Univerzita Hradec Králové
Přírodovědecká fakulta
Katedra Fyziky

Logické úlohy jako motivace ve výuce přírodovědných předmětů

Diplomová práce

Autor: Leontýna Břízová
Studijní program: N1701/Fyzika
Studijní obor: NFYSSK-NSSKIN
Vedoucí práce: RNDr. Michaela Křížová, PhD.

Hradec Králové leden 2018

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně a že jsem v seznamu použité literatury uvedla všechny prameny, ze kterých jsem vycházela.

V Hradci Králové dne 5. ledna 2018 Leontýna Břízová

Poděkování

Na tomto místě srdečně děkuji vedoucí své diplomové práce RNDr. Michaele Křížové, Ph.D. za pomoc při tvorbě práce a také za cenné rady.

Anotace

BŘÍZOVÁ, L.. *Logické úlohy jako motivace ve výuce přírodovědných předmětů.* Hradec Králové, 2018. Diplomová práce na Přírodovědecké fakultě Univerzity Hradec Králové. Vedoucí diplomové práce RNDr. Michaela Křížová, PhD.

Logické úlohy typu ZEBRA jsou známé především z matematiky, jejich uplatnění by ale mohlo být daleko širší. Cílem této diplomové práce bude v teoretické části popsat tyto úlohy a obecné zásady jejich řešení a v praktické části poté navrhnout soubor logických úloh vhodných do výuky přírodovědných předmětů. Všechny úlohy budou ověřeny v praxi.

Klíčová slova: Logické úlohy, motivace ve výuce, průzkum mezi žáky.

Annotation

BŘÍZOVÁ, L. *Logical puzzles as motivation factor in science teaching.* Hradec Králové, 2018. Diploma Thesis at Faculty of Science Univerzity of Hradec Králové. Thesis Supervisor RNDr. Michaela Křížová, PhD.

Logical puzzles of the "ZEBRA" type are known mainly from mathematics, but their application may be much wider. The aim of this diploma thesis will be in theoretical part to describe these logical puzzles and general principles of their solution and in the practical part to propose a set of logical puzzles suitable for teaching of sciene school subjects. All puzzles will be verified in practice.

Keywords: Logical puzzles, motivation in teaching, survey among students.

Obsah

Úvod

Tématem této diplomové práce je motivace ve výuce přírodovědných předmětů s využitím logických úloh. Řešení logických úloh je velmi oblíbeným způsobem trávení volného času všech generací. Tyto úlohy se objevují v různých časopisech, které obsahují hlavolamy, nebo které jsou zaměřeny na přírodovědné vzdělání. Zařazením logických úloh do výuky je možno nenásilnou formou u žáků rozvíjet zájem o přírodovědné předměty, jejichž obsah je možno do logických úloh promítat a řešení těchto úloh se s přírodovědnými předměty úzce pojí. V současné době se přírodovědné předměty mezi žáky základních a středních škol netěší velké oblibě, což může být způsobeno jednak ne příliš dobrou reputací těchto předmětů, jejich obtížností a také tím, že je obvykle nutné učivo vyučované v těchto předmětech pochopit a nestačí se ho pouze „nabiflovat“. Na mnoha školách je těmto předmětům věnováno jen minimum času a žáky je třeba pro předmět maximálně motivovat, aby v něm našli zalíbení. Na gymnáziích a technických školách je přírodovědným předmětům sice věnováno více času, ale je vždy třeba zaměstnat všechny žáky ve třídě. I k tomu je možné využít logické úlohy, které lze žákům předložit, když už mají vše hotové a museli by nečinně čekat na pomalejší spolužáky. Toto je patrné i na základních školách, kde je rozdílná rychlost žáků ještě markantnější než na školách středních. I zde je nutné zaměstnat rychlejší žáky. Logické úlohy dále rozvíjejí myšlení žáků, samozřejmě především to logické, které je velmi důležité a mělo by se u žáků rozvíjet už od útlého věku. Logické úlohy je nejen z toho důvodu vhodné zařazovat do výuky všech přírodovědných předmětů už na prvním stupni základní školy.

Cílem diplomové práce je popis logických úloh, které čtenář nalezne v první kapitole, a dále také návrh souboru logických úloh, které jsou vhodné do výuky fyziky – ty čtenář nalezne ve třetí kapitole. Důležitou součástí práce je také průzkum oblíbenosti logických úloh mezi žáky základních a středních škol, protože teprve na jeho základě je možné vytvořit soubor logických úloh pro použití ve výuce fyziky.

První kapitola této práce je věnována popisu matematických úloh a především jsou zde popsány různé logické úlohy a způsoby jejich řešení. Nejdříve jsou uvedeny úlohy, které jsou čistě početní, jsou to algebrogramy, číselné doplňovačky nebo magické obrazce. Následují úlohy, ve kterých je úkolem řešitele z jednotlivých obrazců vytvořit jiný obrazec, nebo poté jiný obrazec na další rozložit. Nedílnou součástí kapitoly jsou i slovní úlohy, které jsou jak ve výuce matematiky, tak i fyziky velmi důležité a které rozvíjejí tolik potřebnou čtenářskou gramotnost žáků středních, ale především základních škol. Mezi slovní úlohy je možné zahrnout i logické úlohy, které jsou hlavním obsahem práce. Logických úloh je velké množství. V práci jsou zmíněny pouze nejdůležitější typy, u kterých je vždy popsána i metoda jejich řešení. Čtenář zde nalezne tyto typy: Hádanky a chytáky, Zábavné logické hry, Úlohy řešené tabulkou, Úlohy řešené grafickou metodou, Lháři a poctivci, Cesta přes řeku, Úlohy řešené pomocí teorie grafů a také velmi oblíbené Zebry. Řešení těchto typů je vždy uvedeno nejdříve obecně a poté u typických úloh. U některých typů jsou popsány i jednotlivé podtypy.

Obsahem druhé kapitoly je rozbor odpovědí žáků na předložený dotazník. Dotazník se zabývá názorem žáků základních škol (případně odpovídajících ročníků víceletých gymnázií) a středních škol na logické úlohy. Žákům byla předložena řada otázek, například už jen to, zda se s logickými úlohami někdy setkali, či zda je jejich řešení baví a zda by je chtěli řešit ve škole.

Ve třetí kapitole jsou logické úlohy přepracovány do úloh fyzikálních. Jednotlivé typy jsou rozčleněny do podkapitol. Za každou z úloh je uvedeno její řešení a komentář, který se vztahuje k užití úlohy ve výuce. Úlohy totiž byly předloženy žákům na gymnáziu Aloise Jiráska v Litomyšli.

Kapitola 1

Nejen logické úlohy a jejich řešení

Úloh, nad kterými si můžeme lámat hlavu, existuje velké množství. Úlohy uvedené v této kapitole, není-li uvedeno jinak, pocházejí z [1]. Hlavu si můžeme lámat nad **algebrogramy**, kde jsou místo číslic buď obrazce, nebo písmena (stejné znaky nahrazují stejné číslice). Někdy jsou z písmen sestavena celá slova nebo dokonce celé věty. Úkolem je dosadit za obrazce a písmena číslice tak, abychom dostali správný výsledek sčítání, odčítání, násobení a dělení. U algebrogramů s tajenkou dosazujeme místo číslic příslušná písmena. Příklad tohoto typu úloh je na obrázku 1.1. Dalším typem úloh jsou **číselné doplňovačky**. Úkol při řešení těchto úloh je prostý, a to sice místo teček doplnit správné číslice. Příklad tohoto typu úloh je na obrázku 1.1. Tyto dva typy úloh je možno označit za ryze matematické, kdy je úkolem řešitele pouze dopočítat správně zadanou úlohu [2], [3].

Dlouhou historii má typ úloh zvaný **magické obrazce**. Magický čtverec 9 × 9 vytesaný v mramoru se například dochoval už v Římě. Hrou s čísly se, jak je vidět, tedy zabývali lidé již ve starověku. V tomto období určitým číslům připisovali zvláštní, až magické, vlastnosti. V 15. a 16. století se magickým obrazcům věnoval německý malíř a grafik Albrecht Dürer. Ten zobrazil magický čtverec 4 × 4 v pravém horním rohu své měděné rytiny Melancholie. V tomto čtverci jsou rozmístěna čísla 1 až 16 tak, že v kterékoli řadě, sloupci nebo úhlopříčce dávají součet 34. Prostřední dvě čísla spodní řady udávají letopočet vzniku rytiny, tedy rok 1514. Číslo 34 se objevuje ještě jako součet čísel prostředního sloupce

REC	−	CII	=	OSW		503	−	377	=	126
+		:		−		+		:		−
OEL	−	SD	=	ID		108	−	29	=	79
WOO	:	OC	=	AI		611	:	13	=	47

Tajenka: OSCAR WILDE

Obrázek 1.1: Algebrogram a jeho řešení.

$$
\begin{array}{r}
\mathrm{U} \\
\mathrm{L\,E\,S\,A} \\
\mathrm{S\,E} \\
\underline{\mathrm{P\,A\,S\,E}} \\
\mathrm{S\,R\,N\,E\,C}
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
.\ .\ 2 \\
\underline{\times\ .\ 2\ .} \\
.\ .\ 2 \\
.\ .\ . \\
\underline{.\ .\ 2 } \\
2\ 2\ .\ 2\ 2
\end{array}
$$

Obrázek 1.2: Číselné doplňovačky.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

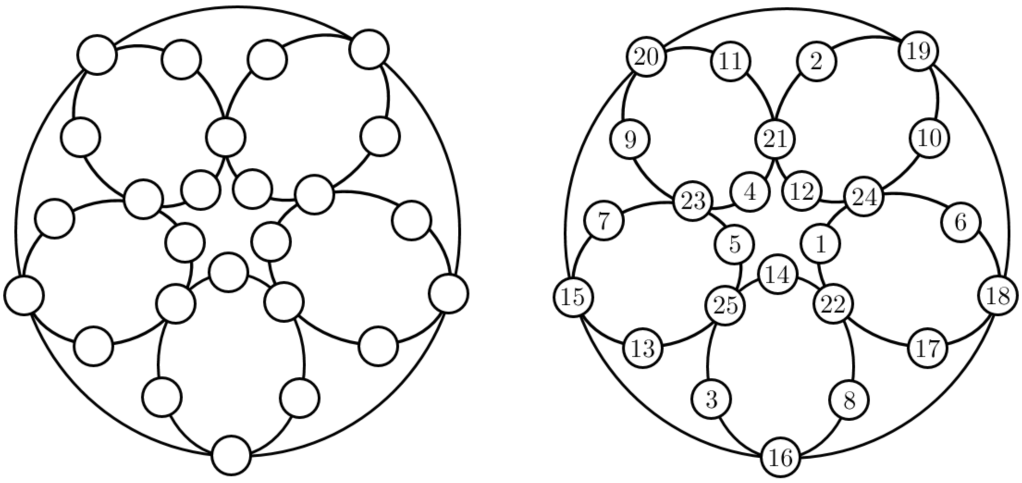
a	b	c	d	e	f	g	h
c	d	a	b	g	h	e	f
h	g	f	e	d	c	b	a
f	e	h	g	b	a	d	c
d	c	b	a	h	g	f	e
b	a	d	c	f	e	h	g
e	f	g	h	a	b	c	d
g	h	e	f	c	d	a	b

Obrázek 1.3: Magický čtverec a latinský čtverec.

2×2 a také jako součet čísel ve vrcholech čtverce, viz obrázek 1.3. Existují také tzv. latinské čtverce, které toto pojmenování nesou podle písmen latinské abecedy. Zde jsou v každé řadě a sloupci (nebo i úhlopříčce) vždy jiná písmena. Příklad tohoto čtverce je na obrázku 1.3. Úkolem řešitele těchto úloh je doplnit magický obrazec podle zadání, viz úloha 1. Do tohoto typu úloh je možné zařadit i úlohy sudoku, kde je úkolem řešitele doplnit chybějící čísla 1 až 9 do předem dané zčásti vyplněné tabulky. Tabulka je rozdělena na 9×9 polí, která jsou seskupena do 9 čtverců (3×3). Čísla je třeba vyplnit tak, aby platilo, že v každém řádku, v každém sloupci a v každém z devíti čtverců jsou použita vždy všechna čísla jedna až devět, ovšem každé číslo jen jednou, pořadí čísel přitom není důležité. Existuje velké množství podobných her s obdobným principem, například kakuro nebo killer sudoku. Tyto hry jsou v současné době velmi populární a pořádají se v jejich řešení i mistrovství světa, která jsou od roku 2011 sloučena s mistrovstvím světa v řešení logických úloh, viz [4].

Úloha 1: *Do kroužků na obrázku 1.4 dosaďte čísla 1 až 25 tak, aby součet čísel na obvodě každé elipsy i na kružnici dával číslo 88.*

Dalším typem úloh je **domino**. Úkolem při řešení těchto úloh je buďto vyznačit v obrazci rozložení všech 28 kamenů, nebo vybrat určitý počet kamenů a rozložit je do určitého obrazce tak, aby se žádné číslo neopakovalo v řádku ani sloupci, uspořádat všechny



Obrázek 1.4: K úloze 1, zadání a řešení.

kameny do uzavřeného řetězu (tzn. kameny na sebe navazují stejnými čísly) atd. Úlohy typu **šachovnice** jsou založeny na různém pohybu figur. Tyto figury mohou ohrožovat pole v různém směru. Příklad této úlohy je uveden v úloze 2.

Úloha 2: *Postavte na šachovnici černého a bílého krále, černou a 2 bílé dámy tak, aby byla napadena všechna pole a zároveň, aby nebyl v šachu ani jeden král a neohrožovaly se navzájem dámy různých barev.*

Řešení: Postavení figur bude následující:

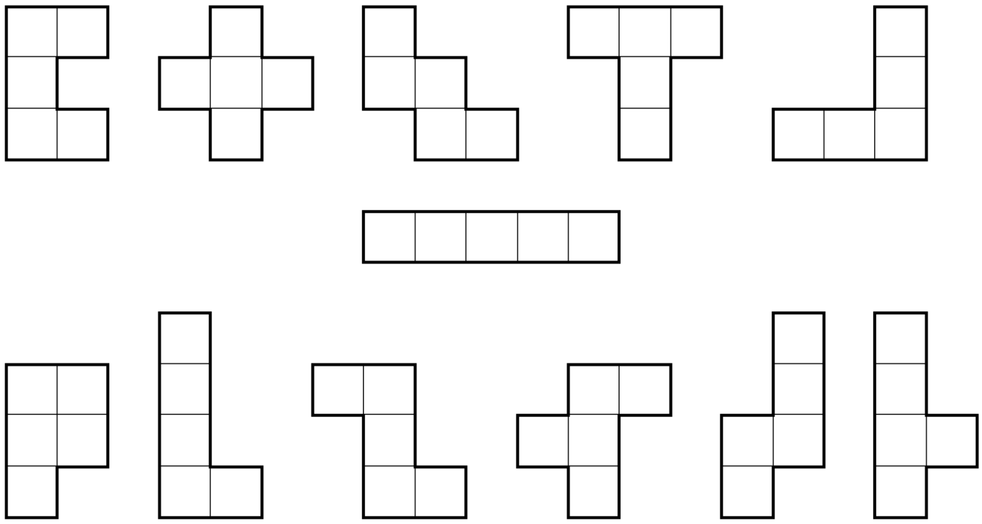
bílé – Kd2, Df7, Dg6

černé – Kb4, Dh8

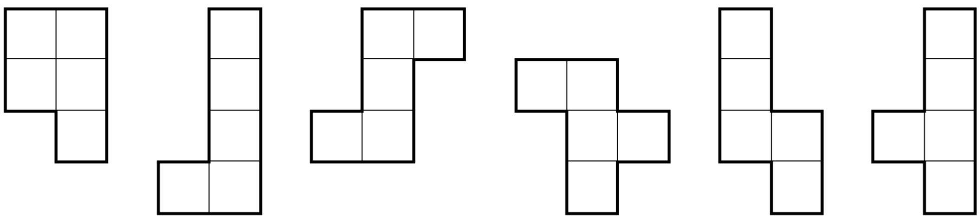
Už u malých dětí jsou oblíbené úlohy typu **polyomino**. Jedná se o různě početné skupiny čtvercových kostek. Těchto skupin je vždy určitý počet. Úkolem řešitele je kostkami vyplnit různé obrazce. Podle počtu kostek se polymino nazývá domino, jsou-li kostky dvě, trimino, pokud jsou kostky tři, pentimino, když je kostek pět, atd. Pentamino je složeno z dvanácti různých kostek, kde každá má 5 čtvercových kostiček, viz obrázky 1.5, 1.6. Pokud nejsou obrazce složeny z pravidelných kostek, ale například z trojúhelníků, čtyřúhelníků atd. úlohy se nazývají tangram. Jsou to obykle sedmidílné skládačky, ze kterých je možno poskládat např. tvar lidské postavy, či zvířete [2], [3].

Typ úloh podobný předchozímu se nazývá **skládání a dělení obrazců**. V úlohách o skládání je úkolem z různých obrazců poskládat čtverec. Úlohy o dělení jsou přesným opakem a úkolem v nich je rozdělit obrazec na různé díly.

Další typ úloh žáci ve svém volném čase příliš nevyhledávají, už od základní školy je totiž zařazován do výuky matematiky i fyziky. Jedná se o **slovní úlohy**. Zpravidla se



Obrázek 1.5: Kostky pentamina.



Obrázek 1.6: Posledních šest kostek pentamina je možno zrcadlově obrátit.

jedná o úlohy algebraické či aritmetické, kde je souvislost mezi zadanými a hledanými údaji vyjádřena slovy, může se však jednat i o geometrické (konstrukční) úlohy. Slovní úlohy je možno rozčlenit do různých typů podle zaměření. Jsou to úlohy na úměrnost či poměr, úlohy ze vztahů mezi lidmi, úlohy na pohyb (fyzikální úlohy), úlohy o společné práci, úlohy na procenta, úlohy o směsích, úlohy řešené pomocí Vennových diagramů, úlohy řešené experimentem, úlohy řešené s užitím grafů a slovní úlohy řešené postupem odzadu. Tyto úlohy je možné řešit různým způsobem, záleží na konkrétním typu. Obecně se jedná o způsob aritmetický, tedy řešení úsudkem, řešení užitím nějakého matematického výpočtu, obvykle pomocí rovnic (algebraické řešení), řešení experimentem, užitím názoru, grafu či obrázku, řešení vhledem, užitím parity (lichost, sudost) a symetrie, formulováním ekvivalentních problémů, zkoumáním extrémních případů a krajních možností, hledáním zákonitostí a zevšeobecňováním, atd. Příklady zde zmíněných typů úloh a jejich řešení je možno nalézt v [2], [5] a [6].

