



**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ**

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO INŽENÝRSTVÍ**

DEPARTMENT OF HANDLING AND BUILDING MACHINES

**Optimalizační algoritmus pro příhradové ocelové konstrukce**

Optimization algorithm for the truss steel structures

DIZERTAČNÍ PRÁCE

DOCTORAL THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

Ing. Lukáš Zeizinger

**ŠKOLITEL**

SUPERVISOR

doc. Ing. Jiří Malášek, Ph.D.

**BRNO 2020**



Motto:

*„Pokrok nespočívá v tom, včerejšek zbořit, ale zachovat jeho podstatu, která má sílu stvořit lepší dnešek.“*

*José Ortega y Gasset*



## Zadání dizertační práce

Ústav:	Ústav automobilního a dopravního inženýrství
Student:	<b>Ing. Lukáš Zeizinger</b>
Studijní program:	Stroje a zařízení
Studijní obor:	Konstrukční a procesní inženýrství
Vedoucí práce:	<b>doc. Ing. Jiří Malášek, Ph.D.</b>
Akademický rok:	2019/20

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č. 111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma dizertační práce:

### Optimalizační algoritmus pro příhradové ocelové konstrukce

#### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Navrhňte ucelenou metodiku, která vede k optimálnímu uspořádání již koncepčně zvolených návrhů standardizovaných nosníků příhradové konstrukce. V navržené metodice využijte moderní výpočtové přístupy. Na základě studia odborné literatury a publikací z daných oblastí vyberte vhodné dílčí metody pro tvorbu algoritmu a to:

- Ohodnocení vhodnosti řešení jednotlivých příhradových konstrukcí v rámci omezujících podmínek optimalizačního procesu.
- Efektivní řízení výpočtů na výpočtovém modelu s cílem redukce výpočetního času a intervence výpočtáře.
- Vyhodnocení výsledků z výpočtových modelů tak, aby byly přímo využitelné pro zvolenou optimalizační metodu.

Pro praktickou implementaci navržené metodiky využijte dostupného programovacího jazyku (např. Python nebo Matlab).

Navrženou metodiku aplikujte a její přínos zhodnoťte na dvou příkladech hmotnostní, cenové a vícerozměrné optimalizaci.

#### Cíle dizertační práce:

- Vypracování analýz dílčích metod vhodných k sestavení optimalizační metodiky.
- Sestavení obecné formy metodiky, která podle obecně zvoleného optimalizačního kritéria (kritérií) generuje optimální variantu již koncepčně navržené příhradové konstrukce
- Aplikace navržené metodiky na konkrétních dvou problémech s cílem redukce hmotnosti, ceny nebo obou parametrů současně.

#### Seznam doporučené literatury:

JANÍČEK P., ONDRÁČEK E., VRBKA J., BURŠA J.: Pružnost a pevnost I, VUT-FSI, Brno, 2004.

JURÁŠEK, O. Teorie nosných konstrukcí. Praha: VN MON, 1989.

BENDSOE, M., SIGMUND O. Topology Optimization: Theory, Methods, and Applications. 1. New York: Springer, 2013. ISBN 978-3-662-05086-6.

PETRUŠKA, J. MKP v inženýrských výpočtech. MKP v inženýrských výpočtech, 2011.

HYNEK, J. Genetické algoritmy a genetické programování. Praha: Grada, 2008. ISBN 9788024726953.

HOLLAND, J. Genetic Algorithms and Adaptation. Adaptive Control of Ill-Defined Systems. Boston, MA: Springer US, 1984, ISBN 978-1-4684-8943-9.

Termín odevzdání dizertační práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2019/20.

V Brně, dne

L. S.

---

prof. Ing. Josef Štětina, Ph.D.

ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.

děkan fakulty

## ABSTRAKT

Práce se zabývá optimalizací příhradových konstrukcí stavebních a dopravních strojů. Cílem bylo vytvoření algoritmu, který dokáže navrhnout optimalizovanou konstrukci. Simulace proběhla na dvou experimentech, při nichž bylo počítáno s 52 sadami různých zadání, které jsou podrobně zpracovány do grafů. V rámci optimalizace je využito jednorozměrné cílové funkce hmotnosti nebo ceny, ale je taktéž zapracována vícerozměrná účelová funkce. Pro pevnostní výpočet příhradové konstrukce je použita variační formulace konečných prvků pro prutovou soustavu a pro optimalizaci je využito genetického algoritmu. V závěru práce jsou formulovány konkrétní kroky, které vedou k nejvhodnějšímu nastavení algoritmu.

## KLÍČOVÁ SLOVA

Příhradová konstrukce, genetický algoritmus, multikriteriální optimalizace, nedominantní řešení, návrhový optimalizační algoritmus.

## ABSTRACT

The work deals with the optimization of trusses construction building and transport machinery. The goal was to create an algorithm that can design an optimized design. The simulation took place on two experiments involving 52 sets of different entries, which are processed in detail into graphs. One-dimensional target mass or price function is used as part of optimization, but there is also an incorporated multidimensional purpose function. The finite element variation method for the beam system is used for the strength calculation of the truss structure and the genetic algorithm is used for optimization. At the end of the work, specific steps are formulated that lead to the most appropriate algorithm settings.

## KEYWORDS

Truss construction, genetic algorithm, multi-criteria optimization, non-dominant solution, proposal optimization algorithm.

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

ZEIZINGER, L. *Optimalizační algoritmus pro příhradové ocelové konstrukce*. Brno, 2020. Dizertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automobilního a dopravního inženýrství. 112 s. Vedoucí dizertační práce doc. Ing. Jiří Malášek, Ph.D.





## ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením doc. Ing. Jiřího Maláška, Ph.D. a s použitím informačních zdrojů uvedených v seznamu.

V Brně dne 31. srpna 2020

.....

Ing. Lukáš Zeizinger

## PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych rád poděkoval svému školiteli doc. Ing. Jiřímu Maláškovi, Ph.D. za vypsání tématu a vedení práce. Děkuji také svým kolegům, kteří mi přispěli cennými radami a vytvořili přátelské prostředí. Dále bych rád poděkoval Ing. Antonínu Šťastnému, Ph.D. za předání odborných zkušeností a kritické připomínky při konzultování. Děkuji také všem svým přátelům za pochopení a přátelské rady.

V neposlední řadě děkuji svým rodičům a přítelkyni za nekonečnou podporu, jež mi byla při studiu obrovskou oporou.

## OBSAH

Úvod .....	13
<b>1 Vymezení pojmu příhradová konstrukce .....</b>	<b>16</b>
<b>2 Stručná historie výpočetních metod a návrhů příhradových konstrukcí .....</b>	<b>19</b>
2.1 Historie a přehled výpočetních metod .....	19
2.2 Historie a přehled technických návrhů .....	20
<b>3 Popis řešené problematiky .....</b>	<b>25</b>
<b>4 Současný stav řešené problematiky .....</b>	<b>29</b>
<b>5 Přehled dílčích metod .....</b>	<b>33</b>
5.1 Optimalizace .....	33
5.1.1 Jednorozměrná optimalizace .....	33
5.1.2 Vícerozměrná optimalizace a hledání výsledků eficientního řešení .....	34
5.1.3 Optimalizační metody .....	35
5.2 Genetické algoritmy .....	38
5.2.1 Fitness funkce .....	39
5.2.2 Selekční metody .....	40
5.2.3 Genetické operátory .....	41
5.2.4 Ukončení algoritmu .....	43
<b>6 Aplikace teorie matematické optimalizace při optimalizaci příhradové konstrukce .....</b>	<b>44</b>
6.1 Strukturální optimalizace .....	44
6.2 Variační formulace metody konečných prvků .....	46
6.3 Vzpěrná stabilita .....	48
<b>7 Komplexní popis optimalizační metodiky .....</b>	<b>52</b>
7.1 Obecný popis metodiky .....	52
7.2 Softwarová realizace metodiky .....	53
7.3 Testování algoritmu experimentu .....	58
7.4 Interpret optimalizačního algoritmu .....	59
<b>8 Aplikace optimalizační metodiky .....</b>	<b>60</b>
8.1 Omezující podmínky, zatížení a vazby .....	60
8.1.1 Omezující podmínky .....	60
8.1.2 Zatížení .....	61
8.1.3 Vazby .....	61
8.2 Účelová funkce .....	61
8.3 Podmínky experimentů .....	62
8.4 Formulace optimalizačního problému prvního experimentu .....	62
8.5 Řešení optimalizačního problému prvního experimentu .....	65
8.5.1 Účelová funkce – hmotnost .....	65
8.5.2 Účelová funkce – cena .....	70
8.5.3 Účelová funkce – Pareto .....	74
8.6 Verifikace výsledků .....	77

---

8.7	Diskuze k výsledkům prvního experimentu .....	78
8.9	Formulace optimalizačního problému druhého experimentu.....	80
8.10	Řešení optimalizačního problému druhého experimentu .....	82
8.10.1	Účelová funkce – hmotnost.....	83
8.10.2	Účelová funkce – cena .....	87
8.10.3	Účelová funkce – Pareto .....	91
8.11	Verifikace výsledků .....	94
8.12	Diskuze k výsledkům druhého experimentu.....	95
8.13	Diskuze k výsledkům obou experimentů.....	96
<b>Závěr</b>	.....	<b>99</b>
<b>Seznam použitých zkratk a symbolů</b>	.....	<b>109</b>
<b>Seznam příloh</b>	.....	<b>112</b>

## ÚVOD

Návrhem nosných konstrukcí strojů se lidé po celém světě zabývají již stovky let. Dobrý návrh poplatný době znamenal efektivnější využití vlastností konstrukčního materiálu. Dříve to bylo dřevo, které bylo získáváno z okolních stromů. Postupem času se přešlo k pevnějším materiálům a sofistikovanějším metodám jejich zpracování. Průmyslová revoluce v 19. století odstartovala pomyslné závody v projektování větších a komplikovanějších příhradových konstrukcí jeřábů, které byly potřeba pro stavbu tehdejších monstrózních projektů v podobě Eiffelovy věže nebo sochy Svobody. Avšak snahy zlepšovat využitelnost konstrukčního materiálu zůstaly i do dnešní doby a jsou hybatelem pokroku v projektování nosných konstrukcí strojů.

Jak i z mých zkušeností vyplývá, v průmyslu je nejčastěji skloňovanou frází při posuzování projektových variant *„toto řešení sice není technicky ideální, ale z ekonomických důvodů jej vybereme.“* Pokud bychom se na tuto myšlenku podívali zblízka, tak bychom postřehli, že většina společností vezme funkční řešení, které má (ale není optimální) a toto řešení uzpůsobí na požadavek daného projektu. To generuje sice funkční řešení, ale rozhodně se nejedná o optimální řešení.

Aby byl člověk schopen objektivně posoudit veškeré aspekty, které mohou hrát roli při rozhodování jaký návrh je dostatečně vhodný, mohl by strávit velkou část svého života zkoumáním a analyzováním různých řešení. V okamžiku, kdyby se již rozhodl, že našel ideální řešení, tak by tento návrh již mohl být zastaralý, protože se v průběhu zkoumání objevily nové metody, materiály a výrobní technologie, které opět zamíchají možnými variantami. Z toho důvodu si člověk uvědomuje fakt, že je velice důležité vybrat co možná nejlepší řešení v rozumném čase.

Nosné konstrukce strojů jsou značně konzervativní strojní součásti, které jen velmi pomalu podléhají konstrukčním trendům. Je to zapříčiněno právě vysokými nároky v podobě normativních požadavků. Jeřábové konstrukce jsou speciální kategorií nosných konstrukcí a mají přímo své oborové normy. U jiných konstrukcí se buďto využije jeřábové oborové normy anebo se využije Eurokódu (i když se sice jedná o stavební Eurokód, je běžně využíván i pro strojní konstrukce).

Obrovskou motivací pro tuto práci bylo fascinování, jak může tak subtilní konstrukce přenášet poměrně velká zatížení. Je to staré řešení, které však stále nebylo překonané. Jedná se o zvláštní druh konstrukcí, které mají malou vlastní hmotnost a jsou složeny ze štíhlých prutů, které se jako celek chovají jako tuhé těleso. Proto je příhradová konstrukce vhodná pro použití pro překonání velkých vzdáleností (např. mosty nebo jeřáby). Zároveň se jedná o tuhé těleso, které má skvělý poměr mezi hmotností a tuhostí. Jestliže je konstrukce vystavená povětrnostním podmínkám, tak je nutné i s tímto přírodním živlem počítat. Velkou výhodou příhradových konstrukcí je jejich plocha vystavená větru, která je řádově menší než v případě stejně velké rámové konstrukce.

Protože se pruty v příhradové konstrukci namáhají ideálním způsobem, lze stavět velice lehké konstrukce. Nejlepší využití materiálu je při namáhání na tah, protože je využito homogenního napětí až na mez kluzu. Tím pádem se plně využije potenciál materiálu, ale má to háček v podobě vzpěrné stability, které je potřeba věnovat značná pozornost. Hlavní nevýhoda příhradové konstrukce spočívá samozřejmě v její pořizovací ceně. Z tohoto důvodu se příhradová konstrukce dělá tam, kde to má již zmíněné opodstatnění. Návrhy příhradových konstrukcí lze díky rozšířenému poznání v matematické optimalizaci stále posunovat kupředu.

Vše, co zaznělo, je důvod, proč se chci zaměřit na toto téma a zároveň je to touha po vědomostech a možnost je komplexně aplikovat. Téma optimalizace příhradových konstrukcí obnáší jak znalosti ze strojního inženýrství, matematické optimalizace, tak i z programování. Věřím, že zkoumaný problém je aktuální a může být zajímavý nejen pro vědeckou obec, ale i pro průmyslový sektor. Při zahrnutí normalizované příčných průřezů a minimálních délkových odběrů ocelových tyčí do optimalizačního problému se získá velice zajímavá sada dat, která mohou poskytnout náhled na problematiku optimalizace příhradových ocelových konstrukcí z jiného úhlu. Dalším aspektem výběru tohoto tématu byla možnost využití genetického algoritmu pro optimalizaci a možnost porovnat vlastnosti evolučního algoritmu s přihlédnutím na rychlost konvergence výpočtu při jeho úpravě. Domnívám se, že tento směr optimalizace příhradových konstrukcí má budoucnost a je to další logický krok, jak dosáhnout optimálně navržených konstrukcí.

Hlavním cílem této práce je vyvinout algoritmus na optimalizaci příhradových ocelových konstrukcí s využitím evolučních algoritmů, který zahrnuje normalizované profily.

Dílčí cíle lze shrnout do následujících bodů:

1. Vybrat a popsat vhodné dílčí metody pro návrh optimálních příhradových konstrukcí transportních strojů.
2. Tvorba řídicího algoritmu.
3. Vybrat vhodný příklad příhradové ocelové konstrukce pro testování navrženého algoritmu.
4. Samostatná funkce softwaru bez použití komerčního softwaru, která využívá maticovou algoritmicizaci metody konečných prvků, aby bylo možné spočítat síly v prutech.
5. Simulačně porovnat vlastnosti matematického modelu příhradové ocelové konstrukce s testovací konstrukcí, která je vyřešena v komerčním konečno-prvkovém softwaru.
6. Porovnat vlastnosti databáze evolučního algoritmu s přihlédnutím na rychlost konvergence.

Klíčovou částí v oblasti optimalizace návrhu příhradových ocelových konstrukcí pomocí evolučního algoritmu je zejména vytvoření algoritmu, který bude schopen generovat optimalizovaný návrh příhradové ocelové konstrukce transportních strojů.

Práce je členěna do osmi kapitol, kde v první kapitola obsahuje vymezení pojmu příhradová konstrukce. Jsou zde předloženy předpoklady příhradové konstrukce a její realizace v praxi.

V následující kapitole je učiněn historický exkurz do výpočetních metod a návrhů příhradových konstrukcí. Ve třetí kapitole je proveden vhléd do problematiky návrhu příhradových konstrukcí a problémy s tím spojené. V navazující čtvrté kapitole jsou shrnuty vědecké poznatky a současný stav řešené problematiky, jenž souvisí s optimalizací příhradové konstrukce. V páté kapitole jsou popsány dílčí metody, které jsou použity pro navrhovaný optimalizační algoritmus. Taktéž je zde obsažen popis matematické optimalizace, která je dále rozdělena na jednorozměrnou a vícerozměrnou optimalizaci. Následně jsou uvedeny optimalizační metody, jež jsou zakončeny popisem stochastických metod. Dále je v této kapitole věnována bližší pozornost genetickému algoritmu a jeho analýze.

V šesté kapitole je popsána aplikace teorie matematické optimalizace, která obsahuje popis metody strukturální analýzy a variační formulace metody konečných prvků. V následující kapitole je popsána obecná architektura optimalizačního algoritmu a následně jsou blíže diskutovány jejich detaily. Na tuto kapitolu již navazuje poslední kapitola, která komplexně popisuje jednotlivé podrobnosti algoritmu a jeho aplikaci na dvou příhradových konstrukcích. Výsledky jsou uvedeny vždy v návaznosti na danou konstrukci. Dále je v kapitole provedena verifikaci získaných dat a diskuze nad touto problematikou.

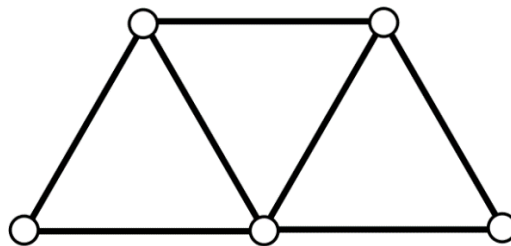
Práce obsahuje přílohu, která je strukturovaná do tří částí. V příloze A je možné nalézt databáze profilů a cen, které jsou použité v rámci výpočtu. Příloha B obsahuje podrobné výsledky prvního experimentu zpracované do jednotlivých grafů. Analogicky je vypracovaná i příloha C, která obsahuje podrobné výsledky druhého experimentu zpracované do jednotlivých grafů.

# 1 VYMEZENÍ POJMU PŘÍHRADOVÁ KONSTRUKCE

Jedná se o specifický druh konstrukce, která má vynikající poměr hmotnosti vůči únosnosti. V první řadě je však potřeba si ještě nadefinovat, co je pojem prut. Jedná se o těleso, které má jeden rozměr podstatně větší než ostatní, podle tvaru střednice rozeznáváme tři základní druhy, a to prut přímý, slabě zakřivený a silně zakřivený. Jestliže je prut přímý, má konstantní tvar a velikost průřezu, tak jej lze nazývat prizmatickým.

Pod pojmem příhradová konstrukce podle klasické konzervativní definice se nazývá taková soustava, která je složena z přímých prutů, u nichž jsou splněny tyto podmínky:

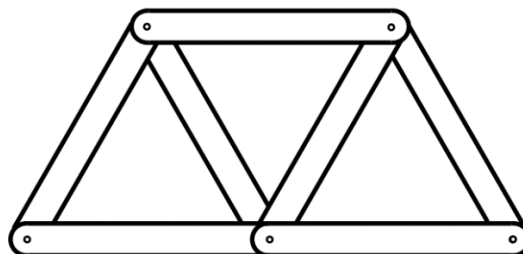
- 1) pruty jsou přímé a prizmatické,
- 2) podélné osy prutů se protínají ve společných bodech a tyto body se nazývají styčníky,
- 3) styčníky jsou koncové body prutů,
- 4) matematický model styčníku je navržen tak, aby spojované pruty nemohly přenést nic jiného než tah nebo tlak,
- 5) vnější zatížení je vnášeno do soustavy pouze pomocí styčníků.



Obr. 1: Ideální model příhradové konstrukce.

Jestliže jsou splněny všechny výše uvedené podmínky, tak se jedná o ideální model příhradové konstrukce, viz Obr. 1. Pod pojmem ideální model příhradové konstrukce si můžeme představit takovou soustavu, která má na všech prutech pouze normálovou sílu a styčníky jsou realizované kloubovým uložením bez tření, jak si lze představit na

Obr. 2.



Obr. 2: Idealizovaná představa příhradové konstrukce bez tření v čepch.

Na reálných příhradových konstrukcích je velmi obtížné docílit pouze normálového zatížení prutu, protože kloubovost styčníků je vždy porušena. Je-li styčník realizován pomocí čepu,



tak nikdy nelze v reálných podmínkách dosáhnout kloubového uložení bez tření. Podle Oldřicha Juráška je však nutné zdůraznit, že: „*tento vliv na chování konstrukce není podstatný, daná soustava se deformačně chová stále jako příhradová a lze ji jako model staticky určitý výpočetně považovat.*“ [51]

Definované podmínky ideální příhradové konstrukce však z výše popsaného důvodu nikdy nelze splnit, a proto je potřeba rozlišovat pojem příhradová konstrukce a její matematický model. V reálných aplikacích může být kloubovost styčniců porušena, ale je důležité, aby rozdíl mezi ohybovou a osovou tuhostí prutu byl velký. Pokud je tento rozdíl dostatečně velký, tak štíhlost prutu zaručuje správné fungování prutové konstrukce a momentové natočení pak nehraje významnou roli.

Reálně se styčnice příhradových konstrukcí provádějí pomocí čepu (se třením), jak je možné vidět na Obr. 3. Toto řešení se však provádělo spíše v minulém století, a to jako méně rozšířené řešení konstrukce styčniců.



*Obr. 3: Čepování mostní příhradové konstrukce Monaca-Beaver v Pittsburghu, které bylo nafoceno roku 1911 [46].*

Větší oblibu si získalo řešení pomocí tzv. styčnickového plechu, které je možné vidět na Obr. 4. Toto řešení má své výhody v podobě napevno spojené konstrukce, ale nevýhoda tkví v oddálení od ideální příhradové konstrukce v podobě tuhosti styčniců, ale kvůli štíhlosti prutů je podmínka kloubovosti splněna.



*Obr. 4: Styčnickový plech připojený pomocí nýtů na Dundee Railroad bridge v Dundee Monroe v Michiganu [16].*

Je však možné najít i řešení v podobě svařované konstrukce, jak lze vidět na Obr. 5. Toto řešení se však ze zmíněných možností nejvíce vzdaluje od ideální příhradové konstrukci, ale má nepopiratelnou výhodu v podobě jednoduchosti.



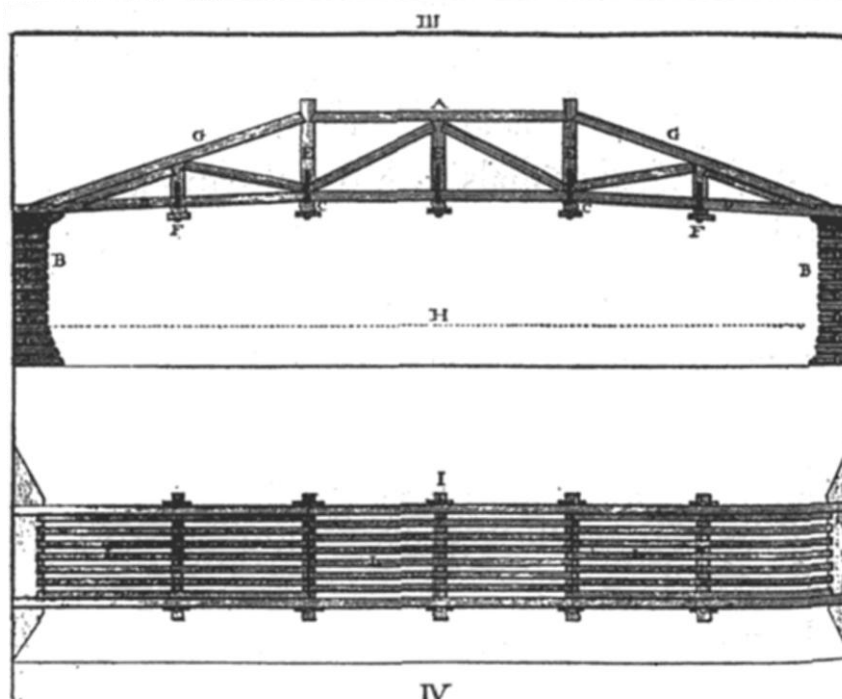
*Obr. 5: Svařovaná příhradová konstrukce věžového jeřábu Liebherr 16 EC 240 [84].*

## 2 STRUČNÁ HISTORIE VÝPOČETNÍCH METOD A NÁVRHŮ PŘÍHRADOVÝCH KONSTRUKCÍ

V rámci této kapitoly je stručně shrnuta historie výpočetních metod, které vedly až k vývoji moderních postupů. Dále jsou do kontextu uvedena technická řešení příhradových konstrukcí a je popsán jejich stručný historický vývoj.

### 2.1 HISTORIE A PŘEHLED VÝPOČETNÍCH METOD

Pro návrhy příhradových konstrukcí bylo historicky používáno mnoho rozličných návrhových strategií a výpočetních metod. První použití příhradové konstrukce je historicky spjato s konstrukcí střešních příhradových vazníků a konstrukcí mostů. Historické příhradové konstrukce měly rozmanité tvary a velikosti, ale měly však jedno podstatné omezení v podobě konstrukčního materiálu – dřeva. Za první čistě příhradovou konstrukci lze považovat Palladiovy návrhy dřevěných mostů v díle z roku 1570 *I quattro libri dell'Architettura*, jak lze vidět na Obr. 6 [66]. Všechny stavby až do poloviny 18. století byly navrženy díky velkým zkušenostem stavitelů, kteří čerpali potřebné informace od svých předchůdců.



Obr. 6: Palladioův návrh příhradového mostu[57].

V roce 1821 francouzský fyzik Claude-Louis Navier formuloval první matematickou teorii pružnosti, kterou o 5 let později rozvedl o modul pružnosti [50]. Za novodobý přístup k návrhu příhradových konstrukcí vděčíme Augustu Ferdinandovi Möbiovovi, který odvodil teorii pro staticky určitou příhradovou konstrukci v knize *Lehrbuch der Statik* v roce 1837 [13]. Základním výchozím předpokladem byl matematický model, v němž jsou jednotlivé pruty

příhradové konstrukce spojovány v jednom společném bodě, tzv. styčníku. Styčníky slouží nejenom pro propojení jednotlivých prutů, ale taktéž jsou v nich umístěné vnější síly. To umožňuje mít pruty namáhané výhradně tlakem nebo tahem. Na těchto základech v roce 1862 Wilhelm Ritter postavil průsečnou metodu. Následně byla v roce 1886 Heinrichem Müller-Breslauem publikovaná metoda momentových součtů. Dalšími originálními přístupy popisující staticky určité prutové soustavy jsou např. metoda myšlených kloubů, metoda neurčitého měřítka nebo metoda náhradních prutů.

Velice originálním přístupem bylo grafické ztvárnění normálových sil v prutové soustavě. Této problematice se věnovala spousta vědců, ale až v roce 1885 vydal Luigi Cremona publikaci s názvem *Elements of projective geometry*, ve které ucelil grafický přístup k problematice normálových sil ve staticky určitých prutových soustavách [15].

Pro řešení staticky neurčitých prutových konstrukcí nebo pro řešení ráků byla vyvinuta silová metoda. Ta spočívá ve vzájemnosti virtuálních prací, kterou publikoval v roce 1872 Enrico Betti, jako Bettiho větu. Silová metoda je vhodná pro řešení jednoduchých staticky neurčitých soustav. Následným vývojem metod se došlo až k počátkům deformační metody, které se datují do roku 1926, kdy dánský vědec Asger Ostenfeld publikoval svou práci s názvem *Die Deformationsmethode* [74]. Postup popsáný v této práci představoval inovativní teoretický pohled na řešení složitých rákových soustav. Nicméně nutným krokem pro získání výsledků bylo vyřešení rozsáhlých lineárních algebraických rovnic, které na tehdejší dobu byly téměř nepřekonatelným problémem.

V roce 1929 americký profesor Hardy Cross z Univerzity of Illinois at Urbana-Champaign vyvinul metodu rozdělování momentů pro rákové soustavy ve svém článku s názvem *Continuity as a Factor in Reinforced Concrete Design*. U této metody byl předpoklad neposuvných styčníků, což přinášelo pouze částečný vhlad do problematiky [14]. Jednalo se o iterativní metodu řešení soustav, při níž se nepočítají všechna pootočení uzlů současně, ale předpokládá se natočení pouze jednoho uzlu při nehybné poloze ostatních uzlů. V další iteraci se zvolil další uzel. Dalším milníkem bylo vyvinutí tzv. metody rozdělování sil a momentů pro ráky s posuvnými styčníky, jejímž autorem je český profesor Václav Dašek.

Další vývoj původní deformační metody byl zaznamenán v 60. a 70. letech 20. století při možnosti výpočtu rozsáhlých lineárních algebraických rovnic na samočinných počítačích. Velkou výhodou byl přehledný maticový zápis. Z důvodu velkého nárůstu výpočetního výkonu sálových počítačů v 80. a 90. letech byla upřednostněna deformační varianta metody konečných prvků, která se jako univerzální nástroj používá do dnešní doby. Jedná se o metodu, která v porovnání s ostatními metodami dosahuje nejvyššího stupně algoritmizace.

## 2.2 HISTORIE A PŘEHLED TECHNICKÝCH NÁVRHŮ

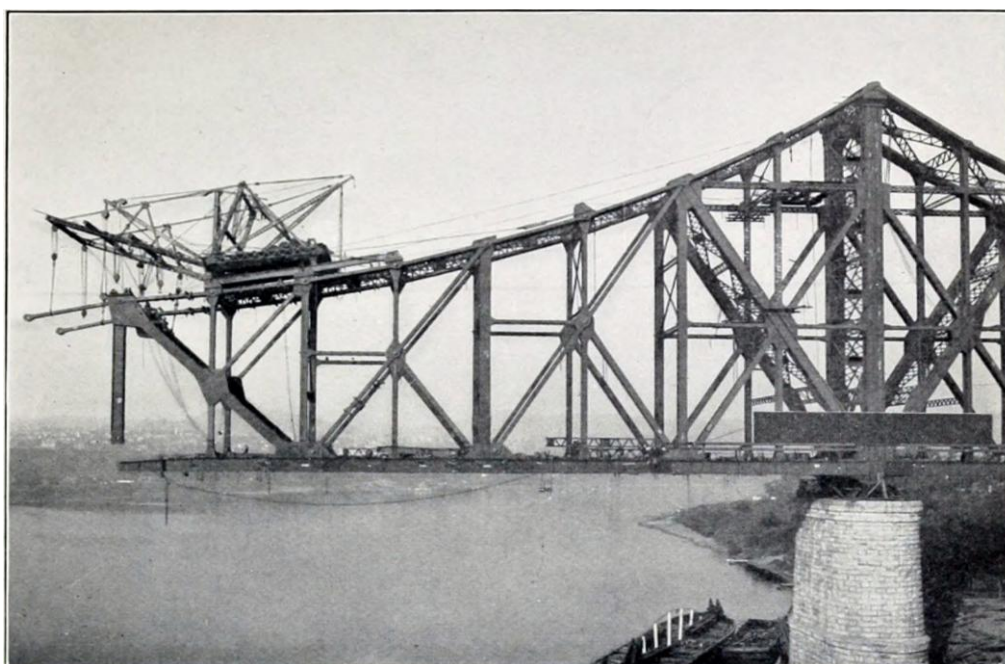
Historicky byl zaznamenán obrovský pokrok ve výpočtových metodách, ale zároveň s tímto vývojem šel i vývoj návrhů a technických řešení. Jak již bylo v předchozí kapitole naznačeno, existují dva technologické postupy, podle kterých se příhradové konstrukce vyrábí. Historicky

starším a v dnešní době již téměř nepoužívaným řešením spojování konstrukce je nýtování, jak je možné vidět na Obr. 7. Nýtování má nepopíratelné výhody v podobě nerozebíratelného spojení dvou různorodých materiálů, ale v polovině 20. století bylo nýtování téměř úplně nahrazeno především svařováním z důvodu vyšší produktivity, vyšší pevnosti a redukce koncentrátoru napětí v podobě děr pro nýty.



*Obr. 7: Nýtovaný most v ulici Hybešova v Brně, jehož styčníky jsou realizované pomocí styčnickových plechů [83].*

Z geografického hlediska lze strategii návrhu příhradové konstrukce rozdělit na americký a evropský směr. Americké návrhy byly vesměs koncipované tak, aby jejich styčníky, pokud možno obsahovaly čep, jak je možné vidět na Obr.8.



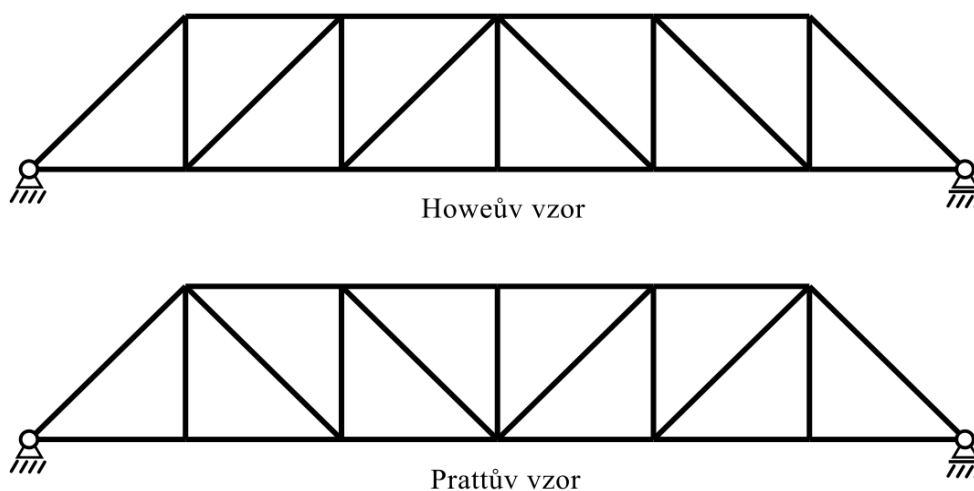
*Obr. 8: Stavba mostní příhradová konstrukce Monaca-Beaver v Pittsburghu, jejíž styčníky jsou realizovány pomocí čepu. Fotka byla pořízena roku 1911 [46].*

Evropské návrhy konstrukcí byly však v tomto směru více benevolentnější a pro styčníky se spíše využíval styčnickový plech anebo přímo svařené nosníky. V dnešní době je celosvětový trend prosazující myšlenku svařovaných konstrukcí s využitím styčnickových plechu, viz Obr. 9, ale lze najít i řešení, která jsou svařovaná a styčníky jsou pouze myšlenými body ve kterých se střednice prutů potkávají.



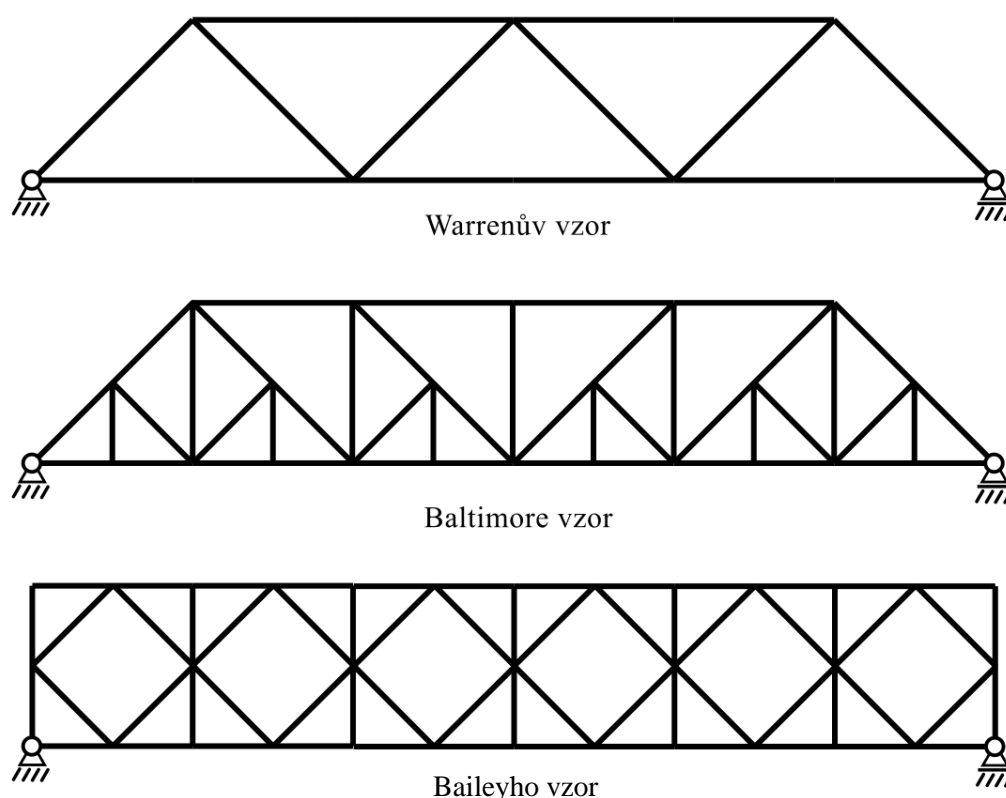
Obr. 9: Kolesové rypadlo KK 1300, jedná se o velice moderní svařovanou příhradovou konstrukci, jejíž styčníky jsou realizovány pomocí styčnickových plechů [24].

Jak je možné vidět z předchozích obrázků, každá konstrukce má své osobité propojení styčnicků a tvoření příhradového vzoru. Návrhům příhradového vzoru se věnovala řada autorů. Jako první byl popsán příhradový vzor Howe, který si v roce 1840 nechal William Howe patentovat. Následně pak na tomto vzoru vznikl příhradový most Park Gap Bridge v Berkeley. Po tomto prvním návrhu následoval v roce 1844 návrh Thomase Willisa Pratta. Ten znamenal vylepšení původního Howeho návrhu v zrcadlovém otočení diagonál. Toto vylepšení bylo ověřeno na Governor Bridge v Marylandu.



Obr. 10: Schématické zobrazení Howeova příhradového vzoru a Prattova příhradového vzoru [62].

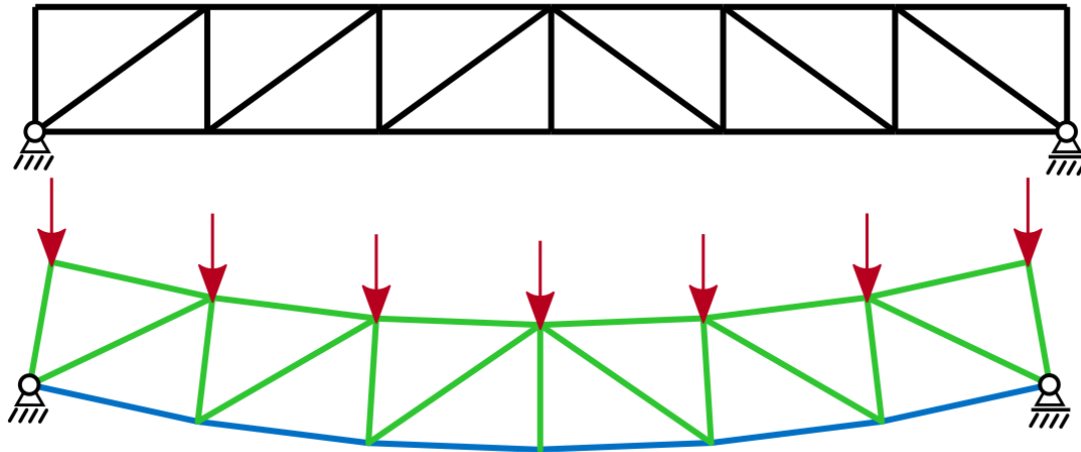
Následně byl v roce 1848 patentován tzv. Warrenův příhradový nosník, který se stal vzorem pro Warrenův most v Bostonu. Tyto návrhy je možné vidět na Obr. 10. Dále byl v roce 1871 upraven Prattův návrh inženýry z Baltimoru, kteří projektovali most pro železniční společnost. Tento návrh obnášel rozdělení diagonálních prutů a jejich vyztužení, tím pádem byla zkrácena délka prutu pro vzpěr. Využití tohoto návrhu bylo na právě projektovaném mostě Baltimore Petit Bridge v roce 1870. Další vývoj příhradového vzoru provedl v roce 1936 Donald Bailey, který svůj koncept vylepšeného příhradového vzoru předložil Britskému ministerstvu války, jenž tento návrh odmítl. O čtyři roky později byl návrh ministerstvem přijat, jako velmi inovativní řešení, které bylo otestované na mostě Bailey Bridge přes řeku Meurth. Výše popsané vzory je možné nalézt na Obr. 11 [70].



Obr. 11: Schématické zobrazení Warrenova příhradového vzoru, Baltimorova příhradového vzoru a Baileyho příhradového vzoru [62].

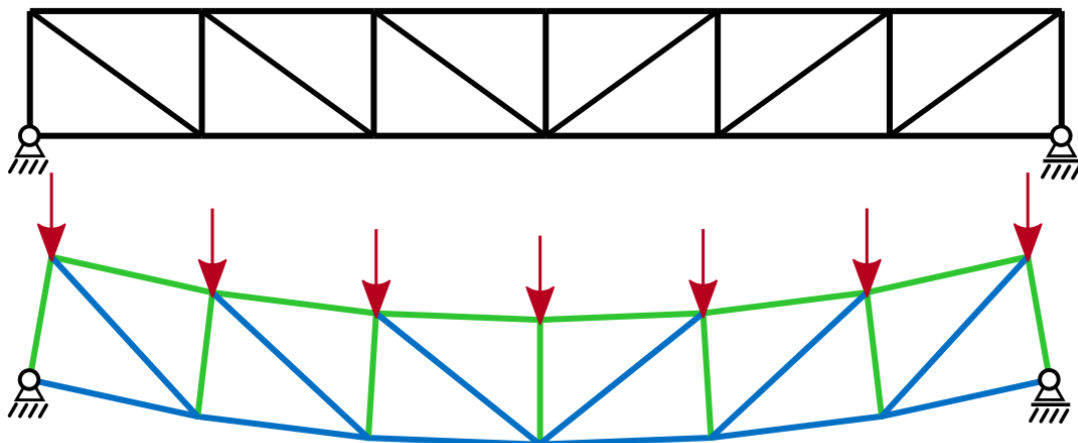
Příhradový vzor předurčuje, jakému druhu zatížení budou jednotlivé pruty příhrady vystaveny, při předem definovaném zatížení. Toto umožňovalo predikovat pruty, které byly vystaveny tahovému namáhání, a pruty které byly namáhány tlakem. Správně zvolený vzor mohl pro danou aplikaci s daným zatížením přímo zásadně ovlivnit druh namáhání prutů a v sekundárním důsledku zjednodušit výpočet konstrukce, protože se snižoval počet prutů, které byly zatíženy tlakem. Tudiž byl redukován počet prutů, které bylo nutné posoudit na ztrátu vzpěrné stability.

Na Obr. 12 je možné vidět návrh příhradové konstrukce podle Howeho příhradového vzoru, podle kterého by při zatížení horní řady styčníků vzniklo tlakové napětí v 19 prutech. Bylo by nutné následně tyto pruty dimenzovat s ohledem na vzpěrnou stabilitu.



Obr. 12: Návrh příhradové konstrukce podle Howeho příhradového vzoru. Zatížíme-li konstrukci předem definovanými červenými silami, tak modré pruty reprezentují pruty namáhané tahem a zelené pruty reprezentují pruty namáhané tlakem.

Na Obr. 13 je možné vidět návrh příhradové konstrukce podle Prattova příhradového vzor. V této konstrukci by při zatížení do horní řady styčníků vzniklo tlakové napětí v pouze 13 prutech. Takto vhodné zvolení příhradového vzoru může značně ovlivnit vnitřní mechanický projev konstrukce.



Obr. 13: Návrh příhradové konstrukce podle Prattova příhradového vzoru. Zatížíme-li konstrukci předem definovanými červenými silami, tak modré pruty reprezentují pruty namáhané tahem a zelené pruty reprezentují pruty namáhané tlakem.

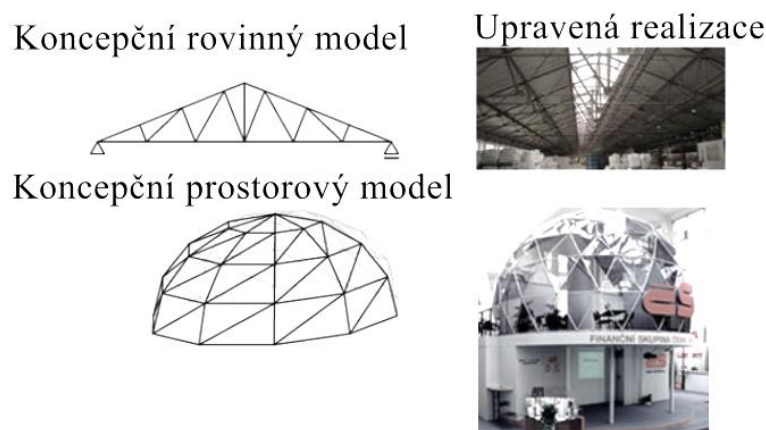


### 3 POPIS ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY

V první kapitole byla definována příhradová konstrukce a její vnímání v reálném životě. Tuto problematiku je však vhodné dále rozvést. Idealizovaný model příhradové konstrukce ze své podstaty může vnitřně přenášet pouze tahové nebo tlakové zatížení, ovšem konstrukce jako celek může přenášet i příčné zatížení. Základním stavebním elementem příhradové konstrukce je přímý prut [50].

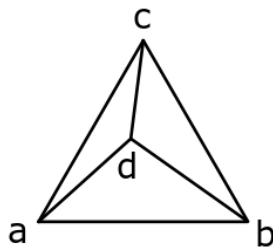
U prizmatického prutu v ideálním modelu příhradové konstrukce je zaručeno vzniknutí pouze tahového anebo tlakového napětí. V případě neprizmatického prutu je možné, že v prutu vznikne smyk nebo vrubová koncentrace. V reálu je snaha těchto předpokladů maximálně dosáhnout a jsou platné, jestliže tvar příčného průřezu není výrazně změněn vlivem zatěžování [52]. Většinou je snaha vytvořit prizmatickou konstrukci, ale nutnou podmínkou to však není.

Příhradové konstrukce lze dělit podle konstrukční dimenze na rovinné a na prostorové příhradové konstrukce, viz Obr. 14. Pro rovinné příhradové konstrukce je základním stavebním elementem pro tvorbu soustav trojúhelníků, kdy každá strana trojúhelníku je tvořena střednicí prutu, které se protínají ve společných vrcholech [51]. Z tohoto základního tvaru lze seskládat vnitřně staticky určitou konstrukci.



Obr. 14: Příklad využití rovinné a prostorové příhradové konstrukce pro skelet pozemních staveb [88].

Při návrhu prostorové příhradové konstrukce lze využít dvou možností, jakým způsobem tento problém vyřešit. První možností je daný prostor vyplnit některým základním objemovým geometrickým tělesem a na stěnách tohoto tělesa vytvořit rovinnou příhradovou konstrukci, která s přilehlou stěnou bude navázána pomocí společných styčniců a prutů, jak je možné vidět na Obr. 14 (v tomto případě se jedná o polokouli). Druhou variantou je vytvoření prostorové příhradové konstrukce pomocí základního prostorového příhradového elementu, a to čtyřstěnu, viz Obr. 15 [51].



Obr. 15 Základní element prostorové příhradové konstrukce.

Dalším důležitým předpokladem, jak již bylo zmíněno, je vnitřní statická určitost příhradové konstrukce. Pro rovinné příhradové konstrukce platí vztah pro vnitřní statickou určitost (1)

$$p = 2 \cdot s - 3 \quad (1)$$

a pro prostorové příhradové konstrukce lze tuto určitost vyjádřit vztahem (2)

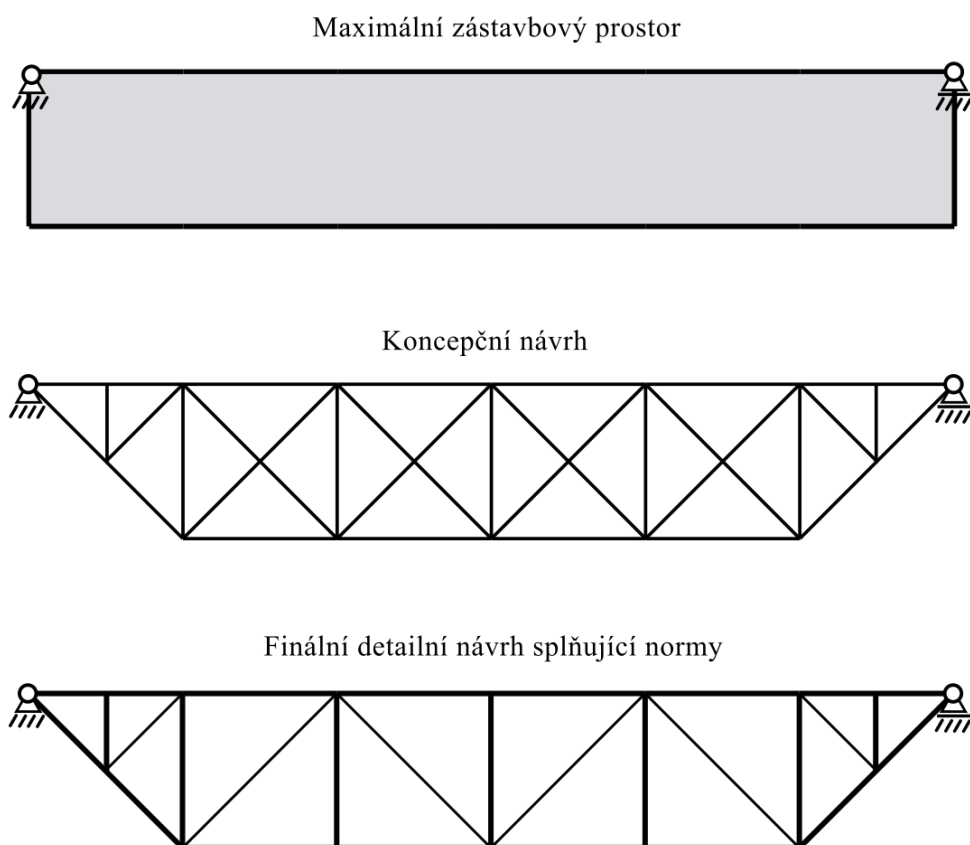
$$p = 3 \cdot s - 6, \quad (2)$$

kde  $p$  je počet prutů,  $s$  je počet styčníků. Jestliže počet prutů neodpovídá počtu prutů kvantifikované rovnicí, jedná se o vnitřně staticky neurčitou prostorovou příhradovou konstrukci [51]. Jestliže počet prutů je větší než  $p$ , tak jde o vnitřně staticky přeúčtenou konstrukci. Je-li počet prutů nižší než  $p$ , tak se jedná o konstrukci, která je vnitřně staticky neurčitá. Jestliže příhradová konstrukce bude vnitřně staticky neurčitá, nebude se v celkovém pojetí jednat o tuhé těleso.

Příhradová konstrukce transportních strojů podléhá při návrhu a uvedení do provozu legislativě a také smluvním podmínkám. Pro splnění legislativních požadavků je nutné splnit normativní kritéria vztahující se k danému zařízení podle tzv. harmonizovaných norem. To přináší silné omezení při návrhu konstrukce, avšak stále zůstává prostor pro vývoj a optimalizaci.

Důležitým aspektem mobilních zařízení oproti statickým je jejich hmotnost, která hraje důležitou roli při dimenzování stroje. Z důvodu opakovaného urychlování a brzdění stroje je tlak na minimalizaci hmotnosti z důvodu minimalizace energetických nároků. To je úzce spjaté s provozními náklady, které hrají významnou roli v ekonomickém dopadu na provozovatele. To přináší logický tlak na optimalizaci hmotnosti konstrukce a tím pádem efektivní využití maximálního potenciálu materiálu.

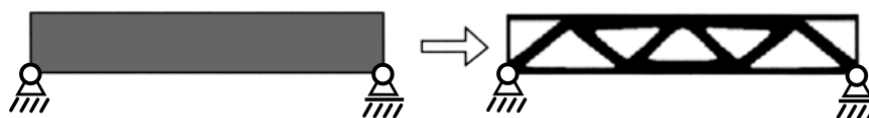
Standardním postupem pro návrh příhradové konstrukce transportních strojů je v dnešní době virtuální simulace životního cyklu stroje na výpočtovém modelu. Během této vývojové fáze stroje je celá konstrukce zkontrolována podle aplikovatelných norem a jsou provedeny úpravy tak, aby konstrukce vyhověla normativním požadavkům. Tento vývoj je znázorněn na Obr. 16.



Obr. 16: Obecné schéma vývoje příhradové konstrukce.

Méně standardní postup při vývoji nosné příhradové konstrukce je použití metod matematické optimalizace pro optimální návrh. V počáteční fázi vývoje je nutné definovat optimalizační úlohu a zvolit cílovou funkci, která kvantitativně popisuje vhodnost řešení. Nejčastějším krokem je vytvoření idealizovaného konečno-prvkového prutového modelu [75]. Dalším krokem vývoje je aplikace optimalizačních algoritmů na předem danou účelovou funkci.

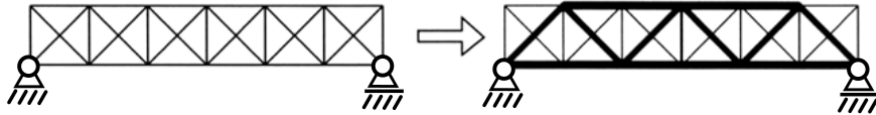
Tvarová optimalizace hledá obecný optimální tvar konstrukce, ale současně se zjišťuje, zda je tento tvar plně využitý a jestli není možné nějakou část rozměrově změnit nebo dokonce odstranit. Pro hledání optimálního tvaru lze využít metody topologické optimalizace, jak je možné vidět na Obr. 17.



Obr. 17: Optimalizování návrhu pomocí topologické optimalizace.

Při použití rozměrové optimalizace je využíváno dosavadního tvaru konstrukce a jsou hledány optimální rozměry, vzhledem k jeho předpokládanému zatížení. Tuto optimalizaci je možné vidět na Obr. 18. V drtivé většině případů jsou výstupem optimalizačních algoritmů rozměry

příčných průřezů prutů, které neodpovídají standardům, a tudíž je potřeba udělat úpravu návrhu tak, aby nebylo nutné vyrábět profily na zakázku a stačily pouze běžně dostupné. V další vývojové fázi je nutné celou konstrukci znovu podrobit kontrole podle aplikovatelných norem a provést případné změny tak, aby příhradová konstrukce vyhověla standardu. Z tohoto lze usuzovat, že aktuálně používané koncepce pro návrh příhradových konstrukcí strojů jsou zdlouhavé a obnáší velké množství iterací. Tento postup však přináší lehčí příhradovou konstrukci a současně zachovává její mechanickou pevnost.



Obr. 18: Optimalizace návrhu příhradové konstrukce pomocí rozměrové optimalizace.

## 4 SOUČASNÝ STAV ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY

Vědeckých publikací týkajících se optimalizace příhradové konstrukce existuje velké množství. Většina prací má souvislost se zkoumanou problematikou, ale v posledních pěti letech došlo k nárůstu prací, které využívají problematiku optimalizace příhradových konstrukcí za účelem otestování vývoje optimalizačních algoritmů. Z tohoto důvodu je bezesporu důležité vnímat informace obsažené ve vědeckých článcích v souvislosti se zkoumanou problematikou.

Jeden z hlavních řešitelů, který ucelenou a systematickou formou popsal optimalizaci příhradových konstrukcí je Martin Bendsøe. V roce 1994 ve svém článku *Optimization methods for truss geometry and topology design* [6] popsal, že správně zvolený přístup k problému optimalizace příhradové konstrukce je klíčovým aspektem k získání požadovaného výsledku. Dále ve svých knihách [9],[10] uvádí, že pokud je potřeba řešit čistě matematický problém, není nutné diskretizovat příčné průřezy, ale naopak je zadat jako spojitou funkci. Z matematického hlediska existují elegantní optimalizační postupy, které využívají vlastností těchto spojitých funkcí. Při této variantě hledání optimálního příčného průřezu je velmi vysoká pravděpodobnost, že příčný průřez prutu nebude standardizovaný. Při praktickém využití získaných výsledků je tudíž nutné upravit optimální návrh tak, aby příčné průřezy prutů odpovídaly výrobním požadavkům. To však přináší odklon od optima a s tím související problémy. Je-li však potřeba uvažovat diskrétní množinu příčných průřezů (např. standardizované příčné profily), je nutné zvolit adekvátní přístup již od počátku analýzy daného problému [33]. Pro optimalizační úlohu, ve které je využíváno diskrétní sady hodnot, je dominantně využito heuristických algoritmů, jak je v této kapitole dále přiblíženo.

Z podstaty dané problematiky vyplývá, že hlavním aspektem při optimalizaci příhradových konstrukcí je zvolení cílové funkce. V převážné většině článků je cílová funkce formulovaná pomocí objemu konstrukce nebo přímo její hmotností. Mnoho autorů (Tezduyar Tayfun, Prabhat Hajela, Niels Olhoff, Aharon Ben-Tal, Julián Norato a další) se soustředí pouze na minimalizaci hmotnosti [25],[33], avšak jejich základním předpokladem jsou obecné velikosti příčných průřezů. Tento krok však logicky vede k řešením, která jsou velice komplikovaná na výrobní nároky (přesnost) nebo využívají nestandardizované příčné průřezy jako třeba v [37].

Na poznatky publikované Martinem Bendsøe navázal Charles Camp, který pro řešení optimalizačního problému minimalizace hmotnosti příhradové konstrukce využil heuristické metody prohledávání stavového prostoru. Camp již v roce 1998 publikoval [17] návrhovou optimalizaci 2D příhradové konstrukce pomocí jednoduchého genetického algoritmu, do kterého zakomponoval modul označující FEAP (*Finite Element Analysis Program*), jenž dokázal analyzovat a kvantifikovat jednotlivé návrhy. Celý algoritmus pojmenovaný FEAPGEN umožňoval základní optimalizovaný návrh 2D příhradové konstrukce. Jednalo se o originální zpracování problému, v němž byly příčné průřezy diskretizovány a zakódovány do genetického kódu jedinců, který byl následně analyzován modulem postaveným na základě metody MKP.

John Bland v roce 2001 navázal na Campem popsaný optimalizační algoritmus a upravil jej, aby pro optimalizaci bylo možné využít metodu mravenčích kolonií [12], jenž byla o deset let dřív poprvé obecně popsána. Pro svou optimalizaci využil stejnou příhradovou konstrukci jako Camp. Jednalo se příhradovou konstrukci složenou z 25 prutů, která je také použita v této práci a její specifikace lze nalézt v zadání prvního experimentu.

Dále se v roce 2004 Kang Lee nechal inspirovat hudbou a publikoval článek, v němž popisuje základní atributy a chování HS algoritmu (*harmony search algorithm*) [60]. Pro svou aplikaci si taktéž zvolil stejnou příhradovou konstrukci jako Camp a Bland. To umožnilo vzájemné porovnávání jednotlivých vlastností algoritmů, což bylo dalšími autory na poli heuristických algoritmů vnímáno jako vznik tzv. benchmarkové konstrukce. Tato konstrukce dále slouží jako etalon pro kvantifikaci a ověření vlastností heuristických algoritmů.

V následujících letech byla publikovaná celá řada článků, která upravovala již existující heuristické algoritmy a tento trend se drží až do dnešní doby. Pro ověření nových algoritmů, je tato optimalizační úloha velice vhodná, protože se jedná o velice dobře zdokumentovaný soubor zanalyzovaných experimentů. V dnešní době jsou na této konstrukci testovány např. algoritmy opylení květin (*flower pollination algorithm*) [3], nebo vylepšený optimalizační algoritmus kuřecího roje (*Improved Chicken Swarm Optimization Algorithm*) [61], další je algoritmus zrychleného růstu stromů (*Gradient Tree Boosting algorithm*) [89] anebo optimalizace pomocí herního chaosu (*chaos game optimization*) [86]. Všechny tyto algoritmy mají dva společné znaky, prvním je již výše popsána konstrukce a druhým je účelová funkce, která je definovaná pouze hmotností (objemem).

V kontrastu s těmito publikacemi je velice málo publikací, které se věnují optimalizaci příhradové konstrukce s jinou účelovou funkcí, např. cenou. Martin Bendsøe se této problematice v roce 1995 věnoval a popsal ji v [10]. Podle Martina Bendsøeo je to problém samotné definice úlohy, jak dále popsal v [9]. Hmotnost, nebo je-li uvažován v rámci celé konstrukce jednotný materiál, pak lze uvažovat objem konstrukce, je jednoduše definovaná hodnota funkce, kterou je možné kvantifikovat pomocí plochy průřezů v rámci jednotlivých prutů konstrukce. Na druhou stranu cena již není triviální hodnota účelové funkce, protože je závislá na ceně jednotlivých profilů, u nichž nemusí platit pravidlo “méně materiálu = nižší cena.” Z tohoto důvodu tato oblast optimalizace není tak důkladně prozkoumaná jako v případě hmotnostní optimalizace. V rámci svých prací tento problém potvrdili i další autoři (Sy Wang v [91] a Joel Farkas [36]) a navíc výsledky takové optimalizace nemusí být porovnatelné, protože každý autor ve své práci používá lokálně dostupné profily s místními cenami. Z toho vyplývá, že tato problematika je z globálního pohledu hůře uchopitelná, a proto se jí většina autorů naprosto vyhýbá.

Pro optimalizaci velkých příhradových konstrukcí je často vyžadováno četných analýz pro posouzení proveditelnosti odvozených řešení během procesu optimalizace, které dosahují velké časové náročnosti [18]. V roce 2018 Hy Cao odvodil, že meta-heuristický potažmo i heuristický algoritmus by měl obsahovat jistou formu elitářství při řešení velkých příhradových konstrukcí (od sto prutů) z důvodu rychlejší konvergence výsledků. Dále

pak odvodil, že nejrobustnější variantou heuristického algoritmu pro řešení těchto optimalizačních úloh je genetický algoritmus, protože při různých nastaveních nevykazoval ustrnutí v lokálním extrému.

Chceme-li zohlednit dohromady hmotnost a cenu konstrukce, bude nezbytné formulovat cílovou funkci pomocí několika účelových cílů. Pro získání optimálního návrhu konstrukce při zavedení několika účelových cílů je tento problém nutné řešit jako multikriteriální optimalizaci popsanou v [25]. Řešení multikriteriální optimalizace je aktuálním tématem, které si vyžádalo již velkou řadu vědeckých publikací. Předními autory zabývajícími se touto problematikou v mechanice jsou Martin Bendsøe, Niels Olhoff a John Taylor [8], na jejichž základu je vytvořena vícerozměrná optimalizace obsažená v této práci. Hlavním rozdělovacím znakem multikriteriální optimalizace je dominance hledaného řešení, jak je popsáno v [43]. Jedná-li se o dominantní řešení, tak v drtivé většině mluvíme o váhovém kombinování vícekriteriálního rozhodování, do kterého spadá například všeobecně známá metoda váhových koeficientů. Tato metoda bývá vesměs používána v optimalizaci logistických řetězců nebo při řešení, u kterých jsou předem odhadnutelné dopady jednotlivých koeficientů [81],[82]. Pro univerzální použití je však vhodnější hledat nedominantní řešení, respektive sadu nedominantních řešení.

Problematikou optimalizace více účelových funkcí se zabýval již v roce 1985 Jürgen Guddat, který formuloval vícerozměrnou optimalizaci pomocí parametrické optimalizace, která byla schopna vytvořit sadu dominantních řešení s předem definovanými parametry, jak popsal v [43]. Pokud by bylo možné určit všechna přípustná dominantní řešení daných parametrů jednalo by se o Pareto hranici, se kterou se dále uvažovalo v [64]. V roce 2008 Jürgen Branke ve své knize popsal, jakým způsobem je možné zapracovat nedominantní optimalizaci do evolučních algoritmů. Na tyto poznatky navázal Keller Andre ve své knize [56], ve které shrnuje aktuální poznatky v problematice vícerozměrné optimalizace. Dále jsou tyto poznatky zpracované například do vícerozměrné optimalizace průhybu a hmotnosti publikované Seyadalem Mirjalilim v [65] nebo Ali Kavehem v [55].

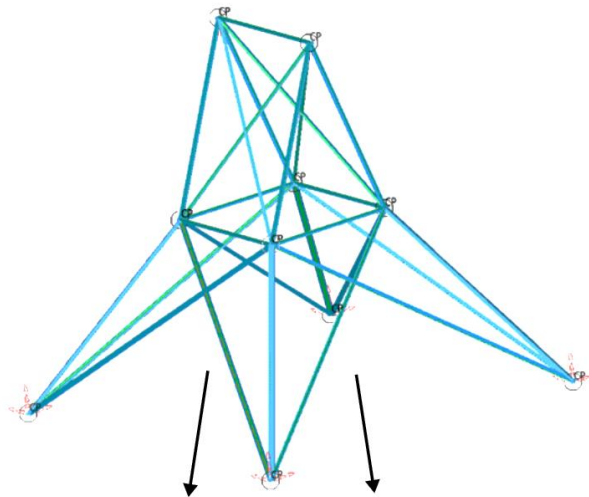
Tato práce se zabývá návrhem metodiky pro optimalizovaný návrh příhradové konstrukce. Pro návrh příčných průřezů prutů je využito normalizovaných řad běžně používaných profilů na území České republiky. Pro tuto optimalizační úlohu, ve které je využíváno diskrétní sady hodnot, je použit genetický algoritmus. Zároveň se jedná o optimalizační problém, jehož metoda je pro řešení dané problematiky velmi aktuálním tématem, jak lze vidět v [4].

Práce se zaměřila na tři hlavní směry optimalizace, a to na optimalizaci hmotnosti, optimalizaci ceny a vícerozměrnou optimalizaci hmotnosti a ceny zároveň. Vstupním předpokladem bude využívání pouze normalizovaných ocelových tyčí různého průřezu a taktéž bude zohledněn minimální odběr daných ocelových tyčí. Předpoklad pro minimální odběr ocelových tyčí bude znamenat započítání ceny jak použitého, tak i zbylého materiálu do celkové ceny konstrukce.

Tato práce propojuje oborové znalosti ze strojírenství, z matematické optimalizace a programování. Přínosem bude hmotnostní, cenová a vícerozměrná optimalizace příhradové

konstrukce s použitím normalizovaných profilů jako vstupními daty pro optimalizační algoritmus. Do nynější doby nebyla vypracována podrobná vědecká práce, která by popisovala metodiku optimalizovaného návrhu příhradové konstrukce s použitím normalizovaných profilů a jejich minimální délkový odběr standardizovaných ocelových tyčí. Dále nebyla zatím prokázána změna vlastnosti rychlosti konvergence genetického algoritmu při použití různě uspořádaných databází vybíraných profilů.

Jedná-li se při optimalizaci o minimalizaci jednorozměrné účelové funkce, lze si to velice dobře představit. Znamená to hledání řešení, které bude mít např. minimální hmotnost nebo cenu. V tomto případě není nutné brát zřetel na jiné aspekty a optimální řešení bude takové, které bude mít minimální hodnotu účelové funkce. V případě, že do této optimalizace vložíme předpoklad minimálního délkového odběru, znamená to, že při optimalizaci se hledá minimální hodnota účelové funkce, ale zároveň je minimalizováno množství použitých profilů. Lze si to představit tak, že při minimalizaci ceny je hledáno takové řešení, které bude mít minimální cenu. Zároveň to však bude takové řešení, které bude mít redukovaný počet profilů, protože budou penalizovány řešení, která by v předchozím případě dosáhla nižší hodnoty účelové funkce. Praktičnost tohoto kritéria je možné vidět na Obr. 19.



Parametry optimálního řešení	Účelová funkce cena – bez minimálního délkového odběru	Účelová funkce cena – s minimálním délkovým odběrem
Hodnota účelové funkce	15 349 Kč	17 835 Kč
Počet použitých profilů	25	4
Potenciální cena, pokud by došlo k započítání ceny i za nevyužitý materiál	42 485 Kč	17 835 Kč

Obr. 19: Ztvárnění praktičnosti omezujícího kritéria v podobě minimální odběrové délky profilů.



## 5 PŘEHLED DÍLČÍCH METOD

V této kapitole práce budou blíže popsány metody a postupy, které byly zahrnuty do návrhové optimalizační metodiky. Jsou zde popsány jednotlivé aspekty využití metod a jejich implementace. Ze začátku bych se rád věnoval optimalizaci a jejímu celkovému pojetí ve vědě. Zároveň bych se však chtěl zaměřit na optimalizaci úzce spjatou s navrhováním nosných konstrukcí stavebních strojů. Účelem této práce není prozkoumat všechny dostupné optimalizační algoritmy, avšak pro pochopení souvislostí je důležité popsat jejich základní principy.

### 5.1 OPTIMALIZACE

V obecném pojetí je optimalizace velice široký pojem, který se špatně definuje bez oboru, ke kterému je daná optimalizace vztažena. Cambridge English Dictionary má následující definici: „*Optimization – The act of making something as good as possible,*“ což v překladu znamená, že optimalizace je činnost, která vytváří něco tak dobré, jak jen to je možné.

#### Inženýrská optimalizace

Často se optimalizace používá v inženýrském slova smyslu, kdy se z nějaké konstrukce udělá lepší, ale nedefinují se kritéria optimalizace. V jistém směru se konstrukce vylepší, ale není zjištěno, zda se jedná o optimální řešení v rámci daných omezujících podmínek. V tomto případě se jedná spíše o vylepšování konstrukce. Cílem této práce je však se držet vědeckého vnímání optimalizace.

#### Matematická optimalizace

Matematickou formulaci obecné optimalizační úlohy lze zapsat jako hledání minima účelové funkce  $f: X \rightarrow Y$ , kde  $X$  je množina přípustných řešení,  $f$  je účelová funkce a  $Y$  je uspořádaná množina hodnot. Jedná se tedy o najít minima nebo nejmenšího prvku z množiny, viz (3)

$$f(X) = \{f(x) | x \in X\} \subseteq Y. \quad (3)$$

Podle  $Y$  množiny hodnot lze dělit optimalizační úlohy na uspořádané nebo částečně uspořádané úlohy (naprostá většina). Dále se dělí podle  $X$  množiny přípustných hodnot na spojitou optimalizaci ( $X \subseteq \mathbb{R}^n$ , tj. spojitě proměnné), kombinatorickou optimalizaci (tzv. problém obchodního cestujícího) a na variační počet (optimalizace trajektorie obráběcího robota). Takto rozdělené optimalizační úlohy lze dále dělit podle počtu proměnných, a to na jednorozměrnou nebo vícerozměrnou optimalizační úlohu.

#### 5.1.1 JEDNOROZMĚRNÁ OPTIMALIZACE

Optimalizace je velice široká vědní disciplína, a proto zde prodiskutuji pouze její základní mechanismy. Pro optimalizaci se v matematice využívá převážně numerických metod matematické optimalizace. Numerická metoda je základní pojem numerické matematiky.

Pomocí vhodné numerické metody se hledá vhodné numerické řešení. Numerické metody jednorozměrné optimalizace podle metodiky lze rozdělit na dvě základní skupiny:

- 1) Diferenciální (gradientní) metody – vyžadují určování hodnot účelové funkce a její první, resp. druhé derivace. Je-li uvažována hladká spojitá účelová funkce  $f(x)$  na intervalu  $\langle a, b \rangle$  mající ostré globální minimum v jediném stacionárním bodě. Stacionární body lze nalézt vyřešením rovnice (4), a jsou tzv. kandidáty na extrém.

$$\frac{df(x)}{dx} = 0. \quad (4)$$

V jednodušších případech lze rovnici (4) řešit analyticky. Bude-li tato rovnice transcendentní (nealgebraická), její řešení musíme hledat pomocí numerických iteračních metod.

- 2) Přímé metody – vyžadují pouze určování hodnot účelové funkce.

