

Česká zemědělská univerzita v Praze

Technická fakulta

Katedra vozidel a pozemní dopravy



Diplomová práce

**Empirické stanovení styčné plochy pneumatiky na
měkkém povrchu**

Ing. Tomáš Jiříčka

© 2022 ČZU v Praze

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Ing. Tomáš Jiříčka

Zemědělské inženýrství
Zemědělská technika

Název práce

Empirické stanovení styčné plochy pneumatiky na měkkém povrchu

Název anglicky

Empirical assessment of tyre contact area on soft surface

Cíle práce

Hlavním cílem práce je zhodnotit zásadní parametry nutné pro výpočet styčné plochy pneumatiky na měkkém povrchu s ohledem na individuální kombinaci tlaku huštění a zatížení. Na základě studia literárních zdrojů je dílčím cílem porovnání odlišných přístupů pro výpočet styčné plochy pneumatiky na půdním povrchu.

Metodika

Metodika:

1. Vypracování literární rešerše z vědecké literatury a dalších technických podkladů.
2. Metodika vybrání konkrétních terénních pneumatik, u nichž budou přehodnoceny provozní parametry s ohledem na zobecnění vztahu výpočtu styčné plochy pneumatiky s odkazem na platné zásady v oboru terramechanika.
3. Laboratorní měření bude spočívat v testování vybraných zemědělských pneumatik a vyhodnocení charakteristické změny velikosti styčné plochy pneumatiky v závislosti na změně zatížení a tlaku huštění.
4. V diskuzi bude proveden rozbor a zhodnocení získaných podkladů v kontextu současné technické úrovně zemědělských vozidel.
5. Závěrečná část práce bude obsahovat možná doporučení autora.

Doporučený rozsah práce

60

Klíčová slova

pneumatiky, deformace, tlak huštění, kontaktní tlak

Doporučené zdroje informací

Crolla D.A. Automotive Engineering: Powertrain, Chassis System and Vehicle Body. 1th. Ed. 850s. Butterworth-Heinemann 2009. ISBN: 978-3895783715.

Grečenko A. Vlastnosti Terénních Vozidel. 118s. VŠZ 1994. ISBN: 80-213-0190-2

Karafiath L.L., Nowatzki E.A. Soil Mechanics for Off-Road Vehicle Engineering. 1th Ed. 516s. Trans Tech Publications 1978. ISBN: 0-87849-020-5.

Wong J.Y. Terramechanics and Off-Road Vehicle Engineering, 2nd Ed: Terrain Behaviour, Off-Road Vehicle Performance and Design. 488s. Wiley 2009. ISBN: 978-0750685610

Wong J.Y. Theory of Ground Vehicles. 4th Ed. 592s. Wiley 2008. ISBN: 978-0470170380.

Předběžný termín obhajoby

2020/2021 LS – TF

Vedoucí práce

Ing. Patrik Prikner, Ph.D.

Garantující pracoviště

Katedra vozidel a pozemní dopravy

Elektronicky schváleno dne 17. 3. 2020

Ing. Martin Kotek, Ph.D.

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 10. 2. 2021

doc. Ing. Jiří Mašek, Ph.D.

Děkan

V Praze dne 23. 04. 2021

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma: „Empirické stanovení styčné plochy pneumatiky na měkkém povrchu“ vypracoval samostatně a použil jen pramenů, které cituji a uvádím v seznamu použitých zdrojů.

Jsem si vědom, že odevzdáním diplomové práce souhlasím s jejím zveřejněním dle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů, ve znění pozdějších předpisů, a to i bez ohledu na výsledek její obhajoby.

Jsem si vědom, že moje diplomová práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitní databázi a bude veřejně přístupná k nahlédnutí.

Jsem si vědom, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů, ve znění pozdějších předpisů, především ustanovení § 35 odst. 3 tohoto zákona, tj. o užití tohoto díla.

V Praze dne 31. března 2022

Tomáš Jiříčka

Poděkování

Touto cestou bych rád poděkoval vedoucímu této diplomové práce Ing. Patriku Priknerovi, Ph.D. za vstřícný přístup, kolegiální přístup při laboratorní činnosti a ochotu nápomoci při vypracování.

Empirické stanovení styčné plochy pneumatiky na měkkém povrchu

Abstrakt

Cílem této diplomové práce bylo vytvořit empirický vztah pro stanovení velikosti styčné plochy pneumatiky na měkkém povrchu v závislosti na velikosti zatížení a tlaku huštění pneumatiky ve vztahu eliminace negativního zhutnění půdy. Rešeršní část této diplomové práce popisuje negativní vlivy zemědělské mechanizace na půdní profil a následný efekt škodlivého zhutnění půdy. V další části je proveden rozbor parametrů, na základě kterých lze předpovědět míru potencionálního utužení půdního profilu, které způsobí přejezdy zemědělské techniky po půdním povrchu. Dále jsou popsány modely predikující průběhy napětí v půdním profilu a následně stupeň zhutnění půdy. Závěrečná část rešerše podává ucelený přehled metod umožňujících stanovení velikosti styčné plochy pneumatiky na měkkém povrchu. Experimentální část práce popisuje metodiku testování, laboratorní vybavení a následné vyhodnocení výsledků získaných velikostí styčných a stykových ploch dvou typů radiálních traktorových pneumatik pro nominální a individuální kombinace tlaku huštění a zatížení. Výsledky získané dle metodiky použité v experimentální části byly porovnány se standardizovanými údaji dle katalogu. Na základě provedených měření byl vytvořen empirický model umožňující stanovení velikosti styčné plochy pneumatiky na měkkém povrchu. Verifikace modelu byla provedena porovnáním získaných výsledků s katalogovými údaji výrobců. V diskusi jsou na základě dosažených výsledků presentována možná doporučení autora k dané problematice.

Klíčová slova: zemědělská pneumatika, zhutnění půdy, styčná plocha, tlak huštění, zatížení pneumatiky, střední kontaktní tlak

Empirical assessment of tyre contact area on soft surface

Abstract

The aim of this thesis was to develop an empirical relationship for determining the size of the tyre contact patch on a soft surface as a function of the load and inflation pressure in relation to the elimination of negative soil compaction. The research part of this thesis describes the negative effects of agricultural mechanization on the soil profile and the consequent effect of harmful soil compaction. In the next part, an analysis of the parameters is carried out to predict the degree of potential compaction of the soil profile caused by agricultural machinery traversing the soil surface. Furthermore, models predicting stress patterns in the soil profile and consequently the degree of soil compaction are described. The final part of the review gives a comprehensive overview of methods allowing the determination of the size of the tyre contact patch on a soft surface. The experimental part of the thesis describes the testing methodology, laboratory equipment and subsequent evaluation of the results obtained for contact and interface area sizes of two types of radial tractor tyres for nominal and individual combinations of inflation pressure and load. The results obtained according to the methodology used in the experimental part were compared with the standardized data according to the catalogue. On the basis of the measurements made, an empirical model was developed allowing the determination of the size of the tyre contact patch on a soft surface. Verification of the model was carried out by comparing the obtained results with the manufacturers' catalogue data. In the discussion, possible recommendations of the author on the given issue are presented on the basis of the obtained results.

Keywords: agricultural tyre, soil compaction, contact area, inflation pressure, tyre load, mean contact pressure

Obsah

1	Úvod	1
2	Rešerše na téma vliv pojezdového ústrojí na půdní povrch	2
2.1	Zhutnění půdy	2
2.2	Hodnotící kritéria zhutnění půdy	3
2.3	Modely predikce zhutnění půdy	5
2.3.1	Model SOCOMO	5
2.3.2	Model SoilFlex	7
2.3.3	Model FRIDA.....	9
2.3.4	Model R-SW.....	10
2.3.5	Model FEM	12
2.3.6	Model DEM.....	14
3	Styčná plocha pneumatiky	16
3.1	Styčná plocha pneumatiky na tvrdém povrchu	16
3.2	Styčná plocha pneumatiky na měkkém povrchu.....	22
3.3	Stanovení styčné plochy pneumatiky na tvrdém povrchu	27
3.4	Stanovení styčné plochy pneumatiky na měkkém povrchu	32
4	Cíl práce.....	35
5	Metodika a vzorky měření.....	36
5.1	Vzorky měření.....	36
5.2	Měřicí zařízení a postup měření	36
5.3	Metodika pro výpočet styčné plochy pneumatiky	38
5.3.1	Naměřená kontaktní styčná plocha na pevném povrchu	39
5.3.2	Naměřená kontaktní styčná plocha na měkkém povrchu	39
5.3.3	Výpočet styčné plochy na měkkém povrchu.....	40

6	Výsledky a diskuse.....	45
6.1	Vyhodnocení délky styčné plochy.....	45
6.2	Vyhodnocení styčné plochy na měkkém povrchu	50
6.3	Diskuse	54
7	Závěr.....	57
8	Seznam použitých zdrojů	59

Nomenklatura

Veličiny:

AR	profilové číslo (angl. Aspect Ratio), (-)
a'	součinitel poměrného prodloužení vyjadřující poměrnou změnu r_{sx} v závislosti na diferenci odvalených obvodů pneumatiky, (-)
b, b_t	šířka styčné plochy, (cm)
b_{tTP}	naměřená šířka styčné plochy, (cm)
b'_{tTP}	vypočtená šířka styčné plochy, (cm)
b_0, b_{tC}	jmenovitá šířka profilu pneumatiky, (cm)
b_{tTP}	šířka dezénu pneumatiky, (cm)
c	koeficient zohledňující druh zeminy při výpočtu styčné plochy, (-)
c'	koeficient zohledňující přepočet poloměru r_1 , (cm)
C	normálová tuhost bočnice, (kN/cm)
C_M	maximální tuhost bočnice, (kN/cm)
C_N	nominální tuhost bočnice, (kN/cm)
D_{Stc}	průměr otisku styčné plochy, (cm)
D	stupeň zhutnění, (%)
d'	koeficient zohledňující vzdálenost šípů při nezatíženém a zatíženém stavu, (-)
d	jmenovitý vnější průměr pneumatiky, (cm)
d_t	vnější průměr pneumatiky, (cm)
E	modul pružnosti, (Pa)
f	deformace pneumatiky, (cm)
f_M	maximální deformace pneumatiky, (cm)
f_{M10}	maximální deformace pneumatiky při rychlosti 10 km/h, (cm)
f_{N30}	nominální deformace pneumatiky při rychlosti 30 km/h, (cm)
f_x	individuální deformace pneumatiky, (cm)
f_{x10}	individuální deformace pneumatiky při rychlosti 10 km/h, (cm)
f_p	poměrná deformace pneumatiky, (cm)
G	modul pružnosti ve smyku, (Pa)
g	gravitační zrychlení, (9,81 m/s ²)
h	výška profilu pneumatiky, (cm)
h'_t	změněná výška profilu pneumatiky při deformaci pneumatiky, (cm)
k	součinitel závislý na parametrech zeminy, (-)
k'_{PDM}	hodnota inverzní k plnosti dezénu, (-)

$l, a, L_1, L'_1, L_2, L'_2$	délka styčné plochy, (cm)
l_{TP}	vzdálenost šípů ve středové ose pneumatiky pro zatížený odvalený obvod, (cm)
l_0	vzdálenost šípů při nezatíženém stavu, (cm)
l_Z	vzdálenost šípů při zatíženém stavu, (cm)
n_T	počet párů šípů, (-)
O_0	volný obvod, (cm)
O_Z	zatížený odvalený obvod, (cm)
p_i	tlak huštění pneumatiky, (kPa)
q	kontaktní tlak, (kPa)
q_s	střední kontaktní tlak, (kPa)
r_0	katalogová hodnota statického poloměru pneumatiky, (cm)
r_s	statický poloměr pneumatiky, (cm)
r_{sm}	statický poloměr pneumatiky odpovídající maximální deformaci f_x snížený o výšku šípu, (cm)
r_{sx}	statický poloměr pneumatiky odpovídající maximální deformaci f_x , (cm)
S	styčná plocha pneumatiky, (cm ²)
S_j	velikost jmenovité styčné plochy pneumatiky, (cm ²)
S_T	velikost teoretické styčné plochy pneumatiky, (cm ²)
S_{tc}	naměřená velikost styčné plochy pneumatiky na tvrdém povrchu, (cm ²)
S'_{tc}	vypočtená velikost styčné plochy pneumatiky na tvrdém povrchu, (cm ²)
S_{TN}, S_{tn}	velikost styčné plochy pneumatiky pro jmenovité katalogové zatížení a odpovídající kombinaci tlaku huštění, (cm ²)
S_{Tx}	velikost individuální styčné plochy pneumatiky pro libovolnou kombinaci zatížení a tlaku huštění, (cm ²)
S_{ts}	naměřená velikost styčné plochy pneumatiky na měkkém povrchu, (cm ²)
S'_{ts}	vypočtená velikost styčné plochy pneumatiky na měkkém povrchu, (cm ²)
ΔS_{ts}	nárůst plochy v přední a zadní části otisku dezénu na měkkém povrchu, (cm ²)
$S_{ts 0.5}$	nárůst plochy v přední části otisku dezénu na měkkém povrchu, (cm ²)
$S_{ts KPD}$	nárůst plochy v zadní části otisku dezénu na měkkém povrchu, (cm ²)
t	výška šípu, (cm)
W	zatížení pneumatiky, (kg)
$W_{N10/30}$	nominální katalogové hodnoty zatížení pro rychlosti 10 a 30 km/h, (kg)
Z	hloubka stopy, (cm)
α_A	poměr skutečné a jmenovité velikosti styčné plochy, (-)

α_w	poměr skutečného a jmenovitého zatížení pneumatiky, (-)
β	koeficient elipticky styčné plochy, (-)
γ	sklon trendu lineární závislosti, (-)
ε_d	koeficient deformace pneumatiky, (-)
ν	standardní poměr mezi hodnotami skutečné šířky dezénu b_{tTP} a hodnotě uvedené v katalogu pneumatik b_{tC} , (-)
ρ_d	objemová hmotnost suchá (redukována), (kg/m ³)
$\rho_{d,p}$	objemová hmotnost standardizovaná, (kg/m ³)
σ	normálové napětí v půdě, (kPa)
τ	smykové napětí, (kPa)
N	měrný objem při $p = 1$ kPa
λ_n	index komprese, (-)
κ	index rekomprese, (-)
ν	Poissonův poměr, (-)
χ	koeficient zohledňující potenciální navýšení délky styčné plochy, (-)
ψ	koeficient deformace, (-)

1 Úvod

Systémy moderního zemědělství v globálním měřítku čelí mnoha novým výzvám. Jednak je nutné zajistit potravinové potřeby pro stále se zvyšující celosvětovou populaci a současně eliminovat negativní aspekt výrazného úbytku výměry zemědělské a zejména orné půdy.

V souvislosti s využíváním strojů v zemědělství se od počátku 60. let minulého století začaly objevovat požadavky na zlepšení jejich technických parametrů, jako jsou trakce, výkon nebo průjezdnost v terénu, hospodárnost a šetrnost k obdělávané půdě. V 50. letech minulého století se do zemědělství postupně aplikovaly výsledky armádního výzkumu dynamiky vozidel v terénu z USA a SSSR (Söhne, 1958), (Ivanov, 1950), (Knoroz, 1956), (Bekker, 1962).

Ve druhé polovině minulého století vznikl technický obor, který se jmenuje Teramechanika. Tato vědní disciplína se zabývá:

- Styčnou plochou pneumatiky s povrchem
- Zhutněním půdy
- Záběrem pneumatik
- Valivými odpory
- Prokluzem pneumatiky

Zkoumání těchto jevů je důležité pro optimální přenos výkonu motoru na trakci celé mechanizované soupravy.

Rozměr a typ pneumatiky ovlivňují valivé odpory, prokluz a velikost styčné plochy. Jedná se o dva významné faktory, které ovlivňují trakci vozidel a rozsah utužení půdy. Utužení půdy a průběh napětí v půdě jsou ovlivněny fyzikálními vlastnostmi půdy a dále velikostí zatížené styčné plochy pneumatiky, která vytváří kontaktní tlak na půdu.

2 Rešerše na téma vliv pojezdového ústrojí na půdní povrch

2.1 Zhutnění půdy

Z pedologického hlediska a mechaniky zemin lze stav zhutnění půdy popsat změnou půdní struktury, velikosti pórů a jejich přerozdělení. Změna specifických fyzikálních parametrů půdy definuje rozsah a stupeň zhutnění půdního profilu (Soane et al., 1980), (Koolen A.J. a Kuipers H., 1986).

Základním parametrem, který definuje změnu fyzikálního stavu půdy, je objemová hmotnost, která souvisí se stavem biologické aktivity a úrodnosti půdy. Změny objemové hmotnosti jsou zkoumány v případě hodnocení negativních dopadů zemědělských strojů na půdní povrch (Guskov V. et al., 1988), (Kulyashov A.P. a Kolotilin V.E., 1993).

Struktura a objemová hmotnost půdy ovlivňují růst plodin. Pokud jde o růst plodin, existuje optimální kompaktnost půdy, nad nebo pod kterou se růst a výnos plodin sníží. Ztráta výnosů v důsledku nadměrného zhutnění půdy je výsledkem snížené možnosti růstu kořenů a špatného provzdušňování půdy. Ztráty výnosů v důsledku nedostatečného zhutnění půdy jsou obecně spojeny se sníženým transportem vody a živin ke kořenům. Optimální objemová hmotnost půdy závisí na vnitřních vlastnostech půdy, jako je struktura a obsah půdní organické hmoty, ale může se lišit pro různé plodiny a klimatické podmínky. Sypná hustota (nebo pórovitost) je parametr, který se obvykle používá k popisu kompaktnosti půdy. Pokud je půda zhutněna, objemová hustota se zvyšuje a pórovitost odpovídajícím způsobem klesá. Absolutní hodnoty objemové hustoty jsou však nevhodné pro charakterizaci kompaktnosti půdy s ohledem na výnos plodiny při srovnání různých půd, protože optimální a kritické limity objemové hustoty pro růst plodin silně závisí na typu půdy, to znamená, že různé hodnoty objemové hustoty jsou optimální pro různé typy půd. Sypná hustota, která indikuje stav optimálního zhutnění v jednom typu půdy, může představovat nedostatečné zhutnění v jiném typu půdy (Keller a Håkansson, 2010).

Proto byla navržena relativní objemová hustota k popisu kompaktnosti půdy. Relativní objemová hustota se obecně získá jako poměr skutečné objemové hmotnosti pole (tj. objemová hustota měřená buď přímo v poli nebo na nerušených vzorcích půdy shromážděných z pole) k referenční objemové hustotě. Jelikož se objemová hustota mění s půdní vlhkostí, měla by se měřit objemová hustota pole při definovaném obsahu půdní

vlhkosti, aby se získaly spolehlivé a srovnatelné hodnoty relativní objemové hustoty. Pidgeon a Soane (1977), Carter (1990) a da Silva et al. (1994) získali referenční objemovou hustotu z Proctorova testu při daném množství nárazové energie. Referenční objemovou hustotu lze stanovit jako objemovou hustotu získanou jednoosou kompresí při 200 kPa (Håkansson, 1990; Lipiec et al., 1991; da Silva et al., 1997) a 1.600 kPa (Suzuki et al., 2006). Reichert et al. (2009) porovnávali různé metody pro získání referenční objemové hmotnosti a hodnotili užitečnost přístupu relativní objemové hmotnosti (Keller a Håkansson, 2010).

Výnos plodiny souvisí se stupněm kompaktnosti (Håkansson, 1990), D (%), který je dán vztahem:

$$D = 100 \frac{\rho_d}{\rho_{d,p}} \quad (1)$$

Hodnota standardizované objemové hmotnosti je získána pomocí laboratorních testů při tlaku 200 kPa.

, kde ρ_d – objemová hmotnost suchá (redukovaná) (kg/m^3), $\rho_{d,p}$ – objemová hmotnost standardizovaná.

Na základě polních experimentů Håkansson (1990) zjistil, že na všech typech minerálních půd bylo dosaženo nejvyššího výnosu při stejné hodnotě $D = 87$ % stupně kompaktnosti. Hlavním důvodem je to, že kritické limity provzdušňování půdy a mechanické odolnosti půdy vůči růstu kořenů jsou ve všech půdách podobné D . Ideální hodnota D se však mezi plodinami může mírně lišit (Keller a Håkansson, 2010).

Tato metoda hodnocení může porovnat úroveň zhutnění půdy v různých regionech a půdních podmínkách vztažených k výnosům. Dle výzkumu vlivu provozu na výnosy se ukazuje, že pro většinu zemědělských plodin může být optimální hodnota $D = 80 - 86$ %, zatímco pro $D = 90$ % stupně kompaktnosti se pokles úrovně výnosu sníží o přibližně 20 % (Arvidsson J. a Håkansson I., 2014).

2.2 Hodnotící kritéria zhutnění půdy

Normálové napětí a smykové napětí se obecně vyskytují v kontaktní oblasti mezi vozidlem a taženým nebo pojízdným zařízením. Napětí lze měřit pomocí tlakových snímačů v půdě nebo tlakových článků zabudovaných do obvodu kola. Nevýhodou použití tlakových

snímačů v půdě je, že se mohou během procesu zhutňování pohybovat, a proto mohou poskytovat nepřesné informace (Tijink, 1988).

Pro hodnocení kompakčního účinku pojezdového ústrojí na půdní profil je vhodné použít hodnotu středního kontaktního tlaku ve styčné ploše pneumatiky. Vztah pro výpočet hodnoty středního kontaktního tlaku q_s (kPa) pneumatiky na tvrdém povrchu je možné vyjádřit následovně:

$$q_s = \frac{Wg}{S} \quad (2)$$

, kde W (kg) je vertikální zatížení pneumatiky, g (m/s^2) je gravitační zrychlení, S (m^2) je styčná plocha pneumatiky.

