



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ENERGETICKÝ ÚSTAV

ENERGY INSTITUTE

# NUMERICKÉ MODELOVÁNÍ PROUDOVÉHO POLE S ODTRŽENÍM

COMPUTATIONAL MODELING OF FLOW FIELD WITH SEPARATION

## DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. PETR ŠAMŠA

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. MIROSLAV JÍCHA, CSc.

BRNO 2018



# Zadání diplomové práce

Ústav: Energetický ústav  
Student: **Bc. Petr Šamša**  
Studijní program: Strojní inženýrství  
Studijní obor: Technika prostředí  
Vedoucí práce: **prof. Ing. Miroslav Jícha, CSc.**  
Akademický rok: 2017/18

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

## Numerické modelování proudového pole s odtržením

### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

V mnoha technických problémech se vyskytuje proudění s odtržením, které má vliv na řadu parametrů (např. odpor, vztlak aj.). Cílem práce je zvolit vhodný turbulentní model a metodu diskretizace výpočtové domény pro stacionární výpočet tak aby došlo ke korektnímu zachycení problematiky proudění s odtržením a následným přilehnutím proudu.

### Cíle diplomové práce:

1. Seznámit se s problematikou modelování proudového pole s odtržením
2. Na vybraných 2D úlohách srovnat modely turbulence a přístupy k diskretizaci výpočtové oblasti
3. Na základě 2D analýz zvolit kombinaci turbulentního modelu a diskretizačních prvků vhodnou pro 3D úlohy
4. Posouzení vhodnosti použití výsledku trojrozměrné analýzy jako vstupních dat pro aeroakustickou analýzu

### Seznam doporučené literatury:

CD-ADAPCO®. STAR-CCM+® Documentation: Version 12.02. CD-adapco®, 2017.

ŠOB, F., Hydromechanika. Brno: Akademické nakladatelství CERM s.r.o, 2002, 238 s. ISBN 8021420375.

URUBA, V., Turbulence. V Praze: České vysoké učení technické, 2009, 130 s. ISBN 9788001043301.

Flow in a 3D diffuser. ERCOFTAC [online].: ercoftac, 2017 [cit. 2017-05-19]. Dostupné z:  
[http://qnet-ercoftac.cfms.org.uk/w/index.php/UFR\\_4-16\\_Test\\_Case](http://qnet-ercoftac.cfms.org.uk/w/index.php/UFR_4-16_Test_Case)

CHERRY, E. M., G. IACCARINO, C. J. ELKINS a J. K. EATON. Separated flow in a three-dimensional diffuser: preliminary validation. Center for Turbulence Research Annual Research Briefs. Stanford University, 2006, 31 - 40.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2017/18

V Brně, dne

L. S.

---

doc. Ing. Jiří Pospíšil, Ph.D.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## **Abstrakt**

Diplomová práce se zabývá problematikou modelování proudového pole s odtržením. V práci je probrán teoretický základ modelování turbulentního proudění spolu s uvedením rovnic turbulentních RANS modelů a popisu přístupů k modelování mezní vrstvy. V další části je provedeno modelování proudění uvnitř rovinného difuzoru s cílem volby vhodného turbulentního modelu a parametrů výpočetní sítě pro modelování odtržení proudu od stěny difuzoru. Následně je provedeno ověření autorova výběru pomocí prostorové simulace, která má zajistit použitelnost výběru i v aplikacích mimo teoretickou rovinu znalostí. Práce je zakončena pojednáním, zda zvolené nastavení je použitelné pro praktické modelování v aeroakustice.

## **Summary**

This diploma thesis is considering with computational modeling of flow field with separation. In the first part it contains theoretical bases of flow field computational modeling with RANS models equations and wall treatment modeling approaches included. There is also flow separation in asymmetric plane diffuser modeling described in the thesis where the most suitable turbulent model and the proper mesh parameters for the successful flow separation modeling should be chosen. Next the chosen turbulent model and parameters verification via flow separation modeling on the asymmetric 3D diffuser mesh. That analysis should ensure if the chosen turbulent model is applicable also for engineering problems. At the end of the thesis there is evaluation if the setup chosen in the thesis is suitable to apply in any practical aeroacoustics problem modeling.

## **Klíčová slova**

2D, 3D, asymetrický, difuzor, numerické, modelování, proudění, odtržení, RANS, CFD, turbulence, turbulentní, model, Star-CCM+

## **Keywords**

2D, 3D, asymmetric, diffuser, numerical, modeling, flow, separation, turbulence, RANS, Star-CCM+, CFD

ŠAMŠA, P. *Numerické modelování proudového pole s odtržením*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 66 s. Vedoucí prof. Ing. Miroslav Jícha, CSc.



Autor prohlašuje, že diplomová práce na téma **Numerické modelování proudového pole s odtržením** byla vypracována samostatně s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu zdrojů v závěru práce.

Bc. Petr Šamša





Děkuji všem svým blízkým, kteří mi umožnili nejenom sepsat tuto práci, ale taky projít celým tímto náročným studiem. Jmenovitě bych chtěl poděkovat panu profesoru Ing. Miroslavu Jíchovi, CSc. za vedení práce, RNDr. Adamu Kosíkovi, PhD. za odborné rady a trpělivost při všech dotazech a Ing. Vojtěchu Bětákovi, PhD. za obětavý přístup a cenné rady obzvláště při technickém vypracování simulací. Děkuji také všem kolegům a společnosti Evektor, spol. s r. o. za trpělivost a možnost pracovat na zajímavých tématech spojených s touto prací. V neposlední řadě bych chtěl poděkovat své rodině, obzvláště rodičům, své snoubence, Gabriele, a pánu Bohu, jež mi byli silnou oporou po celou dobu studia.

Bc. Petr Šamša



# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>Problematika proudění</b>	<b>15</b>
2.1	Základní předpoklad pro zavedení rovnic	15
2.2	Interpretace zákonů zachování	15
2.2.1	Zákon zachování hmotnosti	16
2.2.2	Zákon zachování hybnosti	16
2.3	Modelování turbulence	17
2.3.1	Reynoldsovo středování	18
2.3.2	Přístupy k modelování Reynoldsových napětí	19
2.3.3	Modelování energie	20
2.4	Modely turbulence ve stacionárním proudění	20
2.4.1	Spalart-Allmaras	21
2.4.2	K-Epsilon	22
2.4.3	V2F K-Epsilon	23
2.4.4	K-Omega	24
2.4.5	Explicit Algebraic Reynolds Stress Model	24
2.5	Mezní vrstva	25
<b>3</b>	<b>Nastavení analýz</b>	<b>27</b>
3.1	Společná nastavení výpočtů	27
3.2	Rovinný model	28
3.3	Prostorový model	29
<b>4</b>	<b>Modelování proudění s odtržením v 2D prostoru</b>	<b>32</b>
4.1	Modelování proudění s přístupem high- $y^+$	33
4.1.1	High- $y^+$ na sítích s mnohoúhelníkovými prvky	33
4.1.2	High- $y^+$ na sítích s čtyřúhelníkovými prvky	34
4.1.3	High- $y^+$ na sítích s trojúhelníkovými prvky	35
4.2	Modelování proudění s přístupem all- $y^+$	36
4.2.1	All- $y^+$ na sítích s mnohoúhelníkovými prvky	36
4.2.2	All- $y^+$ na sítích s čtyřúhelníkovými prvky	37
4.2.3	All- $y^+$ na sítích s trojúhelníkovými prvky	39
4.3	Modelování proudění s přístupem low- $y^+$	39
4.3.1	Low- $y^+$ na sítích s mnohoúhelníkovými prvky	39
4.3.2	Low- $y^+$ na sítích s čtyřúhelníkovými prvky	40
4.3.3	Low- $y^+$ na sítích s trojúhelníkovými prvky	40
4.4	Výběr vhodného turbulentního modelu	41
<b>5</b>	<b>Aplikace vybraného modelu v 3D prostoru</b>	<b>44</b>
5.1	Model SST k- $\omega$ s použitím high- $y^+$ přístupu	44
5.1.1	Proudění v síti tvořené mnohostěny	44
5.1.2	Proudění v síti tvořené čtyřstěny	47
5.2	Model SST k- $\omega$ s použitím low- $y^+$ přístupu	47
5.2.1	Proudění v síti tvořené mnohostěny	47

## OBSAH

5.2.2 Proudění v síti tvořené čtyřstěny . . . . .	53
5.3 Použití výsledků 3D analýz v aeroakustice . . . . .	54
<b>6 Závěr</b>	<b>55</b>
<b>7 Seznam použitých zdrojů</b>	<b>57</b>
<b>8 Seznam použitých zkratk a symbolů</b>	<b>60</b>
<b>9 Seznam příloh</b>	<b>63</b>
<b>Příloha 1</b>	<b>64</b>
<b>Příloha 2</b>	<b>66</b>

# 1. Úvod

Popisem proudění se lidstvo zabývá už od pradávna, a to z mnoha různých důvodů. Postupem času byly zformulovány rovnice, jež jsou pro popis proudění tekutin používány i v současnosti. Speciální pozornost je upřena k turbulentnímu proudění, jelikož je velmi složité ho popsat, případně modelovat. Pro proudění vzduchu při nízkých rychlostech stejně jako pro proudění kapalin lze pro zjednodušení uvažovat proudící tekutinu jako nestlačitelnou.

Pro popis proudění nestlačitelných tekutin jsou využívány rovnice, jež vycházejí ze zákona zachování hmotnosti a ze zákona zachování hybnosti. První jmenovaný zákon je reprezentován rovnicí kontinuity, ta může být v tomto případě rovněž nazývána rovnicí nestlačitelnosti. Druhý jmenovaný zákon je popsán pohybovými rovnicemi, nejčastěji pomocí rovnice Navier-Stokesovy. To může být leckdy dosti problematické, neboť pro Navier-Stokesovu rovnici doposud nebylo popsáno obecné řešení.

Výše zmíněné rovnice by bylo příliš zdlouhavé řešit v průmyslových aplikacích analyticky, a proto je využíváno výpočetních technologií, jež jsou stále výkonnější. V dnešní době se numerické simulace (obecně) upínají hlavně k metodě konečných prvků (FEM - z angl. *Finite Element Method*) a metodě konečných objemů (FVM - z angl. *Finite Volume Method*). Mezi aplikace těchto dvou základních metod se řadí většina výpočetních programů dnes využívaných v průmyslu, jako jsou ANSYS (FEM/FVM), NASTRAN (FEM), OpenFOAM (FVM), Star-CCM+ (FVM) a další.

Pro numerické modelování proudění (CFD - z angl. *Computational Fluid Dynamics*) jsou hojně využívány různé alternativy metody konečných objemů. I přes existenci možností řešení na základě jiných numerických metod je FVM stále nejpopulárnější metodou pro výpočty proudění. Z použitelných alternativních metod lze uvést např. metodu konečných diferencí, jež není vhodná pro simulaci složitějších geometrických tvarů či metodu konečných prvků. Druhá jmenovaná metoda není v inženýrských výpočtech rozšířená, jelikož je značně obtížné optimalizovat její chod pro obecnější inženýrské využití. Podrobněji se čtenář o numerických metodách využívaných pro CFD může dovědět např. v publikacích [1, 2, 3, 4, 5].

Modelování turbulentního proudění metodou konečných objemů je velmi složité. Existuje několik přístupů k modelování turbulence. Jednotlivé přístupy budou popsány v kapitole 2.3, nicméně nejčastěji používaným přístupem je modelování turbulence pomocí statistických turbulentních modelů. Tyto modely jsou jinak nazývány RANS modely (z angl. Reynolds Averaged Navier-Stokes), podle svých hlavních časově středovaných Reynoldsových rovnic.

V rámci této práce, jejímž cílem je výběr vhodného turbulentního modelu a vhodného nastavení výpočetní sítě, bude provedeno několik analýz za použití vybraného počtu právě RANS modelů. Výstupy této práce jsou určeny jako podklad k dalšímu studiu, jelikož problematika proudění s odtržením je aplikovatelná v mnoha ohledech.

Například vzhledem k nastupujícímu období elektromobility bude v automobilovém průmyslu z důvodu odstraňování spalovacích motorů z dopravních prostředků velmi pravděpodobně docházet k výraznému snižování celkové hlučnosti vozidel. Tento fakt se projeví i negativně, a to tím, že dojde k omezení frekvenčního spektra zvuku maskovaného vlivem akustické emitace spalovacího motoru, a proto se bude posuzovat mnoho nových doposud zanedbávaných zdrojů hluku. Přesný výpočet turbulentních veličin je nezbytný pro sta-

novení zdrojových členů aeroakustických analogií popisujících šíření akustických vln. Je tedy na místě zabývat se modelováním proudového pole s odtržením a vhodnou volbou turbulentního modelu.

## 2. Problematika proudění

Prouděním tekutiny je nazýván její pohyb. Obecně se problematikou proudění zabývá mechanika tekutin, která je členěna podle druhu tekutiny. Skripta [6] zmiňují následující dělení:

- proudění kapalin – **hydrodynamika**
- proudění plynů – **aerodynamika**

V následujících podkapitolách bude čtenář seznámen se základní teorií v oblasti proudění tekutin. Budou mu představeny rovnice pro zákony zachování, popis nestlačitelného proudění nebo také modelování turbulence, a to včetně turbulentních modelů autorem vybraných pro případ matematického modelování proudění v difuzoru.

### 2.1. Základní předpoklad pro zavedení rovnic

Základním předpokladem zavedení rovnic pro výpočet dynamiky tekutin je splnění "podmínky kontinuity média" [7]. Každá tekutina je tvořena molekulami, nicméně při výpočtech v mechanice tekutin je k ní přistupováno jako k látce spojitě – kontinuu.

Aby tento přístup mohl být považován za fyzikálně správný, je nutné platnost zjednodušení pečlivě ověřit. Ověření probíhá tak, že pro každou tekutinu, jež se má použít pro výpočet, je nutné stanovit Knudsenovo číslo  $Kn$ .

$$Kn = \frac{\lambda}{l} \ll 1 [-], \quad (2.1)$$

kde  $\lambda$  je střední volná dráha molekul (pro vzduch  $\lambda = 6 \cdot 10^{-8} \text{ m}$ ) a  $l$  je nejmenší měřítko (v případě tekutinové částice  $l = 1 \text{ }\mu\text{m}$ ).

V aerodynamice je hlavním pracovním médiem vzduch za normálních podmínek, tedy při atmosférickém tlaku  $p = 10^5 \text{ Pa}$  a pokojové teplotě  $T = 293 \text{ K}$ . Při dosazení výše zmíněných hodnot pro vzduch je hodnota Knudsenova čísla

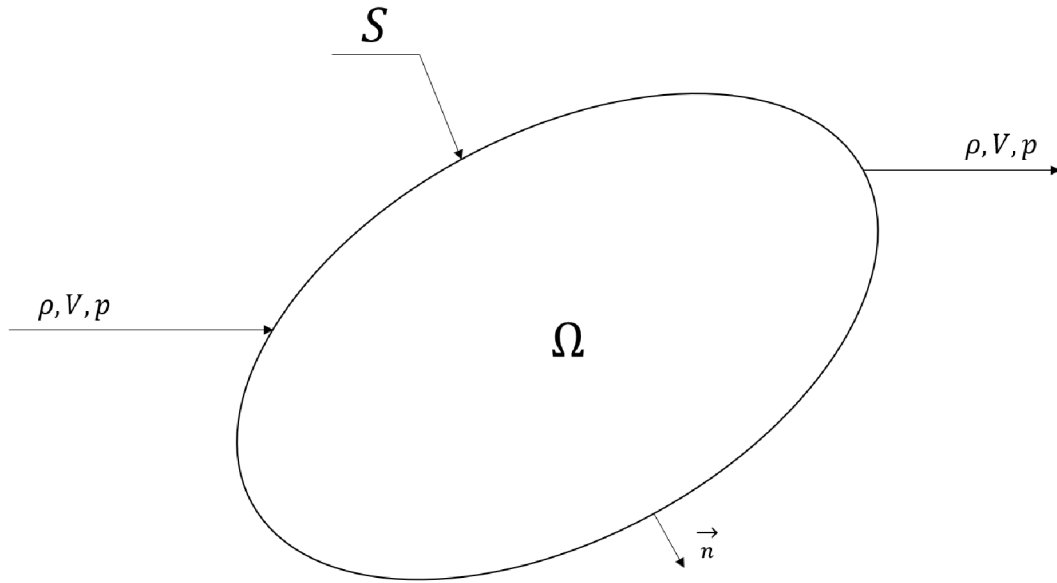
$$Kn = \frac{\lambda}{l} = \frac{6 \cdot 10^{-8}}{10^{-6}} = 0,06 [-], \quad (2.2)$$

na základě čehož lze považovat vzduch za kontinuum. Tento předpoklad předesílá fakt, že fyzikální charakteristiky proudu vzduchu, jako jsou hustota  $\rho$  a rychlost  $u_i$ , jsou považovány za spojitě.

### 2.2. Interpretace zákonů zachování

Při numerickém modelování je nutné, pro co největší podobnost s reálnými situacemi, implementovat matematickou formulaci jednotlivých fyzikálních zákonů zachování. Konkrétně jsou užívány rovnice zákonů zachování hmotnosti a zachování hybnosti. Při výpočtech, kde jsou uvažovány zákony termodynamiky, bývá uplatňován také zákon zachování energie. Graficky lze zákony zachování vyjádřit například obrázkem 2.1.

## 2.2. INTERPRETACE ZÁKONŮ ZACHOVÁNÍ



Obrázek 2.1: Interpretace zákonů zachování

### 2.2.1. Zákon zachování hmotnosti

Formulací prvního ze zákonů zachování je rovnice kontinuity. Tato reprezentuje v mechanice tekutin zákon zachování hmotnosti. Vyjadřuje takové chování tekutiny, že časová změna hustoty tekutiny v uvažovaném kontrolním objemu musí být kompenzována změnou velikosti tohoto objemu. Je dána rovnicí

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.3)$$

kde  $\rho$  je hustota tekutiny,  
 $t$  je čas a  
 $u_i$  je rychlost částice.

V práci je řešeno proudění vazké tekutiny při nízké rychlosti ( $Ma < 0,3$ ), kde  $\rho = konst.$  Proto je možné rovnici (2.3) redukovat na

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0. \quad (2.4)$$

Rovnice (2.4) bývá nazývána také rovnicí nestlačitelnosti. [8]

### 2.2.2. Zákon zachování hybnosti

Z hlediska implementace zákona zachování hybnosti v numerickém modelování je za hlavní pilíř považována Navierova-Stokesova rovnice (dále jen N-S rovnice). N-S rovnice pro viskózní nestlačitelné proudění je uváděna ve tvaru

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.5)$$



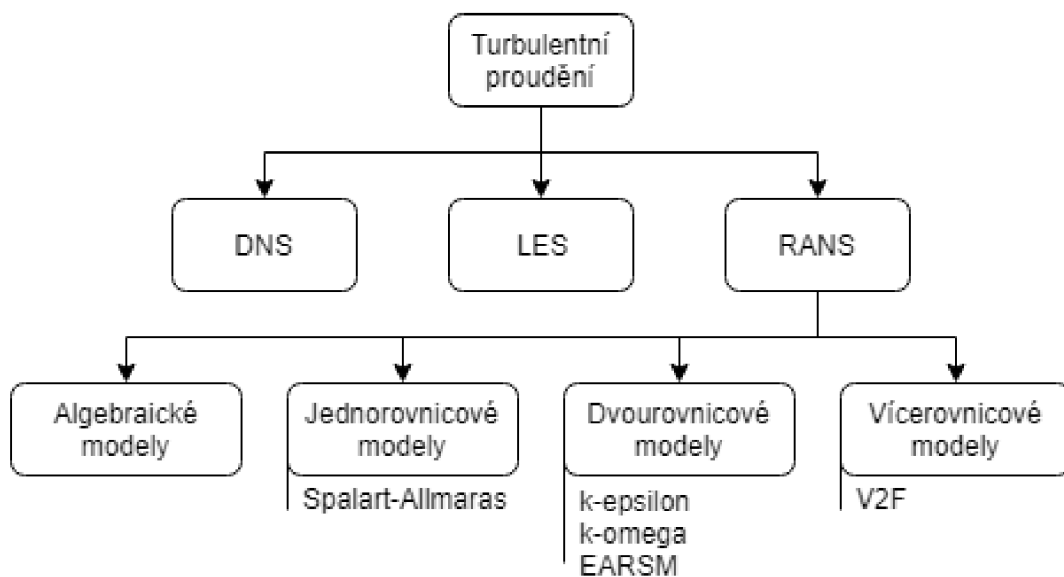
kde  $p$  je tlak uvnitř tekutiny,  
 $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  je kinematická viskozita a  
 $\mu$  je dynamická viskozita (viz Uruba [7]).

Levá strana rovnice reprezentuje zrychlení tekutiny. První člen,  $\frac{\partial u_i}{\partial t}$ , vyjadřuje lokální zrychlení, druhý člen pak konvektivní zrychlení. Členy pravé strany zastupují vliv gradientu tlaku (1. člen) a vliv sil překonávajících tření (2. člen).

Pro soustavu Navier-Stokesových rovnic je nutné vždy zadávat počáteční a okrajové podmínky. N-S rovnice popisují bezesporu mnoho z dění uvnitř tekutiny v průběhu proudění, nicméně z matematického hlediska tyto rovnice stále obsahují spoustu neznámých. Dosud nebyl např. podán důkaz jejich analytické řešitelnosti. [7]

### 2.3. Modelování turbulence

Do výpočtu proudění je třeba zahrnout rovněž turbulentní chování proudu. Za posledních několik desetiletí, kdy jsou vyvíjeny a používány metody CFD, bylo definováno několik možných přístupů jak ho modelovat, přičemž se tyto přístupy liší především ve výpočtové náročnosti a ve výsledné přesnosti modelu. Příklady těchto přístupů jsou znázorněny na obrázku 2.2.



Obrázek 2.2: Metody matematického modelování turbulence

Výpočetně nejnáročnější metodou je **přímá numerická simulace** (**DNS** – z angl. *Direct Numerical Simulation*). Počet uzlů v modelu je řádově odhadnutelný podle Kolmogorovy teorie (viz [7, 9]). Velikosti elementů se odvíjí od minimální velikosti vírů před rozpadem, přičemž s rostoucím Reynoldsovým číslem rostou nároky na parametry stroje. Metoda DNS řeší – jak je jistě patrné z jejího názvu (ale také ze [10]) – soustavu rovnic bez zjednodušení, z čehož vyplývá při správném provedení její velká podobnost s výsledky experimentu.

