

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
KATEDRA OPTIKY

BAKALÁRSKA PRÁCA

Zdroj polarizačně entanglovaných párov fotonů
Kwiatovho typu



Vedúci bakalárskej práce:
Mgr. Antonín Černoch, Ph.D.
16. mája 2011

Vypracovala:
Sandra Drusová
Optika a optoelektronika
III. ročník

Čestné prehlásenie

Prehlasujem, že som túto bakalársku prácu vytvorila samostatne pod vedením Mgr. Antonína Černocho, Ph.D. a že som v zozname použitej literatúry uviedla všetky zdroje použité pri spracovaní práce.

V Olomouci dňa 16. mája 2011

.....

Podakovanie

Rada by som poďakovala svojmu vedúcemu Mgr. Antonínovi Černochovi, Ph.D. za všetky cenné rady pri realizácii tohto experimentu aj za čas venovaný konzultáciám pri následnom spracovaní tejto práce. Veľká vďaka tiež patrí Mgr. Eve Halenkovej a Mgr. Karlovi Lemrovi za vytvorenie príjemného pracovného prostredia a pomoc pri zorientovaní sa v laboratóriu kvantovej optiky.

Abstrakt

Cieľom tohto experimentu je zrealizovať zdroj polarizačne entanglovaných fotónových párov pôvodne postavený P. G. Kwiatom. Použijeme dva nelineárne kryštály BBO, kde sa entanglované fotónové páry generujú v procese spontánnej parametrickej zostupnej konverzie. Aby sme si overili, že náš zdroj funguje správne, uskutočníme viaceré merania zahŕňajúce tomografiu kvantového stavu, výpočet maximálneho Bellovho faktoru a meranie dvojfotónovej interferencie na deliči.

Abstract

The aim of this experiment is to realize the source of polarization-entangled photon pairs originally constructed by P. G. Kwiat. We will use two non-linear crystals BBO where polarization-entangled photon pairs are generated via spontaneous parametric down-conversion. In order to verify our source is functioning properly we will provide series of measurements including quantum state tomography, maximum Bell factor calculation and measurement of two-photon interference at a beam splitter.

Obsah

1	Úvod	1
2	Teoretická časť	2
2.1	Entanglement	2
2.2	Bellove stavy	2
2.3	Príprava polarizačne entanglovaných fotónových párov	3
2.3.1	Spontánna parametrická zostupná konverzia	3
2.3.2	Kwiatov zdroj	6
2.4	Analýza pripravených entanglovaných párov	7
2.4.1	Hongov-Ouov-Mandelov experiment	7
2.4.2	EPR Paradox, Bellove nerovnosti	9
2.4.3	Tomografia kvantového stavu	10
3	Experimentálna zostava	12
3.1	Zdrojová časť	13
3.2	Analýza stavu	14
3.3	Postup stavby Kwiatovho zdroja	16
3.4	Overovanie funkčnosti zdroja	17
3.5	Parametre experimentálnej zostavy	19
4	Výsledky	21
4.1	Separabilné stavy	22
4.2	Bellove stavy	24
4.3	Dvojfotónová interferencia	28
5	Záver	29
5.1	Výhody Kwiatovho zdroja	29
5.2	Diskusia výsledkov	29
	Príloha	31
A	Výpočet maximálnej dosiahnuteľnej vizibility HOM dipu	31
B	Výpočet šírky spektra naväzovaných fotónov	34
C	Výpočet parametrov gaussovského zväzku dopadajúceho na kryštál	35
	Literatúra	38

1 Úvod

Technologické pokroky v kvantovom spracovaní a prenose informácie sa postupom času stávajú atraktívnejšie aj pre iné obory okrem fyziky, najmä pre informatiku či elektrotechniku. Súčasné výsledky dokazujú, že kvantové vlastnosti systémov, ktoré sú z pohľadu klasickej fyziky nepochopiteľné a prekvapivé, umožnia vyriešiť niektoré problémy efektívnejšie. Príkladom využitia je skrátenie doby faktorizácie veľkých čísel, čo je jeden z prvých úspechov vo vývoji kvantového počítača.

Ktorýkoľvek z experimentov, či už sa jedná o kvantovú teleportáciu stavu alebo husté kvantové kódovanie, si vyžaduje zdroj entanglovaných fotónov.

My sme sa ako základ pre rozsiahlejšie experimenty v budúcnosti rozhodli postaviť Kwiatov zdroj, ktorý má pár výhod oproti iným zdrojom entanglovaných párov (napr. nelineárne optické vlákno, kvantová bodka, parametrická zostupná konverzia typu II). Ako prvú výhodu spomenieme variabilitu zdroja - dokáže pripraviť ľubovoľný čistý dvoj-fotónový stav. Príprava stavov si nevyžaduje dodatočné optické elementy, nemusíme ani kompenzovať rôzne nežiadúce efekty ako pri iných zdrojoch. Manipulácia so zdrojom je veľmi jednoduchá, ide o otáčanie a náklon fázových doštičiek. Ak budú splnené zákony zachovania energie a hybnosti, vieme vyrobiť entanglované páry akejkoľvek vlnovej dĺžky. Výhodou je aj jeho vysoká účinnosť - je schopný produkovať široké spektrum a veľký počet fotónových párov.

Teoretická časť práce sa bude zo začiatku venovať entanglementu a popisu správania fotónov vykazujúcich túto vlastnosť v oblasti polarizácie. V kapitole 2.3 sa bude rozoberať spôsob prípravy polarizačne entanglovaných fotónových párov pomocou nelineárneho procesu spontánnej parametrickej zostupnej konverzie a pôvodný návrh samotného Kwiatovho zdroja. V kapitole 2.4 vysvetlíme, ako fungujú metódy, z ktorých sme získali informácie o produkovaných stavoch. Ide o tomografiu kvantového stavu, testy Bellových nerovností a pozorovanie prejavov dvojfotónovej interferencie na deliči.

V tretej kapitole je popísaný konkrétny postup pri zostavovaní Kwiatovho zdroja v laboratóriu a doladovaní jeho funkčnosti. V texte je uvedená aj charakteristika jednotlivých komponentov z experimentálnej zostavy.

V závere zhodnotíme kvalitu získaných výsledkov s ohľadom na teoreticky dosiahnuteľné hodnoty a nedokonalosť experimentálnej zostavy.

2 Teoretická časť

Objekty v kvantovom svete majú niektoré vlastnosti, ktoré sú nám z pohľadu klasického chápania sveta protiintuitívne. Veličiny, ktoré sa v makrosvete menia spojitou (napr. energia, moment hybnosti), sa v mikrosvete menia skokovito, po dávkach – kvantách. Fundamentálnou vlastnosťou kvantových systémov je náhodnosť a fyzikálne zákony majú štatistický charakter. Ďalší rozdiel sa prejaví pri meraní vlastností systému. Samotné meranie do systému zasahuje a taktiež niekedy závisí na poradí meraní, pretože veličiny zviazané reláciami neurčitosti sa vzájomne ovplyvňujú. Nedokážeme predpovedať výsledok merania, ktoré sa uskutoční pri rovnakých podmienkach ako predchádzajúce, vieme len pravdepodobnosť, s akou sa zopakuje určitá nameraná hodnota. Navyše zisťujeme, že u kvantových objektov sa prejavuje vlnový aj časticový charakter - častice už nie sú „len“ časticami a vlny „len“ vlnami.

Veľmi dôležitou zo zvláštností kvantovej fyziky majúcou už aplikácie v prenose a spracovaní kvantovej informácie, kvantovom počítaní, kódovaní je práve entanglement.

2.1 Entanglement

Výraz entanglement sa prekladá ako „previazanosť“. Určuje vzájomný vzťah medzi kvantovými systémami silnejší ako ktorákoľvek korelácia v klasickom svete. **Entanglovaný stav** je neseparabilný – nedá sa rozložiť na direktný súčin stavov jednotlivých podsystémov aj napriek tomu, že sú separované priestorovo. Systém viacerých entanglovaných častíc musíme brať ako celok popísaný jedinou vlnovou funkciou až kým sa ho nepokúsime meraním vyprojektovať do zvolenej bázy. Výsledky meraní na jednej častici systému samostatne sú úplne náhodné, častica je v zmiešanom stave, avšak výsledky meraní pre všetky častice vykazujú jasné korelácie. Meraním stavu prvej častice automaticky získame informáciu o stave ostatných entanglovaných častíc – spoločná vlnová funkcia skolabuje. Táto základná vlastnosť platí pre merania v ľubovoľnej báze.

V tejto práci sme sa snažili pripraviť polarizačne entanglované fotónové páry - vzájomne nerozlíšiteľné v polarizácii. Ak skúmame len jednu časticu z páru, javí sa ako nepolarizovaná, takže systém sa nachádza v superpozícii báзовých stavov, napr. si zvolíme horizontálnu a vertikálnu lineárnu polarizáciu $|H\rangle$ a $|V\rangle$. Pre systém pripravený v entanglovanom stave platí, že ak nameriame prvý fotón diagonálne polarizovaný, druhý bude antidiagonálne a ak druhý bude pravotočivo kruhovo polarizovaný, prvý musí byť ľavotočivo. Táto charakteristika zodpovedá dvom z maximálne entanglovaných Bellových stavov $|\Psi^+\rangle$ a $|\Psi^-\rangle$.

2.2 Bellove stavy

Budeme uvažovať mincu ako jednoduchý klasický systém. Hod mincou sa používa pri rozhodovaní pretože vieme, že vždy dostaneme jednu z dvoch diskretných hodnôt – rub alebo líce. Pre dve mince môžu nastať 4 kombinácie: RR, RL, LL, LR.

Základnou vlastnosťou kvantových systémov je princíp superpozície. V kvantovom svete by sa minca nachádzala v stave $|M\rangle = \alpha|R\rangle + \beta|L\rangle$, pričom koeficienty α a β zviazané vzťahom $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ by udávali pravdepodobnosti získania výsledku $|R\rangle$ alebo $|L\rangle$. Za kvantovú mincu považujeme v podstate to, čomu sa v kvantovej informatike hovorí qubit (kvantový bit). V systéme dvoch mincí sa dá použiť analógia s dvomi fotónmi ľavotočivo (L - left) a pravotočivo (R - right) kruhovo polarizovanými, kde R a L polarizáciu budeme považovať za bázy pre každú z častíc. V 4-dimenziálnom priestore dvoch dvojstavových častíc môžeme ako bazové vektory nájsť štvoricu maximálne entanglovaných stavov nazývaných **Bellove stavy**, pretože maximálne porušujú Bellove nerovnosti, ktoré vysvetlíme v sekcii 2.4.2. Stavy

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|RR\rangle + |LL\rangle) \quad (1)$$

$$|\Phi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|RR\rangle - |LL\rangle) \quad (2)$$

$$|\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|RL\rangle + |LR\rangle) \quad (3)$$

tvoria trojicu stavov symetrických voči vzájomnej zámene prvej a druhej častice - **triplet**,

$$|\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|RL\rangle - |LR\rangle) \quad (4)$$

je **singletný** asymetrický stav.

Výhodou týchto stavov je, že pokiaľ chceme prechádzať od $|\Phi\rangle$ k $|\Psi\rangle$, stačí nám manipulovať s polarizáciou len jednej častice systému [2].

2.3 Príprava polarizačne entanglovaných fotónových párov

2.3.1 Spontánna parametrická zostupná konverzia

Z praktického hľadiska sa ako najdostupnejšie ukázali zdroje polarizačne entanglovaných fotónov využívajúce **spontánnu parametrickú zostupnú konverziu** (SPDC - spontaneous parametric down-conversion) – kvantový jav, ktorý je dôsledkom nelineárnej odozvy optického prostredia na silné elektromagnetické pole. Na experimentálnu realizáciu zdrojov SPDC sa preto využívajú intenzívne lasery. Proces je stimulovaný náhodnými fluktuáciami vákua. Optický zväzok nelineárnym kryštálom (v praxi sú najčastejšie využívané KNbO_3 , LiIO_3 , LiNbO_3 , $\beta\text{-BaB}_2\text{O}_4$, KDP) prejde takmer nezmenený, a s veľmi malou avšak nenulovou pravdepodobnosťou dôjde k inverznému procesu ako je generácia druhej harmonickej. Pri druhej harmonickej sa dva čerpacie fotóny spoja na jeden výstupný s dvojnásobnou energiou a polovičnou vlnovou dĺžkou, kým pri SPDC sa jeden čerpací fotón (p - pump) rozdelí na fotónový pár. Samotný kryštál je len médium, parameter systému, pri SPDC nedochádza k výmene energie medzi fotónmi a kryštálom.

