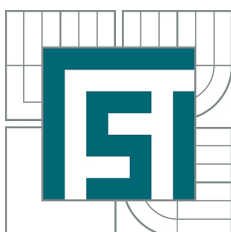


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MATEMATIKY
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF MATHEMATICS

OPTIMALIZAČNÍ MODELY PRO ENERGETICKÉ VYUŽITÍ ODPADU

OPTIMIZATION MODELS FOR WASTE-TO-ENERGY PROBLEMS

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Bc. JAROMÍR HOŠEK

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

RNDr. PAVEL POPELA, Ph.D.

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav matematiky

Akademický rok: 2014/2015

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Jaromír Hošek

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Matematické inženýrství (3901T021)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Optimalizační modely pro energetické využití odpadu

v anglickém jazyce:

Optimization Models for Waste-to-Energy Problems

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Student si prohloubí znalosti matematických technik pro aplikační problematiku odpadového hospodářství, a to jak na základě studia nejnovějších zahraničních pramenů, tak s využitím reálných dat z oblasti energetiky. Student dále využije odborné znalosti matematického programování zejména vícestupňového stochastického programování a nově získané znalosti možností energetického využití odpadu. Student se zaměří se na vývoj optimalizačních modelů různé úrovně aproximace reality a na studium jejich vlastností. Při řešení se soustředí na vlastní vývoj a úpravu vhodných modelů a jejich následnou implementaci v modelovacím jazyce. Testovací výpočty budou realizovány pro reálný problém optimalizace ekonomických ukazatelů pro určení parametrů investiční výstavby zařízení EVO (např. zpracovatelská kapacita, parametry turbíny) řešený ve spolupráci s potenciálním investorem v rámci NETME+ a souvisejících projektů. Vzhledem k více než dvacetileté době životnosti projektu se v úloze vyskytují parametry, které jsou neurčité, protože jejich vývoj se nedá přesně předpovědět, (např. ceny energií, výhřevnost odpadu, poptávka po energii). Dále budou uvažovány možnosti modelování provozu EVO společně s dalšími energetickými zdroji. Odborná problematika bude konzultována s Ing. Michalem Toušem, Ph.D. z UPEI.

Cíle diplomové práce:

1. Vytvoření matematických optimalizačních modelů různé úrovně složitosti pro oblast hospodářství s odpady zahrnující problematiku jejich zpracování pro energetické využití.
2. Prostudování vlastností modelů v kontextu optimalizace v podmínkách neurčitosti.
3. Modifikace a implementace vhodných algoritmů.
4. Realizace výpočtů s využitím reálných dat.

Seznam odborné literatury:

- Birge J., Louveaux F. Introduction to Stochastic Programming (2nd ed.), Springer, 2011.
Pardalos P., Resende M. Handbook of Applied Optimization, Oxford University Press, 2002.
Bazaraa M., Shetty, M., Sherali H. Nonlinear Programming, Wiley and Sons, 2006.

Vedoucí diplomové práce: RNDr. Pavel Popela, Ph.D.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2014/2015.

V Brně, dne 20.11.2014

L.S.

prof. RNDr. Josef Šlapal, CSc.
Ředitel ústavu

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.
Děkan fakulty

Abstrakt

Cílem této diplomové práce je vytvoření posloupnosti matematických optimalizačních modelů různé úrovně složitosti pro efektivní nakládání a energetické využití komunálního odpadu. S použitím optimalizačních modelů zahrnující podmínky neurčitosti, ve formě náhodné poptávky a nepravidelného množství komunálního odpadu s různou výhřevností, se podařilo vytvořit reálnější model spalovny. Pro následné rozšíření modelu o model teplárny a při využití reálných dat, byly následně realizovány výpočty pro společné pokrytí poptávky za pomoci programu GAMS.

Summary

The main aim of this thesis is to create a sequence of mathematical optimization models with different levels of complexity for the efficient management and waste energy utilization. Stochastic programming approach was utilized to deal with random demand and uncertain heating values. Hence, more applicable model of the waste-to-energy plant has been developed. As the next step, the model is enhanced by heating plant extension. Computations are realized for real-world data and optimal solution is found by using GAMS implementation.

Klíčová slova

Optimalizace, stochastická optimalizace, regresní analýza, generování scénářů, spalovna komunálního odpadu, Karush–Kuhn–Tuckerovy podmínky.

Keywords

Optimization, stochastic optimization, regression analysis, scenario generation, waste-to-energy plant, Karush–Kuhn–Tucker conditions.

HOŠEK, J. *Optimalizační modely pro energetické využití odpadu*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 62 s. Vedoucí RNDr. Pavel Popela, Ph.D.

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci *Optimalizační modely pro energetické využití odpadu* vypracoval samostatně pod vedením RNDr. Pavla Popely, Ph.D. s použitím materiálů uvedených v seznamu literatury.

Bc. Jaromír Hošek

Rád bych tímto poděkoval svému vedoucímu RNDr. Pavlu Popelovi, Ph.D. za jeho cenné rady a poznatky při psaní diplomové práce. Dále bych chtěl poděkovat Ing. Martinu Toušovi, Ph.D. za jeho rady a věnovaný volný čas při řešení problematiky.

Bc. Jaromír Hošek

Obsah

1 Úvod	3
2 Základní pojmy	4
2.1 Statistické pojmy	4
2.1.1 Základní definice a pojmy	4
2.1.2 Základy regresní analýza	7
2.2 Optimalizace	8
2.2.1 Základní definice a pojmy	8
2.3 Stochastická optimalizace	12
2.3.1 Wait-and-See přístup (WS)	12
2.3.2 Here-and-Now přístup (HN)	12
2.3.3 Vícestupňové úlohy	13
2.3.4 Scénářové úlohy	13
3 Technologie energetických jednotek	18
3.1 Popis a funkce energetických jednotek	18
3.2 Popis SKO	18
3.2.1 Generování dat	19
3.2.2 Lineární regresní model SKO	19
3.3 Popis teplárny	23
3.4 Vlastní spotřeba energií	24
4 Investice a příjmy	25
4.1 Aproximace investičních a provozních nákladů	25
4.1.1 Investiční náklady	25
4.1.2 Provozní náklady	25
4.2 Poptávka, vývoj cen	27
4.3 Ekonomická investiční kritéria	28
5 Matematické modely	30
5.1 1.model: Základní model SKO	31
5.2 2.model: Investiční model SKO	32
5.3 3.model: Model teplárny	33
5.4 4.model: Teplárna s vlastní spotřebou energií	34
5.5 5.model: SKO s vlastní spotřebou energií	35
5.6 6.model: Společná výroba tepla	36
5.7 7.model: Společné pokrytí poptávky	39
5.8 8.model: Scénářový model SKO	43
5.9 9.model: Scénářový model pro společné pokrytí poptávky	46
6 Závěr	51
Literatura	52
Seznam zkratk	53

OBSAH

Seznam příloh	53
6.1 Zdrojový kód pro 7.model: Společné pokrytí poptávky	54
6.2 Zdrojový kód pro 9.model: Scénářový model pro společné pokrytí poptávky	58

1. Úvod

Hlavní motivací pro napsání mé diplomové práce na téma *Optimalizační modely pro energetické využití odpadu* jsou čím dál větší požadavky Evropské unie pro omezení skládkování komunálního odpadu a následné podpoření jeho ekologického zpracování kompostováním, recyklací a zejména jeho energetické využití. Pro splnění požadavků Evropské unie je potřeba v budoucích letech vystavět v České republice nové spalovny komunálního odpadu. Návrhy a realizace případných projektů provází jak technologické tak hlavně i ekonomické problémy ve formě počátečních investic. Optimální volba klíčových parametrů spalovny patří mezi jedny z nejdůležitějších rozhodnutí, umožňující následně realizaci projektu.

Za tímto účelem návrhu optimálních parametrů se práce soustředí na výpočet optimální roční zpracovatelské kapacity spalovny, která patří mezi nejdůležitější parametry návrhu.

Práci jsem rozdělil do čtyř kapitol. V první kapitole se věnují zavedení potřebných matematických definic a pojmů. Z oblasti statistiky jsou zde stručně uvedeny informace o momentech, dále zmíněná některá rozdělení pravděpodobnosti náhodných veličin a na konec jsou shrnuty vybrané pojmy regresní analýzy. Z oblastí deterministické a stochastické optimalizace se jedná o nutné a postačující podmínky existence optimálního řešení úlohy, její různé formulace spolu s definicí dvoustupňové úlohy a její možnosti řešení pomocí scénářů.

Druhou kapitolu jsem rozdělil na dvě hlavní části, kdy v první části se věnují technologické funkci energetických jednotek teplárny a spalovny, jejich složení a základnímu principu. V druhé části kapitoly se soustřeďuji na matematické modelování, při jehož tvorbě klíčovou roli hrají omezení využívající výpočtů parametru regresních modelů. Odhady parametrů jsem realizoval pomocí systému Minitab [1] na vygenerovaná data z programu Waste2Energy [2]. V úplném závěru kapitoly jsem dále uvedl popis teplárny spolu s odhadem vlastní spotřeby energií.

Třetí kapitolu jsem zaměřil na odhad investičních nákladů spolu s náklady na údržbu, reinvestici, mzdy zaměstnanců, zpracování vzniklých reziduí a odpadu spolu s jeho svozem z okolní oblasti. Dále jsem zde uvedl základní investiční kritéria pro ekonomické posouzení celého projektu a jeho realizovatelnosti spolu s reálným odhadem poptávky po teple a elektrické energii.

V poslední čtvrté kapitole je uvedena gradující posloupnost původních modelů rostoucí složitostí včetně výsledků jejich řešení pro reálná data, které byly získány s pomocí programového systému GAMS. Při tvorbě devíti uvedených modelů stupňující se složitosti byly využity dříve uvedené poznatky včetně odhadů.

Komentáře k modelům a získaných výsledků jsou následně shrnuty v závěru práce.

2. Základní pojmy

V následující kapitole se zaměříme na uvedení základních matematických pojmů, jež tvoří potřebný základ dále využívané teorie z oblastí matematické analýzy, deterministické a stochastické optimalizace, statistiky a regresní analýzy.

2.1. Statistické pojmy

Pro popis reálného procesu se v praxi často využívají statistické nástroje, mezi které patří plánovaný experiment a regresní analýza.

U plánovaného experimentu se jedná o posloupnost zkoušek, při kterých se cílevědomě provádí změna vstupních parametrů (faktorů) pro identifikaci odpovídajících změn výstupních proměnných (odezev) za cílem minimalizace nákladů na výrobu modelu technologického nebo finančního procesu [1].

Regresní analýza (viz. 2.1.2) je naopak statistický proces pracující již s naměřenými daty snažící se odhadnout závislost mezi nezávislými vstupními proměnnými a závislou výstupní proměnnou [1].

Jelikož v našem případě nebude získání dat pomocí simulace nic stát, využijeme pro získání odhadu pro model spalovny regresní analýzu místo plánovaného experimentu. Pro úlohy stochastické optimalizace je vhodné připomenout základní pojmy jako jsou pravděpodobnostní prostor, náhodná veličina, distribuční funkce, základní rozdělení pravděpodobnosti náhodných veličin a pro generování scénářů (viz. 2.3.4) jednotlivé momenty náhodné veličiny.

2.1.1. Základní definice a pojmy

Následující definice a věty jsou přebrány z [3]. V první řadě si zavedeme pojem pravděpodobnostní prostor.

DEFINICE 2.1.1 *Pravděpodobnostním prostorem rozumíme uspořádanou trojici (Ω, \mathcal{A}, P) , kde Ω je prostor elementárních jevů ω , \mathcal{A} je jevové pole, jehož prvky jsou náhodné jevy, tj. podmnožiny Ω , které tvoří tzv. σ -algebru a P rozumíme pravděpodobnost náhodného jevu splňující dle axiomatické definice*

- $P(A) \geq 0$, kde $A \in \mathcal{A}$ je náhodný jev,
- $P(\Omega) = 1$,
- pro navzájem neslučitelné jevy $A_1, \dots, A_n, A_{n+1}, \dots$ tvořící spočetnou množinu, kdy $A_i \cap A_j = \emptyset, i \neq j, i, j = 1, \dots, n, n+1, \dots$ pak

$$P(A_1 \cup \dots \cup A_n \cup A_{n+1} \cup \dots) = P(A_1) + \dots + P(A_n) + P(A_{n+1}) + \dots$$

Máme-li nyní zaveden základní pravděpodobnostní prostor, můžeme definovat náhodnou veličinu.

DEFINICE 2.1.2 *Náhodnou veličinou rozumíme zobrazení $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, které je měřitelné, tj. pro každé $B \in \mathcal{B}$ platí $\{\omega \in \Omega | X(\omega) \in B\} \in \mathcal{A}$, kde $A \in \mathcal{A}$.*

DEFINICE 2.1.3 *Distribuční funkcí $F(x)$ náhodné veličiny X , rozumíme funkci*

$$F(x) = P(X \leq x), x \in \mathbb{R},$$

která každému reálnému číslu x přiřadí pravděpodobnost, že náhodná veličina X nabude hodnoty menší nebo rovno číslu x .

Uvedený zápis $F(x) = P(X \leq x)$ zkracuje úplný zápis $P(\{\omega \in \Omega \mid X(\omega) \leq x\})$.

Jelikož v této práci budeme pracovat hlavně se spojitou náhodnou veličinou uvedeme pro ni její jednotlivé charakteristiky polohy, variability a koncentrace.

DEFINICE 2.1.4 *Funkce hustoty pravděpodobnosti spojitě náhodné veličiny X je nezáporná funkce $f(x)$ taková, že platí*

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt, x \in \mathbb{R}.$$

První charakteristikou, kterou si zavedeme je charakteristika polohy, nebo-li střední hodnota náhodné veličiny X .

DEFINICE 2.1.5 *Střední hodnota $E(X)$ náhodné veličiny X je zadána vztahem*

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx, \quad (2.1)$$

za předpokladu, že integrál konverguje absolutně.

Druhou charakteristiku je charakteristika variability, nebo-li rozptyl náhodné veličiny.

DEFINICE 2.1.6 *Rozptyl $D(X)$ náhodné veličiny X (také někdy označovaný jako σ^2 , viz. (2.27)) je dán vztahem*

$$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} [x - E(X)]^2 f(x)dx, \quad (2.2)$$

za předpokladu, že střední hodnota $E(X)$ existuje.

POZNÁMKA 2.1.7 *Místo rozptylu náhodné veličiny se také často používá směrodatná odchylka $\sigma(X)$ náhodné veličiny X definovaná jako*

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}.$$

Pro zavedení dalších charakteristik např. koncentrace se využívají definice momentů a to obecného $\mu'_r(X)$ a centrálního $\mu_r(X)$.

DEFINICE 2.1.8 *Obecný moment r -tého řádu $\mu'_r(X)$ náhodné veličiny X je definovaný vztahem*

$$\mu'_r(X) = E(X^r), r = 1, 2, \dots,$$

za předpokladu, že střední hodnota existuje.

2.1. STATISTICKÉ POJMY

POZNÁMKA 2.1.9 *Obecný moment r -tého řádu $\mu'_r(X)$ lze pro spojitou náhodnou veličinu zapsat ve tvaru*

$$\mu'_r(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^r f(x) dx,$$

kde si můžeme všimnout, že pro $r = 1$ se jedná o střední hodnotu $E(X)$.

DEFINICE 2.1.10 *Centrální moment r -tého řádu $\mu_r(X)$ náhodné veličiny X je definovaný vztahem*

$$\mu_r(X) = E[X - E(X)]^r, \quad r = 1, 2, \dots,$$

za předpokladu, že střední hodnota existuje.

POZNÁMKA 2.1.11 *Centrální moment r -tého řádu $\mu_r(X)$ lze pro spojitou náhodnou veličinu zapsat ve tvaru*

$$\mu_r(X) = \int_{-\infty}^{\infty} [x - E(X)]^r f(x) dx,$$

kde si můžeme všimnout, že pro $r = 2$ se jedná o rozptyl $D(X)$.

Nyní můžeme přejít na zavedení dalších charakteristik.

DEFINICE 2.1.12 *Koeficient šikmosti $\alpha_3(X)$ náhodné veličiny X je zadán výrazem*

$$\alpha_3(X) = \frac{\mu_3(X)}{\sigma(X)^3}, \quad \text{pro } \sigma(X) \neq 0, \quad (2.3)$$

kde $\mu_3(X)$ je centrální moment 3.řádu náhodné veličiny X .

DEFINICE 2.1.13 *Koeficient špičatosti $\alpha_4(X)$ náhodné veličiny X je zadán výrazem*

$$\alpha_4(X) = \frac{\mu_4(X)}{\sigma(X)^4} - 3, \quad \text{pro } \sigma(X) \neq 0, \quad (2.4)$$

kde $\mu_4(X)$ je centrální moment 4.řádu náhodné veličiny X .

Dále zavedeme dvě základní rozdělení pravděpodobností pro spojitě náhodné veličiny, která později využijeme.

Prvním rozdělením pravděpodobnosti je tzv. rovnoměrné rozdělení.

DEFINICE 2.1.14 *Spojitá náhodná veličina X má rovnoměrné náhodné rozdělení $R(\alpha, \beta)$ na intervalu (α, β) , právě tehdy když funkce hustoty je tvaru*

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta - \alpha} & \text{pro } \alpha < x < \beta, \\ 0 & \text{jinak,} \end{cases}$$

a distribuční funkce

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \leq \alpha \\ \frac{x - \alpha}{\beta - \alpha} & \text{pro } \alpha < x < \beta, \\ 1 & \text{pro } x \geq \beta. \end{cases} \quad (2.5)$$

Druhým a v praxi jedním z nejdůležitějších rozdělání je tzv. normální rozdělání pravděpodobnosti.

DEFINICE 2.1.15 *Spojité náhodná veličina X má normální náhodné rozdělání $N(\mu, \sigma^2)$ se střední hodnotou μ a rozptylem σ^2 , právě tehdy když funkce hustoty má tvar*

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \text{ pro } x \in \mathbb{R},$$

s distribuční funkcí

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt, \text{ pro } x \in \mathbb{R}. \quad (2.6)$$

2.1.2. Základy regresní analýza

Na definování vybraných základních statistických pojmů nyní navážeme zavedením některých základních pojmů regresní analýzy, které dále využijeme. Nejprve zavedeme regresní funkci, která je jedním z hlavních nástrojů regresní analýzy pro vyjádření závislosti vstupních a výstupních proměnných. Podrobnější teoretické základy lze najít v [4], [5].

DEFINICE 2.1.16 *Regresní funkcí rozumíme funkci*

$$y = \varphi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}),$$

kde $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k)$ je vektor nezávisle proměnných, y je závislá proměnná a $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_m)$ je vektor regresních koeficientů [4].

POZNÁMKA 2.1.17 *Pro určení odhadu regresních koeficientů β_1, \dots, β_m se využívá tzv. metoda nejmenších čtverců, která minimalizuje součet residuálních kvadrátů (čtverců), tj.*

$$S^* = \sum_{i=1}^n [y_i - \varphi(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})]^2,$$

kde n udává počet pozorování vektoru \mathbf{x} .

Dříve, než lze začít určovat bodové odhady regresních koeficientů β_1, \dots, β_m je potřeba zvolit vhodný tvar regresní funkce $\varphi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})$.

Výběr vhodné regresní funkce často vychází z podstaty popisovaného procesu (viz. 3.2) a ze zkušeností uživatele. Při volbě regresní funkce se často klade důraz na to, aby měla pokud možno co nejmenší počet regresních koeficientů β_i .

Pro vyhodnocení správné volby regresní funkce se využívá tzv. koeficient determinace r^2 , který je čtvercem koeficientu vícenásobné korelace r , definovaného vztahem

$$r = \sqrt{1 - \frac{S_{min}^*}{\sum y_i^2 - n\bar{y}^2}}, \quad (2.7)$$

kde \bar{y} je aritmetický průměr hodnot y_i .

Číslo r^2 100% pak vyjadřuje procentuální podíl rozptylu hodnot y_i redukovaný díky použití regresní funkce. Naším cílem je najít takové regresní funkce, aby se hodnoty r a r^2 blížily co nejvíce k číslu 1.

Regresní funkce lze dále rozdělit na lineární (2.8) a nelineární tvar vzhledem k regresním koeficientům.

2.2. OPTIMALIZACE

DEFINICE 2.1.18 *Lineárním regresním modelem rozumíme výraz*

$$y_i = \sum_{j=1}^m \beta_j f_j(\mathbf{x}_i) + E_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.8)$$

kde $f_j(\mathbf{x}_i)$ jsou předem známé funkce, neobsahující koeficienty β_1, \dots, β_m a E_i jsou nekořelované náhodné veličiny s normálním rozdělením $N(0, \sigma^2)$ [4].

Z lineárního regresního modelu (2.8) vyjdeme později v kapitole 3 pro popis spalovny komunálního odpadu (3.1) a (3.2) s využitím námi vygenerovaných dat. Může však nastat situace, že by regresní model (2.8) náš problém nedostatečně přesně popisoval. Pak je možné využít vhodný nelineární regresní model viz např. [5]. Pro hlubší studium závislosti lze dále aplikovat intervalové odhady a testy hypotéz, podrobnosti viz např. [5], [6].

2.2. Optimalizace

2.2.1. Základní definice a pojmy

Při rozhodování a hledání vhodných parametrů v oblastech finančního, energetického nebo ekologického hospodářství se využívá pro nalezení optimálního řešení námi vytvořeného matematického modelu tzv. matematické programování. Následující definice, věty a poznámky jsou získány z [7].

DEFINICE 2.2.1 *Matematickým neparаметrickým programem rozumíme výraz*

$$? \in \underset{x}{\operatorname{argmin}} \{f(\mathbf{x}) | \mathbf{x} \in C\}, \quad (2.9)$$

kde výrazem $? \in \underset{x}{\operatorname{argmin}}$ rozumíme hledání nejméně jedno minima, $f : C \rightarrow \mathbb{R}$ je účelová funkce, kdy $C \subseteq \mathbb{R}^n$, $n \in \mathbb{N}$ a $\mathbf{x} \in C$ je vektor proměnných.

V praxi však mnoho modelovaných problémů závisí na významných parametrech. Proto můžeme (2.9) přeformulovat na tvar (2.10).

DEFINICE 2.2.2 *Parametrickým matematickým programem rozumíme výraz*

$$? \in \underset{x}{\operatorname{argmin}} \{f(\mathbf{x}, \mathbf{a}) | \mathbf{x} \in C(\mathbf{a})\}, \quad (2.10)$$

kde $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^k$, $k \in \mathbb{N}$ je konstantní vektor parametrů.

V závislosti na typu modelu lze (2.9) vyjádřit ve tvarech lineárního (2.12) a nelineárního (2.14) programu.

DEFINICE 2.2.3 *Lineárním programem (LP) rozumíme výraz*

$$? \in \underset{x}{\operatorname{argmin}} \{\mathbf{c}^T \mathbf{x} | \mathbf{x} \in S\}, \quad (2.11)$$

kde $S \in \mathbb{R}^n$ je polyedrická množina.

POZNÁMKA 2.2.4 Častěji se však místo tvaru (2.11) používá výraz

$$? \in \operatorname{argmin}_x \{ \mathbf{c}^\top \mathbf{x} \mid \mathbf{A}\mathbf{x} \circ \mathbf{b}, \mathbf{l} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u} \}, \quad (2.12)$$

kde \mathbf{c} je vektor koeficientů účelové funkce, \mathbf{A} je matice omezení hodnosti m , \mathbf{b} je vektor koeficientů omezení, \mathbf{l}, \mathbf{u} jsou vektory dolních a horních mezí a \circ je symbol vyjadřující relace $\{\leq, \geq, =\}$.

