

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI  
FAKULTA STROJNÍ**

**DISERTAČNÍ PRÁCE**

2023

Ing. Jaromír Kašpar

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI  
FAKULTA STROJNÍ

Studijní program: P0715D270024 Teorie a stavba strojů

Studijní obor: 2302V019 Stavba strojů a zařízení

**DISERTAČNÍ PRÁCE**

Výzkum simulačních technik určených k navrhování za studena lisovaných  
komponentů s ohledem na jejich únavovou životnost

Autor: **Ing. Jaromír Kašpar**

Školitel: **Prof. Ing. Václava Lašová, Ph.D.**

Konzultant specialista: **Ing. Petr Bernardin, Ph.D.**

## **PROHLÁŠENÍ O AUTORSTVÍ**

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě písemnou práci zpracovanou na Fakultě strojní Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem předloženou práci na téma:

*Výzkum simulačních technik určených k navrhování za studena lisovaných komponentů s ohledem na jejich únavovou životnost*

vypracoval samostatně, pod odborným dohledem školitele a s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této práce.

V Přešticích dne:.....

.....

Podpis autora

## **PODĚKOVÁNÍ**

Především děkuji své školitelce Prof. Ing. Václavě Lašové, Ph.D. za její vedení. Dále děkuji konzultantovi Ing. Petru Bernardinovi, Ph.D. a kolegům Ing. Otomaru Šedivému, Ph.D. a Ing. Stanislavu Špírkovi, Ph.D., kteří se společně se mnou podíleli na řešení projektu TRIO FV40348. Tato práce na projekt tematicky navazuje.



## ANOTACE

<b>AUTOR</b>	Příjmení (včetně titulů) Ing. Kašpar	Jméno Jaromír
<b>STUDIJNÍ OBOR</b>	Stavba strojů a zařízení	
<b>VEDOUcí PRÁCE</b>	Příjmení (včetně titulů) Prof. Ing. Lašová, Ph.D.	Jméno Václava
<b>PRACOVISŤE VEDOUcíHO</b>	ZČU – FST - KKS	
<b>DRUH PRÁCE</b>	<b>disertační</b>	
<b>NÁZEV PRÁCE</b>	Výzkum simulačních technik určených k navrhování za studena lisovaných komponentů s ohledem na jejich únavovou životnost	

Fakulta: Strojní  
Katedra: Stavba strojů a zařízení  
Rok odevzdání: 2023

### Počet stránek (A4 a ekvivalentů A4)

<b>Celkem</b>	93	<b>Textová část</b>	89	<b>Grafická část</b>	4
---------------	----	---------------------	----	----------------------	---

<b>STRUČNÝ POPIS ZAMĚŘENÍ, TÉMA, CÍL POZNATKY A PŘÍNOSY</b>	Práce se zaměřuje na únavovou životnost strojních součástí zhotovených technologií tváření za studena. Cílem práce je navržení takových postupů a metod, které umožňují zohlednění výrobního procesu a jeho dopadu na únavový život. Pozornost je věnována hlavně raným fázím návrhu, kdy detaily výrobního procesu nejsou známy. Je použito inverzního přístupu, kde je z finálního tvaru součásti rekonstruován její rozvin a je predikován dopad na únavový život. Přínosem takového přístupu je návrh odlehčených konstrukcí a zvýšení jejich spolehlivosti. Metodu je též možné začlenit do optimalizačních procesů.
<b>KLÍČOVÁ SLOVA</b>	Inverzní stamping, vysokocyklová únava, metoda konečných prvků

## SUMMARY

<b>AUTHOR</b>	Surname (including of Degrees) Ing. Kašpar	Name Jaromír
<b>FIELD OF STUDY</b>	Design of Machines and Equipment	
<b>SUPERVISOR</b>	Surname (including of Degrees) Prof. Ing. Lašová, Ph.D.	Name Václava
<b>INSTITUTION</b>	ZČU – FST - KKS	
<b>TYPE OF WORK</b>	<b>dissertation</b>	
<b>TITLE OF THE WORK</b>	Research of simulation methods used for the design of cold formed components with respect to their fatigue life	

Faculty: Mechanical Engineering  
 Department: Design of Machines and Equipment  
 Submitted in: 2023

### Number of pages (A4 a eq. A4)

<b>Totally</b>	93	<b>Text part</b>	89	<b>Graphical part</b>	4
----------------	----	------------------	----	-----------------------	---

<b>BRIEF TOPIC DESCRIPTION, GOAL, RESULTS AND CONTRIBUTIONS</b>	The thesis is focused on a fatigue of stamped parts. The goal is to propose techniques and methods which allows to consider forming process and its impact on life-time. Especially, initial design phase is inspected when details of production process are unknown. Inverse approach is adopted. This technique is based on reconstruction of blank shape from final shape. Also, an influence on the fatigue can be estimated. The contribution of the thesis is a design of lightweight components and increase of their reliability. Use of the method inside optimization loop is also possible.
<b>KEY WORDS</b>	Inverse stamping, high-cyclic fatigue, finite element method

## KURZFASSUNG

<b>AUTOR</b>	Nachname Ing. Kašpar	Name Jaromír
<b>STUDIENFACH</b>	Bau von Maschinen und Anlagen	
<b>BETREUER</b>	Nachname Prof. Ing. Lašová, Ph.D.	Name Václava
<b>INSTITUTION</b>	ZČU – FST - KKS	
<b>ART DER ARBEIT</b>	<b>Dissertation</b>	
<b>TITEL</b>	Erforschung von Simulationsmethoden zur Auslegung kaltgeformter Bauteile hinsichtlich ihrer Lebensdauer	

Fakultät: Maschinenbau  
 Institut: Institut für Maschinenbau  
 Einreichung: 2023

### ANZAHL VON SEITEN (A4 a eq. A4)

<b>Total</b>	93	<b>Text teile</b>	89	<b>Grafik</b>	4
--------------	----	-------------------	----	---------------	---

<b>KURZBESCHREIBUNG</b>	Die Arbeit befasst sich mit der Ermüdungslebensdauer der kaltgeformten Maschinenkomponenten. Ziel der Arbeit ist Arbeitsverfahren und Methoden vorzuschlagen, die es ermöglichen, den Herstellungsprozess und seine Auswirkungen auf die Lebensdauer zu berücksichtigen. Insbesondere wird die anfängliche Entwurfsphase überprüft, in der die Details des Produktionsprozesses unbekannt sind. Inverser Ansatz wird gewählt. Bei der Technik wird die Entwicklung aus der endgültigen Form des Teils rekonstruiert und die Auswirkungen auf die Lebensdauer werden geschätzt. Der Vorteil dieser Ansatz ist das Design von Leichtbaustrukturen und die Erhöhung ihrer Zuverlässigkeit. Die Methode kann auch in Optimierungsprozesse einbezogen werden.
<b>SCHLÜSSELWÖRTER</b>	inverse Umformsimulation, Ermüdung bei hohen Zyklen, Finite-Elemente-Methode

## Obsah

Seznam obrázků.....	10
Seznam tabulek.....	12
Seznam použitých symbolů a zkratk.....	13
Úvod.....	18
1 Cíle disertační práce.....	20
2 Teoreticko-metodologická část.....	21
2.1 Tváření a válcování.....	21
2.2 Únava materiálu.....	23
2.3 Numerické simulace.....	27
2.3.1 Simulace výrobního procesu.....	27
2.3.2 Inverzní stamping.....	28
2.3.2.1 Sklopení elementů.....	30
2.3.2.2 Matice tuhosti a vektor vnějších sil.....	33
2.3.2.3 Aktualizace materiálových vlastností.....	34
2.4 Zahnutí výrobního procesu ve výpočtu životnosti.....	36
3 Praktická část.....	38
3.1 Adaptace inverzního stampingu.....	38
3.1.1 Projekce sítě do roviny.....	39
3.1.1.1 Locally Linear Embading (LLE).....	39
3.1.1.2 Isomap.....	42
3.1.1.3 t-SNE.....	42
3.1.1.4 Spectral Embedding.....	42
3.1.1.5 Sestavení projekčního algoritmu.....	43
3.1.2 Aktualizace pozic sklopených elementů.....	51
3.1.3 Volba okrajových podmínek.....	53
3.1.4 Adaptace inverzního stampingu pro objemové sítě.....	53
3.1.5 Post-processingová část inverzního stampingu.....	57
3.1.5.1 Určení plastické deformace a napjatosti po inverzním stampingu.....	58
3.1.5.2 Zpětné odpružení.....	62
3.1.5.3 Změna tloušťky součástí.....	63
3.1.6 Modifikovaný inverzní stamping.....	67
3.2 Přenos výsledků a vyhodnocení únavové životnosti.....	68
3.3 Vzorky a zkoušky.....	69
3.3.1 Zkoušky na plochých vzorcích.....	69

3.3.2 Zkoušky na zakřivených vzorcích.....	70
3.4 Srovnání výsledků výpočetních metod a testů.....	76
3.4.1 Vzorek A1 a A2.....	77
3.4.2 Vzorky B1 a B2.....	79
3.4.3 Vzorky C1 a C2.....	81
3.4.4 Vzorky D1 a D2.....	83
3.4.5 Vzorky E1 a E2.....	84
3.4.6 Vzorky F1 a F2.....	85
3.4.7 Vzorek G2.....	87
3.4.8 Shrnutí dosažených výsledků.....	88
4 Doporučení pro další výzkum.....	90
5 Přínosy disertační práce.....	91
6 Závěr.....	92
Seznam použité literatury.....	93
Seznam publikovaných prací doktoranda.....	97
Přílohy.....	i

## Seznam obrázků

Obrázek 2.1-1: Odebrání vzorků pro určení (normálové) anizotropie.....	22
Obrázek 2.1-2: Diagram mezních deformací.....	23
Obrázek 2.2-1: Metody MVS a MLSS. Převzato s úpravami z [27].....	26
Obrázek 2.3.2-1: Součást vzniklá tažením.....	28
Obrázek 2.3.2-2: Průmět elementů do roviny xy.....	30
Obrázek 2.3.2.1-1: Sklopení elementů.....	31
Obrázek 2.3.2.1-2: Sklopení elementu u dvojitě zahnuté součásti.....	32
Obrázek 2.3.2.1-3: Rozvin dvojitě zahnuté součásti.....	32
Obrázek 2.3.2.3-1: Rovinný a prostorový element.....	35
Obrázek 3.1.1.1-1: Rozvin v komerčním softwaru. Převzato z [30].....	39
Obrázek 3.1.1.1-2: Metoda LTSA. Převzato z [30].....	40
Obrázek 3.1.1.1-3: Síť dílu s výběžkem (a) a její rozvin (b). Převzato s úpravami z [30].....	41
Obrázek 3.1.1.1-4: Deformace výběžku s počtem sousedních bodů nastaveným na pět (a) a na patnáct (b). Převzato s úpravami z [30].....	41
Obrázek 3.1.1.2-1: Graf.....	42
Obrázek 3.1.1.5-1: Síť testovacího dílu A a dílu B. Převzato z [30].....	43
Obrázek 3.1.1.5-2: Počty otočených elementů v závislosti na počtu sousedních uzlů, díl A. Převzato s úpravami z [30].....	44
Obrázek 3.1.1.5-3: Počty otočených elementů v závislosti na počtu sousedních uzlů, díl B. Převzato s úpravami z [30].....	44
Obrázek 3.1.1.5-4: Počet zpřesňujících iterací, díl A. Převzato s úpravami z [30].....	45
Obrázek 3.1.1.5-5: Počet zpřesňujících iterací, díl B. Převzato s úpravami z [30].....	46
Obrázek 3.1.1.5-6: Výpočetní čas projekce, díl A. Převzato s úpravami z [30].....	46
Obrázek 3.1.1.5-7: Výpočetní čas projekce, díl B. Převzato s úpravami z [30].....	47
Obrázek 3.1.1.5-8: Rozvin dílu B získaný metodou t-SNE.....	48
Obrázek 3.1.1.5-9: Projekce dílu B metodou Hessian LLE nastavenou na patnáct sousedních uzlů.....	48
Obrázek 3.1.1.5-10: Oprava otočeného elementu.....	51
Obrázek 3.1.2-1: Rozložení posuvů na tuhou a deformační část.....	52
Obrázek 3.1.4-1: Řez <i>objemovou sítí dílu</i> s vyznačenou střednicí (modře) a horní povrchovou sítí (zeleně).....	54
Obrázek 3.1.4-2: Tvorba střednice odsazením elementů.....	55
Obrázek 3.1.4-3: Určení lokální tloušťky.....	56
Obrázek 3.1.4-4: Určení tloušťky v přechodové oblasti.....	57

Obrázek 3.1.4-5: Průsečík přímky s elementem.....	57
Obrázek 3.1.5.1-1: Kontrakce hrany elementu.....	58
Obrázek 3.1.5.1-2: Určení poměrné plastické deformace.....	59
Obrázek 3.1.5.1-3: Radial return algoritmus.....	62
Obrázek 3.1.5.3-1: Modifikace objemové sítě.....	64
Obrázek 3.1.5.3-2: Posunutí uzlů.....	65
Obrázek 3.1.5.3-3: Korekce pozic mid-side uzlů.....	66
Obrázek 3.2-1: Analýza únavové životnosti.....	68
Obrázek 3.2-2: Modifikovaná S-N- $\phi_v$ plocha. Převzato z [27].....	69
Obrázek 3.3.2-1: Vzorek A1/A2. Převzato s úpravami z [27].....	72
Obrázek 3.3.2-2: Důležité směry u vzorku A1/A2.....	72
Obrázek 3.3.2-3: Vzorek B1/B2. Převzato s úpravami z [27].....	73
Obrázek 3.3.2-4: Upnutí vzorku B1/B2 ve zkušebním stroji.....	73
Obrázek 3.3.2-5: Vzorek C1/C2. Převzato s úpravami z [27].....	74
Obrázek 3.3.2-6: Vzorek G2. Převzato s úpravami z [27].....	75
Obrázek 3.3.2-7: Trhlina na vzorku G2.....	75
Obrázek 3.4-1: Posunutí čelistí zkušebního stroje jako funkce počtu cyklů.....	76
Obrázek 3.4.1-1: Směrové vektory v uzlu.....	77
Obrázek 3.4.1-2: Výsledky pro vzorky A1 a A2.....	78
Obrázek 3.4.1-3: Vzorek A1 po testu.....	79
Obrázek 3.4.1-4: Efektivní plastická deformace na vzorku A1/A2.....	79
Obrázek 3.4.2-1: Výsledky pro vzorky B1 a B2.....	80
Obrázek 3.4.2-2: Vzorek B1 po testu.....	80
Obrázek 3.4.2-3: Vzorek B2 po testu.....	81
Obrázek 3.4.2-4: Efektivní plastická deformace na vzorku B1/B2.....	81
Obrázek 3.4.3-1: Výsledky vzorků C1 a C2.....	82
Obrázek 3.4.3-2: Vzorek C1 po testu.....	82
Obrázek 3.4.3-3: Efektivní plastická deformace na vzorku C1/C2.....	83
Obrázek 3.4.4-1: Výsledky vzorků D1 a D2.....	83
Obrázek 3.4.4-2: Vzorek D1 po testu.....	84
Obrázek 3.4.5-1: Výsledky vzorků E1 a E2.....	84
Obrázek 3.4.5-2: Vzorek E1 po testu.....	85
Obrázek 3.4.6-1: Výsledky vzorků F1 a F2.....	86
Obrázek 3.4.6-2: Vzorek F1 po testu.....	86
Obrázek 3.4.7-1: Výsledky vzorku G2.....	87

## Seznam tabulek

Tabulka 1: Parametry metody MVS podle [16].....	25
Tabulka 2: Materiálové parametry.....	70
Tabulka 3: Přehled vzorků použitých pro únavové zkoušky.....	71



## Seznam použitých symbolů a zkratek

Symbol	Význam
$A$	Plocha střednicového elementu
$A_g$	Rovnoměrná tažnost
$A_p$	Plocha projektovaného elementu
$a$	Normálová anizotropie
$a_r$	Konstanta pro určení faktoru drsnosti povrchu
$\mathbf{B}$	Geometricko-deformační matice
$b$	Materiálový parametr
$C_i$	Střed $i$ -tého elementu
$\mathbf{C}$	Matice $\mathbf{C}$
$C_{ij}$	Prvek matice $\mathbf{C}$
$C_w$	Míra přetvoření
$\mathbf{D}$	Matice tuhosti materiálu
$d$	Směr vzorku
$E$	Modul pružnosti v tahu
$e_i$	$i$ -tý element, kde $i$ může nabývat hodnot $i=1, 2, 3, \dots$
$e_t$	Celkový počet elementů
$\mathbf{F}$	Vnější síly působící na strukturu
$\mathbf{F}_e$	Vnější síly působící na element
FLD	Forming Limit Diagram (diagram mezních deformací)
$\mathbf{G}$	Matice $\mathbf{G}$
$G$	Graf
$g$	Regularizační člen
GSTF	General Surface Treatment Factor (obecný faktor jakosti povrchu)
$\mathbf{H}_i$	Hranový vektor rovinného elementu, kde $i$ nabývá $i=1, 2, 3$ .
$h$	Kolmá vzdálenost od střednice
$\mathbf{h}_i$	Hranový vektor prostorového elementu, kde $i$ nabývá $i=1, 2, 3$ .
$h_{x,i}$	$x$ -ová složka vektoru $\mathbf{h}_i$ , kde $i$ nabývá $i=1, 2, 3$ .
$h_{y,i}$	$y$ -ová složka vektoru $\mathbf{h}_i$ , kde $i$ nabývá $i=1, 2, 3$ .
$\mathbf{I}$	Jednotková matice
$\mathbf{i}$	Sloupcová matice samých jedniček
$\mathbf{J}$	Jacobiova matice

$\mathbf{K}$	Matice tuhosti struktury
$\mathbf{K}_e$	Matice tuhosti elementu
$K_R$	Faktor drsnosti povrchu
$\mathbf{k}$	Normála projekční roviny
$k$	Dimenze prostoru
LLE	Locally Linear Embading
LTSA	Local Tangent Space Alignment
$\mathbf{L}$	Laplaceova matice
$l$	Délka, vzdálenost
$l_{0,d}$	Počáteční délka vzorku ve směru $d$
$l_d$	Koncová délka vzorku ve směru $d$
MKP	Metoda konečných prvků
MLLE	Modified Locally Linear Embading
MLSS	Material Law of Steel Sheets
MVS	Method of Variable slope
$m$	Materiálová konstanta
$m_i$	Prvek vektoru, kde $i=1,2,3$
$N$	Počet cyklů
$N_{0,2}$	Parametr metody MVS
$N_i$	$i$ -tý uzel třírozměrné skořepinové (střednicové) sítě
$N_{i,j}$	$i$ -tý uzel náležící $j$ -tému elementu
$N_{i,p}$	$i$ -tý uzel dvourozměrné projektované sítě v systému $x, y, z$
$N'_{i,p}$	$i$ -tý uzel dvourozměrné projektované sítě v systému $x', y', z'$
$N_{i,u}$	$i$ -tý uzel náležející sklopenému elementu
$N_{i,v}$	$i$ -tý uzel náležející třírozměrné povrchové síti
$\tilde{N}_{i,u}$	$i$ -tý uzel sklopeného elementu v nové pozici
$N_{s1}, N_{s2}$	Významný počet cyklů
$\mathbf{n}_i$	Normála
$\mathbf{n}_{i,p}$	Normála v projektovaném uzlu v systému $x, y, z$
$\mathbf{n}'_{i,p}$	Normála v projektovaném uzlu v systému $x', y', z'$
$n$	Celkový počet bodů/uzlů
$P$	Materiálová konstanta
$\mathbf{P}$	Matice rozdělení pravděpodobnosti
$P_i$	Průsečík
$p_i$	Přímka

$Q$	Materiálová konstanta
$R$	Koeficient nesouměrnosti cyklu
$\mathbf{R}$	Transformační matice
$R_d$	Lankfordův koeficient ve směru $d$
$R_m$	Mez pevnosti
$R_{m,N,min}$	Materiálová konstanta
$R_z$	Drsnost povrchu
$r$	Rádus
$\mathbf{r}_{N_i}, \mathbf{r}_{N_i,v}$	Polohový vektor uzlu $N_i$ , polohový vektor uzlu $N_{i,v}$
$S$	Amplituda napětí nebo amplituda poměrné deformace
$\mathbf{S}$	Matice $\mathbf{S}$
SE	Spectral Embedding
SNE	Stochastic Neighbor Embedding
SNS	Scaled Normal Stress
$S-N$	Únavová křivka
$S-N-\varphi_v$	Únavová plocha
$s_i$	$i$ -tá hrana grafu, kde $i=1, 2$
$t$	Tloušťka prostorového elementu
$t_p$	Tloušťka projektovaného elementu
t-SNE	t-Distributed Stochastic Neighbor Embedding
$U$	Vrchol grafu
$V$	Vrchol grafu
$\mathbf{v}_i$	$i$ -tý vlastní vektor
$\mathbf{W}$	Váhová matice
$\mathbf{w}$	Sloupcová matice váhových koeficientů
$w$	Poměr hlavních napětí
$w_{0,d}$	Počáteční šířka vzorku odebraného ve směru $d$
$w_d$	Koncová šířka vzorku odebraného ve směru $d$
$x_i$	$x$ -ová souřadnice $i$ -tého uzlu v systému $x, y, z$
$x'_i$	$x$ -ová souřadnice $i$ -tého uzlu v systému $x', y', z'$
$\mathbf{Y}$	Matice obsahující souřadnice bodů
$y_i$	$y$ -ová souřadnice $i$ -tého uzlu v systému $x, y, z$
$y'_i$	$y$ -ová souřadnice $i$ -tého uzlu v systému $x', y', z'$
$\mathbf{Z}$	Matice sousednosti

$\alpha$	Parametr metody MVS
$\beta$	Parametr metody MVS
$\gamma$	Parametr metody MVS
$\Delta t$	Změna tloušťky elementu
$\Delta \mathbf{u}_e$	Posuvy uzlů elementu jako sloupcová matice
$\Delta \mathbf{u}_i$	Vektor posuvů $i$ -tého uzlu v systému $x, y, z$
$\Delta \mathbf{u}'_i$	Vektor posuvů $i$ -tého uzlu v systému $x', y', z'$
$\delta \mathbf{u}$	Přírůstek posuvů uzlů
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$	Hlavní plastické deformace
$\varepsilon_a$	Amplituda poměrné deformace
$\varepsilon_q$	Ekvivalentní celková poměrná deformace
$\boldsymbol{\varepsilon}'_p$	Matice plastických deformací v systému $x', y', z'$
$\varepsilon'_{xx}, \varepsilon'_{yy}, \varepsilon'_{xy}$	Složky celkové poměrné deformace v systému $x', y', z'$
$\varepsilon'_{xx,b}, \varepsilon'_{yy,b}, \varepsilon'_{xy,b}$	Složky ohybové poměrné deformace v systému $x', y', z'$
$\varepsilon'_{xx,l}, \varepsilon'_{yy,l}, \varepsilon'_{xy,l}$	Složky elastické poměrné deformace v systému $x', y', z'$
$\varepsilon_{xx,m}, \varepsilon_{yy,m}, \varepsilon_{xy,m}$	Složky membránové poměrné deformace v systému $x, y, z$
$\varepsilon'_{xx,m}, \varepsilon'_{yy,m}, \varepsilon'_{xy,m}$	Složky membránové poměrné deformace v systému $x', y', z'$
$\varepsilon'_{xx,p}, \varepsilon'_{yy,p}, \varepsilon'_{xy,p}$	Složky plastické poměrné deformace v systému $x', y', z'$
$\eta_i$	$i$ -té vlastní číslo
$\theta$	Úhel
$\kappa$	Koeficient mocninné aproximace tahové křivky
$\lambda$	Materiálová houževnatost
$\mu$	Pomocný parametr
$\nu$	Poissonovo číslo
$\rho$	Exponent deformačního zpevnění
$\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\sigma}'$	Matice napjatosti v globálním systému, v lokálním systému
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Hlavní napětí
$\sigma_{0,r}$	Počáteční zbytkové napětí
$\sigma_a$	Amplituda napětí
$\boldsymbol{\sigma}_c$	Korektivní napětí
$\sigma_q$	Ekvivalentní napětí
$\boldsymbol{\sigma}_{q,i}$	Sloupcová matice ekvivalentních napětí v $i$ -té iteraci
$\sigma_{max}$	Maximální napětí
$\sigma_{ni}$	Normálové napětí

$\sigma_{N,r}$	Zbytkové napětí po $N$ cyklech
$\sigma_p$	Prediktivní napětí
$\sigma_y$	Mez kluzu
$\varphi_v$	Efektivní plastická poměrná deformace
$\sigma'_{xx,b}$ $\sigma'_{yy,b}$ $\sigma'_{xy,l}$	Složky napětí v elastické oblasti v systému $x'$ , $y'$ , $z'$
$\Psi$	Úhel potřebný pro sklopení elementu
$\Omega'_{x,b}$ $\Omega'_{y,i}$	Rotace $i$ -teho uzlu ve směru osy $x'$ a $y'$
$\omega$	Parametr metody MVS

Seznam použitého značení nepředepisuje jednotky, neboť je zpravidla na čtenáři, jaké jednotky si zvolí. Je-li v některých níže uváděných vzorcích požadováno dosazení v konkrétních jednotkách, pak je to v textu explicitně uvedeno.

## Úvod

Za studena lisované plechové díly jsou hojně používané například v automobilovém průmyslu. Důvodem je snadná a rychlá a relativně levná [19] hromadná výroba takových součástí. Výrobní proces ovšem značně ovlivňuje vlastnosti produktu, zejména vzhledem k jeho únavové životnosti. Při návrhu dílů jsou změny vlastností často zanedbávány nebo zohledněny až při jeho finální validaci. Motivací pro disertační práci je navržení postupu, který umožní zohlednit výrobní proces a jeho dopad na únavový život již v raných fázích vývoje lisovaného dílu. Snahou je též postup uzpůsobit tak, aby mohl být použit při optimalizaci součástí. Oba přístupy mohou vyústit v úsporu hmotnosti či zvýšení spolehlivosti navrhovaného dílu.

Tvářené díly se vyrábějí z válcovaných plechů, kdy se při válcování do materiálu vnese určitá anizotropie. Samotné tváření dílu je pak obvykle rozděleno do několika po sobě jdoucích kroků. Některé kroky ve výrobním postupu mají za cíl plech tvarovat, jiné stříhací operace materiál z dílu odebírají. Do výrobního procesu bývají zahrnuty také další pomocné operace, které například do dílu vyrazí jeho označení a podobně. Aby po otevření tvářecího nástroje díl zůstal v požadovaném tvaru, musejí v jeho materiálu vzniknout plastické deformace. Jedná se o nevratný děj, kdy v materiálu zůstává zbytková napjatost. Tvarování plechu také vede k tomu, že se lokálně změní jeho tloušťka.

Únavová životnost za studena tvářeného dílu je ovlivněna zmíněnými efekty, tj. plastickým přetvořením, změnou tloušťky stěny dílu a případně i zbytkovým napětím, které vzniká při výrobě. V dnešní době již není velkým problémem provedení simulace lisování a zjištění veličin, které ovlivňují únavovou životnost. Ovšem, toto je zpravidla možné až v momentě, kdy je dokončen jak návrh samotného dílu, tak návrh jeho výrobního procesu. Simulace lisování totiž vyžaduje znalost tvaru výrobních nástrojů a procesních parametrů. Toto je komplikací pro rané fáze návrhu dílu, kdy je již potřeba díl dimenzovat na potřebnou únavovou životnost, ale samotný výrobní proces navržen zatím není. Aby mohl být výrobní proces částečně zohledněn i v tomto okamžiku, lze použít zjednodušeného výpočetního postupu. V této disertační práci je takovým postupem modifikovaný inverzní stamping, kterým lze analyzovat vliv výrobního procesu bez znalosti geometrie tvářecích nástrojů.

Inverzní stamping se zpravidla používá k odlišným potřebám. Jednou z oblastí jeho použití je návrh dílu tak, aby mohl být vyroben technologií lisování za studena. Druhou oblastí použití je návrh výrobního procesu. Inverzního přístupu se též používá jako předstupně před simulací nárazu vozidla, viz např. [8]. Inverzním stampingem se v lisovaných dílech vyvolá plastický stav, který se poté přenesení do modelu nárazové zkoušky za účelem jejího zpřesnění. Ačkoliv by se mohlo zdát, že stejného přístupu by se dalo snadno využít i pro oblast únavy, je tento přístup v oblasti životnosti raritní záležitostí. Algoritmus inverzního stampingu musí být k tomuto účelu vhodně přizpůsoben, což je hlavní náplní předložené práce. Životnost součástí ovlivňují koncentrátoři napětí, tzv. vruby. V případě geometrických vrubů na lisovaných dílech může takový koncentrátor napětí mít podobu díry, prolisu nebo výčnělku. Tyto detaily mohou inverzní analýzu značně komplikovat. V mnohých případech, kdy je použit inverzní stamping, lze přistoupit k tomu, že je tvar analyzované součásti zjednodušen a některé její detaily jsou odebrány. Je-li inverzní stamping použit pro potřeby únavové analýzy, pak takto postupovat nelze. Algoritmus inverzního stampingu v takovém případě musí být schopen veškeré detaily zachovat. To klade zvýšené nároky na jeho robustnost a spolehlivost. Jeden z možných způsobů, jak se s tímto problémem vyrovnat, je prezentován v této disertační práci.

Trendem v oblasti dopravní techniky je v současnosti úspora hmotnosti a tím pádem i paliva a energie. Tohoto požadavku se dociluje různými způsoby, např. použitím vysokopevnostních či nekonvenčních materiálů [31]. V případě lisovaných dílů se též výrobci uchylují k použití plechů s proměnnou tloušťkou [20], [32]. Aby mohla být inverzní metoda použita i v takových případech, musí být vhodně modifikována. Předložená disertační práce navrhuje postup i pro podobné případy.

Provedení analýzy v oblasti vysokocyklové únavy pro lisovaný díl v sobě zahrnuje několik kroků. Kromě již zmíněné analýzy dopadů lisovacího procesu je též potřeba určit provozní napětí, které v současti vzniká během cyklického namáhání. Na základě těchto dvou kroků je pak možné určit únavovou životnost. Aby mohl být nastíněný postup efektivně použit, je dobré tyto tři prvky integrovat do jednoho celku. I tato problematika je na následujících řádcích řešena.

# 1 Cíle disertační práce

Cílem disertační práce je navrhnout výpočetní postup, který umožní dimenzování za studena tvářených dílů především v raných fázích jejich návrhu z hlediska vysokocyklové únavy. Pozornost je věnována zejména návrhové fázi, kdy vývoj součástí není zcela dokončen, a kdy ještě nejsou známy parametry výrobního procesu. Nelze tedy provést simulaci lisování a její výsledky použít při výpočtu únavové životnosti součástí. Již v tomto okamžik ale vzniká potřeba výpočetně ověřit, zda navrhovaná součást je vhodně dimenzovaná z hlediska vysokocyklové únavy. Je tedy potřeba uchýlit se ke zjednodušeným postupům. Z tohoto pohledu zde vzniká řada otázek, které doposud nebyly řešeny, nebo byly řešeny jen částečně. Jaký zjednodušený postup volit a jak jej přizpůsobit specifickým podmínkám, které oblast vysokocyklové únavy představuje? Má vůbec smysl v raných návrhových fázích zohledňovat výrobní postup a může toto zahrnutí tvářecího procesu přinést požadované zpřesnění?

Postup navrhovaný v tomto textu je určen zejména pro rané konstrukční práce. Je časté, že je zvažováno mnoho konstrukčních variant a návrhy jsou mnohokrát přepracovávány. Toto klade další nároky na výpočetní postup zejména z pohledu jeho rychlosti a snadného použití. Je prakticky nemyslitelné, že by pro každou konstrukční variantu byla též navrhována sada výrobních lisovacích nástrojů a pomocí nich prováděna simulace lisování. Lze ovšem získat dostatečně věrohodné výsledky dopadů tvářecího procesu na součást, aniž by byla provedena konvenční inkrementální simulace lisování? Může být navržený postup dostatečně rychlý, aby jej bylo možné použít pro prakticky každý konstrukční návrh? Lze všechny součásti navrhovaného postupu integrovat do sebe tak, aby byla umožněna i výpočetní optimalizace dílů?

Pomocí lisování za studena lze vyrábět součásti rozličných tvarů. Má-li být navrhovaný postup snadno aplikovatelný, pak je zásadní, aby si s touto rozmanitostí dovedl poradit, tj. musí být dostatečně robustní. Ukazuje se, že komerční programy pro inverzní analýzu tváření mohou často selhat. Lze u těchto inverzních metod zvýšit jejich robustnost a spolehlivost tak, aby mohla být aplikována pro širokou škálu dílů? Škálu použitelnosti lze rozšířit i tak, že výpočetní postup nebude použitelný jen pro díly vyrobené z plechu o konstantní tloušťce, ale bude použitelný i pro součásti vylišované z plechů proměnné tloušťky.

Cíle disertační práce lze shrnout do několika bodů:

- Existující inverzní výpočetní metodu pro analýzu dopadů lisování upravit tak, aby byla dostatečně robustní. Přitom je třeba zachovat některá její pozitiva, zejména krátký výpočetní čas.
- Tuto metodu rozšířit tak, aby byla použitelná jak pro součásti vyrobené z plechu o konstantní tloušťce, tak z plechů o proměnné tloušťce.
- Všechny kroky nutné k analýze únavové životnosti zahrnout do jednoho celku tak, aby celý postup byl dostatečně rychlý a snadno použitelný. Umožnit tak výpočetní optimalizaci navrhovaných součástí.
- Výsledky dosažené navržený postupem ověřit na základě zkoušek.

Bude-li výpočetní metoda úspěšná, pak její použití může v konečném důsledku vést například ke snížení hmotnosti navrhované či optimalizované součásti. Dále její zavedení může vést ke zvýšení spolehlivosti navrhovaných součástí.



## 2 Teoreticko-metodologická část

Jak bylo nastíněno v úvodu, má-li být určena životnost zastudena tvářeného dílu, je nutné nejprve určit dopady tvářecího procesu na výrobek. Na základě tohoto lze pak určit lokální únavové vlastnosti v každém místě součásti. Je-li známa i provozní napjatost vznikající v dílu během jeho cyklického namáhání, pak lze určit únavovou životnost celého dílu.

Vývoj v oblasti únavy materiálu zejména s ohledem na součásti vyrobené metodou tváření za studena shrnuje kapitola 2.2. Jejím cílem je též určit, které veličiny únavový život tvářené součásti ovlivňují nejvíce. V následující kapitole 2.3 je pohled upřen na numerické simulace, zejména pak na inverzní metodu, která poslouží k určení těchto, z hlediska únavové životnosti významných veličin. Spojením obojího do jednoho celku se zabývá kapitola 2.4.

### 2.1 Tváření a válcování

Plechý používané pro lisování jsou zhotoveny válcováním. To do materiálu vnáší anizotropii, tj. směrově závislé chování. Lze očekávat, že vlastnosti materiálu v rovině plechu ve směru válcování a směru kolmém ke směru válcování budou odlišné. Též vlastnosti ve směru kolmém k rovině plechu budou jiné. Zde hovoříme o normálové anizotropii.

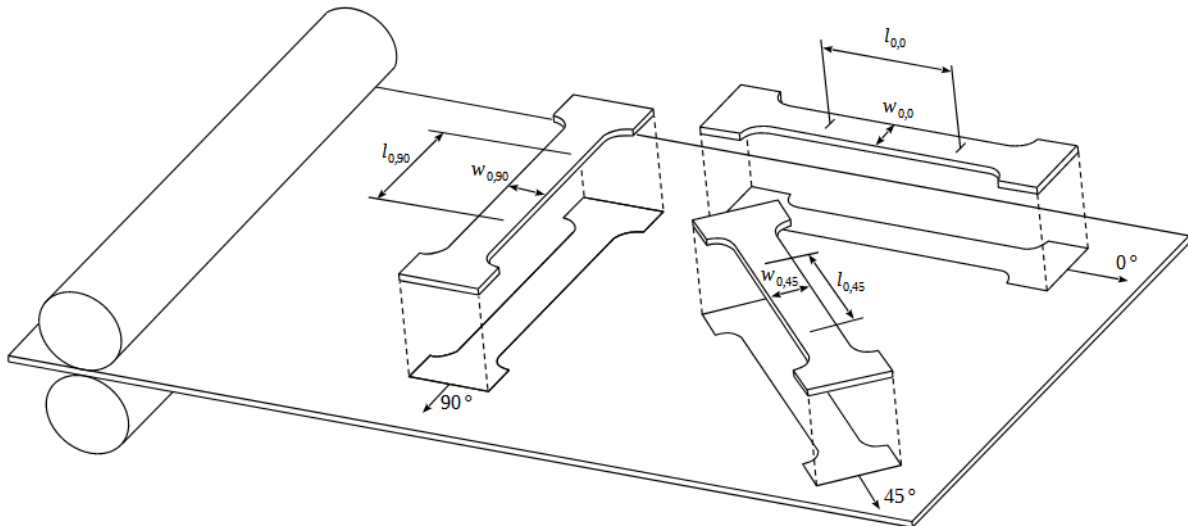
Směrové chování plechu lze určit na základě tahových zkoušek, při kterých je odebrán vzorek ve směru válcování ( $0^\circ$ ), ve směru  $45^\circ$  vůči směru válcování a ve směru kolmém ke směru válcování ( $90^\circ$ ). Pro každý vzorek je po provedení tahové zkoušky určen *Lankfordův koeficient* podle vzorce (2.1-1), ve kterém  $d$  nabývá hodnot 0, 45, 90 a označuje směr vzorku ve stupních. Koeficient slouží k zavedení anizotropie do matematického modelu.

$$R_d = \frac{\ln \frac{w_d}{w_{0,d}}}{\ln \frac{w_{0,d} l_{0,d}}{w_d l_d}} \quad (2.1-1)$$

Normálová anizotropie  $a$  je pak v souladu se [39] určena podle vztahu (2.1-2).

$$a = \frac{R_0 + 2R_{45} + R_{90}}{4} \quad (2.1-2)$$

Význam symbolů ve vztahu (2.1-1) je naznačený na obrázku 2.1-1. Charakteristická délka vzorku před testem je označena  $l_{0,d}$  a odpovídající délka po deformaci je  $l_d$ . Podobně je šířka vzorku před testem označena  $w_{0,d}$  a šířka po deformaci je označena  $w_d$ .

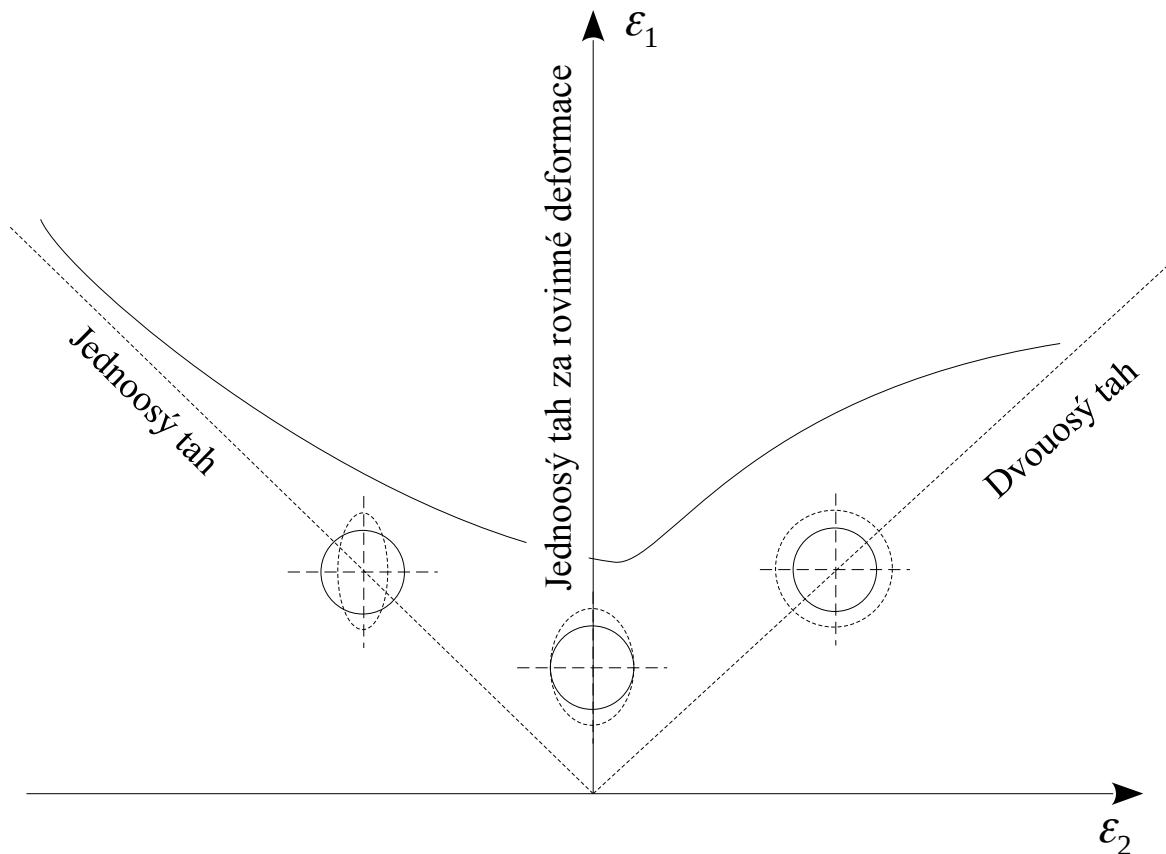


Obrázek 2.1-1: Odebrání vzorků pro určení (normálové) anizotropie

Válcovaný plech je vstupem pro tváření, při kterém výrobek získává svůj tvar. Anizotropie může při tomto procesu hrát důležitou roli. Výrobní proces je zpravidla rozdělen do několika operací. Počet operací a jejich sled závisí na složitosti výrobku. Nejedná se pouze o operace formovací, ale i o operace stříhací a jiné. Zejména u tvarově komplikovanějších výrobků může být formování následováno stříháním, na které naváže další formování apod.