Z historických dôvodov sú dva vzniknuté fotóny s nižšou frekvenciou a väčšou vlnovou dĺžkou označované ako **signálny** (s - signal) a **jalový** (i - idler). Oba musia spĺňať zákon zachovania energie

$$E_p = E_s + E_i \quad (5)$$

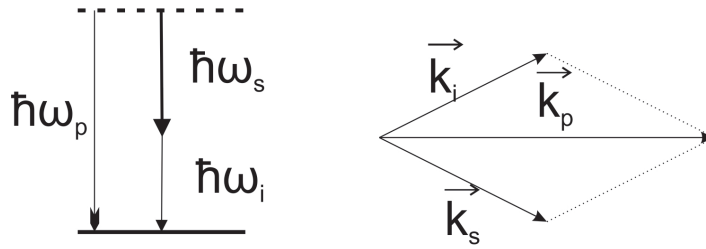
$$\hbar\omega_p = \hbar\omega_s + \hbar\omega_i \quad (6)$$

a zákon zachovania hybnosti

$$\vec{p}_p = \vec{p}_s + \vec{p}_i \quad (7)$$

$$\hbar\vec{k}_p = \hbar\vec{k}_s + \hbar\vec{k}_i \quad (8)$$

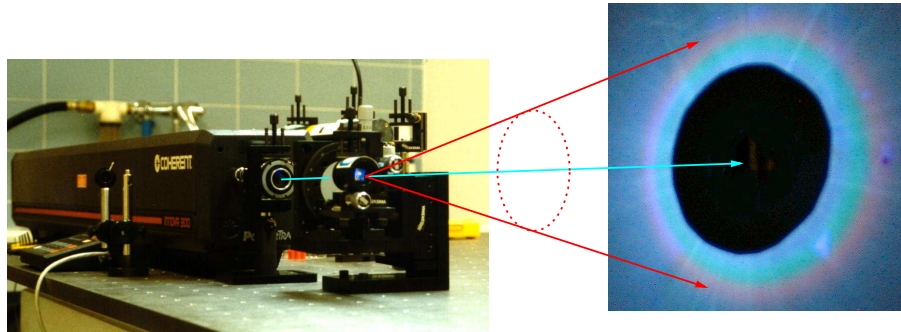
kde $\hbar = 1,055 \cdot 10^{-34}$ J.s značí redukovanú Planckovu konštantu, E energiu, ω frekvenciu, \vec{p} hybnosť a \vec{k} vlnový vektor fotónu.



Obr. 1: Grafické znázornenie zákona zachovania energie (vľavo) a hybnosti (vpravo) pri SPDC

Rovnice (7) a (8) sú vyjadrením **podmienky fázovej synchronizácie**, ktorá určuje smer, akým vzniknuté fotóny z kryštálu vyletujú. Fotóny vznikajú v čase náhodne, spontánne, ale vždy v páre, sú teda časovo korelované. Pre jednu vlnovú dĺžku ležia všetky priestorovo prípustné vlnové vektory \vec{k}_i na povrchu kužeľa, dráhy fotónov z jedného páru ležia na protíľahlých stranách voči čerpaciemu zväzku. Pre inú vlnovú dĺžku je odklon vlnového vektoru signálneho a jalového fotónu voči čerpaciemu fotónu rôzny, čo sa na tieňidle prejaví priestorovou separáciou jednotlivých farieb (pozorujeme farebné spektrum, viď obrázok 2).

Podmienka fázovej synchronizácie sa dá splniť len v anizotropných kryštáloch, kde je index lomu závislý na polarizácii a smere šírenia svetla. Môžu nastať dva prípady: oba fotóny sa v dvojlomnom kryštále šíria v riadnom (ordinary) smere (typ I) alebo jeden v riadnom a druhý v mimoriadnom (extraordinary) smere (typ II).



Obr. 2: Farebné spektrum fotónov produkovaných pri SPDC. Z oblasti sa vyberajú fotóny s konkrétnou vlnovou dĺžkou pre ďalšie experimentálne využitie. (prevzaté z [8])

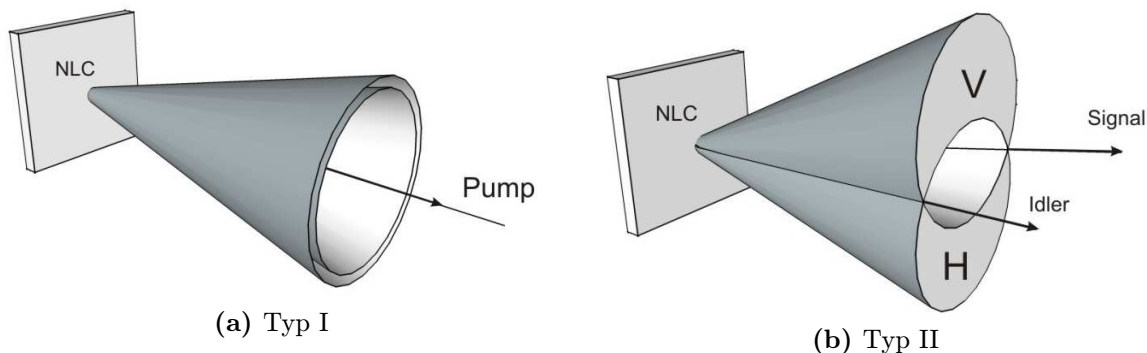
Typ I: $e \rightarrow oo$

Signálny a jalový fotón splňujúce (5) a (7) budú emitované do dvoch priestorových kužeľov so spoločnou osou danou smerom čerpaceho zväzku (obrázok 3). Pri SPDC sa generuje celé spektrum fotónov od infračervenej po viditeľnú oblasť, ak však chceme vybrať korelované fotóny s rovnakou vlnovou dĺžkou, budú ležať na obode kružnice vytvorenej kužeľom na tienidle a ich spojnica musí prechádzať stredom (miesto dopadu čerpaceho zväzku). Oba majú rovnakú polarizáciu, ortogonálnu k polarizácii čerpania. Pri kolineárnej SPDC je kužeľ zdegenerovaný na polpriamku, oba fotóny sa šíria v smere totožnom s čerpacím zväzkom. Pri SPDC typu I s použitím jedného kryštálu sa dajú vytvoriť fotónové páry entanglované v čase a energii, ale nie v polarizácii.

Typ II: $e \rightarrow oe$

Pri tomto type SPDC vznikajú dva fotóny s navzájom ortogonálnymi polarizáciami napr. lineárnou horizontálnou a vertikálnou. Každý je emitovaný do iného kužeľa a kužeľa sa obecné nemusia vôbec pretínať (obrázok 3). Polarizačne entanglované páry získame viacerými spôsobmi: pri kolineárnej SPDC alebo dotyku kužeľov práve v jednom bode musíme odfiltrovať čerpací zväzok a rozdielne polarizované fotóny oddeliť na nepolarizačnom deliči – s 50 % pravdepodobnosťou sa pár rozdelí do dvoch odlišných priestorových módoch (výstupné ramená). Ak budeme predpokladať, že kužeľa sa pretínajú, existujú dve polpriamky pozdĺž ktorých sa môžu šíriť entanglované fotóny, pretože v miestach priesečníkov nevieme rozhodnúť o konkrétnej polarizácii fotónu, teda ku ktorému kužeľu patrí. Výsledné pole je tvorené lineárnou superpozíciou alternatív $|H\rangle_s|V\rangle_i$ a $|H\rangle_i|V\rangle_s$.

Entanglované fotóny si môžeme pripraviť priamo pri SPDC typu II, ale kvôli dvojlomnosti kryštálu sa začne prejavovať nežiadúci **walk-off** medzi fotónmi v páre – riadna a mimoriadna polarizácia sa šíri rôznymi rýchlosťami. Môže to mať za následok väčší stupeň rozlíšiteľnosti medzi fotónmi a zníženú mieru entanglementu. Tieto nežiadúce efekty sa dajú čiastočne zlepšiť vložением kompenzačných kryštálov do výstupných ramien, pričom kryštály majú rovnaký dvojlom a polovičnú hrúbku ako nelineárny kryštál. Walk-off sa



Obr. 3: Schematické znázornenie procesu spontánnej parametrickej konverzie pre dva fotóny splňujúce podmienku fázovej synchronizácie

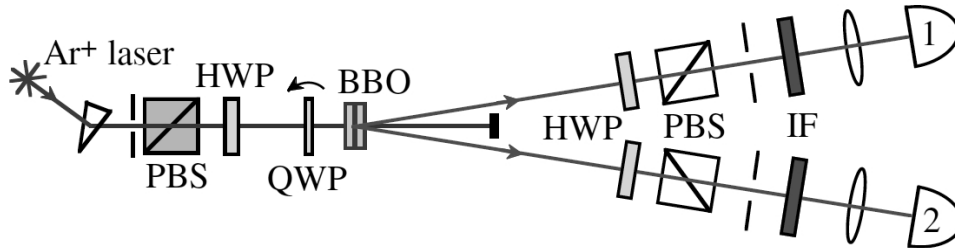
dá kompenzovať aj znížením hrúbky kryštálu, vyrábajú sa ako tenké 1 mm diely. Naopak, pre typ I sú kryštály obecné hrubšie na zvýšenie účinnosti vytvárania fotónových párov. Fotóny sú vo výsledku korelované, ale nesplňujú požiadavku previazanosti v polarizácii. Postup, ako vytvoriť entanglované páry aj pre SPDC I bude popísaný v nasledujúcej kapitole.

2.3.2 Kwiatov zdroj

Efektívnejší spôsob, ako vyrábať kvantovo previazané častice oproti zdroju, kde je splnená podmienka fázovej synchronizácie typu II, bol prvýkrát realizovaný v roku 1999 Paulom G. Kwiatom a spol. v Los Alamos [3]. Experimentálna zostava je naznačená na obrázku 4.

Diagonálne lineárne polarizovaný čerpací zväzok z Ar^+ laseru s vlnovou dĺžkou 351,1 nm dopadá na dva tesne za sebou usporiadané tenké kryštály BBO, ktorých optické osi ležia v dvoch kolmých rovinách. Na základe SPDC typu I sa v jednom kryštále generujú horizontálne polarizované fotónové páry s väčšou vlnovou dĺžkou, v druhom vznikajú s rovnakou pravdepodobnosťou dva vertikálne lineárne polarizované. Ak fotóny zachytáme v dostatočnej vzdialenosti, kryštály sú tenké a kužele vygenerovaných fotónov sa prekrývajú, nedá sa rozlíšiť, v ktorom kryštále fotóny vznikli. Kwiatov zdroj automaticky produkuje stavy $1/\sqrt{2}(|HH\rangle + e^{i\phi}|VV\rangle)$ pokiaľ je čerpanie nastavené na diagonálnu polarizáciu. Fázový člen $e^{i\phi}$ je prejavom fázových zmien a súvisí s geometriou usporiadania, nenulovou hrúbkou nelineárneho kryštálu, kde fotónové páry nevznikajú v rovnakom mieste. Fáza ϕ sa dá korigovať nakláňaním štvrtvlnovej doštičky zaradenej v zostave pred kryštálom a uhol lineárnej polarizácie vstupujúceho zväzku sa mení rotáciou polvlnovej doštičky. Na analýzu polarizácie fotónov boli do každého ramena umiestnené polvlnová doštička a polarizačný delič. Na výstupe sa vyseletovali dva frekvenčne degenerované fotóny s vlnovou dĺžkou 702 nm vyletujúce v kuželloch pod uhlom približne 3° vzhľadom k čerpaciemu zväzku. Nežiadúce spektrum sa orezalo interferenčnými filtermi s maximom

priepustnosti na 702 nm. Fotóny boli sfokusované šošovkami a naviazané do vlákien vedúcich do jednofotónových detektorov – kremíkových lavínových fotodiód. Pomocou tejto jednoduchšej geometrie sa dajú pripraviť veľmi čisté stavy s vysokou mierou entanglementu vrátane všetkých Bellových stavov.



Obr. 4: Kwiatov zdroj (prevzaté z [3])

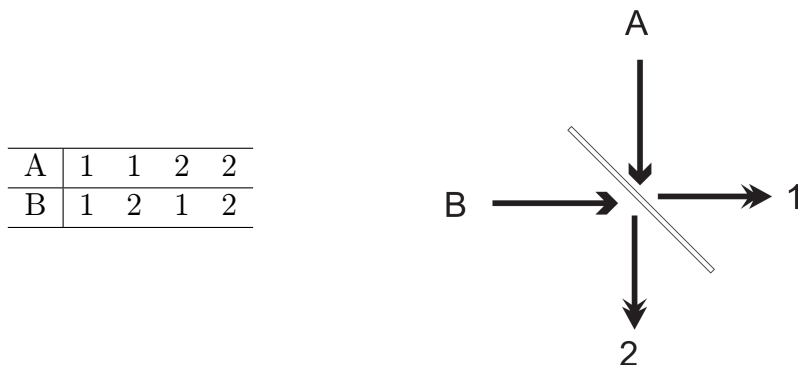
2.4 Analýza pripravených entanglovaných párov

Ako dobre dokážeme Kwiatovým zdrojom generovať separabilné a entanglované stavy, budeme posudzovať podľa nasledujúcich kritérií: o nerozlišiteľnosti fotónov v páre navzájom nám vypovedá vizibilita Hongovho-Ouovho-Mandelovho dipu, pre kompletnú znalosť o systéme spravíme polarizačnú tomografiu, z ktorej získame z matice hustoty aj údaje o čistote stavu, miere entanglementu a fáze, a v konečnom kroku si potvrdíme entanglement výpočtom Bellovho faktoru.

2.4.1 Hongov-Ouov-Mandelov experiment

Zaujímavé javy vznikajúce pri dopade časovo korelovaných fotónov na delič si všimli Hong, Ou a Mandel [4]. Cieľom bolo na základe vzniknutej interferencie zistiť časovú separáciu fotónov produkovaných v nelineárnom kryštále pri SPDC. V tomto prípade sa jedná o interferenciu 4. rádu, teda interferenciu intenzít, súvisiacu s prekryvom vlnových balíkov fotónov. Ak sú fotóny dopadajúce na delič rozlišiteľné, realizujú sa všetky štyri možnosti (viď obrázok 5).

