



Pedagogická  
fakulta  
Faculty  
of Education

Jihočeská univerzita  
v Českých Budějovicích  
University of South Bohemia  
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích  
Pedagogická fakulta  
Katedra matematiky

Diplomová práce

Učebnice matematiky pro 8. ročník ZŠ  
a jejich připravenost pro distanční výuku  
geometrie

Vypracovala: Bc. Nikola Brůžková  
Vedoucí práce: doc. RNDr. Helena Koldová, Ph.D.

České Budějovice 2022

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem diplomovou prací na téma Učebnice matematiky pro 8. ročník ZŠ a jejich připravenost na distanční výuku geometrie vypracovala samostatně s využitím uvedených pramenů a literatury, které jsou uvedeny v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně dostupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby stejnou elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích .....

.....

Bc. Nikola Brůžková

## **Poděkování**

Na této stránce bych ráda poděkovala vedoucí mé práce doc. RNDr. Heleně Koldové, Ph.D., za odborné vedení, cenné rady, připomínky, trpělivost a její čas, který mi věnovala po celou dobu psaní a vedení mé diplomové práce. Dále bych touto cestou chtěla poděkovat panu Mgr. Romanu Haškovi, Ph.D., za konzultace a cenné rady při práci s matematickým softwarem GeoGebra. Na závěr patří velké poděkování mé rodině a přátelům za podporu a motivaci během celého studia.

## **Anotace**

Množství změn, které současnou českou školu provází, je odpovědí na globální společenské změny a zaměřuje se na to, jak vzdělávat žáky. Nové trendy ve vzdělávání jsou spojené s požadavkem získávání klíčových kompetencí jako základu pro celoživotní učení s proměnou vzdělávacího obsahu, které jsou prostředkem všestranného rozvoje osobnosti dítěte, nikoli pouze cílem. V této souvislosti mluvíme také o výuce distanční vzhledem k transformaci vzdělávacího obsahu, které se věnuji ve své diplomové práci. V práci se zabývám problematikou a kritickými místy distanční i prezenční výuky geometrie. Tvořím interaktivní materiály, které by mohly pomoci studentům překonat tato kritická místa. V závěru práce pak přikládám získanou reflexi od učitelů a studentů, kteří s vytvořenými materiály pracovali.

## **Annotation**

The number of changes that accompany the current Czech school system is a response for global social and pandemic changes and it is focused on methods of pupils' education. New educational trends are linked to a requirement to acquire key competences as a basis for lifelong learning with a change of educational content, which are means of a versatile development of a child's personality, not just a goal. In this context, we also talk about distance learning regarding the transformation of educational content which is addressed in the thesis. The thesis deals with issues and critical points of distance as well as face-to-face learning of geometry. Interactive materials were created, that could help the students to overcome these critical points. At the end of the thesis, a reflection obtained from teachers and students, who worked with the mentioned materials, is attached.

## **Klíčová slova**

Matematika na základní škole, geometrie, učebnice matematiky, využití počítače ve výuce matematiky, matematický software, Geogebra, distanční výuka, e-learning, digitální kompetence, digitalizace, množiny bodů dané vlastnosti, kružnice, kruh, individualizace, flexibilita, samostatnost studia, podpory studia

## **Keywords**

Maths at primary school, Geometry, textbook of Maths, use of computers at Maths learning, Maths software, GeoGebra, distant learning, e-learning, digital competence, digitisation, set of property points, circle, circle, individualisation, flexibility, study independence, study supports

# Obsah

<b>I. ÚVOD</b> .....	<b>1</b>
<b>II. TEORETICKÁ ČÁST</b> .....	<b>3</b>
1 INFORMAČNÍ SPOLEČNOST A ŠKOLNÍ PROSTŘEDÍ.....	3
2 PANDEMIE ROKU 2020–2022.....	5
3 STRATEGIE 2030 + .....	7
4 FORMY VZDĚLÁVÁNÍ .....	9
4.1 DISTANČNÍ FORMA VZDĚLÁVÁNÍ.....	9
4.2 PREZENČNÍ FORMA VZDĚLÁVÁNÍ.....	13
4.3 KOMBINOVANÁ FORMA VZDĚLÁVÁNÍ.....	13
5 POČÍTAČEM PODPOROVANÁ VÝUKA – E-LEARNING.....	14
6 POZNÁVACÍ A UČEBNÍ PROCES.....	15
7 KONSTRUKTIVISMUS .....	21
8 DIGITALIZACE UČEBNÍCH MATERIÁLŮ.....	23
9 VYUČOVÁNÍ GEOMETRIE .....	27
9.1 KRITICKÁ MÍSTA GEOMETRIE .....	31
10 DYNAMICKÁ GEOMETRIE.....	35
10.1 PROGRAM GEOGEBRA.....	35
10.2 GEOGEBRA <i>TRÍDA</i> .....	37
<b>III. PRAKTICKÁ ČÁST</b> .....	<b>39</b>
11 CÍLE A METODIKA.....	39
12 NÁVOD A POPIS VYPRACOVANÉHO MATERIÁLU .....	44
13 ZPĚTNÁ VAZBA.....	57
<b>IV. ZÁVĚR</b> .....	<b>63</b>
14 SEZNAM LITERATURY .....	64
15 PŘÍLOHY .....	69

# I. Úvod

Diplomová práce se zabývá distančním vzděláváním na 2. stupni ZŠ se zaměřením na výuku geometrie. Toto téma jsem zvolila v návaznosti na aktuální pandemickou situaci, která zasáhla nejen Českou republiku, ale celý svět. Vybrána byla učebnice matematiky pro 8. ročník, u které je zkoumána její připravenost na distanční výuku. Pokusila jsem se o její transformaci do online veřejně dostupné podoby použitelné především během distanční výuky. Tím jsem potvrdila, že učebnici lze použít při distanční výuce. Zvolila jsem záměrně učivo geometrie, protože je považováno za jednu z nejobtížnějších kapitol pro žáky ZŠ i během prezenční výuky, natož pak při výuce distanční.

Cílem mé práce bylo nejprve načrpat teoretické znalosti týkající se distanční výuky, geometrie, konstruktivismu a tvorby online materiálů vhodných pro distanční výuku a na jejich základě připravit GeoGebra interaktivní applety zaměřené na tuto kapitolu. Klíčová je u nich společná práce celé třídy v reálném čase, kterou je možné sledovat a komentovat z jednoho místa. Práce poukazuje na připravenost vybrané učebnice k transformaci její tištěné podoby do online distančně použitelné podoby. Zároveň přináší nové interaktivní způsoby, jak distančně geometrii vyučovat. Může posloužit jako inspirace pro tvorbu nových edukačních materiálů, které spojují digitální kompetenci a konkrétní školní předmět.

V teoretické části se zabývám distančním vzděláním a jeho formami, konstruktivismem, využitím distančních opor v prezenční výuce, poznávacím a učebním procesem, rámcovým vzdělávacím programem, strategií 2030+ a interaktivním vyučováním.

V praktické části pak čerpám z poznatků získaných v části teoretické a věnuji se popisu vypracované GeoGebra knihy doplněnému o návod, jak s GeoGebra knihou a *Třídou* pracovat během vyučovacích hodin. Dále transformuji cvičení z vybrané učebnice do podoby interaktivních online veřejně dostupných appletů, které uzpůsobuji tak, aby mohly být použity formou GeoGebra *Třídy*. Ty jsou doplněny o řešení, komentáře, otázky a ukázky jejich použití v praxi školního prostředí.

Na závěr pak přikládám reflexi uživatelů (učitelů i studentů), kteří si již v praxi práci s vytvořenými GeoGebra aktivitami prohlédli nebo vyzkoušeli. Závěrečná kapitola je doplněná o mé vlastní zkušenosti a doporučení k používání těchto aktivit během výuky prezenční i distanční.

V textu je využíváno označení některých slov kurzívou a velkým počátečním písmenem, slova zapsaná tímto stylem jsou názvy aplikací či funkcí GeoGebry. Označení využívám proto, aby nedošlo k záměně významu, např. *Třída* označuje název GeoGebra aplikace na rozdíl od třídy, která definuje konkrétní skupinu žáků nebo místnost ve škole.



## II. Teoretická část

### 1 Informační společnost a školní prostředí

Bývalo zvykem, že poté, co učitel ve třídě vznesl otázku, žáci mlčeli. Nyní ve 21. století zadá učitel otázku a mnoho žáků už ví, kde mohou odpověď najít. Mají-li k dispozici svá „chytrá elektronická zařízení,“ jsou si dokonce jisti, že správnou odpověď dohledají. „*V realitě současného světa proto nelze vzdělání nadále omezovat na zkoušení faktografických znalostí formou otázek a odpovědí* (Sieglová, 2019, s. 12).“ Studenty obklopuje informační společnost, v níž jsou všechny informace online veřejně dostupné kdykoliv a kdekoliv. Klíčovou schopností studenta je umění myslet kriticky, tzn. o informacích přemýšlet, propojovat je, kombinovat s právě probíraným učivem a využitím v praxi (Sieglová, 2019, s. 12).

Mezigenerační rozdíly se v posledních letech výrazně prohloubily a působí také ve školním prostředí. „*21. století se totiž od předchozích výrazně liší. Je charakteristické bezprecedentní rychlostí a rozsahem společenských změn, které budou mít významný vliv a rostoucí nároky na absolventy* (Sieglová, 2019, s. 10).“ Dnešní mladá generace objevuje a denně mění způsob zpracovávání informací, vše je totiž online dohledatelné na rozsáhlé internetové síti. Stejně tak jako podlehl mnohým změnám společnost, měnit se musí i výuka a přístupy k předávání znalostí, zkušeností a dovedností majících charakter dnešního světa (Sieglová, 2019, s. 17).

Lidé narození kolem roku 1995 jsou označováni jako generace Z. Tato generace vyrostla na síti World Wide Webu, který v 90. letech rozšiřoval svou dostupnost. „*Příslušníci této generace ovládají moderní technické a komunikační nástroje zcela přirozeně* (Sieglová, 2019, s. 17).“ Jejich pozornost bývá ale často odvrácena od samotného vyučování kvůli zkoumání nekonečných možností internetu a sociálních sítí. Technologie tedy nejsou pouhým přínosem, studenti je spíše užívají k navázání kontaktu a zábavě, mnohdy ani neví, jak je využít jinak. Měli bychom studentům tedy ukázat, že mohou nové technologie využívat nejen jako zábavu, ale jako prostředek k sebevzdělávání. Posloužit mohou např. k řešení a formulaci odpovědi na zadané úkoly a otázky. Student by u nich měl zvládnout aktivně přemýšlet a kriticky hodnotit zadané situace a weby, ze kterých čerpá (Sieglová, 2019, s. 17–18).

Dalším efektem, který ovlivnil generaci Z, je tzv. multitasking. Často se nejen u studentů setkáme s lidmi, kteří dělají více aktivit současně. Pokud bychom chtěli efektivně pracovat na několika aktivitách zároveň, muselo by se jednat o aktivity s minimálním zatížením kognitivních funkcí, např. procesy, které již máme automatizovány. Lindy Steneová (bývalá konzultantka společnosti Apple) označila tento fenomén jako „trvale částečná pozornost“ (Sieglová, 2019, s. 18). Maximální pozornost je během tohoto stavu při výuce rozdělena, proto považujeme tento stav za nežádoucí. Zároveň na základě marketingového průzkumu bylo zjištěno, že se doba nepřerušného soustředění od roku 2000 do roku 2016 snížila o třetinu. Studenti mají tendence vyhýbat se psaní a čtení dlouhých textů, mnohem raději naopak pracují s prvky vizuálními. Přenos hlavní informace je totiž mnohem rychlejší než např. u běžného čtení (Sieglová, 2019, s. 18–19).

Učitel a učebnice již nejsou jediným nositelem informací. Mnozí studenti si také uvědomují, že internet ví více než učitel samotný, to může také vést ke ztrátě žákova zájmu, pozornosti anebo učitelovy autority. Neměli bychom tedy na informační společnost nahlížet jako na problém, ale spíše hledat způsoby, jak s generací Z najít společnou cestu, motivaci a zájmy. Vést bychom měli mladou generaci k vývoji kritického myšlení, které symbolizuje schopnost efektivně vyhodnocovat a využívat získané informace při řešení reálných situací (Sieglová, 2019, s. 19–20).

## 2 Pandemie roku 2020–2022

V březnu 2021 si Česká republika připomínala rok od nástupu pandemie covid-19, jenž přinesl naší společnosti mnoho změn, které ovlivnily celý chod naší společnosti počínaje pracovními povinnostmi nebo běžným nákupem v obchodě. Po určitou dobu nás situace donutila zůstat převážně doma a vyhnout se reálnému kontaktu s ostatními. Abychom ale mohli kontakt alespoň částečně udržet, přesunuli jsme se tam, kde to bylo možné, tedy za obrazovky monitorů do online prostředí internetové sítě. Ta nám dovolila alespoň částečně pokračovat v činnostech, které byly součástí našeho běžného denního režimu. Pandemie výrazně ovlivnila také oblast vzdělávání (ČŠI, 2021b, s. 2).

Od jara roku 2020 byl sledován vývoj a zavedení distančního vzdělávání Českou školní inspekcí, která po roce pandemie vydala tematickou zprávu se shrnutím hlavních zjištění. Během začátku pandemie došlo k uzákonění povinnosti účastnit se distančního vzdělávání, nicméně se objevila spousta případů, kdy se studenti nemohli připojit k distanční výuce a ani se nepokoušeli spojit se se školou jinými nabízenými způsoby. Škole se tedy vůbec nepodařilo vstoupit s těmito studenty do kontaktu. Pro některé studenty bylo tedy druhé pololetí školního roku 2019/2020 pololetím bez vzdělávání, počet těchto případů dle České školní inspekce sahá až na 10 000 (Pavlas et al., 2021, s. 10).

Dále se objevila skupina zhruba 250 000 případů studentů, kteří se neúčastnili online distanční výuky kvůli technickým obtížím, ale spolupracovali se školou skrze vzdělávací podklady školou zprostředkované. Díky intervencím školy, učitelů a dalších zaměstnanců se podařilo tuto skupinu během jednoho roku snížit zhruba na jednu pětinu původního počtu (Pavlas et al., 2021, s. 10).

Situace se v následujícím období školního roku 2020/2021 výrazně zlepšila. Zlepšeno bylo nejen technické zázemí a vybavení školy, ale i budování digitálních kompetencí u všech zúčastněných. Fakt, že byly technologie i digitální kompetence školy efektivně zdokonaleny, můžeme považovat za jeden z pozitivních efektů celé pandemie (Pavlas et al., 2021, s. 10).

Mimo již zmíněné změny došlo na většině škol ke změnám vzdělávacího obsahu, který byl redukován stejně jako prezenční rozvrhy do online podoby. Studenti byli vedeni k samostudiu a k rozvoji vlastní vnitřní motivace k učení, protože přišli o reálný sociální

kontakt s učitelem a spolužáky bez ohledu na věk. Je důležité podotknout, že u některých méně ctížadostivých studentů jsou dohled a vnější motivace ve vzdělávacím procesu klíčové (Pavlas et al., 2021, s. 10). Vliv měla pandemie i na samotné hodnocení a zpětnou vazbu, mnoho pedagogů během distanční výuky volilo jiné a nové metody hodnocení, než je stále nejčastěji využívaná klasifikace známkou. Poskytování průběžné zpětné vazby studentům a jiné metody hodnocení jsou často diskutovány a mnoho institutů je vnímá jako výzvu do budoucna. Přinášejí totiž mnoho užitečných informací nejen pro učitele a rodinné příslušníky studenta, ale především pro studenta samotného (Pavlas et al., 2021, s. 10).

Dalším velmi diskutovaným tématem z období distančního vzdělání bylo zapojení žáků do distanční výuky. Na jaře 2020 byl relativně vysoký podíl studentů, kteří se ať už z důvodů rodinných, chybějící techniky, rezignace nebo nedostatečné podpory nezapojovali do distančního vzdělávání. Situace se dle průzkumu ČŠI během několika měsíců zlepšila, ke změně vedlo zavedení povinného distančního vzdělávání a změna přístupu škol k jeho organizaci. Z průběžných zjištění vyplývá, že se většina škol snažila hledat nové a efektivní cesty, jak podpořit a zapojit všechny žáky. Naopak přibližně 2 % škol zaváděla distanční výuku až v lednu 2021, kdy už bylo zřejmé, že pandemie nebude pouze chvilkovou záležitostí, jak se tyto školy původně domnívaly. Zaváděly tedy online distanční výuku až po posledních impulzech možné návštěvy ČŠI (Pavlas et al., 2021, s. 15–20).

V posledních měsících roku 2021 téměř všechny školy disponovaly digitální technikou v dostatečném počtu tak, aby mohly distanční online výuku realizovat. V průběhu roku také došlo k výraznému zvýšení digitálních kompetencí učitelů. Tuto změnu tedy můžeme považovat za pozitivní pokrok. Zhruba 90 % ředitelů hodnotilo posun rozvoje digitálních kompetencí jako posun k lepší úrovni (Pavlas et al., 2021, s. 27).

V doporučeních ČŠI pro budoucí podobu vzdělávání se objevily body zmiňující intenzivní zájem o realizaci distančního vzdělání, zlepšení digitálního vybavení škol, hledání řešení na problémy školy během distanční výuky a podporu její kvality distanční výuky (Pavlas et al., 2021, s. 58). Tato tematická zpráva je jedním z důvodů mého pokusu o zlepšení vlastních digitálních kompetencí a tvorbu nových materiálů použitelných k rozvoji digitální kompetence studenta během distanční výuky geometrie.

### 3 Strategie 2030 +

Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy připravilo dokument *Strategie vzdělávací politiky ČR do roku 2030+.* „Zařazení těchto strategií by mělo vést k vytvoření a rozvoji otevřeného vzdělávacího systému, který se adaptuje na proměnlivé vnější prostředí a poskytuje relevantní obsah vzdělání v celoživotní perspektivě (MŠMT ČR, 2020, s. 8).“

Mezi hlavní strategické cíle patří: „Zaměřit vzdělávání více na získávání kompetencí potřebných pro aktivní život občanský, profesní i osobní, snížit nerovnosti v přístupu ke kvalitnímu vzdělávání a umožnit maximální rozvoj potenciálu dětí, žáků a studentů (MŠMT ČR, 2020, s. 15).“

Ve strategické linii 1 je zařazeno digitální vzdělávání, přičemž hlavním cílem není, aby student pouze hojně využíval digitální technologie, ale aby svoje digitální znalosti a dovednosti uměl zodpovědně, samostatně a vhodným způsobem používat v kontextu vzdělávání, práce či zábavy. Během výuky by tedy měl být seznámen se způsoby a druhy technologií, které může využít právě pro tyto účely, tento úkol je směřován na samotné učitele, kteří by studentům měli zprostředkovat ukázky širokého spektra edukačních možností a zmiňovat výhody a nevýhody jejich používání. Student by měl být následně schopen vyhledávat důvěryhodné zdroje a z nich čerpat, třídít je a kriticky informace hodnotit. Zároveň by měl být seznámen s riziky, která přináší právě samotné využívání technologií a internetu, a být na ně připraven (MŠMT ČR, 2020, s. 31).

