

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STAVEBNÍ
ÚSTAV VODNÍCH STAVEB

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF WATER STRUCTURES

**NUMERICKÉ MODELOVÁNÍ HYDRAULICKÝCH ZTRÁT
V POTRUBÍ**

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

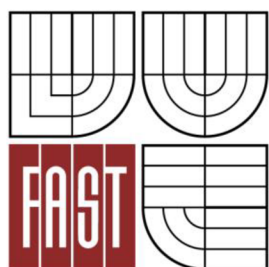
AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Eva Kacálková

BRNO 2014



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STAVEBNÍ
ÚSTAV VODNÍCH STAVEB

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF WATER STRUCTURES

NUMERICKÉ MODELOVÁNÍ HYDRAULICKÝCH ZTRÁT V POTRUBÍ

NUMERICAL MODELLING OF ENERGY LOSSES IN PIPES

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

EVA KACÁLKOVÁ

VEDOUcí PRÁCE
SUPERVISOR

doc. Ing. JAN JANDORA, Ph.D.

BRNO 2014



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

| | |
|--------------------------------|---|
| Studijní program | B3607 Stavební inženýrství |
| Typ studijního programu | Bakalářský studijní program s prezenční formou studia |
| Studijní obor | 3647R015 Vodní hospodářství a vodní stavby |
| Pracoviště | Ústav vodních staveb |

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

| | |
|---|--|
| Student | Eva Kacálková |
| Název | Numerické modelování hydraulických ztrát v potrubí |
| Vedoucí bakalářské práce | doc. Ing. Jan Jandora, Ph.D. |
| Datum zadání bakalářské práce | 30. 11. 2013 |
| Datum odevzdání bakalářské práce | 30. 5. 2014 |
| V Brně dne 30. 11. 2013 | |

.....
prof. Ing. Jan Šulec, CSc.
Vedoucí ústavu

.....
prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc., MBA
Děkan Fakulty stavební VUT

Podklady a literatura

BOOR, B., KUNŠTÁTSKÝ, J., PATOČKA, C. 1968. Hydraulika pro vodohospodářské stavby. SNTL, Praha.

ČIHÁK, F., VALENTA, P., VANĚČEK, S., ZEMAN, E. 1991. Automatizace inženýrských úloh. ČVUT, Praha.

KOLÁŘ, V., PATOČKA, C., BÉM, J. 1983. Hydraulika. SNTL/ALFA, Praha.

RODI, W. 1980. Turbulence models and their application in hydraulics. International Association for hydraulic research, state-of-the-art paper, Delft.

JANDORA, J. 2008. Matematické modelování ve vodním hospodářství. VUT v Brně.

ŘÍHA, J., a kol. 1997. Matematické modelování hydrodynamických a disperzních jevů. VUT v Brně.

Zásady pro vypracování

V práci bude provedena rešerše literatury týkající se problému ztrát vody v potrubí. Poté bude následovat vlastní numerického modelování ztrát vody v potrubí. K řešení bude použito dostupných programů na Ústavu vodních staveb. Dále bude uvedeno porovnání numerického a fyzikálního modelování proudění vody v potrubí.

Práce bude obsahovat:

- Úvod
- Ztráty vody v potrubí
- Matematické a numerické modelování proudění vody
- Výsledky řešení
- Závěr

Předepsané přílohy

.....

doc. Ing. Jan Jandora, Ph.D.
Vedoucí bakalářské práce

Abstrakt

Předložená bakalářská práce se zabývá numerickým modelováním hydraulických ztrát v potrubí ve 2D. Ukazuje postup tvorby matematického modelu, používané matematické rovnice a numerické metody jejich řešení. V praktické části je teorie využita na tvorbu modelu potrubí a jeho hydraulických ztrát.

Abstract

The bachelor's thesis deals with numerical modelling of energy losses in pipes in 2D. It shows the process of creation of mathematical model, used mathematical equations and numerical methods of their solution. The theory is applied on the creation of pipe model and their energy losses.

Klíčová slova

Potrubí, numerické modelování, ztráty.

Key words

Pipes, numerical modelling, energy losses.

Bibliografická citace VŠKP

Eva Kacálková *Numerické modelování hydraulických ztrát v potrubí*. Brno, 2014. 58 s.
Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav vodních staveb.
Vedoucí práce doc. Ing. Jan Jandora, Ph.D.

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci zpracovala samostatně a že jsem uvedla všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 30.5.2014

.....
podpis autora
Eva Kacálková

PODĚKOVÁNÍ

Ráda bych poděkovala všem, kteří mi přispěli svým přístupem a poskytli cenné informace pro vypracování závěrečné práce, zvláště doc.Ing Janu Jandorovi, Ph.D. za vedení práce a Ing. Davidu Duchanovi, Ph.D. za pomoc při práci s počítačovými programy.

OBSAH

| | | |
|------------|---|-----------|
| 1 | ÚVOD..... | 3 |
| 2 | USTÁLENÉ TLAKOVÉ PROUDĚNÍ VY V POTRUBÍ | 4 |
| 2.1 | Ztráty mechanické energie | 4 |
| 2.2 | Laminární a turbulentní proudění | 6 |
| 2.3 | Ztráty třením..... | 7 |
| 2.3.1 | Součinitel tření..... | 8 |
| 2.4 | Místní ztráty | 10 |
| 2.4.1 | Náhlé rozšíření průřezu | 11 |
| 2.4.2 | Kónické rozšíření průřezu | 12 |
| 2.4.3 | Náhlé zúžení průřezu..... | 12 |
| 2.4.4 | Kónické zúžení průřezu..... | 13 |
| 3 | MODELOVÁNÍ IZOTERMICKÉHO USTÁLENÉHO POHYBU NESTLAČITELNÉ KAPALINY..... | 14 |
| 3.1 | Matematická formulace proudění ve 2D..... | 15 |
| 3.1.1 | Navier-Stokesovy rovnice a rovnice spojitosti ve 2D..... | 15 |
| 3.1.2 | Reynoldsovy rovnice a rovnice spojitosti ve 2D | 15 |
| 3.1.3 | $k-\varepsilon$ model ve 2D | 16 |
| 3.2 | Okrajové podmínky | 16 |
| 3.2.1 | Stěnová podmínka..... | 16 |
| 3.2.2 | Symetrická okrajová podmínka | 17 |
| 3.3 | Formulace problému turbulentního proudění nestlačitelné kapaliny ve 3D s turbulentním $k-\varepsilon$ modelem | 17 |
| 3.4 | Numerické řešení – metoda konečných prvků | 18 |
| 3.5 | Postup při numerickém modelování | 19 |
| 3.5.1 | Pre-processing..... | 19 |
| 3.5.2 | Solution (řešení)..... | 21 |
| 3.5.3 | Post-processing | 21 |
| 4 | PRAKTICKÁ APLIKACE | 22 |
| 4.1 | Matematické řešení problému | 22 |
| 4.1.1 | Náhlé zúžení | 22 |
| 4.1.2 | Náhlé rozšíření | 35 |
| 4.1.3 | Kónické zúžení | 39 |
| 4.1.4 | Kónické rozšíření | 42 |

| | | |
|------------|----------------------------------|-----------|
| 4.2 | Fyzikální modelování..... | 46 |
| 4.2.1 | Náhlé zúžení | 46 |
| 4.2.2 | Náhlé rozšíření..... | 48 |
| 5 | VÝSLEDKY | 50 |
| 6 | ZÁVĚR | 54 |
| 7 | POUŽITÁ LITERATURA..... | 55 |
| 8 | SEZNAM TABULEK | 56 |
| 9 | SEZNAM OBRÁZKŮ..... | 57 |

1 ÚVOD

Moderních metod matematického modelování je v posledních letech využíváno v mnoha odvětvích lidské činnosti. Může za to značný rozvoj výpočetní techniky, a to zejména její zvyšující se výpočetní výkonnost.

Cílem této práce je numerické modelování proudění vody v potrubí, určení součinitelů místních ztrát a součinitelů ztrát třením po délce z numerických modelů a jejich porovnání s hodnotami uvedenými v literatuře a dále hodnotami získanými fyzikálním modelováním.

Teoretická část v první části uvádí jednotlivá potrubí, jejich geometrii a součinitele ztrát, a to jak součinitele ztrát místních, tak i ztrát třením po délce. Dále zde budou uvedeny rovnice pro fyzikální výpočet ztrát v potrubí. V další části je uvedena matematická formulace proudění vody a numerické modelování v programu ANSYS.

Praktická část práce je rozdělena do několika částí. V první části je představen program ANSYS a nastíněn postup jednotlivých kroků modelování potrubí. V následující části je potom vlastní numerické modelování a prezentování výsledků získaných výpočtem. V závěrečné praktické části je výpočet hodnot součinitelů místních ztrát a součinitelů ztrát třením po délce z fyzikálního modelování ztrát vody v hydraulické laboratoři.

V závěru práce jsou uvedeny výsledky matematického modelování, které jsou porovnány s hodnotami uváděnými v literatuře a také hodnotami určenými v laboratoři.

2 USTÁLENÉ TLAKOVÉ PROUDĚNÍ VODY V POTRUBÍ

Při proudění vody v potrubí vznikají ztráty mechanické energie. Potrubím v tomto případě rozumíme zařízení na dopravu kapaliny [1].

Podle závislosti veličin tekutiny na čase můžeme proudění rozdělit na ustálené (stacionární) a neustálené (nestacionární). Při ustáleném (stacionárním) proudění jsou veličiny kapaliny v daném místě kapaliny na čase nezávislé. Např. rychlost proudění kapaliny v daném bodě se v čase nemění. Při neustáleném (nestacionárním) proudění jsou veličiny kapaliny v daném místě kapaliny na čase závislé. Např. rychlost proudění kapaliny v daném bodě se může měnit v čase [2].

Při tlakovém proudění je zde dominantní vliv tlakového gradientu a nezáleží na sklonu potrubí. Typické příklady tlakového proudění jsou například spodní výpusti přehrad, nebo proudění pitné vody ve vodárenských soustavách [3].

Dle hydraulického hlediska dělíme potrubí na:

- tlakové potrubí (vodovodní potrubí, tlakové přivaděče, závlahová potrubí, ...);
- potrubí s volnou hladinou (kanalizační stoky, drenážní potrubí, beztlakové přivaděče...), které se hydraulicky nijak neliší od otevřených koryt, a proto i jejich výpočet bude stejný [1].

2.1 ZTRÁTY MECHANICKÉ ENERGIE

V praxi se nejvíce osvědčilo používání potrubí kruhového průřezu, protože dobře odolává vnitřnímu přetlaku, je hydraulicky nejvýhodnější a i po stránce výroby je nejjednodušší. Ztrát mechanické energie rozeznáváme v podstatě dva druhy [1].

Ztráta třením vzniká v celé délce proudu třením mezi jednotlivými vrstvami vazké kapaliny a třením kapaliny o pevné stěny vedení proudu. Ztráta třením je tedy úměrná délce proudu.

Místní ztráty vznikají deformací rychlostního pole (rozložení vektoru bodové rychlosti napříč profilem), tedy např. rozšířením nebo zúžením proudu. Při proudění kapaliny takovými místy vznikne hlavní proud, jehož vymezení od ostatní kapaliny bývá často nestabilní. Stykem se sousedními pomalejšími částicemi vzniká snadno vírová plocha. Vazkostí a deformací proudu se pohyb vzniklých vírů brzdí a část mechanické energie přechází v jinou. Tato disipace části mechanické energie je vlastní podstatou místních ztrát, ačkoliv zde samozřejmě přistupuje i tření [1].

Ztráty můžeme vyjádřit z Bernoulliho rovnice v proudu skutečné kapaliny

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g} + h_z \quad (2.1)$$

po úpravě pak:

$$h_z = \left(h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} \right) - \left(h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} \right) \quad (2.2)$$

Celkovou ztrátu h_z dostaneme složením jednotlivých ztrát, jež se provede sečtením. Dopustíme se tím však jisté nepřesnosti, poněvadž změna proudění způsobená místním odporem v jednom místě může ovlivnit velikost místních odporů v dalším úseku. Bude tedy přibližně platit:

$$h_z = \sum h_f + \sum h_m, \quad (2.3)$$

Kde $\sum h_f$ je součet všech ztrát třením na uvažovaném úseku a $\sum h_m$ součet všech ztrát místních. Velikost ztrát určíme z měření, a to za ustáleného pohybu z (2.1) změřením rozdílů geodetických výšek ($h_2 - h_1$), tlakových (piezometrických) výšek $\left(\frac{p_1 - p_2}{\rho g}\right)$

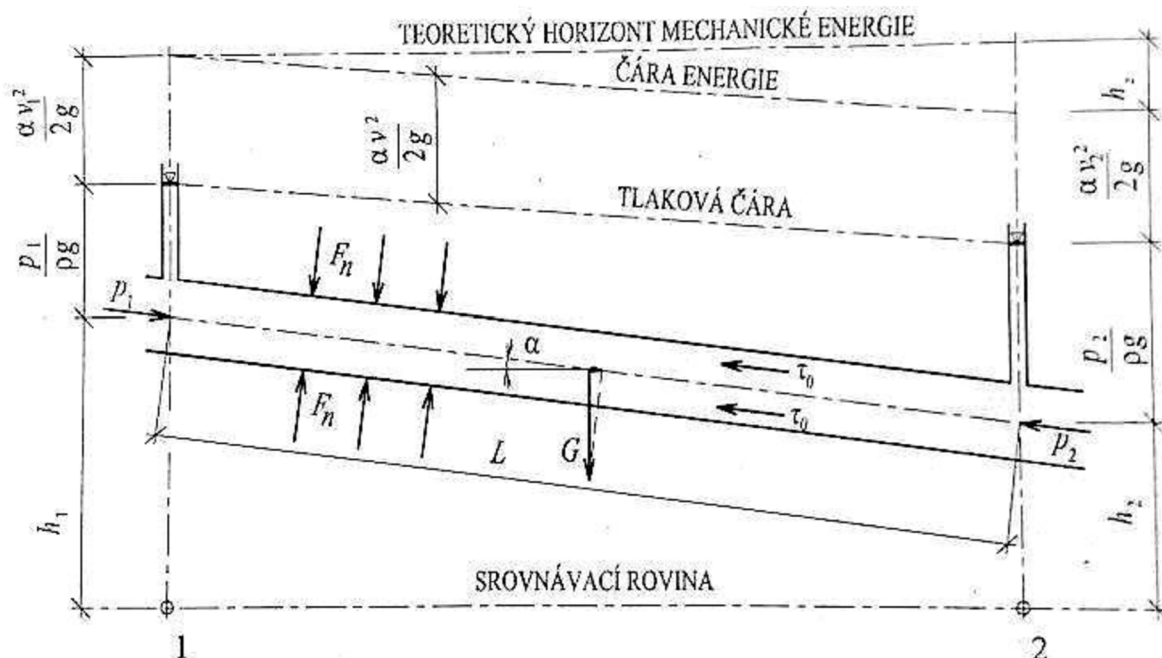
a rychlostních výšek $\left(\frac{\alpha v_1^2 - \alpha v_2^2}{2g}\right)$ na začátku a konci příslušného úseku. Na vodorovném potrubí stálého průřezu bude ztrátová výška dána rozdílem tlakových výšek ($v_1 = v_2$ a $h_1 = h_2$):

$$h_z = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{\Delta p}{\rho g}. \quad (2.4)$$

Ztráta třením a místní ztráta se obvykle vyjadřují jako část rychlostní výšky ve tvaru:

$$h_z = \kappa \frac{v_1^2}{2g}, \quad (2.5)$$

kde κ je součinitel příslušné ztráty [1].



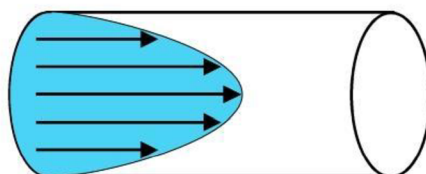
Obr. 1 Rovnoměrný pohyb kapaliny [1]

2.2 LAMINÁRNÍ A TURBULENTNÍ PROUDĚNÍ

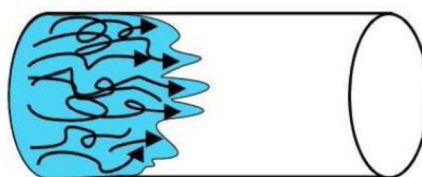
Při proudění vazkých tekutin vznikají odpory, které jsou podstatně ovlivněny strukturou pohybu jednotlivých částic. Reynoldsem bylo experimentálně prokázáno, že existují dva režimy pohybu:

- laminární (neboli *vrstevnaté*, z lat. lamina = vrstva);
- turbulentní (čili *vířnaté*, z lat. turbulentus = nespořádaný).

Při laminárním režimu proudění jednotlivé částice procházejí v drahách souběžných a mezi sebou se nemísí. Turbulentní režim proudění se vyznačuje nepravidelnou pulsací složek rychlosti a tlaku kolem jejich střední hodnoty. Částice se navzájem mísí [1].



Obr. 2 Laminární proudění [4]



Obr. 3 Turbulentní proudění [4]

Pomocí Reynoldsova kritéria můžeme určit, zda se jedná o pohyb laminární či turbulentní. Dokážeme jej charakterizovat rychlostí v , průměrem trubice D a kinematickou viskozitou ν , které vzájemně tvoří bezrozměrnou veličinu [1].

$$\text{Re} = \frac{vD}{\nu}. \quad (2.6)$$

Při nízkých hodnotách Reynoldsova kritéria (v potrubí řádově do hodnoty Reynoldsova kritéria 1000), kdy jsou převládající síly vazkosti, charakterizují laminární proudění. Oproti tomu převládají-li síly setrvačnosti, jedná se o turbulentní proudění. Při proudění kapaliny není rychlost kapaliny v různých místech průřezu stejná. Vrstva nejbližší u stěny je prakticky v klidu a rychlost ostatních vrstev roste směrem k ose trubice [5].

K laminárnímu proudění dochází zejména při nižších rychlostech v malých průtočných průřezích nebo u silně viskózních kapalin. V průtočném profilu je rozložení rychlosti parabolické. Toto rozložení rychlosti nastává proto, že krajní vrstvy kapaliny lpí na stěnách (mezi stěnou a kapalinou je tření teoreticky nekonečně velké) a vlivem tření v kapalině se navzájem zdržují jednotlivé její vrstvy [5].

Turbulentní proudění se naopak projevuje při větších rychlostech a částice vykonávají kromě posouvání i složitý vlastní pohyb. Při větších rychlostech začne převládat rušivý vliv vírů, proudění se zcela změní a proudová vlákna se začnou proplétat, vzniká proudění turbulentní. Při turbulentním proudění se rozvinou zdatelně víry v kapalině a nastává promíchávání kapaliny. Rychlosti jednotlivých částic se nepravidelně mění, částice nemají ve všech místech stejnou rychlost co do směru a velikosti. Rychlostní profil již není parabolický jako při laminárním proudění, ale rychlost je v celé vnitřní části trubice přibližně stejná, krom tenké vrstvy u stěny, v níž prudce stoupá přibližně úměrně se vzdáleností od stěny. Při turbulentním proudění můžeme slyšet pohyb vody v potrubí [5].

Přechodná oblast mezi laminárním a turbulentním prouděním je v literatuře udávána jako $Re \approx 2320$. V uzavřených profilech je udávána i přechodná oblast a přechod z proudění turbulentního do laminárního není tak náhlý.

