



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO INŽENÝRSTVÍ

INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

MODELOVÁNÍ VIBRACÍ POHONNÝCH JEDNOTEK APLIKACÍ VIRTUÁLNÍCH PROTOTYPŮ

POWERTRAIN VIBRATION MODELLING USING VIRTUAL PROTOTYPES

DIZERTAČNÍ PRÁCE

DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Ing. Aleš Prokop

ŠKOLITEL

SUPERVISOR

doc. Ing. Pavel Novotný, Ph.D.

BRNO 2016

ABSTRAKT

Tato práce se zabývá problematikou snižování vibrací pohonných jednotek se zaměřením na převodová ústrojí. Tyto celky v závislosti na účelu užití sestávají z velkého množství tvarově složitých komponent vyžadujících pro bezproblémový a tichý chod souhru několika vlastností, jež je nutné stanovit už při konstrukčním návrhu. Mezi nejvýznamnější patří například správně navržený tvar ozubení a s ním související předepsaná přesnost výroby. Z podstaty funkce a účelu užití převodových ústrojí vyplývá poměrně široký rozsah provozních otáček a přenášených zatížení, které v kombinaci s nevhodně zvoleným parametrem řetězce mohou způsobovat řadu problémů. Mezi nejvýznamnější patří vznik vibrací při záběru ozubení a s nimi související hluk, přičemž existuje více mechanismů vzniku těchto kmitání. I při užití nejmodernějších trendů v oblasti vývoje ozubení, kdy je jejich tvar uzpůsobován a vyvíjen přímo pro daný rozsah zatížení, nelze vznik výše uvedených nerovnoměrností chodu zcela omezit, proto je nutné již při návrhu zároveň přistoupit k eliminaci přenosových cest, jimiž se vibrace šíří na další součásti, do uložení či na povrch struktur. Člověk vnímá tento děj v podobě vibrací a hluku, či změnou teploty v okolí. Se zvyšující se úrovní komfortu a množstvím dopravních prostředků je snahou snížení vibrací a hluku strojních součástí, převodovek nevyjímaje. K posouzení správnosti navržené převodovky se využívají především technické experimenty, které však jsou značně časově a finančně náročné. Z tohoto důvodu je nutné vyvinout postup, jenž využívá jak numerických simulací, tak i experimentálního přístupu, avšak spojuje klady obou přístupů, zejména časovou a finanční úsporu a porovnatelnost výsledků.

Za tímto účelem je navržen a fyzicky vyhotoven experimentální stav spolu s jednostupňovou převodovkou umožňující variabilní uspořádání z hlediska změny převodového poměru. Převodovka je podrobena jak numerickým simulacím různé úrovně složitosti, tak i technickému experimentu. Dále je vytvořen univerzální virtuální prototyp v Multibody systému ADAMS, který zohledňuje vliv několika klíčových parametrů z hlediska správné funkce, jako je osová vzdálenost ozubených kol, boční vůle v ozubení, tuhost záběru ozubení, tuhost uložení hřídelů (ložisek) a modální vlastnosti hřídelů a skříně převodovky. V neposlední řadě je zde zakomponován i vliv nevyváhy či nerovnoměrností otáček vstupního hřídele. Poslední část práce je věnována stručnému popisu aplikace popsané metodiky modelování vibrací na traktorovou převodovku.

KLÍČOVÁ SLOVA

Vibrace, hluk, převodovka, multibody simulace, metoda konečných prvků, řinčení, zubová vůle, normálová rychlost povrchu

ABSTRACT

This work deals with the matter of powertrain vibration reduction, focusing on the transmission. These units, depending on the purpose of utilization, consist of a high number of dimensionally complex components. These need to possess features, selected already in the design phase, which would guarantee smooth and quiet operation. A properly designed tooth profile and the related specified accuracy of manufacturing are one of the most important features. The basic function and the purpose of transmissions application indicate a relatively wide range of operating speeds and transmitted loads. Moreover, combination of both loading with improperly designed string's parameter can cause a number of various problems. The vibration initiation with related noise from gear mesh belong to the most significant sources of issues. There are multiple mechanisms of oscillation initiation. Even when using the latest trends in the development of teeth, when their shape is upgraded and developed to meet specifically given load range, the above mentioned irregularity of transferred torque cannot be completely eliminated. Therefore, it is necessary, already in the design phase, to eliminate the transmission paths by which are vibrations transmitting to other components. People perceive this action in the form of vibration, noise, or temperature change in the surroundings. With the increasing comfort levels and number of produced vehicles the reduction of vibration and noise of machinery parts becomes stricter, including gears. The experimental approach is primarily used to assess the accuracy of designed gearboxes, but it is a very expensive and a time consuming method. Therefore, it is necessary to develop a process that utilizes both numerical simulation and experimental approach but also combines the advantages of both, particularly time and cost savings and comparability of results.

For this purpose, the experimental gearbox is designed and manufactured including the single-stage gear enabling variable configurations in terms of the ratio change. The gearbox is subjected to numerical simulation of different complexity levels, as well as technical experiment. Furthermore, the universal virtual prototype in Multi-Body System ADAMS is created, which reflects the impact of several key parameters for proper functionality, such as axial distance, backlash, gear mesh stiffness, shaft mounting stiffness (bearings) and modal properties of the shafts and gearbox housing. Last but not least, the impact of imbalance or irregularity of input shaft speed is incorporated. The last part focuses on a brief description of the application of the presented methodology – modelling of vibrations on the tractor gearbox.

KEYWORDS

Vibration, noise, gearbox, multi-body simulation, finite element method, rattle, backlash, surface normal velocity

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

PROKOP, A. *Modelování vibrací pohonných jednotek aplikací virtuálních prototypů*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2016. 160 s. Vedoucí dizertační práce doc. Ing. Pavel Novotný, Ph.D.

ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Tímto prohlašuji, že dizertační práci jsem vypracoval sám pod vedením doc. Ing. Pavla Novotného, Ph.D. s využitím vlastních znalostí a použité odborné literatury.

Aleš Prokop, Brno, říjen 2016

.....
(podpis autora)

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych tímto poděkoval svému vedoucímu dizertační práce panu doc. Ing. Pavlu Novotnému, Ph.D. za odborné vedení práce, dále kolegům Ing. Kamilovi Řehákovi a Ing. Martinovi Zubíkovi za podporu při realizaci některých úkonů této práce. Na tomto místě bych také rád poděkoval mým rodičům a přítelkyni za podporu v průběhu celého studia.

OBSAH

Úvod.....	13
1 Vymezení řešené problematiky.....	14
2 Vymezení cílů dizertační práce.....	15
3 Shrnutí současného stavu poznání.....	16
3.1 Komplexní dynamické modely pohonných jednotek.....	16
3.1.1 Základy analytické dynamiky.....	17
3.1.2 MBS přístup.....	23
3.2 Zdroje hluku pohonných jednotek.....	24
3.2.1 Šíření vibrací a hluku.....	24
3.2.2 Zdroje hluku spalovacích motorů.....	26
3.2.3 Zdroje hluku převodovek.....	27
3.3 Prostředky pro vyhodnocování dynamických vlastností převodovek.....	30
3.3.1 Nástroje experimentální.....	30
3.3.2 Nástroje výpočtové.....	42
4 Výběr metody řešení.....	48
4.1 Experimentální převodovka.....	48
4.1.1 Ozubená kola.....	50
4.1.2 Hřídele a ložiska.....	50
4.1.3 Skříň převodovky.....	50
4.2 Experimentální zkušební stav.....	52
4.2.1 Návrh a realizace zkušebního stavu.....	54
4.2.2 Vlastní frekvence torzních kmitů.....	56
5 Tvorba metodiky výpočtového modelování dynamiky převodových ústrojí.....	60
5.1 Modální analýza.....	60
5.1.1 Výpočtový přístup pomocí analytických vztahů.....	61
5.1.2 Výpočtový přístup pomocí numerických metod.....	63
5.1.3 Experimentální modální analýza.....	69
5.2 Porovnání výpočtové a experimentální modální analýzy.....	74
5.3 Stanovení poměrného tlumení skříně převodovky.....	75
5.4 Harmonická analýza.....	76
5.4.1 Výpočtová harmonická analýza.....	76
5.4.2 Parametry tlumení materiálů.....	77
5.4.3 Experimentální harmonická analýza.....	82
5.4.4 Harmonická analýza - shrnutí.....	84
5.5 Zkušební stav s reálným charakterem zatěžování.....	85

5.5.1	Výpočtový přístup – MBS.....	86
5.5.2	Modální redukce pružných těles.....	86
5.5.3	Skříň převodovky.....	89
5.5.4	Ložiska.....	90
5.5.5	Hřídele.....	92
5.5.6	Ozubená kola.....	95
5.5.7	Implementace do MBS prostředí.....	99
6	Testování MBS modelu.....	105
6.1	Ověření silových poměrů záběru ozubení.....	105
6.2	Boční zubová vůle.....	107
7	Výstupy technického experimentu a simulace.....	115
7.1	Experimentální přístup.....	115
7.2	Simulace se zahrnutím reálných provozních podmínek.....	122
7.3	Akustický projev experimentálního převodu.....	132
7.4	Ostatní výstupy virtuálního prototypu.....	132
8	Uplatnění metodiky výpočtového modelování vibrací.....	137
8.1	Modální analýza.....	137
8.2	Harmonická analýza.....	138
8.3	Virtuální prototyp.....	138
	Závěr.....	145
	Použité informační zdroje.....	150
	Seznam použitých zkratk a symbolů.....	153
	Seznam obrázků.....	157
	Seznam tabulek.....	160

ÚVOD

Vývoj moderních pohonných jednotek automobilů musí vedle požadavků vysokého výkonu, spolehlivosti, jednoduché konstrukce a nízkých výrobních nákladů stále více korespondovat s nařízeními legislativy týkající se nejrůznějších limit. Vedle neustále rostoucích nároků na splnění norem z hlediska emisí škodlivin se do popředí v poslední době dostává i hledisko vibrací a s nimi související hluk. Jelikož se u vozidla předpokládá poměrně častý pohyb hustě obydlenými oblastmi měst, jsou proto automobily vystaveny nemalému zájmu orgánů zabývajících se ochranou životního prostředí a hygienou. Limity hluku se s rostoucím počtem vyrobených automobilů neustále zpřísňují s vizí, aby v celkovém měřítku nedocházelo ke zvyšování akustické zátěže životního prostředí. Nad touto legislativně stanovenou hranicí však v poslední době začíná převažovat hledisko konkurenceschopnosti při prodeji. Pro jednotlivé výrobce většinou není problém dodržet zákonem předepsané hygienické limity, musí však zároveň obstát vysokému konkurenčnímu tlaku a snižování jak celkové hlučnosti automobilu, tak i vibrací a hluku v interiéru vozidla je jedním z nástrojů.

Snižování vibrací a hluku se v dnešní době týká již všech cenových kategorií automobilů, nejen vyšších tříd, jak tomu bylo v dřívějších dobách. Slučování automobilek má za následek snižování počtu odlišných typů pohonných jednotek, spolu s tím však dochází k nárůstu počtu kusů v sérii. Neustálé zdokonalování konstrukčních variant vede na produkci vysokého počtu prototypů, jejichž cena hraje významnou roli ve strategii snižování nákladů v oblasti vývoje. Z tohoto důvodu se většina výrobců snaží jít cestou virtuálního navrhování a výpočtových simulací. Vedle optimalizace pohonných jednotek z hlediska mechanického namáhání a únavy se do prvotní fáze návrhu dostává i optimalizace z hlediska vibrací a s nimi spojeného vyzařovaného hluku.

1 VYMEZENÍ ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY

Moderní spalovací motory se vyznačují poměrně vysokou celkovou účinností, jejíž zvyšování patří mezi základní požadavky současného vývojového trendu. Tato veličina, reprezentující technickou vyspělost konstrukce, je dána součinem dílčích účinností motoru. Jednou z nich je i účinnost mechanická, definovaná jako poměr mechanické práce odebrané na klikovém hřídeli k mechanické práci předávané pístu. Rozdíl mezi těmito dvěma pracemi představují mechanické ztráty, jež zahrnují:

- třecí ztráty částí ve vzájemném kontaktu
- ventilační ztráty
- příkon pomocných zařízení

Svůj podíl na maření energie mají i mechanické vibrace struktur, iniciované buzením různého charakteru. Část energie mechanického kmitání povrchů struktur je přitom předána do okolního akustického prostředí, jímž se nadále šíří. Problematika vzniku, šíření vibrací a jejich částečná přeměna na energii akustickou je mezinárodně označována zkratkou NVH (Noise Vibration and Harshness).

Jak již bylo zmíněno, experimenty, včetně rozsáhlých měření, bývají časově i finančně velmi náročné. Naproti tomu výpočtové modely poskytují požadované výsledky poměrně levně a rychle, přičemž do nákladů velkou měrou vstupuje především zakoupení softwaru, jež je schopn danou problematiku řešit. Tato cena se na rozdíl od experimentálního přístupu s rostoucím počtem simulací výrazně nenavýšuje. Nevýhodou numerických modelů je však jejich citlivost na vstupní data a zároveň z důvodu složitosti nutnost zjednodušování nebo i zanedbávání některých okolností, které se v reálném provozním stavu vyskytují. Z tohoto důvodu by měla být přesnost výsledků daného výpočtového modelu ověřena s výsledky experimentu. Výrazný přínos, který s sebou virtuální model přináší pro časové a finanční hledisko vyvíjeného celku, je zredukování počtu postupných konstrukčních variant na základě úspěšně dosažených výsledků. Vytvoření výpočtového modelu spolu s jeho validací je však náročné nejen časově, ale i z hlediska komplexnosti celého problému, čímž jsou kladeny vysoké nároky na řešitele. Jelikož se jedná o aktuální problematiku, je tato oblast v současné době předmětem výzkumu z hlediska jednotlivých vlivů provozních parametrů, které je nutné začlenit do výpočtu a následně i validovat s experimentem.

Dizertační práce je zaměřena na výpočtové modelování dynamiky převodových ústrojí jak v kontextu komplexního modelu pohonné jednotky, tak i v rámci detailních rozborů zatížení jednotlivých komponent. Předpokládá se také experimentální ověření výpočtových modelů z hlediska jejich dynamických vlastností.

2 VYMEZENÍ CÍLŮ DIZERTAČNÍ PRÁCE

Cíle dizertační práce je možno shrnout do následujících bodů:

- řešení a optimalizace modálních vlastností částí hnacího traktu se zaměřením na převodová ústrojí,
- sestavení komplexního dynamického modelu převodovky v Multi body Systému (MBS) a provedení příslušných simulací,
- sestavení metodiky hledání zdrojů vibrací a hluku na převodovce,
- optimalizace tvaru skříně převodovky s ohledem na produkci vibrací,
- experimentální ověření dostupných parametrů.

Vzniklý postup modelování vibrací pohonných jednotek bude aplikován na koncepci traktorové převodovky.

Výsledky a postupy této práce budou užity k implementaci do komplexního výpočtového modelu, Virtuální pohonná jednotka, vyvíjeném na Ústavu automobilního a dopravního inženýrství Vysokého učení technického v Brně (ÚADI).

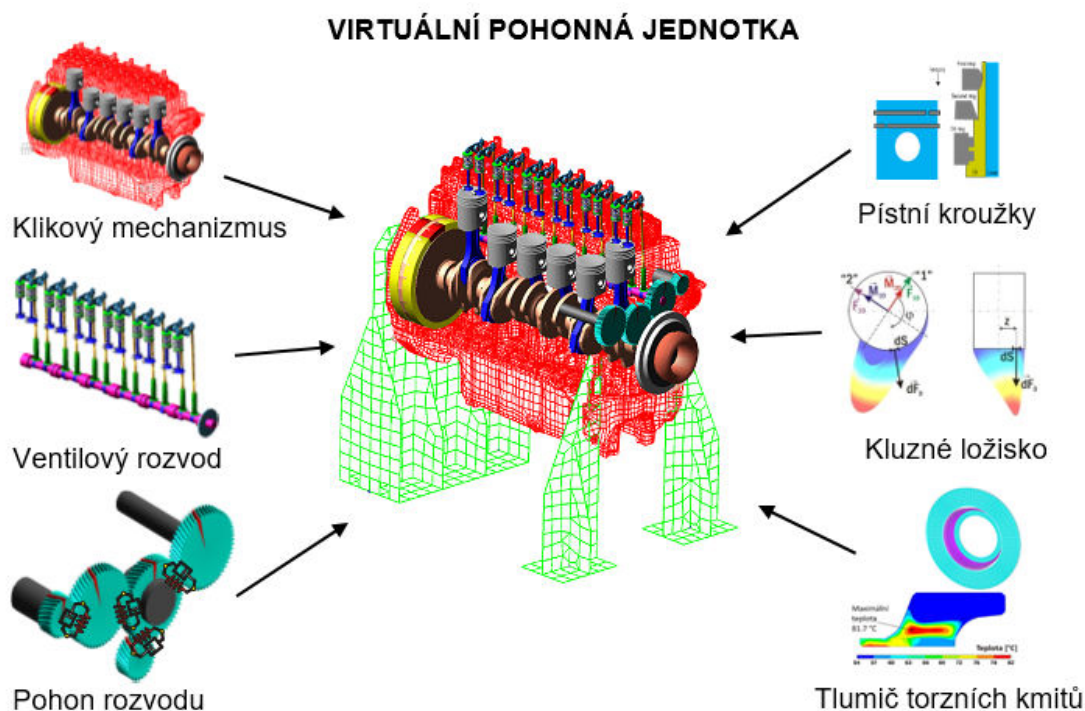
3 SHRnutí SOUČASNÉHO STAVU POZNÁNÍ

3.1 KOMPLEXNÍ DYNAMICKÉ MODELy POHONNÝCH JEDNOTEK

Díky moderní výpočetní technice se simulace dynamiky složitých soustav v dnešní době provádí zpravidla pomocí výpočtových modelů sestavených na bázi MBS. Hlavní výhodou těchto modelů je možnost základního řešení dané úlohy v časové doméně. Odvození pohybových rovnic je založené na základech Euler-Lagrangeova přístupu, jehož matematický aparát je odvozen v kapitole 3.1.1.

System je popsán soustavou diferenciálních rovnic, jež umožňují do modelu zahrnout velké množství reálných problémů a to i nelineárního charakteru. Tyto rovnice jsou v dnešní době řešeny pomocí pokročilých numerických metod, jež jsou nedílnou součástí každého MBS softwaru. Na ÚADI se užívá komerčně dostupný MBS software ADAMS. Výhodou tohoto softwaru je možnost implementace uživatelem definovaných podprogramů založených na kódech C++ či FORTRAN, což umožňuje významné rozšíření základny funkcí. [1]

Modelování dynamických jevů pohonných jednotek lze realizovat několika přístupy, které se liší především úrovní složitosti a komplexity modelu. Na ÚADI je vyvíjen komplexní celek reprezentující dynamiku spalovacího motoru. Tento numerický model, zvaný virtuální motor, je složen z jednotlivých modulů, jejichž simulace lze provádět jak separátně, tak i v libovolně nakonfigurované kombinaci, viz Obr. 3.1. Zahrnutím všech dostupných modulů lze získat informaci o vzájemné interakci jednotlivých podskupin motoru. Z nejvýznamnějších modulů lze vyjmenovat např. klikový mechanismus či ventilový rozvod. Tyto základní moduly jsou poté v případě požadavku vyšší komplexity doplněny o informace z vlastních naprogramovaných výpočtů detailních celků. Příkladem může být simulace dynamiky pístních kroužků či podrobného zatížení kluzných ložisek.



Obr. 3.1 Virtuální pohonná jednotka

3.1.1 ZÁKLADY ANALYTICKÉ DYNAMIKY

Na rozdíl od vektorové dynamiky (Newtonova dynamika) pracující s vektorovými veličinami analytická dynamika pracuje se skalárními veličinami, jako jsou práce a energie. Zákony analytické dynamiky jsou formulovány pomocí tzv. principů mechaniky, které pracují se zobecněnými souřadnicemi, tím se analytický přístup stává prakticky univerzálním přístupem k řešení úloh dynamiky. Díky tomuto přístupu je možné odvodit již výše zmíněné Lagrangeovy pohybové rovnice, čímž se bude zabývat právě tato kapitola, která čerpá z [2] a [3].

Zobecněné souřadnice

Pro objasnění konceptu zobecněných souřadnic je nutné nejdříve zavést následující pojmy:

- **Skutečné posunutí** je reálné posunutí, které v praxi skutečně nastane. Vyhovuje pohybové rovnici, počátečním a okrajovým podmínkám.
- **Možné posunutí** je posunutí, které může nastat, ale jeho realizace se nepředpokládá. Vyhovuje pouze počátečním podmínkám.
- **Virtuální posunutí** je rozdíl mezi skutečným posunutím a možným posunutím. Z matematického hlediska se jedná o variaci, okamžitě posunutí z jedné polohy do druhé. Dále bude pomocí zobecněných souřadnic značeno δq_i , příp. vektorově $\delta \mathbf{r}_j$.
- **Holonomní vazby** jsou zcela zákonitě vazby ve tvaru $f(x, y, z) = 0$.
- **Neholonomní vazby** jsou např. vazby ve tvaru $f(x, y, z) \leq 0$, případně s opačnou nerovností.
- **Skleronomní vazby** jsou vazby, které nejsou explicitně závislé na čase t .
- **Rheonomní vazby** jsou naopak na čase t závislé.

Zobecněné souřadnice, značí se q_i , jsou další variantou, jak lze jednoznačně popsat stav hmotného bodu, popř. soustavy hmotných bodů. Jedná se o navzájem nezávislé souřadnice, jejichž počet odpovídá počtu stupňů volnosti hmotného bodu, popř. soustavy, tedy $i = 1, 2, \dots, n$, kde n je právě počet stupňů volnosti. Bude-li uvažována soustava N volných bodových těles, bude mít tato soustava $3N$ stupňů volnosti. S kartézskými souřadnicemi jsou svázány následujícími $3N$ transformačními rovnicemi

$$\begin{aligned} x_j &= x_j(q_1, \dots, q_{3N}) \\ y_j &= y_j(q_1, \dots, q_{3N}) \\ z_j &= z_j(q_1, \dots, q_{3N}), \quad \text{kde } j = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (3.1)$$

V případě, že bude uvažována soustava N hmotných těles s h holonomně-skleronomními vazbami tvaru

$$f_k(x_1, y_1, z_1, \dots, z_N, t) = 0, \quad (3.2)$$

sníží se počet stupňů volnosti na $n = 3N - h$, kde $k = 1, \dots, h$. Transformační rovnice budou vypadat následovně

$$x_j = x_j(q_1, \dots, q_n, t) \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned}
 y_j &= y_j(q_1, \dots, q_n, t) \\
 z_j &= z_j(q_1, \dots, q_n, t), \quad \text{kde } j = 1, 2, \dots, N.
 \end{aligned}$$

Vektorově lze soustavu (3.3) zapsat

$$\mathbf{r}_j = \mathbf{r}_j(q_1, \dots, q_n, t), \quad \text{kde } j = 1, 2, \dots, N \text{ a } n = 3N - h. \quad (3.4)$$

Zobecněné síly

Zobecněné síly Q_i jsou svázány s virtuálními posuvy δq_i přes tzv. virtuální práci δA_i , přičemž každé zobecněné souřadnici odpovídá zobecněná síla

$$\delta A_i = Q_i \cdot \delta q_i, \quad \text{pro } i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.5)$$

V analytické dynamice jsou obecné síly rozděleny do dvou kategorií:

- **Vazbové síly** \mathbf{v}_F (nepracovní složky reakcí vazeb), které jsou v případě ideálních vazeb totožné s normálovými vazbovými silami.
- **Pracovní síly** \mathbf{p}_F (ostatní akční síly a třecí složky reakcí vazeb). V případě ideální vazby jsou akční síly totožné s pracovními silami.

V případě holonomní vazby nekoná vazbová síla \mathbf{v}_F při virtuálním posunutím žádnou práci (\mathbf{v}_F a virtuální posuv jsou na sebe kolmé), rovnice (3.5) pro soustavu N bodových těles o n stupních volnosti přejde tedy na tvar

$$\delta A = \sum_{j=1}^N \mathbf{p}_{F_j} \cdot \delta \mathbf{r}_j, \quad (3.6)$$

kde $\delta \mathbf{r}_j$ je dle

$$\delta \mathbf{r}_j = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{r}_j}{\partial q_i} \cdot \delta q_i. \quad (3.7)$$

Dosazením rovnice (3.7) do (3.6) a užitím principu virtuální práce (Práce vnějších sil působících na hmotný bod v rovnováze, je při všech virtuálních posunutích rovna nule.) dostaneme

$$\delta A = \sum_{j=1}^N \mathbf{p}_{F_j} \cdot \delta \mathbf{r}_j = \sum_{j=1}^N \mathbf{p}_{F_j} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{r}_j}{\partial q_i} \cdot \delta q_i = 0. \quad (3.8)$$

Rovnici (3.8) lze zapsat stručněji jako

$$\delta A = \sum_{i=1}^n Q_i \cdot \delta q_i = 0, \quad \text{kde } Q_i = \sum_{j=1}^N \mathbf{p}_{F_j} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_j}{\partial q_i} \quad (3.9)$$

jsou zobecněné síly. Vzhledem k nezávislosti jednotlivých posunutí δq_i dostáváme podmínku rovnováhy pro soustavu těles ve tvaru

$$Q_i = 0, \quad \text{kde } i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.10)$$

Princip minimální energie

V případě, že budou mít působící síly potenciál E_p , pak pro zobecněnou sílu Q_i platí

$$Q_i = -\frac{\partial E_p}{\partial q_i}, \quad \text{kde } i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.11)$$

Práce konzervativního pole je pak rovna

$$\delta A = -\delta E_p. \quad (3.12)$$

Z principu virtuální práce v konzervativním poli tedy plyne rovnice $\delta E_p = 0$ a vede na princip minima potenciální energie, podle něhož hmotný bod zaujme vždy takovou polohu v rámci vazeb, při níž bude mít lokálně nejmenší energii.

D'Alembertův princip pro soustavu těles

Mimo pracovní a vazebné síly budou dále uvažovány ještě síly setrvačné, které lze pro soustavu těles definovat následujícím způsobem

$$\mathbf{s}_{F_j} = -m_j \cdot \mathbf{a}_j, \quad \text{kde } j = 1, 2, \dots, N. \quad (3.13)$$

Z podmínky statické rovnováhy tělesa a následným vynásobením virtuálním posunutím $\delta \mathbf{r}_j$ je obdržén vztah

$$\sum_{j=1}^N (\mathbf{p}_{F_j} - m_j \cdot \mathbf{a}_j) \cdot \delta \mathbf{r}_j = 0, \quad \text{kde } \delta \mathbf{r}_j = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{r}_j}{\partial q_i} \cdot \delta q_i. \quad (3.14)$$

D'Alembertův princip říká, že soustava hmotných bodů se pohybuje tak, že algebraický součet virtuálních prací všech pracovních a setrvačných sil je roven 0.

Lagrangeovy rovnice druhého druhu

D'Alembertův princip (3.14) lze přepsat do tvaru

$$\sum_{j=1}^N (\mathbf{p}_{F_j} - m_j \cdot \mathbf{a}_j) \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{r}_j}{\partial q_i} \cdot \delta q_i = 0. \quad (3.15)$$

Z důvodu nezávislosti jednotlivých virtuálních posunutí δq_i , je obdrženo n nezávislých rovnic

$$\sum_{j=1}^N (\mathbf{p}_{F_j} - m_j \cdot \mathbf{a}_j) \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_j}{\partial q_i} = 0, \quad \text{pro } i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.16)$$

Výraz

$$Q_i = \sum_{j=1}^N \mathbf{p}_{F_j} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_j}{\partial q_i} \quad (3.17)$$

je nazýván, jak již bylo zmíněno, zobecněnou silou. V dalším kroku je přistoupeno k úpravě druhého členu rovnice (3.16)

$$\sum_{j=1}^N m_j \mathbf{a}_j \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_j}{\partial q_i}$$

Platí

$$\dot{\mathbf{r}}_j = \frac{\partial \mathbf{r}_j}{\partial q_i} \dot{q}_i + \frac{\partial \mathbf{r}_j}{\partial t},$$

a také zároveň platí

$$\frac{\partial \dot{\mathbf{r}}_j}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial \mathbf{r}_j}{\partial q_i}$$

Dále je užito platnosti následující rovnosti

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathbf{r}_j}{\partial q_i} = \frac{\partial^2 \mathbf{r}_j}{\partial q_k \partial q_i} \dot{q}_k + \frac{\partial^2 \mathbf{r}_j}{\partial q_i \partial t} = \frac{\partial}{\partial q_i} \left(\frac{\partial \mathbf{r}_j}{\partial q_k} \dot{q}_k + \frac{\partial \mathbf{r}_j}{\partial t} \right) = \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}_j}{\partial q_i}$$

Dále je užita kinetická energie soustavy bodových těles, která je rovna

$$E_k = \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} m_j \dot{\mathbf{r}}_j^2 \quad \text{a platí } m_j \mathbf{a}_j = \frac{d}{dt} \frac{\partial E_k}{\partial \dot{\mathbf{r}}_j}$$

S využitím výše uvedených rovností lze druhý člen rovnice (3.16) přepsat do následujícího tvaru

$$\begin{aligned}
 \sum_{j=1}^N m_j \mathbf{a}_j \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_j}{\partial \dot{q}_i} &= \sum_{j=1}^N \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{\mathbf{r}}_j} \right) \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_j}{\partial \dot{q}_i} \\
 &= \sum_{j=1}^N \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{\mathbf{r}}_j} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_j}{\partial \dot{q}_i} \right) - \sum_{j=1}^N \frac{\partial E_k}{\partial \dot{\mathbf{r}}_j} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathbf{r}_j}{\partial \dot{q}_i} \right) \\
 &= \frac{d}{dt} \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} - \sum_{j=1}^N \frac{\partial E_k}{\partial \dot{\mathbf{r}}_j} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathbf{r}_j}{\partial \dot{q}_i} \right) \\
 &= \frac{d}{dt} \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} - \sum_{j=1}^N \frac{\partial E_k}{\partial \dot{\mathbf{r}}_j} \cdot \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}_j}{\partial \dot{q}_i} = \frac{d}{dt} \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i}.
 \end{aligned}$$

Spojením výsledků pro obě části rovnice (3.16) dostáváme Lagrangeovy rovnice druhého druhu

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} = Q_i. \quad (3.18)$$

V případě, že budou všechny pracovní síly konzervativní, platí

$$\delta A = -\delta E_p \quad a \quad Q_i = -\frac{\partial E_p}{\partial q_i}. \quad (3.19)$$

Lagrangeovy rovnice je tedy možné zapsat v následujícím tvaru

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} = -\frac{\partial E_p}{\partial q_i}. \quad (3.20)$$

Dále lze Lagrangeovy rovnice druhého druhu ještě zjednodušit pomocí tzv. Lagrangeovy funkce tvaru

$$L = E_k - E_p, \quad (3.21)$$

pak může být rovnice (3.20) přepsána do tvaru

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0. \quad (3.22)$$

Pozn.: Je nutné si uvědomit, že zatímco potenciální energie $E_p(t, q_i)$ je funkcí zobecněných souřadnic a času, kinetická energie $E_k(t, q_i, \dot{q}_i)$ a Lagrangeova funkce $L(t, q_i, \dot{q}_i)$ jsou funkcí zobecněných souřadnic, rychlostí a času.

Základní tvar Lagrangeových rovnic druhého druhu může být dále rozšířen o působení pracovních sil \tilde{Q}_i , které nemají potenciál, a disipativních sil, jako je např. tlumení. Pro tento případ je užita Rayleighova disipativní funkce tvaru

$$R_d = \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} b_j \cdot v_j^2,$$

kde b_j je koeficient tlumení a v_j je rychlost. Disipativní síla Q_{d_i} má pak následující tvar

$$Q_{d_i} = \sum_{j=1}^N -b_j \cdot v_j \cdot \frac{\partial v_j}{\partial \dot{q}_i} = -\frac{\partial R_d}{\partial \dot{q}_i}.$$

Rozšířené Lagrangeovy rovnice druhého druhu mají následující podobu

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial R_d}{\partial \dot{q}_i} = \tilde{Q}_i. \quad (3.23)$$

Lagrangeovy rovnice druhého druhu s multiplikátory

Prozatím byl uvažován systém N hmotných bodů s n stupni volnosti, který byl v obecném případě reprezentován n zobecněnými nezávislými souřadnicemi. V případě, že nemůžeme, popř. nechceme, vyloučit přebytečné (závislé) souřadnice, použijeme tzv. Lagrangeovy multiplikátory. Pro $n + k$ zobecněných souřadnic, existuje k souřadnic závislých. Vazby jsou zapisovány jako

$$f_s(q_1, \dots, q_n, q_{n+1}, \dots, q_{n+k}, t) = 0, \quad \text{kde } s = 1, \dots, k. \quad (3.24)$$

Závislé souřadnice ve vazbách (3.24) se v Lagrangeových rovnicích druhého druhu projeví následujícím způsobem

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \sum_{s=1}^k \lambda_s \frac{\partial f_s}{\partial q_i} = 0, \quad \text{kde } i = 1, \dots, n + k. \quad (3.25)$$

λ_s nazýváme Lagrangeovými multiplikátory.

Lagrangeovy rovnice druhého druhu - rozšířený tvar

V případě, že do základního tvaru Lagrangeových rovnic druhého druhu jsou zahrnuta všechna výše zmíněná rozšíření, pak budou tvaru

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial R_d}{\partial \dot{q}_i} + \sum_{s=1}^k \lambda_s \frac{\partial f_s}{\partial q_i} = \tilde{Q}_i. \quad (3.26)$$

Pohybové rovnice pro obecný případ

Pro odvození tvaru Lagrangeových rovnic druhého druhu pro obecný případ je potřeba uvést následující vyjádření:

- **Kinetická energie**

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot \dot{\mathbf{q}}^T \cdot \mathbf{M}(\mathbf{q}) \cdot \dot{\mathbf{q}},$$

kde $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ je zobecněná matice hmotnosti.

- **Potenciální energie**

$$E_p = E_{pg}(\mathbf{q}) + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{q}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{q},$$

kde $E_{pg}(\mathbf{q})$ je příspěvek gravitační síly v podobě potenciální energie a \mathbf{K} zobecněná matice tuhosti.

- **Zobecněná gravitační síla**

$$\mathbf{f}_g = \frac{\partial E_{pg}}{\partial \mathbf{q}}.$$

- **Rayleighova disipativní funkce**

$$R_d = \frac{1}{2} \cdot \dot{\mathbf{q}}^T \cdot \mathbf{B} \cdot \dot{\mathbf{q}},$$

kde \mathbf{B} je matice tlumení.

Dosazením výše uvedených rovností do vyjádření Lagrangeových rovnic druhého druhu (3.26) vzniká finální rovnice pro obecný případ

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{M}}\dot{\mathbf{q}} - \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} \right]^T \cdot \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} + \mathbf{f}_g + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \right]^T \cdot \boldsymbol{\lambda} = \tilde{\mathbf{Q}}. \quad (3.27)$$

3.1.2 MBS PŘÍSTUP

Užívaný MBS software ADAMS umožňuje efektivní stavbu výpočtových modelů různé úrovně složitosti. Komplexita modelu závisí na typech užitých těles a jejich matematické definici. Nejjednodušší modely mohou být tvořeny několika hmotnými body, za složitější strukturu lze brát užití tuhých těles, jež jsou určena polohou těžiště, hmotností a tenzorem setrvačnosti. Komplexní MBS modely se vyznačují užitím pružných těles, kde jsou základní fyzikální vlastnosti tuhých těles doplněny o informace modální. Vždy je nutné

zvážit, jaká definice tělesa je vhodná pro daný komponent modelu. Není-li předpokládán dominantní vliv namáhání či kmitání součásti na výsledky, je vhodné užít definici tuhých těles. V opačném případě je nutná implementace modálně redukovaných těles. Mezi typické komponenty, u nichž se přistupuje k zohlednění vlastností pružných těles, patří zejména klikové hřídele, skříně převodovek či bloky motorů. [4], [5]

Jednotlivá tělesa jsou vzájemně propojena prostřednictvím kinematických či dynamických vazeb, které slouží pro přenos silových účinků. Silová působení mohou být aplikovány také formou okrajových podmínek.

Geometrii a data pro definici tuhých těles lze získat z objemových 3D modelů. Pružná tělesa jsou do prostředí MBS importována prostřednictvím modálně redukovaných těles. Proces modální redukce je prováděn v softwaru pro řešení analýz prostřednictvím metody konečných prvků (MKP), kdy po importu 3D geometrie dochází k diskretizaci tělesa. Následně se vytvoří uzly rozhraní v místech připojení dalších komponent a pomocí MKP je řešena samotná modální redukce. Účelem této metody je zmenšení výpočtové náročnosti prostřednictvím snížení počtu stupňů volnosti tělesa a linearizace modelu tak, aby bylo možné provádět simulace v časové doméně při zachování přesnosti blízké MKP. [6]

3.2 ZDROJE HLUKU POHONNÝCH JEDNOTEK

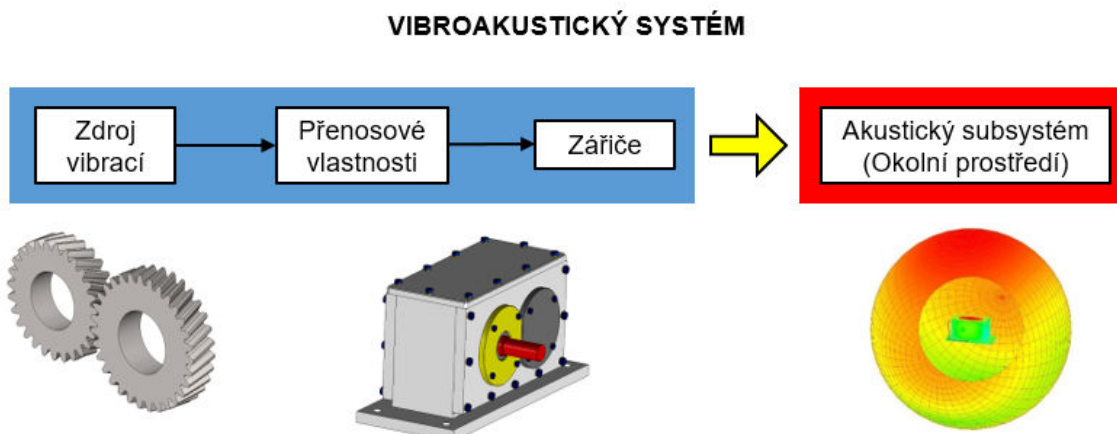
Analýzu zdrojů hluku při vyzařování z vibrujících povrchů lze rozdělit podle postupu přeměny mechanické energie na dílčí etapy, jež zahrnují získání komplexních informací o:

- zdrojích hluku (dynamické budicí účinky),
- přenosových cestách, jimiž se vibrace šíří,
- povrchových vibracích a jimi generovaném hluku.

Každý bod struktury může být řešen nezávisle a to výpočtově i experimentálně. V praxi se však mnohdy setkáváme s případy užití výsledků experimentu jakožto vstupních parametrů do výpočtu. Příkladem může být stanovení tlumení struktur pomocí experimentální modální analýzy.

3.2.1 ŠÍŘENÍ VIBRACÍ A HLUKU

Jedním z důvodů existence vibrací na povrchu struktur je právě proces jejich šíření. Existuje několik typů přenosových cest, díky nimž se mohou vibrace rozšířit z míst iniciace přes ostatní substruktury až na vnější strukturu. Samozřejmě je i interakce jednotlivých komponent mezi sebou. Z tohoto důvodu je při hodnocení těchto veličin nutno zahrnout celou soustavu. Základní schéma vibroakustického systému je znázorněno na Obr. 3.2.



Obr. 3.2 Základní schéma vibroakustického systému

Typy přenosových cest:

- tuhými díly (stěny, hřídele, ...),
- kapalinou (olej, chladicí kapalina),
- kluznými a valivými ložisky,
- převody (řemenové, řetězové),
- rozhraním (kontakty, ozubená kola),
- pevnými spoji (šroubové a lisované spoje).

Při hodnocení přenosových cest je nutné zvážit, zda je přenos lineární, nebo zdali je možné jej do určité míry linearizovat pro stanovení přenosové funkce. Pro popis přenosových cest lze například pro parametr rychlosti užít následující veličiny:

Pohyblivost (mobilita) [7]

$$Y_{AB}(\omega) = \frac{v_B}{F_A}, \quad (3.28)$$

kde v_B představuje okamžitou rychlost v místě B a F_A budicí sílu v místě A.

Veličinu převrácené funkce pohyblivosti představuje **Mechanický odpor (impedance)** [7]

$$Z_{AB}(\omega) = \frac{F_A}{v_B}. \quad (3.29)$$

V souvislosti s pohyblivostí lze pomocí derivace a integrace v časové doméně určit ostatní přenosové funkce, jež jsou charakterizovány parametrem zrychlení (inertance) či posuvu (receptance).

V konkrétním případě, známe-li buzení v místě A a přenosové funkce daného systému mezi body A a B, lze dopočítat výsledné kmitání v bodě B. Tento bod je vhodné situovat na povrch bloku motoru či převodovky, kde je znalost výsledného kmitání nejzásadnější. Snižování vibrační povrchu a s nimi souvisejícího hluku tedy znamená minimalizování přenosových funkcí mezi dílčími zdroji (bod A) a oblastmi významnými z hlediska vyzařování hluku do okolí (bod B). Obecně platí, že z hlediska efektivnosti je dosahováno

významnějšího snížení v případě nižší redukce přenosové funkce výraznějšího zdroje hluku než vyšší redukce u méně výrazného zdroje hluku. [7]

3.2.2 ZDROJE HLUKU SPALOVACÍCH MOTORŮ

Procesy snižování hluku spalovacích motorů jsou většinou koncipovány s prvotním zaměřením na místa s vysokým podílem akustické emise do okolí. Tato kapitola pojednává o obecných zdrojích hluku iniciovaných funkčním principem spalovacího motoru, jehož provozuschopnost je dána součinností několika funkčních celků a pomocných ústrojí v jeden komplexní systém. Po vzoru tohoto sloučení je patrné, že i celkový hluk bude tvořen pomyslným součtem příspěvků hluku vyzařovaným jednotlivými komponenty. Hodnocení vibrací a následného vyzařovaného hluku proto vyžaduje detailní poznání vlastností, příčin vzniku a cest šíření v jednotlivých funkčních částech spalovacího motoru.

Za zdroj hluku je považován děj, který probíhá v motoru a je doprovázen vznikem dynamických sil, které přímo nebo nepřímo (vibracemi povrchu) emitují akustickou energii (například spalování směsi). Případně může být tento děj vztažen ke konstrukčnímu celku, s jehož funkcí souvisí (rázy při dosedání ventilů do sedel).

V rámci funkčního principu spalovacího motoru existují tyto mechanismy vzniku hluku:

Kmitající povrch součástí – původcem vibrací jsou setrvačné síly a síly od nevyvážených hmot, rázy v mechanismech a převodech. Výsledný hluk je klasifikován jako mechanický hluk motoru. [8], [9]

Neustálené proudění plynného nebo kapalného média – vibrace a hluk vznikají v důsledku přečerpávání tekutin v motoru, dále na vstupu do sání, na lopatkách turbodmychadel a ventilátorů, či na vyústění výfukového potrubí. Tento hluk je klasifikován jako aerodynamický hluk motoru.

Tlakové pulzace objemu prostředí vlivem teplotních změn a pohybem ionizovaného prostředí – hluk je způsoben spalovacím procesem a je označován jako hluk od spalování. V některých publikacích [10], [8] bývá řazen i do kategorie mechanického hluku, poněvadž se síly od tlaku plynů ve válci částečně projeví i na vibracích stěn spalovacího prostoru.

Zdroje hluku lze v rámci funkčního principu spalovacího motoru rozdělit do skupin dle mechanismů, konstrukčních celků, případně dějů, k nimž jsou vázány, viz Tab. 3.1.

Při změně působení sil nebo tlaků vzniká střídavá složka silového působení, jež vyvolá dynamickou výchylku v místě působení a tím vznik energie dané kmitáním. Tato energie se nadále šíří do konstrukcí, které tvoří přenosový člen a převedou energii v podobě sil a napětí až na povrch součástí. Povrchová plocha je vlivem této energie rozkmitána, tím dochází k vyzařování části energie povrchem do akustického prostředí. [11], [7]

Konstrukční či funkční celek	Původ buzení
Klikový mechanismus	Primární a sekundární (setrvačné) síly, rázy při klopení pístu
Ventilový rozvod	Setrvačné síly a rázy
Chladicí, mazací, palivová soustava	Neustálené proudění
Ložiska	Vibrace od výrobních nepřesností, vad povrchu
Spalovací proces	Primární síly
Převodový mechanismus (řetězový, řemenový, ozubený převod k čerpadlu)	Rázy, nevyvážené hmoty
Sací a výfukový trakt	Neustálené proudění
Ostatní komponenty motoru (alternátor, ventilátory,...)	Nevyvážené hmoty, setrvačné síly, neustálené proudění

Tab. 3.1 Rozdělení zdrojů hluku

3.2.3 ZDROJE HLUKU PŘEVODOVEK

Hodnocení hluku převodovek vychází ze stejné teoretické základny jako v případě spalovacích motorů, některé činitele vzniku vibrací a hluku jsou zde potlačeny (spalovací proces), jiné naopak zvýrazněny (proměnné silové zatížení způsobující vibrace a mechanický hluk). Dominantním zdrojem vibrací a hluku je zde záběr ozubených kol. Tento činitel je se zvyšující se přesností výroby ozubení stále častěji předmětem výzkumů, na základě nichž vzniká řada publikací [12], [7], [9] řešících jeho jednotlivé dílčí části jak po stránce experimentální, tak i výpočtové. Je důležité si uvědomit, že převodovka je akusticky uzavřený systém a hluk způsobený rázy při záběru ozubených kol je z velké části zatlučen převodovou skříní, přičemž olejová náplň může mít v tomto směru též významné postavení. Největší podíl na celkovém hluku převodovky mají vibrace na povrchu převodové skříně, které jsou z ozubených kol přenášeny přes hřídele a ložiska. Následující podkapitoly shrnují přehled dílčích zdrojů převodových ústrojí.

ZÁBĚR OZUBENÝCH KOL

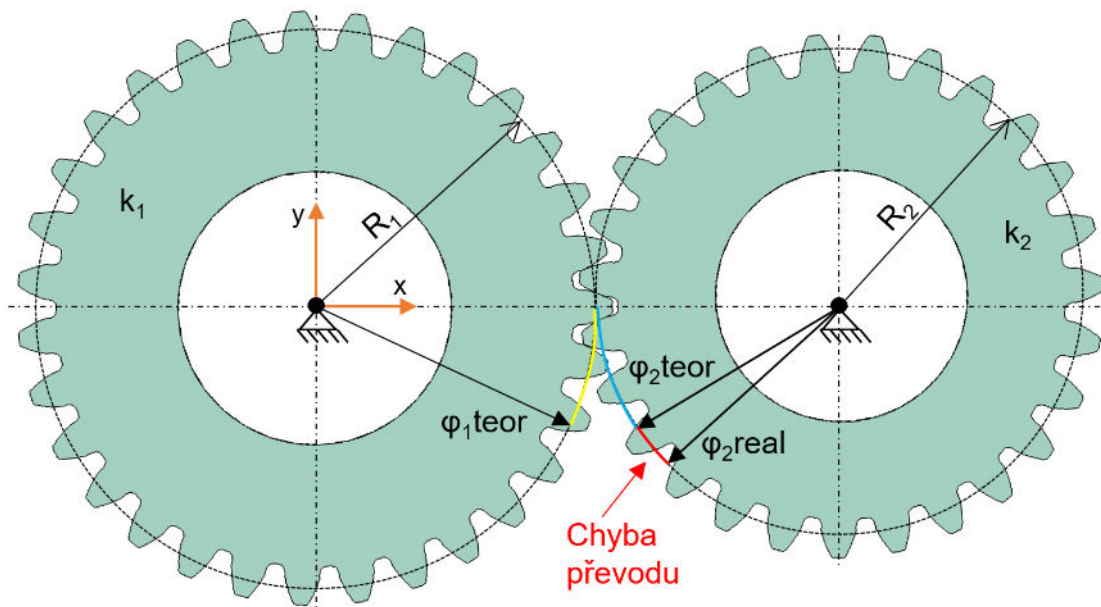
Jak již bylo zmíněno, vibrace od záběru ozubených kol jsou nejvýznamnějším zdrojem hluku uvnitř převodové skříně. Příčinou vzniku je jak dynamická síla vyvolaná proměnlivou tuhostí ozubení v průběhu záběru tak i rázy vznikající vstupem zubů do záběru, jež jsou způsobeny deformací zubů, úchytkami roztečí a křivek profilu zubu od teoretických hodnot. Následující text je zaměřen na vibroakustické projevy záběru ozubených kol s evolventním tvarem profilu zubu, který je nejvíce užívaným typem v převodovém ústrojí vozidel.

Záběr dvou evolventních kol je charakterizován kombinací smýkání a valení, přičemž valení, jakožto ideální stav při kontaktu dvou zubů, nastane pouze v jednom bodě křivky profilu zubu. To je také hlavním aspektem ovlivňujícím mechanické ztráty v ozubení, resp. jeho ohřev. Po zbylé části křivky je kontakt doprovázen smýkáním, jehož velikost se zvětšuje se vzdáleností od bodu valení. [13] V bodě valení také dochází ke změně smyslu třecích sil, jež má za následek i vznik vibrací v ozubení. Valivý bod se zároveň nachází na

průniku přímky záběru a spojnice středů otáčení obou kol. V minulosti byla smýkání zubů věnována značná pozornost (zejména u přímého ozubení). V současné době jsou však v popředí jiné mechanismy zdroje hluku, mezi které patří chyba převodu.

CHYBA PŘEVODU

Chyba převodu, v anglické literatuře nazývána Transmission Error, je dle [12] definována jako rozdíl mezi reálnou a teoretickou pozicí hnaného ozubeného kola. Může být uváděna v jednotkách délkových, jako pohyb ve směru tečny dotykové kružnice, nebo v jednotkách úhlových, jako rozdíl pootočení hnacího a hnaného kola vůči ose rotace, viz Obr. 3.3.



Obr. 3.3 Rotační složka chyby převodu

Tyto hodnoty vyjadřují měřítko kvality záběru ozubených kol bez ohledu na jejich velikost (modul, počet zubů, atd.). Dle složitosti řešeného problému existují dva typy vyjádření chyby převodu. První, statická chyba převodu je ovlivněna pouze statickými silami záběru ozubení, které jsou vyvolány především střídáním počtu zubů v záběru a výrobními nepřesnostmi (chyba profilu zubu, chyba rozteče, opotřebení apod.) při aplikovaném momentovém zatížení. Druhým, komplexnějším typem vyjádření, je chyba převodu dynamická, jež uvažuje vzniklé dynamické síly za rotace, například od deformace zubů nebo ohybu hřídelů spolu s vychýlením ozubených kol. Z hlediska hierarchie je statická chyba převodu podmnožinou chyby dynamické.

Tuhost ozubení během záběru souvisí se skokovou změnou počtu zubů v záběru a zároveň s přemísťováním bodu dotyku po výšce zubu, čímž se samozřejmě mění i působíště a rameno síly. Počet zubů v záběru vlivem otáčení ozubených kol je zohledněn v celkovém součiniteli záběru ozubených kol. Vlivem deformace zubu při zatížení dochází ke změně rozteče. Zatížený (ohnutý) zub hnacího kola způsobí, oproti nezatíženému stavu, jeho předčasné natočení vůči kolu hnanému. Následující zub hnacího kola tedy vstupuje do záběru předčasně, ke kontaktu dvou zubů nedochází na záběrové přímce a tím nastává ráz mezi dalšími spoluzabírajícími zuby hnacího a hnaného kola. Tento jev vyvolává nerovnoměrnosti v přenosu zatížení a vznikají tak přídatné dynamické síly

v ozubení. Podobný mechanismus vzniku vibrací nastává i v případě výrobních nepřesností.

Určení statické i dynamické chyby převodu lze stanovit analytickým výpočtem, který zohledňuje základní tvar zubu [14]. Pro komplexní tvary ozubení je však vhodné užit modelování ozubených kol ve 3D pomocí MKP.

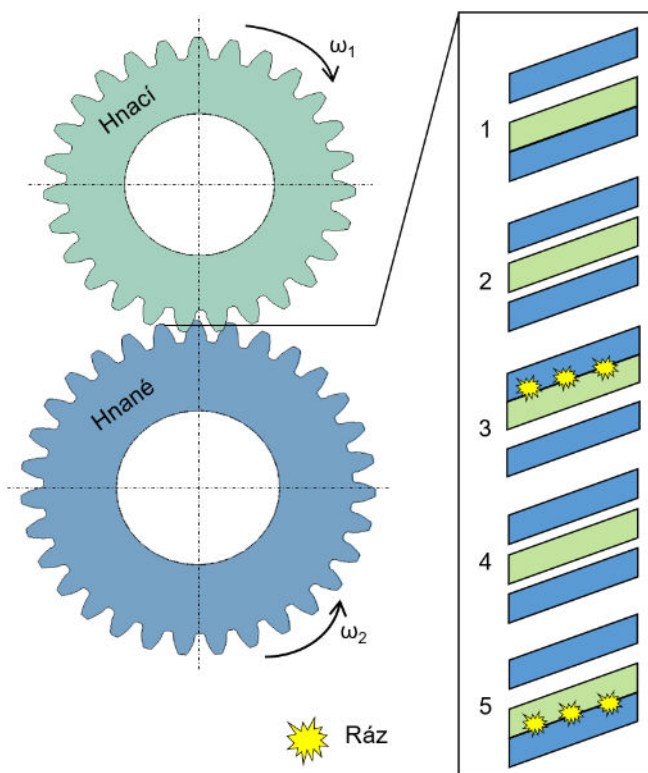
Výpočtové modely pro statickou chybu převodu jsou využitelné zejména pro lineární systém, kdy se jedná o velké zatížení spojené spolu s malými momenty setrvačnosti. Přídavné nelinearity typu malá zatížení - velké momenty setrvačnosti, vnitřní tlumení kol, hřídelů a ložisek způsobují výrazné nepřesnosti, jež je nutno konfrontovat s experimentálním přístupem.

OSTATNÍ ZDROJE HLUKU

Vedle dominantního hluku, iniciovaného záběrem ozubených kol, se v převodovce, stejně jako ve všech ostatních systémech o více komponentech, mohou vyskytovat další dílčí zdroje hluku vyvolané funkčním principem daného celku. Některé členy hluk neprodukuje, nicméně se však mohou podílet na přenosu vibrací. Typickým představitelem této skupiny jsou například hřídele v převodovce, jež přenáší toto mechanické vlnění, iniciované při záběru ozubených kol, dále skrze ložiska až na převodovou skříň. Průhyb hřídelů je navíc jeden ze základních faktorů ovlivňujících chybu převodu. Z tohoto důvodu je tedy nutné klást na tento komponent obzvláště velký důraz již při návrhu. Další sledovanou vlastností hřídelů je jejich rovnoběžnost, na niž má v neposlední řadě vliv průhyb či nedostatečná tuhost uložení (tuhost ložisek).

Jak již bylo zmíněno, ložiska mají na hluk převodové skříně vliv z hlediska přenosu vibrací. Zároveň však mohou být samy zdrojem vibrací a hluku, jedná se zejména o valivá ložiska při opotřebení. Vibrace a hluk vznikají nedokonalým odvalováním valivých částí ložiska mezi vnitřním a vnějším kroužkem. Vibrace jsou detekovatelné jak v pásmu nízkých frekvencí (projevy pittingu, poškozená dráha, vlastní frekvence komponent), tak i v pásmu vysokých frekvencí (5 kHz a výše), kdy se projevují náhodné, někdy i ultrazvukové frekvence, jež značí iniciaci závady. [15]

Dalším subjektem, vyznačujícím se hlukovým projevem, může být vůle v uložení součástí, jako jsou řadicí kulisy, vidlice, synchronizační kroužky, přesuvné objímky, distanční kroužky, táhla apod. Specifická je v této oblasti axiální a boční zubová vůle ozubených kol se šikmým ozubením, jež způsobuje za určitých podmínek rázy [16], [17]. Podmínkami příhodnými pro vznik rázů se zde rozumí například nezatížený přenos ozubenými koly. Vlivem nepravidelnosti chodu spalovacího motoru dochází k torzním vibracím, jež jsou následně přenášeny na převodovku. Vznik rázů pak probíhá dle Obr. 3.4. [16]



Obr. 3.4 Vznik rázu vlivem boční vůle

Eliminace tohoto „řinčení, zvonění či klepání“ je do určité míry možná zavedením dvoumotového setrvačníku či torzního tlumiče, čímž dojde ke snížení přenosu energie vibrací od motoru.

V konečné fázi se může na vzniku vibrací a následného hluku podílet také mazivo. Na nerovnoměrnost záběru má vliv tzv. Oil Pocketing, jež souvisí se vznikem uzavřených kapes obsahujících mazivo, kdy vlivem nedostatečných vůlí není možné přebytečné mazivo vytlačit. To se během záběru musí několikrát významně stlačit, což má za následek vznik přídavných dynamických sil v záběru zubu. [16], [18]

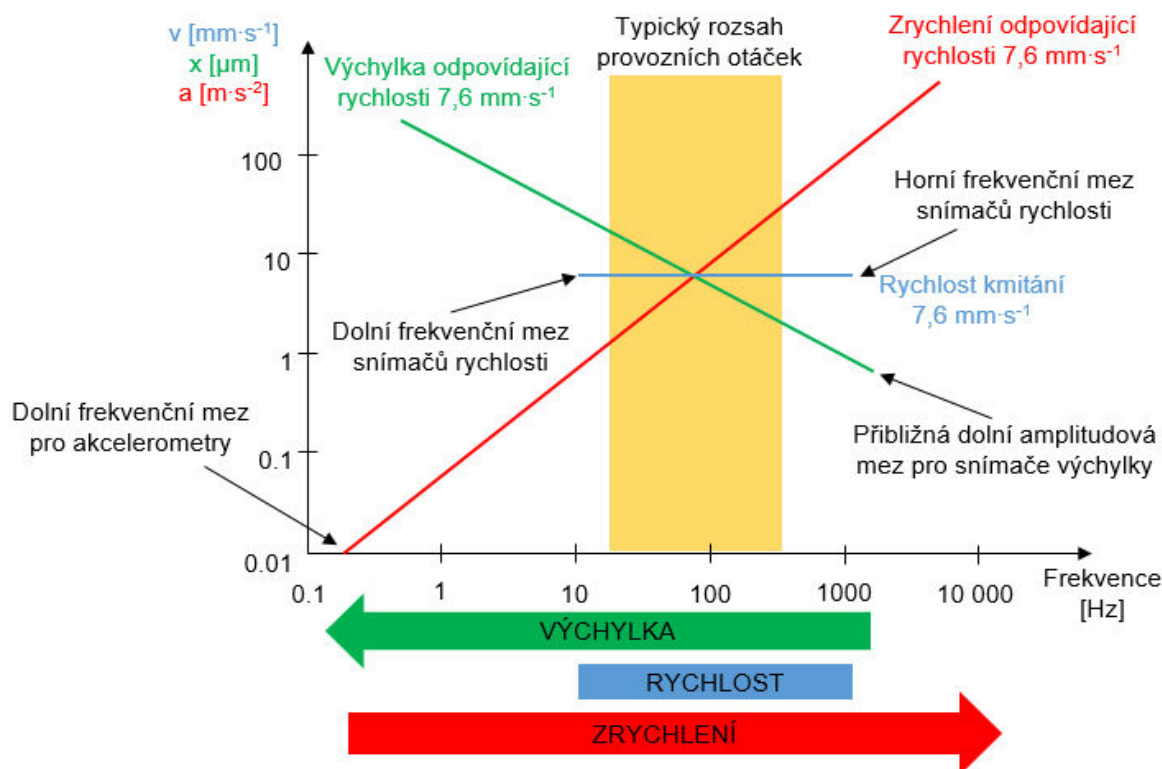
3.3 PROSTŘEDKY PRO VYHODNOCOVÁNÍ DYNAMICKÝCH VLASTNOSTÍ PŘEVODOVEK

Dominantní oblast popisu vibroakustických projevů převodových agregátů se s nástupem výkonné výpočetní techniky posouvá od experimentálních metod k výpočtovému řešení. Ověřování akustických vlastností pomocí technického experimentu však má nezastupitelnou roli především z důvodu náročnosti modelování specifických vlastností, přičemž je nutné tyto modely validovat. Mezi akustické vlastnosti, jež je nutné ověřit experimentálně, patří především přítomnost materiálových vad, výrobní nepřesnosti a technologické chyby. Tato kapitola se snaží zmapovat základní přístupy identifikace parametrů vibrací a hluku převodových ústrojí.

3.3.1 NÁSTROJE EXPERIMENTÁLNÍ

Při experimentálním ověřování vibroakustických vlastností převodovek bývá zpravidla značně problematické provádět měření v místech iniciace dílčích zdrojů hluku, jako je například záběr ozubení. Proto je důležité najít vždy místo, jež bude vyhovovat jak z hlediska technické proveditelnosti experimentu, tak i z hlediska reprezentativních modálních vlastností. Typickým příhodným místem jsou domky, v nichž jsou umístěna

valivá ložiska. Měřenou veličinou mechanického kmitání v těchto místech může být **výchylka** x , **rychlost** v nebo **zrychlení** a . Volba veličiny má přitom zásadní vliv na přesnost při širokopásmových měřeních, kdy je nutné volit veličinu s ohledem na dostatečný odstup signálu od šumu. Obr. 3.5 znázorňuje vhodnost užití daných veličin pro jednotlivé oblasti frekvenčního pásma.



Obr. 3.5 Frekvenční rozsah měřených veličin [15]

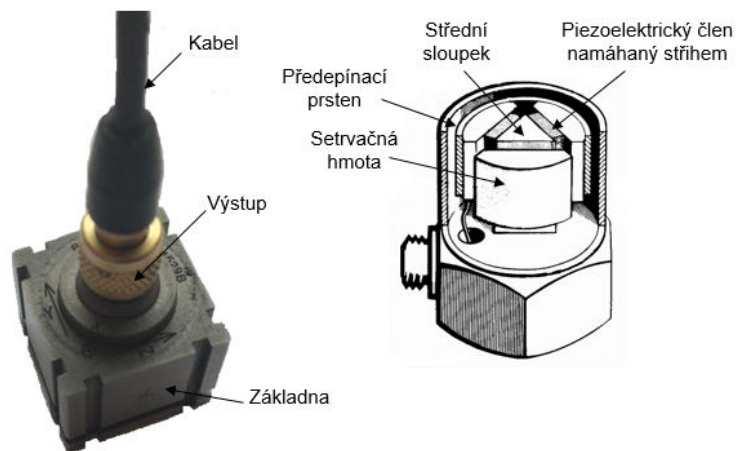
Z Obr. 3.5 je patrné, že při konstantní velikosti kmitání na všech frekvencích vyjádřenou rychlostí se amplituda zrychlení s rostoucí frekvencí zvětšuje a amplituda výchylky zmenšuje. Rozhodující je tedy předem stanovený frekvenční rozsah. Bude-li se například měřit zubová frekvence záběru kol, jež spadá do části vysokých frekvencí, optimální vyhodnocovanou veličinou bude zrychlení. Naopak při omezení měření na otáčkovou frekvenci bude lepší vyhodnocovat výchylku. U obou předešlých vyhodnocovaných veličin je nutné uvést frekvenci otáčení, při jaké bylo měření prováděno. Vyhodnocování rychlosti se jeví jako univerzální varianta.

Jak již bylo zmíněno, akustickými projevy se dominantně vyznačují skříně převodovek, nikoliv jednotlivé dílčí komponenty uvnitř systému, jejichž akustická energie je nedostačující k vybuzení tuhé skříně a tudíž je zatlumena uvnitř struktury.

STANOVENÍ VIBRACÍ

Měření mechanického chvění může být realizováno jak kontaktní, tak bezkontaktní metodou snímání povrchu. V případě kontaktního přístupu se nejčastěji užívá piezoelektrických snímačů zrychlení mechanického chvění, viz Obr. 3.6. Bezkontaktní měření je realizováno pomocí laserového vibrometru. Oba tyto přístupy mají své pozitivní i negativní vlastnosti. Snímač zrychlení je upřednostňován pro široký dynamický rozsah, který se pohybuje od 10 Hz až po 10 kHz. U převážné většiny mechanických soustav se energie pohybuje v relativně úzkém kmitočtovém pásmu zhruba mezi 10 Hz a 3 kHz.

V oblasti vysokých kmitočtů se však vyskytují z hlediska rozboru signálu mnohdy významné složky chvění. Jako další klad může být považována jeho pořizovací cena, jež je oproti optické technologii několikanásobně nižší.



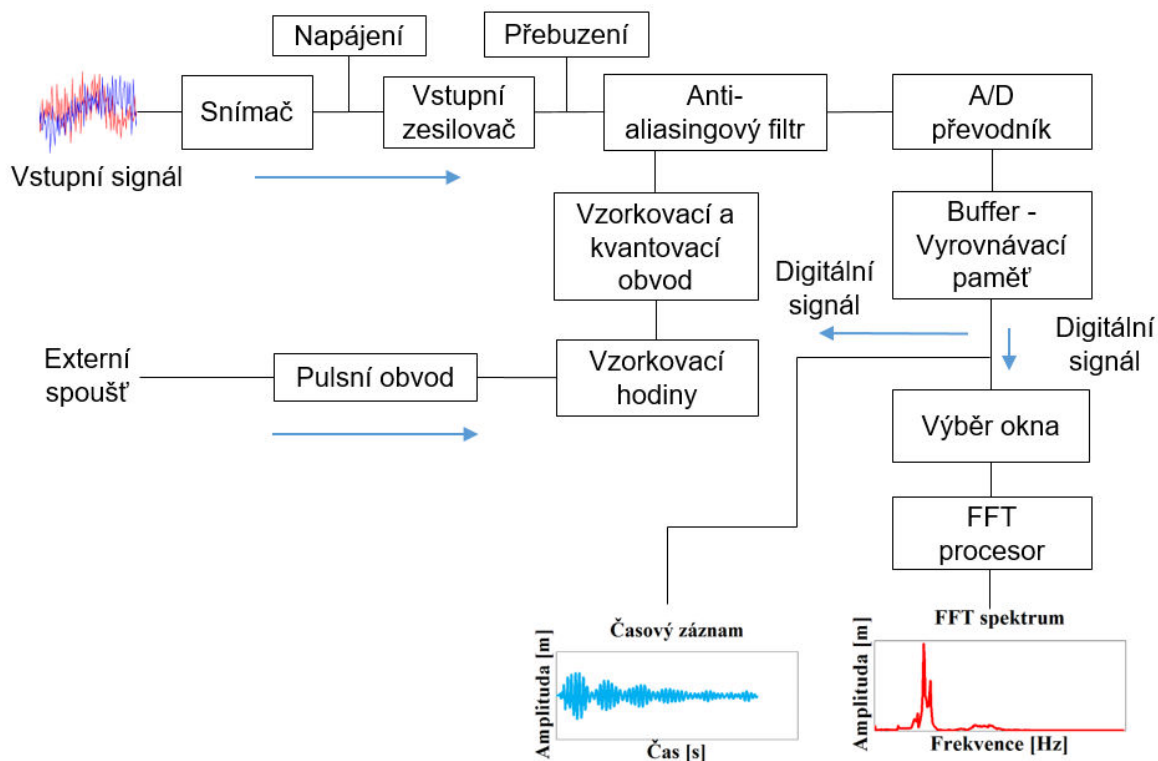
Obr. 3.6 Piezoelektrický snímač zrychlení mechanického chvění

Nevýhodou z hlediska přesnosti měření může být v některých případech hmotnost akcelerometru, především při nevhodně zvolené velikosti snímače. Velká hmotnost snímače může ovlivnit modální vlastnosti měřené součásti, pak hovoříme o tzv. přeladění struktury. Z tohoto důvodu užití akcelerometru pro monitorování vibrací zejména tenkostěnných součástí není vhodné. Problém lze však vyřešit užitím laserového vibrometru, viz Obr. 3.7. Tento optický systém, pracující na principu Dopplerova jevu, umožňuje měřit díky vestavěnému integrátoru zrychlení, rychlost i výchylku současně. Měřené místo na povrchu součásti musí být opatřeno reflexní samolepkou pro dokonalý odraz laserového paprsku. Nevýhodou tohoto systému je však užší frekvenční rozsah, který se pohybuje v rozmezí od 0,5 Hz do 1,5 MHz.