MŠMT dále uvádí, že využívání digitálních technologií by mělo být v průběhu následujících let samozřejmostí ve všech oblastech vzdělávání, mělo by se tedy stát jeho smysluplnou součástí a podporovat tak infromatické myšlení a digitální gramotnost studentů. Zásadním úkolem by měla být schopnost studenta adaptovat se na dynamickou digitalizaci celé společnosti, připravenost na budoucí automatizaci některých profesí, které po ukončení jeho studia již nemusí existovat na budoucím trhu práce (MŠMT ČR, 2020, s. 31).

V příštích letech MŠMT počítá se změnami metod, forem i hodnocení vzdělávání. Školství se tedy pokusí o zvýšení efektivity výuky prostřednictvím technologií, a to tak, že se pomocí nich výuka přizpůsobí individuálním potřebám jednotlivých žáků. Digitální nástroje by měly napomáhat při individuálním hodnocení výsledků vzdělávání, zpětné vazbě a sebehodnocení (MŠMT ČR, 2020, s. 32).

Hodnocení bývá pro učitele velice časově náročnou záležitostí, a pokud učitel učí např. přes 100 žáků, zdá se téměř nereálné každého podrobně a např. slovně hodnotit a po celý rok pozorovat jeho vývoj. Technologie umožňují tyto procesy hodnocení učitelům automatizovat a ulehčovat. Ve své praktické části uvádím jeden ze způsobů hodnocení úkolů pomocí aplikace GeoGebra *Třída*, který učiteli ušetří několik hodin opravování prací celé třídy. Těchto způsobů, jak automatizovat některé opakující se procesy, které nejsou ve vzdělávání zásadní, je hned celá řada. Ve své práci představuji také způsoby, jak může i žák automatizovat některé z již zvládnutých činností.

## 4 Formy vzdělávání

### 4.1 Distanční forma vzdělávání

Pojem distanční vzdělávání vznikl v 60. letech na univerzitě v Německu a byl spojován s pojmy dialog, struktura a převod (Moore & Diehl, 2018, s. 33). Nyní známe distanční vzdělávání jako formu vzdělávání, která funguje na principu samostudia, jež probíhá bez přímého kontaktu s vyučujícím v předem vytvořeném prostředí. Vzdělávací institut poskytuje vzdělávací materiály, aktivity a pomocí předem vybraných médií zadává úkoly, které student plní. Učitel zastává funkci průvodce vzděláváním, ale aktivně do něj nevstupuje. Jednou z klíčových kompetencí studenta studujícího distančně je tedy vnitřní motivace, odpovědnost za proces i výsledky a sebekontrola v průběhu celého studia vedeného v této podobě (Moore & Diehl, 2018, s. 34–36). Distanční výuka umožňuje vzdělávání pro všechny kategorie studentů od nejmladších přes maminky na mateřské, dlouhodobě nezaměstnané kvůli nedostatečné kvalifikaci, pracovně vyčizené až po seniory, pro něž by mohlo být každodenní cestování za vzděláváním obtížné (Černý, 2015, s. 43).

Stálá distanční výuka je zatím nejbližší spjata s vysokoškolským, popř. středoškolským vzděláváním. Během pandemické situace jsme se ale setkali s distanční výukou vyplývající z podmínek zákona § 184, školského zákona a zákazu osobní přítomnosti. Toto ustanovení během pandemie zakázalo přítomnost všech žáků ve škole, proto přešly na distanční výuku platnou pro celou školu. Podle školského zákona č. 561/2004 vyhlášky č. 349/2020 Sb. je od září 2020 účast žáků na distanční výuce součástí povinné školní docházky (MŠMT ČR, 2020, s. 8).

Distanční výuku můžeme rozdělit různými způsoby (MŠMT ČR, 2020):

1. dle míry
  - a) výuka kompletně distanční, která probíhá pouze mimo prostory vzdělávacího institutu,
  - b) výuka kombinovaná, při které student vzdělávací institut navštěvuje, pokud má časové či jiné možnosti, účastní se např. náhradních seminářů, přednášek, konzultací nebo workshopů;

## 2. dle stupně vzdělání

- c) primární – distanční výuka na stupni primárním – ZŠ je poměrně výjimečnou záležitostí, základní škola je prostorem pro tvorbu prvních sociálních vazeb a kontaktů, které dítě buduje, a tato první zkušenost ho provází celým životem, proto by distanční vzdělávání na ZŠ mělo být konzultováno s odborníkem,
- d) sekundární,
- e) terciární – zde je distanční výuka nejčastější;

## 3. dle formy a organizace

- f) off-line výuka – tato distanční výuka neprobíhá přes internet,
- g) online výuka – neměla by být zaměňována s pojmem e-learning:
  - i. synchronní výuka,
  - ii. asynchronní výuka.

Off-line výuka je označení způsobu vzdělávání, které probíhá na dálku, student se během něj nepřipojuje na internet, a není tedy nutné, aby disponoval elektronickým zařízením, popř. digitální technologií, což je výhodou pro účastníky, kteří k nim nemají přístup, ať už z důvodů socioekonomických, nebo jiných. Studijní materiály jsou předávány formou DVD, CD, flash disků a dalších paměťových médií, zadávány jsou telefonicky nebo např. na schůzce. Protože se jedná o druh distanční výuky, i off-line výuka probíhá formou samostudia, student tedy vypracovává zadané úkoly, aktivity a materiály v libovolném čase a na libovolném místě (MŠMT ČR, 2020, s. 9).

*„Pojem online výuka je používán pro způsob vzdělávání na dálku, který probíhá zpravidla prostřednictvím internetu a je podporován nejrůznějšími digitálními technologiemi a softwarovými nástroji. Při synchronní online výuce je učitel propojen se studenty zpravidla prostřednictvím nějaké komunikační platformy v reálném čase. Skupina pracuje ve stejný čas na stejném virtuálním místě na stejném či podobném úkolu dle nastaveného harmonogramu (MŠMT ČR, 2020, s. 8, část 4.1. I).“* Její členové mohou spolu diskutovat, vzájemně se motivovat a během výuky dochází alespoň k částečnému sociálnímu kontaktu. Předpokladem obou forem online výuky (synchronní i asynchronní výuky) je dostupnost digitální technologie, což může být pro některé studenty nevýhodou.



*„Při asynchronní výuce studenti pracují v jimi zvoleném čase vlastním tempem na jim zadaných úkolech a společně se v online prostoru nepotkávají. Využívány pro tento druh práce mohou být nejrůznější platformy, portály, aplikace atp., a to jak k samostatnému vzdělávání, tak i k zadávání úkolů a poskytování zpětné vazby (MŠMT ČR, 2020, s. 9, část 4.1. I).“*

Jak výuka synchronní, tak asynchronní mají své výhody a nevýhody. Jejich využití je tedy velice individuální a řídí se konkrétním kolektivem a školou. Nejvyššího efektu během online výuky dosáhneme tak, že obě formy kombinujeme, student má tak nejen vlastní prostor na organizaci času a tempa vzdělávání, ale zároveň může spolupracovat s učitelem a svými spolužáky (MŠMT ČR, 2020, s. 9, část 4.1. I).

### **Základní principy**

Mezi základní principy distančního vzdělání bychom zařadili sebevzdělávání formou vlastní volby toho, kdy, kde a co si přeje žák studovat. Díky individualizaci má každý student individuální plán, který je sestaven dle jeho tempa, komunikace a motivace. Aby se tedy pedagogům opravdu podařilo studenty něčemu naučit, ne je pouze učit, je třeba vnímat každého studenta jako unikátní individuální bytost s různými životními zkušenostmi. Jedná se tedy o hledání cesty, přístupu, jak rozvíjet jeho skrytá nadání, odhalit jeho potenciál a přizpůsobit vzdělávací program z hlediska jeho vývoje, věku, schopností, ale především aktuálních potřeb. Toto vše zahrnuje konstruktivistická teorie, která respektuje jeho dosavadní zkušenosti a je společně s konektivismem zásadním způsobem, který určuje i průběh distanční výuky (Černý, 2015, s. 10–11). Dalším základním principem distanční výuky je interaktivita, která studenta zapojí, zabaví a podá mu rychlou zpětnou vazbu. Dalším typickým rysem distanční výuky je multimediální způsob prezentace učiva, který při vzdělávání zapojí více smyslů studenta a zvýší tak efektivitu celého procesu (Černý, 2015, s. 37).

### **Doporučení pro 2. st. ZŠ a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií a konzervatoří**

*„Distanční vzdělávání na tomto stupni by mělo probíhat převážně online a kombinovat synchronní a asynchronní metody. Čím jsou žáci starší, tím větší míru samostatnosti při vzdělávání lze očekávat a podporovat. Avšak i u této věkové kategorie je potřebné již v průběhu prezenční výuky zařazovat aktivity spojené s využíváním školního informačního systému a digitálních vzdělávacích nástrojů, aby případný přechod na*

*výuku na dálku proběhl bez komplikací. Oproti výuce na 1. st. je doporučeno zařazovat více skupinových aktivit, samostatné vyhledávání zdrojů a práci s nimi, využívat různé digitální nástroje podporující porozumění učivu, jeho procvičení a rozvoj kompetencí v daných oblastech. Ani na 2. st. ZŠ nelze on-line výuku plánovat tak, aby synchronní aktivity kopírovaly běžný rozvrh hodin a žáci museli mnoho hodin denně sledovat online přenosy. Synchronní výuka by neměla přesáhnout tři vyučovací hodiny za sebou (MŠMT ČR, 2020, s. 12, část 4.7. D).“*

*„Je třeba vhodně volit témata i pestrou škálu metod, věnovat se přednostně prioritním předmětům a stavět před žáky různorodé úkoly tak, aby v optimální míře rozvíjeli svůj potenciál. Pro vyšší motivaci žáků v této věkové kategorii je možné využívat prvky vrstevnického učení, týmové práce a projektové výuky. Pro žáky na 2. stupni je kontakt s vrstevníky velmi důležitý, běžně využívají nejrůznější nástroje on-line komunikace a využití tohoto potenciálu při výuce se přímo nabízí. Naopak je třeba se v tomto citlivém období vyvarovat situací, které zasahují do osobní integrity, jako je on-line zkoušení jednotlivce před třídou, povinné fotografování, vystupování před kamerou, požadování informací ze žákova soukromí atp. Vhodné je zapojit do procesu učení i zájmové aktivity konkrétních žáků a využívat potenciál propojování formálního a neformálního vzdělávání (MŠMT ČR, 2020, s. 12–13, část 4.7. D).“*

*„Není roli rodičů probírat s dětmi látku, vysvětlovat učivo, opravovat úkoly. Je však vhodné, aby učitelé žádali rodiče o zpětnou vazbu, jak oni vnímají postoj dětí k vlastnímu vzdělávání, zda jsou děti motivované, zažívají úspěch, zda nejsou přehlcené, zbývá jim čas na zájmové aktivity a odpočinek a zda je komunikace ze strany školy dostatečná a srozumitelná (MŠMT ČR, 2020, s. 13, část 4.7. D).“*

### **Distanční výuka v Jihočeském kraji**

V roce 2020 byla provedena studie zkoumající pohled rodičů, učitelů a žáků na distanční výuku na základních školách v Jihočeském kraji. Zúčastnilo se 81 žáků z prvního stupně a 157 z druhého stupně (Rokos & Vančura, 2020, s. 128). Mimo jiná zajímavá zjištění se ve výsledcích jako nejobtížnější předmět během distanční výuky objevila na první příčce právě matematika, a to jak u žáků prvního, tak i druhého stupně. Hodnocena byla konkrétně náročnost přípravy na vybraný předmět, 39,5 % žáků prvního stupně přípravu na matematiku hodnotilo jako hodně/docela hodně náročnou. Naopak za málo náročnou ji považovalo pouze 1,2 % žáků. Žáci na druhém stupni hodnotili přípravu

na matematiku jako hodně/docela hodně náročnou – 52,2 % a pouze 2,5 % jako málo náročnou (Rokos & Vančura, 2020, s. 131–132). Výuka matematiky distančně je tedy místem, kde by bylo vhodné se pokusit o zvýšení efektivity vyučování tak, aby se náročnost přípravy na tento předmět pro studenty snížila.

## **4.2 Prezenční forma vzdělávání**

Tato forma výuky zahrnuje fyzicky a aktivně přítomného učitele a studenty na jednom místě. Výuka probíhá jako přenos informací v předem stanoveném čase dle rozvrhu. Vzdělávání nemusí probíhat pouze ve všední den, ale i během víkendu či ve večerních hodin. Základním znakem jsou reálná pravidelná setkání všech studujících i vyučujících (Černý, 2015, s. 34).

## **4.3 Kombinovaná forma vzdělávání**

Touto formou vzdělávání rozumíme kombinaci prezenčního a distančního vzdělávání. Příkladem můžeme uvést studenta, který po většinu času studuje distančně, ale aktivně se účastní povinných konzultací, přednášek či seminářů. Do kombinované formy bychom mohli zařadit např. blended-learning, student využívá především e-learning v určitém prostředí, ale má možnost prezenční výuky či konzultací (Černý, 2015, s. 34–35).

## 5 Počítačem podporovaná výuka – e-learning

Prvopočátky počítačem podporované výuky sahají do 60. let 20. století. Evropská komise definuje e-learning jako užívání nových multimediálních technologií a internetu za účelem rozšíření, zlepšení kvality a efektivnosti vzdělávání (Tenegen Consortium, 2008, s. 26). Zda ke zlepšení dojde, je velmi těžké předvídat, e-learning není v tuto chvíli možné označit za 100% úspěšný. Technologické inovace mohou svádět k přílišnému optimismu, ale jisté je to, že předpona „e“ sama o sobě nevyřeší problémy vzdělávací krize, která proběhla např. během pandemické situace (Bessenyei et al., 2008, s. 27).

*„Globálně se mnoho učitelů snaží o vytvoření hypermediálního, konstruktivistického výukového prostředí pro matematiku, to totiž maximalizuje úspěch pojmotvorného procesu v mysli žáka (Binterová & Tlustý, 2013, s. 21).“*

Výukové prostředí s podporou počítače samo o sobě nepředstavuje dobré prostředí k výuce, může ale poskytovat prostor, ve kterém může žák ověřit nebo realizovat své nápady, pozorovat, chápat změny, souvislosti nebo budovat vlastní pojmy a postoje (Mousoulides & Philippou, 2004; Binterová & Tlustý, 2013, s. 22). Svět internetu nabízí mnoho programů, které mohou tvůrci materiálů pomoci vytvořit právě zmíněné dobré prostředí pro výuku, např. Cabri, Maple, Derive, CoCoa nebo GeoGebra (Binterová & Tlustý, 2013, s. 23).

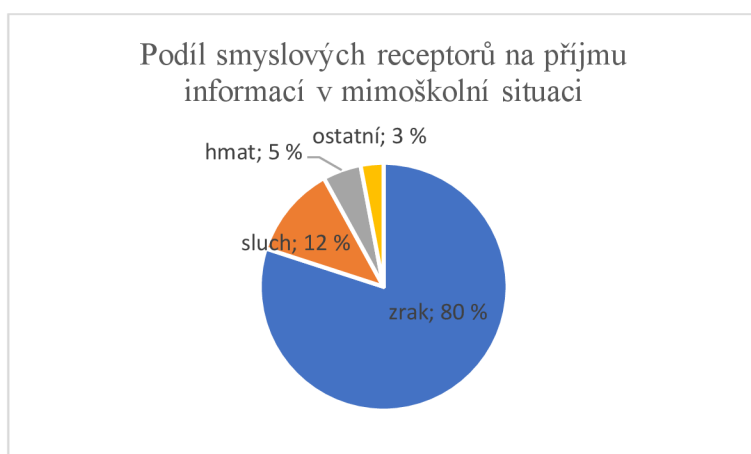
Aby byl tvůrce schopen pracovat, nebo dokonce vytvářet efektivní online výuková prostředí, musí nejprve nabýt zkušenosti, sledovat vývoj, využívat poznatky z minulosti a stále se učit novému. Další kapitola je tedy věnována samotnému poznávacímu a učebnímu procesu, který stojí na prvopočátku celé výuky. Pokud tedy pochopíme, jak pozornost a učení funguje, můžeme nalézt alespoň částečné odpovědi na otázky typu: Jak? Co? Komu? Kdy? Kde? Jde ale jen o částečné odpovědi, protože každý kolektiv, třída nebo skupina žáků je naprosto unikátní kombinací jedinců, není tedy možné najít univerzální způsob, jak e-learning využívat v praxi (Bessenyei et al., 2008, s. 27).

## 6 Poznávací a učební proces

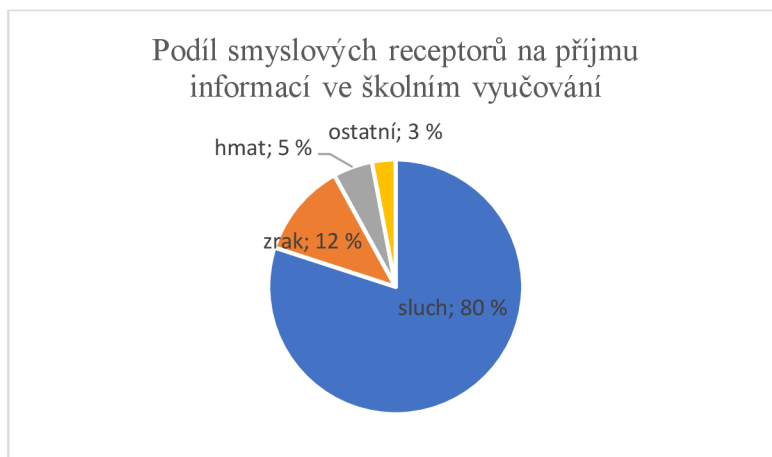
Cílem této kapitoly je pokus o nalezení přístupu, který by pomohl ke změně formálního a verbálního charakteru výuky matematiky, který se na mnohých školách stále objevuje, je ale neefektivní, a co se matematiky týče, zbytečný (Hejný & Kuřina, 2015, s. 119).

Ve školách probíhá na denní bázi žákův poznávací a učební proces. Žák si zde vytváří nové zkušenosti na jejichž základě si osvojuje nové znalosti, dovednosti a postoje při jednání s druhými, řešení problémů nebo citové prožívání konkrétní situace. Jan Amos Komenský ve své knize zmiňuje: „*vše vlastními smysly ... vše vlastní a ustavičnou praxí žáků* (Komenský, 1947, s. 103)“.

Kalhous v roce 1995 ve své knize klade rovněž důraz na smysly. Smyslové poznání řadí do první fáze poznávacího procesu. Po smyslovém poznání přichází poznání rozumové a v závěru zapamatování. Za pomoci nervových impulzů se v našem mozku spouští reakce smyslových oblastí (zrak, hmat, čich, sluch a chuť) – tuto část můžeme nazvat vnímáním. Pokud je informace přijata pomocí více smyslových orgánů, její vnímání je mnohem hlubší než u informace, kterou např. pouze slyšíme (Kalhous, 1995, s. 86). Z obr. 1 a 2 je zřejmé, že bychom se měli i ve škole snažit informace předávat tak, jak je studenti přijímají v mimoškolním prostředí, jež je obklopuje na denní bázi a jsou na příjem informací těmito smysly zvyklí.