### 5.1.2 VÍCEROZMĚRNÁ OPTIMALIZACE A HLEDÁNÍ VÝSLEDKŮ EFICIENTNÍHO ŘEŠENÍ

Vícerozměrná optimalizace je problém, který nese s sebou více účelových funkcí. V historii se této problematice věnovala velká řada vědců, ale jedním z nejvýznamnějších je Vilfredo Pareto. Byl to italský matematik a inženýr, který v roce 1906 formuloval matematický vzorec nazývaný jako tzv. Paretovo pravidlo, taktéž známé jako pravidlo „80 / 20“. Poprvé bylo Paretom aplikováno v ekonomii, kde podle tohoto pravidla mělo 80 % důsledků pramenit z 20 % příčin a zbylých 20 % důsledků vychází z 80 % příčin. V návaznosti na toto pravidlo byla pro vícerozměrnou optimalizaci formulována tzv. Pareto hranice (*Pareto frontier*) popsána níže.

Z matematického hlediska lze vícerozměrnou optimalizaci formulovat pomocí vztahu (5)

$$\min(f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)), \quad (5)$$

je takové, že  $x \in X$ , kde celé číslo  $k \geq 2$ , zároveň je shodné s počtem účelových funkcí a  $X$  je množina vyhovujících vektorů. Množina  $X$  je definována pomocí tzv. omezujících podmínek, a kromě toho je často formulovaná takto, viz (6),

$$f: X \rightarrow \mathbb{R}^k, f(x) = (f_1(x), \dots, f_k(x))^T. \quad (6)$$

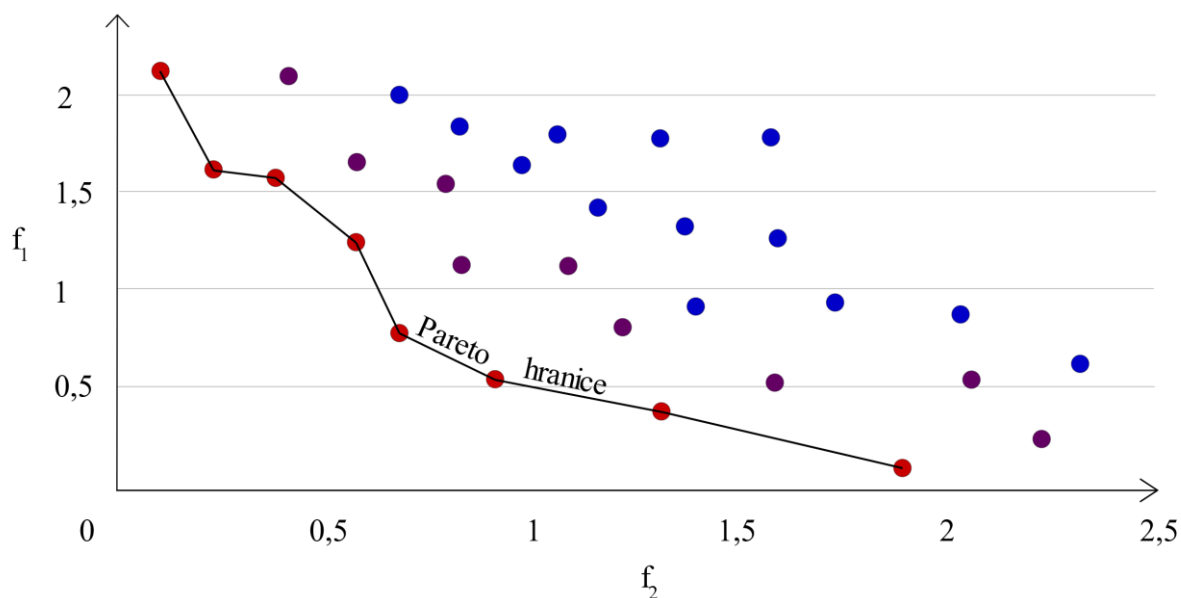
V tomto případě to znamená, že má-li být nějaká účelová funkce maximalizována, tak se rovná její minimalizaci v záporném smyslu. Obraz matice  $X$  je představován maticí  $Y \in \mathbb{R}^k$ .

Prvek  $x^* \in X$  a je označen jako přípustné řešení (v angličtině označované též *feasible solution* [22]). Pro přípustné řešení je vektor  $z^* := f(x^*) \in \mathbb{R}^k$  označován jako účelový vektor. Ve vícerozměrné optimalizaci je velká pravděpodobnost, že neexistuje přípustné řešení, které by bylo minimem pro všechny účelové funkce. Proto je nutné pro řešení vícerozměrné optimalizace zvolit nedominantní optimalizační metodu.

Optimalizace pomocí Paretova optima jsou řešeními, která nelze již dále zlepšit v žádné z účelových funkcí, aniž by byla znehodnocena alespoň jedna z dalších účelových funkcí. Z matematického hlediska je přípustné řešení  $x^1 \in X$  nazvat Pareto optimem a  $x^2 \in X$  označit jako jiné řešení, jestli

$f_i(x^1) \leq f_i(x^2)$  pro všechny indexy  $i \in \{1, 2, \dots, k\}$  a zároveň  $f_j(x^1) < f_j(x^2)$  pro alespoň jeden index  $j \in \{1, 2, \dots, k\}$ .

Řešení  $x^* \in X$  a příslušný výsledek  $f(x^*)$  jsou nazývány Pareto optimální, pokud neexistuje jiné řešení, které mu dominuje. Soubor Paretových optimálních výsledků je označován jako tzv. Pareto hranice. Na Obr. 20 je možné vidět znázornění této hranice. Vícerozměrná optimalizace pomocí Pareto optima je zvláště užitečná ve strojírenství [54]. Poskytnutím všech potenciálně optimálních řešení může konstruktér v rámci tohoto omezeného souboru parametrů provádět cílené kompromisy, místo aby musel zvažovat celou škálu parametrů.



Obr. 20: Graf znázorňující hodnoty dvou funkcí s vyznačenou Pareto hranicí.

### 5.1.3 OPTIMALIZAČNÍ METODY

Protože optimalizace má v moderní době tak široké využití, je nutné pro každou aplikaci najít patřičný nástroj, zároveň je vhodné zde zmínit alespoň základní optimalizační algoritmy. Mezi první matematické optimalizační algoritmy patří jednorozměrné iterační algoritmy, jejichž představitelem je tzv. Newtonova metoda. Tato metoda využívá derivací a redukuje interval na základě její druhé derivace, z nichž hledá kořeny rovnice [21]. Mezi další iterační metody, které však nevyužívají derivace funkcí, patří metoda zlatého řezu, jenž využívá redukce intervalu na základě dělení intervalu na menší intervaly. Interval  $\langle a, b \rangle$  je rozdělen na tři části pomocí bodu  $u$  a  $v$ , podle čísla  $\tau$ , kde

$$\tau = \frac{(\sqrt{5} - 1)}{2} \approx 0,618, \quad (7)$$

kde číslo uvedené v rovnici (7) je známo jako poměr zlatého řezu. Pro některé aplikace není jednorozměrná optimalizace dostačující a je proto nutné přistoupit k využití vícerozměrné optimalizace.

Níže budou zmíněny základní vícerozměrné optimalizační metody:

- Metoda souřadnicového hledání – jedná se o nejjednodušší prohledávací metodu, která postupně prohledává ve směru os souřadného systému. Tato metoda je pomalá a hrozí u ní uvíznutí v lokálním extrému. Další zefektivnění této metody souřadnicového hledání přináší metoda Hooka a Jeevese a následně pak metoda Rosenbrockova [3].
- Metoda polyedrického hledání – taktéž známá jako Nelderova - Meadova metoda nebo jako simplexová metoda. Využívá funkci  $n$  proměnných, které minimalizuje pomocí polyedru s  $(n + 1)$  vrcholy [38]. Metoda je velice dobrá pro minimalizaci funkcí s 10 nebo méně proměnnými, ale velkou nevýhodou je její extrémně malá rychlost konvergence při přiblížení k minimu.
- Metody největšího spádu – jde o metodu využívající derivace účelové funkce. Je všeobecně známo, že nejrychleji klesá funkce  $f(x)$  ve směru záporného gradientu. Kde gradient (8) je

$$\begin{aligned} \mathbf{g}(x) &\equiv \nabla f(x) \\ &= \left( \frac{\partial f(x)}{\partial x_1}, \frac{\partial f(x)}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f(x)}{\partial x_n} \right)^T, \min_{x \in M} \sum_{i=1}^m \lambda_i f_i(x), \end{aligned} \quad (8)$$

tak pro tuto metodu je směrovým vektorem (9)

$$d_k = -g(x_k), \quad (9)$$

taktéž nazývaný jako spádový vektor. Ve směru  $d_k$  má hodnota účelové funkce největší spád.

- Newtonova metoda – jedná se o gradientní metodu, která hledá minimum, jako řešení  $X$  soustavy nelineárních rovnic  $g(x) = 0$ , stejně jako v případě jednorozměrné optimalizace Newtonovou metodou. Je nutné sestavit Jacoviovu matici, která je pro tento případ nazývána Hessova matice funkcí  $f$ , blíže v (10), kde:

$$\mathbf{g}'(x) \equiv \mathbf{H}(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n^2} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Poté se najde řešení lineární soustavy rovnic, pro které je směrový vektor (11) ve tvaru

$$\mathbf{d}_k = -\mathbf{H}^{-1}(\mathbf{x}_k)\mathbf{g}(\mathbf{x}_k), \quad (11)$$

kde vektor  $\mathbf{d}_k$  je v blízkosti minima spádový. Newtonova metoda dobře konverguje v blízkosti extrému. Pokud se v takové oblasti nenachází, nemusí dojít vůbec ke konvergenci. Proto je dobré tuto metodu kombinovat s jinou, která najde okolí extrému a pak je vhodné použít Newtonovu metodu.

- Kvazinevtonova metoda – jedná se o hybridní metodu, která v prvotní fázi využívá metodu největšího spádu a po pár iteracích se promění v Newtonovu metodu. Směrový vektor (12) je ve tvaru

$$\mathbf{d}_k = -\mathbf{B}_k\mathbf{g}(\mathbf{x}_k), \quad (12)$$

kde  $\mathbf{B}_k$  v nultém kroku nabývá tvaru jednotkové matice, takže směrový vektor je ve tvaru viz rovnice (13). Čím více se blíží k minimu, tím směrový vektor nabývá tvaru

$$\mathbf{d}_k = -\mathbf{H}^{-1}\mathbf{g}(\mathbf{x}_k), \quad (13)$$

jako v Newtonově metodě.

- Penalizační metoda – jedná se o metodu, která zohledňuje podmínky přidáním penalizačního členu. Ten zohledňuje míru překročení vnějších kritérií a zároveň penalizační člen musí být dostatečně velký, aby nedošlo k překročení meze o velkou hodnotu. Penalizační funkce musí být volena tak, že pro přípustnou velikost neznámé nabývá nulovou hodnotu a pro nepřípustnou velikost neznámé nabývá kladné hodnoty. Úlohy reformulované pomocí penalizační metody jsou s původní úlohou pouze limitně ekvivalentní a nemusí tedy dojít ke 100 % shodě.
- Bariérová metoda – jedná se o metodu, která je v principu velice podobná s penalizační metodou. Tato metoda ale zohledňuje míru překročení vnitřních kritérií. Bariérová funkce zabraňuje překročení hranice množiny přípustných řešení tak, že bariérová funkce v okolí hranice konverguje k nekonečnu.

Deterministické algoritmy jsou v řešení složitých problémů velmi špatně použitelné, protože jejich náročnost (zejména časová) roste. Z tohoto důvodu byly vyvinuty stochastické a heuristické algoritmy. Stochastické metody jsou postaveny čistě na náhodě nebo na pseudonáhodném jevu. Nejznámější stochastickou metodou je metoda Monte Carlo. Jedná se o metodu využívající pseudonáhodná čísla pro tvorbu jádra optimalizačního algoritmu. Tato metoda se využívá pro zjištění střední hodnoty určité veličiny, která je výsledkem náhodného děje. Následně je vytvořen výpočtový model děje, který je propočítán v dostatečně velkém množství, aby se pomocí výsledků dal stanovit statistický rozbor [40],[45].

Další metodou, která však stojí na hraně mezi stochastickou a heuristickou metodou, je simulované žihání. Simulované žihání je metoda, která využívá pro hledání ve stavovém prostoru jevu pozorovaného při žihání oceli. Do výpočtového modelu se přidá teplota – žihání,

kteřa určuje rychlost konvergence algoritmu. Na počátku výpočtu se výpočtové body volí pseudonáhodně, což odpovídá počáteční teplotě žhání, a dále v průběhu výpočtu se postupně snižuje teplota, což zapříčiní i snížení rozptylu volených bodů [45],[93].

Následující algoritmy využívají heuristiku pro vytvoření strategie pro výpočet a na rozdíl od předchozích metod nejsou heuristické algoritmy postavené čistě na náhodě nebo na pseudonáhodném jevu. Heuristické algoritmy lze dále rozdělit na algoritmy lokálního hledání nebo na evoluční algoritmy. Mezi právě zmíněné metody lokálního hledání patří horolezecký algoritmus (*Hill climbing*). Tento algoritmus prohledává okolí předchozího řešení a určuje na tomto základě směr nejjvhodnějšího postupu. Z tohoto vyplývá, že k výpočtu není potřeba gradient, ale právě pouze apriorní znalost hodnot účelové funkce.

V současnosti nejpoužívanějšími heuristickými algoritmy jsou již zmíněné evoluční algoritmy. Dosahují uplatnění ve všech vědních oborech a jsou napevno zakořeněné mezi optimalizačními algoritmy. Evoluční algoritmy jsou heuristickým souborem, který využívá modelu evolučních procesů [29]. Využívají se pro optimalizaci a jsou postavené na představě biologické evoluce. Evoluční algoritmy jsou hlavně využívány pro řešení velkých a komplexních optimalizačních úkolů [30]. Jejich výhodou je velice nízká pravděpodobnost uvíznutí v lokálním extrému [31]. Hlavním heuristickým pilířem evolučních algoritmů je generační prohledávací strategie [29].

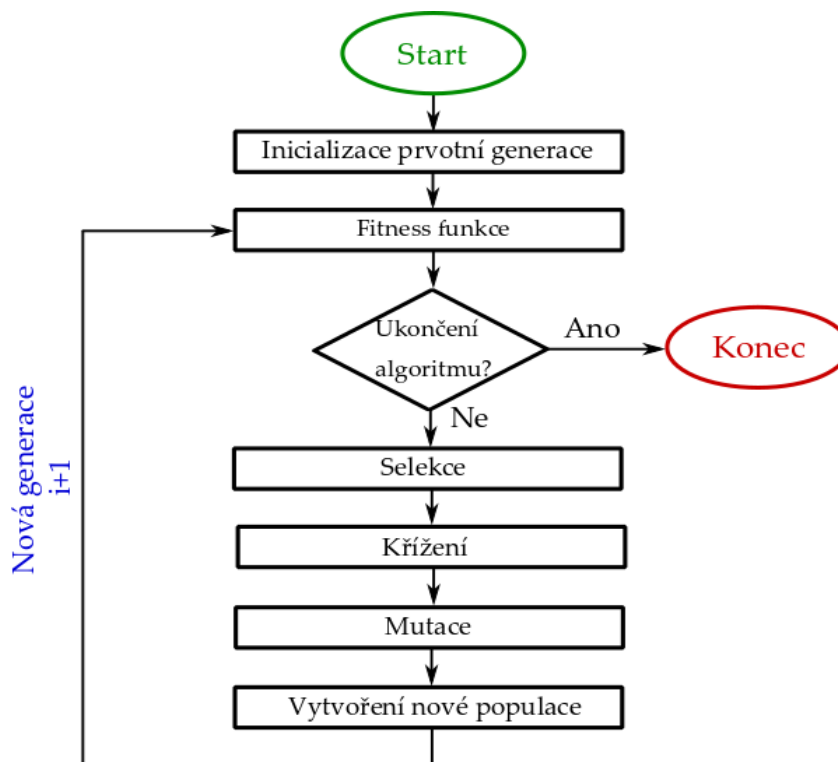
## 5.2 GENETICKÉ ALGORITMY

Genetické algoritmy zažívají v současnosti velkou expanzi do všech vědních oborů [4]. Využívají se pro řešení velkých komplexních úkolů nebo pro zlepšení chování neuronových sítí. Genetický algoritmus přináší již ze své podstaty nemalou míru paralelizace, která je v souladu se současným trendem vývoje moderních počítačových hardwarů [45].

Obecně lze genetické algoritmy jen velice špatně definovat jedním způsobem, protože každý algoritmus využívá jiné funkce a postupy, proto je svým způsobem každý originál. Většinou mají společné alespoň některé znaky a ty jsou dále v této kapitole rozepsané.

Populace, která je pro chod genetického algoritmu zásadní, je složená z velkého množství jedinců. Jedinec populace je zástupným znakem souboru parametrů, které odpovídají jedné možnosti vstupního předpisu. Tyto parametry jsou nazývány geny a charakterizují jedince v populaci. Velikost nebo vlastnost těchto parametrů může nabývat různých hodnot nebo znaků. Chromozom je uspořádaný soubor všech genů utvářejících jedince.

Stejně jako přirozený výběr v přírodě, tak i genetický algoritmus se snaží kombinovat jedince, kteří mají nejlepší pravděpodobnost se na konci procesu stát nejlepšími. Evoluce v genetickém algoritmu spočívá v iterativním zlepšování populace pomocí genetických operátorů a selekčních operátorů, viz Obr. 21 [42].



Obr. 21: Vývojový diagram obecného genetického algoritmu.

Pro návrhový algoritmus pro příhradové konstrukce bude nejlepší vytvořit pro každou proměnnou jeden gen. Zakódování parametru do genů není jednoduché, protože volbou typu a počtem genů můžeme výrazně ovlivnit výkon algoritmu a strukturu prohledávané množiny, taktéž i pořadí genů v chromozomu může posléze ovlivnit rychlost konvergence [42].

### 5.2.1 FITNESS FUNKCE

Fitness funkce je hodnotící metoda, která má za úkol posoudit jedince v dané generaci a navrhnout pořadí jedinců. Správně navržená fitness funkce je klíčovým rozhodovacím aparátem genetických algoritmů. Bude-li fitness funkce navržená chybně, může dojít k uvíznutí v lokálním extrému. Ve většině případů se používají dva přístupy, a to ohodnocení pomocí jednoho kritéria anebo pomocí vícerozměrného kritéria [45].

#### Jednorozměrná klasifikace

Nejjednodušší je jednorozměrný hodnotící přístup, protože ho lze velice jednoduše zpracovat a interpretovat. Pokud známe idealizovanou (i nereálnou) hodnotu zkoumaného problému, ke které můžeme vztahovat hodnotící kritérium, tak jej lze kvantifikovat pomocí intervalu  $\langle 0; 1 \rangle$ , kde v okrajové hodnotě by se měl nacházet globální extrém. Dalším hodnotícím přístupem je neznámá hodnota fitness funkce, která podle cílové funkce může nabývat libovolné hodnoty z oboru reálných čísel a podle zaměření úlohy hledáme jedince s nejmenší nebo největší hodnotou. Jedná-li se o optimalizování hmotnosti konstrukce, lze nalézt případné řešení v následujících článcích [32],[33].

## Vícerozměrná klasifikace

Fitness funkce může poskytovat více než jednu hodnotu a v tomto případě se bude jednat o vícerozměrný hodnotící přístup. Většinou jsou tyto hodnoty poskytovány ve vektorovém zápisu. Hlavním předpokladem vícerozměrného hodnotícího přístupu je prohledání prostoru a nalezení minima funkce  $f(x)$ , kde  $x \in M$ , přičemž  $f: M \rightarrow R^m$  je vektorová funkce a tedy  $f(x)$  je vektor se složkami  $(f_1(x), \dots, f_m(x))$ , kde  $M$  je libovolná množina a  $R$  je množina reálných čísel. Nalezení optima je v tomto případě nesmírně náročná operace, protože nelze jednoduše vektory porovnat, a z tohoto důvodu se zavádí pojem eficientní řešení [25].

Jedná-li se o bod  $x \in M$  a pro bod  $y \in M$  platí, že  $f_i(x) > f_i(y)$  pro alespoň jedno  $i \in \{1, \dots, m\}$  potom existuje  $j \in \{1, \dots, m\}$ , takové, že  $f_j(x) > f_j(y)$ . Bod  $x$  je tudíž eficientním řešením a nelze jej v jednom kritériu zlepšit, aniž by došlo ke zhoršení jiného kritéria. Taktéž je toto řešení známo jako Pareto nebo nedominantní řešení [4].

Další možností, jak dosáhnout výsledku vícerozměrné optimalizace, je využití váhových koeficientů pro hodnocení jednotlivých parametrů. Toto řešení se hledá v následujícím tvaru (14):

$$\min_{x \in M} \sum_{i=1}^m \lambda_i f_i(x), \quad (14)$$

pro  $\lambda_i$  platí, že  $\lambda_i \geq 0$ , kde  $\lambda_i$  jsou váhové koeficienty [2].

### 5.2.2 SELEKČNÍ METODY

Aby docházelo ke zlepšení populace v průběhu generací, je zapotřebí mít dobře nastavenou fitness funkci, ale taktéž mít dobře zvolenou selekční metodu. Selekční metody se dělí do dvou hlavních skupin podle selekčního tlaku.

- Slabý selekční tlak (*too-weak selection* [45]) umožňuje slabým jedincům v populaci, aby se účastnili dalšího křížení, potažmo mohli přímo přejít do další generace.
- Silný selekční tlak (*too-hard selection* [45]) je přesným opakem slabého selekčního tlaku. Umožňuje pouze silným jedincům v populaci, aby se účastnili dalšího křížení, potažmo mohli přímo přejít do další generace. Slabí jedinci v populaci nemají téměř žádnou šanci účastnit se na produkci další generace.

Pokud použijeme metodu se slabým selekčním tlakem, bude genetický algoritmus prohledávat více i méně perspektivní oblasti. Genetický algoritmus nebude tolik citlivý na přítomnost lokálního minima, na druhou stranu bude rychlost konvergence silně závislá na velikosti populace v generaci. Použijeme-li metodu se silným selekčním tlakem, genetický algoritmus získává na konvergenční rychlosti, ale může uvíznout v lokálním extrému. V některých případech je nejlepším řešením měnit v průběhu výpočtu selekční metody [39].



### **Selekce úměrná kvalitě jedince**

Jedná se o základní selekční metodu, jejíž základ položil John Holland [45]. Je založená na předpokladu bonifikace kvality jedince, takže kvalitnější jedinci by měli produkovat více potomků než jedinci s nízkou kvalitou. V závislosti na kvalitě je v rámci populace rozložena pravděpodobnost výběru pro reprodukci, ta probíhá tolikrát, kolik je jedinců v populaci.

### **Sigma škálování**

Tato metoda mapuje aktuální kvalitu jedinců a vybírá jedince s přibližně podobnou kvalitativní hodnotou, tím se zabrání předčasné konvergenci v lokálním extrému [45]. V pozdější fázi jsou si jedinci velice kvalitativně podobní a pro dobré rozhodování je nutné fitness funkci normovat, aby se zvětšilo pravděpodobnostní rozložení reprodukce.

### **Elitářství**

Elitářství je metoda, která vezme vždy určité procento nejlepších jedinců a tito jedinci jsou automaticky přesunuti do další generace. Tato metoda zajistí, že kvalita populace nebude nikdy klesat [45].

### **Selekce pomocí pořadí**

Tato metoda seřadí jedince v populaci podle kvality. Pravděpodobnost reprodukce se jedincům v populaci přidělí podle předem známého klíče. Tato metoda má předem známý tlak a její výhodou je, že udržuje předem známé rozložení populace [42].

### **Turnajová selekce**

Základní verze této metody porovná náhodně dva jedince v populaci a podle kvality rozhodne, který jedinec je vhodnější. Tento jedinec je poté vybrán jako rodič pro jedince v další populaci a cyklus se opakuje, než je naplněna celá populace.

Velice zajímavou variantou turnajové selekce je tzv. síň slávy. Tato metoda postupuje tak, že porovná ohodnoceného jedince s jedincem, který byl nejlepší v předchozí generaci a následně jsou ohodnoceni [42].

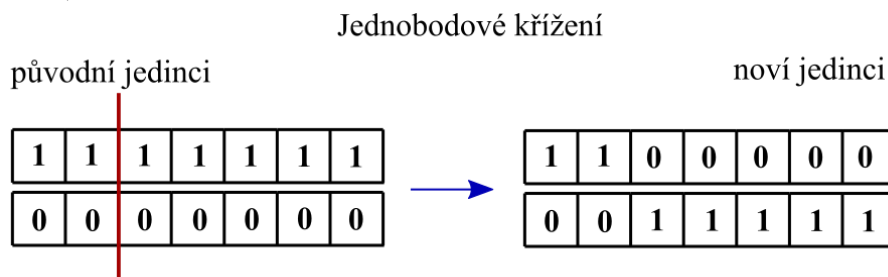
### **5.2.3 GENETICKÉ OPERÁTORY**

Jedná se o reprodukční operátor, který kombinuje geny při tvorbě další generace populace. Hlavním úkolem je křížení a mutace. Může sloužit i k dalším specifickým účelům [45].

## Křížení

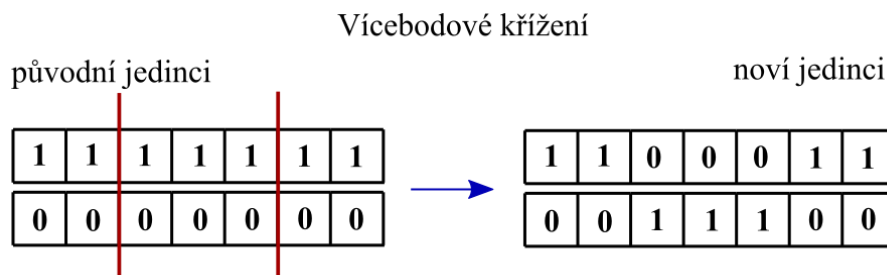
Je to reprodukční operace, při níž dva jedinci poskytnou část svého chromozomu pro tvorbu nových jedinců. Existuje velká řada různých forem křížení a každá aplikace genetického algoritmu vyžaduje jistá specifika. Existují tři základní typy křížení, a to [2]:

- jednobodové křížení – v jednom uzlu dojde ke zkřížení chromozomu, jak je možné vidět na Obr. 22,



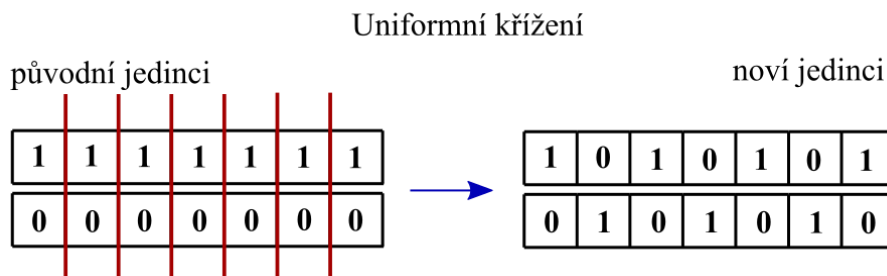
Obr. 22: Schéma jednobodového křížení.

- vícebodové křížení – dojde ke zkřížení chromozomu ve více bodech, jak lze vidět na Obr. 23,



Obr. 23: Schéma vícebodového křížení.

- uniformní křížení – jedná se o speciální případ vícebodového křížení, když dojde k výměně u všech sudých nebo lichých genů, jak je možné vidět na Obr. 24.



Obr. 24: Schéma uniformního křížení.

## Mutace

Mutace je operátor, který slouží k výměně informace v genomu. Tento zásah do původního chromozomu jedince může zabránit usednutí populace v lokálním extrému. Pravděpodobnost

mutace je velice malá, pohybuje se v řádech setin až tisícín procenta [2], záleží však na velikosti prohledávaného prostoru.

#### 5.2.4 UKONČENÍ ALGORITMU

Tento okamžik jde velice těžko určit, protože je jen velmi malá pravděpodobnost, že genetický algoritmus nalezne přesný bod globálního extrému. Z toho důvodu je nutné mít připravené varianty, pokud by tak nenastalo. Níže je popsanych pět základních důvodů:

- Stanoví se minimální hodnota kvality, kterou musí alespoň jeden jedinec populace dosáhnout.
- Je předem určený čas, po který algoritmus využívá výpočetního výkonu přístroje.
- Je předem určený počet generací, které má algoritmus vyřešit.
- Je předem určený časový interval, za který již nedojde ke zlepšení alespoň jednoho jedince.
- Je předem určený počet generací, za který již nedojde ke zlepšení alespoň jednoho jedince.

Speciálním, ale velice závažným případem pro ukončení algoritmu je degenerace populace. Degenerace v populaci nastává, pokud více jak předem stanovené procento populace má totožnou informaci v genomu. Důvodem, proč nastává degenerace populace je, že všichni členové populace jsou centralizováni do lokálního extrému s neschopností efektivně prohledávat své okolí. Ve většině případů je populace brána za zdegenerovanou, pokud všichni její členové mají shodu ve více než 90 % genů. Existují čtyři hlavní způsoby ochrany populace před degenerováním [45]:

- Navýšení počtu členů v populaci. Čím je populace větší, tím je menší pravděpodobnost degenerace.
- Použití slabé selekční metody. Umožníme slabším jedincům, aby se účastnili reprodukce, a tudíž v populaci uchovali jiný genový materiál.
- Genetická infuze. Jedná se o dočasné zvýšení pravděpodobnosti pro mutaci, často je spjatá s hypermutací. Další používanou možností je udržování subpopulací, kdy je umožněno jedincům, aby se křížili pouze v rámci dané subpopulace. Po určité době pak dojde k promíchání subpopulací.
- Negativní diskriminace podobných jedinců. Jedná se o úpravu fitness funkce, kdy pro jedince s velice podobným chromozomem je snížena pravděpodobnost reprodukce, což přinese bonifikaci jedincům, kteří přináší do populace nové geny.

Degenerace populace však nemusí znamenat selhání výpočtu, může se jednat o skutečnost, že populace leží v globálním extrému.

## 6 APLIKACE TEORIE MATEMATICKÉ OPTIMALIZACE PŘI OPTIMALIZACI PŘÍHRADOVÉ KONSTRUKCE

Jak již bylo řečeno v předchozích kapitolách, na pojem optimalizace je nutné se dívat v souvislosti s tím, o jakou optimalizační úlohu se jedná. V dnešní době je při vývoji stroje často skloňovaným pojmem strukturální optimalizace. Většina CAE softwarů určitým způsobem začínají implementovat základní metody této optimalizace, jak je popsáno v [69]. V této kapitole budou formulovány postupy, které budou součástí optimalizačního algoritmu.

### 6.1 STRUKTURÁLNÍ OPTIMALIZACE

Jedná se o progresivní a velice protěžovaný směr při vývoji strojů. Pro řešení strukturálních úloh je nejvhodnější použití diskretizace do konečno-prvkového modelu [71]. Pro formulování strukturálního optimalizačního problému je potřeba zavést konstrukční proměnné, cílovou funkci a stavové proměnné. Cílová funkce ( $f$ ) kvantitativně popisuje kritéria, která mají být minimalizovaná nebo maximalizovaná (typickým cílem pro strukturální optimalizaci může být maximalizování tuhosti nebo minimalizování objemu struktury). Dále musí být definována určitá konstrukční doména a stavové proměnné. Návrhový vektor proměnné ( $x$ ) popisuje konstrukci, reprezentuje geometrii a prostorovou provázanost [38]. Stavové proměnné ( $y$ ) představují strukturální odezvy, kterými může být například napětí, anebo posuv. Stavové proměnné závisí na konstrukčních proměnných  $y(x)$ . Popsané veličiny mají následující závislost, viz (15)[73].

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_x f(x, y(x)) \\ \text{podmínka} \left\{ \begin{array}{l} \text{stavové proměnné } y(x) \\ \text{návrhové proměnné } (x) \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (15)$$

Může být zavedena omezující podmínka  $g(y)$ , jenž omezuje stavové proměnné, například posun v určitém směru. Tato omezující podmínka může být začleněna jako omezení k optimalizační úloze, která je obvykle formulovaná tak, aby  $g(y) \leq 0$ . Předpokládejme, že  $g(y)$  je nahrazena vektorem posunutí  $g(z(x))$  v diskrétním problému metody konečných prvků [5]. Chceme-li stanovit stavovou funkci (16), je nutné vyřešení posunutí jednotlivých uzlů podle deformační varianty metody konečných prvků:

$$z(x) = K(x)^{-1}F(x) \quad (16)$$

kde  $K$  je globální maticí tuhosti a  $F$  je vektor globálního zatížení. To znamená, že optimalizační úkol může být vyjádřen v maticovém tvaru, kde okrajové podmínky jsou podřízené stavovým proměnným podle (17):

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_x F(x) \\ \text{podmínka } g(z(x)) \leq 0. \end{array} \right. \quad (17)$$

Optimalizační úkol uvedený v (15) je nazýván jako simultánní formulace. Do rovnice (17) jsou obvykle dosazeny hodnoty derivací  $F$  a  $g$  na parametru  $x$ . V tomto kontextu reprezentuje  $x$  geometrické vlastnosti [6]. Na základě toho, jaký geometrický parametr je zkoumán, tak lze strukturální optimalizační problém zařadit do těchto tří kategorií [73]:

- Rozměrová optimalizace – návrhová proměnná  $x$  reprezentuje rozměrové parametry konstrukce jako jsou například vnější nebo vnitřní rozměry nebo rozměry příčných průřezů prutů, které se mohou měnit. Optimalizovaná tloušťka je obvykle minimalizovaná, což se týká i fyzikálních veličin provázaných s průřezovou charakteristikou, jako je třeba napětí nebo deformace, zatímco jsou splněna rovnovážná omezení [68]. Omezující podmínka pak může být proměnnou.
- Tvarová optimalizace – návrhová proměnná  $x$  představuje hranici stavového prostoru. V tomto případě by se mohla hranice proměnné domény  $x$  měnit tak, aby byly minimalizované určité fyzikální veličiny [7].
- Topologická optimalizace – návrhová proměnná  $x$  představuje tzv. pseudohustotu, která zahrnuje funkce využití materiálu.

Cílová funkce může být také formulována pomocí několika účelových cílů, jak lze vidět v (18), pak je nutné se zabývat problémem s multikriteriální nebo vektorovou optimalizací:

$$\min_x F(F_1(x), F_2(x), \dots, F_n(x)), \quad (18)$$

kde  $n$  je počet cílových funkcí. Protože všechny cílové funkce jsou minimalizovány s ohledem na  $x$ , tak globální optimum není odlišné. Cílové funkce mohou být vyjádřeny jako skalár cílových funkcí pomocí váhového koeficientu podle (19):

$$F = \sum_i F_i w_i, \quad (19)$$

kde  $i$  je index jednotlivých cílových funkcí a  $w$  je váhový koeficient. Suma všech váhových koeficientů je rovna jedné, viz (20) [72]

$$\sum_i w_i = 1, \quad (20)$$

pro jedinečné uspořádání váhových koeficientů existuje právě jeden Paretův bod, kde je toto řešení unikátní s ohledem na uspořádání váhových koeficientů. Sada různých Paretových bodů dává již zmíněnou Paretovu hranici, kde žádná cílová funkce nemůže být už dále vylepšena bez zhoršení jiné.

## 6.2 VARIČNÍ FORMULACE METODY KONEČNÝCH PRVKŮ

Pro řešení příhradových konstrukcí je všeobecně uznávaným standardním řešením variační formulace deformační varianty metody konečných prvků (MKP), jenž využívá Lagrangeův variační princip. Jak uvádí Jindřich Petruška v „*Počítačových metodách mechaniky II: Metoda konečných prvků*“, je tento princip formulován tak, že:

*„Mezi všemi funkcemi posuvů, které zachovávají spojitost tělesa a splňují geometrické okrajové podmínky, se realizují ty, které udělají celkové potenciální energii  $\Pi$  stacionární hodnotu.“ [79]*

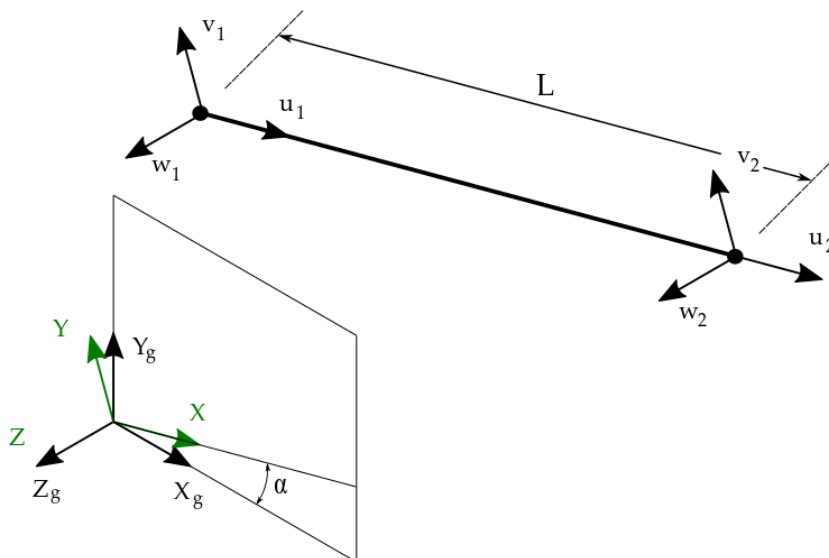
Stacionární hodnota  $\Pi$  je jednoznačná a lze si jí interpretovat jako (21)

$$\Pi = W - P, \quad (21)$$

kde  $W$  je energie napjatosti popisovaného tělesa a  $P$  je potenciál vnějšího zatížení. Zároveň představuje minimum  $\Pi$  [79].

### Osově zatížené pruty

Odvozená prutová teorie pro prutovou soustavu má základ v lineární pružnosti [79]. Pro popis soustav je nutné sestavit matice tuhosti jednotlivých prutů, které je potřeba následně vyřešit [76]. Prostorový prut lze popsat, jak je vidět na Obr. 25, pomocí délky  $L$  a pomocí orientace lokálního souřadného systému vůči globálnímu souřadnému systému. Jedná-li se konkrétně o popis prutu z Obr. 25, tak tento prut má střednici v rovině  $xy$  lokálního souřadného systému a s osou  $x$  globálního souřadného systému svírá úhel  $\alpha$  [67].



Obr. 25 Osově namáhání prostorového prutu s pootočeným souřadným systémem o úhel  $\alpha$  v rovině  $xy$  [67].

Deformační parametry prostorového prutu jsou popsány pomocí  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $w_1$ , a  $w_2$ , aby byl umožněn obecný posuv uzlových bodů. Matice tuhosti  $k$  je popsána následovně v (22)

$$k = \frac{ES}{L} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (22)$$

kde  $E$  je Youngův modul,  $S$  je plocha průřezu prutu a  $L$  je délka prutu [79]. Deformační parametry jsou vyjádřeny pro hlavní souřadný systém a je tedy nutné provést vzájemné pootočení pomocí známých transformujících vztahů (23)

$$\delta = T \cdot \delta_g, \quad (23)$$

kde  $\delta$  je vektor deformačních parametrů v pootočeném souřadném systému,  $\delta_g$  je vektor deformačních parametrů pro globální souřadný systém a  $T$  je transformační matice [78]. Vektor deformačních parametrů v pootočeném souřadném systému (24) je podle Obr. 25 dále rozepsaný na

$$\delta = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{bmatrix}, \quad (24)$$

pro vektor deformačních parametrů globálního souřadného systému (25) platí analogicky totéž co pro matici (24)

$$\delta_g = \begin{bmatrix} u_{1g} \\ v_{1g} \\ w_{1g} \\ u_{2g} \\ v_{2g} \\ w_{2g} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Transformační matice má tvar

$$T = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}, \quad (26)$$

kde  $\lambda$  je substituce úhlové funkce [67].

Transformační matice v explicitním tvaru lze vyjádřit jako (27)

$$\lambda = \begin{bmatrix} \cos(xx_g) & \cos(xy_g) & \cos(xz_g) \\ \cos(yx_g) & \cos(yy_g) & \cos(yz_g) \\ \cos(zx_g) & \cos(zy_g) & \cos(zz_g) \end{bmatrix}, \quad (27)$$

kde  $\cos(\alpha_g)$  je cosinus úhlu sevřeného příslušnými osami [77]. Z důvodu ortogonalit transformací matice  $T$ , je možné zapsat rovnici (28)

$$f = T \cdot f_g \quad \Leftrightarrow \quad f_g = T^T \cdot f, \quad (28)$$

kde  $f$  je prvková matice vnějšího zatížení podle lokálního souřadného systému,  $T$  je transformační matice a  $f_g$  je prvková matice vnějšího zatížení orientovaná podle globálního souřadného systému [76].

Prvkovou matici tuhosti  $k_g$  lze v globálním souřadném systému zapsat pomocí následující rovnice (29)

$$k_g \cdot \delta_g = f_g, \quad (29)$$

pro které je  $\delta_g$  vektorem deformačních parametrů v globálním souřadném systému a  $f_g$  je prvková matice vnějšího zatížení v referenčním rámci podle globálního souřadného systému.

Při úplném dosazení do rovnice (29) je získán vztah (30)

$$k_g \cdot \delta_g = f_g = T^T \cdot f = T^T \cdot k \cdot \delta = T^T \cdot k \cdot T \cdot \delta_g. \quad (30)$$

Všechny prutové prvky jsou takto formulované za předpokladu malých deformací [79].

### 6.3 VZPĚRNÁ STABILITA

Jak již bylo zmíněno v předchozí kapitole, pruty jsou namáhané pouze osovými silami, což výpočet značně usměrňuje, ale vyvstává další aspekt v podobě tlakem namáhaného prutu, který je nutné posoudit na vzpěrnou stabilitu. Pro návrh příhradových konstrukcí je důležité tento aspekt vzít v úvahu a řídit se jím, jinak by návrh konstrukce nezohlednil jedno z nejdůležitějších kritérií. V rámci optimalizačního algoritmu je vzpěrná stabilita klasifikovaná jako omezující podmínka optimalizace.

Pro uvedení do kontextu je vhodné si přiblížit základy tohoto výpočtu, ty jsou spjaté s jedním z největších matematiků 18. století, a to Leonhardem Eulerem. Věnoval se matematickému popisu křivosti prutu při osovém zatížení a formuloval vzpěrnou stabilitu prutu. Eulerova vzpěrná stabilita je odvozená z křivosti  $K$  střednice prutu a je definovaná vztahem (31)

$$K(x) = \frac{y''(x)}{(1 + y'^2(x))^{\frac{3}{2}}}, \quad (31)$$

kde  $y(x)$  je rovinná křivost. Moment  $M$  od osově síly vůči spodní vazbě je formulován jako (32)

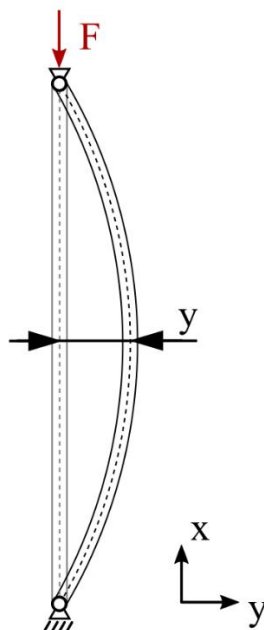
$$M = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = -F \cdot y, \quad (32)$$



kde  $\mathbf{F}$  je matice působící síly a  $\mathbf{r}$  je matice působíště síly od vazby. Pro malé odchylky  $y$  od vertikální osy je možné aproximovat  $y''(x)$ . Jedná se o kloubově uložený prut, který je předpokládán v matematickém modelu příhradové konstrukce, avšak existují i další možnosti uložení.

Po dosazení do Bernoulliho-Eulerova vztahu získáme lineární diferenciální rovnici (33)

$$-F \cdot y = E \cdot J \cdot y'' \rightarrow y'' + \frac{F}{E \cdot J} \cdot y = 0. \quad (33)$$



Obr. 26: Prut namáhaný na vzpěr, jedná se o kloubové uložení a osově namáhání.

Z Obr. 26 lze určit okrajové podmínky pro pružný prut následovně (34)

$$y(0) = y(L) = 0, \quad (34)$$

kde  $L$  je délka nosníku a řešením této úlohy je část sinusové funkce podle vzorce (35)

$$y(x) = y_{max} \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{F}{E \cdot J}} \cdot x\right). \quad (35)$$

S celočíselným počtem půlvln lze na celé délce prutu  $L$  po dosazení zapsat (36)

$$\sqrt{\frac{F}{E \cdot J}} \cdot x = k \cdot \pi. \quad (36)$$

Vzpěrná stabilita bude narušena při překročení tzv. Eulerovy kritické síly, která je určena vztahem (37)

$$F \geq F_{crit} = \frac{E \cdot J}{L^2} \cdot \pi^2. \quad (37)$$

Toto však přináší pouze idealizované vnímání dané problematiky, z čehož vycházeli další autoři, kteří navazovali na Eulera. Souhrn základních vztahů a jejich odvození lze nalézt např. v publikaci Stephana Timoshenka [87]. V reálných konstrukcích je na rozdíl od těch idealizovaných přítomna tzv. imperfekce, která se projevuje v konstrukci v podobě geometrické nepřesnosti, ve výrobní toleranci, toleranci v chemickém složení materiálu, materiálové nehomogenitě, zbytkovém napětí po technologických úpravách, anizotropii a v nedokonalých vazbách. Řešení Eulerova a reálného vzpěru se právě o tyto imperfekce liší a v důsledku toho je možné pozorovat, že reálný prut se vlivem imperfekcí prohýbá již od začátku zatěžování, což má za následek vznik přídatného ohybového napětí vedoucího k postupnému snižování tuhosti. V rámci evropského normativního přístupu k této problematice existuje metoda, která je obsažena v normě *Eurokódu 3, konkrétně pak ČSN EN 1993-1-1 (731401)*. *Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí - Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby* [31]. Na

Obr. 27 je možné vidět rozdíl mezi Eulerovou hyperbolou a křivkami vzpěrné pevnosti podle tohoto Eurokódu.

Pro přesnější výpočet je vhodné považovat používané pruty za neideální a je vhodné tyto nedokonalosti zahrnout do výpočtu. Nedokonalosti prutu jsou označeny pojmem imperfekce. Ta však v sobě obsahuje imperfekci v podobě geometrické (nerovinnost tělesa), materiálové (nehomogenita oceli), napěťové (zbytkové pnutí po technologických operacích) a vazbové nedokonalosti. Všechny vlivy imperfekcí se fiktivně projeví do tzv. ekvivalentní geometrické imperfekce. Součinitel imperfekce  $\alpha$  je z této ekvivalentní geometrické imperfekce odvozen.

Popis vzpěrné stability je definován tak, že tlačенý prut se podle výše zmíněného Eurokódu posuzuje na vzpěrnou stabilitu podle vzorce (38)

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1,0, \quad (38)$$

kde  $N_{Ed}$  je návrhová hodnota tlakové síly a  $N_{b,Rd}$  je návrhová vzpěrná únosnost tlačенého prutu. Návrhová vzpěrná únosnost tlačенého prutu je určena ze vztahu (39) a je dána pro průřezy třídy 1, 2 a 3.

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}, \quad (39)$$

kde  $\chi$  je součinitel vzpěrnosti pro příslušný způsob vybočení,  $A$  je plocha průřezu<sup>1</sup> a  $\gamma_{M1}$  je dílčí součinitel únosnosti průřezu při posuzování stability prutu. Osový tlak v prutu je dán hodnotou  $\chi$  pro poměrnou štíhlost  $\bar{\lambda}$  a lze určit z výrazu (40)

<sup>1</sup> Při stanovení  $A$  není nutné uvažovat díry pro spojovací prostředky, viz [31] str. 55.

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}}, \quad (40)$$

kde v návaznosti je nutné kvantifikovat  $\Phi$  dle rovnice (41) a  $\bar{\lambda}$  podle (42)

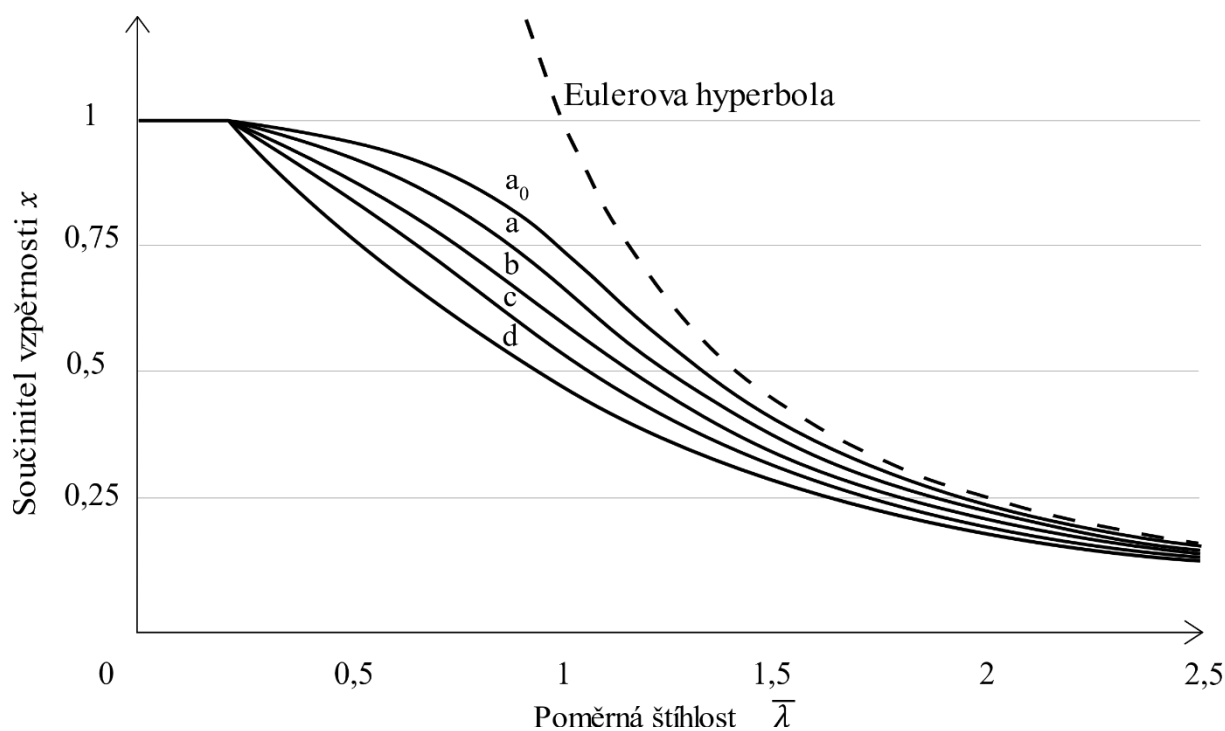
$$\Phi = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2], \quad (41)$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}}, \quad (42)$$

kde  $\alpha$  je součinitel imperfekce,  $f_y$  je mez kluzu a  $N_{cr}$  je pružná kritická síla pro příslušný způsob vybočení, určená pro vlastnosti plného průřezu. Křivku vzpěrné pevnosti lze zjistit v Tab. 1.

Tab. 1: Součinitel imperfekce pro jednotlivé křivky vzpěrné pevnosti, dle [31].

Křivka vzpěrné pevnosti	$a_0$	a	b	c	d
Součinitel imperfekce $\alpha$	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76



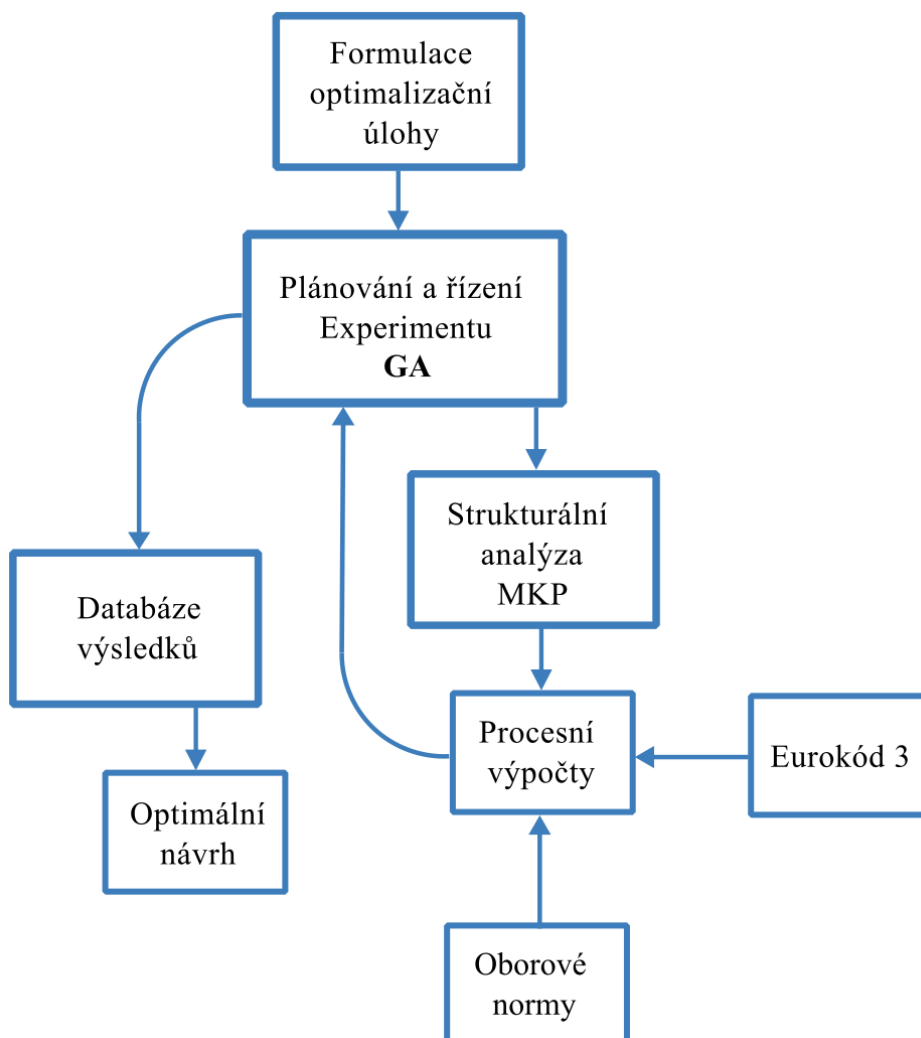
Obr. 27: Křivky vzpěrné pevnosti pro pruty s imperfekcí dle Eurokódu v kontrastu s Eulerovým vzpěrem [85].

## 7 KOMPLEXNÍ POPIS OPTIMALIZAČNÍ METODIKY

Metodika je zaměřená na optimalizaci příhradové nosné konstrukce transportních strojů. V rámci této metodiky je využíváno variační formulace metody konečných prvků a genetického algoritmu pro nalezení optimální konstrukce podle definovaných kritérií. Pro komplexní popis metodiky je důležité v první řadě stanovit obecný postup a na tomto základě vystavět softwarovou realizaci metodiky. Dále bude přibliženo testování a verifikace softwarové realizace algoritmu, následně pak bude provedena analýza získaných výsledků.

### 7.1 OBECNÝ POPIS METODIKY

Obecný popis metodiky je myšlenkovou mapou, která reflektuje blokové uspořádání algoritmu. Na Obr. 28 je možné vidět obecné schéma metodiky, která je v následující kapitole komplexně rozpracována.



Obr. 28: Obecné schéma metodiky

### **Formulace optimalizační úlohy**

V rámci formulace optimalizační úlohy bude vytvořený výpočtový model příhradové konstrukce, taktéž bude formulována doména a omezující podmínky. Pro formulaci úlohy bude klíčové vycházet z Eurokódu 3 a popřípadě z oborových norem (pokud to daná aplikace bude vyžadovat). Klíčovým aspektem je parametrizace výpočtového modelu.

### **Testování experimentu genetického algoritmu**

Integrací strategie do optimalizačního schématu je dosaženo automatického řízení experimentu. Je využíváno genetického algoritmu pro generování hodnot pro parametrický matematický model, který je následně zkompletován pro strukturální analýzu MKP.

### **Strukturální analýza MKP**

MKP umožňuje řešení strukturálních problémů na obecných tělesech. Pro metodiku je využito pouze zjednodušené formy, pro řešení pouze příhradových konstrukcí. Maticová forma konečno–prvkového modelu umožňuje měnit parametry pro každý výpočet.

### **Procesní výpočty**

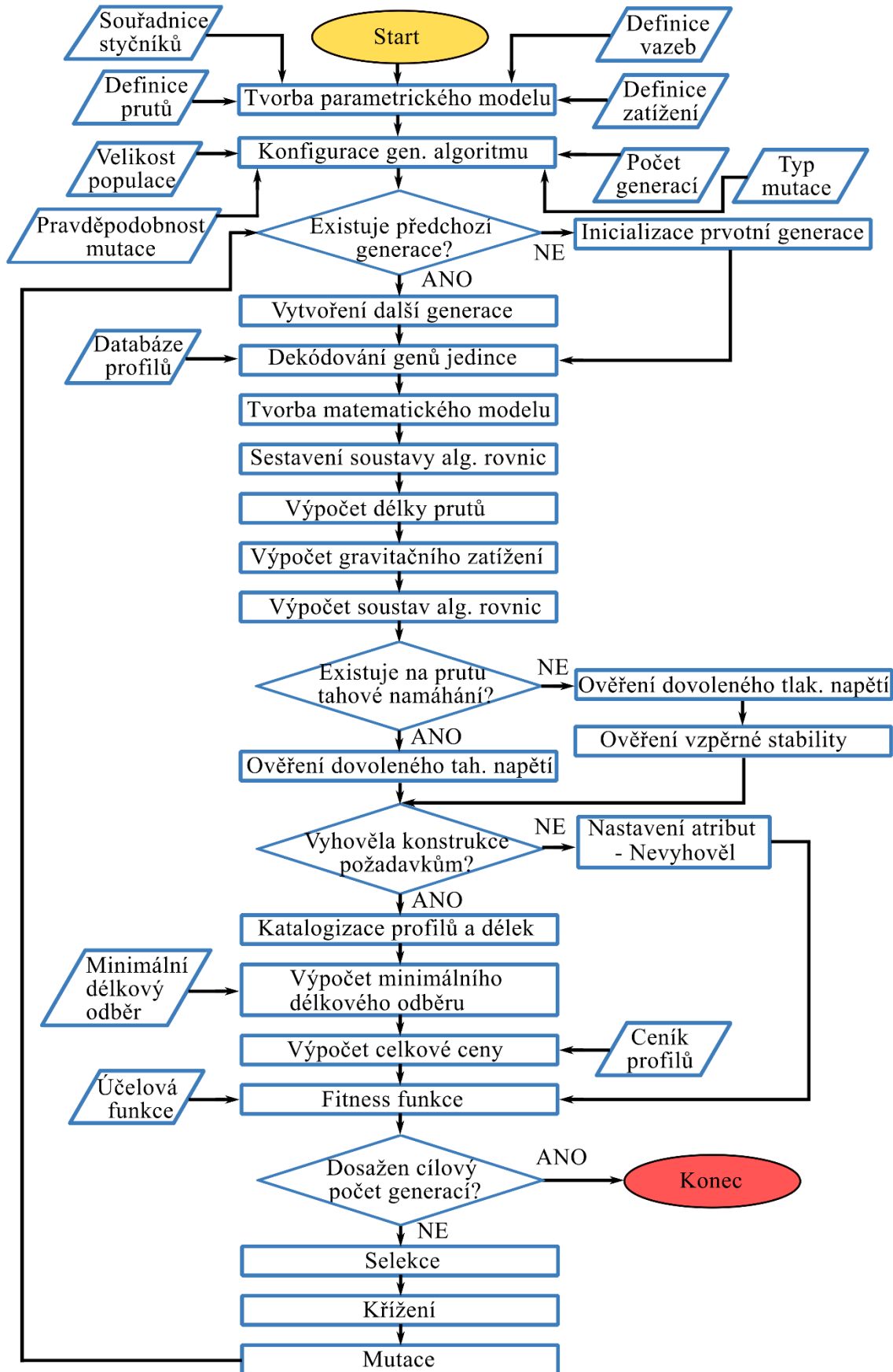
Tyto výpočty jsou procesně spjaté s využitím genetického algoritmu a nepatří do MKP. V tomto místě je kvantifikována hodnota účelové funkce a požadavky spjaté s Eurokódem 3, popřípadě s oborovými normami.

### **Databáze výsledků**

Do databáze výsledků jsou zahrnuty všechny výsledky, jež algoritmus vyhodnotí jako relevantní a které jsou řešením vyhovujícím oborovým normám a Eurokódu 3. Taktéž je zde uložena informace identifikující zadání v rámci hodnot parametrů a identifikátory genetického algoritmu.

## **7.2 SOFTWAREVÁ REALIZACE METODIKY**

Na Obr. 29 je možné vidět vývojový diagram logiky algoritmu, který koresponduje s obecnou metodikou popsanou v předchozí kapitole. Jako první krok po startu algoritmu začne tvorba parametrického modelu, jehož základem jsou souřadnice styčníků v kartézském souřadném systému. Dále jsou definovány pruhy, které vždy mají počátek nebo konec v definovaných styčnicích. Následně jsou ve vybraných styčnicích definované vazby. Pro kompletizaci parametrického modelu už zbývá pouze definovat zatížení, které je zadáno ve formě sil do styčníků.

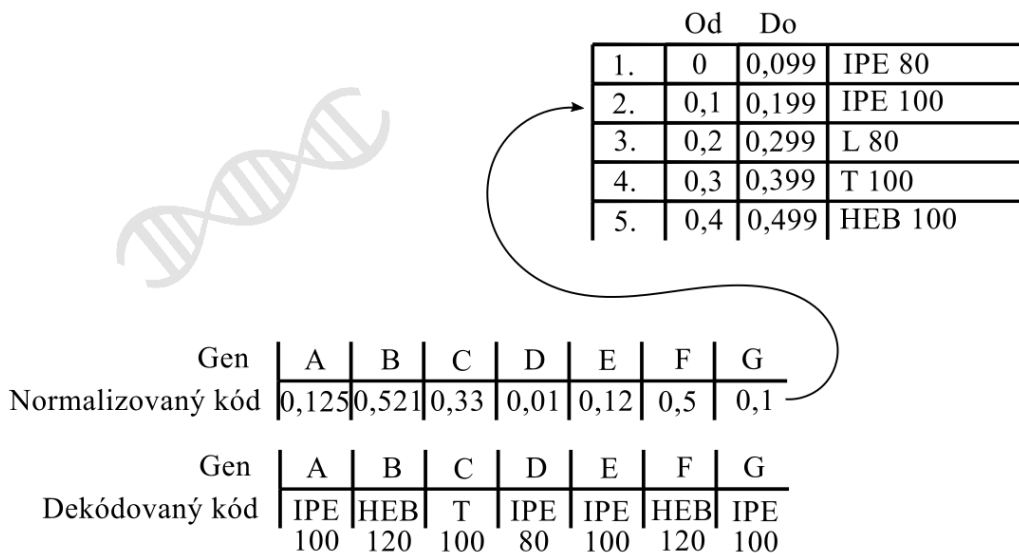


Obr. 29: Vývojový diagram softwarové logiky algoritmu.

Dalším krokem je konfigurace genetického algoritmu, nejedná se přímo o tvorbu v pravém slova smyslu, ale spíše o nastavení. V prvé řadě je potřeba nadefinovat velikost populace, která udává počet jedinců pro každou populaci. Následně je pak nutné zadat počet generací, které se mají iterovat, než dojde k ukončení algoritmu. Pro dobrou funkci genetického algoritmu je důležité zvolit vhodnou hodnotu pravděpodobnosti mutace, aby nedošlo k uváznutí v lokálním extrému. Dalším aspektem, který je v této práci zohledněn je tzv. typ mutace. Jedná se buď o náhodnou mutaci nebo o výběr pomocí pravděpodobnostního Gaussova rozdělení. Než však bude popsána mutace, je důležité přiblížit databázi profilů.

Databáze profilů obsahuje katalogové informace o tvaru profilu, velikosti a normě, podle které je vyroben. Dále obsahuje materiálovou charakteristiku, kvadratické momenty průřezů k osám, moduly průřezů v ohybu, plochu průřezu, poloměry setrvačnosti k osám ohybu a součinitele imperfekcí  $\alpha$  pro obě osy. Jeden z aspektů práce bylo strukturování této databáze profilů a sledování dopadu na rychlost konvergence algoritmu.

První krok algoritmu je inicializace prvotní generace o dané velikosti populace. Každý jedinec je tvořen souborem genů, kde každý gen je generován pomocí pseudonáhodného rozdělení v intervalu  $\langle 0, 1 \rangle$ . Následně dojde k dekódování genu, což znamená zpětný proces normalizace. Pro tento algoritmus bylo použito kódování genů pomocí normalizované hodnoty informace, což znamená, že informace o pozici výběru byly převedeny na interval  $\langle 0, 1 \rangle$ . Z toho vyplývá, že každá položka v databázi má informaci o pozici zakódovanou v intervalu rovném  $1 / \text{celkový počet položek v databázi}$ , jak lze vidět na Obr. 30.



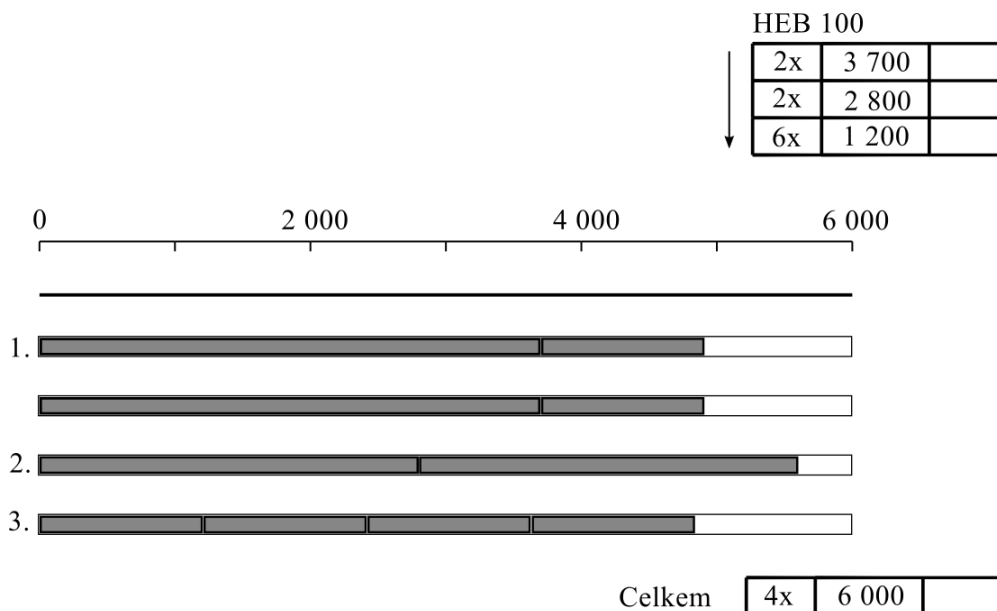
Obr. 30: Grafické znázornění dekódování normalizovaného kódu.

Jakmile jsou zkompletovány informace získané z genů, je možné přiřadit konkrétní profil pro daný prut konstrukce. To umožní vytvořit matematický model, který je vstupem pro konečno-prvkový výpočet. Jako první jsou sestaveny algebraické rovnice a jsou uspořádány do matic, dále pomocí transformačních matic dojde k převedení matic z lokálního souřadného systému do globálního souřadného systému. Následně je vypočítán objem, aby byla

dopočítaná hmotnost. V návaznosti na tuto informaci se následně na každý prut aplikuje tíhová síla ekvivalentní této hmotnosti. V tuto chvíli má algoritmus připravené všechny algebraické rovnice a pomocí knihovny Numpy nalezne jejich řešení.

Všechny pruty, které jsou v konstrukci namáhané na tlak, jsou podrobeny ověření na vzpěrnou stabilitu s imperfekcí. Jestliže na celé konstrukci existuje alespoň jeden prut, který nevyhověl po stránce vzpěrné stability nebo došlo k překročení dovoleného napětí, celá konstrukce je označena atributem – Nevyhověl a přeskakuje další kroky. Pokud však vyhovuje všem podmínkám, dojde ke katalogizaci profilů a jejich délek do tabulky, kde se vytvoří celkový odběr daného profilu, podle kritéria minimálního délkového odběru tak, aby nebylo nutné pruty svařovat z více dílů, jak je možné vidět na Obr. 31.

Pro každý profil je vytvořena cena podle již zjištěného počtu tyčí, což v sumarizaci pro každý profil dá celkovou cenu konstrukce i s materiálem, který je potřeba nakoupit, ale neslouží čistě jen pro strukturu konstrukce, ale i jako zbytkový materiál po nákupu.

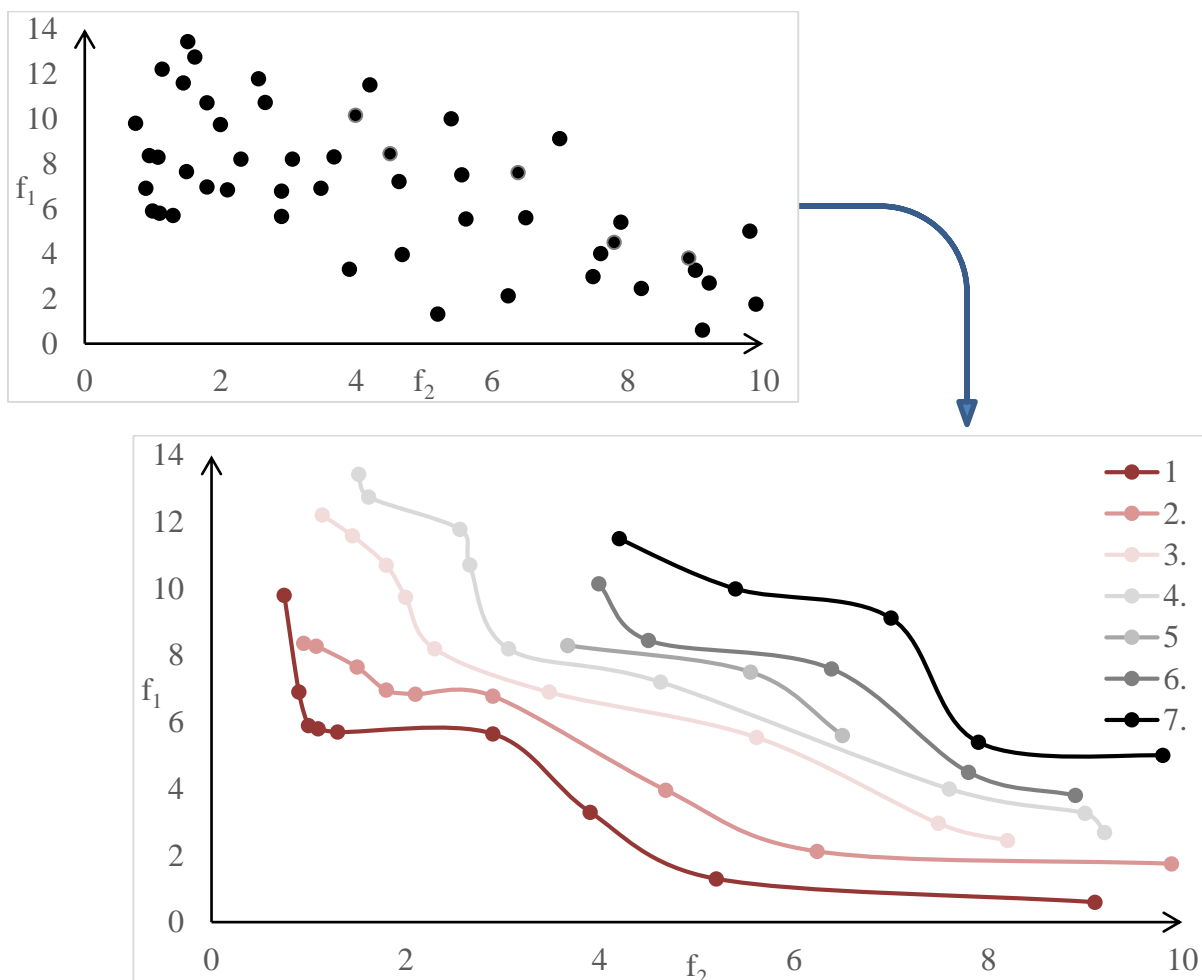


Obr. 31: Grafické znázornění využívání minimální odběrové délky tyčí. Jako první jsou vybrány nejdelší požadované délky, následují je další v pořadí a ty se snaží vyplnit zbylý prostor, pokud není možno doplnit, tak se začíná vyplňovat nový prut.