### 2.3. MODELOVÁNÍ TURBULENCE

Druhým možným přístupem k modelování turbulence je **metoda velkých vírů (LES** – z angl. *Large Eddy Simulation*), jenž staví na přímém promodelování velkých vírů (podobně jako u DNS, viz [7, 10]). Je to z toho důvodu, že veličiny zákonů zachování (hybnost, hmotnost a energie) jsou převážně přenášeny právě velkými víry. Pro modelování menších vírů jsou používány tzv. subgridní modely, pomocí nichž jsou nahrazeny malé víry odfiltrované z přímého řešení vírů velkých.

Metoda LES je méně náročná než DNS, ale stále je podstatně náročnější než **metoda časového (Reynoldsova) středování Navierových-Stokesových rovnic (RANS** – z angl. *Reynolds Averaged Navier-Stokes*). Vzhledem ke své nenáročnosti je tato statistická metoda hojně využívána v inženýrských výpočtech proudění. Je totiž aplikovatelná na případy takové složitosti, jaké není odpovídajícím způsobem možné řešit pomocí přístupů DNS nebo LES. Turbulentní modely na bázi Reynoldsova středování jsou navíc jediným způsobem, jak modelovat turbulentní proudění ve stacionárních výpočtech.

S ohledem na zadání práce a na tvrzení o možnosti modelování turbulentního proudění ve stacionárních výpočtech pouze metodou RANS byl tento přístup zvolen pro simulace proudění provedené v rámci této diplomové práce. V následujícím textu bude čtenář blíže obeznámen s problematikou Reynoldsova středování a se v současnosti používanými RANS modely turbulence, jež byly autorem vybrány pro aplikaci v praxi.

#### 2.3.1. Reynoldsovo středování

Turbulence je z makroskopického hlediska brána jako jev s náhodným charakterem. Podle Osborna Reynoldse se dá okamžitá hodnota veličiny popisující proud  $\xi$  rozložit na časově středovanou hodnotu  $\bar{\xi}$  a flukтуаční složku  $\xi'$  (viz [9]).

$$\xi = \bar{\xi} + \xi' \quad (2.6)$$

Zároveň musí platit:

$$\bar{\xi} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \xi(t) dt, \quad (2.7a)$$

$$\bar{\xi}' = 0 \text{ a} \quad (2.7b)$$

$$\frac{\partial \bar{\xi}'}{\partial x} = 0. \quad (2.7c)$$

Použitím Reynoldsova středování na rovnice (2.4) a (2.5) vznikne systém rovnic používaný při stacionárních simulacích. Proces středování rozdělí rychlost  $u$  a tlak  $p$  na časově středované složky ( $\bar{u}$  a  $\bar{p}$ ) a flukтуаční složky veličin ( $u'$  a  $p'$ ). Rovnice (2.8) vyjadřuje časově středovanou rovnici kontinuity ve tvaru pro nestlačitelnou tekutinu a rovnice (2.9) reprezentuje časově středovaný tvar rovnice Navierovy-Stokesovy.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \text{ a} \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \underbrace{\frac{\partial (\bar{u}_i \cdot \bar{u}_j)}{\partial x_j}}_I + \underbrace{\frac{\partial (\bar{u}'_i \cdot \bar{u}'_j)}{\partial x_j}}_II = \underbrace{-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}}_II + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2}}_III, \quad (2.9)$$

kde  $\bar{u}$  je časově středovaná rychlost,  
 $\bar{p}$  je časově středovaná hodnota tlaku,  
 $\nu$  je kinematická viskozita a  
 $\overline{u'}$  je flukтуаční složka rychlosti.

Členy v rovnici (2.9) reprezentují jednotlivá napětí. Člen *I* reprezentuje Reynoldsova napětí, člen *II* představuje napětí způsobené středním tlakem a poslední *III*. člen vyjadřuje tenzor středního vazkého napětí. Člen Reynoldsových napětí zastupuje napětí od fluktuací rychlosti. Jeho fyzikální význam je podle [7] průměrný tok hybnosti ve směru „*i*“ vyvolaný fluktuacemi ve směru „*j*“ nebo průměrný tok hybnosti ve směru „*j*“ spojený s flukтуаčním pohybem ve směru „*i*“.

### 2.3.2. Přístupy k modelování Reynoldsových napětí

Soustava Reynoldsových rovnic tvořená středovanou rovnicí kontinuity (2.8) a tvary pohybové rovnice (2.9) pro každou osu již od počátku obsahuje mnoho neznámých. Při dalších úpravách a dosazeních je tento počet ještě větší. Proto bylo popsáno několik přístupů či metod, jak dospět k řešení soustavy. K tomuto účelu byla mimo jiné také definována turbulentní kinetická energie  $k$  (viz [7]):

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_k u'_k}, \quad (2.10)$$

Jednou ze základních metod je „*Bussinesquova hypotéza turbulentní vazkosti*“ (viz [7]). Tato metoda zavedla pojem turbulentní viskozita ( $\nu_{turb}$ ). Tato veličina nahrazuje několik turbulentních napětí v Tenzoru Reynoldsových napětí podle vztahu (2.11).

$$\underbrace{-\overline{\rho u'_i u'_j} + \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}}_I = \rho \nu_{turb} \underbrace{\left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)}_{II}, \quad (2.11)$$

kde *I* je deviační anizotropní část tenzoru Reynoldsových napětí (tenzoru korelací),  
*II* je člen střední rychlosti deformace částice tekutiny,  
 $\delta_{ij}$  je Kroneckerovo delta a  
 $\nu_{turb}$  je turbulentní kinematická viskozita.

Po zavedení do výpočtu získají Reynoldsovy pohybové rovnice (2.9) tvar

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \cdot \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu_{eff} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2}, \quad (2.12)$$

přičemž

$$\nu_{eff} = \nu + \nu_{turb} \quad (2.13)$$

kde  $\nu_{eff}$  je součinitel efektivní vazkosti.

## 2.4. MODELÝ TURBULENCE VE STACIONÁRNÍM PROUDĚNÍ

Je ale třeba ještě definovat samotnou turbulentní viskozitu  $\nu_{turb}$ . Ta je sice funkcí polohy a času, ale v praxi se předpokládá, že její změny jsou v čase zanedbatelné. Ve 20. letech dvacátého století byla Prandtlm zavedena tzv. „směšovací délka“  $l_{mix}$ . Podle [7] byla předpokládána existence turbulentní difúze, jež pro měřítka menší než  $l_{mix}$  vyhlazuje rychlostní pole. Turbulentní vazkost v mezní vrstvě je definována pomocí směšovací délky následovně:

$$\nu_{turb} = l_{mix}^2 \left| \frac{\partial \overline{u_{\parallel}}}{\partial x_{\perp}} \right|, \quad (2.14)$$

kde  $\overline{u_{\parallel}}$  je střední rychlost v tečném směru vůči stěně a  $x_{\perp}$  je souřadnice ve směru normály stěny.

Na základě směšovací délky jsou definovány algebraické modely turbulence. Tyto modely ale fungují pouze při nízkých hodnotách Reynoldsových čísel. Při vysokých hodnotách přestávají být spolehlivé, jelikož nelze oddělit velká a malá měřítka pohybu a tím pádem nelze správně modelovat turbulenci pomocí hybnostních rovnic.

### 2.3.3. Modelování energie

Uruba [7] uvádí, že energie obsažená v tekutině je dána kinetickou energií proudu a vnitřní energií. Zatímco vnitřní energie je zjistitelná z teploty tekutiny a specifického tepla, kinetická energie je zjistitelná pouze výpočtem. Řídí se pohyby velkých měřítek, a tyto jsou charakterizovány pomocí střední kinetické energie turbulence, jež je flukтуаční složkou časově středované kinetické energie proudu (viz rovnice (2.15)).

$$\overline{k} = \frac{1}{2} \overline{u_k u_k} = \frac{1}{2} \overline{u_k u_k} + \frac{1}{2} \overline{u'_k u'_k}. \quad (2.15)$$

## 2.4. Modely turbulence ve stacionárním proudění

Na základě autorem doposud zmíněných informací lze modelování ustáleného proudění rozdělit do několika skupin podle modelovaných veličin (viz obrázek 2.2). V případě modelování stacionárního turbulentního proudění lze z výše zmíněných přístupů použít pouze metodu RANS. V rámci Reynoldsova středování jsou rozlišovány modely založené na turbulentní vazkosti (Bussinesquova hypotéza) a transportní modely Reynoldsových napětí.

Do první z kategorií patří turbulentní modely, jež řeší hodnotu turbulentní viskozity pomocí dodatkových rovnic. Na základě počtu diferenciálních vztahů v modelu jsou rozlišovány:

- **algebraické modely** (směšovací délka a následně turbulentní viskozita jsou určeny pomocí jedné algebraické rovnice),
- **jednorovnicové modely** (řešena transportní rovnice pro jednu turbulentní veličinu a druhá turbulentní veličina je určena z algebraického vztahu) a
- **dvourovnicové modely** (pro dvě turbulentní veličiny jsou řešeny transportní rovnice).

Algebraické nebo také jinak nazývané nularovnicové modely jsou podle [7] použitelné pouze pro jednoduché případy v podobě mezních vrstev nebo jednoduchých úplavů. Problémem použitých algebraických rovnic je určení správné turbulentní vazkosti, což může být značně obtížné. Zároveň je nutné vyřešit rozložení rychlostí v doméně, pro něž je nutné užít jiný přístup. V dnešní době se tento typ modelování používá zejména při obtékání leteckých profilů, kde bývají používány např. modely Baldwin-Lomax nebo Cebeci-Smith. Žádný z těchto modelů však není implementován do programu Star-CCM+.

Zbylé dvě skupiny turbulentních modelů používají pro výpočet turbulentních veličin transportní rovnice. Počet těchto rovnic je závislý na složitosti modelu a koresponduje s názvem skupiny modelů.

Program Star-CCM+ [2] nabízí několik turbulentních modelů založených na Bussinesquově hypotéze. Jako zástupce jednorovnicových modelů je přítomen Spalart-Allmaras model ve dvou variantách a v oblasti dvourovnicových modelů figurují varianty modelů k-Epsilon ( $k-\varepsilon$ ), k-Omega ( $k-\omega$ ), Elliptic Blending modelu a V2F  $k-\varepsilon$  modelu.

Transportní modely Reynoldsových napětí jsou aktuálně nejsložitějšími z RANS modelů. Obsahují několik transportních rovnic a jsou podstatně náročnější na výpočet než modely založené na Bussinesquově teorii. Star-CCM+ tento typ modelu obsahuje též. Mimo to jsou v aktuálních verzích výpočetního programu implementovány taktéž modifikace jednotlivých modelů. Takovéto modifikace většinou přináší zpřesnění výpočtu, ovšem mnohdy za cenu vyšších hardwarových nároků na výpočetní stroj.

V dalším textu budou čtenáři představeny modely použité v rámci modelových případů spjatých s touto prací. Autorem byly zvoleny modely Spalart-Allmaras,  $k-\varepsilon$  ve variantách Standard  $k-\varepsilon$  a Realizable  $k-\varepsilon$ , v2f,  $k-\omega$  ve variantě SST a jeho model EARSM jako jeho derivát. U jednotlivých turbulentních modelů budou uvedeny základní rovnice v nich obsažené, přičemž specifické tvary, součinitele a parametry těchto rovnic jsou popsány v průvodci programem Star-CCM+ [2].

### 2.4.1. Spalart-Allmaras

V roce 1992 byl publikován článek o sestavení jednorovnicového turbulentního modelu [11], kde autoři popisují vznik nové generace turbulentních modelů náročnějších na výpočet, ale vhodnějších pro modelování komplexnějších proudů. Model, tak jak je implementován do Star-CCM+ [2], řeší transportní rovnici pro tzv. modifikovanou difuzivitu  $\tilde{\nu}$  ze které je následně spočtena turbulentní vazkost  $\mu_{turb}$ .

Spalart-Allmaras model byl podle publikací [2, 11] vyvinut primárně pro letecký průmysl. Je vhodný pro modelování proudění s blízkou okrajovou podmínkou a se slabým odtržením (např. obtékání leteckých profilů). Podle Wilcoxe [5] však je tento turbulentní model nevhodný pro modelování tryskového proudu či zahrnujícího zpětné proudění nebo silové působení na těleso (kupříkladu vztlak). Pro tyto účely jsou vhodnější dvourovnicové modely nebo transportní model Reynoldsových napětí.

Model využívá při výpočtu vztah pro kinematickou turbulentní viskozitu  $\nu_{turb}$

$$\nu_{turb} = C_\nu \cdot k^{\frac{1}{2}} \cdot l_t, \quad (2.16)$$

kde  $C_\nu$  je modelový součinitel,

$k^{\frac{1}{2}}$  je rychlostní měřítko turbulentního modelu a

$l_t$  je délkové měřítko závislé na objemu domény  $V$  podle vztahu  $l_t = \frac{V^{\frac{1}{3}}}{7}$ ,

## 2.4. MODELÝ TURBULENCE VE STACIONÁRNÍM PROUDĚNÍ

rovnici pro kinetickou energii turbulence  $k$  [9]

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i \cdot u'_i} = \frac{1}{2} \overline{u_i'^2}, \quad (2.17)$$

a transportní pohybovou rovnici  $\tilde{\nu}$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_i} k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\nu_{turb}}{\sigma_k} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + \nu_{turb} \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} - c_D \frac{k^{\frac{3}{2}}}{l_t}, \quad (2.18)$$

kde  $\sigma_k$  je modelový součinitel a  
 $c_D$  je také modelový součinitel.

### 2.4.2. K-Epsilon

Model  $k-\varepsilon$  je dvourovnicovým modelem využívajícím pro stanovení turbulentní viskozity transportní rovnice pro turbulentní kinetickou energii  $k$  a pro rychlost disipace  $\varepsilon$ . Za dobu existence modelu  $k-\varepsilon$  byla publikována řada jeho vylepšení. Star-CCM+ obsahuje ty nejvýznamnější z nich [2].

Ze šesti variant modelu implementovaných do produktu Star-CCM+ byla autorem vybrána dvojice modelů založených na přístupu modelování dvou vrstev, tzv. Two-Layer Approach [12], kde jsou zvlášť modelovány mezní vrstva u stěny a parametry prostoru bez vlivu okrajové podmínky. Vrstva u stěny kalkuluje rychlost disipace  $\varepsilon$  a turbulentní viskozitu  $\nu_{turb}$  jako funkce vzdálenosti od stěny, zatímco druhá vrstva řeší zmiňované veličiny pomocí transportních rovnic. Na rozhraní vrstev jsou oba způsoby výpočtu „jemně smíchány“. Třetí veličina, turbulentní kinetická energie  $k$  je stanovována podle jedné transportní rovnice pro celou doménu. Tento přístup pracuje se sítěmi pro nízká Reynoldsova čísla, kde  $y^+ \sim 1$  nebo se sítěmi pro stěnové funkce  $y^+ > 30$ .

Prvním použitým modelem je **Standard K-Epsilon Two-Layer model** (dále jen SKE), jenž vychází ze základní varianty  $k-\varepsilon$  modelu (*Standard K-Epsilon*). Proti němu je SKE flexibilnější z hlediska modelování proudění u stěn.

Druhou použitou variantou je **Realizable K-Epsilon model** (dále jen RKE). Ve vztahu k SKE je zde aplikováno několik vylepšení, mimo jiné také modifikace transportní rovnice pro rychlost disipace  $\varepsilon$  [13]. Model je podle [2] stejně přesný, a v mnoha aplikacích dokonce znatelně přesnější než model SKE.

Z pohledu matematického zápisu modelů je nutné zmínit vztah pro turbulentní viskozitu  $\nu_{turb}$ , jelikož není totožný s rovnicí (2.16):

$$\nu_{turb} = C_\nu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (2.19)$$

kde  $\varepsilon$  je rychlost disipace.

Model  $k-\varepsilon$  používá podle svého jména a podle vztahu (2.19) transportní rovnice pro výpočet turbulentní kinetické energie  $k$  a rychlosti disipace  $\varepsilon$ . Při volbě varianty SKE je při výpočtu  $k$  využívána rovnice (2.20) a pro výpočet rychlosti disipace je aplikována rovnice (2.21). Zápis rovnic je převzat z [5].

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \tau_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_{turb}}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right], \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_{turb}}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right], \quad (2.21)$$

kde  $\sigma_\varepsilon$  je modelový součinitel a  
 $C_{\varepsilon 1}$  a  $C_{\varepsilon 2}$  jsou modelové součinitele.

V případě varianty RKE je pro výpočet  $k$  použita stejně jako v předchozím případě rovnice (2.20), nicméně je nutné obměnit tvar rovnice (2.21). Tato po úpravě nabude tvaru popsaného ve vztahu (2.22).

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} C_{\varepsilon 3} P_b - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + C_1 S \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_{turb}}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right], \quad (2.22)$$

kde  $C_{\varepsilon 3}$  je modelový součinitel a  
 $P_b$  je součinitel produkce turbulentní kinetické energie.

### 2.4.3. V2F K-Epsilon

Z modelu k- $\varepsilon$  vychází další model – V2F [14, 15]. V jeho případě jsou pro výpočet turbulentní viskozity  $\nu_{turb}$  použity mimo parametry  $k$  a  $\varepsilon$  ještě složka napětí k normále povrchu  $\vartheta^2 = \overline{v'v'}$  a eliptický relaxační parametr  $f$ .

Model V2F má velmi přesně zachytit účinek turbulence v blízkosti stěny, což je žádoucí pro modelování přestupu tepla, tření či odtržení proudu.

U tohoto modelu je pro výpočet  $\nu_{turb}$  využíván vztah

$$\nu_{turb} = \min (C_\nu k T_k, C_{\nu_{\vartheta^2}} \vartheta^2 T_s), \quad (2.23)$$

kde  $C_{\nu_{\vartheta^2}}$  je modelový součinitel a  
 $T_k, T_s$  jsou časová měřítka turbulence.

Dále jsou využívány transportní rovnice pro  $k$ ,  $\varepsilon$ ,  $\overline{\vartheta^2}$  a  $f$ . Rovnice pro  $k$  je dána vztahem (2.20) a rovnice pro  $\varepsilon$  vztahem (2.21). Vztahy pro výpočet zbývajících dvou veličin jsou uvedeny jako rovnice (2.24) a (2.25).

$$\frac{\partial \overline{\vartheta^2}}{\partial t} + u_i \frac{\partial \overline{\vartheta^2}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_{turb}}{\sigma_{\overline{\vartheta^2}}} \right) \frac{\partial \overline{\vartheta^2}}{\partial x_i} \right] + P_{\overline{\vartheta^2}} - \frac{6 \overline{\vartheta^2} \varepsilon}{k} \quad (2.24)$$

$$\nabla \cdot (L^2 \nabla f) - f + P_f = 0, \quad (2.25)$$

kde  $\sigma_{\overline{\vartheta^2}}$  je modelový součinitel a  
 $P_k, P_\varepsilon, P_{\overline{\vartheta^2}}$  a  $P_f$  jsou podmínky produkce.

## 2.4. MODELÝ TURBULENCE VE STACIONÁRNÍM PROUDĚNÍ

### 2.4.4. K-Omega

Turbulentní model  $k-\omega$  je dvourovnicový model obsahující rovnice pro turbulentní kinetickou energii  $k$  a specifickou rychlost disipace  $\omega$ , jež je úměrná podílu rychlosti disipace a turbulentní kinetické energie [2]:

$$\omega \propto \frac{\varepsilon}{k}. \quad (2.26)$$

Pomocí těchto dvou rovnic je stanovována turbulentní viskozita  $\nu_{turb}$ .

Podle [5] a [10] je model  $k-\omega$  kvalitnější než model  $k-\varepsilon$ . Vykazuje vyšší výkon v mezní vrstvě se zápornými gradienty tlaku, přičemž není nutné uvažovat výpočet vzdálenosti od stěny nebo obvykle lépe predikuje mezní vrstvu či odtržení proudění.

Autorem byla pro výpočet zvolena varianta **SST K-Omega model** (SSTKO). Tuto variantu turbulentního modelu  $k-\omega$  popsal Menter v publikaci [16]. Model spojuje výhody modelu  $k-\omega$  pro proudění u stěn s vlastnostmi modelu  $k-\varepsilon$  pro proudění v oblasti volného proudového pole.

SSTKO model je hojně využíván pro viskózní proudění s turbulentní mezní vrstvou (kupříkladu v letectví).

Turbulentní viskozitu  $\nu_{turb}$  modelu SSTKO Menter popsal při publikaci jeho modelu v článku [16] pomocí vztahu

$$\nu_{turb} = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega; \Omega F_2)}, \quad (2.27)$$

kde  $a_1$  a  $F_2$  jsou koeficienty z [16] a  $\Omega$  je absolutní hodnota vířivosti.

Modifikoval také transportní rovnice, přičemž transportní rovnice pro  $k$  a  $\omega$  mají podle [16] podobu:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \tau_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (\nu + \sigma_k \nu_{turb}) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] - \beta^* k \omega, \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + u_i \frac{\partial \omega}{\partial x_i} = & \frac{\gamma}{\nu_{turb}} \tau_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (\nu + \sigma_\omega \nu_{turb}) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] \\ & + 2(1 - F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, \end{aligned} \quad (2.29)$$

kde  $\tau_{ij}$  je tenzor Reynoldsových napětí,  
 $\beta, \beta^*, \gamma$  a  $F$  jsou konstanty popsané v [16],

### 2.4.5. Explicit Algebraic Reynolds Stress Model

Program Star-CCM+ ve verzích 12.02 a novějších disponuje různými modifikacemi a vylepšeními modelu  $k-\varepsilon$  a  $k-\omega$ . Tato vylepšení jsou založena na aplikaci konstitučních vztahů – kvadratický [17] nebo kubický [18, 19].

Podle autorů programu je kubickým vztahem, jenž byl vybrán jako druhá varianta, reprezentován turbulentní model **EARS**M [18, 19] (z angl. *Explicit Algebraic Reynolds*



*Stress Transport Model*). EARSM model vykazuje lepší chování modelu v anizotropním turbulentním poli, ale je náročnější na výpočet a méně stabilní než varianta SSTKO.

Při aplikaci kubického konstitučního vztahu je používán vztah pro turbulentní viskozitu  $\mu_{turb}$  (2.27) v pozměněné podobě, a to

$$\nu_{turb} = \frac{C_\nu k}{\beta^* \omega}, \quad (2.30)$$

kde  $C_\nu$  je součinitel vázaný na turbulentní viskozitu.

Rovněž transportní rovnice jsou používány v pozměněném tvaru. Zatímco rovnice pro turbulentní kinetickou energii  $k$  je stále ve tvaru (2.28), transportní rovnice pro  $\omega$  nabyla pro použití s modelem EARSM tvaru

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + u_i \frac{\partial \omega}{\partial x_i} = & \frac{\gamma}{\nu_{turb}} \tau_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (\nu + \sigma_\omega \nu_{turb}) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] \\ & + \frac{\sigma_d}{\omega} \max \left( \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}; 0 \right), \end{aligned} \quad (2.31)$$

kde  $\sigma_d$  je konstanta popsána v [18, 19].