Ak je rozdiel dráh fotónov dostatočne malý, ich vlnové balíky sa začnú navzájom prekrývať a nedá sa rozlíšiť medzi prípadmi prechod-prechod (A-2, B-1) a odraz-odraz (A-1, B-2). Na deliči s polopriepustnou vrstvou na jednej strane deliacej doštičky nastane vždy jeden odraz na opticky hustejšom prostredí. Dôjde k zmene fázy o $\pi/2$ a preto sa deštruktívnou interferenciou prípady prechod-prechod a odraz-odraz vyrušia. Fotóny sa na deliči zhlukujú a opustia ho spoločne jedným z výstupov, čo môžeme pozorovať ako pokles počtu súčasných detekcií (**koincidencií**) v oboch ramenách za deličom. Počet koincidencií v závislosti na dráhovom a súčasne aj časovom rozdiel medzi dopadajúcimi fotónmi je nazývaný tzv. **Hongovým-Ouovým-Mandelovým (HOM) dipom**. Tvar



Obr. 5: Správanie dvoch fotónov na deliči zväzku

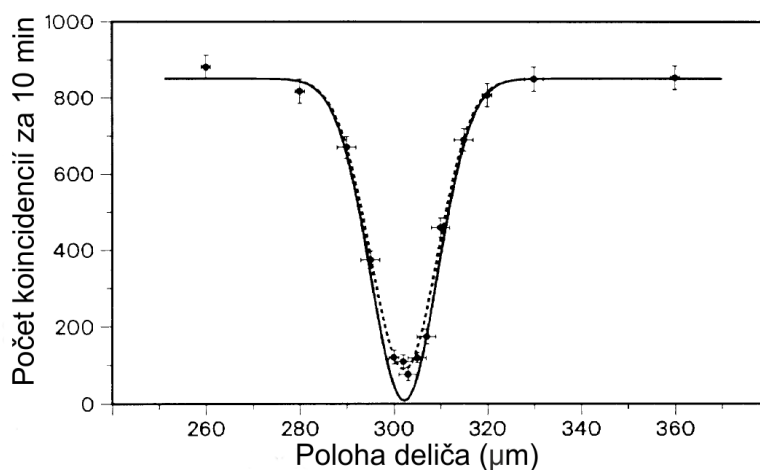
spektra vlnového balíku čerpacieho fotónu, ktoré je pri laseri najčastejšie gaussovské, udáva tvar dipu - prevrátená gaussovská krivka (obrázok 6).

Mieru nerozlíšiteľnosti fotónov môžeme posudzovať podľa **visibility** HOM dipu definovanej ako

$$V = \frac{C_{max} - C_{min}}{C_{max} + C_{min}} \quad (9)$$

kde C_{max} a C_{min} značia maximálny počet zaregistrovaných koincencií mimo dip a minimálny počet v dipe. V ideálnom prípade pri dokonalom časovom prekryve fotónov klesnú koincencie na nulu a dostaneme 100 % vizibilitu. Ak oba dopadajúce fotóny majú rôzne frekvencie, dip je asymetrický, premodulovaný sínusovkou a dochádza k zníženiu jeho vizibility.

Ďalšou charakteristikou dipu je **šírka v polovici maxima** (FWHM - Full width at half maximum), ktorá priamo súvisí so spektrom fotónov – čím majú širšie spektrum, tým užší prekryv a úzky dip.



Obr. 6: HOM dip (prevzaté z [4])

Nie všetky entanglované dvojfotónové stavy sa však na deliči správajú ako bolo doteraz popísané. Triplet Bellových stavov $|\Phi^+\rangle, |\Phi^-\rangle, |\Psi^+\rangle$ sa prejaví dipom, singletný Bellov stav $|\Psi^-\rangle = 1/\sqrt{2}(|HV\rangle - |VH\rangle)$ realizuje na deliči **antidip**. Fotóny sa na deliči antizhlukujú – počet koincidencií v antidipe pri nulovom časovom rozdiely medzi fotónmi stúpa až na dvojnásobok hodnoty mimo dip.

2.4.2 EPR Paradox, Bellove nerovnosti

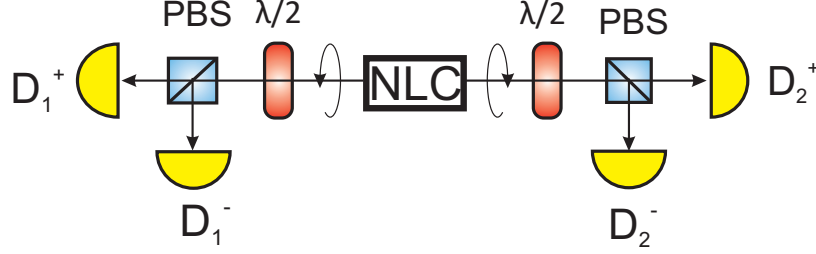
V roku 1935 sa Einstein, Podolsky a Rosen pokúšali upozorniť na fakt, že kvantová teória je neúplná a sformulovali myšlienkový experiment nazývaný podľa nich **EPR paradox**, ktorý poukázal na to, že predpovede dané kvantovou fyzikou sú nezlučiteľné s klasickou fyzikálnou intuíciou. Teoreticky predpovedali existenciu entanglovaných častíc so spoločnou vlnovou funkciou. Majme na začiatku dva interagujúce kvantové systémy, ktoré následne priestorovo oddelíme aby sme zamedzili kontaktu. Ak budeme merať hybnosť prvej častice, vieme zo vzájomného vzťahu častíc súčasne určiť aj hybnosť druhej. Rovnako zistíme aj polohu prvej častice na základe polohy druhej. Výsledok naznačuje porušenie princípu neurčitosti – polohu aj hybnosť častice vieme s rovnakou neurčitou. Meranie na jednej častici spôsobí kolaps spoločnej vlnovej funkcie a v dôsledku vzájomnej korelácie sa vyprojektuje aj druhá, čo by „paradoxne“ vyžadovalo komunikáciu nadsvetelnou rýchlosťou a porušenie princípu kauzality. Pokiaľ sú ale obe častice dostatočne vzdialené, je časová súslednosť otázkou voľby pozorovacej sústavy, takže kvantová teória nie je v spore s teóriou relativity.

Niektorí vedci entanglement odmietali a predpokladali, že hodnoty výsledkov meraní uskutočnených na entanglovaných časticiach musia byť už dopredu určené pomocou neznámych fyzikálnych procesov ako „skryté parametre“ zodpovedajúce určitým „prvkom reality“. Overiť experimentálne spor medzi správnosťou popisu sveta pomocou kvantovej teórie a **teórie so skrytými parametrami** nebolo možné až do prelomovej práce J. S. Bella [5]. Jeho úvahy sa dajú zhrnúť do tzv. NO-GO teorému: *žiadna fyzikálna teória lokálnych skrytých parametrov nedokáže nikdy zreprodukovať všetky predpovede kvantovej mechaniky*. Bell predpokladal, na základe EPR paradoxu je kvantová mechanika neúplná teória a pre teóriu skrytých parametrov sformuloval Bellove nerovnosti na časticiach so spinom $\frac{1}{2}$. Podobne sa dajú odvodiť aj pre polarizačne entanglované fotónové páry. Nasledujúce experimenty súhrnne nazývané testy porušenia Bellových nerovností hovorili jasne v prospech kvantovej mechaniky.

Pre polarizačné dvojfotónové stavy zisťujeme hodnotu **Bellovho faktoru**, ktorý by podľa Bellovej nerovnosti mal nadobúdať hodnotu maximálne 2. V praxi pre entanglované stavy dostaneme hodnotu vyššiu ako 2, maximálny Bellov faktor je $2\sqrt{2} \approx 2.828$. Vypočítame ho vhodným súčtom alebo rozdielom korelačných funkcií pre konkrétne nastavenie signálnej a meracej bázy (uhly pootočenia polvlnových doštičiek ϑ_1 a ϑ_2 v analýze)

$$C(\vartheta_1, \vartheta_2) = \frac{C^{++} + C^{--} - C^{+-} - C^{-+}}{C^{++} + C^{--} + C^{+-} + C^{-+}} \quad (10)$$

C^{++} značí súčasnú koincidenčnú udalosť na detektoroch D_1^+ a D_2^+ , schéma je naznačená na obrázku 7.



Obr. 7: Experimentálne usporiadanie pre meranie Bellovho faktoru

V praxi si vystačíme aj s dvomi detektormi a ak chceme detekovať ortogonálnu polarizáciu k $+$, v danom ramene otočíme $\lambda/2$ o 45° . Bellov faktor sa vypočíta zo 4 korelačných funkcií, na výpočet jednej z nich potrebujeme namerať 4 hodnoty – celkom 16 koincidenčných meraní. Pri každej hodnote Bellovho faktoru určíme, o koľko odchýlok je nami vypočítaná hodnota väčšia ako 2.

2.4.3 Tomografia kvantového stavu

Kvantová tomografia je metóda umožňujúca získať charakteristiku kvantového stavu po vyhodnotení viacerých meraní vykonaných na stavoch vzniknutých za rovnakých podmienok. Každé meranie je spojené s iným nastavením meracích prístrojov a vo výsledku obdržime súbor dát, z ktorých je s pomocou štatistických metód zrekonštruovaná matica hustoty stavu. Jednou z metód je **Maximum Likelihood** (maximálna vierohodnosť, podobnosť). Cieľom je zo všetkých možných matíc hustoty vybrať tú, ktorá maximalizuje pravdepodobnosť získania nameraných výsledkov. Maximum Likelihood metóda sa využíva pri prenose kvantovej informácie, kde slúži na určenie fidelity prenášaného stavu - prekryv pripraveného stavu s cieľovým. Výhodne sa dá aplikovať aj na zistenie matice hustoty dvojfotónového entanglovaného stavu.

Postupne sa natáčaním $\lambda/2$ a $\lambda/4$ v dráhach oboch fotónov nastaví meracie bázy: horizontálna x vertikálna, diagonálna x antidiagonálna lineárna polarizácia, ľavotočivá x pravotočivá kruhová polarizácia. Pre všetky kombinácie báz (celkom 6×6 meraní) sa registrujú koincidence na detektoroch. Tzv. Likelihood súboru dát f_j , ktoré sme tak získali je daný ako

$$L(\hat{\rho}) = \hat{\Pi}_j p r_j^{f_j} \quad (11)$$

kde $\hat{\Pi}_j$ je projekčný operátor zodpovedajúci projekcii fotónu do určitej meracej bázy a

$$p r_j^{f_j} = Tr[\hat{\Pi}_j \hat{\rho}] \quad (12)$$

je pravdepodobnosť získania j-tého výsledku zo súboru. Aby sme našli maticu hustoty $\hat{\rho}$, ktorá maximalizuje Likelihood (11), zavedieme si operátor

$$\hat{R}(\hat{\rho}) = \sum_j \frac{f_j}{pr_j} \hat{\Pi}_j. \quad (13)$$

Pre súbor dát ρ_0 , ktorý najviac zodpovedá skutočným dátam, platí $f_j \propto pr_j$. Vieme, že $\sum_j \hat{\Pi}_j \propto 1$, z čoho vyplýva, že $\hat{R}(\hat{\rho}_0) \propto \hat{1}$ a

$$\hat{R}(\hat{\rho}_0)\hat{\rho}_0\hat{R}(\hat{\rho}_0) \propto \rho_0 \quad (14)$$

Vzťah (14) tvorí základ iteračného algoritmu. Na začiatku sa vychádza z matice hustoty maximálne zmiešaného stavu (jednotková matica 4x4) $N[\hat{1}]$. Po každom meraní sa vypočíta prekryv projektoru s maticou hustoty získanou v predošlom kroku a súčasná matica hustoty sa prispôsobí novým dátam:

$$\hat{\rho}^{(k+1)} = N[\hat{R}(\hat{\rho}^{(k)})\hat{\rho}^{(k)}\hat{R}(\hat{\rho}^{(k)})] \quad (15)$$

Likelihood sa zvyšuje a touto iteračnou metódou sa vyestimuje výsledná matica $\hat{\rho}$, ktorá najviac zodpovedá nameraným hodnotám koincencií [6].

Ak už máme maticu hustoty stavu $\hat{\rho}$, čistota stavu je definovaná ako

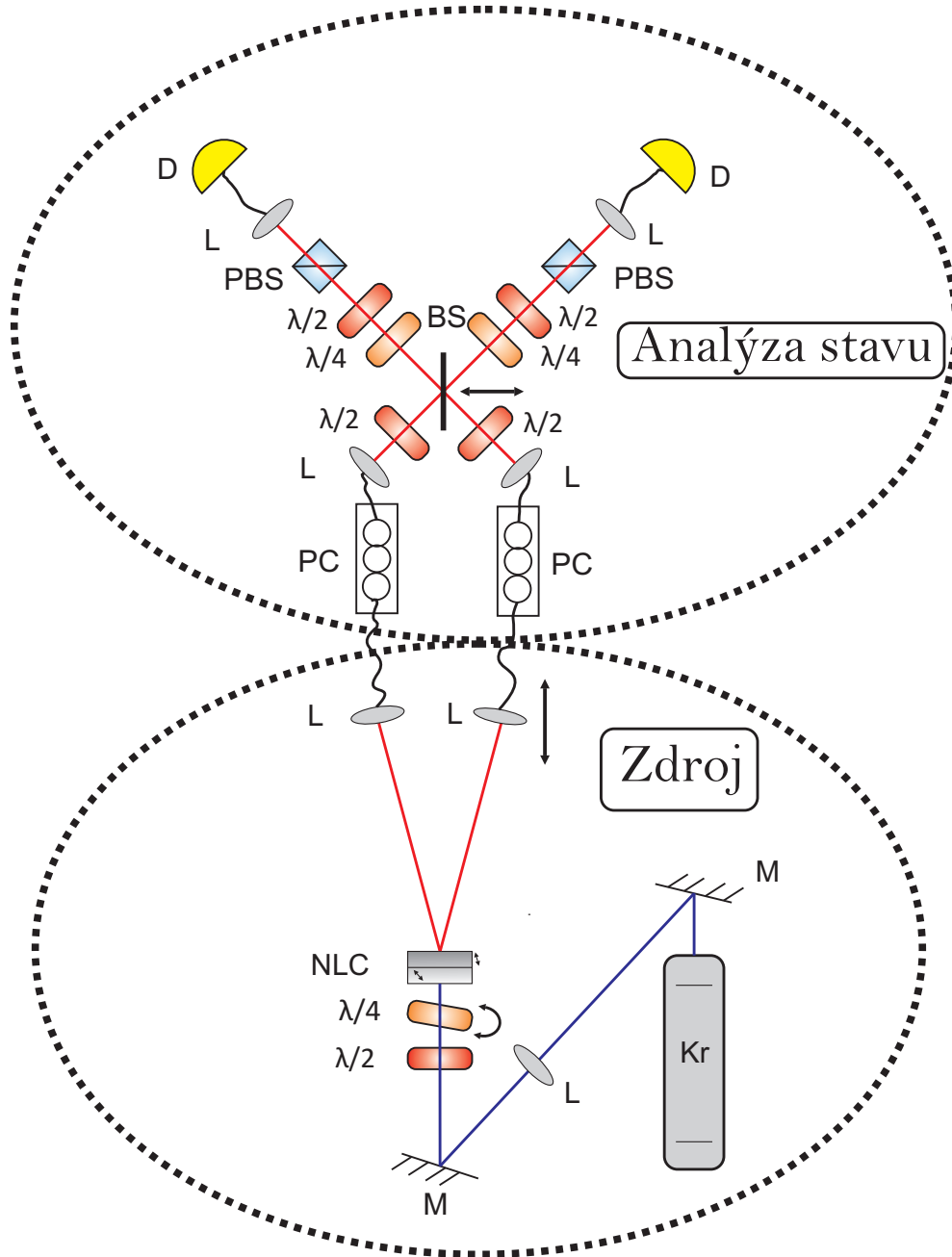
$$\mu = Tr[\hat{\rho}^2] \quad (16)$$

Ako mieru entanglementu používame logaritmicкую negativitu, ktorá je pre dvojčasticový systém pozostávajúci z dvoch subsystemov A a B je definovaná ako

$$N(\hat{\rho}) = \log_2 \|\hat{\rho}^{TA}\|_1 \quad (17)$$

pričom $\hat{\rho}^{TA}$ značí čiastočnú transpozíciu matice hustoty popisujúcej subsystem B cez subsystem A a $\|\cdot\|_1$ značí normu cez stopu.