Obr. 3.7 Bezkontaktní měření normálové rychlosti povrchu

Nezávisle na kontaktní či bezkontaktní metodě je možné celou měřicí soustavu složit do řetězce zobrazeného na Obr. 3.8.



Obr. 3.8 Schéma měřicího řetězce pro stanovení vibrací a hluku

Snímač zajišťuje převod mechanické veličiny na elektrický signál, který je následně zesilován předzesilovačem pro potlačení rušení a zkruslení. Následně je transportován kabeláží přes analogový anti-aliasingový či váhový filtr do multiplexeru, jež přepíná více vstupů na jeden zesilovač. Signál je dále transformován v A/D převodníku z analogového spojitého na tvar digitální, diskrétní. Probíhá zde proces vzorkování, tedy snímání signálu v pravidelné vzorkovací periodě. V konečné fázi signál vstupuje do analyzátoru, kde probíhá digitální filtrace, kmitočtová analýza ad.

Proces zpracování signálu v analyzátoru tvoří samostatnou kapitolu měření. Jelikož se v praxi okamžité hodnoty měřených veličin výrazně mění v krátkém časovém intervalu, byly zavedeny veličiny, které lépe charakterizují měřený děj. [19]

Mezi nejvýznamnější patří:

Efektivní hodnota (RMS) - pro sinus 0,707 násobku vrcholové hodnoty

$$x_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt}, \quad (3.30)$$

kde x je okamžitá hodnota v čase t sledované veličiny a T je perioda, po kterou chceme efektivní hodnotu vyčíslit.

Střední (průměrná) hodnota (Average) - pro sinus 0,637 vrcholové hodnoty

$$x_{str} = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)| dt. \quad (3.31)$$

Vrcholová hodnota (peak) - x_{amp} - maximální amplituda měřeného signálu

Maximální rozkmit (peak to peak) - x_{pp} - je dán největším výkmitem měřeného signálu

Činitel výkmitu (crest factor)

$$k_v = \frac{x_{amp}}{x_{ef}}. \quad (3.32)$$

Základní popis vibroakustických signálů udávají jejich frekvenční spektra, která mapují rozložení amplitud jednotlivých frekvenčních složek v signálu. V následujícím textu jsou rozebrány základní přístupy analýzy měřených signálů, které jsou užívané u převodovek.

FREKVENČNÍ SPEKTRUM

Výsledkem frekvenční analýzy je frekvenční spektrum, jež vyjadřuje závislost měřené veličiny (efektivní hodnoty) na frekvenci. Vedle amplitudového spektra je obvykle uváděno i spektrum fázové, které umožňuje určit například typ nevyváženosti. Velmi významné pro praktické účely je užití řadové analýzy, kdy je frekvenční osa spektra nahrazena osou harmonických řádů (násobků) zvolené frekvence, například otáčkové. Spektrum signálu měřeného převodového ústrojí se zpravidla vyznačuje následujícími třemi hlavními frekvenčními složkami a jejich harmonickými násobky:

Otáčková frekvence

$$f_{ot} = k \frac{n}{60}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (3.33)$$

kde otáčky n platí vždy pro příslušný hřídel.

Zubová frekvence

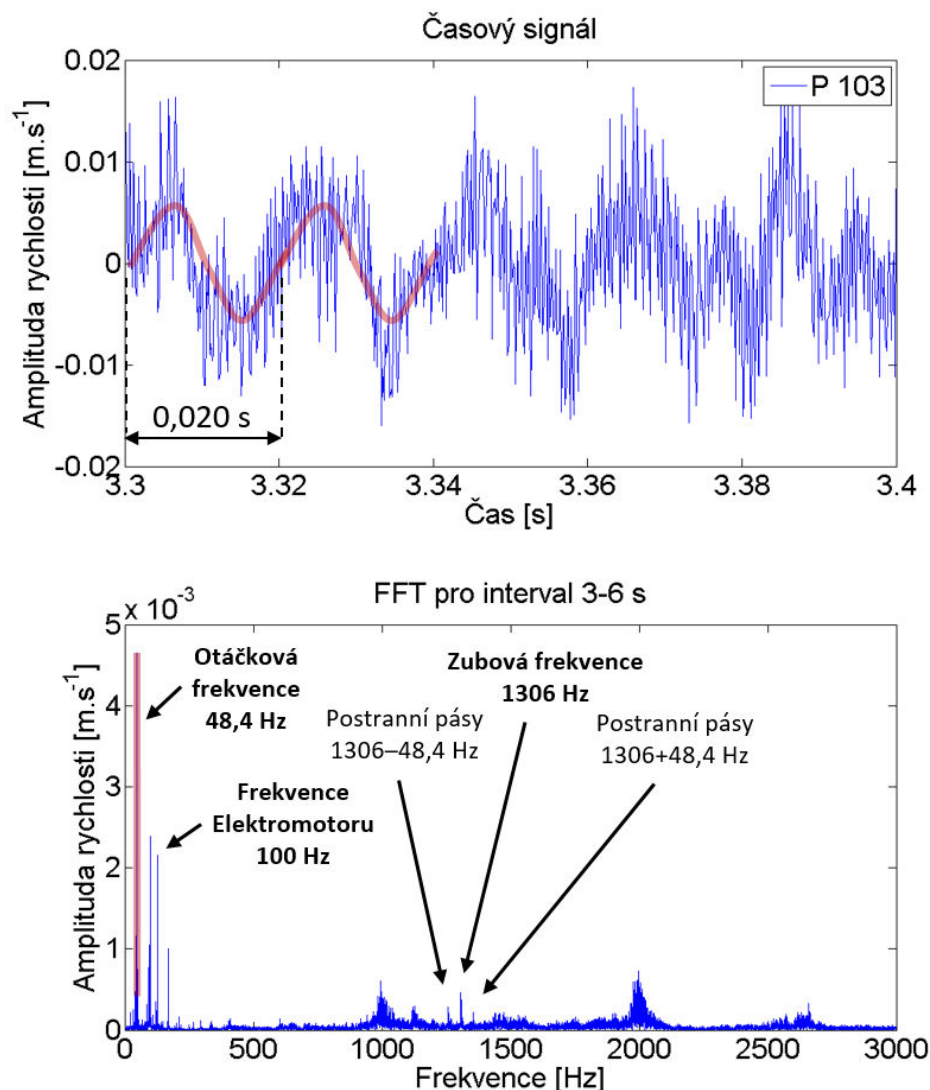
$$f_z = z \cdot f_{ot}, \quad (3.34)$$

kde z je počet zubů kola.

Postranní pásma kolem zubové frekvence

$$f_{pp} = f_z \pm l f_{ot}, \quad l = 1, 2, 3, \dots \quad (3.35)$$

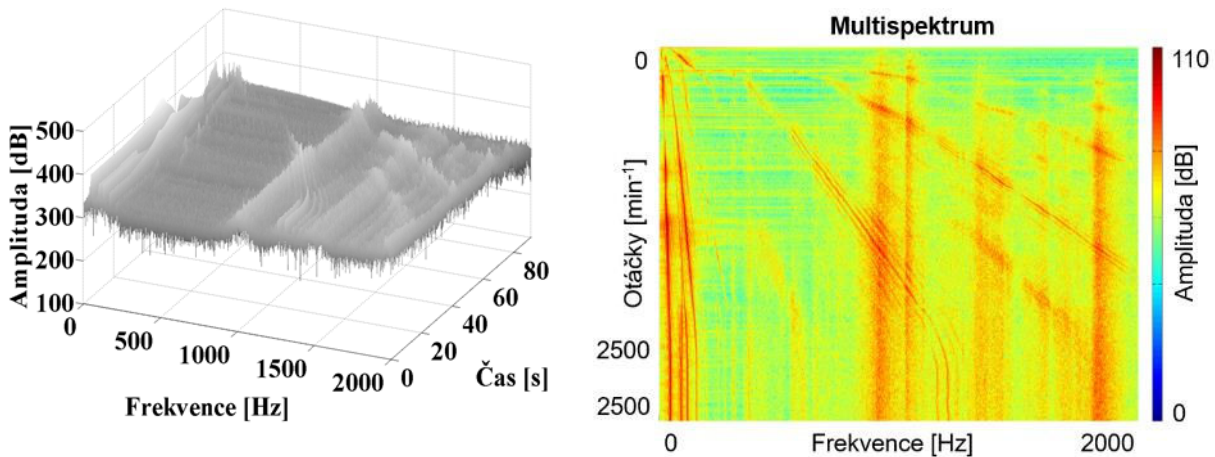
Ukázka časového průběhu signálu ze snímače zrychlení při měření převodového ústrojí a jeho frekvenčního spektra je znázorněna na Obr. 3.9.



Obr. 3.9 Časový průběh a frekvenční spektrum signálu snímače zrychlení při měření převodového ústrojí

MULTISPEKTRUM

Při realizaci rozběhových či doběhových zkoušek, které nejlépe charakterizují chování točivých strojů v celém rozsahu provozních otáček, jsou měřené veličiny vykreslovány v tzv. multispektech. Již z definice názvu je zřejmé zahrnutí více spekter do jednoho 3D grafu, přičemž každé z nich popisuje amplitudofrekvenční závislost pro určité otáčky. Jednotlivé zdroje hluku se totiž vlivem nejen modálních vlastností celé struktury mohou při různých otáčkách projevovat různě intenzivně. Přehlednější zobrazení více spekter poskytuje v anglické terminologii nazývaný Contour diagram. Jedná se taktéž o multispektrum, kde osa amplitudy je nahrazena barevnou škálou. Na Obr. 3.10 je uvedena ukázka typického multispektra vykresleného do 3D pohledu a multispektra s barevnou škálou amplitudy.



Obr. 3.10 Formy prezentace výsledků pomocí multispekter

SOUBĚHOVÁ FILTRACE

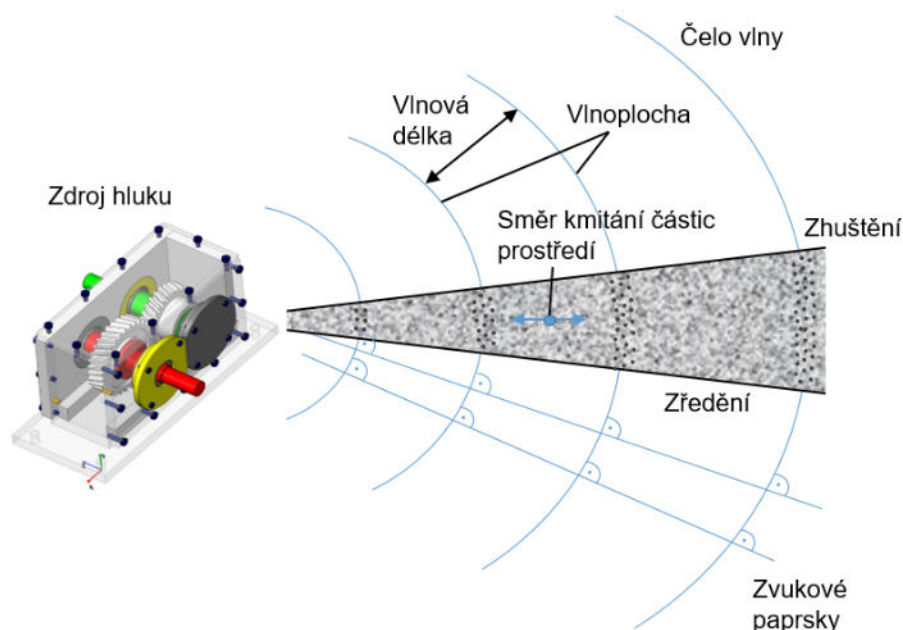
Základní (otáčková) frekvence u periodicky pracujících strojů bývá velmi často zdrojem pro frekvence vynucených kmitů, jež jsou od ní odvozeny. Jsou-li zvyšovány otáčky točivého stroje, úměrně rostou i na nich závislé frekvence vynucených kmitů, např. zubová frekvence. Pro posouzení vlivu jednotlivých soukolí na celkovou hlučnost je nejčastěji užívána rozběhová zkouška se souběhovou filtrací (tracking). [19] Z multispekter jsou pomocí triggeru vybrány pouze ty frekvenční složky, jež při daných otáčkách odpovídají zubové frekvenci vyšetřovaného soukolí. Výsledkem jsou trackingové diagramy, jež mají na vodorovné ose vyneseny řády harmonických frekvencí a v případě časové oblasti otáčky.

SYNCHRONNÍ FILTRACE

Funkční princip synchronní filtrace je založen na průměrování měřeného signálu v časové oblasti. Výhodou tohoto procesu je eliminace vlivů, jež nesouvisí s otáčkovou frekvencí zkoumaného soukolí, a tím i snadnější identifikace jednotlivých zdrojů vibrací a hluku na převodovce. Výsledkem je spektrum, jež má na vodorovné ose stupnici v řádech násobků základní (otáčkové) frekvence některého z hřídelů. Tato metoda je vhodná pro posuzování kvality záběru zkoumaného ozubeného soukolí jak z hlediska pravidelnosti záběru během jedné otáčky, na niž můžou mít vliv geometrické či výrobní nepřesnosti, tak i z hlediska hodnocení zubového záběru při pootočení kola o jednu zubovou rozteč. [19]

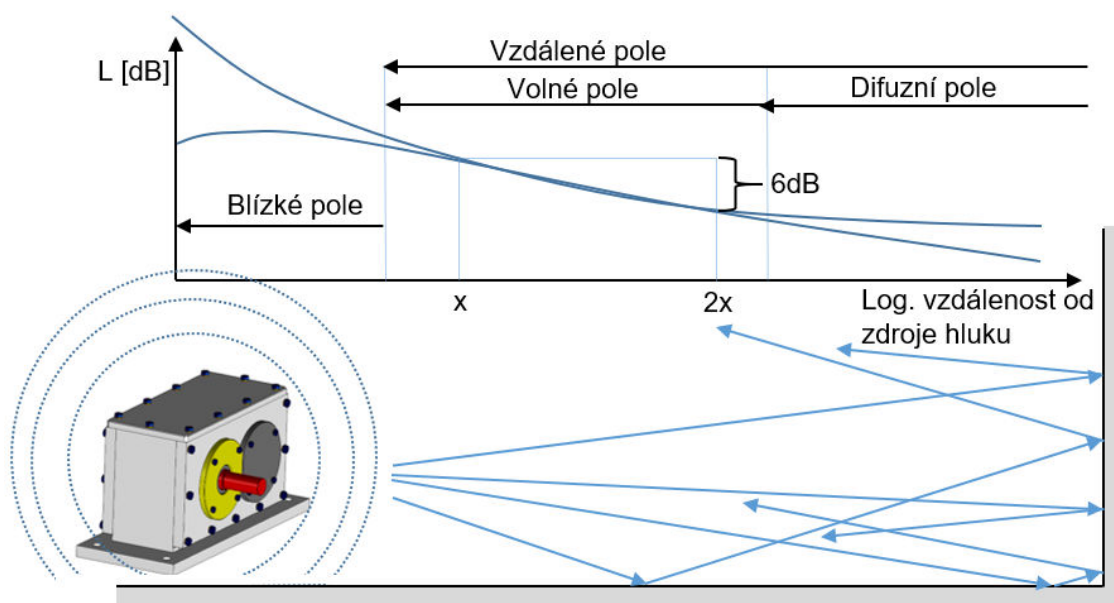
STANOVENÍ HLUKU

Jak již bylo zmíněno, mechanický hluk převodovky je způsoben převážně kmitáním vybuzeného povrchu převodové skříně. Při tomto jevu je mechanická energie odevzdána plynnému akustickému prostředí, vzduchu, jímž se šíří pomocí podélného vlnění do okolí. Ve vzduchu dochází k cyklickému zředování a zhušťování molekul, tedy změně tlaku oproti stabilnímu barometrickému. Proces šíření je znázorněn na Obr. 3.11.



Obr. 3.11 Šíření hluku v plynném prostředí

Charakteristickou veličinou je tedy akustický tlak p , k jehož měření se užívá nejčastěji kondenzátorový mikrofón. Pokročilejší metodu, zohledňující i směr šíření zvuku, poskytuje intenzitní sonda monitorující akustickou intenzitu I . Výhodou kondenzátorového mikrofónu je jeho stálost kmitočtové charakteristiky v celém slyšitelném rozsahu, přičemž citlivost je nezávislá na stáří mikrofónu. V neposlední řadě lze mezi přednosti zařadit malý rozměr a nízkou hmotnost. Nevýhodou může být u starších typů nutnost předpolarizace napětím o velikosti 200 V, což komplikuje jejich užití například v přenosných měřicích přístrojích, doba polarizace se pohybuje v rozmezí 1-2 minut před vlastním měřením. Rozdělení mikrofónů je provedeno z hlediska užití ve volném, difuzním a tlakovém poli. Definice jednotlivých typů polí je znázorněna na Obr. 3.12.



Obr. 3.12 Typy akustických polí

Blízké pole je takové, kdy můžeme pozorovat významnou změnu akustického tlaku nebo intenzity vzhledem k malé vzdálenosti od zdroje, protože směr rychlosti kmitání částic není nezbytně shodný se směrem šíření akustických vln. Obvykle se udává hraniční vzdálenost pro blízké pole $\frac{1}{4}$ vlnové délky. U volného pole se již předpokládá šíření vln v přímých vlnoplochách a musí zde platit, že zdvojnásobením vzdálenosti od zdroje poklesne měřená hladina akustické intenzity nebo tlaku o 6 dB. V difusním poli pak dochází k interferenci přímých a odražených vln tak, že dochází k rovnoměrnému rozložení akustického tlaku a akustická intenzita se nemění s místem příjemce. [7]

Jak již bylo zmíněno, základní akustickou veličinou je akustický tlak. Měření této veličiny znamená zaznamenávání časově proměnné složky superponované na tlak barometrický. Matematický popis je definován dle:

$$p = v \cdot \rho_0 \cdot c, \quad (3.36)$$

kde v je akustická rychlost, ρ_0 hustota prostředí a c je rychlost šíření zvuku v prostředí.

Akustická intenzita se určuje jako tok akustické energie procházející normálovým směrem vztažený na jednotku plochy. Pro kulovou vlnu ji lze vyjádřit dle:

$$I = p_{ef} v_{ef} \cos \varphi, \quad (3.37)$$

kde φ je úhel fázového posuvu mezi efektivními hodnotami akustického tlaku p_{ef} a akustické rychlosti v_{ef} .

Akustický výkon je definován jako akustická energie vyzářená zdrojem zvuku za jednotku času myšlenou prostorovou plochou:

$$W = p_{ef} v_{ef} S = IS = \int_S IdS, \quad (3.38)$$

kde S značí obsah plochy obklopující měřený objekt.

V praktickém užití výše uvedené veličiny mohou změnit svoji hodnotu až o několik řádů. Subjektivní vnímání lidského ucha je však více podobné logaritmické stupnici než lineární. Tyto důvody vedly k zavedení tzv. hladin jednotlivých akustických veličin, jež jsou logaritmickým vyjádřením poměru veličin vůči jejich příslušné referenční hodnotě.

Definice hladiny akustického tlaku je:

$$L_p = 20 \log \frac{p}{p_0}, \quad p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}. \quad (3.39)$$

Hodnota referenčního tlaku p_0 odpovídá ve zvolené logaritmické stupnici 0 dB.

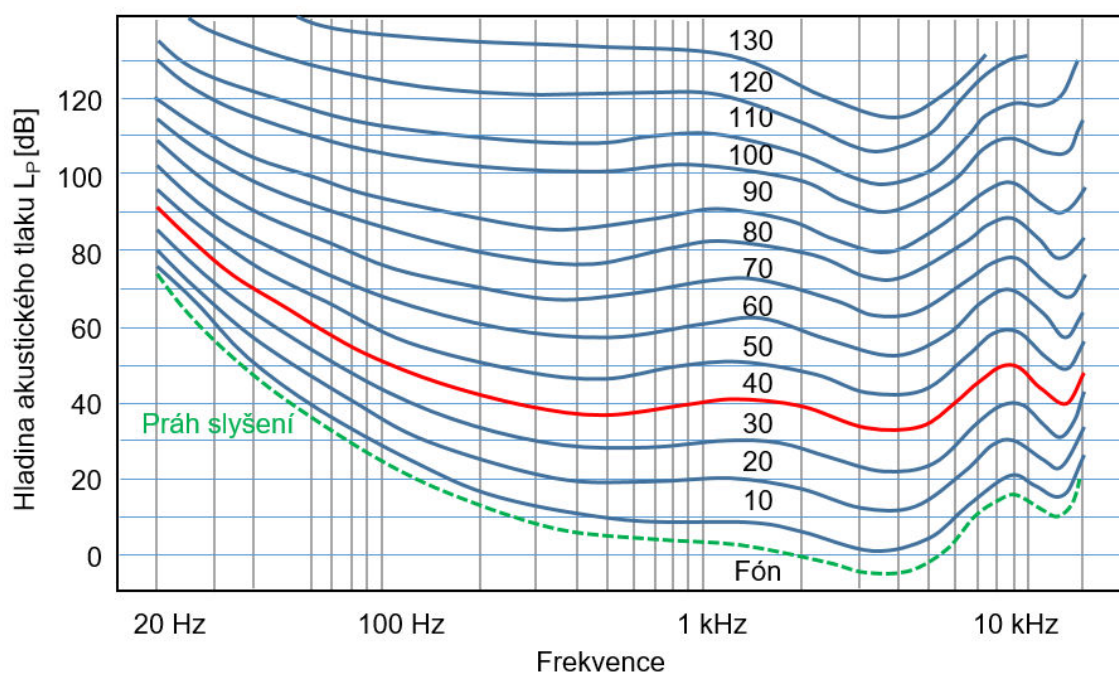
Podobně hladinu akustické intenzity:

$$L_I = 10 \log \frac{I}{I_0}, \quad I_0 = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}. \quad (3.40)$$

Dále hladina akustického výkonu:

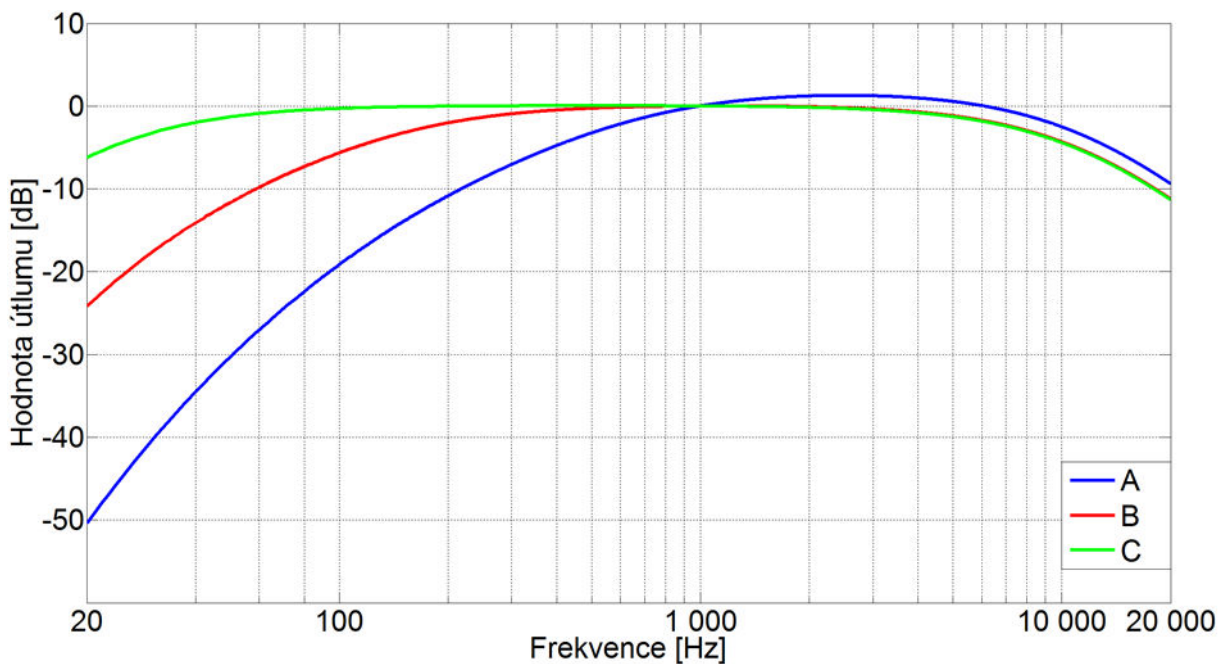
$$L_W = 10 \log \frac{W}{W_0}, \quad W_0 = 10^{-12} W. \quad (3.41)$$

Mezi další faktory, na něž je u lidského sluchového vjemu nutno brát zřetel, patří skutečnost, že lidské ucho nevnímá stejně intenzivně ani frekvenci zvuku. Lidské ucho je nejcitlivější na frekvence kolem 1 kHz. Z tohoto důvodu byly statisticky stanoveny tzv. křivky stejné hlasitosti, Obr. 3.13, uváděné ve fónách. Čárkovaná křivka představuje práh slyšitelnosti a hladiny kolem 125 dB práh bolesti. Hladina akustického tlaku a hladina hlasitosti si jsou rovny při frekvenci 1 kHz.



Obr. 3.13 Křivky stejné hlasitosti [7]

Pro zohlednění frekvenční závislosti lidského ucha se v technické praxi užívají tzv. váhové filtry, jež stanovují korekce pro každou frekvenci. V obecné akustice se nejvíce využívá váhový filtr A, který užívá pro přepočítání hladiny stejné hlasitosti 40 fónů a zohledňuje citlivost ucha na frekvenci do 80 dB. Takto korigovaná hladina akustického tlaku se značí $L_{p(A)}$ [dB], případně se užívá označení typu užitého filtru v jednotce [dBA], [dB(A)]. Filtry B, C a D se užívají pro přepočítání vyšší hladiny stejné hlasitosti a jsou navrženy pro speciální účely, například leteckého provozu (filtr D) či stavební akustiky (filtr C). Filtrování se provádí analogově (pasivní či aktivní filtry, řešené elektronicky) nebo digitálně (číslicové, diskretní filtry řešené elektronicky a softwarově). Na Obr. 3.14 jsou uvedeny útlumové charakteristiky jednotlivých filtrů.



Obr. 3.14 Útlumové charakteristiky filtru A, B, C [7]

LOKALIZACE ZDROJŮ HLUKU

Převodovka tvoří uzavřený akustický systém, v němž jsou většinou dílčí zdroje hluku uvnitř převodové skříně zatlumeny. Hluk tedy může vznikat buď rezonancí vybuze­né části povrchu skříně, nebo může být produkován pří­davnými agregáty uchycenými na převodové skříně. Snižování celkové hlučnosti převodovky vyžaduje lokalizaci spojenou s následnou identifikací dílčích zdrojů hluku.

Jednou z možností je užití intenzitní sondy, jež umožňuje identifikovat místa se silným tokem akustické energie kolmo k povrchu skříně. Měřená akustická intenzita vychází z veličiny akustického tlaku a je stanovena dle rovnice (3.37). Akustickou rychlost lze ve své vektorové podobě určit na základě gradientu akustického tlaku. Intenzitní sonda se skládá z dvou mikrofonů, jejichž vzdálenost je pevně určena distančním válečkem. Na základě fázového posunu signálů z obou mikrofonů a znalosti vzdálenosti mikrofonů je možné stanovit akustickou rychlost. Změříme-li akustickou intenzitu na celém povrchu měřeného objektu, můžeme následně dle (3.41) stanovit akustický výkon.

Mezi další pokročilé metody lokalizace zdrojů hluku patří užití akustické kamery umožňující prostřednictvím inverzních metod sestavit holografický obraz rozložení hladiny akustického tlaku v okolí zkoumaného objektu.

Jedná se o experimentální zařízení, jehož základ tvoří skupina mikrofonů rozmístěných do dvourozměrného nebo třírozměrného obrazce, přičemž usprádaní snímačů může být pravidelné či náhodné. Tato mikrofonní pole umožňují zaznamenávání velkého množství (cca 50 mikrofonů) časově synchronních dat. Na základě časového průběhu výchylky, fáze a současně známé polohy jednotlivých snímačů od zdroje hluku lze stanovit vektorovou veličinu akustické rychlosti. Součin této veličiny a akustického tlaku dává polohově závislé rozložení akustické intenzity. Dle typu zdroje hluku a vzdálenosti pole od měřeného povrchu lze aplikovat některý z algoritmů pro sestavení holografického obrazu rozložení hladiny akustického tlaku. Pro lokalizaci v blízkém poli, viz Obr. 3.15, je nejvíce

užíváno algoritmu NAH a SONAH. Ve vzdáleném poli, které je charakteristické šířením zvuku prostřednictvím rovinných vln, se užívá algoritmu BEAMFORMING.

V porovnání s intenzitní sondou se jedná o složitější a značně finančně nákladnou metodu lokalizace hlavně z důvodu velkého množství fázově kalibrovaných snímačů, s nimiž souvisí i nároky na analyzátor a software. Na trhu jsou však nabízeny komplexní celky, jejichž praktické provedení je pro budoucí uživatele přehledné a intuitivní.

Na ÚADI je k lokalizaci zdrojů hluku užíváno rovinné mikrofonní pole s pravidelným či nepravidelným uspořádáním snímačů. Příprava experimentu vyžaduje důkladný rozbor podmínek okolního prostředí, přičemž je snahou zamezení odrazu zvukových vln. K tomuto účelu slouží vybudovaná plně bezdozvuková akustická komora, jejíž interiér v dostatečné míře simuluje volné zvukové pole.



Obr. 3.15 Lokalizace zdrojů hluku pomocí akustické kamery

Pokročilé měření akustické intenzity poskytuje přístroj od firmy LMS, zvaný „SoundBrush“, založen na prostorovém skenování povrchu měřené součásti. Princip měření spočívá v postupném posouvání měřicí hlavy, umístěné v určité (pokud možno neměnné) vzdálenosti od povrchu součásti, kolem povrchu měřeného komponentu. Hlava je tvořena čtyřmi mikrofony uspořádanými do tetraedrového tvaru. Vzájemná pozice skenovací hlavy a měřeného objektu je monitorována pomocí optické 3D polohovací technologie. Výsledný tok akustické intenzity je následně pomocí softwarového vybavení vykreslován v grafickém 3D prostředí na předem importovanou geometrii měřené součásti. Ilustrační ukázka měření je znázorněna na Obr. 3.16.



Obr. 3.16 Zařízení pro lokalizaci zdrojů hluku SoundBrush

3.3.2 NÁSTROJE VÝPOČTOVÉ

Narůstající výkon výpočetní techniky otevírá nové možnosti a přístupy modelování vibroakustického chování převodových ústrojí. Největší pokrok zaznamenává modelování záběru ozubení a to jak z hlediska kontaktu boků zubů, u nichž je možné pomocí MKP simulovat i jejich reálný tvar, tak i z hlediska chyby převodu, na níž se podílejí faktory proměnné tuhosti zubového záběru, změna osové vzdálenosti v důsledku deformace hřídelů, nesouosost hřídelů či nedostatečná tuhost uložení.

V oblasti nízkých kmitočtů se k modelování modálních a vibroakustických vlastností struktur užívá MKP nebo metoda hraničních elementů. Nevýhodou tohoto řešení může být časová náročnost sestavování a následného zpřesňování výpočtového modelu. Obtížné je také zahrnutí vůlí a dalších nelinearit. Z tohoto důvodu se MKP častěji využívá pro provedení citlivostní analýzy, jež posuzuje vliv vstupních parametrů na výsledky. Vstupními parametry mohou být materiálové vlastnosti, tloušťky stěn odlitků, tvary žeber, typy olejové náplně ad.

Vysokofrekvenční oblast modelování vyzařování akustické energie z povrchu skříní je řešena nejčastěji metodou statistické energetické analýzy (SEA), u níž není brán tak vysoký zřetel na přesnost geometrie struktury. V porovnání s předchozími variantami se jedná o méně časově náročnou metodu.

DETERMINISTICKÉ MODEL Y NA BÁZI MKP

Pro posouzení vibroakustického chování v oblasti nízkých kmitočtů (2500 Hz) jsou nejčastěji užívány deterministické modely založené na MKP. Užití MKP dává vysoký počet diferenciálních rovnic druhého řádu, jejichž maticový zápis v obecném tvaru lze vyjádřit rovnicí

$$M\ddot{q} + B\dot{q} + Kq = F, \quad (3.42)$$

kde M je matice hmotnosti, B je matice tlumení a K je matice tuhosti. Vektor zobecněných souřadnic a jeho derivace reprezentující rychlost a zrychlení jsou označeny q , \dot{q} , \ddot{q} . F značí vektor zobecněného zatížení.

Deterministické modely jsou náročné na hardwarové i softwarové vybavení a jejich řešení je časově náročné. Při analýze mechanických kmitů a s nimi souvisejícím hlukem zařízení

je podstatných pouze několik nízkých rezonančních tvarů kmitů, jež mají největší odezvy ve výchylkách při rovněž nízkých frekvencích. S vyššími frekvenčními pásmy roste počet vlastních frekvencí na šířku pásma a tím i snižování spolehlivosti frekvenčních odezev, proto je tato metoda užívána pouze pro oblast nižších kmitočtů.

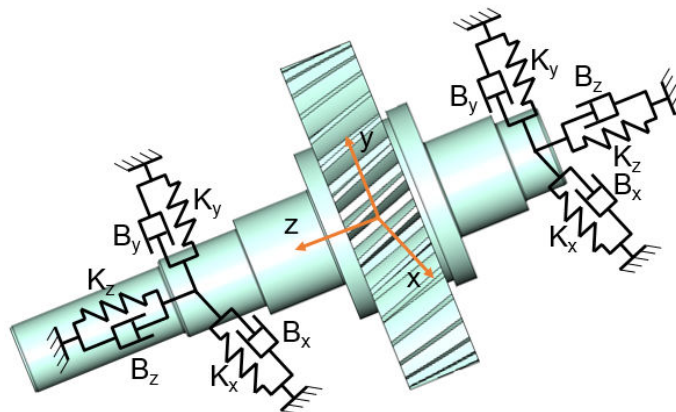
Výhodou oproti statistickým metodám je však poskytnutí výsledků o konkrétních frekvenčních složkách, jež se nejvíce podílejí na vzniku vibrací, a s nimi souvisejícím hlukem.

Funkční schéma principu MKP je popsáno ve velkém počtu publikací [20], [21]. Vysoký potenciál užití při šetření vlivu na vibrace a hluk pohonných jednotek však nastává při užití v kombinaci s modely na bázi MBS, kdy je možné docílit vlivu interakce pružných těles při řešení v časové doméně. ÚADI užívá pro tuto aplikaci kombinaci softwaru ANSYS a ADAMS, přičemž je užito metody modální redukce (kap. 2.1.2).

Nevýhodou deterministických modelů v oblasti zkoumání celkové hlučnosti systému je, že jejich užitím není možné zanalyzovat všechny dílčí zdroje hluku, nýbrž jen ty, které mají původ charakteru mechanických kmitů. V případě převodového ústrojí se tedy zaměřujeme na problematiku zubového záběru, jakožto hlavního zdroje vibrací. Mechanické vibrace, iniciované v záběru ozubení, jsou dále přenášeny strukturami a uložení až na skříně, přičemž rezonanční frekvence jednotlivých částí povrchu mohou být za určitých okolností totožné s kmitočty buzení. V takovém případě dochází k jejich vybuzení, jež se projevuje rezonančně zesíleným mechanickým kmitáním dané části převodové skříně a tudíž i následnou přeměnou části mechanické energie na energii akustickou dále se šířící okolním prostředím. V další části se zaměříme na vlastnosti jednotlivých komponentů výpočtového modelu, přičemž zkoumaný problém bude rozebírán postupně proti směru šíření vibrací od dílčích zdrojů. Jednotlivé vlastnosti komponentů budou posuzovány z hlediska okrajových podmínek, charakteru projevu (tuhé x flexibilní těleso), zatížení ad.

Konec pomyslného řetězce je tvořen převodovou skříní, jež je ve většině soudobých publikací [5], [4], [22], [23] modelována jako flexibilní těleso, a to především z důvodu možnosti projevu rezonancí jednotlivých částí povrchu.

Další člen řetězce tvoří valivá ložiska, která mohou být samy dílčím zdrojem vysokofrekvenčních vibrací. [15], [24] Ve výpočtových modelech však plní především funkci přenosného členu vibrací od hřídelů. Detailní modelování valivého ložiska zpravidla není prováděno z důvodu složitosti a výpočtové náročnosti, jež s sebou nese. Ložiskové vazby jsou definované pomocí prvků s parametry tuhosti a tlumení, přičemž u každého ložiska dochází k definování dvou směrů radiálních a jednoho axiálního, viz Obr. 3.17. Neadekvátně zvolené hodnoty tuhosti mohou mít za následek nadměrné vychylování hřídelů z jejich jmenovité pozice, a tudíž zásadně ovlivňují kvalitu záběru ozubení. [25]

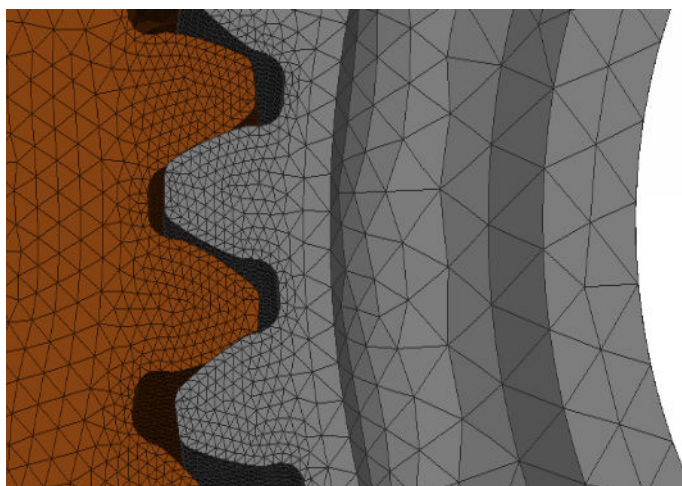


Obr. 3.17 Modelování ložiskových vazeb v MBS

Pomocí ložisek je definována přesná poloha hřídelů, jež mohou být po vzoru převodové skříně modelovány jako tuhá či flexibilní tělesa. Nevhodně definované rozměry či okrajové podmínky hřídele se mohou opět projevit zhoršením kvality zubového záběru, navíc mohou v podobě torzních, radiálních či axiálních vibrací působit jako zesilovače přenosu. [12]

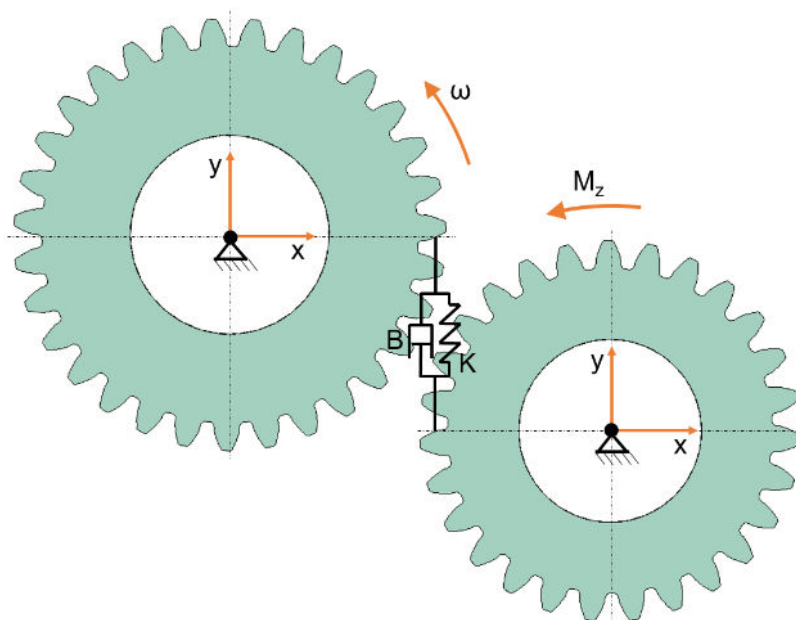
Krouticí moment je mezi jednotlivými hřídeli přenášen pomocí ozubených kol, jež mohou být uložena fixně či volně. Druhý způsob uložení může být sám o sobě dílčím zdrojem hluku, jelikož jsou při určitých provozních podmínkách v případě šikmého ozubení splněny předpoklady pro vznik klepání, především z důvodu boční vůle zubů. Tento problém však splňuje podmínky nelineárního charakteru, a je tedy velmi obtížně v modelu postihnutelný.

Samotné ozubené kolo je možné opět modelovat užitím flexibilního či tuhého tělesa. [6], [26] V případě tohoto komponentu je nutné se důsledně zabývat modelováním jak samotné tuhosti zubového záběru, závislého na úhlu pootočení ozubených kol, tak i detailního šetření kontaktu přesné geometrie boků zubů založené na Hertzově teorii. [27], [28], [29] Konečnoprvková síť pro modelování kontaktu záběru ozubení je zobrazena na Obr. 3.18.



Obr. 3.18 Konečnoprvková síť pro modelování kontaktu záběru ozubení

Z předchozího textu je zřejmá velká variabilita sestavení deterministického výpočtového modelu lišící se náročností a přesností. K dispozici může být tedy varianta základní, zahrnující pouze tuhá tělesa, kde zubový kontakt může být nahrazen spojením kol na roztečné kružnici prostřednictvím prvku zahrnujícího kombinaci lineární tuhosti a tlumení, viz Obr. 3.19. Další varianta je více komplexní, všechna tělesa jsou uvažována jako flexibilní a kontakt zubů je řešen pomocí Hertzovy teorie.



Obr. 3.19 Modelování zubového kontaktu

STATISTICKÁ ENERGETICKÁ ANALÝZA (SEA)

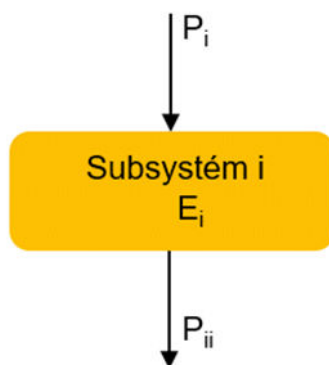
Výše uvedené metody predikce vibroakustického chování se vyznačují složitostí výpočtového modelu, tudíž velkým počtem diferenciálních rovnic a tedy i vysokými nároky na výpočetní výkon a čas. Přístup SEA je opačný. Tato statistická metoda je založena na šetření energetické bilance systému. Vlastní řešení obsahuje výrazně menší počet lineárních algebraických rovnic, jejichž řešení lze dosáhnout pomocí maticové algebry. Oproti deterministickým metodám tento přístup není tolik citlivý na změnu parametrů a umožňuje tedy analyzovat danou strukturu i v oblasti vyšších frekvencí. Tyto výhody jsou dány blízkým vztahem mezi energií a výkonem. Na Obr. 3.20 je znázorněno schéma postupu tohoto energetického řešení.

Princip metody SEA spočívá v rozdělení soustavy na skupinu subsystémů, mezi nimiž je následně vyšetřována energetická výměna. Postup je založen na stanovení toku výkonů a uložení dynamických energií.

Uvažujme existenci jediného subsystému i , jehož buzení je realizováno vstupním výkonem P_i . Při přivedení tohoto výkonu do subsystému by mělo teoreticky dojít k uložení dynamické energie uvnitř subsystému. V praxi je však část energie disipována např. ve formě tepla. Tuto ztrátu je možno vyjádřit vztahem pro disipativní výkon P_{ii} , jež je dle [7] dán vztahem

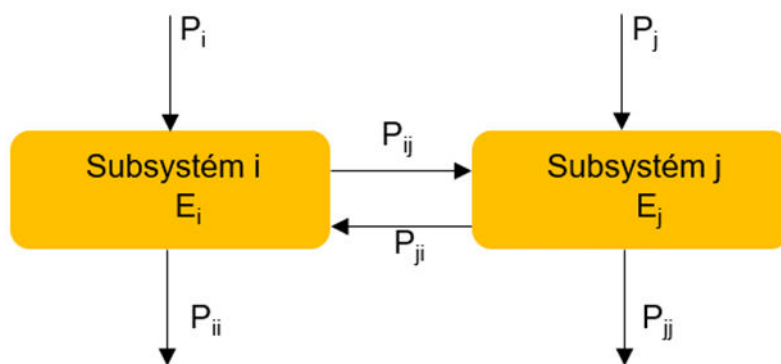
$$P_{ii} = 2\pi f \eta_i E_i \quad (3.43)$$

kde f je budicí frekvence, η_i faktor tlumení subsystému i a E_i je jeho energie.



Obr. 3.20 Výkonová bilance subsystému

V případě ustáleného stavu bude vstupní výkon roven disipativnímu výkonu. [11] Rozšíříme-li tuto teorii o druhý subsystém j , viz Obr. 3.21 dochází k toku výkonu ze subsystému i do subsystému j .



Obr. 3.21 Rozdělení vibroakustického systému na dva subsystémy

Tento výkon je označen P_{ij} a z hlediska subsystému i se jedná o ztrátový výkon. Obdobně je tomu i v opačném směru s výkonem P_{ji} . Pro definici těchto vzájemných toků je stanovena další veličina, nazvaná faktor ztráty vazeb η_{ij}, η_{ji} mezi jednotlivými subsystémy. Výkonová bilance je následně určena vztahem [7]

$$P_{ij} = 2\pi f \eta_{ij} N_i \left(\frac{E_i}{N_i} - \frac{E_j}{N_j} \right), \quad (3.44)$$

kde proměnné N_i a N_j představují počet módů ve frekvenčním pásmu Δf a podíly $\frac{E}{N}$ vyjadřují střední modální energii každého subsystému v tomto frekvenčním rozsahu. Tok výkonu je tudíž úměrný rozdílu modálních energií. Obecně musí platit rovnost vstupního výkonu a součtu disipativních výkonů, tedy [11]

$$P_i = P_{ii} + \sum_{j, j \neq i} P_{ij}, \quad (3.45)$$

Uvážíme-li soustavu subsystémů z Obr. 3.21, dosazením za vstupní výkon a výkonový tok obdržíme soustavu lineárních rovnic ve tvaru [11]

$$2\pi f \begin{bmatrix} \left(\eta_i + \sum_{k \neq i}^2 \eta_{ik}\right) N_i & -\eta_{ij} N_i \\ -\eta_{ji} N_j & \left(\eta_j + \sum_{k \neq j}^2 \eta_{jk}\right) N_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{E_i}{N_i} \\ \frac{E_j}{N_j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_i \\ P_j \end{bmatrix}, \quad (3.46)$$

kde členy v závorkách na diagonále představují celkové faktory tlumení. Soustavu rovnic (3.46) lze analogicky rozšířit na libovolný počet subsystémů.

Energii subsystému lze v případě mechanického subsystému o hmotnosti m určit dle [7] vzorcem

$$E = m v_{ef}^2, \quad (3.47)$$

kde v_{ef} je střední efektivní hodnota rychlosti vibrujícího povrchu. V případě akustického subsystému

$$E = \frac{v p_{ef}^2}{\rho_0 c^2}, \quad (3.48)$$

kde ρc^2 značí impedanci akustického prostředí a p_{ef} střední efektivní hodnotu akustického tlaku.

Za subsystém může být v praxi považována část analyzované struktury, jež však musí být schopna vibrovat zcela nezávisle na ostatních subsystémech.

Hlavním cílem SEA je stanovení faktorů ztráty vazeb na teoretickém základě, což umožňuje predikovat vibroakustické chování struktury v počáteční fázi návrhu.

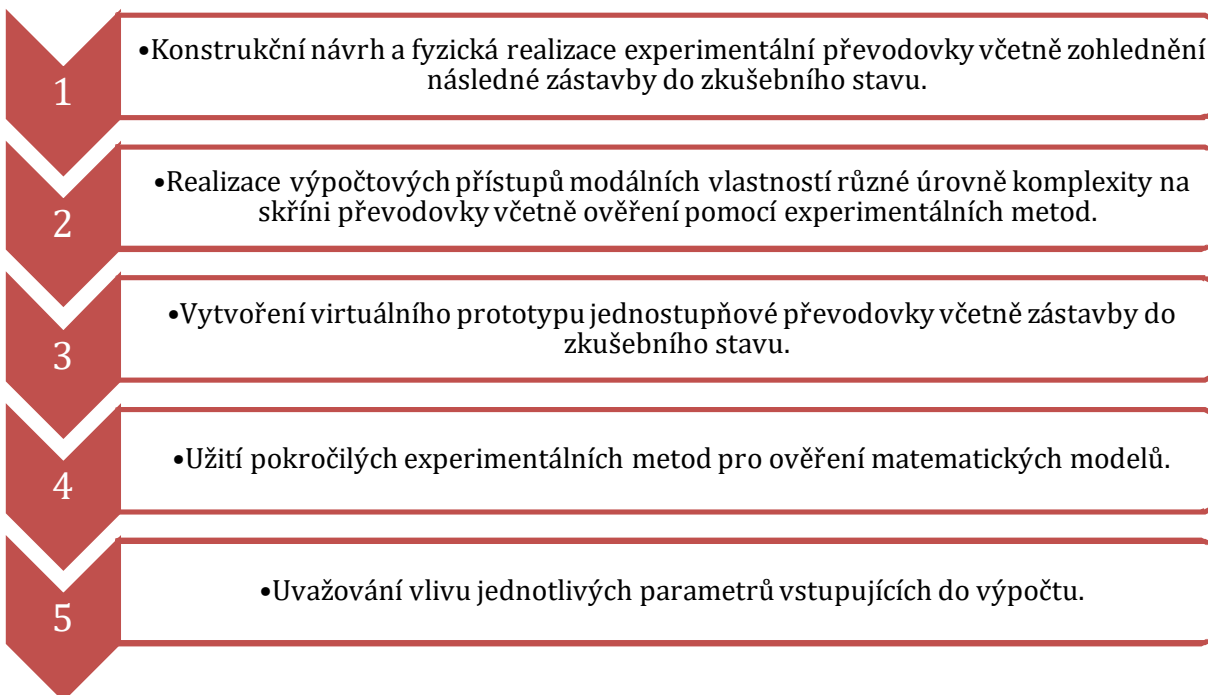
Postup šetření pomocí této metody lze dle [11] rozdělit do následujících kroků:

- 1) Tvorba výpočtového modelu (rozdělení na jednotlivé subsystémy).
- 2) Stanovení frekvenčního rozsahu a frekvenčního pásma, jež nás zajímá.
- 3) Stanovení faktoru tlumení (výpočtem, z empirických tabulek či zkušeností).
- 4) Určení vstupního výkonu (výpočtem či experimentálně).
- 5) Stanovení faktoru ztráty vazeb (vlnový přístup, modální přístup, MKP).
- 6) Řešení rovnic SEA na základě parametrů stanovených v předchozím kroku.

Jak již bylo naznačeno na začátku kapitoly, jedná se o vyšetřování vibroakustického chování na základě statistických metod, tudíž všechny výsledné hodnoty mají pouze kvantitativní charakter.

4 VÝBĚR METODY ŘEŠENÍ

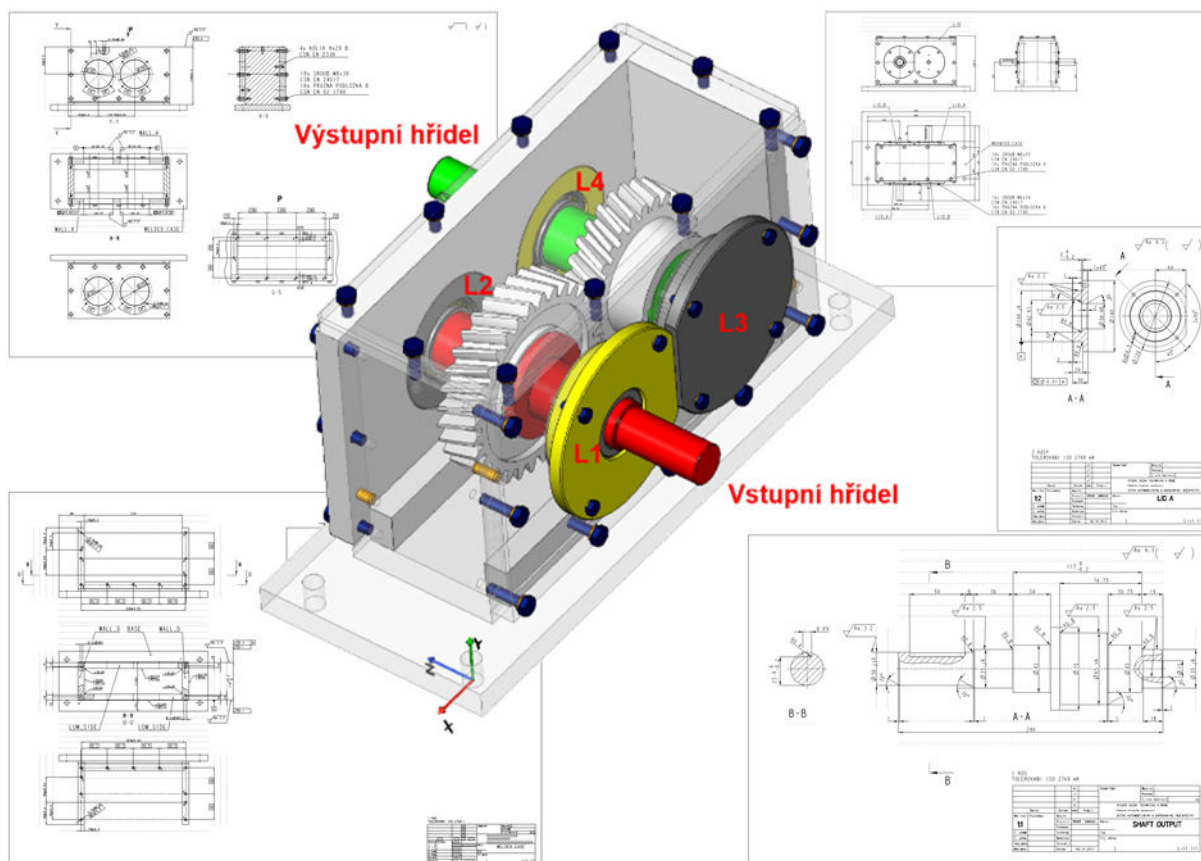
Výše zmíněné přístupy pro stanovení NVH vlastností převodových ústrojí popisují několik směrů, kterými lze danou problematiku řešit. Většina problémů z praxe vyžaduje přesné šetření zainteresovaných dílčích parametrů, stanovení potenciálních problematických provozních stavů a od nich se odvíjejících kritických míst, jež je nutno v následujících krocích kvalitativně popsat a navrhnout ve zpravidla úzce vymezeném rozsahu modálních vlastností konstrukční změny vedoucí k nápravě. Vzhledem k této skutečnosti bude následující část práce cílena s ohledem na nalezení metodiky vhodné pro pokročilé stanovení NVH vlastností převodových ústrojí na kvalitativní úrovni užitím kombinace výpočtového a experimentálního přístupu. Tato metodika může být řešena v souladu s konkrétní aplikací z praxe. Pro přesnost, jednoduchost a požadovanou úroveň fyzického i výpočtového modelu je však v prvotní fázi výzkumu účelné sestavení a dimenzování návrhu vlastního, na němž budou všechny patřičné parametry numericky stanoveny a následně experimentálně ověřeny. Po úspěšném absolvování tohoto procesu bude stanovená metodika aplikována na reálnou traktorovou převodovku. Proces sestavování metodiky vyšetřování NVH parametrů se bude řídit následujícím schématem.



Obr. 4.1 Schéma procesu vývoje metodiky pro stanovení NVH parametrů převodových ústrojí

4.1 EXPERIMENTÁLNÍ PŘEVODOVKA

Jak bylo zmíněno výše, prvotní krok vyžaduje návrh zařízení vhodného pro výpočtové i experimentální stanovení NVH vlastností vyznačujícího se jednoduchostí konstrukce, cíleně vhodnými modálními vlastnostmi a možností zakomponování předem vybraných vstupních parametrů do výpočtu. Na základě těchto požadavků je konstrukčně navrženo a vyrobeno zařízení nesoucí interní označení „experimentální převodovka“, viz Obr. 4.2. Jedná se o jednostupňový převod, tvořený párem spoluzabírajících čelních evolventních kol se šikmými zuby, vsazený do skříně, jež sestává ze svařeného základního těla a bočnic polohovaných na válcový kolík a uchycených šroubovým spojem. Plnou demontovatelnost na jednotlivé součásti zajišťují víka ložisek.



Obr. 4.2 CAD návrh experimentální převodovky

Experimentální převodovka je dimenzována na přenos krouticího momentu odpovídajícímu toku v pohonném traktu traktoru.

Technické parametry experimentální převodovky		
Převodový poměr [-]	i	0,8709
Osová vzdálenost [mm]	A	124,95
Maximální přenášený krouticí moment [Nm]	M_{max}	800
Maximální otáčky vstupní hřídele [min^{-1}]	n_{max}	3000
Boční vůle v ozubení [mm]	j_n	0,15
Typ užitých ložisek	Jednořadá kuželíková 32007 J2/Q	
Typ olejové náplně	SAE 30	
Utahovací moment šroubů bočnic a horního víka [Nm]	16	
Utahovací moment šroubů vík ložisek [Nm]	10	

Tab. 4.1 Technické parametry experimentální převodovky

4.1.1 OZUBENÁ KOLA

Přenos krouticího momentu probíhá přes dvojici spoluzabírajících čelních kol se šikmými evolventními zuby. Z důvodu plánované aplikace vyvíjené metodiky na případ reálné traktorové převodovky jsou tyto klíčové komponenty pořízeny jako sériově vyráběné náhradní díly. Základní polotovary obou komponent tvoří výkovek, na němž je po otryskání a izotermickém žíhání vyrobeno odvalovacím způsobem ozubení, jehož základní parametry jsou obsaženy v Tab. 4.2.

Základní parametry čelního soukolí		
Normální modul [mm]	m_n	4
Počet zubů	z_1	31
	z_2	27
Úhel záběru [°]	α_n	20
Úhel sklonu ozubení [°]	β_z	20
Smysl stoupání šroubovice	Hnací kolo	Levý
	Hnané kolo	Pravý

Tab. 4.2 Základní parametry soukolí experimentální převodovky

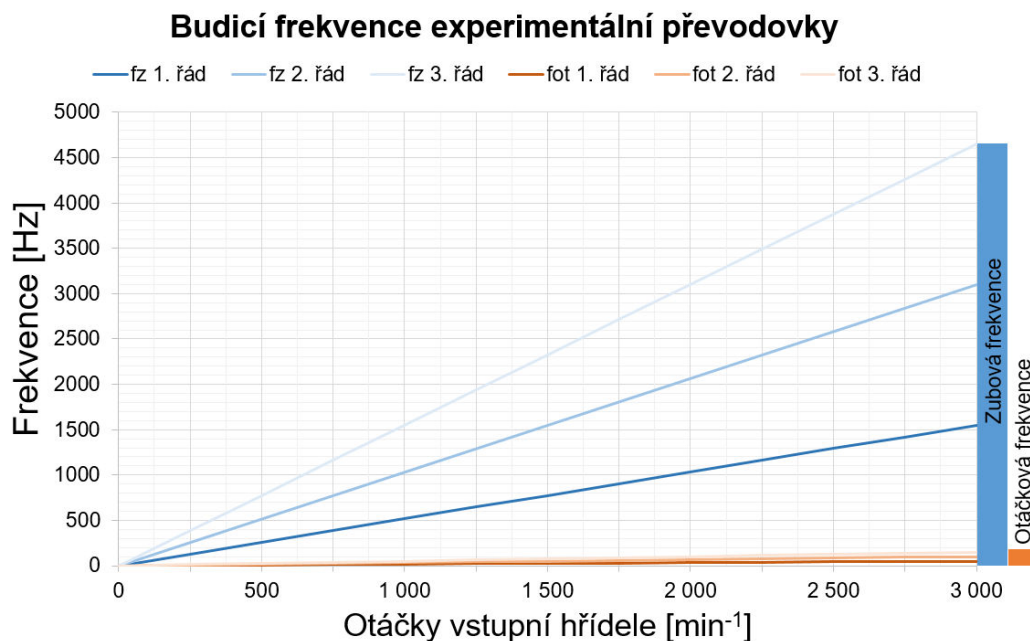
Přesnou pozici na hřídeli zajišťuje uložení s přesahem, přičemž pro přenos krouticího momentu je využito spojení perem.

4.1.2 HŘÍDELE A LOŽISKA

Základní rozměry hřídelů jsou dány připojovacími rozměry ozubených kol, průměry a roztečí vnitřních kroužků ložisek. S ohledem na minimalizaci průhybu a tím i dosažené chyby převodu je kladen důraz na robustnost hřídelů. Tyto komponenty jsou uloženy ve skříni pomocí jednořadých kuželíkových ložisek, přičemž axiální vůle je na každém hřídeli vymezena přesahem v rozměrovém obvodu o velikosti 0,05 mm.

4.1.3 SKŘÍŇ PŘEVODOVKY

Konstrukční provedení skříně převodovky respektuje požadavky v Tab. 4.1. Pro minimalizaci možné chyby převodu v důsledku deformací skříně jsou nosné bočnice a základna navrženy z ocelových desek o tloušťce 20 mm. Ta zároveň umožňuje přesné vsazení vík ložisek aplikací geometrické tolerance souososti, kolmosti a válcovitosti. Zmíněný požadavek robustní konstrukce a tudíž i vysoké tuhosti převodové skříně má za následek i navýšení hodnot vlastních frekvencí. Hlavním zdrojem vibrací v převodovce je samotný záběr ozubení, kdy vlivem proměnné tuhosti v průběhu natočení dochází k poklesu a následnému nárůstu úhlové rychlosti jednotlivých kol. Z hlediska frekvenčního rozsahu buzení se jako dominantní jeví zubová frekvence a její blízké harmonické násobky. Rozsah budících frekvencí znázorňuje Obr. 4.3.



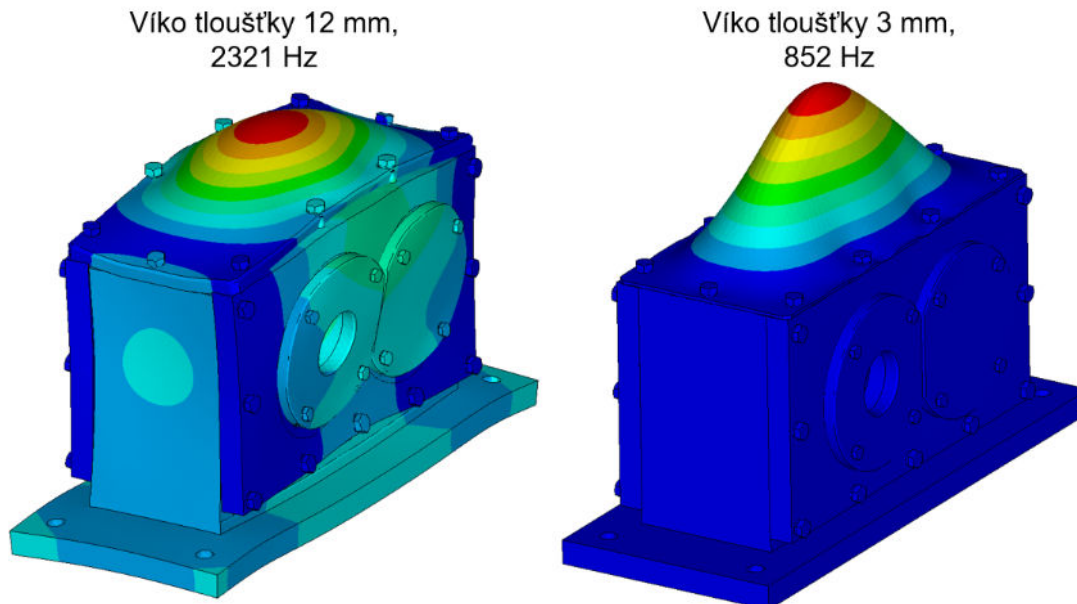
Obr. 4.3 Budící frekvence experimentální převodovky

Z grafu výše vyplývá frekvenční rozsah prvního násobku zubové frekvence $0 \div 1500$ Hz, jež představuje základní frekvenční pásmo pro zkoumání modálních vlastností. Výpočtová modální analýza konstrukčního návrhu však vykazuje všechny nenulové vlastní frekvence vyšší, než je tento rozsah. Z tohoto důvodu je nutné snížení tuhosti některých součástí vhodně zvolených s ohledem na minimalizaci chyby převodu. Nejvíce vhodná se jeví konstrukční optimalizace horního víka převodovky, jež má na výše zmíněný argument díky své pozici minimální vliv. Zároveň však silové účinky v místech ložisek mohou tento komponent spolehlivě vybudit. Z důvodu jednoduchosti konstrukce nedochází k lokálnímu odebrání materiálu či dodávání žeber, přistupuje se pouze k celkové změně tloušťky. V Tab. 4.3 jsou zobrazeny výsledky modální analýzy jednotlivých konstrukčních variant lišících se tloušťkou horního víka převodovky.