Střední kontaktní tlak na pevném povrchu závisí na tlaku huštění, zatížení a parametrech pneumatiky. Zvýšení tlaku huštění (při stálém zatížení pneumatiky) má za následek snížení tuhosti kostry p_c . Zvýšení zatížení pneumatiky (při konstantní p_l) má za následek malé zvýšení p_c . Dynamická kontaktní plocha pneumatiky je větší než statická kontaktní plocha, nicméně pro zemědělské pneumatiky na měkkém povrchu je použití tohoto vztahu zavádějící vzhledem ke specifické deformaci dezénu. Pneumatiky pro traktory s dezénem s uzavřeným středem mají vyšší průměrný přítlak než pneumatiky s dezénem s otevřeným středem (Tijink, 1988). Krick (1969) testoval zadní traktorové pneumatiky při jmenovitém zatížení v rozsahu tlaku huštění od 60 do 200 kPa. Určil konstantní tlak tuhé kostry pneumatiky v přibližné úrovni 45 kPa. Steiner a Söhne (1979) testovali různé zadní traktorové pneumatiky, které se odlišovaly velikostí a konstrukcí (Tijink, 1988). Zjistili následující empirické rovnice pro stanovení středního kontaktního tlaku:

Diagonální pneumatiky pro zadní nápravu:

$$p_m = 1,128 + 0,665p_l + 0,009W - 0,004D \quad (3)$$

Radiální zadní traktorové pneumatiky:

$$p_m = 2,677 + 0,575p_l + 0,011W - 0,016D \quad (4)$$

, kde W (kg) je vertikální zatížení pneumatiky, D (m) je průměr pneumatiky, p_m (Pa) je střední kontaktní tlak a p_l (Pa) je tlak huštění pneumatiky.

Kontaktní tlak je obecně menší na deformovatelné půdě než na tuhém povrchu, protože kontaktní plocha mění velikost v závislosti na hloubce vyjeté koleje. Když pneumatika projede vyjetou kolejí podruhé, je prohloubení koleje nižší než při prvním průjezdu, kontaktní plocha je menší a střední kontaktní tlak je proto vyšší. Střední kontaktní tlak na deformovatelnou půdu může být výrazně nižší než tlak huštění. Proto vztah pro střední kontaktní tlak není příliš vhodný pro vozidla pohybující se na tvrdém povrchu (Tijink, 1988).

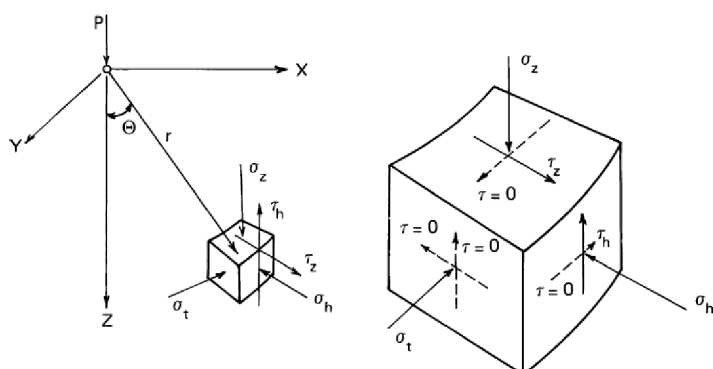
2.3 Modely predikce zhutnění půdy

Zemědělská doprava je hlavní příčinou nárůstu zhutněných polí. Pro minimalizaci dopadu přejezdů zemědělských strojů na půdní povrch je důležitá znalost vztahů mezi napětím a deformací, kterými se zabývají jednotlivé modely predikce zhutnění půdy. Jednou z výzev pro rozšíření těchto modelů mezi odbornou veřejnost je jejich dostupnost jako výpočetních nástrojů, které jsou snadno a volně přístupné (de Lima et al., 2021).

Modely, které predikují míru zhutnění půdy, se liší zejména způsobem stanovení průběhů napětí v půdním profilu, které nejsou rovnoměrně rozložené jak v podélném, tak v příčném směru pohybu pneumatiky.

2.3.1 Model SOCOMO

Model SOCOMO je založen na teorii Boussinesqa (1885), který popisuje rozložení napětí v homogenní, lineárně elastické, izotropní, polo nekonečné pevné hmotě způsobené silou působící v daném bodě na povrchu této hmoty. Na libovolném objemovém prvku polo nekonečné pevné hmoty působí vertikální, horizontální a tečné normálové napětí, dále pak vertikální a horizontální smyk (viz. obrázek 1). Fröhlich (1934) navrhl zavést do Boussinesgových výpočtů Poissonův poměr ve výši 0,5. To znamená, že nedochází ke změnám v objemu půdy. V praxi má tento předpoklad malý vliv na výsledky výpočtu. Simplifikace půdní hmoty na homogenní, lineárně elastický, izotropní materiál, který nemění objem, umožňuje poměrně jednoduchým modelům jako je SOCOMO omezit požadavky na vstupní údaje. Přesto se tyto jednoduché modely osvědčily při predikci zhutnění půdy vlivem zatížení kol (Söhne, 1958; Johnson a Burt, 1990; Gupta a Raper, 1994; O'Sullivan et al., 1999; Van den Akker, 2004).



Obrázek 1: Složení působících vertikálních, horizontálních a tangenciálních normálových napětí (σ_z , σ_h a σ_t), smykových napětí (τ_z a τ_h) v objemovém prvku v důsledku bodového zatížení na polo nekonečném tělese. Vzhledem k symetrii je několik smykových napětí rovných nule ($\tau = 0$). Zdroj: Van den Akker (2004)

Fröhlich také zavedl koncentrační faktor do Boussinesqových vzorců, aby byla zohledněna tendence k půdy soustředit napětí kolem osy zatížení. Výsledné rovnice pro napětí jsou:

$$\sigma_z = \nu P (2\pi r^2)^{-1} \cos^{\nu} \theta \quad (5)$$

$$\sigma_h = \nu P (2\pi r^2)^{-1} \cos^{\nu-2} \theta \sin^2 \theta \quad (6)$$

$$\sigma_t = 0 \quad (7)$$

$$\tau_z = \tau_h = \nu P (2\pi r^2)^{-1} \cos^{\nu-1} \theta \sin \theta \quad (8)$$

, kde σ_z , σ_h a σ_t jsou vertikální, horizontální a tangenciální napětí; τ_z a τ_h jsou vertikální a horizontální smyková napětí; P je vertikální bodové zatížení; r a θ jsou polární souřadnice (Van den Akker, 2004).

Hodnota ν je tím větší, čím je půda měkčí. Koolen a Kuipers (1983) uvedli hodnoty ν ve výši 3, 4 a 5 pro tvrdou, normální a měkkou půdu. Jestliže $\nu = 3$, pak Boussinesqovy rovnice obsahují Poissonův poměr ve výši 0,5. Jelikož jsou Boussinesqovy a Fröhlichovy rovnice

založeny na lineárně elastickém prvku materiálu, je možné složit jednotlivá napětí na určitý půdní prvek, která jsou výsledkem několika bodových zatížení. Lze samozřejmě skládat pouze napětí ve stejném směru. To se týká vertikálního napětí σ_z . Vodorovné a smykové napětí je třeba nejprve rozdělit na jejich x-ovou a y-ovou složku. Pomocí rozdělení vertikální distribuce napětí do samostatných bodových zatížení na rozhraní mezi kolem a půdním povrchem je možné vypočítat rozložení napětí v půdním povrchu, které bylo vyvoláno zatížením kola. V modelu SOCOMO je distribuce napětí na rozhraní mezi půdním povrchem a pneumatikou promítáno na horizontálu obdélníkové mřížky, přičemž napětí je koncentrováno v uzlových bodech této mřížky. Analogicky jako u vertikálního zatížení kola se postupuje stejně i u vodorovného zatížení kola ve směru jízdy (Johnson a Burt, 1990). Vstupní údaje o zatížení kola v modelu SOCOMO jsou obsažena v matici s vertikálními bodovými zatíženími v souřadnicích mřížky a v matici se stejnými hodnotami pro horizontální bodová zatížení (Van den Akker, 2004).

2.3.2 Model SoilFlex

SoilFlex je dvourozměrný model, který počítá stav napětí, změny objemové hmotnosti a vertikální posuny v půdě v důsledku přejezdu pojezdové soupravy po půdním povrchu. Model obsahuje tři hlavní komponenty. Nejprve je stanoveno napětí na povrchu, tj. jsou uvažována normální i smyková napětí. Za druhé, šíření napětí půdou se počítá analyticky. Za třetí, deformace půdy se počítá jako funkce napětí. Tento přístup použili O'Sullivan et al. (1999). Napětí jsou reprezentována polem i bodových zatížení, z nichž každé má normální (P_i) a smykovou (H_i) složku působící ve středu jejich příslušných oblastí A_i (Keller et al., 2007).

Tvar kontaktní plochy lze obecně popsat tzv. superelipsou (Hallonborg, 1996), která je v ortogonálním souřadnicovém systému dána vztahem (Keller et al., 2007):

$$\frac{x^n}{a^n} + \frac{y^n}{b^n} = 1 \quad (9)$$

, kde a a b jsou poloviční osy superelipsy, n je kladné reálné číslo, které určuje tvar styčné plochy. Pro $a = b$ a $n = 2$ bude mít styčná plocha tvar kruhu. V obecném případě při $a \neq b$ a $n = 2$ bude mít styčná plocha tvar elipsy, dále při $n \rightarrow \infty$ se bude tvar styčné plochy blížit obdélníku (Keller et al., 2007).

V modelu se předpokládá, že šířka kontaktní plochy je rovna šířce pneumatiky (pokud není zvolena kruhová kontaktní plocha). Kontaktní plocha se vypočítá buď (i) vydělením zatížení kola tlakem huštění pneumatiky, nebo z charakteristiky pneumatiky a zatížení podle (ii) O'Sullivan et al. (1999) nebo (iii) Keller (2005). Parametr n ze vzorce č. 1 má hodnotu 2 v případech (i) a (ii) a je funkcí rozměrů pneumatiky v případě (iii). Rozložení vertikálního napětí může být buď rovnoměrné, lineární (napětí lineárně klesá od maxima ve středu kontaktní plochy k nule na okraji kontaktní plochy), popsané mocninnou funkcí (napětí klesá nepřetržitě od maxima ve středu kontaktní plochy k nule na okraji kontaktní plochy) podle Söhne (1953), nebo generované z vlastností pneumatiky podle Kellera (2005). Ve všech případech je zatížení kola rovno ΣP_i . Zvolíme-li rozložení napětí podle Söhne (1953) v SoilFlex, lze řád mocninné funkce vypočítat z půdních podmínek podle O'Sullivan et al. (1999). Keller (2005) popisuje příčné rozložení vertikálního napětí jako (Keller et al., 2007):

$$\sigma(y) = C_A \left(\frac{w(x)}{2} - y \right) e^{-\gamma \left(\left(\frac{w(x)}{2} \right) - y \right)}, \quad 0 \leq y \leq \frac{w(x)}{2} \quad (10)$$

, kde C_A a y jsou parametry a $w(x)$ je šířka kontaktní plochy v poloze x (pro $x = 0$ je $w(x)$ rovná šířce pneumatiky). Předpokládá se, že podélná osa pneumatiky ve směru jízdy je osou symetrie. Podélné rozložení vertikálního napětí je popsáno mocninnou funkcí (Keller et al., 2007):

$$\sigma(x) = \sigma_{x=0,y} \left\{ 1 - \left(\frac{x}{\frac{l(y)}{2}} \right)^\alpha \right\}, \quad 0 \leq x \leq \frac{l(y)}{2} \quad (11)$$

, kde $\sigma_{x=0,y}$ je napětí pod středem pneumatiky, $l(y)$ je délka kontaktní plochy v poloze y (pro $y = 0$ je $l(y)$ rovná délce pneumatiky) a α je parametr. Předpokládá se, že příčná osa pneumatiky (v pravém úhlu ke směru jízdy) je osou symetrie. Parametry dle vztahů (2) a (3) jsou vypočteny z běžně dostupných parametrů pneumatik (Keller, 2005; Keller et al., 2007)

Horizontální napětí (smykové napětí) na půdním povrchu lze vypočítat buď z daného tahu, nebo z pevnosti zeminy, jak je definována soudržností c a úhlem vnitřního tření φ . Rozložení horizontálního napětí je buď rovnoměrné, lineární od nuly na předním okraji kontaktní plochy k maximu na zadním okraji, nebo vypočtené z rozložení vertikálního plošného

napětí a pevnosti ve smyku. V druhém případě se H_i vypočítá podle (Janosi, 1962; Keller et al., 2007):

$$H_i = A_i \left(c + \frac{P_i}{A_i} \tan \varphi \right) (1 - e^{-j_i/k}) \quad (12)$$

, kde j_i je smykové posunutí v A_i , k je součinitel smykového posunutí.

Na rozdíl od mnoha modelů zhutnění půdy je v modelu SoilFlex možné použít jako vstupní údaj například dvojitá a trojitá kola, stejně jako dvojitá a trojitá tandemová kola, pro která je v tomto modelu automaticky generováno řešení (Keller et al., 2007).

2.3.3 Model FRIDA

Model FRIDA (Keller, 2005; Schjøning et al., 2008) může být stručně popsán následovně. Kontaktní plocha pneumatiky dle Hallonborga (1996) je aproximována superelipsou, která v ortogonálním souřadnicovém systému se středem v počátku je popsána vztahem:

$$\left| \frac{x}{a} \right|^n + \left| \frac{y}{b} \right|^n = 1 \quad (13)$$

kde a a b jsou poloviny šířky vedlejší a hlavní osy.

$$\Omega = \left\{ (x, y) \mid \left| \frac{x}{a} \right|^n + \left| \frac{y}{b} \right|^n \leq 1 \right\} \quad (14)$$

Jestliže označuje hranici a vnitřek superelipsy, pak FRIDA model popisuje rozložení vertikálního napětí, $\sigma(x, y)$, v kontaktní oblasti následovně:

$$\sigma(x, y) = F_w C(\alpha, \beta, a, b, n) f(x, y) g(x, y) \text{ pro } (x, y) \in \Omega \text{ a } 0 \text{ jinak } s \quad (15)$$

$$f(x, y) = \left\{ 1 - \left| \frac{x}{l_x(y)} \right|^\alpha \right\} \quad (15a)$$

$$g(x, y) = \left\{ \left(1 - \left| \frac{y}{w_y(x)} \right| \right) \left(\frac{1}{g_{max}} \right) \exp \left(-\beta \left(1 - \left| \frac{y}{w_y(x)} \right| \right) \right) \right\} \quad (15b)$$

, kde g_{max} je maximální hodnota g v rozsahu ($0 < y < w_y(x)$) vyjádřeno jako β :

$$\beta \leq 1: g_{max} = \exp(-\beta)$$

$$\beta > 1: g_{max} = \exp(-1)/\beta$$

, kde F_W je zatížení kola v kN, $C(\alpha, \beta, a, b, n)$ je funkcí s parametry α, β, a, b a n definující integrální konstantu, aby bylo zajištěno, že při integraci $\sigma(x, y)$ přes styčnou plochu Ω , celkové zatížení je F_W . Dále, $l_x(y)$ je poloviční délka stopy ve směru x při dané hodnotě y , $w_y(x)$ je poloviční šířka ve směru y při dané hodnotě x . Členy a a b jsou tedy totožné s $l_x(y)$ při $y = 0$ a $w_y(x)$ při $x = 0$. Funkce f a g popisují rozložení napětí ve směru jízdy a ve směru kolmo ke směru jízdy (Schjøning et al., 2015).

2.3.4 Model R-SW

Model R-SW (také R-funkce nebo R-software) představuje výpočetní nástroj pro simulaci zhutnění vyvolaného přejezdem zemědělské techniky po půdním povrchu, který je založený na principech půdní fyziky a mechaniky. Metoda výpočtu zahrnuje výpočet kontaktního napětí, šíření napětí v půdním profilu, simulaci změny objemové hmotnosti v reakci na působící napětí a posouzení rizika zhutnění pomocí snadno dostupných vlastností půdy a parametrů strojů. Vstupní údaje parametrů půdy tohoto modelu usnadňuje sada pedo-přenosových funkcí pro odhad požadovaných vlastností půdy (de Lima et al., 2021).

Ze známého napětí v dané hloubce půdy lze objemovou změnu vypočítat pomocí křivky stlačování půdy. O'Sullivan a Robertson (1996) navrhli model zhutnění půdy, při kterém je změna objemu půdy (V_{soil}) dána v rovině $V_{soil}-\ln(p)$ stejná jako v teorii kritického stavu. K tomu jsou zapotřebí parametry N (měrný objem při $p = 1$ kPa), λ_n (index komprese), κ (index rekompresce), κ' (strmější linie rekompresce) a m (de Lima et al., 2021).

Křivky prvotní komprese (VCL), linie rekompresce (RCL) a "strmější" linie rekompresce (RCL') jsou dány následujícími rovnicemi:

$$VCL : v = N - \lambda_n \ln[p] \quad (16)$$

$$RCL : v = v_i - \kappa \ln[p] \frac{\rho_{solid}}{v} \quad (17)$$

$$RCL' : v = v_{yield} - \kappa' \ln[p] \quad (18)$$

Konečnou objemovou hmotnost (ρ) vzniklou po působení napětí p lze vypočítat z hustoty částic (ρ_{solid}) a specifického objemu (v) pomocí $\rho = \frac{\rho_{solid}}{v}$ (Keller et al., 2007). Parametr m je bezrozměrný a O'Sullivan a Robertson (1996) experimentálně zjistili, že jeho hodnota je 1,3 (de Lima et al., 2021).

Architektura funkcí se skládá z:

- Funkce stressTraffic()
- Funkce soilDeformation()
- Funkce soilStrength() a compressive_properties()

Funkce stressTraffic() vypočítá kontaktní napětí a rozložení napětí na kontaktní ploše a také šíření napětí v půdním profilu. Vyžaduje vstupy požadované semi-analytickým modelem popsaným Kellerem (2005) a součinitel koncentrace (ξ) použitý ve Fröhlichově rovnici (1934) (de Lima et al., 2021).

Prostřednictvím funkce stressTraffic() je také možné získat graf kontaktní plochy a rozložení napětí na kontaktní ploše prostřednictvím logického argumentu plot.contact.area. Výstupem funkce stressTraffic() je dále seznam kontaktní plochy (m^2), šířky (m) a délky (m) kontaktní plochy a maximálního vertikálního napětí, jakož i hodnot vertikálního napětí a středního normálového napětí (kPa) v každé přiřazené vrstvě půdy (de Lima et al., 2021).

Funkce soilDeformation() vypočítá změnu objemové hmotnosti půdy po působení středního normálového napětí p , které se vypočítá pomocí funkce stressTraffic(). Pro výpočet změny objemové hmotnosti je navíc nutné přiřadit parametry získané z křivky stlačení půdy, jak je popsáno v modelu O'Sullivan a Robertsona (1996). Parametry (argumenty) požadované funkcí soilDeformation () jsou popsány v tabulce 1. Funkce rovněž poskytuje uživateli graf, který umožňuje zkoumat průběh křivek VCL , RCL a RCL' (de Lima et al., 2021).

Funkce soilStrength() a compressive_properties() jsou dvě skupiny funkcí implementovaných v programu soilphysics, které poskytují odhady σ_p a tlakových parametrů N , λ_n a κ ze snadno dostupných vlastností půdy. Pomocí funkce soilStrength() je možné odhadnout například σ_p pomocí pedo-přenosových funkcí podle Leberta a Horna (1991); Imhoffa et al. (2004); Saffih-Hdadiho et al. (2009); Severiana et al. (2013) a Schjønninga a Lamand`e (2018). Dále lze pomocí funkce compressive_properties() odhadnout kompresní parametry půdy pomocí pedo-přenosových funkcí, které vyvinuli O'Sullivan et al. (1999);

Defosse et al. (2003); Keller a Arvidsson (2007); de Lima et al. (2018) a de Lima et al. (2020). V půdní fyzice jsou jednotlivé pedo-přenosové funkce pro odhad σ_p a hutnících parametrů numericky označeny (soilStrength(), soilStrength2() atd.) a definovány jejich autory (de Lima et al., 2021).

2.3.5 Model FEM

Metoda konečných prvků (FEM) je numerický přístup pro řešení diferenciálních rovnic popisujících jakýkoli druh fyzikálních jevů ve spojitém prostředí, pro které neexistují analytická řešení. FEM je dostupná pro velmi jednoduché případy, ale také pro velice komplexní problémy. Původní diferenciální rovnice popisující konkrétní jev jsou nahrazeny konečným souborem rovnic, které mohou být řešeny numericky. To vyžaduje další rozdělení kontinua na počet prvků, které jsou vzájemně propojeny prostřednictvím uzlů (prostorová diskretizace). FEM umožňuje zpracování složitých geometrií heterogenních problémů. FEM byl použit poprvé v roce 1950 při konstrukci letadel a návrh mostů (Keller et al., 2013).

Prvním krokem v analýze konečných prvků je diskretizace kontinua na konečný počet prvků, které jsou spojeny prostřednictvím uzlů vytvářejících síť konečných prvků jako náhradu za kontinuum. Každý prvek se skládá z několika uzlů. Uzlům jsou přiřazeny hodnoty uzlových parametrů (např. tlak, rychlost, výchylka atd.). V rámci deformační analýzy používá většina programů FEM formulaci posunutí, kde je deformace v prvku definována pomocí uzlových posunů. Součet počáteční deformace a deformace spojené s uzlovými posuny určuje stav napětí v prvku a na jeho hranicích na základě základních vlastností materiálu (Zienkiewicz a Taylor, 1994). Posuny v libovolném bodě prvku (e) lze aproximovat sloupcovým vektorem \hat{u} , který je získán z předepsaných funkcí polohy N_i a uzlových posunů u_i pro konkrétní prvek:

$$\hat{u} = [N_1, N_2, N_3] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix}^e = Nu^e \quad (19)$$

, kde N je matice interpolačních funkcí (také označovaná jako tvarová funkce) a u_e je vektor posunutí prvku (Keller et al., 2013).