Daná konfigurace konstrukce si s sebou nese informaci o její hmotnosti a ceně, a proto může být ohodnocena pomocí fitness funkce. V případě jednorozměrné účelové funkce je ohodnocení jednoduché a provede se seřazením podle daného kritéria. Pokud se však jedná o vícerozměrnou účelovou funkci, je celá generace zaznamenána do grafu, ve kterém se určí, které varianty patří do Pareto hranice. Tyto jedinci jsou vyřazeni z grafu a dojde k dalšímu kolu hledání Pareto hranice. Tímto způsobem se poskládají všechny varianty a získá se hodnota fitness funkce podle toho, ve které iteraci Pareto hranice se konstrukce nachází, jak můžete vidět na Obr. 32. Tímto se docílí nedominantního hodnocení v rámci dané generace. Pokud bylo docíleno



požadovaného množství iterací genetického algoritmu, dojde k přerušení a vyhodnocení poslední generace.



Obr. 32: Grafické znázornění zpracování dat a roztřídění do Pareto hranic.

Pokud se však nejedná o poslední iteraci, takto získané hodnoty fitness funkcí jsou vstupní informací pro selekci, která pomocí turnajové selekce porovná náhodně dva jedince v populaci a podle kvality rozhodne, který jedinec je vhodnější. Tento jedinec je poté vybrán jako rodič pro jedince v další populaci. V návaznosti na takto vybraný soubor jedinců, jakožto rodičů, je provedeno křížení nové generace jedinců [48].

Jedná se o reprodukční operaci, při níž dva jedinci poskytnou část svého chromozomu pro tvorbu nových jedinců. V tomto případě bude použito uniformní křížení, což znamená, že bude využito vícebodového křížení, u kterého se vyměňují všechny sudé nebo liché geny rodičů a vzniká dvojice unikátních nových jedinců.

Na závěr iteračního procesu genetického algoritmu je každý jedinec v každém genu podroben mutaci s předem danou pravděpodobností. Při mutaci dojde k výběru profilu z databáze a nahrazení jednoho profilu novým. To znamená, že při náhodném výběru seřazení profilů nehraje žádnou roli, proto se výběr řídí pouze jedním pravidlem, a to je identifikace výběru

pomocí náhodného čísla. Při použití jiného než náhodného výběru však pořadí jednotlivých profilů v databázi hraje významnou roli. Jako kontrast pro náhodný výběr byl pro mutaci zvolen výběr pomocí pravděpodobnostního Gaussova rozdělení [48], kde Gaussovo rozdělení  $N(0, 1)$  má hustotu pravděpodobnosti ve tvaru (43)

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}. \quad (43)$$

Genetický algoritmus je navržen tak, aby na začátku svého chodu pokryl co možná nejširší pásmo variant, proto je důležité, aby v inicializační fázi algoritmus vytvořil populaci s velkou diverzitou. Na Obr. 33 je možné vidět variabilitu jednotlivých genů jedinců, která je v rámci postupu generací snižována. Mutace obsažená v genetickém algoritmu může způsobit vylepšení, jak je možné vidět u prvního jedince na 8. genu ve 100. generaci.

1. generace

	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	G10
1.	19	8	46	32	55	33	37	11	16	10
2.	7	1	17	15	48	33	3	55	26	56
3.	43	17	16	44	18	18	46	43	33	12
4.	56	6	44	42	29	24	54	50	6	34
5.	8	14	56	56	35	7	4	8	26	33

↓

100. generace

	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	G10
1.	43	15	32	32	55	32	32	25	32	32
2.	43	15	32	32	55	32	32	55	32	32
3.	43	15	32	32	55	32	32	55	32	32
4.	43	15	32	32	56	32	32	55	32	32
5.	43	15	32	32	55	32	32	55	32	32

Obr. 33: Porovnání informační variability mezi první a stou generací genetického algoritmu.

Z tohoto důvodu je potřeba zaznamenávat i průměrnou hodnotu účelové funkce, která reflektuje rozmanitost řešení v dané populaci vůči nejlepšímu řešení. To znamená, že pokud se průměrná hodnota účelové funkce v dané generaci bude blížit minimální hodnotě účelové funkce, tak v rámci populace existuje pouze velice málo řešení, která jsou rozdílná.

### 7.3 TESTOVÁNÍ ALGORITMU EXPERIMENTU

Testování bude provedeno na příhradových konstrukcích, které budou zatíženy silami a definovány vazbami. V rámci těchto experimentů se bude sledovat vývoj hodnoty účelové funkce na parametrech genetického algoritmu, a to v podobě velikosti populace a uspořádanosti databáze profilů.

Experimenty, které budou mít jednorozměrnou účelovou funkci, budou analyzovány v každé páté generaci a bude se ukládat hodnota účelové funkce. Taktéž se bude zaznamenávat průměrná hodnota přípustných řešení pro danou generaci. Pro analýzu a validaci výsledků budou ukládány i hodnoty vedlejších funkcí (jedná se o účelovou funkci, která není aktuálně optimalizovaná, tj. při optimalizaci hmotnosti je to cena). Jakmile se bude provádět experiment s vícerozměrnou účelovou funkcí, bude se analyzovat každá desátá generace z důvodu přehlednosti grafů.

Genetické algoritmy se vyhodnocují pomocí rychlosti konvergence a potřebného času na daný výpočet. Protože je genetický algoritmus postaven na pseudonáhodném generování čísel a heuristickém prohledávání, tak k řešení úlohy není potřeba najít globální extrém, ale přijatelné řešení za rozumný čas, jak již bylo publikováno Antonínem Šťastným v [85].

Strukturální výpočty provedené optimalizačním algoritmem budou verifikovány pro ověření věrohodnosti v komerčním MKP softwaru. Bude se jednat o software MSC Apex a verifikace proběhne na náhodně zvolené konstrukci z daného experimentu.

## 7.4 INTERPRET OPTIMALIZAČNÍHO ALGORITMU

V průběhu rešerše jsem narazil na fakt, že většina autorů, kteří se zabývají optimalizací nosných konstrukcí a používající ať již genetického algoritmu anebo jinou stochastickou metodu, popisují stejný problém a tím je časová náročnost výpočtu. Tato časová náročnost jistě koresponduje s výkonnostními možnostmi výpočtových stanic, zároveň však i na vlastnostech interpretačního jazyka, ve kterém je algoritmus napsaný.

V rámci vědecké aplikace je často používáno programovacího jazyka MATLAB (interpretovaný v programu MATLAB), avšak v aktuálních velkých vědeckých projektech se mnohem častěji používá programovací jazyk Python [19]. Je otázkou, který z daných jazyků je rychlejší pro výpočty, ale celkově vždy záleží na zkušenosti programátora, možnostech optimalizace kódu a algoritmech v knihovnách [92].

Python je open-source dynamický interpretovaný vysokoúrovňový skriptovací programovací jazyk a v současné době je často používán pro tvorbu nejenom vědeckých prací, ale je taktéž využíván v široké škále průmyslových aplikací. Svou popularitu si Python získal díky své přehlednosti a srozumitelnosti kódu, velkému počtu jak vlastních, tak také externích knihoven a rozsáhlé komunitě.

Python umožňuje efektivně využívat kód psaný ve svém jazyce, ale taktéž je ho možné použít i jako tzv. wrapper. Tedy pro volání výpočetně náročné části aplikace nebo knihoven, která může být napsána např. v jazyce C++, popř. lze použít Cython, který přeloží v Pythonu napsaný kód do jazyka C a poté jej standardní překladač přeloží do binárního kódu.

Velkou výhodou Pythonu shledávám v jednoduché možnosti paralelizace výpočtů v rámci jednoho systému, ale i paralelizace na více počítačů/serverů a z tohoto důvodu byl také zvolen pro softwarovou realizaci optimalizačního algoritmu.

## 8 APLIKACE OPTIMALIZAČNÍ METODIKY

V této kapitole bude popsána praktická aplikace navržené optimalizační metodiky na případových studiích návrhu dvou příhradových nosných konstrukcí. Cílem jednorozměrné optimalizace je hmotnostně optimalizovaná nebo cenově optimalizovaná příhradová konstrukce. Taktéž je aplikovaná vícerozměrná optimalizace, která na základě ceny a hmotnosti má za cíl vytvořit soubor tzv. eficientních řešení.

### Cíl aplikace optimalizační metodiky

Cílem metodiky je optimalizovaný návrh příhradových konstrukcí, jejichž návrhové proměnné budou nabývat takových hodnot, aby účelová funkce nabývala minimálních hodnot.

### 8.1 OMEZUJÍCÍ PODMÍNKY, ZATÍŽENÍ A VAZBY

#### 8.1.1 OMEZUJÍCÍ PODMÍNKY

Omezující podmínky tvoří mantinely při tvorbě návrhu. Pro oba příklady jsou použité stejné omezující podmínky s výjimkou tvaru konstrukce, použitých vazeb a užitečného zatížení. Jako první omezující podmínka je dovolené napětí. Jednotlivé pruty jsou posouzeny podle Eurokódu 3 na dovolené tahové a tlakové napětí. Je-li na prutu identifikováno tlakové napětí je automaticky posuzován i na ztrátu vzpěrné stability. Pro přijetí prutu namáhaného na tlak jako vyhovujícího je nutné, aby obě podmínky splnil. Níže jsou vypsány jednotlivé omezující podmínky výpočtů.

**Napětí** – dovolené napětí se odvíjí od pevnosti materiálu, které je konkrétně specifikované v příloze A - Tabulka 1. K jednotlivým profilům, které jsou uvedeny v Tab. 2, je zvolen i materiál, ze kterého jsou dané tyče vyrobené. Jako základní byl zvolen materiál S235JR, protože se jedná o standardní konstrukční ocel a v případech, kde byl volně přístupný ceník je vybrán materiál S355JR. Ke každému profilu je vázaná cena a minimální délkový odběr. Kompletní ceník k výše definovaným profilům je možné nalézt v příloze A Tabulka 4. Limity napjatosti jsou definované z norem.

Tab. 2: Tabulka standardizovaných profilů

Norma	Profily	Rozměr [mm]				
		80	100	120	140	160
DIN 1025-1	I-profily válcované za tepla, série I	80	100	120	140	160
DIN 1025-5	I-profily válcované za tepla, série IPE	80	100	120	140	160
DIN 1026-1	U-profily válcované za tepla, série U	65	80	100	120	140
DIN 1026-2	U-profily válcované za tepla, série UPE	80	100	120	140	160
EN 10055	T-profily válcované za tepla, série T	50	60	70	80	100
EN 10210	Bezešvé trubky	60	70	88	95	108
EN 10219	Bezešvý jákl	70	80	90	100	120
EN 10056	L-profily válcované za tepla, série L	60	80	90	100	120

**Vzpěrná stabilita** – každý prut namáhaný tlakovou silou je v konečné fázi výpočtu posouzený na vzpěrnou únosnost podle Eurokódu 3[31]. V Tab. 3 jsou definované součinitele imperfekce pro dané osy a profily, které jsou pro experimenty definovány. Podrobný popis je pospaný v kapitole 6.3.

Tab. 3: Přiřazení součinitele imperfekce pro dané profily v jednotlivých osách, dle [31].

Norma	Profily	Součinitel imperfekce pro osu y-y	Součinitel imperfekce pro osu z-z
DIN 1025-1	I-profily válcované za tepla, série I	a	b
DIN 1025-5	I-profily válcované za tepla, série IPE	a	b
DIN 1026-1	U-profily válcované za tepla, série U	c	c
DIN 1026-2	U-profily válcované za tepla, série UPE	c	c
EN 10055	T-profily válcované za tepla, série T	c	c
EN 10210	Bezešvé trubky	a	a
EN 10219	Bezešvý jákl	a	a
EN 10056	L-profily válcované za tepla, série L	b	b

### 8.1.2 ZATÍŽENÍ

Pro výpočet příhradové konstrukce je nutné definovat zatížení, které vstupuje do výpočtu. Níže jsou vypsány jednotlivé zatížení.

**Užitečné zatížení** – je to síla/síly, které jsou aplikovány na konstrukci, většinou se jedná o dominantní zatížení.

**Vnější zatížení** – Jedná se o projev gravitace na navrhovanou konstrukci v podobě gravitačního zrychlení, jenž je aplikován na jednotlivé pruty pomocí ekvivalentní síly.

### 8.1.3 VAZBY

**Vazby** – pro příhradovou konstrukci jsou vazby definované pouze ve styčnicích, a proto budou lokalizované pouze do těchto konstrukčních prvků. Styčnice, které obsahují vazbu, tak mají odebraný stupeň volnosti (podle typu vazby) vůči globálnímu souřadnému systému, ale daný styčník stále kloubově propojuje pruty.

## 8.2 ÚČELOVÁ FUNKCE

V rámci návrhové optimalizační metodiky jsou použité dvě jednorozměrné a jedna vícerozměrná účelová funkce. Z důvodu přehlednosti jsou případové studie s konkrétní účelovou funkcí řešeny separátně. Vypočítané hodnoty účelových funkcí jsou získávány přímo z výpočetního algoritmu.

### JEDNOROZMĚRNÁ ÚČELOVÁ FUNKCE

1. Účelovou funkcí je hmotnost materiálu příhradové konstrukce (hmotnost).
2. Účelovou funkcí je cena za potřebný materiál pro výrobu příhradové konstrukce (cena).

### VÍCEROZMĚRNÁ ÚČELOVÁ FUNKCE

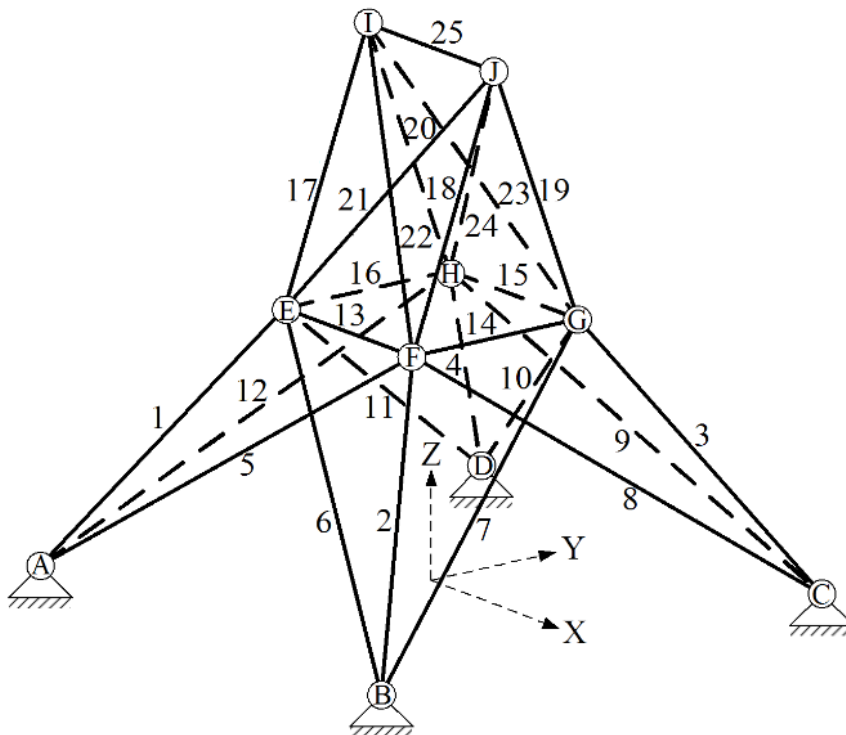
Účelová funkce je v tomto případě hmotnost a zároveň cena celkově potřebného materiálu příhradové konstrukce (Pareto).

### 8.3 PODMÍNKY EXPERIMENTŮ

Celý optimalizační algoritmus i s modely prutových konstrukcí je připraven v programovacím jazyku Python ve verzi 3.7. Jako integrované vývojové prostředí byl použit software PyCharm verze 2019.2.3 a 64-bitový operační systém Windows 7. Výpočetní stanice obsahovala 32 GB RAM paměti a osmi jádrový procesor AMD Ryzen 7 2700X 3.70 GHz s 16 vlákny.

### 8.4 FORMULACE OPTIMALIZAČNÍHO PROBLÉMU PRVNÍHO EXPERIMENTU

Pro první aplikaci metodiky byla vybrána konstrukce, která bývá v literatuře označována jako tzv. benchmarková. Jedná se o příhradovou konstrukci složenou z 25 prutů, jak lze vidět na Obr. 34. Styčníky A, B, C a D jsou vetknuté (vůči globálnímu souřadnému systému), ale styčníky stále kloubově propojují pruty. Pruty, které se kříží, ale v tomto místě nemají definovaný styčník, se v tomto místě vzájemně neovlivňují.



Obr. 34: Návrh příhradové konstrukce a styčníků v globálním souřadném systému.

Ve styčnicích I a J jsou aplikovány síly užitečného zatížení o velikosti 50 kN v záporném směru osy Z, jak lze vidět na Obr. 37. Dále je aplikována gravitace ve formě síly působící na každý nosník ekvivalentní jeho hmotnosti orientovaný v záporném směru osy Z. Styčnický spojují jednotlivé pruty a jejich souřadnice jsou uvedeny v Tab. 4.

Tab. 4: Souřadnice styčniců v globálním souřadném systému pro příhradovou konstrukci s 25 pruty.

Název styčnicku	X [mm]	Y [mm]	Z [mm]
A	-2 540	-2 540	0
B	2 540	-2 540	0
C	2 540	2 540	0
D	-2 540	2 540	0
E	-952	-952	2 540
F	952	-952	2 540
G	952	952	2 540
H	-952	952	2 540
I	-952	0	5 080
J	952	0	5 080

Na Obr. 35 je možné vidět zadávání souřadnice styčniců a tvoření prutů v programovacím jazyce Python, pro jehož interpretaci je využíván software PyCharm.

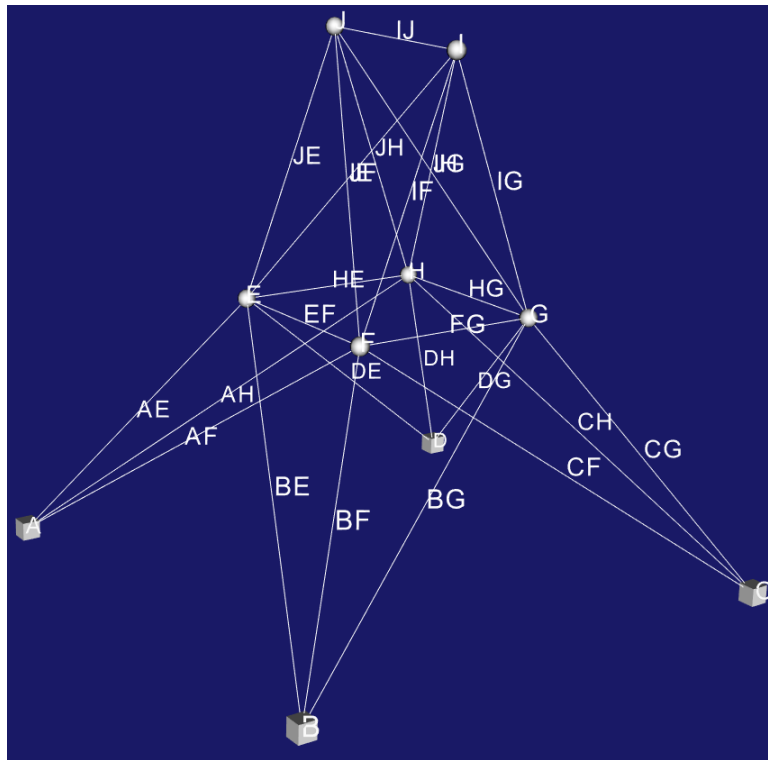
```

21 # Base
22 truss.AddNode('A', 2.54e3, -2.54e3, 0)
23 truss.AddNode('B', 2.54e3, 2.54e3, 0)
24 truss.AddNode('C', -2.54e3, 2.54e3, 0)
25 truss.AddNode('D', -2.54e3, -2.54e3, 0)
26
27 # First floor
28 truss.AddNode('E', 0.9525e3, -0.9525e3, 2.54e3)
29 truss.AddNode('F', 0.9525e3, 0.9525e3, 2.54e3)
30 truss.AddNode('H', -0.9525e3, -0.9525e3, 2.54e3)
31 truss.AddNode('G', -0.9525e3, 0.9525e3, 2.54e3)
32 # Second floor
33 truss.AddNode('I', 0, 0.9525e3, 5.08e3)
34 truss.AddNode('J', 0, -0.9525e3, 5.08e3)
35
36 # Define the supports
37 truss.DefineSupport('A', True, True, True, True, True, True)
38 truss.DefineSupport('B', True, True, True, True, True, True)
39 truss.DefineSupport('C', True, True, True, True, True, True)
40 truss.DefineSupport('D', True, True, True, True, True, True)
41
42 # Create members
43
44 E = 2.068e8
45 # First Floor
46 truss.AddMember('AE', 'A', 'E', E, 100, 7853.9, 7853.9, 785.6, 314)
47 truss.AddMember('AF', 'A', 'F', E, 100, 7853.9, 7853.9, 785.6, 314)
48 truss.AddMember('AH', 'A', 'H', E, 100, 7853.9, 7853.9, 785.6, 314)
49
50 truss.AddMember('BE', 'B', 'E', E, 100, 7853.9, 7853.9, 785.6, 314)
51 truss.AddMember('BF', 'B', 'F', E, 100, 7853.9, 7853.9, 785.6, 314)
52 truss.AddMember('BG', 'B', 'G', E, 100, 7853.9, 7853.9, 785.6, 314)
53
54 truss.AddMember('CF', 'C', 'F', E, 100, 7853.9, 7853.9, 785.6, 314)
55 truss.AddMember('CG', 'C', 'G', E, 100, 7853.9, 7853.9, 785.6, 314)
56 truss.AddMember('CH', 'C', 'H', E, 100, 7853.9, 7853.9, 785.6, 314)
57
58 truss.AddMember('DG', 'D', 'G', E, 100, 7853.9, 7853.9, 785.6, 314)
59 truss.AddMember('DH', 'D', 'H', E, 100, 7853.9, 7853.9, 785.6, 314)
60 truss.AddMember('DE', 'D', 'E', E, 100, 7853.9, 7853.9, 785.6, 314)
61 # First storey
62 truss.AddMember('EF', 'E', 'F', E, 100, 7853.9, 7853.9, 785.6, 314)
63 truss.AddMember('FG', 'F', 'G', E, 100, 7853.9, 7853.9, 785.6, 314)

```

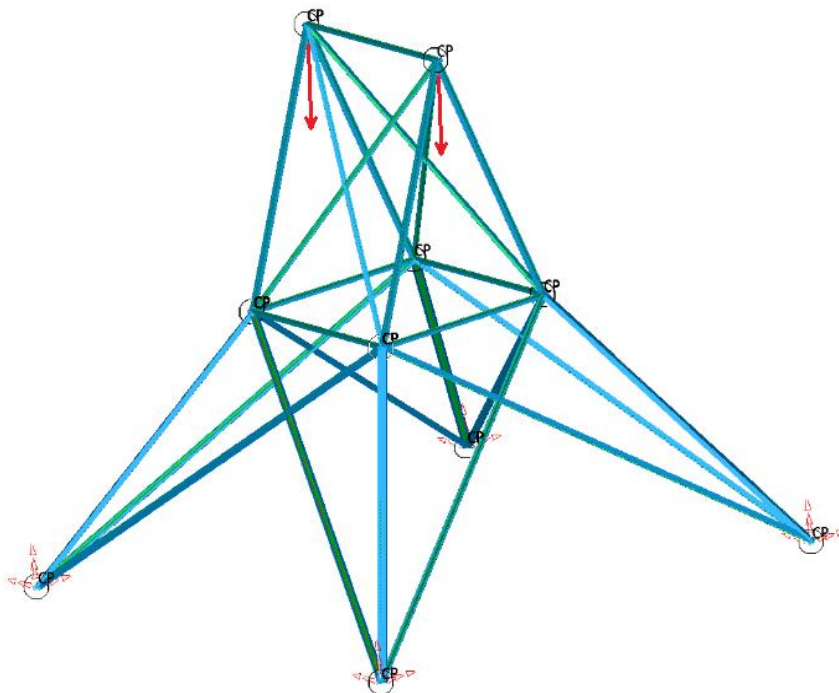
Obr. 35: Kód zadávání polohy jednotlivých styčniců a prutů v interpretu Pythonu - PyCharm.

Pro vizualizaci bodů a prutů v souřadném systému byl využit Mesa Visualization Module. Grafické ztvárnění konstrukce v softwaru PyCharm je možné vidět na Obr. 36.



Obr. 36: Grafické ztvárnění příhradové konstrukce pomocí modulu Mesa Visualization Module.

Profily použité pro návrh této příhradové konstrukce jsou shrnuté v Tab. 2. Pro výpočet vzpěrné stability jednotlivých profilů je využito Eurokódu 3 [31].



Obr. 37: MKP model příhradové konstrukce z 25 prutů s vazby a užitečným zatížením v MSC APEX.



Pro správný chod genetického algoritmu je nutné vhodně zvolit velikost populace. Pro tento případ byly zvoleny 3 velikosti populace, a to populace s 250, 2 500 a 25 000 jedinci. Důležitým aspektem je volba nástroje pro tvorbu inicializační populace (nástroj pro vytvoření jedinců), jenž je generována v Pythonu pomocí funkce Random (jedná se o pseudonáhodný výběr).

Další operátor, jenž bylo nutné zvolit, je křížení a jak již v bylo zmíněno v předchozí kapitole, je v tomto experimentu zvoleno uniformní křížení (sudá – lichá). Dalším operátorem je mutace, v první řadě byla nastavena pravděpodobnost mutace, a to na hodnotu 0,78125 % (což je  $100 / 128$ ) zvoleno podle [44].

Pro Gaussovo rozdělení byla databáze profilu seřazena podle:

- 1) plochy průřezu (A),
- 2) ceny za metr délky profilu (M),

rozptyl od původního vybraného profilu je zvolen  $\sigma^2 = 5$ .

Pro tento experiment byla provedena tato sada výpočtů, viz Tab. 5.

Tab. 5: Tabulka přehledu výpočtů pro všechny řady populace, pro danou cílovou funkci a pro dané seřazení databáze (A je seřazení podle plochy průřezu, M je seřazení podle ceny za metr délky profilu).

Databáze	Náhodná			A			M		
Hmotnost	250	2 500	25 000	250	2 500	25 000	250	2 500	25 000
Cena	250	2 500	25 000	250	2 500	25 000	250	2 500	25 000
Pareto	250	2 500	25 000	250	2 500	25 000	250	2 500	25 000

## 8.5 ŘEŠENÍ OPTIMALIZAČNÍHO PROBLÉMU PRVNÍHO EXPERIMENTU

Jako první byly provedeny výpočty s účelovou funkcí hmotnost materiálu příhradové konstrukce, následně pak s účelovou funkcí ceny za celkově potřebný materiál. V závěru byly provedeny výpočty pro vícerozměrnou účelovou funkci zohledňující jak hmotnost konstrukce, tak i cenu za celkově potřebný materiál. Výsledky budou systematicky rozříděny podle výše popsaných účelových funkcí a získané výsledky jednotlivých výpočtů je možné nalézt v příloze B této práce. Taktéž jsou zaznamenány doprovodné hodnoty hmotností a cen konstrukcí a zároveň jsou sumarizovány průměrné hodnoty jedinců v populaci. Pro souhrnný přehled jsou v hlavní části práce uvedeny pouze souhrnné grafy a detailní grafy jsou následně uvedeny v příloze B.

### 8.5.1 ÚČELOVÁ FUNKCE – HMOTNOST

Hlavním sledovaným aspektem je minimální hodnota účelové funkce (hmotnost) a zároveň s tím je pro každou pátou generaci počítána průměrná hodnota účelové funkce ze všech akceptovatelných výsledků. Následně je zaznamenána cena za celkově potřebný materiál konstrukce, která je vyhodnocena v dané generaci jako jedinec s minimální hodnotou účelové

funkce a zároveň je pro každou pátou generaci počítaná průměrná hodnota ceny za celkově potřebný materiál ze všech akceptovatelných výsledků.

Výsledný souhrnný graf, jenž lze vidět na Obr. 38, byl složen ze tříd sad výpočtů, a to podle uspořádání databáze profilů. Dále pak byla každá sada spočítaná s třemi rozdílnými velikostmi populace, jak je možné vidět v Tab. 5. Pro detailnější přehled byl vytvořen výřez souhrnného grafu, který je možné vidět na Obr. 39. Na závěr této podkapitoly je uvedený Obr. 40, což je graf znázorňující vývoj hodnoty účelové funkce na délce výpočtového času.

### **Sada výpočtů pro náhodně seřazenou databázi profilů**

První sada výpočtů byla provedena pro náhodně seřazenou databázi profilů a velikost populace byla zvolena na 250 jedinců. Během tohoto výpočtu bylo dosaženo minima účelové funkce v 85. generaci, a to s hodnotou 560 kg, jak je možné vidět na Obr. B 1. Průměrná hodnota účelové funkce dosáhla v této generaci 578 kg a v poslední generaci ještě více poklesla až na hodnotu 572 kg. S tím související minimální cena nejlepší konstrukce dosáhla v 85. generaci, a to 22 248 Kč, viz Obr. B 2, která již zůstala nezměněná, naproti tomu nejnižší průměrné ceny bylo dosaženo až ve 100. generaci, a to 23 281 Kč.

Pro další výpočet byla použita populace o velikosti 2 500 jedinců, při níž bylo dosaženo celkového minima účelové funkce v 75. generaci, a to s hodnotou 536 kg, jak je možné vidět na Obr. B 3. Pro tuto generaci byla vyhodnocena průměrná hodnota 564 kg a nejnižší průměrná hodnota 560 kg byla zjištěna až ve 100. generaci. V návaznosti s tím bylo dosaženo minimální ceny konstrukce v 80. generaci, a to 20 122 Kč, následně pak cena začala růst, viz Obr. B 4. Nejnižší průměrná cena byla zjištěna až v 90. generaci, a ta již zůstala konstantní až do konce výpočtu.

Pro poslední výpočet této sady byla zvolena populace o velikosti 25 000 jedinců, u které bylo dosaženo minima v 80. generaci, s minimální hodnotou účelové funkce 521 kg, jak lze vidět na Obr. B 5. Pro tuto generaci činila hodnota průměrné hmotnosti v generaci 542 kg, jež se dále snižovala až do poslední generace, kde docílila 529 kg. S tím související nejnižší ceny bylo dosaženo v 80. generaci, a to 20 100 Kč, v následujících generacích byla cena již vyšší, viz Obr. B 6. Minimum průměrné ceny bylo vyhodnoceno v 95. generaci, a to 21 625 Kč, která zůstala až do posledního výpočtu neměnná.

### **Sada výpočtů pro seřazenou databázi profilů podle plochy průřezu – A**

Jako první z této sady výpočtů byl proveden výpočet s populací o velikost, 250 jedinců. Bylo při něm dosaženo minima účelové funkce až ve 100. generaci, a to s hodnotou 556 kg, jak lze vidět na Obr. B 7. Nejnižší průměrná hodnota byla zjištěna taktéž až ve 100. generaci s hodnotou 561 kg. S tím související minimální cena v rámci výpočtu, jíž bylo dosaženo také ve 100. generaci, a to 24 109 Kč, viz Obr. B 8.

Jako další byla použita populace o velikosti 2 500 jedinců, při níž bylo dosaženo minima v 65. generaci, a to s hodnotou 529 kg, v následujících generacích již nedošlo k žádné změně,

jak je možné vidět na Obr. B 9. Průměrná hodnota účelové funkce kopírovala trend minimální hodnoty účelové funkce a v 75. generaci dosáhla také hodnoty 529 kg. V návaznosti s tím bylo dosaženo minimální ceny v 90. generaci, a to 21 025 Kč, která byla až do poslední generace konstantní, viz Obr. B 10. Průměrná hodnota ceny konstrukce byla ustálena v 90. generaci s cenou 21 167 Kč.

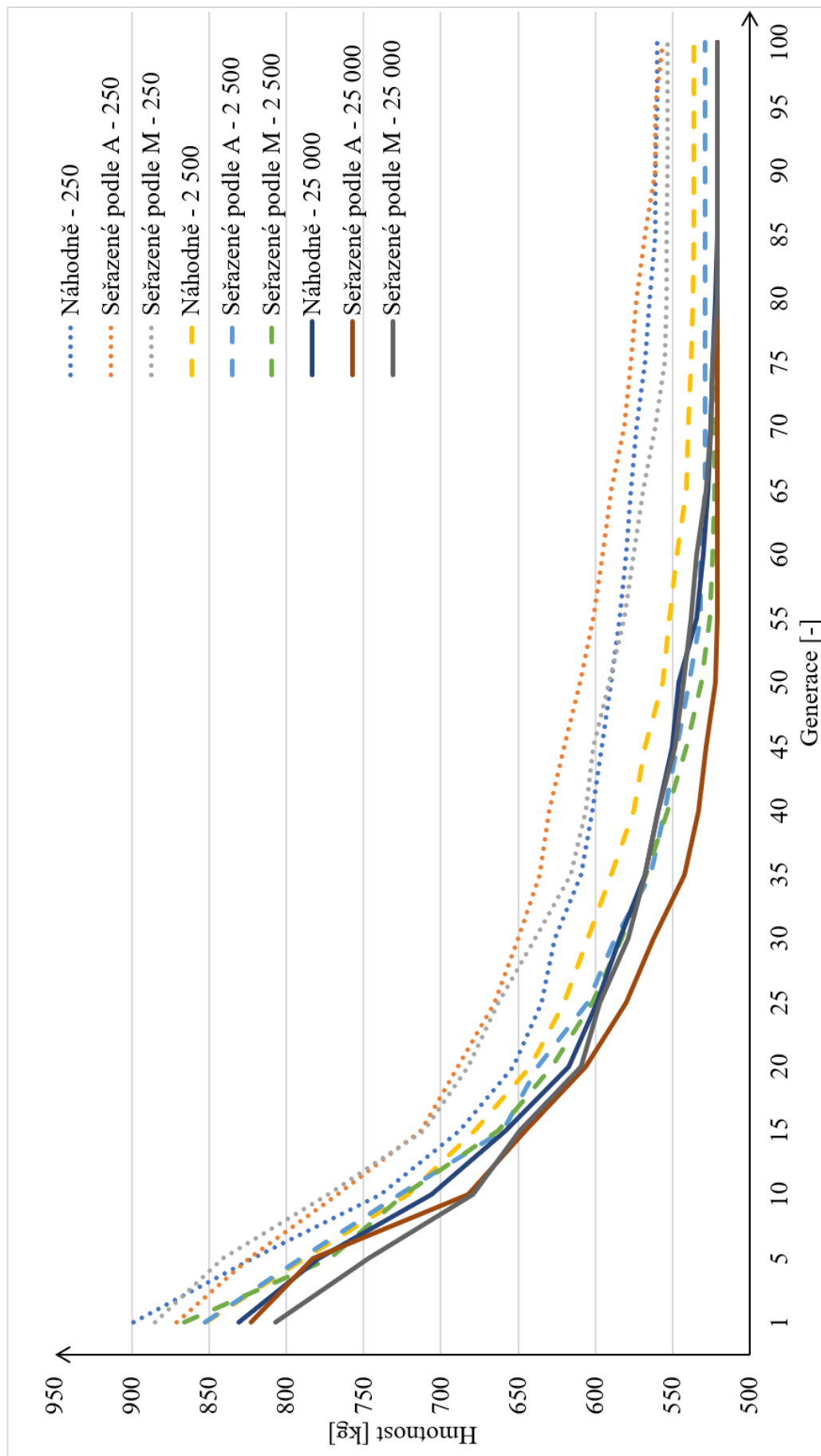
Na závěr této výpočetní sady byla použita populace o velikosti 25 000 jedinců, u které bylo dosaženo minima již v 55. generaci, a to s hodnotou 521 kg, jak lze vidět na Obr. B 11. Nejnižší průměrné hodnoty účelové funkce bylo dosaženo v 65. generaci o hodnotě 521 kg, jež byla až do konce výpočtu konstantní. Minimální cena byla zaznamenána v 50. generaci, a to 19 793 Kč, která se až do 100. generace pohybovala okolo ceny 20 650 Kč, viz Obr. B 12.

### **Sada výpočtů pro seřazenou databázi profilů podle ceny za metr délky profilu – M**

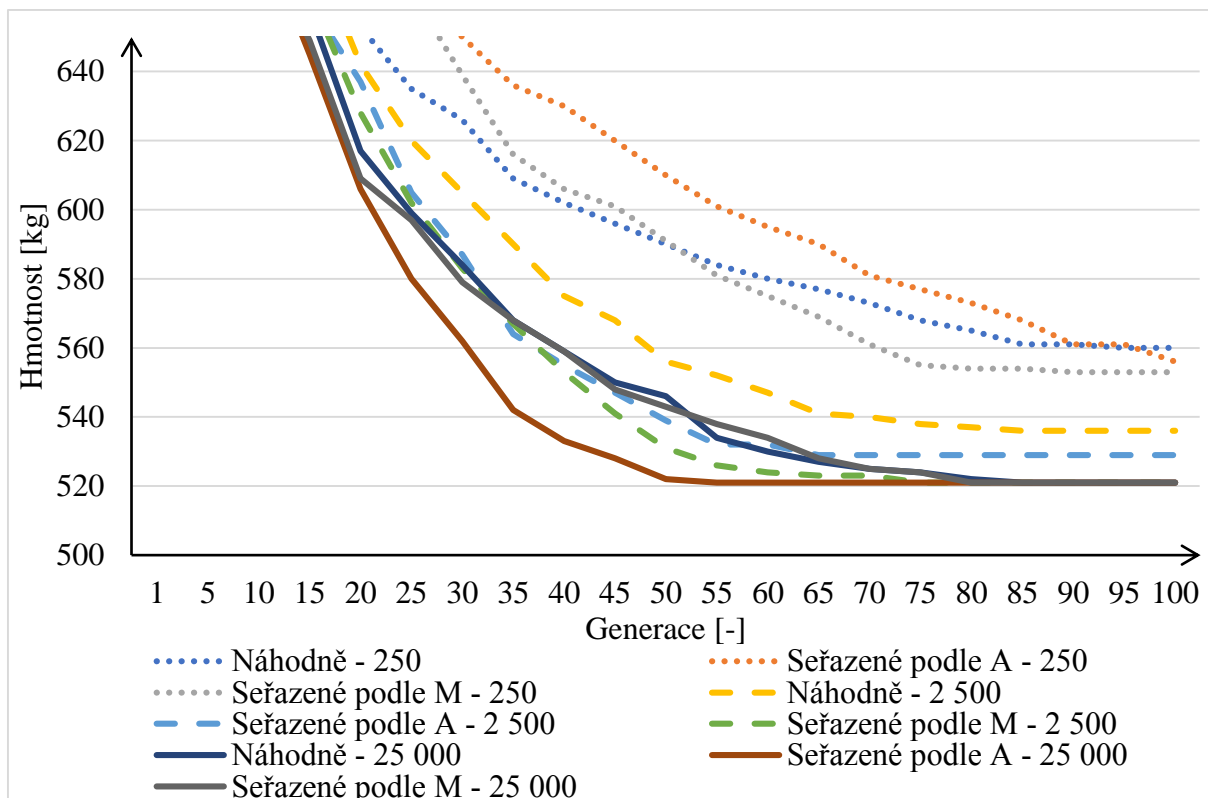
V úvodní fázi výpočtů byla pro danou sadu zvolena populace o velikosti 250 jedinců, při níž bylo zjištěno minimum hodnoty účelové funkce v 75. generaci, a to 553 kg, jak lze vidět na Obr. B 13. Průměrná hodnota se k této hodnotě blížila, ale v poslední generaci dosáhla pouze 555 kg. S tím související minimum ceny pro nejlepší konstrukci bylo dosaženo v 85. generaci, a to 24 117 Kč, viz Obr. B 14.

Jako další v pořadí byla použita populace o velikosti 2 500 jedinců, při níž bylo dosaženo minima účelové funkce v 65. generaci, a to s hodnotou 521 kg, která byla až do ukončení výpočtu konstantní, jak je možné vidět na Obr. B 15. Průměrná hodnota účelové funkce v průběhu výpočtu klesala až do 85. generace, kde se zastavila na hodnotě 522 kg a nezměnila se až do konce výpočtu. Minimální ceny bylo dosaženo v 85. generaci, a to 23 747 Kč, další generace výpočtů již tuto hodnotu nezměnily, viz Obr. B 16. Minimum průměrné ceny bylo dosaženo taktéž v 85. generaci s cenou 20 805 Kč a do konce výpočtu již byla konstantní.

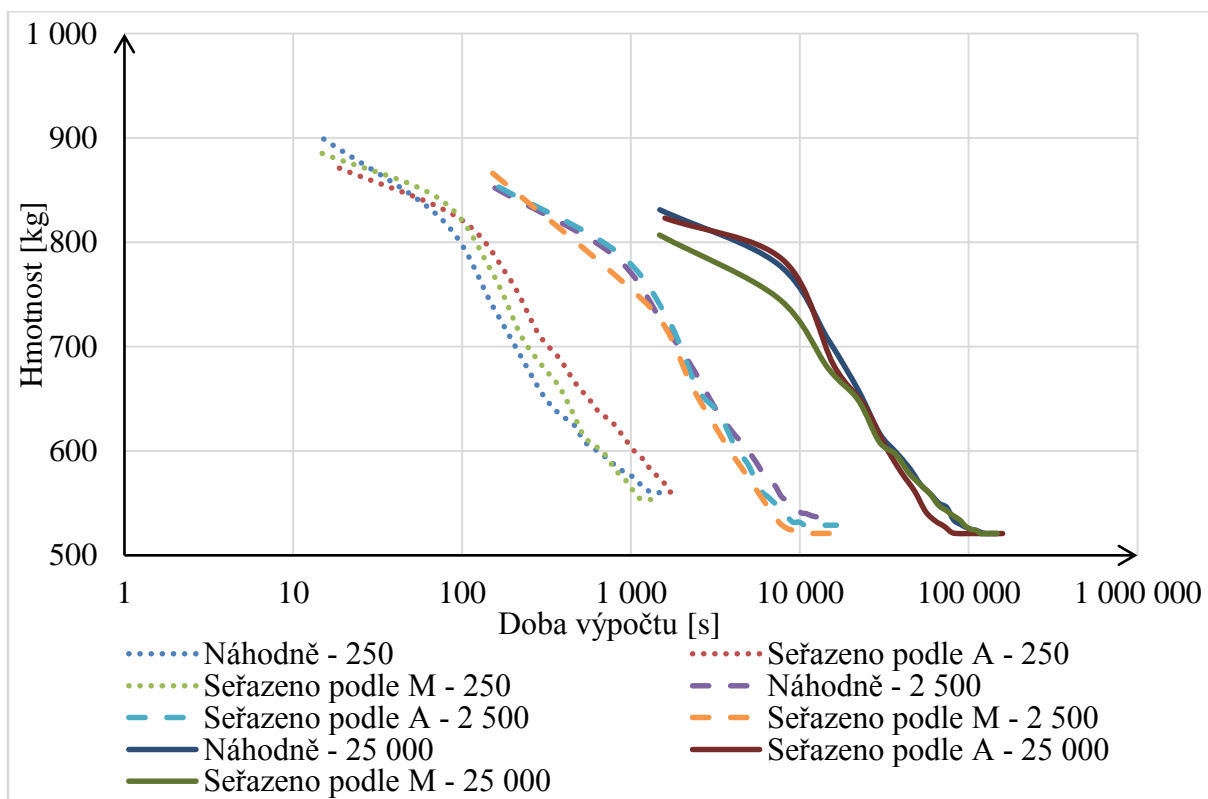
V závěru této sady byla použita populace o velikosti 25 000 jedinců, u které bylo dosaženo minima v 80. generaci, a to s hodnotou 521 kg, jak lze vidět na Obr. B 17. Průměrná hodnota účelové funkce dosáhla minima až v poslední generaci, a to s hodnotou 530 kg. S tím související minimum ceny bylo dosaženo v 80. generaci, a to 20 653 Kč, jež byla konstantní až do 100. generace, viz Obr. B 18. Průměrná cena však klesala během celého výpočtu až docílila 21 587 Kč ve 100. generaci.



Obr. 38: Souhrmný graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci hmotnost materiálu. Velikost populace je 250, 2 500, 25 000 jedinců a pro výpočet byla použita náhodně uspořádaná databáze seřazená podle plochy průřezu (A) a v závěru databáze seřazená podle ceny za metr délky profilu (M).



Obr. 39: Graf znázorňující výřez z Obr. 38., na svislé ose je stupnice hodnoty fitness funkce (hmotnost) pouze v intervalu od 500 do 650 kg.



Obr. 40: Graf znázorňující vývoj hodnot účelové funkce (hmotnost) v závislosti na době výpočetního času.

### 8.5.2 ÚČELOVÁ FUNKCE – CENA

Hlavním sledovaným aspektem je minimální hodnota účelové funkce (cena za celkově potřebný materiál) a zároveň s tím je pro každou pátou generaci počítaná průměrná hodnota této účelové funkce ze všech akceptovatelných výsledků. Dále je zaznamenávána hmotnost konstrukce, která je vyhodnocena v dané generaci jako jedinec s minimální hodnotou účelové funkce a zároveň je pro každou pátou generaci počítaná průměrná hodnota hmotnosti ze všech akceptovatelných výsledků.

Výsledný souhrnný graf, který je možné vidět na Obr. 41, byl složen ze tříd sad výpočtů, a to podle uspořádání databáze profilů, následně pak každá sada byla spočítaná s třemi rozdílnými velikostmi populace, jak již bylo zmíněno v Tab. 5. Pro detailnější přehled byl vytvořen výřez souhrnného grafu, který lze vidět na Obr. 42. Na závěr podkapitoly je uveden Obr. 43, což je graf znázorňující vývoj hodnoty účelové funkce na délce výpočtového času.

#### Sada výpočtů pro náhodně seřazenou databázi profilů

Jako úvodní zadání této sady výpočtů byl proveden výpočet pro populaci o velikosti 250 jedinců při níž bylo dosaženo minima účelové funkce v 95. generaci, a to s hodnotou 20 406 Kč, jak lze vidět na Obr. B 19. Nejnižší průměrné ceny v generaci bylo dosaženo také v 95. generaci a to 22 417 Kč, následně pak v závěru došlo k navýšení průměrné ceny. S tím souvisela minimální hmotnost konstrukce, té bylo dosaženo ve 100. generaci, a to 640 kg, viz Obr. B 20. Pro průměrnou hmotnost byla situace totožná a nejnižší průměrné hmotnosti bylo dosaženo až v poslední generaci výpočtu s průměrnou hmotností 668 kg.

Jako další byla použita populace o velikost 2 500 jedinců, při níž bylo dosaženo minima ve 100. generaci, jejíž minimální hodnota činila 18 738 Kč, jak je možné vidět na Obr. B 21. Stejný vývojový trend zaznamenala i průměrná cena a dosáhla svého minima v poslední generaci s hodnotou 20 936 Kč. Při analýze hmotnosti konstrukcí bylo zjištěno, že nejlehčí konstrukce se vyskytla v 95. generaci, a to s hmotností 621 kg, viz Obr. B 22. Nejnižší průměrné hmotnosti bylo však dosaženo až ve 100. generaci s hodnotou 646 kg.

Na závěr této sady byla použita populace o velikosti 25 000 jedinců, u které bylo dosaženo minima ve 100. generaci, a to s hodnotou 18 257 Kč. Průměrná hodnota ceny tento trend následovala a docílila svého minima v poslední generaci s hodnotou 20 885 Kč, jak lze vidět na Obr. B 23. V návaznosti byla vypočítaná nejnižší hmotnost také ve 100. generaci, a to 602 kg, které je možné vidět Obr. B 24. Minimum průměrné hmotnosti bylo dosaženo v poslední generaci výpočtů, a to hodnotou 638 kg.

#### Sada výpočtů pro seřazenou databázi profilů podle plochy průřezu – A

Jako první byla zvolena populace s velikostí 250 jedinců, při nichž bylo dosaženo nejnižší hodnoty účelové funkce v 95. generaci s hodnotou 21 061 Kč, jak lze vidět na Obr. B 25. Průměrná hodnota účelové funkce držela totožný trend a dosáhla svého minima také v 95. generaci, a to s hodnotou 21 725 Kč. S tím související minimální hmotnost nejlepší

konstrukce byla zjištěna v 95. generaci, a to 711 kg, zároveň však bylo zjištěno, že průměrná hmotnost se od 90. generace zastavila na totožné hodnotě 711 kg, což je možné vidět na Obr. B 26.

Pro další výpočet byla použita populace o velikosti 2 500 jedinců, při níž bylo dosaženo minima v 90. generaci, a to s hodnotou 18 689 Kč, průměrná hodnota účelové funkce však klesala až do poslední generace, kde dosáhla hodnoty 19 143 Kč, jak je možné vidět na Obr. B 27. V návaznosti s tím bylo dosaženo minimální hmotnosti v 95. generaci, a to 618 kg, viz Obr. B 28. Průměrná hmotnost v generaci klesala až do 100. generace na hodnotu 622 kg.

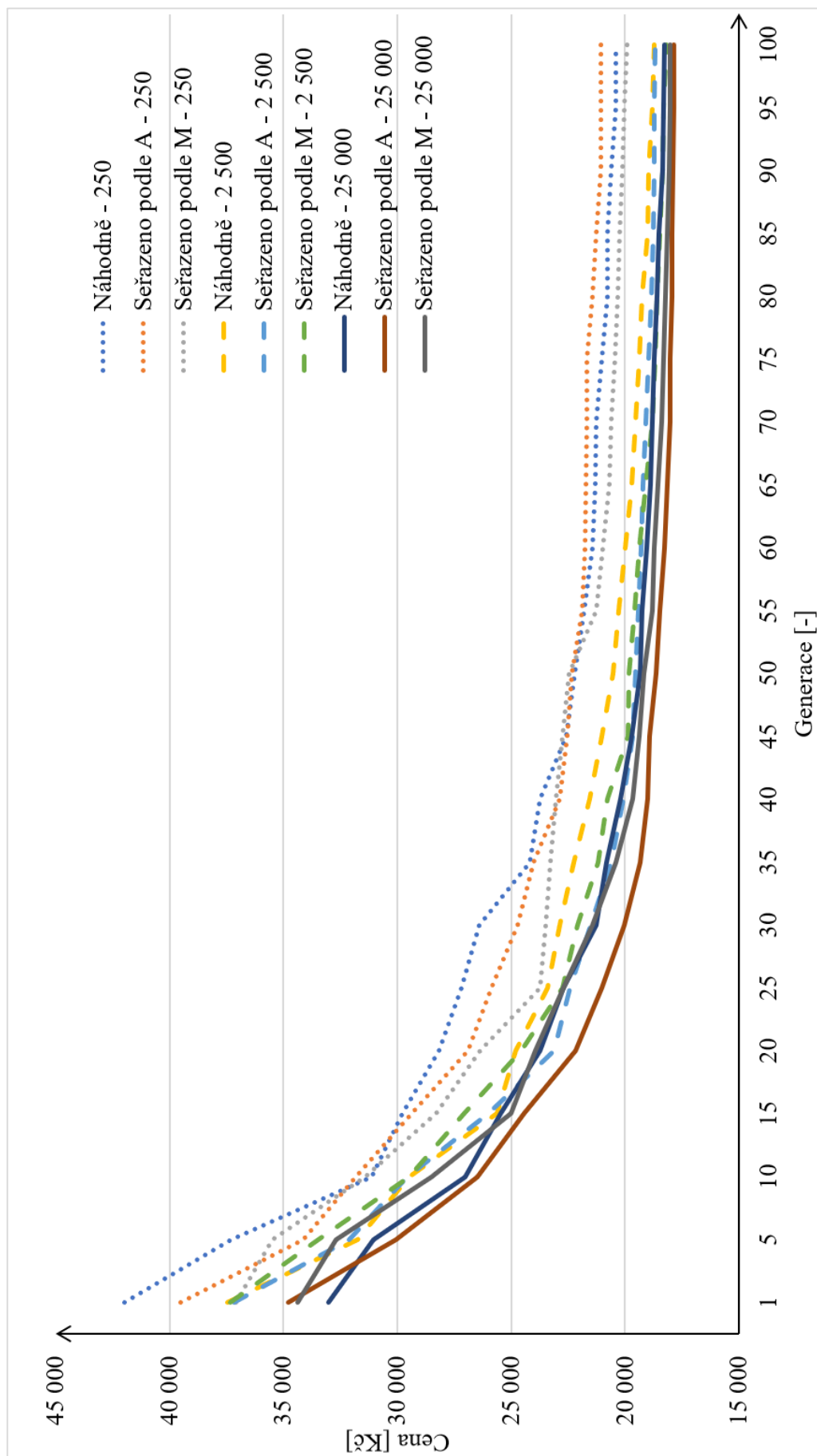
Pro poslední výpočet byla použita populace o velikosti 25 000 jedinců, u které bylo dosaženo minima v 95. generaci, a to s hodnotou účelové funkce 17 835 Kč, jak lze vidět na Obr. B 29. Minimální průměrné hodnoty účelové funkce bylo taktéž dosaženo v 95. generaci s hodnotou 18 345 Kč. Minimální hmotnosti bylo dosaženo v 95. generaci, ale průměrná hmotnost klesala až do poslední generace na hodnotu 574 kg, jak lze vidět na Obr. B 30.

#### **Sada výpočtů pro seřazenou databázi profilů podle ceny za metr délky profilu – M**

Na začátek byla vybrána databáze profilů o velikosti 250 jedinců pro první výpočet této sady. Celkového minima bylo dosaženo v 95. generaci s hodnotou 19 893 Kč, avšak průměrná hodnota účelové funkce ještě klesala a v poslední generaci se zastavila na hodnotě 20 537 Kč, jak lze vidět na Obr. B 31. V návaznosti na konstrukci, která v dané generaci měla nejlepší výsledek účelové funkce, bylo zjištěno, že v 65. generaci bylo docíleno nejnižší hmotnosti, a to 628 kg. Průměrná hmotnost však po celou dobu výpočtu klesala až do 100. generace, ve které docílila hodnoty 636 kg, což je možné vidět na Obr. B 32.

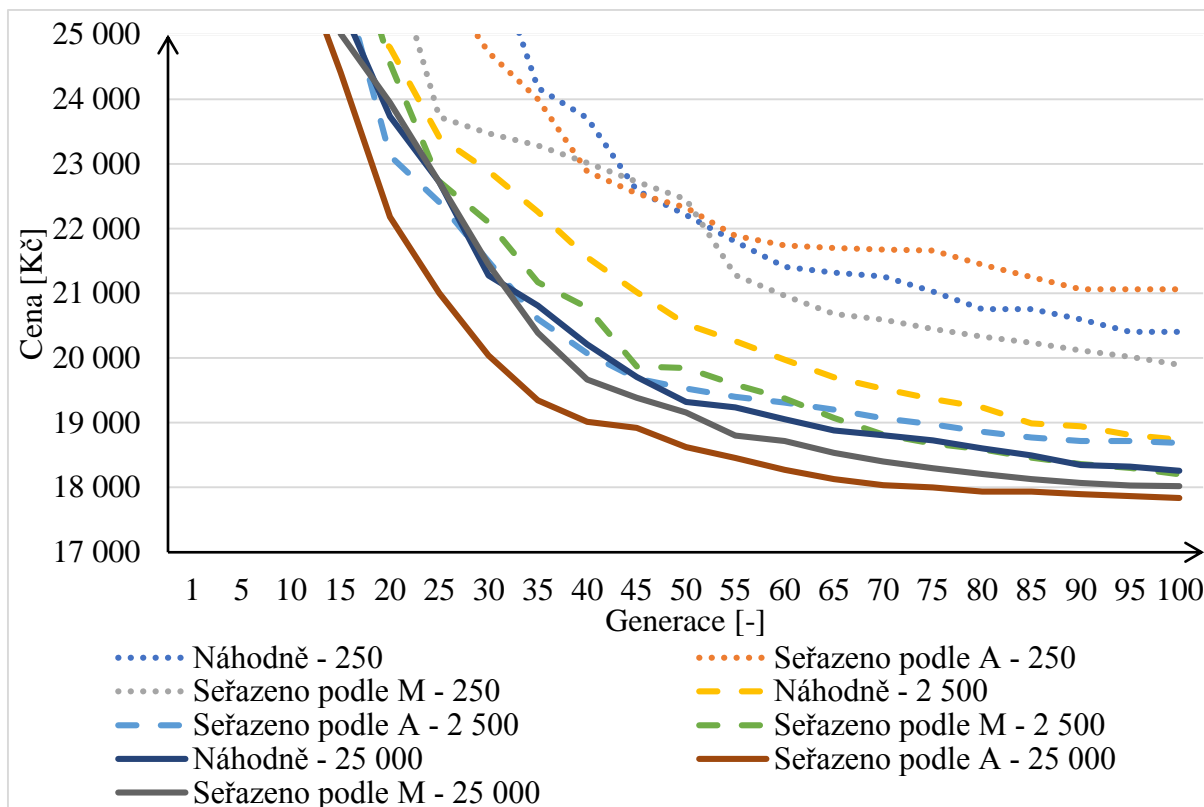
Další v pořadí byla použita populace o velikosti 2 500 jedinců, při níž bylo dosaženo minima účelové funkce v 95. generaci, a to s hodnotou 18 200 Kč, jak je možné vidět na Obr. B 33. Průměrná hodnota účelové funkce klesala až do poslední generace, ve které měla hodnotu 18 761 Kč. S tím souvisela i hmotnost konstrukce, která dosáhla minima až ve 100. generaci s hodnotou 589 kg. Průměrná hodnota hmotnosti tento trend sledovala a v poslední generaci měla hodnotu 599 kg, viz Obr. B 34.

Závěrečný výpočet této sady byl proveden pro populaci o velikosti 25 000 jedinců, u které bylo dosaženo minima ve 100. generaci, a to s hodnotou 18 017 Kč, jak lze vidět na Obr. B 35. Průměrná hodnota účelové funkce dosáhla svého minima až v poslední generaci, a to hodnoty 19 949 Kč. Z Obr. B 36 je patrné, že minimální hmotnosti bylo dosaženo až ve 100. generaci, a to 592 kg. Průměrná hodnota hmotnosti konstrukcí v generaci klesala v průběhu celého výpočtu až do poslední generace, ve které skončila výpočet s nejnižší hodnotou 615 kg.

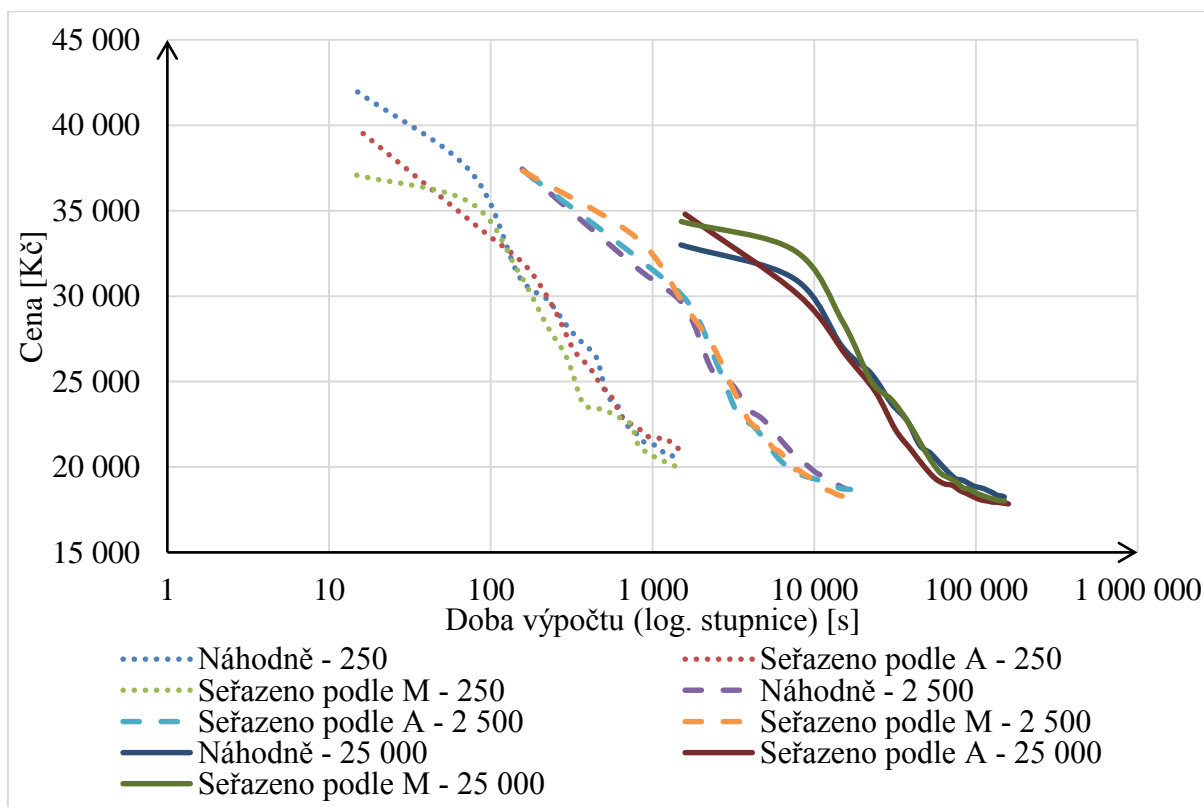


Obr. 41: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci cena za celkově potřebný materiál. Velikosti populace je 250, 2 500, 25 000 jedinců a pro výpočet byla použita náhodně uspořádaná databáze profilů, dále pak databáze seřazená podle plochy průřezu (A) a databáze seřazená podle ceny za metr délky profilu (M).





Obr. 42: Graf znázorňující výřez z Obr. 41., na svislé ose je stupnice hodnoty fitness funkce (cena) pouze v intervalu od 17 000 do 25 000 Kč.



Obr. 43: Graf znázorňující vývoj hodnot účelové funkce (cena) v závislosti na době výpočetního času.

### 8.5.3 ÚČELOVÁ FUNKCE – PARETO

Hlavním sledovaným aspektem je minimální hodnota účelové funkce která, jak již bylo zmíněno, zohledňuje hmotnost a cenu. Pro lepší přehlednost grafů, jsou zobrazeny pouze výsledky z každé desáté generace. Výsledný graf byl složen pouze z Pareto hranic, které byly vypočítány ve 100. generaci, jež je možné vidět na Obr. 45 a byl složen ze tříd sad výpočtů. Sady jsou uspořádány podle databáze profilů, následně pak každá sada byla spočítaná s třemi rozdílnými velikostmi populace. Pro detailnější přehled byl vytvořen výřez souhrnného grafu, který lze vidět na Obr. 44. V závěru kapitoly je uvedena sumarizační tabulka shrnující výpočetní časy pro jednotlivé výpočty.

#### Sada výpočtů pro náhodně seřazenou databázi profilů

Jako první byla použita databáze s náhodně seřazenými profily a populací o velikosti 250 jedinců, ve které bylo dosaženo minima ve 100. generaci, jak lze vidět na Obr. B 37. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 565 kg (s cenou 20 197 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 19 644 Kč (s hmotností 574 kg).

Pro následující výpočet byla zvolena populace o velikosti 2 500 jedinců, při níž bylo dosaženo minima taktéž ve 100. generaci, jak je možné vidět v Obr. B 38. Výsledku s minimální hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 540 kg (s cenou 22 114 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo také ve 100. generaci, a to s cenou 19 009 Kč (s hmotností 565 kg).

Závěrečný výpočet této sady byl proveden s populací o velikosti 25 000 jedinců, u které bylo dosaženo minima ve 100. generaci. Z Obr. B 39 je vidět, že výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo již v 95. generaci, a to s hmotností 526 kg (s cenou 20 075 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 18 097 Kč (s hmotností 557 kg).

#### Sada výpočtů pro seřazenou databázi profilů podle plochy průřezu – A

Jako úvodní zadání této sady výpočtů byl proveden výpočet pro populaci o velikosti 250 jedinců a bylo dosaženo minima ve 100. generaci. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 590 kg (s cenou 23 428 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo také ve 100. generaci, a to s cenou 20 486 Kč (s hmotností 608 kg), jak lze vidět na Obr. B 40.

Pro další výpočet byla použita populace o velikosti 2 500 jedinců, jak je možné vidět na Obr. B 41, při němž bylo zjištěno minimum ve 100. generaci. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 522 kg (s cenou 19 606 Kč) a výsledku s minimální cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 17 727 Kč (s hmotností 555 kg).

Na Obr. B 42 je možné vidět výsledky výpočtu, pro který byla použita populace o velikosti 25 000 jedinců a u kterého bylo dosaženo minima ve 100. generaci. Nejmenší hmotnosti bylo

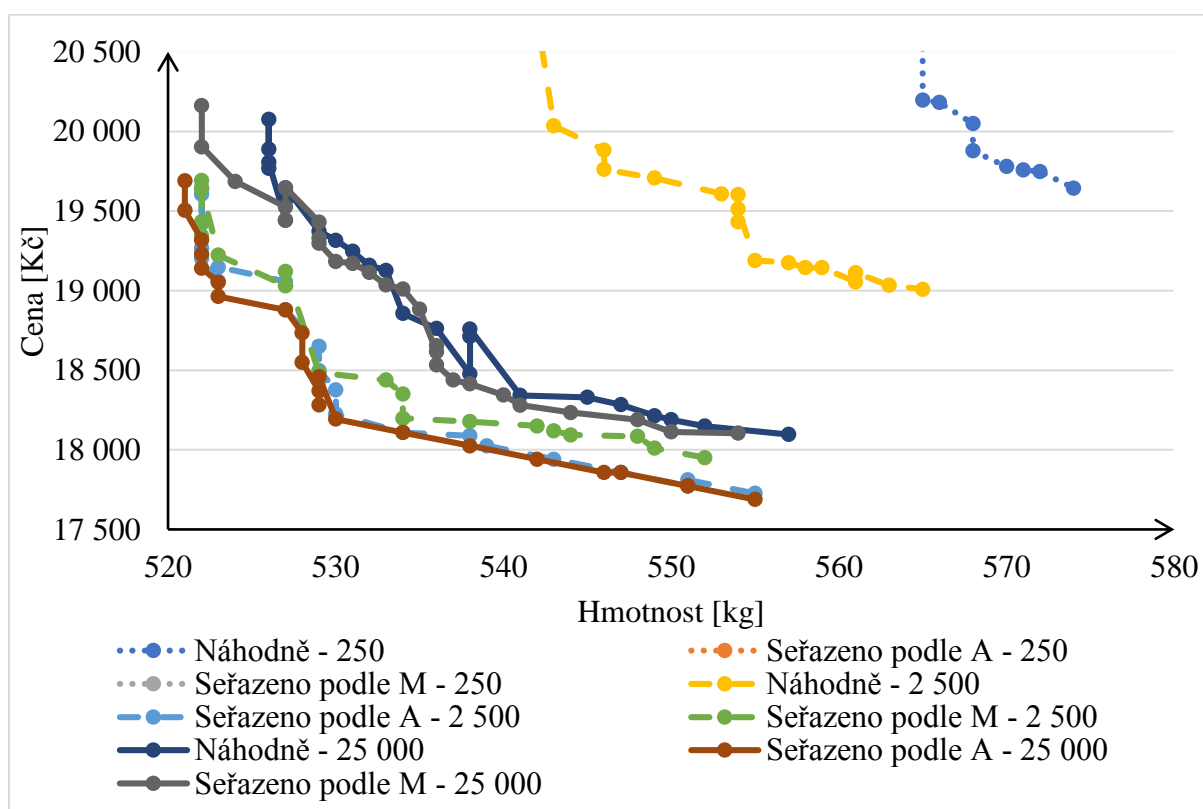
dosaženo u výsledku v 80. generaci, a to s hmotností 521 kg (s cenou 20 049 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 90. generaci, a to s cenou 17 689 Kč (s hmotností 557 kg).

### Sada výpočtů pro seřazenou databázi profilů podle ceny za metr délky profilu – M

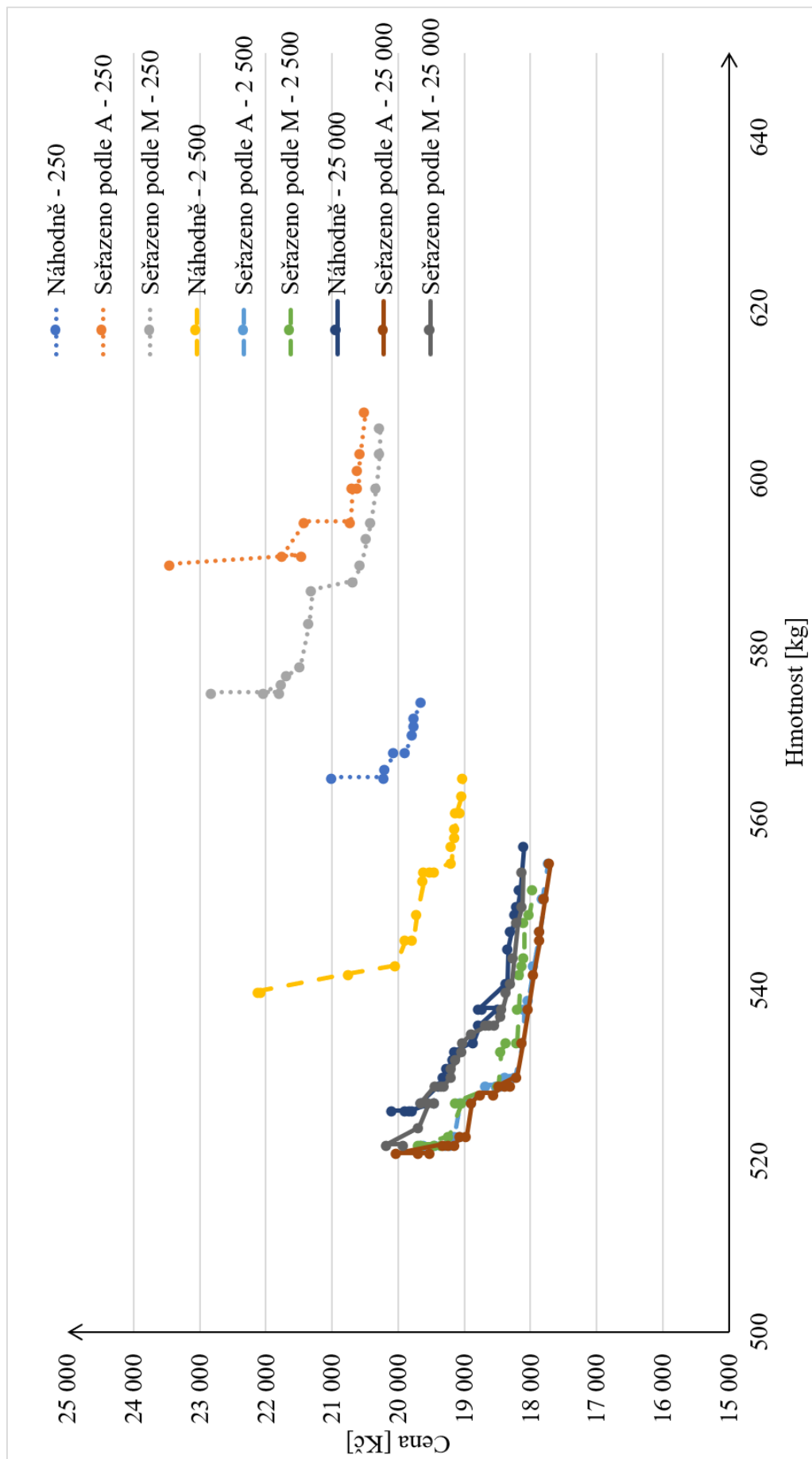
Při použití seřazené databáze profilů podle plochy průřezu, byla jako první použita populace o velikosti 250 jedinců a bylo u ní dosaženo minima ve 100. generaci, jak lze vidět na Obr. B 43. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo v 90. generaci, a to s hmotností 575 kg (s cenou 23 050 Kč), a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 20 271 Kč (s hmotností 606 kg).