Obr. 1 – Příjem informací, volně podle grafu z knihy *Základy školní didaktiky* – (Kalhous, 1995, s. 87)



Obr. 2 – Příjem informací, volně podle grafu z knihy *Základy školní didaktiky* – (Kalhous, 1995, s. 87)

### Pozornost a motivace

„Pozornost je mentální proces, jehož funkcí je vpouštět do vědomí omezený počet informací, chránit ho tak před zahlcením velkým množstvím podnětů (Plháková, 2004, s. 77).“ Základní a klíčovou vlastností naší pozornosti je výběrovost neboli selektivita, která nám z okolí pomáhá vybírat pouze ty podněty, které si v daném okamžiku potřebují uvědomit (Plháková, 2004, s. 77).

Studenti tedy různorodě vybírají, na jaký podnět budou během výuky reagovat, který budou naopak ignorovat. Aby byla studentova pozornost upoutána, je důležité vybírat pouze podstatné podněty a aktivity, míříme tak na selektivní pozornost, která je z velké části nevědomá (Plháková, 2004, s. 78). Pokud je student pouhým posluchačem, je pro něj velice obtížné pozornost dokonce i zaměřit, pokud se nejedná o podnět, který ho zajímá, natož ji udržet. Pokud ale zadáme aktivitu, při níž má student za úkol něco vypracovat, ať už samostatně, nebo ve skupině, zvyšujeme šanci, že bude jeho pozornost upoutána a udržena po delší časový úsek. Ivan Petrovič Pavlov zkoumal orientačně pátrací reflex, který je vrozeným schématem chování a reaguje na změny v okolí, především na novost a hrozbu. To nasvědčuje tomu, že lidé všeobecně věnují větší pozornost tomu, co je pro ně nové, naopak menší těm aktivitám a podnětům, které se opakují a jsou pro ně již známé (Plháková, 2004, s. 78). Toto můžeme opět aplikovat na prostředí školy. Pokud budeme se studenty každou hodinu pracovat na principiálně stejných úkolech stejným způsobem, poměrně rychle ztratí pozornost při jejich vykonávání. Zařazování nového je tedy velice důležitým aspektem při učení.

Dalšími podněty, na které přednostně svou pozornost upoutáváme, jsou intenzivní, pohyblivé a měnící se podněty, nezvyklé podněty, podněty, které kontrastují s okolím, ty, které si spojujeme s osobním nebo sociálním významem (Plháková, 2004, s. 78). Toto vše můžeme opět ve školním prostředí využít a začlenit prvky, které odpovídají výše zmíněným, do klasické výuky.

Aby svou pozornost žák na vybraný podnět zaměřil a udržel, není pouze v rukou učitele, žák sám musí chtít a cítit se motivován ke vzdělávání. Pokud se tedy chce učit novému, vzdělávací proces může začít. Sokol ve své knize definuje motivaci jako: „*Souhrn podnětů, důvodů k určitému jednání. Není-li člověk vnitřně motivován, nehledá nové cesty ani se nesnaží sám odstranit překážky* (Sokol, 1998, s. 326).“

„*Vzdělávací proces během výuky matematiky vnímáme jako proces konstruování poznatkových struktur* (Hejný & Kuřina, 2015, s. 129).“ Jak tedy žáka nejlépe motivovat ke studiu matematiky? Způsobů je spousta, patří mezi ně např. vhodně zvolená diskuse, otázka, podnětná hra nebo aktivita z reálného života (Hejný & Kuřina, 2015, s. 129–130). Na ZŠ by se měl učitel pokusit o uspokojení žakových zájmů, protože pokud se mu jeho zájmy nepodaří uspokojit, obrací žák svou pozornost jinam, motivační pole nedospělého jedince je totiž na rozdíl od dospělého velmi široké. Zajímají ho zvířata, mapy, hry, příroda, technika a mnoho dalšího. Dospělý se soustředí pouze na několik konkrétních oblastí. Pokud učitel pravidelně se žáky diskutuje a snaží se nalézt individuální cesty k probuzení motivace, je velmi pravděpodobné, že uspěje (Hejný & Kuřina, 2015, s. 130).

### **Od pozornosti k uchopení**

Jak již bylo zmíněno, jednou z klíčových dovedností učitele je zaujmout a udržet pozornost svých žáků. Toto téma je poměrně kontroverzní a našli bychom různé názory. Průcha ve své knize píše: „*Učitel musí být dominujícím komunikátorem, protože vyučuje a s jeho rolí je nevyhnutelně spojena aktivita prezentování informací* (Průcha, 1997, s. 321).“ Americký učitel John Holt zmiňuje: „*Ve většině případů vysvětlování nezlepšuje pochopení, a může ho dokonce zhoršovat* (Holt, 1994, s. 159).“ Jak se tedy stát dominujícím komunikátorem a zbavit se sáhodlouhého vysvětlování?

Aby mohl žák informaci přijmout, musí být nejprve připraven ji přijmout, tedy být vnitřně motivován a mít touhu učit se novému. Tím spíše je nutné věnovat pozornost podmínkám přenosu samotných informací. Bolzanova-Popperova myšlenka tří světů popisuje a zkoumá poznávací proces. Podle Bolzana svět jednak obsahuje písemnosti, ty

během jejich čtení vytváří svět dva, to jsou prožitky ze čtení těchto písemností. Celý obsah, který z prožitků vzniká, vytváří svět třetí – svět obsahů (Hejný & Kuřina, 2015, s. 119). Všechny tyto světy jsou navzájem propojené. „*Informace patří do světa třetího, pokud této informaci věnujeme pozornost, dostává se do vědomí člověka, tedy do světa druhého* (Hejný & Kuřina, 2015, s. 121).“

Příjem informací se také individuálně liší u každého účastníka poznávacího procesu, jako příklad si uvedeme běžnou vyučovací hodinu: Učitel na hodině přednáší, ve třídě najdeme žáky, kteří informace nepřijímají, věnují svou pozornost něčemu jinému. Někteří z nich zaslechnou např. alespoň část výkladu, informace si tedy uloží do paměti bez propojení s předchozími poznatky. Pak se mohou objevit studenti, kteří věnují pozornost většině informací a následně je nejen uloží, vytvoří si představu, ale také je propojí s předchozími poznatky. Tento proces nazveme uchopení (Hejný & Kuřina, 2015, s. 121–122).

Mareš definuje ve své publikaci učení jako „*konstruování poznatků* (Mareš, 1998, s. 17)“. Tento přístup jde ruku v ruce s matematikou. Samotná matematika totiž vznikala při řešení konkrétních problémů. U studentů pak výuka matematiky výrazně rozvíjí proces abstrakce, který je běžný pro každou intelektuální činnost člověka (Hejný & Kuřina, 2015, s. 127).

### **Bloomova taxonomie**

Předtím než dojde k předávání informací, je důležité si uvědomit, za jakým cílem bude učitel informace předávat. Bloomova taxonomie výukových cílů v kognitivní oblasti dělí poznávací proces na šest fází. První z nich je zapamatování si, učitel tedy zavede poznatek, nový termín nebo údaj, a pokud žák věnuje výkladu pozornost, pokusí si ho zapamatovat, napsat nebo např. určit. Poté přichází fáze porozumění, během které se žák snaží dokázat, objasnit, vyjádřit vlastními slovy nově přijatou znalost. Následující fáze obsahuje aplikaci, žák tedy využije své abstraktní a všeobecné vědomosti, které aplikuje, diskutuje, uvádí vztahy mezi nimi a prokazuje je. Další tři fáze jsou označovány jako analýza, syntéza a hodnotící posouzení. Analýza zahrnuje rozbor konkrétní informace a rozčlenění na prvky a vztahy. Syntézou následně žák informace klasifikuje, modifikuje a vyhodnotí všeobecné závěry. Během poslední fáze pak obhajuje, oceňuje, porovnává, zdůvodňuje nebo provádí např. kritiku (Anderson & Krathwohl, 2001, s. 25–28).



Tato taxonomie shrnuje cíle učebního procesu jednotlivých předmětů a je univerzálně použitelná na všechny. Odpovídá obecně na otázky: Co je důležité žákům předat? Jak je provázet vzděláním? Jak a za co je hodnotit? Jak cíle, pokyny a hodnocení vzájemně sjednotit? (Anderson & Krathwohl, 2001, s. 25–28).

### **Poznatková struktura matematiky**

Mareš (1998), Hejný a Kuřina (2015) vnímají výuku jako proces konstruování poznatkových struktur (Mareš, 1998, s. 18). Tento přístup je v souladu „*s pohledem na matematiku jako na strukturu popsanou systémem axiomů, definic a vět provázaných důkazy* (Hejný & Kuřina, 2015, s. 127)“. Proto tato věda úzce souvisí s výkony svých tvůrců, rodí se totiž při tvůrčevském řešení problémů. Součástí tohoto procesu je abstrakce, kterou využívá každý z nás běžně na denní bázi. Žáci abstrakci rozvíjejí právě během výuky matematiky. V. a M. Hejný (1978) popsali poznávací proces během výuky matematiky, který zahrnuje 4 fáze: motivaci, izolované modely, univerzální modely a abstraktní znalosti, přičemž jádrem tohoto procesu jsou mentální (abstrakční) zdvihy. První vede od izolovaného modelu k univerzálnímu a druhý od univerzálního modelu k abstraktní znalosti (Hejný & Kuřina, 2015, s. 128).

Model je metodologickým prostředkem k orientaci v konkrétní situaci a slouží k reprezentaci obecného pojmu. Modely dělíme na izolované a universální. Z izolovaných modelů je utvářen soubor, který pomáhá žákům poznávat a pochopit učivo. Aby byl žák schopen konstruovat univerzální model, musí izolované modely nejprve provázat mezi sebou. „*Znalost, která není opřena o žádný izolovaný model, o žádnou konkrétní představu, je obvykle silně formální* (Hejný & Kuřina, 2015, s. 131).“ „*Je ale určitě efektivní pokusit se o dobudování chybějících izolovaných modelů a nechat žáka tvořit vlastní představu* (Hejný & Kuřina, 2015, s. 132).“ Univerzální model je obecnější, popisuje situaci a umožňuje předpovídat. Jako příklad můžeme uvést obecný trojúhelník a jeho vlastnosti nebo např. obecný předpis kvadratické funkce (Hejný & Kuřina, 2015, s. 132). S modely se setkáme téměř ve všech kapitolách matematiky, u geometrie je jejich výskyt také hojný. Izolovanými modely univerzálního modelu obdélník jsou např. okno, dveře, tabule a skříň, jedná se tedy o reprezentanty obecného pojmu obdélník. Aby tedy student během svého poznání nabyl zkušenosti s universálním modelem, je velice vhodné ukázat mu nejprve izolované modely kolem něj nebo zadat slovní úlohu obsahující objekty z reálného života (Hejný & Kuřina, 2015, s. 133–134).

Toto je jeden z důvodů, proč jsem se rozhodla do své praktické části i do distanční výuky geometrie zahrnout slovní úlohy obsahující reálné objekty.

## 7 Konstruktivismus

Bloomova taxonomie se odráží i do konstruktivistického přístupu při výuce matematiky, jehož prvopočátky sahají do 20. století. Hlavními představiteli jsou Jean Piaget a John Dewey, ti zdůrazňují „akty duševní a fyzické konstrukce“ (Dewey, 1932, s. 167). Hlavními českými představiteli didaktického konstruktivismu 21. století jsou Hejný a Kuřina. Toto nové století totiž zaznamenává odklon od tradičního transmisivního pojetí výuky. Z předávání hotového obsahu učitelem jeho studentům by výuka měla fungovat na principu aktivních pozic. Student by tedy měl konstruovat nová poznání, propojovat je do smysluplných struktur, které odpovídají jeho mentální úrovni. Výchozím bodem procesu učení je prekoncept, který hraje klíčovou roli interakce jedince se společností a kulturou, která ho obklopuje (Černý, 2015, s. 13–14).

Konstruktivní přístup ve výuce matematiky vychází z tzv. desatera, které obsahuje aktivitu, řešení úloh, konstrukci poznatků, zkušenosti, podnětné prostředí, interakci, reprezentaci strukturování, komunikaci, vzdělávací proces a formální poznání. Vzdělávací proces v matematice pak hodnotíme na základě tří hledisek: porozumění, zvládnutí matematického řemesla a aplikace matematiky. Pro samotné porozumění jsou nejdůležitější představy, pojmy, postupy a souvislosti, které zmiňuje právě i Bloomova taxonomie. Následuje řemeslo, které vyžaduje opakované trénování, využití pravidel, algoritmů a definic. Aplikace můžeme následně využít nejen jako vrchol tohoto procesu, ale také jako způsob motivování žáka. Aplikace tohoto desatera by měla následně pomoci žákům budovat schopnost samostatného a kritického myšlení a chuť poznávat, bádát a konstruovat (Hejný & Kuřina, 2015, s. 194–196).

### **Konstruktivismus distančního vzdělávání**

Pokud chceme aplikovat konstruktivismus do výuky distanční, opět bychom měli zaměřit pozornost na studentovo pochopení významu předávaného učiva, tak aby poznání mohl samostatně konstruovat. Klíčovým se tedy stávají aktivní přístup, propojení s reálným světem a vnitřní motivace jednotlivce s využitím dosavadních zkušeností. Pokud jsou tyto způsoby poznání naplněny, dochází k pevnému a trvalému ukotvení znalostí, které může student kdykoliv aktivně využívat (Černý, 2015, s. 14–15).

Prostředí distančního vzdělávání je významným východiskem úspěšnosti studentovy seberegulace, vlastní motivace, emocí, pozornosti a schopnosti zvládat neúspěch. Toto prostředí by tedy mělo nabízet různorodé aktivity, do kterých průběžně vstupuje učitel.

Ten také zadává dílčí úkoly, poskytuje individuální konzultace a zadává kontrolní testy. Pokud během distanční výuky dochází k pozitivním intervencím tohoto typu, účastníci mohou poměrně snadno dosáhnout vytyčených cílů (Černý, 2015, s. 16)

Aby se učitelé podařilo své studenty motivovat, měl by správně nastavit obtížnost, tak aby student musel vynaložit úsilí na zvládnutí daného úkolu, který je na hranici jeho možností. Úkol by měl mít student šanci vyřešit, neměl by tedy být zadán jako odpověď, ale jako otázka, na kterou se student pokusí najít odpověď. Abstraktní učivo by mělo být spojováno s reálnou situací, se kterou se již student setkal. To mu zároveň odpovídá na otázku, proč a na co se to vlastně učí. To ho podpoří při překonání dosavadních nejlepších výkonů. Pokud bude mít student šanci pracovat ve skupině a bude moci se o své výsledky a nápady podělit s ostatními, opět bude celá výuka záživnější a pro studenty zábavnější. Pokud budou studenti novou látkou nadšeni a jejímu studiu se budou chtít věnovat, není důvod učivu nevěnovat více času, než bylo plánováno, a zkoumat ho do hloubky (Černý, 2015, s. 18).

Klíčovým elementem konstruktivismu ve výuce je aktivita, takže i během distanční výuky by měl student dostávat úkoly k samostatnému zpracování, na nichž se bude moci aktivně podílet. Na tento element jsem se zaměřila v praktické části diplomové práce u interaktivních appletů stejně jako na vzájemné se učení společně se svými spolužáky a zkoumání daného jevu, které vede k závěru a shrnutí celé kapitoly. Zapomínat bychom neměli také na reflexi, která vede ke zkvalitňování celého procesu, ať už u prezenční, či distanční formy. Zahrnout do ní můžeme práci s chybou, kterou je opět možné provést v prostředí GeoGebra *Třídy* (Černý, 2015, s. 18).

## 8 Digitalizace učebních materiálů

Digitální technologie zásadně mění náš každodenní život, způsob práce, přemýšlení, komunikace a vzdělávání. Pandemie se stala impulsem, který poukázal na zásadní roli technologií a digitální infrastruktury. V důsledku toho byl v roce 2020 Evropskou komisí schválen program Digitální Evropa 2021–2022, který formoval budoucí digitální společnost a podporu jejího rozvoje (European Commission, 2021, s. 2–3). Program se mimo jiné zaměřuje také na zlepšování kvalifikace a digitálního vybavení vzdělávacích institutů. Digitalizace vzdělávacích institutů by měla absolventům poskytnout dostatečné vzdělání, aby byli připraveni na vykonávání nově vznikajících profesí vyžadujících digitální kompetenci (European Commission, 2021, s. 67).

Našli bychom mnoho způsobů, jak používat technologie ve výuce, z nichž jedním je počítačem podporovaná výuka. Během ní je počítač nástrojem, který používá učitel a provádí tak žáka učivem. Další způsob využití je učení podporované počítačem, kam patří např. e-learning (Computer-Assisted Learning), web-based learning nebo např. resource-based learning (Dvořáková, 2014, s. 13).

Pokud budeme chtít IT technologie zaimplementovat do hodin matematiky, můžeme opět využít několik způsobů. *„Žáci pracují samostatně nebo ve dvojicích za přítomnosti koordinátora, tento způsob můžeme označit jako blended-learning. Nebo může učitel promítat materiál frontálně přes projektor. Dále může učitel studenty zapojit pomocí hlasového zařízení nebo interaktivní tabule (Dvořáková, 2014, s. 15).“*

Aby byli žáci digitálně kompetentní měl by učitel zapojovat nové technologie také do výuky, představovat jim rizika a nové možnosti, které technologie přináší. Žák by si měl tedy vyzkoušet práci s digitálními materiály a programy. Digitální učební materiály vznikají denně a učitel je nemusí nutně vytvářet, existuje totiž mnoho platforem, na nichž jsou materiály volně dostupné, např. [www.dumy.cz](http://www.dumy.cz), [www.dum.rvp.cz](http://www.dum.rvp.cz), [www.veskole.cz](http://www.veskole.cz). Na těchto webových stránkách může učitel materiály volně stahovat nebo se jimi inspirovat. Vhodné je ale zmínit, že učebnice jsou stále jediným zdrojem, který prochází kontrolou, tyto weby např. recenzí neprošly, proto je u nich důležité informace kontrolovat a kriticky vybírat.

Ve výuce matematiky bychom se nejčastěji setkali s využitím digitálních technologií při nahrazování rutinních činností. Pokud si tedy žák osvojí rýsování, můžeme zavést např. konstruování v GeoGebře. „*Učitelé mají tendence oddalovat automatizaci těchto činností, naopak vyžadují opakování rutinních postupů, s tím žáci získávají negativní vztah k předmětu (Bendl, 2022).*“ Pokud žákům ukážeme i edukační prostředí digitálních technologií, které mohou využívat jako pomůcku nebo nástroj při výuce, přinášíme jim ukázkou jiného využití, než je hraní a zábava, které dobře znají (Bendl, 2022). „*Využití pomůcek, které spadají do této kategorie, má největší vliv na samotný proces učení žáka. Díky digitálním technologiím získává žák vhled do problému a nabývá nových vědomostí. Žák je pomocí technických nástrojů stimulován k vlastnímu poznání (Bendl, 2022).*“

### **Digitální materiál**

„*David Wiley definuje digitální materiál jako libovolný učební materiál v elektronické podobě využitelný bez dalších úprav přímo ve výuce (Dvořáková, 2014, s. 17).*“ Po celém světě roste tlak na globální digitalizaci, výjimkou nejsou ani školy, počet digitálních materiálů rapidně roste, designérem digitálního materiálu se může totiž stát téměř každý. Digitální materiál zahrnuje kurikulum, které je k nalezení v běžných osnovách, dále by měl být veřejně přístupný, tedy umístěný na webu, flexibilně použitelný, dynamický a obsahovat by měl např. interaktivní nástroje, pracovní prostředí, modely, simulace a práci v něm by mělo být možné uložit a následně upravit (Choppin & Zenon, 2017, s. 10).