Výrobní proces může být modelován pomocí numerických simulací, o kterých bude zmínka později v kapitole 2.3.1. Ty napomáhají nastavení výrobního procesu tak, aby během něj nedošlo k potrhání tvářeného plechu. V plechu během tváření vznikají dvě hlavní tečné plastické poměrné deformace  $\varepsilon_1$  a  $\varepsilon_2$ . Jejich vzájemný vztah ovlivňuje to, zda dojde k porušení plechu. Za účelem vyhodnocení tvářecího procesu se používá „Forming Limit Diagram (FLD)“ v české literatuře též označovaný jako „diagram mezních deformací“, [16, s. 19]. Ten je znázorněn na obrázku 2.1-2. Je-li stav poměrné deformace nad limitní křivkou, pak lze očekávat poškození plechu již během formování. Za výjimečných okolností může k poškození tvářené součásti dojít i tehdy, kdy je dle FLD tvářecí proces nastaven vhodně, viz např. [51].

Podle [15, s. 20] je poloha mezní křivky ovlivněna zejména tloušťkou plechu, exponentem deformačního zpevnění, anizotropií materiálu a mezí kluzu.



Obrázek 2.1-2: Diagram mezních deformací

## 2.2 Únava materiálu

Historie zkoumání únavové životnosti začíná s rozvojem železniční dopravy. První systematický přístup k této problematice je připisován Augustu Wöhlerovi<sup>1</sup>, který se v polovině devatenáctého století zabýval do té doby nevysvětleným fenoménem praskání os železničních soukolí. Únavová  $S-N$  křivka popisující vlastnosti materiálu z hlediska životnosti je tak na počest Augusta Wöhlera nazývána do dnešních dnů *Wöhlerovou křivkou*. Tato křivka popisuje závislost maximální dovolené amplitudy napětí na počtu cyklů, přičemž se zpravidla u ní uvažuje, že střední hodnota napětí je nulová.

Analogií k napěťové  $S-N$  křivce je únavová křivka deformace, kde se na svislou osu vynáší amplituda poměrné deformace. Únavová křivka deformace nachází své uplatnění zejména v oblasti nízkocyklové únavy, což je oblast pohybující se zhruba od 100 do maximálně 100 000 cyklů [47]. Oblast vysokocyklové únavy, na kterou se zaměřuje tento text, začíná přibližně na 50 000 cyklech. Čtenář si mohl povšimnout, že hranice mezi nízkocyklovou a vysokocyklovou únavou není ostře vymezena a i Wöhlerova křivka v tomto přechodu může vykazovat jisté nespojitosti dané různými mechanismy porušení jak tvrdí [47].

<sup>1</sup> August Wöhler (1819-1914) byl německý inženýr zabývající se železniční dopravou. Díky jeho práci došlo ke zvýšení bezpečnosti na železnicích, neboť to byl právě on, kdo prokázal, že mez únavy materiálu je nižší než jeho statická mez kluzu.

Výzkumníci si poměrně brzy všimli, že samotná amplituda napětí či deformace není dostatečná k tomu, aby bylo možné stanovit únavovou životnost součásti. Již v roce 1880 publikuje R. H. Smith diagram, ve kterém dává do souvislosti maximální a minimální napětí v závislosti na asymetrii cyklu [48]. Z dostupných pramenů se zdá, že prvním kdo vyjádřil závislost mezi amplitudou napětí a středním napětím pro potřeby únavové životnosti byl Haigh v roce 1917 [48]. Zahrnutí dalších vlivů majících vliv na vysokocyklovou únavu jako je tvar vrubu, jakost povrchu, velikost součásti, korozní podmínky a podobně brzo následovalo.

U za studena tvářených součástí můžeme pozorovat určitá specifika z pohledu únavové životnosti. Během výrobního procesu vzniká v součásti zbytková napjatost, dochází k lokálnímu ztenčení stěny plechu a v dílu vznikají permanentní plastické deformace. Tyto efekty ovlivňují životnost dílu.

Vliv plastické deformace na únavovou životnost vybraných uhlíkových ocelí je zkoumán v [24], kde je pro několik hladin plastické deformace ukázán vliv na Wöhlerovu křivku. Vliv na únavový život může být pozitivní i negativní v závislosti na použitém materiálu a dalších okolnostech. Omezme tedy pozornost především na plechy určené k lisování za studena.

Se zobecněním vlivu plastické deformace na materiály určené k lisování za studena přichází [41]. Formuluje metodu pod názvem „*Material Law of Steel Sheets (MLSS)*“, která má tvar rovnice (2.2-1).

$$\varepsilon_a = \frac{(10370 + 13036 \varphi_v)}{100 E A_g} (2N)^{-0,065} + (1,5262 - 1,1878 \varphi_v) \rho (2N)^{-0,518} \quad (2.2-1)$$

V ní symbol  $E$  označuje modul pružnosti v tahu, jehož jednotkou je ve vzorci (2.2-2) MPa. Symbol  $A_g$  v něm představuje rovnoměrná tažnost jakožto bezrozměrný parametr,  $N$  je počet cyklů,  $\varepsilon_a$  je bezrozměrná amplituda poměrné deformace. Symbol  $\rho$  označuje exponent v aproximaci tahové křivky pomocí vztahu (2.2-2). V něm  $\sigma_q$  označuje napětí,  $\varepsilon_q$  je poměrná deformace. Symbol  $\kappa$  a ve vztahu (2.2-2) představuje konstantu.

$$\sigma_q = \kappa \varepsilon_q^\rho \quad (2.2-2)$$

Efektivní plastickou poměrnou deformaci  $\varphi_v$  lze v souladu s [16], [41], [67] vyjádřit pomocí vztahu (2.2-3), kde  $\varepsilon_i$ ,  $i=1,2,3$  představuje hlavní plastické poměrné deformace a funkce  $\ln()$  představuje přirozený logaritmus.

$$\varphi_v = \sqrt{\frac{2}{3} \left[ \left[ \ln(\varepsilon_1 + 1) \right]^2 + \left[ \ln(\varepsilon_2 + 1) \right]^2 + \left[ \ln(\varepsilon_3 + 1) \right]^2 \right]} \quad (2.2-3)$$

Grafické znázornění rovnice (2.2-1) pro materiál S420MC poskytuje obrázek 2.2-1 (zelená plocha). Jedná se o únavovou křivku, resp. plochu, kde na vodorovných osách je počet cyklů  $N$  a efektivní prodloužení  $\varphi_v$ , které v součásti vzniklo při tváření. Na svislé ose je limitní amplituda poměrné deformace  $\varepsilon_q$  (na obrázku 2.2-1 označená obecným symbolem  $S$ ). Únavová plocha bude v dalším textu označována jako  $S$ - $N$ - $\varphi_v$  plocha, kde symbol  $S$  může reprezentovat amplitudu napětí nebo amplitudu poměrné deformace. V obrázku 2.2-1 je šipkou naznačeno, že v oblasti vysokocyklové únavy s rostoucí plastickou deformací  $\varphi_v$  roste i limitní amplituda poměrné deformace.

Ačkoliv se jedná o zobecnění únavového chování, její autor přiznává, že pro některé materiály uvedený vztah nemusí platit.

Tento nedostatek se ve značné míře snaží odbourat [16], kde jsou oceli rozčleněny do kategorií. Autor této metody navrhl vlastní vztah, který popisuje vliv efektivní deformace  $\varphi_v$  na únavovou křivku deformace. Uvádí jej ve formě vztahu (2.2-4), kde funkce  $\log()$  představuje dekadický logaritmus.

$$\varepsilon_a = \frac{\gamma R_m (1 + \varphi_v)}{E} \left( \frac{N}{N_{0,2}} \right)^{\frac{-1}{\log(2 N_{0,2})} \log\left(\frac{\omega}{\gamma(1 + \varphi_v)}\right)} + \dots$$

$$\dots + 0,002 \left( \frac{N}{N_{0,2}} \right)^{\left( \frac{\log\left(\frac{E \cdot 0,002}{\gamma R_m (1 + \varphi_v)}\right)}{\log(\alpha \gamma R_m (1 + \varphi_v) - \beta)} - \frac{1}{\log(2 N_{0,2})} \log\left(\frac{\omega}{\gamma(1 + \varphi_v)}\right) \right)} \quad (2.2-4)$$

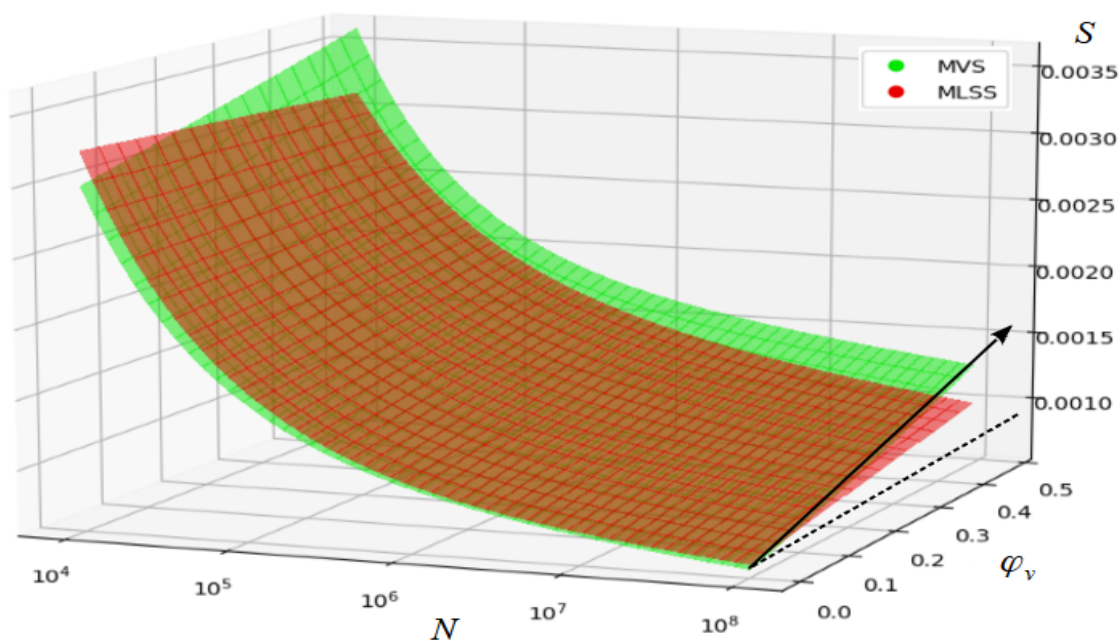
Metoda je nazývána „*Method of Variable Slope (MVS)*“. Práce též udává potřebné parametry pro každou skupinu materiálů ve formě tabulky 1. Symbol  $R_m$  v rovnici (2.2-4) označuje mez pevnosti zadávanou v MPa.

Parametry	Vysokopevnostní plechy a materiály DC04 , DC06	Vícefázové plechy	Nelegované oceli
$\gamma$	0,7	0,6	0,64
$\omega$	1,6	1,5	1,5
$\alpha$	0,0041	0,0041	0,0052
$\beta$	0,69	0,69	1,14
$N_{0,2}$	7500	7500	9000
$E$ [MPa]	206000	206000	206000

Tabulka 1: Parametry metody MVS podle [16]

Vztah (2.2-4) lze opět zobrazit v systému, kde na vodorovných osách je počet cyklů  $N$  a efektivní prodloužení  $\varphi_v$  a na svislé ose amplituda celkové deformace  $\varepsilon_a$ . V obrázku 2.2-1 je tento vztah zobrazen červeně. Metoda MVS potvrzuje trend uváděný v [41] za pomoci metody MLSS, tj., že s přibývajícím plastickou deformací  $\varphi_v$  a v oblasti vysokocyklové únavy se únavová křivka materiálu S420MC posouvá vzhůru, tj. prodlužuje se únavová životnost materiálu. Toto chování je pro za studena lisované díly zvláště důležité, neboť při tváření u nich dochází k zatížení do oblastí plastických deformací a popsáný efekt hraje významnou roli.

Ovšem, jak uvádí [16, s. 109], deformace  $\varphi_v$  má svůj teoretický limit, kterým je rovnoměrná tažnost  $A_g$ . Přesáhne-li deformace  $\varphi_v$  rovnoměrnou tažnost  $A_g$ , únavová křivka se již výše posouvat nebude. Při velkém překročení rovnoměrné tažnosti efekt prodlužující únavový život zcela vymizí. Ovšem, chování materiálu z hlediska vysokocyklové únavy jehož přetvoření přesahuje rovnoměrnou tažnost  $A_g$  není v literatuře uspokojivě popsáno.



Obrázek 2.2-1: Metody MVS a MLSS. Převzato s úpravami z [27]

K posunutí únavové křivky dochází u metod MVS a MLSS na základě efektivní deformace  $\varphi_v$ , což je směrově nezávislý parametr. Čtenář by si tak mohl klást otázku, zda úhel mezi směrem hlavní deformace vzniklé tvářením a směrem hlavního napětí vznikajícího při provozu součásti má vliv na únavový život? Tuto otázku zodpovídá [41, s. 58], kde se tvrdí, že tento efekt má malý vliv na únavovou životnost. Dále dodává, že méně příznivá je situace, ve které hlavní deformace a hlavní napětí mají souhlasný směr. Proto je alespoň v metodě MLSS z důvodu větší konzervativnosti brán do úvahy tento méně příznivý stav. V dostupné literatuře lze najít i postupy, kterak při modifikaci únavové křivky zohlednit i to, jaký typ deformace v konkrétním místě dominuje. Příkladem je [37], kde autoři toto provedli pro jeden konkrétní materiál. Ovšem, aby byla prokázána širší platnost, měla by metoda být ověřena na vícero materiálech.

Ačkoliv směr válcování má vliv při formování součásti, jeho dopad na únavovou životnost je dle [16] i [41] zanedbatelně malý. Toto je v jistém kontrastu s tím, co uvádí [6], kde je vliv válcování zkoumán na dvoufázové oceli DP600 (ta byla pro zajímavost použita také v [41]). Je-li vliv válcování zkoumán na vzorku, který nebyl před-deformován, pak dopad na únavový život nemusí být skutečně zásadní. Je-li ovšem ve vzorku nejprve vytvořena plastická před-deformace a poté je vzorek testován na vysokocyklovou únavu, pak vzájemný směr před-deformace, směru válcování a směru napětí od cyklického zatížení může vést k diametrálně odlišným výsledkům.

Pro kontext ještě dodejme, že v oblasti nízkocyklové únavy je možné se setkat s přístupem, kde se počítá celková kumulace plastické deformace (jak od tvářením, tak od cyklického zatěžování), viz např. [42]. V okamžiku, kdy akumulovaná deformace dosáhne kritické hodnoty (někdy se též hovoří o vyčerpání plasticity), tak dojde k únavovému poškození součásti. Tento přístup není v oblasti vysokocyklové únavy použitelný, neboť při něm často vůbec nedochází k zatěžování do oblasti plastických deformací. Pokud k němu přeci jen dochází, tak výpočet kumulace plastické deformace by byl neakceptovatelně dlouhý.

Dalším významným faktorem ovlivňujícím únavovou životnost může být zbytková napjatost vznikající při výrobním procesu. Tato problematika bude diskutována později v kapitole 2.4. Každopádně, k jejímu určení stejně jako k určení plastické deformace lze použít numerickou simulaci výrobního procesu či jiných zjednodušených výpočetních metod.

## 2.3 Numerické simulace

Další, z hlediska této disertační práce významnou oblastí, je problematika numerických simulací. K jejich úsvitu došlo záhy po druhé světové válce v éře prvních kosmických letů, kdy nastal rozvoj počítačové techniky. Ovšem komerční vývoj softwarových balíčků pro strojírenské simulace nastal až v sedmdesátých letech dvacátého století. První pokusy o simulace tvářecích procesů inkrementální konečněprvkovou metodou lze vysledovat do osmdesátých let, ovšem kvůli náročnosti těchto úloh a nedostatečnému hardwaru se ještě nejednalo o běžné průmyslové použití. Inverzní přístup se rozvíjel paralelně s přístupem inkrementálním. Motivací k němu byla mimo jiné i jeho menší hardwarová náročnost.

### 2.3.1 Simulace výrobního procesu

K určení plastické deformace a zbytkového napětí se v současné době zpravidla využívá inkrementálních konečněprvkových simulací výrobního procesu. K dispozici je řada komerčních softwarových nástrojů jak shrnuje [52].

V [13] je pozornost věnována simulaci zpětného odpružení po otevření výrobního nástroje, podobně jako v [17], kde je vždy použito skořepinových elementů. Ty se hodí zejména pro simulace tenkých plechů.

Je-li tloušťka plechu vzhledem k jeho požadovanému ohnutí velká, pak skořepinové elementy nemusejí stačit. K simulaci tváření tlustých plechů lze tak použít i objemových elementů. Jak zmiňuje [21], v případě použití objemových elementů je potřeba zajistit, aby počet elementů po tloušťce plechu byl dostatečně velký. S tím ovšem rapidně narůstá i potřebný výpočetní čas.

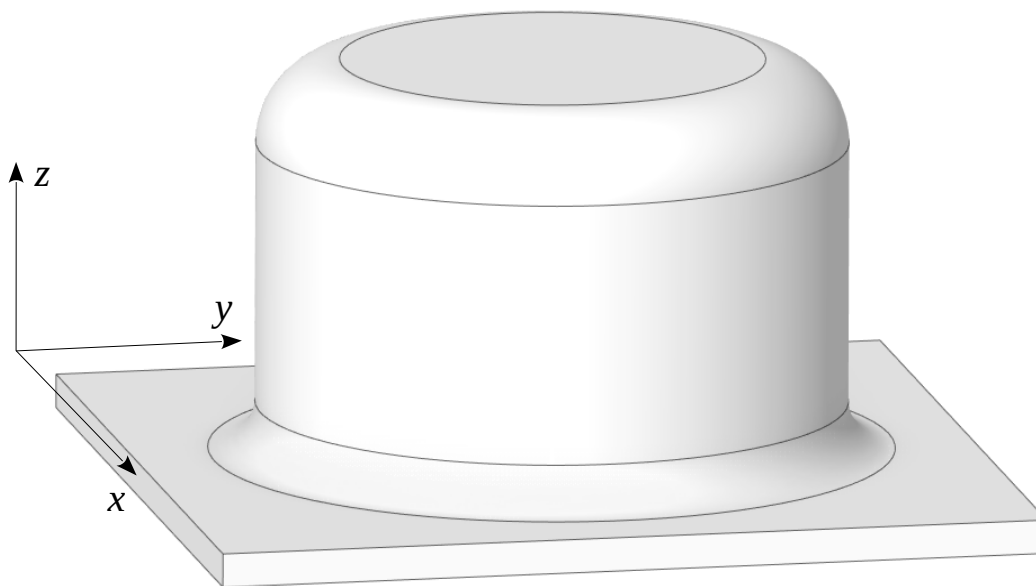
Jistým kompromisem může být použití specializovaných „*solid-shell*“ elementů. V případě jejich použití stačí jeden element na celou tloušťku plechu, takže výpočetní čas významněji neroste. Tyto elementy též potlačují „*locking*“ efekt [60], kterým můžou trpět některé skořepinové i objemové prvky.

Ať je použito jakéhokoliv typu elementů, konečněprvková simulace dovoluje zahrnutí mnoha vlivů. Příkladem může být zohlednění třecích sil mezi tvářeným plechem a výrobním nástrojem. Tento přístup také dovoluje simulaci více tvářecích operací v řadě. Zpravidla se využívá kombinace explicitního integračního schématu pro vlastní tvářecí operaci, která je následovaná implicitním výpočtem zpětného odpružení [13].

Ačkoliv numerické simulace dovolují věrné napodobení skutečných podmínek, je potřeba mít na paměti, že provedení takové simulace je velmi náročné na potřebný čas a to ať už na čas věnovaný přípravě výpočetního modelu, tak na jeho samotné řešení. Je-li provedeno srovnání, tak jako v [52], pak u inkrementální konečněprvkové simulace lze očekávat, že výpočetní čas bude řádově delší, než v případě zjednodušeného inverzního přístupu.

### 2.3.2 Inverzní stamping

Ještě než bude přistoupeno k inverznímu stampingu je potřeba pro úplnost zmínit, že existují i jiné zjednodušené metody, které byly navrženy pro analýzu dopadů lisování na tvářenou součást. Metodu, která provádí výpočet plastického přetvoření a zbytkové napjatosti na základě lokální křivosti součásti představil Facchinetti a kol. v článku [9], případně Moen a kol. ve [43]. Ty k výpočtu deformace a napětí využívají křivosti součásti. Tato a podobné metody mohou být užitečné u součástí, které vznikají ohýbáním. V místech vzniklých tažením lze očekávat méně přesné výsledky. Na obrázku 2.3.2-1 je součást vzniklá tažením. Algoritmus zohledňující pouze křivost bude ve všech bodech její válcové části predikovat stejnou efektivní plastickou deformaci, neboť křivost je ve všech bodech válcové části stejná. Ve skutečnosti se ovšem plastická deformace bude se vzrůstající z-ovou souřadnicí zvětšovat.



Obrázek 2.3.2-1: Součást vzniklá tažením

Tento nedostatek do značné míry odbourává inverzní stamping. Ten ze znalosti finálního tvaru součásti zpětně rekonstruuje počáteční rozvin. Díky tomu se do výsledků vnese i vliv membránové deformace, viz později v kapitole 3.1.5.1. Nicméně, i inverzní stamping předpokládá jistá zjednodušení. Obvykle v něm dochází k zanedbávání třecích sil. Též se uvažuje, že k formování dochází během jediné operace.

První třídou metod použitých při inverzním stampingu jsou metody založené na isogeometrickém přístupu [49], [58]. V jejich případě je geometrie součásti popsána pomocí NURBS (Non-Uniform Rational B-Spline) ploch, které slouží k diskretizaci součásti za pomoci isogeometrických prvků. Jejich transformací do roviny a minimalizací jejich deformační energie je získán rozvin. V některých případech lze u těchto metod výhodu spatřovat v tom, že není potřeba generovat konečněprvkovou síť. Musí-li být síť vygenerována z jiného důvodu, než je samotný inverzní stamping, lze jí použít i k inverzní analýze. V takovém případě má smysl sáhnout po druhé třídě metod, kterou jsou metody využívající inverzní konečněprvkovou analýzu.



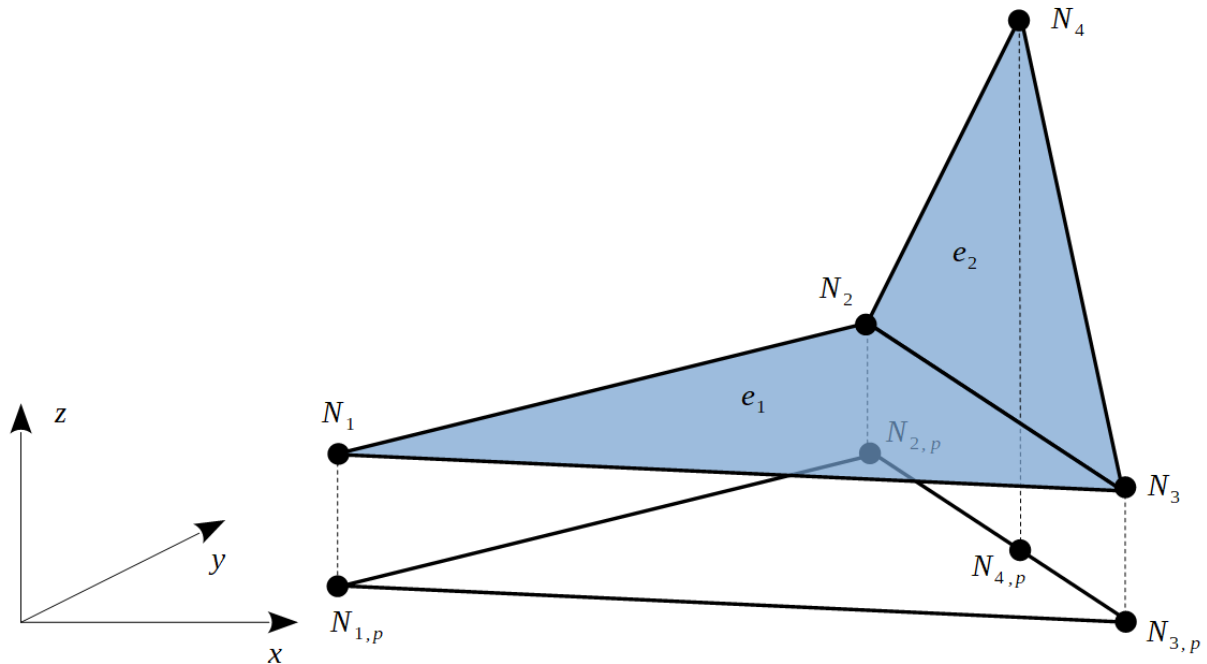
V případě inverzních konečněprvkových metod, [10], [50] je tvar analyzovaného tělesa aproximován trojrozměrnou konečněprvkovou sítí. Ta je naprojektována do roviny, kde jsou zpřesňovací iterace prováděny tak dlouho, až je nalezen počáteční rozvin součásti. Počet zpřesňovacích iterací je značně ovlivněn tím, jaký je počáteční odhad získaný projekcí třírozměrné sítě do roviny. Má-li navíc součást stěny kolmé nebo převísle vůči rovině průmětu, je projekce značně komplikovaná. Ačkoliv se autoři v [14] pokusili navrhnout řešení, je pravděpodobné, že nebude vždy vyhovující a bude třeba hledat jiné postupy.

Metody inverzního stampingu popsané v literatuře jsou určeny pro skořepinové elementy. Pokusy o jejich adaptaci na objemová tělesa nejsou z literatury známy. Též o použití inverzního stampingu v rámci analýzy únavové životnosti nejsou v dostupné literatuře záznamy.

Algoritmus lineárního inverzního stampingu pro skořepinové sítě je již popsán v [10], [2] a vychází z myšlenky, že analyzovaná součást je nejprve projektována do roviny. Poté pomocí dvoudimenzionální konečněprvkové úlohy je tento průmět upravován tak, aby byl nalezen počáteční rozvin dílu. Ve stručnosti jej lze popsat takto:

1. Celá síť je projektována do roviny.
2. Každý z elementů původní třírozměrné sítě je sklopen do roviny.
3. Na základě rozdílu mezi polohou uzlů sklopených a projektovaných elementů jsou určeny síly v uzlech.
4. Je sestavena matice tuhosti a vektor vnějších sil pro celou strukturu. Je určen přírůstek posuvů.
5. Jsou aktualizovány pozice projektovaných uzlů tím, že jsou k nim přičteny přírůstky posuvů.
6. Materiálové vlastnosti každého elementu jsou individuálně aktualizovány.
7. Je-li splněno konvergenční kritérium, pak se proces ukončí. Jinak se pokračuje od bodu 3.

Je zřejmé, že již první krok může působit značné potíže. Obsahuje-li analyzovaná součást stěny, které jsou kolmé k rovině projekce, případně je-li úhel mezi stěnou součásti a rovinou projekce dokonce větší než  $90^\circ$ , pak již nelze jednoduše uzly sítě promítnout ve směru normály k rovině projekce. Vzniklá síť by obsahovala elementy s nulovou plochou či elementy s obrácenou normálou. Toto demonstruje obrázek 2.3.2-2, kde je modře označena třírozměrná síť a dále její projekce do roviny  $xy$ . Vzhledem k tomu, že element  $e_2$  v tomto obrázku je kolmý k rovině projekce, má jeho projektovaný obraz nulovou plochu. Pokud by projektovaná dvourozměrná síť takové elementy obsahovala, pak by to značně komplikovalo další kroky v popsáném algoritmu.



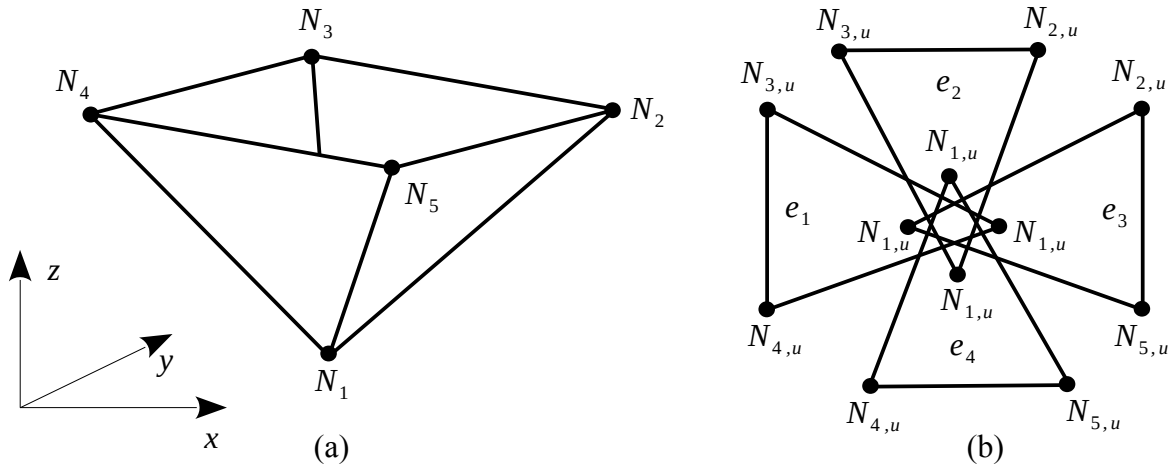
Obrázek 2.3.2-2: Průmět elementů do roviny  $xy$

Pro únavovou životnost jsou důležité i některé detaily, které způsobují lokální koncentrace napětí. Těmito detaily se rozumí například díry, či různé výstupky na součásti. Jejich přítomnost opět komplikuje projekci součásti do roviny.

Ze zmíněného plyne, že je třeba hledat dostatečně robustní algoritmy pro projekci sítě do roviny, neboť to je klíčové pro úspěšné nasazení inverzního stampingu v souvislosti s únavovou životností. Nyní budou v detailu rozebrány klíčové kroky algoritmu inverzního stampingu.

### 2.3.2.1 Sklopení elementů

Aby bylo možné určit síly působící na uzly sítě, je potřeba elementy sklopit do roviny, viz bod 2 v kapitole 2.3.2. Příklad sklopení je znázorněn na obrázku 2.3.2.1-1. Část 2.3.2.1-1a představuje původní třírozměrnou síť a část 2.3.2.1-1b zobrazuje sklopené elementy. Zde je třeba si uvědomit, že takto vzniklá síť je nespojitá a kupříkladu uzel  $N_{5,u}$  na obrázku 2.3.2.1-1b, který náleží elementu  $e_3$  má jinou polohu než uzel  $N_{5,u}$  náležící elementu  $e_4$ .



Obrázek 2.3.2.1-1: Sklopení elementů

Sklopení elementů popisuje [50]. Sklopený element vznikne tak, že jsou polohové vektory jeho uzlů otočeny o úhel daný rovnicí (2.3.2.1-1), ve které je  $\mathbf{n}_i$  normála původního trojrozměrného elementu a  $\mathbf{k}$  je normála roviny, do které se provádí sklopení.

$$\Psi = \arccos(\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{k}) \quad (2.3.2.1-1)$$

Transformační matice pro rotaci polohových vektorů uzlů má tvar vztahu (2.3.2.1-2),

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} m_1^2 \mu + \cos \Psi & m_1 m_2 \mu - m_3 \sin \Psi & m_1 m_3 \mu + m_2 \sin \Psi \\ m_1 m_2 \mu + m_3 \sin \Psi & m_2^2 \mu + \cos \Psi & m_2 m_3 \mu - m_1 \sin \Psi \\ m_1 m_3 \mu - m_2 \sin \Psi & m_2 m_3 \mu + m_1 \sin \Psi & m_3^2 \mu + \cos \Psi \end{bmatrix} \quad (2.3.2.1-2)$$

kde

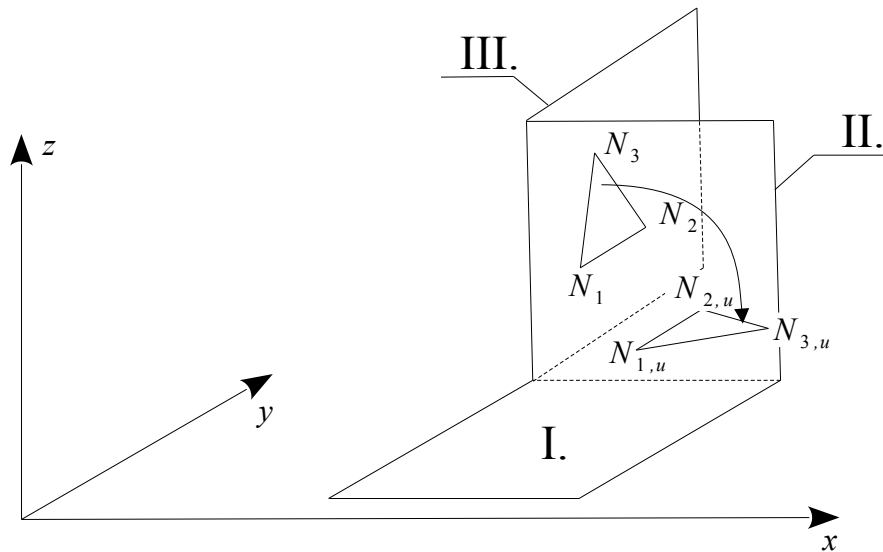
$$\mu = 1 - \cos \Psi \quad (2.3.2.1-3)$$

a

$$[m_1, m_2, m_3]^T = \frac{1}{\|\mathbf{n}_i \times \mathbf{k}\|} \mathbf{n}_i \times \mathbf{k} \quad (2.3.2.1-4)$$

Střed otáčení elementu je v jeho středu.

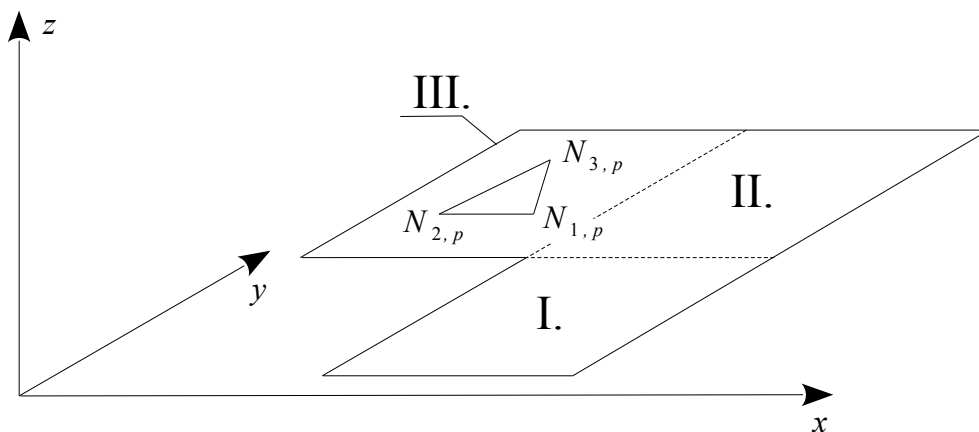
Takto provedené sklopení je neměnné a zvláště u tvarově komplikovanějších součástí může vést k selhání metody. Uvažujme, že máme součást jenž je zobrazena na obrázku 2.3.2.1-2. Součást se skládá ze tří oddílů I., II., III. Na stejném obrázku je též znázorněno sklopení elementu náležícího oddílu III. do roviny  $xy$ .



Obrázek 2.3.2.1-2: Sklopení elementu u dvojitě zahnuté součásti

Obrázek 2.3.2.1-3 znázorňuje projekci resp. rozvin stejné součásti. Stejný element jako byl sklopen na obrázku 2.3.2.1-2 je nyní projektován do roviny  $xy$ . Je patrné, že sklopený element z obrázku 2.3.2.1-2 je otočen o  $90^\circ$  kolem osy  $z$  vůči projektovanému elementu z obrázku 2.3.2.1-3. Tento nesoulad v orientaci některých elementů může vést k selhání metody. Bude tedy nezbytné hledat obecnější přístup.

Pozorný čtenář by mohl namítat, že namísto sklopení a projekci součásti do roviny  $xy$  bychom problém mohli odstranit tím, že sklopení a projekci součásti provedeme do roviny  $xz$ . V tomto jednoduchém případě by skutečně takové řešení bylo dostatečné. Ovšem lze si představit i komplikovanější případy, kde pouhá změna projekční roviny nemusí stačit.



Obrázek 2.3.2.1-3: Rozvin dvojitě zahnuté součásti

### 2.3.2.2 Matice tuhosti a vektor vnějších sil

Postup popsáný v kapitole 2.3.2 v bodě 4 předpokládá, že je sestavena matice tuhosti dvourozměrné konečněprvkové úlohy. Dále musí být určen vektor vnějších sil. Matice tuhosti tříuzlového rovinného elementu formulovaná na základě [1] má tvar rovnice (2.3.2.2-1), kde  $t_p$  označuje tloušťku elementu a  $A_p$  je velikost jeho plochy.

$$\mathbf{K}_e = t_p A_p \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \quad (2.3.2.2-1)$$

Plastická matice tuhosti materiálu  $\mathbf{D}$  je podle [2] uvedena ve vztahu (2.3.2.2-2), kde  $a$  je normálová anizotropie (viz dříve v kapitole 2.1). Protože se očekává, že inverzní stamping je použit tehdy, kdy technologický proces výroby dílu zpravidla ještě není znám, není tím pádem známa ani orientace vůči směru válcování. Jediným druhem anizotropie, který tak má smysl uvažovat je právě normálová anizotropie. Pro izotropní materiály je normálová anizotropie  $a$  rovna jedné, [34]. Pro nulová napětí a nulové poměrné deformace je  $E$  v rovnici (2.3.2.2-2) rovno modulu pružnosti v tahu.

$$\mathbf{D} = \frac{E(1+a)}{1+2a} \begin{bmatrix} 1+a & a & 0 \\ a & 1+a & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (2.3.2.2-2)$$

V ostatních případech je  $E$  poměrem ekvivalentního napětí a ekvivalentní poměrné deformace, jak uvádí vztah (2.3.2.2-3).

$$E = \frac{\sigma_q}{\varepsilon_q} \quad (2.3.2.2-3)$$

Geometricko-deformační matice  $\mathbf{B}$  je uvedena v rovnici (2.3.2.2-4).

$$\mathbf{B} = \frac{1}{\det \mathbf{J}} \begin{bmatrix} y_2 - y_3 & 0 & y_3 - y_1 & 0 & y_1 - y_2 & 0 \\ 0 & x_3 - x_2 & 0 & x_1 - x_3 & 0 & x_2 - x_1 \\ x_3 - x_2 & y_2 - y_3 & x_1 - x_3 & y_3 - y_1 & x_2 - x_1 & y_1 - y_2 \end{bmatrix} \quad (2.3.2.2-4)$$

V ní  $x_i$  označuje  $x$ -ovou souřadnici  $i$ -tého uzlu a  $y_i$  označuje  $y$ -ovou souřadnici  $i$ -tého uzlu. Jacobiova matice  $\mathbf{J}$  je dána vztahem (2.3.2.2-5).

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} x_1 - x_3 & y_1 - y_3 \\ x_2 - x_3 & y_2 - y_3 \end{bmatrix} \quad (2.3.2.2-5)$$

Stupňům volnosti jsou přiřazena kódová čísla. Matice tuhosti celé struktury  $\mathbf{K}$  je pak s jejich pomocí sestavena z matic jednotlivých elementů  $\mathbf{K}_e$  obvyklým způsobem.

Jak bylo předesláno v kapitole 2.3.2 v bodě 3, posuvy uzlů elementu  $\Delta \mathbf{u}_e$  lze určit jako rozdíl mezi polohou uzlů sklopeného a projektovaného elementu. Vnější síly působící na element pak lze určit pomocí vztahu (2.3.2.2-6). Vektor vnějších sil působících na celou strukturu  $\mathbf{F}$  lze opět sestavit za pomoci kódových čísel a vektorů vnějších sil pro jednotlivé elementy  $\mathbf{F}_e$ .

$$\mathbf{F}_e = \mathbf{K}_e \Delta \mathbf{u}_e \quad (2.3.2.2-6)$$

Je-li známa matice  $\mathbf{K}$  a vektor  $\mathbf{F}$ , lze pak již snadno určit přírůstky posuvů všech uzlů řešením rovnice (2.3.2.2-7).

$$\delta \mathbf{u} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{F} \quad (2.3.2.2-7)$$

Vztah (2.3.2.2-7) má jedno řešení, pokud je matice  $\mathbf{K}$  regulární. Toto lze zajistit aplikací vhodně zvolených okrajových podmínek. Volbě okrajových podmínek v inverzní metodě není v literatuře věnována pozornost. V pozdějších kapitolách toto bude napraveno.

Pozice uzlů projektovaných elementů jsou po každé iteraci aktualizovány tím, že jsou k nim přičteny přírůstky posuvů  $\delta \mathbf{u}$ .

### 2.3.2.3 Aktualizace materiálových vlastností

Během iterování se na základě tahové křivky mění vlastnosti materiálu, jak naznačuje vztah (2.3.2.2-2) resp. (2.3.2.2-3). Ty jsou určovány z rozdílu aktuální pozice rovinného elementu a pozice prostorového elementu. Ekvivalentní poměrná deformace je v souladu s [10] uvedena v rovnici (2.3.2.3-1).

$$\varepsilon_q = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{a(2+a)}{1+2a} \left( \frac{1+a}{a} \varepsilon_{xx,m}^2 + 2 \varepsilon_{xx,m} \varepsilon_{yy,m} + \frac{1+a}{a} \varepsilon_{xx,m}^2 + \frac{2}{a} \varepsilon_{xy,m}^2 \right)} \quad (2.3.2.3-1)$$

Složky poměrné membránové deformace ve vztahu (2.3.2.3-1) jsou rozepsány v rovnici (2.3.2.3-2).

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx,m} \\ \varepsilon_{yy,m} \\ \varepsilon_{xy,m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ln \eta_1 \cos^2 \theta + \ln \eta_2 \sin^2 \theta \\ \ln \eta_1 \sin^2 \theta + \ln \eta_2 \cos^2 \theta \\ (\ln \eta_1 - \ln \eta_2) \sin \theta \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.3.2.3-2)$$

Úhel  $\theta$  potřebný ve vztahu (2.3.2.3-2) je vyjádřen rovnicí (2.3.2.3-3).

$$\theta = \operatorname{arctg} \left( \frac{\eta_1^{-2} - C_{11}}{C_{12}} \right) \quad (2.3.2.3-3)$$

Vlastní čísla  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  matice  $\mathbf{C}$  jsou získány ze vztahu (2.3.2.3-4).

$$\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ((1/2)(C_{11} + C_{22}) + (1/2)((C_{11} - C_{22})^2 + 4C_{12}^2)^{1/2})^{-1/2} \\ ((1/2)(C_{11} + C_{22}) - (1/2)((C_{11} - C_{22})^2 + 4C_{12}^2)^{1/2})^{-1/2} \end{bmatrix} \quad (2.3.2.3-4)$$

Symetrická matice  $\mathbf{C}$  je je daná rovnicí (2.3.2.3-5).