Jako další byla použita populace o velikosti 2 500 jedinců při níž bylo dosaženo minima ve 100. generaci, viz Obr. B 44. Výsledku s minimální hmotností bylo dosaženo v 90. generaci, a to s hmotností 522 kg (s cenou 18 135 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 17 951 Kč (s hmotností 522 kg).

V závěru těchto výpočtů byla použita populace o velikosti 25 000 jedinců, u které bylo dosaženo minima ve 100. generaci, jak lze vidět na Obr. B 45. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 522 kg (s cenou 19 903 Kč) a výsledku s minimální cenou bylo dosaženo také ve 100. generaci, a to s cenou 18 105 Kč (s hmotností 554 kg).



Obr. 44: Graf znázorňující výřez z Obr. 45., na svislé ose je znázorněná hodnota fitness funkce v intervalu od 17 500 do 20 500 Kč a na vodorovné ose od 520 do 580 kg.



Obr. 45: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro vícerozměrnou účelovou funkci hmotnosti a ceny za celkově potřebný materiál. Velikost populace je 250, 2 500, 25 000 jedinců a pro náhodně uspořádanou databázi profilů, dále pak pro databázi seřazenou podle plochy průřezu (A) a databázi seřazenou podle ceny za metr délky profilu (M).

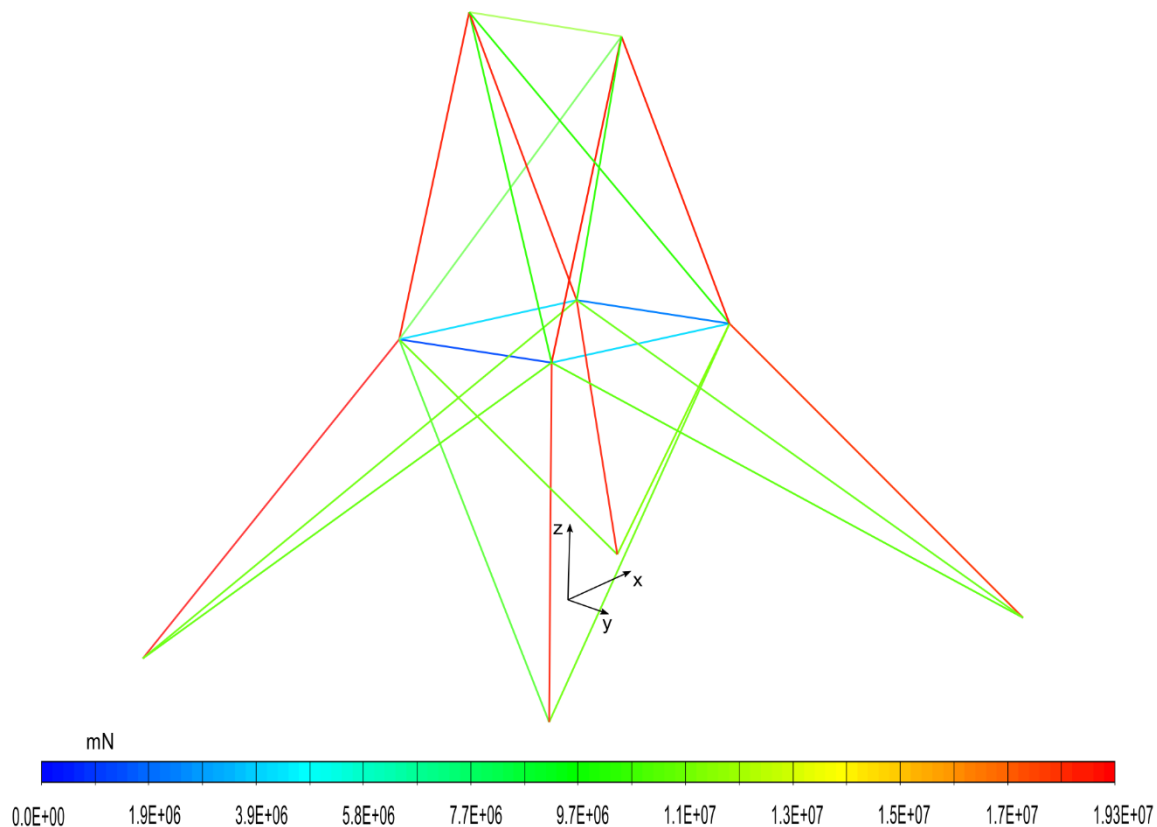
Výsledky získané v průběhu řešení tohoto experimentu byly prezentovány v předchozích podkapitolách, avšak pro lepší přehlednost byla shrnující Tab. 6 s výpočtovými časy uvedena níže. Jak již bylo zmíněno, všechny výše zmíněné výpočty byly v maximální míře algoritmu paralelizovány a uvedený čas tedy odpovídá reálně naměřenému internímu času operačního systému. Nikdy během výpočtů nebylo využito veškeré kapacity RAM paměti.

Tab. 6: Tabulka shrnující dobu potřebnou pro jednotlivé výpočty v prvním experimentu.

Účelová funkce	Typ seřazení databáze profilů	Velikost populace [-]	Doba výpočtu [s]	Účelová funkce	Typ seřazení databáze profilů	Velikost populace [-]	Doba výpočtu [s]		
Hmotnost	Náhodně	250	1 511	Cena	Náhodně	250	1 499		
		2 500	15 633			2 500	15 637		
		25 000	148 364			25 000	149 695		
	A	250	1 872		A	250	1 623		
		2 500	16 508			2 500	16 813		
		25 000	159 005			25 000	158 860		
	M	250	1 484		M	250	1 483		
		2 500	15 179			2 500	15 765		
		25 000	147 667			25 000	150 422		
	Pareto	Náhodně	250		1 660			250	1 660
			2 500		15 124			2 500	15 124
			25 000		150 974			25 000	150 974
A		250	1 489		A		250	1 489	
		2 500	15 606				2 500	15 606	
		25 000	148 605				25 000	148 605	
M		250	1 586		M		250	1 586	
		2 500	15 302				2 500	15 302	
		25 000	151 364				25 000	151 364	

## 8.6 VERIFIKACE VÝSLEDKŮ

Verifikace výsledků proběhla pomocí MKP modelu v softwaru MSC Apex. Na Obr. 46 je vidět rozložení sil na konstrukci, které je shodné s rozložením dosaženého matematickým modelem v algoritmu. Nejvyšší hodnoty sil byly zaznamenány na prutech 1 až 4.



Obr. 46: Verifikace sil MKP modelu, rozložení sil na konstrukci.

Tab. 7 prokazuje dobrou shodu mezi konečno–prvkovým prutovým modelem a algoritmem používaným modelem. Tato shoda vylučuje nesprávnou formulaci modelu v algoritmu.

Tab. 7: Porovnávání maximální síly na konstrukci získanou pomocí algoritmu a MKP.

	Algoritmus	MKP (beam prvky)
Max. síla na konstrukci	19 341 N	19 262 N

## 8.7 DISKUZE K VÝSLEDKŮM PRVNÍHO EXPERIMENTU

Výsledky získané v rámci řešení tohoto experimentu představují optimalizaci návrhu příhradové konstrukce podle stanovených kritérií. Celkově pomocí tohoto optimalizačního algoritmu bylo dosaženo optimalizace příhradové konstrukce pro danou účelovou funkci. Při optimalizaci s účelovou funkcí hmotnosti bylo dosaženo nejnižší hodnoty 521 kg již při 55. generaci při použití seřazené databáze profilů podle plochy a velikosti populace 25 000 jedinců, při čemž bylo naměřeno 87 453 s. Avšak této hodnoty již dosáhnul výpočet, který byl seřazen podle ceny za metr délky profilu s 2 500 jedinci populace a to za 65. generací, což bylo 9 866 s.

Hodnocení optimalizačního algoritmu pro účelovou funkci cena je mnohem obtížnější, protože nedošlo jako v přechozím případě k nalezení společné hodnoty, na které by se výpočty ustálily. Nejmenší hodnota účelové funkce byla zjištěna při výpočtu se seřazenou databází podle plochy a 25 000 jedinci v populaci s hodnotou 17 835 Kč.

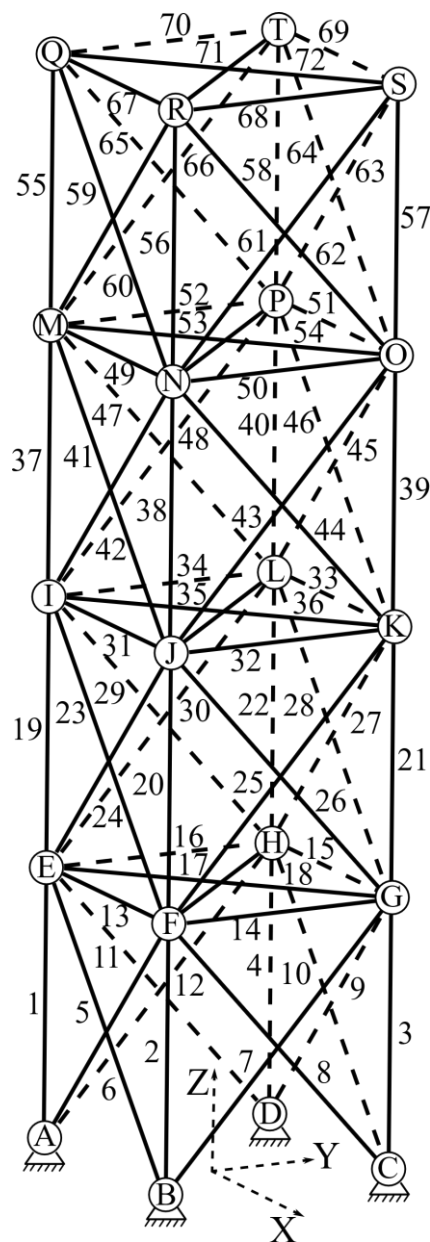
Při hodnocení výsledků získaných pro vícerozměrnou účelovou funkci bylo zjištěno, že seřazené databáze zlepšují konvergenci. Bylo zjištěno, že ve výpočtu se objevila konstrukce, která měla nižší hodnotu ceny (17 689 Kč), než při optimalizaci s účelovou funkcí cena.

Na základě těchto dat a jejich interpretace v podobě grafů a tabulek lze usuzovat, že:

- a. Algoritmus přináší optimalizované návrhy konstrukce pro danou účelovou funkci.
- b. Pokud se na optimalizační algoritmus podíváme ze strany rychlosti konvergence (na velikosti populace), tak jednoznačně převažuje varianta s populací o velikosti 25 000 jedinců. To logicky z grafů vede na konstatování, že větší populace znamená rychlejší konvergenci na jednotku generace.
- c. Jestliže daný problém je analyzován po stránce rychlosti konvergence za výpočtový čas, tak v tomto případě lze konstatovat, že při malém počtu jedinců došlo k malému počtu výpočtů a získaný výsledek nedokongvergoval do minima, a proto by bylo vhodné počítat s větším množstvím generací. Při větším počtu jedinců (2 500 jedinců a více) je možné vidět, že výsledky opakovaně dosáhly při optimalizaci hmotnosti hodnoty 521 kg.
- d. Pro varianty počítané pro případ s účelovou funkcí hmotnost, bylo opakovaně docíleno hodnoty 521 kg a nedošlo již k žádnému zlepšení, což naznačuje, že extrém může ležet v blízkém okolí této hodnoty.
- e. Malá populace je silně závislá na náhodě, kdežto při větší populaci se více projevuje dopad, jakým způsobem je uspořádaná databáze, tj. při populaci od 2 500 jedinců se projevuje rychlejší konvergence.
- f. Z grafů lze usuzovat, že použití uspořádané databáze přináší lepší výsledky.
- g. Vícerozměrná optimalizace přináší výsledky, které jsou v souladu s optimalizací hmotnosti i ceny.
- h. Z grafů lze usuzovat, že existuje závislost mezi optimalizací hmotnosti a ceny.

## 8.9 FORMULACE OPTIMALIZAČNÍHO PROBLÉMU DRUHÉHO EXPERIMENTU

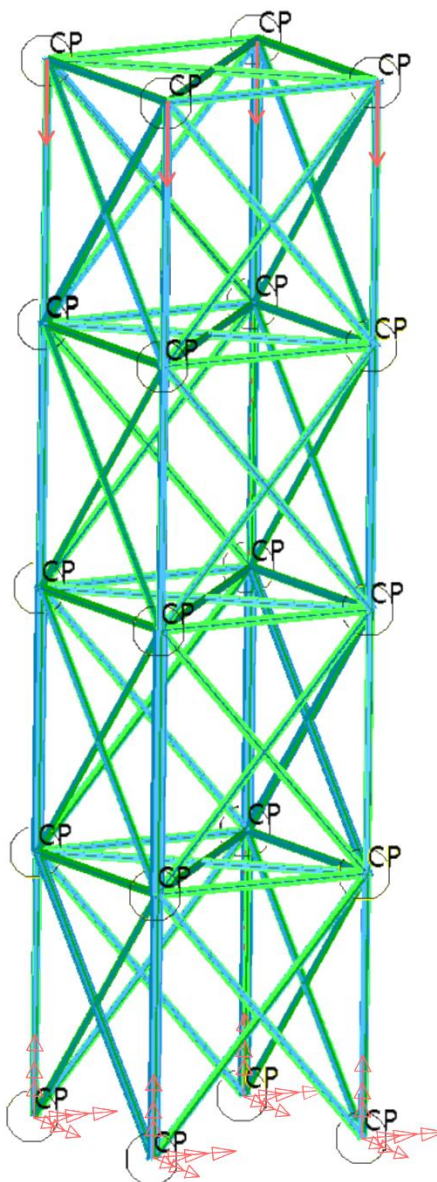
První experiment je v rámci optimalizace příhradových konstrukcí brán jako odrazový můstek, ale v literatuře jsou naznačeny obtíže, které může přinést zvyšování počtu prutů pro výpočet [6],[40],[42],[90]. Tento experiment má ověřit funkčnost výpočtu na složitější konstrukci. Pro tuto aplikaci metodiky byla vybrána konstrukce, která může být základem pro věž například věžového jeřábu. Jedná se o příhradovou konstrukci složenou ze 72 prutů, jak lze vidět na Obr. 47. Styčníky A, B, C a D jsou vetknuté (vůči globálnímu souřadnému systému), ale styčníky stále kloubově propojují pruty. Pruty, které se kříží, ale v tomto místě nemají definovaný styčník, se v tomto místě vzájemně neovlivňují.



Obr. 47: Návrh druhé příhradové konstrukce a styčníků v globálním souřadném systému.



Ve styčnicích Q, R, S a T jsou aplikovány síly užitečného zatížení o velikosti 50 kN v záporném směru osy Z, jak lze vidět na Obr. 48. Dále je aplikována gravitace ve formě síly působící na každý nosník ekvivalentní jeho hmotnosti orientovaný v záporném směru osy Z. Styčnící spojují jednotlivé pruty a jejich souřadnice jsou uvedeny v Tab. 8.



Obr. 48: MKP model příhradové konstrukce ze 72 prutů s vazbami a užitečným zatížením modelovaný v MSC APEX.

Tab. 8: Souřadnice styčnicků v globálním souřadném systému pro příhradovou konstrukci s 72 pruty.

Název styčnicku	X [mm]	Y [mm]	Z [mm]
A	-1 065	-1 065	0
B	1 065	-1 065	0
C	1 065	1 065	0
D	-1 065	1 065	0
E	-1 065	-1 065	2 380
F	1 065	-1 065	2 380
G	1 065	1 065	2 380
H	-1 065	1 065	2 380
I	-1 065	-1 065	4 760
J	1 065	-1 065	4 760
K	1 065	1 065	4 760
L	-1 065	1 065	4 760
M	-1 065	-1 065	7 140
N	1 065	-1 065	7 140
O	1 065	1 065	7 140
P	-1 065	1 065	7 140
Q	-1 065	-1 065	9 520
R	1 065	-1 065	9 520
S	1 065	1 065	9 520
T	-1 065	1 065	9 520

Pro tento experiment byl zvolený odlišný soubor velikostí populace, a to populace o velikostech 72, 720 a 7 200 jedinců. Nastavení zbývajících atributů algoritmu zůstalo obdobné jako v předchozím experimentu, jenž je možné nalézt v předchozí podkapitole. V Tab. 9 je uvedený přehled veškerých sad výpočtů řazených podle účelové funkce a následně pak podle seřazení databáze profilů a velikostí populace.

Tab. 9: Tabulka přehledu výpočtů pro všechny řady populace, pro danou cílovou funkci a pro dané seřazení databáze (A je seřazení podle plochy průřezu, M je seřazení podle ceny za metr délky profilu).

Databáze	Náhodná			A			M		
Hmotnost	72	720	7 200	72	720	7 200	72	720	7 200
Cena	72	720	7 200	72	720	7 200	72	720	7 200
Pareto	72	720	7 200	72	720	7 200	72	720	7 200

## 8.10 ŘEŠENÍ OPTIMALIZAČNÍHO PROBLÉMU DRUHÉHO EXPERIMENTU

Výpočty uvedené v tomto experimentu jsou organizovány stejně jako předchozí experiment. Výsledky budou systematicky roztrženy podle výše popsaných účelových funkcí a získané

výsledky jednotlivých výpočtů je možné nalézt v příloze C této práce. Taktéž jsou zaznamenány doprovodné hodnoty hmotností a cen konstrukcí a zároveň jsou sumarizovány průměrné hodnoty jedinců v populaci. Pro souhrnný přehled jsou v hlavní části práce uvedeny pouze souhrnné grafy a detailní grafy jsou následně uvedeny již ve zmíněné příloze C.

### 8.10.1 ÚČELOVÁ FUNKCE – HMOTNOST

Stejně jako v předchozím experimentu je hlavním sledovaným aspektem minimální hodnota účelové funkce (hmotnost) a zároveň s tím je pro každou pátou generaci počítaná průměrná hodnota účelové funkce ze všech akceptovatelných výsledků. Následně je taktéž zaznamenána cena za celkově potřebný materiál konstrukce, která je vyhodnocena v dané generaci jako jedinec s minimální hodnotou účelové funkce a zároveň je pro každou pátou generaci počítaná průměrná hodnota ceny za celkově potřebný materiál ze všech akceptovatelných výsledků.

Na Obr. 49 je vidět výsledný souhrnný graf, který byl složen ze tří sad výpočtů, a to podle uspořádání databáze profilů. Dále pak byla každá sada spočítaná s třemi rozdílnými velikostmi populace, viz Tab. 9. Na Obr. 50 je možné vidět graf, který znázorňuje vývoj hodnoty fitness funkce, pro detailnější přehled byl vytvořen výřez souhrnného grafu, který je možné vidět Obr. 50. V závěru této podkapitoly je uvedený Obr. 51, což je graf znázorňující vývoj hodnoty účelové funkce na délce výpočtového času.

#### Sada výpočtů pro náhodně seřazenou databázi profilů

Úvodní sada výpočtů byla provedena pro náhodně seřazenou databázi profilů a velikost populace byla zvolena na 72 jedinců. Na Obr. C 1 je možné vidět vývoj minimální hodnoty účelové funkce, které bylo dosaženo ve 100. generaci s hodnotou 1 460 kg a průměrná hodnota účelové funkce dosáhla ve stejné generaci 1 504 kg. S tím související minimální cena nejlepší konstrukce dosáhla ve 100. generaci ceny 58 867 Kč, viz Obr. C 2. Průměrná cena zaznamenala nejnižší hodnotu také až ve 100. generaci s cenou 64 491 Kč.

Velikost populace byla zvolena na 2 500 jedinců pro následující výpočet, při němž bylo dosaženo celkového minima účelové funkce ve 100. generaci, a to s hodnotou 1 396 kg, jak je možné vidět na Obr. C 3. Pro tuto generaci byla také vyhodnocena i nejmenší průměrná hodnota 1 401 Kč. V návaznosti s tím bylo dosaženo minimální ceny konstrukce až v posledním výpočtu, a to 55 830 Kč. Na Obr. C 4 je možné vidět vývoj průměrné ceny, jejíž nejnižší hodnota byla zjištěna až ve 100. generaci s hodnotou 57 587 Kč.

Pro poslední výpočet této sady byla zvolena populace o velikosti 7 200 jedinců, u které bylo dosaženo minima ve 100. generaci, s minimální hodnotou účelové funkce 1 167 kg. Jak lze vidět na Obr. C 5, pro tuto generaci činila hodnota průměrné hmotnosti v generaci 1 184 kg. S tím související nejnižší ceny bylo dosaženo v 95. generaci, a to 51 427 Kč, v následujících generacích byla cena již vyšší, viz Obr. C 6 a minimum průměrné ceny bylo vyhodnoceno až ve 100. generaci, a to 52 966 Kč.

### **Sada výpočtů pro seřazenou databázi profilů podle plochy průřezu – A**

Jako první z této sady výpočtů byl proveden výpočet s populací o velikosti 72 jedinců. Bylo při něm dosaženo minima účelové funkce až ve 100. generaci, a to s hodnotou 1 838 kg. Nejnižší průměrná hodnota byla zjištěna v téže generaci s hodnotou 1 843 kg, jak je možné vidět na Obr. C 7. S tím související minimální ceny pro konstrukci s nejnižší hmotností v rámci výpočtu bylo dosaženo také ve 100. generaci, a to s cenou 78 106 Kč a průměrnou cenou 83 672 Kč, viz Obr. C 8.

Jako další v pořadí byla použita populace o velikosti 2 500 jedinců, při níž bylo dosaženo minima ve 100. generaci, a to s hodnotou 1 426 kg, stejně jako průměrné hodnoty účelové funkce, a to 1 437 kg, jak můžete vidět na Obr. C 9. Avšak nejnižší ceny pro konstrukci s nejnižší hodnotou účelové funkce bylo dosaženo již v 70. generaci, a to s cenou 60 228 Kč, která v dalších generacích zvyšovala hodnotu a od 90. generace zase klesala, jak je vidět v Obr. C 10.

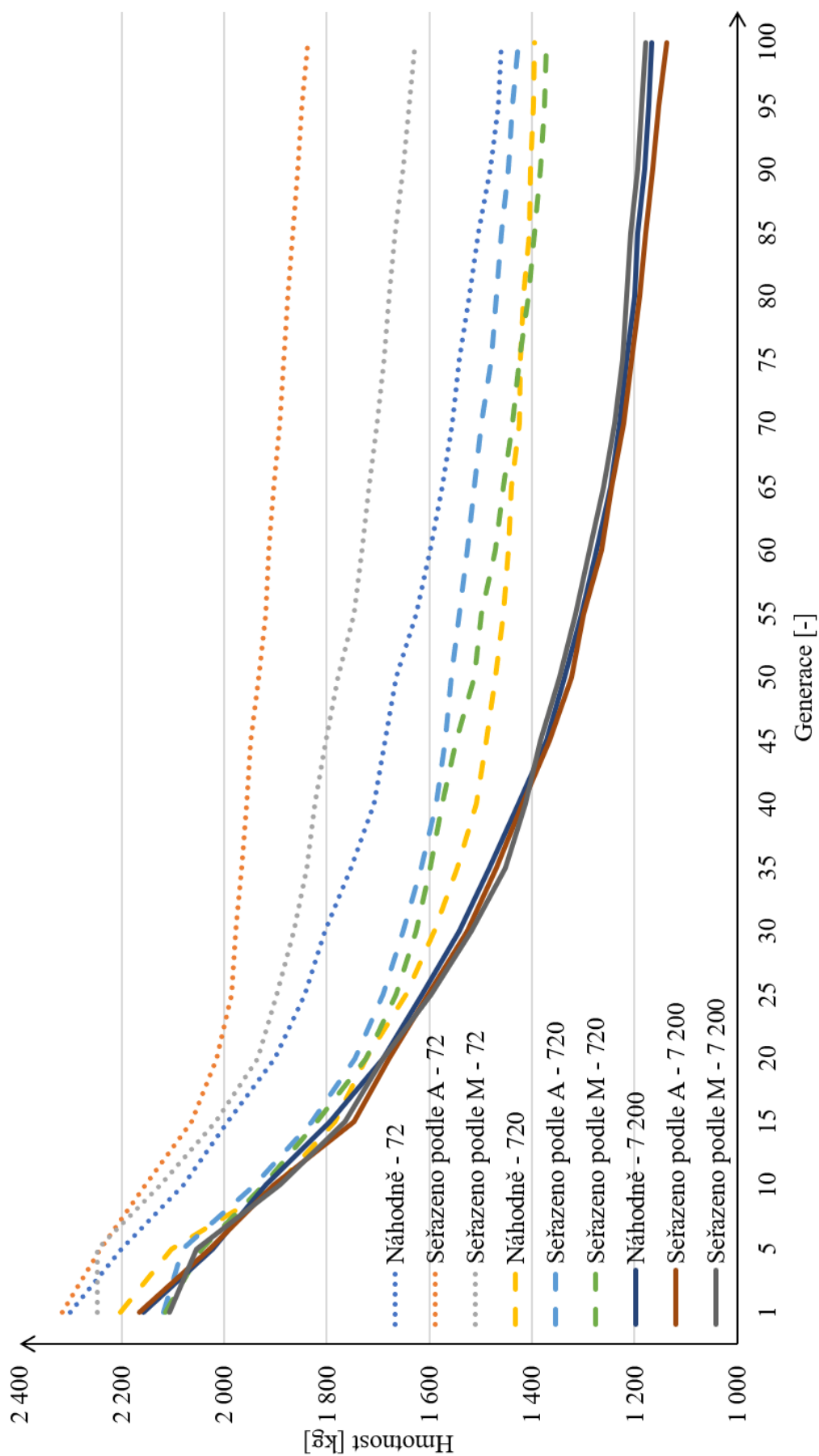
Na závěr této výpočetní sady byla použita populace o velikosti 7 200 jedinců, u které bylo dosaženo minima v posledním výpočtu, a to s hodnotou 1 137 kg, jak lze vidět na Obr. C 11. Stejně tak nejnižší průměrné hodnoty účelové funkce bylo dosaženo ve 100. generaci o hodnotě 1 156 kg. Minimální cena byla zaznamenána již v 90. generaci, a to 50 696 Kč, která se až do konce výpočtu zvyšovala, viz Obr. C 12.

### **Sada výpočtů pro seřazenou databázi profilů podle ceny za metr délky profilu – M**

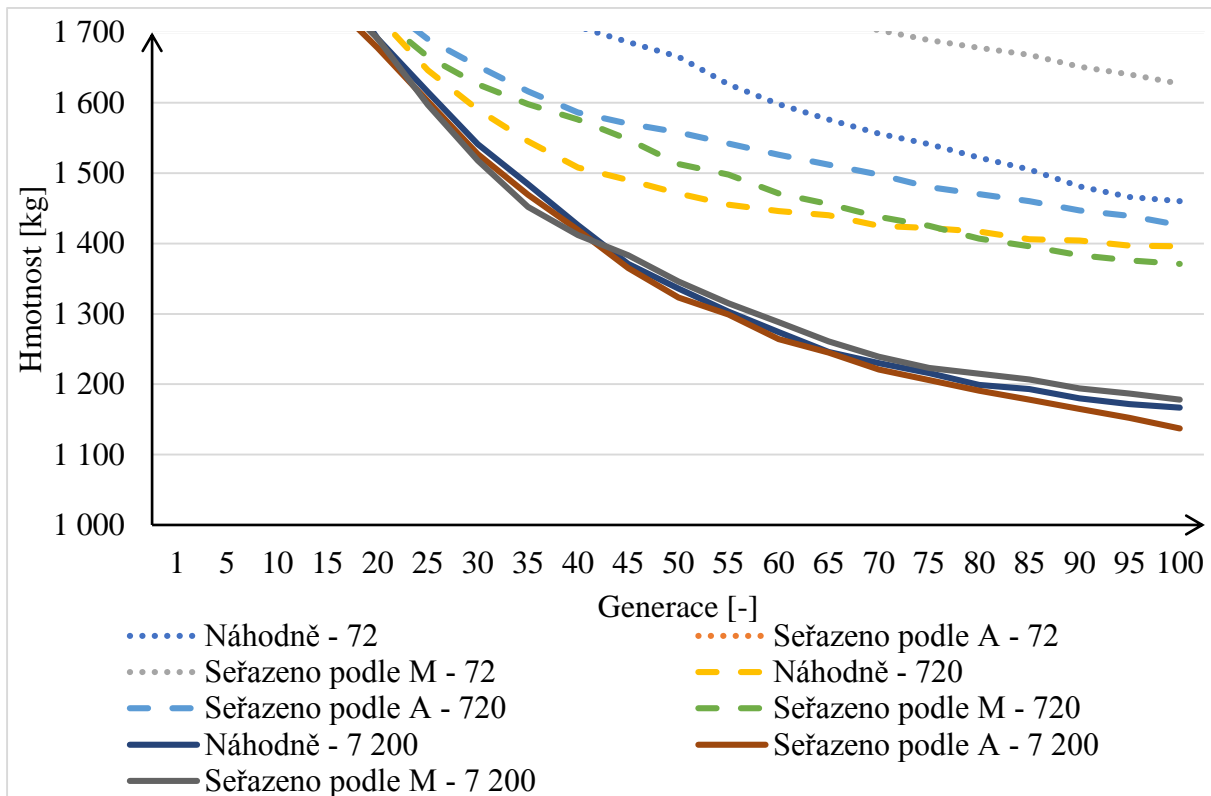
Velikost populace byla pro první výpočet zvolena na 250 jedinců, při níž bylo zjištěno minimum hodnoty účelové funkce až ve 100. generaci, a to 1 460 kg, jak lze vidět na Obr. C 13. Průměrná hodnota se k této hodnotě blížila, kde se zastavila na hodnotě 1 504 kg. Minimální ceny bylo dosaženo v poslední generaci, a to 58 867 Kč, viz Obr. C 14. Minimum průměrné ceny bylo dosaženo taktéž ve 100. generaci s cenou 64 491 Kč.

Jako další v pořadí byla použita populace o velikosti 2 500 jedinců, při níž bylo dosaženo minima účelové funkce ve 100. generaci, a to s hodnotou 1 396 kg, kterou je možné vidět na Obr. C 15. Průměrná hodnota účelové funkce dosáhla minima až v poslední generaci, a to s hodnotou 1 401 kg. S tím související minimum ceny bylo dosaženo ve 100. generaci, a to 55 830 Kč, viz Obr. C 18. Průměrná cena však klesala během celého výpočtu až docílila 57 587 Kč ve 100.

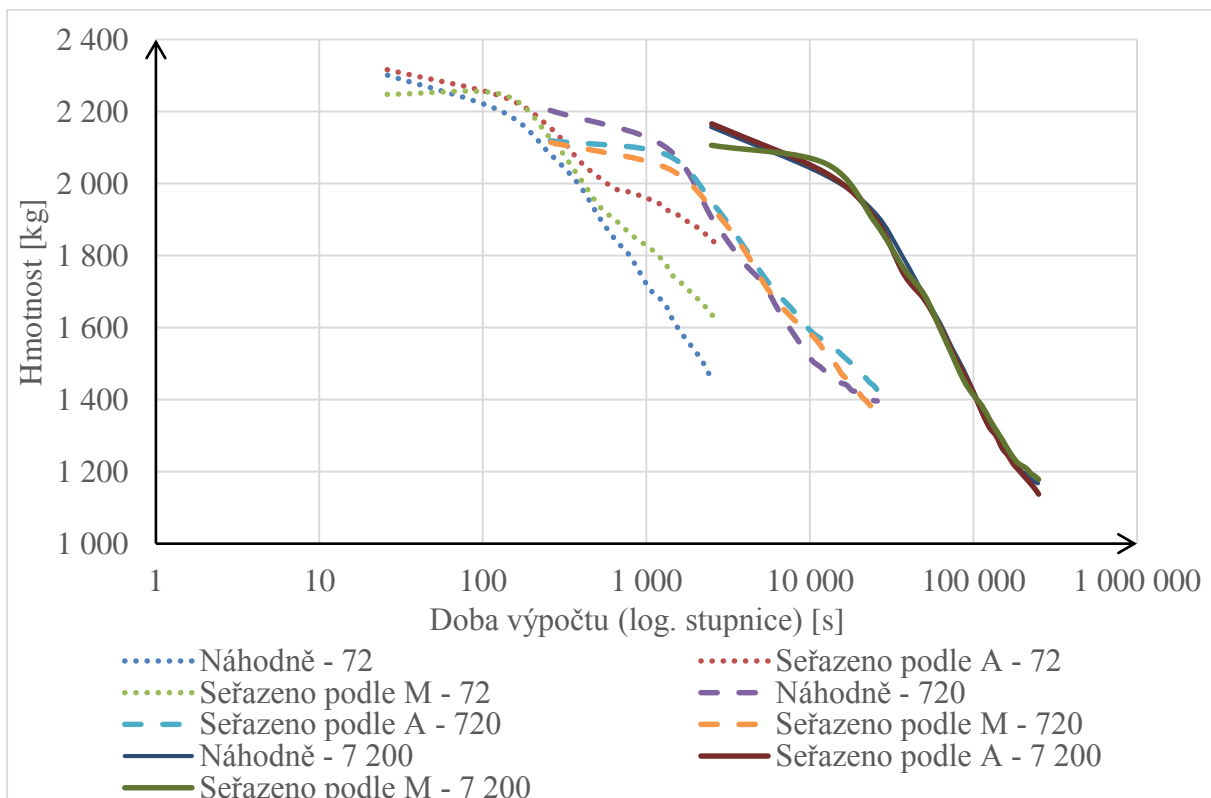
V závěru této sady byla použita populace o velikosti 7 200 jedinců, u které bylo dosaženo minima v poslední generaci, a to s hodnotou 1 167 kg, jak lze vidět na Obr. C 17. Průměrná hodnota účelové funkce dosáhla minima až v poslední generaci, a to s hodnotou 1 184 kg. S tím související minimální ceny bylo dosaženo v 95. generaci, a to 51 427 Kč, viz Obr. C 18. Průměrná cena však klesala během celého výpočtu, až docílila 52 966 Kč ve 100. generaci.



Obr. 49: Souhrnný graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci hmotnost materiálu. Velikosti populace jsou 72, 720, 7 200 jedinců a pro výpočet byla použita náhodně uspořádaná databáze profilů, dále pak databáze seřazená podle plochy průřezu (A) a databáze seřazená podle ceny za metr délky profilu (M).



Obr. 50: Graf znázorňující výřez z Obr. 49., na svislé ose je stupnice hodnoty fitness funkce (hmotnost) pouze v intervalu od 1 000 do 1 700 kg.



Obr. 51: Graf znázorňující vývoj hodnot účelové funkce (hmotnost) v závislosti na době výpočetního času.

### 8.10.2 ÚČELOVÁ FUNKCE – CENA

Stejně jako v předchozím případě je hlavním sledovaným aspektem minimální hodnota účelové funkce (a to cena za celkově potřebný materiál), zároveň s tím je pro každou pátou generaci počítaná průměrná hodnota této účelové funkce ze všech akceptovatelných výsledků. Dále je zaznamenávána hmotnost konstrukce, která je vyhodnocena v dané generaci jako jedinec s minimální hodnotou účelové funkce a zároveň je pro každou pátou generaci počítaná průměrná hodnota hmotnosti ze všech akceptovatelných výsledků.

Na Obr. 52 je vidět souhrnný graf, který byl složen ze tří sad výpočtů, a to podle uspořádání databáze profilů, následně pak každá sada byla spočítaná s třemi rozdílnými velikostmi populace. Následně pak na Obr. 54 je možné vidět detailní přehled v podobě výřezu ze souhrnného grafu. Na závěr podkapitoly je uvedený Obr. 53, což je graf znázorňující vývoj hodnoty účelové funkce na délce výpočtového času.

#### Sada výpočtů pro náhodně seřazenou databázi profilů

Jako úvodní zadání této sady výpočtů byl proveden výpočet pro populaci o velikosti 72 jedinců, při níž bylo dosaženo minima účelové funkce ve 100. generaci, a to s hodnotou 60 226 Kč, jak lze vidět na Obr. C 19. Nejnižší průměrné ceny v generaci bylo dosaženo také ve 100. generaci, a to 62 995 Kč. S tím souvisela minimální hmotnost konstrukce, té bylo dosaženo ve 100. generaci, a to 1 918 kg, viz Obr. C 20. Pro průměrnou hmotnost byla situace totožná a nejnižší průměrné hmotnosti bylo dosaženo až v poslední generaci výpočtu s průměrnou hmotností 1 930 kg.

Jako další byla použita populace o velikost 720 jedinců při níž bylo dosaženo minima ve 100. generaci, jejíž minimální hodnota činila 57 600 Kč, jak je možné vidět na Obr. C 21. Stejný vývojový trend zaznamenala i průměrná cena a dosáhla svého minima v poslední generaci s hodnotou 59 992 Kč. Při analýze hmotnosti konstrukcí bylo zjištěno, že nejlehčí konstrukce se vyskytla v 95. generaci, a to s hmotností 1 900 kg, viz Obr. C 22. Nejnižší průměrné hmotnosti bylo však dosaženo až ve 100. generaci s hodnotou 1 924 kg.

Na závěr této sady byla použita populace o velikosti 7 200 jedinců, u které bylo dosaženo minima ve 100. generaci, a to s hodnotou 48 827 Kč. Průměrná hodnota ceny tento trend následovala a docílila svého minima v poslední generaci s hodnotou 51 273 Kč, jak lze vidět na Obr. C 23. Při výpočtech byla zaznamenána nejnižší hmotnost také v 95. generaci, a to 1 680 kg, které je možné vidět na Obr. C 24. Minimum průměrné hmotnosti bylo dosaženo v posledním generaci výpočtů a to hodnotou 1 689 kg.

#### Sada výpočtů pro seřazenou databázi profilů podle plochy průřezu – A

Jako první byla zvolena populace s velikostí 72 jedinců, při níž bylo dosaženo nejnižší hodnoty účelové funkce ve 100. generaci s hodnotou 69 526 Kč, jak lze vidět na Obr. C 25. Průměrná hodnota účelové funkce držela totožný trend a dosáhla svého minima také v poslední generaci, a to s hodnotou 70 133 Kč. S tím související minimální hmotnost nejlepší konstrukce bylo

zjištěna v 95. generaci, a to 2 134 kg, zároveň však bylo zjištěno, že průměrná hmotnost se od 95. generace zastavila na totožné hodnotě 2 137 kg, což je možné vidět na Obr. C 26.

Pro další výpočet byla použita populace o velikosti 720 jedinců, při níž bylo dosaženo minima ve 100. generaci, a to s hodnotou 53 813 Kč, průměrná hodnota účelové funkce však neklesala až do poslední generace, ale v 95. generaci dosáhla hodnoty 55 182 Kč a následně začala stoupat, jak je možné vidět na Obr. C 27. V návaznosti s tím bylo dosaženo minimální hmotnosti v 75. generaci, a to 1 870 kg, viz Obr. C 28. Průměrná hmotnost v generaci klesala až do 100. generace na hodnotu 1 867 kg.

Pro poslední výpočet byla použita populace o velikosti 7 200 jedinců, u které bylo dosaženo minima ve 100. generaci, a to s hodnotou účelové funkce 46 071 Kč, jak lze vidět na Obr. C 29. Minimální průměrné hodnoty účelové funkce bylo taktéž dosaženo ve 100. generaci s hodnotou 48 035 Kč. Minimální hmotnosti bylo dosaženo ve 100. generaci a průměrná hmotnost klesala až do poslední generace na hodnotu 1 602 kg, jak lze vidět na Obr. C 30.

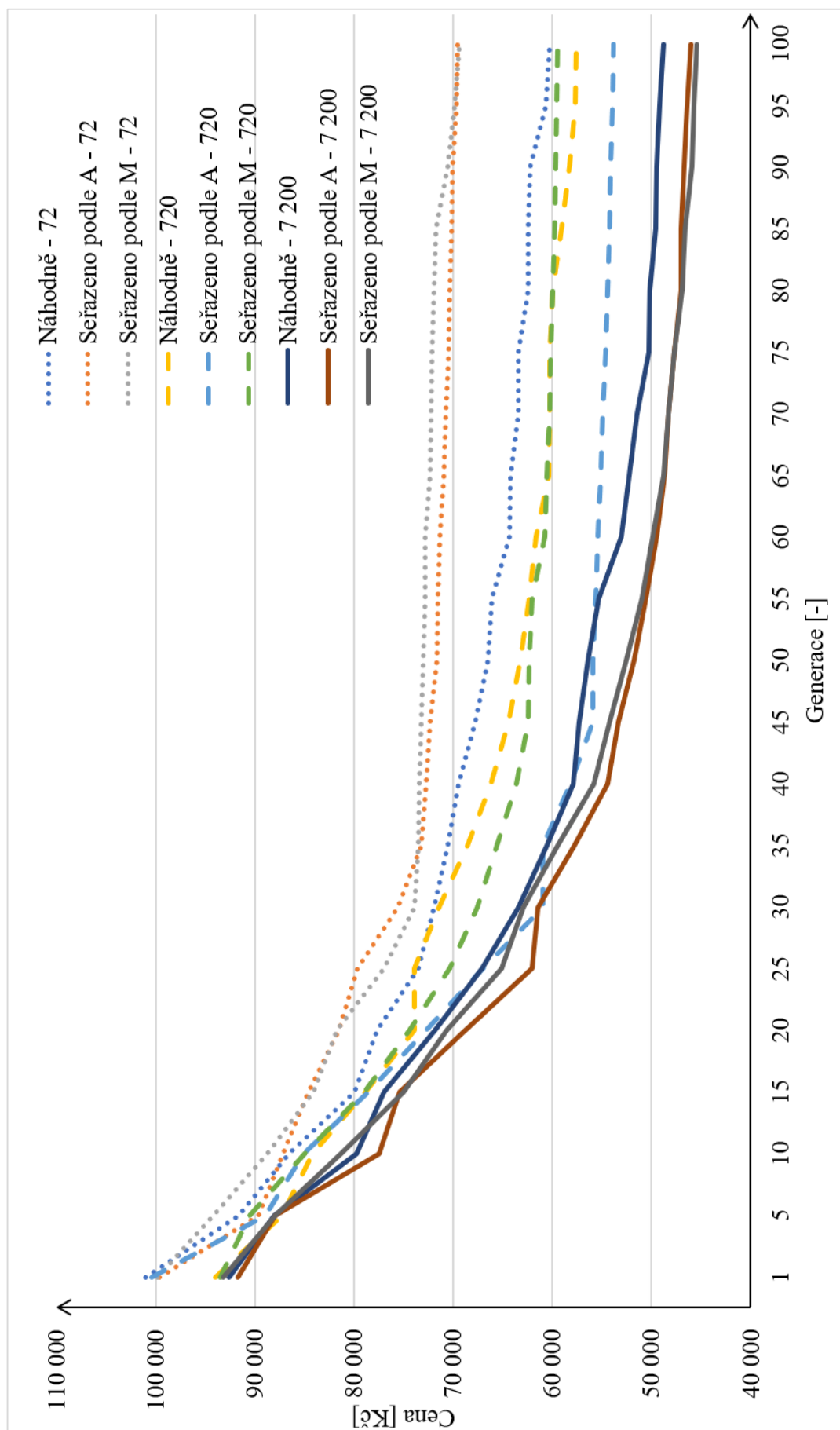
### **Sada výpočtů pro seřazenou databázi profilů podle ceny za metr délky profilu – M**

Na začátek byla vybrána databáze profilů o velikosti 250 jedinců pro první výpočet této sady. Celkového minima bylo dosaženo v poslední generaci s hodnotou 69 838 Kč a průměrná hodnota účelové funkce klesala a ve 100. generaci se zastavila na hodnotě 70 719 Kč, jak lze vidět na Obr. C 31. V návaznosti na konstrukci, která v dané generaci měla nejlepší výsledek účelové funkce, bylo zjištěno, že v 70. generaci bylo docíleno nejnižší hmotnosti, a to 2 173 kg. Průměrná hmotnost však po celou dobu výpočtu klesala až do 100. generace, ve které docílila hodnoty 2 216 kg, což je možné vidět na Obr. C 32.

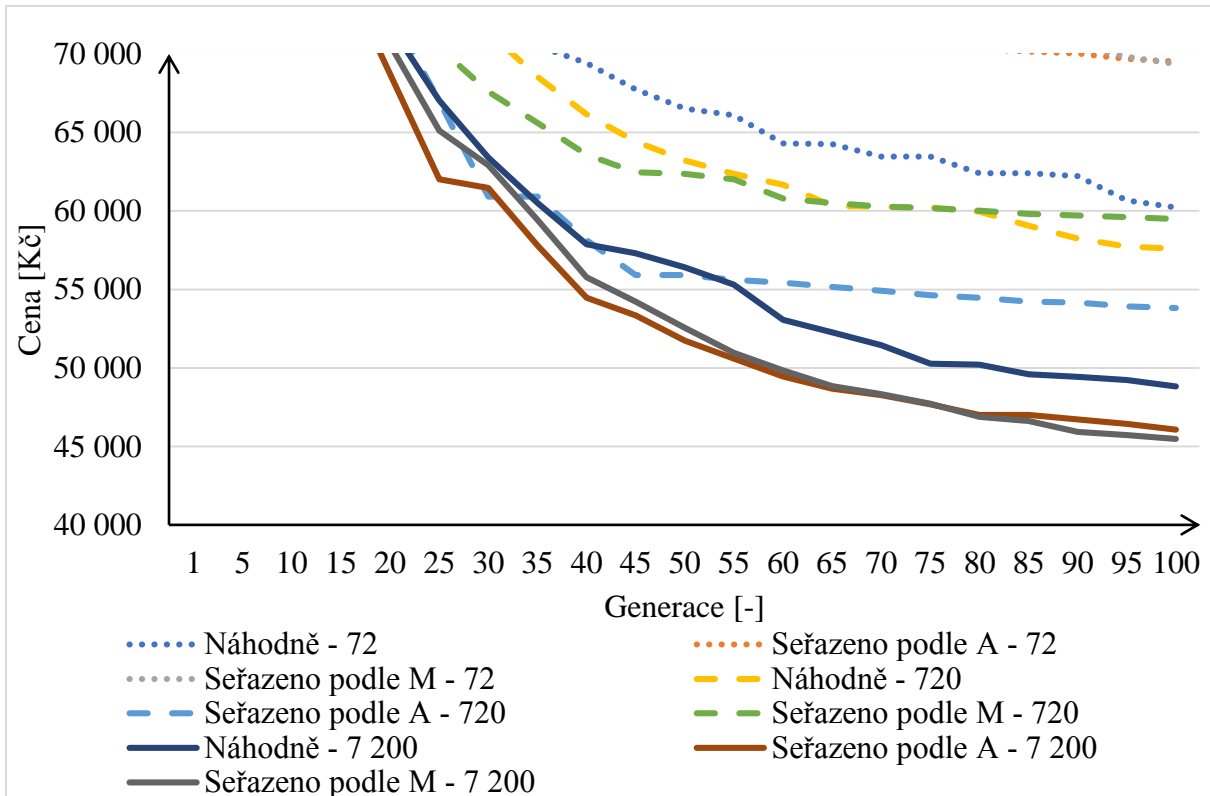
Další v pořadí byla použita populace o velikosti 720 jedinců, při níž bylo dosaženo minima účelové funkce ve 100. generaci, a to s hodnotou 59 490 Kč, jak je možné vidět na Obr. C 33. Průměrná hodnota účelové funkce klesala až do poslední generace, ve které měla hodnotu 60 336 Kč. S tím souvisela i hmotnost konstrukce, která dosáhla minima až ve 100. generaci s hodnotou 1 939 kg. Průměrná hodnota hmotnosti tento trend sledovala a v poslední generaci měla hodnotu 1 951 kg, viz Obr. C 34.

Závěrečný výpočet této sady byl proveden pro populaci o velikosti 7 200 jedinců, u které bylo dosaženo minima v 100. generaci, a to s hodnotou 45 484 Kč, jak lze vidět na Obr. C 35. Průměrná hodnota účelové funkce dosáhla svého minima až v poslední generaci, a to hodnoty 47 548 Kč. Z Obr. C 36 je patrné, že minimální hmotnosti bylo dosaženo až ve 100. generaci, a to 1 533 kg. Průměrná hodnota hmotnosti konstrukcí v generaci klesala v průběhu celého výpočtu až do poslední generace, kde skončila výpočet s hodnotou 1 560 kg.

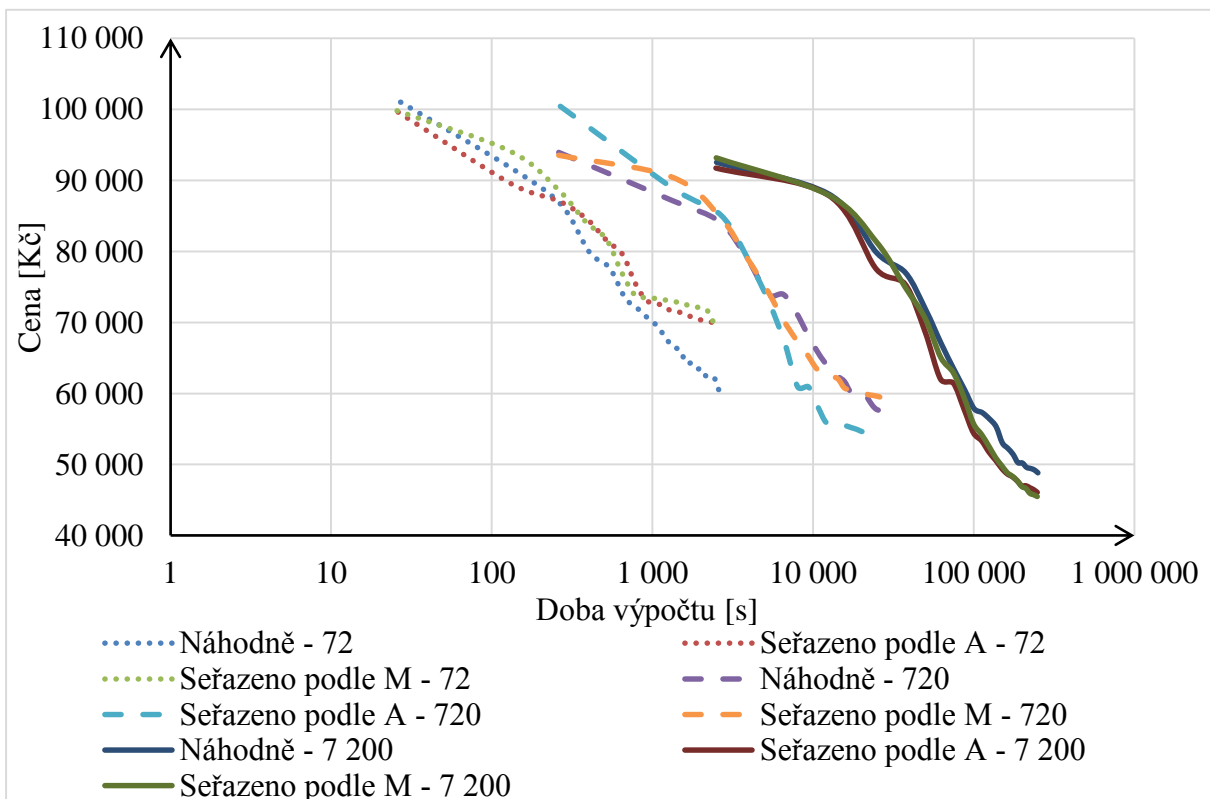




Obr. 52: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci cena za celkově potřebný materiál. Velikosti populace jsou 72, 720, 7 200 jedinců a pro výpočet byla použita náhodně uspořádaná databáze profilů, dále pak databáze seřazená podle plochy průřezu (A) a databáze seřazená podle ceny za metr délky profilu (M).



Obr. 54: Graf znázorňující výřez z Obr. 52., na svislé ose je stupnice hodnoty fitness funkce (cena) pouze v intervalu od 40 000 do 70 000 Kč.



Obr. 53: Graf znázorňující vývoj hodnot účelové funkce (cena) v závislosti na době výpočetního času.

### 8.10.3 ÚČELOVÁ FUNKCE – PARETO

Hlavním sledovaným aspektem je minimální hodnota účelové funkce která, jak již bylo zmíněno, zohledňuje hmotnost a cenu. Pro lepší přehlednost grafů, jsou zobrazeny pouze výsledky z každé desáté generace. Výsledný graf byl složen pouze z Pareto hranic, které byly vypočítány ve 100. generaci, jež je možné vidět na Obr. 56 a byl složen ze tří sad výpočtů, a to podle uspořádání databáze profilů, následně pak každá sada byla spočítaná s třemi rozdílnými velikostmi populace. Pro detailnější přehled byl vytvořen výřez souhrnného grafu, který lze vidět na Obr. 55. V závěru kapitoly je uvedena sumarizační tabulka shrnující výpočetní časy pro jednotlivé výpočty.

#### Sada výpočtů pro náhodně seřazenou databázi profilů

Jako první byla použita databáze s náhodně seřazenými profily a populací o velikosti 72 jedinců, ve které bylo dosaženo minima ve 100. generaci, jak lze vidět na Obr. B 37. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 1 577 kg (s cenou 57 369 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 53 024 Kč (s hmotností 1 627 kg).

Pro následující výpočet byla zvolena populace o velikosti 720 jedinců, při níž bylo dosaženo minima taktéž ve 100. generaci, jak je možné vidět v Obr. B 38. Výsledku s minimální hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 1 384 kg (s cenou 54 354 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 49 184 Kč (s hmotností 1 413 kg).

Závěrečný výpočet této sady byl proveden s populací o velikosti 7 200 jedinců, u které bylo dosaženo minima ve 100. generaci. Z Obr. B 39 je vidět, že výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 1 254 kg (s cenou 45 199 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 40 409 Kč (s hmotností 1 295 kg).

#### Sada výpočtů pro seřazenou databázi profilů podle plochy průřezu – A

Jako úvodní zadání této sady výpočtů byl proveden výpočet pro populaci o velikosti 72 jedinců, bylo dosaženo minima ve 100. generaci. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 1 821 kg (s cenou 63 858 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 60 651 Kč (s hmotností 1 845 kg), jak lze vidět na Obr. B 40.

Pro další výpočet byla použita populace o velikosti 720 jedinců, jak je možné vidět na Obr. B 41, při němž bylo zjištěno minimum ve 100. generaci. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 1 590 kg (s cenou 58 171 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 52 608 Kč (s hmotností 1 609 kg).

Na Obr. B 42 je možné vidět výsledky výpočtu, pro který byla použita populace o velikosti 7 200 jedinců a u kterého bylo dosaženo minima ve 100. generaci. Nejmenší hmotností bylo

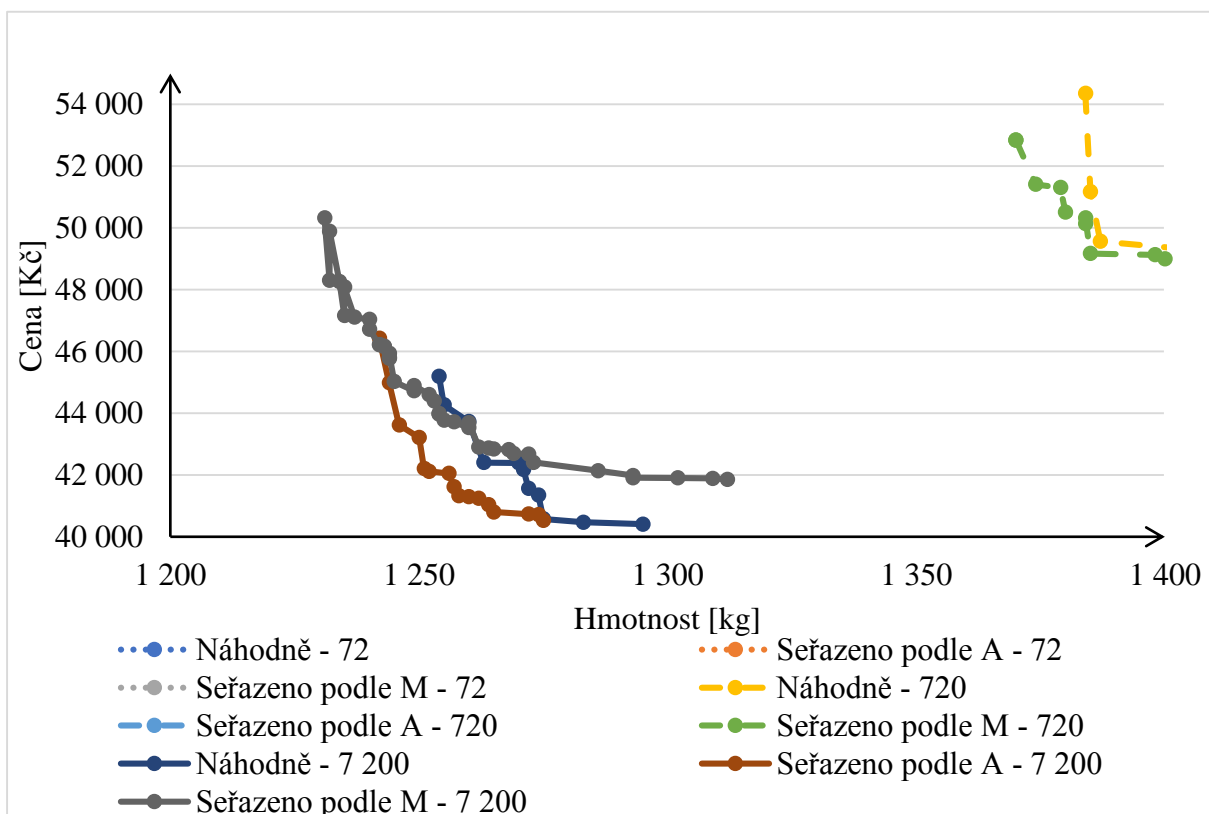
dosaženo u výsledku ve 100. generaci, a to s hmotností 1 242 kg (s cenou 46 431 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 40 227 Kč (s hmotností 1 279 kg).

### Sada výpočtů pro seřazenou databázi profilů podle ceny za metr délky profilu – M

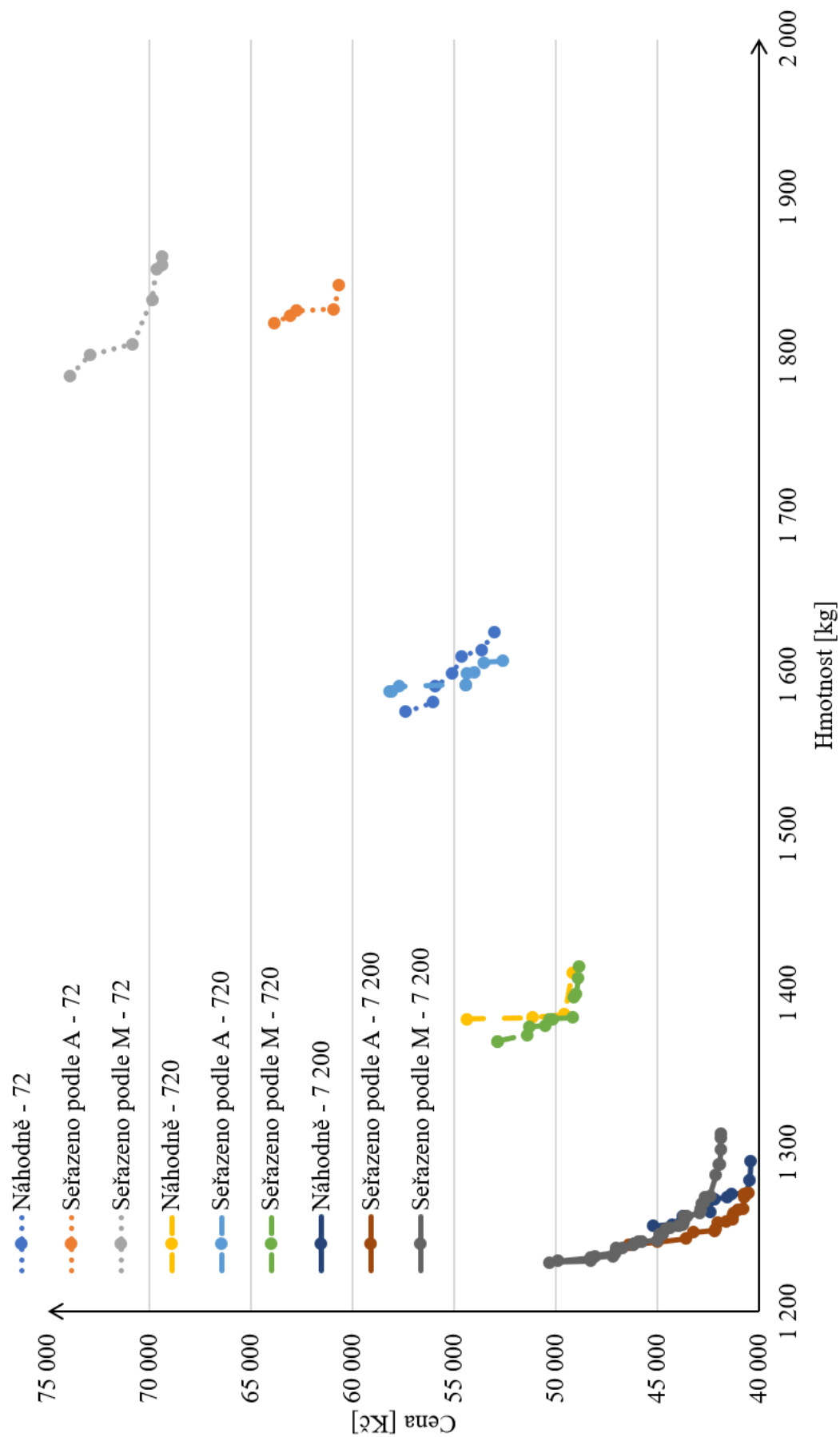
Při použití seřazené databáze profilů podle plochy průřezu, byla jako první použita populace o velikosti 72 jedinců a bylo u ní dosaženo minima ve 100. generaci, jak lze vidět na Obr. B 43. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 1 788 kg (s cenou 73 888 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 69 341 Kč (s hmotností 1 863 kg).

Jako další byla použita populace o velikosti 720 jedinců, při níž bylo dosaženo minima ve 100. generaci, viz Obr. B 44. Výsledku s minimální hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 1 370 kg (s cenou 52 843 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 48 877 Kč (s hmotností 1 417 kg).

V závěru těchto výpočtů byla použita populace o velikosti 7 200 jedinců, u které bylo dosaženo minima ve 100. generaci, jak lze vidět na Obr. B 45. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 1 231 kg (s cenou 50 319 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo v 95. generaci, a to s cenou 41 892 Kč (s hmotností 1 309 kg).



Obr. 55: Graf znázorňující výřez z Obr. 34., na svislé ose je znázorněná hodnota fitness funkce v intervalu od 40 000 do 55 000 Kč a na vodorovné ose od 1 200 do 1 400 kg.



Obr. 56: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro vícerozměrnou účelovou funkci hmotnosti a ceny za celkově potřebný materiál. Velikosti populace jsou 72, 720, 7 200 jedinců a pro náhodně uspořádanou databázi profilů, dále pak pro databázi seřazenou podle plochy přířezu (A) a databázi seřazenou podle ceny za metr délky profilu (M).

Tab. 10: Tabulka shrnující dobu potřebnou pro jednotlivé výpočty v druhém experimentu.

Účelová funkce	Typ seřazení databáze profilů	Velikost populace [-]	Doba výpočtu [s]	Účelová funkce	Typ seřazení databáze profilů	Velikost populace [-]	Doba výpočtu [s]		
Hmotnost	Náhodně	72	2 607	Cena	Náhodně	72	2 704		
		720	25 827			720	26 145		
		7 200	248 489			7 200	250 922		
	A	72	2 596		A	72	2 604		
		720	25 868			720	26 721		
		7 200	250 650			7 200	248 394		
	M	72	2 660		M	72	2 574		
		720	26 016			720	26 064		
		7 200	250 052			7 200	249 204		
	Pareto	Náhodně	72		2 596				
			720		26 359				
			7 200		244 194				
A		72	2 635						
		720	26 727						
		7 200	248 445						
M		72	2 571						
		720	28 114						
		7 200	248 446						

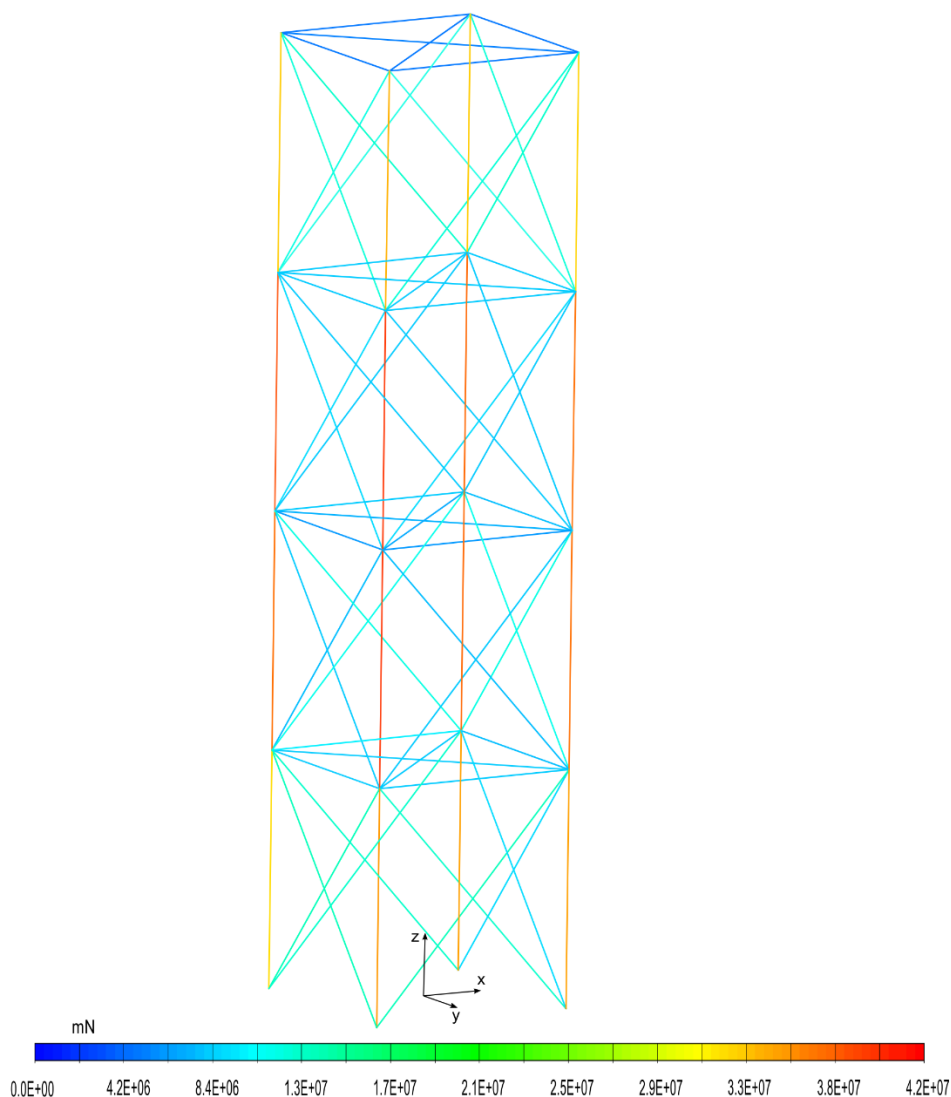
## 8.11 VERIFIKACE VÝSLEDKŮ

Verifikace výsledků probíhala pomocí MKP modelu v softwaru MSC Apex. Na Obr. 57 je vidět rozložení sil na konstrukci, které je shodné s rozložením dosaženého matematickým modelem v algoritmu. Nejvyšší hodnoty sil byly zaznamenány na prutech 19 až 22, viz Tab. 11.

Tab. 11: Porovnávání maximální síly na konstrukci získanou pomocí algoritmu a MKP.

	Algoritmus	MKP (beam prvky)
Max. síla na konstrukci	41 927 N	41 879 N

Tab. 11 prokazuje dobrou shodu mezi konečno-prvkovým prutovým modelem a algoritmem. Tato shoda vylučuje nesprávnou formulaci modelu v algoritmu.



Obr. 57: Verifikace sil MKP modelu

## 8.12 DISKUZE K VÝSLEDKŮM DRUHÉHO EXPERIMENTU

Výsledky získané v rámci řešení tohoto experimentu představují optimalizaci návrhu příhradové konstrukce podle stanovených kritérií.

Na základě těchto dat a jejich interpretace v podobě grafů a tabulek lze usuzovat, že:

- Algoritmus přináší optimalizované návrhy konstrukce pro danou účelovou funkci.
- Pokud se na optimalizační algoritmus podíváme ze strany rychlosti konvergence (na velikosti populace), tak jednoznačně převažuje varianta s populací o velikosti 7 200 jedinců. Toto logicky z grafů vede na konstatování, že větší populace znamená rychlejší konvergenci na jednotku generace.
- Jestliže daný problém je analyzován po stránce rychlosti konvergence za výpočtový čas, tak v tomto případě lze konstatovat, že při malém počtu jedinců (výpočty s 72 a 720

- jedinci) došlo k malému počtu výpočtů a hodnoty účelových funkcí nedokonvergovaly do minima. Tudíž by pro tyto výpočty bylo vhodnější zvolit větší počet generací.
- d. Malá populace je silně závislá na náhodě, kdežto při větší populaci se více projevuje dopad, jakým způsobem je uspořádaná databáze, tj. při populaci od 7 200 jedinců se projevuje rychlejší konvergence, jak lze vidět na Obr. 54.
  - e. Z grafů lze usuzovat, že použití uspořádané databáze přináší lepší výsledky.
  - f. Vícerozměrná optimalizace přináší výsledky, které jsou v souladu s optimalizací hmotnosti a i ceny.
  - g. Z grafů lze usuzovat, že existuje závislost mezi optimalizací hmotnosti a ceny.

Celkově pomocí tohoto optimalizačního algoritmu bylo dosaženo optimalizace příhradové konstrukce pro danou účelovou funkci. Při optimalizaci s účelovou funkcí hmotnost bylo dosaženo nejnižší hodnoty 1 137 kg ve 100. generaci při použití seřazené databáze profilů podle plochy a velikosti populace 7 200 jedinců. Ostatní výpočty se k této hodnotě blížily, ale žádná jiná ji nedosáhla. Nejmenší hodnota účelové funkce byla zjištěna při výpočtu se seřazenou databází podle ceny za metr délky a při výpočtu, ve kterém bylo 7 200 jedinců v populaci dosáhla hodnota účelové funkce 45 484 Kč. Při hodnocení výsledků získaných pro vícerozměrnou účelovou funkci bylo také zjištěno, že seřazené databáze zlepšují konvergenci.

Při celkové analýze bylo zjištěno, že hodnoty účelových funkcí nedosáhly svého potenciálního minima, protože ve většině případů se nejnižší hodnoty objevovaly až ve 100. generaci. V rámci optimalizační úlohy bylo prokázáno, že optimalizační algoritmus je zcela funkční.

### 8.13 DISKUZE K VÝSLEDKŮM OBOU EXPERIMENTŮ

Výsledkem optimalizačního algoritmu je pro danou generaci výsledek, který má minimální hodnotu účelové funkce. V případě, že se jedná o jednorozměrnou účelovou funkci, lze usuzovat, že pro každou generaci existuje výsledek, který lze považovat za dominantní, a tudíž lze u něj předpokládat, že reprezentuje účelovost tohoto algoritmu.

V rámci této práce byla vyslovena teze, zda existuje závislost mezi optimalizováním ceny a optimalizováním hmotnosti. Proto byla pro každý dominantní výsledek vypočítána Pearsonova korelace. Výsledky jsou brány stejným způsobem, jako to bylo v celé práci, a to pro každou pátou generaci. Získané Pearsonovy korelační koeficienty a intervaly spolehlivosti jsou uvedeny v Tab. 12. Analýza byla provedena na intervalu spolehlivosti 95 %.

