sice nejuniverzálnější, ale i přesto je třeba se řídit manuálem k daným tlumičům.

7.3 MĚŘENÍ TLUMIČŮ

Ověření změn v nastavení tlumičů lze provést na speciálních zkušebních strojích. Před samotným měřením je třeba tlumiče vymontovat z vozidla, vyjmout pružinu a upnout do zkušebního stroje, což je většinou mechanický nebo hydraulický dynamometr. Někdy je zapotřebí také speciálních přípravků pro lepší upnutí tlumičů. Z časové náročnosti bohužel neprobíhají takovéto zkoušky často, na druhou stranu získáváme plno cenných informací a pravidelné proměření by jistě mělo svůj význam. Výsledkem měření je nejčastěji rychlostní (F-v) charakteristika nebo zdvihová (F-z) charakteristika.

7.3.1 ZKUŠEBNÍ STROJ MTS EMA 2K

Měření probíhalo na dynamometru MTS EMA 2k, sériové číslo EMA-234. Tento zkušební stroj se nachází na Ústavu automobilního a dopravního inženýrství na VUT FSI v Brně. Dynamometr snímá měřené veličiny s frekvencí 100 Hz, je schopen vyvinout rychlost až 4m/s a je vybaven také infračerveným teplotním senzorem, který snímá teplotu tlumiče během zkoušky, ať už z důvodu většího přehřívání tlumičů, nebo také z důvodu zajištění opakovatelnosti měření, protože viskozita tlumícího oleje s teplotou klesá a tudíž dochází k oslabení tlumící schopnosti.



Obr. 35 Dynamometr MTS EMA 2k

7.4 PŘEDNÍ TLUMIČ MOTOCYKLU PIAGGIO ZIP SP A JEHO CHARAKTERISTIKY

Závodní motocykl Piaggio Zip SP je opatřen speciálními tlumiči firmy Paioli, které byly vyvinuty čistě pro závody skútrů. Tyto tlumiče umožňují 20 různých nastavení v roztahování (Rebound), 20 poloh pro Low Speed a 27 poloh pro High Speed ve stlačování (Bump). Pomocí jednoduché kombinatoriky dojdeme k výsledku, že je tedy 10800 různých nastavení a to pouze jednoho tlumiče. Je tedy nemožné naměřit všechny různé kombinace, stejně jako je vyzkoušet na motocyklu, ale můžeme změřit alespoň extrémní nastavení a zjistit tak trend chování tlumiče.

Označme číslem 1 krajní utáhnutou polohu nastavení tlumiče, tedy stav, kdy je tlumič nejtvrdší. Všechna vyšší čísla značí měkčí nastavení.

Nastavení Rebound charakteristiky, tedy charakteristiky roztahování, označme jako R. Nastavení Low Speed jako LB a High Speed jako HB pro kompresi/stlačování.

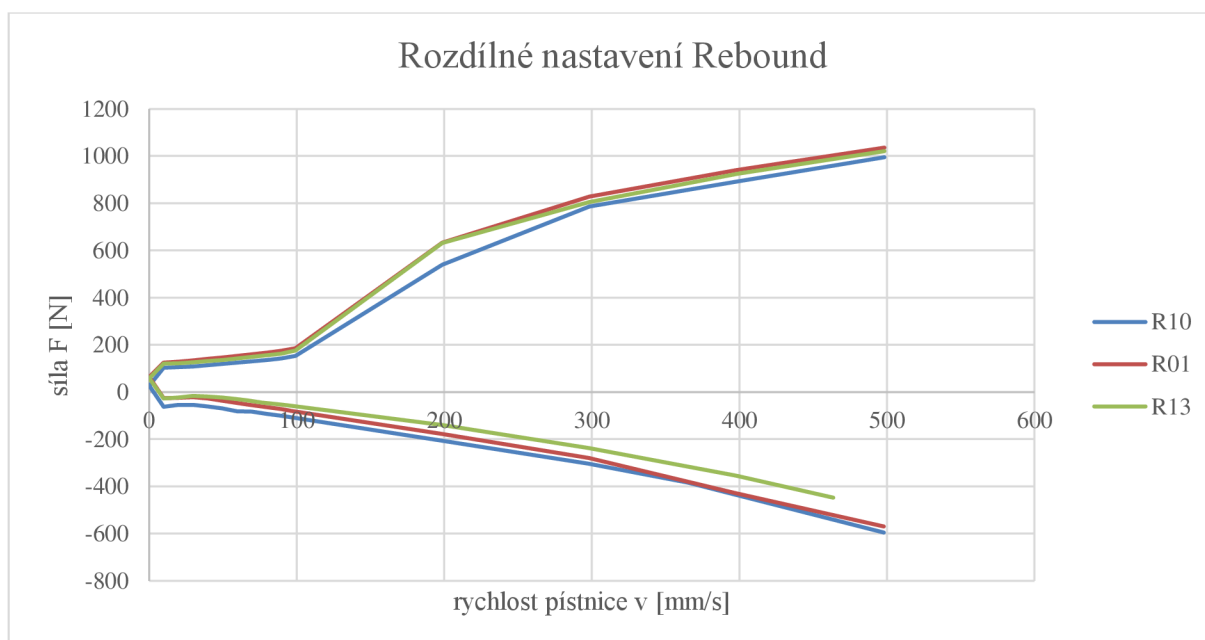


Obr. 36 Přední tlumič firmy Paioli s pružinou [14]

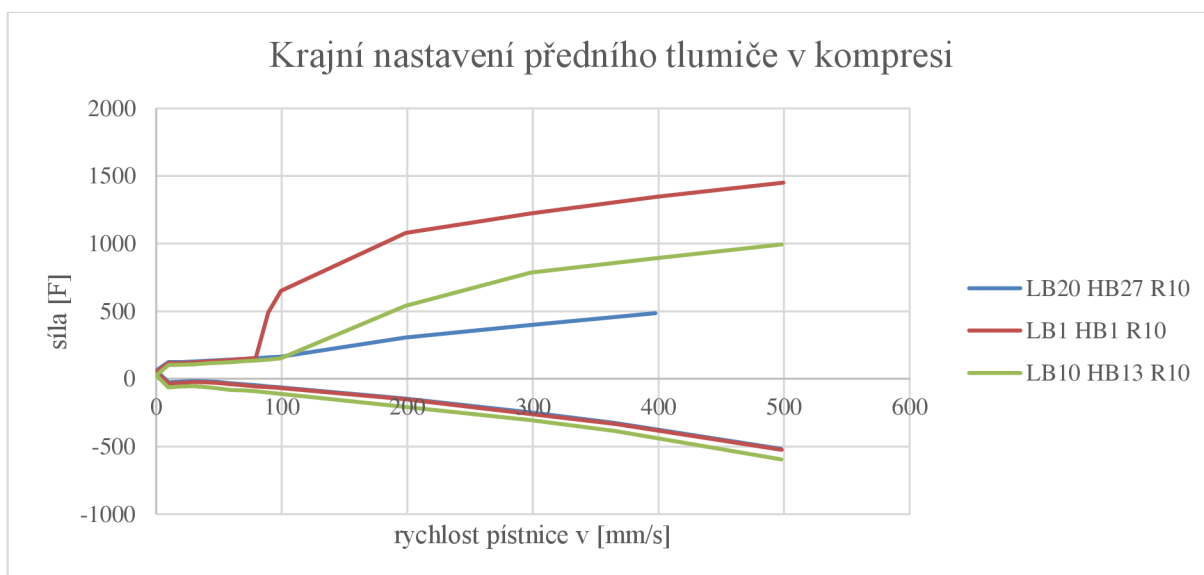
7.4.1 VLIV NASTAVENÍ REBOUND CHARAKTERISTIKY

Nastavení komprese: LB10 ; HB13

Nastavení roztahování: R1 / R10 / R13



7.4.2 KRAJNÍ NASTAVENÍ PŘEDNÍHO TLUMIČE V KOMPRESI



7.5 ZADNÍ TLUMIČ MOTOCYKLU PIAGGIO ZIP SP A JEHO CHARAKTERISTIKY

Stejně tak jako přední tlumič, je zadní tlumič firmy Paioli vyvinut pro závodní užití a nabízí stejný počet možností nastavení. U zadního tlumiče byla provedena detailnější měření, včetně jednotlivých vlivů Low Speed a High Speed.



Obr. 37 Zadní tlumič firmy Paioli s pružinou [15]

Číslem 1 označíme krajní utáhnutou polohu nastavení tlumiče, tedy stav, kdy je tlumič nejtvrdší. Všechna vyšší čísla značí měkčí nastavení.