3 Experimentálna zostava



Obr. 8: Schéma experimentu: Kr - Kryptónový laser, M - zrkadlo, L - šošovka, $\lambda/2$ - polvlnová doštička, $\lambda/4$ - štvrtvlnová doštička, NLC - nelineárny kryštál, PC - polarizačný kontroler, BS - nepolarizačný delič, PBS - polarizačný delič, D - detektor

3.1 Zdrojová časť

Laser

Čerpací zväzok bol získaný z kryptónového laseru [Innova 300, COHERENT]. Dutina je vyplnená plynným kryptónom a laser dokáže svietiť až na 17 vlnových dĺžkach a ich kombináciach. Pre náš experiment bola použitá vlnová dĺžka 356,4 nm, ktorú sme si zvolili pomocou náklonu hranolu pred zrkadlom rezonátoru. Na výstupe sme získali vertikálne lineárne polarizovaný gaussovský zväzok (TEM_{00} mód) a vyššie módy sme orezali kruhovou clonkou vnútri rezonátoru. Laser pracoval s výkonom 75 mW. Zväzok bol na kryštál sfokusovaný spojnou šošovkou s ohniskovou vzdialenosťou 1000 mm [EKSMA]. Z dôvodu nedostatku priestoru na optickom stole nebol pás presne na kryštále, ale 27 cm pred ním.

Nelineárny kryštál

Ako nelineárne médium vhodné na generáciu entanglovaných fotónových párov sme vybrali dvojlomný kryštál BBO [EKSMA] orezaný výrobcem tak, aby sa páry s rovnakou frekvenciou šírili pod nami zvoleným uhlom 4° vzhľadom k čerpaciemu zväzku. V objímke sú tesne za sebou umiestnené dva kryštálové kvádre s hrúbkou 1 mm, ktorých optické osi ležia v navzájom kolmých rovinách. V oboch kryštáloch dochádza k SPDC typu I.

Fázové doštičky

Fázové doštičky sú optické elementy z dvojlomného materiálu, napr. kremeň alebo slúda. Sú vyrezané tak, aby optická os bola rovnobežná so vstupnou a výstupnou plochou. Svetlo dopadajúce kolmo sa v kryštále šíri rôznymi rýchlosťami v závislosti na polarizácii, dochádza tak k tzv. fázovému posuvu. Zmenou hrúbky doštičky pri fixnej vlnovej dĺžke sa mení fázový rozdiel medzi riadnou a mimoriadnou vlnou. Ak je fázový posuv π (resp. $\pi/2$), vo vlnových dĺžkach to je vzdialenosť $\lambda/2$ ($\lambda/4$), ide o polvlnovú (štvrtvlnovú) fázovú doštičku nultého rádu, pretože fázový rozdiel je určený až na aditívnu konštantu celočíselný násobok 2π . Na úpravu polarizácie vstupujúceho zväzku sme umiestnili do jeho dráhy polvlnovú doštičku, ktorá otočením o uhol α otáča rovinu lineárne polarizovaného svetla o uhol 2α . Náklonom štvrtvlnovej doštičky sme menili vzdialenosť, ktorú musí zväzok prejsť v prostredí s rozdielnym indexom lomu, čím sme korigovali fázový posuv medzi horizontálne a vertikálne polarizovanou zložkou zväzku. Všetky použité doštičky v experimentálnej zostave sú nultého rádu na vlnovú dĺžku 710 nm okrem doštičiek v čerpaní, tie sú na 355 nm [EKSMA].

Frekvenčné filtre

Nežiaduci rozptyl čerpania (356,4 nm) v kryštále sme odstránili hranovým filtrom prepúšťajúcim vlnové dĺžky väčšie ako 690 nm. Priepustnosť filtra nabieha postupne, na 690 nm je polovičná, na 710 nm a vyššie je 90 %.

Naväzovače do optického vlákna

Spektrálnu filtráciu naväzovaného signálu zaisťuje samotná poloha naväzovačov. Pomocou cloniek umiestnených v rovnakej uhlovej vzdialenosti oproti čerpaciemu zväzku sme si z množstva frekvenčne odlišných entanglovaných párov v celom priestorovom kuželi vybrali len malú oblasť spektra, kde sme predpokladali výskyt entanglovaných párov s rovnakou frekvenciou. Za každou clonkou je umiestnená asférická šošovka [C280 TME-B, Thorlabs] s antireflexnou vrstvou na 600-1050 nm ($f=18,4$ mm) kolimujúca privedený signál do jednomódového vlákna. Naväzovače pozostávajú z mechanických posuvov a rotácií v horizontálnom aj vertikálnom smere. Posuvy sú presné na stotiny milimetra.

Motorizovaný posuv naväzovača

Pri HOM interferencii je kľúčový prekryv vlnových balíkov signálneho a jalového fotónu, ktorý zaisťujeme minimalizovaním rozdielu v dĺžke jednotlivých ramien interferometru, preto je potrebné polohu naväzovača zaisťiť s veľkou presnosťou. Mikrometrický posuv v smere šírenia jedného z fotónov sme ovládali elektronicky pomocou motoru s rozsahom 25 mm a minimálnym krokom $0,1 \mu\text{m}$ [Oriol]. Dráhový rozdiel $0,1 \mu\text{m}$ zodpovedá časovému oneskoreniu o $3,334 \cdot 10^{-16}$ s.

Jednomódové optické vlákna

Jednomódovým vláknom sa môže šíriť iba základný mód (TEM_{00}) pri konkrétnej vlnovej dĺžke, takže naviazaním je zaisťená filtrácia priestorových módov. Použité vlákna [Thorlabs] majú priemer $125 \mu\text{m}$, priemer módového poľa je $4,2 \mu\text{m}$ a sú zakončené koncovkami FC/PC.

3.2 Analýza stavu

Polarizačné kontroléry

Polarizačné kontroléry sú zariadenia, kde je vlákno navinuté do slučiek tak, aby simulovali fázové doštičky. Pomocou jemného natáčania ramien kontroléru sa kompenzujú zmeny polarizácie spôsobené šírením signálu vo vlákne.

Vyväzovače do voľného priestoru

Majú podobnú stavbu ako naväzovače, prevádzajú signál späť z vlákna do voľného priestoru pomocou asférickej šošovky ($f=15,29$ mm) [C260 TME-B, Thorlabs]. Rovnaké šošovky boli použité aj v naväzovačoch v tejto časti zostavy.

Nepolarizačný delič

V experimente bol delič zaradený pre merania s účelom získania HOM dipu. Ak budú fotóny nerozlišiteľné, prejdú oba súčasne jedným výstupom deliča. Odrazivosť a priepustnosť je pre všetky dopadajúce polarizácie v ideálnom prípade rovnaká. Deliaci doštička s polomerom 25 mm a hrúbkou 5 mm [BSW08, Thorlabs] mala pre horizontálnu polarizáciu väčšiu priepustnosť a pre vertikálnu polarizáciu väčšiu odrazivosť. Deliaci pomer pre horizontálnu polarizáciu je T:R=1,69:1, pre vertikálnu T:R=0,57:1 a pre diagonálnu a antidiagonálnu polarizáciu sme získali pomer T:R=1,14:1 (výpočet tohto deliaceho pomeru sa nachádza v prílohe A).

Fázové doštičky

Pomocou $\lambda/2$ a $\lambda/4$ doštičiek môžeme získať ľubovoľnú polarizáciu, rotáciou sa nastavovali bázy, do ktorých sa projektoval pripravený polarizačný stav pri tomografii a taktiež boli kľúčovým prvkom pri meraniach súvisiacich s výpočtom Bellovho faktoru. Rotácie boli ovládané elektronicky ovládačom Motion controller/driver [Newport].

Polarizačné deliče

V každom ramene sa nachádza deliaci kocka z kalcitu so stranou 12 mm [Glan-Taylor, EKSMA a Glan-Laser, Thorlabs], ktorá prepúšťa mimoriadne polarizovaný zväzok bez zmeny smeru a riadne polarizovaný celý odráža. V našom usporiadaní sme si deliče otočili tak, aby mimoriadny zväzok zodpovedal horizontálnej lineárnej polarizácii, riadny vertikálnej. Pre obe kocky je extinkčný koeficient $T_{\max}:T_{\min}=100\,000:1$.

Detektory

Fotóny, ktoré prešli polarizačným deličom, boli zachytávané do naväzovačov a jednomódovými vláknami privedené na detektory – lavínové kremíkové fotodiódy [Perkin-Elmer Optoelectronics]. Ak fotóny dopadajúce na polovodič odovzdajú elektrónom vo valenčnom páse dostatočnú energiu, preskočia zakázaný pás a dôjde k vzniku párov elektrón-diera. Dióda je pod tzv. prierazným napätím – elektrické pole začne páry elektrón-diera urýchľovať až dosiahnu takú hodnotu energie, aby po zrážke s kryštálovou mriežkou boli schopné vyraziť ďalšie elektróny. Lavínový efekt je pozorovateľný ako elektrický prúd v polovodiči. Aby nedošlo k zničeniu detektoru, napätie sa včas odpojí a lavína sa uhasí. Mŕtva doba medzi vyslaním pulzu o zachytení fotónu a schopnosťou znovu detekovať je 50 ns. Počet temných pulzov (excitácia elektrónov termálnym šumom) pri zaclonenom laseri detektor vysiela okolo 50 za sekundu, pracuje s kvantovou účinnosťou 50-60%.

Elektronické spracovanie dát

Kladné obdĺžnikové napäťové TTL pulzy vychádzajúce z detektorov sú prevrátené na záporné prúdové NIM pulzy. Medzi súčasne generovanými pulzami na detektoroch za-

vedieme preddefinované oneskorenie tak, že jeden z nich necháme šíriť dlhšou dráhou cez oneskorovací koaxiálny kábel. Pulz, ktorý dopadne na TAC (time to amplitude converter) elektronický modul ako prvý, je pulzom štartovacím a spôsobí, že v module začne lineárne narastať napätie až kým nedopadne stop pulz. Rýchlosť nárastu až na maximálne napätie 10 V si môžeme definovať v závislosti na dĺžke oneskorenia. Napätie sa zastaví na určitej hodnote a následne je vygenerovaný príslušný TTL pulz. Modul SCA (single channel analyzer) prepúšťa len TTL pulzy s určitou hodnotou napätia, konkrétne pulzy si vyberáme nastaviteľnou polohou a šírkou tzv. koincidenčného okna. Tie sú potom znovu prevrátené na NIM pulzy a pomocou modulu dual counter/timer zistíme ich počet za určitý čas. Tento mechanizmus nám umožní vyselektovať udalosti, ktoré sa stali v presne definovanom časovom intervale - súčasné detekcie fotónov na oboch detektoroch.

Ak chceme zistiť počet fotónov v každom ramene bez ohľadu na súčasné detekcie, TTL pulzy sa prevrátia na NIM a priamo použijeme modul counter napojený na počítač [11].

