



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

Diplomová práce

Aplikační úlohy na rovnice a jejich soustavy

Vypracoval: Bc. Hana Uhlířová

Vedoucí práce: Mgr. Roman Hašek, Ph.D.

České Budějovice 2023

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma Aplikacní úlohy na rovnice a jejich soustavy jsem vypracoval(a) samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích

.....

NÁZEV DIPLOMOVÉ PRÁCE:

Aplikační úlohy na rovnice a jejich soustavy

ANOTACE:

Schopnost řešit nestandardní aplikační úlohy spolu se schopností formulovat a řešit reálnou situaci pomocí rovnic a jejich soustav patří mezi výstupy od žáků základní školy v aktuálně platném Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání. Cílem práce je shromáždit sadu úloh, která vychází z reálných situací a představuje příklady aplikace matematiky v takovýchto situacích. Úlohy jsou vytvořeny na základě bakalářské práce, o kterou se diplomová práce opírá. Práce je zaměřena na didaktický pohled a výzkum tematiky rovnic a jejich soustav. Vytvořená sada úloh je ověřena v praxi, rozebrána a doplněna o reflexi z tohoto výzkumu.

TITLE OF DIPLOMA THESIS:

Application word problems on equations and their systems

ANNOTATION:

The ability to solve non-standard application problems together with the ability to formulate and solve a real situation using equations and systems of equations are among the outcomes for primary school pupils in the current Framework Educational Programme for Primary Education. The aim of this paper is to collect a set of problems based on real situations and present examples of the application of mathematics in such situations. The tasks are based on the bachelor thesis on which the thesis is based. The thesis focuses on a didactic perspective and research on the topic of equations and systems of equations. The created set of problems is verified in practice, analyzed and supplemented with reflections from this research.

PODĚKOVÁNÍ

Poděkování patří ředitelce Daně Vencovské ze Základní a mateřské školy v Herálci, která mi ochotně dokázala poskytnout prostory pro přínos do diplomové práce. Samozřejmě, nesmíme zapomenout na hlavní poděkování, které patří žákům osmé a deváté třídy této školy, kteří mi nesmírně pomohli a inspirovali mě. Dále bych chtěla poděkovat mému vedoucímu práce panu Haškovi za jeho trpělivost a ochotu při zpracování této diplomové práce.

OBSAH

Úvod	1
Matematický jazyk písmen	3
Matematická gramotnost vs. Čtenářská gramotnost	5
Neznámá vs. Proměnná	6
Motivace k řešení úloh	9
Chybovat je lidské – učení se z chyb	11
Řešitelnost slovních úloh	14
Role žáka a učitele při řešení	17
Rysy slovních úloh	19
Pilotní studie	21
Výběr ročníků a organizační zákonitosti studie	21
Vybraná kolekce úloh	22
Průběh studie	26
Reflexe a závěrečné shrnutí	38
Závěr	41
Seznam literatury a zdrojů	42
Seznam obrázků	44
Přílohy	46
Transformovaná zadání při pilotní studii žákům	46
Kolekce úloh z bakalářské práce.....	48

Úvod

Diplomová práce je zaměřena na didaktickou stránku výuky problematiky aplikačních úloh řešených pomocí vytvoření odpovídajících rovnic či jejich soustav v oblasti matematice. Práce vznikla v návaznosti na bakalářskou práci věnující se podobnému tématu. Za účelem didaktického zhodnocení a vyzkoušení vytvořené kolekce úloh z bakalářské práce v praxi, byly vytipovány a následně vybrány reprezentativní úlohy pro třídy 8. a 9. ročníku.

Na začátku práce se seznámíme s jazykem matematického světa a důležitostí ovládnutí přirozeného (mateřského či cizího) jazyka. Abychom mohli porozumět matematice jako takové či konkrétně matematické úloze, měli bychom na vysoké úrovni ovládat jazyk jak algebraický, tak mateřský, popřípadě jakýkoliv cizí. Tato schopnost je podstatná v následném zvládnutí řešení úloh z matematiky. Na tuto problematiku navazuje otázka čtenářské a matematické gramotnosti. Ukázky ze sounáležitosti těchto dvou disciplín (matematika a český jazyk) prostupují celou kvalifikační práci.