Tab. 1 Hodnoty Reynoldsova kritéria v uzavřeném profilu [6]

| Proudění | Hodnota Reynoldsova kritéria |
|------------------|------------------------------|
| Laminární | < 2320 |
| Přechodná oblast | 2320 – 4000 |
| Turbulentní | > 4000 |

2.3 ZTRÁTY TŘENÍM



Výsledky měření ukazují, že hydraulický sklon i je u turbulentního proudění zhruba úměrný kvadrátu průřezové rychlosti. Zapišme tuto úměru ve tvaru [1]:

$$\frac{\tau_0}{\rho g} = R i = \frac{1}{C^2} v^2; \quad i = \frac{h_z}{L};$$

$$v = C \sqrt{R i}; \quad Q = A v = A C \sqrt{R i}, \quad (2.7)$$

kde C je rychlostní součinitel dle Manninga určený vzorcem:

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6}, \quad (2.8)$$

kde n je drsnostní součinitel (pro vodovodní potrubí obvykle $n = 0,012$) a R je hydraulický poloměr.

Rovnice (2.7) je základní rovnice, která udává závislost mezi rychlostí rovnoměrného proudění a hydraulickým sklonem i . Tato rovnice byla původně odvozena pro otevřená koryta Chézyho v roce 1775 a nazývá se podle autora Chézyho rovnice.

Pro kruhové potrubí o poloměru r a průměru D hydraulický poloměr nabývá tvaru [1]:

$$R = \frac{A}{O} = \frac{\pi r^2}{2 \pi r} = \frac{r}{2} = \frac{D}{4}. \quad (2.9)$$

Úpravou (2.7) obdržíme:

$$i = \frac{4}{C^2} \frac{1}{D} v^2.$$

Zavedeme-li označení:

$$\frac{4}{C^2} = \frac{\lambda}{2g}, \quad (2.10)$$

vyjádříme hydraulický sklon i a ztrátovou výšku h_z ve vztahu k rychlostní výšce $\frac{v^2}{2g}$

a součinitel λ jako bezrozměrné číslo. Pak obdržíme Darcy-Weisbachovu závislost [1]:

$$i = \lambda \frac{1}{D} \frac{v^2}{2g}; \quad h_z = i L = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}, \quad (2.11)$$

kde

- i hydraulický sklon [-],
- L délka daného úseku [m],
- λ součinitel tření [-],
- D průměr potrubí [m],
- v rychlost kapaliny [m/s],
- g tíhové zrychlení [m/s^2].

Tato rovnice je základní vztah pro výpočet ztráty třením při rovnoměrném proudění vody [8].

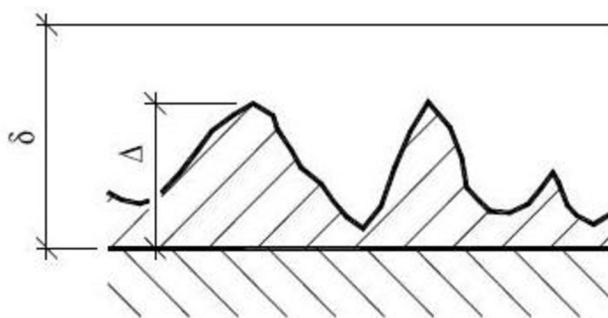
2.3.1 Součinitel tření

Součinitel tření (odporový součinitel) λ , je v podstatě závislý na drsnosti potrubí, jeho průměru a hodnotě Reynoldsova kritéria (tedy na průřezové rychlosti, průměru potrubí a vazkosti kapaliny). Začneme-li od nejmenších rychlostí, můžeme vymezit pro součinitele tření λ několik oblastí s různými zákonitostmi:

1. **laminární režim** proudění, kde je λ závislá pouze na hodnotě Reynoldsova kritéria ($\lambda = f(\text{Re})$):

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}, \quad (2.12)$$

2. **oblast přechodu**, což je mezi koncem laminárního proudění a plně vyvinutého turbulentního proudění,
3. **turbulentní proudění**
hydraulicky hladké potrubí v turbulentním režimu, kde λ závisí ještě pouze na hodnotě Reynoldsova kritéria ($\lambda = f(\text{Re})$). Víry vznikající u výstupků v hydraulicky hladkých potrubích, zůstávají při stěně uvnitř mezní vrstvy, neodtrhávají se od ní a tím nezvyšují turbulenci proudění. Tyto víry tedy nemají vliv na odpory v potrubí [1].



Obr. 4 Drsnost stěn Δ a mezní vrstva δ u stěny potrubí [1]

Výrazy pro určení součinitele tření λ jsou:

- dle Blasia:
$$\lambda = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}}, \quad (2.13)$$

- dle Prandtlova-Kármánova výrazu:
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \frac{\text{Re} \sqrt{\lambda}}{2,51}, \quad (2.14)$$

přechodná oblast ztrát třením v turbulentním režimu, kde má na λ vliv jak Re i relativní drsnost $\frac{\Delta}{D}$ - $\lambda = f(\text{Re}, \frac{\Delta}{D})$, přičemž D je průměr potrubí [1].

kvadratická oblast ztrát třením v turbulentním režimu s plně vyvinutým turbulentním pohybem u hydraulicky drsných potrubí. V této oblasti není závislost λ na Re a součinitel tření λ je závislý jen na relativní drsnosti $\lambda = f(\frac{\Delta}{D})$. Pro λ platí Nikuradsův vztah [1]:

$$\lambda = \frac{0,25}{\left(\log \frac{3,7 D}{\Delta}\right)^2}. \quad (2.15)$$

V celé oblasti turbulentního proudění platí pro technická potrubí Colebrook-Whiteova rovnice [1]:

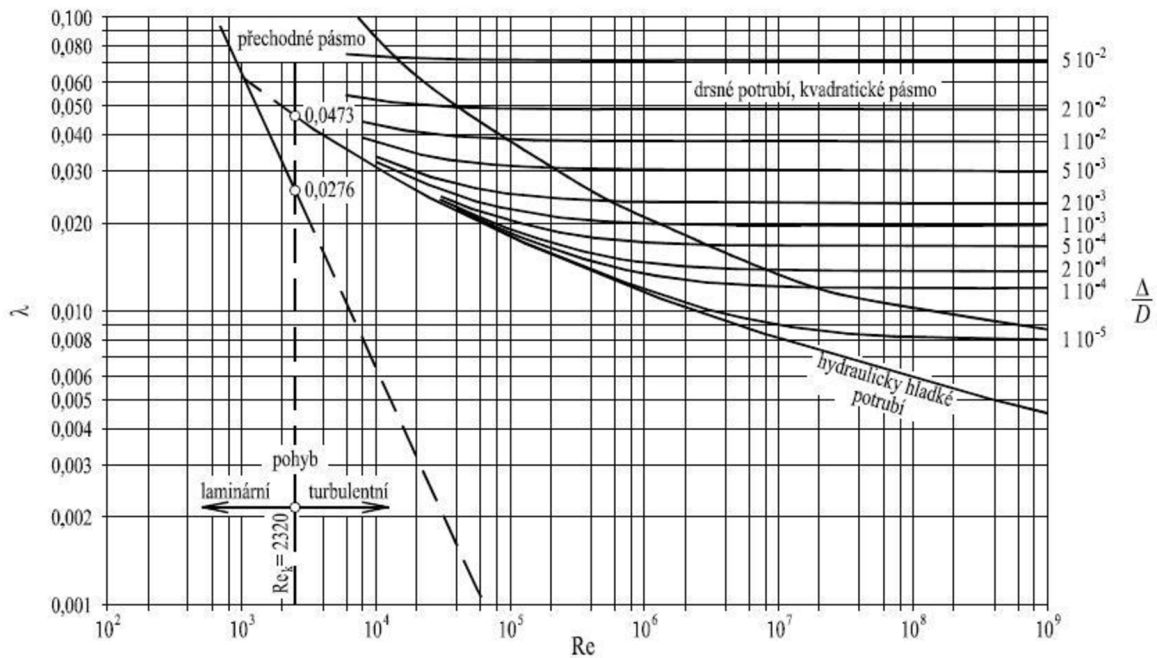
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} + \frac{\Delta}{3,7 D} \right), \quad (2.16)$$

kde Δ je absolutní drsnost stěn.

Tab. 2 Součinitel tření λ pro vodovodní potrubí ($n = 0,012$) [1]

| | | | | | | | |
|-----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| průměr D [mm] | 50 | 80 | 100 | 125 | 150 | 200 | 250 |
| λ (dle Manninga) | 0,049 | 0,042 | 0,039 | 0,036 | 0,034 | 0,031 | 0,028 |
| λ (dle Pavlovského) | 0,040 | 0,035 | 0,032 | 0,030 | 0,029 | 0,026 | 0,025 |
| průměr D [mm] | 300 | 350 | 400 | 500 | 600 | 800 | 1000 |
| λ (dle Manninga) | 0,027 | 0,025 | 0,024 | 0,023 | 0,021 | 0,019 | 0,018 |
| λ (dle Pavlovského) | 0,024 | 0,023 | 0,022 | 0,020 | 0,019 | 0,018 | 0,017 |

Grafické znázornění Colebrook-Whiteovy rovnice představuje Moodyho diagram (Obr. 5), který umožňuje pro hodnoty Re a $\frac{\Delta}{D}$ určit velikost součinitele tření λ [1].



Obr. 5 Moodyho diagram pro určení součinitele tření λ [1]

2.4 MÍSTNÍ ZTRÁTY

Všude tam, kde dochází k deformaci rychlostního pole, vznikají místní ztráty. Je to především:

- změnou směru proudění;
- vytvářením úplavu a vírových oblastí při nedokonalém obtékání překážek v proudu kapaliny;
- rozšířením a zúžením proudu;
- dělením a spojováním proudu;
- jinými rušivými zásahy.

Jinými slovy tyto ztráty vzniknou například:

- při změně průřezu potrubí;
- při změně směru (oblouky, kolena);
- při sloučení nebo oddělení proudu (T-kusy, odbočky na potrubí);
- na armaturách (šoupátka, klapky, ventily) atd. [1].

Místní ztráty vyjadřujeme dle Weisbacha ve tvaru násobku rychlostní výšky:

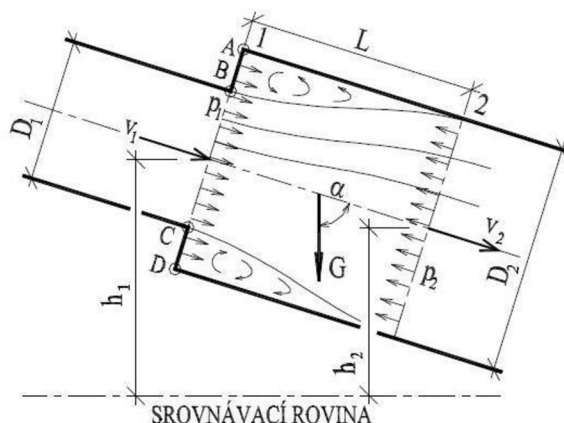
$$h_m = \xi \frac{v^2}{2g}, \quad (2.17)$$

kde v průřezová rychlost [m/s],
 ξ součinitel místní ztráty [-].

Součinitel místní ztráty ζ (např. součinitel ztráty rozšířením průřezu, kolenem, spojením proudů, šoupětem, vtokem, ...) je závislý na tvaru singularity (geometrickém uspořádání odporu), na drsnosti stěn, na rychlostním poli, na hodnotě Reynoldsova kritéria Re , atd. Nejvíce se vliv hodnoty Reynoldsova kritéria projevuje při malých hodnotách tohoto kritéria [1].

2.4.1 Náhlé rozšíření průřezu

Tato ztráta se nazývá ztráta Bordova. Vzniká při napojení potrubí o větším průměru D_2 na potrubí s menším průměrem D_1 v jednom místě (Obr. 6). Z průřezu 1 vytéká proud jako souvislý paprsek, míší se s okolní kapalinou a uvádí ji do vířivého pohybu. Pozvolna se rozšiřuje, až v průřezu 2 zaujme celý průřez A_2 . Intenzivní víření vzniká v koutech za rozšířením [1].



Obr. 6 Náhlé rozšíření [1]

Vnější síly jsou:

- a) složka tíhy objemu kapaliny mezi průřezy "1" a "2":

$$G \cos \alpha = \rho g S_2 L \cos \alpha = \rho g S_2 (h_1 - h_2), \quad \text{protože: } \cos \alpha = \frac{h_1 - h_2}{L};$$

- b) *tlakové síly*: v průřezu "1" jde především o tlak na plochu $A-D$ a o reakci stěny $ABCD$, tedy celkem o tlak na plochu S_2 . V průřezu "2" jde o tlak na plochu S_2 směrem proti pohybu. V obou průřezích počítáme s rozdělením tlaků podle zákonů hydrostatiky, takže tlakovou sílu působící v těžišti průřezu dostaneme vynásobením plochy a tlaku;

- c) *síly tření* jsou na krátkém úseku rozšíření zanedbatelné [1].

Ztráta náhlým rozšířením průřezu je dána rychlostní výškou rozdílu rychlostí v obou průřezích. Výraz odvodil Borda v roce 1766. Z rovnice spojitosti:

$$Q = v_1 A_1 = v_2 A_2 = v_3 A_3 \Rightarrow v_1 = v_2 \frac{A_2}{A_1} \quad (2.18)$$

tedy vyjádříme:

$$h_{mr} = \frac{v_2^2}{2g} \left(\frac{A_2}{A_1} - 1 \right)^2. \quad (2.19)$$

Odporový součinitel ξ_{r2} (vztažený k rychlosti v průřezu „2“) tedy nabude tvar

$$\xi_{r2} = \left(\frac{A_2}{A_1} - 1 \right)^2 = \left(\frac{D_2^2}{D_1^2} - 1 \right)^2; \quad (2.20)$$

$$h_{mr} = \xi_{r2} \frac{v_2^2}{2g}. \quad (2.21)$$

Řešení bude ve skutečnosti ještě složitější, protože do věty o hybnostech by se mělo zavádět skutečné rozdělení rychlostí před a za zúžením.

Pro zmenšení ztrát je někdy výhodné navrhnout rozšíření postupné, a to buď [1]:

- kónické rozšíření průřezu (difuzor);
- plynulé (křivkové) rozšíření (rozšíření rotační plochou);
- stupňovité rozšíření.

2.4.2 Kónické rozšíření průřezu

Největší vliv na odpor má při kónickém rozšíření (Obr. 7 a) u daného poměru D_1/D_2 vrcholový úhel rozšíření 2δ a délka přechodu. Při vrcholovém úhlu $2\delta = 7$ až 9° nastávají minimální ztráty a maximální jsou při úhlu $2\delta = 65$ až 70° . Při úhlu $2\delta = 40$ až 50° je výhodnější použití náhlého rozšíření.

Vztah pro ztrátu kónickým rozšířením je dán vztahem:

$$h_{mrk} = \xi_{rk2} \frac{v_2^2}{2g}, \quad (2.22)$$

kde ξ_{rk2} je součinitel ztráty kónickým rozšířením vztažený k průřezové rychlosti v_2 , pro který platí:

$$\xi_{rk2} = \psi \left(\frac{D_2^2}{D_1^2} - 1 \right)^2. \quad (2.23)$$

Součinitel ψ (v závislosti na úhlu 2δ) je uveden v Tab. 3 [1].

Tab. 3 Součinitel Ψ pro výpočet ztráty kónickým rozšířením průřezu [1]

| $2\delta [^\circ]$ | 6° | 8° | 10° | 12° | 14° | 16° | 20° | 25° | 30° | 40° | 60° | 90° | 180° |
|--------------------|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------|
| ψ | 0,08 | 0,11 | 0,15 | 0,19 | 0,23 | 0,27 | 0,36 | 0,50 | 0,65 | 0,92 | 1,15 | 1,10 | 1,00 |

2.4.3 Náhlé zúžení průřezu

Pro poměr ploch průřezů $n = \frac{S_2}{S_1} < 0,4$ jsou ztráty při náhlém zúžení (Obr. 7 b) menší než při náhlém rozšíření. Ztráta při náhlém zúžení je dána vztahem:

$$h_{mz} = \xi_{z2} \frac{v_2^2}{2g}, \quad (2.24)$$

kde ξ_{z2} je součinitel ztráty náhlým zúžením průřezu:

$$\xi_{z2} = \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2, \quad (2.25)$$

kde součinitel zúžení ε závisí na poměru $n = \frac{S_2}{S_1}$ podle vztahu [1]:

$$\varepsilon = 0,57 + \frac{0,043}{1,1 - n}. \quad (2.26)$$

2.4.4 Kónické zúžení průřezu

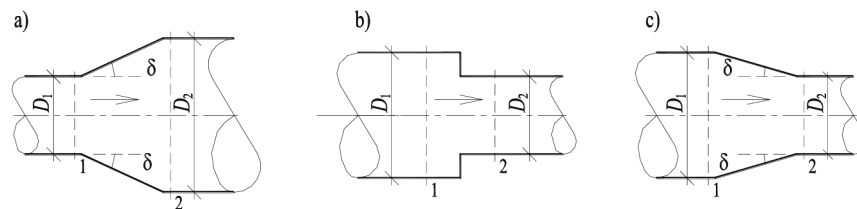
Ztráty při kónickém zúžení (Obr. 7 c) jsou poměrně nízké:

$$h_{mzk} = \xi_{zk2} \frac{v_2^2}{2g}, \quad (2.27)$$

kde ξ_{zk2} je součinitel ztráty kónickým zúžením vztahený k průřezové rychlosti v_2 (Tab. 4) [1].

Tab. 4 Součinitel ztráty kónickým zúžením průřezu ξ_{zk2}

| 2δ | 5° | 7° | 10° | 15° | 20° | 30° | 45° | 60° | 75° |
|-------------|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| ξ_{zk2} | 0,06 | 0,12 | 0,16 | 0,18 | 0,20 | 0,24 | 0,30 | 0,32 | 0,34 |



Obr. 7 Změny průřezu potrubí [1]

3 MODELOVÁNÍ IZOTERMICKÉHO USTÁLENÉHO POHYBU NESTLAČITELNÉ KAPALINY

Obecně je pohyb tekutin v přírodě *neustálený* a *trojrozměrný*. Základní otázkou je určení rozdělení rychlostí a tlaku při pohybu tekutiny ve zkoumané oblasti.

Při řešení běžných praktických problémů jsme odkázáni na empirické metody, ale některé důležité technické problémy vyžadují znalost vlastností turbulentního proudění. Poznatky o turbulentním pohybu se vyvíjely jednak na základě výsledků dosažených experimentálními metodami a také na základě teoretických výsledků, které do hydrodynamiky zavedli koncem minulého století Reynolds a Boussinesq. Nyní se stále zdokonaluje původní Reynoldsova teorie tak, aby mohla sloužit za podklad k řešení těchto problémů.

Je vhodné podotknout, že pro izotermické proudění jsou neznámé:

- vektor rychlosti $v = [v_x, v_y, v_z]^T$ [m/s];
- tlak p [Pa],

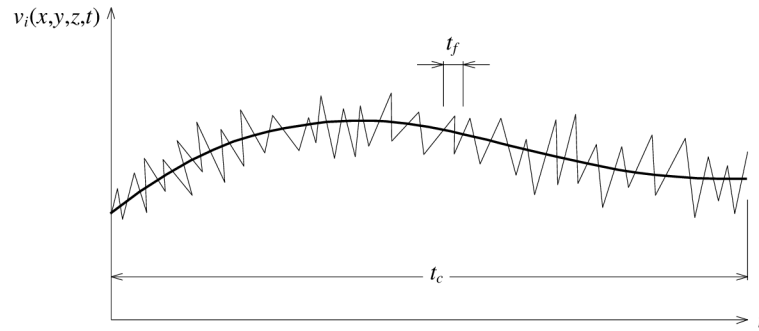
tj. 4 neznámé a k dispozici jsou 4 rovnice (rovnice kontinuity a Navier-Stokesovy rovnice). Je zřejmé, že soustava je uzavřena. Navier-Stokesovy rovnice popisující proudění kapaliny jsou obecně známé více jak 150 let. Tyto rovnice lze použít k tzv. přímé numerické simulaci (Direct Numerical Simulation - DNS), je však zapotřebí:

- dělení oblasti sítě s roztečí uzlů ve zlomcích milimetru;
- časový krok ve zlomcích sekundy;
- popsat počáteční podmínky a v každém časovém kroku okrajové podmínky.