Pokud účelová funkce nebo omezení nejsou v lineárním tvaru, jedná se o tzv. nelineární programování.

DEFINICE 2.2.5 Nelineárním programem (NLP) rozumíme výraz

$$? \in \operatorname{argmin}_x \{ f(\mathbf{x}) \mid \mathbf{g}(\mathbf{x}) \circ \mathbf{0}, \mathbf{x} \in S \}, \quad (2.13)$$

kde $\mathbf{g} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ je nelineární funkce a $S \subseteq \mathbb{R}^n$.

Často lze (2.13) vyjádřit v ekvivalentním tvaru

$$\min \{ f(\mathbf{x}) \mid \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}, \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \mathbf{x} \in S \}. \quad (2.14)$$

Při řešení LP a NLP úlohy je potřeba zajistit existenci optimálního řešení, kterému se věnuje Weierstrassova věta a podmínky optimality. Pro jejich zavedení je potřeba uvést další pojmy matematické analýzy a optimalizace jako jsou spojitost, uzavřenost, konvexní množina, konvexní, kvazikonvexní a pseudokonvexní funkce a Karush–Kuhn–Tuckerovy podmínky.

V první řadě si uvedeme Weierstrassovu větu pro existenci řešení. Za tímto účelem zavedeme následující pojmy podle [8].

DEFINICE 2.2.6 Pro $S \subseteq \mathbb{R}^n$ a funkci $f : S \rightarrow \mathbb{R}$ definujeme (globální) minimum $\mathbf{x}_{\min} \in S$ jako bod, pro který platí

$$f(\mathbf{x}_{\min}) \leq f(\mathbf{x}), \forall \mathbf{x} \in S.$$

Striktním (globálním) minimem rozumíme bod, pro který platí

$$f(\mathbf{x}_{\min}) < f(\mathbf{x}), \forall \mathbf{x} \in S \setminus \{\mathbf{x}_{\min}\}.$$

DEFINICE 2.2.7 Funkce $f(\mathbf{x})$ je spojitá v bodě \mathbf{x}_0 , jestliže

$$\lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_0} f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}_0).$$

Funkce $f(\mathbf{x})$ je spojitá, je-li spojitá ve všech bodech definičního oboru.

DEFINICE 2.2.8 Uzavřenou množinou $S \subseteq \mathbb{R}^n$ rozumíme množinu splňující, že $S = cl S$, kde $cl S = \{ \mathbf{x} : \forall \epsilon > 0, S \cap N_\epsilon(\mathbf{x}) \neq \emptyset \}$ a $N_\epsilon(\mathbf{x}) = \{ \mathbf{y} : \|\mathbf{y} - \mathbf{x}\| < \epsilon \}$.

Nyní uvedeme Weierstrassovu větu.

VĚTA 2.2.9 (WEIERSTRASSOVA VĚTA) Pro neprázdnou, uzavřenou, ohraničenou množinou S a spojitou funkci $f : S \rightarrow \mathbb{R}$ platí, že úloha $\min_{\mathbf{x}} \{ f(\mathbf{x}) : \mathbf{x} \in S \}$ má optimální řešení.

2.2. OPTIMALIZACE

Existenci optimálního řešení a nutným a postačujícím podmínkám se věnují Karush–Kuhn–Tuckerovy věty. Nejprve připomeneme následující pojmy podle [7] a [9].

DEFINICE 2.2.10 *Konvexní množinou rozumíme množinu $S \subset \mathbb{R}^n$ právě tehdy, když platí*

$$\forall \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in S, \forall \lambda \in [0, 1] : \lambda \mathbf{x}_1 + (1 - \lambda) \mathbf{x}_2 \in S.$$

Tím rozumíme, že pro libovolné dva body $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ z konvexní množiny platí, že jejich konvexní kombinace $\lambda \mathbf{x}_1 + (1 - \lambda) \mathbf{x}_2$ náleží do množiny S .

POZNÁMKA 2.2.11 *Pro konvexní množiny $S_1, S_2 \subset \mathbb{R}^n$ platí, že $S_1 \cap S_2$ je také konvexní.*

DEFINICE 2.2.12 *Nechť $S \in \mathbb{R}^n$ je neprázdná konvexní množina. Pak řekneme, že funkce $f : S \rightarrow \mathbb{R}$, je konvexní na S , platí-li*

$$f(\lambda \mathbf{x}_1 + (1 - \lambda) \mathbf{x}_2) \leq \lambda f(\mathbf{x}_1) + (1 - \lambda) f(\mathbf{x}_2)$$

pro každé $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in S$ a $\lambda \in (0, 1)$.

Funkce $f : S \rightarrow \mathbb{R}$, je striktně konvexní na S , platí-li

$$f(\lambda \mathbf{x}_1 + (1 - \lambda) \mathbf{x}_2) < \lambda f(\mathbf{x}_1) + (1 - \lambda) f(\mathbf{x}_2)$$

Funkce f je (striktně) konkávní na S , jestliže $-f$ je (striktně) konvexní na S .

VĚTA 2.2.13 *Nechť $S \in \mathbb{R}^n$ je neprázdná konvexní množina a funkce $f : S \rightarrow \mathbb{R}$ je konvexní. Pak je funkce f spojitá na vnitřku množiny S .*

VĚTA 2.2.14 *Pro neprázdnou konvexní množinu $S \in \mathbb{R}^n$ a konvexní funkci $f : S \rightarrow \mathbb{R}$ platí, že α -řez $S_\alpha = \{\mathbf{x} \in S : f(\mathbf{x}) \leq \alpha\}$ je konvexní množina.*

VĚTA 2.2.15 *Nechť $S \in \mathbb{R}^n$ je neprázdná konvexní množina a $f : S \rightarrow \mathbb{R}$ je konvexní funkce. Potom pro problém $\min\{f(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in S\}$ s lokálním optimálním řešením $\bar{\mathbf{x}}$ platí*

- $\bar{\mathbf{x}}$ je globální optimální řešení,
- je-li $\bar{\mathbf{x}}$ striktní lokální minimum a funkce f je striktně konvexní, pak $\bar{\mathbf{x}}$ je jediné globální řešení.

DEFINICE 2.2.16 *Nechť $S \in \mathbb{R}^n$ je neprázdná konvexní množina. Pak řekneme, že funkce $f : S \rightarrow \mathbb{R}$ je kvazikonvexní právě tehdy, když platí*

$$\forall \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in S, \forall \lambda \in (0, 1) : f(\lambda \mathbf{x}_1 + (1 - \lambda) \mathbf{x}_2) \leq \max\{f(\mathbf{x}_1), f(\mathbf{x}_2)\}.$$

Funkce f je kvazikonkávní, je-li funkce $-f$ kvazikonvexní.

DEFINICE 2.2.17 *Nechť $S \in \mathbb{R}^n$ je neprázdná otevřená množina a funkce $f : S \rightarrow \mathbb{R}$ je diferencovatelná na S . Pak řekneme, že funkce f je pseudokonvexní, jestliže platí pro každé $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in S$, že $\nabla f(\mathbf{x}_1)^T(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) \geq 0$ pak $f(\mathbf{x}_2) \geq f(\mathbf{x}_1)$ nebo naopak jestliže $f(\mathbf{x}_2) < f(\mathbf{x}_1)$, pak $\nabla f(\mathbf{x}_1)^T(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) < 0$.*

2. ZÁKLADNÍ POJMY

VĚTA 2.2.18 (KARUSH-KUHN-TUCKEROVY NUTNÉ PODMÍNKY) *Mějme neprázdnou otevřenou množinu $X \in \mathbb{R}^n$ a funkce $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $g_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ pro $i = 1, \dots, m$ a $h_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ pro $i = 1, \dots, l$. Dále nechť*

- $\bar{\mathbf{x}}$ je přípustné řešení úlohy

$$\begin{aligned} & \min f(\mathbf{x}) \\ & \text{s.t. } g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \text{ pro } i = 1, \dots, m \\ & \quad f_i(\mathbf{x}) = 0 \text{ pro } i = 1, \dots, l \\ & \quad \mathbf{x} \in X, \end{aligned} \tag{2.15}$$

- $I = \{i : g_i(\bar{\mathbf{x}}) = 0\}$,
- funkce f a g_i pro $i \in I$ jsou diferencovatelné v $\bar{\mathbf{x}}$ a $g_i, i \notin I$ jsou spojité v $\bar{\mathbf{x}}$,
- $h_i, i = 1, \dots, l$ jsou spojitě diferencovatelné v $\bar{\mathbf{x}}$,
- $\nabla g_i(\bar{\mathbf{x}})$ pro $i \in I$ a $\nabla h_i(\bar{\mathbf{x}})$ pro $i = 1, \dots, l$ jsou lineárně nezávislé,

pak pokud $\bar{\mathbf{x}}$ je lokální řešení úlohy (2.15), potom existují hodnoty $u_i, i \in I$ a $v_i, i = 1, \dots, l$ takové, že

$$\begin{aligned} \nabla f(\bar{\mathbf{x}}) + \sum_{i \in I} u_i \nabla g_i(\bar{\mathbf{x}}) + \sum_{i=1}^l v_i \nabla h_i(\bar{\mathbf{x}}) &= 0 \\ u_i &\geq 0 \text{ pro } i \in I. \end{aligned} \tag{2.16}$$

Pokud však platí, že $g_i, i \notin I$ jsou diferencovatelné v bodě $\bar{\mathbf{x}}$ pak lze (2.16) přepsat do tvaru

$$\begin{aligned} \nabla f(\bar{\mathbf{x}}) + \sum_{i=1}^m u_i \nabla g_i(\bar{\mathbf{x}}) + \sum_{i=1}^l v_i \nabla h_i(\bar{\mathbf{x}}) &= 0, \\ u_i g_i(\bar{\mathbf{x}}) &= 0 \text{ pro } i = 1, \dots, m \\ u_i &\geq 0 \text{ pro } i = 1, \dots, m. \end{aligned}$$

VĚTA 2.2.19 (KARUSH-KUHN-TUCKEROVY DOSTATEČNÉ PODMÍNKY) *Mějme neprázdnou otevřenou množinu $X \in \mathbb{R}^n$, funkce $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $g_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ pro $i = 1, \dots, m$ a $h_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ pro $i = 1, \dots, l$, přípustné řešení $\bar{\mathbf{x}}$ úlohy (2.15) a množinu $I = \{i : g_i(\bar{\mathbf{x}}) = 0\}$. Dále předpokládejme, že*

- existují hodnoty $u_i \geq 0, i \in I$ a $v_i, i = 1, \dots, l$, že

$$\nabla f(\bar{\mathbf{x}}) + \sum_{i \in I} u_i \nabla g_i(\bar{\mathbf{x}}) + \sum_{i=1}^l v_i \nabla h_i(\bar{\mathbf{x}}) = 0, \tag{2.17}$$

- funkce f je pseudokonvexní v bodě $\bar{\mathbf{x}}$,
- a dále pro množiny $J = \{i : v_i > 0\}$ a $K = \{i : v_i < 0\}$,
- g_i je kvazikonvexní v bodě $\bar{\mathbf{x}}$ pro $i \in I$,
- h_i je kvazikonvexní v bodě $\bar{\mathbf{x}}$ pro $i \in J$,
- h_i je kvazikonkávní v bodě $\bar{\mathbf{x}}$ pro $i \in K$,

pak $\bar{\mathbf{x}}$ je globální optimální řešení úlohy (2.15).

2.3. Stochastická optimalizace

V praxi bohužel s deterministickou optimalizační úlohou nevystačíme. Velmi často se v reálných problémech projevují náhodné jevy, se kterými je při řešení optimalizační úlohy třeba počítat. Za tímto účelem vznikla tzv. stochastická optimalizace nebo-li stochastické programování.

Za úlohu stochastického programování považujeme parametrický tvar úlohy (2.10), kdy se konstantní parametr \mathbf{a} nahradí náhodnou proměnou $\boldsymbol{\xi}$. Dále uvedené definice jsou převzaty z [7].

DEFINICE 2.3.1 *Stochastický program definujeme jako výraz*

$$? \in \underset{x}{\operatorname{argmin}}\{f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) \mid \mathbf{x} \in C(\boldsymbol{\xi})\}, \quad (2.18)$$

kde $\boldsymbol{\xi} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^K$ je náhodný vektor pro pravděpodobnostní prostor (Ω, \mathcal{A}, P) a $C(\boldsymbol{\xi}) \subseteq \mathbb{R}^n$.

U stochastického programování je jednou z hlavních otázek, zda je rozhodnutí třeba provést dříve, než je hodnota náhodné proměnné $\boldsymbol{\xi}$ známá, tzv. Here-and-Now přístup (2.3.2), anebo až po pozorování veličiny $\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\xi}_s$, tzv. Wait-and-See přístup (2.3.1).

V případě Wait-and-See, známe realizaci $\boldsymbol{\xi}$ dříve, než provedeme naše rozhodnutí $\mathbf{x}(\boldsymbol{\xi})$.

V praxi nejpoužívanějším přístupem je Here-and-Now, jelikož bývá potřeba provést rozhodnutí \mathbf{x} , které musí být stejné pro jakoukoliv možnou realizaci $\boldsymbol{\xi}$.

2.3.1. Wait-and-See přístup (WS)

V případě WS přístupu lze (2.18) přeformulovat na deterministický tvar s parametry $\boldsymbol{\xi}$ a související rozdělení pravděpodobnosti hraje roli vah.

DEFINICE 2.3.2 *WS program definujeme jako*

$$? \in \underset{\mathbf{x}(\boldsymbol{\xi})}{\operatorname{argmin}}\{f(\mathbf{x}(\boldsymbol{\xi}), \boldsymbol{\xi}) \mid \mathbf{x}(\boldsymbol{\xi}) \in C(\boldsymbol{\xi})\},$$

kde $\mathbf{x}(\boldsymbol{\xi})$ vyjadřuje zobrazení $\mathbf{x} : \mathbb{R}^K \rightarrow \mathbb{R}^n$.

2.3.2. Here-and-Now přístup (HN)

V případě HN lze úloha (2.18) přeformulovat na více tvarů, viz. [7], ze kterých uvedeme následující tři:

DEFINICE 2.3.3 *Definujeme deterministický přístup IS (z anglického Individual Scenario) tvarem*

$$? \in \underset{x}{\operatorname{argmin}}\{f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}_s) \mid \mathbf{x} \in C(\boldsymbol{\xi}_s)\},$$

kde $\boldsymbol{\xi}_s \in \Xi$ je specifikovaný individuální scénář (viz. 2.3.4).

DEFINICE 2.3.4 *Definujeme deterministický přístup EV (z anglického Expected Value) jako*

$$? \in \underset{x}{\operatorname{argmin}}\{f(\mathbf{x}, E\boldsymbol{\xi}) \mid \mathbf{x} \in C(E\boldsymbol{\xi})\},$$

kde $E\boldsymbol{\xi}$ je střední hodnota náhodné veličiny $\boldsymbol{\xi}$.

DEFINICE 2.3.5 *Definujeme deterministický přístup EO (z anglického Expected Objective) jako*

$$? \in \underset{x}{\operatorname{argmin}}\{E[f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})] \mid \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n\}, \quad (2.19)$$

kdy $E[f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})]$ je střední hodnota účelové funkce a zároveň zde nejsou uvažována omezení.

2.3.3. Vícestupňové úlohy

Speciálním případem stochastického programování jsou tzv. resource programs (RS), neboli úlohy s kompenzací umožňující provést opravné rozhodnutí až pro realizaci náhodné složky. V případě většího počtu časových okamžiků, kdy je možné provést tato opravná rozhodnutí, se hovoří o tzv. vícestupňových úlohách stochastického programování, viz [10]. V našem případě, kdy budeme hledat optimální kapacitu spalovny a její ekonomickou bilanci, se bude jednat o dvoustupňovou úlohu zahrnující více plánovacích období.

DEFINICE 2.3.6 *Dvoustupňovým stochastickým programem rozumíme výraz*

$$? \in \underset{x}{\operatorname{argmin}}\{E_{\boldsymbol{\xi}}\{f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) + \min_{\mathbf{y}(\boldsymbol{\xi})} q(\mathbf{x}, \mathbf{y}(\boldsymbol{\xi}), \boldsymbol{\xi})\} \mid \mathbf{x} \in C_x, \mathbf{h}(g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}), \mathbf{y}(\boldsymbol{\xi})) \circ \mathbf{0}, \mathbf{y}(\boldsymbol{\xi}) \in C_y\}, \quad (2.20)$$

kde f je účelová funkce, q jsou dodatečné náklady, C_x a C_y jsou přípustné množiny pro daná rozhodnutí \mathbf{x} a \mathbf{y} a funkce h a g jsou omezení úlohy.

V našem případě rozhodnutí \mathbf{x} musí být v prvním stupni stejné pro všechny uvažované budoucí realizace náhodné složky $\boldsymbol{\xi}$. Podmínkám zaručujícím stejné rozhodnutí v prvním stupni pro všechny možné budoucí realizace se říká podmínky neanticipativity.

Pro náš model spalovny, se rozhodnutím v prvním stupni bude rozumět optimální volba kapacity spalovny $X_{SKO,rok}$ s příslušnou počáteční investicí, splňující podmínky neanticipativity, tj. volba kapacity kotle musí být pro libovolné budoucí realizace poptávky neměnná. Rozhodnutím $\mathbf{y}(\boldsymbol{\xi})$ v druhém stupni se rozumí nejlepší ekonomická bilance spalovny pro už zvolenou kapacitu $X_{SKO,rok}$ a pro už v budoucnosti známé realizace poptávky po teple.

Lze si všimnout, že dvoustupňové programování kombinuje přístupy WS (2.3.1) a HN (2.3.2). V prvním stupni se jedná o HN (neznáme realizaci $\boldsymbol{\xi}$) a ve druhém stupni o WS (čekali jsem do jiného časového kroku, až proběhne realizace $\boldsymbol{\xi}$).

2.3.4. Scénářové úlohy

Podstatnou součástí tvorby dvoustupňových úloh je generování scénářů. Následující definice, věty a obrázky jsou získány z [7] a [11].

DEFINICE 2.3.7 *Scénářem $\xi_s \in \Xi$ rozumíme reprezentaci náhodného rozdělení P , kde $\Xi = \{\xi_1, \dots, \xi_S\}$ je konečná množina prvků, tvořící diskretizaci daného náhodného rozdělení. Pro každý prvek $\xi_s \in \Xi$ je dána jeho pravděpodobnost nastoupení p_s , kdy $\sum_{s=1}^S p_s = 1$.*

Pro realizaci náhodné veličiny $\boldsymbol{\xi}_s$ s diskretizovaným rozdělením, kdy položíme $\mathbf{y}_s = \mathbf{x}(\boldsymbol{\xi}_s)$ můžeme zavést scénářovou úlohu v obecnějším nelineárním tvaru.

2.3. STOCHASTICKÁ OPTIMALIZACE

DEFINICE 2.3.8 *Scénářovou nelineární úlohu definujeme jako*

$$? \in \operatorname{argmin}_x \left\{ f(\mathbf{x}) + \sum_{s=1}^S p_s Q(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}_s) \mid \mathbf{x} \in C_x \right\}, \quad (2.21)$$

$$\text{kde } Q(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}_s) = \min_y \{ q(\mathbf{x}, \mathbf{y}_s, \boldsymbol{\xi}_s) \mid \mathbf{y}_s \in C_y(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}_s) \}.$$

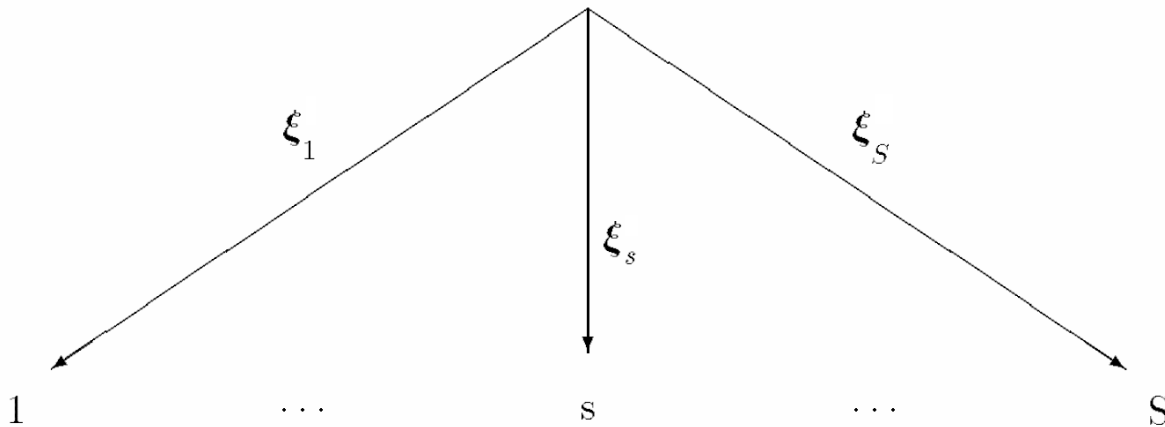
Jednodušším případem (2.21) je její lineární tvar (2.22).

DEFINICE 2.3.9 *Lineární scénářovou úlohou rozumíme tvar*

$$? \in \operatorname{argmin}_x \left\{ c^T \mathbf{x} + \sum_{s=1}^S p_s Q(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}_s) \mid \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \right\}, \quad (2.22)$$

$$\text{kde } Q(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}_s) = \min_y \{ \mathbf{q}^T \mathbf{y}_s \mid \mathbf{W}_s \mathbf{y}_s = \mathbf{h}_s - \mathbf{T}_s \mathbf{x}, \mathbf{y}_s \geq \mathbf{0} \}.$$

Struktura programů (2.21) a (2.22) lze graficky znázornit pomocí tzv. stromu scénářů, viz. Obr. 2.1 a také Obr. 2.3 a 2.4, kde vrchol grafu reprezentuje první úroveň a konce grafu s danou realizací $\boldsymbol{\xi}_s$ reprezentují druhou úroveň.



Obrázek 2.1: Scénářový strom pro dvouúrovňovou úlohu.

Jednotlivé úlohy (2.21) a (2.22) lze dále zjednodušit na tvary

$$? \in \operatorname{argmin}_{\mathbf{x}, \mathbf{y}_s, s \in S} \left\{ f(\mathbf{x}) + \sum_{s=1}^S p_s q(\mathbf{x}, \mathbf{y}_s, \boldsymbol{\xi}_s) \mid \mathbf{x} \in C_x, \mathbf{y}_s \in C_y(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}_s), s \in S \right\}, \quad (2.23)$$

pro (2.21) a

$$? \in \operatorname{argmin}_{\mathbf{x}, \mathbf{y}_s, s \in S} \left\{ c^T \mathbf{x} + \sum_{s=1}^S p_s \mathbf{q}^T \mathbf{y}_s \mid \mathbf{W}_s \mathbf{y}_s = \mathbf{h}_s - \mathbf{T}_s \mathbf{x}, \mathbf{y}_s \geq \mathbf{0}, s \in S \right\}, \quad (2.24)$$

pro (2.22).

Jak bylo uvedeno dříve, pro zajištění stejného rozhodnutí v první úrovni se využívají podmínky neanticipativity, které upraví scénářové úlohy (2.23) a (2.24) následovně.

