



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH  
TECHNOLOGIÍ

ÚSTAV MIKROELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF MICROELECTRONICS

## MĚŘENÍ TEPLOTNÍCH PROFILŮ SMD POUZDER

TEMPERATURE PROFILES MEASUREMENT OF SMD PACKAGES

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. JAROSLAV STRAPKO

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. JIŘÍ STARÝ, Ph.D.

BRNO 2010



VYSOKÉ UČENÍ  
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky  
a komunikačních technologií

Ústav mikroelektroniky

# Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor  
**Mikroelektronika**

**Student:** Bc. Jaroslav Strapko

**ID:** 77746

**Ročník:** 2

**Akademický rok:** 2009/2010

## NÁZEV TÉMATU:

### Měření teplotních profilů SMD pouzder

#### POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Navrhněte způsoby fixace termočlánků typu K na SMD pouzdra, porovnejte rozdílné metody upevnění a stanovte chyby metod. Pro sledování teploty použijte profiloměr SLIM KIC 2000.

Zabývejte se metodikou měření teplotních profilů během pájení/odpájení funkčních/zkušebních SMD pouzder (SO, PLCC, BGA, FC) na testovací DPS a vyhodnocováním teplotních profilů u pájení přetavením.

Porovnejte vlivy rozdílných tepelných kapacit pouzder PLCC a čipového rezistoru velikosti 1206 na definovaný teplotní profil. Proveďte porovnání s teoretickými výpočty pomocí přenosu tepla.

#### DOPORUČENÁ LITERATURA:

Podle pokynů vedoucího práce

**Termín zadání:** 8.2.2010

**Termín odevzdání:** 27.5.2010

**Vedoucí práce:** Ing. Jiří Starý, Ph.D.

**prof. Ing. Vladislav Musil, CSc.**

*Předseda oborové rady*

#### UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

## Abstrakt:

Diplomová práca sa zaoberá predovšetkým tepelným manažmentom a jeho využitím pri výpočtoch teplotného profilu v peci pri použití rôznych typov puzdier SMD (PLCC, 1206) z hľadiska tepelných kapacít na testovacej DPS. Ukazuje predovšetkým teoretický postup výpočtu teplotného profilu v peci použitím známych výpočtových metód ako metóda sústredenej kapacity alebo metóda konečných diferencií. Porovnáva teoreticky získané hodnoty s nameranými. Diplomová práca ďalej rieši spôsoby upevnenia termočlánkov typu K na montážnu a prepojovaciu zostavu, porovnanie metód na základe známych a čiastkových experimentov, stanovuje chyby jednotlivých metód. Práca môže slúžiť ako teoretické, tak aj experimentálne východisko k predikcii teplotných profilov DPS s rôznymi zástavbovými hustotami.

## Abstract:

Diploma thesis mainly deals with temperature management and calculation of temperature profile in oven by using SMD packages (PLCC, 1206) of different thermal capacitance on testing PCB. Above all shows theoretical consecution of temperature profile calculation in oven by using known mathematical method like the lumped capacitance method or finite difference method. Theoretical solution and measured values are compared. Diploma thesis also deals with fixation methods of thermocouples K type on assembly, comparison methods based on known and subexperiment, determines the deficiencies of methods. This thesis can perform as theoretical as well as experimental resource to prediction of temperature profiles of PCB's with different assembly density.

## Klíčová slova:

Termočlánok, tepelný manažment, DPS, SMD, teplotný profil, spájkovanie, púzdro, metóda sústredenej kapacity, metóda konečných diferencií, PLCC, 1206.

## Keywords:

Thermocouple, temperature management, PCB, SMD, temperature profile, reflow, package, lumped capacitance method, finite difference method, PLCC, 1206.

## Bibliografická citácia diela:

STRAPKO, J. *Měření teplotních profilů SMD pouzder*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2010. 94 s. Vedúci diplomovej práce Ing. Jiří Starý, Ph.D.

## Prehlásenie autora o pôvodnosti diela:

Prehlasujem, že som túto vysokoškolskú kvalifikačnú prácu vypracoval samostatne pod vedením vedúceho diplomovej práce, s použitím odbornej literatúry a ďalších informačných zdrojov, ktoré sú všetky citované v práci a uvedené v zozname literatúry. Ako autor uvedenej diplomovej práce ďalej prehlasujem, že v súvislosti s vytvorením tejto diplomovej práce som neporušil autorské práva tretích osôb, zvlášť som nezasiahol nedovoleným spôsobom do cudzích autorských práv osobnostných a som si plne vedomí následkov porušenia ustanovení § 11 a nasledujúcich autorského zákona č. 121/2000 Sb., vrátane možných trestnoprávných dôsledkov vyplývajúcich z ustanovení § 152 trestného zákona č. 140/1961 Sb.

V Brne dňa 27. 5. 2010

.....

## PodĎakovanie:

Ďakujem vedúcemu diplomovej práce Ing. Jiřímu Starému, Ph.D. za metodické a cielene orientované vedenie pri plnení úloh realizovaných v priebehu spracovania diplomovej práce.

## Obsah

Úvod .....	8
1. Termočlánky, spôsoby fixácie termočlánkov .....	9
1.1. Spájka .....	10
1.2. Hliníková páska (Al páska) .....	12
1.3. Polyimidová páska (Kapton) .....	13
1.4. Epoxidové lepidlo.....	15
1.5. Porovnanie experimentálne zistených hodnôt .....	17
2. Teplotný profil a dáta používané k jeho určeniu .....	19
2.1. Teplotný profil.....	19
2.2. Process window index (PWI) .....	20
2.2.1. Výpočet PWI .....	22
2.2.2. Výhody spojené s PWI .....	22
3. Tepelný manažment.....	23
3.1. Teplo.....	24
3.2. Vedenie tepla ( Kondukcia ).....	25
3.2.1. Jednorozmerný systém, ustálený stav.....	27
3.2.2. Prenos tepla vedením v čase.....	33
3.2.2.1. Metóda sústredenej kapacity (MSK) .....	33
3.2.2.2. Metódy konečných diferencií (MKD) .....	35
3.2.3. Súčiniteľ tepelnej vodivosti .....	38
3.2.4. Merná tepelná kapacita.....	38
3.2.5. Teplotná vodivosť.....	39
3.3. Prúdenie tepla ( Konvekcia ) .....	39
3.4. Žiarenie tepla ( Radiácia ) .....	41
3.4.1. Vyžarovanie absolútne čierneho telesa .....	43
3.4.2. Emisivita.....	43
3.4.3. Absorpcia, odraz a prenos .....	43
3.4.4. Tepelá výmena žiarením medzi dvoma telesami.....	44
3.5. Výpočet zdieľania tepla na základe analógie s elektrickým obvodom (náhradný tepelný obvod).....	45
4. Experimentálna časť .....	47
4.1. DPS.....	47
4.2. Puzdro 1206.....	48
4.3. PLCC (Plastic Leaded Chip Carrier).....	50
4.4. Dima SMRO 0180.....	52
4.5. Zmerané priebehy puzdra 1206.....	53

4.6.	Zmerané priebehy puzdra PLCC .....	55
5.	Vypočtová časť .....	58
5.1.	Puzdro 1206.....	59
5.1.1.	Výpočet pre ohrev zdola MSK .....	59
5.1.2.	Výpočet pre ohrev zhora MSK.....	67
5.1.3.	Výpočet tepelnej odozvy systému 1206 na DPS explicitnou MKD.....	71
5.2.	Puzdro PLCC .....	78
5.2.1.	Výpočet pre ohrev zdola MSK .....	78
5.2.2.	Výpočet pre ohrev zhora MSK.....	83
5.2.3.	Výpočet pre ohrev z oboch strán MSK .....	84
6.	Diskusia dosiahnutých výsledkov .....	85
7.	Záver.....	87
8.	Literatúra .....	89
9.	Zoznam symbolov .....	91
10.	Zoznam skratiek .....	93
11.	Zoznam príloh .....	94

## Zoznam obrázkov

Obr. 1: Zmeraný teplotný profil šiestich upevnených termočlánkov pomocou spájky na DPS .....	11
Obr. 2: Upevnenie termočlánku pomocou Al pásky [12].....	12
Obr. 3: Zmeraný teplotný profil šiestich upevnených termočlánkov pomocou Al pásky na DPS .....	13
Obr. 4: Upevnenie termočlánku pomocou kaptonovej pásky [12].....	14
Obr. 5: Zmeraný teplotný profil šiestich upevnených termočlánkov pomocou kaptonovej pásky na DPS .....	14
Obr. 6: Upevnenie termočlánku pomocou epoxidového lepidla [12] .....	16
Obr. 7: Zmeraný teplotný profil šiestich upevnených termočlánkov pomocou lepidla na DPS .....	16
Obr. 8: Príklad teplotného profilu pre bezolovnatú spájkú SAC.....	19
Obr. 9: PWI a procesné okno (Process window) [13] .....	20
Obr. 10: Hodnota PWI pre jednu štatistiku jedného termočlánku (konkrétne Peak temperature) [13] .....	21
Obr. 11: PWI pre jeden termočlánok, ktorý zaznamenáva štyri rôzne štatistiky a výpočet výslednej hodnoty PWI, ktorá je prioritná [13].....	21
Obr. 12: Šírenie tepla v procese chladenia súčiastkou typu SO [15] .....	25
Obr. 13: Jednorozmerný prenos tepla vedením [5] .....	25
Obr. 14: Prenos tepla cez rovinnú stenu s teplotným rozložením a ekvivalentným tepelným obvodom [5] .....	27
Obr. 15: Ekvivalentný tepelný obvod pre sériovú zloženú stenu [5] .....	30
Obr. 16: Ekvivalentný tepelný obvod pre sériovo-paralelnú zloženú stenu [5] .....	31
Obr. 17: Systém s konštantnou mierou prestupu tepla vedením [5].....	32
Obr. 18: Náhradný tepelný obvod ako reťazec RC s článkami tvaru T. Celkový tepelný odpor je R, odpor každej z n častí je $R_n = R/n$ , výstupné a vstupné odpory sú $R_0 = R/2n$ . Celková tepelná kapacita objektu je C, kapacita každej časti je $C_n = C/n$ [7]. .....	35
Obr. 19: Jednorozmerný systém, v ktorom sa pre povrchový bod uplatňuje prúdenie a vedenie [5] .....	37
Obr. 20: Ochladzovanie tuhého telesa žiarením [5] .....	42
Obr. 21: Absorpcia, odraz a prenos v spojení s polopriehľadným médiom [5] .....	43
Obr. 22: Puzdro 1206 [10] .....	49
Obr. 23: Puzdro PLCC [3].....	50
Obr. 24: Priebežná pec DIMA SMRO 0180 .....	52

Obr. 25: Nameraná teplotná odozva systému (1206 na DPS) na jednotkový skok pri ohreve zhora .....	53
Obr. 26: Nameraná teplotná odozva systému (1206 na DPS) na jednotkový skok pri ohreve zdola .....	54
Obr. 27: Nameraná teplotná odozva systému (1206 na DPS) na jednotkový skok pri ohreve z oboch strán.....	54
Obr. 28: Nameraná teplotná odozva systému (PLCC na DPS) na jednotkový skok pri ohreve zhora .....	55
Obr. 29: Nameraná teplotná odozva systému (PLCC na DPS) na jednotkový skok pri ohreve zdola .....	56
Obr. 30: Nameraná teplotná odozva systému (PLCC na DPS) na jednotkový skok pri ohreve z oboch strán.....	56
Obr. 31: Náhradný tepelný obvod puzdra 1206 prispájkovaného k DPS, umiestneného v peci pri $T_s = T_h = 27\text{ }^\circ\text{C}$ , teda teplote vzduchu .....	59
Obr. 32: Zjednodušený náhradný obvod pre púzdro 1206 .....	62
Obr. 33: Náhradný tepelný obvod pre MSK pre ohrev zdola.....	64
Obr. 34: Operátorová schéma pre Obr. 33 pre výpočet metódou slučkových prúdov .....	64
Obr. 35: Vypočítaná teplotná odozva systému (1206 na DPS) na jednotkový skok pri ohreve zdola MSK.....	66
Obr. 36: Náhradný tepelný obvod pre ohrev zhora systému 1206 na DPS .....	67
Obr. 37: Náhradná operátorová schéma 1206 na DPS pre ohrev zhora MSK .....	68
Obr. 38: Vypočítaná teplotná odozva systému (1206 na DPS) na jednotkový skok pri ohreve zhora MSK.....	70
Obr. 39: Systém 1206 na DPS spolu so znázornenými teplotami, ktoré sú počítané pri MKD .....	71
Obr. 40: Vypočítaná teplotná odozva systému (1206 na DPS) na jednotkový skok pri ohreve zhora explicitnou MKD .....	75
Obr. 41: Vypočítaná teplotná odozva systému (1206 na DPS) na jednotkový skok pri ohreve zdola explicitnou MKD .....	76
Obr. 42: Vypočítaná teplotná odozva systému (1206 na DPS) na jednotkový skok pri ohreve z oboch strán explicitnou MKD .....	76
Obr. 43: Náhradný tepelný obvod puzdra PLCC prispájkovaného k DPS a umiestneného v peci .....	78
Obr. 44: Teplotná odozva systému (PLCC na DPS) pri ohreve zdola vypočítaná MSK.....	82
Obr. 45: Teplotná odozva systému (PLCC na DPS) pri ohreve zhora vypočítaná MSK.....	83
Obr. 46: Teplotná odozva systému (PLCC na DPS) pri ohreve z oboch strán MSK.....	84



## Úvod

Použitie povrchovej montáže si vynútila potreba automatizácie osadzovania ako aj miniaturizácia v elektronike. V posledných rokoch sa zvýšili nároky na povrchovú montáž z dôvodu používania bezolovnatých spájok. Najpoužívanejšie bezolovnaté spájky typu SAC a SN100C majú približne o (30-40)°C vyššiu teplotu tavenia ako spájky olovnaté a menšie „technologické okno“. Tým vznikajú problémy spojené s presným nastavením teplotných profilov, použitím vhodných druhov tavidiel a lepidiel, použitím ochrannej atmosféry a to všetko len pre to, aby sa dosiahlo mechanicky pevného a dlhodobo spoľahlivého spájkovaného spoja.

Pri nastavovaní teplotných profilov je dôležité brať ohľad na materiály, ktoré budú teplotne namáhané, aby vplyvom tepla nedošlo k ich mechanickému poškodeniu. Jedná sa predovšetkým o puzdra súčiastok, dosky plošných spojov (DPS), ktoré sú použité pri povrchovej montáži, nasledujú typy použitých spájok, respektíve spájkovacích zliatin, typy použitých lepidiel, tavidiel.

Práca sa delí na niekoľko častí. Prvá časť poukazuje na hodnotenia pripevnení termočlánkov na DPS, popísaní výhod, nevýhod jednotlivých metód. Druhá časť popisuje hodnotenia teplotných profilov počas procesu spájkovania v pretavovacej peci, s ktorými je úzko zviazaná metóda hodnotenia teplotných profilov pomocou PWI. Tretia časť rozoberá spôsoby prenosu tepla, teda tepelný manažment, ktorý je v poslednej dobe čoraz častejšie objavujúca sa otázka v spojení s teplotnými profilmi pri spájkovaní, odvode tepla zo súčiastok do okolia a mnohých iných aplikáciách. V ostatných častiach sú popísané a charakterizované materiály, porovnanie praxe s teóriou prostredníctvom zmeraných teplotných profilov a vypočítaných teplotných profilov pomocou používaných metód.

# 1. Termočlánky, spôsoby fixácie termočlánkov

Termočlánok využíva na svoju činnosť Seebeckov jav. Skladá sa z dvoch elektricky vodivých kovových vodičov rôzneho chemického zloženia, ktoré sú na oboch koncoch vodivo spojené do uzavretého obvodu. Keď sa obidva konce článku umiestnia do miest s rozdielnymi teplotami, v obvode vzniká termoelektrické napätie. Jeho veľkosť a polarita závisia od materiálu oboch kovov termočlánku. Termočlánok teda predstavuje generátor napätia, ktoré sa dá merať citlivým voltmetrom. Treba si uvedomiť, že termoelektrické napätie je úmerné rozdielu teplôt na oboch koncoch obvodu. Táto závislosť nie je lineárna.

Merací spoj termočlánku tvoria dva kovové vodiče, vyrobené z rôznych materiálov, ktoré sú spolu vodivo spojené. Tento spoj sa v závislosti od meranej teploty najčastejšie vytvára spájkovaním alebo zvaraním. Do teploty 150 °C sa môže použiť mäkké spájkovanie, do teploty 700 °C tvrdé spájkovanie.

Typy termočlánkov sú rôzne. Obyčajne sú označované podľa teplotného rozsahu a citlivosti, s ktorou dokážu merať. Existujú termočlánky typu K, J, R, S a mnohé ďalšie. Vlastnosti a ďalšie typy termočlánkov sú uvedené v [16]. Pre typ K je typický teplotný rozsah od -200 °C až 1350 °C a citlivosť približne 40  $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$ . Pre naše aplikácie boli použité termočlánky typu K.

Správny teplotný profil pri spájkovaní je základným predpokladom pre kvalitnú a spoľahlivú produkciu. Najčastejšie sa meria pozdĺžny teplotný profil, t.j. závislosť teploty na čase meraná na montážnom celku pri prechode pecou. Meranie sa využíva pre optimalizáciu procesu. Teplotný profil je treba vždy optimalizovať pre konkrétny typ montážneho celku a typ spájkovacej pasty. Nesprávny teplotný profil je jedným z hlavných faktorov, ktoré ovplyvňujú vznik defektov vo výrobnom procese.

Firma KIC sa zaujímala metódami upevnenia termočlánkov a ich porovnávaním [12]. Jednalo sa o alternatívne metódy ako upevnenie hliníkovou páskou, polyimidovou páskou a tepelne vodivým epoxidovým lepidlom, ktoré boli porovnávané s metódou upevnenia termočlánkov pomocou spájky. Pre každú metódu zmerali päť teplotných profilov.

V nasledujúcich podkapitolách sú rozobrané všetky štyri metódy spolu s prevedením nového experimentu, ktorý sa týkal upevnenia šiestich termočlánkov na DPS. Pri experimente sa pri upevňovaní termočlánkov podľa Prílohy 6, snažilo vyhnúť nehomogenite ohrevu jednotlivých termočlánkov, preto ich umiestnenie nebolo situované po celej testovacej DPS ako v [12], ale priamo pod sebou. Merania profilov prebiehali v 4- zónovej konvekčnej peci QUAD ZCR 941 s rovnako nastaveným teplotným profilom pre všetky metódy. Daný profil patrilo bezolovnatej spájke SAC 305. Pri vyhodnotení sa kládol dôraz na aplikáciu a odstránenie použitej metódy, spoľahlivosť a parametre profilu ako nábeh teploty

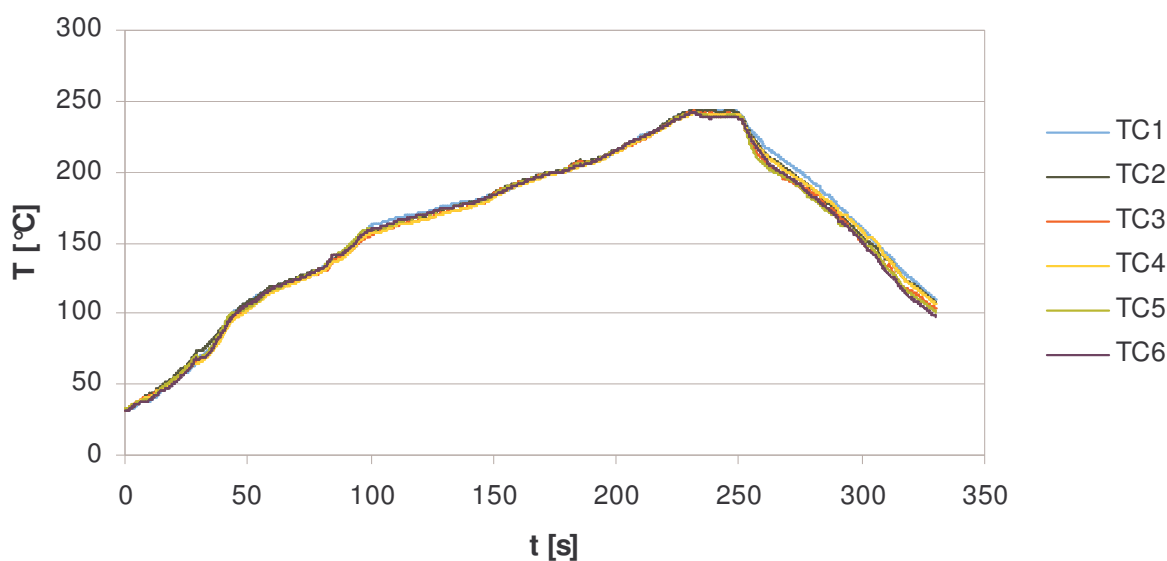
(Teplotný nárast), čas nad teplotou liquidu (TAL) a maximálna teplota (Maximálna teplota alebo Peak Temperature).

## 1.1. Spájka

Spájka resp. spájkovacie zliatiny musia zaistiť mechanickú fixáciu súčiastky na DPS, elektrické prepojenie, odvod stratového tepla a funkciu povrchovej úpravy. V elektrotechnike sa najčastejšie používala olovnatá spájka  $\text{Sn}_{63}\text{Pb}_{37}$ . Od roku 2007 sa používajú predovšetkým bezolovnaté spájky (Lead Free Solder - LFS) ako náhrady  $\text{Sn}_{63}\text{Pb}_{37}$  a to nielen z dôvodu toxicity Pb ale aj pevnosti spájaného spoja. Používajú sa rôzne typy zliatin, Sn – Ag – Cu, Sn – Cu (Ni, Ge), Sn - Bi, Sn – Ag a iné. Tepelná vodivosť olovnatej spájky  $\text{Sn}_{63}\text{Pb}_{37}$  [14] je  $50 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ . Spájka je preto označovaná ako najspoľahlivejšia metóda upevnenia termočlánkov na DPS. To ale platí len v prípade použitia upevnenia termočlánku na pozíciách, ktoré nie sú vystavené teplotám nad teplotou liquidu, kedy dochádza k pretaveniu spájky. Vtedy sa dostáva spájka do kvapalnej formy. V týchto prípadoch, pri meraní teplotných profilov predovšetkým bezolovnatých spájok s teplotou tavenia okolo  $220 \text{ }^\circ\text{C}$ , sa musia použiť zliatiny s vyšším bodom tavenia, ktorá sa pohybuje okolo  $300 \text{ }^\circ\text{C}$ . Napr.  $\text{Sn}_5\text{Pb}_{93,5}\text{Ag}_{1,5}$  (teplota tavenia je  $(298 - 301) \text{ }^\circ\text{C}$ ), použitá pri experimente.

Výsledok pokusu firmy KIC je, že pri pripevnení termočlánkov [12] pomocou spájky a po prevedení pokusu, všetky termočlánky zostali pripevnené na svojich pôvodných pozíciách a nebolo nutné vykonať opravu upevnenia termočlánkov. Táto metóda bola spoľahlivá a schopná vydržať niekoľko teplotných profilov po sebe bez toho, aby došlo k deštrukcii spájky. Rozdiely meraných parametrov boli najnižšie.

**Čiastkový experiment:** Na Obr. 1 je zmeraný teplotný profil upevnenia termočlánkov na pozíciách podľa Prílohy 6 a v Tab. 1 sú rozdiely zmeraných parametrov experimentu. Tieto hodnoty poslúžia ako východisko k porovnávaní s ďalšími metódami, ktoré by mohli zastúpiť spájku pri upevňovaní termočlánku na DPS.



**Obr. 1:** Zmerany teplotný profil šiestich upevnených termočlánkov pomocou spájky na DPS

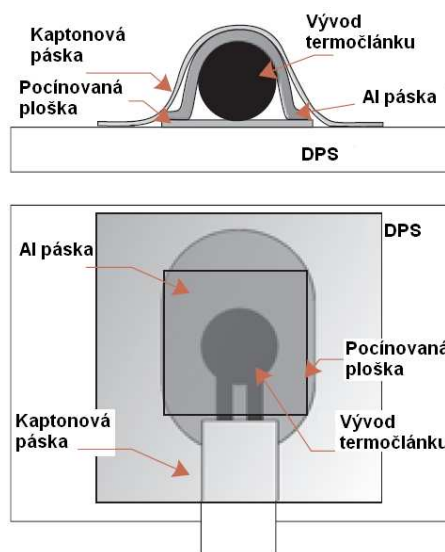
**Tab. 1:** Vypočítané odchýlky pri upevnení spájkou

	TC1	TC2	TC3	TC4	TC5	TC6	Pr Δmax
<b>Teplotný nárast [°C/s]</b>	1,34	1,3	1,29	1,29	1,33	1,35	1,32
<b>Δ [°C/s]</b>	0,02	-0,02	-0,03	-0,03	0,01	0,03	0,06
<b>TAL [s]</b>	57	56,5	52,2	54,5	53,3	55,5	54,75
<b>Δ [s]</b>	2,25	1,95	-2,55	-0,25	-1,45	0,75	4,8
<b>Maximálna teplota [°C]</b>	244	243,3	242,7	241,6	242	241,7	242,4
<b>Δ [°C]</b>	1,6	0,9	0,3	-0,8	-0,4	-0,7	2,4

Porovnanie prevedených alternatívnych metód je postavené na základe porovnania rozdielov teplôt od priemerného teplotného profilu. Priemerný teplotný profil vznikol priemerom hodnôt všetkých šiestich nameraných profilov TC1 až TC6. U každej metódy sú výsledné teplotné odchýlky spracované v Tab. 1 až Tab. 4. V Tab. 1 sú TC1 až TC6 čísla termočlánkov, ktoré vystihujú zároveň aj ich polohu na DPS, Pr značí hodnoty priemerného teplotného profilu a Δmax, označená žltou farbou, je rozdiel maximálnej a minimálnej odchýlky pre daný hodnotený parameter. Parameter Teplotný nárast [°C/s] je určený smernicou priamky predstavujúcej nábeh teploty v teplotnom intervale od začiatku nábehu profilu (stúpania teploty teplotného profilu) až do teploty 150 °C. Parameter TAL [s] je doba, v ktorej je teplota termočlánku nad teplotou 217 °C, čo je teplota tavenia bezolovnatej spájky SAC 305. Posledný skúmaný parameter je Maximálna teplota [°C], charakterizujúci maximálnu nameranú teplotu termočlánku.

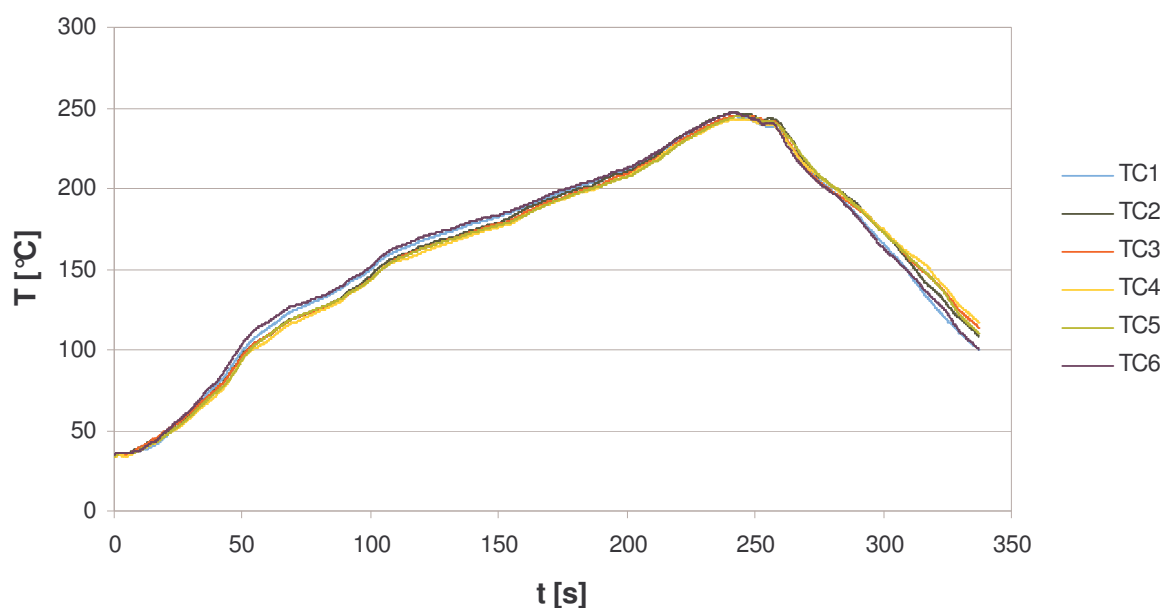
## 1.2. Hliníková páska (Al páska)

Použitie a odstránenie Al pásky je omnoho jednoduchšie a menej náročné na technologický proces ako metóda spájkovania. Al páska nie je deštruktívna, je spoľahlivá. KIC ďalej tvrdí, že Al páska nenecháva po sebe žiadne nečistoty. Po každom prevedenom teplotnom profile dochádza k ľahkému odlietaniu pri nejakom termočlánku a je potrebné vykonať úpravu, resp. prelepiť Al pásku kaptonovou páskou ako na Obr. 2 [12]. Ďalej tvrdí, že výsledky boli uspokojujúce a odchýlky týkajúce sa merania parametrov teplotného profilu boli v porovnaní so spájkou minimálne.



Obr. 2: Upevnenie termočlánku pomocou Al pásky [12]

**Čiastkový experiment:** V prípade experimentu, ktorého priebeh je na Obr. 3, to v prvých dvoch bodoch nebola pravda. DPS musela byť po prevedení pokusu mechanicky očistená po odstránení pásky. K ľahkému odlietaniu pásky nedošlo ani pri jednom z upevnených termočlánkov. Ich tvrdenie platilo iba v treťom bode bližšie popísané v podkapitole 1.5.



**Obr. 3:** Zmerany teplotný profil šiestich upevnených termočlánkov pomocou Al pásky na DPS

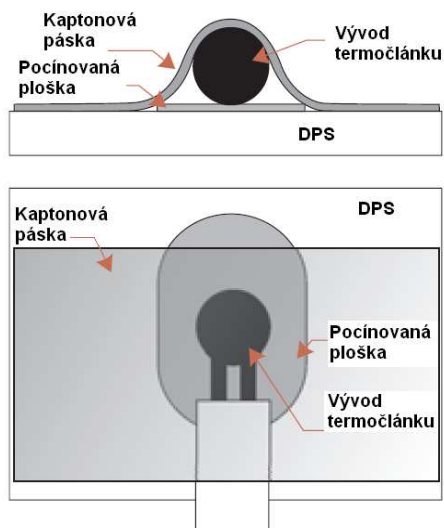
**Tab. 2:** Vypočítané odchýlky pri upevnení Al páskou

	TC1	TC2	TC3	TC4	TC5	TC6	Pr Δmax
<b>Teplotný nárast [°C/s]</b>	1,31	1,22	1,21	1,22	1,23	1,31	1,25
<b>Δ [°C/s]</b>	0,06	-0,03	-0,04	-0,03	-0,02	0,06	0,1
<b>TAL [s]</b>	61,5	61,25	58,25	57,25	59	60,75	59,75
<b>Δ [s]</b>	1,75	1,5	-1,5	-2,5	-0,75	1	4,25
<b>Maximálna teplota [°C]</b>	244,8	247,1	245,4	243,1	244,7	247,2	245,3
<b>Δ [°C]</b>	-0,5	1,8	0,1	-2,2	-0,6	1,9	4,1

### 1.3. Polyimidová páska (Kapton)

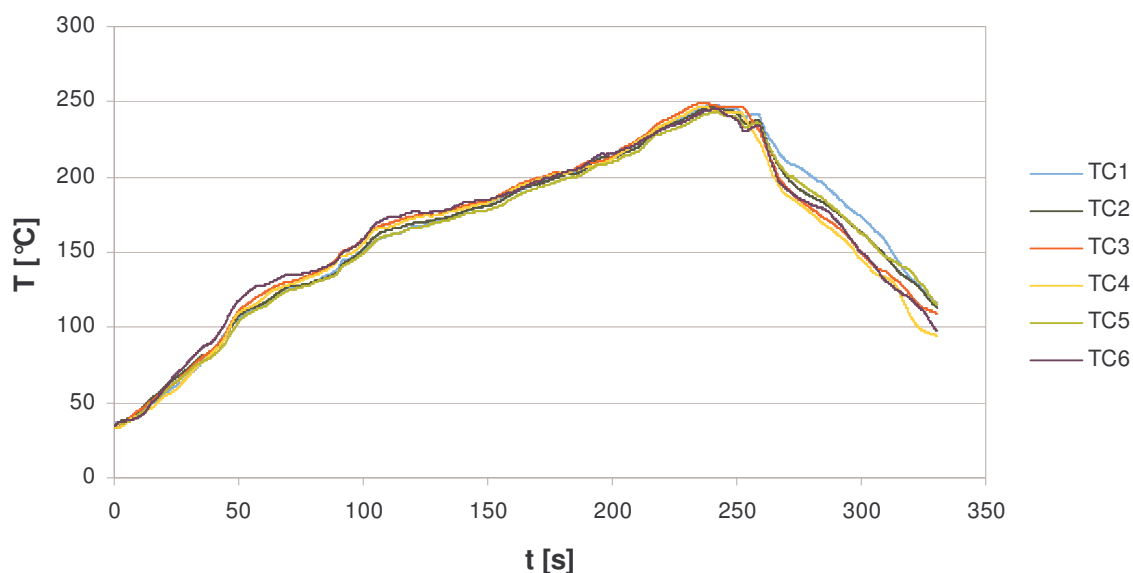
Prvé aplikácie polyimidovej pásky boli v oblasti leteckého, raketového a kozmického priemyslu. Polyimidy sa všeobecne vyznačujú jedinečnou kombináciou vlastností [6]. V širokom rozsahu teplôt sa nemenia ich chemické, mechanické a fyzikálne vlastnosti. Polyimidy majú výbornú chemickú odolnosť. Vykazujú vysokú odolnosť voči kyselinám a alkáliám. Netavia sa, splňujú najvyššiu triedu samozhášateľnosti UL94-V0. Vzhľadom k svojej stabilite pri nízkych aj vysokých teplotách sa používajú v aplikáciách, kde sú iné organické polymery nepoužiteľné. Polyimidové pásky sa vyznačujú vysokou rozmerovou stabilitou a môžu byť používané trvale do teplôt 180 °C, krátkodobo do 370 °C. Orientačná hodnota tepelnej vodivosti polyimidu je (0,2-0,4) Wm<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>.

Je to najjednoduchšia a najlacnejšia metóda pripevnenia termočlánkov k DPS znázornená na Obr. 4. Nenecháva po sebe nečistoty. Aplikácia je jednoduchá, ako u Al pásiky, ale táto metóda je nespoľahlivá. Podľa [12] dochádzalo k odlepovaniu u každého termočlánku počas každého profilu. Odchýlky v prevedení teplotného procesu v porovnaní so spájkou boli nepresnejšie ako u Al pásiky.



**Obr. 4:** Upevnenie termočlánku pomocou kaptonovej pásiky [12]

**Čiastkový experiment:** Pri experimente, ktorého teplotný profil je na Obr. 5, dochádzalo k ľahkému odliepaniu pásiky. Aplikácia pásiky bola jednoduchá, presne tak isto ako aj jej odstánenie, pri ktorom nezanechala žiadne nečistoty na povrchu DPS.



**Obr. 5:** Zmerany teplotný profil šiestich upevnených termočlánkov pomocou kaptonovej pásiky na DPS

**Tab. 3:** Vypočítané odchýlky pri upevnení Kaptonovou páskou

	TC1	TC2	TC3	TC4	TC5	TC6	Pr
							$\Delta_{max}$
<b>Teplotný nárast [°C/s]</b>	1,26	1,21	1,33	1,35	1,23	1,35	1,29
<b><math>\Delta</math> [°C/s]</b>	-0,03	-0,08	0,04	0,06	-0,06	0,06	0,14
<b>TAL [s]</b>	63	58,5	60	56	53,5	59,75	58,5
<b><math>\Delta</math> [s]</b>	4,5	0	1,5	-2,5	-5	1,25	9,5
<b>Maximálna teplota [°C]</b>	248,3	247	249,7	247,2	243,6	245,7	246,1
<b><math>\Delta</math> [°C]</b>	2,2	0,9	3,6	1,1	-2,5	-0,4	6,1

## 1.4. Epoxidové lepidlo

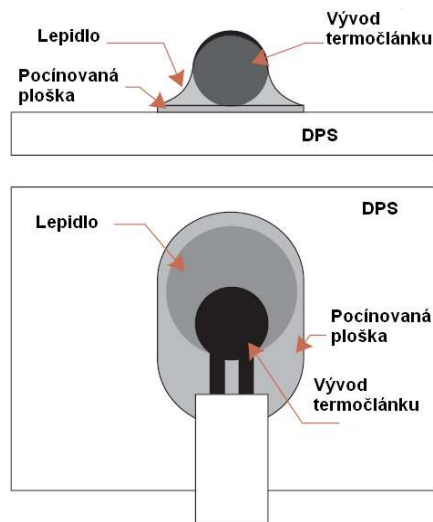
V aplikáciách povrchovej montáže sa používajú dva základné typy lepidiel. Lepidla elektroizolačné a elektricky vodivé [14].