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{12} & C_{22} \end{bmatrix}$$

$$C_{11} = \frac{1}{(h_{y,2}h_{x,3} - h_{x,2}h_{y,3})^2} \left[ h_{y,3}^2 \|\mathbf{H}_2\| + h_{y,2}^2 \|\mathbf{H}_3\| - (\|\mathbf{H}_2\| + \|\mathbf{H}_3\| - \|\mathbf{H}_1\|) h_{y,2} h_{y,3} \right] \quad (2.3.2.3-5)$$

$$C_{22} = \frac{1}{(h_{y,2}h_{x,3} - h_{x,2}h_{y,3})^2} \left[ h_{x,3}^2 \|\mathbf{H}_2\| + h_{x,2}^2 \|\mathbf{H}_3\| - (\|\mathbf{H}_2\| + \|\mathbf{H}_3\| - \|\mathbf{H}_1\|) h_{x,2} h_{x,3} \right]$$

$$C_{12} = \frac{1}{(h_{y,2}h_{x,3} - h_{x,2}h_{y,3})^2} \left[ -h_{x,3}h_{y,3} \|\mathbf{H}_2\| - h_{x,2}h_{y,2} \|\mathbf{H}_3\| + (1/2)(\|\mathbf{H}_2\| + \|\mathbf{H}_3\| - \|\mathbf{H}_1\|)(h_{y,2}h_{x,3} + h_{x,2}h_{y,3}) \right]$$

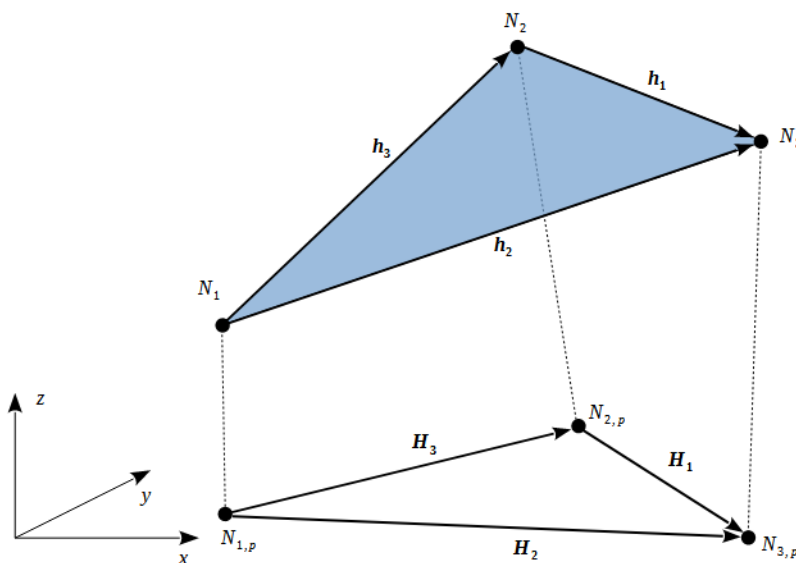
Vektory  $\mathbf{h}_2$  a  $\mathbf{h}_3$  jsou hranami prostorového elementu, jak ukazuje obrázek 2.3.2.3-1 a vektory  $\mathbf{H}_1$ ,  $\mathbf{H}_2$  a  $\mathbf{H}_3$  tvoří hrany rovinného elementu.

Zde použité vztahy pro určení napětí a poměrné deformace neuvažují ohyb. Je jich užito zejména proto, aby bylo dosaženo dostatečné rychlosti algoritmu během iterativního zpřesňování.

Je-li splněno konvergenční kritérium, pak je nalezen rozvin součásti a může být přistoupeno k finálnímu vyhodnocení napětí a plastické deformace. Podle [2] je konvergenční kritérium splněno tehdy, když ve dvou po sobě jdoucích iteracích je změna napětí dostatečně malá. Toto je vyjádřeno vztahem (2.3.2.3-6), kde prvky sloupcové matice  $\sigma_{q,i}$  jsou ekvivalentní napětí pro každý element v  $i$ -té iteraci.

$$\|\sigma_{q,i} - \sigma_{q,i-1}\| \leq 0,01 \sigma_y \quad (2.3.2.3-6)$$

Symbol  $\sigma_y$  označuje mez kluzu. Ekvivalentní napětí je určeno za pomoci ekvivalentní poměrné deformace ze vztahu (2.3.2.3-1) a aproximace tahové křivky vztahem (2.2-2).



Obrázek 2.3.2.3-1: Rovinný a prostorový element

## 2.4 Zahrnutí výrobního procesu ve výpočtu životnosti

V kapitole 2.3.1 bylo diskutováno určení plastického přetvoření a zbytkové napjatosti po výrobním procesu. V kapitole 2.2 byla pozornost upřena k vlivu plastické deformace na únavovou životnost. O spojení obojího ještě společně s analýzou provozního namáhání se pokusili například v [25] a v [22]. Zde je pravděpodobně největším problémem relaxace zbytkového napětí, které vzniká během výrobního procesu. Díky cyklickému namáhání je zbytková napjatost postupně uvolňována - relaxuje. V [22] je uvažováno, že zbytková napjatost zcela zrelaxuje a je tedy zahrnut pouze efekt plastické deformace a lokálního ztenčení stěny. I s tímto zjednodušením je dle autorů dosaženo shody s experimentálně získanými výsledky. Ve shodě s tímto je i [41], kde je uváděno, že při provedených měřeních byla relaxace napětí rychlá. Dále se práce věnuje metodice pro výpočty únavové životnosti lisovaných dílů. Ani zde není se zbytkovou napjatostí a její relaxací počítáno. Autor již zmiňované metody MLSS ve své práci [41, s. 90] navrhuje postup pro určení únavové životnosti struktury, která byla vyrobena tvářením za studena. Ani zde není vliv zbytkové napjatosti brán v potaz. Autor již zmiňované metody MVS ve své práci [16, s. 110] uvádí, že u jím zkoumaných ocelových plechů je relaxace takřka úplná, pokud amplituda provozního napětí dosahuje meze kluzu použitého materiálu. Pokud je amplituda nižší, zbytková napjatost částečně v součásti zůstává.

V případě [25] je zbytková napjatost a její relaxace uvažována. Nejprve je pomocí dvou zatěžujících cyklů určena redistribuce zbytkové napjatosti. Ta je importována do výpočtu únavové životnosti. V ní je uvažováno, že zbytková napjatost postupně relaxuje až se ustálí na konstantní hladině, která odpovídá 50% původní zbytkové napjatosti. Autoři konstatují, že pro tento model bylo dosaženo nejlepší shody s experimentem. Je třeba ještě dodat, že studovaná součást měla v tomto případě svarové spoje, které na únavovou životnost měly mnohem významnější dopad než tvářením.

Faktory, které relaxaci napětí při cyklickém zatěžování ovlivňují podle [62] jsou:

- počáteční velikost zbytkového napětí a jeho gradient, míra plastického přetvoření,
- amplituda a střední hodnota napětí při cyklickém namáhání,
- cyklické zpevnění materiálu.

V [36] je experimentálně provedeno měření zbytkové napjatosti před a po cyklickém zatěžování. Dále je ukázán jeho vliv na únavovou životnost. Autoři též provedli simulaci relaxace napětí pomocí numerického modelu. Materiálový model byl kombinací izotropního a kinematického zpevnění, přičemž pro kinematické zpevnění bylo využito *Chabocheova modelu* [4]. Numerický model byl schopen relaxaci napětí postihnout, musel k tomu mít ale velmi jemnou síť, neboť zbytková napjatost byla indukována v tenké vrstvě u povrchu součásti. Autoři použili dvourozměrný model, kde byla předpokládána rovinná deformace. Je jen obtížně představitelné, že by byl podobný přístup proveditelný pro tvarově složitou součást, kde dimenzi úlohy nelze ponížít.

Protože výpočetní náročnost numerického modelu může být nepřekonatelnou překážkou, je potřeba vzít v potaz další zjednodušené modely využívající analytického přístupu. Ty lze najít souhrnně například v [62], [61], [64]. *Morrow a Sinclair* navrhli vztah (2.4-1), kde  $\sigma_{N,r}$  je zbytkové napětí při  $N$ -tém cyklu,  $\sigma_{0,r}$  je zbytkové napětí na počátku,  $\sigma_a$  je amplituda napětí a  $\sigma_y$  je mez kluzu. Konstanta  $b$  je materiálový parametr závislý na materiálovém zpevnění a přetvoření materiálu.



$$\frac{\sigma_{N,r}}{\sigma_{0,r}} = \frac{\sigma_y - \sigma_a}{\sigma_{0,r}} - \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_y} \right)^b \log N \quad (2.4-1)$$

Vztah podle *Zhuanga a Halforda* má tvar rovnice (2.4-2). V něm  $C_w$  označuje míru přetvoření, materiálové konstanty  $m$  a  $P$  jsou odvozeny od cyklicky stabilizované tahové křivky, materiálová konstanta  $Q$  vyjadřuje relaxaci v závislosti na počtu cyklů  $N$ . Napětí  $\sigma_{max}$  je maximální napětí při cyklickém zatěžování a  $\sigma_a$  je opět amplituda napětí. Zbytkové napětí před cyklickým zatěžováním je označeno pomocí  $\sigma_{0,r}$ . Zbytkové napětí po  $N$  cyklech je označeno pomocí  $\sigma_{N,r}$ .

$$\frac{\sigma_{N,r}}{\sigma_{0,r}} = P \left( \frac{\sigma_{max} \sigma_a}{(C_w \sigma_y)^2} \right)^m (N-1)^Q - 1 \quad (2.4-2)$$

Vztah (2.4-2) lze modifikovat tak, aby zatěžující cyklus byl popsán pomocí koeficientu nesouměrnosti cyklu  $R$ , viz [47], což je uvedeno v rovnici (2.4-3).

$$\frac{\sigma_{N,r}}{\sigma_{0,r}} = P \left( \frac{2 \sigma_a}{(1-R)(C_w \sigma_y)^2} \right)^m (N-1)^Q - 1 \quad (2.4-3)$$

Ať je použito jakéhokoliv z uvedených vztahů, je potřeba náročným měřením určit neznámé materiálové konstanty.

Na zbytkové napětí lze mnohdy nahlížet jako na střední napětí a může tak být ve výpočtu únavové životnosti zohledněno pomocí Haighova či Smithova diagramu [47].

Zohlednění těchto faktorů je možné i díky některým komerčním programům určeným pro analýzu únavové životnosti. Příkladem je software *FEMFAT* [67], který umožňuje zohlednění zbytkové napjatosti, a též použití metody *MLSS* nebo *MVS* pro zahrnutí vlivu plastické deformace. Ovšem žádný z uvedených modelů relaxace napětí v něm přímo implementován není.

### 3 Praktická část

Kapitola 2.3.1 byla věnována simulacím tvářecího procesu. Z již uvedeného plyne, že k jejich provedení je potřebná znalost řady procesních parametrů stejně jako tvaru výrobních nástrojů. Ovšem, není-li dokončen návrh vyvíjené součásti, nejsou k dispozici ani tyto parametry. Tím je znemožněno provedení inkrementální simulace lisování a určení plastického přetvoření, případně i zbytkové napjatosti či ztenčení stěn součásti. Je-li prováděn výpočet únavové životnosti za studena lisovaného dílu jehož návrh není zcela dokončen, pak je možné buďto vliv lisování na únavový život zanedbat, nebo se pokusit o jeho zohlednění alespoň zjednodušeným způsobem.

Protože nelze v tomto okamžiku provádět inkrementální simulaci lisování, lze použít algoritmus inverzního stampingu. Jedná se o postup, kde je ze znalosti finálního tvaru součásti zpětně rekonstruován její rozvin. Z rozdílu mezi rozvinem a finálním tvarem je možné určit veličiny důležité pro návrh dílu, případně pro návrh výrobního procesu. V kapitole 2 již bylo řečeno, že z hlediska únavové životnosti je významná efektivní plastická deformace, případně zbytková napjatost a ztenčení stěny součásti.

Algoritmy pro inverzní stamping již byly navrženy. Z nich se lze soustředit na ty, které pracují s konečněprvkovou sítí. Pro stanovení únavové životnosti je totiž také potřeba určit provozní napětí vznikající při cyklickém namáhání součásti. K tomu lze použít metodu konečných prvků (MKP). Vygenerovanou sítí je výhodné použít jak pro analýzu provozního napětí způsobeného cyklickým namáháním, tak pro inverzní stamping. Z provedeného výzkumu se ukázalo, že použití identických sítí jak pro MKP analýzu, tak pro inverzní stamping přináší jistá usnadnění.

#### 3.1 Adaptační inverzního stampingu

V kapitole 2.3.2 byl představen algoritmus inverzního stampingu tak, jak je popsán v literatuře. Inverzní stamping se doposud používal pro jiné účely, než jak je tomu zde, kde je nasazen ve spojení s analýzou únavové životnosti. Aby k tomuto nasazení mohlo dojít, je potřeba algoritmus modifikovat. V kapitole 2.3.2 a jejích podkapitolách bylo upozorněno na několik problémů, které algoritmus má, a které mohou komplikovat jeho použití pro potřeby analýzy únavové životnosti. Ty lze shrnout následujícími body:

- projekce třírozměrné sítě do roviny pro tvarově komplikovaná tělesa,
- sklopení elementů do roviny i pro tělesa s vícečetným zahnutím,
- volba okrajových podmínek,
- adaptace pro objemové sítě a použití pro plechy s proměnnou tloušťkou,
- post-processing zahrnující výpočet plastických deformací a vyhodnocení změny tloušťky.

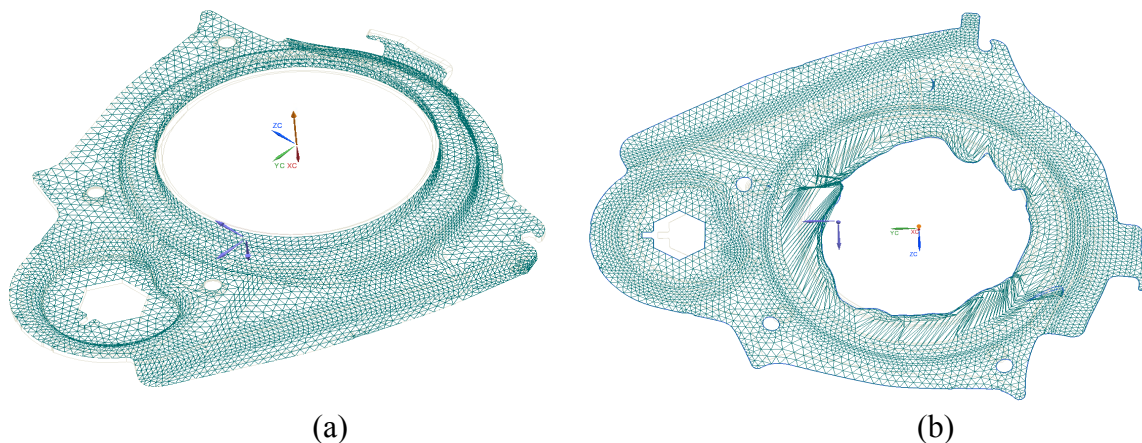
Řešení těchto partikulárních problémů bude představeno v následujících podkapitolách. Celý modifikovaný algoritmus bude shrnut v závěru kapitoly.

### 3.1.1 Projekce sítě do roviny

Nedílnou součástí inverzního stampingu, jak již bylo zmíněno, je projekce třídimenzionální sítě do roviny. Má-li být inverzní stamping použit pro výpočet únavové životnosti, musejí být zachovány koncentrátoři napětí na součásti. Je tedy potřeba, aby projekce byla dostatečně robustní a dokázala si poradit i s tvarově komplikovanými součástmi. Robustnost může být problémem i u komerčních softwarů pro inverzní stamping. Pro ilustraci je na obrázku 3.1.1.1-a původní třírozměrná síť a na obrázku 3.1.1.1-b její dvourozměrný rozvin získaný v programu „NX Analyze Formability – One-step“. Vnitřní kontura dvourozměrného rozvinu je značně zdeformována a získané výsledky nelze v tomto případě považovat za věrohodné.

Je nutné, aby projekce dokázala řešit i podobné případy. Během výzkumu se jako vhodné ukázaly být metody používající teorii grafů či pravděpodobnostního přístupu. Tyto metody byly původně vyvinuty k jinému účelu. Jejich autoři je zamýšleli použít pro analýzu mnohadimenzionálních dat v oblasti strojového učení, kde počet dimenzí je redukován tak, aby některé vlastnosti původní datové sady byly zachovány.

Jelikož metody pro redukcí dimenze byly navrženy k jinému použití, je potřeba z nich zvolit takové, které se nejlépe hodí pro projekci konečněprvkové sítě a vhodně je k tomuto adaptovat. Tomuto se již autor této práce věnoval ve svém článku [30] a dále toto téma rozvíjí v následujících podkapitolách.



Obrázek 3.1.1.1-1: Rozvin v komerčním softwaru. Převzato z [30]

#### 3.1.1.1 Locally Linear Embedding (LLE)

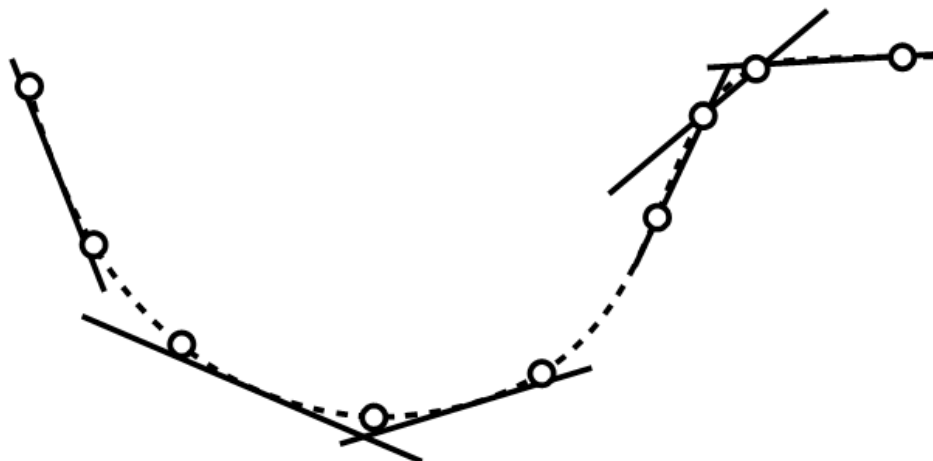
U metod tohoto typu je pro každý bod (v případě sítě uzlů) nejprve nalezen zvolený počet nejbližších sousedních bodů a je sestaven graf [5]. Na základě vzdálenosti sousedů je sestavena váhová matice. Váhová matice je poté použita k znovuvytvoření bodu v prostoru, jehož dimenze je zredukována. Metoda existuje v několika variantách. U jejího klasického pojetí (dále označeného jako „conv. LLE“) [46] by mohlo docházet k tomu, že některé váhové koeficienty jsou nulové, což by vedlo k nejednoznačnému řešení. Postupuje se proto následovně:

1. Je sestavena vážená matice sousednosti [5]  $Z$  pro  $i$ -tý bod.
2. Matice  $G$  je  $G=ZZ^T$ .

3. Na diagonálu matice  $\mathbf{G}$  je přičten regularizační člen  $g$ , což lze zapsat jako  $\mathbf{S}=\mathbf{G}+g\mathbf{I}$ , kde  $\mathbf{I}$  je jednotková matice.
4. Jsou nalezeny váhy  $\mathbf{w}$  řešením rovnice  $\mathbf{S}\mathbf{w}=\mathbf{i}$ , kde  $\mathbf{i}$  je sloupcová matice samých jedniček.
5. Váhy  $\mathbf{w}$  sloužící pro rekonstrukci  $i$ -tého bodu jsou přidány do celkové váhové matice  $\mathbf{W}$ .
6. Matice  $\mathbf{W}$  je použita k rekonstrukci bodů v prostoru požadované dimenze.

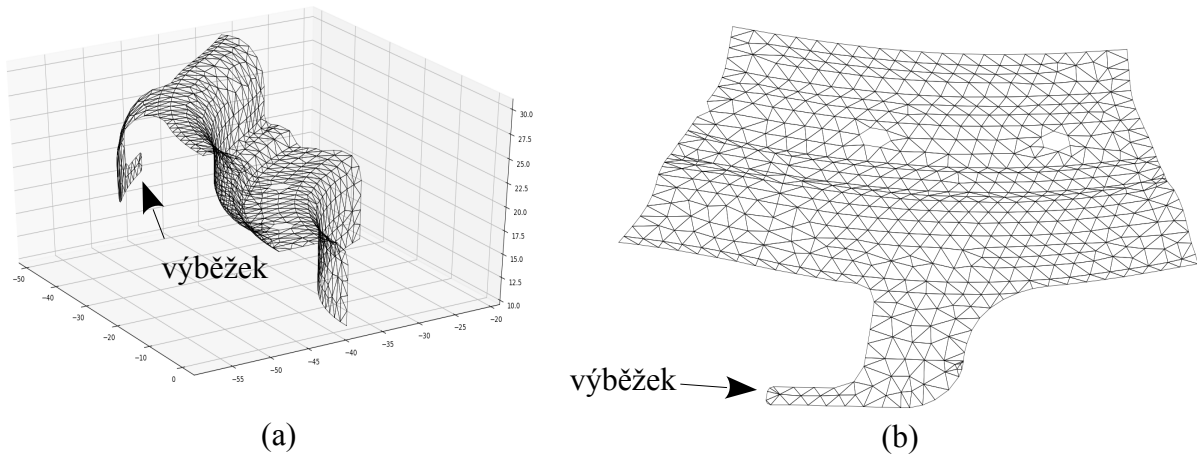
Problematickou může být volba regularizačního členu  $g$ . S tímto se snaží vypořádat „modifikovaná LLE (MLLE) metoda“ [63] a též „Hessian LLE metoda“ [7].

Mezi metody typu LLA lze zařadit také metodu „Local Tangent Space Alignment (LTSA)“, [59]. Ta předpokládá stejně jako LLE metoda, že původní tvar v mnohadimenzionálním prostoru je dostatečně hladký a též dostatečně navzorkovaný. Ovšem namísto toho, aby tvar byl rekonstruován na základě vzdáleností sousedních bodů, charakterizuje LTSA lokální geometrii pomocí tečného prostoru. LTSA poté z lokálních tečných prostorů sestaví globální o nižší dimenzi. Lokální tečné prostory na hladkém tělese znázorňuje obrázek 3.1.1.1-2.



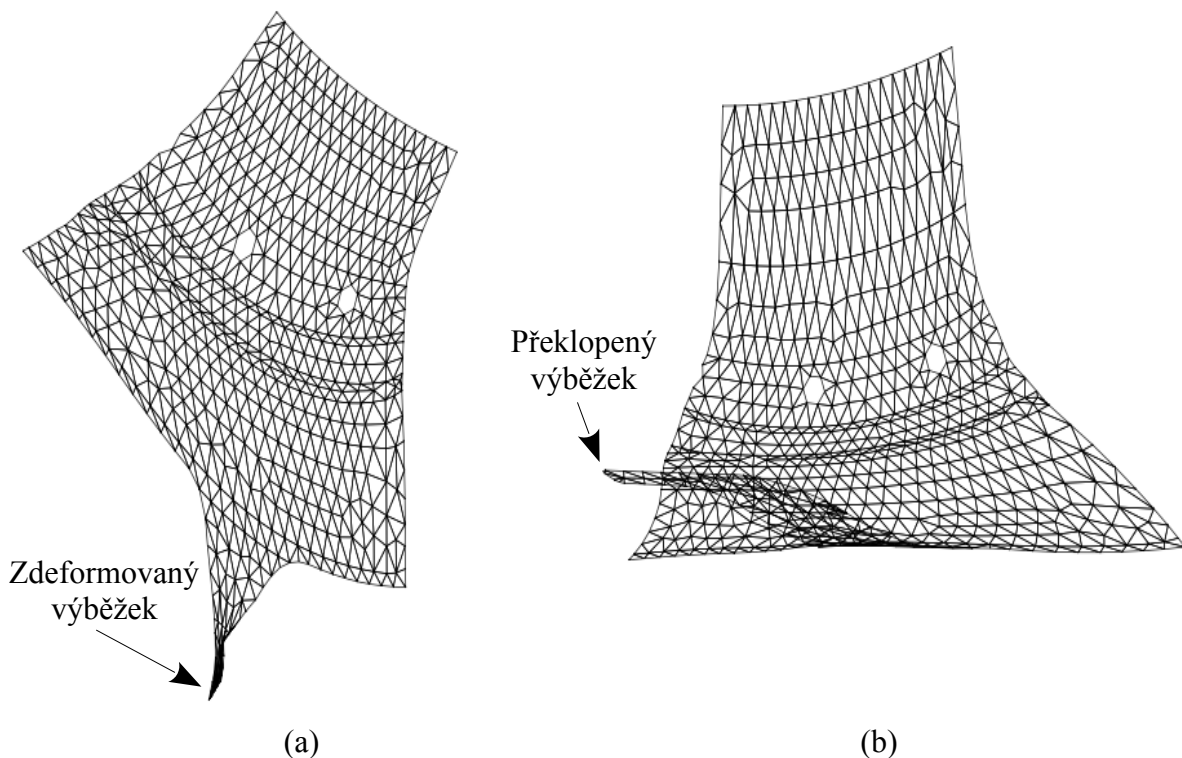
Obrázek 3.1.1.1-2: Metoda LTSA. Převzato z [30]

Volba počtu sousedních bodů představuje problém zvláště tehdy, pokud součást obsahuje výběžky. Příkladem je díl na obrázku 3.1.1.1-3, kde v jeho části (a) je jeho konečněprvková síť v třírozměrném prostoru a v části (b) je její požadovaný rozvin.



Obrázek 3.1.1.1-3: Síť dílu s výběžkem (a) a její rozvin (b). Převzato s úpravami z [30]

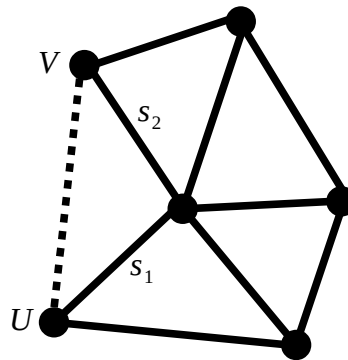
Je-li použita klasická LLE metoda s počtem sousedních bodů nastaveným na pět, pak dochází ke značné deformaci výběžku, obrázek 3.1.1.1-4a. Je-li počet sousedních bodů zvýšen na patnáct, je sice tvar výběžku zachován, dojde ale k jeho překlopení vůči zbytku součásti, obrázek 3.1.1.1-4b. Ostatní metody z této kategorie řeší nastíněný problém obvykle lépe.



Obrázek 3.1.1.1-4: Deformace výběžku s počtem sousedních bodů nastaveným na pět (a) a na patnáct (b). Převzato s úpravami z [30]

### 3.1.1.2 Isomap

Název metody je zkratkou pro „*isometric mapping*“, [53]. Stejně jako u metody LLE, i zde je nejprve pro každý bod nalezen zvolený počet nejbližších sousedů. Je sestaven graf, který je popsán váženou maticí sousednosti. Pomocí procházení grafu je určena vzdálenost mezi každou dvojicí bodů, přičemž vzdálenosti jsou ukládány do matice. Jejich dekompozicí na vlastní čísla a vlastní vektory je nalezena sada bodů v prostoru o redukované dimenzi.



Obrázek 3.1.1.2-1: Graf

Na obrázku 3.1.1.2-1 je graf, ve kterém mezi body  $U$  a  $V$  není přímá hrana. Ačkoliv jejich euklidovská vzdálenost by odpovídala čárkované čáře, v metodě Isomap je jejich vzdálenost součtem délek hran  $s_1$  a  $s_2$ .

### 3.1.1.3 t-SNE

Metoda „*t-SNE*“ [38] vychází z metody „*Stochastic Neighbor Embedding (SNE)*“. Prvním krokem původní SNE metody je opět nalezení sousedních bodů ke každému bodu a určení vzdáleností mezi nimi. Vzdáleností je využito při sestavení matice rozdělení pravděpodobnosti  $P$ . K tomu je využito Gaussova rozdělení. V oblastech s větší hustotou bodů je směrodatná odchylka nižší než v oblastech, kde jsou body od sebe vzdálenější. Poté je náhodně zvoleno počáteční řešení v prostoru s poníženou dimenzí. K němu je obdobně jako v předchozím případě sestavena matice rozdělení pravděpodobnosti, ovšem nyní s konstantní směrodatnou odchylkou ve všech bodech. Dále je minimalizován rozdíl mezi oběma rozděleními. Minimalizace je prováděna iterativně, což v porovnání s ostatními metodami značně prodlužuje výpočetní čas.

Metoda t-SNE se od metody SNE liší ve dvou oblastech. Na místo Gaussova rozdělení používá studentovo rozdělení, též označované jako t-rozdělení. Druhým rozdílem je, že v případě t-SNE metody je  $P$  symetrická, kdežto SNE metoda používá antisymetrickou matici.

### 3.1.1.4 Spectral Embedding

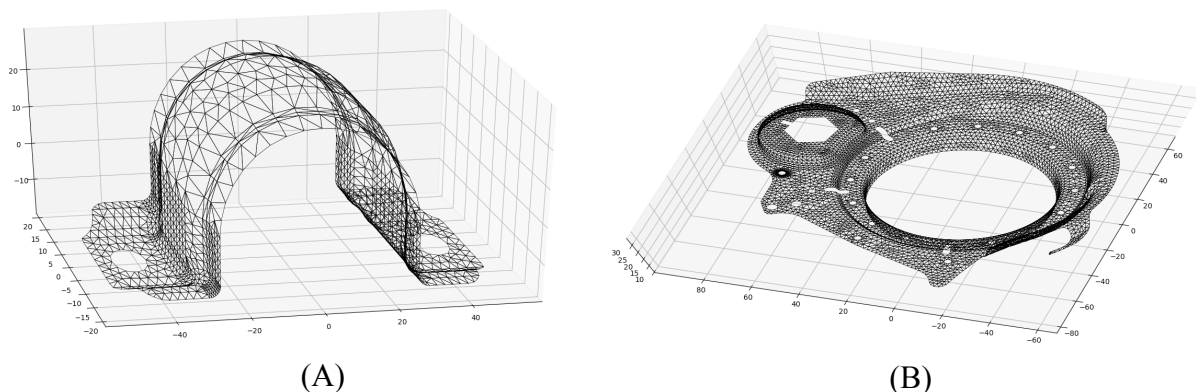
Metoda „*Spectral Embedding (SE)*“, [3], opět začíná tím, že pro každý bod je nalezený požadovaný počet jeho sousedů, tzn. je sestaven graf  $G$ . Jeho hrany jsou ohodnoceny, přičemž váhy hran jsou uloženy do matice  $W$ . Tu pak lze použít k získání Laplaceovy matice  $L$ , [5]. Jsou-li  $\eta_i$  vlastní čísla matice  $L$  seřazená vzestupně a jim odpovídající vlastní vektory  $v_i$ , pak řádky matice  $Y$  ve vztahu (3.1.1.4-1), reprezentují souřadnice bodů v prostoru o dimenzi  $k$ . Celkový počet bodů je  $n$ .

$$Y = [v_2 \dots v_{k+1}] \in \mathbb{R}^{n \times k} \quad (3.1.1.4-1)$$

### 3.1.1.5 Sestavení projekčního algoritmu

V kapitolách 3.1.1.1, 3.1.1.2, 3.1.1.3, 3.1.1.4 bylo stručně představeno několik metod pro redukci dimenze. Aby bylo možné navrhnout dostatečně robustní algoritmus pro projekci třírozměrné sítě do roviny, byly metody porovnány a otestovány pro různé nastavení a pro několik součástí. Jako použitelná byla označena taková metoda a její nastavení, při kterém vzniklá dvourozměrná síť má všechny normály elementů orientovány stejným směrem. U použitelných metod byl též zaznamenáván počet zpřesňujících iterací během inverzního stampingu. Algoritmus inverzního stampingu byl použit takový, jaký je popsán v kapitole 2.3.2 bez dalších modifikací. Čím je potřebný počet iterací menší, tím je metoda vhodnější pro získání počáteční projekce. Pro lepší porovnání byl též zaznamenáván čas potřebný pro redukování dimenze. Vždy byla provedena tři opakování a výsledky z nich byly zprůměrovány.

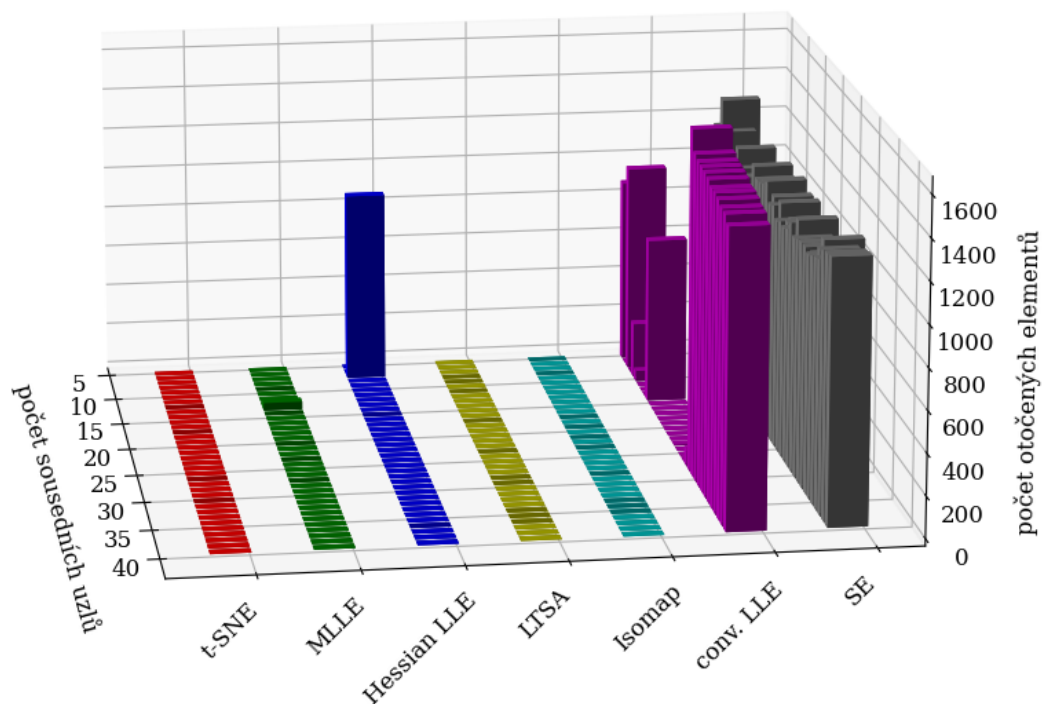
Metody byly testovány na příkladu dvou dílů (díl A, díl B) modelovaných za pomoci skořepinových elementů, jejichž konečněprvkové sítě znázorňuje obrázek 3.1.1.5-1.



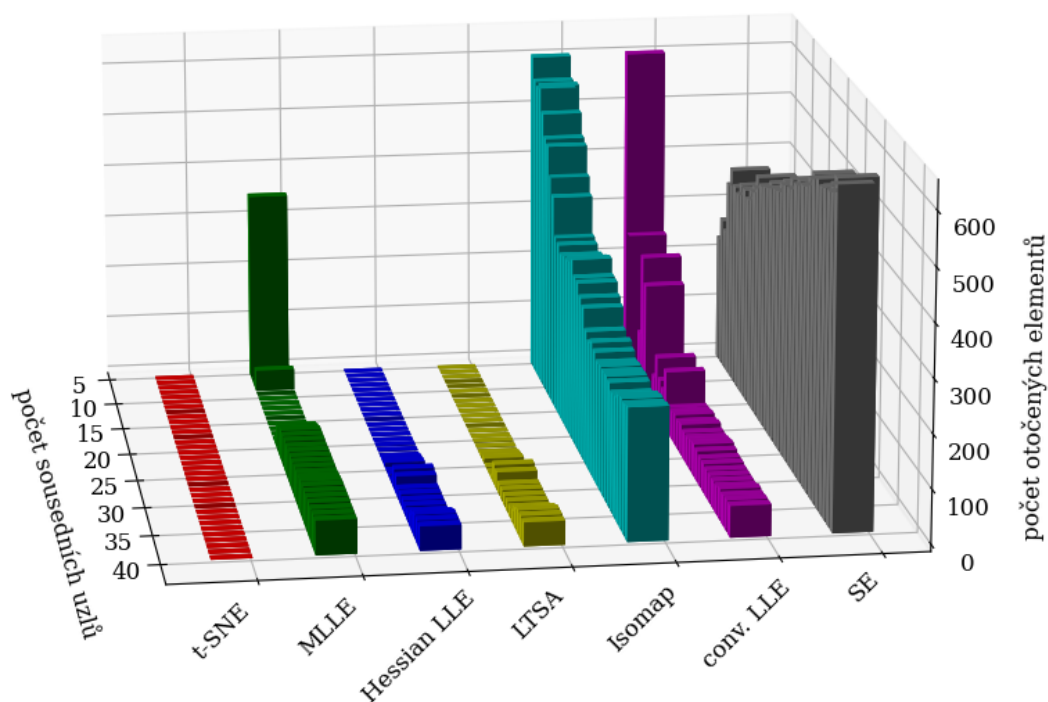
Obrázek 3.1.1.5-1: Síť testovacího dílu A a dílu B. Převzato z [30]

Metoda Hessian LLE vyžaduje, aby minimální počet sousedních uzlů byl alespoň šest, pokud dimenze redukovaného prostoru je dva. Počet sousedních uzlů byl proto u všech metod volen od šesti do čtyřiceti.

V případě dílu A bylo možné téměř u všech metod vyjma metody SE najít takové nastavení, při kterém byl počet otočených elementů nulový, obrázek 3.1.1.5-2. Jen metoda t-SNE nevyžaduje od uživatele, aby byl zvolen počet sousedních bodů. Je tedy brána jako nezávislá na tomto parametru.



Obrázek 3.1.1.5-2: Počty otočených elementů v závislosti na počtu sousedních uzlů, díl A. Převzato s úpravami z [30]

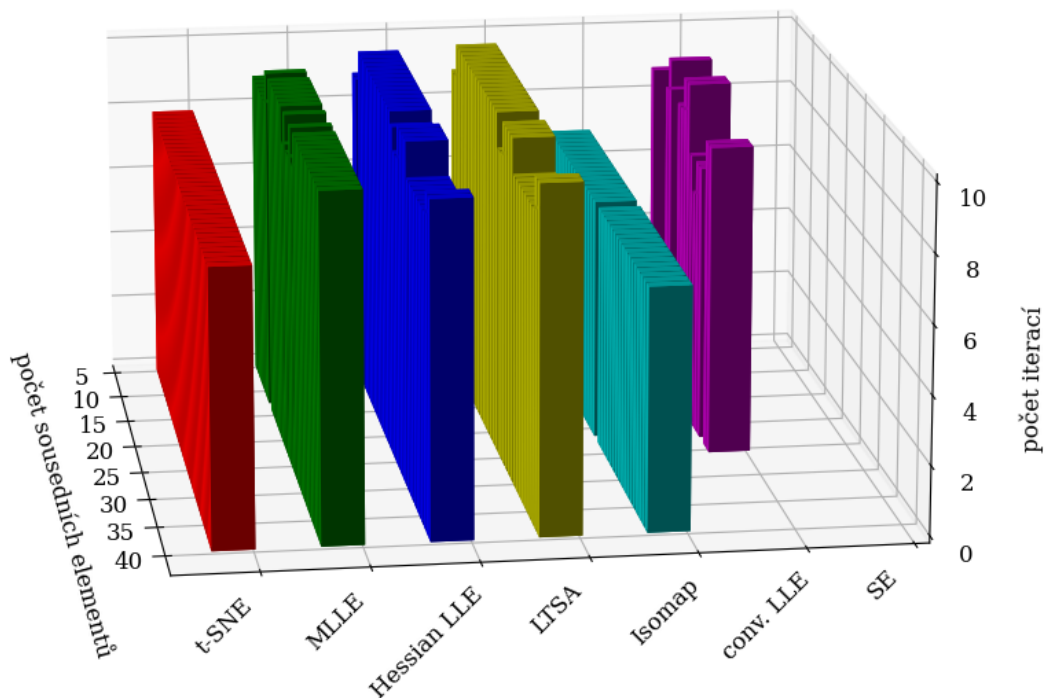


Obrázek 3.1.1.5-3: Počty otočených elementů v závislosti na počtu sousedních uzlů, díl B. Převzato s úpravami z [30]



Obdobné výsledky pro díl B jsou zobrazeny na obrázku 3.1.1.5-3. Vzhledem k větší tvarové pestrosti tohoto dílu selhávaly, kromě metody SE, i metody conv. LLE a Isomap. Metody Hessian LLE a LTSA byly schopné počáteční projekci najít, pokud byl počet sousedních uzlů volen jako dostatečně malý, zhruba menší než dvacet. U metody MLLE musel být počet sousedních uzlů volen v rozmezí od deseti do dvaceti, aby orientace všech elementů byla shodná.

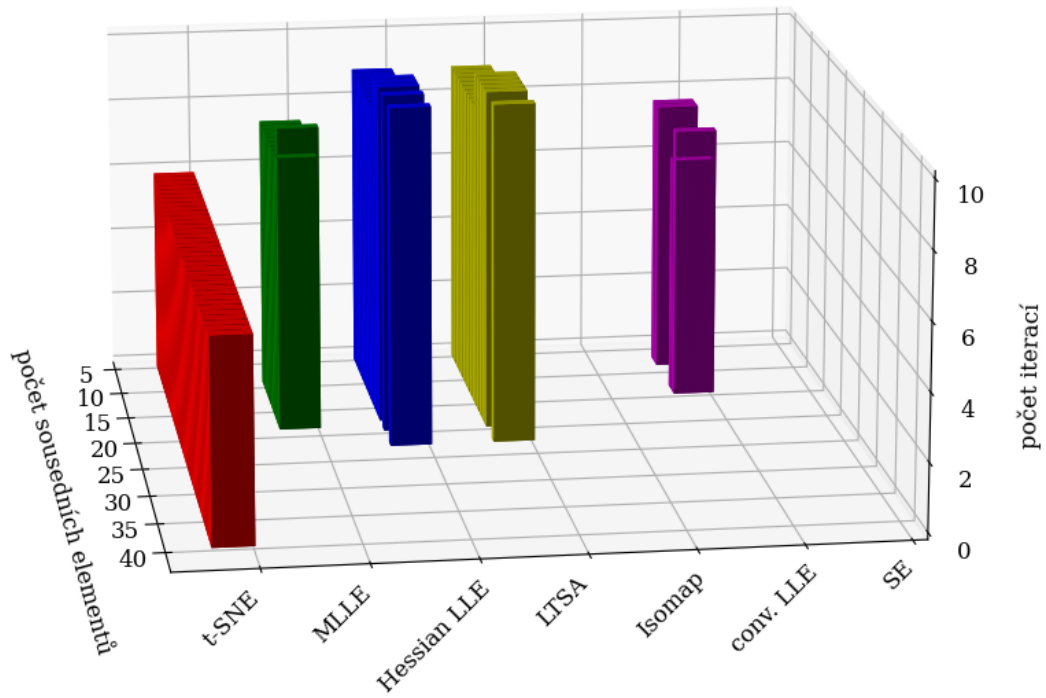
Počet zpřesňujících iterací pro díl A vyjadřuje obrázek 3.1.1.5-4. Nejlépe si v tomto případě vedla metoda Isomap, která potřebovala sedm iterací k nalezení řešení. Následovaná je metodou t-SNE, která potřebovala iterací osm. V ostatních případech bylo potřeba iterací devět až deset. Ty konfigurace, které měly počet otočených elementů větší než nula (a nejsou tedy pro inverzní stamping použitelné), jsou z obrázku 3.1.1.5-4 vyloučeny.