S motivací jako s jedním z nejdůležitějších faktorů, které bychom se měli snažit v žácích probudit, se setkáme v následující kapitole. Motivace hraje klíčovou roli v procesu nejen řešení úloh či jakéhokoliv konkrétního matematického problému, ale i v procesu poznávání, učení se a seberegulaci. (Hejný, 2014)

Seznámíme se také s tím, jak uvažovat nad řešitelností úloh. Pro nalezení správného výsledku slovní úlohy je výhodné umět zformulovat otázky, které nás k němu nasměrují. S cestou k výsledku se neodmyslitelně pojí známý strašák – chyba. S chybou jako takovou se v této práci setkáme též.

Finále celé práce spočívá v provedení pilotní studie, která je složena z vybraných úloh bakalářské práce, které jsou transformovány do jiné podoby zadání. Doplněny jsou úlohami z jednotné přijímací zkoušky z Centra pro zjištění výsledků vzdělávání, které jsou typově stejné. V této části se objevují doslovné úryvky z rozhovoru, který proběhl v rámci studie.

Ve vybraných kapitolách se objevuje autorčin dodatek, který vychází z vlastních zkušeností v rámci dlouholeté praxe ve vzdělávání žáků. Dodatek je též doplněn o osobní přesvědčení autorky o učitelské profesi.

Matematický jazyk písmen

Každý z obyvatel této planety vyrůstá v různých zemích s odlišným mateřským jazykem a s jinou národností. Od prvních chvilíků na tomto světě se snažíme porozumět jazyku našich blízkých, naší rodině, našim přátelům. Jestliže ovládneme jazyk, kterým se dorozumíváme, dokážeme ho postupem času v určitých situacích transformovat i do podoby čísel a vztahů mezi nimi.

Nyní se omezíme na nás, jakožto lidi s českou národností, pro které je mateřský jazyk čeština. Již od prvního stupně se začíná lpět na správném používání spisovného jazyka českého. Na druhém stupni se přidávají syntaktické a morfologické vztahy mezi slovy, větami či většími celky v podobě promluv, projevů či textů. (RVP ZV, 2021)

Proč se učíme, jakou funkci mají jednotlivá slova ve větě? Abychom správně dokázali zjistit, co tím chce autor říci. V dřívějších dobách se dorozumívali lidé různými znaky či symboly, ale nakonec přišel někdo, kdo tyto poznatky zapsal a snažil se je zvěčnit, aby mohl své poznatky a vědomosti předat dalším generacím a posloužit tak k pozdějšímu hloubkovému bádání jejich teorií. Pokud bychom neznali jejich jazyk v mluvené podobě či v psané, těžko bychom dokázali navázat na jejich poznatky.

V českém jazyce jsou důležité například čárky mezi větami a jejich správné použití.

Já, Hana Uhlířová, již 14 let učím na zdejší vesnické škole.

X

Já, Hana Uhlířová již 14 let, učím na zdejší vesnické škole.

S velkou pravděpodobností můžeme říci, že každý z nás, který ovládá český jazyk, pozná, jaký je rozdíl mezi těmito větami. Podobné je to i s čísly v matematice.

Rodíme se do reálného světa, do kterého patří všechny ostatní světy. Také svět matematiky. Postupem času, jak dospíváme, získáváme o tomto světě více znalostí a vědomostí. Ve škole se setkáváme s tímto světem nejtěsněji a mnohdy se zdá, že začínáme oddělovat svět čísel od světa reálného. Izolováním těchto světů ničemu

nepřispíváme, ba naopak kvůli tomu mnohdy nedokážeme pochopit základní pojmy z matematického světa. Tím, že propojujeme svět reálný a svět čísel, tak čísla mají v každé situaci jiný význam. Číslo se objevuje všude okolo nás. Určujeme jím čas, místo, pořadí atd. (Hejný, 2001)

O podobách ukotvených čísel v knize Předškolní a primární pedagogika v kapitole Otevírání a utváření matematického světa píše Hejný (2001), kde zmiňuje nejčastěji číslo v těchto podobách: číslo jako kvantita, identifikátor či symbol.