Typem úloh, kterým se budeme zabývat dále, jsou **logické úlohy**. Ty je také možné zařadit mezi slovní úlohy, jelikož jsou zadávány slovně. Logických úloh existuje celá řada, úkolem řešitele může být například odhalit viníka zločinu, majitele zebry, zjistit, kdo lže nebo mluví pravdu, kdo pojede na výlet nebo určit, kdo má v pytlíku dvě švestky, nebo pomoci převozníkovi převést kozu, vlka a zelí přes řeku. Způsob řešení těchto úloh se liší podle typu logické úlohy. Typů logických úloh existuje velké množství, zde se seznámíme pouze s vybranými typy a jejich řešením. Je nutné uvést, že velké množství úloh je možné řešit více způsoby, proto nemusí každý z řešitelů dospět k výsledku stejným způsobem, který je uveden v práci [2], [5], [7], [8], [10].

1.1 Hádanky a chytáky

Úlohy tohoto typu patří mezi osvědčené klasické úlohy, kterými se už pobavilo mnoho generací. Seznámíme se s nimi v následujících úlohách.

Úloha 3: *Dívám se na čísi podobiznu. Zjistěte, kdo je na ní, víte-li, že nemám sourozence a že otec toho muže na obrázku je syn mého otce [8].*

Řešení: Nejdříve vyřešíme druhou část úlohy tedy, kdo je synem mého otce. Víme, že vypravěč hádanky nemá žádné sourozence, syn jeho otce je tedy on sám. Teď můžeme první část úlohy přepsat: Otec muže na obrázku jsem já. Nyní již není obtížné úlohu dořešit. Pokud je vypravěč otcem muže na obrázku, na obrázku je vyobrazen jeho syn.

Odpověď: Na obrázku je můj syn.

Úloha 4: *V pokoji je tma a v zásuvce prádelníku je dvacet čtyři červených a dvacet čtyři modrých ponožek. Kolik nejméně ponožek musím vyndat ze zásuvky, abych měl jistotu, že budu mít alespoň dvě ponožky stejné barvy [8]?*

Řešení: Po vytažení první ponožky nevíme, jestli je červená nebo modrá. Když vytáhneme druhou nevíme tedy, jestli máme dvě stejné ponožky, nebo dvě různobarevné. Ovšem poté, co vytáhneme třetí už je jisté, že máme alespoň dvě ponožky stejné barvy. Buď máme všechny tři ponožky modré, nebo všechny tři červené, nebo dvě červené a jednu modrou, nebo dvě modré a jednu červenou. Jiná možnost nemůže nastat a úlohu jsme vyřešili. Nezajímá nás totiž barva ponožek. Kdybychom požadovali například dvě ponožky modré, museli bychom ponožek vytáhnout ze zásuvky 25, abychom měli jistotu.

Odpověď: Musíme vytáhnout alespoň tři ponožky.

1.2 Zábavné logické hry

Logické úlohy je možné využít k pobavení žáků ve třídě, na školním výletě, nebo letním táboře, ale i k pobavení hostů na oslavě. Na tento typ logických úloh se podíváme v následujících úlohách.

Úloha 5: *Vezmeme tři broskve, tři švestky a tři papírové sáčky. Do jednoho sáčku dáme dvě broskve, do druhého dvě švestky a do třetího tzv. smíšeného sáčku dáme jednu broskev a jednu švestku. Sáčky poté dáme třem žákům A, B a C. Přihlížejícím vysvětlíme, co je v sáčcích, ale neřekneme, co je přesně ve kterém. Žákům řekneme, aby se každý podíval do svého sáčku a aby ostatním řekli, co je v sáčcích, ale aby žádný z nich neřekl pravdu. Žáci tedy lhali:*

A řekl: „Mám dvě broskve."

B řekl: „Mám dvě švestky."

C řekl: „Mám broskev a švestku."

Přihlížející mají za úkol vymyslet co nejkratší postup, při kterém vybízejí postupně žáky, aby ze svého sáčku vytáhli jeden kus ovoce a ukázali jej všem. Cílem je určit, který sáček je smíšený. Jaký je nejmenší počet potřebných výzev a jaký je postup při určování smíšeného sáčku [10]?

Řešení: Stačí, když vyzveme žáka C, aby nám ukázal jeden kousek svého ovoce. Pokud vytáhne švestku, znamená to, že má dvě švestky (smíšený sáček nemá určitě). Smíšený sáček tedy má žák A, lhal, že má dvě broskve, ale nemůže mít ani dvě švestky. Žák B má dvě broskve.

Kdyby žák C ze sáčku vyndal broskev, byla by situace obdobná. Znamenalo by to, že C má dvě broskve a smíšený sáček musí mít žák B. Dvě broskve by měl žák B.

Odpověď: Vytáhne-li žák C švestku, má smíšený sáček žák A. Pokud žák C vytáhne broskev, smíšený sáček má žák B.

1.3 Úlohy řešené tabulkou

U úloh tohoto typu může být úkolem řešitele například odhalit viníka zločinu, zjistit, který film se bude promítat nebo kdo jde do lesa.

Řešení těchto úloh spočívá v užití výrokové logiky. Základním pojmem výrokové logiky je výrok. Výrokem rozumíme každé srozumitelné sdělení, u kterého má smysl uvažovat, zda je nebo není pravdivé a vždy může nastat právě jedna z těchto dvou možností. Ve výrokové logice nás nezajímá obsah výroků, ale pouze jejich pravdivost. Konkrétní výroky označujeme proměnnými, které nazýváme výrokové proměnné, či krátce výroky. Jako znaky pro výrokové proměnné používáme velká tiskací písmena latinské abecedy A, B, C, ... Výrok je tedy tvrzení, které je buď pravdivé, či nepravdivé. Říkáme také, že výrok může nabývat právě jednu ze dvou pravdivostních hodnot – buď pravda, nebo nepravda. Pravdivému výroku přiřadíme pravdivostní hodnotu pravda a označíme ji 1. Nepravdivému výroku přiřadíme pravdivostní hodnotu nepravda, kterou označíme 0. Jednotlivé znaky nebo slova, pomocí nichž tvoříme nové výroky, se nazývají logické spojky. Nejdůležitější z nich jsou:

- **negace** výroku A se značí $\neg$A, čteme ji např.: „není pravda, že“, „ne“. Negací výroku A se nazývá výrok, který je pravdivý, právě když je výrok A nepravdivý a naopak.
- **konjunkce** výroků A, B se značí A $\wedge$ B, čteme ji např.: „a zároveň“, „ani“. Rozumíme jí takový výrok, který je pravdivý, právě když jsou oba výroky A, B pravdivé.
- **disjunkce** výroků A, B se značí A $\vee$ B, čteme ji např.: „nebo“, „buď ..., nebo“ (ve vylučovacím smyslu). Rozumíme jí takový výrok, který je pravdivý, právě když je alespoň jeden z výroků A, B pravdivý.
- **implikace** výroků A, B se značí A $\Rightarrow$ B, čteme ji např.: „jestliže ..., pak“, „z ... plyne“, „implikuje“. Rozumíme jí výrok, který je nepravdivý, právě když výrok A je pravdivý a výrok B je nepravdivý. Ve všech ostatních případech je implikace výroků A, B výrok pravdivý.
- **ekvivalence** výroků A, B se značí A $\Leftrightarrow$ B, čteme ji např.: „tehdy a jen tehdy, když“, „právě když“, „je ekvivalentní s“. Rozumíme jí výrok, který je pravdivý, právě když jsou oba výroky A, B pravdivé, nebo oba výroky A, B nepravdivé.

U každého slova ve výrokové logice nás zajímá, jaké pravdivostní hodnoty nabývá pro všechny možné kombinace pravdivostních hodnot výroků, které se v ní vyskytují. Tyto pravdivostní hodnoty jednotlivých slov ve výrokové logice je nejpřehlednější sestavit do tabulky, která se nazývá **tabulka pravdivostních hodnot** výroku ve výrokové logice. V záhlaví této tabulky jsou zapsány proměnné, které se v daném slově vyskytují a pod nimi všechny možné kombinace jejich pravdivostních hodnot. Jestliže výrok obsahuje n proměnných, pak je těchto kombinací právě 2^n a tabulka má tedy 2^n řádků. Pomocí této tabulky je možné přepsat definice jednotlivých logických spojek, viz tabulky 1.1, 1.2.

Příklady řešení úloh tohoto typu jsou v úlohách 6 a 7.

A	$\neg A$
1	0
0	1

Tabulka 1.1: Negace výroku.

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$	$A \Leftrightarrow B$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1

Tabulka 1.2: Další logické spojky.

Úloha 6.1: *Ve třídě někdo z žáků A, B, C rozbil okno. V době činu byl u okna nejvýše jeden z žáků A, B. Když nebyl u okna B, nebyl tam ani A. Žák C byl u okna právě když tam nebyl A. Kdo je viníkem?*

Řešení: Nejdříve si ujasníme výroky:

A .... žák A byl u okna.

B .... žák B byl u okna.

C .... žák C byl u okna.

Ze zadání víme:

$\neg(A \wedge B)$ .... u okna byl nejvýše jeden z žáků A, B.

$\neg B \Rightarrow \neg A$ .... když nebyl u okna B, nebyl tam ani A.

$C \Leftrightarrow \neg A$ .... C byl u okna právě když tam nebyl A.

Hledáme, kdy je výrok $\neg(A \wedge B) \wedge (\neg B \Rightarrow \neg A) \wedge (C \Leftrightarrow \neg A)$ pravdivý.

Poté je vhodné sestavit tabulku pravdivostních hodnot, viz tabulka 1.3.

A	B	C	$A \wedge B$	$\neg(A \wedge B)$	$\neg B \Rightarrow \neg A$	$C \Leftrightarrow \neg A$	celý výrok
1	1	1	1	0	1	0	0
1	1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	0	0

Tabulka 1.3: K úloze 6.1.

Z tabulky jsme schopni vyčíst, že viníkem je žák C a možná měl za spoluviníka žáka B, A je nevinen.

Odpověď: Okno rozbil žák C, možná měl za komplice žáka B.

Nyní se podíváme ještě na jednu, trochu obtížnější, úlohu.

Úloha 7.1: *Skupina přátel A, B, C, D, E se rozhoduje, zda podniknou cestu parníkem. Někteří se rozhodují na základě rozhodnutí ostatních. Paní B říká, že pojede jen v případě, když pojede i její manžel A. Pánové A a D rozhodně pojedou, pouze když pojede také jejich společný přítel E. Paní B a slečna C se nemají rády, takže v žádném případě nepojedou obě. Slečna C a pán D naopak pojedou jenom spolu, jinak nepojede ani jeden z nich. Kdo tedy nakonec pojede, když víte že alespoň jeden z pánů D a E si cestu nenechá ujít?*

Řešení: Nejdříve si opět vypíšeme jednotlivé výroky.

A ... pojede pán A.

B ... pojede paní B.

C ... pojede slečna C.

D ... pojede pán D.

E ... pojede pán E.

Teď jednotlivé závislosti. Obzvláště u implikací je třeba dát si pozor na to, co z čeho vyplývá.

B ⇒ A ... paní B pojede pouze, když pojede její manžel A.

E ⇒ (A ∧ D) ... pánové A a D pojedou jen pokud pojede pan E.

¬(B ∧ C) ... paní B a slečna C nepojedou společně.

C ∧ D ... slečna C a pán D pojedou pouze společně.

¬D ⇒ E ... pojede alespoň jeden z pánů D a E.

Opět hledáme kdy je složený výrok

$$B \Rightarrow A \wedge E \Rightarrow (A \wedge D) \wedge \neg(B \wedge C) \wedge (C \wedge D) \wedge (\neg D \Rightarrow E)$$

pravdivý. Sestavíme tedy tabulku pravdivostních hodnot. Tabulka bude mít 2^5 tedy 32 řádků, viz tabulka 1.4.

Výsledek, který můžeme vyvodit z tabulky 1.4 je, že na cestu parníkem se vydají pouze slečna C s panem D.

Odpověď: Na zájezd pojedou slečna C a pán D.

A	B	C	D	E	B ⇒ A	E ⇒ (A ∧ D)	¬(B ∧ C)	C ∧ D	¬D ⇒ E	celý výrok
1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0
1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0
1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0
1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0
0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0
0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0
0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0
0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0
0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0
0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0

Tabulka 1.4: K úloze 7.1.

1.4 Úlohy řešené grafickou metodou

Tento typ úloh se v mnohém velmi podobá předchozímu typu. Jedná se o velmi obdobné úlohy, ovšem jejich řešení se liší.

Grafická metoda spočívá opět v práci s výrokovou logikou. Pracujeme zde ovšem pouze s jednoduchým výrokem a jeho negací. Můžeme tak využít zákona sporu, protože výrok a jeho negace nemůžou být současně pravdivé nebo nepravdivé, nebo zákona vyloučení třetího, jelikož buď výrok, nebo jeho negace musí být pravdivým výrokem. Dále můžeme využít toho, že máme-li pravdivou implikaci A $\Rightarrow$ B a platí-li výrok A, pak platí i výrok B. Graficky budeme pravdivý výrok znázorňovat plným kroužkem a nepravdivý výrok označíme křížkem. Pokud máme pravdivou implikaci A $\Rightarrow$ B a výrok B je nepravdivý, pak je nepravdivý i výrok A, tedy platí:

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$$

Nyní můžeme vyřešit úlohu 6 grafickou metodou.

Úloha 6.2: *Ve třídě někdo z žáků A, B, C rozbil okno. V době činu byl u okna nejvýše jeden z žáků A, B. Když nebyl u okna B, nebyl tam ani A. Žák C byl u okna právě když tam nebyl A. Kdo je viníkem?*

Řešení: Nejdříve opět vypíšeme jednotlivé výroky:

A .... žák A byl u okna.

B .... žák B byl u okna.

C .... žák C byl u okna.

Ze zadání víme:

$\neg$(A $\wedge$ B) .... u okna byl nejvýše jeden z žáků A, B.

Tento výrok je nyní nutné přepsat tak, aby obsahoval pouze implikace a negace, což není obtížné, využijeme toho, že různé výroky mají stejnou tabulku pravdivostních hodnot a ty můžeme libovolně zaměňovat. Konjunkci můžeme v implikaci přepsat takto:

$$(X \wedge \neg Y) \Leftrightarrow \neg(X \Rightarrow Y).$$

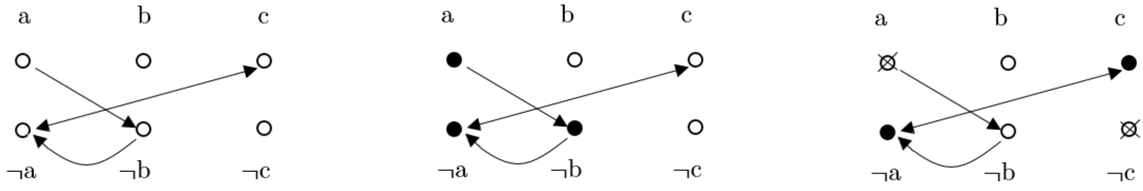
Platí tedy:

$$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow (A \Rightarrow \neg B).$$

$\neg$B $\Rightarrow$ $\neg$A .... když nebyl u okna B, nebyl tam ani A.

Zde už výrok obsahuje pouze implikace a negace.

C $\Leftrightarrow$ $\neg$A .... C byl u okna právě když tam nebyl A.



Obrázek 1.7: K úloze 6.2.

Ekvivalence se v implikaci přepisuje takto:

$$(X \Leftrightarrow Y) \Leftrightarrow [(X \Rightarrow Y) \wedge (X \Rightarrow Y)].$$

Platí tedy:

$$(C \Leftrightarrow \neg A) \Leftrightarrow [(C \Rightarrow \neg A) \wedge (\neg A \Rightarrow C)].$$

Teď už můžeme vytvořit graf, který je znázorněn v obrázku 1.7. V grafu znázorníme jednotlivé implikace.

Nyní budeme předpokládat, že A je pravdivý výrok, což označíme plným kroužkem. Poté je ovšem i výrok ¬B pravdivý výrok. Dále je i výrok ¬A pravdivý. Což ale odporuje zákonu sporu, výrok i jeho negace nemohou být současně pravdivé. Vzhledem k tomu, že náš předpoklad vedl ke sporu, nemůže být výrok A pravdivý. Pravdivý je tedy jistě výrok ¬A, tím je pravdivý i výrok C. O výroku B nemůžeme rozhodnout.

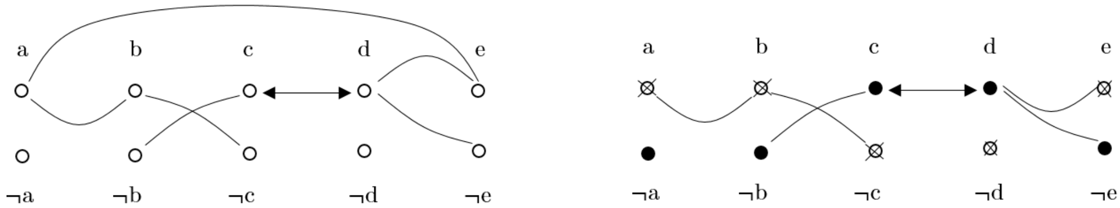
Závěr úlohy je tedy takový, že okno nemohl rozbít žák A, určitě ho rozbil žák C a mohl mít komplice v žákovi B. Dobrali jsme se tedy stejného výsledku jako při užití tabulkové metody.

Odpověď: Okno rozbil žák C, možná měl za komplice žáka B.

Stejným způsobem, tedy užitím grafické metody, nyní vyřešíme i úlohu 7. Řešení této úlohy užitím tabulkové metody bylo značně komplikované, vytvořené tabulka měla 32 řádků.

Úloha 7.2: *Skupina přátel A, B, C, D, E se rozhodují, zda podniknou cestu parníkem. Někteří se rozhodují na základě rozhodnutí ostatních. Paní B říká, že pojede jen v případě, když pojede i její manžel A. Pánové A a D rozhodně pojedou, pouze když pojede také jejich společný přítel E. Paní B a slečna C se nemají rády, takže v žádném případě nepojedou obě. Slečna C a pán D naopak pojedou jenom spolu, jinak nepojede ani jeden z nich. Kdo tedy nakonec pojede, když víte že alespoň jeden z pánů D a E si cestu nenechá ujít?*

Řešení: Nejdříve si opět vypíšeme jednotlivé výroky.