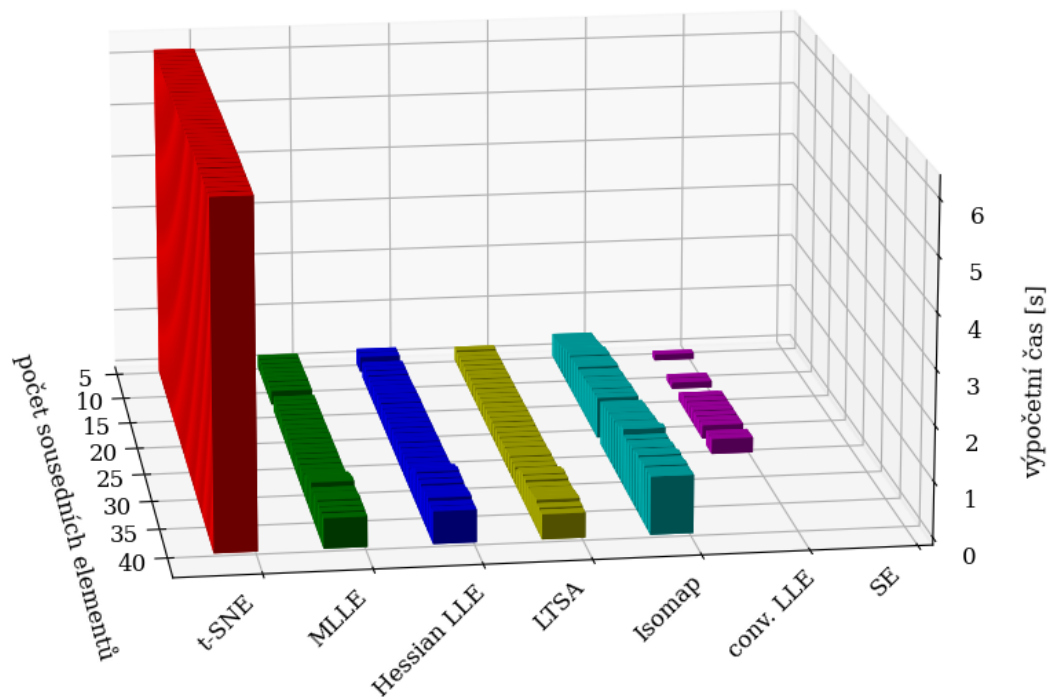
Obrázek 3.1.1.5-4: Počet zpřesňujících iterací, díl A. Převzato s úpravami z [30]

Počet zpřesňujících iterací pro díl B ukazuje obrázek 3.1.1.5-5. Zde nejlepších výsledků dosáhla metoda t-SNE, kde počet iterací je roven šesti.

Na obrázku 3.1.1.5-6 je potřebný výpočetní čas projekce pro díl A. Ten byl v případě všech metod, kromě t-SNE, zpravidla menší než 1 s. Metoda t-SNE potřebovala v tomto případě přibližně 6 s.

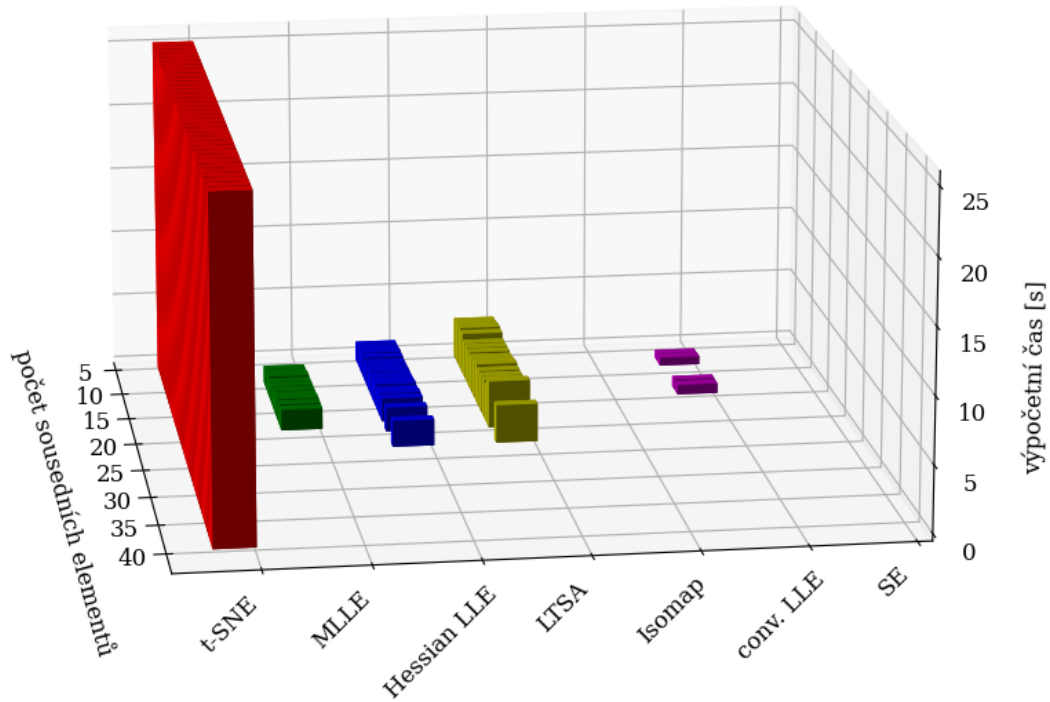


Obrázek 3.1.1.5-5: Počet zpřesňujících iterací, díl B. Převzato s úpravami z [30]



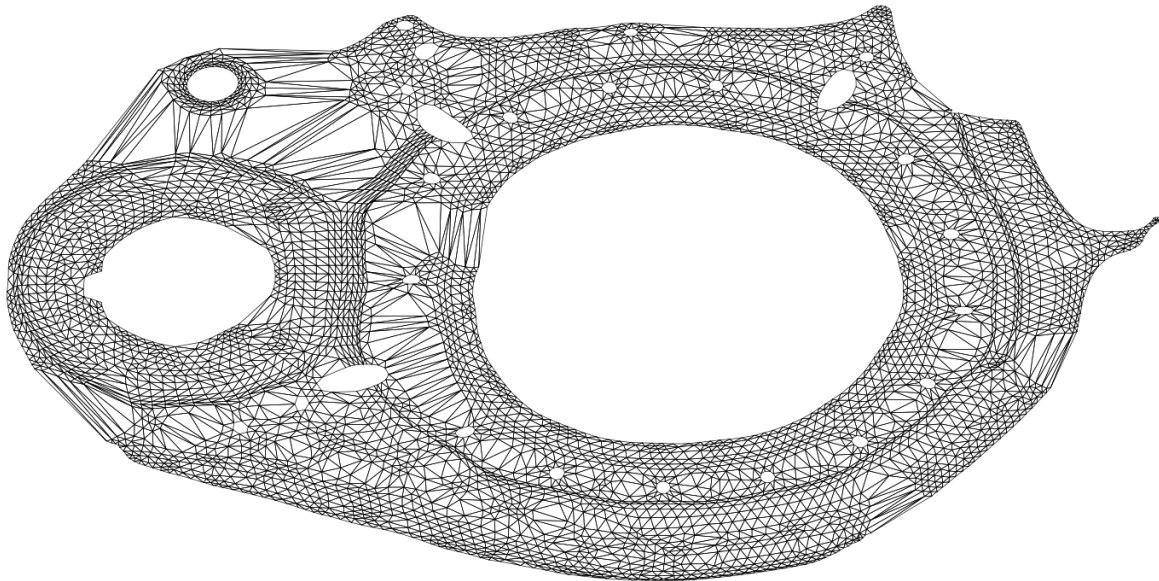
Obrázek 3.1.1.5-6: Výpočetní čas projekce, díl A. Převzato s úpravami z [30]

Metoda t-SNE potřebovala nejdelší výpočetní čas i v případě dílu B, kdy provedení projekce trvalo přibližně 25 s, obrázek 3.1.1.5-7. Ostatní metody vystačily s časem v řádu jednotek sekund. Je pochopitelné, že výpočetní čas závisí na použitém hardwaru a dalších okolnostech a je proto potřeba jej brát jen jako orientační ukazatel.

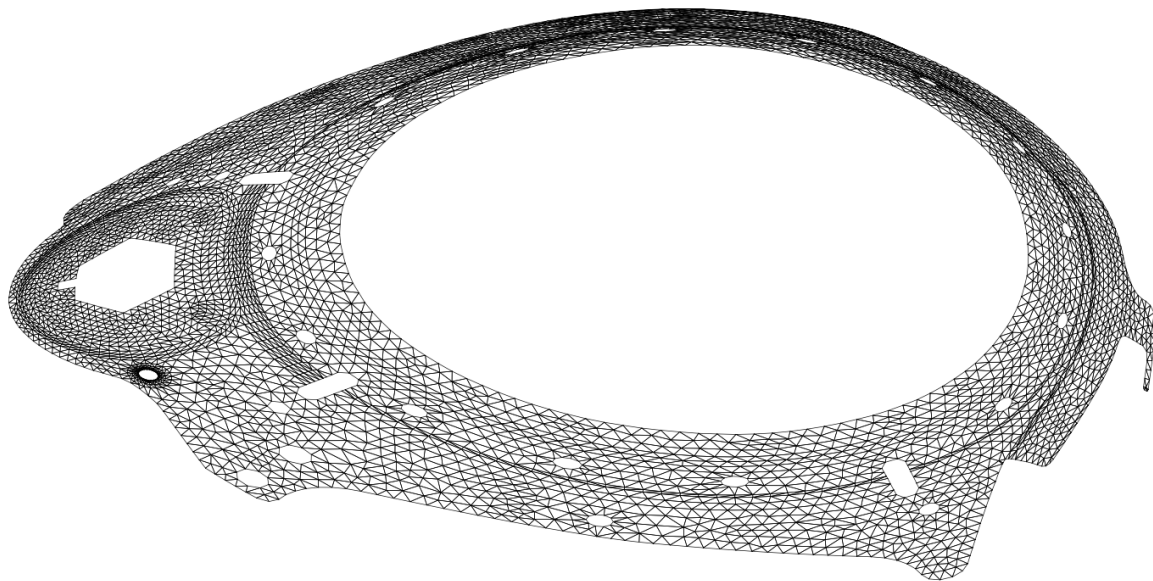


Obrázek 3.1.1.5-7: Výpočetní čas projekce, díl B. Převzato s úpravami z [30]

Na obrázku 3.1.1.5-8 je pro ilustraci projekce dílu B do roviny získaná metodou t-SNE. Stejný díl projektovaný do roviny za pomoci metody Hessian LLE s nastavenými patnácti sousedními uzly ukazuje obrázek 3.1.1.5-9. Obě projekce mají všechny normály elementů orientovány stejným směrem, přesto se značně liší. Za povšimnutí dále stojí, že jedna z projekcí má normály orientovány v kladném směru a druhá v záporném.



*Obrázek 3.1.1.5-8: Rozvin dílu B získaný metodou t-SNE*



*Obrázek 3.1.1.5-9: Projekce dílu B metodou Hessian LLE nastavenou na patnáct sousedních uzlů*

Z provedeného srovnání vyplývá, že ne všechny metody pro redukci dimenze se hodí k tomu, aby jich bylo použito při inverzním stampingu. Metoda SE se ukázala být zcela nepoužitelnou. Příliš se neosvědčila ani conv. LLE metoda. Ostatní metody z třídy LLE metod jsou pro inverzní stamping použitelné. Jejich výhodou je nízký výpočetní čas. Za nevýhodu lze považovat skutečnost, že je potřeba vhodně zvolit počet sousedních uzlů. Ten by měl být volen v rozmezí mezi deseti a dvaceti. Tato volba není potřebná u metody t-SNE. Ta se ukázala být dostatečně spolehlivou, ovšem za cenu dlouhého výpočetního času. Ten je na druhou stranu během inverzního stampingu kompenzován tím, že k nalezení finálního rozvinu je zpravidla zapotřebí méně zpřesňujících iterací, než jak je tomu u ostatních metod.

Metody t-SNE, MLLS, Hessian LLE a LTSA byly zahrnuty do jednoho robustního algoritmu pro hledání dvourozměrné projekce. Zde je postupováno tak, že se provedou projekce všemi vybranými metodami a s každým nastavením, které se v předchozím rozboru ukázalo jako vhodné. Poté se z provedených projekcí odstraní ty, které obsahují elementy s otočenými normálami. Ze zbylých projekcí se vybere ta, která síť deformuje nejméně. Konkrétně se vyhodnotí vnitřní úhly ve všech trojúhelníkových elementech před projekcí a po ní. Projekce, která vykazuje nejmenší změnu úhlů před a po projekci, je vybrána a předána do dalšího kroku inverzního stampingu. Schematicky je tento algoritmus naznačen pomocí vývojového diagramu v příloze A, kde je označen jako podprogram „*Projekce*“.

Metody pro redukci dimenze jsou koncipovány tak, aby byly invariantní vůči rotaci posuvu či změně měřítka. Proto, než-li je projekce dílu použita v inverzním stampingu, je potřeba dvourozměrnou projekci pomocí základních geometrických transformací zorientovat stejně jako její tři dimenzionální předlohu. V případě změny měřítka se jako výhodné ukázalo jej nastavit tak, aby celková plocha dvourozměrné sítě byla rovna celkové ploše sítě třírozměrné.

Ani jedna z projekcí zobrazených na obrázcích 3.1.1.5-8 a 3.1.1.5-9 neobsahuje elementy s otočenou normálou a jsou tedy vhodné pro další kroky v inverzním stampingu. Na první pohled je ale vidět jejich značný rozdíl. Inverzní stamping popsán v kapitole 2.3.2 porovnává projektované a sklopené elementy. Na základě jejich srovnání určuje ekvivalentní plastickou deformaci elementu a aktualizuje materiálovou tuhost každého elementu. Vzniknou-li při projekci elementy velmi zdeformované, pak jejich plastická deformace bude značná a materiálová tuhost bude nízká. To může zapříčinit, že v těchto partiích bude finální deformace získaná inverzní metodou větší, než jaká by odpovídala skutečnosti. Ukázalo se jako vhodné z hlediska robustnosti algoritmu rozšířit jej o elastický předvýpočet. Ten se od původního algoritmu liší tím, že nedochází k aktualizaci materiálové tuhosti každého z elementů. Po celou dobu předvýpočtu je materiálová tuhost neměnná a odpovídá modulu pružnosti v tahu  $E$ . Dojde-li u předvýpočtu k ustálení a splnění konvergenčního kritéria, pak se teprve přejde k inverznímu stampingu tak, jak byl popsán v kapitole 2.3.2. Díky předvýpočtu dojde k tvarové korekci projektovaných elementů, zvláště pak těch nejvíce zdeformovaných. Kroky předvýpočtu a následného inverzního stampingu lze ve stručnosti shrnout takto:

1. Celá síť je projektována do roviny.
2. Každý z elementů je sklopen do roviny.
3. Je spuštěn korekční předvýpočet (bez aktualizace materiálových vlastností):
  - 3.1. Jsou určeny posuvy jako rozdíl polohy uzlů sklopených a projektovaných elementů. S jejich pomocí jsou určeny síly v uzlech.
  - 3.2. Je sestavena matice tuhosti a vektor vnějších sil pro celou strukturu. Je určen přírůstek posuvů.
  - 3.3. Jsou aktualizovány pozice projektovaných uzlů tím, že jsou k nim přičteny přírůstky posuvů.
  - 3.4. Je-li splněno konvergenční kritérium, pak se jde na následující krok. Jinak se pokračuje od bodu 3.1.
4. Je spuštěn samotný inverzní stamping (včetně aktualizace materiálových vlastností):
  - 4.1. Jsou určeny posuvy jako rozdíl polohy uzlů mezi sklopenými a projektovanými elementy. S jejich pomocí jsou určeny síly v uzlech.

- 4.2. Je sestavena matice tuhosti a vektor vnějších sil pro celou strukturu. Je určen přírůstek posuvů.
- 4.3. Jsou aktualizovány pozice projektovaných uzlů tím, že jsou k nim přičteny přírůstky posuvů.
- 4.4. Materiálové vlastnosti každého elementu jsou individuálně aktualizovány.
- 4.5. Je-li splněno konvergenční kritérium, pak se proces ukončí. Jinak se pokračuje od bodu 4.1.

Zde popsaná projekce 3D sítě do roviny s velkou spolehlivostí zajišťuje, že projektovaná 2D síť má všechny normály elementů orientovány stejným směrem. Během iterativního zpřesňování především u předvýpočtu může ovšem dojít k tomu, že vlivem působících vnějších sil se některý element překlopí a jeho normála je vůči ostatním elementům orientována opačně. V takové situaci by nemělo dojít k zastavení zpřesňujících iterací z důvodu splněného konvergenčního kritéria. Zpřesňující iterace by měly probíhat tak dlouho, až jsou opět všechny normály elementů orientovány souhlasně. V konvergenčním kritériu (bod 3.4 a bod 4.5) by tedy směry normál měly být kontrolovány.

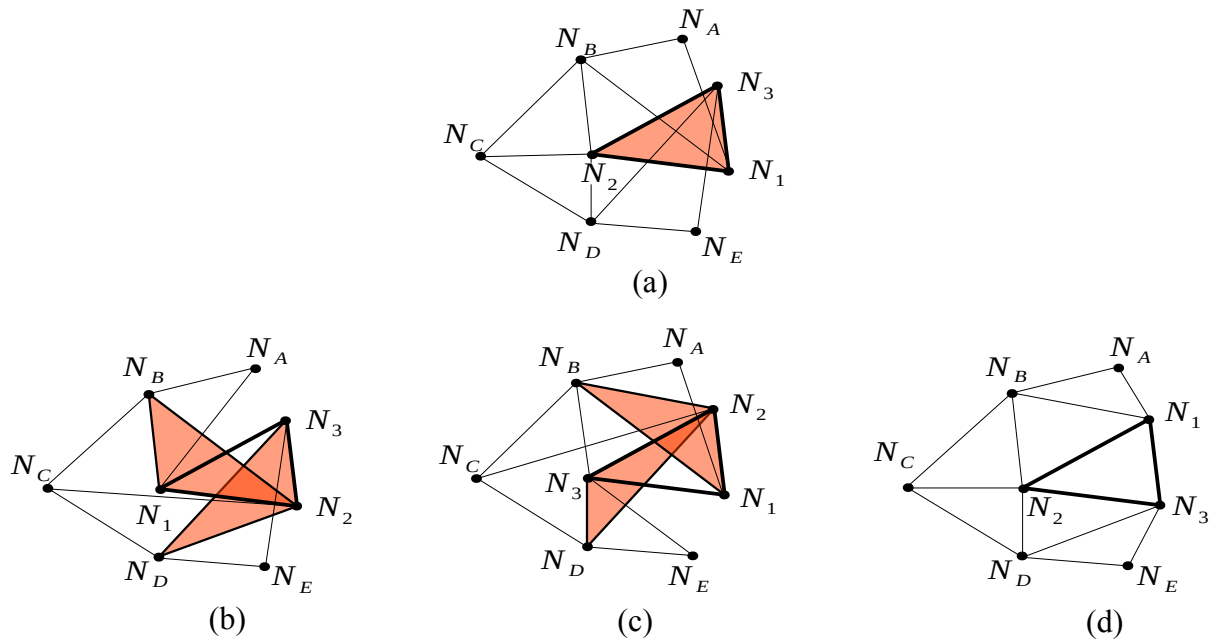
Oprava překlopených elementů může probíhat buď tak, že se provádějí další a další iterace až dojde k opravě. Toto jednak nemusí nutně vést k cíli a dále to může značně prodlužovat výpočetní čas. Je proto vhodnější do algoritmu zařadit takové procedury, které se jednak snaží překlopení elementů vyhnout a pokud to není možné, tak se pokusit překlopený element aktivně opravit.

Prevence překlopení elementů je v autorově implementaci realizována tak, že po každém updatu pozic uzlů je zkontrolován směr normál elementů. Pokud došlo k navýšení počtu překlopených elementů vůči předchozí iteraci, pak je poslední update pozic uzlů zrušen. Vektor vnějších sil je snížen na polovinu a za pomoci ponížených vnějších sil je proveden nový update pozic uzlů. Opět je zkontrolován směr normálových vektorů u všech elementů a v případě zvýšení počtu překlopených elementů se v této proceduře pokračuje dál. Nezvýšil-li se počet překlopených elementů, pak je poslední update pozic uzlů přijat a algoritmus pokračuje další, nyní již běžnou zpřesňující iterací.

Snížení vektoru vnějších sil na polovinu má smysl provádět jen několikrát, neboť neustálým půlením se vektor vnějších sil začne přibližovat nule. Nevede-li několikeré půlení vektoru vnějších sil k nápravě situace, pak je přijat i update pozic uzlů, ve kterém se vyskytují elementy s otočenou normálou. Tyto otočené elementy jsou pak v dalších iteracích opravovány. Oprava probíhá lokálně tak, že je vybrán jeden z otočených elementů a též na něj navázané elementy. Určí se počet otočených elementů v tomto výběru. Opravovaný element se otočí tím, že je prohozena pozice prvního a druhého uzlu. Pokud tato oprava vedla ke snížení počtu otočených elementů ve výběru, pak se záměna pozice uzlů přijme a pokračuje se na další zpřesňující iteraci. Pokud záměna prvního a druhého uzlu ke zlepšení nevedla, pak se prohodí pozice druhého a třetího uzlu, případně třetího a prvního uzlu.

Příklad takové opravy otočeného elementu je na obrázku 3.1.1.5-10, kde jsou otočené elementy znázorněny červeně. Část 3.1.1.5-10a znázorňuje element s uzly  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$ , u kterého došlo k překlopení v důsledku působení vnějších sil. Ostatní elementy navázané na tento element mají normály orientované správně. V části obrázku 3.1.1.5-10b došlo k pokusu o opravu tím, že byla prohozena pozice uzlů  $N_1$  a  $N_2$ . Původně otočený element byl tímto sice opraven, ale došlo k otočení jiných dvou elementů z výběru (element s uzly  $N_1$ ,  $N_B$ ,  $N_2$  a element s uzly  $N_2$ ,  $N_D$ ,  $N_3$ ). Tato oprava nebyla algoritmem přijata a došlo k dalšímu pokusu o opravu tím, že byly prohozeny pozice uzlů  $N_2$  a  $N_3$ . Toto je naznačeno na obrázku 3.1.1.5-10c.

I zde je sice původně otočený element opraven, ale opět došlo k překlopení jiných dvou elementů (element s uzly  $N_1, N_B, N_2$  a element s uzly  $N_2, N_D, N_3$ ). Ani tato oprava nebyla algoritmem přijata a došlo k poslednímu pokusu o opravu, když byly prohozeny pozice uzlů  $N_1$  a  $N_3$ , obrázek 3.1.1.5-10d. Tato oprava byla algoritmem přijata, neboť normály všech elementů ve výběru mají správný směr. Aktualizované pozice uzlů byly uloženy do paměti byla provedena další běžná zpřesňující iterace.



Obrázek 3.1.1.5-10: Oprava otočeného elementu

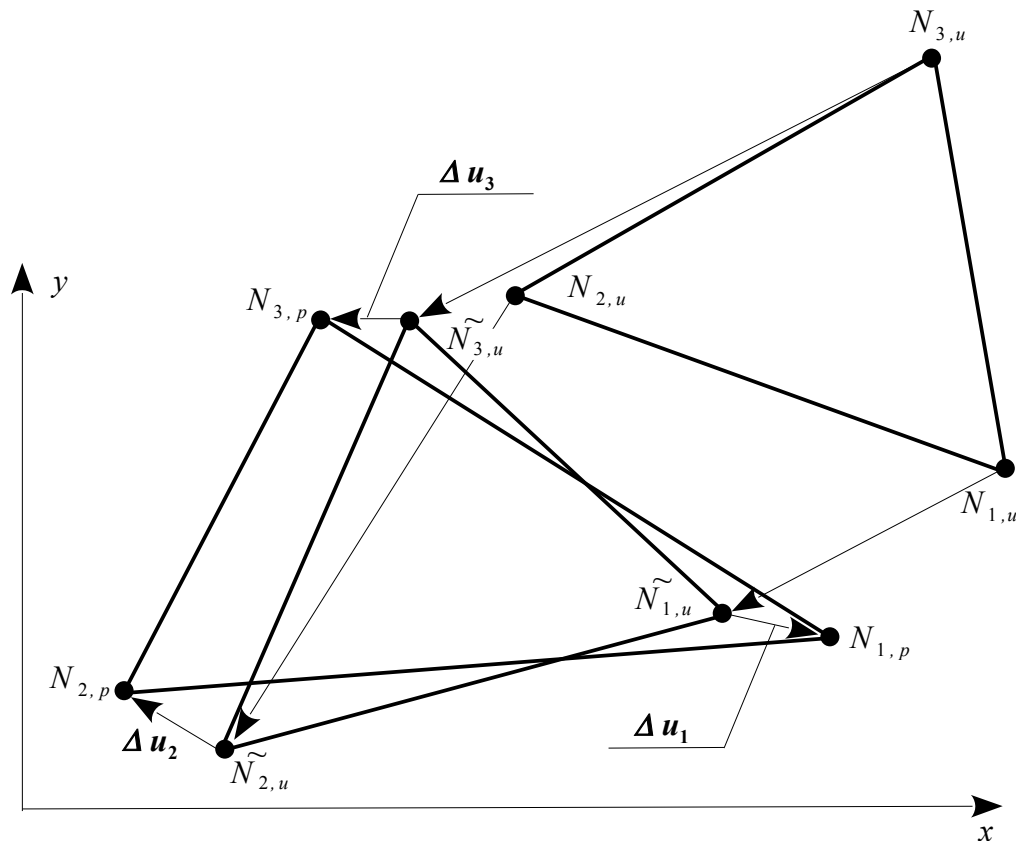
Popsaná prevence překlopení a případná oprava není nezbytnou součástí inverzního stampingu. Účelem těchto doplňkových algoritmů je zrychlení a zvýšení robustnosti celého programu.

Konvergenční kritérium neboli zastavovací podmínku lze volit v duchu vzorce (2.3.2.3-6) s tím, že k zastavení nesmí dojít v situaci, je-li některý z elementů překlopený, nebo kdy došlo k půlení vnějších sil.

### 3.1.2 Aktualizace pozic sklopených elementů

V kapitole 2.3.2.1 bylo demonstrováno, za jakých podmínek může v současnosti používané sklopení elementů vést k selhání inverzní metody. Problémem tohoto řešení je zejména to, že po sklopení elementu do roviny je jeho pozice již neměnná bez ohledu na to, jaké je jeho natočení vůči jemu příslušnému projektovanému elementu. V oblasti MKP se můžeme setkat s takzvanou korotační formulací elementů. Tato formulace se používá v případech, kde je uvažováno, že element resp. jeho uzly vykazují velké posuvy. Rotaci elementu lze pak rozložit na dokonale tuhou („rigid“) část a deformační část. Stejnou myšlenku autor této práce použil i ve svém článku [28], kde korotační přístup použil v inverzním stampingu. Pro úplnost je tento postup ve stručnosti představen také na následujících řádcích.

Na obrázku 3.1.5.1-2 je sklopený element určen uzly  $N_{1,u}$ ,  $N_{2,u}$  a  $N_{3,u}$  a projektovaný element je určen uzly  $N_{1,p}$ ,  $N_{2,p}$  a  $N_{3,p}$ . Je žádoucí sklopený element posunout a natočit do nové konfigurace (na obrázku vyjádřen pomocí uzlů  $\tilde{N}_{1,u}$ ,  $\tilde{N}_{2,u}$  a  $\tilde{N}_{3,u}$ ) tak, aby posuvy uzlů  $\Delta u_1$ ,  $\Delta u_2$ ,  $\Delta u_3$  byly minimální.



Obrázek 3.1.2-1: Rozložení posuvů na tuhou a deformační část

Řešení této úlohy představil *Mostafa* a *Sivasevan* ve svém článku [44], kde tento problém zobecnili. Úlohu parametrizovali pomocí kvaternionů<sup>2</sup> a poté pomocí řešení problému vlastních hodnot určili transformační matici, která umožňuje element transformovat do nové pozice tak, aby se minimalizovaly posuvy.

V inverzním stampingu popsaném v kapitole 3.1.1 se použití korotačního přístupu projeví v bodech 3.1 a 4.1. Právě v těchto bodech se určují posuvy uzlů jako rozdíl v poloze uzlů projektovaných elementů a uzlů sklopených elementů. Nežli se tak stane, je použit korotační přístup, který vždy posune a natočí sklopený element okolo osy  $z$  do takové konfigurace, aby se rozdíl v poloze projektovaného elementu a sklopeného elementu minimalizoval. Uzlových

2 Kvaterniony jsou rozšířením komplexních čísel, se kterým na veřejnost jako první přišel William R. Hamilton v roce 1843. Traduje se, že fundamentální rovnice pro kvaterniony  $i^2=j^2=k^2=ijk=-1$  napadla Hamiltona při přechodu Broughamského mostu v Dublinu. Protože neměl jak si rovnici poznamenat, vryl jí do jednoho z mostních kamenů. Na mostě je dnes umístěná pamětní deska. Umístění pamětních desek v místech, kde vědce napadla průlomová myšlenka není ojedinělá záležitost. Jako další příklad uveďme pamětní desku věnovanou Werneru Haisenbergovi na ostrově Helgoland, která připomíná jeho maticovou formulaci kvantové teorie z roku 1925.



posuvů se využívá k získání sil působících na projektovaný element. Díky odstranění rigid rotace nedochází ke kroucení elementu kolem osy  $z$  a tím ani ke zborcení struktury.

Představený přístup předpokládá, že projekcí vznikne dostatečně kvalitní síť a zároveň, že tato síť neobsahuje elementy s otočenou normálou. Postup představený v kapitole 3.1.1.5 toto zajišťuje.

### 3.1.3 Volba okrajových podmínek

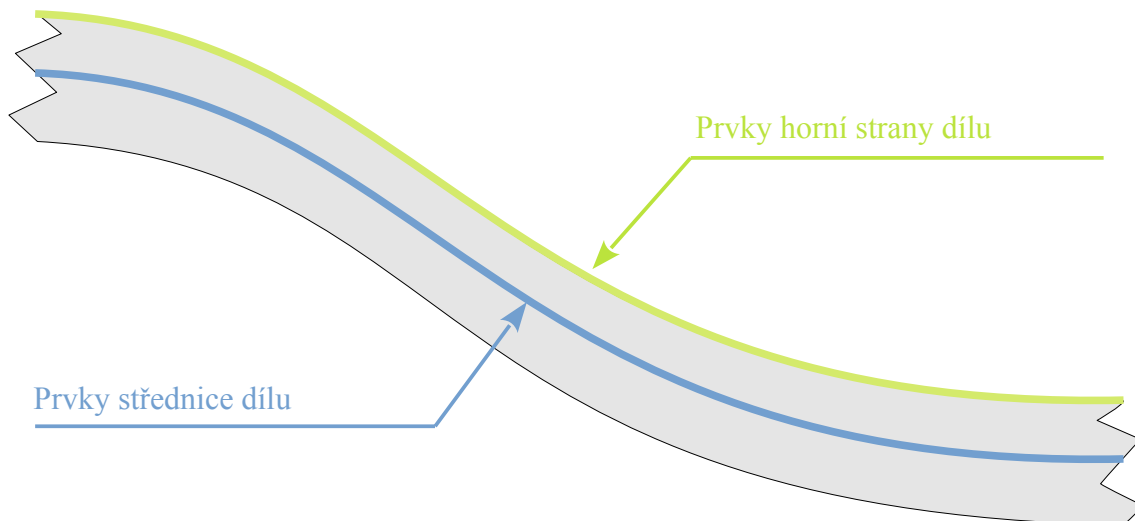
Problematickou volby okrajových podmínek se v dostupné literatuře o inverzním stampingu autoři nezabývají. Kvůli jednoznačnosti úlohy je ovšem potřeba okrajové podmínky aplikovat.

V představené implementaci jsou zvoleny vždy alespoň tři uzly pro zavedení okrajových podmínek, přičemž v každé zpřesňující iteraci je vždy vybrán jeden z nich, do kterého okrajová podmínka aplikována není. Postupným vystřídáním uzlů během zpřesňujících iterací je zajištěna jednoznačnost řešení a také se předejde vzniku parazitických napětí v okolí okrajových podmínek. Každý uzel má dva stupně volnosti. Zavedením okrajové podmínky se v konkrétním uzlu oba stupně volnosti odeberou.

### 3.1.4 Adaptace inverzního stampingu pro objemové sítě

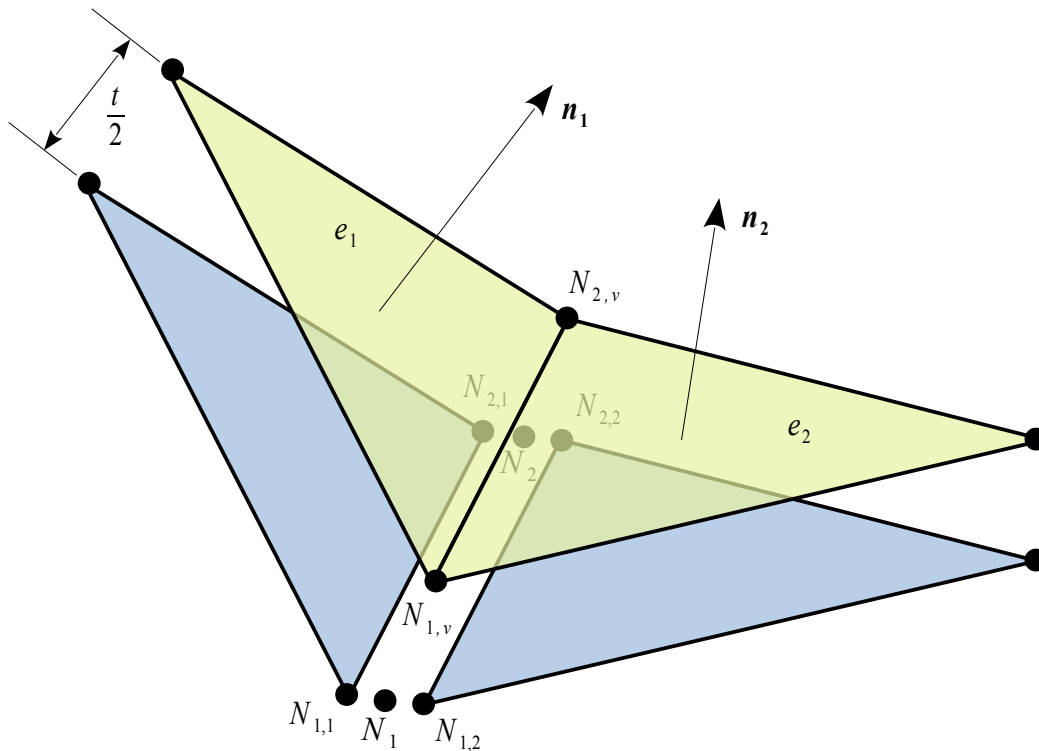
Inverzní stamping je v literatuře popsán pro použití na skořepinových sítích. Ovšem k výpočtům únavové životnosti je často používáno objemových sítí s ohledem na přesnost. Aby mohl být inverzní stamping použit i v tomto případě, byl jeho algoritmus dále uzpůsoben.

Je předpokládáno, že objemová síť je tvořena výlučně deseti-uzlovými tetrahedrálními elementy. Na povrch dílu lze díky tomu nahlížet jako na síť tvořenou trojúhelníkovými skořepinovými elementy, každý o šesti uzlech – tři uzly rohové a tři tzv. mid-side uzly. Ovšem, aby se inverzní stamping urychlil, jsou ve zbylém postupu mid-side uzly trojúhelníkových elementů zanedbány a na trojúhelníkové prvky je nahlíženo jako na prvky o třech uzlech. Skořepinové sítě mající z hlediska inverzního přístupu význam, se na jednom dílu vyskytují dvě, jedna na jeho horní straně a druhá na straně dolní. Rohové uzly povrchových elementů jsou identické s rohovými povrchovými uzly objemových elementů. Tloušťka plechu nemusí být nutně konstantní a lze jí v každém bodě určit z rozdílu vzdáleností mezi horní povrchovou sítí a dolní povrchovou sítí. Algoritmus inverzního stampingu původně formulovaný pro skořepinové prvky byl pro popsání potřeby doplněn o další funkce a kroky tak, aby mohl být použit i pro objemové sítě. Popis takto rozšířeného algoritmu je ve stručnosti následující:



Obrázek 3.1.4-1: Řez objemovou sítí dílu s vyznačenou střednicí (modře) a horní povrchovou sítí (zeleně)

1. Je určena lokální tloušťka dílu pro každý z povrchových elementů náležících horní povrchové síti jako rozdíl vzdálenosti mezi horní povrchovou sítí a dolní povrchovou sítí v daném místě.
2. Na základě triangulární sítě na horní straně dílu (viz obr. 3.1.4-1 zeleně, resp. obr. 3.1.4-2 zeleně) je vytvořena trojúhelníková síť tvořící střednici dílu (na obrázku 3.1.4-1 modře). Střednice vzniká pomocí následujících podkroků:
  - 2.1. Element je posunut o  $-t/2$  ve směru vnější normály elementu, obr. 3.1.4-2, kde  $t$  značí jeho tloušťku zjištěnou v bodě 1. Posunutí se provede pro každý element  $e_1, e_2, \dots, e_i$ .
  - 2.2. Pozice posunutých uzlů  $N_{i,j}$  jsou zprůměrovány, čímž vznikne jediný uzel  $N_i$ . Toto je provedeno pro každý uzel sítě  $i=1, 2, 3, \dots, n$ .
3. Je proveden inverzní stamping pro skořepinové prvky. Vstupem je střednice dílu z předchozího kroku.
4. Výsledky z inverzního stampingu získané pomocí sítě se skořepinovými elementy jsou přeneseny na horní stranu objemové sítě.
5. Analogicky je tento postup aplikován na spodní stranu objemové sítě.
6. Výsledky získané v předchozích dvou krocích (náležící horní i spodní straně objemové sítě) jsou uloženy do společného výsledkového souboru s vidinou následného využití při výpočtu únavové životnosti.



Obrázek 3.1.4-2: Tvorba střednice odsazením elementů

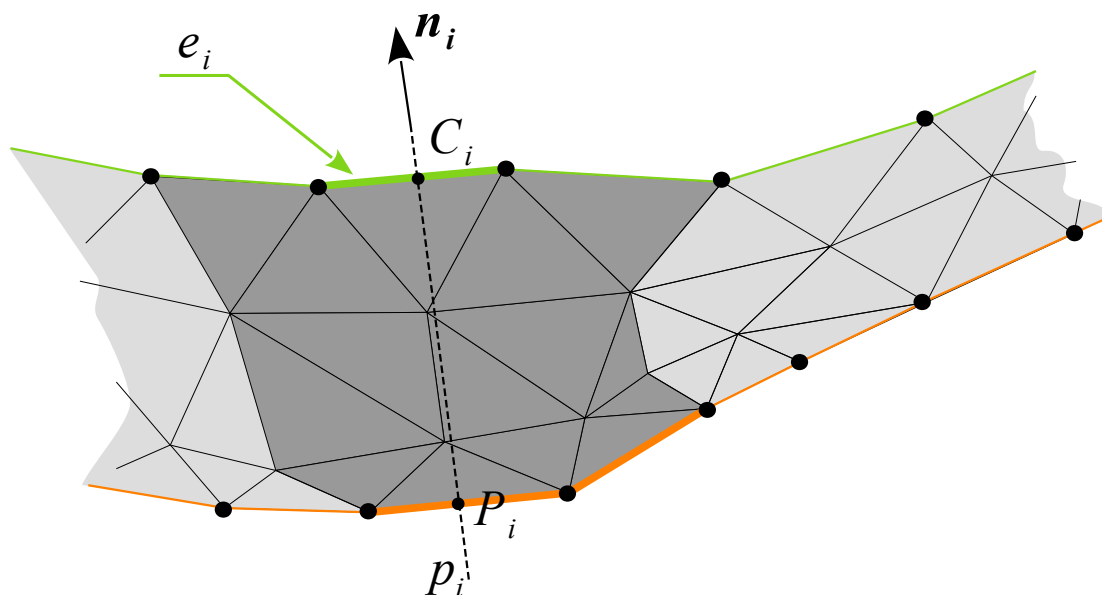
Popsaný algoritmus je znázorněn též pomocí vývojového diagramu v příloze A, kde jsou schematicky znázorněny i jeho podprogramy.

Na základě výše popsaného algoritmu použitého pro objemovou síť, není možné zjistit výsledky plastické deformace a napětí v libovolném místě tvářeného dílu, ale pouze v jeho povrchových uzlech. Vzhledem k tomu, že k nukleaci trhlin při vysokocyklové únavě dochází na povrchu dílu a vzhledem k tomu, že vyhodnocení únavové životnosti probíhá jen na povrchu součásti, je takto vygenerovaný výsledkový soubor plně postačující. Struktura výsledkového souboru je naznačena v kapitole 3.2.

Použití objemové sítě s sebou nese další výhodu. Tou je možnost použít takto modifikovaný algoritmus pro součásti vyrobené z plechu o proměnné tloušťce. V bodě 1 výše popsaného algoritmu se určuje lokální tloušťka plechu. Určení tloušťky probíhá následujícím způsobem.

