UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Bakalářská práce

Klára Sucháčková

VYUŽITÍ STATISTIKY, POMĚRU, PŘÍMÉ A NEPŘÍMÉ ÚMĚRY V 9. ROČNÍKU ZÁKLADNÍ ŠKOLY

Olomouc 2023 vedoucí práce: doc. RNDr. Jitka Laitochová, CSc.

Prohlášení

Prohlašuji, že bakalářskou práci na téma: Využití poměru, přímé a nepřímé úměry v 9. ročníku základní školy vypracovala samostatně pod odborným dohledem vedoucí bakalářské práce a uvedla jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Olomouci dne 14.4. 2023 Podpis: Klára Sucháčková

Anotace

Bakalářská práce pojednává o využití poměru, přímé a nepřímé úměry a statistiky u žáků 9. tříd a přibližuje rozsah učiva daných témat na základních školách. Přibližuje téma matematické gramotnosti a poukazuje na kritická místa ve výuce matematiky. Práce obsahuje sbírku úloh, která je zaměřená na praktické příklady ze života. Žáci si na nich procvičí nejen učivo poměru, statistiky a přímé a nepřímé úměry, ale také zde mohou vidět, kde dané učivo použít v praxi. Bakalářská práce obsahuje na toto téma také výzkumné šetření.

Klíčová slova

Přímá úměra, nepřímá úměra, statistika, poměr, základní škola, matematická gramotnost

Abstrakt

The bachelor's thesis discusses the use of ratios, direct and inverse proportions, and statistics in the education of 9th-grade students. It presents the scope of the curriculum for these topics in primary schools. The thesis focuses on the theme of mathematical literacy and highlights critical points in the teaching of mathematics. The work contains a collection of problems that focus on practical examples from everyday life. Students can practice not only the curriculum related to ratios, statistics, and direct and inverse proportions but also see where this knowledge can be applied in practice. The bachelor's thesis also includes research on this topic.

Keywords

Direct proportion, inverse proportion, statistics, ratio, elementary school, mathematical literacy.

Poděkování

Chtěla bych poděkovat doc. RNDr. Jitce Laitochové, CSc. za odborné vedení mé bakalářské práce a cenné rady, které mi pomohly tuto práci zkompletovat.

Obsah

Úvod

Tématem bakalářské práce je využití poměru, přímé a nepřímé úměry a statistiky u žáků 9. tříd. Dané téma jsem si vybrala, protože je mým záměrem vyučovat matematiku. Na výuku bych chtěla nahlížet z praktického hlediska.

Podle mého názoru žáci na příkladech z běžného života daná témata lépe pochopí a probírané učivo si tak budou moci lépe představit a zapamatovat. Je důležité, aby se žáci učili nejen základní výpočty, ale do výuky se více zapojovaly slovní úlohy, které jim přiblíží použití daného učiva v praxi – proč to mají umět, k čemu daný výpočet slouží a proč tomu tak je.

V teoretické části bakalářské práce si představíme jednotlivé tematické okruhy a jejich využití. Tato část začíná problematikou matematické gramotnosti, kritickými místy ve výuce matematiky a představíme si jednotlivé přístupy k vyučování. Dále se zaměříme na Rámcový vzdělávací program a jednotlivé tematické okruhy a jejich využití.

V praktické části se zaměříme na cíle bakalářské práce. Prvním z cílů je vytvoření sbírky úloh, se kterými se žáci mohou setkat v každodenním životě. Úlohy jsou zaměřeny na statistiku, přímou a nepřímou úměru a poměr. Součástí této práce a zároveň i druhotným cílem je výzkumné šetření, kdy bylo žákům 9. tříd předloženo k řešení několik praktických úloh. Zaměříme se na to, jak žáci umí využít teoretických znalostí při řešení úloh z praxe a provedeme rozbor chyb, kterých se žáci nejčastěji dopouštěli.

Přínosem této práce je sbírka 30 matematických úloh, které jsou zaměřené na učivo statistiky, poměru a přímé a nepřímé úměry na základních školách, a pohled do problematiky využití znalostí z matematiky v prakticky zaměřených slovních úlohách.

1 Matematická gramotnost

S problematikou, kterou se ve své práci zabývám, úzce souvisí matematická gramotnost. Je to schopnost člověka poznat a pochopit roli, kterou hraje matematika ve světě, zvládat podložené úsudky a proniknout do matematiky tak, aby splňovala jeho životní potřeby jako zainteresovaného, tvořivého a přemýšlivého občana. [1]

Úroveň matematické gramotnosti se projevuje v případě, když jsou matematické dovednosti a znalosti používány k vymezení, formulování a řešení problémů z různých kontextů a oblastí a k interpretaci jejich řešení s užitím matematiky. Celkem rozlišujeme tři složky matematické gramotnosti.

- První složka se týká situací a kontextů, do kterých jsou zasazeny problémy, které má daný jedinec řešit a aplikovat na tom tak získané dovednosti a vědomosti. Neboť používání a uplatňování matematiky v různých životních situacích a kontextech je velmi důležitým aspektem matematické gramotnosti.
- Druhá složka se zabývá kompetencemi, které se uplatňují při řešení problémů. Do této složky patří:
    a. Matematické uvažování, které zahrnuje schopnost klást charakteristické matematické otázky (kolik, jak najdeme apod.), znát možné odpovědi, rozlišovat důsledek a příčinu, chápat rozsah a omezení daných matematických pojmů a zacházet s nimi. Jde o řešení praktických slovních úloh.
    b. Matematickou argumentaci, která zahrnuje schopnost rozlišovat předpoklady a závěry, vytvářet a posuzovat matematické argumenty a sledovat a hodnotit řetězce matematických argumentů různého typu (například co se může nebo nemůže stát a proč).
    c. Matematická komunikace, která obsahuje schopnost porozumět písemným i ústním matematickým sdělením a zároveň se i vyjadřovat ústně i písemně, jednoznačně a srozumitelně k matematickým otázkám a problémům.
    d. Modelování, které zahrnuje schopnost porozumět, používat, vytvářet a kriticky hodnotit matematické modely reálných situací. Výsledky následně interpretovat a ověřovat jejich platnost v reálném kontextu.
    e. Vymezování problémů, které se zabývá schopností rozpoznat a formulovat matematické problémy a používat různé způsoby k jejich řešení.
    f. Matematický jazyk, který se zabývá dekódováním a interpretací symbolického a formálního jazyka, chápáním jeho vztahu k přirozenému jazyku, prací

s výrazy obsahující symboly, používáním proměnných a prováděním výpočtů. Zahrnuje schopnost rozlišovat různé formy reprezentace matematických objektů a situací a volit správnou formu dané reprezentace, která bude vhodná pro určitou situaci a účel.

g. Užívání pomůcek a nástrojů, které mohou pomoci při matematické činnosti.

- Třetí složka se zabývá matematickým obsahem, který je tvořen strukturami a pojmy, které jsou nutné k formulaci matematické podstaty problémů. Mezi tyto pojmy spadá například kvantita, prostor a tvar, změna a vztahy a neurčitost. [2]

1.1 Kritická místa ve výuce matematiky

Kritická místa matematiky jsou charakterizována jako oblasti, ve kterých žáci často a opakovaně selhávají. Jsou to oblasti, které žáci často nezvládnou na takové úrovni, aby se jejich matematická gramotnost dále produktivně rozvíjela a mohla být užívána v každodenním životě.

Mezi obtížná místa v matematice na druhém stupni základního vzdělávání patří pochopení textu. Zde si můžeme představit například problematiku chápání rozdílu „o kolik“ a „kolikrát“ nebo také „zmenšit“ a „zvětšit“. Problematické jsou také úlohy s antisignálem, což dělá úlohu následně obtížnější a komplikovanější. Takové slovní úlohy obsahují například „více než“, které znamená sčítání, nebo „méně než“, které naopak znamená odčítání. Dále mezi obtížná místa patří vizualizace zadání a následné řešení úlohy, konceptuální porozumění a další. [3]

Česká republika se od roku 1995 každoročně zapojuje do mezinárodního průzkumu TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study). Jedná se o rozsáhlou srovnávací studii, která jednou za čtyři roky zjišťuje úroveň vědomostí a dovedností žáků v přírodních vědách včetně matematiky. Během posledního šetření v roce 2019 se státy pohybovaly v bodovém rozpětí od 297 bodů (Filipíny) až po 625 bodů (Singapur). Průměrný výsledek českých žáků v matematice byl 533 bodů. Fakta tedy hovoří o nadprůměrné hodnotě na škále TIMSS a také o vyšším výsledku, než je průměr členských zemí Evropské unie (524 bodů). Od roku 2015 bylo zaznamenáno výrazné zlepšení v okruzích čísel (přirozená čísla, výrazy, jednoduché rovnice a vztahy, zlomky a desetinná čísla), geometrie (měření a geometrie) a prokazování znalostí. Naopak zhoršení se objevilo v okruhu dat (čtení, interpretace a znázornění dat a používání dat k řešení problémových úloh). Pokud tyto výsledky srovnáme s rokem 2007, jednalo se o největší zlepšení ze všech zúčastněných zemí. [4]

Podle učitelů jsou na druhém stupni základního vzdělávání nejkritičtějšími oblastmi zlomky, algebraické modelování a úpravy algebraických výrazů, míra v geometrii, a především konstrukční úlohy.

Příčiny těchto kritických míst můžeme spatřovat jak v učivu samotném, tak se může jednat o didaktické důvody, jako je například obsah učebnic, volba úloh nebo výukových metod. Svou roli také sehrávají osobnostní a kognitivní charakteristiky žáků, a to včetně přirozených kognitivních omezení. Obtíže jedince při řešení úloh mají velmi často individuální charakter. Velkou roli má také přesvědčení žáků o tom, co je to matematika a jak se ji učit. [3]

1.2 Přístupy k vyučování

Mnoho učitelů se snaží znalosti matematiky předat žákům tak, aby danou problematiku lépe pochopili a aby celkově zájem žáků o matematiku stoupl. Z toho důvodu se můžeme setkat s novými přístupy k vyučování matematiky.

Nové přístupy k vyučování v matematice se snaží o překonání klasického způsobu vyučování, kdy je žák postaven do role pasivního příjemce informací nebo vzdělávacích obsahů a není po něm vyžadována žádná větší aktivita. Takovému přístupu se říká transmisivní. V této podkapitole se budeme zabývat dvěma nejčastějšími netradičními přístupy.

Jedním ze známých přístupů je tzv. konstruktivistický přístup. V takovém vyučování se u dětí zdůrazňuje rozvoj operačního myšlení, a jde tedy o porozumění způsobům vyjádření vztahu například vzorcem, grafem apod. a jejich ekvivalenci a schopnost přecházet mezi nimi. Jde tedy o aktivní zapojení žáka do výuky.

Mezi hlavní zásady takového vyučování patří aktivní zapojení žáka. Učitel by tedy měl mít takové schopnosti, aby v žákovi probudil zájem o poznání nového učiva a také předložil žákům podnětná prostředí a vhodně s nimi pracoval. Chyba, kterou žák udělá, není pro učitele důvod pro kritiku, ba naopak informací, v jakém informačním vývojovém stádiu se žák nachází. Velmi podstatné je samotné porozumění, kde chyba nastala. [5]

Výhodou tohoto přístupu je, že jedinec mnohdy získá poznatky trvalejšího charakteru. Nevýhodou pak může být delší příprava na vyučovací hodinu a také nutný individuální přístup k žákům. [6]

Dalším alternativním přístupem je projektová metoda. Tato metoda velmi úzce souvisí s pojmem projekt, který má určité specifické znaky. Projekt je realizovaný skupinovou formou, vychází z konkrétní životní situace, se kterou se mohou žáci běžně setkat a výsledkem je konkrétní produkt. Vyžaduje aktivitu žáka a daný problém je řešen nejen z pohledu jedné vědní disciplíny, ale globálně.

Výhodou projektové výuky je velmi silný motivační charakter, vycházející ze životních zkušeností. Tím pádem jsou projektové úkoly velmi blízké reálnému světu. Během projektu se žáci učí spolupráci, ale také řeší konfrontace a získávají během projektu data tvůrčím způsobem. Nevýhodou je časová náročnost a často také překážky ze strany učitelů, protože mnohdy je vyžadována spolupráce mezi učiteli a propojení předmětů. Náročné je také hodnocení projektů. [7]

V posledních letech je také velmi oblíbená Hejného metoda, která se snaží, aby na matematické postupy a operace přišli žáci sami. Poprvé se objevila v roce 2007 a to na prvním stupni základního vzdělávání. V roce 2014 začaly vycházet učebnice i pro druhý stupeň. K pochopení učiva žáky přivádí konkrétní příklady ze života. Žáci následně při hledání řešení úlohy objevují a budují matematiku sami a spolu s tím rozvíjejí logické myšlení a osvojují si i mentální matematická schémata. [8]

2 Rámcový vzdělávací program

Než se seznámíme s danými tematickými okruhy, představíme si Rámcový vzdělávací program.

Rámcový vzdělávací program (dále jen RVP) určuje konkrétní cíle, formy, délku a povinný obsah vzdělávání, a to podle daného oboru vzdělání. Určuje organizační uspořádání RVP, jeho profesní profil a podmínky průběhu a ukončení vzdělávání a udává zásady pro tvorbu školních vzdělávacích programů (dále jen ŠVP).

Rámcové vzdělávací programy a také školní vzdělávací programy jsou přístupné pro pedagogickou i nepedagogickou veřejnost. Tudíž jsou to veřejné dokumenty.