Výuka matematiky digitálně nebo distančně vyžaduje pracovní prostor, ve kterém mohou žáci pracovat samostatně i kolektivně, příkladem může být materiál, který je možné současně z několika zařízení prohlížet, zároveň práci kontrolovat a doplňovat diskusí s externím publikem. Díky komunikaci se i z práce samostatné stává činnost kolektivní. Materiál, který disponuje těmito prvky, je pak univerzálně použitelný během libovolné formy výuky, vyhovuje potřebám jednotlivce a zároveň zachovává komplexnost a tvořivou strukturu matematických aktivit (Choppin & Zenon, 2017, s. 10–11).

Aby materiál splnil svůj účel, klíčovou roli zastává také koordinátor či učitel. Ten řídí kolektivní diskusi a seznamuje žáky s různými přístupy, které vyplývají z učební aktivity.

Aby dosáhl materiál širšího využití, je veřejně umístěn do online prostředí tak, aby ho mohli využít i další učitelé a ušetřili tak čas např. na další tvorbu materiálu zaměřeného na jinou problematiku u jiné skupiny studentů, protože variabilita a unikátnost je při této tvorbě markantní (Choppin & Zenon, 2017, s. 11).

Stejně jako mají digitální technologie a materiály spoustu výhod, pojí se s nimi i mnohá rizika. Manfred Spitzer zavádí pojem digitální demence, jenž popisuje zbavování se nutností vykonávat duševní práci na základě rozšířenosti chytrých elektronických zařízení (Spitzer, 2012, s. 493–494). „*Jedním z nejvíce komentovaných rizik je závislost, kterou zapříčiní intenzivní využívání technologií a může vést až k ochabování paměti, schopnosti učení, poruchám pozornosti a čtení. Uživatelé mohou trpět úzkostmi, otupělostí, poruchami spánku, depresí, nadváhou nebo mohou inklinovat k agresivitě (Zormanová, 2022).*“ Upozornit bychom měli žáky i na následky dlouhého sezení u počítače, při kterém je tělo v nevhodné pozici a oči jsou příliš blízko obrazovce. Dalším rizikem jsou pak sociální sítě a jejich vliv na sociální život dítěte (Zormanová, 2022)

### **Efektivita a interaktivita digitálního materiálu**

Efektivitu a interaktivitu digitálních materiálů v praxi zkoumají mnohé studie. První, kterou uvedeme, je studie z roku 2017 s názvem *Reading analytics and student performance when using an interactive textbook* (Liberatore, 2017). Tato studie se zabývala porovnáním čtenosti literatury s interaktivními prvky a literaturou bez interaktivních prvků. Výsledky ukázaly, že se zájem o četbu knihy s interaktivními prvky u studentů zvýšil o 57 %, stejně tak došlo ke zvýšení úspěšnosti v testu ze znalostí načerpaných během četby tohoto druhu literatury. Obdobné výsledky potvrdila i druhá studie z roku 2018 *Quantifying self-guided repetition within an interactive textbook* (Liberatore & Roach, 2018). Doplnění edukačních nástrojů o interaktivní prvky tedy zvýšilo jejich atraktivitu a zajímavost pro studenty.

Digitální materiál má určitou strukturu. Běžně využívá prvky jako jsou interaktivní/klasické obrázky vztahující se k textu či zadání, jejichž funkce je především žákovi pomoci lépe si vzdělávací obsah zapamatovat, zároveň zvyšují estetickou hodnotu materiálu. Dále sem patří rámečky, odrážky, boxy, infografiky, otázky testové nebo k zamyšlení, diagramy a nástroje, se kterými může žák aktivně pracovat (Černý, 2020, s. 65).

Druhou skupinou jsou prvky interaktivní, do kterých zahrnujeme modely, simulace, aplikace, online kalkulačky, matematické softwary a mnoho dalších. Jejich výhodou je názornost, aplikace a snazší pochopení a zapamatování pro žáka. Do této skupiny patří Adobe Captive, iSpring, GeoGebra a mnoho dalších (Černý, 2020, s. 65).

Metodický portál rámcového vzdělávacího programu dělí digitální materiály na prezentace, pracovní listy, pokusy, testy a souvislé texty (Dvořáková, 2014, s. 18). Ve své práci se věnuji tvorbě digitálního materiálu pomocí edukačního programu GeoGebra, ve kterém vytvářím interaktivní applety z původních klasických učebnicových úloh, ty jsou řazeny dle kapitol z vybrané knihy a společně s dalšími úlohami jiných autorů tvoří online GeoGebra knihu.



## 9 Vyučování geometrie

Ve své diplomové práci se zabývám výukou geometrie pro 8. ročník ZŠ. Jak již bylo zmíněno, každá vyučovací hodina by měla mít stanovený cíl, který vychází z rámcového vzdělávacího programu, který je do vzdělávání zařazen zákonem č. 561/2004 Sb. „*Rámcový vzdělávací program (RVP) tvoří obecně závazný rámec pro tvorbu školních vzdělávacích programů škol všech oborů vzdělání v předškolním, základním, jazykovém a středním vzdělávání (NÚV, 2011).*“

Vyučující by se měl pokusit tento cíl naplnit. V části C Rámcového vzdělávacího programu pro ZŠ nalezneme kapitolu 3 Pojetí a cíle základního vzdělání. „*Na druhém stupni ZŠ by základní vzdělání mělo pomoci získat studentům vědomosti, dovednosti a návyky, které je povedou k samostatnému učení a vytváření hodnot a postojů vedoucích ke kultivovanému chování, zodpovědnému rozhodování a respektování práv a povinností (RVP, 2021, s. 8, kap. 3.1).*“ To umožňuje využít náročnější metody práce i nové zdroje a způsoby poznávání, zadávat komplexnější a dlouhodobější úkoly či projekty a přenášet na studenty větší odpovědnost ve vzdělávání i v organizaci života školy. „*Hodnocení žáků musí být postaveno na plnění konkrétních a splnitelných úkolů, na posuzování individuálních změn studenta a pozitivně laděných hodnoticích soudech. Studentům musí být dána možnost zažívat úspěch, nebát se chyby a pracovat s ní (RVP, 2021, s. 8, kap. 3.1).*“ Nové informace bychom žákům měli přinášet v návaznosti na život mimo školu, tak aby byli schopni dovednosti a vědomosti uplatnit pro jejich budoucí život. Je tedy velice důležité přizpůsobit výuku době, která je obklopuje, pro rok a roky následující je to doba technologická, proto by se IT technologie měly ve výuce objevit. Napovídá tomu i aktualizace obsahu RVP k 1. 9. 2021, ten byl rozšířen mimo jiné i o digitální kompetenci (RVP, 2021, s. 8–9).

### **Cíle vzdělání na ZŠ**

Pokud se nyní zaměříme na kapitolu 3.2 Cíle základního vzdělání, dozvíme se, že má základní škola pomáhat utvářet a postupně rozvíjet klíčové kompetence. Poskytovat by měla také spolehlivý základ všeobecného vzdělání orientovaného zejména na situace blízké reálnému životu a praktické jednání, jak již bylo zmíněno (RVP, 2021, s. 8–9). Dne 1. 9. 2021 byl přidán nový cíl vzdělání na ZŠ:

j) *„Pomáhat žákům orientovat se v digitálním prostředí a vést je k bezpečnému, sebejistému, kritickému a tvořivému využívání digitálních technologií při práci, při učení, ve volném čase i při zapojování do společnosti a občanského života (RVP, 2021, s. 9).“*

Ten poukazuje právě na technologie a jejich rozvoj do širokého spektra oblastí, proto bychom se jich neměli ve výuce zbavovat, ba naopak studentům ukazovat a přinášet nová edukační prostředí, která jim výuku a celý průběh studia usnadní. Není totiž důležité vědět vše, ale umět se k hledané informaci dostat.

### **Digitální kompetence**

Stejně tak byly aktualizovány klíčové kompetence části C kapitoly 4, za něž považuje RVP: kompetenci k učení, k řešení problémů, kompetenci komunikativní, sociální, personální, občanskou a pracovní. Následně 1. 9. 2021 přibyla kompetence digitální, která úzce souvisí s cílem j) výše. Kompetence digitální je následně detailněji popsána takto: Na konci základního vzdělání žák:

- *„Ovládá běžně používaná digitální zařízení, aplikace a služby, využívá je při učení i při zapojení do života školy a do společnosti, samostatně rozhoduje, které technologie, pro jakou činnost či řešený problém použít (MŠMT ČR, 2021, s. 10, část 4).“* Pokud tedy studentům ukážeme více technologií a jejich prostředí, ve kterém mohou pracovat, dáváme jim možnost zvolit si to, které jim subjektivně nejvíc vyhovuje. Tento proces vede ke zlepšování schopnosti sebevzdělávání se, která je pro život velice užitečná.
- *„Získává, vyhledává, kriticky posuzuje, spravuje a sdílí data, informace a digitální obsah, k tomu volí postupy, způsoby a prostředky, které odpovídají konkrétní situaci a účelu (MŠMT ČR, 2021, s. 10, část 4).“*
- *„Vytváří a upravuje digitální obsah, kombinuje různé formáty, vyjadřuje se za pomoci digitálních prostředků (MŠMT ČR, 2021, s. 10, část 4).“*
- *„Využívá digitální technologie, aby si usnadnil práci, zautomatizoval rutinní činnosti, zefektivnil či zjednodušil své pracovní postupy a zkvalitnil výsledky své práce. Tento bod je obrazem společnosti a dění, které nastává s příchodem automatizace a robotizace ve fabrikách, firmách a skladech. Společně s automatizací vznikají nové pozice, které od pracovníků vyžadují ovládat nové stroje místo původní rutinní činnosti zaměstnanců (MŠMT ČR, 2021, s. 10, část 4).“*

- *„Chápe význam digitálních technologií pro lidskou společnost, seznamuje se s novými technologiemi, kriticky hodnotí jejich přínosy a reflektuje rizika jejich využívání (MŠMT ČR, 2021, s. 10, část 4).“* Internet je denním přísunem obrovské masy informací, které přijímá náš mozek, aniž bychom o tom věděli. Obklopují nás reklamy, působí na nás hudba, čteme články z neověřených zdrojů. Je tedy velice pravděpodobné, že každý z nás za život přijme a obdrží i mnoho nepravdivých nebo třeba neúplných informací. Studenti by tedy určitě měli být upozorněni na rizika a nebezpečí klamných, neúplných zdrojů informací a využívání internetu a technologií obecně, tak aby jim ani do budoucna nepodléhali, ale pouze je využívali ve svůj prospěch.
- *„Předchází situacím ohrožujícím bezpečnost zařízení i dat, situacím s negativním dopadem na jeho tělesné a duševní zdraví i zdraví ostatních, při spolupráci, komunikaci a sdílení informací v digitálním prostředí jedná eticky (MŠMT ČR, 2021, s. 10, část 4).“* Každý den vznikají na světě nové sociální sítě, které mohou přinášet mnoho rizik nejen pro dospívající jedince. Přidávány jsou do nich nové funkce a možnosti komunikace. Učitel by měl mít povědomí o tom, jaké sociální sítě jsou mezi jeho studenty oblíbené, aby je mohl na případná rizika jejich využívání nejen preventivně upozornit, ale také aby měl sám zkušenost s jejich používáním a pokusil se na konkrétní síti najít další, např. edukační využití (MŠMT ČR, 2021, s. 10).

Celý rámcový program tedy zaznamenal změny, ke kterým celý vzdělávací systém došel na základě vývoje a událostí ve společnosti, ke změnách mimo jiné přispěla již zmiňovaná celosvětová pandemie (MŠMT ČR, 2021, s. 13, část 4).

Digitální technologie nás obklopují, zároveň tak mění, ovlivňují a působí na naše životy. Mění se způsob naší komunikace, práce, organizace volnočasových aktivit, stejně tak i způsob přijímání nových zpráv a informací (MŠMT ČR, 2021, s. 13, část 4).

Reagovat na tyto změny ve společnosti musí i školství. Pokud chceme, aby ze školy vycházeli absolventi, kteří jsou připraveni na reálný svět kolem, je nutné je připravit na využívání dosažené digitální kompetence v praxi. Většina pracovních míst vyžaduje již nyní určitou úroveň digitální kompetence. Díky rychlé digitální transformaci na trhu práce vznikají nové pracovní pozice. Dochází k automatizaci opakujících se ručních činností, které nahrazují stroje, roboti a počítače. Je tedy reálné, že absolvent nastoupí do

práce, která na začátku jeho studia ještě vůbec neexistovala. Digitální gramotnost je tedy pro studenty stejně důležitá jako matematická nebo jazyková gramotnost (MŠMT ČR, 2021, s. 13–15).

Učitel by se měl tedy pokusit do výuky zařadit aktivity, které podporují rozvoj digitálních kompetencí. Aby mohl učitel rozvíjet digitální kompetence u žáka, musí být nejprve sám digitálně gramotný. Za tento koncept se staví i národní a evropská politika (MŠMT ČR, 2021, s. 10, část 4).

## Geometrie v rovině a prostoru

Ve své diplomové práci se zaměřuji na distanční výuku geometrie v rovině a v prostoru, která je nedílnou součástí Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání. Na druhém stupni ZŠ obsahuje toto učivo: rovinné útvary, metrické vlastnosti v rovině, prostorové útvary, konstrukční úlohy a nestandardní aplikační úlohy (MŠMT ČR, 2021, s. 36–37, část C).

<b>GEOMETRIE V ROVINĚ A V PROSTORU</b>	
Očekávané výstupy	
žák	
<b>M-9-3-01</b>	<i>zdůvodňuje a využívá polohové a metrické vlastnosti základních rovinných útvarů při řešení úloh a jednoduchých praktických problémů; využívá potřebnou matematickou symboliku</i>
<b>M-9-3-02</b>	<i>charakterizuje a třídí základní rovinné útvary</i>
<b>M-9-3-03</b>	<i>určuje velikost úhlu měřením a výpočtem</i>
<b>M-9-3-04</b>	<i>odhaduje a vypočítá obsah a obvod základních rovinných útvarů</i>
<b>M-9-3-05</b>	<i>využívá pojem množina všech bodů dané vlastnosti k charakteristice útvaru a k řešení polohových a nepolohových konstrukčních úloh</i>
<b>M-9-3-06</b>	<i>načrtne a sestrojí rovinné útvary</i>
<b>M-9-3-07</b>	<i>užívá k argumentaci a při výpočtech věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků</i>
<b>M-9-3-08</b>	<i>načrtne a sestrojí obraz rovinného útvaru ve středové a osové souměrnosti, určí osově a středově souměrný útvar</i>
<b>M-9-3-09</b>	<i>určuje a charakterizuje základní prostorové útvary (tělesa), analyzuje jejich vlastnosti</i>
<b>M-9-3-10</b>	<i>odhaduje a vypočítá objem a povrch těles</i>
<b>M-9-3-11</b>	<i>načrtne a sestrojí síť základních těles</i>
<b>M-9-3-12</b>	<i>načrtne a sestrojí obraz jednoduchých těles v rovině</i>
<b>M-9-3-13</b>	<i>analyzuje a řeší aplikační geometrické úlohy s využitím osvojeného matematického aparátu</i>

Obr. 3 – Očekávané výstupy, převzato z: MŠMT, RVP, 2021, s. 36, část C

<b>NESTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY A PROBLÉMY</b>	
Očekávané výstupy	
žák	
<b>M-9-4-01</b>	<i>užívá logickou úvahu a kombinační úsudek při řešení úloh a problémů a nalézá různá řešení předkládaných nebo zkoumaných situací</i>
<b>M-9-4-02</b>	<i>řeší úlohy na prostorovou představivost, aplikuje a kombinuje poznatky a dovednosti z různých tematických a vzdělávacích oblastí</i>
Minimální doporučená úroveň pro úpravy očekávaných výstupů v rámci podpůrných opatření:	
žák	
<b>M-9-4-01p</b>	<i>samostatně řeší praktické úlohy</i>
<b>M-9-4-01p</b>	<i>hledá různá řešení předložených situací</i>
<b>M-9-4-02p</b>	<i>aplikuje poznatky a dovednosti z jiných vzdělávacích oblastí</i>
-	<i>využívá prostředky výpočetní techniky při řešení úloh</i>

Obr. 4 – Očekávané výstupy, převzato z MŠMT, RVP, 2021, s. 37, část C

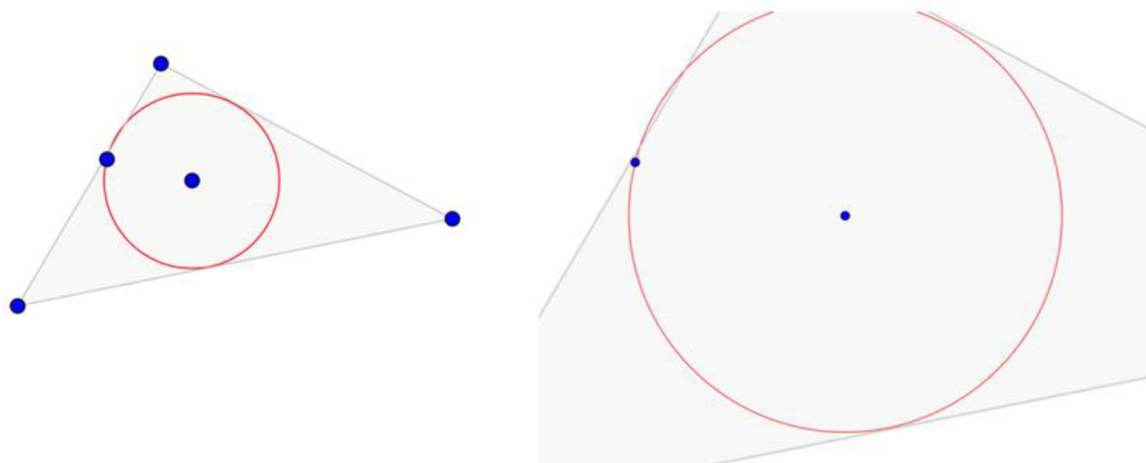
Na základě těchto očekávaných výstupů (obr. 3 a 4) byly vybrány úlohy z vybrané učebnice, které jsem následně transformovala do podoby vhodné pro distanční výuku geometrie.

## 9.1 Kritická místa geometrie

V knize Kritická místa matematiky na základní škole v řešení žáků (Rendl, Vondrová, 2015) jsou popsána i kritická místa geometrie. Problémy žákům dělají konstrukční úlohy a míra v geometrii. Toto je jeden z důvodů, proč se ve své diplomové práci věnuji geometrii, a to především těmto kritickým místům.

Konstrukční úlohy jsou úlohy, v nichž žák konstruuje geometrický objekt daných vlastností dle zadání. Na 2. stupni se setkává především s konstrukcí obrazů v osově nebo středové souměrnosti a množinami bodů daných vlastností. Právě tyto konstrukce bývají problematické i během výuky prezenční (Vondrová & Rendl, 2015, s. 133). „*Jednou z příčin problematiky konstrukčních úloh je použití sémiotické reprezentace, na kterou upozorňuje i R. Duval (2006) (Vondrová & Rendl, 2015, s. 133).*“ Žák často reprezentaci zaměňuje za konkrétní matematický objekt, který má na rozdíl od reprezentace mnoho různých rozměrů a podob. Geometrický objekt je totiž na rozdíl od reprezentace jedním obrázkem abstraktní povahy. Aby mohl žák ve studiu geometrie pokračovat, musí zvládnout rozlišit tyto dvě entity. Jako příklad můžeme uvést žáka, který pozoruje obrázek trojúhelníku s kružnicí uvnitř, tuto kružnici automaticky nazve kružnicí vepsanou, ale už nepátrá po tom, zda jsou body dotyku kružnice a trojúhelníku umístěné správně (Vondrová & Rendl, 2015, s. 134).