- Číslo jako kvantita

		Počet	Veličina	Skalár
Stav		Mám 10 brambor.	Pytel stojí 20 Kč.	X
Operátor	Změny	Vykopal jsem 3 brambory.	Nat' vyrostla už o 3 cm.	Farma oproti minulému roku trojnásobila svoji produkci.
	porovnání	Vykopal jsem o 2 brambory více než otec.	Nový pytel váží o 20 dkg více než starý.	Naše pole má trojnásobnou rozlohu než pole souseda.

Tabulka 1 - Číslo jako kvantita (z vlastních zdrojů)

Modré buňky v tabulce označují první rys, dle kterého můžeme rozlišovat podoby čísel. Jako první zde máme číslo jako stav. Stav udává, jak se věci mají. Podává nám jasně danou informaci. Druhou podobou je operátor. Operátor se zaobírá dvěma stavy. Pokud mezi sebou porovnává dva různé stavy, mluvíme o operátoru porovnání. Hovoří-li o porovnávání dvou stavů jednoho objektu, jde o operátor změny.

Druhý rys nalezneme v růžových buňkách v tabulce výše. Jedná se o počet, kde počítáme na kusy, a veličinu, ve které se odkazujeme na jednotky. Skalár je podíl stejných počtů a veličin.

- Číslo jako identifikátor

adresa	lineární	Bydlíme v domě číslo 26. Dílo bylo vydáno roku 2020.
	cyklická	Středa je každý třetí den v týdnu. MHD jezdí ve 12 hodin.
jméno		Linka 3 jezdí přes zastávku Jihočeská univerzita.

Tabulka 2 - Číslo jako identifikátor (z vlastních zdrojů)

Čísla jako identifikátory se dají vnímat jako adresy, které tvoří určitou strukturu, nebo jména, která strukturu netvoří. Adresy můžeme dále rozlišovat jako cyklické, tedy opakující se, či lineární, které se pohybují stále vpřed.

- Číslo jako symbol

Číslo jako symbol můžeme nalézt například v pohádkách, kde je číslo 3 či 7 nejčastěji bráno jako symbol (např. Král měl 3 dcery, Tři vlasy děda Vševěda. Zámek leží za sedmero horami. Sedmero krkavců atd.). Číslo 13 je všeobecně bráno jako symbol vyjadřující nešťastné číslo či událost – pátek třináctého.

Je důležité si uvědomit různé podoby čísla v matematice. Jestliže jsme toho schopni, tak nám to může pomoci při rozeznání důležitosti čísla a jeho následného vyjádření.

Matematická gramotnost vs. Čtenářská gramotnost

V matematických úlohách obecně je potřeba, abychom ovládali mateřský jazyk na vyšší úrovni pro co nejpřesnější porozumění zadání úlohy. Zadání úlohy je specifický druh komunikátu, který skrývá důležitá, mnohdy i nedůležitá, sdělení, která jsou potřeba k vyřešení úlohy. V zadání úloh jsou speciální rysy v oblasti jazykové, stylizační či syntaktické vzhledem k jednotlivým slovům. Většinou se v úlohách objevují ustálená slovní spojení. Nalezneme zde i slova a pojmy, jež vyvolávají v žácích problémy v tom smyslu, že pro řešitelnost úlohy jsou slova nadbytečná v textu či dokonce některé informace zbytečné. Je tedy velice důležité, aby žák dokázal objevit, díky své čtenářské gramotnosti, jaké pojmy spolu souvisí a vytváří tak hlavní myšlenku a poselství úlohy. Se zapojením matematické gramotnosti ke čtenářské gramotnosti má žák vysokou

pravděpodobnost úspěchu v řešení a nalezení klíčového problému v úloze. (Vondrová, Šmejkalová, Smetáčková, 2022)

Vondrová, Šmejkalová a Smetáčková (2022) dále ve svém článku píše o důležitosti metakognice jako takové. Metakognice je jedním z nejdůležitějších procesů při řešení slovních úloh. Jde o schopnost, která vychází ze znalostí a zkušeností. Zaměřuje se jak na stránku myšlení (porozumění a poznávání) žáka, tak i na jeho autoregulaci v oblasti učení.