## 2.5. Mezní vrstva

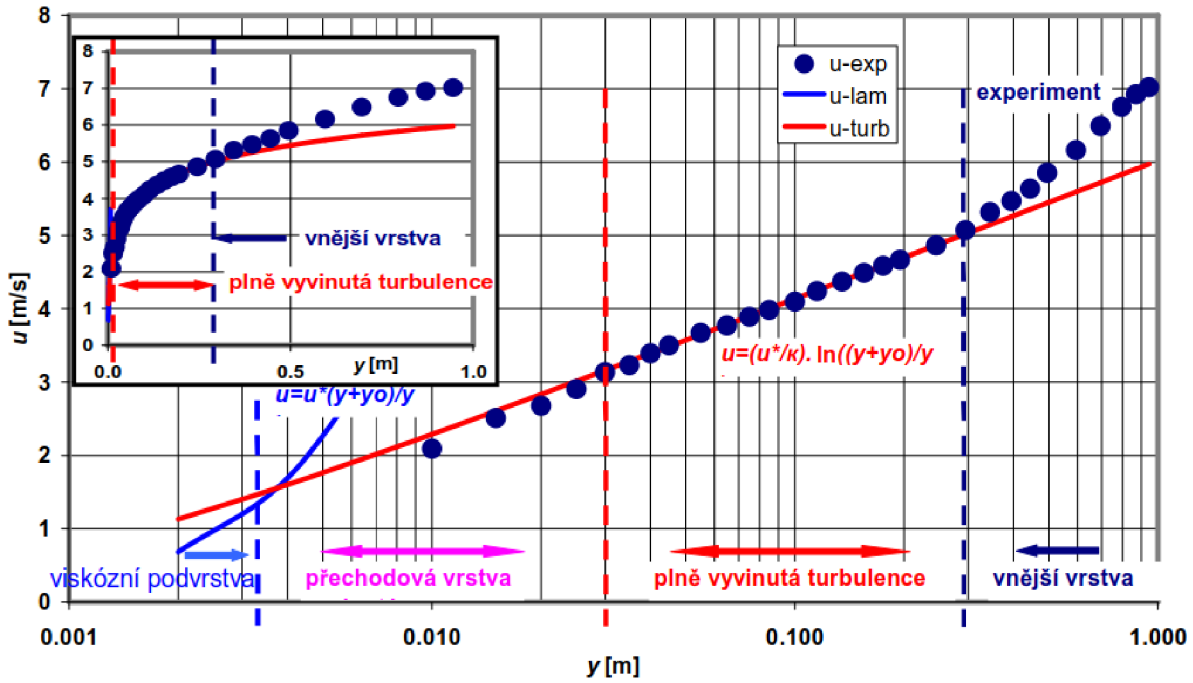
Jednotlivé turbulentní modely se navzájem odlišují mimo jiné také schopností modelovat proudění v mezní vrstvě. Ta je rozdělena na tři podvrstvy (viz obrázek 2.3). Přímo u stěny je **laminární viskózní podvrstva**, kde má na přenos fyzikálních veličin vliv hlavně hustota proudícího média. Prostřední je **přechodová vrstva**, tady dochází k mísení účinků turbulence a molekulární viskozity, a poslední vrstvou je **plně turbulentní vrstva**, která je primárně pod vlivem turbulence.

Ve Star-CCM+ jsou tyto tři podvrstvy modelovány pomocí funkcí low- $y^+$ , high- $y^+$  a all- $y^+$ . Jejich použití vyplývá z hodnot bezrozměrné vzdálenosti od stěny  $y^+$  a bezrozměrné rychlosti  $u^+$ , jejichž výpočet je popsán v [20] a [2].

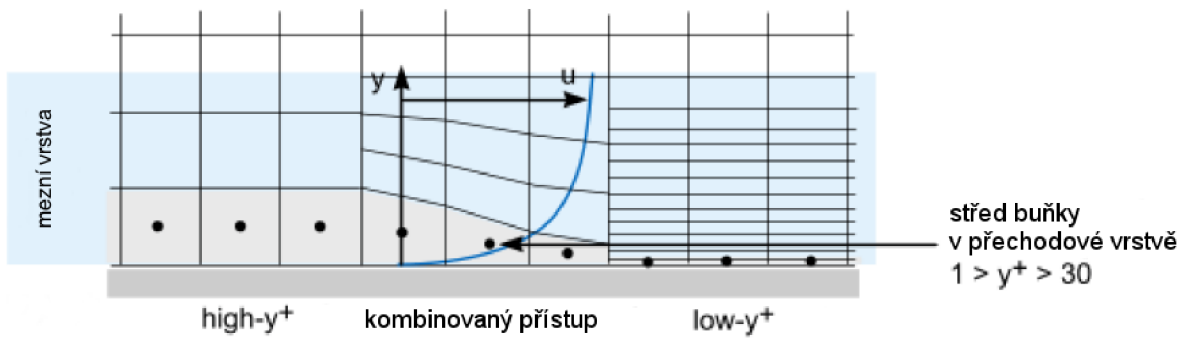
Funkce low- $y^+$  řeší dění ve vazké podvrstvě, a tím pádem potřebuje u stěn dostatečně jemnou síť včetně odpovídajícího počtu prizmatických vrstev. High- $y^+$  naopak vazkou podvrstvu neuvažuje, ale využívá při výpočtu stěnových funkcí (viz [2]). Při použití tohoto modelu není třeba používat takové množství prizmatických buněk jako v předchozím případě. Poslední funkce (all- $y^+$ ) je kombinací obou předešlých, kde je na základě hodnoty  $y^+$  automaticky volena jedna z metod, jak je znázorněno na obrázku 2.4.

Vzhledem k většímu množství použitých turbulentních modelů při výpočtu je nutné brát v úvahu fakt, že každý model pracuje s jinými funkcemi modelování mezní vrstvy. Proto u každého modelu bylo toto odpovídajícím způsobem zohledněno.

## 2.5. MEZNÍ VRSTVA



Obrázek 2.3: Rozdělení mezní vrstvy [20]

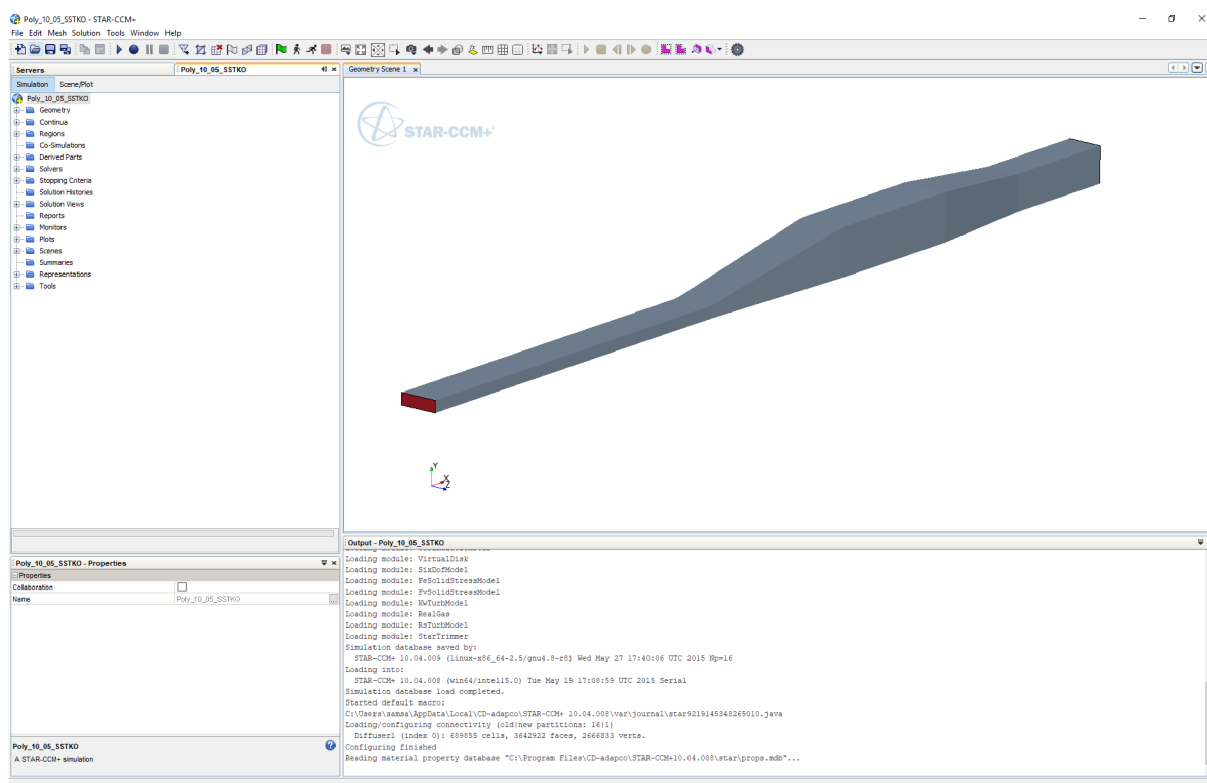


Obrázek 2.4: Volba přístupu při all- $y^+$  v závislosti na velikosti sítě [2]

## 3. Nastavení analýz

V předchozí podkapitole byl čtenář uveden do problematiky modelování turbulence či použití turbulentních modelů. Nyní je na místě představit průběh prací a nastavení jednotlivých výpočtů prováděných v rámci diplomové práce.

Pro účely diplomové práce byly vybrány dva typy geometrií (rovinná a prostorová). Analýzy prováděné na rovinném modelu měly za úkol selekci turbulentních modelů pro účely modelování proudového pole s odtržením. Nejvhodnější model byl následně aplikován na prostorovou geometrii, kde byla srovnána přesnost výpočtu s výsledky experimentu. Obě varianty výpočtů byly počítány do 5 000 iterací, aby bylo dosaženo co nejustálenějšího stavu proudění.



Obrázek 3.1: Prostředí programu Star-CCM+ v10.04

Výpočty byly autorem prováděny v programu Star-CCM+ v10.04, pouze výpočty EARSM turbulentního modelu byly prováděny v novější verzi programu, konkrétně v12.02, z důvodu, že ve verzi 10.04 nebyl tento model k dispozici. Prostředí používané verze programu může čtenář vidět na obrázku 3.1.

### 3.1. Společná nastavení výpočtů

Oba typy geometrií měly jednotně definované základní požadavky. Těmi bylo jednotné nastavení fyzikálního modelu proudění a co nejpodobněji nastavená výpočetní síť.

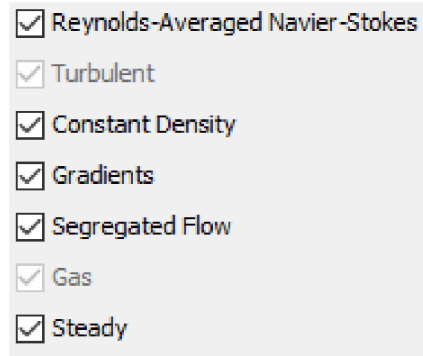
Ve všech případech proudí uvnitř domény vzduch o parametrech uvedených v tabulce 3.1. Proudění je modelováno stacionárním nestlačitelným turbulentním přístupem,

### 3.2. ROVINNÝ MODEL

Tabulka 3.1: Parametry proudícího vzduchu

Hustota	$1,18415 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Dynamická viskozita	$1,855 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}^{-1}$
Reynoldsovo číslo	20 000
Tlak na výstupu	$101\,325 \text{ Pa}$

příčemž pro modelování turbulence byly aplikovány turbulentní modely uvedené v podkapitole 2.4. Definice takového proudění je ve Star-CCM+ složena pomocí modulů uvedených v obrázku 3.2.



Obrázek 3.2: Moduly Star-CCM+ aktivované při analýzách

Pro všechny výpočty byla definována jednotná tloušťka prizmatických buněk. To proto, aby bylo snazší porovnat vliv velikosti prvků na výpočet. Tabulka 3.2 ukazuje celkovou tloušťku prizmat při daném počtu vrstev prizmatických buněk. Tloušťka první vrstvy byla stanovena na  $3,5 \cdot 10^{-5} \text{ mm}$ .

Tabulka 3.2: Tloušťka vrstev prizmatických buněk

Počet vrstev	Celková tloušťka [mm]
5	$2,14 \cdot 10^{-4}$
10	$5,58 \cdot 10^{-4}$
15	$1,11 \cdot 10^{-3}$
20	$2,00 \cdot 10^{-3}$
25	$3,44 \cdot 10^{-3}$

Na volbě přístupu k modelování mezní vrstvy a tím i na počtu vrstev prizmatických buněk závisí přesná varianta turbulentního modelu. Tabulka 3.3 proto uvádí volbu přístupu k modelování mezní vrstvy pro jednotlivé turbulentní modely v závislosti na počtu prizmatických vrstev.

V dalších kritériích se už rovinná geometrie s prostorovou mohou odlišovat. Proto budou další parametry jako např. rozměrové charakteristiky uvedeny v dalších podkapitolách.

## 3.2. Rovinný model

Pro účely výběru vhodného turbulentního modelu byl použit rovinný 2D geometrický model ve tvaru asymetrického rovinného difuzoru (viz např. [21, 22, 23, 24, 25]), jenž

Tabulka 3.3: Modelování mezní vrstvy pro jednotlivé turbulentní modely

Počet prizm. vrstev	Spalart-Allmaras	Standard k- $\epsilon$	Realizable k- $\epsilon$
0	High $y^+$		
5	High $y^+$	Two-Layer All $y^+$	Two-Layer All $y^+$
10	High $y^+$		
15	Low $y^+$		
20	Low $y^+$		
25	Low $y^+$		
	V2F	SST k- $\omega$	EARSM
0	V2F All $y^+$	High $y^+$	High $y^+$
5	V2F All $y^+$	High $y^+$	High $y^+$
10	V2F All $y^+$	High $y^+$	High $y^+$
15	V2F Low $y^+$	Low $y^+$	Low $y^+$
20	V2F Low $y^+$	Low $y^+$	Low $y^+$
25	V2F Low $y^+$	Low $y^+$	Low $y^+$

poskytuje dostatek experimentálních dat pro posouzení přesnosti turbulentních modelů za použití rovinných sítí.



Obrázek 3.3: Náčrt rozměrů asymetrického difuzoru

Počítáno bylo 54 variant výpočtové sítě pro každý turbulentní model. Pro velké množství variant je celkový soupis všech uveden v příloze 1. Tabulka 3.4 níže však obsahuje některé varianty, jež mohou být zajímavé z hlediska množství buněk v síti. Porovnává počty buněk pro jednotlivé typy prvků a ukazuje rozptyl počtů buněk v rovinné analýze.

Při pohledu na obrázek 3.3 lze pozorovat následovné uspořádání okrajových podmínek: zelená barva značí vstupní okrajovou podmínku se známou rychlostí (velocity inlet), červená barva označuje výstupní okrajovou podmínku se známým tlakem (pressure outlet) a ostatní hrany difuzoru jsou nadešpány stěnovou podmínkou (wall).

Při uvážení požadované hodnoty Reynoldsova čísla byla nastavena vstupní rychlost

$$u_{x0} = 31,33 \text{ m s}^{-1}.$$

### 3.3. Prostorový model

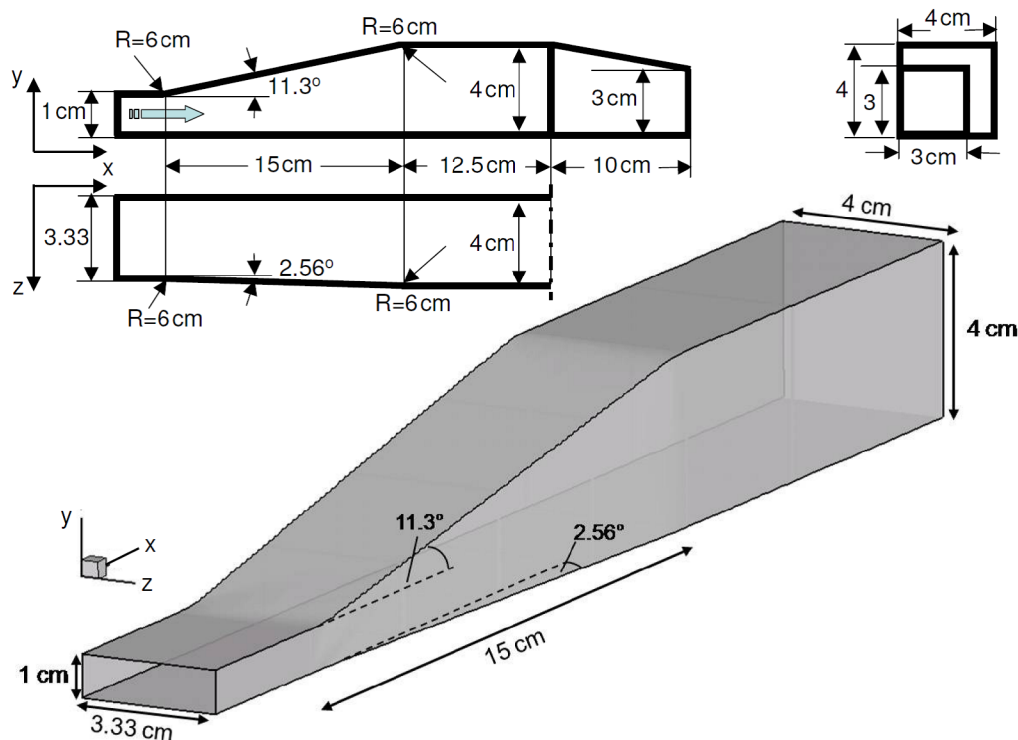
Pro ověření volby turbulentního modelu byla, jak je uvedeno v úvodu kapitoly, zvolena možnost provedení 3D výpočtu s pokud možno stejným nastavením jako u rovinné sítě.

### 3.3. PROSTOROVÝ MODEL

Tabulka 3.4: Parametry sítě 2D modelu

Varianta	Typ prvků	Základní velikost [mm]	Počet prizm. vrstev	Počet buněk
Poly_10_10	Mnohoúhelníky	1	15	26 556
Quad_10_10	Čtyřúhelníky	1	15	25 607
Tria_10_10	Trojúhelníky	1	15	37 005
Poly_10_15	Mnohoúhelníky	1	15	33 045
Quad_10_15	Čtyřúhelníky	1	15	32 295
Tria_10_15	Trojúhelníky	1	15	42 677
Quad_20_00	Čtyřúhelníky	2	0	3 662
Tria_05_25	Trojúhelníky	0,5	25	116 263

Hlavním kritériem při výběru vhodné geometrie byla tvarová podobnost s 2D modelem. Pro tento účel byl tudíž vybrán prostorový asymetrický difuzor (viz obrázek 3.4), jenž podle [26] byl důkladně prostudován a proměřen.



Obrázek 3.4: Prostorový asymetrický difuzor [27]

Proti náčrtku 3.4 byl po vzoru rovinného asymetrického difuzoru byl před difuzor vložen kanál konstantního průřezu délky 333 mm a za zúžení kanál o délce 100 mm.

Jak již bylo řečeno, prostorový model má sloužit k ověření výsledků 2D simulací. Proto byly také voleny co nejpodobnější parametry sítě (viz příloha 2) i stejná nastavení prizmatických vrstev (viz tabulka 3.2). Tabulka 3.5 níže obsahuje srovnání počtů buněk rozdílných prvků a taktéž ukazuje rozptyl počtů buněk pro prostorovou geometrii.

Tabulka 3.5: Parametry sítě 3D modelu

Varianta	Typ prvků	Základní velikost [mm]	Počet prizm. vrstev	Počet buněk
Poly_10_10	Mnohostěny	1	10	1 039 261
Trim_10_10	Kvádry	1	10	1 133 579
Tetra_10_10	Čtyřstěny	1	10	3 136 290
Poly_10_15	Mnohostěny	1	15	1 381 602
Trim_10_15	Kvádry	1	15	1 438 637
Tetra_10_15	Čtyřstěny	1	15	3 716 605
Poly_20_00	Mnohostěny	2	0	44 380
Tetra_05_25	Čtyřstěny	0,5	25	22 940 701

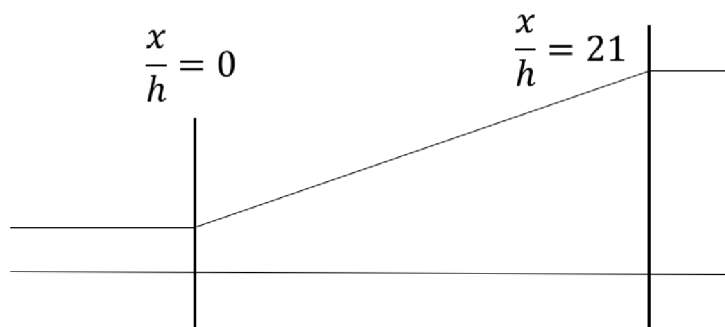
Okrajové podmínky byly pro dodržení stejných podmínek jako u 2D modelů nastaveny ekvivalentně k obr. 3.3. Rychlost byla v případě prostorového modelu zvolena

$$u_{x0} = 20,37 \text{ m s}^{-1}.$$

Pro tuto fázi výpočtů byl předpokládán stejný počet variant pro jednotlivý turbulentní model jako u rovinného modelu (54), ale pouze pro jeden vybraný model turbulence vzešlý z 2D analýz.

## 4. Modelování proudění s odtržením v 2D prostoru

Při výběru nejvhodnějšího turbulentního modelu pro modelování proudu s odtržením bylo provedeno celkem 324 rovinných analýz. U 54 variant pro každý z šesti turbulentních modelů bylo postupně propočítáno 5 000 iterací a následně byly výstupy porovnány s výsledky [22].

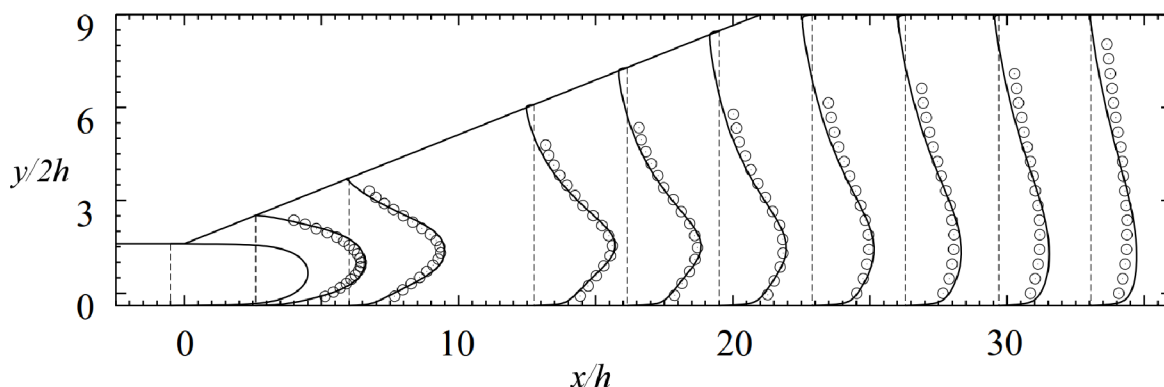


Obrázek 4.1: Specifikace relativní polohy u 2D

Data z výpočtů byla porovnávána z hlediska polohy odtržení proudu v relativních souřadnicích  $\frac{x}{h}$  [–] podle obrázku 4.1. Buice v publikaci [22] uvádí, že při experimentu, jenž provedl, došlo k odtržení proudu v poloze  $\frac{x}{h} = 6$ .