DEFINICE 2.3.10 Scénářovou úlohou s podmínkami neanticipativity rozumíme výraz

$$? \in \operatorname{argmin}_{\mathbf{x}, \mathbf{y}_s: s \in S} \left\{ \sum_{s=1}^S p_s (f(\mathbf{x}) + q(\mathbf{x}, \mathbf{y}_s, \boldsymbol{\xi}_s)) \mid \right. \quad (2.25)$$

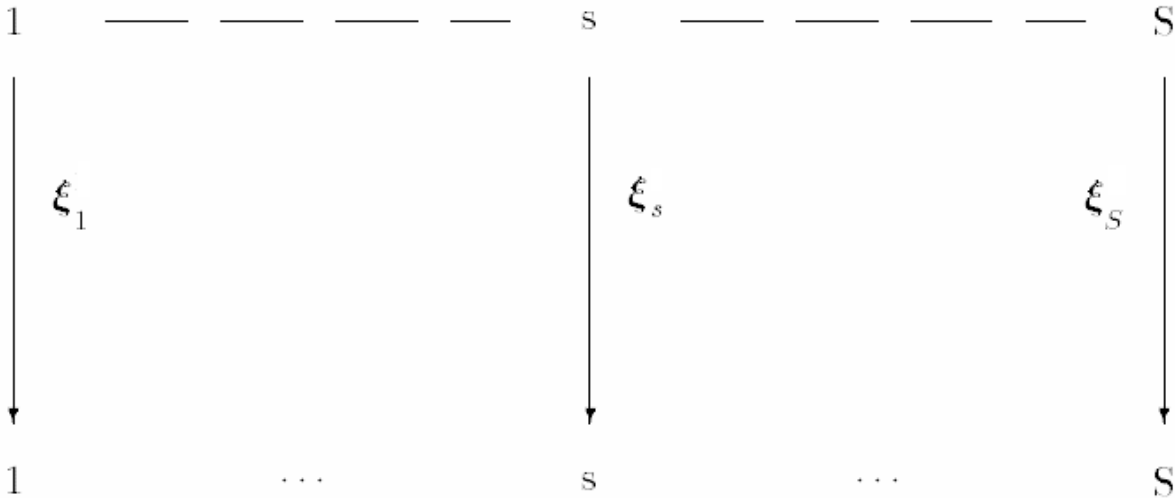
$$\left. \mathbf{x} \in C_x, \mathbf{y}_s \in C_y(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}_s), s \in S, \forall r, u \in S : \mathbf{x}_r = \mathbf{x}_u \right\},$$

pro (2.23) a pro (2.24) výraz

$$? \in \operatorname{argmin}_{\mathbf{x}, \mathbf{y}_s: s \in S} \left\{ \sum_{s=1}^S p_s (\mathbf{c}^T \mathbf{x} + \mathbf{q}^T \mathbf{y}_s) \mid \right. \quad (2.26)$$

$$\left. \mathbf{W}_s \mathbf{y}_s = \mathbf{h}_s - \mathbf{T}_s \mathbf{x}, \mathbf{y}_s \geq \mathbf{0}, s \in S, r, u \in S : \mathbf{x}_r = \mathbf{x}_u \right\}.$$

Scénářové úlohy s podmínkami neanticipativity (2.25) a (2.26) lze znázornit podobně jako tomu bylo u úloh (2.23) a (2.24) obrázkem 2.2.



Obrázek 2.2: Grafické znázornění scénářové úlohy s neanticipativním omezením.

Hlavním cílem scénářových úloh je získání dobře řešitelné úlohy s uspokojivě přesným řešením pro reálný problém. Při generování scénářů je tak snahou dostatečně přesně aproximovat reálné rozdělení, pokud možno co nejmenším počtem scénářů.

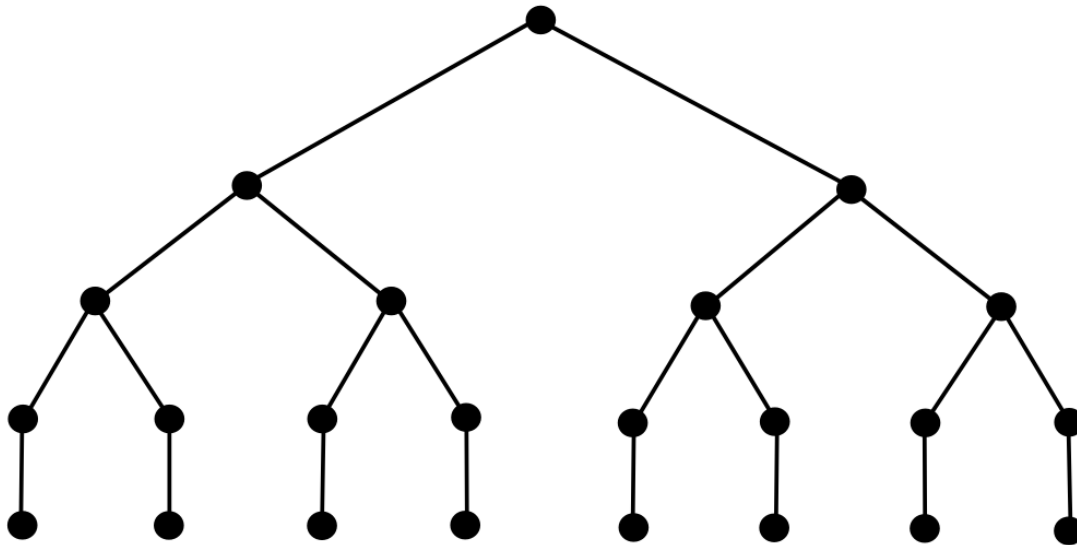
Pro získání množiny scénářů Ξ se využívají znalosti

- historických dat – kdy nejčastější případy lze rozdělit dle množství dostupných informací na
 - úplnou znalost pravděpodobnostního rozdělení, nejčastěji diskrétního,
 - statisticky zpracovaná data metodami vícerozměrné statistiky, případně AR a ARMA modely časových řad,
 - využití vzorku dat, např. statistického souboru scénářů získaných náhodným výběrem,
- teorie – již známé realizované modely/schéματα,

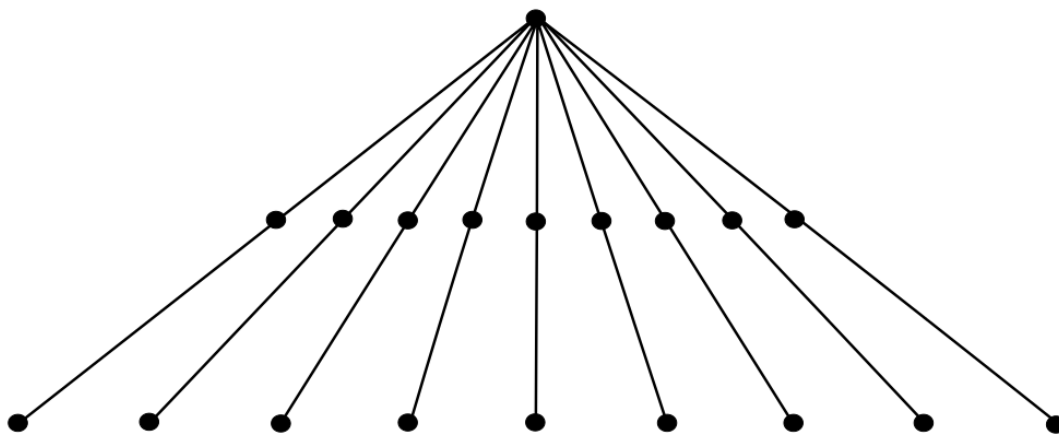
2.3. STOCHASTICKÁ OPTIMALIZACE

- zkušenosti odborníků,
- struktura samotné úlohy.

Při pohledu na jednotlivé typy stromů (Obr. 2.1, 2.2, 2.3 a 2.4) vzniká otázka: „Kdy a jak moc rozvětvit strom scénářů, aby co nejlépe reprezentoval náhodnost?“. Odpovědí je, že nejhustější rozvětvení v počátečních úrovních zachytí náhodnost mnohem lépe, než velké rozvětvení v pozdějších úrovních.



Obrázek 2.3: Příklad rovnoměrně rozvětveného stromu scénářů se třemi stupni a dvěma navazujícími periodami.



Obrázek 2.4: Příklad scénářového stromu pro více periodickou dvoustupňovou úlohu.

Za účelem nejvhodnějšího rozvětvení se používá

- rovnoměrné rozvětvení – lze použít pro nejvýše dvoustupňovou úlohu, kvůli velkému nárůstu počtu scénářů,
- nerovnoměrné rozvětvení – kde se pro nejlepší rozvětvení využívají už historická data, existující modely nebo zkušenosti odborníků.

Jednou z možností, jak vygenerovat vhodný strom scénářů popisující uspokojivě náhodné rozdělení je přidání podmínek pro shodnost statistických momentů (2.1), (2.2) a koeficientů (2.3), (2.4). V praxi to znamená minimalizování kvadrátu odchylek mezi momenty reálného rozdělení a odhady momentů scénářového stromu. Tuto úlohu lze zapsat podle [12] následovně

$$\begin{aligned} \min w_1 \sum_i \left[\frac{1}{S} \sum_s \xi_{i,s} - \mu_i \right]^2 + w_2 \sum_{i,j} \left[\frac{1}{S} \sum_s (\xi_{i,s} - \mu_i)(\xi_{j,s} - \mu_j) - \sigma_{i,j}^2 \right]^2 + \quad (2.27) \\ + w_3 \sum_i \left[\frac{1}{S} \sum_s \left(\frac{\xi_{i,s} - \mu_i}{\sigma_i} \right)^3 \right]^2 + w_4 \sum_i \left[\frac{1}{S} \sum_s \left(\frac{\xi_{i,s} - \mu_i}{\sigma_i} \right)^4 - 3 \right]^2, \end{aligned}$$

kde w_1, \dots, w_4 jsou vhodně zvolené váhy.

Jednou z hlavních výhod scénářů je, že dvouúrovňovou stochastickou úlohu (2.20) převedou na tvar (2.26), který později využijeme v modelech (5.8) a (5.9).

3. Technologie energetických jednotek

V následující kapitole uvedeme základní princip funkce energetických kogeneračních jednotek, tedy jednotek s kombinovanou výrobou tepla a elektřiny. Následně využijeme program Minitab pro výpočet regresních modelů spalovny komunálního odpadu (SKO) na základě dat obdržných ze simulačního programu Waste2Energy. V závěru kapitoly uvedeme ještě matematický model teplárny popsany v [13].

3.1. Popis a funkce energetických jednotek

Většinu energetických jednotek lze obecně rozdělit na části zařízení pro

- příjem, zpracování, dopravu a dávkování paliva – zásobník paliva,
- vícestupňové spalování a utilizaci tepla – parní kotel (HRSG), tunelový hořák,
- energetické využití paliva – parní, spalovací, kondenzační nebo protitlaká turbína,
- řízení procesu spalování, čištění spalin a vod – řídicí systémy, filtry.

Energetické využití paliva u většiny energetických jednotek popisuje tzv. Rankinův cyklus, u kterého je energetická efektivita využití paliva kolem 35 – 40%.

Rankinův cyklus popisuje uzavřený energetický proces nejčastěji s parní turbínou, kdy spaliny v parním kotli ohřívají vodní kondenzát do bodu varu. Vyrobená vodní pára se následně v tunelovém hořáku přehřeje a je přiváděna na parní turbínu, odkud odchází ve formě mokré páry do kondenzátoru. Odsud se zkondenzovaná pára ve formě vody opět přivádí zpět do parního kotle, čímž se cyklus uzavírá.

Pro zlepšení efektivity využití paliva se v praxi využívá kombinovaná výroba tepla a elektřiny, zvyšující využitelnost paliva až k hodnotě 95%. Kombinovaná výroba funguje na principu, kdy část vyrobené vodní páry se před přívodem na parní turbínu odvede mimo ní, aby se následně smíchala s mokrou párou za turbínou, odkud buď pára postupuje dále na kondenzační turbínu nebo je odváděna jako teplo do sítě centrálního vytápění.

3.2. Popis SKO

Matematický popis SKO lze provést třemi různými přístupy

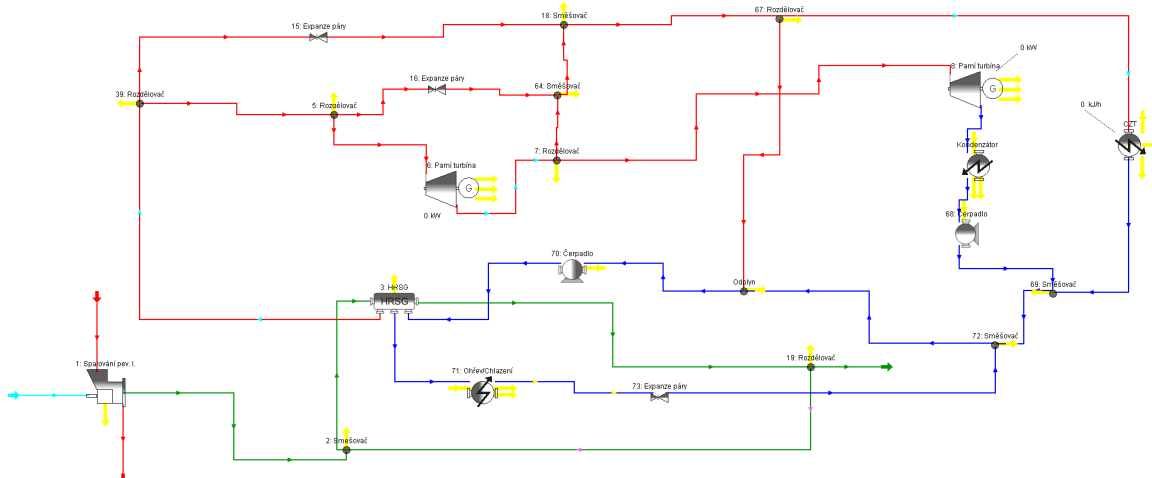
- analyticky – použití analytických vzorců,
- plánovaným experimentem (2.1),
- regresní analýzou (2.1.2).

Jak bylo uvedeno v kapitole 2, pro popis SKO použijeme regresní analýzu aplikovanou na data získané z modelovacího programu Waste2Energy.

3.2.1. Generování dat

1.krok

Prvním krokem je tvorba technologického modelu spalovny (Obr. 3.1), kde zelená barva popisuje okruh spalín, červená barva vyjadřuje okruh vodní páry a modrá barva kondenzační okruh.



Obrázek 3.1: Model spalovny v programu Waste2Energy.

2.krok

Druhým krokem je odhad vstupních parametrů pro množství odpadu X [kg/h] a jeho výhřevnost LHV [kJ/kg], které jsou určeny intervaly

$$\begin{aligned} 9100 &\leq X \leq 45600, \\ 8000 &\leq LHV \leq 12000. \end{aligned}$$

Tyto intervaly následně rozdělíme pomocí rovnoměrného rozdělení (2.5) do 39 situací. Jelikož budeme vytvářet matematický model, kde bude vstupním parametrem i hodnota předem dohodnuté dodávky tepla, rozdělíme jednotlivé situace na dalších 5 případů, za účelem lepšího zachycení závislostí mezi vyrobenou elektřinou a teplem (viz. Tab 3.1).

3.2.2. Lineární regresní model SKO

Následně získaná data přeneseme do programu Minitab, kde budeme vytvářet regresní modely pro SKO.

3.2. POPIS SKO

Tabulka 3.1: Příklad vstupních a výstupních hodnot

Vstupní hodnoty		Výstupní hodnoty	
X_{odpad} [kg/h]	LHV_{odpad} [kJ/kg]	Teplo TJ/h	Elektřina GW
18185,00	8955,86	115,695	3,761
18185,00	8955,86	78,829	5,472
18185,00	8955,86	43,877	7,100
18185,00	8955,86	21,566	8,138
18185,00	8955,86	5,323	8,895
27180,82	9085,15	175,771	5,706
27180,82	9085,15	119,763	8,314
27180,82	9085,15	66,661	10,786
27180,82	9085,15	32,764	12,364
27180,82	9085,15	8,088	13,514

1.model

Jako první jednoduchý regresní model uvádíme lineární regresní model (viz. 2.8) ve tvaru

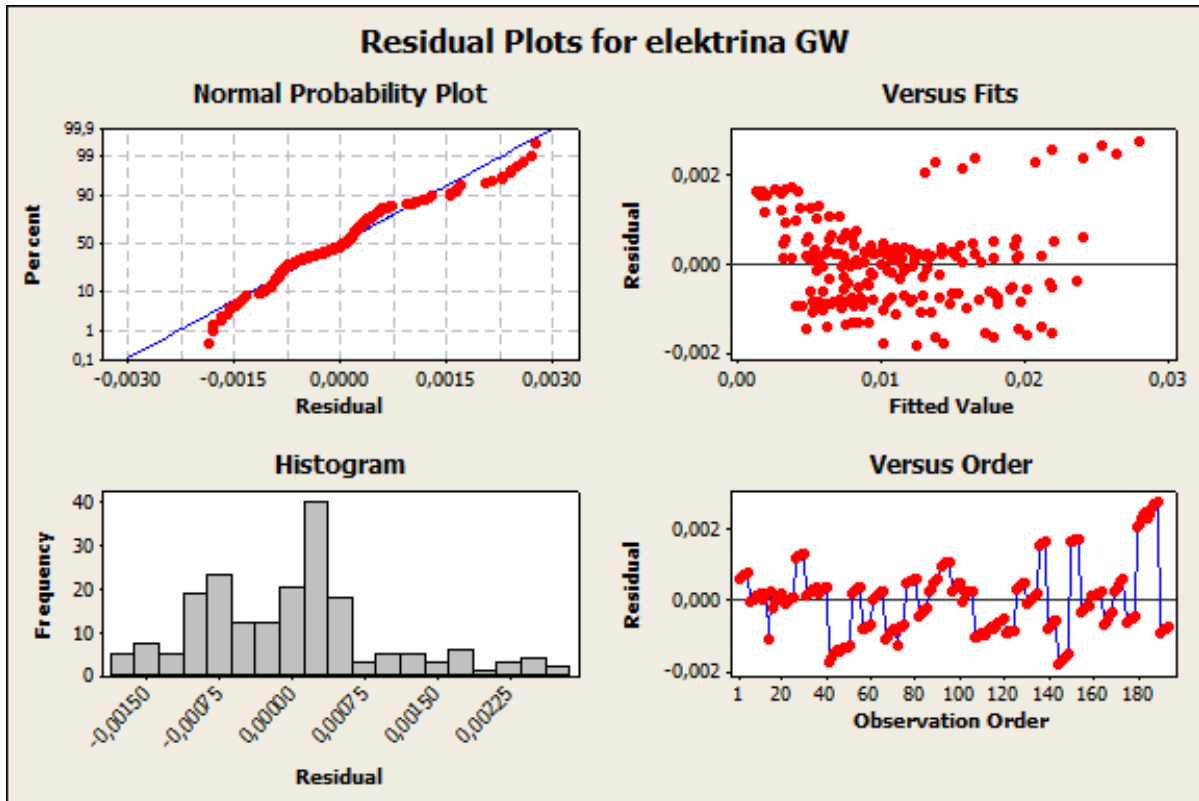
$$Y_{GES} = \beta_1 \cdot X_{odpad} + \beta_2 \cdot LHV_{odpad} + \beta_3 \cdot Y_{GTS} + \beta_4, \text{ kdy} \quad (3.1)$$

$$\beta_1 = 0,000565, \beta_2 = 1,63646, \beta_3 = -0,04507, \beta_4 = -0,01652,$$

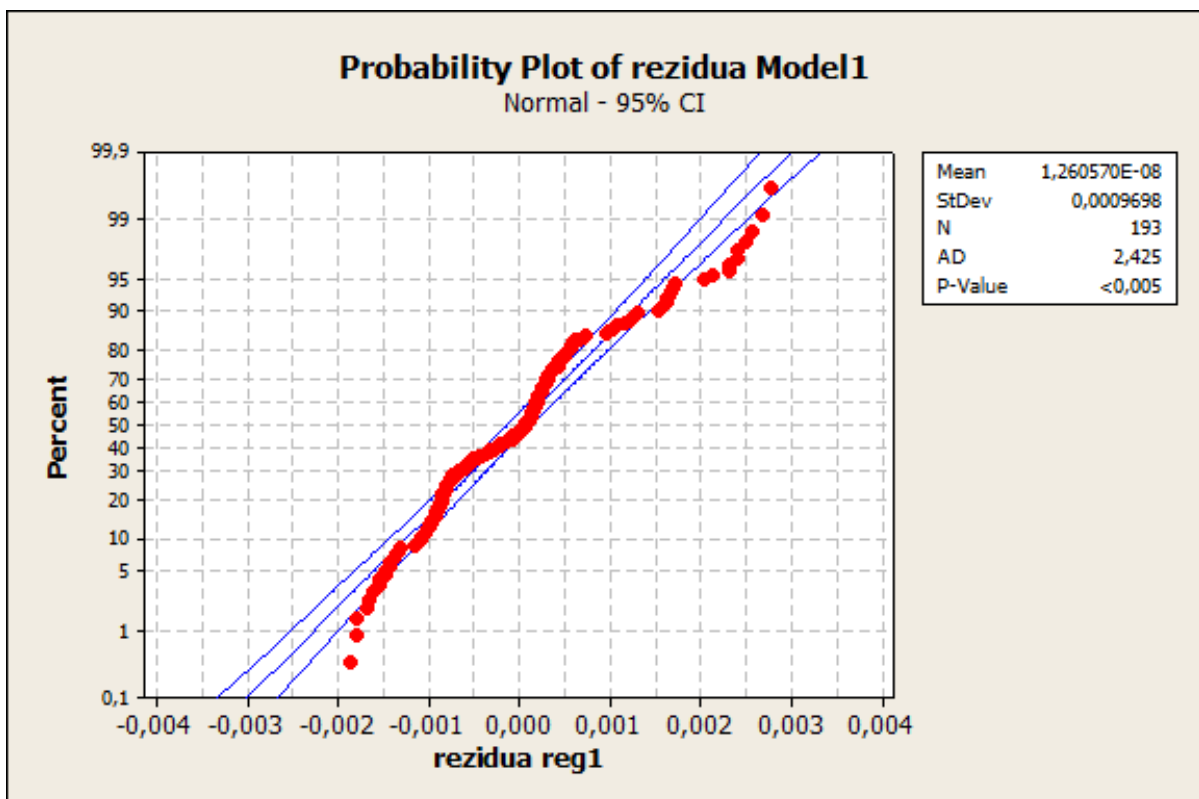
kde Y_{GES} je vyrobená elektřina v [GW], X_{odpad} je množství spáleného odpadu [t/h], LHV_{odpad} je výhřevnost odpadu [TJ/t], Y_{GTS} je množství tepla které je potřeba vyrobit v [TJ/h] a $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ jsou regresní koeficienty modelu.

Pro model (3.1) vychází směrodatná odchylka $s = 0,0009$ a koeficient vícenásobné korelace $r = 97,23\%$. Podrobnějším studiem grafického výstupu (Obr. 3.2) můžeme prohlásit, že

- **Normal Probability Plot** na základě obrázku se jeví, že rezidua mají normální rozdělení se známkou nelinearity na koncích. Avšak po následném ověření normality pomocí Anderson–Darlingova testu (Obr. 3.3), rezidua normalitu nesplňují,
- **Histogram** na základě obrázku se jeví rozdělení reziduí nesymetrický, ale ns první pohled s žádnou příliš výrazně velkou odlehlou hodnotou,
- **Versus Fits** neobjevují se zde vzorovité chování reziduí, ale naopak můžeme vidět, že se zde nachází výrazněji odlehlé hodnoty reziduí,
- **Versus Order** projevuje se zde vzorovitost, jež je zapříčiněna způsobem generování jednotlivých situací rovnoměrným rozdělením a následným rozdělením na dalších 5 případech.



Obrázek 3.2: Grafický výstup lineárního modelu (3.1) z programu Minitab.



Obrázek 3.3: Anderson–Darlingův test pro model (3.1).