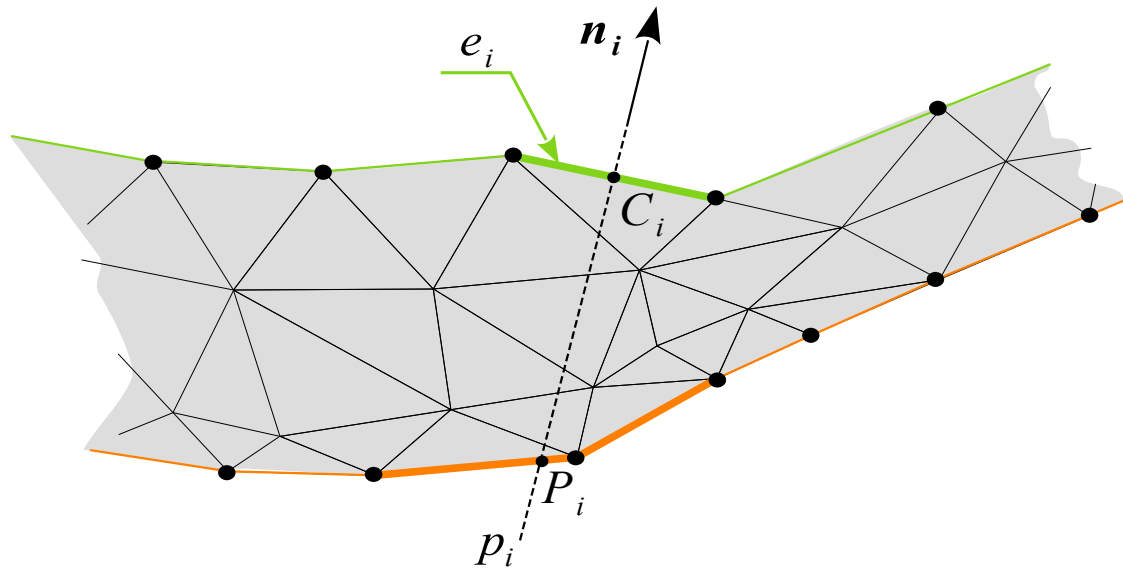
1. Je vybrán konkrétní element horní povrchové sítě. Na obrázku 3.1.4-3 je takovým elementem element  $e_i$  znázorněný tlustou zelenou čarou.
2. K elementu  $e_i$  je připojen jeden element objemové sítě ležící pod ním, s nímž povrchový element sdílí tři rohové uzly.
3. K vybranému/vybraným elementům objemové sítě se naleznou jejich sousední objemové elementy. Ty se přidají do množiny vybraných objemových elementů (na obrázku 3.1.4-3 mají tmavě šedou barvu).
4. Ověří se, zda k vybraným objemovým elementům náleží také některé elementy z dolní povrchové sítě, které jsou na obrázku 3.1.4-3 označeny oranžově.

5. Je-li počet nalezených povrchových elementů náležících k dolní povrchové síti větší než nula, pak se jde na další krok. V opačném případě se pokračuje od bodu 3.
6. Je zkonstruována přímka  $p_i$  procházející středem elementu  $e_i$  (na obrázku 3.1.4-3 označen jako  $C_i$ ) a mající směr vnější normály elementu  $e_i$  (ta je na obrázku 3.1.4-3 označena jako  $n_i$ ).
7. Postupně se procházejí vybrané elementy dolní povrchové sítě a ověřuje se, zda některý z nich má průsečík s přímkou  $p_i$ . Průsečík je na obrázku označen jako  $P_i$ .
8. Je-li nalezen průsečík  $P_i$ , pak se jde na další krok. V opačném případě se množina vybraných elementů dolní povrchové sítě rozšíří o sousední elementy a pokračuje se od bodu 7.
9. Tloušťka  $t$  přiřazená elementu  $e_i$  odpovídá vzdálenosti bodů  $C_i$  a  $P_i$ .
10. Postup se opakuje pro všechny elementy horní povrchové sítě.
11. Analogický postup se provede i pro elementy spodní povrchové sítě.



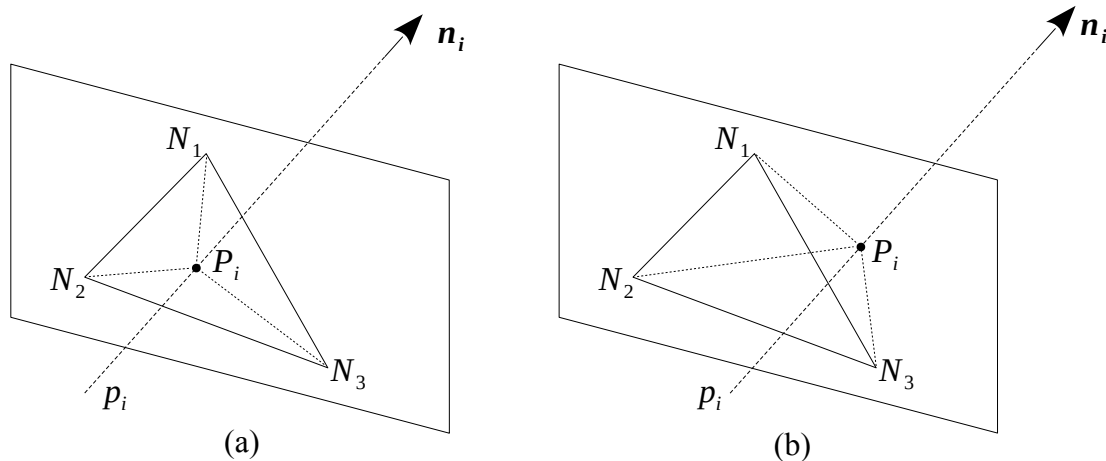
Obrázek 3.1.4-3: Určení lokální tloušťky

Popsaný postup může být poněkud nepřesný v situaci, pokud je aplikován na těleso s nekonstantní tloušťkou stěny a přechod z jedné tloušťky na jinou tloušťku je příliš prudký. V takovém případě by byla tloušťka nadhodnocena, jak demonstruje obrázek 3.1.4-4. Je proto nutné přijmout předpoklad, že přechody jsou dostatečně pozvolné.



Obrázek 3.1.4-4: Určení tloušťky v přechodové oblasti

V uvedeném algoritmu je potřeba ověřovat, zda přímka  $p_i$  má průsečík s aktuálně vybraným proti-elementem. Proces ověřování je naznačen na obrázku 3.1.4-5, kde je elementem proložená rovina a je určen průsečík  $P_i$  této roviny a přímky  $p_i$ . Je-li průsečík  $P_i$  uvnitř elementu, pak součet ploch pod-trojúhelníků  $N_1, N_2, P_i$  a  $N_2, N_3, P_i$  a  $N_3, N_1, P_i$  je roven celkové ploše elementu s uzly  $N_1, N_2, N_3$ , obrázek 3.1.4-5a. Pokud průsečík leží mimo element, pak součet ploch pod-trojúhelníků je větší než je plocha elementu, obrázek 3.1.4-5b.



Obrázek 3.1.4-5: Průsečík přímky s elementem

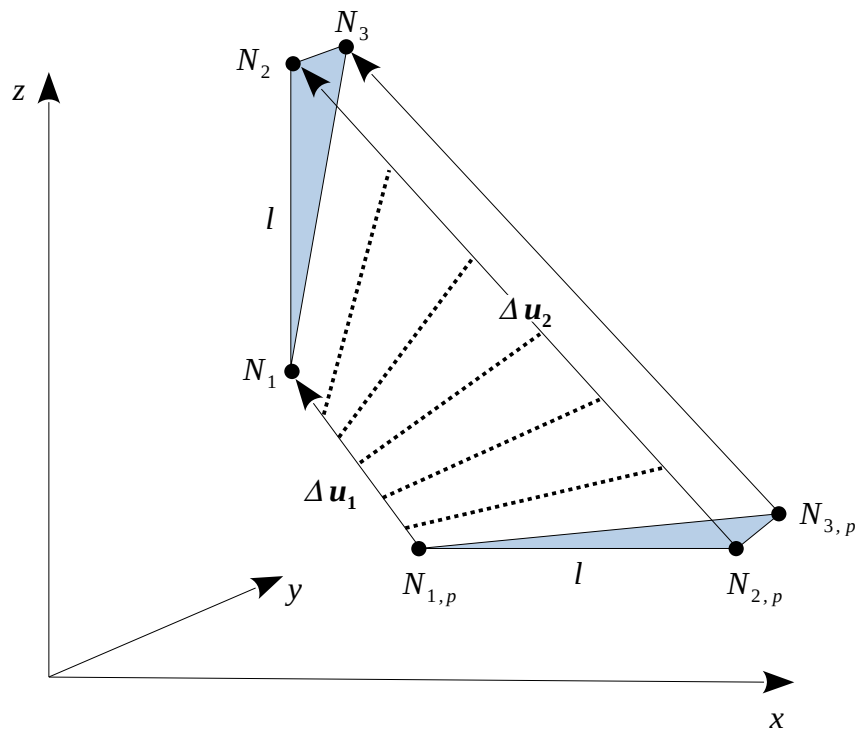
### 3.1.5 Post-processingová část inverzního stampingu

Je-li inverzní stamping dokončen a je-li nalezen rozvin součásti, pak lze přistoupit k dalšímu kroku, kterým je post-processingová část. V ní jsou vyhodnoceny veličiny významné z hlediska únavové životnosti. Výsledky jsou uloženy do takových výsledkových souborů, které lze následně použít pro potřeby vyhodnocení životnosti.

### 3.1.5.1 Určení plastické deformace a napjatosti po inverzním stampingu

Během iterativního zpřesňování rozvinu bylo pro výpočet poměrné deformace a napětí použito vztahů nezahrnujících vliv ohybu, k čemuž bylo přistoupeno kvůli urychlení výpočtu. Ohyb by ale, zejména s ohledem na použití výsledků při určení únavové životnosti, měl být zahrnut alespoň nyní v post-processingové fázi.

V post-processingové fázi je znám rozvin součásti a též finální tvar výrobku. Na rozdíl od běžných inkrementálních MKP simulací tváření, nejsou známy žádné mezikroky. Je tedy potřeba použít takový proces, kterým bude možné pouze na základě rozdílu mezi rozvinem a finálním tvarem odhadnout plastické deformace, případně i napjatost.

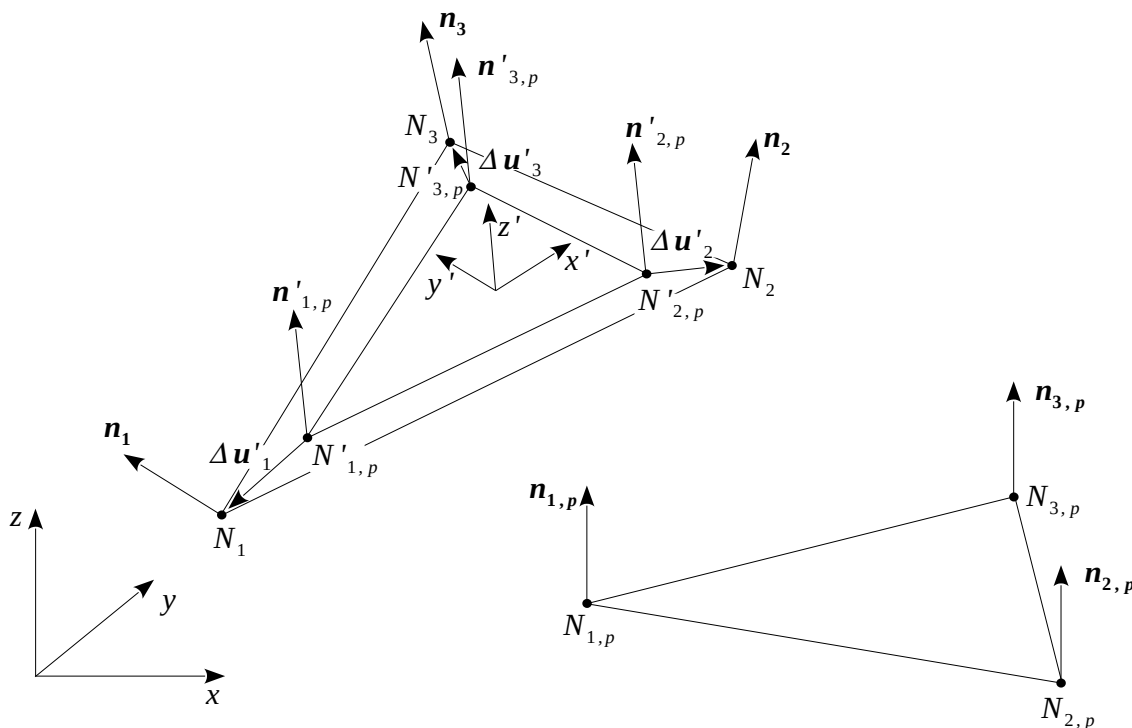


Obrázek 3.1.5.1-1: Kontrakce hrany elementu

Prvním řešením, které se nabízí, je spojit uzly rozvinu a uzly finálního tvaru pomocí úseček. Tyto úsečky by pak mohly být považovány za posuvy  $\Delta u_i$ , které musí uzel rozvinu urazit, aby vznikl finální tvar. Úsečky by bylo možné rozdělit do několika úseků a získat tím mezikroky podobné inkrementální MKP analýze. Díky této sérii mezikroků by pak bylo možné rekonstruovat historii zatěžování každého elementu a získat tím jeho plastické deformace. Nastíněný postup může ovšem vést k zavádějícím výsledkům. Představme si, že máme element, kde vzdálenost mezi prvním a druhým uzlem je  $l$ , a to jak před deformací, tak i po ní, viz obrázek 3.1.5.1-1, neboť během formování se element pouze natočil ale nezdeformoval. Je-li uvažováno, že posuvy uzlů jsou dány spojnicí uzlů před formováním a po formování, pak dojde k tomu, že délka hrany elementu se během krokování nejprve zkrátí a poté opět prodlouží na původní délku  $l$ . Na obrázku 3.1.5.1-1 jsou mezipozice elementu znázorněny čárkovaně. Zkrácením a opětovným prodloužením hrany elementu může dojít ke vzniku plastické deformace a tím i zbytkové napjatosti, která ale při skutečném formování v elementu nevzniká.

Je tedy potřeba zvolit jiný přístup. Pozměněnou proceduru znázorňuje obrázek 3.1.5.1-2. Prostorový element ve finální konfiguraci je popsán uzly  $N_1, N_2, N_3$  a je s ním spojen lokální souřadnicový systém  $x', y', z'$ . Tentýž element náležící rozvinu je popsán uzly  $N_{1,p}, N_{2,p}, N_{3,p}$ . Element rozvinu je transformován do lokálního systému  $x', y', z'$ . Tím vznikne element s uzly  $N'_{1,p}, N'_{2,p}, N'_{3,p}$ . Posuvy uzlů jsou v lokálním systému  $x', y', z'$  označeny jako  $\Delta u'_1, \Delta u'_2, \Delta u'_3$ . K jejich určení je použito korotačního přístupu popsaného v kapitole 3.1.2. Posuvy jsou použity k určení membránové deformace podle vztahu (2.3.2.3-2).

V post-processingu je též uvažován ohyb elementů. K jeho určení je nejprve třeba stanovit rotace v uzlech. Ty jsou vypočítány z natočení uzlových normál. Uzlové normály, které jsou na obrázku 3.1.5.1-2 označeny  $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$  a  $\mathbf{n}_3$ , lze získat z rozdílu mezi povrchovou sítí a střednicovou sítí. Podrobněji bude toto popsáno v kapitole 3.1.5.3. Dále jsou na obrázku 3.1.5.1-2 znázorněny normály projektovaného elementu v lokálním systému  $x', y', z'$ , které jsou označeny  $\mathbf{n}'_{1,p}, \mathbf{n}'_{2,p}$  a  $\mathbf{n}'_{3,p}$ . Ty mají směr osy  $z'$ , neboť odpovídají rovnému, zatím nepřetvořenému plechu. Formováním se mění směr těchto normál až se natočí do finální konfigurace, která odpovídá směřům  $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$  a  $\mathbf{n}_3$ . Z rozdílu mezi směry vektorů  $\mathbf{n}_i$  a  $\mathbf{n}'_{i,p}$  lze určit rotace  $\Omega'_{x,i}$  a  $\Omega'_{y,i}$  kolem os  $x'$  a  $y'$ .



Obrázek 3.1.5.1-2: Určení poměrné plastické deformace

Ohybové deformace jsou pak za pomoci rotací v souladu s [45], [55] vyjádřeny ve vztahu (3.1.5.1-1).

$$\begin{aligned}\varepsilon'_{xx,b} &= \frac{h}{2A} [(y'_2 - y'_3) \Omega'_{y,1} + (y'_3 - y'_1) \Omega'_{y,2} + (y'_1 - y'_2) \Omega'_{y,3}] \\ \varepsilon'_{yy,b} &= \frac{-h}{2A} [(x'_3 - x'_2) \Omega'_{x,1} + (x'_1 - x'_3) \Omega'_{x,2} + (x'_2 - x'_1) \Omega'_{x,3}] \\ \varepsilon'_{xy,b} &= \frac{h}{2A} [(x'_3 - x'_2) \Omega'_{y,1} + (x'_1 - x'_3) \Omega'_{y,2} + (x'_2 - x'_1) \Omega'_{y,3}] \\ &\quad - \frac{h}{2A} [(y'_2 - y'_3) \Omega'_{x,1} + (y'_3 - y'_1) \Omega'_{x,2} + (y'_1 - y'_2) \Omega'_{x,3}]\end{aligned}\tag{3.1.5.1-1}$$

Symbol  $A$  označuje plochu střednicového elementu,  $h$  je vzdálenost od střednice ve směru osy  $z'$ , symboly  $x'_i$  a  $y'_i$  označují souřadnice uzlů v lokálním souřadnicovém systému.

Celkové poměrné deformace v lokálním systému souřadnic  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$  jsou kombinací membránové deformace „*membrane strain*“ a ohybové deformace „*bending strain*“. Ostatní deformace, tj. transversální smyková deformace „*transverse shear strain*“ a deformace od rotace kolem osy  $z'$  „*drilling strain*“ jsou zanedbány. Celkové deformace vyjadřuje vztah (3.1.5.1-2).

$$\begin{bmatrix} \varepsilon'_{xx} \\ \varepsilon'_{yy} \\ \varepsilon'_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon'_{xx,m} \\ \varepsilon'_{yy,m} \\ \varepsilon'_{xy,m} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon'_{xx,b} \\ \varepsilon'_{yy,b} \\ \varepsilon'_{xy,b} \end{bmatrix}\tag{3.1.5.1-2}$$

Celkové poměrné deformace je potřeba rozdělit na elastickou a plastickou část. K tomu je použita metoda půlení intervalu, kde jsou posuvy a rotace půleny tak dlouho, až je ekvivalentní napětí na elementu rovno mezi kluzu. K určení napětí lze při každém půlení použít lineární vztah mezi poměrnými deformacemi a napětím, který v souladu s [2] vyjadřuje rovnice (3.1.5.1-3), ve které symbol  $\nu$  označuje Poissonovo číslo.

$$\begin{bmatrix} \sigma'_{xx,l} \\ \sigma'_{yy,l} \\ \sigma'_{xy,l} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon'_{xx} \\ \varepsilon'_{yy} \\ \varepsilon'_{xy} \end{bmatrix}\tag{3.1.5.1-3}$$

Ekvivalentní napětí je ze složek napětí určeno rovnicí (3.1.5.1-4).

$$\sigma_q = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma'_{xx,l} - \sigma'_{yy,l})^2 + \sigma_{yy,l}^2 + \sigma_{xx,l}^2 + 6\sigma_{xy,l}^2}\tag{3.1.5.1-4}$$

Je-li splněna podmínka plasticity (3.1.5.1-5), pak je půlení posuvů a rotací ukončeno. Z rovnice (3.1.5.1-6) jsou pak určeny složky plastické deformace.

$$\sigma_q \approx \sigma_y\tag{3.1.5.1-5}$$

Složky celkové deformace  $\varepsilon'_{xx}$ ,  $\varepsilon'_{yy}$ ,  $\varepsilon'_{xy}$  uvedené v rovnici (3.1.5.1-6) jsou výsledkem vztahu (3.1.5.1-1) a (2.3.2.3-2), kdy posuvy ani rotace nebyly půleny. Složky elastické deformace  $\varepsilon'_{xx,b}$ ,  $\varepsilon'_{yy,b}$ ,  $\varepsilon'_{xy,b}$  ve vztahu (3.1.5.1-6) vznikly jako součet membránové a ohybové deformace, kdy ovšem posuvy a rotace byly půleny tak dlouho, až byla splněna podmínka plasticity (3.1.5.1-5).



$$\begin{bmatrix} \varepsilon'_{xx,p} \\ \varepsilon'_{yy,p} \\ \varepsilon'_{xy,p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon'_{xx} \\ \varepsilon'_{yy} \\ \varepsilon'_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \varepsilon'_{xx,l} \\ \varepsilon'_{yy,l} \\ \varepsilon'_{xy,l} \end{bmatrix} \quad (3.1.5.1-6)$$

Nesmíme zapomenout, že zejména vlivem membránové deformace dochází ke změně tloušťky elementu a tudíž vzniká nenulová složka poměrné deformace  $\varepsilon'_{zz}$ . Pro její elastickou část platí vztah (3.1.5.1-7).

$$\varepsilon'_{zz,l} = -\nu(\varepsilon_{xx,l} + \varepsilon_{yy,l}) \quad (3.1.5.1-7)$$

Pro plastickou část je možno předpokládat, jak uvádí [39, s. 17], že objem elementu je neměnný. Podmínku konstantního objemu (3.1.5.1-8) lze pak využít k výpočtu plastické části deformace ve směru osy  $z'$  označenou jako  $\varepsilon'_{zz,p}$ .

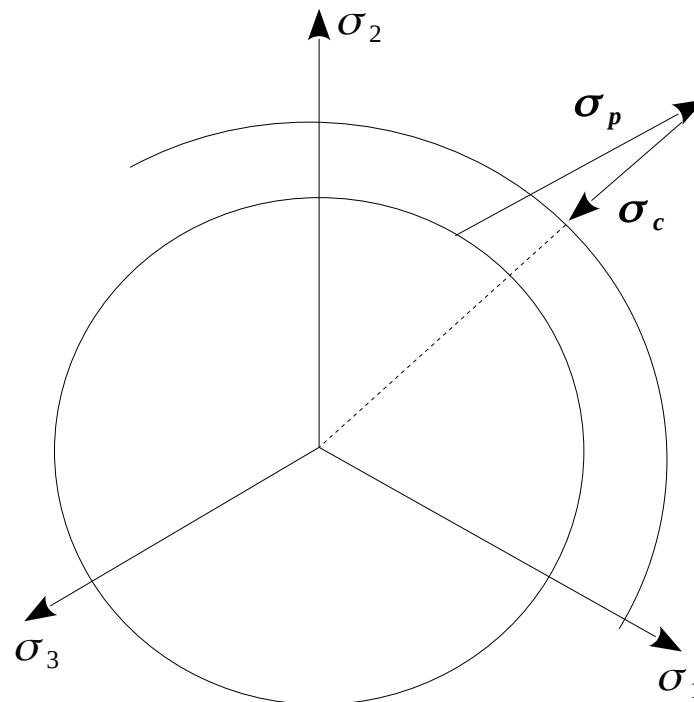
$$\varepsilon'_{xx,p} + \varepsilon'_{yy,p} + \varepsilon'_{zz,p} = 0 \quad (3.1.5.1-8)$$

Složky plastické poměrné deformace  $\varepsilon'_{xx,p}$ ,  $\varepsilon'_{yy,p}$ ,  $\varepsilon'_{zz,p}$ ,  $\varepsilon'_{xy,p}$  jsou použity pro určení hlavních plastických deformací  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$ , které jak známo jsou nezávislé na souřadnicovém systému. Hlavní plastické deformace jsou řešením problému vlastních hodnot matice uvedené ve vztahu (3.1.5.1-9). Pomocí hlavních plastických deformací je poté určeno přetvoření  $\varphi_p$  dle vztahu (2.2-3). Také tato skalární veličina je nezávislá na souřadnicovém systému a není tudíž nutné provádět její transformaci do globálního souřadnicového systému.

$$\boldsymbol{\varepsilon}'_p = \begin{bmatrix} \varepsilon'_{xx,p} & \varepsilon'_{xy,p} & 0 \\ \varepsilon'_{xy,p} & \varepsilon'_{yy,p} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon'_{zz,p} \end{bmatrix} \quad (3.1.5.1-9)$$

Napjatost vzniklá při tváření může být též analyzována pomocí inverzního stampingu. Napětí odpovídající lineární oblasti již bylo určeno za pomoci vztahu (3.1.5.1-3). Při určování napětí v elasto-plastické oblasti se při numerických simulacích běžně používá „*radial return algorithm*“. Ten má dvě fáze zvané „*elastic predictor*“ a „*plastic corrector*“. V první fázi je použito lineárního vztahu napětí a poměrné deformace k určení zkušební napětí  $\sigma_p$ . Leží-li nalezený bod vně plochy plasticity, je přistoupeno k druhé fázi, ve které je napětí korigováno korekčním napětím  $\sigma_c$ , obrázek 3.1.5.1-3. Ke korekci dochází ve směru normály k ploše plasticity a to tak, aby bylo opět dosaženo jejího povrchu. Je-li korekce jedнокroková nebo vícečroková závisí na použitém materiálovém modelu.

Podobného principu lze využít i zde. K určení prediktivního napětí  $\sigma_p$  je použito lineárního vztahu mezi napětím a deformací (3.1.5.1-3). Složky poměrných deformací byly již určeny dříve. Může tak být určena i ekvivalentní poměrná deformace a za pomoci vztahu (2.2-2) může být určeno i ekvivalentní napětí. To udává i průměr plochy plasticity na obrázku 3.1.5.1-3 (je předpokládán materiál s izotropním zpevněním). Složky prediktivního napětí jsou korigovány tak, aby jim odpovídající ekvivalentní napětí leželo na této ploše plasticity. Ke korekci tak postačuje jediný krok.



Obrázek 3.1.5.1-3: Radial return algoritmus

Takto určená napjatost byla počítána v lokálním souřadnicovém systému  $x', y', z'$ , který je spojený s elementem. Je tedy ještě potřeba provést transformaci matice napjatosti do globálního souřadnicového systému. Ta se provede pomocí vztahu (3.1.5.1-10), kde  $\mathbf{R}$  značí matici směrových kosinů, která zajišťuje transformaci mezi systémem  $x', y', z'$  a  $x, y, z$ .

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{R}^T \boldsymbol{\sigma}' \mathbf{R} \quad (3.1.5.1-10)$$

Protože lokální křivost v některých bodech součásti může být poměrně značná, dochází v takových případech při určování ohybového napětí a ohybové deformace k vychýlení neutrální čáry. Ohybové napětí a ohybová deformace mohou být korigovány za pomoci korekčního faktoru, který se určí na základě maximální lokální křivosti v daném bodě a tloušťky plechu. Bylo ovšem zjištěno, že vzhledem k přibližnosti použité metody nevede tato korekce k významnějšímu zpřesnění dosažených výsledků.

### 3.1.5.2 Zpětné odpružení

Zde navržený inverzní stamping je použit ve spojení se softwarem pro MKP simulace. Ke zpětnému odpružení tak lze využít jeho řešič. Řešiči jsou výsledky napětí a ekvivalentní plastické deformace předány jako „initial stress“ a „initial strain“ na skořepinových elementech, jejichž materiál je definován za pomoci izotropního zpevnění. Účelem tohoto kroku je simulovat uvolnění napětí v důsledku otevření tvářecího nástroje, čímž je získáno výsledné zbytkové napětí. Jak bylo diskutováno v kapitole 2.4, mnozí autoři ve svých výpočtech předpokládají, že relaxace napětí je úplná a vliv zbytkové napjatosti ve svých simulacích zcela zanedbávají. Ve zde představené variantě inverzního stampingu je uživateli dána možnost zpětné odpružení provést, nebo jej přeskočit a výpočet tím urychlit.

### 3.1.5.3 Změna tloušťky součásti

Vlivem výrobního procesu dochází ke změně tloušťky plechu z původní konstantní hodnoty na nekonstantní. Je-li výrobní proces simulován pomocí inkrementálního MKP výpočtu, lze tento efekt postihnout. U inverzního přístupu byl v souladu s tím, co je doporučováno ve [39], použit předpoklad, že objem elementu je před i po deformaci konstantní. Tloušťka elementu je pak určena vztahem (3.1.5.3-1), kde  $A_p$  je plocha projektovaného elementu a  $t_p$  je tloušťka projektovaného elementu. Symbol  $A$  označuje plochu elementu ve finální konfiguraci a  $t$  označuje tloušťku elementu ve finální konfiguraci.

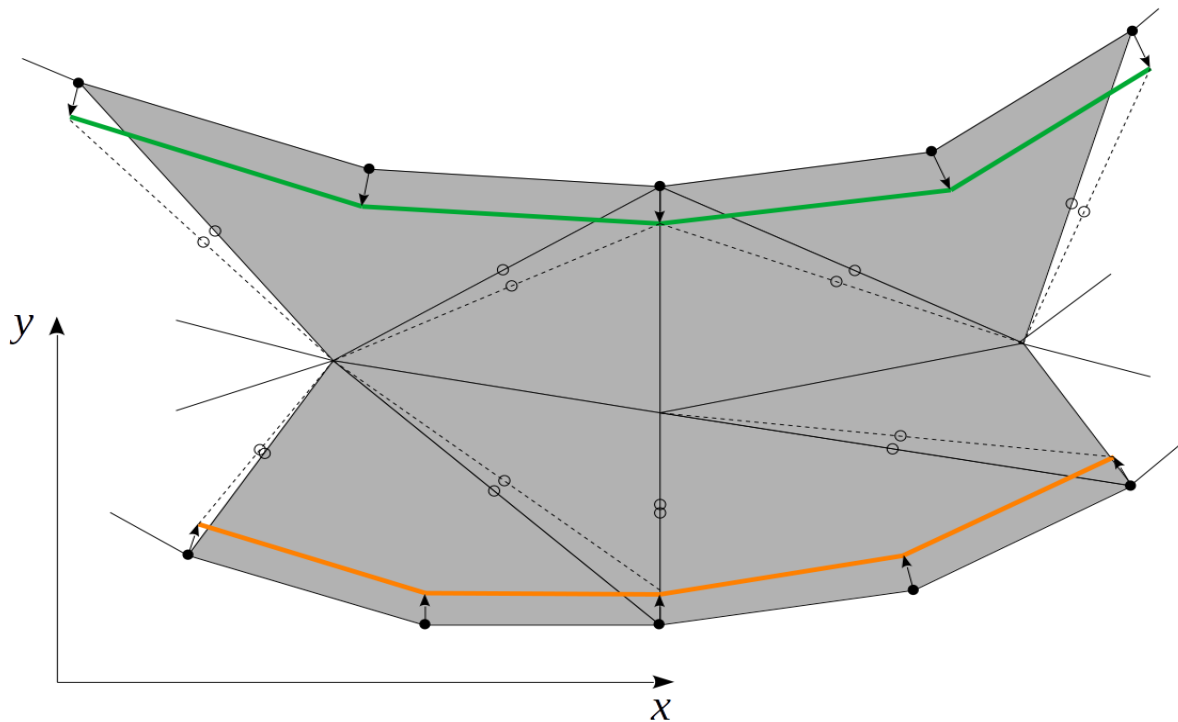
$$t = \frac{A_p}{A} t_p \quad (3.1.5.3-1)$$

U objemové sítě se jako užitečnější jeví informace o změně tloušťky, která je uvedena ve vztahu (3.1.5.3-2).

$$\Delta t = t - t_p \quad (3.1.5.3-2)$$

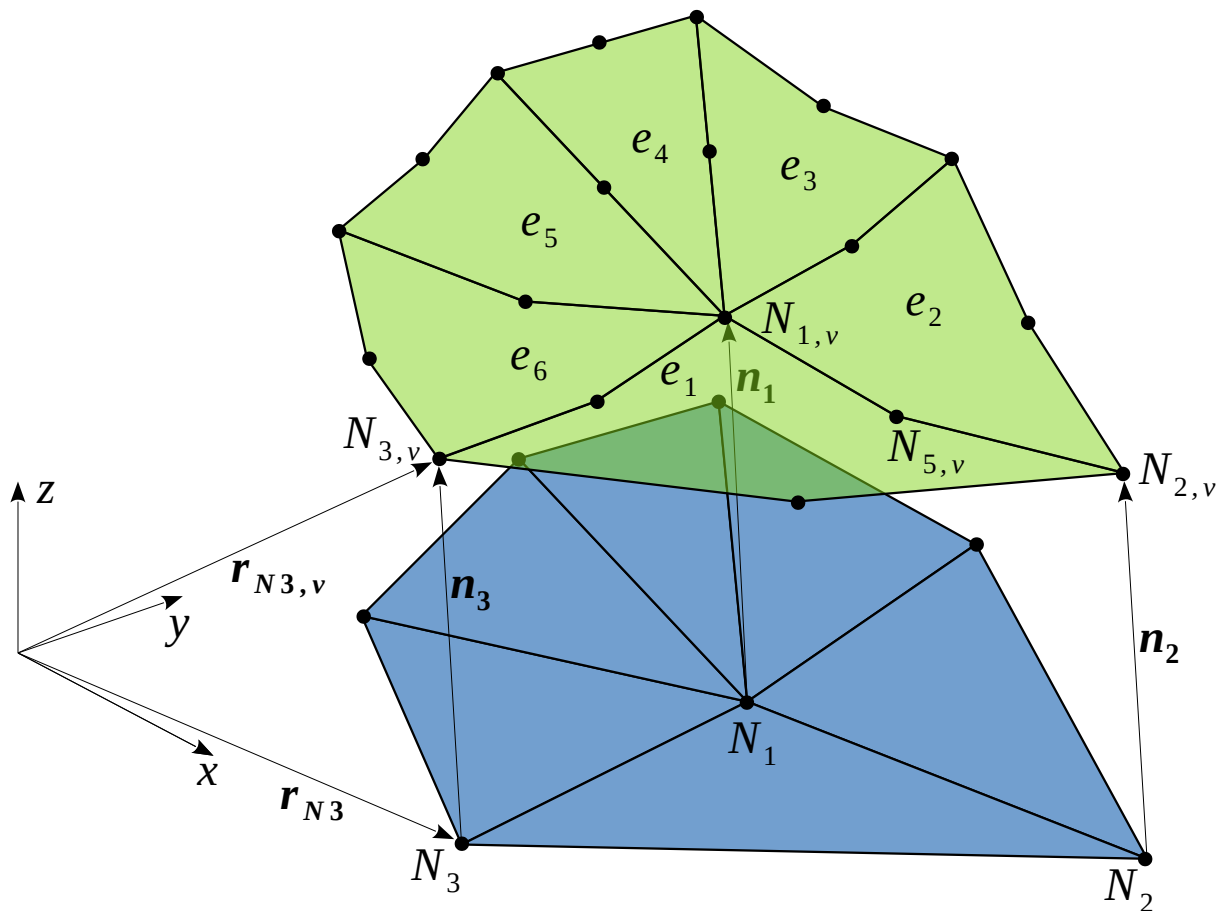
Protože u inverzní metody adaptované na objemové sítě je horní strana součásti analyzována nezávisle na spodní straně součásti, je ve výsledku na horní straně součásti, resp. na spodní straně součásti zobrazována jen polovina  $\Delta t$ .

Použití objemových elementů s sebou přináší i jisté komplikace v případě, kdy má být zohledněna změněná tloušťka stěny při výpočtu provozního napětí. Konečněprvkovou síť je nutné na základě výsledků inverzní analýzy modifikovat tak, aby v ní ztenčení bylo zohledněno, tj. je potřeba změnit pozice některých jejích uzlů. Na obrázku 3.1.5.3-1 je zobrazen řez objemovou sítí, kde nezměněná objemová síť je zobrazena pomocí plných černých čar a ztenčení znázorňuje zelená resp. oranžová čára. Jsou-li v důsledku ztenčení posunuty povrchové uzly (černé kroužky s výplní) ve směru šipek, pak je potřeba adekvátně posunout i mid-side uzly v objemu sítě (kroužky bez výplně). Objemová síť po provedené modifikaci je znázorněna pomocí čárkovaných čar.



Obrázek 3.1.5.3-1: Modifikace objemové sítě

První krok modifikace objemové sítě tedy představuje posunutí rohových povrchových uzlů. Povrchové rohové uzly mohou být poměrně snadno posunuty ve směru jejich vnějších normál o polovinu změny tloušťky  $\Delta t$ . Vnější normály v rohových uzlech jsou v podstatě známy, neboť je známa povrchová síť (na obrázku 3.1.5.3-2 zeleně) a střednicová síť (na obrázku 3.1.5.3-2 modře). Normály  $n_i$  v povrchových rohových uzlech lze pak snadno získat z rozdílné polohy obou sítí. Zvýšenou pozornost je třeba věnovat povrchovým mid-side uzlům. Normály v mid-side uzlech nejsou známy, neboť jak bylo řečeno dříve, v případě skořepinových sítí byly mid-side uzly zanedbány a proto střednicová síť na obrázku 3.1.5.3-2 mid-side uzly nemá. Normály v mid-side uzlech je tedy potřeba určit jiným způsobem. Lze je získat jako průměr ze dvou normál rohových uzlů, mezi kterými příslušný mid-side uzel leží. Jsou-li normály tímto způsobem určeny, pak může dojít k posunutí i povrchových mid-side uzlů. Velikost posunutí je i v tomto případě výsledkem inverzní analýzy. Dále je třeba mít na paměti, že mid-side uzly by měly ležet uprostřed mezi rohovými uzly. Posunutím uzlů ve směru jejich normál může ale dojít k vychýlení mid-side uzlů z této centrované pozice. Toto vychýlení je třeba korigovat. V posledním kroku je potřeba ještě upravit pozice mid-side uzlů ležících v objemu sítě. I tyto mid-side uzly mají totiž ležet v prostředku mezi dvěma rohovými uzly.



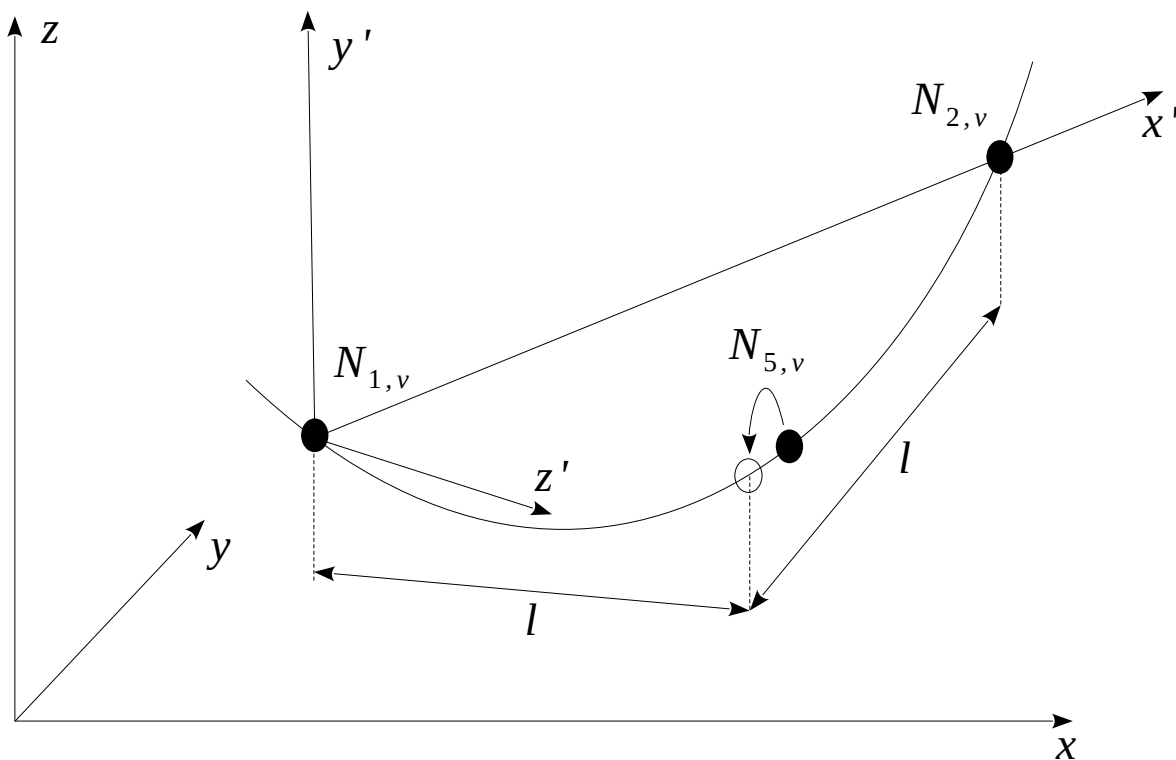
Obrázek 3.1.5.3-2: Posunutí uzlů

Postup, jak posunout uzly objemové sítě tak, aby takto modifikovaná síť reflektovala změněnou tloušťku, je následující:

1. Ze známých změn tlouštěk jednotlivých elementů je určena velikost posunutí každého povrchového uzlu. Např. změna tloušťky v rohovém uzlu  $N_{1,v}$  je průměrem změn tlouštěk ze všech na něj navázaných povrchových elementů  $e_1$  až  $e_6$ , obrázek 3.1.5.3-2. Změna tloušťky v mid-side uzlu  $N_{5,v}$  je průměrem změn tlouštěk elementů  $e_1$  a  $e_2$ .
2. Normály povrchových rohových uzlů  $n_i$  jsou získány z rozdílu jejich pozic a pozic uzlů střednicové sítě. Například normála v uzlu  $N_{3,v}$  na obrázku 3.1.5.3-2 vznikne jako  $n_{n3} = r_{N3,v} - r_{N3}$ , kde  $r_{N3}$  je polohový vektor uzlu  $N_3$  a  $r_{N3,v}$  je polohový vektor uzlu  $N_{3,v}$ . Je vhodné uzlové normály normovat na jednotkovou velikost.
3. Normála v každém z povrchových mid-side uzlů se určí jako průměr normál rohových uzlů, mezi kterými daný mid-side uzel leží. Např. normála v mid-side uzlu  $N_{5,v}$  vznikne jako průměr z normál  $n_1$  a  $n_2$ .
4. Dojde k posunutí povrchových uzlů ve směru jejich normál o hodnotu změny tloušťky určenou v kroku 1.