Při sledování polohy odtržení proudu bylo na spodní stranu difuzoru umístěno celkem 211 bodů, které byly určeny ke sledování hodnoty součinitele tření  $C_f$  v závislosti na poloze bodu v ose  $x$ .

Dalším kritériem pro posouzení přesnosti simulace může být i složka rychlosti proudění v ose  $x$ . Lze pomocí ní lépe popsat chování média v oblasti zájmu. Jako referenční byly brány rychlostní profily uvedené na obrázku 4.2.



Obrázek 4.2: Experimentálně zjištěné rychlostní profily v difuzoru [22]

V dalších částech kapitoly budou okomentovány výsledky jednotlivých výpočtů. Z důvodu velkého počtu provedených analýz byly vybrány pouze některé výsledky. Zbylé soubory jsou přiloženy na DVD jako příloha 3.



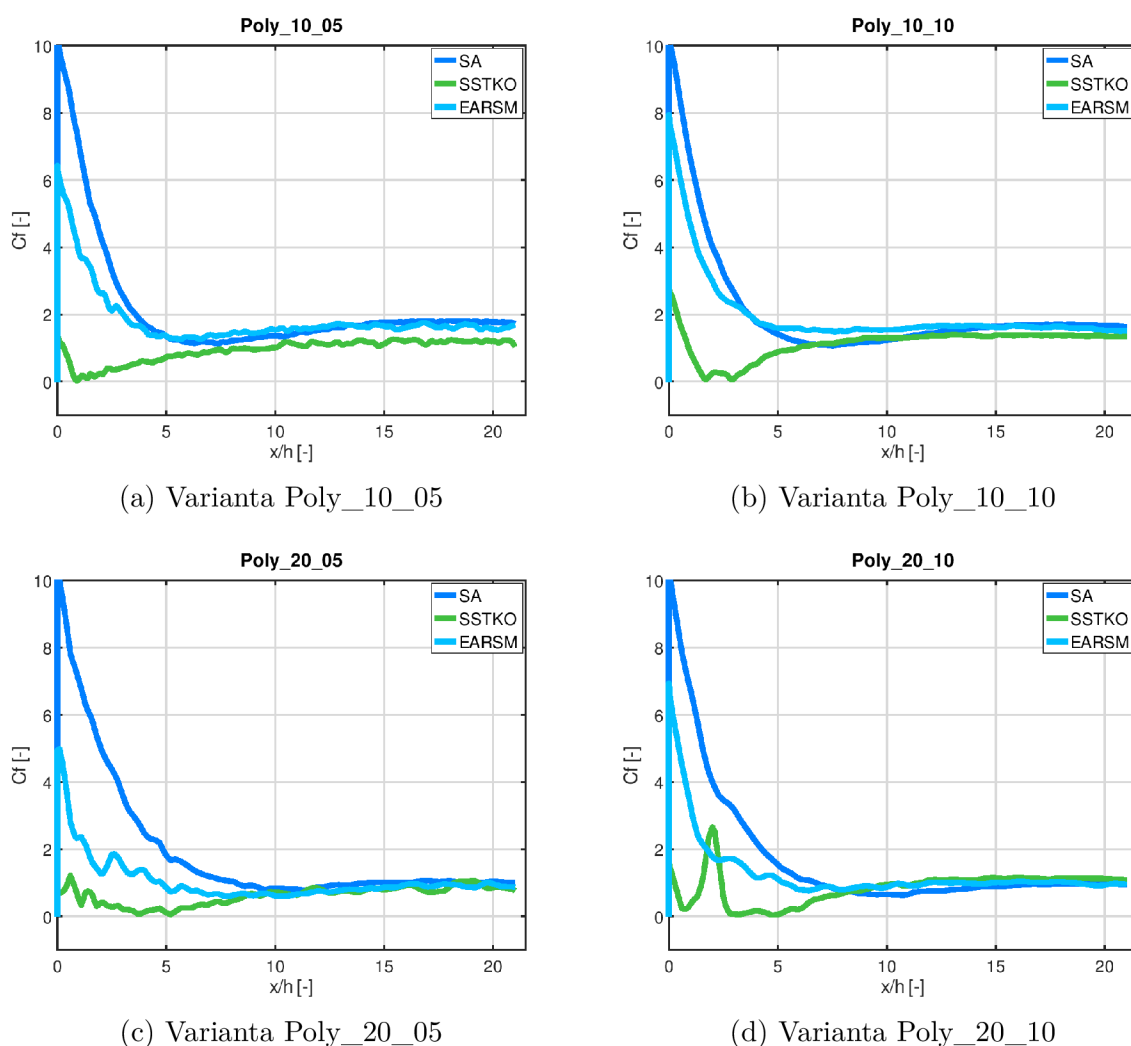
## 4.1. Modelování proudění s přístupem $high-y^+$

Přístup  $high-y^+$  popsáný v podkapitole 2.5 byl aplikován na modely SA, SSTKO a EARSM ve variantách bez prizmatických buněk nebo s 5 či 10 vrstvami. Z celkem 27 variant sítě, na které byl tento přístup aplikován, bylo odtržení proudu zachyceno pouze u 11 z nich.

Největší množství případů zachycení odtržení proudění se v situacích s aplikovanými stěnovými funkcemi podařilo dosáhnout modelu SSTKO, přičemž shodně s modelem SA ukázaly na odtržení ve stejném místě jako experiment – oba modely jednou.

### 4.1.1. $High-y^+$ na sítích s mnohoúhelníkovými prvky

Zmíněný přístup byl aplikován na 9 variant sítí s mnohoúhelníkovými prvky. Odtržení proudu v těchto sítích bylo modelováno čtyřikrát. Diagramy  $C_f$  variant se zachyceným odtržením jsou znázorněny na obrázku 4.3.



Obrázek 4.3: Součinitel tření vybraných mnohoúhelníkových sítí s přístupem  $high-y^+$

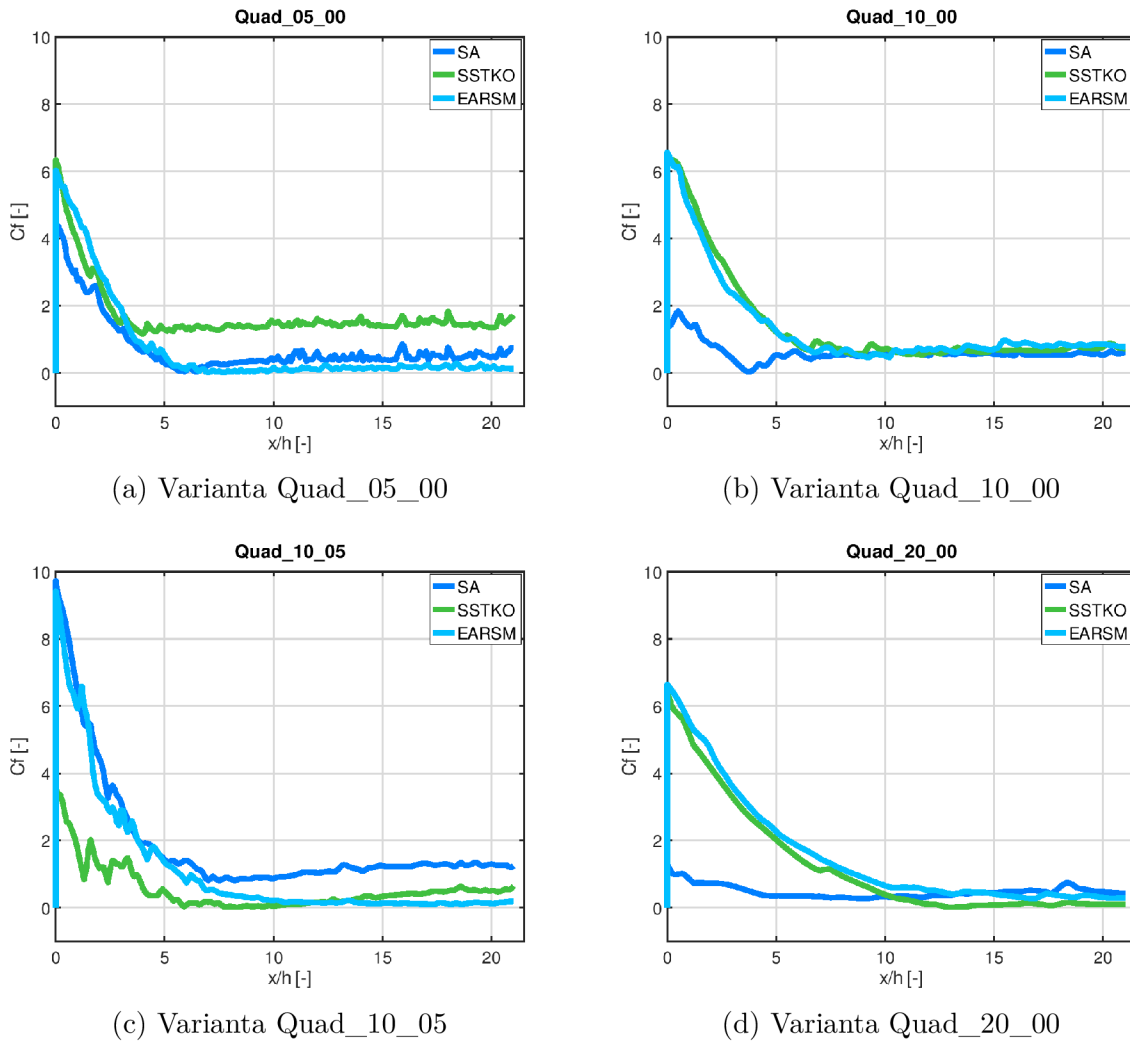
Jak vidno z obrázku, při použití mnohoúhelníkových prvků byl schopen zachytit odtržení proudu od stěny difuzoru pouze model SSTKO. Varianta Poly\_10\_05 (viz diagram 4.3a) modelovala odtržení ihned po vstupu do difuzoru, varianta Poly\_10\_10 (di-

#### 4.1. MODELOVÁNÍ PROUDĚNÍ S PŘÍSTUPEM HIGH- $y^+$

agram 4.3b) umístila bod odtržení do  $\frac{x}{h} = 3$  a varianty Poly\_20\_05 a Poly\_20\_10 (viz diagramy 4.3c a 4.3d) zachytily odtržení proudu v  $\frac{x}{h} \approx 5$ . Hodnota dvou naposledy jmenovaných variant je jen málo odlišná od výsledku experimentu [22].

##### 4.1.2. High- $y^+$ na sítích s čtyřúhelníkovými prvky

Mezi sítěmi tvořenými čtyřúhelníkovými prvky nastala podobná situace jako v sítích mnohoúhelníkových. Rovněž bylo odtržení proudu zachyceno u čtyř variant z devíti. Data variant jsou vynesena v diagramech na obrázku 4.4. Proti variantám zmíněným v předchozí sekci se na zachycení odtržení u variant čtyřúhelníkových prvků podílely všechny tři turbulentní modely, u nichž byl přístup aplikován.



Obrázek 4.4: Součinitel tření vybraných čtyřúhelníkových sítí s přístupem high- $y^+$

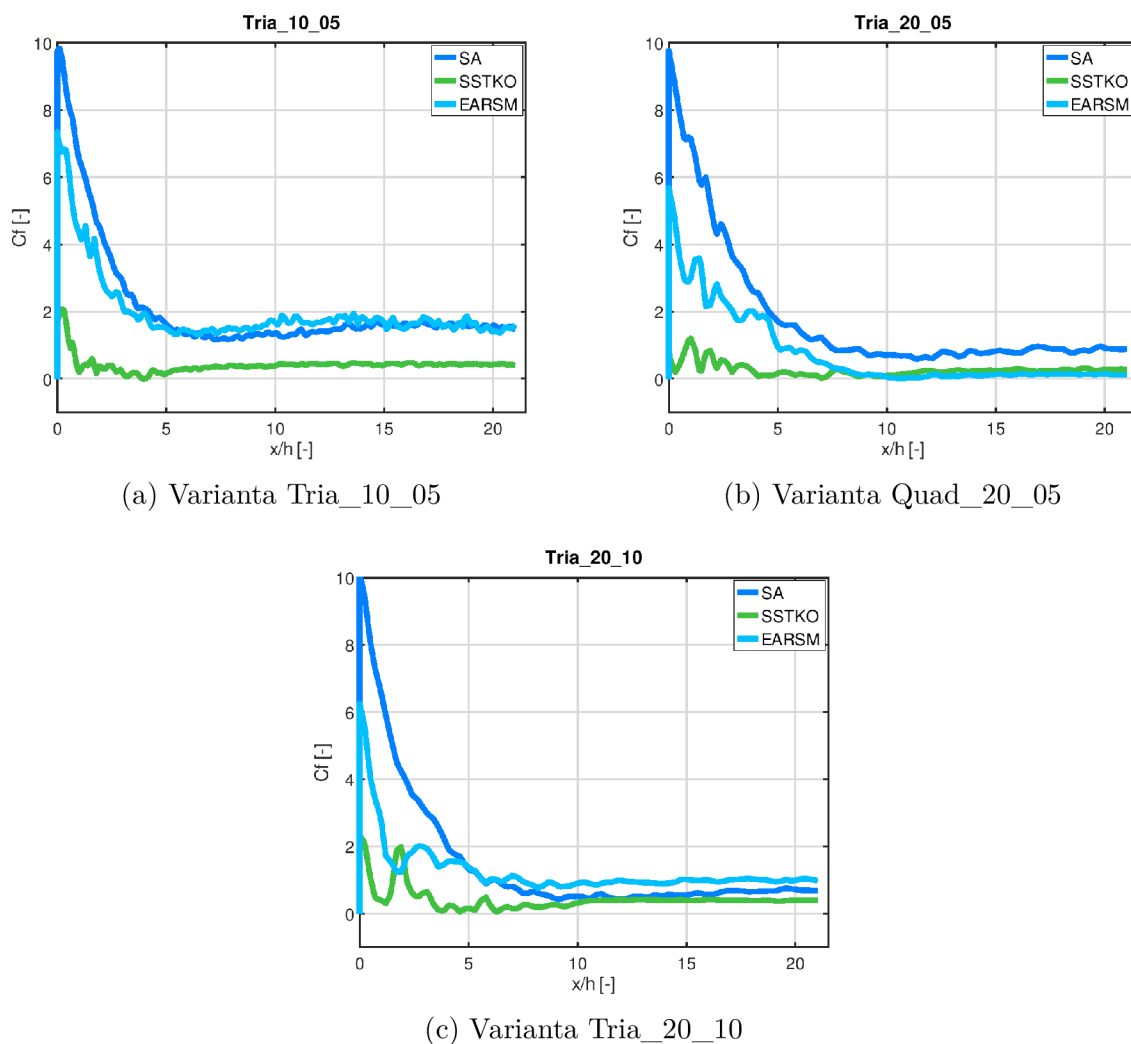
Ze čtyř variant jejichž data  $C_f$  jsou vynesena v obrázku 4.4 bylo odtržení zachyceno v prvním případě (graf 4.4a) modely Spalart-Allmaras v pozici  $\frac{x}{h} \approx 6$  a EARSM v pozici  $\frac{x}{h} = 7$  a u varianty Poly\_10\_00 (diagram 4.4b) bylo odtržení modelováno modelem SA v  $\frac{x}{h} \approx 6$ . Varianty Poly\_10\_00 (diagram 4.4c) a Poly\_10\_00 (diagram 4.4d) zachytily odtržení v kombinaci s modelem SSTKO, přičemž v prvním případě bylo odtržení modelováno v  $\frac{x}{h} = 6$  a ve druhém v  $\frac{x}{h} = 13$ .

#### 4. MODELOVÁNÍ PROUDĚNÍ S ODTRŽENÍM V 2D PROSTORU

Zároveň je zde pozorovatelný vliv velikosti prvků. Při zvětšujících se parametrech velikosti dochází k postupnému sjednocování získaných hodnot  $C_f$ , k jejich snižování v druhé polovině difuzoru nebo také k oddalování pozice odtržení proudu od počátku difuzoru.

##### 4.1.3. High- $y^+$ na sítích s trojúhelníkovými prvky

Trojúhelníkové sítě byly v kombinaci s high- $y^+$  schopny modelovat odtržení proudu v difuzoru ve třech případech (viz obrázek 4.5). V kombinaci s tímto přístupem byly u tohoto typu sítí schopny obsáhnout odtržení proudu modely SSTKO a EARSM.



Obrázek 4.5: Součinitel tření vybraných trojúhelníkových sítí s přístupem high- $y^+$

Mezi variantami, jež modelovaly data z diagramů 4.5 bylo zachyceno odtržení modelované modelem EARSM v  $\frac{x}{h} = 10$  (viz graf 4.5b). V téže variantě bylo odtržení modelováno také pomocí turbulentního modelu SSTKO, a to v  $\frac{x}{h} = 7$ . Naproti tomu varianta Tria\_10\_05 umožnila modelovat odtržení turbulentnímu modelu SSTKO v pozici  $\frac{x}{h} = 4$ . Výsledek simulace nejbližší experimentálnímu výsledku ( $\frac{x}{h} = 6$ ) byl získán v kombinaci turbulentního modelu SSTKO a varianty Tria\_20\_10 (viz hodnoty v grafu 4.5c).

## 4.2. Modelování proudění s přístupem all- $y^+$

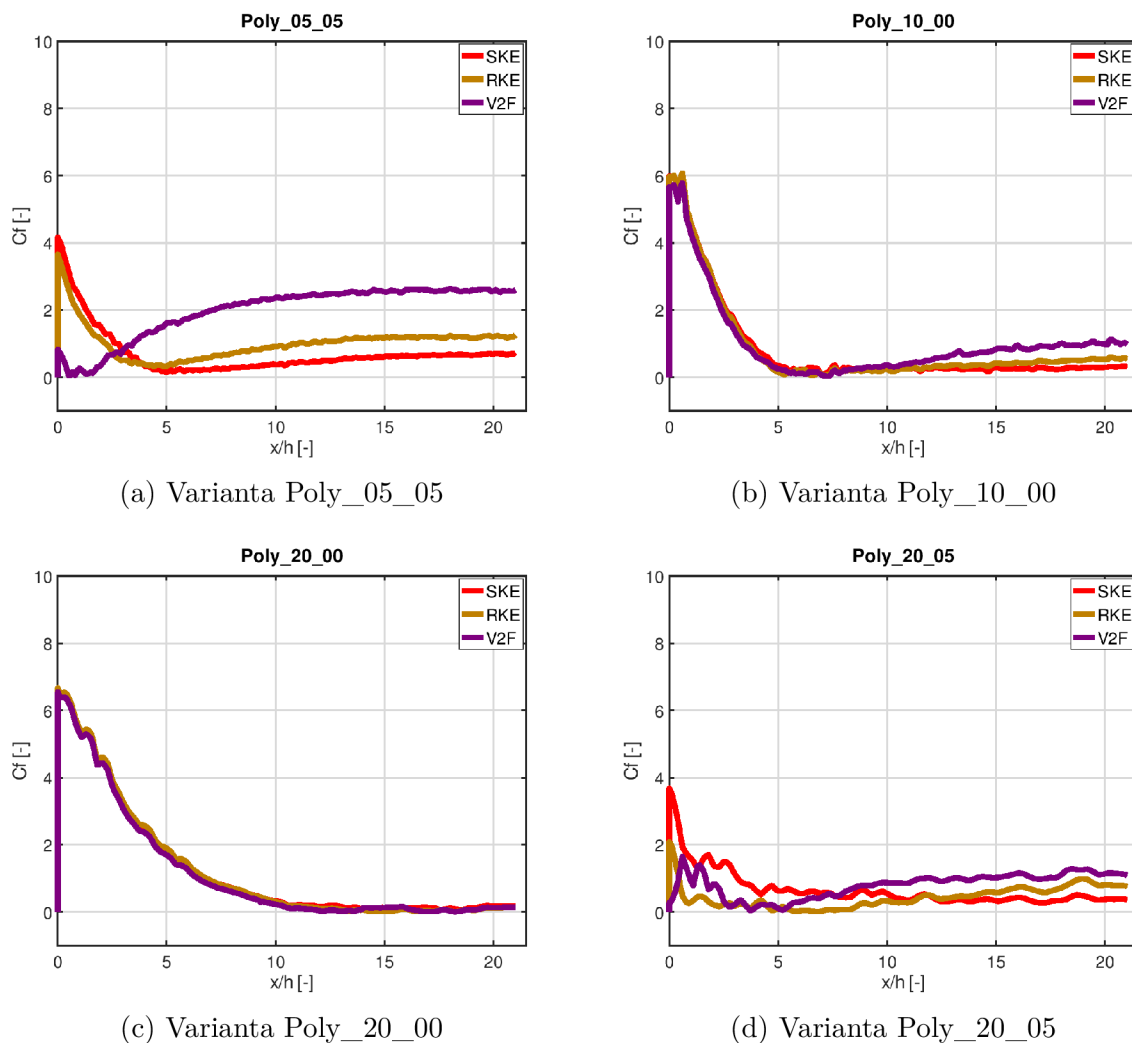
Hybridní přístup byl aplikován u dvou turbulentních modelů na všech 54 variant sítě a v případě modelu V2F na varianty sítě bez prizmatických buněk nebo s jednou či dvěma jejich vrstvami (celkově na 27 variant).

Z celkových 54 variant nebylo odtržení proudu zachyceno u 43 sítí, přičemž u zbylých 11 variant bylo ve 4 případech odtržení zachyceno jedním turbulentním modelem, v pěti případech dvěma modely a ve zbývajících dvou variantách dokonce třemi modely.