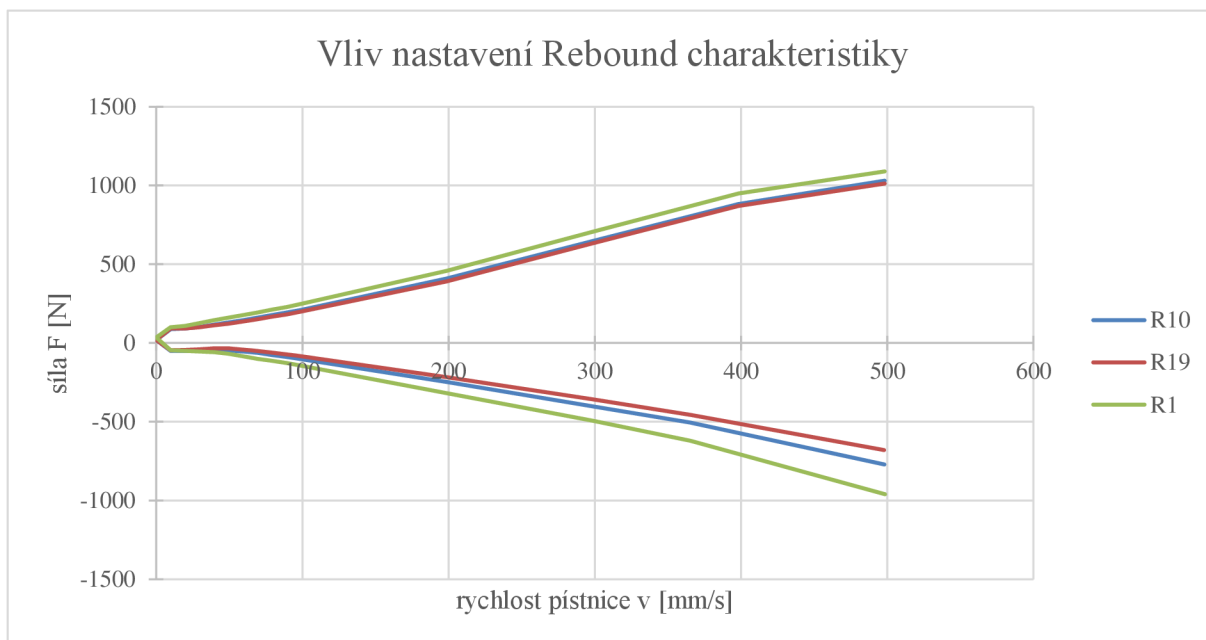
Nastavení Rebound charakteristiky, tedy charakteristiky roztahování, označíme jako R. Nastavení Low Speed jako LB a High Speed jako HB pro kompresi/stlačování.

7.5.1 VLIV NASTAVENÍ REBOUND CHARAKTERISTIKY

Měření probíhalo při neutrálním nastavení Low Speed (LB) a High Speed (HB)