3.2. POPIS SKO

2.model

U druhého modelu se zamyslíme nad samotnou podstatou technologického procesu a jednotkami jednotlivých vstupních parametrů. Na základě této úvahy lze model (3.1) upravit na tvar

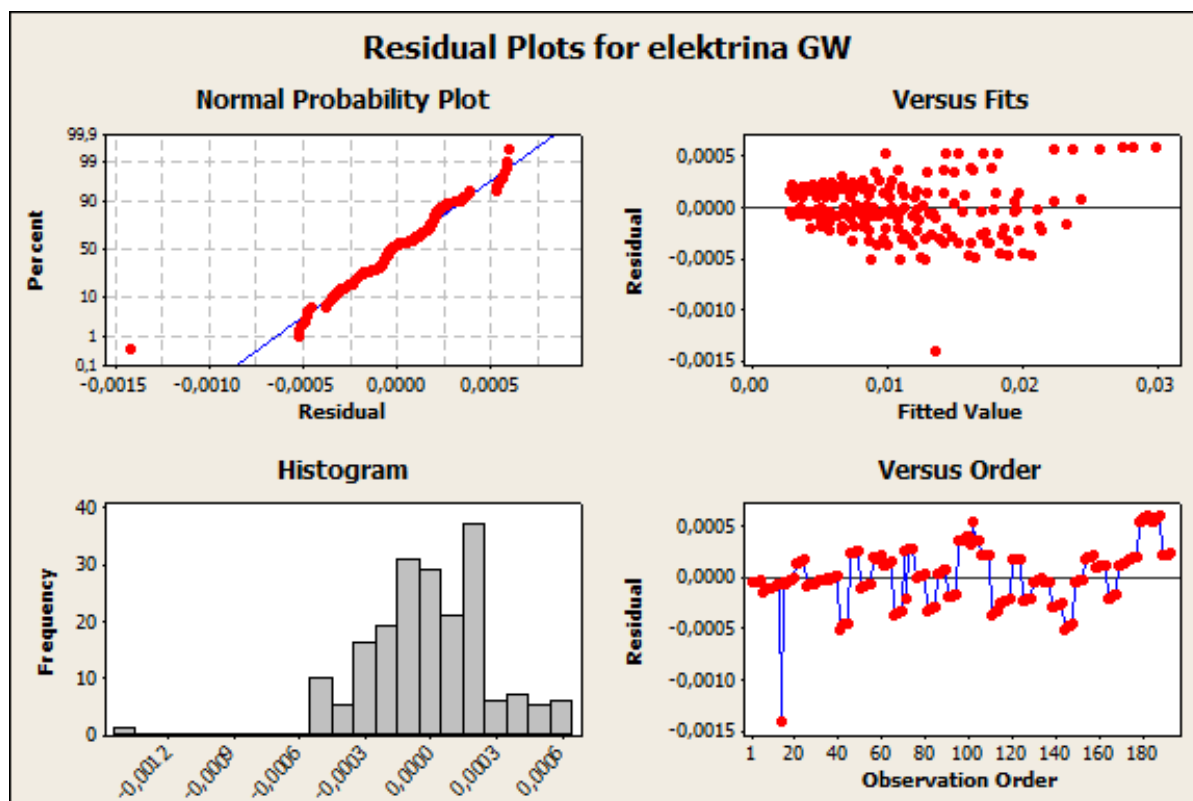
$$Y_{GES} = \beta_1 \cdot X_{odpad} \cdot LHV_{odpad} + \beta_2 \cdot Y_{GTS} + \beta_3, \text{ kdy} \quad (3.2)$$

$$\beta_1 = 0,0572742, \beta_2 = -0,0463437, \beta_3 = -0,000141191,$$

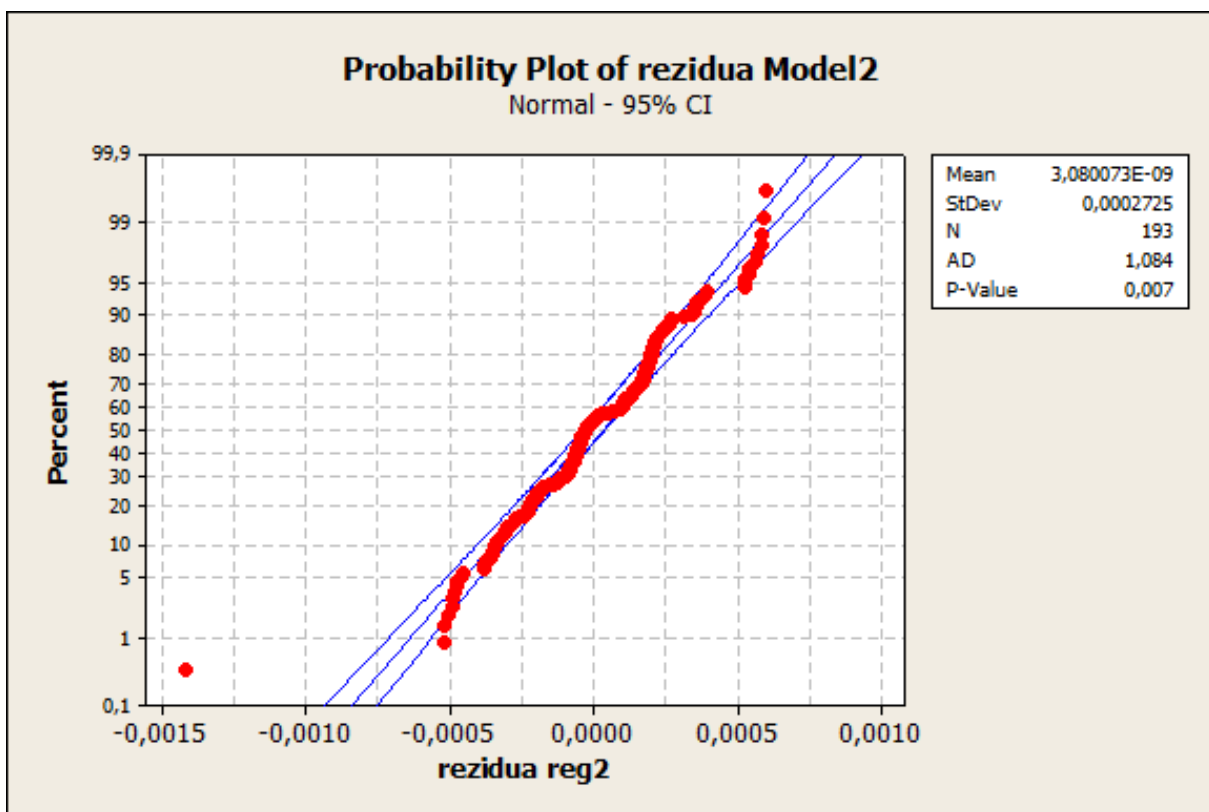
kde Y_{GES} je vyrobená elektřina v [GW], X_{odpad} je množství spáleného odpadu [t/h], LHV_{odpad} je výhřevnost odpadu [TJ/t], Y_{GTS} je množství tepla které je potřeba vyrobit v [TJ/h] a $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ jsou regresní koeficienty modelu.

Pro model (3.2) vychází směrodatná odchylka $s = 0,0002$ a koeficient vícenásobné korelace $r = 99,78\%$. Podrobnějším studiem grafického výstupu (Obr. 3.4) můžeme konstatovat, že

- **Normal Probability Plot** na základě obrázku má model normální rozdělení reziduí, které navíc později Anderson–Darlingův test (Obr. 3.5) potvrdí,
- **Histogram** rozptyl hodnot je výrazně nesymetrický s jednou odlehlou hodnotou,
- **Versus Fits** model má jednu výrazně odlehlou hodnotu, což potvrzují všechny předchozí grafy,
- **Versus Order** u získaných dat se opět projevuje vzorovitost, jenž je zapříčiněna generováním a měřením dat.



Obrázek 3.4: Grafický výstup lineárního modelu (3.2) z programu Minitab.



Obrázek 3.5: Anderson–Darlingův test pro model (3.2).

Pro volbu nejlepšího regresního modelu porovnáme směrodatné odchyly s a koeficienty vícenásobné korelace r . Na základě vysokých hodnot koeficientu r není třeba dále hledat další lineární nebo nelineární regresní modely.

Jelikož u modelu (3.2) dosahují hodnoty s a r velmi dobrých hodnot a navíc oproti (3.1) splňuje model i podmínku normality pro rezidua, požadující v (2.8), budeme dále pracovat s modelem (3.2).

3.3. Popis teplárny

Pro získání matematického modelu teplárny, jak bylo uvedeno na začátku kapitoly, převzeme model z [13] v následně upraveném tvaru

$$Y_{GET} = 0.03 \cdot X_{uhli} \cdot LHV_{uhli} \cdot \eta - 0.02 \cdot Y_{GTT} - 0.000631, \quad (3.3)$$

kde Y_{GET} je vyrobená elektřina v [GW], X_{uhli} je množství spáleného uhlí [t/h], LHV_{uhli} je výhřevnost uhlí [TJ/t], Y_{GTT} je množství tepla potřebné vyrobit pro pokrytí poptávky po teple v [TJ/h] a η je účinnost teplárny. Účinnost teplárny budeme v této práci uvažovat 90%.

3.4. VLASTNÍ SPOTŘEBA ENERGIÍ

3.4. Vlastní spotřeba energií

Za účelem zpřesnění a zrealnění modelu, uvedeme dále vlastní spotřebu tepla a elektrické energie, které lze podle [13] vyjádřit vztahy

$$\begin{aligned} Y_{VSTT} &= 0.02 \cdot Y_{GTT} - 0.000116, \\ Y_{VSTE} &= 0.01 \cdot X_{uhli} \cdot LHV_{uhli} + 0.000152, \end{aligned} \quad (3.4)$$

kde Y_{VSTT} je vlastní spotřeba tepla, Y_{VSTE} je vlastní spotřeba elektrické energie.

Vlastní spotřebu SKO odhadneme stejně jako (3.4) s tím rozdílem, že množství vlastní spotřebované energie bude lineárně záviset na roční zpracovatelské kapacitě $K_{SKO,rok}$

$$\begin{aligned} Y_{V SST} &= (0.02 \cdot Y_{GTS} - 0.000116) \cdot \frac{K_{SKO,rok}}{K_{tep,rok}}, \\ Y_{V SSE} &= (0.01 \cdot X_{odpad} \cdot LHV_{odpad} + 0.000152) \cdot \frac{K_{SKO,rok}}{K_{tep,rok}}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

kde $K_{tep,rok}$ udává roční zpracovatelskou kapacitu teplárny. V průběhu této práce položíme $K_{tep,rok} = 200[\text{kt}/\text{rok}]$.

Rovnice (3.4) a (3.5) vyjadřují, že vlastní spotřeba tepla, je přímo úměrná vyrobenému množství tepla pro pokrytí poptávky. Naopak vlastní spotřeba elektrické energie je závislá na energetické hodnotě spáleného paliva.

4. Investice a příjmy

Ve čtvrté kapitole se zaměříme na aproximaci počáteční investice pro SKO spolu s náklady spojené na údržbu, reinvestici, svoz odpadu, zpracování reziduí a potřebných nákladů na mzdy zaměstnanců SKO, získané z disertační práce [14]. Dále uvedeme základní investiční kritéria z [11], která tvoří podklad pro rozhodnutí o realizaci projektu u většiny potenciálních investorů.

4.1. Aproximace investičních a provozních nákladů

4.1.1. Investiční náklady

Odhad počátečních investic u projektu patří mezi nejdůležitější faktory ovlivňující rozhodování o samotné jeho realizaci. Při provádění odhadu se velmi často projevuje jak globální charakter investic (cena turbín, cena kotle, mzdy, ...) ale i lokální charakter (napojení na inženýrské sítě, stavební místo, vliv veřejnosti).

Hlavním a klíčovým faktorem pro odhad investičních nákladů pro výstavbu a provoz SKO je její roční zpracovatelská kapacita $K_{SKO,rok}$. Volbou malé roční kapacity by SKO přicházelo o možný zisk a naopak, při volbě vysoké roční kapacity by mohlo dojít k ohrožení celého projektu, kvůli vysoké investiční a provozní ceně.

Velikost investiční ceny je převážně závislá na

- stavební části – návrh, výstavba, zařízení budovy, napojení na centrální rozvodnou síť, napojení na komunikace,
- technologické části – kotel, pomocný hořák, turbíny, rozvody, čištění spalin, teplotní okruh, chlazení spalin,
- a dalších částí – drtič odpadu, skladování a doprava odpadu.

Pro odhad investičních nákladů byla využita regresní analýza, vyjadřující počáteční investici C_{inv} jako funkci roční zpracovatelské kapacity, kdy

- pro kapacitu $K_{SKO,rok} < 35\text{kt/rok}$ je investiční funkce ve tvaru

$$C_{inv}^{<35} = 35,264 \cdot e^{0,0863 \cdot K_{SKO,rok}},$$

- a pro kapacitu $K_{SKO,rok} > 35\text{kt/rok}$ je naopak ve tvaru

$$C_{inv}^{>35} = 102,06 \cdot K_{SKO,rok}^{0,6083}, \quad (4.1)$$

kdy C_{inv} je v [mil.Kč] [14].

4.1.2. Provozní náklady

Dalším významnou položkou jsou náklady na provoz SKO. Sem lze zařadit údržbu, možné reinvestice, mzdy zaměstnanců, zpracování odpadu a reziduí a také svoz odpadu z okolních oblastí.

Následující odhady jsou vztažené na celkovou životnost jednotky SKO, která se odhaduje na 24 let.

4.1. APROXIMACE INVESTIČNÍCH A PROVOZNÍCH NÁKLADŮ

Údržba a reinvestice

Náklady na údržbu a reinvestici jsou hned po investicích druhou největší položkou. Jedná se hlavně o náklady spojené s nutnými opravami během provozu SKO, jejichž velikost závisí právě na závažnosti a typu poruchy, které lze rozdělit na

- periodické/plánované opravy – plánované odstávky a opravy klíčových zařízení a systémů, nejčastěji v letních měsících (viz. Obr. 4.1),
- náhodné/neplánované opravy – opravy neklíčových systému, umožňující nepřerušeni provozu SKO tj. výměna ventilů, rozvody atd.

Tímto rozdělením oprav se minimalizují jak ztráty za ušlý zisk, kdy by SKO nemohla pracovat, ale i eliminování velmi nákladných neplánovaných oprav klíčových systému SKO, které by tak ohrozily celkový provoz zařízení.

Náklady na údržbu jsou také závislé na periodicitě jednotlivých oprav. Plánované odstávky malých strojních součástí jsou doporučeny každé 3 roky, pro větší součásti každých 6 let. U stavebních částí se menšími opravami provádí naopak každých 5 let a pro větší opravy každých 10 let.

Speciálním případem údržby jsou reinvestice do zařízení, umožňující zlepšit efektivnost zařízení, reagovat na změnu požadavků odběratelů a nebo na změnu legislativy.

Nejčastěji se velikost nákladů na údržbu a reinvestici odhadují jako procentuální část investiční ceny. Obvykle se uvažují náklady po celou dobu životnosti jednotky na 100% investičních nákladů. V průběhu této práce ale budeme uvažovat náklady na údržbu a reinvestici ve výši 85%. Odhad nákladů na údržbu a reinvestice $C_{udr, reinv}$ lze tedy vyjádřit vztahem, kdy

- pro SKO s kapacitou $K_{SKO, rok} < 35\text{kt/rok}$ jsou

$$C_{udr, reinv}^{<35} = 0,85 \cdot 35,264 \cdot e^{0,0863 \cdot K_{SKO, rok}} = 29,974 \cdot e^{0,0863 \cdot K_{SKO, rok}},$$

- a pro SKO s kapacitou $K_{SKO, rok} > 35\text{kt/rok}$ jsou

$$C_{udr, reinv}^{>35} = 0,85 \cdot 102,06 \cdot K_{SKO, rok}^{0,6083} = 86,751 \cdot K_{SKO, rok}^{0,6083}, \quad (4.2)$$

kde $C_{udr, reinv}$ [mil.Kč] je velikost nákladů pro celou dobu životnosti jednotky SKO [14].

Mzdy

Pro odhad nákladů na mzdy je potřeba počítat s nepřetržitým třísměnným provozem jednotky. Náklady na mzdy, kdy se za průměrnou měsíční hrubou mzdou bere 23 598[Kč], lze odhadnout jako funkci

$$C_{mzdy} = 2,5537 \cdot K_{SKO, rok} + 106,84, \quad (4.3)$$

kde $K_{SKO, rok}$ je roční zpracovatelská kapacita v [kt] a C_{mzdy} jsou náklady spojené vyplácením mezd v [mil.Kč] [14].

Náklady na zpracování odpadu

Náklady pro zpracování odpadu, tj. třídění, chemická úprava atd. lze vyjádřit funkcí

$$C_{zprac} = 9,324 \cdot K_{SKO,rok}, \quad (4.4)$$

kde $K_{SKO,rok}$ je roční zpracovatelská kapacita v [kt] a C_{zprac} jsou náklady spojené se zpracováním odpadu v [mil.Kč] po celou dobu životnosti jednotky SKO [14].

Náklady spojené s rezidui

Mezi položky, se kterými je potřeba také počítat jsou náklady na likvidaci popelu, spalin a odpadních vod. Výši těchto nákladů lze vyjádřit opět jako funkci roční zpracovatelské kapacity $K_{SKO,rok}$ ve tvaru

$$C_{rezidui} = 10,989 \cdot K_{SKO,rok}, \quad (4.5)$$

kde $K_{SKO,rok}$ je roční zpracovatelská kapacita v [kt] a $C_{rezidui}$ jsou náklady spojené s likvidací reziduí v [mil.Kč] po celou dobu životnosti jednotky SKO [14].

Náklady spojené se svozem odpadu

Významnou položkou jsou taktéž náklady na svoz odpadu z okolí. Ty lze vyjádřit jako

$$C_{svoz} = 0,1205348 \cdot c_{doprava} \cdot K_{SKO,rok}^{1,4805}, \quad (4.6)$$

kde $K_{SKO,rok}$ je roční zpracovatelská kapacita v [kt], $c_{doprava}$ je měrná cena dopravy [Kč/(t·km)] a C_{svoz} jsou náklady spojené se svozem odpadu v [mil.Kč] po celou dobu životnosti jednotky SKO. Odhad měrné ceny podle [14] stanovíme na 5 Kč/(t·km).

4.2. Poptávka, vývoj cen

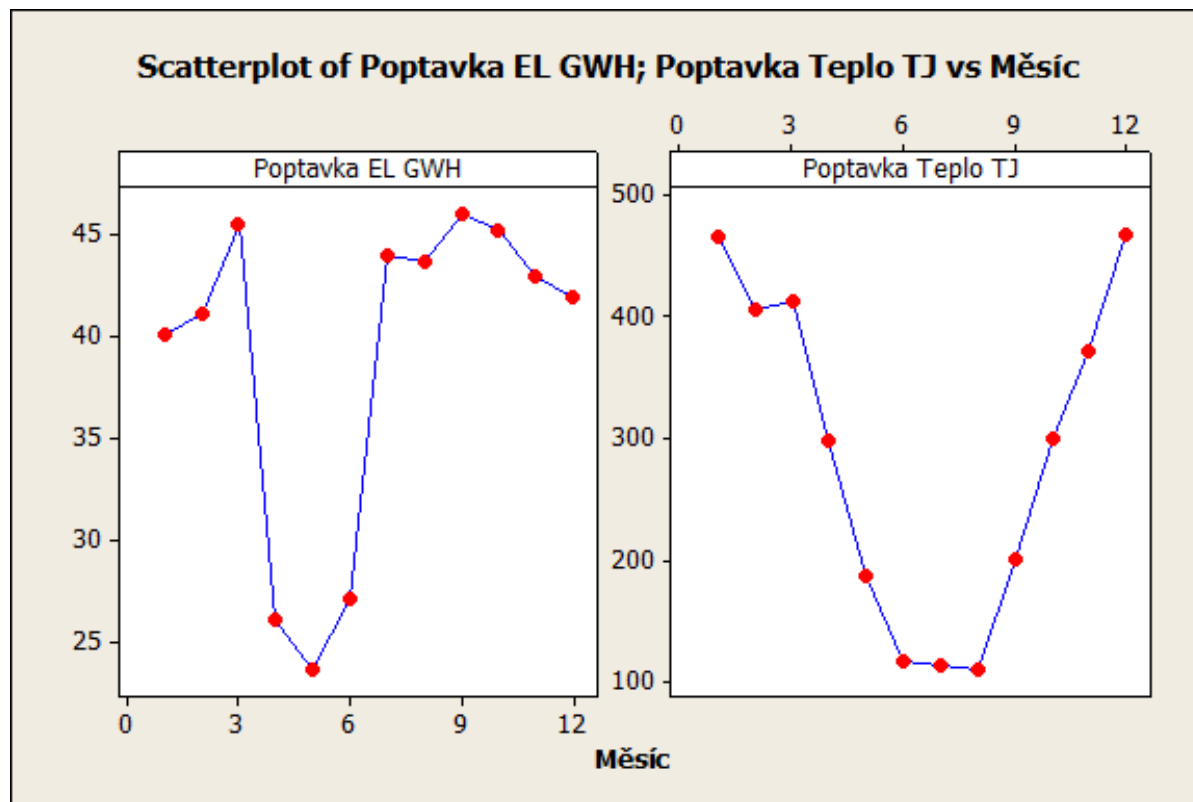
Důležitým parametrem pro návrh SKO je poptávka po teple a případně i elektrické energii. Způsob dodávky tepla potřebné pro pokrytí tepelné poptávky je založena na předem dohodnutém množství, které se bude pravidelně dodávat do sítě centrálního vytápění.

Pro odhad a vývoj roční poptávky jsou využita data měsíční poptávky (Tab. 4.1 s grafem Obr.4.1) z [13]. Na základě těchto odhadů budeme realizovat ekonomickou bilanci modelů (5.7) a (5.9).

Tabulka 4.1: Odhad a vývoj poptávky po energiích

Měsíc	Leden	Únor	Březen	Duben	Květen	Červen
Poptávka po elektřině [GW]	40.1	41.1	45.5	26.0	23.6	27.1
Poptávka po teple [TJ]	465.7	405.5	421.8	298.5	186.8	116.8
Měsíc	Červenec	Srpen	Září	Říjen	Listopad	Prosinec
Poptávka po elektřině [GW]	43.9	43.6	46.0	45.2	42.9	41.9
Poptávka po teple [TJ]	113.9	109.0	199.8	299.2	371.7	467.1

4.3. EKONOMICKÁ INVESTIČNÍ KRITÉRIA



Obrázek 4.1: Grafické znázornění poptávky po teple a elektřině.

4.3. Ekonomická investiční kritéria

Za účelem přesvědčení potenciálních budoucích investorů použít svůj kapitál jako investici do daného projektu uvedeme základní investiční kritéria z [11]. Základním prvkem všech uvedených kritérií je tzv. Cash Flow.

DEFINICE 4.3.1 *Cash Flow (CF) definujeme jako finanční tok prostředků za dané časové období generovaný danou investicí. Dělí se na „přítok“ peněžních prostředků a „odtok“ prostředků, jejichž celkovou sumu vyjadřuje tzv. čistý peněžní tok (NCF, z anglického Net Cash Flow).*

Ze kterého můžeme dále definovat následující kritéria.

- Čistá současná hodnota prostředků (4.7).
- Návratnost finančních prostředků (4.8).
- Míra návratnosti prostředků (4.9).
- Vnitřní výnosové procento investovaných prostředků (4.10).

DEFINICE 4.3.2 *Čistá současná hodnota – NPV (z ang. Net Present Value), je definována vztahem*

$$NPV = \sum_{T=1}^T \frac{CF(T)}{(1+i)^T}, \quad (4.7)$$

kde i je úroková míra v [%] a $CF(T)$ je cash flow za období T .