RVP vydává ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy (dále jen MŠMT) po předchozím projednání s ministerstvy (ministerstvo zemědělství, průmyslu, kultury apod.). Zaštiťují tvorbu i oponenturu prostřednictvím odborníků z praxe a vědy, včetně oborů pedagogiky a psychologie. RVP je tvořeno pro předškolní, základní, umělecké, jazykové a střední vzdělání, a to včetně speciálního vzdělávání.

V rámci bakalářské práce se budeme zabývat Rámcovým vzdělávacím programem pro základní vzdělávání (dále jen RVP ZV).

MŠMT vydalo v roce 2021 revidované RVP pro základní vzdělávání. Snahou MŠMT bylo zmodernizovat obsah učiva rozšířením informatiky a rozvojem digitální gramotnosti žáků do úrovně klíčové kompetence. Základní školy musí nové RVP zohlednit nejpozději do září roku 2023 pro první stupeň, a do září 2024 pro stupeň druhý. [9]

RVP ZV se dělí na 4 základní části.

1. První část se zabývá vymezením RVP ZV v systému kurikulárních dokumentů. Systém kurikulárních dokumentů je vytvářen na úrovní státní a školní.
    a. Státní úroveň představuje RVP, který určuje závazný rámec pro vzdělávání v jednotlivých etapách (předškolní, základní, střední).
    b. Školní úroveň představuje ŠVP, podle kterého se uskutečňuje vzdělávání žáků v jednotlivých školách. Dále představuje principy Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání a také tendence ve vzdělávání, které navozuje a podporuje RVP ZV.
2. Druhá část RVP je zaměřena na charakteristiku základního vzdělávání. Pod tuto kapitolu spadá povinnost školní docházky, organizace základního vzdělávání, hodnocení výsledků vzdělávání a také získání stupně vzdělání a ukončení základního vzdělání.

3. Třetí část Rámcového vzdělávacího programu se zabývá pojetím a cíli základního vzdělávání, klíčovou kompetencí vzdělávacími oblastmi, průřezovými tématy a rámcovým učebním plánem.

Každá vzdělávací oblast obsahuje charakteristiku, cíle zaměření a vzdělávací obsah – tj. jaké zde spadá učivo a jaké jsou očekávané výstupy pro dané stupně vzdělávání.

Průřezová témata představují v RVP ZV okruhy aktuálních problémů současného světa. Vytvářejí příležitost k individuálnímu uplatnění žáka a vzájemné spolupráci a respektu mezi nimi. Zároveň pomáhají rozvíjet osobnost žáka, zejména v oblastech postojů a hodnot.

Jsou povinnou součástí základního vzdělávání, avšak nemusejí být zastoupena ve všech ročnících a je možno je využít v podobě samostatných předmětů, projektů, kurzů a díky dalším podobným vzdělávacím prostředkům.

Rámcový vzdělávací plán (dále jen RUP) závazně stanovuje minimální časovou dotaci k jednotlivým vzdělávacím oblastem, začlenění do prvního a druhého stupně vzdělávání, rozsah a také i způsob, jak využít danou časovou dotaci a další.

Poslední část RVP ZV je zaměřena na vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami, vzdělávání žáků nadaných a mimořádně nadaných. Dále se zabývá podmínkami (materiálními, personálními, hygienickými, organizačními a dalšími) pro uskutečňování RVP ZV, zásadami pro zpracování, vyhodnocováním a úpravami ŠVP a obsahuje i slovníček všech použitých výrazů. [10]

V bakalářské práci se v jednotlivých kapitolách zaměříme na statistiku, poměr a přímou a nepřímou úměru tak, jak jsou popsána v RVP v podkapitole Matematika a její aplikace, a ve školním vzdělávacím programu školy, se kterou jsem úzce spolupracovala při výzkumu k praktické části bakalářské práce.

2.1 Zařazení statistiky do RVP ZV

Jako první zařadíme okruh statistiky do RVP ZV. Statistické metody v Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání jsou zařazeny na druhý stupeň vzdělávání, a to do tematického okruhu Závislosti, vztahy a práce s daty.

V okruhu se žáci mají naučit rozpoznat jednotlivé typy změn a závislostí, které se běžně projevují v reálném životě, a dané výsledky se učí interpretovat.

Docházejí k pochopení určitých změn a závislostí známých jevů a také, že hodnota jevu může být i nulová. Všechny tyto změny a závislosti se žáci učí analyzovat z tabulek, grafů nebo diagramů a popřípadě je i sami konstruují.

Žák by se měl naučit sám vyhledávat, vyhodnocovat, zpracovávat data, porovnávat jednotlivé soubory dat mezi sebou a určit vztah přímé anebo nepřímé úměrnosti. Dále by měl umět vyjádřit dané funkční vztahy pomocí tabulky, grafu nebo rovnic a jednoduché reálné situace matematizovat.

Mezi základní statistické metody, se kterými se žáci v rámci základního vzdělávání seznámí, patří četnost znaku a aritmetický průměr. [10]

2.2 Zařazení poměru do RVP ZV

Dále zařadíme učivo poměru. Kapitola, ke které se váže také učivo poměru, se v RVP ZV nazývá číslo a proměnná. Mimo jiné zde patří také dělitelnost přirozených čísel, celá čísla, desetinná čísla, zlomky, mocniny, odmocniny, výrazy, rovnice a také procenta, kterými se budeme zabývat v podkapitole Přímá a nepřímá úměra.

Žák by se měl naučit řešit pomocí modelování a výpočtů situace, které jsou vyjádřené poměrem. Pracuje zde převážně s měřítky map a plánů. [10]

2.3 Zařazení přímé a nepřímé úměry do RVP ZV

Jako poslední zařadíme do RVP ZV okruh přímé a nepřímé úměry. Kapitola, pod kterou spadá mimo jiné učivo přímé a nepřímé úměrnosti a procent, se v RVP ZV nazývá číslo a proměnná.

Žák by se měl naučit řešit aplikační úlohy na procenta, a to i v takovém případě, že procentová část je větší než samotný celek. Přímou a nepřímou úměru se naučí počítat pomocí trojčlenky a seznámí se s pojmy úměra, procenta, promile a naučí se jednoduché úrokování. [10]

V dalších kapitolách si jednotlivé okruhy představíme podrobněji.

3 Učivo statistiky na základních školách

3.1 Statistika

Statistika je matematickou disciplínou a zabývá se sběrem, zpracováním a interpretací dat.

Data jsou údaje, která slouží k popisu různých jevů nebo vlastností pozorovaných objektů. Získáváme je pomocí pozorování nebo měření. Dělíme je na tvrdá a měkká data, podle toho, jakým způsobem byla získávána.

- Tvrdá data: jsou to konkrétní údaje (pohlaví, počet obyvatel, věk, bydliště, vzdělání apod.), které se získávají zpracováním kvantitativních výzkumů (dotazník apod.).
- Měkká data: vyjadřují názory a postoje lidí (úroveň nálady, schopnost empatie apod.) a získávají se kvalitativním výzkumem (rozhovor apod.).

Statistiku můžeme rozdělit na teoretickou a aplikovanou. Teoretická, nebo také matematická statistika se zabývá výzkumem a popisem nových metod, jak zpracovávat získaná data. Aplikovaná statistika tyto metody používá v konkrétních situacích a různých oborech, jako jsou například přírodní vědy, společenské vědy, lékařství, politika a mnoho dalšího.

Slovo statistika má mnoho významů. Označuje, jak již bylo uvedeno, vědní disciplínu, ale používá se také k označení určitých vlastností sledované veličiny, pod kterými si můžeme představit například aritmetický průměr nebo směrodatnou odchylku. Používá se také k označení souhrnu údajů.

Jednotky statistického šetření jsou předměty, jejichž vlastnosti zkoumáme. Musí být vymezeny prostorově, časově i věcně. Dohromady tyto jednotky tvoří statistický soubor.

Dále definujeme statistický znak, což je to, co chceme měřit. Můžeme jej dělit na kvantitativní, kvalitativní a ordinální, a to podle formy šetření.

Kvantitativní znak je vyjádřen čísly, tudíž obsahuje intervalová a poměrová data.

- Intervalová data: data, ve kterých můžeme hodnotit i vzdálenosti mezi jednotlivými hodnotami a kategoriemi (např: teplota ve stupních Celsia apod.).
- Poměrová data: data, ve kterých jsou již definované poměry jednotlivých hodnot (např: výška a váha osob, počet červených krvinek v 1 ml krve apod.).

Můžeme provádět aritmetické operace. Jsou to data, která jsou sbírána například pomocí dotazníkového šetření. Patří zde například výška těla mužů a žen, hmotnost, plat apod.

Ordinální znaky nebo také znaky pořadové, jsou takové, které lze mezi sebou porovnávat a určovat mezi nimi pořadí, ale nelze na nich provádět aritmetické operace, jako je například určování rozdílů. Patří zde například dosažení vzdělání, stav pacienta, školní prospěch, důstojnická hodnost apod.

Kvalitativní nebo také nominální znaky mohou nabývat dvou a více hodnot, ale nemůžeme je mezi sebou porovnávat a ani provádět aritmetické operace. Jsou to data, která sbíráme například formou rozhovoru. Jsou to například údaje o barvě vlasů, pocitech apod.

Jednotlivá nasbíraná data můžeme měřit podle takzvaných měrných stupnic, podle již uvedených skupin znaků (intervalové, poměrové, pořadové a nominální) a mají předem pevně stanovená pravidla. [11]

V rámci bakalářské práce se budeme zabývat pouze základními statistickými metodami, které jsou uvedené v RVP ZV.

3.1.1 Četnost znaku

První metodou, kterou se budeme zabývat, je četnost. Je to veličina, která spadá pod matematickou statistiku. Udává, kolik hodnot daného znaku se objevuje ve statistickém souboru. Četnost dělíme na absolutní a relativní.

- Absolutní četnost: hodnota znaku je v daném statistickém souboru počet jednotek ze statistického souboru, které mají určitou hodnotu znaku.
- Relativní četnost hodnoty znaku je podíl absolutní četnosti této hodnoty znaku a rozsahu statistického souboru.

Tabulka 1: Četnosti žáků podle známek

Známka	Absolutní č.	Relativní č. (v %)
1	8	50
2	4	25
3	2	12,5
4	2	12,5
5	0	0
Celkem	**16**	**100**

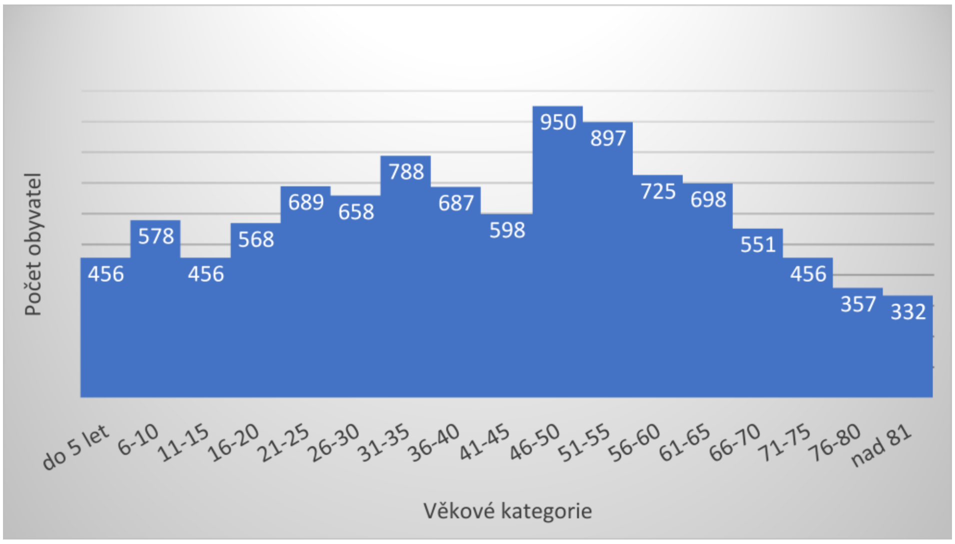
Dále se setkáváme s pojmem kumulativní četnost. Jedná se o postupně načítanou četnost jednotlivých vzestupně uspořádaných hodnot statistického znaku ve statistickém souboru. Opět ji můžeme rozdělit na kumulativní absolutní četnost a kumulativní relativní četnost, a to podle toho, zda sčítáme hodnoty z absolutní četnosti nebo z relativní četnosti.

Tabulka 2: Četnosti žáků podle známek

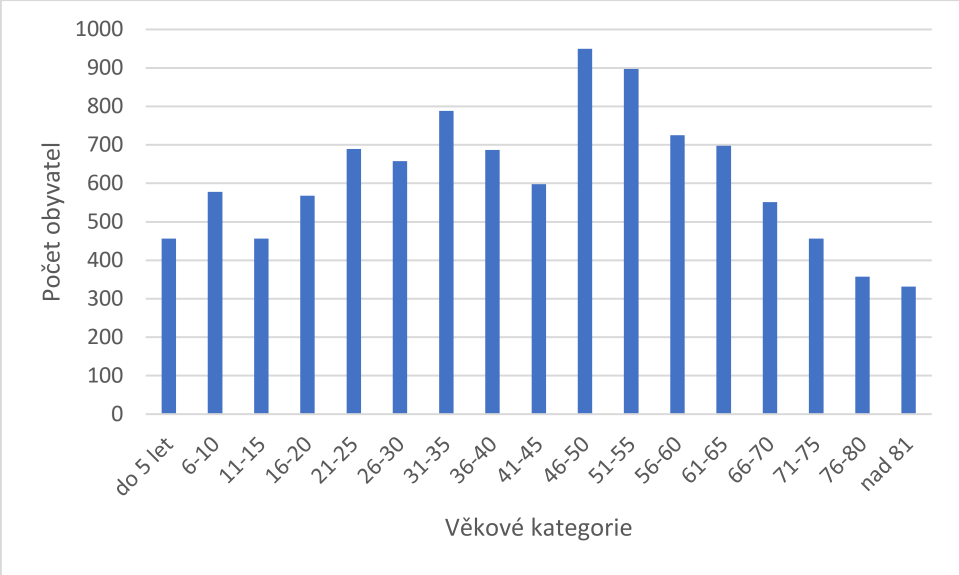
Známka	Absolutní četnost	Kumulativní absolutní četnost	Relativní četnost (v %)	Kumulativní relativní četnost (v %)
1	8	8	50	50
2	4	12	25	75
3	2	14	12,5	87,5
4	2	16	12,5	100
5	0	16	0	100
Celkem	**16**		**100**	

Nejčastěji se výsledné četnosti znázorňují graficky, a to pomocí histogramu a koláčového grafu.