Nastavení komprese: LB10 ; HB13

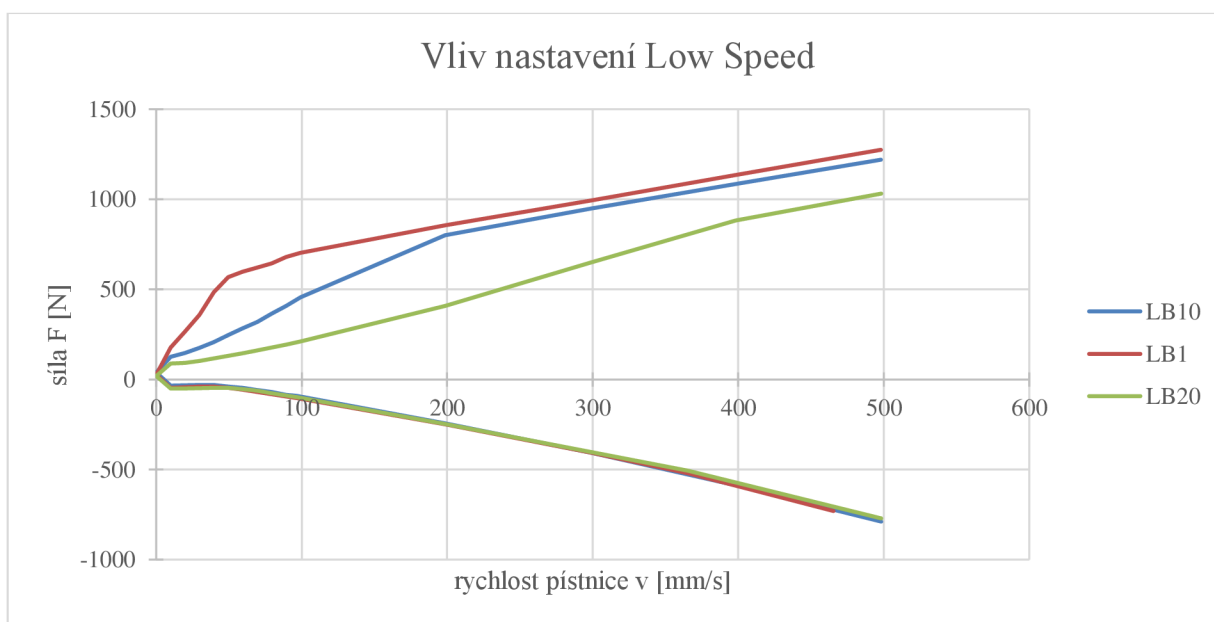
Nastavení roztahování: R1 / R10 / R19



7.5.2 VLIV NASTAVENÍ LOW SPEED

Nastavení komprese: LB1 / LB10 / LB20 ; HB13

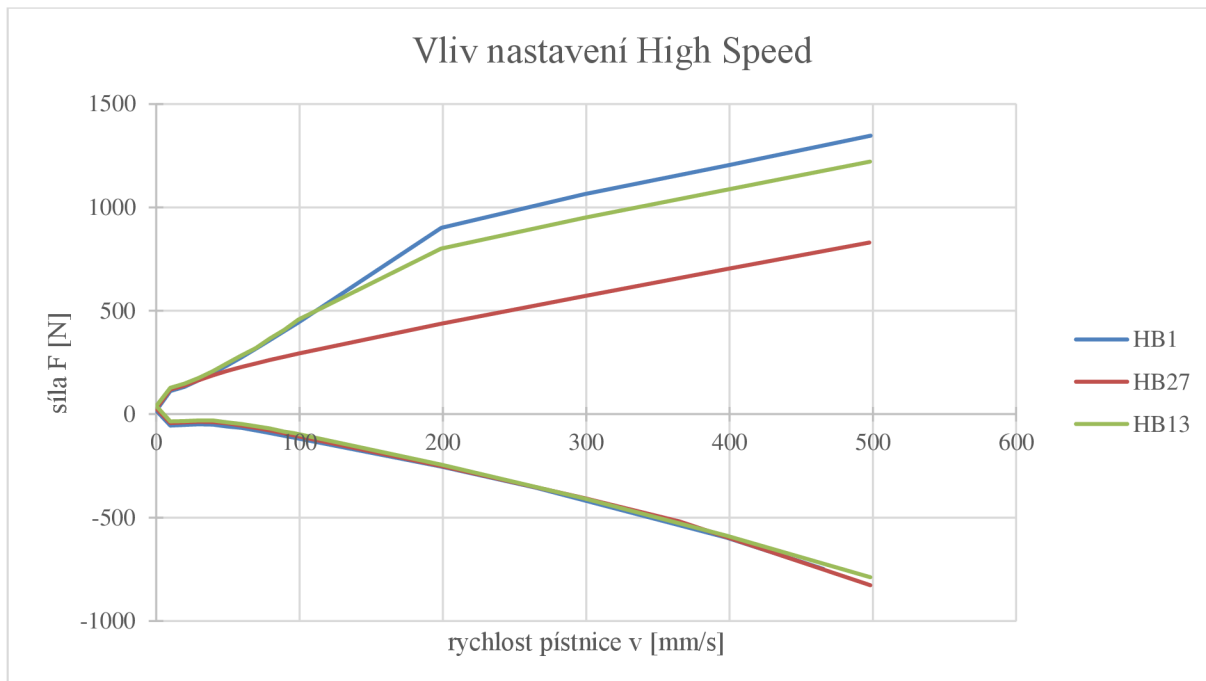
Nastavení roztahování: R10



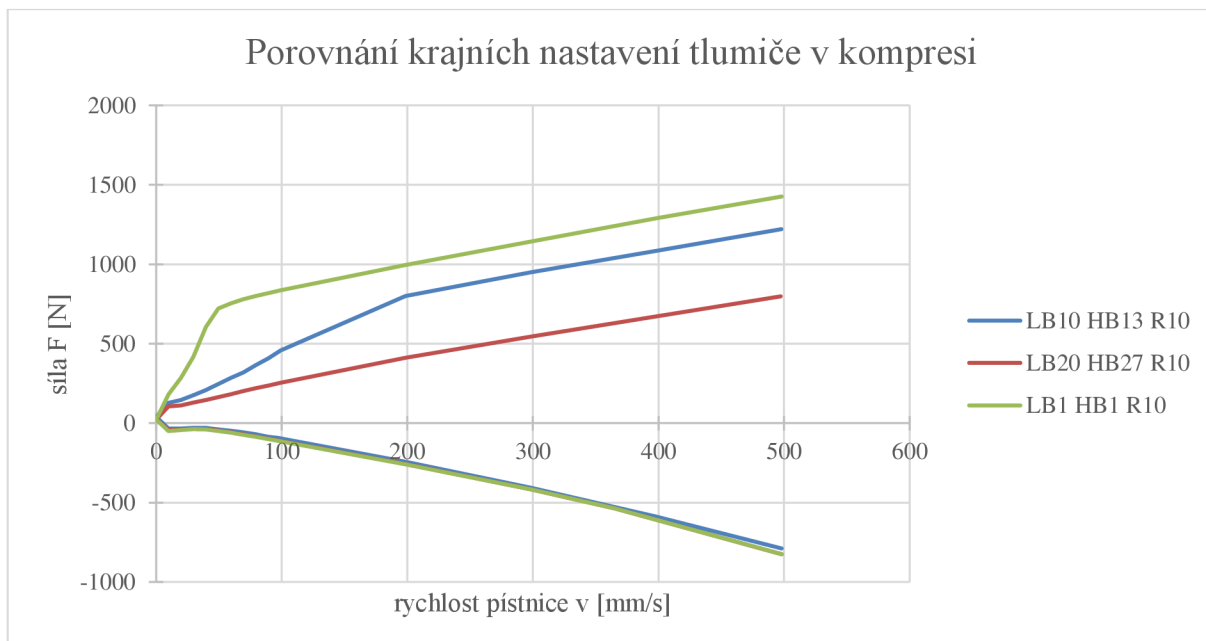
7.5.3 VLIV NASTAVENÍ HIGH SPEED

Nastavení komprese: LB10 ; HB1 / HB13 / HB27

Nastavení roztahování: R10



7.5.4 KRAJNÍ NASTAVENÍ ZADNÍHO TLUMIČE V KOMPRESI



8 PRUŽINY

Tuhost je charakterizující veličinou každé vinuté pružiny a závisí na průměru drátu, průměru vinutí pružiny a počtu závitů na jednotku délku. Tuhost je definována jako síla potřebná pro stlačení o určitou vzdálenost.

$$k_p = \frac{F_p}{x} \quad \left[\frac{N}{m} \right] \quad (28)$$

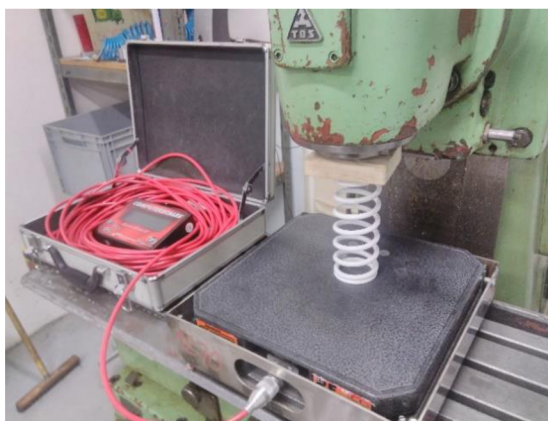
Základní jednotkou tuhosti je N/m, ale v případě pružin pro motocykly se nejčastěji používá jednotka N/mm. Pokud má pružina tuhost 1 N/mm znamená to, že při zatížení 1 N se pružina stlačí o 1 mm.

Hlavním úkolem odpružení je zachycovat větší rázy od nerovností vozovky a nepřenášet je následně do tzv. odpružených hmot motocyklu a samozřejmě také směrem k jezdcí. Mezi odpružené hmoty řadíme nejčastěji rám se všemi pevně připojenými díly. K neodpruženým hmotám řadíme přední a zadní kola, brzdové třmeny, brzdové kotouče a všechny další části, které jsou pevně připojeny ke kolům a vykonávají tak kmitavý pohyb. Správné odpružení také zvyšuje životnost celého motocyklu.

8.1 METODIKA MĚŘENÍ TUHOSTI PRUŽINY

Ke změření reálné tuhosti pružin zkoumaného motocyklu (skútru) se nabízí jedna z nejjednodušších metod. Je třeba použití zařízení na stanovení síly a vzdálenosti stlačení. Ke změření tedy byla vybrána digitální váha a konzolová frézka (z důvodu přesného odečtení vzdálenosti stlačení). Z důvodu poškrábání nebo jiného poškození hlavy frézky, nebo samotné pružiny, byl použit pro vzájemný styk dřevěný špalíček. Postupným stlačováním o jeden milimetr a odečítáním síly (resp. hmotnosti vynásobené gravitačním zrychlením) lze získat výslednou závislost síly na stlačení pružiny.

Následným vynesemím výsledků do grafu a proložením lineární regrese lze zjistit výslednou tuhost pružiny, jakožto směrnici lineární regrese.



Obr. 38 Metodika měření tuhosti pružiny

8.2 MĚŘENÍ TUHOSTI PŘEDNÍ PRUŽINY

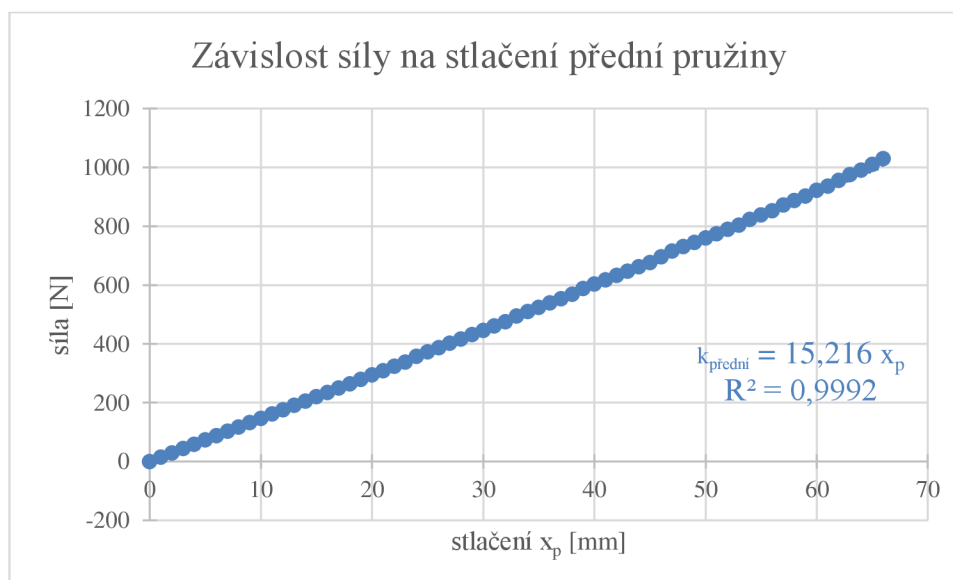
Měření tuhosti přední pružiny probíhalo přesně podle výše zmíněné metodiky až do úplného stlačení.

Ještě před samotným měřením byla pomocí posuvného měřítka zjištěna délka nezatížené přední pružiny $l_{p_nezat.} = 132$ mm. Úplného stlačení se dosáhlo po pohybu hlavy frézky o 66 mm (rovná se pracovnímu rozsahu přední pružiny $l_{p_rozsah} = 66$ mm), tedy délka zatížené přední pružiny je $l_{p_stlačená} = 66$ mm.

Výsledná závislost síly na stlačení přední pružiny je zobrazena v grafu (viz. níže).



Obr. 39 Téměř stlačená přední pružina



Z naměřených dat je tedy zřejmé, že se jedná o lineární pružinu. Směrnice přímky lineární regrese udává tuhost pružiny, tedy $k_{předni} = 15,216$ N/mm.