Jedná se o investiční kritérium vyjadřující aktuální reálnou hodnotu prostředků u kterého platí, že projekt má šanci na realizaci pokud $NPV \geq 0$.

DEFINICE 4.3.3 *Návratnost počátečních investic rozumíme potřebnou dobu τ , za kterou se vrátí vložená počáteční investice, tj.*

$$\sum_{T=1}^{\tau} CF(T) = 0. \quad (4.8)$$

Toto kritérium lze použít pouze pro tzv. konvenční tok, kterým se rozumí, že první roky provozu projektu, je NCF záporný, ale postupně přechází do kladných hodnot.

DEFINICE 4.3.4 *Míra návratnosti investice – ROR (z ang. Rate of Return), lze vyjádřit jako*

$$ROR = \frac{\sum_{T \in \mathcal{T}} CF(T) - Investice}{Investice}, \quad (4.9)$$

kdy ROR je v %.

Toto investiční kritérium vyjadřuje efektivnost investice, kdy musí platit, že $ROR > 0$, jinak by se jednalo ztrátový projekt bez šance na jeho realizování.

Posledním investičním kritériem je vnitřní výnosové procento.

DEFINICE 4.3.5 *Vnitřní výnosové procento – IRR (z ang. Internal Rate of Return) vyjadřuje vztah*

$$NPV = \sum_{T=1}^{\tau} \frac{CF(T)}{(1 + IRR)^T} = 0, \quad (4.10)$$

kdy IRR je v % a CF zahrnuje všechny kladné i záporné CF.

U tohoto investičního kritéria může nastat, že existuje více hodnot $IRR > 0$ vyhovující rovnici (4.10). V takovém případě se zvolí její maximální hodnota, která je větší než je minimální úroková míra i . V opačném případě, kdy $IRR < i$ a nebo dokonce $IRR < 0$, tj. projekt není schopen splatit počáteční investici, se projekt nerealizuje.

5. Matematické modely

V poslední kapitole uvedeme gradující posloupnost matematických modelů pro SKO a teplárnu. Pro sestavení jednotlivých modelů využijeme jako prvky nových komplexních optimalizačních modelů dříve uvedené matematické modely SKO a teplárny v kapitole 3, ale i jednotlivé odhady nákladů, poptávky a také vybraná investiční kritéria pro vyhodnocení modelu z kapitoly 4. Posloupnost modelů bude následující

- **1.model: Základní model SKO** – (5.1)
- **2.model: Investiční model SKO** – Model SKO s odhadem počátečních investic a nákladů na provoz. (5.2)
- **3.model: Model teplárny** – Základní model teplárny. (5.3)
- **4.model: Teplárna s vlastní spotřebou energií** – Model teplárny s odhadem vlastní spotřeby energií. (5.4)
- **5.model: SKO s vlastní spotřebou energií** – Model SKO s odhadem vlastní spotřeby energií. (5.5)
- **6.model: Společná výroba tepla** – Model společné funkce SKO a teplárny.(5.6)
- **7.model: Společné pokrytí poptávky** – Model společné funkce SKO a teplárny s reálnou poptávkou po teple a elektřině. (5.7)
- **8.model: Scénářový model SKO** – Model SKO (5.2) se scénáři. (5.8)
- **9.model: Scénářový model pro společné pokrytí poptávky** – Model (5.7) se scénáři, vycházející z reálné poptávky. (5.9)

Dříve než přistoupíme k uvedení jednotlivých modelů, je potřeba připomenout, že naším momentálním cílem je maximalizovat čistý zisk NCF pro vhodnou roční zpracovatelskou kapacitu $X_{SKO,rok}$. Pro aplikaci tohoto přístupu v programu GAMS, převedeme maximalizaci NCF na minimalizaci -NCF, tj.

$$\max_{T \in \mathcal{T}} \{NCF\} = \min_{T \in \mathcal{T}} \{-NCF\},$$

kde \mathcal{T} je doba životnosti jednotky.

V modelech a programu GAMS budeme účelovou funkci NCF označovat písmenem Z. Pro jednoduchost budeme modelovat provoz SKO pouze po dobu 12 měsíců, a z praktického hlediska omezíme $K_{SKO,rok}$ na interval (35, 100) [kt/rok].

Dále je potřeba ošetřit jednotky vstupních parametrů. V našem případě, je zpracovatelská kapacita SKO uváděna v kilotunách za rok, model spalovny (3.2) naopak pracuje s jednotkou času hodinou a odhad poptávky (Tab 4.1) je uveden v měsících. Za tímto účelem v jednotlivých modelech zavedeme ještě pomocné hodnoty H, HH pro hodiny, D, DD pro dny a M, MM pro měsíce, kdy

$$\begin{array}{l} H \quad 1 \quad D \quad 1 \quad M \quad 12 \\ HH \quad 24 \quad DD \quad 30 \quad MM \quad 1, \end{array}$$

kde pro zjednodušení označíme součiny $H \cdot D \cdot M = HDM$ a $HH \cdot DD \cdot MM = \widehat{HDM}$.

Potřebné vstupní hodnoty odpadu jsou předběžně získávány z náhodného generátoru, kdy $X_{odpad} \sim R(1000, 3876)$ [t/měsíc] a $LHV_{odpad} \sim N(0.01, 0.001)$ [TJ/t]. Pokud se neuvede jinak, budeme uvažovat poptávku a dohodnutou dodávku tepla dle následující tabulky

MĚSÍC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
POPTÁVKA PO TEPLE X_{POP}	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
DOHODNUTÁ DODÁVKA Y_{GTS}	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8.

V nadcházející posloupnosti modelů budeme uvažovat následující označení

CF_{SKO}	cash flow SKO
CF_{tep}	cash flow teplárny
I	velikost počáteční investice do SKO
X_{odpad}	je množství spáleného odpadu v [t/měsíc]
\hat{X}_{SKO}	je pomocná proměnná pro X_{SKO}
$X_{odpad}^{>K_{SKO}}$	je množství odpadu nad kapacitou X_{SKO} [t]
X_{tep}	roční kapacita teplárny
\hat{X}_{tep}	pomocná proměnná pro X_{tep}
LHV_{odpad}	výhřevnost odpadu v [TJ/t]
LHV_{uhli}	výhřevnost uhlí v [TJ/t]
Y_{GES}	vygenerovaná elektrická energie spalovny v [GW]
Y_{GTS}	množství tepla v [TJ/měsíc], které bylo dohodnuté dodat
\hat{Y}_{GTS}	pomocná proměnná pro Y_{GTS}
Y_{GET}	vygenerovaná elektrická energie teplárny [GW]
\hat{Y}_{GET}	pomocná proměnná pro Y_{GET}
Y_{GTT}	množství dodaného tepla teplárnou do sítě centrálního vytápění [TJ/měsíc]
Y_{VSTE}	vlastní spotřeba elektřiny teplárny v [GW]
Y_{VSSE}	vlastní spotřeba elektřiny spalovny v [GW]
Y_{penale}	množství nedodaného tepla pro pokrytí poptávky

Dále je potřeba upozornit, že pro lepší přehlednost modelů, se u jednotlivých omezení nebude dále uvádět proměnná T , vyjadřující platnost každého omezení pro periodu $T \in \mathcal{T}$.

5.1. 1.model: Základní model SKO

Jako první, úvodní model, budeme uvažovat zjednodušený model SKO složený z poptávky po teple s danou dohodnutou dodávkou tepla, potřebných vstupních hodnot a matematického popisu SKO (3.2).

Vstupní hodnoty:

C_{tep} CENA TEPLA [MIL·TJ/H]	0.135,	C_{el} CENA ELEKTŘINA [MIL·GW]	0.9,
C_{odpad} CENA ODPADU [TIS·T]	2.1,		
$K_{SKO,max}$ MAXIMÁLNÍ KAPACITA SPALOVNY [KT/ROK]	100,	$K_{SKO,min}$ MINIMÁLNÍ KAPACITA SPALOVNY [KT/ROK]	35.

Nyní můžeme uvést první model spalovny a jeho ekonomickou bilanci.

5.2. 2.MODEL: INVESTIČNÍ MODEL SKO

- ÚČELOVÁ FUNKCE

$$Z = - \sum_T CF_{SKO}(T)$$

- CASH FLOW SKO

$$CF_{SKO}(T) = 0.001 \cdot C_{odpad} \cdot (X_{odpad}(T) - X_{odpad}^{>K_{SKO}}(T)) + \\ + C_{tep} \cdot Y_{GTS}(T) + C_{el} \cdot Y_{GES}(T)$$

- OMEZENÍ PRO POPTÁVKU

$$X_{POP}(T) = Y_{GTS}(T) + Y_{penale}(T),$$

- OMEZENÍ PRO TOK ODPADU

$$K_{SKO} \geq K_{SKO,min} \cdot 1000 / (HDM)$$

$$K_{SKO} \leq K_{SKO,max} \cdot 1000 / (HDM),$$

$$X_{odpad}(T) - X_{odpad}^{>K_{SKO}}(T) \leq K_{SKO}$$

- MODEL SKO DLE (3.2)

$$Y_{GES}(T) = 0.057274 \cdot X_{odpad}(T) \cdot LHV_{odpad}(T) - 0.0463437 \cdot Y_{GTS}(T) - 0.000141191 \cdot \widehat{HDM}$$

Pro tento model dostáváme hodnotu účelové funkce $Z = -81.998$ [mil.Kč] s optimální velikostí kotle $K_{SKO,rok} = 35$ [kt].

5.2. 2.model: Investiční model SKO

Druhý model vychází z modelu (5.1) ve kterém jsou už zahrnuty: počáteční investice (4.1), náklady na údržbu a reinvestici (4.2), náklady na mzdy (4.3), na zpracování odpadu (4.4) a reziduí (4.5) a v poslední řadě náklady na svoz odpadu (4.6) s cenou za svoz 5 [Kč·t·km].

Dostáváme tak model.

Vstupní hodnoty:

C_{tep} CENA TEPLA [MIL·TJ/H]	0.135,	C_{el} CENA ELEKTŘINA [MIL·GW]	0.9,
C_{odpad} CENA ODPADU [TIS·T]	2.1,	C_{svoz} CENA SVOZU ODPADU [KČ·T]	5,
$K_{SKO,max}$ MAXIMÁLNÍ KAPACITA SPALOVNY [KT/ROK]	100,	$K_{SKO,min}$ MINIMÁLNÍ KAPACITA SPALOVNY [KT/ROK]	35.

- ÚČELOVÁ FUNKCE

$$Z = I - \sum_T CF_{SKO}(T)$$

- INVESTICE

$$I = 102.06 \cdot \hat{K}_{SKO}^{(0.6083)} + 86.751 \cdot \hat{K}_{SKO}^{(0.6083)} + 2.5537 \cdot \hat{K}_{SKO} + 106.84 + 9.324 \cdot \hat{K}_{SKO} + \\ + 10.989 \cdot \hat{K}_{SKO} + 0.1244 \cdot C_{svoz} \cdot \hat{K}_{SKO}^{(1.4805)}$$

- CASH FLOW SKO

$$CF_{SKO}(T) = 0.001 \cdot C_{odpad} \cdot (X_{odpad}(T) - X_{odpad}^{>K_{SKO}}(T)) + \\ + C_{tep} \cdot Y_{GTS}(T) + C_{el} \cdot Y_{GES}(T)$$

- OMEZENÍ PRO POPTÁVKU

$$X_{POP}(T) = Y_{GTS}(T) + Y_{penale}(T),$$

- OMEZENÍ PRO TOK ODPADU

$$K_{SKO} \geq K_{SKO,min} \cdot 1000 / (HDM), \\ K_{SKO} \leq K_{SKO,max} \cdot 1000 / (HDM), \\ \hat{K}_{SKO} = K_{SKO} \cdot HDM / 1000, \\ X_{odpad}(T) - X_{odpad}^{>K_{SKO}}(T) \leq K_{SKO},$$

- MODEL SKO

$$Y_{GES}(T) = 0.057274 \cdot X_{odpad}(T) \cdot LHV_{odpad}(T) - 0.0463437 \cdot Y_{GTS}(T) - 0.000141191 \cdot \widehat{HDM},$$

Z programu GAMS dostáváme výsledky pro $Z = 2591.223$ [mil.Kč], $\hat{K}_{SKO,rok} = 35$ [kt] a $I = 2669.003$ [mil.Kč].

5.3. 3.model: Model teplárny

V dalším modelu se bude zabývat modelováním finančního toku teplárny. Výchozím modelem bude opět model (5.1), kde nahradíme (3.2) vztahem (3.3) a vhodně upravíme vstupní hodnoty.

Vstupní hodnoty:

C_{tep} CENA TEPLA [MIL·TJ/H]	0.135,	C_{el} CENA ELEKTRINA [MIL·GW]	0.9,
LHV_{uhli} VÝHŘEVNOST UHLÍ [TJ/T]	0.0165	C_{uhli} CENA UHLI [TIS·T]	0.8,
K_{tep} ROČNÍ KAPACITA TEPLÁRNY [KT]	200	η ÚČINNOST TEPLÁRNY [%]	0.9

- ÚČELOVÁ FUNKCE

$$Z = - \sum_T CF_{tep}(T)$$

- CASH FLOW TEPLÁRNA

$$CF_{tep}(T) = -0.001 \cdot C_{uhli} \cdot X_{uhli}(T) + C_{tep} \cdot Y_{GTT}(T) + C_{el} \cdot Y_{GET}(T)$$

- OMEZENÍ PRO POPTÁVKU

$$X_{POP}(T) = Y_{GTT}(T) + Y_{penale}(T),$$

5.4. 4.MODEL: TEPLÁRNA S VLASTNÍ SPOTŘEBOU ENERGIÍ

- OMEZENÍ PRO TOK UHLÍ

$$\begin{aligned}\hat{K}_{tep} &= K_{tep} \cdot 1000 / HDM, \\ K_{tep} &\leq \hat{K}_{tep},\end{aligned}$$

- MODEL TEPLÁRNY (3.3)

$$Y_{GES}(T) = 0.03 \cdot X_{uhli}(T) \cdot LHV_{uhli}(T) \cdot \eta - 0.02 \cdot Y_{GTT}(T) - 0.000631 \cdot \widehat{HDM},$$

Pro model teplárny dostáváme finanční tok $Z = -49.661$ [mil.Kč].

5.4. 4.model: Teplárna s vlastní spotřebou energií

Ve čtvrtém modelu poprvé použijeme rovnice (3.4) pro vlastní spotřebu energií. Při tvoření modelu s omezením na vlastní spotřebou tepla však nastává komplikace, jelikož vlastní spotřeba tepla je funkcí tepla generovaného pro poptávku. Tento fakt způsobuje v modelu nestabilitu, kterou lze vyřešit dosazením dané rovnice přímo do rovnice (3.3) popisující energetickou bilanci teplárny.

Vstupní hodnoty:

C_{tep} CENA TEPLA [MIL·TJ/H]	0.135,	C_{el} CENA ELEKTŘINA [MIL·GW]	0.9,
LHV_{uhli} VÝHŘEVNOST UHLÍ [TJ/T]	0.0165	C_{uhli} CENA UHLÍ [TIS·T]	0.8,
K_{tep} ROČNÍ KAPACITA TEPLÁRNY [KT]	200	η ÚČINNOST TEPLÁRNY [%]	0.9

- ÚČELOVÁ FUNKCE

$$Z = - \sum_T CF_{tep}(T)$$

- CASH FLOW TEPLÁRNA

$$CF_{tep}(T) = -0.001 \cdot C_{uhli} \cdot X_{uhli}(T) + C_{tep} \cdot Y_{GTT}(T) + C_{el} \cdot \hat{Y}_{GET}(T)$$

- OMEZENÍ PRO POPTÁVKU

$$X_{POP}(T) = Y_{GTT}(T) + Y_{penale}(T),$$

- OMEZENÍ PRO TOK UHLÍ

$$\begin{aligned}\hat{K}_{tep} &= K_{tep} \cdot 1000 / HDM, \\ K_{tep} &\leq \hat{K}_{tep},\end{aligned}$$

- MODEL TEPLÁRNY S DOSAZENÍM VLASTNÍ SPOTŘEBY TEPLA

$$\begin{aligned}Y_{GES}(T) &= 0.03 \cdot X_{uhli}(T) \cdot LHV_{uhli}(T) \cdot \eta - 0.02 \cdot (Y_{GTT}(T) + \\ &+ 0.02 \cdot Y_{GTT}(T) - 0.000116 \cdot \widehat{HDM}) - 0.000631 \cdot \widehat{HDM},\end{aligned}$$

- VLASTNÍ SPOTŘEBA ELEKTRICKÉ ENERGIE

$$\begin{aligned}Y_{VSTE}(T) &= 0.01 \cdot X_{uhli}(T) \cdot LHV_{uhli}(T) + 0.000152, \\ \hat{Y}_{GET}(T) &= Y_{GET}(T) - Y_{VSTE}(T),\end{aligned}$$

Pro 4. model dostáváme hodnotu účelové funkce $Z = -29.862$ [mil.Kč]. Zde si můžeme všimnout, že v našem případě samotný roční provoz teplárny stojí 19.799 [mil.Kč].

5.5. 5.model: SKO s vlastní spotřebou energií

V pátém modelu rozšíříme 2.model (5.2) pro SKO o vlastní spotřebu energií (3.5), stejným způsobem jako tomu bylo u modelu teplárny v 4.modelu (5.4).

Vstupní hodnoty:

C_{tep} CENA TEPLA [MIL·TJ/H]	0.135,	C_{el} CENA ELEKTRINA [MIL·GW]	0.9,
C_{odpad} CENA ODPADU [TIS·T]	2.1,	C_{svoz} CENA SVOZU ODPADU [KČ·T]	5,
$K_{SKO,max}$ MAXIMÁLNÍ KAPACITA SPALOVNY [KT/ROK]	100,	$K_{SKO,min}$ MINIMÁLNÍ KAPACITA SPALOVNY [KT/ROK]	35.
K_{tep} ROČNÍ KAPACITA TEPLÁRNY [KT]	200		

- ÚČELOVÁ FUNKCE

$$Z = I - \sum_T CF_{SKO}(T)$$

- INVESTICE

$$I = 102.06 \cdot \hat{K}_{SKO}^{(0.6083)} + 86.751 \cdot \hat{K}_{SKO}^{(0.6083)} + 2.5537 \cdot \hat{K}_{SKO} + 106.84 + 9.324 \cdot \hat{K}_{SKO} + 10.989 \cdot \hat{K}_{SKO} + 0.1244 \cdot C_{svoz} \cdot \hat{K}_{SKO}^{(1.4805)}$$

- CASH FLOW SKO

$$CF_{SKO}(T) = 0.001 \cdot C_{odpad} \cdot (X_{odpad}(T) - X_{odpad}^{>K_{SKO}}(T)) + C_{tep} \cdot Y_{GTS}(T) + C_{el} \cdot \hat{Y}_{GES}(T)$$

- OMEZENÍ PRO POPTÁVKU

$$X_{POP}(T) = Y_{GTS}(T) + Y_{penale}(T),$$

- OMEZENÍ PRO TOK ODPADU

$$\begin{aligned} K_{SKO} &\geq K_{SKO,min} \cdot 1000 / (HDM), \\ K_{SKO} &\leq K_{SKO,max} \cdot 1000 / (HDM), \\ \hat{K}_{SKO} &= K_{SKO} \cdot HDM / 1000, \\ X_{odpad}(T) - X_{odpad}^{>K_{SKO}}(T) &\leq K_{SKO}, \end{aligned}$$

- POMĚR ROČNÍCH KAPACIT JEDNOTEK

$$POM = \frac{K_{SKO,rok}}{K_{tep,rok}},$$

- MODEL SKO S DOSAZENOU VLASTNÍ SPOTŘEBOU TEPLA

$$\begin{aligned} Y_{GES}(T) &= 0.057274 \cdot X_{odpad}(T) \cdot LHV_{odpad}(T) - 0.0463437 \cdot (Y_{GTS}(T) + \\ &+ (0.02 \cdot Y_{GTS}(T) - 0.000116 \cdot \widehat{HDM}) \cdot POM) - 0.000141191 \cdot \widehat{HDM}, \end{aligned}$$

5.6. 6.MODEL: SPOLEČNÁ VÝROBA TEPLA

- VLASTNÍ SPOTŘEBA ELEKTRICKÉ ENERGIE

$$Y_{VSSE} = (0.01 \cdot X_{odpad} \cdot LHV_{odpad} + 0.000152 \cdot \widehat{HDM}) \cdot \text{POM},$$

$$\hat{Y}_{GES} = Y_{GES} - Y_{VSSE}.$$

Pro nynější model dostáváme hodnotu účelové funkce $Z = 2591.874$ [mil.Kč] a $K_{SKO,rok} = 35$ [kt] s počáteční investicí $I = 2669.003$ [mil.Kč]. Porovnáním modelu (5.2) s nynějším modelem (5.5) vidíme, že roční energetické náklady na provoz SKO se budou pohybovat kolem 0.651 [mil.Kč].

Porovnáním ročních energetických nákladů teplárny a SKO, si můžeme všimnout diametrálního rozdílu v celkových nákladech na energii. Tento nepoměr je způsobený tím, že teplárna musí za svá palivo platit, zatímco SKO je dostává naopak zapláceno.

5.6. 6.model: Společná výroba tepla

V nadcházejícím modelu se ještě více přiblížíme reálnému případu. V praxi se o pokrytí poptávky stará společně více energetických jednotek. Za tímto účelem zkombinujeme modely (5.4) pro teplárnu a (5.5) pro SKO následovně.