Toto vede v mnoha případech k tzv. rýsování odhadem, tak aby rýsování co nejvíce připomínalo reprezentaci. Žák se tedy odhadem snaží umístit kružnici do trojúhelníku (Vondrová & Rendl, 2015, s. 134). Na papíře se tedy může zdát, že se opravdu o kružnici vepsanou jedná, k vyvrácení správnosti žákova rýsování můžeme použít např. matematický software GeoGebra. Žák zde své řešení zkonstruuje a může libovolně přiblížit a oddálit. Vlastním bádáním dojde k závěru, že jeho odhad není ve skutečnosti přesný, jak se mohlo na první pohled zdát. Příklad této situace můžeme vidět na obrázku 5. Jedná se o screenshot řešení nejmenovaného žáka, který jsem pořídila během distanční výuky geometrie.



Obr. 5 – Konstrukce trojúhelníku a kružnice, autorka

„Klíčovou dovedností studenta je pochopení spojitosti mezi konstrukčním postupem a jeho teoreticko-geometrickou analogií (Vondrová & Rendl, 2015, s. 136).“ Mezi další příčiny problematiky rýsování patří stav jemné motoriky žáků a rýsovacích pomůcek (Vondrová & Rendl, 2015, s. 136–137).

V knize Kritická místa nalezneme také část výsledků z dotazníku, který vyplňovali učitelé 2. stupně ZŠ. Dotazník se týkal mimo jiné konstrukčních úloh, jeho výsledky jsou popsány tabulkou 3.2 z této knihy (Vondrová & Rendl, 2015, s. 139). Z bodů 5a–5c vyplývá, že 85 % učitelů ze 164 dotazovaných souhlasilo s využitím a efektivností programů dynamické geometrie. Dále výsledky ukázaly, že 58 % učitelů z 245 dotazovaných tyto programy ve své výuce nevyužívá vůbec. 63 % ze 163 dotazovaných pak doporučuje žákům, aby programy používali samostatně po zvládnutí dané látky klasickým rýsováním „tužka a papír“ (Vondrová & Rendl, 2015, s. 139). Nicméně žák GeoGebru samostatně využívat nebude, pokud s ní nebude seznámen, nebude o ní zřejmě ani vědět.

V praktické části mé diplomové práce jsou v kapitole 11 představeny konstrukční úlohy, které by mohly žákům pomoci lépe pochopit rozdíly mezi sémiotickou reprezentací a konkrétním geometrickým objektem.

Vytvořila jsem také materiály, které se zaměřují na míru v geometrii. Tou značíme měření ploch útvarů v rovině pomocí jednotek plošné míry a prostoru. „*Vycházet budeme ze dvou základních premis, a sice že míra sjednocení dvou nepřekrývajících se útvarů je rovna součtu měr těchto útvarů a že míry shodných útvarů si jsou rovny. Měření délek, obsahů a objemů znamená přisouzení kladného reálného čísla určité části roviny či prostoru (Vondrová & Rendl, 2015, s. 254).*“ Tato kapitola je velice důležitá z důvodu její využitelnosti v reálném životě a zároveň tělesa v rovině (např. obdélník, čtverec, kruh) hojně využíváme během výuky zlomků, vizualizace vzorců nebo k demonstraci komutativity násobení (Vondrová & Rendl, 2015, s. 254).

Žák na druhém stupni délku měří a obsah a objem vypočítá (nebo změří pomocí tekutin), měl by tedy chápat rozdíl mezi délkou, obsahem a objemem. Pojmotvorný proces míry v geometrii je rozdělen do 4 fází, které jsou vzájemně propojené a je nutné se k nim opakovaně vracet. Patří mezi ně zachování míry, jednotka míry, numerické procesy a algebraická reprezentace. Pomocí tohoto rozdělení je možné určit podstatu žákových potíží s mírou v geometrii.

Jako příklady uvedu některé potíže žáků, které vyplynuly z několika výzkumů různých autorů.

Kamii a Kysh (2006) ve své knize zmiňují problém týkající se změny obsahu při změně tvaru útvaru. Babai et al., 2006 a Kospentaris, Spyrou, Lappas, 2011 upozorňují na stejný problém i u žáků středních a vysokých škol, kteří podléhají představě: „*Pokud útvary mají stejný obsah, musí mít stejný obvod (Vondrová & Rendl, 2015, s. 259).*“ Tito autoři hovoří o tzv. statickém a dynamickém pohledu, přičemž statický se soustřeďuje na zjišťování číselných hodnot, zatímco dynamický na změnu/zachování obsahu spojenou se změnou tvaru.

Další související příklad uvádí Kuřina u úlohy 2.3.7 Trojúhelníky v lichoběžníku: „*U je průsečík úhlopříček lichoběžníku ABCD se základnou AB. Mají trojúhelníky ADU a BCU stejný obsah? (Kuřina, 2011, s. 167–168).*“ Tento příklad 103 žáků ze 140 nevyřešilo vůbec, úspěšnost byla negativně ovlivněna tím, že v něm nejsou uvedeny žádné konkrétní číselné údaje. Další zásadní problém, který negativně ovlivňuje

úspěšnost žáků u míry v geometrii, uvádí Divišová, 2012, která ve své publikaci zmiňuje problematiku převodů jednotek, nepochopení řádů u desetinných míst a zaměňování vzorců pro obsah a obvod. Battista (2007), uvádí problematiku neschopnosti použití obměny vzorce. Pokud žák nemůže použít standardní vzorec na výpočet objemu, není schopen jej dle zadání příkladu poupravit (vyplnění kvádrů „dvoukrychlemi“ místo krychlí). K těmto problematickým příkladům jsem také vytvořila interaktivní materiály, které by mohly žákům pomoci vyhnout se neúspěšnosti při jejich řešení. Popis těchto materiálů a jejich ukázky uvádím v praktické části v kapitole 12.



## 10 Dynamická geometrie

Pojem dynamická geometrie se objevil s příchodem nových technologií a označuje interaktivní geometrii na počítači. Jedná se o obohacení, ne nahrazení, původní školské geometrie vyučované formou „tužka a papír.“ Tato rýsovací geometrie je totiž velice důležitá např. pro rozvoj jemné dětské motoriky. Pokud tedy žák zvládá klasické rýsování, může na další procvičení a abstrahování využívat dynamickou geometrii. „Znázornění geometrického objektu na počítači je přesné a umožňuje okamžitý vhled bez nároku na vysoký stupeň představivosti, s touto pomůckou může žák svou představivost trénovat (Vaniček, 2015).“

„Geometrie nabízí žákům širokou paletu možností kultivace jeho intelektu a tvoří prostor pro jeho tvořivost a bádání“ (Hejný, Novotná, & Stehlíková, 2004, s. 127).“

### 10.1 Program GeoGebra

Využívat dynamickou geometrii, tj. zobrazovat geometrické objekty na obrazovce, nám umožňují počítačové programy, softwary. Patří mezi ně např. GeoGebra, Cabri, Kig, Geolog, C. a R., CaRMetal a mnoho dalších. GeoGebra je multiplatformní dynamický matematický software, který je využitelný pro všechny úrovně vzdělávání. Zakladatelem programu GeoGebra je Markus Hohenwarter, který již při svém studiu na univerzitě v Salzburku začal s vývojem tohoto Open Source programu. Software získal mnohá ocenění nejen v německy mluvících zemích, ale také v USA i v Evropě. Byl dokonce oceněn ministerstvem školství, které se rozhodlo pro dotaci na další vývoj. Nyní má již GeoGebra 16 ocenění a širokou komunitu uživatelů z celého světa (Hohenwarter & Lavicza, 2009).

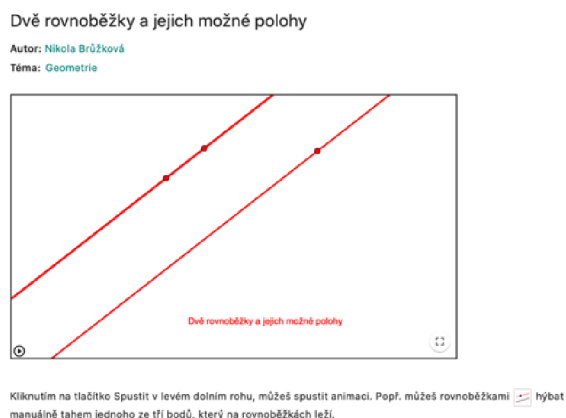
Dynamicky spojuje geometrii, algebru, tabulky, grafy, statistiky, kalkulačku a další do jednoho velice jednoduše použitelného programu (Hohenwarter & Lavicza, 2009). Jeho výhodou je veřejná online dostupnost na webové platformě a stažitelnost formou aplikace do všech chytrých elektronických zařízení. Je možné ji tedy využívat nejen ve škole, ale i doma nebo na cestách. GeoGebra si získala mezinárodní rozsáhlou komunitu uživatelů a vývojářů z celého světa. Využívána je více než ve 190 zemích a její překlad byl pořízen již do více než 55 různých jazyků (Furner, 2018, s. 5).

Je vhodná na využití ve výuce matematiky a geometrie. Jak již bylo zmíněno v kapitole 7.2, geometrie patří mezi kapitoly, které jsou pro žáky problematické i během výuky prezenční, natož během výuky distanční. Geometrie je totiž velice bohatá na invarianty. Jako další příklad můžeme uvést jednoduchý geometrický objekt, jako jsou rovnoběžky. V knize *Developing thinking in Geometry* uvádí autoři příklad chlapce, který je schopen nalézt ve třídě rovnoběžky, které „rovně běží,“ zmiňuje např. rámy oken, dveří, obrazů, pokud se ho ale učitel zeptá, zda na obrázku níže (obr. 6) vidí rovnoběžky, odpoví, že nevidí, jedná se totiž o rovnoběžné diagonály. U chlapce je vyvinuto omezené chápání pojmu rovnoběžky (Wilder & Mason, 2005, s. 2–4, volně přeloženo).



Obr. 6 – Vlajka převzato z: Wilder & Mason, 2005, s. 2, kap. 1.1

S podobným případem mám vlastní zkušenost, k rozšíření znalosti pojmu rovnoběžka jsem použila GeoGebra applet (obr. 7) s rotující animací nekonečného množství rovnoběžek a jejich poloh. Je veřejně dostupný na mém GeoGebra profilu. Žák kliknutím na ikonu *Přehrát* v pravém dolním rohu spustí animaci, která mění polohu dvou rovnoběžek. Během pár vteřin tedy může na jednom místě pozorovat desítky poloh těchto rovnoběžek a uvědomit si, že se jedná o rovnoběžky i přes změnu jejich polohy, vzdálenost mezi nimi je stále konstantní. Další příkladů, kde se v geometrii objevují invarianty, je mnoho, proto jsem se rozhodla využít program GeoGebra ve své práci.



Obr. 7 – Pohyblivé rovnoběžky, autorka

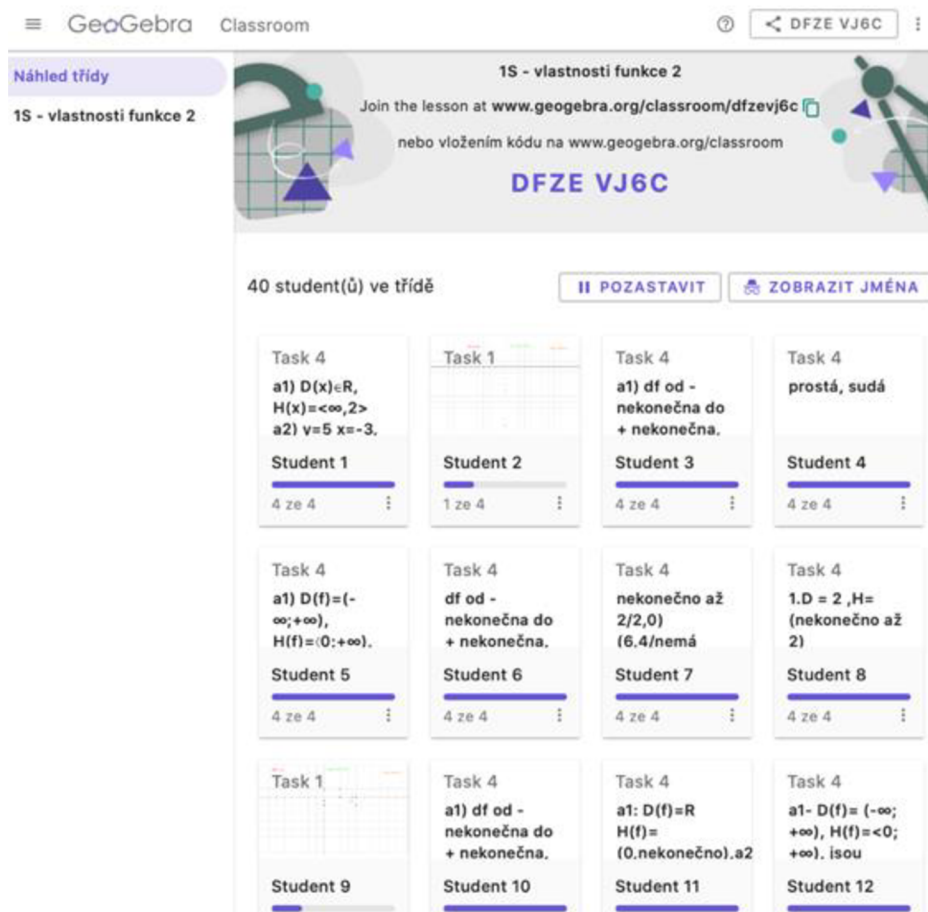
## 10.2 GeoGebra *Třída*

GeoGebra *Třída* je novou funkcí GeoGebry. Tuto *Třidu* je možné vytvořit z libovolného GeoGebra veřejně dostupného materiálu. Vybrala jsem si ji ke své práci z důvodu její široké využitelnosti během distanční výuky. Učitel zde totiž může vytvářet a zadávat interaktivní poutavé úkoly pro studenty a sledovat živě v reálném čase jejich práci na zadaných úkolech. Může se dotazovat hromadně celé třídy na otázky, na něž mohou rovnou v reálném čase během distanční výuky odpovídat. Dále je také možné skrýt jejich jména pro zachování anonymity v případě zobrazování odpovědí na otázky, nebo otevřít hromadnou diskusi mezi všemi studenty nebo jednotlivci.

Využít může učitel také připojení dalšího učitele do otevřené GeoGebra *Třidy*, ten má stejné možnosti a funkce k dispozici jako učitel, který třídu založil. Takto mohou vyučující velice jednoduše spolupracovat. GeoGebra *Třída* je pravidelně aktualizována, obohacována o nové funkce a možnosti. Celý návod, jak s GeoGebra *Třidou* pracovat, jsem měla šanci díky Jihočeské univerzitě přeložit společně s dalšími návody. Návod na GeoGebra *Třidu* je veřejně dostupný na odkazu <https://www.geogebra.org/m/gvb3mahj>.

S rostoucí GeoGebra komunitou roste i počet tvůrců, k dispozici je již přes milion interaktivních materiálů, které jsou použitelné jako úkoly či aktivity pro třídu. K tvorbě GeoGebra *Třidy* stačí jednu z aktivit vybrat a *Třidu* jedním kliknutím v pravém horním rohu vytvořit. Učitel se zobrazí náhodně vygenerovaný kód a odkaz, přes který se mohou studenti začít napojovat. Všechny změny provedené ve *Třidě* se v reálném čase promítají učiteli. Ten pak může sledovat práci studentů na zadaných aktivitách, a pokud navíc během distanční výuky společně volají přes libovolnou komunikační platformu, může celou práci doplňovat mluveným či psaným komentářem ke každé činnosti. Jako začínající učitel jsem učila téměř 7 měsíců matematiku distančně, GeoGebra *Třidu* jsem tedy vyzkoušela v mnoha ročnících s 8 různými třídami. Z vlastní zkušenosti hodnotím GeoGebra *Třidu* velice kladně. Jako ukázkou průběhu distanční výuky geometrie uvádím obrázek 8, který zachycuje distanční výuku funkcí a vzhled do učitelského prostředí *Třidy*. Jako velkou výhodu vnímám monitoring zapojení celé třídy i přesto, že žáci zrovna nesedí v místnosti s učitelem. Pokud všichni disponují chytrým elektronickým zařízením, mají možnost se připojit. Vyučující vidí jména všech připojených studentů a může si jejich práci prohlížet v reálném čase. Na obrázku 8 je vidět, že *Student 2* a *9* mají problém již u 1. úlohy ze 4. Učitel může tedy práci pozastavit a pokusit se diskutovat se třídou,

popř. konkrétními žáky vyřešit jejich problém s řešením úlohy 1, tak aby mohli pokračovat dál. Okno každého studenta je možné rozkliknout a prohlédnout si konstrukci v *Nákresně* nebo otázky, kterými jsou aktivity doplněny. Odpovědi na některé z nich jsou na obrázku také viditelné např. u Studentů 1 a 3 (obr. 8).



Obr. 8 – Distanční výuka na gymnáziu, autorka

Jako další výhodu vidím neomezený počet žáků v jedné *Třídě*. Obrázek 8 byl pořízen během spojené výuky dvou tříd, žáků bylo ve *Třídě* dohromady 40. Díky GeoGebra *Třídě* je monitoring práce velké skupiny posluchačů zvládnutelný i pro jednoho učitele.

GeoGebra *Třída* nabízí také přehled úkolů, který zobrazuje nejen zadání, ale i výsledky práce studentů. Pokud jsou součástí aktivity otevřené či uzavřené otázky, po dokončení úlohy se zobrazí učiteli výsledková listina se všemi odpověďmi studentů a správným řešením. Učitel či mentor má tedy výsledky prací rovnou k dispozici a může čas navíc využít např. na zpětnou vazbu a diskusi správných odpovědí.

### **III. Praktická část**

#### **11 Cíle a metodika**

V praktické části své diplomové práce se věnuji připravenosti tištěné učebnice ODVÁRKO, Oldřich a KADLEČEK, Jiří, *Matematika pro 8. ročník základní školy [3] – Geometrie*, přepracované vyd. Praha: Prometheus, 2013, Učebnice pro základní školy (Prometheus) na distanční výuku. Mým hlavním cílem je tvorbou interaktivních GeoGebra materiálů poukázat na možnost digitalizace původního tištěného materiálu, který je připraven na transformaci do podoby vhodné pro výuku distanční. Zároveň se pokouším o hledání a ukázkou způsobu, jak efektivně vyučovat geometrii distančně a zabránit problematice jejích kritických míst na 2. stupni ZŠ, která je popsána v kapitole 7.2 této diplomové práce.