Vlastní frekvence konstrukčních variant skříně převodovky			
Číslo vlastního módu	Vlastní frekvence [Hz]		
	Tl. 12 mm	Tl. 8 mm	Tl. 3 mm
1	1309	1276	852
2	1343	1313	1031
3	1580	1527	1210
4	1734	1703	1289
5	1848	1804	1310
6	1863	1831	1458

Tab. 4.3 Vlastní frekvence konstrukčních variant skříně převodovky

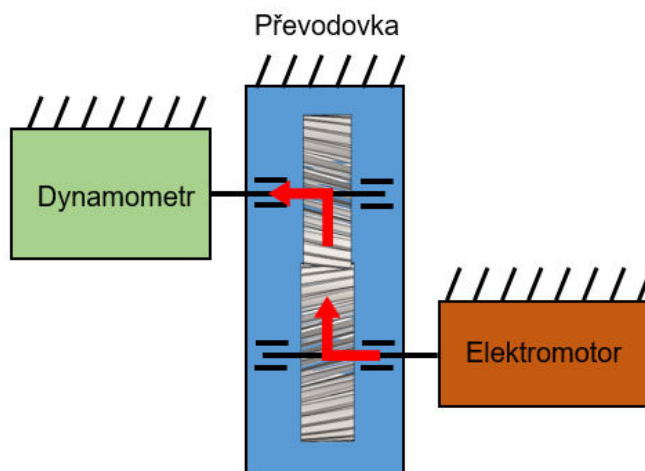
Z porovnání výsledků vlastních frekvencí s rozsahem budících frekvencí vyplývá vhodnost konstrukční varianty s tloušťkou víka 3 mm a to z důvodu možného vybudování vyššího počtu vlastních módů kmitání víka. Zároveň z důvodu rozdílných hodnot tuhosti mezi bočnicemi a víkem dochází k dostatečnému odstupu frekvencí vlastních tvarů kmitů těchto dvou komponent a tím i oddělení vlastního tvaru kmitání víka od zbytku sestavy. Na Obr. 4.4 je znázorněno porovnání prvního vlastního tvaru kmitu pro variantu s víkem tloušťky 12 mm a 3 mm.



Obr. 4.4 Porovnání frekvencí prvního vlastního tvaru víka experimentální převodovky

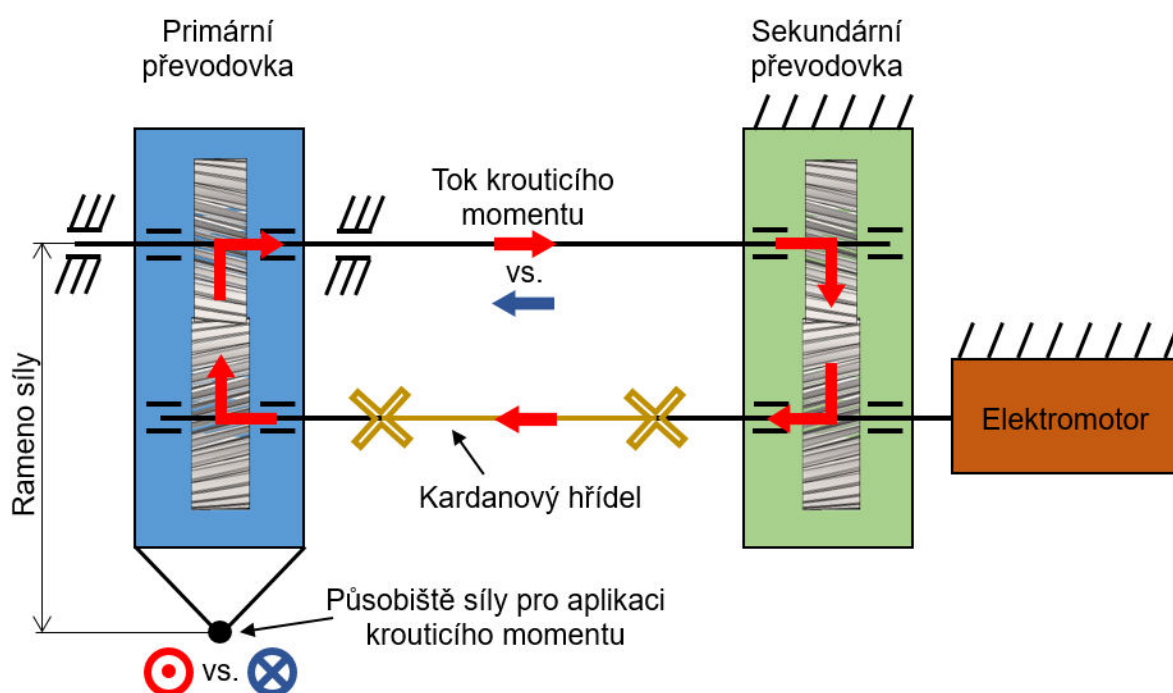
4.2 EXPERIMENTÁLNÍ ZKUŠEBNÍ STAV

Pro experimentální ověření dynamických vlastností této převodovky je nutné provést zástavbu do zkušebního stavu, přičemž se v praxi užívá dvou variant. První varianta spočívá v zapojení do tzv. otevřeného řetězce, kdy je krouticí moment na vstupním hřídeli dodáván elektromotorem a na výstupním hřídeli mařen dynamometrem. Schéma napojení jednotlivých agregátů je znázorněno na Obr. 4.5. Výhodou této varianty může být jednoduchost konstrukce a snadné řízení výstupního krouticího momentu prostřednictvím kontroleru dynamometru. Hlavní nevýhoda spočívá v limitaci velikosti maximálního krouticího momentu hodnotou výstupu z elektromotoru.



Obr. 4.5 Schéma měřicího stavu s otevřenou smyčkou toku krouticího momentu

Druhá varianta je založena na zapojení převodovky do tzv. uzavřeného řetězce, jež tvoří vedle zmiňovaného primárního komponentu navíc sekundární převodovka s totožným převodovým poměrem, přičemž výstupní hřídele jsou vzájemně propojeny a uchyceny pomocí ložiskových domků k základně zkušebny. Tyto domky slouží u sekundární převodovky zároveň jako válcová vazba umožňující úhlovou výchylku spodní strany převodovky vůči základně. Vstupní konce hřídelů jsou právě z důvodu možného pootočení spodních stran skříní vůči sobě (nesouosost) propojeny kardanovým hřídelem. Takto uzavřený okruh je většinou na vstupní hřídeli napojen na externí pohon zprostředkovaný elektromotorem. Funkční schéma je znázorněno na Obr. 4.6. Mezi hlavní výhody výše popsaného řetězce patří možnost vyvození zátěže krouticím momentem, jež několikanásobně převyšuje vstupní krouticí moment pohonného elektromotoru. Nevýhodné se naopak jeví finanční náklady, spojené s vyhotovením a provozem tohoto stavu.



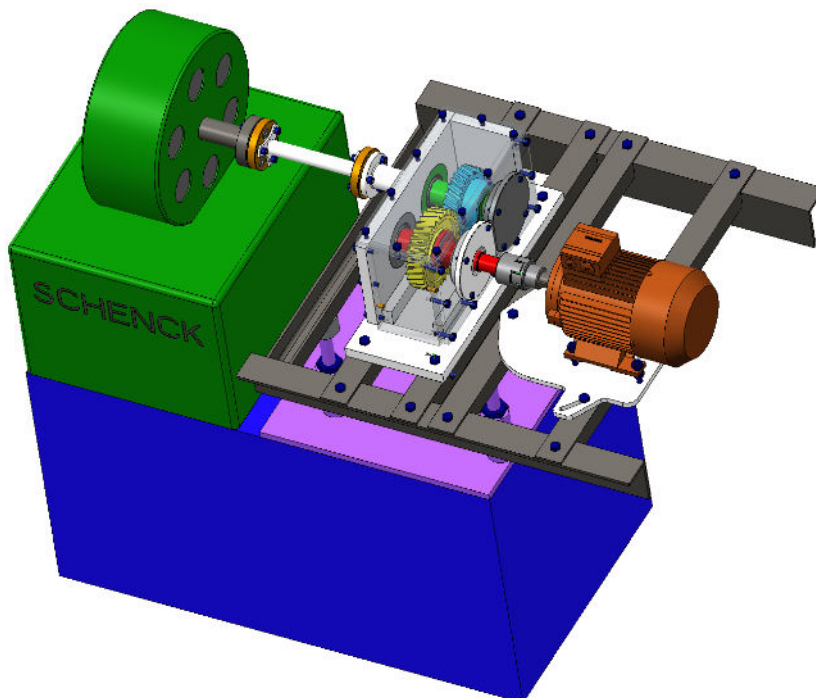
Obr. 4.6 Schéma měřicího stavu s uzavřenou smyčkou toku krouticího momentu

Oba výše zmíněné způsoby zapojení jednotlivých komponent do řetězce umožňují roztáčení, setrvání na konstantní rychlosti i dotáčení v obou směrech, přičemž zátěžný moment lze pro případ otevřené smyčky aplikovat pouze proti směru točení elektromotoru s přihlédnutím k reverzaci smyslu otáček jednostupňovou převodovkou. Užitím uzavřené smyčky lze navíc pomocí změny smyslu síly působící na rameni reverzovat i smysl působení zátěžného momentu.

Přes výše zmíněné výhody uzavřené smyčky toku krouticího momentu je v prvotní fázi zvolena koncepce smyčky otevřené, to z důvodu jednoduchosti konstrukce a možnosti užití parametrů odpovídajícího dynamometru vlastněného ÚADI.

4.2.1 NÁVRH A REALIZACE ZKUŠEBNÍHO STAVU

Konstrukční návrh zkušebního stavu vychází ze zástavbových rozměrů dynamometru a k němu existující základny, jež je uzpůsobena pro fixaci pomocí šroubových spojů k základně zkušební cely. Jako první je vytvořen nosný rám převodovky, který je pomocí čtyř šroubových spojů uchycen k základně dynamometru. Tyto šrouby slouží zároveň k přesnému nastavení výšky a sklonu nosného rámu s cílem dosažení souososti výstupního hřídele zkušební převodovky a hřídele dynamometru. Ze strany vstupního hřídele experimentální převodovky je k nosnému rámu přichycen úchyt elektromotoru, k němuž je tento hnací komponent opět přichycen pomocí šroubových spojů uzpůsobených pro dosažení souososti na straně vstupu do převodovky. Vstupní i výstupní hřídel je s hnacím i mařicím členem připojen pomocí pružných spojek, jež umožňují základní kompenzaci radiální, axiální i úhlové nesouososti. 3D návrh zkušebního stavu je znázorněn na Obr. 4.7.



Obr. 4.7 3D návrh zkušebního stavu

Hnací člen zkušebního stavu tvoří elektromotor Siemens, typ 1LA7096-2AA, jehož technické parametry jsou uvedeny v Tab. 4.4.

Technické parametry elektromotoru	
Jmenovitý výkon [kW]	2,2
Jmenovité otáčky [min^{-1}]	2880
Jmenovitý moment [Nm]	7,3
Základní napětí [V]	400
Frekvence sítě [Hz]	50
Počet pólů	2
Typ ložisek	6004
Moment setrvačnosti rotační části [$\text{kg}\cdot\text{m}^2$]	0,002

Tab. 4.4 Technické parametry elektromotoru

Pro docílení výše uvedených požadavků z hlediska variability vstupních otáček je elektromotor napojen na měnič kmitočtu Siemens, typ G110. Toto zařízení umožňuje na základě frekvenční modulace plynulý nárůst, setrvání či pokles otáček elektromotoru. Součástí je i analogový ovládací panel s multifunkčním displejem, na kterém lze kromě číselné hodnoty okamžitých otáček elektromotoru, přepočítaných na otáčkovou frekvenci, nastavit také smysl otáčení, dobu rozběhu či dobu doběhu. Měnič je určen pro jednofázový napájecí rozvod s napětím 230 V, přičemž výstupní napětí má formu třífázového rozvodu. Z důvodu bezpečnosti, snadné manipulace a instalace je pro zařízení vyhotovena rozvodna se standardizovanou výstupní třífázovou zásuvkou o jmenovitém proudu 16 A, viz Obr. 4.8.



Obr. 4.8 Ovládací ústředna elektromotoru

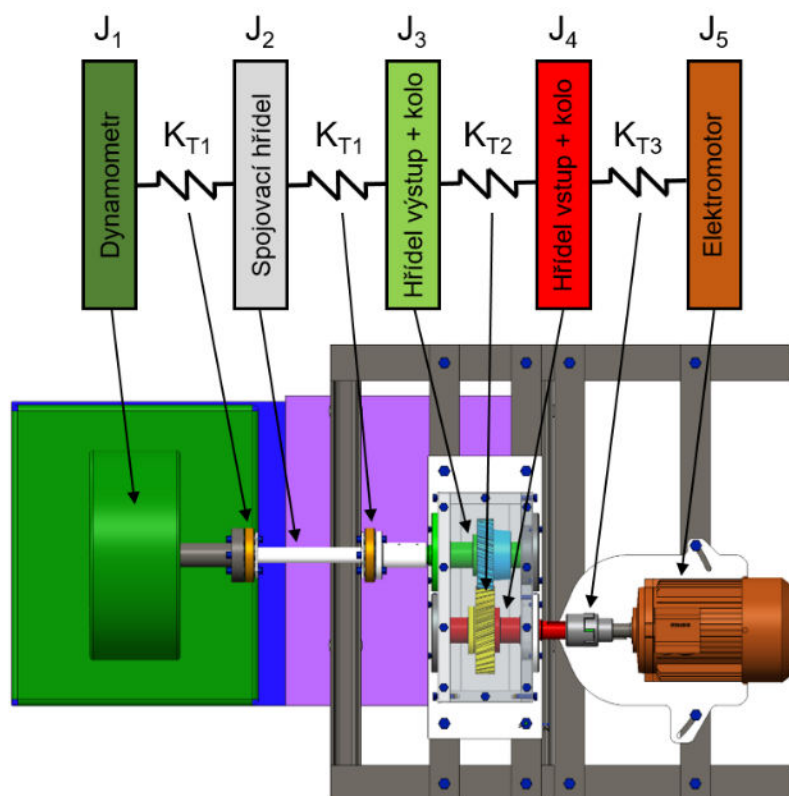
Krouticí moment je na výstupní hřídeli měřen pomocí dynamometru Schenck, typ W40, pracujícího na principu vířivých proudů, jehož technické parametry jsou uvedeny v Tab. 4.5.

Technické parametry dynamometru	
Maximální výkon [kW]	40
Maximální otáčky [min^{-1}]	17000
Maximální moment [Nm]	75
Minimální otáčky pro dosažení maximálního momentu [min^{-1}]	5093
Moment setrvačnosti rotační části [$\text{kg}\cdot\text{m}^2$]	0,01

Tab. 4.5 Technické parametry dynamometru

4.2.2 VLASTNÍ FREKVENCE TORZNÍCH KMITŮ

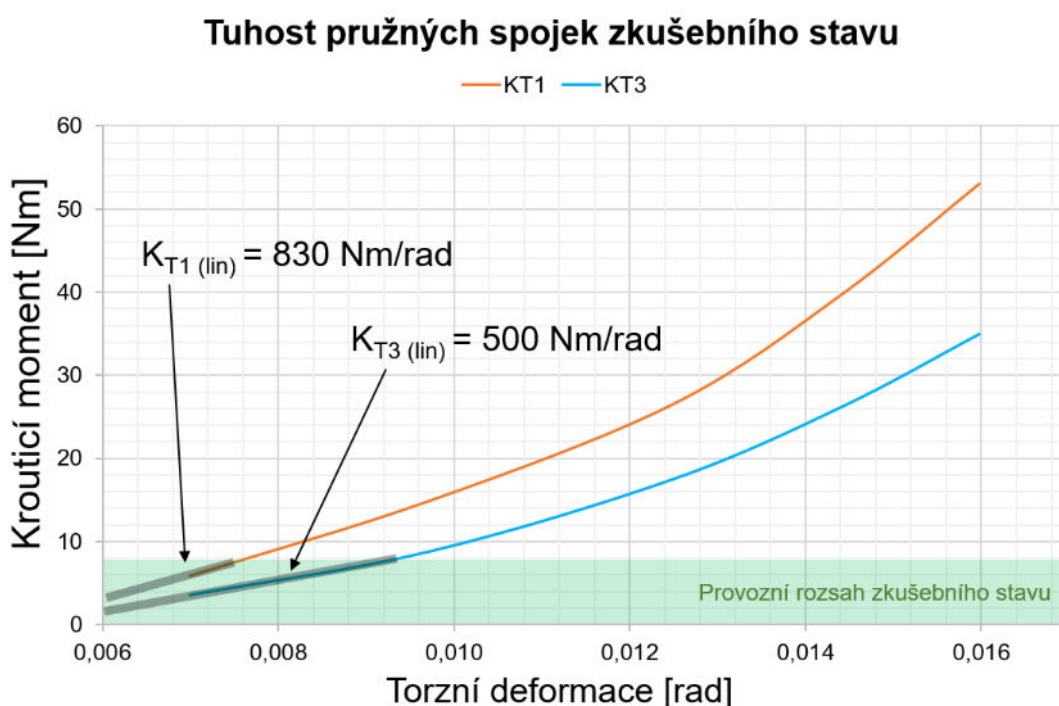
Pro posouzení vlastního kmitání sestavy zkušebního stavu je provedena výpočtová modální analýza z hlediska torzních kmitů. Jelikož jsou všechny rotující komponenty robustní a vykazují relativně vysokou torzní tuhost ve výše uvedeném frekvenčním rozsahu, je vhodné pro tuto úlohu užít analytického přístupu řešícího kmitání tuhých těles, spojených vazbami reprezentujícími pružné spojky. Schéma diskretizace je znázorněno na Obr. 4.9.



Obr. 4.9 Schéma diskretizace zkušebního stavu

Vyšetřování modálních vlastností cílí na nalezení vlastních frekvencí, vlastních tvarů kmitů a stanovení tlumení. Jedná se o nalezení odezvy, jež má charakter harmonického kmitání, na buzení ve formě silového impulzu. V reálném stavu jsou pružné vazby vedle parametru tuhosti charakterizovány také parametrem tlumení, jež zaručuje pokles amplitudy harmonického kmitání v čase. Cílem je však najít vlastní frekvence netlumených kmitů, které závisí pouze na velikosti hmot (momentech setrvačnosti) a tuhostech pružných vazeb.

Hodnoty momentů setrvačnosti lze u jednoduchých těles (válec, koule, kvádr) stanovit pomocí analytických vztahů. U tvarově složitých součástí jsou tyto hodnoty získány pomocí speciálních funkcí z CAD softwaru. Moment setrvačnosti J_4 a J_5 představuje již hodnoty po redukci na společný hřídel, jež má v tomto případě zvolenou osu totožnou s osou dynamometru. Průběhy tuhostí pružných spojek K_{T1} a K_{T3} byly dodány výrobcem, a jelikož je funkční část tvořena z pryže, mají nelineární charakter. Část těchto funkcí je v rozsahu provozních hodnot krouticího momentu linearizována pro potřeby dosazení do výpočtu, viz Obr. 4.10.



Obr. 4.10 Průběh torzní tuhosti spojek zkušebního stavu

Velikost tuhosti K_{T2} , charakterizující záběr ozubených kol, je vypočítána jako

$$K_{T2} = c_{\gamma} \cdot b_z, \quad (4.1)$$

kde b_z značí šířku ozubeného kola a c_{γ} měrnou tuhost záběru ozubení, jež je založena na empirickém vztahu [13] a definována jako

$$c_{\gamma} = c' \cdot (0,75 \cdot \varepsilon_{\alpha} + 0,25), \quad (4.2)$$

kde ε_{α} je součinitel záběru profilu a c' značí teoretickou měrnou tuhost páru zubů definovanou empirickým vztahem [13]

$$\frac{1}{c'} = 0,04723 + \frac{0,15551}{z_{n1}} + \frac{0,25791}{z_{n2}} - 0,00635 \cdot x_1 - 0,11654 \cdot \frac{x_1}{z_{n1}} - 0,00193 \cdot x_2 - 0,24188 \cdot \frac{x_2}{z_{n2}} + 0,00529 \cdot x_1^2 + 0,00182 \cdot x_2^2. \quad (4.3)$$

Parametry x_1 a x_2 značí jednotkové posunutí profilu, z_{n1} a z_{n2} reprezentuje počet zubů náhradních (porovnávacích) kol. Souhrn vstupních hodnot momentů setrvačnosti a torzních tuhostí je uveden v Tab. 4.6.

Vstupní parametry							
Moment setrvačnosti [kg·m ²]					Torzní tuhost [Nm·rad ⁻¹]		
J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	K_{T1}	K_{T2}	K_{T3}
$1 \cdot 10^{-2}$	$1,64 \cdot 10^{-4}$	$4,79 \cdot 10^{-3}$	$6,38 \cdot 10^{-3}$	$1,52 \cdot 10^{-3}$	830	$3,302 \cdot 10^6$	500

Tab. 4.6 Vstupní parametry torzní modální analýzy

Vlastní frekvence torzních kmitů se stanoví z obecné Lagrangeovy pohybové rovnice upravené na následující tvar

$$M\ddot{q} + Kq = 0, \quad (4.4)$$

kde matici hmotnosti nahrazuje matice momentů setrvačnosti a má tvar

$$M = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_5 \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Matice tuhosti má podobu

$$K = \begin{bmatrix} K_{T1} & -K_{T1} & 0 & 0 & 0 \\ -K_{T1} & K_{T1} + K_{T1} & -K_{T1} & 0 & 0 \\ 0 & -K_{T1} & K_{T1} + K_{T2} & -K_{T2} & 0 \\ 0 & 0 & -K_{T2} & K_{T2} + K_{T3} & -K_{T3} \\ 0 & 0 & 0 & -K_{T3} & K_{T3} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

a vektor zobecněných souřadnic má předpokládanou podobu

$$q(t) = w \cdot e^{j\psi t}, \quad (4.7)$$

kde w představuje vektor vlastních tvarů, ψ je vlastní úhlová rychlost a j je imaginární jednotka. Druhá derivace je následně

$$\ddot{q}(t) = -w \cdot e^{j\psi t} \cdot \psi^2. \quad (4.8)$$

Dosazením do pohybové rovnice (4.4) je získán tvar

$$(K - \psi^2 M) \cdot w \cdot e^{j\psi t} = 0, \quad (4.9)$$

odkud

$$(\mathbf{K} - \psi^2 \mathbf{M}) \cdot \mathbf{w} = 0. \quad (4.10)$$

Převedením na problém vlastních čísel lze dostat rovnici

$$(\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} - \psi^2 \mathbf{I}) \cdot \mathbf{w} = 0, \quad (4.11)$$

kde výraz $\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K}$ označuje modální matici \mathbf{A} a \mathbf{I} matici jednotkovou. Upravením rovnice (4.11) lze získat standartní zápis problému vlastních čísel, jež má podobu

$$(\mathbf{A} - \psi^2 \mathbf{I}) \cdot \mathbf{w} = 0. \quad (4.12)$$

Na rovnici (4.12) je možno nahlížet jako na homogenní soustavu lineárních algebraických rovnic pro neznámé souřadnice vektoru \mathbf{w} . Tato soustava má netriviální (nenulové) řešení právě tehdy, když je matice soustavy singulární, tj. její determinant je nulový.

Rovnice

$$\det(\mathbf{A} - \psi^2 \mathbf{I}) = 0 \quad (4.13)$$

je tzv. charakteristická rovnice soustavy (4.4). Jedná o algebraickou rovnici n -tého stupně, v tomto případě konkrétně pátého stupně, pro neznámá čísla ψ^2 (druhá mocnina vlastní úhlové rychlosti), přičemž n je řád matic \mathbf{M} a \mathbf{K} (tj. počet stupňů volnosti kmitavé soustavy). Kořeny charakteristické rovnice (4.13) se nazývají vlastní čísla soustavy a značí se následujícím způsobem

$$\lambda_i = \psi_i^2. \quad (4.14)$$

Výsledné hodnoty vlastních frekvencí uvádí Tab. 4.7 a jsou získány pomocí vztahu

$$f = \frac{\psi}{2\pi}. \quad (4.15)$$

Vlastní frekvence netlumené torzní soustavy zkušebního stavu [Hz]			
f_1	f_2	f_3	f_4
43	98	508	5529

Tab. 4.7 Vlastní frekvence zkušebního stavu

Z porovnání výsledků vlastních frekvencí s provozním rozsahem budících frekvencí je zřejmý jejich možný průnik, jenž může mít za následek provozování sestavy v nežádoucím rezonančním stavu. Z podstaty funkce převodových ústrojí je obecně velmi obtížné se těmto stavům vyhnout z důvodu relativně nízké tuhosti pružných členů. Na druhou stranu lze počítat s faktem přítomnosti vysokého materiálového tlumení, což se pozitivně projeví na snížení amplitudy výchylek vlastního kmitání. Zároveň lze říci, že hodnoty frekvencí vlastních torzních kmitů mají dostatečný odstup od plánovaného rozsahu vlastních frekvencí skříně převodovky. Na základě těchto tvrzení lze konstrukční návrh prohlásit za schválený s připomínkou kladení zvýšené opatrnosti při vyhodnocování frekvenčních spekter v okolí výše zmíněných vlastních frekvencí. Další kroky vedou k fyzické realizaci a sestavení zkušebního stavu včetně přípravy na možnost aplikace měřicí techniky.

5 TVORBA METODIKY VÝPOČTOVÉHO MODELOVÁNÍ DYNAMIKY PŘEVODOVÝCH ÚSTROJÍ

Hlavním cílem dizertační práce je sestavení metodiky pro výpočtové modelování NVH parametrů převodových ústrojí. Z rešeršní části je patrný dominantní zdroj buzení od záběru ozubených kol, kdy vlivem proměnné tuhosti v průběhu natočení o úhlovou výchylku jednoho zubu dochází ke kolísání přenášených silových poměrů. Vzniklé vibrace se v podobě příčného vlnění šíří strukturami ozubených kol a hřídelů přes ložiska až na převodovou skříň. Tento klíčový komponent má zásadní vliv na míru vibroakustického projevu převodovky, který se může projevit jak v podobě rezonance částí skříňe v případě vybuzení vlastních frekvencí, tak i formou přímého navýšení chyby převodu v důsledku nedostatečné tuhosti či vlastního kmitání v místech ložisek skříňe. S ohledem na výše zmíněné faktory je třeba provést ověření a optimalizaci dynamických vlastností převodových ústrojí, přičemž existuje několik přístupů, které se liší úrovní složitosti výpočtových modelů. Tyto postupy jsou podrobněji popsány v následujících kapitolách.

5.1 MODÁLNÍ ANALÝZA

Modální analýza představuje základní způsob, jakým lze zkoumat dynamické chování strojů a strojních součástí. Její výsledky spočívají v nalezení vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitání zkoumaného tělesa. Z výpočtového hlediska se jedná o nalezení vlastních čísel a vlastních vektorů řešené soustavy diferenciálních rovnic. Detailnější popis matematického řešení, jakým lze ze základní pohybové rovnice volného netlumeného kmitání získat výsledný vektor vlastních tvarů kmitů, je možné nalézt v [30].

Při konstrukci převodových ústrojí, jakožto i strojních součástí obecně, by nemělo docházet k jejich provozu v režimu, kdy je frekvence kmitání (dána frekvencí buzení) shodná s vlastní frekvencí stroje. Bohužel v technické praxi je mnohdy velmi obtížné se těmto stavům plně vyvarovat. Pomocí série modálních analýz je teoreticky možné konstrukci upravit tak, aby byl zmíněný jev co nejvíce potlačen.

Při řešení modální analýzy není buzení přímo definováno, avšak je třeba o něm mít základní informace. Principiálně lze pomocí této metody zjistit v konstrukci veškerá nebezpečná místa a pomocí jejich srovnání s budicími frekvencemi označit ta, která mohou být nejvíce kritická.

V případě převodových ústrojí je obecně situace obtížnější kvůli přítomnosti primárního buzení od kontaktu ozubených kol. Tato tzv. zubová frekvence dosahuje při běžných provozních podmínkách řádově jednotek kHz, ovšem jelikož se jedná o jednu z budicích frekvencí závislých na otáčkách, počátek jejího provozního rozsahu sahá až k hodnotě 0 Hz, kdy se hřídele a ozubená kola neotáčí. Oproti frekvencím otáčení hřídelů v převodovce (ve většině případů do 150 Hz) je tedy buzení od záběru kol patrné v celém obvykle zkoumaném frekvenčním spektru jak u vibrací, tak i u hluku. V takovém případě již není možné se průniku budicích a vlastních frekvencí při provozu převodovky jako celku vyvarovat. Je tedy nutné podrobně zhodnotit vlastní tvary kmitání, nejlépe i s velikostí amplitud. V tomto případě hovoříme o harmonické analýze.

Modální analýzu lze provést buď výpočtově, nebo pomocí technického experimentu. Do výpočtového přístupu lze kromě numerické simulace zařadit také analytické stanovení vlastních frekvencí a tvarů kmitů. Toto řešení je s dostatečnou přesností použitelné pouze

pro jednoduché části typu nosník nebo deska. V případě aplikace na zjednodušené tvarové prvky jinak složitějších těles mají výsledky pouze informativní charakter a lze je využít jen jako intervalové odhady.

Výhodou dnes běžně používaného numerického přístupu pomocí MKP je jeho celková rychlost řešení a možnost zahrnout velké a geometricky složité modely. Nevýhodou je nutná znalost materiálových vlastností a geometrie, které jsou pro dosažení přesných výsledků klíčové. V případě experimentu je nutná existence fyzického prototypu, získání výsledků je navíc časově náročnější a mnohdy je třeba užít několika druhů přístrojového vybavení. Přesná znalost materiálových dat zde není nutná.

Úvodem k modální analýze je ještě nutno zmínit, že jejím výsledkem je identifikace všech možných problémových míst na struktuře (převodová skříň, hřídele, ozubená kola), na druhou stranu ale nelze s jistotou tyto jednotlivé stavy mezi sebou porovnat a kvantifikovat, který z nich má výraznější podíl na celkovém dynamickém chování.

5.1.1 VÝPOČTOVÝ PŘÍSTUP POMOCÍ ANALYTICKÝCH VZTAHŮ

Jak již bylo řečeno, velice důležitým aspektem pro stanovení modálních vlastností je znalost materiálových dat. Při zkoumání vlivu jednotlivých materiálových charakteristik je účelné se odkázat na teorii kmitání tyčí a desek (část kontinua) v dynamice. [31] Vždy lze vycházet z obecného vztahu pro vlastní frekvenci soustavy o jednom stupni volnosti ve tvaru

$$\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (5.1)$$

kde Ω je vlastní frekvence, k je tuhost soustavy a m její hmotnost. V předchozím textu již bylo zmíněno, že snížení tuhosti při záměně masivního víka za odlehčené vede ke snížení vlastních frekvencí. Ve skutečnosti na vlastní frekvenci má vliv jak tuhost, tak i hmotnost součásti. V případě víka experimentální převodovky je efektivnější snížení tuhosti než snížení hmotnosti. V praxi je pravděpodobnější, že díky konstrukční změně dojde ve větší míře případů ke změně tuhosti a jí přímo úměrnému posunu vlastní frekvence, tato skutečnost však není obecně platným pravidlem.

Při zadávání konkrétních hodnot materiálových vlastností do MKP softwaru jsou použity základní materiálové vlastnosti a to: modul pružnosti v tahu E , Poissonova konstanta μ a hustota materiálu ρ . Pro správnou interpretaci jejich významu je vhodné vyjádřit vlastní frekvenci jako funkci modulu pružnosti a hustoty, příp. hmotnosti. Pro další odvození je použito vztahů pro šíření a odraz vln a vyjádření diferenciálu ohybového momentu v průřezu tyče. Výsledkem je vztah pro vlastní frekvenci ohybového kmitání jednoduché tyče ve tvaru

$$\Omega = K_i \sqrt{\frac{EI}{L^4 M_L}}, \quad (5.2)$$

kde Ω je vlastní frekvence, E je modul pružnosti v tahu, I je kvadratický moment průřezu, L délka tyče a M_L je hmotnost 1 m tyče. Koeficient K_i závisí na upevnění tyče a zároveň také zohledňuje pořadí jednotlivých módů kmitání, jak uvádí Tab. 5.1.

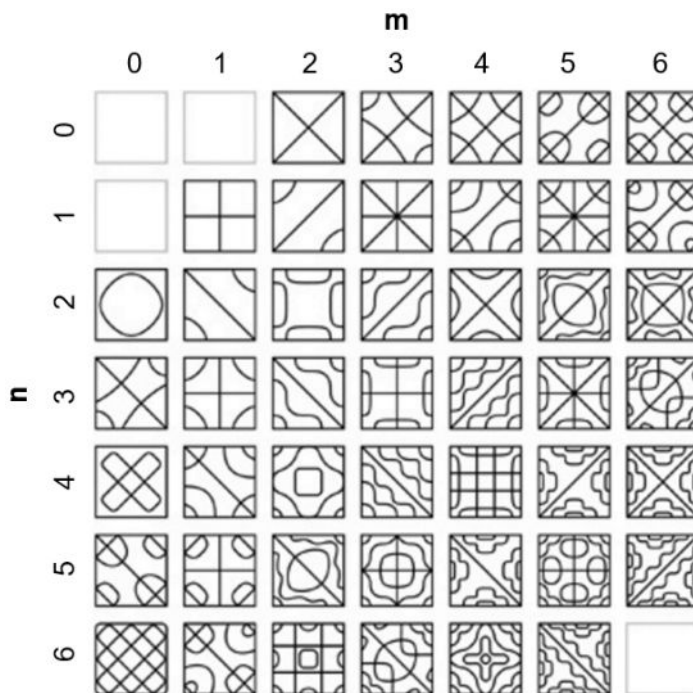
Koeficient K_i	
K_1	0,56
K_2	3,51
K_3	9,82
K_4	19,25

Tab. 5.1 Hodnoty koeficientu K_i pro kmitání tyče

V případě 2D úlohy je předpis složitější, avšak platí zde stejný princip závislosti vlastní frekvence na materiálových vlastnostech. Vlastní frekvence se stanoví následujícím způsobem

$$\Omega = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{B}{M_S} \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right]}, \quad (5.3)$$

kde M_S značí plošnou hmotnost desky; a, b jsou rozměry desky a konstanty m, n označují rozložení amplitud kmitání membrán dle kombinací čísel 0, 1, 2, 3. Přesná identifikace vlastního tvaru závisí v první řadě na okrajových podmínkách uložení desky a na poměru a/b . Na Obr. 5.1 jsou názorně zobrazeny tvary kmitů pro konkrétní zadání volné desky při poměru hlavních délek, jež je roven jedné. B pak představuje ohybovou tuhost desky dle vztahu (5.4).



Obr. 5.1 Vlastní tvary kmitů ocelové čtvercové volně uložené desky [32]

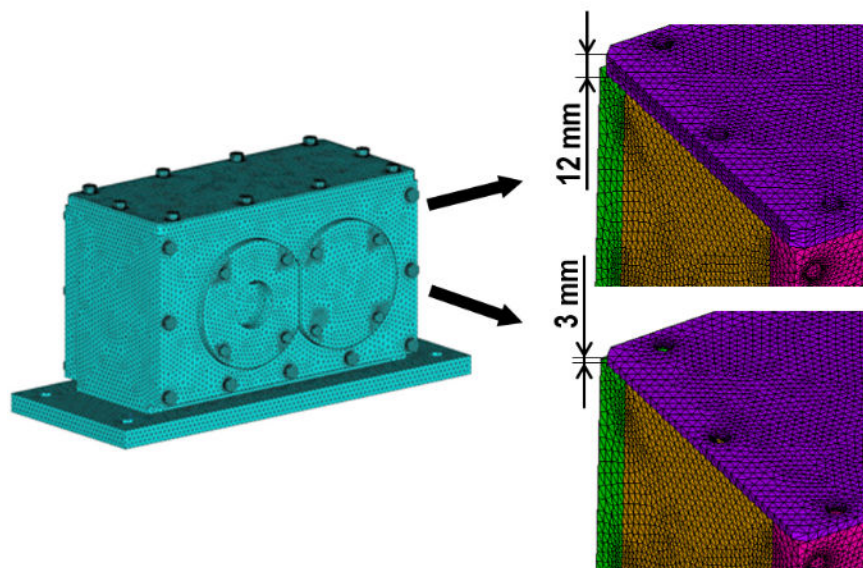
$$B = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)}, \quad (5.4)$$

kde h značí tloušťku desky. Z předchozích rovnic vyplývá, že obecná tuhost soustavy je přímo úměrná modulu pružnosti v tahu, přičemž délková, respektive plošná hmotnost, je ekvivalentní hustotě materiálu.

5.1.2 VÝPOČTOVÝ PŘÍSTUP POMOCÍ NUMERICKÝCH METOD

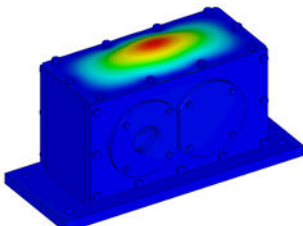
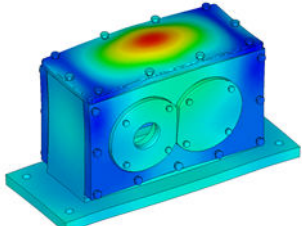
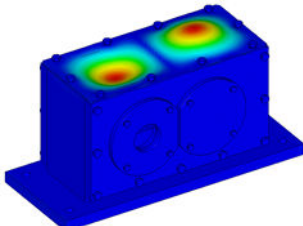
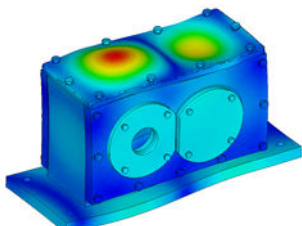
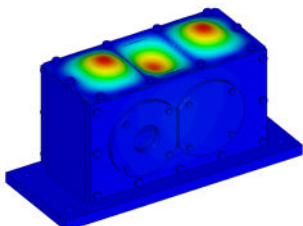
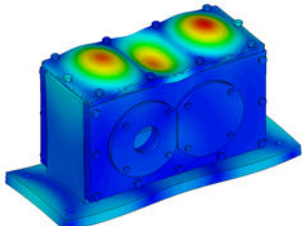
Pro numerické simulace modálních vlastností je užito MKP softwaru ANSYS. Výpočtový model je tvořen převodovou skříňí, která je zkoumána pro různé geometrie a okrajové podmínky, dále jsou také využity různé přístupy výpočtů.

Jednotlivé konstrukční varianty skříňe převodovky jsou odlišeny prostřednictvím změny tloušťky víka. Jak již bylo uvedeno, u této převodovky se jedná o nejvíce exponované místo z hlediska počtu módů kmitání a je bráno za potenciálně kritické. Silná varianta víka je vyrobena z oceli tloušťky 12 mm a převodovka vykazuje chování do jisté míry odpovídající vysoké tuhosti konstrukce, jež se odráží na vysokých vlastních frekvencích celé skříňe a tvarech kmitů odpovídajících relativně symetrickému rozložení hmoty. Druhá konstrukční varianta víka je vyrobena z ocelového plechu tloušťky 3 mm. Zde naopak cíleně dochází ke snížení tuhosti v jedné oblasti, jež má za následek snížení vlastních frekvencí víka. Z důvodu rozdílné tuhosti bočnic a víka navíc dochází k oddělení vlastních tvarů kmitání tohoto cíleně modifikovaného komponentu při zachování dynamické tuhosti systému uložení hřídelů a ozubených kol. Samozřejmě při reálné konstrukci převodovky je cílem dosažení co možná největší tuhosti ve všech místech tak, aby vlastní frekvence kmitání nabývaly co nejvyšších hodnot z důvodu vyhnutí se průniku s frekvenčním rozsahem buzení. Nicméně cílem této práce je sestavení metodiky hodnocení kmitání a je proto důležité určit vlastní tvary kmitů patřičně vybudit a zkoumat jejich vibrační projevy. Z hlediska uspořádání experimentální převodovky se nejvýhodněji jeví zaměření na slabé víko, jehož výsledky jsou příznivé i při validaci pomocí experimentu, kdy je obecně jednodušší s dostupným přístrojovým vybavením vybudit nižší frekvence. Také měřená amplituda zrychlení nabývá vyšších hodnot a je zároveň při užití vibrometru vzhledem k okolní zástavbě snadno měřitelná. Značnou výhodou je výše zmíněné oddělení vlastních tvarů kmitů víka převodovky od zbylých vlastních tvarů náležících kmitání zbytku skříňe. Rozdíl v konstrukčním provedení obou variant je znázorněn na Obr. 5.2.



Obr. 5.2 Rozdíl zkoumaných konstrukčních variant skříňe převodovky

Jako výchozí konstrukční varianta je zvolena skříň s víkem tloušťky 3 mm, nicméně pro komplexní srovnání jsou v Tab. 5.2 uvedeny vlastní frekvence a tvary odpovídajících si prvních tří módů kmitání víka pro obě varianty.

Víko 3 mm	Víko 12 mm
852 Hz	2321 Hz
	
1031 Hz	2982 Hz
	
1289 Hz	4233 Hz
	

Tab. 5.2 Výsledky výpočtové modální analýzy volně uložené skříňe převodovky s víkem tloušťky 3 mm a 12 mm

POROVNÁNÍ JEDNOTLIVÝCH VÝPOČTOVÝCH PŘÍSTUPŮ MODÁLNÍ ANALÝZY

V první řadě je uvažována modální analýza volně uložené převodové skříňe (skříň není pevně uložena nebo připevněna k rámu). Jednoznačně lze takovou úlohu rozpoznat z výsledků numerické analýzy, kdy prvních 6 vlastních módů tělesa má nulovou nebo velice nízkou frekvenci. Tomu odpovídá v praxi šest základních stupňů volnosti, 3 posuvy a 3 natočení. Při aplikaci pevných vazeb k zamezení základních posuvů a natočení dochází ke změně modálních vlastností doplněním výčtu o další vlastní tvary a frekvence tělesa, které mají původ v nově přístupujících okrajových podmínkách. Vlastní tvary s nulovou nebo téměř nulovou frekvencí jsou potlačeny. Rozdíl v uplatnění obou typů okrajových podmínek znázorňuje Tab. 5.3. Dále může dojít i ke změně frekvence kmitání při zachování vlastního tvaru, která je v tabulce znázorněna žlutě. Přesně odpovídající si módy jsou naopak označeny zeleně.

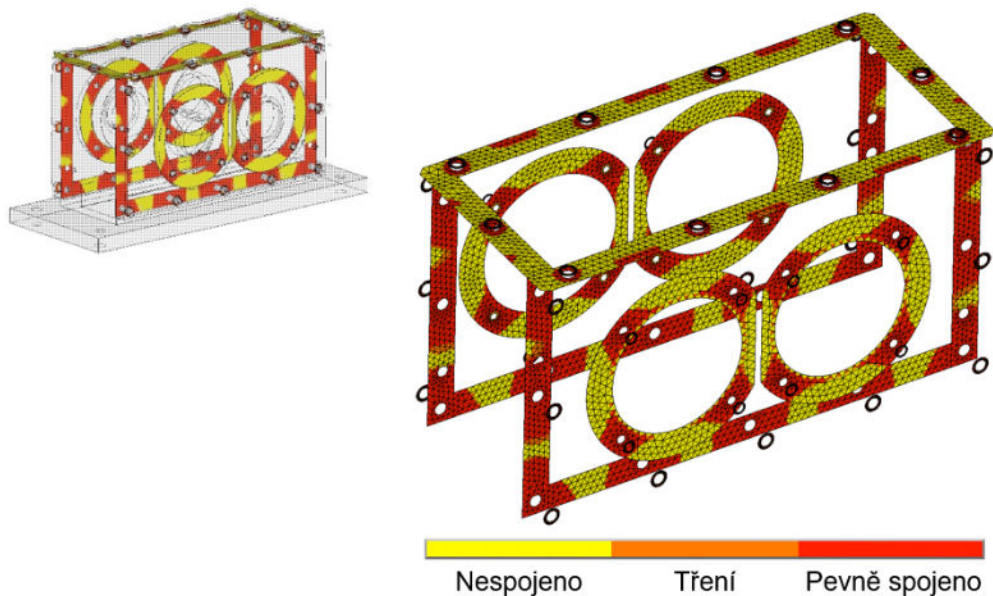
Modální analýza volného tělesa		Modální analýza vázaného tělesa	
Mód	Frekvence [Hz]	Mód	Frekvence [Hz]
-	-	1	412
-	-	2	727
1	852	3	867
-	-	4	870
2	1031	5	1029
-	-	6	1080
3	1210	-	-
4	1289	7	1289
5	1310	8	1311
6	1458	9	1343

Tab. 5.3 Porovnání vlastních frekvencí volně uložené a vázané skříňě převodovky

Ve většině případů se vychází z modální analýzy volného tělesa. Nicméně výše zmíněné vlastní frekvence vázaného tělesa je dobré znát při experimentálním ověření výsledků, protože ne vždy je možné měření provést na volně uloženém tělese. V reálném provozu je však nutné mít na paměti kromě uložení i připojení okolních agregátů. To vše může vést k měření modálních parametrů převodovky přímo ve vozidle nebo alespoň na zkušebním stavu, v obou případech je pak důležité znát vliv uložení.

Alternativní pokročilou možností je provedení komplexního řešení pomocí multibody systému s uvažováním redukovaných pružných těles. Redukované pružné těleso je popsáno svými modálními vlastnostmi odpovídajícími volnému uložení, nicméně zde figuruje vliv vazeb v rámci interakce mezi jednotlivými částmi zkoumané sestavy. Podrobně je tento přístup popsán v kapitole 5.5.1.

Dalším aspektem, který je při výpočtu modální analýzy třeba zohlednit, je způsob výpočtu, při kterém je nutné klást zvýšený důraz na přístup k řešení analýzy z hlediska uplatnění kontaktů. Převodové skříňě bývají obvykle sestaveny z několika částí vzájemně spojených šroubovými spoji. I když se tento spoj jeví jako ideálně pevný, ve skutečnosti může být skříň pevně spojená ve smyslu zamezení samostatných posuvů a natočení pouze v blízkém okolí šroubového spoje v závislosti na tuhosti příruby. Zde vlivem utahovacího momentu vzniká předpětí ve struktuře šroubu a spojovaných částí. Vlivem vzniklé deformace a tření dochází k pevnému spojení v okolí šroubů. V závislosti na tloušťce, respektive tuhosti spojovaných komponent, se oblast pevného spojení značně mění. Popisované rozložení aktivních kontaktních ploch zobrazuje Obr. 5.3, kde červené plochy značí pevné spojení především v okolí šroubů, případně vliv deformace víka po předepnutí. Z obrázku je patrný rozdíl spojení mezi tenkým horním víkem a bočnicemi, které jsou výrazně tužší.

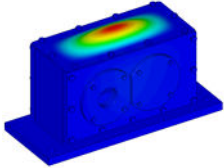
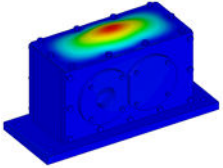
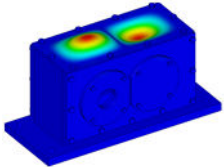
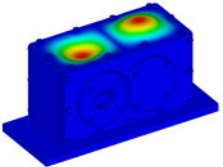
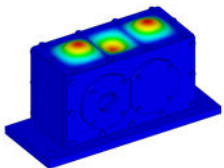
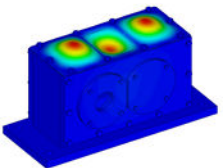
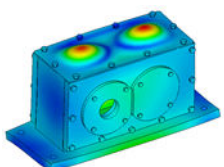
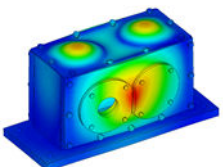
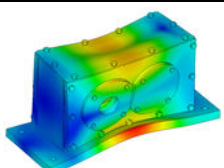
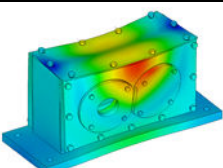
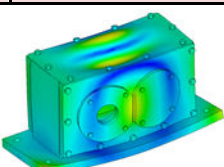
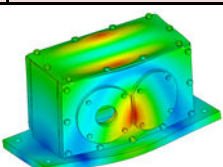
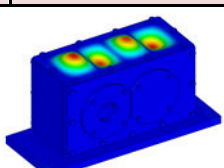
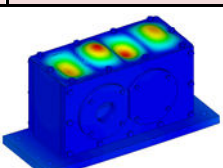


Obr. 5.3 Ukázka rozložení jednotlivých typů kontaktů dosedacích ploch

Z tohoto je také patrné, že definice kontaktů skrze přístup zahrnující aplikaci šroubů je mnohem složitější než spojení všech styčných kontaktních ploch pevně k sobě. Tomu odpovídá i snížení tuhosti celé konstrukce při uvažování předpětí, které v důsledku vede ke snížení hodnot vlastních frekvencí dle zákonitostí uvedených v předchozím textu. U převodových skříní může být tato změna velmi významná. U šroubového spojení záleží na složitosti konstrukce, umístění šroubových spojů a také na poměrech hmotností a tuhostí jednotlivých spojovaných částí.

Výsledky výpočtových modálních analýz experimentální převodovky předešlé předpoklady potvrzují. V tomto případě se jedná o tvarově jednoduchou převodovku, avšak její skříň je složena primárně z pěti částí spojených šrouby o diametrálně odlišných hmotnostních a tuhostních parametrech. Porovnáme-li výsledky z modální analýzy s uvažováním pevně nadefinovaných kontaktních spojů spolu s modální analýzou vycházející z předešlé aplikace statického předpětí od šroubů, lze ve frekvenčním rozboru vidět významný rozdíl vlastních frekvencí. Výsledky jsou uvedeny v následující Tab. 5.4 a platí pro volné těleso.

V případě hodnocení rozdílů obou variant u pevně vázané skříně (myšleno ve smyslu uchycení celého stroje na rám) je situace o něco složitější. U dodatečných vlastních módů je možné nalézt podobnou shodu jako v případě volných těles. Tento fakt jenom potvrzuje skutečnost, že při vyšetřování modálních vlastností jakýmkoliv druhem analýzy je vhodné uvažovat jak těleso volné, tak i připevněné k podložce, sestavě atd. dle předpokládaného reálného stavu.

Pevná vazba		Šroubový spoj - perturbace		Rozdíl [%]
1	1118 Hz	1	852 Hz	31,2
				
2	1321 Hz	2	1031 Hz	28,1
				
4	1668 Hz	4	1289 Hz	29,4
				
5	1672 Hz	5	1310 Hz	27,6
				
6	1841 Hz	6	1458 Hz	23,1
				
7	2100 Hz	7	1690 Hz	24,3
				
8	2183 Hz	10	1827 Hz	19,5
				

Tab. 5.4 Porovnání modálních vlastností, definice kontaktu pevná vazba versus šroubový spoj

Z hlediska samotného MKP výpočtu je modální analýza se zahrnutým předpětím časově náročnější. V komerčním softwaru ANSYS je tato úloha tvořena třemi částmi. V první řadě je provedena statická analýza pro zjištění napětí ve struktuře od předpětí vyvozeného

aplikací utahovacího momentu jednotlivých šroubů. Na základě provedeného statického výpočtu jsou zjištěny kontaktní plochy a jejich status. V následném kroku jsou blízké uzly jednotlivých komponent, kde došlo u statické analýzy k pevnému spojení, pevně svázaný a provedena modální analýza.

Pro uvažování reálných kontaktních ploch existuje navíc druhý způsob zavedení výpočtu, který kombinuje aplikaci pevných vazeb (např. CP – constraint points) a definici kontaktů. V prvním kroku je nutné provést statickou analýzu za účelem zjištění rozložení kontaktních ploch a dle jejich výsledků upravit model přidáním vazeb. Následné numerické řešení je z hlediska času méně náročné v porovnání s analýzou s perturbací. Další výhodou tohoto řešení je posléze možnost exportování modálních vlastností do redukované formy pružného tělesa potřebné pro jeho definici v MBS softwaru (MNF soubor). Tvorba MNF souboru z modelu uvažujícího perturbaci je značně komplikovaná, a proto je zde možné s výhodou využít principu modelování pomocí CP vazeb.

	Šroubový spoj – perturbace	Šroubový spoj – CP vazba	
Mód víka	Frekvence [Hz]	Frekvence [Hz]	Rozdíl [%]
1	852	852	0,0
2	1031	1032	0,1
3	1289	1286	-0,2
4	1827	1832	0,4

Tab. 5.5 Porovnání modálních vlastností, definice šroubového spoje perturbace versus CP vazba

Korektní aplikace CP vazeb značí nevýznamný rozdíl ve výsledcích modální analýzy provedené jak zmíněným způsobem, tak i pomocí perturbace. Příklad reprezentující výsledky obou postupů v rámci výpočtů víka experimentální převodovky je uveden v Tab. 5.5. Frekvence jednotlivých vlastních tvarů pro oba použité přístupy dosahují dobré shody.

Výpočtový čas jednotlivých variant modálních analýz vztažených na experimentální převodovku je uveden v Tab. 5.6. V kontextu s předchozím popisem je výpočtový čas pro variantu modální analýzy uvažující perturbaci nejdelší a naopak pevné spojení celých dosedacích ploch vede sice na 5x vyšší výpočetní rychlost spolu s výrazně nižší náročností na přípravu a odladění modelu, ale se značně nepřesnými výsledky. Kompromisem je použití varianty s CP vazbami, kde je zrychlení výpočtu oproti metodě s perturbací přibližně dvojnásobné, avšak s vyšší časovou náročností na uživatele. Nutnost úpravy výpočtového modelu po perturbaci následně zjednodušuje tvorbu MNF souboru.

Výpočtový čas řešení různých variant modální analýzy			
	Pevné kontaktní plochy	CP vazby	Perturbace
Čas [min]	10	23	50

Tab. 5.6 Porovnání časové náročnosti jednotlivých přístupů řešení modální analýzy

5.1.3 EXPERIMENTÁLNÍ MODÁLNÍ ANALÝZA

Experimentální modální analýza je založena na buzení struktury, přičemž buzení síla a vibrační odezva jsou zaznamenávány. Z hlediska teorie experimentální modální analýzy uvažujeme obvykle dva typy modelu [33]:

- Odezvový model
 - Charakteristický symetrickou maticí frekvenčních odezvových funkcí \mathbf{H} .
- Modální model
 - Charakteristický diagonální spektrální maticí λ^2 (obsahuje vlastní čísla) a modální maticí Φ , jejíž sloupce tvoří vlastní vektory.

Výstupem ze samotného měření je odezvový model. Zpracováním naměřených dat je následně možné získat model modální, jež je pro identifikaci modálních vlastností postačující.

Základní výstupní veličinou z měření je tedy frekvenční odezvová funkce $H(\omega)$, v anglické literatuře nazývána jako frequency response function – FRF [33], kterou lze obecně definovat jako poměr mezi výstupním a vstupním signálem ze zkoumaného systému, tudíž

$$H(\omega) = \frac{\text{Výstup}}{\text{Vstup}} = \frac{\text{Pohyb}}{\text{Síla}} = \frac{\text{Odezva}}{\text{Buzení}}.$$

Frekvenční odezvová funkce je komplexní veličinou, pro jejíž kompletní určení je třeba znát absolutní hodnotu $|H(\omega)|$ a fázový úhel $\angle H(\omega)$. Harmonická vstupní buzení síla vyvolá ve zkoumaném systému sinusový pohyb o stejné frekvenci. Amplituda výstupního signálu je vynásobena $|H(\omega)|$ a fázový úhel je posunutý o $\angle H(\omega)$. Odezvová funkce popisuje dynamické chování vlastního lineárního systému nezávisle na tvaru vstupního a výstupního signálu. Je možné ji uplatnit u lineárních mechanických soustav buzených jakoukoliv harmonickou, impulzní nebo jinou náhodnou silou.

Dále je možno odezvou funkci rozlišit dle specifikace konkrétního odezvového parametru, kterým může být výchylka, rychlost nebo zrychlení. Dle tohoto dělení se FRF následně nazývá dynamická poddajnost, pohyblivost nebo akcelance. V experimentálním provedení se nejčastěji užívá odezva ve formě zrychlení zejména z důvodu obecného rozšíření akcelerometrů. Lze také narazit na využití rychlosti při měření bezkontaktním zařízením, jako je například laserový vibrometr. Zmíněné veličiny jsou samozřejmě mezi sebou svázány pomocí jednoduchých vztahů popisujících kinematické veličiny torzního kmitání, kde znalost jedné z nich umožňuje přepočítání na zbylé dvě veličiny.

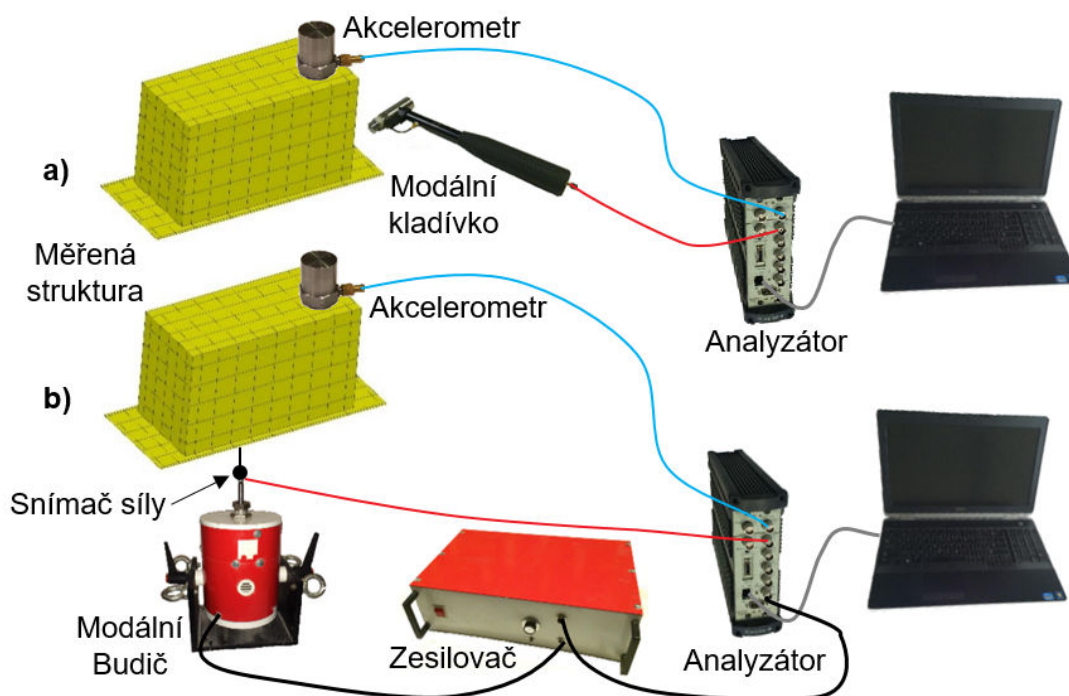
Pokud se hovoří o FRF obecně, pak se označuje $H(\omega)$. V případě, že je specifikován konkrétní odezvový parametr, značí se dle Tab. 5.7. Přesná definice jednoho prvku (parametru) matice frekvenčních odezvových funkcí, uvažujeme-li dynamickou poddajnost, je dle [33] následující

$$\alpha_{jk}(\omega) = \frac{x_j}{F_k} = \sum_{r=1}^N \frac{\Phi_j^r \cdot \Phi_k^r}{\lambda_r^2 - \omega^2}, \quad (5.5)$$

kde λ_r je vlastní číslo r -tého módu, Φ_j^r je j -tý prvek r -tého vektoru vlastních tvarů Φ a N je počet módů. Z definice tohoto výrazu vyplývá propojení mezi odezвовými charakteristikami a modálními vlastnostmi systému. V praxi to znamená, že měření modálních vlastností je obecně založeno na dvou přístupech aplikovaných dle užitého přístrojového vybavení. Nejvíce rozšířeným přístupem je modální kladívko, kdy se rázovým úderem budí postupně celá struktura a zároveň se odezva zkoumá v jednom konkrétním místě. V praxi se využívá i přemísťování akcelerometru po struktuře z důvodu nalezení pozice s výraznou odezvou. Náročnější je pak využití modálního budiče vibrací, kdy se využívá princip buzení obrazně v jednom místě a výstupní signál se snímá postupně na rastru měřicích bodů reprezentujících celé těleso. Funkční schéma zapojení měřicí aparatury je pro obě varianty znázorněno na Obr. 5.4.

Frekvenční odezвовá funkce		
Odezвовý parametr	Standardní $\frac{\text{Odezva}}{\text{Buzení}}$	Inverzní $\frac{\text{Buzení}}{\text{Odezva}}$
Výchylka	$\alpha(\omega)$ Dynamická poddajnost	Dynamická tuhost
Rychlost	$Y(\omega)$ Pohyblivost	Impedance mechanický odpor
Zrychlení	$A(\omega)$ Akcelerance	Zdánlivá hmotnost

Tab. 5.7 Frekvenční odezвовé funkce



Obr. 5.4 Funkční schéma zapojení měřicí aparatury pro variantu buzení a) modálním kladívkem, b) budičem vibrací

Uvažujeme-li jednoduchý systém o jednom stupni volnosti, pak jediné maximum ve frekvenčním spektru odezвовé funkce ukazuje na zesílení signálu při cestě mezi vstupem a výstupem. Předpokládáme, že v tomto místě došlo k navození rezonance, tedy že se zde

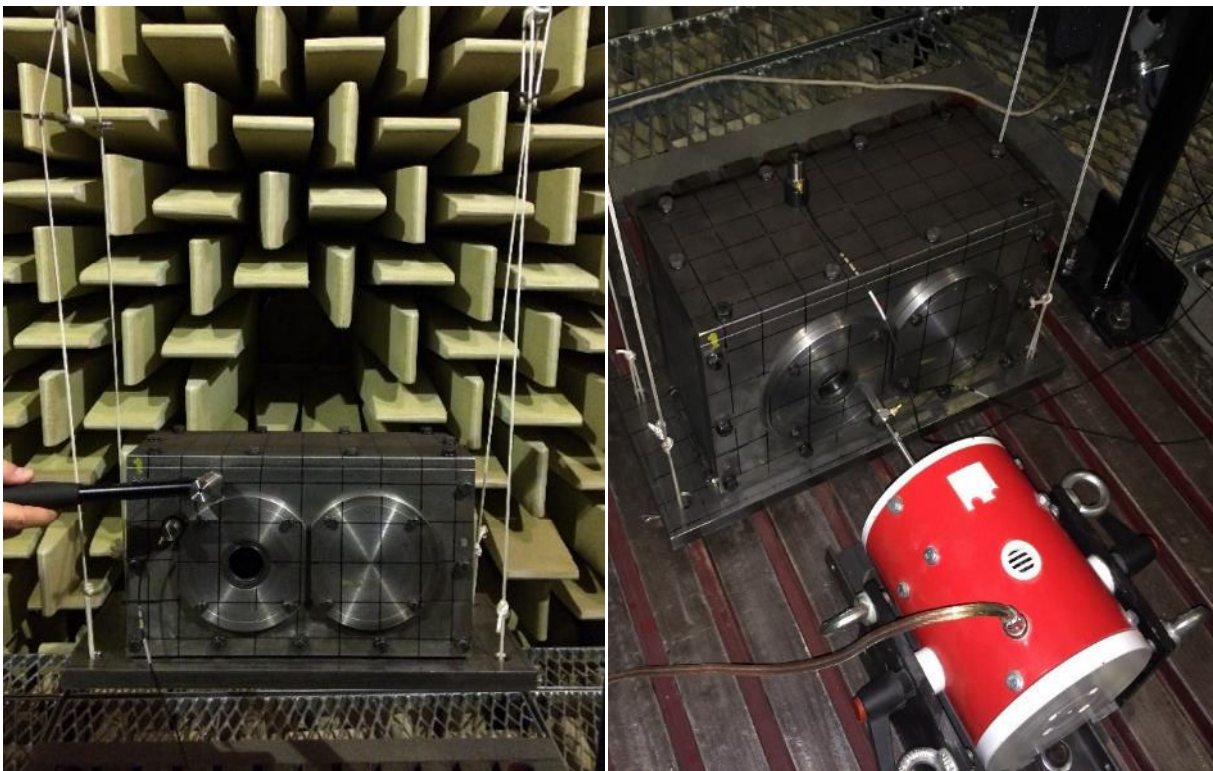
nachází vlastní frekvence dané struktury. Doplňující informaci pro potvrzení zmíněného předpokladu udává průběh úhlu fázového posunu vstupního versus výstupního signálu, kdy v tomto místě musí dojít k její změně o 180° . Konkrétní hodnoty fáze před a po změně se pak číselně liší dle použité veličiny (výchylna, rychlost, zrychlení).

Posledním indikátorem při měření frekvenční odezvy je stanovení koherence, která určuje míru lineární závislosti mezi signálem vstupu a výstupu. Funkce koherence nabývá hodnot v rozmezí 0 až 1. Nízká hodnota blízká se k 0 znamená, že závislost vstupu a výstupu je velice slabá a dominantní vliv je zapříčiněný z vnějšku – šumem. Hodnota blízká se jedné značí výraznou závislost, jejíž odchylky bývají dané spíše nelinearitou v oblasti rezonance. Funkce koherence je z matematického hlediska obdoba koeficientu korelace užívaného ve statistice.

MODÁLNÍ ANALÝZA EXPERIMENTÁLNÍ PŘEVODOVKY

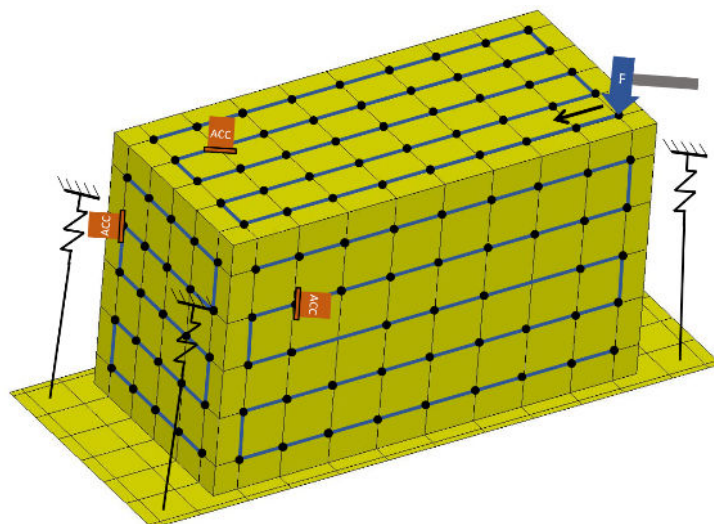
Měření modální analýzy experimentální převodovky bylo provedeno na její skříni a to jak s využitím modálního kladívka, tak i s pomocí budiče vibrací. Samotná skříň byla uložena v závěsu za účelem navození volného uložení. Sestava je pro obě varianty uvedena níže na Obr. 5.5.

U obou dvou variant měření je užit univerzální pěti-kanálový analyzátor B&K 3560-B-020. Pro snímání vstupních budících účinků je užit piezoelektrického snímače síly a pro měření odezvy je použit jak jednoosý akcelerometr pro měření zrychlení v případě 12mm silného horního víka převodovky, tak i bezdotykový laserový vibrometr, který primárně snímá rychlost v případě 3 mm víka. Vzhledem ke zvolené metodě pak figuruje jako zdroj buzení buď rázové kladívko s tupým hrotem (zdroj Diracova impulsu), nebo přenosný modální budič vibrací s předřazeným zesilovačem, který je schopen reprodukovat různé varianty vstupních signálů, pro modální analýzu např. vhodný bílý šum.