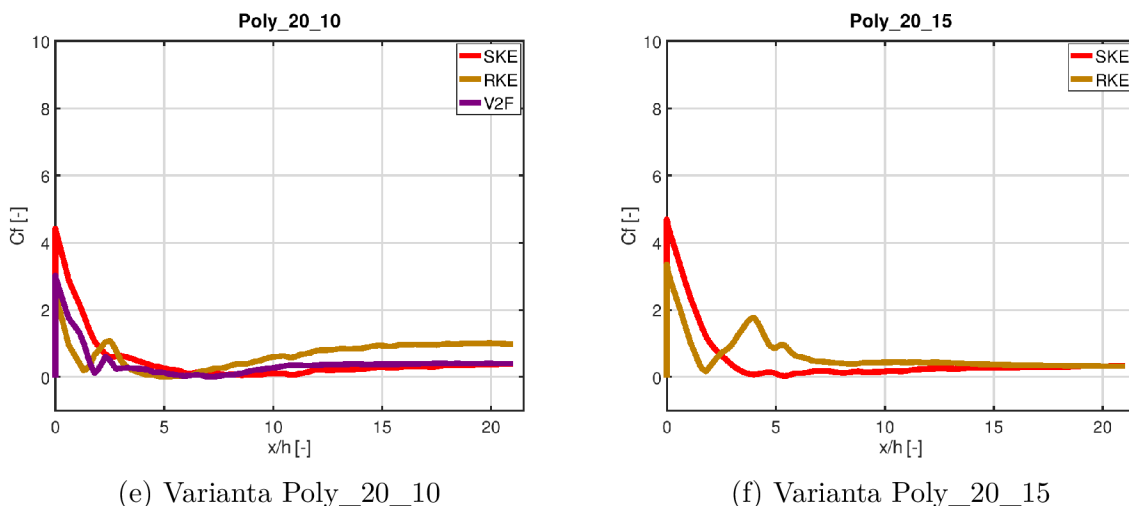
### 4.2.1. All- $y^+$ na sítích s mnohoúhelníkovými prvky

Při volbě hybridního přístupu all- $y^+$  v kombinaci s mnohoúhelníkovými sítěmi bylo odtržení proudu modelováno v 6 případech. Dvakrát bylo zachyceno odtržení pouze jedním modelem, třikrát modely dvěma a jednou bylo modelováno odtržení tří modelů v jedné variantě sítě.

Diagramy na obrázku 4.6 zobrazují součinitel tření u zmiňovaných variant, kdy bylo zachyceno odtržení proudu.



Obrázek 4.6: Součinitel tření vybraných mnohoúhelníkových sítí s přístupem all- $y^+$

Obrázek 4.6: Součinitel tření vybraných mnohoúhelníkových sítí s přístupem all- $y^+$ 

Při srovnání výsledků simulace odtržení proudu na mnohoúhelníkových sítích v kombinaci s přístupem all- $y^+$  s experimentem [22] autor došel k závěru, že varianta Poly\_20\_00 (viz diagram 4.6c) poskytla ve svém výstupu výsledky experimentu nejvíce vzdálené. Oba modely, u kterých bylo zachyceno odtržení (RKE i V2F), poskytly výsledek  $\frac{x}{h} \geq 13$ . Na druhé straně varianta Poly\_05\_05 (viz diagram 4.6a) zachytila odtržení proudu modelem V2F, a to ihned po vstupu proudu do oblasti difuzoru. Hodnoty odtržení se u zbylých 4 variant sítě pohybovaly v rozsahu  $\frac{x}{h} \in \langle 4; 8, 5 \rangle$ . Nejvíce se však s experimentem shodovala varianta Poly\_20\_05 (viz diagram 4.6d) v kombinaci s turbulentním modelem RKE, kde  $\frac{x}{h} = 6$ . Hodnoty  $\frac{x}{h}$  pro všechny varianty a turbulentní modely použité v kombinaci s přístupem all- $y^+$  jsou uvedeny v tabulce 4.1.

Tabulka 4.1: Poloha odtržení mnohoúhelníkových sítí pro přístup all- $y^+$ 

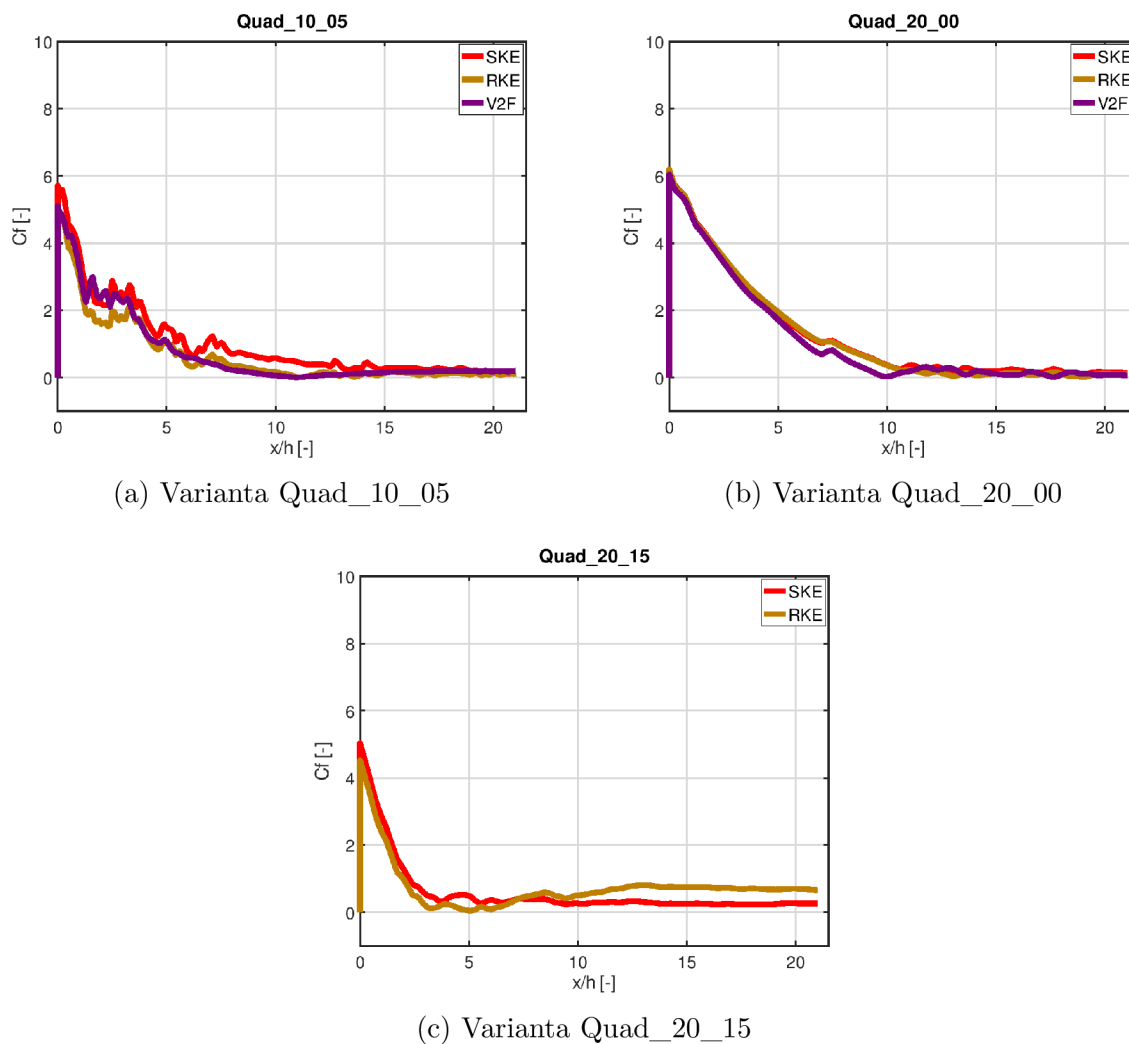
Varianta	Poloha odtržení $\frac{x}{h}$ [-]		
	SKE	RKE	V2F
Poly_05_05	–	–	1
Poly_10_00	–	7	7,5
Poly_20_00	–	15	13
Poly_20_05	–	6	4
Poly_20_10	8,5	5	7,5
Poly_20_15	5	–	x

#### 4.2.2. All- $y^+$ na sítích s čtyřúhelníkovými prvky

Varianty čtyřúhelníkových sítí při modelování příliš úspěšné nebyly. Z 18 variant sítí bylo odtržení modelováno pouze u třech z nich. Jednalo se o varianty Quad\_10\_05, Quad\_20\_00 a Quad\_20\_15 (viz hodnoty  $C_f$  v diagramech na obrázku 4.7).

Na diagramech je rovněž pozorovatelný vliv počtu prizmatických buněk na modelování odtržení. Se vzrůstajícím počtem vrstev dochází ke ”zvyšování” záporné hodnoty gradientu  $C_f$  a tím k přibližování odtržení proudu k ústí difuzoru.

#### 4.2. MODELOVÁNÍ PROUDĚNÍ S PŘÍSTUPEM ALL-Y<sup>+</sup>



Obrázek 4.7: Součinitel tření vybraných čtyřúhelníkových sítí s přístupem all- $y^+$

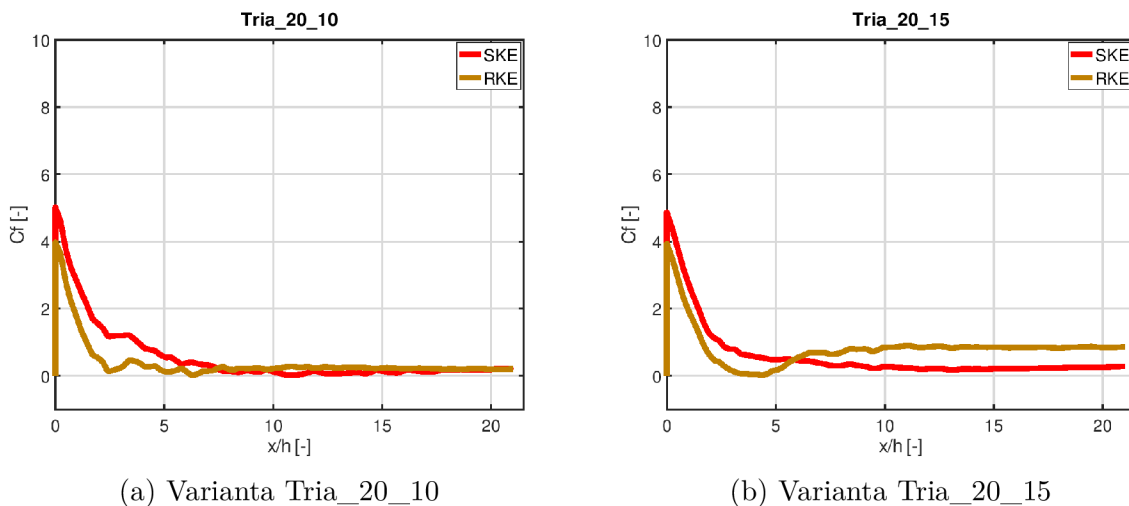
Tabulka 4.2: Poloha odtržení čtyřúhelníkových sítí pro přístup all- $y^+$

Varianta	Poloha odtržení $\frac{x}{h}$ [-]		
	SKE	RKE	V2F
Quad_10_05	–	14	11
Quad_20_00	19	19	10
Quad_20_15	–	5	<b>x</b>

Opět, stejně jako v případě mnohoúhelníkových buněk, byly výsledky pro síť s buňkami 2 mm bez prizmatických vrstev (viz graf 4.7b) značně vzdálené výsledkům [22]. Model V2F modeloval odtržení v místě  $\frac{x}{h} = 10$  a modely SKE a RKE zachytily odtržení dokonce až v  $\frac{x}{h} = 19$ . Varianta sítě Quad\_10\_05 (graf 4.7a) dosáhla podobného výsledku. Odtržení bylo zachyceno modely RKE a V2F, nicméně oba modely jej zachytily v  $\frac{x}{h} \geq 11$ . Nejblíže výsledku experimentu byl poslední model, varianta Quad\_20\_15 (viz graf 4.7c). V tomto případě bylo odtržení modelováno pouze modelem RKE, a to v  $\frac{x}{h} = 5$ . Všechny výsledky jsou uvedeny v tabulce 4.2.

### 4.2.3. All- $y^+$ na sítích s trojúhelníkovými prvky

Nejmenší počet odtržení byl zachycen variantami sítí s trojúhelníkovými prvky. Proud se podle matematických simulací odtrhl pouze ve dvou variantách sítí, a to v případech Tria\_20\_10 a Tria\_20\_15 (hodnoty  $C_f$  jsou vyneseny v diagramech na obrázku 4.8).



Obrázek 4.8: Součinitel tření vybraných trojúhelníkových sítí s přístupem all- $y^+$

Při použití varianty Tria\_20\_10 s přístupem all- $y^+$  (viz graf 4.8a) bylo modelováno odtržení oběma použitými modely, SKE i RKE, a jeho pozice pro jednotlivé turbulentní modely nabyla hodnot  $\frac{x}{h} = 11$  pro SKE a  $\frac{x}{h} = 7$  pro RKE. U druhé varianty (data  $C_f$  viz diagram 4.8b) bylo odtržení zachyceno pouze modelem RKE, který ho modeloval v  $\frac{x}{h} = 4$ .

## 4.3. Modelování proudění s přístupem low- $y^+$

Při aplikaci posledního ze tří uvažovaných přístupů k modelování mezní vrstvy proudění bylo zachyceno odtržení proudu v sedmi případech ze 27. Přístup low  $y^+$  byl použit v kombinaci se čtyřmi turbulentními modely (viz tabulka 3.3).

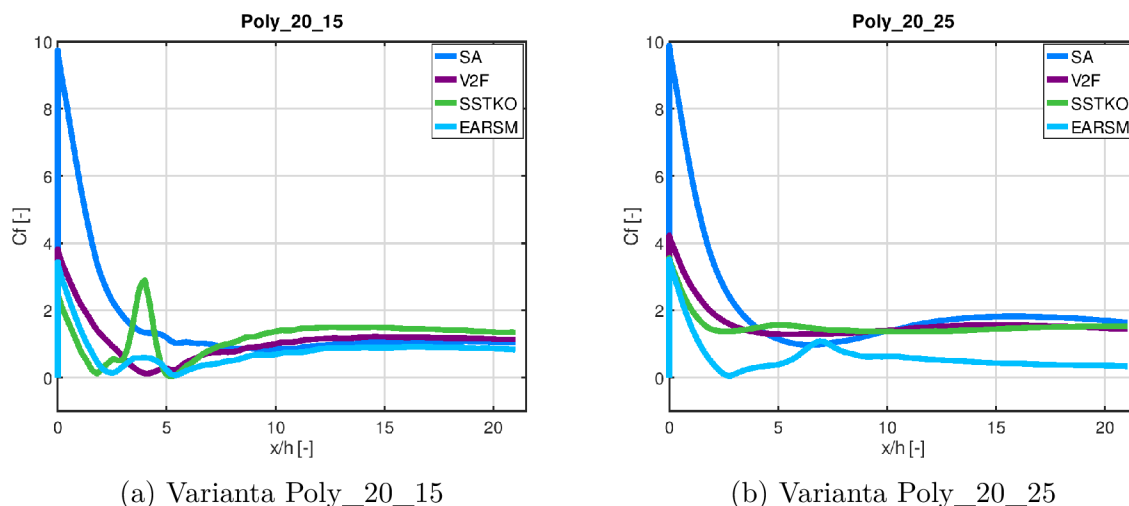
Ve zmíněných sedmi variantách úspěšně modelovaly odtržení pouze turbulentní modely SSTKO a EARSM. Dalším dvěma modelům (SA a V2F) se odtržení zachytit nepodařilo.

### 4.3.1. Low- $y^+$ na sítích s mnohoúhelníkovými prvky

Daný přístup v kombinaci s mnohoúhelníkovými sítěmi nebyl příliš úspěšný. Odtržení proudu se podařilo zachytit pouze dvěma variantám, přičemž obě tyto varianty disponovaly prvky základní velikosti 2 mm.

Při pohledu na data součinitele tření  $C_f$  vynesené v grafech na obrázku 4.9 lze pozorovat, že k odtržení v diagramu 4.9a došlo u obou turbulentních modelů ve stejném místě, ale v případě diagramu 4.9b byl dostatečně citlivý pouze model EARSM. K odtržení v případě 4.9a došlo relativně nedaleko kýžené souřadnice, a to v  $\frac{x}{h} = 5$ . V případě druhém turbulentní model zachytil odtržení proudu v  $\frac{x}{h} = 2, 5$ .

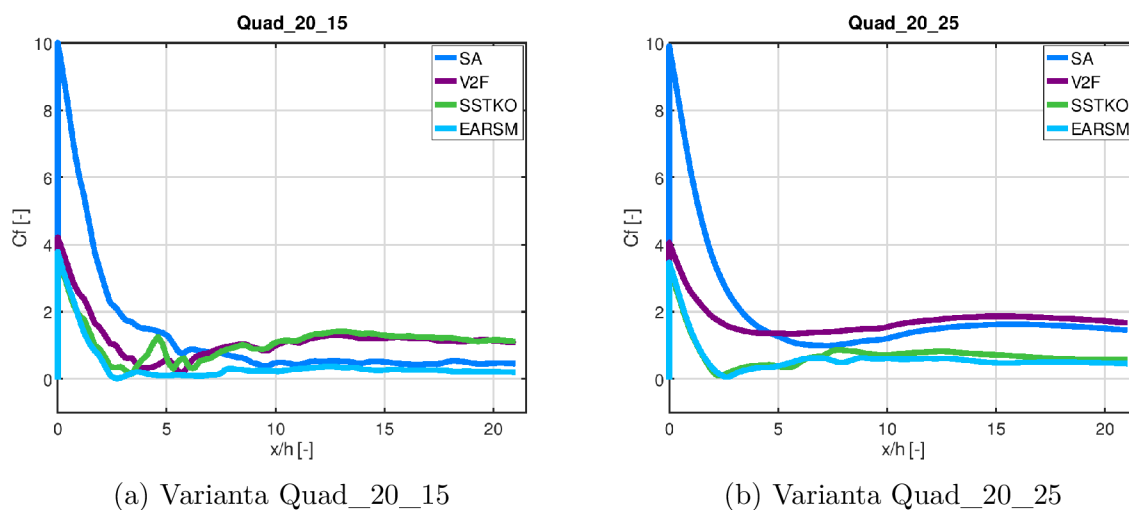
### 4.3. MODELOVÁNÍ PROUDĚNÍ S PŘÍSTUPEM $LOW-Y^+$



Obrázek 4.9: Součinitel tření vybraných mnohoúhelníkových sítí s přístupem  $low-y^+$

#### 4.3.2. $Low-y^+$ na sítích s čtyřúhelníkovými prvky

Formát čtyřúhelníkových sítí modeloval odtržení proudu ve dvou sítích, stejných parametrů jako v případě mnohoúhelníkových, tudíž o základní velikosti 2 mm a vrstvách prizmatických buněk v počtu 15 a 25. Diagramy na obrázku 4.10 obsahují hodnoty  $C_f$  ve zmiňovaných variantách difuzoru.



Obrázek 4.10: Součinitel tření vybraných čtyřúhelníkových sítí s přístupem  $low-y^+$

Odtržení u varianty Qaud\_20\_15 (diagram 4.10a) bylo modelováno modelem EARSM v pozici  $\frac{x}{h} = 2,5$ . Ve stejném místě bylo modelováno odtržení i v případě varianty Quad\_20\_25 z diagramu 4.10b. V tomto případě však bylo odtržení zachyceno nejen turbulentním modelem EARSM, ale i modelem SSTKO.

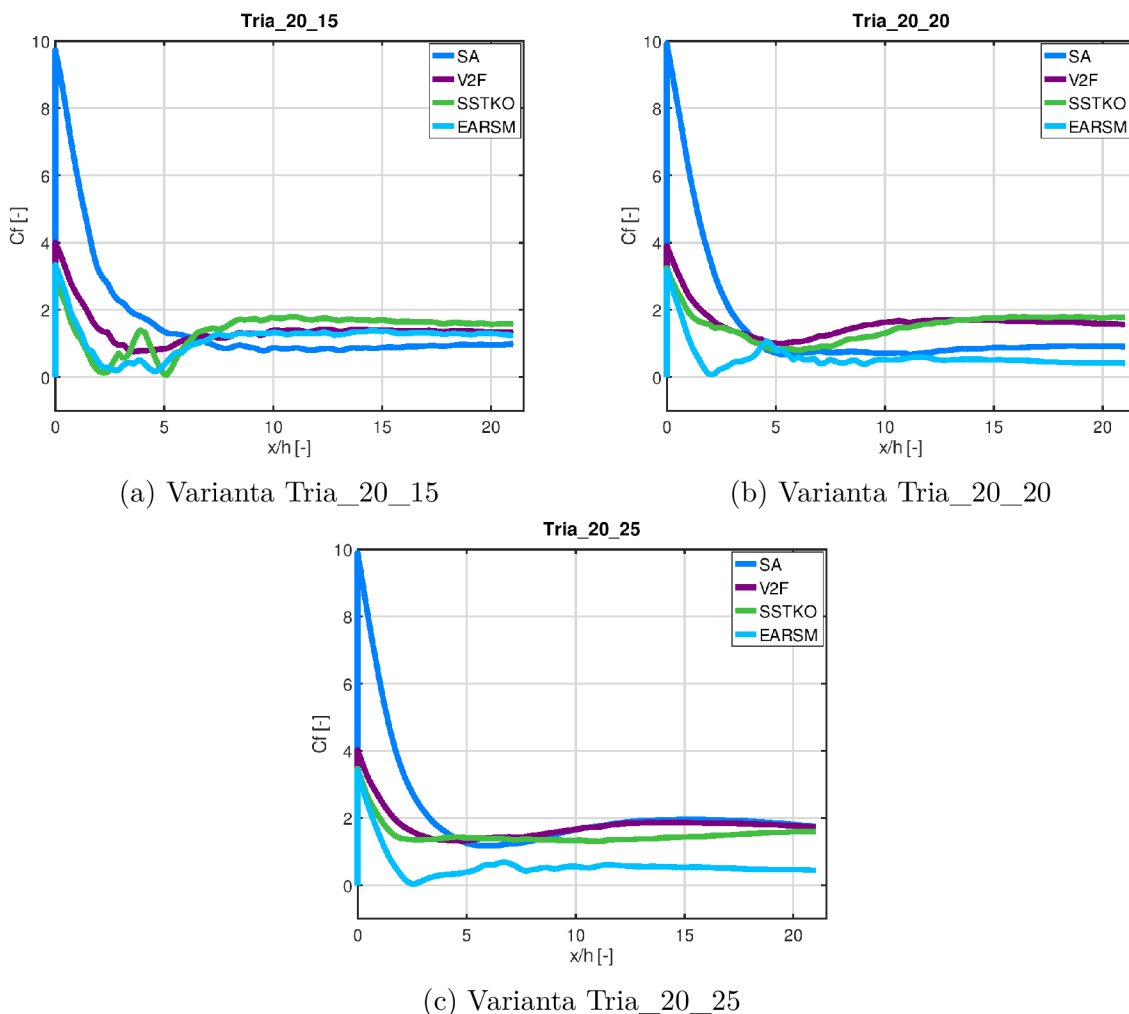
#### 4.3.3. $Low-y^+$ na sítích s trojúhelníkovými prvky

Poslední skupinou vyhodnocovanou v rámci podkapitoly 4.3 jsou varianty trojúhelníkových sítí. Rovněž v této skupině variant byly modelovány případy s odtržením proudu



#### 4. MODELOVÁNÍ PROUDĚNÍ S ODTRŽENÍM V 2D PROSTORU

pouze na variantách se základní velikostí prvků 2 mm. Konkrétně se jednalo o tři varianty jejichž data  $C_f$  jsou zanesena do diagramů na obrázku 4.11: Tria\_20\_15, Tria\_20\_20 a Tria\_20\_25.