3.3 Postup stavby Kwiatovho zdroja

- laserový zväzok sme si odrazmi od dielektrických zrkadiel nasmerovali tak, aby sa šíril clonkami rovnobežne s hranou optického stolu
- šošovkou sme si pretransformovali pás gaussovského zväzku bližšie k nelineárnemu kryštálu, čím sme v danom mieste maximalizovali intenzitu dopadajúceho žiarenia
- v rovine vzdialenej 60 cm od kryštálu sme si pod uhlom 4° vzhľadom k čerpaciemu zväzku umiestnili naväzovače a snažili sme sa v každom z nich maximalizovať množstvo zachytávaného signálu posuvmi a rotáciami v horizontálnom aj vertikálnom smere, zaostrovaním – zmenou vzdialenosti konca vlákna od šošovky naväzovača, vlákna boli privedené priamo do detektorov
- súčasným pohybom oboch naväzovačov sme maximalizovali množstvo koincidencií
- doladili sme polohu a šírku koincidenčného okna, pre experimenty je postačujúce 1 ns okno
- polarizačným kontrolérom sme zaistili rovnakú polarizáciu oboch fotónov naviazaných do vlákňového deliča a nechali sme motorizovaným posuvom jedného z naväzovačov preskenovať celú oblasť, posuvom a náklonmi naväzovačov a kryštálov v objímke sme sa snažili zlepšiť vizibilitu získaného dipu
- podľa schémy sme usporiadali na vedľajší stôl optické a mechanické komponenty tvoriace časť experimentálnej zostavy, ktorá slúži na analýzu vygenerovaných dvoj-fotónových stavov, justovali sme ju na silnom signále z laserovej diódy svietiacej na 685 nm
- vyvážovačmi sme zladili výšku dopadu zväzkov na delič, ich fokusáciu a rozbiehavosť

- rovnobežnosť zväzku so stolom sme zaistili clonkami zjustovanými na rovnakú výšku umiestnenými pred a za deličom
- nastavili sme si polarizačné deliče tak, aby prepúšťali horizontálnu polarizáciu bez zmeny smeru a vertikálnu odrazili, využili sme geometriu optického stolu a snažili sme sa docieľiť, aby sme v každom výstupnom ramene deliča zachytávali naväzovačmi maximum signálu na priechod aj na odraz
- fázové doštičky sme najjustovali na spätný odraz, odstránili sme vláknový delič a prepojili sme naväzovače v zdrojovej časti 6 m jednomódovým vláknom cez polarizačné kontroléry s vyvážovačmi v analýze, $\lambda/2$ doštičku v zdroji sme nechali na 0° , takže nám generoval len jeden z kryštálov dva horizontálne polarizované fotóny
- motorizovanou rotáciou fázových doštičiek sme u nich zisťovali polohu natočenia hlavnej osi (počet detekcií v ramene pri oboch typoch doštičiek v závislosti na uhle otočenia mal periodický charakter, v jednom maxime sme si nastavili nulu na stupnici, pretože zachytávame horizontálne polarizované fotóny zo zdroja, ktoré prejdú fázovou doštičkou bez zmeny polarizácie a polarizačným deličom na detektor)
- pretože delič má najlepší deliaci pomer pre diagonálnu/antidiagonálnu polarizáciu, upravili sme si polarizačné stavy kontrolérmi tak, aby namiesto horizontálne a vertikálne dopadali na delič diagonálne a antidiagonálne polarizované fotóny, túto zmenu sme vykompenzovali pootočením doštičiek v analýze: obe $\lambda/4$ o 45° a $\lambda/2$ o $22,5^\circ$ a $-22,5^\circ$.

3.4 Overovanie funkčnosti zdroja

- skúmali sme polohu a vizibilitu dipu pre páry generované každým z kryštálov osobitne a pre oba súčasne ($\lambda/2$ v zdroji postupne otočená na 0° , 45° , $22,5^\circ$)
- najskôr sme spravili tomografiu dvojfotónových stavov vznikajúcich v prvom a druhom kryštále a potom entanglovaného stavu, z matíc hustoty sme zistili čistotu stavov, delič sme mali pritom mierne horizontálne vysunutý, aby sa zväzky na prechod neposunuli, ale odrazy sa už nešírili do naväzovačov, pretože inak by sme museli v tomografii započítať vplyv deliča
- zariadenie bolo najjustované na zachytávanie maximálneho množstva párov z prvého kryštálu, snažili sme sa posuvmi a náklonmi kryštálov (oboch súčasne, ich vzájomná poloha je zafixovaná) optimalizovať počet koincidencií a vyrovnať rozdiely medzi nimi
- pravdepodobnosti naviazania párov z oboch kryštálov nie sú rovnaké, tak sme sa snažili pootočením zdrojovej polvlnovej doštičky o malé uhly voči $22,5^\circ$ vyrovnať počet naväzovaných párov z oboch kryštálov

- pokúsili sme sa pripraviť niektoré z maximálne entanglovaných Bellových stavov, potrebovali sme k tomu doladiť fázou náklonom $\lambda/4$ doštičky v zdroji v smere čerpania a pre stavy $|\Psi^+\rangle$ a $|\Psi^-\rangle$ aj preklopiť polarizáciu jedného z fotónov $\lambda/2$ doštičkou pred deličom
- pre stavy s maximálnou dosiahnutou čistotou a mierou entanglementu sme zmerali koincidencie pri konkrétnom nastavení $\lambda/2$ doštičiek v analýze a vypočítali Bellov faktor, ktorého hodnota nám umožňovala overiť si mieru entanglementu medzi fotónmi

3.5 Parametre experimentálnej zostavy

Laser	
Vlnová dĺžka	356,4 nm
Výkon	75 mW

Parametre laserového zväzku po transformácii šošovkou s $f=1\text{m}$

Pološírka pásu na kryštále	0,29 mm
Rayleighova vzdialenosť	0,11 m
Uhlová divergencia	1,03 mrad

Detekcia fotónov

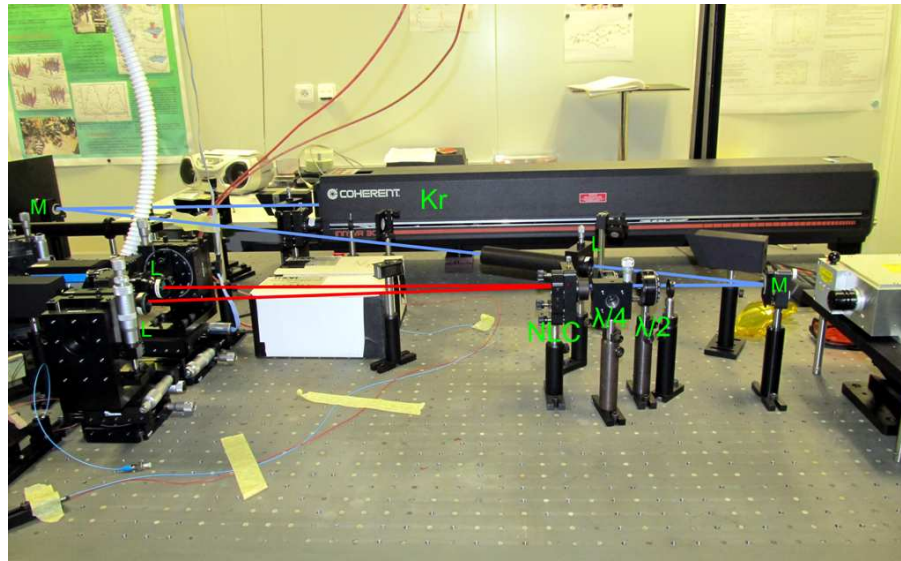
Priemerný počet fotónov dopadajúcich na delič	39 000
Priemerný počet koincidií	400
Šírka koincidenčného okna	1 ns

Nastavenie meracích báz pre tomografiu

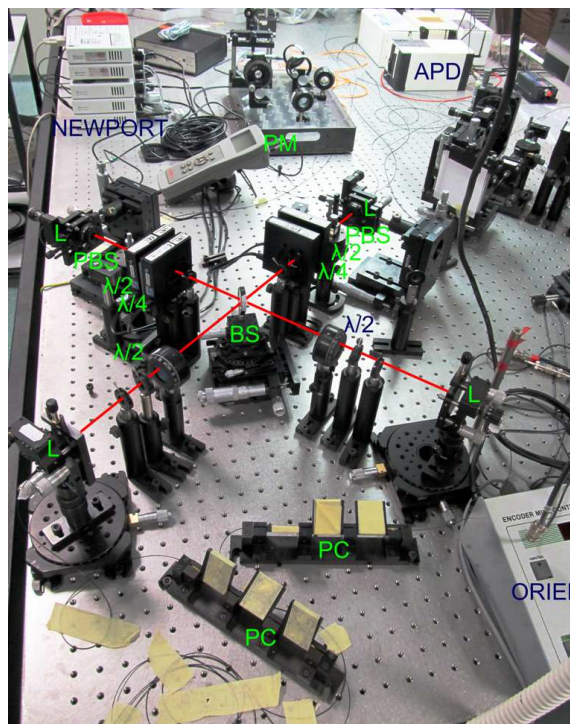
	Báza	$\lambda/2$	$\lambda/4$	$\lambda/2$	$\lambda/4$
+ horizontálna/vertikálna polarizácia	++	0°	0°	0°	0°
	+x	0°	0°	$-22,5^\circ$	-45°
	+o	0°	0°	$-22,5^\circ$	0°
x diagonálna/antidiagonálna polarizácia	x+	$22,5^\circ$	45°	0°	0°
	xx	$22,5^\circ$	45°	$-22,5^\circ$	-45°
	xo	$22,5^\circ$	45°	$-22,5^\circ$	0°
o pravotočivá/ľavotočivá kruhová polarizácia	o+	$22,5^\circ$	0°	0°	0°
	ox	$22,5^\circ$	0°	$-22,5^\circ$	-45°
	oo	$22,5^\circ$	0°	$-22,5^\circ$	0°

Nastavenie meracích báz pre Bellov faktor

Pôvodné nastavenie				Pootočenie pre ortogonálnu bázu			
$\lambda/2$	$\lambda/4$	$\lambda/2$	$\lambda/4$	$\lambda/2$	$\lambda/4$	$\lambda/2$	$\lambda/4$
0°	0°	$22,5/2^\circ$	$22,5^\circ$	0°	0°	0°	0°
0°	0°	$67,5/2^\circ$	$67,5^\circ$	45°	0°	45°	0°
$22,5^\circ$	45°	$22,5/2^\circ$	$22,5^\circ$	0°	0°	45°	0°
$22,5^\circ$	45°	$67,5/2^\circ$	$67,5^\circ$	45°	0°	0°	0°



Obr. 9: Zdrojová časť experimentálnej zostavy: Kr - Kryptónový laser, M - zrkadlo, L - šošovka, $\lambda/2$ - polvlnová doštička, $\lambda/4$ - štvrtvlnová doštička, NLC - nelineárny kryštál



Obr. 10: Analýza pripravených stavov: PC - polarizačný kontroler, L - šošovka, $\lambda/2$ - polvlnová doštička, $\lambda/4$ - štvrtvlnová doštička, BS - nepolarizačný delič, PBS - polarizačný delič, APD - lavínová fotodióda, PM - merač výkonu, NEWPORT - ovládač na motorizované rotácie fázových doštičiek, ORIEL - motorizovaný posuv naväzovača v zdrojovej časti

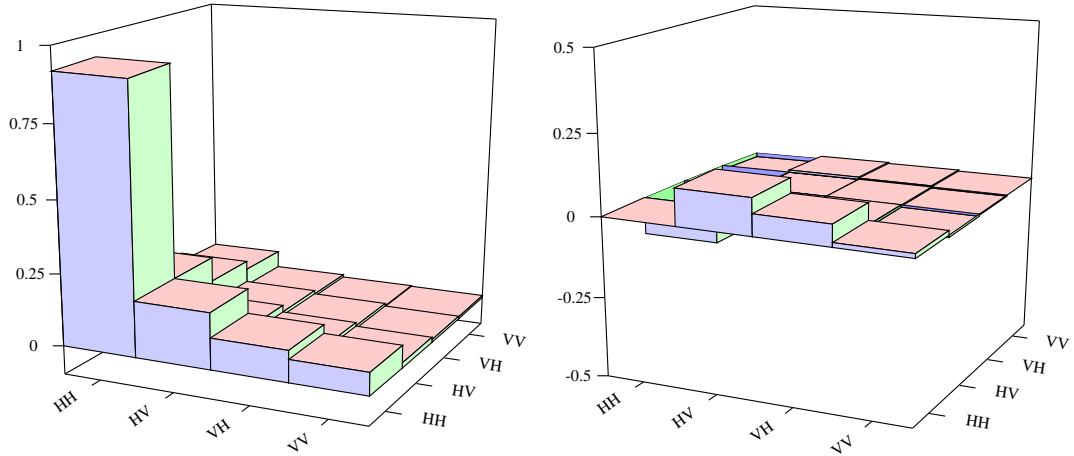
4 Výsledky

V tejto kapitole sú zobrazené matice hustoty pripravených stavov s najlepšou čistotou, získaný dip a antidip s najväčšou vizibilitou.

Z úplnej polarizačnej tomografie sme získali vyestimovanú maticu hustoty, ktorá je uvedená v číselnej aj v grafickej forme. Z matice bola následne určená fáza, čistota stavu a logaritmická negativita, ktorá nám poskytuje informáciu o miere entanglementu medzi fotónmi v páre. Aby sme demonštrovali, že zdroj dokáže pripraviť akýkoľvek čistý dvojfotónový stav, uvádzame dva extrémny: stavy separabilné a stavy maximálne entanglované. Ak je zdroj správne najustovaný, ostatné čisté dvojfotónové stavy si pripravíme jednoduchým otáčaním fázových doštičiek. Stavov sme samozrejme namerali viac, uvádzame len reprezentatívne alebo relevantné merania. Pri Bellových stavoch sme sa pokúšali čo najpresnejšie doladiť požadovanú fázou 0 alebo π . Nezávisle ku každému Bellovmu stavu sme z meraní koincencií v rôznych polarizačných bázach dopočítali maximálny Bellov faktor (u separabilných stavov by merania nemali zmysel). Tiež dodávame, o koľko odchýlok sa nám podarilo prekonať hodnotu 2 a tým aj potvrdiť polarizačný entanglement fotónových párov.