Pokud žák má osvojené učící či čtenářské návyky, dokáže se lépe orientovat v zadání úlohy. Při nesprávném řešení úlohy by se žák měl ptát sám sebe, kde vznikla chyba či kde se vytvořilo chybné uchopení zadání úlohy. Chyba mohla pramenit z nedostatečné kvality matematické gramotnosti v tématicke, na kterou byla úloha zkonstruována, či klíčová bariéra v úspěšném vyřešení matematického problému mohla tkvět v nízké úrovni čtenářské gramotnosti. (Vondrová, Šmejkalová, Smetáčková, 2022)

Jestliže se jedná o chybu, která vznikla na základě čtenářského pochybení, lze čtenářskou gramotnost procvičovat a zlepšovat na různých úkolech (např. vytváření pojmových či myšlenkových map, samotných slovních úloh, diagramů zachycujících strukturu úloh, či lehčí varianty jako jsou trénování čtení s porozuměním, metoda třetího čtení atd.). (Vondrová, Šmejkalová, Smetáčková, 2022)

Důležitost součástí pro vyřešení úlohy je tedy správná matematizace, což znamená převádění úlohy do matematického jazyka. Učitelé si myslí, že žáci nejsou ochotni či schopni si přečíst slovní úlohu vícekrát či pečlivěji, což jim brání ve vytvoření představy o daném matematickém problému, který se ukrývá v zadání úlohy. (Fuchs, Zelendová, 2015)

Neznámá vs. Proměnná

V zadání úlohy, potažmo v jejím následném vyšetřování, se můžeme setkat mimo čísel i s písmeny, která jsou užitá v různých rolích. Jako první můžeme označit písmeno za neznámou. Neznámá je jistým způsobem určitá, ale v dané chvíli je neznámou kvantitou.

Tato neznámá se dá z určitých či přímo daných informacích zjistit a může zastupovat jedno či více čísel. V našem případě se s ní můžeme setkat v rovnicích o jedné neznámé.

Např. v rovnici $b = 5 - 3b$

→ b je neznámá

Druhou rolí, ve které mohou vystupovat písmena, jsou proměnné. Proměnná se na rozdíl od neznámé může měnit.

Např. v rovnici $w = q - 12$

→ w a q jsou proměnné

→ hodnota w se mění v závislosti na hodnotě q

→ pokud určíme jedno písmeno, pak se z druhého stává automaticky neznámá

Písmeno jako takové může být i v roli konstanty, parametru či koeficientu. Nesmíme však zapomenout, že písmena se využívají i v jiných vědních oborech. Například ve fyzice se využívají písmena jako zkratky pro jednotky. Vzhledem k dané situaci můžeme výraz „5m“ chápat buď jako výraz pro násobení proměnné „m“, či jako přídavné jméno označující délku (např. Koupila jsem si 5m (pětimetrové) záclony.). Využití písmene jako označení proměnné či neznámé je čistě na našem uvážení. Ve školním prostředí se často využívá asociativního spojení písmena s názvem označovaného (např. pana Karla v zápisu či rovnici označíme písmenem „k“). (Vondrová, 2019a)

Autorčin dodatek

Pozastavíme se nad tím, že jako neznámou využíváme písmeno, a to konkrétně ve většině případů písmeno „x“. Žáci, se kterými jsem měla možnost spolupracovat, se tohoto písmena automaticky zalekli. Při probírání tematiky rovnic se snažíme spolu s žáky neužívat zaseté prototypy, ale nalézat různá jiná označení neznámé. Na prvním stupni se již s neznámou setkáváme, ale není označována jako „x“, ale většinou je skryta pod symbolem otazníku nebo prázdného místa. Proč se tedy žáci v 8. ročníku bojí písmene „x“, pokud ho vidí v zadání? Naučili jsme se se žáky vždy využívat jiné písmeno či

dokonce i obrázek nebo jakýkoliv symbol, který je pro ně lépe uchopitelný. Pokud si v rovnici $3x = 15$, kde mají zjistit konečnou hodnotu neznámé „x“ převedou na svůj specifický symbol či převedou si rovnici na konkrétní úlohu (např. Tři lízátka stojí 15,-. Kolik stojí jedno lízátko?), bude se jim lépe pracovat s úpravou rovnice, pokud si pod neznámou dokáží představit něco jim blízkého.

Již Vondrová, Rendl a kol. (2015) ve své knize Kritická místa matematiky základní školy v řešení žáků píší, že žáci 2. stupně měli sami označit vzniklý útvar a automaticky ho bez výjimky označili písmeny A, B, C, D.