Společně s uzlovými posuny určujícími zkreslení prvku poskytuje prostorová derivace funkce posunutí deformaci v libovolném bodě:

$$\varepsilon = Bu^e \quad (20)$$

, kde B je matice deformace prvku a ε je vektor deformace libovolného bodu v prvku (Keller et al., 2013).

Za předpokladu lineárně elastického chování materiálu jsou napětí získána z deformací a odpovídajících vlastností elastického materiálu:

$$\sigma = D(\varepsilon - \varepsilon_0) + \sigma_0 \quad (21)$$

, kde D je matice elastického napětí (materiálně podstatná), ε_0 je počáteční deformace a σ_0 je počáteční zbytkové napětí (Keller et al., 2013).

Pomocí principu virtuální práce lze nakonec vytvořit vztah mezi uzlovou silou a posunutím (Zienkiewicz a Taylor, 1994):

$$q^e = K^e u^e + f^e \quad (22)$$

, kde q^e je vektor uzlové síly, K^e je matice elastické tuhosti a f^e představuje síly vyvolané silami tělesa, počáteční deformací a počátečním napětím (Keller et al., 2013).

Pro dvourozměrný plošný napěťový elastický problém je celková deformace ε (viz. vzorec 20) v libovolném bodě prvku definována třemi složkami deformace $\varepsilon_x = \partial u / \partial x$, $\varepsilon_y = \partial v / \partial y$ a $\gamma = (\partial u / \partial y + \partial v / \partial x)$, kde u a v jsou složky posunutí rovnoběžné s osou x a y . Za předpokladu izotropního materiálu a s ohledem na základní vztah napětí a deformace jsou odpovídající složky napětí dány vztahy:

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) \quad (23)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) \quad (24)$$

$$\tau = \frac{E}{2(1 + \nu)} \gamma = G\gamma \quad (25)$$

, kde E je modul pružnosti, ν je Poissonův poměr a G je modul pružnosti ve smyku (Keller et al., 2013).

Moduly pružnosti E , G a K (objemový modul) jsou vzájemně závislé:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (26a)$$

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad (26b)$$

Materiálové parametry (tj. K , G a E) používané v materiálové základní matici D a matici elastické tuhosti K jsou pro zeminy často vysoce nelineární a hysterické, tj. mechanické vlastnosti materiálu jsou závislé na stavu napětí. Proto není možné poskytnout obecné hodnoty pro výše uvedené vlastnosti, ale pro nenasycenou ornou půdu je E typicky řádově 10 MPa a typická hodnota pro Poissonův poměr půdy je $\nu = 0,3$. Richards (1992) formuloval moduly závislé na stresu pomocí modifikovaných „hyperbolických“ vzorců Nelsona (1970) (Keller et al., 2013):

$$K = k_1 \sigma_m^n + k_2 h^m + k_0 \quad (27)$$

$$G = (g_1 \sigma_m^p + g_2 h^r) \left[1 - \left(\frac{\tau}{\tau_f} \right)^q \right] + g_0 \quad (28)$$

, kde σ_m je předchozí maximum středního normálového napětí, h je sání půdní vody, τ je smykové napětí a τ_f mez kluzu (např. Mohr-Coulombovo kritérium selhání). Ostatní parametry $k_0 \dots k_2$, $g_0 \dots g_2$, n , m , p , r a q jsou empirické materiálové konstanty, které lze určit z dat mechanického testu půdy (Peth et al., 2006; Keller et al., 2013).

2.3.6 Model DEM

Model diskrétních prvků (DEM) zahrnuje velkou třídu numerických metod pro simulaci souboru částic interagujících prostřednictvím třecích kontaktů a srážek. Dvě hlavní varianty DEM jsou Molekulární dynamika (MD), také jednoduše nazývaná DEM po Cundalovi (Cundall a Strack, 1979), a Kontaktní dynamika (CD), kterou iniciovali Moreau a Jean (Moreau, 1994; Jean, 1999; Keller et al., 2013).

Princip tohoto modelu je založen na integraci pohybových rovnic pro všechny částice, označované jako tuhé prvky, s ohledem na kontaktní a vnější síly působící na částice (Radjai

a Dubois, 2011). Za daných okrajových podmínek vede mechanická odezva částic na vnější zatížení k relativním pohybům částic vynucených prostorovými vyloučeními v hustém stavu nebo nepružnými srážkami ve volném nebo zředěném stavu (Moreau, 1994). Hlavní rozdíl mezi MD a CD je v numerickém modelování třecího kontaktu. V MD je kontaktní síla popsána jako funkce místní deformace definované z poloh částic. Tyto síly jsou regulární funkce (dvakrát diferencovatelné) vzájemných poloh částic σ a jejich časové derivace. Časová diskretizace musí být tedy přizpůsobena tak, aby správně popsala silové zákony. Na rozdíl od metody MD, kde se k řešení pohybových rovnic používá explicitní schéma zavedením tuhých odpudivých potenciálů a viskózního tlumení mezi částicemi, je metoda CD založena na implicitním schématu zahrnujícím iterativní Gauss-Seidelův algoritmus, který současně poskytuje kontaktní síly a posunutí částic na konci každého časového kroku. Tento iterační proces je definován tak, že splňuje kinematická omezení související se vzájemným vyloučením částic a také Coulombův zákon tření. Z tohoto důvodu je metoda CD stabilnější a nevyžaduje elastický odpudivý potenciál mezi částicemi. To umožňuje delší časové krokování než u MD, zejména s omezením na vysoce tuhé částice nebo velmi nízká omezující napětí (Keller et al., 2013).

Typická výpočetní smyčka DEM probíhá ve třech krocích (Keller et al., 2013):

- 1) Určení seznamu nejbližších sousedů a kontaktů mezi částicemi z jejich aktuálních pozic.
- 2) Integrace pohybových rovnic všech částic v jednom časovém kroku pro výpočet kontaktních sil a rychlostí.
- 3) Aktualizace poloh částic.

V algoritmech DEM lze rozlišit tři úrovně složitosti. První (základní) úroveň je založena na minimalistickém popisu materiálu s kulovými zrny interagujícími prostřednictvím třecích kontaktů. Tento elementární algoritmus je již dostatečně obsažný na to, aby reprodukoval vznikající chování zrnitých materiálů při komplexním zatížení. Druhá úroveň zahrnuje obohacený popis tvarů částic a distribuce velikostí, jakož i jejich interakcí prostřednictvím různých adhezních sil. Třetí úroveň se zabývá pokročilými procesy a interakcemi, jako je fragmentace částic, hydrodynamické interakce v přítomnosti tekutiny nebo částic uložených v pevné matici. Řešení takových problémů vyžaduje spojené kontinuálně diskrétní algoritmy (Keller et al., 2013).

3 Styčná plocha pneumatiky

Kontaktní plocha pneumatiky se mění v závislosti na tlaku huštění. Nadměrné huštění může zvýšit opotřebení střední kontaktní plochy a nedostatečné nahuštění způsobí konkávní běhoun, což povede k menšímu střednímu kontaktu, i když celková kontaktní plocha bude stále větší. Zvýšený tlak v pneumatikách může snížit valivý odpor a může mít také za následek zkrácení brzdné dráhy. Pokud je tlak v pneumatikách příliš nízký, kontaktní plocha pneumatiky se výrazně zvýší. Tím se zvyšuje valivý odpor, prodloužení kontaktní plochy a tření mezi povrchem a pneumatikou.

Při průjezdu pojezdového ústrojí po půdním profilu je povrch půdy vystaven mechanickému namáhání. Rozložení napětí v půdě je funkcí povrchového napětí, tj. napětí působícího přímo ve styčné ploše pneumatiky. Zkoumání vlivu zatěžovacích charakteristik, jako jsou parametry pneumatik a zatížení kol, na styčnou plochu pneumatiky provedli například Sharma & Pandey (1996) nebo Febo et al. (2000). Zatěžovací charakteristiky významně ovlivňují predikci rozložení napětí v půdě (Keller, 2005).

Aproximaci kontaktní plochy kruhovou kontaktní plochou s rovnoměrným rozložením napětí použili například Kirby et al. (1997), Arvidsson et al. (2002) a Poodt et al. (2003). To je však v rozporu se závěry publikovanými Smithem (1985), Burtem et al. (1992), Gysi et al. (2001) a Way a Kishimoto (2004), kteří uvádějí, že napětí v kontaktní ploše není rovnoměrně rozloženo a že maximální napětí může být několikrát větší než tlak huštění v pneumatikách. Přesné určení kontaktní plochy a rozložení napětí ve styčné ploše jako vstupních parametrů využitých při analýze konečných prvků zdůrazňuje Yong et al. (1984).

3.1 Styčná plocha pneumatiky na tvrdém povrchu

Výpočet styčné plochy podle Bekkera (1983) je založen na aproximaci tvaru styčné plochy do tvaru obdélníku s použitím tvarového koeficientu λ (-), který se pohybuje od 0,78 (pro tvar elipsy) do 1,0 (pro tvar obdélníku):

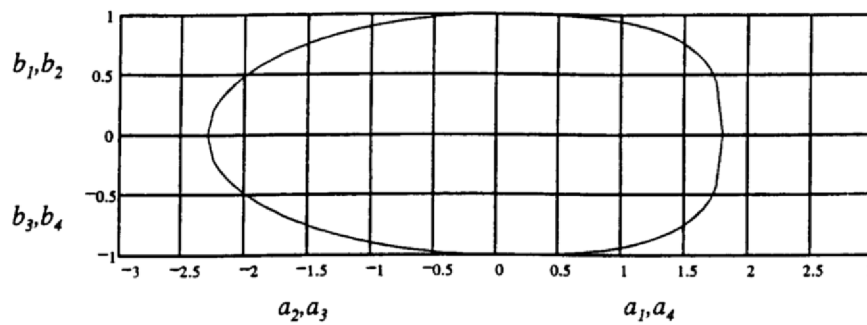
$$S = \lambda l b \quad (29)$$

, kde λ – tvarový koeficient, l (cm) – délka; b (cm) – šířka styčné plochy (Bekker, 1983).

Dle dostupné literatury Hallonborg (1996), Schjøning et al. (2015), lze tedy pro stanovení tvaru styčné plochy použít rovnici takzvané superelipsy:

$$\frac{x^n}{a^n} + \frac{y^n}{b^n} = 1 \quad (30)$$

Exponent n je kladné reálné číslo, které určuje tvar křivky, parametry a a b určují délku poloviny hlavních os, a tím i proporci plochy. Tyto parametry udávají vzdálenost od počátku k bodům, kde křivka protíná osu x a osu y , resp. poloosy a , b představují dílčí poloviny délky a šířky kontaktní oblasti. Když $n = 2$, křivka má tvar elipsy, který se mění na kružnici, pokud $a = b$. Když $0 < n < 1$, má křivka tvar čtyřcípé hvězdy, když $n = 1$, tvoří čtyřhranný obrazec stojící na jednom rohu. Při $n > 2$ se křivka změní z kruhu nebo elipsy na superkruh nebo superelipsu (Hallonborg, 1996).



Obrázek 2: Nesymetrický tvar kontaktní plochy vyjádřený superelipsou. Zdroj: Hallonborg (1996)

Velikost kontaktní plochy v každém kvadrantu lze vypočítat integrací $y = f(x)$. Jelikož $f(x)$ není definována pro záporné hodnoty x , nejjednodušší způsob výpočtu tvaru a velikosti kontaktní plochy spočívá v premise, jako by všechny křivky ležely v prvním kvadrantu. Pro oblast na obrázku 2 získáme:

$$A = 2A_1 + 2A_2 = 2b \int_0^{a_1} \left(1 - \frac{x^n}{a_1^n}\right)^{1/n} dx + 2b \int_0^{a_2} \left(1 - \frac{x^m}{a_2^m}\right)^{1/m} dx \quad (31)$$

Předností a možností širokého využití tohoto modelu je jeho jednoduchost, tj. využití pro různé varianty typů pneumatik a stavu povrchu. Model umožňuje stanovit styčnou plochu, i když je tvar asymetrický jak v podélném směru, tak v příčném směru (Hallonborg, 1996).

Horní okrajovou podmínkou pro všechny modely simulující rozložení napětí v celém půdním profilu je rozložení napětí na kontaktní ploše pneumatiky. Model FRIDA (Schjønnning et al., 2008) zachází s tvarem kontaktní plochy jako se superelipsou. Tento model přesně popisuje řadu pozorovaných vertikálních rozložení napětí. Předchozí výzkum ukázal, že takové rozložení lze predikovat z charakteristik pneumatiky a jejich zatížení (Schjønnning et al., 2015).

Schjønnning et al. (2015) stanovili metodiku pro určení styčné plochy pneumatiky. Použili vícenásobnou regresi k identifikaci rovnic pro predikci parametrů modelu FRIDA z naměřených charakteristik zatížení, včetně objemu kostry pneumatiky (V_T), zatížení kola (F_W), průhybu pneumatiky (L) a vyjádření tlaku huštění v pneumatikách (K_r) vypočteného jako přirozený logaritmus skutečného poměru tlaku huštění k doporučenému. Bylo zjištěno, že V_T a K_r představovaly téměř všechny odchylky v datech, pokud jde o kontaktní oblast. Šířka kontaktní plochy byla přesně popsána kombinací šířky pneumatiky a K_r , zatímco parametr pravoúhlosti superelipsy n , se s rostoucím K_r mírně snížil. Odhadované hodnoty délky kontaktní plochy vztažené ke zjištěným údajům vykazovaly směrodatnou odchylkou asi 0,06 m. Z důvodu rozdílu mezi trakčními a vlečenými pneumatikami byly stanoveny samostatné predikční rovnice, zejména pro kontaktní oblast. Parametry FRIDA α a β , které odrážejí schopnost pneumatiky rozdělit napětí ve směru jízdy, respektive v příčném směru, se zvyšují se zvětšením příslušného rozměru kontaktní plochy (délky nebo šířky). Parametr α je dále ovlivněn F_W , zatímco K_r a L přidaly na výkonu modelu pro parametr β (Schjønnning et al., 2015).

Parametr K_r je definován jako přirozený logaritmus poměru skutečného tlaku huštění p_{tyre} a tlaku huštění p_{rec} doporučeného výrobcem pneumatik pro jízdu v terénu (10 km/h; nezávisle na typu pneumatiky):

$$K_r = \ln \left(\frac{p_{tyre}}{p_{rec}} \right) \quad (32)$$

Parametr K_r nabývá při použití doporučeného tlaku huštění hodnoty nula, a proto ovlivňuje přizpůsobení pouze ve více regresích, když jsou použity jiné než jmenovité tlaky huštění (Keller, 2005).

Vzhledem k tomu, že pneumatika může být přiměřeně dobře popsána formou torusu s eliptickým průřezem, lze objem pneumatiky V_T určit takto:

$$V_T = 2 * \pi^2 * r_1 * r_2 * R \quad (33)$$

, kde r_1 a r_2 – délky každé ze dvou kolmých os v eliptickém průřezu torusu; R – střední poloměr torusu (Schjøning et al., 2015).

Jedna ze dvou eliptických os může být odhadnuta jako polovina šířky kostry pneumatiky W a druhá jako polovina výšky profilu pneumatiky H upravená o hloubku dezénu T :

$$r_1 = \frac{W}{2} \quad (34)$$

$$r_2 = \frac{(H - T)}{2} \quad (35)$$

Střední poloměr torusu lze odvodit z D a H :

$$R = \frac{([D - T] - [H - T])}{2} = \frac{(D - H)}{2} \quad (36)$$

, kde D – nezatížený průměr pneumatiky a T – hloubka běhounu.

Hloubka běhounu byla zpravidla odhadnuta na 10 – 30 mm u vlečených pneumatik a 30 – 60 mm pro trakční pneumatiky. Bylo zjištěno konstantní $T = 20$ mm pro vlečené pneumatiky a $T = 45$ mm pro trakční pneumatiky, ale proměnná hodnota T optimalizovala přizpůsobení předpovídaných objemů tabelovaných pro trakční pneumatiky (Schjøning et al., 2015).

Průhyb pneumatiky L je definován jako poměr deformace výšky při zátěži k výšce nezatíženého profilu H :

$$L = \frac{([D/2] - SLR)}{H} \quad (37)$$

, kde SLR – statický zatěžovaný poloměr pneumatiky (tj. vzdálenost mezi středem kola a zemí při použití pneumatiky při maximálním povoleném zatížení a odpovídajícím tlaku v pneumatice). L je tedy výrazem pružnosti kostry pneumatiky (Schjøning et al., 2015).

Vztahy mezi parametry FRIDA a charakteristikami zatížení (objem a průhyb pneumatiky, zatížení kola a měření tlaku v pneumatikách) byly zkoumány metodou vícenásobné regrese

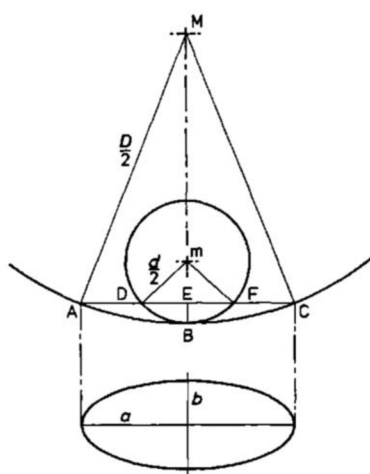
porovnávající různé modely založené na optimalizovaném určujícím koeficientu R^2 (Schjøning et al., 2015). Experimenty prokázaly účinek V_T na kontaktní plochu A , přičemž došlo k významnému zvýšení styčné plochy A jako funkce V_T . Tato funkce se přibližuje ke konvexnímu polynomiálnímu výrazu druhého řádu:

$$\ln(A) = -0,480^{****} + 0,518^{****} * \ln(V_T); R^2 = 0,814, s = 0,16 \quad (38)$$

, kde $\ln(A)$ – představuje regresně predikovanou hodnotu A (m^2) transformovanou přirozeným logaritmem; $\ln(V_T)$ – přirozený logaritmus V_T , R^2 – koeficient determinace; s – směrodatná odchylka predikované hodnoty. Pro získání hodnoty kontaktní plochy A v jednotkách m^2 je nutné provést opětovnou transformaci $\ln(A)$ (Schjøning et al., 2015):

$$A = \exp(\ln(A)) \quad (39)$$

Podle Tijinka (1988) představuje styčná plocha pneumatiky torus, který má na pevném povrchu eliptický tvar (viz. obrázek 3).



Obrázek 3: Schéma kontaktní plochy pneumatiky dle Kricka. Zdroj: Tijink (1988)

Tato elipsa má následující poloosy:

$$a = \sqrt{D_\delta - \delta^2} \quad (40)$$

$$b = \sqrt{d_\delta - \delta^2} \quad (41)$$

, kde D a d – průměry; δ – vzdálenost AB & BC, lze aproximovat na AE & EC.

Styčná plocha:

$$A = \pi\sqrt{D\delta - \delta^2} * \sqrt{d\delta - \delta^2} \quad (42)$$

Jelikož platí, že $\delta^2 \ll d\delta \ll D\delta$, potom můžeme vyjádřit kontaktní plochu následovně:

$$A = \pi\sqrt{Dd\delta^2} \quad (43)$$

Tento vypočítaný vztah mezi průhybem a kontaktní plochou dobře koreluje s měřeným vztahem. Podle Painterera (1981) lze vzdálenosti AEC a DEF pro malé výchylky aproximovat pomocí oblouků ABC a DBF. Elipsa má nyní poloviční osy:

$$a = \frac{D}{2} * \arccos\left(1 - \frac{2\delta}{D}\right) \quad (44)$$

$$b = \frac{d}{2} * \arccos\left(1 - \frac{2\delta}{d}\right) \quad (45)$$

Pro kontaktní plochu potom platí následující vztah:

$$A = \left(\frac{\pi}{4}\right) * D * d * \arccos\left(1 - \frac{2\delta}{D}\right) * \arccos\left(1 - \frac{2\delta}{d}\right) \quad (46)$$

, kde D a d – průměry dle obrázku 3; δ – vzdálenost AB & BC, lze aproximovat na AE & EC (Tijink, 1988).

Výrobci pneumatik ve svých katalozích uvádějí jmenovité hodnoty tlaku huštění, zatížení a styčných ploch pneumatik. V praxi se však tyto kombinace mohou lišit (např. pro specifické kombinace hodnoty zatížení a tlaku huštění). Aby bylo možné co nejpřesněji predikovat kontaktní plochu pneumatiky při jakékoli kombinaci tlaku huštění a zatížení, stanovil Grečenko (1996) takzvaný korekční koeficient α_A :

$$\alpha_A = \frac{S}{S_j} \quad (47)$$

, kde S – aktuální styčná plocha; S_j – představuje jmenovitou velikost styčné plochy (Grečenko, 1996).

Obecně lze vyjádřit tento korekční koeficient následujícím vztahem:

$$\alpha_A = \alpha_W^n = \left(\frac{W}{W_j}\right)^n \quad (48)$$

, kde W (kg) – aktuální zatížení, W_j – jmenovité (nominální) zatížení pneumatiky (Grečenko, 1996).