Obrázek 1.8: K úloze 7.2.

A ... pojede pán A.

B ... pojede paní B.

C ... pojede slečna C.

D ... pojede pán D.

E ... pojede pán E.

Nyní opět přepíšeme původní výroky s užitím implikací.

B ⇒ A ... paní B pojede pouze, když pojede její manžel A.

E ⇒ (A ∧ D) ... pánové A a D pojedou jen pokud pojede pan E.

Přepisem na implikaci získáme:

$$[E \Rightarrow (A \wedge D)] \Leftrightarrow [E \Rightarrow \neg(A \Rightarrow \neg D)].$$

¬(B ∧ C) ... paní B a slečna C nepojedou společně.

Přepisem na implikaci získáme:

$$\neg(B \wedge C) \Leftrightarrow (B \Rightarrow \neg C).$$

C ⇔ D ... slečna C a pan D pojedou pouze společně.

Přepisem na implikaci získáme:

$$(C \Leftrightarrow D) \Leftrightarrow [(C \Rightarrow D) \wedge (D \Rightarrow C)].$$

¬D ⇒ E ... pojede alespoň jeden z pánů D a E.

Nyní závislosti zaneseme do grafu, viz obrázek 1.8.

Ideální je vycházet z bodu, ze kterého vychází několik šipek. Musíme ovšem následně prověřit i postup od negace tohoto výroku, zda nedojdeme ke sporu.

My budeme postupovat nejdříve z bodu E. Z grafu vidíme, že je-li pravdivý výrok E, poté je pravdivý i výrok D, dále výrok C. Je-li pravdivý výrok E, je také pravdivý výrok A, pravdivý je tedy i výrok B a dále výrok ¬C. Tím docházíme ke sporu, nemůže být zároveň pravdivý výrok i jeho negace.

Začneme tedy od začátku. Nyní vyjdeme z bodu ¬E. Je-li pravdivý výrok ¬E, poté je pravdivý i výrok D, z toho plyne pravdivost výroku C a pravdivost výroku $\neg$B. Je-li výrok $\neg$B pravdivý, musí být výrok B nepravdivý. Poté je i A nepravdivý výrok a rovněž E je výrokem nepravdivým.

Závěrem úlohy je, že na zájezd pojede pouze slečna C a pan D. Došli jsme tedy opět ke stejnému závěru jako při řešení úlohy tabulkovou metodou.

Odpověď: Na zájezd pojedou slečna C a pan D.

1.5 Lháři a poctivci

V tomto typu úloh vždy vystupují postavy, které systematickým způsobem lžou či mluví pravdu. Na základě výpovědí postav je úkolem řešitele zjistit co nejvíce informací. Úlohy se obvykle řeší úvahou, případně se zapíší základní informace.

Obdobou tohoto typu úloh jsou úlohy o Alence v Lese zapomínání, úlohy vytvořené na motivy knih od Lewise Carrolla. Alenka vejde do Lesa zapomínání a zapomene, jaký je den v týdnu. Potkává různé obyvatele lesa, ale jsou mezi nimi tací, kteří lžou každé pondělí, úterý a středu a mluví pravdu v ostatní dny, a tací, kteří lžou ve čtvrtek, v pátek a v sobotu a ostatní dny mluví pravdu (potkává Lva a Jednorožce, Tydlitáka s Tydlitekem, řeší komu patří řehtačka nebo jestli existuje třetí bratr Tydlitík).

Další obdoba úlohy nese název Záhada Porciiných skříněk. V Shakespearově Benátském kupci vystupuje dívka Porcie, která má tři skříňky (zlatou, stříbrnou a olověnou). Do jedné ze skříněk ukryla svoji podobiznu a každý z jejich nápadníků musí určit, ve které skříňce je ukrytá podobizna. Když se nápadníkovi podaří podobiznu najít, smí se s Porcií oženit. Každá ze skříněk je opatřena nápisem, ovšem vždy nejvýše jeden z nich je pravdivý. Dcera této dívky opatřila skříňky dvěma nápisy, které se opět různily svoji pravdivostí. Vnučka Porcie si nechávala skříňky vyhotovit od Belliniů a Celliniů. Belliniové skříňky opatřují pravdivými nápisy, Celliniové nepravdivými. Úkolem nápadníků této dívky je vybrat skříňku, ve které není ukryta dýka, nebo skříňku s podobiznou. I těchto úloh je velké množství.

Úlohy o lhářích a poctivcích je možné rozdělit na několik druhů:

1.5.1 Ostrov poctivců a padouchů

Tyto hádanky jsou o ostrově, na kterém žijí dva druhy lidí – poctivci, kteří vždy mluví pravdu a padouši, kteří vždy lžou. Obyvatel ostrova je vždy buď poctivec, nebo padouch.

Příklad řešení čtenář nalezne v úloze 8.

Úloha 8: *Klábosí spolu tři obyvatelé A, B, C. Jde kolem cizinec a zeptá se A: „Jste padouch nebo poctivec?“ A odpoví, ale pouze něco zamumlá, takže cizinec nerozezná, co řekl. Cizinec se proto obrátí na B: „Co říkal A?“ B odpoví: „A říkal, že je padouch.“ V tom okamžiku C řekne: „Nevěřte B, ten vždycky lže!“ Je možné určit co jsou B a C?*

Řešení: Kdybychom se zeptali jakéhokoliv ostrovana kdo je, nutně by nám odpověděl, že je poctivec. Poctivec z důvodu, že vždy musí mluvit pravdu a lhář z důvodu, že vždy lže, pověděl by opak toho, co je. B musí být tedy lhář, protože odpověď obyvatele A nepřetlumočil správně. C je tedy poctivec, protože správně označil obyvatele B. U obyvatele A se nedá určit, zda je poctivec, či lhář.

Odpověď: C je poctivec, B je padouch a u A nelze zjistit, co je.

1.5.2 Poctivci, padouši a normální lidé

V těchto úlohách vystupují tři typy lidí – poctivci, kteří vždy mluví pravdu, padouši, kteří vždy lžou a normální lidé, kteří někdy lžou a někdy mluví pravdu. Tyto úlohy se řeší buď úvahou, nebo se vypíší všechny možnosti a poté se jednotlivé vyškrtávají podle úvahy. Ukázka je v úloze 9.

Úloha 9: *Máme dva lidi, A a B, z nichž každý je poctivec, padouch nebo normální člověk. A řekne: „B je poctivec.“ B řekne: „A není poctivec.“ co jsou A a B?*

Řešení: Vypíšeme jednotlivé možnosti (při řešení není nutné vždy vypisovat všechny možnosti, některé můžeme vyloučit okamžitě).

Po odpovědi A můžeme vyloučit možnosti poctivec – normální a poctivec – padouch (kdyby byl A poctivec, nemohl by B být nic jiného než poctivec). Také můžeme vyloučit možnost padouch – poctivec (kdyby byl A poctivec, nemohl by říct pravdu), viz tabulka 1.5.

Poté co odpověděl B, můžeme vyloučit i možnosti poctivec – poctivec (kdyby byl B poctivec, nemohl by lhát), normální – padouch, padouch – padouch (kdyby byl B padouch, nemohl by mluvit pravdu), viz tabulka 1.6.

A	B	
poctivec	poctivec	✓
poctivec	normální	✗
poctivec	padouch	✗
normální	poctivec	✓
normální	normální	✓
normální	padouch	✓
padouch	poctivec	✗
padouch	normální	✓
padouch	padouch	✓

Tabulka 1.5: K úloze 9. Po odpovědi A.

A	B	
poctivec	poctivec	✗
normální	poctivec	✓
normální	normální	✓
normální	padouch	✗
padouch	normální	✓
padouch	padouch	✗

Tabulka 1.6: K úloze 9. Po odpovědi B.

Odpověď: Mohou nastat pouze možnosti uvedené v tabulce:

A	B
normální	poctivec
normální	normální
padouch	normální

1.5.3 Ostrov Bahava

Ostrov Bahava je ostrovem ženské rovnoprávnosti, ženy se zde dělí na poctivce, padouchy a normální lidi. Jistá vládkyně ostrova vydala zákon, podle něhož poctivec může uzavřít sňatek jen s padouchem a padouch jen s poctivcem. Normální člověk poté může uzavřít sňatek jen s normálním člověkem. V každém manželském páru jsou buď obě jeho polovice normální lidé, nebo jedna je poctivec a druhá padouch. Příklad je uveden v následující úloze.

Úloha 10: *Nejprve si představme jeden takový manželský pár, pána a paní A, a ti prohlásí: Pan A: „Moje žena není normální.“ Paní A: „Můj muž není normální.“ Co je pan A, co je paní A [8]?*

Řešení: Řešíme úvahou. Pan A nemůže být padouch, potom by jeho manželka byla poctivec a nebyla by normální, takže by pan A mluvil pravdu, což není možné. Stejně tak, ani paní A nemůže být padouch. Nikdo z nich nemůže být ani poctivec (jinak by jeden z nich musel být padouch). Jsou tedy oba normální a oba lžou.

Odpověď: Pan i paní A jsou normální lidé a oba lžou.

1.6 Cesta přes řeku

V úlohách tohoto typu se řeší známý problém o koze, vlkovi a zelí. Převozník potřebuje převést přes řeku všechny tři „předměty“. Do převozníkovi loďky se ovšem kromě převozníka vejde pouze jeden „spolucestující“. Tyto úlohy je možné řešit pouhou úvahou, obtížnější úlohy je ovšem lepší si zakreslit na papír, pro lepší představu.

Nyní můžeme úlohu o koze, vlku a zelí vyřešit.

Úloha 11: *Převozník chce na druhý břeh řeky převést kozu, vlka a hlávku zelí. Do loďky se ovšem kromě převozníka vejde pouze jeden další „spolucestující“. Nechá-li převozník na břehu vlka a kozu samotné, vlk kozu sežere. Pokud zůstane na břehu koza samotná s hlávkou zelí, koza sežere zelí. Jak může převozník dostat celý náklad i sebe na druhý břeh [7]?*

Řešení: Úlohu budeme řešit úvahou. Pokud by převozník odplul sám, koza sežere zelí a vlk poté sežere kozu, to k řešení nevede. Když převozník do loďky naloží hlávku zelí nebo vlka, opět se řešení nedobereme. Proto musí převozník jako první naložit kozu. Tu poté vyloží na druhém břehu.

Nyní se zamyslíme trochu dál. Kdyby se poté převozník vrátil sám, jaký náklad může bez úhony naložit? Pokud naloží vlka, dojede s ním na druhou stranu. Pokud by vlka vyložil a odjel, vlk kozu sežere. Převozník tedy vyloží vlka, naloží kozu a spolu s ní odjede. Na druhém břehu je už jenom zelí, kdyby tam kozu nechal, tak bychom si jednak moc nepomohli, ale hlavně by koza zelí sežrala. Převozník tedy vyloží kozu, naloží zelí a odjede na druhý břeh, kde je samotný vlk a v případě, že tam převozník vyloží zelí, vlk ho nesežere. Poté se převozník vrátí zpět, naloží kozu, převeze ji na druhý břeh a úloha je vyřešena.

Teď se opět podíváme na obtížnější příklad. Obdobná úloha podle [7] pochází z Číny, kde se užívá při přijímacích pohovorech do zaměstnání.

Úloha 12: *K řece tentokrát dorazila velká výprava. Jsou tam otec, matka, dva synové, dvě dcery, policista a zloděj. Na břehu stojí loďka, jenže uveze pouze dvě* *osoby a na druhý břeh se musejí dostat všichni. Je zde ovšem několik omezení. Otec se pohádal s oběma syny a matka si zase úplně nerozumí s dcerami. Proto otec nemůže být bez matky sám se synem a matka nemůže být s dcerou sama bez otce. Zloděj nesmí být bez přítomnosti policisty s nikým s rodiny. Problémem je také to, že pouze matka, otec a policista umějí pádlovat [7].*

Řešení: Řešení této úlohy je skutečně obtížnější, už vymyslet první plavbu je oříšek. Jako nejlepší možné řešení se zdá na první plavbu vyslat policistu spolu se zlodějem. Policista na druhém břehu nechá zloděje a vrátí se sám. Při druhé cestě policista odveze jednoho syna, nechá ho na druhém břehu a zpět se vrátí se zlodějem. Na další cestu se vydá matka s druhým synem, syna na druhém břehu nechá a vrátí se sama. Čtvrtou cestu popluje matka s otcem, otec matku nechá na druhém břehu spolu se dvěma syny a vrátí se sám. Pátou cestu opět popluje policista se zlodějem, oba zůstanou na druhém břehu a loďku předají matce, která na břehu vyzvedne otce. Ten nechá na druhém břehu matku a odpluje sám, tam nabere jednu z dcer a zůstane s ní na druhém břehu. Loď předá policistovi, který spolu se zlodějem odpluje zpět na původní břeh. Tam nechá zloděje a odveze na druhý břeh druhou z dcer. Poté se vrátí zpátky pro zloděje a na druhém břehu tak budou všichni. Čtenáři doporučuji si úlohu zakreslit po jednotlivých krocích.

1.7 Úlohy řešené s pomocí teorie grafů

Využívá se oblasti matematiky, která se nazývá teorie grafů. Zde je potřeba chápat graf jako uspořádanou dvojici hrany a vrcholu. Jednotlivé vrcholy jsou spojeny hranou. Hrany představují závislost mezi vrcholy, například, když se vrátíme k úloze 11, že vlk sežere kozu, nebo že koza sežere zelí. Je třeba si uvědomit, že tyto hrany jsou orientované, protože vlk sice sežere kozu, ale koza vlka nikoli, stejně tak, koza sežere zelí, ale zelí kozu ne. Graf si můžeme také představit například jako mapu Jižní Ameriky. Vrcholy grafu jsou poté jednotlivé státy Jižní Ameriky a hrany představují to, že státy mají společnou hranici. Tyto cesty ovšem nejsou orientované, protože můžeme jet z Brazílie do Argentiny, ale i zpátky po stejné trase, viz obrázek 1.9 a).

Abychom získali úplnou představu o teorii grafů, je nutné znát ještě další pojmy.

Stupeň vrcholu v grafu je číslo, které se rovná počtu hran, které z vrcholu vycházejí.

Bipartitní graf je graf, jehož množinu vrcholů můžeme rozdělit do dvou množin tak, že průnikem těchto dvou množin je prázdná množina, sjednocením množin je původní graf a každá hrana grafu začíná a končí v různých množinách. Graf tedy můžeme obarvit dvěma barvami tak, že vedle sebe nejsou nikdy dva vrcholy stejné barvy.

Hamiltonovský graf je graf, ve kterém můžeme projít všemi vrcholy grafu právě jednou a navrátit se do původního vrcholu.

Hamiltonovský graf si můžeme představit jako cestu člověka po městě, který míří do konkrétního místa, jde přímo, netoulá se po městě (zajímají ho vrcholy) a poté se navrátí do místa, ze kterého vyšel.

Určit, zda je graf hamiltonovský, je vcelku obtížná disciplína a musíme splnit několik podmínek.

1. Pokud má daný graf n vrcholů, pak má i hamiltonovský graf n hran.
2. Jestliže má vrchol grafu stupeň k, potom musí hamiltonovský graf obsahovat právě dvě hrany, které z vrcholu vycházejí.
3. Při konstrukci hamiltonovského grafu nemůže být vytvořen uzavřený graf (tzv. kružnice), který by neobsahoval všechny vrcholy daného grafu.
4. Jakmile hamiltonovský graf obsahuje vrchol, pak hrany, které do hamiltonovského grafu nepatří a vychází z vrcholu, můžeme vyloučit.

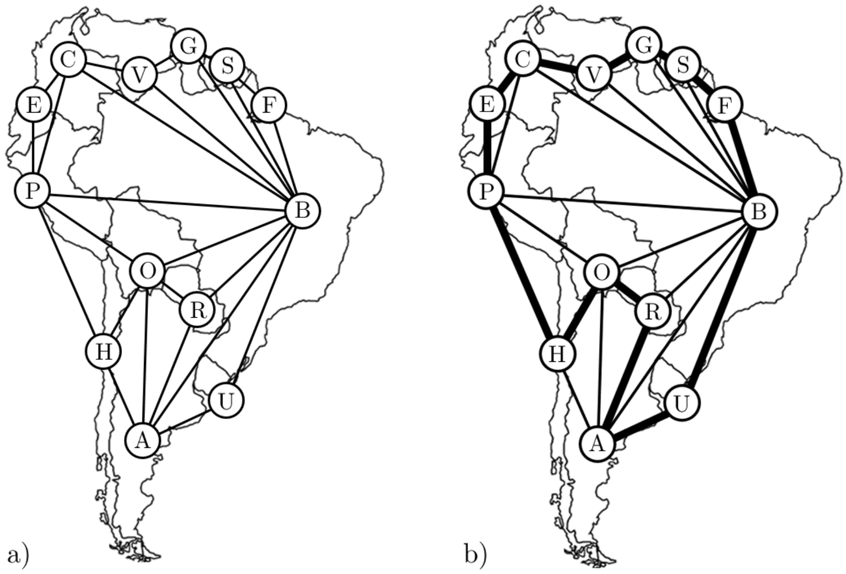
Eulerovský graf je souvislý graf (v grafu se můžeme dostat z každého vrcholu do každého vrcholu), který musí obsahovat všechny hrany v grafu, může být uzavřený (začíná a končí v jednom bodě), nebo otevřený (netvoří kružnici).

Eulerovský graf si můžeme představit jako cestu člověka, který po městě hledá určité místo. Neví kam míří, ale raději projde každou ulicí právě jednou, aby našel, co hledá.

Abychom byli schopni určit, zda je graf eulerovský či nikoli, musíme se vrátit k pojmu stupně vrcholu. Graf může být eulerovský, musí být buď všechny vrcholy sudého stupně, nebo mohou být právě dva vrcholy stupně lichého [9].

Další příklad je možno řešit algoritmem k nalezení hamiltonovského grafu.

Úloha 13: *Známý cestovatel Jirka Kolbaba se vydal na cesty po Jižní Americe. Protože tentokrát nemá moc peněz, chtěl by všechny země Jižní Ameriky procestovat co nejrychleji a každý stát navštívit právě jednou a protože si chce koupit pouze jednu zpáteční letenku, chce se vrátit do místa, kde s cestou započal. Nakreslil si k tomu graf (obrázek 1.9 a)) a teď přemýšlí, jestli je tento úkol splnitelný.*



Obrázek 1.9: K úloze 13.