Z tohoto pohledu není možné použít DNS pro modelování praktických úloh na fakultě. Proto je na řešení těchto Navier-Stokesových rovnic aplikován statistický přístup a Navier-Stokesovy rovnice jsou časově průměrovány (Obr. 8). Pak tyto rovnice popisují vazby mezi středními hodnotami rychlosti a tlaku. Při průměrování rovnic se však otevřel nový problém, počet neznámých vzrostl na 8:

- 4 střední hodnoty složek rychlosti a tlaku ($\bar{v}_x, \bar{v}_y, \bar{v}_z, \bar{p}$);
- 4 fluktuace složek rychlosti a tlaku (v'_x, v'_y, v'_z, p'),

ale rovnice zůstaly 4 (1 rovnice kontinuity a 3 Navier-Stokesovy rovnice pro střední hodnoty v čase, tedy tzv. Reynoldsovy rovnice). Systém je tedy otevřený, a lze ho uzavřít pouze zavedením dalších předpokladů, které spočívají ve vstupu empirických hodnot [5].



Obr. 8 Časové průměrování Navier-Stokesových rovnic [7]

3.1 MATEMATICKÁ FORMULACE PROUDĚNÍ VE 2D

V následujících odstavcích jsou uvedeny Navier-Stokesovy rovnice, rovnice kontinuity, Reynoldsovy rovnice a $k-\varepsilon$ model pro rovinné proudění. Rovinné proudění je aproximace obecného třídimenziálního proudění. Tuto aproximaci lze s dostatečnou přesností použít v případech, kdy lze zanedbat jednu ze složek vektoru rychlosti (v tomto případě v_z) [5].

3.1.1 Navier-Stokesovy rovnice a rovnice spojitosti ve 2D

Diferenciální rovnice Navier-Stokesovy jsou nejobecnější rovnice pohybu vazké nestlačitelné tekutiny. Vyjadřují pro jednotku hmotnosti protékající kapaliny vztah mezi silami vnějšími, tlakovými, odporovými a silami setrvačnými [5].

$$f_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y}; \quad (3.1)$$

$$f_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y}; \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0. \quad (3.3)$$

3.1.2 Reynoldsovy rovnice a rovnice spojitosti ve 2D

Střední hodnoty a fluktuace okamžitých složek rychlosti, okamžitého tlaku a okamžité energie jsou [5]:

$$v_x = \bar{v}_x + v'_x; \quad \bar{v}_x = \bar{\bar{v}}_x; \quad \overline{v'_x} = 0; \quad (3.4)$$

$$v_y = \bar{v}_y + v'_y; \quad \bar{v}_y = \bar{\bar{v}}_y; \quad \overline{v'_y} = 0; \quad (3.5)$$

$$p = \bar{p} + p'; \quad \bar{p} = \bar{\bar{p}}; \quad \overline{p'} = 0; \quad (3.6)$$

$$\bar{f}_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} - \overline{v'_x v'_x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} - \overline{v'_x v'_y} \right) = \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial t} + \bar{v}_x \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} + \bar{v}_y \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y}; \quad (3.7)$$

$$\bar{f}_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial x} - \overline{v'_y v'_x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} - \overline{v'_y v'_y} \right) = \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial t} + \bar{v}_x \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial x} + \bar{v}_y \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y}; \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} = 0. \quad (3.9)$$

3.1.3 k - ε model ve 2D

k - ε model poskytuje poměrně přesné výsledky a je jedním z nejrozšířenějších modelů turbulentního proudění.

Tab. 5 Koeficienty k - ε modelu [5]

| c_μ | $c_{\varepsilon 1}$ | $c_{\varepsilon 2}$ | σ_k | σ_ε |
|---------|---------------------|---------------------|------------|----------------------|
| 0,09 | 1,44 | 1,92 | 1,0 | 1,3 |

Tento dvourovnicový model využívá dvou rovnic, které jsou vyjádřeny pro kinetickou turbulentní energii k a její disipaci ε [5]:

$$\mu_t = c_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}; \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{v}_x \frac{\partial k}{\partial x} + \bar{v}_y \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu_t}{\rho \sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_t}{\rho \sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{2\mu_t}{\rho} \left[\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{\mu_t}{\rho} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2 - \varepsilon; \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{v}_x \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \bar{v}_y \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu_t}{\rho \sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_t}{\rho \sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + 2c_{1\varepsilon} \frac{\mu_t \varepsilon}{\rho k} \left[\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} \right)^2 \right] + c_{1\varepsilon} \frac{\mu_t \varepsilon}{\rho k} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2 - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k}. \quad (3.12)$$

$$\bar{f}_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} + \frac{\mu_t}{\rho} \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} + \frac{\mu_t}{\rho} \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} \right) = \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial t} + \bar{v}_x \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} + \bar{v}_y \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y}; \quad (3.13)$$

$$\bar{f}_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial x} + \frac{\mu_t}{\rho} \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} + \frac{\mu_t}{\rho} \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} \right) = \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial t} + \bar{v}_x \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial x} + \bar{v}_y \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y}; \quad (3.14)$$

3.2 OKRAJOVÉ PODMÍNKY

3.2.1 Stěnová podmínka

Na pevné stěně jsou střední hodnoty a flukuační složky rychlosti rovny 0. Z toho vyplývá, že stěna nepropouští proudící kapalinu a že na povrchu stěny ulpívají částice kapaliny. Naproti tomu disipace energie ε má na stěně konečnou nenulovou hodnotu.

Zadání stěnové podmínky vyžaduje integraci transportních rovnic napříč viskózní podvrstvou, to je však z následujících důvodů nevhodné:

- strmé gradienty rychlostí ve viskózní podvrstvě vedou k volbě velkého počtu integračních bodů v této oblasti, aby se získalo uspokojivé řešení;

- v této vrstvě jsou dominantní síly viskozity a neplatí tedy modely turbulence odvozené pro vysoké hodnoty Reynoldsova kritéria.

Tuto integraci však lze ve viskózní vrstvě nahradit použitím dostatečně obecných empirických vztahů, které vyjadřují vztah sledované veličiny na stěně na hodnotách veličin ležících mimo viskózní podvrstvu.

3.2.2 Symetrická okrajová podmínka

Na osách nebo v rovinách symetrie jsou normálové gradienty všech veličin se symetrickým rozložením nulové. Nulový je tedy i jejich tok přes tuto hranici.

3.3 FORMULACE PROBLÉMU TURBULENTNÍHO PROUDĚNÍ NESTLAČITELNÉ KAPALINY VE 3D S TURBULENTNÍM k - ε MODELEM

Neznámými funkcemi v případě turbulentního proudění nestlačitelné kapaliny s konstantní viskozitou μ jsou:

- 2 složky časově zprůměrovaného vektoru rychlosti $[\bar{v}_x, \bar{v}_y]^T$;
- časově zprůměrovaný tlak p ;
- turbulentní viskozita μ_t ;
- kinetická energie turbulence k ;
- rychlost disipace kinetické energie turbulence ε .

K řešení těchto 6 neznámých funkcí je zapotřebí 6 rovnic, kterými jsou rovnice spojitosti (3.9), 2 Reynoldsovy rovnice (3.13) a (3.14) a rovnice k - ε modelu (3.10) až (3.12).

Předpokládá se obecně definovaná oblast Ω s hranicí Γ , která je sjednocením částí Γ_1 a Γ_2 , $\Gamma = (\Gamma_1 \cup \Gamma_2)$ a $(\Gamma_1 \cap \Gamma_2) = 0$. Diferenciální rovnice popisující proudění nestlačitelné kapaliny s konstantní viskozitou jsou uvedeny v kap. 3.1, rovnice (3.9)–(3.14).

Koeficienty k - ε modelu ($c_\mu, c_{\varepsilon 1}, c_{\varepsilon 2}, \sigma_k, \sigma_\varepsilon$) jsou uvedeny v tabulce 5.

Počáteční podmínky vyjadřují známé (nebo zadané) průběhy funkcí ve všech bodech oblasti Ω v čase $t = 0$. V dalším budeme uvažovat proudění ustálené, tedy tuto podmínku nevyužijeme.

Okrajové podmínky jsou na hranici na hranici Γ_1 zadané jako známé hodnoty rychlosti a na hranici Γ_2 zadané jako známé hodnoty tlaku.

Úkolem je nalézt neznámé funkce $\bar{v}_x, \bar{v}_y, \bar{p}, \mu_t, k$ a ε , které splňují okrajové a počáteční podmínky a vyhovují rovnicím (3.10) až (3.14).

3.4 NUMERICKÉ ŘEŠENÍ – METODA KONEČNÝCH PRVKŮ

U počátečních a okrajových podmínek byla použita metoda konečných prvků (MKP), která byla původně vyvinuta pro řešení úloh mechaniky deformovatelných těles. Základní kroky MKP lze shrnout do následujících bodů [5]:

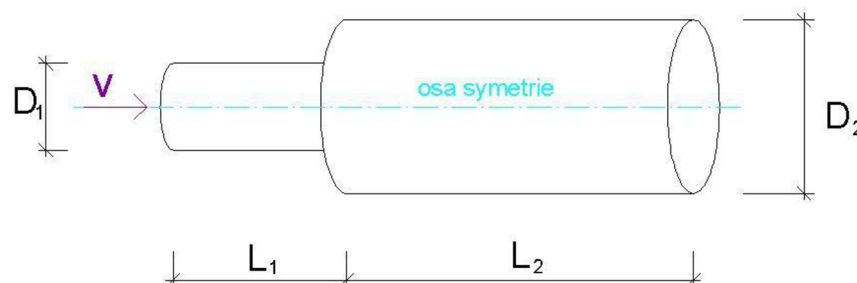
1. Problém formuluje jako variační.
2. Oblast řešení Ω se rozdělí na konečný počet podoblastí nazývaný konečnými prvky. Každé dva prvky nemají společný žádný bod, nebo mají společný vrchol nebo stranu nebo stěnu (u 3D úloh).
3. Přibližné řešení se hledá na třídě funkcí, které jsou po prvcích daného dělení polynomy určitého typu a stupně (Lagrangeovy resp. Hermiteovy), resp. na lomené funkci (isoparametrické prvky).
4. Postupem, který je v MKP obvyklý, tj. pomocí kódových čísel se s přihlédnutím k okrajovým podmínkám z lokálních matic jednotlivých prvků sestaví výsledná matice soustavy a vektor pravé strany. Řešením soustavy rovnic se získají hodnoty neznámých parametrů v uzlech náhradní oblasti.

Výraznými výhodami MKP oproti starším numerickým metodám (metodě sítí, Ritzově metodě) jsou:

- algoritmus výpočtu není závislý na tvaru řešené oblasti, závisí pouze na typu elementu;
- při sestavení sítě konečných prvků není třeba dodržovat žádnou pravidelnou strukturu, síť je možné přizpůsobit tvaru řešené oblasti (včetně otvorů, zářezů, a nepravidelnosti) a očekávanému průběhu neznámé funkce;
- v místech, kde je toho zapotřebí, lze použít zahuštěné sítě, popřípadě síť kombinovanou z elementů různých typů;
- každý konečný prvek může mít obecně různé fyzikální vlastnosti, které je během výpočtu možné měnit na základě získaných mezivýsledků;
- matice soustavy algebraických lineárních rovnic je symetrická a pásová s dominantní diagonálou.

3.5 POSTUP PŘI NUMERICKÉM MODELOVÁNÍ

Jako názorná ukázka modelování je v této kapitole uvedeno řešení proudění v trubici s náhlým rozšířením. Geometrie a rozměry řešené oblasti jsou uvedeny na Obr. 9.



Obr. 9 Schéma řešené oblasti [5]

Rozměry trubice dle obrázku 9 jsou následující: $D_1 = 0,2$ m, $D_2 = 0,4$ m, $L_1 = 0,4$ m, $L_2 = 0,8$ m.

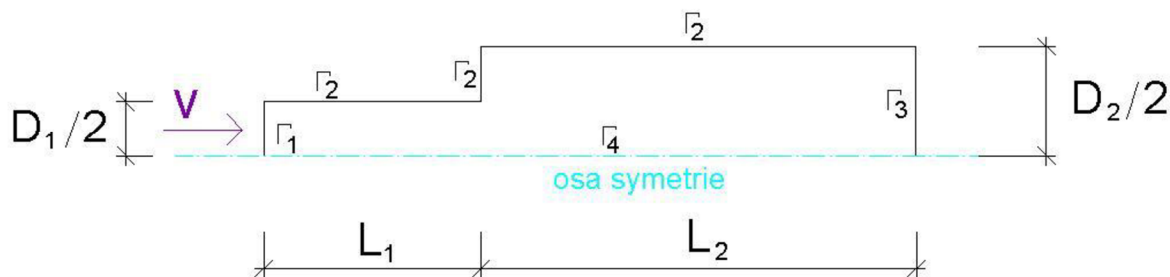
Řešení bylo provedeno pomocí turbulentního modelu, který je zapracován v souboru programů ANSYS FLOTRAN. Tento programový soubor je založen na numerickém řešení Navier-Stokesových rovnic (kap. 3.1.1) metodou konečných prvků s použitím dvou rovnicového turbulentního $k-\varepsilon$ modelu (kap. 3.1.3). Postup modelování sestává ze tří základních kroků [5]:

- přípravy vstupních dat (pre-processing);
- řešení (solution);
- zobrazení výsledků řešení (post-processing).

3.5.1 Pre-processing

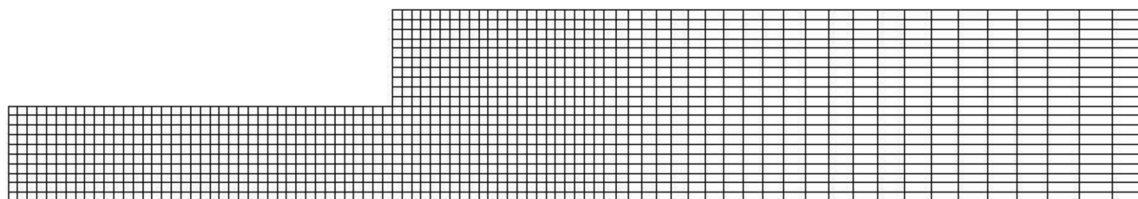
Tento krok obsahuje schematizaci skutečného stavu s ohledem na zjednodušení tvaru oblasti, diskretizaci oblasti na konečné prvky a realizaci okrajových podmínek. V prostředí pre-processoru programu ANSYS postup spočívá v následujících krocích:

- **volba typu elementu** – pro výpočet proudění v potrubí dle obr. 9 lze s výhodou využít dvojrozměrné izoparametrické elementy (FLUID141) definované v cylindrických souřadnicích, rotační symetrie je v tomto případě zvolena kolem osy x , která je osou potrubí. V našem případě lze s výhodou zmenšit oblast řešení pouze na polovinu řezu osou potrubí (Obr. 10) [5].

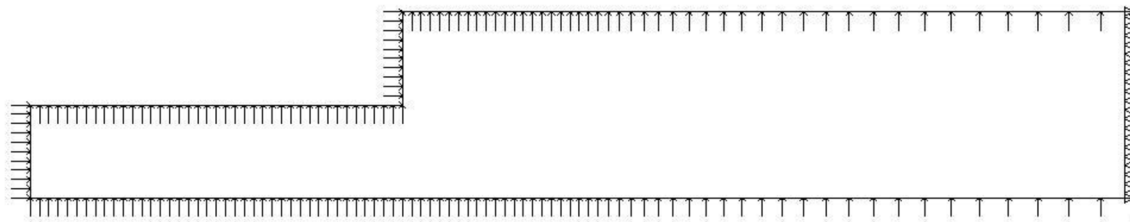


Obr. 10 Schéma náhradní oblasti

- **dělení oblasti řešení na podoblasti** následujícím postupem [5]:
 - určení vrcholů podoblastí (keypoints);
 - určení hran podoblastí (lines);
 - určení podoblastí (areas) pomocí hran;
- **diskretizace podoblastí** [5]:
 - určení jemnosti dělení na hranách podoblastí (shape and size);
 - automatické dělení (mesh) podoblastí na čtyřúhelníkové konečné prvky – FLUID141 (viz Obr. 11); oblast sestává z 1000 čtyřúhelníkových prvků;
- **realizace okrajových podmínek** (Obr. 12) [5]:
 - na části hranice Γ_{11} , která je vtokovým profilem, bylo zadáno rovnoměrné rozdělení rychlostí x -ovými složkami vektoru rychlosti $v_x = 0,5$ m/s;
 - na části hranice Γ_{12} , která je stěnou potrubí, byly zadány nulové složky vektoru rychlosti $v_x = v_y = 0$ m/s;
 - na části hranice Γ_2 , která je výtokovým profilem, byly zadány nulové hodnoty tlaku $p = 0$ Pa;
 - na části hranice Γ_{13} (osa symetrie) byla zadána symetrická okrajová podmínka $v_y = 0$ m/s.



Obr. 11 Dělení náhradní oblasti na konečné prvky



Obr. 12 Realizace okrajových podmínek

- **definice materiálových vlastností [5]:**
 - konstantní mechanicko-fyzikální vlastnosti kapaliny;
 - hustota $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$;
 - dynamická viskozita $\mu = 0,001 \text{ kg/m.s}$;

- **nastavení parametrů výpočtu [5]:**
 - turbulentní režim proudění;
 - počet iterací n ;
 - ustálený stav proudění;
 - byly použity hodnoty konstant k - ϵ modelu uvedené v Tab. 5.

3.5.2 Solution (řešení)

Výsledkem řešení jsou [5]:

- složky vektoru rychlosti v uzlech náhradní oblasti;
- celkové vektory rychlosti;
- hodnoty tlaků v uzlech náhradní oblasti;
- hodnoty kinetické energie turbulence k a disipace turbulentní energie ϵ ;
- dynamická viskozita μ a efektivní viskozita μ_e .

3.5.3 Post-processing

Výsledky řešení je možno zobrazit jak v grafické, tak v tabelární formě. Soubory výstupních dat obsahují v tabelární formě hodnoty počítaných veličin. Výsledky řešení jsou vztaženy buď k uzlům, nebo k prvkům náhradní oblasti. Grafické zobrazení je možno provést ve formě:

- vektorů rychlosti;
- izolinií vektorů rychlosti a jeho složek, tlaků a dalších počítaných veličin;
- průběhu vybraných veličin podél specifikované linie.

4 PRAKTICKÁ APLIKACE

Pro výpočet modelů byl použit program ANSYS Mechanical APDL Product Launcher 14.5. V tomto programu byl vytvořen geometrický model potrubí, vytvořena výpočtová síť, zadány počáteční a okrajové podmínky, proveden výpočet a dále zpracovány výsledky výpočtu.

Pro výpočet byl použit notebook ASUS X51Lseries, maximální frekvence 2GHz, procesor Intel Pentium Dual Core T3200, operační paměť 1024 MB s operačním systémem Windows XP Professional 32-bit.