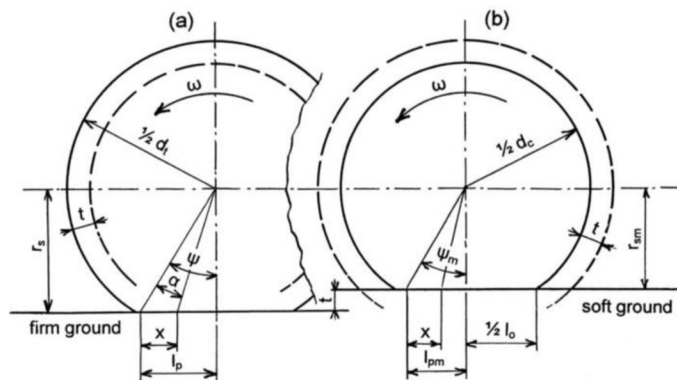
Jestliže se stanovuje kontaktní plocha pneumatiky empiricky, potom je dosaženo nejkvalitnějších výsledků při použití exponentu $n = 2/3$. Lze provést výpočet, který na základě katalogových údajů umožňuje získat aktuální velikost styčné plochy pneumatiky dle následujícího vztahu (Grečenko, 1996):

$$S = \alpha_W^n S_j = \left(\frac{W}{W_j}\right)^n S_j \quad (49)$$

3.2 Styčná plocha pneumatiky na měkkém povrchu

Během pohybu jezdového ústrojí na měkkém povrchu dochází k deformaci pneumatiky a následnému vytváření stopy zaboření do specifické hloubky.

Grečenko (2010) představuje teorii, která je založena na COMPRESSION SLIDING (CS), posuvu půdy a příčinou prokluzu, který začíná jako vodorovné stlačení půdy šípou, po kterém následuje posun smyku mimo půdní bloky.



Obrázek 4: Schéma pohybujícího se kola s pneumatikou: (a) na pevném podkladu a (b) na měkkém povrchu se pneumatika pohybuje po svém plášti s výstupky pronikajícími do půdy. Zdroj: Grečenko (2010)

Výsledná tahová síla se rovná rozdílu naměřené okamžité tahové síle a vnitřního valivého odporu pneumatiky. Výsledný záběr pneumatiky se rovná součtu záběrů jednotlivých

segmentů půdy. Tento přístup poskytuje záběrovou charakteristiku a průběh prokluzu, které jsou závislé na velikosti pneumatiky, zatížení, tlaku huštění, tvaru dezénu, hustotě dezénu, úhlu šípu, stoupání a výšce dezénu. Z tohoto důvodu mohou být tyto parametry užitečné zejména při hodnocení trakčních vlastností nových konstrukcí pneumatik. Z hlediska hodnotících zkoušek trakcí pneumatik nebo podobných modelů, nabízí přístup CS zjednodušenou verzi pro vzorce tahu a prokluzu (*G-function*), který je v souladu s koncepcí CS a je snadno použitelný (Grečenko, 2010).

Předpokládá se, že hnací pneumatika se zahnutými šípy projíždí po měkkém podkladu s výstupky pronikajícími do půdy celou hloubkou t , takže pneumatika s vnějším průměrem d_t se pohybuje po svém plášti s odhadovaným průměrem d_c :

$$d_c = d_t - 2t \quad (50)$$

V důsledku toho je nutné upravit statický poloměr r_s na r_{sm} :

$$r_{sm} = r_s - t \quad (51)$$

Kontaktní plochu pneumatiky na měkkém povrchu je možné vyjádřit pomocí vzorce:

$$S_o = \frac{k}{4} b_o l_o = \frac{k}{4} b_o \sqrt{d_c^2 - 4r_{sm}^2} \quad (52)$$

Šířka oblasti oválné kontaktní plochy b_o kopíruje šířku pneumatiky b_t , předpokládá se relace $b_o = 0,9 * b_t$; délka kontaktní plochy v souladu se vztahem (52) je $l_o = (d_c^2 - 4r_{sm}^2)^{1/2}$. Hodnoty koeficientu k , který definuje tvar oblasti kontaktní plochy, se mění od 3,14 (pro elipsu) do 4 (pro obdélník) (Grečenko, 2010).

Vlastní teorie pracuje s obdélníkovým modelem oblasti S_o a nezměněnou šířkou b_o ; tedy délka l_o musí být upravena na l_{om} podle vzorce:

$$l_{om} = \frac{S_o}{b_o} = k \frac{l_o}{4} \quad (53)$$

Pro upravenou poloviční délku kontaktní plochy l_{pm} platí:

$$l_{pm} = \frac{l_{om}}{2} \quad (54)$$

Upravený poloměr statického zatížení (místo r_s) bude r_{sm} a upravený úhel normály kontaktní plochy pneumatiky a poloměrem od středu pneumatiky k okraji kontaktní plochy (místo ψ):

$$\psi_m = \arctan \frac{l_{pm}}{r_{sm}} \quad (55)$$

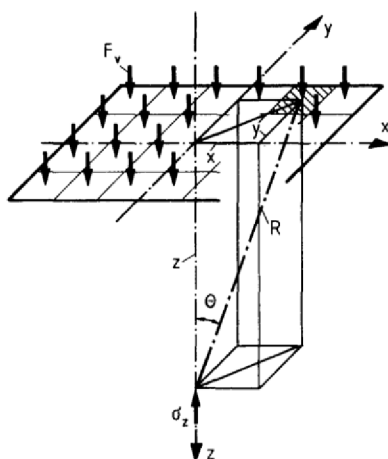
Poloviční šířku kontaktní plochy lze vyjádřit následovně:

$$b_p = \frac{b_o}{2} \quad (56)$$

Kontaktní plochu lze vyjádřit vztahem:

$$S_o = 4b_p l_{pm} \quad (57)$$

, kde b_p – poloviční šířka kontaktní plochy; l_{pm} – poloviční délka kontaktní plochy (Grečenko, 2010).



Obrázek 5: Tvar obdélníkové kontaktní plochy pneumatiky s analýzou jednotlivých zatížení pro výpočet svislého napětí ve středové ose. Zdroj: Schwanghart (1991)

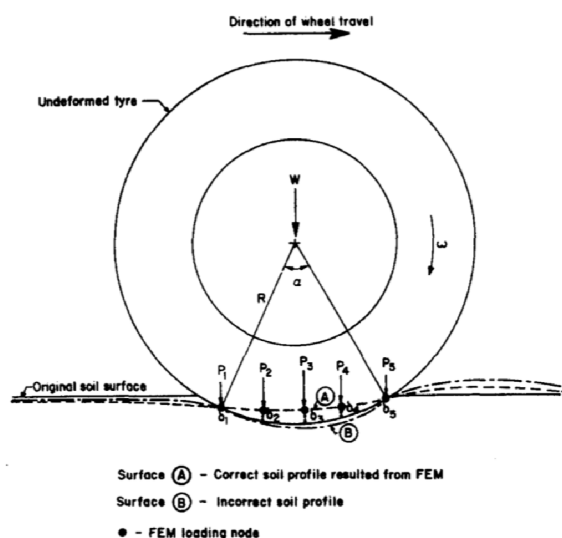
V některých případech lze geometrii tvaru kontaktní plochy na tvrdém povrchu také aplikovat na měkký povrch. Tato metoda předpokládá, že deformace pneumatiky na měkkém podkladu má stejné vlastnosti jako deformace na tvrdém povrchu. Tento předpoklad platí pouze pro počáteční fázi přejezdu pojezdového soupravy po měkkém povrchu (Bekker, 1962).

Dosavadní modely předpokládaly homogenní půdní povrch, nicméně v praxi se fyzikální i chemické parametry půdního podloží mohou významně odlišovat. V dalších modelech je snaha zahrnout do tohoto výpočtu i parametry půdního povrchu.

Yong et al. (1978) použili Hertzovu teorii kontaktu těles pro stanovení kontaktní plochy pneumatiky. Tento model zjednodušuje tvar pneumatiky do válcového tvaru s poloměrem r_1 , přičemž půda je popsána válcovým poloprostorem s nekonečným poloměrem r_2 . V tomto případě je tvar kontaktní plochy aproximován do obdélníkového tvaru, kde délku l tohoto obdélníku lze vypočítat podle následujícího vzorce:

$$l = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{4W}{\pi \left(\frac{l}{2}\right)^2} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \quad (58)$$

, kde R_1 a R_2 (cm) – poloměry pneumatiky a povrchu půdy; W (N) je zatížení; ν_1 a ν_2 – Poissonovy konstanty; E_1 a E_2 (kPa) – moduly pružnosti pneumatiky a půdy (Yong et al., 1978).



Obrázek 6: Stanovení deformace pneumatiky. Zdroj: Yong et al. (1978)

Na základě tohoto vzorce lze určit styčnou plochu pneumatiky, přičemž výpočet bere v úvahu zatížení, tlak huštění a parametry půdního povrchu.

Odlíšný přístup prezentoval McKyes (1985). Jedná se o empirickou metodu, kdy je délka kontaktní plochy pneumatiky stanovena pro případ, při kterém se při záběru kolo zahlubí

o více než $0,05d$, kde d je poloměr pneumatiky. Potom je možné délku kontaktní plochy určit dle vztahu:

$$l = \frac{d}{2} \quad (59)$$

Tuto metodiku není ovšem možné použít obecně pro všechny typy a velikosti pneumatik (McKyes, 1985).

Jiný způsob stanovení kontaktní plochy, který zohledňuje tlak huštění, parametry půdního povrchu, zatížení a rozměry pneumatiky, poskytl Komandi (1990):

$$S = c W^{0,7} \left(\frac{b_0}{d}\right)^{0,5} p_i^{-0,45} 10^{-4} \quad (60)$$

, kde c – konstanta, definující typ povrchu: pro středně těžké půdy $c = 3 - 3,2$; pro strniště $c = 3,6 - 3,8$; pro kyprý písek $c = 4,2 - 4,4$ (Komandi, 1990).

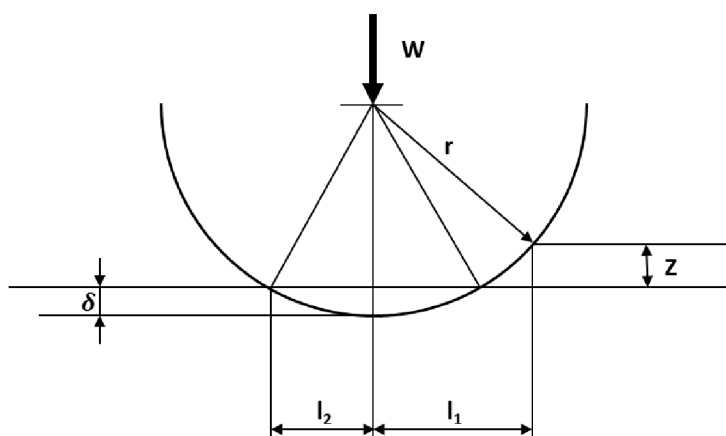
Schwanghart (1991), který provedl zjednodušení Bekkerovy rovnice, stanovil způsob výpočtu styčné plochy v měkkém půdním povrchu následovně:

$$S = \beta l b \quad (61)$$

, kde β – koeficient elipticity. Pro měkké půdy je $\beta = 0,75 - 0,80$ (Schwanghart, 1991).

Délku l kontaktní plochy (viz. obrázek 7), která je závislá na průměru pneumatiky d , deformaci δ a hloubce stopy z , lze určit podle vztahu:

$$l = l_1 + l_2 = \sqrt{[d(z + \delta) - (z - \delta)^2 + (d \delta - \delta^2)]} \quad (62)$$



Obrázek 7: Geometrická data pneumatiky zahloubené do půdy. Zdroj: Schwanghart (1991) (upraveno)

Hloubku stopy lze určit podle zjednodušené Bekkerovy rovnice, kde je přihlédnuto k parametrům půdního povrchu:

$$z = \left(\frac{q}{k}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (63)$$

, kde q (kPa) – kontaktní tlak; k – součinitel závislý na parametrech zeminy.

Pro šířku styčné plochy b , která je proměnná, lze pro propoččet využít poměr aktuálního zatížení W a jmenovitého zatížení W_j :

$$b = b_0 + b_1 \frac{W}{W_j} \quad (64)$$

, kde $b_1 = 3 - 5$ (cm); b_0 – jmenovitá šířka pneumatiky (Schwanghart, 1991).

Výpočet kontaktní plochy lze také provést na základě empirických dat, např. Diserens (2009) provedl studium experimentálně určené kontaktní plochy pneumatik a s využitím metody lineární regrese následně odvodil vztah pro propoččet kontaktní plochy pneumatiky, který zohledňoval její konstrukci. Jedná se o lineární rovnici:

$$S = a b_0 d \quad (65)$$

, kde a – konstanta pro různé typy pneumatik. Hodnota koeficientu a specifikuje jednotlivé typy pneumatik, např.: diagonální, radiální atd.

Přesnější výpočet, který bere v úvahu tlak huštění a zatížení, má tvar:

$$S = (a b_0 d) + (e W) + (c p_i) + C \quad (66)$$

, kde e , c – parametry pro vybrané typy pneumatik obdobně jako a ; C – konstanta.

Tyto rovnice však i dle autorova vyjádření mají omezené využití z důvodu nehomogenity půdního povrchu a jejich využití v praxi je možné spíše v případě výpočtu kontaktních ploch na půdním povrchu typu pastviny nebo louky (Diserens, 2009).

3.3 Stanovení styčné plochy pneumatiky na tvrdém povrchu

Prikner et al. (2019) uvádějí, že lze při hodnocení individuálního kompakčního potenciálu pneumatik TSCE použít empirickou predikci velikosti jednotlivých kontaktních ploch pneumatiky s využitím katalogových údajů na základě Grečenkovy studie z roku 1996

Grečenko a Prikner (2014). Prezentovaný vzor označený jako přístup individuální plochy pneumatiky (TICA) zlepšuje hlavní studie publikované Grečenkem (1995) a Priknerem et al. (2017) (Prikner et al., 2019; Grečenko a Prikner, 2014).

Grečenko a Prikner (2014) využili plochu otisku pneumatiky představovanou virtuální kruhovou přítlačnou deskou stejné velikosti k porovnání vhodnosti různých velikostí pneumatik pro provoz v terénu s využitím reálného zhuštění půdy pro stanovení kompakčního potenciálu pneumatiky (CC – rating). Výhodou využití rovnice SGP (Surface-Grečenko-Prikner) je možnost spočítat jmenovitou kontaktní plochu pneumatiky S_T (cm²) s velmi vysokou přesností pomocí rozměrů pneumatiky uvedených v provozních příručkách jednotlivých výrobců, které většinou odpovídají oficiálním normám (např. ETRTO, 2008). Původní SGP rovnice má konvenční formu:

$$S_T = c b_{tc} \sqrt{d_t^2 - 4r_s^2} = (0,927 + 0,761AR - 1,215AR^2) b_{tc} \sqrt{d_t^2 - 4r_s^2} \quad (67)$$

, kde c – přepočtový koeficient závislý na AR (poměr stran profilu pneumatiky); $AR = (d_t - d_r) / 2b_{tc}$ (-); b_{tc} – sekce katalogových pneumatik; d_t – vnější průměr pneumatiky; d_r – statický vnější průměr zatížené pneumatiky; r_s – statický poloměr zatížení (Prikner et al., 2019).

V předložené koncepci TICA predikce plochy otisku S_{Tx} (cm²) jednotlivých pneumatik využívá parametry rozměru pneumatiky pro různé kombinace zatížení a tlaku v pneumatice. Přístup TICA vyžaduje vyhodnocení tuhosti pneumatiky C (kN/cm), další prověření přepočtového koeficientu $c = f(AR, p_i)$. Pro moderní trakční pneumatiky platí nový parametr tuhosti bočnice:

$$\kappa = \frac{C_N}{C_M} \quad (68)$$

, kde C_N – jmenovitá tuhost bočnice získaná pro tlak huštění 160 kPa a přiměřené zatížení W_{N30} při rychlostním limitu 30 km/h, které je definované následujícím vztahem:

$$C_N = \frac{W_{N30} g}{f_{N30}} \quad (69)$$

, kde f_{N30} - nominální deformace pro rychlost 30 km/h $\Leftrightarrow r_s = f(W, p_i)$; ETRTO (2008) definované následujícím vztahem:

$$f_{N30} = \frac{d_t}{2} - r_s = r_t - r_s \quad (70)$$

Průběh C_M , tj. maximální tuhost bočnice, lze popsat pomocí funkce $C_M = f(W_{10}, f_{N30})$ pro rychlost 10 km/h, která využívá nominální odchylku bočnice f_{N30} (cm) získanou ze vztahu (69):

$$C_M = \frac{W_{N10} g}{f_{N30}} \quad (71)$$

Pomocí daných parametrů specifikujících jmenovitou a maximální úroveň tuhosti bočnice pro rychlosti 10 km/h a 30 km/h lze vyjádřit individuální průhyb pneumatiky f_x :

$$f_x = \frac{\Delta W g}{C_M} = \frac{abs|W_x - W_{30}| g}{C_M} \quad (72)$$

, kde ΔW - rozdíl zatížení pneumatiky, představuje absolutní hodnotu rozdílu individuálního a jmenovitého zatížení pneumatiky (Prikner et al., 2019).

Pro ověření vztahu SGP (vzorec 67) je nutné provést odhad koeficientu deformace ψ . Tento parametr popisuje konečnou změnu šířky dezénu pneumatiky b_{tTP} v závislosti na deformaci pneumatiky f_x a katalogové hodnotě šířky průřezu pneumatiky b_{tC} . Koeficient deformace pneumatiky ψ pro jednotlivé f_x je uveden jako:

$$\psi = \frac{f_x}{b_{tC}} = \frac{\Delta W}{C_N b_{tC}} \quad (73)$$

Šířku dezénu pneumatiky b'_{tTP} lze predikovat pomocí následujícího vztahu:

$$b'_{tTP} = \frac{1}{AR} f_{x10} \ln(\psi) + b_{tC} \quad (74)$$

, kde AR - poměr stran, f_{x10} - deformace pneumatiky pro rychlost 10 km/h, ψ - parametr průhybu a b_{tC} - katalogová šířka průřezu pneumatiky (Prikner et al., 2019).

Nominální deformace pneumatiky f_{N30} je katalogová hodnota pro rychlostní limit 30 km/h. Je výhodné porovnat nominální deformaci f_{N30} s maximální výchytkou pneumatiky f_{M10} (týká se rychlosti 10 km/h):

$$f_{M10} = \frac{\Delta W g}{C_{N30}} \quad (75)$$

, kde ΔW (kg) představuje rozdíl mezních hodnot zatížení při doporučeném jmenovitém tlaku huštění (ETRTO, 2008):

$$\Delta W = W_{N(10)} - W_{N(30)} \quad (76)$$

, kde $W_{N(10)/(30)}$ – jmenovitá hodnota zatížení pro rychlost 10 km/h, resp. 30 km/h.

$$r_{s(10)} = r_s - f_{M10} \quad (77)$$

, kde r_s – statický poloměr pneumatiky (katalogová hodnota).

S využitím vztahu 77 lze stanovit koeficient deformace pneumatiky ε_d , jako parametr změny plochy otisku pneumatiky pro kombinace katalogových hodnot W a p_i :

$$\varepsilon_d = 1 - \frac{r_{s(10)}}{r_s} \quad (78)$$

, kde $r_{s(10)}$ – poloměr statického zatížení pneumatiky pro rychlost 10 km/h; (viz. vzorec 77) (Prikner et al., 2019).

Modifikovaný model aritmetické řady a_n , jehož výsledkem je a_{tx} , může spolehlivě popsat rovnoměrně klesající (lineární trend) velikost plochy otisku pneumatiky:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d_a \quad (79a)$$

$$a_{tx} = (n - 1)\varepsilon_d \quad (79b)$$

, kde $a_1 = 0$; $n \geq 1$; $n \in N$; a_1 – aritmetická řada; n – $n^{\text{tý}}$ fáze posloupnosti $a_n \Rightarrow a_{tx}$; $d_a \Rightarrow \varepsilon_d$ - rozdíl po sobě jdoucích členů; N – počet členů (Prikner et al., 2019).

Kombinace katalogových hodnot W_N a p_i pro rychlost 10 km/h mohou dostatečně popsat účinek zhutnění statického zatížení pneumatiky. Vztah výpočtu kontaktní plochy S_{TN}

pro jmenovité katalogové zatížení a odpovídající kombinaci tlaku huštění na základě modifikace S_T (vzorec 67) má tvar:

$$S_{TN} = \nu(1 - a_{tx})S_T = \frac{b'_{tTP}}{b_{tc}}(1 - a_{tx})S_T \quad (80)$$

, kde parametr ν (-) – standardní poměr skutečné šířky pneumatiky vzoru dezénu b_{tTP} a katalogové hodnoty b_{tc} (viz. vzorec 74) (Prikner et al., 2019).

Grečenko (1995) publikoval předpověď plochy otisku pneumatiky A_o pomocí korekčního faktoru α_A (poměr skutečné a jmenovité kontaktní plochy):

$$\alpha_A = \alpha_W^n = \left(\frac{W}{W_N}\right)^n \quad (81)$$

, kde α_W^n – poměr skutečného a jmenovitého zatížení pneumatiky; n – korekční faktor; W – skutečné zatížení; W_N – jmenovité zatížení.

Původní hodnotu korekčního faktoru $n = 2/3$ doporučil Grečenko (1995). Poslední experimenty potvrdily, že hodnota n odpovídá AR , resp. ε_d .

Úprava korekčního faktoru $n \Rightarrow n_c$ souvisí s poměrem stran AR (AR') pneumatiky následovně:

$$n_c = \frac{AR'}{AR} = \frac{h'_t/b'_{tTP}}{h_t/b_t} \quad (82)$$

, kde AR' – závisí na opravené šířce dezénu pneumatiky b'_{tTP} (viz. vzorec 74) (Prikner et al., 2019; Grečenko, 1995).