Elektroizolačné môžu byť tepelne nevodivé používané k prilepeniu SMD súčiastok v kombinovanej montáži a tepelne vodivé používané obmedzene v čistej aj kombinovanej montáži v prípadoch, kedy je nutné zo súčiastky odvádzať stratové teplo.

Lepidlá elektricky vodivé sa skladajú z dvoch zložiek, polymérna (používajú sa epoxidy, polyuretany alebo polyimidy, predurčujú mechanické vlastnosti lepidla, adhéziu a opraviteľnosť lepeného spoja) a kovová zložka (zaisťuje elektrickú a tepelnú vodivosť, používajú sa najmä drahé kovy ako striebro, nikel alebo meď, ktoré zaručujú dobrú elektrickú vodivosť a stálosť elektrických vlastností s časom aj po tepelnom cyklovaní). Tepelná vodivosť izotropného elektricky vodivého lepidla Ag/epoxid je  $(0,4 - 12) \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ .

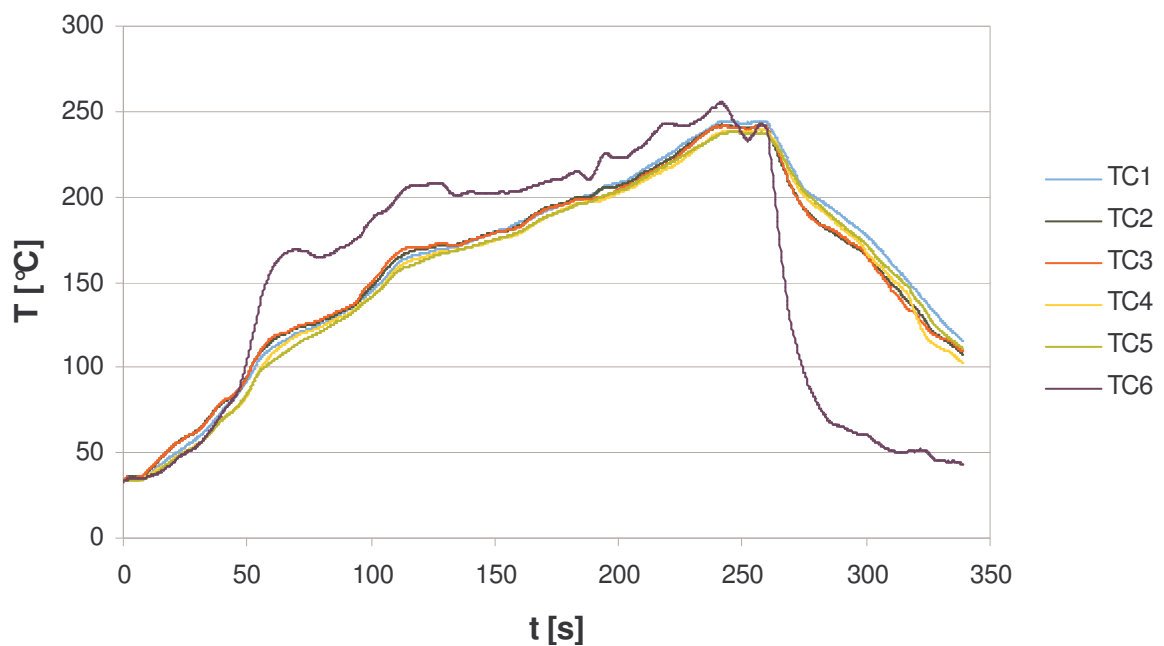
Čo sa lepidla týka, práca a manipulácia s ním je veľmi jednoduchá. Podľa [12] boli výsledky v porovnaní s ostatnými metódami ale najhoršie. Spoje boli veľmi krehké a pred začatím každého teplotného profilu muselo byť pripevnenie niektorých termočlánkov znovu opravené a dokonca miestami boli termočlánky úplne odlepené od DPS. Aj prevedenie teplotných profilov nebolo najpresnejšie. Preto sa používa len tam, kde nie je možné použiť pásku alebo spájku. Na Obr. 6 je nakreslené upevnenie termočlánku pomocou lepidla. Toto upevnenie je totožné s upevnením spájky, aplikovanej na mieste lepidla.





**Obr. 6:** Upevnenie termočlánku pomocou epoxidového lepidla [12]

**Čiastkový experiment:** Použité bolo elektroizolačné lepidlo PD 860002 SA. Pri jeho odstraňovaní po prevedení teplotného profilu sa zistilo zanechávanie nečistôt lepidla, ktoré bolo nutné tepelne a mechanicky očistiť. Na Obr. 7 vidieť odlepenie jedného termočlánku počas merania teplotného profilu.



**Obr. 7:** Zmerany teplotný profil šiestich upevnených termočlánkov pomocou lepidla na DPS

**Tab. 4:** Vypočítané odchýlky pri upevnení lepidlom

	TC1	TC2	TC3	TC4	TC5	TC6	Pr $\Delta_{max}$
<b>Teplotný nárast [°C/s]</b>	1,23	1,21	1,23	1,23	1,2	-	1,22
<b><math>\Delta</math> [°C/s]</b>	0,01	-0,01	0,01	0,01	-0,02	-	0,03
<b>TAL [s]</b>	58,5	52,25	49,75	47,5	51,25	-	52
<b><math>\Delta</math> [s]</b>	6,5	0,25	-2,25	-4,5	-0,75	-	11
<b>Maximálna teplota [°C]</b>	244,2	242,3	242	239,7	237,8	-	241
<b><math>\Delta</math> [°C]</b>	3,2	1,3	1	-1,3	-3,2	-	6,4

### 1.5. Porovnanie experimentálne zistených hodnôt

V predchádzajúcich podkapitolách boli predstavené všetky používané metódy upevnenia termočlánkov pri meraní teplotných profilov, opísané prevedenie čiastkových experimentov a ich spracovanie do tabuliek a obrázkov v podobe teplotných profilov. Keďže termočlánky boli umiestnené pri každom experimente na rovnakej pozícii, je vylúčený vznik nepresností vzhľadom k pozícii termočlánkov, teda všetky merania mali rovnaké podmienky. Vylučujú sa aj chyby spojené s vlastnou nepresnosťou termočlánku, nakoľko boli používané rovnaké termočlánky typu K. V tejto podkapitole, resp. v nasledujúcej tabuľke Tab. 5 sú spracované maximálne odchýlky  $\Delta_{max}$  všetkých metód pri vyhodnocovaných parametroch z Tab. 1 až Tab. 4 kvôli prehľadnejšej orientácii pre porovnanie jednotlivých metód.

**Tab. 5:** Tabuľka maximálnych odchýliek  $\Delta_{max}$  vyhodnocovaných parametrov porovnávaných metód

	Spájka	Hliníková páska	Polyimidová páska	Lepidlo
<b>Teplotný nárast [°C/s]</b>	0,06	0,1	0,14	0,03
<b>TAL [s]</b>	4,8	4,25	9,5	11
<b>Maximálna teplota [°C]</b>	2,4	4,1	6,1	6,4

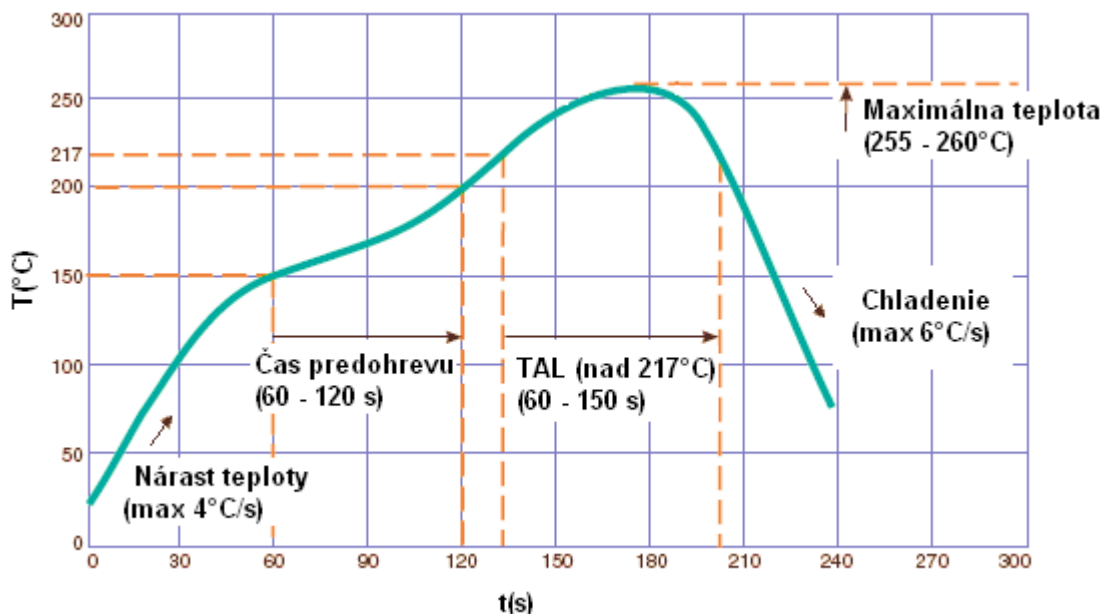
Pri pohľade na Tab. 5 je zrejmé, že najúčinnější metóda z hľadiska najmenších maximálnych rozdielov vyhodnocovaných parametrov prevedených teplotných profilov je upevnenie termočlánkov pomocou spájky. Najlepšou alternatívnou metódou je upevnenie termočlánkov pomocou hliníkovej pásky, pretože rozdiely vyhodnocovaných parametrov v porovnaní so spájkou sú minimálne. V tomto tvrdení sa zhoduje tento experiment aj s pokusom firmy KIC. Jedinou nevýhodou tejto metódy je nutnosť mechanického čistenia objektu po jej odstránení, na ktorom bola prilepená. Ostatné dve metódy sú zrovnateľné medzi sebou avšak nie s už diskutovanými metódami upevnenia termočlánkov pomocou

spájky a hliníkovej pásky. Odchýlky sú omnoho väčšie ako tomu bolo u Al pásky. Jedinou výhodou polyimidovej pásky je jednoduchá aplikácia a odstránenie bez nutnosti čistenia. U epoxidového lepidla je veľkou výhodou aplikácia na miesta, kde sa nedajú použiť ostatné metódy upevnenia termočlánkou. V 1.4 bolo možné dokonca si všimnúť, že jeden lepený spoj sa počas prevedeného teplotného profilu odlepil.

Toto boli štyri používané metódy upevnenia termočlánkov či už priamo na DPS alebo na inej časti montážnej a prepojovacej sústavy. Najlepšia alternatívna metóda náhrady spájky v miestach, kde spájku nie je možné použiť je hliníková páska. Je to v dôsledku či už nízkych teplotných odchýliek, tak aj v jednoduchosti aplikácie a spoľahlivosti danej metódy. Tým môže vznikáť reálnejší zber informácií o prevedenom teplotnom profile a po spracovaní a vyhodnotení môžu tieto informácie v konečnom dôsledku napomôcť k dosiahnutiu spoľahlivého spájkovaného spoja.

## 2. Teplotný profil a dáta používané k jeho určaniu

### 2.1. Teplotný profil



Obr. 8: Príklad teplotného profilu pre bezolovnatú spájkú SAC

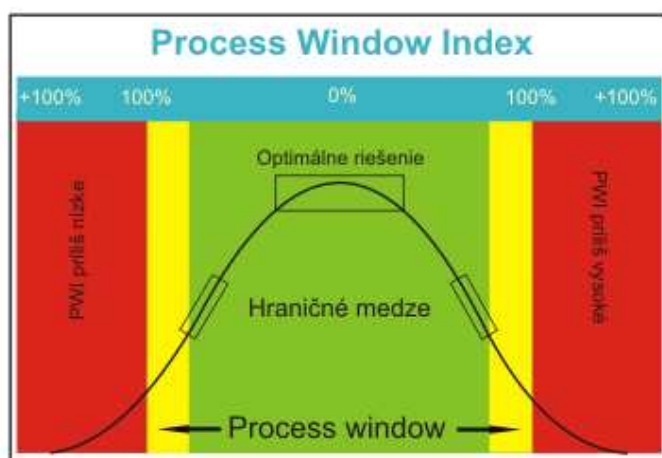
Proces spájkovania so správne nastavenou procesnou charakteristikou je jedným z predpokladov formovania spoľahlivého spájkovaného spoja. Procesné charakteristiky musia byť nastavené adekvátnym spôsobom pre použitý materiálový systém, veľkosti súčiastok a typy púzdiar, pre odpovedajúcu zástavbovú hustotu, tepelnú kapacitu DPS aj pre enviromentálny systém. Nastavený teplotný profil v peci musí rešpektovať typickú teplotu procesu pre aplikovaný typ zliatiny superponovanú na výrobcem doporučovaný teplotný profil použitého tavidla alebo priamo výrobcem doporučovaný teplotný profil spájkovanej pasty. Treba zohľadniť aj maximálne doporučované teplotné odolnosti spracovávaných súčiastok aj DPS. Okrem tohto sa u spájkovacích pást udáva aj čas nad teplotou liquidu (TAL – Time Above Liquidus, u spájkvy SAC 217 °C), tepelné gradienty pri ohreve alebo ochladzovaní v danej zóne, maximálna teplota (Peak Temperature) a čas charakterizujúci oblasť predohrevu (Soak Time), pozri Obr. 8.

Na Obr. 8 je príklad pozdĺžneho sedlového teplotného profilu (RSS – Ramp Soak Spike), s vyznačenými základnými parametrami, ktorý charakterizuje teplotnú závislosť na čase na montážnom celku pri prechode tunelom pre bezolovnatú spájkú SAC.

## 2.2. Process window index (PWI)

Parametre teplotného profilu sú rozsahy minimálnych alebo maximálnych hodnôt, zadaných výrobcami daných častí (spájka, súčiastka, ...) používaných pri tepelnom procese. Tieto parametre by mali byť dodržané, aby došlo k čo najlepšiemu prevedeniu a zaistila sa najnižšia možná chybovosť počas tepelného procesu, ktorý je súčasťou montáže. Jedná sa o parametre ako čas nábehu, maximálna teplota a iné. Konkrétne u spájky sú to už spomínané čas nábehu, maximálna teplota, čas predohrevu a čas nad teplotou liquidu. Tieto údaje sú spojené do matice tvoriacej okno (procesné okno), v ktorom musí proces zotrvať. Ak sa tak nestane nastáva diskusia možných záverov a kompromisov pre optimalizáciu procesu.

K vyhodnoteniu teplotných profilov a teplotných dejov uskutočňujúcich sa v peci, tzn. ako dobre je prevedený teplotný profil a ako sa odlišuje od kritických hodnôt zadaných výrobcami, slúži štatistická metóda PWI. Každý teplotný profil je vyhodnocovaný na základe toho ako „sedí“ do procesného okna.



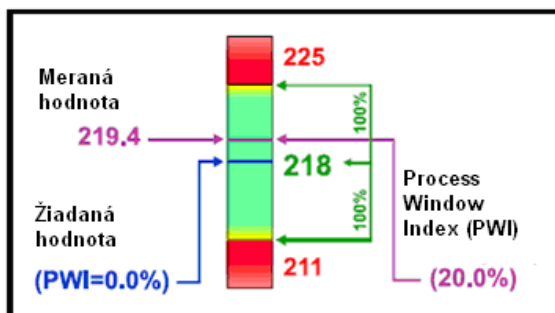
Obr. 9: PWI a procesné okno (Process window) [13]

Na Obr. 9 sú znázornené hodnoty, ktorých môže PWI nadobúdať. Profil, ktorého hodnoty neprevyšujú žiadnu z hodnôt zadaných výrobcami, sa nachádza v procesnom okne. Stred okna je definovaný ako 0 % a kraje ako 99 %.

Hodnota PWI, ktorá sa rovná alebo prevyšuje 100 % znamená, že nameraný profil nevyhovuje daným požiadavkám (resp. hodnotám, ktoré udáva výrobca spájky). PWI rovné 99 % určuje proces pracujúci na samom okraji procesného okna. PWI s hodnotou menšou ako 99 % udáva, že profil sa nachádza v oblasti určenej výrobcami.

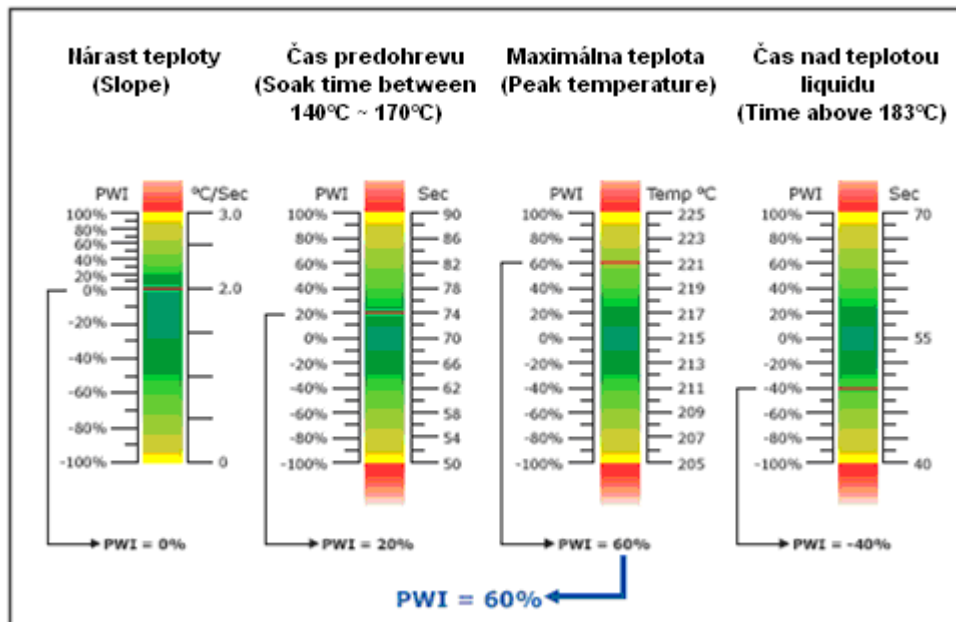
PWI presne definuje užívateľovi, akú veľkú časť nameraný teplotný profil využíva z procesného okna, a tým samozrejme ako presne je nastavený. Nižšia hodnota PWI znamená

lepšie nastavený teplotný profil. Veľká časť užívateľov vidí hranicu PWI pod 80 %. Obyčajne sa dosahujú hodnoty PWI medzi 50 % a 60 %.



**Obr. 10:** Hodnota PWI pre jednu štatistiku jedného termočlánku (konkrétne Peak temperature) [13]

Na Obr. 10 je znázornené PWI pre maximálnu teplotu zmeranú termočlánkom počas spájkovania. V tomto prípade je PWI vyhodnotené pre jednu konkrétnu hodnotu. Celkovo je PWI určené ako súbor všetkých vypočítaných štatistík, a z toho vybraný najhorší možný prípad (najvyššie číslo). Napr. ak sa meria teplotný profil šiestimi termočlánkami a každý jeden termočlánok spracováva štyri rôzne štatistiky, potom vznikne súbor dvadsiatichtyroch štatistík pre konkrétny profil. PWI je určené ako najvyššie vypočítané číslo. Na Obr. 11 je znázornené PWI pre jeden termočlánok, ktorý zaznamenával štyri rôzne štatistiky.



**Obr. 11:** PWI pre jeden termočlánok, ktorý zaznamenáva štyri rôzne štatistiky a výpočet výslednej hodnoty PWI, ktorá je prioritná [13]

### 2.2.1. Výpočet PWI

Pri výpočte sa zaobchádza so všetkými štatistikami daných termočlánkov. Ich výsledkom je najhorší prípad, ktorý nastane (najvyššia percentuálna hodnota). Všetky ostatné vypočítané čísla musia byť menšie.

$$PWI = 100 \cdot \underset{N,M}{MAX} \left\{ \left[ \frac{\left( \underset{i,j=1}{nam\_hodnota_{[i,j]} - priemer\_hodnota_{[i,j]}} \right)}{\left( rozsah_{[i,j]} + 2 \right)} \right] \right\},$$

kde  $i = 1$  až  $N$  je (počet termočlánkov),  $j = 1$  až  $M$  (počet štatistík pripadajúcich na termočlánok),  $nam\_hodnota_{[i,j]}$  je  $[i,j]$ -tá nameraná hodnota v konkrétnej štatistike,  $priemer\_hodnota_{[i,j]}$  je priemer  $[i,j]$ -tej maximálnej a minimálnej hodnoty v konkrétnej štatistike,  $rozsah_{[i,j]}$  je  $[i,j]$ -tá maximálna mínus minimálna hodnota v konkrétnej štatistike.

### 2.2.2. Výhody spojené s PWI

Analýzou teplotných profilov pomocou PWI sa dosiahne niekoľkých výhod [13]. Prvou je, teplotný profil môže byť ľahko porovnaný s iným, a užívateľ si môže byť istý, že používa najlepší profil, ktorý môže výrobný proces dosiahnuť. Skôr ako sa začalo používať vyhodnocovanie pomocou PWI, bolo porovnávanie subjektívne a užívateľ si nikdy nemohol byť istý, že má nastavený najlepší teplotný profil pre svoj výrobok. Požívanie vyhodnocovania pomocou PWI poskytuje výbornú príležitosť pre zlepšenie výrobných procesov a vedie k minimálnej chybovosti vo výrobe.

Druhá výhoda je zredukovanie výstupov profilu do jediného čísla (PWI) tak, že aj neskúsený operátor to môže ľahko pochopiť. Znamená to výrazné zredukovanie tréningových nákladov a minimalizovanie chýb zapríčinených ľudským faktorom. Behom niekoľkých minút môže dokonca nastaviť pec s optimálnym profilom. Nahradí sa tým predošlá práca skúseného inžiniera, ktorému tak mohlo zaberat' nastavenie optimálneho procesu niekoľko hodín.

PWI umožňuje zlepšenie kontroly akosti. V spojení so SPC (Statistic Process Control) a inými QC (Quality Control) monitorovacími programami poskytuje výbornú príležitosť pre zlepšenie procesu. To umožňuje spraviť významný krok k takmer nulovej chybovosti vo výrobe, pretože PWI odráža prevedenie celého procesu, nie len jednej štatistiky.

PWI poskytuje jednoduchú metódu pre porovnanie prevedenia teplotného procesu. Porovnanie môžu byť robené medzi dvoma samostatnými linkami, medzi procesmi vo viacerých továrňach alebo medzi procesmi používajúce rôzne vybavenie.

Nakoniec je možné ušetriť náklady v oblastiach ako školenie zamestnancov, odstránenie defektov zapríčinených ľudským faktorom, výrobná kontrola a zhromažďovanie údajov, hľadanie a odstraňovanie nedostatkov v procese a výber vhodného zariadenia.

### 3. Tepelný manažment

Každý elektronický systém sa vyznačuje určitou spotrebou energie. Sprievodným javom je pritom premena elektrickej energie na tepelnú. Teplo spôsobuje z hľadiska funkcie systému zmenu pracovných podmienok a s tým spojenú aj zmenu parametrov. Prejavom pôsobenia tepelnej energie je ohrev zariadenia a zvýšenie teploty. Teplo je generované ako aj pasívnymi tak aj aktívnymi prvkami systému, kde vzniká ako vedľajší prejav prechodu náboja látkou alebo ako dôsledok polarizačných mechanizmov resp. ako stratový výkon vykazujúci polovodičovými prechodmi.

Obecne je teplo druhom energie, ktorá v elektronických systémoch vzniká stratami z energie elektrickej, ktorou je napájané zariadenie. Vlastná teplota má vplyv na celú radu faktorov (napr. životnosť a degradáciu materiálov), ktoré ovplyvňujú spoľahlivosť funkcie súčiastok a tiež celkovú spoľahlivosť elektronického systému.

Zmena teploty celého funkčného zariadenia a predovšetkým jednotlivých prvkov so sebou prináša radu sprevádzajúcich dejov, ktorých následky sa môžu prejavovať ako:

- zmena parametrov obvodových prvkov (veľkosť odporu rezistora, zosilnenie tranzistora, zmena pracovného bodu zosilňovača,...),
- vznik termomechanického namáhania pevných spojov (napr. vznik pnutia v spájkovaných spojoch medzi súčiastkami a substrátom) [13],
- zvýšenie pravdepodobnosti vzniku chybového signálu v polovodičovom prvku tepelnou generáciou nosičov a pod.

Preto treba už pri návrhu každého konkrétneho elektronického obvodu alebo systému zaistiť, aby dlhodobá pracovná teplota neprekročila maximálnu prípustnú hranicu, a tým bola zachovaná spoľahlivosť funkcie súčiastok i celého elektronického systému. Toho možno dosiahnuť jednak minimalizáciou strát vedúcich k redukcii oteplenia obvodu optimálnym návrhom výkonových pomerov, a tiež spôsobom chladenia (odvodom tepla), vrátane obmedzenia vplyvu zvyšovania teploty okolitého prostredia.

Obecný trend vo výrobe elektronických systémov prejavujúcich sa stálym znižovaním rozmerov a zvyšovaním výkonu je charakterizovaný stále vyššou úrovňou integrácie. Umiestnením viacej funkcií do jedného puzdra so sebou prináša väčšiu hustotu súčiastok, ale tiež väčšie množstvo tepla, ktoré je v jednotke objemu rozptýlené ako stratový výkon v určitom čase. Toto teplo je treba efektívne odvádzať a minimalizovať. Preto sa tepelné vlastnosti stávajú dôležitým faktorom, ktorý ovplyvňuje výkonnosť aj spoľahlivosť celého elektrického zariadenia.



### 3.1. Teplo

Teplo alebo tepelná energia je vnútorná energia, ktorú teleso prijme alebo ju odovzdá pri tepelnej výmene inému telesu. Teplo si vymieňajú iba telesá s rôznou teplotou. Vyjadruje zmenu stavu telesa. Pre výpočet tepla potrebného na zvýšenie teploty telesa za predpokladu, že medzi teplotami nedôjde k fázovej premene platí

$$Q = cm\Delta T, \quad (1)$$

kde  $Q$  je teplo (J),  $c$  je merná tepelná kapacita ( $\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ),  $m$  je hmotnosť (kg),  $\Delta T$  je rozdiel teplôt telesa (K). Použitím vzťahu [2]

$$q'' = \frac{dQ}{dt}, \quad (2)$$

kde  $q''$  je tepelný tok (W) a dosadením do (1), sa po úprave dostane

$$q'' = cm \frac{dT}{dt} = C_{th} \frac{dT}{dt}, \quad (3)$$

kde  $C_{th}$  je tepelná kapacita látky ( $\text{JK}^{-1}$ ). Tepelná kapacita  $C_{th}$  je určená ako podiel dodaného (alebo odobraného) tepla a teplotnej zmeny

$$C_{th} = \frac{Q}{\Delta T}. \quad (4)$$

Tepelnú kapacitu telesa možno vyjadriť aj v tvare

$$C_{th} = mc, \quad (5)$$

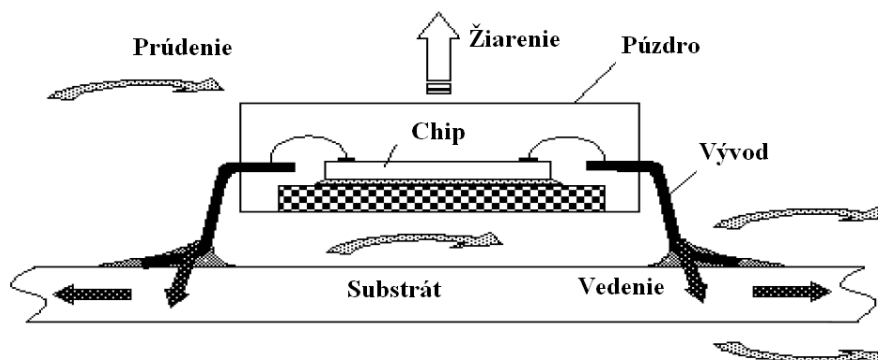
kde  $m$  je hmotnosť telesa (kg),  $c$  je merná tepelná kapacita ( $\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ).

Teplo sa prenáša z jedného bodu priestoru do druhého bodu vplyvom rozdielu ich teplôt. Druhá veta termodynamiky určuje smer tepelného toku, prechádza z miesta s vyššou teplotou do miesta s nižšou teplotou. Prenos (zdieľanie, prestup) tepla sa môže uskutočňovať tromi spôsobmi, vedením (kondukciou), prúdením (konvekciou) a žiarením či sálaním (radiáciou).

Pri vedení sa teplo zdieľa pôsobením vzájomného dotyku jednotlivých molekúl látky. Podmienkou je existencia spojitého látkového prostredia, a preto vo vákuu vedenie tepla nenastáva. Na Obr. 12 je znázornené vedenie tepla v puzdre, resp. z čipu do puzdra, z puzdra do vývodov, z vývodov súčiasťky do spájky a zo spájky do substrátu. Teplo sa vedie aj v tuhom telese (substráte) z teplejšieho miesta na chladnejšie, až kým nenastane tepelná rovnováha.

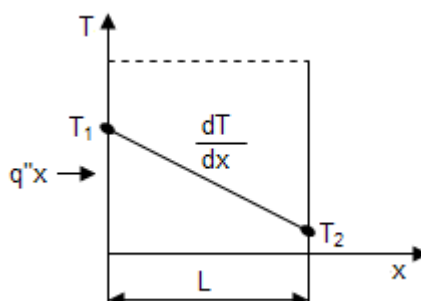
Pri prúdeaní pôsobí niekoľko vplyvov, vedenie tepla, pohyb hmoty a akumulácia energie. U súčiastky na Obr. 12 je prenos tepla prúdením nakreslený bledými šípkami, ktoré predstavujú prúdiaci vzduch.

Pri poslednom spôsobe prenosu tepla žiarením (sálaním) sa využíva elektromagnetického žiarenia, prechádzajúceho dvoma od seba vzdialenými telesami.



Obr. 12: Šírenie tepla v procese chladenia súčiastkou typu SO [15]

### 3.2. Vedenie tepla ( Kondukcia )



Obr. 13: Jednorozmerný prenos tepla vedením [5]

Je to najbežnejší spôsob prenosu tepla v tuhých látkach. Umožňuje najintenzívnejší prenos tepelnej energie. Dochádza k nemu vo vnútri telesa alebo na styčnej ploche tuhých telies. K vedeniu tepla dochádza aj v kvapalinách a plynch, tam však nepredstavuje hlavnú zložku prenosu tepla. Vedenie môže byť chápané aj ako prenos energie látky z častíc s väčšou energiou na častice s menšou energiou v dôsledku interakcie medzi časticami.

Pre prenos tepla vedením platí rovnica známa ako Fourierov zákon. Fourierov zákon platí pre všetky formy látky, pevné, kvapalnú aj plynnú. Pre jednorozmernú rovinnú stenu na Obr. 13 je rovnica vyjadrená ako

$$q_x'' = -\lambda \left( \frac{dT}{dx} \right). \quad (6)$$

Tepelný tok  $q_x''$  ( $\text{Wm}^{-2}$ ) je intenzita prestupu tepla v smere súradnice  $x$  cez jednotkovú plochu kolmú na smer prenosu, a je úmerný teplotnému gradientu,  $dT/dx$ , v tomto smere. Je úmerný aj konštante  $\lambda$ , ktorá značí tepelnú vodivosť ( $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ) daného materiálu, respektíve rovinatej steny na Obr. 13. Znamienko mínus je dôsledok faktu, že teplo sa prenáša zo strany s vyššou teplotou na stranu s nižšou teplotou. Podľa podmienok pre ustálený stav pre Obr. 13, kde teplotné rozdelenie je lineárne, teplotný gradient môže byť vyjadrený ako

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_2 - T_1}{L}, \quad (7)$$

a tepelný tok je potom vyjadrený

$$q_x'' = -\lambda \cdot \frac{T_2 - T_1}{L} = \lambda \cdot \frac{T_1 - T_2}{L} = \lambda \cdot \frac{\Delta T}{L}. \quad (8)$$

Rovnica (8) umožňuje vypočítať tepelný tok tečúci cez jednotkovú plochu. Miera prestupu tepla vedením, označovaná aj tepelný výkon,  $q_x$  (W), cez rovinnú stenu s plochou  $S$  je potom násobkom tepelného toku a plochy

$$q_x = q_x'' S = -\lambda S \cdot \left( \frac{dT}{dx} \right). \quad (9)$$

Z predošlých úvah vyplýva, že tepelný tok je vektorová veličina.

Obecná forma rovnice pre vedenie tepla v karteziánskych súradniciach je

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (10)$$

kde  $\rho \cdot c \cdot \partial T / \partial t$  je časová zmena energie na jednotku objemu v médiu. Rovnica (10) poskytuje základný pohľad pri analýze tepla vedením. Z jej riešenia je možné určiť intenzitu prestupu tepla ako funkciu času. Pre zjednodušenie, ak prenos tepla nastáva len v jednom smere (napr. v smere osi  $x$ ) a nedochádza ku generácii energie vo vnútri systému, rovnica (10) sa zredukuje na

$$\frac{d}{dx} \left( \lambda \frac{dT}{dx} \right) = 0. \quad (11)$$

Dôležitý aspekt týchto výsledkov je, že v ustálenom stave pre jeden smer bez vnútornej generácie energie platí konštantná hodnota tepelného toku v smere prenosu ( $dq_x'' / dx = 0$ ).

K určení intenzity prestupu tepla v médiu je dôležité riešiť vhodnú formu rovnice tepla. Avšak takéto riešenie závisí na fyzických podmienkach daných rozhraním média

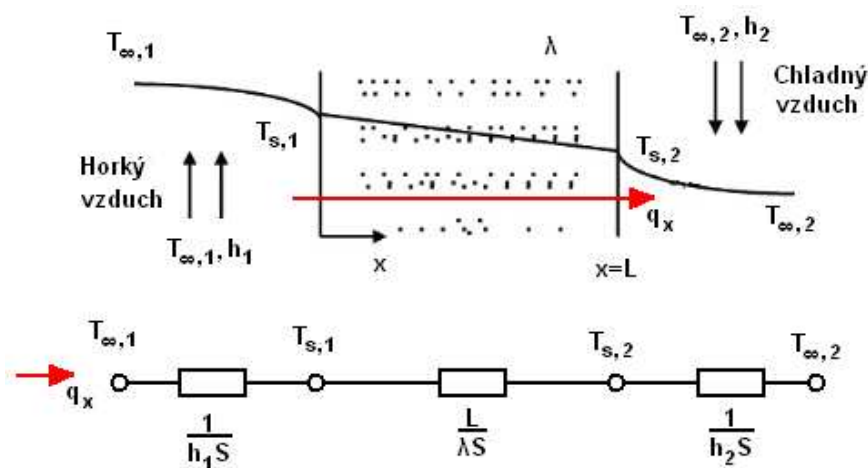
a ak sa jedná o časovo závislé teplotné pole, na podmienkach daných médiami v počiatočnom čase. Čo sa týka okrajových podmienok, je niekoľko základných možností, ktoré sú jednoducho matematicky vyjadrené [5].

### 3.2.1. Jednorozmerný systém, ustálený stav

Táto kapitola pojednáva o situácii, pri ktorej teplo je prenášané difúziou v jednom smere, pri podmienkach platiacich pre rovnovážny stav. Pojem jednorozmerný znamená fakt, že iba jedna súradnica je potrebná k popísaniu priestorovej zmeny závislej premennej. Z tohto dôvodu, v jednorozmernom systéme, nastáva teplotný gradient len pozdĺž jedného smeru a prenos tepla nastáva výhradne len v tomto smere. Ak systém je časovo nezávislý, tak je charakterizovaný podmienkami pre rovnovážny stav.

Pre jednorozmerné vedenie v rovinatej stene je teplota len funkciou súradnice  $x$  a teplo je prenášané výhradne v tomto smere. Na Obr. 14 rovinná stena oddeľuje dve tekutiny rozdielnej teploty. Prenos tepla nastáva prúdením z teplej tekutiny teploty  $T_{\infty,1}$  na rozhranie steny teploty  $T_{s,1}$ , vedením cez stenu a prúdením z druhej strany steny teploty  $T_{s,2}$  do studenej tekutiny teploty  $T_{\infty,2}$ .

Na začiatku treba zväziť podmienky vo vnútri steny. Za prvé je potrebné určiť teplotné pole, z ktorého je možné získať intenzitu prestupu tepla vedením.



**Obr. 14:** Prenos tepla cez rovinnú stenu s teplotným rozložením a ekvivalentným tepelným obvodom [5]

Teplotné pole v stene je určené riešením rovnice teploty s vhodnými okrajovými podmienkami. Ak nie je vo vnútri steny žiadny tepelný zdroj energie, tak platí tepelná rovnica v tvare (11). Z tohto dôsledku z rovnice (6) vyplýva pre jednorozmerný rovnovážny systém v rovinatej stene bez vnútornej tepelnej generácie, že tepelný tok je konštantný, nezávislý na  $x$ . Ak súčiniteľ tepelnej vodivosti materiálu steny je považovaný za konštantu, môže rovnica

tepla po dvojnásobnom integrovaní, vypočítaní konštant a dosadení do obecného riešenia prejsť do tvaru

$$T(x) = (T_{s,2} - T_{s,1}) \frac{x}{L} + T_{s,1}. \quad (12)$$

Z tohto výsledku je zrejmé, že pre prenos tepla vedením v jednorozmernom ustálenom systéme v rovinatej stene bez vnútornej generácie tepla a pri konštantnej veľkosti súčiniteľa tepelnej vodivosti sa teplota mení lineárne v závislosti  $x$ .