Vstupní hodnoty:

C_{tep} CENA TEPLA [MIL·TJ/H]	0.135,	C_{el} CENA ELEKTRINA [MIL·GW]	0.9,
C_{odpad} CENA ODPADU [TIS·T]	2.1,	C_{svoz} CENA SVOZU ODPADU [KČ·T]	5,
C_{penale} PENALIZAČNÍ CENA ZA NEDODANÍ TEPLA [MIL· TJ]	0.1		
$K_{SKO,max}$ MAXIMÁLNÍ KAPACITA SPALOVNY [KT/ROK]	100,	$K_{SKO,min}$ MINIMÁLNÍ KAPACITA SPALOVNY [KT/ROK]	35.
K_{tep} ROČNÍ KAPACITA TEPLÁRNY [KT]	200	η ÚČINNOST TEPLÁRNY [%]	0.9
LHV_{uhli} VÝHŘEVNOST UHLÍ [TJ/T]	0.0165	C_{uhli} CENA UHLI [TIS·T]	0.8,

- ÚČELOVÁ FUNKCE

$$Z = I - \sum_T (CF_{SKO}(T) + CF_{tep}(T) - C_{penale} \cdot Y_{penale}(T))$$

- OMEZENÍ PRO POPTÁVKU

$$X_{POP}(T) = Y_{GTS}(T) + Y_{GTT}(T) + Y_{penale}(T),$$

- INVESTICE

$$I = 102.06 \cdot \hat{K}_{SKO}^{(0.6083)} + 86.751 \cdot \hat{K}_{SKO}^{(0.6083)} + 2.5537 \cdot \hat{K}_{SKO} + 106.84 + 9.324 \cdot \hat{K}_{SKO} + 10.989 \cdot \hat{K}_{SKO} + 0.1244 \cdot C_{svoz} \cdot \hat{K}_{SKO}^{(1.4805)},$$

- CASH FLOW SKO

$$CF_{SKO}(T) = 0.001 \cdot C_{odpad} \cdot (X_{odpad}(T) - X_{odpad}^{>K_{SKO}}(T)) + C_{tep} \cdot Y_{GTS}(T) + C_{el} \cdot \hat{Y}_{GES}(T),$$

- OMEZENÍ PRO TOK ODPADU

$$\begin{aligned} K_{SKO} &\geq K_{SKO,min} \cdot 1000/(HDM), \\ K_{SKO} &\leq K_{SKO,max} \cdot 1000/(HDM), \\ \hat{K}_{SKO} &= K_{SKO} \cdot HDM/1000, \\ X_{odpad}(T) - X_{odpad}^{>K_{SKO}}(T) &\leq K_{SKO}, \end{aligned}$$

- POMĚR ROČNÍCH KAPACIT JEDNOTEK

$$POM = \frac{K_{SKO,rok}}{K_{tep,rok}}$$

- MODEL SKO S DOSAZENOU VLASTNÍ SPOTŘEBOU TEPLA

$$\begin{aligned} Y_{GES}(T) &= 0.057274 \cdot X_{odpad}(T) \cdot LHV_{odpad}(T) - 0.0463437 \cdot (Y_{GTS}(T) + \\ &+ (0.02 \cdot Y_{GTS}(T) - 0.000116 \cdot \widehat{HDM}) \cdot POM) - 0.000141191 \cdot \widehat{HDM}, \end{aligned}$$

- VLASTNÍ SPOTŘEBA ELEKTRICKÉ ENERGIE SKO

$$\begin{aligned} Y_{VSSE} &= (0.01 \cdot X_{odpad} \cdot LHV_{odpad} + 0.000152 \cdot \widehat{HDM}) \cdot POM, \\ \hat{Y}_{GES} &= Y_{GES} - Y_{VSSE}, \end{aligned}$$

- CASH FLOW TEPLÁRNA

$$CF_{tep}(T) = -0.001 \cdot C_{uhli} \cdot X_{uhli}(T) + C_{tep} \cdot Y_{GTT}(T) + C_{el} \cdot \hat{Y}_{GET}(T)$$

- OMEZENÍ PRO TOK UHLÍ

$$\begin{aligned} \hat{K}_{tep} &= K_{tep} \cdot 1000/HDM, \\ K_{tep} &\leq \hat{K}_{tep}, \end{aligned}$$

- MODEL TEPLÁRNY S DOSAZENÍM VLASTNÍ SPOTŘEBY TEPLA

$$\begin{aligned} Y_{GET}(T) &= 0.03 \cdot X_{uhli}(T) \cdot LHV_{uhli}(T) \cdot \eta - 0.02 \cdot (Y_{GTT}(T) + \\ &+ 0.02 \cdot Y_{GTT}(T) - 0.000116 \cdot \widehat{HDM}) - 0.000631 \cdot \widehat{HDM}, \end{aligned}$$

- VLASTNÍ SPOTŘEBA ELEKTRICKÉ ENERGIE

$$\begin{aligned} Y_{VSTE}(T) &= 0.01 \cdot X_{uhli}(T) \cdot LHV_{uhli}(T) \cdot \eta + 0.000152 \cdot \widehat{HDM}, \\ \hat{Y}_{GET}(T) &= Y_{GET}(T) - Y_{VSTE}(T). \end{aligned}$$

Pro lepší zhodnocení modelu společné výroby tepla SKO a teplárny uvedeme výpis programu GAMS.

5.6. 6.MODEL: SPOLEČNÁ VÝROBA TEPLA

EXECUTION

--- VARIABLE Z.L = 2560.091
 VARIABLE I.L = 2669.003
 VARIABLE KS.L = 2916.667
 VARIABLE POMKS.L = 35.000

--- VARIABLE CFS.L

1 4.453, 2 8.533, 3 7.266, 4 5.443, 5 5.595, 6 4.853
 7 5.722, 8 8.254, 9 3.758, 10 7.121, 11 8.473, 12 7.658

--- VARIABLE CFT.L

1 2.649, 2 2.649, 3 2.649, 4 2.649, 5 2.649, 6 2.649
 7 2.649, 8 2.649, 9 2.649, 10 2.649, 11 2.649, 12 2.649

--- VARIABLE XO.L

1 1493.945, 2 3425.235, 3 2582.880, 4 1866.073, 5 1840.402
 6 1644.376, 7 2006.113, 8 3462.634, 9 1193.019, 10 2438.606
 11 3870.586, 12 2664.437

--- VARIABLE XU.L

1 5464.275, 2 5464.275, 3 5464.275, 4 5464.275, 5 5464.275
 6 5464.275, 7 5464.275, 8 5464.275, 9 5464.275, 10 5464.275
 11 5464.275, 12 5464.275

--- VARIABLE YGES.L

1 0.305, 2 1.556, 3 0.908, 4 0.544, 5 0.780, 6 0.401
 7 0.527, 8 1.237, 9 0.232, 10 1.089, 11 1.488, 12 1.161

--- 189 VARIABLE YGET.L

1 0.921, 2 0.921, 3 0.921, 4 0.921, 5 0.921, 6 0.921
 7 0.921, 8 0.921, 9 0.921, 10 0.921, 11 0.921, 12 0.921

--- VARIABLE POMYGES.L

1 0.262, 2 1.475, 3 0.847, 4 0.494, 5 0.722, 6 0.355
 7 0.477, 8 1.166, 9 0.191, 10 1.023, 11 1.409, 12 1.092

--- VARIABLE POMYGET.L

(ALL 0.000)

— VARIABLE YVSSE.L

1 0.043, 2 0.081, 3 0.061, 4 0.050, 5 0.057, 6 0.046
7 0.050, 8 0.071, 9 0.041, 10 0.067, 11 0.079, 12 0.069

— VARIABLE YVSTE.L

1 0.921, 2 0.921, 3 0.921, 4 0.921, 5 0.921, 6 0.921
7 0.921, 8 0.921, 9 0.921, 10 0.921, 11 0.921, 12 0.921

— VARIABLE YPENALE.L

(ALL 0.000)

Z výpisu si můžeme všimnout, že pro naše vstupní parametry kombinovaná výroba tepla a elektřiny ročně vydělá 108.912 [mil.Kč].

Dále si lze všimnout proměnné POMYGET, vyjadřující fakt, že pro teplárnu s námi zadanými parametry je nejvýhodnější vyrábět elektrickou energii pouze pro vlastní spotřebu.

5.7. 7.model: Společné pokrytí poptávky

V sedmém modelu využijeme tabulku 4.1 pro odhad reálné poptávky po teple a elektrické energii. Problém zde nastane v případě, kdy domluvené množství tepla z SKO by bylo větší než reálná poptávka. Pro možnost výroby menšího množství tepla než je dohodnuto, se využije dalšího pomocného omezení s pomocnou proměnnou \hat{Y}_{GTS} .

Jak bylo již dříve uvedeno, SKO dodává předem dohodnuté množství tepla do sítě centrálního vytápění a přebytečnou elektrickou energii, bez množství omezení, do elektrické sítě. Za nepokrytí celkové poptávky po teple jsou SKO a teplárně účtovány pokuty, které, jak uvidíme později, mohou výrazně ovlivnit možnou realizaci projektu.

V našem případě budeme uvažovat smlouvanou dodávku tepla pro SKO následovně

MĚSÍC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
DOHODNUTÁ DODÁVKA \hat{Y}_{GTS}	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30

Dostáváme model.

Vstupní hodnoty:

C_{tep} CENA TEPLA [MIL·TJ/H]	0.135,	C_{el} CENA ELEKTŘINA [MIL·GW]	0.9,
C_{odpad} CENA ODPADU [TIS·T]	2.1,	C_{svoz} CENA SVOZU ODPADU [KČ·T]	5,
C_{penale} PENALIZAČNÍ CENA ZA NEDODANÍ TEPLA [MIL·TJ]	0.1		
$K_{SKO,max}$ MAXIMÁLNÍ KAPACITA SPALOVNY [KT/ROK]	100,	$K_{SKO,min}$ MINIMÁLNÍ KAPACITA SPALOVNY [KT/ROK]	35.
K_{tep} ROČNÍ KAPACITA TEPLÁRNY [KT]	200	η ÚČINNOST TEPLÁRNY [%]	0.9
LHV_{uhli} VÝHŘEVNOST UHLÍ [TJ/T]	0.0165	C_{uhli} CENA UHLÍ [TIS·T]	0.8,

5.7. 7.MODEL: SPOLEČNÉ POKRYTÍ POPTÁVKY

- ÚČELOVÁ FUNKCE

$$Z = I - \sum_T (CF_{SKO}(T) + CF_{tep}(T) - C_{penale} \cdot Y_{penale}(T))$$

- OMEZENÍ PRO POPTÁVKU

$$X_{POP}(T) = Y_{GTS}(T) + Y_{GTT}(T) + Y_{penale}(T),$$

- INVESTICE

$$I = 102.06 \cdot \hat{K}_{SKO}^{(0.6083)} + 86.751 \cdot \hat{K}_{SKO}^{(0.6083)} + 2.5537 \cdot \hat{K}_{SKO} + 106.84 + 9.324 \cdot \hat{K}_{SKO} + \\ + 10.989 \cdot \hat{K}_{SKO} + 0.1244 \cdot C_{svoz} \cdot \hat{K}_{SKO}^{(1.4805)}$$

- CASH FLOW SKO

$$CF_{SKO}(T) = 0.001 \cdot C_{odpad} \cdot (X_{odpad}(T) - X_{odpad}^{>K_{SKO}}(T)) + \\ + C_{tep} \cdot Y_{GTS}(T) + C_{el} \cdot \hat{Y}_{GES}(T)$$

- OMEZENÍ PRO TOK ODPADU

$$K_{SKO} \geq K_{SKO,min} \cdot 1000 / (HDM), \\ K_{SKO} \leq K_{SKO,max} \cdot 1000 / (HDM), \\ \hat{K}_{SKO} = K_{SKO} \cdot HDM / 1000, \\ X_{odpad}(T) - X_{odpad}^{>K_{SKO}}(T) \leq K_{SKO},$$

- POMĚR ROČNÍCH KAPACIT JEDNOTEK

$$POM = \frac{K_{SKO,rok}}{K_{tep,rok}}$$

- UMOŽNĚNÍ VÝROBY MENŠÍ NEŽ JE DOHODNUTÉ MNOŽSTVÍ

$$Y_{GTS}(T) \leq \hat{Y}_{GTS}(T),$$

- MODEL SKO S DOSAZENOU VLASTNÍ SPOTŘEBOU TEPLA

$$Y_{GES}(T) = 0.057274 \cdot X_{odpad}(T) \cdot LHV_{odpad}(T) - 0.0463437 \cdot (Y_{GTS}(T) + \\ + (0.02 \cdot Y_{GTS}(T) - 0.000116 \cdot \widehat{HDM}) \cdot POM) - 0.000141191 \cdot \widehat{HDM},$$

- VLASTNÍ SPOTŘEBA ELEKTRICKÉ ENERGIE SKO

$$Y_{VSSE}(T) = (0.01 \cdot X_{odpad}(T) \cdot LHV_{odpad}(T) + 0.000152 \cdot \widehat{HDM}) \cdot POM, \\ \hat{Y}_{GES}(T) = Y_{GES}(T) - Y_{VSSE}(T),$$

- CASH FLOW TEPLÁRNA

$$CF_{tep}(T) = -0.001 \cdot C_{uhli} \cdot X_{uhli}(T) + C_{tep} \cdot Y_{GTT}(T) + C_{el} \cdot \hat{Y}_{GET}(T),$$

- OMEZENÍ PRO TOK UHLÍ

$$\hat{K}_{tep} = K_{tep} \cdot 1000 / HDM,$$

$$K_{tep} \leq \hat{K}_{tep},$$

- MODEL TEPLÁRNY S DOSAZENÍM VLASTNÍ SPOTŘEBY TEPLA

$$Y_{GET}(T) = 0.03 \cdot X_{uhli}(T) \cdot LHV_{uhli}(T) \cdot \eta - 0.02 \cdot (Y_{GTT}(T) +$$

$$+ 0.02 \cdot Y_{GTT}(T) - 0.000116 \cdot \widehat{HDM}) - 0.000631 \cdot \widehat{HDM},$$

- VLASTNÍ SPOTŘEBA ELEKTRICKÉ ENERGIE

$$Y_{VSTE}(T) = 0.01 \cdot X_{uhli}(T) \cdot LHV_{uhli}(T) + 0.000152 \cdot \widehat{HDM},$$

$$\hat{Y}_{GET}(T) = Y_{GET}(T) - Y_{VSTE}(T),$$

Následně opět vypíšeme výstup z programu GAMS.

EXECUTION

```

--- VARIABLE Z.L          = 2577.851
    VARIABLE I.L          = 2669.003
    VARIABLE KS.L         = 2916.667
    VARIABLE POMKS.L      = 35.000

--- VARIABLE CFS.L

1   4.978, 2  10.582, 3  8.963, 4  6.432, 5  7.041, 6  5.564
7   6.678, 8  10.304, 9  4.141, 10 9.169, 11 10.522, 12 9.708

--- VARIABLE CCFS.L      = 94.080

--- 204 VARIABLE CFT.L

1   15.704, 2  15.704, 3  15.704, 4  15.704, 5  11.556, 6  6.584
7   6.142, 8  4.810, 9  13.510, 10 15.704, 11 15.704, 12 15.704

--- VARIABLE CCFT.L     = 152.533

--- VARIABLE XO.L

1   1493.945, 2  3425.235, 3  2582.880, 4  1866.073, 5  1840.402
6   1644.376, 7  2006.113, 8  3462.634, 9  1193.019, 10 2438.606
11  3870.586, 12 2664.437

--- VARIABLE XU.L

1   16666.667, 2  16666.667, 3  16666.667, 4  16666.667, 5  13107.173
6   8841.314, 7  8461.985, 8  7318.820, 9  14783.995, 10 16666.667
11  16666.667, 12 16666.667

```


5.7. 7.MODEL: SPOLEČNÉ POKRYTÍ POPTÁVKY

—- PARAMETER XPOP

1 465.700, 2 405.500, 3 412.800, 4 298.500, 5 186.800
 6 116.800, 7 113.900, 8 109.000, 9 199.800, 10 299.200
 11 371.700, 12 467.100

—- VARIABLE YGTS.L

1 13.632, 2 30.000, 3 26.212, 4 18.613, 5 23.528, 6 15.634
 7 18.257, 8 30.000, 9 12.116, 10 29.988, 11 30.000, 12 30.000

—- VARIABLE YGTT.L

1 215.094, 2 215.094, 3 215.094, 4 215.094, 5 163.272
 6 101.166, 7 95.643, 8 79.000, 9 187.684, 10 215.094
 11 215.094, 12 215.094

—- PARAMETER XPOPEL

1 40.100, 2 41.100, 3 45.500, 4 26.000, 5 23.600, 6 27.100
 7 43.900, 8 43.600, 9 46.000, 10 45.200, 11 42.900, 12 41.900

—- VARIABLE YGES.L

1 0.043, 2 0.533, 3 0.061, 4 0.050, 5 0.057, 6 0.046
 7 0.050, 8 0.214, 9 0.041, 10 0.067, 11 0.465, 12 0.138

—- VARIABLE YGET.L

1 2.584, 2 2.584, 3 2.584, 4 2.584, 5 2.056, 6 1.422
 7 1.366, 8 1.165, 9 2.305, 10 2.584, 11 2.584, 12 2.584

—- VARIABLE POMYGES.L

1 0 2 0.452, 3 0 4 0 5 0 6 0
 7 0 8 0.143, 9 0 10 0 11 0.386, 12 0.069

—- VARIABLE POMYGET.L

(ALL 0.000)

—- VARIABLE YVSSE.L

1 0.043, 2 0.081, 3 0.061, 4 0.050, 5 0.057, 6 0.046
 7 0.050, 8 0.071, 9 0.041, 10 0.067, 11 0.079, 12 0.069

—- VARIABLE YVSTE.L

1 2.584, 2 2.584, 3 2.584, 4 2.584, 5 2.056, 6 1.422
 7 1.366, 8 1.165, 9 2.305, 10 2.584, 11 2.584, 12 2.584

— VARIABLE YPENALE.L

1	236.974,	2	160.406,	3	171.494,	4	64.793,	5	0
6	0	7	0	8	0	9	0	10	54.119
11	126.606,	12	222.006						

Vidíme, že pro reálný odhad poptávky společný roční zisk, po odečtení velkých pokut za nedodané teplo 155.460 [mil.Kč], je 91.152[mil.Kč]. Pokud bychom předpokládali, že by celý zisk šel vždy na pokrytí počátečních investic, byla by doba návratnosti 29.2 let. Jak bylo už dříve v kapitole 4 uvedeno, životnost jednotky SKO činí 24 let. Tímto bychom dostali hodnotu ROR = -18%, viz. (4.9), což by bylo pro budoucího investora naprosto nepřijatelné.

Jednou z možností, jak tuto nepříznivou situaci napravit, je dodání dostatečného množství odpadu do SKO, aby mohla naplnit svoji zpracovatelskou kapacitu. Lehkou modifikací vstupních hodnot dostaneme pro účelovou funkci $Z = 2549.826$, se ziskem 119.177 [mil.Kč]. Za stejného předpokladu by následně návratnost byla 22.4 let. To by ale stále bylo pro potenciálního investora nepřijatelné.

Dále si lze všimnout, že teplárna pracuje stejně jako v předchozích modelech, tedy že vyrábí elektrickou energii pouze pro vlastní spotřebu a zbytek energie využívá na výrobu nutného tepla pro pokrytí poptávky, kterou by ani s teplem z SKO nebyla schopna uspokojit, jak můžeme vidět z výše uvedeného výpisu pro proměnnou YPENALE.

Řešením celkové situace by bylo do modelu zahrnout další energetickou jednotku nebo pouze pro potřeby našeho modelu upravit parametry teplárny tak, že by pokrytí celé poptávky v průběhu roku bylo reálné. Tím by se eliminovaly pokuty za nedodané teplo, a pokud by se opět všechny zisk použil na splacení investic, činila by návratnost 6,63 let s hodnotou míry návratnosti ROR = 2.61%, což by znamenalo realizaci projektu.

5.8. 8.model: Scénářový model SKO

V osmém modelu se vrátíme zpět k (5.2) pro SKO a rozšíříme jej o množinu scénářů $S = \{S01, S02\}$. Tímto se nám účelová funkce převede na tvar (2.25) s podmínkami neanticipativity. Dále stojí za upozornění, že program GAMS má parametry normálního rozdělení definovány jako $N(\mu, \sigma)$, nikoliv jako my $N(\mu, \sigma^2)$, viz. (2.6).

Dostáváme tedy.

Vstupní hodnoty:

C_{tep} CENA TEPLA [MIL·TJ/H]	0.135,	C_{el} CENA ELEKTRINA [MIL·GW]	0.9,
C_{odpad} CENA ODPADU [TIS·T]	2.1,	C_{svoz} CENA SVOZU ODPADU [KČ·T]	5,
$K_{SKO,max}$ MAXIMÁLNÍ KAPACITA SPALOVNY [KT/ROK]	100,	$K_{SKO,min}$ MINIMÁLNÍ KAPACITA SPALOVNY [KT/ROK]	35.
\hat{X}_{pop} VÝCHOZÍ HODNOTA PRO SCÉNÁŘE	50		

Generování scénářů:

P(S)	PRAVDĚPODOBNOST SCÉNÁŘŮ	$p_{S01} = 0.7, p_{S02} = 0.3$
$X_{POP}(T, S)$	SCÉNÁŘOVÁ POPTÁVKA	$X_{POP}(T, S) = \hat{X}_{pop} + N(0, 5)$

5.8. 8.MODEL: SCÉNÁŘOVÝ MODEL SKO

- ÚČELOVÁ FUNKCE

$$Z = \sum_S p_S \cdot \left(I(S) - \sum_T CF_{SKO}(T, S) \right)$$

- INVESTICE

$$I(S) = 102.06 \cdot \hat{K}_{SKO}(S)^{(0.6083)} + 86.751 \cdot \hat{K}_{SKO}(S)^{(0.6083)} + 2.5537 \cdot \hat{K}_{SKO}(S) + 106.84 + \\ + 9.324 \cdot \hat{K}_{SKO}(S) + 10.989 \cdot \hat{K}_{SKO}(S) + 0.1244 \cdot C_{svoz} \cdot \hat{K}_{SKO}(S)^{(1.4805)}$$

- CASH FLOW SKO

$$CF_{SKO}(T, S) = 0.001 \cdot C_{odpad} \cdot (X_{odpad}(T, S) - X_{odpad}^{>K_{SKO}}(T, S)) + \\ + C_{tep} \cdot Y_{GTS}(T, S) + C_{el} \cdot Y_{GES}(T, S)$$

- OMEZENÍ PRO POPTÁVKU

$$X_{POP}(T, S) = Y_{GTS}(T, S) + Y_{penale}(T, S),$$

- OMEZENÍ PRO TOK ODPADU

$$K_{SKO}(S) \geq K_{SKO,min} \cdot 1000 / (HDM), \\ K_{SKO}(S) \leq K_{SKO,max} \cdot 1000 / (HDM), \\ \hat{K}_{SKO}(S) = K_{SKO}(S) \cdot HDM / 1000, \\ X_{odpad}(T, S) - X_{odpad}^{>K_{SKO}}(T, S) \leq K_{SKO}(S),$$

- PODMÍNKY NEANTICIPATIVNOSTI PRO K_{SKO} A Tedy I PRO $I(S)$, KDY $S = 1, \dots, s-1$, KDE s JE MNOŽSTVÍ SCÉNÁŘŮ.

$$KS(S) = KS(S+1),$$

$$I(S) = I(S+1),$$

- MODEL SKO

$$Y_{GES}(T, S) = 0.057274 \cdot X_{odpad}(T, S) \cdot LHV_{odpad}(T, S) - 0.0463437 \cdot Y_{GTS}(T, S) - \\ - 0.000141191 \cdot \widehat{HDM},$$

Pro lepší vyhodnocení opět uvedeme výpis řešení programu GAMS.

EXECUTION

—- VARIABLE Z.L = 2594.064

—- VARIABLE I.L

S01 2669.003, S02 2669.003

—- VARIABLE KS.L

S01 2916.667, S02 2916.667

— VARIABLE POMKS.L

S01 35.000, S02 35.000

— VARIABLE CFS.L PARAMETER XO PARAMETER YGTS

	S01	S02	S01	S02	S01	S02
1	4.587	8.755	1493.945	3425.235	8.000	8.000
2	7.257	5.604	2582.880	1866.073	8.000	8.000
3	5.565	4.894	1840.402	1644.376	8.000	8.000
4	5.798	8.566	2006.113	3462.634	8.000	8.000
5	3.714	6.919	1193.019	2438.606	8.000	8.000
6	8.907	7.839	3870.586	2664.437	8.000	8.000
7	9.204	8.323	3850.499	3192.232	8.000	8.000

— VARIABLE CFS.L PARAMETER XO PARAMETER YGTS

8	4.238	7.941	1375.872	2839.831	8.000	8.000
9	4.462	5.128	1458.773	1719.232	8.000	8.000
10	8.208	6.425	2923.839	2252.085	8.000	8.000
11	6.184	6.000	2034.498	2010.745	8.000	8.000
12	4.331	4.344	1378.170	1431.693	8.000	8.000

— PARAMETER XPOP PARAMETER YGES

	S01	S02	S01	S02
1	53.780	56.002	0.411	1.722
2	54.218	42.847	0.836	0.672
3	60.496	53.367	0.689	0.401
4	50.845	58.246	0.562	1.512
5	56.338	59.026	0.143	0.798
6	43.759	42.030	1.891	1.293
7	45.938	45.991	2.221	1.242
8	47.283	56.414	0.298	0.998
9	48.095	46.432	0.354	0.486
10	50.355	49.386	1.114	0.684
11	41.197	49.994	0.924	0.774
12	48.423	48.527	0.396	0.286

Z výpisu vidíme, že střední hodnota ročního kombinovaného zisku pro možnost nastoupení dvou scénářových situací činí 74.939 [mil.Kč]. Díky podmínkám neanticipativity jsou ale stále hodnoty $K_{SKO,rok}$ a I stejné pro oba možné scénáře.