Když je pneumatika zatížená, lze výšku h (cm) snížit pomocí skutečné deformace pro dané zatížení pneumatiky:

$$h_t = (h - d_r/2 * 2,54) - f_x \quad (83)$$

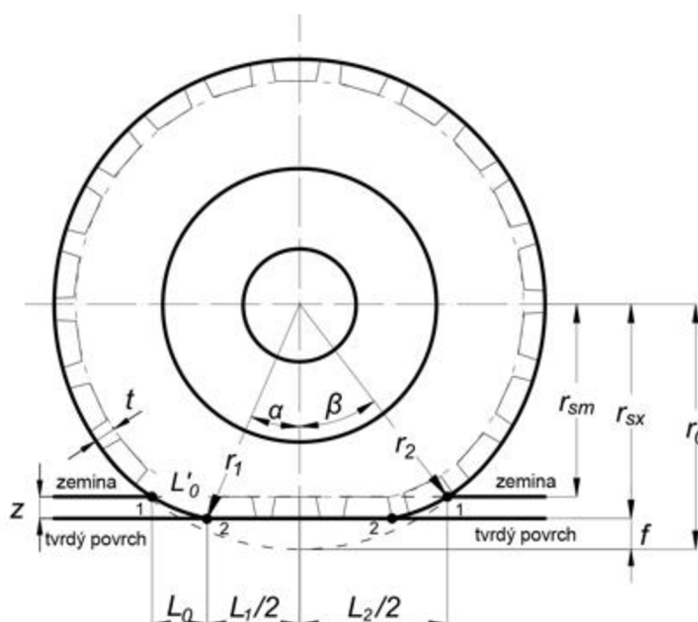
Koeficient n_c , který je závislý na typu a velikosti pneumatiky, tak dosahuje rozmezí 0,6 - 0,9. Predikce kontaktní plochy jednotlivých pneumatik S_{Tx} (cm²) pro libovolné kombinace

zatížení a tlaku huštění (viz. vzorec 80) vyžaduje úpravu pomocí korekčního faktoru α_A (viz. vzorec 81):

$$S_{Tx} = \alpha_A S_{TN} \Rightarrow \left(\frac{W}{W_N}\right)^{n_c} S_{TN} \quad (84)$$

3.4 Stanovení styčné plochy pneumatiky na měkkém povrchu

Při stanovení kontaktní styčné plochy na měkkém povrchu se vychází z hypotézy, že při statickém zatížení půdního povrchu je možné kontaktní styčnou plochu na měkkém povrchu považovat za shodnou s kontaktní styčnou plochou na tvrdém povrchu. Tento předpoklad je platný pouze v případě, kdy jsou brány v úvahu zatížení do úrovně rychlosti 30 km/h.



Obrázek 8: Parametry pneumatik použité při predikci kontaktní plochy (kontury) pneumatiky na měkkém povrchu. Zdroj: Prikner et al. (2019) (upraveno)

Pro predikci kontaktní styčné plochy na měkkém povrchu jsou využity parametry, které jsou uvedeny na obrázku 8:

$$r_{sx} = r_0 - f_x \quad (85)$$

, kde r_{sx} – statický poloměr odpovídající maximální deformaci pneumatiky f_x ; r_0 – katalogová hodnota statického poloměru (Prikner et al., 2019).

$$r_{sm} = r_{sx} - z \approx r_{sx} - 0,85t \quad (86)$$

, kde r_{sm} – statický poloměr odpovídající maximální deformaci pneumatiky f_x snížený o výšku šípu; t – výška šípu (Prikner et al., 2019).

Pro výpočet deformace budou použity vztahy:

$$f_{N30} = \frac{d_t}{2} - r_0 \quad (87)$$

$$f_x = \frac{abs|W_x - W_{N30}| * g}{C_M} \quad (88)$$

$$C_M = \frac{W_{N10} * g}{f_{N30}} \quad (89)$$

Využitím výše uvedených vztahů je možné dopočítat všechny potřebné parametry:

$$r_1 = \sqrt{r_{sx}^2 + (L_1/2)^2} \quad (90)$$

$$r_2 \approx 0,96r_0 \quad (91)$$

$$L_2/2 = \sqrt{r_2^2 - r_{sm}^2} = \sqrt{0,96r_0^2 - (r_{sx} - 0,85t)^2} \quad (92)$$

$$L_0 = \frac{L_2}{2} - \frac{L_1}{2} = \sqrt{\left(2r_2 \sin\left(\frac{\beta - \alpha}{2}\right) - z\right)^2} \quad (93)$$

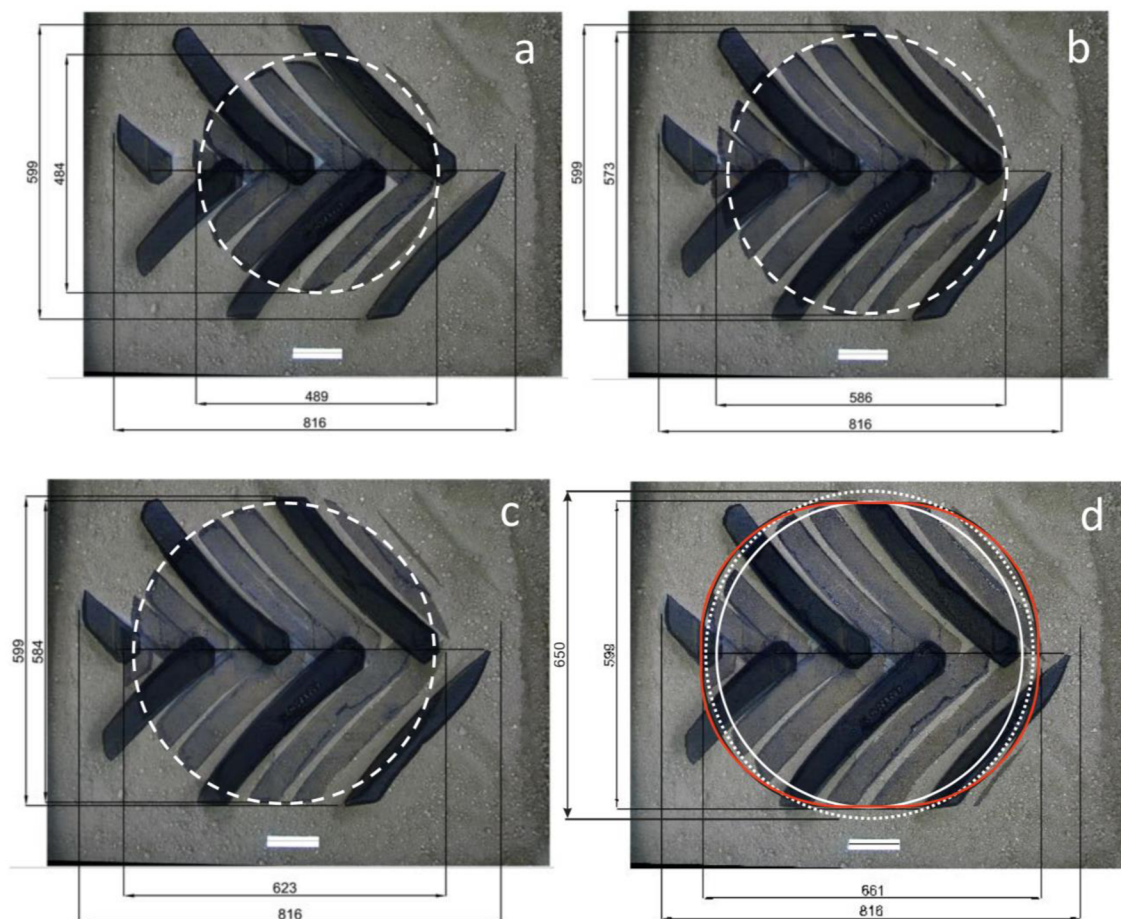
$$\alpha = \arccos \frac{r_{sx}}{r_1} \quad (94)$$

$$\beta = \arccos \frac{r_{sx} - z}{r_2} = \arccos \frac{r_{sx} - 0,85t}{0,96r_0} \quad (95)$$

$$\dot{L}_0 = \pi * r_2 * (\beta - \alpha) / 180 \quad (96)$$

Výhodnost náhrady původního tvaru styčné plochy kruhovou plochou na tvrdém podkladu u radiálního typu trakčních pneumatik je zřejmá. Identická velikost kruhového tvaru styčné plochy může nahradit stejnou plochu oválného nebo obdélníkového tvaru z hlediska generování středního kontaktního tlaku ve středu tvaru kontaktní plochy na povrchu půdy

(Grečenko – Prikner, 2014 a Prikner et al., 2017). Na obrázku 9 je uveden příklad porovnání vícenásobné stopy pneumatiky s jednoduchým otiskem (složení fotografií), který demonstruje cíl tohoto přístupu, kde účelné překrývání 3 obrázků (viz. obrázek 9d) představuje možnost substituce tvarů styčné plochy (Prikner et al., 2019).



Obrázek 9: Pneumatika 650/85 R 38 (SVT) - neměnné zatížení 39,3 kN a různé úrovně tlaku huštění (a-d) = 240, 140, 120 a 100 kPa. Část (d) ukazuje rozdíl mezi 3 tvary – červená čára jako původní „oválný“ obrys 3252 cm², vnitřní bílý kruh s plnou čarou 2830 cm² – průměr odpovídá šířce styčné plochy a tečkovaný bílý kruh 3318 cm² – průměr je shodný se šířkou patek pneumatiky ($b_{tL} \gg 0,92 b_t$). Zdroj: Prikner et al. (2019)

4 Cíl práce

Hlavním cílem práce je zhodnotit zásadní parametry nutné pro výpočet styčné plochy pneumatiky na měkkém povrchu s ohledem na individuální kombinaci tlaku huštění a zatížení. Na základě studia literárních zdrojů je dílčím cílem porovnání odlišných přístupů pro výpočet styčné plochy pneumatiky na půdním povrchu.

5 Metodika a vzorky měření

5.1 Vzorky měření

Pro stanovení kontaktní styčné plochy byly použity zemědělské pneumatiky Mitas RD - 03 o rozměru 650/65 R 38 s výškou šípů 53 mm a Continental SVT o rozměru 650/85 R 38, s výškou šípů 60 mm. Technické parametry jsou uvedeny v tabulce 1.

Tabulka 1: Technické údaje pneumatik Mitas a Continental

Pneumatika	Rozměr	Vnější průměr d_t (mm)	Statický poloměr r_0 (mm)	Odvalený obvod O_r (mm)
Mitas RD-03	650/65 R 38	1858	810	5416
Continental SVT	650/85 R 38	2070	920	6130

Pneumatika	Rozměr	Výška šípů t (mm)	Počet párů šípů	Jmenovité zatížení W_{N30} (kg)
Mitas RD-03	650/65 R 38	53	22	4745
Continental SVT	650/85 R 38	60	20	6270

Zdroj: Mitas (2014); Continental (2012)

5.2 Měřicí zařízení a postup měření

Pro stanovení styčné plochy bylo využito hydraulické laboratorní zařízení zobrazené na obrázku 10, ve které byl umístěn pojízdný kontejner s předem namodelovanou homogenní půdní vrstvou o vlhkosti 20^(+/-0,5) %. Následně byl po kalibraci zatížení pneumatiky pořízen vlastní otisk na měkkém povrchu. Tento přístup upřednostňuje zaboření pneumatiky po výšce šípů bez vytvoření fiktivní hloubky stopy jako porovnávacího standardu dosažených výsledků.

Pojízdný půdní kontejner o rozměrech 1200 mm x 1000 mm x 170 mm se pohybuje po bočních hranách na odpružených kladkách s celkovou nosností cca 300 kg. Celkový počet 18 odpružených kladek je dimenzován na vyšší nosnost, než která byla zjištěna během testování.

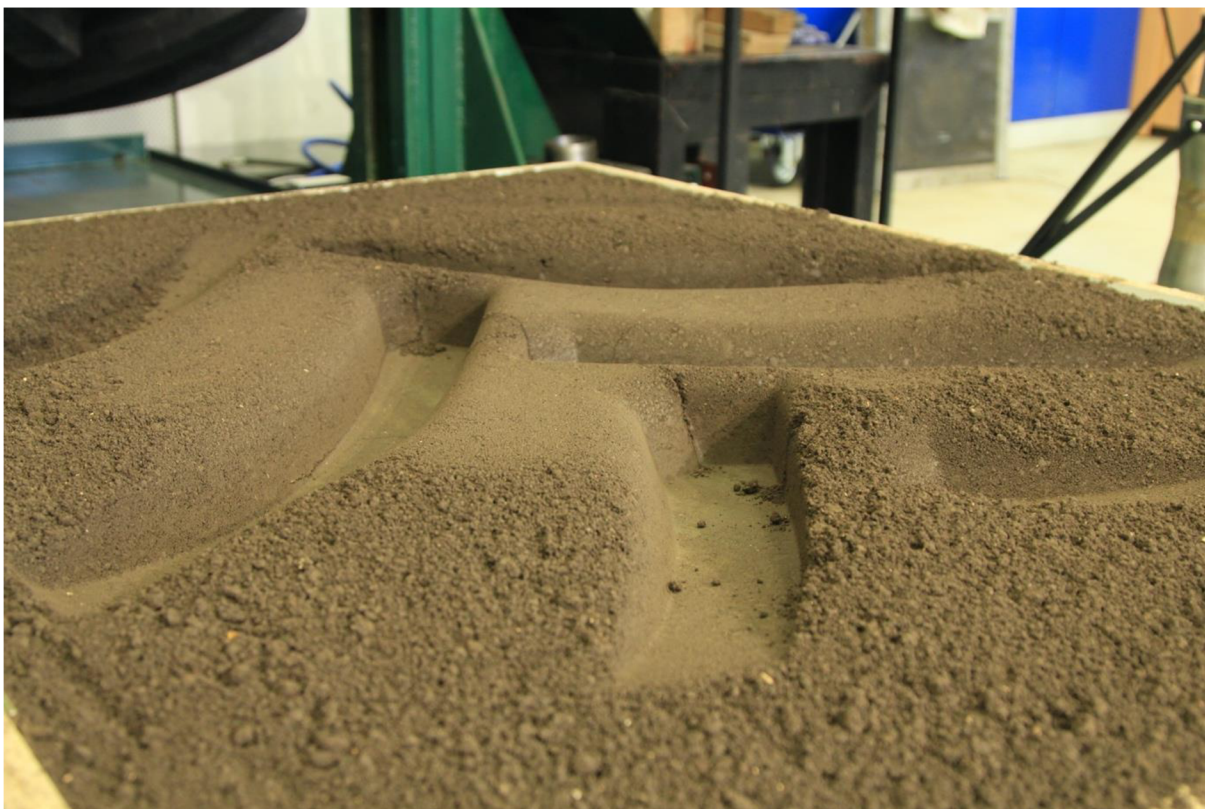
Suchá objemová hmotnost zeminy se pohybovala v rozmezí 1150 – 1200 kg/m³. Celková výška půdní homogenní náplně byla vytvořena ve 3 vrstvách (výška vrstvy 50 mm), pomocí ocelové desky o rozměrech 900 mm x 800 mm x 20 mm při zatěžovacích tlacích 90, 100 a 120 kPa. Jako zátěž pro modelování byla využita pneumatika se sníženým tlakem huštění z důvodu rovnoměrného rozložení zatížení po celé ocelové desce. Případná deformace ocelové desky byla eliminována ocelovými výztužemi s U-profilem. Celková výška 170 mm půdní vrstvy byla dokončena 20 mm volně sypané zeminy. Maximální hodnota suché objemové hmotnosti zeminy během zatěžovacích testů byla 1580 kg/m³, což odpovídá 90 % její stlačitelnosti pro danou vlhkost.



Obrázek 10: Laboratorní zařízení pro testování otisků styčné plochy na měkkém povrchu.

Po vytvoření homogenní půdní vrstvy bylo možné přistoupit k získání otisku kontaktní plochy pneumatiky pro danou kombinaci tlaku huštění a zatížení. Zatěžovací kalibrace pneumatiky s předem nastaveným tlakem huštění byla následně provedena ve 4 opakováních

na prázdné váhové desce. Následně byl půdní kontejner zasunut pod pneumatiku a vytvořil se otisk pneumatiky na měkkém povrchu. Zatížení půdní vrstvy pneumatikou bylo nastaveno na 10 s. Poté byla pneumatika nadzvednuta, kontejner s půdní vrstvou byl vysunut a zafixován pod stativ s fotoaparátem. Každý otisk byl označen kombinací tlaku huštění a zátěže. Fotoaparát s objektivem 26 mm byl umístěn na držáku ve výšce 250 cm, ovládán byl pomocí softwaru PCRemote. V závěru každého měření byly pořízeny 3 kopie snímku otisku kontaktní a styčné plochy pneumatiky.



Obrázek 11: Ukázka z měření – otisk kontaktní plochy pneumatiky.

5.3 Metodika pro výpočet styčné plochy pneumatiky

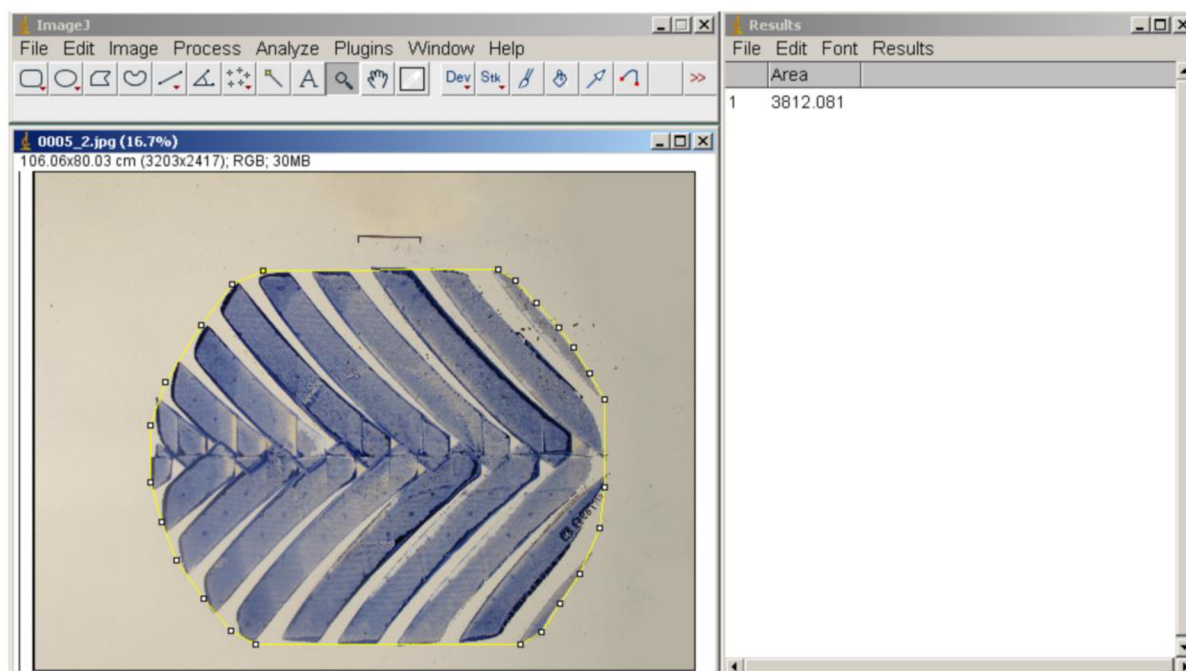
V rámci této diplomové práce bude provedeno porovnání velikostí kontaktních a styčných ploch vybraných pneumatik, podle uvedeného postupu:

- 1) Vyhodnocení kontaktní a styčné plochy na pevném povrchu.
- 2) Vyhodnocení kontaktní a styčné plochy na měkkém povrchu.

- 3) Stanovení velikosti styčné plochy na měkkém povrchu na základě porovnání velikostí ploch podle bodu 1 a 2.

5.3.1 Naměřená kontaktní styčná plocha na pevném povrchu

Fotografie otisků styčné plochy na pevném povrchu byly následně zpracovány pomocí softwaru ImageJ a CorelDraw. Měřítka pro vyhodnocení otisku styčné plochy (10 cm), umožňují kalibrovat fotografie v grafickém prostředí a získat skutečné hodnoty velikosti styčné plochy.



Obrázek 12: Snímek části obrazovky s programem ImageJ při měření plochy obrysovou metodou; otisk pro pneumatiku Continental 650/85 R 38 (zatížení 5500 kg, tlak huštění 160 kPa).

5.3.2 Naměřená kontaktní styčná plocha na měkkém povrchu

Otisky styčné plochy na měkkém povrchu byly zpracovány v grafickém prostředí Adobe Photoshop. Shodná velikost získaných fotografií byla standardizována velikostí měřítka 10 cm. Následně byly fotografie na tvrdém a měkkém povrchu pro dané zatížení a tlak huštění převedené do identického prostředí, umožňujícího porovnat současně tvar a velikost styčné plochy pneumatiky pro každý povrch a stanovit difference pro konkrétní podmínky.

5.3.3 Výpočet styčné plochy na měkkém povrchu

Pro stanovení styčné plochy na měkkém povrchu je nezbytné stanovit přepočet délky styčné plochy L_1 (pro tvrdý povrch) a L_2 (pro měkký povrch). Princip stanovení délky styčné plochy na tvrdém povrchu L_1 zahrnuje vzájemný poměr obvodu nezatížené a zatížené pneumatiky. V tomto případě, navrhovaný přístup předpokládá, že styčnou plochu otisku na tvrdém povrchu lze použít jako přijatelnou náhradu pro měkký terén. Zde je ukázaný postup, jak se tato hypotéza může shodovat, nebo lišit v některých částech předpovědi velikosti styčné plochy s ohledem na stejné podmínky a kombinace zatížení a tlaku huštění.