#### **Metodologie**

V první fázi psaní diplomové práce jsem vybírala učebnici, u které bude zkoumána připravenost na distanční výuku. Jako vhodná byla zvolena, jak již bylo zmíněno, Odvárko, Kadleček, *Geometrie pro 8. ročník, 2013*. Výběr byl proveden na základě mnoha aspektů. Prvním z nich je fakt, že se jedná o často používanou učebnici na ZŠ. Zároveň její obsah splňuje požadavky kurikula aktuálního Rámcového vzdělávacího programu. Provedla jsem zároveň měření její didaktické vybavenosti, výsledky analýzy zobrazují obr. 9-11. Měření bylo provedeno pomocí míry didaktické vybavenosti, což je analytický nástroj založený na posuzování rozsahu využití strukturních složek. Způsob výpočtu měření didaktické vybavenosti je převzat z publikace *Učebnice: teorie a analýzy edukačního média: příručka pro studenty, učitele, autory učebnic a výzkumné pracovníky* (Průcha, 1998, s. 141–142). Měření didaktické vybavenosti jsem zvolila na základě předchozí zkušenosti, analýze učebnice jsem se věnovala již ve své bakalářské práci a rozdělení učebnice na struktury a komponenty bylo přínosné a smysluplné i pro samotnou tvorbu materiálu. Proto jsem se pro měření didaktické vybavenosti rozhodla i u vybrané učebnice pro mou diplomovou práci.

I. APARÁT PREZENTACE UČIVA	Výskyt komponentů
<b>Verbální komponenty</b>	
Text výkladový (prostý)	1
Text výkladový (zpřehledněný)	1
Shrnutí učiva k celému ročníku	0
Shrnutí učiva k tématu	1
Shrnutí učiva k předchozímu ročníku	0
Doplňující texty	1
Poznámky, vysvětlivky	1
Podtexty k vyobrazením	1
Slovníček pojmů, cizích slov	1
<b>Obrazové komponenty</b>	
Umělecká ilustrace	1
Nauková ilustrace	1
Fotografie	1
Mapy, kartogramy, grafy...	1
Obrazová prezentace (barevná)	1
<b>Celkem komponentů z 14</b>	<b>12</b>

Obr. 9 – Analýza didaktické vybavenosti (aparát prezentace učiva), autorka

Obr. 9 výše zobrazuje výskyt jednotlivých komponentů aparátu prezentace učiva učebnice ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK, Matematika pro 8. ročník základní školy [3] – Kruh, kružnice, válec, konstrukční úlohy. Procentuální výskyt komponentů činí 85,7 %.

II. APARÁT ŘÍDÍCÍ UČENÍ	Výskyt komponentů
<b>Verbální komponenty</b>	
Předmluva	1
Návod k práci s učebnicí	1
Stimulace celková	1
Stimulace detailní	1
Odlišení úrovní učiva	1
Otázky a úkoly za témata	1
Otázky a úkoly k celému ročníku	0
Otázky a úkoly k předchozímu ročníku	0
Instrukce k úkolům složitější povahy	1
Náměty pro mimoškolní činnosti	1
Vyjádření cílů učení pro žáky	0
Prostředky k sebehodnocení pro žáky	1
Výsledky	1
Odkazy na jiné zdroje informací	1
<b>Obrazové komponenty</b>	
Grafické symboly	1
Barvy	1
Zvláštní písmo	1
Přední/zadní obálka (schémata, tabulky...)	1
<b>Celkem komponentů z 18</b>	<b>15</b>

Obr. 10 – Analýza didaktické vybavenosti (aparát řídicí učení), autorka

Obr. 10 výše zobrazuje výskyt jednotlivých komponentů aparátu řídicího učení, který obsahuje verbální a obrazové komponenty, z nichž 15 bylo nalezeno ve vybrané učebnice, což v procentech činí 83,3 %.

III. APARÁT ORIENTAČNÍ	Výskyt komponentů
<b>Verbální komponenty</b>	
Obsah učebnice	1
Členění na kapitoly	1
Marginálie, výhmaty, živá záhlaví	1
Rejstřík	1
<b>Celkem komponentů ze 4</b>	<b>4</b>

Obr. 11 – Analýza didaktické vybavenosti (aparát orientační), autorka

Obr. 11 výše představuje třetí aparát orientační, který byl během analýzy zkoumán. Zaměřen je na orientaci ve vybrané učebnici, která obsahovala všechny hledané komponenty. Procentuální výskyt je tedy 100 %.

Z analýzy vyplynulo, že celková didaktická vybavenost učebnice dosáhla 86,1 %. Vysoká didaktická vybavenost této učebnice je dalším důvodem, proč byla vybrána do mé diplomové práce.

### **Téma geometrie**

Série učebnic matematiky od nakladatelství Prometheus (Odvárko & Kadleček, 2013) obsahuje pro každý ročník 2. stupně 3 základní části. Z této série jsem se zaměřila na geometrii 8. ročníku, protože se v ní poprvé žák seznamuje s abstraktními pojmy, reprezentacemi objektů, invariantami a nekonečným řešením a měl by být schopen hlouběji abstrahovat od konkrétních geometrických objektech (MŠMT ČR, 2021, s. 36–37), což bývá často obtížné i během výuky prezenční. Geometrie a konstrukční úlohy jsou považovány za kritická místa u žáků ZŠ (kap. 7.2). Během pandemie se mnoho učitelů výuce geometrie vyhýbalo, protože nevěděli, jak přenést tužku a papír do distančního online prostředí (MŠMT ČR, 2021, s. 37). Toto jsou hlavní důvody pro výběr geometrie. Ve své práci se tedy pokusím navrhnout možná řešení na distanční výuku geometrie a doplnit je o své zkušenosti z praxe.



V návaznosti na pandemickou situaci, která zapříčinila globální digitalizaci společnosti, jsem se rozhodla digitalizovat materiál tištěné podoby pomocí matematického softwaru GeoGebra, který disponuje interaktivními dynamickými prvky a žákům přináší nový široký pohled na geometrii. Zároveň se pokouším o naplnění konceptu nově přidané digitální kompetence žáka do RVP a kombinaci výuky matematiky s IT.

## 12 Návod a popis vypracovaného materiálu

U této kapitoly také využívám slova začínající na velká písmena a označená kurzívou, jedná se o pojmy, které se vyskytují v online prostředí vytvořených GeoGebra materiálů. Označena jsou z důvodu dvojznačnosti, např. pojem cvičení. *Cvičení* je mé označení konkrétního druhu materiálu, cvičení bez použití kurzívy nese obecný význam slova, stejně tak je tomu u slova třída a *Třída* (GeoGebra *Třída*).

Tato část je věnována popisu vytvořeného materiálu, který je doplněn o návod, jak s materiálem pracovat během distanční výuky. Do kapitoly jsou zahrnuty důvody výběru konkrétních úloh, jejich obsah, zpětná vazba od žáků, učitelů a má doporučení na základě zkušenosti s praktickým využitím ve výuce.

Tvorbu materiálů předcházelo shromáždění poznatků a informací v teoretické části práce. Na základě načerpaných znalostí a doporučení jsem materiály sestavila. Hlavní směr, jehož zásad jsem se držela, je konstruktivismus, klade důraz především na žákovu tvorbu, bádání a vlastní zkušenost (Hejný & Kuřina, 2015). Zadání vypracovaných úloh z materiálu jsou převzata (popř. mírně poupravena dle potřeby softwaru) převážně z knihy Odvárko, Kadleček, Matematika pro 8. ročník ZŠ [3], 2013, materiál ale obsahuje i ukázky úloh z jiných publikací, které jsou zmíněny v teoretické části této diplomové práce, označeny jsou tučným modrým písmem.

Učivo geometrie je rozděleno dle kapitol ve vybrané učebnici. Cvičení jsou řazena za sebou ve stejném pořadí jako v učebnici Odvárko, Kadleček (popř. jiné publikaci). GeoGebra *Knih*a obsahuje následující kapitoly: 1.1 Kružnice a kruh, 1.6 Obsah kruhu, 2.1 Válec a jeho síť, 2.2 Povrch válce, 4.1 Množina bodů v rovině, 4.2 Konstrukce trojúhelníku (Odvárko & Kadleček, 2013), ve kterých je obsaženo více než 90 interaktivních materiálů. Ty jsem rozdělila na tři základní druhy dle činnosti, kterou v aktivitě žák vykonává:

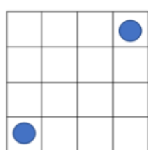
- Konstrukce.
- Slovní úloha.
- Cvičení.

Každý druh má konkrétní strukturu a od každého uvádím jeden konkrétní příklad s jeho popisem. Zbývající jsou uvedeny v seznamu příloh.

## Tvorba materiálu

Praktická část zahrnovala především tvorbu interaktivních materiálů z geometrie pro žáky 8. ročníků použitelných během distanční výuky. Každé cvičení vzniká nejprve výběrem konkrétního cvičení některé z kapitol vybrané učebnice Odvárko, Kadleček (2013). Jako příklad pro popis tvorby uvádím cvičení 13 z kapitoly 1.1 (Odvárko & Kadleček, 2013, s. 9).

Nejprve jsem aktivitu pojmenovala, její název se shoduje s číslováním ve vybrané učebnici, doplněn je o druh aktivity (slovní úloha/konstrukce/cvičení), aby byla orientace v příkladech pro učitele snazší a bylo možné snadno zvolit druh aktivity, který učitel zrovna hledá. Poté jsem přidala zadání aktivity (tučné modré písmo), které jsem doplnila o návodný a informativní komentář. Ten je vždy zapsán netučným černým písmem. U některých aktivit jsem obsah zadání upravila tak, aby obsahoval příběh, barevnost a byl vizuálně atraktivní. Cvičení 13 z kapitoly 1.1 původní zní takto: „*Překresli si obrázek do sešitu. Ke dvěma kroužkům doplň další kroužky tak, aby v každé vodorovné i svislé řadě v obou uhlopříčkách byly dva kroužky* (Odvárko & Kadleček, 2013, s. 9, kap. 1.1, cv. 13).“ Zadání je v knize doplněno o ilustraci podobnou obr.12.



Obr. 12 – Ilustrace ke cv. 13, volně podle: Odvárko, Kadleček, 2013, s. 9, kap. 1.1

Obrázek 13 ilustruje, jak vypadá aktivita transformovaná do GeoGebra prostředí. Návodný a informativní komentář jsem doplnila o totožné ikony nástrojů odpovídající těm, které žák během své konstrukce používá. Návod je tedy názorný a snadno pochopitelný. Díky tomu je možné využít aktivity i ve třídě, kde se doposud žáci s GeoGebrou nesetkali. Během praxe jsem měla možnost v takové třídě aktivitu distančně použít a mohu potvrdit, že i žáci, kteří viděli GeoGebrou poprvé, zadání rozuměli a byli schopni aktivitu dle zadání zvládnout.

Pod zadáním je vždy interaktivní GeoGebra applet složený z několika částí. Ten jsem tvořila odděleně v aplikaci GeoGebra 6. Tvorba zahrnuje vytvoření unikátního horního panelu nástrojů, který je pro každou aktivitu individuálně upraven tak, aby obsahoval pouze nástroje, které žák ke konkrétní konstrukci, aktivitě potřebuje. Panel nástrojů je totiž poměrně rozsáhlý, jeho omezení na určitý počet nástrojů žákům opět práci usnadní.

Žák tedy nejen procvičuje učivo geometrie, ale také se postupně učí pracovat s GeoGebrou a jejími nástroji. Cvičení jsou řazena dle kapitol a jejich obtížnost roste. Panel nástrojů je postupně obohacován o nové nástroje a funkce.

Samotný žákův pracovní prostor ke konstrukci tvoří tzv. *Nákresna*, kterou jsem vždy individuálně vybavila objekty, se kterými žák během tvorby pracuje. Na obrázku 13 jsou to pohyblivé domky, textová pole a čtvercová plocha pro jejich umístění. U dalších aktivit, které jsou uvedeny v příloze, jsou používány další interaktivní pohyblivé objekty, jako jsou např. posuvníky, zaškrťovací boxy a animace, ty umožňují původně fixní objekty rozpohybovat. Poté co žák dle zadání plánu města zkonstruuje, pokusí se odpovědět na otevřené nebo uzavřené otázky pod appletem. Ty jsou také individuálně připraveny pro každý materiál v GeoGebře. Některé jsou převzaty přímo ze zadání úlohy, některé jsem vytvořila já na základě zkušenosti získané během praxe. Aktivity bývají doplněny i o zpětnou vazbu od žáků. Učitel, který aktivitu z mého profilu zkopíruje na svůj profil a bude ji chtít během výuky využít, ji může libovolně upravit dle individuálních potřeb konkrétní třídy. Může např. otázky odebrat úplně nebo je doplnit o další, popř. poupravit interaktivní applet i zadání.

Pokud žáci pracují v prostředí GeoGebra *Třídy*, jejich konstrukce a odpovědi na otázky jsou uloženy a uchovány pro učitele. Žákova práce je tedy vždy uchována i pro případný návrat k ní. Pokud tedy student během jedné vyučovací hodiny práci nestihne dokončit, může se k ní kdykoliv vrátit přes původní odkaz nebo kód *Třídy*, pokud je registrovaným uživatelem GeoGebry.

## 1.1 - CV 13 - slovní úloha

**Autor:** Nikola Brůžková

Město se rozhodlo zvelebit novou vesničku Nový Vilkov a rozšířit ji o nové obchody a služby.

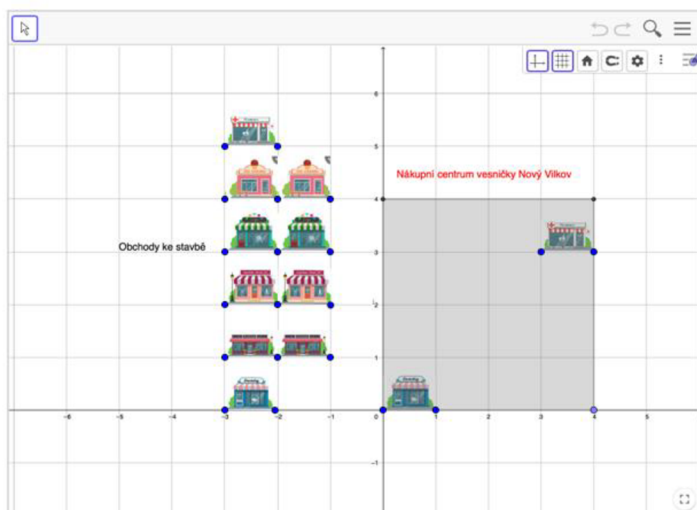
**Tvým úkolem je pomoci architektům rozvrhnout umístění budov na prostoru o velikosti  $1600\text{m}^2$  ( $4 \times 4 = 16$  pozemků na stavbu bodov).**

**Stavba má ale předem nastavená pravidla. V každé svislé i vodorovné řadě a v obou uhlopříčkách musí být dva obchody (Odvárko, Kadleček, 2013, str. 9, kap. 1.1, cv. 13).**

Pokus se umístit na celou mapku od každého obchodu alespoň jeden (1 prádelna, 1 obchod s oblečením, 1 holičství, 1 hračkářství, 1 zmlinářství, 1 lékárna).

Tip: Obchod umístíš uchopením pomocí nástroje *Ukazovátko* .

Tahem ho pak přesuneš na tebou vybrané místo.



Kolik má úloha řešení, pokud nezáleží na druhu budov?

Zde označte odpověď

- A  0
- B  1
- C  2
- D  3

CHECK MY ANSWER (3)

Byla pro tebe aktivita náročná? Proč ano, proč ne?

Sem napište odpověď...

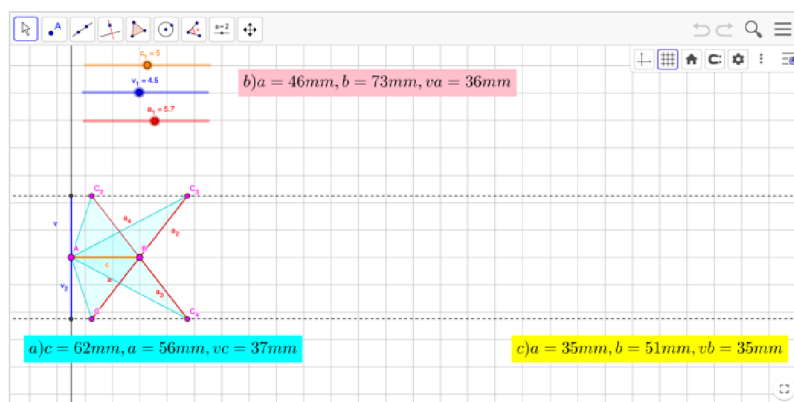
*Obr. 13 – GeoGebra cvičení 13, autorka, Odvárko, Kadleček, 2013, str. 9, kap. 1.1.*

## Dělení aktivit

Jak již bylo zmíněno, aktivity jsou děleny dle zadání na slovní úlohy, konstrukce a cvičení. Jejich obsah a žákova činnost v nich se mírně liší. Všechny aktivity mají společný způsob řazení a vždy obsahují zadání a návodný komentář k práci s GeoGebra appletem. Všechny aktivity jsou veřejně dostupné na: <https://www.geogebra.org/u/bruzkovan12>.

## Konstrukce

Interaktivní applet *Konstrukce* obsahuje buď úplně prázdnou *Nákresnu*, nebo návodnou ukázkou pohyblivé konstrukce sestavenou v *Nákresně* (obr. 14). *Konstrukce* z obrázku obsahuje pohyblivé posuvníky, pomocí nichž žák nastaví rozměry objektu dle zadání. Následně dle ukázky a) konstruuje další objekty samostatně dle zadání b) a c) pomocí nástrojů z horního panelu. Na rozdíl od slovních úloh a cvičení je konstrukce objektů u tohoto druhu aktivity v *Nákresně* hlavním výstupem žáka. Některé *Konstrukce* tedy neobsahují ani žádné další otázky. Ke každé *Konstrucci* jsem vytvořila navíc GeoGebra řešení, které je zaznamenáno pomocí zápisu konstrukce, který je možné přehrát krok po kroku.



Obr. 14 – GeoGebra konstrukce, autorka

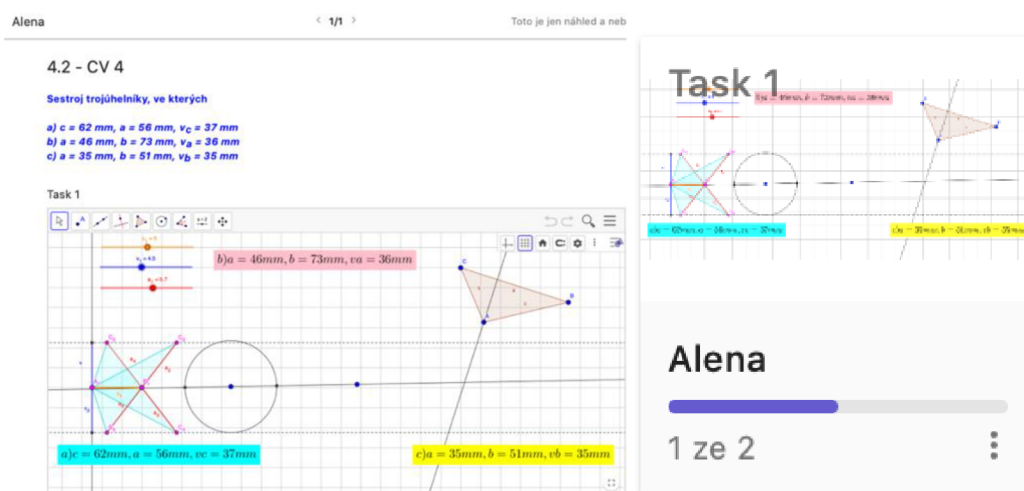
Počet zatím vytvořených *Konstrucí* je 35. Kapitoly obsahující *Konstrukce* jsou 1.1 Kružnice a kruh, 1.2 Kružnice a přímka, 1.4 Thaletova kružnice, 4.1 Množiny bodů v rovině, 4.2 Konstrukce trojúhelníku a 4.3 Konstrukce čtyřúhelníku.