Histogram je grafické znázornění dat pomocí grafu se sloupci stejné šířky (velikost intervalů) a výšky grafu (vyjadřuje četnost znaků v daném intervalu). Rozdíl mezi sloupcovým grafem a histogramem můžete vidět na ilustračních obrázcích.

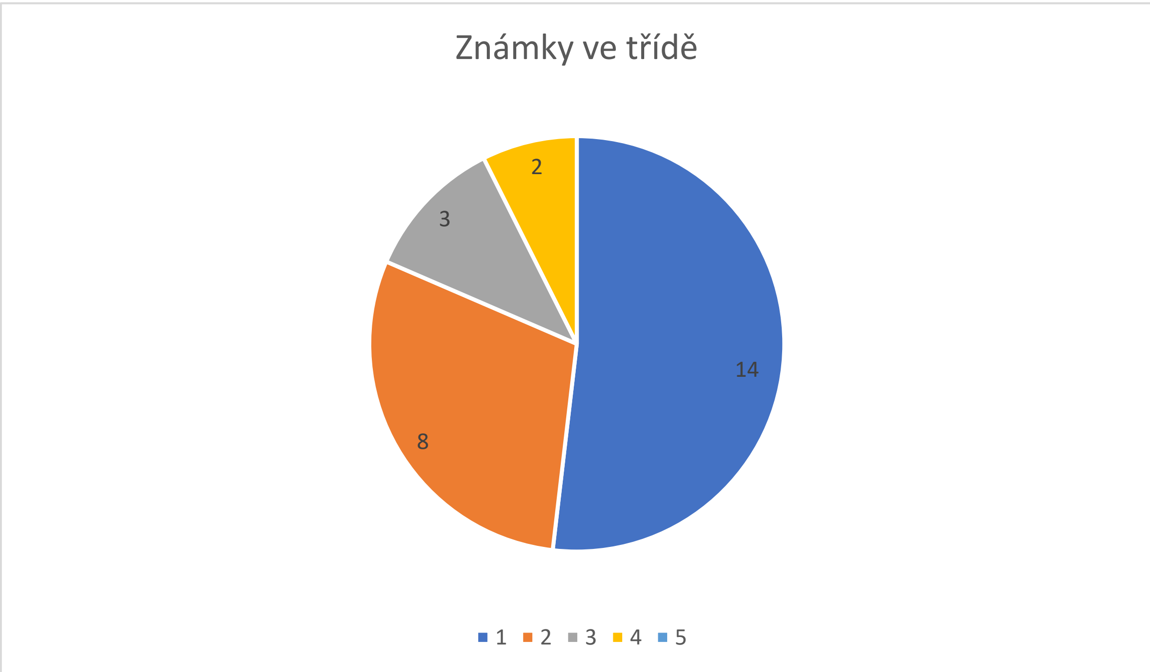


Obrázek 1: Příklad histogramu



Obrázek 2: Příklad sloupcového grafu

V koláčovém grafu neboli kruhovém diagramu je délka oblouku každého výseku úměrná množství, které představuje. [12]



Obrázek 3: Příklad koláčového grafu

3.1.2 Charakteristiky středu statistického souboru

Mezi další hojně využívané statistické charakteristické soubory patří střední hodnoty. Nejčastěji se používá aritmetický průměr, modus a medián, které se zároveň vyučují již na základní škole. Mezi další průměry spadá harmonický, geometrický, vážený anebo aritmetický střed. Tyto se však na základních školách nevyučují.

Aritmetický průměr je nejpoužívanější statistickou charakteristikou. Jedná se o součet hodnot statistického znaku, vydělený rozsahem souboru.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \tag{1}$$

Základní vlastnosti aritmetického průměru jsou:

1. Jestliže je znak konstantní, tak i průměr je rovný dané konstantě.
2. Přičteme-li ke všem hodnotám znaku libovolnou konstantu k, o stejnou konstantu se změní průměr.
3. Vynásobíme-li všechny hodnoty znaku libovolnou konstantou, bude průměr k-násobně větší.
4. Algebraický součet všech odchylek hodnot znaku je od aritmetického průměru roven nule.

Pokud se v souboru vyskytují extrémní hodnoty, může být obraz hodnoty aritmetického průměru zkreslený. Extrémními hodnotami souboru rozumíme takové hodnoty, které jsou oproti ostatním zjištěným hodnotám příliš malé nebo velké.

Další hojně využívanou statistickou charakteristikou je modus. Je to hodnota kvantitativního znaku, která je nejčastěji zastoupena ve studovaném statistickém souboru. Nejsnadnější určení modu je seřazením hodnot znaku vzestupně nebo sestupně.

Poslední statistickou charakteristikou, kterou si představíme je medián. Medián je hodnota, která dělí vzestupně uspořádanou řadu prvků na dvě poloviny tak, že polovina této řady má menší hodnotu znaku než ta druhá polovina. Medián spadá mezi takzvané kvantily. Jednotlivé hodnoty kvantilů informují o rozložení dat ve statistickém souboru, který je uspořádán vzestupně. Mezi kvantily patří například kvartily, decily, percentily a další. [12]
Řešené příklady na aritmetický průměr, modus a medián nalezneme v podkapitole 5.1.3.

3.2 Využití statistických metod

Statistické metody se využívají v mnoha odvětvích. Cílem statistiky je najít nejlepší informace z dostupných dat.

Použití četností a rozdělení údajů ze statistického souboru do tříd, spadá k základním dovednostem práce s daty. Pokud máme rozsáhlý statistický soubor, pro jeho přehlednost je nejlepší data kategorizovat, tedy roztřídit data podle určitých kritérií do intervalů. Například v České republice existuje k 1.1. 2021 6274 obcí. Abychom se vyznali v tak velkém souboru dat, rozdělují se například do kategorií podle krajů a podkategorií okresů. Data jsou následně přehlednější. K prezentaci těchto kategorií se využívají nejčastěji grafy a tabulky.

Stejně jako četnosti i základní charakteristiky středu statistického souboru patří k elementárním znalostem, které jsou nezbytné pro porovnání statistických souborů mezi sebou (posuzujeme, jak data oscilují od střední hodnoty). Tyto prvky jsou základem pro pravděpodobnostní statistiku. [13]

V České republice je ústředním orgánem státní správy Český statistický úřad (ČSÚ), který získává, zpracovává a interpretuje výsledná šetření, zejména pro sociální, ekonomickou, demografickou a ekologickou úroveň a vývoj státu. Veškerá data a informace jsou dostupné zdarma na webových stránkách úřadu. Jednou za deset let se provádí sčítání lidu, domů a bytů, jehož výsledky jsou důležitým zdrojem informací o obyvatelstvu. Poslední sčítání proběhlo v roce 2021.

Český statistický úřad vydává i tištěné publikace, ročenky, časopisy. Každý pátek ČSÚ vydává také newslettery, kde zveřejňuje přehled ČSÚ z aktuálního týdne a avizuje publikace, akce nebo data, která vydají následující týden. Zároveň zveřejňují také data z Eurostatu nebo od dalších světových či mezinárodních organizací.

Eurostat je statistický úřad Evropské unie, který se nachází na úrovni generálního ředitelství. Poskytuje statistické srovnání členských států a jednotlivých regionů. [14]

4 Učivo poměru a přímé a nepřímé úměry na základních školách

Dalším problémovým učivem v oboru matematiky, které dále rozebereme, je poměr a přímá a nepřímá úměra.

4.1 Poměr

Poměr je podíl dvou čísel a a b, kde $a>0$, $b>0$ a značí se $a : b$. Číslo a je nazýváno jako první člen poměru a číslo b jako druhý člen poměru.

Poměr je v základním tvaru, pokud první člen a druhý člen poměru nelze krátit stejným dělitelem. Říkáme, že jsou vyjádřeny nesoudělnými přirozenými čísly.

Poměr můžeme rozšiřovat, krátit, můžeme poměr převrátit, tj. když prohodíme $a : b$ za $b : a$, čímž převrátíme hodnotu poměru. Dále můžeme mít poměr postupný, který porovnává tři a více čísel. [15]

4.1.2 Využití učiva poměru

Poměr je měřítko, které nám udává, v jakém vztahu jsou k sobě jednotlivé veličiny, například velikost úhlů, stran, složky různých roztoků.

V běžném životě se s poměrem setkáváme například v těchto situacích: poměr sirupu a vody, ředění malířské barvy, poměr ingrediencí surovin při vaření, skóre sportovních utkání, při sázení apod.

Nejčastěji se však poměr využívá u měřítka map nebo plánů města. Tento poměr udává poměr zmenšení délky měřené na mapě k délce ve skutečnosti. Mapy můžeme rozdělit podle měřítek map na malá, střední a velká.

Mapy malého měřítka jsou nejméně podrobné a ukazují velká území. Jsou to mapy například velkých států nebo jednotlivých kontinentů a měřítko mají od 1 : 1 000 000. Mapy středního měřítka jsou podrobnější a jsou to mapy například různých kontinentálních regionů jako jsou například státy západní Evropy a další. Měřítka těchto map jsou v rozmezí od 1 : 200 000 až do 1 : 1 000 000. Mapy velkého měřítka jsou nejpodrobnější a zachycují nejmenší území. Obsahují měřítka do 1 : 200 000.

Měřítko můžeme vyjádřit různými způsoby. Nejpoužívanější způsob je grafické měřítko, které se nachází na většině map. Druhé nejpoužívanější, se kterým se nejčastěji setkáme také v matematice, je měřítko číselné. Toto měřítko udává, kolikrát je délka změřená na mapě zmenšená k reálné vzdálenosti. Vyznačuje se poměrem 1 : M, kde M je měřítkové číslo. Pokud tedy vynásobíme délku na mapě měřítkovým číslem M, získáme délku ve skutečnosti. Musíme zde dávat pozor na jednotky délky, které musí být u obou měrových čísel stejné. Tudíž pokud máme měřítko mapy 1 : 200 000, znamená to, že jeden centimetr na mapě je ve skutečnosti 200 000 centimetrů, to znamená, že jsou to 2 km.

Tabulka 3: Nejčastěji používaná měřítka v mapách

1 : 10 000	*Plánek města*
1 : 25 000	*Lokální mapa*
1 : 50 000	*Podrobná turistická mapa*
1 : 75 000	*Podrobná turistická mapa*
1 : 100 000	*Turistická mapa*
1 : 500 000	*Menší autoatlas*
1 : 1 000 000	*Mapa státu*

Nejméně používané měřítko je měřítko slovní. To vyjadřuje poměr pomocí srozumitelného textu, např. jeden centimetr na mapě odpovídá jednomu kilometru ve skutečnosti. [16]

Je tedy zřejmé, že poměr využíváme každodenně, aniž bychom si to uvědomovali.

4.2 Přímá a nepřímá úměra

Úměrnost je v matematice závislost, která zachovává buď konstantní poměr, což je vlastně přímá úměrnost, nebo součin (nepřímá úměrnost) dvou veličin. Jedná se o nejběžnější funkční závislost.

Přímá úměra je závislost proměnné x na proměnné y. Zároveň nazveme-li funkci f, pak y je funkční hodnota funkce f v bodě x, zapisujeme

$$y = f(x) \tag{2}$$

Platí, že hodnota x se zvětší, nebo zmenší tolikrát, kolikrát se zvětší, nebo zmenší i hodnota y. To znamená, že obě hodnoty se mění ve stejném poměru. Předpis funkce pro přímou úměru vypadá následovně:

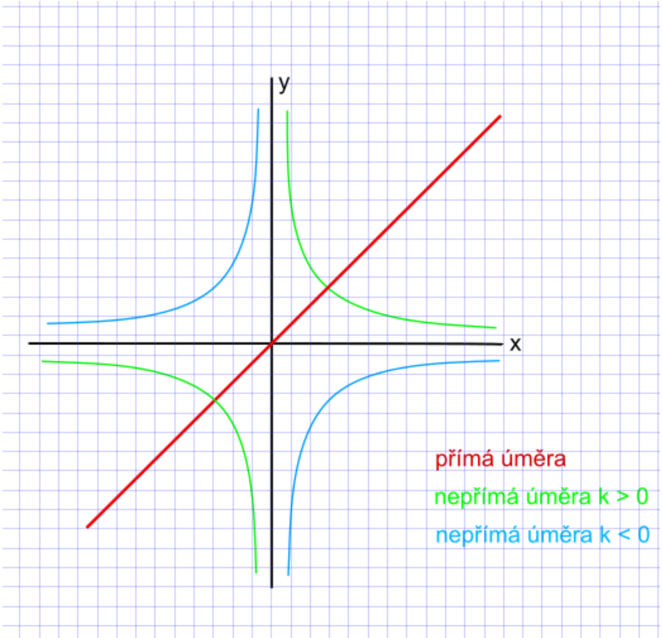
$$f(x) = kx \tag{3}$$

k je konstanta úměrnosti a grafem funkce je přímka. Pokud je konstanta úměrnosti kladné číslo, je přímka rostoucí, pokud je to však číslo záporné, je přímka klesající. Jestliže jsou dvě veličiny ve vztahu přímé úměrnosti, je jejich podíl konstantní.