Pro volný obvod platí následující vztah:

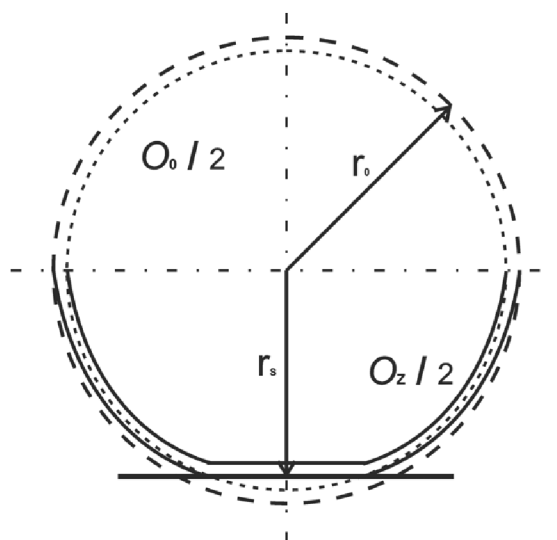
$$O_0 = 2\pi r_0 \quad (97)$$

, kde O_0 – volný obvod; r_0 – katalogová hodnota volného poloměru.

Pro zatížený odvalený obvod pneumatiky pak platí vztah, který uvažuje hypotetický součet vždy jedné poloviny každého obvodu, (viz. obrázek 13):

$$O_Z = 0,5(2\pi r_0 + 2\pi r_{sx}) \quad (98)$$

, kde O_Z – zatížený odvalený obvod; r_{sx} – statický poloměr pro aktuální deformaci pneumatiky f_x ; r_0 – volný poloměr podle katalogové hodnoty volného průměru.



Obrázek 13: Předpokládané rozdíly obvodů pneumatiky ve vztahu k deformaci pneumatiky.

Součinitel a' vyjadřující poměrnou změnu r_{sx} v závislosti na diferenci odvalených obvodů pneumatiky lze formulovat:

$$a' = \frac{O_o}{O_z} \quad (99)$$

Obecné vyjádření změny délky ΔL_x na základě poměru odvalených obvodů vyžaduje použít koeficient χ jako hodnotu zohledňující potencionální navýšení délky L_x :

$$\chi = 1 - \ln(a') \quad (100)$$

Vliv hystereze při deformaci šípů a rozložení na podložce se vyjádří přirozeným logaritmem součinitele a' , obdobně jako vztah pro výpočet šířky otisku na tvrdé podložce (viz. rovnice 87).

Vztah pro stanovení poloměru r_1 je potom vyjádřený následovně:

$$r_1 = r_0 - \left(0,01r_0r_{sx}^{(-a')}\right) \quad (101)$$

, kde součin volného a statického poloměru r_{sx} musí být umocněn parametrem a' v záporném tvaru, protože vyjadřuje efekt poměrné změny obvodu pneumatiky vlivem deformace dezénu při jejím statickém zatěžování.

Délku styčné plochy na tvrdém povrchu L_1 lze získat pomocí vztahu:

$$L_1 = 2\chi\sqrt{(r_1^2 - r_{sx}^2)} - 0,5l_{TP} \quad (102)$$

, který zahrnuje redukovanou vzdálenost šípů ve středové ose dezénu:

$$l_{TP} = \frac{O_z}{n_T} \quad (103)$$

, kde r_{sx} je statický poloměr vyjadřuje deformaci pneumatiky f_x (viz. rovnice 85), l_{TP} je vzdálenost šípů ve středové ose pneumatiky pro zatížený odvalený obvod, O_z je zatížený obvod pneumatiky a n_T je počet párů šípů.

Výpočet délky stykové plochy, to znamená plocha otisku dezénu, na měkkém povrchu L_2 je výhodné doplnit modifikací poměrné změny odvalených obvodů a' pro vyjádření poměrné změny poloměru r_1 korespondující se změnou vzdálenosti šípů v ose vzorku s největší hustotou pro zatížený a nezatížený stav. Tato plocha výhradně znázorňuje tvar a velikost

obrysu všech zabořených šípů, nelze ji proto použít pro definici zhutnění, pouze pro trakční podmínky.

Zavedením součinitelů c' a d' , pro které platí:

$$c' = a'd'r_1(1 - a') \quad (104)$$

$$d' = \frac{l_0}{0,5l_z} \quad (105)$$

, kde l_0 je vzdálenost šípů při nezatíženém a l_z při zatíženém stavu, lze vypočítat délku L_2 následovně:

$$L_2 = \left(2\sqrt{(r_1 + \ln(c'))^2 - r_{sx}^2}\right) \pm 0,5h_t^{d'} \quad (106)$$

Pokud je hodnota poměrné deformace f_p pro maximální kombinaci zatížení a tlak huštění (10 km/h) větší nebo rovna 1, tj. ($f_p \geq 1$), bude odečtena $\frac{1}{2}$ výšky šípu:

$$f_p = \frac{a'f_{rx}}{100} \quad (107)$$

Výpočet styčné plochy S_{ts} na měkkém povrchu zahrnuje stanovení poměrného prodloužení ΔL_x za předpokladu, že styčnou plochu pneumatiky S_{tx} lze nahradit kruhovým tvarem a její parametry aplikovat na měkký povrch.

Pak nominální šířka otisku b'_{tTP} představuje i její průměr D_{Stc} :

$$D_{Stc} \Rightarrow b'_{tTP} = AR^{-1}(f_{x10} \ln \psi + b_{tc}) \quad (108)$$

Základní tvar rovnice vyjadřující velikost styčné plochy může být formulován ve tvaru:

$$S_{ts} = S_{tc} + \Delta S_{ts} \quad (109)$$

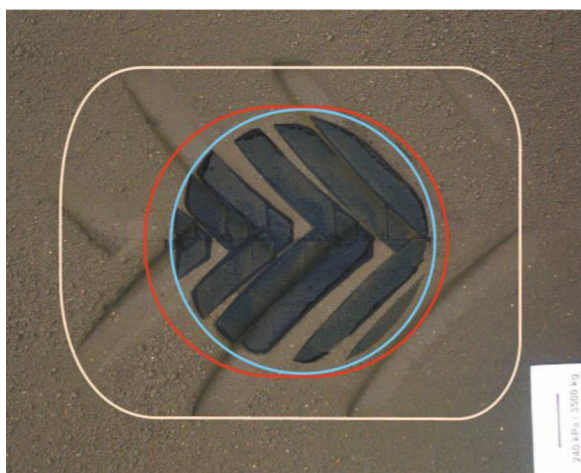
, kde S_{tc} je známá velikost styčné plochy na tvrdém povrchu (Markova, 2018):

$$S_{tc} = \alpha_A S_{tn} = \left(\frac{W}{W_N}\right)^{n_c} S_{tn} \quad (110)$$

ΔS_{ts} definuje nárůst plochy v přední a zadní části otisku dezénu na měkkém povrchu:

$$\Delta S_{ts} = S_{ts\ 0.5} + S_{ts\ KPD} \quad (111)$$

Pokud se dosáhne shodného výsledku v porovnání naměřených a predikovaných hodnot, v tomto případě se uvažuje teoretický předpoklad symetrického rozdělení podle vertikální osy otisku (Prikner et al., 2019). Nicméně, rozdíl mezi velikostmi dílčích ploch je způsobený plností dezénu a zvýšenou hustotou šípů ve středové ose dezénu a jeho zvyšující se tuhostí. Z tohoto důvodu nelze přímo a ve všech případech plně využít celkovou délku L_1 jako univerzální parametr. Toto může být vysvětleno diferencemi v zakřivení kontury v přední a zadní části otisku běhounu na měkkém povrchu (viz. obrázek 14).



Obrázek 14: Ukázka difference tvaru, velikostí a polohy skutečných styčných a stykových ploch na měkkém a tvrdém povrchu, Continental 650/85 R 38 (tlak huštění 160 kPa, zatížení 5500 kg).

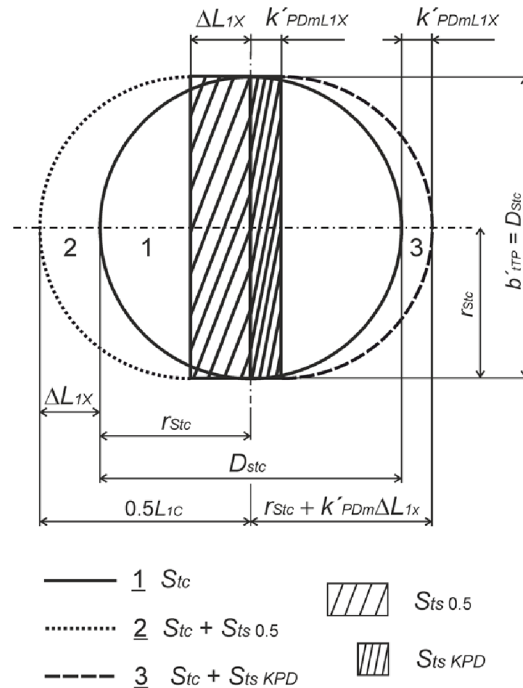
V tomto případě se však uvažuje kruhové zaoblení podle rozdělené plochy S_{tc} na dvě poloviny a přidání dílčích ploch před a za osou otisku (viz. obrázek 15). Při zatěžování pneumatiky ve správném směru rotace v záběru vzorku je patrný větší nárůst plochy v její přední části než v zadní části způsobené právě tuhostí dezénu. Proto je nárůst celkové plochy rozdělen na dvě odlišné části podle schématu.

Základní předpoklad je stanovení prodloužení v přední části na základě známých parametrů L_{1C} a D_{Stc} :

$$\Delta L_{1X} = 0,5(L_{1C} - D_{Stc}) \quad (112)$$

Následně je možné určit velikost plochy $S_{ts\ 0.5}$ (viz. obrázek 15) jako:

$$S_{ts\ 0.5} = 0,5\Delta L_{1X}b'_{tTP} \quad (113)$$



Obrázek 15: Schéma principu nesymetrického navýšení velikosti styčné plochy na měkkém povrchu.

Zadní část plochy (viz. obrázek 15) potom souvisí s plností dezénu a jeho modifikací podle vztahu:

$$S_{ts\ KPD} = k'_{PDm}\Delta L_{1X}b'_{tTP} = (S_{tc}/S_{tL})\Delta L_{1X}b'_{tTP} \quad (114)$$

, kde hodnota k'_{PDm} je inverzní hodnota k plnosti dezénu.

Vztah pro stanovení celkové velikosti styčné plochy na měkkém povrchu je pak daný základní rovnicí podle obrázku 15:

$$S_{ts} = S_{tc} + \Delta S_{ts} \quad (115a)$$

a ve finální formě je součtem velikostí dílčích ploch:

$$S_{ts} = S_{tc} + S_{ts\ 0.5} + S_{ts\ KPD} \quad (115b)$$

6 Výsledky a diskuse

6.1 Vyhodnocení délky styčné plochy

Tabulka 2: Měřené kombinace tlaku huštění a zatížení

Pneumatika	Rozměr		
Mitas RD-03	650/65 R 38	100 kPa / 3000 kg	160 kPa / 3000 kg
		100 kPa / 4125 kg	160 kPa / 4125 kg
		100 kPa / 4500 kg	160 kPa / 4500 kg
Continental SVT	650/85 R 38	120 kPa / 3500 kg	240 kPa / 3500 kg
		120 kPa / 4500 kg	240 kPa / 4500 kg
		120 kPa / 5500 kg	240 kPa / 5500 kg

Pro vyhodnocení styčné plochy na měkkém povrchu byly využity výsledky diplomové práce „Empirické stanovení styčné plochy pneumatiky“ (Markova, 2018):

Tabulka 3: Vypočtené a naměřené šířky styčné plochy a velikosti styčné plochy na tvrdém povrchu

Pneumatika	Tlak huštění (kPa)	Zatížení (kg)	b_{tTP} (cm)	b'_{tTP} (cm)	S_{tc} (cm ²)	S'_{tc} (cm ²)
Mitas RD-03 650/65 R 38	100	3000	57	57	2800	2816
		4125	58	59	3350	3280
		4500	59	60	3750	3700
	160	3000	53	51	2162	2174
		4125	56	56	2760	2702
		4500	56	57	2980	2940
Continental SVT 650/85 R 38	120	3500	57	56	2605	2587
		4500	59	59	3357	3291
		5500	60	62	3976	3923
	240	3500	46	47	1731	1743
		4500	52	51	2206	2250
		5500	58	56	2757	2794

b_{tTP} - naměřená šířka styčné plochy; b'_{tTP} - vypočtená šířka styčné plochy; S_{tc} - naměřená velikost styčné plochy na tvrdém povrchu; S'_{tc} - vypočtená velikost styčné plochy na tvrdém povrchu

Zdroj: Markova (2018)

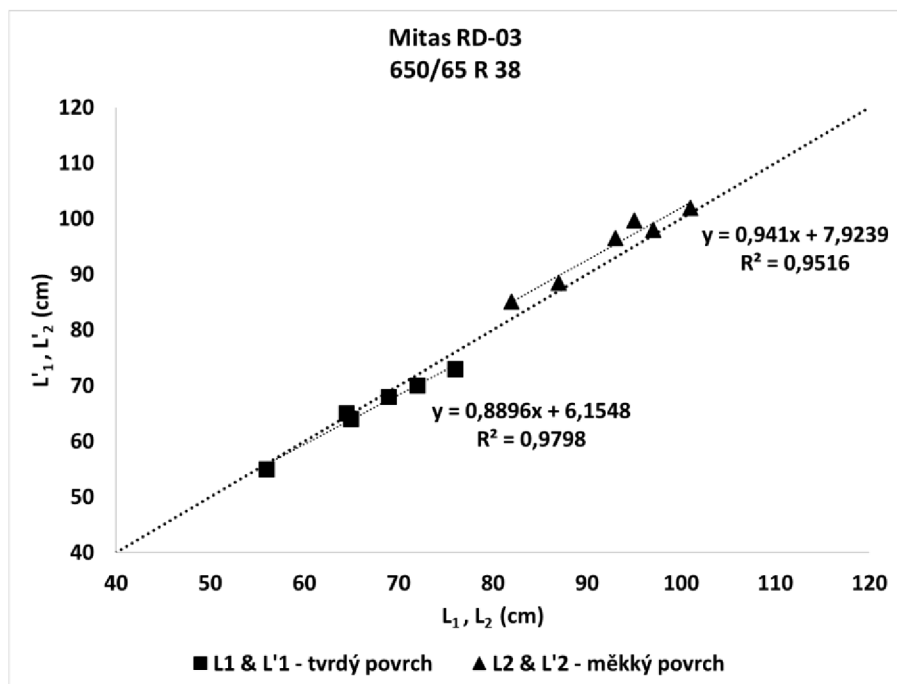
V rámci analýzy získaných otisků styčných ploch bylo provedeno měření délky styčné plochy pneumatiky na tvrdém a měkkém povrchu. V tabulce 4 jsou uvedeny vypočtené a naměřené hodnoty délek styčné plochy pro všechny kombinace tlaku huštění a zatížení. Z uvedené tabulky je patrné, že průběh změn hodnot délek styčné plochy v závislosti na aplikovaném zatížení pneumatiky nemá lineární průběh. Průběh změn je detailně popsán v kapitole 5.3.3.

Tabulka 4: Vypočtené a naměřené délky styčné plochy na tvrdém povrchu a měkkém povrchu

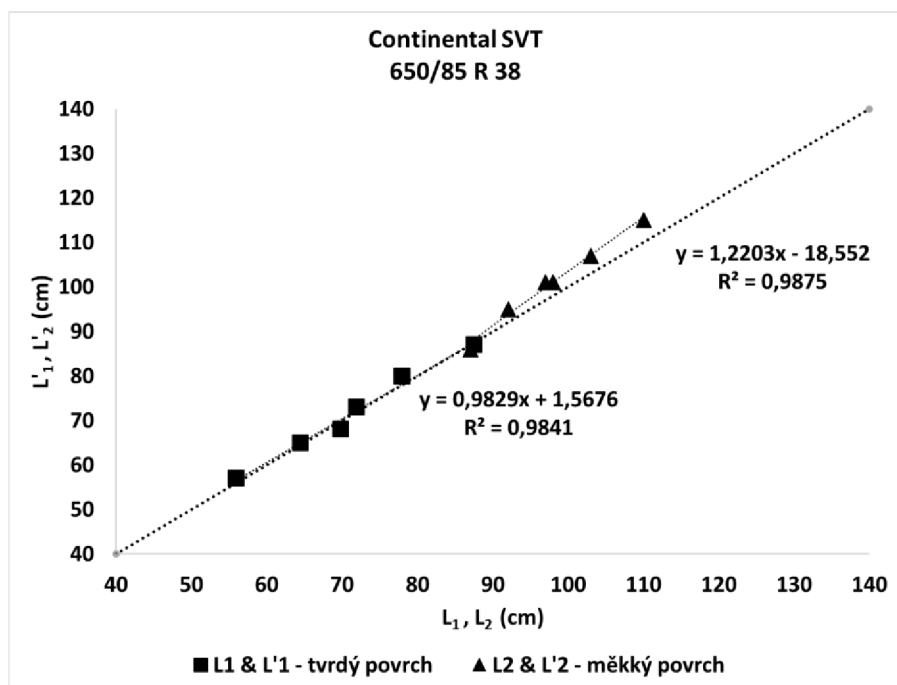
Pneumatika	Tlak huštění (kPa)	Zatížení (kg)	L_1 (cm)	L'_1 (cm)	L_2 (cm)	L'_2 (cm)
Mitas RD-03 650/65 R 38	100	3000	65	64	87	89
		4125	72	70	97	98
		4500	76	73	101	102
	160	3000	56	55	82	85
		4125	65	65	93	97
		4500	69	68	95	100
Continental SVT 650/85 R 38	120	3500	72	73	97	101
		4500	78	80	103	107
		5500	88	87	110	115
	240	3500	56	57	87	86
		4500	65	65	92	95
		5500	70	68	98	101

L_1 - naměřená délka styčné plochy na tvrdém povrchu; L'_1 - vypočtená délka styčné plochy na tvrdém povrchu; L_2 - naměřená délka styčné plochy na měkkém povrchu; L'_2 - vypočtená délka styčné plochy na měkkém povrchu

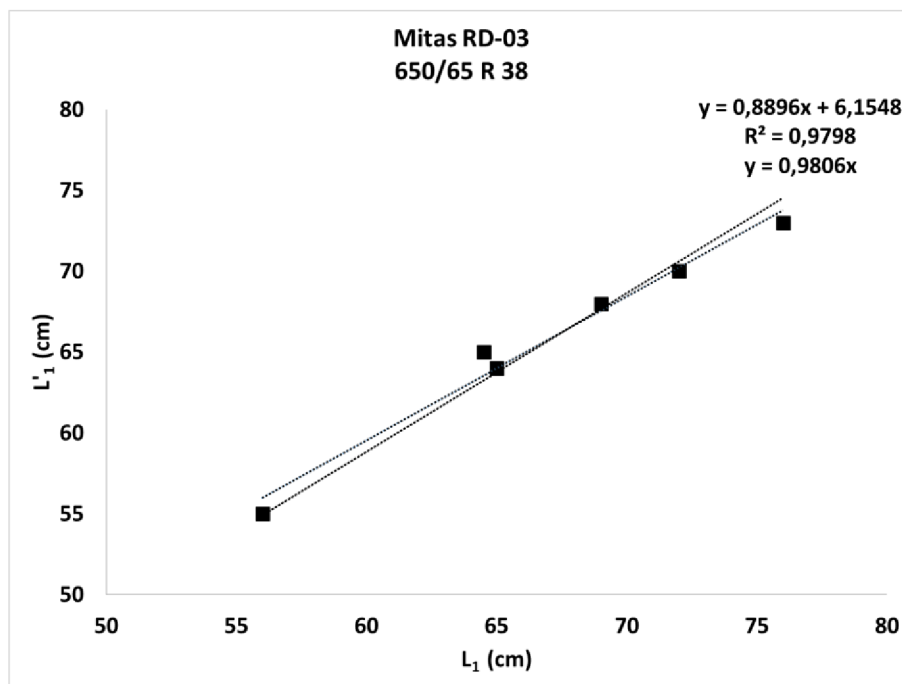
Dále jsou uvedeny obrázky 16 a 17, kde je provedeno vzájemné porovnání naměřených a vypočtených délek styčné plochy na tvrdém a měkkém povrchu pro jednotlivé tlaky huštění a různé hodnoty zatížení dané pneumatiky. Obrázky 18, 19, 20 a 21 prezentují lineární průběh korelace mezi změřenou (L_1 – tvrdý povrch a L_2 – měkký povrch) a vypočtenou (L'_1 – tvrdý povrch a L'_2 – měkký povrch) délkou styčné plochy na tvrdém a měkkém povrchu pro jednotlivé kombinace tlaku huštění a zatížení.