Styl označování neznámých a vytváření těchto prototypů se zdá být banální a zanedbatelná věc. Ze svých dosavadních zkušeností mohu konstatovat, že žáci, se kterými jsem měla možnost pracovat byli ze školy zvyklí na pojmenování písmeny A, B, C, D. Než si zvykli na to, že tato písmena nepoužívám, ale snažím se používat jiná písmena v hodinách, třeba i jen pro získání pozornosti žáků (obrázek č.1), chtělo to delšího trvání. Díky neobvyklým označováním či pojmenováním dokázali postupem času lépe pochopit určité vztahy a souvislosti z učiva matematiky (např. vztahy mezi písmeny ve vzorcích pro obsahy či obvody).



Obrázek 1 - Označování trojúhelníků při hodině matematiky (z vlastních zdrojů)

Motivace k řešení úloh

Žák s vnitřní potřebou poznávat, dokáže intenzivněji hledat následné řešení problému. Naopak žák, který nemá vnitřní motivaci, je spíše nucen okolním prostředím řešit matematický problém. Žáka bez vnitřní motivace tedy neprovázíme procesem hlubšího poznávání, ale spíše ho stimulujeme. Pokud bychom si vyhledali latinský význam slova motivace (odvozeno ze slova *moveo*, což znamená pohybovati či hýbati) a stimulace (z latinského slova *stimulō* = pichati, bodati), dokážeme v nich najít rozdíly, které souvisejí s vnitřní motivací žáka. (Hejný, 2014)

Děti jako takové jsou zvědavé už od narození. Mají silnou vnitřní motivaci k učení se nových věcí či v procesu celkového poznávání jevů, které se dějí kolem nich. Vyptávají se, jak věci fungují, jakou plní funkci, za jakým účelem či z jakého důvodu se konkrétní věci používají. V určitých okamžicích se dítě ani neptá, zda si může stoupnout, udělat krok či rozlít hrnek s kakaem. Zkrátka to udělá. Dítě tedy spíše koná, mnohdy na úkor jeho pozdějších odřených kolen či mokrého nátlínu od kaka. Zjišťuje, co se stalo, proč se to stalo, zdali to byl dobrý či špatný nápad. Motivace poznáváním či přímo konáním je pro dítě přirozená. Tuto touhu poznávat bychom měli v dětech, potažmo žácích, stále sledovat a snažit se, aby si ji udržely a rozvíjely. V prostředí školy bude touha pocházet spíše z jeho předchozích AHA-okamžiků, které si dokázali žáci na vlastní kůži zažít, radovat se z nich, a tím pádem i zažili vnitřní pocit úspěchu. (Hejný, 2014)

Jako učitelé se snažíme motivovat děti a vzbuzovat v nich vnitřní motivace, ale mnohdy jsou to jen krátkodobé záblesky motivace. Například soutěže jsou pro některé žáky přitažlivou a příjemnější záležitostí, ale oproti tomu existují žáci, pro které je to frustrující činnost. Efektivnějším nástrojem motivace jsou matematické úlohy spojené s atraktivním kontextem, či do něho vložené, který upoutá jejich pozornost směrem k objevování světa matematiky. Může se jednat o meziplanetární lety, záhady starého Egypta ve spojení s pyramidami, kouzla přírodních jevů, šifrování, kódování ba naopak dekódování zpráv z dávné minulosti apod. (Hejný, 2014)

Všeobecně je možné podpořit motivaci žáků, pokud matematiku propojíme s jejich hravostí, přirozenou soutěživostí, zvědavostí a zájmem. Může se zdát, že dvě věci, které jsou pro většinu populace odlišné, nelze spojit a vytvořit tak zajímavý kontext.

Pokud budeme hledat souvislosti například mezi matematikou a hudbou, musíme se zaměřit na princip jejich fungování a vytváření. Ve svém článku Jsou matematika a hudba dvě strany jedné mince? pan Rokyta (2014) píše o matematice jako o vědě strukturované, uspořádané s mnoha zákonitostmi. Hudba je také určitým organizovaným systémem zvuků, který má patřičnou strukturu, uspořádání a zákonitosti. Nemusíme se vždy zaobírat matematikou jen jako světem čísel, ale i světem plným objevování struktury a zákonitostí.