Tomografiu stavu sme merali s vysunutým deličom, aby v jednom ramene bol analyzovaný len fotón z jedného naväzovača, keby bol delič zasunutý, mixovali by sa obe ramená. Zasunutý delič bol použitý pri skúmaní dvojfotónovej interferencie - pre jeden z tripletných Bellových stavov sa fotóny začali zhlukovať a pre singletný Bellov stav sa antizhlukovali. V grafoch sa tento efekt prejavil ako pokles a nárast koincencií. Z FWHM dipu sme si vypočítali šírku spektra naväzovaných fotónov. Dip sme merali pri privretých clonkách v naväzovačoch v zdrojovej časti, takže sme mali menej signálu aj koincencií ako pri antidipe získanom pri otvorených clonkách.

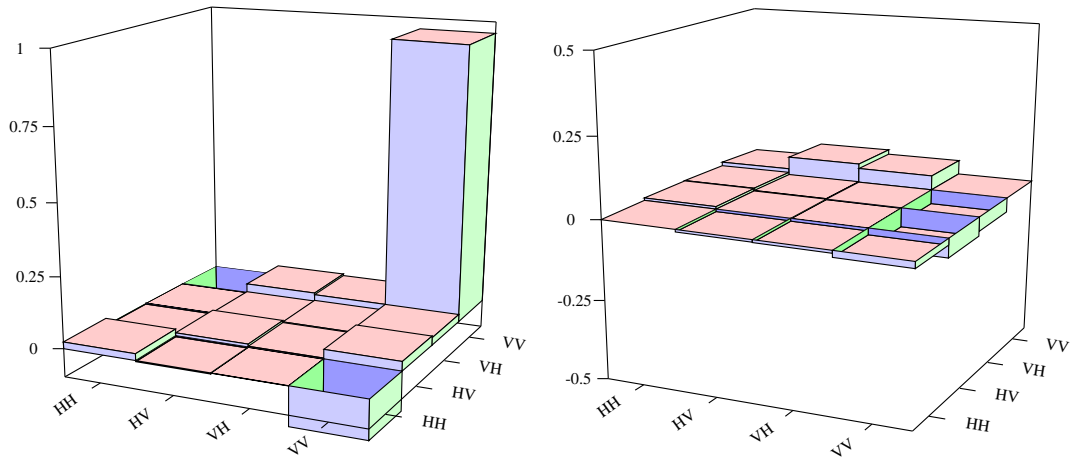
4.1 Separabilné stavy



Obr. 11: Reálna (vľavo) a imaginárna (vpravo) časť matice hustoty dvojfotónového stavu $|HH\rangle$

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 0.918 + 0.000i & 0.193 - 0.114i & 0.108 - 0.067i & 0.078 - 0.014i \\ 0.193 + 0.114i & 0.055 - 0.000i & 0.031 - 0.001i & 0.018 + 0.007i \\ 0.108 + 0.067i & 0.031 + 0.001i & 0.019 - 0.000i & 0.010 + 0.003i \\ 0.078 + 0.014i & 0.018 - 0.007i & 0.010 - 0.003i & 0.007 + 0.000i \end{pmatrix}$$

Čistota $\mu = 0,996$
 Negativita $N = 0,175$



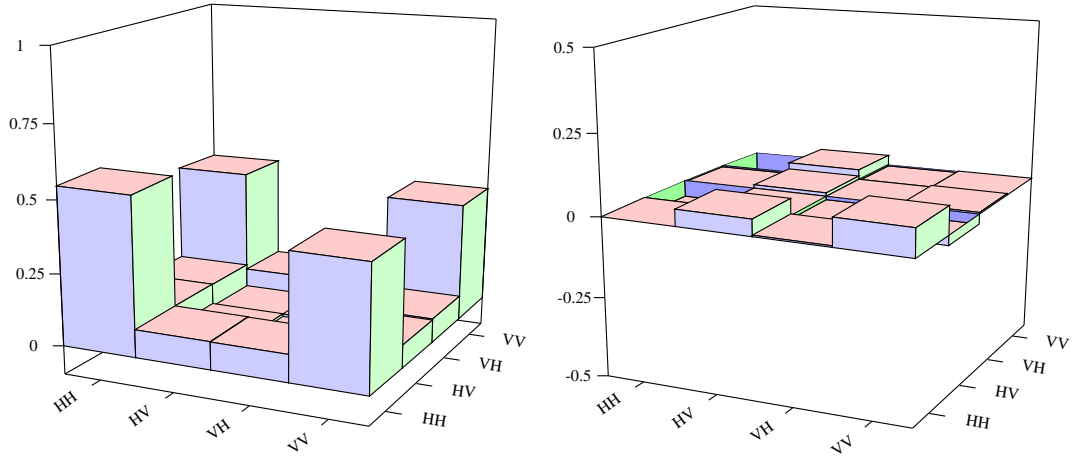
Obr. 12: Reálna (vľavo) a imaginárna (vpravo) časť matice hustoty dvojfotónového stavu $|VV\rangle$

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 0,024 - 0,000i & -0,004 + 0,008i & -0,001 + 0,009i & -0,139 + 0,021i \\ -0,004 - 0,008i & 0,010 - 0,000i & 0,003 + 0,001i & 0,033 + 0,059i \\ -0,001 - 0,009i & 0,003 - 0,001i & 0,005 + 0,000i & 0,027 + 0,045i \\ -0,139 - 0,021i & 0,033 - 0,059i & 0,027 - 0,045i & 0,961 - 0,000i \end{pmatrix}$$

Čistota $\mu = 0,979$

Negativita $N = 0,343$

4.2 Bellove stavy



Obr. 13: Reálna (vľavo) a imaginárna (vpravo) časť matice hustoty Bellovho stavu $|\Phi^+\rangle = 1/\sqrt{2}(|HH\rangle + |VV\rangle)$

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 0,546 + 0,000i & 0,096 - 0,052i & 0,095 - 0,005i & 0,433 - 0,088i \\ 0,096 + 0,052i & 0,025 - 0,000i & 0,015 + 0,011i & 0,079 + 0,0311i \\ 0,095 + 0,005i & 0,015 - 0,011i & 0,023 - 0,000i & 0,083 - 0,004i \\ 0,434 + 0,088i & 0,079 - 0,030i & 0,083 + 0,005i & 0,406 + 0,000i \end{pmatrix}$$

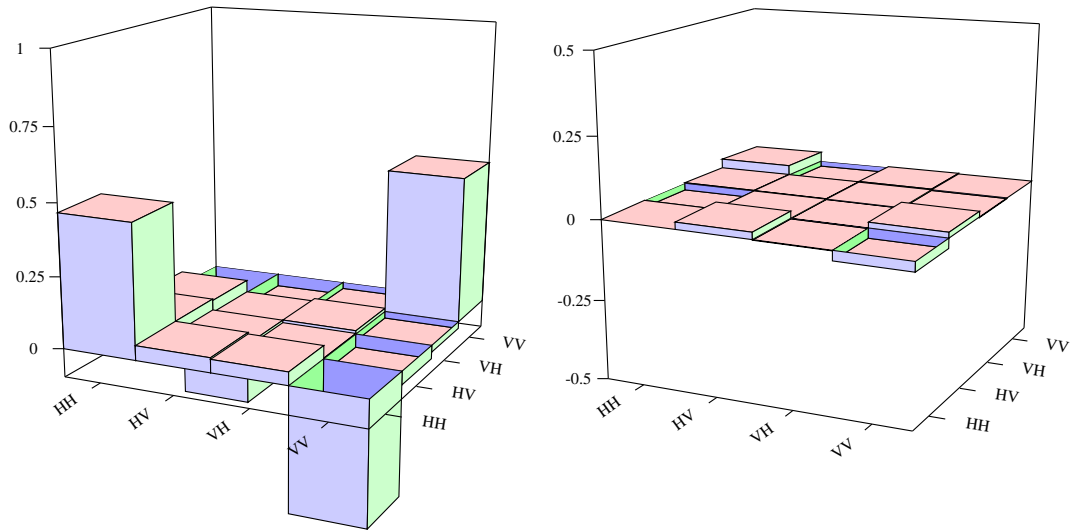
Fáza $\phi = -0,062\pi$

Čistota $\mu = 0,927$

Negativita $N = 0,881$

Bellov faktor $B = 2,63 \pm 0,04$

(Klasická hodnota 2 prekonaná o 15 smerodatných odchýlok)



Obr. 14: Reálna (vľavo) a imaginárna (vpravo) časť matice hustoty Bellovho stavu $|\Phi^-\rangle = 1/\sqrt{2}(|HH\rangle - |VV\rangle)$

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 0,467 + 0,000i & 0,052 - 0,022i & 0,046 + 0,002i & -0,442 + 0,031i \\ 0,051 + 0,022i & 0,011 - 0,000i & 0,002 + 0,001i & -0,048 - 0,017i \\ 0,046 - 0,002i & 0,0022 - 0,001i & 0,012 + 0,000i & -0,025 + 0,002i \\ -0,442 - 0,031i & -0,048 + 0,017i & -0,024 - 0,002i & 0,510 - 0,000i \end{pmatrix}$$

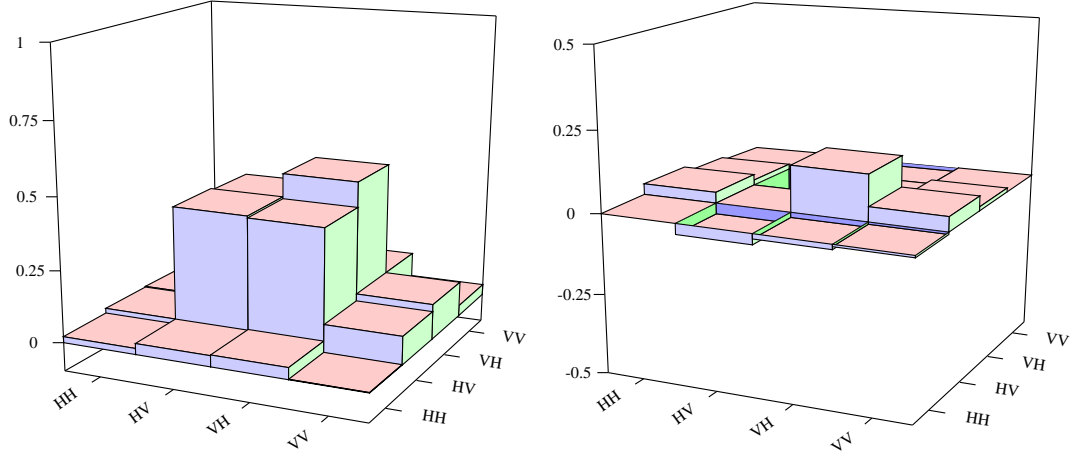
Fáza $\phi = 0,978\pi$

Čistota $\mu = 0,887$

Negativita $N = 0,910$

Bellov faktor $B = 2,60 \pm 0,07$

(Klasická hodnota 2 prekonaná o 8 smerodatných odchýlok)



Obr. 15: Reálna (vľavo) a imaginárna (vpravo) časť matice hustoty Bellovho stavu $|\Psi^+\rangle = 1/\sqrt{2}(|HV\rangle + |VH\rangle)$

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 0,021 + 0,000i & 0,038 + 0,033i & 0,041 + 0,016i & 0,002 + 0,007i \\ 0,038 - 0,033i & 0,431 - 0,000i & 0,424 - 0,142i & 0,098 - 0,046i \\ 0,041 - 0,016i & 0,424 + 0,142i & 0,511 - 0,000i & 0,122 - 0,012i \\ 0,002 - 0,007i & 0,098 + 0,046i & 0,122 + 0,012i & 0,037 + 0,000i \end{pmatrix}$$

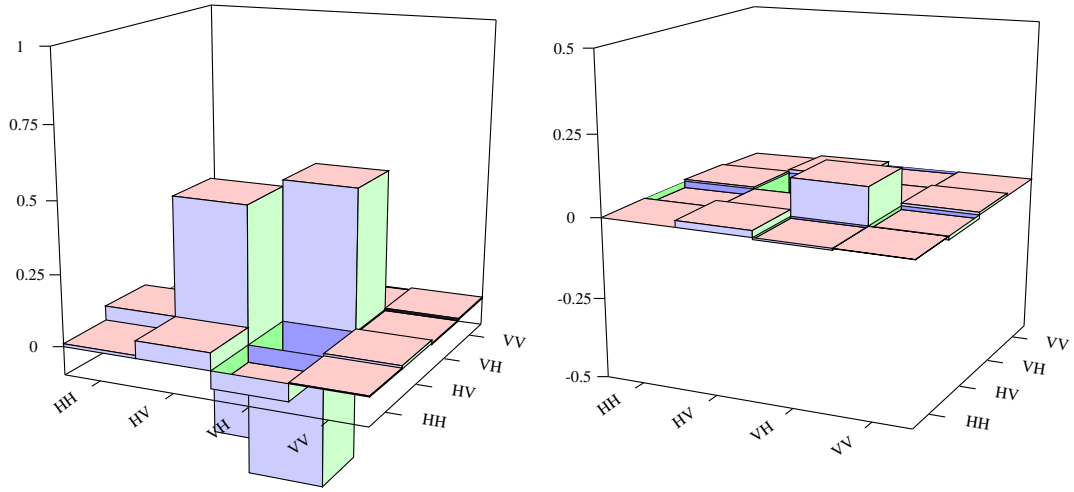
Fáza $\phi = -0,103\pi$

Čistota $\mu = 0,912$

Negativita $N = 0,892$

Bellov faktor $B = 2,27 \pm 0,05$

(Klasická hodnota 2 prekonaná o 5 smerodatných odchýlok)



Obr. 16: Reálna (vľavo) a imaginárna (vpravo) časť matice hustoty Bellovho stavu $|\Psi^-\rangle = 1/\sqrt{2}(|HV\rangle - |VH\rangle)$