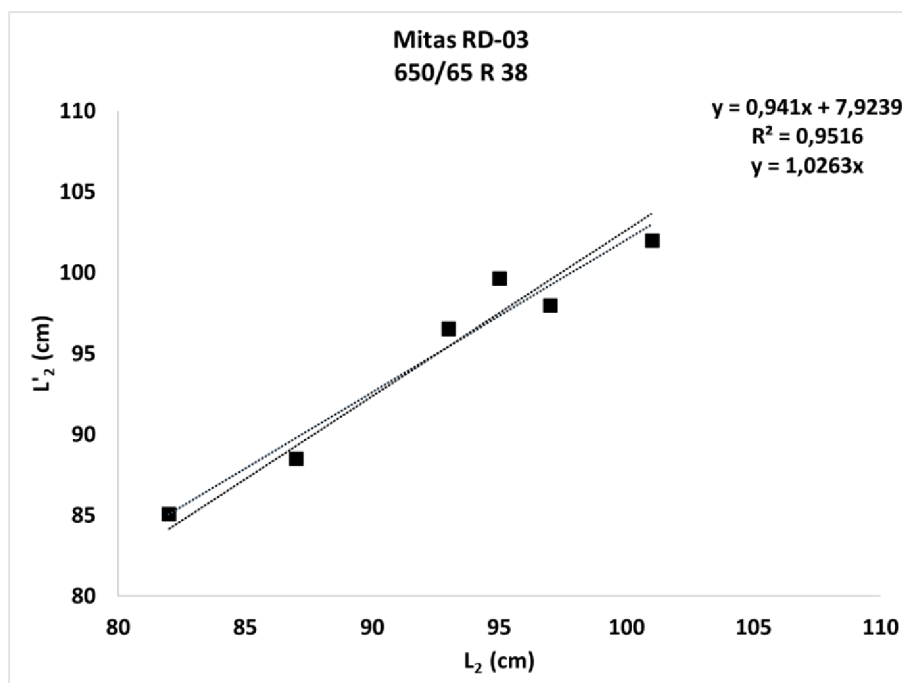
Obrázek 16: Vzájemné porovnání naměřených a vypočtených délek styčné plochy pneumatiky na tvrdém a měkkém povrchu pro dané kombinace tlaku huštění a zatížení pneumatiky Mitas RD-03 650/65 R 38.



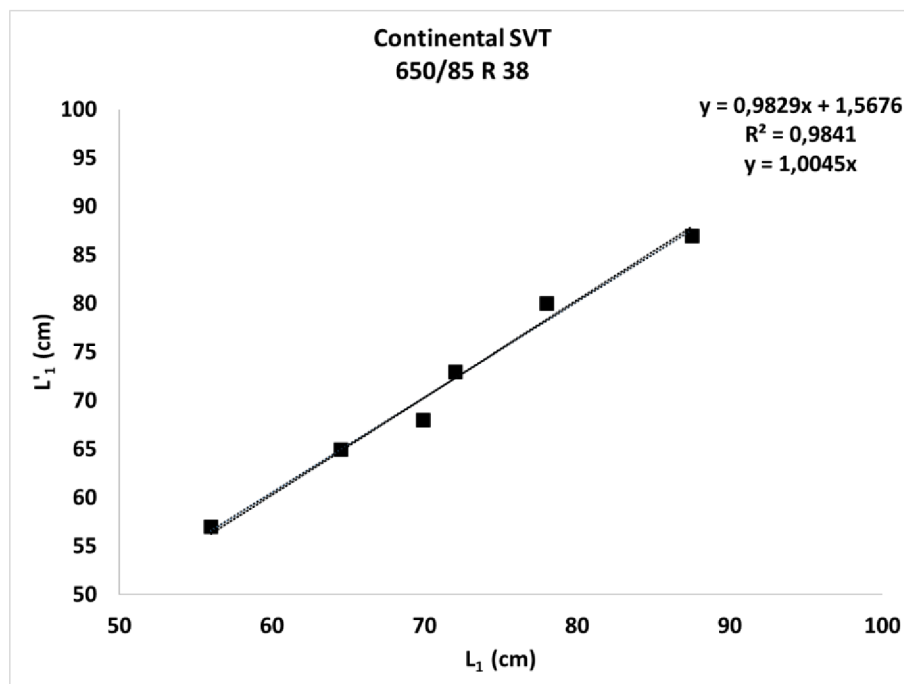
Obrázek 17: Vzájemné porovnání naměřených a vypočtených délek styčné plochy pneumatiky na tvrdém a měkkém povrchu pro dané kombinace tlaku huštění a zatížení pneumatiky Continental SVT 650/85 R 38.



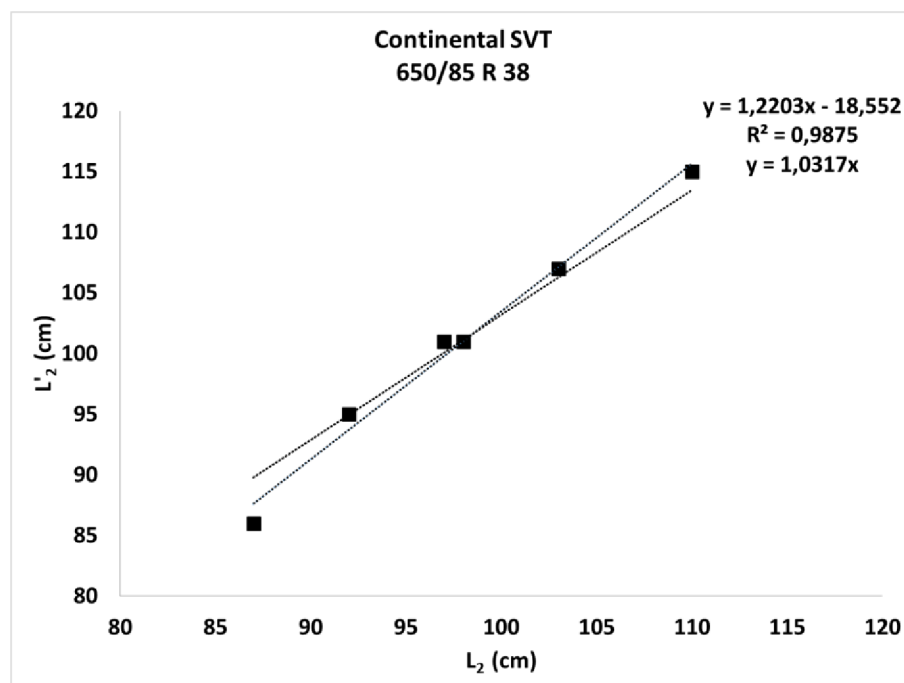
Obrázek 18: Lineární průběh korelace mezi změřenou (L_1) a vypočtenou (L'_1) délkou styčné plochy na tvrdém povrchu pneumatiky Mitas RD-03 650/65 R 38 pro jednotlivé tlaky huštění a různé hodnoty zatížení.



Obrázek 19: Lineární průběh korelace mezi změřenou (L_2) a vypočtenou (L'_2) délkou styčné plochy na měkkém povrchu pneumatiky Mitas RD-03 650/65 R 38 pro jednotlivé tlaky huštění a různé hodnoty zatížení.



Obrázek 20: Lineární průběh korelace mezi změřenou (L_1) a vypočtenou (L'_1) délkou styčné plochy na tvrdém povrchu pneumatiky Continental SVT 650/85 R 38 pro jednotlivé tlaky huštění a různé hodnoty zatížení.



Obrázek 21: Lineární průběh korelace mezi změřenou (L_2) a vypočtenou (L'_2) délkou styčné plochy na měkkém povrchu pneumatiky Continental SVT 650/85 R 38 pro jednotlivé tlaky huštění a různé hodnoty zatížení.

6.2 Vyhodnocení styčné plochy na měkkém povrchu

V tabulce 5 jsou uvedeny vypočtené velikosti styčných ploch na tvrdém povrchu a vypočtené velikosti styčných ploch na měkkém povrchu, jejich porovnání a relativní chyba. V tabulce 6 jsou uvedeny naměřené velikosti styčných ploch na měkkém povrchu a vypočtené velikosti styčných ploch na měkkém povrchu, jejich porovnání a relativní chyba.

Tabulka 5: Vypočtené velikosti styčných ploch na tvrdém povrchu a vypočtené velikosti styčných ploch na měkkém povrchu

Pneumatika	Tlak huštění (kPa)	Zatížení (kg)	S'_{tc} (cm ²)	S'_{ts} (cm ²)	δ (%)	δ^* (%)
Mitas RD-03 650/65 R 38	100	3000	2816	3099	10,08	14,75
		4125	3280	3837	16,99	
		4500	3700	4335	17,17	
	160	3000	2174	2315	6,49	13,11
		4125	2702	3138	16,14	
		4500	2940	3431	16,72	
Continental SVT 650/85 R 38	120	3500	2587	2995	15,79	16,93
		4500	3291	3865	17,44	
		5500	3923	4612	17,55	
	240	3500	1743	1924	10,37	9,98
		4500	2250	2499	11,05	
		5500	2794	3033	8,53	

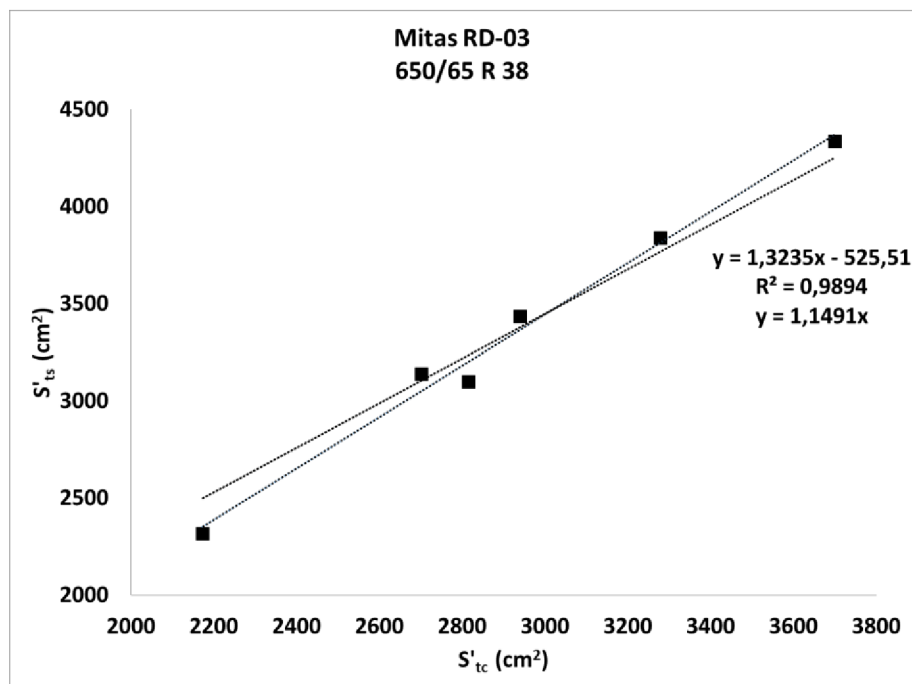
S'_{tc} - styčná plocha vypočtená na tvrdém povrchu; S'_{ts} - styčná plocha vypočtená na měkkém povrchu; δ - relativní chyba; δ^* - průměrná relativní chyba

Tabulka 6: Naměřené velikosti styčných ploch na měkkém povrchu a vypočtené velikosti styčných ploch na měkkém povrchu

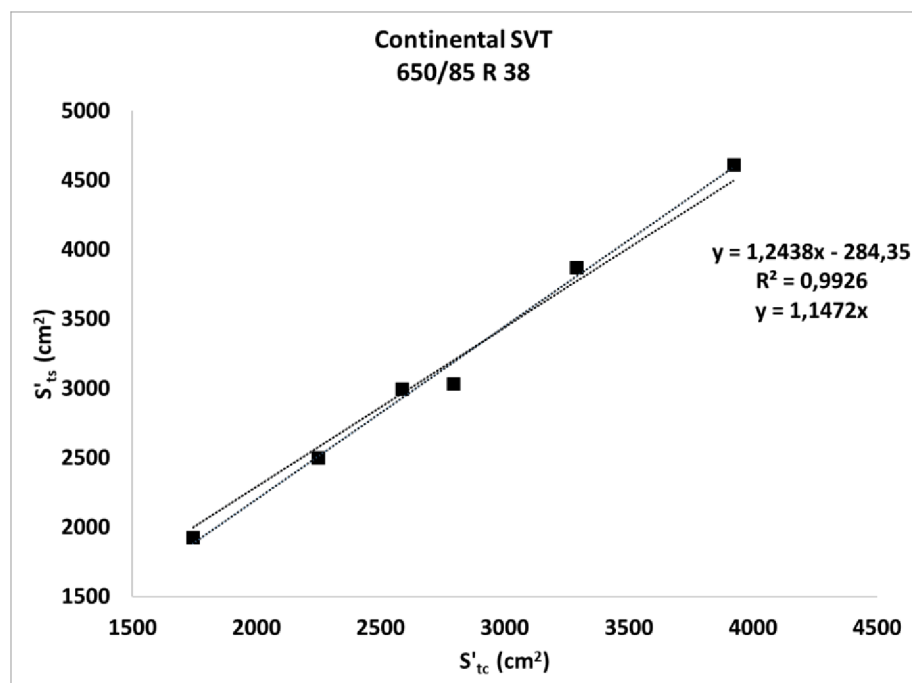
Pneumatika	Tlak huštění (kPa)	Zatížení (kg)	S_{ts} (cm ²)	S'_{ts} (cm ²)	δ (%)	δ^* (%)
Mitas RD-03 650/65 R 38	100	3000	3150	3099	1,61	1,78
		4125	3815	3837	0,57	
		4500	4476	4335	3,15	
	160	3000	2370	2315	2,32	3,76
		4125	2885	3138	8,77	
		4500	3425	3431	0,19	
Continental SVT 650/85 R 38	120	3500	2920	2995	2,58	2,31
		4500	3815	3865	1,31	
		5500	4476	4612	3,03	
	240	3500	2022	1924	4,86	4,00
		4500	2595	2499	3,71	
		5500	3140	3033	3,42	

S_{ts} - styčná plocha naměřená na měkkém povrchu; S'_{ts} - styčná plocha vypočtená na měkkém povrchu; δ - relativní chyba; δ^* - průměrná relativní chyba

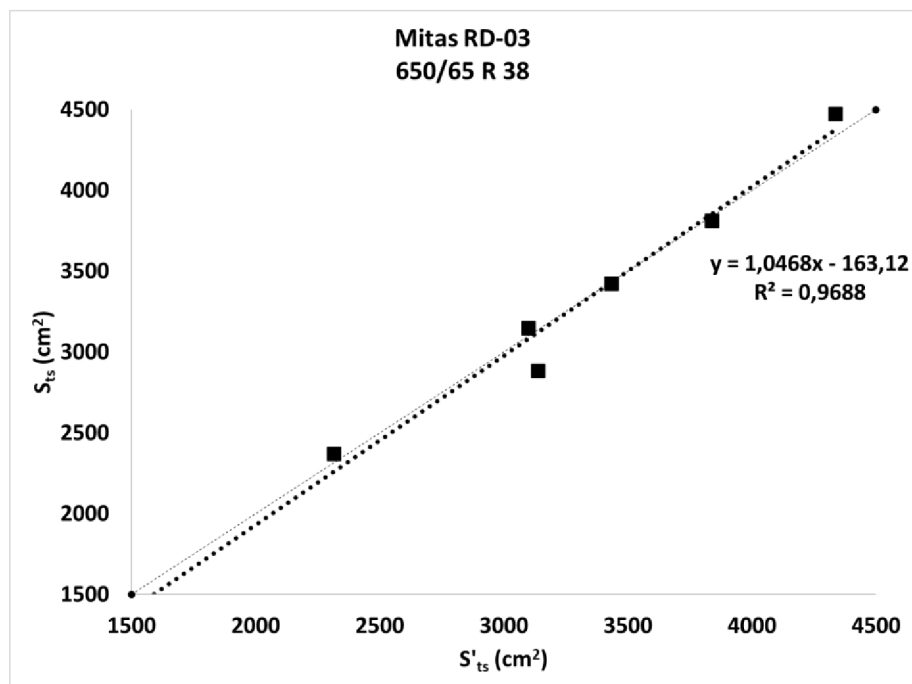
Obrázky 22 a 23 prezentují lineární průběh korelace mezi vypočtenými velikostmi styčných ploch na tvrdém a měkkém povrchu pro každý typ pneumatiky. Obrázky 24 a 25 pak prezentují lineární průběh korelace mezi vypočtenými velikostmi styčných ploch na měkkém povrchu a naměřenými velikostmi styčných ploch na měkkém povrchu pro každý typ pneumatiky.



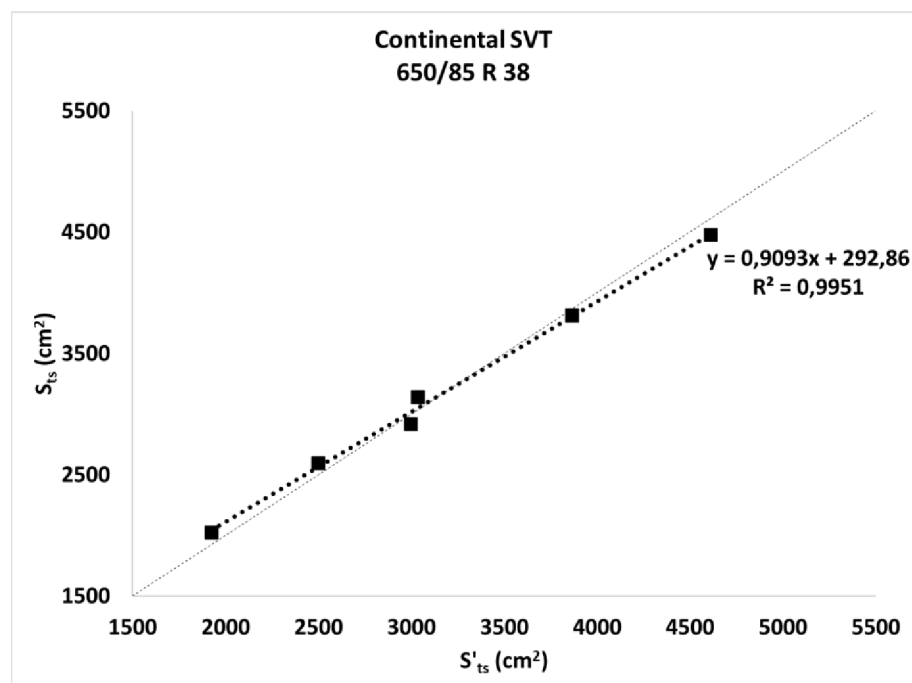
Obrázek 22: Lineární průběh korelace mezi vypočtenými velikostmi styčných ploch na tvrdém povrchu a vypočtenými velikostmi styčných ploch na měkkém povrchu pneumatiky Mitas RD - 03 650/65 R 38.



Obrázek 23: Lineární průběh korelace mezi vypočtenými velikostmi styčných ploch na tvrdém povrchu a vypočtenými velikostmi styčných ploch na měkkém povrchu pneumatiky Continental SVT 650/85 R 38.



Obrázek 24: Lineární průběh korelace mezi vypočtenými velikostmi styčných ploch na měkkém povrchu a naměřenými velikostmi styčných ploch na měkkém povrchu pneumatiky Mitas RD - 03 650/65 R 38.



Obrázek 25: Lineární průběh korelace mezi vypočtenými velikostmi styčných ploch na měkkém povrchu a naměřenými velikostmi styčných ploch na měkkém povrchu pneumatiky Continental SVT 650/85 R 38.

6.3 Diskuse

V rámci testování obou typů pneumatik byl proveden výpočet (predikce) a následné měření délky styčné plochy na tvrdém a měkkém povrchu pro různé kombinace tlaku huštění a zatížení. Hodnoty délek styčné plochy na tvrdém povrchu (L_1 , resp. L'_1) a na měkkém povrchu (L_2 , resp. L'_2) jsou uvedeny v tabulce 4. Obrázky 16 a 17 prezentují vzájemné porovnání naměřených a vypočtených délek styčné plochy pneumatiky na tvrdém a měkkém povrchu pro dané kombinace tlaku huštění a zatížení pneumatiky. Obrázky 18, 19, 20 a 21 uvádí vzájemnou korelaci změřených a vypočtených hodnot délek styčných ploch na tvrdém a měkkém povrchu pro každý typ pneumatiky. V každém grafu je také uveden lineární trend závislosti vypočtených hodnot délek styčných ploch na změřených hodnotách. Z analýzy grafů vyplývá, že se podařilo nalézt velice přesný vztah pro výpočet délek styčných ploch na tvrdém i měkkém povrchu (viz. kapitola 5.3.3), protože výsledné koeficienty determinace a sklony trendu lineární závislosti (γ) vypočtených hodnot na naměřených hodnotách jsou následující:

- a) L'_1 (L_1) (tvrdý povrch) pro pneumatiku Mitas RD-03 650/65 R 38 je koeficient determinace $R^2=0,9798$ a $\gamma= 0,9806$.
- b) L'_2 (L_2) (měkký povrch) pro pneumatiku Mitas RD-03 650/65 R 38 je koeficient determinace $R^2=0,9516$ a $\gamma= 1,0263$.
- c) L'_1 (L_1) (tvrdý povrch) pro pneumatiku Continental SVT 650/85 R 38 je koeficient determinace $R^2=0,9841$ a $\gamma= 1,0045$.
- d) L'_2 (L_2) (měkký povrch) pro pneumatiku Continental SVT 650/85 R 38 je koeficient determinace $R^2=0,9875$ a $\gamma= 1,0317$.

Tyto výsledky poskytují velice významnou míru spolehlivosti mezi predikovanými hodnotami délek styčných ploch získaných na základě výpočtu a hodnotami délek styčných ploch získaných měřeními.