U nepřímé úměrnosti platí, že kolikrát se hodnota x zvětší, tolikrát se hodnota y zmenší. Tento vztah je opět vyjádřen vzorcem:

$$f(x) = \frac{k}{x}, k \neq 0 \quad (4)$$

k je konstanta nepřímé úměrnosti a grafem nepřímé úměrnosti je rovnoosá hyperbola a osy x a y jsou asymptoty grafu této funkce. Pokud je konstanta úměrnosti kladné číslo, je hyperbola klesající. Pokud je konstanta úměrnosti záporné číslo, je hyperbola rostoucí. Jestliže jsou dvě veličiny ve vztahu nepřímé úměrnosti, je jejich součin konstantní. [15]



Obrázek 4: Zobrazení grafu přímé a nepřímé úměry

4.2.1 Trojčlenka

Jedná se o matematický postup, který se používá při počítání přímé a nepřímé úměrnosti.

Základní trojčlenka pracuje s dvěma veličinami (například cena produktu a procento nebo výkon práce různě početných pracovních skupin apod.). Počítáme vždy se třemi čísly a jednou neznámou (tzn. jednu hodnotu veličiny neznáme). Při výpočtu by měla být zachována přímá nebo nepřímá úměrnost dvou vstupních hodnot, které reprezentují rozdílné veličiny. [17]

Postup při řešení přímé úměry pomocí trojčlenky je následující.

$$ak = b \quad (5)$$

$$ck = x \quad (6)$$

k je stejná veličina, která se vyskytuje v obou rovnicích, kdežto x je druhá veličina, která se vyskytuje pouze v jedné rovnici. V obou rovnicích lze vyjádřit k:

$$k = \frac{b}{a} \quad (7)$$

$$k = \frac{x}{c} \tag{8}$$

A protože k je veličina, kterou již známe, můžeme rovnice sloučit do jedné:

$$\frac{b}{a} = \frac{x}{c} \tag{9}$$

A následně vyjádřit neznámou x:

$$x = \frac{bc}{a} \tag{10}$$

Postup při řešení nepřímé úměry pomocí trojčlenky je následující.

$$ab = k \tag{11}$$

$$cx = k \tag{12}$$

k je konstantní veličina, která se vyskytuje v obou rovnicích, kdežto x je druhá veličina, která se vyskytuje pouze v jedné rovnici. A protože k je veličina, kterou již známe a její výpočet nás nyní nezajímá, můžeme rovnice sloučit do jedné:

$$ab = cx \tag{13}$$

A následně vyjádřit neznámou x:

$$x = \frac{ab}{c} \tag{14}$$

Existuje i takzvaně složená trojčlenka. Jedná se o trojčlenku, která obsahuje více poměrů.

4.2.2 Využití učiva přímé a nepřímé úměry

Přímá úměra je v podstatě jednoduchý zákon, který nám říká, že čím víc, tím víc, nebo naopak, čím míň, tím míň. Například čím více lidí, tím více jídla musím uvařit, čím déle pracuji tím více udělám práce, čím více nakupuji, tím více utrácím.

Přímá úměra se pojí s procenty. Procenta (%) jsou způsob, jak vyjádřit část celku. Aby se zamezilo při výpočtu chybám, používá se často procentní bod. Jedná se o jednotku pro aritmetický rozdíl dvou hodnot, které jsou udané v procentech a které vycházejí ze stejného základu. Procenta se mohou počítat pomocí trojčlenky nebo pomocí úvahy přes jedno procento. [17] Ukážeme si rozdíl na příkladu.

V obchodě stojí kalhoty 450 Kč. Před prodejnou ale mají leták, že každý dostane na nákup u pokladny 10 % slevu. Kolik korun zaplatíme za kalhoty?

První způsob, který si představíme je přes trojčlenku, kdy si vypočítáme 10 % a následně výsledek odečteme od základu (450 Kč). Příklad by šel řešit pomocí trojčlenky také tak, že bychom rovnou počítali 90 % z ceny.

$$450\ Kč \cdots\cdots\cdots 100\ \%$$

$$x\ Kč \cdots\cdots\cdots 10\ \%$$
$$100x = 10 \times 450$$
$$x = 45\ Kč \tag{15}$$

Sleva za nákup kalhot je 45 Kč. Za nákup tedy zaplatíme 405 Kč.

Druhý způsob bude již zmiňovaná úvaha přes 1 %.

$$450\ Kč \cdots\cdots\cdots 100\ \%$$
$$4{,}5\ Kč \cdots\cdots\cdots 1\ \% \tag{16}$$

Následně máme opět dvě možnosti. První možnost je vynásobit 4,5 rovnou 90 a získat výslednou cenu,

$$4{,}5 \times 90 = 405\ Kč \tag{17}$$

nebo

$$4{,}5\ \times 10 = 45$$
$$450 - 45 = 405\ Kč \tag{18}$$

Za nákup kalhot zaplatíme 405 Kč.

Oběma způsoby se dopočítáme správného výsledku.

S takovou přímou úměrou se setkáváme například v obchodech, kde si pro nás jednotlivé nákupní řetězce připravují slevy a v mnoha dalších případech každodenního života.

K procentům se pojí také jednoduché úrokování. Úročení celkově dělíme na jednoduché a složené.

- Jednoduché úročení: způsob úročení, při kterém se úrok na konci každého úrokovacího období počítá z počátečního kapitálu.
- Složené úročení: způsob úročení, při kterém se úrok na konci každého úrokovacího období počítá, k již dosažené hodnotě kapitálu (včetně předchozích připsaných úroků).

Základ peněžní částky, která byla vložena, se nazývá jistina. Procentová část této jistiny se pak nazývá úrok. Celkový počet procent, který přísluší danému úroku, který je vypočítaný z jistiny, říkáme úroková míra. A poslední pojem je úrokovací období, které je předem stanovený časový úsek, po jehož ukončení se z jistiny vypočítá stanovený úrok. [17]

Příklad jednoduchého úročení: Vložíme do banky kapitál (jistinu) o hodně 20 000 Kč na 5 let (úrokovací období) s úrokovou mírou 5 % ročně.

Tabulka 4: Jednoduché úročení

Kapitál	Období	Úrok
20 000 Kč	1. rok	1000 Kč
20 000 Kč	2. rok	1000 Kč
20 000 Kč	3. rok	1000 Kč
20 000 Kč	4. rok	1000 Kč
20 000 Kč	5. rok	1000 Kč

Na konci úrokovacího období dělá úrok 5000 Kč, a tudíž máme 25 000 Kč na účtu.

Příklad složeného úročení: Vložíme do banky kapitál (jistinu) o hodně 20 000 Kč na pět let (úrokovací období) s úrokovou mírou 5 % ročně.

Tabulka 5: Složené úročení

Kapitál	Období	Úrok
20 000 Kč	1. rok	1000 Kč
21 000 Kč	2. rok	1050 Kč
22 050 Kč	3. rok	1102,5 Kč
23 152,5 Kč	4. rok	1157,625
24 310,125	5. rok	1215,50625

Po pěti letech složeného úročení máme na účtu 25 525, 63 Kč.

Stejně jako procento, tak i promile je přímá úměra. Promile (‰) je jedna tisícina celku, nebo také jedna desetina procenta. S promile se nejčastěji setkáváme v kontextu alkoholu v krvi, kdy 1‰ alkoholu v krvi znamená, že v každém kilogramu krve člověka je rozpuštěný jeden gram alkoholu neboli jedna tisícina kilogramu.

Nepřímá úměra nám říká, že čím víc, tím míň a naopak. V praxi to teda vypadá, že čím více dělníků, tím kratší čas práce, čím méně lidí, tím větší část koláče zbude na každého.

Díky nepřímé úměře můžeme vypočítat například dobu k vykonání určité práce v závislosti na výkonu dělníků nebo strojů. Můžeme sledovat délku doby, která je potřebná k projetí určité dráhy v závislosti na rychlosti vozidla. A nepřímá úměra platí také pro šířku a výšku obdélníku, pokud uvažujeme obdélníky se stejným obsahem. [15] [18]

Je velice důležité, aby si žáci uvědomovali rozdíl mezi přímou a nepřímou úměrou a uměli použít výpočet pro obě varianty úměrnosti.

V dalších kapitolách se budeme zabývat praktickou částí bakalářské práce. První část bude věnována sbírce úloh a v druhé části se zaměříme na výzkum.

5 Sbírka úloh

V této kapitole sestavíme sbírku úloh, ze které dále vybereme příklady pro žáky 9. ročníků základních škol k výzkumnému šetření. Sbírka úloh bude složena z těchto tematických okruhů:

- Poměr
- Přímá a nepřímá úměra
- Statistika

Tato sbírka úloh bude orientována na příklady z reálného života. Tyto příklady žákům názorně přiblíží danou problematiku a naučí je matematiku používat i v běžném životě. Každá úloha bude podrobněji rozebrána a bude obsahovat vzorové řešení.

5.1 Tvorba sbírky úloh

Sbírku úloh z matematiky, které se zaměřují na tematické okruhy poměr, přímou a nepřímou úměru a statistiku pro žáky devátých tříd, jsem vytvořila jako námět pro pedagogy. Při zařazení úloh do výuky by mohli žáci dospět k lepšímu pochopení praktického využití učiva.

Sbírka obsahuje 10 příkladů na poměr, 10 příkladů na přímou a nepřímou úměru a 10 příkladů na statistické metody, které se dle RVP vyučují na základních školách. V následujících podkapitolách budou vypsány jednotlivé slovní úlohy. První dvě slovní úlohy u každého tematického okruhu budou vzorově řešeny.

5.1.1 Slovní úlohy na poměr

1. Novákovi si chtějí pořídit nové auto, protože to staré už dosluhuje. Staré auto kupovali před 20 lety za 50 000 Kč. Cena starého auta a cena nového auta je v poměru 1:15. Kolik stojí nové auto, které si Novákovi pořizují?

Řešení:

Ze zadání víme, že nové auto je patnáctkrát dražší než to staré, které Novákovi pořídili před dvaceti lety. Jelikož poměr je vždy přímá úměra, výpočet je následující

$$1\ díl \cdots\cdots\cdots\cdots 50\ 000$$

$$15\ dílů\ \cdots\cdots\cdots x$$

$$\frac{1}{15} = \frac{50\,000}{x}, x \neq 0$$
$$1x = 50\,000 \times 15$$
$$x = 750\,000\ Kč \tag{19}$$

Nové auto bude stát Novákovy 750 000 Kč.

2. Kolik centimetrů na mapě má vyznačená trasa, když 1 cm = 800 m, a 8,2 km, které rodina průměrným tempem ušla jim trvalo 3 hodiny a 13 minut. Kolik měří celková trasa rodiny na mapě? Odpověď zaokrouhlete na celé číslo v cm. **[10 cm]**

Řešení:

Ze zadání vyčteme měřítko mapy, které je 1: 80 000 a vzdálenost, kterou rodina ušla a to tedy 8,2 kilometrů. Informace o čase, která je v zadání, je pro nás zbytečná. Nejprve si všechno převedeme na stejnou jednotku, a to rovnou na centimetry.

800 m = 80 000 cm a 8,2 km = 820 000 centimetrů. A teď již můžeme vytvářet trojčlenku.

$$1\ cm \cdots\cdots\cdots\cdots 80\,000\ cm$$
$$x\ cm \cdots\cdots\cdots\cdots 820\,000\ cm$$
$$\frac{1}{x} = \frac{80\,000}{820\,000} \tag{20}$$

Pro jednodušší výpočet si vykrátíme nuly.

$$\frac{1}{x} = \frac{8}{82}$$
$$8x = 82 \tag{21}$$

Číslo 82 vydělíme číslem 8, abychom zjistili neznámou x.

$$x = \frac{82}{8}$$
$$x = 10{,}25\ cm \tag{22}$$

Rodina ušla vzdálenost, která měří na mapě 10 cm.

3. Svobodovi a Nesušilovi jeli společně na dovolenou. Dohromady utratili za jídlo první den 3500 Kč. Svobodových je o jednoho více, a tak si útratu rozdělili v poměru 3:4. Kolik zaplatili Nesušilovi za jídlo první den? **[1 500 Kč]**

4. Narozeninový dort Mařenky byl rozdělen mezi 12 dětí a 4 dospělé. Jaký je základní poměr rozdělení dortu mezi děti a dospělé? **[3:1]**

5. Anička si koupila v cukrářství 24 jahodových a malinových bonbónů. Jahodových měla o polovinu méně než malinových. V jakém poměru měla Anička bonbóny? **[1:2]**

6. Zahradu obdélníkového tvaru je potřeba obehnat plotem. Obvod celé zahrady je 50 m^2 a poměr delší a kratší strany je 3:2. Jak dlouhá je delší strana zahrady a o kolik metrů se liší oproti té kratší straně? **[30 m, 10 m]**

7. Rodina Vysoušilových se rozhodla udělat si výlet do lesa. Vyšli v 8 hodin ráno a šli podle mapy s měřítkem 1:100 000. V poledne jim jejich chytré hodinky ukázaly, že ušli již 12 km. Kolik to je centimetrů na mapě? **[12 cm]**

8. Franta s Ivanem se rozhodli uskutečnit štafetový závod. Na mapě s měřítkem 1:250 000 si vyměřili trasu dlouhou 20 centimetrů. Jak dlouhá je trasa ve skutečnosti? Odpověď uveďte v kilometrech. **[50 km]**

9. Maminka udělala nápoj, který byl smíchán z 1 litru džusu a 2 litrů vody. Vypočítejte kolik litrů nápoje vznikne, pokud smícháte 3 litry vody a džusu ve stejném poměru. **[4,5 l]**

10. Tatínek se rozhodl vymalovat obývací pokoj. Na třílitrové nádobě s barvou však bylo napsáno, že se barva musí zředit ředidlem v poměru 1:3. Kolik litrů ředidla musí tatínek koupit, pokud chce použít celé 3 litry barvy? **[9 l]**

5.1.2 Slovní úlohy na přímou a nepřímou úměrnost

1. Babička potřebovala koupit 40 dkg salámu. U pultu však měli jen cenu za kilo, která byla 230 Kč. U pokladny zjistila, že je salám v akci, a zaplatila tak pouze ¾ z původní ceny. Kolik korun babička utratila za salám?