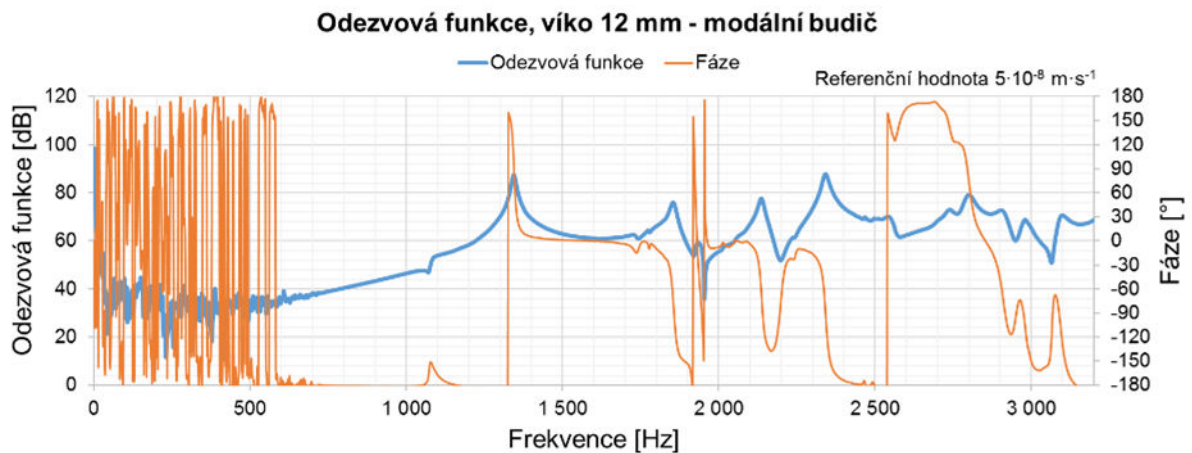
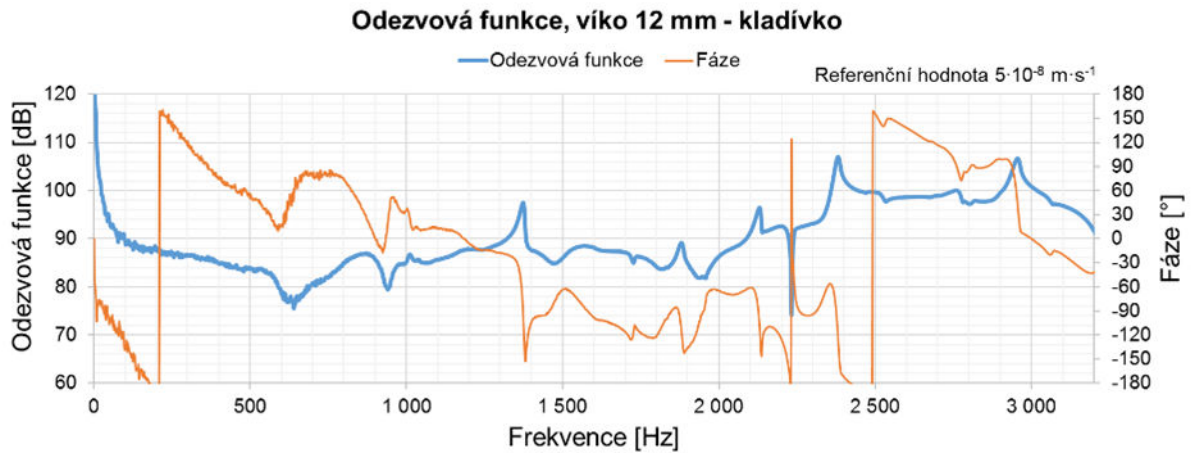
Obr. 5.5 Fyzické sestavení pro stanovení modálních vlastností pomocí technického experimentu

Z hlediska obsazení kanálů analyzátoru je v obou variantách nutné mít k dispozici alespoň dva vstupy pro zapojení siloměru a akcelerometru, resp. laserového vibrometru. Synchronní zapojení umožňuje kromě amplitud měřit i fázový posun a koherenci. Pro řízení modálního budiče je pak nutný třetí kanál v případě, že jako zdroj signálu figuruje analogový signál z analyzátoru. Zde je využito naopak externího způsobu řízení realizovaného přes výstup ze zvukové karty pomocí vlastního řídicího softwaru vytvořeného v programovém prostředí Matlab. Ukázka diskretizace a nastavení sekvencí pohybu kladívka pro jednotlivé strany při měření experimentální modální analýzy je znázorněna na Obr. 5.6.



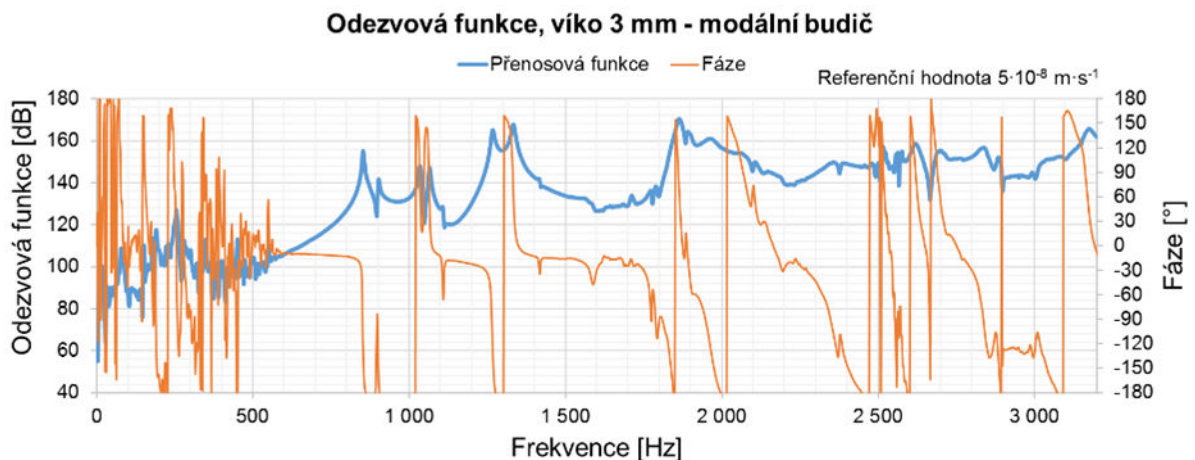
Obr. 5.6 Sekvence pohybu modálního kladívka

Porovnání průběhu výsledných odezвовých křivek pro jednotlivé způsoby buzení součásti je zobrazeno na Obr. 5.7. Srovnání platí pro konstrukční variantu skříně s víkem tloušťky 12 mm. Zde je v obou případech vzhledem k relativně vysoké hmotnosti víka užito na snímání odezvy akcelerometr, jehož ustavení na skříň převodovky bylo provedeno pomocí magnetického adaptéru.



Obr. 5.7 Průběh odezvových funkcí skříně s víkem tloušťky 12 mm pro různé varianty buzení

Snímání odezvy pomocí laserového vibrometru je aplikováno pouze u varianty s tenkým víkem, protože hmotnost akcelerometru vzhledem k odlehčenému víku již není zanedbatelná a negativně ovlivňuje výsledky měření. Zároveň z důvodu vyšší přesnosti bylo měření s víkem tloušťky 3 mm provedeno pouze v uspořádání s modálním budičem. Průběh odezvy je znázorněn na Obr. 5.8.



Obr. 5.8 Průběh odezvové funkce skříně s víkem tloušťky 3 mm

Obě měření zpočátku doprovází šum z důvodu omezení frekvenčního rozsahu především modálního budiče, kde je záměrně uživatelem omezen frekvenční rozsah od 700 Hz do

3200 Hz. V grafech je proto použita jednotná frekvenční škála do 3200 Hz, což je pro detekci a ověření prvních několika módů postačující. Spodní hranice intervalu 700 Hz je brána s ohledem na nosnou část konstrukce budiče, kterou tvoří vodící spirálové pružiny, jejichž vlastní frekvence se právě pohybují v oblasti kolem 600 Hz. V případě kladívka je limitujícím faktorem frekvenčního rozsahu materiál užitého hrotu, v tomto případě 0÷5 kHz.

Uvedené grafy ukazují frekvenční odezvu v jednom zvoleném místě víka. V tomto případě se jedná o bod s teoreticky nejvyšší amplitudou výchylky při druhém vlastním tvaru kmitání víka převodovky. S ohledem na vlastní tvary kmitání se výše zmíněné místo může stát při některých frekvencích uzlovým bodem, tudíž nebude patrný lokální nárůst amplitudy odezvové funkce. Srovnají-li se číselně vlastní frekvence dané lokálními maximy mezi sebou, tak jsou rozdíly mezi uspořádáním experimentu velmi nízké, s odchylkou do 2 %. Při porovnání obou variant experimentálních přístupů s odpovídajícím výpočtem je patrná větší shoda v případě buzení modálním budičem, viz Tab. 5.8. Z tohoto důvodu bylo při měření dalších variant skříňně využito právě tohoto uspořádání.

Kladívko	Modální budič		Simulace
Frekvence [Hz]	Frekvence [Hz]	Rozdíl [%]	Frekvence [Hz]
1374	1344	-2,2	1343
1880	1854	-1,4	1863
2130	2136	0,3	-
2380	2342	-1,6	2321
2956	2982	0,9	2982

Tab. 5.8 Výsledky experimentální modální analýzy skříňně převodovky s víkem tloušťky 12 mm

5.2 POROVNÁNÍ VÝPOČTOVÉ A EXPERIMENTÁLNÍ MODÁLNÍ ANALÝZY

Základní srovnání konečné varianty uspořádání experimentálního převodu s tenkým víkem je uvedeno v Tab. 5.9. Oproti předchozí Tab. 5.8 jsou zde naopak porovnávány výsledky jednoho měření spolu s různými variantami simulací popsanych v kapitole 5.1.2.

Měření	Simulace-CP vazby		Simulace-perturbace	
Frekvence [Hz]	Frekvence [Hz]	Rozdíl [%]	Frekvence [Hz]	Rozdíl [%]
852	852	0	852	0
902				
1034	1032	-0,2	1031	-0,3
1064			1210	13,7
1266	1286	1,6	1289	1,8
1332			1310	-1,7
1864	1832	-1,7	1827	-2,0

Tab. 5.9 Srovnání numerických výpočtů modální analýzy s technickým experimentem

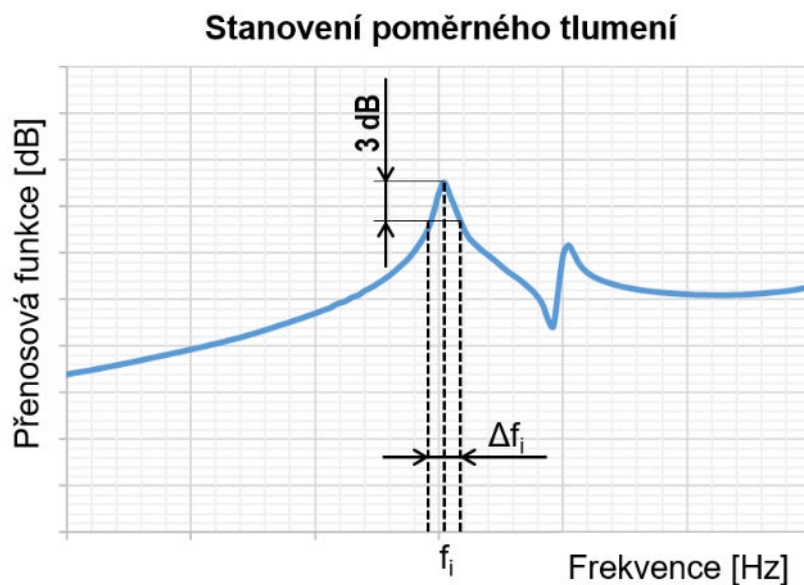
Výstupem je rámcově stejná shoda obou předpokládaných pokročilých výpočtových MKP modelů s odpovídajícím experimentem při zaměření na víko převodovky. Vzhledem k časové náročnosti výpočtů je následně brána jako výchozí simulační přístup metoda s CP vazbami.

5.3 STANOVENÍ POMĚRNÉHO TLUMENÍ SKŘÍNĚ PŘEVODOVKY

Kromě vlastních frekvencí, popř. vlastních tvarů kmitů, je možné vyhodnocením experimentu stanovit také charakter tlumení dané struktury. Součinitel poměrného tlumení nabývá u ocelových konstrukcí obvykle hodnot $0,001 \div 0,005$. [34] V praxi bývá často vyjádřen pomocí procentuální míry a u vysoce tuhých sestav, mezi které můžeme zařadit i vyšetřovanou experimentální převodovku, dosahuje velikosti kolem 0,5 %. Součinitel poměrného tlumení ξ_i se stanoví pro každý i -tý mód kmitání zvlášť, tzv. metodou modální šířky pásma, a je dle [34] počítán jako

$$\xi_i = \frac{\Delta f_i}{2f_i}, \quad (5.6)$$

kde Δf_i je rozdíl horní a spodní prahové frekvence pásma, v němž klesne funkční hodnota přenosové funkce na $\frac{1}{\sqrt{2}}$ násobek hodnoty maximální a f_i je frekvence rezonance. Je-li svislá osa přenosové funkce vyjádřena v decibelech, je tento pokles roven snížení hodnoty maxima o 3 dB, viz Obr. 5.9.



Obr. 5.9 Stanovení poměrného tlumení

Výsledky uvedené v Tab. 5.10 zahrnují prvních 7 nenulových módů kmitání skříně získaných z experimentu a jejich poměrné tlumení určené dle metody modální šířky pásma. Tyto hodnoty slouží jako vstupní parametry pro harmonickou analýzu.

Naměřené hodnoty poměrného tlumení ξ_i v závislosti na pozici a módu kmitání [%]							
Měřený Bod	Mód 1 852 Hz	Mód 2 902 Hz	Mód 3 1034 Hz	Mód 4 1064 Hz	Mód 5 1266 Hz	Mód 6 1332 Hz	Mód 7 1864 Hz
100	0,302	0,323	0,305	0,294	0,381	0,385	0,478
103	0,318	0,321	0,313	0,292	0,393	0,381	0,364
104	0,367	0,315	0,388	0,302	0,356	0,374	0,433
107	0,448	0,307	0,584	-	0,363	0,383	0,446
108	0,374	0,305	0,320	0,324	-	0,377	0,416
111	0,324	0,313	0,303	0,313	0,386	0,375	0,430
112	0,328	0,312	0,303	0,315	0,377	0,376	0,420

Tab. 5.10 Tlumení odvozené z experimentu 3 mm víka, pozice měřených bodů jsou uvedené v kapitole harmonické analýzy

5.4 HARMONICKÁ ANALÝZA

Harmonická analýza se oproti modální liší v pojetí Lagrangeovy pohybové rovnice. Volné netlumené kmitání charakteristické pro modální analýzu je pro harmonickou analýzu nahrazeno vynuceným tlumeným kmitáním, jehož matematický zápis je ve tvaru

$$M\ddot{q} + B\dot{q} + Kq = F. \quad (5.7)$$

Harmonickou analýzou se myslí vyšetřování ustálených odezev na buzení ve formě harmonických signálů. Pohybová rovnice obsahuje všechny členy a její řešení probíhá primárně ve frekvenční doméně. Na základě znalostí získaných při výkonu modální analýzy je tomuto přístupu podrobena konstrukční varianta skříně s víkem o tloušťce 3 mm a to hlavně z důvodu možného vybuzení více vlastních tvarů kmitů víka ve frekvenčním rozsahu do 2000 Hz.

5.4.1 VÝPOČTOVÁ HARMONICKÁ ANALÝZA

Výpočtová část harmonické analýzy je provedena v MKP softwaru ANSYS, kde je užito modelu převodové skříně s tenkým víkem. Budicí síla je definována ve stejném místě, kde je dle experimentu připojen modální budič, především za účelem porovnatelnosti výsledků. Na reálnou velikost amplitudy má významný vliv adekvátní velikost tlumení struktury, které je převzato z měření modálních vlastností z předešlé kapitoly.

V části popisující modální analýzu byl výpočtový postup stanoven na základě volného netlumeného kmitání. V případě zahrnutí tlumení struktury do výpočtového modelu výsledné vlastní frekvence v porovnání s netlumeným stavem poklesnou. Nicméně tento pokles v běžném frekvenčním spektru řešení vibrací a hluku do 3 kHz není natolik významný, aby mohl přesáhnout např. nejistotu měření modálních vlastností. Výraznější vliv na přesnost výsledků má definice materiálových vlastností. U sledování odezev na harmonické buzení i malá změna poměrného součinitele tlumení může znamenat velký rozdíl ve velikosti výsledných amplitud. Tabulkové hodnoty poměrného součinitele tlumení u kovů a jejich slitin se nachází v rozmezí 0,05 ÷ 5 %. [7]

Obecně lze tlumení rozdělit z hlediska matematického popisu na několik druhů: Coulombovo tlumení, viskózní tlumení, hysterezní tlumení, proporcionální tlumení a tlumení zadané poměrným součinitelem. U harmonické analýzy je klíčovým aspektem vhodný přístup ke stanovení koeficientů tlumení, a proto je následující část popsána poněkud podrobněji.

5.4.2 PARAMETRY TLUMENÍ MATERIÁLŮ

Pro správné nadefinování tlumení v softwaru ANSYS je funkce definující tlumení \mathbf{B} dána vztahem

$$\mathbf{B} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} + \sum_{j=1}^{N_{mat}} \beta_j \mathbf{K}_j + \beta_c \mathbf{K} + \mathbf{B}_\xi + \sum_{k=1}^{N_{ele}} \mathbf{B}_k, \quad (5.8)$$

kde jednotlivé členy v rovnici zohledňují příspěvky všech podporovaných způsobů zápisu tlumení. Zadat útlum pomocí několika oddělených členů prakticky při simulaci není možné, protože většinou se vztahují k rozdílným typům úloh nebo jejich řešení, případně pouze k některým typům prvků. Koeficienty α a β v prvních dvou členech náleží definici proporcionálního (Rayleigho) tlumení popsaného níže. Součinitelé β_j a β_c u třetího a čtvrtého členu označují zápis materiálově závislého tlumení vzhledem k typu řešené analýzy a odvíjí se od konstantního tlumení. \mathbf{B}_ξ je matice tlumení daná poměrným součinitelem tlumení pro každý mód zvlášť a \mathbf{B}_k značí elementární matici tlumení zahrnující viskózní charakter tlumení pro některé speciální typy prvků.

V technické praxi se převážně používá dvou definic tlumení, pomocí nichž je možné rozlišit dvě varianty výpočtů. Jedná se o metodu plnou s tlumením zadaným dle Rayleigho koeficientů nebo metodu modální superpozice, kde se tlumení určuje konstantním poměrným součinitelem ke každému módu kmitání zvlášť.

Tlumení zadané poměrným součinitelem tlumení je nejjednodušší definice útlumu, která je vyjádřena z poměru konstanty tlumení struktury b_ξ k tzv. kritickému tlumení b_{krit} , a je definováno dle [34] jako:

$$b_\xi = \xi \cdot b_{krit} = \xi \cdot \sqrt{4km}. \quad (5.9)$$

Z hlediska fyzikální interpretace na jednoduché soustavě o jednom stupni volnosti se jedná o takové tlumení, kdy se po vychýlení z rovnovážné polohy systém vrací do rovnováhy nejrychlejším možným způsobem a zároveň nedochází k oscilacím, tj. nejedná se o periodický pohyb. Platí, že vlastní frekvence kriticky tlumeného kmitání je rovna nule.

Proporcionální tlumení je také jedním z častých zápisů útlumu struktur a je definováno jako lineární kombinace matic hmotnosti a tuhostí dle [34] následujícím vztahem

$$\mathbf{B} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}, \quad (5.10)$$

kde koeficient α reprezentuje útlum úměrný rychlosti posunutí a koeficient β je úměrný rychlosti deformace.

Obě konstanty lze získat na základě znalosti dvou vlastních frekvencí a jim odpovídajícího poměrného útlumu v oblasti řešeného frekvenčního spektra. V tomto případě je možné dojít postupnými úpravami na soustavu dvou algebraických rovnic o dvou neznámých

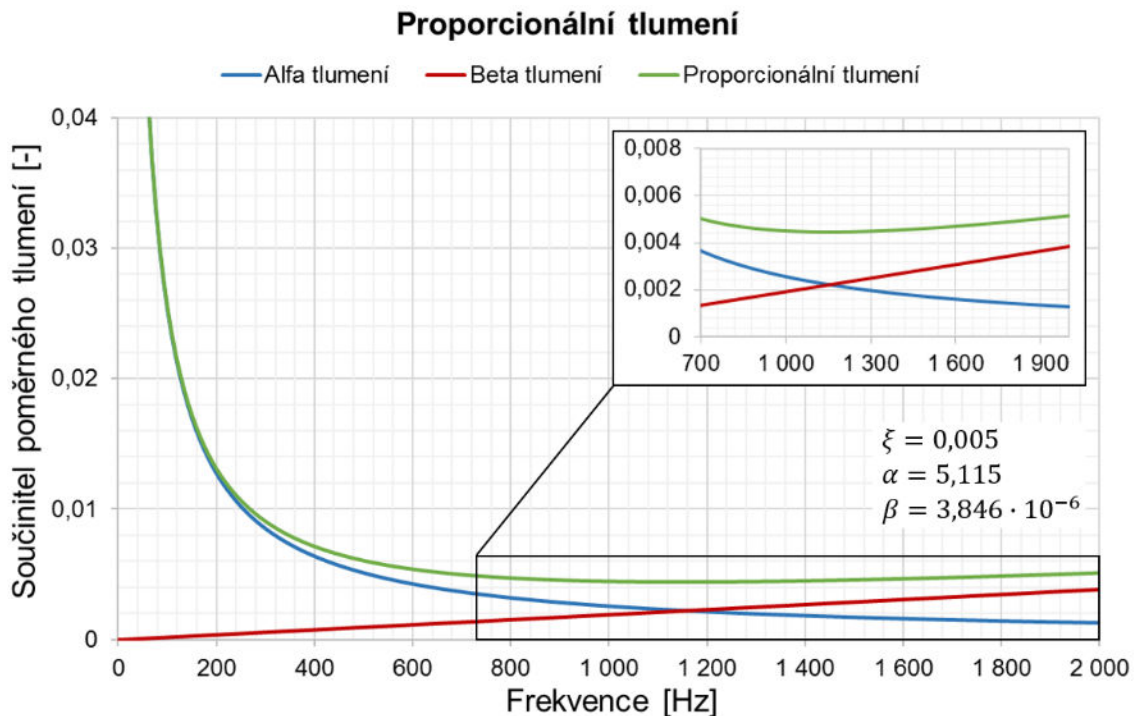
$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\Omega_1} & \Omega_1 \\ \frac{1}{\Omega_2} & \Omega_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\xi_1 \\ 2\xi_2 \end{bmatrix}, \quad (5.11)$$

kde Ω_1 a Ω_2 jsou předem vypočtené nebo experimentálně stanovené vlastní frekvence daného systému a hodnoty ξ_1 a ξ_2 jsou požadované hodnoty poměrného tlumení struktury.

Předchozí výpočet koeficientů Rayleigha tlumení spolehlivě funguje pro jednodušší případy, kdy je dominantní jedna (druhá z nich se položí rovna 0) nebo dvě vlastní frekvence a cílem je stanovit odezvy v jejich frekvenčním rozmezí. Nebo naopak je vlastních frekvencí více, ale s podobným (téměř konstantním nebo lineárně rostoucím) poměrným součinitelem tlumení, kdy je výpočet také vhodný. Běžně ovšem může nastat i situace, kdy existuje několik vlastních frekvencí ve zkoumaném frekvenčním spektru a zároveň se jejich součinitel ξ mění relativně náhodně. Zde pak již musí být aplikováno průměrování hodnot jednotlivých vypočtených součinitelů α a β .

U běžných ocelových dílů bývá poměrný útlum velice nízký, cca do 0,5 %, a u součástí z litin pak v rozmezí 0,5÷2 % za předpokladu, že je uvažováno pouze materiálové tlumení. Svoji úlohu hraje i způsob spojování součástí, resp. konstrukce celé sestavy, což do jisté míry zohledňují koeficienty proporcionálního tlumení. Koeficient α (zahrnuje právě tzv. konstrukční tlumení) nabývá hodnot v intervalu 0÷10 a koeficient β (zahrnuje tzv. materiálové tlumení) pak 0÷10⁻⁴ [34].

Při určování Rayleigha koeficientů metodou znalosti dvou vlastních frekvencí a odpovídajících poměrných útlumů výsledné tlumení nabývá žádoucích hodnot pouze v určitém úzkém frekvenčním pásu a celkově zbylý průběh funkce nelze příliš ovlivnit. Vše souvisí s konkrétním zadáním frekvenčních mezí a poměrných součinitelů tlumení. Příkladem může být ukázka výpočtu pro uvažovanou experimentální převodovku. Pokud by se vycházelo z rámcových hodnot frekvencí od cca 700 Hz do 2000 Hz, stanovených na základě modální analýzy, a uvažoval se poměrný součinitel tlumení 0,005, pak má výsledná funkce Raigleyho tlumení průběh, který je zobrazený na Obr. 5.10.



Obr. 5.10 Proporcionální tlumení pro koeficient poměrného tlumení $\xi=0,005$

Z průběhu výsledné funkce je zřejmé, že v případě, kdy je požadována její konstantní hodnota útlumu přes zvolené frekvenční pásmo, je výsledek významně ovlivněn hyperbolickým průběhem funkce *Alfa tlumení* a předepsaná hodnota tlumení je pak dosažena pouze přibližně. V případě neuvažování koeficientu α to znamená, že bude užita pouze lineární složka funkce. Nastává tak situace, kdy jsou obrazně zanedbány konstrukční vlivy na tlumení. Pro příklad uvedený výše to znamená pouze malé zvýšení hodnoty β z $3,846 \cdot 10^{-6}$ na $5,263 \cdot 10^{-6}$.

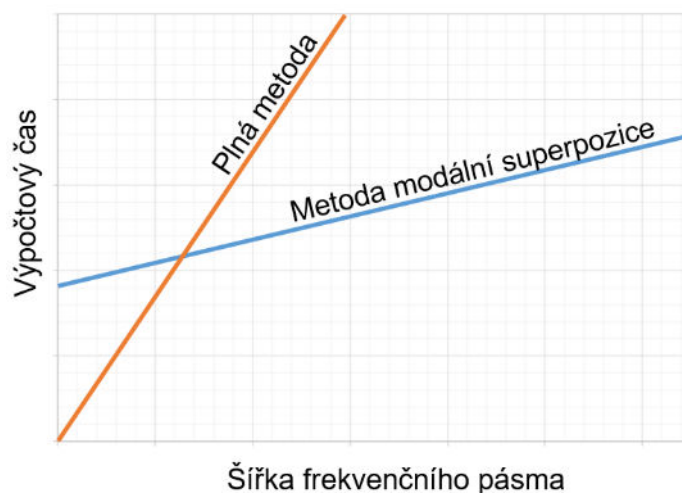
Na rozdíl od proporcionálního tlumení lze pomocí definice tlumení poměrným součinitelem popsat každý jednotlivý mód kmitání odlišně. Navíc poměrnými součiniteli je možné získat průběh proměnné funkce tlumení pro jednotlivá rezonanční pásma (v závislosti na frekvenci), jež je velmi blízký realitě. Na základě nejen tohoto důvodu je pro harmonickou analýzu zvolena metoda modální superpozice, která zmíněnou definici tlumení podporuje.

Použitý výpočet metodou modální superpozice principiálně vychází z výsledků modální analýzy, kdy je výsledné kmitání dáno superpozicí vlastních tvarů kmitů v průběhu zkoumaného frekvenčního spektra. Velkou měrou záleží na místě, kde je aplikována budící síla. Pokud je budící síla aplikována do uzlového bodu, tak je její přínos výrazně nižší, než kdyby se nacházela v kmitně některého z vlastních tvarů. U experimentální převodovky však bylo nutné vycházet z již existujících konstrukčních prvků umožňujících napojení modálního budiče. Svýhodou tak bylo užito závitové díry M6, umístěné na bočnici převodovky, sloužící pro dotažení ložiskového víka ze strany vstupu do převodovky, viz Obr. 5.11.



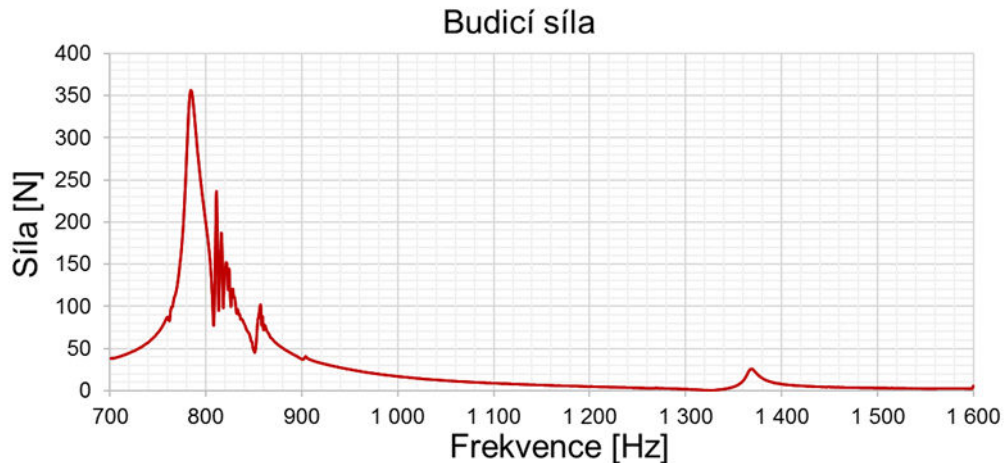
Obr. 5.11 Ukázka připojení modálního budiče na skříň přes šroubový spoj jednoho z více ložisek, zároveň je zobrazeno umístění siloměru v měřícím řetězci

Díky menší časové náročnosti metody modální superpozice je možné řešit velké frekvenční rozpětí. V případě metody plné je výpočet řešen krok za krokem pro každou frekvenci zvlášť. Uvažujeme-li rozmezí od 700 do 1600 Hz s krokem 1 Hz, je nutné provést 900 separátních řešení, kdy výpočtový čas každého z nich pro skříň experimentální převodovky je přibližně 100 s. Harmonická úloha převodové skříň řešená pomocí plné metody je časově velmi náročná. V případě modální superpozice je třeba úvodem vynaložit část výpočetního času na provedení modální analýzy, ale následné stanovení odezev pro jednotlivé frekvence je řádově rychlejší. Závislost výpočtových časů na počtu řešených frekvencí je principiálně zobrazena na Obr. 5.12. Prezentované srovnání je však do jisté míry ovlivněno požadovaným druhem výstupů ze simulace. Plnou metodou lze získat finální výsledky v podobě komplexního rozložení normálových rychlostí po celé skříni převodovky. Stejnou formu výsledků pomocí metody modální superpozice lze získat pomocí dodatečné funkce expansion pass, která je časově náročnější. Nicméně pro potřeby stanovení rychlostí v několika měřených bodech tuto proceduru není nezbytně nutné řešit.



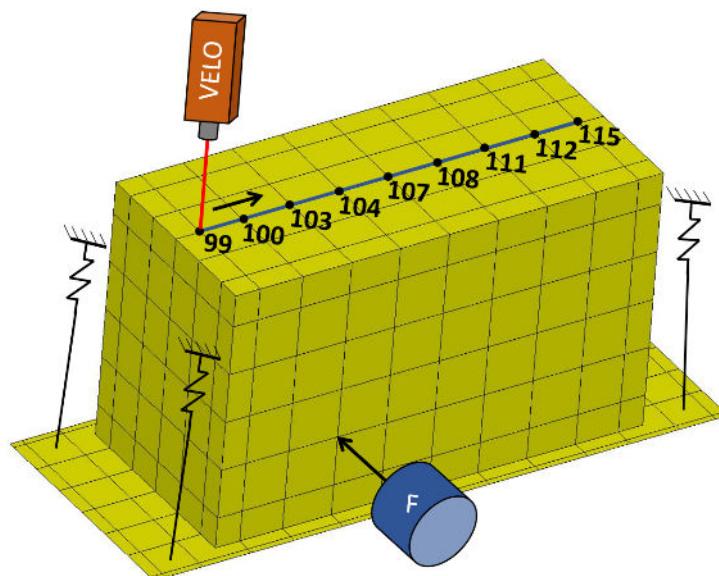
Obr. 5.12 Poměr výpočtových časů metod pro řešení harmonické analýzy

Pro vzájemné porovnání výsledků numerické simulace a experimentu je nezbytné mít na vstupu převodovky stejný charakter buzení. Zde je limitujícím prvkem použití modálního budiče, který je sice schopen pracovat ve frekvenčním pásmu 0 až 3 kHz, avšak není možné dosáhnout v tomto rozmezí stejné amplitudy, od níž se budicí reakční síla na skříni převodovky odvíjí. Z tohoto důvodu je v průběhu technického experimentu závislost budicí síly na frekvenci měřena a následně užita jakožto vstupní údaj pro harmonické buzení při simulaci v softwaru ANSYS, viz Obr. 5.13.



Obr. 5.13 Amplitudofrekvenční charakteristika harmonického buzení vstupující do simulace

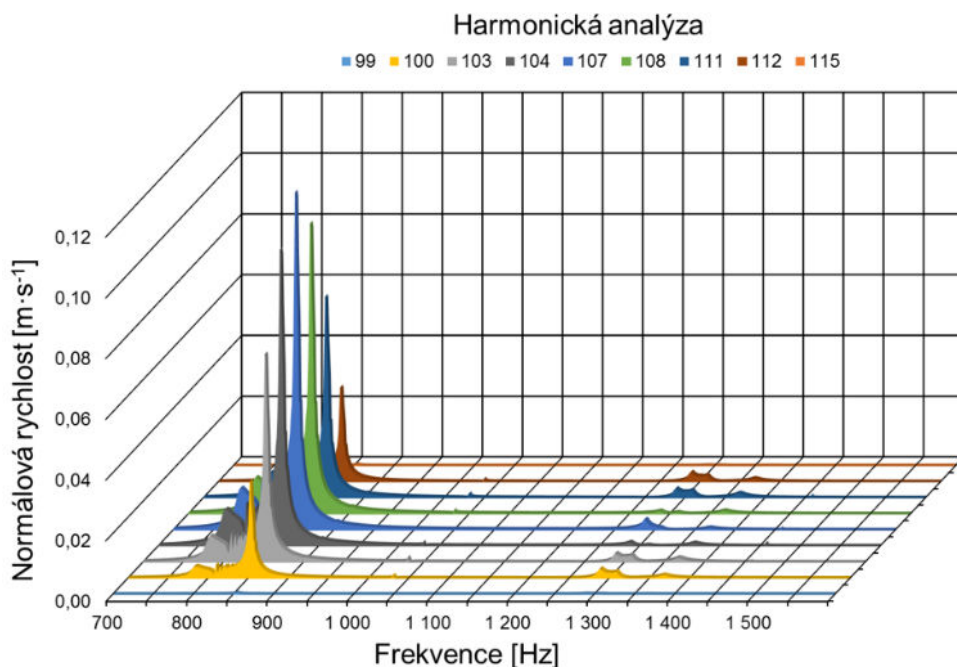
Je patrné, že průběh síly je značně proměnlivý. Od frekvence 1000 Hz pak amplituda síly postupně klesá až k jednotkám Newtonů. Nicméně i pomocí takto nízké amplitudy je možné vybudit dobře rozlišitelnou odezvu.



Obr. 5.14 Umístění a značení bodů na povrchu víka převodové skříně

S tímto buzením a tlumením, stanoveným na základě modální analýzy, viz Tab. 5.10, je pak harmonickou analýzou vypočtena odezva v podobě normálové rychlosti povrchu v několika předurčených bodech víka experimentální převodovky. Tyto body jsou zvoleny po linii osy symetrie víka v podélném směru a pokrývají tak všechny významné tvary kmitání, které na víku mohou dle modální analýzy nastat. Schéma značení bodů pro

snímání odezvy, místa buzení a dalších okrajových podmínek je znázorněno na Obr. 5.14. Výsledné průběhy normálových rychlostí jsou dále porovnány s technickým experimentem. Výstup ze simulace harmonické odezvy na předdefinované buzení je zobrazen na Obr. 5.15, kde je zřetelný rozdíl v průbězích mezi jednotlivými body při kmitání první vlastní frekvencí skříně. Tento rozdíl je daný na jednu stranu nárůstem amplitudy buzení, ale hlavně výrazně větší rezonanční odezvou systému.

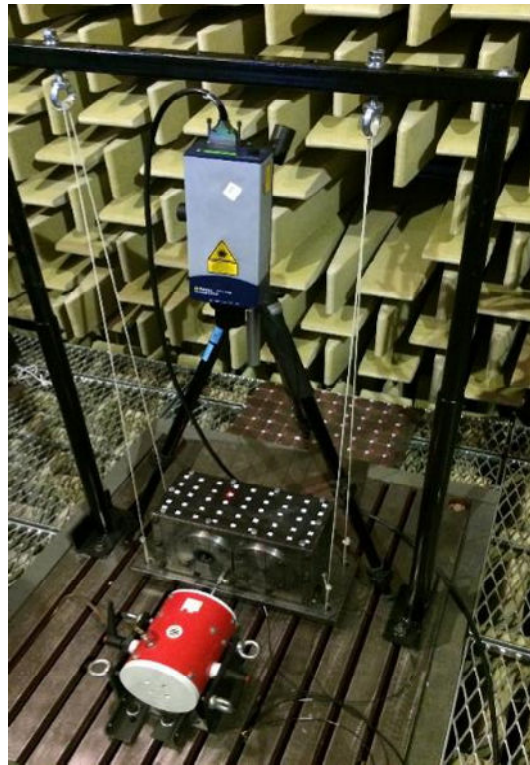


Obr. 5.15 Výsledky simulace harmonické analýzy reprezentující technický experiment

5.4.3 EXPERIMENTÁLNÍ HARMONICKÁ ANALÝZA

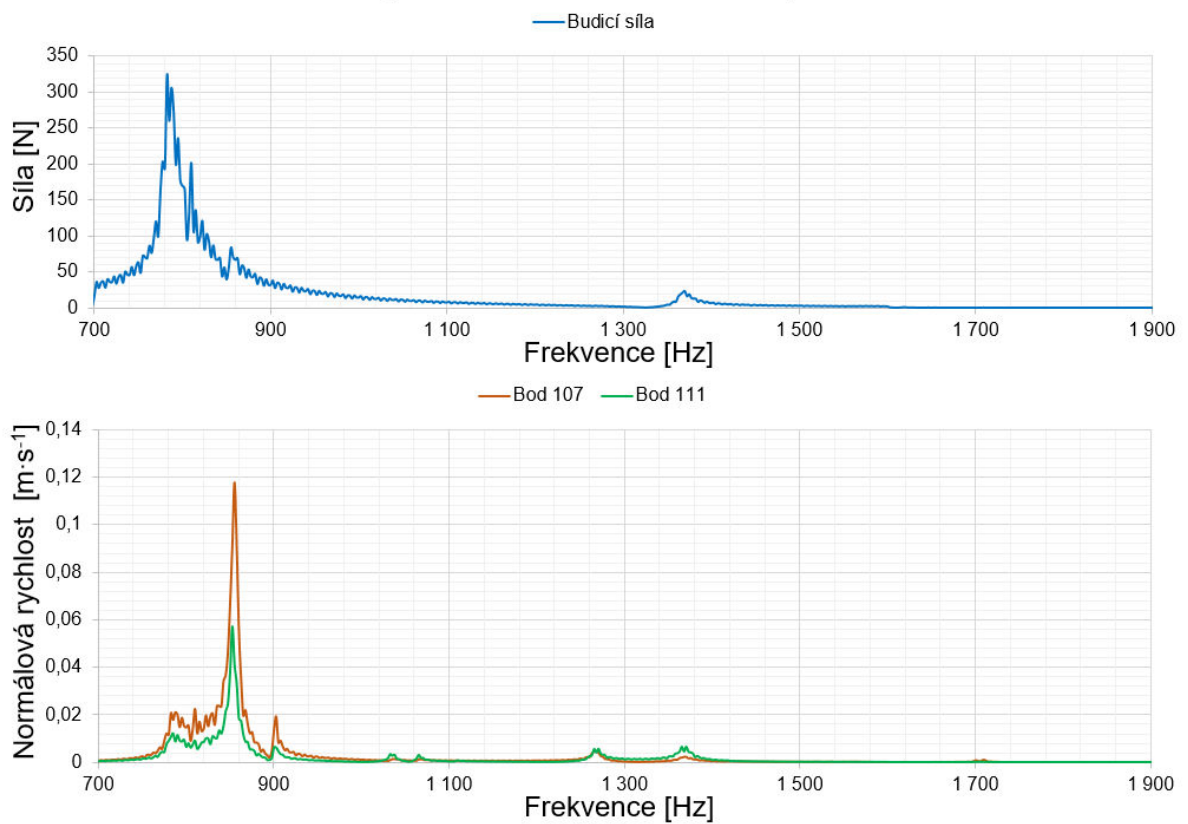
Jak již bylo zmíněno, uspořádání experimentu pro stanovení harmonické odezvy skříně převodovky je do značné míry shodné s měřicím řetězcem u modální analýzy. Rozdílný přístup je aplikován pouze na vyhodnocení výstupních signálů, jež reprezentují normálovou rychlost povrchu tělesa. Z důvodu přesnosti a možného ovlivnění výsledku přeladěním struktury je pro měření tenkého víka užito laserového vibrometru. Sestavení měřicího řetězce lze vidět na Obr. 5.16.

Frekvenční rozsah experimentální harmonické analýzy je z důvodu snižování amplitudy budící síly s rostoucí frekvencí omezen na 1600 Hz. Obr. 5.17 znázorňuje průběh vstupní budící síly i normálové rychlosti v bodech 107 a 111, jež jsou charakteristické maximální amplitudou odezvy při prvním a druhém vlastním tvaru kmitání víky skříně převodovky. Z průběhu síly je rozpoznatelná rezonance sestavy modálního budiče v oblasti okolo 800 Hz, která se projevuje i na výsledné normálové rychlosti povrchu víka. Vezmou-li se v úvahu extrémní výchylky dosahující až hranice téměř 400 N při 780 Hz, tak se patřičná odezva projevuje relativně nevýznamně – maximálně 25 mm·s⁻¹. Zatímco u výkmitu síly při 850 Hz (první vlastní frekvence víka skříně), kde amplituda dosahuje maximálně 100 N, dochází k nárůstu amplitudy rychlosti až na 120 mm·s⁻¹.



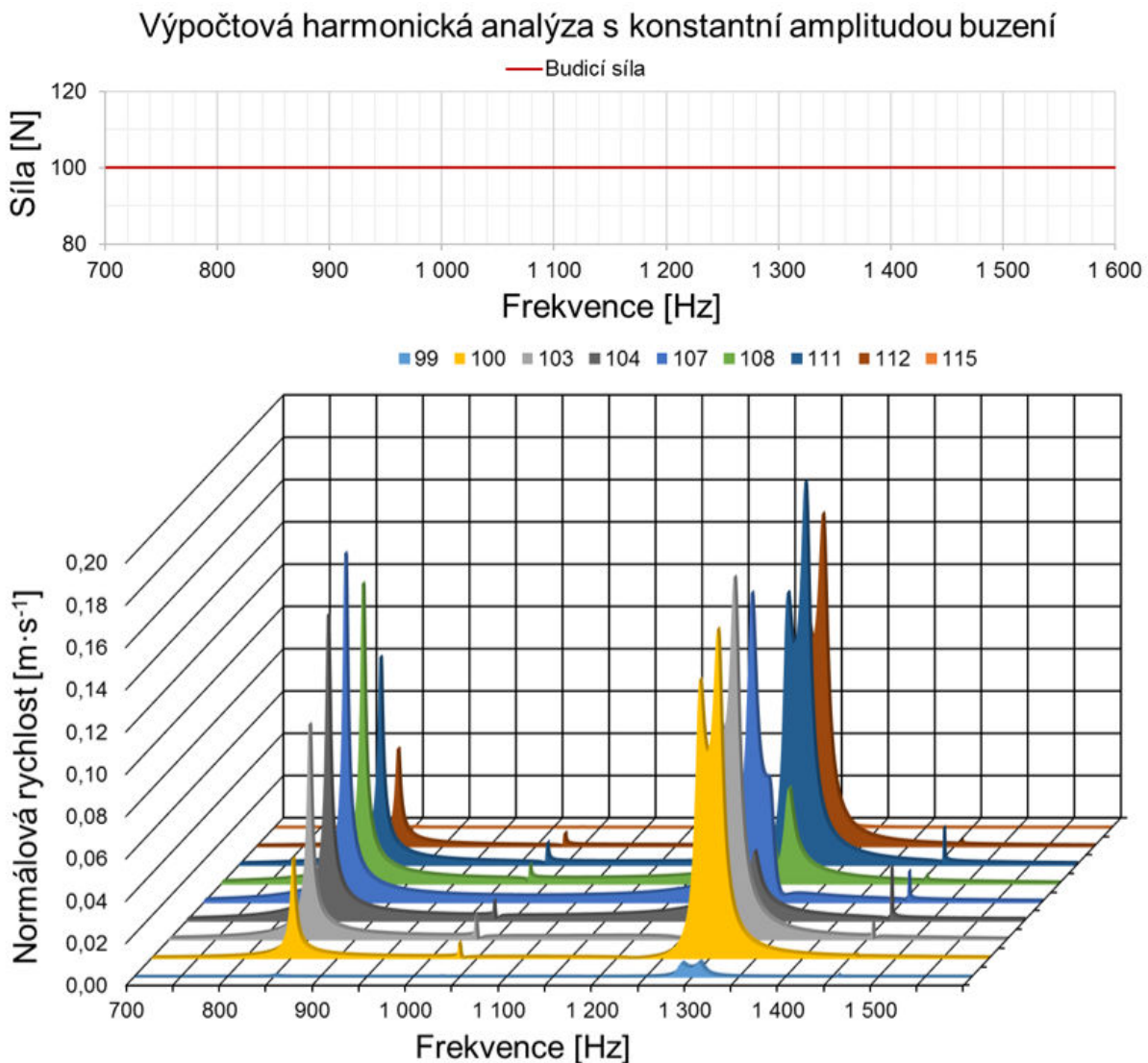
Obr. 5.16 Sestavení měřicího řetězce pro harmonickou analýzu

Experimentální harmonická analýza



Obr. 5.17 Průběh budicí síly a odezvy v podobě normálové rychlosti povrchu víka skříně v bodě 107 a 111

V případě uvažování konstantní budicí síly například 100 N, jejíž užití je běžné u porovnávacích analýz několika konstrukčních variant modelů, jsou rozdíly mezi jednotlivými rezonančními stavy diametrálně odlišné od prezentovaných výsledků. Ukázka simulace s takto definovaným buzením je uvedena na Obr. 5.18. Z důvodu fyzikálních vlastností modálního budiče nelze zajistit takto konstantní amplitudu síly v daném frekvenčním rozsahu, proto jsou výsledky této simulace pouze doplňující. Ukazuje se, že i další rezonanční stavy mají svůj dominantní význam a mnohdy rychlostní odezvou vysoce převyšují první vlastní tvar při 850 Hz.



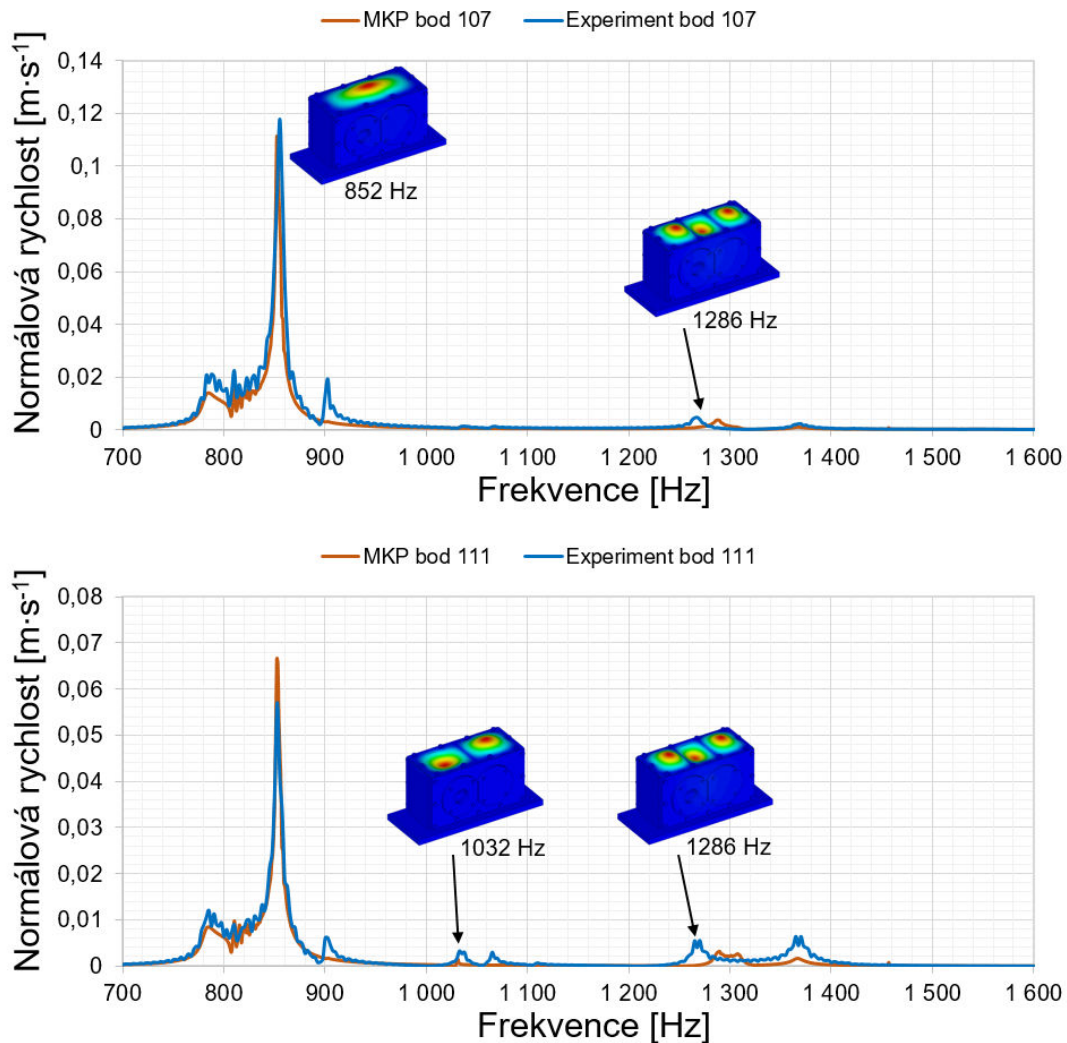
Obr. 5.18 Příklad aplikace konstantní amplitudy budicí síly v celém frekvenčním rozsahu a výsledné rychlosti povrchu víka skříně

5.4.4 HARMONICKÁ ANALÝZA - SHRUTÍ

Uvedené výsledky z modální a harmonické analýzy jsou nezbytné pro stanovení, resp. předpověď, vibračního projevu skříně experimentální převodovky. Modální vlastnosti lze dále uplatnit především pro popis pružných těles v MBS a redukovanych v MKP pomocí metody Craig-Bampton. Pomocí harmonické analýzy lze přesněji stanovit chování (odezvu) struktury na přesně definovaný charakter buzení, což umožňuje přesnější kvantifikaci rozdílů mezi jednotlivými konstrukčními variantami. Výsledným souhrnem modální i harmonické analýzy je potvrzení cíle konstrukčního návrhu, kde je kritickým

místem z hlediska vibrací a následného hluku horní víko převodovky. Z tohoto důvodu bude další úroveň výpočtového modelu posuzována především na tomto komponentu. Dokladem může být nejvyšší velikost normálové rychlosti povrchu v geometrickém středu, která překračuje velikost $100 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$, což v praxi znamená výrazně vysokou amplitudu odezvy za relativně malé budící síly.

Porovnání výsledků simulace a technického experimentu harmonické analýzy je pro bod 107 a 111 uvedeno na Obr. 5.19. Tyto body se nachází v místě s maximální amplitudou výchylky při kmitání prvními třemi vlastními tvary víka.



Obr. 5.19 Porovnání výsledků výpočtové a experimentální harmonické analýzy pro bod 107 a 111

5.5 ZKUŠEBNÍ STAV S REÁLNÝM CHARAKTEREM ZATĚŽOVÁNÍ

V kapitole věnující se modální a harmonické analýze je rozebrán a posouzen vliv jednotlivých metod na výsledky jak z hlediska výpočtového modelování, tak i z hlediska realizace technického experimentu na skříni převodovky. Tato komponenta má z hlediska modálních vlastností významný vliv na kvalitu záběru ozubení a od něj se odvíjející vibrační a hlukový projev. Skříň sama o sobě nepůsobí jako zdroj buzení, v řetězci přenosových cest plní funkci přenosového členu či záříče. Vždy tedy záleží na charakteru buzení tohoto komponentu, tedy na působišti, amplitudě a frekvenci budících sil.

V kapitole harmonické analýzy je uveden zjednodušený příklad aplikace buzení od axiální síly záběru ozubení, jejíž reakce je zachycena v ložiskách. Modální budič je tedy připojen na skříň v místě blízkém ložisku, jak je znázorněno na Obr. 5.16. Průběh zatěžovací síly v tomto případě reprezentuje harmonický signál funkce sinus.

Při reálných provozních podmínkách však charakter zatěžování (buzení) skříňně převodovky nabývá mnohem komplexnější podoby a to jak počtem budících sil, tak i jejich průběhem a výslednicí. Zahrnutí těchto aspektů vyžaduje užití výpočtového či experimentálního modelu, který zohledňuje vzájemnou interakci všech součástí. Převodová skříň je takto doplněna o komponenty ložisek, hřídelů a ozubených kol. Okrajové podmínky jsou zde dány připojením elektromotoru a dynamometru. Následující kapitoly se budou zabývat právě tímto komplexním přístupem a to jak po stránce výpočtové, tak i experimentální.

5.5.1 VÝPOČTOVÝ PŘÍSTUP – MBS

Pro výpočtové modelování zkušebního stavu s reálným charakterem zatěžování je užito komerčního multi-body softwaru ADAMS, jež umožňuje simulaci rozsáhlých modelů v časové doméně.

Program vedle základních funkcí, podporujících univerzální stavbu modelu, obsahuje rozšiřující moduly přímo určené pro konkrétní aplikaci. Příkladem může být v souvislosti s tematikou práce modul Gear, který již dle názvu cílí na propojení dvou hřídelů pomocí kinematických a dynamických vazeb co nejvíce reprezentujících ozubený převod. Tato práce však žádný z těchto modulů neužívá, důvodem je jejich uzavřenost, jež zamezuje modifikaci stávajících funkcí, a nemožnost přidání vlastních funkčních mechanismů.

Cílem následující části práce je vyvinout virtuální prototyp, který v sobě v maximální míře zohledňuje reálné chování strojní sestavy (převodovky).

Jak již bylo řečeno, existuje mnoho úrovní komplexity virtuálního prototypu, záleží vždy na zvážení funkce jednotlivých komponent a míry ovlivnění výstupních parametrů simulace. U méně významných dílů se předpokládá definice na základě jednoduše řešitelných tuhých těles a u zbylých částí se využívá princip superpozice jejich modálních vlastností získaných z řádově jednoduššího předešlého výpočtu v MKP softwaru ANSYS. Z tohoto důvodu jsou v dalším textu shrnuty poznatky týkající se metody modální redukce klíčových komponent na pružná tělesa a dále rozebrány jednotlivé konstrukční skupiny experimentální převodovky, a to z hlediska funkčního principu, způsobu výpočtového modelování i vlivu na ostatní komponenty.

5.5.2 MODÁLNÍ REDUKCE PRUŽNÝCH TĚLES

Termínem modální redukce se rozumí úprava standartních MKP modelů obsahujících velké množství uzlů a tedy i stupňů volnosti do formy, kdy budou tyto modely vykazovat velmi podobné modální vlastnosti, resp. dynamické chování, a zároveň se sníží výpočtová náročnost při jejich řešení prostřednictvím MBS v časové doméně. Typickým příkladem komponentů, u nichž je vyžadováno zohlednění modálních vlastností při komplexních simulacích sestav, může být blok motoru nebo již zmíněná skříň převodovky. Principiálně je možné řešit zmíněné úlohy prostřednictvím MKP, ale výsledkem bude extrémně rozsáhlý výpočet o velkém množství kroků, jež vede do relace neúměrných výpočtových

časů, a proto se při výpočtu dynamiky v časové doméně používá přístup na základě řešení v MBS systémech.

Používaný princip modální redukce využívá relativně dlouho známou metodu Craig-Bampton (CB), jejíž provedení je zapracováno ve většině dostupných MKP softwarech. Zároveň také dostupné komerční MBS programy umožňují import těchto redukovaných těles. Zmíněná metoda nahrazuje u tělesa jeho skutečnou deformaci souborem aproximovaných posuvů získaných ze dvou variant okrajových podmínek, násobených speciální CB transformační maticí, viz rovnice (5.12) [35]

$$\{\mathbf{u}_A\} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_b \\ \mathbf{u}_L \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\Phi}_R & \boldsymbol{\Phi}_L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_b \\ \mathbf{q} \end{Bmatrix} = \boldsymbol{\Phi}_{CB} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_b \\ \mathbf{q} \end{Bmatrix}, \quad (5.12)$$

kde \mathbf{u}_A je původní vektor deformace, \mathbf{u}_b je vektor stupňů volnosti uzlů rozhraní (boundary DOFs), \mathbf{u}_L je vektor stupňů volnosti vnitřních uzlů (interior DOFs), \mathbf{q} značí vektor modálních stupňů volnosti (modal DOFs), \mathbf{I} je jednotková matice, $\boldsymbol{\Phi}_R$ je matice posuvů vnitřních uzlů při postupných jednotkových posuvech uzlů rozhraní a analogicky $\boldsymbol{\Phi}_L$ je matice posuvů vnitřních uzlů při kmitání módy u fixovaných uzlů rozhraní.

Po zakomponování výše uvedené aproximace do obecného tvaru pohybové rovnice a po provedení transformací matic hmotnosti a tuhosti může být výsledný vztah dle [35] definován jako

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{bb} & \mathbf{M}_{bq} \\ \mathbf{M}_{qb} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_b \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 2\boldsymbol{\zeta}\boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_b \\ \dot{\mathbf{q}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{bb} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\omega}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_b \\ \mathbf{q} \end{Bmatrix} = \{\mathbf{F}(t)\}, \quad (5.13)$$

kde $2\boldsymbol{\zeta}\boldsymbol{\omega}$ značí modální tlumení jako procento z kritického útlumu definovaného pomocí $\boldsymbol{\zeta}$. Pomocí indexů u matic hmotnosti a tuhosti se rozlišuje mezi vazebnými (b) a fixovanými normálními módy (q).

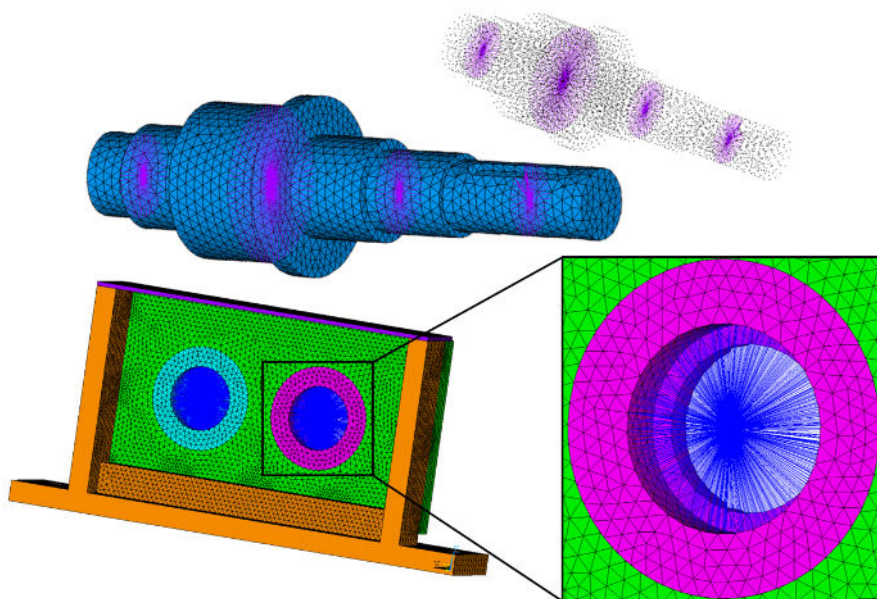
Základní myšlenkou a zároveň největší výhodou CB redukce je možnost skládání sestav jednotlivých dílčích částí, jejichž dynamické chování je popsáno nezávisle na sobě. Každému komponentu musí redukcí zůstat zachovány stupně volnosti na rozhraní, tj. v místech, kde se předpokládá spojení s ostatními částmi sestavy. Vnitřní dynamické chování je pak reprezentováno vlastními módy kmitání za předpokladu, že předchozí uzly rozhraní zůstanou zafixovány. Tento způsob definice je dobře použitelný, pokud je vnitřní dynamika jednotlivých částí značně složitější než v případě spojení celé sestavy.

Pro korektní provedení CB redukce je třeba znát frekvenční rozsah, v rámci kterého budou posuzovány MBS výsledky finální sestavy. Redukované těleso musí obsahovat vlastní tvary náležící zmíněnému rozsahu tak, aby nedošlo k vynechání některého důležitého módu kmitání. Obvykle se vzhledem ke všem potenciálním nejistotám frekvenční maximum požadovaného rozsahu navyšuje o cca 50 %.

S tím souvisí i nevýhoda CB redukce, kdy s rostoucí frekvencí a vyššími tvary obecně je shoda mezi původním a redukovaným modelem horší. Správně by se vždy mělo provést porovnání vlastních frekvencí obou modelů a rozdíl by neměl být větší než cca 5 % (u frekvencí v řádu jednotek kHz). Další aspekt, ovlivňující přesnost metody, spočívá v požadavku spojení jednotlivých součástí přes singulární uzel rozhraní, který by měl mít řádově vyšší tuhost než redukovaná struktura, resp. nemělo by dojít k jeho deformaci při

přenosu působících sil mezi komponenty sestavy. Takovéto lokální navýšení tuhosti může ovlivnit vnitřní dynamické vlastnosti redukované komponenty.

Obvykle při tvorbě redukováného MKP modelu, ať už se jedná o uzel rozhraní pro přímé spojení s dalším tělesem, nebo o spojení přes definovanou ložiskovou vazbu, bývá původní síť doplněna o elementy zajišťující jeho rovnoměrné navázání na zbytek funkční plochy MKP sítě modelu. Cílem je zlepšit tuhostní parametry rozhraní a zároveň příliš neovlivnit modální vlastnosti redukováného tělesa. Nejčastěji se v tomto smyslu objevují propojovací elementy v uspořádání spojující body na kružnici se středem u rotačně symetrických kontaktů. Příkladem mohou být funkční plochy hřídelů nebo ložiskových domků skříně převodovky, jak je ukázáno na Obr. 5.20.



Obr. 5.20 Připojovací rozhraní modálně redukováných těles

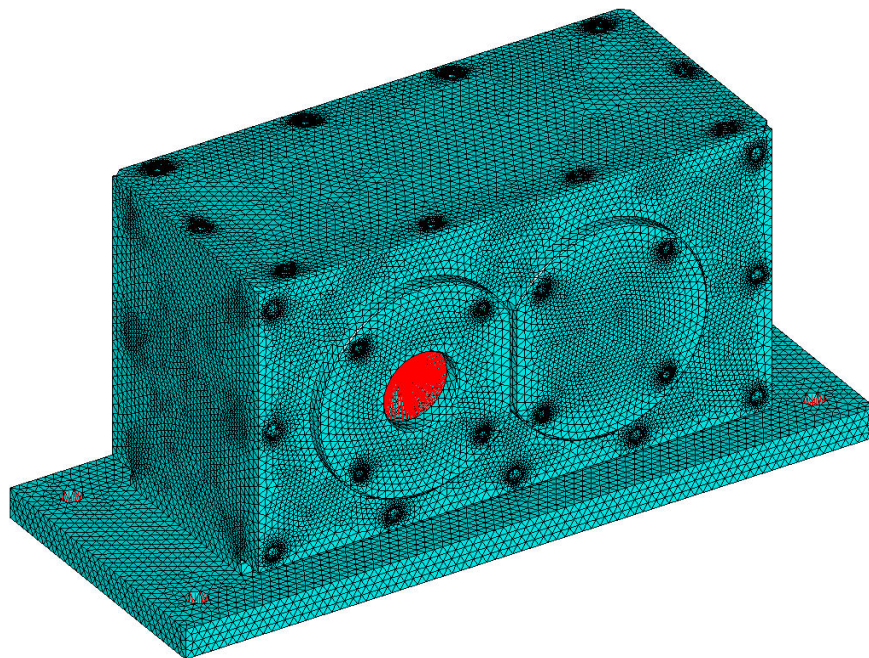
Redukce v MKP softwaru ANSYS probíhá na základě předprogramovaného skriptu ADAMS.mac. Primárně je podporován přenos dat mezi softwary ANSYS a ADAMS právě skrze soubory typu MNF. Procedura samotná v sobě zahrnuje několik typových MKP analýz, do nichž vstupuje model tak, jak je zvykem pro standartní modální analýzu (síť plus materiálové vlastnosti). V modelu je navíc nutné vybrat počet uzlů rozhraní sloužících pro budoucí spojení komponent v MBS, které jsou navázány na zbytek funkčních ploch struktury pomocí tuhých prutových elementů typu MPC184, jak je popsáno v předchozím odstavci.

Prvním krokem je vytvoření jednotných matic hmotnosti a tuhosti charakterizujících celý model v rámci substrukturální analýzy. Dochází ke sloučení všech elementů modelu do jednoho tzv. superelementu, jehož vlastnosti jsou zachyceny pomocí již zmíněných matic. Takto zjednodušený model vstupuje do dvou po sobě vykonaných modálních analýz zaměřených na těleso jako celek při aplikaci vnějších vazeb a na vnitřní chování tělesa při volném uložení. Následně jsou výsledky exportovány zpět na původní neredukovaný model a zapsány do jednotného formátu souboru MNF. Ten ve výsledku obsahuje modální souřadnice při uživatelem zadaném počtu vlastních frekvencí. Jak již bylo zmíněno, je nutné znát rozsah řešení a v jeho kontextu zvolit počet exportovaných módů. Detailní popis aplikace metody modální redukce na klíčové komponenty sestavy je uveden přímo v kapitole 5.5.3 a 5.5.5.