8.3 MĚŘENÍ TUHOSTI ZADNÍ PRUŽINY

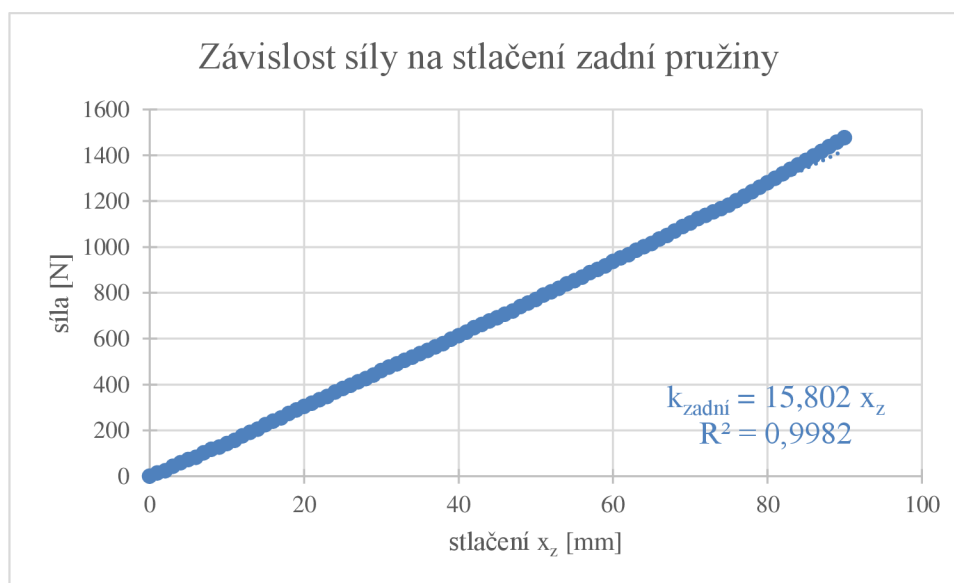
Měření tuhosti zadní pružiny opět probíhalo podle stejné metodiky. Zde jsou shrnuty výsledky měření zadní pružiny:

$$l_{z_nezat.} = 180 \text{ mm}$$

$$l_{z_rozsah} = 90 \text{ mm}$$

$$l_{z_stlačená} = 90 \text{ mm}$$

$$k_{zadní} = 15,802 \text{ N/mm}$$



9 SENZORY K MĚŘENÍ DYNAMIKY JEDNOSTOPÝCH VOZIDEL

Měření a následná analýza dat jsou velmi důležité, protože bez dat je možné se pouze domnívat, co všechno se během jízdy děje s podvozkem, resp. s celým motocyklem. Každý motocykl, resp. vozidlo, lze opatřit několika speciálními senzory pro měření dynamiky. Ať jsou to senzory popisující chování řidiče (například GPS s možností výpočtu rychlosti a zrychlení pomocí časových derivací nebo tříosé akcelerometry či gyroskopy, senzor otevření škrtkové klapky, tlaku v brzdách), čidla určená ke snímání chování podvozku (například lineární potenciometry na tlumičích či rychlosti jednotlivých kol) nebo senzory určené pro analýzu dat z motoru (teplotní senzor teploty výfukových plynů- použití u dvoutaktních motorů, vody, oleje, snímač otáček motoru- RPM, zařazeného rychlostního stupně, tlaku oleje, paliva, apod.). Všechny tyto senzory lze připojit k dataloggeru. Měřená data jsou tedy nahrávána a ukládána určitou frekvencí (záleží na druhu senzoru- od 10-5000 Hz) do dataloggeru a po stažení do počítače či jiného zařízení umožňují následnou analýzu ve vyhodnocovacích softwarech. V dnešní době moderní dataloggerové umožňují komunikaci s řídicí jednotkou vozidel (ECU), tedy lze získávat data přímo z řídicí jednotky pomocí CAN komunikace. Stejně tak již není problém zapojení až několika desítek senzorů, čili je pouze otázkou priorit a cílů, kolik senzorů se člověk rozhodne zapojit.

9.1 NÁVRH SENZORŮ PRO MĚŘENÍ DYNAMIKY PIAGGIO ZIP SP

S ohledem na dřívější kladné zkušenosti s použitím daného dataloggeru, navrhuji pro měření datalogger EVO4 a senzory od firmy AiM, která využívá k nastavení přístrojů/ senzorů a následnou analýzu prostředí softwaru RaceStudio2. Tento datalogger disponuje vnitřním akcelerometrem, GPS modulem s frekvencí 10 Hz, jedním rychlostním vstupem, vstupem pro magnetický či optický snímač časů na kolo, vstupem pro připojení k řídicí jednotce (ECU), CAN vstupem (pro zapojení Lambda sondy, speciální onboard kamery zobrazující online data, apod.), vstupem pro indukční snímač otáček motoru (RPM), a pěti vstupy pro externí analogové signály resp. senzory. Poslední vstup slouží pro připojení k počítači pomocí USB.



Obr. 40 Datalogger EVO4 s GPS modulem [16]

Pro správnou funkci integrovaného tří-osého akcelerometru je zapotřebí datalogger umístit ve vodorovné poloze co nejbližší těžišti vozidla/ motocyklu. Použitý datalogger využívá také vlastní GPS antény, která by neměla být pod kovovými předměty, aby byla zaručena co největší viditelnost antény a s tím spojena kvalita GPS signálu. Dále je třeba brát na zřetel, že jakékoliv svírání, kroucení či napínání kabelů může znamenat problémy ve sběru dat.

Vzhledem k většímu počtu měřených kanálů a absenci řídicí jednotky je zapotřebí použití rozšíření dataloggeru o Channel Expansion (který převodem na CAN komunikaci zajistí více vstupů pro analogové signály) a Data Hub (násobí počet CAN vstupů).



Obr. 41 Channel Expansion umožňující zapojení více analogových senzorů [17]



Obr. 42 Data Hub rozšiřující počet CAN vstupů [18]

9.1.1 LINEÁRNÍ POTENCIOMETRY PRO MĚŘENÍ ZDVIHU TLUMIČŮ

K naměření polohy tlumičů za jízdy byly zvoleny dva (na přední a zadní tlumič) analogové lineární potenciometry s výchozím napětím 0-5 V a měřícím rozsahem 100 mm (voleno s ohledem na pracovní rozsah tlumiče). Tyto senzory jsou pro analýzu jízdy velmi důležité, protože správná funkce tlumičů značně ovlivňuje chování motocyklu během jízdy. Účelem tlumičů je vždy zajistit stálý styk pneumatiky s vozovkou, mimo jiné mají vliv také na jízdní komfort, popřípadě životnost rámu a dalších součástí na motocyklu, proto je tedy měření zdvihů tlumičů a následná analýza velmi důležitá.

Lineární potenciometry udávají aktuální zdvih tlumiče (s ohledem na kalibraci, viz. dále). Následnou časovou derivací získáváme rychlost, resp. zrychlení pístnice, což je dále vstupním parametrem hloubkové analýzy.

Lineární potenciometry je třeba zkalibrovat již při montáži na motocykl, protože jinak by docházelo ke zkreslení naměřených dat, resp. zobrazení nesmyslných hodnot. Postup kalibrace bude přiblížen v další podkapitole.

KALIBRACI JE MOŽNÉ PROVÉST DVĚMA POSTUPY

1. Využitím databáze senzorů v softwaru RaceStudio2:

Po nainstalování potenciometru na motocykl přejdeme v softwaru RaceStudio2 do záložky kalibrace přístroje. Zde vybereme daný senzor a provedeme kalibraci ve stavu vyvěšeného kola (což odpovídá stlačení tlumiče 0 mm).

2. Definování nového senzoru pomocí kalibrační přímky (univerzální postup):

Smysl kalibrace spočívá v definování dvou bodů kalibrační přímky, tedy nulového zdvihu (=zdvih při vyvěšení kola, tj. při nulovém stlačení tlumiče) a maximálního stlačení tlumiče, kterého lehce dosáhneme, vyjmeme-li pružinu. Potenciometr připojíme k dataloggeru a umístíme na motocykl. Následně vyvěsíme dané kolo. Pomocí online zobrazených dat měřených dataloggerem (nebo pomocí multimetru) odečteme aktuální hodnotu napětí potenciometru. Následně podobným postupem zjistíme napětí při maximálním stlačení. Dále je třeba provést samotnou kalibraci v prostředí RaceStudio2, kdy pro první bod kalibrační přímky (0mm zdvih- odpovídající vyvěšenému kolu) definujeme naměřenou hodnotu napětí. Jako druhý bod kalibrační přímky stanovíme napětí pro maximální stlačení. Nyní již stačí námi nadefinovaný senzor uložit a přiřadit kanálu na dataloggeru. Tímto univerzálním postupem lze zkalibrovat jakýkoliv lineární analogový senzor.



Obr. 43 Lineární potenciometr pro měření zdvihu tlumičů [9]

9.1.2 SENZOR ÚHLU ŘÍZENÍ

Dalším ze senzorů je rotační potenciometr k měření úhlu řízení. Podobně jako u lineárních potenciometrů se jedná o analogové čidlo, tedy výstupním signálem je napětí 0-5V. Jednoduchou kalibrací v krajních polohách zajistíme přesnost měření.



Obr. 44 Rotační potenciometr k měření úhlu řízení [9]

9.1.3 SNÍMAČ TLAKU BRZDOVÉ KAPALINY

Motocykl Piaggio Zip SP disponuje přední kotoučovou hydraulickou brzdou, na zadním kole se nachází mechanická bubnová brzda. Měření tlaku v brzdém systému lze tedy použít jen na přední kolo. Díky tomuto senzoru získáváme cenné údaje o chování řidiče při brždění, tedy okamžik začátku brždění a intenzitu/způsob brždění.

Při brždění jsou třecí destičky přitlačovány na brzdný kotouč tlakem od brzdové páčky vyvolaným řidičem. Měření tlaku brzdné kapaliny spočívá na principu, že kapalina má pod vnějším zatížením v celém svém objemu stejný tlak (vliv hydrostatického tlaku je zanedbatelný). Do brzdného systému se tedy instaluje přes rozdvojení adaptér s čidlem tlaku brzdové kapaliny.