Řešení

V první řadě si musíme uvědomit, zda se jedná o přímou nebo nepřímou úměru. Jelikož čím více toho chceme koupit, tím více zaplatíme, jedná se o úměrnost přímou. Dále je důležitý převod mezi dekagramem a kilogramem. A to, že jeden kilogram je 100 dekagramů. Nyní můžeme vypočítat, kolik korun by stálo 40 dekagramů salámu bez akce.

$$40\ dekagram\mathring{u} \cdots\cdots\cdots x\ K\check{c}$$
$$100\ dekagram\mathring{u} \cdots\cdots\cdots 230\ K\check{c}$$
$$\frac{40}{100} = \frac{x}{230}$$
$$230 \times 40 = 100x$$
$$9200 = 100x$$
$$x = 92\ K\check{c} \tag{23}$$

Nyní máme vypočítané, že 40 dekagramů salámu by původně stálo 92 Kč. Ale u pokladny babička zjistila, že je v akci, tudíž zaplatí za něj jen ¾ z ceny.

$$\frac{4}{4} \cdots\cdots\cdots 92\ K\check{c}$$
$$\frac{3}{4} \cdots\cdots\cdots x\ K\check{c}$$
$$\frac{\frac{4}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{92}{x}, x \neq 0$$
$$1x = \frac{3}{4} \times 92$$
$$x = 69\ K\check{c} \tag{24}$$

Babička za 40 dekagramů salámu zaplatila v obchodě 69 Kč.

2. Pavel se rozhodl pro stavbu domu. První týden na stavbě nosili cihly 2 lidé a stavba jedné příčky jim trvala dohromady 60 hodin. Další týden Pavel oslovil další 3 lidi, takže na stavbě pracovalo už pět osob. Jak dlouho jim trvala stavba další stejně velké příčky druhý týden?

Řešení

Opět si nejprve musíme uvědomit o jakou úměrnost se v příkladě jedná. Pokud při práci máme více lidí, tím rychleji je práce hotová, tudíž to trvá méně času. Jedná se tudíž o úměrnost nepřímou.

$$2\ lidé \cdots\cdots\cdots 60\ hodin$$

$$5\ lidí \cdots\cdots\cdots x\ hodin \tag{25}$$

Jelikož se jedná o úměru nepřímou v prvním sloupci prohodíme hodnoty a dále pokračujeme jako při úměře přímé.

$$\frac{5}{2} = \frac{60}{x}, x \neq 0$$

$$5x = 60 \times 2$$

$$5x = 120$$

$$x = 24\ hodin \tag{26}$$

Stejně velkou příčku postavilo druhý týden pět lidí za 24 hodin.

3. Holky šly na nákup oblečení do nákupního centra. V jednom z obchodů nákupního centra byla akce. Na každý kus oblečení je 20 % sleva a na každý již zlevněný kus oblečení navíc ještě 10 %. Dívky si tak vybraly svetr za 450 Kč, džíny, které již byly zlevněné z původní ceny 500 Kč o 10 %, a šálu za 130 Kč. Kolik korun je stál celý nákup? **[869 Kč]**

4. Na skautském táboře bylo minulý rok 32 dětí a celkové náklady za 14denní tábor za jídlo bylo 67 200 Kč. S jakým rozpočtem na jídlo mají počítat na další rok, když mají pouze týdenní tábor pro 35 dětí? **[36 750 Kč]**

5. Rodina jezdila se starým automobilem, které mělo spotřebu 6 litrů benzínu na 100 kilometrů. Měsíčně ujeli 4000 km. Při ceně benzínu, který stojí 45 korun za litr, se rozhodli koupit si elektromobil, který má spotřebu 15 kWh na 100 km a jedna MWh stojí 3 600 Kč. O kolik procent se jim sníží nebo zvýší náklady za měsíční dojíždění autem při stejných cenách? **[80 % nižší]**

6. Petr Vomáčka si chtěl koupit novou motorku. Jeho kamarád mu půjčil 350 000 korun s tím, že mu to Petr bude měsíčně splácet po dobu 10 měsíců. Domluvili se na měsíčním úroku 2 %. Kolik korun bude Petr měsíčně posílat kamarádovi? O kolik korun celkem Petr přeplatí? **[35 700 Kč, 7000 Kč]**

7. Lukáš staví nový dům a rozhodl si pořídit solární panely. Nakoupených již má 10 panelů a těmi pokryje 4/10 průměrné denní spotřeby elektrické energie. Kolik solárních panelů bude Lukáš muset dokoupit, aby pokryl 80 % průměrné denní spotřeby energie?? **[10]**

8. Nejvýkonnější grafická karta vytěží 2 bitcoiny za 48 hodin. Jak dlouho bude trvat vytěžení 160 bitcoinů čtyřmi takovými grafickými kartami? **[40 dní]**

9. Dron urazí danou vzdálenost průměrnou rychlostí 150 km/h za 4 hodiny. Jakou průměrnou rychlostí urazí danou dráhu za 3 hodiny? Za jak dlouho uletí danou dráhu průměrnou rychlostí 250 km/h? **[200km/h,2h a 24min]**

10. Ubytování v hotelu stojí na noc 350 korun. Kolik stojí 10denní pobyt pětičlennou rodinu? **[17 500 Kč]**

5.1.3 Slovní úlohy na statistiku

1. Ve škole dostávají žáci stipendium, pokud mají z jednotlivých předmětů průměr lepší než 1,5. Anička má následující známky. Z matematiky – 1,1,3,1,2,2,1,1,1,4,1,1,1 a českého jazyka – 1,1,1,1,1,2,2,3,1,1,4,1,1,1,1,2. Má Anička nárok na prospěchové stipendium? Jaký je modus známek z matematiky? Jaký je medián známek z Čj?

Řešení

U příkladů těchto typů je důležité umět vzorec pro výpočet průměru a vědět, co je modus a medián a jak je vypočítat.

Aritmetický průměr vypočítáme následujícím způsobem.

$$Art.pr.matematika\colon \frac{1+1+3+1+2+2+1+1+1+4+1+1+1}{13} = 1{,}5$$

$$Art.pr.Čj: \frac{1+1+1+1+1+1+2+2+3+1+1+4+1+1+1+1+1+2}{16} = 1{,}5 \tag{27}$$

Modus je hodnota, která se vyskytuje nejčastěji. Anička má v matematice devětkrát jedničku, dvakrát dvojku, jednou trojku a čtyřku. Tudíž modus v matematice je modus známka jedna. V českém jazyce má Anička jedenáctkrát jedničku, třikrát dvojku a opět jedenkrát trojku a čtyřku. Opět je tedy modus jednička.

Medián je hodnota, která dělí řadu vzestupně seřazených čísel na dvě stejné poloviny. Matematika: 111111 <u>1</u> 112234 a Český jazyk: 1111111 <u>11</u> 1122234. Známka, která dělí řadu na dvě stejné poloviny je tedy opět 1.

Anička nemá nárok na prospěchové stipendium, neboť má průměr u obou předmětu 1,5. Modus známky z matematiky je jednička a taktéž je i u mediánu z českého jazyka.

2. V obci se otevřelo nové kino. První týden jej navštívilo 1 380 lidí. Druhý týden se návštěvnost snížila o 20 %. Kolik lidí přišlo do kina v průměru za oba týdny?

Řešení

Nejprve si musíme vypočítat návštěvnost druhý týden, abychom následně z obou hodnot mohli vypočítat aritmetický průměr.

$$1380 \cdots\cdots\cdots 100\ \%$$

$$x \cdots\cdots\cdots 80\ \%$$

$$\frac{1380}{x} = \frac{100}{80}, x \neq 0$$

$$1380 \times 80 = 100x$$

$$100x = 110\ 400$$

$$x = 1\ 104 \tag{28}$$

Nyní víme, že druhý týden přišlo pouze 1 104 lidí a můžeme vypočítat aritmetický průměr z těchto dvou týdnů.

$$\frac{1\ 380 + 1\ 104}{2} = 1\ 242 \tag{29}$$

Průměrně do kina přišlo 1 242 lidí.

3. Tonda jezdí do školy na kole. První den mu cesta trvala 20 minut. Další dny se čas jeho příjezdu zkracoval vždy o minutu. Jaký je jeho průměrný čas dojezdu za týden? **[18 minut]**

4. V dotazníkovém šetření se ptali na věk respondentů. Ze sta tázaných měla desetina 15 let, čtvrtina 28 let, 60 % tázaných mělo 18 let a zbylým respondentům bylo 20 let. Jaký je průměrný věk respondentů? **[20,3]**

5. Novákovi vyjeli na dovolenou. Do tabulky si zapisovali státy, které během 14 dnů projeli a jejich průměrnou rychlost v daném státě.

Tabulka 6:Průměrná rychlost v jednotlivých státech

Stát	Km	Průměrná rychlost [km/h]
Česká republika	180	90
Rakousko	220	110
Německo	420	160
Nizozemsko	40	80

Vypočítejte celkovou průměrnou rychlost (zaokrouhlené na celé číslo) a kolik hodin průměrně strávili na cestě v jednotlivých státech. **[123 km/h průměrná rychlost, ČR i Rakousko 2h, Německo 2,5h, Nizozemsko půl hodiny]**

6. Ve třídě je 35 žáků. Na konci školního roku měla pětina z nich jedničku z českého jazyka. Dvě pětiny dostaly ze stejného předmětu dvojku. 9 žáků dosáhlo známky dobrý a zbývající žáci byli ohodnoceni dostatečně. Jaký je modus a medián známek z Českého jazyka ve třídě a jakého aritmetického průměru (zaokrouhleně na 2 desetinná místa) dosáhli? **[modus 2, medián 2, a. průměr 2,34]**

7. Anička si našla novou práci. Musí však denně dojíždět do sousedního města. Aby však do práce první den nepřijela pozdě, rozhodla se pět dní před nástupem každý den cestu do práce absolvovat a vypočítat si průměrný čas strávený na cestě. První den ji cesta trvala 46 minut, další den se však zdržela a cesta ji trvala hodinu. Třetí den strávila na cestě tam pouze 42 minut, další den 47 a poslední den už jen 40 minut. Jaká je průměrná doba jízdy Aničky do práce? **[55 minut]**

8. Rodina Hýžďalova má 10 členů. Babičku, která má 90 let, a dědečka ve věku 95 let. Maminku, která má 56 let, tatínka ve věku 60 let. Dcera má 30 let a její manžel 36. Spolu mají děti, které mají 10, 8, 4 a jeden rok. Jaký je průměrný věk rodiny? **[39 let]**

9. Během sčítání lidu v roce 2021 bylo zjištěno následující:

Tabulka 7: Obyvatelstvo ve věku 15 a více let podle nejvyššího dosaženého vzdělání a krajů

Území	Obyvatelstvo ve věku 15 a více let	bez vzdělání	základní vč. Neukončeného	střední vč. Vyučení (bez maturity)	úplné střední (s maturitou) vč. nástavbového a pomaturitního	vyšší odborné, konzervatoř	vysokoškolské	nezjištěno
Česká republika	8 832 407	56 100	1 107 860	2 736 983	2 729 091	138 588	1 552 407	511 378
Hlavní město Praha	1 102 063	3 916	85 743	187 884	361 420	24 906	371 351	66 843
Středočeský kraj	1 162 092	6 682	141 349	354 022	378 109	20 836	1 968 025	64 289
Jihočeský kraj	530 545	3 052	67 839	177 523	164 649	8 322	79 899	29 261
Plzeňský kraj	490 442	3 037	64 163	162 010	151 830	7 896	70 888	30 618
Karlovarský kraj	236 517	2 779	39 915	81 345	66 737	3 062	22 803	19 876
Ústecký kraj	662 139	7 794	110 309	223 213	189 331	8 024	68 782	54 686
Liberecký kraj	363 889	2 817	49 895	124 205	108 828	4 975	48 054	25 115
Královehradecký kraj	453 626	2 711	57 514	154 031	143 910	7 113	63 077	25 270
Pardubický kraj	427 281	2 656	53 808	149 516	132 997	7 375	58 987	21 942
Kraj Vysočina	418 463	2 045	51 793	153 400	130 037	6 922	56 276	17 990
Jihomoravský kraj	1 003 977	4 947	121 166	301 905	304 647	15 190	207 890	48 232
Olomoucký kraj	521 624	3 633	66 923	174 363	160 512	7 209	81 795	27 189
Zlínský kraj	477 032	2 524	61 957	164 718	146 065	5 855	74 338	21 575
Moravskoslezký kraj	982 717	7 507	135 486	328 848	290 019	10 903	151 462	58 492

Zdroj: *Český statistický úřad* [online]. Praha 10: Český statistický úřad, 2022 [cit. 2022-08-07]. Dostupné z: https://www.czso.cz/

Jaký je průměrný počet osob bez vzdělání v krajích? Jaký je medián v základním vzdělání včetně neukončeného? **[4 007, medián 85 743]**

10. V České republice se ročně prodá 750 tisíc aut. 200 tisíc aut značky Škoda, které mají průměrnou dobu života 20 let, 150 tisíc aut značky Audi, které mají průměrnou životnost 15 let. Aut značky BMW se ročně prodá také 150 tisíc aut, ale jejich průměrná

životnost je 25 let. Prodejci značky Citroen a Dacia prodají ročně každý 100 tisíc aut, ale jejich životnost se liší. Citroen má průměrnou životnost 15 let, ale Dacia pouze 10 let. Automobilové závody značky Kia prodají ročně 50 tisíc aut s průměrnou životností 13 let. Jaká je celková průměrná životnost aut od zmíněných automobilových závodů? Výsledek zaokrouhlete na jedno desetinné místo. **[17,5 let]**

6 Výzkumné šetření

Primárním cílem výzkumného šetření bylo zjistit, jak žáci devátých ročníků základních škol umí využít znalosti z daných tematických okruhů. Přesněji z okruhů poměru, přímé a nepřímé úměry a statistiky v praktických úlohách. Jistě není možné z celkového počtu vyplněných testů dělat globální závěry. Avšak výsledky výzkumu mohou posloužit jako ukazatel toho, zda žáci umí využít znalosti matematiky v praktickém životě.