5.5.3 SKŘÍŇ PŘEVODOVKY

Jak již bylo naznačeno, tato součást představující nosný člen může výraznou měrou ovlivnit kvalitu záběru ozubení a to prostřednictvím parametru tuhosti v dominantních směrech působení výslednice reakčních sil. Bude-li tento parametr nedostatečně dimenzován na možné provozní stavy, může docházet k relativně velkým elastickým deformacím v místě ložisek, jež přímo souvisí s fenoménem chyby převodu. Tuhost zároveň přímo úměrně ovlivňuje velikost vlastních frekvencí součástí, jejichž průnik s budicí frekvencí za určitých provozních režimů může mít za následek lokální navýšení normálové rychlosti povrchu, často doprovázené akustickým projevem. Z těchto faktů vyplývá nezbytnost modelování skříně převodovky jako flexibilního tělesa. Úroveň vstupního MKP modelu byla zvolena na základě nabytých zkušeností z modální analýzy, kde se jako nejvíce přesný způsob (shodný s experimentem) jeví aplikace CP vazeb v předem definovaných místech kontaktních ploch odvozených od předpětí vyvozeného příslušnými šroubovými spoji. Následně jsou v geometrických středech funkčních ploch vytvořeny uzly rozhraní, jejichž propojení s příslušnými plochami je zajištěno pomocí prutových prvků, kdy vždy jeden uzel elementu náleží uzlu rozhraní a druhý je navázán na jeden z uzlů funkční plochy. Souhrnný styl uspořádání je vzhledem ke svému tvaru označován jako tzv. pavouk. V případě skříně převodovky jsou uzly rozhraní vytvořeny v místech ložisek a v místech děr pro fixaci skříně k rámu zkušebního stavu.

MKP výpočet vlastních frekvencí je vždy proveden dvakrát. Nejdříve s původním modelem bez prutové náhrady a poté s prutovou náhradou. V uvažovaném frekvenčním rozsahu by rozdíl ve výsledcích měl dosahovat hodnoty maximálně 5 %. S rostoucí frekvencí narůstá i velikost této uměle zanesené chyby, to z důvodu současného nárůstu složitosti vlastních tvarů. MKP model skříně s prutovými prvky je vyobrazen na Obr. 5.21. Souhrnné porovnání vlastních frekvencí v případě převodové skříně před a po redukci je zobrazeno v Tab. 5.11.



Obr. 5.21 MKP model skříně experimentální převodovky, doplněný o uzly rozhraní

MKP bez prutové náhrady		MKP s prutovou náhradou			MBS		
Mód	Frekvence [Hz]	Mód	Frekvence [Hz]	Rozdíl [%]	Mód	Frekvence [Hz]	Rozdíl [%]
1	852,2	1	852,4	0,0	1	852,4	0,0
2	1032,1	2	1032,2	0,0	2	1032,1	0,0
3	1286,4	3	1286,5	0,0	3	1286,4	0,0
4	1592,7	4	1614,6	-1,4	4	1635,4	-1,3
5	1798,2	5	1832,2	-1,9	5	1831,9	0,0
6	1832,1	6	1860,8	-1,6	6	1868,2	-0,4
7	1850,1	7	1886,4	-2,0	7	2105,5	-11,6
8	2061,6	8	2086,4	-1,2	8	2276,0	-9,1
9	2242,2	9	2254,4	-0,5	9	2309,7	-2,5
10	2309,7	10	2310,0	0,0	10	2430,3	-5,2
11	2381,8	11	2409,8	-1,2	11	2462,7	-2,2
12	2435,4	12	2437,0	-0,1	12	2472,2	-1,4
13	2462,7	13	2462,9	0,0	13	2780,7	-12,9
14	2683,8	14	2713,8	-1,1	14	2878,2	-6,1

Tab. 5.11 Srovnání vlastních frekvencí pro verifikaci modální redukce skříně

Ze srovnání vlastních frekvencí bez prutové náhrady a frekvencí s prutovou náhradou plyne u většiny modálních tvarů shoda s rozdílem nepřevyšujícím 2 %. Pouze frekvence některých tvarů po redukci je ve srovnání s výsledky z MKP více odlišná. Při vyhodnocování výsledků v MBS je dobré separátně ověřit tyto konkrétní módy a jejich příspěvek k celkovému vibračnímu chování ve frekvenčním spektru.

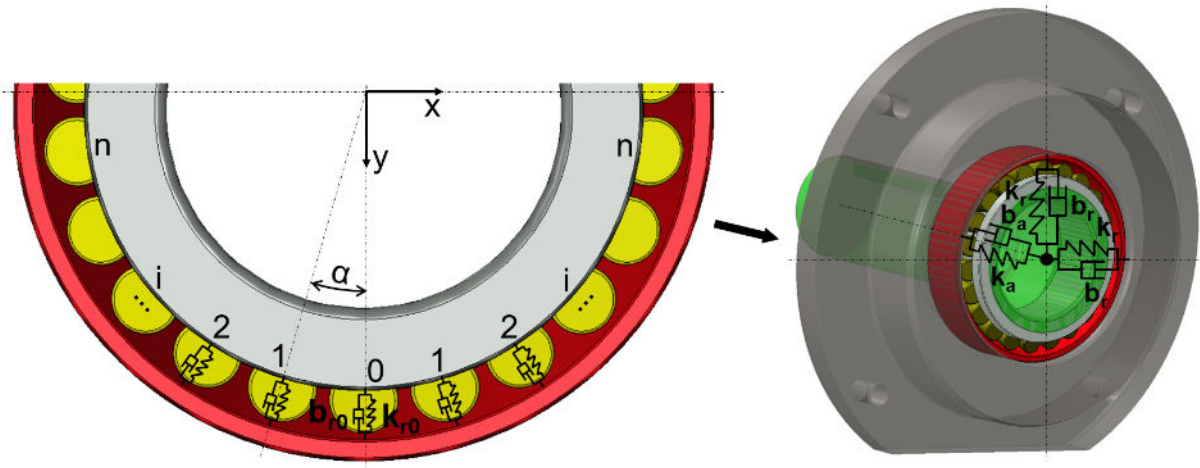
5.5.4 LOŽISKA

Spojení hřídelů a skříně převodovky je realizováno pomocí čtyř kuželíkových ložisek typu 32007 J2/Q, přičemž v axiálním směru je využito uložení s přesahem, jež zajišťuje předpětí hřídele a ve standardních provozních podmínkách nemožnost vzniku axiální vůle. Modelování těchto součástí je v MBS provedeno prostřednictvím paralelní kombinace lineární pružiny a tlumiče pro dva směry radiální a jeden axiální. Pro stanovení potřebných parametrů tuhosti je užito MKP výpočtu s reálnou geometrií. Díky rotační symetrii lze celý model zjednodušit na úlohu zahrnující výpočet jednoho valivého elementu a následně stanovit celkovou radiální tuhost dle vzorce

$$k_r = k_{r0} + \sum_{i=1}^n 2k_{r0} \cdot \cos(\alpha \cdot i), \quad (5.14)$$

kde k_{r0} je tuhost jednoho valivého elementu, α značí úhlovou rozteč mezi elementy a n je polovina počtu postranních valivých elementů namáhaných v provozním stavu na tlak. Schéma značení jednotlivých elementů a následná forma vstupů do MBS jsou znázorněny na Obr. 5.22. Reálná závislost radiální tuhosti na pootočení hřídele nemá konstantní průběh, závisí vždy na pozici valivého elementu vůči směru působení síly v ložisku.

Obecně má tuhost nejvyšší hodnotu v případě průniku směrové výslednice síly a středu valivého elementu. Velikost amplitudy této periodické funkce se odvíjí od počtu valivých elementů ložiska. V případě jejich vyššího počtu rozdíl střední hodnoty tuhosti a maxima nepřevyšuje 1% [4]. Z tohoto důvodu pro výše zmíněný typ ložisek s 22 elementy postačí zachování lineárního průběhu tuhosti dle vzorce (5.14).

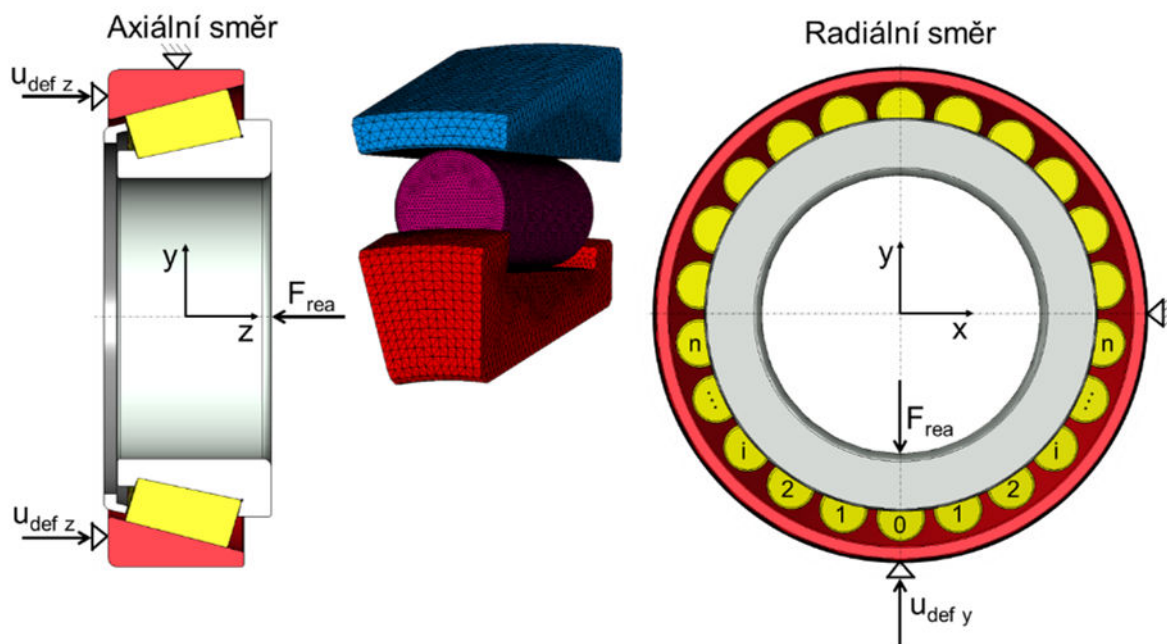


Obr. 5.22 Schéma diskretizace pro výpočet radiální tuhosti ložiska

Pro MKP výpočet radiální tuhosti je z 3D geometrie valivého ložiska vybrána rotačně symetrická část respektující požadavky diskretizace na jeden valivý element. U ložisek s některými typy elementů (kuličky, válečky) lze MKP model díky symetrii právě těchto elementů zjednodušit až na 2D úlohu. V tomto případě však úloha nabývá charakteru trojrozměrné kontaktní úlohy. Výsledná tuhost je stanovena jako podíl výsledné reakční síly F_{rea} a aplikovaného deformačního posuvu u_{def} .

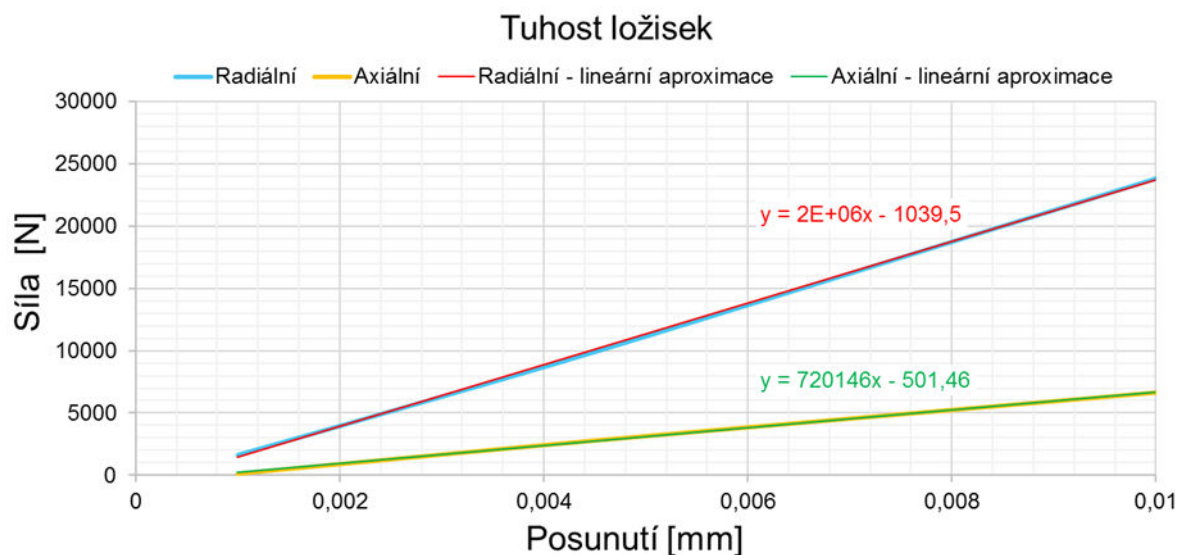
$$k = \frac{F_{rea}}{u_{def}}. \quad (5.15)$$

Tento přístup lze užít zároveň pro výpočet tuhosti ložiska v axiálním směru namáhání. Při tvorbě konečněprvkové sítě je zohledněn požadavek na dostatečné zjemnění v oblasti kontaktů zainteresovaných těles, jež je společně s okrajovými podmínkami znázorněno na Obr. 5.23.



Obr. 5.23 MKP model pro výpočet radiální tuhosti rotačně symetrické části s jedním valivým elementem

Radiální tuhost lze dle rovnice (5.15) z výsledků MKP prezentovat ve formě směrnice závislosti reakční síly na deformačním posuvu, která dle charakteru kontaktní úlohy nabývá nelineárního průběhu. Tato funkce je následně pro provozní rozsah hodnot zlinearizována z důvodu možného dosazení do (5.14). Průběhy výše zmíněných závislostí v radiálním i axiálním směru a jejich lineární aproximace lze vidět na Obr. 5.24.

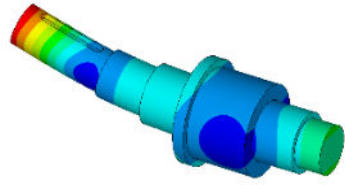
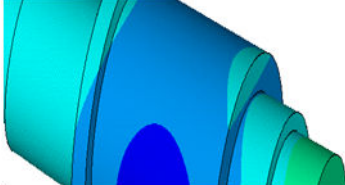
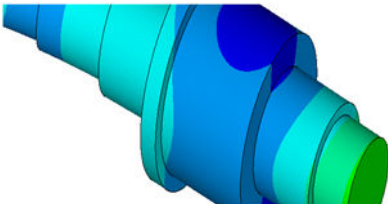
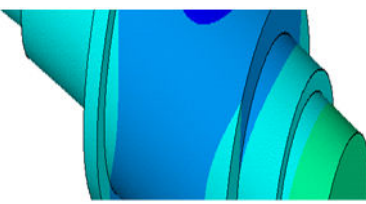
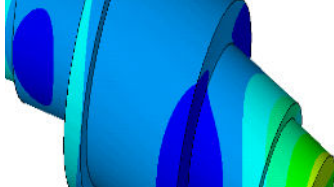
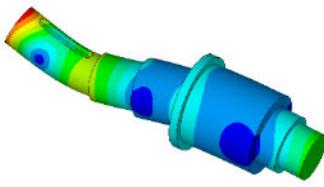


Obr. 5.24 Tuhost ložiska v radiálním a axiálním směru

5.5.5 HŘÍDELE

Obdobné požadavky jako na skříň převodovky jsou kladeny i na jednotlivé hřídele. Tyto komponenty mohou při nesprávném dimenzování ovlivnit chybu převodu buď v podobě velkých průhybů vlivem sil od ozubení, nebo prostřednictvím vlastní kmitání při kolizi s frekvencí buzení. Obecně lze očekávat díky kompaktním rozměrům vysokou tuhost a tomu odpovídající rozsah vlastních frekvencí.

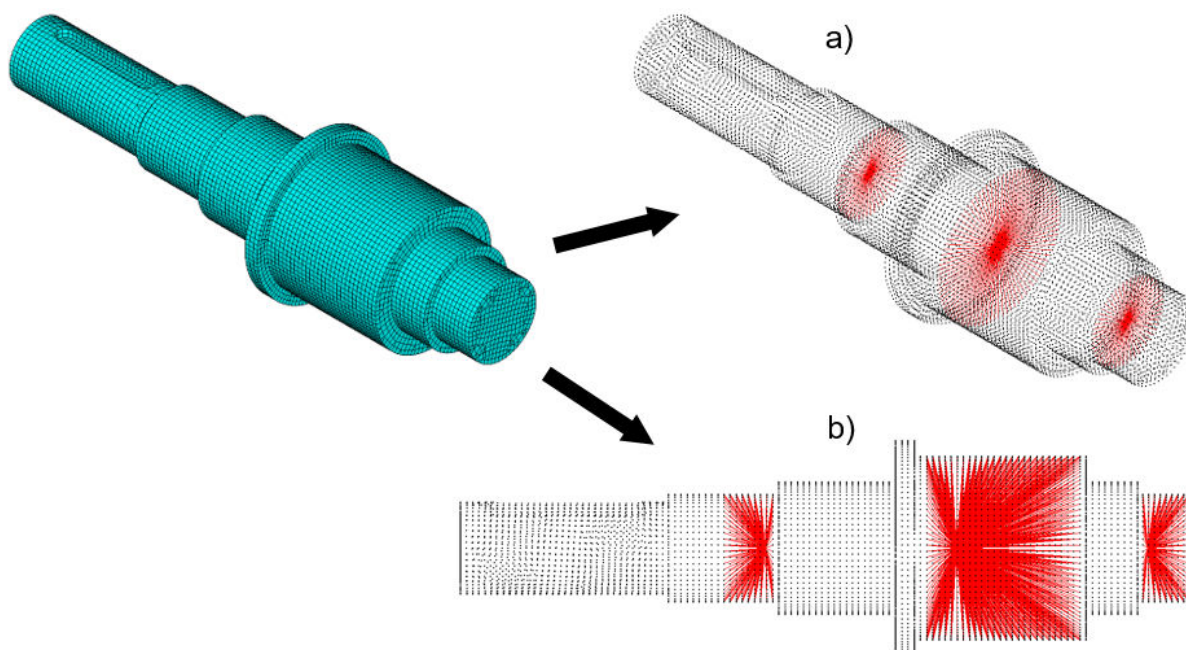
Hřídele jsou podrobeny numerickému výpočtu modální analýzy, přičemž tělesa nejsou nijak fixována. Z důvodu vysoké tuhosti jsou v Tab. 5.12 uvedeny pouze první 3 nenulové vlastní tvary, jež dostatečně pokrývají zkoumaný frekvenční rozsah.

Hřídel vstup		Hřídel výstup	
1	2989 Hz	1	3000 Hz
			
2	3012 Hz	2	3023 Hz
			
3	7730 Hz	3	7791 Hz
			

Tab. 5.12 Výpočtová modální analýza hřídelů experimentální převodovky

Výsledky numerické modální analýzy potvrzují očekávané hodnoty vlastních frekvencí. Po kontrole vlastních tvarů lze konstatovat, že vliv hřídelů na vibrace převodovky by neměl být na rozdíl od skříně natolik významný. Reálně je tedy možné očekávat vliv hřídelů na kmitání pouze při jejich první vlastní frekvenci, kdy se jedná o ohybový mód. Ten může být vybuzen vlivem radiální či tangenciální složky síly v záběru ozubení, popřípadě určitou formou nevyváhy, jež však z hlediska frekvenčního rozsahu nabývá pouze jednotek násobků frekvence otáčkové. Pro posouzení vlivu buzení skříně od vlastního kmitání hřídelů lze provést porovnání dominantních frekvenčních složek průběhu silových výslednic v ložiskách s vlastními frekvencemi hřídelů.

U hřídelů experimentální převodovky je při modální redukci zkoumán vliv geometrie prutových náhrad v místech napojení funkčních ploch na ostatní komponenty. Jsou vytvořeny dvě varianty podpor. První varianta reprezentuje prostorové rozmístění, kde jsou prutové prvky navázány na všechny povrchové uzly funkční plochy pod ložiskem či ozubeným kolem. Druhý způsob zahrnuje rovinné rozmístění, kde je zatížení rozděleno pouze do uzlů ležících na pomyslné průsečnici funkční obalové plochy a normálové roviny k ose hřídele procházející působištěm síly od ložiska, které leží právě na ose hřídele. Obě varianty jsou znázorněny na Obr. 5.25.



Obr. 5.25 Varianty geometrického uspořádání prutových prvků pro uchycení modelu v MBS,

Z výsledků vlastních frekvencí vyplývá očekávaná majoritní shoda hřídele s rovinným uspořádáním prutových náhrad s verzí bez připojovacích uzlů rozhraní, viz Tab. 5.13. Z tohoto důvodu bylo toto uspořádání zvoleno jako výchozí při dalším postupu. V případě hřídelů nedošlo vlivem změny geometrie prutových náhrad ve zkoumaném frekvenčním rozsahu ke změně vlastních tvarů kmitů. Tento závěr však nelze považovat za obecně aplikovatelný pro jakoukoliv geometrii součásti, proto musí být jak vlastní frekvence, tak i tvary kmitů při modální redukci kontrolovány s výsledky komponent bez prutových náhrad.

Hřídel bez prutové náhrady		Hřídel s rovinnou prutovou náhradou		Hřídel s prostorovou prutovou náhradou	
Mód	Frekvence [Hz]	Frekvence [Hz]	Rozdíl [%]	Frekvence [Hz]	Rozdíl [%]
1	3000	3018	-0,6	3310	-10,3
2	3023	3041	-0,6	3342	-10,6
3	7791	7822	-0,4	8274	-6,2
4	7861	7872	-0,1	8409	-7,0
5	7971	7992	-0,3	8624	-8,2
6	11541	11664	-1,1	12585	-9,1

Tab. 5.13 Srovnání vlastních frekvencí výstupní hřídele pro různé varianty uspořádání prutových náhrad rozhraní

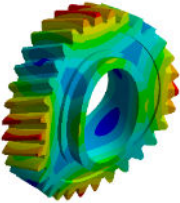
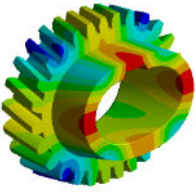
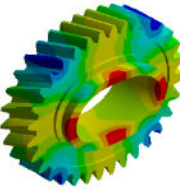
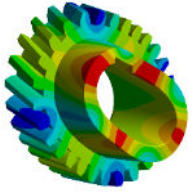

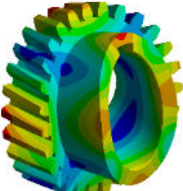
Porovnání vlastních frekvencí obou hřídelů v prostředí MKP a MBS v podobě modálně redukovaného tělesa je znázorněno v Tab. 5.14.

Vstupní hřídel s rovinnou prutovou náhradou				Výstupní hřídel s rovinnou prutovou náhradou		
Mód	MKP	MBS	Rozdíl [%]	MKP	MBS	Rozdíl [%]
	Frekvence [Hz]	Frekvence [Hz]		Frekvence [Hz]	Frekvence [Hz]	
1	3081	3073	0,26	3018	3000	0,60
2	3103	3095	0,26	3041	3025	0,53
3	7977	7938	0,49	7822	7790	0,41
4	8081	8012	0,85	7872	7794	0,99
5	8289	8107	2,20	7992	7948	0,55
6	11912	11918	-0,05	11664	11656	0,07

Tab. 5.14 Srovnání vlastních frekvencí pro verifikaci modální redukce hřídelů

5.5.6 OZUBENÁ KOLA

Z hlediska způsobu výpočtového modelování těl ozubených kol je vybrán přístup uvažující tyto komponenty jako tuhá tělesa, jež celkové dynamické chování MBS modelu ovlivňují pouze prostřednictvím setrvačných účinků. Tuto volbu lze zdůvodnit relativně vysokými hodnotami tuhosti a s ní souvisejícími vlastními frekvencemi těchto komponent, dále nemožností zohlednění vlivu změny geometrie při vlastním kmitání nebo příčné deformaci. Výsledky výpočtové modální analýzy pro první 3 nenulové tvary jsou uvedeny v Tab. 5.15.

Kolo vstup		Kolo výstup	
1	4513 Hz	1	5906 Hz
			
2	6648 Hz	2	6241 Hz
			
3	9862 Hz	3	6499 Hz
			

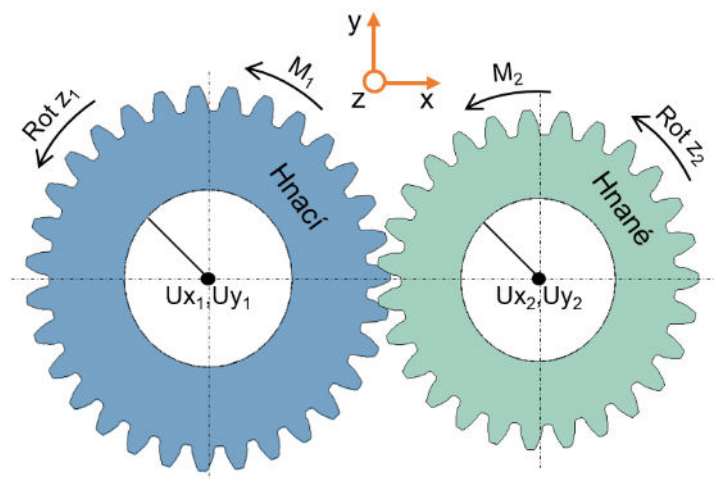
Tab. 5.15 Výpočtová modální analýza ozubených kol experimentální převodovky

Hodnoty vlastních frekvencí vykazují dostatečný odstup od provozních frekvencí buzení. Z hlediska dynamického chování jsou však u těchto komponent dominantní záběrové vlastnosti ozubení, jež závisí na přesnosti geometrie zubů a osové vzdálenosti spoluzabírajících kol. Velmi důležitou roli zde hraje tuhost záběru ozubených kol, jejíž proměnná funkce s periodou pootočení kola o úhel jednoho zubu působí jako hlavní zdroj buzení. Funkčním mechanismem vzniku je posun bodu dotyku evolventních profilů po záběrové přímce a střídání počtu zubů v záběru. V závislosti na tvaru a typu ozubení může tato funkce nabývat různých charakterů průběhu.

Z výše uvedených informací vyplývá vysoká míra komplexity tuhosti záběru ozubených kol, jež díky charakteru úlohy závisí na přesném tvaru kontaktních ploch. Ty mohou být kromě výrobních úchylek ovlivněny například změnou osové vzdálenosti či příčného pootočení kol vůči sobě v důsledku průhybu hřídelů. Implementace těchto vlivů vede k neúměrnému navýšení složitosti výpočtového modelu, jež v případě rozsáhlých sestav převodových ústrojí, v praxi běžně existujících, způsobuje výrazné navýšení výpočtových časů. Z tohoto důvodu je přistoupeno k eliminaci vlivu změny kontaktní plochy v důsledku příčného pootočení kol vůči sobě či v důsledku změny osové vzdálenosti v průběhu tranzientní simulace. Numerický model pro stanovení tuhosti záběru ozubení zohledňuje tedy následující vlastnosti:

- vliv změny tvaru a polohy kontaktu v průběhu pootočení kol kolem osy rotace,
- vliv velikosti přenášeného krouticího momentu,
- vliv přesného tvaru geometrie ozubení (korekce, modifikace),
- vliv boční zubové vůle.

Samotný výpočet je proveden v programovém prostředí ANSYS. Po importu reálné geometrie ozubených kol a vytvoření konečněprvkové sítě zohledňující lokální zjemnění v místech možných kontaktních ploch a zaoblení u pat zubů jsou vytvořeny uzlové body v místě středů ozubených kol. Ty jsou následně spojeny pomocí prutových prvků s uzlovými body, náležících funkčním plochám kol, uzpůsobeným pro uložení s přesahem na hřídele. Do takto vytvořených středů jsou aplikovány okrajové podmínky v podobě deformačního pootočení hnacího ozubeného kola. Reakční moment je následně vyčítán ve středovém bodě na kole hnaném z příslušných vazeb. Schéma postupu stanovení tuhosti záběru ozubení je pro zjednodušenou 2D úlohu znázorněno v Tab. 5.16, kterou doplňuje Obr. 5.26.



Obr. 5.26 Okrajové podmínky pro stanovení tuhosti záběru ozubení

Krok	Aplikace okrajových podmínek na kola		Výsledek	
	Hnací	Hnané	Hnací	Hnané
1	$M_1=Mz, U_{x1}=0, U_{y1}=0$	$U_{x2}=0, U_{y2}=0, \text{Rot } z_2=0$	$\text{Rot } z_1=Rz1$	
2	$\text{Rot } z_1=Rz1, U_{x1}=0, U_{y1}=0$	$U_{x2}=0, U_{y2}=0, \text{Rot } z_2=0$		$M_2 \neq 0$
3	$\text{Rot } z_1=Rz1+\Delta Rz1,$ $U_{x1}=0, U_{y1}=0$	$U_{x2}=0, U_{y2}=0,$ $\text{Rot } z_2=\Delta Rz1/i$		$M_2 \neq 0$
4	$\text{Rot } z_1=Rz1+2\Delta Rz1,$ $U_{x1}=0, U_{y1}=0$	$U_{x2}=0, U_{y2}=0,$ $\text{Rot } z_2=2\Delta Rz1/i$		$M_2 \neq 0$
...
n	$\text{Rot } z_1=Rz1+(n-2)\cdot\Delta Rz1,$ $U_{x1}=0, U_{y1}=0$	$U_{x2}=0, U_{y2}=0,$ $\text{Rot } z_2=(n-2)\cdot\Delta Rz1/i$		$M_2 \neq 0$

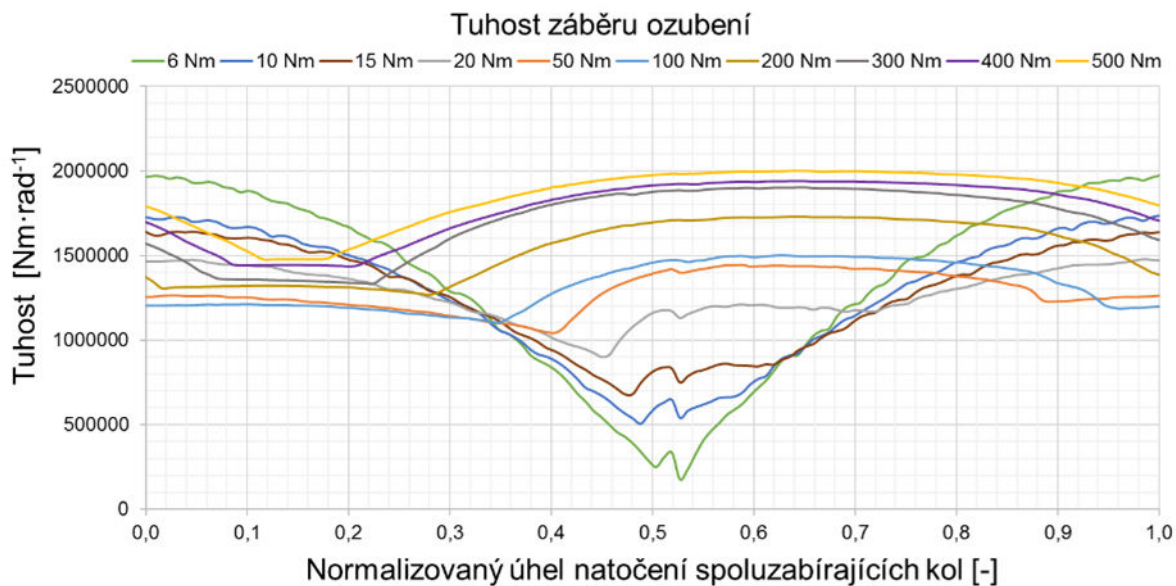
Tab. 5.16 Schéma postupu pro stanovení tuhosti záběru ozubení

V prvním kroku je aplikován na hnací kolo zátěžný moment Mz , jehož hodnota spadá do provozního rozsahu, na který bylo soukolí dimenzováno. Pro tuto hodnotu je opět na hnacím kole vyčtena deformace ozubení v podobě pootočení kolem osy z . Hodnota této $\text{Rot } z_1$ je následně užita jako vstupní parametr kroku 2 pro aplikaci deformačního pootočení hnacího kola, jak bylo zmíněno výše. MKP výpočet je proveden pro pootočení spoluzabírajících kol o úhel jednoho zubu. Pro dosažení dostatečné přesnosti požadovaného průběhu je nutno zvolit patřičný počet kroků simulace, v případě soukolí experimentální převodovky byl úhel jednoho zubu $13,33^\circ$ rozdělen na 133 dílů o velikosti $\Delta Rz1$, přičemž tuhost záběru ozubení je dle proměnných v Tab. 5.16 počítána pro každý krok jako

$$k_{zub} = \frac{M_2}{\text{Rot } z_1}. \tag{5.16}$$

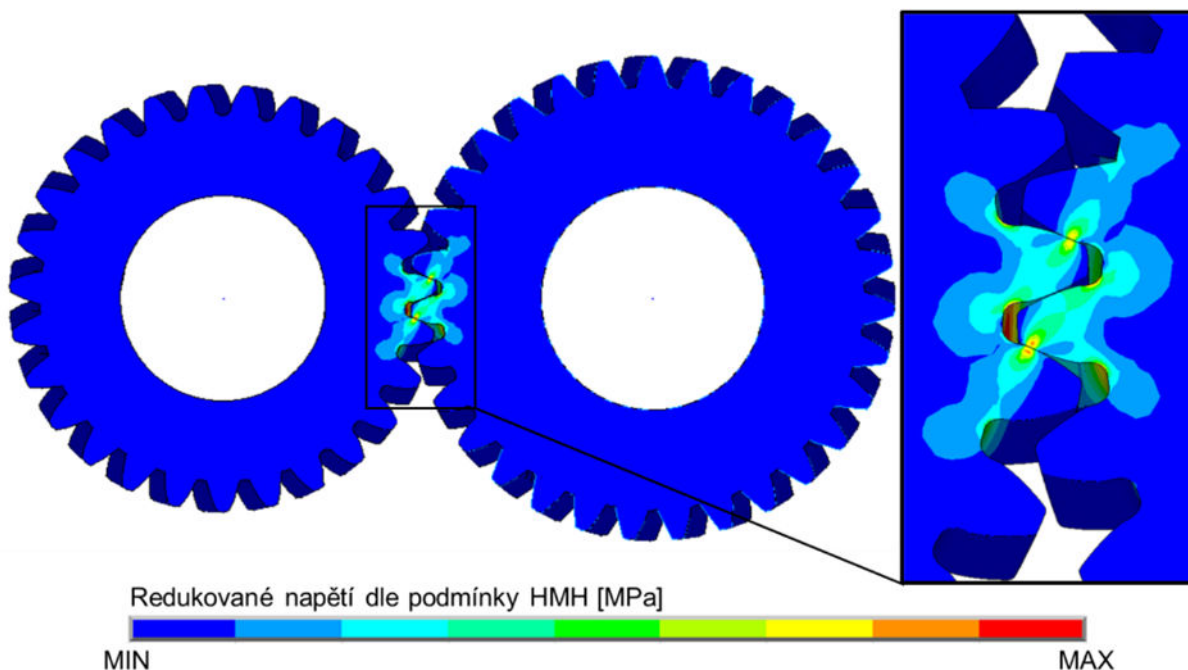
Z typu užitých veličin je zřejmé, že se jedná o tuhost torzní, jež může být pomocí dělení kvadrátem poloměru přepočítána na tuhost podélnou užívanou jako náhradu pro reprezentaci válcové pružiny, situované v tečném směru roztečných kružnic uvedenou například na Obr. 3.19.

Dle výše zmíněného přístupu je tuhost záběru ozubení stanovena pro provozní rozsah krouticího momentu $0 \div 500 \text{ Nm}$ v hodnotách 6, 10, 15, 20, 50, 100, 200, 300, 400 a 500 Nm. Průběh mezi těmito hodnotami je následně v prostředí MBS interpolován. Graf závislosti okamžité tuhosti na pootočení ozubených kol napříč provozním rozsahem přenášeného krouticího momentu je znázorněn na Obr. 5.27.



Obr. 5.27 Průběh tuhosti záběru spoluzabírajících kol experimentální převodovky

Pro kontrolu MKP výpočtu je vykresleno rozložení redukovaného napětí dle podmínky HMM v místě záběru ozubených kol, kdy by oblasti maximálních hodnot měly ležet v místě záběrové přímky, jež tvoří společnou tečnu základních kružnic spoluzabírajících kol. Toto tvrzení je dle Obr. 5.28 splněno.



Obr. 5.28 Rozložení redukovaného napětí dle podmínky HMM na kolech

Z hlediska tlumení na rozdíl od tuhosti bohužel neexistuje metoda pro přesné stanovení této veličiny, proto je zvolen analytický přístup založený na vztahu mezi součinitelem poměrného tlumení ξ a konstantou tlumení b_{ξ} dle rovnice (5.9). Po úpravě a zohlednění požadovaného charakteru torzního kmitání lze konstantu tlumení vyjádřit jako

$$b_T = 2\xi \cdot \sqrt{\bar{k}_T \cdot I_{red}}, \quad (5.17)$$

kde \bar{k}_T představuje střední hodnotu proměnné tuhosti záběru ozubení a I_{red} značí redukovaný moment setrvačnosti při náhradě námi diskutované soustavy dvou těles o jednom stupni volnosti tzv. redukčním členem konajícím rotační pohyb. Redukovaný moment setrvačnosti je vypočten dle vzorce

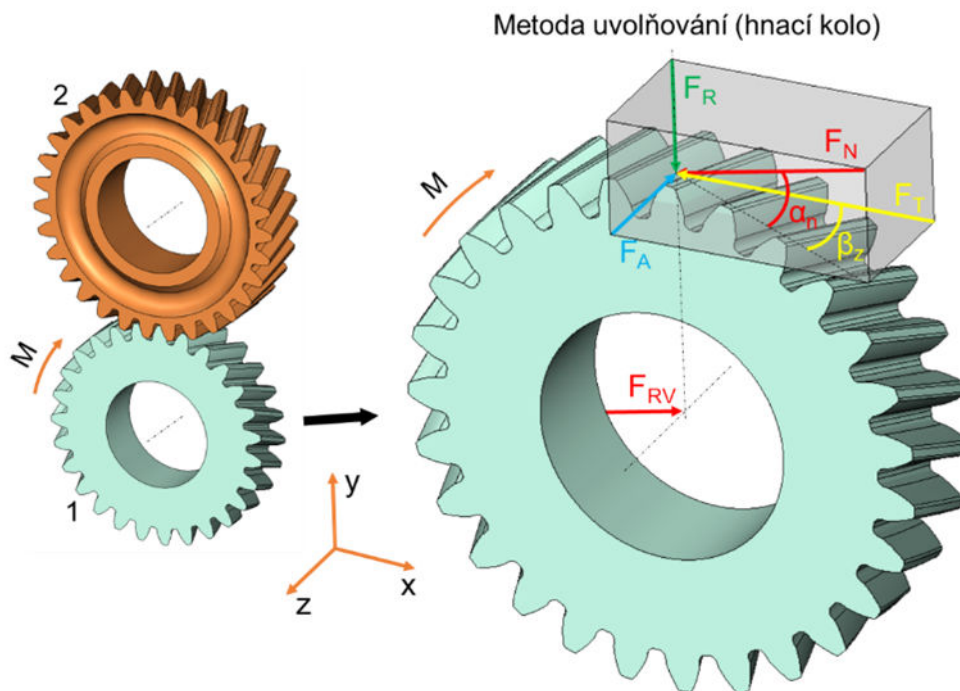
$$I_{red} = \frac{I_1 \cdot I_2}{I_1 + I_2}, \quad (5.18)$$

kde I_1 a I_2 značí momenty setrvačnosti vzhledem k osám rotace spoluzabírajících kol. Součinitel poměrného tlumení záběru ozubených kol nelze jednoznačně určit ani experimentálním přístupem, proto je zvolena hodnota 0,3, která je podložena výsledky prací zabývajících se touto problematikou [4].

5.5.7 IMPLEMENTACE DO MBS PROSTŘEDÍ

Funkční vlastnosti jednotlivých výše zmíněných komponent jsou následně implementovány do MBS softwaru ADAMS. Po importu modálně redukovaných těles skříně, hřídelů experimentální převodovky a tuhých těles ozubených kol je nutné definování kinematických vazeb a okrajových podmínek. Těleso skříně převodovky je po vzoru reálného zkušebního stavu zafixováno k rámu pomocí čtyř pevných vazeb v místech úchytných děr, vazby jsou vždy definovány mezi tuhým tělem rámu a uzlem rozhraní skříně. Spojení hřídelů a skříně převodovky zajišťují čtyři prvky, zastřešující funkci ložisek, napojené na uzly rozhraní a umožňující definování koeficientů tuhosti a tlumení ve dvou směrech radiálních a jednom axiálním. Ozubená kola jsou opět uchycena pomocí pevných vazeb k uzlům rozhraní hřídelů. Napojení vstupního a výstupního konce hřídelů převodovky je provedeno prostřednictvím aplikace okrajových podmínek na příslušné uzly rozhraní v podobě parametrů rychlosti a krouticího momentu.

Pro správný přenos krouticího momentu ze vstupu na výstup jsou implementovány silové a momentové prvky, jejichž působíště se nachází ve střezech ozubených kol. Velikost zátěžné síly či momentu je počítána v každém časovém kroku a vychází ze silových poměrů čelních ozubených kol s přímými či šikmými zuby, jež jsou znázorněny na Obr. 5.29.



Obr. 5.29 Silové poměry záběru ozubení

Užitím metody uvolňování jednotlivých komponent mechanismu jsou zavedeny vazbové silové účinky. V případě kol lze vzájemné silové působení v ozubení vyjádřit normálovou silou F_N vyvolanou vlivem působení krouticího momentu M ve směru osy rotace z . Působíště této síly se nachází na průsečnici roztečného válce s plochou boku zubu, ideálně v polovině pracovní šířky ozubení. Směr je dán přímkou záběru (u šikmého ozubení v normálové rovině). Síla F_N vyvolá vazbovou reakci F_{RV} v místě ideálního středu kola, o totožné velikosti a směru působení, avšak opačného smyslu. Pro posouzení vlivu buzení lze normálovou sílu rozložit do jednotlivých směrů působení. V návaznosti na orientaci ozubeného kola v Obr. 5.29 se jedná o směr tečný, totožný se směrem osy x , kde

$$F_T = F_N \cdot \cos \alpha_n \cdot \cos \beta_z. \quad (5.19)$$

Komponent síly v radiálním směru (osa y) lze vyjádřit vztahem

$$F_R = F_N \cdot \sin \alpha_n. \quad (5.20)$$

Axiální směr (osa z), nenulový v případě šikmého ozubení, je reprezentován vztahem

$$F_A = F_N \cdot \cos \alpha_n \cdot \sin \beta_z. \quad (5.21)$$

Jelikož se při výpočtu v MBS prostředí vychází z krouticího momentu aplikovaného na jednotlivá ozubená kola, jsou výše uvedené vztahy upraveny na tvary

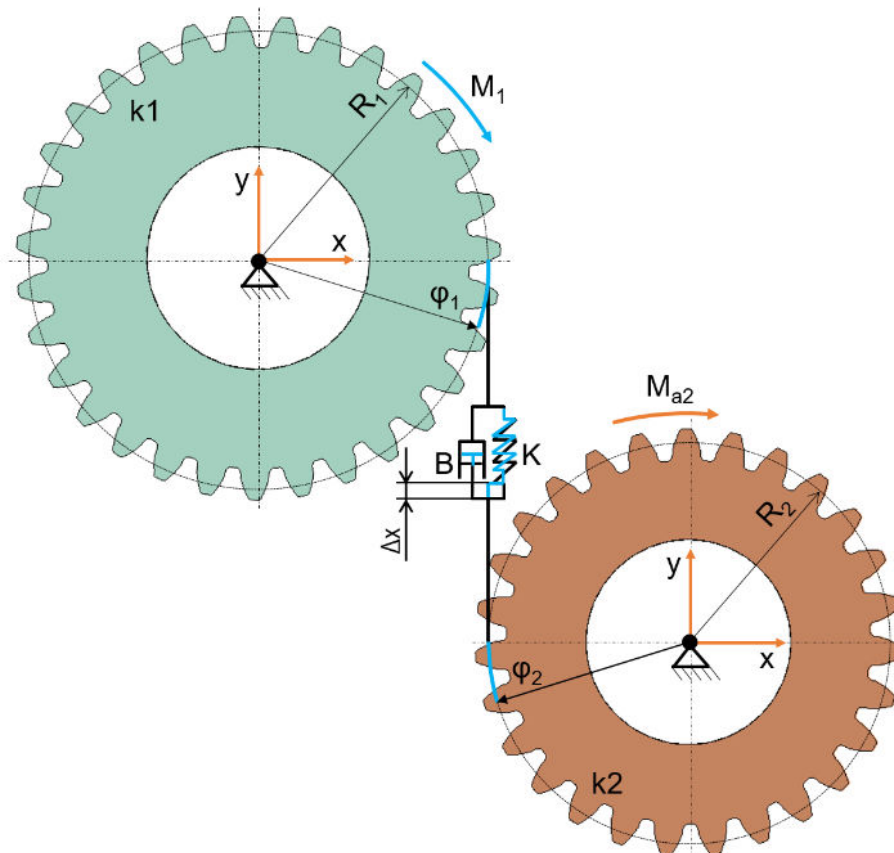
$$F_T = \frac{2M}{d}, \quad (5.22)$$

kde d představuje průměr roztečné kružnice, dále

$$F_R = F_T \cdot \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta_z}, \quad (5.23)$$

$$F_A = F_T \cdot \tan \beta_z. \quad (5.24)$$

Velikost výše zmíněného krouticího momentu působícího v ose rotace jednotlivých ozubených kol se odvíjí od jejich vzájemného natočení vůči sobě, respektive od stlačení pomyslné pružiny o tuhosti záběru ozubení, uvedené v kapitole 5.5.6. Tato pružina může být stlačována či roztahována vlivem působení vnějších silových či momentových účinků na vstupní či výstupní hřídele převodovky, přičemž přirozenou snahou je její potenciální energii minimalizovat. Tento způsob představuje ve vyvíjeném MBS modelu základní formu propojení mezi hnacím a hnaným kolem. Na Obr. 5.30 je znázorněn zjednodušený jednosměrný příklad funkce propojení ve 2D.



Obr. 5.30 Schéma značení propojení spoluzabírajících ozubených kol

Působí-li na kolo 1 krouticí moment M_1 , dojde k pomyslnému stlačení pružiny s tuhostí K o délku Δx . Na základě znalosti okamžité hodnoty těchto dvou parametrů je počítána okamžitá velikost krouticího momentu M_{a2} aplikovaného v podobě momentového prvku na kolo 2. Obdobný princip funkce platí i při přenosu zatížení z kola hnaného na kolo hnací.

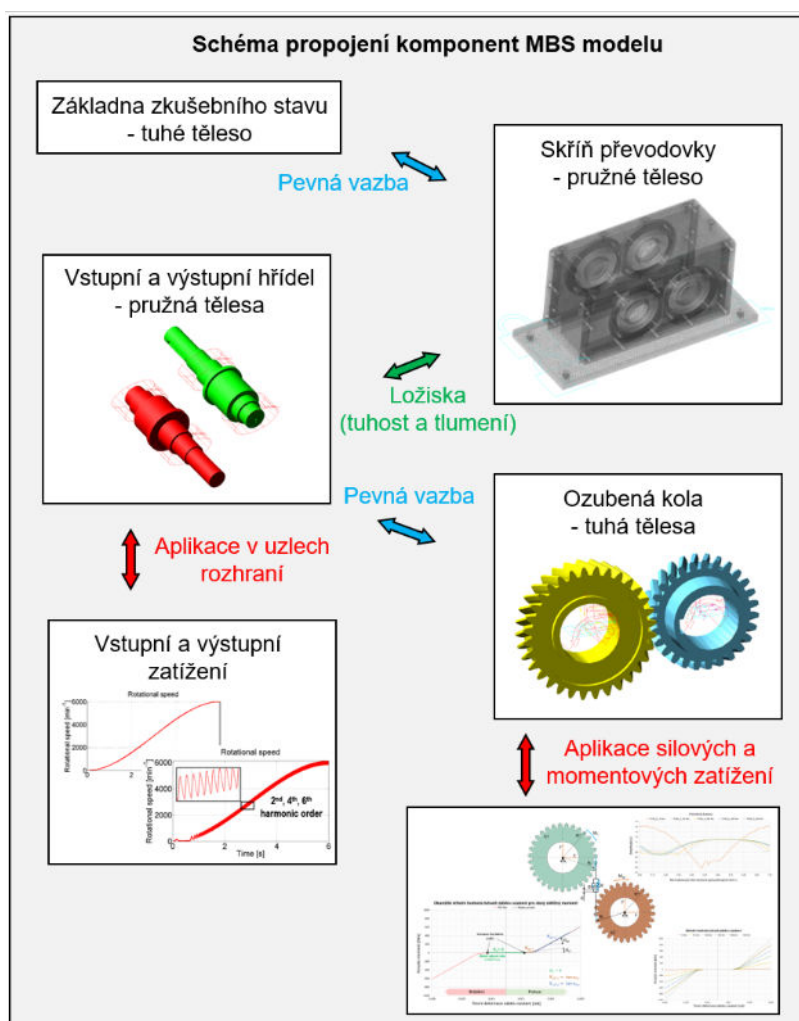
Jelikož vyvíjený MBS model počítá s tuhostmi při rotačním pohybu, je nutno stlačení Δx definovat v podobě úhlové výchylky (torzní deformace záběru ozubení) $\Delta \varphi$ dle vzorce

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta x}{R_1}, \quad (5.25)$$

nebo přímo pomocí úhlových natočení ozubených kol jako

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \frac{R_2}{R_1}\varphi_2. \quad (5.26)$$

Rovnice (5.26) je zároveň přesnou definicí chyby převodu vyjádřenou v úhlových jednotkách, čehož je záměrně využito pro vzájemné provázání spoluzabírajících kol. Ideální přenos silového zatížení tedy probíhá v případě nulové chyby převodu a tudíž nulové deformace pružiny na Obr. 5.30. V reálné situaci však dochází vlivem zatížení k elastické deformaci ozubení a tudíž i kolísání těchto hodnot, jež vytvořený MBS model záměrně umožňuje. Vedle momentových prvků M_{a1} a M_{a2} orientovaných v osách rotace jsou do středů ozubených kol přidány silové a momentové složky zohledňující zatížení v radiálním, axiálním i tečném směru, přičemž jejich reakce jsou zachytávány ložisky. Schéma propojení komponent včetně aplikace silového zatížení lze vidět na Obr. 5.31.

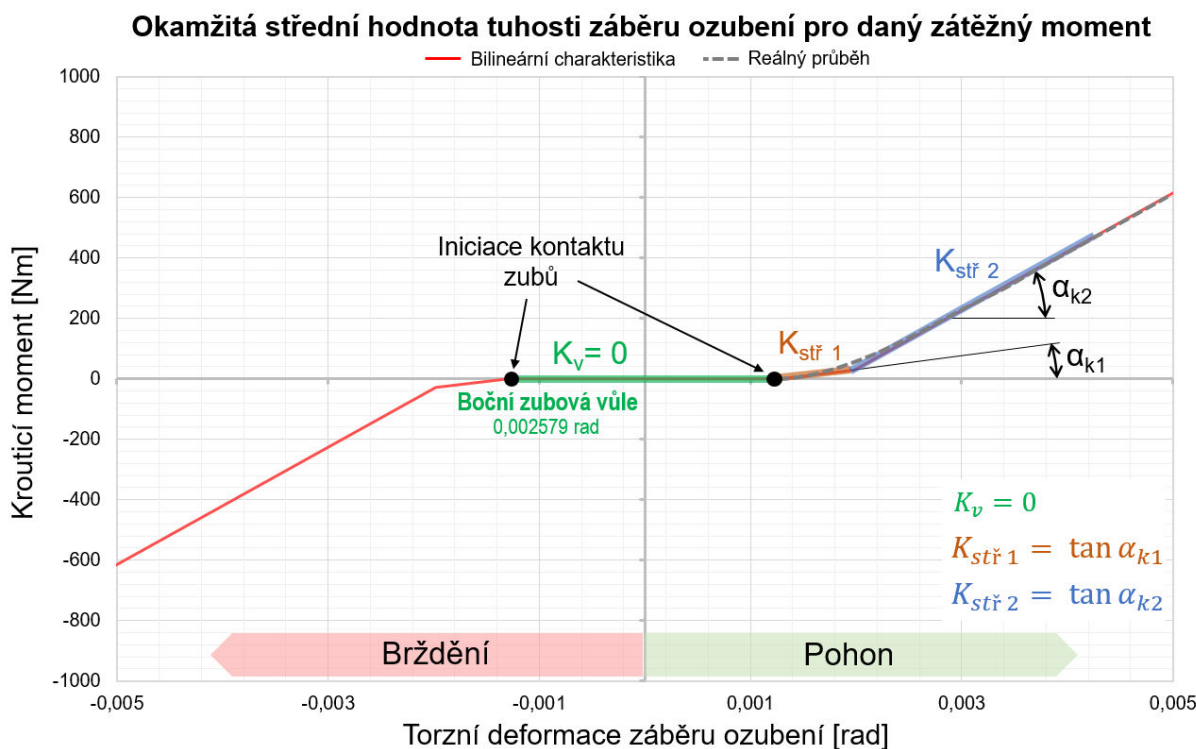


Obr. 5.31 Propojení jednotlivých komponent výpočtového modelu

Velmi důležitým parametrem z hlediska plynulosti chodu a dosahovaných maximální amplitudy silového zatížení záběru ozubených kol je velikost boční zubové vůle. Její přítomnost je nezbytná hlavně z důvodu nepřesnosti výroby, teplotní dilatace, prostoru pro mazivo a správné geometrie záběru, čímž je myšlen požadovaný kontakt vždy pouze jedné (kladné či záporné) boční plochy u jednoho zubu. Nevýhodou je existence mrtvého chodu záběru ozubení při reverzaci směru otáčení. V určitém provozním režimu (nízké

zatížení v kombinaci s nerovnoměrným průběhem hnacího momentu) může dojít k torznímu kmitání řetězce, přičemž tato nevyhraněná vůle způsobí zesílení amplitud silových účinků v ozubení. Takto vzniklé rázy jsou zároveň charakteristické relativně silným akustickým projevem. V praxi je tento jev označován pojmem řinčení, v anglické terminologii Rattle.

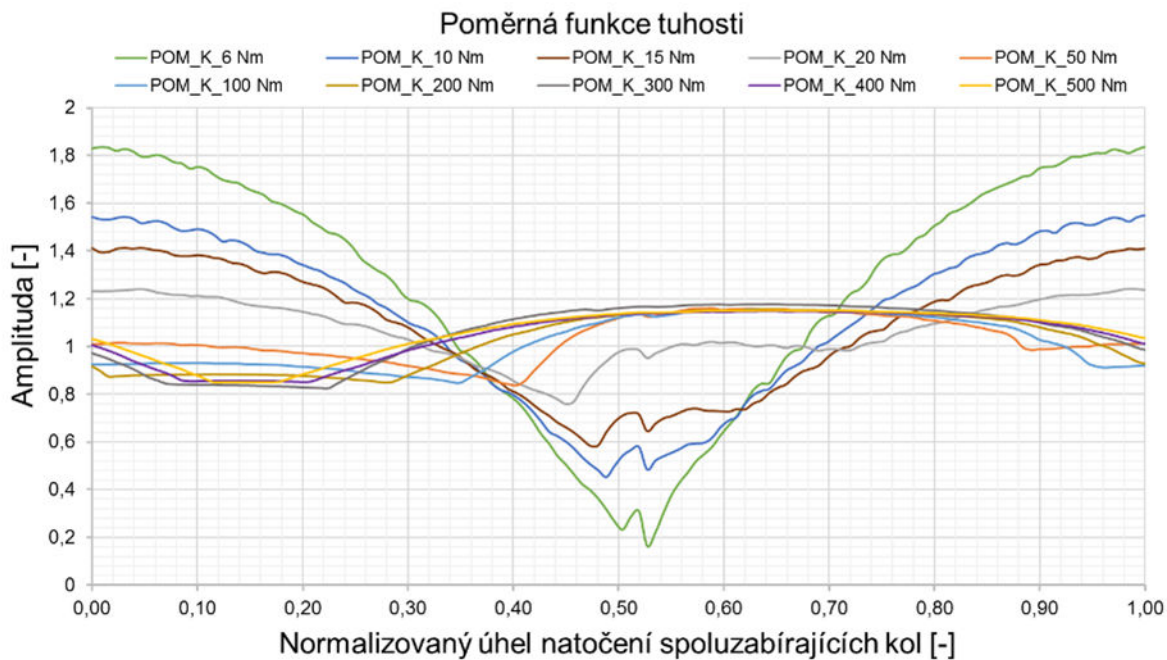
Vliv vůle je do výpočtového modelu zakomponován v podobě nulové hodnoty tuhosti záběru ozubení ve vymezených hodnotách parametru $\Delta\varphi$. Na základě naměřené hodnoty boční vůle, uvedené v Tab. 4.1, je poté závislost okamžité střední hodnoty aplikovaného momentu na ozubená kola zobrazena na Obr. 5.32.



Obr. 5.32 Závislost střední hodnoty aplikovaného momentu do středů ozubených kol na úhlové deformaci záběru ozubení

Jelikož má průběh střední hodnoty aplikovaného momentu nelineární charakter, jež se nejvíce projevuje v oblasti nízkého zatížení, je reprezentován bilineární charakteristikou, kdy je tato oblast zastoupena funkcí $K_{stř\ 1}$. Tuhost je dle výše uvedeného obrázku reprezentována ve formě směrnic uvedených úseček. Jak již bylo řečeno, průběh této veličiny se odvíjí od aktuálního přenášeného zatížení během simulace, přičemž úhly α_{k1} a α_{k2} jsou v každém kroku přizpůsobovány.

Proměnná tuhost záběru ozubení v závislosti na natočení obou ozubených kol (počtu zubů v záběru) je do MBS modelu následně importována v podobě poměrné funkce závislé na úhlu natočení hnacího kola φ_1 , jejíž střední hodnota je rovna 1. Následně jí je v každém časovém kroku násobena okamžitá střední hodnota tuhosti záběru ozubení. Průběh této funkce v celém provozním rozsahu přenášeného krouticího momentu je pro normalizovaný úhel natočení o periodu jednoho zubu uveden na Obr. 5.33.



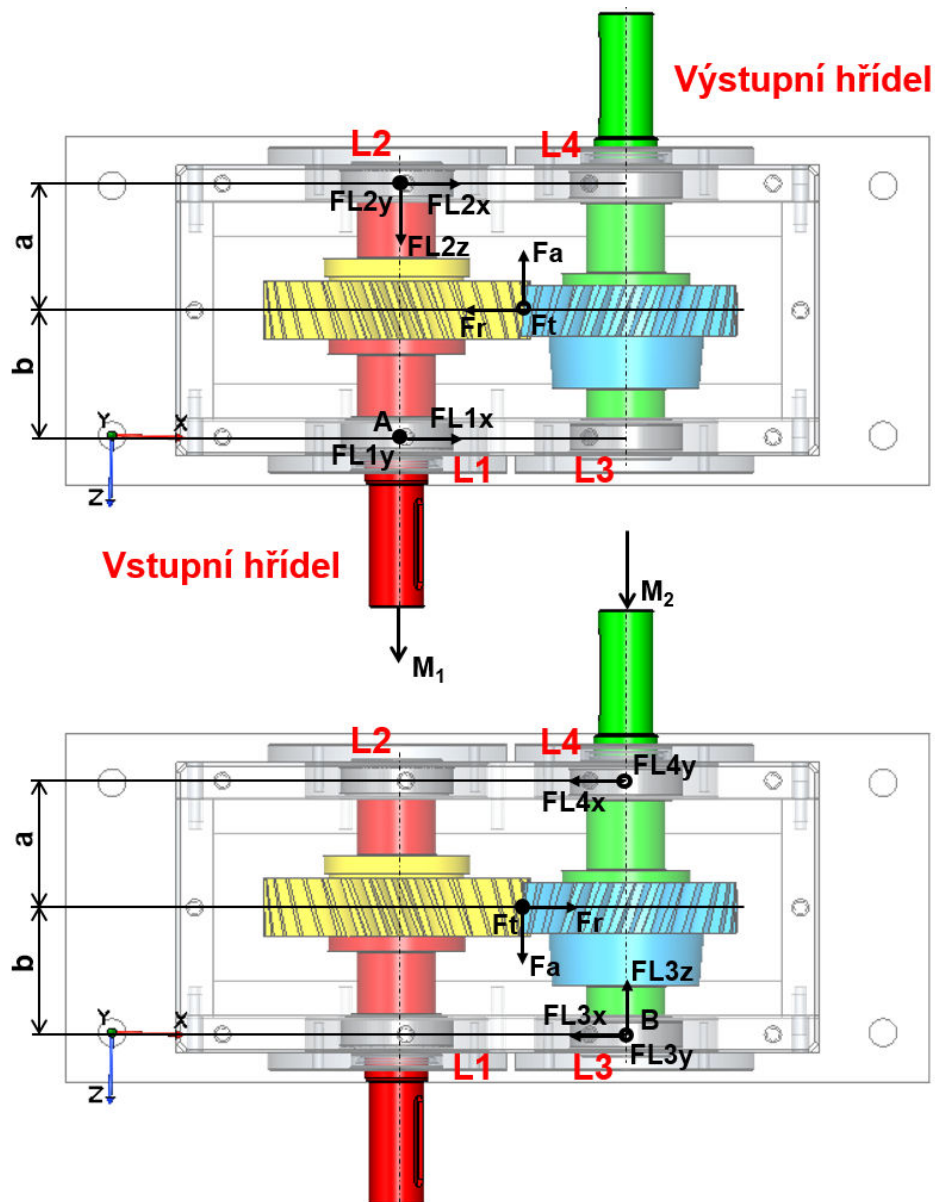
Celý MBS model je psán formou zdrojového kódu ve formátu *.cmd. Z důvodu efektivity tvorby složitějších sestav je možno každý pár spoluzabírajících kol z hlediska zástavby importovat vždy pomocí prostorových souřadnic hnacího kola, osové vzdálenosti a úhlu natočení spojnice středů od vodorovné osy mezi prvním a čtvrtým kvadrantem.

6 TESTOVÁNÍ MBS MODELU

Tato kapitola se bude zabývat ověřením funkčnosti výpočtového modelu pomocí několika přístupů. Cílem je verifikace silových výslednic při záběru ozubení a jejich přenos přes jednotlivé komponenty až na skříň převodovky, dále ověření přenosu krouticího momentu, vliv boční vůle a v závěru ověření modálních vlastností skříně převodovky. Výsledky z MBS modelu jsou porovnávány buď s ověřenými analytickými přístupy, nebo s daty z technického experimentu a to při provozních režimech statických či dynamických.

6.1 OVĚŘENÍ SILOVÝCH POMĚRŮ ZÁBĚRU OZUBENÍ

Účelem je stanovení jednotlivých komponent síly vznikající při záběru ozubených kol. Výstupy z virtuálního prototypu jsou porovnány s výsledky analytického přístupu, kdy reakční síla normálové síly v ozubení je v podobě ekvivalentního zatížení vyjádřena pomocí silových výslednic v místech ložisek. Výpočet je proveden pomocí metody uvolňování, přičemž komponenty sil jsou zakresleny na obr. Obr. 6.1.



Obr. 6.1 Silové poměry v experimentální převodovce, metoda uvolňování

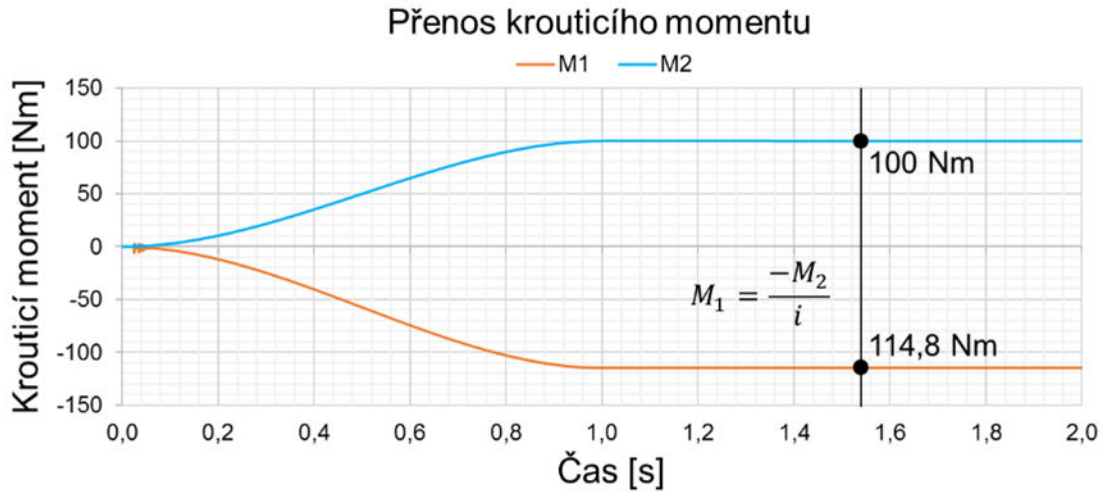
Na výstupní hřídel je aplikován moment M_2 , zároveň je zamezeno otáčení výstupního hřídele a v místě upevnění vzniká reakční moment M_1 . Výsledné složky silových poměrů v místech ložisek jsou získány řešením soustavy algebraických rovnic sestavených pro silovou a momentovou rovnováhu uvolněných komponent sestavy. Zároveň je výpočet proveden pro několik zátěžných stavů lišících se velikostí a smyslem zátěžného momentu, úhlem sklonu ozubení a úhlem záběru. Porovnání některých výsledků je zobrazeno v Tab. 6.1.