Obr. 45 Snímač tlaku brzdové kapaliny včetně redukce [9]

9.1.4 SNÍMAČE RYCHLOSTI OTÁČENÍ JEDNOTLIVÝCH KOL

Pro určení například prokluzů kol je třeba pracovat také s rychlostí otáčení jednotlivých kol. K tomu nám slouží Magnetoresistive Speed Sensor s 1 impulsem na otáčku kola, při potřebě vyšší přesnosti lze použít i více impulzů na 1 otáčku. Určení skutečné rychlosti jednotlivých kol není tak snadné, jak se na první pohled zdá. Motocyklové pneumatiky nejsou válcové (jako například u automobilů), ale mají kulatý profil a při jízdě v zatáčce se neodvalují po maximálním průměru, ale po průměru odpovídajícímu náklonu motocyklu.



Obr. 46 Snímač rychlosti jednotlivých kol [9]

9.1.5 BEZKONTAKTNÍ SNÍMAČE TEPLOT PNEUMATIK

Pneumatiky jsou jedinou částí motocyklu, která má trvalý styk s vozovkou. Zajišťují přenos brzdných i hnacích momentů a boční síly, tedy správné fungování pneumatiky je velice žádoucí. Proto je důležité měřit data pneumatik, protože právě tato data nám zodpoví skutečné chování pneumatiky během jízdy a mohou být velkým pomocníkem při vyhodnocení funkčnosti celého podvozku.

Jedná se o analogový (0-5V) bezkontaktní senzor s pracovním rozsahem $-20/120$ °C a úhlem zorného pole 35° . Ideální vzdálenost senzoru od povrchu pneumatiky je do 5 cm. Senzor by neměl přijít do styku s vyššími teplotami a zdroji elektromagnetického vlnění. Zároveň je třeba minimalizovat možné mechanické poškození například od odlétajících kamínků [9].

Velmi cennou informací může být rozložení teplot napříč pneumatikou. Tudiž se nabízí možnost použití tří a více výše zmíněných bezkontaktních senzorů na každé kolo. K tomu ale bude zapotřebí speciální konstrukce pro instalaci senzorů na motocykl.



Obr. 47 Bezkontaktní snímač teplot pneumatik [9]

9.1.6 SENZOR OTEVŘENÍ ŠKRTÍCÍ KLAPKY

Pomocí tohoto senzoru jsme schopni zaznamenat, jak řidič přidává a ubírá plyn během jízdy. Získáváme tedy velice užitečné informace a jedná se tedy o další velmi užitečný senzor, který by jistě neměl chybět.



Obr. 48 Senzor otevření škrťací klapky [9]

9.1.7 PŘÍSTROJ RT3002

Přístroj RT3002 slouží k měření pohybu, pozice a orientace. Díky tří-osému akcelerometru, gyroskopu a hlavně vysokofrekvenčnímu GPS přijímači (100 Hz), je tento přístroj jedním z nejpřesnějších přístrojů na trhu. Všechna data ukládá do paměti a připravuje k následnému vyhodnocení. Připojení k RT3002 je možný pomocí CAN komunikace, nebo pomocí RS232 [10].

Dále je možnost využít externí GPS přijímač, (umístěný mimo vozidlo), který udává korekce signálu z primární GPS antény a upřesňuje tak pozici vozidla. Výrobce udává přesnost až 0,01m v případě správného použití [10]. Takové přesnosti použitím obvyklých GPS modulů zdaleka nelze dosáhnout.



Obr. 50 Přístroj RT3002 [10]

9.1.8 ZÁKLADNÍ SNÍMAČE URČENÉ PRO SBĚR DAT Z POHONNÉ JEDNOTKY

Ačkoliv předmětem práce je měření dynamiky jednostopých motorových vozidel, je samozřejmě možnost sbírat data také z motoru nebo z jiných částí pohonné jednotky. V následující kapitole bude přiblíženo několik vybraných snímačů s ohledem na použití pro jednodušší dvoutaktní motory.

TEPLOTNÍ SENZOR PRO MĚŘENÍ TEPLoty VÝFUKOVÝCH PLYNŮ

Jelikož se jedná o dvoutaktní motor, je velice důležité kontrolovat teplotu výfukových plynů (v případě, že není použita Lambda sonda). Pomocí teploty výfukových plynů je možné stanovit ideální trysku do karburátoru. Menší tryska zvýší teplotu výfukových plynů a motor tak jede více „na hraně“. Naopak větší tryska teplotu výfukových plynů zmenší a snižuje se tak riziko



Obr. 51 Termočlánek s pracovním rozsahem 0-1000 °C [9]

zadření motoru. Ideální maximální hodnota teploty výfukových plynů u dvoutaktních motorů se může motor od motoru lišit, avšak nejčastěji se pohybuje okolo hodnoty 600°C.

TEPLOTNÍ SENZOR PRO MĚŘENÍ TEPLoty CHLADÍCI KAPALINY

Chladicí kapalina odvádí přebytečné teplo ze stěn válců motoru, hlavy a ostatních částí a snižuje tak tepelné namáhání těchto součástí na stanovenou mez. Měřením této teploty získáváme údaj o přehřívání motoru a naopak o zahřátí motoru do provozní teploty. Pro dvoutaktní motory je nejvhodnější teplota okolo 60°C, což je odlišná hodnota oproti čtyřdobým motorům, kterým vyhovuje spíše vyšší teplota okolo 90°C.



Obr. 52 Termorezistor se závitem M10 [9]

INDUKČNÍ SNÍMAČ OTÁČEK MOTORU (RPM)

Dalším základním údajem o funkčnosti motoru je bezpochyby snímač otáček motoru. Tento snímač nám nabízí základní informace pro následné odladění motoru nebo odhalení vad ve funkčnosti pohonné jednotky.



Obr. 53 Indukční snímač otáček motoru [9]

9.1.9 ON-BOARD KAMERA SE ZOBRAZENÍM MĚŘENÝCH DAT

Jedním z nejmodernějších způsobů vyhodnocování naměřených dat je využití speciálních on-board kamer, které snímají jízdu vozidla a dokáží do videa zobrazovat libovolná online naměřená data z dataloggeru, případně z řídicí jednotky. Tuto kameru je tedy nejdříve třeba spojit s dataloggerem a následnou konfigurací dataloggeru a kamery lze nechat ve videu zobrazit snímaná data. Video z takovéto speciální on-board kamery poskytuje uživatelsky jednoduché vyhodnocení.



Obr. 54 On-board kamera umožňující zobrazení měřených dat [19]



Obr. 55 Oddělený objektiv on-board kamery [19]

9.2 MATEMATICKÉ KANÁLY

Moderní vyhodnocovací softwary umožňují dále pracovat s daty a vytvářet další a další matematické kanály (pro které mohou být vstupní hodnoty naměřená data) a lze je dále vyhodnocovat a srovnávat s naměřenými daty. Nejčastěji se matematické kanály používají k analýze prokluzů kol, určení náklonu motocyklu či určení celkového přetížení (vektorový součet podélného a příčného zrychlení), dále pomocí derivací získáváme rychlosti (popř. zrychlení) všech měřených veličin pomocí senzorů zaznamenávajících polohu v čase, tedy například potenciometrů. Použití matematických kanálů tak nabízí téměř neomezené možnosti hloubkové analýzy.

ZÁVĚR

Úvodní část této bakalářské práce se zabývá modelováním jízdní dynamiky jednostopých motorových vozidel, kde jsou nastíněny základní principy modelování. Dále byly vysvětleny základy jízdní dynamiky jednostopých motorových vozidel, včetně jednotlivých vlivů na výsledné dynamické chování. Nejdůležitějším parametrem je poloha těžiště, jelikož ta se v průběhu jízdy s pozicí jezdce mění. Tato skutečnost je primárním rozdílem od dynamiky dvoustopých vozidel, kde se pohyb řidiče zpravidla zanedbává.

V kapitole 4 je přibliženo vytvoření kinematického model motocyklu Piaggio Zip SP.

Součástí práce bylo také navržení metodiky měření těžiště motocyklu. Dále byla podle navržené metodiky provedena měření na vybraném motocyklu Piaggio Zip SP a vliv pozice jezdce na výslednou polohu těžiště během základních tří jízdních situací shrnuje obr. 22. Je tedy zřejmé, že výsledná poloha těžiště nemusí být stejná pro všechny uživatele motocyklu, jelikož podléhá vlivu osobnímu stylu jízdy.