Subjekty výzkumu jsou žáci 9. ročníku základní školy ze třech různých tříd, kteří již měli znalosti učiva statistiky, poměru a přímé a nepřímé úměry. Test vyplnilo celkem 44 žáků a byl vytvořen ze 3 otázek ze sbírky úloh. Obsahoval vždy jednu otázku k jednomu z témat. Byly vytvořeny dvě varianty, aby žáci nemohli od sebe opisovat. Obě varianty vyplnilo 22 respondentů a test byl zcela anonymní. Postupně rozebereme jednotlivé příklady a zhodnotíme výsledky žáků.

Pro hodnocení testů jsme si stanovili tato kritéria.

- Správné řešení – žáci zadanou úlohu vyřešili zcela správně a v grafu je znázorněno zelenou barvou.
- Částečné řešení – pro potřeby podrobnějšího hodnocení jsme si toto kritérium rozdělili na dvě kategorie, které nám upřesnění, kde žáci chybovali.
  - Příklady obsahují numerickou chybu, ale správný postup.
  - Příklady nejsou dopočítány do konce.
- Chybně řešené (chybný postup) – žáci se pokusili zvládnout daný příklad, avšak chybovali v postupu řešení či zvolili zcela špatný.
- Bez řešení – v některých případech žáci daný příklad neřešili. Nikoli však z časových důvodů, ale nevěděli, jak tento typ příkladu počítat. Proto nelze na tyto případy aplikovat kritérium chybného postupu, ale museli jsme vytvořit další kritérium.

6.1 Analýza testů skupiny A

V této podkapitole se budeme zabývat variantou testu skupiny A, kterou počítalo 22 žáků. Postupně si rozebereme příklady, které byly žákům zadány. U každého příkladu si na grafu znázorníme úspěšnost žáků a popíšeme si nejčastější chyby. V závěru této podkapitoly shrneme celkové výsledky varianty A.

6.1.1 Příklad číslo 1

Zadání úlohy 1 ve skupině A

Rodina Vysoušilových se rozhodla udělat si výlet do lesa. Vyšli v 8 hodin ráno a šli podle mapy s měřítkem 1:100 000. V poledne jim jejich chytré hodinky ukázaly, že ušli již 12 km. Kolik to je centimetrů na mapě? Uveďte celý postup řešení.

Vzorové řešení

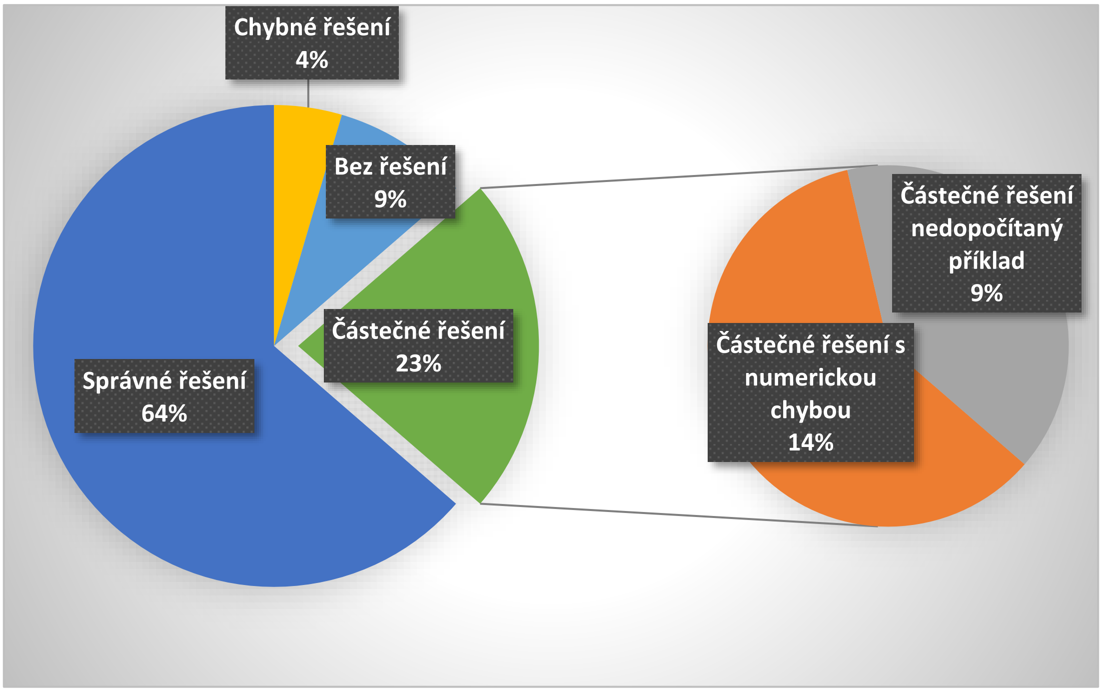
Nejprve si převedeme 12 km na 1 200 000 cm. Dále počítáme pomocí metody trojčlenka přímou úměru.

$$1 \cdots\cdots\cdots\cdots 100\,000$$
$$x \cdots\cdots\cdots\cdots 1\,200\,000$$
$$\frac{1}{x} = \frac{100000}{1200000}, x \neq 0$$
$$1\,200\,000 = 100\,000x$$
$$x = 12\ cm \tag{30}$$

Rodina Vysoušilových ušla vzdálenost, která měří na mapě 12 cm.

Analýza výsledku příkladu 1 skupiny A

První příklad ze skupiny A byl správně vyřešen u 14 respondentů, tj. 64 %. Částečného výsledku dosáhlo 5 žáků. Tři žáci ve výpočtu udělali numerickou chybu v podobě převodu jednotek. Kilometry, které jsou v zadání uvedeny, nepřevedli v zápise na centimetry, tudíž jim příklad nevyšel. Chyba mohla nastat z toho důvodu, že si žáci neuvědomili, jakým způsobem je vyjádřeno měřítko mapy. Další dva žáci nedokázali ve výpočtu pokračovat. Napsali pouze zápis trojčlenky, ale již příklad nedopočítali. Jeden žák zapsal zcela chybně trojčlenku, tím, že nedodržel předpis a z toho důvodu jsem mu nemohla příklad započítat do částečného řešení. Dva žáci tento příklad vůbec nepočítali.



Obrázek 5: Úspěšnost řešení u úlohy 1A

6.1.2 Příklad číslo 2

Zadání úlohy 2 ve skupině A

Rodina jezdila se starým automobilem, které mělo spotřebu 6 litrů benzínu na 100 kilometrů. Měsíčně ujeli 4000 km. Při cenně benzínu, který stojí 45 korun za litr, se rozhodli koupit si elektromobil, který má spotřebu 15 kWh na 100 km a jedna MWh stojí 3 600 Kč. O kolik procent se jim sníží nebo zvýší náklady za měsíční dojíždění autem při stejných cenách? Uveďte celý postup řešení.

Vzorové řešení

Nejprve si vypočítáme, kolik litrů benzínu rodina měsíčně projede.

$$6\ litrů \cdots\cdots\cdots\cdots 100\ km$$

$$x\ litrů\ \cdots\cdots\cdots\cdots 4\,000\ km$$

$$\frac{6}{x} = \frac{100}{4000}, x \neq 0$$

$$6 \times 4\,000 = 100x$$

$$x = 240\ litrů \tag{31}$$

Počet litrů vynásobíme cenou za jeden litr, abychom zjistili, kolik rodina měsíčně zaplatí.

$$240 \times 45 = 10\,800 \tag{32}$$

Dále vypočítáme měsíční spotřebu nového elektromobilu a výsledek vynásobit cenou, kde potřebujeme znát také převod z kWh na MWh, abychom zjistili měsíční výdaje za elektromobil

$$15\ kWh \cdots\cdots\cdots\cdots 100\ km$$
$$x\ kWh \cdots\cdots\cdots\cdots 4\ 000\ km$$
$$\frac{15}{x} = \frac{100}{4000}, x \neq 0$$
$$100x = 15 \times 4\ 000$$
$$x = 600\ kWh \tag{33}$$

$$0{,}6\ MWh \times 3600 = 2\ 160\ Kč \tag{34}$$

Poslední krok je vypočítat, o kolik procent se snížili náklady.

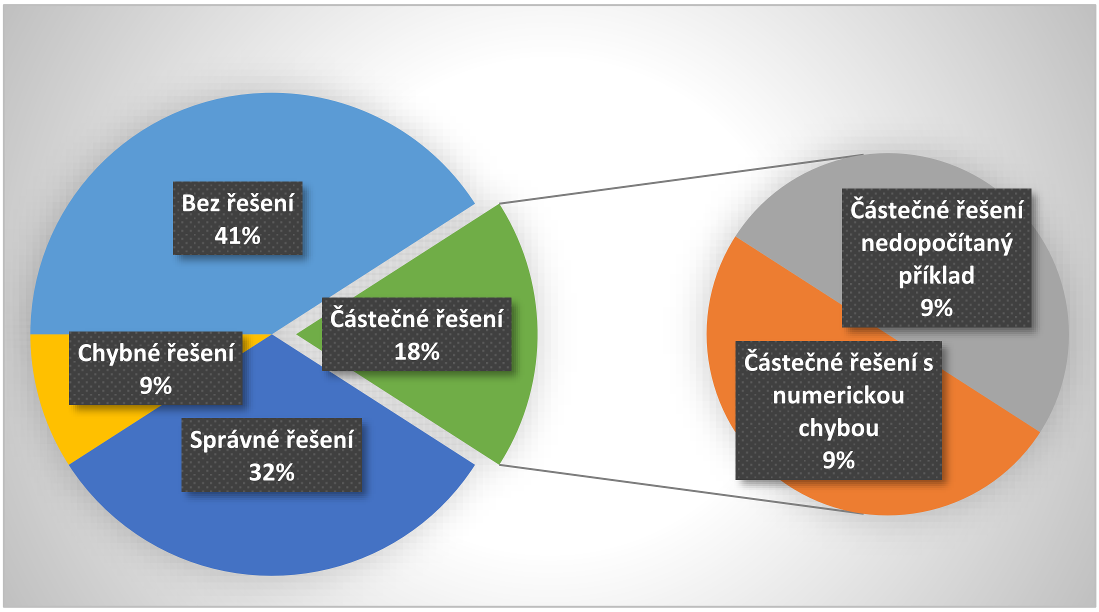
$$10\ 800\ Kč \cdots\cdots\cdots\cdots 100\ \%$$
$$2\ 160\ Kč\ \cdots\cdots\cdots\cdots x\ \%$$
$$\frac{10800}{2160} = \frac{100}{x}, x \neq 0$$
$$10\ 800x = 2160 \times 100$$
$$x = \frac{216000}{10800}$$
$$x = 20\ \% \tag{35}$$

Náklady se sníží o 80 %.

Analýza výsledku příkladu 2 A

Příklad 2 A byl těžší a delší, než příklad číslo jedna, a to se také projevilo na úspěšnosti. Správně byl vyřešen pouze 7 žáky. Pouze čtyři respondenti dosáhli částečného řešení. Dva žáci během výpočtu udělali numerickou chybu. Bez ní by se dopočítali správného výsledku. Dva žáci skončili u výpočtu, kolik rodina měsíčně utratí tankováním do starého auta a dál příklad nedopočítali. Dva žáci úlohu řešili špatným postupem tak, že promíchali různé informace dohromady a 9 žáků se ani nepokusilo úlohu vypočítat.

Problémem byl rozsáhlý výpočet, během kterého žáci v průběhu udělali chybu, nebo příklad ani nedopočítali do konce a více než 40 % žáků nevědělo, jak při řešení takovéto úlohy postupovat.



Obrázek 6: Úspěšnost řešení u úlohy 2A

6.1.3 Příklad číslo 3

Zadání úlohy 3 ve skupině A

V dotazníkovém šetření se ptali na věk respondentů. Ze sta tázaných měla desetina 15 let, čtvrtina 28 let, 60 % tázaných mělo 18 let a zbylým respondentům bylo 20 let. Jaký je průměrný věk respondentů? Uveďte celý postup řešení.