ú sklonu oz. β [°]	20						15		
	5			10					
Moment M2 [Nm]									
Síla [N]	Analyt.	MBS	Rozdíl [%]	Analyt.	MBS	Rozdíl [%]	Analyt.	MBS	Rozdíl [%]
FAX1	31,29	31,28	-0,03	62,57	62,57	0,00	46,07	46,07	0,00
FTAN1	85,96	85,96	0,00	171,92	171,92	0,00	171,92	171,92	0,00
FRAD1	33,29	33,29	0,00	66,59	66,58	-0,02	64,78	64,78	0,00
FL1x	-0,06	-0,06	0,00	-0,12	-0,11	-8,33	7,79	7,79	0,00
FL1y	42,98	42,98	0,00	85,96	85,95	-0,01	85,96	85,96	0,00
FL1z	0	0	0,00	0	0	0,00	0	0	0,00
FL2x	33,35	33,29	-0,18	66,71	66,71	0,00	56,99	56,98	-0,02
FL2y	42,98	42,98	0,00	85,96	85,95	-0,01	85,96	85,96	0,00
FL2z	31,29	31,28	-0,03	62,57	62,57	0,00	46,07	46,07	0,00
FL3x	31,2	31,17	-0,10	62,4	62,31	-0,14	53,81	53,76	-0,09
FL3y	42,98	42,93	-0,12	85,96	85,76	-0,23	85,96	85,82	-0,16
FL3z	31,29	31,28	-0,03	62,57	62,57	0,00	46,07	46,06	-0,02
FL4x	2,1	2,12	0,95	4,19	4,27	1,91	10,97	11,02	0,46
FL4y	42,98	43,03	0,12	85,96	86,15	0,22	85,96	86,1	0,16
FL4z	0	0	0,00	0	0	0,00	0	0	0,00

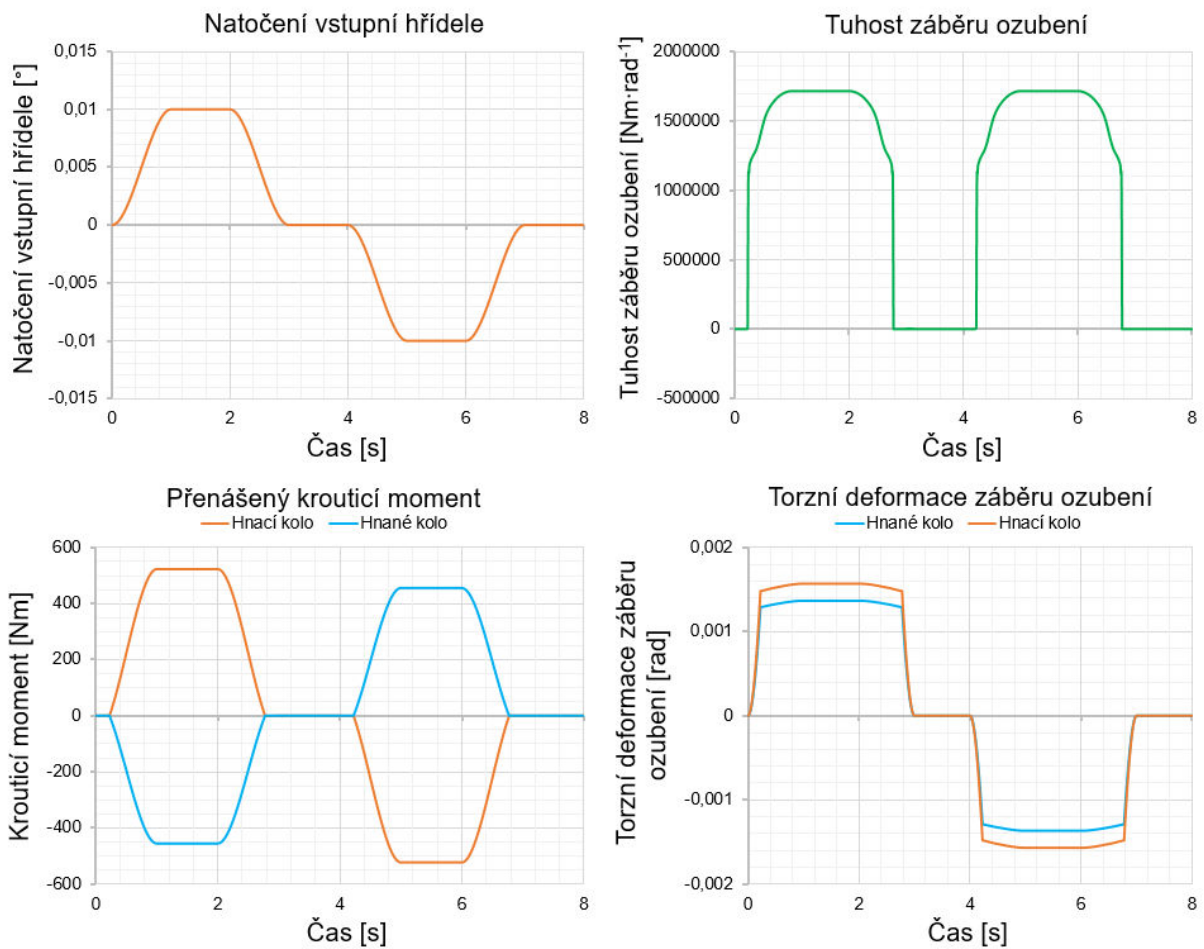
Tab. 6.1 Srovnání vybraných výsledků silových účinků v experimentální převodovce

Verifikace přenosu krouticího momentu je provedena pro výstupní hodnotu 100 Nm, kdy výsledná hodnota na vstupu musí odpovídat podílu vstupní hodnoty a patřičného převodového poměru. Průběhy momentů v závislosti na čase jsou uvedeny na Obr. 6.2.

Jiný způsob testování přenosu krouticího momentu lze provést pomocí aplikace natočení hnacího hřídele za současného zamezení pootočení hřídele hnaného. Na základě takto vytvořené torzní deformace záběru ozubení vynásobené okamžitou tuhostí záběru ozubení lze stanovit hodnotu vyvozeného krouticího momentu. Na Obr. 6.3 je uveden příklad testování pro konkrétní průběh deformačního natočení vstupního hřídele.



Obr. 6.2 Ověření přenosu krouticího momentu

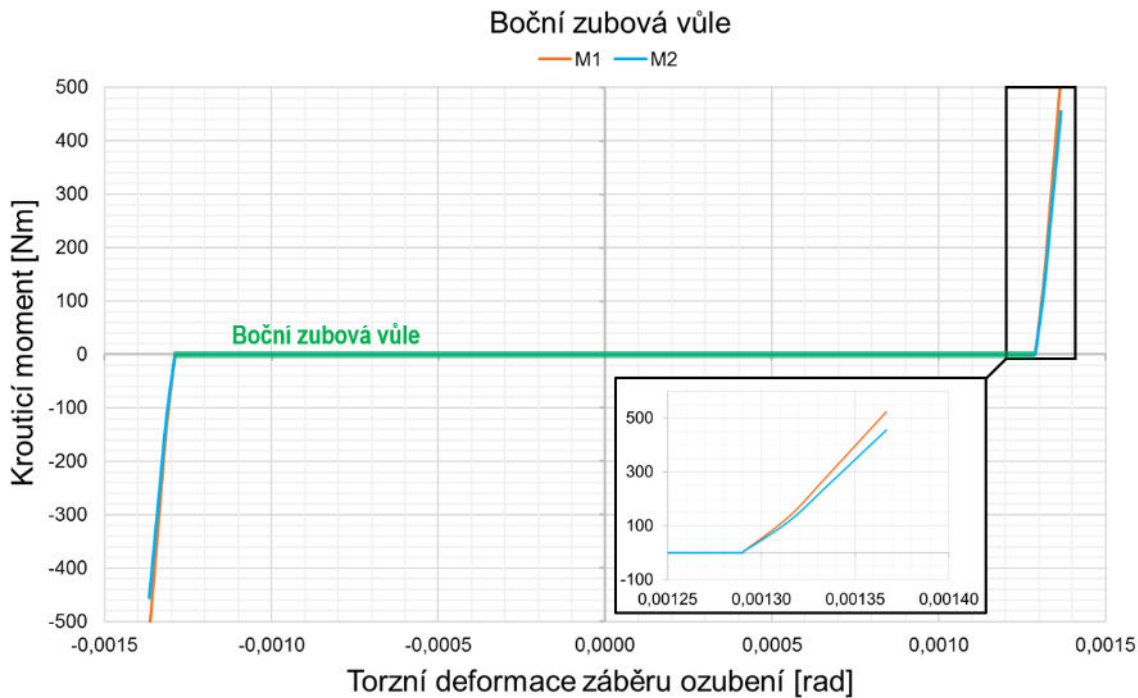


Obr. 6.3 Testování parametrů přenosu

6.2 BOČNÍ ZUBOVÁ VŮLE

Kontrola velikosti boční vůle je provedena na základě vykreslení průběhu krouticího momentu v závislosti na deformaci záběru ozubení $\Delta\varphi$. Jelikož je vzájemná počáteční poloha ozubených kol nastavena na pozici, v níž platí stejná velikost boční vůle pro oba

směry otáčení, vyčtená hodnota $\Delta\varphi$ musí být pro kladný i záporný směr na Obr. 6.4 poloviční.

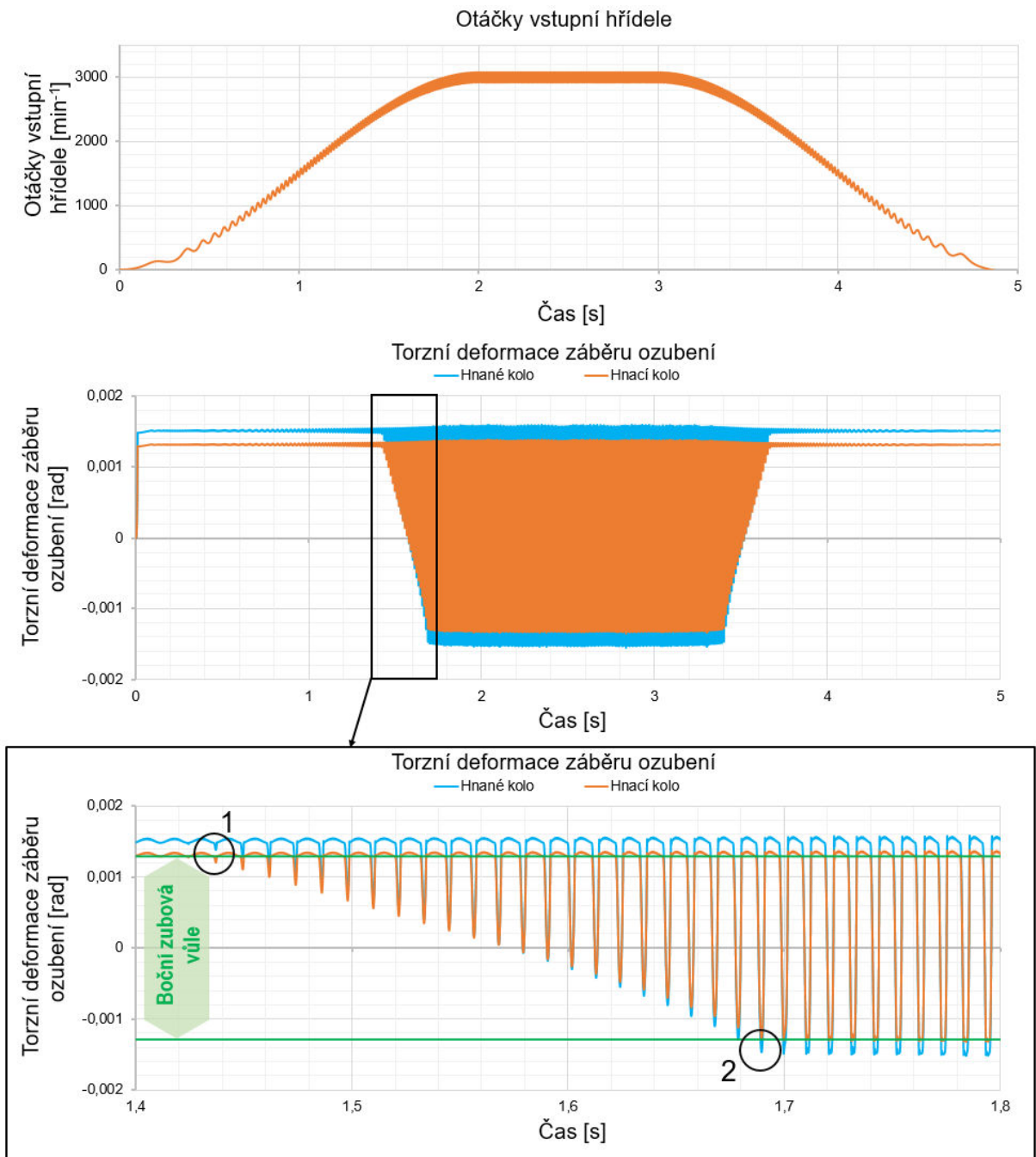


Obr. 6.4 Boční vůle v ozubení

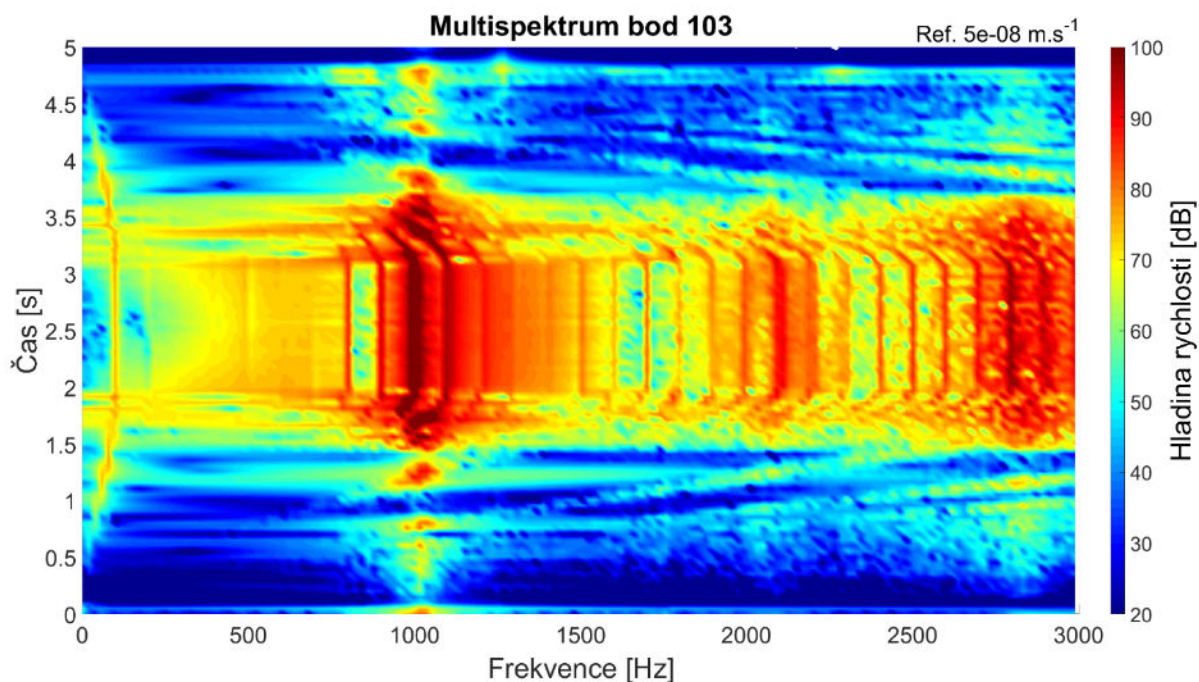
Jak již bylo zmíněno, vliv boční vůle se nejvíce projevuje při provozních režimech s nízkou hodnotou zatížení, někdy umocněných nerovnoměrností chodu, kdy může docházet k zániku kontaktních dvojic na pozitivní straně zubu vzhledem ke smyslu zátěžného momentu či dokonce vzniku kontaktů na straně negativní, viz výše zmíněný pojem Rattle. Tento jev je níže nasimulován pomocí zavedení nerovnoměrnosti chodu otáček na vstupní hřídeli při konstantním zátěžném momentu 60 Nm hřídele výstupní. Střední hodnota otáček $\omega_{stř}$ v rozmezí 0 – 3000 min^{-1} je vynásobena proměnnou složkou dle vztahu

$$\omega_1 = \omega_{stř} + \sum_{i=1}^n \omega_{ampi} \cdot \sin(\varphi_1 \cdot i), \quad (6.1)$$

kde ω_{ampi} představuje amplitudu i -té harmonické složky úhlové rychlosti a φ_1 natočení hnacího kola. K zániku kontaktních dvojic dojde dle Obr. 6.5 poklesne-li okamžitá hodnota torzní deformace záběru ozubení pod hodnotu odpovídající poloviční velikosti boční zubové vůle, viz oblast 1. Vznik kontaktu na negativní straně zubu je vyznačen oblastí 2. Toto řinčení je zapříčiněno klepáním zubů, jež má charakter širokopásmového buzení vibrační těles kol, které se dále šíří do ostatních struktur. Na Obr. 6.6 je znázorněn projev řinčení v podobě multispektra normálové rychlosti povrchu horního víka převodovky v bodě 103.



Obr. 6.5 Řinčení (Rattle) ozubených kol



Obr. 6.6 Ukázka projevu řinčení (Rattlu) v multispektru

SIMULACE PROVOZNÍHO STAVU

Celý MBS model je koncipován pro simulaci provozních stavů převodových ústrojí s ohledem na produkci a šíření vibrací a s nimi souvisejícím hlukem. Za konečný komponent v pomyslném řetězci přenosových cest je považována skříň převodovky, kdy se část mechanického kmitání přenáší prostřednictvím uložení na rám či karoserii. V ostatních místech toto kmitání vyústuje v podobě vibrací povrchu jednotlivých komponent. Kmitající povrch součástí budí okolní akustické prostředí. V závislosti na okamžitých parametrech (amplituda, frekvence) dochází k rozdílné míře buzení akustického prostředí a tím i výsledného akustického projevu. S ohledem na míru vyzařovaného hluku do okolí se jako vhodné jeví posuzování vibračního projevu v podobě veličiny rychlosti v normálovém směru od povrchu tělesa. Jako veličina blízká hladině akustického tlaku je užita hladina normálové rychlosti L_v , jež je stanovena dle vzorce [36]

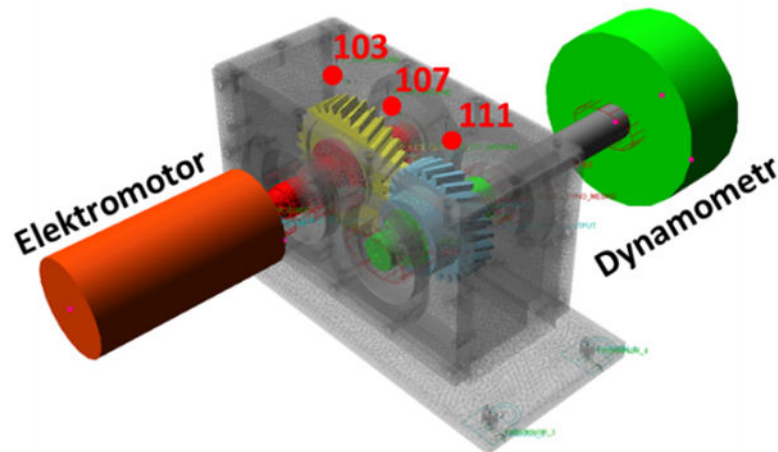
$$L_v = 20 \log \frac{v}{v_0}, \quad v_0 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \quad (6.2)$$

kde v značí okamžitou rychlost povrchu v normálovém směru a v_0 představuje referenční hodnotu rychlosti vibrací zohledňující podobnost s akustickými veličinami.

V dalších krocích jsou provedeny simulace provozních stavů s parametry otáček a zátěžného momentu, jež je možné vyvodit i na experimentálním měřicím stavu, přičemž výsledky normálové rychlosti předem vybraných bodů na skříni budou následně srovnány s výstupy technického experimentu.

Nejprve je provedena série simulací otáčkového doběhu převodovky za konstantního krouticího momentu. V práci jsou vykresleny výsledky pro bod 103, 107 a 111, které svojí

polohou představují teoretická místa maxim amplitudy kmitání prvních tří vlastních tvarů horního víka. Značení měřicích bodů je uvedeno na Obr. 6.7.

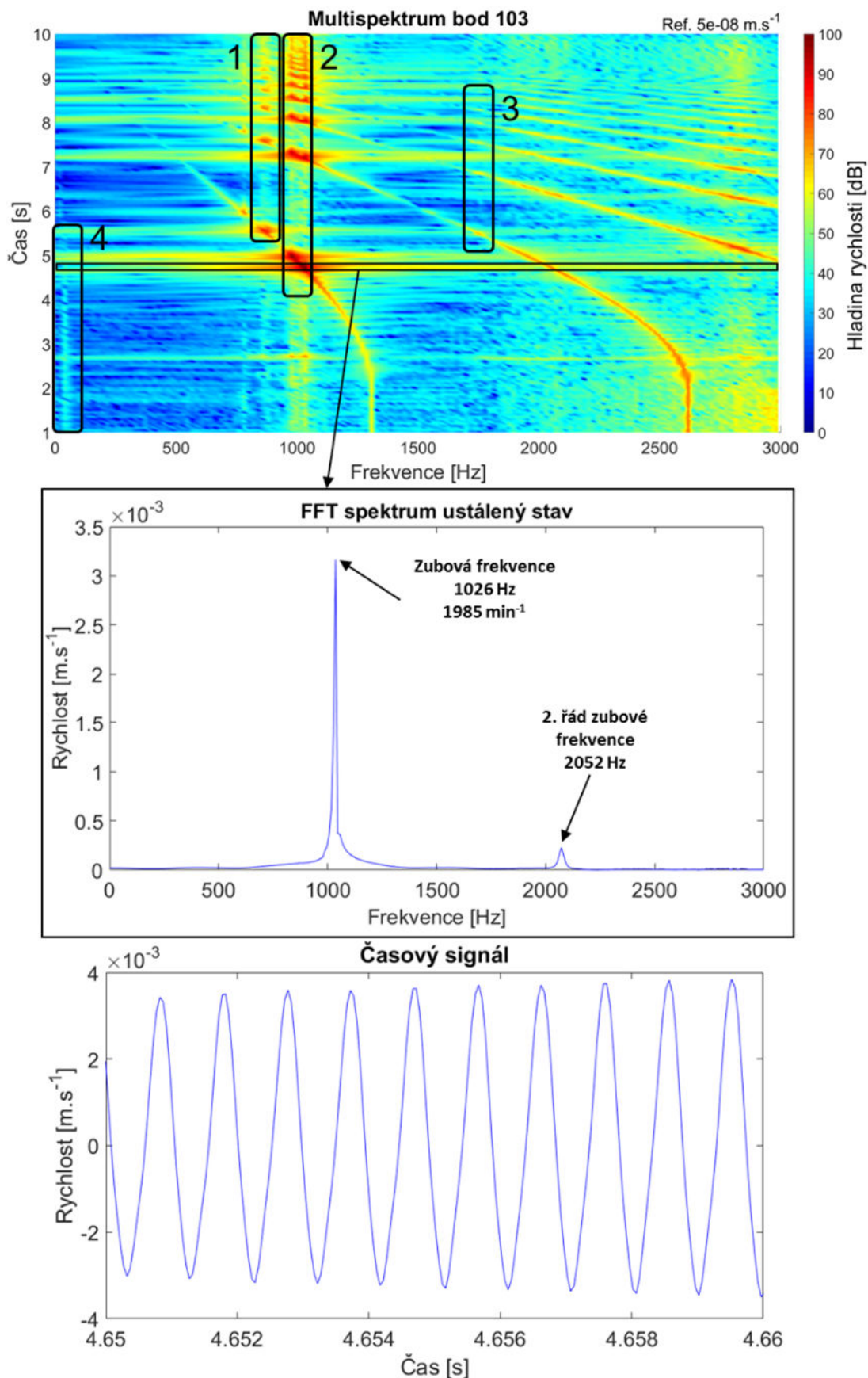


Obr. 6.7 Virtuální prototyp zkušebního stavu experimentální převodovky

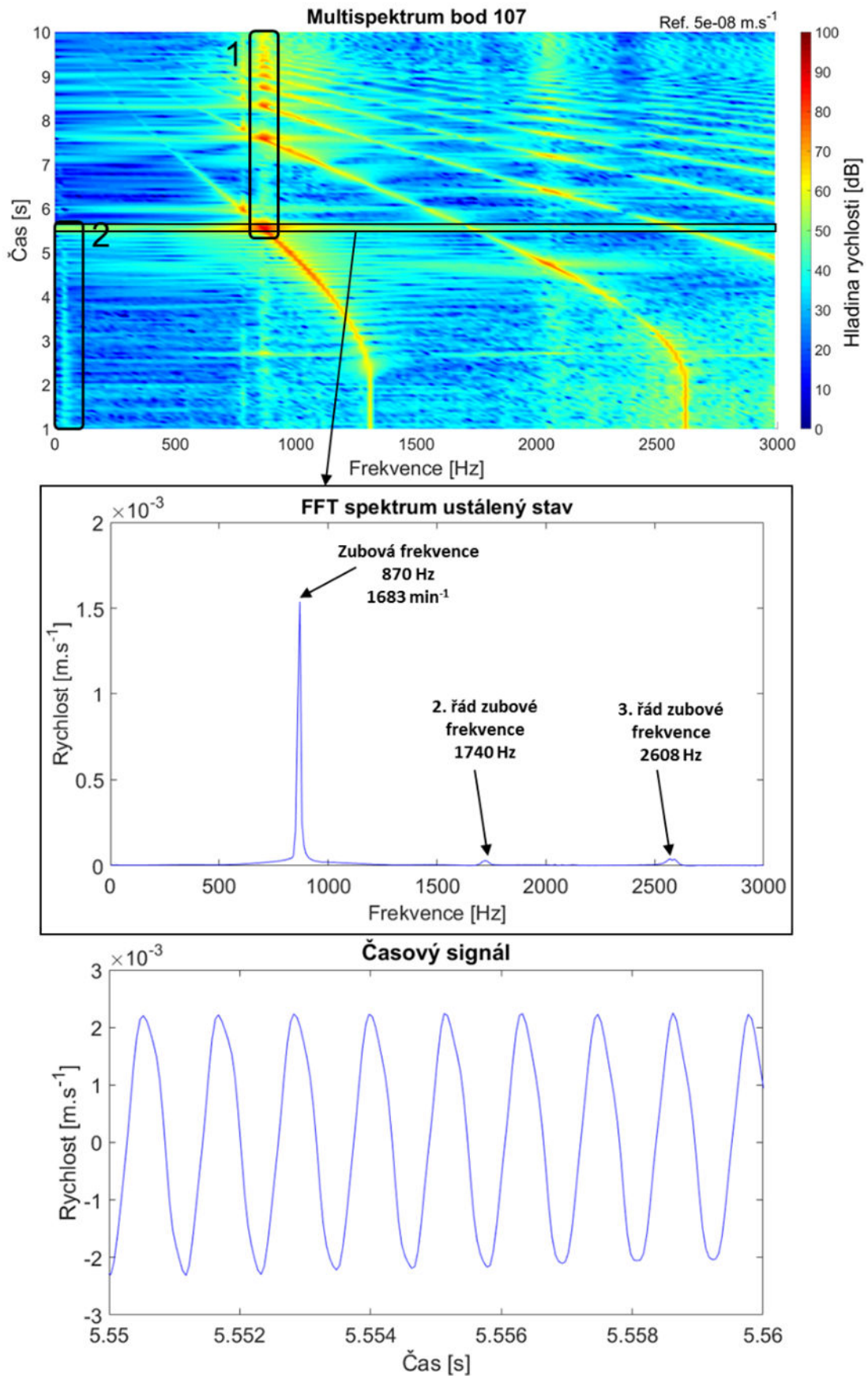
Prezentace výsledků je realizována v podobě multispekter a to pro otáčky vstupní hřídele v rozmezí $2532-0 \text{ min}^{-1}$, přičemž výstupní hřídel je zatížena krouticím momentem 6 Nm . Následně jsou pro každý bod stanoveny kritické otáčky, charakteristické lokálním nárůstem amplitudy normálové rychlosti, pro které je poté provedena simulace ustáleného stavu za účelem zjištění této amplitudy. Výsledky jsou zobrazeny na Obr. 6.8, Obr. 6.9 a Obr. 6.10.

Z výsledků lze vypočítat výrazný průběh frekvence záběru ozubení jakožto dominantního zdroje buzení, jejíž amplituda se v případě průniku s vlastní frekvencí skříňe převodovky výrazně navyšuje a to právě z důvodu vyvozené rezonance.

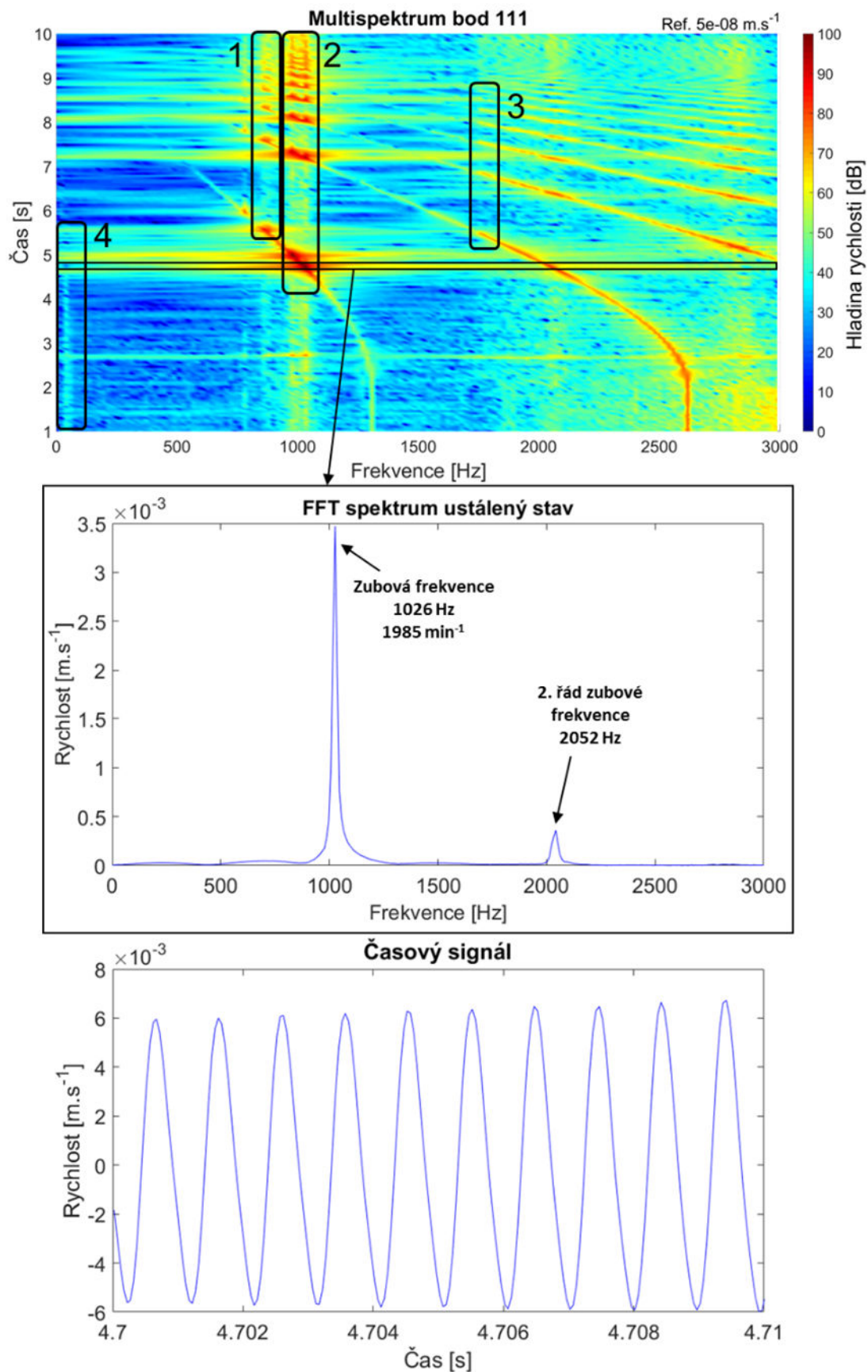
V bodě 103 a 111 lze detekovat několik míst s lokálním nárůstem amplitudy normálové rychlosti povrchu víka, přičemž v oblasti 1 se jedná o průnik zubové frekvence a jejích harmonických násobků s první vlastní frekvencí. V oblasti 2 dochází k průniku s druhou vlastní frekvencí, jež je díky pozici těchto bodů dominantní. Oblast 3 je charakteristická mírným navýšením amplitudy díky průniku se čtvrtou vlastní frekvencí a v oblasti 4 lze vidět vliv nevyváhy jednotlivých hřídelů v podobě otáčkové frekvence, která je zapříčiněna drážkou na pero pro spojení výstupních konců hřídelů. Bod 107 je charakteristický navýšením amplitudy hlavně prvního vlastního tvaru, viz oblast 1. Po vzoru ostatních bodů se v oblasti 2 nepatrně projevuje nevyváha hřídelů. Obecně lze tyto výsledky označit jako idealizované, zejména díky tomu, že byly vytvořeny za vhodných okrajových podmínek v podobě rovnoměrného chodu otáček vstupního hřídele a dále za konstantního zátěžného momentu hřídele výstupní, což je v praxi zřídka zaručeno. V následujícím kroku je provedeno měření na experimentálním zkušebním stavu s okrajovými podmínkami totožnými se simulací.



Obr. 6.8 Vyhodnocení simulace, ustálený stav, vstupní otáčky 1985 min^{-1} , moment 6 Nm , bod 103



Obr. 6.9 Vyhodnocení simulace, ustálený stav, vstupní otáčky 1683 min^{-1} , moment 6 Nm , bod 107



Obr. 6.10 Vyhodnocení simulace, ustálený stav, vstupní otáčky 1985 min⁻¹, moment 6 Nm, bod 111

7 VÝSTUPY TECHNICKÉHO EXPERIMENTU A SIMULACE

7.1 EXPERIMENTÁLNÍ PŘÍSTUP

Jak již bylo zmíněno v předchozích kapitolách, tak v rámci metodiky výpočtů dynamiky převodových ústrojí vzniklý virtuální prototyp do jisté míry vychází z výsledků předchozích analýz. Nicméně i tak je třeba pro ověření správnosti celkového postupu výsledky dané komplexním MBS modelem experimentálně ověřit.

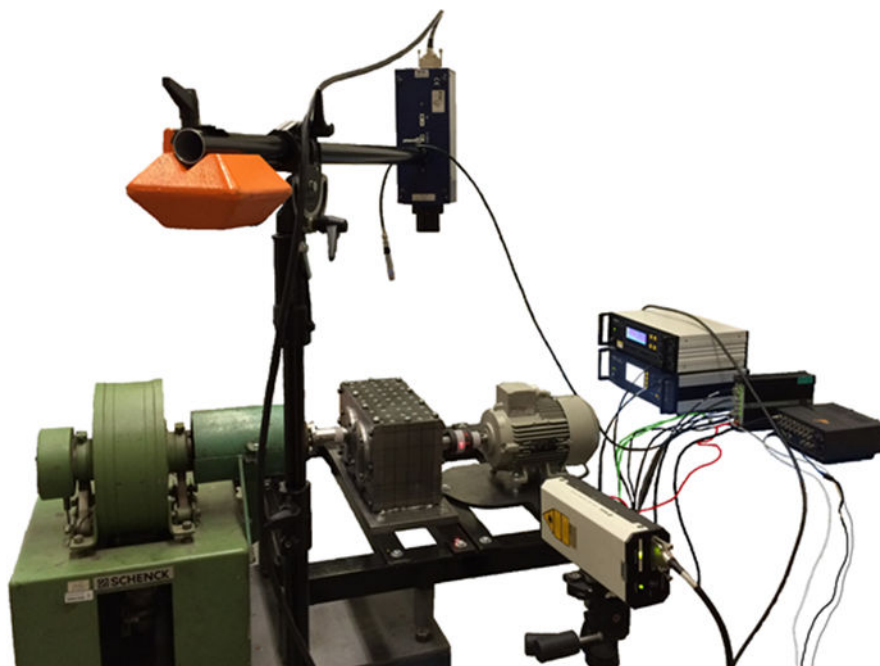
Okrajové podmínky technického experimentu jsou ztotožněny s okrajovými podmínkami simulace MBS modelu, kdy je měřen nejprve otáčkový doběh z otáček maximálních do zastavení. Z výsledků jsou následně vyhodnoceny kritické provozní stavy, kdy dochází k lokálnímu navýšení normálové rychlosti povrchu a tudíž rezonančním stavům. Pro tyto stavy jsou v dalších krocích provedeny měření za ustálených otáček.

Maximální synchronní otáčková frekvence motoru je 3000 min^{-1} , což odpovídá počtu pólů elektromotoru $p = 2$. S uvažováním skluzu je elektromotor schopen bez zatížení dosáhnout maximálních otáček 2880 min^{-1} . Z hlediska řízení experimentu je pak zvolena časová rampa poklesu otáček 50 s^{-1} za konstantního zatížení. Zátěžný moment je regulován a zároveň měřen na dynamometru. Vzhledem k nízkému jmenovitému momentu motoru ($7,3 \text{ Nm}$) je zvoleno konstantní zatížení o velikost 6 Nm . Jedná se o kompromis mezi velikostí zátěžného momentu a maximálními otáčkami, kdy je elektromotor schopen požadovaný moment vyvinout dle motorové křivky.

Skříň převodovky je osazena v místě ložisek tříosým akcelerometrem pro snímání vibrací, jakožto budicího signálu tohoto komponentu. Vibrační projev tenkostěnného víka je snímán pomocí podélného laserového vibrometru, který skýtá, kromě absence možného frekvenčního přeladění struktury, také možnost přímého výstupu veličiny rychlosti bez nutnosti integrace jako v případě akcelerometrů. Současně je rotačním laserovým vibrometrem monitorován průběh torzních vibrací vstupního hřídele pro identifikaci případného vlivu elektromotoru. Snímač otáček v podobě optické závory zajišťuje měření úhlové rychlosti vstupního hřídele převodovky. Parametry užitých snímačů jsou uvedeny v Tab. 7.1. Sběr dat je zajištěn šesti kanálovým analyzátozem od firmy Bruel & Kjaer, který je pomocí ethernetového síťového kabelu spojen s kontrolním počítačem. Celá aparatura bez periferního PC je zobrazena na Obr. 7.1.

Parametry užitých snímačů			
Snímač	Frekvenční rozsah	Citlivost	Typ výstupu
Podélný vibrometr Polytec OFV 505/5000	$0,5 \div 1500000 \text{ Hz}$	40 V/m/s	Analog
Torzní vibrometr Polytec OFV 400/4000	$1 \div 10000 \text{ Hz}$	10 V/°	Analog
Tříosý akcelerometr Bruel & Kjaer, typ 4529-B	$0,3 \div 12800 \text{ Hz}$	100 mV/g	ICP
Tacho snímač	$2 \div 200 \text{ Hz}$	1 V/V	Analog
Mikrofon Bruel & Kjaer, typ 4189	$6,3 \div 20000 \text{ Hz}$	$48,3 \text{ mV/Pa}$	ICP

Tab. 7.1 Parametry užitých snímačů

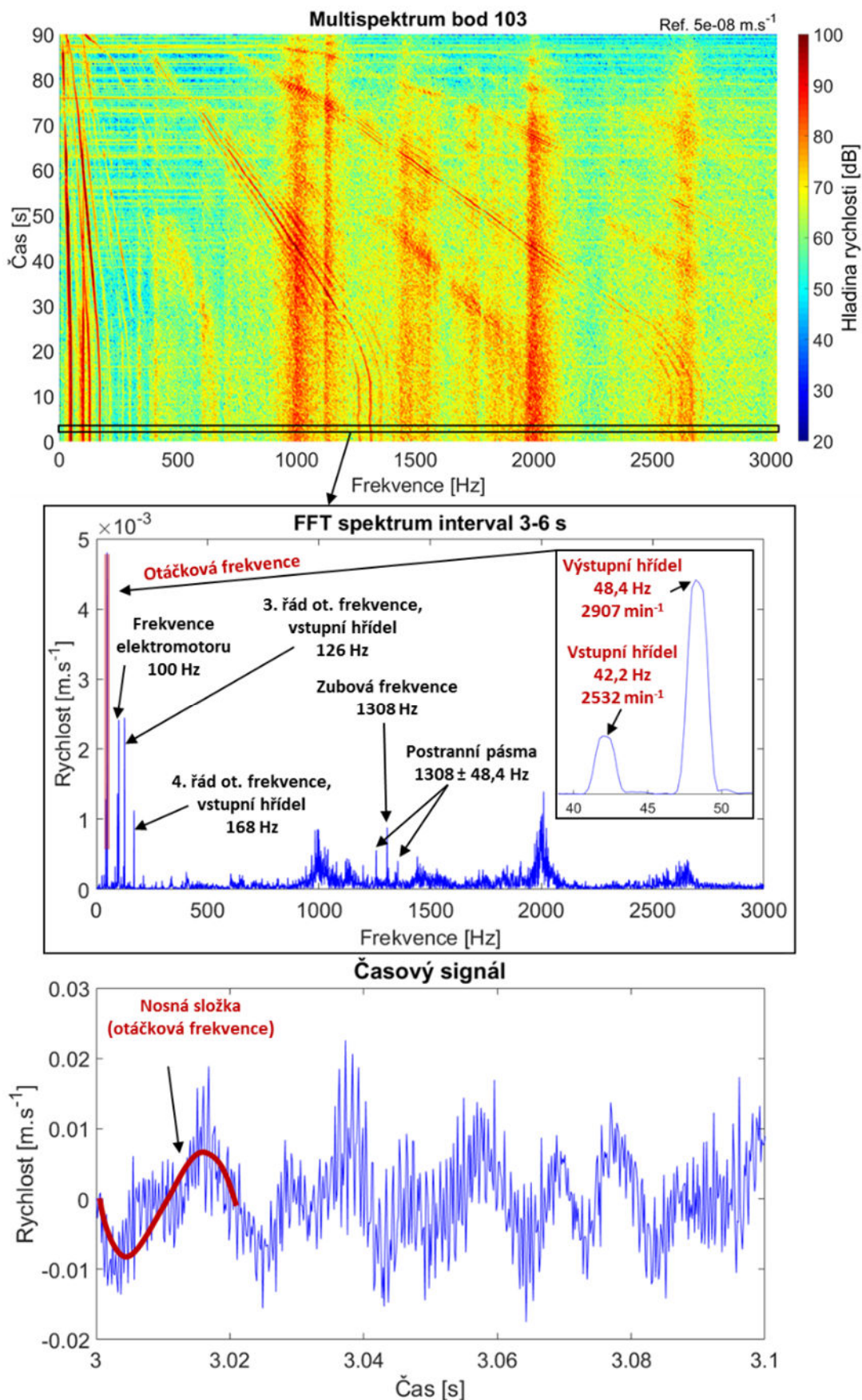


Obr. 7.1 Uspořádání experimentálního měřicího stavu včetně osazení snímači

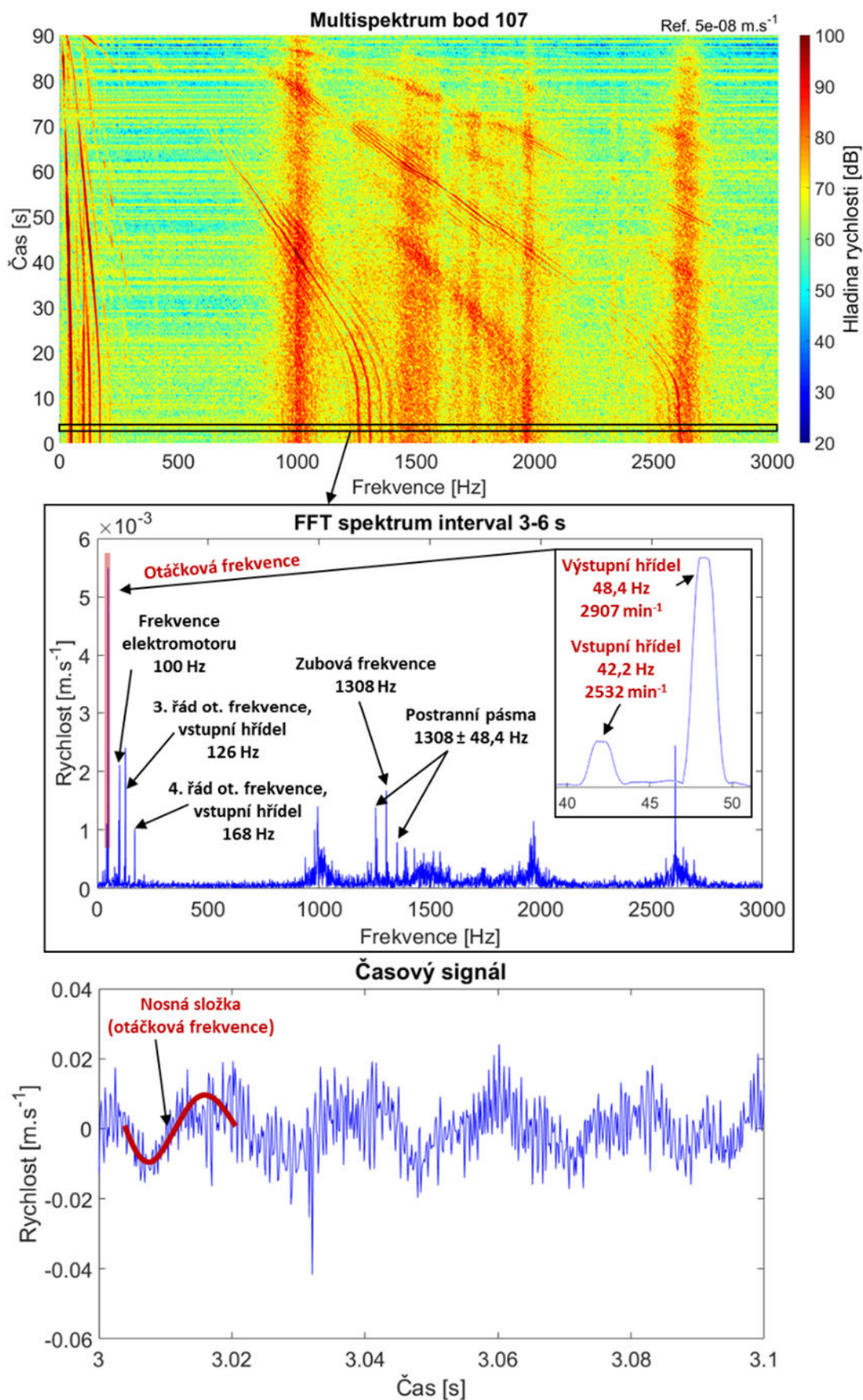
Naměřená data lze buď zpracovat přímo v komerčně dostupném softwaru Pulse Labshop příslušejícímu analyzátoru, nebo vyexportovat a dodatečně zpracovat pomocí vlastního skriptu v softwaru MATLAB. Vždy je důležité mít výsledná data zaznamenána a zároveň v časové doméně vyexportována synchronně pro všechny kanály. Z hlediska zpracování signálů se jedná hlavně o převedení do frekvenční oblasti pomocí rychlé Fourierovy transformace a prezentace výsledků pomocí spekter či multispekter. Výsledky z obou softwarů jsou vzájemně srovnatelné, ale pro otevřenost, lepší kontrolu a jednotný vzhled výstupů simulací je zvolen primárně způsob vlastního zpracování pomocí softwaru MATLAB.

Kvůli možnosti měření normálových vibrací víka převodovky pouze v jednom bodě je provedena série měření, přičemž podélný vibrometr je pro každý bod přemísťován. Tímto způsobem je experiment proveden pro body 99, 100, 103, 104, 107, 108, 111, 112 a 115, jejichž značení je totožné s předchozími metodami modální a harmonické analýzy.

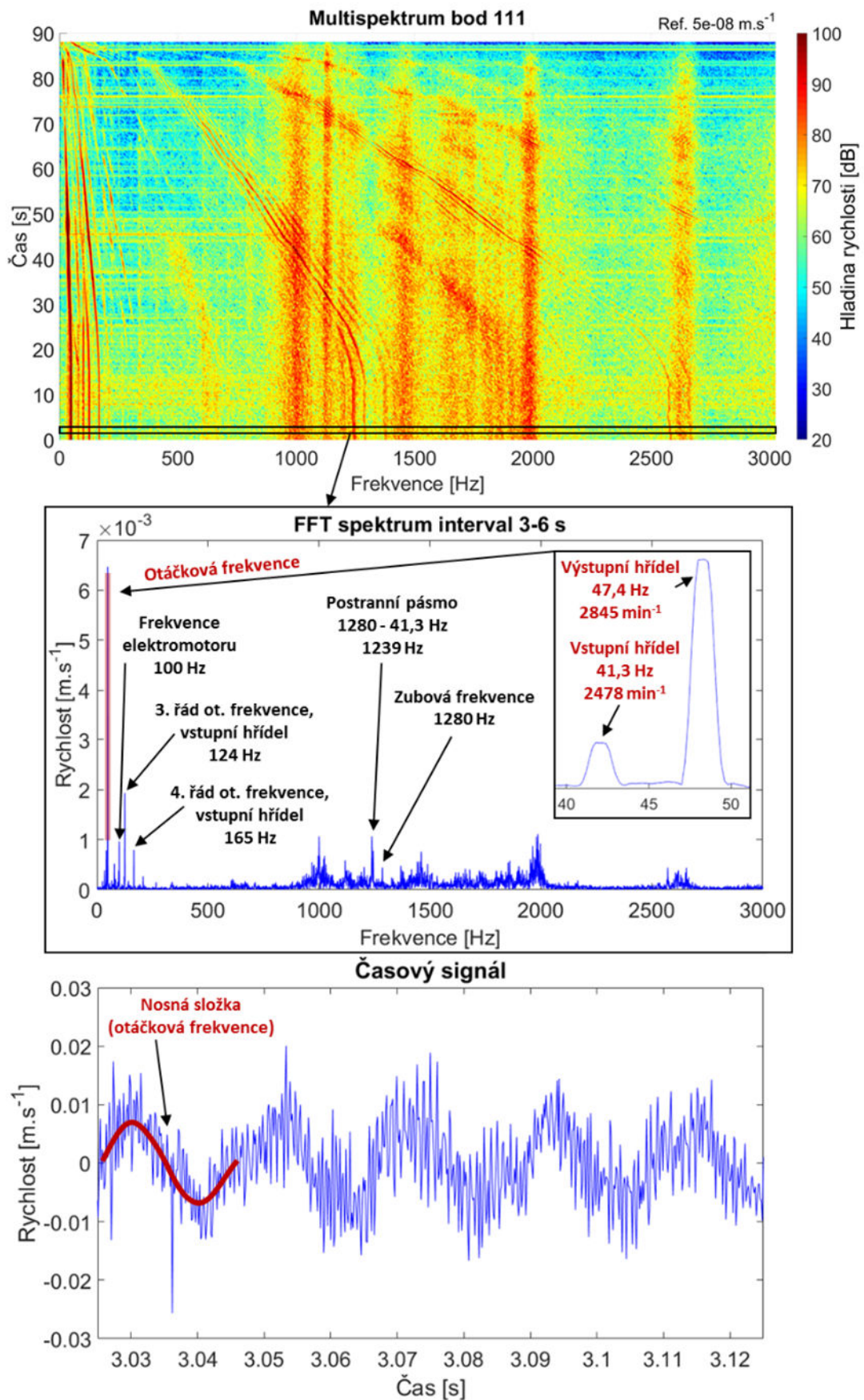
Obr. 7.2, Obr. 7.3 a Obr. 7.4 ukazují průběh normálové rychlosti povrchu víka převodovky při otáčkovém doběhu v totožných bodech jako u simulace. Výsledky jsou prezentovány v podobě multispekter, kde na ose y je vynesen čas záznamu. Namísto času lze v některých případech uvést okamžité otáčky například vstupní hřídele, avšak námi zvolená veličina umožňuje zachování přehledu o kolísání otáček v průběhu doběhu. Prvních cca 10 s záznamu je charakteristických ustálenými (maximálními) otáčkami. Pro tento provozní stav je následně zpracováno frekvenční spektrum, kde jsou identifikovány významné frekvenční složky v podobě zubové frekvence a jejích postranních pásem, dále otáčkové frekvence.



Obr. 7.2 Vyhodnocení technického experimentu, ustálený stav, vstupní otáčky 2532 min⁻¹, moment 6 Nm, bod 103

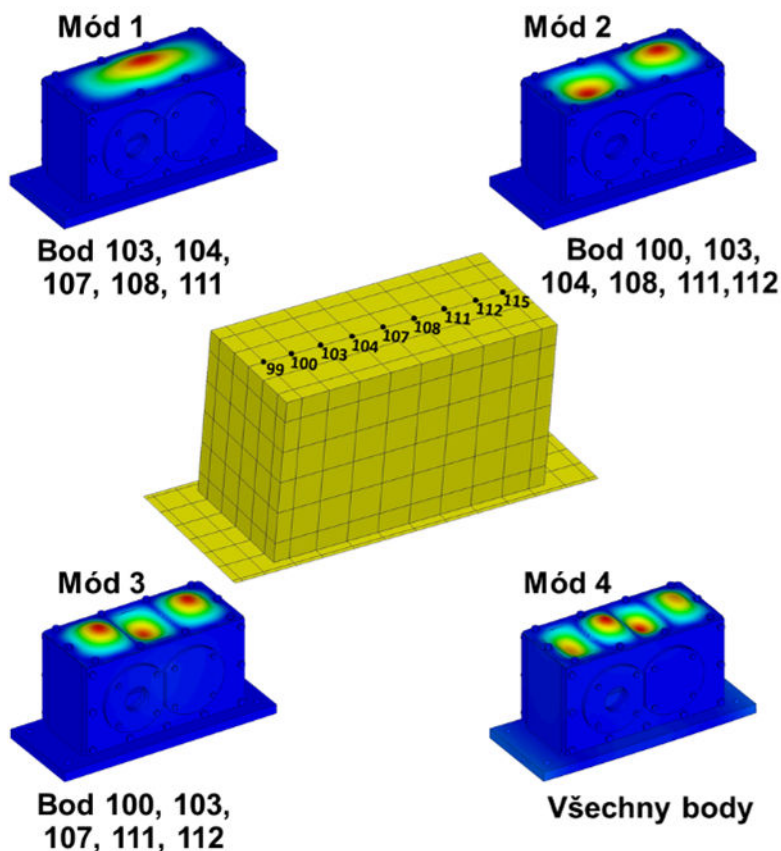


Obr. 7.3 Vyhodnocení technického experimentu, ustálený stav, vstupní otáčky 2532 min^{-1} , moment 6 Nm , bod 107

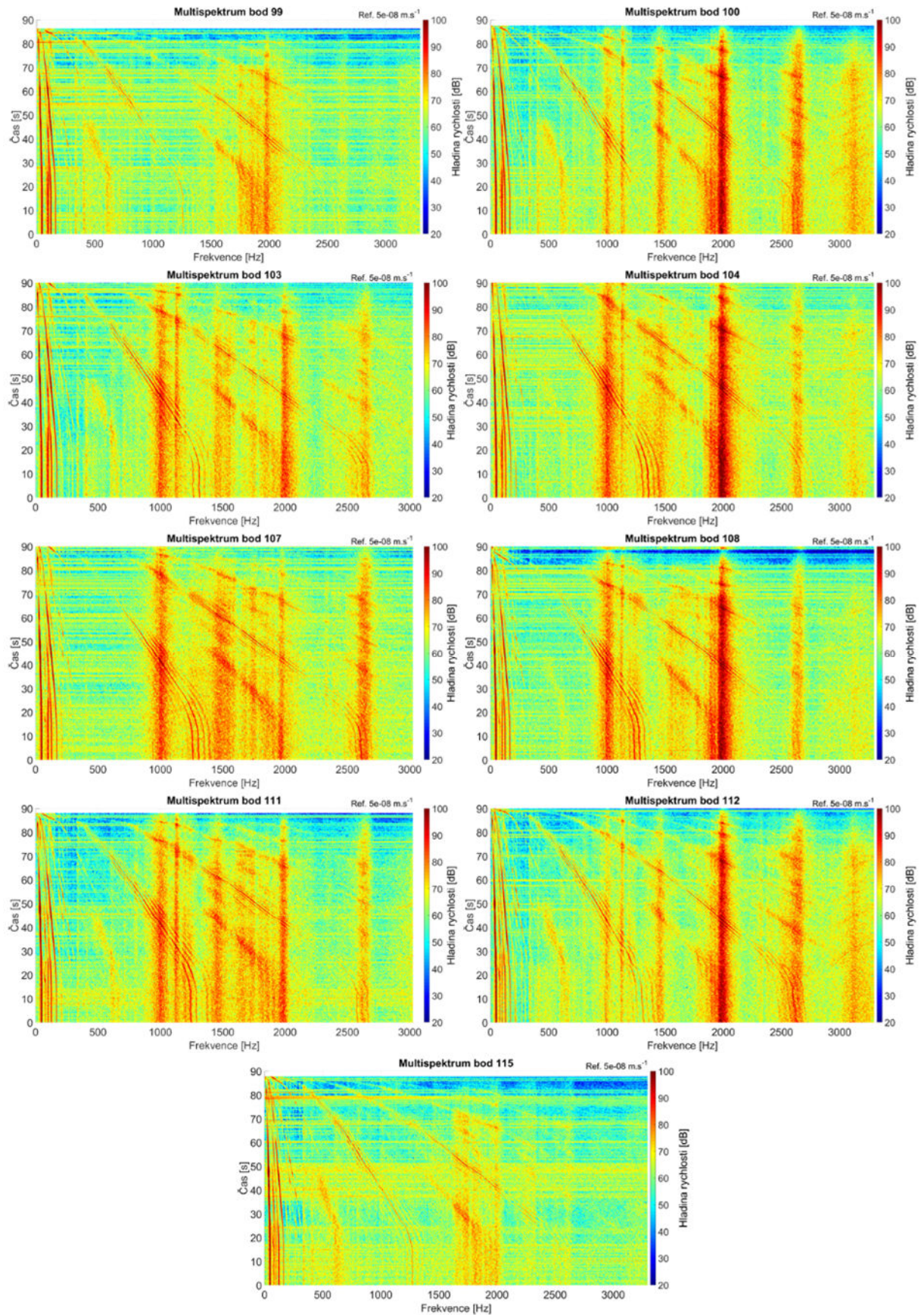


Obr. 7.4 Vyhodnocení technického experimentu, ustálený stav, vstupní otáčky 2532 min^{-1} , moment 6 Nm , bod 111

Z porovnání výsledků simulace a experimentu lze vypožorovat několik zásadních rozdílů. Jako první lze uvést přítomnost dominantních složek otáčkové frekvence, jež jsou způsobeny nevývahou v podobě neobrobené části polotovaru výkovku ozubeného kola na výstupní hřídeli. Dalším rozdílným prvkem je vyšší míra zvýraznění vlastních frekvencí víka skříně převodovky. Toto je způsobeno přítomností širokopásmového buzení, jež může mít původ v nerovnoměrnosti chodu otáček, způsobené například vstupem z elektromotoru nebo právě nedokonalostmi v podobě nevývahy. Nejzásadnější rozdíl však spočívá ve frekvenčním přeladění víka skříně, kdy se vlastní frekvence posouvají o cca 150 Hz výše. Například v případě prvního vlastního tvaru vzrostla frekvence, stanovena pomocí experimentální modální analýzy, z hodnoty 852 Hz na hodnotu 1000 Hz. Toto tvrzení je podloženo Obr. 7.5, který pomocí prvních čtyř vlastních tvarů kmitů víka uvádí informace o projevu těchto módů prostřednictvím otáčkově nezávislého navýšení amplitudy v jednotlivých bodech měření. Obr. 7.6 obsahuje multispektra normálové rychlosti povrchu pro všechny měřené body, na základě jejich srovnání byl tento závěr stanoven.



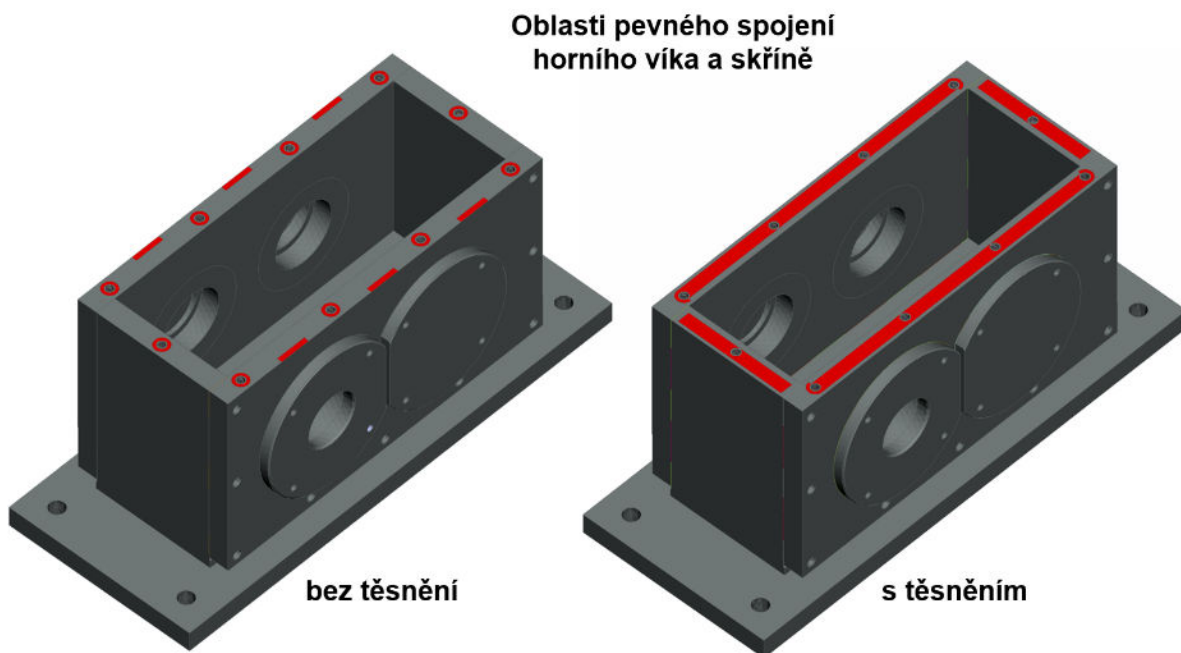
Obr. 7.5 Posouzení projevu vlastních frekvencí při měření v jednotlivých bodech



Obr. 7.6 Multispektra normálových vibrací povrchu víka skříňe převodovky v jednotlivých bodech

7.2 SIMULACE SE ZAHRNUTÍM REÁLNÝCH PROVOZNÍCH PODMÍNEK

Výše zmíněné frekvenční přeladění je způsobeno kombinací několika změn, které v porovnání se stavem při volné modální analýze při aplikaci zástavby na experimentální stav nastaly. Jedná se zejména o uchycení skříňě převodovky k rámu zkušebního stavu, doplnění sestavy převodovky o hřídele s ozubenými koly a aplikaci těsnicího tmelu mezi jednotlivé demontovatelné komponenty. První dva zmíněné faktory mohou obecně modální vlastnosti ovlivnit, ovšem v tomto případě jsou vlastní frekvence zbytku skříňě od vlastních frekvencí horního víka odděleny z důvodu velmi rozdílné tuhosti komponent. Díky tomuto faktu se jako zásadní jeví aplikace těsnicího tmelu mezi tenkostěnné horní víko a horní čela bočnic. Díky technologickému postupu aplikace těsnění, jež doporučuje třiceti minutové vyčkání po aplikaci na dosedací plochy, dochází k následnému dotahování víka při již tuhé konzistenci těsnicího tmelu. V místech mezi šrouby dochází k ohybovému namáhání víka převodovky, jež se v případě 3 mm tlustého víka zásadně projevuje na velikosti předpětí a tím i navýšení vlastních frekvencí komponentu. Tento jev doposud nebyl při tvorbě MNF souboru skříňě převodovky zohledněn. Kontaktní plochy pro spojení horního víka s tělem převodovky díky velmi malé tloušťce komponentu vznikají pouze v blízkém okolí šroubových spojů, viz Obr. 5.3 v kapitole modální analýzy. Jelikož je modelování předpětí víka převodovky v závislosti na množství a tudíž i tuhosti těsnicího tmelu velmi komplexní problém, je přistoupeno k zavedení zjednodušující podmínky, jež předpokládá aktivaci pevného kontaktu po celém obvodu dosedací plochy víka. Rozdíl v aplikaci pevného spoje mezi variantou bez těsnění a s těsněním je uveden na Obr. 7.7.



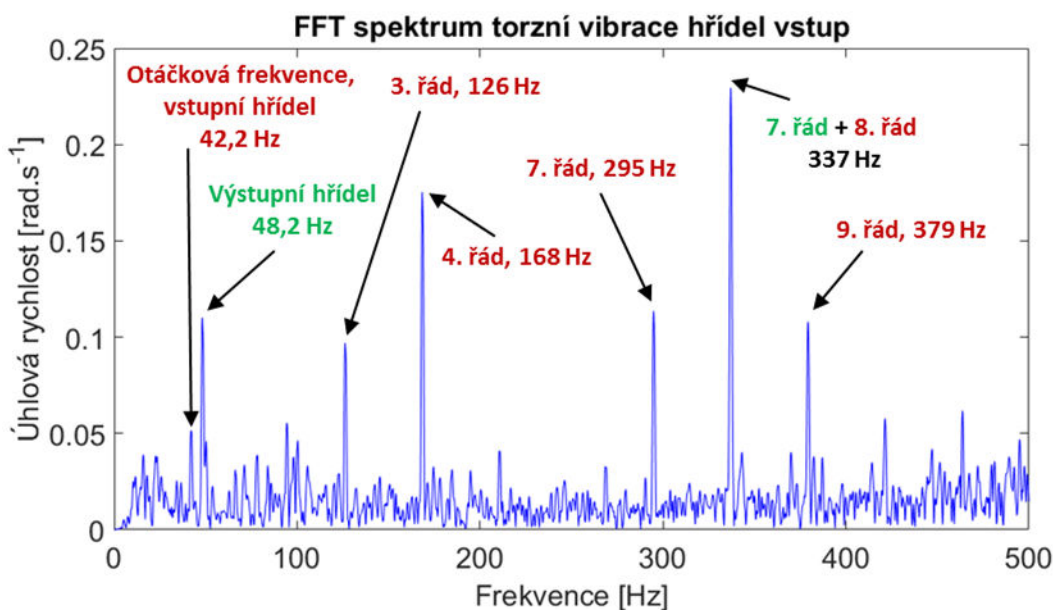
Obr. 7.7 Rozdíl v tvarech kontaktních ploch bez těsnění a s těsněním

Aplikací výše zmíněného přístupu dochází k navýšení vlastních frekvencí, jež jsou po provedení CB metody zobrazeny v Tab. 7.2.

Pro zjištění míry nevyváhy na zkušebním stavu je provedeno vyhodnocení torzních vibrací na vstupním hřídeli. Výsledky jsou pro otáčky vstupního hřídele 2500 min⁻¹ prezentovány formou FFT spektra na Obr. 7.8.