Celkem jsem vytvořila 90 fungujících modelů, což při řešení jedné varianty trvající 6 hodin celkově představuje 540 hodin výpočtového času.

4.1 MATEMATICKÉ ŘEŠENÍ PROBLÉMU

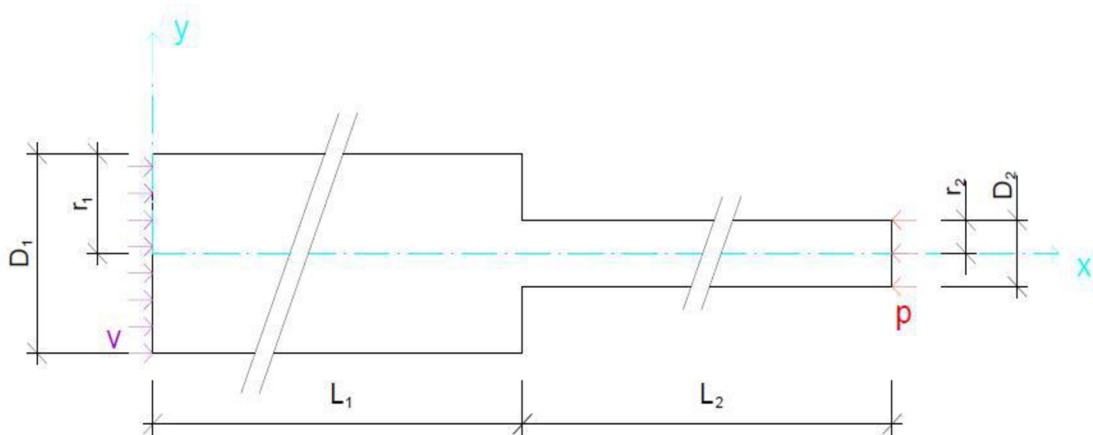
4.1.1 Náhlé zúžení

V programu byl nejprve vytvořen geometrický model zužujícího se potrubí. Celkem bylo vymodelováno v programu ANSYS 42 variant náhlého zúžení. Průměry potrubí D_1 , D_2 a jejich poměry $n = D_2/D_1$ jsou uvedeny v Tab. 5. Z tabulky vyplývá, že voleny byly poměry od 0,5 do 0,8. Délky potrubí L_1 a L_2 jednotlivých průměrů D_1 , D_2 byly určeny pro všechny varianty 1,1 m. Na výtoku z potrubí byl volen tlak $p = 0$ Pa a rychlost v potrubí, zadávaná na vstupu do potrubí, byla volena dle různých variant ($v_1 = 0,5$ m/s, $v_2 = 0,75$ m/s a $v_3 = 1,0$ m/s). Schematický náčrt potrubí s vykreslením okrajových podmínek je zobrazen na Obr. 13. Jak již bylo uvedeno v kapitole 3.2.1, potrubí je symetrické dle osy x , a proto byla vymodelována jen polovina řešené oblasti.

V této kapitole bude vzájemně porovnáno 6 variant řešení. První porovnávané potrubí je o rozměrech $D_1 = 0,125$ m a $D_2 = 0,1$ m (poměr $n = D_2/D_1 = 0,8$), lišící se v zadávaných rychlostech. V první variantě (dále jen VAR6) je zadána rychlost $v_1 = 0,5$ m/s, ve druhé variantě (VAR21) je rychlost $v_2 = 0,75$ m/s a v poslední (VAR36) je rychlost $v_3 = 1$ m/s.

Dále bude porovnáván model potrubí o průměru $D_1 = 0,3$ m a $D_2 = 0,15$ m, tedy poměr $n = D_2/D_1 = 0,5$. Opět zde budou zadány rychlosti $v_1 = 0,5$ m/s (VAR11), $v_2 = 0,75$ m/s (VAR26) a $v_3 = 1$ m/s (VAR41).

Vzájemně budou porovnány VAR6 a VAR11, následně VAR21 a VAR26 a jako poslední VAR36 a VAR41.



Obr. 13 Schéma náhlého zúžení potrubí

Tab. 6 Náhlé zúžení-průměry potrubí a jejich poměry

| Průměr D_1 | Průměr D_2 | Poměr n |
|--------------|--------------|-----------|
| [m] | [m] | [-] |
| 0,08 | 0,05 | 0,63 |
| 0,1 | 0,05 | 0,50 |
| 0,1 | 0,08 | 0,80 |
| 0,125 | 0,08 | 0,64 |
| 0,15 | 0,08 | 0,53 |
| 0,125 | 0,1 | 0,80 |
| 0,15 | 0,1 | 0,67 |
| 0,2 | 0,1 | 0,50 |
| 0,2 | 0,15 | 0,75 |
| 0,25 | 0,15 | 0,60 |
| 0,3 | 0,15 | 0,50 |
| 0,25 | 0,2 | 0,80 |
| 0,3 | 0,2 | 0,67 |
| 0,4 | 0,3 | 0,75 |

Jak již bylo uvedeno v kapitole 3.2.1, nejprve bylo provedeno dělení oblasti na podoblasti. Rozmístění bodů a jejich spojnic je znázorněno na Obr. 14 (VAR6) a na Obr. 15 (VAR11).



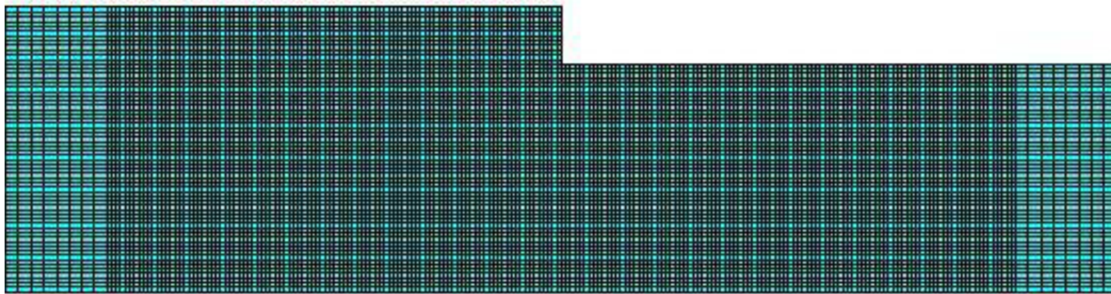
Obr. 14 Schéma oblasti VAR6 v programu ANSYS



Obr. 15 Schéma oblasti VAR11 v programu ANSYS

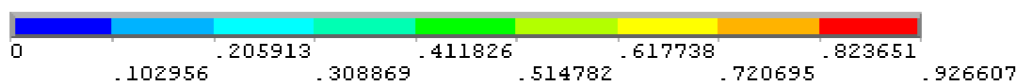
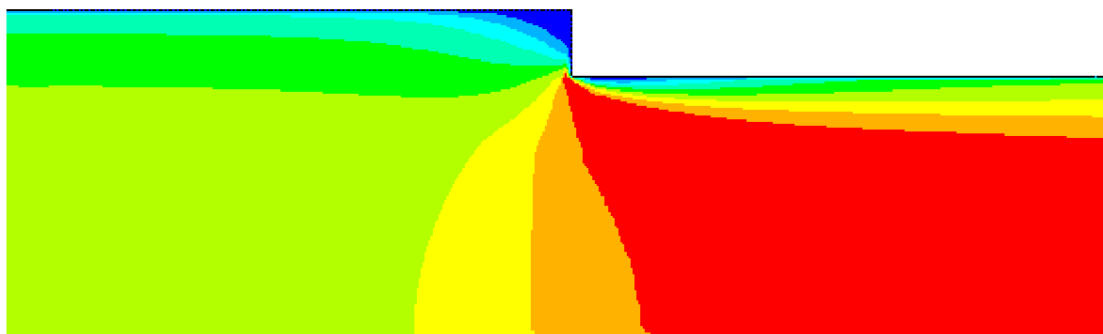
Z předcházejících obrázků je jasně patrný rozdíl v poměrech zúžení (0,5 a 0,8).

Jako následující krok byla vytvořena síť. Pro lepší vykreslení změn rychlostí a tlaků u změny průřezu byla 0,1 m před zúžením a 0,1 m za ním vytvořena hustější síť.

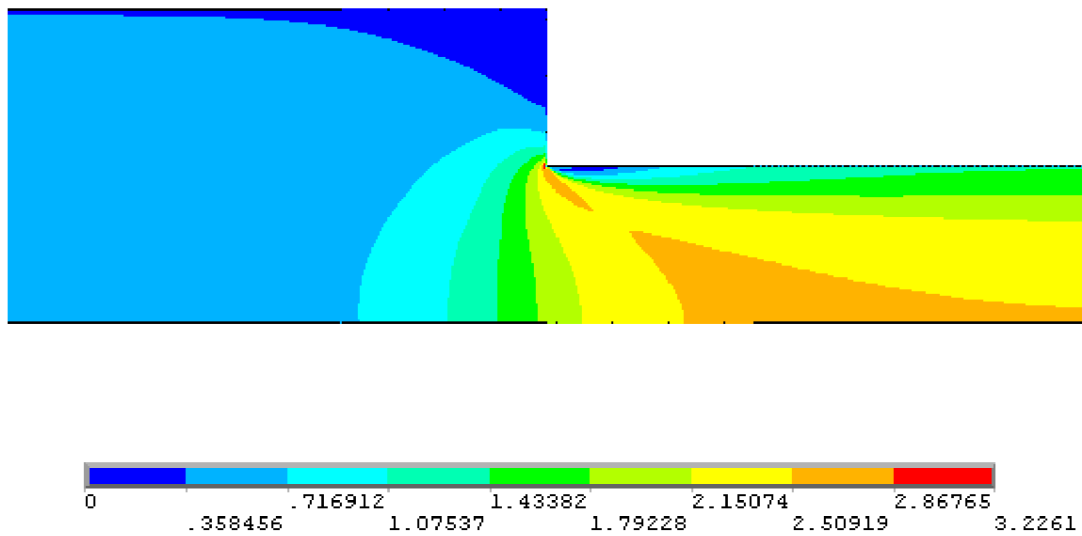


Obr. 16 Detail zhuštění sítě VAR6

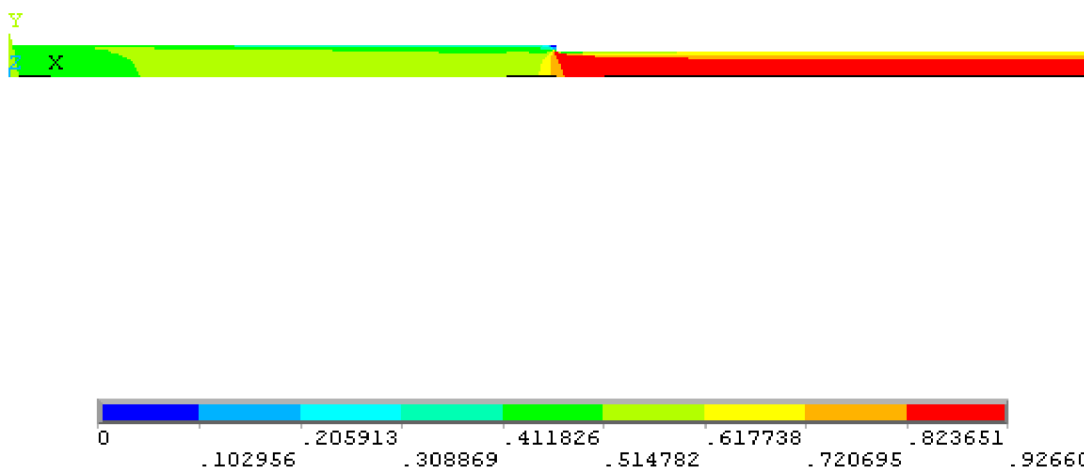
Dalším krokem bylo nastavení počátečních podmínek. Zde už byly pro jednotlivé varianty zadávány různé rychlosti ve vstupním profilu. Nejprve byla zadána rychlost $v_1 = 0,5$ m/s. Na Obr. 17 můžeme vidět rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu u VAR6 a na Obr. 18 pro VAR11.



Obr. 17 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu u VAR6

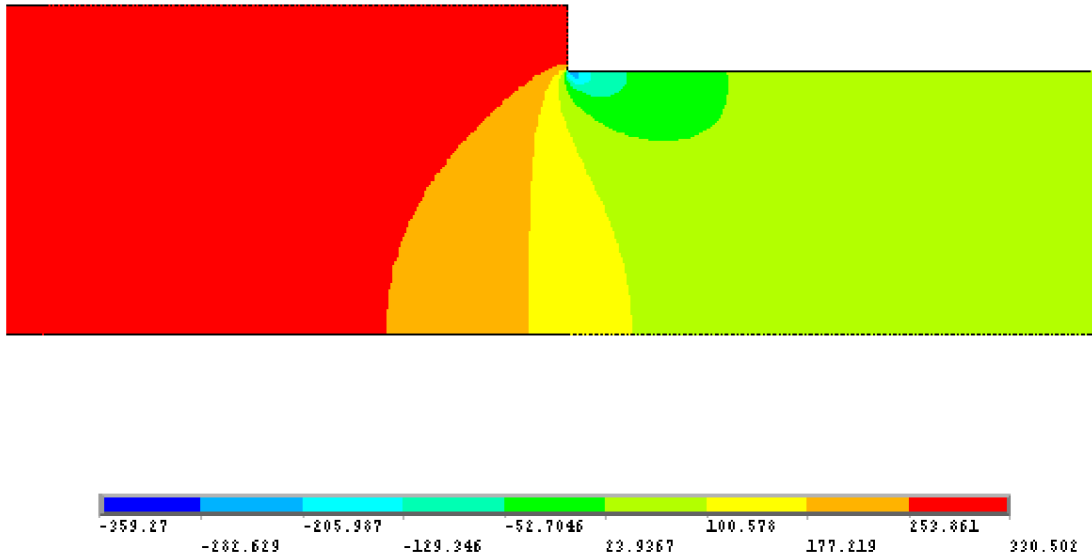


Obr. 18 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu u VAR11

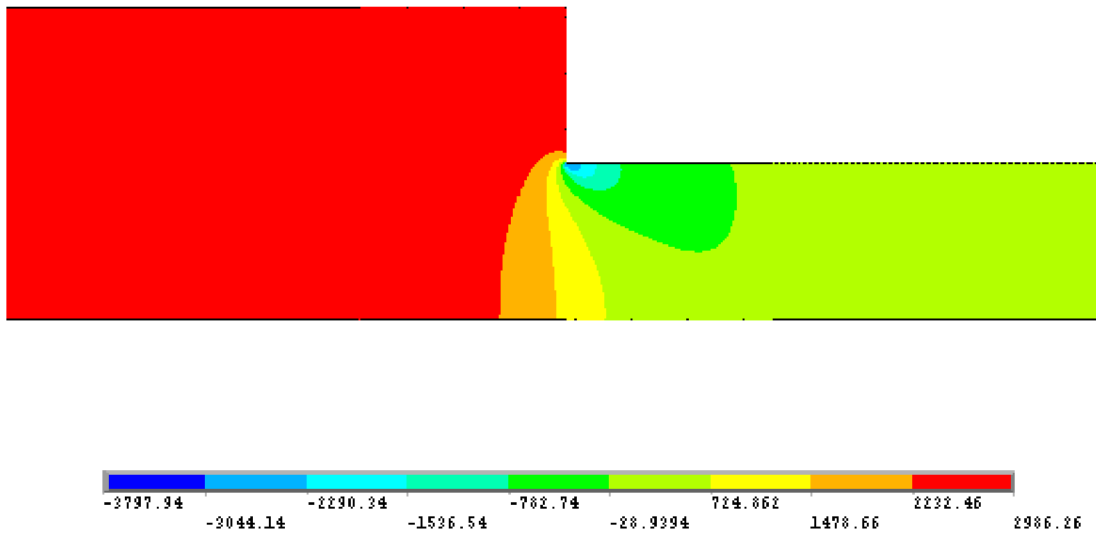


Obr. 19 Rozložení rychlostí v celé délce potrubí VAR6

Z obrázků 17 a 18 je patrné, že v celém potrubí s poměrem zúžení 0,5 vzniká, i přes zadanou shodnou rychlost ve vstupním profilu, větší rychlost. V těsné blízkosti za zúžením vznikne odtržení proudu od stěny trubice.



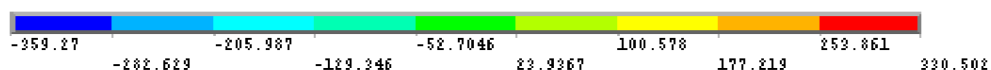
Obr. 20 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR6



Obr. 21 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR11

Na obrázcích 20 a 21 můžeme vidět průběh tlaků v blízkosti změny průřezu zúžením. U VAR11 je daleko větší oblast podtlaku v oblasti hned za změnou profilu, v místě největšího odtržení proudu od stěny.

Po získání výstupních hodnot z programu ANSYS a jejich následném zpracování jsem získala Coriolisovo číslo α , součinitele ztrát třením po délce λ_1 u potrubí s průměrem D_1 , λ_2 u potrubí průměrem D_2 a součinitele ztrát místních ζ v místě změny průřezu potrubí. Dále jsem dopočítala ztráty místní h_m (2.13), ztráty třením v jednotlivých průměrech potrubí h_{t1} , h_{t2} (2.7) a celkovou ztrátu h_z (2.3), viz Tab. 7.



Obr. 22 Rozložení tlaků v celé délce potrubí VAR6

Tab. 7 Hodnoty ztrátových součinitelů a celkové ztráty pro VAR6 a VAR11

| VAR | D_1-D_2 [m] | ξ [-] | λ_1 [-] | λ_2 [-] | h_m [m] | h_{t1} [m] | h_{t2} [m] | h_z [m] |
|-----|------------------|--------------|--------------------|--------------------|--------------|-----------------|-----------------|--------------|
| 6 | 0,125-0,1 | 0,2200 | 0,0245 | 0,0148 | 0,0066 | 0,0027 | 0,0049 | 0,0142 |
| 11 | 0,3-0,15 | 0,4805 | 0,0243 | 0,0099 | 0,0967 | 0,0011 | 0,0146 | 0,1124 |

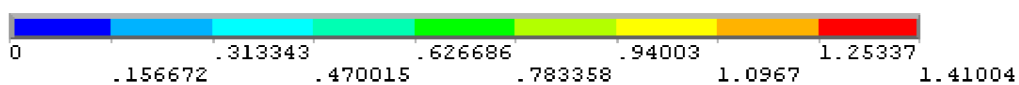
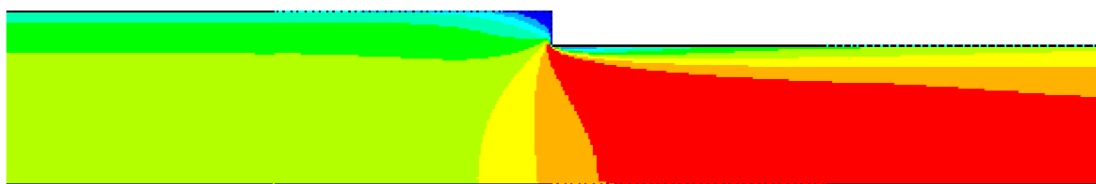
Z tabulky je patrné, že ztrátový součinitel ξ a ztráta h_z je větší u změny průřezu s poměrem $n = 0,5$, tzn. $D_1 = 0,3$ m a $D_2 = 0,15$ m. Místní ztráty h_m jsou vztaženy k profilu D_2 s rychlostí v_2 .