Na výše popisovanou hravost bychom neměli ani jako dospělí matematici zapomenout. Měli bychom za účelem zvýšení motivace k učení využít například tyto 3 smysly – zrak, sluch a hmat. Jedním ze způsobů učení, který by si každý z nás měl v průběhu svého života nalézt, je sluchový. Dalšími typy jsou zrakový, ke kterému se hlásí až 65 % lidí, kinestetický atd. (Novotná, 2018)

Autorčin dodatek

Dítě je zvyklé pozorovat dění okolo něj. Chování druhých se snaží napodobovat a dosáhnout stejného úspěchu, kterého dosáhli ostatní. Od mých synovců a neteře jsem se naučila spoustu věcí a jedna z nich byla právě touha se od svých rodičů či starších sourozenců učit něco, co je pro ně doposud nepoznané. Pro mě je spíše důležitější otázka motivace samotného učitele. Věřím v to, že motivovaní učitelé, kteří se stále učí, poznávají a mají touhu se zdokonalovat, mají větší pravděpodobnost úspěchu v tom, že v žácích vyvolají stejný efekt a budou chtít jejich kroky následovat.

Na základě výše zmiňované hravosti a zvědavosti dětí bychom mohli zapojit příběhovost v matematických úlohách. I žáci druhého stupně základních škol čtou pohádky, komiksy či vytváří různé příběhy. V hodinách souvislé praxe jsem se setkala i s vytvářením slovních úloh samotnými žáky.

Chybovat je lidské – učení se z chyb

Chybovat je lidské, jak již po staletí nás formuje význam tohoto přísloví. Chyba je nedílnou součástí našich životů. V reálném i matematickém světě se chyba vyskytuje, protože tyto dva světy se bezpodmínečně propojují a nedají se oddělit. Spřízněnost těchto světů a chyby je natolik silná, že bez sebe nemohou existovat. Kolikrát jsme museli spadnout na zem, než jsme se naučili chodit. Když nám říkali, že oheň pálí, museli jsme se o tom přesvědčit sami, abychom to znovu neudělali. Co je nám všem však jasné je to, že z chyb se musíme poučit a nedělat pokaždé ty samé. Pokud pochopíme, v čem tkví naše chyba a proč se nám připlétla do cesty, je vysoká pravděpodobnost, že ji již nezopakujeme.

Ve své knize *Didaktika matematiky* jako nástroj zvládnutí kritických míst v matematice se Naďa Vondrová (2019a) zabývá chybami při učení se matematiky, kde zmiňuje některé kategorie chyb. Jednou ze skupin, kterou identifikovali autoři Julia Ryan a Julian Williams, je pro Vondrovou *chyba na úrovni modelování*, ve které poukazuje na chybu při vytváření matematických modelových situací. Například nesprávné sestavení výpočtů či rovnic ze zadání slovní úlohy neodmyslitelně patří do této kategorie. Pokud si žák neuvědomí prvotní chybu v sestavování rovnice při řešení úlohy, budeme doufat, že při zpětném ohlédnutí se za správností výsledku a kontrole pozastaví, nalezne chybu a zkusí použít vhodnější rovnost, která náleží příslušné úloze. Zde se také může vyskytovat chybné zaměňování pojmů „dělení polovinou“, tím je myšleno zlomkem ve tvaru jedné poloviny, a „dělení na polovinu“, ve smyslu dvěma.

Dalšími kategoriemi, které můžeme nalézt v této knize a souvisí s tematikou našeho zkoumání, jsou *přílišné zobecňování a intuitivní znalosti*. Žáci by měli sami správně zhodnotit, jaký postup zvolí. Existují postupy řešení, které se dají použít na jeden typ slovních úloh, avšak nedají se uplatnit na všechny typy slovních úloh. Používají přímou úměrnost na počítání vztahu mezi počtem dělníků a časem, za který budou mít práci hotovou. Je to správně? Žáci mnohdy inklinují k těmto schémátům automaticky, protože jsou s nimi obeznámeni a již v předešlých pokusech o řešení téměř shodných úloh se osvědčily, protože se také jednalo o dělníky, jejich práci a čas (například u zjištění vztahu mezi počtem dělníků a velikostí práce, kterou dokáží vykonat za jednotný čas). Nastává nám otázka, zda je tento typ chyby zapříčiněn kognitivním vývojem daného žáka,

či jsou jako původcem označeny prototypy, které používá učitel při výběru didaktických stylů a strategií.