Teraz, keď je známe teplotné pole, je možné pomocou Fourierovho zákona určiť tepelný tok

$$q_x'' = \frac{q_x}{S} = \frac{\lambda}{L} (T_{s,1} - T_{s,2}). \quad (13)$$

Treba poznamenať, že  $S$  je plocha steny kolmej na smer prenosu tepla a pre rovinnú plochu je to konštanta nezávislá na  $x$ . Rovnica (13) určuje, že obe veličiny, či už tepelný výkon  $q_x$  alebo tepelný tok  $q_x''$  sú konštanty nezávislé na  $x$ .

V tomto bode je dobré poznamenať veľmi dôležitú skutočnosť vyplývajúcu z rovnice (13). Predovšetkým, že existuje analógia medzi elektrickým a tepelným obvodom. Práve tak ako elektrický odpor je spojený s vedením prúdu, tepelný odpor môže byť spojený s vedením tepla. Definícia odporu ako pomeru riadiaceho potenciálu k odpovedajúcej miere prenosu, vyplývajúca z rovnice (13), kde tepelný odpor pre prenos tepla vedením je

$$R_{t,cond} = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{q_x} = \frac{L}{\lambda S}, \quad (14)$$

Podobne pre elektrické prevedenie v tom istom systéme poskytuje Ohmov zákon vyjadrenie elektrického odporu vo forme

$$R_e = \frac{U_{s,1} - U_{s,2}}{I} = \rho \frac{L}{S}.$$

Analógia medzi oboma rovnicami je zrejmalá. Tepelný odpor môže byť spojený aj s prenosom tepla prúdením na rozhraní. Z Newtonovho zákona pre chladenie

$$q_{conv} = h S (T_s - T_\infty), \quad (15)$$

tepelný odpor pre prúdenie je potom

$$R_{t,conv} = \frac{T_s - T_\infty}{q} = \frac{1}{hS}. \quad (16)$$

Rovnocenný tepelný obvod pre rovinnú stenu s prúdením na rozhraní je na Obr. 14. Miera tepelného výkonu môže byť určená pri uvažovaní, že každý jeden prvok v sieti je samostatný. Odtiaľ  $q_x$  je konštanta, ktorá sa rovná

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{s,1}}{\frac{1}{h_1 S}} = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{\frac{L}{\lambda S}} = \frac{T_{s,2} - T_{\infty,2}}{\frac{1}{h_2 S}}. \quad (17)$$

Výrazom celkového teplotného rozdielu,  $T_{\infty,1} - T_{\infty,2}$ , a celkového tepelného odporu,  $R_{tot}$ , je možné určiť intenzitu prestupu tepla

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{R_{tot}}. \quad (18)$$

Celkový tepelný odpor je charakterizovaný ako sériový odpor vedenia a prúdenia a jeho hodnotu možno získať nasledovne

$$R_{tot} = \frac{1}{h_1 S} + \frac{L}{\lambda S} + \frac{1}{h_2 S}. \quad (19)$$

Ďalší odpor sa vzťahuje k možnosti, ak povrch je oddelený veľkou vzdialenosťou od zdroja, napr. plynom. Hlavné výmena tepla žiarením medzi povrchom, charakterizovaného teplotou  $T_s$ , a jeho okolím, charakterizovaného teplotou  $T_{sur}$ , môže byť dôležitá a jej veľkosť môže byť určená rovnicou

$$q_{rad} = h_r S (T_s - T_{sur}). \quad (20)$$

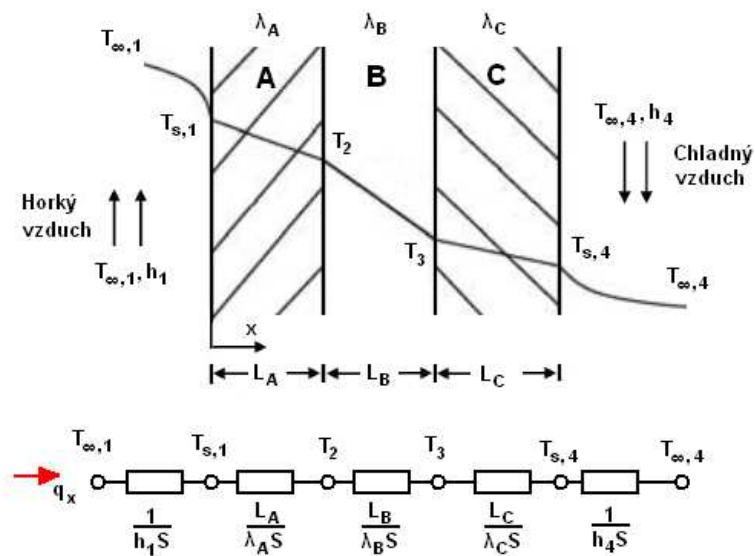
Tepelný odpor pre žiarenie je definovaný ako

$$R_{t,rad} = \frac{T_s - T_{sur}}{q_{rad}} = \frac{1}{h_r S}, \quad (21)$$

kde  $h_r$  ( $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ ) je koeficient prestupu tepla žiarením vyjadrený

$$h_r = \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_s + T_{sur})(T_s^2 + T_{sur}^2). \quad (22)$$

Odpor povrchu, na ktoré pôsobí aj žiarenie aj prúdenie paralelne, a ak  $T_{\infty} = T_{sur}$ , môže byť nahradený jedným efektívnym odporom.



**Obr. 15:** Ekvivalentný tepelný obvod pre sériovú zloženú stenu [5]

Náhradný (ekvivalentný) tepelný obvod môže byť použitý pre zložitejšie systémy, napríklad zložené steny. Takéto usporiadania zahŕňujú množstvo sériových a paralelných tepelných odporov v dôsledku použitia viacerých vrstiev o rôznych materiáloch. Úvahou sériovej zloženej steny na Obr. 15 intenzita prestupu tepla tohto jednorozmerného systému je vyjadrená

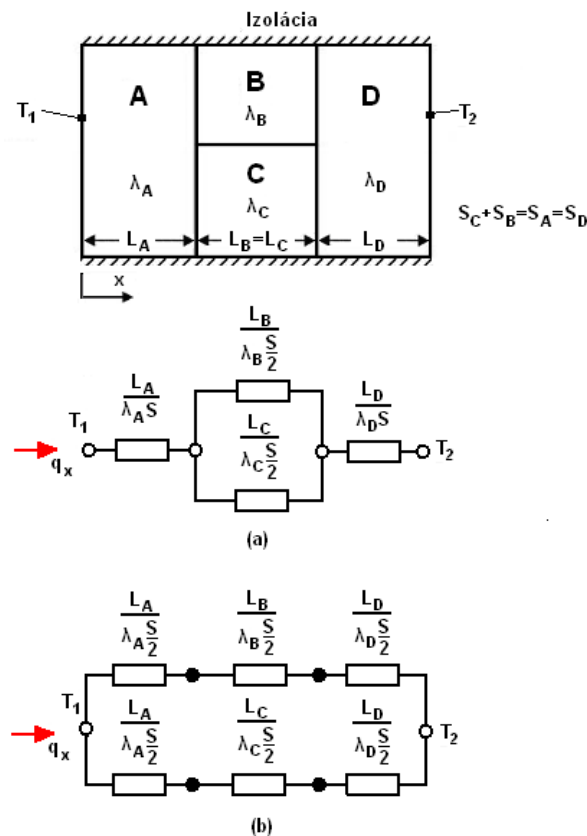
$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{\sum R_t}, \quad (23)$$

kde  $T_{\infty,1} - T_{\infty,4}$  je celkový teplotný rozdiel a  $\sum R_t$  je suma všetkých tepelných odporov. Z toho dôvodu

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{\left[ \frac{1}{h_1 S} + \frac{L_A}{\lambda_A S} + \frac{L_B}{\lambda_B S} + \frac{L_C}{\lambda_C S} + \frac{1}{h_4 S} \right]}. \quad (24)$$

Inak intenzita prestupu tepla môže byť určená teplotným rozdielom a tepelným odporom prislúchajúcim ku každému elementu (zložke). Napr.,

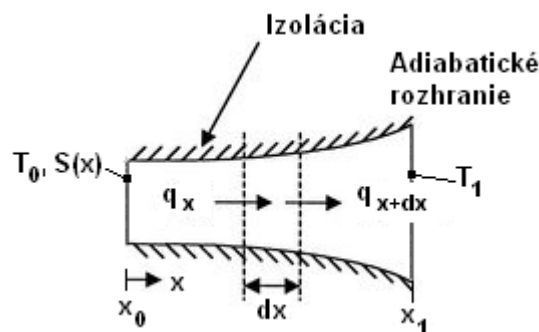
$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{s,1}}{\frac{1}{h_1 S}} = \frac{T_{s,1} - T_2}{\frac{L_A}{\lambda_A S}} = \frac{T_2 - T_3}{\frac{L_B}{\lambda_B S}} = \dots \quad (25)$$



**Obr. 16:** Ekvivalentný tepelný obvod pre sériovo-paralelnú zloženú stenu [5]

Zložená stena môže byť charakterizovaná aj sériovo-paralelnou kombináciou znázornenou na Obr. 16. Pre riešenie je možné použiť dva rozdielne tepelné obvody. Aj keď tepelný tok sa uskutočňuje teraz v dvoch smeroch, je často uvažovaný ako jednorozmerný prípad. Pre prípad Obr. 16 je predpokladané, že povrchy kolmé na smer  $x$  sú izotermické, teda majú rovnakú teplotu po celej ploche, kým pre prípad Obr. 16 je uvažované, že povrchy paralelné k smeru  $x$  sú adiabatické, teda tepelne nepriestupné. Výsledné tepelné odpory pre oba prípady sú rozdielne a tým aj odpovedajúce hodnoty  $q$  spojené so skutočnou intenzitou prestupu tepla. Tieto rozdiely narastajú so zväčšujúcim sa rozdielom narastajúcim  $|\lambda_B - \lambda_C|$  a stávajú sa významnejšími v úvahách v dvojdimenzionálnych systémoch.





**Obr. 17:** Systém s konštantnou mierou prestupu tepla vedením [5]

V predošlej časti analýza prenosu tepla vedením bola prevedená použitím štandardných postupov. To je, že teplotná rovnica bola riešená k získaniu teplotného poľa, rovnica (12), a Fourierov zákon bol aplikovaný k získaniu intenzity prestupu tepla, (13). Uvažovaním vedenia v systéme na Obr. 17, o ktorom predpokladáme, že sa jedná o rovnovážny stav, nenastáva generácia tepla v systéme [5] a nevznikajú žiadne straty stenami do okolia, intenzita prestupu tepla  $q_x$  musí byť konštantna nezávislá na  $x$ . Totiž, pre každý element  $dx$ ,  $q_x = q_{x+dx}$ . Táto podmienka je, samozrejme, dôsledok uchovania energie a musí sa použiť zakaždým, ak sa plocha mení s polohou  $S(x)$  a tepelná vodivosť sa mení s teplotou  $\lambda(T)$ . Naviac, ak je teplotné pole dvojrozmerné, meniace sa v  $x$  aj  $y$ , je často rozumné zanedbať zmenu  $y$  a počítať s jednorozmerným poľom.

Pri analýze prenosu tepla vedením a pri braní do úvahy predošlých podmienok je možné pracovať výhradne s Fourierovým zákonom. Hlavne ak miera vedenia tepla je konštantná, je možné rovnicu integrovať. Fourierov zákon, rovnicu (9), je možné použiť aj pre systém na Obr. 17. Odtiaľ je možné vyjadriť Fourierov zákon v integrálnom tvare

$$q_x \int_{x_0}^x \frac{dx}{S(x)} = - \int_{T_0}^T \lambda(T) dT . \quad (26)$$

Plocha priečného rezu môže byť funkciou  $x$  a súčiniteľ tepelnej vodivosti sa môže meniť s teplotou. Ak sa integrácia vykoná od bodu  $x_0$ , v ktorom je teplota  $T_0$ , výsledkom bude  $T(x)$ . Naviac, ak teplota  $T = T_1$  v nejakom bode  $x = x_1$ , integrálom bude možné spočítať hodnotu  $q_x$ . Ak plocha bude nemenná a  $\lambda$  bude nezávislá na teplote, predošlá rovnica (26) prejde na tvar

$$\frac{q_x \Delta x}{S} = -\lambda \Delta T , \quad (27)$$

kde  $\Delta x = x_1 - x_0$  a  $\Delta T = T_1 - T_0$ .

Pre materiály kruhového, valcového prípadne iného tvaru sú výpočty odvodené v [5] tak ako aj pre materiály s vnútornou generáciou tepla.

### 3.2.2. Prenos tepla vedením v čase

V tejto kapitole sa uvažuje s časovo závislým prenosom tepla vedením. Pri zmene okrajových podmienok systému obyčajne narastajú problémy spojené so zložitou takéhoto poľa. Napr., ak sa zmení teplota povrchu, teplota v každom bode systému sa potom začne meniť. Tieto zmeny pretrvávajú dovtedy, kým sa nedosiahne rovnovážneho stavu. Ako príklad posluhuje kov vytiahnutý z pece ponechaný k vychladnutiu na teplotu okolia. Energia je prenášaná prúdením a žiarením z povrchu do okolia a vedením zo stredu telesa k jeho okraju až kým nenastane tepelná rovnováha. Takéto procesy nastávajú bežne v priemysle.

K určaniu časovo závislého teplotného poľa v tuhom telese počas procesu, sa musí začať s riešením prislúchajúcej rovnice prenosu tepla, napr. rovnice (10). Niektoré prípady riešenia tejto rovnice budú diskutované neskôr v tejto kapitole. Avšak, pri malých teplotných gradientoch vo vnútri telesa, môže byť použitá metóda sústredenej kapacity.

#### 3.2.2.1. Metóda sústredenej kapacity (MSK)

Podstata tejto metódy predpokladá, že teplota tuhého telesa je priestorovo jednotná v každom okamihu počas trvania prenosu. Tento predpoklad naznačuje, že teplotné gradienty v telese sú zanedbateľné.

Pri zanedbaní teplotného rozdielu vo vnútri tuhej látky, nie je možné ďalej uvažovať problémy, ktoré sú spojené s Fourierovým zákonom. Namiesto toho, časová teplotná odozva je určená celkovou energetickou rovnováhou v telese. Táto rovnováha je spojená s mierou tepelných strát na povrchu telesa a zmenou vnútornej energie telesa

$$-hS_s(T - T_\infty) = \rho Vc \frac{dT}{dt}. \quad (28)$$

Zavedením teplotného rozdielu  $\theta = T - T_\infty$  a uvedomením si, že  $(d\theta/dt) = (dT/dt)$ , spolu s niekoľkými úpravami [5] prechádza (28) do tvaru

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \exp\left[-\left(\frac{hS_s}{\rho Vc}\right)t\right]. \quad (29)$$

Rovnica (29) môže byť použitá k vypočítaniu teploty dosiahnutej telesom za určitý čas.

Teplotný rozdiel medzi tuhým telesom a médiom, ktoré ho obklopuje musí padať exponenciálne k danej teplote v čase blížiacom sa do nekonečna. Pre tieto systémy je daná tepelná časová konštanta, ktorá je určená nasledovne

$$\tau_r = \left(\frac{1}{hS_s}\right)(\rho Vc) = R_t C_t, \quad (30)$$

kde  $R_t$  je odpor prenosu tepla prúdením a  $C_t$  je sústredená kapacita tuhého telesa. Každý nárast  $R_t$  alebo  $C_t$  zapríčiní pomalšiu odozvu telesa na zmenu teploty a tým sa zvýši aj čas na dosiahnutie tepelnej rovnováhy systému. Toto správanie je analogické vybíjaniu kondenzátora v elektrickom RC obvode. Aj tu je vidieť analógiu tepelného obvodu s elektrickým.

Z predošlých výsledkov je vidieť, prečo práve táto metóda je uprednostňovaná. Je to najjednoduchšia a napohodľnejšia metóda k riešeniu problémov vedenia tepla v čase. Z nasledujúcej rovnice vyplýva podmienka pre presnosť tejto metódy

$$\frac{(T_{s,1} - T_{s,2})}{(T_{s,2} - T_{\infty})} = \frac{(L / \lambda S)}{(1 / hS)} = \frac{R_{cond}}{R_{conv}} = \frac{hL}{\lambda} \equiv Bi. \quad (31)$$

Veličina  $hL/\lambda$  objavujúca sa v rovnici (31) je bezrozmerný parameter. Je známa pod pojmom Biotove číslo a zohráva dôležitú úlohu pri vedení tepla spojeného s prúdením na povrchu telesa. Podľa rovnice (31), Biotove číslo poskytuje meranie teplotného spádu v telese spojených s teplotným rozdielom medzi povrchom a tekutinou. Hlavne podmienkam odpovedajúcich  $Bi \ll 1$ . Biotove číslo je teda pomer tepelných odporov. Ak je  $Bi \ll 1$ , odpor vedenia vo vnútri telesa je omnoho menší ako odpor prúdenia cez styčnú plochu tekutiny a telesa. Z tohto dôvodu je uvažovanie o jednotnom rozložení teplotného poľa dostatočné. Ak je dodržaná nasledovná podmienka

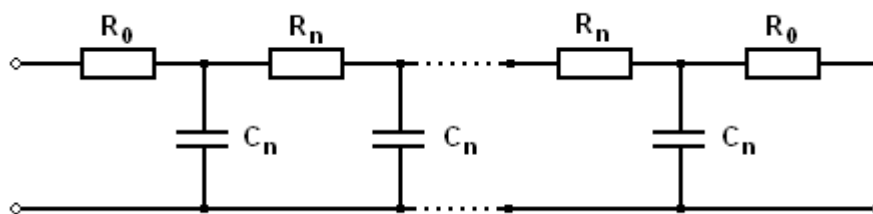
$$Bi = \frac{hL_c}{\lambda} \ll 0,1, \quad (32)$$

chyba spojená s používaním tejto metódy je malá.

**Ret'azové elektrické obvodové modely vedenia tepla**, tiež označované aj elektrické pasívne obvodové analogony, boli budované pre riešenie dynamiky vedenia tepla elektrotechnikmi v rôznych ústavoch, zaoberajúcimi sa tepelnou technikou. Väčšina literatúr sa odvoláva na C. L. Beukena, ktorý je považovaný za ich autora [7].

Úloha je uvažovaná pre jednorozmerné vedenie tepla cez neohraničenú vrstvu z pevnej látky konečnej hrúbky  $L$ . Tepelný tok  $q$  tečie potom len jedným smerom  $x$ , kolmým k rovinnému rozhraniu vrstvy. Táto vrstva býva spravidla rozdelená do  $n$  rovnakých vrstiev hrúbky  $L/n$ . Každá z vrstiev hrúbky  $L/n$  má v tejto predstave nulový tepelný odpor a sústreďuje tepelnú kapacitu. Tepelný odpor a tepelná kapacita je obvykle vzťahovaná na jednotku plošného obsahu vrstvy. Tepelná kapacita jednej časti je rovná  $n$ -tine tepelnej kapacity stĺpca jednotkového prierezu a dĺžky  $L$ . Tepelný odpor v smere normály (v smere  $x$ ) je uvažovaný ako sústredený len medzi vrstvami a jeho veľkosť je odvodená rovnako od  $n$ -tiny celkového odporu  $R$  stĺpca. Počet  $n$  vrstiev sa uvažuje ľubovoľný, pričom podstatné je, že model je tým presnejší, čím je delenie objektu jemnejšie, teda presnosť zobrazenia rastie

s počtom  $n$  rovnakých častí objektu [7]. Odporúča sa počet článkov modelového reťazca RC  $n \geq 10$ . Nie je podstatné, či články reťazca majú tvar  $\tau$ , TT alebo T (Obr. 18) [7].



**Obr. 18:** Náhradný tepelný obvod ako reťazec RC s článkami tvaru T. Celkový tepelný odpor je  $R$ , odpor každej z  $n$  častí je  $R_n = R/n$ , výstupné a vstupné odpory sú  $R_0 = R/2n$ . Celková tepelná kapacita objektu je  $C$ , kapacita každej časti je  $C_n = C/n$  [7].

### 3.2.2.2. Metódy konečných diferencií (MKD)

Analytické riešenie časovej závislosti prenosu tepla vedením je obmedzené len pre jednoduché modely a okrajové podmienky. Pri zložitejších modeloch sa často musí siahnuť k metódam konečných diferencií. Nižšie sú uvedené dve jednoduché metódy pri riešení časovej závislosti prenosu tepla, explicitná a implicitná metóda.

V **explicitnej metóde** je teplota v každom bode ( $t + \Delta t$ ) počítaná zo známej teploty v tom istom bode a okolných bodoch z predošlého kroku. Takto počítaná teplota je nezávislá na teplote toho bodu v tom istom čase. Nevýhodou je ale voľba extrémne malého kroku  $\Delta t$  tak, aby bolo splnené kritérium stability.

Pre riešenie časovej závislosti prenosu tepla pre jednorozmerný systém s konštantnými vlastnosťami a bez vnútornej generácie tepla prechádza zjednodušený tvar rovnice (10) do tvaru

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \quad (33)$$

Prepísanie rovnice (33) do tvaru použiteľného pre MKD a jej zdiskretizovanie je podrobnejšie rozpísané v [5]. V nasledujúcej rovnici (35) dolný index  $m$  je použitý k označeniu  $x$  súradnice diskretneho uzlového (bodového) systému, pričom riešenie musí byť diskretizované aj v čase. Pre tieto účely sa používa hodnota  $p$ , kde

$$t = p \Delta t, \quad (34)$$

a tvar rovnice použiteľnej pre metódu konečných diferencií derivovanej podľa času je

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_m \approx \frac{T_m^{p+1} - T_m^p}{\Delta t}. \quad (35)$$

Horný index  $p$  je použitý k označovaniu časovej závislosti teploty, kde  $p$  značí teplotu spojenú s časom v predchádzajúcom okamihu, a  $p+1$  značí teplotu spojenú s daným okamihom.

Substitúciou rovnice (35) do (33) sa dostane riešenie jednorozmerného systému explicitnou metódou pre vnútorný bod systému  $m$  v tvare

$$T_m^{p+1} = Fo(T_{m+1}^p + T_{m-1}^p) + (1 - 2Fo)T_m^p, \quad (36)$$

kde  $Fo$  je Fourierovo číslo vyjadrené vzťahom

$$Fo = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2}, \quad (37)$$

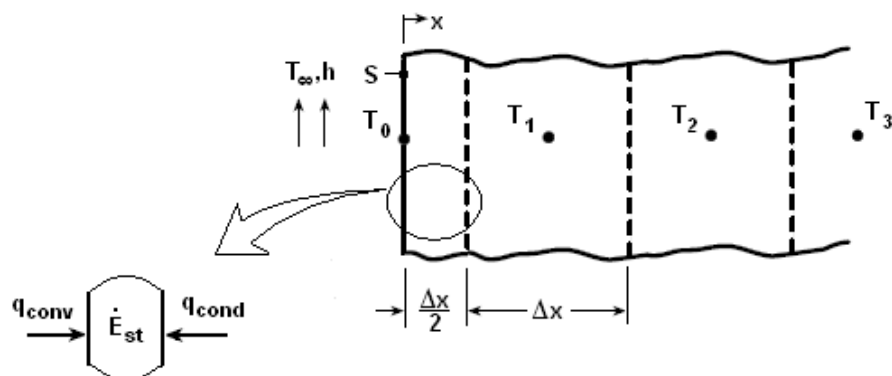
a spolu s Biotovým číslom charakterizuje problémy pri časovej závislosti prenosu tepla vedením. Rovnica (36) je v explicitnom tvare, pretože neznáma teplota v danom bode pre nastávajúci čas je výhradne počítaná zo známych teplôt v daných bodoch v predchádzajúcom čase. To znamená, ak sú známe teploty v každom vnútornom bode v čase  $t = 0$  ( $p = 0$ ) pri známych počiatkových podmienkach, výpočet začína v čase  $t = \Delta t$  ( $p = 1$ ). Po spočítaní každého bodu sa čas  $t$  zvýši o  $\Delta t$  a aj  $p$  o 1 a výpočet teploty znova prebehne pre všetky body.

Presnosť riešenia metódy konečných diferencií je možné vylepšiť znížením hodnôt  $\Delta t$  a  $\Delta x$ . Samozrejme počet vnútorných bodov sa zvyšuje so znižujúcou sa hodnotou  $\Delta x$ , a počet časových intervalov sa zvyšuje so znižujúcou hodnotou  $\Delta t$ . Avšak so znižujúcimi sa hodnotami sa zvyšuje čas výpočtu teplotných pochodov. Kým  $\Delta x$  možno voliť podľa zložitosti systému, požadovanej presnosti a početných požiadavkov, resp. akéhosi kompromisu medzi nimi, pri volbe  $\Delta t$  musí byť braná do úvahy podmienka stability.

Pri použití explicitnej metódy môžu vzniknúť oscilácie teploty pri výpočtoch, ktoré zapríčinia, že zo stabilného stavu sa systém dostane do nestabilného a sa rozkmitá. Fyzicky to možné nie je. Aby sa vyhlo tomuto prípadu, je potrebné aby  $\Delta t$  bolo udržiavané resp. nastavené pod určitú hranicu, ktorá závisí na  $\Delta x$  a ďalších parametroch systému. Táto závislosť je označovaná ako kritérium stability. Pre vnútorný bod jednorozmerného systému to je  $(1 - 2Fo) \geq 0$ , alebo

$$Fo \leq \frac{1}{2}. \quad (38)$$

Pri určení hodnôt  $\alpha$  a  $\Delta x$  môže byť kritériom stability určená maximálna hodnota  $\Delta t$ .



**Obr. 19:** Jednorozmerný systém, v ktorom sa pre povrchový bod uplatňuje prúdenie a vedenie [5]

Rovnicu (36) možno získať aj z aplikácie zákona o zachovaní energie pričom sa uvažuje tok tepelných prúdov do uzla. Na Obr. 19 je znázornený jednorozmerný systém. Ako ukážka bude počítaný bod na povrchu, pre ktorý platí polovičná vzdialenosť  $\Delta x$  ako pre vnútorný bod. V systéme nie je žiadny tepelný zdroj a je obtekaný tekutinou, to znamená berie sa do úvahy prenos tepla prúdením

$$hS(T_{\infty} - T_0^p) + \frac{\lambda S}{\Delta x}(T_1^p - T_0^p) = \rho c S \frac{\Delta x}{2} \frac{(T_0^{p+1} - T_0^p)}{\Delta t}, \quad (39)$$

alebo riešením pre teplotu povrchu v čase  $t + \Delta t$

$$T_0^{p+1} = \frac{2h \Delta t}{\rho c \Delta x}(T_{\infty} - T_0^p) + \frac{2\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2}(T_1^p - T_0^p) + T_0^p. \quad (40)$$

Uvedomením si, že  $(2h \Delta t / (\rho c \Delta x)) = 2(h \Delta x / \lambda)(\alpha \Delta t / (\Delta x)^2) = 2 \text{ Bi Fo}$  a preusporiadaním rovnice sa získa tvar

$$T_0^{p+1} = 2Fo(T_1^p + Bi T_{\infty}) + (1 - 2Fo - 2Bi Fo)T_0^p, \quad (41)$$

kde Biotove číslo je počítané z rovnice (32) a  $L_c$  je nahradené  $\Delta x$ . Aby bol daný systém stabilný musí platiť

$$Fo(1 + Bi) \leq \frac{1}{2}. \quad (42)$$

Pri počítaní vnútorných bodov je možné použiť rovnicu (36) podobne ako (41) pre bod na povrchu. Tiež rovnica (42) musí byť porovnaná s rovnicou (38), aby sa zistilo, ktorá podmienka je rozhodujúcejšia pri zaručení stability systému. Čiže platí fakt, ak  $Fo$  vnútorného bodu je vyššie ako  $Fo(1 + Bi)$  bodu na povrchu, tak treba  $\Delta t$  určiť z rovnice (38).

U **implicitnej metódy** takýto problém nevzniká, pretože dochádza k redukcii počtu krokov. Implicitný tvar MKD sa dostane deriváciou rovnice (33) podľa času a nahradením členov obsahujúcich  $(p)$  výrazom  $(p + 1)$  na pravej strane. Pri úvahe systému na Obr. 19 bude teplota povrchu počítaná zo vzťahu

$$(1 + 2Fo + 2Bi Fo)T_0^{p+1} - 2FoT_1^{p+1} = 2Fo Bi T_\infty + T_0^p, \quad (43)$$

a teplota vnútorného bodu

$$T_m^p = (1 + 2Fo)T_m^{p+1} - Fo(T_{m-1}^{p+1} + T_{m+1}^{p+1}). \quad (44)$$

Je zrejme, že nová teplota  $m$  bodu závisí na nových teplotách susedných bodov, ktoré sú všeobecne neznáme. K riešeniu týchto rovníc je možné sa dostať použitím napr. Gauss-Seidlovej iteračnej metódy. Najväčšou výhodou tejto metódy je, že odstraňuje problém nestability systému. To znamená, že metóda je stabilná pre akokoľvek veľké  $\Delta x$  a  $\Delta t$ . Avšak so zvyšujúcim sa časovým rozstupom sa znižuje presnosť tejto metódy.

### 3.2.3. Súčiniteľ tepelnej vodivosti

Súčiniteľ tepelnej vodivosti  $\lambda$  tiež býva často označovaný ako tepelná vodivosť. Jednotku  $[\lambda] = \text{Js}^{-1}\text{m}^{-1}\text{K}^{-1} = \text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ . Je definovaný ako množstvo tepla, ktoré musí prejsť za jednotku času telesom, aby na jednotkovú dĺžku bol jednotkový teplotný spád. Pritom sa predpokladá, že teplo sa šíri len v jednom smere. Súčiniteľ tepelnej vodivosti je materiálová konštanta, ktorá sa zisťuje experimentálne. Je teplotne závislá, ale pre väčšinu praktických aplikácií je možné uvažovať strednú hodnotu mernej tepelnej vodivosti. Látky, u ktorých sa pohybuje  $\lambda$  v rozmedzí  $(0,01 - 2) \text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ , sú obyčajne dobrými tepelnými izolantmi. U látok tepelne vodivých sa táto hodnota pohybuje od  $(10 - 450) \text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$  a u diamantu sú tieto hodnoty podstatne vyššie. Zo všetkých látok najmenšiu tepelnú vodivosť majú plyny. Merná tepelná vodivosť  $\lambda$  nezávisí na gradiente  $\partial\vartheta/\partial x$ , je však funkciou teploty a materiálu prostredia. Prehľad niektorých tepelných vodivostí používaných v elektronických zariadeniach je v [2]. Tiež do značnej miery závisí aj na chemickom zložení. Typický príklad je kremík. Merná tepelná vodivosť čistého kremíku je  $146 \text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$  a kremíku dotovaného arzénom  $83,6 \text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ . Túto vlastnosť – veľký rozdiel mernej tepelnej vodivosti materiálu chemicky čistého a materiálu bežnej obchodnej akosti - nájdeme aj u iných materiálov, často používaných v elektrotechnike, napr. meď, hliník, molybdén.

### 3.2.4. Merná tepelná kapacita

Pri dynamických procesoch sa používajú ďalšie veličiny, ktoré zahŕňajú dve rozdielne kategórie, prenosové a termodynamické vlastnosti. K transportným patrí napr. už skôr spomínaný súčiniteľ tepelnej vodivosti  $\lambda$ . Na druhú stranu, k veličinám, ktoré charakterizujú

termodynamické chovanie partí hustota  $\rho$  ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) a merná tepelná kapacita  $c$  ( $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ). Výsledok  $\rho c$  ( $\text{Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$ ), tiež zvaný ako objemová tepelná kapacita, udáva schopnosť materiálu uchovať tepelnú energiu. Materiály s veľkou hustotou sa zvyčajne vyznačujú malou mernou tepelnou kapacitou. Sú to prevažne tuhé látky a kvapaliny, ktoré majú dobrú schopnosť uchovať energiu. Majú zrovnateľnú tepelnú kapacitu ( $\rho c > 1 \text{ MJm}^{-3}\text{K}^{-1}$ ). Materiály s veľmi malými hustotami, napríklad plyny, nie sú vhodné pre uchovávanie tepelnej energie ( $\rho c \approx 1 \text{ kJm}^{-3}\text{K}^{-1}$ ). Hustoty a merné tepelné kapacity materiálov sú udané v [5].

### 3.2.5. Teplotná vodivosť

Pri analýze prenosu tepla, pomer tepelnej vodivosti a tepelnej kapacity je dôležitá veličina označovaná ako teplotná vodivosť, často označovaná ako tepelná difuzivita  $\alpha$  ( $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ )

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho \cdot c}. \quad (45)$$

Udáva schopnosť materiálu viesť tepelnú energiu vzťahnutú na jeho schopnosť uchovať tepelnú energiu. Materiály s veľkou teplotnou vodivosťou  $\alpha$  budú rýchlo odpovedať na teplotnú zmenu prostredia, kým materiály s malou teplotnou vodivosťou  $\alpha$  budú odpovedať pomalšie, časová odozva na dosiahnutie rovnovážneho stavu bude dlhšia. Čas potrebný k dosiahnutiu rovnovážneho stavu je

$$t = \frac{L^2}{\alpha}, \quad (46)$$

kde  $L$  (m) je hrúbka materiálu.

## 3.3. Prúdenie tepla ( Konvekcia )

Je charakterizované prestupom tepla medzi povrchom pevného telesa a kvapalinou či plynom, ktorý ho obklopuje. Vo väčšine prípadoch sa jedná o vzduch, v ktorom sa pevné teleso nachádza. Prenos tepla v plynach je väčšinou sprevádzaný makroskopickým prúdením, konvekciou.

Príslušná rovnica, ktorá charakterizuje prenos tepla prúdením je v tvare

$$\dot{q}'' = h(T_s - T_\infty), \quad (47)$$

kde  $\dot{q}''$ , tepelný tok prúdenia ( $\text{Wm}^{-2}$ ), je úmerný rozdielu teplôt medzi povrchom a tekutinou,  $T_s$  a  $T_\infty$ . Tento výraz je známy ako Newtonov ochladzovací zákon a konštanta  $h$  je označovaná ako súčiniteľ prenosu tepla prúdením ( $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ ). Závisí na podmienkach na rozhraní, ktoré sú ovplyvňované geometriou povrchu, druhom prúdenia a výberom termodynamických a transportných vlastností tekutiny.



Aby sa stala rovnica (47) použiteľnou k výpočtu prenosu tepla prúdením je potrebné poznať veľkosť súčiniteľa prenosu tepla  $h$ . Závisí na parametroch ovplyvňujúcich prúdenie kvapaliny, predovšetkým na jej hustote  $\rho$  ( $\text{g}\cdot\text{m}^{-3}$ ), kinematickej viskozite  $\nu$  ( $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ ), rýchlosti prúdenia  $c$  ( $\text{ms}^{-1}$ ), teplotnom rozdieli  $\Delta T$ , tepelnej vodivosti tekutiny  $\lambda$ , jej mernej tepelnej kapacity  $c_p$ , teplotnom súčiniteli objemovej rozťažnosti  $\beta$  ( $\text{K}^{-1}$ ), charakteristickej dĺžke  $L_c$  (m) a na gravitačnom zrýchlení  $g$  ( $\text{ms}^{-2}$ ). Je v podstate nemožné stanoviť túto závislosť so zaručenou presnosťou. Toto všetko sa však dá vyjadriť v bezrozmerných podobnostných číslach. V prípade, že nedochádza ku zmene skupenstva tekutiny, sa dostane kritériálna rovnica v tvare

$$Nu = (Fo, Re, Gr, Pr), \quad (48)$$

kde  $Nu$  je Nusseltovo číslo vyjadrené

$$Nu = \frac{\alpha \cdot L_c}{\lambda}, \quad (49)$$

$Fo$  je už spomínané Fourierovo číslo,  $Re$  je Reynoldsovo číslo vyjadrené vzťahom

$$Re = \frac{c \cdot L_c}{\nu}, \quad (50)$$

$Gr$  je Grashofovo číslo počítané zo vzťahu

$$Gr = \frac{g \cdot L_c^3 \cdot \Delta T \cdot \beta}{\nu^2}, \quad (51)$$

$Pr$  je Prandtlovo číslo počítané ako

$$Pr = \frac{\nu \cdot c \cdot \rho}{\lambda} \quad (52)$$

a  $Ra$  je Rayleighovo číslo vyjadrené

$$Ra = Gr \cdot Pr. \quad (53)$$

Kritériálna rovnica prestupu tepla pre laminárne prúdenie nad vodorovnou doskou pri stacionárnej voľnej konvekcii je daná vzťahom

$$Nu = 0,54 \cdot Ra^{\frac{1}{4}} \quad \text{pre } 0,67 < Pr < 1. \quad (54)$$

Pre výpočet podobnostných čísel je treba poznať kinetickú viskozitu tekutiny, ktorá je daná podielom dynamickej viskozity tekutiny ( $\mu$  ( $\text{Nsm}^{-2}$ )) a hustoty  $\rho$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}, \quad (55)$$

a tiež aj charakteristickú dĺžku  $L_c$ , ktorá je úmerná podielu plochy  $S$  ( $m^2$ ), na ktorej nastáva prestup tepla prúdením a jej obvodu  $O$  (m)

$$L_c = \frac{S}{O}. \quad (56)$$

Zvyčajne sa používajú hodnoty v Tab. 6.