## Cíl a použití

Konstrukce jsem se do materiálu rozhodla zařadit z důvodu jejich obtížnosti pro žáky. Zaměřeny jsou především na problém, který vzniká záměnou sémiotické reprezentace s konkrétním geometrickým útvarem, na kterou upozorňují Duval (2006), Vondrová,

Rendl (2015), Kami, Kysh (2016) a mnoho dalších autorů zmíněných v kapitole 7.2. GeoGebra a její dynamické konstrukce zobrazují na jednom místě v *Nákresně* nekonečné množství konkrétních geometrických útvarů, které patří jedné konkrétní sémiotické reprezentaci. U ukázkového obrázku 15 vidí žák při každém pohybu hodnot posuvníků nový trojúhelník, který je stále trojúhelníkem, ale s jinými rozměry. Žákům by tedy mohly tyto *Konstrukce* pomoci s pochopením nekonečného množství variant abstraktního pojmu trojúhelník, kružnice, rovnoběžky a dalších.

Jak již bylo zmíněno, rýsování „tužka papír“ je pro rozvoj znalostí z geometrie pro žáka velice důležité. Cílem tvorby interaktivních appletů *Konstrukce* není nahrazení klasického rýsování. Interaktivní *Konstrukce* dynamické geometrie mají sloužit především jako materiály pro distanční výuku, nejlépe pokud již žák mnoho konstrukcí narýsoval klasicky. Během distanční výuky geometrie jsem společně s aktivitou *Konstrukce* vždy spustila třídní hovor na některé z komunikačních platform. Jakmile se žáci napojí do GeoGebra *Třídy*, je dobré zadání vybrané *Konstrukce* představit všem a prodiskutovat případné dotazy. Když se žáci pustí do práce, je možné jednotlivce sledovat. Učitel může do jejich práce libovolně zasahovat.



Obr. 15 – Práce žáka v prostředí *Třídy*, autorka

Obrázek 15 ilustruje jednu z výhod využití konstruování pomocí GeoGebra *Třídy*, ta totiž zobrazuje v reálném čase konkrétní činnost žáka v *Nákresně* nebo zapisování odpovědí na přidružené otázky. To by mohlo alespoň částečně vyřešit problém, který se objevil během pandemické distanční výuky, kdy např. někteří žáci nereagovali na vyvolání učitelem během hovoru z důvodu nefunkčního mikrofonu, technického zařízení nebo nedostatečné motivace a podpory (Pavlas et al., 2021, s. 14). Pro učitele bylo tedy

složitě hodnotit práci a prezenci žáka. U GeoGebra *Třídy* velice snadno učitel vidí, kdo se z žáků napojil, kdo začíná pracovat na zadaném úkolu a kdo úkol dokončil.

Zároveň je konstruování geometrického objektu přesnější než rýsování „tužka papír.“ Další pomoc se zde nabízí pro žáky rýsující „odhadem“, jak bylo zmíněno v kapitole 7.2.

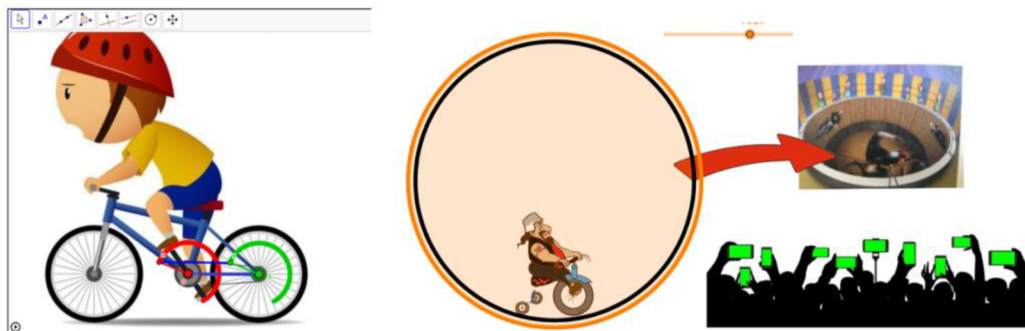


Další výhodou, kterou jsem při využití *Konstrukce* v praxi zaznamenala, je rychlejší kontrola postupu konstrukce u jednotlivých žáků. Učitel rychleji zkontroluje konstrukce žáků z jednoho místa (počítače) než např. v sešitech během hodiny, navíc se k nim může kdykoliv vrátit a výsledky a chyby se žáky diskutovat.

GeoGebra *Konstrukci* lze využít i během výuky prezenční např. jako ozvláštnění klasické výuky geometrie. Výuka by měla ale probíhat v počítačové učebně, popř. s tablety, důležité totiž je, aby obrazovka elektronického zařízení byla dostatečně velká, aby byl viditelný celý GeoGebra applet. Na mobilním telefonu se ovladatelnost GeoGebra *Konstrukcí* snižuje. Pokud může učitel využít počítačovou učebnu, *Konstrukce* mohou sloužit jako rychlejší procvičování již probrané látky. Běžné rýsování bývá totiž časově náročné, zatímco proces rýsování v matematickém softwaru je urychlen a žák procvičuje pouze postup konstrukce/rozbor, který je považován za jedno z hlavních kritických míst geometrie (Vondrová & Rendl, 2015, s. 138–139), což potvrdila i výsledková tabulka dotazníku, který vyplňovali učitelé druhého stupně, 77 % z nich totiž souhlasilo s tvrzením: „7b. Nejobtížnější části řešení konstrukčních úloh je rozbor (Vondrová & Rendl, 2015, s. 139, tab. 3.2).“ Ten si student během svého konstruování v GeoGebře může jedním kliknutím zobrazit a následně procházet krok po kroku.

### **Slovní úloha**

Interaktivní applet slovní úlohy (obr. 16) je vytvořen jako badatelské prostředí pro žáka. Návodný komentář pro tento typ aktivity neobsahuje postup krok po kroku, ale nabízí možnosti, které by mohly vést žáka k řešení úlohy. Jako příklad uvádím cvičení 11 z kapitoly 4.1 (Odvárko & Kadleček, 2013, s. 58). Úloha je doplněna návodným komentářem v tomto znění: Právým kliknutím na bod  $N$  a  $K$  se zobrazí nabídka, obsahuje funkci *Zobrazit stopu*. Kliknutím na tlačítko spustit  $\odot$  v levém dolním rohu se spustí animace bodů. Funkci prozkoumej a pokus se najít odpověď na otázku.



Obr. 16 – GeoGebra slovní úlohy - ukázky, autorka

U slovních úloh není hlavním výstupem konstrukce v appletu, ale odpovědi na komplexnější otázky zahrnující kreativitu, bádání a zkoumání nových funkcí GeoGebry.

Počet doposud vytvořených slovních úloh je 10, uloženy jsou v kapitolách 1.1 Kružnice a kruh, 1.6 Obsah kruhu, 2.1. Válec, 4.1 Množiny bodů dané vlastností.

### Cíl a použití

Vybrat mezi materiály slovní úlohy jsem se rozhodla z několika důvodů. Byly totiž na základě výzkumu také zařazeny mezi kritická místa matematiky žáků 1. i 2. stupně. „Někteří dokonce uváděli, že přispívají k neoblíbenosti matematiky jako předmětu (Vondrová & Rendl, 2015, s. 27).“ Pokusila jsem se tedy o vymanění slovních úloh z učebnicového tištěného stylu, změna by mohla žáka přimět nepohlížet na slovní úlohu tohoto typu stejně a zbavit ho strachu z jejího nevyřešení, k dispozici totiž má spoustu nástrojů a funkcí, které mu mohou pomoci řešení nalézt. Z praxe mohu potvrdit, že se žáci opravdu na úlohu v interaktivní podobě dívají jinak a mají menší strach z neúspěchu. Stejně tak využívají např. kalkulačku, téměř vždy se mě před testem alespoň jeden žák ze třídy zeptá, zda může mít kalkulačku, i přestože ji v testu vůbec nepotřebuje, ale slouží mu jako jistota, protože se jedná o „bezchybně naprogramovaný stroj“. Toto jsou mé subjektivní poznatky z použití materiálu *Slovní úloha* v 8. ročník na ZŠ.

Slovní úlohy nepoužívají matematické symboly a jsou formulované slovy, „žákům zprostředkovávají složitější matematické koncepty a struktury a efektivně přispívají k rozvoji abstraktního uvažování (Vondrová & Rendl, 2015, s. 28)“. Geometrie nás obklopuje a geometrické útvary jsou všude kolem nás, proto si myslím, že je velice důležité do výuky geometrie začleňovat slovní úlohy, které se zabývají objekty, jež nás obklopují. Žák propojuje svou zkušenost s objektem a jeho geometrickými vlastnostmi, mnohem snáz si tedy následně vlastnosti vybaví. Zároveň roste jeho motivace, proč se

zrovna geometrii učit. Zastávám tedy názor, že slovní úlohy propojují reálný život a matematiku, což poukazuje na fakt, že jsou důležitou součástí výuky matematiky.

### **Cvičení**

Už z názvu této kategorie můžeme odhadnout, že by žák měl procvičovat něco, co už zná. Tento druh materiálu naplňuje funkci matematického řemesla. Aktivita vždy obsahuje zadání doplněné o ikony nástrojů, které může žák během *Cvičení* využít. *Nákresna* a práce v ní je poměrně důležitou součástí žákova výstupu, je totiž s otázkami aktivity úzce propojena. Aby na ně mohl žák odpovědět, měl by nejprve uplatnit své znalosti do interaktivního appletu. Jako příklad bylo vybráno *Cvičení* z kapitoly Válec a jeho síť. Cvičení již předpokládá žákovu znalost pojmu síť, válec, podstava, plášť, výpočet obsahu a povrchu různých geometrických objektů. Za úkol má žák nejprve dle obrázku válce nastavit na *Posuvnicích* rozměry jeho pláště. Plášť se dle změny hodnot na *Posuvnicích* mění. Po nalezení správných hodnot na *Posuvnicích* je jeho úkolem spočítat obsah pláště, horní a dolní podstavy válce. Hodnoty jsou ve cvičeních koncipovány tak, aby k výpočtům nebyla potřeba kalkulačka. Konkrétně toto *Cvičení* obsahuje pouze uzavřené otázky, takže během výuky pomocí GeoGebra *Třídy* má učitel opravené výsledky žáků k dispozici ihned po dokončení práce. Dosud bylo vytvořeno 51 *Cvičení*, obsažených v každé kapitole GeoGebra online knihy.

### **Cíl a použití**

Jak již bylo zmíněno, interaktivní applet *Cvičení* slouží k procvičení již probraného učiva. *Cvičení* jsou zaměřena na abstrakční zdvih od izolovaného k universálnímu modelu (Hejný & Kuřina, 2015, s. 126). Obsahují většinou posuvníky nebo zaškrtávací boxy, které umožňují v jednom appletu zobrazit několik desítek či stovek konkrétních geometrických objektů, které reprezentují jeden konkrétní geometrický pojem. Pomáhají tak žáku vymanit se z přesvědčení o jedné konkrétní reprezentaci pojmu. Zároveň je možné s každým objektem manuálně pohybovat a otáčet, žák si tedy uvědomuje, že poloha objektu nemění jeho název. Začleněním do výuky tak předejdeme situacím, jako je tato: Dvě dívky sedí naproti sobě a učí se pojmenovat základní geometrické objekty. Položíme mezi ně trojúhelník, požádáme jednu z dívek, aby objekt, který vidí, pojmenovala. Zamračí se a zdá se, že si odpovědi není jistá, po chvíli odvěti: „*Nevím, ale pro dívku na druhé straně stolu je to trojúhelník*“ (Wilder & Mason, 2005, s. 2, volně přeloženo).

„V nákrešně je síť válce. Nastav rozměry pláště válce na *Posuvnicích* tak, aby odpovídaly rozměrům válci na obrázku  
(Odvárko, Kadleček, str. 40, kap. 2.1, cv. 9).“

Obr. 17 – GeoGebra cvičení, autorka

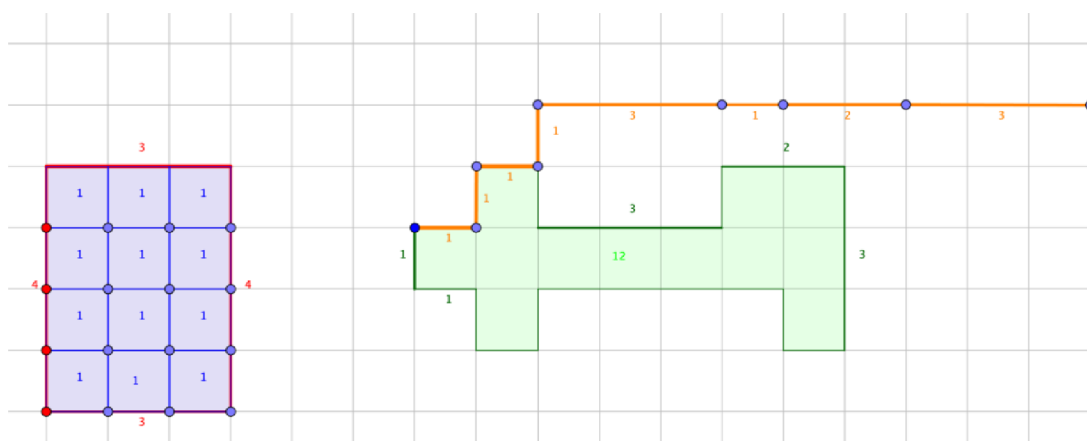
## Míra v geometrii

Slovo geometrie vzniklo od spojení slov „měření země“. Prvopočátky geometrie pochází ze starověkého Řecka, používali ji především filozofové a astronomové, kteří se snažili nebe a Zemi zmapovat, a s jejím reálným využitím se žák setkává i dnes na denní bázi (Wilder & Mason, 2005, s. 78, volně přeloženo), proto je pro ně velice důležitá a nalezneme ji v RVP ZV. V kapitole 7.2. je zmíněna jako další kritické místo matematiky u žáků základních škol. Jako příklady uvedu některé potíže žáků, které vyplynuly z několika výzkumů různých autorů. Na jejich základě jsem vytvořila další materiály, které by mohly studentům pomoci obsah a míru v geometrii pochopit. C. Kamii a J. Kysh ve své knize z roku 2006 prezentují výzkum zaměřený na změnu tvaru útvaru a jeho obsahu, který provedly u 72 žáků 8. ročníku. Z toho 24 nedokázalo určit obsah útvaru po změně jeho tvaru. V GeoGebře jsem sestavila materiál (obr. 18), který by mohl studentům s tímto problémem pomoci.

Obr. 18 – Míra v geometrii, autorka

Tento materiál je doplněn o návodný komentář, jak v *Nákresně* pracovat. Úkolem žáka je pomocí červených bodů přesunout malé modré čtverečky do červené plochy a zjistit tak její obsah. V závěru by měl žák dojít k pochopení, že se obsah změnou tvaru útvaru nemění a je možné ho také spočítat jako součet po rozdělení na obsahy geometrického útvaru, který žák dobře zná (malé modré čtverce).

Babai et al. (2006) a Kospentaris, Spyrou, Lappas (2011) popisují stejný problém i u žáků středních a vysokých škol, kteří navíc údajně setrvávají v představě, že útvar má stejný obsah i obvod. Na základě výsledků z tohoto výzkumu jsem vytvořila materiál, ve kterém má žák za úkol spočítat obvod a obsah konkrétních geometrických útvarů. Mimo nalezení obsahu obdélníku a zeleného útvaru má žák za úkol „obmotat“ zelený objekt oranžovým provazem tak, aby vytvořil jeho obvod. Následně ho může porovnat s obvodem původního červeného obdélníku. Žák tedy vidí, že stejný obsah dvou útvarů nemusí znamenat stejný obvod a zároveň vlastním bádáním dochází k pochopení vzorce pro výpočet obvodu a obsahu (obr. 19).



Obr. 19 – Obsah a obvod útvaru, autorka

### Využití materiálu během distanční výuky

Všechny výše uvedené materiály (*Konstrukce, Cvičení, Slovní úlohy*) jsem uveřejnila, aby je bylo možné využít během distanční výuky pro celou třídu. Tvorba GeoGebra *Třídy* je velice snadná a zabere učiteli/koordinátorovi výuky necelou minutu. Předtím než se učitel do tvorby *Třídy* pustí, je důležité, aby měl svůj vlastní GeoGebra účet. Jeho tvorba zajišťuje uchování dat výsledků získaných během práce žáků. Vytvoření GeoGebra účtu vyžaduje pouze e-mailovou adresu a heslo.

Poté co si uživatel účet vytvoří, má přístup k GeoGebra materiálům z celého světa, pokud je aktivita veřejně dostupná, je zároveň použitelná pro tvorbu GeoGebra *Třídy*. Hledání aktivit je umožněno na základě vyhledávače klíčových slov v horním panelu uprostřed hlavní stránky GeoGebry. Pokud tedy učitel hledá materiály týkající se kružnice, stačí pojem do vyhledávače napsat. Následně stačí libovolnou veřejnou aktivitu vybrat a rozkliknout. Aktivita se rozbalí, v pravém horním rohu se objeví tlačítko VYTVOŘIT TŘÍDU. Kliknutím na toto tlačítko se aktivita automaticky přesměruje do prostředí nové GeoGebra *Třídy*. Horní panel GeoGebra třídy obsahuje přímý odkaz na GeoGebra *Třidu*, popř. je k dispozici i kód, přes který je možné se napojit na odkaz zde: <https://www.geogebra.org/classroom>. Pak už se mohou žáci do *Třídy* připojit. Obrázkový návod na tvorbu *Třídy* je k nalezení v přílohách této diplomové práce.

## 13 Zpětná vazba

V závěru své práce jsem požádala několik učitelů a žáků ze dvou základních škol a jednoho gymnázia z Jihočeského kraje, aby vyplnili jednoduchý nesofistikovaný dotazník vztahující se k vytvořeným materiálům na distanční výuku geometrie a využívání GeoGebry během výuky matematiky. Jak již bylo zmíněno, dotazník není sestaven odborně, jeho hlavním cílem je především zlepšit vypracovaný materiál na základě zkušeností, rad a tipů získaných v dotazníku.