Z výsledku vidíme, že na interval spolehlivosti 95 % pro hmotnost a cenu bylo dosaženo 0,86 až 0,98, což podle [35] znamená velmi silnou závislost. Avšak pokud již výsledky zkombinujeme a budeme společně analyzovat výsledky z účelové funkce hmotnosti a ceny dohromady zjistíme, že existuje silná závislost mezi optimalizováním ceny a hmotnosti.

Při výpočtu prvního experimentu bylo dosaženo minimální hmotnosti 521 kg při výpočtu, který trval 9 866 s. Pokud bychom chtěli propočítat všechny možné varianty, tak jednoduchou kombinatorikou bychom přišli na to, že by bylo potřeba spočítat 6325 variant, což odpovídá zhruba číslu  $9,628 \cdot 1044$ . Průměrný čas, který byl potřeba pro výpočet jedné konstrukce, trval



algoritmu přibližně 0,062 s, což by znamenalo, že verifikace všech konstrukcí by trvala  $5,969 \cdot 1043$  s. Pro porovnání stáří vesmíru je asi  $13,799 \cdot 109$  let, a to odpovídá asi  $4,352 \cdot 1017$  s. Z toho vyplývá, že pokud by algoritmus začal vyhodnocovat jednotlivé konstrukce od počátku vzniku vesmíru na popsané výpočetní stanici, stále by mu tato doba vůbec nestačila. Verifikační výpočet konstrukce počítaný v softwaru MSC Apex trval přibližně 1,43 s, což je zhruba 23 krát pomalejší.

V případě druhého experimentu byla dosažena minimální hmotnost 1 137 kg při výpočtu, který trval 250 650 s. Pokud bychom chtěli propočítat všechny možné varianty, tak by bylo potřeba spočítat  $63^{72}$  variant, což odpovídá zhruba číslu  $3,569 \cdot 10^{129}$ .

Tab. 12: Shrnutí korelačních koeficientů na intervalu spolehlivosti 95 %.

Sada výsledků pro účelovou funkci	Zkratka	Experiment první (25 prutů)			Experiment druhý (72 prutů)		
		Hmotnost	Cena	Společná	Hmotnost	Cena	Společná
Počet měření	n	188	188	376	188	188	376
Pearsonův korelační koeficient	r	0,96	0,96	0,69	0,98	0,9	0,67
Transformace na náhodnou veličinu	$W_t$	1,95	1,94	0,85	2,23	1,45	0,81
95 % interval spolehlivosti	$\alpha_s$	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
Kvantil standardizovaného normálního rozdělení	$Z_{(1-\alpha/2)}$	1,96	1,96	1,96	1,96	1,96	1,96
Interval spolehlivosti pro střední hodnotu náhodné veličiny – dolní	$h^*$	2,09	2,08	0,95	2,37	1,59	0,91
Interval spolehlivosti pro střední hodnotu náhodné veličiny – horní	$d^*$	1,81	1,8	0,74	2,08	1,3	0,71
Interval spolehlivosti dolní	d	0,95	0,95	0,63	0,97	0,86	0,61
Interval spolehlivosti horní	h	0,97	0,97	0,74	0,98	0,92	0,72

Přínosem práce je, že není potřeba procházet všechny možné varianty, abychom našli optimální řešení. Postačí udělat výpočet v rozumně krátké době, abychom dostali přijatelně optimalizovanou konstrukci v dosažitelném čase. Další výhodou je, že v komerčním programu je nutné zadávat konstrukci ručně, nadefinovat profily, průřezové charakteristiky anebo vymodelovat profily, což značně prodlužuje dobu nutnou pro získání výsledků oproti algoritmicizovanému zadávání, které bylo využito v této práci.

## ZÁVĚR

Tato dizertační práce byla zaměřená na algoritmus optimalizující návrh příhradové konstrukce stavebních strojů. V rámci práce byly podrobně rozebrány aspekty spjaté s touto problematikou. V rámci první kapitoly byl vytvořen krátký historický vhled do vývoje výpočetních metod příhradových konstrukcí. Na tuto kapitolu navazoval popis problematiky a analýza vědeckého poznání v rámci tohoto oboru. Následovala analýza dílčích metod, která kladla důraz převážně na rozbor optimalizačních metod a posléze na genetický algoritmus a jeho možné uplatnění pro řešení tohoto problému. Taktéž zde byl zdůvodněn výběr výpočetní metody pro řešení příhradových konstrukcí, na něž navázala podkapitola o vzpěrné stabilitě.

Hlavním cílem této práce bylo vytvoření algoritmu na optimalizaci příhradové ocelové konstrukce s využitím evolučního algoritmu, který zahrnuje normované profily, což je důkladně zdokumentováno v páté kapitole. Na toto navazuje aplikace algoritmu při řešení dvou experimentálních návrhů konstrukcí. Jako první byla zvolena konstrukce, která byla složena z 25 prutů a měla užité zatížení 2 krát 50 kN. V rámci řešení byla vytvořena databáze profilů, která obnášela 63 různých standardizovaných položek. Jako jednorozměrné účelové funkce byly zvoleny hmotnost a cena konstrukce, dále pak byla vybrána vícerozměrná účelová funkce, která zahrnovala jak hmotnost, tak i cenu. Pro experimentální řešení byly zvoleny tři velikosti populace, a to 250, 2 500 a 25 000 jedinců. Experiment byl dále ještě rozšířen o varianty seřazení databáze pro každou populaci, jež mělo důsledek na rychlost konvergence.

V rámci minimalizování účelové funkce hmotnosti bylo zjištěno, že nejrychleji konverguje varianta s 25 000 jedinci a databází seřazenou podle plochy profilu, avšak při sledování času výpočtu se nejlépe jevila varianta s 2 500 jedinci a databází seřazenou podle ceny za metr délky prutu. Při minimalizaci účelové funkce ceny byla nejlépe konvergující varianta s 25 000 jedinci a databází seřazenou podle plochy profilu, i když z časového hlediska výpočtu trvala nejdéle ze všech počítaných variant. Po těchto variantách následovalo řešení vícerozměrné účelové funkce, při němž dvě varianty dosáhly téměř totožných výsledků. První byla varianta s velikostí populace 2 500 jedinci a databází seřazenou podle plochy a druhá byla varianta s 25 000 jedinci a taktéž stejně seřazenou databází, avšak téměř s 10 krát větším výpočtovým časem. Při verifikaci výsledků byla prokázána shoda matematického modelu algoritmu s MKP řešením.

Pro druhý experimentální návrh konstrukce byla zvolena 72 prutová příhradová konstrukce, pro jejíž řešení byly zvoleny tři velikosti populace, a to 72, 720 a 7 200 jedinců. Při minimalizaci účelové funkce hmotnosti bylo zjištěno, že nejlépe konvergují varianty se 7 200 jedinci a nejlepšího výsledku bylo docíleno se seřazenou databází podle plochy. Pro minimalizaci účelové funkce ceny byl výsledek obdobný jako v předchozím případě a to tak, že nejlépe konvergovala varianta se 7 200 jedinci a databází seřazenou podle ceny za délku profilu. V případě minimalizace vícerozměrné účelové funkce bylo docíleno nejlepších výsledků při použití největší populace.

Závěry plynoucí z experimentů jsou, že zvolení populace o velkém počtu jedinců přináší lepší výsledky, avšak ekvivalentně tomu narůstá výpočtový čas. Při zvolení vhodné velikosti

populace se může docílit kvalitních výsledků za minimálně nutný výpočtový čas. Experimenty byly počítané na výpočtové stanici, jež umožňovala paralelizaci výpočtu na 16 vláken, což s výhledem na rychle se rozvíjející procesorový segment přináší příslib větší výpočtové kapacity, s čímž dojde i ke zkrácení výpočtové doby při použití velké populace.

Pro tuto práci byly záměrně vybrány účelové funkce zaměřené na hmotnost a cenu z důvodu kontrastu, který byl již zmíněný v úvodu. Z toho vyplývala otázka, zda může existovat souvislost mezi optimalizací hmotnosti a ceny. Pomocí již zmíněných dvou experimentů byla vytvořena sada výsledků, ze kterých lze usuzovat, že na intervalu spolehlivosti 95 % je možné říct, že existuje silná závislost mezi optimalizováním ceny a optimalizováním hmotnosti příhradové konstrukce při využití standardizovaných profilů.

Při celkovém shrnutí lze usuzovat, že algoritmus vyvinutý a uvedený v této práci splnil veškeré požadavky, které byly kladeny. Výsledky práce jsou také přímo využitelné v oboru ocelových konstrukcí pozemních staveb. Další výzkum v této oblasti spočívá v možnosti zapracování styčnickových spojů a dalších konstrukčních a technologických aspektů do optimalizačního algoritmu. Další možností výzkumu je pak zefektivnění genetického algoritmu a jeho komponent, zároveň s tím využití pokročilejších možností paralelizace například využití distribuovaných výpočtů na grafických kartách.

## POUŽITÉ INFORMAČNÍ ZDROJE

- [1] ABD Elrehim, Mostafa Z., Mohamed A. EID a Mostafa G. SAYED. Structural optimization of concrete arch bridges using Genetic Algorithms. *Ain Shams Engineering Journal*. 2019. DOI: 10.1016/j.asej.2019.01.005. ISSN 20904479. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2090447919300152>
- [2] ASSIMI, Hirad, Ali JAMALI a Nader NARIMAN-ZADEH. Multi-objective sizing and topology optimization of truss structures using genetic programming based on a new adaptive mutant operator. *Neural Computing and Applications*. DOI: 10.1007/s00521-018-3401-9. ISSN 0941-0643. Dostupné také z: <http://link.springer.com/10.1007/s00521-018-3401-9>
- [3] BEKDAŞ, Gebrail, Sinan Melih NIGDELI a Xin-She YANG. Sizing optimization of truss structures using flower pollination algorithm. *Applied Soft Computing*. 2015, 37, 322-331. DOI: 10.1016/j.asoc.2015.08.037. ISSN 15684946. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1568494615005384>
- [4] BEKDAŞ, Gebrail, Sinan Melih NIGDELI, Aylin Ece KAYABEKIR a Xin-She YANG. Optimization in Civil Engineering and Metaheuristic Algorithms: A Review of State-of-the-Art Developments. *Computational Intelligence, Optimization and Inverse Problems with Applications in Engineering*. Cham: Springer International Publishing, 2019, 2019-09-26, 111-137. DOI: 10.1007/978-3-319-96433-1\_6. ISBN 978-3-319-96432-4. Dostupné také z: [http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-96433-1\\_6](http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-96433-1_6)
- [5] BENDSØE, Martin P a Ole SIGMUND. *Topology Optimization: Theory, Methods, and Applications*. 1. New York: Springer, 2013. ISBN 978-3-662-05086-6.
- [6] BENDSØE, Martin P. Optimization methods for truss geometry and topology design. *Structural optimization*. Berlin: Springer-Verlag, 1994, (1), 141-159. DOI: BF01742459. ISSN 1615-1488.
- [7] BENDSØE, Martin P. *Optimization of Structural Topology, Shape, and Material*. 1. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1995. ISBN 978-3-662-03115-5.
- [8] BENDSØE, Martin P., Niels OLHOFF a John E. TAYLOR. A Variational Formulation for Multicriteria Structural Optimization\*. *Journal of Structural Mechanics*. 2007, 11(4), 523-544. DOI: 10.1080/03601218308907456. ISSN 0360-1218. Dostupné také z: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/03601218308907456>
- [9] BENDSØE, Martin, Ole SIGMUND. *Topology optimization: theory, methods, and applications*. Second edition, corrected printing. Berlin: Springer-Verlag, [2004]. ISBN 978-3-642-07698-5.
- [10] BENDSØE, Martin. *Optimization of Structural Topology, Shape, and Material*. 1995. DOI: 10.1007/978-3-662-03115-5.
- [11] BEN-TAL, Aharon a Martin P. BENDSØE. A New Method for Optimal Truss Topology Design. *SIAM Journal on Optimization*. 1993, 3(2), 322-358. DOI:

- 10.1137/0803015. ISSN 1052-6234. Dostupné také z: <http://epubs.siam.org/doi/10.1137/0803015>
- [12] BLAND, J. A. Optimal structural design by ant colony optimization. *Engineering Optimization*. 2001, 33(4), 425-443. DOI: 10.1080/0305 2150108940927. ISSN 0305-215X. Dostupné také z: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/03052150108940927>
- [13] *Britannica.com/biography: August Ferdinand Möbius* [online]. London: Encyclopædia Britannica, 2019 [cit. 2019-02-20]. Dostupné z: <https://www.britannica.com/biography/August-Ferdinand-Mobius>
- [14] *Britannica.com/biography: Hardy Cross* [online]. London: Encyclopædia Britannica, 2019 [cit. 2019-02-12]. Dostupné z: <https://www.britannica.com/biography/Hardy-Cross>
- [15] *Britannica.com/biography: Luigi Cremona* [online]. London: Encyclopædia Britannica, 2019 [cit. 2019-02-16]. Dostupné z: <https://www.britannica.com/biography/Luigi-Cremona>
- [16] BROCK, Charlie. Riveting 2. In: *Pixels* [online]. Santa Monica: Pixels, 2013, 11.04.2013 [cit. 2020-07-25]. Dostupné z: <https://pixels.com/featured/riveting-2-charlie-brock.html>
- [17] CAMP, Charles, Shahram PEZESHK a Guozhong CAO. Optimized Design of Two-Dimensional Structures Using a Genetic Algorithm. *Journal of Structural Engineering*. 1998, 124(5), 551-559. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1998)124:5(551). ISSN 0733-9445. Dostupné také z: [http://ascelibrary.org/doi/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1998\)124:5\(551\)](http://ascelibrary.org/doi/10.1061/(ASCE)0733-9445(1998)124:5(551))
- [18] CAO, Hongyou, Xudong QIAN, Yunlai ZHOU, Jean-Marc DROUET a Julio Rodríguez-Vigil JUNCO. Large-scale structural optimization using metaheuristic algorithms with elitism and a filter strategy. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2018, 57(2), 799-814. DOI: 10.1007/s00158-017-1784-3. ISSN 1615-147X. Dostupné také z: <http://link.springer.com/10.1007/s00158-017-1784-3>
- [19] CASTELVECCHI, Davide. Black hole pictured for first time — in spectacular detail. *Nature*. 2019, 568(7752), 284-285. DOI: 10.1038/d41586-019-01155-0. ISSN 0028-0836. Dostupné také z: <http://www.nature.com/articles/d41586-019-01155-0>
- [20] CAZACU, Razvan a Lucian GRAMA. Steel Truss Optimization Using Genetic Algorithms and FEA. *Procedia Technology*. 2014, 12, 339-346. DOI: 10.1016/j.protcy.2013.12.496. ISSN 22120173. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2212017313006816>
- [21] ČERMÁK, Libor a Rudolf HLAVIČKA. *Numerické metody* [online]. 23.01.2006, 46 [cit. 2020-07-02]. Dostupné z: <https://mathonline.fme.vutbr.cz/UploadedFiles/246.pdf>
- [22] CHINCHULUUN, Altannar, Panos M. PARDALOS, Athanasios MIGDALAS a Leonidas PITSOULIS, ed. *Pareto Optimality, Game Theory And Equilibria* [online]. New York, NY: Springer New York, 2008 [cit. 2020-06-30]. Springer Optimization and Its Applications. DOI: 10.1007/978-0-387-77247-9. ISBN 978-0-387-77246-2.

- [23] CHOU, Jung-Huai a Jamshid GHABOUSSI. *Genetic algorithm in structural damage detection*. 2001, 79(14), 1335-1353. DOI: 10.1016/S0045-7949(01)00027-X. ISSN 00457949. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S004579490100027X>
- [24] CHRÁSTECKÝ, Ivo. KK 1300 při slavnostním uvedení do provozu 6. června. In: *Ústecký deník.cz: zprávy region* [online]. Ústí nad Labem: VLTAVA LABE MEDIA, 2011, 9.6.2011 [cit. 2020-07-27]. Dostupné z: [https://ustecky.denik.cz/zpravy\\_region/20110608\\_chrs\\_rypadlo.html](https://ustecky.denik.cz/zpravy_region/20110608_chrs_rypadlo.html)
- [25] COELLO, C.A. a A.D. CHRISTIANSEN. *Multiobjective optimization of trusses using genetic algorithms*. 2000, 75(6), 647-660. DOI: 10.1016/S0045-7949(99)00110-8. ISSN 00457949. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0045794999001108>
- [26] ČSN EN 10024 (420033). *Tyče průřezu "I" válcované za tepla se skloněnými přírubami. Tolerance tvaru a mezní úchylky rozměrů*. 1. Praha: Český normalizační institut, 1996.
- [27] ČSN EN 10055 (425581). *Tyče ocelové průřezu T rovnoramenné se zaoblenými hranami a přechody válcované za tepla - Rozměry, mezní úchylky rozměrů a tolerance tvaru*. Praha: Český normalizační institut, 1997.
- [28] ČSN EN 10056-1 (425546). *Tyče průřezu rovnoramenného a nerovnoramenného L z konstrukčních ocelí – Část 1: Rozměry*. Praha: Český normalizační institut, 2017.
- [29] ČSN EN 10060 (425551). *Ocelové tyče kruhové válcované za tepla – Rozměry, mezní úchylky rozměrů a tolerance tvaru*. Praha: Český normalizační institut, 2004.
- [30] ČSN EN 1991-1-4 (730035). *Zatížení konstrukcí – Část 1-4: Obecná zatížení – Zatížení větrem*. 1. Praha: Český normalizační institut, 2007.
- [31] ČSN EN 1993-1-1 (731401). *Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. 1. Praha: Český normalizační institut, 2006.
- [32] DEB, Kalyanmoy a Surendra GULATI. Design of truss-structures for minimum weight using genetic algorithms. *Finite Elements in Analysis and Design*. 2001, 37(5), 447-465. DOI: 10.1016/S0168-874X(00)00057-3. ISSN 0168874X. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0168874X00000573>
- [33] DEDE, Tayfun, Serkan BEKIROĞLU a Yusuf AYVAZ. Weight minimization of trusses with genetic algorithm. *Applied Soft Computing*. 2011, 11(2), 2565-2575. DOI: 10.1016/j.asoc.2010.10.006. ISSN 15684946. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1568494610002619>
- [34] DEGERTEKIN, S.O., L. LAMBERTI a I.B. UGUR. Discrete sizing/layout/topology optimization of truss structures with an advanced Jaya algorithm. *Applied Soft Computing*. 2019, 79, 363-390. DOI: 10.1016/j.asoc.2019.03.058. ISSN 15684946. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1568494619301875>

- [35] EVANS, James R. *Business Analytics*. 2nd Edition. Vineland: Pearson, 2016. ISBN 9780321997821.
- [36] FARKAS, J. a K. JÁRMAI. Volume and Cost Minimization of a Tubular Truss with Displacement-Constraint. *Advances in Structural Engineering*. 2012, 15(10), 1729-1737. DOI: 10.1260/1369-4332.15.10.1729. ISSN 1369-4332. Dostupné také z: <http://journals.sagepub.com/doi/10.1260/1369-4332.15.10.1729>
- [37] FARSHCHIN, Mohammad, Mohsen MANIAT, Charles V. CAMP a Shahram PEZESHK. School based optimization algorithm for design of steel frames. *Engineering Structures*. 2018, 171, 326-335. DOI: 10.1016/j.engstruct.2018.05.085. ISSN 01410296. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0141029617308787>
- [38] FLOUDAS, Christodoulos A. a P. M. PARDALOS. *Encyclopedia of optimization*. 2nd ed. New York: Springer, c2009. ISBN 978-0-387-74759-0.
- [39] FRIEBELOVÁ, Jana. *Vícekriteriální rozhodování za jistoty* [online]. Ekonomická fakulta Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích [cit. 2019-09-03]. Kapitola Část I, s. 1. Dostupné online.
- [40] GENTLE, J.Elton. Computational Statistics. *International Encyclopedia of Education*. Elsevier, 2010, 2010, 93-97. DOI: 10.1016/B978-0-08-044894-7.01316-6. ISBN 9780080448947. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/B9780080448947013166>
- [41] GREINER, D., G. WINTER a J.M. EMPERADOR. Optimising frame structures by different strategies of genetic algorithms. *Finite Elements in Analysis and Design*. 2001, 37(5), 381-402. DOI: 10.1016/S0168-874X(00)00054-8. ISSN 0168874X. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0168874X00000548>
- [42] GREINER, David. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2004, 193(33-35). DOI: 10.1016/j.cma.2004.02.001. ISSN 00457825. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0045782504001410>
- [43] GUDDAT, Jürgen. *Multiobjective and stochastic optimization based on parametric optimization*. Berlin: Akademie Verlag, 1985. Mathematical Research. ISBN 0138-3019-13399882.
- [44] HAJELA, P. a E. LEE. Genetic algorithms in truss topological optimization. *International Journal of Solids and Structures*. 1995, 32(22), 3341-3357. DOI: 10.1016/0020-7683(94)00306-H. ISSN 00207683. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/002076839400306H>
- [45] HOLLAND, John H. Genetic Algorithms and Adaptation. *Adaptive Control of Ill-Defined Systems*. Boston, MA: Springer US, 1984, 1984, 317-333. DOI: 10.1007/978-1-4684-8941-5\_21. ISBN 978-1-4684-8943-9. Dostupné také z: [http://link.springer.com/10.1007/978-1-4684-8941-5\\_21](http://link.springer.com/10.1007/978-1-4684-8941-5_21)
- [46] HOLTHE, Nathan a Rick MCOMBER. Driving a pin for diagonal member. In: *Historicbridges: Monaca-Beaver Railroad Bridge* [online]. Noxon: historicbridges, 2011,



- 2011 [cit. 2020-07-25]. Dostupné z: [https://historicbridges.org/pennsylvania/roch\\_mon\\_rr/historical7\\_large.jpg](https://historicbridges.org/pennsylvania/roch_mon_rr/historical7_large.jpg)
- [47] [Http://biography.hiu.cas.cz: Personal](http://biography.hiu.cas.cz: Personal) [online]. Praha: Historický ústav AV ČR, 2016 [cit. 2019-05-01]. Dostupné z: [http://biography.hiu.cas.cz/Personal/index.php/DA%C5%A0OEK\\_V%C3%A1clav\\_18.2.1887-12.8.1970](http://biography.hiu.cas.cz/Personal/index.php/DA%C5%A0OEK_V%C3%A1clav_18.2.1887-12.8.1970)
- [48] HYNEK, Josef. *Genetické algoritmy a genetické programování*. Praha: Grada, 2008. Průvodce (Grada). ISBN 9788024726953.
- [49] [Ironbridge.org.uk/our-story/the-iron-bridge](https://www.ironbridge.org.uk/our-story/the-iron-bridge) [online]. Gorge: The Ironbridge Gorge Museum Trust, 2019 [cit. 2019-02-27]. Dostupné z: <https://www.ironbridge.org.uk/our-story/the-iron-bridge/>
- [50] JANÍČEK Přemysl, ONDRÁČEK Emanule, VRBKA Jan, Burša Jiří: Pružnost a pevnost I, VUT-FSI, Brno, 2004.
- [51] JURÁŠEK, Oldřich. *Nosné konstrukce stavebních strojů I*. Brno: Vysoké učení technické, 1986. str 199-223.
- [52] JURÁŠEK, Oldřich. *Teorie nosných konstrukcí*. Praha: VN MON, 1989. str 118-150.
- [53] JÜRGEN, Branke. *Multiobjective Optimization: Interactive and Evolutionary Approaches*. Boston: Springer, 2008. ISBN 978-3540889076.
- [54] KARABEGOVIĆ, Isak, Ahmed KOVAČEVIĆ, Lejla BANJANOVIĆ-MEHMEDOVIĆ a Predrag DAŠIĆ. *Handbook of Research on Integrating Industry 4.0 in Business and Manufacturing*. London: IGI Global Publisher of Timely Knowledge, 2020, s. 213-227. ISBN 9781799827252.
- [55] KAVEH, A. a M. ILCHI GHAZAAN. A new VPS-based algorithm for multi-objective optimization problems. *Engineering with Computers*. 2020, 36(3), 1029-1040. DOI: 10.1007/s00366-019-00747-8. ISSN 0177-0667. Dostupné také z: <http://link.springer.com/10.1007/s00366-019-00747-8>
- [56] KELLER, Andre. *Multi-Objective Optimization in Theory and Practice I: Classical Methods*. Sharjah: Bentham Science Publishers, 2017. ISBN 978-1-68108-569-2.
- [57] KIRBY, Richard S. *Engineering in History (Dover Civil and Mechanical Engineering)*. Reprint. Mineola NY: Dover Publications, 1990. ISBN 978-0486264127.
- [58] KYTÝR, Jiří a FRANTÍK, Petr: STATIKA II. Rozšířený průvodce. Studijní opora. FAST VUT v Brně, 2006.
- [59] *Learning about Structural Engineering\Structural Analysis: The Bernoulli-Euler Beam Theory* [online]. Ottawa: Carleton University, 2019 [cit. 2019-02-15]. Dostupné z: <http://www.learnaboutstructures.com/Bernoulli-Euler-Beam-Theory>
- [60] LEE, Kang Seok a Zong Woo GEEM. *A new structural optimization method based on the harmony search algorithm*. 2004, 82(9-10), 781-798. DOI: 10.1016

- /j.compstruc.2004.01.002. ISSN 00457949. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S004579490400029X>
- [61] LI, Yancang, Shiwen WANG a Muxuan HAN. Truss Structure Optimization Based on Improved Chicken Swarm Optimization Algorithm. *Advances in Civil Engineering*. 2019, 2019, 1-16. DOI: 10.1155/2019/6902428. ISSN 1687-8086. Dostupné také z: <https://www.hindawi.com/journals/ace/2019/6902428/>
- [62] MATSAGAR, Vasant, Saeid ESLAMIAN, Kaveh OSTAD-ALI-ASKARI, Mohammad RAEISI, George LEE, Sona PAZDAR a Aida BAGHERI-BASMENJI. Bridges. *Encyclopedia of Engineering Geology*. Cham: Springer International Publishing, 2018, 2018-8-1, 74-92. Encyclopedia of Earth Sciences Series. DOI: 10.1007/978-3-319-73568-9\_35. ISBN 978-3-319-73566-5. Dostupné také z: [http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-73568-9\\_35](http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-73568-9_35)
- [63] *Michell, Anthony George Maldon* [online]. Canberra: Australian Dictionary of Biography, 2019 [cit. 2019-05-01]. Dostupné z: <http://adb.anu.edu.au/biography/michell-anthony-george-maldon-7567>
- [64] MIETTINEN, Kaisa. *Nonlinear Multiobjective Optimization*. 1998. Boston: Springer, DOI: 10.1007/978-1-4615-5563-6, ISBN 978-1-4613-7544-9.
- [65] MIRJALILI, Seyedali, Pradeep JANGIR a Shahrzad SAREMI. Multi-objective ant lion optimizer: a multi-objective optimization algorithm for solving engineering problems. *Applied Intelligence*. 2017, 46(1), 79-95. DOI: 10.1007/s10489-016-0825-8. ISSN 0924-669X. Dostupné také z: <http://link.springer.com/10.1007/s10489-016-0825-8>
- [66] MITROVIĆ, Branko. Palladio's Theory of the Classical Orders in the First Book of I Quattro Libri Dell' Architettura. *Architectural History*. Cardiff: SAHGB Publications Limited, 1999, (1), 110-140. DOI: 10.2307/1568707.
- [67] MOAVENI, Saeed. *Finite element analysis: theory and application with ANSYS*. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 1999. ISBN 01-378-5098-0.
- [68] MORTAZAVI, Ali a Vedat TOĞAN. Simultaneous size, shape, and topology optimization of truss structures using integrated particle swarm optimizer. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2016, 54(4), 715-736. DOI: 10.1007/s00158-016-1449-7. ISSN 1615-147X. Dostupné také z: <http://link.springer.com/10.1007/s00158-016-1449-7>
- [69] *Mscsoftware: Apex Generative design* [online]. MacArthur Court Newport Beach 4675: MSC, 2020 [cit. 2020-06-30]. Dostupné z: <https://www.mscsoftware.com/product/msc-apex-generative-design>
- [70] N. BILLINGTON, Philip a David P. BILLINGTON. Bridge Engineering. *Encyclopædia Britannica* [online]. London: Encyclopædia Britannica, 2020, 07.05.2020 [cit. 2020-07-27]. Dostupné z: <https://www.britannica.com/technology/bridge-engineering#info-article-history>
- [71] NOEL D. *Home\Products\Structures\Topology Optimization* [online]. Canonsburg: ANSYS, 2018 [cit. 2018-11-23]. Dostupné z: <https://www.ansys.com/products/structures/topology-optimization>

- [72] NORATO, Julian A., Martin P. BENDSØE, Robert B. HABER a Daniel A. TORTORELLI. A topological derivative method for topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2007, 33(4-5), 375-386. DOI: 10.1007/s00158-007-0094-6. ISSN 1615-147X. Dostupné také z: <http://link.springer.com/10.1007/s00158-007-0094-6>
- [73] OLHOFF, Niels, Martin P. BENDSØE a John RASMUSSEN. On CAD-integrated structural topology and design optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1991, 89(1-3), 259-279. DOI: 10.1016/0045-7825(91)90044-7. ISSN 00457825. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/004578251900447>
- [74] OSTENFELD, Asger Skovgaard. *Die Deformationsmethode*. 1. Julius Springer, 1926.
- [75] PARDALOS, Paul. a RESENDE Mauricio, ed. *Handbook of applied optimization*. Oxford: Oxford University Press, c2002. ISBN 0-19-512594-0.
- [76] PETRUŠKA, Jindřich. MKP v inženýrských výpočtech. *MKP v inženýrských výpočtech*, 2011.
- [77] PETRUŠKA, Jindřich. Počítačové metody mechaniky II, Metoda konečných prvků: výukový text. *VUT v Brně, Fakulta strojního inženýrství*, 2003.
- [78] PETRUŠKA, Jindřich. Počítačové metody mechaniky II. *Základní veličiny a rovnice obecné pružnosti*. [online]. [cit. 2018-03-01]. Dostupné z: <http://www.kvm.tul.cz/getFile/id>, 2003, 2499.
- [79] PETRUŠKA, Jindřich. Počítačové metody mechaniky II: Metoda konečných prvků. *Studijní opory*, 2003.
- [80] PRENDES-GERO, María-Belén, Martina-Inmaculada ÁLVAREZ-FERNÁNDEZ, Fernando LÓPEZ-GAYARRE, Jean-Marc DROUET a Julio Rodríguez-Vigil JUNCO. Cost optimization of structures using a genetic algorithm with Eugenic Evolutionary theory. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2016, 54(2), 199-213. DOI: 10.1007/s00158-015-1249-5. ISSN 1615-147X. Dostupné také z: <http://link.springer.com/10.1007/s00158-015-1249-5>
- [81] QUYEN, Vu Thi Bich, Tran Thi THUY VAN a Cao Quoc KHANH. A new algorithm for size optimization of the truss structures using finite element method. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2018, 365. DOI: 10.1088/1757-899X/365/4/042055. ISSN 1757-8981. Dostupné také z: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/365/4/042055>
- [82] RAHMAN, Izaz Ur, Muhammad ZAKARYA, Mushtaq RAZA a Rahim KHAN. An n-state switching PSO algorithm for scalable optimization. *Soft Computing*. 2020, 24(15), 11297-11314. DOI: 10.1007/s00500-020-05069-2. ISSN 1432-7643. Dostupné také z: <http://link.springer.com/10.1007/s00500-020-05069-2>
- [83] REJL, Oldřich. Opravy mostů přes Hybešovu v Brně. In: *Estav.cz* [online]. Praha: Topinfo, 2017, 25.5.2017 [cit. 2020-07-27]. Dostupné z: <https://www.estav.cz/cz/5111.opravy-mostu-pres-hybesovu-v-brne-komplikuje-pamatkove-rizeni>

- [84] REULBACH, Elmar. Perfectly tailored to Liebherr tower systems. In: *Liebherr* [online]. Lienz: Liebherr, 2018, 2018 [cit. 2020-07-25]. Dostupné z: [https://www.liebherr.com/shared/media/construction-machinery/tower-cranes/images/top-slewing-cranes/liebherr-tower-crane-elevator-liup\\_img\\_710.jpg](https://www.liebherr.com/shared/media/construction-machinery/tower-cranes/images/top-slewing-cranes/liebherr-tower-crane-elevator-liup_img_710.jpg)
- [85] ŠŤASTNÝ, Antonín. *Modelování silových účinků působících na dopravní a manipulační zařízení s cílem jejich optimalizace*. Brno, 2015. Dizertační práce. FSI VUT v Brně. Vedoucí práce Doc. Ing. Miroslav Škopán, Csc.
- [86] TALATAHARI, Siamak, Mahdi AZIZI, Huu-Tai THAI a Manh-Hung HA. Optimization of constrained mathematical and engineering design problems using chaos game optimization. *Advances in Engineering Software*. 2020, 145, 1-16. DOI: 10.1016/j.cie.2020.106560. ISSN 03608352. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0360835220302941>
- [87] Timoshenko, Stephen. *Theory of elastic stability*. 1st edition. Hong Kong : McGraw-Hill, 1936. str. 541.
- [88] TRÁVNÍČEK, Karel. Příhradová konstrukce. In: *Stavitelův blog* [online]. Praha: Blogger.cz, 2013, 26.7.2013 [cit. 2020-07-28]. Dostupné z: [http://stavitel.blogger.cz/Clanky/Prihradova\\_konstrukce](http://stavitel.blogger.cz/Clanky/Prihradova_konstrukce)
- [89] TRUONG, Viet-Hung, Quang-Viet VU, Huu-Tai THAI a Manh-Hung HA. A robust method for safety evaluation of steel trusses using Gradient Tree Boosting algorithm. *Advances in Engineering Software*. 2020, 147, 1-16. DOI: 10.1016/j.advengsoft.2020.102825. ISSN 09659978. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0965997819311585>
- [90] TUSHAJ, Ersilio. Size optimization of steel trusses using a genetic algorithm in MATLAB. *JOURNAL OF SOFTWARE ENGINEERING & INTELLIGENT SYSTEMS*. Rawalpindi, Pakistan: Caomei, 2017, 2(2), 10. ISSN 2518-8739.
- [91] WANG, S.Y. a K. TAI. *Graph representation for structural topology optimization using genetic algorithms*. 2004, 82(20-21), 1609-1622. DOI: 10.1016/j.compstruc.2004.05.005. ISSN 00457949. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0045794904001750>
- [92] WEBER, Bryan. MATLAB vs Python: Why and How to Make the Switch. *Realpython* [online]. Connecticut: University of Connecticut, 2019, 09.09.2019 [cit. 2020-06-20]. Dostupné z: <https://realpython.com/matlab-vs-python/#matlab-vs-python-comparing-features-and-philosophy>
- [93] YANG, Xin-She. Simulated Annealing. *Nature-Inspired Optimization Algorithms*. Elsevier, 2014, 2014, 67-75. DOI: 10.1016/B978-0-12-416743-8.00004-X. ISBN 9780124167438. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/B978012416743800004X>
- [94] ZHOU, Jiu, X WANG, a Z IRANI. A review of methods and algorithms for optimizing construction scheduling. *Journal of the Operational Research Society*. 2017, 64(8), 1091-1105. DOI: 10.1057/jors.2012.174. ISSN 0160-5682. Dostupné také z: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1057/jors.2012.174>

## SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

$A$	$[m^2]$	Plocha průřezu
$C$	$[m \cdot N^{-1}]$	Poddajnost
$d$	$[-]$	Interval spolehlivosti dolní
$d^*$	$[-]$	Interval spolehlivosti pro střední hodnotu náhodné veličiny – dolní
$E$	$[Pa]$	Youngův modul pružnosti
$E^0$	$[m \cdot N^{-1}]$	Počáteční tenzor tuhosti
$E_t$	$[m \cdot N^{-1}]$	Lokální tenzor tuhosti
$f$	$[N]$	Prvková matice vnějšího zatížení podle lokálního souřadného systému
$F$	$[N]$	Vektor globálního zatížení
$f$	$[-]$	Účelová funkce
$f_g$	$[N]$	Prvková matice vnějšího zatížení orientovaná podle globálního souřadného systému
$f_y$	$[MPa]$	mez kluzu
$H$	$[-]$	Hessova matice
$h$	$[-]$	Interval spolehlivosti horní
$h^*$	$[-]$	Interval spolehlivosti pro střední hodnotu náhodné veličiny – horní
$\tilde{H}$	$[-]$	Hmotnostní faktor
$i$	$[-]$	Index jednotlivých cílových funkcí
$k$	$[N \cdot m^{-1}]$	Matice tuhosti
$K$	$[N \cdot m^{-1}]$	Globální matice tuhosti
$K_e^0$	$[N \cdot m^{-1}]$	Elementární matice tuhosti s počátečním tenzorem tuhosti
$k_g$	$[N \cdot m^{-1}]$	Prvková matice tuhosti v globálním souřadném systému
$L$	$[m]$	Délka prutu
$l$	$[m]$	Vzdálenost mezi středem zvažovaného prvku
$n$	$[-]$	Počet měření
$N_{b,Rd}$	$[N]$	Návrhová vzpěrná únosnost tlačného prutu
$N_{cr}$	$[N]$	Pružná kritická síla pro příslušný způsob vybočení
$N_{Ed}$	$[N]$	Návrhová hodnota tlakové síly
$P$	$[J]$	Potenciál vnějšího zatížení
$p$	$[-]$	Počet prutů
$R$	$[-]$	Množina reálných čísel
$r$	$[-]$	Pearsonův korelační koeficient
$R^m$	$[-]$	Vektorová funkce

$r_{min}$	[m]	Minimální poloměr
$s$	[-]	Počet styčníků
$S$	[m <sup>2</sup> ]	Plocha průřezu prutu
$T$	[-]	Transformační matice
$u$	[m]	Posunutí
$u_1$	[m]	Deformace styčnicku 1 ve směru osy x
$u_{1g}$	[m]	Deformace styčnicku 1 ve směru osy x globálního souřadného systému
$u_2$	[m]	Deformace styčnicku 2 ve směru osy x
$u_{2g}$	[m]	Deformace styčnicku 2 ve směru osy x globálního souřadného systému
$V$	[m <sup>3</sup> ]	Objem výchozí návrhové domény
$v_1$	[m]	Deformace styčnicku 1 ve směru osy y
$v_{1g}$	[m]	Deformace styčnicku 1 ve směru osy y globálního souřadného systému
$v_2$	[m]	Deformace styčnicku 2 ve směru osy y
$v_{2g}$	[m]	Deformace styčnicku 2 ve směru osy y globálního souřadného systému
$V_e^0$	[m <sup>3</sup> ]	Počáteční objem
$W$	[J]	Energie napjatosti
$w$	[-]	Váhový koeficient
$w_1$	[m]	Deformace styčnicku 1 ve směru osy z
$w_{1g}$	[m]	Deformace styčnicku 1 ve směru osy z globálního souřadného systému
$w_2$	[m]	Deformace styčnicku 2 ve směru osy z
$w_{2g}$	[m]	Deformace styčnicku 2 ve směru osy z globálního souřadného systému
$W_t$	[-]	Transformace na náhodnou veličinu
$x$	[ostatní]	Návrhová proměnná
$X$	[-]	Množina přípustných řešení
$x^*$	[-]	Přípustné řešení
$Y$	[-]	Uspořádaná množina hodnot
$z$	[m]	Řešení rovnice okrajových podmínek
$z_{(1-\alpha/2)}$	[-]	Kvantil standardizovaného normálového rozdělení
$\alpha$	[-]	Součinitel imperfekce
$\alpha_s$	[-]	Interval spolehlivosti
$\gamma_{M1}$	[-]	Dílčí součinitel únosnosti průřezu při posuzování stability prutu
$\delta$	[m]	Vektor deformačních parametrů v pootočeném souřadném systému
$\delta_\gamma$	[m]	Vektor deformačních parametrů pro globální souřadný systém

$\lambda$	[-]	Substituce úhlové funkce
$\lambda_i$	[-]	Váhové koeficienty
$\bar{\lambda}$	[-]	Poměrná štíhlost
$\nu$	[-]	Poissonův poměr
$\Pi$	[J]	Stacionární hodnota
$\rho$	[kg·m <sup>-3</sup> ]	Hustotní vektor
$\rho_e$	[kg·m <sup>-3</sup> ]	Element hustoty
$\rho_e^p$	[kg·m <sup>-3</sup> ]	Elementární maticí hustoty
$\rho_{min}$	[kg·m <sup>-3</sup> ]	Limit nejnižší hodnoty hustoty
$\Phi$	[-]	Hodnota pro výpočet součinitele vzpěrnosti $\chi$
$\chi$	[-]	Součinitel vzpěrnosti pro příslušný způsob vybočení
$\Omega$	[ostatní]	Dostupná konstrukční doména
$\tau$	[-]	Číslo „zlatého poměru“

MMA Method of Moving Asymptotes

MKP Metoda konečných prvků

M Ceny za metr délky profilu

A Ceny podle plochy průřezu

## SEZNAM PŘÍLOH

Příloha – A .....	I
Příloha – B .....	V
Příloha – C .....	XXVIII



Tabulka 1: Databáze profilů – náhodně seřazené (podle ID).

	ID	rozměr	norma	materiál
1	I	80	DIN 1025-1	S235JR
2	I	100	DIN 1025-1	S235JR
3	I	120	DIN 1025-1	S235JR
4	I	140	DIN 1025-1	S235JR
5	I	160	DIN 1025-1	S235JR
6	IPE	80	DIN 1025-5	S235JR
7	IPE	100	DIN 1025-5	S235JR
8	IPE	100	DIN 1025-5	S355JR
9	IPE	120	DIN 1025-5	S235JR
10	IPE	120	DIN 1025-5	S355JR
11	IPE	140	DIN 1025-5	S235JR
12	IPE	140	DIN 1025-5	S355JR
13	IPE	160	DIN 1025-5	S235JR
14	IPE	160	DIN 1025-5	S235JR
15	U	65	DIN 1026-1	S235JR
16	U	65	DIN 1026-1	S355JR
17	U	80	DIN 1026-1	S235JR
18	U	80	DIN 1026-1	S355JR
19	U	100	DIN 1026-1	S235JR
20	U	100	DIN 1026-1	S355JR
21	U	120	DIN 1026-1	S235JR
22	U	120	DIN 1026-1	S355JR
23	U	140	DIN 1026-1	S235JR
24	U	140	DIN 1026-1	S355JR
25	UPE	80	DIN 1026-2	S235JR
26	UPE	100	DIN 1026-2	S235JR
27	UPE	120	DIN 1026-2	S235JR
28	UPE	140	DIN 1026-2	S235JR
29	UPE	160	DIN 1026-2	S235JR
30	UPE	160	DIN 1026-2	S355JR
31	T	50	EN 10055	S235JR

32	T	50	EN 10055	S355JR
33	T	60	EN 10055	S235JR
34	T	70	EN 10055	S235JR
35	T	80	EN 10055	S235JR
36	T	80	EN 10055	S355JR
37	T	100	EN 10055	S235JR
38	T	100	EN 10055	S355JR
39	TR	60.3x6.3	EN 10210	S355JR
40	TR	70x10	EN 10210	S355JR
41	TR	88.9x6.3	EN 10210	S355JR
42	TR	95x12.5	EN 10210	S355JR
43	TR	108x6.3	EN 10210	S355JR
44	Jäkl	70x4	EN 10219	S235JR
45	Jäkl	70x4	EN 10219	S355JR
46	Jäkl	80x5	EN 10219	S235JR
47	Jäkl	80x5	EN 10219	S355JR
48	Jäkl	90x5	EN 10219	S235JR
49	Jäkl	90x5	EN 10219	S355JR
50	Jäkl	100x5	EN 10219	S235JR
51	Jäkl	100x5	EN 10219	S355JR
52	Jäkl	120x5	EN 10219	S235JR
53	Jäkl	120x5	EN 10219	S355JR
54	L	60x60x8	EN 10056	S235JR
55	L	60x60x8	EN 10056	S355JR
56	L	80x80x8	EN 10056	S235JR
57	L	80x80x8	EN 10056	S355JR
58	L	90x90x9	EN 10056	S235JR
59	L	90x90x9	EN 10056	S355JR
60	L	100x100x10	EN 10056	S235JR
61	L	100x100x10	EN 10056	S355JR
62	L	120x120x12	EN 10056	S235JR
63	L	120x120x12	EN 10056	S355JR

Tabulka 2: Databáze profilů – seřazená podle plochy průřezu (A).

	ID	rozměr	norma	materiál
1	T	50	EN 10055	S235JR
2	T	50	EN 10055	S355JR
3	I	80	DIN 1025-1	S235JR
4	IPE	80	DIN 1025-5	S235JR
5	T	60	EN 10055	S235JR
6	U	65	DIN 1026-1	S235JR
7	U	65	DIN 1026-1	S355JR
8	L	60x60x8	EN 10056	S235JR
9	L	60x60x8	EN 10056	S355JR
10	UPE	80	DIN 1026-2	S235JR
11	Jäkl	70x4	EN 10219	S235JR
12	Jäkl	70x4	EN 10219	S355JR
13	IPE	100	DIN 1025-5	S235JR
14	IPE	100	DIN 1025-5	S355JR
15	I	100	DIN 1025-1	S235JR
16	T	70	EN 10055	S235JR
17	TR	60.3x6.3	EN 10210	S355JR
18	U	80	DIN 1026-1	S235JR
19	U	80	DIN 1026-1	S355JR
20	L	80x80x8	EN 10056	S235JR
21	L	80x80x8	EN 10056	S355JR
22	UPE	100	DIN 1026-2	S235JR
23	IPE	120	DIN 1025-5	S235JR
24	IPE	120	DIN 1025-5	S355JR
25	U	100	DIN 1026-1	S235JR
26	U	100	DIN 1026-1	S355JR
27	T	80	EN 10055	S235JR
28	T	80	EN 10055	S355JR
29	I	120	DIN 1025-1	S235JR
30	Jäkl	80x5	EN 10219	S235JR
31	Jäkl	80x5	EN 10219	S355JR

32	UPE	120	DIN 1026-2	S235JR
33	L	90x90x9	EN 10056	S235JR
34	L	90x90x9	EN 10056	S355JR
35	TR	88.9x6.3	EN 10210	S355JR
36	Jäkl	90x5	EN 10219	S235JR
37	Jäkl	90x5	EN 10219	S355JR
38	IPE	140	DIN 1025-5	S235JR
39	IPE	140	DIN 1025-5	S355JR
40	U	120	DIN 1026-1	S235JR
41	U	120	DIN 1026-1	S355JR
42	I	140	DIN 1025-1	S235JR
43	Jäkl	100x5	EN 10219	S235JR
44	Jäkl	100x5	EN 10219	S355JR
45	UPE	140	DIN 1026-2	S235JR
46	TR	70x10	EN 10210	S355JR
47	L	100x100x10	EN 10056	S235JR
48	L	100x100x10	EN 10056	S355JR
49	IPE	160	DIN 1025-5	S235JR
50	IPE	160	DIN 1025-5	S235JR
51	TR	108x6.3	EN 10210	S355JR
52	U	140	DIN 1026-1	S235JR
53	U	140	DIN 1026-1	S355JR
54	T	100	EN 10055	S235JR
55	T	100	EN 10055	S355JR
56	UPE	160	DIN 1026-2	S235JR
57	UPE	160	DIN 1026-2	S355JR
58	Jäkl	120x5	EN 10219	S235JR
59	Jäkl	120x5	EN 10219	S355JR
60	I	160	DIN 1025-1	S235JR
61	L	120x120x12	EN 10056	S235JR
62	L	120x120x12	EN 10056	S355JR
63	TR	95x12.5	EN 10210	S355JR

Tabulka 3: Databáze profilů – seřazená podle ceny za metr délky (M).

	ID	rozměr	norma	materiál
1	T	50	EN 10055	S235JR
2	I	80	DIN 1025-1	S235JR
3	IPE	80	DIN 1025-5	S235JR
4	T	50	EN 10055	S355JR
5	L	60x60x8	EN 10056	S235JR
6	U	65	DIN 1026-1	S235JR
7	T	60	EN 10055	S235JR
8	U	65	DIN 1026-1	S355JR
9	IPE	100	DIN 1025-5	S235JR
10	U	80	DIN 1026-1	S235JR
11	IPE	100	DIN 1025-5	S355JR
12	I	100	DIN 1025-1	S235JR
13	L	60x60x8	EN 10056	S355JR
14	Jäkl	70x4	EN 10219	S235JR
15	U	80	DIN 1026-1	S355JR
16	Jäkl	70x4	EN 10219	S355JR
17	L	80x80x8	EN 10056	S235JR
18	U	100	DIN 1026-1	S235JR
19	UPE	80	DIN 1026-2	S235JR
20	IPE	120	DIN 1025-5	S235JR
21	IPE	120	DIN 1025-5	S355JR
22	I	120	DIN 1025-1	S235JR
23	UPE	100	DIN 1026-2	S235JR
24	T	70	EN 10055	S235JR
25	U	100	DIN 1026-1	S355JR
26	L	80x80x8	EN 10056	S355JR
27	Jäkl	80x5	EN 10219	S235JR
28	U	120	DIN 1026-1	S235JR
29	IPE	140	DIN 1025-5	S235JR
30	T	80	EN 10055	S235JR
31	Jäkl	80x5	EN 10219	S355JR

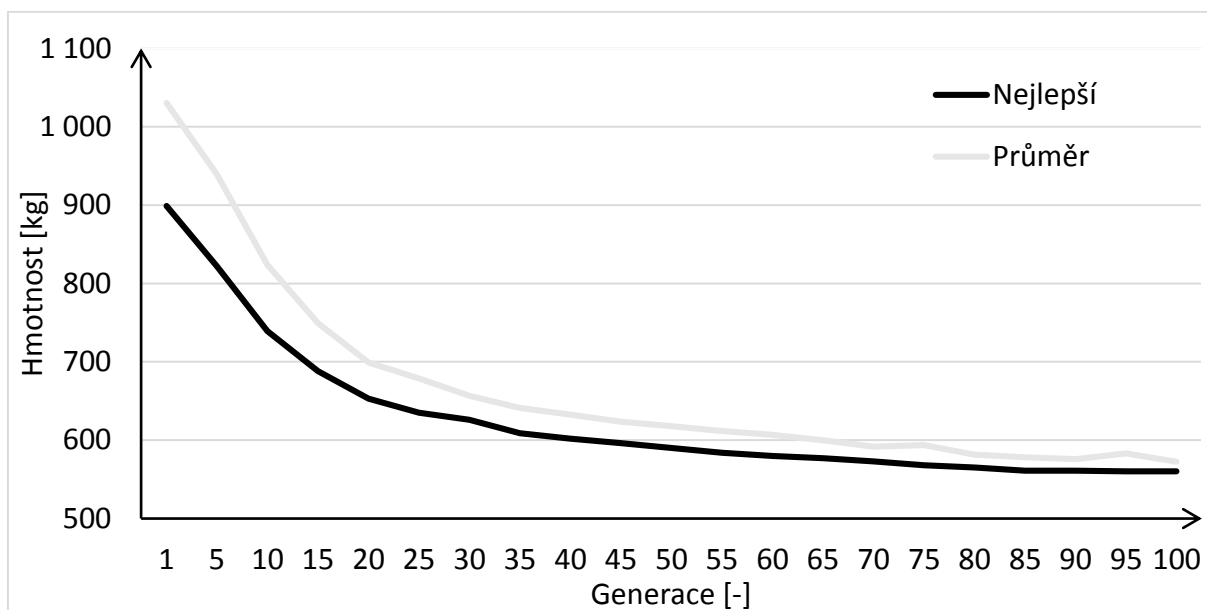
32	IPE	140	DIN 1025-5	S355JR
33	UPE	120	DIN 1026-2	S235JR
34	L	90x90x9	EN 10056	S235JR
35	Jäkl	90x5	EN 10219	S235JR
36	U	120	DIN 1026-1	S355JR
37	I	140	DIN 1025-1	S235JR
38	T	80	EN 10055	S355JR
39	L	90x90x9	EN 10056	S355JR
40	U	140	DIN 1026-1	S235JR
41	L	100x100x10	EN 10056	S235JR
42	Jäkl	100x5	EN 10219	S235JR
43	Jäkl	90x5	EN 10219	S355JR
44	IPE	160	DIN 1025-5	S235JR
45	UPE	140	DIN 1026-2	S235JR
46	IPE	160	DIN 1025-5	S235JR
47	TR	60.3x6.3	EN 10210	S355JR
48	U	140	DIN 1026-1	S355JR
49	Jäkl	100x5	EN 10219	S355JR
50	I	160	DIN 1025-1	S235JR
51	L	100x100x10	EN 10056	S355JR
52	Jäkl	120x5	EN 10219	S235JR
53	UPE	160	DIN 1026-2	S235JR
54	Jäkl	120x5	EN 10219	S355JR
55	UPE	160	DIN 1026-2	S355JR
56	T	100	EN 10055	S235JR
57	L	120x120x12	EN 10056	S235JR
58	T	100	EN 10055	S355JR
59	TR	88.9x6.3	EN 10210	S355JR
60	L	120x120x12	EN 10056	S355JR
61	TR	70x10	EN 10210	S355JR
62	TR	108x6.3	EN 10210	S355JR
63	TR	95x12.5	EN 10210	S355JR

Tabulka 4: Ceník jednotlivých profilů s minimálními odběrovými délkami.

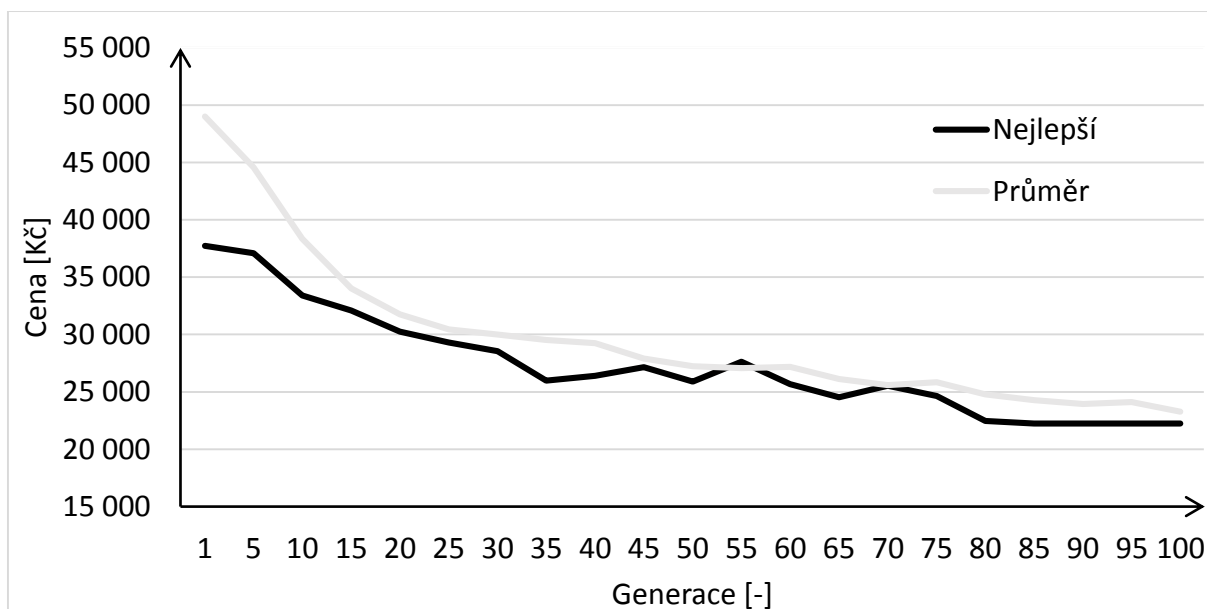
Označení	Cena za metr [Kč]	Min. odběr [mm]
I-80-S235JR	137,39	6000
I-100-S235JR	192,9	6000
I-120-S235JR	256,74	6000
I-140-S235JR	333,07	6000
I-160-S235JR	414,02	6000
IPE-80-S235JR	138,78	6000
IPE-100-S235JR	187,35	6000
IPE-100-S355JR	192,61	6000
IPE-120-S235JR	240,55	6000
IPE-120-S355JR	250,74	6000
IPE-140-S235JR	298,37	6000
IPE-140-S355JR	317,34	6000
IPE-160-S235JR	365,45	6000
IPE-160-S355JR	388,68	6000
U-65-S235JR	172,35	6000
U-65-S355JR	182,92	6000
U-80-S235JR	187,4	6000
U-80-S355JR	212,54	6000
U-100-S235JR	229,91	6000
U-100-S355JR	260,76	6000
U-120-S235JR	290,64	6000
U-120-S355JR	329,64	6000
U-140-S235JR	347,04	6000
U-140-S355JR	393,6	6000
UPE-80-S235JR	233,12	6000
UPE-100-S235JR	257,57	6000
UPE-120-S235JR	317,38	6000
UPE-140-S235JR	380,33	6000
UPE-160-S235JR	445,91	6000
UPE-160-S355JR	499,8	6000
T-50-S235JR	128,31	6000
T-50-S355JR	146,25	6000
T-60-S235JR	180,04	6000

T-70-S235JR	259,16	6000
T-80-S235JR	309,23	6000
T-80-S355JR	333,3	6000
T-100-S235JR	510,86	6000
T-100-S355JR	547,59	6000
TR-60,3x6,3-S355JR	390,97	6000
TR-70x10-S355JR	687,46	6000
TR-88,9x6,3-S355JR	591,59	6000
TR-95x12,5-S355JR	1171,19	6000
TR-108x6,3-S355JR	728,58	6000
Jkl-70x4-S235JR	202,16	6000
Jkl-70x4-S355JR	225,38	6000
Jkl-80x5-S235JR	276,99	6000
Jkl-80x5-S355JR	310,03	6000
Jkl-90x5-S235JR	324,15	6000
Jkl-90x5-S355JR	361,89	6000
Jkl-100x5-S235JR	354,17	6000
Jkl-100x5-S355JR	395,18	6000
Jkl-120x5-S235JR	430,24	6000
Jkl-120x5-S355JR	494,93	6000
L-60x60x8-S235JR	166,04	6000
L-60x60x8-S355JR	197,88	6000
L-80x80x8-S235JR	225,56	6000
L-80x80x8-S355JR	268,77	6000
L-90x90x9-S235JR	322,81	6000
L-90x90x9-S355JR	340,5	6000
L-100x100x10-S235JR	351,3	6000
L-100x100x10-S355JR	418,65	6000
L-120x120x12-S235JR	528,76	6000
L-120x120x12-S355JR	602,85	6000

Účelová funkce – hmotnost, databáze profilů – náhodná, velikost populace 250 jedinců.

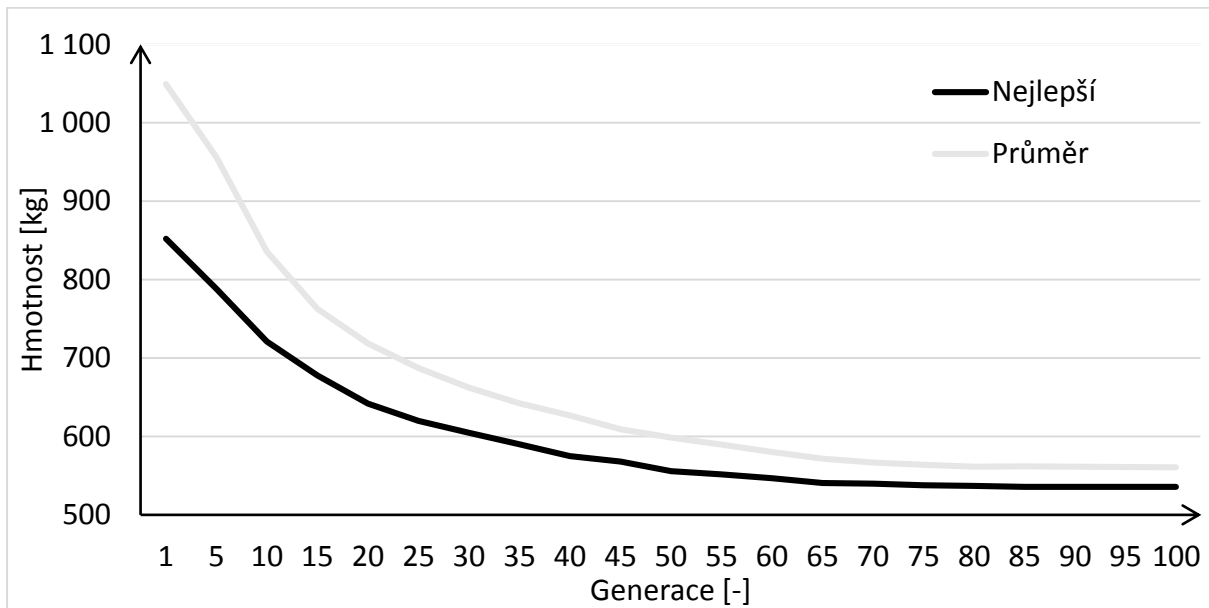


Obr. B 1: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci hmotnost materiálu pro dané generace, velikost populace je 250 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty hmotnosti bylo dosaženo v 85. generaci s hodnotou 560 kg.

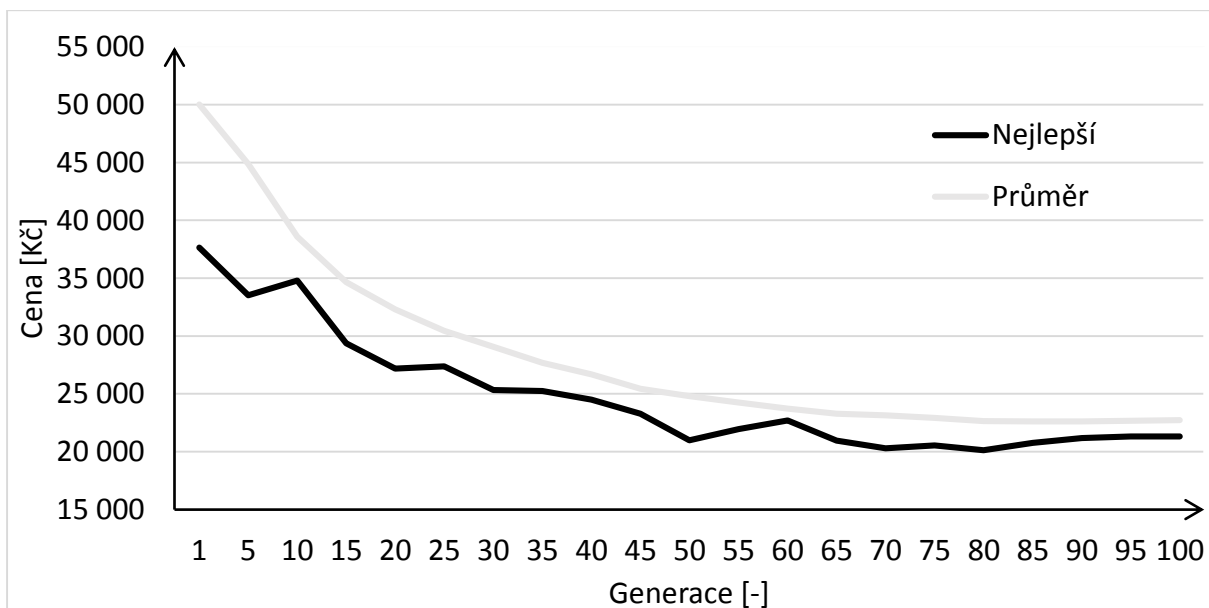


Obr. B 2: Graf znázorňující vývoj ceny za celkově potřebný materiál pro danou generaci, velikost populace je 250 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální ceny bylo dosaženo v 85. generaci, a to s cenou 22 248 Kč.

Účelová funkce – hmotnost, databáze profilů – náhodná, velikost populace 2 500 jedinců.

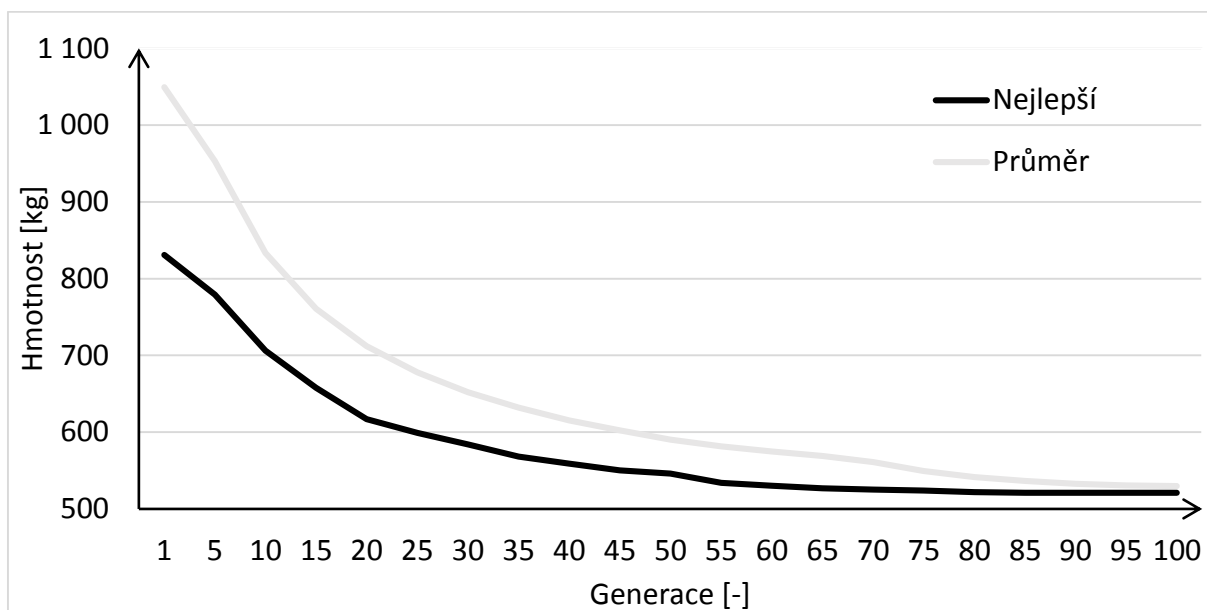


Obr. B 3: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci hmotnost materiálu pro dané generace, velikost populace je 2 500 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty hmotnosti bylo dosaženo v 75. generaci s hodnotou 536 kg.

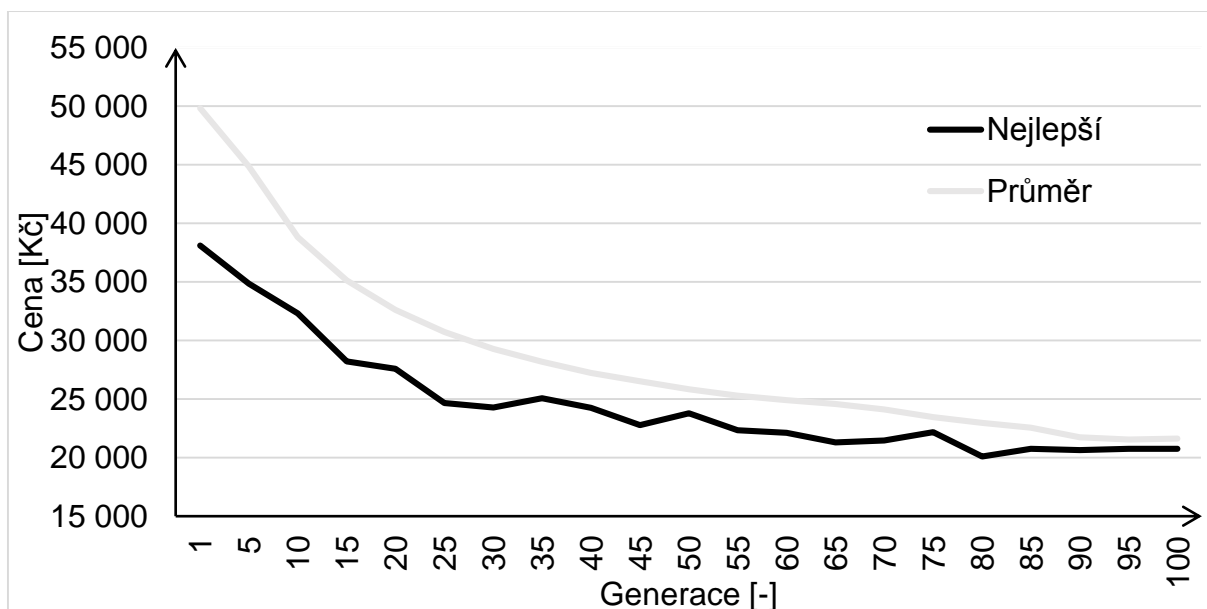


Obr. B 4: Graf znázorňující vývoj ceny za celkově potřebný materiál pro dané generace a s velikostí populace 2 500 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty ceny bylo dosaženo v 80. generaci s cenou 20 122 Kč.

Účelová funkce – hmotnost, databáze profilů – náhodná, velikost populace 25 000 jedinců.

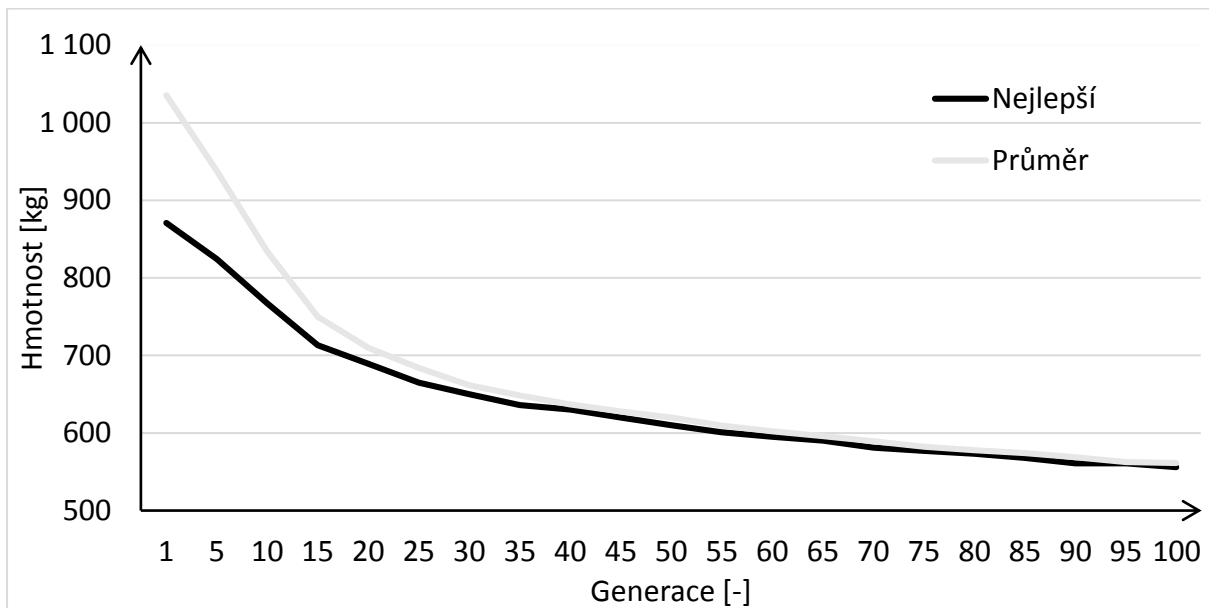


Obr. B 5: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci hmotnost materiálu pro dané generace, velikost populace je 25 000 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty hmotnosti bylo dosaženo v 80. generaci s hodnotou 521 kg.