V rámci vyhodnocení velikosti kontaktních styčných ploch bylo provedeno porovnání vypočtených velikostí kontaktních styčných ploch na tvrdém a měkkém povrchu a vzájemné porovnání mezi velikostmi kontaktních styčných ploch vypočtených a změřených na měkkém povrchu. Z uvedených hodnot a jejich následného grafického zpracování je patrné, že změny velikosti kontaktní styčné plochy závisí na aplikovaném zatížení a tlaku huštění. Tyto změny nemají lineární průběh, protože kontaktní styčná plocha se mění jak v příčném,

tak i v podélném směru. Jestliže dojde k dosažení maximální šířky kontaktní styčné plochy, pak dále roste pouze délka kontaktní styčné plochy.

Stejně jako u vyhodnocení délek styčných ploch, byl v rámci testování obou typů pneumatik proveden výpočet (predikce) a následné měření velikosti styčné plochy na měkkém povrchu pro různé kombinace tlaku huštění a zatížení. Porovnání vypočtených a naměřených hodnot kontaktních styčných ploch na měkkém povrchu a porovnání vypočtených kontaktních styčných ploch na tvrdém a měkkém povrchu jsou uvedeny v tabulkách 5 a 6. Obrázky 22 a 23 prezentují lineární průběh korelace mezi vypočtenými velikostmi styčných ploch na tvrdém povrchu a vypočtenými velikostmi styčných ploch na měkkém povrchu pro daný typ pneumatiky. Obrázky 24 a 25 zobrazují lineární průběh korelace mezi vypočtenými velikostmi styčných ploch na měkkém povrchu a naměřenými velikostmi styčných ploch na měkkém povrchu pro daný typ pneumatiky.

V rámci této diplomové práce se podařilo odvodit velice přesný vztah pro výpočet velikosti styčné plochy na měkkém povrchu (viz. kapitola 5.3.3), což dokládá vzájemné porovnání korelačních koeficientů lineární závislosti vypočtených a naměřených hodnot:

- a) S'_{ts} (S_{ts}) pro pneumatiku Mitas RD-03 650/65 R 38 je koeficient korelace $R^2=0,9688$ s průměrnou relativní chybou δ 1,78 % (pro tlak huštění 100 kPa) a 3,76 % (pro tlak huštění 160 kPa).
- b) S'_{ts} (S_{ts}) pro pneumatiku Continental SVT 650/85 R 38 je koeficient korelace $R^2=0,9951$ s průměrnou relativní chybou δ 2,31 % (pro tlak huštění 120 kPa) a 4,00 % (pro tlak huštění 240 kPa).

Výše uvedené výsledky poskytují vysokou přesnost vypočtených, resp. predikovaných, hodnot styčných ploch ve vztahu k naměřeným hodnotám a lze pozorovat, že relativní chyba získaných výsledků roste s rostoucím tlakem huštění pneumatik. Z výše uvedených výsledků rovněž vyplývá možnost adaptace velikosti styčné plochy otisku na tvrdém povrchu pro vyjádření styčné plochy kde působí největší tlakové namáhání půdy. Nicméně, pro další zpřesnění výpočtu by bylo vhodné analyzovat tento trend, který lze s největší pravděpodobností vysvětlit materiálovými a konstrukčními vlastnostmi (tuhost dezénu a bočnic, počet a výška šípů, elasticita pryže a hysterezní ztráty při deformaci) pro jednotlivé typy pneumatik. Další skutečnost je, že délka stykové plochy L_2 je pouze vyjádření rozměru

velikosti kontury dotisku šípů (stykové plochy šípů) na měkkém povrchu a nemůže být prezentována jako stěžejní rozměr při stanovení velikosti styčné plochy pro účely vyhodnocení stlačení půdy pod pneumatikou.

7 Závěr

Cílem této diplomové práce bylo vytvořit empirický vztah pro stanovení velikosti styčné plochy pneumatiky na měkkém povrchu v závislosti na velikosti zatížení a tlaku huštění pneumatiky ve vztahu k eliminaci negativního zhutnění půdy.

Literární rešerše popisuje negativní vlivy zemědělské mechanizace na půdní profil a následný efekt škodlivého zhutnění půdy. V další části je proveden rozbor parametrů, na základě kterých lze předpovědět míru potencionálního utužení půdního profilu, které způsobí přejezdy zemědělské techniky po půdním povrchu. Dále jsou popsány modely predikující průběhy napětí v půdním profilu a následně stupeň zhutnění půdy. Závěrečná část rešerše podává ucelený přehled metod, umožňujících stanovení velikosti styčné plochy pneumatiky na měkkém povrchu.

Experimentální část spočívala v testování dvou různých typů zemědělských radiálních trakčních pneumatik Mitas RD-03 650/65 R 38 a Continental SVT 650/85 R 38. Metodou jednoduchého otisku na měkkém povrchu byly získány velikosti styčných a stykových ploch pro nominální a individuální kombinace tlaku huštění a zatížení. Na základě provedených měření byl vytvořen empirický model umožňující stanovení velikosti styčné plochy pneumatiky na měkkém povrchu.

Analýzou naměřených a vypočtených výsledků byla prokázána vysoká přesnost vytvořeného modelu. Průměrná relativní chyba vypočtených velikostí styčných ploch se pohybovala v rozmezí od 1,78 % (pro pneumatiku Mitas RD-03 650/65 R 38 a tlak huštění 100 kPa) do 4,00 % (pro pneumatiku Continental SVT 650/85 R 38 a tlak huštění 240 kPa). Dále pak byla prokázána významná závislost změny kontaktní styčné plochy na změně zatížení a tlaku huštění.

Přestože získané výsledky poskytují vysokou spolehlivost vypočtených hodnot styčných ploch ve vztahu k naměřeným hodnotám, lze pozorovat, že relativní chyba získaných výsledků roste s rostoucím tlakem huštění pneumatik. Jako doporučení pro další zpřesnění metodiky výpočtu by bylo vhodné analyzovat tento trend, který může souviset s konstrukčními vlastnostmi rozdílných typů zemědělských trakčních pneumatik.

Na základě získaných výsledků lze konstatovat, že vytvořená metodika výpočtu umožňuje velice přesně predikovat velikost kontaktní styčné plochy na měkkém povrchu

pro oba testované konstrukčně odlišné typy a velikosti radiálních pneumatik a specifické kombinace tlaku huštění a zatížení. Navržený postup umožňuje sofistikovaně určit chování zatížené pneumatiky, a tím vytvořit univerzální model, který je nutné ověřit následným testováním dalších typů a velikostí pneumatik.

Navržená metodika výpočtu kontaktní styčné plochy pneumatiky na měkkém povrchu najde uplatnění při predikci úrovně zhutnění půdy a interakcí pneumatiky s půdním povrchem jako jsou záběr, prokluz nebo valivé odpory. Tím je možné eliminovat utužení půdního profilu a optimalizovat z ekonomického hlediska provozní parametry zemědělské techniky.

8 Seznam použitých zdrojů

1. ARVIDSSON J. a HÅKANSSON I., 2014. *Response of different crops to soil compaction- Short-term effects in Swedish field experiments*. Soil and Tillage Research 138, s. 56–63. ISSN 01671987. doi: 10.1016/j.still.2013.12.006.
2. ARVIDSSON J. et al., 2002. *Influence of tyre inflation pressure on stress and displacement in the subsoil*. In: *Sustainable Land Management—Environmental Protection*. A Soil Physical Approach (Pagliai M; Jones R, eds). Advances in Geoecology, Vol. 35, Catena Verlag, Reiskirchen, pp 331–338.
3. BEKKER M. G., 1962. *Theory Of Land Locomotion*. AnnArbor: University of Michigan.
4. BEKKER M., 1983. *Prediction of design and performance parameters in agro-forestry vehicles: Methods, Tests, and Numerical Examples*. Kanada: National Research Council of Canada. Division of Energy.
5. BOUSSINESQ, J., 1885. *Application des potentiels à l' étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastique*. Gauthier-Villais, Paris.
6. BURT E.C. et al., 1992. *Some comparison of average to peak soil–tire contact pressures*. Transactions of the ASAE, 35, 401–404.
7. CONTINENTAL, 2012. *Agricultural Tyres, Technical Databook*.
8. CUNDALL P.A. a STRACK O.D.L., 1979. *A discrete numerical model for granular assemblies*. Géotechnique 29, 47–65.
9. DA SILVA A.P. et al., 1994. *Characterization of the least limiting water range of soils*. Soil Sci. Soc. Am. J. 58, 1775–1781.
10. DA SILVA A.P. et al., 1997. *Management versus inherent soil properties effects on bulk density and relative compaction*. Soil Tillage Res. 44, 81–93.
11. DE LIMA R.P. et al., 2018. *Impact of initial bulk density and matric suction on compressive properties of two Oxisols under no-till*. Soil and Tillage Research 175, 168–177.
12. DE LIMA R.P. et al., 2020. *Compressive properties and least limiting water range of plough layer and plough pan in sugarcane fields*. Soil Use and Manage.
13. DE LIMA R.P. et al., 2021. *An R package for simulation of soil compaction induced by agricultural field traffic*. Soil and Tillage Research 206, 104824.
14. DEFOSSEZ P. et al., 2003. *Modeling change in soil compaction due to agricultural traffic as function of soil water content*. Geoderma 116, 89–105.
15. DISERENS E., 2009. *Calculating the contact area of trailer tyres in the field*. Soil and Tillage Research 103, 2, s. 302–309. ISSN 01671987. doi: 10.1016/j.still.2008.10.020.
16. ETRTO, 2008. *Engineering design information*. Brussels-Belgium: European tire and rim technical organization.
17. FEBO P. et al., 2000. *Soil–tyre interaction parameters influencing soil compaction: a study of contact area prediction models*. In: *Subsoil Compaction: Distribution, Processes and Consequences* (Horn R; van den Akker J J H; Arvidsson J, eds). Advances in Geoecology, Vol. 32, Catena Verlag, Reiskirchen, pp 191–201.
18. FRÖHLICH O.K., 1934. *Druckverteilung im baugrunde*. Verlag von Julius Springer, Wien.
19. GREČENKO A. a PRIKNER, P., 2014. *Tire rating based on soil compaction capacity*. Journal of Terramechanics 52, s. 77–92. ISSN 00224898. doi: 10.1016/j.jterra.2013.08.001.
20. GREČENKO A., 1995. *Tire footprint area on hard ground computed from catalogue values*. Journal of Terramechanics. 32, 325–33.

21. GREČENKO A., 1996. *Tyre footprint area on hard ground computed from catalogue values*. Journal of Terramechanics 32, 6, s. 325–333. doi: 10.1016/0022-4898(96)00003-1.
22. GREČENKO A., 2010. *Thrust and slip of a low-pressure tire on compressible ground by the compression-sliding approach*. Journal of Terramechanics 47, 4, s. 249–259. ISSN 00224898. doi: 10.1016/j.jterra.2010.01.001.
23. GUPTA S.C. a RAPER R.L., 1994. *Prediction of soil compaction under vehicles*, in: Soane, B.D., Van Ouwerkerk, C. (Eds.), *Soil Compaction in Crop Production*. Developments in Agricultural Engineering 11. Elsevier, Amsterdam.
24. GUSKOV V. et al., 1988. *TRAKTORNY TEORIYA*. Moskva: Mashinostroenie, 1. vyd, ISBN 5-217-00100-3.
25. GYSI M. et al., 2001. *Pressure distribution underneath tires of agricultural vehicles*. Transactions of the ASAE, 44, 1385–1389.
26. HÅKANSSON I., 1990. *A Method for Characterizing the State of Compactness of the Plough Layer*. Soil and Tillage Research 16, s. 105–120.
27. HALLONBORG U., 1996. *Super ellipse as tyre-ground contact area*. Journal of Terramechanics 33, 3, s. 125–132. ISSN 00224898. doi: 10.1016/S0022-4898(96)00013-4.
28. IMHOFF S. et al., 2004. *Susceptibility to compaction, load support capacity, and soil compressibility of Hapludox*. Soil Sci. Soc. Am. J. 68, 17–24.
29. IVANOV N., 1950. *Osnoivnyje položženija mehaniky gruntov opredelyauschije prochodimost*. Trudy soveschaniya po prokhodimosti kolesnykh i gusenychnykh mashin.
30. JANOSI, Z., 1962. *Theoretical analysis of the performance of tracks and wheels operating on deformable soil*. Trans. ASAE 5 133–134, 146.
31. JEAN M., 1999. *The non-smooth contact dynamics method*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 177, 235–257.
32. JOHNSON C.E. a BURT E.C., 1990. *A method of predicting soil stress state under tires*. Trans. ASAE 33, 713–717.
33. KELLER T. a ARVIDSSON J., 2007. *Compressive properties of some Swedish and Danish structured agricultural soils measured in uniaxial compression tests*. Eur. J. Soil Sci. 58, 1373–1381.
34. KELLER T. a HÅKANSSON I., 2010. *Estimation of reference bulk density from soil particle size distribution and soil organic matter content*. Amsterdam: Elsevier, 154. vyd., 398–406.
35. KELLER T. et al., 2007. *A model for prediction of soil stresses and soil compaction due to agricultural field traffic including a synthesis of analytical approaches*. Soil and Tillage Research 93, 391–411.
36. KELLER T. et al., 2013. *An interdisciplinary approach towards improved understanding of soil deformation during compaction*. Soil and Tillage Research 128, 61–80.
37. KELLER T., 2005. *A Model for the Prediction of the Contact Area and the Distribution of Vertical Stress below Agricultural Tyres from Readily Available Tyre Parameters*. Biosystems Engineering 92 (1), 85–96 doi:10.1016/j.biosystemseng.2005.05.012 SW—Soil and Water.
38. KIRBY J.M. et al., 1997. *Simulating soil deformation using a critical-state model—II: soil compaction beneath tyres and tracks*. European Journal of Soil Science, 48, 59–70.
39. KNOROZ V. I., 1956. *Raspredelenije udelnykh davlenij po ploschadi otpechatka vedomogo kolesa*. Doklad n.119, s. 127. AV SSSR.

40. KOMANDI G., 1990. *Establishment of soil-mechanical parameters which determine traction on deforming soil.*, 27, 2, s. 115–124.
41. KOOLEN A. J. a KUIPERS H., 1986. *Agricultural Soil Mechanics*. Moskva : AGROPRO-MIZDAT, 1. vydání.
42. KOOLEN A.J. a KUIPERS H., 1983. *Agricultural Soil Mechanics*. Advanced Series in Agricultural Sciences, vol. 13. Springer-Verlag, Berlin, 241 pp.
43. KRICK G., 1969. *Radial and shear stress distribution under rigid wheels and pneumatic tires operating on yielding soils with consideration of tire deformation*. Journal of Terramechanics 6, 3, s. 73– 98. doi: doi.org/10.1016/0022-4898(69)90129-3. Dostupné z WWW: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022489869901293>.
44. KULYASHOV A. P. a KOLOTILIN V. E., 1993. *Ekologichnost dvizhiteley transportno-technologiceskych mashin*. Moskva: Mashinostroenie, 1. vyd, ISBN 5-217-02395-3.
45. LEBERT M. a HORN R., 1991. *A method to predict the mechanical strength of agricultural soils*. Soil and Tillage Research 19, 275–286.
46. LIPIEC J. et al., 1991. *Soil physical properties and growth of spring barley as related to the degree of compactness of two soils*. Soil Tillage Res. 19, 307–317.
47. MARKOVA E., 2018. *Empirické stanovení styčné plochy pneumatiky*. Diplomová práce. Praha: Česká zemědělská univerzita v Praze.
48. MCKYES E., 1985. *Soil Cutting and Tillage*. Amsterdam: ELSEVIER, 1. vyd, doi: 10.1016/B978-0-444-42548-5.50004-0.
49. MITAS, 2014. *Agricultural Tires, Technical databook*.
50. MOREAU J.J., 1994. *Some numerical methods in multibody dynamics: application to granular materials*. European Journal of Mechanics A/Solids 4, 93–114.
51. NELSON I., 1970. *Investigation of ground shock effects in non-linear hysteretic media. Report 1. Modelling the behaviour of a real soil*. Paul Weiblinger Consulting Engineers, US Army Waterways Experiment Station.
52. O’SULLIVAN M.F. a ROBERTSON E.A.G., 1996. *Critical state parameters from intact samples of two agricultural soils*. Soil and Tillage Research 39, 161–173.
53. O’SULLIVAN M.F. et al., 1999. *A simplified method for estimating soil compaction*. Soil and Tillage Research 49, 325 – 335.
54. PAINTER D.J., 1981. *A simple deflection model for agricultural tyres*. Journ. Agr. Eng. Res. 26:9-20.
55. PETH S. et al., 2006. *Heavy soil loading and its consequences for soil structure, strength and deformation of arable soils*. Journal of Plant Nutrition and Soil Science 169, 775–783.
56. PIDGEON J.D. a SOANE B.D., 1977. *Effects of tillage and direct drilling on soil properties during the growing season in a long-term barley monoculture system*. J. Agric. Sci. 88, 431–442.
57. POODT M.P. et al., 2003. *FEM analysis of subsoil reaction on heavy wheel loads with emphasis on soil preconsolidation stress and cohesion*. Soil and Tillage Research, 73, 67–76.
58. PRIKNER P. et al., 2017. *Application of tire rating with aim to implement the matter on agricultural tires*. 19th International and 14th European-African Regional Conference of the International Society for Terrain-Vehicle, ISTVS 2017; Budapest; Hungary.
59. PRIKNER P. et al., 2019. *TIRE INDIVIDUAL CONTACT AREA (TICA) PATTERN - THE STANDARD OF TIRE CC-RATING AND TIRE-SCE*. Proceedings of the ISTVS 15th European-African Regional Conference, Prague, Czech Republic, September 9-11.

60. RADJAI F. a DUBOIS F., 2011. *Discrete-element Modeling of Granular Materials*. John Wiley & Sons, Berlin, 496 pp.
61. REICHERT J.M. et al., 2009. *Reference bulk density and critical degree-of-compactness for no-till crop production in subtropical highly weathered soils*. Soil Tillage Res. 102, 242–254.
62. RICHARDS B.G., 1992. *Modelling interactive load-deformation and flow processes in soils, including unsaturated and swelling soils*. In: Pro. 6th Australian-New Zealand Conf. Geomechanics, Christchurch, NZ, pp. 18–37.
63. SAFFIH-HDADI K. et al., 2009. *Method for predicting soil susceptibility to the compaction of surface layers as a function of water content and bulk density*. Soil and Tillage Research 105, 96–103.
64. SEVERIANO E.C. et al., 2013. *Preconsolidation pressure, soil water retention characteristics, and texture of Latosols in the Brazilian Cerrado*. Arid. Soil Res. Rehabil. 51, 193–202.
65. SHARMA A.K. a PANDEY K.P., 1996. *A review on contact area measurement of pneumatic tyre on rigid and deformable surfaces*. Journal of Terramechanics, 33, 253–264.
66. SCHJØNNING P. a LAMANDÉ M., 2018. *Models for prediction of soil precompression stress from readily available soil properties*. Geoderma 320, 115–125.
67. SCHJØNNING P. et al., 2008. *Modelling effects of tyre inflation pressure on the stress distribution near the soil–tyre interface*. Biosyst. Eng. 99, 119–133.
68. SCHJØNNING P. et al., 2015. *Predicted tyre–soil interface area and vertical stress distribution based on loading characteristics*. Soil and Tillage Research 2, 52–66, 152.
69. SCHWANGHART H., 1991. *Measurement of contact area, contact pressure and compaction under tires in soft soil*. Journal of Terramechanics 28, 4, s. 309–318.
70. SMITH D.L.O., 1985. *Compaction by wheels: a numerical model for agricultural soils*. Journal of Soil Science, 36, 621–632.
71. SOANE B. D. et al., 1980. *Compaction by agricultural vehicles: A review II. Compaction under tyres and other running gear*. Soil and Tillage Research, 1, C, s. 373–400. ISSN 01671987. doi: 10.1016/0167-1987(80)90039-2.
72. SÖHNE W., 1953. *Druckverteilung im Boden und Bodenverformung unter Schlepperreifen*. Grundlagen der Landtechnik 5, 49–63.
73. SÖHNE W., 1958. *Fundamentals of pressure distribution and soil compaction under tractor tires*. Agricultural Engineer 39, s. 276–281.
74. STEINER M. a SÖHNE W., 1979. *Berechnung der Tragfähigkeit von Ackerschlepperreifen sowie des Kontaktflächen mitteldruckes und des Rollwiderstandes auf starrer Fahrbahn*. Grundl. Landtechnik 29(5), 145-152.
75. SUZUKI L.E.A.S. et al., 2006. *Degree of compactness for no-tillage soils: reference bulk density and effects on soil physical properties and soybean yield*. Proceedings of the 17th Conference of ISTRO, Kiel, Germany, pp. 358–363.
76. TIJINK F G J., 1988. *Load-bearing processes in agricultural wheel-soil systems*. PhD thesis, van de Landbouwniversiteit te Wageningen.
77. VAN DEN AKKER J.J.H., 2004. *SOCOMO: a soil compaction model to calculate soil stresses and the subsoil carrying capacity*. Soil and Tillage Research 79, 113–127.
78. WAY T.R. a KISHIMOTO T., 2004. *Interface pressures of a tractor drive tyre on structured and loose soils*. Biosystems Engineering, 87, 109–120.

79. YONG R.N. et al., 1978. *Analysis and prediction of tyre-soil interaction and performance using finite elements*. Journal of terramechanics 15, 1, s. 43–63. ISSN 00224898. doi: 10.1016/0022-4898(78)90038-1.
80. YONG R.N. et al., 1984. *Vehicle Traction Mechanics Developments in Agricultural Engineering, Vol. 3*. Elsevier, Amsterdam The Netherlands.
81. ZIENKIEWICZ O.C. a TAYLOR R.L., 1994. *The Finite Element Method – Basic Formulation and Linear Problems, Vol. 1*. McGraw Hill, London, 648 pp.