Dotazník má dvě podoby, jedna je koncipována pro učitele, druhá pro žáky. Dotazník pro učitele obsahuje 16 otázek, přičemž 6 z nich je otevřených a 11 uzavřených. Otevřené otázky jsou zaměřené na subjektivní názor respondenta, jeho návrhy na možná zlepšení, využitelnost, funkčnost a obsah vytvořeného materiálu. Otázky z dotazníku jsou sestaveny následovně:

1. *Můj věk.*
2. *Mám zkušenosti s prací a tvorbou v GeoGebře? (hodnocení jako ve škole 1 – zkušený, 5 – nemám žádné zkušenosti).*
3. *Seznamuji žáky během výuky matematiky s GeoGebrou?*
4. *Zapojení GeoGebry do výuky matematiky může vést k pokroku, pochopení a zlepšení.*
5. *Zařadil/a bych GeoGebrou a GeoGebra Třidu do distanční výuky?*
6. *Zařadil/a bych GeoGebrou a GeoGebra Třidu do prezenční výuky?*
7. *Jaké vidíte výhody používání GeoGebry během výuky?*
8. *Jaké vidíte naopak nevýhody používání GeoGebry během výuky?*

### **Oddíl zaměřený na vytvořené aktivity z DP**

9. *Oddíl zaměřený na vytvořené aktivity z DP.*
10. *GeoGebra materiály mohou pomoci studentům lépe pochopit jednotlivé kapitoly geometrie.*
11. *Zadání úkolů v GeoGebra materiálech je srozumitelné a smysluplné.*
12. *Náplň GeoGebra aktivit z materiálu je promyšlená a pro žáky přínosná.*
13. *Některé z GeoGebra aktivit bych chtěl/a do výuky zařadit.*
14. *Co vidím jako problémové při používání GeoGebra aktivit během výuky distanční?*

*15. Co vidím jako problémové při používání GeoGebra aktivit během výuky prezenční?*

*16. Co by bylo dobré do aktivit přidat, nebo z nich naopak odstranit?*

*17. Celková reflexe k tvorbě a využití celého konceptu online GeoGebra prostředí při výuce geometrie na ZŠ.*

Dotazník vyplnilo 16 učitelů, odpovědi na uzavřené otázky shrnuje obr. 20, z toho 6 z nich spadá do věkové kategorie 19–31 let, zbylých 10 pak do věkové kategorie 31+. Ze 16 učitelů jich 10 seznamuje své žáky s GeoGebrou během hodin matematiky, což tvoří 62,5 %. Dále 68,75 % z dotazovaných učitelů se shodlo, že zapojení GeoGebry do výuky matematiky vede žáky k pokroku, pochopení a zlepšení. Celkem 81,25 % by spíše/rozhodně zařadilo GeoGebrou do distanční výuky, 37,5 % i do výuky prezenční. Až 75 % učitelů souhlasilo s tím, že vytvořené materiály mohou žákům pomoci lépe pochopit jednotlivé kapitoly geometrie a do výuky by je spíše/rozhodně zařadili.



Otázka Respondent	1.	2.	3.	4.	5.	6.	9.	10.	11.	12.
<b>a</b>	19– 30	2	Ano	Rozhodně ano	Spíše ano	Spíše ano	Spíše ano	1	1	Rozhodně ano
<b>b</b>	31 +	4	Ano	Spíše ano	Rozhodně ano	Spíše ne	Spíše ano	2	1	Rozhodně ano
<b>c</b>	31 +	4	Ano	Rozhodně ano	Spíše ano	Rozhodně ne	Spíše ano	2	1	Spíše ano
<b>d</b>	31 +	2	Ne	Spíše ne	Spíše ne	Spíše ano	Spíše ano	3	2	Spíše ano
<b>e</b>	19 – 30	1	Ano	Spíše ano	Spíše ano	Spíše ano	Rozhodně ano	1	1	Rozhodně ano
<b>f</b>	19 – 30	1	Ano	Rozhodně ano	Spíše ano	Rozhodně ano	Rozhodně ano	1	2	Rozhodně ano
<b>g</b>	31 +	1	Ne	Spíše ne	Spíše ano	Spíše ne	Spíše ne	1	1	Spíše ne
<b>h</b>	31 +	4	Ne	Spíše ne	Spíše ne	Rozhodně ne	Spíše ano	3	2	Rozhodně ano
<b>i</b>	31 +	4	Ne	Spíše ne	Spíše ano	Rozhodně ne	Spíše ne	1	1	Spíše ne
<b>j</b>	19 – 31	3	Ano	Spíše ano	Spíše ano	Rozhodně ano	Spíše ano	2	1	Spíše ano
<b>k</b>	31 +	5	Ano	Spíše ano	Rozhodně ano	Rozhodně ano	Spíše ano	2	1	Spíše ano
<b>l</b>	31 +	5	Ano	Spíše ano	Spíše ano	Spíše ne	Spíše ano	1	2	Spíše ano

<b>m</b>	19 – 30	1	Ano	Spiše ano	Rozhodně ano	Spiše ne	Rozhodně ano	1	1	Rozhodně ano
<b>n</b>	31 +	3	Ne	Rozhodně ano	Spiše ano	Spiše ne	Spiše ne	2	2	Spiše ne
<b>o</b>	19 – 30	1	Ano	Spiše ano	Rozhodně ano	Spiše ne	Rozhodně ano	1	1	Rozhodně ano
<b>p</b>	31 +	3	Ne	Spiše ne	Spiše ano	Rozhodně ne	Spiše ne	3	2	Spiše ne

Obr. 20 – Odpovědi respondentů na uzavřené otázky, autorka

Většina učitelů, kteří dotazník vyplňovali, shrnula v otevřených otázkách 7–8. a 13–16 svůj subjektivní názor na celou koncepci vytvořeného materiálu. Odpovědi na otevřené otázky jsou součástí příloh.

Dotazník pro žáky/studenty byl mírně poupraven pro vyplňování z pozice studenta pracujícího v GeoGebra *Třídě*. Celkem 92 % žáků z 35 dotázaných se shodlo, že zapojení GeoGebry do výuky matematiky může vést k pokroku, pochopení a zlepšení, 90 % se již s GeoGebrou setkala. 68 % z nich by zařadilo GeoGebrou do distanční výuky, naopak 84 % do výuky prezenční. Žáci dále shrnuli svůj subjektivní názor do otevřených otázek (7–8.) týkajících se výhod a nevýhod využívání GeoGebry během výuky. Některé z výhod, které žáci uvedli, zobrazuje obrázek 21. Obrázek 22 ilustruje některé zmíněné nevýhody, které žáci zmínili. Do otázky č. 14 vložili žáci také cenné rady a tipy, které jsem použila na vylepšení celého materiálu. Žáky navržená doporučení na zlepšení celého materiálu obsahovala mimo jiné podrobnější vysvětlení obsahu, obvodu a přidání úloh na konstrukce bodů daných vlastností s výsledky.

### Odpovědi

Výsledek každé funkce	dokážu si zkontrolovat práci pomocí grafů v geogebre	lepší představivost grafů
Lepší pochopení	Zábavné, přesně ukázány postup	Lepší pro představu grafu
Je to jednodušší.	Muzeme si vse ukazat navzájem na projektoru	Ulehčení práce, využití současných možností
Můžeme si jednoduše najít grafy funkci	lepší pochopení	Oprava vytvořených funkcí.
Vidím v ní funkce, je přehledná	Nemusím to rýsovat do sešitu	Rychle ukázani výsledků, je to přesné,
Pomůcka k pochopení.	Rychlejší testy, nemusím se zabývat kreslením grafů	pomáhá nám při testu
dokážu si zkontrolovat práci pomocí grafů v geogebre	Při testu kontrola	Pomáhá nám při testu
Zábavné, přesně ukázány postup	Ukazuje mám jak má vypadat graf	Správné řešení funkci, vidím správný graf
		Je tam několik možností a nástrojů k sestrojení grafu

Obr. 21 – Odpovědi žáků na otevřenou otázku 7, autorka

### Odpovědi

GeoGebra nás nenaučí to vypočítat bez ní	nejde se tam přihlásit	někdy nevím, jak se co dělá a na co mám kliknout
	zadne	
Žáci můžou používat telefon na něco jiného	Nic	Někdy nevím, jak se co dělá
	Nejsou	Nevyznám se v tom, neumím s tím pracovat
Žádné nejsou	Ještě neznám všechny vymoženosti geogebry	Bibě se mi tam maluje
Pani učitelka nevidí přímý postup a když jsme doma tak se ji nemůžeme zeptat.	složitá obsluha	
moc se v tom zatím nevyznám	Složitá obsluha	
Žádné	V hodině toho moc nestihneme.	
Ztráta času v hodině muze se stát ze se nepujde přihlásit a ztratime čas při	Nenaučíme se tolik, jako kdyby jsme to dělali ručně.	

Obr. 22 – Odpovědi žáků na otevřenou otázku 8, autorka

V dotazníku žáci i vyučující uvedli mnoho rad a tipů na zlepšení materiálů. Na jejich základě jsem v materiálech upravila několik zadání, návodných komentářů a přidala více aktivit zaměřených na míru v geometrii (obsah, objem, povrch, obvod). Ta se totiž objevila hned v několika dotaznících a byla označovaná za jednu z nejnáročnějších kapitol geometrie, toto tvrzení se objevuje také v knize *Kritická místa matematiky v řešení žáků* (Vondrová & Rendl, 2015). Někteří respondenti z řady učitelů v dotazníku zmínili také problém přílišného využívání nových technologií, což může vést až k digitální demenci, kterou ve své publikaci zmiňuje Spitzer (2014, s. 493–494). Zároveň

dotazník poukázal na oblíbenost barevných pohyblivých prvků programu, ty mohou velice snadno zachytit a udržet žákovu pozornost a objevují se s příchodem nových technologií, které jsou u generace Z velice oblíbené. Tento výsledek se shoduje s názory uvedenými v knize *Konec školní nudy* (Sieglová, 2019, s. 17). Mnoho učitelů se ale ke GeoGebře vyjádřilo podobně, jak to uvádí Bendl: „*Učitelé mají tendence oddalovat automatizaci těchto činností, naopak vyžadují opakování rutinních postupů...*“ (Bendl, 2022).“ Digitální technologie bez ohledu na jejich oblíbenost, či neoblíbenost globálně ovlivňují chod celé společnosti a jejich rozšiřování do dalších odvětví našich životů je nezastavitelné.

## IV. Závěr

Tato diplomová práce se zabývala distančním vzděláním geometrie v 8. ročníku ZŠ. Hlavním cílem práce bylo zhodnotit připravenost vybrané tištěné učebnice na distanční výuku a vytvořit z ní veřejně dostupný online materiál použitelný na distanční výuku, který poukazuje na široké využití digitálních technologií ve výuce.

Osobním a vedlejším cílem mé práce bylo nabýt nové znalosti a dovednosti v oblasti distanční výuky, konstruktivismu ve výuce a digitalizace učebních materiálů. Dále jsem také chtěla zlepšit svou digitální kompetenci a rozšířit svůj přehled o kritických místech geometrie u žáků ZŠ, abych jim mohla v praxi pomoci učivo a problematiku některých kapitol lépe zvládnout.

V praktické části jsem se na základě uvedených doporučení různých autorů a RVP ZV pokusila o tvorbu online veřejně dostupného digitálního materiálu, který by mohl posloužit pedagogům při distanční výuce geometrie nebo jako inspirace k další tvorbě pomocí matematického softwaru GeoGebra. Pevně věřím, že je možné digitální technologie využívat i v běžné výuce tak, aby zefektivnily a zlepšily výsledky žáků v této problematice oblasti matematiky. Velice mě těší, že jsou mé materiály již využívány některými učiteli z dotazníku, který sloužil jako subjektivní zpětná vazba na celou tvorbu diplomové práce.

Všechny materiály jsou k dispozici na mém GeoGebra účtu <https://www.geogebra.org/u/bruskovan12>, který je plně k dispozici i těm, kteří účet GeoGebra nemají. Můj účet obsahuje přes 550 námětů na aktivity, které je možné v GeoGebra použít bez nutnosti stahování aplikací. GeoGebra Kniha vytvořená v této diplomové práci a zaměřená na geometrie je k nalezení zde: <https://www.geogebra.org/m/zvq6bgpk>. Tvořivá činnost vlastních digitálních materiálů mě naplňuje, baví a učí mě stále novému. V tvorbě budu určitě dále pokračovat, materiály chci rozšiřovat a zlepšovat na základě zpětné vazby a vlastních zkušeností z praxe.

## 14 Seznam literatury

Anderson, L., & Krathwohl, D. (2001). *A taxonomy for learning, teaching and assessing*. New York, NY: Longman.

Bendl, V. (2022, 22. února). *Využití digitálních technologií ve výuce matematiky*. RVP.cz. Dostupné z <https://clanky.rvp.cz/clanek/23028/VYUZITI-DIGITALNICH-TECHNOLOGII-VE-VYUCE-MATEMATIKY-.html>

Bessenyei, I., Currie, K., Farkas, R., Fulantelli, G., Gedik-Buni, R. T., Lajtos-Prompt, G., Hartyányi, M., Mahood, E., Ravotto, P., Smith, M., Yaliniz-Buni, S., Lengyel, Z., & Gerhá, S. (2008). *E-learning Teachers challenged by the Net Generation*. Budapešť, Maďarsko: Tenegen consortium. Dostupné z: [http://course.tenegen.eu/file.php/1/TenegenDocs/R10\\_Tenegen\\_Book\\_EN\\_CD.pdf](http://course.tenegen.eu/file.php/1/TenegenDocs/R10_Tenegen_Book_EN_CD.pdf)

Binterová, H., & Tlustý, P. (2013). *Učení matematiky s počítačem*. České Budějovice, Česko: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích.

Černý, M. (2020). *Design digitálního vzdělávacího prostředí*. Brno, Česko: Flow.

Černý, M., Chytková, D., Mazáčová, P., & Šimková, G. (2015). *Distanční vzdělávání pro učitele*. Brno, Česko: Flow.

ČŠI (2021b). *Informační magazín: Distanční vzdělávání rok od nástupu pandemie*. Praha, Česko: Česká školní inspekce. Dostupné z: [https://www.csicr.cz/Csicr/media/Prilohy/2021\\_p%C5%99%C3%ADlohy/Dokumenty/INFO\\_duben\\_2021\\_mini.pdf](https://www.csicr.cz/Csicr/media/Prilohy/2021_p%C5%99%C3%ADlohy/Dokumenty/INFO_duben_2021_mini.pdf)

Dewey, J. (1932). *Demokrati a výchova*. Praha, Laichter

Dvořáková, K. (2014). *Informační technologie ve výuce matematiky – digitální učební materiály* [Disertační práce]. Masarykova univerzita.

European Commission, (2021). *Annex to the Commission Implementing Decision on the financing of the Digital Europe Programme and the adoption of the multiannual work programme for 2021–2022*. Brussel, Belgie: ANNEX.

Hejtný, M. & Kuřina, F. (2015). *Dítě škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Praha, Česko: Portál.

- Hejný, M., Novotná, J., & Stehlíková, N. (2004), *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha, Česko: Univerzita Karlova v Praze.
- Hejný, V., Hejný, M. (1978) *Prečo je matematika taká těžká? Pokroky matematiky, fyziky, a tronomie*. č. 2
- Holt, J. (1994). *Proč děti neprospívají*. Praha, Strom
- Choppin, J., & Zenon, B. (2017). *Trends in the design, development, and use of digital curriculum materials*. Rochester, NY: University of Rochester.
- IVS. (2016). *Distanční vzdělávání se zaměřením na e-Learning*. Praha, Česko: Institut pro veřejnou správu. Dostupné z: [https://www.institutpraha.cz/obj/obsah\\_fck/egon/pdf\\_programy/distancni\\_vzdelavani.pdf](https://www.institutpraha.cz/obj/obsah_fck/egon/pdf_programy/distancni_vzdelavani.pdf)
- Kalhous, Z. (1995). *Základy školní didaktiky*. Olomouc, Česko: Vydavatelství Univerzity Palackého.
- KOMENSKÝ, Jan Amos. *Analytická didaktika*. V Praze: Státní nakladatelství, 1947.
- Kuřina, F. (2011). *Matematika a řešení úloh*. České Budějovice, Česko: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích. Dostupné z: <http://mdisk.pdf.cuni.cz/SUMA/MaterialyKeStazeni/PublikaceKnihy/KurinaMatematikaARU.pdf>
- Liberatore, M. W. (2017) *Reading analytics and student performance when using an interactive textbook for a material and energy balances course*. In the Proceedings of the ASEE Annual Conference and Exposition
- Liberatore, M. W., & Roach, M. K. (2018). *Quantifying Self-guided Repetition Within an Interactive textbook for a material and Energy Balances Course*. In ASEE Annual Meeting (str. 1-12)
- Mareš, J. (1998) *Styly učení žáků a studentů*. Praha, Portál
- Moore, M., & Diehl, W. (2018). *Handbook of Distance Education*. New York, NY: Routledge, Taylor & Francis Group.
- MŠMT ČR (2020). *Strategie vzdělávací politiky ČR do roku 2030+*. Praha, Česko: Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy České republiky. Dostupné z: <https://www.edu.cz/strategie-msmt/strategie-vzdelavaci-politiky-cr-do-roku-2030/>

- MŠMT ČR (2021). *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. Praha, Česko: Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy České republiky.
- NÚV (2021). *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělání*, Praha, Česko: MŠMT ČR. Dostupné z: <https://www.nuv.cz/file/4982/>
- Pavlas, T., Zatloukal, T., Andrys, O., & Neumajer, O. (2021). *Distanční vzdělávání v základních a středních školách*. Praha, Česko: Česká školní inspekce.
- Plháková, A. (2004). *Učebnice obecné psychologie*. Praha, Česko: Academia
- Poláček, V., & Sedláček, L. (2015). *Dynamic geometry environments as cognitive tool in mathematic education*. Zlín, Česko: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. Dostupné z: <https://jtie.upol.cz/pdfs/jti/2015/02/05.pdf>
- Průcha, J. (1998). *Učebnice: teorie a analýzy edukačního média: příručka pro studenty, učitele, autory učebnic a výzkumné pracovníky*. Brno, Česko: PaidoRendl, M., & Vondrová, N. (2013). *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů*. Praha, Česko: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta.
- Rendl, M. Vondrová, N. (2013) *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů*. Praha, Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta
- Rokos, L., & Vančura, M. (2020). *Distanční výuka při opatřeních spojených s koronavirovou pandemií – pohled očima učitelů, žáků a jejich rodičů*. České Budějovice, Česko: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
- Sieglová, D. (2019). *Konec školní nudy: didaktické metody pro 21. století*. Praha, Česko: Grada.
- Sokol, J. (1998). *Malá filosofie člověka a slovník filosofických pojmů*. Praha, Vyšehrad
- Spitzer, M. (2014), *Digitální demence*. Brno, Česko: Host.
- Vaniček, J. (2015) *Dynamická geometrie*. PF JČU. Dostupné z: <http://www.pf.jcu.cz/cabri/temata/dynamgeo/dynggeo.htm>
- Vondrová, N., & Rendl, M. (2015). *Kritická místa matematiky základní školy v řešeních žáků*. Praha, Česko: Karolinum.
- Wilder, S. & Mason, J. (2005). *Developing Thinking in Geometry*. Milton Keynes, UK: The Open University.



Zormanová, L. (2022, 24. ledna) *Rizika a přínosy digitálních technologií pro děti*. RVP.cz. Dostupné z: <https://clanky.rvp.cz/clanek/c/Z/22971/rizika-a-prinosy-digitalnich-technologiei-pro-deti.html>

## **Online zdroje**

GeoGebra (2022). *Návody*. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/a/14?lang=cs>

Národní ústav pro vzdělávání (2021). *Rámcové vzdělávací programy*. Dostupné z: <https://www.nuv.cz/t/rvp> [cit. 2022-01-20]

<https://www.geogebra.org/about> [cit. 2021-12-26]

## 15 Přílohy

### Seznam příloh

Příloha 1: Vybrané kapitoly z učebnice Odvárko, Kadleček, 2013.

Příloha 2: Vybrané úlohy z dalších publikací.

Příloha 3: Výsledky dotazníku.

Příloha 4: Obrázkový návod – tvorba GeoGebra *Třídy*.