MBS bez těsnění		MBS s těsněním	
Mód	Frekvence [Hz]	Frekvence [Hz]	Rozdíl [%]
1	852,4	994	14
2	1032,1	1173	12
3	1286,4	1509	15
4	1635,4	1773	8
5	1831,9	1966	7
6	1868,2	1987	6
7	2105,5	1991	-6
8	2276	2283	0
9	2309,7	2435	5
10	2430,3	2628	8
11	2462,7	2642	7
12	2472,2	2767	11
13	2780,7	2813	1
14	2878,2	2944	2

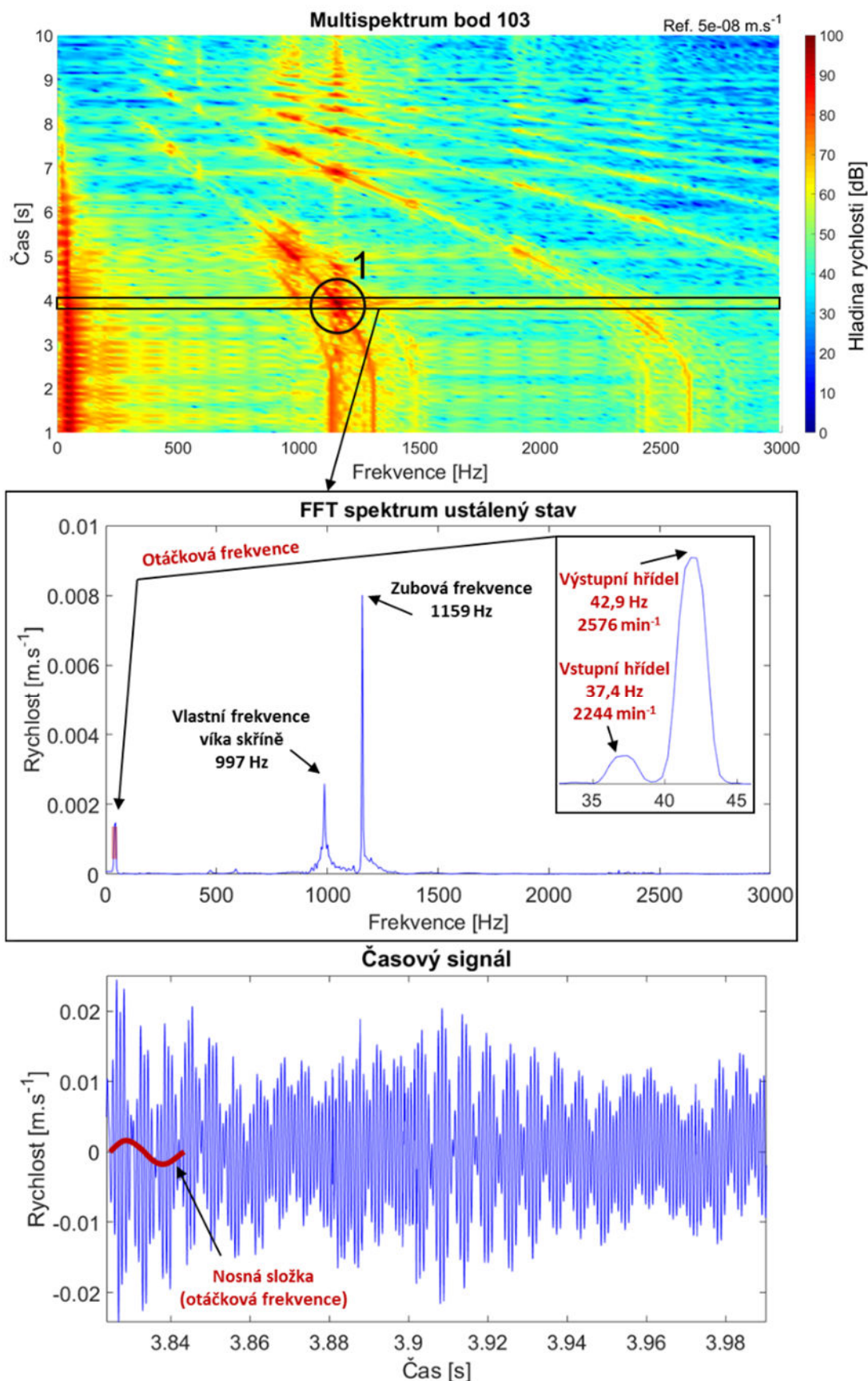
Tab. 7.2 Vlastní frekvence skříňe převodovky po provedení CB redukce



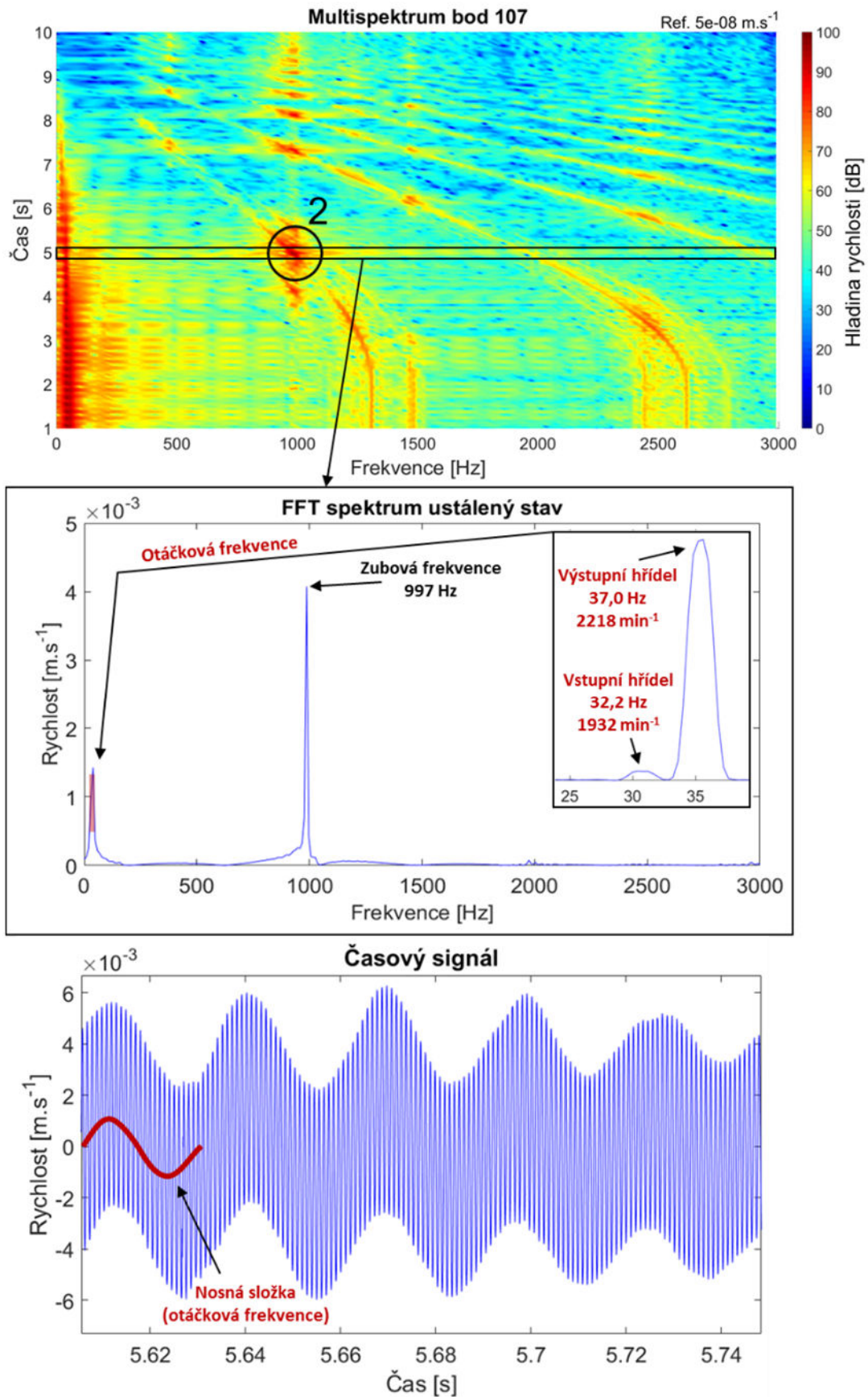
Obr. 7.8 FFT spektrum úhlové rychlosti vstupního hřídele

I přes umístění snímače na vstupu do převodovky lze na průběhu torzních vibrací vidět dominantní otáčkovou frekvenci hřídele výstupní, na níž se vyskytuje výše diskutovaná nevyváha. Nejvyšší amplituda nastává při frekvenci 337 Hz, kdy dochází k průniku 7. řádu otáčkové frekvence výstupního hřídele s 8. řádem otáčkové frekvence hřídele vstupního. Dominantní frekvenční složky tohoto průběhu a jejich amplitudy jsou následně v simulaci užity pro zahrnutí nerovnoměrnosti chodu vstupního hřídele.

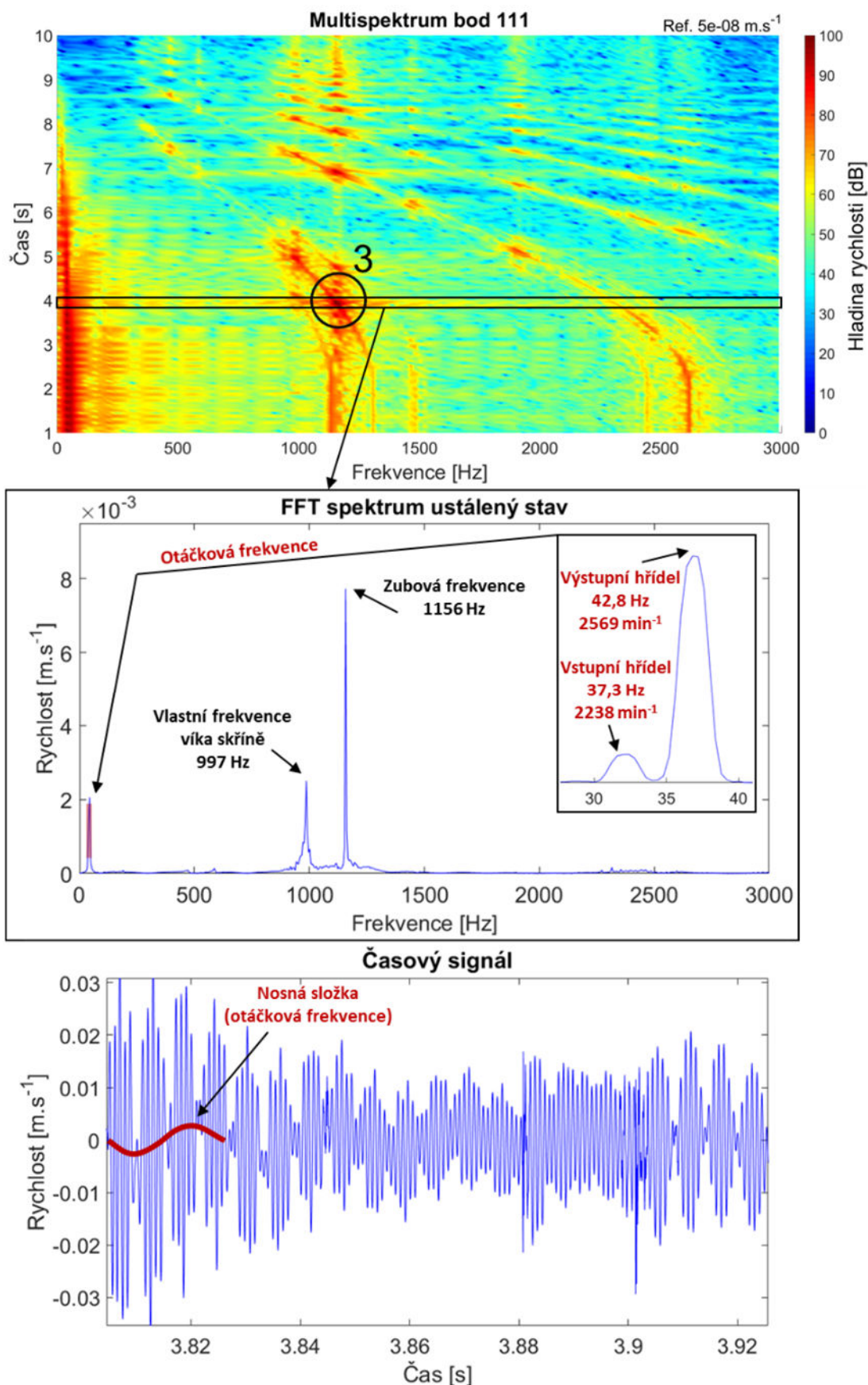
Výsledky simulace se zahrnutím výše uvedených aspektů jsou uvedeny opět pro bod 103, 107 a 111 na Obr. 7.9, Obr. 7.10 a Obr. 7.11.



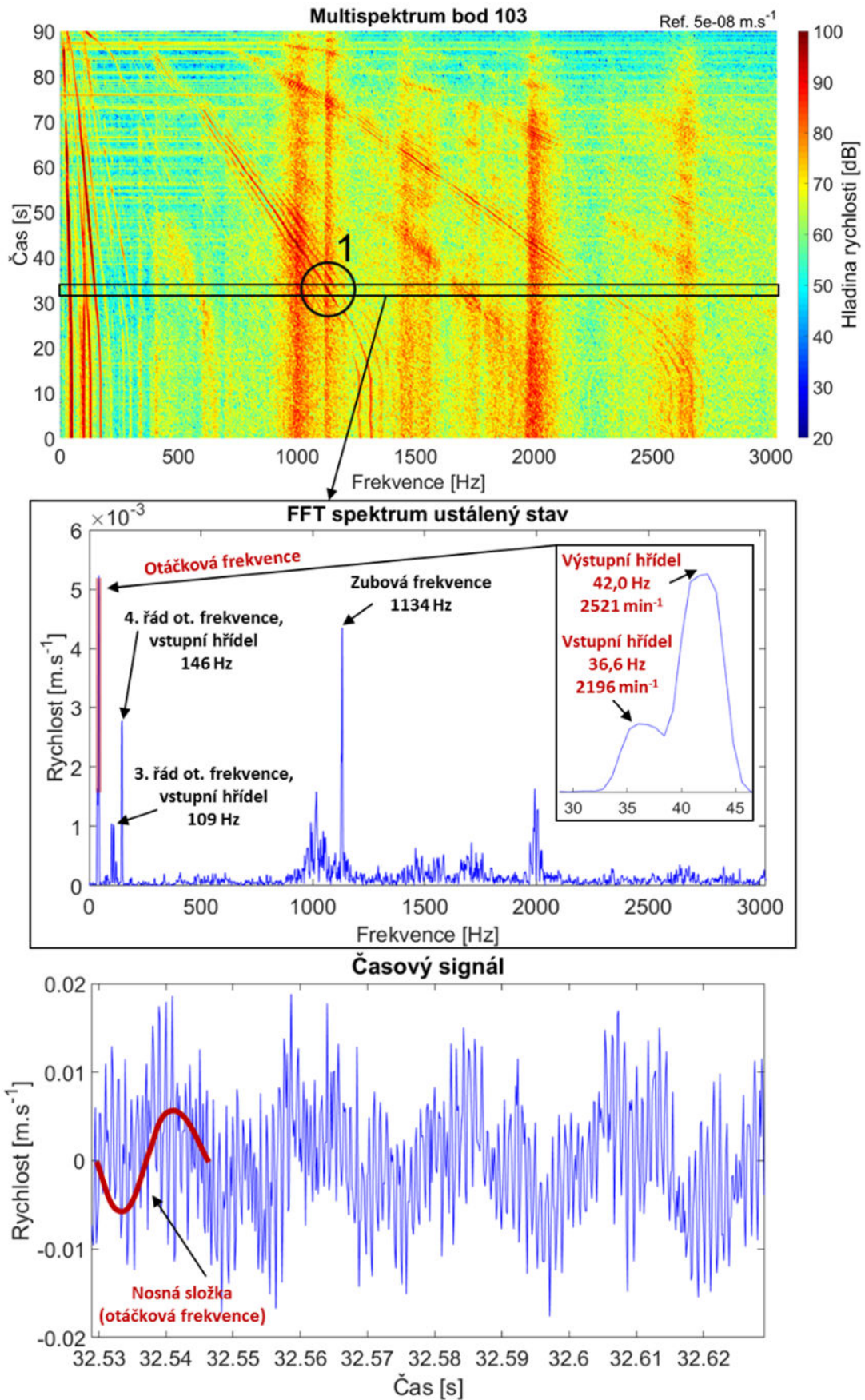
Obr. 7.9 Vyhodnocení simulace, ustálený stav, vstupní otáčky 2244 min^{-1} , moment 6 Nm, bod 103



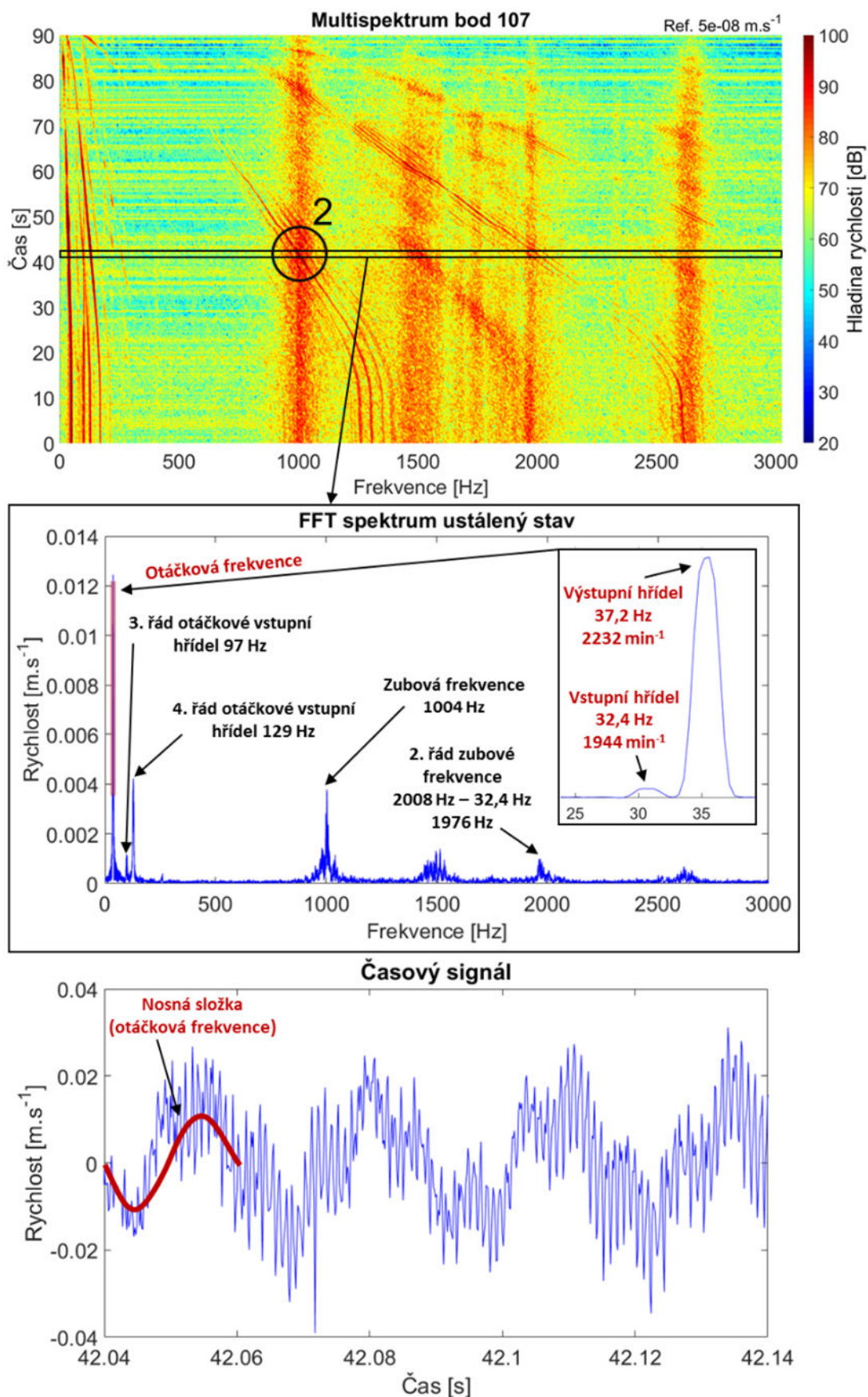
Obr. 7.10 Vyhodnocení simulace, ustálený stav, vstupní otáčky 1932 min^{-1} , moment 6 Nm, bod 107



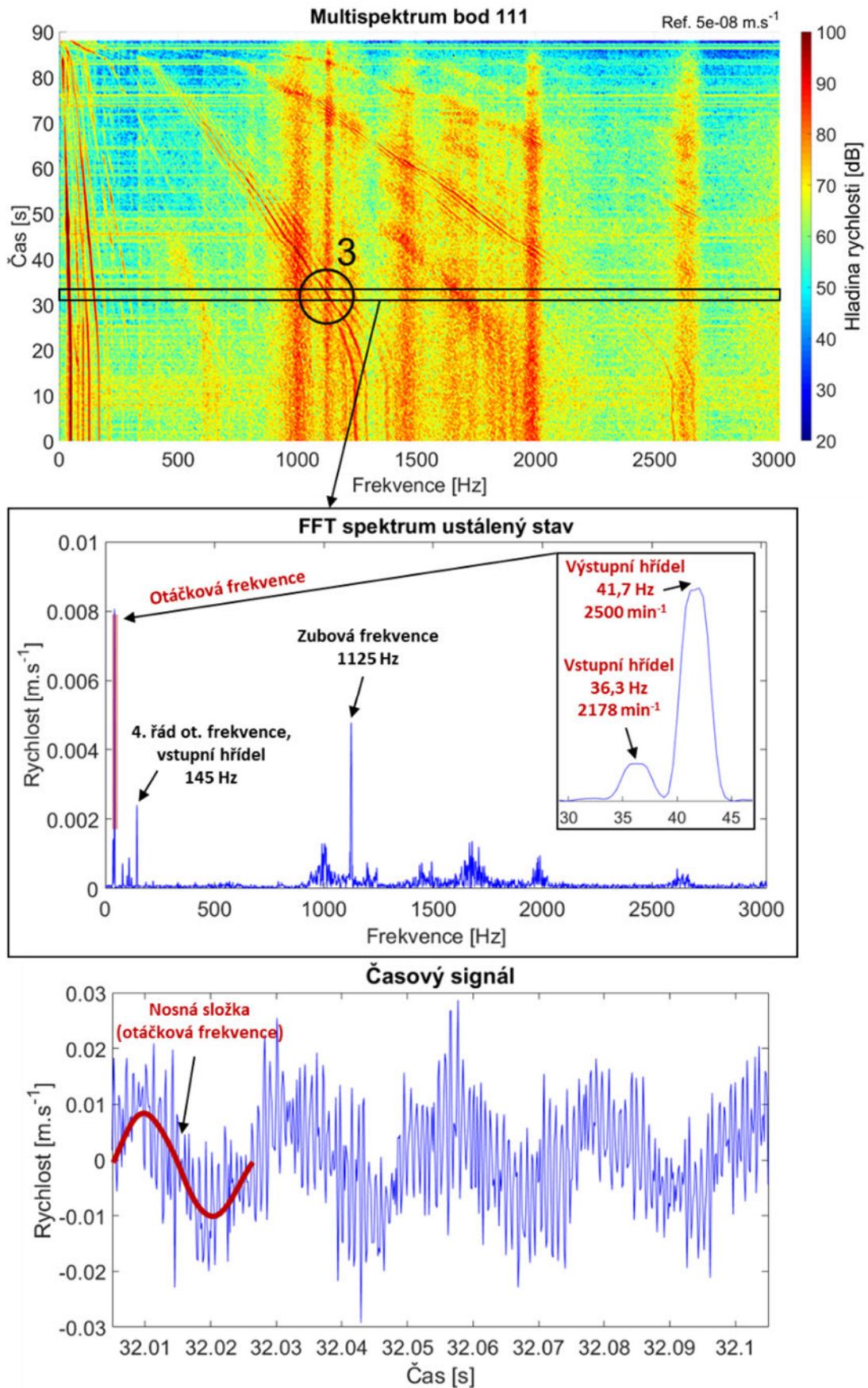
Obr. 7.11 Vyhodnocení simulace, ustálený stav, vstupní otáčky 2238 min^{-1} , moment 6 Nm, bod 111



Obr. 7.12 Vyhodnocení technického experimentu, ustálený stav, vstupní otáčky 2196 min⁻¹, moment 6 Nm, bod 103



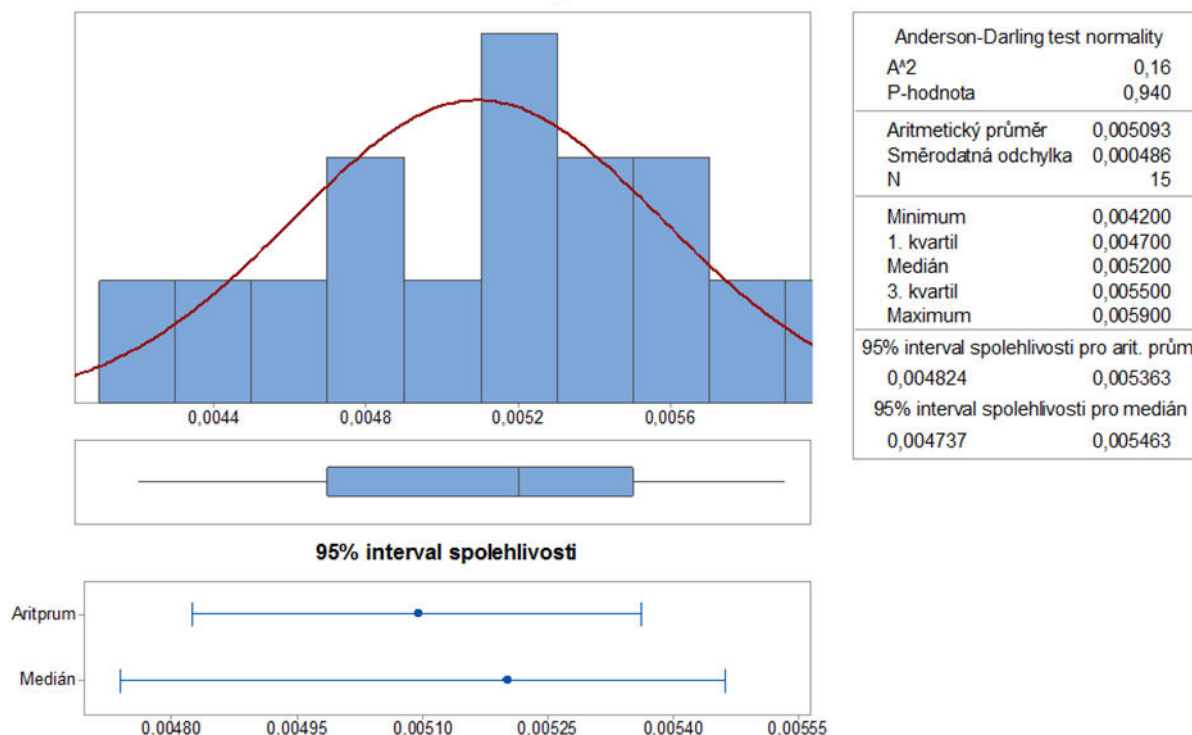
Obr. 7.13 Vyhodnocení technického experimentu, ustálený stav, vstupní otáčky 1944 min^{-1} , moment 6 Nm, bod 107



Obr. 7.14 Vyhodnocení technického experimentu, ustálený stav, vstupní otáčky 2178 min⁻¹, moment 6 Nm, bod 111

Pro porovnání výsledků simulace a technického experimentu je užitá velikost amplitudy normálové rychlosti povrchu víka v kritických provozních stavech. Proto jsou po vzoru simulace identifikovány kritické provozní otáčky, pro něž jsou následně provedena měření ustálených stavů a vyhodnocena. Pro každý zkoumaný bod je vykonáno 15 měření, přičemž vždy mezi jednotlivými záznamy dochází k zastavení experimentálního převodu. Naměřená data jsou následně statisticky zpracována. Výsledky těchto analýz jsou zobrazeny na Obr. 7.15, Obr. 7.16 a Obr. 7.17. Z těchto výstupů je patrné, že hodnoty aritmetického průměru a mediánu se od sebe výrazně neliší. Pro následné porovnání výsledků technického experimentu s výpočty je užitá hodnota aritmetického průměru.

Statistická analýza měření - bod 103



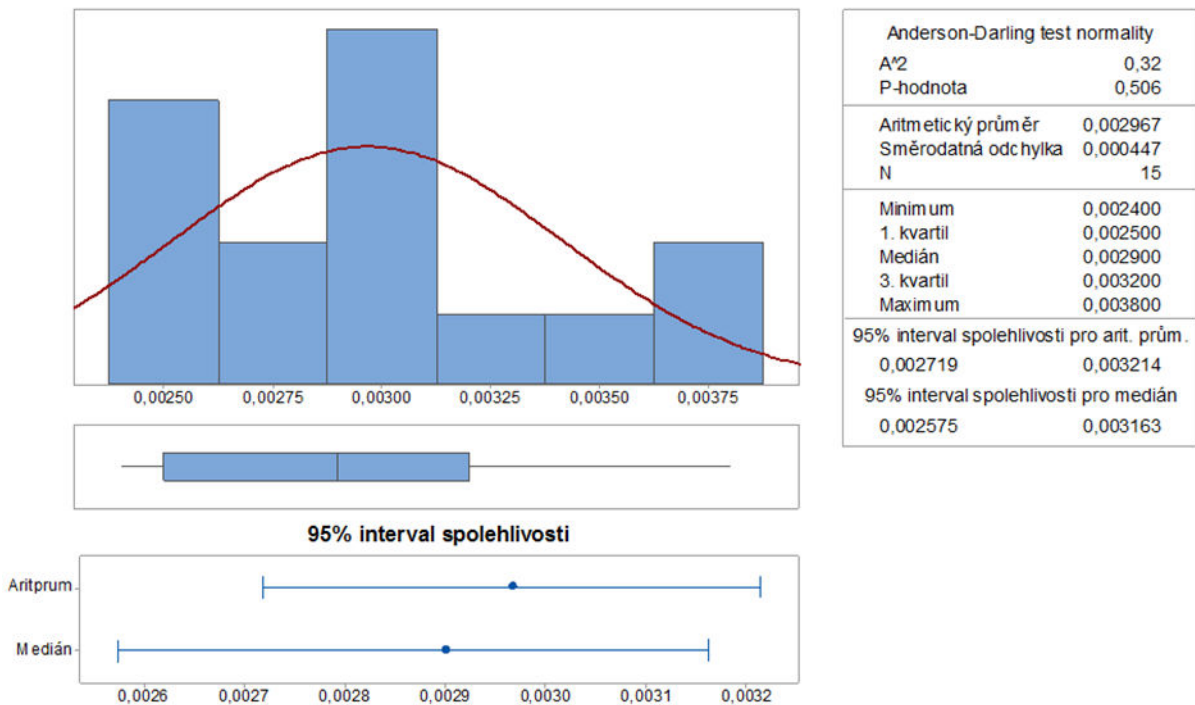
Obr. 7.15 Statistická analýza výsledků normálové rychlosti povrchu víka, bod 103

Kritická místa jsou v multispektrech vyznačena opět čísly 1 až 3. Výsledky jsou zobrazeny na Obr. 7.12, Obr. 7.13 a Obr. 7.14. Hodnoty amplitud normálové rychlosti povrchu víka v korespondujících kritických místech pro technický experiment a simulaci jsou porovnány v Tab. 7.3.

Normálová rychlost povrchu horního víka					
Kritické místo	Bod	Výpočet [m·s ⁻¹]	Experiment [m·s ⁻¹]	Rozdíl [%]	Rozdíl [dB]
1	103	0,008	0,0051	36	3,91
2	107	0,004	0,003	25	2,5
3	111	0,0077	0,0053	31	3,24

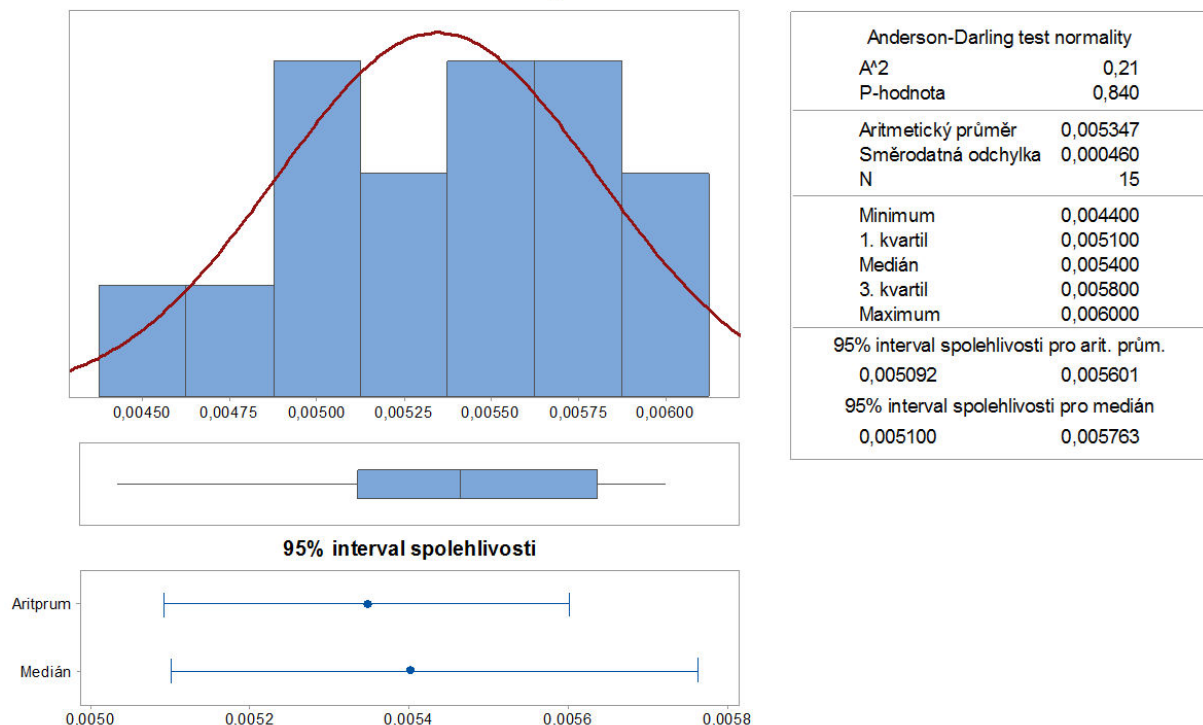
Tab. 7.3 Srovnání výsledků výpočtu a technického experimentu normálové rychlosti povrchu horního víka převodovky v kritických místech

Statistická analýza měření - bod 107



Obr. 7.16 Statistická analýza výsledků normálové rychlosti povrchu víka, bod 107

Statistická analýza měření - bod 111



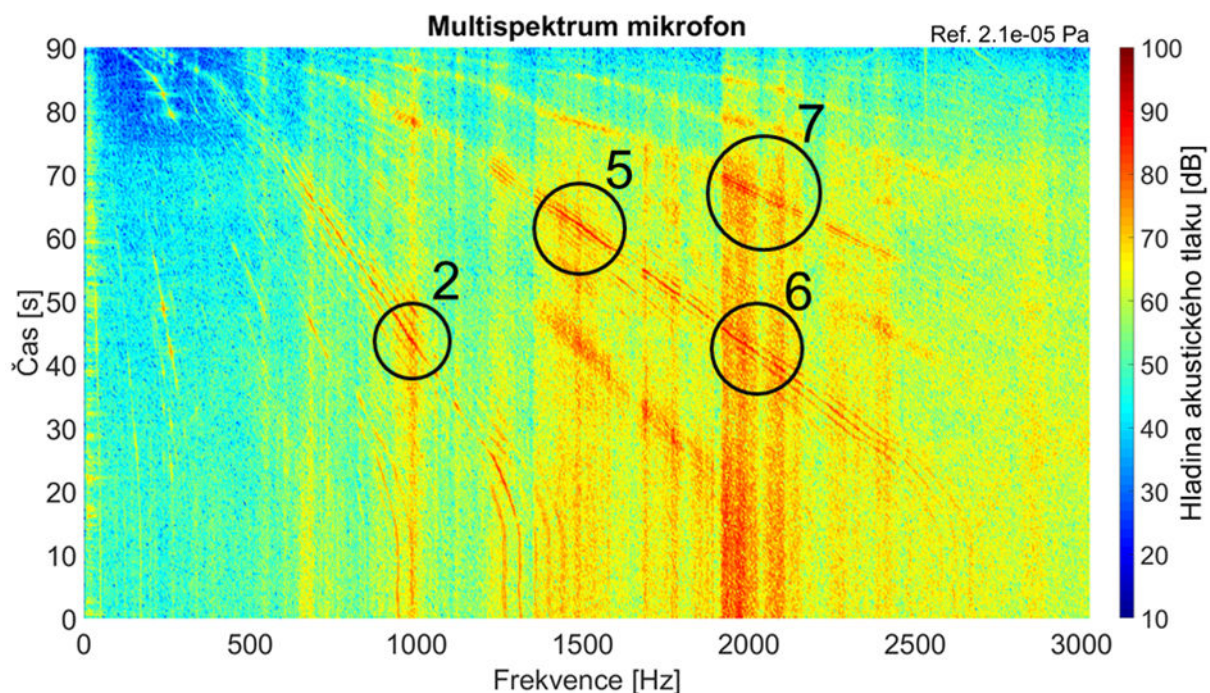
Obr. 7.17 Statistická analýza výsledků normálové rychlosti povrchu víka, bod 111

Z porovnání vyplývá řádová shoda výsledků simulace a technického experimentu. Procentuální rozdíl velikosti amplitud rychlosti pro místo průniku budící zubové frekvence s frekvencí druhého vlastního tvaru horního víka dosahuje hodnot až 45 %.

Tento fakt může být důsledkem nedostatečně popsaného spojení horního víka a zbytku převodové skříně, kde vlivem výše popsané přítomnosti těsnicího tmelu vzniká předpětí v důsledku dotažení úchytných šroubů. Tato vnesená napjatost má na zkoumaný komponent o tloušťce stěny 3mm zásadní vliv.

7.3 AKUSTICKÝ PROJEV EXPERIMENTÁLNÍHO PŘEVODU

Pro zjištění vlivu modálních vlastností na hlukový projev experimentálního převodu je provedeno měření hladiny akustického tlaku pomocí kondenzátorového mikrofону uvedeného v Tab. 7.1. Snímač je umístěn ve vzdálenosti 400 mm nad horním víkem převodovky. Na Obr. 7.18 jsou prezentovány výsledky ve formě multispektra pro doběh převodovky po vzoru předchozích měření vibrací, přičemž hladina akustického tlaku v tomto případě není z důvodů diagnostiky vážena filtrem A.



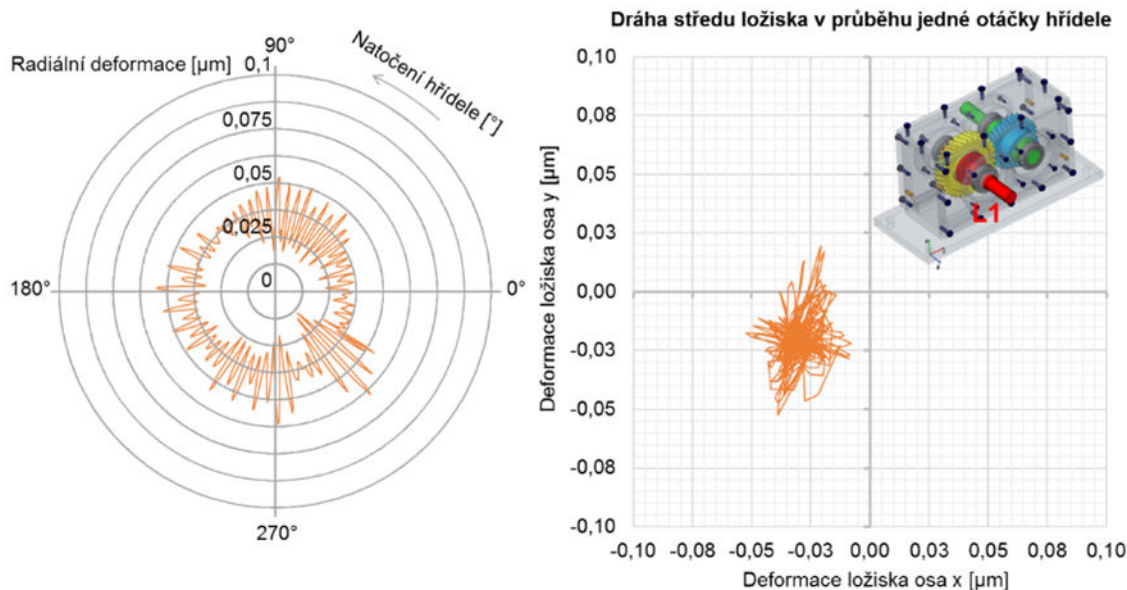
Obr. 7.18 Multispektrum hladiny akustického tlaku pro otáčky v rozmezí 2532-0, moment 6 Nm

Z výsledků lze identifikovat opět kritické místo 2, jež koresponduje s průnikem prvního řádu zubové frekvence a první vlastní frekvence víka převodovky. Výrazné navýšení amplitudy hladiny akustického tlaku nastává také v průniku frekvence třetího vlastního tvaru víka s druhým řádem zubové frekvence, jež je označen kritickou oblastí 5. Z hlediska hluku je však nejvíce kritická frekvence čtvrtého vlastního tvaru víka, jíž prochází vyšší harmonické násobky frekvence zubové, viz kritické oblasti 6 a 7.

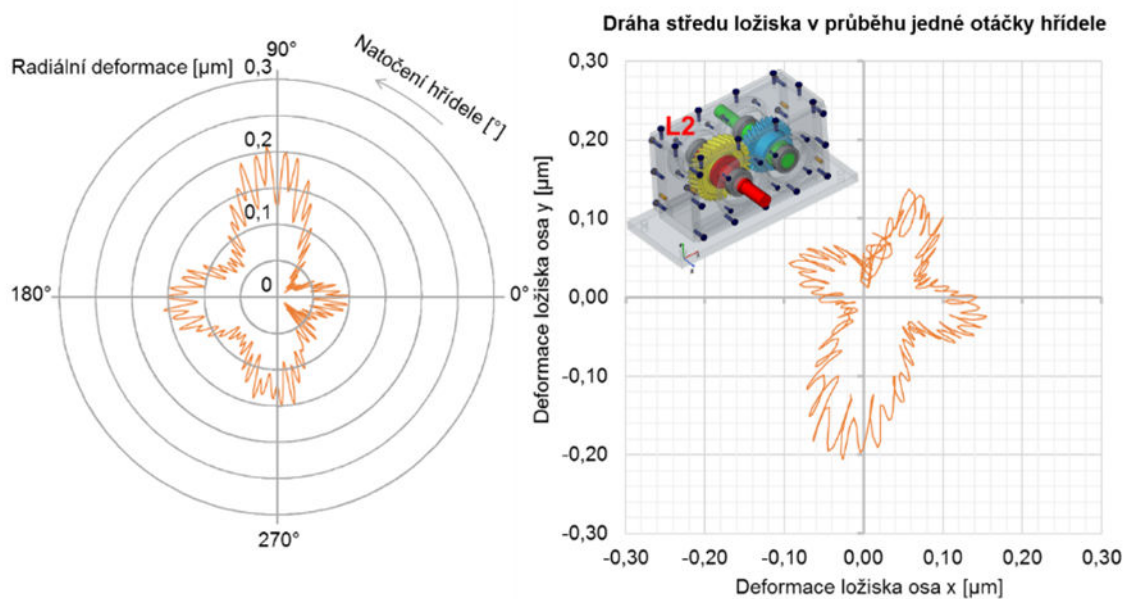
7.4 OSTATNÍ VÝSTUPY VIRTUÁLNÍHO PROTOTYPU

Vedle parametrů vibrací povrchu jednotlivých komponent virtuálního prototypu lze získat mnoho dalších potřebných průběhů veličin, jako je například osová vzdálenost ozubených kol, deformační posuv v ložiskách, reakční síly v ložiskách nebo reakční síly v místech úchytů skříně převodovky. Všechny tyto informace jsou vykreslovány v reálném čase a pro určité okrajové podmínky. Příkladem může být průběh deformace ložisek, jež je pro výše stanovené kritické otáčky 2238 min⁻¹ a zátěžný moment 6 Nm

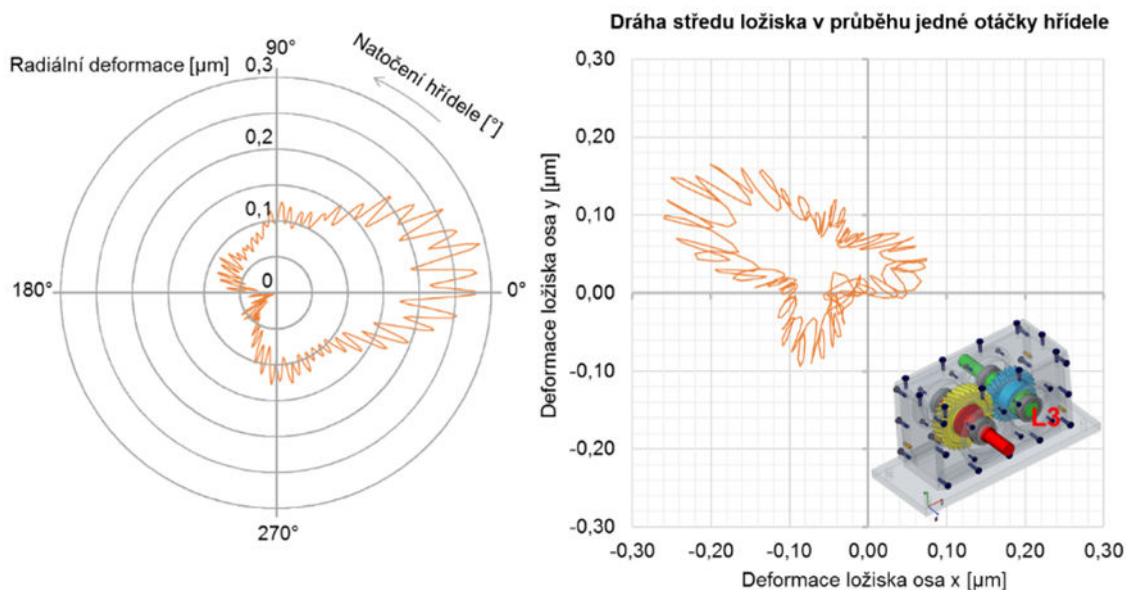
zobrazen na Obr. 7.19, Obr. 7.20, Obr. 7.21 a Obr. 7.22. Vždy se jedná o vykreslení dat v rámci jedné otáčky vstupní hřídele.



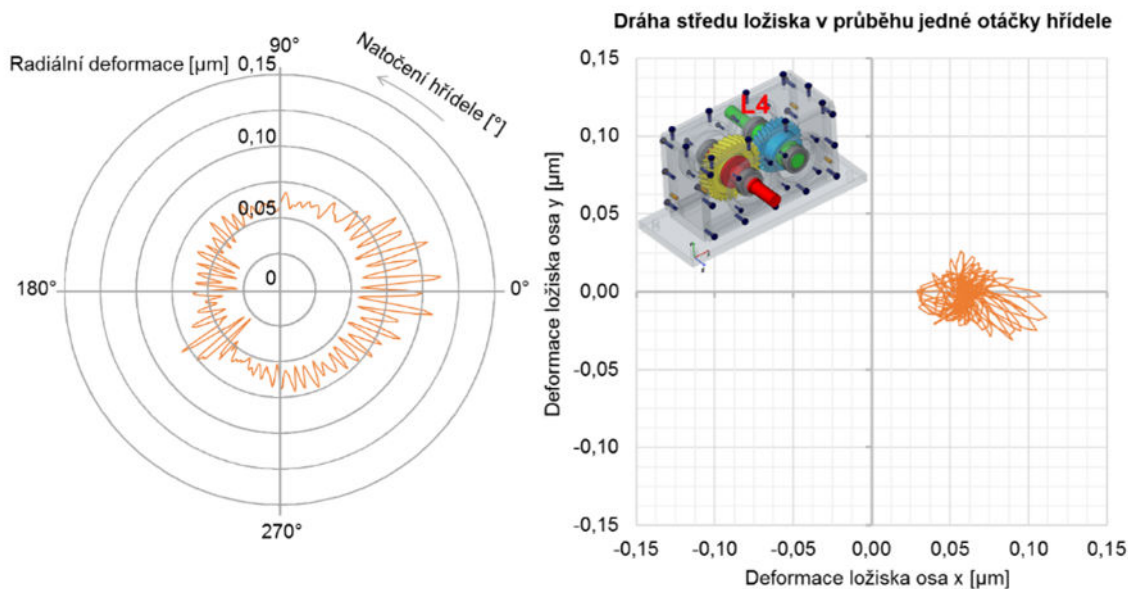
Obr. 7.19 Deformace a dráha středu v průběhu jedné otáčky hřídele, ložisko 1



Obr. 7.20 Deformace a dráha středu v průběhu jedné otáčky hřídele, ložisko 2

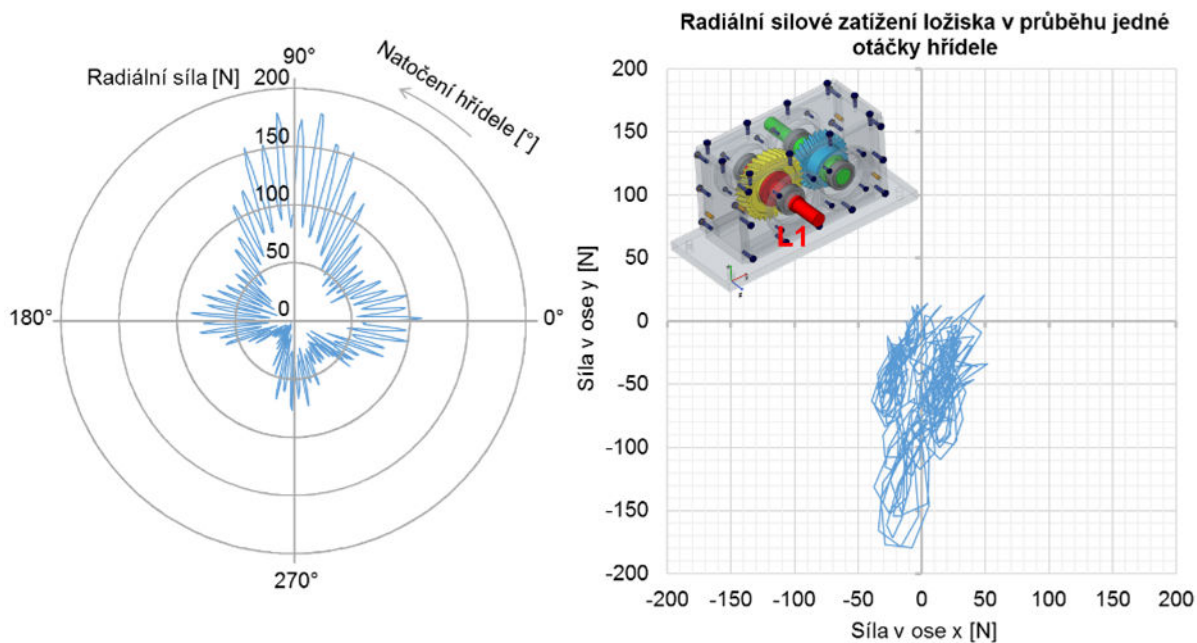


Obr. 7.21 Deformace a dráha středu v průběhu jedné otáčky hřídele, ložisko 3

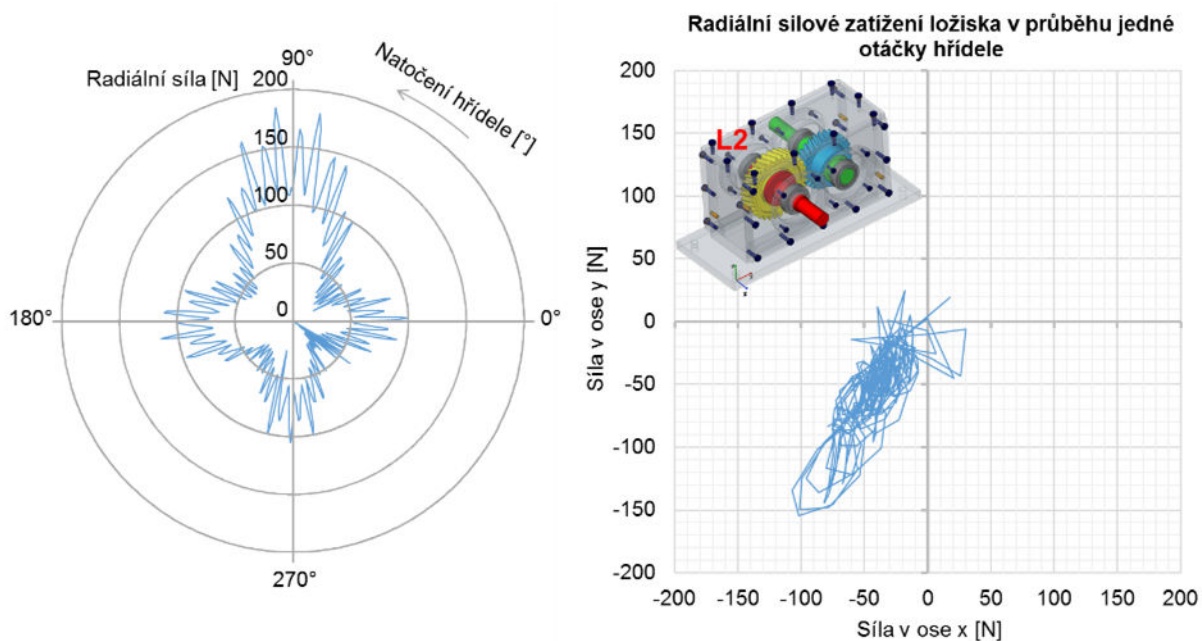


Obr. 7.22 Deformace a dráha středu v průběhu jedné otáčky hřídele, ložisko 4

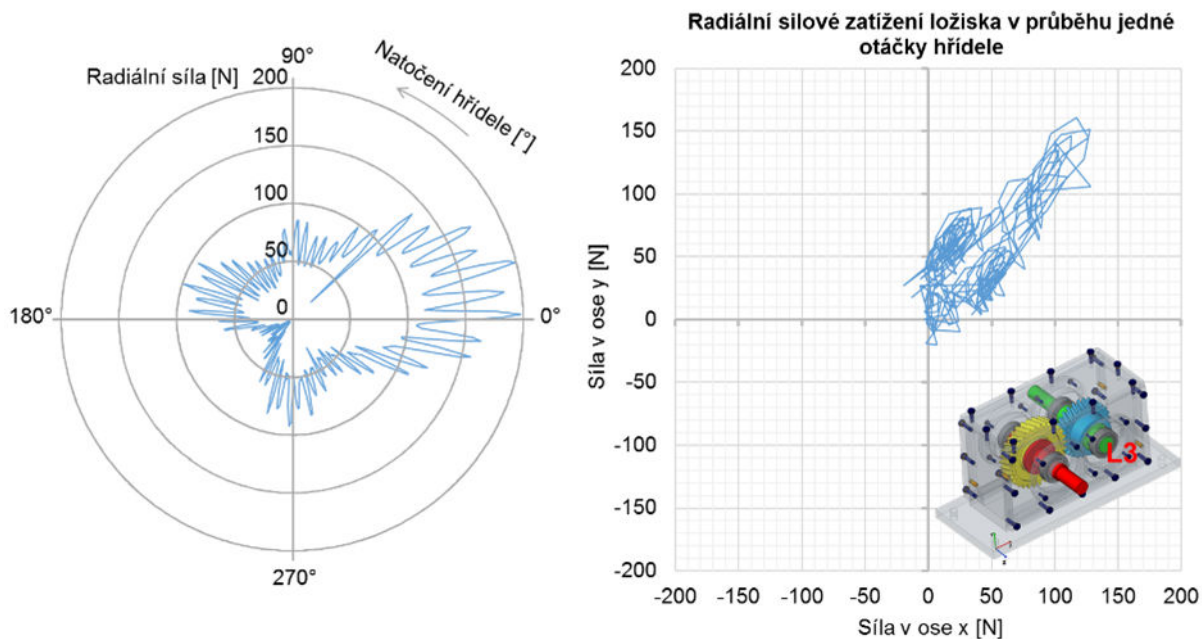
Jako další je vykreslen průběh radiálních složek sil v ložiskách jakožto budících silových účinků skříňě převodovky. Výsledky opět platí pro kritické otáčky 2238 min^{-1} a zátěžný moment 6 Nm , viz Obr. 7.23, Obr. 7.24, Obr. 7.25 a Obr. 7.26.



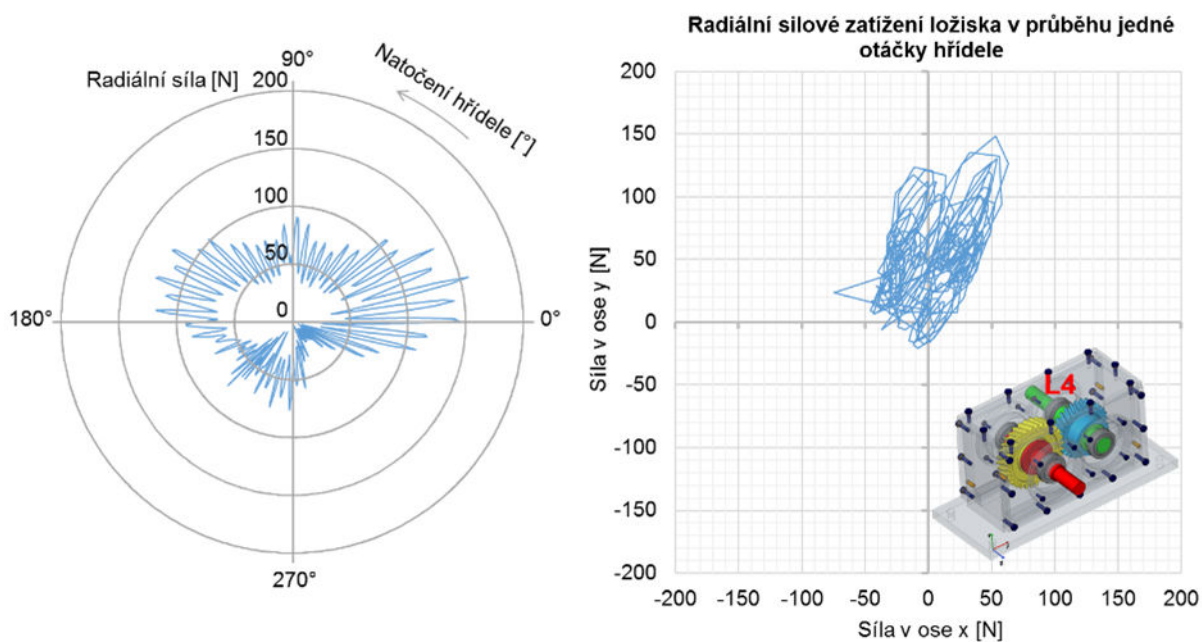
Obr. 7.23 Radiální zatížení v průběhu jedné otáčky hřídele, ložisko 1



Obr. 7.24 Radiální zatížení v průběhu jedné otáčky hřídele, ložisko 2



Obr. 7.25 Radiální zatížení v průběhu jedné otáčky hřídele, ložisko 3



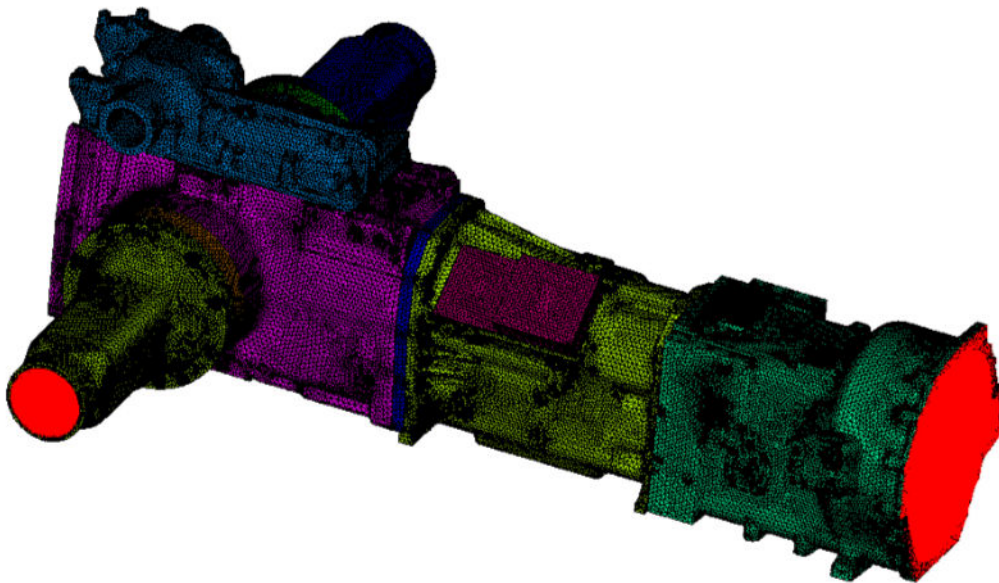
Obr. 7.26 Radiální zatížení v průběhu jedné otáčky hřídele, ložisko

8 UPLATNĚNÍ METODIKY VÝPOČTOVÉHO MODELOVÁNÍ VIBRACÍ

Tato kapitola obsahuje pojednání o aplikaci v práci vyvinuté metodiky na posouzení vibroakustického chování traktorové převodovky. Spolupráce probíhá s firmou ZETOR TRACTORS a.s. a cílem je zjistit potenciálně kritická místa na skříni převodovky z hlediska vibrací. Následující podkapitoly prezentují pouze klíčové výsledky, získané aplikací jednotlivých metod, vykonaných na experimentální převodovce.

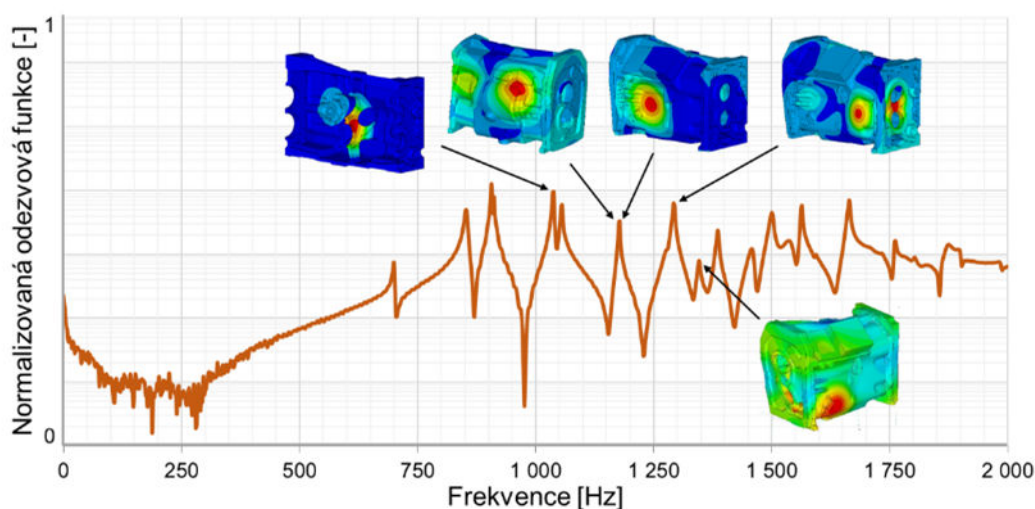
8.1 MODÁLNÍ ANALÝZA

Pro výpočet modální analýzy je sestaven model geometrie, obsahující klíčové komponenty napojené na skříň převodovky, jež mohou svými hmotnostními, či tuhostními parametry modální vlastnosti skříně ovlivnit. MKP model pro výpočet modální a harmonické analýzy je znázorněn na Obr. 8.1.



Obr. 8.1 MKP model pro výpočet modální a harmonické analýzy

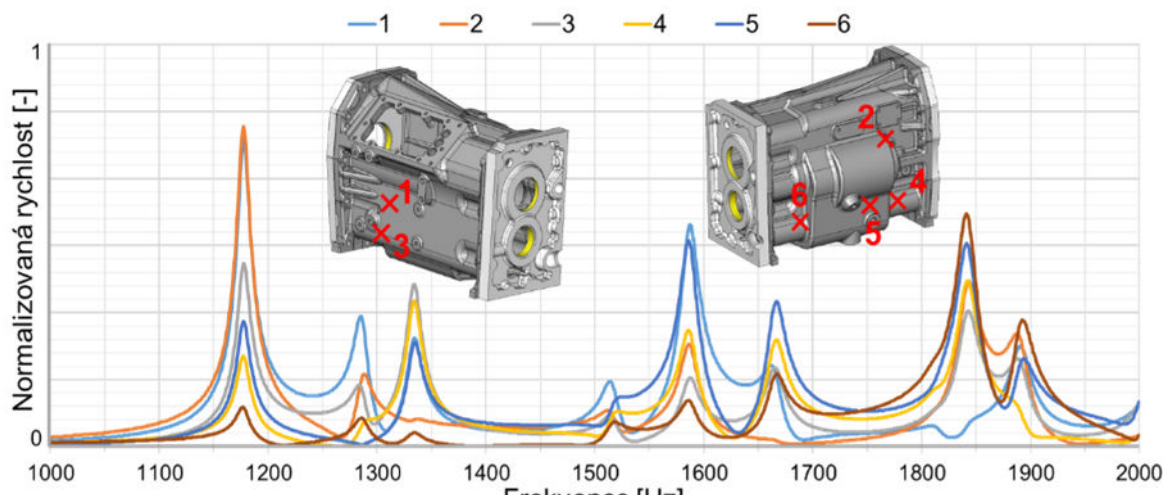
Jelikož se jedná o tvarově velmi složitý celek, pro frekvenční rozsah $0 \div 3000$ Hz je vyčísleno cca 180 vlastních frekvencí. Následně jsou vybrány vlastní tvary, dominantně se projevující kmitáním ploch na skříni převodovky. Ukázka vybraných výsledků modální analýzy je znázorněna na Obr. 8.2. Pro prezentaci části výsledků v této práci je vybrán vlastní tvar kmitání s frekvencí 1175 Hz, projevující se kmitáním obou bočních částí skříně. Tato místa jsou označena na Obr. 8.3 číslem 1 a 2.



Obr. 8.2 Vybrané výsledky modální analýzy s dominantními oblastmi kmitání částí skříně převodovky

8.2 HARMONICKÁ ANALÝZA

Na základě vytipovaných kritických míst z výsledků modální analýzy je následně provedena harmonická analýza. Buzení struktury je aplikováno do míst ložisek, přičemž amplituda a směr jednotlivých sil koresponduje se silovými poměry v ozubení a z nich vyjádřených silových výslednic v místech ložisek v podobě ekvivalentního zatížení. Amplitudy těchto budících sil jsou s rostoucí frekvencí konstantní, tudíž nerespektují průběh při reálném provozu. Z tohoto důvodu jsou dosažené výsledky přínosné pouze z hlediska vyjádření frekvence a poměrné amplitudy maxim v jednotlivých bodech.