Obrázek 4.11: Součinitel tření vybraných trojúhelníkových sítí s přístupem  $low-y^+$

U variant sítí zmíněných výše bylo modelováno odtržení ve všech případech právě jedním turbulentním modelem. Varianta 4.11a zachytila odtržení v  $\frac{x}{h} = 5$  při použití modelu SSTKO. V dalších dvou případech (4.11b a 4.11c) bylo odtržení zachyceno modelem EARSM. V obou případech turbulentní model zachytil odtržení proudu v  $\frac{x}{h} = 2$ .

#### 4.4. Výběr vhodného turbulentního modelu

Při rozboru dospěl autor k závěru, že každý přístup k modelování proudu a každý turbulentní model vyžadují odlišnou strukturu výpočetní sítě. Například turbulentní model EARSM vykazuje konzistentní výsledky skoro ve všech případech, kdy bylo zachyceno odtržení. Mimo to je ale také nutné brát ohled na výsledek experimentu [22]. Z tohoto pohledu nejvíce vyhovoval SSTKO turbulentní model, který byl nejpřesnější z hlediska určení polohy místa odtržení. Stejnou hodnotu jako experiment zachytil ve dvou přípa-

#### 4.4. VÝBĚR VHODNÉHO TURBULENTNÍHO MODELU

dech, zatímco model SA či RKE pouze jednou. Ostatním turbulentním modelům se to nepodařilo v žádné z variant.

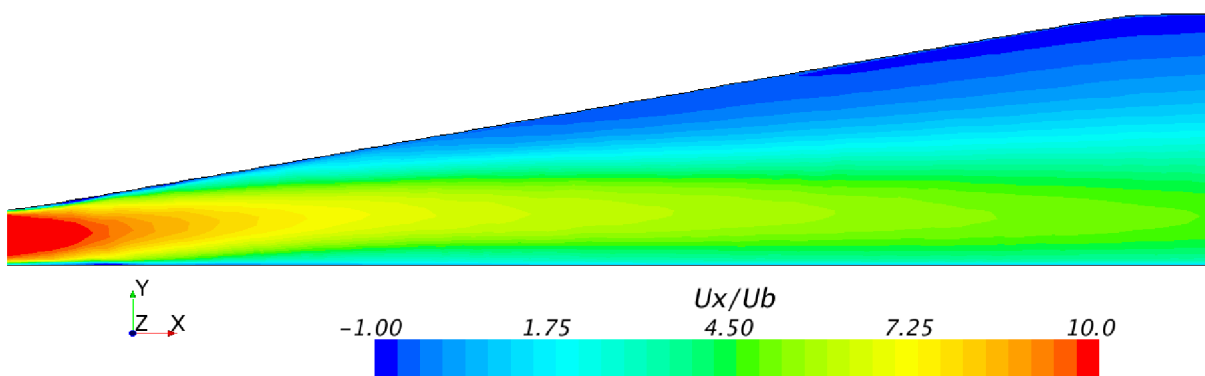
Na základě výsledků uvedených v předchozích podkapitolách byla vypracována tabulka 4.3. Obsahuje počet úspěšně modelovaných odtržení proudu jednotlivých turbulentních modelů při daném přístupu k modelování mezní vrstvy, střední bod odtržení a jeho odchylka od hodnoty naměřené Buicem [22].

Tabulka 4.3: Zachycení odtržení proudu turbulentními modely

Přístup	Turbulentní model	Počet odtržení	Střední bod odtržení $\frac{x}{h}$	Odchylka od experimentu
high- $y^+$	Spalart-Allmaras	2	5	1
	SST k- $\omega$	9	5,4	0,6
	EARSM	2	8,5	2,5
all- $y^+$	Standard k- $\epsilon$	4	11,6	5,6
	Realizable k- $\epsilon$	9	8,7	2,7
	V2F	7	7,7	1,7
low- $y^+$	SST k- $\omega$	3	4,2	1,8
	EARSM	6	2,9	3,1

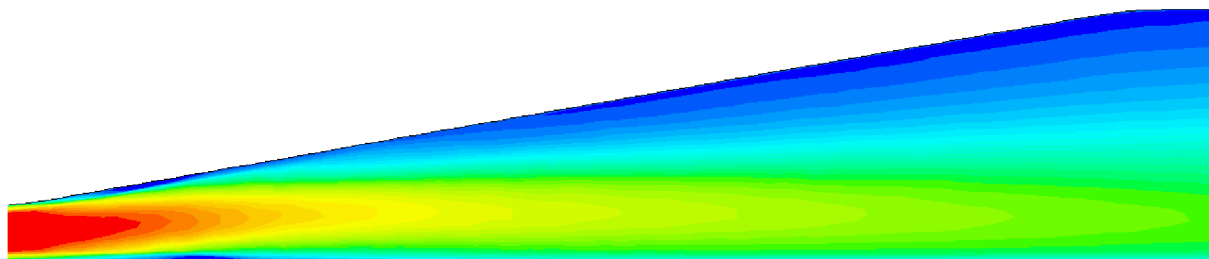
Při pohledu na tabulku výše lze říci, že nejvhodnějším turbulentním modelem pro modelování odtržení proudu v geometrii 2D difuzoru je SSTKO model. Z pohledu sítě lze rovněž tvrdit, že vybraný turbulentní model pracuje lépe s mnohoúhelníkovými či trojúhelníkovými sítěmi 1 a 2 mm než obecně se sítěmi 0,5 mm. Posledním poznatkem je fakt, že pro správné promodelování mezní vrstvy je třeba uvažovat prizmatické buňky, nejlépe 10 či 15 vrstev.

Výše zmíněným požadavkům na síť vyhovují varianty Poly\_20\_10, Poly\_20\_15, Tria\_20\_10 a Tria\_20\_15. Na obrázku 4.12 je zachyceno rozložení relativní rychlosti vzduchu při průtoku difuzorem. Po srovnání s experimentálně získanými daty na obrázku 4.2 lze tvrdit, že největší shoda byla autorem nalezena u varianty 4.12a.

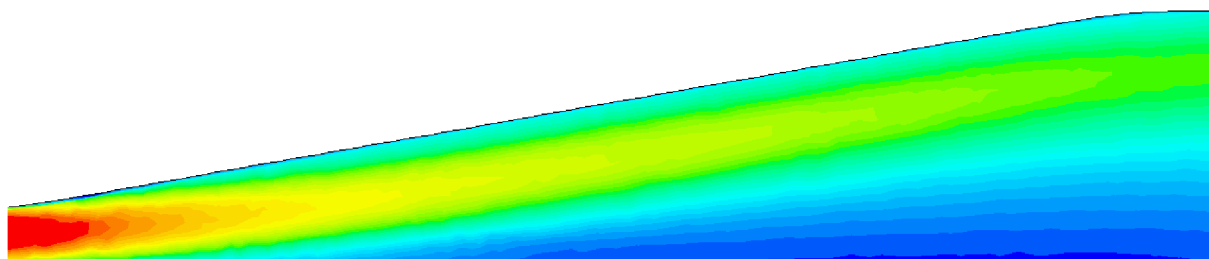


(a) Varianta Poly\_20\_10

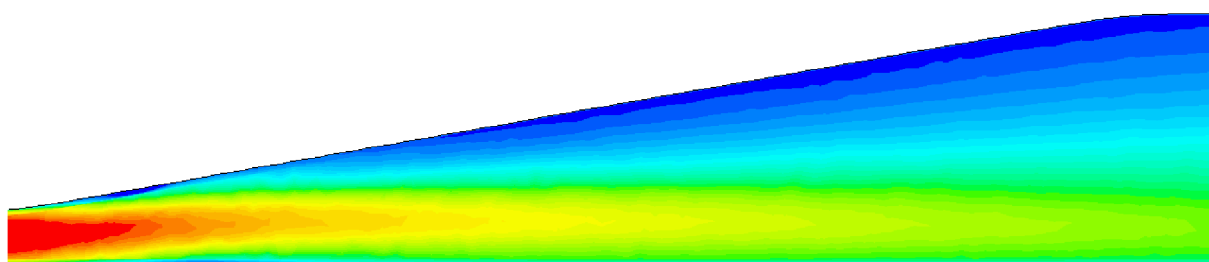
Obrázek 4.12: Relativní rychlost vzduchu v difuzoru pro vybrané varianty sítě



(b) Varianta Poly\_20\_15



(c) Varianta Tria\_20\_10



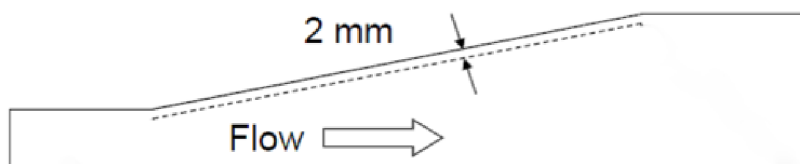
(d) Varianta Tria\_20\_15

Obrázek 4.12: Relativní rychlost vzduchu v difuzoru pro vybrané varianty sítě

V následující kapitole bude popsána aplikace zvoleného turbulentního modelu na prostorovou geometrii, přičemž byly podle podkapitoly 3.3 propočítány všechny geometrické varianty.

## 5. Aplikace vybraného modelu v 3D prostoru

Pro ověření správnosti výběru nejuvhodnějšího turbulentního modelu byly provedeny analýzy za použití prostorové geometrie (viz kapitola 3). Opět, stejně jako v případě rovinných simulací, bylo spočteno 5 000 iterací pro každou z 54 variant sítě a výsledky byly porovnány s experimentem. Jako referenční byla v tomto případě volena data z experimentu [26].



Obrázek 5.1: Poloha roviny rovnoběžné se stěnou difuzoru [26]

Parametrem pro srovnání výsledků simulací s experimentem byla rychlost, konkrétně porovnání bezrozměrné rychlosti v několika rovinách. První poloha je v rovině rovnoběžné se stěnou difuzoru (viz obrázek 5.1). Druhou rovinou je myšlena centrální plocha difuzoru vedená kolmo k rovině XZ vždy v polovině rozměru difuzoru, respektive složky Z, v dané poloze. Třetí možností jsou řezy v kolmém směru vůči směru proudění.

Stejně jako u rovinné analýzy byly při aplikaci turbulentního modelu SSTKO rozděleny výpočty na high- $y^+$  a low- $y^+$  přístup podle parametrů sítě. V návaznosti na modely zvolené v kapitole 4.4 budou v dalším textu okomentovány výsledky variant vycházejících z těchto modelů. Těmito variantami jsou Poly\_20\_10, Poly\_20\_15, Tetra\_20\_10 a Tetra\_20\_15. Výsledky ostatních variant jsou připojeny jako příloha 4 na přiloženém disku DVD.

### 5.1. Model SST $k-\omega$ s použitím high- $y^+$ přístupu

Proti rovinným výpočtům je jiná pouze výpočetní síť. Tento fakt by měl zaručit velmi podobné výsledky pro prostorový výpočet, jako byly u rovinných modelů.

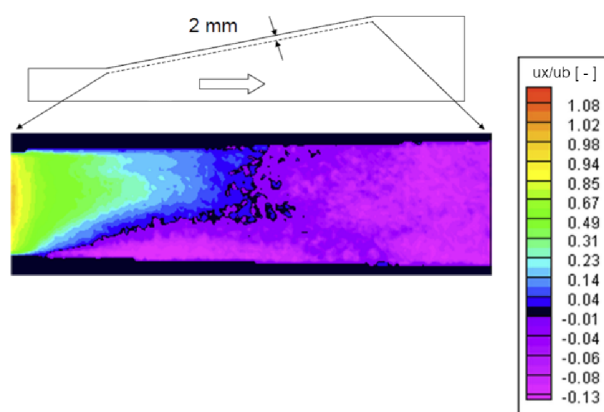
Přístupem high- $y^+$  bylo modelováno celkem 27 variant sítě a pro každý typ prvku bylo počítáno devět z nich.

#### 5.1.1. Proudění v síti tvořené mnohostěny

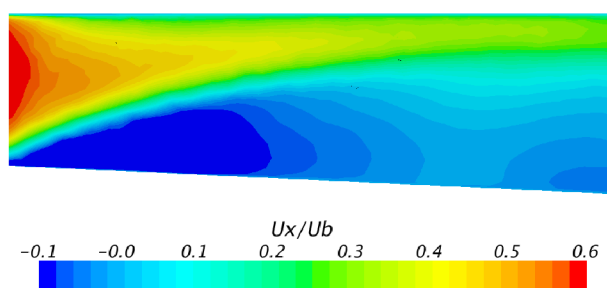
Mnohostěny, respektive jejich povrchová varianta - mnohoúhelníky, byly v případě rovinných analýz vybrány jako jeden je dvou typů prvků vhodný pro modelování odtržení proudu. Konkrétně byla z přístupu high- $y^+$  vybrána varianta Poly\_20\_10.

Při pohledu na data v mapě 5.2 lze pozorovat, že zatímco oblast odtržení po vstupu do difuzoru je velmi podobná výsledkům měření, oblast druhé poloviny modelového difuzoru je značně odlišná. Fakt, že ve druhé polovině difuzoru vzduch v dané rovině proudí v kladném směru osy  $x$ , je pro všechny varianty sítě tvořené mnohostěny, jež byly modelované přístupem high- $y^+$  společný.

## 5. APLIKACE VYBRANÉHO MODELU V 3D PROSTORU

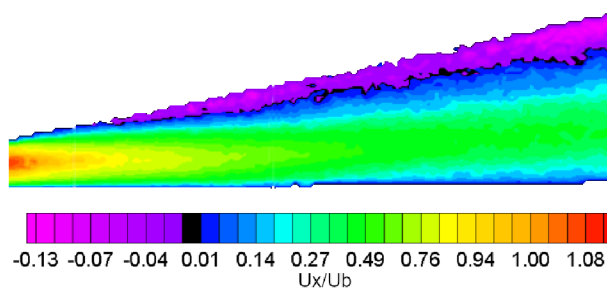


(a) Výsledky experimentu [26]

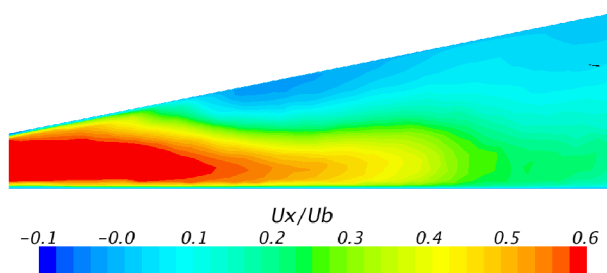


(b) Varianta Poly\_20\_10

Obrázek 5.2: Relativní rychlost varianty Poly\_20\_10 v paralelní rovině vůči experimentu ( $high-y^+$ )



(a) Výsledky experimentu [26]

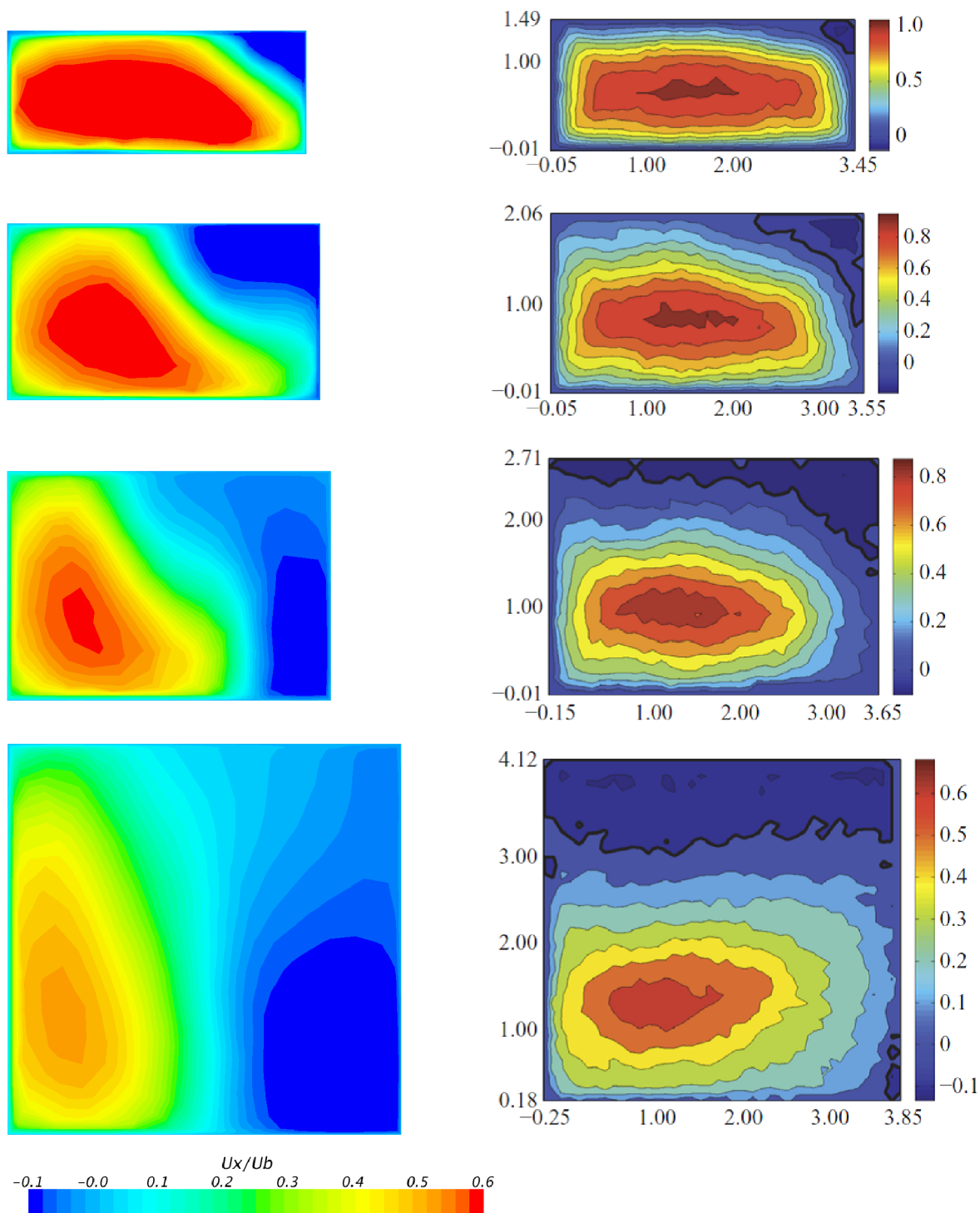


(b) Varianta Poly\_20\_10

Obrázek 5.3: Relativní rychlost varianty Poly\_20\_10 v rovině uprostřed difuzoru vůči experimentu ( $high-y^+$ )

### 5.1. MODEL SST K- $\omega$ S POUŽITÍM HIGH- $Y^+$ PŘÍSTUPU

Na obrázku 5.3 je vidět, že odtržení experimentu nebylo výrazné, a že většina vzduchu v řezu středem difuzoru tekla v kladném směru osy x. Při srovnání rychlostí proudu je ale vidět, že při experimentu došlo rychlejšímu úbytku rychlosti proti numerickému modelu.



Obrázek 5.4: Srovnání relativní rychlosti vzduchu v řezech ( $\frac{x}{h} = \{2; 5; 8; 15\}$ ) pro variantu Poly\_20\_10 (vlevo) a experiment (vpravo)

Velký rozkol mezi experimentálními a numerickými daty lze pozorovat na rychlostech monitorovaných v jednotlivých řezech (viz obrázek 5.4). Zatímco u varianty Poly\_20\_10

se proud odtrhává nejdříve v pravém horním rohu a postupně u celé pravé stěny, naměřená data ukazují, že proud ve fyzickém difuzoru, respektive jeho odtržení, se šířil z pravého horního rohu při horní stěně. Rovněž hodnoty rychlostí byly u simulace jemně nižší než u experimentu.

### 5.1.2. Proudění v síti tvořené čtyřstěny

U druhého typu prvků vybraného jako reprezentanta high- $y^+$  přístupu v prostorovém modelování vypadala situace o něco lépe než u varianty Poly\_20\_10. Na obrázku 5.5 je porovnávána relativní rychlost ve směru osy  $x$  simulace varianty Tetra\_20\_10 a experimentu.

Při bližším zkoumání obrázku je viditelná změna proti variantě Poly\_20\_10 v oblasti odtržení proudu, kde vznikla velká oblast zpětného proudění. Rovněž však proud ztratil po délce více kinetické energie než předchozí varianta. Proto je v celé šíři výstupu z difuzoru patrné rovnoměrnější rozložení rychlostí proudu a hodnoty rychlosti jsou blíže hodnotám experimentu.

Jak na obrázku 5.5, tak na obrázku 5.6 je ukázáno, že v první polovině difuzoru dojde k postupnému odtržení zhruba do poloviny šíře difuzoru a ve druhé polovině proud opět přilne k povrchu. Proti experimentálně získaným datům je zde zásadní rozdíl, neboť v případě experimentálních dat se proud postupně odtrhne, ale ke zpětnému přilnutí v oblasti difuzoru už nedojde.

Z hlediska řezů zobrazených na obrázku 5.7 je potvrzen pozitivní vývoj vzhledem k výsledkům experimentu v první polovině difuzoru. Odtržení proudu je iniciováno v pravém horním rohu difuzoru a poté se oblast zpětného proudění rozšiřuje směrem k levému hornímu rohu. Ve vzdálenosti  $\frac{x}{h} = 8$  je ovšem patrná iniciace odtržení proudu v levém spodním rohu. Tato oblast zpětného proudění se následně spojila s oblastí hlavního odtržení, a tudíž je oblast zpětného proudu opět situována k pravé stěně domény difuzoru.

## 5.2. Model SST $k-\omega$ s použitím low- $y^+$ přístupu

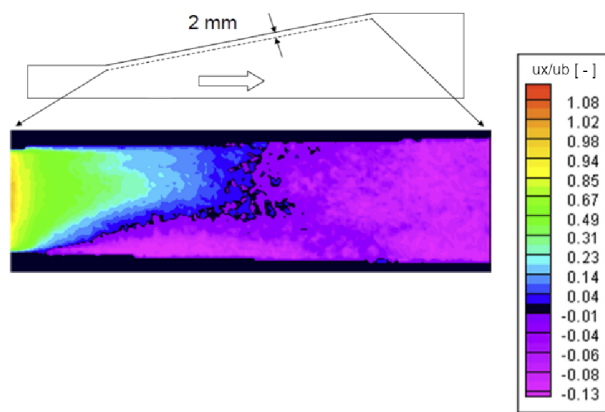
Zbylé dvě varianty sítí zvolené v předchozí kapitole náleží do skupiny sítí použitých v kombinaci s low- $y^+$  přístupem k modelování mezní vrstvy. V dalším textu budou varianty Poly\_20\_15 a Tetra\_20\_15 porovnány s výsledky experimentu provedeného Cherry a zveřejněného v [26] podobně, jak tomu bylo v sekci 5.1.