Tab. 8 Coriolisova čísla u VAR6 a VAR11

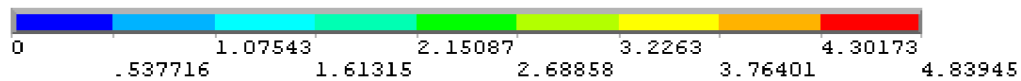
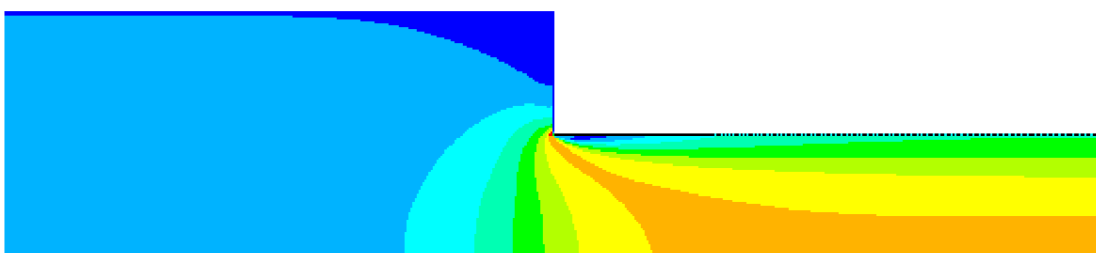
| VAR6 | | VAR11 | |
|--------|----------|--------|----------|
| Průřez | α | Průřez | α |
| 1 | 1,08 | 1 | 1,14 |
| 2 | 1,17 | 2 | 1,07 |
| 3 | 1,11 | 3 | 1,20 |
| 4 | 1,09 | 4 | 1,15 |

Coriolisovo číslo α bylo odečítáno v průřezích 1, 2, 3 a 4, kde průřez 1 byl volen 1,0 m od vstupního profilu po směru proudění. Průřez č. 2 byl volen 1,1 m od vstupního profilu (což je zároveň profil změny průřezů), průřez č. 3 byl volen 0,1 m za průřezem č. 2 a průřez č. 4 byl profil výstupní, tj. 2,2 m od profilu vstupního a 1,1 m od změny průřezu potrubí.

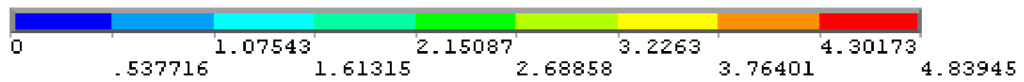
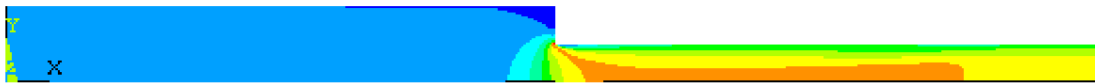
Stejný postup zadávání rozměrů a vstupních podmínek jsem volila i u variant, kde rychlost ve vstupním profilu byla zadána jako $v_2 = 0,75$ m/s. Zde jsem u VAR21 volila opět zúžení z $D_1 = 0,125$ m na $D_2 = 0,1$ m (poměr $n = D_2/D_1 = 0,8$) a u VAR26 to byly rozměry $D_1 = 0,3$ m a $D_2 = 0,15$ m, tedy poměr $n = D_2/D_1 = 0,5$.



Obr. 23 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu VAR21

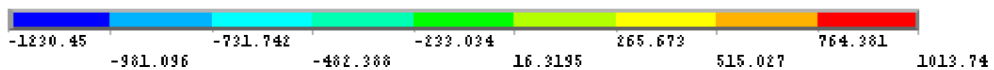
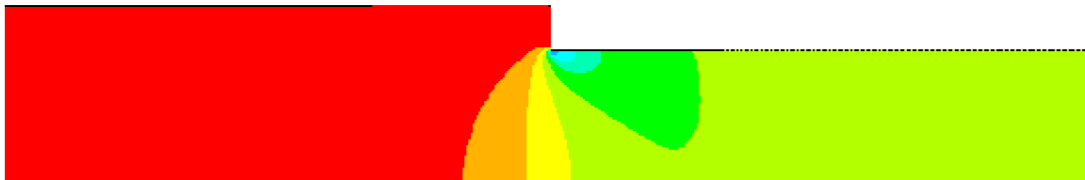


Obr. 24 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu VAR26

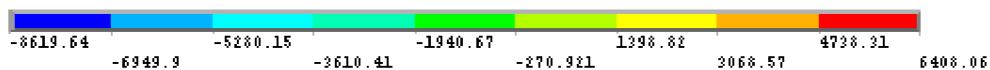
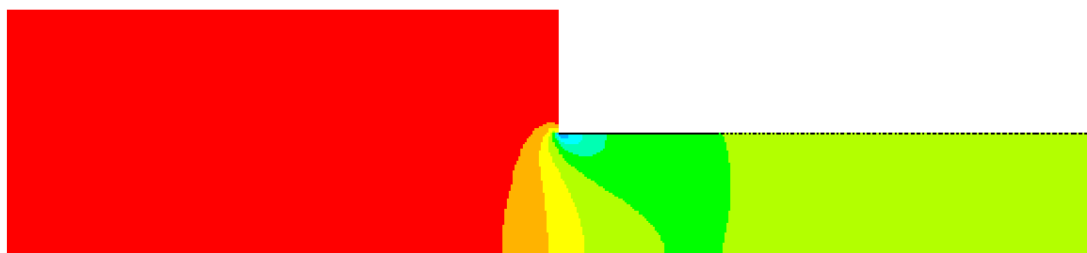


Obr. 25 Rozložení rychlostí v celé délce potrubí VAR26

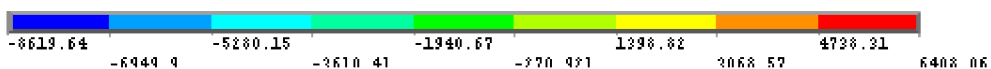
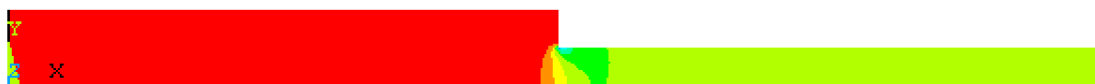
Jak můžeme vidět na obrázcích 23 a 24, rozdíly mezi rychlostmi jsou zhruba o velikosti 3,2 m/s s tím, že větší rychlosti jsou u VAR26, což je poměr $n = 0,5$. V širším profilu jsou u obou variant rychlosti nižší než u profilu menším průměrem.



Obr. 26 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR21



Obr. 27 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR26



Obr. 28 Rozložení tlaků v celé délce potrubí VAR26

Na obrázcích 26 a 27 můžeme vidět průběh tlaků v blízkosti změny průřezu zúžením. U VAR26 je daleko větší oblast podtlaku v oblasti hned za změnou profilu, v místě největšího odtržení proudu od stěny. Na obrázku 28 je zobrazeno rozložení tlaků v celé délce potrubí. Je patrné, že v širším průřezu je tlak vyšší než v profilu za zúžením.

Coriolisovo číslo α bylo opět odečítáno v průřezech 1, 2, 3 a 4, kde průřez 1 byl volen 1,0 m od vstupního profilu po směru proudění. Průřez č. 2 byl volen 1,1 m od vstupního

profilu (což je zároveň profil změny průřezů), průřez č. 3 byl volen 0,1 m za průřezem č. 2 a průřez č. 4 byl profil výstupní, tj. 2,2 m od profilu vstupního a 1,1 m od změny průřezu potrubí.

Tab. 9 Coriolisova čísla u VAR21 a VAR26

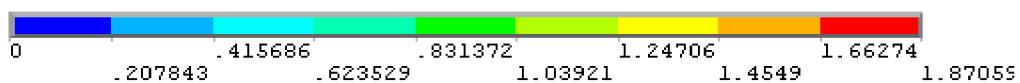
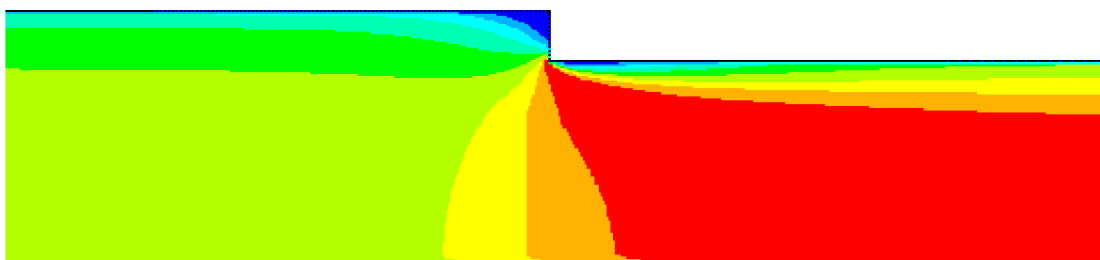
| VAR21 | | VAR26 | |
|--------|----------|--------|----------|
| Průřez | α | Průřez | α |
| 1 | 1,07 | 1 | 1,13 |
| 2 | 1,17 | 2 | 1,07 |
| 3 | 1,10 | 3 | 1,22 |
| 4 | 1,09 | 4 | 1,08 |

Tab. 10 Hodnoty ztrátových součinitelů a celkové ztráty pro VAR21 a VAR26

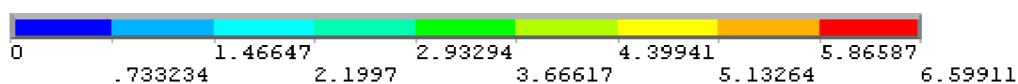
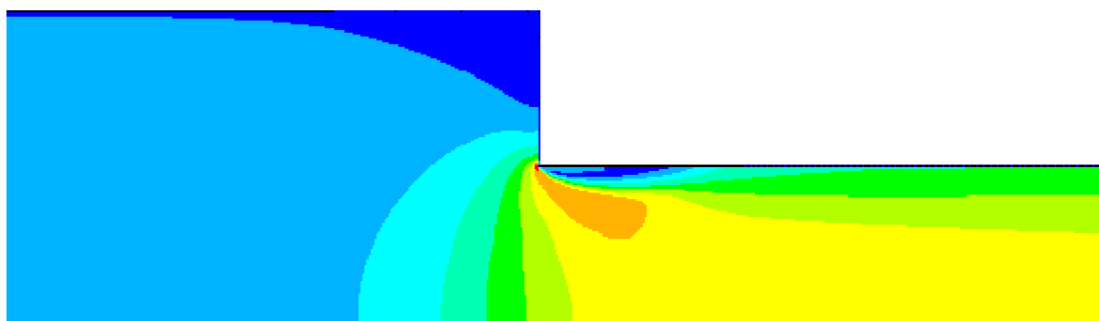
| VAR | D_1-D_2 [m] | ξ [-] | λ_1 [-] | λ_2 [-] | h_m [m] | h_{t1} [m] | h_{t2} [m] | h_z [m] |
|-----|------------------|--------------|--------------------|--------------------|--------------|-----------------|-----------------|--------------|
| 21 | 0,125-0,1 | 0,2254 | 0,0225 | 0,0157 | 0,0153 | 0,0055 | 0,0117 | 0,0324 |
| 26 | 0,3-0,15 | 0,4876 | 0,0221 | 0,0194 | 0,2208 | 0,0023 | 0,0644 | 0,2875 |

Z tabulky vyplývá, že ztrátový součinitel ξ a ztráta h_z je větší u změny průřezu s poměrem $n = 0,5$, tzn. $D_1 = 0,3$ m a $D_2 = 0,15$ m. Místní ztráty h_m jsou vztaženy k profilu D_2 s rychlostí v_2 .

Jako poslední variantu u náhlého zúžení jsem určila rychlost ve vstupním profilu rovnu $v_3 = 1,0$ m/s. Zde jsem u VAR36 volila stejné rozměry potrubí jako u VAR21, tedy zúžení z $D_1 = 0,125$ m na $D_2 = 0,1$ m (poměr $n = D_2/D_1 = 0,8$) a u VAR41 stejné jako u VAR26, což jsou rozměry $D_1 = 0,3$ m a $D_2 = 0,15$ m, tedy poměr $n = D_2/D_1 = 0,5$.

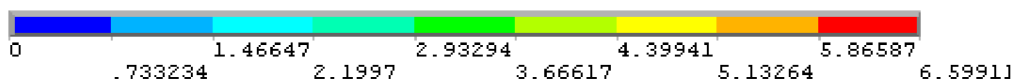
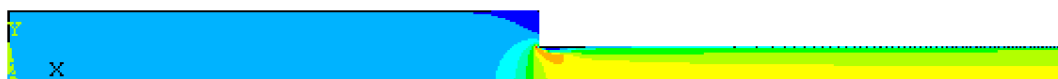


Obr. 29 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu VAR36

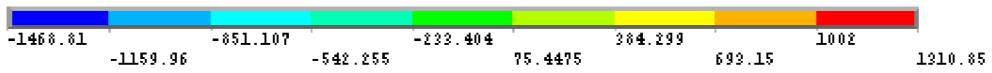
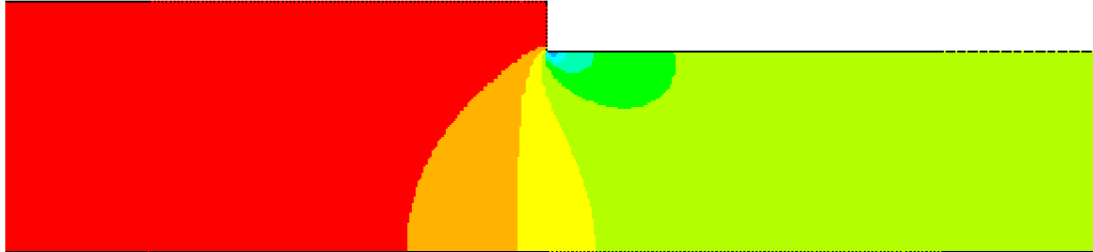


Obr. 30 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu VAR41

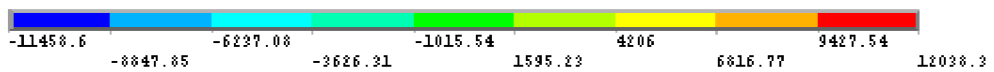
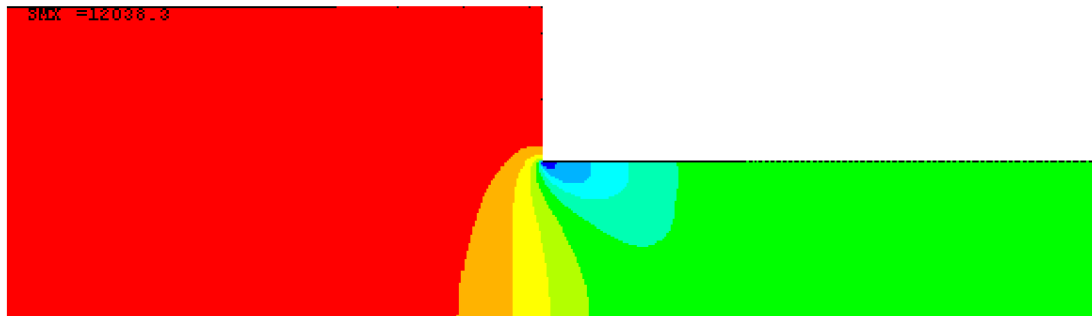
Jak můžeme vidět na obrázcích 29 a 30, při zadání počáteční podmínky $v_3 = 1,0$ m/s, jsou rozdíly mezi rychlostmi přibližně 5 m/s s tím, že větší rychlosti jsou dosahovány u VAR41, což je poměr $n = 0,50$. V širším profilu jsou u obou variant rychlosti nižší než u profilu menším průměrem. K největšímu odtržení proudu dochází v těsné blízkosti za zúžením.



Obr. 31 Rozložení rychlostí v celé délce potrubí VAR41



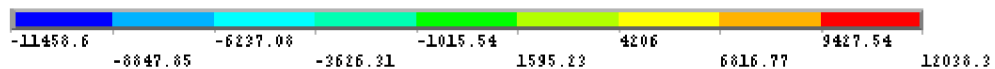
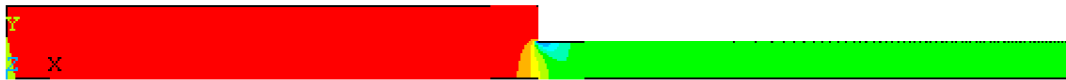
Obr. 32 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR36



Obr. 33 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR41

Na obrázcích 32 a 33 můžeme vidět průběh tlaků v blízkosti změny průřezu zúžením. U VAR41 je daleko větší oblast podtlaku v oblasti hned za změnou profilu, v místě

největšího odtržení proudu od stěny. Na obrázku 34 je zobrazeno rozložení tlaků v celé délce potrubí. Je zde opět patrné, že v širším průřezu je tlak vyšší než v profilu za zúžením.



Obr. 34 Rozložení tlaků v celé délce potrubí VAR41

Tab. 11 Coriolisova čísla u VAR36 a VAR41

| VAR36 | | VAR41 | |
|--------|----------|--------|----------|
| Průřez | α | Průřez | α |
| 1 | 1,07 | 1 | 1,13 |
| 2 | 1,17 | 2 | 1,27 |
| 3 | 1,11 | 3 | 1,13 |
| 4 | 1,08 | 4 | 1,06 |

Coriolisovo číslo α bylo opět odečítáno v průřezech 1, 2, 3 a 4, kde průřez 1 byl volen 1,0 m od vstupního profilu po směru proudění. Průřez č. 2 byl volen 1,1 m od vstupního profilu (což je zároveň profil změny průřezů), průřez č. 3 byl volen 0,1 m za průřezem č. 2 a průřez č. 4 byl profil výstupní, tj. 2,2 m od profilu vstupního a 1,1 m od změny průřezu potrubí.

Tab. 12 Hodnoty ztrátových součinitelů a celkové ztráty pro VAR36 a VAR41

| VAR | D_1-D_2 [m] | ξ [-] | λ_1 [-] | λ_2 [-] | h_m [m] | h_{t1} [m] | h_{t2} [m] | h_z [m] |
|-----|------------------|--------------|--------------------|--------------------|--------------|-----------------|-----------------|--------------|
| 36 | 0,125-0,1 | 0,2236 | 0,0213 | 0,0125 | 0,0269 | 0,0092 | 0,0165 | 0,0527 |
| 41 | 0,3-0,15 | 0,5235 | 1,2575 | 1,2576 | 0,4214 | 0,0039 | 0,0469 | 0,4723 |

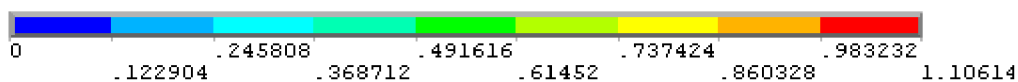
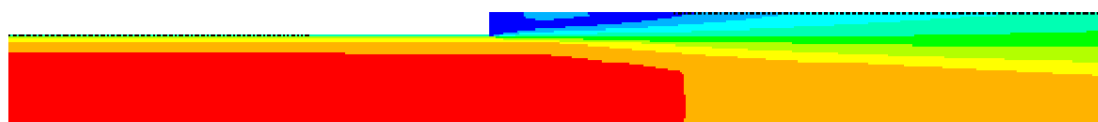
Z tabulky vyplývá, že ztrátový součinitel ξ a ztráta h_z je větší u změny průřezu s poměrem $n = 0,5$, tzn. $D_1 = 0,3$ m a $D_2 = 0,15$ m. Místní ztráty h_m jsou vztaženy k profilu D_2 s rychlostí v_2 .