**Tab. 6:** Hodnoty koeficientu prestupu tepla prúdením [5]

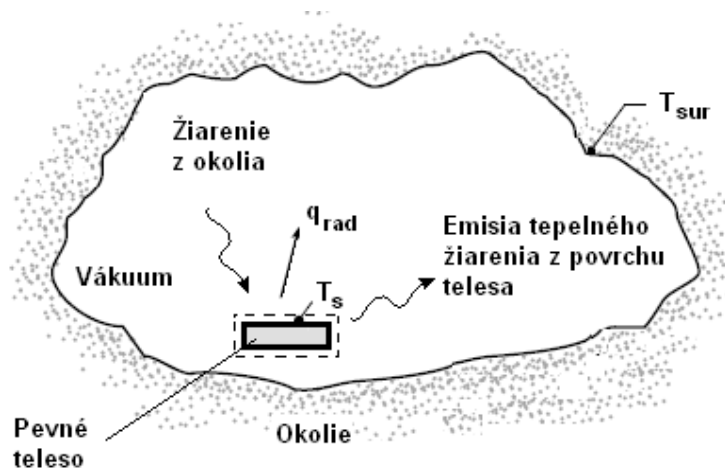
Proces	$h$ ( $Wm^{-2}K^{-1}$ )
<b>Voľné prúdenie</b>	
Plyny	2 – 25
Kvapaliny	50 – 1000
<b>Nútené prúdenie</b>	
Plyny	25 – 250
Kvapaliny	50 – 20000
<b>Prúdenie so zmenou skupenstva</b>	
Vyparovanie a kondenzácia	2500 - 100000

Ak prúdenie vzniká samo vplyvom závislosti hustoty tekutiny na teplote, jedná sa o prúdenie voľné (prirodzené), ak je prúdenie vyvolané umelo (napr. pomocou ventilátora), ide o prúdenie nútené.

Prirodzená konvekcia je vyvolaná telesom, ktoré molekulám plynu odovzdáva teplo. Ohrievajúci sa plyn od povrchu teplejšieho objektu expanduje a znižuje svoju mernú hmotnosť. Stúpa proti smeru gravitácie a na jeho miesto prúdi plyn, ktorý má teplotu okolia.

### 3.4. Žiarenie tepla ( Radiácia )

Radiácia je energia emitovaná látkou s určitou teplotou. Emitovanie energie nemusí nastať len u tuhých látok ale aj u plynov a kvapalín. Energia je prenášaná elektromagnetickými vlnami. Kým prenos energie vedením a prúdením potrebovali prítomnosť nejakého média, u žiarenia tomu tak byť nemusí. V skutočnosti prenos energie žiarením je najúčinnjší vo vákuu.



Obr. 20: Ochladzovanie tuhého telesa žiarením [5]

Na Obr. 20 sa uvažuje tuhé teleso s teplotou  $T_s$  vyššou ako teplota okolia  $T_{sur}$ , ale okolo ktorého existuje vákuum. Prítomnosť vákuua vylučuje tepelné straty prúdením alebo vedením z materiálu do okolia. Avšak teleso sa bude aj tak ochladzovať a dosiahne sa tepelnej rovnováhy. Toto ochladzovanie je spojené so znižovaním vnútornej energie telesa, čo je priamy dôsledok emisie tepelného žiarenia z povrchu telesa. Naopak, povrch bude potom zachytávať a absorbovať žiarenie vznikajúce v okolí. Ak teplota  $T_s > T_{sur}$ , tepelný tok spôsobený žiarením  $q_{rad}$ , bude tiecť z telesa, až kým  $T_s$  nedosiahne  $T_{sur}$ .

Jedna teória poukazuje na žiarenie ako šírenie zväzku častíc – fotónov. Druhá na šírenie prostredníctvom elektromagnetických vln. Pre šírenie žiarenia v určitom médiu platí

$$\lambda = \frac{c}{f}, \quad (57)$$

kde  $c$  ( $\text{ms}^{-1}$ ) je rýchlosť svetla v médiu,  $f$  ( $\text{s}^{-1}$ ) je frekvencia a  $\lambda$  (m) vlnová dĺžka žiarenia. Existuje určitá časť spektra, ktorá je vhodná k prenosu tepla, a nazýva sa tepelné žiarenie. Je v rozsahu 0,1 až 100  $\mu\text{m}$ .

Žiarenie emitované povrchom telesa sa šíri všetkými možnými smermi. Celkový výkon vyžarovania  $E$  ( $\text{Wm}^{-2}$ ) je miera, s ktorou je žiarenie emitované povrchom na všetkých možných vlnových dĺžkach a všetkými možnými smermi

$$E = \int_0^{\infty} E_{\lambda}(\lambda) d\lambda. \quad (58)$$

Avšak môže nastať aj prípad, kedy dochádza k ožarovaniu telesa, tým pádom je žiarenie pohlcované povrchom telesa. Celkový výkon ožarovania  $G$  ( $\text{W.m}^{-2}$ ) je

$$G = \int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda. \quad (59)$$

### 3.4.1. Vyžarovanie absolútne čierneho telesa

Absolútne čierne teleso je teleso s ideálnym povrchom majúce nasledujúce vlastnosti.

- absorbuje všetko dopadajúce žiarenie bez ohľadu na vlnovú dĺžku a smer,
- pre predurčenú teplotu a vlnovú dĺžku nemôže žiadne teleso emitovať viac energie ako absolútne čierne teleso.

Substitúciou Planckovho rozloženia [5] do (58) a zintegrovaním je možné dostať celkový vyžarovací výkon absolútne čierneho telesa (tiež zvaný Stefan – Boltzmannov zákon)

$$E_b = \sigma T^4, \quad (60)$$

kde  $\sigma$  je Stefan – Boltzmannova konštanta, ktorej numerické vyjadrenie  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ .

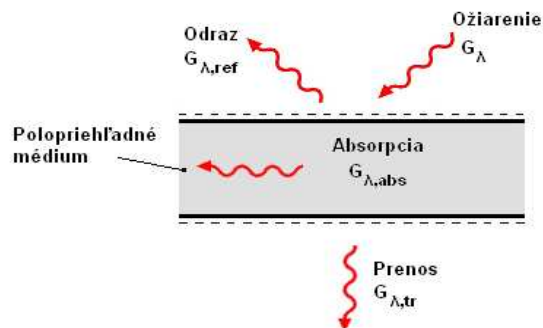
### 3.4.2. Emisivita

V predchádzajúcej kapitole bolo do úvahy brané absolútne čierne teleso, teda teleso alebo povrch s ideálnymi vlastnosťami. Avšak chovanie telies s reálnymi vlastnosťami, šedých telies, je trochu odlišné. Absolútne čierne teleso slúži ako vzťažný bod k popísaniu správania iných systémov. Preto sa definuje emisivita systému, ktorá je charakterizovaná ako pomer žiarenia emitovaného povrchom systému k žiareniu absolútne čierneho telesa o tej istej teplote. Celková emisivita, ktorá reprezentuje priemer všetkých možných smerov a vlnových dĺžok je definovaná ako

$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_b(T)}. \quad (61)$$

Teplotné závislosti celkovej emisivity niektorých materiálov sú v [5].

### 3.4.3. Absorpcia, odraz a prenos



Obr. 21: Absorpcia, odraz a prenos v spojení s polopriehľadným médium [5]

Vo väčšine prípadoch ožarovanie reaguje s polopriehľadným materiálom, ako napr. voda alebo sklo. Na Obr. 21 časť žiarenia môže byť odrazená, pohltaná alebo prenesená. Z toho vyplýva

$$G_{\lambda} = G_{\lambda,ref} + G_{\lambda,abs} + G_{\lambda,tr}. \quad (62)$$

Obecne, určenie týchto zložiek je zložité, závislé na podmienkach daných povrchom média, vlnovej dĺžke žiarenia a na zložení a hrúbke média, ktoré sú uvedené v [5].

Pre polopriehľadný materiál platí

$$\rho + \alpha + \tau = 1, \quad (63)$$

kde  $\rho$  je odrazivosť,  $\alpha$  absorpcia a  $\tau$  prenos. Pre nepriehľadné materiály nedochádza k prenosu a platí

$$\rho + \alpha = 1. \quad (64)$$

Spektrálne rozloženia absorpcií a odrazivostí materiálov sú graficky znázornené v [5]. Ďalej platí pre uzatvorený izotermický systém rovnosť celkovej emisivity ku celkovej absorpcii

$$\varepsilon = \alpha. \quad (65)$$

#### **3.4.4. Tepelá výmena žiarením medzi dvoma telesami**

Tepelný tok medzi dvoma telesami vyvolaný žiarením je vyjadrený na základe Stefan – Boltzmannovho vzťahu

$$q_{rad}'' = S \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot (T_1^4 - T_2^4), \quad (66)$$

kde  $S$  ( $m^2$ ) je plocha telesa,  $F$  (-) je koeficient ožiarenia,  $T_1$  (K) je teplota prvého telesa,  $T_2$  (K) teplota druhého telesa. Určenie veľkosti koeficientu ožiarenia  $F$  je rozpísané v [5], pričom jeho veľkosť je závislá najmä na vzájomnej polohe jednotlivých plôch, medzi ktorými prebieha tepelná výmena žiarením. Často je jeho veľkosť 1.

Ak tepelná výmena žiarením prebieha medzi dvoma šedými telesami s veľkými paralelnými rovinami, teda  $S_1 = S_2 = S$ , koeficient ožiarenia  $F = 1$ , rovnica (66) prechádza na tvar

$$q_{rad} = \frac{S \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}. \quad (67)$$

kde  $\varepsilon_1$  je emisivita prvého telesa a  $\varepsilon_2$  je emisivita druhého telesa.

### 3.5. Výpočet zdieľania tepla na základe analógie s elektrickým obvodom (náhradný tepelný obvod)

V predošlých kapitolách bola naznačená analógia tepelného obvodu s elektrickým prostredníctvom tepelných odporov a metódy sústredenej kapacity. Na tomto základe je možné zostaviť náhradný tepelný odporový obvod, ktorý predstavuje statický (dynamický) model prenosu tepla v súčiastkach a elektronických systémoch. Môže byť veľmi dobre využitý napríklad pre určenie maximálneho výkonového zaťaženia alebo pre modelovanie chladenia v elektronických obvodoch.

Tepelný obvod s parametrami priradenými obvodovým prvkom sa získa na základe fiktívneho rozdelenia objektu na konečné množstvo častí. Jednotlivé časti sú nahradené obvodovými prvkami a cesty zdieľania tepla medzi nimi vzájomným spojením prvkov. Prvkom obvodu sa priradujú tepelné odpory, tepelné kapacity (dynamický), zdroje teploty a zdroje tepelného toku. Výpočet parametrov obvodových prvkov prebieha na základe vlastností látky príslušnej časti a fyzikálneho deja, ktorý v nej prebieha.

Obvod je matematicky popísaný systémom diferenciálnych rovníc a pre riešenie statického problému je postačujúci popis systémom algebraických rovníc. Pre formuláciu obvodu a pre operácie s ním sa používa premenovaná teória elektrických obvodov a k riešeniu systému, ktorý ich popisuje, adekvátny matematický aparát.

Pri porovnaní rovníc (14), (15) a (21) s Ohmovým zákonom

$$I = \frac{U}{R_e},$$

je vidieť, že tepelný tok  $q$  odpovedá elektrickému prúdu  $I$ , rozdiel teplôt  $\Delta T$  odpovedá rozdielu potenciálov na svorkách rezistoru  $R_e$ , teda napätiu  $U$ , a výrazy  $L/(\lambda S)$ ,  $1/(hS)$ ,  $1/(h_r S)$  označované ako tepelné odpory  $R_t$ , ktoré zodpovedajú elektrickému odporu  $R_e$ . Pre rôzne geometrické usporiadania telies je výpočet veľkosti tepelného odporu v [2].

Integráciou rovnice (3) vzniká vzťah

$$T = \frac{1}{C_{th}} \int q dt, \quad (68)$$

ktorý je formálne presne rovnaký ako vzťah popisujúci napätie na svorkách kondenzátora nabíjaného prúdom  $i$

$$u = \frac{1}{C_e} \int i dt.$$

Tepelná kapacita  $C_{th}$  teda odpovedá analógii kapacity kondenzátora  $C_e$ .

Prenos tepla v danom elektronickom zariadení je možné teda stanoviť na základe analógie s elektronickým obvodom, ktorý sa skladá z istého množstva impedancií, zapojených do série alebo spojených paralelne alebo ich kombináciou. K riešeniu úloh potom postačia bežne známe postupy ako riešenie rovníc napr. pomocou Kirchhoffových zákonov. Pre uzol platí I. Kirchhoffov zákon:

$$\sum q = 0. \quad (69)$$

Podobne pre nezávislú slučku platí II. Kirchhoffov zákon :

$$\sum R_i \cdot q + \sum \Delta T = 0. \quad (70)$$

## 4. Experimentálna časť

### 4.1. DPS

Vodivý obrazec je vytvorený len na jednej strane základného materiálu FR4 [14] hrúbky  $L_{FR4} = 1,5$  mm, zhotovený subtraktívnym postupom (procesom leptania). Do procesu vstúpila DPS s hrúbkou medi  $L_{Cu} = 35$   $\mu$ m. Pri použití puzdier pre povrchovú montáž SMD (1206 a PLCC) nebolo potrebné vrtanie otvorov. Rozmer testovacej DPS je  $0,133$  m  $\times$   $0,104$  m. Filmová predloha pre výrobu DPS spolu s fotkou neosadenej DPS je súčasťou príloh.

Nižšie uvedené parametre materiálov FR4 a Cu, označené príslušnými indexami, vznikli na základe porovnania literatúr [14], [5], [8], [9], po niekoľkých experimentoch a použitím rovnice (45). Z rovnice (46) sa dokáže stanoviť aj čas, kedy pri danom materiále dôjde k teplotnému vyrovnaniu na jeho stranách a teda ako výrazne bude ovplyvňovať odozvu systému na jednotkový skok.

$$\lambda_{FR4} = 0,2 \text{ Wm}^{-1} \text{ K}^{-1},$$

$$\rho_{FR4} = 1876 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3},$$

$$c_{FR4} = 600 \text{ Jkg}^{-1} \text{ K}^{-1},$$

$$\varepsilon_{FR4} = 0,85,$$

$$L_{FR4} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

$$S_{FR4} = 0,104 \cdot 0,133 = 1,3832 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2,$$

$$V_{FR4} = L_{FR4} \cdot S_{FR4} = 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,3832 \cdot 10^{-2} = 2,07 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3,$$

$$\alpha_{FR4} = \frac{\lambda_{FR4}}{\rho_{FR4} \cdot c_{FR4}} = \frac{0,2}{1876 \cdot 600} = 1,78 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1},$$

$$t_{FR4} = \frac{L_{FR4}^2}{\alpha_{FR4}} = \frac{(1,5 \cdot 10^{-3})^2}{1,75 \cdot 10^{-7}} = 12,86 \text{ s},$$

$$\lambda_{Cu} = 401 \text{ Wm}^{-1} \text{ K}^{-1},$$

$$\rho_{Cu} = 8933 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3},$$

$$c_{Cu} = 385 \text{ Jkg}^{-1} \text{ K}^{-1},$$



$$\varepsilon_{Cu} = 0,85,$$

$$L_{Cu} = 35 \cdot 10^{-6} m,$$

$$S_{Cu\_c} = 7,72 \cdot 10^{-4} m^2,$$

$$V_{Cu\_c} = L_{Cu} \cdot S_{Cu\_c} = 35 \cdot 10^{-6} \cdot 7,72 \cdot 10^{-4} = 2,702 \cdot 10^{-8} m^3,$$

$$S_{Cu\_Al2O3} = 2 \cdot (1,8 \cdot 10^{-3} \cdot 1,35 \cdot 10^{-3}) = 4,86 \cdot 10^{-6} m^2,$$

$$V_{Cu\_Al2O3} = L_{Cu} \cdot S_{Cu\_c} = 35 \cdot 10^{-6} \cdot 4,86 \cdot 10^{-6} = 1,7 \cdot 10^{-10} m^3,$$

$$S_{Cu\_PLCC} = 28 \cdot (0,6 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3 \cdot 10^{-3}) = 3,86 \cdot 10^{-5} m^2,$$

$$V_{Cu\_PLCC} = L_{Cu} \cdot S_{Cu\_c} = 35 \cdot 10^{-6} \cdot 3,86 \cdot 10^{-5} = 1,35 \cdot 10^{-9} m^3,$$

$$\alpha_{Cu} = \frac{\lambda_{Cu}}{\rho_{Cu} \cdot c_{Cu}} = \frac{401}{8933 \cdot 385} = 1,17 \cdot 10^{-4} m^2 s^{-1},$$

$$t_{Cu} = \frac{L_{Cu}^2}{\alpha_{Cu}} = \frac{(35 \cdot 10^{-6})^2}{1,17 \cdot 10^{-4}} = 1,05 \cdot 10^{-5} s.$$

$S_{Cu\_c}$  je celková plocha medených plôšok na DPS. Predstavuje plôšky pre umiestnenie a prispájkovanie súčiastok. Je počítaná z rozmerov jednotlivých plôšok, pričom je v nej zahrnutá 5 - krát plocha 28 - vývodového puzdra PLCC (rozmer jednej plôšky je 0,6 mm × 2,3 mm), 6 - krát 20 - vývodového puzdra SOIC (0,55 mm × 2 mm), 42 - krát 2 -vývodového puzdra 1206 (1,8 mm × 1,35 mm), 4 - krát 272 - vývodového puzdra BGA (priemer jednej plôšky je 0,5 mm) a 6 - krát 25 - vývodového puzdra FC (priemer 0,5 mm).  $V_{Cu\_c}$  je celkový objem Cu na DPS.  $S_{Cu\_Al2O3}$  je povrch dvoch plôšok jedného puzdra 1206, na ktorých je prispájkované a  $V_{Cu\_Al2O3}$  je ich celkový objem.  $S_{Cu\_PLCC}$  je povrch plôšok jedného puzdra PLCC, na ktorých je prispájkované a  $V_{Cu\_PLCC}$  je ich celkový objem. Z vypočítaných časov  $t_{FR4}$  a  $t_{Cu}$  je zrejmé, že vplyv na teplotnú odozvu systému nebudú mať medené plôšky ale výhradne DPS, čo je objasnené aj neskôr v práci.

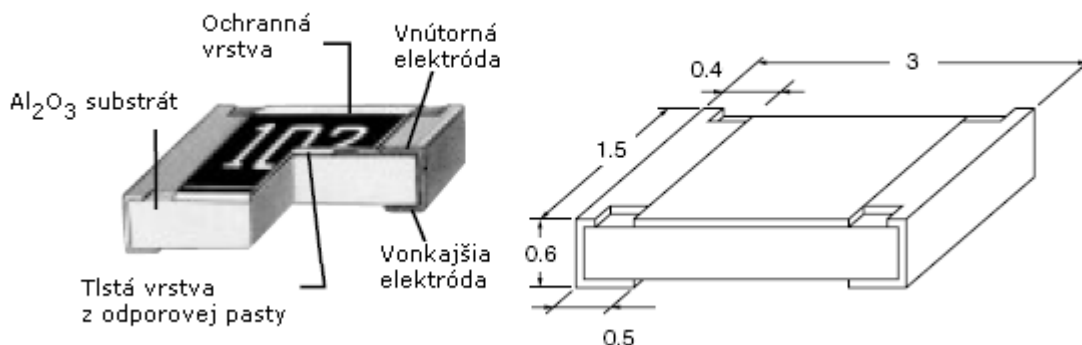
## 4.2. Puzdro 1206

Za perspektívne sú dnes považované súčiastky pre povrchovú montáž (Surface Mount Devices krátko označované ako SMD), ktoré vznikli s postupom času ako logický dôsledok vývoja elektronických obvodov a systémov ako na plošných spojoch tak aj na substrátoch.

Nové prevedenia súčiastok umožnili so zavedením techniky spájkovania pretavením v hromadnej výrobe montáž týchto miniatúrnych elektronických prvkov. To prinieslo ďalší

pokrok v konštrukcii obvodov ako v zmenšení rozmerov a hmotnosti, tak s postupom času predovšetkým znižovaniu nákladov.

Významným medzníkom v trende znižovania rozmerov pasívnych súčiastok bolo zavedenie povrchovej montáže. Najrozšírenejším typom bol čip kvádrovitého tvaru označovaný ako typové prevedenie 1206 (3 mm x 1,5 mm). V súčasnosti sa už bežne používajú typy 0805 (2 mm x 1,2 mm), 0603 (1,5 mm x 0,75 mm), ... .



**Obr. 22:** Puzdro 1206 [10]

Materiálové zloženie púzdra 1206 je približne z 90 % materiál  $\text{Al}_2\text{O}_3$  [10]. Vďaka veľmi malým rozmerom voči ostatným elementom, ktoré budú brané do úvahy, je možné uvažovať, že táto súčiastka z materiálového hľadiska pozostáva len z  $\text{Al}_2\text{O}_3$  a iný materiál sa neuvažuje. Na Obr. 22 sú rozmery púzdra 1206, ktoré sa používajú vo výpočtoch, ktoré sú ešte doplnené nasledovnými parametrami

$$\lambda_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 35 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1},$$

$$\rho_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 3720 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3},$$

$$c_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 880 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1},$$

$$\varepsilon_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 0,7,$$

$$L_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m},$$

$$S_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 4,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2,$$

$$V_{\text{Al}_2\text{O}_3} = L_{\text{Al}_2\text{O}_3} \cdot S_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 6 \cdot 10^{-4} \cdot 4,8 \cdot 10^{-6} = 2,88 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3,$$

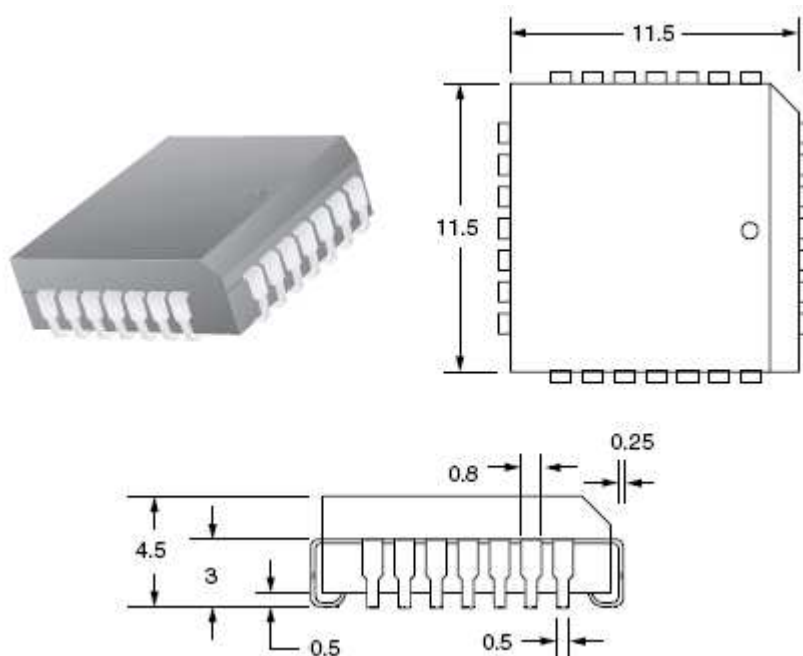
$$\alpha_{\text{Al}_2\text{O}_3} = \frac{\lambda_{\text{Al}_2\text{O}_3}}{\rho_{\text{Al}_2\text{O}_3} \cdot c_{\text{Al}_2\text{O}_3}} = \frac{35}{3720 \cdot 880} = 1,07 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1},$$

$$t_{Al_2O_3} = \frac{L_{Al_2O_3}^2}{\alpha_{Al_2O_3}} = \frac{(6 \cdot 10^{-4})^2}{1,07 \cdot 10^{-5}} = 0,033s.$$

Aj tu je možné si povšimnúť čas k dosiahnutiu tepelnej rovnováhy  $t_{Al_2O_3}$ , ktorý je mnohonásobne menší ako u materiálu FR4 a prakticky nijako nebude ovplyvňovať odozvu systému na jednotkový skok.

### 4.3. PLCC (Plastic Leaded Chip Carrier)

PLCC je jedným z mnohých typov púzdiar pre povrchovú montáž. Vývody sú v tvare J, tiež nazývané J lead. Sú rozmiestnené po všetkých štyroch stranách púzdra. Tento typ púzdra môže byť umiestnený buď priamo na DPS, alebo často sa používajú päťice pre umiestnenie tohto púzdra na DPS.



**Obr. 23:** Puzdro PLCC [3]

Na obr. 23 je puzdro PLCC znázornené spolu s jeho rozmermi, ktoré sú udané v milimetroch, a s ktorými sa uvažuje pri výpočtoch. Je však spravený jeden kompromis. Rozmer vývodu, nakoľko je horná strana vývodu hrubšia, 0,8 mm, ako spodná, 0,5 mm, je braný ako priemer týchto hodnôt, teda 0,65 mm.

Z materiálového zloženia púzdra PLCC [1] sa dá vyčítať, že 95 % hmotnosti vývodov je z Cu. Zloženie púzdra ako obalu bez vývodov a čipu je tvorené asi 86 %  $SiO_2$  a 14 % rôznych druhov syntetických živíc a prísad (epoxidov). Samotný čip z hľadiska výpočtu

teplotného profilu v peci je nepodstatný, pretože jeho hmotnosť je v porovnaní s hmotnosťou puzdra a vývodov zanedbateľná a pri prechode pecou nie je ani zdrojom tepelnej energie.

K tomu, aby bolo možné určiť vlastnosti puzdra ako celku, je nutné zlúčiť vodivosti oboch materiálov, SiO<sub>2</sub>, tak aj syntetickej živice, v tomto prípade epoxidu. Vlastnosti epoxidu sú uvažované tie isté ako u materiálu FR4 a vlastnosti SiO<sub>2</sub> sú podľa [5] určené nasledovne

$$\lambda_{SiO_2} = 1,38 W m^{-1} K^{-1},$$

$$\rho_{SiO_2} = 2200 kg m^{-3},$$

$$c_{SiO_2} = 745 J kg^{-1} K^{-1}.$$

Pri výpočte celkovej vodivosti sa uvažuje, ako keby tieto dva materiály boli zapojené v sérii, pričom plocha oboch materiálov je rovnaká a len ich dĺžka je v pomere 0,86 ku 0,14. Potom celkový súčiniteľ tepelnej vodivosti  $\lambda_{PLCC}$  z rozmerov podľa (14) je

$$\frac{L}{\lambda_{PLCC} S} = \frac{0,86 \cdot L}{\lambda_{SiO_2} S} + \frac{0,14 \cdot L}{\lambda_{FR4} S} \Rightarrow \lambda_{PLCC} = 0,76 KW^{-1}.$$

Pri porovnaní hustôt a merných tepelných kapacít oboch materiálov a braní do úvahy, že 86 % hmotnosti tvorí SiO<sub>2</sub>, sa v ďalších krokoch uvažuje

$$\rho_{PLCC} = \rho_{SiO_2} = 2200 kg m^{-3},$$

$$c_{PLCC} = c_{SiO_2} = 745 J kg^{-1} K^{-1}.$$

Podľa rovnice (45) je určená teplotná vodivosť PLCC a z (46) čas potrebný k dosiahnutiu rovnovážneho stavu v celom puzdre bez uvažovania vývodov

$$\alpha_{PLCC} = \frac{\lambda_{PLCC}}{\rho_{PLCC} \cdot c_{PLCC}} = \frac{0,76}{2200 \cdot 745} = 4,64 \cdot 10^{-7} m^2 s^{-1},$$

$$t_{PLCC} = \frac{(L_{PLCC1} + L_{PLCC2})^2}{\alpha_{PLCC}} = \frac{(1,5 \cdot 10^{-3} + 2,5 \cdot 10^{-3})^2}{4,64 \cdot 10^{-7}} = 34,5 s.$$

Čas  $t_{PLCC}$  nemôže byť uvažovaný ako spoľahlivý údaj, pretože púzdro je rozdelené na dve samostatné časti, časť hrúbky  $L_{PLCC1}$ , kde vedie teplo len púzdro a druhá časť hrúbky  $L_{PLCC2}$ , kde vedú teplo spolu s puzdrom aj vývody. Potom

$$t_{PLCC1} = \frac{L_{PLCC1}^2}{\alpha_{PLCC}} = \frac{(1,5 \cdot 10^{-3})^2}{4,64 \cdot 10^{-7}} = 4,85 s,$$

$$t_{PLCC2} = \frac{L_{PLCC2}^2}{\alpha_{PLCC}} = \frac{(2,5 \cdot 10^{-3})^2}{4,64 \cdot 10^{-7}} = 13,47 s.$$

Z vypočítaných časov plynie, že pri výpočtoch bude potrebné uvažovať aj puzdro PLCC, ktoré značne bude ovplyvňovať charakteristiku teplotnej odozvy.

Z rozmerov puzdra idú vypočítať povrchy a objemy potrebné k výpočtu tepelných odporov a tepelných kapacít.

$$S_{PLCC} = 0,0115^2 = 1,3225 \cdot 10^{-4} m^2,$$

$$V_{PLCC1} = S_{PLCC} \cdot L_{PLCC1} = 1,3225 \cdot 10^{-4} \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} = 1,98 \cdot 10^{-7} m^3,$$

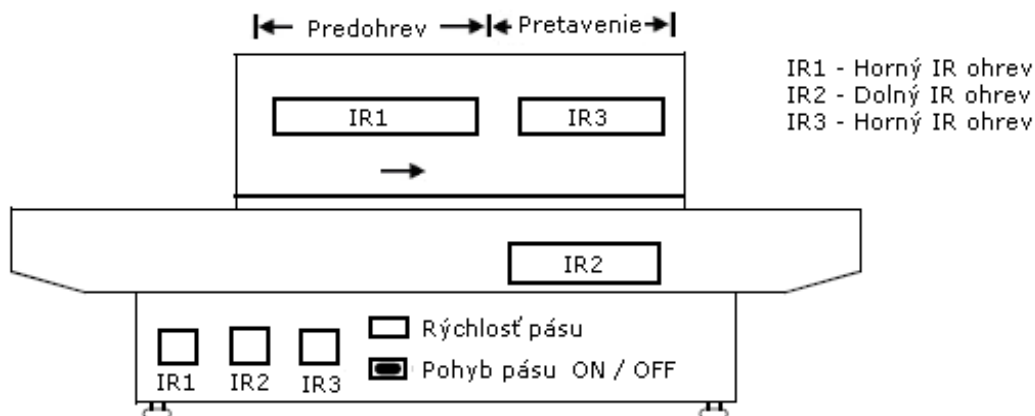
$$V_{PLCC2} = S_{PLCC} \cdot L_{PLCC2} = 1,3225 \cdot 10^{-4} \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} = 3,31 \cdot 10^{-7} m^3,$$

$$S_v = 6,5 \cdot 10^{-4} \cdot 2,5 \cdot 10^{-4} = 1,625 \cdot 10^{-7} m^2,$$

$$V_v = S_v \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 4,875 \cdot 10^{-10} m^3,$$

kde  $S_{PLCC}$  je povrch puzdra PLCC, kolmý k smeru šírenia tepla,  $V_{PLCC1}$  je objem časti puzdra nad vývodmi, teda  $L_{PLCC1} = 1,5$  mm.  $V_{PLCC2}$  je objem časti puzdra v oblasti obkolesenej vývodmi s výškou  $L_{PLCC2} = 2,5$  mm.  $S_v$  je povrch jedného vývodu kolmý k smeru šírenia tepelného toku a  $V_v$  je celkový objem jedného vývodu.

#### 4.4. Dima SMRO 0180



**Obr. 24:** Priebežná pec DIMA SMRO 0180

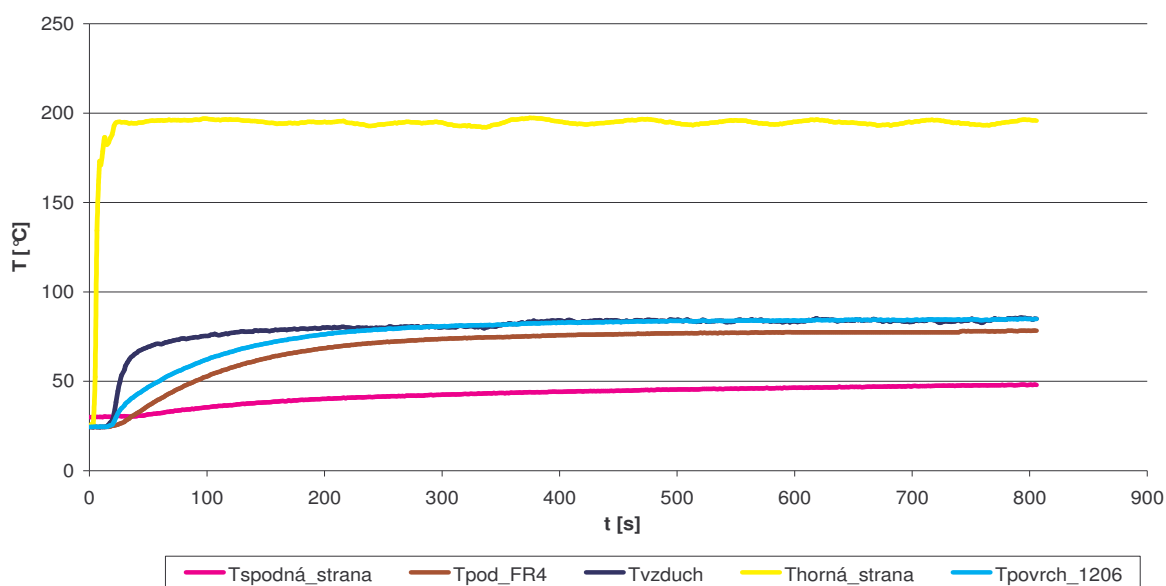
Pri meraní profilov bola použitá malá priebežná pec na Obr. 24 navrhnutá pre laboratórne účely, poprípade pre výrobu prototypov. Pec má dve tepelné zóny. Prvá určená pre predohrev je vybavená infračerveným ohrevom IR1. Druhá zóna je pretavovacia a je vybavená dvoma topnými elementami, z ktorých jeden je infračervený žiarič IR3 a druhý je na spodnej strane predstavený nepriamym odporovým ohrevom IR2. Teploty sa nastavujú v ľavej, spodnej časti pece. Rýchlosť posuvu dopravníku, ktorý predstavujú drátičky, je možné

nastaviť tlačítkom Rýchlosť pásu, popřípade zastaviť dopravník tlačítkom Pohyb pásu ON / OFF. K meraniu neboli použité údaje, ktoré zobrazovali číselníky na peci. Tie slúžili len na nastavenie teploty v peci. K samotnému meraniu bol použitý profilomer Slim KIC 2000, ktorého vlastnosti a použitie je popísané v [13].