Vzorové řešení

Nejprve si vypočítáme, kolik respondentů mělo 15, 28,18 a 20 let.

$$15\ let \rightarrow 100 \times \frac{1}{10} = 10 \tag{36}$$

$$28\ let \rightarrow 100 \times \frac{1}{4} = 25 \tag{37}$$

$$18\ let \rightarrow 60\ \%\ ze\ 100 = 60 \tag{38}$$

$$20\ let \rightarrow 100 - 60 - 25 - 10 = 5 \tag{39}$$

Následně vypočítáme aritmetický průměr.

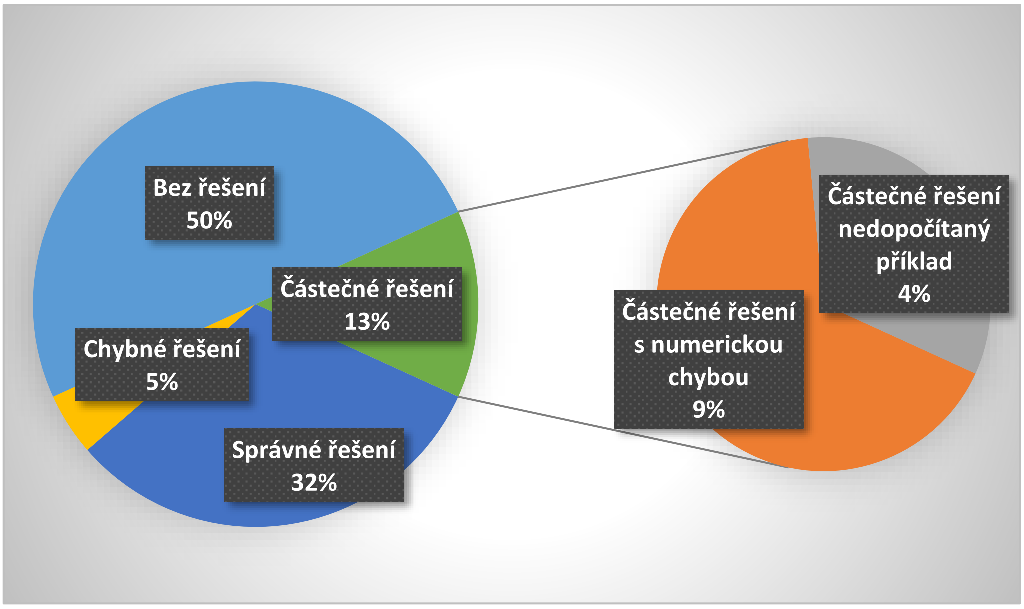
$$\frac{[(10\times15)+(25\times28)+(60\times18)+(5\times20)]}{100} = \frac{150+700+1080+100}{100} = 20{,}3 \tag{40}$$

Průměrný věk respondentů je 20,3 let.

Analýza výsledku 3 A

Příklad 3 A byl pouze výpočet jednoduchého aritmetického průměru, do kterého museli respondenti dopočítat data. Výpočet dat byl složen ze znalostí zlomků a procent. Úspěšnost u tohoto příkladu nebyla opět velká. Správně úlohu vypočítalo pouze 7 respondentů.

Jeden žák neuvedl výpočet a odpověděl chybně. Domníváme se, že výsledek příkladu pouze hádal. Dva žáci udělali numerickou chybu při výpočtu počtu respondentů ve věku 15 let. A jeden žák vypočítal pouze počty lidí s jednotlivými roky. Zbylí žáci se ani nesnažili příklad vypočítat.



Obrázek 7: Úspěšnost řešení úlohy 3A

6.1.4 Celkové hodnocení skupiny A

Variantu A počítalo 22 žáků. Největší úspěšnost byla u příkladu číslo jedna, který byl zaměřený na měřítko mapy. Další dva příklady byly s úspěšností na podobné úrovni. Velká část žáků u druhého a třetího příkladu se ani nepokusila příklad vypočítat.

Tabulka 8: Úspěšnost řešení varianty A

Varianta A			
Kritéria \ Příklad	1	2	3
Správné řešení	14	7	7
Částečné řešení s numerickou chybou	3	2	2
Částečné řešení nedopočítaný příklad	2	2	1
Chybné řešení	1	2	1
Bez řešení	2	9	11

6.2 Analýza testů skupiny B

V této podkapitole se budeme zabývat variantou testu skupiny B, kterou počítalo 22 žáků. Postupně si rozebereme příklady, které byly žákům zadány. U každého příkladu na grafu znázorníme úspěšnost žáků a popíšeme nejčastější chyby. V závěru této podkapitoly shrneme celkové výsledky varianty B.

6.2.1 Příklad číslo 1

Zadání úlohy 1 ve skupině B

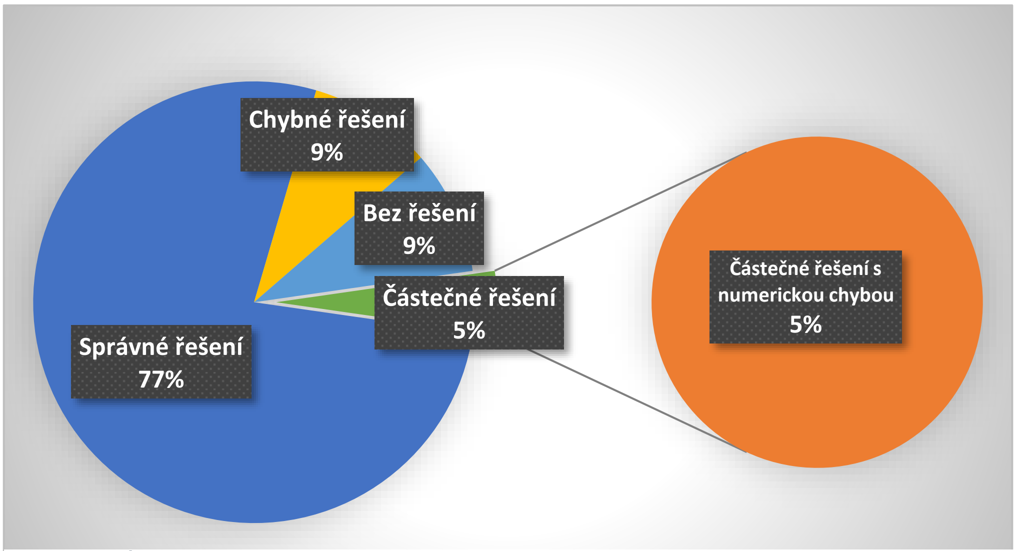
Novákovi si chtějí pořídit nové auto, protože to staré už dosluhuje. Staré auto kupovali před 20 lety za 50 000 Kč. Cena starého auta a cena nového auta je v poměru 1:15. Kolik stojí nové auto, které si Novákovi pořizují? Uveďte celý postup řešení.

Vzorové řešení

Toto řešení bylo již jako vzorové řešeno ve sbírce úloh v podkapitole 5.1.1.

Analýza výsledku 1 B

Příklad 1 B byl zaměřen na poměr. Jednalo se o jednoduchý výpočet pomocí trojčlenky, což se projevilo i na úspěšnosti. Správně příklad vypočítalo 17 žáků z 22, což je více než 75 % respondentů. Pouze dva žáci se nesnažili příklad vypočítat. Jeden žák uvedl bez výpočtu chybný výsledek. Jeden žák zapsal zcela chybně trojčlenku, tím, že nedodržel předpis, a tudíž špatně vynásobil čísla. Jeden respondent výsledek chybně vydělil čtyřmi.



Obrázek 8: Úspěšnost řešení úlohy 1B

6.2.2 Příklad číslo 2

Zadání úlohy 2 ve skupině B

Na skautském táboře bylo minulý rok 32 dětí a celkové náklady za 14denní tábor za jídlo bylo 67 200 Kč. S jakým rozpočtem na jídlo mají počítat na další rok, když mají pouze týdenní tábor pro 35 dětí? Uveďte celý postup řešení.

Vzorové řešení

Příklad jde řešit několika způsoby. Představíme si jedno z možných řešení.

Prvně začneme příklad řešit tak, že celkové náklady za minulý rok vydělíme počtem dětí a následně počtem dnů, abychom zjistili částku za jedno dítě na jeden den.

$$67\ 200 \div (32 \times 14) = 150\ Kč \tag{41}$$

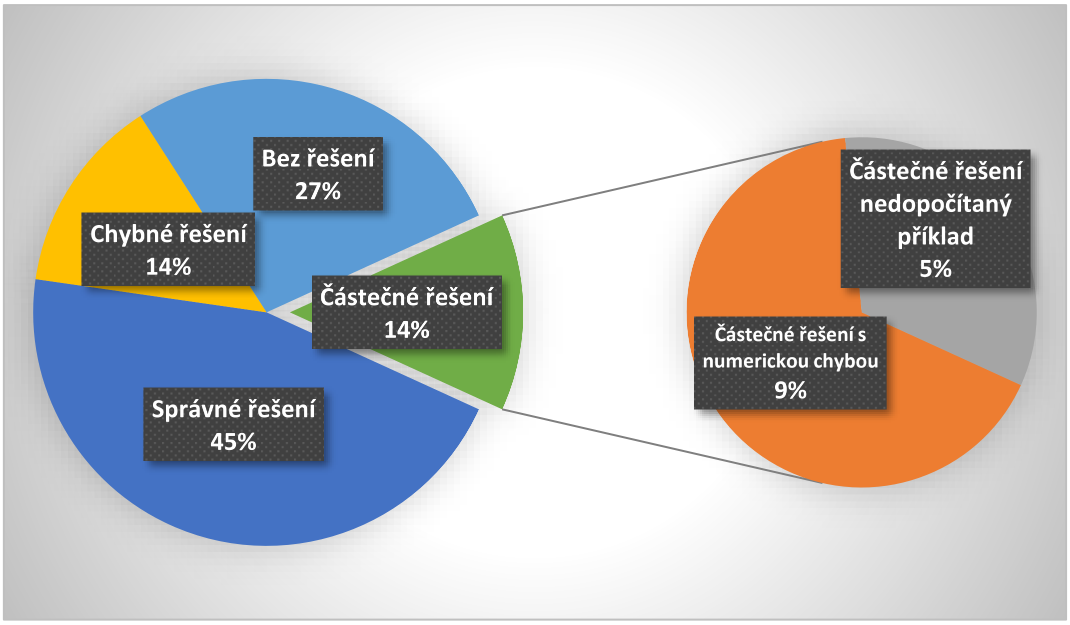
Následně výsledek vynásobíme počtem dnů a dětí na letošní rok.

$$150 \times 35 \times 7 = 36\ 750\ Kč \tag{42}$$

Na další rok budou muset počítat s rozpočtem na jídlo za 36 750 Kč.

Analýza výsledku 2 B

Příklad 2 B byl složený z více než jednoho výpočtu. Správně jej vypočítalo 10 žáků, což je 45 %. Jeden respondent příklad rozpočítal a dva respondenti při výpočtu udělali numerickou chybu při násobení, tudíž došli ke špatnému výsledku. Tři žáky jsem započítala do kategorie chybného řešení. Z toho jeden žák uvedl pouze chybný výsledek bez výpočtu. Jeden respondent uvedl špatný výsledek s nelogickými výpočty, jak k výsledku dospěl. Jeden z žáků příklad počítal tak, že celkové náklady za minulý rok vydělil 7 a výsledek vynásobil 3, neboť si uvědomil, že dětí je o 3 více. Krom toho, že postup je špatný, žák navíc ještě špatně vynásobil čísla a uvedl, že se to rovná 29 800, což byl pro něj i výsledek. Šest žáků se příklad nepokusilo ani vypočítat.



Obrázek 9: Úspěšnost řešení úlohy 2B

6.2.3 Příklad číslo 3

Zadání úlohy 3 ve skupině B

Ve třídě je 35 žáků. Na konci školního roku měla pětina z nich jedničku z českého jazyka. Dvě pětiny dostali ze stejného předmětu dvojku. 9 žáků dosáhlo známky dobrý a zbývající žáci byli ohodnoceni dostatečně. Jakého aritmetického průměru dosáhla celá třída v českém jazyce? Uveďte celý postup řešení.

Vzorové řešení

Tato úloha je zaměřena na výpočet aritmetického průměru. Nejprve si vypočítáme, kolik dětí mělo jednotlivé známky.

$$1 \cdots \cdots \cdots \cdots \frac{1}{5} \times 35 = 7\ žáků \tag{43}$$

$$2 \cdots \cdots \cdots \cdots \frac{2}{5} \times 35 = 14\ žáků \tag{44}$$

$$3 \cdots \cdots \cdots \cdots 9\ žáků \tag{45}$$

$$4 \cdots \cdots \cdots \cdots 35 - 9 - 14 - 7 = 5\ žáků \tag{46}$$

Pokud máme vypočítaný počet žáků, můžeme pokračovat na výpočet aritmetického průměru.