4.1.2 Náhlé rozšíření

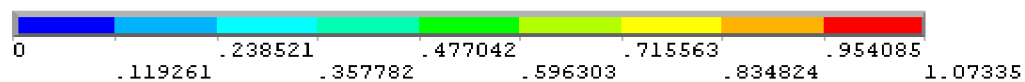
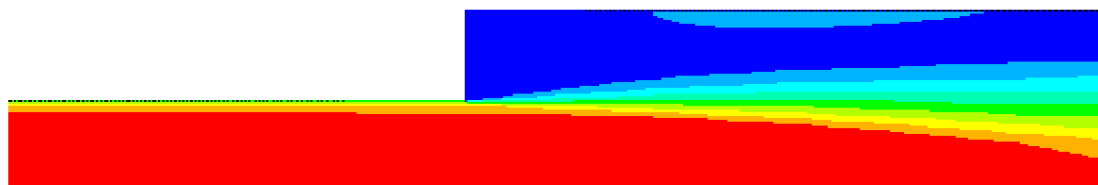
V programu ANSYS jsem vymodelovala celkem 15 variant náhlého rozšíření. Průměry potrubí D_1 , D_2 jsou uvedeny v Tab. 13. Délky potrubí L_1 a L_2 jednotlivých průměrů D_1 , D_2 byly voleny pro všechny varianty 1,1 m. Na výtoku z potrubí byl volen tlak $p = 0$ Pa a rychlost v potrubí, zadávána na vstupu do potrubí, byla volena rychlost $v_3 = 1,0$ m/s. Jak již bylo uvedeno v kapitole 3.2.1, potrubí je symetrické dle osy x , a proto byla vymodelována jen polovina řešené oblasti. V této kapitole se budu zabývat posouzením VAR51, u které jsem volila rozšíření z $D_1 = 0,1$ m na $D_2 = 0,125$ m a VAR56, u které bylo voleno rozšíření z $D_1 = 0,15$ m na $D_2 = 0,3$ m. Při řešení případů náhlého rozšíření jsem vytvořila modely s počáteční podmínkou rychlosti $v_3 = 1,0$ m/s.

Tab. 13 Průměry potrubí u náhlého rozšíření

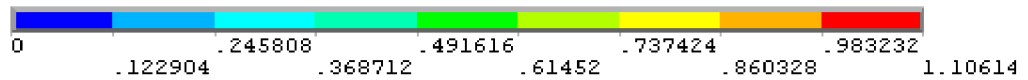
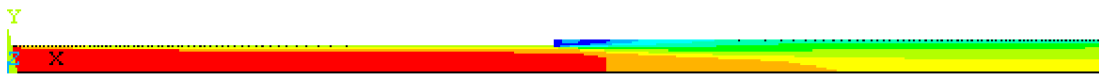
| Průměr D_1 | Průměr D_2 |
|--------------|--------------|
| [m] | [m] |
| 0,05 | 0,08 |
| 0,05 | 0,1 |
| 0,08 | 0,1 |
| 0,08 | 0,125 |
| 0,08 | 0,15 |
| 0,1 | 0,125 |
| 0,1 | 0,15 |
| 0,1 | 0,2 |
| 0,15 | 0,2 |
| 0,15 | 0,25 |
| 0,15 | 0,3 |
| 0,2 | 0,25 |
| 0,2 | 0,3 |
| 0,3 | 0,4 |



Obr. 35 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu VAR51

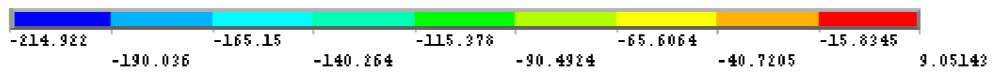
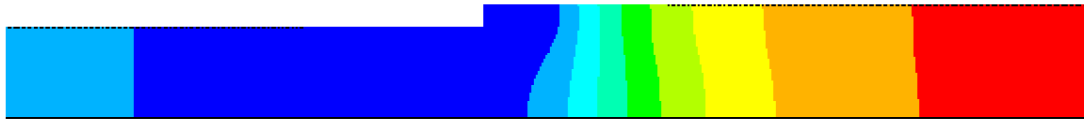


Obr. 36 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu VAR56

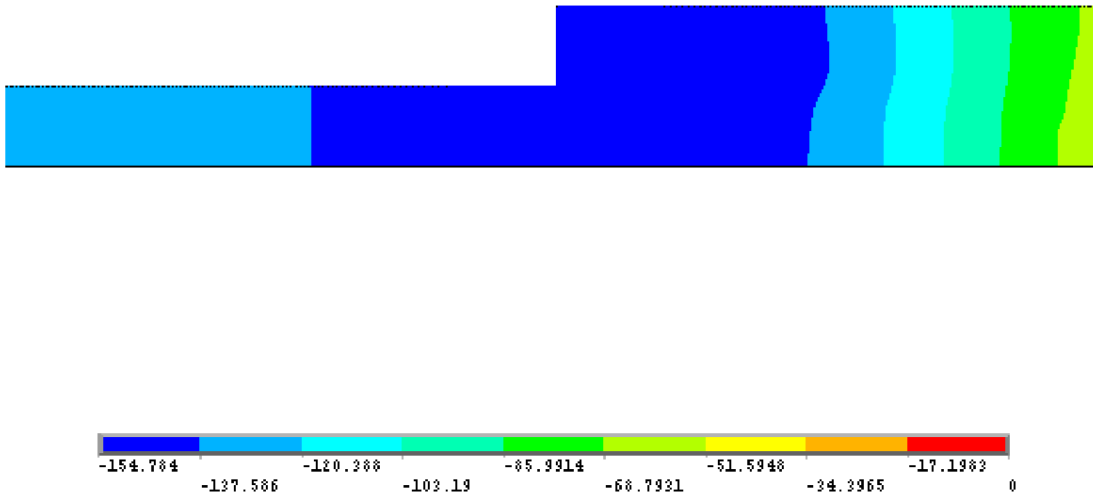


Obr. 37 Rozložení rychlostí v celé délce potrubí VAR51

Jak můžeme vidět na obrázcích 35 a 36, při zadání počáteční podmínky $v_3 = 1,0$ m/s, nejsou rozdíly mezi rychlostmi výrazně rozdílné. V širším profilu jsou u obou variant rychlosti nižší než u profilu s menším průměrem.



Obr. 38 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR51



Obr. 39 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR56

Na obrázcích 38 a 39 můžeme vidět průběh tlaků v blízkosti změny průřezu zúžením. U VAR51 je větší podtlak a zároveň i oblast podtlaku v oblasti kolem změny profilů.

Tab. 14 Coriolisova čísla u VAR51 a VAR56

| VAR51 | | VAR56 | |
|--------|----------|--------|----------|
| Průřez | α | Průřez | α |
| 1 | 1,08 | 1 | 1,06 |
| 2 | 1,25 | 2 | 1,06 |
| 3 | 1,44 | 3 | 1,51 |
| 4 | 1,09 | 4 | 1,33 |

Coriolisovo číslo α bylo opět odečítáno v průřezech 1, 2, 3 a 4, kde průřez 1 byl volen 1,0 m od vstupního profilu po směru proudění. Průřez č. 2 byl volen 1,1 m od vstupního profilu (což je zároveň profil změny průřezů), průřez č. 3 byl volen 0,1 m za průřezem č. 2 a průřez č. 4 byl profil výstupní, tj. 2,2 m od profilu vstupního a 1,1 m od změny průřezu potrubí. Coriolisovo číslo α vychází za změnou průřezu náhlým rozšířením větší než je obvyklé. Je to z důvodu velkého víření tekutiny v potrubí za změnou průřezu.

Tab. 15 Hodnoty ztrátových součinitelů a celkové ztráty pro VAR51 a VAR56

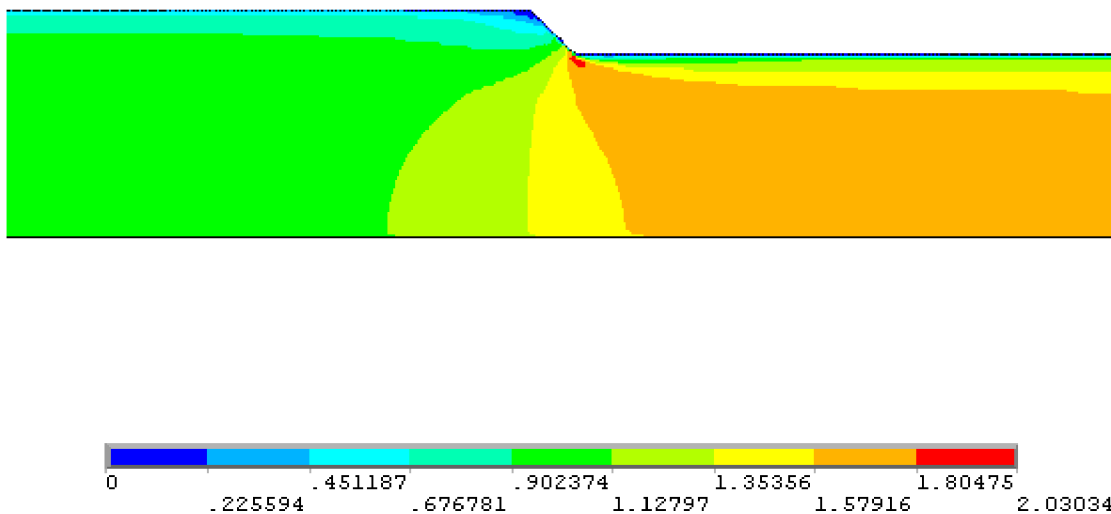
| VAR | D_1-D_2 [m] | ξ [-] | λ_1 [-] | λ_2 [-] | h_m [m] | h_{t1} [m] | h_{t2} [m] | h_z [m] |
|-----|------------------|--------------|--------------------|--------------------|--------------|-----------------|-----------------|--------------|
| 51 | 0,1-0,125 | 0,1593 | 0,0216 | 0,0131 | 0,0032 | 0,0116 | 0,0023 | 0,0171 |
| 56 | 0,15-0,3 | 0,6331 | 0,0206 | 0,0572 | 0,0020 | 0,0075 | 0,0007 | 0,0101 |

Z tabulky je patrné, že ztrátový součinitel ξ je markantně větší u změny průřezu s poměrem $n = 0,5$, tzn. $D_1 = 0,3$ m a $D_2 = 0,15$ m. Místní ztráty h_m jsou vztaženy k profilu D_1 s rychlostí v_1 .

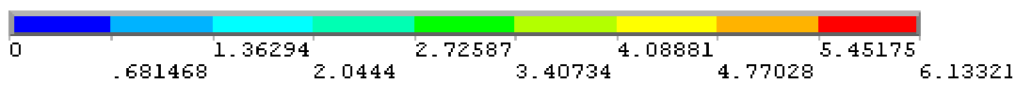
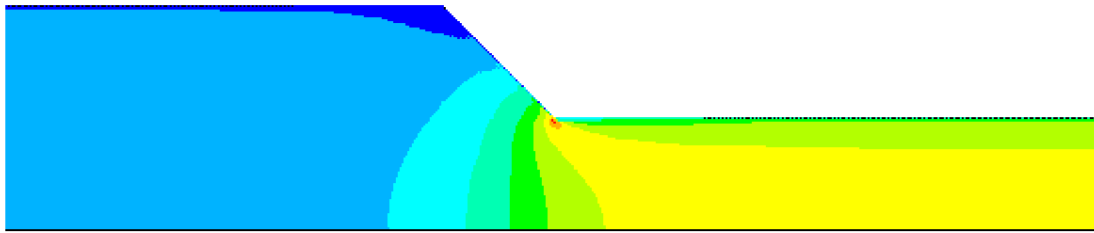
4.1.3 Kónické zúžení

Pro variantu kónického zúžení jsem v programu ANSYS vymodelovala celkem 15 variant. Délky potrubí L_1 a L_3 jednotlivých průměrů D_1 , D_2 byly voleny pro všechny varianty 1,1 m a délka L_2 oblasti zúžení byla volena vždy dle rozdílu $(D_1 - D_2)$. Na výtoku z potrubí byl volen tlak $p = 0$ Pa a rychlost v potrubí, zadávána na vstupu do potrubí, byla volena rychlost $v_3 = 1,0$ m/s. Kónické zúžení jsem počítala pro úhel $\delta = 45^\circ$.

V této kapitole se budu zabývat posouzením VAR66, u které jsem volila zúžení z $D_1 = 0,125$ m na $D_2 = 0,1$ m a VAR71, u které bylo voleno zúžení z $D_1 = 0,3$ m na $D_2 = 0,15$ m. Při řešení případů náhlého rozšíření jsem vytvořila modely s počáteční podmínkou rychlosti $v_3 = 1,0$ m/s.

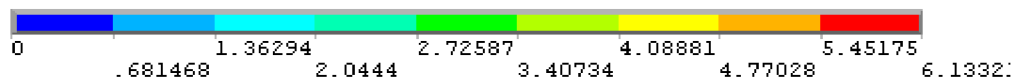
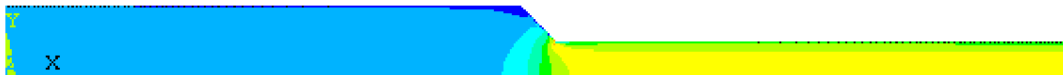


Obr. 40 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu VAR66

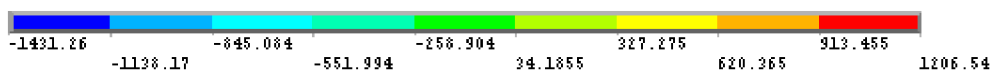
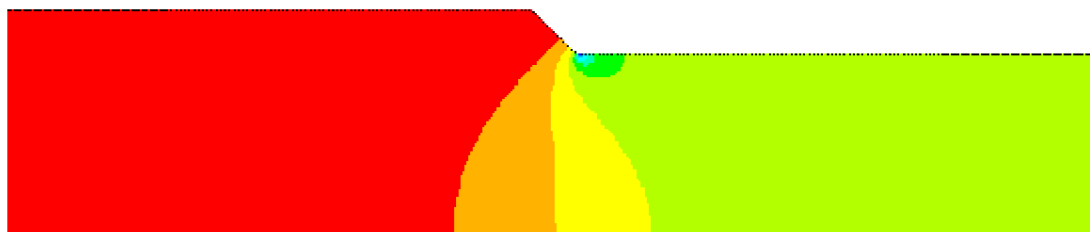


Obr. 41 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu VAR71

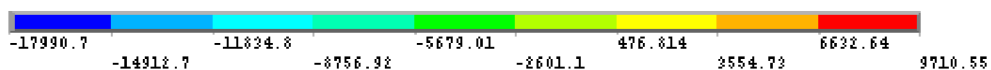
Jak můžeme vidět na obrázcích 40 a 41, při zadání počáteční podmínky $v_3 = 1,0$ m/s, jsou rozdíly mezi rychlostmi přibližně 4 m/s s tím, že větší rychlosti jsou dosahovány u VAR71. V širším profilu jsou u obou variant rychlosti nižší než u profilu s menším průměrem. K největšímu odtržení proudu dochází v těsné blízkosti za zúžením.



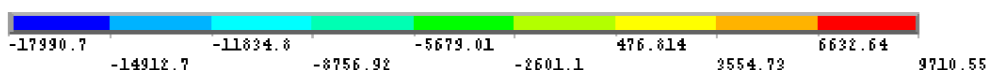
Obr. 42 Rozložení rychlostí v celé délce potrubí VAR71



Obr. 43 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR66



Obr. 44 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR71



Obr. 45 Rozložení tlaků v celé délce potrubí VAR71

Tab. 16 Coriolisova čísla u VAR66 a VAR71

| VAR66 | | VAR71 | |
|--------|----------|--------|----------|
| Průřez | α | Průřez | α |
| 1 | 1,07 | 1 | 1,04 |
| 2 | 1,14 | 2 | 1,05 |
| 3 | 1,07 | 3 | 1,04 |
| 4 | 1,08 | 4 | 1,06 |

Coriolisovo číslo α bylo opět odečítáno v průřezech 1, 2, 3 a 4, kde průřez 1 byl volen 1,0 m od vstupního profilu po směru proudění. Průřez č. 2 byl volen v místě největšího odtržení proudu od stěny potrubí, průřez č. 3 byl volen 0,1 m za průřezem č. 2 a průřez č. 4 byl profil výstupní.

Tab. 17 Hodnoty ztrátových součinitelů a celkové ztráty pro VAR66 a VAR71

| VAR | D_1-D_2 [m] | ξ [-] | λ_1 [-] | λ_2 [-] | h_m [m] | h_{t1} [m] | h_{t2} [m] | h_z [m] |
|-----|------------------|--------------|--------------------|--------------------|--------------|-----------------|-----------------|--------------|
| 66 | 0,125-0,1 | 0,1429 | 0,0219 | 0,0177 | 0,0172 | 0,0095 | 0,0234 | 0,0502 |
| 71 | 0,3-0,15 | 0,1518 | 0,1560 | 0,0145 | 0,1222 | 0,0288 | 0,0856 | 0,2366 |

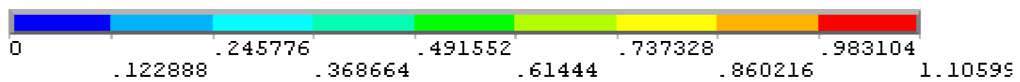
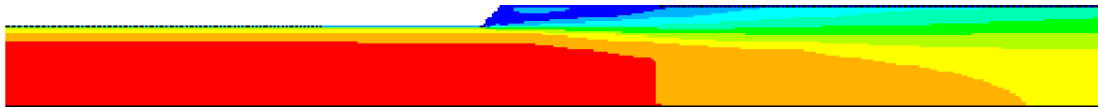
Z tabulky vyplývá, že ztrátový součinitel ξ a ztráta h_z je větší u změny průřezu s poměrem $n = 0,5$, tzn. $D_1 = 0,3$ m a $D_2 = 0,15$ m. Místní ztráty h_m jsou vztaženy k profilu D_2 s rychlostí v_2 .

4.1.4 Kónické rozšíření

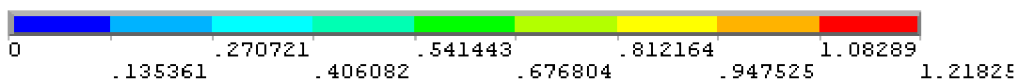
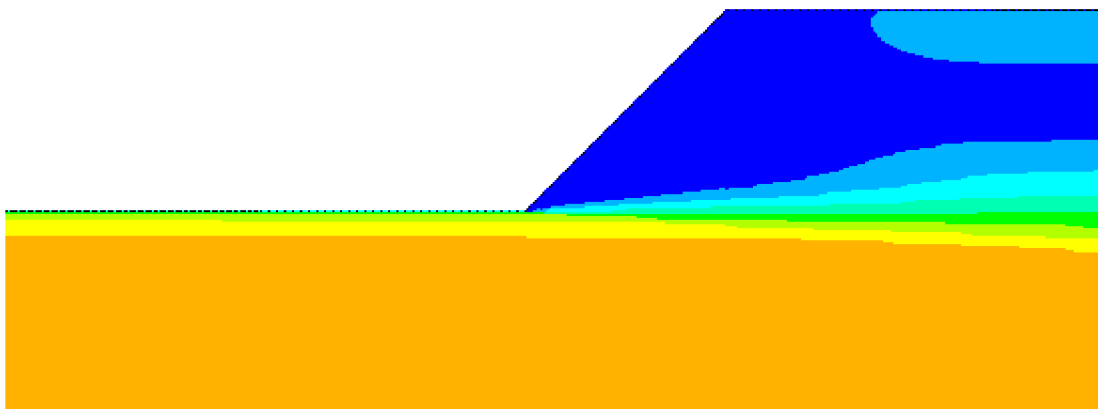
Pro variantu kónického rozšíření jsem v programu ANSYS vymodelovala celkem 15 variant. Délky potrubí L_1 a L_3 jednotlivých průměrů D_1 , D_2 byly voleny pro všechny

varianty 1,1 m a délka L_2 oblasti rozšíření byla volena vždy dle rozdílu $(D_2 - D_1)$. Na výtoku z potrubí byl volen tlak $p = 0$ Pa a rychlost v potrubí, zadávána na vstupu do potrubí, byla volena rychlost $v_3 = 1,0$ m/s. Kónické rozšíření jsem počítala pro úhel $\delta = 45^\circ$.