### 5.2.1. Proudění v síti tvořené mnohostěny

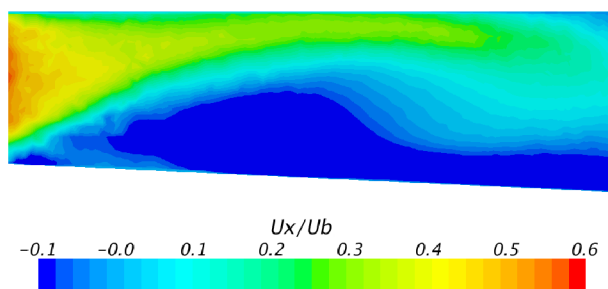
Varianta Poly\_20\_15 je ze tří dosud představených prostorových modelů svými výsledky nejbližší výsledkům experimentu. Na obrázku 5.8 je viditelná oblast zpětného proudění u pravé stěny difuzoru ve směru proudění. Zároveň ale došlo k výraznému poklesu rychlosti po délce, což opět přibližuje tuto variantu experimentu.

Pohled na zobrazení relativní rychlosti v centrální rovině difuzoru je u této varianty rovněž vyhovující pouze z části. V prvních dvou třetinách centrální roviny (od vstupu do difuzoru) je průběh rychlosti velmi podobný experimentu, a to včetně oblasti zpětného proudění v polovině horní stěny. Poté ovšem proud přiléhá ke stěně a při znalosti dat z obrázku 5.8 lze říci, že se oblast zpětného proudění zmenšila a posunula blíže k pravé stěně.

5.2. MODEL SST  $K-\omega$  S POUŽITÍM LOW- $y^+$  PŘÍSTUPU

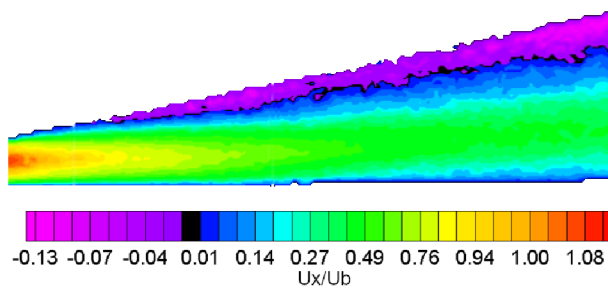


(a) Výsledky experimentu [26]

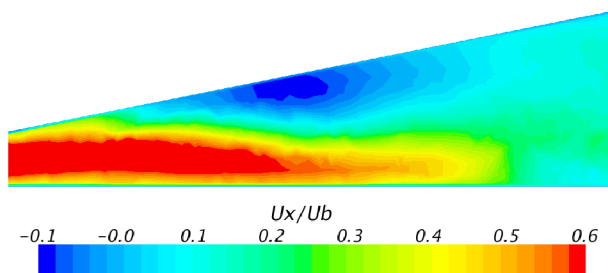


(b) Varianta Tetra\_20\_10

Obrázek 5.5: Relativní rychlost varianty Tetra\_20\_10 v paralelní rovině vůči experimentu ( $high-y^+$ )



(a) Výsledky experimentu [26]

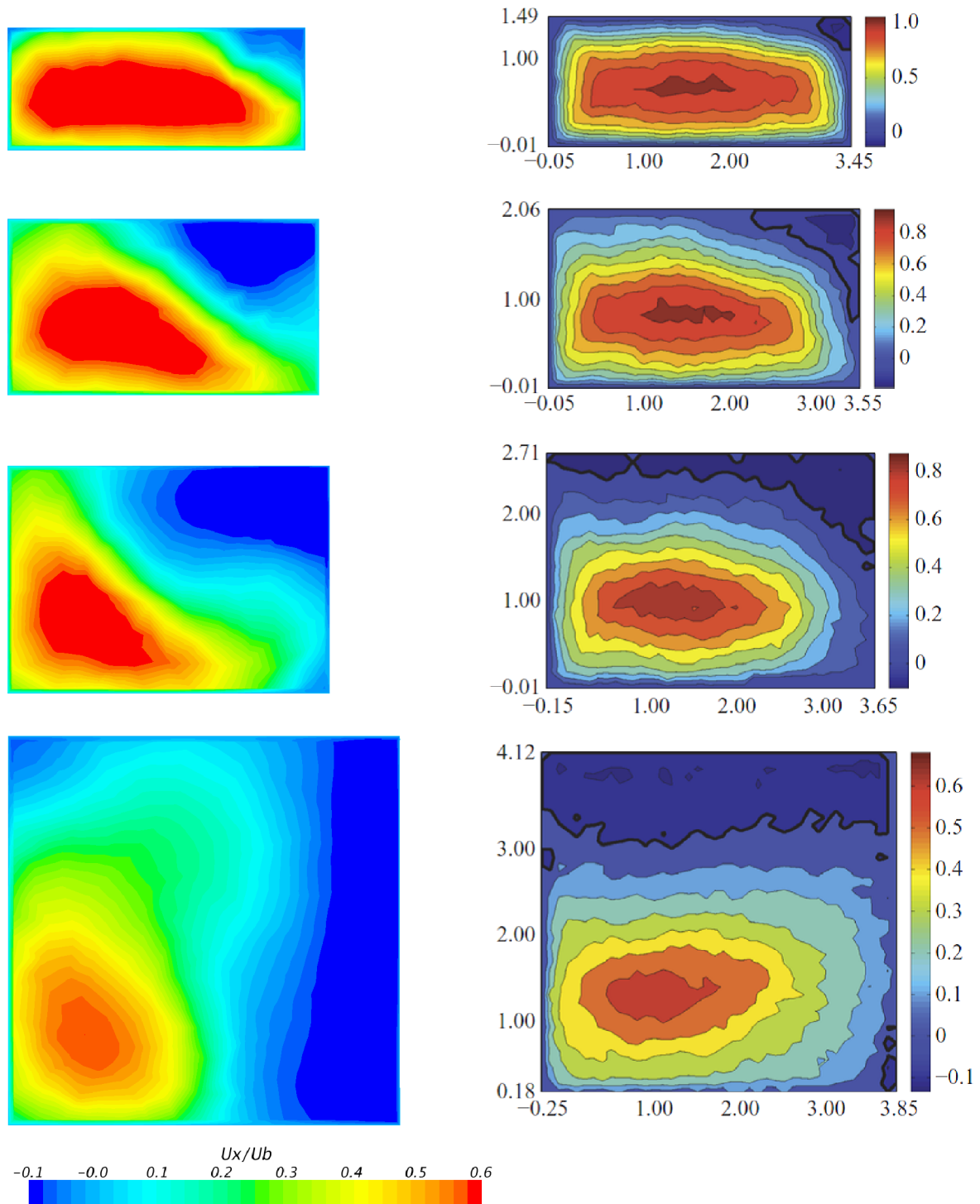


(b) Varianta Tetra\_20\_10

Obrázek 5.6: Relativní rychlost varianty Tetra\_20\_10 v rovině uprostřed difuzoru vůči experimentu ( $high-y^+$ )



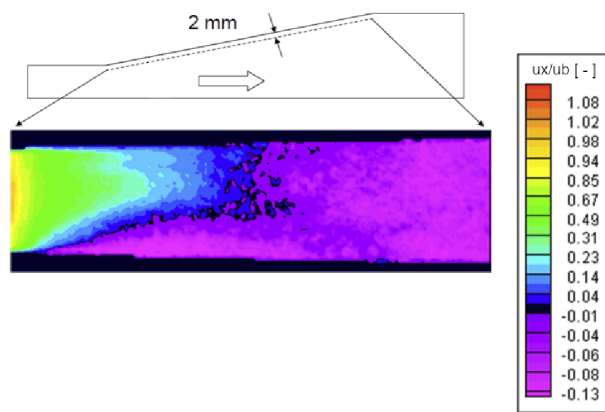
## 5. APLIKACE VYBRANÉHO MODELU V 3D PROSTORU



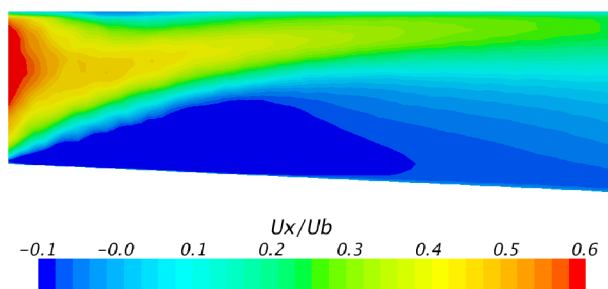
Obrázek 5.7: Srovnání relativní rychlosti vzduchu v řezech difuzorem pro variantu Tetra\_20\_10 (vlevo) a experiment (vpravo)

Tuto autorovu domněnku potvrzují i výsledky na obrázku 5.10. Obrázek poskytuje pohled na 4 řezy difuzoru modelovaného za pomoci sítě buněk ve tvaru mnohostěňů. Zde nejprve došlo k iniciaci odtržení proudu v pravém horním rohu a drobná oblast, kde došlo rovněž k odtržení proudu se objevila také podél většiny řezu horní stěnou. Následně proud v oblasti levého horního rohu opět přilnul ke stěně a oblast zpětného proudění se začala

5.2. MODEL SST  $K-\omega$  S POUŽITÍM LOW- $y^+$  PŘÍSTUPU

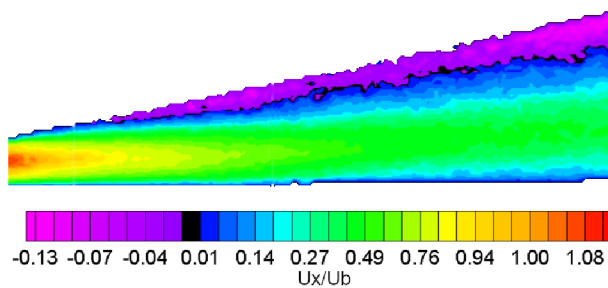


(a) Výsledky experimentu [26]

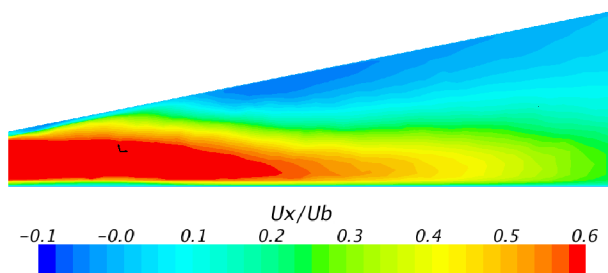


(b) Varianta Poly\_20\_15

Obrázek 5.8: Relativní rychlost varianty Poly\_20\_15 v paralelní rovině vůči experimentu ( $high-y^+$ )



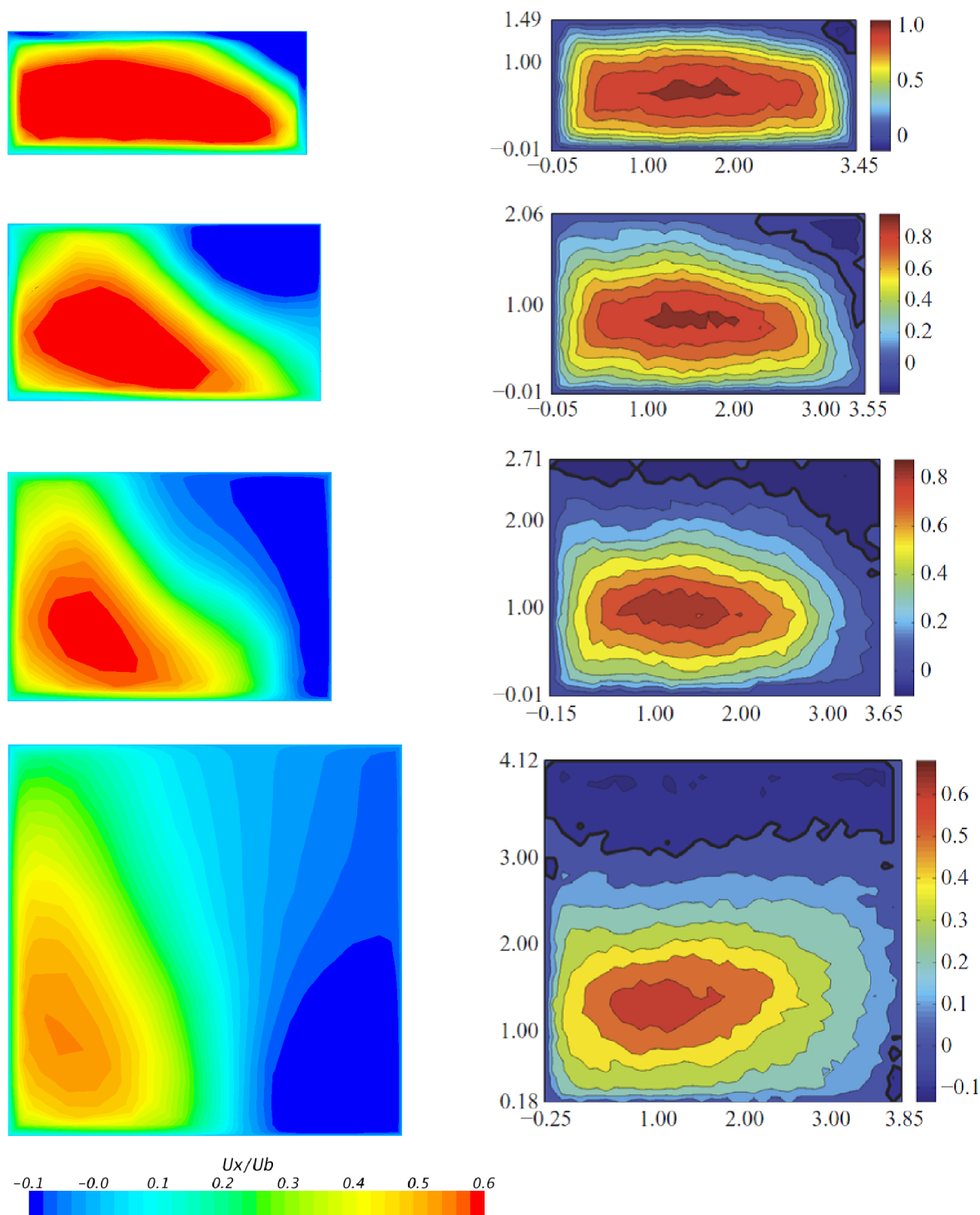
(a) Výsledky experimentu [26]



(b) Varianta Poly\_20\_15

Obrázek 5.9: Relativní rychlost varianty Poly\_20\_15 v rovině uprostřed difuzoru vůči experimentu ( $high-y^+$ )

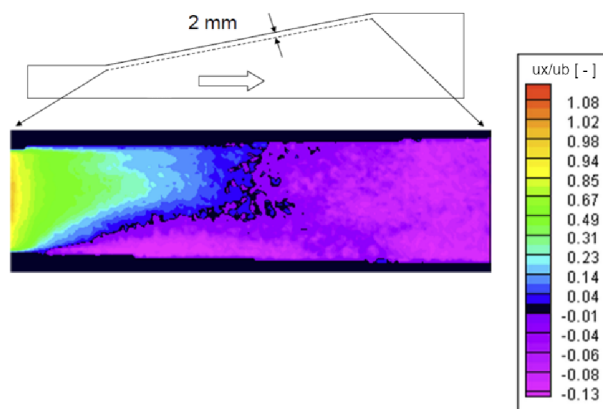
## 5. APLIKACE VYBRANÉHO MODELU V 3D PROSTORU



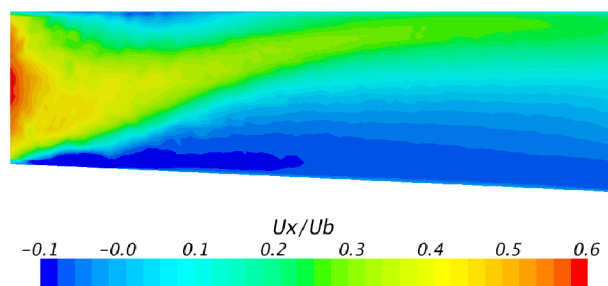
Obrázek 5.10: Srovnání relativní rychlosti vzduchu v řezech difuzorem pro variantu Poly\_20\_15 (vlevo) a experiment (vpravo)

zvětšovat směrem k levému hornímu rohu. Nakonec ale, stejně jako v předchozích dvou případech, došlo k ustálení oblasti zpětného proudění u pravé stěny domény difuzoru.

5.2. MODEL SST  $K-\omega$  S POUŽITÍM LOW- $Y^+$  PŘÍSTUPU

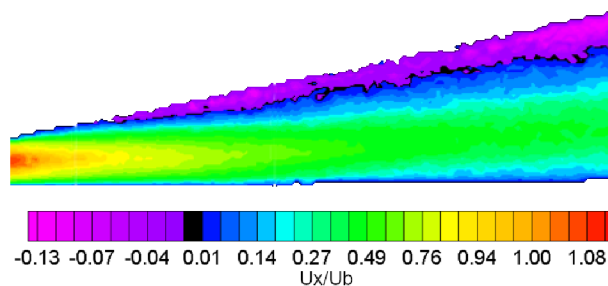


(a) Výsledky experimentu [26]

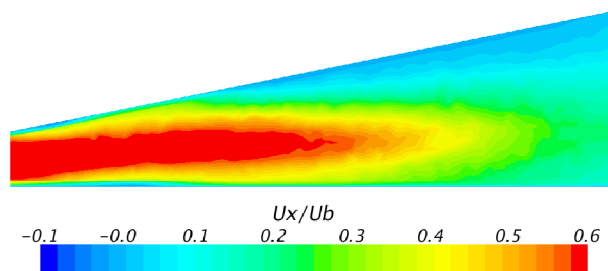


(b) Varianta Tetra\_20\_15

Obrázek 5.11: Relativní rychlost varianty Tetra\_20\_15 v paralelní rovině vůči experimentu ( $high-y^+$ )



(a) Výsledky experimentu [26]

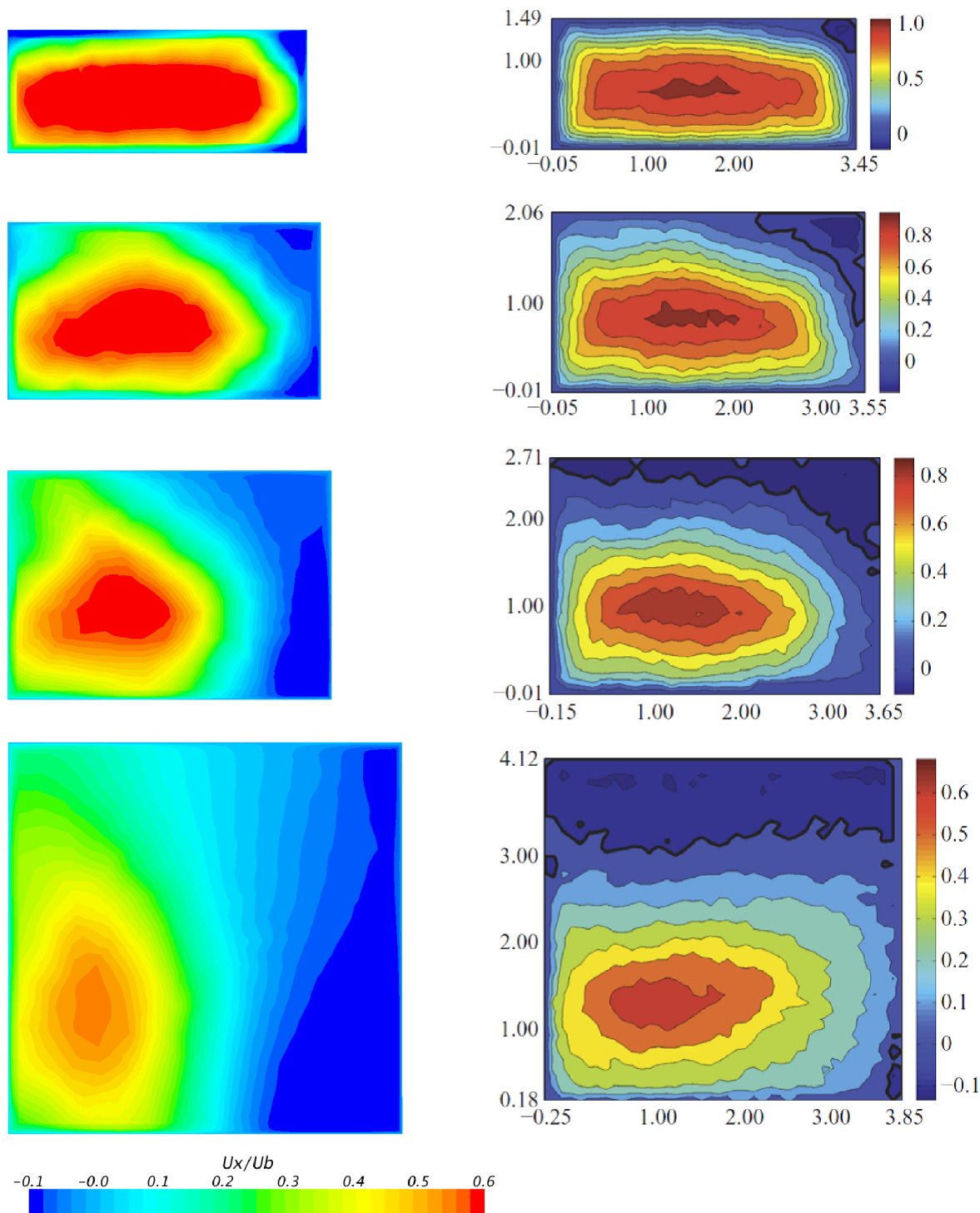


(b) Varianta Tetra\_20\_15

Obrázek 5.12: Relativní rychlost varianty Tetra\_20\_15 v rovině uprostřed difuzoru vůči experimentu ( $high-y^+$ )

## 5.2.2. Proudění v síti tvořené čtyřstěny

Poslední variantou sítě, jež se odkazuje na výsledky rovinných analýz, je Tetra\_20\_15 vycházející z varianty Tria\_20\_15. Tato varianta se zdá být variantou nejbližší experimentu ze všech čtyřech variant postoupených ve výběru z části o rovinných analýzách. V následujících odstavcích bude popsáno proč.