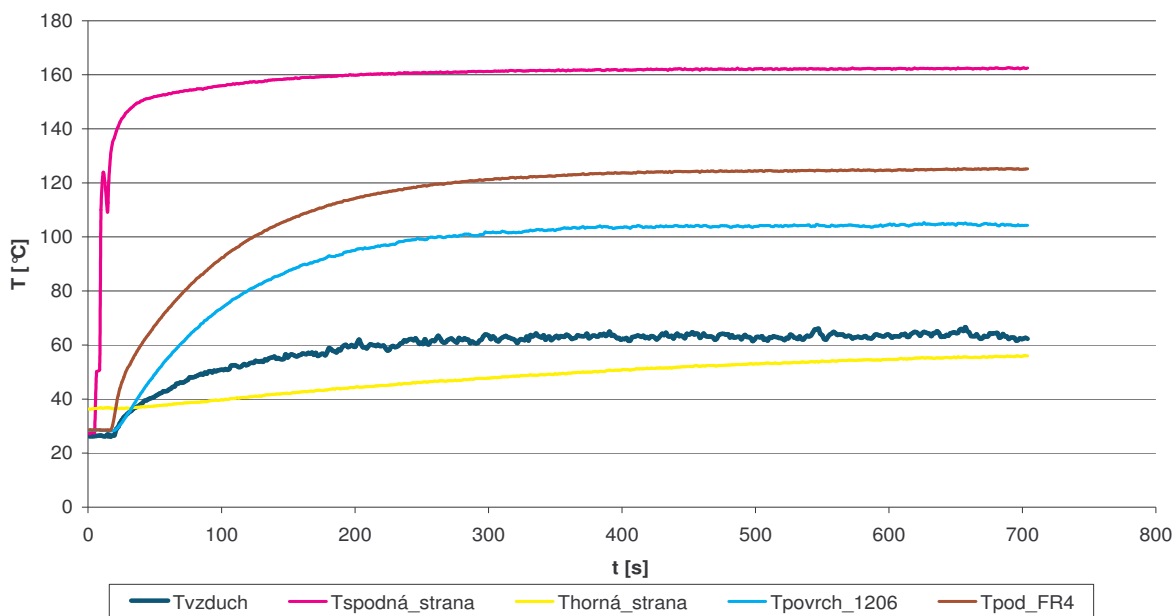
#### 4.5. Zmerané priebehy puzdra 1206

V peci Dima SMRO boli prevedené tri druhy merania pre každý systém. Po osadení puzdra, pripevnení termočlánkov a ustálení teplôt na žiaričoch bola osadená DPS umiestnená do pece, v ktorej bol pri prvom meraní zapnutý iba horný ohrev, následne po zmeraní a vychladnutí spodný ohrev, a nakoniec obe strany dohromady. Názvy a pozície termočlánkov pre namerané priebehy:

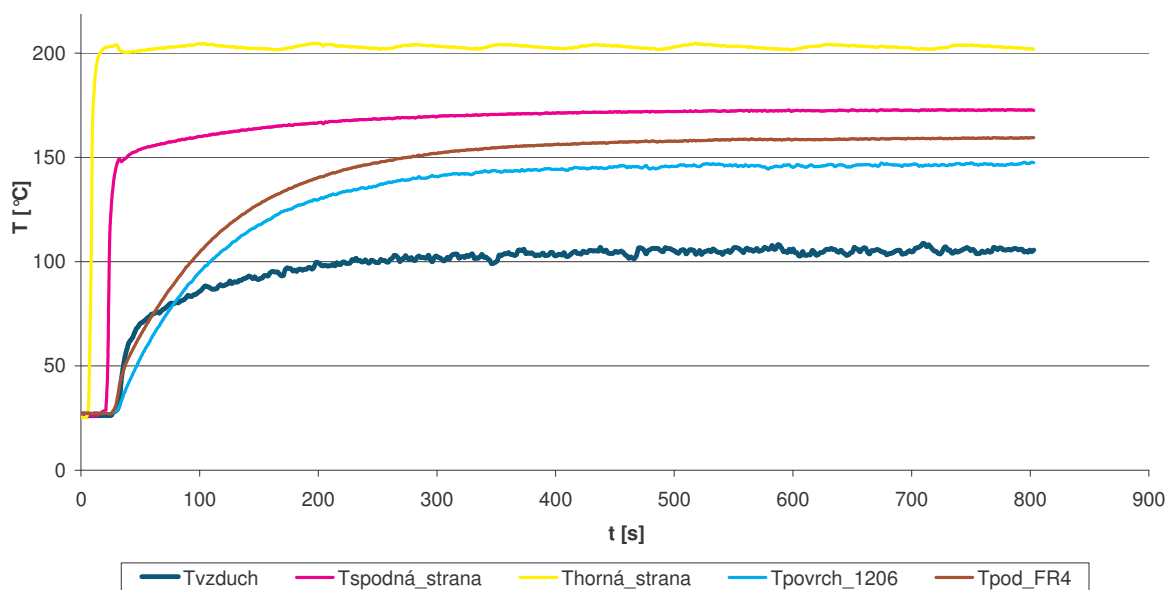
- $T_{\text{horná\_strana}}$  – teplota termočlánku na hornom žiariči IR3 v peci
- $T_{\text{spodná\_strana}}$  – teplota termočlánku na spodnom žiariči IR2
- $T_{\text{povrch\_1206}}$  – teplota termočlánku na puzdre 1206
- $T_{\text{pod\_FR4}}$  – teplota termočlánku na spodnej strane DPS
- $T_{\text{vzduch}}$  – teplota termočlánku umiestneného voľne v peci



**Obr. 25:** Nameraná teplotná odozva systému (1206 na DPS) na jednotkový skok pri ohreve zhora



**Obr. 26:** Nameraná teplotná odozva systému (1206 na DPS) na jednotkový skok pri ohreve zdola



**Obr. 27:** Nameraná teplotná odozva systému (1206 na DPS) na jednotkový skok pri ohreve z oboch strán

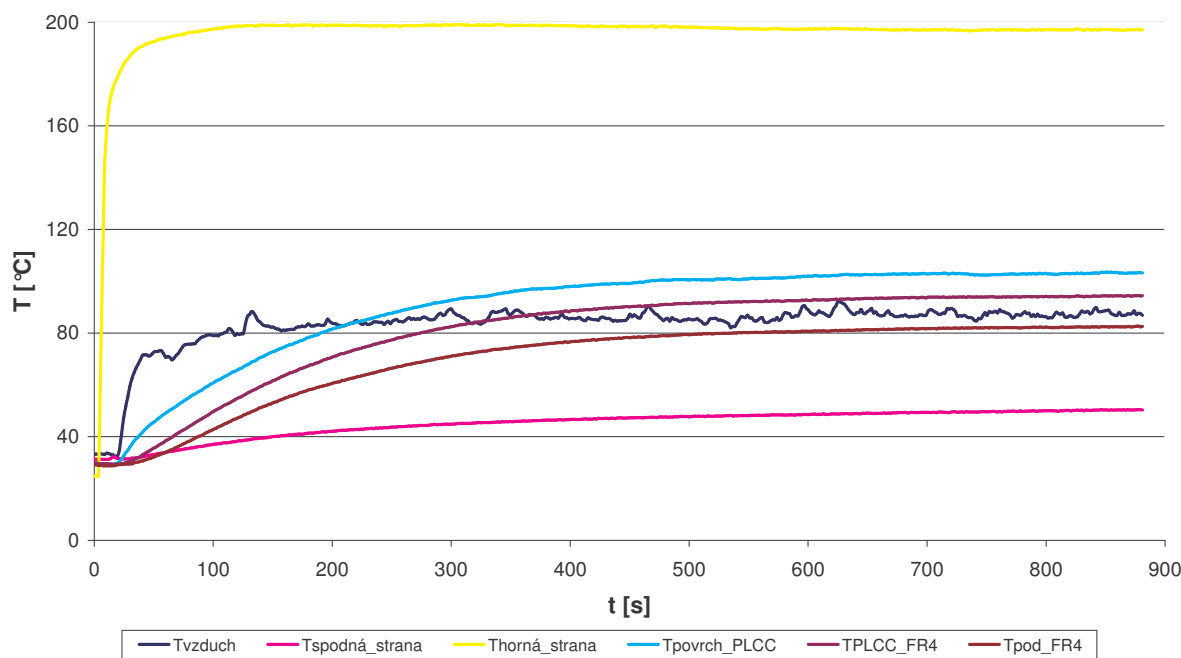
Z nameraných priebehov na Obr. 25, Obr. 26 a Obr. 27 je vidieť ako sa teploty ustálili po vložení do pece. Termočlánky boli umiestnené pod sebou, v smere osi šírenia tepla, tým sa vylúčila možnosť nehomogénneho ohrevu v okolí súčiastky v dôsledku pôsobenia zdroja tepla. Pri ohreve zhora aj zdola bola použitá okolo dosky hliníková fólia k zamedzeniu ovplyvňovania spodnej strany hornou a naopak. Na priebehoch je vidieť pri ohreve zhora aj zdola, že obe strany sa ale navzájom čiastočne ovplyvňovali, čo dokazuje pozvoľný nárast

teplôt žiaričov v stave ich nečinnosti. Na Obr. 25 je to ružový priebeh charakterizovaný teplotou  $T_{\text{spodná\_strana}}$ , na Obr. 26 žltý priebeh,  $T_{\text{horná\_strana}}$ . Tento fakt dokazuje aj priebeh teploty vzduchu na oboch obrázkoch vyznačený tmavomodrou farbou,  $T_{\text{vzduch}}$ , pričom pri ohreve zhora teplota narastá takmer okamžite, pretože termočlánok bol umiestnený vo vzduchu medzi hornou stranou DPS a horným žiaričom. Pri ohreve zdola taktiež narastá táto teplota, ale s oneskorením, ktoré je spôsobené DPS so súčiastkou, ktoré stoja v ceste tepelnému toku.

## 4.6. Zmerané priebehy puzdra PLCC

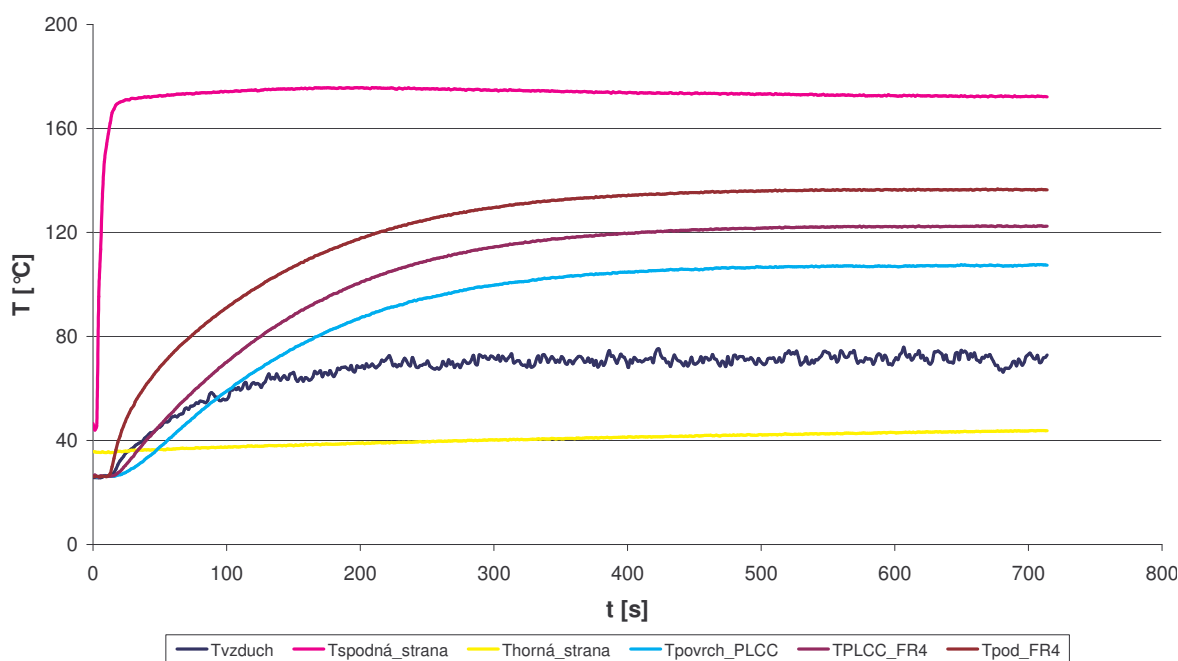
Pre puzdro PLCC boli prevedené tie isté merania u puzdra 1206. Názvy a pozície termočlánkov pre namerané priebehy:

- $T_{\text{horná\_strana}}$  – teplota termočlánku na hornom žiariči IR3 v peci
- $T_{\text{spodná\_strana}}$  – teplota termočlánku na spodnom žiariči IR2
- $T_{\text{povrch\_PLCC}}$  – teplota termočlánku na puzdre PLCC
- $T_{\text{PLCC\_FR4}}$  – teplota termočlánku medzi puzdrom PLCC a DPS
- $T_{\text{pod\_FR4}}$  – teplota termočlánku na spodnej strane DPS
- $T_{\text{vzduch}}$  - teplota termočlánku umiestneného voľne v peci

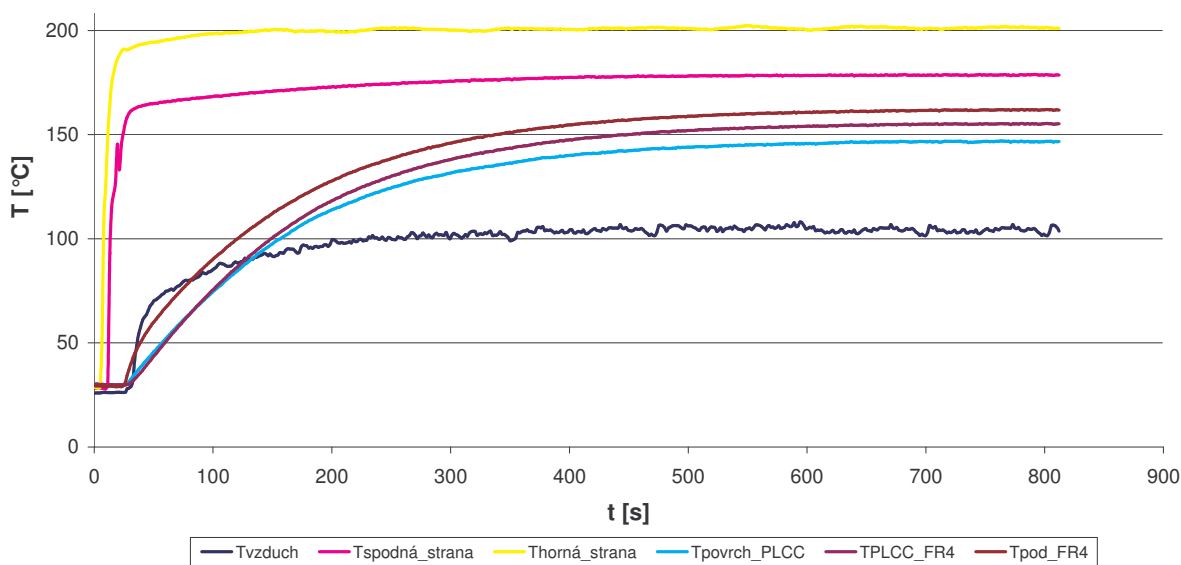


**Obr. 28:** Nameraná teplotná odozva systému (PLCC na DPS) na jednotkový skok pri ohreve zhora





**Obr. 29:** Nameraná teplotná odozva systému (PLCC na DPS) na jednotkový skok pri ohreve zdola



**Obr. 30:** Nameraná teplotná odozva systému (PLCC na DPS) na jednotkový skok pri ohreve z oboch strán

Pri meraní teplotného profilu puzdra PLCC na DPS sa tiež použila hliníková fólia k zamedzeniu ovplyvňovania oboch strán pri odozve systému na jednotkový skok pri ohreve zhora alebo zdola. Termočlánky boli umiestnené pod sebou z už uvedeného dôvodu. Na Obr. 28, Obr. 29, Obr. 30 je možné si povšimnúť, že roztvorenie (rozbeh nameraných teplôt jednotlivých termočlánkov) teplotných charakteristík je o niečo väčšie ako na Obr. 25, Obr. 26 resp. Obr. 27. Toto roztvorenie je spôsobené súčiastkou PLCC osadenou na DPS,

ktorá nahradila súčiastku 1206. Pri zvážení, že vlastnosti materiálov, z ktorých sú vyrobené (menovite hustota a merná tepelná kapacita), sú približne rovnaké, je tento teplotný rozptyl spôsobený tým, že PLCC má väčšie rozmery, tým aj väčšiu hmotnosť. Tá zväčšuje jeho tepelnú kapacitu, ktorá výraznejšie ovplyvňuje celkový teplotný priebeh.

## 5. Vypočtová časť

V predchádzajúcich kapitolách sú parametre DPS, tak aj puzdier 1206 a PLCC. K tomu, aby bolo možné namerané priebehy overiť aj výpočtovo, je nutné poznať parametre spájky  $\text{Sn}_{96,5}\text{Ag}_{3,5}$ , ktorá bola použitá pri pripevňovaní oboch puzdier na DPS a aj vzduchu, ktorý je neodmysliteľnou súčasťou spájkovania v peci bez ochrannej atmosféry, pričom jeho parametre sú udané pri teplote 300 K a uvažuje sa, že sú konštantné, teda nemenné s teplotou.

$$\lambda_{\text{Sn}_{96,5}\text{Ag}_{3,5}} = 33 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1},$$

$$\rho_{\text{Sn}_{96,5}\text{Ag}_{3,5}} = 7360 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3},$$

$$c_{\text{Sn}_{96,5}\text{Ag}_{3,5}} = 220 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1},$$

$$\varepsilon_{\text{Sn}_{96,5}\text{Ag}_{3,5}} = 0,85,$$

$$L_{\text{Sn}_{96,5}\text{Ag}_{3,5}} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m},$$

$$S_{\text{Sn}_{96,5}\text{Ag}_{3,5}} = 1,12 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2,$$

$$V_{\text{Sn}_{96,5}\text{Ag}_{3,5}} = L_{\text{Sn}_{96,5}\text{Ag}_{3,5}} \cdot S_{\text{Sn}_{96,5}\text{Ag}_{3,5}} = 3 \cdot 10^{-4} \cdot 1,12 \cdot 10^{-6} = 3,36 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3,$$

$$\alpha_{\text{Sn}_{96,5}\text{Ag}_{3,5}} = \frac{\lambda_{\text{Sn}_{96,5}\text{Ag}_{3,5}}}{\rho_{\text{Sn}_{96,5}\text{Ag}_{3,5}} \cdot c_{\text{Sn}_{96,5}\text{Ag}_{3,5}}} = \frac{33}{7360 \cdot 220} = 2,04 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}.$$

$$\lambda_{\text{AIR}} = 0,026 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1},$$

$$\rho_{\text{AIR}} = 1,1614 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3},$$

$$c_{\text{AIR}} = 1007 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1},$$

$$\mu_{\text{AIR}} = 1,84 \cdot 10^{-5} \text{ N s} \cdot \text{m}^{-2},$$

$$\beta_{\text{AIR}} = 3,33 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1},$$

$$\nu_{\text{AIR}} = 1,589 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1},$$

$$\text{Pr}_{\text{AIR}} = 0,707,$$

$$L_{\text{AIR}} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

$$S_{\text{AIR}} = 1,3832 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2,$$

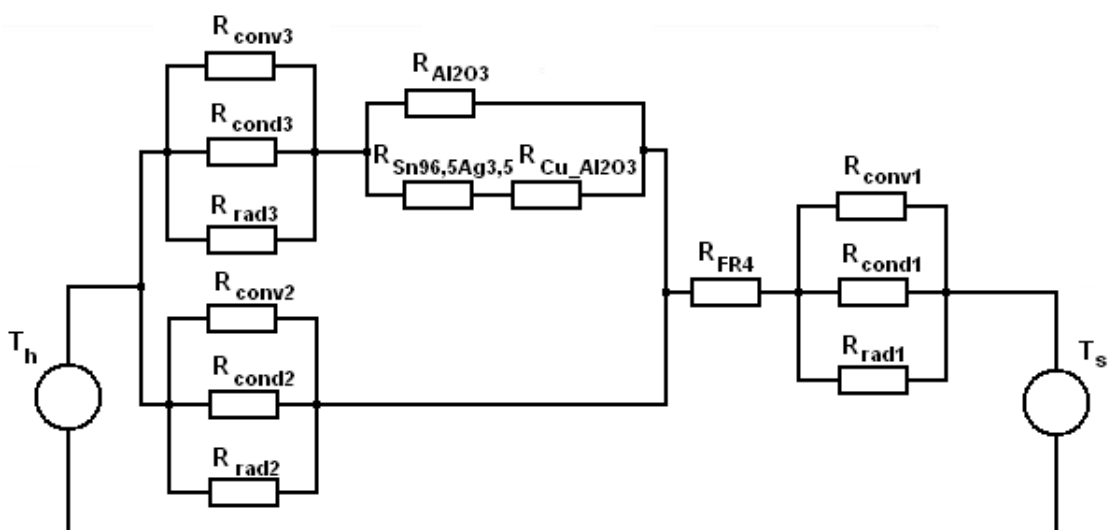
$$V_{AIR} = L_{AIR} \cdot S_{AIR} = 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,3832 \cdot 10^{-2} = 2,07 \cdot 10^{-5} m^3,$$

$$\alpha_{AIR} = \frac{\lambda_{AIR}}{\rho_{AIR} \cdot c_{AIR}} = \frac{0,026}{1,1614 \cdot 1007} = 2,22 \cdot 10^{-5} m^2 s^{-1}.$$

$L_{Sn96,5Ag3,5}$ ,  $S_{Sn96,5Ag3,5}$  a  $V_{Sn96,5Ag3,5}$  sú výška nanesej spájky, plocha, na ktorú sa spájka naniesla a celkový objem spájky.  $L_{AIR}$ , výška,  $S_{AIR}$ , plocha a  $V_{AIR}$  je objem vzduchovej medzery pod doskou v peci, pretože doska nie je priamo umiestnená na žiariči ale na dopravníku, pričom pri výpočtoch sa uvažuje, že dopravník je dokonalý tepelný izolant.

## 5.1. Puzdro 1206

### 5.1.1. Výpočet pre ohrev zdola MSK



**Obr. 31:** Náhradný tepelný obvod puzdra 1206 prispájkovaného k DPS, umiestneného v peci pri  $T_s = T_h = 27 \text{ }^\circ\text{C}$ , teda teplote vzduchu

Tepelné odpory  $R$  na Obr. 31 predstavujú materiály, ktoré sa v tomto systéme nachádzajú. Indexy naznačujú, o aký materiál sa jedná. Z rozmerov a konštánt jednotlivých materiálov sa dokážu vypočítať tepelné odpory aj tepelné kapacity, ktoré budú uvažované neskôr, podľa (5) a (14) nasledovne

$$R_{FR4} = \frac{L_{FR4}}{\lambda_{FR4} \cdot S_{FR4}} = \frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{0,2 \cdot 1,3832 \cdot 10^{-2}} = 0,54 KW^{-1},$$

$$C_{FR4} = \rho_{FR4} \cdot c_{FR4} \cdot V_{FR4} = 1876 \cdot 600 \cdot 2,07 \cdot 10^{-5} = 23,3 JK^{-1},$$

$$R_{Cu\_Al2O3} = \frac{L_{Cu}}{\lambda_{Cu} \cdot S_{Cu\_Al2O3}} = \frac{35 \cdot 10^{-6}}{400 \cdot 4,86 \cdot 10^{-6}} = 0,02 KW^{-1},$$

$$C_{Cu\_Al2O3} = \rho_{Cu} \cdot c_{Cu} \cdot V_{Cu\_Al2O3} = 8933 \cdot 385 \cdot 1,6 \cdot 10^{-10} = 5,52 \cdot 10^{-4} JK^{-1},$$

$$C_{Cu\_c} = \rho_{Cu} \cdot c_{Cu} \cdot V_{Cu\_c} = 8933 \cdot 385 \cdot 2,58 \cdot 10^{-8} = 8,87 \cdot 10^{-2} JK^{-1},$$

$$R_{Al2O3} = \frac{L_{Al2O3}}{\lambda_{Al2O3} \cdot S_{Al2O3}} = \frac{0,0006}{35 \cdot 4,8 \cdot 10^{-6}} = 3,57 KW^{-1},$$

$$C_{Al2O3} = \rho_{Al2O3} \cdot c_{Al2O3} \cdot V_{Al2O3} = 3720 \cdot 880 \cdot 2,88 \cdot 10^{-9} = 9,42 \cdot 10^{-3} JK^{-1},$$

$$R_{Sn96,5Ag3,5} = \frac{L_{Sn96,5Ag3,5}}{\lambda_{Sn96,5Ag3,5} \cdot S_{Sn96,5Ag3,5}} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{33 \cdot 1,12 \cdot 10^{-6}} = 8,12 KW^{-1},$$

$$C_{Sn96,5Ag3,5} = \rho_{Sn96,5Ag3,5} \cdot c_{Sn96,5Ag3,5} \cdot V_{Sn96,5Ag3,5} = \\ = 7360 \cdot 220 \cdot 3,36 \cdot 10^{-10} = 5,44 \cdot 10^{-4} JK^{-1},$$

$$R_{cond1} = \frac{L_{AIR}}{\lambda_{AIR} \cdot S_{AIR}} = \frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{0,026 \cdot 1,3832 \cdot 10^{-2}} = 4,17 KW^{-1},$$

$$C_{AIR} = \rho_{AIR} \cdot c_{AIR} \cdot V_{AIR} = 1,1614 \cdot 1007 \cdot 2,07 \cdot 10^{-5} = 0,02 JK^{-1}.$$

V prvej časti sa uvažuje iba ohrev zdola. K určaniu hodnôt odporov pre žiarenie a konvekciu  $R_{rad1-3}$  a  $R_{conv1-3}$  sa využije vzťahov (16) a (21). K tomu je potrebné poznať hodnoty súčiniteľov prestupu tepla prúdením a žiarením. Súčiniteľ prestupu tepla žiarením je počítaný z rovnice (22). Pre súčiniteľ prestupu tepla prúdením je použitý postup v kapitole prúdenie (konvekcia) od rovnice (49) až k (56).

$$O_{FR4} = 2 \cdot 0,104 + 2 \cdot 0,133 = 0,474 m,$$

$$L_{FR4\_1} = \frac{S_{FR4}}{O_{FR4}} = \frac{1,3832 \cdot 10^{-2}}{0,474} = 0,029 m,$$

kde  $O_{FR4}$  je celkový obvod FR4 a  $L_{FR4\_1}$  je charakteristická dĺžka potrebná k výpočtu koeficientu prestupu tepla prúdením  $h_{conv1}$ .

$$Gr_1 = \frac{(g \cdot L_{FR4\_1}^3 \cdot (T_s - T_{FR4\_s}) \cdot \beta_{AIR})}{(v_{AIR})^2} = \\ = \frac{(9,81 \cdot (0,029)^3 \cdot (433 - 397) \cdot 3,33 \cdot 10^{-3})}{(1,589 \cdot 10^{-5})^2} = 1,14 \cdot 10^5,$$

$$Ra_1 = Gr_1 \cdot Pr_{AIR} = 1,14 \cdot 10^5 \cdot 0,707 = 8,05 \cdot 10^4,$$

$$Nu_1 = 0,54 \cdot Ra_1^{\frac{1}{4}} = 0,54 \cdot (8,05 \cdot 10^4)^{\frac{1}{4}} = 9,1,$$

$$h_{conv1} = \frac{\lambda_{AIR} \cdot Nu_1}{L_{FR4\_1}} = \frac{0,026 \cdot 9,1}{0,029} = 8,16 Wm^{-2} K^{-1},$$

$$h_{rad1} = \varepsilon_{s\_FR4} \cdot \sigma \cdot (T_s + T_{FR4\_s}) \cdot (T_s^2 + T_{FR4\_s}^2) = \\ = 0,6 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (433 + 397) \cdot (433^2 + 397^2) = 9,74 Wm^{-2} K^{-1},$$

kde  $T_s = 433 K$  je teplota spodnej strany pece v ustálenom stave,  $T_{FR4\_s} = 397 K$  je teplota spodnej strany FR4 v ustálenom stave z Obr. 26 a  $\varepsilon_{s\_FR4} = 0,6$  je emisivita medzi oboma plochami (spodná časť pece a spodná strana DPS) vyplývajúca z rovnice (67), pričom odhadovaná emisivita spodnej časti pece je medzi 0,7 až 0,8.

$$R_{conv1} = \frac{1}{h_{conv1} \cdot S_{FR4}} = \frac{1}{8,16 \cdot 1,3832 \cdot 10^{-2}} = 8,86 KW^{-1},$$

$$R_{rad1} = \frac{1}{h_{rad1} \cdot S_{FR4}} = \frac{1}{9,74 \cdot 1,3832 \cdot 10^{-2}} = 7,42 KW^{-1}.$$

Pre hornú časť pece a hornú stranu FR4 platí

$$L_{FR4\_2} = \frac{S_{FR4} - S_{Al2O3}}{O_{FR4}} = \frac{1,3832 \cdot 10^{-2} - 4,8 \cdot 10^{-6}}{0,474} = 0,029 m,$$

kde  $L_{FR4\_2}$  je charakteristická dĺžka potrebná k výpočtu koeficientu prestupu tepla prúdením  $h_{conv2}$ .

$$h_{conv2} = \frac{\lambda_{AIR} \cdot Nu_2}{L_{FR4\_2}} = \frac{0,026 \cdot 9,19}{0,029} = 8,24 Wm^{-2} K^{-1},$$

$$h_{rad2} = \varepsilon_{FR4} \cdot \sigma \cdot (T_{FR4\_h} + T_h) \cdot (T_{FR4\_h}^2 + T_h^2) = \\ = 0,85 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (373 + 336) \cdot (373^2 + 336^2) = 8,61 Wm^{-2} K^{-1},$$

kde  $T_h = 336 K$  je teplota hornej strany pece v ustálenom stave,  $T_{FR4\_h} = 373 K$  je teplota hornej strany FR4 v ustálenom stave z Obr. 26. Uvažuje sa aj rovnaká teplota okolia, resp. vzduchu nad DPS,  $T_{vzduch}$ , a hornej časti pece pre zjednodušenie výpočtu.

$$R_{conv2} = \frac{1}{h_{conv2} \cdot (S_{FR4} - S_{Al2O3})} = \frac{1}{8,24 \cdot (1,3832 \cdot 10^{-2} - 4,8 \cdot 10^{-6})} = 8,78 KW^{-1},$$

$$R_{rad2} = \frac{1}{h_{rad2} \cdot (S_{FR4} - S_{Al2O3})} = \frac{1}{8,61 \cdot (1,3832 \cdot 10^{-2} - 4,8 \cdot 10^{-6})} = 8,4 KW^{-1}.$$

Pre hornú časť pece a hornú stranu súčiasťky platí

$$O_{Al2O3} = 2 \cdot 0,003 + 2 \cdot 0,0016 = 9,2 \cdot 10^{-3} m,$$

$$L_{Al2O3\_c} = \frac{S_{Al2O3}}{O_{Al2O3}} = \frac{4,8 \cdot 10^{-6}}{9,2 \cdot 10^{-3}} = 5,22 \cdot 10^{-4} m,$$

kde  $O_{Al2O3}$  je obvod púzdra 1206 a  $L_{Al2O3\_c}$  je charakteristická dĺžka potrebná k výpočtu koeficientu prestupu tepla prúdením  $h_{conv3}$ .

$$h_{conv3} = \frac{\lambda_{AIR} \cdot Nu_3}{L_{Al2O3\_c}} = \frac{0,026 \cdot 0,45}{5,22 \cdot 10^{-4}} = 22,41 W m^{-2} K^{-1},$$

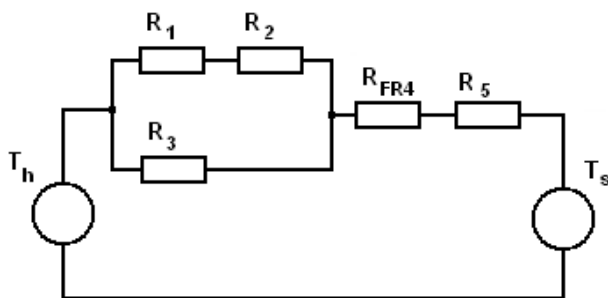
$$h_{rad3} = \varepsilon_{Al2O3} \cdot \sigma \cdot (T_{Al2O3\_h} + T_h) \cdot (T_{Al2O3\_h}^2 + T_h^2) = \\ = 0,7 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (373 + 336) \cdot (373^2 + 336^2) = 7,09 W m^{-2} K^{-1},$$

kde  $T_{Al2O3\_h} = 373 K$  je teplota hornej strany púzdra 1206 v ustálenom stave.

$$R_{conv3} = \frac{1}{h_{conv3} \cdot S_{Al2O3}} = \frac{1}{22,41 \cdot 4,8 \cdot 10^{-6}} = 9,3 \cdot 10^3 KW^{-1},$$

$$R_{rad3} = \frac{1}{h_{rad3} \cdot S_{Al2O3}} = \frac{1}{7,09 \cdot 4,8 \cdot 10^{-6}} = 2,94 \cdot 10^4 KW^{-1}.$$

Tepelné odpory  $R_{cond2}$  a  $R_{cond3}$  sú v porovnaní s tepelnými odpormi žiarenia  $R_{rad2}$  a  $R_{rad3}$  a prúdenia  $R_{conv2}$  a  $R_{conv3}$  niekoľkonásobne väčšie, preto pri výpočtoch sa berú ako keby boli nekonečne veľké a sú zanedbané.



**Obr. 32:** Zjednodušený náhradný obvod pre púzdro 1206

Tepelné odpory na Obr. 32 sú počítané ako sériové alebo paralelné kombinácie tepelných odporov z Obr. 31 na základe analógie s elektrickým obvodom.

$$R_1 = \frac{R_{conv3} \cdot R_{rad3}}{R_{conv3} + R_{rad3}} = \frac{9,3 \cdot 10^3 \cdot 2,94 \cdot 10^4}{9,3 \cdot 10^3 + 2,94 \cdot 10^4} = 7,07 \cdot 10^3 KW^{-1},$$

$$R_2 = \frac{R_{Al2O3} \cdot R_{Sn96,5Ag3,5}}{R_{Al2O3} + R_{Sn96,5Ag3,5}} = \frac{3,57 \cdot 8,12}{3,57 + 8,12} = 2,48 KW^{-1},$$

$$R_3 = \frac{R_{conv2} \cdot R_{rad2}}{R_{conv2} + R_{rad2}} = \frac{8,78 \cdot 8,4}{8,78 + 8,4} = 4,29 \text{ KW}^{-1},$$

$$R_4 = \frac{R_3 \cdot (R_1 + R_2)}{R_3 + R_1 + R_2} = \frac{4,29 \cdot (7,07 \cdot 10^3 + 2,48)}{4,29 + 7,07 \cdot 10^3 + 2,48} = 4,29 \text{ KW}^{-1},$$

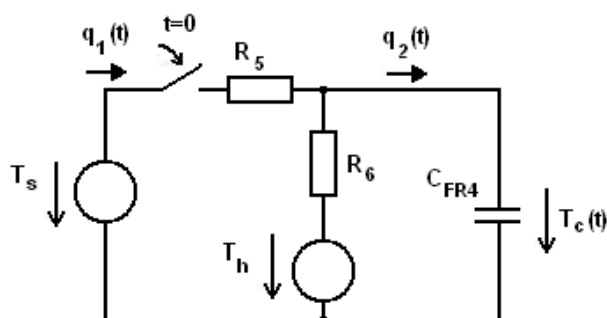
$$R_5 = \frac{1}{\frac{1}{R_{cond1}} + \frac{1}{R_{conv1}} + \frac{1}{R_{rad1}}} = \frac{1}{\frac{1}{4,17} + \frac{1}{8,86} + \frac{1}{7,42}} = 2,05 \text{ KW}^{-1}.$$

Pri výpočte jednotlivých odporov je zanedbaný tepelný odpor plôšok pod puzdrom 1206  $R_{Cu\_Al2O3}$ , ktorého hodnota v porovnaní s hodnotou tepelného odporu spájky  $R_{Sn96,5Ag3,5}$ , s ktorým je zapojený do série, je mnohonásobne menšia.

Pri porovnaní jednotlivých tepelných kapacít je zrejmé, že v porovnaní s tepelnou kapacitou DPS,  $C_{FR4} = 23,35 \text{ JK}^{-1}$ , sú ostatné tepelné kapacity niekoľkonásobne menšie, preto vplyv na celkovú teplotnú odozvu tohto systému bude mať výhradne iba tepelná kapacita DPS. Tepelné kapacity ostatných materiálov sa neuvažujú. Táto skutočnosť vyplynula aj z porovnania časov potrebných k dosiahnutiu rovnovážneho stavu  $t_{FR4}$  a  $t_{Al2O3}$ .

Z predošlých úvah sa dostane náhradný tepelný obvod na Obr. 33. U tepelných obvodov platí analógia s elektrickými obvodmi, preto je možné pre výpočet použiť metódu sústredenej kapacity riešenú cez analýzu prechodových dejov v lineárnych obvodoch. Prvky  $R_5$  a  $R_6$  sú lineárne a nezotrvačné, to znamená, že všetky teploty a tepelné toky, ktoré je možné pozorovať v týchto obvodoch, sledujú okamžite bez akéhokoľvek oneskorenia zmeny teploty. Z matematického hľadiska sú tepelné odpory popísané sústavou lineárnych algebraických rovníc s konštantnými koeficientami. Okamžitá hodnota teploty na tepelnom odpore je priamoúmerná hodnote tepelného toku tečúceho tepelným odporom v tom istom okamihu, čo vystihuje rovnica (14). Tepelná kapacita  $C_{FR4}$  je prvok zotrvačný, ktorý sleduje zmenu vstupnej teploty s určitým oneskorením. Prvky tohto charakteru sú popísané sústavou obyčajných diferenciálnych rovníc s konštantnými koeficientami. Tiež sú závislé aj na energii, ktorá v nich je na počiatku sledovaného deja akumulovaná. Okamžitá hodnota tepelného toku tepelnou kapacitou je rovná derivácii akumulovaného tepla  $Q(t)$  podľa času, ktorú popisuje rovnica (3). Diferenciálne rovnice je možné riešiť operátorovou metódou, ktorá je založená na Laplaceovej transformácii [11].





**Obr. 33:** Náhradný tepelný obvod pre MSK pre ohrev zdola

V prvom kroku je potrebné si zadefinovať počiatočné podmienky pre obvod na Obr. 33. V čase  $t = 0$  je teplota  $T_s(0) = 160\text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_h(0) = 27\text{ }^\circ\text{C}$  a teplota materiálu, ktorý predstavuje tepelnú kapacitu je  $T_c(0) = 27\text{ }^\circ\text{C}$ . Teploty  $T_s$  a  $T_h$  sú s časom nemenné. Hodnota tepelnej kapacity  $C_{FR4} = 23,35\text{ JK}^{-1}$ . Hodnota tepelného odporu  $R_5$  je  $2,05\text{ KW}^{-1}$ .  $R_6$  je tvorený sériovou kombináciou  $R_{FR4}$  a  $R_4$  a jeho hodnota je

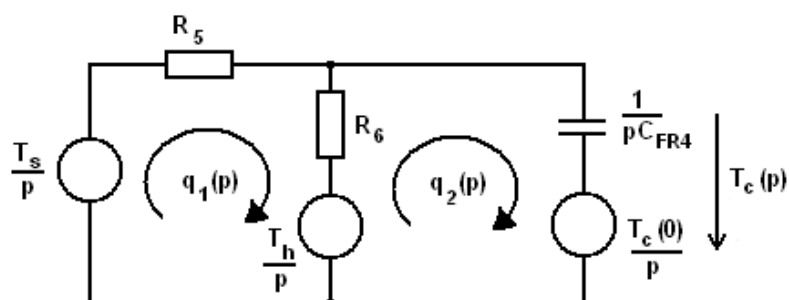
$$R_6 = R_{FR4} + R_4 = 0,54 + 4,29 = 4,83\text{ KW}^{-1}.$$

Hľadanou neznámou je  $T_c(t)$ . Teraz je možné zostaviť diferenciálne rovnice obvodu. Využitím II. Kirchhoffovho zákona, rovnica (70), pre obvod na Obr. 33 platí

$$-T_s(t) + q_1(t) \cdot (R_5 + R_6) + T_h(t) - q_2(t) \cdot R_6 = 0,$$

$$-T_h(t) + q_2(t) \cdot R_6 + T_c(t) - q_1(t) \cdot R_6 = 0.$$

Podľa podmienok uvedených v [11] sa obvod na Obr. 33 prevedie do operátorovej schémy a k nemu prislúchajúce diferenciálne rovnice do operátorového tvaru. Teraz je obvod na Obr. 34 použiteľný k priamemu riešeniu pomocou metódy slučkových prúdov.