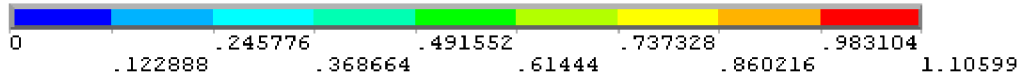
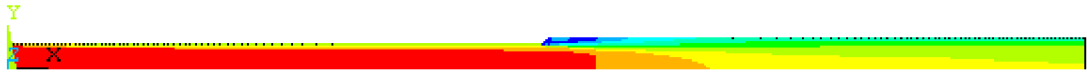
V této kapitole se budu zabývat posouzením VAR81, u které jsem volila rozšíření z $D_1 = 0,1$ m na $D_2 = 0,125$ m a VAR86, u které bylo voleno rozšíření z $D_1 = 0,15$ m na $D_2 = 0,3$ m. Při řešení případů náhlého rozšíření jsem vytvořila modely s počáteční podmínkou rychlosti $v_3 = 1,0$ m/s.



Obr. 46 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu VAR81

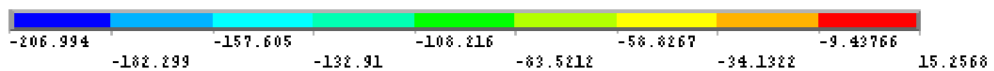


Obr. 47 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu VAR86

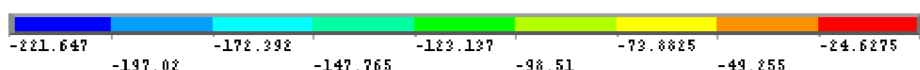


Obr. 48 Rozložení rychlostí v celé délce potrubí VAR86

Z obrázků je zřejmé, že při zadání počáteční podmínky $v_3 = 1,0$ m/s jsou rozdíly mezi rychlostmi přibližně 0,1 m/s s tím, že větší rychlosti jsou dosahovány u VAR86. V širším profilu jsou u obou variant rychlosti nižší než u profilu s menším průměrem.



Obr. 49 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR81



Obr. 50 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR86

Tab. 18 Coriolisova čísla u VAR81 a VAR86

| VAR81 | | VAR86 | |
|--------|----------|--------|----------|
| Průřez | α | Průřez | α |
| 1 | 1,08 | 1 | 1,06 |
| 2 | 1,08 | 2 | 1,06 |
| 3 | 1,33 | 3 | 2,23 |
| 4 | 1,08 | 4 | 1,39 |

Coriolisovo číslo α bylo opět odečítáno v průřezech 1, 2, 3 a 4, kde průřez 1 byl volen 1,0 m od vstupního profilu po směru proudění. Průřez č. 2 byl volen v místě přechodu průřezu D_1 do kónické části přechodu, průřez č. 3 byl volen 0,1 m za průřezem č. 2 a průřez č. 4 byl profil výstupní.

Číslo α vychází za změnou průřezu náhlým rozšířením větší než je obvyklé (obzvláště ve VAR86). Je to z důvodu velkého víření tekutiny v potrubí za změnou průřezu.

Tab. 19 Hodnoty ztrátových součinitelů a celkové ztráty pro VAR81 a VAR86

| VAR | D_1-D_2 [m] | ξ [-] | λ_1 [-] | λ_2 [-] | h_m [m] | h_{t1} [m] | h_{t2} [m] | h_z [m] |
|-----|------------------|--------------|--------------------|--------------------|--------------|-----------------|-----------------|--------------|
| 81 | 0,1-0,125 | 0,1536 | 0,0213 | 0,0154 | 0,0031 | 0,0115 | 0,0027 | 0,0173 |
| 86 | 0,15-0,3 | 0,5227 | 0,0206 | 0,1860 | 0,0016 | 0,0075 | 0,0021 | 0,0112 |

Z tabulky vyplývá, že ztrátový součinitel ξ je větší u změny průřezu s poměrem $n = 0,5$, tzn. $D_1 = 0,3$ m a $D_2 = 0,15$ m. Místní ztráty h_m jsou vztaženy k profilu D_1 s rychlostí v_1 .

4.2 FYZIKÁLNÍ MODELOVÁNÍ

Součástí mé práce bylo i naměření hodnot v laboratoři, kde jsem získala hodnoty pro fyzikální modelování potrubí. Nejprve jsem si zjistila průtok, který činil $Q = 0,0015 \text{ m}^3/\text{s}$. V laboratoři bylo simulováno pouze náhlé zúžení a náhlé rozšíření, proto se budu v následujících dvou odstavcích věnovat pouze těmto případům.

4.2.1 Náhlé zúžení

V laboratoři bylo umístěno potrubí o vnitřních průměrech potrubí $D_1 = 0,119 \text{ m}$ a $D_2 = 0,0464 \text{ m}$. Z údajů o průměrech potrubí jsem si dle vzorce $A = \frac{\pi D^2}{4}$ mohla spočítat plochy jednotlivých potrubí A_1, A_2 a následně jsem podle (2.18) dokázala spočítat jednotlivé rychlosti v potrubích. V určitých vzdálenostech byly na potrubí umístěny piezometry (Obr. 51) a na piezometrickém tablu (viz Obr. 52) jsem si tedy mohla odečíst rozdíl piezometrických výšek vztažených k jednotlivým bodům. V případě náhlého zúžení to byla mezi body 23 a 25 (viz Obr. 51) hodnota 0,065 m.



Obr. 51 Náhlé zúžení-piezometrické trubičky



Obr. 52 Piezometrické tablo

Po dosazení do (2.1.) jsem si vyjádřila součinitel ztráty ζ , který byl vztažen k průměru potrubí D_2 a rychlosti v_2 . Ztráty třením jsem v tomto případě zanedbala.

Následně jsem hodnoty L , D , h_z a v^2 (vztažené k rychlosti v profilu D_1) dosadila do (2.11) a získala součinitel ztráty třením po délce λ .

Přehled daných hodnot a vypočítaných výsledků je uveden v Tab. 20.

Tab. 20 Fyzikální měření-náhlé zúžení

| | | | | |
|---------------------------|--------|----------------|--------|-------------------|
| $D_1 =$ | 0,1190 | m | | |
| $D_2 =$ | 0,0464 | m | | |
| $Q =$ | 1,5 | l/s = | 0,0015 | m ³ /s |
| $A_1 =$ | 0,0111 | m ² | | |
| $A_2 =$ | 0,0017 | m ² | | |
| $v_1 =$ | 0,1349 | m/s | | |
| $v_2 =$ | 0,8871 | m/s | | |
| $\Delta p / (\rho * g) =$ | 0,0650 | m | | |
| $\alpha =$ | 1,05 | - | | |
| $2 * g =$ | 19,62 | - | | |
| $L =$ | 4,35 | m | | |

| |
|----------------|
| $\xi = 0,5949$ |
|----------------|

| |
|--------------------|
| $\lambda = 0,0339$ |
|--------------------|

4.2.2 Náhlé rozšíření

U měření součinitelů pro náhlé rozšíření jsem vycházela z údajů:

- vnitřní průměry potrubí $D_1 = 0,0464$ m a $D_2 = 0,119$ m.
- rozdíl piezometrických výšek mezi body 3 a 5 (viz Obr. 53) byl 0,015 m



Obr. 53 Náhlé rozšíření

Ve výpočtech jsem postupovala stejným způsobem jako u náhlého zúžení, tzn. po dosazení do (2.1.) jsem si vyjádřila součinitel ztráty ζ , který byl vztažen k průměru potrubí D_1 a rychlosti v_1 . Ztráty třením jsem v tomto případě zanedbala.

Následně jsem hodnoty L , D , h_z a v^2 (vztažené k rychlosti v profilu D_1) dosadila do (2.7) a získala součinitel ztráty třením po délce λ .

Přehled daných hodnot a vypočítaných výsledků je uveden v Tab. 21.

Tab. 21 Fyzikální měření-náhlé rozšíření

| | | | | |
|------------------------|--------|----------------|--------|-------------------|
| $D_1=$ | 0,0464 | m | | |
| $D_2=$ | 0,1190 | m | | |
| $Q=$ | 1,5 | l/s = | 0,0015 | m ³ /s |
| $A_1=$ | 0,0017 | m ² | | |
| $A_2=$ | 0,0111 | m ² | | |
| $v_1=$ | 0,8871 | m/s | | |
| $v_2=$ | 0,1349 | m/s | | |
| $\Delta p/(\rho * g)=$ | 0,0150 | m | | |
| $\alpha=$ | 1,05 | - | | |
| $2*g=$ | 19,62 | - | | |
| $L=$ | 4,35 | m | | |

| |
|--------------------|
| $\xi = 1,3997$ |
| $\lambda = 0,0339$ |

5 VÝSLEDKY

V této kapitole uvádím tabulky výsledků se všemi variantami vypočítanými v programu ANSYS. Dále zde bude uvedena tabulka porovnání výsledků matematického a fyzikálního výpočtu. V závěru kapitoly budou porovnány výsledky dosažené matematickým výpočtem a hodnotami uváděnými v literatuře.

Tab. 22 Výsledky-náhlé zúžení- $v=0,5$ m/s

| $v=0,5$ m/s | D_1-D_2 | ξ | λ_1 | λ_2 | h_m | h_{t1} | h_{t2} | h_z |
|-------------|------------|--------|-------------|-------------|--------|----------|----------|--------|
| VARIANTA | [m] | [-] | [-] | [-] | [m] | [m] | [m] | [m] |
| 1 | 0,08-0,05 | 0,4300 | 0,0250 | 0,0222 | 0,0342 | 0,0042 | 0,0388 | 0,0771 |
| 2 | 0,1-0,05 | 0,5234 | 0,0245 | 0,0174 | 0,1026 | 0,0033 | 0,0749 | 0,1808 |
| 3 | 0,1-0,08 | 0,2241 | 0,0246 | 0,0175 | 0,0067 | 0,0033 | 0,0072 | 0,0172 |
| 4 | 0,125-0,08 | 0,3993 | 0,0242 | 0,0127 | 0,0294 | 0,0026 | 0,0128 | 0,0449 |
| 5 | 0,15-0,08 | 0,4905 | 0,0243 | 0,0102 | 0,0752 | 0,0022 | 0,0215 | 0,0989 |
| 6 | 0,125-0,1 | 0,2200 | 0,0245 | 0,0148 | 0,0066 | 0,0027 | 0,0049 | 0,0142 |
| 7 | 0,15-0,1 | 0,3761 | 0,0243 | 0,0088 | 0,0236 | 0,0022 | 0,0061 | 0,0319 |
| 8 | 0,2-0,1 | 0,5008 | 0,0240 | 0,0100 | 0,1001 | 0,0017 | 0,0221 | 0,1238 |
| 9 | 0,2-0,15 | 0,2737 | 0,0241 | 0,0048 | 0,0108 | 0,0017 | 0,0014 | 0,0139 |
| 10 | 0,25-0,15 | 0,4308 | 0,0243 | 0,0113 | 0,0417 | 0,0013 | 0,0080 | 0,0511 |
| 11 | 0,3-0,15 | 0,4805 | 0,0243 | 0,0099 | 0,0967 | 0,0011 | 0,0146 | 0,1124 |
| 12 | 0,25-0,2 | 0,1966 | 0,0241 | 0,0134 | 0,0060 | 0,0013 | 0,0022 | 0,0096 |
| 13 | 0,3-0,2 | 0,2996 | 0,0241 | 0,0060 | 0,0191 | 0,0011 | 0,0021 | 0,0223 |
| 14 | 0,4-0,3 | 0,1192 | 0,0243 | 0,0188 | 0,0048 | 0,0008 | 0,0027 | 0,0083 |

Tab. 23 Výsledky-náhlé zúžení- $v=0,75$ m/s

| $v=0,75$ m/s | D_1-D_2 | ξ | λ_1 | λ_2 | h_m | h_{t1} | h_{t2} | h_z |
|--------------|------------|--------|-------------|-------------|--------|----------|----------|--------|
| VARIANTA | [m] | [-] | [-] | [-] | [m] | [m] | [m] | [m] |
| 16 | 0,08-0,05 | 0,4270 | 0,0217 | 0,0169 | 0,1357 | 0,0145 | 0,1182 | 0,2684 |
| 17 | 0,1-0,05 | 0,5181 | 0,0213 | 0,0159 | 0,4061 | 0,0115 | 0,2736 | 0,6911 |
| 18 | 0,1-0,08 | 0,2229 | 0,0227 | 0,0174 | 0,0150 | 0,0069 | 0,0161 | 0,0379 |
| 19 | 0,125-0,08 | 0,3949 | 0,0224 | 0,0148 | 0,0654 | 0,0055 | 0,0337 | 0,1046 |
| 20 | 0,15-0,08 | 0,4862 | 0,0224 | 0,0124 | 0,1678 | 0,0046 | 0,0590 | 0,2314 |
| 21 | 0,125-0,1 | 0,2254 | 0,0225 | 0,0157 | 0,0153 | 0,0055 | 0,0117 | 0,0324 |
| 22 | 0,15-0,1 | 0,3707 | 0,0223 | 0,0129 | 0,0524 | 0,0046 | 0,0200 | 0,0770 |
| 23 | 0,2-0,1 | 0,4715 | 0,0221 | 0,0061 | 0,2121 | 0,0034 | 0,0304 | 0,2459 |
| 24 | 0,2-0,15 | 0,2899 | 0,0222 | 0,0112 | 0,0258 | 0,0034 | 0,0073 | 0,0365 |
| 25 | 0,25-0,15 | 0,4659 | 0,0221 | 0,0105 | 0,1015 | 0,0027 | 0,0167 | 0,1209 |
| 26 | 0,3-0,15 | 0,4876 | 0,0221 | 0,0194 | 0,2208 | 0,0023 | 0,0644 | 0,2875 |
| 27 | 0,25-0,2 | 0,1988 | 0,0222 | 0,0094 | 0,0137 | 0,0028 | 0,0036 | 0,0200 |
| 28 | 0,3-0,2 | 0,3553 | 0,0221 | 0,0099 | 0,0509 | 0,0023 | 0,0078 | 0,0610 |
| 29 | 0,4-0,3 | 0,2136 | 0,0224 | 0,0163 | 0,0192 | 0,0017 | 0,0054 | 0,0263 |

Tab. 24 Výsledky-náhlé zúžení- $v=1,0$ m/s

| $v=1,0$ m/s | D_1-D_2 | ξ | λ_1 | λ_2 | h_m | h_{t1} | h_{t2} | h_z |
|-------------|------------|--------|-------------|-------------|--------|----------|----------|--------|
| VARIANTA | [m] | [-] | [-] | [-] | [m] | [m] | [m] | [m] |
| 31 | 0,08-0,05 | 0,4270 | 0,0217 | 0,0169 | 0,1357 | 0,0145 | 0,1182 | 0,2684 |
| 32 | 0,1-0,05 | 0,5181 | 0,0213 | 0,0159 | 0,4061 | 0,0115 | 0,2736 | 0,6911 |
| 33 | 0,1-0,08 | 0,2246 | 0,0214 | 0,0146 | 0,0269 | 0,0115 | 0,0241 | 0,0625 |
| 34 | 0,125-0,08 | 0,3967 | 0,0212 | 0,0116 | 0,1168 | 0,0092 | 0,0469 | 0,1729 |
| 35 | 0,15-0,08 | 0,4900 | 0,0211 | 0,0091 | 0,3007 | 0,0077 | 0,0768 | 0,3852 |
| 36 | 0,125-0,1 | 0,2236 | 0,0213 | 0,0125 | 0,0269 | 0,0092 | 0,0165 | 0,0527 |
| 37 | 0,15-0,1 | 0,3798 | 0,0211 | 0,0082 | 0,0954 | 0,0077 | 0,0225 | 0,1256 |
| 38 | 0,2-0,1 | 0,5059 | 0,0214 | 0,0061 | 0,4045 | 0,0059 | 0,0541 | 0,4645 |
| 39 | 0,2-0,15 | 0,2900 | 0,0210 | 0,0015 | 0,0458 | 0,0058 | 0,0017 | 0,0533 |
| 40 | 0,25-0,15 | 0,4309 | 0,0210 | 0,0093 | 0,1668 | 0,0046 | 0,0263 | 0,1978 |
| 41 | 0,3-0,15 | 0,5235 | 1,2575 | 1,2576 | 0,4214 | 0,0039 | 0,0469 | 0,4723 |
| 42 | 0,25-0,2 | 0,2100 | 0,0209 | 0,0145 | 0,0257 | 0,0046 | 0,0098 | 0,0401 |
| 43 | 0,3-0,2 | 0,3505 | 0,0209 | 0,0121 | 0,0893 | 0,0039 | 0,0170 | 0,1101 |
| 44 | 0,4-0,3 | 0,1640 | 0,0212 | 0,0144 | 0,0262 | 0,0029 | 0,0084 | 0,0375 |

Tab. 25 Výsledky-náhlé rozšíření- $v=1,0$ m/s

| $v=1,0$ m/s | D_1-D_2 | ξ | λ_1 | λ_2 | h_m | h_{t1} | h_{t2} | h_z |
|-------------|------------|--------|-------------|-------------|--------|----------|----------|--------|
| VARIANTA | [m] | [-] | [-] | [-] | [m] | [m] | [m] | [m] |
| 46 | 0,05-0,08 | 0,3469 | 0,0227 | 0,0183 | 0,0025 | 0,0235 | 0,0018 | 0,0278 |
| 47 | 0,05-0,1 | 0,5154 | 0,0227 | 0,0826 | 0,0015 | 0,0235 | 0,0027 | 0,0277 |
| 48 | 0,08-0,1 | 0,3170 | 0,0218 | 0,0130 | 0,0063 | 0,0145 | 0,0028 | 0,0237 |
| 49 | 0,08-0,125 | 0,3707 | 0,0220 | 0,0125 | 0,0030 | 0,0147 | 0,0009 | 0,0186 |
| 51 | 0,1-0,125 | 0,1593 | 0,0216 | 0,0131 | 0,0032 | 0,0116 | 0,0023 | 0,0171 |
| 52 | 0,1-0,15 | 0,3232 | 0,0214 | 0,0112 | 0,0031 | 0,0115 | 0,0008 | 0,0154 |
| 54 | 0,15-0,2 | 0,2275 | 0,0205 | 0,0068 | 0,0036 | 0,0075 | 0,0006 | 0,0116 |
| 56 | 0,15-0,3 | 0,6331 | 0,0206 | 0,0572 | 0,0020 | 0,0075 | 0,0007 | 0,0101 |
| 57 | 0,2-0,25 | 0,1772 | 0,0205 | 0,0051 | 0,0036 | 0,0056 | 0,0005 | 0,0097 |
| 59 | 0,3-0,4 | 0,3109 | 0,0181 | 0,0656 | 0,0049 | 0,0033 | 0,0029 | 0,0112 |