5. Pozice povrchových mid-side uzlů se koriguje tak, aby vzdálenost mid-side uzlu od obou jemu příslušných rohových uzlů byla stejná.
6. Provede se korekce poloh mid-side uzlů ležících v objemu sítě tak, aby i oni ležely přesně mezi rohovými uzly.

Jak naznačuje zejména obrázek 3.1.5.3-2, mid-side uzel nemusí nutně ležet na přímce, která prochází jemu příslušnými rohovými uzly. Tvar zde použitých desetiuzlových objemových elementů je popsán pomocí polynomů druhého řádu. Ke korekci pozice mid-side uzlu, která se provádí v bodě 5, je možné použít parabolu. Toto je znázorněno na obrázku 3.1.5.3-3, kde je parabola proložena dvěma rohovými uzly  $N_{1,v}$  a  $N_{2,v}$  a jedním mid-side uzlem  $N_{5,v}$ . Poloha mid-side uzlu je korigována. Uzel  $N_{5,v}$  je tedy po parabole posunut tak, aby vzdálenost od jeho obou rohových uzlů byla stejná. Proložení bodů parabolou se zde provádí v lokálním souřadnicovém systému  $x', y', z'$  a poté je poloha korigovaného uzlu  $N_{5,v}$  vyjádřena v globálním souřadnicovém systému  $x, y, z$ .



Obrázek 3.1.5.3-3: Korekce pozic mid-side uzlů

Zde popsaný postup, jak modifikovat objemovou síť, lze integrovat do inverzního stampingu. Výsledkem inverzní analýzy tak není pouze informace o změnách tloušťky, ale rovnou i modifikovaná síť, která reflektuje ztenčení stěn. Modifikovaná síť je v autorově implementaci uložena do separátního souboru, který pak lze použít v dalších analýzách, zejména pak ve výpočtu provozního napětí při cyklickém namáhání součásti.

### 3.1.6 Modifikovaný inverzní stamping

Nyní stručně shrňme ty nejpodstatnější modifikace inverzního stampingu, které byly provedeny. Tyto modifikace zvyšují robustnost algoritmu a dovolují na analyzované součásti zachovat veškeré detaily (díry, výběžky, prolisy, ...), kolem kterých se může koncentrovat napětí. Díky tomu lze algoritmus použít při určení únavové životnosti. Další modifikace se týkají adaptace algoritmu pro objemové síť. Tato modifikace mimo jiné umožňuje provádět inverzní stamping u dílů, které jsou vylisovány z plechů o proměnné tloušťce.

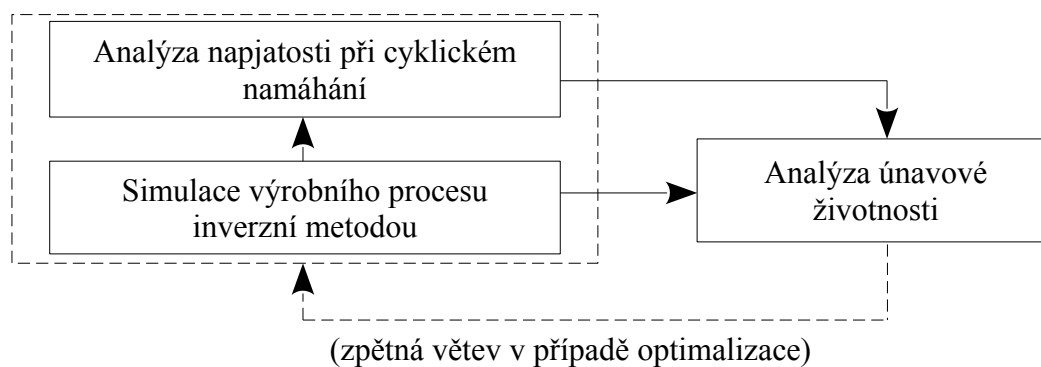
Algoritmus přepracovaného inverzního stampingu má následující kroky:

1. Na horní straně objemové sítě tvořené desetiuzlovými tetrahedrálními elementy je vygenerována skořepinová síť tvořená tříuzlovými trojúhelníkovými elementy (mid-side uzly se zanedbávají).
2. Je určena lokální tloušťka plechu v každém místě dílu, viz kapitola 3.1.4. Lokální tloušťka je přiřazena ke každému ze skořepinových elementů.
3. Posunutím každého skořepinového elementu o polovinu jeho tloušťky ve směru jeho obrácené vnější normály a průměrováním pozic uzlů vznikne střednice dílu tvořená skořepinovou sítí.
4. Je proveden inverzní stamping (kapitola 2.3.2), do kterého vstupuje skořepinová střednice dílu. Inverzní stamping má následující podkroky:
  - 4.1. Je provedena projekce sítě do roviny, viz kapitola 3.1.1.5.
  - 4.2. Elementy jsou sklopeny do roviny.
  - 4.3. Pozice sklopených elementů je aktualizována, viz kapitola 3.1.2.
  - 4.4. Je inicializována proměnná `isPreCalc=True`
  - 4.5. Jsou určeny posuvy jako rozdíl polohy uzlů mezi sklopenými a projektovanými elementy. S jejich pomocí jsou určeny síly v uzlech.
  - 4.6. Je sestavena matice tuhosti a vektor vnějších sil pro celou strukturu. Je určen přírůstek posuvů.
  - 4.7. Jsou aktualizovány pozice projektovaných uzlů tím, že jsou k nim přičteny přírůstky posuvů.
  - 4.8. Je-li proměnná `isPreCalc` rovna `False`, pak jsou materiálové vlastnosti každého elementu individuálně aktualizovány.
  - 4.9. Je-li splněno konvergenční kritérium ve smyslu podmínky (2.3.2.3-6), pak se pokračuje na další bod. Jinak se pokračuje od bodu 4.3.
  - 4.10. Je-li `isPreCalc=True`, pak je proměnná `isPreCalc` nastavena na `False` a pokračuje se od bodu 4.3. V opačném případě se jde na další krok.
  - 4.11. Post-processing, viz kapitola 3.1.5.
5. Na spodní straně dílu je vygenerována skořepinová síť tvořená tříuzlovými trojúhelníkovými elementy. S touto sítí jsou provedeny kroky 2-4.
6. Výsledky získané jak z horní skořepinové sítě, tak z dolní skořepinové sítě se transformují na objemovou síť a uloží se do společného výsledkového souboru. V této implementaci se jedná o soubor typu `.erfh5`, viz později v kapitole 3.2.

- Objemová síť je modifikována tak, aby reflektovala změnu tloušťky způsobenou tvářením, viz kapitola 3.1.5.3. Tato síť je uložena do separátního souboru pro případné další použití.

### 3.2 Přenos výsledků a vyhodnocení únavové životnosti

Již bylo zmíněno, že k vyhodnocení únavové životnosti lze využít komerční software FEMFAT, neboť ten dovoluje do analýzy zahrnout řadu vlivů včetně plastické deformace vzniklé při tvářením dílu. Program má ovšem omezené možnosti pro import výsledkových souborů z řešičů pro simulaci tvářecích procesů. Disponuje rozhraním jen pro soubory z řešiče Abaqus, LS-Dyna a pro soubory typu *.erfh5*. Právě posledně jmenované lze použít i pro export výsledků z vlastního algoritmu pro inverzní metodu. Pro toto řešení hovoří dva faktory. Tím prvním je skutečnost, že struktura souborů typu *.erfh5* je popsána základní dokumentací [66], [65]. Druhým faktorem je to, že soubory *.erfh5* využívají technologii *HDF5* [54], která je navržena pro práci s velkoobjemovými daty. Manipulaci se soubory založenými na technologii *HDF5* umožňuje knihovna *H5py* programovacího jazyka *Python* [56], ve kterém byl implementován celý zde představený modifikovaný inverzní stamping.



Obrázek 3.2-1: Analýza únavové životnosti

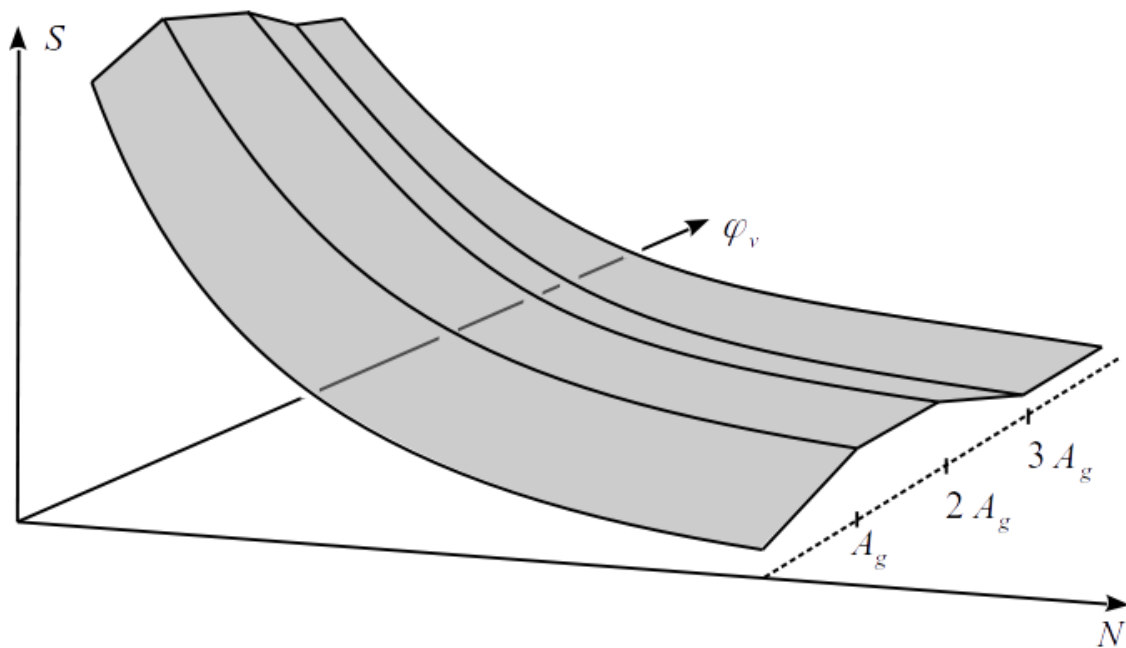
Procedura pro provedení výpočtu únavové životnosti je naznačena na obrázku 3.2-1. Analýzu napjatosti při cyklickém namáhání a použití inverzní metody je výhodné provést v prostředí konečněprvkového balíku. Toto je na schématu naznačeno čárkovaným obdélíkem. Je-li v proceduře zahrnuto i ztenčení stěn způsobené tvářením, pak se při inverzním stampingu provede úprava sítě (viz kapitola 3.1.5.3) a upravená síť se přenesou do analýzy napjatosti, která vzniká cyklickým namáháním. Tento přenos sítě je ve schématu znázorněn plnou vzhůru orientovanou šipkou.

Analýza únavové životnosti je prováděna ve specializovaném post-processingovém nástroji. Schéma předpokládá, že se jedná o externí software, nicméně nemusí tomu tak být. Proces lze zahrnout do optimalizační smyčky, jejíž uzavření je naznačeno čárkovanou šipkou. Bylo-li by použito inkrementální simulace lisování za použití konečněprvkového výpočtu, pak si lze provedení optimalizace vzhledem k časové náročnosti jen těžko představit.

Nevýhodou použitého softwaru FEMFAT je skutečnost, že metody MVS ani MLSS v něm nejsou nikterak zastropovány. Zvyšuje-li se efektivní plastická deformace daleko za rovnoměrnou tažnost  $A_g$ , pak se stále mění i únavová křivka a prodlužuje se únavový život. Toto chování je v rozporu s tím, co autoři metod MVS a MLSS uvádějí, tj. že pro velká



přetvoření efekt způsobený tvářením vymizí, viz [16, s. 109]. Na základě uvedeného a na základě experimentů, které budou později popsány v kapitole 3.3 lze usoudit, že by bylo vhodné únavovou plochu  $S-N-\varphi_v$  z obrázku 2.2-1 modifikovat. Modifikace je naznačena na obrázku 3.2-2. Modifikace by měla tu výhodu, že by i v místech s velkou efektivní plastickou deformací poskytovala realistické výsledky. Jelikož je použit proprietární software, nelze přímo provádět změny v jeho kódu a plochu upravit. Musí být přistoupeno k alternativnímu řešení, které autor navrhl ve svém článku [27]. V něm navrhuje neupravovat plochu přímo, ale upravit efektivní plastickou deformaci  $\varphi_v$  ve výsledkovém souboru předtím, než je importována do softwaru FEMFAT. Tímto způsobem lze proces vyhodnocování únavy udělat uživatelsky komfortnější a vyvarovat se při něm dezinterpretacím chybám.



Obrázek 3.2-2: Modifikovaná  $S-N-\varphi_v$  plocha. Převzato z [27]

Pro úplnost ještě dodejme, že proceduru naznačenou schématem z obrázku 3.2-1 lze různě upravovat dle aktuálních potřeb. Například jí lze zkombinovat s dalšími reverzními metodami jako je 3D skenování. O tomto pojednává autorův příspěvek [26].

### 3.3 Vzorky a zkoušky

Aby mohl být navržený výpočetní postup použit, je třeba experimentálně získat některé materiálové parametry sloužící jako vstupní data. Postup je též nutné validovat. Za tímto účelem bylo vyrobeno několik vzorků a byla provedena řada testů. K výrobě vzorků byl použit za studena válcovaný plech z nelegované oceli DC04. Dále byl použit za tepla válcovaný plech z nízkolegované oceli S420MC.

### 3.3.1 Zkoušky na plochých vzorcích

Kvazistatické zkoušky na plochých vzorcích byly provedeny za účelem identifikace materiálových parametrů, které slouží jako vstupní data matematického modelu. Z rovných plechů byly odebrány vzorky ve třech směrech 0°, 45°, 90° vůči směru válcování tak, jak naznačuje obrázek 2.1-1. Se vzorky byly provedeny tahové zkoušky.

Při tváření se často dosahuje značného přetvoření a tak tahová zkouška nemusí postačovat. K přetržení vzorku dochází mnohdy při nižším přetvoření, než jakého se dosáhne při tváření. Proto byly z plechů dále odebrány kruhové vzorky, které posléze byly použity pro zkoušku stlačením.

Obě zkoušky popisuje ve své práci M. Jakubec [23]. Na rozdíl od jeho postupu, kde byla k simulaci tváření použita inkrementální simulace a Hillova podmínka plasticity [18], je v případě inverzního stampingu uvažována pouze normálová anizotropie. Ze všech tahových křivek z různých směrů je tak průměrováním získána jediná, kterou je proložen mocninný vztah 2.2-2. Tento postup byl použit nejen pro materiál S420MC, ale i pro materiál DC04. Použité materiálové parametry udává tabulka 2.

<b>Materiál</b>	<b>S420MC</b>	<b>DC04</b>
$E$ [MPa]	206000	206000
$\nu$ [-]	0,3	0,3
$a$ [-]	0,9468	1,4693
$\kappa$ [MPa]	783,38	467,11
$\rho$ [-]	0,1065	0,1675
$\sigma_y$ [MPa]	465	165
$A_g$ [-]	0,13	0,23

*Tabulka 2: Materiálové parametry*

Obdobné hodnoty jaké jsou uvedeny v tabulce 2 pro materiál DC04 lze nalézt i v [12], kde ovšem jsou tahové křivky rozlišeny podle orientace vůči směru válcování.

Pro vyhodnocení únavy je nutné také znát únavovou křivku. Její změření je časově i finančně poměrně náročné. Protože výsledky takových zkoušek pro materiál S420MC souhlasí s výsledky tahových zkoušek, které uvádí [33], tak v dalším postupu byla použita i zde publikovaná únavová data. Obdobně bylo postupováno i v případě materiálu DC04, kde byla pozorována dobrá shoda mezi vlastním kvazistatickým měřením a daty z [16]. I tato práce uvádí kromě výsledků kvazistatických zkoušek i výsledky zkoušek únavy.

### 3.3.2 Zkoušky na zakřivených vzorcích

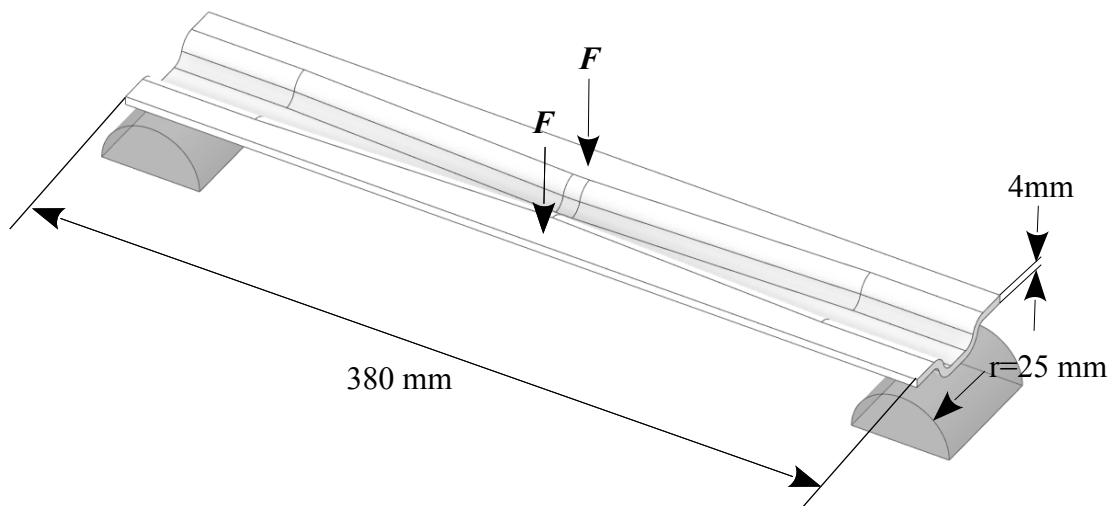
Inverzní stamping má smysl aplikovat pouze na zakřivené vzorky. Čtyři typy z použitých vzorků (B1/B2 a C1/C2) navrhl ve své práci A. Komínek [35]. Další čtyři typy vzorků jsou jejich analogií (E1/E2 a F1/F2), kde pouze došlo ke zmenšení vzorků na poloviční velikost.

Tyto vzorky byly doplněny o tříbodový ohyb vzorků A1/A2 a D1/D2. Dále byla provedena zkouška tříbodovým ohybem na vzorku (svorce), který ve své práci použil i M. Jakubec [23]. Jedná se o vzorek dále označený jako G2. Základní parametry použitých vzorků shrnuje tabulka 3. Některé vzorky byly opatřeny Zn-Ni povlakem.

Typ vzorku	Tloušťka plechu [mm]	Materiál	Použití povrchové úpravy	Počet lisovacích operací při výrobě
A1	4	S420MC	Ne	1
A2	4	S420MC	Ano	1
B1	4	S420MC	Ne	2
B2	4	S420MC	Ano	2
C1	4	S420MC	Ne	3
C2	4	S420MC	Ano	3
D1	2	DC04	Ne	1
D2	2	DC04	Ano	1
E1	2	DC04	Ne	2
E2	2	DC04	Ano	2
F1	2	DC04	Ne	3
F2	2	DC04	Ano	3
G2	3.5	S420MC	Ano	2

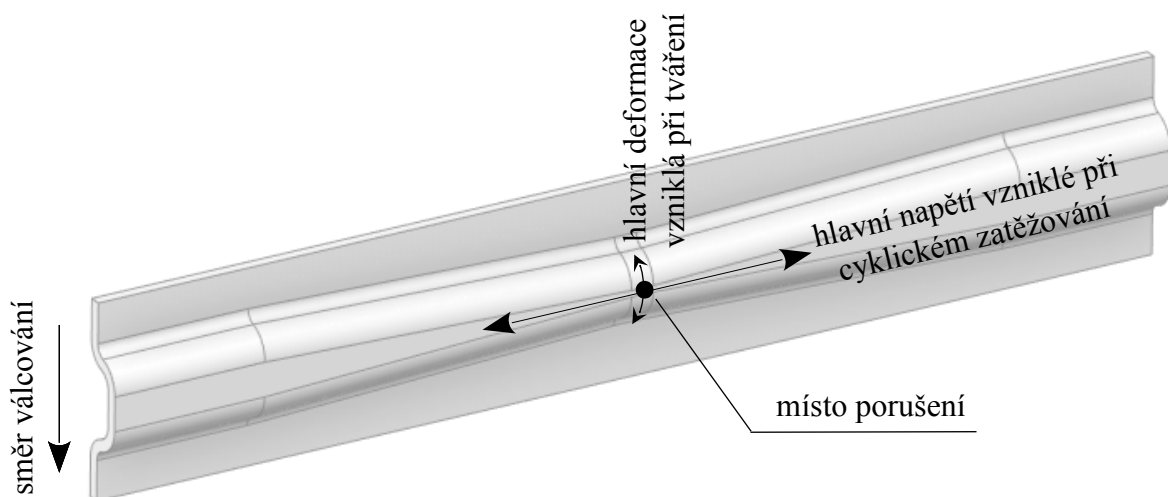
*Tabulka 3: Přehled vzorků použitých pro únavové zkoušky*

Na obrázku 3.3.2-1 je vzorek typu A1 resp. A2. Tento vzorek byl podroben zkoušce tříbodovým ohybem. Symbol  $F$  označuje zatěžující sílu, která byla na vzorek přenášena přes trn o poloměru 25 mm. Stejný poloměr měly i podpěry, Jejich vzdálenost při zkoušce byla 350 mm.



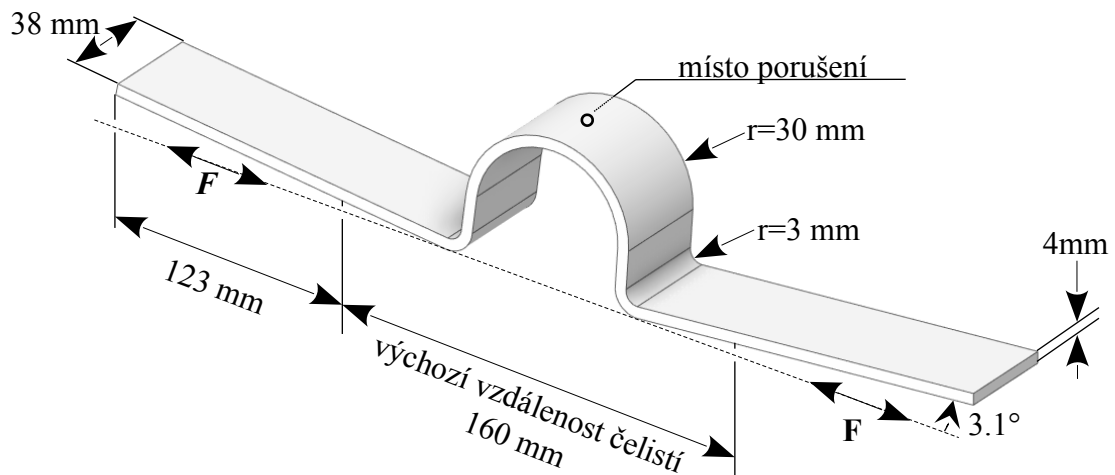
Obrázek 3.3.2-1: Vzorek A1/A2. Převzato s úpravami z [27]

Na obrázku 3.3.2-2 je vyznačen směr hlavní deformace v kritickém místě, která vznikla při tvářeni. Dále je vyznačen směr hlavního napětí, které vzniká při tříbodovém ohybu. Tyto směry jsou u vzorků A1/A2 a D1/D2 vzájemně kolmé. U vzorků B1/B2, C1/C2, E1/E2 a F1/F2 jsou tyto směry souhlasné. U vzorku G2 se toto vzhledem k jeho komplikovanému tvaru nedá jednoznačně určit, neboť deformace ani napětí nemají jeden dominantní směr. Obrázek 3.3.2-2 dále ukazuje směr válcování. Ten je u všech vzorků orientován stejně, tj. směr válcování vždy souhlasí se směrem kratší hrany vzorku.



Obrázek 3.3.2-2: Důležité směry u vzorku A1/A2

Na obrázku 3.3.2-3 je vzorek typu B1 resp. B2. Vzorek byl zkoušen symetrickým zátěžným cyklem tah-tlak, jak naznačují symboly  $F$  představující zatěžující sílu. V důsledku zpětného odpružení po otevření tvářecího nástroje nejsou koncové rovné části vzorku paralelní. Při upnutí vzorku do čelistí zkušebního stroje tak ve vzorku vzniká ohybové napětí.



Obrázek 3.3.2-3: Vzorek B1/B2. Převzato s úpravami z [27]

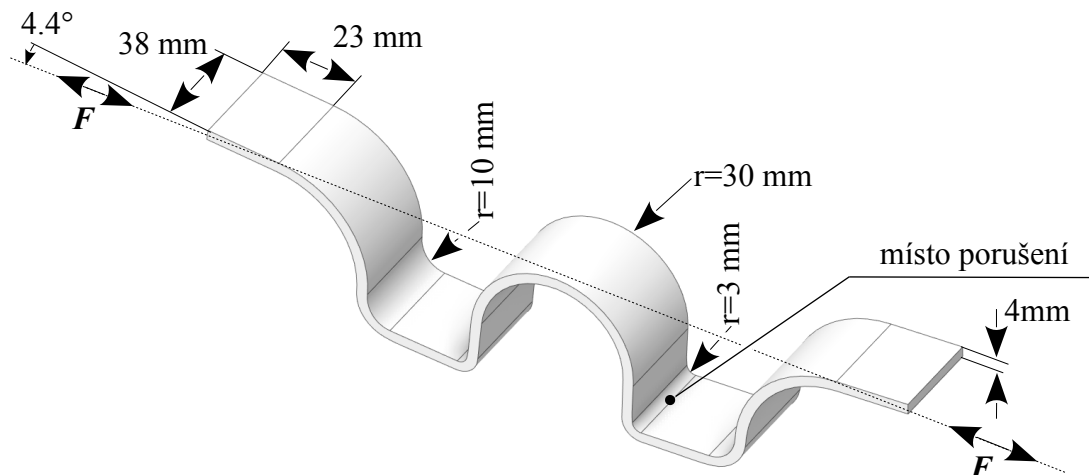
Upnutí vzorku ve zkušebním stroji je na obrázku 3.3.2-4. V důsledku lisování vzniká ve vzorku v předpokládaném místě porušení hlavní deformace (na horní straně vzorku tahová, na dolní straně tlaková). Hlavní deformace je orientována v podélném směru. Při cyklickém namáhání vzniká ve vzorku v předpokládaném místě porušení hlavní napětí (tahové či tlakové dle smyslu namáhání). Směr hlavního napětí je též orientován do podélného směru.



Obrázek 3.3.2-4: Upnutí vzorku B1/B2 ve zkušebním stroji

Obrázek 3.3.2-5 znázorňuje vzorek C1 resp. C2. Ten vznikne ze vzorku B1/B2 přidáním jedné tvářecí operace. I vzorky typu C1/C2 byly zkoušeny symetrickým zátěžným cyklem tah-tlak. Vzorky byly upínány do zkušebního stroje za koncové rovné části. Ani v případě tohoto vzorku nejsou koncové části vzorku paralelní, a tak při upnutí vzorku v něm vzniká ohybové napětí. V předpokládaném místě porušení vznikla při tváření hlavní deformace jež je

orientována do podélného směru vzorku. Stejně tak, hlavní napětí, které ve vzorku vzniká v důsledku cyklického namáhání je orientováno do podélného směru.



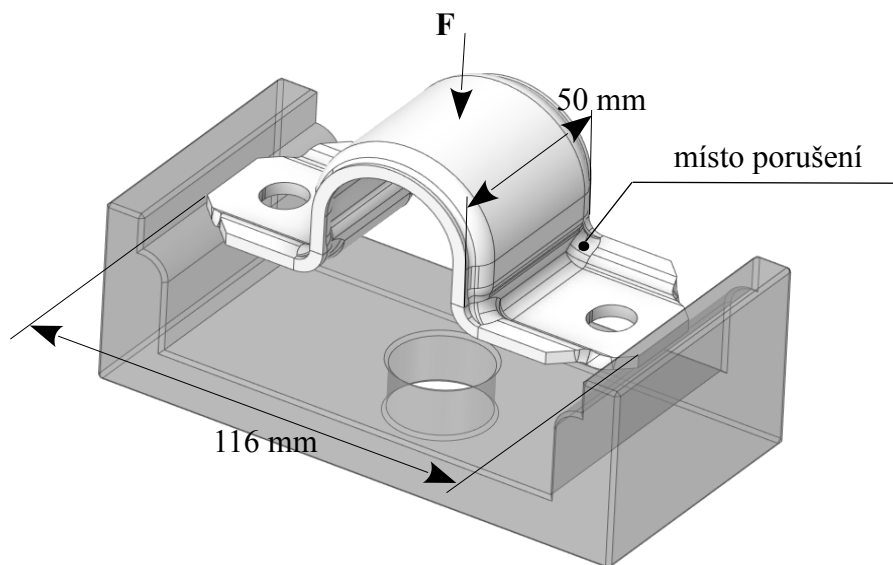
Obrázek 3.3.2-5: Vzorek C1/C2. Převzato s úpravami z [27]

Vzorky D1 a D2 byly vylisovány z plechu o tloušťce 2 mm. Oproti vzorkům A1/A2 jsou veškeré rozměry vzorků D1/D2 poloviční. I vzorky D1/D2 byly vystaveny zkoušce tříbodovým ohybem. Poloměr podpěr v tomto případě byl 5 mm a jejich vzdálenost byla 150 mm. Zatěžující trn měl poloměr 10 mm.

I vzorky E1 a E2 vznikly zmenšením vzorků B1 resp. B2 na poloviční velikost. Úhel koncových částí vzniklý v důsledku zpětného odpružení byl nyní okolo 5°. Vzorky byly opět testovány symetrickým zátěžným cyklem. Výchozí vzdálenost čelistí zkušebního stroje byla 58 mm.

Také vzorky F1 a F2 byly poloviční zmenšeninou vzorků C1 a C2. Úhel koncových částí vzniklý v důsledku odpružení se pohyboval okolo 2°. Vzorky byly vystaveny symetrickému cyklickému zatížení tah-tlak o různých amplitudách.

Vzorek G2 je za normálních okolností používán jako svorka pro upevnění stabilizátoru do automobilu. V reálných podmínkách je svorka upnutá k rámu vozidla pomocí šroubů a do jejího středového oka je vložen gumový blok, skrz který prochází tyč stabilizátoru. Všechny tyto okolní díly ovlivňují životnost svorky. Aby se vliv okolí eliminoval, byl vzorek G2 vystaven tříbodovému ohybu, jak ukazuje obrázek 3.3.2-6. Tuto konfiguraci již autor dříve použil ve svém příspěvku [29]. Svorka je na koncích podepřena a uprostřed na ní působí proměnlivá síla  $F$ . Ta je na svorku přenášena plochým pístem zkušebního stroje.



Obrázek 3.3.2-6: Vzorek G2. Převzato s úpravami z [27]

Testy byly zastaveny v momentě, kdy na součásti byla patrná makroskopická trhlinka. Obrázek 3.3.2-7 ukazuje trhlinku na vzorku G2 (mřížka na pozadí má velikost oka 1cm). Pro návrh součásti je ovšem zpravidla podstatnější okamžik, kdy dochází k nukleaci trhlinky a začíná její šíření.

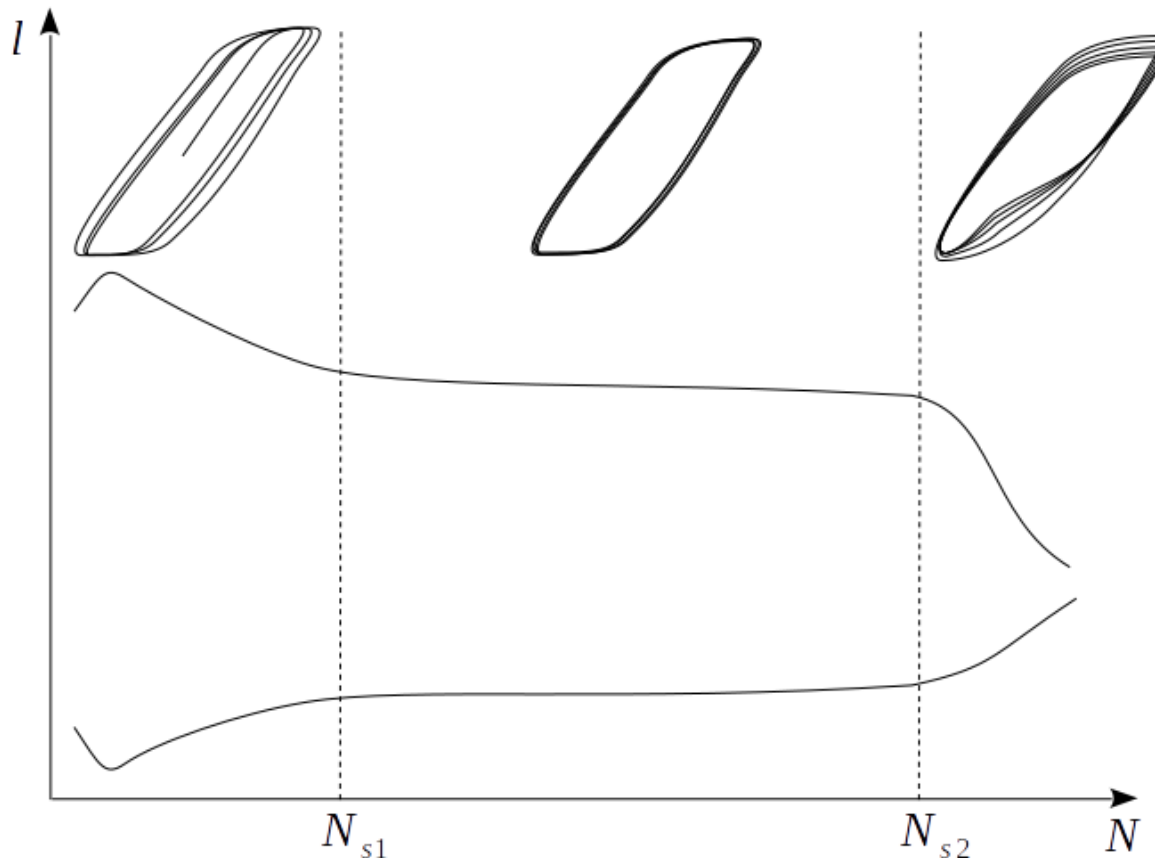


Obrázek 3.3.2-7: Trhlinka na vzorku G2

Během testů byl také zaznamenáván posuv čelistí zkušebního stroje, resp. jeho horní a dolní úvrať. Z tohoto záznamu je pak možné odhadnout, kdy k nukleaci trhliny dochází a výsledky zkoušek je tak možné korigovat. Toto ilustruje obrázek 3.4-1, kde je typický záznam



posunutí čelistí zkušebního stroje doplněný o hysterezní smyčky. V první fázi dochází k saturaci hysterezní smyčky (do počtu cyklů  $N_{s1}$ ). Poté následuje stabilní fáze (od  $N_{s1}$  do  $N_{s2}$ ). Při vyhodnocení únavových testů je předpokládáno, že k nukleaci trhliny dochází při počtu cyklů rovno  $N_{s2}$ . Poté již dochází k šíření trhliny a hysterezní křivka je nestabilní.



Obrázek 3.4-1: Posunutí čelistí zkušebního stroje jako funkce počtu cyklů

### 3.4 Srovnání výsledků výpočetních metod a testů

Navržený výpočetní postup lze posuzovat různým způsobem. Výsledky získané na základě inverzního stampingu lze porovnat s inkrementální simulací. Toto autor provedl ve svém článku [28], takže nyní již tomuto nebude věnována další pozornost. Zájem je upřen k únavové životnosti, a proto nyní bude provedeno porovnání výsledků fyzických únavových testů s výsledky výpočetních modelů.

Předtím se však ještě krátce pozastavme u způsobu, jakým je určována amplituda napětí a střední napětí. Jelikož vzorky a způsob zatěžování uvedené v předchozí kapitole jsou poměrně jednoduché a k určení amplitudy napětí a středního napětí by postačilo využít hlavních napětí, tak představme obecnější přístup. Tento přístup nazývaný „*Scaled Normal Stress (SNS)*“ lze použít i v situacích, kdy se směry hlavních napětí během zatěžování součásti mění. Ambicí této práce je navržení obecněji platného postupu a proto byla použita metoda SNS. Její popis lze nalézt v [57], kde je toto normálové napětí  $\sigma_{ni}$  určené ve směru vektoru  $\mathbf{n}_i$  dáno vzorcem (3.4-1).

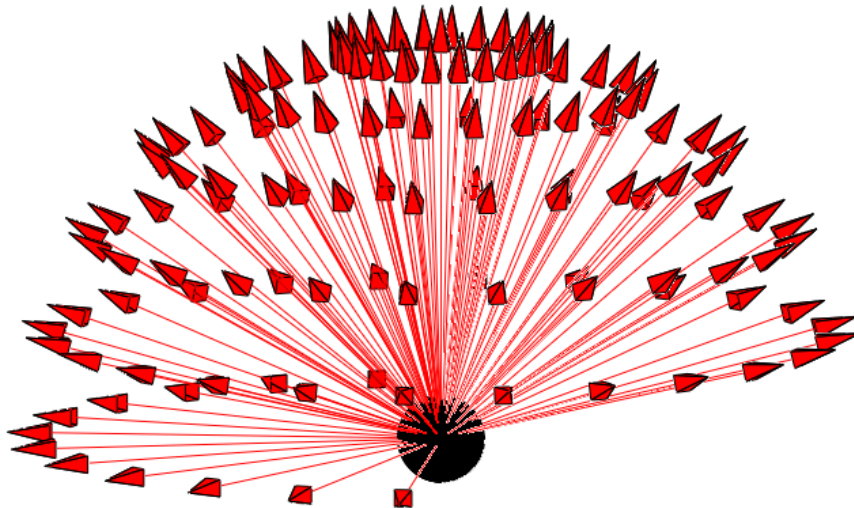


$$\sigma_{ni} = \left[ 1 + \left( 1 - \frac{1}{\lambda} \right) \right] w n_i^T \sigma n_i \quad (3.4-1)$$

V něm  $\sigma$  označuje matici napjatosti,  $w$  je poměr hlavních napětí daný vzorcem (3.4-2) a  $\lambda$  označuje materiálovou houževnatost. Ta nabývá hodnoty od 0,5 do 1. Pokud se její hodnota blíží 0,5 pak se jedná o houževnatý materiál. Naopak, pokud se blíží k jedné, pak se jedná o křehký materiál. Symbol  $\sigma_1$  ve vzorci (3.4-2) označuje první hlavní napětí a  $\sigma_3$  označuje třetí hlavní napětí.

$$w = \begin{cases} \frac{\sigma_3}{\sigma_1}, & \text{když } |\sigma_1| \geq |\sigma_3| \\ \frac{\sigma_1}{\sigma_3}, & \text{když } |\sigma_3| > |\sigma_1| \end{cases} \quad (3.4-2)$$

Směry vektorů ve vzorci (3.4-1) je třeba zvolit. Obvykle se směry volí s konstantním úhlovým krokem, jak je možno vidět na obrázku 3.4.1-1. Čtenář ze vzorce (3.4-1) snadno nahlédne, že napětí ve směru normály  $n_i$  je stejné jako ve směru  $-n_i$ . Proto je na obrázku 3.4.1-1 normálami vyplněna jen horní polokoule. Černá koule uprostřed představuje uzel sítě, ve kterém se normálová napětí počítají. Ze všech počítaných směrů se vybere ten, který má z hlediska únavové životnosti nejvíce poškozující efekt.



Obrázek 3.4.1-1: Směrové vektory v uzlu

### 3.4.1 Vzorek A1 a A2

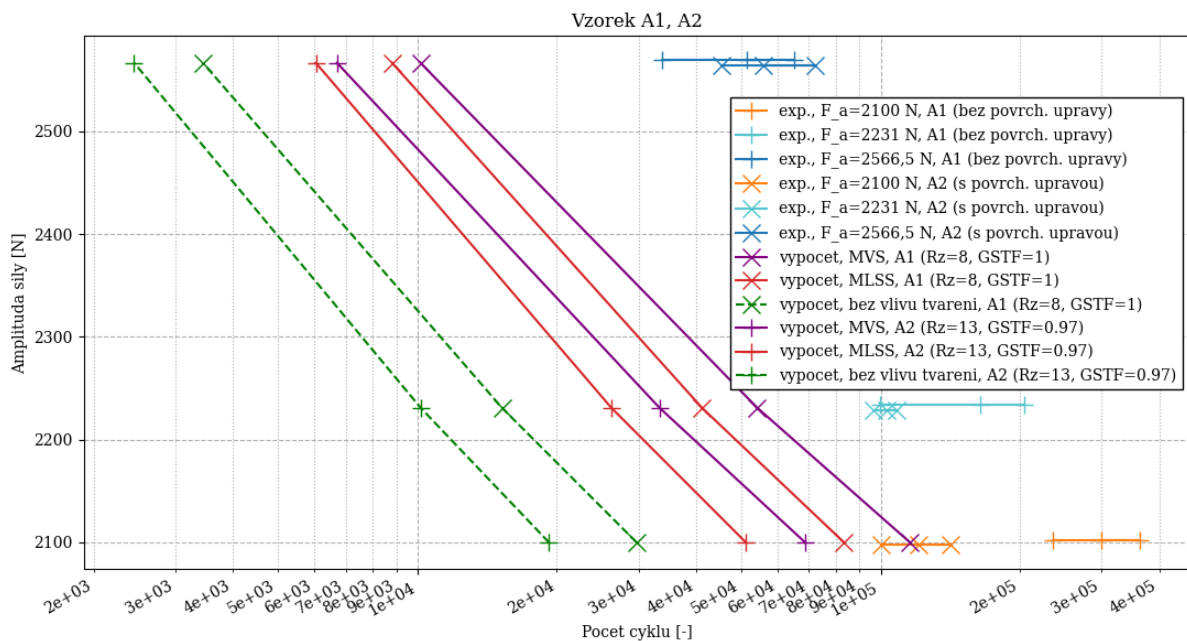
Vzorky A1 a A2 byly vystaveny tříbodovému ohybu na třech zatěžujících hladinách. Na každé hladině bylo testováno obvykle pět vzorků A1 a pět vzorků A2. Výsledky zkoušek a jejich porovnání s výpočty ukazuje obrázek 3.4.1-2. Výsledky zkoušek jsou znázorněny pomocí horizontálních úseček. Značky na každé úsečce značí minimální dosažený počet cyklů, průměrný počet cyklů a maximální dosažený počet cyklů. Pro lepší přehlednost jsou na každé zatěžující hladině experimentální výsledky vzorků A1 posunuty lehce vzhůru vůči výsledkům vzorků A2, aby při vizualizaci nedocházelo k jejich vzájemnému překryvu. Neznamená to ovšem, že by byly namáhány jinou amplitudou. Obrázek 3.4.1-2 také ukazuje výsledky získané na základě výpočetního modelu. Červeně jsou označeny výsledky získané na základě inverzního stampingu a metody MLSS. Fialově jsou reprezentovány výsledky

založené na modelu kombinujícího inverzní stamping a metodu MVS. Zelené čárkované křivky reprezentují model, u kterého není vliv tváření nijak zohledněn. Křivky se značkami „X“ představují model odpovídající vzorku A1, tj. případ, kde není aplikována povrchová úprava. Drsnost povrchu těchto vzorků je dle měření  $R_z=8 \mu\text{m}$ . Křivky se značkami „+“ odpovídají vzorkům A2, tj. vzorkům s povrchovou úpravou jejichž drsnost povrchu se dle měření pohybuje okolo  $R_z=13 \mu\text{m}$ .