Je možné, aby cestovatel navštívil každou zemi jen jednou? Pokud ano, navrhněte vhodnou trasu, pokud ne, kterou zemi by musel vynechat, aby se mu to podařilo?

Státy:

Ekvádor – E, Columbie – C, Venezuela – V, Guyana – G, Surinam – S, Francouzská Guyana – F, Brazílie – B, Uruguay – U, Paraguay – R, Argentina – A, Chile – H, Bolívie – O, Peru – P

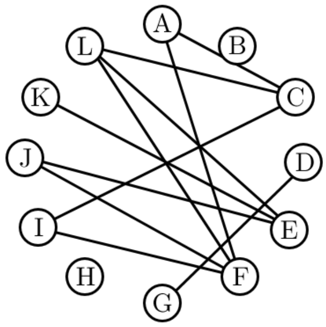
Řešení: Hamiltonovský graf bude mít 13 hran, jelikož původní graf má taktéž 13 vrcholů.

Úkol opravdu proveditelný je, kdyby jeho cesta byla Uruguay – Argentina – Paraguay – Bolívie – Chile – Peru – Ekvádor – Kolumbie – Venezuela – Guyana – Surinam – Francouzská Guyana – Brazílie – Uruguay, nebo s počátkem v kterékoliv jiné zemi v hamiltonovském grafu, procestuje všechny státy. Řešení je na obrázku 1.9 b).

Odpověď: Jedním z možných řešení je posloupnost U – A – R – O – H – P – E – K – V – G – S – F – B – U.

Další úloha je na bipartitní graf. Úkolem řešitele je tedy zjistit, zda lze skupinu rozdělit na dvě poloviny.

Úloha 14: *Ve třídě je 12 žáků. Pro fyzikální pokus je třeba žáky rozdělit do dvou skupin. Některé děti se ovšem spolu nejsou schopné snést, perou se spolu,*



Obrázek 1.10: K úloze 14.

nebo si spolu povídají. Zjistěte, zda je možné děti rozdělit tak, aby děti, které se nejsou schopny snést nebyly ve stejné skupině. Děti, které spolu vycházejí [9]:

A – C, F	*G – D*
B	*H*
C – A, I, L	*I – C, F*
D – G	*J – E, F*
E – J, K, L	*K – E*
F – A, I, J, L	*L – C, E, F*

Řešení: Zakreslíme si graf vztahů dětí, viz obrázek 1.10. Poté graf obarvíme tak, aby každá hrana začínala a končila v různých barvách. Vzniknou tak dvě množiny. V jedné skupině tak budou například děti A, B, D, I, J, L a K. Ve druhé skupině pak budou zbylé děti C, F, E, G a H. Druhým řešením je například A, D, I, J, L, K v jedné skupině a B, C, F, E, G a H ve skupině druhé.

Odpověď: Úloha má dvě řešení, u prvního řešení budou v jedné skupině děti A, B, D, I, J, L a K. Ve druhé skupině pak budou zbylé děti C, F, E, G a H. Druhým řešením je A, D, I, J, L, K v jedné skupině a B, C, F, E, G a H ve skupině druhé.

Pro další úlohy a hlubší vysvětlení pojmů z teorie množin viz [7], [9].

1.8 Zebry

Tyto kombinatorické a logické úlohy patří mezi velmi oblíbený typ úloh. Často se objevují v různých časopisech zaměřených na hlavolamy, v zábavných přílohách novin atd. Úkolem řešitele je na základě indicií o možných a neslučitelných spojeních k sobě přiřadit prvky z několika různých stejně početných množin. Indicie, nebo též podmínky, které jsou nedílnou součástí zadání a mají nás přivést k řešení, můžeme rozdělit do dvou typů: pozitivní (mají tvar kladné oznamovací věty, např. Pudl patří majiteli modrého auta.) a negativní (mají tvar záporné oznamovací věty, např. Pěstitel slunečnic nepije vodu.). Obtížnost těchto úloh závisí na počtu množin a na počtu prvků v nich.

Název tohoto typu úloh pochází z jedné z úloh, která končila otázkou: „Kdo chová zebru?“ Tato úloha byla v šedesátých letech publikována v časopise *Life International*. U nás se objevila o dva roky později v *Rozhledech matematicko-fyzikálních*. V posledních několika letech úloha putuje po internetu v různých obměněných verzích pod názvem Einsteinova úloha. V zadání se také obvykle píše, že jsou ji schopni vyřešit jen 2 % lidí.

Zebry je možné řešit různými metodami. Buď je můžeme řešit pouhým logickým uvažováním, nebo při řešení obtížnějších úloh například použitím maticového schematu, n-úhelníkového schematu, stromu logických možností, případně pomocí grafického řešení (tato metoda je ovšem málo používána, proto nebude v dalším textu popsána), pro obtížnější zebry se používá metoda hledání cesty. Teď se na jednotlivé metody podíváme důkladněji [3], [5], [12], [13].

1.8.1 Řešení logickou úvahou

Při řešení úlohy touto metodou nejsou potřeba žádné znalosti, ani postupy řešení. Jednodušší úlohy takto nejčastěji řeší například žáci na základní škole nebo lidé, kteří se s těmito úlohami setkají poprvé. Obvykle se jedná o úlohy, kde jsou pouze dvě množiny. Například máme děvčatům přiřadit barvu trika, nebo určit na jaký hudební nástroj hraje který z chlapců. Pro lepší představu a ujasnění logických závěrů je dobré si načrtnout grafické znázornění situace. Nyní si tuto metodu ukážeme na úlohách 15 a 16.

Úloha 15: *Na ulici stojí v kroužku čtyři děvčata – Alena, Věra, Petra a Jana. Víme o nich, že:*

1. *Dívka v zeleném tričku (není to Alena ani Věra) stojí mezi dívkou v modrém triku a Janou.*
2. *Dívka v bílém triku stojí mezi Věrou a dívkou v červeném triku.*

Jaké triko má každá z děvčat [5]?

Řešení: Z první podmínky vyplývá, že zelené triko nemá Alena, Věra, ale ani Jana. Zelené triko má tedy Petra. Z druhé podmínky plyne, že Věra nemůže mít bílé, ani červené triko, z první podmínky také víme, že nemá triko zelené. Má tedy triko modré. Jana nestojí vedle Věry. Jana nemůže stát vedle Věry, protože je mezi nimi Petra v zeleném triku (víme z první podmínky). Jana tedy nemůže mít bílé triko, protože ve druhé podmínce se píše, že dívka v bílém triku stojí vedle Věry. Jana má tedy červené triko. Na Alenu zbývá bílé triko.

Odpověď: Petra má zelené triko, Věra má triko modré, Jana červené a Alena má bílé triko.

Pro lepší představu si metodu ukážeme ještě na úloze 16.

Úloha 16: *Pět kamarádů, Miloš, Pavel, Karel, Zdeněk a Aleš, vytvořilo kapelu, v ní každý hraje na právě jeden z hudebních nástrojů: saxofon, basa, buben, harmonika, trubka. Určete, kdo hraje v kapele na jaký hudební nástroj, víte-li že [5]:*

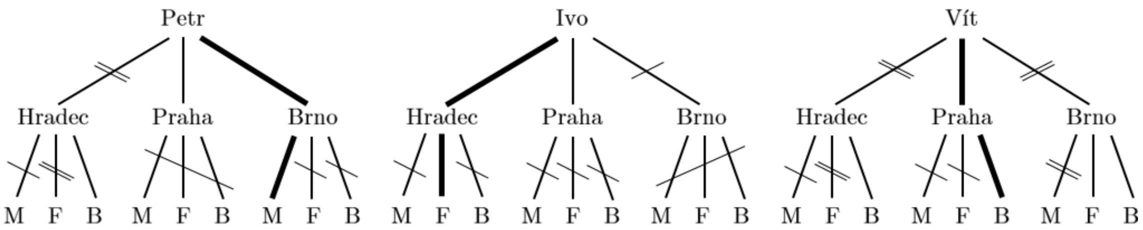
1. *Miloš umí hrát pouze na buben a saxofon.*
2. *Karel však na tyto nástroje nehraje.*
3. *Zdeněk nehraje na trubku, saxofon ani basu.*
4. *Pavel hraje jen na harmoniku.*
5. *Aleš nehraje na basu.*

Řešení: Tentokrát nezačneme rozborem od první podmínky, ale až od podmínky čtvrté. Ta říká, že Pavel hraje jen na harmoniku. Nikdo jiný tedy už na harmoniku hrát nemůže. Ze třetí podmínky vyplývá, že pokud Zdeněk nehraje na trubku, saxofon ani basu, nutně musí hrát na buben nebo harmoniku. Ovšem na harmoniku už hraje Pavel, Zdeněk tedy hraje na buben. Z první podmínky víme, že Miloš umí hrát jen na buben a saxofon. Na buben hraje Zdeněk, z toho plyne, že Miloš hraje na saxofon. Z poslední podmínky víme, že Aleš nehraje na basu, hraje tedy na saxofon, buben, harmoniku nebo trubku. Na harmoniku, buben ani saxofon hrát nemůže. Aleš tedy musí hrát na trubku. Na Karla zbývá basa.

Odpověď: Pavel hraje na harmoniku, Zdeněk hraje na buben, Miloš hraje na saxofon, Aleš hraje na trubku a Karel hraje na basu.

1.8.2 Řešení stromem logických možností

Touto metodou je vhodné řešit úlohy, kde v jednotlivých množinách není velké množství prvků. Dají se tak řešit o něco obtížnější úlohy než v předchozí metodě, kdy je vhodnější si informace zapsat. Tyto úlohy jdou obvykle řešit i úvahou, ale je to zdlouhavější. Při zakreslování stromu logických možností můžeme ihned vynechat nevyhovující možnosti, zde jsou možnosti zakresleny všechny. Na řešení se podíváme v následujících dvou úlohách.



Obrázek 1.11: K úloze 17.

Úloha 17: *Petr, Ivo a Vít studují matematiku, fyziku a biologii v Hradci, Brně a Praze. Chceme zjistit, kdo, co a kde studuje (každý studuje právě jeden z těchto předmětů). Víme, že [5]:*

1. *Petr nestuduje v Praze.*
2. *Ivo nestuduje v Brně.*
3. *Student v Brně studuje matematiku.*
4. *Student v Praze nestuduje fyziku.*
5. *Ivo nestuduje biologii.*

Řešení: Veškeré informace zaneseme do grafu, viz obrázek 1.11.

Na obrázku vidíme, že pro Iva zbyla jediná možnost, a to studium fyziky v Hradci. U Petra a Víta tedy můžeme Hradec a fyziku vyškrtnout (v obrázku dvojité škrtnutí). Tak zbyla na Petra jediná možnost, studovat matematiku v Brně. Na Víta tak zbyla biologie v Praze (matematika a Brno jsou škrtnuty dvojitou čarou). V obrázku je tučnou čarou vyznačen výsledek.

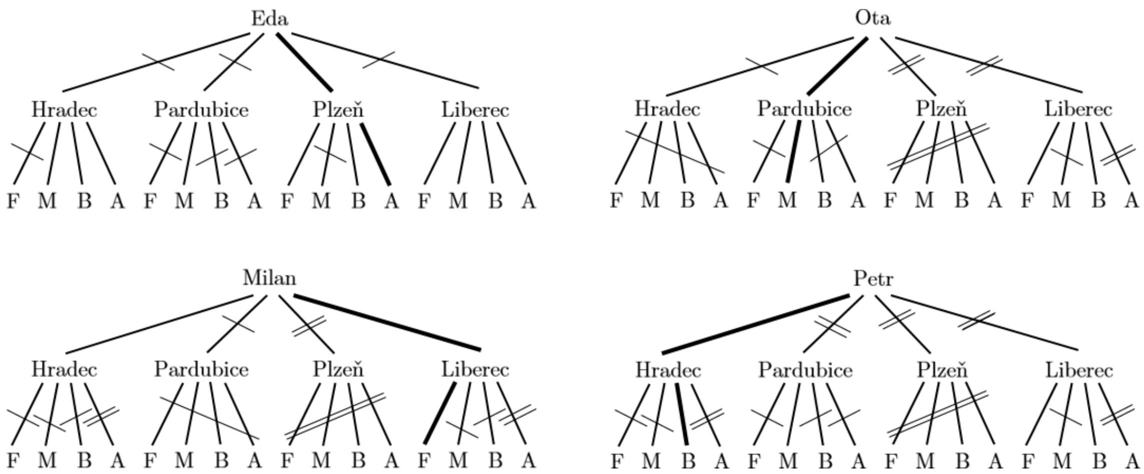
Odpověď: Ivo studuje fyziku v Hradci, Petr studuje matematiku v Brně a Vít studuje biologii v Praze.

Opět následuje složitější úloha.

Úloha 18: *Čtyři přátelé, Eda, Ota, Milan a Petr, učí na vysoké škole v Hradci, Pardubicích, Plzni a Liberce. Každý učí jinou disciplínu na jiné škole. Víme o nich, že:*

1. *Ota neučí v Hradci.*
2. *Milan neučí v Pardubicích.*
3. *Hradečák neučí fyziku.*
4. *Pardubičák učí matematiku.*
5. *Milan neučí biologii.*
6. *Eda učí angličtinu v Plzni.*

Řešení: Veškeré informace zaneseme do grafu, viz obrázek 1.12.



Obrázek 1.12: K úloze 18.

Ze zadání ihned víme, že Eda učí v Plzni angličtinu. Můžeme tedy škrtnout (dvojitou čarou) Plzeň i angličtinu u ostatních. Tím jsme vyškrtali všechny možnosti kromě jedné u Milana. Milan tedy učí fyziku v Liberci. Opět můžeme vyškrtat (dvojitou čarou) Liberec a fyziku u ostatních. Jediná možnost tak zbyla u Oty, který učí matematiku v Pardubicích. U ostatních můžeme tedy škrtnout (dvojitou čarou) Pardubice a matematiku. Petr tak učí biologii v Hradci.

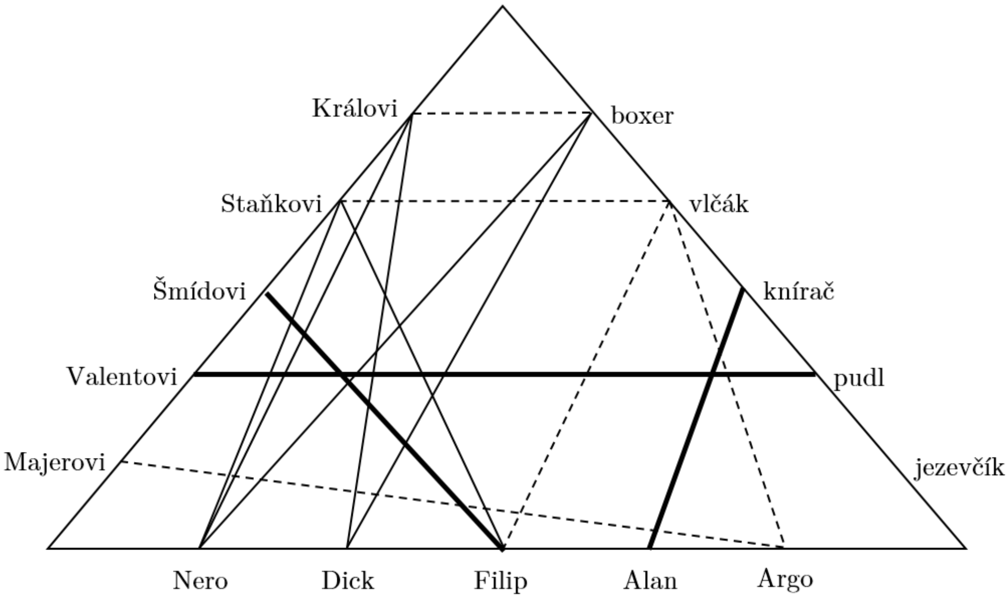
Odpověď: Eda učí angličtinu v Plzni, Milan učí fyziku v Liberci, Ota učí matematiku v Pardubicích a Petr biologii v Hradci.

1.8.3 Řešení n-úhelníkovým schematem

Tato metoda se používá při řešení úloh, ve kterých nejsou jednotlivé množiny příliš početné. Pokud jsou množiny početné, řešení se stává nepřehledným. Tato metoda funguje tak, že každou z množin vyobrazíme na jedné ze stran n-úhelníku. n-úhelník má tolik stran, kolik je jednotlivých množin. Prvky, které mají vzájemnou závislost, spojujeme plnou čarou. Prvky, které vzájemnou závislost nemají, spojujeme čárkovanou čarou. Pro různé skupiny spojů (Eda – matematika – Plzeň je jedna skupina) je vhodné pro přehlednost volit různou barvu tužky. I přes to je tato metoda značně nepřehledná už při malém počtu prvků jednotlivých množin, proto ji k řešení zeber nedoporučuji. Na konkrétní řešení se podíváme v následujících úlohách.

Úloha 19: *Určete, kdo má jakého psa, víte-li že:*

1. *Královi nemají boxera, ale mají psa jménem Nero nebo Dick.*
2. *Staňkovi mají psa, co se jmenuje Nero nebo Filip a není to určitě vlčák.*

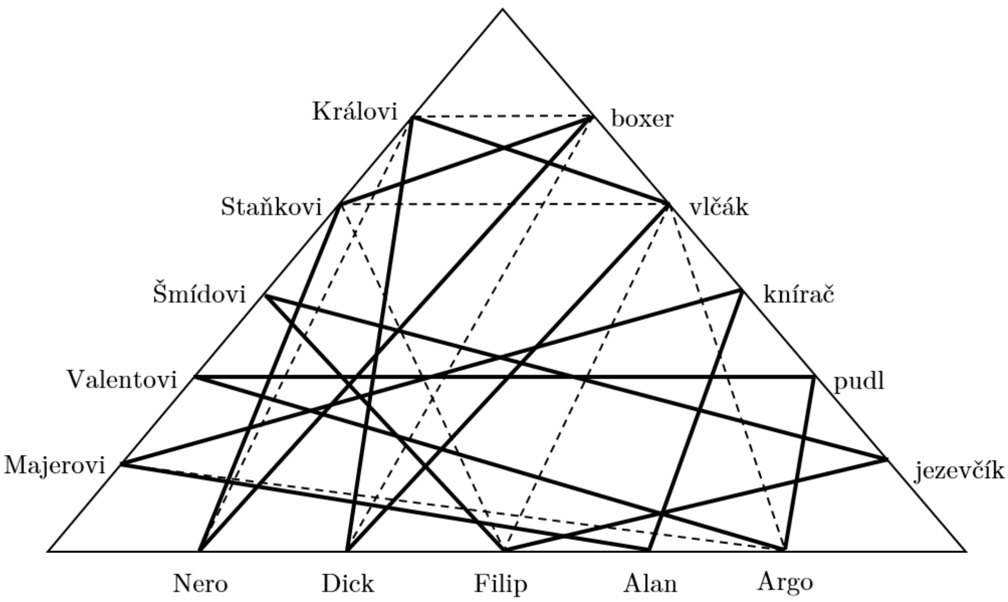


Obrázek 1.13: K úloze 19.