V umění řešení matematických úloh bychom se měli orientovat a nalézat správné cesty k jejich řešení. Srovnávat si údaje a interpretovat to, co je po nás požadováno. Všude kolem nás existují paradoxy a máme před sebou více cest, které jsou mnohdy i lehce zaměnitelné. Například v českém jazyce máme přísloví, která mohou být použita ve stejnou dobu, ale jsou významově rozdílná (např. *Co na srdci, to na jazyku a mluvíti stříbro, mlčeti zlato*). Jsou to přísloví využitelná ve stejné situaci, ale mají úplně jiný význam, takže se nedají použít obě zároveň, ale vždy používáme to přísloví, které se hodí pro danou situaci. Tak je to i s postupy u řešení matematických problémů. Mohou nastat situace, kdy máme více možností nalezení cesty, ale jen jedna je správná. Musíme nalézt tu správnou variantu a vhodně ji použít. Jestliže máme vyřešit matematickou úlohu, vybereme si cestu: *Ráno moudřejší večera* nebo *Co můžeš udělat dnes, neodkládej na zítra?* Volba je čistě na nás.

György Pólya (2016) v publikaci *Jak to řešit?* odůvodňuje četnost výběrů nesprávné cesty úrovní inteligence. Zatím co moucha, která je uvězněna v místnosti a chce vylétnout ven, zkouší prorazit sklo těmi stejnými cestami znovu a znovu, tak myš, která je již ponaučena ze svých chyb si dokáže, po méně neúspěšných pokusech než moucha, nalézt správný otvor k úniku. Podle jeho slov je nejúspěšnější z těchto živočichů právě člověk, který je inteligenčně na vyšší úrovni, a proto jeho ponaučení se z chyb a pozměňování strategií vede k rychlejšímu dosažení výsledku.

Autorčin dodatek

Z vlastních zkušeností vím, že bystřejší žáci vystopují chybu v průběhu jejich řešení, pokud se jim postup zdá být nesprávný a on dokonce je. Mnohdy se mi stává, že již od prvotních črtů a myšlenek vím, že žákův postup je nesprávný, ale i tak ho při tom nechám, aby to spočítal, a pak se kouknul na to, jaké chyby se dopustil. Aby si vyloženě zažil chybu, ponaučil se z ní a dokázal odůvodnit, proč nastala. Stává se i to, že myšlenku má správnou, ale vlivem nadšení že ví, jak to řešit, se dopustí numerické chyby – chyby z nedbalosti. Důležité pro mě i pro mé žáky je vždy to, aby chybu našli.

Chyba, samozřejmě, může nastat i na straně vyučujícího. Jsme jen lidé. Byť jsme matematici, tak to neznamená, že jsme naprogramovaní, abychom neudělali chybu.

Mnohdy je chyba ze strany učitele také vytvořena z nedbalosti či separací pozornosti. Žáci by neměli brát jako chybu či pochybení učitele, pokud nedokáže nalézt řešení na všechny příklady či odpovědi na veškeré otázky. Důležitou součástí pro mou osobu je sounáležitost třídního kolektivu. Pokud jako učitel neznám momentálně cestu ke správnému řešení příkladu, na který nejsem připraven mohu se obrátit ke svým žákům a společně nalézt řešení, aneb víc hlav, víc ví.

Řešitelnost slovních úloh

Jak již bylo zmíněno v první kapitole Matematický jazyk písmen je první problém, který vzniká při pracování se slovními úlohami ten, že žáci musí dokázat převést formulované zadání úlohy přirozeným jazykem do jazyka matematiky. Během tohoto převodu musí rozeznat, které údaje ze zadání představují prvky, jež mohou být převedeny do matematického jazyka, aby s nimi mohli nadále pracovat (operovat). Dalším krokem je zvolení správného algoritmu či postupu řešení. Pokud máme matematicky již vyjádřené údaje v zadání (např. vyjádření procentuálních částí), pro řešitele může být postup, který vede ke správnému výsledku jednodušší. Jestliže úloha obsahuje obsáhlejší sumu informací důležitých či nadbytečných, řešitel je musí postupně filtrovat, aby našel jen ty prvky, které lze zmatematizovat. Úloha je pak tedy obtížnější a mnohdy demotivující. (Sigmundová, 2019)