**Obr. 34:** Operátorová schéma pre Obr. 33 pre výpočet metódou slučkových prúdov

Po malej úprave prejdú rovnice do operátorového tvaru

$$q_1(p) \cdot (R_5 + R_6) - q_2(p) \cdot R_6 = \frac{T_s}{p} - \frac{T_h}{p},$$

$$-q_1(p) \cdot R_6 + q_2(p) \cdot \left( R_6 + \frac{1}{pC_{FR4}} \right) = \frac{T_h}{p} - \frac{T_c(0)}{p}.$$

Pre určenie priebehu teploty  $T_c(p)$ , ktorá je rovná

$$T_c(p) = \frac{T_c(0)}{p} + q_2(p) \cdot \frac{1}{pC_{FR4}},$$

je nutné vypočítať hodnotu tepelného toku  $q_2(p)$ , pričom podľa [11] je  $q_2(p)$  rovné pomeru determinantov  $D_2$  a  $D$ , kde

$$D = \begin{vmatrix} R_5 + R_6 & -R_6 \\ -R_6 & R_6 + \frac{1}{pC_{FR4}} \end{vmatrix} = (R_5 + R_6) \cdot \left( R_6 + \frac{1}{pC_{FR4}} \right) - R_6^2,$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} R_5 + R_6 & \frac{T_s}{p} - \frac{T_h}{p} \\ -R_6 & \frac{T_h}{p} - \frac{T_c(0)}{p} \end{vmatrix} = (R_5 + R_6) \cdot \left( \frac{T_h}{p} - \frac{T_c(0)}{p} \right) + R_6 \cdot \left( \frac{T_s}{p} - \frac{T_h}{p} \right).$$

Potom

$$\begin{aligned} T_c(p) &= \frac{T_c(0)}{p} + q_2(p) \cdot \frac{1}{pC_{FR4}} = \frac{T_c(0)}{p} + \frac{D_2}{D} \cdot \frac{1}{pC_{FR4}} = \\ &= \frac{T_c(0)}{p} + \frac{1}{pC_{FR4}} \cdot \frac{(R_5 + R_6) \cdot \left( \frac{T_h}{p} - \frac{T_c(0)}{p} \right) + R_6 \cdot \left( \frac{T_s}{p} - \frac{T_h}{p} \right)}{(R_5 + R_6) \cdot \left( R_6 + \frac{1}{pC_{FR4}} \right) - R_6^2} = \\ &= \frac{T_c(0)}{p} + \frac{1}{pC_{FR4}} \cdot \frac{\frac{1}{p} \cdot [(T_h - T_c(0)) \cdot (R_5 + R_6) + R_6 \cdot (T_s - T_h)]}{R_5 \cdot R_6 + \frac{1}{pC_{FR4}} \cdot (R_5 + R_6)} = \\ &= \frac{T_c(0)}{p} + \frac{1}{pC_{FR4}} \cdot \frac{[(T_h - T_c(0)) \cdot (R_5 + R_6) + R_6 \cdot (T_s - T_h)]}{p \cdot \frac{1}{pC_{FR4}} \cdot (pC_{FR4} \cdot R_5 \cdot R_6 + (R_5 + R_6))} = \\ &= \frac{T_c(0)}{p} + \frac{[(T_h - T_c(0)) \cdot (R_5 + R_6) + R_6 \cdot (T_s - T_h)]}{p(pC_{FR4} \cdot R_5 \cdot R_6 + (R_5 + R_6))} \end{aligned}$$

Časový priebeh teploty  $T_c(t)$  sa získa inverznou Laplaceovou transformáciou  $T_c(p)$ . Po jej použití platí pre priebeh teploty na spodnej strane FR4  $T_c(t)$

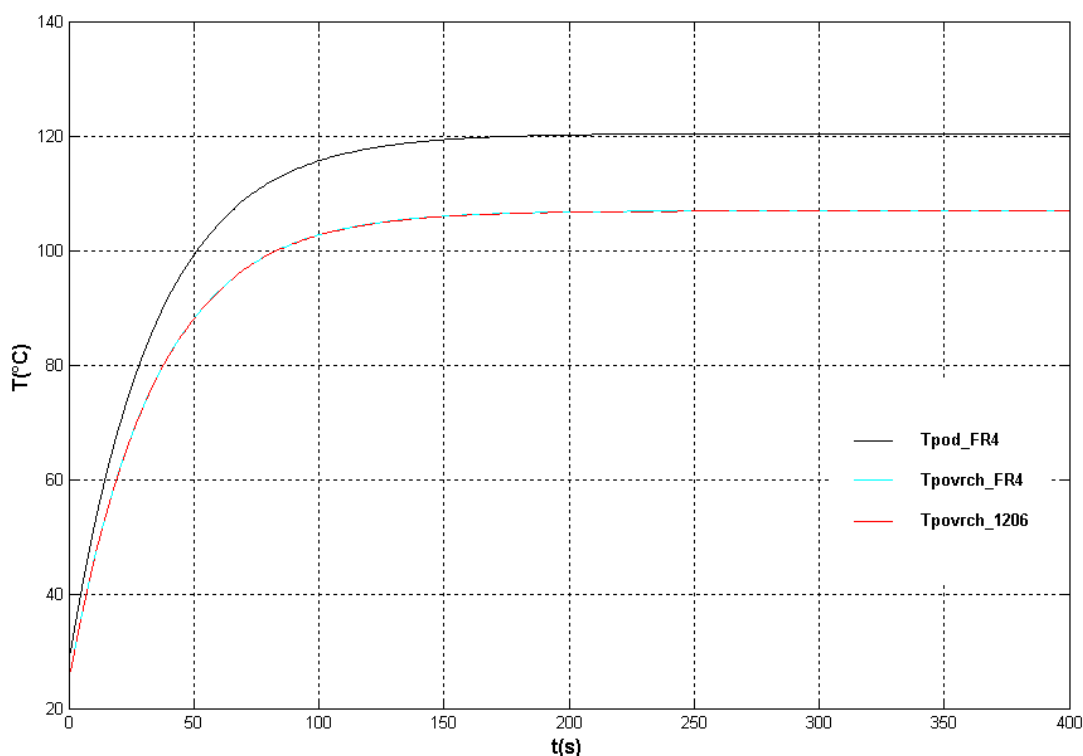
$$\begin{aligned}
T_c(t) &= L^{-1}[T_c(p)] = T_c(0) + \frac{(T_h - T_c(0)) \cdot (R_5 + R_6) + R_6 \cdot (T_s - T_h)}{(R_5 + R_6)} \cdot \left(1 - e^{-\frac{R_5 + R_6}{C_{FR4} \cdot R_5 \cdot R_6} t}\right) = \\
&= 27 + \frac{[(27 - 27) \cdot (2,05 + 4,83) + 4,83 \cdot (160 - 27)]}{(2,05 + 4,83)} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2,05 + 4,83}{23,35 \cdot 2,05 \cdot 4,83} t}\right) = \\
&= 27 + 93,37 \cdot (1 - e^{-0,0298t})
\end{aligned}$$

Priebeh teploty na hornej strane FR4 ide veľmi ľahko vypočítať z tepelných odporov  $R_{FR4}$ ,  $R_4$  a už vypočítanej teploty  $T_c(t)$ . Z vyššie uvedených dôvodov sú ostatné tepelné kapacity zanedbateľné a teplota  $T_{c1}(t)$  môže byť zjednodušene vypočítaná ako

$$T_{c1}(t) = T_c(t) \cdot \frac{R_4}{(R_4 + R_{FR4})} = T_c(t) \cdot \frac{4,29}{(4,29 + 0,54)} = 0,88 \cdot T_c(t).$$

Teplota súčiastky  $T_{c2}(t)$  sa určí nasledovne

$$T_{c2}(t) = T_{c1}(t) \cdot \frac{R_1}{(R_1 + R_2)} = T_{c1}(t) \cdot \frac{7,07 \cdot 10^3}{(7,07 \cdot 10^3 + 2,48)} = 0,9996 \cdot T_{c1}(t).$$



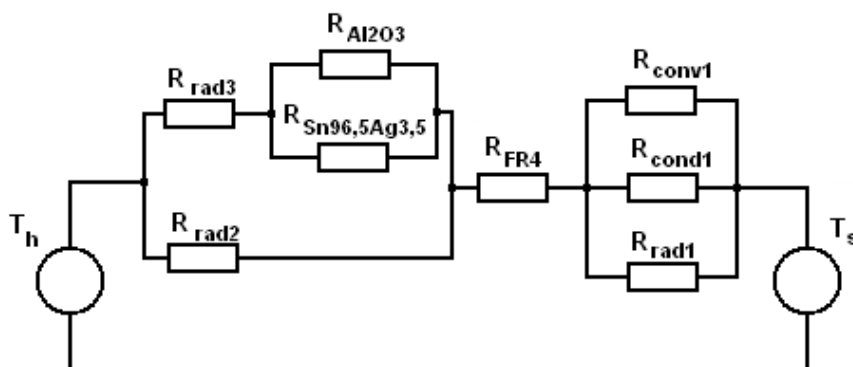
**Obr. 35:** Vypočítaná teplotná odozva systému (1206 na DPS) na jednotkový skok pri ohreve zdola MSK

**Tab. 7:** Porovnanie zmeraných a vypočítaných hodnôt systému 1206 na DPS pre ohrev zdola MSK

	Namerané hodnoty	Hodnoty použité vo výpočtoch	Vypočítané hodnoty
$T_h$ [°C]	55	63	-
$T_s$ [°C]	160	160	-
$T_{\text{vzduch}}$ [°C]	63	63	-
$T_{\text{pod\_FR4}}$ [°C]	124	124	120,5
$T_{\text{povrch\_1206}}$ [°C]	104	104	107

### 5.1.2. Výpočet pre ohrev zhora MSK

Náhradný tepelný obvod pre výpočet ohrevu zhora metódou sústredenej kapacity je o niečo zložitejší ako tepelný obvod na Obr. 31. Tu sa musí do úvahy brať aj teplota vzduchu v peci, ktorý sa postupne zohrieva a nie je možné ho zlúčiť s teplotou horného žiariča, pretože teplotný rozdiel nie je zanedbateľný. Avšak výpočet tepelných odporov sa uskutočňuje z teplôt v ustálenom tvare a pri povšimnutí si faktu, že teplota povrchu dosky, resp. súčiastky je rovnako veľká ako teplota okolitého vzduchu na Obr. 25, koeficienty prestupu tepla  $h_{\text{conv}2}$  a  $h_{\text{conv}3}$  sú nulové. Z toho vypočítané odpory  $R_{\text{conv}2}$  a  $R_{\text{conv}3}$  sú nekonečne veľké a neuvažujú sa v nasledujúcich výpočtoch. Taktiež sa neuvažujú tepelné odpory  $R_{\text{cond}2}$ ,  $R_{\text{cond}3}$  a  $R_{\text{Cu\_Al}2\text{O}3}$  z už vopred uvedeného dôvodu. Náhradná schéma na Obr. 31 prechádza do podoby na Obr. 36.



**Obr. 36:** Náhradný tepelný obvod pre ohrev zhora systému 1206 na DPS

Hodnoty tepelných odporov  $R_{\text{FR4}}$ ,  $R_{\text{Al}2\text{O}3}$ ,  $R_{\text{Sn}96,5\text{Ag}3,5}$  a  $R_{\text{cond}1}$  sú vypočítané a uvedené vyššie spolu s tepelnými kapacitami, pri ktorých má znova dominantný vplyv tepelná kapacita DPS,  $C_{\text{FR4}} = 23,35 \text{ JK}^{-1}$ . Týmto ostáva určiť hodnoty zvyšných štyroch tepelných odporov  $R_{\text{conv}1}$ ,  $R_{\text{rad}1}$ ,  $R_{\text{rad}2}$  a  $R_{\text{rad}3}$  podľa už vopred uvedeného postupu, pričom jediná zmena pri ich výpočte je len teplota, ktorá vystupuje v danom vzorci. V ustálenom stave z Obr. 25

sú teploty  $T_s = 45 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_h = 195 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_{FR4_s} = 77 \text{ }^\circ\text{C}$  a  $T_{FR4_h} = T_{Al2O3_h} = T_{vzduch} = 84 \text{ }^\circ\text{C}$ . Potom hodnoty zostávajúcich neznámych tepelných odporov sú

$$R_{conv1} = \frac{1}{h_{conv1} \cdot S_{FR4}} = \frac{1}{7,78 \cdot 1,3832 \cdot 10^{-2}} = 9,3 \text{ KW}^{-1},$$

$$R_{rad1} = \frac{1}{h_{rad1} \cdot S_{FR4}} = \frac{1}{5,08 \cdot 1,3832 \cdot 10^{-2}} = 14,23 \text{ KW}^{-1},$$

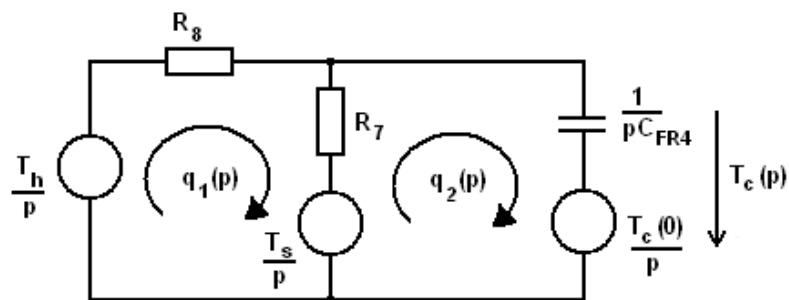
$$R_{rad2} = \frac{1}{h_{rad2} \cdot (S_{FR4} - S_{Al2O3})} = \frac{1}{13,78 \cdot (1,3832 \cdot 10^{-2} - 4,8 \cdot 10^{-6})} = 5,25 \text{ KW}^{-1},$$

$$R_{rad3} = \frac{1}{h_{rad3} \cdot S_{Al2O3}} = \frac{1}{11,35 \cdot 4,8 \cdot 10^{-6}} = 1,84 \cdot 10^4 \text{ KW}^{-1}.$$

Na Obr. 37 je náhradná operátorová schéma, ktorá charakterizuje počítaný systém. Tepelné odpory  $R_7$  a  $R_8$  sú počítané nasledovne, pričom  $R_2$  je vypočítaný tepelný odpor paralelnej kombinácie 1206 a spájky uvedený vyššie

$$R_7 = \frac{1}{\frac{1}{R_{cond1}} + \frac{1}{R_{conv1}} + \frac{1}{R_{rad1}}} + R_{FR4} = \frac{1}{\frac{1}{4,17} + \frac{1}{9,3} + \frac{1}{14,23}} + 0,54 = 2,93 \text{ KW}^{-1},$$

$$R_8 = \frac{R_{rad2} \cdot (R_{rad3} + R_2)}{R_{rad2} + R_{rad3} + R_2} = \frac{5,25 \cdot (1,84 \cdot 10^4 + 2,48)}{5,25 + 1,84 \cdot 10^4 + 2,48} \cong 5,25 \text{ KW}^{-1}.$$



**Obr. 37:** Náhradná operátorová schéma 1206 na DPS pre ohrev zhora MSK

Počiatkové podmienky pre daný obvod v čase  $t = 0$  sú  $T_s(0) = 27 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_h(0) = 195 \text{ }^\circ\text{C}$  a teplota materiálu, ktorý predstavuje tepelnú kapacitu je  $T_c(0) = 27 \text{ }^\circ\text{C}$ . Teploty  $T_s$  a  $T_h$  sú s časom nemenné. Hľadanou neznámy je  $T_c(t)$ . Vypočíta sa rovnakým spôsobom ako pre ohrev zdola a jej tvar pred inverznou Laplaceovou transformáciou je

$$T_c(p) = \frac{T_c(0)}{p} + \frac{[(T_s - T_c(0)) \cdot (R_7 + R_8) + R_7 \cdot (T_h - T_s)]}{(R_7 + R_8)} \cdot \left( \frac{1}{p} - \frac{1}{p + \frac{R_7 + R_8}{C_{FR4} \cdot R_7 \cdot R_8}} \right).$$

Po inverznej Laplaceovej transformácii priebeh teploty  $T_c(t)$  na hornej strane FR4 sa dostane do tvaru

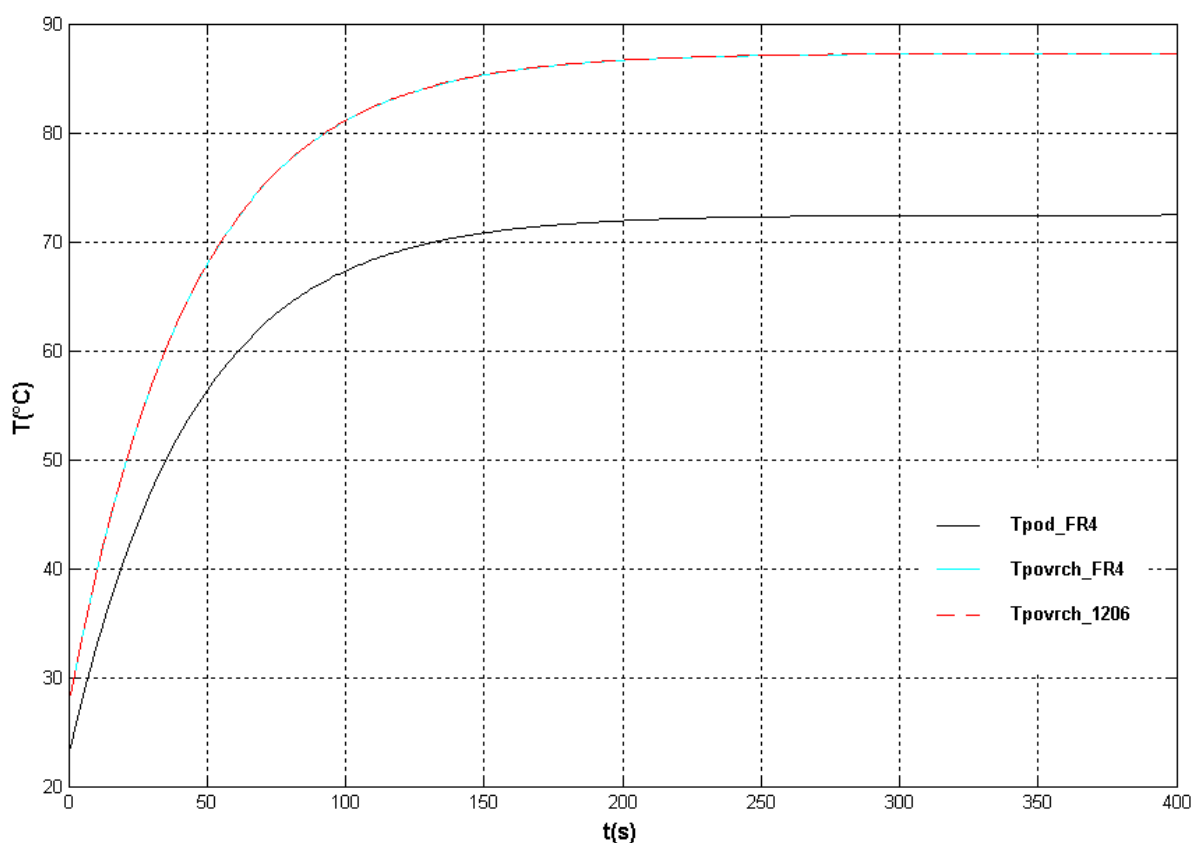
$$\begin{aligned} T_c(t) &= L^{-1}[T_c(p)] = T_c(0) + \frac{(T_s - T_c(0)) \cdot (R_7 + R_8) + R_7 \cdot (T_h - T_s)}{(R_7 + R_8)} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{R_7 + R_8}{C_{FR4} \cdot R_7 \cdot R_8} t} \right) = \\ &= 27 + \frac{[(27 - 27) \cdot (2,93 + 5,25) + 2,93 \cdot (195 - 27)]}{(2,93 + 5,25)} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{2,93 + 5,25}{23,35 \cdot 2,93 \cdot 5,25} t} \right) = \\ &= 27 + 60,18 \cdot (1 - e^{-0,0277 \cdot t}) \end{aligned}$$

Priebeh teploty na spodnej strane dosky ide vypočítať z tepelných odporov  $R_{FR4}$  a paralelnej kombinácie  $R_{conv1}$ ,  $R_{cond1}$  a  $R_{rad1}$  a už vypočítanej teploty  $T_c(t)$ .

$$T_{c1}(t) = T_c(t) \cdot \frac{R_7 - R_{FR4}}{R_7} = T_c(t) \cdot \frac{2,93 - 0,54}{2,93} = 0,83 \cdot T_c(t).$$

Teplota na povrchu súčiastky  $T_{c2}(t)$

$$T_{c2}(t) = T_c(t) + \frac{R_2}{(R_2 + R_{rad3})} (T_h - T_c(t)) = T_c(t) + \frac{2,48}{(2,48 + 1,84 \cdot 10^4)} (195 - T_c(t)).$$

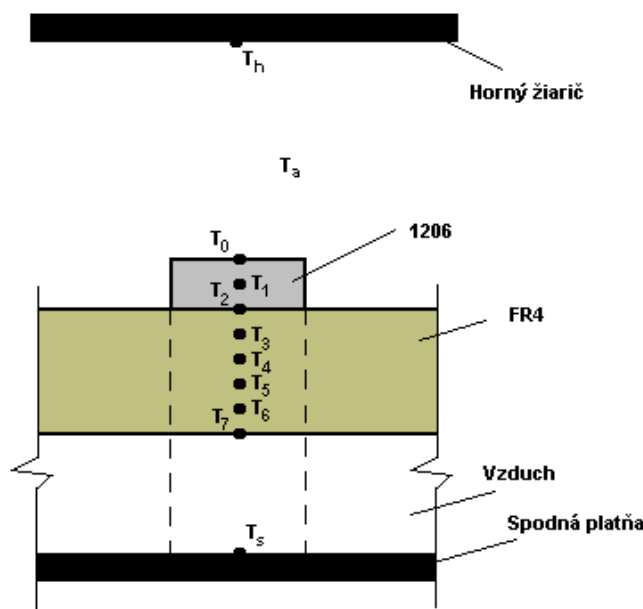


**Obr. 38:** Vypočítaná teplotná odozva systému (1206 na DPS) na jednotkový skok pri ohreve zhora MSK

**Tab. 8:** Porovnanie zmeraných a vypočítaných hodnôt systému 1206 na DPS pre ohrev zhora MSK

	Namerané hodnoty	Hodnoty použité vo výpočtoch	Vypočítané hodnoty
$T_h$ [°C]	195	195	-
$T_s$ [°C]	45	45	-
$T_{vzduch}$ [°C]	84	84	-
$T_{pod\_FR4}$ [°C]	77	77	72,5
$T_{povrch\_1206}$ [°C]	84	84	87,5

### 5.1.3. Výpočet tepelnej odozvy systému 1206 na DPS explicitnou MKD



**Obr. 39:** Systém 1206 na DPS spolu so znázorenými teplotami, ktoré sú počítané pri MKD

Na Obr. 39 je znázornená štruktúra, v akej forme je uvažovaná pre výpočet explicitnou metódou konečných diferencií. Pri tejto metóde nie je potrebné priamo počítať tepelné odpory a kapacity systému. Na Obr. 39 predstavuje každá počítaná teplota  $T_0$  až  $T_7$  jeden uzol, do ktorého vstupujú resp., z ktorého vystupujú tepelné toky.  $T_a$  predstavuje teplotu vzduchu v peci nad doskou,  $T_s$  teplotu spodnej strany pece a  $T_h$  teplotu hornej strany pece, resp. infražiarča. Pri počítaní sa berie do úvahy len jednorozmerný systém. V tomto prípade je to buď smer od zdroja tepla  $T_h$  k zdroju  $T_s$ , alebo od zdroja  $T_s$  k zdroju  $T_h$  alebo oboma smermi súčasne. Tým pádom je počítaná iba plocha pod samotnou súčiastkou 1206, vymedzená čiarkovanou čiarou na Obr. 39, a preto nie je potrebné poznať celkový rozmer súčiastky. Stačí iba jeden a to ten, v ktorého smere sa teplo šíri. Plocha  $S$  z výpočtov vypadne ako bude ukázané ďalej a stačí teda poznať len hrúbky jednotlivých materiálov. Hrúbka súčiastky 1206 je 0,6 mm, FR4 je 1,5 mm a vzduchovej medzery pod FR4 je 1,5 mm. Uvažujú sa konštantné vlastnosti materiálov, to znamená nemenia sa s rastúcou teplotou, ako napr. tepelné vodivosti, tepelné kapacity alebo samotné rozmery súčiastok. Do úvahy sa neberie vzduchová medzera medzi FR4 a 1206. Nepočíta sa ani prítomnosť spájky, pretože jej vlastnosti sú porovnateľné s vlastnosťami 1206 alebo zanedbateľné, ako napr. tepelná kapacita v porovnaní s tepelnou kapacitou puzdra 1206 je niekoľkonásobne menšia.



Pre počítanie explicitnou metódou konečných diferencií je potrebné si čo najvhodnejšie zvoliť  $\Delta x$  a  $\Delta t$ . Keďže hrúbky materiálov sú 0,6 mm, 1,5 mm a 1,5 mm je zvolená  $\Delta x = 0,3$  mm. Z podmienok stability systému je nasledovne vypočítaná podľa (37) a určená  $\Delta t = 0,002$  s. Z rovnice (37) vyplývajú aj Fourierove čísla pre materiály  $Al_2O_3$ , FR4 a vzduch

$$Fo_{Al_2O_3} = \frac{\alpha_{Al_2O_3} \cdot \Delta t}{(\Delta x)^2} = \frac{1,07 \cdot 10^{-5} \cdot 0,002}{(0,0003)^2} = 0,24,$$

$$Fo_{FR4} = \frac{\alpha_{FR4} \cdot \Delta t}{(\Delta x)^2} = \frac{1,78 \cdot 10^{-7} \cdot 0,002}{(0,0003)^2} = 3,95 \cdot 10^{-3},$$

$$Fo_{AIR} = \frac{\alpha_{AIR} \cdot \Delta t}{(\Delta x)^2} = \frac{2,22 \cdot 10^{-5} \cdot 0,002}{(0,0003)^2} = 0,49.$$

Biotove čísla pre rozhranie  $Al_2O_3$  a okolie, ktoré predstavujú koeficienty prestupu tepla prúdením a žiarením podľa rovnice (31), sú

$$Bi_{AIR\_conv} = \frac{h_{conv3} \cdot \Delta x}{\lambda_{Al_2O_3}} = \frac{22,41 \cdot 0,0003}{35} = 1,92 \cdot 10^{-4},$$

$$Bi_{AIR\_rad} = \frac{h_{rad3} \cdot \Delta x}{\lambda_{Al_2O_3}} = \frac{7,09 \cdot 0,0003}{35} = 6,08 \cdot 10^{-5}.$$

V spojení s Fourierovým číslom pre materiál 1206 a dosadením väčšieho Biotovho čísla, ktoré má rozhodujúcejší vplyv na stabilitu, do rovnice stability (42) pre okrajový bod sa dostane

$$Fo_{Al_2O_3} \cdot (1 + Bi_{AIR\_conv}) \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 0,24 \cdot (1 + 1,92 \cdot 10^{-4}) \cong 0,24 \leq \frac{1}{2},$$

Teda je splnená podmienka stability systému pre daný bod. Pri podmienke stability systému pre vnútorné body podľa rovnice (38) a dosadení vypočítaných Fourierových čísel  $Fo_{Al_2O_3}$ ,  $Fo_{FR4}$ ,  $Fo_{AIR}$  je taktiež splnená podmienka stability. Jedinou otázkou zostáva ešte určiť podmienku stability pre vnútorný bod predstavovaný teplotou  $T_2$ . Nastáva tu spojenie dvoch pevných rozhraní, v ktorých sa teplo šíri vedením a ich výpočet je

$$Fo_{Al_2O_3\_2} = \frac{\lambda_{Al_2O_3} \cdot \Delta t}{(\rho_{Al_2O_3} \cdot c_{Al_2O_3} + \rho_{FR4} \cdot c_{FR4}) \cdot (\Delta x)^2} =$$

$$= \frac{35 \cdot 0,002}{(3720 \cdot 880 + 1876 \cdot 600) \cdot (3 \cdot 10^{-4})^2} = 0,177,$$

$$Fo_{FR4\_2} = \frac{\lambda_{FR4} \cdot \Delta t}{(\rho_{Al2O3} \cdot c_{Al2O3} + \rho_{FR4} \cdot c_{FR4}) \cdot (\Delta x)^2} =$$

$$= \frac{0,2 \cdot 0,002}{(3720 \cdot 880 + 1876 \cdot 600) \cdot (3 \cdot 10^{-4})^2} = 1,01 \cdot 10^{-3},$$

vyplývajúci z rovnice pre výpočet teploty v bode  $T_2$  uvedeného nižšie.

Pri prenose tepla sa uplatňujú všetky tri spôsoby prenosu tepelnej energie, a to ako vedenie tepla v materiáloch a vo vzduchu pod doskou, tak aj prúdenie a žiarenie vo vzduchovej medzere pod doskou ale najmä medzi hornou stranou súčiastky, horným žiaričom a okolím. Prenos tepla vedením je dominantný v materiáloch a ostatné formy prenosu sa neuvažujú. Pri prenose tepla vzduchovou medzerou sa uvažujú všetky tri druhy prenosu, pretože vzduchová medzera je veľmi malá a uplatňuje sa v nej aj prenos tepla vedením. Na povrchu súčiastky sa uplatňuje len prenos prúdením a žiarením, nakoľko vďaka veľkej vzduchovej medzere je prenos tepla vedením zanedbateľný. K tomu, aby bolo jednoduchšie stanoviť rovnice pre všetky body  $T_0$  až  $T_7$  a nedochádzalo k nepríjemnostiam so znamienkami sa berie do úvahy, že všetky tepelné toky vtekajú do uzla. Zjednodušenie systému prinieslo aj nebratie do úvahy tepelnej kapacity vzduchu pod doskou a bráni jej veľkosti  $\Delta x_1 = 1,5$  mm. Rovnica pre počítanie teploty, s tým že tu sa uplatňuje aj prenos tepla žiarením, vonkajšieho bodu podľa rovnice (39) je

$$\varepsilon_{Al2O3} \cdot \sigma \cdot S \cdot (T_h^4 - (T_0^p)^4) + h_{AIR1}^p \cdot S \cdot (T_a - T_0^p) + \lambda_{Al2O3} \cdot S \cdot \frac{(T_1^p - T_0^p)}{\Delta x} =$$

$$= \rho_{Al2O3} \cdot c_{Al2O3} \cdot S \cdot \frac{\Delta x}{2} \cdot \frac{(T_0^{p+1} - T_0^p)}{\Delta t},$$

kde rozmer  $S$  figuruje na každej strane rovnice a to platí pre všetky nasledujúce rovnice a nie je potrebné s ním naďalej počítať,  $h_{AIR1}^p$  je koeficient prestupu tepla prúdením pre hornú stranu súčiastky a okolitý vzduch pre predchádzajúci stav, teploty  $T_0^p$  resp.  $T_1^p$  sú teploty v predchádzajúcom stave a teplota  $T_0^{p+1}$  je počítaná teplota v aktuálnom bode. Ďalej je potrebné stanoviť teploty v ostatných bodoch systému, ktoré sú pre body  $T_1$  až  $T_6$  s výnimkou bodu  $T_2$  počítané podľa vzťahu (36)

$$T_1^{p+1} = Fo_{Al2O3} \cdot (T_2^p + T_0^p) + (1 - 2 \cdot Fo_{Al2O3}) \cdot T_1^p,$$

$$T_3^{p+1} = Fo_{FR4} \cdot (T_4^p + T_2^p) + (1 - 2 \cdot Fo_{FR4}) \cdot T_3^p,$$

$$T_4^{p+1} = Fo_{FR4} \cdot (T_5^p + T_3^p) + (1 - 2 \cdot Fo_{FR4}) \cdot T_4^p,$$

$$T_5^{p+1} = Fo_{FR4} \cdot (T_6^p + T_4^p) + (1 - 2 \cdot Fo_{FR4}) \cdot T_5^p,$$

$$T_6^{p+1} = Fo_{FR4} \cdot (T_7^p + T_5^p) + (1 - 2 \cdot Fo_{FR4}) \cdot T_6^p.$$

Pre bod  $T_2$  vypadá rovnica pre výpočet teploty nasledovne

$$\lambda_{FR4} \frac{(T_3^p - T_2^p)}{\Delta x} + \lambda_{Al2O3} \frac{(T_1^p - T_2^p)}{\Delta x} = (\rho_{Al2O3} c_{Al2O3} + \rho_{FR4} c_{FR4}) \frac{\Delta x}{2} \frac{(T_2^{p+1} - T_2^p)}{\Delta t},$$

pretože do úvahy musí byť započítaná časť puzdra 1206 a časť DPS, ktoré sú v polovičnej veľkosti oproti bodom  $T_1, T_3, T_4, T_5, T_6$ , čo predstavuje dvojka v menovateli pod  $\Delta x$ . Taktiež vyplýva z danej rovnice aj podmienka stability, ktorá bola spočítaná o pár krokov skôr.