3. *Knírač Alan se se Šmídovým Filipem nemá moc rád.*
4. *Vlčák není Filip ani Argo.*
5. *Boxer má jméno Nero nebo Dick.*
6. *U Valentů mají vždy krásně ostříhaného pudla.*
7. *Majerovi nedali psovi jméno Argo.*
8. *Někdo má jezevčíka.*

Řešení: V této úloze jsou tři množiny, n-úhelník bude mít tedy tři strany. Nejdříve do trojúhelníku zakreslíme známé závislosti, ty které jsou jisté zakreslíme tučně, když je více možností zakreslíme tence, viz obrázek 1.13.

Co můžeme vidět na první pohled je, že mají-li Šmídovi psa jménem Filip, nemůže se tak jmenovat pes Staňkových (zakreslíme čárkovanou čarou). Staňkovi mají podle druhé podmínky psa jménem Nero (zakreslíme tučnou plnou čarou). Pes Králových nemůže mít stejné jméno (zakreslíme čárkovanou čarou), podle první podmínky se tedy jmenuje Dick (znázorníme tučnou plnou čarou). Z toho plyne, že boxer se jmenuje Nero a patří Staňkovým (znázorníme tučnou plnou čarou) – boxer podle první podmínky nepatří Královým, nemůže se tedy jmenovat Dick (znázorníme čárkovanou čarou). Tak nám vznik první trojúhelník Staňkovi – boxer – Nero. Z trojúhelníka můžeme dále vyčíst, že vlčák se nemůže jmenovat Argo, nemůže se jmenovat Alan, Filip ani Nero. Jmenuje se tedy Dick a patří Královým (znázorníme tučnou plnou čarou). Tak nám vznikne druhý trojúhelník Královi – vlčák – Dick. Poté v trojúhelníku



Obrázek 1.14: K úloze 19.

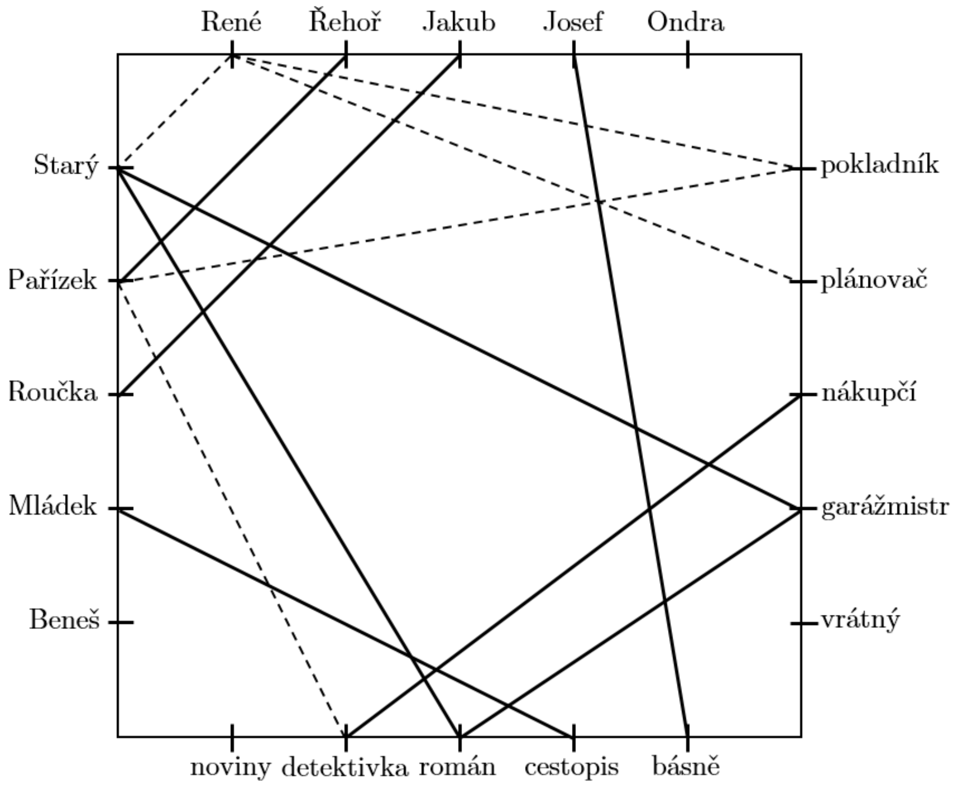
hledáme další závislosti. Pudl se nemůže jmenovat Nero, Dick, Filip ani Alan, jmenuje se tedy Argo (zakreslíme tučnou plnou čáru). Vznikl třetí trojúhelník Valentovi – pudl – Argo. Z ras psů zbývá už jen knírač a jezevčík. Knírač se jmenuje Alan, jezevčík se tedy musí jmenovat Filip a patří Šmídovým (znázorníme tučnou plnou čarou). Vzniká čtvrtý trojúhelník Šmídovi – jezevčík – Filip. Poslední trojúhelník tedy bude Majerovi – knírač – Alan. Výsledný trojúhelník je na obrázku 1.14.

Odpověď: Královi mají vlčáka jménem Dick, Staňkovi boxera Nera, Šmídovým patří jezevčík Filip, Valentovi chovají pudla Arga a knírač Alan bydlí u Majerů.

Následující úloha je opět obtížnější.

Úloha 20: *V kupé vlaku sedělo pět mužů a četlo. Vaším úkolem je určit plná jména pánů, jejich zaměstnání a druh četby na základě těchto informací [5]:*

1. *René se nejmenuje Starý a není pokladník ani plánovač.*
2. *Nákupčí četl detektivku.*
3. *Řehoř Pařízek a Jakub Roučka seděli u okénka.*
4. *Pařízek není pokladník a nečetl detektivku.*
5. *Garážmistr Starý četl román.*
6. *Josef četl básně.*
7. *Mládek četl cestopis.*
8. *Jeden z mužů se jmenuje Ota, další Bobeš, někdo je vrátný a někdo četl noviny.*



Obrázek 1.15: K úloze 20.

Řešení: V této úloze jsou čtyři množiny, n-úhelník bude mít tedy čtyři strany. Nejdříve do čtverce zakreslíme známé závislosti, ty které jsou jisté zakreslíme tučně, když je více možností zakreslíme tence, viz obrázek 1.15.

První, co můžeme zjistit je, že Ota se jmenuje Starý, je garážmistr a čte román. O panu Starém tak máme kompletní informaci. Dále vidíme, že René se jmenuje Mládek a čte cestopis. Odvodit dále můžeme, že Jakub čte detektivku, jmenuje se Roučka a je nákupčí. Detektivku totiž nemůže číst Ota (čte román), Josef (čte básně), Řehoř (jmenuje se Pařízek a ten detektivku nečte) ani René (čte cestopis). Tím je kompletní informace o panu Roučkovi. Zakreslit můžeme, že Josef se jmenuje Bobeš, pan Bobeš je jediný, který ještě nemá jméno. René Mládek, který čte cestopis je vrátným, René totiž není pokladníkem, plánovačem, nemůže být ani nákupčím (tím je pan Roučka) a garážmistrem (pan Starý). Tak máme kompletní informaci o panu Mládkovi. Další kompletní informaci získáme, když si uvědomíme, že Řehoř Pařízek čte noviny (je jediný, který nic nečte a noviny jediné nečte nikdo jiný) a je plánovačem (podle čtvrté podmínky není pokladník). Poslední, co zbývá je, že Josef Bobeš čte básně a pracuje jako pokladník.

Odpověď: Ota Starý čte román a pracuje jako garážmistr, Jakub Roučka čte detektivku a pracuje jako nákupčí, René Mládek čte cestopis a živí se jako vrátný, Řehoř Pařízek čte noviny a je plánovačem a poslední muž se jmenuje Josef Bobeš, čte básně a pracuje jako pokladník.

1.8.4 Řešení maticovým schematem

Při řešení zeber si lze pomoci také maticovým schematem, řeší se jím úlohy stejné obtížnosti jako v předchozích typech. Tento typ řešení je, podle mého názoru, z těchto typů nejpřehlednější, a proto ho nejvíce doporučuji. Jak maticové schema vypadá? Utvoříme tabulku, kde v záhlaví budou například města, ze kterých pánové pochází. První sloupec je vyhrazen jménům pánů. Do tabulky se poté křížky vyznačují neslučitelné jevy a kolečky, či zatržítky se znázorňuje vzájemná závislost prvků. Na konkrétní řešení se podíváme v následujících úlohách.

Úloha 21: *V hospůdce se sešli pánové A, B, C, D, E, F. Pocházejí z měst Praha, Brno, Jihlava, Hradec, Ústí a Ostrava. Víme o nich, že:*

1. *A a Pražák jsou lékaři.*
2. *B a Jihlavák jsou inženýři.*
3. *D a Brňák jsou programátoři.*
4. *Hradečák, C a E spolu sloužili na vojně, ale Jihlavák má modrou knížku.*
5. *Pán z Ústí je starší než A.*
6. *Pán z Ostravy je starší než B.*
7. *E je nejmladší*
8. *C a Pražák mají ženy ze Slovenska.*
9. *B a pán z Ústí mají ženy z Moravy.*

Odkud kdo je [5]?

Řešení: Do prvního řádku matice si zapíšeme jednotlivá města a do prvního sloupce jména mužů.

Z první podmínky můžeme vyvodit, že A není Pražák, ze druhé podmínky poté, že B není Jihlavák a z třetí, že D není Brňák. Dále z těchto podmínek vidíme, že ani A a D nemůžou být z Jihlavy (v Jihlavě bydlí inženýr a oni mají jiná povolání) a ze stejného důvodu ani D a B nemohou být z Prahy a A a B nemohou být z Brna (všude můžeme do tabulky zakreslit křížky). Ze čtvrté podmínky plyne, že C a E nejsou z Hradce, ale ani z Jihlavy (chodili na vojnu a Jihlavák ne). Pátá podmínka nám říká, že A není z Ústí, šestá potom, že B

	Praha	Brno	Jihlava	Hradec	Ústí	Ostrava
A	✗	✗	✗		✗	
B	✗	✗	✗		✗	✗
C	✗		✗	✗	✗	
D	✗	✗	✗			
E			✗	✗	✗	✗
F						

Tabulka 1.7: K úloze 21.

není z Ostravy. Ze sedmé podmínky můžeme vyvodit, že pokud je E nejmladší, nemůže být starší než A ani než B, není tedy ani z Ústí, ani z Ostravy. Z osmé podmínky vyvodíme, že C není z Prahy. Poslední podmínku si můžeme vyložit tak, že B není z Ústí. Spojením posledních dvou podmínek ještě vidíme, že C není z Ústí a B není z Prahy (C má ženu ze Slovenska, nemůže být tedy z Moravy a B má ženu z Moravy a ne ze Slovenska), viz tabulka 1.7.

Nyní vidíme, že z Jihlavy může být pouze pan F (zakreslíme kolečko a další města u F vykřížkujeme). Dále pan B může být jen z Hradce (vyznačíme kolečkem, Hradec můžeme u dalších pánů vykřížkovat). Poté je zřejmé, že pan A je z Ostravy (nemůže odtud tedy být pán C ani D). Tím zjistíme, že pan C je z Brna (pan E nemůže), pán D je z Ústí a pán E z Prahy.

Odpověď: Pan A je z Ostravy, B je z Hradce, C bydlí v Brně, D pochází z Ústí, E je Pražák a F Jihlavnák.

Někdy je vhodné seskupit více matic, to se hodí pro obsáhlejší úlohy, kdy máme určit více pojmů. Toto je možné pouze pokud nemáme mezi sebou přiřazovat prvky více než tří množin, viz následující úloha.

Úloha 22: *Na táboře se sešli studenti A, B, C, D. Zjistili, že jsou každý z jiného ročníku (student z I. ročníku byl nejmladší, student ze IV. ročníku byl nejstarší, student ze II. ročníku byl mladší než student ze III. ročníku). Každý z nich měl jiný koníček. Víme o nich, že:*

1. *A a student ze II. ročníku jsou z téže školy.*
2. *Ten, který rád rybaří, a student z I. ročníku jsou z jednoho města.*
3. *B a ten, který rád fotografuje, přijeli později.*
4. *C a student ze IV. ročníku si byli ráno zaběhat.*
5. *B a student ze III. ročníku večer vyhráli v kartách nad C a modelářem.*
6. *D je mladší než ten, co rád fotografuje.*
7. *A je starší než D.*

	I.	II.	III.	IV.	Š	R	M	F
A	✗	✗	o	✗	✗	o	✗	✗
B	✗	✗	✗	o	o	✗	✗	✗
C	✗	o	✗	✗	✗	✗	✗	o
D	o	✗	✗	✗	✗	✗	o	✗
Š	✗	✗	✗	o				
R	✗	✗	o	✗				
M	o	✗	✗	✗				
F	✗	o	✗	✗				

Tabulka 1.8: K úloze 22.

8. *Šachista je starší než A.*
9. *V neděli A a modelář byli hrát fotbal, student ze IV. ročníku tam soudcoval a ten, který rád fotografuje, udělal ze zápasu několik obrázků.*

Určete, kdo je z jakého ročníku a jakého má koníčka [5].

Řešení: Sestavíme schema a vyškrtáme vše, co je nespojitelné, viz tabulka 1.8.

Ze schematu můžeme vyčíst, že A je z III. ročníku a rád rybaří (u dalších žáků a koníčků můžeme vyškrtat III. ročník, u žáků rybaření a u rybaření ostatní ročníky). Dále vidíme, že do IV. ročníku může chodit pouze B, který je šachista (opět vše proškrtáme). Fotograf chodí do II. ročníku a je to C. Pro D zbývá I. ročník a modelářství.

Odpověď: A je ze III. ročníku a rybaří, B chodí do IV. ročníku a je šachista, C navštěvuje II. ročník a rád fotografuje, D je z I. ročníku a je modelářem.

1.8.5 Řešení hledáním cesty

Touto metodou je vhodné řešit obtížnější úlohy. Může se jednat například o zebry, ve kterých máme určit závislost prvků ze čtyř a více množin. Tato metoda je inspirována teorií grafů (tato oblast matematiky je popsána v oddílu 1.5). Při řešení úlohy hledáním cesty je ze všeho nejdříve nutné určit hlavní množinu (například jména lidí vystupujících v úloze). Poté sestavíme jednoduché schema, které obsahuje všechny prvky. Mezi těmito prvky (vrcholy) následně konstruujeme hrany podle informací z podmínek. Schema má tolik sloupců, kolik je prvků v množinách a řádků má tolik, kolik je množin. Při řešení rozlišujeme mezi tzv. *potencionálními* a *pevnými vrcholy*. Potencionální vrcholy jsou prvky množiny, které nejsou ještě jednoznačně přiřazeny k dalšímu prvku. Pevné vrcholy jsou takové, které můžeme jistě přiřadit k dalšímu prvku, můžeme ho s dalším pevným vrcholem spojit hranou. Na začátku řešení úlohy, kdy máme zakresleno schema, máme pouze tolik pevných uzlů, kolik má schema sloupců, jsou jimi totiž prvky množiny, které jsme si zvolili do prvního řádku schematu. Všechny ostatní prvky jsou potencionálními vrcholy. Při řešení úlohy se snažíme z potencionálních vrcholů vytvořit pevné vrcholy. Metodu si ukážeme na následující úloze.

Úloha 23: *Na venkově vedle sebe stojí pět farem. Každou farmu vlastní právě jeden z pěti mužů, každý z nich má jiného psa, pěstuje jinou plodinu a chová jiný druh hospodářských zvířat. Každý muž navíc využívá ke své práci na farmě jiný dopravní prostředek. Víme, že:*

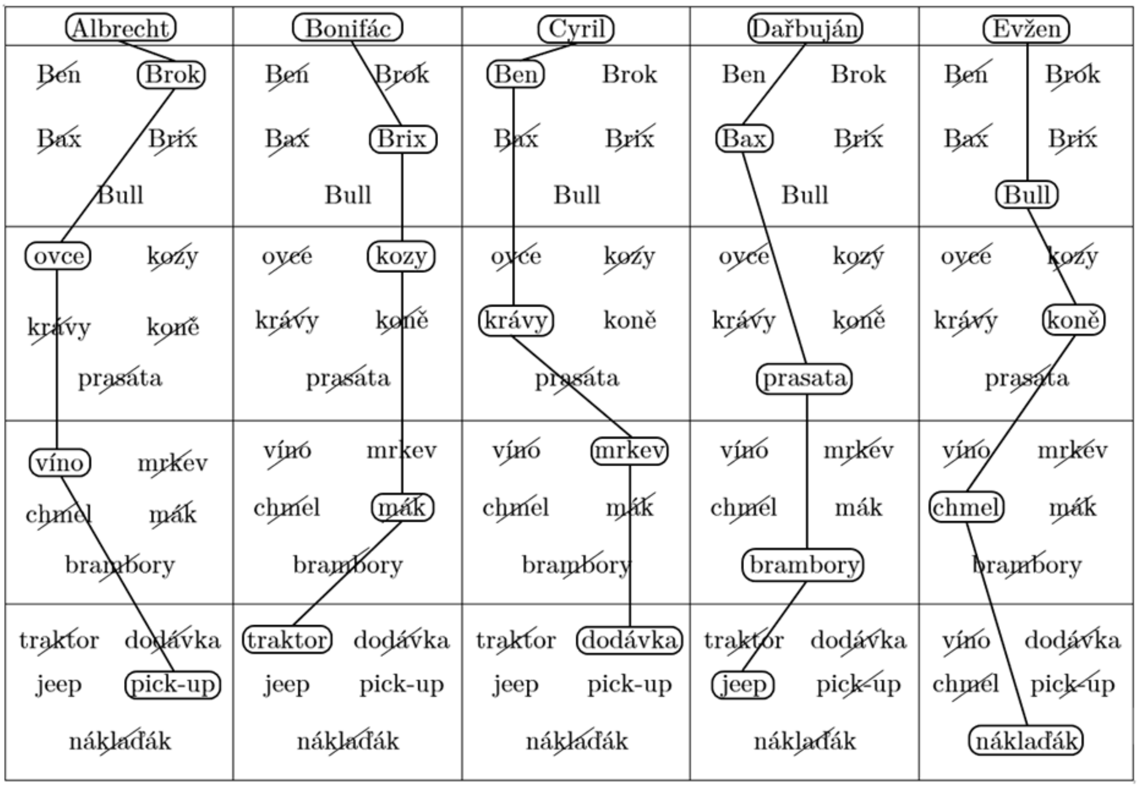
1. *Brixův pán chová kozy.*
2. *Traktorista chová kozy.*
3. *Majitel Bena pěstuje mrkev.*
4. *Cyril řídí dodávku.*
5. *Chovatel ovcí nejezdí traktorem.*
6. *Řidič pick-upu pěstuje víno.*
7. *Bonifácův pes je Brix.*
8. *Baxův pán se jmenuje Dařbuján.*
9. *Řidič jeepu chová prasata.*
10. *Pěstitel vína nechová prasata.*
11. *Chovatel koní má psa Bulla.*
12. *Pěstitel brambor řídí jeep.*
13. *Chmel je svážen náklaďákem.*
14. *Evžen pěstuje chmel.*
15. *Albrecht chová ovce.*

Určete, kdo chová krávy, kdo pěstuje mák a komu patří pes Brok [12].