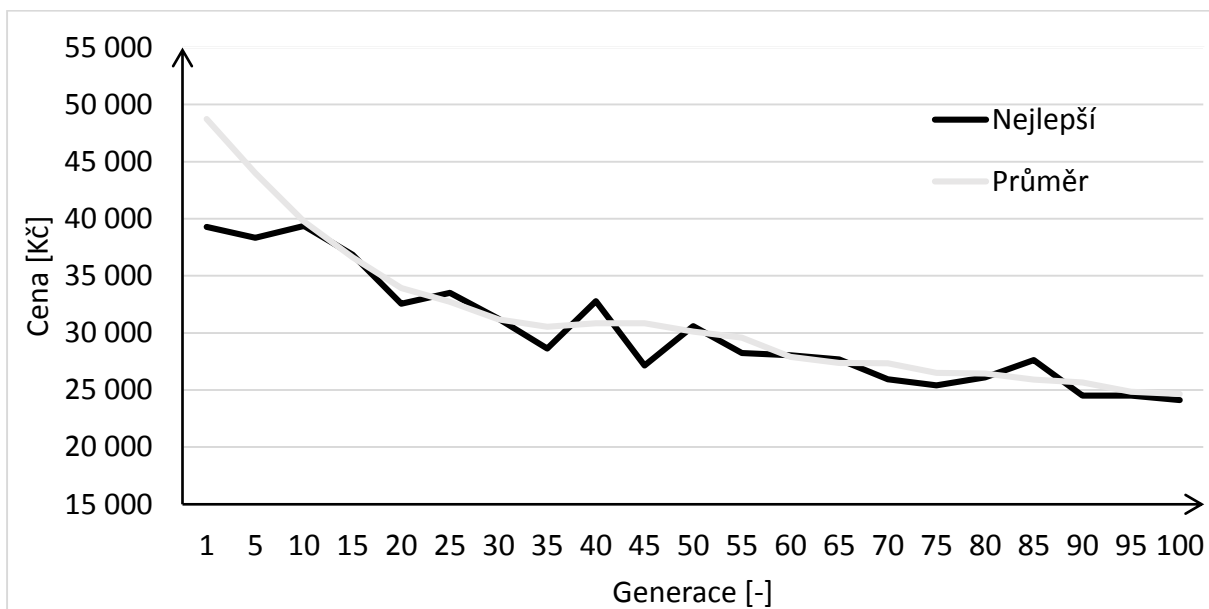


Obr. B 6: Graf znázorňující vývoj ceny za celkově potřebný materiál pro danou generaci, velikost populace je 25 000 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální ceny bylo dosaženo v 80. generaci, a to s cenou 20 100 Kč.

Účelová funkce – hmotnost, databáze profilů – seřazeno podle A, velikost populace 250 jedinců.



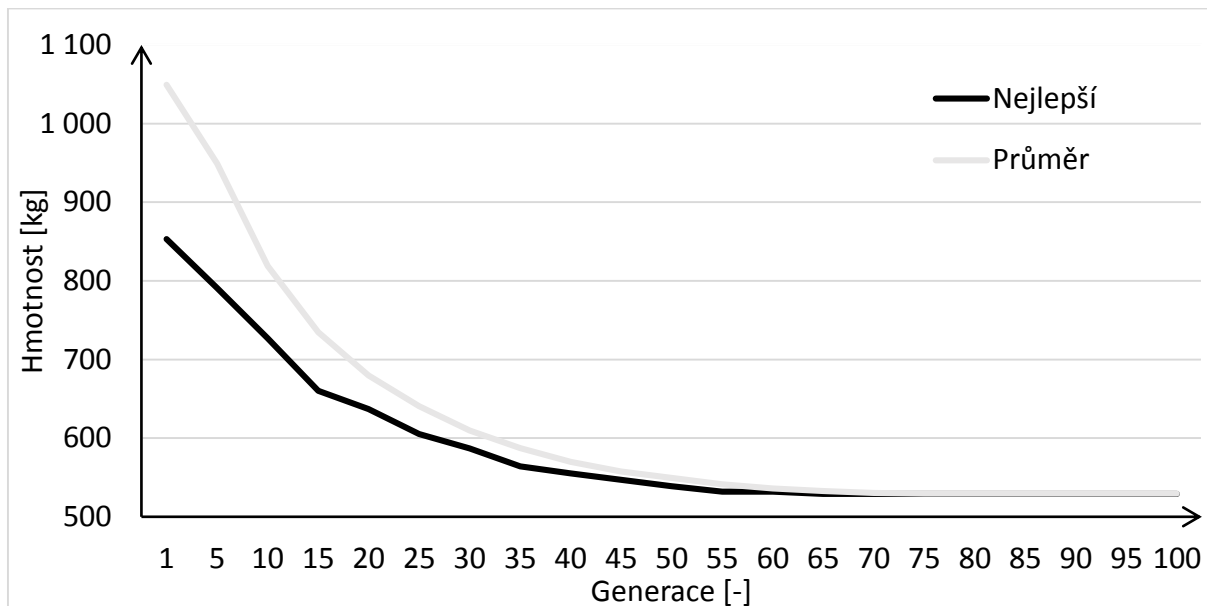
Obr. B 7: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci hmotnost materiálu pro dané generace, velikost populace je 250 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty hmotnosti bylo dosaženo ve 100. generaci s hodnotou 556 kg.



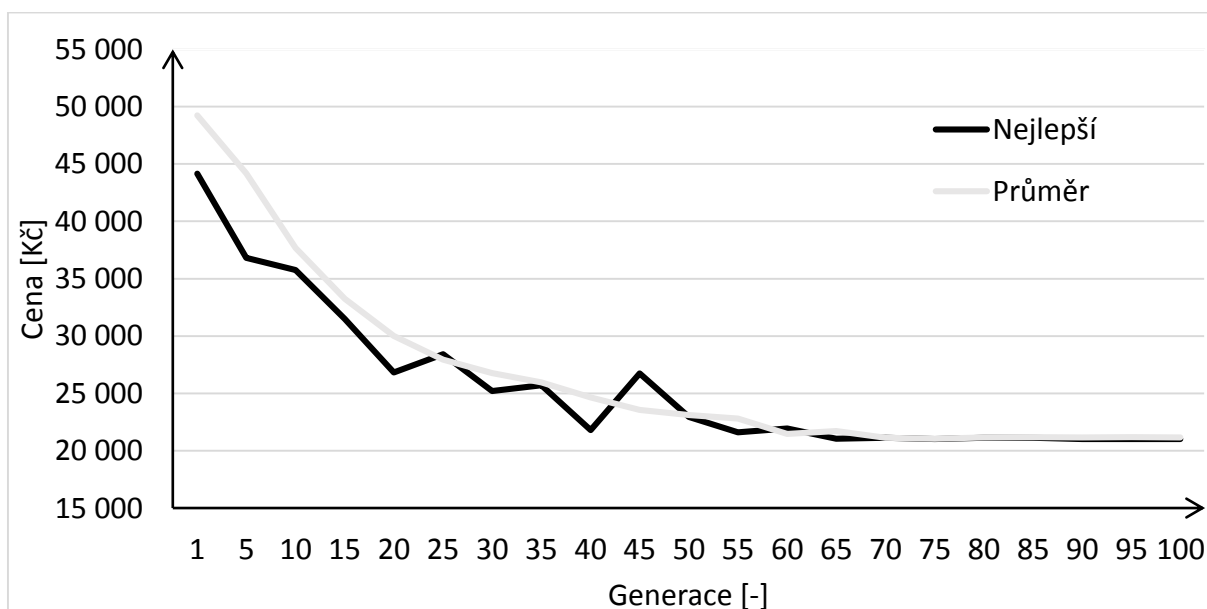
Obr. B 8: Graf znázorňující vývoj ceny za celkově potřebný materiál pro danou generaci, velikost populace je 250 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální ceny bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 24 109 Kč.



Účelová funkce – hmotnost, databáze profilů – seřazeno podle A, velikost populace 2 500 jedinců.

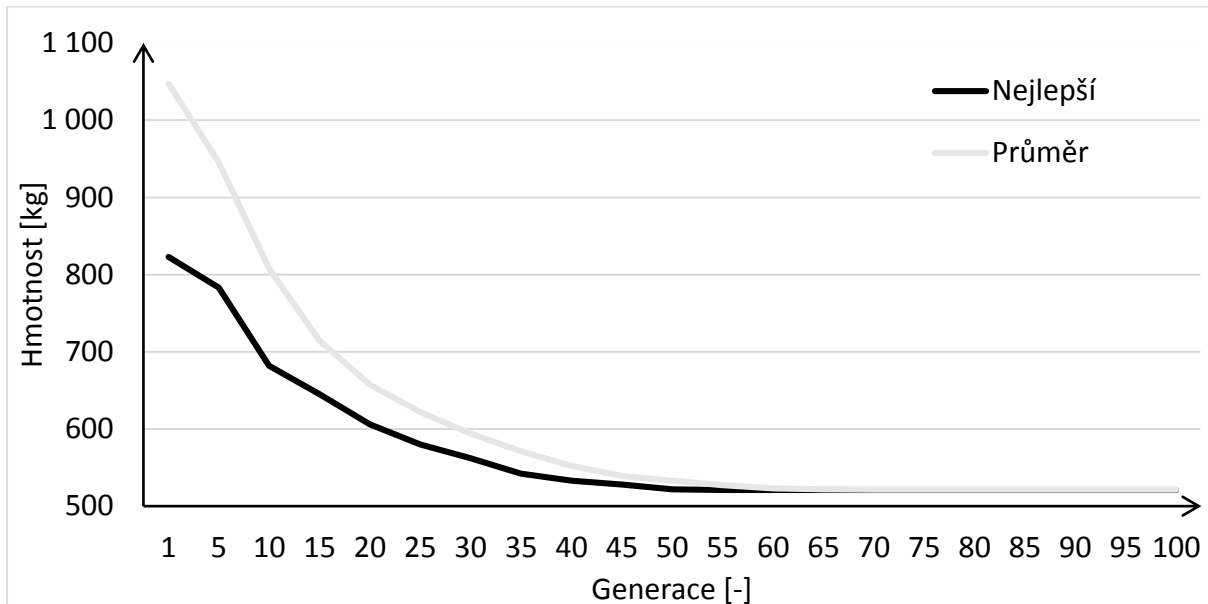


Obr. B 9: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci hmotnost materiálu pro dané generace, velikost populace je 2 500 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty hmotnosti bylo dosaženo v 65. generaci s hodnotou 529 kg.

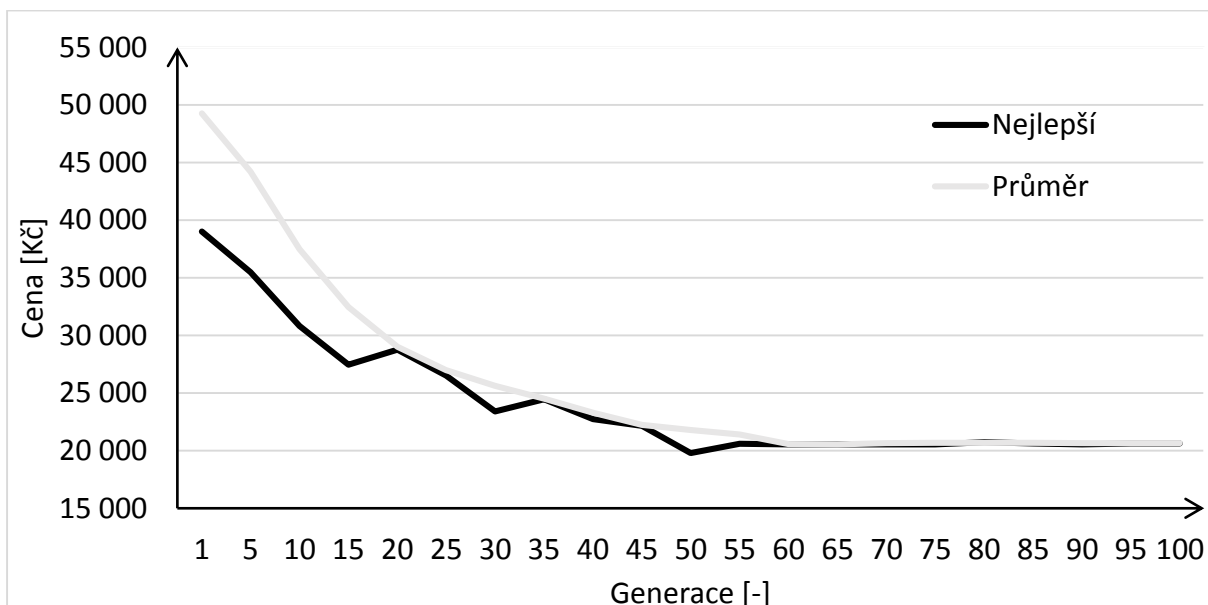


Obr. B 10: Graf znázorňující vývoj ceny za celkově potřebný materiál pro danou generaci, velikost populace je 2 500 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální ceny bylo dosaženo v 90. generaci, a to s cenou 21 025 Kč.

Účelová funkce – hmotnost, databáze profilů – seřazeno podle A, velikost populace 25 000 jedinců.

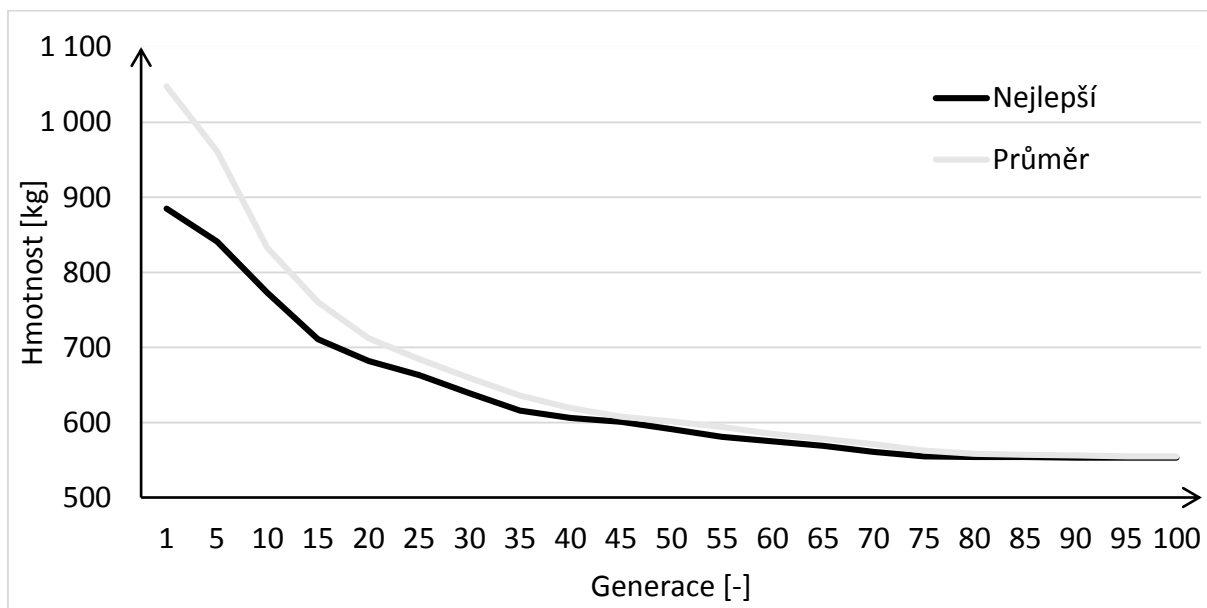


Obr. B 11: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci hmotnost materiálu pro dané generace, velikost populace je 25 000 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty hmotnosti bylo dosaženo v 55. generaci s hodnotou 521 kg.

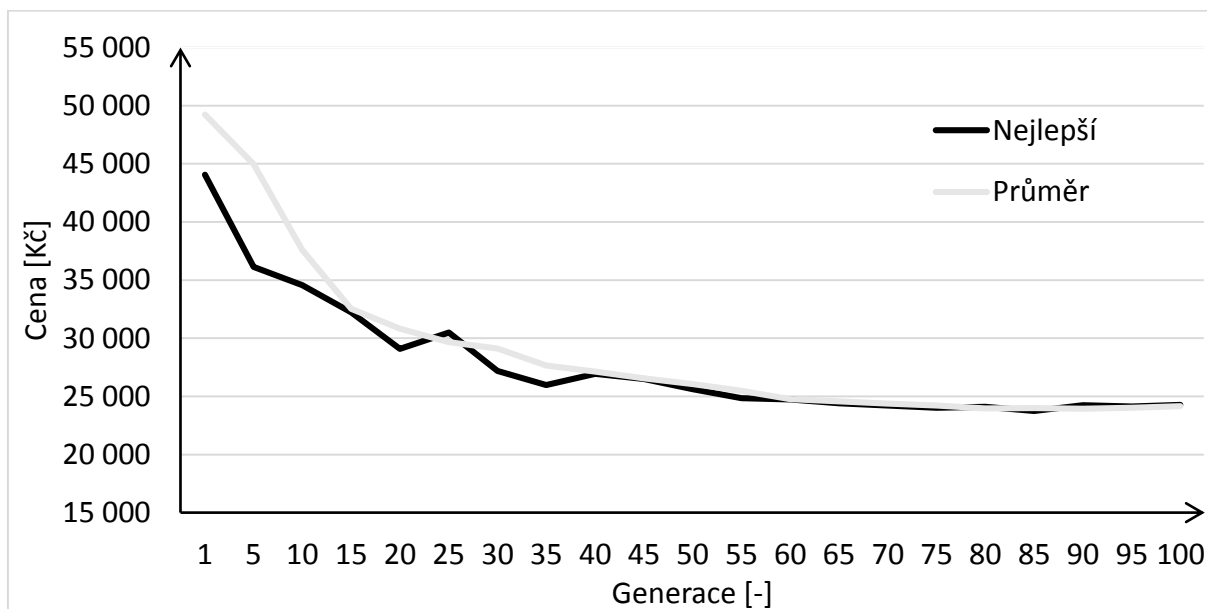


Obr. B 12: Graf znázorňující vývoj ceny za celkově potřebný materiál pro danou generaci, velikost populace je 25 000 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální ceny bylo dosaženo v 50. generaci, a to s cenou 19 793 Kč.

Účelová funkce – hmotnost, databáze profilů – seřazeno podle M, velikost populace 250 jedinců.

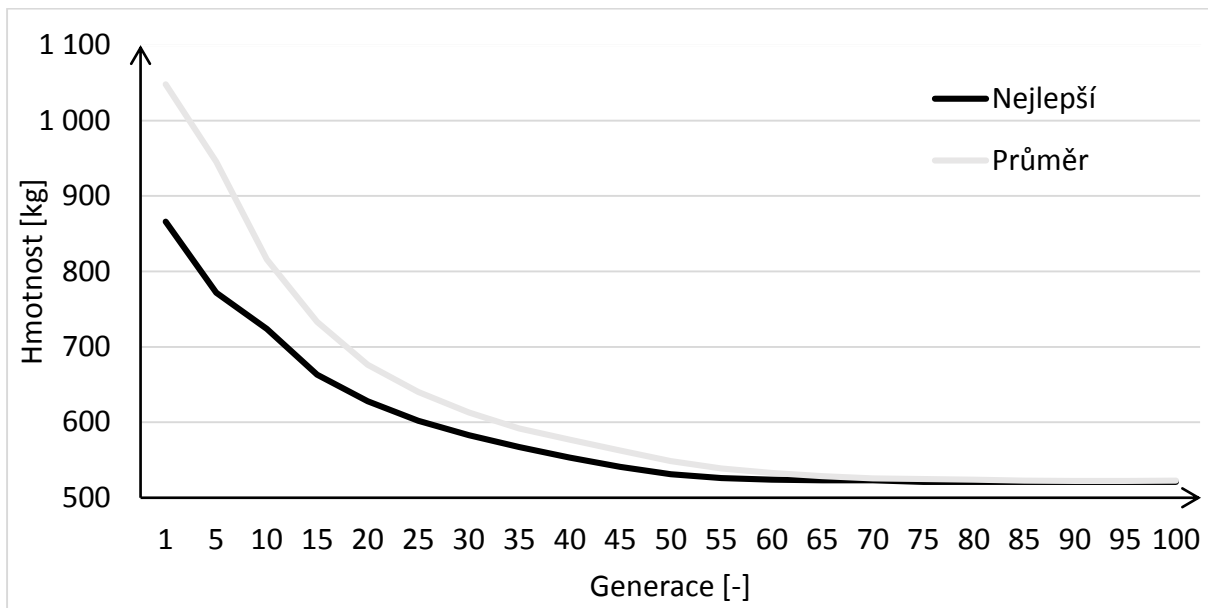


Obr. B 13: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci hmotnost materiálu pro dané generace, velikost populace je 250 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty hmotnosti bylo dosaženo v 75. generaci s hodnotou 553 kg.

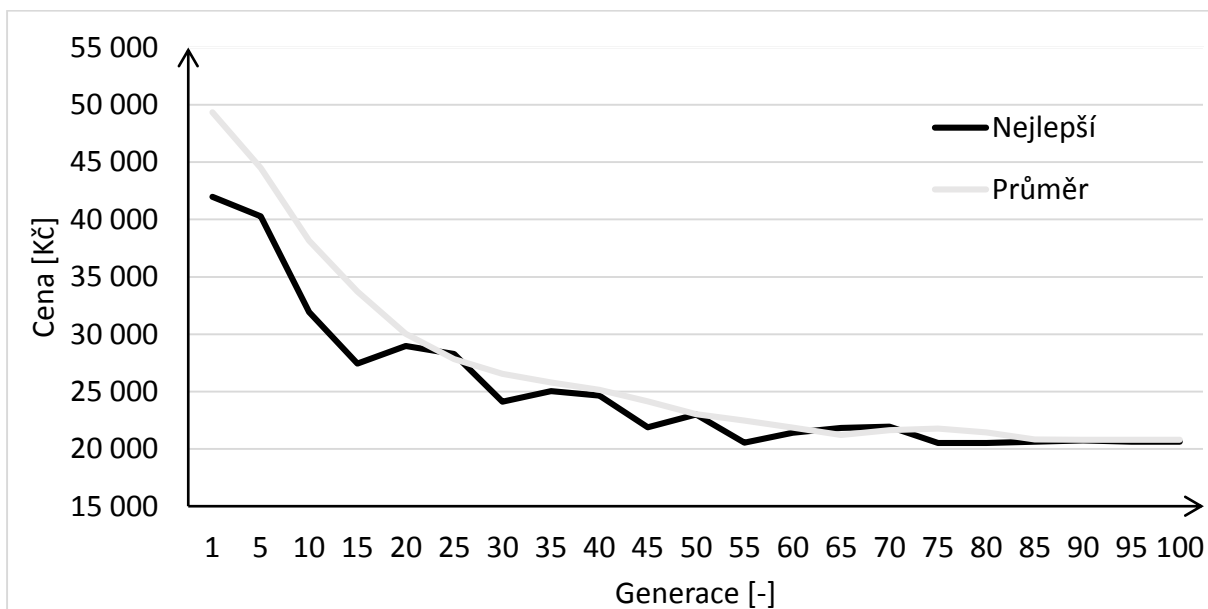


Obr. B 14: Graf znázorňující vývoj ceny za celkově potřebný materiál pro danou generaci, velikost populace je 250 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální ceny bylo dosaženo v 75. generaci, a to s cenou 20 530 Kč.

Účelová funkce – hmotnost, databáze profilů – seřazeno podle M, velikost populace 2 500 jedinců.

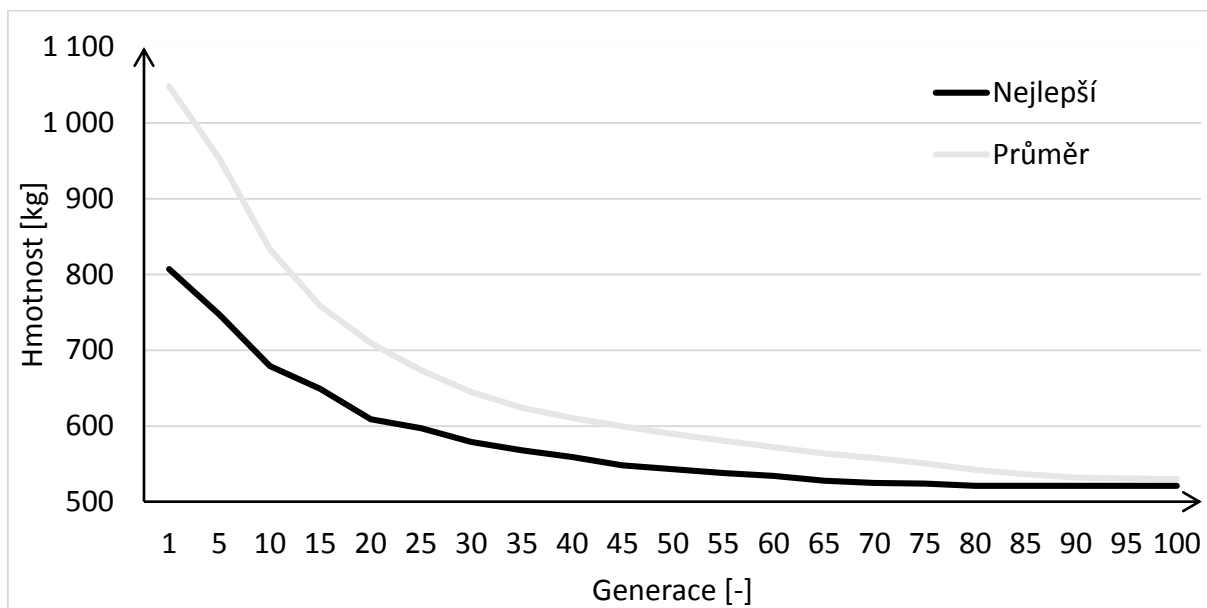


Obr. B 15: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci hmotnost materiálu pro dané generace, velikost populace je 2 500 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty hmotnosti bylo dosaženo v 65. generaci s hodnotou 521 kg.

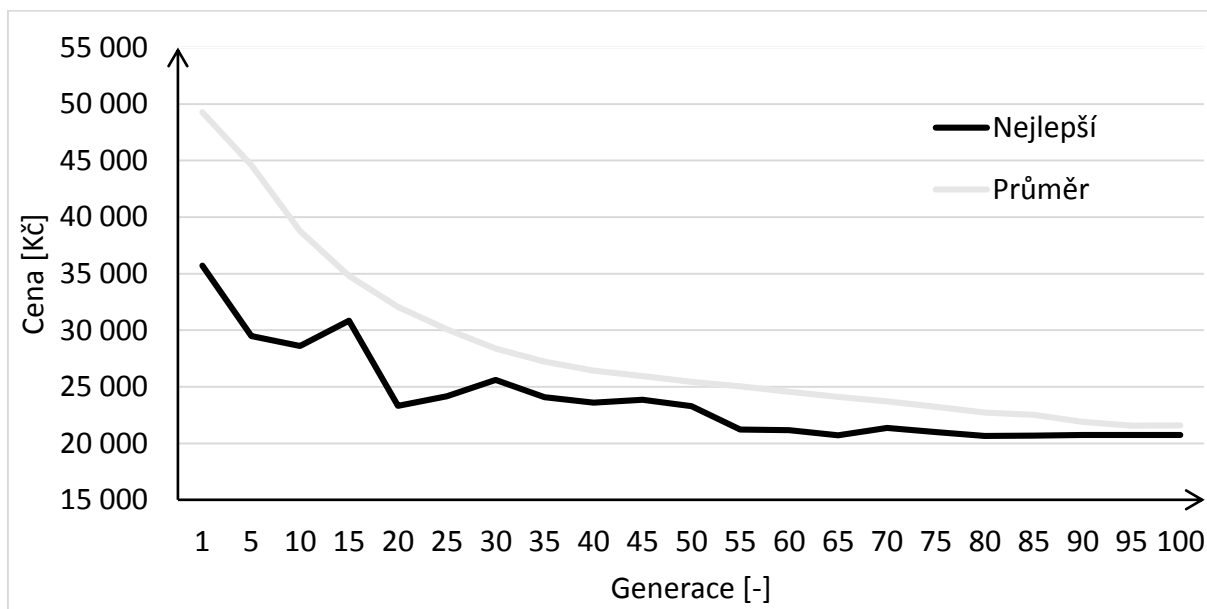


Obr. B 16: Graf znázorňující vývoj ceny za celkově potřebný materiál pro danou generaci, velikost populace je 2 500 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální ceny bylo dosaženo v 85. generaci, a to s cenou 23 747 Kč.

Účelová funkce – hmotnost, databáze profilů – seřazeno podle M, velikost populace 25 000 jedinců.

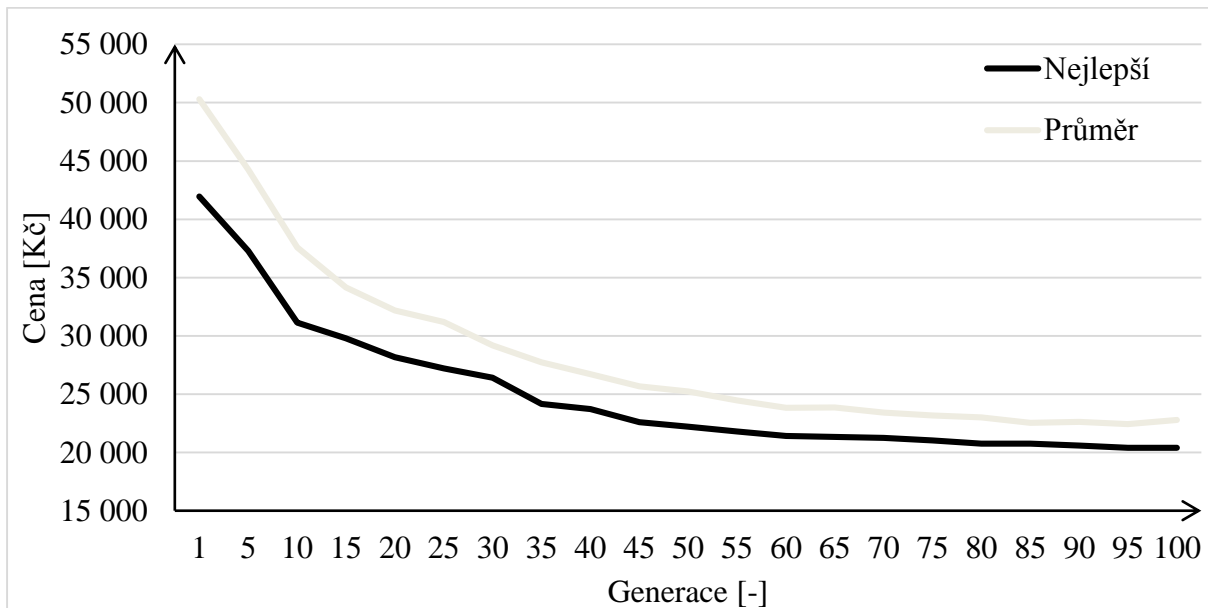


Obr. B 17: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci hmotnost materiálu pro dané generace, velikost populace je 25 000 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty hmotnosti bylo dosaženo v 80. generaci s hodnotou 521 kg.

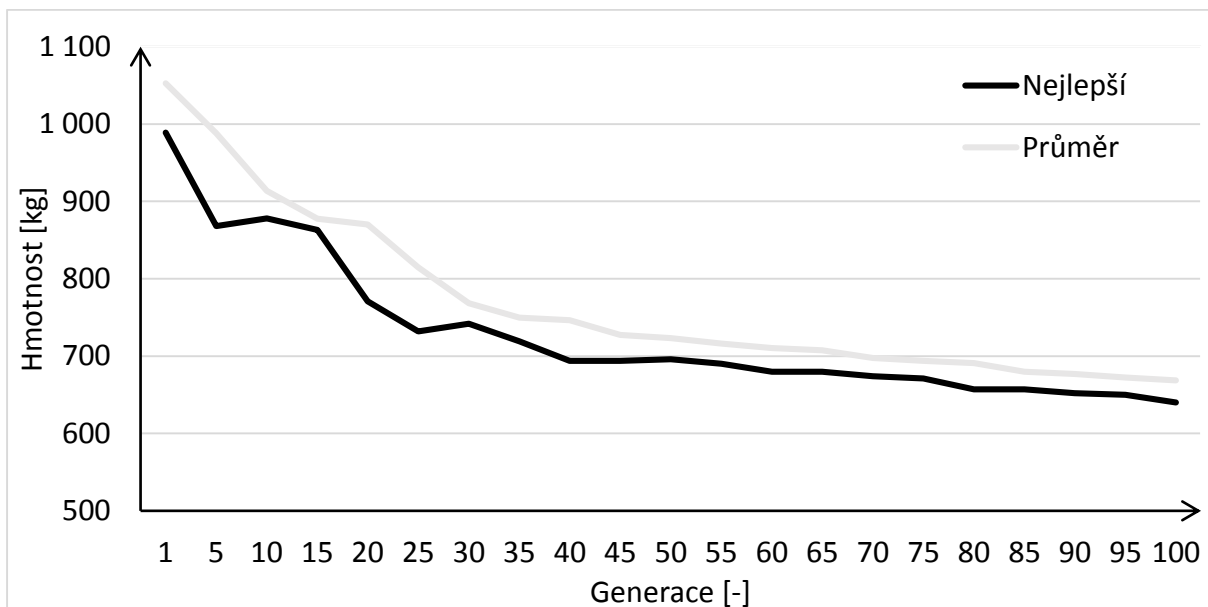


Obr. B 18: Graf znázorňující vývoj ceny za celkově potřebný materiál pro danou generaci, velikost populace je 25 000 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální ceny bylo dosaženo v 80. generaci, a to s cenou 20 653 Kč.

Účelová funkce – cena, databáze profilů – náhodná, velikost populace 250 jedinců.

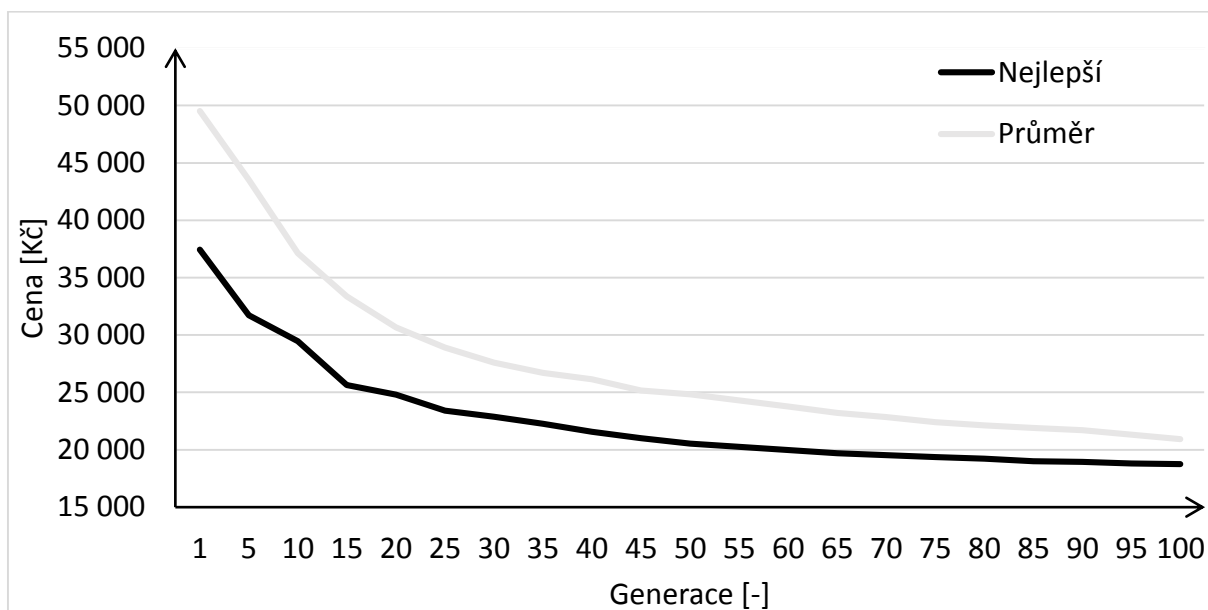


Obr. B 19: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci pro účelovou funkci cena materiálu pro dané generace, velikost populace je 250 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty ceny bylo dosaženo v 95. generaci s hodnotou 20 406 Kč.

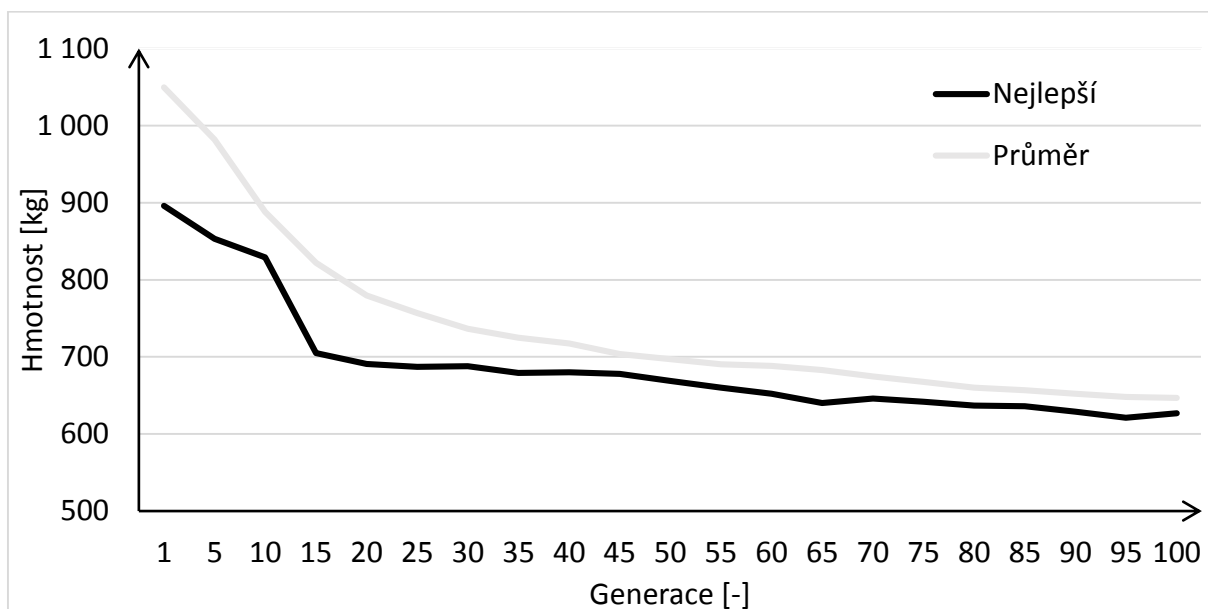


Obr. B 20: Graf znázorňující vývoj hmotnosti materiálu pro dané generace, velikost populace je 250 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hmotnosti bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 640 kg.

Účelová funkce – cena, databáze profilů – náhodná, velikost populace 2 500 jedinců.

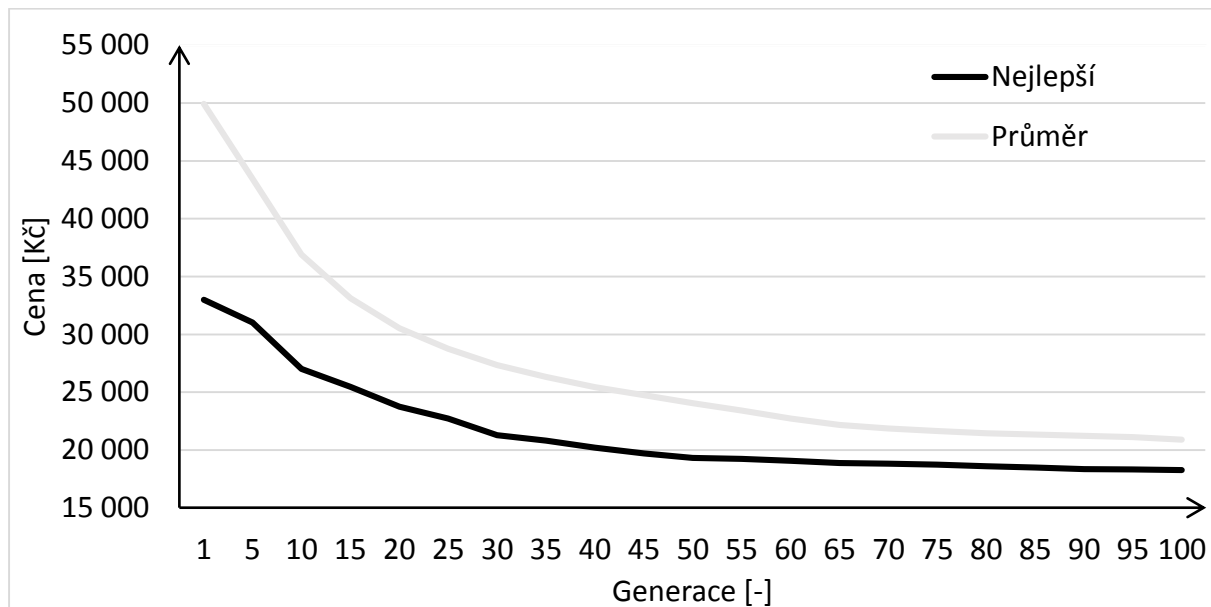


Obr. B 21: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci pro účelovou funkci cena materiálu pro dané generace, velikost populace je 2 500 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty ceny bylo dosaženo ve 100. generaci s hodnotou 18 738 Kč.

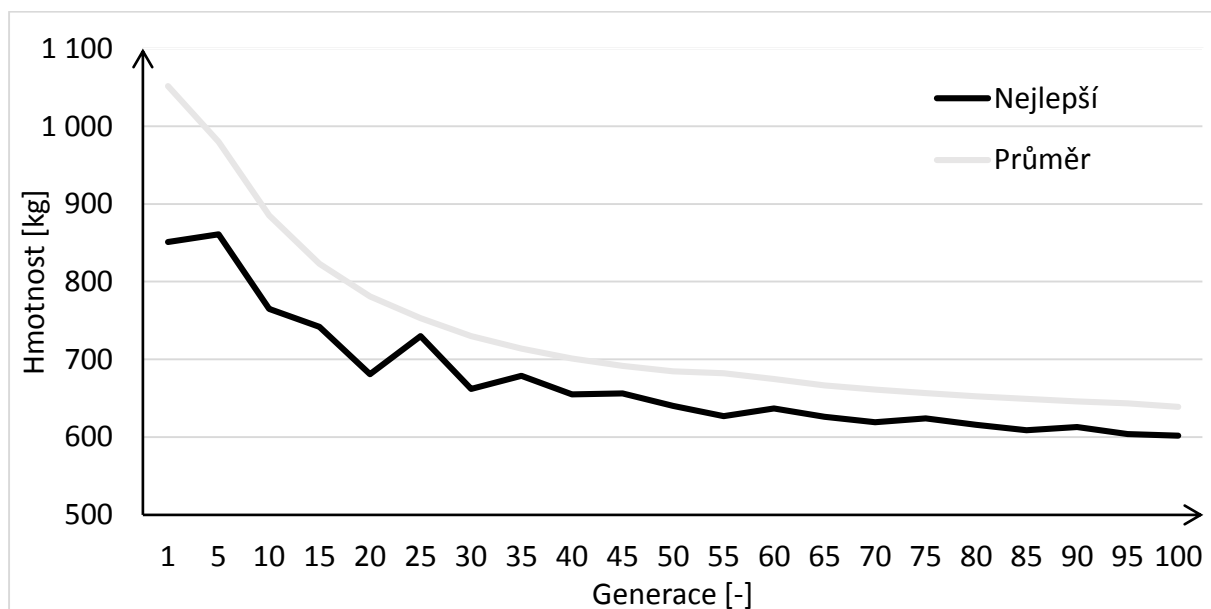


Obr. B 22: Graf znázorňující vývoj hmotnosti materiálu pro dané generace, velikost populace je 2 500 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hmotnosti bylo dosaženo v 95. generaci, a to s cenou 621 kg.

Účelová funkce – cena, databáze profilů – náhodná, velikost populace 25 000 jedinců.



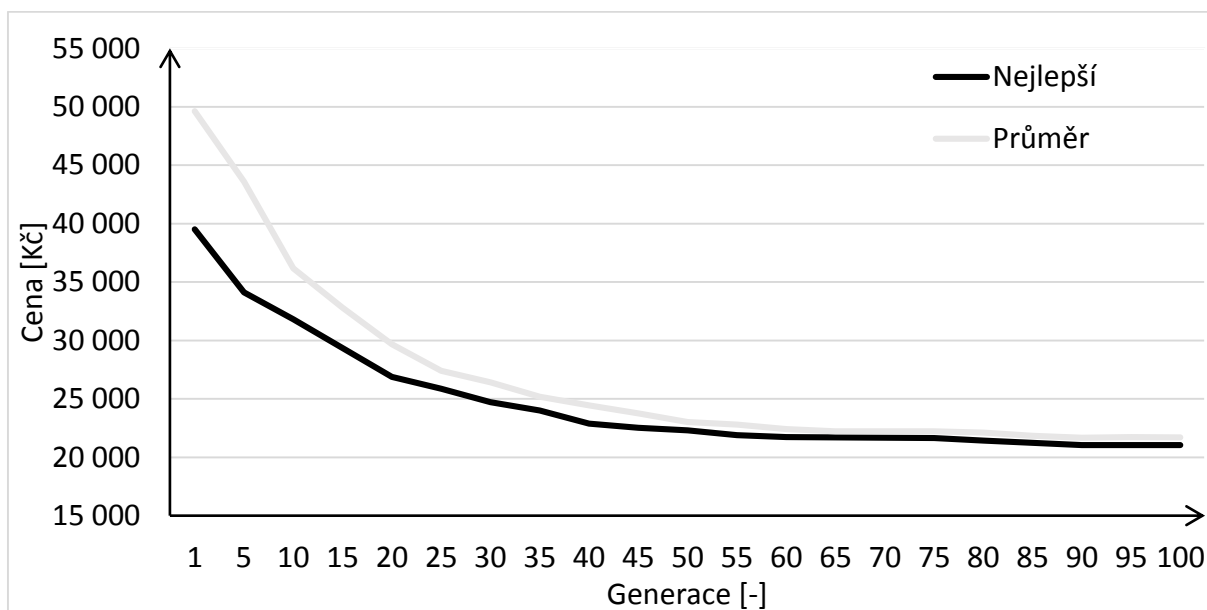
Obr. B 23: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci pro účelovou funkci cena materiálu pro dané generace, velikost populace je 25 000 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty ceny bylo dosaženo ve 100. generaci s hodnotou 18 257 Kč.



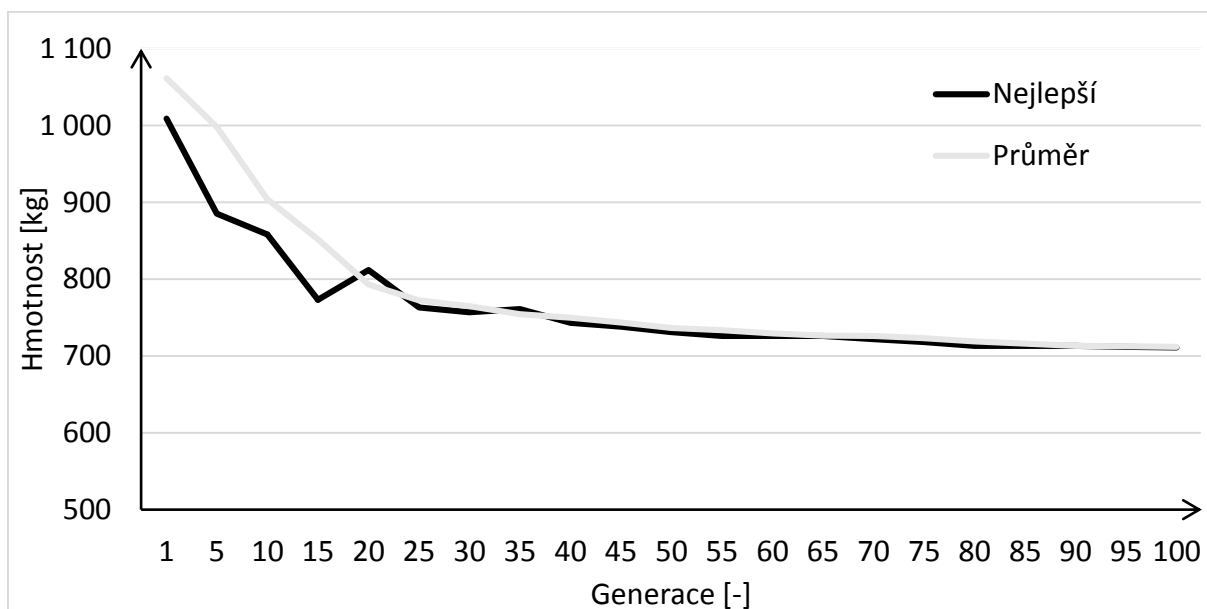
Obr. B 24: Graf znázorňující vývoj hmotnosti materiálu pro dané generace, velikost populace je 25 000 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hmotnosti bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 602 kg.



Účelová funkce – cena, databáze profilů – seřazeno podle A, velikost populace 250 jedinců.

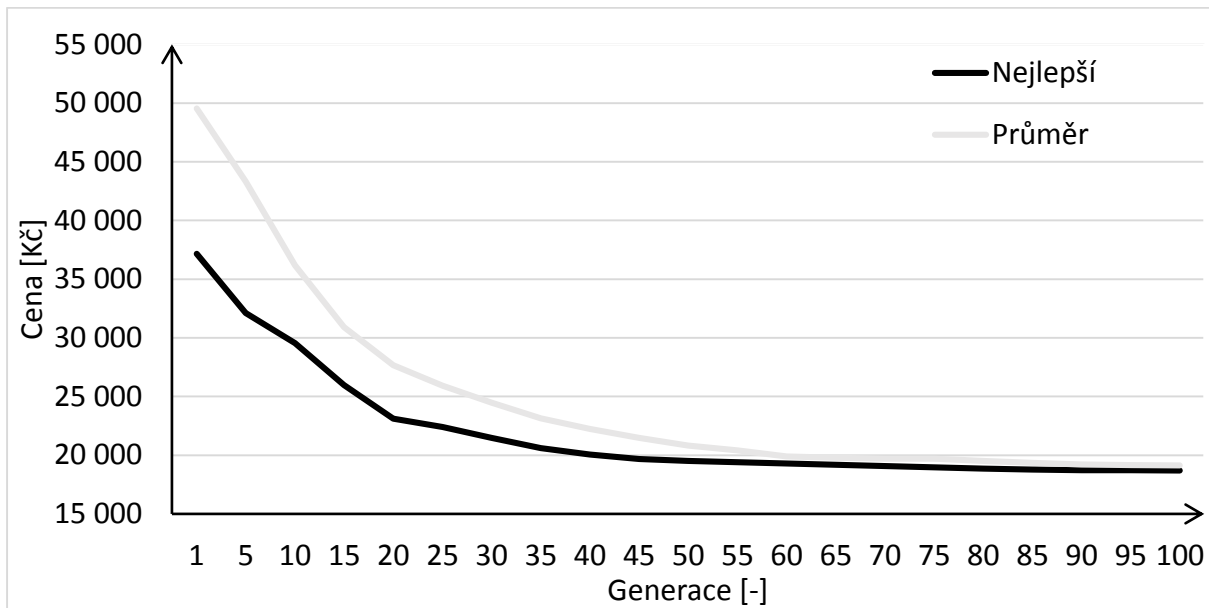


Obr. B 25: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci pro účelovou funkci cena materiálu pro dané generace, velikost populace je 250 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty ceny bylo dosaženo v 95. generaci s hodnotou 21 061 Kč.

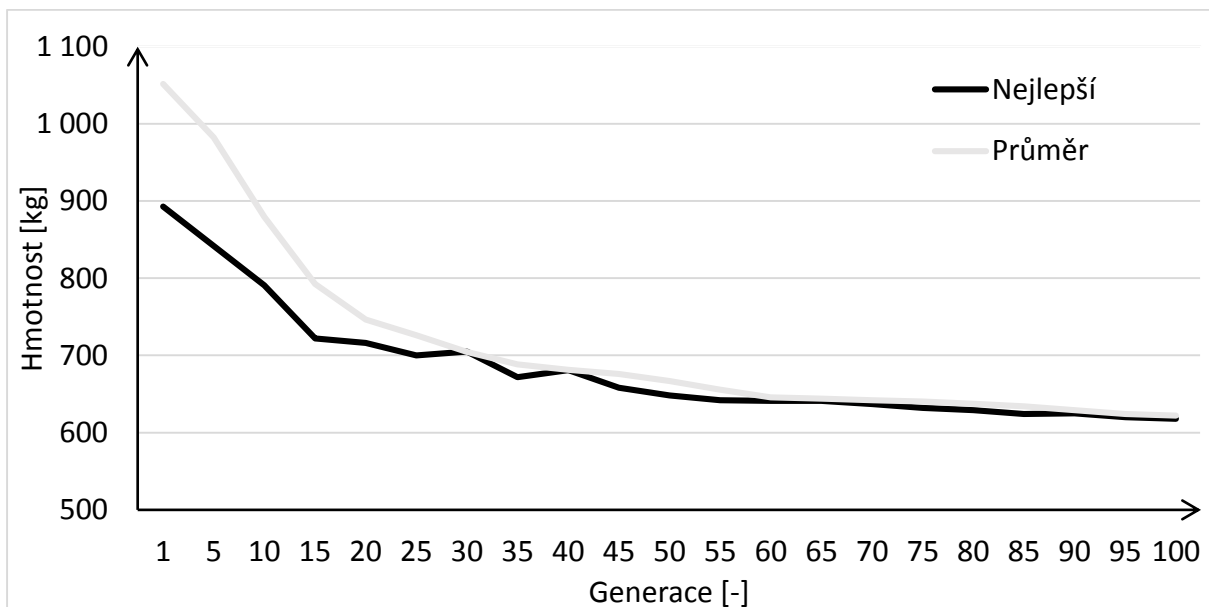


Obr. B 26: Graf znázorňující vývoj hmotnosti materiálu pro dané generace, velikost populace je 250 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hmotnosti bylo dosaženo v 95. generaci, a to s cenou 711 kg.

Účelová funkce – cena, databáze profilů – seřazeno podle A, velikost populace 2 500 jedinců.

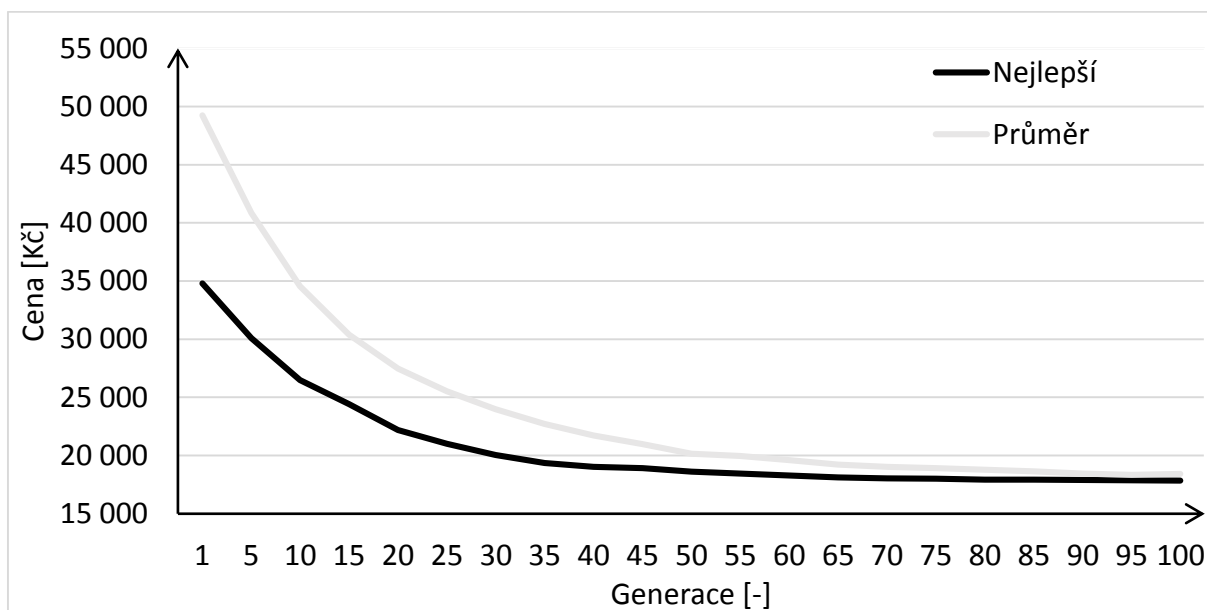


Obr. B 27: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci pro účelovou funkci cena materiálu pro dané generace, velikost populace je 2 500 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty ceny bylo dosaženo v 90. generaci s hodnotou 18 689 Kč.

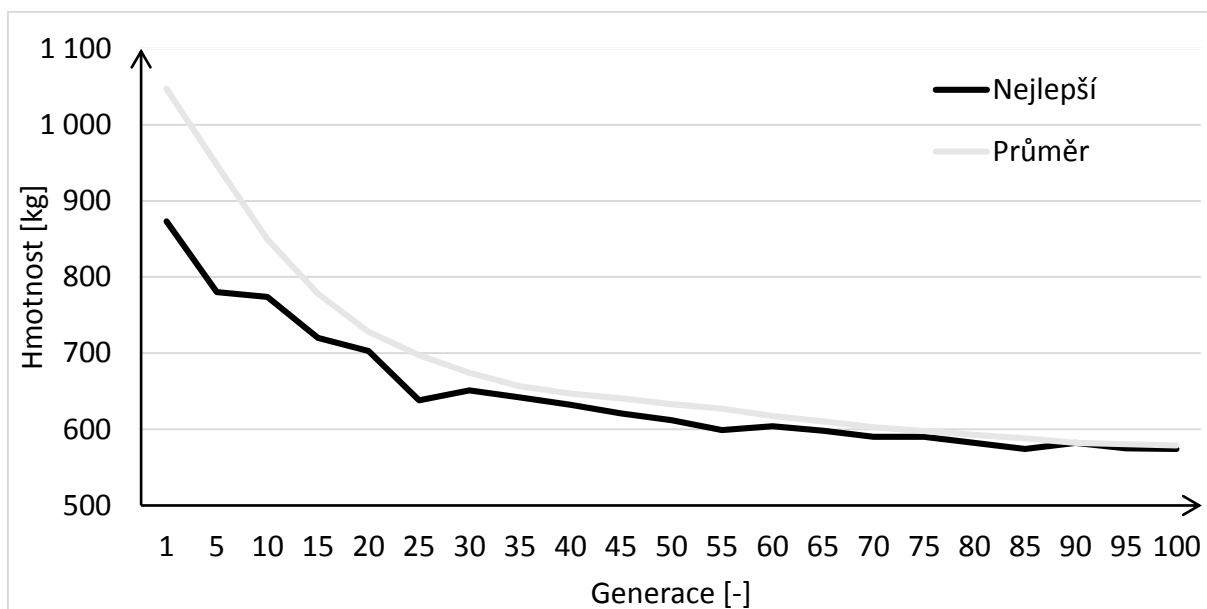


Obr. B 28: Graf znázorňující vývoj hmotnosti materiálu pro dané generace, velikost populace je 2 500 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hmotnosti bylo dosaženo v 95. generaci, a to s cenou 618 kg.

Účelová funkce – cena, databáze profilů – seřazeno podle A, velikost populace 25 000 jedinců.

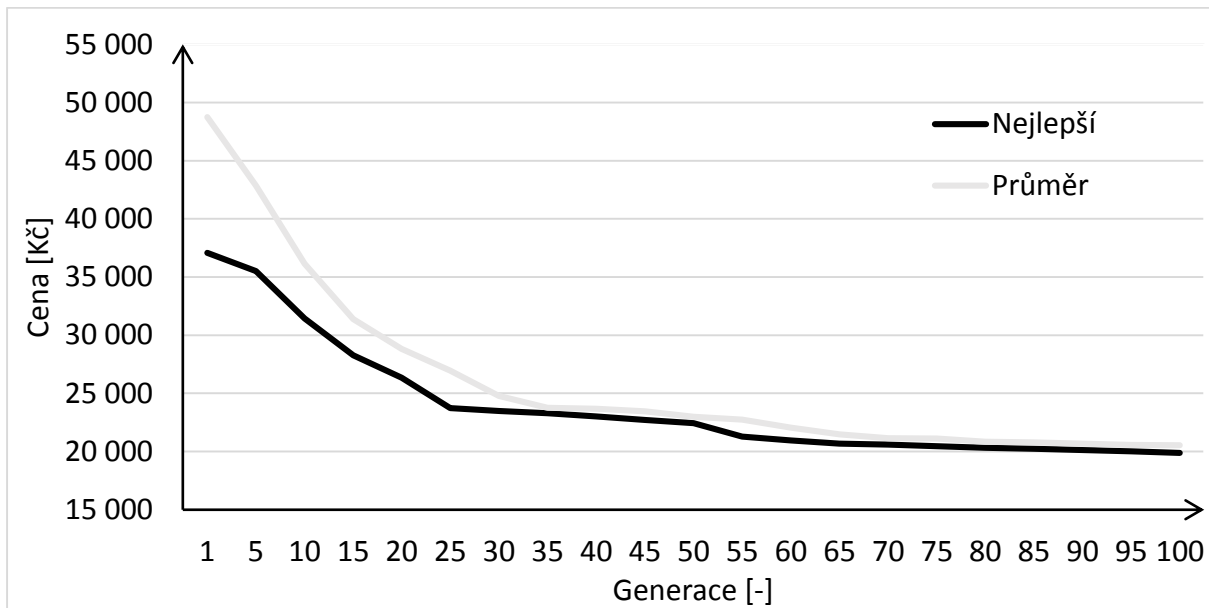


Obr. B 29: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci pro účelovou funkci cena materiálu pro dané generace, velikost populace je 25 000 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty ceny bylo dosaženo v 95. generaci s hodnotou 17 835 Kč.

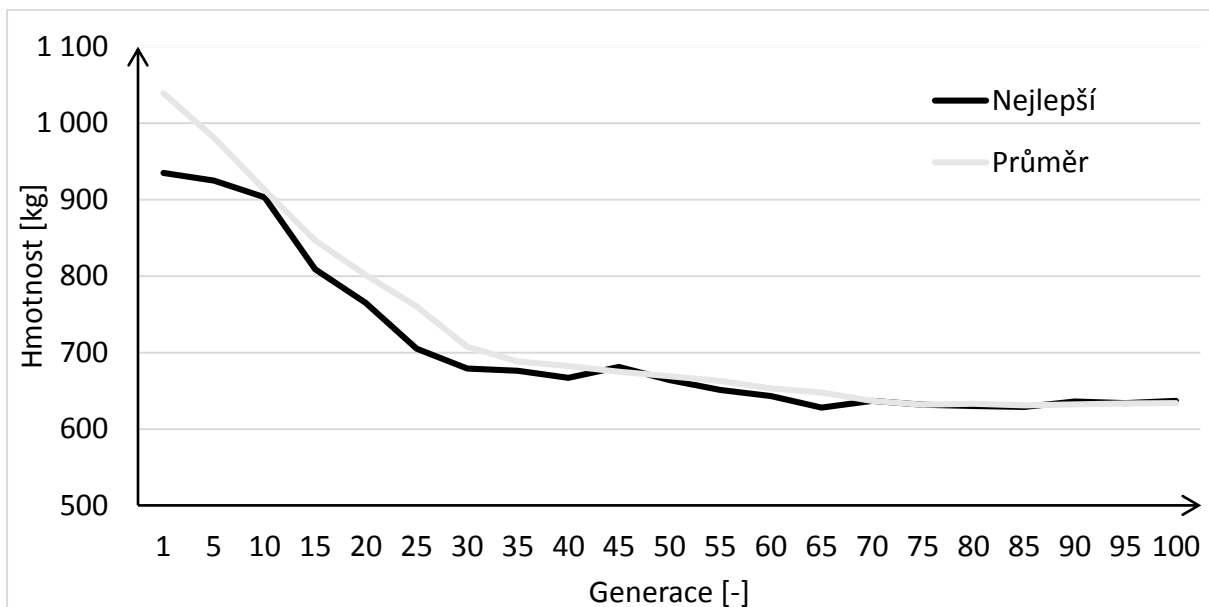


Obr. B 30: Graf znázorňující vývoj hmotnosti materiálu pro dané generace, velikost populace je 25 000 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hmotnosti bylo dosaženo v 95. generaci, a to s cenou 574 kg.

Účelová funkce – cena, databáze profilů – seřazeno podle M, velikost populace 250 jedinců.

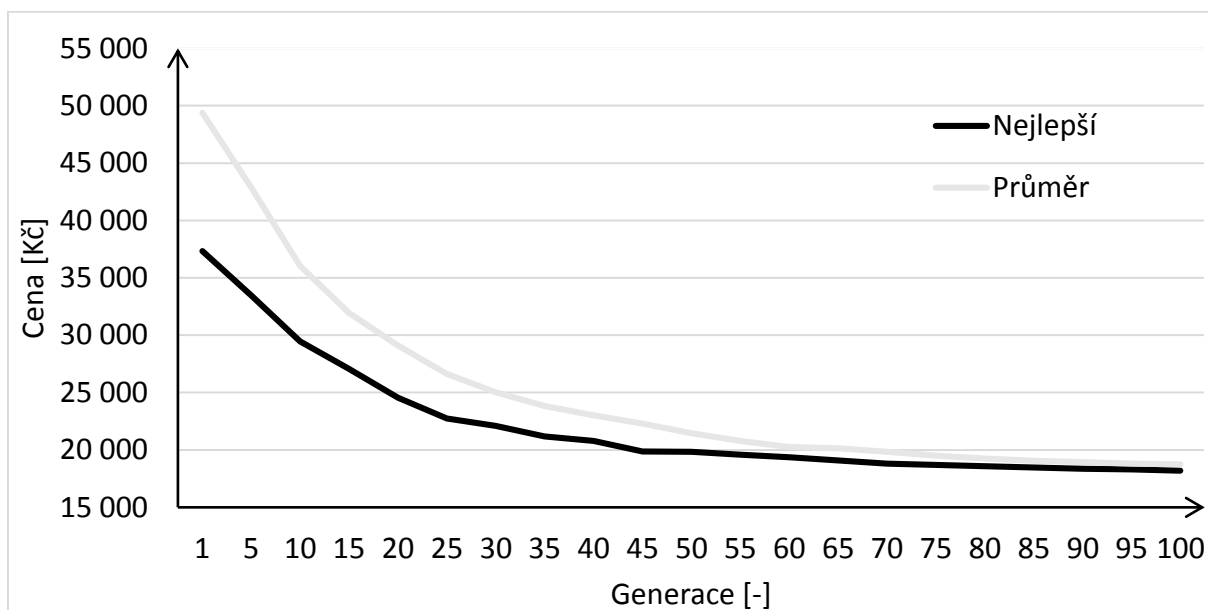


Obr. B 31: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci pro účelovou funkci cena materiálu pro dané generace, velikost populace je 250 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty ceny bylo dosaženo v 95. generaci s hodnotou 19 893 Kč.

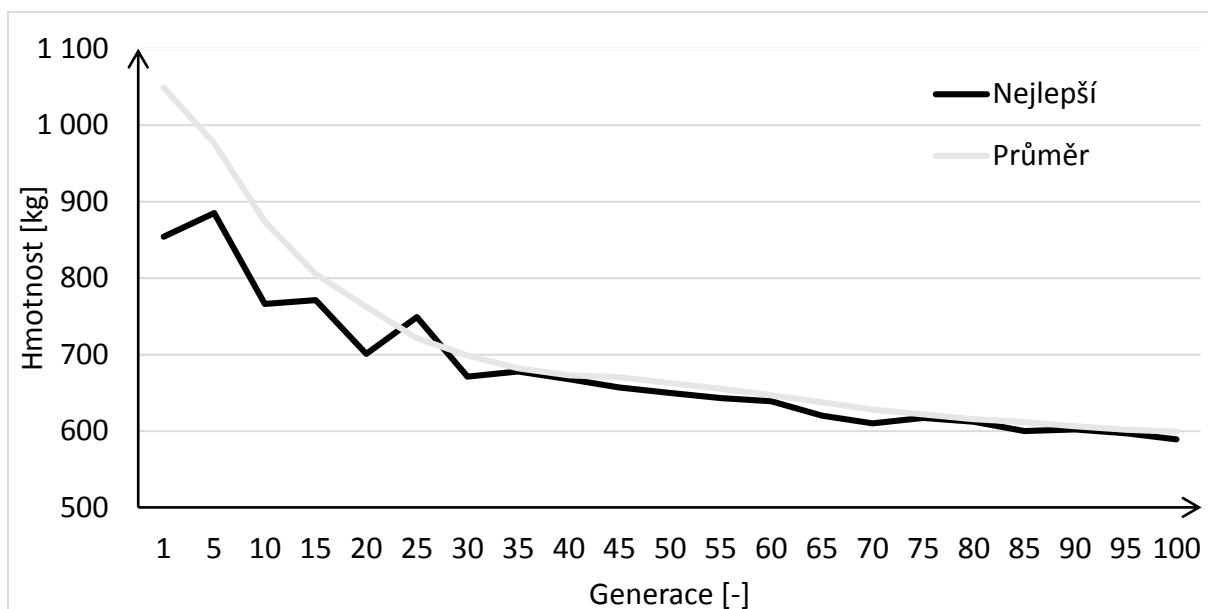


Obr. B 32: Graf znázorňující vývoj hmotnosti materiálu pro dané generace, velikost populace je 250 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hmotnosti bylo dosaženo v 65. generaci, a to s cenou 628 kg.

Účelová funkce – cena, databáze profilů – seřazeno podle M, velikost populace 2 500 jedinců.

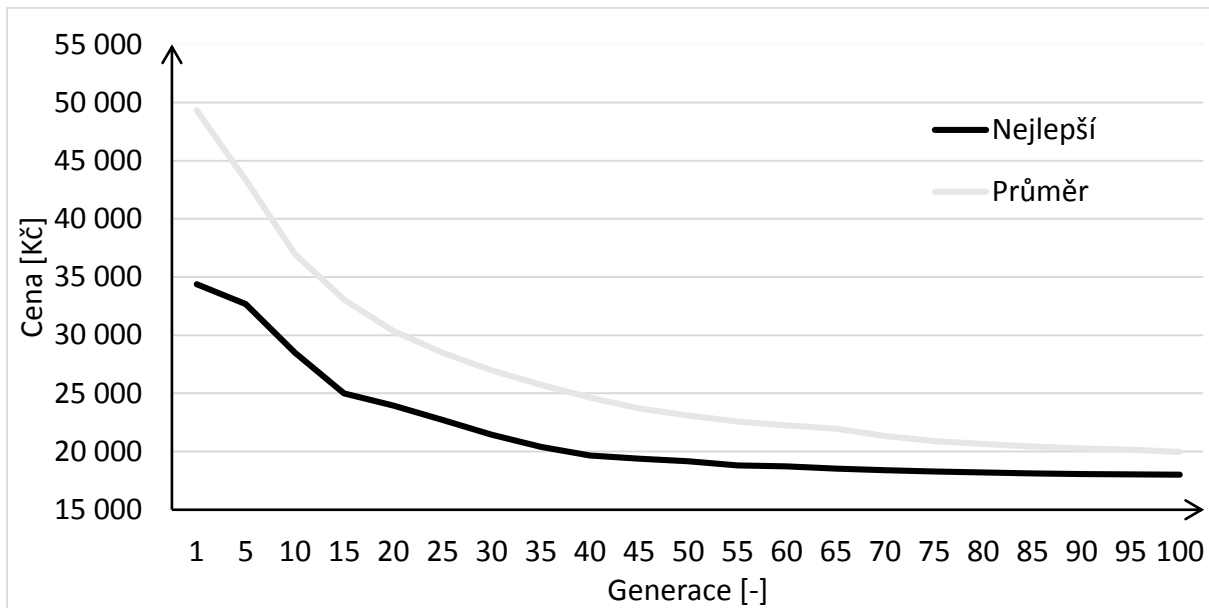


Obr. B 33: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci pro účelovou funkci cena materiálu pro dané generace, velikost populace je 2 500 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty ceny bylo dosaženo v 95. generaci s hodnotou 18 200 Kč.