Posledným krokom je vypočítať teplotu pre bod  $T_7$ , ktorý je na rozhraní 2 prostredí, FR4 a vzduchovej medzery pod ním. Rovnica pre jeho výpočet vypadá nasledovne

$$\begin{aligned} \varepsilon_{s\_FR4} \cdot \sigma \cdot (T_s^4 - (T_7^p)^4) + h_{AIR2}^p \cdot (T_s - T_7^p) + \lambda_{FR4} \cdot \frac{(T_6^p - T_7^p)}{\Delta x} + \lambda_{AIR} \cdot \frac{(T_s - T_7^p)}{\Delta x_1} = \\ = \rho_{FR4} \cdot c_{FR4} \cdot \frac{\Delta x}{2} \cdot \frac{(T_7^{p+1} - T_7^p)}{\Delta t} \end{aligned},$$

kde  $h_{AIR2}^p$  je koeficient prestupu tepla medzi spodnou stranou pece a spodnou stranou dosky v predchádzajúcom bode. Oba tieto koeficienty,  $h_{AIR1}^p$  aj  $h_{AIR2}^p$ , sú počítané podobne ako pri MSK pomocou Grashofovho, Rayleighovho, Prandtlvho a Nusseltovho čísla akurát s rozdielom, že teraz sú počítané v každom jednom kroku a menia sa v čase

$$h_{AIR1}^p = \frac{\lambda_{AIR} \cdot Nu_{AIR1}^p}{L_{Al2O3\_c}},$$

$$h_{AIR2}^p = \frac{\lambda_{AIR} \cdot Nu_{AIR2}^p}{L_{FR4\_1}}.$$

Úpravou všetkých rovníc pre výpočet teplôt v jednotlivých bodoch sa dostanú rovnice do tvaru

$$T_0^{p+1} = \frac{2 \cdot \varepsilon_{Al2O3} \cdot \sigma \cdot (T_h^4 - (T_0^p)^4) \cdot \Delta t}{\rho_{Al2O3} \cdot c_{Al2O3} \cdot \Delta x} + \frac{2 \cdot h_{AIR1}^p \cdot (T_a - T_0^p) \cdot \Delta t}{\rho_{Al2O3} \cdot c_{Al2O3} \cdot \Delta x} + \\ + 2 \cdot Fo_{Al2O3} \cdot (T_1^p - T_0^p) + T_0^p$$

$$T_1^{p+1} = Fo_{Al2O3} \cdot (T_2^p + T_0^p) + (1 - 2 \cdot Fo_{Al2O3}) \cdot T_1^p,$$

$$T_2^{p+1} = 2 \cdot Fo_{Al2O3\_2} \cdot (T_3^p - T_2^p) + 2 \cdot Fo_{FR4\_2} \cdot (T_1^p - T_2^p) + T_2^p,$$

$$T_3^{p+1} = Fo_{FR4} \cdot (T_4^p + T_2^p) + (1 - 2 \cdot Fo_{FR4}) \cdot T_3^p,$$

$$T_4^{p+1} = Fo_{FR4} \cdot (T_5^p + T_3^p) + (1 - 2 \cdot Fo_{FR4}) \cdot T_4^p,$$

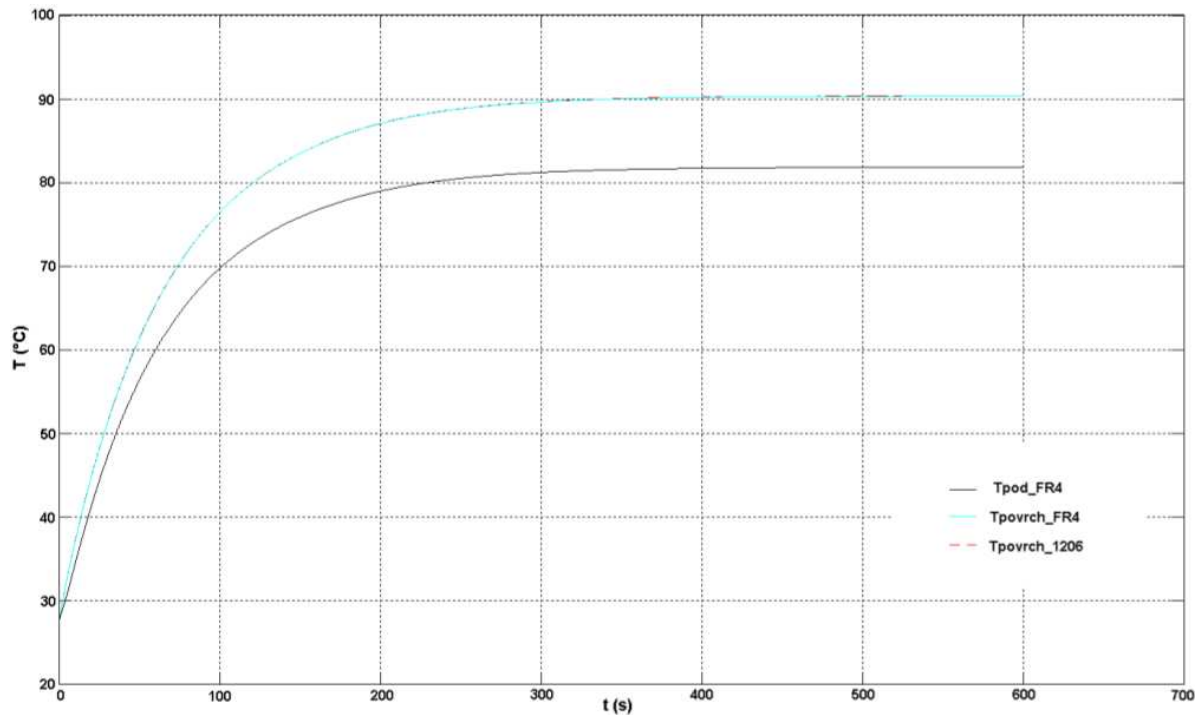
$$T_5^{p+1} = Fo_{FR4} \cdot (T_6^p + T_4^p) + (1 - 2 \cdot Fo_{FR4}) \cdot T_5^p,$$

$$T_6^{p+1} = Fo_{FR4} \cdot (T_7^p + T_5^p) + (1 - 2 \cdot Fo_{FR4}) \cdot T_6^p,$$

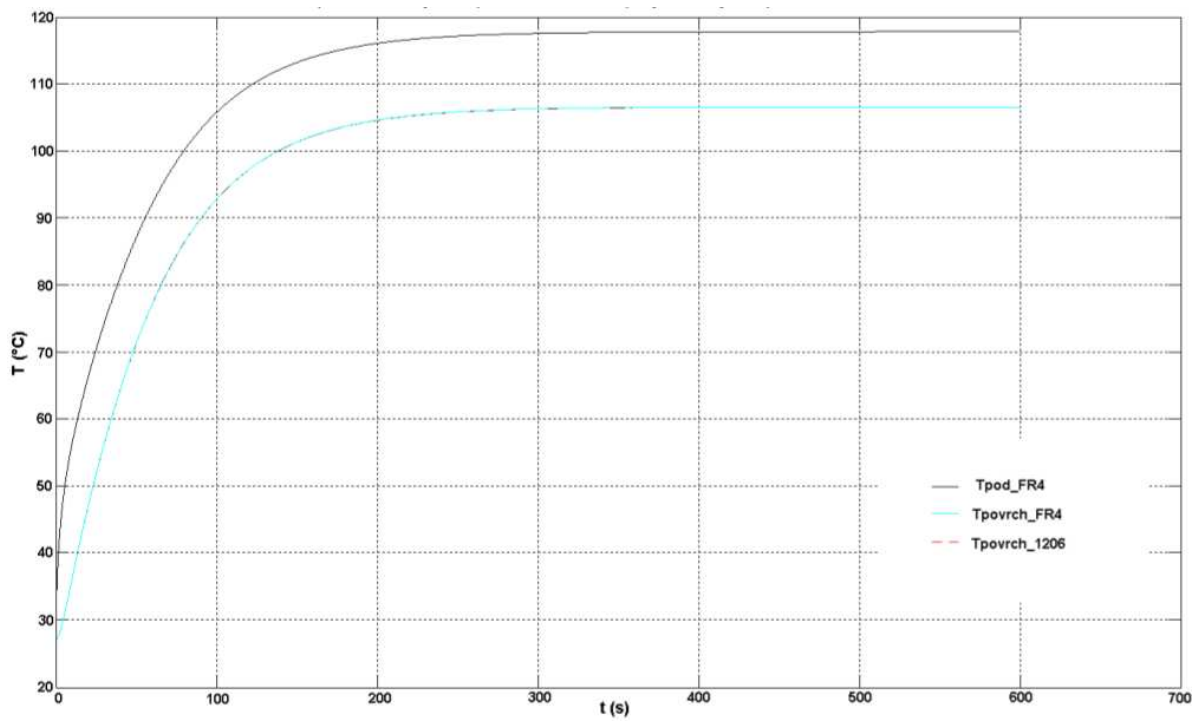
$$T_7^{p+1} = \frac{2 \cdot \varepsilon_{s\_FR4} \cdot \sigma \cdot (T_s^4 - (T_7^p)^4) \cdot \Delta t}{\rho_{FR4} \cdot c_{FR4} \cdot \Delta x} + \frac{2 \cdot h_{AIR2}^p \cdot (T_s - T_7^p) \cdot \Delta t}{\rho_{FR4} \cdot c_{FR4} \cdot \Delta x} +$$

$$+ 2 \cdot Fo_{FR4} \cdot (T_6^p - T_7^p) + \frac{2 \cdot \lambda_{AIR} \cdot (T_s^p - T_7^p) \cdot \Delta t}{\rho_{FR4} \cdot c_{FR4} \cdot \Delta x \cdot \Delta x_1} + T_7^p$$

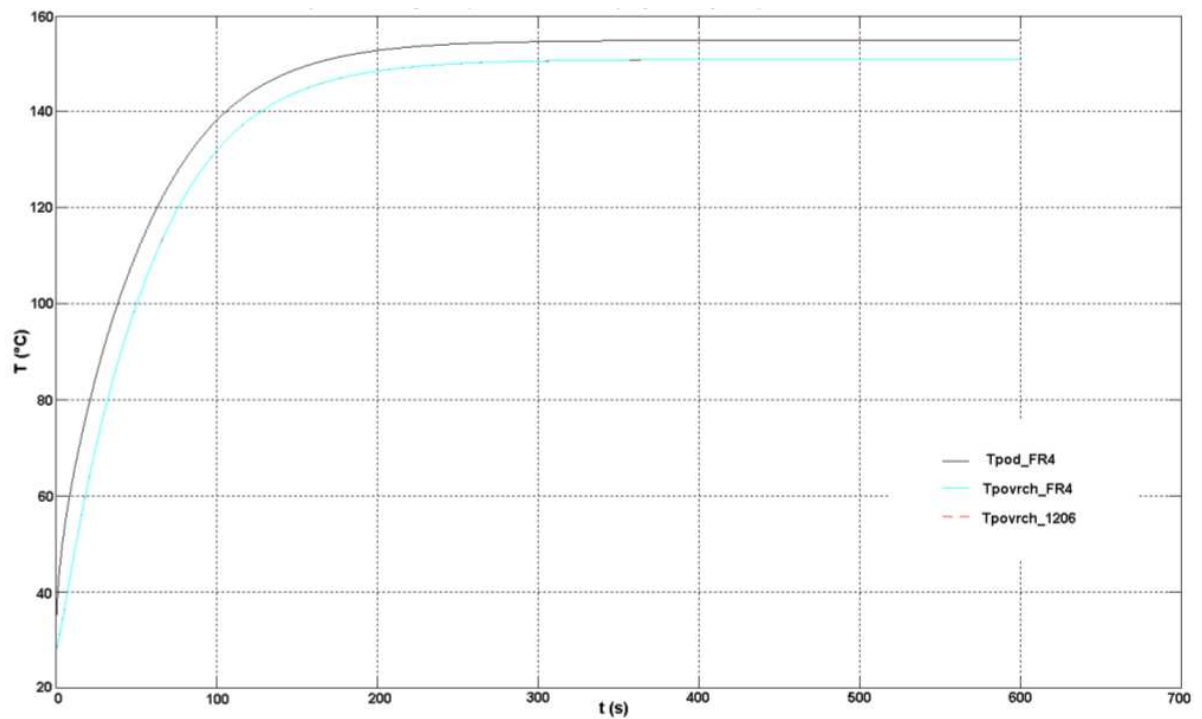
Za  $T_h$ ,  $T_s$  a  $T_a$  sú dosadené pre každý typ ohrevu hodnoty po ustálení systému a dosiahnutí rovnovážneho stavu z Obr. 25, Obr. 26, resp. Obr. 27, zhrnuté v Tab. 9 ako hodnoty použité vo výpočtoch. Teploty v bodoch  $T_0^1$  až  $T_7^1$  sú počiatkové teploty, ktorých hodnota je 300 K. Teploty v nasledujúcich bodoch sú počítané (simulované) systémom Matlab a výsledky simulácií sú zobrazené na Obr. 40, Obr. 41 a Obr. 42.



**Obr. 40:** Vypočítaná teplotná odozva systému (1206 na DPS) na jednotkový skok pri ohreve zhora explicitnou MKD



**Obr. 41:** Vypočítaná teplotná odozva systému (1206 na DPS) na jednotkový skok pri ohreve zdola explicitnou MKD



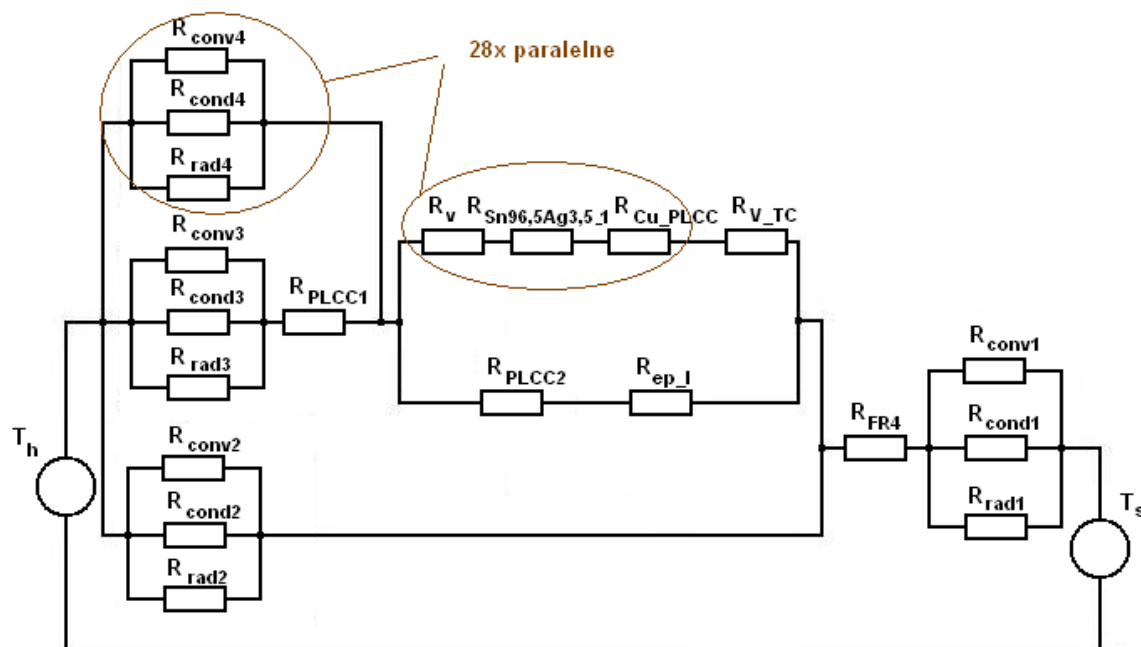
**Obr. 42:** Vypočítaná teplotná odozva systému (1206 na DPS) na jednotkový skok pri ohreve z oboch strán explicitnou MKD

**Tab. 9:** Porovnanie zmeraných a vypočítaných hodnôt systému 1206 na DPS MKD

		Namerané hodnoty	Hodnoty použité vo výpočtoch	Vypočítané hodnoty
Ohrev zhora	$T_h$ [°C]	195	195	-
	$T_s$ [°C]	45	45	-
	$T_{vzduch} = T_a$ [°C]	84	84	-
	$T_{pod\_FR4}$ [°C]	77	-	82
	$T_{povrch\_1206}$ [°C]	84	-	90,5
Ohrev zdola	$T_h$ [°C]	42	42	-
	$T_s$ [°C]	160	160	-
	$T_{vzduch} = T_a$ [°C]	62	62	-
	$T_{pod\_FR4}$ [°C]	124	-	118
	$T_{povrch\_1206}$ [°C]	104	-	107
Ohrev z oboch strán	$T_h$ [°C]	200	200	-
	$T_s$ [°C]	170	170	-
	$T_{vzduch} = T_a$ [°C]	100	100	-
	$T_{pod\_FR4}$ [°C]	159,5	-	156
	$T_{povrch\_1206}$ [°C]	146,5	-	152

## 5.2. Puzdro PLCC

### 5.2.1. Výpočet pre ohrev zdola MSK



Obr. 43: Náhradný tepelný obvod puzdra PLCC prispájkovaného k DPS a umiestneného v peci

Na Obr. 43 je náhradný tepelný obvod puzdra PLCC umiestneného v peci ak nie je zapatý ani jeden zo žiaričov, pre ktorý platí, teplota vzduchu nad DPS,  $T_{vzduch}$ , je rovnaká ako teplota horného žiariča  $T_h$ . V skutočnosti tomu tak nie je.  $R_{conv1}$ ,  $R_{cond1}$ ,  $R_{rad1}$  sú tepelné odpory prenosu tepla medzi spodnou stranou DPS a spodnou stranou pece, pričom hodnota  $R_{cond1}$  je taká istá ako u puzdra 1206.  $R_{conv2}$ ,  $R_{cond2}$ ,  $R_{rad2}$  sú tepelné odpory prenosu tepla medzi povrchom DPS a hornou stranou pece.  $R_{conv3}$ ,  $R_{cond3}$ ,  $R_{rad3}$  sú tepelné odpory prenosu tepla medzi povrchom puzdra PLCC a hornou časťou pece.  $R_{conv4}$ ,  $R_{cond4}$ ,  $R_{rad4}$  sú tepelné odpory prenosu tepla medzi vývodmi a hornou časťou pece.  $R_{ep_1}$  je tepelný odpor lepidla medzi puzdrom PLCC a DPS, ktorého tvar je valcový s polomerom 3 mm a výškou 0,5 mm.  $R_{Cu\_PLCC}$  je tepelný odpor plôšok, na ktorých je púzdro PLCC umiestnené. Je možné ho zanedbať z rovnakých dôvodov ako pri medených plôškach u puzdra 1206.  $R_{Sn96,5Ag3,5_1}$  je odpor spájky pri vývodoch,  $R_v$  je odpor vývodu puzdra PLCC,  $R_{PLCC2}$  je tepelný odpor časti puzdra od DPS do výšky vývodov na puzdre,  $R_{PLCC1}$  je tepelný odpor zostávajúcej časti puzdra PLCC nad vývodmi a  $R_{FR4}$  je tepelný odpor samotnej DPS, vypočítaný vyššie v práci spolu aj s tepelnou kapacitou  $C_{FR4}$ . Posledným odporom je  $R_{v\_TC}$ , zložený z paralelnej kombinácie štyroch rovnako veľkých tepelných odporov, predstavujúcich tepelné odpory ciest od vývodov k termočlánku, ktorý sa nachádza v epoxidovom lepidle v strede pod PLCC

puzdrom. Z rozmerov materiálov a užitím vzťahov (5) a (14) je možné vypočítať nasledovné tepelné odpory a k nim prislúchajúce kapacity

$$R_{PLCC1} = \frac{L_{PLCC1}}{\lambda_{PLCC} \cdot S_{PLCC1}} = \frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{0,76 \cdot 1,3225 \cdot 10^{-4}} = 14,92 \text{KW}^{-1},$$

$$C_{PLCC1} = \rho_{PLCC} \cdot c_{PLCC} \cdot V_{PLCC1} = 2200 \cdot 745 \cdot 1,98 \cdot 10^{-7} = 0,32 \text{JK}^{-1},$$

$$R_{PLCC2} = \frac{L_{PLCC2}}{\lambda_{PLCC} \cdot S_{PLCC2}} = \frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{0,76 \cdot 1,3225 \cdot 10^{-4}} = 24,87 \text{KW}^{-1},$$

$$C_{PLCC2} = \rho_{PLCC} \cdot c_{PLCC} \cdot V_{PLCC2} = 2200 \cdot 745 \cdot 3,31 \cdot 10^{-7} = 0,54 \text{JK}^{-1},$$

$$R_v = \frac{L_v}{\lambda_{Cu} \cdot S_v} = \frac{0,003}{401 \cdot 1,625 \cdot 10^{-7}} = 46,04 \text{KW}^{-1},$$

$$C_v = \rho_{Cu} \cdot c_{Cu} \cdot V_v = 8933 \cdot 385 \cdot 4,875 \cdot 10^{-10} = 1,68 \cdot 10^{-3} \text{JK}^{-1}.$$

K tomu, aby bolo možné vypočítať tepelný odpor a tepelnú kapacitu epoxidového lepidla pod puzdrom je nutné poznať jeho parametre a vlastnosti [4],

$$\lambda_{ep\_l} = 0,45 \text{Wm}^{-1} \text{K}^{-1},$$

$$\rho_{ep\_l} = 1200 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3},$$

$$c_{ep\_l} = 1200 \text{Jkg}^{-1} \text{K}^{-1},$$

$$S_{ep\_l} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 0,003^2 = 2,83 \cdot 10^{-5} \text{m}^2,$$

$$V_{ep\_l} = S_{ep\_l} \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 2,83 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 1,415 \cdot 10^{-8} \text{m}^3.$$

Potom

$$R_{ep\_l} = \frac{L_{ep\_l}}{\lambda_{ep\_l} \cdot S_{ep\_l}} = \frac{0,0005}{0,45 \cdot 2,83 \cdot 10^{-5}} = 39,3 \text{KW}^{-1},$$

$$C_{ep\_l} = \rho_{ep\_l} \cdot c_{ep\_l} \cdot V_{ep\_l} = 1200 \cdot 1200 \cdot 1,415 \cdot 10^{-8} = 0,02 \text{JK}^{-1}.$$

Množstvo spájky aplikovanej na jeden spoj je  $(0,002 \times 0,0004 \times 0,0003)$  m označené ako V<sub>Sn96,5Ag3,5\_1</sub>.

$$R_{Sn96,5Ag3,5\_1} = \frac{L_{Sn96,5Ag3,5\_1}}{\lambda_{Sn96,5Ag3,5} \cdot S_{Sn96,5Ag3,5\_1}} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{33 \cdot 8 \cdot 10^{-7}} = 11,36 \text{KW}^{-1},$$



$$C_{Sn96,5Ag3,5\_1} = \rho_{Sn96,5Ag3,5} \cdot c_{Sn96,5Ag3,5} \cdot V_{Sn96,5Ag3,5\_1} = \\ = 7360 \cdot 220 \cdot 2,4 \cdot 10^{-10} = 3,89 \cdot 10^{-4} JK^{-1}$$

Tepelný odpor  $R_{v\_TC}$  je počítaný nasledovne

$$\frac{1}{R_{v\_TC}} = \frac{4}{\frac{0,0115}{\frac{2}{\lambda_{FR4} \cdot S_{FR4\_y}}}} = \frac{4}{\frac{0,0115}{0,2 \cdot 0,0115 \cdot 0,0015}} \Rightarrow R_{v\_TC} = 416,7 KW^{-1},$$

a spolu s tepelným odporom spájky a vývodov je hodnota tejto sériovej kombinácie

$$R_{26} = 416,7 + 2,05 = 418,75 KW^{-1}.$$

Ostatné odpory idú vypočítať podľa známych postupov, ktoré už boli použité pri výpočte puzdra 1206, spolu s použitím rovníc (16), (21), (22), (49) a vlastnosťami vzduchu. Nemenej dôležité je určiť si charakteristické dĺžky pre výpočty koeficientov prestupu tepla prúdením z rovnice (56). V prílohe 1 sú vypočítané charakteristické dĺžky, súčinitele prestupu tepla prúdením a žiarením spolu s prislúchajúcimi tepelnými odpormi.

Podmienky v rovnovážnom stave, uvažované pri výpočte tepelných odporov v tabuľke v Prílohe 1 z Obr. 29 sú v Tab. 10 označené ako hodnoty použité vo výpočtoch.

V tomto systéme je nutné brať do úvahy aj tepelnú kapacitu puzdra PLCC, nakoľko táto tepelná kapacita je o niekoľko rádov vyššia ako tepelná kapacita puzdra 1206. Teraz nastáva problém, ako a kam tepelné kapacity umiestniť, aby mal vypočítaný obvod takmer identické vlastnosti ako reálny, nameraný, a aby náhradný tepelný obvod systému PLCC na DPS odpovedal aj dynamickému riešeniu vedenia tepla v tomto systéme, nie iba statickému. Podľa C. L. Beukena [7] je najideálnejšie riešenie rozdeliť materiál na nekonečne veľa rovnakých článkov reťazca (v tomto prípade reťazca typu T), z ktorých každý článok má rovnakú hrúbku a prislúcha mu rovnaká tepelná kapacita. Teda rozdeliť obvod podľa popisu prislúchajúceho k Obr. 18. Tiež sa hovorí aj o minimálnom počte častí, na aké by sa mal daný materiál rozdeliť, čo odpovedá podľa [7] minimálne desiatim rovnocenným článkom. Počas experimentov sa zistilo, že priebehy sú identické, keď sa systém rozdelí na desať, ale aj päť rovnocenných častí. Z tohto poznatku bolo zvolené  $n=5$ . Toto číslo je použité ako aj pre FR4, tak aj pre obe časti PLCC. Tepelná kapacita každej časti bude prislúchajúca tepelná kapacita daného materiálu podelená číslom  $n$ . Keďže nasledovné tepelné kapacity a tepelné odpory, ktoré budú počítané, vychádzajú z materiálových konštánt, platia teda pre všetky tri časti výpočtu ako aj pre ohrev zdola, tak aj zdola a z oboch strán. Pre časť PLCC nad vývodmi platí

$$C_{PLCC1\_1-5} = \frac{C_{PLCC1}}{n} = \frac{0,32}{5} = 0,064 JK^{-1},$$

pre PLCC v oblasti vývodov

$$C_{PLCC2\_1-5} = \frac{C_{PLCC2}}{n} = \frac{0,54}{5} = 0,108 JK^{-1},$$

a pre DPS platí

$$C_{FR4\_1-5} = \frac{C_{FR4}}{n} = \frac{23,35}{5} = 4,67 JK^{-1}.$$

Pre tepelné odpory týchto materiálov platí, že vnútorné tepelné odpory sú počítané podobne ako tepelná kapacita, teda sú podelené číslom n, a pre vonkajšie s nulou v indexe platí, že sú podelené číslom 2n nasledovne

$$R_{PLCC1\_1-4} = \frac{R_{PLCC1}}{n} = \frac{14,92}{5} = 2,984 KW^{-1},$$

$$R_{PLCC1\_0a,b} = \frac{R_{PLCC1}}{2n} = \frac{14,92}{10} = 1,492 KW^{-1},$$

$$R_{PLCC2\_1-4} = \frac{R_{PLCC2}}{n} = \frac{24,87}{5} = 4,974 KW^{-1},$$

$$R_{PLCC2\_0a,b} = \frac{R_{PLCC2}}{2n} = \frac{24,87}{10} = 2,487 KW^{-1},$$

$$R_{FR4\_1-4} = \frac{R_{FR4}}{n} = \frac{5}{5} = 1,00 KW^{-1},$$

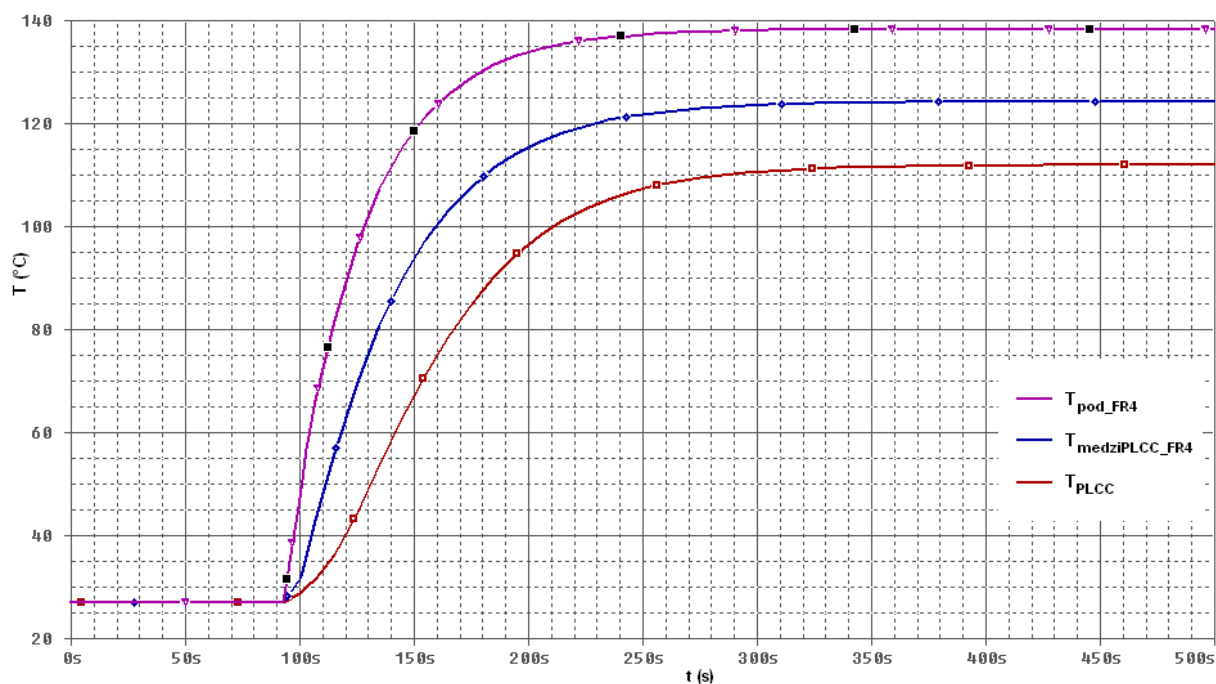
$$R_{FR4\_0a,b} = \frac{R_{FR4}}{2n} = \frac{0,54}{10} = 0,054 KW^{-1}.$$

Do systému sa započítava aj tepelná kapacita epoxidového lepidla medzi PLCC a DPS, ktorej veľkosť je nemenná, ale hodnota odporov je delená dvomi podľa [7].

$$R_{ep\_l\_1,2} = \frac{R_{ep\_l}}{2} = \frac{39,3}{2} = 19,65 KW^{-1}.$$

Obvod na Obr. 43 prechádza do podoby v Prílohe 9. Tento obvod už nie je možné jednoduchou cestou spočítať užitím operátorového tvaru a Laplaceovej transformácie, preto pri jeho vypočítaní poslužil simulačný program Cadence OrCAD PSpice. Pri simulácii je možné zanedbať tepelné kapacity vývodov, spájky a medených plôšok pod puzdrom, pretože ich hodnota je niekoľkonásobne menšia ako hodnoty uvažovaných tepelných kapacít DPS a puzdra PLCC popri prípade epoxidového lepidla. V schéme v Prílohe 9 sa uvažuje s faktom, že teplota horného žiariča, predstavená zdrojom  $T_h$ , nie je rovnako veľká ako teplota okolia, resp. vzduchu nad DPS,  $T_{vzduch}$ . Pre všetky tepelné kapacity zahrnuté vo výpočtoch

platí počiatočná podmienka  $T_C(0) = 27\text{ }^\circ\text{C}$ . Tepelný odpor  $R_5$  je vytvorený paralelnou kombináciou tepelných odporov na Obr. 43,  $R_{\text{conv}1}$ ,  $R_{\text{cond}1}$ ,  $R_{\text{rad}1}$ . Netreba zabúdať, že  $R_v$  a  $R_{\text{Sn}96,5\text{Ag}3,5_1}$  je použité 28 krát. Tiež nie je možné použiť priamo hodnoty tepelných odporov  $R_{\text{conv}4}$ ,  $R_{\text{rad}4}$ , pretože predstavujú hodnotu iba pre jeden vývod a celkovo na puzdre PLCC je 28 vývodov. Preto sú nahradené odpormi  $R_{\text{conv}4a}$ ,  $R_{\text{rad}4a}$  a predstavujú paralelné kombinácie 28 tepelných odporov  $R_{\text{conv}4}$  resp.  $R_{\text{rad}4}$ . Odsimulovaný priebeh pre MSK pre ohrev zdola je na Obr. 44.



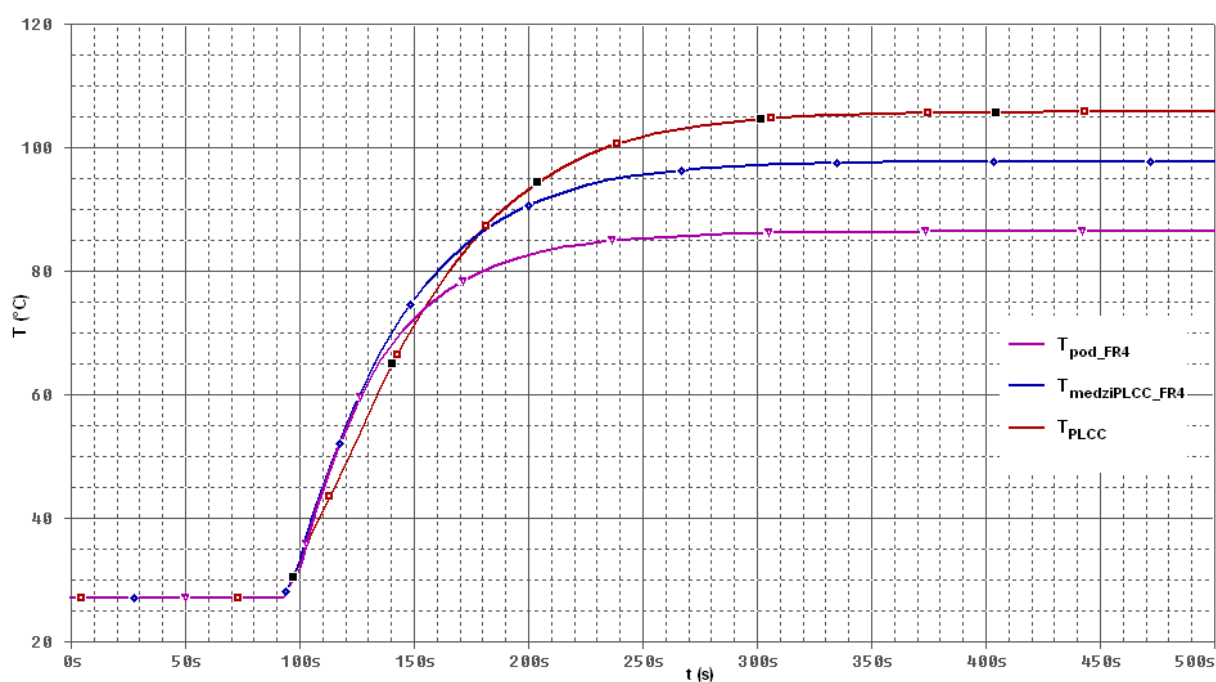
**Obr. 44:** Teplotná odozva systému (PLCC na DPS) pri ohreve zdola vypočítaná MSK

**Tab. 10:** Porovnanie zmeraných a vypočítaných hodnôt systému PLCC na DPS pre ohrev zdola MSK

	Namerané hodnoty	Hodnoty použité vo výpočtoch	Vypočítané hodnoty
$T_h$ [°C]	41	41	-
$T_s$ [°C]	174	174	-
$T_{\text{vzduch}}$ [°C]	70	70	-
$T_{\text{pod\_FR4}}$ [°C]	136	136	138
$T_{\text{medzi\_PLCC\_FR4}}$ [°C]	122	122	124
$T_{\text{PLCC}}$ [°C]	107	107	111

## 5.2.2. Výpočet pre ohrev zhora MSK

Postup pri výpočte je taký istý ako pri ohreve zdola. Platí ten istý náhradný tepelný obvod v Prílohe 9, len sa menia hodnoty tepelných odporov prestupu tepla prúdením a žiarením, ktorých hodnoty sú v tabuľke v Prílohe 2. Tiež platia hodnoty teplotných zdrojov  $T_h$ ,  $T_s$ ,  $T_{vzduch}$  podľa Tab. 11, čo sú zároveň podmienky v rovnovážnom stave z Obr. 28. Tepelné odpory a kapacity materiálov PLCC a FR4 sa nemenia. Odsimulovaný priebeh je na Obr. 45.



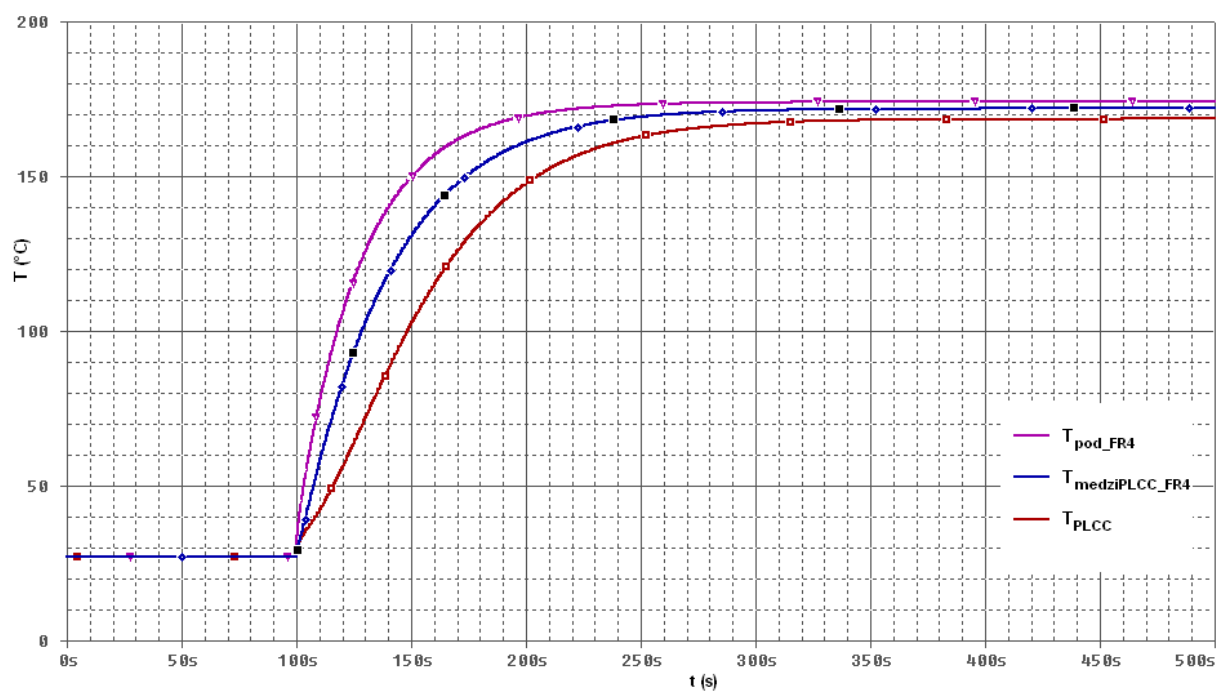
**Obr. 45:** Teplotná odozva systému (PLCC na DPS) pri ohreve zhora vypočítaná MSK

**Tab. 11:** Porovnanie zmeraných a vypočítaných hodnôt systému PLCC na DPS pre ohrev zhora MSK

	Namerané hodnoty	Hodnoty použité vo výpočtoch	Vypočítané hodnoty
$T_h$ [°C]	198	198	-
$T_s$ [°C]	48	48	-
$T_{vzduch}$ [°C]	85	85	-
$T_{pod\_FR4}$ [°C]	82	82	86
$T_{medzi\_PLCC\_FR4}$ [°C]	94	94	98
$T_{PLCC}$ [°C]	102	102	106

### 5.2.3. Výpočet pre ohrev z oboch strán MSK

Aj pre túto časť výpočtu platí náhradný tepelný obvod v Prílohe 9, so zmenou hodnôt tepelných odporov prestupu tepla prúdením a žiarením podľa tabuľky v Prílohe 3 a zmenou hodnôt teplotných zdrojov podľa rovnovážneho stavu na Obr. 30, spísaných v Tab. 12. Na nasledujúcom Obr. 46 je prislúchajúci simulovaný priebeh.