Ve výpočetním modelu je drsnost povrchu zohledněna pomocí faktoru drsnosti povrchu  $K_R$ . Ten je v souladu s [11, s. 54] určen dle vzorce (3.4.1-1), kde konstanty  $a_R$  a  $R_{m,N,min}$  lze též dohledat v [11, s. 55]. Jejich hodnoty pro ocel jsou  $a_R=0,22$  a  $R_{m,N,min}=400 \text{ MPa}$ . Samotná drsnost povrchu  $R_z$  se do vzorce (3.4.1-1) zadává v  $\mu\text{m}$ , mez pevnosti  $R_m$  je zadávána v MPa.

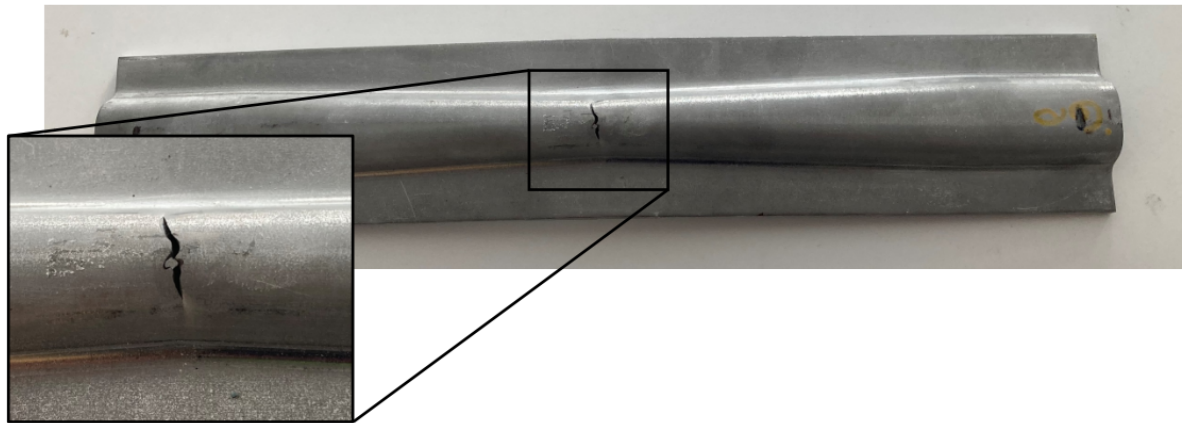
$$K_R = 1 - a_R \log(R_z) \log\left(\frac{2R_m}{R_{m,N,min}}\right) \quad (3.4.1-1)$$

Ve výpočetním modelu je dále použit „General Surface Treatment Factor (GSTF)“. V případě vzorků bez povrchové úpravy je jeho hodnota ponechána na hodnotě 1. Ve výpočetním modelu, kde je zohledněna povrchová úprava, je GSTF ponížěn na hodnotu 0,97. Oba faktory, jak  $K_R$  tak GSFT, slouží pro určení celkového faktoru. Tím je pak přenásobena únavová křivka, čímž se do výpočtu zahrnou příslušné vlivy.



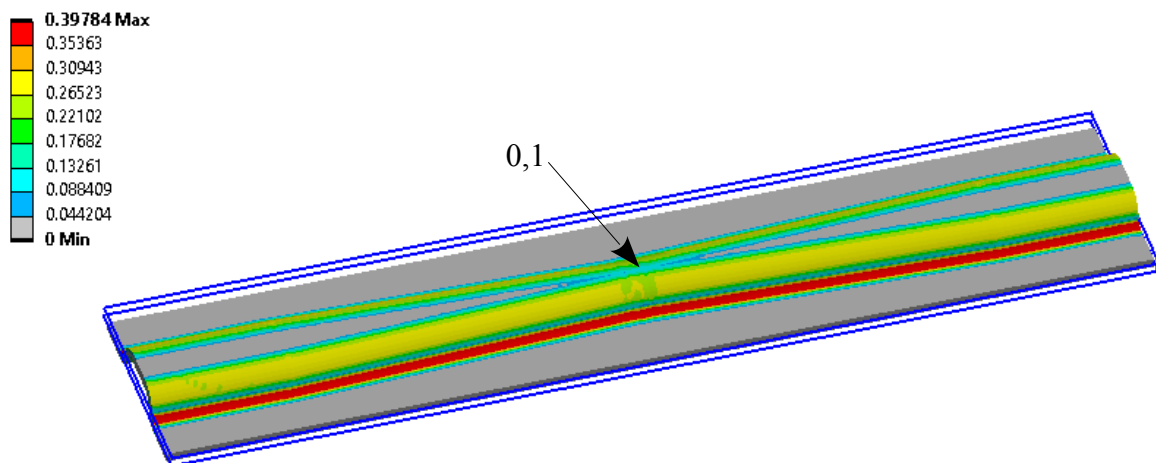
Obrázek 3.4.1-2: Výsledky pro vzorky A1 a A2

Z obrázku je patrné, že zohledněním tvářecího procesu dojde k přiblížení výpočetních výsledků výsledkům experimentálním. Též je vidět, že výpočetní model dokáže jistým způsobem zohlednit vliv jakosti povrchu. Nicméně, tato práce se zaměřuje na vliv tváření, takže problematice povrchové úpravy nebude věnována hlubší pozornost.



Obrázek 3.4.1-3: Vzorek Al po testu

Výpočetní model predikoval, že k prasknutí dojde ve stejném místě, kde se při fyzických testech objevovala únavová trhlina. Ta je vidět na obrázku 3.4.1-3. Efektivní plastické přetvoření  $\phi_v$  se dle inverzního stampingu v místě praskliny pohybuje okolo 0,1, obrázek 3.4.1-4. Modrá kontura v tomto obrázku představuje rozvin.



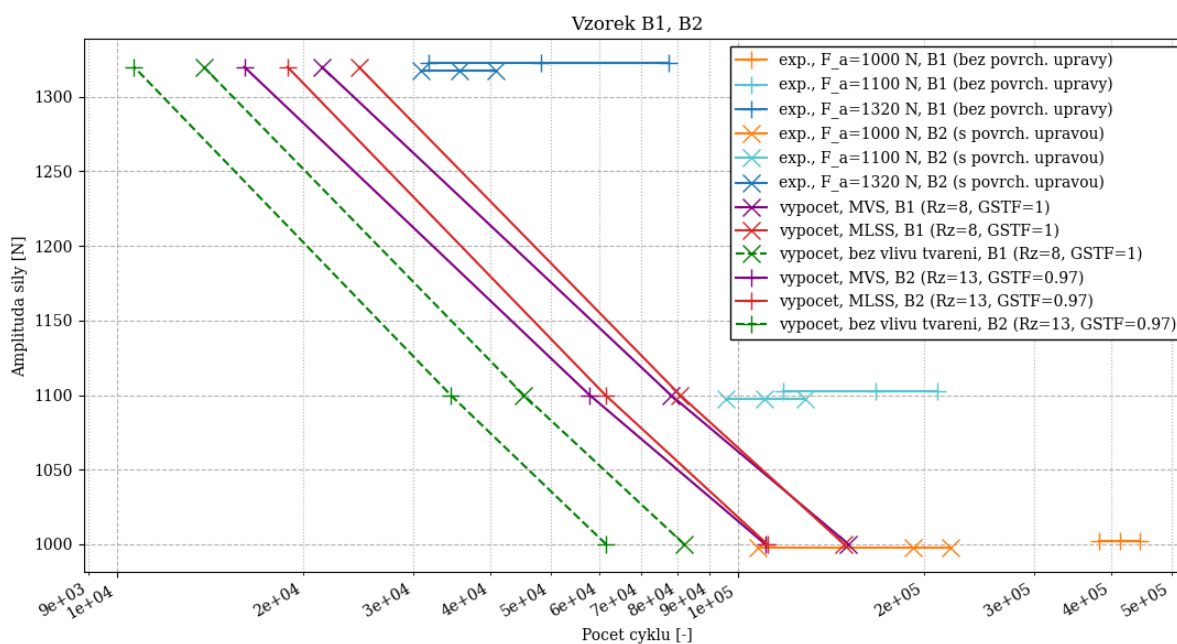
Obrázek 3.4.1-4: Efektivní plastická deformace na vzorku Al/A2

Amplituda napětí v kritickém místě se u nejvyšší zatěžující hladiny pohybuje okolo 430 MPa a u nejnižší zatěžující hladiny okolo 350 MPa. Znamená to, že amplituda napětí je nižší než mez kluz a tudíž by relaxace zbytkového napětí podle [16, s. 110] neměla být úplná. I tak při výpočtu únavové životnosti zbytkové napětí nebylo bráno v potaz.

### 3.4.2 Vzorky B1 a B2

Vzorky B1 a B2 byly namáhány střídavě na tah a tlak, přičemž střední hodnota zatěžující síly byla nulová. Ve vzorku vznikl ohybový moment v důsledku upnutí vzorku do zkušebního stroje. Výsledky ukazuje obrázek 3.4.2-1. Jeho smysl je stejný jako v předchozí kapitole. U vzorků s povrchovou úpravou vždy docházelo k prasknutí vzorku v předpokládaném místě, tj. uprostřed součásti. V případě vzorků bez povrchové úpravy docházelo v některých případech k prasknutí vzorku u paty středového oblouku, obrázek

3.4.2-2. Vzorky, u kterých došlo k takovému poškození, byly z vyhodnocení vyloučeny. U vzorků B1 namáhaných amplitudou 1000 N došlo k takovému poškození vzorku hned ve třech případech, což znamená, že ve vyhodnocení zbyly pouhé dva vzorky. U vzorků B1 namáhaných amplitudou 1100 N došlo k prasknutí v patě oblouku u dvou vzorků, takže ve vyhodnocení jsou ponechány tři vzorky. U vzorků B1 namáhaných amplitudou 1320 N nedošlo k prasknutí v patě oblouku u žádného ze zkoušených těles, takže ve vyhodnocení je ponecháno všech pět vzorků. Výpočetní model predikoval, že k prasknutí dojde vprostřed součásti, což je i místo, které u experimentálně zkoušených vzorků dominovalo. Plastické přetvoření  $\varphi_v$  se v tomto místě pohybuje okolo 0,07, obrázek 3.4.2-4.

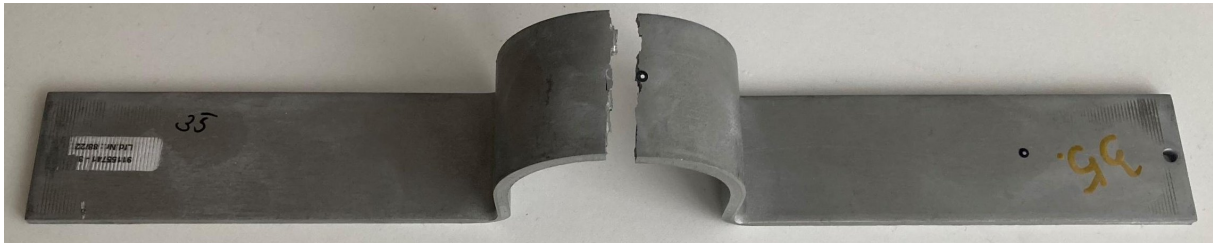


Obrázek 3.4.2-1: Výsledky pro vzorky B1 a B2

I zde je z vyhodnocení patrné, že zahrnutí výrobního procesu do výpočtu únavové životnosti má smysl a přibližuje výsledky realitě. Na obrázku 3.4.2-3 je vidět testovaný díl B2 po zkoušce.

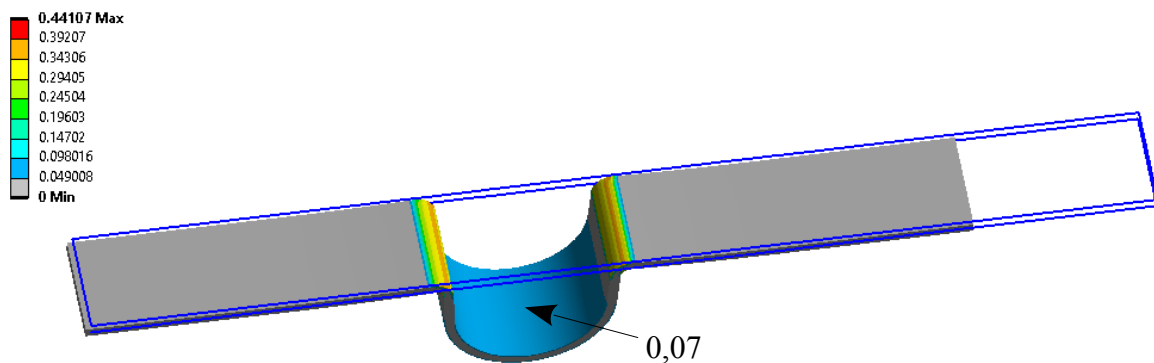


Obrázek 3.4.2-2: Vzorek B1 po testu



Obrázek 3.4.2-3: Vzorek B2 po testu

Amplituda napětí na nejvyšší zátěžné hladině překračuje mez kluzu v kritickém místě. U střední zátěžné hladiny je amplituda napětí v kritickém místě asi 460 MPa, čili srovnatelná s mezí kluzu. Pouze u nejnižší hladiny je amplituda napětí pod mezí kluzu. Lze tedy předpokládat úplnou relaxaci zbytkového napětí u prvních dvou hladin. Zbytková napjatost nebyla uvažována v žádném z výpočetních modelů. K jistému nesouladu mezi výpočtem a experimentem v důsledku zanedbání vlivu zbytkové napjatosti tak může docházet pouze u nejnižší zátěžné hladiny.

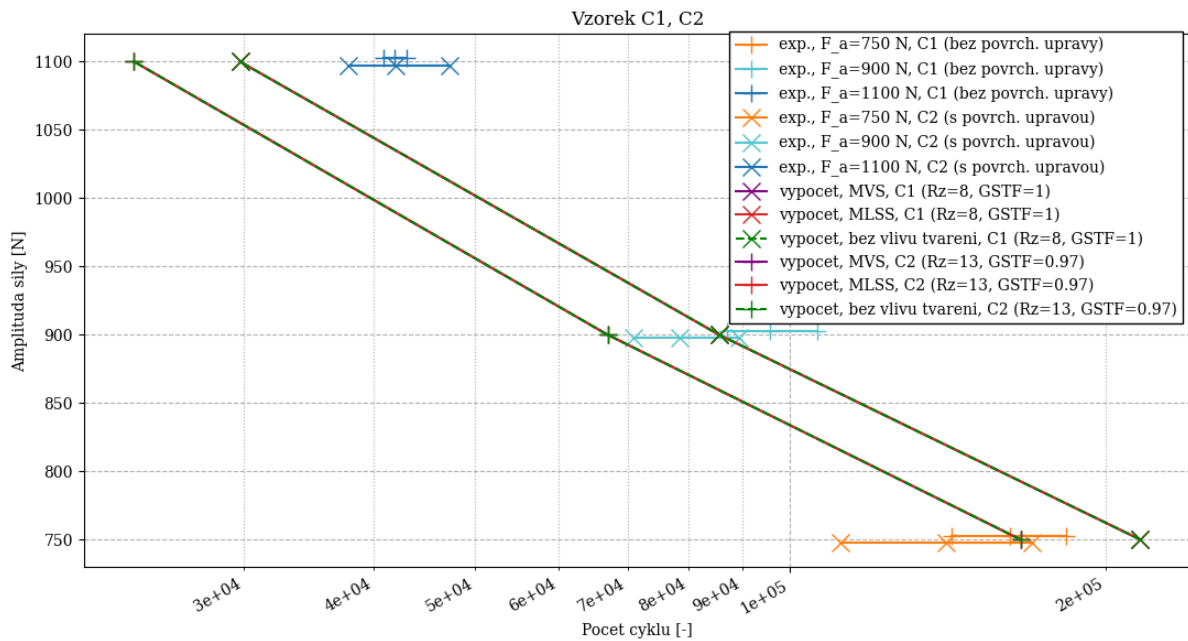


Obrázek 3.4.2-4: Efektivní plastická deformace na vzorku B1/B2

### 3.4.3 Vzorky C1 a C2

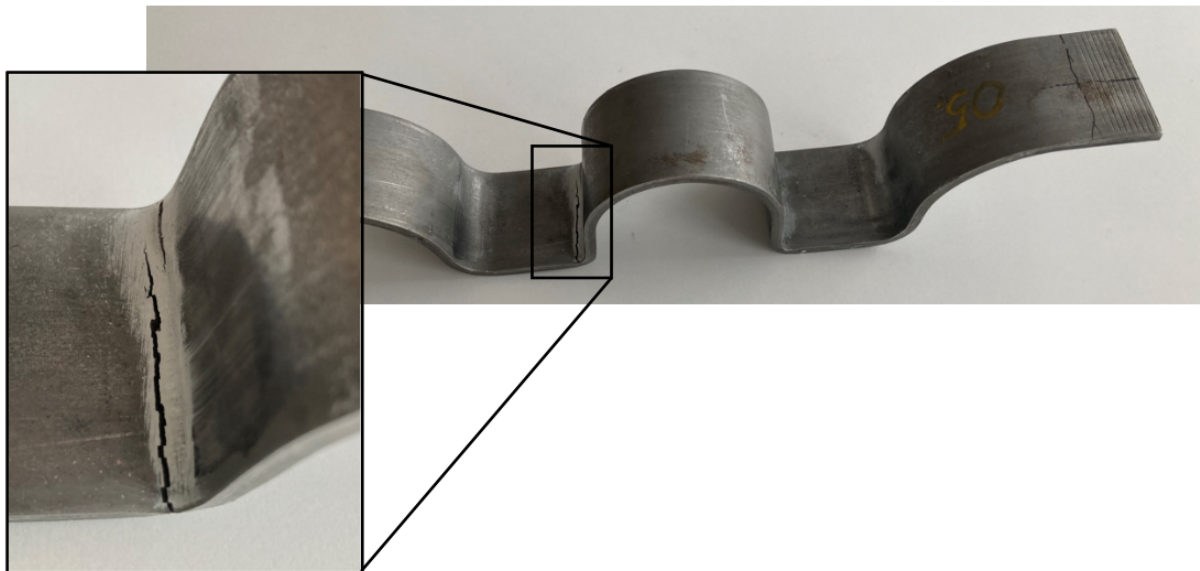
Vzorky C1 a C2 byly namáhány střídavě na tah a tlak, přičemž zatěžující síla měla nulovou střední hodnotu. V důsledku upnutí vzorku do zkušebního stroje docházelo ke vzniku ohybového napětí. Opět bylo testováno pět vzorků s povrchovou úpravou a pět vzorků bez povrchové úpravy, přičemž testování probíhalo na třech různých zatěžujících hladinách. Výsledky zobrazuje obrázek 3.4.3-1. V něm se vzájemně překrývají křivky reprezentující výsledky výpočtů. Znamená to tedy, že modely využívající metody MVS a MLSS se přesně shodují s modelem, který tváření nezohledňuje. Tato shoda výpočetních modelů je dána tím, že v místě iniciace trhliny je velké přetvoření (asi 0,37 jak ukazuje obrázek 3.4.3-3). Protože je použita únavová  $S-N-\phi_v$  plocha z obrázku 3.2-2, tak efekt zpevnění v důsledku tváření zcela vymizí a dojde ke splynutí výsledků všech třech výpočetních modelů.





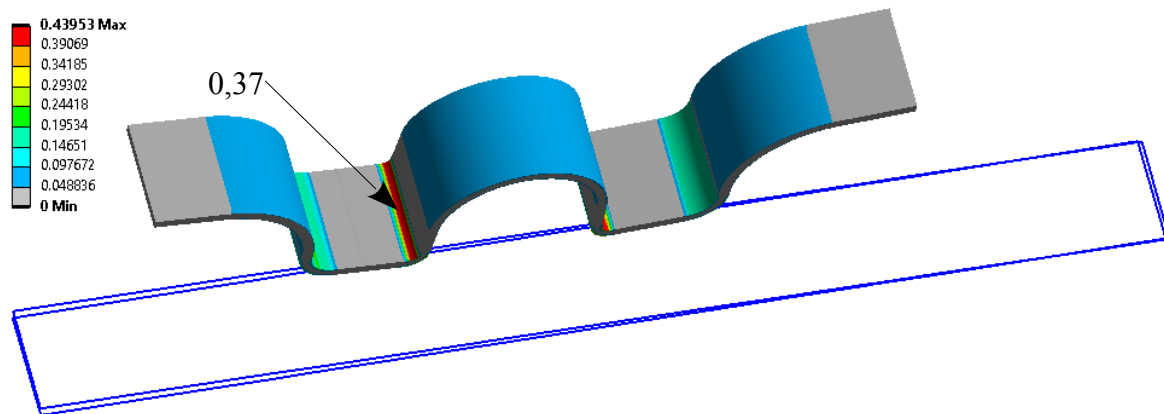
Obrázek 3.4.3-1: Výsledky vzorků C1 a C2

Výpočetní modely predikovaly stejné místo poškození, jaké se následně ukázalo při zkouškách, viz obrázek 3.4.3-2.



Obrázek 3.4.3-2: Vzorek C1 po testu

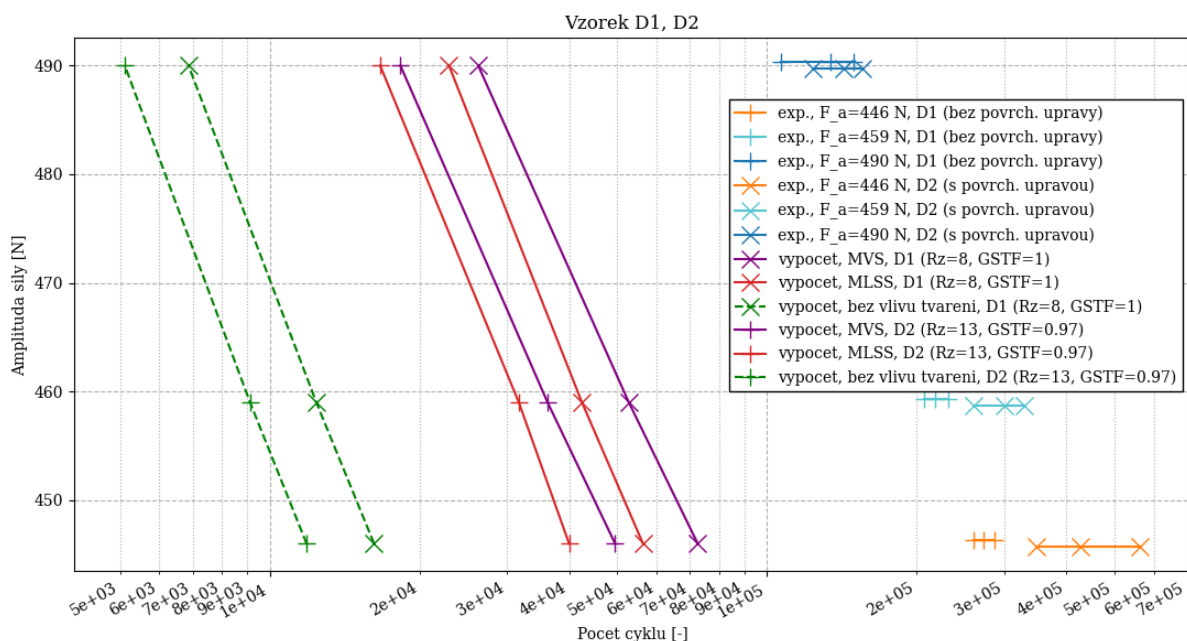
Amplituda napětí se u tohoto vzorku pohybovala v rozmezí přibližně od 230 MPa do 330 MPa, což je poměrně výrazně pod mezí kluzu. Protože ve výpočetních modelech byl vliv relaxace zbytkového napětí zanedbán, je potřeba mít na paměti, že dosažené výsledky tímto mohou být ovlivněny.



Obrázek 3.4.3-3: Efektivní plastická deformace na vzorku C1/C2

### 3.4.4 Vzorky D1 a D2

Vzorky D1 a D2 byly namáhané třibodovým ohybem. Stejně jako v předchozích případech, i nyní bylo na každé zatěžující hladině testováno pět vzorků s povrchovou úpravou a pět vzorků bez povrchové úpravy. Testování probíhalo na třech zatěžujících hladinách. Obrázek 3.4.4-1 ukazuje výsledky zkoušek a výpočetních modelů. Ačkoliv se výpočetní výsledky zohledňující tváření přiblížily k výsledkům experimentálním, zůstávají značně konzervativní. Důvodem tohoto může být vztah mezi směrem válcování, směrem hlavní deformace vzniklé při tváření a směrem hlavního napětí vznikajícího při cyklickém namáhání, který byl diskutován v kapitole Error: Reference source not found. U metody MVS ani metody MLSS není vzájemný vztah mezi těmito směry zohledněn, což se může projevit právě na konzervativnosti dosažených výsledků.



Obrázek 3.4.4-1: Výsledky vzorků D1 a D2

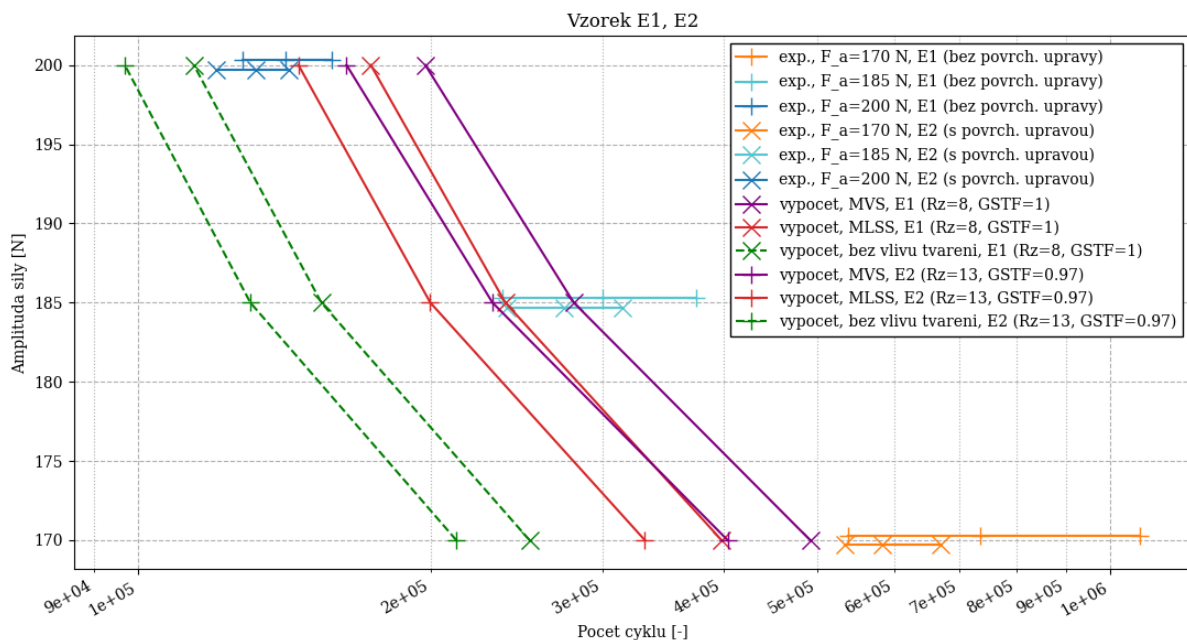
Místo prasknutí predikované výpočetními modely se shoduje s místem prasknutí zkoušených vzorků. Toto místo ukazuje obrázek 3.4.4-2. Plastické přetvoření  $\phi_v$  se v tomto místě pohybuje okolo 0,10.



Obrázek 3.4.4-2: Vzorek D1 po testu

U tohoto vzorku se amplituda napětí v kritickém místě pohybovala v rozmezí přibližně 255 MPa až 280 MPa v závislosti na testovacích podmínkách. Znamená to, že amplituda byla vždy výrazně nad mezí kluzu a tudíž předpoklad o úplné relaxaci zbytkového napětí byl splněn pro všechny zatěžující hladiny. Ani zde nebyla ve výpočetních modelech uvažována zbytková napjatost. Srovnání výpočetních a experimentálních výsledků by v tomto případě nemělo být v důsledku zbytkové napjatosti výrazněji ovlivněno.

### 3.4.5 Vzorky E1 a E2



Obrázek 3.4.5-1: Výsledky vzorků E1 a E2

Vzorky E1 a E2 byly testovány podobně jako vzorky B1 a B2, tj. byly namáhané střídavě na tah a tlak, přičemž střední hodnota síly byla nulová. Po založení vzorku do testovacího zařízení vzniklo ve vzorku ohybové napětí. Výsledky zkoušek a výpočetních modelů



zobrazuje obrázek 3.4.5-1. Za poměrně realistický lze považovat model, který kombinuje inverzní stamping a metodu MLSS.

Místo prasknutí predikované výpočetními modely se shodovalo s místem prasknutí u testovaných vzorků. Toto místo ukazuje obrázek 3.4.5-2. Plastické přetvoření vzniklé formováním dílu se v kritickém místě pohybuje okolo 0,08.

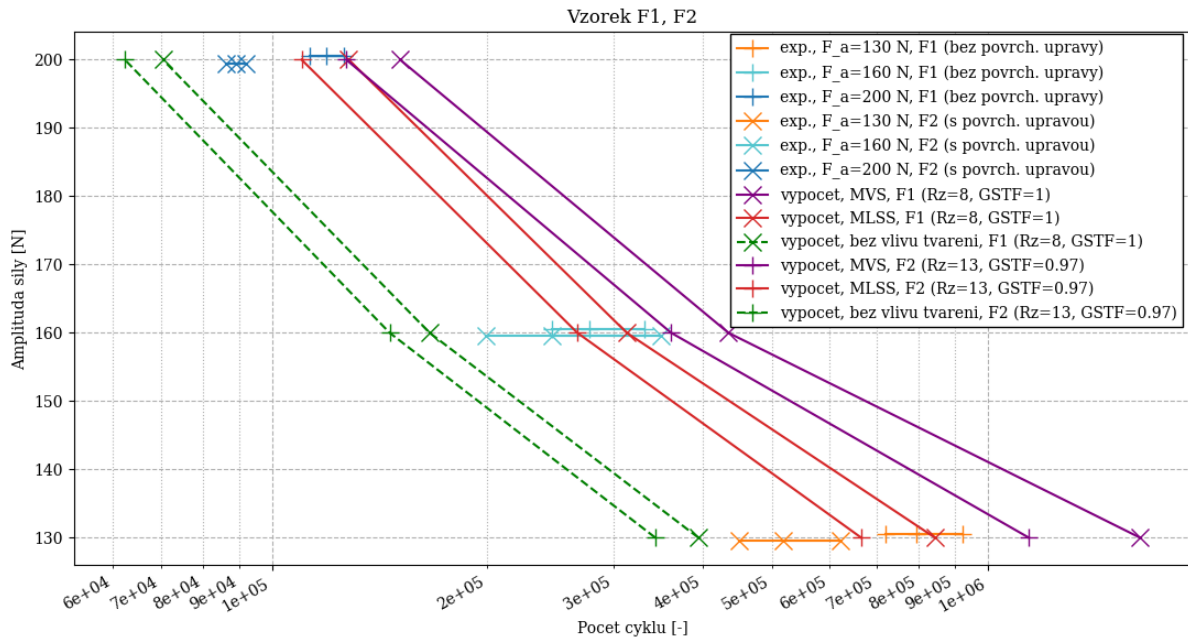


*Obrázek 3.4.5-2: Vzorek E1 po testu*

Podobně jako v případě vzorků D1 a D2, i zde se amplituda napětí pohybovala poměrně výrazně nad mezi kluzu (přibližně v rozmezí 230 MPa až 270 MPa). To znamená, že relaxace zbytkového napětí by měla být úplná a lze jí tudíž zanedbat. Toto bylo ve výpočetních modelech učiněno. To znamená, že by srovnání experimentálních a výpočetních výsledků nemělo být vlivem zbytkové napjatosti výrazněji zasaženo.

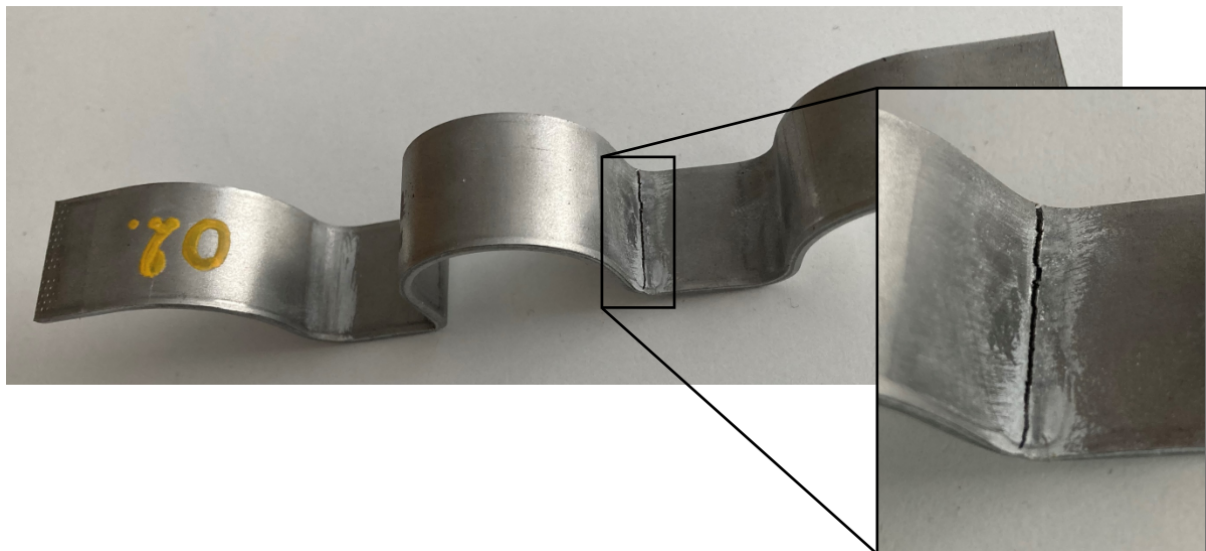
### **3.4.6 Vzorky F1 a F2**

Vzorky F1 a F2 jsou analogií vzorků C1 a C2, takže i způsob jejich testování byl podobný. Také v tomto případě se jednalo o cyklickou zkoušku, kde zatěžující síla se měnila z tahové na tlakovou a její střední hodnota byla nulová. Protože přetvoření v místě prasknutí je velké (asi 0,41) a je použita únavová plocha  $S-N-\phi_v$  z obrázku 3.2-2, tak efekt zpevnění způsobený tvářením se takřka vytratil. Mezi modelem, který tvářením nezohledňuje vůbec a modelem, který kombinuje inverzní stamping a metodu MLSS není závratný rozdíl. Přesto, pokud je tvářením zohledněno, tak dojde k přiblížení výpočetních výsledků (metoda MLSS) k výsledkům experimentálním.



Obrázek 3.4.6-1: Výsledky vzorků F1 a F2

Výpočetní modely a experimenty se shodují v tom, kde dochází k únavovému poškození součásti. Toto poškození je zobrazeno na obrázku 3.4.6-2.



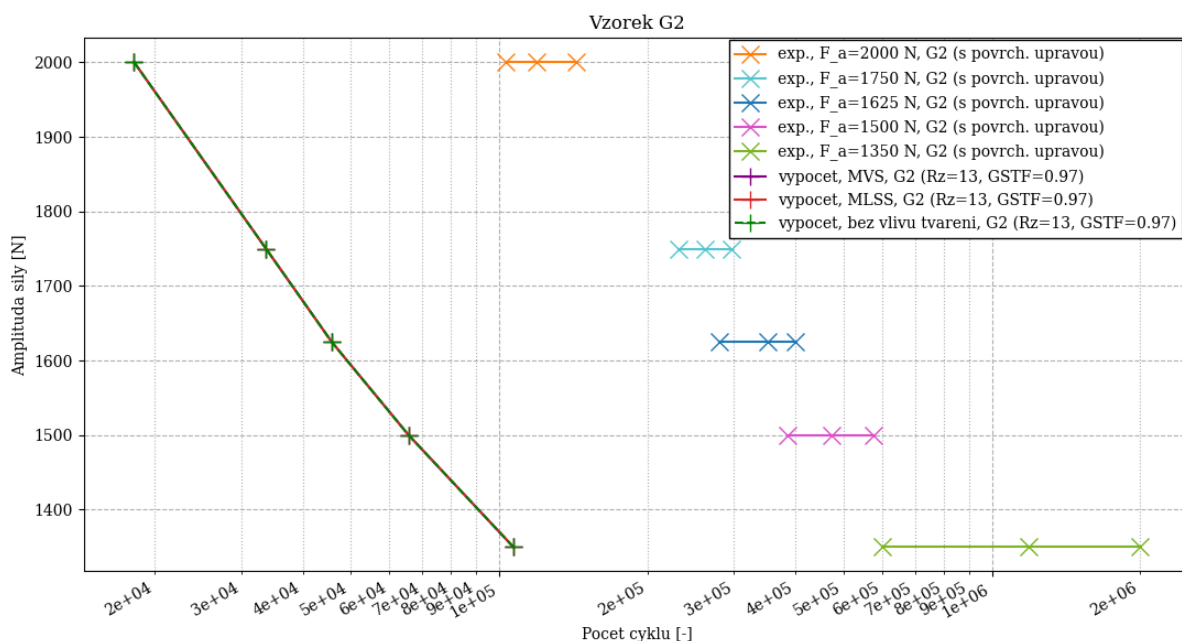
Obrázek 3.4.6-2: Vzorek F1 po testu

Amplituda napětí se v kritickém místě u nejvyšší zátěžné hladiny pohybovala okolo 210 MPa, což překračuje mez kluzu. U střední zátěžné hladiny se amplituda napětí šplhala k hodnotě 170 MPa, což je srovnatelné s mezí kluzu tohoto materiálu. Pouze u nejnižší zátěžné hladiny je amplituda napětí nižší než mez kluzu a to zhruba o 30 MPa. Lze tedy očekávat úplnou relaxaci zbytkového napětí přinejmenším u horní a střední zátěžné hladiny. Ve

výpočetních modelech nebyla zbytková napjatost uvažována. Srovnání experimentálních a výpočetních výsledků může být ovlivněno zbytkovou napjatostí u nejnižší zátěžné hladiny.

### 3.4.7 Vzorek G2

Vzorky G2 byly namáhány tříbodovým ohybem na pěti zátěžných hladinách. Na každé hladině bylo testováno okolo deseti vzorků. Všechny testované vzorky měly povrchovou úpravu. Obrázek 3.4.7-1 ukazuje výsledky pro vzorky G2. Křivky znázorňující výsledky jednotlivých výpočetních modelů se vzájemně překrývají stejně, jako tomu bylo u vzorků C2. I v tomto případě je to způsobeno tím, že při vyhodnocení únavy je použita  $S-N-\phi_v$  plocha z obrázku 3.2-2 a přetvoření v místě prasknutí je tak velké, že efekt zpevnění způsobený při tváření vymizí. Přetvoření v místě únavového poškození je zhruba 0,40, což se takřka shoduje s přetvořením u vzorků C2. Přesto vidíme, že výpočetně získané výsledky jsou o mnoho konzervativnější než výsledky experimentální.



Obrázek 3.4.7-1: Výsledky vzorku G2

Toto může být způsobeno tím, že únavové poškození nastává nejprve v místě, kde při tříbodovém ohybu dochází ke svírání součásti. Únavová trhlina se tak šíří velice pomalu a korekce experimentálních dat představená na obrázku 3.4-1 není sto podchytit okamžik, kdy skutečně dochází k nukleaci trhliny. Je tedy možné, že reprezentace experimentálních dat na obrázku 3.4.7-1 nevystihuje dostatečně přesně okamžik vzniku trhliny. Vzorek C2 po testu je možné vidět na obrázku 3.3.2-7, kde je viditelná únavová trhlina na straně, kde dochází k jejímu otevírání.

Amplituda napětí v kritickém místě překračuje mez kluzu pro tři nejvyšší zátěžné hladiny. U čtvrté hladiny s amplitudou zatěžující síly 1500 N je amplituda napětí v kritickém místě přibližně 450 MPa a u páté hladiny, kde je amplituda zatěžující síly 1350 N, je

amplituda napětí asi 410 MPa. Znamená to, že u těchto dvou hladin nemusí dojít k úplné relaxaci zbytkového napětí.

### 3.4.8 Shrnutí dosažených výsledků

Cílem práce bylo vytvoření takového postupu výpočtu únavové životnosti, který je možné použít již v raných návrhových fázích za studena lisovaných dílů. Při návrhu nového výrobku nejsou v počátečních fázích zpravidla známy detaily o jeho výrobě (např. počet tvářecích operací nebo jeho orientace vůči směru válcování), takže je potřeba volit takový postup, který tyto detailní informace nevyžaduje. Je ovšem zřejmé, že se toto projeví na přesnosti dosažených výsledků. Pro návrh dílu je zpravidla akceptovatelnější, když je jeho konstrukce raději robustnější a odolnější vůči únavovému poškození. S touto filozofií bylo přistupováno i k návrhu výpočetního postupu. K zjednodušené analýze formování byl použit inverzní stamping. Pro zohlednění vlivu plastické deformace ve výpočtu únavové životnosti byly použity metody MVS a MLSS. Ty jsou svým použitím poměrně jednoduché, neboť jako vstup potřebují pouze efektivní plastickou deformaci  $\phi_v$ . Metody byly dále doplněny o modifikovanou únavovou plochu  $S-N-\phi_v$ , která je na obrázku 3.2-2. Díky ní nedojde k nadhodnocení únavové životnosti v oblastech s velkým přetvořením.