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 0,010 + 0,000i & 0,061 - 0,021i & -0,061 + 0,006i & 0,003 + 0,001i \\ 0,061 + 0,021i & 0,481 + 0,000i & -0,466 - 0,117i & 0,011 + 0,012i \\ -0,061 - 0,006i & -0,466 + 0,117i & 0,504 - 0,000i & -0,004 - 0,008i \\ 0,003 - 0,001i & 0,011 - 0,012i & -0,004 + 0,008i & 0,005 - 0,000i \end{pmatrix}$$

Fáza $\phi = -0,922\pi$

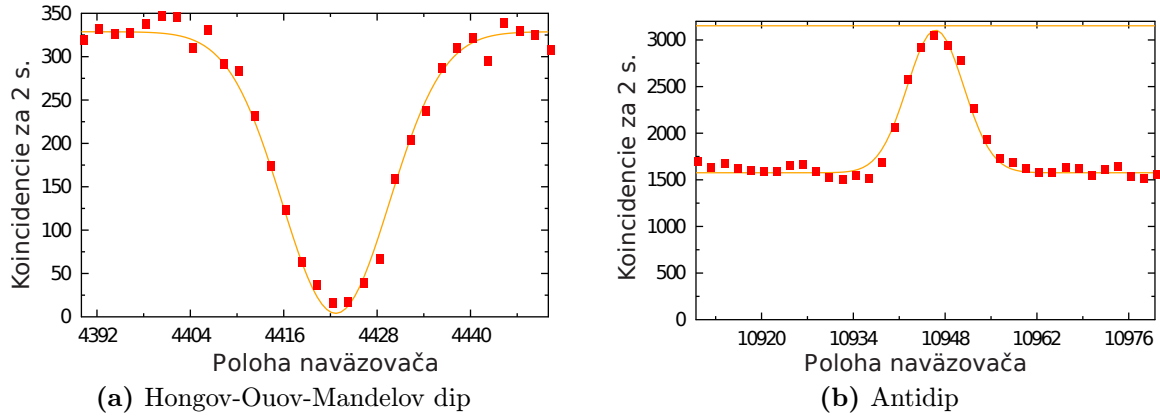
Čistota $\mu = 0,964$

Negativita $N = 0,968$

Bellov faktor $B = 2,64 \pm 0,06$

(Klasická hodnota 2 prekonaná o 10 smerodatných odchýlok)

4.3 Dvojfotónová interferencia



Obr. 17: Závislosť počtu zaregistrovaných koincidií na polohe naväzovača pre a) jeden z tripletu Bellových stavov, b) singletný Bellov stav

Vizibilita $V = 0,976$
FWHM = $16,228 \mu\text{m}$

Vizibilita $V = 0,943$
FWHM = $10,121 \mu\text{m}$

Dáta boli fitované gaussovskou krivkou.

Použili sme hodnotu FWHM dipu a vypočítali sme si (Príloha B), aké široké spektrum fotónov naväzujeme do jednomódových vlákien.

Šírka spektra pre dip $\Delta\lambda = 19,53 \text{ nm}$

5 Záver

5.1 Výhody Kwiatovho zdroja

Najväčšou prednosťou Kwiatovho zdroja je, že umožňuje pripraviť všetky čisté dvoj-fotónové stavy $\alpha|HH\rangle + e^{i\phi}\beta|VV\rangle$, $\alpha|HV\rangle + e^{i\phi}\beta|VH\rangle$ vrátane maximálne entanglovaných Bellových stavov, kde $\alpha = \beta = 1/\sqrt{2}$ a $\phi = 0$ alebo $\phi = \pi$. Koeficienty α a β sú jednoducho laditeľné otáčaním polvlnovej doštičky v dráhe čerpacieho zväzku pred kryštálmi, fáza ϕ sa dá meniť náklonom štvrtvlnovej doštičky. Ak už sa nám podarí pripraviť jeden z Bellových stavov, ostatné tri dostaneme otočením polvlnovej fázovej doštičky v jednom ramene o 45° a doladíme požadovanú fázu.

Samotný návrh Kwiatovho zdroja je univerzálne použiteľný na akúkoľvek vlnovú dĺžku čerpania, pri ktorej sa dá splniť podmienka fázovej synchronizácie, ostatné optické komponenty sa už volia s ohľadom na komerčnú dostupnosť. Oproti zdroju entanglovaných fotónov typu II má výhodu vo variabilite, u typu II sa nedajú meniť koeficienty α a β .

Taktiež u Kwiatovho zdroja nepozorujeme walk-off medzi polarizáciami a nemusíme do zväzku pridávať dodatočné elementy na kompenzáciu tohto efektu, na výstupe máme priamo entanglovaný stav.

Kwiatov zdroj má podstatne väčšiu účinnosť, pretože generujeme celé spektrum entanglovaných párov, kým u typu II entanglement vzniká len pozdĺž dvoch konkrétnych smerov v priestore.

5.2 Diskusia výsledkov

Postupne si rozoberieme možný pôvod obmedzení pri činnosti postaveného Kwiatovho zdroja.

Znížená vizibilita dipu bola ovplyvnená hlavne nevyváženým deliacim pomerom deliča, ktorý limitoval maximálnu dosiahnuteľnú vizibilitu zo 100 % na 98 % (presný výpočet sa nachádza v prílohe A). Tzv. krídla dipu (časti grafu po oboch stranách samotného poklesu) nesedia na fitovacej krivke a v počte koincidencií v tejto oblasti sa dá pozorovať mierna modulácia sínusovou krivkou. Znamená to, že spektrum interferujúcich fotónov, ktoré naväzujeme, nie je úplne rovnaké, pretože vzhľadom na veľkú šírku spektra je ťažké nájsť rovnaké vlnové dĺžky. Tento problém sme sa pokúšali odstrániť čo najpresnejším najustovaním polohy naväzovačov v zdroji, ale nepodarilo sa nám ho úplne korigovať.

FWHM dipu nám vypovedá o šírke spektra fotónov. Pokúšali sme sa ju zvýšiť miernym privretím cloniek na naväzovačoch v zdroji aj za cenu, že stratíme časť signálu. Pozorovali sme zlepšenie vo FWHM (zvýšili sme ju z 9 na 16 μm) i v čistote stavu a miere entanglementu (zvýšili sa približne o dve desatiny percenta). Určite by nám pomohla aplikácia úzkopásmových frekvenčných filtrov, ktoré sme v čase dokončovania tejto práce nemali k dispozícii.

Vplyv na čistotu generovaných entanglovaných stavov a mieru entanglementu mohlo mať veľké množstvo faktorov. Podmienkou na vznik entanglementu je vzájomná nerozlišiteľnosť kryštálov. Na základe tohto predpokladu sme sa pokúšali naväzovače v zdroji

zaostriť tak, aby prijímali maximum signálu niekde z miesta medzi dvomi kryštálmi, aby žiaden z nich nebol vo výsledku preferovaný, ale tento krok na výsledok nemal výrazný vplyv.

Poznatelné zlepšenie čistoty a súčasne aj vizibility HOM dipu sme dosiahli výmenou šošovky, ktorá fokusuje laserový zväzok na kryštál. Nová použitá šošovka s väčšou ohniskovou vzdialenosťou 1000 mm (predtým sme v zostave používali 500 mm) zväčšila Rayleighovu vzdialenosť a tým aj oblasť, kde sa zväzok správa ako rovinná vlna. Zúžil sa priestor v kryštále, kde vznikajú páry a ich zachytávanie naväzovačmi bolo účinnejšie.

Príčinou zníženej čistoty stavov mohli byť samotné kryštály, môžu obsahovať nečistoty rozptyľujúce fotóny alebo od výroby ich optické osi nemusia ležať v úplne kolmých rovinách. Na začiatku sú preto uvádzané čistoty separabilných stavov $|HH\rangle$ a $|VV\rangle$, ktoré sú limitujúcim faktorom pre čistotu entanglovaných stavov.

Pri meraní tomografie a Bellovho faktoru bolo kľúčovým prvkom natočenie fázových doštičiek a pretože sú z dvojlomného materiálu, ak sme nemali správne najustovaný kolmý dopad, mohlo dôjsť pri rotácií k miernemu rozposunutiu zväzku. Navyše, použitý delič, ktorý mal byť polarizačne nezávislý, pravdepodobne zavádza polarizačne senzitivne straty a má rôzne deliace pomery pre odlišné polarizácie.

Aj napriek všetkým negatívnym efektom sa nám podarilo dosiahnuť veľmi dobré hodnoty Bellových faktorov, zaznamenali sme porušenie Bellových nerovností pri stave $|\Phi^+\rangle$ až o 15 štandardných odchýlok.

Cieľom experimentu bolo postaviť Kwiatov zdroj a čo najlepšie vyladiť jeho parametre. Zdroj generuje entanglované páry s dostatočnou čistotou, mierou entanglementu a do budúcnosti po lepšej selekcii fotónov z generovaného spektra (čo by rozšírilo dip a určite zlepšilo aj ostatné výsledky) bude súčasťou zložitejších experimentov v oblasti kvantového prenosu informácie.

Príloha

A Výpočet maximálnej dosiahnuteľnej vizibility HOM dipu

Na delič necháme dopadať diagonálne/antidiagonálne polarizované fotóny. Zaoberáme sa jedným ramenom vyvážovača v analýze a zistíme si počet detekovaných fotónov na priechod (P) a na odraz (O); to isté potom spravíme s druhým ramenom. Zostavíme si koeficienty

$$k_1 = \frac{P_1}{O_1} = \frac{N_1 \cdot T \cdot \eta_1}{N_1 \cdot R \cdot \eta_2} \quad (18)$$

$$k_2 = \frac{P_2}{O_2} = \frac{N_2 \cdot T \cdot \eta_2}{N_2 \cdot R \cdot \eta_1} \quad (19)$$

kde N_1, N_2 je počet fotónov dopadajúcich na delič z prvého/druhého ramena, T intenzitná priepustnosť deliča, R intenzitná odrazivosť deliča a η_1, η_2 sú kvantové účinnosti detektorov v príslušnom ramene. Vynásobením oboch rovníc dostaneme vzťah

$$k_1 \cdot k_2 = \frac{P_1 \cdot P_2}{O_1 \cdot O_2} = \frac{N_1 \cdot N_2 \cdot T^2 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2}{N_1 \cdot N_2 \cdot R^2 \cdot \eta_2 \cdot \eta_1} = \frac{T^2}{R^2} \quad (20)$$

S použitím

$$T + R = 1 \quad (21)$$

si môžeme vypočítať deliaci pomer deliča $T : R$.

P_1	O_1
13 000	20 000
P_2	O_2
30 000	15 000

$$(1 - R)^2 = \frac{P_1 \cdot P_2}{O_1 \cdot O_2} \cdot R^2 = 1,3R^2$$

$$\implies R = 0,467$$

$$T = 0,533$$

$$T : R = 0,533 : 0,467 = 1,141 : 1$$

Určíme si aj chybu, s akou sme vypočítali deliaci pomer. Pre funkciu viacerých premenných $f = f(x, y)$ obecné platí vzorec na výpočet chyby

$$\delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 (\delta x)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 (\delta y)^2} \quad (22)$$

Chyba pri počte detekovaných fotónov je

$$\delta(P_1) = \sqrt{P_1}, \delta(O_1) = \sqrt{O_1}, \delta(P_2) = \sqrt{P_2}, \delta(O_2) = \sqrt{O_2} \quad (23)$$

Chyba súčinu $k_1.k_2$ je s použitím (22) a (23)

$$\begin{aligned} \delta(k_1.k_2) &= \\ &= \sqrt{\left(\frac{P_2}{O_1.O_2}\right)^2 (\delta P_1)^2 + \left(\frac{P_1}{O_1.O_2}\right)^2 (\delta P_2)^2 + \left(\frac{P_1.P_2}{O_1^2.O_2}\right)^2 (\delta O_1)^2 + \left(\frac{P_1.P_2}{O_1.O_2^2}\right)^2 (\delta O_2)^2} \\ &= \frac{P_1.P_2}{O_1.O_2} \sqrt{\frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} + \frac{1}{O_1} + \frac{1}{O_2}} \end{aligned} \quad (24)$$

Z rovnice (20) vyplýva, že na výpočet chyby pomeru T:R potrebujeme poznať $\delta\sqrt{k_1.k_2}$

$$\begin{aligned} \delta(T : R) &= \delta\sqrt{k_1.k_2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}k_1^{-1/2}k_2^{-1/2}\right)^2 (\delta k_1.k_2)^2} = \frac{1}{2} \frac{\delta k_1.k_2}{\sqrt{k_1.k_2}} = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{P_1.P_2}{O_1.O_2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} + \frac{1}{O_1} + \frac{1}{O_2}} = 0,009 \end{aligned} \quad (25)$$

Deliaci pomer deliča aj s chybou je finálne

$$\boxed{(T : R) \pm \delta(T : R) = 1,141 \pm 0,009}$$

Vieme, ako sa na deliči transformujú kreačné operátory \hat{a}^\dagger a \hat{b}^\dagger dvoch priestorových módov (dve ramená) pred deličom:

$$\begin{pmatrix} \hat{a}^\dagger \\ \hat{b}^\dagger \end{pmatrix}_{OUT} = \begin{pmatrix} \tau & \rho \\ -\rho & \tau \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{a}^\dagger \\ \hat{b}^\dagger \end{pmatrix}_{IN}$$

τ -amplitúdová priepustnosť, ρ -amplitúdová odrazivosť, $\tau^2 = T$, $\rho^2 = R$.