Obr. 46: Teplotná odozva systému (PLCC na DPS) pri ohreve z oboch strán MSK

Tab. 12: Porovnanie zmeraných a vypočítaných hodnôt systému PLCC na DPS pre ohrev z oboch strán MSK

	Namerané hodnoty	Hodnoty použité vo výpočtoch	Vypočítané hodnoty
$T_h$ [°C]	200	200	-
$T_s$ [°C]	178	178	-
$T_{\text{vzduch}}$ [°C]	105	105	-
$T_{\text{pod\_FR4}}$ [°C]	162	162	174
$T_{\text{medzi\_PLCC\_FR4}}$ [°C]	154	154	171
$T_{\text{PLCC}}$ [°C]	146	146	168

## 6. Diskusia dosiahnutých výsledkov

V predchádzajúcich dvoch kapitolách sú ukázané namerané a vypočítané teplotné odozvy dvoch systémov, 1206 na DPS a PLCC na DPS, na jednotkový skok za použitia výpočtových metód ako metóda sústredenej kapacity alebo metóda konečných diferencií. Teplota systémov bola ovplyvňovaná maximálne dvoma žiaričmi v peci. V tabuľkách Tab. 7 až Tab. 12 sú porovnané oba výsledky pri danej použitej metóde alebo zdroji teploty.

Pre **systém 1206 na DPS** sú vypočítané výsledky oboma metódami MSK aj MKD porovnateľné s výsledkami nameranými. Odchýlky v rozsahu  $\pm 6$  °C, ktoré vznikli mohli byť spôsobené napr:

- teplota vzduchu v peci bola pri výpočtoch konštantná, avšak pri meraní sa zo začiatku menila, teda bola časovo závislá,
- teplota zdrojov, ktoré neboli v činnosti, bola pri výpočtoch konštantná, ale pri meraní sa ich teplota tiež menila s časom, teda bola ovplyvňovaná tepelným tokom, ktorý prechádzal cez systém,
- vzduchová medzera pod puzdrom sa neuvažovala vo výpočtoch, teda nastával prenos tepla iba vedením priamo zo súčiastky do DPS a naopak, a pri meraniach bola pod súčiastkou nepatrná medzera, ktorá bránila účinnému prenosu tepla systémom,
- pri žiarení sa uvažovalo s koeficientom ožiarenia  $F = 1$ , ktorý charakterizuje dokonale paralelné plochy, medzi ktorými dochádzalo k výmene tepla žiarením,
- pri MSK sa neuvažovalo s meniacimi sa súčiniteľmi prenosu tepla prúdením a žiarením,
- mierny náklon DPS, čím dochádza k nerovnomernému prehriatiu,
- do merania mohla byť vnesená chyba spojená s chybami jednotlivých metód upevnenia termočlánkov, ktoré sú zrejme v podkapitole 1.5.

Z vypočítaných hodnôt pre tento systém, či už pri MSK alebo MKD, pri ktorej sa uvažovala aj tepelná kapacita súčiastky, je zrejme že výsledná teplotná odozva bola ovplyvnená iba tepelnou kapacitou DPS. Na Obr. 35, Obr. 36, Obr. 40, Obr. 41 a Obr. 42 je vypočítaná teplota povrchu súčiastky 1206,  $T_{\text{povrch}_{1206}}$ , a vypočítaná teplota hornej strany DPS,  $T_{\text{povrch}_{FR4}}$ , identická. To znamená, že tepelná kapacita rozmerovo aj hmotnostne malého puzdra 1206 je v porovnaní s veľkou tepelnou kapacitou DPS zanedbateľná. Túto skutočnosť naznačovali aj časy potrebné k dosiahnutiu rovnováhy  $t_{A12O3}$  a  $t_{FR4}$  vypočítané v práci.

Pre druhý **systém PLCC na DPS** sú vypočítané výsledky metódou MSK aj MKD ohrevu zdola aj ohrevu zhora porovnateľné s nameranými hodnotami. Platia tie isté možnosti vzniku odchýliek ako pri prvom systéme s výnimkou vzduchovej medzery, ktorá bola v tomto prípade z väčšej časti vyplnená lepidlom. Odchýlky boli v rozsahu (0 až 4) °C. Pri porovnaní

výsledkov pri ohreve z oboch strán je vidieť rozdiely v maximálnych dosiahnutých teplotách. Netreba zabúdať, že vo výpočtoch sa uvažuje idealizovaná forma reálneho systému. Pri ohreve z oboch strán sa začínajú výrazne prejavovať straty do okolia v dôsledku žiarenia a prúdenia v puzdre PLCC z bočných stien, ktoré vo výpočtoch neboli uvažované, z dôvodu zjednodušenia výpočtu. Preto u puzdra 1206 tieto straty nehrali žiadnu úlohu v dôsledku niekoľkonásobne menšej výšky puzdra a výsledky pri tomto druhu ohrevu boli porovnateľné pri danom systéme. Vplyvom týchto strát je teplotný rozdiel medzi jednotlivými nameranými priebehmi na Obr. 30 väčší ako medzi jednotlivými vypočítanými priebehmi na Obr. 46.

U puzdra PLCC je viditeľnejší vplyv niekoľkonásobne väčšej tepelnej kapacity oproti puzdra 1206. Je to spôsobené najmä väčšími rozmermi puzdra PLCC, ktoré prispievajú k zvýšeniu jeho hmotnosti, čo v konečnom dôsledku vedie k zvýšeniu jeho tepelnej kapacity. Vypočítané aj namerané teplotné odozvy na jednotkový skok majú väčší rozdiel teplôt ako pri puzdre 1206 a z nameraného priebehu na Obr. 28, Obr. 29 resp. Obr. 30 vyplýva aj ich väčšia časová odozva k prehriatiu celého systému na určitú teplotu. Tento poznatok podporujú aj vypočítané časy  $t_{FR4}$ ,  $t_{Al2O3}$  a  $t_{PLCC1}$  resp.  $t_{PLCC2}$  uvedené a diskutované vyššie v práci.

Predmetom práce bolo najmä poukázať na vplyv rozdielnych tepelných kapacít pri šírení tepla. Pri výpočtoch odoziev na jednotkový skok boli však použité dve metódy, ktoré je možné porovnať a prípadne tak uľahčiť rozhodovanie ďalším študentom majúciich záujem pokračovať v rozvíjaní tejto práce a v práci rozvinuté postupy aplikovať na zložitejšie viaczónové horkovzdušné pece. U použitých výpočtových metód každá má svoje klady a zápory. U metódy MSK je nutné pracne počítavať každý tepelný odpor a tepelnú kapacitu systému, čo pri zložitejších systémoch môže pôsobiť odstrašujúco, avšak pri vhodnej voľbe tepelných parametrov systému je možné dosiahnuť pomocou simulačných programov spoľahlivé výsledky. U MSK nie je problém prejsť pri väčšej zložitosti systému k výpočtom spojených s viacrozmerným systémom len vhodnou voľbou odporovej siete. Najväčšou nevýhodou tejto metódy je, že potrebuje poznať podmienky v rovnovážnom stave k dostatočne presnému výpočtu súčiniteľov prestupu tepla prúdením a žiarením. Druhá metóda, MKD, bola skúmaná len z pohľadu šírenia tepla v jednej osi súradnicového systému, teda jednalo sa o jednorozmerný systém. Pre veľmi jednoduché systémy je táto metóda rýchla, avšak je nutné z podmienok vhodne zvoliť  $\Delta x$ , teda vzdialenosť bodov, v ktorých sa budú teploty počítavať, aj  $\Delta t$ , čo je doba vzorkovania. Je nutné brať ohľad aj na výpočtový systém. Použitelnosť MKD pre zložitejší systém (v tomto prípade pre systém PLCC na DPS), pojatá jednorozmerne, neposkytuje adekvátne výsledky s nameraným priebehom, nakoľko toto puzdro je rozmerovo väčšie ako puzdro 1206 a prestup tepla je významný vo všetkých osiach. Preto výsledky výpočtu odozvy systému PLCC na DPS na jednotkový skok metódou MKD nie sú ani uvedené v práci. V prípadnej náväznosti na túto prácu by mala byť MKD rozšírená k použitiu pre viacrozmerne systémy.

## 7. Záver

Diplomová práca sa zaoberá predovšetkým tepelným manažmentom a jeho využitím pri výpočtoch teplotného profilu v peci pri použití rôznych typov puzdier SMD (PLCC, 1206) z hľadiska tepelných kapacít na testovacej DPS. Ukazuje predovšetkým teoretický postup výpočtu teplotného profilu v peci použitím známych výpočtových metód ako metóda sústredenej kapacity alebo metóda konečných diferencií. V prvej časti diplomovej práce je rozobraná aj problematika spôsobu upevnenia termočlánkov a metóda vyhodnocovania nameraného teplotného profilu pomocou PWI.

Pri rozoberaní upevnení termočlánkov na DPS sa použilo vyhodnotenie pomocou teplotných rozdielov jednotlivých termočlánkov od priemerného profilu, jednoduchosť upevnenia, odstránenia termočlánku a spoľahlivosť fixácie počas prevádzaného teplotného profilu. Pri rozmiestnení termočlánkov sa snažilo vyhnúť nehomogenite ohrevu DPS v dôsledku vplyvu pozdĺžneho teplotného profilu, preto termočlánky boli umiestnené prakticky pod sebou. Z výsledkov pokusu prevedeného v škole je vidieť, že najlepšia alternatívna metóda je upevnenie termočlánkov pomocou hliníkovej pásky, čo je len potvrdenie výsledkov, ktoré dosiahla KIC pri ich pokuse. Rozdiely v prevedení teplotného profilu boli najmenšie v každom vyhodnotenom parametre, či už v oblasti nábehu teploty, dobou nad teplotou liquidu, tak aj v dosiahnutej maximálnej teplote u spomínanej metódy. Uchytenie termočlánku je veľmi jednoduché a spoľahlivosť fixácie je vysoká. Jedinou nevýhodou tejto metódy je nutnosť čistenia DPS po odstránení.

Hodnotenie teplotných profilov pomocou PWI prinieslo do oblasti povrchovej montáže radu výhod. Napr. ľahké, rýchle a efektívne porovnanie teplotných profilov, možnosť nasadenia menej kvalifikovaných ľudí k vyhodnoteniu kvality prevedeného procesu, minimalizovanie chýb zapríčinených ľudským faktorom. Tieto výhody prispievajú k zlepšeniu kvality akosti povrchovej montáže, znižujú množstvo defektov spojených s procesom pretavenia pasty, napr. v dôsledku nesprávne nastavenej maximálnej teploty, kedy by mohlo dôjsť k poškodeniu súčiastky vplyvom vysokej teploty alebo v opačnom prípade k nedostatočnému pretaveniu pasty a vytvoreniu studeného spoja.

Jadrom práce je meranie teplotnej odozvy na jednotkový skok dvoch systémov v peci DIMA SMRO 0180, 1206 na DPS a PLCC na DPS, a ich porovnanie s vypočítanými hodnotami. Obe časti, či už experimentálna alebo výpočtová, sú počiatočným krokom k zisteniu otázky, či je možné k predikcii chovania systému na teplotnú zmenu použiť chovanie systému na jednotkové skoky rozdielných teplôt spolu s výpočtovými metódami ako metóda sústredenej kapacity alebo metóda konečných diferencií. Taktiež či je možné tento postup použiť pre neskoršiu aplikáciu k predikcii teplotných profilov v horkovzdušnej peci pri viacvrstvových DPS s vyššou hustotou integrácie, v ktorých dochádza k výraznému



zvyšovaniu celkovej tepelnej kapacity a tým aj odozvy systému na teplotný skok. Na základe meraní a úvah v experimentálnej časti sa určili počiatkové podmienky, resp. podmienky v rovnovážnom stave. Z takto získaných hodnôt bolo možné určiť tepelné odpory a kapacity systému, potrebné vo výpočtovej časti so spomínanými dostupnými matematickými aparátmi, k overeniu platnosti nameraných výsledkov. Teplotné odozvy sa v niektorých prípadoch nepatrne odlišovali, čo spôsobovali niektoré, v práci diskutované kompromisy. Z globálneho hľadiska je možné takto dosiahnuté výsledky bez menších problémov aplikovať na jednoduché systémy k predikcii teplotného správania sa systému pri prevedení teplotného profilu.

Tento vedecko pojatý prístup výpočtu teplotných profilov je možné aplikovať v ďalších výzkumoch, ktoré môžu naväzovať na túto prácu. Vízia spočíva v tom, že na základe jednotkových skokov a dostupných programov by sa dokázal zostaviť presný matematický aparát pre tieto programy, ktorým by sa mohli dostatočne presne predikovať teplotné profily a správanie sa systémov počas prevádzaného teplotného profilu pri zložitejších viaczónových peciach. Otázkou môže byť, prečo sa pre dané simulácie rovno nepoužil simulačný program, napr. ANSYS. Odpoveď je ľahká, práca umožňuje lepšie a detailnejšie preniknutie do problematiky správania sa systému pri pôsobení teplotného poľa, a osoba, ktorá nadobudne tieto poznaky, ich môže využiť práve v týchto simulačných systémoch pre efektívnejšie riešenie rôznych teplotných analýz.

## 8. Literatúra

- [1] Cypress Perform, *Package Material Declaration Datasheet, 28-L-PLCC*. [cit. 2010-05-04]. Dostupné z WWW: <http://www.cypress.com/?docID=9591>
- [2] ELBERG, S., MATHONNET, P., *Odvod tepla z elektronických zařízení*. s.17-58. SNTL Praha 1983
- [3] Fairchild Semiconductor, *28-Lead Plastic Leaded Chip Carrier*. [cit. 2010-04-10]. Dostupné z WWW: [http://www.fairchildsemi.com/products/analog/pdf/plcc28\\_dim.pdf](http://www.fairchildsemi.com/products/analog/pdf/plcc28_dim.pdf)
- [4] Heraeus, *Thermosetting Polymer SMT Adhesives*. [cit. 2010-05-02]. Dostupné z WWW: [http://www.krepro.no/lim/PD%20860002\\_EN.PDF](http://www.krepro.no/lim/PD%20860002_EN.PDF)
- [5] INCROPERA, F., DEWITT, D., *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. 4. vydanie, John Wiley & Sons 1996. 886 s. ISBN 0-471-30460-3.
- [6] KAZELLE, J., LIEDERMANN, K., JIRÁK, J., et al. *Elektrotechnické materiály a výrobní procesy*. Brno: Vysoké učení technické v Brne, 2003, 273 s.
- [7] KÜNZEL, G., *Matematické modely sdílení tepla v konstrukcích elektroniky*. Academia Praha 1990. 88 – 148s. ISBN 80-200-0165-4.
- [8] MatWeb, *Overview of Materials for Epoxy, Encapsulating, Glass Filled*. [cit. 2010-05-02]. Dostupné z WWW: <http://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=ba0355cd1c3742d290ecb9850ac9fbee>
- [9] Online Postgraduate Courses For the Electronics Industry, *Specific Heat*. [cit. 2010-04-20]. Dostupné z WWW: [http://www.ami.ac.uk/courses/ami4817\\_dti/u01/supplementary/sup\\_02.html](http://www.ami.ac.uk/courses/ami4817_dti/u01/supplementary/sup_02.html)
- [10] Panasonic, *Anti – Surge Thick Film Chip Resistors*. [cit. 2010-05-02]. Dostupné z WWW: <http://industrial.panasonic.com/www-data/pdf/AOA0000/AOA0000CE4.pdf>
- [11] Sedláček, J., Murina, M., *Elektrotechnika 2, Počítačové cvičení*. Brno : Vysoké učení technické v Brne, 44 - 59 s.

- [12] SINOHUI, C., *A Comparison of Methods for Attaching Thermocouples to Printed Circuit Boards for Thermal Profiling*. [cit. 2009-04-23]. Dostupné z WWW: <http://www.kicthermal.com/library/nw99-ts19.html>
- [13] SINOHUI, C., SHADDUCK, M., BERGERON, T., et al., *KIC 2000 hardware and software user manual*. San Diego, 2008, 124 s.
- [14] STARÝ, J., KAHLE, P., *Plošné spoje a povrchová montáž*. Brno: Vysoké učení technické v Brne, 2003, 208 s.
- [15] SZENDIUCH, I., *Základy technologie mikroelektronických obvodů a systémů*. Nakladatelství VUTIUM 2006. 379 s. ISBN 80-214-3292-6.
- [16] *Thermocouple*, [cit. 2009-05-01]. Dostupné z WWW: <http://en.wikipedia.org/wiki/Thermocouple>

## 9. Zoznam symbolov

Bi		Biotove číslo
$C_t, C_{th}$	JK	tepelná kapacita
$C_e$	F	elektrická kapacita
$c$	$Jkg^{-1}K^{-1}$	merná tepelná kapacita
	$ms^{-1}$	rýchlosť svetla
E	$Wm^{-2}$	vyžarovanie
$F_o$		Fourierove číslo
G	$Wm^{-2}$	ožiarenie
Gr		Grashofove číslo
g	$ms^{-2}$	gravitačné zrýchlenie
h	$Wm^{-2}K^{-1}$	koeficient prestupu tepla prúdením
$h_r$	$Wm^{-2}K^{-1}$	koeficient prestupu tepla žiarením
I	A	elektrický prúd
k	$J.K^{-1}$	Boltzmanova konštanta
L	m	dĺžka
m	kg	hmotnosť
Nu		Nusseltove číslo
O	m	obvod
Pr		Prandtllove číslo
Q	J	teplo
q	W	intenzita prestupu tepla
$q'', q''_x$	$Wm^{-2}$	tepelný tok
Ra		Rayleighove číslo
Re		Reynoldsove číslo
$R_e$	$\Omega$	elektrický odpor
$R_t$	$KW^{-1}$	tepelný odpor
$R_{tot}$	$KW^{-1}$	celkový tepelný odpor
S	$m^2$	plocha
T	K, °C	teplota
t	s	čas
U	V	elektrické napätie
V	$m^3$	objem
x, y, z	m	súradnice
$\alpha$	$m^2s^{-1}$	teplotná rozťažnosť absorpcia

$\beta$	$K^{-1}$	teplotný súčiniteľ objemovej rozťažnosti
$\varepsilon$		emisivita
$\theta$	$K$	teplotný rozdiel
$\lambda$	$Wm^{-1}K^{-1}$	súčiniteľ tepelnej rozťažnosti
	$m$	vlnová dĺžka
$\mu$	$Nsm^{-2}$	dynamická viskozita
$\nu$	$m^2s^{-1}$	kinetická viskozita
$\rho$	$kg \cdot m^{-3}$	hustota
		odrazivosť
$\sigma$	$Wm^{-2}K^{-4}$	Stefan – Boltzmannova konštanta
$\tau$		prestup
$\tau_r$	$s$	tepelná časová konštanta

## 10. Zoznam skratiek

DPS	Doska Plošných Spojov
FR4	Flame Redundant 4
LF	Lead Free (bezolovnatý)
LFS	Lead Free Solder (bezolovnatá spájka)
MKD	Metóda Konečných Diferencií
MSK	Metóda Sústredenej Kapacity
napr.	napríklad
PLCC	Plastic Leaded Chip Carrier
PT	Peak Temperature
PWI	Process Window Index
QC	Quality Control
resp.	respektíve
RSS	Ramp Soak Spike
SA	bezolovnatá spájka Sn a Ag
SAC	bezolovnatá spájka Sn, Ag a Cu
SMD	Surface Mount Device
SPC	Statistic Process Control
tzn.	to znamená
TAL	Time Above Liquidus
TC	termočlánok

## 11. Zoznam príloh

- Príloha 1 Hodnoty koeficientov prestupu tepla žiarením a prúdením pre ohrev zdola systému PLCC na DPS
- Príloha 2 Hodnoty koeficientov prestupu tepla žiarením a prúdením pre ohrev zhora systému PLCC na DPS
- Príloha 3 Hodnoty koeficientov prestupu tepla žiarením a prúdením pre ohrev z oboch strán systému PLCC na DPS
- Príloha 4 Testovacia DPS
- Príloha 5 Negatívna filmová predloha na výrobu DPS
- Príloha 6 Rozmiestnenie termočlánkov na DPS pri porovnávaní metód upevnenia termočlánkov
- Príloha 7 Upevnenie termočlánku pomocou lepidla na puzdre 1206
- Príloha 8 Štyri metódy upevnenia termočlánkov. a) Upevnenie termočlánku pomocou lepidla, b) upevnenie termočlánku pomocou spájky, c) upevnenie termočlánku pomocou kaptonovej pásky, d) upevnenie termočlánku pomocou Al pásky
- Príloha 9 Náhradný tepelný obvod systému PLCC na DPS pre ohrev zdola

	$L_c$ (m)	$h_{conv}$ ( $Wm^{-2}K^{-1}$ )	$h_{rad}$ ( $Wm^{-2}K^{-1}$ )	hodnota ( $KW^{-1}$ )
$R_{cond1}$	-	-	-	4,17
$R_{conv1}$	0,0292	8,37	-	8,64
$R_{rad1}$	-	-	10,69	6,76
$R_{cond2}$	-	-	-	zanedbateľná
$R_{conv2}$	0,0289	9,07	-	8,04
$R_{rad2}$	-	-	8,7	8,39
$R_{cond3}$	-	-	-	zanedbateľná
$R_{conv3}$	0,0029	14,84	-	509,5
$R_{rad3}$	-	-	8,13	930
$R_{cond4}$	-	-	-	zanedbateľná
$R_{conv4}$	$9,55 \cdot 10^{-5}$	35,4	-	$1,73 \cdot 10^5$
$R_{rad4}$	-	-	8,24	$7,5 \cdot 10^5$

**Príloha 1:** Hodnoty koeficientov prestupu tepla žiarením a prúdením pre ohrev zdola systému PLCC na DPS

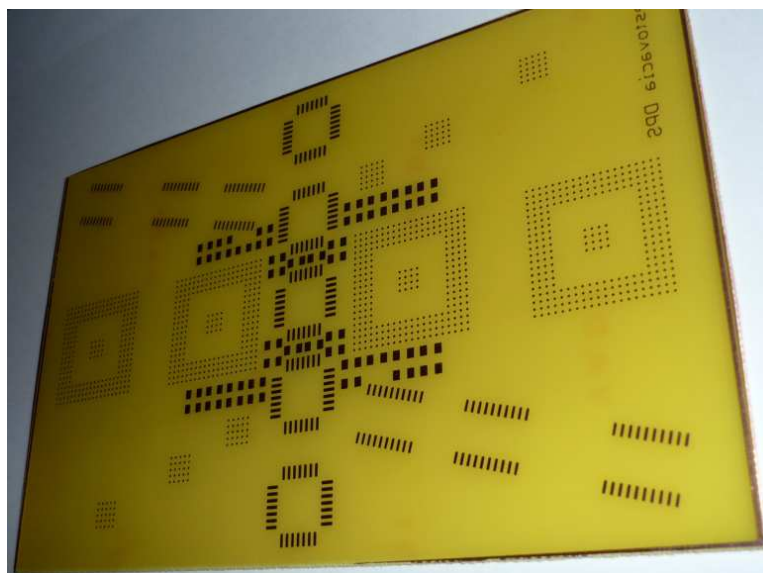
	$L_c$ (m)	$h_{conv}$ ( $Wm^{-2}K^{-1}$ )	$h_{rad}$ ( $Wm^{-2}K^{-1}$ )	hodnota ( $KW^{-1}$ )
$R_{cond1}$	-	-	-	4,17
$R_{conv1}$	0,0292	8,14	-	8,88
$R_{rad1}$	-	-	5,27	13,72
$R_{cond2}$	-	-	-	zanedbateľná
$R_{conv2}$	0,0289	6,29	-	11,6
$R_{rad2}$	-	-	14,54	5,02
$R_{cond3}$	-	-	-	zanedbateľná
$R_{conv3}$	0,0029	12,2	-	619
$R_{rad3}$	-	-	14,78	511
$R_{cond4}$	-	-	-	zanedbateľná
$R_{conv4}$	$9,55 \cdot 10^{-5}$	27,26	-	$2,25 \cdot 10^5$
$R_{rad4}$	-	-	14,63	$4,2 \cdot 10^5$

**Príloha 2:** Hodnoty koeficientov prestupu tepla žiarením a prúdením pre ohrev zhora systému PLCC na DPS

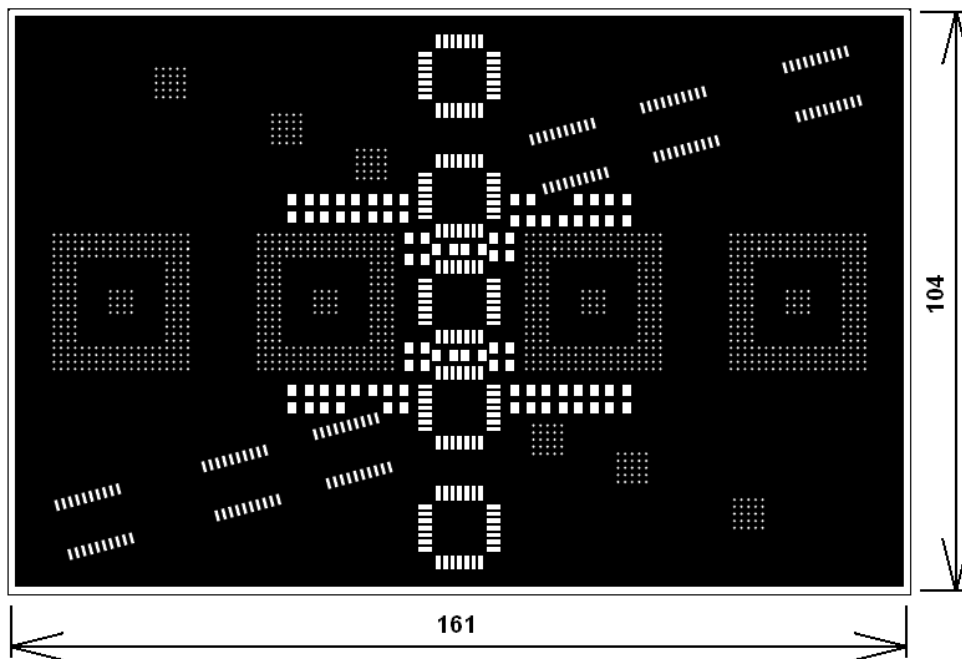


	$L_c$ (m)	$h_{conv}$ ( $Wm^{-2}K^{-1}$ )	$h_{rad}$ ( $Wm^{-2}K^{-1}$ )	hodnota ( $KW^{-1}$ )
$R_{cond1}$	-	-	-	4,17
$R_{conv1}$	0,0292	6,74	-	10,72
$R_{rad1}$	-	-	11,83	6,11
$R_{cond2}$	-	-	-	zanedbateľná
$R_{conv2}$	0,0289	9,07	-	8,04
$R_{rad2}$	-	-	17,78	4,1
$R_{cond3}$	-	-	-	zanedbateľná
$R_{conv3}$	0,0029	15,23	-	497
$R_{rad3}$	-	-	17,17	440
$R_{cond4}$	-	-	-	zanedbateľná
$R_{conv4}$	$9,55 \cdot 10^{-5}$	37,84	-	$1,6 \cdot 10^5$
$R_{rad4}$	-	-	17,78	$3,46 \cdot 10^5$

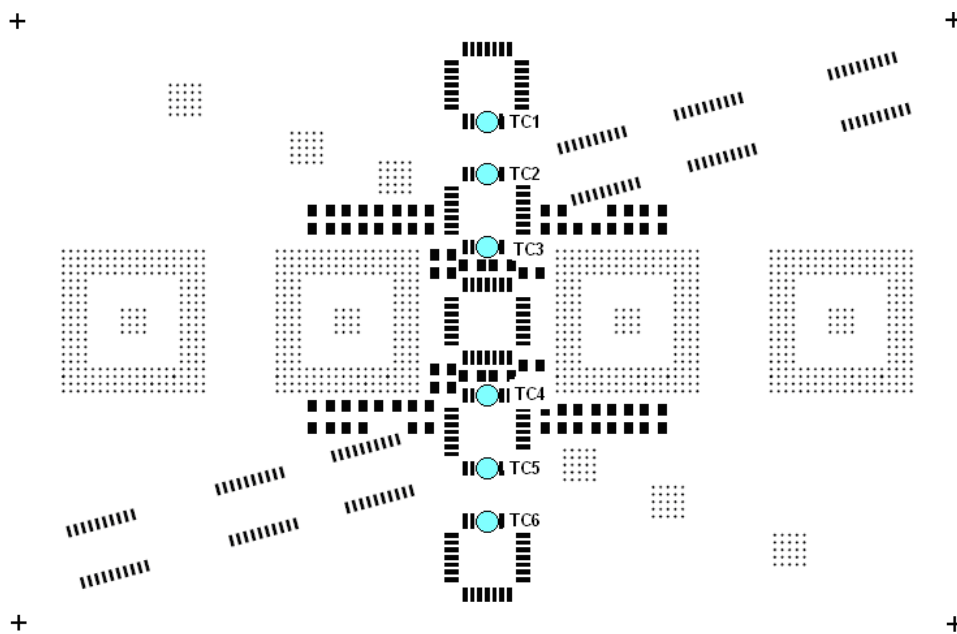
**Príloha 3:** Hodnoty koeficientov prestupu tepla žiarením a prúdením pre ohrev z oboch strán systému PLCC na DPS



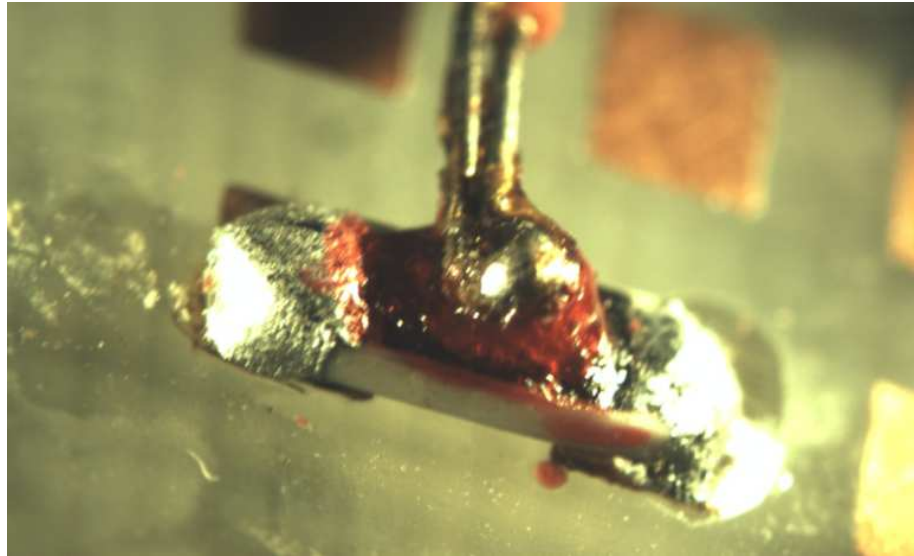
**Príloha 4:** Testovacia DPS



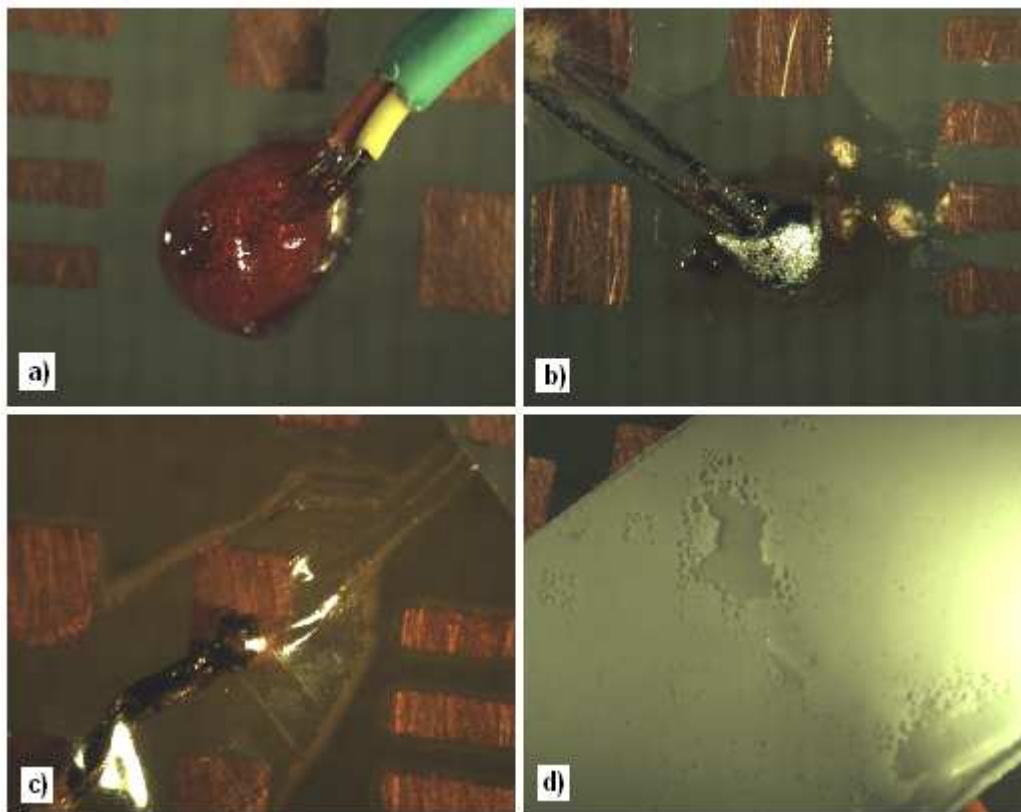
**Príloha 5:** Negatívna filmová predloha na výrobu DPS



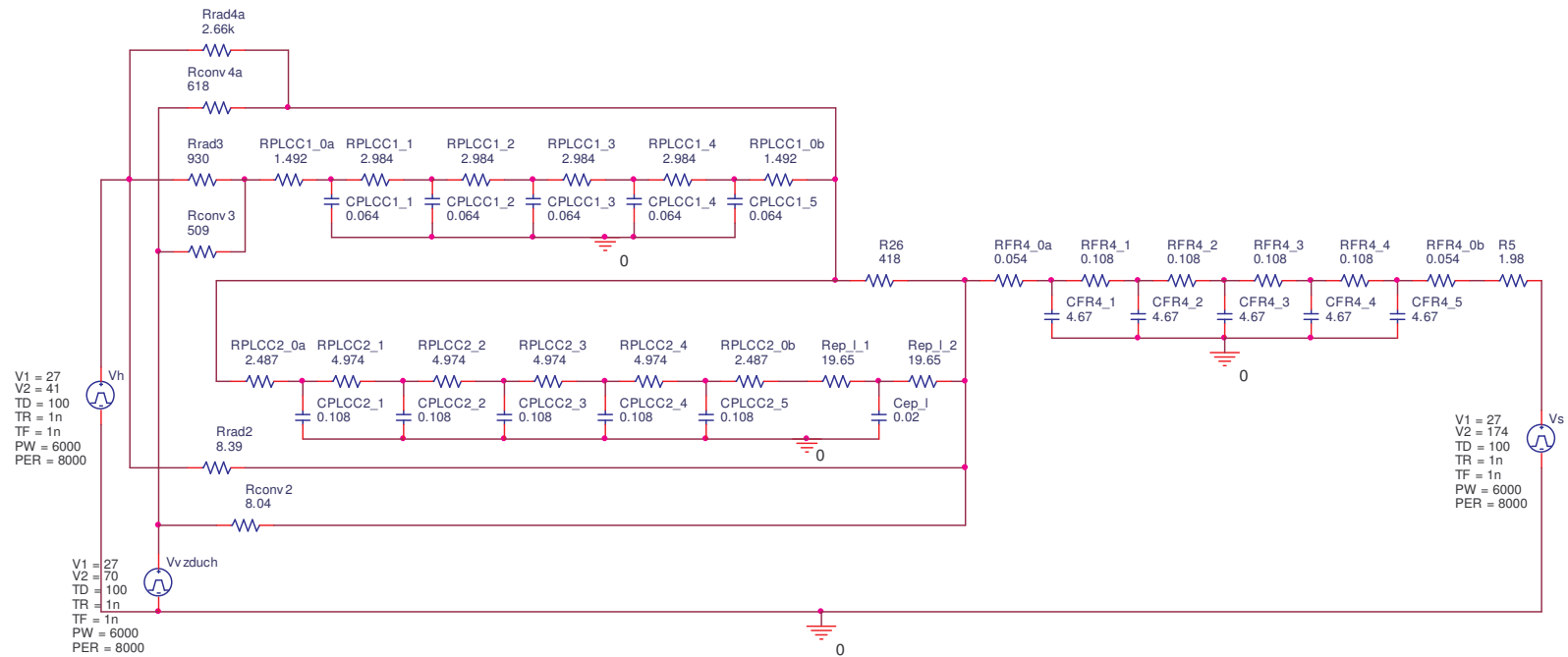
**Príloha 6:** Rozmiestnenie termočlánkov na DPS pri porovnávaní metód upevnenia termočlánkov



**Príloha 7:** Upevnenie termočlánku pomocou lepidla na puzdre 1206



**Príloha 8:** Štyri metódy upevnenia termočlánkov. a) Upevnenie termočlánku pomocou lepidla, b) upevnenie termočlánku pomocou spájky, c) upevnenie termočlánku pomocou kaptonovej pásky, d) upevnenie termočlánku pomocou Al pásky



Name: Bc. Jaroslav Strapko		
Title: Náhradný tepelný obvod od systému PLCC na DPS		
Size: A4	Document Number: Príloha 9	Rev:
Date: Sunday, May 23, 2010	Sheet: 1	of: 1