Dále stojí za upozornění způsob vygenerování scénářů, který půjde použít bez větších komplikací i na reálná data v modelu (5.9).

5.9. 9.model: Scénářový model pro společné pokrytí poptávky

V devátém modelu zkombinujeme model (5.7) s reálnou poptávkou se scénářovým modelem (5.8) s množinou scénářů $S = \{S01, S02\}$, kterou označíme pro potřeby normování pravděpodobnosti také jako množinu SS . Pro jednodušší úpravu dále přeznačíme vstupní poptávku po teple na $POP(T)$ a pro poptávku po elektřině na $POPEL(T)$.

Vstupní hodnoty:

C_{tep} CENA TEPLA [MIL·TJ/H]	0.135,	C_{el} CENA ELEKTŘINA [MIL·GW]	0.9,
C_{odpad} CENA ODPADU [TIS·T]	2.1,	C_{svoz} CENA SVOZU ODPADU [KČ·T]	5,
C_{penale} PENALIZAČNÍ CENA ZA NEDODANÍ TEPLA [MIL·TJ]	0.1		
$K_{SKO,max}$ MAXIMÁLNÍ KAPACITA SPALOVNY [KT/ROK]	100,	$K_{SKO,min}$ MINIMÁLNÍ KAPACITA SPALOVNY [KT/ROK]	35.
K_{tep} ROČNÍ KAPACITA TEPLÁRNY [KT]	200	η ÚČINNOST TEPLÁRNY [%]	0.9
LHV_{uhli} VÝHŘEVNOST UHLÍ [TJ/T]	0.0165	C_{uhli} CENA UHLI [TIS·T]	0.8,

Generování scénářů:

$P(S)$	PRAVDĚPODOBNOST SCÉNÁŘŮ NORMOVÁNÍ CELKOVÉ PRAVDĚPODOBNOSTI	$P(S) = R(0, 1),$ $P(S) = P(S) / \text{SUM}(SS, P(SS)),$
$X_{POP}(T, S)$	SCÉNÁŘOVÁ POPTÁVKA TEPLA	$X_{POP}(T, S) = POP(T) + N(0, 20),$
$X_{POPEL}(T, S)$	SCÉNÁŘOVÁ POPTÁVKA ELEKTŘINY	$X_{POPEL}(T, S) = POPEL(T) + N(0, 10).$

- ÚČELOVÁ FUNKCE

$$Z = \sum_S P(S) \cdot \left(I(S) - \sum_T (CF_{SKO}(T, S) + CF_{tep}(T, S) - C_{penale} \cdot Y_{penale}(T, S)) \right)$$

- OMEZENÍ PRO POPTÁVKU

$$X_{POP}(T, S) = Y_{GTS}(T, S) + Y_{GTT}(T, S) + Y_{penale}(T, S),$$

- INVESTICE

$$I(S) = 102.06 \cdot \hat{K}_{SKO}(S)^{(0.6083)} + 86.751 \cdot \hat{K}_{SKO}(S)^{(0.6083)} + 2.5537 \cdot \hat{K}_{SKO}(S) + 106.84 + 9.324 \cdot \hat{K}_{SKO}(S) + 10.989 \cdot \hat{K}_{SKO}(S) + 0.1244 \cdot C_{svoz} \cdot \hat{K}_{SKO}(S)^{(1.4805)}$$

- CASH FLOW SKO

$$CF_{SKO}(T, S) = 0.001 \cdot C_{odpad} \cdot (X_{odpad}(T, S) - X_{odpad}^{>K_{SKO}}(T, S)) + C_{tep} \cdot Y_{GTS}(T, S) + C_{el} \cdot \hat{Y}_{GES}(T, S)$$

- OMEZENÍ PRO TOK ODPADU

$$\begin{aligned} K_{SKO}(S) &\geq K_{SKO,min} \cdot 1000/(HDM), \\ K_{SKO}(S) &\leq K_{SKO,max} \cdot 1000/(HDM), \\ \hat{K}_{SKO}(S) &= K_{SKO}(S) \cdot HDM/1000, \\ X_{odpad}(T, S) - X_{odpad}^{>K_{SKO}}(T, S) &\leq K_{SKO}(S), \end{aligned}$$

- POMĚR ROČNÍCH KAPACIT JEDNOTEK

$$POM(S) = \frac{K_{SKO,rok}(S)}{K_{tep,rok}},$$

- UMOŽNĚNÍ VÝROBY MENŠÍ NEŽ JE DOHODNUTÉ MNOŽSTVÍ

$$Y_{GTS}(T, S) \leq \hat{Y}_{GTS}(T, S),$$

- PODMÍNKY NEANTICIPATIVNOSTI PRO K_{SKO} A Tedy I PRO $I(S)$, KDY $S = 1, \dots, s-1$, KDE s JE MNOŽSTVÍ SCÉNÁŘŮ.

$$KS(S) = KS(S+1),$$

$$I(S) = I(S+1),$$

- MODEL SKO S DOSAZENOU VLASTNÍ SPOTŘEBOU TEPLA

$$\begin{aligned} Y_{GES}(T, S) &= 0.057274 \cdot X_{odpad}(T, S) \cdot LHV_{odpad}(T, S) - 0.0463437 \cdot (Y_{GTS}(T, S) + \\ &+ (0.02 \cdot Y_{GTS}(T, S) - 0.000116 \cdot \widehat{HDM}) \cdot POM(S)) - 0.000141191 \cdot \widehat{HDM}, \end{aligned}$$

- VLASTNÍ SPOTŘEBA ELEKTRICKÉ ENERGIE SKO

$$\begin{aligned} Y_{VSSE}(T, S) &= (0.01 \cdot X_{odpad} \cdot LHV_{odpad}(T, S) + 0.000152 \cdot \widehat{HDM}) \cdot POM(S), \\ \hat{Y}_{GES}(T, S) &= Y_{GES}(T, S) - Y_{VSSE}(T, S), \end{aligned}$$

- CASH FLOW TEPLÁRNA

$$CF_{tep}(T, S) = -0.001 \cdot C_{uhli} \cdot X_{uhli}(T, S) + C_{tep} \cdot Y_{GTT}(T, S) + C_{el} \cdot \hat{Y}_{GET}(T, S),$$

- OMEZENÍ PRO TOK UHLÍ

$$\begin{aligned} \hat{K}_{tep} &= K_{tep} \cdot 1000/HDM, \\ K_{tep} &\leq \hat{K}_{tep}, \end{aligned}$$

- MODEL TEPLÁRNY S DOSAZENÍM VLASTNÍ SPOTŘEBY TEPLA

$$\begin{aligned} Y_{GET}(T, S) &= 0.03 \cdot X_{uhli}(T, S) \cdot LHV_{uhli}(T, S) \cdot \eta - 0.02 \cdot (Y_{GTT}(T, S) + \\ &+ 0.02 \cdot Y_{GTT}(T, S) - 0.000116 \cdot \widehat{HDM}) - 0.000631 \cdot \widehat{HDM}, \end{aligned}$$

- VLASTNÍ SPOTŘEBA ELEKTRICKÉ ENERGIE

$$\begin{aligned} Y_{VSTE}(T, S) &= 0.01 \cdot X_{uhli}(T, S) \cdot LHV_{uhli}(T, S) \cdot \eta + 0.000152 \cdot \widehat{HDM}, \\ \hat{Y}_{GET}(T, S) &= Y_{GET}(T, S) - Y_{VSTE}(T, S), \end{aligned}$$

Dále uvedeme opět výpis výsledků programu GAMS.

5.9. 9.MODEL: SCÉNÁŘOVÝ MODEL PRO SPOLEČNÉ POKRYTÍ POPTÁVKY

EXECUTION

```

--- VARIABLE Z.L    = 2587.206
--- VARIABLE I.L
S01 2669.003, S02 2669.003
    PARAMETER P
S01 0.157,      S02 0.843
--- VARIABLE KS.L
S01 2916.667, S02 2916.667
    VARIABLE POMKS.L
S01 35.000,    S02 35.000
--- VARIABLE CCFS.L
S01 86.302,    S02 97.618
    VARIABLE CCFT.L
S01 149.876,  S02 150.112
--- VARIABLE CFS.L  VARIABLE CFT.L
      S01      S02      S01      S02
1     5.273    10.726    15.704   15.704
2     8.758     6.791    15.704   15.704
3     6.784     5.563    15.704   15.704
4     6.774    10.543    15.704   15.704
5     3.888     8.346    14.649   14.417
6    10.874     9.822     3.436    2.882
7    11.161    10.307     3.902    3.919
8     4.710     9.752     5.262    7.019
9     5.041     5.960    12.698   11.944
10    10.195    7.634    15.704   15.704
11    7.853     7.382    15.704   15.704
12    4.990     4.792    15.704   15.704

```

5. MATEMATICKÉ MODELÝ

—	PARAMETER XO		VARIABLE XU.L		PARAMETER XPOP	
	S01	S02	S01	S02	S01	S02
1	1493.945	3425.235	16666.667	16666.667	480.819	489.708
2	2582.880	1866.073	16666.667	16666.667	422.371	376.889
3	1840.402	1644.376	16666.667	16666.667	454.785	426.268
4	2006.113	3462.634	16666.667	16666.667	301.879	331.484
5	1193.019	2438.606	15761.122	15562.177	212.154	222.905
6	3870.586	2664.437	6139.855	5664.861	91.836	84.920
7	3850.499	3192.232	6539.349	6554.059	97.652	97.866
8	1375.872	2839.831	7706.618	9214.270	98.131	134.656
9	1458.773	1719.232	14086.857	13440.583	192.181	185.530
10	2923.839	2252.085	16666.667	16666.667	300.619	296.744
11	2034.498	2010.745	16666.667	16666.667	336.490	371.677
12	1378.170	1431.693	16666.667	16666.667	460.793	461.207
—	VARIABLE YGTS.L		VARIABLE YGTT.L			
	S01	S02	S01	S02		
1	15.824	30.000	215.094	215.094		
2	24.698	21.278	215.094	215.094		
3	21.625	15.628	215.094	215.094		
4	18.974	30.000	215.094	215.094		
5	10.244	23.891	201.910	199.014		
6	30.000	30.000	61.836	54.920		
7	30.000	30.000	67.652	67.866		
8	13.485	28.060	84.646	106.596		
9	14.646	17.404	177.535	168.126		
10	30.000	21.517	215.094	215.094		
11	26.521	23.407	215.094	215.094		
12	15.524	13.224	215.094	215.094		

5.9. 9.MODEL: SCÉNÁŘOVÝ MODEL PRO SPOLEČNÉ POKRYTÍ POPTÁVKY

	VARIABLE YGES.L		VARIABLE YGET.L	
	S01	S02	S01	S02
1	0.046	0.698	2.584	2.584
2	0.059	0.054	2.584	2.584
3	0.055	0.046	2.584	2.584
4	0.051	0.488	2.584	2.584
5	0.038	0.058	2.450	2.420
6	0.868	0.270	1.021	0.951
7	1.197	0.218	1.081	1.083
8	0.043	0.064	1.254	1.478
9	0.044	0.048	2.201	2.105
10	0.090	0.054	2.584	2.584
11	0.062	0.057	2.584	2.584
12	0.046	0.042	2.584	2.584

	VARIABLE POMYGES.L		VARIABLE YPENALE.L	
	S01	S02	S01	S02
1	0	0.612	249.902	244.614
2	0	0	182.579	140.517
3	0	0	218.067	195.546
4	0	0.408	67.811	86.390
5	0	0	0	0
6	0.776	0.197	0	0
7	1.096	0.146	0	0
8	0	0	0	0
9	0	0	0	0
10	0.023	0	55.525	60.134
11	0	0	94.875	133.177
12	0	0	230.176	232.889

— VARIABLE POMYGET.L

(ALL 0.000)

Z výpisu vidíme, že střední hodnota ročního příjmu kombinovaného provozu SKO a teplárny je 81.797 [mil.Kč], kdy příčinou malého zisku jsou opět velké pokuty za nepokrytí poptávky, které jsou pro $S01 = 164.840$ a pro $S02 = 163.990$, což znamená pokutu ve výši 164.123 [mil.Kč]. Návratnost by byla v tomto případě 32.6 let.

Východiskem z této situace by bylo opět zahrnutí další energetické jednotky do modelu pro pokrytí poptávky. Za předpokladu přidání další jednotky do modelu, a použití celkového zisku na splacení investic do SKO by návratnost klesla na 10.85 let s $ROR = 1.21\%$.

6. Závěr

V průběhu práce, dříve než jsem mohl uvést posloupnost modelů, bylo nezbytné definovat potřebné pojmy, dále popsat technologický princip SKO a teplárny spolu s jejich matematickým popisem.

V kapitole 2 jsem uvedl vybrané pojmy z oblasti regresní analýzy (2.1.2) a optimalizace, ve které jsem uvedl nutné a dostačující podmínky řešitelnosti optimalizační úlohy a také zavedl scénářovou úlohu (2.3.4) využitou při řešení stochastických úloh (5.8) v (5.9). V kapitole 3, jsem dále uvedl základní princip funkce energetických jednotek s následným využitím regresních modelů pro vytvoření matematického popisu energetické bilance SKO, (3.1) a (3.2). V kapitole 4 jsem popsal jednotlivé odhady počátečních investic a následných provozních nákladů SKO. Za účelem možnosti vyhodnocení projektu jsem také uvedl základní investiční kritéria (4.3) pro rozhodnutí o možné realizaci projektu. V poslední kapitole 5 jsem se zabýval hlavním cílem této práce a to posloupností matematických modelů, jejich finanční bilanci a posouzením samotné realizovatelnosti modelů.

První část kapitoly 5 se zabývá základními modely SKO a teplárny, tj. modely (5.1) až (5.7), s cílem kombinované výroby tepla za účelem pokrytí poptávky (4.1). Pro výsledný model (5.7) vychází, že optimální volba roční zpracovatelské kapacity SKO je 35 [kt]. Pro danou volbu pak čistý společný zisk jednotek je po odečtení pokuty 155.460 [mil.Kč] za nedodané teplo 91.152 [mil.Kč]. V tomto případě, kdy by se celý zisk použil na splacení počáteční investice, by návratnost projektu činila 29.2 let, což o víc jak 5 let přesahuje samotnou životnost jednotek a ROR by byla -18% . Celý tento problém byl zapříčiněn příliš velkými ročními penalizacemi. Možným a nejreálnějším řešením by bylo upravení parametru teplárny nebo naopak přidání další energetické jednotky do modelu. Tímto krokem by se pokryla během roku celá poptávka po teple a navíc by celková finanční bilance stoupla na 402.073 [mil.Kč], což by znamenalo návratnost investic za 6.63 let, a tedy i následnou realizací celého projektu.

Druhá část kapitoly, tj. modely (5.8) a (5.9), se zaměřila na zahrnutí náhodnosti vstupních parametrů poptávky, množství odpadu a jeho různé výhřevnosti. Za tímto účelem se předchozí modely transformovaly na scénářovou úlohu (2.26) pomocí neanticipativních omezení. Výsledkem byla volba roční kapacity $X_{SKO,rok} = 35$ [kt] s ročním ziskem 81.797 [mil.Kč], který byl opět ovlivněn pokutami ve výši 164.123 [mil.Kč]. Podobně jako v předchozí úvaze by návratnost investic byla nepřijatelných 32.6 let. Možným řešením by bylo do modelu opět zahrnout další energetické jednotky. Problém by však mohl nastat v letních měsících, kdy je poptávka po teple nejmenší. Za úvahu by proto stálo do modelů zahrnout možnost vypnutí jednotky nebo její odstavení za účelem provedení plánovaných oprav (viz. (4.1.2)).

Jednou z možností, jak matematicky popsat vypnutí jednotky je zavedení do již existující optimalizační úlohy další optimalizační úlohy, vycházející z Karush-Kuhn-Tuckerových podmínek (2.2.18) a (2.2.19), kdy by klíčovou proměnou rozhodující o vypnutí jednotky bylo množství spáleného paliva pro výrobu tepla. Inspirací pro další výzkum v této oblasti mohou být ideje [13]. Závěrem poznamenejme, že výsledky byly názorně prezentovány pro dva scénáře, ale realizovány byly i výpočty pro množinu s 10, 20, 30 a 40 scénáři, kdy se následně už pro větší množiny scénářů začala projevovat nestabilita výpočtu.

Literatura

- [1] Bednář J. *Aplikovaná statistika v průmyslu*. 2012.
- [2] Skydanek L. *W2E v2: manuál k softwaru*. 2014.
- [3] Kříž O. Neubauer J., Sedlačík M. *Základy statistiky*. GRADA, 2012.
- [4] Karpíšek Z. *Statistická analýza: Přehledový učební text pro doktorské studium*. 2008.
- [5] Zvára K. *Regrese*. MATFYZPRESS, 2008.
- [6] Anděl J. *Matematická statistika*. SNTL, 1985.
- [7] Popela P. *Stochastic programming*. Malta: University of Malta, Faculty of Science, 2004.
- [8] Tichý Z. Škrášek J. *Matematická analýza*. SNTL, 1986.
- [9] Serali H.D. Bazaraa M.S., Jarvis J.J. *Linear Programming and Network Flows*. Wiley, 4th edition, 2010.
- [10] Louveaux F. Birge J.R. *Introduction to Stochastic Programming*. Springer, 2nd edition, 2011.
- [11] Štěpán J. Dupačová J., Hurt J. *Stochastic Modeling in Economics and Finance*. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [12] Kaut M. *Scenario tree generation for stochastic programming : cases from finance*. PhD thesis, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, 2003.
- [13] Stehlík P. Popela P. Touš M., Pavlas M. Effective biomass integration into existing combustion plant. *Energy*, 36(8):4654–4662, 2011.
- [14] Ucekaj V. *Analýza možností nakládání s komunálními odpady v rámci mikroregionu*. PhD thesis, Vysoké Učení Technické v Brně, 2010.

Seznam použitých zkratek a symbolů

C_{tep}	Cena tepla [mil·TJ/h]
C_{el}	Cena elektřina [mil·GW]
C_{odpad}	Cena odpadu [tis·t],
C_{svoz}	cena svozu odpadu [Kč·t],
C_{penale}	penalizační cena za nedodání tepla [mil· TJ]
$K_{SKO,max}$	Maximální kapacita spalovny [kt/rok]
$K_{SKO,min}$	Minimální kapacita spalovny [kt/rok]
K_{tep}	roční kapacita teplárny [kt]
η	účinnost teplárny [%]
LHV_{uhli}	výhřevnost uhlí [TJ/t]
C_{uhli}	Cena uhlí [tis·t]
X_{odpad}	je množství spáleného odpadu v [t/měsíc]
\hat{X}_{SKO}	je pomocná proměnná pro X_{SKO}
$X_{odpad}^{>K_{SKO}}$	je množství odpadu nad kapacitou X_{SKO} [t]
X_{tep}	roční kapacita teplárny
\hat{X}_{tep}	pomocná proměnná pro X_{tep}
LHV_{odpad}	výhřevnost odpadu v [TJ/t]
LHV_{uhli}	výhřevnost uhlí v [TJ/t]
Y_{GES}	vygenerovaná elektrická energie spalovny v [GW]
Y_{GTS}	množství tepla v [TJ/měsíc], které bylo dohodnuté dodat
\hat{Y}_{GTS}	pomocná proměnná pro Y_{GTS}
Y_{GET}	vygenerovaná elektrická energie teplárny [GW]
\hat{Y}_{GET}	pomocná proměnná pro Y_{GET}
Y_{GTT}	množství dodaného tepla teplárnou do sítě centrálního vytápění [TJ/měsíc]
Y_{VSTE}	vlastní spotřeba elektřiny teplárny v [GW]
Y_{VSSE}	vlastní spotřeba elektřiny spalovny v [GW]
Y_{penale}	množství nedodaného tepla pro pokrytí poptávky,

Přílohy

6.1. Zdrojový kód pro 7.model: Společné pokrytí po- ptávky

```

SET T0 /0* 12/,T(T0) CAS INTERVAL /1* 12/;
SCALAR CT CENA TEPLA [MIL] ZA TJ/H /0.135/, CE CENA ELEKTRIN[MIL] ZA
GWH /0.9/,
CP CENA PENALE /0.15/,
* -----SPALOVNA-----
CO CENA ODPADU[TIS KC/T] /2.1/, CSVOZ CENA SVOZ ODPADU /5/,
KSMAX KS MAXIMAL [KT/ROK]/100/,KSMIN KS MINIMAL [KT/ROK] /35/,
* -----TEPLARNA-----
CU CENA UHLI [TIS KC/T] /0.8/, LHVUVYHREVNOST UHLI [TJ/T] /0.0165/,
KT KAPACITA KOTLE TEPLARNY [KT/ROK] /200/,ETA UCINNOST TEPLARNY /0.9/,
* -----POMOCNE PROMENNE -----
H HODINY /1/,D DEN /1/, M MESIC /12/,
HH HODINY /24/,DD DEN/30/, MM MESIC /1/;
PARAMETERS
* POPTAVKA PO TEPLE TJ/JEDNOTKU(MESIC)
XPOP(T)/1 465.7,2 405.5,3 412.8,4 298.5,5 186.8,6 116.8,7 113.9,8 109.0,9 199.8,10
299.2,11 371.7,12 467.1/,
* POPTAVKA PO ELEKTRICKE ENERGII GW/JEDNOTKA(MESIC)
XPOPEL(T)/1 40.1,2 41.1,3 45.5,4 26.0,5 23.6,6 27.1,7 43.9,8 43.6,9 46.0,10
45.2,11 42.9,12 41.9 /,
* MNOZSTVI ODPADU T/JEDNOTKU(MESIC)
XO(T),
* VYHREVNOST ODAPDU TJ/T
LHVO(T),
* PREDEM DOHODNUTA DODAVKA TEPLA TJ/JEDNOTKU(MESIC)
POMYGTS(T);
* -----GENEROVANE HODNOTY -----
* NÁHODNE GENEROVANE MNOZSTVI ODPADU POMOCI ROVNOMER-
NEHO ROZDELENI T/JEDNOTKU(MESIC)
XO(T)=UNIFORM(1000,3876);
* NÁHODNE GENEROVANA VYHREVNOST ODAPDU POMOCI NORMAL-
NIHO RODELENI
LHVO(T)=NORMAL(0.01,0.001);
POMYGTS(T)=30;
* Z UCELOVA FUNKCE
VARIABLES Z;

```

* CFS(T),	CASH FLOW SPALOVNA
* CFS(T),	CASH FLOW SPALOVNA
* KS,	KAPACITA SPALOVNY
* POMKS,	POMOCNA PROMENA NA KAPICITU SPALOVNY
* I,	INVESTICE DO SPALOVNY
* YGTS(T),	GENEROVANE TEPLA SPALOVNA TJ/JEDNOTKU(MESIC)
* YGES(T),	GENEROVANA ELEKTRINA SPALOVNA GW
* YPENALTEP(T),	MNOZSTVI NEDODANEHO TEPLA
* XONAD(T),	MNOZSTVI ODPADUM NAD KAPACITU KOTLE
* YPENALE(T),	MNOZSTVI NEDODANEHO TEPLA
* YVSSE(T),	VLASTNI SPOTREBA ELEKTRINY
* POMYGES(T),	POMOCNA PROMENA ZA YGES
* POM;	POMER KAPACIT SPALOVNY A TEPLARNY
* CFT(T),	CASH FLOW TEPLARNA
* POMKT	POMOCNA PROMENA PRO PREPOCET KAPACITY KOTLE
* XU(T),	MNOZSTVI UHLI
* YGTT(T),	GENEROVANE TEPLA TEPLARNA
* YGET(T),	GENEROVANA ELEKTRINA TEPLARNA
* POMYGET(T)	POMOCNA PROMENNA PRO GENEROVANI ELEKTRINY
* YVSTE(T)	VLASTNI SPOTREBA ELEKTRICKE ENERGIE
* CCFS,	CELKOVIY CASH FLOW SPALOVNY
* CCFT,	CELKOVIY CASH FLOW TEPLARNY
* POKUTA	CELKOVA POKUTA ZA TEPLA