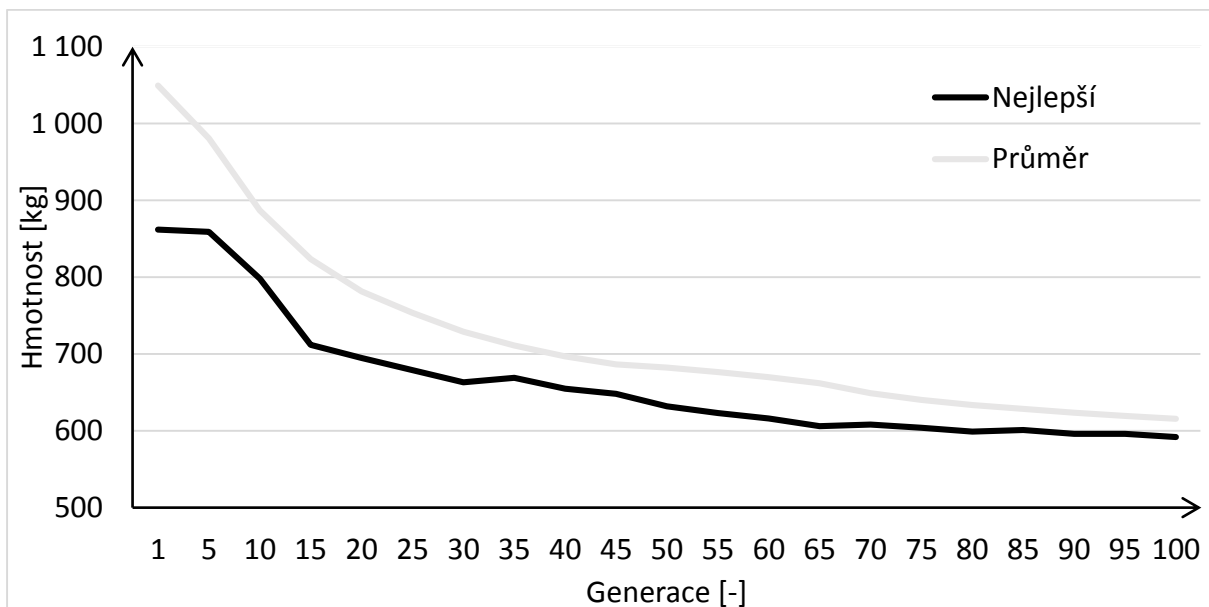


Obr. B 34: Graf znázorňující vývoj hmotnosti materiálu pro dané generace, velikost populace je 2 500 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hmotnosti bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 589 kg.

Účelová funkce – cena, databáze profilů – seřazeno podle M, velikost populace 25 000 jedinců.

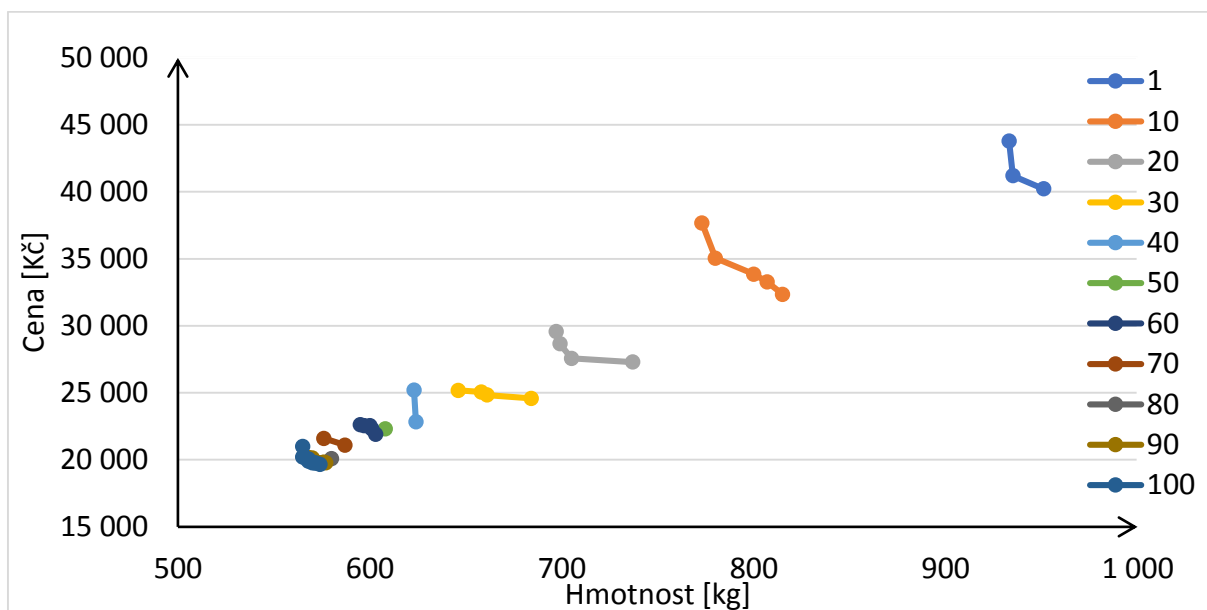


Obr. B 35: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci pro účelovou funkci cena materiálu pro dané generace, velikost populace je 25 000 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty ceny bylo dosaženo ve 100. generaci s hodnotou 18 017 Kč.



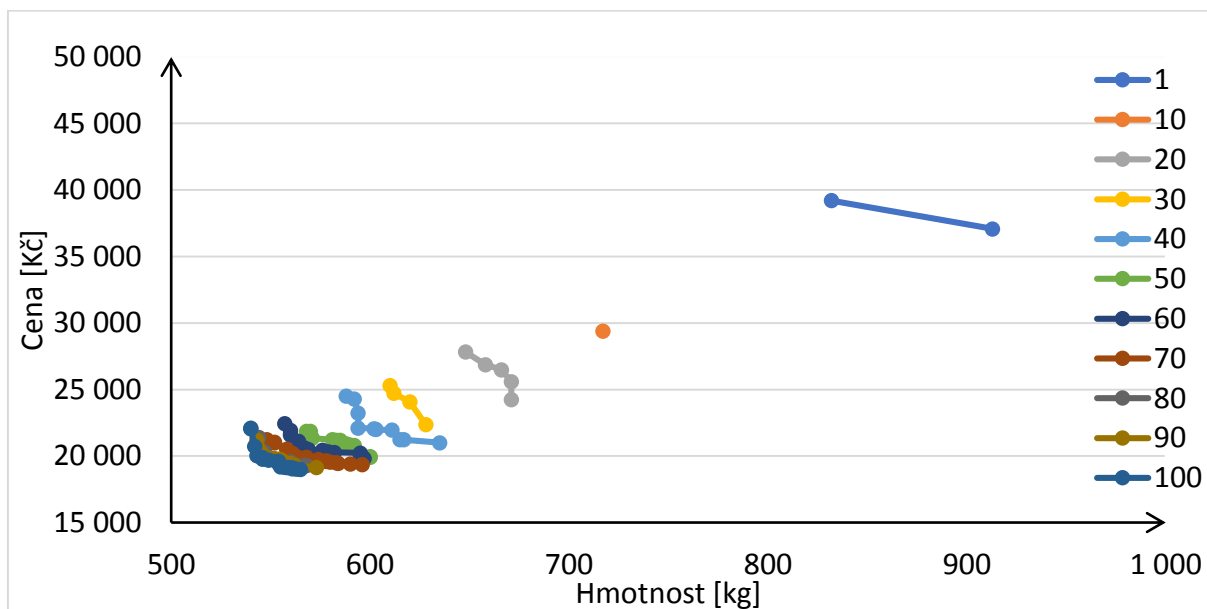
Obr. B 36: Graf znázorňující vývoj hmotnosti materiálu pro dané generace, velikost populace je 25 000 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hmotnosti bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 592 kg.

Účelová funkce – hmotnost a cena, databáze profilů – náhodně, velikost populace 250 jedinců.



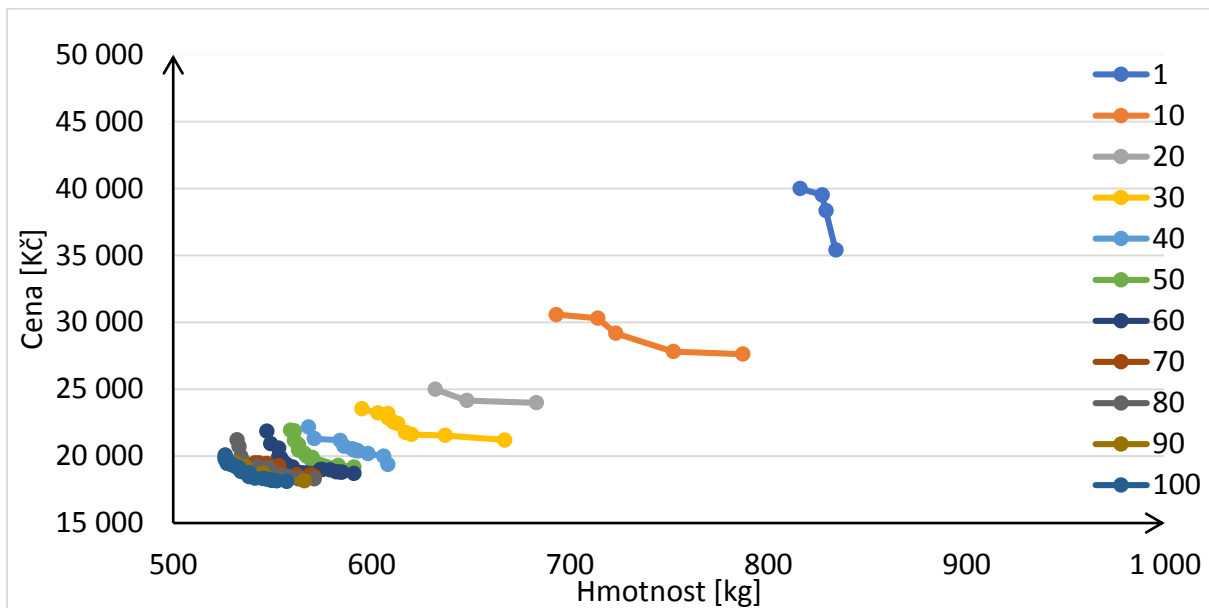
Obr. B 37: Graf znázorňující vývoj Pareto hranice pro dané generace, velikost populace je 250 jedinců, počítané pro 100 generací. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 565 kg (s cenou 20 197 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 19 644 Kč (s hmotností 574 kg).

Účelová funkce – hmotnost a cena, databáze profilů – náhodně, velikost populace 2 500 jedinců.



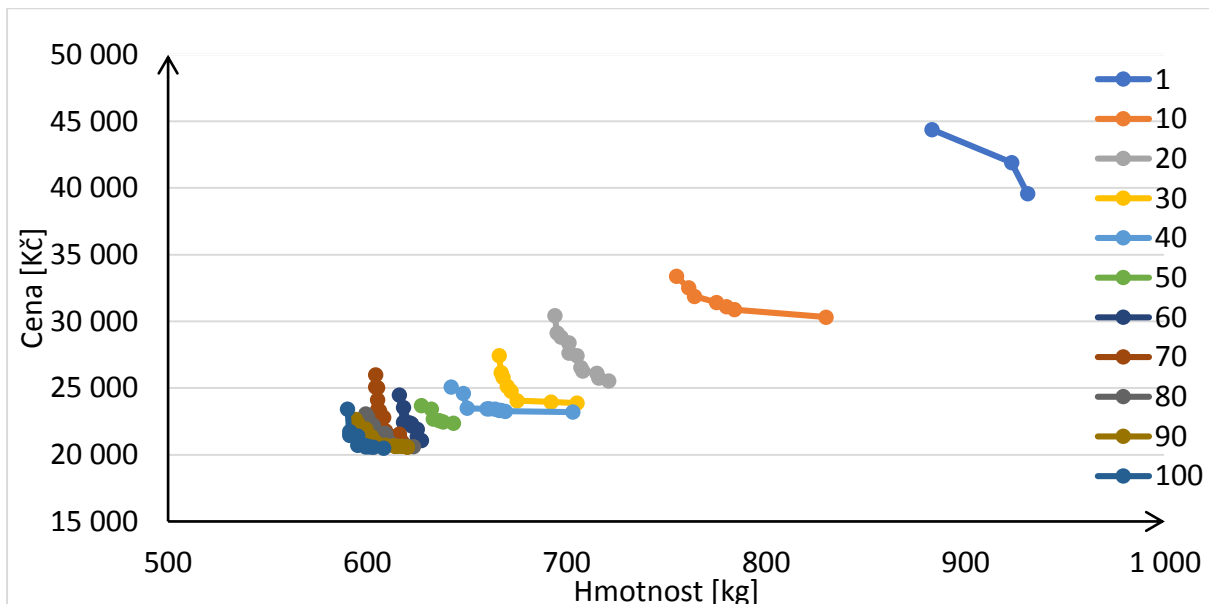
Obr. B 38: Graf znázorňující vývoj Pareto hranice pro dané generace, velikost populace je 2 500 jedinců, počítané pro 100 generací. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 540 kg (s cenou 22 114 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 19 009 Kč (s hmotností 565 kg).

Účelová funkce – hmotnost a cena, databáze profilů – náhodně, velikost populace 25 000 jedinců.



Obr. B 39: Graf znázorňující vývoj Pareto hranice pro danou generaci, velikost populace je 25 000 jedinců, počítané pro 100 generací. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo v 95. generaci, a to s hmotností 526 kg (s cenou 20 075 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 18 097 Kč (s hmotností 557 kg).

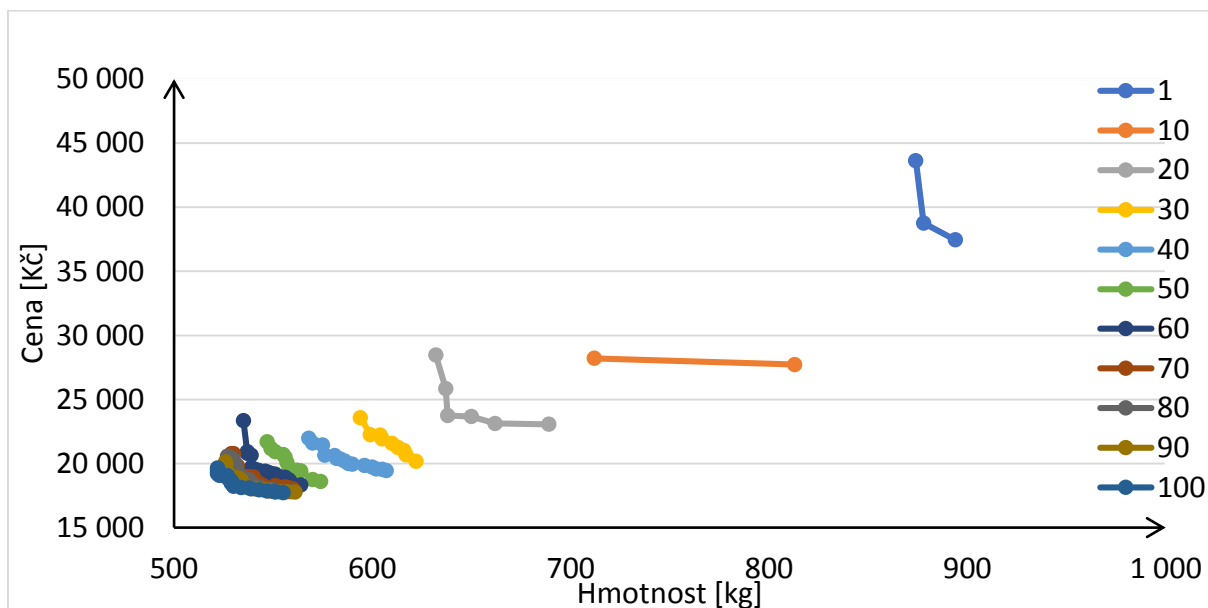
Účelová funkce – hmotnost a cena, databáze profilů – seřazeno podle A, velikost populace 250 jedinců.



Obr. B 40: Graf znázorňující vývoj Pareto hranice pro danou generaci, velikost populace je 250 jedinců, počítané pro 100 generací. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 590 kg (s cenou 23 428 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 20 486 Kč (s hmotností 608 kg).

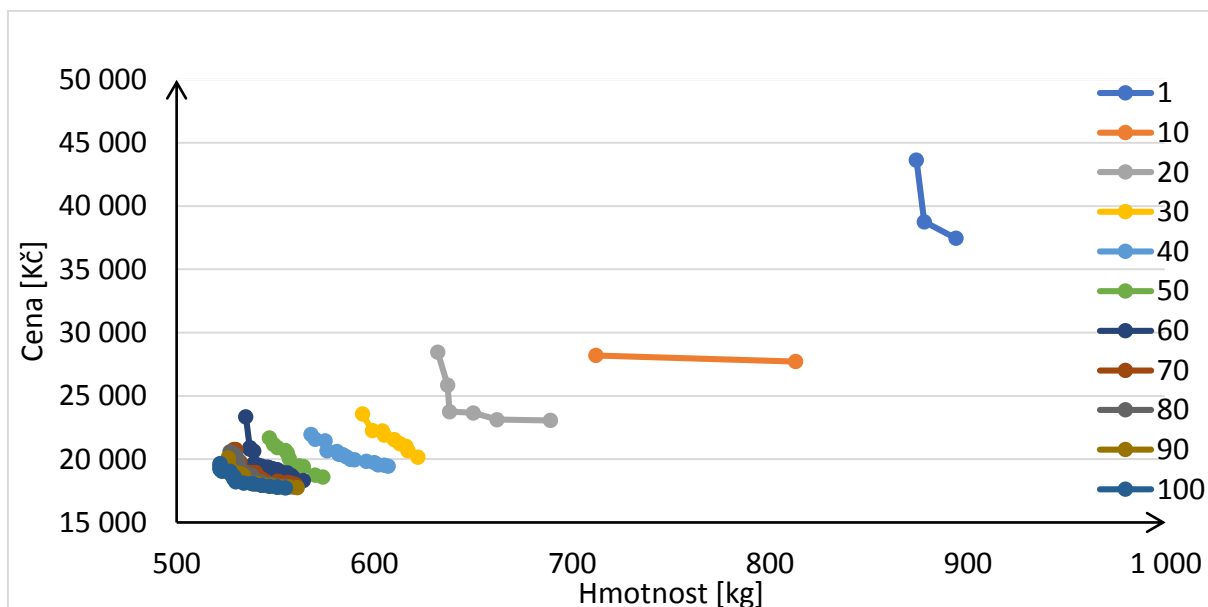


Účelová funkce – hmotnost a cena, databáze profilů – seřazeno podle A, velikost populace 2 500 jedinců.



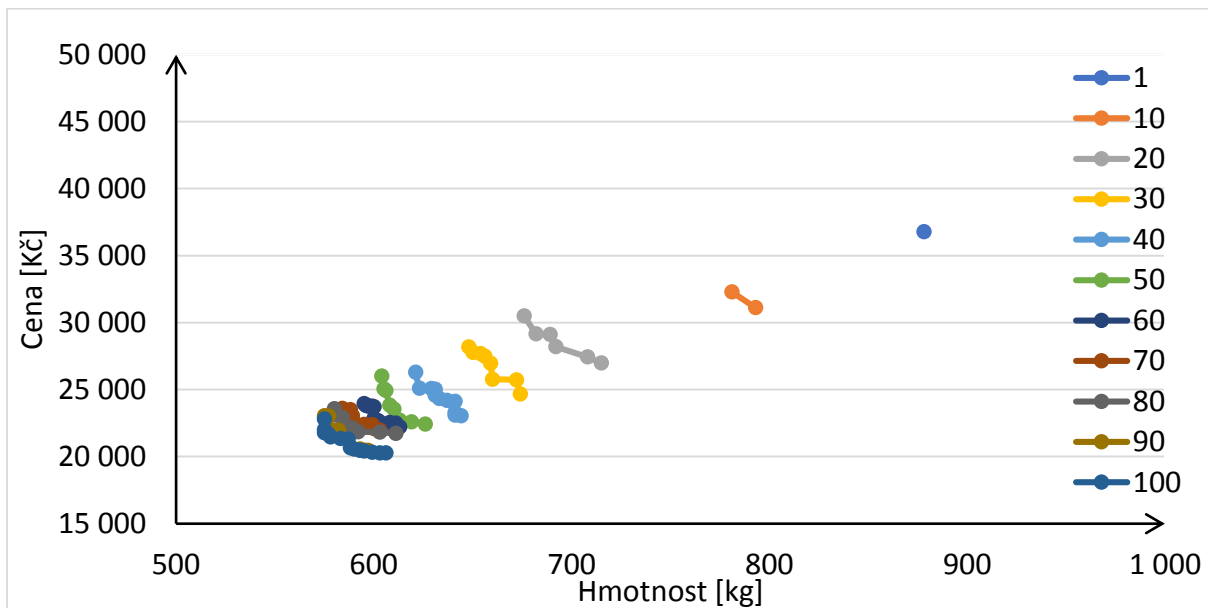
Obr. B 41: Graf znázorňující vývoj Pareto hranice pro danou generaci, velikost populace je 2 500 jedinců, počítané pro 100 generací. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo v 100. generaci, a to s hmotností 522 kg (s cenou 19 606 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 17 727 Kč (s hmotností 555 kg).

Účelová funkce – hmotnost a cena, databáze profilů – seřazeno podle A, velikost populace 25 000 jedinců.



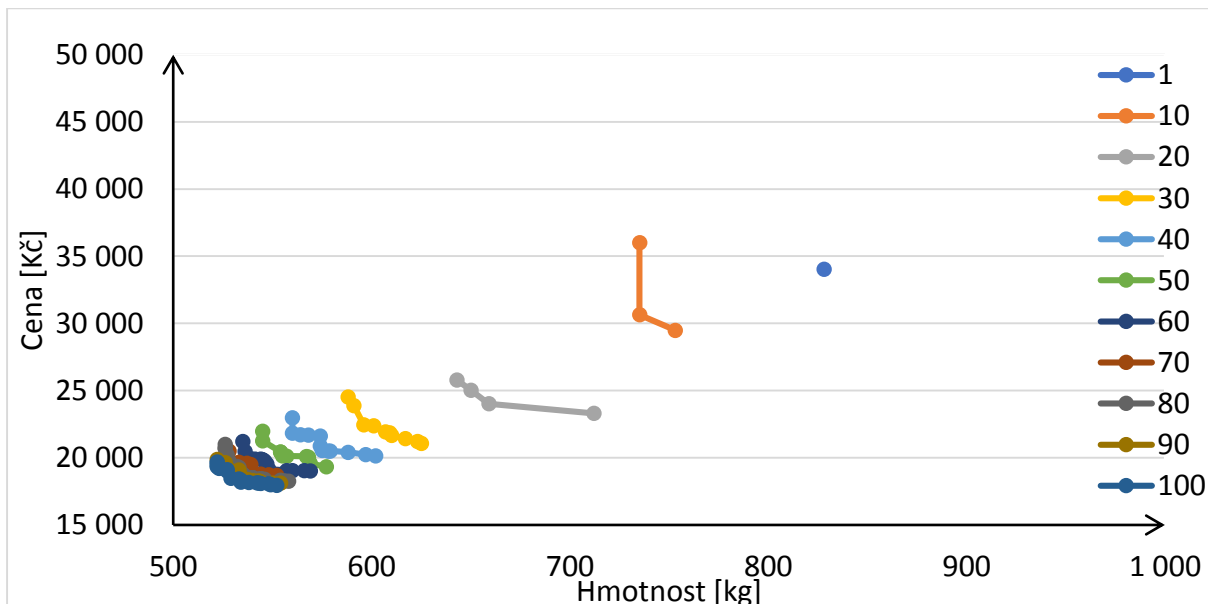
Obr. B 42: Graf znázorňující vývoj Pareto hranice pro danou generaci, velikost populace je 25 000 jedinců, počítané pro 100 generací. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo v 80. generaci, a to s hmotností 521 kg (s cenou 20 049 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 90. generaci, a to s cenou 17 689 Kč (s hmotností 557 kg).

Účelová funkce – hmotnost a cena, databáze profilů – seřazeno podle M, velikost populace 250 jedinců.



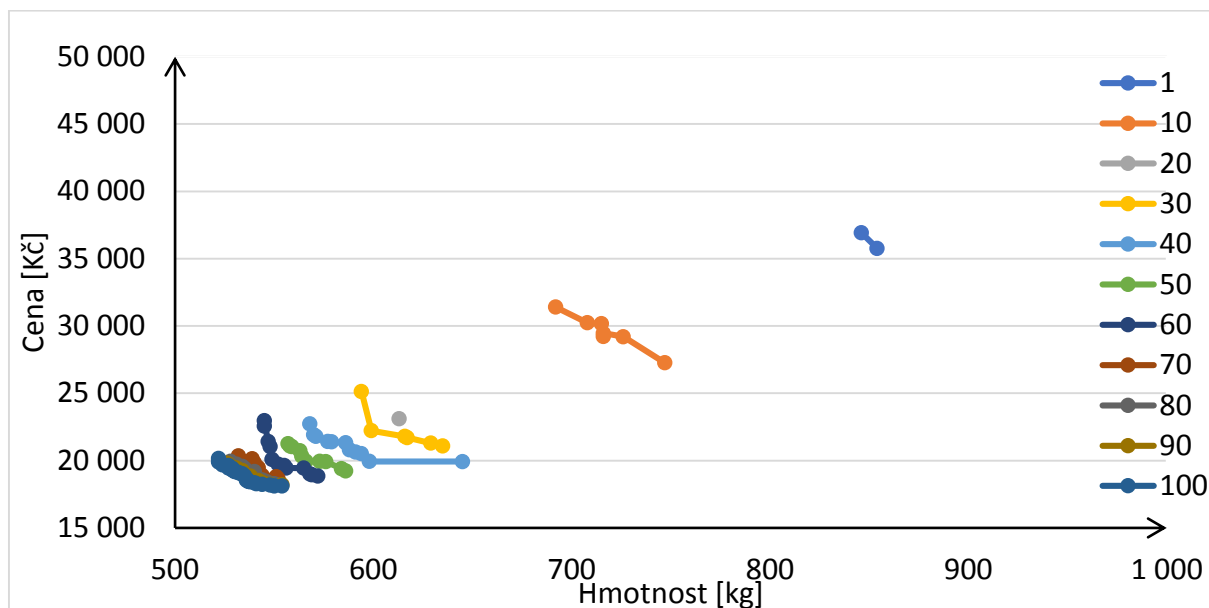
Obr. B 43: Graf znázorňující vývoj Pareto hranice pro danou generaci, velikost populace je 250 jedinců, počítané pro 100 generací. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo v 90. generaci, a to s hmotností 575 kg (s cenou 23 050 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 20 271 Kč (s hmotností 606 kg).

Účelová funkce – hmotnost a cena, databáze profilů – seřazeno podle M, velikost populace 2 500 jedinců.



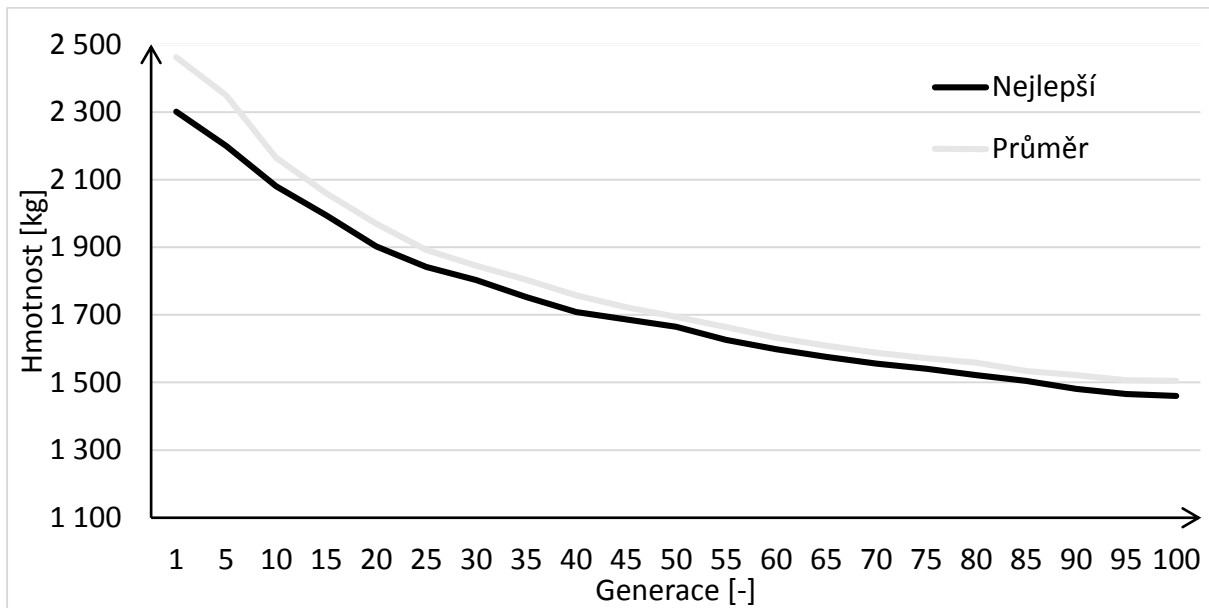
Obr. B 44: Graf znázorňující vývoj Pareto hranice pro danou generaci, velikost populace je 2 500 jedinců, počítané pro 100 generací. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo v 90. generaci, a to s hmotností 522 kg (s cenou 18 135 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 17 951 Kč (s hmotností 522 kg).

Účelová funkce – hmotnost a cena, databáze profilů – seřazeno podle M, velikost populace 25 000 jedinců.

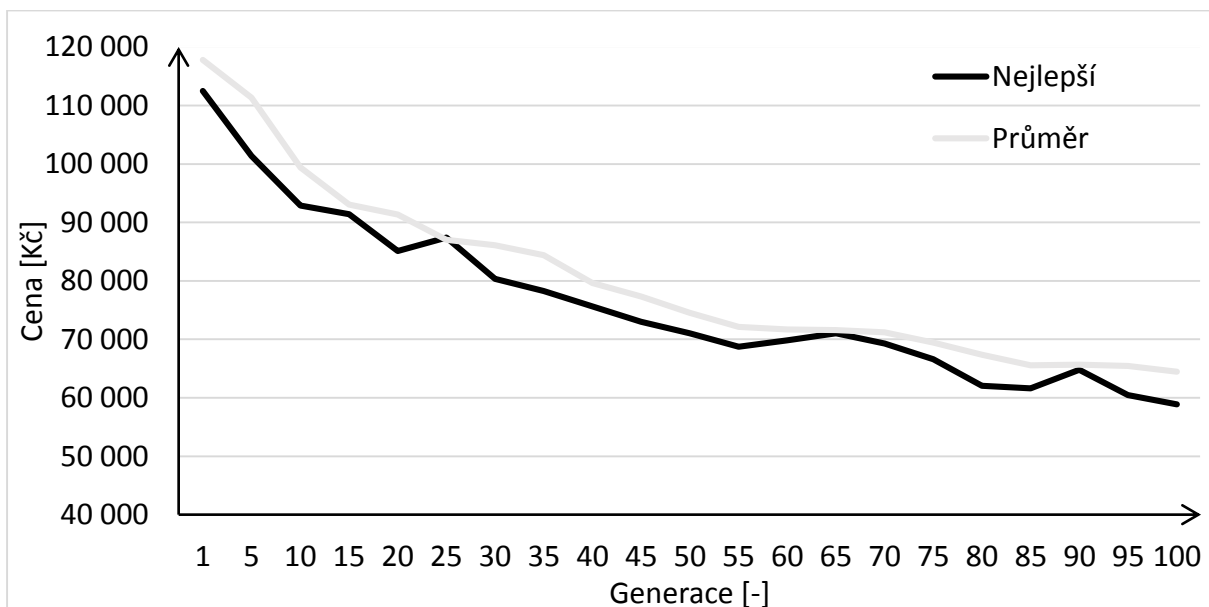


Obr. B 45: Graf znázorňující vývoj Pareto hranice pro danou generaci, velikost populace je 25 000 jedinců, počítané pro 100 generací. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 522 kg (s cenou 19 903 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 18 105 Kč (s hmotností 554 kg).

Účelová funkce – hmotnost, databáze profilů – náhodná, velikost populace 72 jedinců.

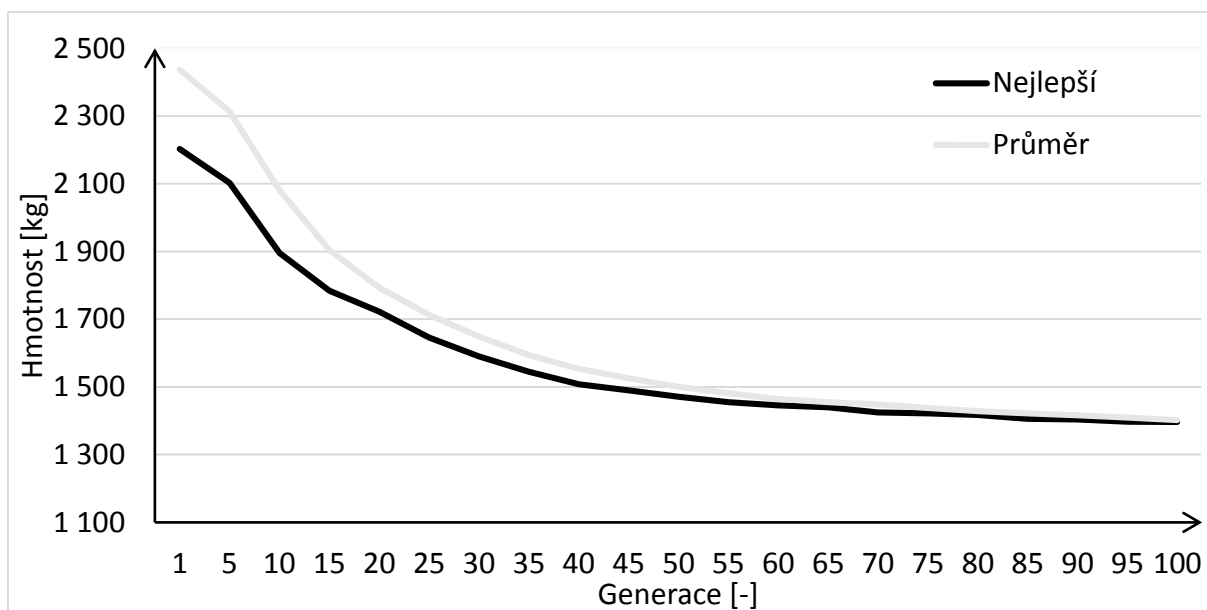


Obr. C 1: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci hmotnost materiálu pro dané generace, velikost populace je 72 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty hmotnosti bylo dosaženo ve 100. generaci s hodnotou 1 460 kg.

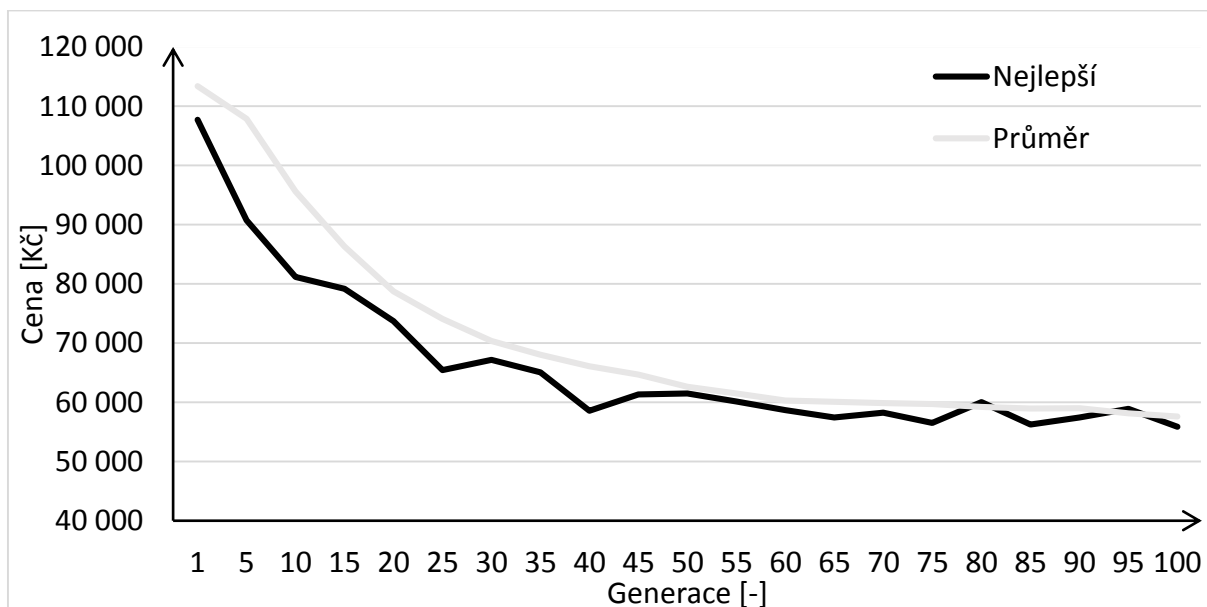


Obr. C 2: Graf znázorňující vývoj ceny za celkově potřebný materiál pro danou generaci, velikost populace je 72 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální ceny bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 58 867 Kč.

Účelová funkce – hmotnost, databáze profilů – náhodná, velikost populace 720 jedinců.

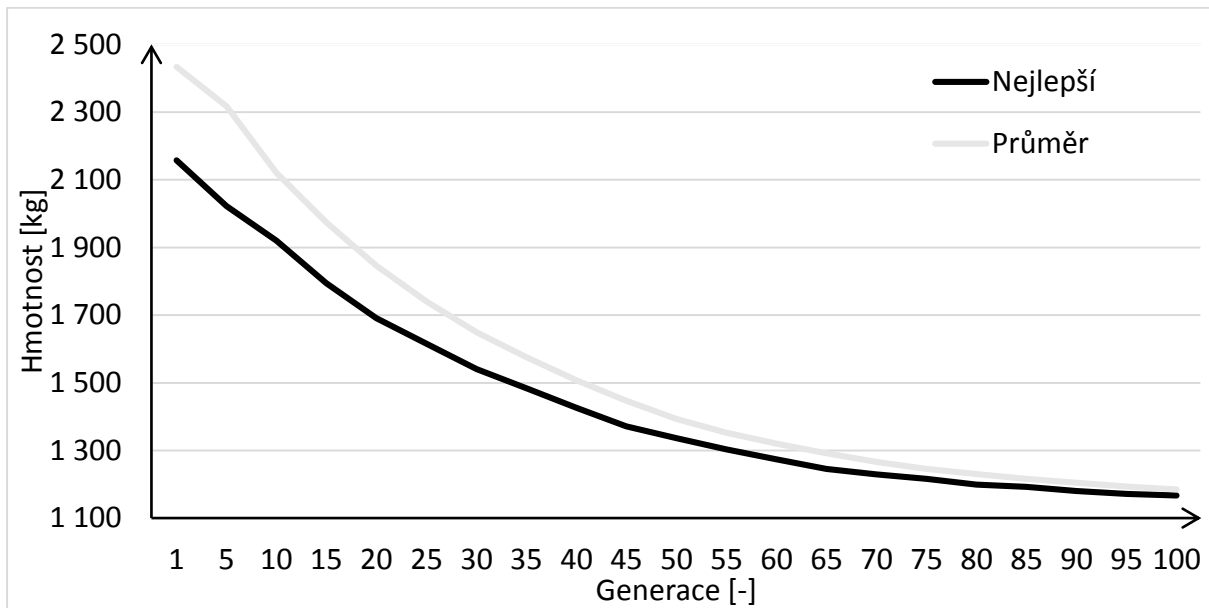


Obr. C 3: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci hmotnost materiálu pro dané generace, velikost populace je 720 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty hmotnosti bylo dosaženo v 95. generaci s hodnotou 1 396 kg.

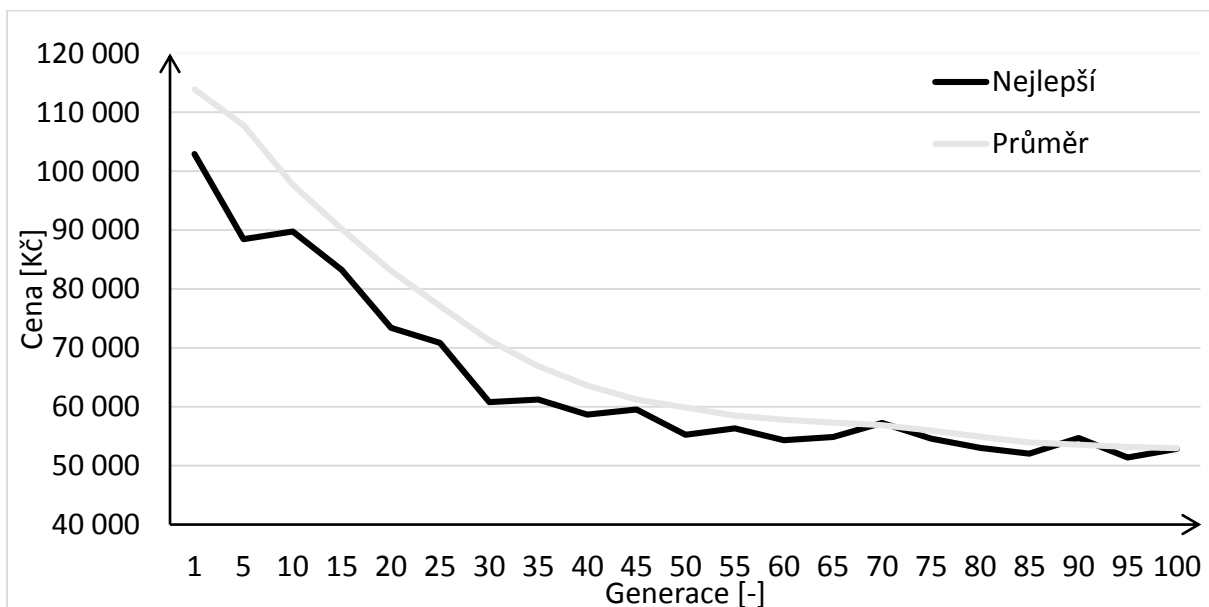


Obr. C 4: Graf znázorňující vývoj ceny za celkově potřebný materiál pro danou generaci, velikost populace je 720 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální ceny bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 55 830 Kč.

Účelová funkce – hmotnost, databáze profilů – náhodná, velikost populace 7 200 jedinců.

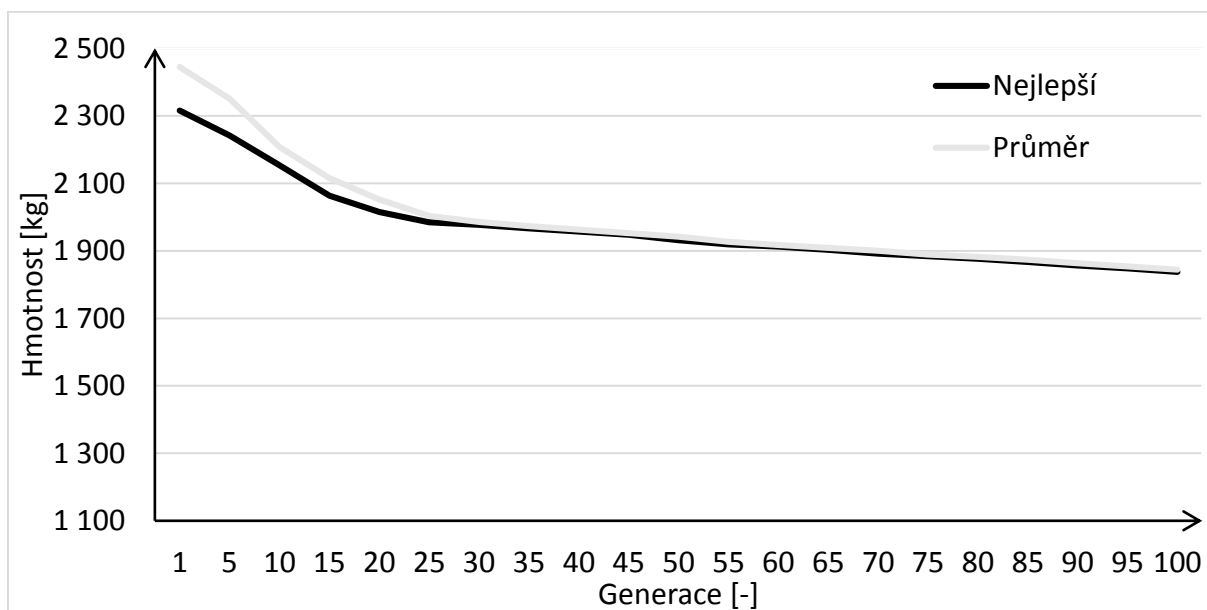


Obr. C 5: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci hmotnost materiálu pro dané generace, velikost populace je 7 200 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty hmotnosti bylo dosaženo ve 100. generaci s hodnotou 1 167 kg.

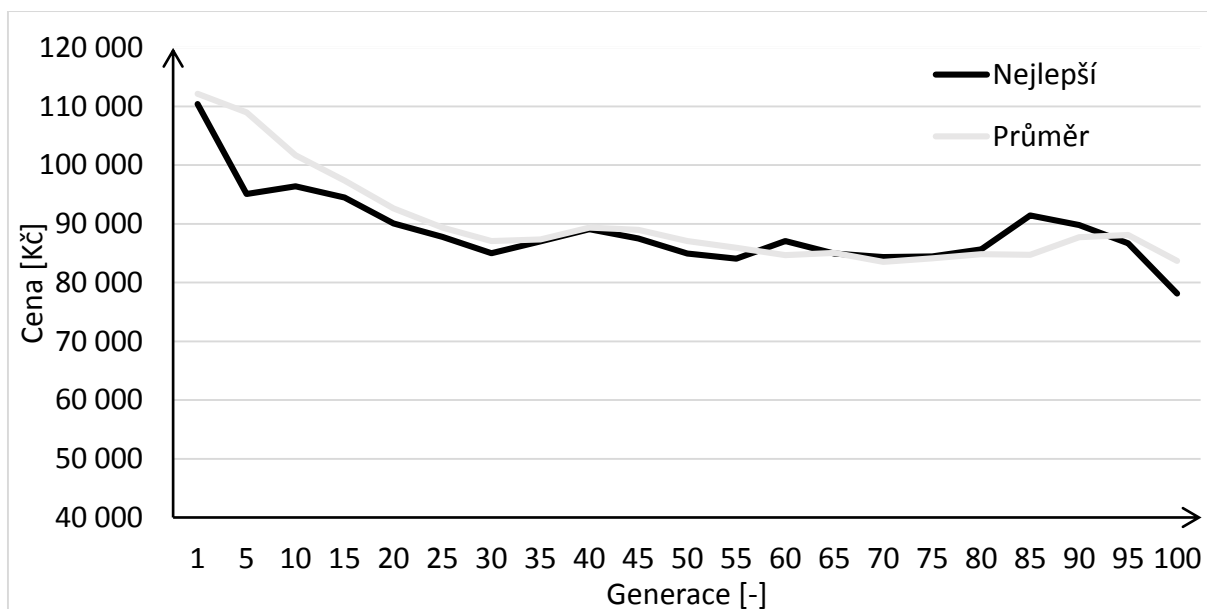


Obr. C 6: Graf znázorňující vývoj ceny za celkově potřebný materiál pro danou generaci, velikost populace je 7 200 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální ceny bylo dosaženo v 95. generaci, a to s cenou 51 427 Kč.

Účelová funkce – hmotnost, databáze profilů – seřazeno podle A, velikost populace 72 jedinců.

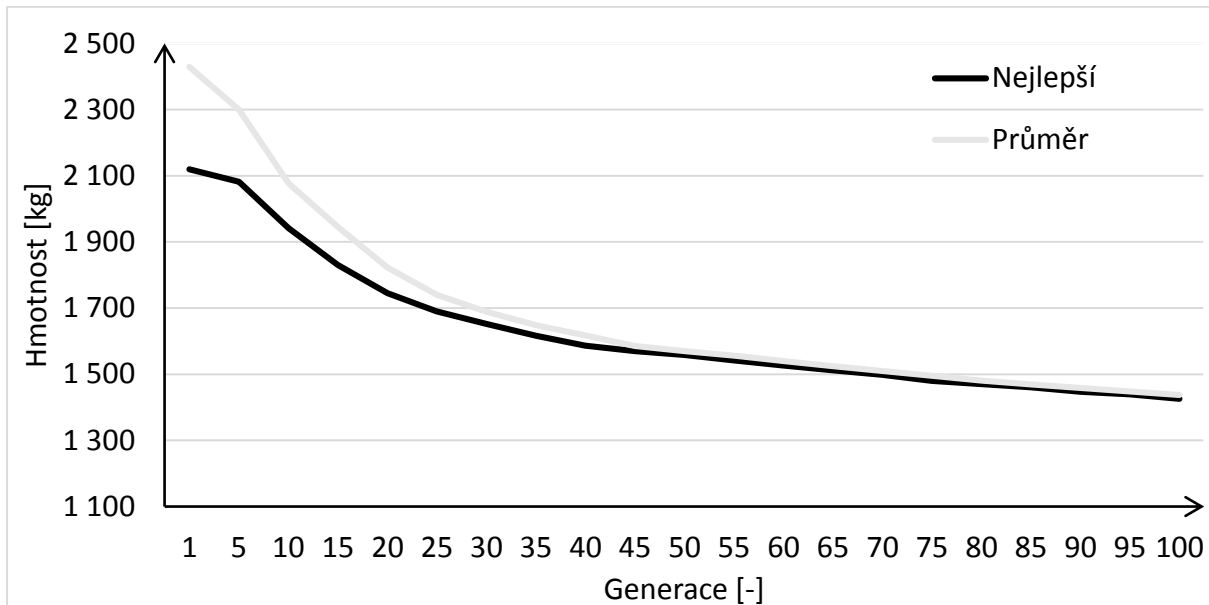


Obr. C 7: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci hmotnost materiálu pro dané generace, velikost populace je 72 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty hmotnosti bylo dosaženo ve 100. generaci s hodnotou 1 838 kg.

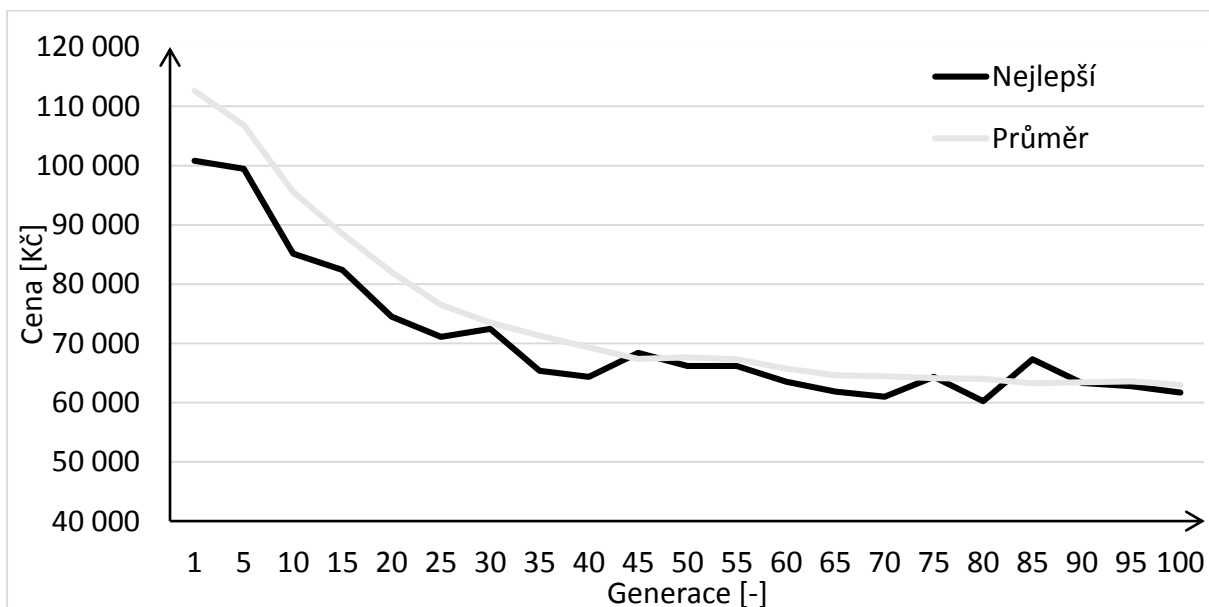


Obr. C 8: Graf znázorňující vývoj ceny za celkově potřebný materiál pro danou generaci, velikost populace je 72 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální ceny bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 78 106 Kč.

Účelová funkce – hmotnost, databáze profilů – seřazeno podle A, velikost populace 720 jedinců.



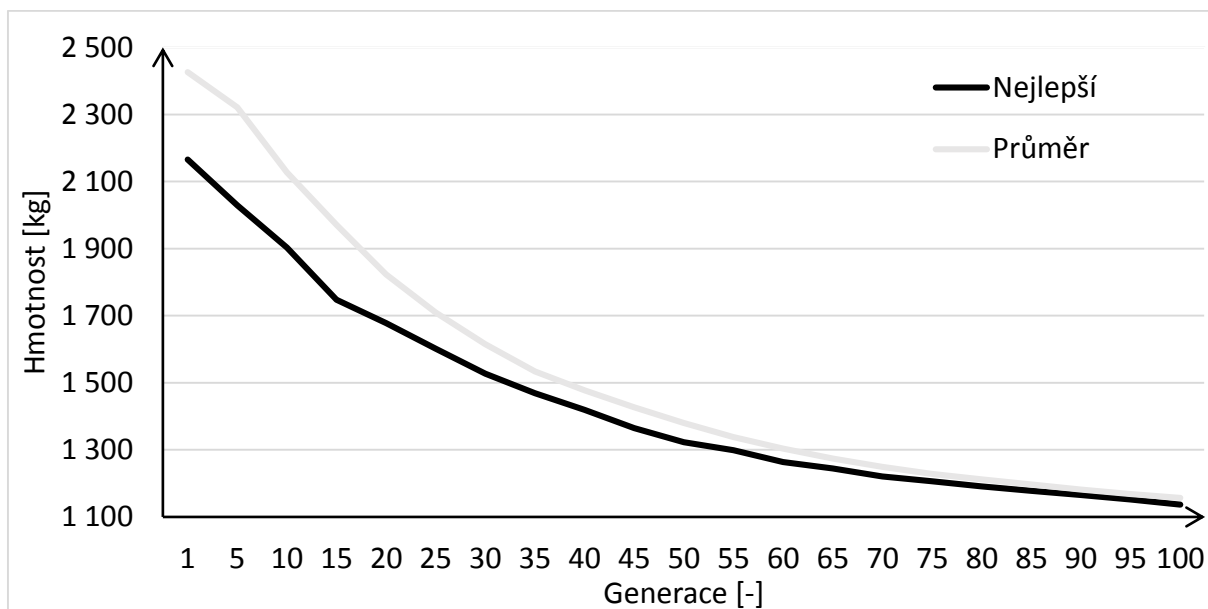
Obr. C 9: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci hmotnost materiálu pro dané generace, velikost populace je 720 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty hmotnosti bylo dosaženo ve 100. generaci s hodnotou 1 426 kg.



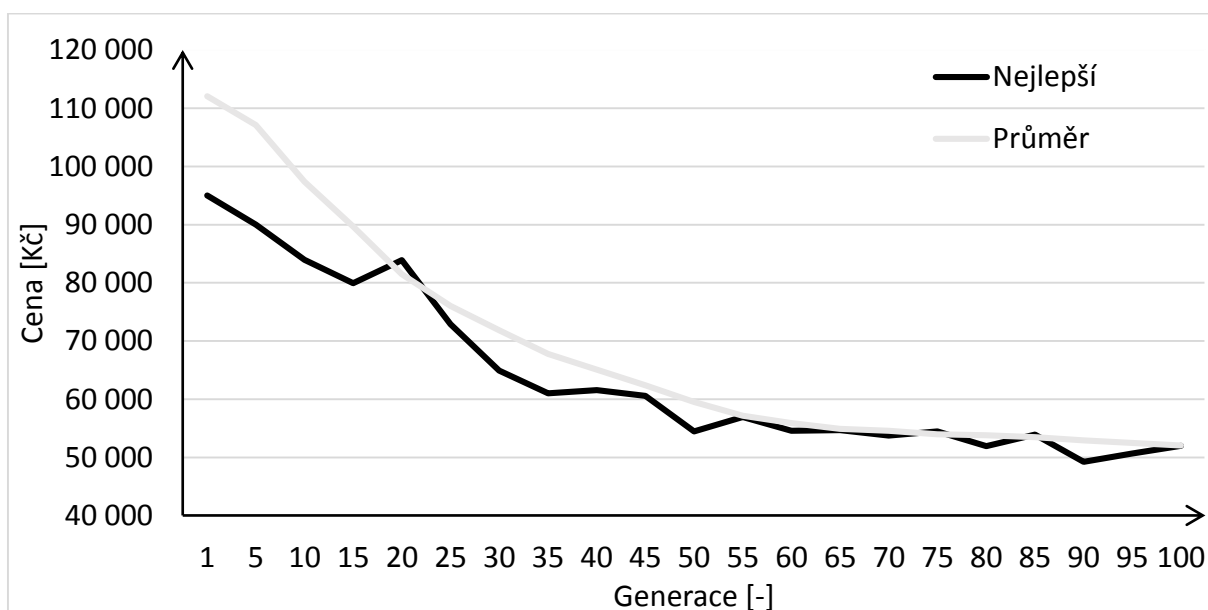
Obr. C 10: Graf znázorňující vývoj ceny za celkově potřebný materiál pro danou generaci, velikost populace je 720 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální ceny bylo dosaženo v 70. generaci, a to s cenou 60 228 Kč.



Účelová funkce – hmotnost, databáze profilů – seřazeno podle A, velikost populace 7 200 jedinců.

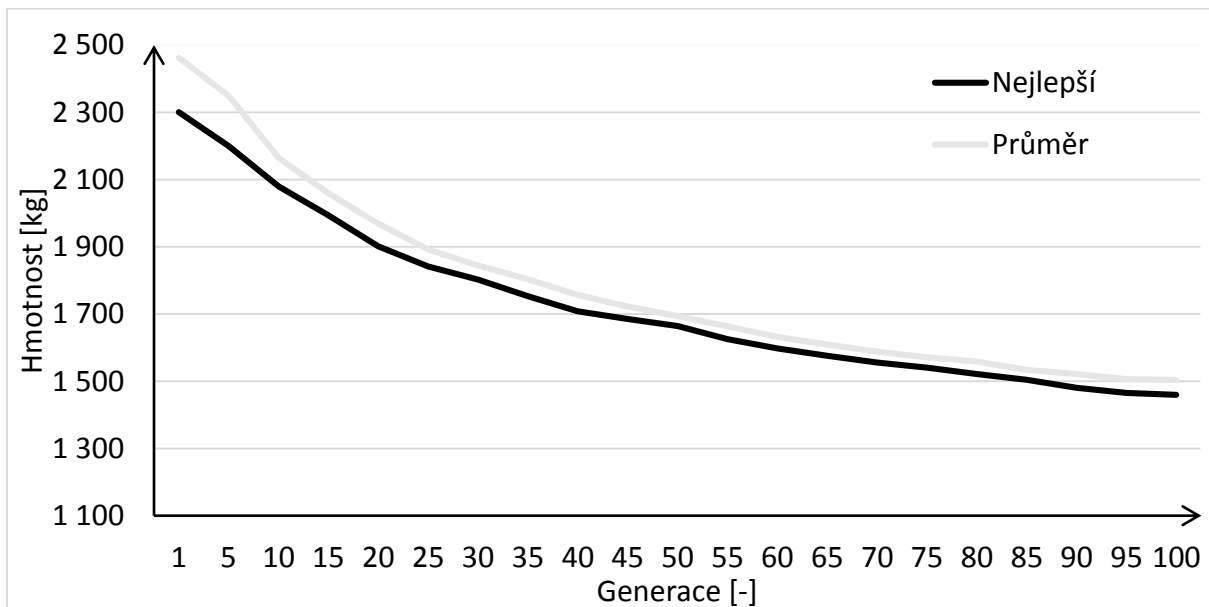


Obr. C 11: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci hmotnost materiálu pro dané generace, velikost populace je 7 200 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty hmotnosti bylo dosaženo ve 100. generaci s hodnotou 1 137 kg.

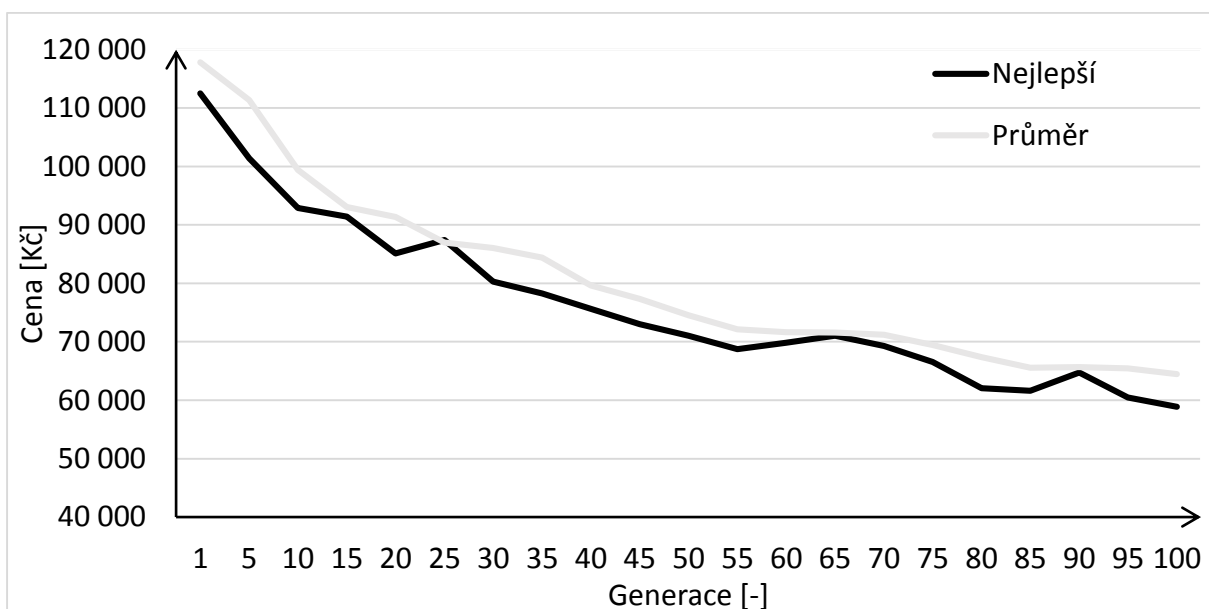


Obr. C 12: Graf znázorňující vývoj ceny za celkově potřebný materiál pro danou generaci, velikost populace je 7 200 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální ceny bylo dosaženo ve 95. generaci, a to s cenou 50 696 Kč.

Účelová funkce – hmotnost, databáze profilů – seřazeno podle M, velikost populace 72 jedinců.

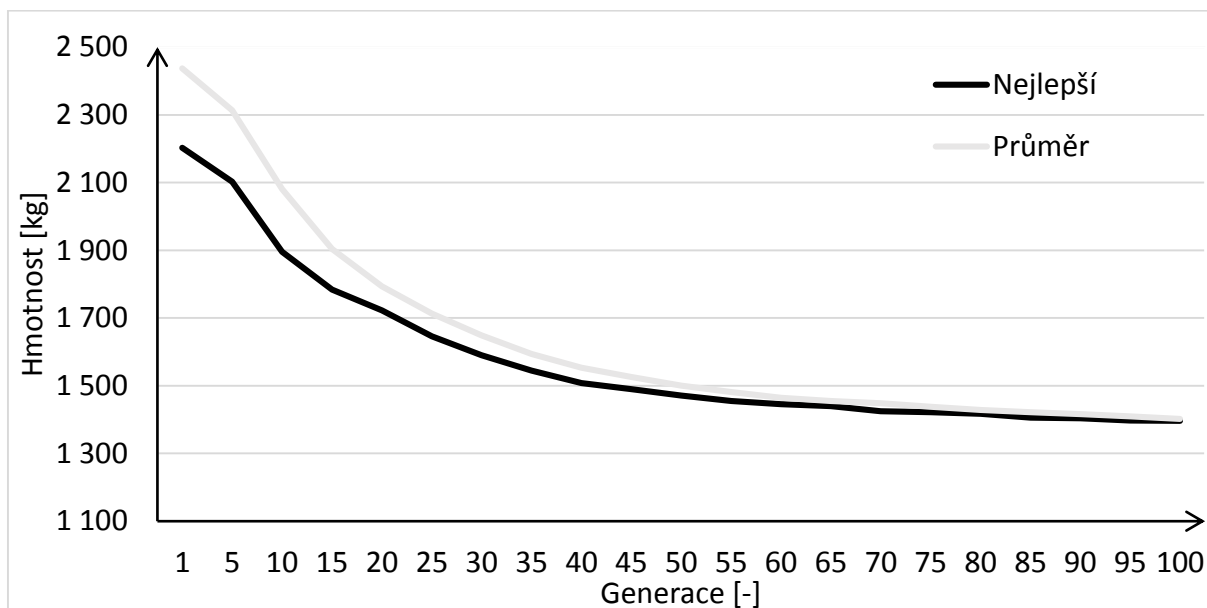


Obr. C 13: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci hmotnosti materiálu pro dané generace, velikost populace je 72 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty hmotnosti bylo dosaženo ve 100. generaci s hodnotou 1 460 kg.

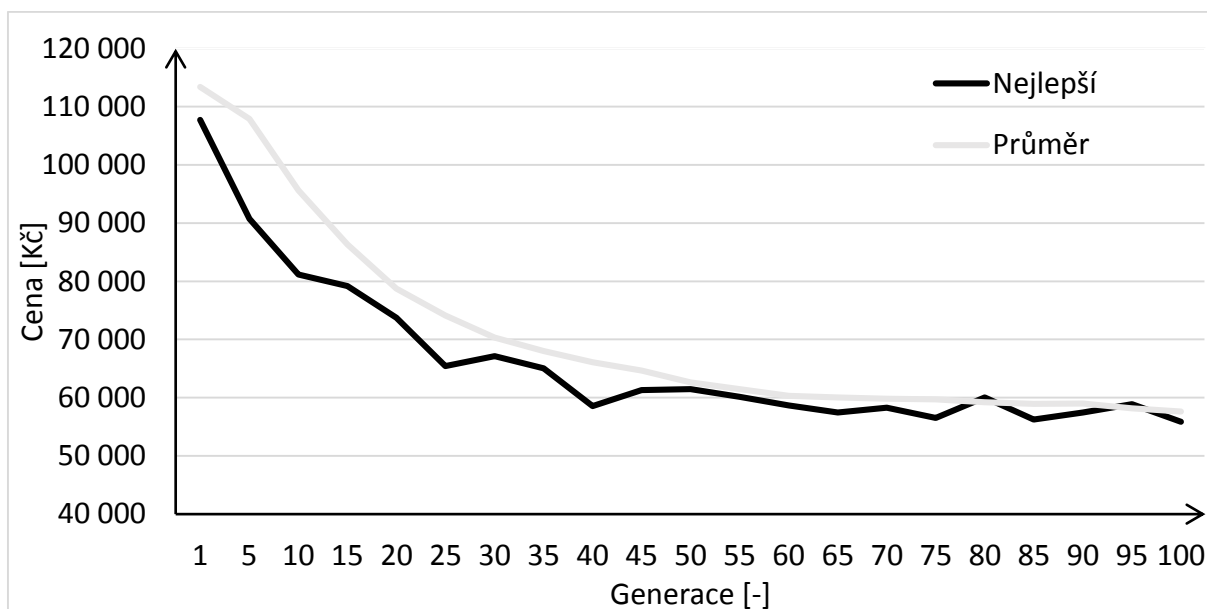


Obr. C 14: Graf znázorňující vývoj ceny za celkově potřebný materiál pro danou generaci, velikost populace je 72 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální ceny bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 58 867 Kč.

Účelová funkce – hmotnost, databáze profilů – seřazeno podle M, velikost populace 720 jedinců.

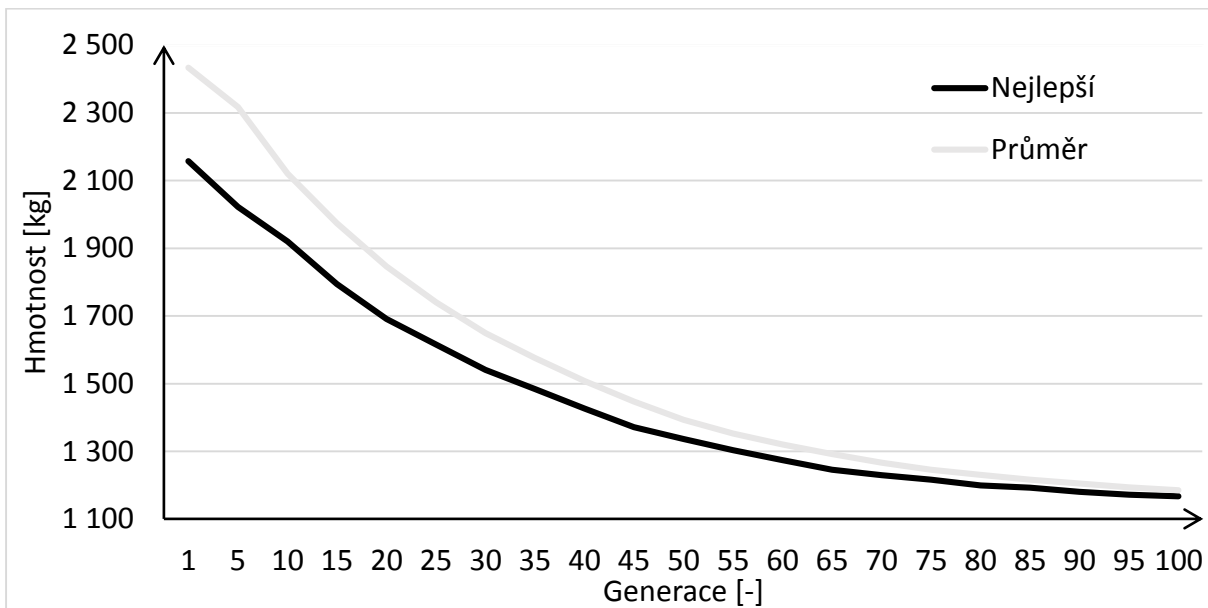


Obr. C 15: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci hmotnost materiálu pro dané generace, velikost populace je 720 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty hmotnosti bylo dosaženo v 95. generaci s hodnotou 1 396 kg.

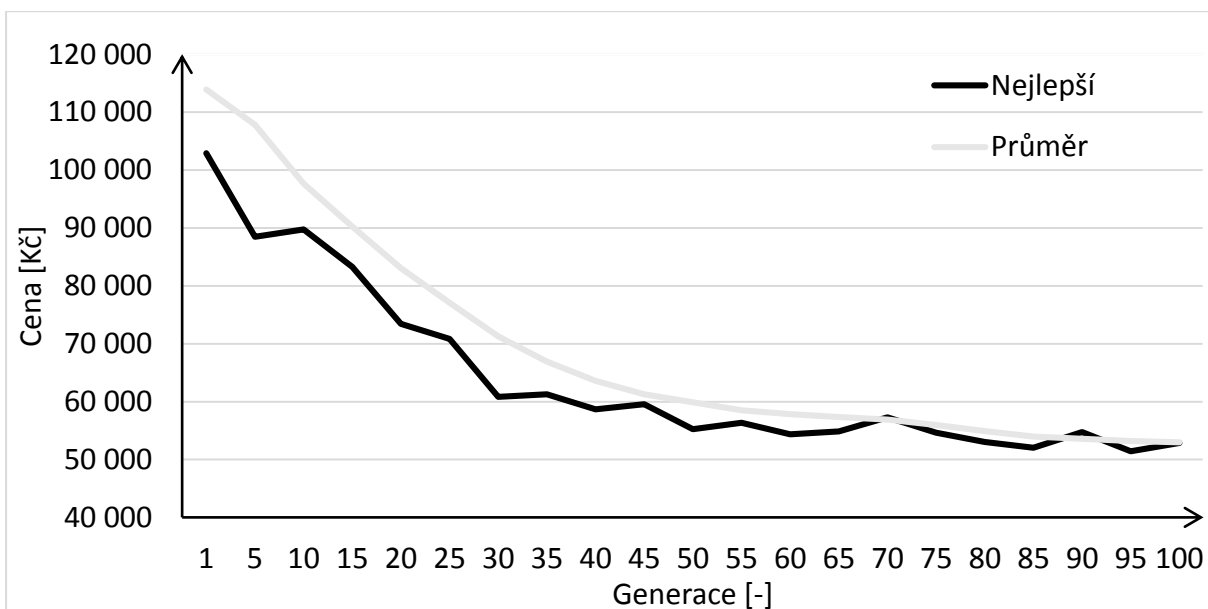


Obr. C 16: Graf znázorňující vývoj ceny za celkově potřebný materiál pro danou generaci, velikost populace je 720 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální ceny bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 55 830 Kč.