Řešení: Nejdříve zakreslíme schema. Viz obrázek 1.16.

Nejdříve využijeme podmínky, ve kterých je zmíněné jméno muže, tak můžeme vytvořit první pevné vrcholy (například barevným, nebo jiným zvýrazněním). U této úlohy jsou to podmínky čtyři, sedm, osm, čtrnáct a patnáct. Ostatní potenciální vrcholy můžeme vyškrtat a mezi některými prvky zakreslit hrany (Bonifác – Brix, Dařbuján – Bax). Dále budeme procházet zbylé podmínky a zbude-li nám v dané buňce schematu pouze jediný potencionální vrchol, můžeme v něho vytvořit pevný vrchol (je-li to možné, můžeme ho spojit s dalším pevným vrcholem hranou).

Vyjdeme-li nyní například z první podmínky, už víme, že Brixův pán je Bonifác (tyto dva pevné vrcholy máme spojeny hranou) můžeme tedy Brixe spojit hra-



Obrázek 1.16: K úloze 23.

nou s kozami a máme další pevný vrchol. Kozy můžeme vyškrtnout u ostatních mužů. Ze druhé podmínky můžeme vyčíst, že jestliže traktorista chová kozy, potom traktor řídí Bonifác (opět vytvoříme pevný vrchol, ale zatím ho nespojujeme s žádným dalším vrcholem hranou), u ostatních pánů škrtneme traktor. Ze třinácté podmínky můžeme vytvořit pevný vrchol náklaďák a spojit ho s chmelem hranou. Z deváté podmínky můžeme vyvodit, že pokud řidič jeepu chová prasata, musí nutně s jeepem jezdit Dařbuján. Pouze u Albrechta a Dařbujána totiž neznáme dopravní prostředek a protože Albrecht chová ovce, nemůže chovat prasata. Tak jsme získali další dva pevné vrcholy. Další získáme, pokud si všimneme, že u Albrechta je jediný možný dopravní prostředek, pick-up. Šestá podmínka říká, že řidič pick-upu pěstuje víno, Albrecht tedy pěstuje víno. Třetí podmínka nám napoví, že jestliže majitel Bena pěstuje mrkev, nemůže mrkev pěstovat nikdo, u koho víme, jakého psa má. Bena také nemůže mít nikdo, kdo pěstuje jinou plodinu, než mrkev. Majitelem Bena je tedy Cyril, který pěstuje mrkev. Z jedenácté podmínky určíme, že koně chová Evžen a má také psa Bulla, u Cyrila totiž jméno psa známe a u Albrechta zase víme, co chová za zvířata. Tím jsme u Evžena určili vše. Užitím dvanácté podmínky určíme vše i u Dařbujána, který tedy pěstuje brambory. U Cyrila tím zbývá poslední možnost a chová krávy. Bonifác pěstuje mák a Albrecht vlastní psa jménem Brok. Podrobné schematické řešení naleznete v [12] v příloze tři.

Odpověď: Krávy chová Cyril, mák pěstuje Bonifác a Brokovým majitelem je Albrecht.

1.8.6 Řešení s pomocí tabulky

Tabulka se při řešení zeber využívá, pokud má zebra více něž tři množiny. Je v mnohém podobná předchozí metodě. V této metodě se snažíme přiřazovat prvky, které k sobě patří. Vytvoříme tabulku, v prvním řádku mohou být jména, či například pořadí domů, ve kterých lidé v úloze o zebře bydlí. Nejdříve tedy musíme vybrat jednu z množin, která se hodí nejvíce, tzv. hlavní množinu (stejně jako u předchozí metody). Do prvního sloupce tabulky vypíšeme názvy dalších množin (např. jméno, barva, sport, zvíře). Do tabulky poté zapisujeme pouze pevné vrcholy, potenciální vrcholy, získané z podmínek píšeme vedle tabulky. Na příklad řešení úlohy tohoto typu se podíváme v následující úloze.

Úloha 24: *Ve čtyřech různě barevných domcích vedle sebe bydlí čtyři děvčata. Každé se věnuje jinému sportu a každé má doma nějaké zvíře. Víme, že:*

1. *Petra bydlí v 1. domě a chová kanára.*
2. *Ve žlutém domě chovají psa a pěstují turistiku.*
3. *Zelený dům je vpravo od žlutého.*
4. *Katka se ráda mazlí s jejich kočkou.*
5. *Jana miluje koně a jezdectví a jednoho koně doma chovají.*
6. *V hnědém domě často slyší štěkat sousedova psa.*
7. *Dům, kde chovají psa a dům s kočkou spolu však naštěstí nesousedí.*
8. *Dívka, co obdivuje u sousedů koně, věnuje mnoho času tenisu.*

Určete, kdo preferuje orientační běh, kde stojí bílý dům a co lze říci o 4. dívce, o Radce [5].

Řešení: Ze všeho nejdříve sestavíme tabulku, kde v prvním řádku budou čísla domů, v prvním sloupci bude jméno, barva, sport a zvíře, viz tabulka 1.9.

Z první podmínky můžeme hned do druhého sloupce tabulky zapsat ke jménu Petra a ke zvířeti kanár. Zbytek podmínek si můžeme seskupit vedle tabulky. Z druhé podmínky tedy můžeme vypsat do sloupečku žlutý, turistika, pes. Napravo od žluté zapíšeme zelenou (podle třetí podmínky). Dále můžeme zapsat do sloupce vedle tabulky Katka, kočka. Z páté podmínky utvoříme sloupec Jana, jezdectví, kůň. Z šestá podmínky vyplývá, že hnědý dům je vedle

	1.	**2.**	**3.**	**4.**
jméno	Petra	Radka	Jana	Katka
barva	hnědý	žlutý	zelený	bílý
sport	orientační běh	turistika	jezdectví	tenis
zvíře	kanár	pes	kůň	kočka

Tabulka 1.9: K úloze 24.

žlutého, nemůže být ale napravo, tam stojí zelený dům, hnědý dům je tedy vlevo od žlutého domu. Podle sedmé podmínky je Katčin dům s kočkou buď vedle hnědého nebo zeleného domu. Nalevo od hnědého domu ovšem být nemůže, kdyby byl dům s kočkou vedle hnědého domu, musel by to být první dům (domy jsou čtyři a byly by v pořadí dům s kočkou, hnědý, žlutý, zelený). To ovšem není možné, protože v prvním domě mají kanára. Nutně je tedy dům s kočkou napravo od zeleného. Teď můžeme tuto posloupnost zanést do tabulky. První dům bude hnědý, druhý dům je žlutý, pěstují tam turistiku a chovají psa. Třetí dům je zelený a ve čtvrtém domě chovají kočku a dům má bílou barvu. V domě s kočkou bydlí Katka (zapíšeme do tabulky). Jana bydlí ve třetím zeleném domě, pěstuje jezdectví a chová koně (všude jinde už známe domácího mazlíčka). Ve druhém domě tedy bydlí Radka. Tenis se hraje v domě, který sousedí s domem, ve kterém mají koně, tenis tedy hraje Katka ve čtvrtém domě. Orientační běh zbývá na Petru v prvním domě.

Odpověď: Orientační běh provozuje Petra, bílý dům stojí jako poslední, tedy čtvrtý v řadě a víme, že Radka žije ve žlutém domě, pěstuje turistiku a chová psa.

1.8.7 Původní úloha

Tato úloha v šedesátých letech okouzlila svět, u nás byla uvedena v únoru 1964 v *Rozhledech matematicko-fyzikálních* a dala název celé této skupině úloh. V originální verzi místo nápoje každý z cizinců kouří jiný druh cigaret, ovšem z výchovného hlediska je při řešení dětmi jistě vhodnější verze s nápoji.

Úloha 25: *V ulici cizinecké čtvrti stojí vedle sebe pět domků různých barev. V každém domku je oblíben jiný sport, resp. se nesportuje vůbec a v každém domku chovají jiný druh zvířat. O domcích a jejich obyvatelích známe tyto informace:*

1. *Angličan bydlí v červeném domku.*

2. *Španěl chová psa.*
3. *Káva se pije v zeleném domku.*
4. *Polák pije čaj.*
5. *Zelený domek stojí vpravo vedle domku bílého.*
6. *Fotbalista chová hlemýždě.*
7. *Ve žlutém domku bydlí hokejista.*
8. *Mléko se pije v prostředním domku.*
9. *V prvním domku bydlí Nor.*
10. *Nesportovec bydlí vedle domku, v němž je chována liška.*
11. *Domek hokejisty sousedí s domkem, v němž je chován kůň.*
12. *Zápasník pije džus.*
13. *Japonec je cyklista.*
14. *Nor bydlí vedle modrého domku.*
15. *V jednom domku se pije voda.*
16. *V jednom domku je chována zebra.*

Určete, kdo chová zebru a kdo pije vodu [5].

Řešení této úlohy nechávám na čtenáři. Pouze uvedu výsledek, viz následující tabulka.

	1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**
národnost	Nor	Polák	Angličan	Španěl	Japonec
barva	žlutý	modrý	červený	bílý	zelený
sport	hokejista	nesportovec	fotbalista	zápasník	cyklista
zvíře	liška	kůň	hlemýžď	pes	zebra
nápoj	voda	čaj	mléko	džus	káva

Odpověď: Zebru chová Japonec a vodu pije Nor.

Kapitola 2

Průzkum názorů na logické úlohy

2.1 Cíl průzkumu

Logické úlohy jsou v poslední době velmi populární. Objevují se na internetu, v časopisech i jiné literatuře. Z tohoto důvodu jsem sestavila dotazník pro žáky středních škol a víceletých gymnázií, ve kterém jsem se dotazovala, zda se žáci s logickými úlohami již setkali, zda je baví jejich řešení a zda by chtěli tyto úlohy řešit ve škole. Cílem dotazníku bylo zjistit, zda by z pohledu žáků bylo vhodné logické úlohy zařadit do výuky.

2.2 Metodologie

Jako průzkumnou metodu jsem zvolila dotazník, protože se jedná o jednu z nejpoužívanějších metod a pro žáky je jeho vyplnění jednoduché. V dotazníku je celkem 13 otázek, rozdělených do několika sekcí. V první části mě zajímalo pohlaví respondentů, a to, zda navštěvují základní školu, víceleté gymnázium či střední školu. Jedná se o uzavřené otázky.

V další sekci jsem se respondentů ptala, jaký ročník v dané škole navštěvují. Žáci základní školy mohli vybírat mezi ročníky druhého stupně, u zbylých druhů škol byly poté na výběr všechny ročníky.

Další sekce byla již přímo zaměřena na logické úlohy. Žáků jsem se tázala, zda se s logickými úlohami již v minulosti setkali. Pokud byla odpověď na tuto otázku kladná, žáci dostali několik doplňujících otázek. Byly to tyto:

- **Kde jste se s logickými úlohami setkali?** S možnostmi: Ve škole, V časopisu, Na internetu, V knize a poté měli žáci možnost vybrat odpověď Jiné, kde vypsali krátkou odpověď.

- **Řešíte někdy logické úlohy ve volném čase?** Pokud žáci na následující otázku odpověděli ano, následovala doplňující otázka: Kde úlohy vyhledáváte? S možnostmi Na internetu, V časopisu, V knihách a opět mohli žáci vybrat možnost Jiné.

- **Baví vás řešení takovýchto úloh?**

  Na další otázky opět mohli odpovídat všichni respondenti. Otázky byly následující:

- **Vzbudily by logické úlohy váš zájem o přírodní vědy?** Žáci mohli vybírat možnosti ano, ne, nevím.

- **Chtěli byste logické úlohy řešit ve škole?** S možnostmi ano, ne, nevím. Pokud žáci na tuto otázku odpověděli ano, dostali doplňující otázku: **Do jakého předmětu se podle vás řešení těchto úloh nejvíce hodí?** Žáci mohli vybírat z odpovědí Matematika, Fyzika, Informatika, Biologie, Chemie a možnost Jiné, kde mohli žáci vypsat odpověď podle vlastního uvážení.

Většina otázek dotazníku je uzavřená. Žáci dotazník vyplňovali on-line na internetu, dotazník byl zcela anonymní a málo časově náročný, žákům v průměru zabral okolo dvou minut.

Celé znění dotazníku čtenář nalezne v příloze A.

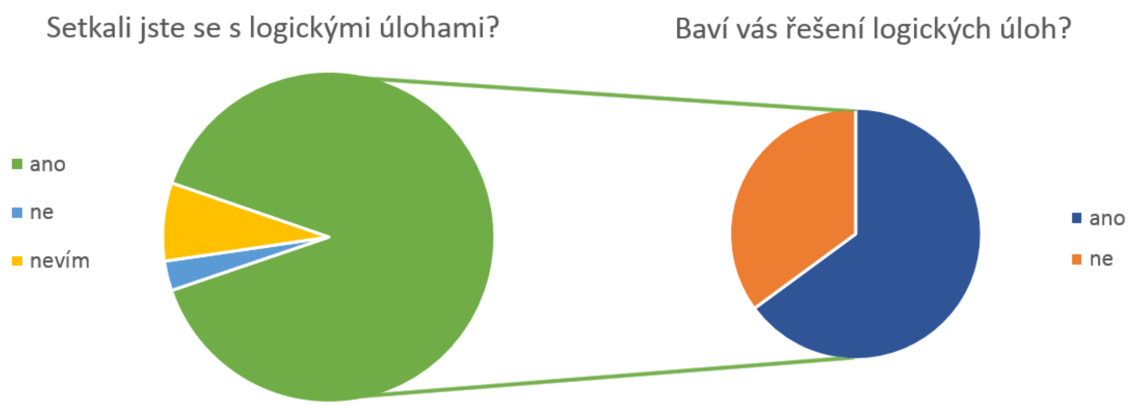
2.3 Popis průzkumného vzorku

Anonymní dotazník vyplnilo 172 žáků středních škol a víceletých gymnázií. Většina respondentů navštěvuje Gymnázium Aloise Jiráska v Litomyšli, zbytek odpovědí pochází z různých středních škol a víceletých gymnázií Pardubického a Královéhradeckého kraje.

2.4 Vyhodnocení průzkumného šetření

Z celkového počtu respondentů bylo 55,2 % ženského a 44,8 % mužského pohlaví. Většina respondentů, konkrétně 72,1 %, uvedla, že navštěvuje víceleté gymnázium. Zbytek, čili 37,9 % uvedl, že navštěvuje střední školu. V tabulce 2.1 je uvedeno věkové rozložení respondentů s tím, že není rozlišeno, zda navštěvují střední školu či víceleté gymnázium.

Dále 89,5 % respondentů uvedlo, že se s logickými úlohami již setkali, 2,9 % se s nimi nikdy nesetkali a zbytek, tedy 7,6 % odpověděli, že nevědí. Ti, kteří se s úlohami setkali, dostali několik doplňujících otázek. Zajímalo mě, kde se s úlohami setkali, jestli je řeší ve volném čase, pokud ano, tak kde je vyhledávají a jestli je řešení takovýchto úloh baví.



Obrázek 2.1: Výsledky dotazníkového šetření.

Většina respondentů se s logickými úlohami setkala ve škole, další velmi častá odpověď byla, že úlohy viděli na internetu, v časopise, případně v knize. Vyskytovaly se i ojedinělé odpovědi, že se s úlohami setkali v přijímacích zkouškách na střední školu, v logické olympiádě, v počítačových hrách, nebo jiných hrách, na přednášce, či o nich slyšeli doma od rodičů nebo od přátel.

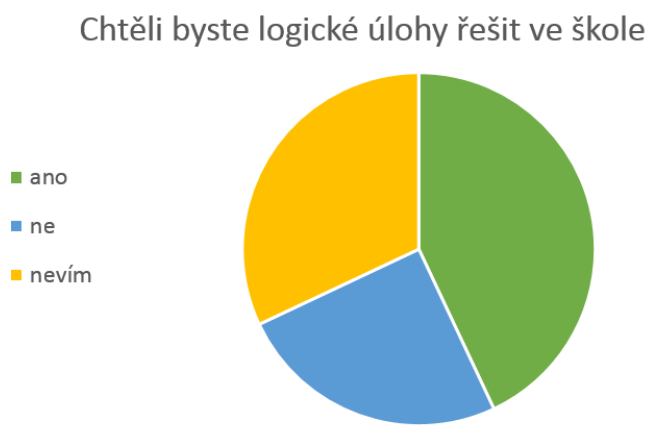
U otázky, zda žáci logické úlohy řeší ve volném čase, nejsou odpovědi příliš jednoznačné 46,1 % v těch, kteří se s logickými úlohami setkalo odpovědělo, že je ve volném čase řeší, 53,9 %, že nikoli. V případě, že respondenti úlohy ve volném čase řeší, nejčastěji je vyhledávají na internetu, mnohem méně žáků je hledá v časopise nebo v knihách. Jednotlivci poté úlohy získají ve škole, od kamarádů či spolužáků, hrají logické hry nebo na ně mají mobilní aplikaci.