POSITIVE VARIABLES YPENALE(T), POMXPOPEL(T), YPENALEEL(T),
* _____SPALOVNA _____

CFS(T), KS, POMKS, I, YGTS(T), P OMYGES(T), YGES(T), XONAD(T),
YVSSE(T), POM,

* _____TEPLARNA _____

CFT(T), POMKT, XU(T), YGET(T), POMYGET(T), YVSTE(T), YGTT(T),

* _____OSTATNI _____

ROZDILXO(T), CCFS, CCFT, POKUTA;

* UCELFCFCE,	OMEZENI UCELOVE FCE
* OMEZCFS,	OMEZENI CASH FLOW SPALOVNY
* INVESTICE,	DEFINOVANI IVESTICE DO SPALOVNY
* POPTAVKA,	DEFINOVANI DODRZENI POPTAVKY
* OMEZKD,	DOLNI OMEZENI KOTLE SPALOVNY
* OMEZKH,	HORNI OMEZENI KOTLE SPALOVNY
* KSINVES,	POMOCNA PROMENNA PRO KAPACITU SPALOVNY
* OMEZTOKODPAD,	MNOZSTVI ODPADU MUSI BYT MENSI NEZ KAPACITA
* BILANCESPAL,	LINEARNI REGRESE SPALOVNY
* VLSTSPOTSPAEL,	VLASTNI SPOTREBA SPLAOVNY ELEKTRINA

6.1. ZDROJOVÝ KÓD PRO 7.MODEL: SPOLEČNÉ POKRYTÍ POPTÁVKY

- * VLSPOMEZSPAL, OMZENI PRO TEPELNOU BILNACI
- * POMERKAP, POMER KAPACITY SPALOVNY A TEPLARNY
- * OMEZPOPTAVKA UMOZneni VYROBIT MENE TEPLA NEZ DOHODNUTA DODAVKA

EQUATIONS UCELFCFE, POPTAVKATEP,POPTAVKAEL,OMEZPOPEL,

* -----SPALOVNA -----

OMEZCFS, INVESTICE, OMEZKD, OMEZKH, KSINVES, OMEZTOKODPAD,BILANCESPAL,

VLSTSPOTSPALEL,VLSPOMEZSPAL,POMERKAP,OMEZPOPTAVKA,

* -----TEPLARNA -----

OMEZCFT, OMEZKT, OMEZTOKUHLI, BILANCETEP, VLSTSPOTTPEPEL, VLSPOMEZTEP,

* -----OSTATNI -----

ROZDILODPADU,TOKSPALOVNY,TOKTEPLARNY,OMEZPOKUTA;

* UCELOVA FUNKCE

UCELFCFE.. $Z=E=I-\text{SUM}(T,CFS(T)+CFT(T)-CP*YPENALE(T));$

* POPTAVKA TEPLA

POPTAVKATEP(T).. $XPOP(T)=E=YGTS(T)+YGTT(T)+YPENALE(T);$

* POPTAVKA ELEKTRICKA ENERGIE

OMEZPOPEL(T).. $POMXPOPEL(T)=E=XPOPEL(T);$

POPTAVKAEL(T).. $POMXPOPEL(T)=E=POMYGES(T)+POMYGET(T) + YPENALEEL(T);$

* -----SPALOVNA -----

* INVESTICE DO SPALOVNY, POCATECNI ODHAD, POMKS V [KT/ROK]

INVESTICE.. $I=E=102.06*POMKS* * (0.6083)+86.751*POMKS* * (0.6083) + 2.5537*POMKS + 106.84+9.324*POMKS+10.989*PO-$

MKS+

$+0.1244*CSVOZ*POMKS* * (1.4805);$

* CASH FLOW SPALOVNA [MIL]

OMEZCFS(T).. $CFS(T)=E=0.001*CO*(XO(T)-XONAD(T))+CT*(YGTS(T))+ +CE*(POMYGES(T));$

* OMEZENI VELIKOSTI KOTLE v [KILOTUNÁCH ZA ROK]

OMEZKD.. $KS=G=KSMIN*1000/(H*D*M);$

OMEZKH.. $KS=L=KS MAX*1000/(H*D*M);$

KSINVES.. $POMKS=E=KS*(H*D*M)/1000;$

POMERKAP.. $POM=E=POMKS/KT;$

OMEZPOPTAVKA(T).. $YGTS(T)=L=POMYGTS(T);$

* MAXIMALNI MNOZSTVI ODPADU

OMEZTOKODPAD(T).. $XO(T)-XONAD(T)=L=KS$;

* LINEARNI REGRESE SPALOVNY - GES(T) v GW,XO v T/H,LHVO v TJ/T, GTS TJ/H————

BILANCESPAL(T).. $YGES(T)=E=0.0572742* XO(T)* LHVO(T)-0.0463437* (YGTS(T)+(0.02* YGTS(T)-0.000116* HH* DD* MM)* *POM)-0.000141191* HH* DD* MM$;

* VLASTNI SPOTREBA ELEKTRINY V GW/JEDNOTKA

VLSTSPOTSPAEL(T).. $YVSSE(T)=E=(0.01* XO(T)* LHVO(T)+0.000152* * HH* DD* MM)* POM$;

VLSPOMEZSPAL(T).. $POMYGES(T)=E=YGES(T)-YVSSE(T)$;

* —————TEPLARNA —————

* CASH FLOW TEPLARNA

OMEZCFT(T).. $CFT(T)=E=(-0.001* CU* XU(T)+CT* (YGTT(T))+ +CE* (POMYGET(T)))$;

* POMOCNE OMEZENI NA PREPOCET KAPACITY KOTLE DLE JEDNOTKY

OMEZKT.. $POMKT=E=KT* 1000/(H* D* M)$;

* MAXIMALNI MNOZSTVI UHLI

OMEZTOKUHLI(T).. $XU(T)=L=POMKT$;

* POPIS TEPLARNY+VLASTNI SPOTREBA TEPLA

BILANCETEP(T).. $YGET(T)=E=0.03* XU(T)* LHVU* ETA-0.02* (YGTT(T)+ +0.02* YGTT(T)-0.000116* HH* DD* MM)-0.000631* HH* DD* MM$;

* VLASTNI SPOTREBA ELEKTRINY V GW/JEDNOTKA

VLSTSPOTTEPEL(T).. $YVSTE(T)=E=0.01* XU(T)* LHVU* ETA+0.000152* *HH* DD* MM$;

VLSPOMEZTEP(T).. $POMYGET(T)=E=YGET(T)-YVSTE(T)$;

* —————OSTATNI PRO VYPIS —————

ROZDILODPADU(T).. $ROZDILXO(T)=E=XO(T)-XONAD(T)$;

TOKSPALOVNY.. $CCFS=E=SUM(T,CFS(T))$;

TOKTEPLARNY.. $CCFT=E=SUM(T,CFT(T))$;

OMEZPOKUTA.. $POKUTA=E=SUM(T,CP* YPENALE(T))$;

MODEL SPALOVNA / UCELFCPE, POPTAVKATEP, POPTAVKAEL, OMEZPOPEL,

* ———SPALOVNA ———

OMEZKD, OMEZKH, KSINVES, POMERKAP, OMEZPOPTAVKA, OMEZTOKODPAD, BILANCESPAL, OMEZCFS, INVESTICE, VLSTSPOTSPAEL, VLSPOMEZSPAL

6.2. ZDROJOVÝ KÓD PRO 9.MODEL: SCÉNÁŘOVÝ MODEL PRO SPOLEČNÉ POKRYTÍ POPTÁVKY

* —TEPLARNA—

OMEZCFT, OMEZKT, OMEZTOKUHLI, BILANCETEP, VLSTSPOTTEPEL,
VLSPOMEZTEP,

* —OSTATNI—

ROZDILODPADU, TOKSPALOVNY, TOKTEPLARNY, OMEZPOKUTA/;

* SOLVE TIME LIMIT

SPALOVNA.RESLIM = 2000;

SOLVE SPALOVNA MINIMIZING Z USING NLP;

DISPLAY Z.L, I.L, KS.L, POMKS.L, CFS.L, CFT.L, CCFS.L, CCFT.L,
XO, XONAD.L, ROZDILXO.L, XU.L, XPOP, YGTS.L, YGTT.L, XPOPEL,
POMXPOPEL.L, YPENALEEL.L, YGES.L, YGET.L, POMYGES.L, POMY-
GET.L, YVSSE.L, YVSTE.L, YPENALE.L, POKUTA.L;

6.2. Zdrojový kód pro 9.model: Scénářový model pro společné pokrytí poptávky

SET T0 /0* 12/,T(T0) CAS INTERVAL /1* 12/,S SCENARE /S01* S02/; ALIAS
(S,SS) ;

SCALAR CT CENA TEPLA [MIL] ZA TJ/H /0.135/, CE CENA ELEKTRIN[MIL] ZA
GWH /0.9/,

CP CENA PENALE/0.15/,

* —SPALOVNA—

CO CENA ODPADU[TIS KC/T] /2.1/, CSVOZ CENA SVOZ ODPADU /5/,

KSMAX KS MAXIMAL [KT/ROK] /100/,KSMIN KS MINIMAL [KT/ROK] /35/,

* —TEPLARNA—

CU CENA UHLI [TIS KC/T] /0.8/, LHVU VYHREVNOST UHLI [TJ/T] /0.0165/,

KT KAPACITA KOTLE TEPLARNY [KT/ROK]/200/,ETA UCINNOST TEPLARNY /0.9/,

* —POMOCNE PROMENNE —

H HODINY /1/,D DEN /1/, M MESIC /12/,

HH HODINY /24/,DD DEN /30/, MM MESIC /1/;

PARAMETERS

* POPTAVKA PO TEPLE TJ/JEDNOTKU(MESIC)

POP(T)/1 465.7,2 405.5,3 412.8,4 298.5,5 186.8,6 116.8,7 113.9,8 109.0,9 199.8,10
299.2,11 371.7,12 467.1/,

* POPTAVKA PO ELEKTRICKE ENERGII GW/JEDNOTKA(MESIC)

POPEL(T)/1 40.1,2 41.1,3 45.5,4 26.0,5 23.6,6 27.1,7 43.9,8 43.6,9 46.0,10
45.2,11 42.9,12 41.9 /,

* ZNAHODNENA POPTAVKA TEPLA A ELEKTRINY

XPOP(T,S),

XPOPEL(T,S),

* MNOZSTVI ODPADU T/JEDNOTKU(MESIC)

XO(T,S),

* VYHREVNOST ODAPDU TJ/T

LHVO(T,S),

* PREDEM DOHODNUTA DODAVKA TEPLA TJ/JEDNOTKU(MESIC)

POMYGTS(T,S),

* PRAVDEPODOBNOST SCÉNARU

P(S);

* -----GENEROVANE HODNOTY -----

* NÁHODNE GENEROVANE MNOZSTVI ODPADU POMOCI ROVNOMER-
NEHO ROZDELENI T/JEDNOTKU(MESIC)

XO(T,S)=UNIFORM(1000,3876);

* NÁHODNE GENEROVANA VYHREVNOST ODAPDU POMOCI NORMAL-
NIHO RODELENI

LHVO(T,S)=NORMAL(0.01,0.001);

* ZNAHODNENI REALNE POPTAVKY TEPLA A ELEKTRINY

XPOP(T,S)=POP(T)+NORMAL(0,20);

XPOPEL(T,S)=POPEL(T)+NORMAL(0,10);

* NORMOVANI PRAVDEPODOBNOSTI-POKUD BY BYLO POTREBA

P(S)=UNIFORM(0,1);

P(S)=P(S)/SUM(SS,P(SS));

POMYGTS(T,S)=30;

* Z UCELOVA FUNKCE

VARIABLES Z;

* CFS(T,S),	CASH FLOW SPALOVNA
* KS(S),	KAPACITA SPALOVNY
* POMKS(S),	POMOCNA PROMENA NA KAPICITU SPALOVNY
* I(S),	INVESTICE DO SPALOVNY
* YGTS(T,S),	GENEROVANE TEPLO SPALOVNA TJ/JEDNOTKU(MESIC)
* YGES(T,S),	GENEROVANA ELEKTRINA SPALOVNA GW
* YPENALTEP(T,S),	MNOZSTVI NEDODANEHO TEPLA
* XONAD(T,S),	MNOZSTVI ODPADU NAD KAPICITU KOTLE
* YPENALE(T,S),	MNOZSTVI NEDODANEHO TEPLA
* YVSSE(T,S),	VLASTNI SPOTREBA ELEKTRINY
* POMYGES(T,S),	POMOCNA PROMENA ZA YGES
* POM(S);	POMER KAPACIT SPALOVNY A TEPLARNY
* CFT(T,S),	CASH FLOW TEPLARNA
* POMKT	POMOCNA PROMENA PRO PREPOCET KAPATITY KOTLE
* XU(T,S),	MNOZSTVI UHLI
* YGTT(T,S),	GENEROVANE TEPLO TEPLARNA
* YGET(T,S),	GENEROVANA ELEKTRINA TEPLARNA
* POMYGET(T,S)	POMOCNA PROMENNA PRO GENEROVANI ELEKTRINY
* YVSTE(T,S)	VLASTNI SPOTREBA ELEKTRICKE ENERGIE
* CCFS(S),	CELKOVY CASH FLOW SPALOVNY
* CCFT(S),	CELKOVY CASH FLOW TEPLARNY
* POKUTA(S)	CELKOVA POKUTA ZA TEPLO

POSITIVE VARIABLES YPENALE(T,S), POMXPOPEL(T,S), YPENALEEL(T,S),

6.2. ZDROJOVÝ KÓD PRO 9.MODEL: SCÉNÁŘOVÝ MODEL PRO SPOLEČNÉ POKRYTÍ POPTÁVKY

* -----SPALOVNA -----

CFS(T,S), KS(S), POMKS(S), I(S), YGTS(T,S), POMYGES(T,S), YGES(T,S),
XONAD(T,S), YVSSE(T,S), POM(S), * -----TEPLARNA -----

CFT(T,S), POMKT, XU(T,S), YGET(T,S), POMYGET(T,S), YVSTE(T,S),
YGTT(T,S),

* -----OSTATNI -----

ROZDILXO(T,S),CCFS(S), CCFT(S),POKUTA(S);

* UCELFCE, OMEZENI UCELOVE FCE
 * OMEZCFS, OMEZENI CASH FLOW SPALOVNY
 * INVESTICE, DEFINOVANI IVESTICE DO SPALOVNY
 * POPTAVKA, DEFINOVANI DODRZENI POPTAVKY
 * OMEZKD, DOLNI OMEZENI KOTLE SPALOVNY
 * OMEZKH, HORNÍ OMEZENI KOTLE SPALOVNY
 * KSINVES, POMOCNA PROMENNA PRO KAPACITU SPALOVNY
 * OMEZTOKODPAD, MNOZSTVI ODPADU MUSI BYT MENSÍ NEZ JE KAPACITA
 * BILANCESPAL, LINEARNI REGRESE SPALOVNY, KOLIK VYROBI ELEKTRINY
 * VLSTSPOTSPAEL, VLASTNI SPOTREBA SPLAOVNY ELEKTRINA
 * VLSPOMEZSPAL, OMZENI PRO TEPELNOU BILNACI
 * POMERKAP, POMER KAPACITY SPALOVNY A TEPLARNY
 * OMEZPOPTAVKA UMOZNE NI VYROBIT MIN,NEZ DOHODNA DODAVKA

EQUATIONS UCELFCE, POPTAVKATEP, POPTAVKAEL, OMEZPOPEL,

* -----SPALOVNA -----

OMEZCFS, INVESTICE, OMEZKD, OMEZKH, KSINVES, OMEZTOKOD-
PAD, BILANCESPAL, VLSTSPOTSPAEL, VLSPOMEZSPAL, POMERKAP,
OMEZPOPTAVKA,

* -----TEPLARNA -----

OMEZCFT, OMEZKT, OMEZTOKUHLI, BILANCETEP, VLSTSPOTTPEL,
VLSPOMEZTEP,

* -----OSTATNI -----

ROZDILODPADU, TOKSPALOVNY, TOKTEPLARNY, OMEZPOKUTA, *

-----PRO SCENAROVY PRIPAD -----

NEANTICIPAT1, NEANTICIPAT2;

* UCELOVA FUNKCE

UCELFCE.. $Z=E=SUM(S,P(S)* (I(S)-SUM(T,CFS(T,S)+CFT(T,S)-CP* YPENALE(T,S))))$;

* POPTAVKA TEPLLO

POPTAVKATEP(T,S).. $XPOP(T,S)=E=YGTS(T,S)+YGTT(T,S)+YPENALE(T,S)$;

* POPTAVKA ELEKTRICKA ENERGIE

OMEZPOPEL(T,S).. $POMXPOPEL(T,S)=E=XPOPEL(T,S)$;

POPTAVKAEL(T,S).. $POMXPOPEL(T,S)=E=POMYGES(T,S)+POMYGET(T,S)+YPENALEEL(T,S)$;

* —————SPALOVNA —————
 * INVESTICE DO SPALOVNY, POČATEČNI ODHAD, POMKS V [KT/ROK]
 $INVESTICE(S).. I(S)=E=102.06* POMKS(S)* * (0.6083)+86.751* POMKS(S)*$
 $* (0.6083)+2.5537* POMKS(S) +106.84+9.324* POMKS(S)+10.989*$
 $* POMKS(S)+0.1244* CSVOZ* POMKS(S)* * (1.4805);$

* CASH FLOW SPALOVNA [MIL]
 $OMEZCFS(T,S).. CFS(T,S)=E=0.001* CO* (XO(T,S)-XONAD(T,S))+CT*$
 $* YGTS(T,S)+CE* POMYGES(T,S);$

* OMEZENI VELIKOSTI KOTLE v [KILOTUNÁCH ZA ROK]
 $OMEZKD(S).. KS(S)=G=KSMIN* 1000/(H* D* M);$
 $OMEZKH(S).. KS(S)=L=KSMAX* 1000/(H* D* M);$
 $KSINVES(S).. POMKS(S)=E=KS(S)* (H* D* M)/1000;$
 $POMERKAP(S).. POM(S)=E=POMKS(S)/KT;$
 $OMEZPOPTAVKA(T,S).. YGTS(T,S)=L=POMYGTS(T,S);$
 * MAXIMALNI MNOZSTVI ODPADU
 $OMEZTOKODPAD(T,S).. XO(T,S)-XONAD(T,S)=L=KS(S);$

* NEANTICIPATIVNI OMEZENI-PRO HERE-AND-NOW, ABY POČATEČNI ROZHODNUTI BYLO STAĽE STEJNE
 $NEANTICIPAT1(S)\$(ORD(S) LT CARD(S)).. KS(S) =E= KS(S+1);$
 $NEANTICIPAT2(S)\$(ORD(S) LT CARD(S)).. I(S) =E= I(S+1);$

* LINEARNI REGRESE SPALOVNY - GES(T) v GW,XO v T/H,LHVO v TJ/T, GTS TJ/H—————
 $BILANCESPAL(T,S).. YGES(T,S)=E=0.0572742* XO(T,S)* LHVO(T,S)-$
 $-0.0463437* (YGTS(T,S)+(0.02* YGTS(T,S)-0.000116* HH*$
 $DD* MM)*$
 $* POM(S))-0.000141191* HH* DD* MM;$

* VLASTNI SPOTREBA ELEKTRINY V GW/JEDNOTKA
 $VLSTSPOTSPALEL(T,S).. YVSSE(T,S)=E=(0.01* XO(T,S)* LHVO(T,S)+$
 $+0.000152* HH* DD* MM)* POM(S);$
 $VLSPOMEZSPAL(T,S).. POMYGES(T,S)=E=YGES(T,S)-YVSSE(T,S);$

* —————TEPLARNA —————
 * CASH FLOW TEPLARNA
 $OMEZCFT(T,S).. CFT(T,S)=E=(-0.001* CU* XU(T,S)+CT* YGTT(T,S)+$
 $+CE* POMYGET(T,S));$

* POMOCNE OMEZENI NA PREPOČET KAPACITY KOTLE DLE JEDNOTKY
 $OMEZKT.. POMKT=E=KT* 1000/(H* D* M);$

6.2. ZDROJOVÝ KÓD PRO 9.MODEL: SCÉNÁŘOVÝ MODEL PRO SPOLEČNÉ POKRYTÍ POPTÁVKY

```
* MAXIMALNI MNOZSTVI UHLI
OMEZTOKUHLI(T,S).. XU(T,S)=L=POMKT;

* POPIS TEPLARNY+VLASTNI SPOTREBA TEPLA
BILANCETEP(T,S).. YGET(T,S)=E=0.03* XU(T,S)* LHVU* ETA-
-0.02* (YGTT(T,S)+0.02* YGTT(T,S)-0.000116* HH* DD*
* MM)-0.000631* HH* DD* MM;

* VLASTNI SPOTREBA ELEKTRINY V GW/JEDNOTKA
VLSTSPOTTEPEL(T,S).. YVSTE(T,S)=E=0.01* XU(T,S)* LHVU* ETA+0.000152*
* HH* DD* MM;
VLSPOMEZTEP(T,S).. POMYGET(T,S)=E=YGET(T,S)-YVSTE(T,S);
* -----OSTATNI PRO VYPIS -----
ROZDILODPADU(T,S).. ROZDILXO(T,S)=E=XO(T,S)-XONAD(T,S);
TOKSPALOVNY(S).. CCFS(S)=E=SUM(T,CFS(T,S));
TOKTEPLARNY(S).. CCFT(S)=E=SUM(T,CFT(T,S));
OMEZPOKUTA(S).. POKUTA(S)=E=SUM(T,CP* YPENALE(T,S));
```

MODEL SPALOVNA /

UCELFCE, POPTAVKATEP, POPTAVKAEL, OMEZPOPEL,

* ---SPALOVNA ---

OMEZKD, OMEZKH, KSINVES, POMERKAP, OMEZPOPTAVKA, OMEZTO-
KODPAD, BILANCESPAL, OMEZCFS, INVESTICE, VLSTSPOTSPAEL,
VLSPOMEZSPAL

* ---TEPLARNA---

OMEZCFT, OMEZKT, OMEZTOKUHLI, BILANCETEP, VLSTSPOTTEPEL,
VLSPOMEZTEP,

* ---OSTATNI---

ROZDILODPADU, TOKSPALOVNY, TOKTEPLARNY, OMEZPOKUTA,

* SCENAROVE OMEZENI

NEANTICIPAT1, NEANTICIPAT2/;

* SOLVE TIME LIMIT

SPALOVNA.RESLIM = 2000;

SOLVE SPALOVNA MINIMIZING Z USING NLP;

DISPLAY Z.L, I.L, KS.L, POMKS.L, P, CFS.L, CFT.L, CCFS.L, CCFT.L, XO,
XONAD.L, ROZDILXO.L, XU.L, XPOP, YGTS.L, YGTT.L, YGES.L, YGET.L,
POMYGES.L, POMYGET.L, YPENALE.L, POKUTA.L;