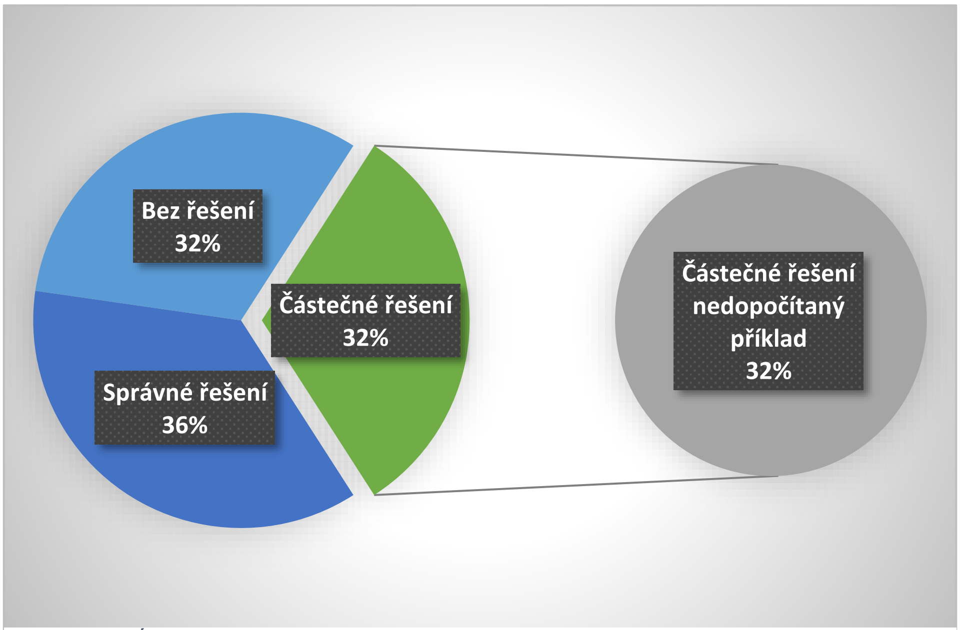
$$\frac{[(7\times1)+(14\times2)+(9\times3)+(5\times4)]}{35} = \frac{82}{35} = 2{,}3 \tag{47}$$

Aritmetický průměr celé třídy z českého jazyka byl 2,3.

Analýza výsledku 3 B

Příklad se skládal ze dvou výpočtů. Nejprve si žáci museli vypočítat počty žáků a následně vypočítat aritmetický průměr.

Zcela správně vyřešilo příklad 8 žáků. Sedm žáků nedopočítalo příklad do konce. Jeden z žáků vypočítal polovinu aritmetického průměru. Chybělo pouze vydělit čitatel celkovým počtem žáků. Tři žáci si vytvořili jen matematický zápis a zbylí 3 žáci rozpočítali výpočet pro zjištění počtu žáků, kteří získali jednotlivé známky. Sedm žáků se příklad nepokusilo vypočítat.



Obrázek 10: Úspěšnost řešení úlohy 3B

6.2.4 Celkové hodnocení skupiny B

Variantu B počítalo 22 žáků. Největší úspěšnost byla u příkladu číslo jedna, který byl zaměřený na poměr. Dále se úspěšnost jednotlivých úloh snižovala. Druhý příklad byl pro žáky nejobtížnější. Velká část žáků příklad nepočítala a mnozí buď zvolili špatný postup, nebo během výpočtu udělali chybu. Třetí úlohu jedna třetina žáků vypočítala, jedna třetina nedopočítala a jedna třetina se příklad nepokusila ani dopočítat. Celková úspěšnost testu byla vyšší než u varianty A.

Tabulka 9: Úspěšnost řešení varianty B

Varianta B			
Kritéria \ Příklad	1	2	3
Správné řešení	17	10	8
Částečné řešení s numerickou chybou	1	2	0
Částečné řešení nedopočítaný příklad	0	1	7
Chybné řešení	2	3	0
Bez řešení	2	6	7

6.4 Výsledky výzkumného šetření

Výzkumného šetření se zúčastnilo 44 žáků devátého ročníku základní školy. Test psali žáci z třech různých tříd a každou třídu vyučuje matematiku jiný pedagog. Test byl rozdělen na dvě varianty, aby se zamezilo opisování spolužáků mezi sebou.

Variantu A i B psalo 22 žáků a dohromady mohli získat 132 bodů. U varianty A byl celkový zisk 68 bodů, tudíž úspěšnost byla 51,5 %. Skupina, která psala variantu B získala 81 bodů. Úspěšnost u této skupiny je 61,4 %. Můžeme si všimnout rozdílu mezi skupinou A a skupinou B, který dělá 9,9 procentních bodů.

Největší problém byl s pochopením zadání. Pokud se příklad skládal z více dílčích výpočtů, žáci často nevěděli, jak uchopit řešení úlohy a buď ji vůbec neřešili, nebo často příklad vypočítali pouze do poloviny. To odpovídá vysokému procentu žáků, kteří se příklad nesnažili vůbec spočítat.

Nejmenší úspěšnost, krom příkladu 2 A, měly poslední úlohy, které byly zaměřené na aritmetický průměr. Většina z respondentů tyto úlohy nepočítala. Neúspěšnost v této úloze může být způsobena neznalostí učiva před výpočtem, kde bylo potřeba mít znalosti z oblasti základních operací se zlomky. Všechny třídy ovšem měli učivo zlomků probrané.

Závěr

Hlavním cílem bakalářské práce bylo vytvoření sbírky úloh, se kterými by žáci dokázali lépe pochopit, v jakých příkladech z praxe dané znalosti mohou použít. Vedlejším cílem práce bylo ověření, jak žáci devátých ročníků základních škol umí využít znalosti z tematických okruhů poměru, přímé a nepřímé úměry a statistiky v praktických úlohách.

V teoretické části bakalářské práce jsme se věnovali matematické gramotnosti, mezi kterou patří také kritická místa ve výuce matematiky, a nastínili jsme, jaké existují přístupy k vyučování matematiky. Dále jsme se zabývali jednotlivým tematickým okruhům – statistice, poměru a přímé a nepřímé úměře a jejich zasazením do RVP a jaké je jejich využití.

V praktické části jsme vytvořili sbírku úloh zaměřenou na problémové okruhy. Je rozdělena do tří částí a v každé z nich jsou ukázkově vypočítány dva příklady. Dále jsme se sbírky vybrali některé úlohy, z nichž jsme vytvořili test ve dvou variantách.

Z výzkumného šetření bylo zjištěno, že žáci devátých tříd často nevědí, jak si se zadáním úlohy poradit a které matematické znalosti by mohli při řešení použít.

Z počtu respondentů nemůžeme výsledky vztahovat na všechny žáky devátých tříd v republice, avšak můžeme je využít jako ukazatel a můžeme také usuzovat, že problémové a slovní úlohy by bylo vhodné zařazovat více do hodin, aby byli žáci zvyklí tento typ úloh řešit, dokázali ve slovní úloze sami vidět postup řešení a dokázali lépe porozumět textu. Velkým přínosem pro žáky by bylo také, kdyby veškeré vzorce, čísla a poučky dokázali spojit s praxí a praktickými úlohami, s kterými se setkají v běžném životě.

Sbírka může sloužit učitelům jako zdroj inspirace pro počítání příkladů s žáky 9. tříd s danou tematikou z praxe. Výzkumné šetření nám posloužilo k ověření toho, zda žáci umí využít znalosti matematiky v praktickém životě.

Seznam použité literatury

[1] Matematická gramotnost. In: *Metodický portál RVP.CZ* [online]. [cit. 2022-08-14]. Dostupné z: https://wiki.rvp.cz/Knihovna/1.Pedagogick%C3%BD_lexikon/G/Gramotnost/Matematick%C3%A1_gramotnost

[2] NEMČÍKOVÁ, Katarína. *Matematická gramotnost ve výuce: metodická příručka*. Praha: Národní ústav pro vzdělávání, školské poradenské zařízení a zařízení pro další vzdělávání pedagogických pracovníků (NÚV), divize VÚP, 2011. ISBN 978-80-86856-99-5.

[3] VONDROVÁ, Naďa a Miroslav RENDL. *Kritická místa matematiky základní školy v řešeních žáků*. V Praze: Univerzita Karlova, nakladatelství Karolinum, 2015. ISBN 978-80-246-3234-6.

[4] TOMÁŠEK, Vladislav, Simona BOUDOVÁ, Libor KLEMENT, Josef BASL, Tomáš ZATLOUKAL, Dana PRAŽÁKOVÁ a Svatava JANOUŠKOVÁ. *Mezinárodní šetření TIMSS 2019: národní zpráva*. Praha: Česká školní inspekce, 2020. ISBN 978-80-88087-45-8.

[5] HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Praha: Portál, 2001. Pedagogická praxe. ISBN 80-717-8581-4.

[6] FEHÉROVÁ, Šárka, Eva KUČINOVÁ a Pavel KVĚTOŇ. *Didaktika matematiky pro základní školy*. Ostrava: Ostravská univerzita v Ostravě, 2006. ISBN 80-736-8278-8.

[7] *Projektová výuka v matematice*. Brno, 2011. Bakalářská práce. Masarykova univerzita, Přírodovědecká fakulta.

[8] *Hejného metoda: Zasloužená radost z poznávání* [online]. 2022 [cit. 2022-08-14]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/

[9] RVP - Rámcové vzdělávací programy. In: *Edu.cz* [online]. Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy: Copyright, 2020 [cit. 2022-07-28]. Dostupné z: ttps://www.edu.cz/rvp-ramcove-vzdelavaci-programy/

[11] *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání* [online]. MŠMT, Praha, 2021, [cit. 2022-07-31]. Dostupné z: https://www.edu.cz/rvp-ramcove-vzdelavaci-programy/ramcovy-vzdelavacici-program-pro-zakladni-vzdelavani-rvp-zv/

[11] *Učebnice statistiky* [online]. In: . [cit. 2022-07-31]. Dostupné z: https://publi.cz/books/201/Cover.html

[12] RABUŠIC, Ladislav, Petr SOUKUP a Petr MAREŠ. *Statistická analýza sociálněvědních dat (prostřednictvím SPSS)*. 2., přepracované vydání. Brno: Masarykova univerzita, 2019. ISBN 978-80-210-9248-8.

[13] KLADIVO, Petr. *Základy statistiky*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2013. ISBN 978-80-244-3841-2.

[14] *Český statistický úřad* [online]. Praha 10: Český statistický úřad, 2022 [cit. 2022-08-07]. Dostupné z: https://www.czso.cz/

[15] ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Matematika pro 7. ročník základní školy: [učebnice pro základní školy zpracovaná podle učebních osnov vzdělávacího programu Základní škola]*. Praha: Prometheus, 1998. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 80-719-6126-4.

[16] VOŽENÍLEK, Vít, Miroslav VYSOUDIL a Jaromír DEMEK. *Geografie 1 pro střední školy: fyzickogeografická část : [učebnice pro gymnázia se čtyřletým studijním cyklem a pro vyšší ročníky víceletých gymnázií]*. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 1997. ISBN 80-859-3773-5.

[17] ROTTEROVÁ, Anna. *Procentový počet - využití při řešení úloh z praxe*. Olomouc, 2007. Diplomová práce. Univerzita Palackého, Katedra matematiky. Vedoucí práce Jan Slouka.

[18] PALKOVÁ, Martina a Václav ZEMEK. *Průvodce matematikou 1, aneb, Co byste měli znát z numerické matematiky ze základní školy*. Brno: Didaktis, 2009. Co byste měli znát ze základní školy. ISBN 978-80-7358-085-8.

Seznam použitých zkratek

ČSU – Český statistický úřad

MŠMT – Ministerstvo školství mládeže a tělovýchovy

RUP – Rámcový vzdělávací plán

RVP – Rámcový vzdělávací program

RVP ZV – Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

ŠVP – Školní vzdělávací program

TIMSS – Trends in International Mathematics and Science study

Seznam použitých obrázků

Seznam použitých tabulek

Seznam příloh

Příloha 1: Test varianta A

Písemný test na poměr, přímou a nepřímou úměru a statistiku pro 9. ročník základní školy

Varianta A　　　　　　　　　Datum:　　　　　　　　　Počet bodů:

1. Rodina Vysoušilových se rozhodla udělat si výlet do lesa. Vyšli v 8 hodin ráno a šli podle mapy s měřítkem 1:100 000. V poledne jim jejich chytré hodinky ukázaly, že ušli již 12 km. Kolik to je centimetrů na mapě? Uveďte celý postup řešení. (2b)

2. Rodina jezdila se starým automobilem, která měla spotřebu 6 litrů benzínu na 100 kilometrů. Měsíčně ujeli 4000 km. Při cenně benzínu, který stojí 45 korun za litr, se rozhodli koupit si elektromobil, který má spotřebu 15 kWh na 100 km a jedna mWh stojí 3 600 Kč. O kolik procent se jim sníží nebo zvýší náklady za měsíční dojíždění autem při stejných cenách? Uveďte celý postup řešení. (2b)

3. V dotazníkovém šetření se ptali na věk respondentů. Ze sta tázaných měla desetina 15 let, čtvrtina 28 let, 60 % tázaných mělo 18 let a zbylým respondentům bylo 20 let. Jaký je průměrný věk respondentů? Uveďte celý postup řešení. (2b)

Příloha 2: Test varianta B

Písemný test na poměr, přímou a nepřímou úměru a statistiku pro 9. ročník základní školy

Varianta B Datum: Počet bodů:

1. Novákovi si chtějí pořídit nové auto, protože to staré už dosluhuje. Staré auto kupovali před 20 lety za 50 000 Kč. Cena starého auta a cena nového auta je v poměru 1:15. Kolik stojí nové auto, které si Novákovi pořizují? Uveďte celý postup řešení. (2b)

2. Na skautském táboře bylo minulý rok 32 dětí a celkové náklady za 14denní tábor za jídlo bylo 67 200 Kč. S jakým rozpočtem na jídlo mají počítat na další rok, když mají pouze týdenní tábor pro 35 dětí? Uveďte celý postup řešení. (2b)

3. Ve třídě je 35 žáků. Na konci školního roku měla pětina z nich jedničku z českého jazyka. Dvě pětiny dostali ze stejného předmětu dvojku. 9 žáků dosáhlo známky dobrý a zbývající žáci byli ohodnoceni dostatečně. Jakého aritmetického průměru dosáhla celá třída v českém jazyce? Uveďte celý postup řešení. (2b)