Většina z těch, kteří se s logickými úlohami setkali, konkrétně 64,9 % respondentů odpovědělo, že je řešení logických úloh baví, zbytek, tedy 35,1 % odpověděl, že je řešení takovýchto úloh nebaví, viz graf na obrázku 2.1.

Všech respondentů jsem se následně ptala, jestli by řešení logických úloh vzbudilo jejich zájem o přírodní vědy. Kladně na tuto otázku odpovědělo 34,9 % žáků, záporně

ročník	**počet žáků**
prima	18,0 %
sekunda	12,0 %
tercie	3,0 %
kvarta	2,4 %
kvinta/první ročník	29,7 %
sexta/druhý ročník	16,9 %
septima/třetí ročník	16,3 %
oktáva/čtvrtý ročník	1,7 %

Tabulka 2.1: Věkové rozložení respondentů



Obrázek 2.2: Řešení logických úloh ve škole.

37,2 %, zbytek respondentů, tedy 27,9 % uvedlo, že jejich názor na přírodní vědy nelze změnit.

Na poslední otázku, tedy zda by žáci chtěli logické úlohy řešit ve škole, kladně odpovědělo 43,0 % respondentů, záporně 25 % žáků, 32,0 % odpovědělo, že neví, zda by ve škole tyto úlohy chtěli řešit, viz graf na obrázku 2.2.

Žáci, kteří by řešení logických úloh ve škole uvítali, dostali doplňující otázku, do kterého školního předmětu se úlohy nejvíce hodí. Studenti nejčastěji uváděli, že se úlohy nejvíce hodí do matematiky, méně pak, že do fyziky a informatiky, někteří žáci také uváděli, že se úlohy hodí do biologie, chemie, či českého jazyka.

Z dotazníkového šetření vyplývá, že názory žáků korespondují se všeobecným trendem, který je možno pozorovat na internetu, tedy, že veřejnost řešení logických úloh baví. I když vzhledem k počtu respondentů není možné výsledky zevšeobecnit, zdá se vhodné logické úlohy do výuky přírodních věd zařazovat. I když z dotazníkového šetření vychází ne zcela jednoznačné výsledky ohledně toho, zda je možné vzbudit zájem žáků pomocí logických úloh, motivaci žáků k dalšímu studiu přírodních věd by jejich řešení vzbudit mohlo.

Vzhledem k tomu, že velká část respondentů by uvítala zpestření výuky přírodovědných předmětů pomocí logických úloh, v následující kapitole čtenář nalezne logické úlohy, které se vztahují k fyzice. Tyto úlohy jsem buď sama navrhla do své výuky, nebo se jedná o upravené úlohy, které se objevují v literatuře.

Kapitola 3

Logické úlohy ve fyzice

Logické úlohy není možné do výuky fyziky zařazovat příliš často, ale i tak zde mají své místo. Obvykle je vhodné je použít například v rámci motivace, kdy v úloze uvedeme nějaký fyzikální problém, který mají žáci užitím logické úvahy vyřešit. Další možností je opakování již probraného učiva (vhodné např. na základní škole). Žáci už mají znalosti zafixované a může tak dojít k jejich prohloubení, či k jejich propojení s jinými oblastmi. Dále je vhodné úlohy zařadit do výuky pro nadané žáky.

Logické úlohy uvedené v této kapitole jsou přepracovány do fyzikální podoby. Úlohy jsou rozděleny podle jednotlivých typů logických úloh. Řešení je uvedeno vždy za každou z úloh.

Následující úlohy jsem předložila žákům v prvním a druhém ročníku gymnázia. Žáky řešení úloh bavilo a většinu úloh byli schopni bez problémů vyřešit. Za jednotlivými úlohami je vždy komentář, který se vztahuje k problémům užití úloh ve výuce, jež se při řešení úloh žáky objevily. Žáci měli na vyřešení úloh dvě hodiny i tak ne všichni žáci stihli řešit všechny úlohy.

3.1 Zebry

Úlohy typu zebra je dosti obtížné vymýšlet, proto je mnohem jednodušší přepracovat do fyzikální podoby již hotovou klasickou zebru. Takto je možno vytvářet nepřeberné množství úloh, na jednu klasickou zebru můžeme vytvořit několik zeber fyzikálních.

Fyzikální zebry tvoříme následujícím způsobem. Vyřešíme klasickou zebru, poté vytvoříme stejnou tabulku s fyzikálními pojmy a do zadání poté dané fyzikální pojmy dosazujeme.

Pro žáky na základní škole je vhodné přizpůsobit nejen fyzikální pojmy, ale i obtížnost logické úlohy dané věkové kategorii. Pokud již mají žáci s řešením logických úloh zkušenosti, můžeme jejich obtížnost postupně navyšovat, ovšem jen do té míry, aby to nepřesáhlo jejich schopnosti. Žákům na střední škole je možno zadávat obtížnější úlohy již od začátku, v opačném případě by se při jejich řešení mohli začít nudit.

Úloha 1: *Mezi nejdůležitější fyzikální veličiny se řadí délka, čas a hmotnost. Každá z veličin má jiné označení a jinou jednotku. Víme, že:*

1. *Základní jednotkou času není kilogram.*
2. *Základní jednotkou délky není sekunda.*
3. *Veličina, která se značí s, nemá jako základní jednotku kilogram.*
4. *Veličina jejíž označení je t, má jako základní jednotku sekundu.*
5. *Označení délky není m.*

Určete u fyzikálních veličin vše, co můžete.

Řešení:

název veličiny	čas	délka	hmotnost
označení	t	s	m
jednotka	sekunda	metr	kilogram

Komentář: Tuto úlohu je možné zařadit do výuky již na základní škole, konkrétně do šestého ročníku, kde se žáci učí o základních fyzikálních veličinách. Do pozdějších ročníků již není vhodné takovýto úkol žákům předkládat jako zebru, žáci jsou schopni ji vyplnit z paměti, vhodné je to tedy především pro žáky právě ze šestého ročníku. Jedná se také o jednu z nejjednodušších logických úloh, žáci šestého ročníku by ji tedy měli bez problémů zvládnout.

Úloha 2: *V knihovně jsou vedle sebe čtyři fyzikální knihy. Každou knihu napsal jiný slavný fyzik, každá se jmenuje jinak, každá pojednává o jiné fyzikální oblasti, kterou se fyzik zabýval. Knihy nejsou seřazeny podle abecedy.*

1. *Kniha Newtona je první zleva a pojednává o mechanice.*
2. *Blaise se zabýval tlakem kapalin a jeho kniha se jmenuje Popis velkého pokusu s rovnováhou kapalin.*
3. *Kniha Johana je vpravo od Blaise.*
4. *Archimédes se zabýval stabilitou těles v kapalině.*
5. *Kepler se zabýval astronomií a jeho kniha se jmenuje Astronomia nova.*
6. *Kniha Isaaca je vedle knihy pojednávající o tlaku kapalin.*
7. *Kniha pojednávající o tlaku kapalin není vedle knihy o rovnováze kapalin.*
8. *Kniha s názvem O plovoucích tělesech je vedle knihy, která pojednává o astronomii.*

9. *Jedna kniha se jmenuje Principia.*
10. *Jeden z fyziků pochází ze Syrakus.*
11. *Jeden z fyziků se jmenuje Pascal.*

Určete, jaká je poloha knih v knihovně a ke každé knize určete, vše co můžete.

Řešení:

1.	2.	3.	4.
Newton	Pascal	Kepler	Archimédes
Principia	Popis velkého pokusu s rovnováhou kapalin	Astronomia nova	O plovoucích tělesech
mechanika	tlak kapalin	astronomie	rovnováha kapalin

Komentář: Tuto úlohu je možné zařadit do výuky již na základní škole, kde se se všemi fyziky žáci seznamují. Nejvhodnější je ji ovšem zařadit až do devátého ročníku, kdy se seznámí i s Keplerem. Jedná se také o dosti obtížnou logickou úlohu, kterou by mladší žáci nemuseli být schopni vyřešit.

Úloha 3: *Pět fyziků objevilo pět fyzikálních zákonů, tyto zákony je možno vyjádřit rovnicí, každý zákon nese jiný název a popisuje jinou oblast fyziky.*

1. *Georg Simon vymyslel zákon, který je možno vyjádřit rovnicí* $R = \frac{U}{I}$.
2. *Isaac objevil zákon síly.*
3. *Newton se zabýval dynamikou.*
4. *Rovnice* $\frac{1}{2}\varrho v^2 + p = konst.$ *popisuje dynamiku tekutin.*
5. *Rovnice* $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$ *nehovoří o elektrickém odporu.*
6. *Vztahy v elektrostatice popisuje zákon, který je pojmenován po fyzikovi, který se této oblasti věnoval.*
7. *Ohm se jmenoval Georg Simon.*
8. *Bernoulli se jmenoval Daniel.*
9. *Rovnice* $R = \frac{U}{I}$ *popisuje elektrický odpor.*
10. *Zákon pojednávající o elektrostatice není popsán rovnicí* $\frac{1}{2}\varrho v^2 + p = konst.$
11. *Rovnici* $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$ *vymyslel Johaness.*
12. *Rovnice pojednávající o dynamice tekutin se jmenuje podle svého tvůrce.*
13. *III. zákon tohoto fyzika pojednává o pohybech planet.*
14. *Kepler popsal III. Keplerův zákon.*
15. *Coulomb zapsal rovnici* $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$.
16. *Jedna z rovnic je* $F = ma$.
17. *Jeden z fyziků se jmenuje Charles-Augustin.*
18. *Další ze zákonů je pojmenován po slavném fyzikovi.*

Řešení:

Coulomb	Ohm	Newton	Bernoulli	Kepler
Charles-Augustin	George Simon	Isaac	Daniel	Johaness
$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$	$R = \frac{U}{I}$	$F = ma$	$\frac{1}{2}\varrho v^2 + p = konst.$	$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$
Coulombův zákon	Ohmův zákon	zákon síly	Bernoulliho rovnice	III. Keplerův zákon
elektrostatika	elektrický odpor	dynamika	dynamika tekutin	pohyby planet

Komentář: Úloha je vhodná pro žáky střední školy, kteří již dané zákony znají. Konkrétně je vhodná do výuky ve druhém ročníku. Žáci by tuto úlohy byli schopni vyřešit již v prvním ročníku, znění Coulombova zákona ovšem neznají.

Úloha 4: *Na Hertzsprungův-Russellův diagram můžeme zaznamenat množství hvězd. Mezi ty nejdůležitější typy patří Bílí trpaslíci, Hvězdy hlavní posloupnosti, Obři a Nadobři. Tyto hvězdy mají různý poloměr fotosféry (zapíšeme v poloměrech Slunce), je možné je zařadit do spektrální třídy, můžeme určit poměr zářivého výkonu ku zářivému výkonu Slunce a je s tím spojena i různá poloha na HR diagramu.*

1. *Zářivý výkon Bílého trpaslíka ku zářivému výkonu Slunce je* 10^{-3} *až* 10^{-1}.
2. *Jeden typ hvězd se nachází vpravo uprostřed na Hertzsprungově-Russellově diagramu.*
3. *Hvězdy, které leží ve spektrální třídě A nebo K až M, mají poměr zářivého výkonu ku zářivému výkonu Slunce* 10^3 *až* 10^5.
4. *Poloměr fotosféry hvězd Hlavní posloupnosti se nepohybuje okolo 0,01 násobku poloměru fotosféry Slunce, ale leží na diagonále HR diagramu.*
5. *Hvězdy typu Obři leží ve spektrální třídě K až M, poměr jejich zářivému výkonu ku zářivému výkonu Slunce však není* 10^{-3} *až* 10^5.
6. *Hvězda, která leží ve spektrální třídě O až M má poloměr fotosféry 0,1 až 16 poloměrů fotosféry Slunce.*
7. *Poloměr fotosféry Nadobrů není 80 poloměrů fotosféry Slunce. Takovýto poloměr fotosféry mají hvězdy, jejichž poměr zářivého výkonu ku zářivému výkonu Slunce je pohybuje v rozmezí* 10^1 *až* 10^3.
8. *Hvězdy, které se nachází nahoře v HR diagramu, mají poloměr fotosféry 30 až 500 násobek poloměru fotosféry Slunce.*
9. *V levém dolním rohu HR diagramu se nacházejí hvězdy, které leží ve spektrálních třídách O až A.*

Řešení:

	Bílí trpaslíci	Hvězdy hlavní posloupnosti	Obři	Nadobři
poloměr fotosféry	$0,01R_\odot$	$0,1$ až 16 $R_\odot$	80 $R_\odot$	30 až 500 $R_\odot$
spektrální třída	O až A	O až M	K až M	A, K až M
$\frac{L}{L_\odot}$	10^{-3} až 10^{-1}	10^{-3} až 10^{5}	10^{1} až 10^{3}	10^{3} až 10^{5}
HR diagram	levý dolní roh	diagonála	vpravo uprostřed	nahoře

Komentář: Úloha je vhodná pro žáky třetího ročníku střední školy, nebo pro žáky, kteří již prošli pokročilou výukou astrofyziky. Případně je nutné žáky před řešením úlohy s HR diagramem seznámit. Úloha volně vychází z [16].

Úloha 5: *Každá z hvězd Regulus, Vega, Mira a Bellatrix náleží do jiného souhvězdí (Orion, Lev, Velryba, Lyra). Víme také, že každé souhvězdí můžeme na obloze nalézt v jiném ročním období. Víme, že:*

1. *Miru nenalezneme na letní obloze.*
2. *Souhvězdí Velryby nemůžeme pozorovat na jaře.*
3. *Bellatrix se nenachází v souhvězdí Lyry.*
4. *Vegu nenalezneme na zimní obloze.*
5. *Vega ani Bellatrix nepatří do souhvězdí Lva. Ani hvězdy, ani souhvězdí Lva nemůžeme pozorovat na podzim.*
6. *Regulus můžeme na obloze pozorovat dříve během roku, než-li souhvězdí Lyry.*
7. *Miru můžeme na hvězdné obloze pozorovat později v témže roce než Vegu.*
8. *Miru můžeme ve stejném roce pozorovat na obloze dříve než souhvězdí Orionu.*
9. *Miru nenalezneme ani v souhvězdí Lva, ani v souhvězdí Lyry. Žádnou s těchto částí hvězdné oblohy nemůžeme pozorovat v zimě.*

Určete, do jakého souhvězdí hvězdy patří a v kterém ročním období je můžeme pozorovat.

Řešení:

hvězda	Regulus	Vega	Mira	Bellatrix
souhvězdí	Lev	Lyra	Velryba	Orion
roční období	jarní	letní	podzimní	zimní

Komentář: Úloha je vhodná při úvodu do studia astrofyziky, žáci se s pomocí této úlohy mohou seznámit se základními souhvězdími oblohy všech ročních období. Úlohu můžeme zařadit již do deváté třídy základní školy, jedná se o jednodušší logickou úlohu.

Úloha 6: *Ve sluneční soustavě můžeme nalézt čtyři planety s kamenným jádrem. Každá planeta má jiný poloměr, jinou dobu oběhu kolem Slunce, je od Slunce jinak vzdálena a má jiný počet měsíců. Víme, že:*

1. *Planeta, jejíž doba oběhu je 88 dní, nemá žádné měsíce.*
2. *Planeta s poloměrem 3 396 km má dva měsíce, které se jmenují Phobos a Deimos.*
3. *Mars nemá poloměr 6 378 km. Ale planeta s poloměrem 6 378 km je od Slunce vzdálena 1 au.*
4. *Planeta, jejíž doba oběhu je 225 dní, má poloměr 6 052 km.*
5. *Země oběhne kolem Slunce za 365 dní, ale není od Slunce vzdálena 0,7 au.*
6. *Venuše nemá dobu oběhu 88 dní a nemá žádné měsíce.*
7. *Planeta, která oběhne kolem Slunce za 687 dní, je od Slunce vzdálena 1,5 au.*
8. *Jedna z planet má pouze jeden měsíc, který se jmenuje Měsíc.*
9. *Merkur je od Slunce vzdálen 0,4 au.*
10. *Poloměr jedné z planet je 2 440 km.*

Určete k planetám vše, co můžete. Výsledek si poté můžete zkontrolovat užitím III. Keplerova zákona.

Řešení:

planeta	Merkur	Venuše	Země	Mars
poloměr	2 440 km	6 052 km	6 378 km	3 396 km
doba oběhu	88 dní	225 dní	365 dní	687 dní
vzdálenost	0,4 au	0,7 au	1 au	1,5 au
měsíce	žádný	žádný	Měsíc	Phobos, Deimos

Komentář: Úlohu je vhodné zařazovat do výuky žáků, kteří se seznamují se základy astrofyziky. Nutná je znalost astronomické jednotky, pokud ji žáci neznají, je možné hodnoty nahradit vzdáleností v kilometrech. Úlohu je možné zadat již žákům v devátém ročníku základní školy, v případě, že by pro ně byla logická úloha příliš obtížná, některé údaje (např. počet měsíců) zvládnou doplnit z paměti. Cílem úlohy není, aby se žáci dané hodnoty učili zpaměti, ale žáci tak mohou získat o planetách představu.

Úloha 7: *Ve sluneční soustavě jsou čtyři planety, jejichž jádra jsou plynná. Každá planeta má jiný poloměr, jinou dobu oběhu kolem Slunce, je od Slunce jinak vzdálena a má jiný počet měsíců. Víme, že:*

1. *Planeta s dobou oběhu 165 let je od Slunce vzdálena 30 au.*
2. *Jupiter je od Slunce vzdálen 5,2 au.*
3. *Poloměr Neptuna není 25 362 km. Planeta, jejíž poloměr je 25 362 km, je od Slunce vzdálena 19,6 au.*
4. *Doba oběhu Urana je 84 let a není od Slunce vzdálen 9,5 au.*
5. *Planeta s dobou oběhu 4 330 dní má 67 pojmenovaných měsíců.*
6. *Poloměr Saturna není 69 911 km, ale má 62 známých měsíců.*
7. *Planeta, jejíž poloměr je 24 622 km, má 14 známých měsíců.*
8. *Planeta s poloměrem 58 232 km má dobu oběhu 10 758 dní.*
9. *Jedna z planet má 27 známých měsíců.*

Určete k planetám vše, co můžete. Výsledek si poté můžete zkontrolovat užitím III. Keplerova zákona.