V další části práce jsem se zabýval momenty setrvačnosti motocyklu k jednotlivým osám. Kromě vysvětlení a vlivu jednotlivých momentů setrvačnosti na výsledné dynamické chování motocyklu byla také navržena metodika měření k určení momentů setrvačnosti k osám x, y a z procházejících těžištěm motocyklu. Dle metodiky bylo provedeno měření, díky kterému byly stanoveny následující hodnoty momentů setrvačnosti motocyklu Piaggio Zip SP k jednotlivým osám:

$$J_x = 10,49 \text{ kgm}^2, \quad J_y = 26,422 \text{ kgm}^2, \quad J_z = 17,266 \text{ kgm}^2$$

Následovalo proměření charakteristiky tlumičů. Jelikož se jedná o speciální tlumiče navržené pro závodní účely, umožňují tyto tlumiče různá nastavení. Výsledné F-v charakteristiky předního i zadního tlumiče, včetně rozdílného nastavení v kompresi (Bump) a roztahování (Rebound) jsou obsaženy v kapitole 7. Dále byly změřeny také tuhosti jednotlivých pružin (viz kapitola 8).

Poslední kapitola bakalářské práce se zabývá měřením dynamiky jednostopých motorových vozidel. Byl navržen měřicí systém, který obsahuje několik senzorů k měření nejdůležitějších veličin týkajících se dynamiky jednostopých motorových vozidel.

Problematika dynamiky jednostopých motorových vozidel je velice obsáhlá a každá kapitola této bakalářské práce by mohla být tématem samostatné práce. Tato bakalářská práce se ale stává dostačujícím podkladem pro pokračování v rámci diplomové práce.

POUŽITÉ INFORMAČNÍ ZDROJE

- [1] Adams. *MSC Software.com* [online]. MSC Software Corporation, 2017 [cit. 2017-05-18]. Dostupné z: <http://www.mscsoftware.com/product/adams>
- [2] PAGANO, Stefano. *EMEA040: A Motorcycle Virtual Model*. Product development conference, 2004.
- [3] BERRITTA, Roberto, Francesco BIRAL a Stefano GARBIN. *Evaluation of motorcycle handling with multibody modelling and simulation*. Sixth International Conference. Modena, May 2000: Department of Mechanical Engineering, University of Padova, b.r.
- [4] COSSALTER, Vittore. *Motorcycle dynamics*. Second English Edition. 2006. ISBN 978-1-4303-0861-4.
- [5] VLK, František. *Teorie a konstrukce motocyklů 1*. První vydání. Brno: Nakladatelství Vlk, 2004. ISBN 80-239-1601-7.
- [6] Technika motocyklu - 8. část - podvozek. *Motorkari.cz* [online]. 2006 [cit. 2017-04-10]. Dostupné z: <http://www.motorkari.cz/clanky/jak-na-to/technika-motocyklu-8.-cast-podvozek-3456.html>
- [7] HALLIDAY, David, Robert RESNICK a Jearl WALKER. *Fyzika. Svazek 1*. Brno: VUTIUM, 2013. ISBN 978-80-214-4123-1.
- [8] VLK, František. *Teorie a konstrukce motocyklů 2*. První vydání. Brno: Nakladatelství Vlk, 2004. ISBN 80-239-1601-7.
- [9] AiM Sensors for car/bike. *AiM Sportline* [online]. AiM Tech Srl, 2017 [cit. 2017-04-25]. Dostupné z: <http://www.aim-sportline.com/eng/products-bike/sensors/index.htm>
- [10] RT 3000 v2 Family. *OxTS* [online]. Oxfordshire: Oxford Technical Solutions Ltd, 2014 [cit. 2017-05-10]. Dostupné z: <http://www.oxts.com/products/rt3000-family/>
- [11] VERSTEDEN, W.D. *Improving a tyre model for motorcycle simulations: Motorcycle Model Parameters*. Eindhoven University of Technology, 2005.
- [12] Piaggio Zip SP 50. *Moto.zombdrive.com* [online]. 2017 [cit. 2017-03-16]. Dostupné z: <http://moto.zombdrive.com/image-model/6062-piaggio-zip-sp-2.jpg.html>
- [13] *POLINI Evolution 70 EVO Piaggio Zip SP* [online]. Polini CZ, 2016 [cit. 2016-10-02]. Dostupné z: <http://www.polini.cz/news/aktuality.html>

- [14] FRONT S.ABSORBER PIAGGIO ZIP SP. *Polini.com* [online]. Polini Motori s.p.a., 2017 [cit. 2017-05-01]. Dostupné z: <http://catalog.polini.com/en/risultato.php?op=po&id=159047>
- [15] REAR S. ABSORBER PIAGGIO ZIP SP. *Polini.com* [online]. Polini Motori s.p.a., 2017 [cit. 2017-05-01]. Dostupné z: <http://catalog.polini.com/en/risultato.php?op=po&id=159046>
- [16] AiM EVO4. *AiM Sportline* [online]. AiM Tech Srl, 2017 [cit. 2017-04-25]. Dostupné z: <http://www.aim-sportline.com/eng/products-car/evo4/index.htm>
- [17] AiM Channel Expansion. *AiM Sportline* [online]. AiM Tech Srl, 2017 [cit. 2017-04-25]. Dostupné z: <http://www.aim-sportline.com/eng/products-car/channel-expansion/index.htm>
- [18] AiM Data Hub. *AiM Sportline* [online]. AiM Tech Srl, 2017 [cit. 2017-04-25]. Dostupné z: <http://www.aim-sportline.com/eng/products-car/data-hub/index.htm>
- [19] AiM SmartyCam GP HD Rev 2.1. *Aim Sportline* [online]. AiM Tech Srl, 2017 [cit. 2017-04-25]. Dostupné z: <http://www.aim-sportline.com/eng/products-car/smartycam-gp-hd-rev2.1/index.htm>

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

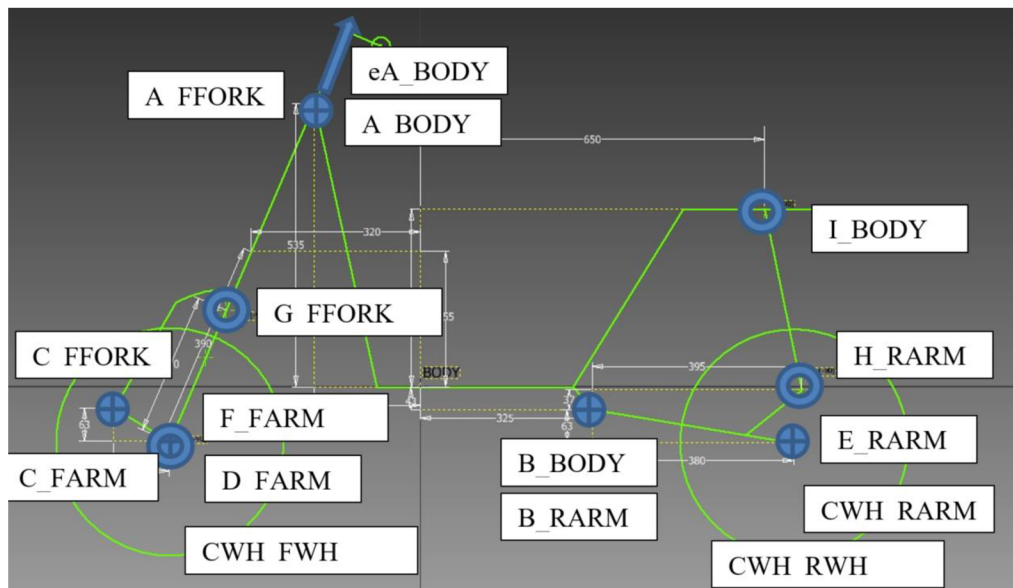
a	[m]	Vzdálenost lan od těžiště bifilárního závěsu
a_k	[m]	Vzdálenost těžiště kyvadla od osy "o"
a_v	[m]	Vzdálenost těžiště vozidla od osy "o"
a_{vk}	[m]	Vzdálenost těžiště kyvadla + vozidla od osy "o"
$B_{lat\ g}$	[-]	Koeficient charakterizující určitou pneumatiku v příčném směru
$B_{ln\ g}$	[-]	Koeficient charakterizující určitou pneumatiku v podélném směru
$C_{lat\ g}$	[-]	Koeficient charakterizující určitou pneumatiku v příčném směru
$C_{ln\ g}$	[-]	Koeficient charakterizující určitou pneumatiku v podélném směru
d	[m]	Délka fyzikálního kyvadla
$D_{lat\ g}$	[-]	Koeficient charakterizující určitou pneumatiku v příčném směru
$D_{ln\ g}$	[-]	Koeficient charakterizující určitou pneumatiku v podélném směru
$E_{lat\ g}$	[-]	Koeficient charakterizující určitou pneumatiku v příčném směru
$E_{ln\ g}$	[-]	Koeficient charakterizující určitou pneumatiku v podélném směru
F	[N]	Příčná síla působící na pneumatiku
F_p	[N]	Síla působící na pružinu
g	[ms ⁻²]	Gravitační zrychlení
G_k	[N]	Tíha kyvadla
G_v	[N]	Tíha vozidla
h_{01}	[kg]	Kolmá vzdálenost od spojnice středů kol
H_l	[m]	Výška osy zadního kola od základní roviny při podložení zadního kola
HB		Označení nastavení tlumiče v kompresi (Bump, High Speed)
h_p	[m]	Výška podložky
J	[kgm ²]	Moment setrvačnosti fyzikálního kyvadla
J_b	[kgm ²]	Moment setrvačnosti bifilárního závěsu
J_{ko_roll}	[kgm ²]	Moment setrvačnosti přípravku/kyvadla k ose "o"
J_{vko_roll}	[kgm ²]	Moment setrvačnosti přípravku/kyvadla + vozidla k ose "o"
J_{vo_roll}	[kgm ²]	Moment setrvačnosti vozidla k ose "o"
J_x	[kgm ²]	Moment setrvačnosti k ose x
J_y	[kgm ²]	Moment setrvačnosti k ose y
J_z	[kgm ²]	Moment setrvačnosti k ose z
k	[-]	Koeficient rozšíření