Tab. 26 Výsledky-kónické zúžení 45°-v=1,0 m/s

| v=1,0 m/s | D_1-D_2 | ξ | λ_1 | λ_2 | h_m | h_{t1} | h_{t2} | h_z |
|-----------|------------|--------|-------------|-------------|--------|----------|----------|--------|
| VARIANTA | [m] | [-] | [-] | [-] | [m] | [m] | [m] | [m] |
| 61 | 0,08-0,05 | 0,2576 | 0,0223 | 0,0187 | 0,0819 | 0,0149 | 0,1309 | 0,2276 |
| 62 | 0,1-0,05 | 0,2638 | 0,0226 | 0,0183 | 0,2068 | 0,0122 | 0,3150 | 0,5339 |
| 63 | 0,1-0,08 | 0,1678 | 0,0221 | 0,0181 | 0,0201 | 0,0119 | 0,0297 | 0,0617 |
| 64 | 0,125-0,08 | 0,2132 | 0,0218 | 0,0178 | 0,0628 | 0,0095 | 0,0720 | 0,1443 |
| 65 | 0,15-0,08 | 0,2083 | 0,0216 | 0,0166 | 0,1278 | 0,0079 | 0,1399 | 0,2756 |
| 66 | 0,125-0,1 | 0,1429 | 0,0219 | 0,0177 | 0,0172 | 0,0095 | 0,0234 | 0,0502 |
| 67 | 0,15-0,1 | 0,1766 | 0,0215 | 0,0173 | 0,0444 | 0,0078 | 0,0479 | 0,1001 |
| 68 | 0,2-0,1 | 0,2308 | 0,0211 | 0,0153 | 0,0115 | 0,0058 | 0,1343 | 0,1517 |
| 69 | 0,2-0,15 | 0,1367 | 0,0212 | 0,0172 | 0,0216 | 0,0058 | 0,0200 | 0,0474 |
| 70 | 0,25-0,15 | 0,1729 | 0,0212 | 0,0153 | 0,0669 | 0,0047 | 0,0435 | 0,1151 |
| 71 | 0,3-0,15 | 0,1518 | 0,1560 | 0,0145 | 0,1222 | 0,0288 | 0,0856 | 0,2366 |
| 72 | 0,25-0,2 | 0,1129 | 0,0210 | 0,0174 | 0,0138 | 0,0046 | 0,0117 | 0,0302 |
| 73 | 0,3-0,2 | 0,1351 | 0,0204 | 0,0149 | 0,0344 | 0,0038 | 0,0208 | 0,0590 |
| 74 | 0,4-0,3 | 0,1224 | 0,0207 | 0,0149 | 0,0195 | 0,0029 | 0,0087 | 0,0311 |

Tab. 27 Výsledky-kónické rozšíření 45°-v=1,0 m/s

| v=1,0 m/s | D_1-D_2 | ξ | λ_1 | λ_2 | h_m | h_{t1} | h_{t2} | h_z |
|-----------|------------|--------|-------------|-------------|--------|----------|----------|--------|
| VARIANTA | [m] | [-] | [-] | [-] | [m] | [m] | [m] | [m] |
| 76 | 0,05-0,08 | 0,3536 | 0,0227 | 0,0186 | 0,0025 | 0,0238 | 0,0019 | 0,0283 |
| 77 | 0,05-0,1 | 0,5327 | 0,0232 | 0,0077 | 0,0016 | 0,0240 | 0,0002 | 0,0259 |
| 78 | 0,08-0,1 | 0,1581 | 0,0216 | 0,0159 | 0,0031 | 0,0144 | 0,0035 | 0,0210 |
| 79 | 0,08-0,125 | 0,3604 | 0,0218 | 0,0141 | 0,0029 | 0,0146 | 0,0010 | 0,0185 |
| 80 | 0,08-0,15 | 0,4881 | 0,0218 | 0,0079 | 0,0019 | 0,0146 | 0,0002 | 0,0167 |
| 81 | 0,1-0,125 | 0,1536 | 0,0213 | 0,0154 | 0,0031 | 0,0115 | 0,0027 | 0,0173 |
| 82 | 0,1-0,15 | 0,3203 | 0,0214 | 0,0097 | 0,0031 | 0,0115 | 0,0007 | 0,0153 |
| 83 | 0,1-0,2 | 0,5402 | 0,0214 | 0,2138 | 0,0017 | 0,0115 | 0,0036 | 0,0168 |
| 84 | 0,15-0,2 | 0,2257 | 0,0205 | 0,0059 | 0,0035 | 0,0075 | 0,0005 | 0,0115 |
| 86 | 0,15-0,3 | 0,5227 | 0,0206 | 0,1860 | 0,0016 | 0,0075 | 0,0021 | 0,0112 |
| 87 | 0,2-0,25 | 0,1676 | 0,0199 | 0,0031 | 0,0034 | 0,0055 | 0,0003 | 0,0092 |

Tab. 28 Výsledky-náhlé zúžení-fyzikální a matematické

| D_1-D_2 | | |
|--------------|-----------|-------------|
| 0,119-0,0464 | Fyzikální | Matematické |
| $\xi_2=$ | 0,5949 | 0,6184 |
| $\lambda_1=$ | 0,0339 | 0,0390 |

Tab. 29 Výsledky-náhlé rozšíření-fyzikální a matematické

| D_1-D_2 | | |
|--------------|-----------|-------------|
| 0,119-0,0464 | Fyzikální | Matematické |
| $\xi_2=$ | 1,3997 | 0,6913 |
| $\lambda_1=$ | 0,0339 | 0,0225 |

Tab. 30 Porovnání součinitelů ξ u náhlého rozšíření vztažené k D_1

| VAR | D_1-D_2 [m] | NUM | LIT |
|-----|------------------|-------------------|--------|
| | | ξ | ξ |
| | | [-] | [-] |
| | | $v=1,0\text{m/s}$ | |
| 46 | 0,05-0,08 | 0,3469 | 0,3713 |
| 47 | 0,05-0,1 | 0,5154 | 0,5625 |
| 48 | 0,08-0,1 | 0,3170 | 0,1296 |
| 49 | 0,08-0,125 | 0,3707 | 0,3486 |
| 50 | 0,08-0,15 | 0,5026 | 0,5120 |
| 51 | 0,1-0,125 | 0,1593 | 0,1296 |
| 52 | 0,1-0,15 | 0,3232 | 0,3086 |
| 53 | 0,1-0,2 | 0,6140 | 0,5625 |
| 54 | 0,15-0,2 | 0,2275 | 0,1914 |
| 55 | 0,15-0,25 | 0,4361 | 0,4096 |
| 56 | 0,15-0,3 | 0,6331 | 0,5625 |
| 57 | 0,2-0,25 | 0,1772 | 0,1296 |
| 58 | 0,2-0,3 | 0,3651 | 0,3086 |
| 59 | 0,3-0,4 | 0,3109 | 0,1914 |

Hodnoty ve sloupci LIT byly spočítány dle vzorce (2.20)

Tab. 31 Porovnání součinitelů ξ u náhlého zúžení

| D_1-D_2 [m] | NUM | NUM | NUM | LIT |
|------------------|-------------------|--------------------|-------------------|--------|
| | ξ | ξ | ξ | ξ |
| | [-] | [-] | [-] | [-] |
| | $v=0,5\text{m/s}$ | $v=0,75\text{m/s}$ | $v=1,0\text{m/s}$ | |
| 0,08-0,05 | 0,4300 | 0,4270 | 0,4270 | 0,3431 |
| 0,1-0,05 | 0,5234 | 0,5181 | 0,5181 | 0,3738 |
| 0,1-0,08 | 0,2241 | 0,2229 | 0,2246 | 0,2573 |
| 0,125-0,08 | 0,3993 | 0,3949 | 0,3967 | 0,3382 |
| 0,15-0,08 | 0,4905 | 0,4862 | 0,4900 | 0,3670 |
| 0,125-0,1 | 0,2200 | 0,2254 | 0,2236 | 0,2573 |
| 0,15-0,1 | 0,3761 | 0,3707 | 0,3798 | 0,3287 |
| 0,2-0,1 | 0,5008 | 0,4715 | 0,5059 | 0,3738 |
| 0,2-0,15 | 0,2737 | 0,2899 | 0,2900 | 0,2899 |
| 0,25-0,15 | 0,4308 | 0,4659 | 0,4309 | 0,3506 |
| 0,3-0,15 | 0,4805 | 0,4876 | 0,5235 | 0,3738 |
| 0,25-0,2 | 0,1966 | 0,1988 | 0,2100 | 0,2573 |
| 0,3-0,2 | 0,2996 | 0,3553 | 0,3505 | 0,3287 |
| 0,4-0,3 | 0,1192 | 0,2136 | 0,1640 | 0,2899 |

Hodnoty ve sloupci LIT byly spočítány dle vzorců (2.24) až (2.26).

6 ZÁVĚR

Z výsledků je patrné, že u potrubí s náhlým zúžením má vliv na ztráty v potrubí jak rychlost, kterých je v potrubí dosahováno, tak také poměr zúžení n .

U kónického zúžení byly vymodelovány varianty jen pro jednu rychlost $v_3 = 1$ m/s, tudíž nemohu posoudit, zda má i zde veliký vliv rychlost, které je v potrubí dosahováno. Poměr zúžení n nám ovlivní i součinitele místních ztrát.

Rozdíly výsledků v literatuře a mém modelování mohou být způsobeny nedostatečným počtem iterací, hrubší sítí v místech vírů, vymodelování kratší délky potrubí za změnou průřezu nebo výběrem turbulentního modelu. Z tohoto důvodu jsem geometrii potrubí vymodelovala u jedné varianty do programu ANSYS dvakrát. Při prvním modelování jsem použila $k-\varepsilon$ model (kap. 3.1.3) a při následujícím modelování jsem použila RNG $k-\varepsilon$ model (v RNG $k-\varepsilon$ modelu je zahrnut vliv víření na turbulence a tím zvyšuje přesnost pro vířící toky a turbulentní proudění).

Výsledky se u hodnoty součinitele ztrát místních ζ v případě zadaných rozdílných modelů lišily o cca 2,6 s tím, že hodnota která byla uváděna v literatuře (27,56) se od varianty $k-\varepsilon$ modelu lišila o 2,35 (29,91) a varianta s RNG $k-\varepsilon$ modelem se lišila jen o 0,22 (27,334). Z toho vyplývá, že i volba $k-\varepsilon$ modelu, stejně jako velikost modelované oblasti, počet iterací a jemnost sítě, je zejména u rozšíření důležitá.

U náhlého rozšíření vychází součinitel místní ztráty ζ přibližně stejný jak pro numerické, tak pro fyzikální výpočty (Tab. 30).

U náhlého zúžení vychází součinitel ζ (Tab. 31) s většími rozdíly než u náhlého rozšíření. Jak jsem už zmínila výše, rozdíly mohou být způsobeny několika faktory.

Hodnoty vypočtené klasickou metodou mohou být považovány za přesnější, neboť součinitele ztrát místních a ztrát třením po délce byly ověřeny řadou měření, a tudíž experimentálně prokázány.

7 POUŽITÁ LITERATURA

- [1] JANDORA, J., STARA, V., a STARÝ, M. *Hydraulika a hydrologie*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2011.
- [2] Proudění. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2014-04-04]. Dostupné z: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Proud%C4%9Bn%C3%AD>
- [3] HY2V-Hydraulika potrubí. [online]. [cit. 2014-04-04]. Dostupné z: http://hydraulika.fsv.cvut.cz/Hydraulika/Hydraulika/Predmety/HY2V/ke_stazeni/prednasky/HY2V_04_Hydraulika_potrubí.pdf
- [4] Proudění. [online]. [cit. 2014-04-04]. Dostupné z: <http://sszdra-karvina.cz/bunka/fy/02prou/prshr.htm>
- [5] ŘÍHA, Jaromír. *Matematické modelování hydrodynamických a disperzních jevů*. Brno: PC-DIR, spol. s r.o., 1997.
- [6] Reynoldsovo číslo. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2014-04-04]. Dostupné z: http://cs.wikipedia.org/wiki/Reynoldsovo_%C4%8D%C3%ADslo
- [7] JANDORA, Jan. *Matematické modelování ve vodním hospodářství*, VUT v Brně, 2008.
- [8] CHANG, H.K. a MORTOLA, J.P. *Fluid dynamic factors in tracheal pressure measurement*. Canada: American Physiological Society, 1981.
- [9] ANSYS ICEM CFD 14.5, 2012. *Tutorial manual*.

8 SEZNAM TABULEK

| | | |
|---------|--|----|
| Tab. 1 | Hodnoty Reynoldsova kritéria v uzavřeném profilu [6] | 7 |
| Tab. 2 | Součinitel tření λ pro vodovodní potrubí ($n = 0,012$) [1]..... | 9 |
| Tab. 3 | Součinitel Ψ pro výpočet ztráty kónickým rozšířením průřezu [1] | 12 |
| Tab. 4 | Součinitel ztráty kónickým zúžením průřezu ζ_{zk2} | 13 |
| Tab. 5 | Koeficienty k - ε modelu [5] | 16 |
| Tab. 6 | Náhlé zúžení-průměry potrubí a jejich poměry | 23 |
| Tab. 7 | Hodnoty ztrátových součinitelů a celkové ztráty pro VAR6 a VAR11 | 27 |
| Tab. 8 | Coriolisova čísla u VAR6 a VAR11 | 27 |
| Tab. 9 | Coriolisova čísla u VAR21 a VAR26 | 31 |
| Tab. 10 | Hodnoty ztrátových součinitelů a celkové ztráty pro VAR21 a VAR26 | 31 |
| Tab. 11 | Coriolisova čísla u VAR36 a VAR41 | 34 |
| Tab. 12 | Hodnoty ztrátových součinitelů a celkové ztráty pro VAR36 a VAR41 | 34 |
| Tab. 13 | Průměry potrubí u náhlého rozšíření | 35 |
| Tab. 14 | Coriolisova čísla u VAR51 a VAR56 | 38 |
| Tab. 15 | Hodnoty ztrátových součinitelů a celkové ztráty pro VAR51 a VAR56 | 38 |
| Tab. 16 | Coriolisova čísla u VAR66 a VAR71 | 42 |
| Tab. 17 | Hodnoty ztrátových součinitelů a celkové ztráty pro VAR66 a VAR71 | 42 |
| Tab. 18 | Coriolisova čísla u VAR81 a VAR86 | 45 |
| Tab. 19 | Hodnoty ztrátových součinitelů a celkové ztráty pro VAR81 a VAR86 | 45 |
| Tab. 20 | Fyzikální měření-náhlé zúžení | 47 |
| Tab. 21 | Fyzikální měření-náhlé rozšíření | 49 |
| Tab. 22 | Výsledky-náhlé zúžení- $v=0,5$ m/s..... | 50 |
| Tab. 23 | Výsledky-náhlé zúžení- $v=0,75$ m/s..... | 50 |
| Tab. 24 | Výsledky-náhlé zúžení- $v=1,0$ m/s..... | 51 |
| Tab. 25 | Výsledky-náhlé rozšíření- $v=1,0$ m/s | 51 |
| Tab. 26 | Výsledky-kónické zúžení 45° - $v=1,0$ m/s..... | 52 |
| Tab. 27 | Výsledky-kónické rozšíření 45° - $v=1,0$ m/s | 52 |
| Tab. 28 | Výsledky-náhlé zúžení-fyzikální a matematické | 52 |
| Tab. 29 | Výsledky-náhlé rozšíření-fyzikální a matematické..... | 52 |
| Tab. 30 | Porovnání součinitelů ζ u náhlého rozšíření vztahované k D_1 | 53 |
| Tab. 31 | Porovnání součinitelů ζ u náhlého zúžení | 53 |

9 SEZNAM OBRÁZKŮ

| | |
|--|----|
| Obr. 1 Rovnoměrný pohyb kapaliny [1] | 5 |
| Obr. 2 Laminární proudění [4] | 6 |
| Obr. 3 Turbulentní proudění [4] | 6 |
| Obr. 4 Drsnost stěn Δ a mezní vrstva δ u stěny potrubí [1] | 9 |
| Obr. 5 Moodyho diagram pro určení součinitele tření λ [1] | 10 |
| Obr. 6 Náhlé rozšíření [1] | 11 |
| Obr. 7 Změny průřezu potrubí [1] | 13 |
| Obr. 8 Časové průměrování Navier-Stokesových rovnic [7] | 15 |
| Obr. 9 Schéma řešené oblasti [5] | 19 |
| Obr. 10 Schéma náhradní oblasti | 20 |
| Obr. 11 Dělení náhradní oblasti na konečné prvky | 20 |
| Obr. 12 Realizace okrajových podmínek | 21 |
| Obr. 13 Schéma náhlého zúžení potrubí | 23 |
| Obr. 14 Schéma oblasti VAR6 v programu ANSYS | 23 |
| Obr. 15 Schéma oblasti VAR11 v programu ANSYS | 24 |
| Obr. 16 Detail zhuštění sítě VAR6 | 24 |
| Obr. 17 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu u VAR6 | 24 |
| Obr. 18 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu u VAR11 | 25 |
| Obr. 19 Rozložení rychlostí v celé délce potrubí VAR6 | 25 |
| Obr. 20 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR6 | 26 |
| Obr. 21 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR11 | 26 |
| Obr. 22 Rozložení tlaků v celé délce potrubí VAR6 | 27 |
| Obr. 23 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu VAR21 | 28 |
| Obr. 24 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu VAR26 | 28 |
| Obr. 25 Rozložení rychlostí v celé délce potrubí VAR26 | 29 |
| Obr. 26 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR21 | 29 |
| Obr. 27 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR26 | 30 |
| Obr. 28 Rozložení tlaků v celé délce potrubí VAR26 | 30 |
| Obr. 29 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu VAR36 | 31 |
| Obr. 30 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu VAR41 | 32 |
| Obr. 31 Rozložení rychlostí v celé délce potrubí VAR41 | 32 |
| Obr. 32 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR36 | 33 |
| Obr. 33 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR41 | 33 |

| | |
|---|----|
| Obr. 34 Rozložení tlaků v celé délce potrubí VAR41 | 34 |
| Obr. 35 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu VAR51 | 36 |
| Obr. 36 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu VAR56 | 36 |
| Obr. 37 Rozložení rychlostí v celé délce potrubí VAR51 | 37 |
| Obr. 38 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR51 | 37 |
| Obr. 39 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR56 | 38 |
| Obr. 40 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu VAR66 | 39 |
| Obr. 41 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu VAR71 | 40 |
| Obr. 42 Rozložení rychlostí v celé délce potrubí VAR71 | 40 |
| Obr. 43 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR66 | 41 |
| Obr. 44 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR71 | 41 |
| Obr. 45 Rozložení tlaků v celé délce potrubí VAR71 | 42 |
| Obr. 46 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu VAR81 | 43 |
| Obr. 47 Rozložení rychlostí v blízkosti změny průřezu VAR86 | 43 |
| Obr. 48 Rozložení rychlostí v celé délce potrubí VAR86 | 44 |
| Obr. 49 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR81 | 44 |
| Obr. 50 Rozložení tlaků v blízkosti změny průřezu VAR86 | 45 |
| Obr. 51 Náhlé zúžení-piezometrické trubičky | 46 |
| Obr. 52 Piezometrické tablo | 47 |
| Obr. 53 Náhlé rozšíření | 48 |