Účelová funkce – hmotnost, databáze profilů – seřazeno podle M, velikost populace 7 200 jedinců.

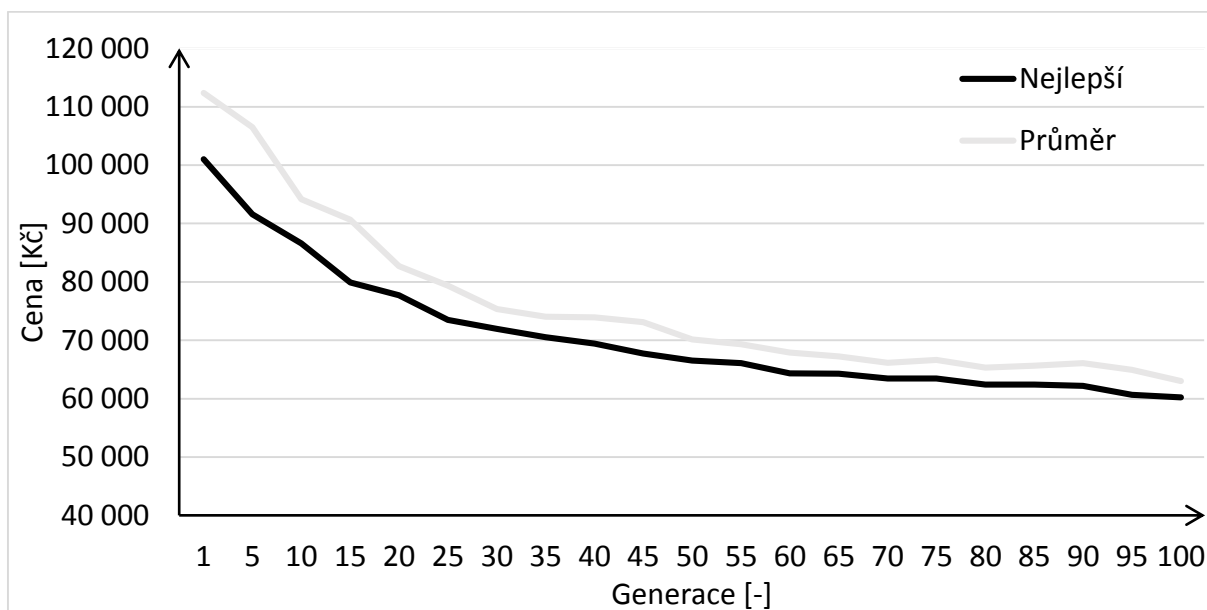


Obr. C 17: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci hmotnost materiálu pro dané generace, velikost populace je 7 200 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty hmotnosti bylo dosaženo ve 100. generaci s hodnotou 1 167 kg.

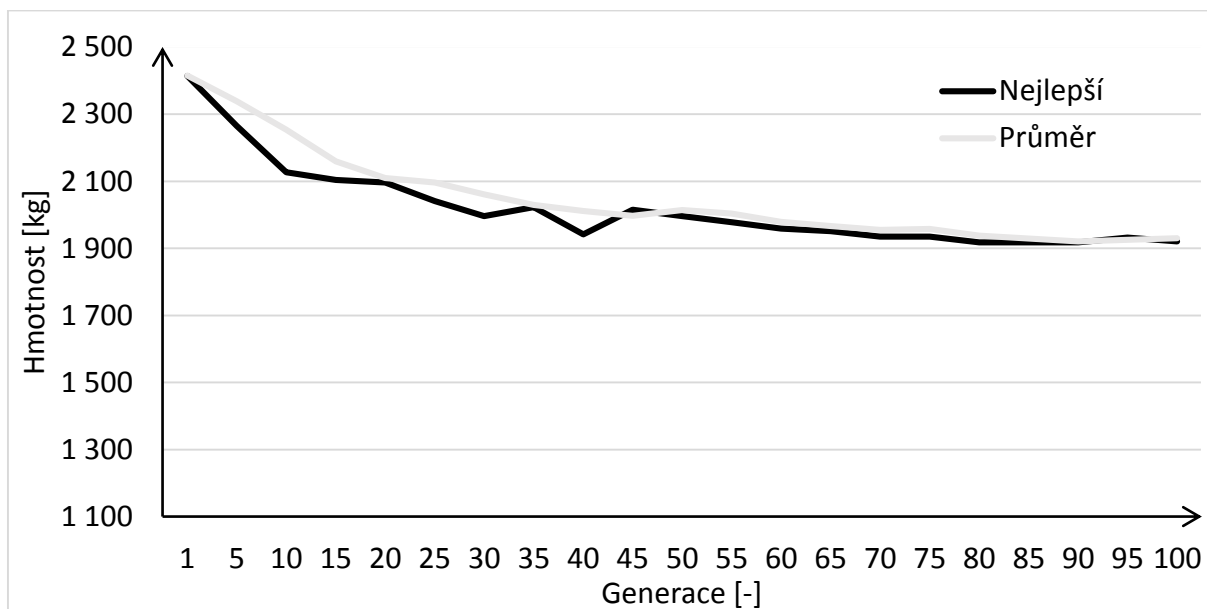


Obr. C 18: Graf znázorňující vývoj ceny za celkově potřebný materiál pro danou generaci, velikost populace je 7 200 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální ceny bylo dosaženo v 95. generaci, a to s cenou 51 427 Kč.

Účelová funkce – cena, databáze profilů – náhodná, velikost populace 72 jedinců.

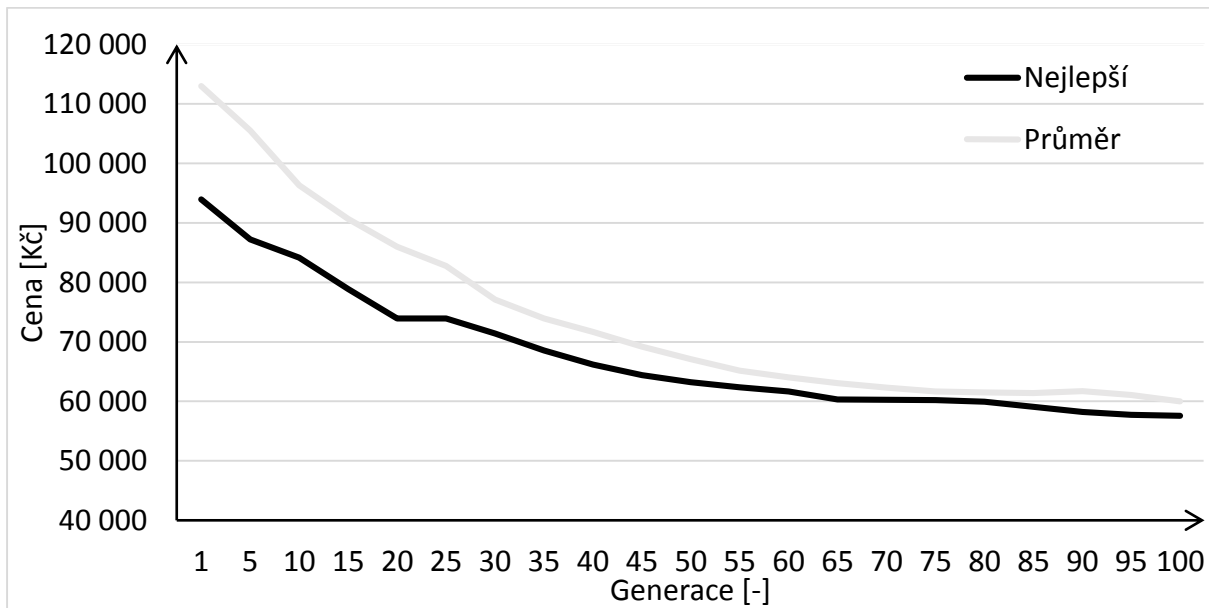


Obr. C 19: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci pro účelovou funkci cena materiálu pro dané generace, velikost populace je 72 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty ceny bylo dosaženo v 95. generaci s hodnotou 60 226 Kč.

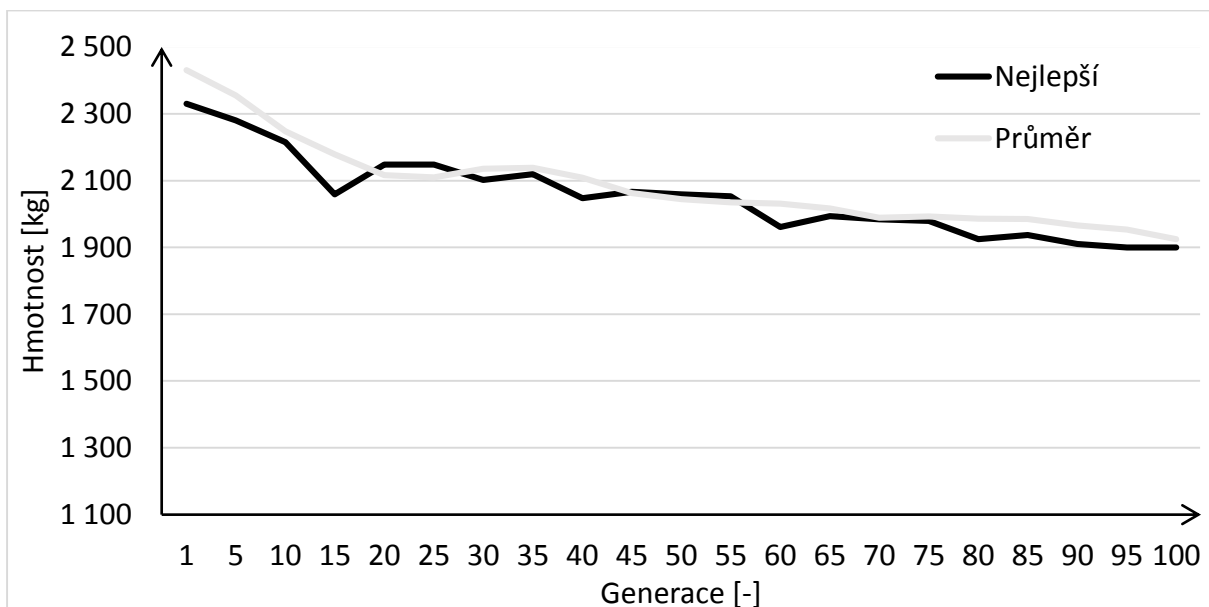


Obr. C 20: Graf znázorňující vývoj hmotnosti materiálu pro dané generace, velikost populace je 72 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hmotnosti bylo dosaženo v 80. generaci, a to s cenou 1 918 kg.

Účelová funkce – cena, databáze profilů – náhodná, velikost populace 720 jedinců.

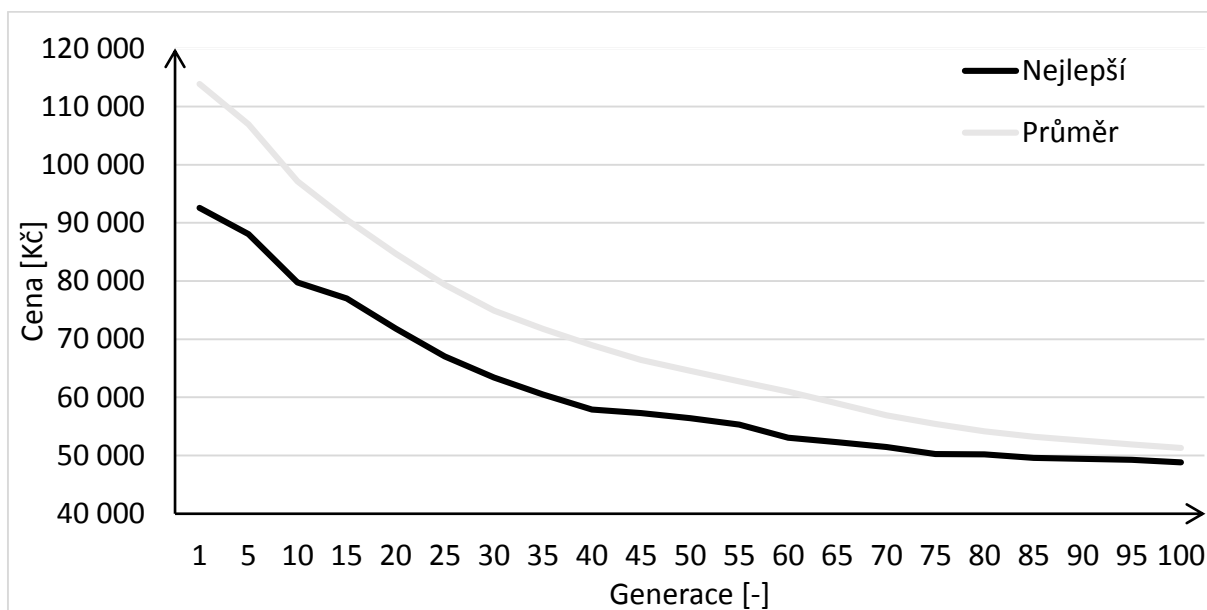


Obr. C 21: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci pro účelovou funkci cena materiálu pro dané generace, velikost populace je 720 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty ceny bylo dosaženo ve 100. generaci s hodnotou 57 600 Kč.

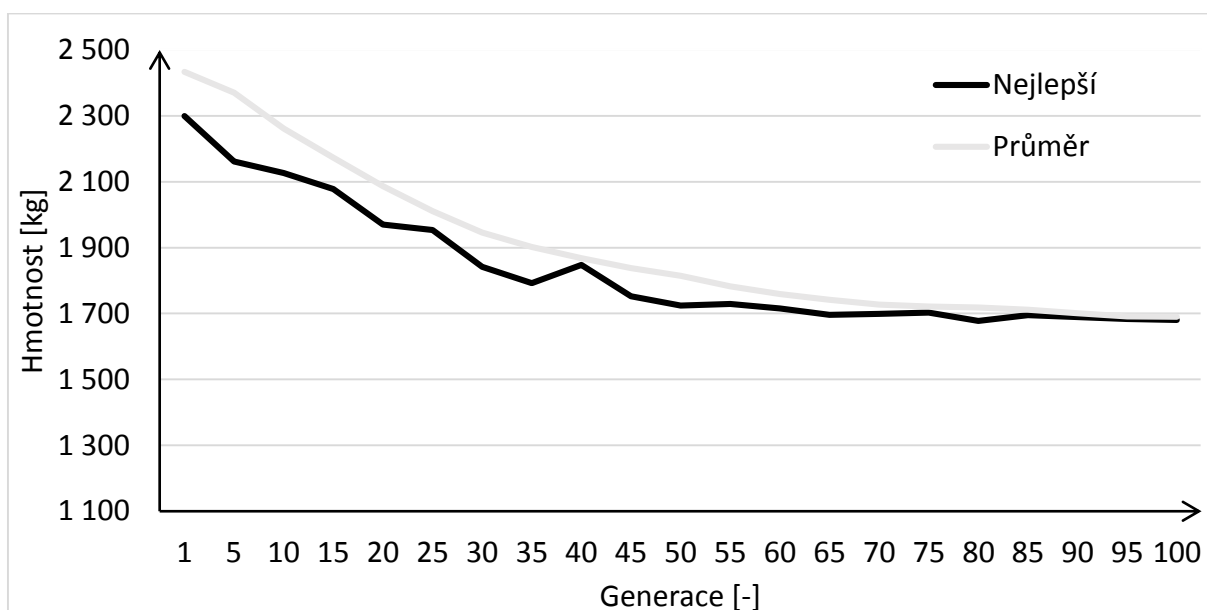


Obr. C 22: Graf znázorňující vývoj hmotnosti materiálu pro dané generace, velikost populace je 720 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hmotnosti bylo dosaženo v 95. generaci, a to s cenou 1 900 kg.

Účelová funkce – cena, databáze profilů – náhodná, velikost populace 7 200 jedinců.

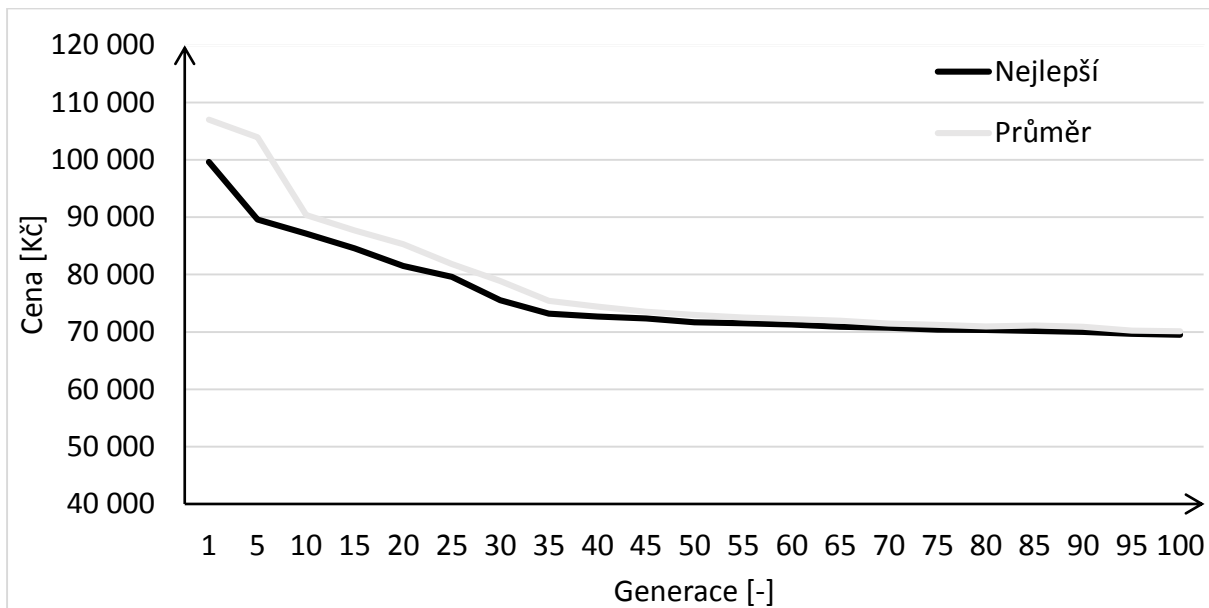


Obr. C 23: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci pro účelovou funkci cena materiálu pro dané generace, velikost populace je 7 200 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty ceny bylo dosaženo ve 100. generaci s hodnotou 48 827 Kč.

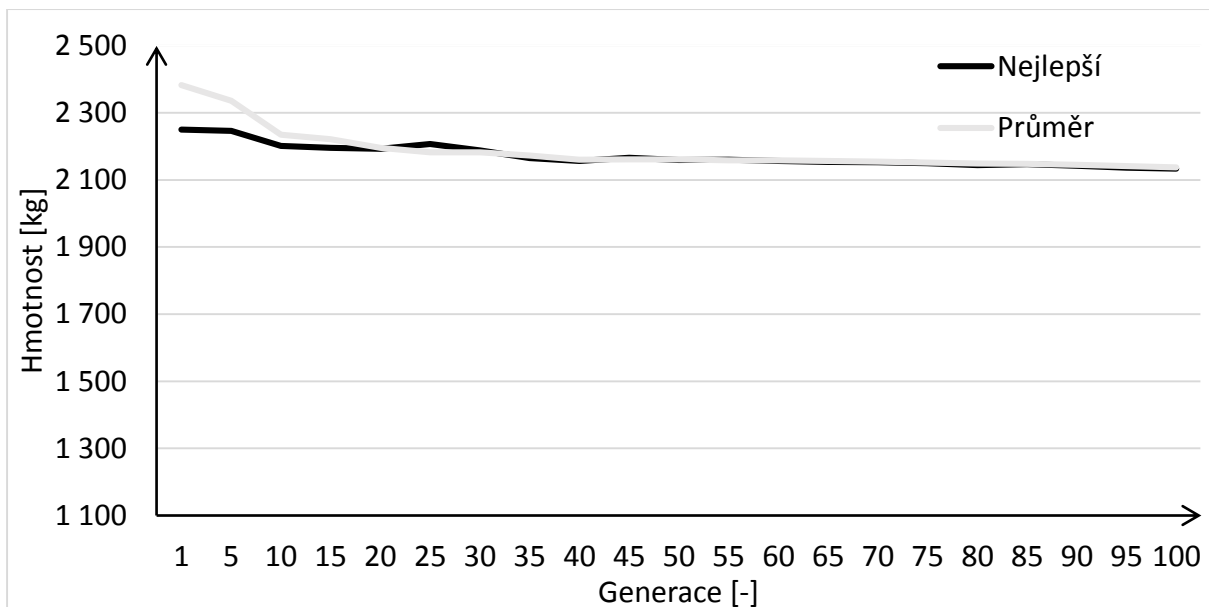


Obr. C 24: Graf znázorňující vývoj hmotnosti materiálu pro dané generace, velikost populace je 7 200 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hmotnosti bylo dosaženo v 95. generaci, a to s cenou 1 680 kg.

Účelová funkce – cena, databáze profilů – seřazeno podle A, velikost populace 72 jedinců.



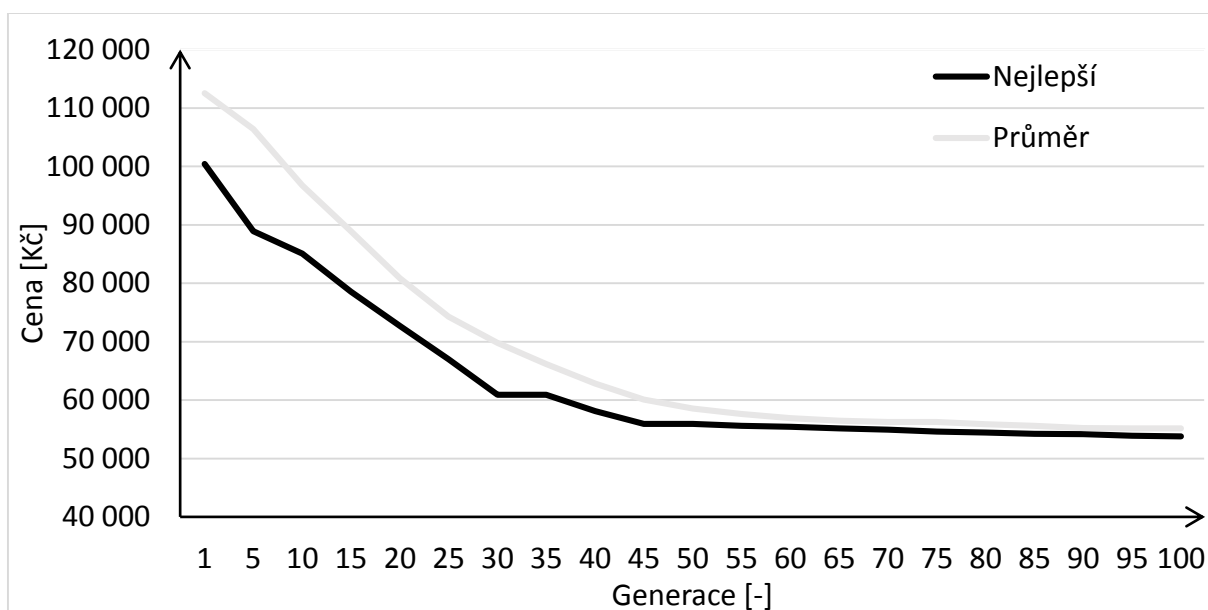
Obr. C 25: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci pro účelovou funkci cena materiálu pro dané generace, velikost populace je 72 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty ceny bylo dosaženo ve 100. generaci s hodnotou 69 526 Kč.



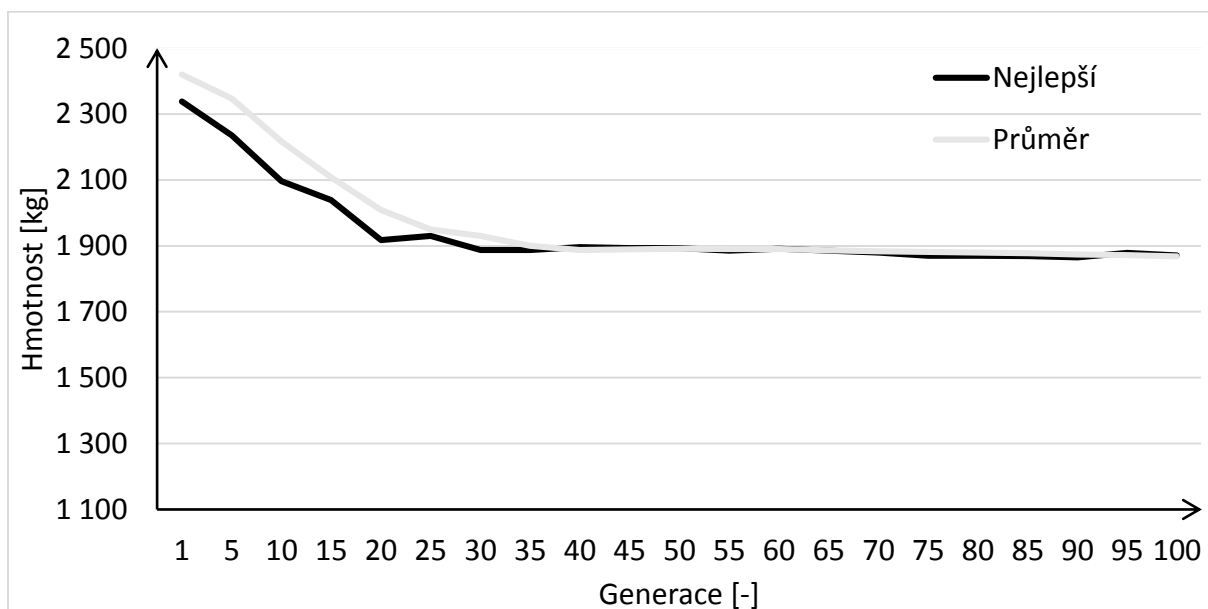
Obr. C 26: Graf znázorňující vývoj hmotnosti materiálu pro dané generace, velikost populace je 72 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hmotnosti bylo dosaženo v 95. generaci, a to s cenou 2 134 kg.



Účelová funkce – cena, databáze profilů – seřazeno podle A, velikost populace 720 jedinců.

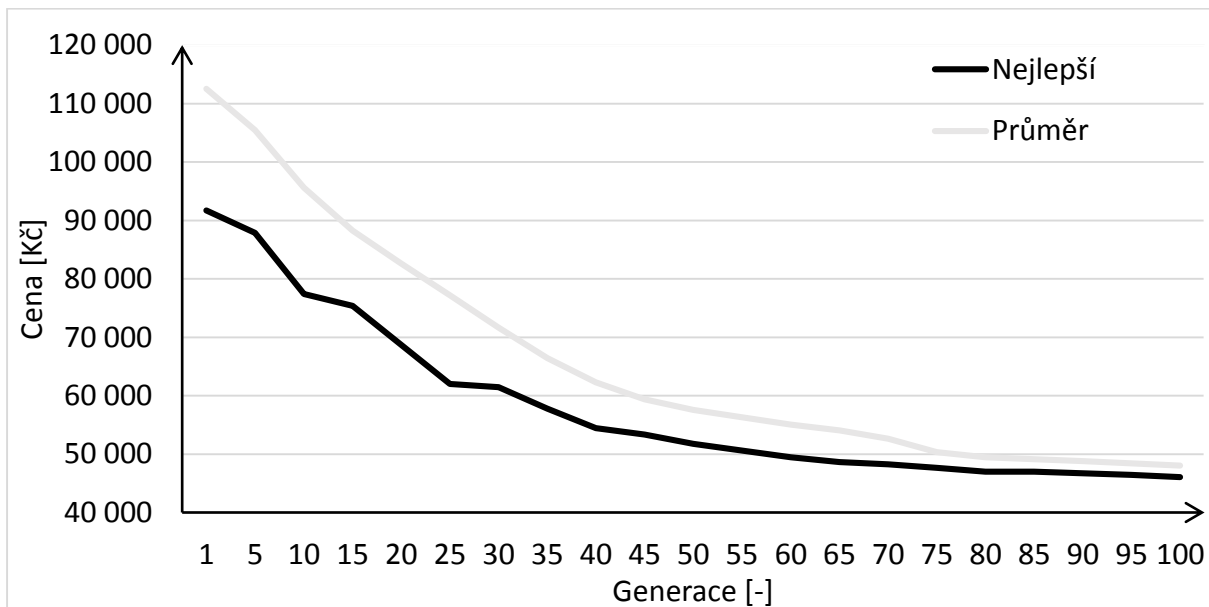


Obr. C 27: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci pro účelovou funkci cena materiálu pro dané generace, velikost populace je 720 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty ceny bylo dosaženo v 95. generaci s hodnotou 53 813 Kč.

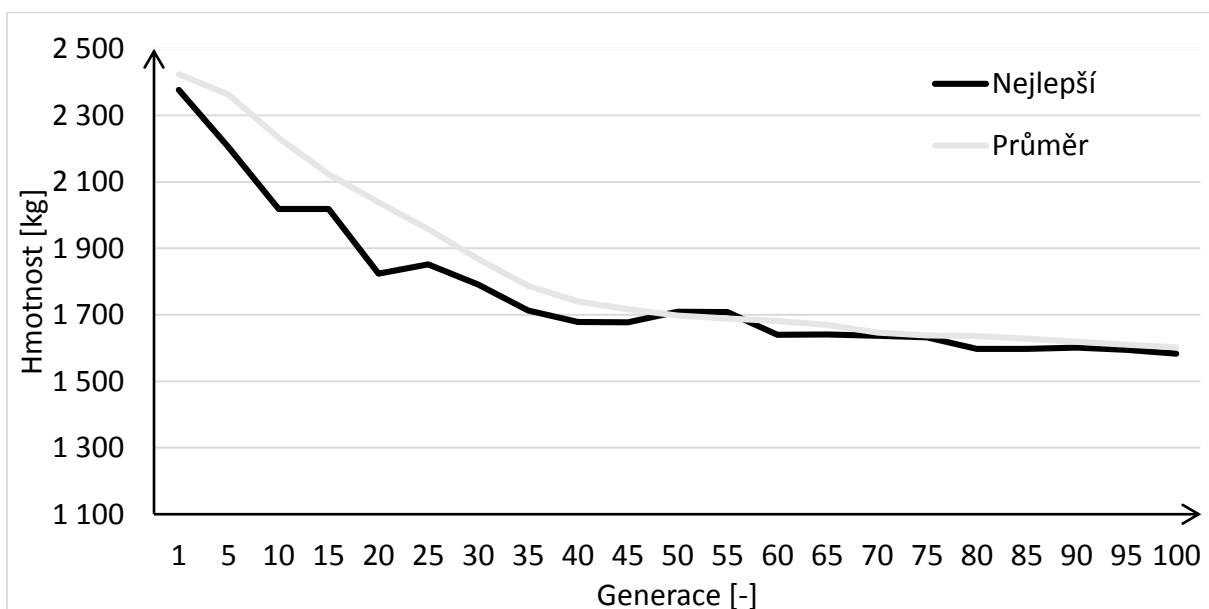


Obr. C 28: Graf znázorňující vývoj hmotnosti materiálu pro dané generace, velikost populace je 720 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hmotnosti bylo dosaženo v 75. generaci, a to s cenou 1 870 kg.

Účelová funkce – cena, databáze profilů – seřazeno podle A, velikost populace 7 200 jedinců.

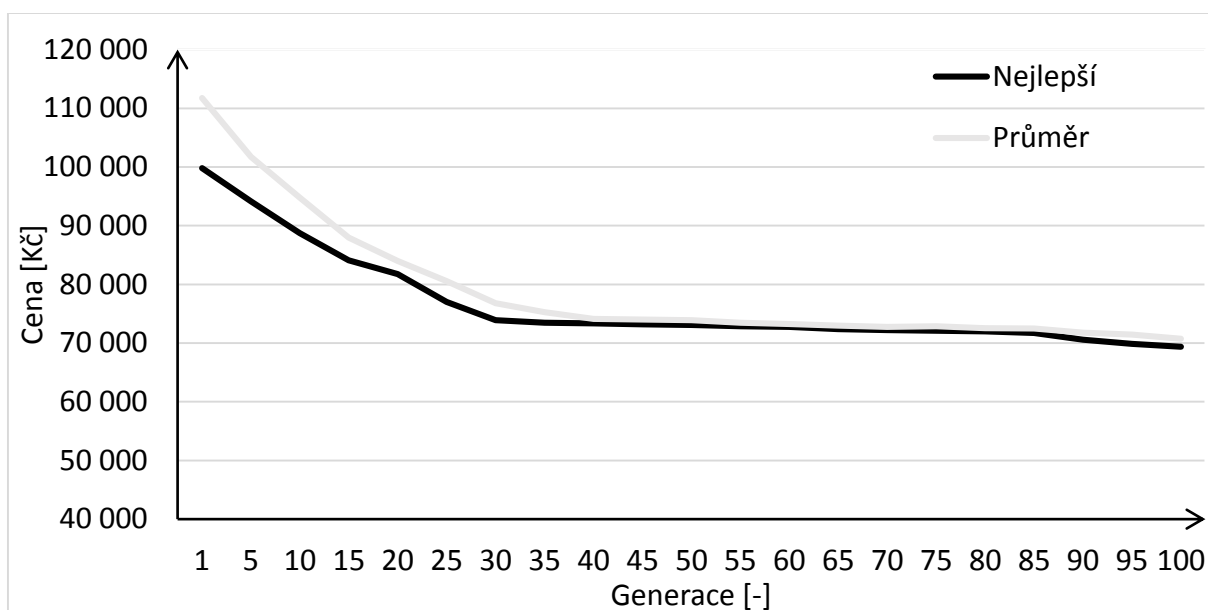


Obr. C 29: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci pro účelovou funkci cena materiálu pro dané generace, velikost populace je 7 200 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty ceny bylo dosaženo ve 100. generaci s hodnotou 46 071 Kč.

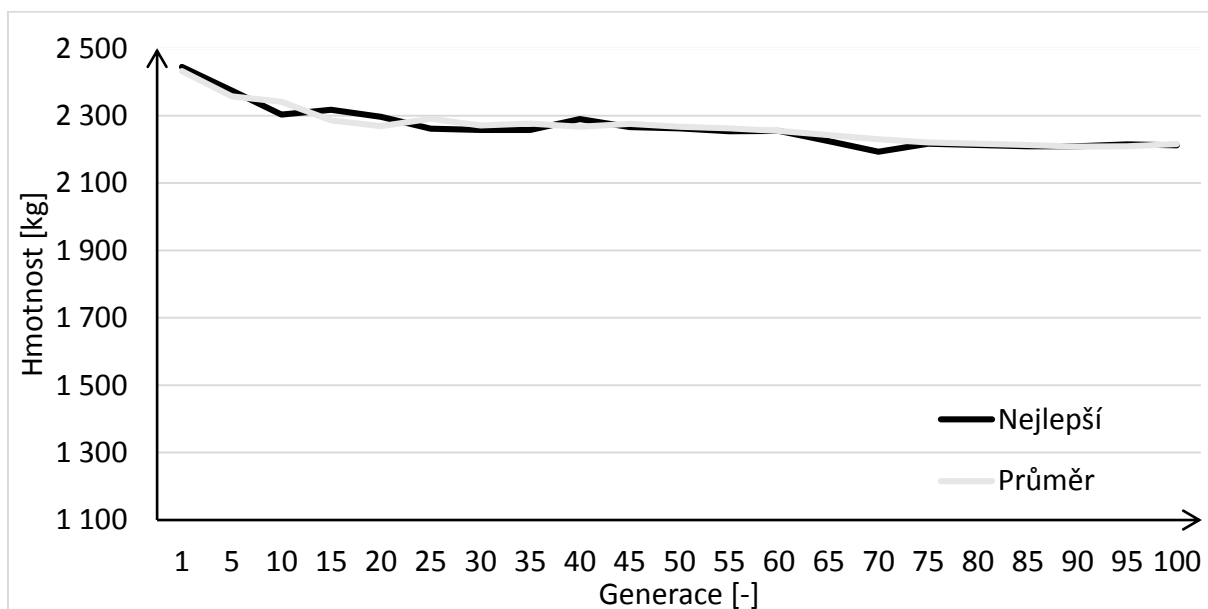


Obr. C 30: Graf znázorňující vývoj hmotnosti materiálu pro dané generace, velikost populace je 7 200 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hmotnosti bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 1 583 kg.

Účelová funkce – cena, databáze profilů – seřazeno podle M, velikost populace 72 jedinců.

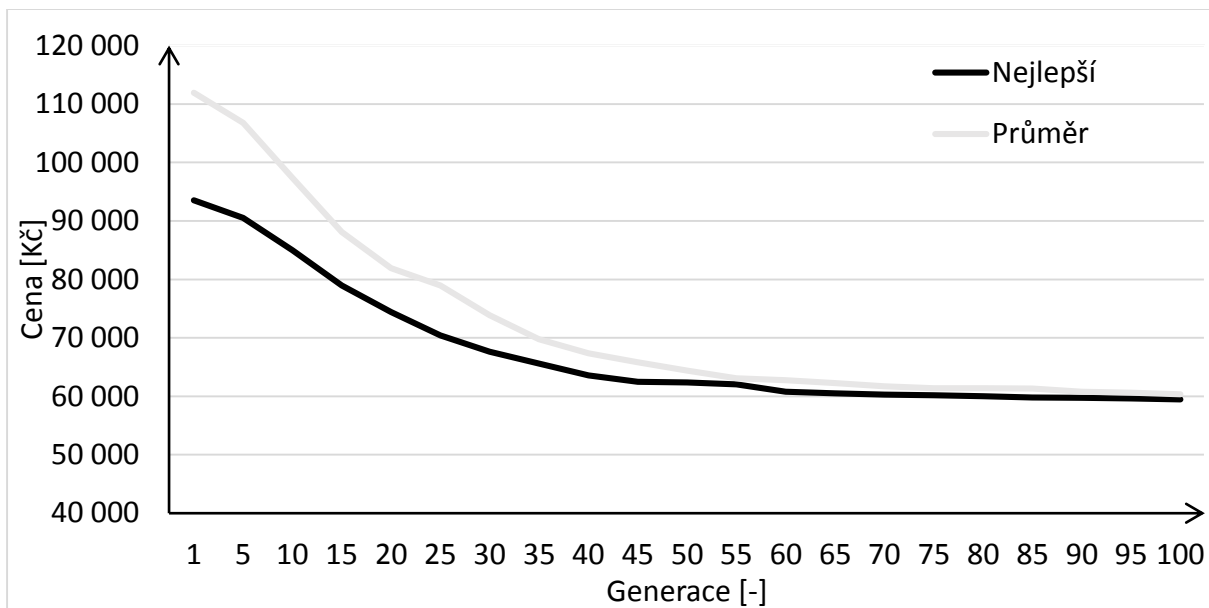


Obr. C 31: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci pro účelovou funkci cena materiálu pro dané generace, velikost populace je 72 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty ceny bylo dosaženo ve 100. generaci s hodnotou 69 838 Kč.

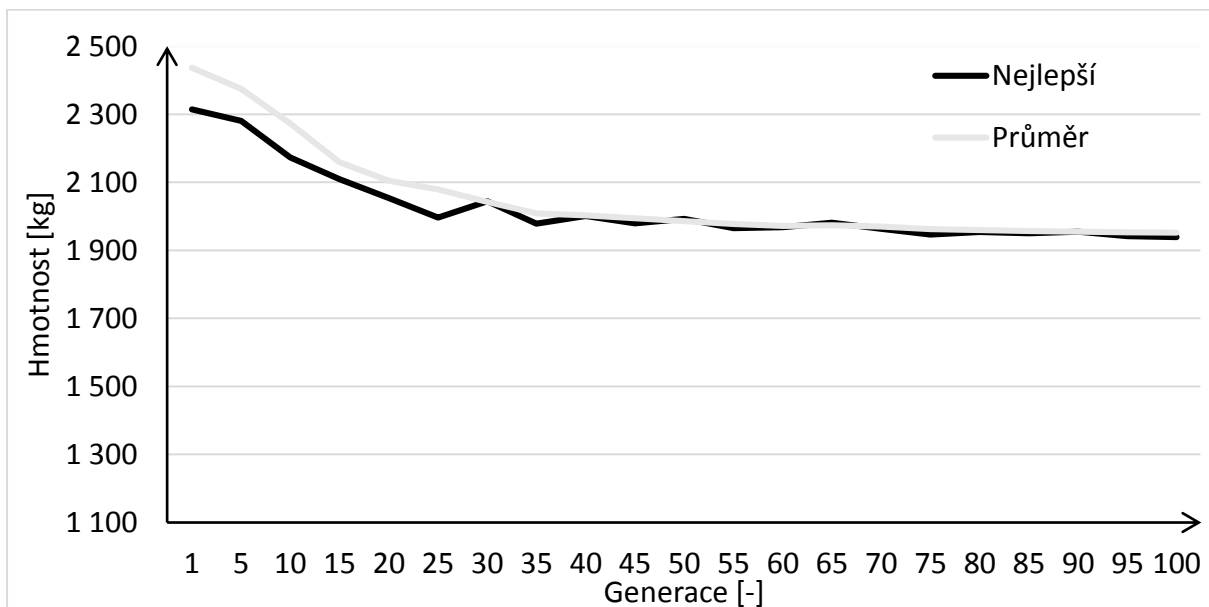


Obr. C 32: Graf znázorňující vývoj hmotnosti materiálu pro dané generace, velikost populace je 72 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hmotnosti bylo dosaženo v 95. generaci, a to s cenou 2 212 kg.

Účelová funkce – cena, databáze profilů – seřazeno podle M, velikost populace 720 jedinců.

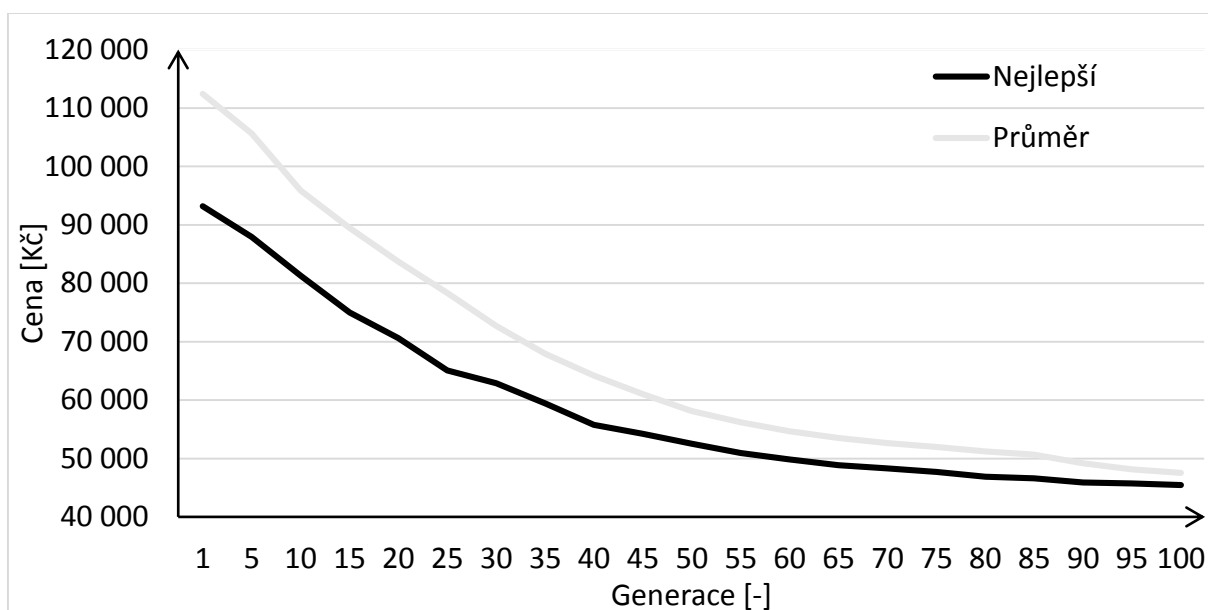


Obr. C 33: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci pro účelovou funkci cena materiálu pro dané generace, velikost populace je 720 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty ceny bylo dosaženo v 95. generaci s hodnotou 59 490 Kč.

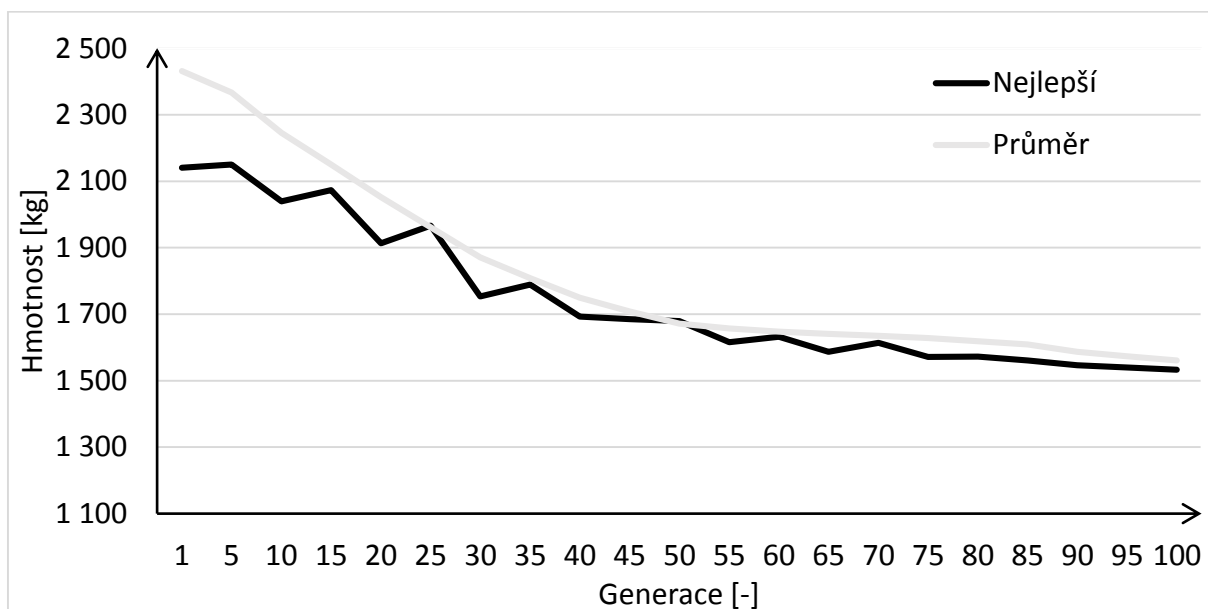


Obr. C 34: Graf znázorňující vývoj hmotnosti materiálu pro dané generace, velikost populace je 720 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hmotnosti bylo dosaženo v 95. generaci, a to s cenou 1 939 kg.

Účelová funkce – cena, databáze profilů – seřazeno podle M, velikost populace 7 200 jedinců.

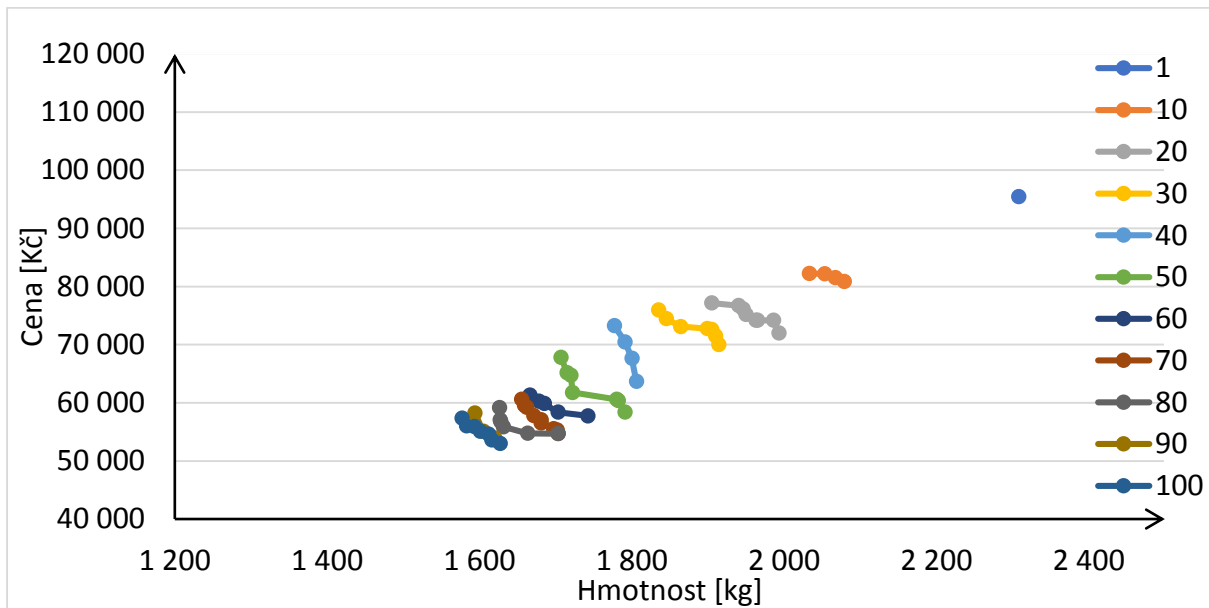


Obr. C 35: Graf znázorňující vývoj hodnoty fitness funkce pro účelovou funkci pro účelovou funkci cena materiálu pro dané generace, velikost populace je 7 200 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hodnoty ceny bylo dosaženo ve 100. generaci s hodnotou 45 484 Kč.



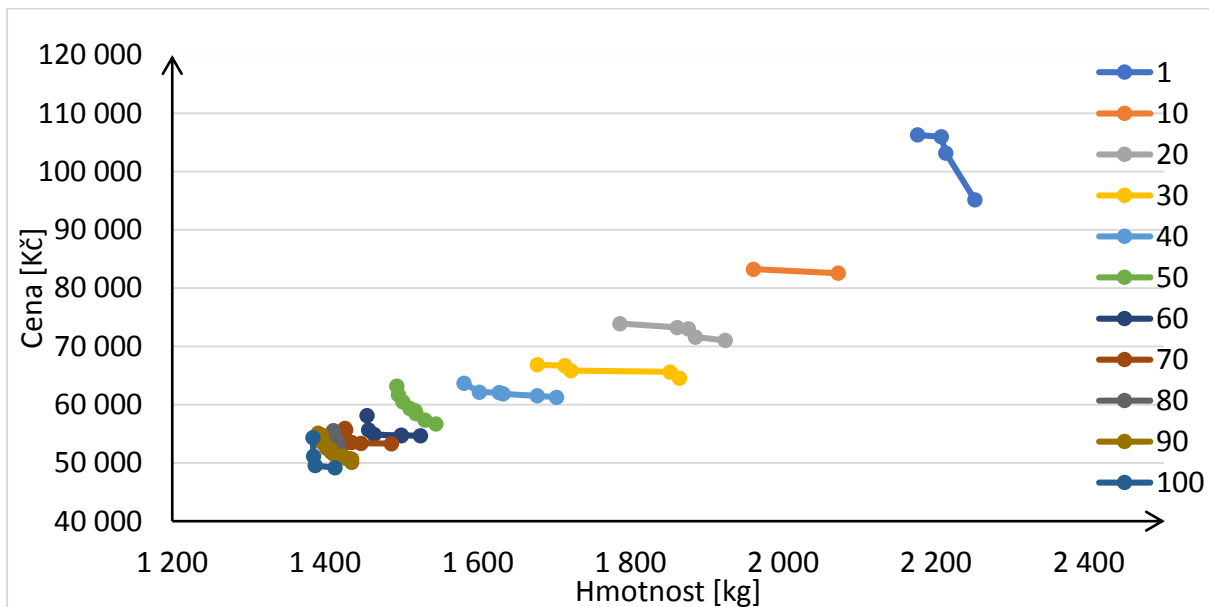
Obr. C 36: Graf znázorňující vývoj hmotnosti materiálu pro dané generace, velikost populace je 7 200 jedinců, počítané pro 100 generací. Minimální hmotnosti bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 1 533 kg.

Účelová funkce – hmotnost a cena, databáze profilů – náhodně, velikost populace 72 jedinců.



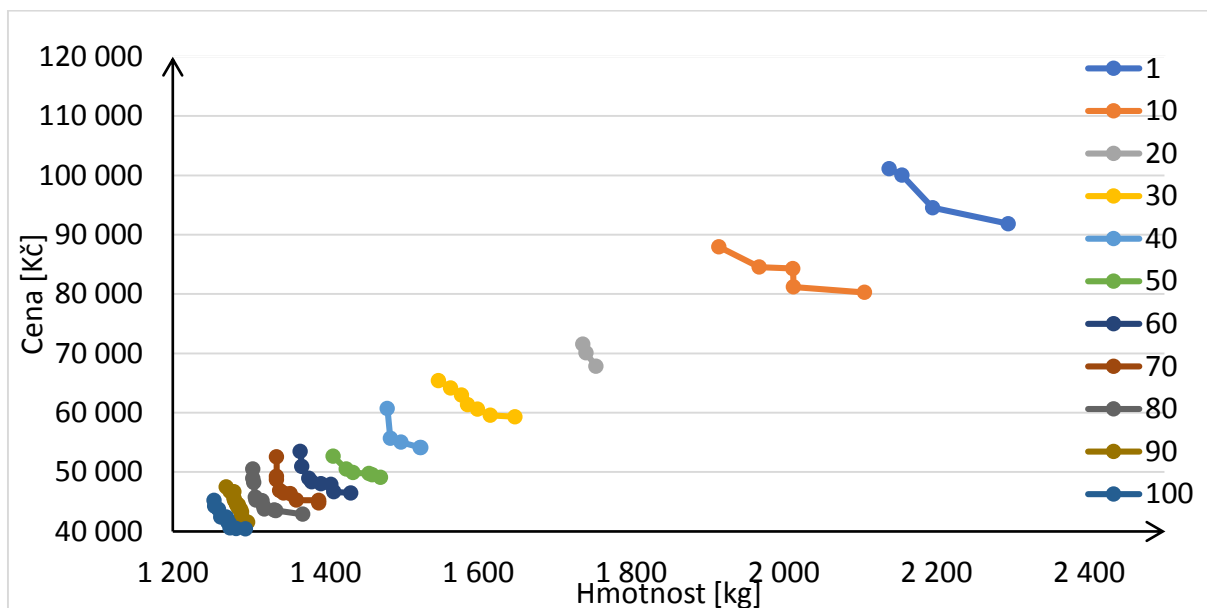
Obr. C 37: Graf znázorňující vývoj Pareto hranice pro dané generace, velikost populace je 72 jedinců, počítané pro 100 generací. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 1 577 kg (s cenou 57 369 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 53 024 Kč (s hmotností 1 627 kg).

Účelová funkce – hmotnost a cena, databáze profilů – náhodně, velikost populace 720 jedinců.



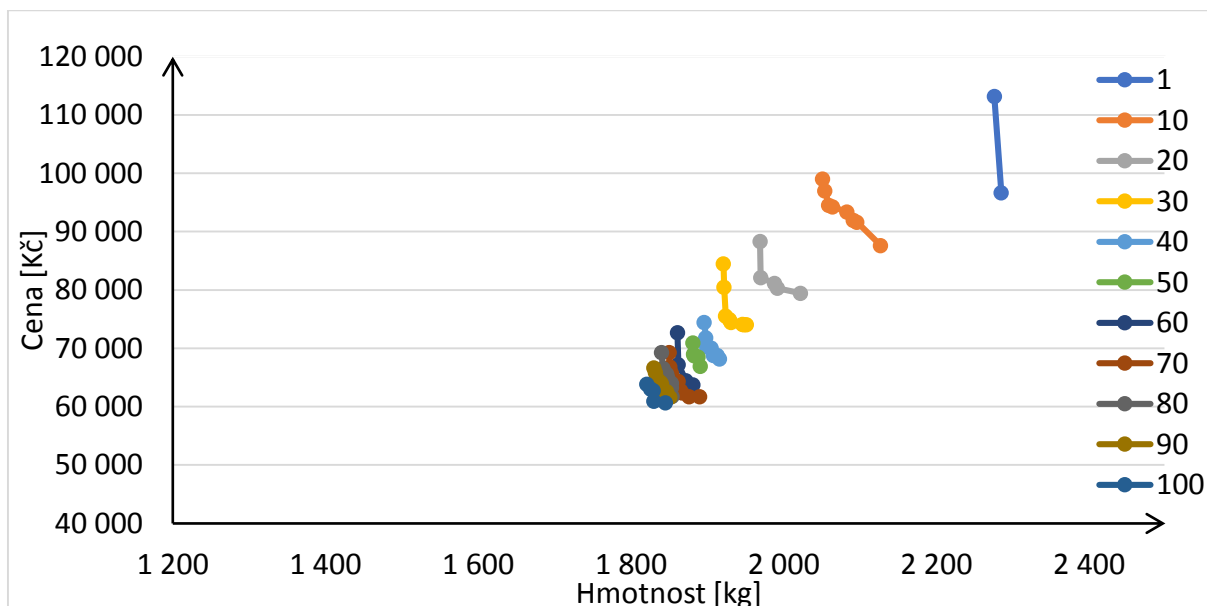
Obr. C 38: Graf znázorňující vývoj Pareto hranice pro dané generace, velikost populace je 720 jedinců, počítané pro 100 generací. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 1 384 kg (s cenou 54 354 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 49 184 Kč (s hmotností 1 413 kg).

Účelová funkce – hmotnost a cena, databáze profilů – náhodně, velikost populace 7 200 jedinců.



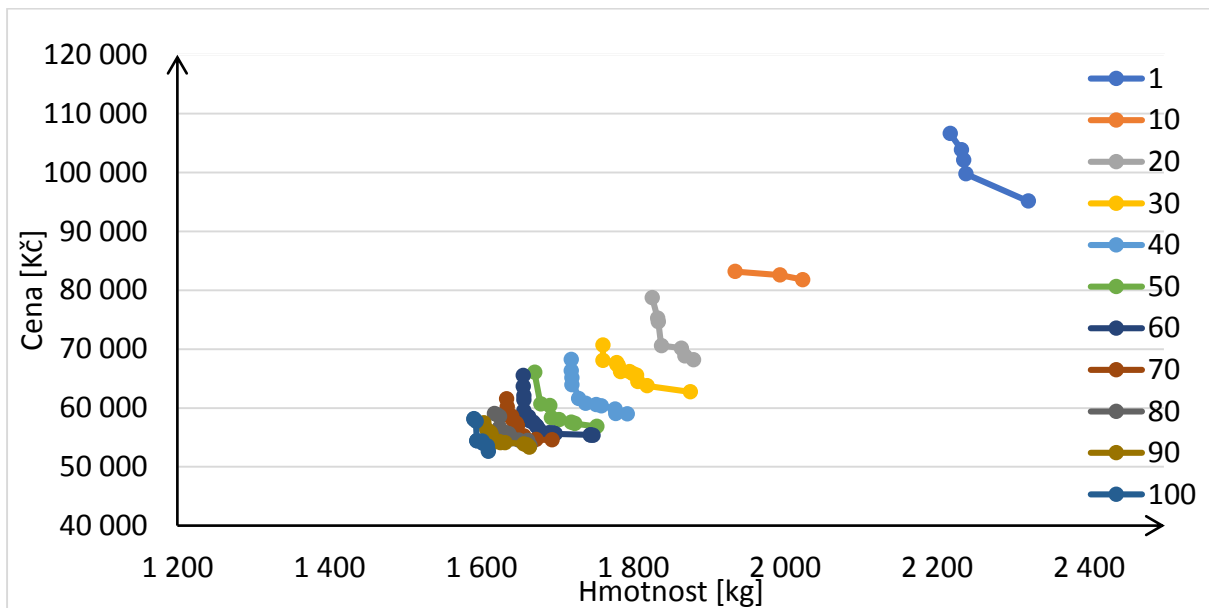
Obr. C 39: Graf znázorňující vývoj Pareto hranice pro dané generace, velikost populace je 7 200 jedinců, počítané pro 100 generací. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 1 254 kg (s cenou 45 199 Kč) a výsledku s nejvyšší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 100 000 Kč (s hmotností 2 125 kg).

Účelová funkce – hmotnost a cena, databáze profilů – seřazeno podle A, velikost populace 72 jedinců.



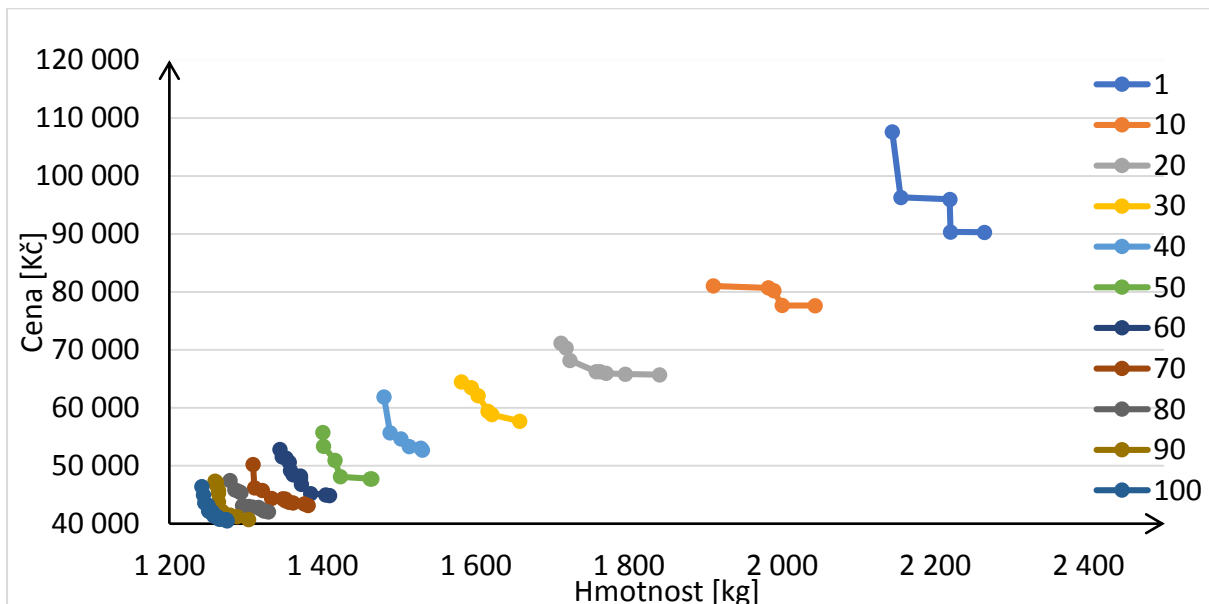
Obr. C 40: Graf znázorňující vývoj Pareto hranice pro dané generace, velikost populace je 72 jedinců, počítané pro 100 generací. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 1 821 kg (s cenou 63 858 Kč) a výsledku s nejvyšší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 110 000 Kč (s hmotností 2 275 kg).

Účelová funkce – hmotnost a cena, databáze profilů – seřazeno podle A, velikost populace 720 jedinců.



Obr. C 41: Graf znázorňující vývoj Pareto hranice pro dané generace, velikost populace je 720 jedinců, počítané pro 100 generací. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 1 590 kg (s cenou 58 171 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 52 608 Kč (s hmotností 1 609 kg).

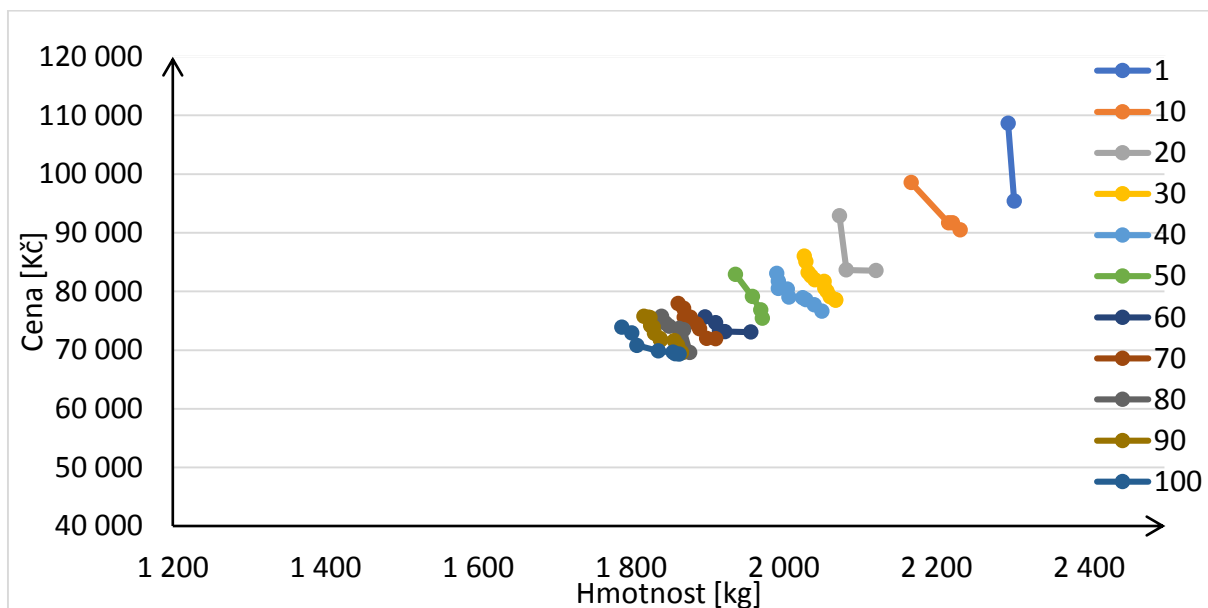
Účelová funkce – hmotnost a cena, databáze profilů – seřazeno podle A, velikost populace 7 200 jedinců.



Obr. C 42: Graf znázorňující vývoj Pareto hranice pro dané generace, velikost populace je 7 200 jedinců, počítané pro 100 generací. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 1 242 kg (s cenou 46 431 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 40 227 Kč (s hmotností 1 279 kg).

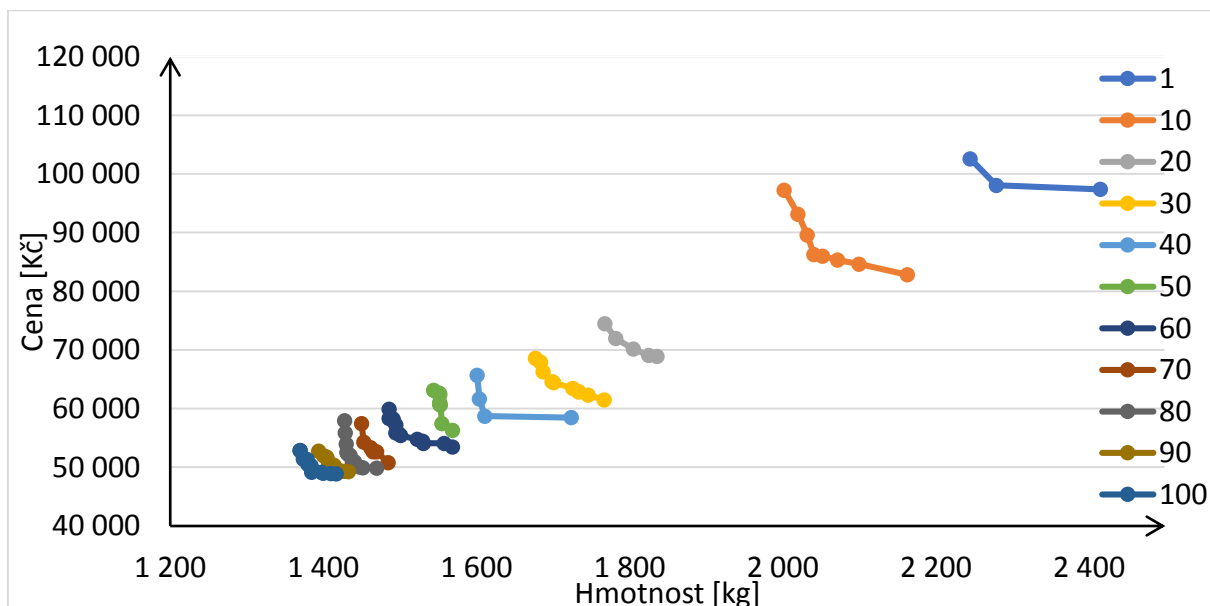


Účelová funkce – hmotnost a cena, databáze profilů – seřazeno podle M, velikost populace 72 jedinců.



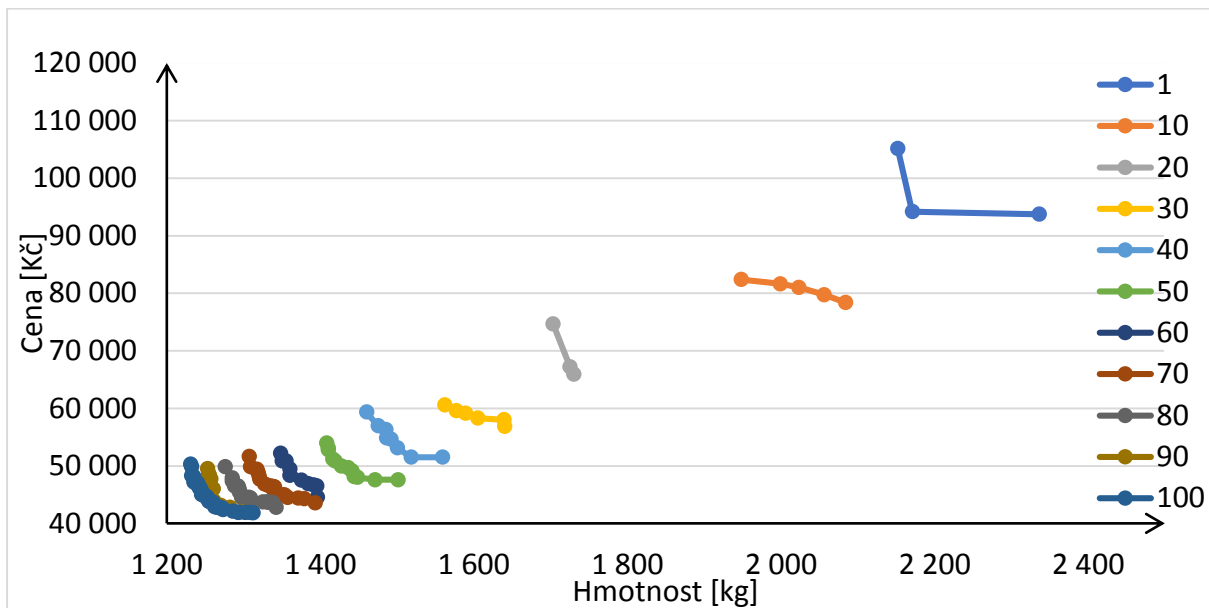
Obr. C 43: Graf znázorňující vývoj Pareto hranice pro dané generace, velikost populace je 72 jedinců, počítané pro 100 generací. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 1 788 kg (s cenou 73 888 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 69 341 Kč (s hmotností 1 863 kg).

Účelová funkce – hmotnost a cena, databáze profilů – seřazeno podle M, velikost populace 720 jedinců.



Obr. C 44: Graf znázorňující vývoj Pareto hranice pro dané generace, velikost populace je 720 jedinců, počítané pro 100 generací. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 1 370 kg (s cenou 52 843 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s cenou 48 877 Kč (s hmotností 1 417 kg).

Účelová funkce – hmotnost a cena, databáze profilů – seřazeno podle M, velikost populace 7 200 jedinců.



Graf znázorňující vývoj Pareto hranice pro dané generace, velikost populace je 7 200 jedinců, počítané pro 100 generací. Výsledku s nejmenší hmotností bylo dosaženo ve 100. generaci, a to s hmotností 1 231 kg (s cenou 50 319 Kč) a výsledku s nejnižší cenou bylo dosaženo v 95. generaci, a to s cenou 41 892 Kč (s hmotností 1 309 kg).