Predpokladáme, že na vstupe máme dva fotóny s časom vzniku t_1 a t_2 , ktoré boli vytvorené pôsobením kreačných operátorov a v nasledujúcom kroku necháme na ne pôsobiť transformované operátory.

$$\begin{aligned} |1_{t_1}1_{t_2}\rangle &= \hat{a}_{t_1}^\dagger \hat{b}_{t_2}^\dagger |00\rangle \\ IN &\rightarrow OUT \\ (\tau \hat{a}_{t_1}^\dagger + \rho \hat{b}_{t_1}^\dagger) \cdot (\tau \hat{b}_{t_2}^\dagger - \rho \hat{a}_{t_2}^\dagger) |00\rangle &= -\tau\rho |2_{t_1,t_2}0\rangle + \tau\rho |02_{t_1,t_2}\rangle + \tau^2 |1_{t_1}1_{t_2}\rangle - \rho^2 |1_{t_2}1_{t_1}\rangle \end{aligned} \quad (26)$$

Pravdepodobnosť detekcie fotónov v oboch výstupných ramenách ak sú fotóny rozlíšiteľné (nevznikli súčasne, $t_1 \neq t_2$) je

$$P = (\tau^2)^2 + (-\rho^2)^2 = T^2 + R^2 \quad (27)$$

a nachádzame sa mimo dipu.

Pravdepodobnosť detekcie fotónov v oboch ramenách v dipe (sú časovo nerozlíšiteľné, $t_1 = t_2$) je

$$P_D = (\tau^2 - \rho^2)^2 = (T - R)^2 \quad (28)$$

Vizibilitu dipu vypočítame ako

$$V = \frac{P - P_D}{P + P_D} = \frac{TR}{T^2 + R^2 - TR} \quad (29)$$

Po dosadení vypočítaných hodnôt T a R získame maximálnu dosiahnuteľnú vizibilitu HOM dipu pre diagonálne polarizované fotóny

$$\boxed{V = 0,98}.$$

B Výpočet šírky spektra naväzovaných fotónov

V HOM experimente necháme na delič dopadať signálny a jalový fotón a registrujeme počet koincidencií v závislosti na ich dráhovom (súčasne aj časovom) oneskorení. Výsledkom je v ideálnom prípade gaussovská krivka, kde Δt udáva vzdialenosť od stredu krivky [7].

$$\rho^{HOM}(\Delta t) = \exp\left(-\frac{\sigma^2 \Delta t^2}{2}\right) \quad (30)$$

FWHM=16 μ m

Poznáme FWHM ako dráhový rozdiel medzi fotónmi v polovici maxima dipu a jednoducho si ho môžeme prepočítať na časový rozdiel

$$\text{FWHM}_{\Delta t} = \frac{\text{FWHM}}{c} = 53,33 \text{ fs} \quad (31)$$

Cieľom je zo $\text{FWHM}_{\Delta t}$ dipu vypočítať šírku spektra interferujúcich fotónov. Z rovnice (30) si vyjadríme vzťah pre σ , keď použijeme definíciu FWHM ako plnej šírky v polovici maxima

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} &= \exp\left(-\frac{\sigma^2}{2} \cdot \left(\frac{\text{FWHM}_{\Delta t}}{2}\right)^2\right) \\ \implies \sigma &= \frac{\sqrt{8 \cdot \ln 2}}{\text{FWHM}_{\Delta t}} \end{aligned} \quad (32)$$

Priestorová frekvenčná filtrácia signálu je v praxi uskutočnená naviazaním do jednodového vlákna, ktoré svojou apertúrou obmedzuje množstvo naviazaného signálu. Túto filtráciu môžeme približne modelovať Gaussovským filtrom s intenzitnou priepustnosťou

$$T(\Delta\omega) = \exp\left(-\frac{(\Delta\omega)^2}{\sigma^2}\right) \quad (33)$$

Vyjadríme si frekvenčnú pološíрку v polovici maxima

$$\frac{1}{2} = \exp\left(-\frac{(\Delta\omega)^2}{\sigma^2}\right) \quad (34)$$

$$\implies \Delta\omega = \sigma\sqrt{\ln 2} = \frac{2\sqrt{2}\ln 2}{\text{FWHM}_{\Delta t}} \quad (35)$$

a s použitím (35) ju prepočítame na spektrálnu pološíрку v polovici maxima $\Delta\lambda$

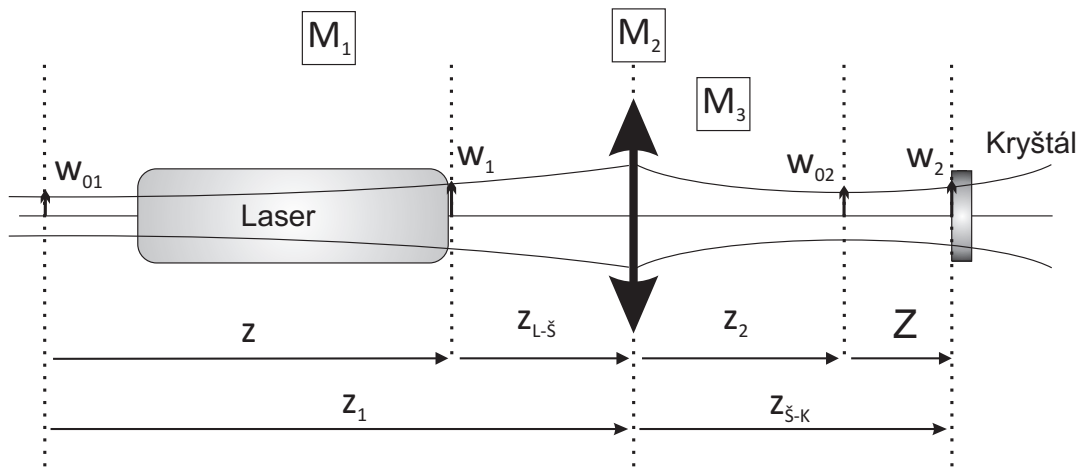
$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}, \Delta\omega = -\frac{2\pi c}{\lambda^2}\Delta\lambda \implies \frac{\Delta\omega}{\omega} = -\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \quad (36)$$

$$\implies \Delta\lambda = \frac{\lambda\Delta\omega}{\omega} = \frac{\lambda^2 \ln 2 \sqrt{2}}{\text{FWHM}_{\Delta t} \pi c} \quad (37)$$

Po dosadení za vlnovú dĺžku signálneho fotónu $\lambda = 712,8 \text{ nm}$ a za $\text{FWHM}_{\Delta t} = 53,33 \text{ fs}$ zistíme plnú šírku spektra v polovici maxima

$$\boxed{\Delta\Lambda} = 2\Delta\lambda = \boxed{19,53 \text{ nm}}$$

C Výpočet parametrov gaussovského zväzku dopadajúceho na kryštál



Obr. 18: Transformácia gaussovského zväzku tenkou šošovkou

Na čerpanie BBO kryštálu pri stavbe Kwiatovho zdroja sme používali Kr plynový laser. Jeho rezonátor tvorí úplne odrazné rovinné zrkadlo a výstupné slabo priepustné plankonkávne zrkadlo. V dutine dlhej 1,16 m sa generuje gaussovský zväzok na výstupe s rovnakým polomerom ako je polomer plankonkávneho zrkadla a s pásom na rovinnom zrkadle. Zväzok budeme charakterizovať vlnovou dĺžkou λ , pološírkou na výstupe z laseru w_1 a pološírkou pásu w_{01} .

$$\lambda = 356,4 \text{ nm}$$

$$w_1 = 0,66 \text{ mm}$$

$$w_{01} = 0,55 \text{ mm}$$

Do dráhy mu vo vzdialenosti 1,3 m od výstupu z laseru umiestnime tenkú šošovku s ohniskovou vzdialenosťou f a snažíme sa vypočítať šírku zväzku na kryštále, ktorý sa nachádza 1,1 m za šošovkou.

$$f = 1 \text{ m}$$

$$z_{L-\text{š}} = 1,3 \text{ m}$$

$$z_{\text{š-K}} = 1,1 \text{ m}$$

Vypočítame si Rayleighovu vzdialenosť pôvodného zväzku pred šošovkou

$$q_{01} = \frac{k \cdot w_{01}^2}{2} = \frac{\pi \cdot w_{01}^2}{\lambda} = 2,67 \text{ m} \quad (38)$$

a vzdialenosť pásu od výstupu zväzku z laseru

$$w_1 = w_{01} \sqrt{1 + \frac{z^2}{q_{01}^2}} \quad (39)$$

$$\implies z = q_{01} \sqrt{\frac{w_1^2}{w_{01}^2} - 1} = 1,77 \text{ m}$$

Pretože výstupné zrkadlo je vlastne plankonkávná šošovka, ktorá zväzok transformuje, vyšlo nám, že pás sa zdanlivo nachádza až za rovinným zrkadlom. Pri výpočte budeme teda uvažovať, že sa pás je vo vzdialenosti $z_1 = z + z_{L-S} = 3,07 \text{ m}$ pred našou šošovkou s $f=1 \text{ m}$.

Na zisťovanie parametrov výstupného zväzku použijeme maticovú metódu. Každému optickému elementu môžeme v paraxiálnej aproximácii priradiť maticu, a ak $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ je výsledná matica systému, komplexný parameter gaussovského zväzku daný ako

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} - i \frac{2}{kw^2} \quad (40)$$

(R =polomer krivosti zväzku v danom mieste)
sa transformuje podľa

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D}. \quad (41)$$

Zostavíme si výslednú maticu systému, ktorá sa skladá z matice voľného šírenia na vzdialenosť z_1 , transformácie šošovkou a voľného šírenia na vzdialenosť z_2 , ktorá určuje polohu roviny pásu transformovaného zväzku.

$$M = M_3 \cdot M_2 \cdot M_1 = \begin{pmatrix} 1 & z_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & z_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{z_2}{f} & \frac{z_1 z_2}{f} - z_1 + z_2 \\ -\frac{1}{f} & \frac{z_2}{f} + 1 \end{pmatrix} \quad (42)$$

Ak sa na začiatku nachádzame v rovine pásu, $R \rightarrow \infty$, $w_1 = w_{01}$

$$\frac{1}{q_1} = -i \frac{2}{kw_{01}^2} \implies q_1 = iq_{01} \quad (43)$$

Dosadíme do transformačného vzťahu pre komplexný parameter (41)

$$q_2 = \frac{iAq_{01} + B}{Cq_{01} + D} = \frac{BD + ACq_{01}^2}{C^2q_{01}^2 + D^2} + i \frac{q_{01}}{C^2q_{01}^2 + D^2} \quad (44)$$

V rovine pásu transformovaného zväzku musí opäť platiť $q_2 = iq_{02}$, a tak porovnaním reálnych častí komplexného parametru dostaneme vzťah pre polohu pásu a z imaginárnych

častí odvodíme vzťah pre pološírku pásu.

$$\frac{BD + ACq_{01}^2}{C^2q_{01}^2 + D^2} = 0 \quad (45)$$

$$\Rightarrow z_2 = f \left(1 - \frac{1 + \frac{z_1}{f}}{(1 + \frac{z_1}{f})^2 + \frac{q_{01}^2}{f^2}} \right) = 0,83 \text{ m} \quad (46)$$

$$\frac{q_{01}}{C^2q_{01}^2 + D^2} = q_{02} \quad (47)$$

$$\Rightarrow w_{02} = \frac{w_{01}}{\sqrt{(1 + \frac{z_1}{f})^2 + \frac{q_{01}^2}{f^2}}} = 0,11 \text{ mm} \quad (48)$$

Potrebujeme poznať Rayleighovu vzdialenosť transformovaného zväzku

$$\boxed{q_{02}} = \frac{k \cdot w_{02}^2}{2} = \frac{\pi \cdot w_{02}^2}{\lambda} = \boxed{0,11 \text{ m}}, \quad (49)$$

z nej si dopočítame uhlovú divergenciu zväzku

$$\boxed{\theta_2} = \frac{\lambda}{\pi w_{02}} = \boxed{1,03 \text{ mrad}} \quad (50)$$

a finálne pološírku zväzku vo vzdialenosti $Z = 0,27 \text{ m}$ ($z_{\tilde{S}-K} - z_2$) od pásu

$$\boxed{w_2} = w_{02} \sqrt{1 + \frac{Z^2}{q_{02}^2}} = \boxed{0,29 \text{ mm}} \quad (51)$$

Literatúra

- [1] Dušek, M. *Koncepční otázky kvantové teorie*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2002
- [2] Gernot, A. *et al. Quantum Information*. Berlin:Springer, 2001
- [3] Kwiat, P. G., Waks, E., White, A. G., Appelbaum, I., Eberhard, P. H. *Ultrabright Source of Polarization-entangled Photons*. Phys. Rev. A 60, R773–R776 (1999)
- [4] Hong, C. K., Ou, Z. Y., Mandel, L. *Measurement of Subpicosecond Time Intervals between Two Photons by Interference*. Phys. Rev. Lett. 59, 2044 (1987)
- [5] Bell, J. S. *On the Einstein Podolsky Rosen Paradox*. Physics 1, 195-200 (1964)
- [6] Řeháček, J., Hradil, Z., Knill, E., Lvovsky, A. *Diluted Maximum-likelihood Algorithm for Quantum Tomography*. Phys. Rev. A 75, 042108 (2007)
- [7] Soubusta, J., Peřina Jr., J., Hendrych, M., Haderka, O., Trojek, P., Dušek, M. *Experimental verification of energy correlations in entangled photon pairs*. Phys. Lett. A 319, 251 (2003)
- [8] Soubusta, J. *Využití sestupné frekvenční parametrické konverze v optických experimentech*, habilitačná práca. Olomouc: Univerzita Palackého, 2009
- [9] <http://www.eksmaoptics.com/en> (5.3.2011)
- [10] <http://www.thorlabs.de/index.cfm?> (5.3.2011)
- [11] <https://wiki.brown.edu/confluence/download/attachments/29406/Time+to+Amplitude.pdf?version=1&modificationDate=1183380664000> (7.3.2011)
- [12] http://en.wikipedia.org/wiki/EPR_paradox (25.2.2011)