Řešení:

planeta	Jupiter	Saturn	Uran	Neptun
poloměr	69 911 km	58 232 km	25 362 km	24 622 km
doba oběhu	4 330 dní	10 758 dní	84 let	165 let
vzdálenost	5,2 au	9,5 au	19,6 au	30 au
měsíce	67 pojmenovaných	62 známých	27 známých	14 známých

Komentář: Úlohu je vhodné zařadit do výuky v úvodu do astrofyziky. V případě, že žáci neznají astronomickou jednotku, je vhodné vzdálenost planet od Slunce nahradit vzdáleností uvedenou v kilometrech. Jedná se o obtížnější logickou úlohu, ovšem většina žáků v devátém ročníku základní školy by úlohu měla zvládnout. Cílem úlohy není, aby se žáci hodnoty učili zpaměti, ale to, aby žáci získali o planetách základní představu.

Úloha 8: *Ve fyzikálním nebi vedle sebe v jedné ulici bydlí pět slavných fyziků. Chceme o nich zjistit, ve kterém domě bydlí, kdy se narodili a kdy zemřeli, jaké byli národnosti, jakým vynálezem nebo objevem se proslavili a čím se dále zabývali. Víme, že:*

1. *Fyzik skotsko-amerického původu vynalezl fonograf.*
2. *Německý fyzik bydlí vedle fyzika, který se proslavil pokusy s živočišnou elektřinou.*
3. *Ital se proslavil vynálezem zdroje elektrického napětí s užitím kovových elektrod v elektrolytu.*
4. *Georg Simon Ohm se proslavil slavným tvrzením, že elektrický proud je přímo úměrný elektrickému napětí.*

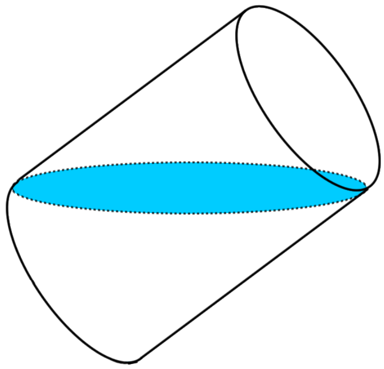
5. *V prostředním domku bydlí fyzik, který se proslavil vynálezem zdroje elektrického napětí s užitím kovových elektrod v elektrolytu.*
6. *Alexandr Graham Bell, který žil v letech 1847 – 1922, se proslavil vynalezením telefonu.*
7. *Alessandro Volta vynalezl elektrickou baterii.*
8. *Fyzik, který se proslavil zdokonalením parního stroje se dále zabýval vynalézáním různých strojů, například vývěvy. Také zavedl jednotku koňská síla.*
9. *Ten, který žil v letech 1737 – 1798, bydlí v pravém domku.*
10. *Vedle fyzika, který žil v letech 1737 – 1798, bydlí fyzik žijící v letech 1789 – 1854.*
11. *Vynálezce telefonu dále vynalezl fonograf.*
12. *Luigi Galvani bydlí napravo od fyzika, který se zabýval konstrukcí sirén.*
13. *James Watt pocházel ze Skotska.*
14. *Ital žil v letech 1737 – 1798.*
15. *Luigi Galvani se proslavil pokusy se živočišnou elektřinou.*
16. *V domku napravo od Jamese Watta bydlí fyzik, který žil v letech 1847–1922.*
17. *Konstruktér sirén bydlí napravo od fyzika, který žil v letech 1745 – 1827.*

Sestavte tabulku o fyzicích a určete, kdo se zabýval galvanismem a kdo žil v letech 1736 – 1819.

Řešení:

jméno	James Watt	Alexander Graham Bell	Alessandro Volta	Georg Simon Ohm	Luigi Galvani
rok	1736 – 1819	1847 – 1922	1745 – 1827	1789 – 1854	1737 – 1798
národnost	Skotsko	Skotsko, Amerika	Itálie	Německo	Itálie
proslavil se	zdokonalení parního stroje	vynález telefonu	zdroj el. napětí: kovové elektrody v elektrolytu	proud je přímo úměrný napětí	pokusy se živočišnou elektřinou
další vynálezy	vývěva, jednotka koňská síla	fonograf	elektrická baterie	konstrukce sirén	galvanismus

Komentář: Úlohu můžeme zařadit již do výuky základní školy, například do deváté třídy základní školy, kdy se již žáci seznámili se všemi fyziky v úloze. Logická úloha je ovšem dosti obtížná, v případě, že by se žákům řešení nedařilo, je možné jim úlohu zjednodušit a některé údaje jim sdělit. Vzhledem k tomu, že je úloha dlouhá, je nutné počítat s její značnou časovou náročností.



Obrázek 3.1: K úloze 10.

3.2 Hlavolamy

Mezi úlohy tohoto typu je možné zařadit všechny úlohy s na první pohled nelogickým řešením, nebo úlohy, kde je nutné na řešení přijít na první pohled, jinak žák k řešení často vůbec nedojde. Je možné je najít v rozličné literatuře, nebo je možné takového úlohy vymyslet.

Následující úlohy jsou volně inspirovány úlohami v [15].

Úloha 9: *Máte dvě krychle, rozměr obou je 10 cm. Která krychle bude mít větší hmotnost, jestliže jedna z krychlí je naplněna malými ocelovými kuličkami a druhá velkými? Záleží na tom, že se do stejného prostoru vejde více malých kuliček?*

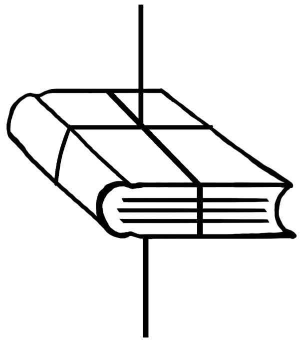
Řešení: Dokud bude velikost kuliček v porovnání s velikostí krychle zanedbatelná, nebude na velikosti kuliček záležet. Přestože jsou mezery mezi menšími kuličkami menší, je těchto míst dohromady více. Proto budou mít obě krychle stejnou hmotnost.

Komentář: Úlohu je možné zařadit již na základní školu, mohou ji řešit žáci šestého ročníku. Poté, co žáci úlohu dořeší, je nutné ji dovysvětlit a řešení shrnout. Žáci často uvedou jako jednoznačné řešení, že těžší bude krychle s malými kuličkami, protože je jich více, což není pravda.

Úloha 10: *Určete, jak se možné odlít přesně půlku vrchovatě naplněného hrníčku.*

Řešení: Řešení je na obrázku 3.1.

Komentář: Úlohu mohou řešit již žáci na základní škole, je vhodná pro žáky šestého ročníku. Zde žáci řešení buď objeví, nebo na něj nepřijdou. Pokud žákům řešení sdělíme, obvykle se jim zdá logické.



Obrázek 3.2: K úloze 12.

Úloha 11: *V uzavřené láhvi je několik much. Určete, kdy bude mít sklenice umístěná na váhu největší hmotnost. Když budou mouchy sedět na dně nádoby, nebo když budou všechny v láhvi létat?*

Řešení: Hmotnost sklenice bude v obou případech shodná. Obsah sklenice je stále stejný. Když mouchy létají, jejich tíhová síla se na sklenici přenáší vzdušnými proudy, které mouchy vytvářejí při mávání křídly.

Komentář: Úloha je vhodná již pro žáky šestého ročníku základní školy. Řešení úlohy je žákům nutné dovysvětlit, většině se bude zdát logické, že sklenice bude lehčí, pokud mouchy létají ve vzduchu.

Úloha 12: *Kolem těžké knihy je uvázán provázek, viz obrázek 3.2. Jak je možné zajistit, aby se nám podařilo přetrhnout horní provázek při jednom zatáhnutí a dolní provázek při druhém?*

Řešení: Pokud za spodní provázek zatáhneme plynule, na horní provázek působí tíhová síla knihy a tahová síla, kterou vyvoláváme my. Pnutí na horním provázku je větší než na spodním, proto se první přetrhne horní provázek.

Pokud zatáhneme za spodní provázek prudkým trhnutím, působíme na spodní provázek pouze tahovou silou. Pnutí je větší na dolním provázku a ten se přetrhne jako první.

Komentář: Úloha je vhodná pro žáky šestého ročníku základní školy. Řešení úlohy se žákům obvykle zdá logické, málokdy na něho ovšem přijdou sami.

Všechny úlohy uvedené v této kapitole jsem předložila žákům ve své praxi, řešení úloh žáky bavilo. Jedná se úlohy velmi časově náročné, proto není vhodné je do výuky pro všechny žáky zařazovat příliš často. Ovšem každý učitel by měl podobnou sbírku úloh mít a užívat ji jako motivační úlohy nejen pro nadané žáky.

Závěr

Výsledky průzkumu ukázaly, že většina žáků se s logickými úlohami již setkala a že je jejich řešení baví. Většina se také vyjádřila, že by jejich řešení ve škole uvítala. Proto bylo možné vytvořit soubor logických úloh, které je možno uplatnit ve výuce fyziky. Většina vytvořených úloh jsou úlohy typu Zebra, nachází se zde ovšem i několik logických úloh jiného typu. Všechny úlohy byly poté žákům předloženy ve výuce. Jejich řešení je bavilo a většinu z úloh byli schopni vyřešit. Ovšem úlohy jsou především vhodné pro řešení nadanými žáky, protože pro některé žáky bylo jejich řešení problematické.

Jak ukázal průzkum, je vhodné logické úlohy do výuky zařazovat, a to nejen do výuky fyziky či matematiky, ale do všech přírodovědných předmětů. Úlohy je možno přetvářet do různých předmětů a náplň předmětu je do v nich možno promítnout. Zvláště na základní škole je totiž důležité, aby žáky výuka přírodovědných předmětů bavila a logické úlohy tomu mohou dopomoci. Případně je možno těchto úloh využívat pro žáky, kteří zadané úkoly zvládají rychleji než zbytek třídy a třídu by rušili.

Cílů práce bylo dosaženo. V první kapitole jsou popsány logické úlohy a rozbor různých způsobů jejich řešení. Druhá kapitola je věnována průzkumu obliby logických úloh mezi žáky. Poslední, třetí kapitola obsahuje soubor logických úloh vhodných pro výuku fyziky, ověřených ve výuce a opatřených náležitým komentářem.

Fyzikálních logických úloh je možno vytvořit velké množství. Na každé učivo je jich vždy možno vytvořit několik. V případě zeber je výhodné vycházet vždy již z hotové zebry a pouze ji přepracovat. Další logické úlohy je možno nalézt v rozličné literatuře, či je na zajímavé problémy vymýšlet. Je také možné zadat žákům, aby se pokusili, například jako dobrovolný domácí úkol, nebo za malou jedničku, logickou úlohu sami vymyslet, případně, aby ty, které v literatuře, či na internetu objeví učiteli nosili. Tak si učitel může vytvořit svoji vlastní sbírku logických úloh mnohem rychleji, něž kdyby je vymýšlel sám.

V této práci by jistě bylo možné pokračovat a vytvořit přesah do dalších přírodovědných předmětů.

Literatura

[1] FRANCOVÁ, Ladislava. *Studijní text k předmětu Metody řešení matematických úloh.*

[2] PĚNČÍK, Jindřich a Jarmila PĚNČÍKOVÁ. *Lámejte si hlavu.* Praha: Prometheus, 1995, 383 s. ISBN 80-7196-011-X.

[3] KREJČOVÁ, Eva a Marta VOLFOVÁ. *Didaktické hry v matematice.* Vyd. 3. Hradec Králové: Gaudeamus, 2001, 120 s. ISBN 80-7041-423-5.

[4] Mezinárodní soutěže. *Sudokualogika.cz* [online]. Brno: Hráčská asociace logických her a sudoku, o. s., 2017 [cit. 2017–07–05]. Dostupné z: `<http://sudokualogika.cz/node/42>`

[5] VOLFOVÁ, Marta. *Metody řešení matematických úloh: skriptum.* Hradec Králové: Gaudeamus, 2000, 134 s. ISBN 80-7041-987-3.

[6] KOWAL, Stanislaw. *Matematika pro volné chvíle: (zábavou k vědě).* Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1975, 401 s. Polytechnická knižnice.

[7] PELÁNEK, Radek. *Jak to vyřešit?: logické úlohy a hry.* Praha: Portál, 2011, 158 s. ISBN 978-80-7367-872-2.

[8] SMULLYAN, Raymond M. *Jak se jmenuje tahle knížka?* [online]. Praha: ÚV SSM, 1986 [cit. 2017-07-10]. Dostupné z: <https://is.muni.cz/el/1441/podzim2013/MA2MP_SMR2/um/Smullyan---Jak-se-jmenuje-tahle-knizka.pdf>

[9] MILKOVÁ, Eva. *Teorie grafů a grafové algoritmy.* Hradec Králové: Gaudeamus, 2013. ISBN 978-80-7435-267-6.

[10] SMULLYAN, Raymond M. *Šeherezádiny hádanky a další podivuhodné úlohy.* Praha: Portál, 2004, 212 s. ISBN 80-7178-843-0.

[11] VOLFOVÁ, Marta. *Jak na zebry?.* [online]. [cit. 2017–07-07]. Dostupné z: <http://black-hole.cz/cental/wp-content/uploads/2010/03/JAK-NA-ZEBRY.pdf>

[12] NOVÁK, Stanislav. O zebrách. *RVP* [online]. Praha, 2012 [cit. 2017-07-09]. Dostupné z: <http://clanky.rvp.cz/clanek/c/z/15431/O-ZEBRACH.html/>

[13] PAVELKA, Roman. *Hlavolam ti hlavu nepoláme.* Olomouc: Votobia, 2000, 93 s. ISBN 80-7198-429-9.

[14] SUKOVÁ, Zuzana. Zebry ve fyzice. In: *Sborník příspěvků z Národní konference doktorského studijního programu Teorie vzdělávání ve fyzice.* Hradec Králové: Katedra fyziky PřF UHK, 2016, 48 – 53.

[15] MOSCOVICH, Ivan. *Skvělá kniha hlavolamů: rébusy, hádanky, logické hry, optické klamy.* Bratislava: Perfekt, 2010, 135 s. ISBN 978-80-8046-467-7.

[16] BŘÍZOVÁ, Leontýna. *Hvězdy ve středoškolské fyzice.* Hradec Králové, 2017. Diplomová práce na Přírodovědecké fakultě Univerzity Hradec Králové. Vedoucí diplomové práce RNDr. Jan Šlégr, PhD.

Příloha A – Dotazník

Logické úlohy

Vážení studenti, prosím o vyplnění krátkého dotazníku zabývajícího se logickými úlohami. Dotazník je zcela anonymní, proto prosím, abyste odpovídali pravdivě. Jeho vyplnění Vám nezabere více než pár minut.

V dotazníku se nevyskytují žádné úlohy, které by bylo třeba řešit, sdělíte mi pouze svůj názor na tuto oblast.

Za všechny vyplněné dotazníky velice děkuji, výsledky šetření budou použity pro zvýšení motivace studentů všech stupňů škol při studiu přírodních věd.

Leontýna Břízová

*Povinné pole

Kdo jste?

1. Pohlaví *

   Označte jen jednu elipsu.

   - ⬭ Žena
   - ⬭ Muž

2. Navštěvuji *

   Označte jen jednu elipsu.

   - ⬭ Základní školu   Přeskočte na otázku 3.
   - ⬭ Střední školu   Přeskočte na otázku 4.
   - ⬭ Víceleté gymnázium   Přeskočte na otázku 5.

Základní škola

3. Třída *

   Označte jen jednu elipsu.

   - ⬭ 6
   - ⬭ 7
   - ⬭ 8
   - ⬭ 9

Přeskočte na otázku 6.

Střední škola

4. Ročník *

Označte jen jednu elipsu.

- 1
- 2
- 3
- 4

Přeskočte na otázku 6.

Víceleté gymnázium

5. Ročník *

Označte jen jednu elipsu.

- prima
- sekunda
- tercie
- kvarta
- kvinta/první ročník
- sexta/druhý ročník
- septima/třetí ročník
- oktáva/čtvrtý ročník

Přeskočte na otázku 6.

Logické úlohy

Logické úlohy jsou úlohy, u kterých musí řešitel zapojit mozek více než při řešení úloh jiných, ovšem obvykle se u jejich řešení i více pobaví. Nejedná se o čistě matematické úlohy, kde je úkolem řešitele něco vypočítat, tyto úlohy se častěji řadí do tzv. rekreační matematiky. Mohou to být úlohy typu zebra, známé také jako tzv. Einsteinovy úlohy, známé úlohy o překonání řeky převozníkem, který převáží kozu, vlka a zelí, spadá sem i sudoku a spousta dalších zajímavých úloh.

6. Setkal(a) jste se někdy s logickými úlohami? *

Označte jen jednu elipsu.

- Ano Přeskočte na otázku 7.
- Ne Přeskočte na otázku 11.
- Nevím Přeskočte na otázku 11.

7. Kde jste se s nimi setkal(a)? * Zaškrtněte všechny platné možnosti.

- [ ] Ve škole
- [ ] V časopisu
- [ ] Na internetu
- [ ] V knize
- [ ] Jiné: ______________________

8. Řešíte někdy logické úlohy ve volném čase? *
Označte jen jednu elipsu.

- ( ) Ano Přeskočte na otázku 9.
- ( ) Ne Přeskočte na otázku 10.

9. Kde úlohy vyhledáváte? * Zaškrtněte všechny platné možnosti.

- [ ] Na internetu
- [ ] V časopisech
- [ ] V knihách
- [ ] Jiné: ______________________

Přeskočte na otázku 10.

10. Baví Vás řešení takovýchto úloh? *
Označte jen jednu elipsu.

- ( ) Ano
- ( ) Ne

11. Vzbudily by logické úlohy Váš zájem o přírodní vědy? *
Označte jen jednu elipsu.

- ( ) Ano
- ( ) Ne
- ( ) Můj názor na přírodní vědy nemůže nic změnit.

12. Chtěl(a) byste logické úlohy řešit ve škole? *
Označte jen jednu elipsu.

- ( ) Ano Přeskočte na otázku 13.
- ( ) Ne Přestaňte tento formulář vyplňovat.
- ( ) Nevím Přestaňte tento formulář vyplňovat.

13. Do jakého předmětu se, podle Vás, řešení těchto úloh nejvíce hodí? * Zaškrtněte všechny platné možnosti.

- [ ] Matematika
- [ ] Fyzika
- [ ] Informatika
- [ ] Biologie
- [ ] Chemie
- [ ] Jiné: ____________________