Obrázek 5.13: Srovnání relativní rychlosti vzduchu v řezech difuzorem pro variantu Tetra\_20\_15 (vlevo) a experiment (vpravo)

### 5.3. POUŽITÍ VÝSLEDKŮ 3D ANALÝZ V AEROAKUSTICE

Při pohledu na rozložení rychlostí na obrázku 5.11 lze pozorovat zvětšení oblasti proudění proti předchozím variantám sítě (viz obrázek 5.2, 5.8 nebo 5.5) i za cenu toho, že ne v celé oblasti zpětného proudu je rychlost výrazněji záporná. Nicméně celá tato oblast plynule ohraničuje oblast pozitivního proudu, kde došlo proti ostatním variantám k dalšímu snížení rychlostí po délce proudu.

Podle obr. 5.12 sice bylo při simulaci zachyceno odtržení proudu o něco později než při experimentu, ale tento fakt je vyvážen rychlostním profilem velmi podobným experimentálním datům.

Data uspořádaná v obrázku 5.13 však ukazují, že na první pohled uspokojivý model nemusí být při hlubším srovnání tak vhodný, jak se zpočátku zdálo. Opět zde shodně s ostatními předvedenými variantami sítě došlo po iniciaci odtržení proudu v pravém horním rohu (v tomto případě ještě podpořené iniciací též v levém horním a v pravém spodním rohu) k ustálení oblasti se zpětným prouděním při pravé stěně difuzoru.

## 5.3. Použití výsledků 3D analýz v aeroakustice

Pro prostorovou analýzu byly vybrány podle rovinných simulací čtyři varianty sítě. Při pohledu na výsledky těchto analýz a jejich porovnání s výsledky experimentu [26] Je na snadě posouzení možností dalších aplikací výsledků těchto analýz či samotného procesu.

Vzhledem k dílčím poznatkům z předešlých dvou podkapitol se aktuálně nelze spolehnout na fakt, že analýzy v tomto nastavení jsou s jistotou použitelné pro účely aeroakustických analýz. Jako důvod by autor rád uvedl opakované odtržení proudu přes celé spektrum modelovaných variant sítě u pravé stěny difuzoru a tím zapříčiněnou neshodu s výsledky provedeného experimentu.

## 6. Závěr

Cílem diplomové práce bylo zvolit vhodný turbulentní model pro modelování proudového pole s odtržením. Dalším cílem byl výběr vhodné metody diskretizace oblasti výpočtu. Jako dílčí cíle byly postupně uvedeny seznámení se s problematikou modelování proudového pole s odtržením, modelování turbulentního proudění v rovině a následně i v prostoru a zhodnocení vhodnosti vybraného turbulentního modelu a jeho výsledků pro použití při numerickém modelování aeroakustických problémů.

Nejdříve autor uvedl čtenáře do problematiky proudění jako takového. V kapitole 2 byly uvedeny základní rovnice zákonů zachování, jež jsou používány pro modelování proudění. Dále byly ve stručnosti představeny způsoby modelování turbulentního proudění, speciálně pro stacionární případy. To zahrnovalo mimo jiné také základní představení metody časového (Reynoldsova) středování Navier-Stokesových rovnic a následná úprava rovnic interpretace zákonů zachování dle RANS. Rovněž autor představil turbulentní modely na bázi RANS, jež byly vybrány pro výpočty prováděné v rámci této práce a možnosti numerického modelování mezní vrstvy. Na základě vztahů uvedených v podkapitole 2.4 byly následně nastaveny samotné analýzy.

V další části byla představena kompletní nastavení všech prováděných analýz. Na základě těchto nastavení byly později provedeny výpočty všech 324 kombinací variant sítě a příslušného turbulentního modelu. Nejdříve bylo proudění modelováno v rovině, později pak v prostoru. Z pohledu počtů buněk v jednotlivých variantách výpočetních sítí byl rozdíl v počtu buněk mezi rovinnými a prostorovými sítěmi řádově stonásobný. Nejmenší počet buněk v rovinné síti byl 3 662 a největší 116 263. U prostorového uspořádání sítě byla čísla 44 380 pro síť s nejmenším počtem buněk a 22 940 701 u nejpočetnější sítě. Rovněž byly z důvodu rozdílného počtu obsazených dimenzí voleny rozdílné vstupní rychlosti vzduchu  $u_{x0}$ . Ve všech případech však byla rychlost volena pro  $Re = 20\,000$ .

Kapitola 4 se zabývala vyhodnocením rovinných analýz. Vyhodnocování bylo prováděno na základě diagramů součinitele tření ( $C_f$ ) a rozložení relativní rychlosti v ose  $x$  v oblasti 2D difuzoru. Při vyhodnocování variant rozdělených podle přístupu k modelování mezní vrstvy bylo autorem zjištěno, že aspoň u jednoho z modelů došlo k zachycení odtržení proudění v 11 případech z 27 u přístupu  $high-y^+$ , ve stejném počtu případů z 54 v případě přístupu  $all-y^+$  a v sedmi případech z 27 případů modelovaných pomocí přístupu  $low-y^+$ . Z tohoto počtu modelů, jež úspěšně modelovaly odtržení proudu byly vybrány turbulentní model SSTKO a varianty Poly\_20\_10, Poly\_20\_15, Tria\_20\_10 a Tria\_20\_15 jako síť s odtržením proudu modelovaným daným turbulentním modelem nejbližše experimentálním výsledkům. S těmito variantami byly proto následně provedeny prostorové analýzy, které měly ověřit správnost výběru.

Poslední část obsahovala vyhodnocení prostorových analýz vybraného turbulentního modelu SSTKO a sítí Poly\_20\_10, Poly\_20\_15, Tria\_20\_10 a Tria\_20\_15 s následným zhodnocením, zda výsledky simulace v trojdimenzionálním prostoru jsou použitelné při numerickém modelování aeroakustických problémů. Opět bylo přistupováno k vyhodnocení dle použité metody modelování mezní vrstvy. Ačkoliv byly u nastavení velmi podobného rovinným analýzám předpokládány i velmi podobné výsledky, opak byl pravdou. K odtržení proudění u vybraných variant sítí docházelo zpravidla v pravém horním rohu, přičemž se odtržení následně šířilo při pravé stěně dolů do pravého spodního rohu. Výsledky experimentu ovšem naznačovaly, že by se mělo odtržení proudění rozšiřovat při horní stěně do levého horního rohu. Tyto výsledky byly velmi podobné u všech čtyř vy-

braných variant sítě. Proto bylo autorem konstatováno, že se na výsledky nelze s jistotou spolehnout, a z toho důvodu rovněž nebylo doporučeno použití výsledků prostorových simulací pro modelování aeroakustických analýz.

Pokud bude brán v úvahu fakt, že při modelování proudění v 2D prostoru bylo zachyceno odtržení proudění pouze u 29 variant sítě ze 108 celkem při vyhodnocení rozlišovaných, a že u vybraných variant sítě došlo k odtržení proudění u odlišné stěny proti experimentu, je na místě nabýt obezřetnosti. V případné další práci se proto autor zaměří na optimalizaci výpočetního procesu tak, aby bylo dosaženo co nejuvěrnějších výsledků modelování odtržení proudění a co nejtěsnější shody s výsledky experimentu.



## 7. Seznam použitých zdrojů

- [1] BLAZEK, J. *Computational fluid dynamics: principles and applications*. 1st ed. New York: Elsevier, 2001. ISBN 00-804-3009-0.
- [2] CD-ADAPCO. *STAR-CCM+® Documentation: Version 12.02*. CD-adapco®, 2017.
- [3] WENDT, John F.; JR., John D. Anderson; DEGROOTE, Joris; DEGREZ, Gérard; DICK, Erik; GRUNDMANN, Roger; VIERENDEELS, Jan. *Computational fluid dynamics: an introduction*. 3rd ed. London: Springer, 2009. ISBN 978-3-540-85055-7.
- [4] CHUNG, T. J. *Computational fluid dynamics*. 1. vyd. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. ISBN 0521594162.
- [5] WILCOX, David C. *Turbulence modeling for CFD*. 3rd ed. La Canada, Calif.: DCW Industries, 2006. ISBN 978-1-928729-08-2.
- [6] ŠOB, František. *Hydromechanika*. . vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM s.r.o, 2002. ISBN 8021420375.
- [7] URUBA, Václav. *Turbulence*. 2., přeprac. vyd. V Praze: České vysoké učení technické, 2014. ISBN 978-80-01-05600-4.
- [8] BRDIČKA, Miroslav; SAMEK, Ladislav; SOPKO, Bruno. *Mechanika kontinua*. Vyd. 4., rev. a upr. Praha: Academia, 2011. ISBN 978-80-200-2039-0.
- [9] BLEJCHAŘ, Tomáš. *Turbulence modelování proudění - CFX: učební text*. Vydání první, 2010. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2012. ISBN 978-80-248-2606-6.
- [10] VLČEK, Petr. Modelování turbulentního proudění. In: *Procesní technika 2013*. 1. vyd. Praha: Fakulta strojní, Ústav procesní a zpracovatelské techniky, ČVUT v Praze, 2013. ISBN 978-80-01-05285-3.
- [11] SPALART, P.; ALLMARAS, S. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. In: *30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. Reston, Virigina: American Institute of Aeronautics a Astronautics, 1992, s. 17. Dostupné z DOI: [10.2514/6.1992-439](https://doi.org/10.2514/6.1992-439).
- [12] RODI, W. Experience with two-layer models combining the k-epsilon model with a one-equation model near the wall. In: *29th Aerospace Sciences Meeting*. Reston, Virigina: American Institute of Aeronautics a Astronautics, 1991. Dostupné z DOI: [10.2514/6.1991-216](https://doi.org/10.2514/6.1991-216).
- [13] SHIH, Tsan-Hsing; LIOU, William W.; SHABBIR, Aamir; YANG, Zhigang; ZHU, Jiang. A new k- eddy viscosity model for high reynolds number turbulent flows. *Computers & Fluids*. 1995, roč. 24, č. 3, s. 227–238. ISSN 00457930. Dostupné z DOI: [10.1016/0045-7930\(94\)00032-T](https://doi.org/10.1016/0045-7930(94)00032-T).
- [14] DAVIDSON, Lars; NIELSEN, Peter Vilhelm; SVENINGSSON, Andreas. *Modifications of the V2 Model for Computing the Flow in a 3D Wall Jet*. Early version. Antalya, Turkey, 2003. Dostupné také z: [http://vbn.aau.dk/files/53128298/v2\\_f\\_model\\_for\\_computing\\_the\\_flow\\_in\\_a\\_3D\\_wall\\_jet.pdf](http://vbn.aau.dk/files/53128298/v2_f_model_for_computing_the_flow_in_a_3D_wall_jet.pdf).

- [15] DURBIN, P.A. On the k- $\epsilon$  stagnation point anomaly. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow*. Stanford: Center for Turbulence Research, Stanford University, 1996, sv. 17, s. 89–90. Č. 1. ISSN 0142727X. Dostupné z DOI: [10.1016/0142-727X\(95\)00073-Y](https://doi.org/10.1016/0142-727X(95)00073-Y).
- [16] MENTER, F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*. 1994, roč. 32, č. 8, s. 1598–1605. ISSN 0001-1452. Dostupné z DOI: [10.2514/3.12149](https://doi.org/10.2514/3.12149).
- [17] SPALART, P.R. Strategies for turbulence modelling and simulations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2000, roč. 21, č. 3, s. 252–263. ISSN 0142727X. Dostupné z DOI: [10.1016/S0142-727X\(00\)00007-2](https://doi.org/10.1016/S0142-727X(00)00007-2).
- [18] WALLIN, STEFAN; JOHANSSON, ARNE V. An explicit algebraic Reynolds stress model for incompressible and compressible turbulent flows. *Journal of Fluid Mechanics*. 2000, roč. 403, s. 89–132. ISSN 00221120. Dostupné z DOI: [10.1017/S0022112099007004](https://doi.org/10.1017/S0022112099007004).
- [19] HELLSTEN, Antti K. New Advanced k- $\omega$  Turbulence Model for High-Lift Aerodynamics. *AIAA Journal*. 2005, roč. 43, č. 9, s. 1857–1869. ISSN 0001-1452. Dostupné z DOI: [10.2514/1.13754](https://doi.org/10.2514/1.13754).
- [20] KOZUBKOVÁ, Milada. *Modelování proudění tekutin: FLUENT, CFX*. 1. vydání. Ostrava, 2008.
- [21] BUICE, Carl U.; EATON, John K. Experimental investigation of flow through an asymmetric plane diffuser. In: *Center for Turbulence Research Annual Research Briefs*. Stanford: Stanford Univ.; Center for Turbulence Research.; CA United States, 1995, s. 117–120.
- [22] BUICE, Carl U.; EATON, John K. Experimental Investigation of Flow Through an Asymmetric Plane Diffuser. *Journal of Fluids Engineering*. 2000, roč. 122, č. 2, s. 433–. ISSN 00982202. Dostupné z DOI: [10.1115/1.483278](https://doi.org/10.1115/1.483278).
- [23] GULLMAN-STRAND, Johan; TÖRNBLÖM, Olle; LINDGREN, Björn; AMBERG, Gustav; JOHANSSON, Arne V. Numerical and experimental study of separated flow in a plane asymmetric diffuser. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2004, roč. 25, č. 3, s. 451–460. ISSN 0142727X. Dostupné z DOI: [10.1016/j.ijheatfluidflow.2004.02.012](https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2004.02.012).
- [24] OBI, Shinnosuke; AOKI, K.; MASUDA, S. Experimental and Computational Study of Turbulent Separating Flow in an Asymmetric Plane Diffuser. In: *Conference: 9th International Symposium on Turbulent Shear Flows*. Kyoto, Japan, 1993, s. 305.1–305.5. Dostupné také z: [https://www.researchgate.net/publication/261851014\\_Experimental\\_and\\_Computational\\_Study\\_of\\_Turbulent\\_Separating\\_Flow\\_in\\_an\\_Asymmetric\\_Plane\\_Diffuser](https://www.researchgate.net/publication/261851014_Experimental_and_Computational_Study_of_Turbulent_Separating_Flow_in_an_Asymmetric_Plane_Diffuser).
- [25] HERBST, A. H.; SCHLATTER, P.; HENNINGSON, D. S. Simulations of Turbulent Flow in a Plane Asymmetric Diffuser. *Flow, Turbulence and Combustion*. 2007, roč. 79, č. 3, s. 275–306. ISSN 1386-6184. Dostupné z DOI: [10.1007/s10494-007-9091-5](https://doi.org/10.1007/s10494-007-9091-5).
- [26] *Flow in a 3D diffuser*. .: Ercoftac, 2017. Dostupné také z: [http://qnet-ercoftac.cfms.org.uk/w/index.php/UFR\\_4-16\\_Test\\_Case](http://qnet-ercoftac.cfms.org.uk/w/index.php/UFR_4-16_Test_Case).

- [27] CHERRY, Erica M.; ELKINS, Christopher J.; EATON, John K. Geometric sensitivity of three-dimensional separated flows. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2008, roč. 29, č. 3, s. 803–811. ISSN 0142727X. Dostupné z DOI: [10.1016/j.ijheatfluidflow.2008.01.018](https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2008.01.018).

## 8. Seznam použitých zkratek a symbolů

$\beta$ [-]	součinitel z [16]
$\beta^*$ [-]	součinitel z [16]
$\gamma$ [-]	součinitel z [16]
$\delta_{ij}$ [-]	Kroneckerovo delta
$\varepsilon$ [ $m^2s^{-3}$ ]	rychlost disipace
$\lambda$ [ $m$ ]	střední volná dráha molekul
$\mu$ [ $Pa \cdot s$ ]	dynamická viskozita
$\nu$ [ $m^2s^{-1}$ ]	kinematická viskozita
$\nu_{eff}$ [ $m^2s^{-1}$ ]	součinitel efektivní vazkosti
$\nu_{turb}$ [ $m^2s^{-1}$ ]	turbulentní kinematická viskozita
$\xi$ [-]	libovolná veličina
$\bar{\xi}$ [-]	časově středovaná hodnota libovolné veličiny
$\xi'$ [-]	flukтуаční složka libovolné veličiny
$\rho$ [ $\frac{kg}{m^3}$ ]	hustota
$\sigma_\varepsilon$ [-]	modelový součinitel
$\sigma_{\overline{\vartheta^2}}$ [-]	modelový součinitel
$\sigma_d$ [-]	konstanta z [18, 19]
$\sigma_k$ [-]	modelový součinitel
$\tau_{ij}$	tenzor Reynoldsových napětí
$\Omega$ [ $s^{-1}$ ]	absolutní hodnota vířivosti
$\omega$ [ $s^{-1}$ ]	specifická rychlost disipace
$a_1$ [-]	součinitel z [16]
$C_{\varepsilon 1}$ [-]	modelový součinitel
$C_{\varepsilon 2}$ [-]	modelový součinitel
$C_{\varepsilon 3}$ [-]	modelový součinitel
$C_{\nu, 2}$ [-]	modelový součinitel

## 8. SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

$C_\nu$ [-]	součinitel vázaný na turbulentní viskozitu
$c_D$ [-]	modelový součinitel
$C_f$ [-]	součinitel tření
CFD	výpočtová dynamika tekutin (z angl. <i>Computational Fluid Dynamics</i> )
DNS	přímá numerická simulace (z angl. <i>Direct Numerical Simulation</i> )
EARSM	z angl. <i>Explicit Algebraic Reynolds Stress Model</i>
$F$ [-]	konstanta z [16]
$F_2$ [-]	součinitel z [16]
FEM	metoda konečných prvků (z angl. <i>Finite Element Method</i> )
FVM	metoda konečných objemů (z angl. <i>Finite Volume Method</i> )
$h$ [mm]	základní rozměr kanálu (výška vstupu)
$k$ [ $m^2s^{-2}$ ]	turbulentní kinetická energie
$\bar{k}$ [ $m^2s^{-2}$ ]	časově středovaná turbulentní kinetická energie
$Kn$ [-]	Knudsenovo číslo
$l$ [ $\mu m$ ]	nejmenší měřítko
$l_t$ [m]	délkové měřítko
$l_{mix}$ [m]	směšovací délka
LES	metoda velkých vírů (z angl. <i>Large Eddy Simulation</i> )
$Ma$ [-]	Machovo číslo
N-S	Navier-Stokes
$P_\varepsilon$ [-]	součinitel produkce
$P_{\sigma^2}$ [-]	součinitel produkce
$P_b$ [-]	součinitel produkce turbulentní kinetické energie
$P_f$ [-]	součinitel produkce
$P_k$ [-]	součinitel produkce
$p$ [Pa]	tlak
$\bar{p}$ [Pa]	časově středovaná hodnota tlaku
$p'$ [Pa]	flukтуаční složka tlaku

RANS	časové středování Navier-Stokesových rovnic (z angl. <i>Reynolds Averaged Navier-Stokes</i> )
$Re$ [-]	Reynoldsovo číslo
RKE	Realizable k- $\varepsilon$
SA	Spalart-Allmaras
SKE	Standard k- $\varepsilon$
SSTKO	SST k- $\omega$
$T$ [K]	termodynamická teplota
$T_K$ [s]	časové měřítko turbulence
$T_s$ [s]	časové měřítko turbulence
$t$ [s]	čas
$u$ [ $ms^{-1}$ ]	rychlost
$u_{x0}$ [ $ms^{-1}$ ]	počáteční rychlost
$\bar{u}$ [ $ms^{-1}$ ]	časově středovaná hodnota rychlosti
$u'$ [ $ms^{-1}$ ]	flukтуаční složka rychlosti
$\overline{u_{\parallel}}$ [ $ms^{-1}$ ]	střední rychlost v tečném směru vůči stěně
$x$ [m]	poloha
$x_{\perp}$ [m]	souřadnice ve směru normály stěny
$V$ [ $m^3$ ]	objem

## 9. Seznam příloh

Příloha 1	Parametry sítě 2D modelu
Příloha 2	Parametry sítě 3D modelu
Příloha 3	Grafické výsledky 2D analýz (na DVD)
Příloha 4	Grafické výsledky 3D analýz (na DVD)

# Příloha 1

## Parametry sítě 2D modelu

Typ prvků	Základní velikost [mm]	Počet prizm. vrstev	Počet buněk
Mnohoúhelníky	0,5	0	36 555
		5	50 139
		10	62 647
		15	74 505
		20	85 172
		25	96 020
	1	0	12 689
		5	19 916
		10	26 556
		15	33 045
		20	39 268
		25	45 259
	2	0	4 144
		5	7 815
		10	11 361
		15	14 769
		20	18 122
		25	21 423
Čtyřúhelníky	0,5	0	37 137
		5	47 342
		10	60 147
		15	73 629
		20	83 356
		25	98 500
	1	0	11 410
		5	19 336
		10	25 607
		15	32 295
		20	39 341
		25	44 673
	2	0	3 662
		5	8 447
		10	10 666
		15	14 232
		20	17 589
		25	20 948



Typ prvků	Základní velikost [mm]	Počet prizm. vrstev	Počet buněk
Trojúhelníky	0,5	0	70 138
		5	82 741
		10	93 196
		15	102 351
		20	109 124
		25	116 263
	1	0	23 891
		5	31 035
		10	37 005
		15	42 677
		20	47 814
		25	52 491
	2	0	7 542
		5	11 194
		10	14 596
		15	17 722
		20	20 742
		25	23 654

# Příloha 2

## Parametry sítě 3D modelu

Typ prvků	Základní velikost [mm]	Počet prizm. vrstev	Počet buněk
Mnohostěny	0,5	0	2 536 243
		5	3 929 082
		10	5 287 056
		15	6 572 200
		20	7 584 345
		25	8 443 978
	1	0	336 267
		5	689 855
		10	1 039 361
		15	1 381 602
		20	1 703 459
		25	1 966 344
	2	0	44 380
		5	133 603
		10	222 249
		15	309 953
		20	396 187
		25	482 861
Kvádry	0,5	0	851 441
		5	2 707 452
		10	4 162 554
		15	6 345 147
		20	8 164 116
		25	9 663 118
	1	0	200 883
		5	666 663
		10	1 133 579
		15	1 438 637
		20	1 978 120
		25	2 408 700
	2	0	47 005
		5	164 301
		10	281 034
		15	392 025
		20	445 272
		25	562 230

Typ prvků	Základní velikost [mm]	Počet prizm. vrstev	Počet buněk
Čtyřstěny	0,5	0	14 877 978
		5	17 330 097
		10	19 569 111
		15	21 435 726
		20	22 380 421
		25	22 940 701
	1	0	1 865 088
		5	2 512 883
		10	3 136 290
		15	3 716 605
		20	4 176 293
		25	4 562 139
	2	0	220 604
		5	381 563
		10	540 198
		15	692 909
		20	835 188
		25	979 948