U vzorků s nižším přetvořením  $\phi_v$  v kritickém místě (vzorky A1/A2, B1/B2, D1/D2, E1/E2) je viditelné přiblížení výpočetních výsledků výsledkům experimentálním. Výpočetní výsledky jsou zpravidla o něco konzervativnější než experimentálně získaná data, což je z hlediska návrhu dílu žádoucí.

U dílů s větším přetvořením  $\phi_v$  v kritickém místě (vzorky C1/C2, F1/F2, G2) jsou výsledky o něco problematičtější. V některých případech je shoda s experimentem dobrá, ale v jiných případech poskytuje výpočet značně konzervativní výsledky. Znamená to, že díl by mohl být na základě navrženého postupu poněkud předdimenzován. Ovšem je zde předpoklad, že během vývoje výrobku budou v pozdějších fázích provedeny i pokročilejší výpočty založené na inkrementálních simulacích, nebo budou provedeny fyzické testy. Ty umožní případné nedostatky korigovat.

Důležitým fenoménem v oblasti únavy za studena lisovaných dílů je relaxace zbytkového napětí. Zbytková napjatost je důsledkem výrobního procesu. Zbytkové napětí vlivem cyklického zatěžování relaxuje, tzn. jeho úroveň postupně klesá. V [16], [41] je publikováno tvrzení, že relaxace napětí je takřka úplná, pokud amplituda provozního napětí dosahuje k mezi kluzu. Pro díly s dostatečně velkou mírou cyklického zatížení lze tak s jistou mírou zjednodušení vliv relaxace napětí zanedbat. V ostatních případech by bylo vhodné vliv zbytkového napětí uvažovat. Problém ovšem může nastat s tím, jak model relaxace zbytkového napětí experimentálně ověřit. V rámci této práce bylo zbytkové napětí na některých vzorcích typu B1 a D1 měřeno pomocí rentgenové difrakce. Získané výsledky se ovšem příliš neshodovaly s výpočetními modely (jak inverzní metodou, tak inkrementální simulací). V místech, kde výpočetní model ukazoval převládající tahové napětí, rentgenová difrakce ukazovala napětí tlakové. Je nutné podotknout, že měření probíhalo pouze ve dvou bodech. S podobným nesouladem se lze setkat i u jiných výzkumů, např. v [40], kde sice převládá shoda mezi měřením a výpočty, ale i tak lze vysledovat místa, kde tomu tak není. Výsledky z měření za pomoci rentgenové difrakce provedené v rámci této práce tak nebyly uplatněny a ve výpočetních modelech byla vždy předpokládána úplná relaxace zbytkového napětí.

Z výsledků zkoušek je jasně patrný rozdíl mezi vzorky, jejichž povrch nebyl upraven a vzorky, na jejichž povrch byl nanesen Zn-Ni povlak. Vzorky s povrchovou úpravou většinou

vydržely nižší počet cyklů než vzorky bez ní. Tento rozdíl se obvykle prohluboval, pokud se snižovala amplituda zatěžující síly a tím se zvětšoval počet cyklů do poruchy. Je pravděpodobné, že jistý vliv má i to, na jaký základní materiál je povlak nanesen.

Ve výpočetních modelech byl vliv jakosti povrchu zohledněn pomocí faktoru drsnosti povrchu a též pomocí obecného faktoru jakosti povrchu GSTF. Tímto přístupem je možné poměrně snadno rozlišit mezi díly s povrchovou úpravou a bez ní. Protože se tato práce zaměřuje na vliv tváření, nebyla problematice jakosti povrchu věnována hlubší pozornost.

## 4 Doporučení pro další výzkum

Použití inverzního stampingu při predikci vysokocyklové únavy se ukázalo jako užitečná metoda. Jeho využití má smysl především u dílů, jejichž výrobní proces je spíše jednodušší a nedochází při něm k častému střídání lisovacích a stříhacích operací. Úspěšné použití inverzního stampingu či jiné metody při predikci únavové životnosti předpokládá, že jsou k dispozici kvalitní data popisující únavu vybraného materiálu v závislosti na míře jeho přetvoření. Toto se ukazuje jako poměrně problematická záležitost. V dostupné literatuře jsou k dispozici zpravidla jen data, která nepředpokládají, že přetvoření významně přesáhne rovnoměrnou tažnost  $A_g$ . U reálných výrobků nemusí být tento předpoklad splněn a přesto je u nich potřeba výpočetně predikovat jejich životnost. V této práci byl představen postup, jak se s tímto problémem vypořádat. Nicméně, navržené řešení se opírá o poměrně malou sadu dat a je tedy na místě doporučit, aby další výzkum směřoval do této oblasti.

Obtížně uchopitelným fenoménem v oblasti únavy za studena lisovaných dílů je relaxace zbytkového napětí. Relaxace mimo jiné závisí na amplitudě napětí, která nebývá konstantní pro celou součást. I zde by tak měl být uplatněn lokální přístup. K určení amplitudy napětí na základě napjatosti v součásti dochází až v softwaru pro vyhodnocení únavové životnosti. V předložené práci jím byl software FEMFAT. Tento software v sobě nemá implementované modely pro zohlednění relaxace napětí. Na základě získaných zkušeností tak lze doporučit, aby se další výzkum věnoval modelům pro relaxaci napětí, které lze zahrnout do softwarů pro únavovou životnost.

Alternativním postupem by pak mohlo být určení amplitudy napětí například metodou SNS, načež je za pomoci amplitudy napětí stanovena lokální relaxace. Toto je provedeno ještě v MKP softwaru předtím, než jsou výsledky importovány do softwaru pro únavovou životnost. Do softwaru pro únavovou životnost by tak byly importovány již zrelaxovaná napětí. Tento postup předpokládá, že relaxace napětí je dostatečně rychlá a zbytková napětí před ustálenou relaxací výrazně neovlivní únavovou životnost.

Relaxaci zbytkového napětí je možné analyzovat experimentálně za pomoci nedestruktivních metod. V rámci této práce bylo provedeno měření zbytkového napětí za pomoci rentgenové difrakce. Měření bylo provedeno jen ve dvou bodech a nevedlo tak k průkazným výsledkům. V dalším výzkumu by tak měl být kladen důraz na dostatečnou komplexnost podobného měření.

## 5 Přínosy disertační práce

Hlavní pozornost této disertační práce byla zaměřena na algoritmus inverzního stampingu. Tento algoritmus již byl v minulosti popsán, ovšem často docházelo k jeho selhání a to i u komerčních softwarových produktů. Algoritmus byl proto přepracován a důraz byl kladen především na zvýšení jeho robustnosti. Tohoto bylo dosaženo jednak tím, že sklápění elementů bylo doplněno o korotační přístup a zejména tím, že do inverzního stampingu byly přidány algoritmy používané v oblasti strojového učení. Takto přepracovaný inverzní stamping může být použit i pro tvarově komplikované součásti, které obsahují množství detailů jako jsou výběžky, díry, prolisy apod. Tyto detaily mají velký význam z hlediska únavové životnosti, neboť kolem nich často dochází ke koncentraci napětí – jedná se o tzv. vruby. Díky tomu, že přepracovaný algoritmus dokáže tyto detaily zachovat, může být snadno použit i při zahrnutí vlivu tváření v predikci únavové životnosti.

Inverzní stamping se používá pro součásti modelované pomocí skořepin. V této disertační práci byl navržen a ověřen postup, kterým může být inverzní stamping adaptován i pro modely reprezentované objemovou MKP sítí. Tato adaptace rozšiřuje oblast použití inverzního stampingu. Adaptovaný algoritmus může být snadno použit pro analýzu součástí vylisovaných z plechu o proměnné tloušťce. Algoritmus též může být snadno kombinován s dalšími reverzními metodami jako je například 3D skenování. Výstupem ze 3D skeneru je objemový geometrický model součásti. Na něm lze snadno vygenerovat objemovou síť a provést inverzní stamping aniž by byla nutná komplikovaná úprava geometrického modelu.

Výrobní proces značně ovlivňuje životnost za studena lisovaných dílů. Tento efekt lze do analýzy únavové životnosti zahrnout tak, že se provede inkrementální simulace výrobního procesu. Toto bývá časově náročná úloha, která navíc vyžaduje, aby byly k dispozici modely tvářecích nástrojů. Ty ale zejména v raných fázích vývoje výrobku nebývají k mání. Proto byly vyvinuty metody, které proces tváření dokážou zjednodušeným způsobem zohlednit i bez znalosti tvářecích nástrojů. Jednou z takových metod je i inverzní stamping. Ovšem není známo, že by byl použit při analýze únavové životnosti. Toto bylo provedeno až nyní v předložené disertační práci. Je pouze známo, že doposud se na místo inverzního stampingu používaly metody, které efekty tváření vyhodnocovaly na základě lokální křivosti součásti. Takové metody nedosahují přesnosti inverzního stampingu.

Popsaná metoda, která využívá inverzní stamping při predikci vysokocyklové únavy, byla v rámci předložené práce validována za pomoci experimentů. Ze srovnání vyplývá, že použitím inverzního stampingu lze výsledky únavové analýzy přiblížit experimentálním výsledkům a to zejména tam, kde přetvoření vzniklé tvářením významně nepřesahuje rovnoměrnou tažnost. Aby byl navržený postup výpočtu použitelný i pro místa, kde při tváření došlo k významnějším překročení rovnoměrné tažnosti a přitom nedocházelo k nadhodnocení únavové životnosti, byla navržena procedura, která nepřímou modifikuje tvar únavové plochy  $S-N-\varphi_v$ .

Navržený výpočetní postup umožňuje jednoduchým způsobem zahrnout vliv tváření do výpočtu únavové životnosti. Díky tomu lze již u počátečních návrhů předejít tomu, aby výrobek byl z hlediska únavové životnosti významně předimenzovaný. Lze uspořít hmotnost a cenu výrobku. Díky robustnosti přepracovaného inverzního stampingu a modifikované  $S-N-\varphi_v$  ploše lze výpočetní proces automatizovat a tím jej zahrnout do optimalizačních výpočtů.

## 6 Závěr

V předložené práci byl nejprve proveden rozbor současného stavu v oblasti vysokocyklové únavy za studena tvářených dílů. Byly vytipovány oblasti, kterým je potřeba věnovat pozornost a tyto oblasti byly následně řešeny.

Důležitou oblastí při návrhu nového za studena tvářeného dílu je jeho počáteční návrh. Již v této rané fázi je třeba provádět ověřovací výpočty, jejichž cílem je zjistit, zda navrhovaný díl vyhovuje z hlediska únavové životnosti. Inkrementální simulace zpravidla nelze použít kvůli absenci dat popisujících výrobní proces. Z tohoto důvodu byly navrženy přibližné metody, které lze v takových situacích použít. Ty ovšem nedokázaly dostatečně dobře postihnout některé případy. Zde prezentovaný výzkum se proto zaměřil na použití inverzního stampingu jako náhrady za tyto nedostatečné přibližné metody. Inverzní stamping sice měl potenciál postihnout větší portfolio řešených případů, ale jeho algoritmus mohl v některých případech selhat. Bylo proto potřeba zvýšit jeho spolehlivost. Toho bylo dosaženo tím, že byl doplněn o algoritmy původně navržené pro oblast strojového učení. Díky tomu se razantně zvýšila jeho robustnost a spolehlivost. Analyzované součásti nebylo třeba zjednodušovat a bylo možné na nich zachovat veškeré koncentrátoři napětí. Ty jsou zvláště důležité z hlediska únavové životnosti.

Inverzní stamping byl též adaptován pro díly modelované za pomoci objemových MKP sítí. Díky tomu se rozšířila oblast jeho použití. Adaptovaný algoritmus lze pak použít pro výrobky vylišované z plechu o nekonstantní tloušťce nebo je lze kombinovat z další metodou používanou v reverzním inženýrství - se 3D skenováním.

Výsledky získané pomocí inverzního stampingu sloužily jako jeden ze vstupů do výpočtu únavové životnosti. K zavedení vlivu tváření do analýzy životnosti byly použity dvě metody, metoda MVS a metoda MLSS. V této práci byla použita jejich již existující implementace.

Dále byly provedeny experimenty, jejichž cílem bylo ověřit navržený výpočetní postup. Pro potřeby experimentů bylo vyrobeno celkem 13 typů vzorků, které byly následně cyklicky namáhány. Vzorky byly vyrobeny ze dvou různých materiálů. Jednalo se o oceli S420MC a DC04. Některé vzorky byly galvanicky povlakovány, jiné zůstali bez povrchové úpravy. Srovnání výpočtů a experimentů ukázalo, že navržený postup přiblíží výpočetní výsledky experimentálním výsledkům zejména tehdy, kdy přetvoření vzniklé tvářením významně nepřekračuje rovnoměrnou tažnost. Jako výhodnější se ukázala kombinace inverzního stampingu a metody MLSS, neboť neměla tendenci predikovanou únavovou životnost nadhodnocovat. V oblastech, kde bylo přetvoření vzniklé tvářením vysoké, bylo preferováno raději konzervativnější řešení tak, aby nedocházelo k nadhodnocení únavové životnosti. Tohoto bylo docíleno tím, že byla zavedena modifikovaná  $S-N-\phi_v$  plocha. Této oblasti by bylo vhodné věnovat další výzkum, viz kapitola 4.

Inverzní stamping se opírá o řadu zjednodušujících předpokladů. Nelze tedy očekávat, že jím dosažené výsledky budou plně srovnatelné s výsledky získanými za pomoci inkrementální simulace tvářecího procesu. Jeho použití má smysl pouze tehdy, kdy inkrementální simulaci nelze použít. To bývá zpravidla v počátečních fázích návrhu. V pozdějších vývojových fázích by výsledky získané za pomoci inverzního stampingu měly být zpřesněny právě pomocí inkrementální simulace a dalších postupů.



## Seznam použité literatury

- [1] Azizi, R., „Different implementations of inverse finite element method in sheet metal forming”, *Materials & Design*, roč. 30, č. 8, s. 2975–2980, zář. 2009, doi: 10.1016/j.matdes.2008.12.022.
- [2] Azizi, R.; Assempour, A., „Applications of linear inverse finite element method in prediction of the optimum blank in sheet metal forming”, *Materials and Design*, roč. 29, s. 1965–1972, 2008.
- [3] Belkin, M.; Niyogi, P., „Laplacian Eigenmaps for Dimensionality Reduction and Data Representation”, *Neural Computation*, roč. 15, č. 6, s. 1373–1396, čer. 2003.
- [4] Broggiato, G. B.; Campana, F.; Cortese, L., „The Chaboche nonlinear kinematic hardening model: calibration methodology and validation”, *Meccanica*, roč. 43, č. 2, s. 115–124, dub. 2008, doi: 10.1007/s11012-008-9115-9.
- [5] Čada, R.; Kaiser, T.; Ryjáček, Z., *Diskrétní matematika*, 1. Plzeň: ZČU v Plzni, 2004.
- [6] Das, B.; Singh, A.; Arora, K. S.; Shome, M.; Paul, S. K., „Influence of pre-straining path on high cycle fatigue performance of DP 600 steel”, *International Journal of Fatigue*, roč. 126, s. 369–380, zář. 2019, doi: 10.1016/j.ijfatigue.2019.05.017.
- [7] Donoho, D. L.; Grimes, C., „Hessian eigenmaps: Locally linear embedding techniques for high-dimensional data”, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA.*, roč. 100, č. 10, s. 5591–5596, kvě. 2003.
- [8] Du, H. B.; Ye, P.; Wang, D. Z.; Tang, X. D., „Study on Accuracy Improvement of Vehicle Crash Simulation Considering Stamping Effects”, *AMR*, roč. 139–141, s. 532–535, říj. 2010, doi: 10.4028/www.scientific.net/AMR.139-141.532.
- [9] Facchinetti, M. L.; Weber, B.; Doudard, C.; Calloch, S., „Coupling of Forming Process and Fatigue Design Computations: A Local Approach”, *Advanced Engineering Materials*, roč. 11, č. 9, s. 736–741, 2009, doi: 10.1002/adem.200900041.
- [10] Farahani, M. K.; Shirin, M. B.; Assempour, A., „Development of an inverse finite element method with an initial guess of linear unfolding”, *Finite Elements in Analysis and Design*, roč. 79, s. 1–8, 2014.
- [11] Forschungskuratorium Maschinenbau (FKM), *Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile*, 5. rozšířené vydání. Frankfurt am Main: VDMA Verlag, 2003.
- [12] Ghennai, W.; Boussaid, O.; Bendjama, H.; Haddag, B.; Nouari, M., „Experimental and numerical study of DC04 sheet metal behaviour—plastic anisotropy identification and application to deep drawing”, *Int J Adv Manuf Technol*, roč. 100, č. 1, s. 361–371, led. 2019, doi: 10.1007/s00170-018-2700-8.
- [13] Gu, Z.; Li, S.; Zhu, L.; Ge, Y., „Finite element simulation and experimental investigations of cold stamping forming defect of A588-A thick weathering steel bogie lower cover”, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, roč. 104, s. 1275–1283, 2019.
- [14] Guo, Y. Q.; Naceur, H.; Debray, K.; Bogard, F., „Initial solution estimation to speed up inverse approach in stamping modeling”, *Engineering Computations*, roč. 20, č. 7, s. 810–834, 2003.
- [15] Háek, O., „Vliv rychlosti deformace na polohu FLC křivky”, Diplomová práce, České vysoké učení technické v Praze, Praha, 2020. [Online]. Dostupné z: <https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/89614/F2-DP-2020-Hak-Ondrej-Vliv%20rychlosti%20deformace%20na%20polohu%20FLC%20krivky.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

- [16] Hatscher, A., *Abschätzung der zyklischen Kennwerte von Stählen*. Papierflieger, 2004.
- [17] Herault, D.; Thuillier, S.; Manach, P. Y., „Strain path change influence on residual stress after deep drawing”, *AIP Conference Proceedings*, roč. 2113, č. 1, s. 060002, 2019, doi: 10.1063/1.5112597.
- [18] Hill, R.; Orowan, E., „A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals”, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, roč. 193, č. 1033, s. 281–297, kvě. 1948, doi: 10.1098/rspa.1948.0045.
- [19] Hu, P.; Ma, N.; Liu, L.; Zhu, Y., *Theories, Methods and Numerical Technology of Sheet Metal Cold and Hot Forming: Analysis, Simulation and Engineering Applications*. in Springer Series in Advanced Manufacturing. London: Springer, 2013. doi: 10.1007/978-1-4471-4099-3.
- [20] Chuang, C. H.; Yang, R. J.; Li, G.; Mallela, K.; Pothuraju, P., „Multidisciplinary design optimization on vehicle tailor rolled blank design”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, roč. 35, č. 6, s. 551–560, čer. 2008, doi: 10.1007/s00158-007-0152-0.
- [21] Chung, W.; Kim, B.; Lee, S.; Ryu, H.; Joun, M., „Finite element simulation of plate or sheet metal forming processes using tetrahedral MINI-elements”, *Journal of Mechanical Science and Technology*, roč. 28, č. 1, s. 237–243, 2013, doi: 10.1007/s12206-013-0959-0.
- [22] J. Meng; P. Zhu; Z. Liu; Q. Ji, „Integration of multi-step stamping effects in the bending fatigue analysis of a steel wheel”, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, roč. 2013, č. 36, s. 795–808, 2013.
- [23] Jakubec, M., „Anisotropy Influence on Sheet Metal Part Fatigue Life”, Diplomová práce, Czech Technical University in Prague, Prague, 2022. [Online]. Dostupné z: [https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/103371/F2-DP-2022-Jakubec-Martin-Thesis\\_Jakubec.pdf?sequence=-1&isAllowed=y](https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/103371/F2-DP-2022-Jakubec-Martin-Thesis_Jakubec.pdf?sequence=-1&isAllowed=y)
- [24] Kang, M.; Aono, Y.; Noguchi, H., „Effect of prestrain on and prediction of fatigue limit in carbon steel”, *International Journal of Fatigue*, roč. 2007, č. 29, s. 1855–1862.
- [25] Kang, W. J.; Kim, G. H., „Analysis of manufacturing effects on fatigue failure of an automotive component using finite element methods”, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, roč. 2009, č. 32, s. 619–630.
- [26] Kašpar, J., „Fast prediction of fatigue in stamped parts”, prezentováno v 10th International Conference on Advanced Technologies (ICAT'22), Van,T, lis. 2022, s. 453–455.
- [27] Kašpar, J.; Bernardin, P.; Lašová, V., „The Fatigue of Highly Formed Bodies”, *MM Science Journal*, zář. 2023.
- [28] Kašpar, J.; Bernardin, P.; Lašová, V., „Increasing the Robustness of an Inverse Stamping Algorithm”, *MM Science Journal*, s. 5684–5688, čer. 2022, doi: 10.17973/MMSJ.2022\_06\_2022081.
- [29] Kašpar, J.; Čvančara, V., „Use of Machine Learning Algorithms in Fatigue Prediction”, prezentováno v II. Interdisciplinary Conference on Mechanics, Computers and Electrics (ICMECE 2022), Barcelona, Spain, říj. 2022, s. 14–17.
- [30] Kašpar, J.; Švagr, M.; Bernardin, P.; Lašová, V.; Šedivý, O., „Dimensional Reduction Using the Inverse Stamping Method”, *MM Science Journal*, roč. 2021, s. 4810–4817, říj. 2021, doi: 10.17973/MMSJ.2021\_10\_2021089.
- [31] Kawajiri, K.; Kobayashi, M.; Sakamoto, K., „Lightweight materials equal lightweight greenhouse gas emissions?: A historical analysis of greenhouse gases of vehicle material substitution”, *Journal of Cleaner Production*, roč. 253, s. 119805, dub. 2020, doi: 10.1016/j.jclepro.2019.119805.

- [32] Kleiner, M.; Geiger, M.; Klaus, A., „Manufacturing of Lightweight Components by Metal Forming“, *CIRP Annals*, roč. 52, č. 2, s. 521–542, led. 2003, doi: 10.1016/S0007-8506(07)60202-9.
- [33] Klemenc, J., „Influence of fatigue–life data modelling on the estimated reliability of a structure subjected to a constant-amplitude loading“, *Reliability Engineering & System Safety*, roč. 142, s. 238–247, říj. 2015, doi: 10.1016/j.ress.2015.05.026.
- [34] Kobayashi, S.; Oh, S.-I.; Altan, T., *Metal Forming and The Finite-Element Method*. Oxford University Press, 1989.
- [35] Komínek, A., „Numerická studie procesu tváření svorky stabilizátoru“, VŠB - Technická univerzita Ostrava, Ostrava, Technická zpráva k diplomové práci, 2020.
- [36] Laamouri, A.; Sidhom, H.; Braham, C., „Evaluation of residual stress relaxation and its effect on fatigue strength of AISI 316L stainless steel ground surfaces: Experimental and numerical approaches“, *International Journal of Fatigue*, roč. 48, s. 109–121, 2013.
- [37] Le, Q.; Kang, H.; Kridli, G.; Khosrovaneh, A.; Yan, B., „Modified strain-life equation to consider the effect of different prestrain paths for dual phase sheet steel“, *Journal of Materials Processing Technology*, roč. 209, č. 7, s. 3525–3531, dub. 2009, doi: 10.1016/j.jmatprotec.2008.08.011.
- [38] Maaten, L. van der; Hinton, G., „Visualizing Data using t-SNE“, *Journal of Machine Learning Research*, roč. 9, s. 2579–2605, 2008.
- [39] Marciniak, Z.; Duncan, J. L.; Hu, S. J., *Mechanics of Sheet Metal Forming*, 2. vyd. Butterworth-Heinemann, 2002.
- [40] Martins, J. A.; Cardoso, L. P.; Fraymann, J. A.; Button, S. T., „Analyses of residual stresses on stamped valves by X-ray diffraction and finite elements method“, *Journal of Materials Processing Technology*, roč. 179, č. 1, s. 30–35, říj. 2006, doi: 10.1016/j.jmatprotec.2006.03.072.
- [41] Massendorf, R., *Einfluss der Umformung auf die zyklischen Werkstoffkennwerte von Feinblech*. Papierflieger, 2000.
- [42] Miksza, M.; Bohdal, Ł.; Kałduński, P.; Patyk, R.; Kukielka, L., „Forecasting the Fatigue Strength of DC01 Cold-Formed Angles Using the Anisotropic Barlat Model“, *Materials*, roč. 15, č. 23, Art. č. 23, led. 2022, doi: 10.3390/ma15238436.
- [43] Moen, C. D.; Igusa, T.; Schafer, B. W., „Prediction of residual stresses and strains in cold-formed steel members“, *Thin-Walled Structures*, roč. 46, č. 11, s. 1274–1289, 2008, doi: 10.1016/j.tws.2008.02.002.
- [44] Mostafa, M.; Sivaselvan, M. v., „On best-fit corotated frames for 3D continuum finite elements“, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, roč. 98, č. 2, s. 105–130, 2014, doi: 10.1002/nme.4627.
- [45] Rama, G.; Marinković, D.; Zehn, M., „Efficient Co-Rotational 3-Node Shell Element“, *American Journal of Engineering and Applied Sciences*, roč. 9, s. 420–431, 2016.
- [46] Roweis, S. T.; Saul, L. K., „Nonlinear Dimensionality Reduction by Locally Linear Embedding“, *Science*, roč. 290, č. 2000, s. 2323–2326, pro. 2000.
- [47] Růžička, M.; Hanke, M.; Rost, M., *Dynamická pevnost a životnost*. ČVUT v Praze, 1989.
- [48] Sendeckyj, G. P., „Constant life diagrams — a historical review“, *International Journal of Fatigue*, roč. 2001, č. 23, s. 347–353.
- [49] Shamloofard, M.; Assempour, A., „Development of an inverse isogeometric methodology and its application in sheet metal forming process“, *Applied Mathematical Modelling*, roč. 73, s. 266–284, zář. 2019, doi: 10.1016/j.apm.2019.03.042.

- [50] Shirin, M. B.; Assempour, A., „Some improvements on the unfolding inverse finite element method for simulation of deep drawing process", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, roč. 72, s. 447–456, úno. 2014.
- [51] Schmidová, E.; Klejch, F.; Sunilkumar, M. R., „Development of anisotropy and strain hardening in damaged stamped parts made of IF steel", *Engineering Failure Analysis*, roč. 145, s. 107015, bře. 2023, doi: 10.1016/j.engfailanal.2022.107015.
- [52] Tekkaya, A. Erman, „State-of-the-art of simulation of sheet metal forming", *Journal of Materials Processing Technology*, roč. 103, s. 14–22, 2000.
- [53] Tenenbaum, J. B.; de Silva, V.; Langford, J. C., „A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction", *Science*, roč. 290, č. 5500, s. 2319–2323, pro. 2000.
- [54] The HDF Group, „Hierarchical Data Format, version 5". [Online]. Dostupné z: <https://www.hdfgroup.org/HDF5/>
- [55] To, C. W. S.; Liu, M. L., „Hybrid strain based three-node flat triangular shell elements", *Finite Elements in Analysis and Design*, roč. 17, s. 169–203, 1994.
- [56] Van Rossum, G.; Drake, F. L., *Python 3 Reference Manual*. Scotts Valley, CA: CreateSpace, 2009.
- [57] Wächter, M. *et al.*, „On Scaled Normal Stresses in Multiaxial Fatigue and Their Exemplary Application to Ductile Cast Iron", *Applied Mechanics*, roč. 3, č. 1, Art. č. 1, bře. 2022, doi: 10.3390/applmech3010018.
- [58] Wang, C.; Zhang, X.; Shen, G.; Wang, Y., „One-step inverse isogeometric analysis for the simulation of sheet metal forming", *Computer methods in applied mechanics and engineering*, roč. 349, s. 458–476, 2019.
- [59] Wang, J., *Geometric Structure of High-Dimensional Data and Dimensionality Reduction*. Springer, 2012.
- [60] Wang, P.; Chalal, H.; Abed-Meraim, F., „On the use of solid–shell elements for thin structures: Application to impact and sheet metal forming simulations", *AIP Conference Proceedings*, roč. 1769, č. 1, s. 070007, 2016, doi: 10.1063/1.4963460.
- [61] Zaroog, O. S.; Ali, A.; Sahari, B. B.; Zahari, R., „Modeling of residual stress relaxation of fatigue in 2024-T351 aluminium alloy", *International Journal of Fatigue*, roč. 33, s. 279–285, 2011.
- [62] Zaroog, O. S.; Ali, A.; Sahari, B. B.; Zahari, R., „Modelling of Residual Stress Relaxation: A Review", *Pertanika Journal of Science & Technology*, roč. 17, č. 2, s. 211–218, 2009.
- [63] Zhang, Z.; Wang, J., „MLLE: Modified Locally Linear Embedding Using MultipleWeights", *Advances in Neural Information Processing Systems*, roč. 19, s. 1593–1600, 2006.
- [64] Zhuang, W. Z.; Halford, G. R., „Investigation of residual stress relaxation under cyclic load", *International Journal of Fatigue*, roč. 23, s. 31–37, 2001.
- [65] *ERF-HDF5 Specification Version 2.2 Rev.1*. ESI Software, 2016.
- [66] *ERF-HDF5 File Specification*. ESI Software, 2011.
- [67] *FEMFAT 5.4 User's Manual*. St. Valentin, Austria: Magna Powertrain, Engineering Center Steyer GmbH & Co KG.

## Seznam publikovaných prací doktoranda

- [68] Kašpar, J., „Fast prediction of fatigue in stamped parts“, prezentováno v 10th International Conference on Advanced Technologies (ICAT'22), Van,T, lis. 2022, s. 453–455.
- [69] Kašpar, J.; Bernardin, P.; Lašová, V., „Increasing the Robustness of an Inverse Stamping Algorithm“, *MM Science Journal*, s. 5684–5688, čer. 2022, doi: 10.17973/MMSJ.2022\_06\_2022081.
- [70] Kašpar, J.; Bernardin, P.; Lašová, V., „The Fatigue of Highly Formed Bodies“, doposud nepublikováno.
- [71] Kašpar, J.; Čvančara, V., „Use of Machine Learning Algorithms in Fatigue Prediction“, prezentováno v II. Interdisciplinary Conference on Mechanics, Computers and Electrics (ICMECE 2022), Barcelona, Spain, říj. 2022, s. 14–17.
- [72] Kašpar, J.; Švagr, M.; Bernardin, P.; Lašová, V.; Šedivý, O., „Dimensional Reduction Using the Inverse Stamping Method“, *MM Science Journal*, roč. 2021, s. 4810–4817, říj. 2021, doi: 10.17973/MMSJ.2021\_10\_2021089.

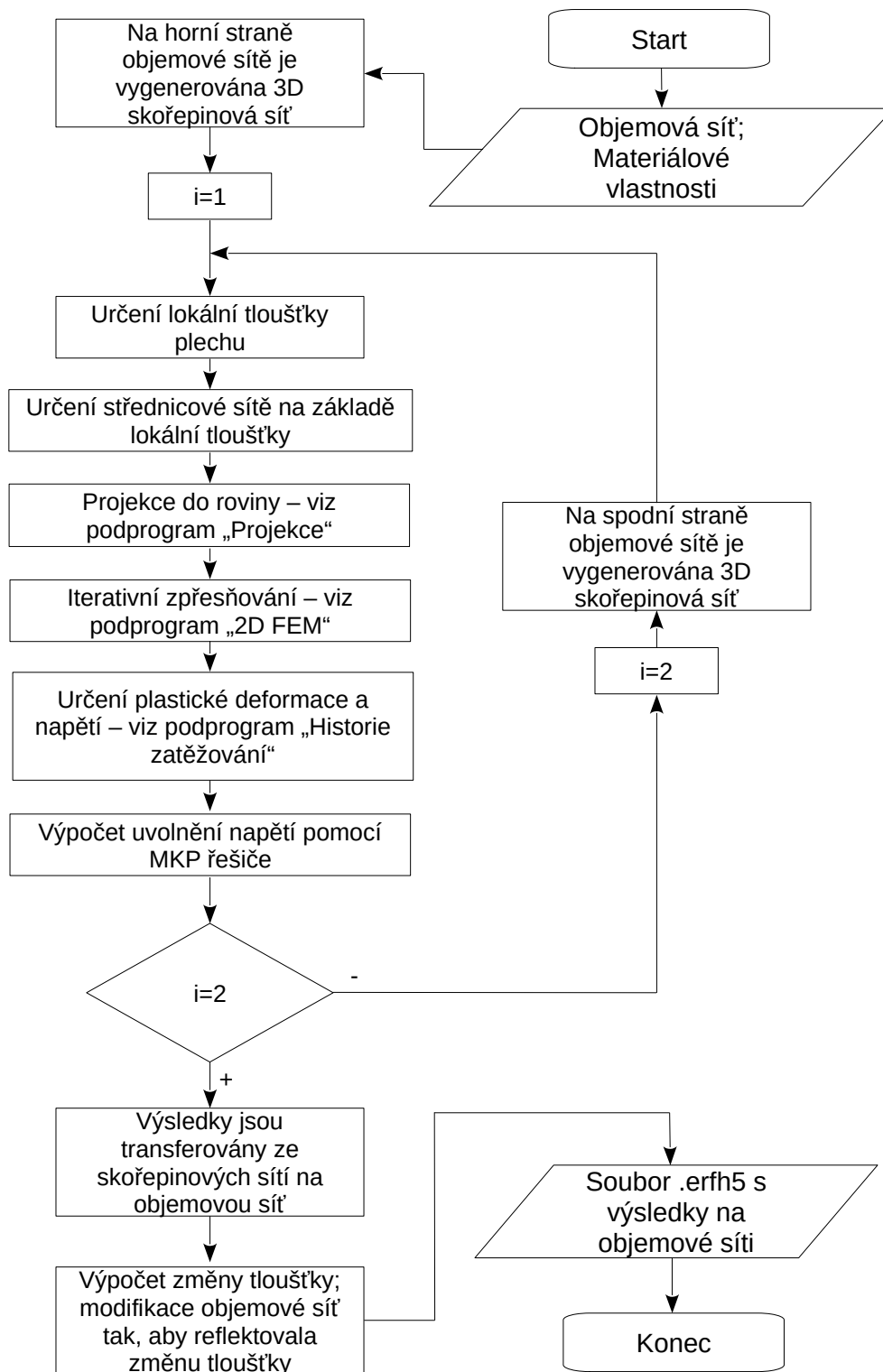
Publikace [68-72] se vztahují k tématu předložené disertační práce. Články, které s tématem disertační práce nesouvisejí, doktorand nepublikoval.

Článek [72] byl oceněn cenou s názvem „Čestná cena IA ČR za nejlepší příspěvek *MM Science Journal* v akademickém roce 2021/2022“ udělovanou Inženýrskou Akademií České republiky.

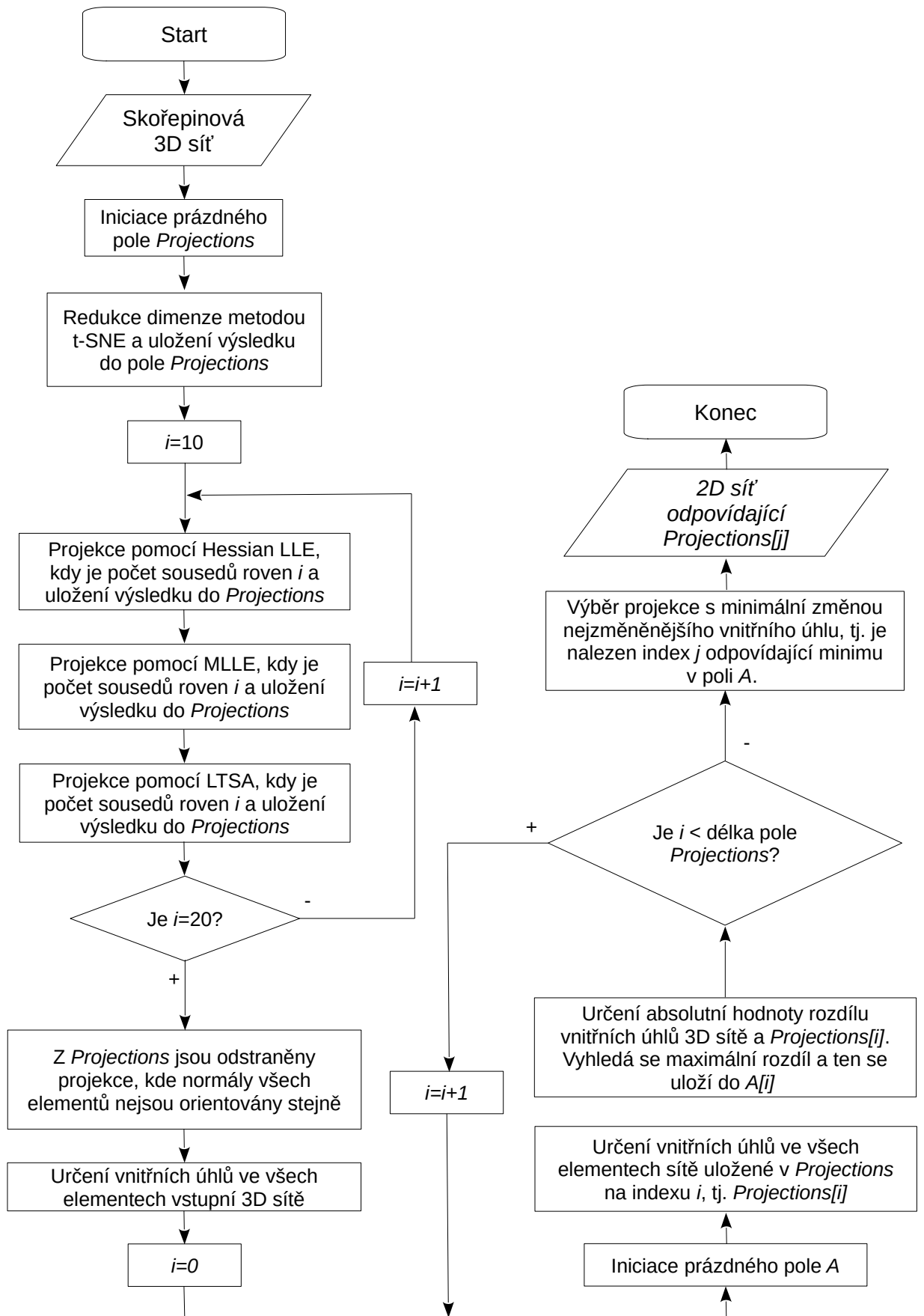
## **Přílohy**

# PŘÍLOHA A – Vývojový diagram modifikované inverzní metody

## Tělo hlavního programu



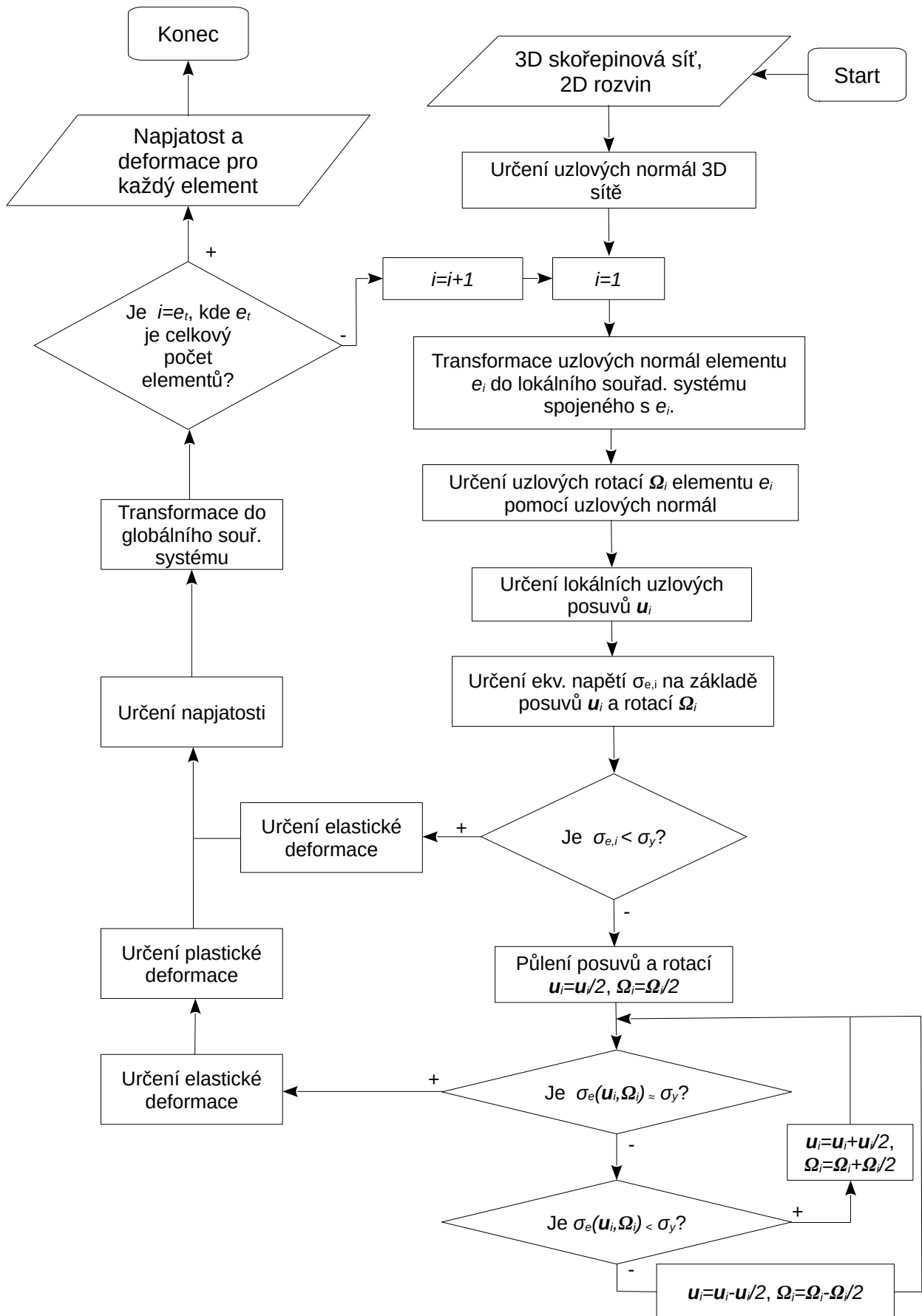
## Podprogram „Projekce“







# Podprogram „Historie zatěžování“



## **PŘÍLOHA B – Zdrojový kód**

Zdrojový kód modifikované inverzní metody v jazyce Python 3.8.10 je ke stažení na adrese:  
<https://www.rti.zcu.cz/rest/cmisis/document/workspace://SpacesStore/daadc4f5-39e2-47fa-9ac3-bd5ad68fa05e;1.0/content>