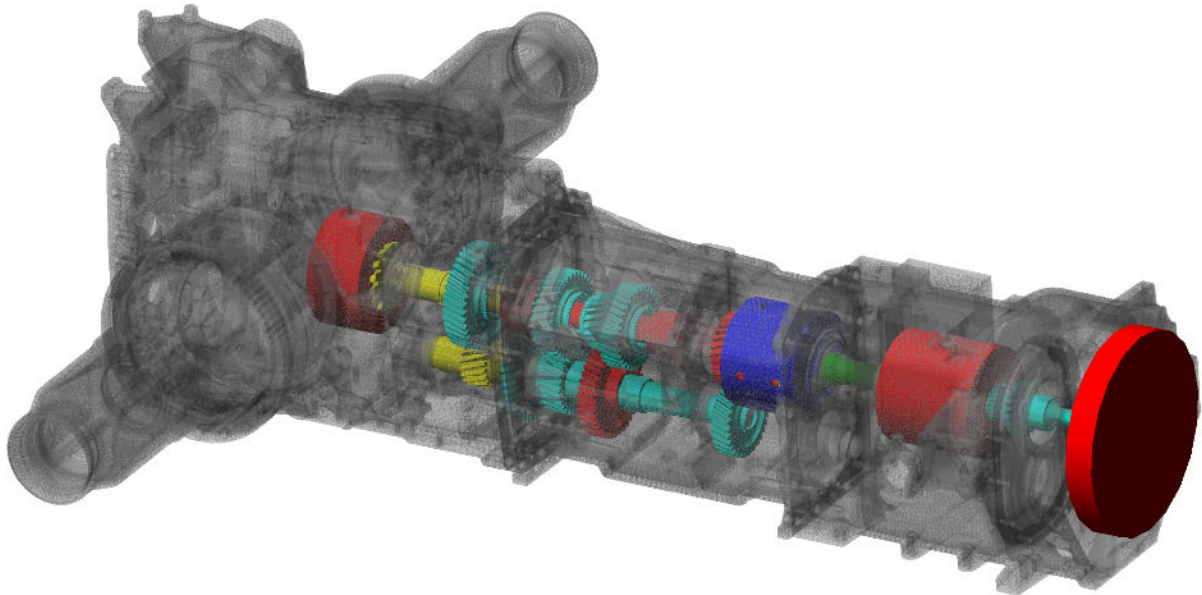


Obr. 8.3 Výsledky harmonické analýzy ve vybraných oblastech

8.3 VIRTUÁLNÍ PROTOTYP

Pro zjištění vlivu reálného provozního buzení od záběru ozubených kol je sestaven virtuální prototyp převodového ústrojí traktoru, zahrnující kompletně sestavenou převodovku, obsahující modálně redukované hřídele, jejichž propojení po vzoru synchronů a zubových spojek s patřičnými ozubenými koly pro účely řazení je

realizováno pomocí kombinace torzní pružiny a tlumiče. Aktivací těchto spojovacích členů lze docílit řazení jednotlivých rychlostních stupňů. Pohonný řetězec je detailně modelován od výstupu z pružného unašeče (za setrvačником motoru) po výstup do rozvodovky. Pro účely simulací je počítáno s převodovým poměrem násobiče krouticího momentu velikosti 1, jež odpovídá třetímu stupni. Tento člen v torzním řetězci figuruje pouze svojí setrvačnou hmotou, jež je prostřednictvím metody redukce na společný hřídel doplněna o setrvačné účinky aktivní části řetězce pohonu zadní vývodové hřídele. Ukázka virtuálního prototypu traktorové převodovky je znázorněna na Obr. 8.4.



Obr. 8.4 Virtuální prototyp traktorové převodovky

Pro účely ověření výpočtového modelu traktorové převodovky je proveden technický experiment, založen na jízdě při konstantních otáčkách pod zátěží. Měřicí řetězec sestává z traktoru, osazeného posuzovaným typem převodovky a vlečeného vozidla pro vyvození požadované zátěže. Propojení vozidel je realizováno pomocí vlečné tyče, jejíž součástí je i tenzometrický článek pro snímání okamžité hodnoty tahové síly. Výška závěsu na traktoru je přizpůsobena výšce závěsu vlečeného vozidla, aby byla tažná tyč umístěna ve vodorovné poloze, rovnoběžně s betonovým povrchem zkušební okruhu, to z důvodu omezení dotížení traktoru. Převodovka je osazena v kritických místech, zobrazených na Obr. 8.3 snímači zrychlení. Následně jsou provedena měření ustálených stavů pro čtyři rychlostní stupně, při zařazené plní volbě skupinové převodovky, to z důvodu docílení maximálního rozsahu zátěže posuzované převodovky za relativně nízkých pojezdových rychlostí. V průběhu technického experimentu je zaznamenáván signál zrychlení v normálovém směru kmitání povrchu skříně převodovky, dále otáčky motoru a tahová síla traktoru. Jelikož není zajištěno zpětnovazební řízení vlečeného vozidla pro regulaci například konstantní tahové síly, míra nerovnoměrnosti průběhu této veličiny závisí výhradně na zkušenostech obsluhy. Měřicí sestava je zobrazena na Obr. 8.5.



Obr. 8.5 Sestava pro experimentální ověření vibrační převodovky

Na základě dosažených hodnot okrajových podmínek naměřených provozních stavů jsou v dalším kroku provedeny simulace na výše zmíněném virtuálním prototypu, přičemž je nutné zadat hodnoty vstupních otáček (otáčky motoru), dále velikost zátěžného momentu na výstupu skupinové převodovky a hodnotu zařazeného rychlostního stupně převodovky hlavní (posuzované) i skupinové. Zátěžný moment na výstupu převodovky je stanoven z tahové síly traktoru dle zjednodušeného vztahu bez valivého odporu a mechanické účinnosti převodového ústrojí

$$M_{zat} = \frac{m_n \cdot g \cdot \mu \cdot Rd_k}{i_{red} \cdot i_{dif}}, \quad (8.1)$$

kde m_n představuje podíl hmotnosti, vztažený na nápravu, μ koeficient adheze, Rd_k dynamický poloměr kola a i_{red} resp. i_{dif} převodový poměr planetového reduktoru resp. diferenciálu.

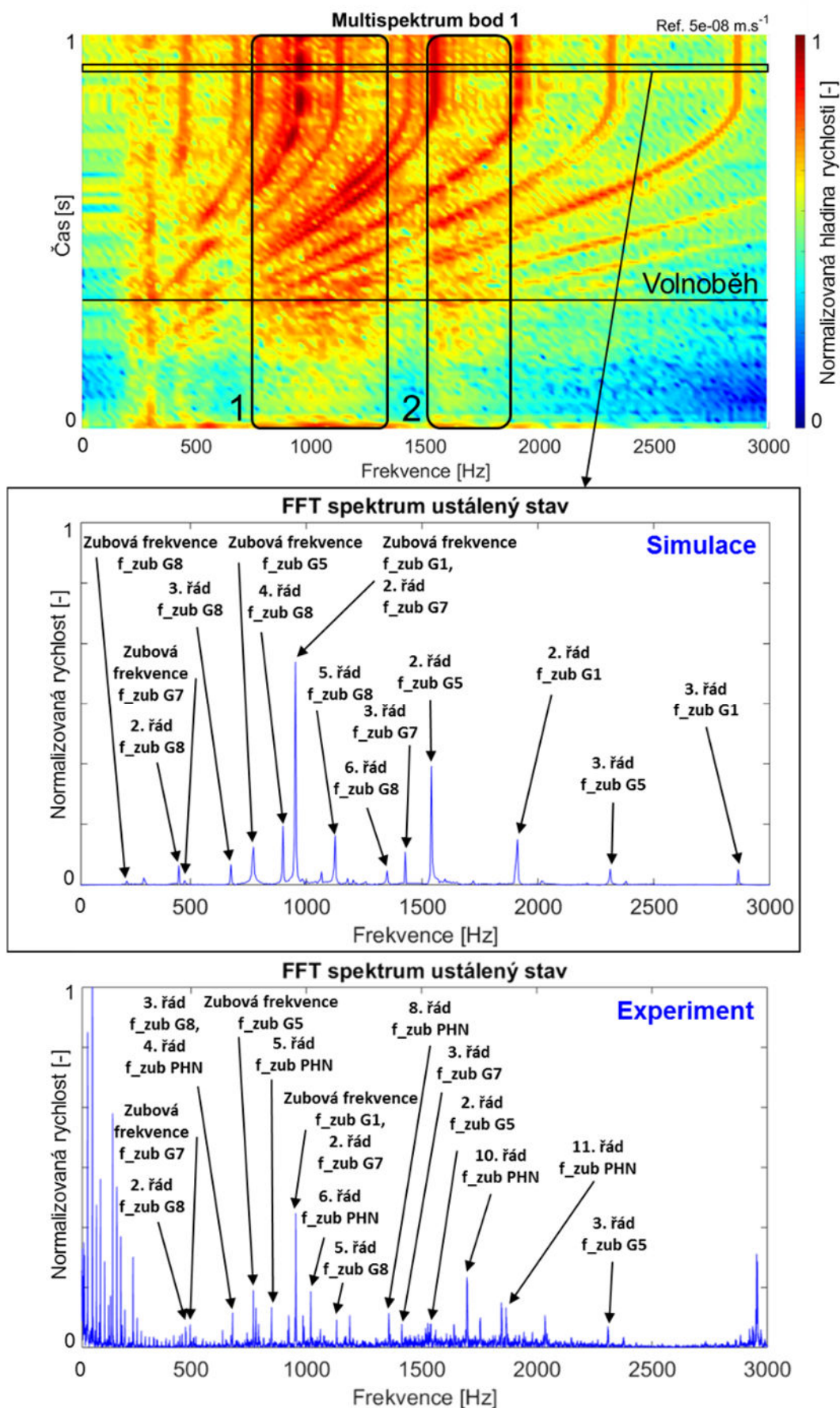
Na základě výše zmíněných informací jsou provedeny simulace ustálených provozních stavů. Ukázka výsledků simulace a technického experimentu pro zařazený druhý a čtvrtý rychlostní stupeň, příslušné vstupní otáčky a zátěžný moment na výstupu skupinové převodovky je zobrazena na Obr. 8.6 a Obr. 8.7. Na grafech multispekter lze ze simulace rozběhu převodovky identifikovat navýšení amplitudy normálové rychlosti v oblastech průniku budících zubových frekvencí spoluzabírajících kol, či jejich násobků, s vlastními frekvencemi skříně převodovky. Jelikož se jedná o tvarově velmi složitý celek, má skříně převodovky ve frekvenčním rozsahu 800 ÷ 2000 Hz relativně velké množství vlastních frekvencí, projevujících se větší, či menší mírou kmitání posuzovaného kritického místa 1. Oblasti vybuzení těchto vlastních frekvencí jsou v multispektech označeny čísly 1, 2 a 3. Frekvenční spektra, vyhotovená z dat technického experimentu a simulace a totožnými okrajovými podmínkami slouží pro verifikaci výpočtového modelu.

Z porovnání výsledků obou přístupů lze vyzorovat shodu umístění špiček spekter z hlediska frekvence, vzniklých od buzení iniciovaného vlastním funkčním principem převodovky. Z hlediska jednotlivých amplitud jsou patrné obecně vyšší hodnoty u simulace. Tento jev může být důsledkem neuvažování olejové náplně při simulaci.

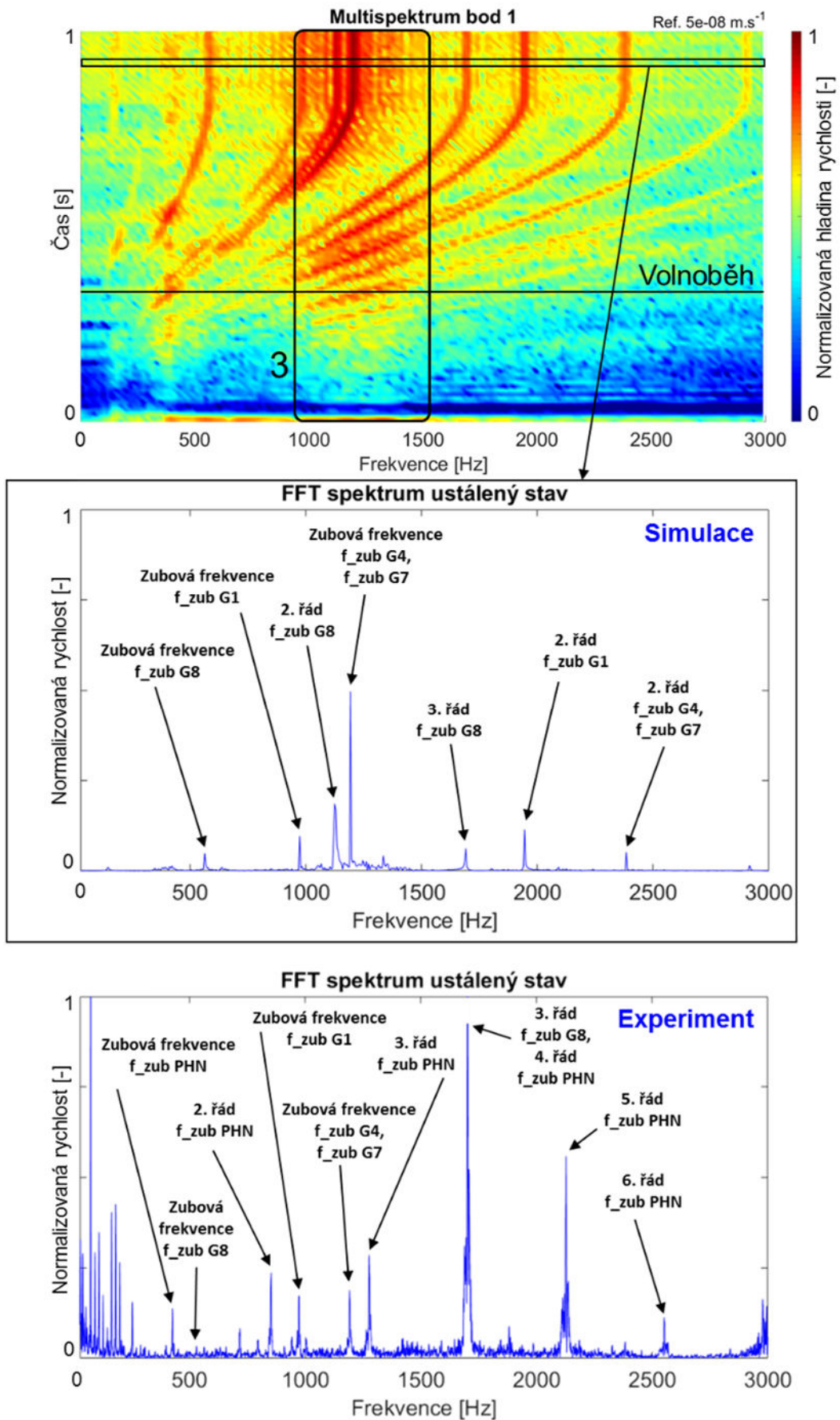
Odlišnosti ve výsledcích technického experimentu a simulace mohou nastat z důvodu v práci cíleného detailního modelování pouze hlavní a skupinové převodovky, koncepčně umístěné již ve skříni rozvodovky. Ostatní navazující celky pohonného traktu traktoru jsou nahrazeny pouze setrvačnými hmotami, čímž dochází k omezení komplexity buzení sestavy skříní, tvořících tělo traktoru. Jelikož se jedná o robustní komponenty, vyznačující se vysokou tuhostí nejen skříní samotných, ale i jejich spojení, mohou se vibrace šířit pomocí přenosových cest napříč celým tělem. Důkazem může být projev kmitání části skříně převodovky v kritickém místě 1, iniciovaném buzením od záběru soustavy ozubených kol, určených pro přenos krouticího momentu z výstupní hřídele skupinové převodovky na hnací hřídel přední nápravy. Tento funkční celek je umístěn v rozvodové skříni před diferenciálem a sestává ze čtyř čelních ozubených kol s přímými zuby, přičemž první ozubené kolo je pevně spojeno s výstupní hřídelí skupinové převodovky a pozice čtvrtého ozubeného kola je situována na vývodové hřídeli pro pohon přední hnané nápravy. Překonání relativně velké osové vzdálenosti za nezměněného převodového poměru zajišťují dvě vložená ozubená kola. Na základě výsledků technického experimentu se ukazuje, že tento mechanismus má z hlediska buzení zásadní vliv. Mezi nejvýznamnější důvody patří užití čelních kol s přímými zuby, vyznačujícími se vyšší mírou nerovnoměrnosti chodu při přenosu krouticího momentu na rozdíl od kol s ozubením šikmým. Závažnost tohoto faktu je navíc umocněna rovností budící zubové frekvence všech čtyř kol tohoto mechanismu, ve spektrech vyhotovených z technického experimentu označována, jako $f_{zub PHN}$. Přenášený krouticí moment se zde přitom nemusí odvíjet od okamžitého zatížení převodovek samotných. Jelikož tento sestup tvoří propojení mezi pohonem přední a zadní hnané nápravy, krouticí moment je vyvozen na základě prokluzu kol přední hnané nápravy v důsledku rozdílných obvodových rychlostí kol přední a zadní hnané nápravy.

Vliv tohoto buzení lze eliminovat deaktivací pohonu přední hnané nápravy, ovšem v případě provádění technického experimentu nebylo tak učiněno hlavně z důvodu vyšší míry prokluzu kol a tudíž i nemožnosti vyvození vyššího zátěžného momentu převodovek.

Na Obr. 8.6 a Obr. 8.7 lze tedy při porovnání výsledků simulace a technického experimentu nalézt rozdíl v existenci špiček ve spektrech, označených výše zmíněnou $f_{zub PHN}$, případně jejími násobky. V případě zařazeného čtvrtého rychlostního stupně, charakteristického vyšší pojezdovou rychlostí traktoru lze toto buzení detekovat na skříni převodovky v podobě kmitání s dominantní amplitudou. Z tohoto tvrzení plyne závěr se v budoucnu zaměřit na výše zmiňovaný mechanismus sestupu pohonu přední hnané nápravy a do virtuálního prototypu jej zahrnout.



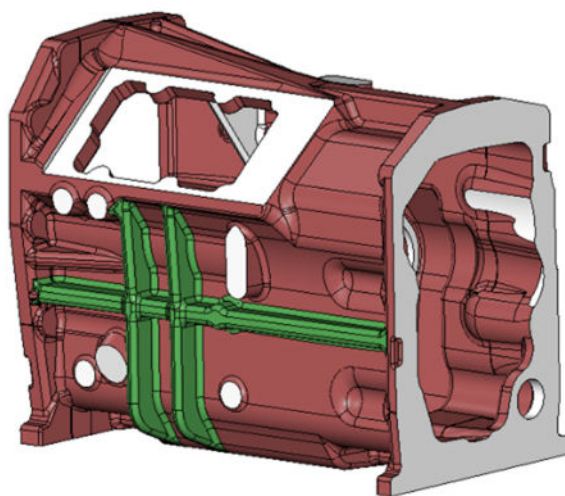
Obr. 8.6 Výsledky simulace a technického experimentu pro 2. rychlostní stupeň, otáčky motoru 2120 min^{-1} , moment na výstupu skupinové převodovky 2528 Nm



Obr. 8.7 Výsledky simulace a technického experimentu pro 4. rychlostní stupeň, otáčky motoru 2160 min^{-1} , moment na výstupu skupinové převodovky 1027 Nm

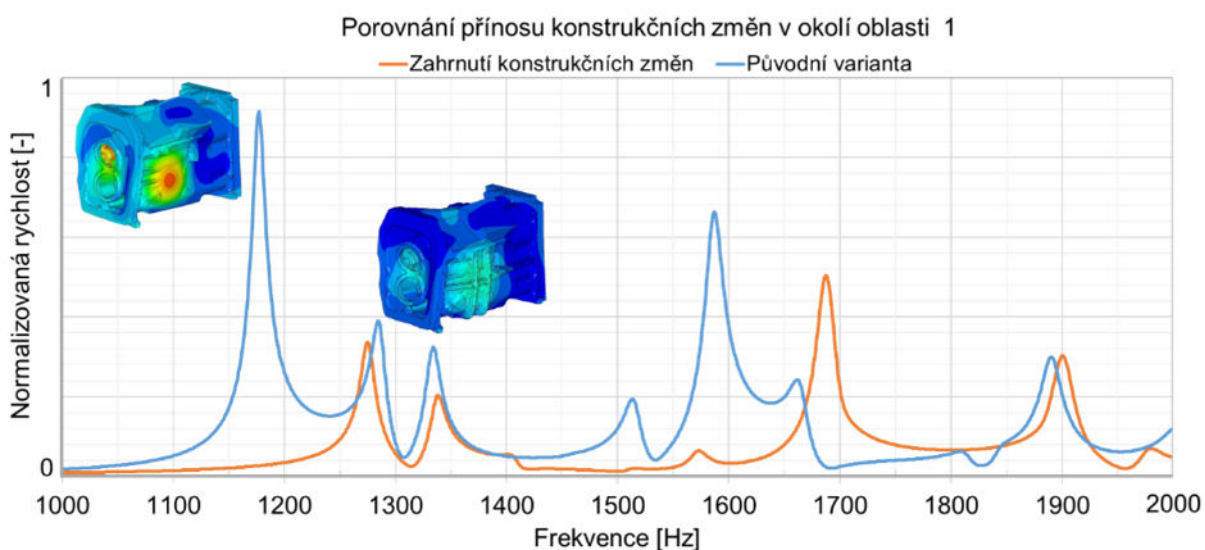
Na základě výše uvedených výsledků lze vzniklý virtuální prototyp považovat za vhodný výpočtový nástroj pro predikci vibračního projevu sestavy traktorové převodovky s podmínkou nutnosti zvážení vlivu buzení od jednotlivých funkčních celků.

V dalším kroku jsou navrženy konstrukční úpravy skříně převodovky v kritickém místě 1, viz Obr. 8.3, charakteristickém nejvyšší amplitudou normálové rychlosti kmitání povrchu. V tomto místě navíc dochází ke kmitání stěny převodovky pro vyšší počet vlastních tvarů ve frekvenčním rozsahu $800 \div 1300$ Hz. Jako nejvíce vhodný přístup se jeví navýšení tuhosti prostřednictvím přidání výztužných žebér. Výsledný konstrukční návrh, zahrnující úpravy geometrie v oblasti kritického místa 1 je znázorněn na Obr. 8.8.



Obr. 8.8 Upravená geometrie skříně převodovky v oblasti kritického místa 1

Pro porovnání vlivu konstrukčních změn je provedena harmonická analýza s totožnými okrajovými podmínkami, jako v kapitole 8.2, ve frekvenčním rozsahu $1000 \div 2000$ Hz. Porovnání přínosu konstrukčních změn v okolí oblasti 1 je znázorněno na Obr. 8.9.



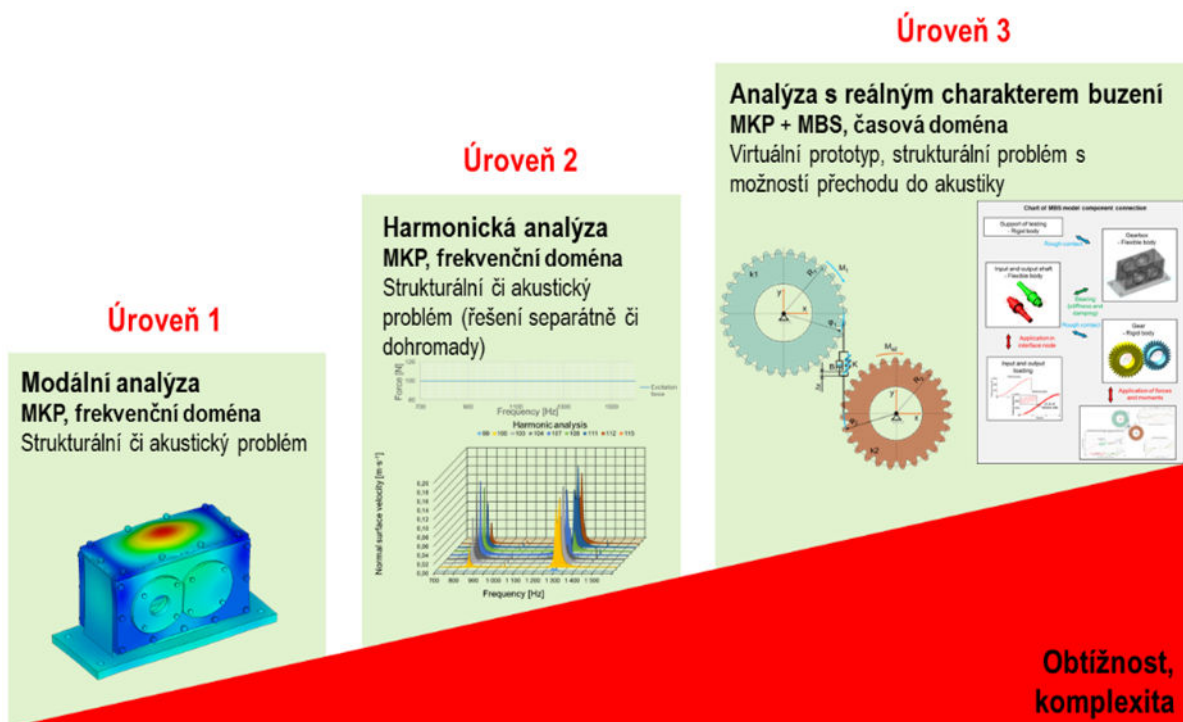
Obr. 8.9 Porovnání přínosu konstrukčních změn v kritické oblasti 1

ZÁVĚR

Cílem této práce se zaměřením na převodová ústrojí je propojení numerických simulací spolu s technickým experimentem za účelem vytvoření postupu modelování vibrací převodových ústrojí, zohledňující klíčové parametry. Při návrhu převodovek je stěžejní částí návrh ozubení, včetně jeho tvarových modifikací, spolu s patřičně dimenzovanou skříní. Ta musí splňovat několik funkcí, mezi které patří zejména definování a zachování konstantní osové vzdálenosti po celou dobu provozu převodovky či udržení olejové náplně u ozubených kol a ložisek. Tím jsou kladeny nároky hlavně na tuhost konstrukce a geometrii. Spolu s požadavky na ekonomickou nenáročnost je nutné zachovat adekvátní poměr hmotnosti a vlastností užitého materiálu, či výrobních technologií, které se odrážejí v ceně výsledného produktu. V neposlední řadě musí převodovka jako celek splňovat vedle vysokých nároků na životnost také nízkou úroveň vibrací a vyzařovaného hluku. Tyto veličiny přitom přímo souvisí s mírou technické vyspělosti, či komfortu užívání. Pro stanovení vibrací a hluku dané převodovky, jež je navržena na definovaný rozsah otáček spolu s maximálním zátěžným momentem, se využívá technického experimentu. Jelikož jeho nedílnou součástí je nutnost vyrobení prototypových kusů a realizace testu na zkušebním stavu, není tento přístup vhodný pro využívání u velkého množství typových variant. Z tohoto důvodu se jeví jako vhodnější varianta využití numerických simulací.

Řešení problému výpočtovým modelováním převodového ústrojí je možné rozdělit do několika úrovní, založených na numerických výpočtech modální analýzy, harmonické analýzy a řešení dynamiky užitím MBS přístupu. Každý z těchto postupů se vyznačuje klíčovou informací, kterou je nutné při návrhu získat, stejně jako výstupem, který z analýzy požadujeme. Aplikace jednotlivých přístupů a jejich vzájemné porovnání z hlediska komplexity je schematicky znázorněno na Obr. 9.1. V rámci tvorby metodiky pro řešení dynamiky převodových ústrojí je postupně využito numerických simulací všech tří úrovní, přičemž následně je provedena validace na jednostupňové převodovce, za tímto účelem navržené a vyrobené. Vzhledem k dlouhodobé spolupráci ústavu automobilního a dopravního inženýrství se společností ZETOR TRACTORS a.s. je experimentální převodovka cíleně koncipována na přenos krouticího momentu podobných hodnot, jako v traktoru.

Níže je popsáno závěrečné shrnutí procesu modelování vibrací pohonných jednotek, rozděleno dle výše zmíněných kritérií.



Použitelný výpočtový přístup pro frekvenční rozsah do 3 kHz.

Obr. 9.1 Přístupy pro stanovení NVH vlastností převodových ústrojí

MODÁLNÍ ANALÝZA

Tento základní přístup, by měl být proveden pro všechny klíčové komponenty převodového ústrojí, jako je skříň, hřídele a ozubená kola za účelem získání souhrnných informací o vlastních tvarech a frekvencích kmitání, jimiž jsou dané součásti charakteristické. Nutnou podmínkou pro provedení numerické simulace je znalost geometrie spolu s materiálovými vlastnostmi. Z provedených analýz jsou vyvozeny tyto závěry:

- V případě šroubových spojů, které jsou u převodovek hojně využívány, je možné využít dvou přístupů. V případě dostatečně tuhých přírub spojovaných součástí (příruby odlitků skříní) je možné při tvorbě modelu využít přímého spojení dosedacích ploch komponent či zvětšení průmětu hlavy šroubu do kontaktních ploch a jejich následné sloučení, a to bez významné změny modálních vlastností.
- U spojení součástí s nízkou tuhostí oblastí připojované geometrie (případ experimentální převodovky s horním víkem tloušťky 3 mm) je nutné začlenit kontaktní statickou analýzu, pomocí které se znalostí utahovacího momentu je možné definovat odpovídající dosedací plochy. Tato místa jsou před vlastním výpočtem modální analýzy spojena pomocí CP vazeb.
- V případě technického experimentu pro zjištění vlastních frekvencí postačí prototypové zařízení a provedení několika měření, přičemž je snímána budící síla v místě buzení a odezva na několika zvolených místech.
- Pro komplexní znalost míst s největší amplitudou, případně vlastních tvarů kmitů je zapotřebí provést měření na celé součásti, využívá se přitom aplikace rastru pro rovnoměrné umístění měřicích bodů. V práci je užít přístup buzení jak pomocí modálního kladívka, tak i modálního budiče. V případě kladívka je buzení postupně prováděno v každém z měřicích bodů rastru a odezva je snímána ve

vhodně zvoleném místě (pokud možno ne uzlový bod). U modálního budiče vibrací je více vhodné budit v jednom místě a přemísťovat snímač pro měření odezvy.

- Frekvenční rozsah budicího signálu musí zohledňovat požadovaný frekvenční rozsah modální analýzy dané součásti. To je docíleno v případě kladívka užitím vhodného materiálu hrotu (ocel). U modálního budiče vibrací lze vedle frekvenčního rozsahu signálu volit i typ buzení. Pro docílení vyšší hodnoty koherence se jako více vhodné jeví užití harmonického signálu funkce sinus s postupně narůstající hodnotou frekvence, oproti širokopásmovým signálům typu bílý šum.

Vzhledem k relativně nízkému rozsahu provozních otáček, jež zkušební stav umožňuje, je pro další výpočtové přístupy přistoupeno k užití víka o tloušťce 3 mm, které má díky výrazně nižší tuhosti oproti zbytku skříně výrazně nižší vlastní frekvence, zároveň jsou vlastní tvary kmitání víka odděleny od vlastních tvarů zbytku skříně. Pro porovnání výsledků jednotlivých přístupů jsou z tohoto důvodu použity první tři vlastní tvary kmitání horního víka převodovky a jim příslušející měřené body v oblasti maximální amplitudy kmitání.

HARMONICKÁ ANALÝZA

Oproti předchozímu přístupu, jehož výstupem je komplexní přehled modálních vlastností, harmonická analýza založená na modelování vynuceného tlumeného kmitání zohledňuje vliv buzení. V závislosti na působišti, směru a amplitudě budicí síly, jsou stanoveny výsledky kmitání pouze těch vlastních tvarů, které jsou daným charakterem buzení vybuditelné. Tímto lze v praktickém pojetí stanovit míru kritičnosti kmitání jednotlivých vlastních tvarů na konkrétní harmonické buzení. Výsledky tvoří podmnožinu výstupů modální analýzy. Zahrnutím tlumení, lze navíc uvažovat i reálnou velikost amplitudy kmitání. Experimentální harmonická analýza je provedena na skříně s horním víkem o tloušťce 3 mm, přičemž buzení je realizováno prostřednictvím modálního budiče vibrací. Jako nejvhodnější se jeví buzení v oblasti ložisek, jež leží na pomyslné přenosové cestě vibrací mezi soukolím a skříní převodovky, na níž je cílem vibrace povrchu stanovit. Odezva je snímána a porovnávána opět v bodech pomyslných maximálních kmitání prvními třemi vlastními tvary víka. Znalost potenciálně kritických oblastí z modální analýzy je výhodou. Harmonická analýza provedena na základě metody konečných prvků je provedena na identickém modelu s metodou předchozí. Vedle frekvenčního rozsahu a amplitudy harmonické budicí síly je nutné zadat parametry tlumení, jež je v této práci stanoveno na základě metody modální šířky pásma z výsledků experimentální modální analýzy.

Z vykonaných analýz plynou následující závěry:

- Buzení je nutné situovat do míst, která jsou zatěžována i za reálných podmínek provozu daného zařízení. Znalost reálného charakteru zatěžování je bezesporou výhodou.
- Pro zjištění všech kritických oblastí tvarově složitých součástí je nutné aplikovat buzení do všech míst, kde dochází k přenosu vibrací na danou komponentu. Buzení v jednom místě je nedostatečné.
- V případě užití modálního budiče je nutné brát na vědomí snižování amplitudy budicí síly se zvyšující se frekvencí buzení. Tento jev je dán fyzikálními vlastnostmi budiče.

VIRTUÁLNÍ PROTOTYP

Modelování vibroakustického chování pohonných jednotek aplikací virtuálních prototypů se v současné době dostává do popředí. Mnoho prací v této oblasti je zaměřeno na přístupy identifikace dílčích zdrojů hluku. V případě převodového agregátu se jedná hlavně o chybu převodu, jež má z hlediska buzení zásadní vliv. Z předchozího textu je patrné, že existuje více přístupů z hlediska stavby konečnoprvkových modelů, ovšem je-li brán důraz na celkový vibrační projev převodovky, je nutno zakomponovat vliv reálného buzení.

Vytvořený virtuální prototyp s cílem o dosažení reálného charakteru buzení skříně zohledňuje klíčové parametry z hlediska funkce převodových ústrojí, jakými je osová vzdálenost, boční vůle v ozubení, proměnná tuhost záběru ozubení, tuhost ložisek a modální vlastnosti hřídelů a skříně převodovky. V neposlední řadě je zde zakomponován i vliv výrobních nepřesností, jako je nevývaha či externí buzení například v podobě nerovnoměrnosti chodu otáčení na vstupu, či výstupu převodovky. Celý virtuální prototyp je koncipován jako uživatelsky otevřený nástroj tak, aby byl dále modifikovatelný na nejrůznější modely převodovek s kontrolou nad jednotlivými vstupními parametry, což dokazuje jeho aplikace na traktorovou převodovku. Za účelem provedení technického experimentu je využito velkého spektra měřící techniky, tak aby bylo možné porovnání výsledků mezi přístupy. Z analýz plynou následující závěry:

- Provedení analýzy bez znalosti reálných parametrů za provozu je využitelné pro porovnání dvou konstrukčních variant, avšak výsledné hodnoty neodpovídají výsledkům z technického experimentu.
- Zhrnutí výrobních nepřesností do modelu je pro vzájemné srovnání technického experimentu a numerické simulace stěžejní.
- Změna způsobu uchycení, nevhodného pracovního postupu v případě sestavení převodovky má zásadní vliv na výsledky technického experimentu a měla by být zohledněna i v numerické simulaci.
- V případě technického experimentu musí být vhodně vybrány použité snímače, včetně jejich umístění. Za tímto účelem je nutné znát přesné uchycení součásti, okolní zástavbový prostor, provozní podmínky. I přes zřejmou souvislost mezi vibracemi povrchu a emitovaným hlukem je vhodné využít měření obou veličin.
- Virtuální prototyp umožňuje vykreslení řady dalších veličin, které jsou využitelné pro porovnání jednotlivých variant či při samotném návrhu. Mezi nejvýznamnější patří deformace ložisek, zatížení ložisek, čili buzení převodové skříně, průběh krouticího momentu na vstupu, či výstupu, deformace ozubení v průběhu záběru, průběh zatížení v místech uchycení skříně k rámu zkušebního stavu aj.

UPLATNĚNÍ METODIKY VÝPOČTOVÉHO MODELOVÁNÍ VIBRACÍ

Poslední část práce pojednává o aplikaci vyvinuté metodiky na posouzení vibroakustického chování traktorové převodovky. Na základě provedených analýz a jejich výsledků jsou stanoveny následující závěry:

- Při výpočtovém modelování takto složitých funkčních celků je klíčové definování správné míry zjednodušení s cílem obdržení relevantních výsledků. Zjednodušení modelu musí být stanoveno na základě předpokládané míry vlivu jednotlivých funkčních celků v pohonném traktu.

- Oblastí zájmu predikce vibroakustického chování je v tomto případě samotná hlavní převodovka. Pro docílení reálného charakteru zatěžování a relevantních modálních vlastností jsou detailně modelovány i komponenty s tímto funkčním celkem sousedící (spojková skříň, skupinová převodovka). Z výsledků technického experimentu se jako nutné jeví zohlednění vlivu buzení od záběru ozubených kol sestupu pro pohon přední hnané nápravy. Tento mechanismus je umístěn v rozvodové skříni před vstupem do diferenciálu.
- Mechanizmy, u nichž se na základě funkčního principu předpokládá dominantní vliv buzení, je vhodné do výpočtového modelu zakomponovat i v případě absence přímé souvislosti principu funkce s cíleně posuzovaným mechanismem. Příkladem může být výše zmíněný sestup pohonu přední hnané nápravy, který je díky svému konstrukčnímu uspořádání charakteristický buzením o jednotné zubové frekvenci a relativně vysoké amplitudě z důvodu užití čelních ozubených kol s přímými zuby.
- Při výkonu technického experimentu je vhodné docílení ustáleného průběhu jak otáček motoru, tak i přenášeného zatížení.

Postupy popsané v této dizertační práci jsou obecně aplikovatelné na převodová ústrojí různé úrovně komplexity, od jednoduchých, jednostupňových převodovek, často užívaných ve spojení s elektromotorem, po složité celky vícestupňových převodovek nákladních automobilů. Snahou je poskytnout čtenáři ucelený přehled možných přístupů výpočtového modelování dynamiky převodových ústrojí, doplněných o aplikaci na konkrétním zadání, přičemž výsledky jsou zároveň porovnávány s výstupy adekvátního technického experimentu.

POUŽITÉ INFORMAČNÍ ZDROJE

- [1] ADAMS: *ADAMS Help*. California, USA, 2013.
- [2] BAJER, Jiří. *Mechanika 2*. 2. doplněné vydání. Olomouc: RNDr. Vladimír Chlup, 2008. ISBN 978-80-903958-1-7.
- [3] KRATOCHVÍL, Ctirad a Jaromír SLAVÍK. *Mechanika těles: Dynamika*. 4. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007. ISBN 9788021434462.
- [4] NOVOTNÝ, Pavel. *Virtual Engine – A Tool for Powertrain Development*. Brno, 2009. Habilitační práce. Vysoké učení technické v Brně.
- [5] NOVOTNY, Pavel a Vaclav PISTEK. New efficient methods for powertrain vibration analysis. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*. 2010, **224**(5), 611-629. DOI: 10.1243/09544070JAUTO1277. ISSN 09544070.
- [6] LEITNER, Josef. Transmission simulation with adams. In: *European ADAMS user conference*. Rome, Italy, 2010, s. 1-10.
- [7] MIŠUN, Vojtěch. *Vibrace a hluk*. 177 s. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 1998.
- [8] KOŽOUŠEK, Josef. *Výpočet a konstrukce spalovacích motorů II*. 1. Praha: SNTL, 1983.
- [9] NIJMEIJER, H., I. LOPEZ a I. SOONS *Multibody modelling of a gear train*. Eindhoven: Technische universiteit, 2004.
- [10] JEDELSKÝ, Jan. *Vyhodnocování dílčích zdrojů hluku a vibrací spalovacího motoru*. 115. Brno, 2002. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství.
- [11] BIES, David a Colin HANSEN *Engineering noise control: Theory and Practice*. 3rd edition. New York: Spon Press, 2003.
- [12] HOUSER, Donald a Jonny HARIANTO. Microgeometry and bias in helical gear noise excitations. *Gearsolutions* [online]. 1985 [cit. 2016-06-21]. Dostupné z: <http://www.gearsolutions.com/article/detail/5777/microgeometry-and-bias-in-helical-gear-noise-excitations>
- [13] ŠALAMOUN, Čestmír a Miloš SUCHÝ. *Čelní a šroubová soukolí s evolentním ozubením*. 1. vyd. Praha: SNTL, 1990, 467 s. ISBN 8003005329.
- [14] MORAVEC, V. *Konstrukce strojů a zařízení II: Čelní ozubená kola*. Ostrava: Montanex, 2001, 291 s. ISBN 8072250515.

- [15] BILOŠ, Jan a Alena BILOŠOVÁ. *Aplikovaný mechanik jako součást týmů konstruktérů a vývojářů: Vibrační diagnostika* [online]. 1. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, 2012 [cit. 2016-01-15]. Dostupné z: <http://projekty.fs.vsb.cz/147/ucebniopory/978-80-248-2755-1.pdf>
- [16] DOČKAL, Aleš. *Konstrukční optimalizace ozubené převodovky s ohledem na snižování hlukové emise*. 108 s. Brno, 2003. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství.
- [17] SMITH, Derek *Gear noise and vibration*. 2nd edition. New York: Marcel Dekker, 2003.
- [18] TALBOT, David, Ahmet KAHRAMAN a Satya SEETHARAMAN. A Helical Gear Pair Pocketing Power Loss Model. *Journal of Tribology*. 2014, **136**(2), 021105-. DOI: 10.1115/1.4026502.
- [19] TŮMA, Jiří. *Zpracování signálů získaných z mechanických systémů užitím FFT*. 1. Praha: Sdělovací technika, 1997.
- [20] COOK, Robert. *Finite element modeling for stress analysis*. 1. New York: John Wiley & Sons, 1995.
- [21] ANSYS, Inc. *ANSYS 15.0 Help*. Canonsburg, USA, 2014.
- [22] PALERMO, Antonio, Domenico MUNDO, Rabah HADJIT a Wim DESMET. Multibody element for spur and helical gear meshing based on detailed three-dimensional contact calculations. *Mechanism and Machine Theory*. 2013, **2013**(62), 13-30.
- [23] NOVOTNÝ, P., A. PROKOP, M. ZUBÍK a K. ŘEHÁK Investigating the influence of computational model complexity on noise and vibration modeling of powertrain. In: *Journal of Vibroengineering*. No. 4. 2016, s. 277–392. ISSN 1392-8716.
- [24] TŮMA, Jiří. *Vehicle gearbox noise and vibration: measurement, signal analysis, signal processing and noise reduction measures*. 1st edition. Chichester: John Wiley, 2014, 243 s. ISBN 9781118359419.
- [25] PALERMO, Antonio, Domenico MUNDO, Antonino LENTINI, Rabah HADJIT, Peter MAS a Wim DESMET. Gear noise evaluation through multibody TE-based simulations. In: *Proceedings of ISMA 2010*. Leuven, 2010, s. 3033-3046.
- [26] LEI, Liu. A Multibody System Model for Meshing Gears. *Applied Mechanics and Materials*. 2011, (44-47), 1273-1278. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.44-47.1273.
- [27] DRAČA, Siniša. *Finite element model of a double-stage helical gear reduction*. Ottawa: University of Windsor (Canada), 2006.

- [28] LIN, Ah-Der a Jao-Hwa KUANG. Dynamic interaction between contact loads and tooth wear of engaged plastic gear pairs. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2008, **50**(2), 205-213. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2007.07.002.
- [29] ANDERSSON, Anette a Lars VEDMAR. A dynamic model to determine vibrations in involute helical gears. *Journal of Sound and Vibration*. 2003, **260**(2), 195-212.
- [30] HLAVÁČ, Zdeněk. *Modální analýza a volné kmitání slabě tlumených lineárních kmitavých soustav* [online]. Liberec, 2015 [cit. 2016-04-20]. Dostupné z: <http://www.kme.zcu.cz/download/predmety/273-fst5.pdf>
- [31] RICHARD, Nový. *Hluk a chvění*. 3. vyd. Praha: ČVUT, 2009.
- [32] LEISSA, Arthur *Vibration of plates*. Vii, 353 p. Washington: Scientific and Technical Information Division, National Aeronautics and Space Administration, 1993.
- [33] BILOŠOVÁ, Alena. *Aplikovaný mechanik jako součást týmů konstruktérů a vývojářů: Modální zkoušky* [online]. 1. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, 2012 [cit. 2015-07-10]. Dostupné z: <http://projekty.fs.vsb.cz/147/ucebniopory/978-80-248-2758-2.pdf>
- [34] DE SILVA, Clarence *Vibration: Fundamentals and Practice*. 1 st. Boca Raton: CRC Press LLC, 1999. ISBN 0-8493-1808-4.
- [35] CRAIG, Roy a Mervyn BAMPTON Coupling of substructures for dynamic analyses. *AIAA Journal*. 1968, **6**(7), 1313-1319.
- [36] ČSN EN ISO 1683. *Akustika - vyvolené referenční hodnoty pro hladiny veličin v akustice a ve vibracích*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2015.

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

Zkratka	Jednotka	Popis
CAD		počítačová podpora konstruování (Computer Aided Design)
CB		Craig-Bampton
CO ₂		oxid uhličitý
CP		constraint point
FFT		rychlá Fourierova transformace
FRF		Frequency Response Function – odezвовá funkce
HMH		podmínka plasticity HMH (Hencky, Huber, Mises)
MBS		Multi-Body Systém
MKP		Metoda Konečných Prvků
MNF		Modal Neutral File
NVH		Noise Vibration and Harshness
RMS		Root Mean Square - Efektivní hodnota
SEA		statistická energetická analýza
ÚADI		Ústav automobilního a dopravního inženýrství
a	[m s ⁻²]	zrychlení
A	[mm]	osová vzdálenost
$A(\omega)$	[m s ⁻² N ⁻¹]	akcelerace
\mathbf{B}	[N s m ⁻¹]	matice tlumení
\mathbf{B}_ξ	[-]	matice tlumení daná poměrným součinitelem tlumení
b_z	[mm]	šířka ozubení
c	[m s ⁻¹]	rychlost zvuku ve vzduchu
c_γ	[N rad ⁻¹]	měrná tuhost záběru ozubení
c'	[N rad ⁻¹]	teoretická měrná tuhost páru zubu
E	[Pa]	Youngův modul pružnosti v tahu
E_i, E_j	[J]	dynamická energie subsystému
E_k	[J]	kinetická energie
E_p	[J]	potenciální energie
f	[Hz]	frekvence
\mathbf{f}_g	[-]	zobecněná gravitační síla
f_{ot}	[Hz]	otáčková frekvence
f_{pp}	[Hz]	frekvence postranních pásem

f_z	[Hz]	zubová frekvence
Δf	[Hz]	šířka frekvenčního pásma
F	[N]	síla
\mathbf{F}	[N]	vektor zatížení
F_A	[N]	axiální síla
F_N	[N]	normálová síla
F_R	[N]	radiální síla
F_{RV}	[N]	vazbová reakční síla
F_T	[N]	tangenciální síla
H	[m s ⁻² N ⁻¹]	frekvenční odezвовá funkce
i	[-]	převodový poměr
I	[W m ⁻²]	intenzita zvuku
I_0	[W m ⁻²]	referenční hodnota intenzity zvuku
J	[kg mm ²]	moment setrvačnosti
j_n	[m]	boční vůle v ozubení
k	[-]	číslo řádu harmonické frekvence
\mathbf{K}	[N m ⁻¹]	matice tuhosti
k_r	[N m ⁻¹]	tuhost ložiska
k_v	[-]	crest faktor – činitel výkmitu
l	[-]	číslo postranního pásma
L	[-]	Lagrangeova funkce
L_I	[dB]	hladina akustické intenzity
L_p	[dB]	hladina akustického tlaku
$L_{p(A)}$	[dB(A)]	hladina akustického tlaku, vážená filtrem A
L_v	[dB]	hladina normálové rychlosti
L_W	[dB]	hladina akustického výkonu
M	[N m]	kroučící moment
\mathbf{M}	[m]	matice hmotnosti
M_{max}	[Nm]	maximální kroučící moment
m_n	[mm]	normální modul
M_1	[Nm]	moment na kole 1
M_2	[Nm]	moment na kole 2
n	[min ⁻¹]	úhlová frekvence

N_i, N_j	[-]	počet modů daného frekvenčního pásma
n_{max}	[min ⁻¹]	maximální otáčky vstupní hřídele
p	[Pa]	tlak
\mathbf{p}_F	[-]	pracovní síly
p_0	[Pa]	referenční hodnota tlaku
p_{ef}	[Pa]	efektivní hodnota tlaku
P_i	[W]	vstupní výkon subsystému i
P_{ii}	[W]	disipativní výkon subsystému i
P_{ij}	[W]	výkon, přenášený mezi subsystémy
\mathbf{q}	[m]	vektor výchylek (vektor zobecněných souřadnic)
$\dot{\mathbf{q}}$	[m s ⁻¹]	vektor rychlosti (vektor zobecněných rychlostí)
$\ddot{\mathbf{q}}$	[m s ⁻²]	vektor zrychlení (vektor zobecněných zrychlení)
Q_d	[-]	disipativní síla
Q	[-]	zobecněná síla
\tilde{Q}	[-]	pracovní síly
R_d	[-]	Rayleighova disipativní funkce
S	[m ²]	plocha povrchu
\mathbf{s}_F	[-]	setrvačné síly
t	[s]	čas
T	[s]	perioda harmonického signálu
u_A	[-]	původní vektor deformace
u_b	[-]	vektor stupňů volnosti uzlů rozhraní
u_L	[-]	vektor stupňů volnosti vnitřních uzlů
v	[m s ⁻¹]	rychlost
v_{ef}	[m s ⁻¹]	efektivní hodnota rychlosti
\mathbf{v}_F	[-]	vazbové síly
v_0	[m s ⁻¹]	referenční hodnota rychlosti vibrací zohledňující podobnost s akustickými veličinami
W	[W]	akustický výkon
W_0	[W]	referenční hodnota akustického výkonu
x	[m]	výchylka
x_{amp}	[m]	amplituda harmonického signálu výchylky
x_{ef}	[m]	efektivní hodnota harmonického signálu výchylky
x_{pp}	[m]	maximální rozkmit harmonického signálu výchylky

x_r	[m]	souřadnice osy ozubeného kola ve směru x
x_{str}	[m]	střední hodnota harmonického signálu výchylky
Y_{ij}	[-]	přenosová funkce - Mobilita
y_r	[m]	souřadnice osy ozubeného kola ve směru y
$Y(\omega)$	[m s ⁻¹ N ⁻¹]	Pohyblivost
z	[-]	počet zubů
Z_{ij}	[-]	převrácená přenosová funkce - Impedance
z_0	[Pa s m ⁻¹]	akustická impedance
z_r	[m]	souřadnice osy ozubeného kola ve směru z
α	[-]	koeficient útlumu rychlosti posunutí
α_n	[°]	úhel záběru
$\alpha(\omega)$	[m N ⁻¹]	dynamická poddajnost
β	[-]	koeficient útlumu rychlosti deformace
$\beta_j \beta_c$	[-]	součinitel materiálového tlumení
β_z	[°]	úhel sklonu ozubení
δA_i	[-]	virtuální práce
δq_i	[-]	virtuální posunutí
$\delta \mathbf{r}_i$	[-]	virtuální posunutí (vektorový zápis)
ε_α	[-]	součinitel záběru profilu
η_i	[-]	faktor tlumení
η_{ij}	[-]	faktor ztráty vazeb
λ	[-]	vlastní číslo (Lagrangeovy multiplikátory [-])
μ	[-]	Poissonova konstanta
ξ	[-]	součinitel poměrného tlumení
ρ_0	[kg m ⁻³]	hustota vzduchu
φ	[°]	fázový úhel mezi efektivními hodnotami akustického tlaku a akustické rychlosti
$\Delta\varphi$	[-]	torzní deformace záběru ozubení
φ_i	[-]	natočení i-teho kola
Φ	[-]	vektoru vlastních tvarů
ω_1	[rad s ⁻¹]	úhlová rychlost hnacího kola
Ω	[Hz]	vlastní frekvence
ω_{amp}	[rad s ⁻¹]	amplituda úhlové rychlosti hnacího kola

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 3.1 Virtuální pohonná jednotka.....	16
Obr. 3.2 Základní schéma vibroakustického systému	25
Obr. 3.3 Rotační složka chyby převodu.....	28
Obr. 3.4 Vznik rázu vlivem boční vůle.....	30
Obr. 3.5 Frekvenční rozsah měřených veličin [15]	31
Obr. 3.6 Piezoelektrický snímač zrychlení mechanického chvění.....	32
Obr. 3.7 Bezkontaktní měření normálové rychlosti povrchu.....	32
Obr. 3.8 Schéma měřicího řetězce pro stanovení vibrací a hluku.....	33
Obr. 3.9 Časový průběh a frekvenční spektrum signálu snímače zrychlení při měření převodového ústrojí.....	35
Obr. 3.10 Formy prezentace výsledků pomocí multispekter	36
Obr. 3.11 Šíření hluku v plynném prostředí.....	37
Obr. 3.12 Typy akustických polí.....	37
Obr. 3.13 Křivky stejné hlasitosti [7]	39
Obr. 3.14 Útlumové charakteristiky filtru A, B, C [7].....	40
Obr. 3.15 Lokalizace zdrojů hluku pomocí akustické kamery.....	41
Obr. 3.16 Zařízení pro lokalizaci zdrojů hluku SoundBrush.....	42
Obr. 3.17 Modelování ložiskových vazeb v MBS	44
Obr. 3.18 Konečnoprvková síť pro modelování kontaktu záběru ozubení	44
Obr. 3.19 Modelování zubového kontaktu	45
Obr. 3.20 Výkonová bilance subsystému	46
Obr. 3.21 Rozdělení vibroakustického systému na dva subsystémy.....	46
Obr. 4.1 Schéma procesu vývoje metodiky pro stanovení NVH parametrů převodových ústrojí.....	48
Obr. 4.2 CAD návrh experimentální převodovky	49
Obr. 4.3 Budicí frekvence experimentální převodovky	51
Obr. 4.4 Porovnání frekvencí prvního vlastního tvaru víka experimentální převodovky	52
Obr. 4.5 Schéma měřicího stavu s otevřenou smyčkou toku krouticího momentu.....	53
Obr. 4.6 Schéma měřicího stavu s uzavřenou smyčkou toku krouticího momentu.....	53
Obr. 4.7 3D návrh zkušebního stavu	54
Obr. 4.8 Ovládací ústředna elektromotoru	55
Obr. 4.9 Schéma diskretizace zkušebního stavu.....	56
Obr. 4.10 Průběh torzní tuhosti spojek zkušebního stavu	57
Obr. 5.1 Vlastní tvary kmitů ocelové čtvercové volně uložené desky [32].....	62
Obr. 5.2 Rozdíl zkoumaných konstrukčních variant skříně převodovky.....	63
Obr. 5.3 Ukázka rozložení jednotlivých typů kontaktů dosedacích ploch.....	66
Obr. 5.4 Funkční schéma zapojení měřicí aparatury pro variantu buzení a) modálním kladívkem, b) budičem vibrací.....	70
Obr. 5.5 Fyzické sestavení pro stanovení modálních vlastností pomocí technického experimentu	71
Obr. 5.6 Sekvence pohybu modálního kladívka.....	72
Obr. 5.7 Průběh odezvových funkcí skříně s víkem tloušťky 12 mm pro různé varianty buzení.....	73
Obr. 5.8 Průběh odezvové funkce skříně s víkem tloušťky 3 mm	73
Obr. 5.9 Stanovení poměrného tlumení.....	75
Obr. 5.10 Proporcionální tlumení pro koeficient poměrného tlumení $\xi=0,005$	79

Obr. 5.11 Ukázka připojení modálního budiče na skříň přes šroubový spoj jednoho z více ložisek, zároveň je zobrazeno umístění siloměru v měřicím řetězci.....	80
Obr. 5.12 Poměr výpočtových časů metod pro řešení harmonické analýzy.....	80
Obr. 5.13 Amplitudofrekvenční charakteristika harmonického buzení vstupující do simulace.....	81
Obr. 5.14 Umístění a značení bodů na povrchu víka převodové skříně.....	81
Obr. 5.15 Výsledky simulace harmonické analýzy reprezentující technický experiment.....	82
Obr. 5.16 Sestavení měřicího řetězce pro harmonickou analýzu.....	83
Obr. 5.17 Průběh budicí síly a odezvy v podobě normálové rychlosti povrchu víka skříně v bodě 107 a 111.....	83
Obr. 5.18 Příklad aplikace konstantní amplitudy budicí síly v celém frekvenčním rozsahu a výsledné rychlosti povrchu víka skříně.....	84
Obr. 5.19 Porovnání výsledků výpočtové a experimentální harmonické analýzy pro bod 107 a 111.....	85
Obr. 5.20 Připojovací rozhraní modálně redukovaných těles.....	88
Obr. 5.21 MKP model skříně experimentální převodovky, doplněný o uzly rozhraní.....	89
Obr. 5.22 Schéma diskretizace pro výpočet radiální tuhosti ložiska.....	91
Obr. 5.23 MKP model pro výpočet radiální tuhosti rotačně symetrické části s jedním valivým elementem.....	92
Obr. 5.24 Tuhost ložiska v radiálním a axiálním směru.....	92
Obr. 5.25 Varianty geometrického uspořádání prutových prvků pro uchycení modelu v MBS,.....	94
Obr. 5.26 Okrajové podmínky pro stanovení tuhosti záběru ozubení.....	96
Obr. 5.27 Průběh tuhosti záběru spoluzabírajících kol experimentální převodovky.....	98
Obr. 5.28 Rozložení redukovaného napětí dle podmínky HMH na kolech.....	98
Obr. 5.29 Silové poměry záběru ozubení.....	100
Obr. 5.30 Schéma značení propojení spoluzabírajících ozubených kol.....	101
Obr. 5.31 Propojení jednotlivých komponent výpočtového modelu.....	102
Obr. 5.32 Závislost střední hodnoty aplikovaného momentu do středů ozubených kol na úhlové deformaci záběru ozubení.....	103
Obr. 5.33 Poměrná funkce tuhosti záběru ozubení.....	104
Obr. 6.1 Silové poměry v experimentální převodovce, metoda uvolňování.....	105
Obr. 6.2 Ověření přenosu krouticího momentu.....	107
Obr. 6.3 Testování parametrů přenosu.....	107
Obr. 6.4 Boční vůle v ozubení.....	108
Obr. 6.5 Řinčení (Rattle) ozubených kol.....	109
Obr. 6.6 Ukázka projevu řinčení (Rattlu) v multispektru.....	110
Obr. 6.7 Virtuální prototyp zkušebního stavu experimentální převodovky.....	111
Obr. 6.8 Vyhodnocení simulace, ustálený stav, vstupní otáčky 1985 min ⁻¹ , moment 6 Nm, bod 103.....	112
Obr. 6.9 Vyhodnocení simulace, ustálený stav, vstupní otáčky 1683 min ⁻¹ , moment 6 Nm, bod 107.....	113
Obr. 6.10 Vyhodnocení simulace, ustálený stav, vstupní otáčky 1985 min ⁻¹ , moment 6 Nm, bod 111.....	114
Obr. 7.1 Uspořádání experimentálního měřicího stavu včetně osazení snímači.....	116
Obr. 7.2 Vyhodnocení technického experimentu, ustálený stav, vstupní otáčky 2532 min ⁻¹ , moment 6 Nm, bod 103.....	117

Obr. 7.3 Vyhodnocení technického experimentu, ustálený stav, vstupní otáčky 2532 min ⁻¹ , moment 6 Nm, bod 107.....	118
Obr. 7.4 Vyhodnocení technického experimentu, ustálený stav, vstupní otáčky 2532 min ⁻¹ , moment 6 Nm, bod 111.....	119
Obr. 7.5 Posouzení projevu vlastních frekvencí při měření v jednotlivých bodech.....	120
Obr. 7.6 Multispektra normálových vibrací povrchu víka skříně převodovky v jednotlivých bodech	121
Obr. 7.7 Rozdíl v tvarech kontaktních ploch bez těsnění a s těsněním.....	122
Obr. 7.8 FFT spektrum úhlové rychlosti vstupní hřídele.....	123
Obr. 7.9 Vyhodnocení simulace, ustálený stav, vstupní otáčky 2244 min ⁻¹ , moment 6 Nm, bod 103	124
Obr. 7.10 Vyhodnocení simulace, ustálený stav, vstupní otáčky 1932 min ⁻¹ , moment 6 Nm, bod 107.....	125
Obr. 7.11 Vyhodnocení simulace, ustálený stav, vstupní otáčky 2238 min ⁻¹ , moment 6 Nm, bod 111.....	126
Obr. 7.12 Vyhodnocení technického experimentu, ustálený stav, vstupní otáčky 2196 min ⁻¹ , moment 6 Nm, bod 103	127
Obr. 7.13 Vyhodnocení technického experimentu, ustálený stav, vstupní otáčky 1944 min ⁻¹ , moment 6 Nm, bod 107	128
Obr. 7.14 Vyhodnocení technického experimentu, ustálený stav, vstupní otáčky 2178 min ⁻¹ , moment 6 Nm, bod 111	129
Obr. 7.15 Statistická analýza výsledků normálové rychlosti povrchu víka, bod 103.....	130
Obr. 7.16 Statistická analýza výsledků normálové rychlosti povrchu víka, bod 107.....	131
Obr. 7.17 Statistická analýza výsledků normálové rychlosti povrchu víka, bod 111.....	131
Obr. 7.18 Multispektrum hladiny akustického tlaku pro otáčky v rozmezí 2532-0, moment 6 Nm.....	132
Obr. 7.19 Deformace a dráha středu v průběhu jedné otáčky hřídele, ložisko 1.....	133
Obr. 7.20 Deformace a dráha středu v průběhu jedné otáčky hřídele, ložisko 2.....	133
Obr. 7.21 Deformace a dráha středu v průběhu jedné otáčky hřídele, ložisko 3.....	134
Obr. 7.22 Deformace a dráha středu v průběhu jedné otáčky hřídele, ložisko 4.....	134
Obr. 7.23 Radiální zatížení v průběhu jedné otáčky hřídele, ložisko 1	135
Obr. 7.24 Radiální zatížení v průběhu jedné otáčky hřídele, ložisko 2	135
Obr. 7.25 Radiální zatížení v průběhu jedné otáčky hřídele, ložisko 3	136
Obr. 7.26 Radiální zatížení v průběhu jedné otáčky hřídele, ložisko	136
Obr. 8.1 MKP model pro výpočet modální a harmonické analýzy.....	137
Obr. 8.2 Vybrané výsledky modální analýzy s dominantními oblastmi kmitání částí skříně převodovky	138
Obr. 8.3 Výsledky harmonické analýzy ve vybraných oblastech.....	138
Obr. 8.4 Virtuální prototyp traktorové převodovky.....	139
Obr. 8.5 Sestava pro experimentální ověření vibrací převodovky.....	140
Obr. 8.6 Výsledky simulace a technického experimentu pro 2. rychlostní stupeň, otáčky motoru 2120 min ⁻¹ , moment na výstupu skupinové převodovky 2528 Nm.....	142
Obr. 8.7 Výsledky simulace a technického experimentu pro 4. rychlostní stupeň, otáčky motoru 2160 min ⁻¹ , moment na výstupu skupinové převodovky 1027 Nm.....	143
Obr. 8.8 Upravená geometrie skříně převodovky v oblasti kritického místa 1.....	144
Obr. 8.9 Porovnání přínosu konstrukčních změn v kritické oblasti 1	144
Obr. 9.1 Přístupy pro stanovení NVH vlastností převodových ústrojí.....	146

SEZNAM TABULEK

Tab. 3.1 Rozdělení zdrojů hluku.....	27
Tab. 4.1 Technické parametry experimentální převodovky	49
Tab. 4.2 Základní parametry soukolí experimentální převodovky.....	50
Tab. 4.3 Vlastní frekvence konstrukčních variant skříně převodovky.....	51
Tab. 4.4 Technické parametry elektromotoru	55
Tab. 4.5 Technické parametry dynamometru	56
Tab. 4.6 Vstupní parametry torzní modální analýzy.....	58
Tab. 4.7 Vlastní frekvence zkušebního stavu.....	59
Tab. 5.1 Hodnoty koeficientu K_i pro kmitání tyče.....	62
Tab. 5.2 Výsledky výpočtové modální analýzy volně uložené skříně převodovky s víkem tloušťky 3 mm a 12 mm.....	64
Tab. 5.3 Porovnání vlastních frekvencí volně uložené a vázané skříně převodovky.....	65
Tab. 5.4 Porovnání modálních vlastností, definice kontaktu pevná vazba versus šroubový spoj.....	67
Tab. 5.5 Porovnání modálních vlastností, definice šroubového spoje perturbace versus CP vazba.....	68
Tab. 5.6 Porovnání časové náročnosti jednotlivých přístupů řešení modální analýzy.....	68
Tab. 5.7 Frekvenční odezvové funkce	70
Tab. 5.8 Výsledky experimentální modální analýzy skříně převodovky s víkem tloušťky 12 mm.....	74
Tab. 5.9 Srovnání numerických výpočtů modální analýzy s technickým experimentem	74
Tab. 5.10 Tlumení odvozené z experimentu 3 mm víka, pozice měřených bodů jsou uvedené v kapitole harmonické analýzy	76
Tab. 5.11 Srovnání vlastních frekvencí pro verifikaci modální redukce skříně	90
Tab. 5.12 Výpočtová modální analýza hřídelů experimentální převodovky.....	93
Tab. 5.13 Srovnání vlastních frekvencí výstupní hřídele pro různé varianty uspořádání prutových náhrad rozhraní.....	94
Tab. 5.14 Srovnání vlastních frekvencí pro verifikaci modální redukce hřídelů.....	95
Tab. 5.15 Výpočtová modální analýza ozubených kol experimentální převodovky	95
Tab. 5.16 Schéma postupu pro stanovení tuhosti záběru ozubení.....	97
Tab. 6.1 Srovnání vybraných výsledků silových účinků v experimentální převodovce.....	106
Tab. 7.1 Parametry užitých snímačů.....	115
Tab. 7.2 Vlastní frekvence skříně převodovky po provedení CB redukce.....	123
Tab. 7.3 Srovnání výsledků výpočtu a technického experimentu normálové rychlosti povrchu horního víka převodovky v kritických místech.....	130