k_p	[Nm ⁻¹]	Tuhost pružiny
$k_{\text{přední}}$	[Nmm ⁻¹]	Tuhost přední pružiny
$k_{\text{zadní}}$	[Nmm ⁻¹]	Tuhost zadní pružiny
l	[m]	Rozvor motocyklu
L	[m]	Délka/vzdálenost
LB		Označení nastavení tlumiče v kompresi (Bump, Low Speed)
l_p	[m]	Vzdálenost těžiště od osy předního kola
$l_{p_nezat.}$	[mm]	Délka přední nezatížené pružiny
l_{p_rozsah}	[mm]	Pracovní rozsah přední pružiny
$l_{p_stlačená.}$	[mm]	Délka stlačené přední pružiny
l_z	[m]	Vzdálenost těžiště od osy zadního kola
$l_{z_nezat.}$	[mm]	Délka zadní nezatížené pružiny
l_{z_rozsah}	[mm]	Pracovní rozsah zadní pružiny
$l_{z_stlačená.}$	[mm]	Délka stlačené zadní pružiny
m	[kg]	Hmotnost motocyklu
m_p	[kg]	Hmotnost připadající na přední kolo
m_z	[kg]	Hmotnost připadající na zadní kolo
N	[N]	Vertikální síla působící na pneumatiku
R		Označení nastavení tlumiče v roztahování (Rebound)
r_{stat}	[kg]	Vzdálenost osy kola a základní roviny
s	[-]	Podélný skluz (Longitudinal slip)
S	[N]	Podélná síla působící na pneumatiku
T	[s]	Perioda kmitu fyzikálního kyvadla
T_b	[s]	Perioda kmitu bifilárního závěsu
T_{k_pitch}	[s]	Perioda kmitu přípravku/kyvadla
T_{k_roll}	[s]	Perioda kmitu přípravku/kyvadla
T_{vk_pitch}	[s]	Perioda kmitu přípravku/kyvadla + vozidla
T_{vk_roll}	[s]	Perioda kmitu přípravku/kyvadla + vozidla
T_{yaw}	[s]	Perioda kmitu při měření momentu setrvačnosti k ose z
U	[-]	Rozšířená nejistota
u_A	[-]	Standardní nejistota typu A
u_B	[-]	Standardní nejistota typu B
u_C	[-]	Kombinovaná standardní nejistota

VPS	$[ms^{-1}]$	Složka rychlosti
VTS	$[ms^{-1}]$	Složka rychlosti
x	$[m]$	Stlačení pružiny
X	$[m]$	X-souřadnice
x_p	$[mm]$	Stlačení přední pružiny
x_z	$[mm]$	Stlačení zadní pružiny
Y	$[m]$	Y-souřadnice
Δm_p	$[kg]$	Přírůstek hmotnosti připadající na přední kolo při měření těžiště
λ	$[-]$	Úhel směrové úchylky (Sideslip angle)
σ_{eq}	$[-]$	Koeficient pneumatiky závislý na úhlu náklonu
σ_x	$[-]$	Koeficient pneumatiky závislý na úhlu náklonu
σ_y	$[-]$	Koeficient pneumatiky závislý na úhlu náklonu
ν_l	$[^\circ]$	Úhel vytvořený podložením zadního kola

SEZNAM PŘÍLOH

Příloha 1	Kinematický model motocyklu Piaggio Zip SP	I
Příloha 2	Výpočet polohy těžiště	II
Příloha 3	Výpočet momentů setrvačnosti	III

Kinematický model motocyklu Piaggio Zip SP:**BODY:**

A_BODY [0,200; 0; 0,535] m

eA_BODY (-0,394; 0; 0,9191) m

B_BODY [-0,325; 0; -0,045] m

I_BODY [-0,650; 0,090; 0,335] m

FFORK: A_FFORK= A_BODY

A_FFORK [0; 0; 0] m

C_FFORK [0,380; 0,090; -0,575] m

G_FFORK [0,168; 0,090; -0,390] m

FARM: C_FARM= C_FFORK

C_FARM [0; 0; 0] m

D_FARM=F_FARM=CWH_FWH [-0,105; 0; -0,065] m

RFORK: B_BODY=B_RFORK

B_RFORK [0; 0; 0] m

H_RARM [-0,395; 0,090; 0,035] m

E_RARM= CWH_RWH [-0,380; 0; -0,065] m

rFWH= 0,215 m, rRWH= 0,215 m

Výpočet polohy těžiště samotného motocyklu Piaggio Zip SP:

$r_{\text{stat}} := 235 \text{ mm}$	Vzdálenost středu kola od základní roviny
$l := 1180 \text{ mm}$	Rozvor motocyklu
$h_p := 165 \text{ mm}$	Výška podložky vložená pod zadní kolo
$\nu_1 := \arcsin\left(\frac{h_p}{l}\right) = 0.1403$	Úhel vytvořený při podložení podložkou o výšce h_p
$m_p := 30.4 \text{ kg}$	Hmotnost připadající na přední kolo
$m_z := 40.0 \text{ kg}$	Hmotnost připadající na zadní kolo
$m_{p1} := 32.2 \text{ kg}$	Hmotnost změřená na předním kole při podložení
$m := m_p + m_z = 70.4 \text{ kg}$	Celková hmotnost motocyklu
$\Delta m_p := m_{p1} - m_p = 1.8 \text{ kg}$	Rozdíl hmotností připadajících na přední kolo
<hr/>	
$l_p := \frac{m_z \cdot l}{m} = 670.5 \text{ mm}$	Vzdálenost těžiště od osy předního kola
$l_z := \frac{m_p \cdot l}{m} = 509.5 \text{ mm}$	Vzdálenost těžiště od osy zadního kola
$h_{01} := \frac{\Delta m_p \cdot l}{m \cdot \tan(\nu_1)} = 213.6 \text{ mm}$	Kolmá vzdálenost od spojnice středů kol
$h := h_{01} + r_{\text{stat}} = 448.6 \text{ mm}$	Výsledná výšková vzdálenost těžiště od základní roviny

Výpočet polohy těžiště motocyklu Piaggio Zip SP s jezdcem v pozici “brždění“:

$r_{\text{stat}} := 235 \text{ mm}$	Vzdálenost středu kola od základní roviny
$l := 1180 \text{ mm}$	Rozvor motocyklu
$h_p := 165 \text{ mm}$	Výška podložky vložená pod zadní kolo
$\gamma := \text{asin}\left(\frac{h_p}{l}\right) = 0.14$	Úhel vytvořený při podložení podložkou o výšce h_p
$m_p := 51.0 \text{ kg}$	Hmotnost připadající na přední kolo
$m_z := 99.1 \text{ kg}$	Hmotnost připadající na zadní kolo
$m_{\gamma} := 66.0 \text{ kg}$	Hmotnost změřená na předním kole při podložení
$m_{\text{celk}} := m_p + m_z = 150.1 \text{ kg}$	Celková hmotnost motocyklu
$\Delta m_p := m_{\gamma} - m_p = 15 \text{ kg}$	Rozdíl hmotností připadajících na přední kolo
<hr/>	
$l_p := \frac{m_z \cdot l}{m_{\text{celk}}} = 779.07 \text{ mm}$	Vzdálenost těžiště od osy předního kola
$l_z := \frac{m_p \cdot l}{m_{\text{celk}}} = 400.93 \text{ mm}$	Vzdálenost těžiště od osy zadního kola
$h_{01} := \frac{\Delta m_p \cdot l}{m_{\text{celk}} \cdot \tan(\gamma)} = 835.03 \text{ mm}$	Kolmá vzdálenost od spojnice středů kol
$h := h_{01} + r_{\text{stat}} = 1070.03 \text{ mm}$	Výsledná výšková vzdálenost těžiště od základní roviny

Výpočet polohy těžiště motocyklu Piaggio Zip SP s jezdcem v pozici “rovinka“:

$r_{\text{stat}} := 235 \text{ mm}$	Vzdálenost středu kola od základní roviny
$\text{rozvor} := 1180 \text{ mm}$	Rozvor motocyklu
$h_p := 165 \text{ mm}$	Výška podložky vložená pod zadní kolo
$\gamma := \text{asin}\left(\frac{h_p}{\text{rozvor}}\right) = 0.14$	Úhel vytvořený při podložení podložkou o výšce h_p
$m_p := 56.2 \text{ kg}$	Hmotnost připadající na přední kolo
$m_z := 93.6 \text{ kg}$	Hmotnost připadající na zadní kolo
$m_{-\gamma} := 67.3 \text{ kg}$	Hmotnost změřená na předním kole při podložení
$m_{\text{celk}} := m_p + m_z = 149.8 \text{ kg}$	Celková hmotnost motocyklu
$\Delta m_p := m_{-\gamma} - m_p = 11.1 \text{ kg}$	Rozdíl hmotností připadajících na přední kolo
<hr/>	
$l_p := \frac{m_z \cdot \text{rozvor}}{m_{\text{celk}}} = 737.3 \text{ mm}$	Vzdálenost těžiště od osy předního kola
$l_z := \frac{m_p \cdot \text{rozvor}}{m_{\text{celk}}} = 442.7 \text{ mm}$	Vzdálenost těžiště od osy zadního kola
$h_{01} := \frac{\Delta m_p \cdot \text{rozvor}}{m_{\text{celk}} \cdot \tan(\gamma)} = 619.16 \text{ mm}$	Kolmá vzdálenost od spojnice středů kol
$h := h_{01} + r_{\text{stat}} = 854.16 \text{ mm}$	Výsledná výšková vzdálenost těžiště od základní roviny

Výpočet polohy těžiště motocyklu Piaggio Zip SP s jezdcem v pozici “zatáčka“:

$r_{\text{stat}} := 235 \text{ mm}$	Vzdálenost středu kola od základní roviny
$\text{rozvor} := 1180 \text{ mm}$	Rozvor motocyklu
$h_p := 165 \text{ mm}$	Výška podložky vložená pod zadní kolo
$\gamma := \text{asin}\left(\frac{h_p}{\text{rozvor}}\right) = 0.14$	Úhel vytvořený při podložení podložkou o výšce h_p
$m_p := 62.5 \text{ kg}$	Hmotnost připadající na přední kolo
$m_z := 87.5 \text{ kg}$	Hmotnost připadající na zadní kolo
$m_{-\gamma} := 70.3 \text{ kg}$	Hmotnost změřená na předním kole při podložení
$m_{\text{celk}} := m_p + m_z = 150 \text{ kg}$	Celková hmotnost motocyklu
$\Delta m_p := m_{-\gamma} - m_p = 7.8 \text{ kg}$	Rozdíl hmotností připadajících na přední kolo
<hr/>	
$l_p := \frac{m_z \cdot \text{rozvor}}{m_{\text{celk}}} = 688.33 \text{ mm}$	Vzdálenost těžiště od osy předního kola
$l_z := \frac{m_p \cdot \text{rozvor}}{m_{\text{celk}}} = 491.67 \text{ mm}$	Vzdálenost těžiště od osy zadního kola
$h_{01} := \frac{\Delta m_p \cdot \text{rozvor}}{m_{\text{celk}} \cdot \tan(\gamma)} = 434.51 \text{ mm}$	Kolmá vzdálenost od spojnice středů kol
$h := h_{01} + r_{\text{stat}} = 669.51 \text{ mm}$	Výsledná výšková vzdálenost těžiště od základní roviny

Výpočet momentu setrvačnosti k ose x:

$m_v := 70.4\text{kg}$	Hmotnost vozidla
$m_k := 10.3\text{kg}$	Hmotnost kyvadla
$G_v := g \cdot m_v = 690.388\text{ N}$	Tíha vozidla
$G_k := g \cdot m_k = 101.008\text{ N}$	Tíha kyvadla
$h := 0.4886\text{m}$	Výška těžiště vozidla
$d_{l_roll} := 1.82\text{m}$	Délka lana
$s_{k_roll} := \frac{0.73\text{m}}{2} = 0.365\text{ m}$	Šířka kyvadla
$a_{k_roll} := \left(d_{l_roll}^2 - s_{k_roll}^2 \right)^{\frac{1}{2}} = 1.783\text{m}$	Svislá vzdálenost těžiště kyvadla od osy kývání
$a_{v_roll} := a_{k_roll} - h = 1.294\text{ m}$	Svislá vzdálenost těžiště vozidla od osy kývání
$a_{vk_roll} := \frac{G_v \cdot a_{v_roll} + G_k \cdot a_{k_roll}}{G_v + G_k} = 1.357\text{ m}$	Svislá vzdálenost těžiště vozidla+kyvadla od osy kývání
$T_{vk_roll} := 2.4408\text{s}$	Doba kmitu vozidla+kyvadla
$T_{k_roll} := 2.7134\text{s}$	Doba kmitu kyvadla

$$J_{vko_roll} := \frac{(G_v + G_k) \cdot a_{vk_roll}}{4\pi^2} \cdot T_{vk_roll}^2 = 162.035\text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Moment setrvačnosti vozidlo+kyvadlo k ose "o"

$$J_{ko_roll} := \frac{G_k \cdot a_{k_roll}}{4\pi^2} \cdot T_{k_roll}^2 = 33.588\text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Moment setrvačnosti kyvadla k ose "o"

$$J_{vo_roll} := J_{vko_roll} - J_{ko_roll} = 128.448\text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Moment setrvačnosti vozidla k ose "o"

$$J_{x_} := J_{vo_roll} - \frac{G_v}{g} \cdot a_{v_roll}^2 = 10.49\text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Moment setrvačnosti vozidla k ose "x"

Výpočet momentu setrvačnosti k ose y:

$$m_v := 70.4 \text{ kg}$$

Hmotnost vozidla

$$m_k := 10.3 \text{ kg}$$

Hmotnost kyvadla

$$G_v := g \cdot m_v = 690.388 \text{ N}$$

Tíha vozidla

$$G_k := g \cdot m_k = 101.008 \text{ N}$$

Tíha kyvadla

$$h := 0.4886 \text{ m}$$

Výška těžiště vozidla

$$d_{l_pitch} := 1.7 \text{ m}$$

Délka lana

$$s_{k_pitch} := \frac{1.5 \text{ m}}{2} = 0.75 \text{ m}$$

Šířka kyvadla

$$a_{k_pitch} := \left(d_{l_pitch}^2 - s_{k_pitch}^2 \right)^{\frac{1}{2}} = 1.526 \text{ m}$$

Svislá vzdálenost těžiště kyvadla od osy kývání

$$a_{v_pitch} := a_{k_pitch} - h = 1.037 \text{ m}$$

Svislá vzdálenost těžiště vozidla od osy kývání

$$a_{vk_pitch} := \frac{G_v \cdot a_{v_pitch} + G_k \cdot a_{k_pitch}}{G_v + G_k} = 1.099 \text{ m}$$

Svislá vzdálenost těžiště vozidla+kyvadla od osy kývání

$$T_{vk_pitch} := 2.4414 \text{ s}$$

Doba kmitu vozidla+kyvadla

$$T_{k_pitch} := 2.7364 \text{ s}$$

Doba kmitu kyvadla

$$J_{vko_pitch} := \frac{(G_v + G_k) \cdot a_{vk_pitch}^2}{4\pi^2} \cdot T_{vk_pitch}^2 = 131.359 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Moment setrvačnosti vozidlo+kyvadlo k ose "o"

$$J_{ko_pitch} := \frac{G_k \cdot a_{k_pitch}^2}{4\pi^2} \cdot T_{k_pitch}^2 = 29.228 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Moment setrvačnosti kyvadla k ose "o"

$$J_{vo_pitch} := J_{vko_pitch} - J_{ko_pitch} = 102.13 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Moment setrvačnosti vozidla k ose "o"

$$J_{y_} := J_{vo_pitch} - \frac{G_v}{g} \cdot a_{v_pitch}^2 = 26.422 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Moment setrvačnosti vozidla k ose "x"

Výpočet momentu setrvačnosti k ose z:

$$m_v := 70.4\text{kg}$$

Hmotnost vozidla

$$l_p := 0.6705\text{m}$$

Vzdálenost těžiště od osy předního kola

$$l_z := 0.5095\text{m}$$

Vzdálenost těžiště od osy zadního kola

$$l_{yaw} := 1.05\text{m}$$

Délka lana

$$T_{yaw} := 1.742\text{s}$$

Doba kmitu vozidla

$$J_z := \frac{m_v \cdot g \cdot l_p \cdot l_z}{4 \cdot \pi^2 \cdot l_{yaw}} \cdot T_{yaw}^2 = 17.266 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Moment setrvačnosti vozidla k ose "z"