Vondrová (2019b) v publikaci Matematická slovní úloha popisuje dle Reussera a jeho výzkumu proces řešení slovních úloh. Jako prvním krokem zmiňuje *textový vstup do sémantického modelu či textové báze*. Tak zvaná makrostruktura, která pojednává o složkách textu, jak jsou uspořádány obsahově a jak je nosná informace vyjádřena v zadání. *Situační model* je následujícím krokem, který nám ukazuje, jaký je záměr celé úlohy. Jedná se model vyjadřující časovou návaznost informací a vztahů mezi nimi. Vytváříme si tedy celkový obrázek o průběhu matematického problému v úloze. *Model matematický* je výsledkem procesu zobecnění situačního modelu. Model představuje klíčové (jádrové) situace a vztahy mezi údaji v zadání úlohy. V této fázi se již objevují operace s informacemi a počty objektů jsou brány jako přesně určující prvky nesoucí funkci v matematickém modelu. Model může mít dva stupně: nenumerický, který však obsahuje již schemantický model, nebo formálně numerický, který je algebraickým modelem matematického problému. Zde už se nám může objevovat již konkrétní otázka (například. Kolik?, O Kolik? či Kolikrát?). V rámci těchto modelů se může žák vracet a tím si i kontrolovat, zda je na správné cestě za výsledkem.

V následující tabulce si ukážeme, jak lze řešit matematickou úlohu podle Györgyho Pólya (2016).

<p>Za prvé. Musíte porozumět úloze.</p>	<p>POROZUMĚNÍ ÚLOZE <i>Co je zde neznámá? Jaké jsou údaje? Jaké jsou podmínky?</i> Je možné vyhovět podmínkám? Jsou podmínky dostatečné pro určení neznámé? Nebo jsou nedostačující? Nebo nadbytečné? Nebo obsahují rozpor? Nakreslete si obrázek. Zaveďte vhodné označení. Oddělte od sebe různé podmínky. Umíte je Zapsat?</p>
<p>Za druhé. Najděte souvislosti mezi údaji a neznámou. Možná budete muset vyřešit pomocné úlohy, pokud bezprostřední souvislost nelze najít. Nakonec budete muset sestavit plán řešení.</p>	<p>NAVRŽENÍ PLÁNU ŘEŠENÍ <i>Už jste viděli úlohu předtím? Nebo jste ji viděli v trochu jiném tvaru?</i> <i>Znáte nějakou příbuznou/podobnou úlohu? Znáte nějakou větu, která by mohla být užitečná?</i> <i>Podívejte se na neznámou! Zkuste přemýšlet o všeobecně známé úloze mající tutéž nebo podobnou neznámou.</i> <i>Tedy je úloha příbuzná té vaší, která již byla vyřešena. Můžete ji využít?</i> Můžete využít její výsledek? Můžete využít její metodu? Uměli byste zavést nějaký pomocný prvek, abyste takové využití umožnili? Umíte úlohu přeformulovat? Můžete ji přeformulovat ještě jednou? Vraťte se k definicím. Jestliže nemůžete vyřešit předloženou úlohu, pokuste se vyřešit nějakou příbuznou úlohu. Umíte si představit nějakou příbuznou úlohu? Nebo obecnější úlohu? Speciálnější úlohu? Analogickou úlohu? Umíte vyřešit alespoň část úlohy? Uvažujte pouze část daných podmínek a vynechte jejich další části. Nakolik je pak neznámá určena, a jak se může měnit? Umíme odvodit něco užitečného z daných údajů? Umíme si představit jiné údaje, vhodné pro určení neznámé? Můžete změnit neznámou nebo údaje, nebo v případě nutnosti obojí tak, že nová neznámá a nové údaje mají v sobě blíže? Využili jste všechny údaje? Využili jste všechny podmínky? Vzali jste v úvahu všechny podstatné pojmy použité v úloze?</p>
<p>Za třetí. Realizujte svůj plán.</p>	<p>REALIZACE PLÁNU Při realizaci vašeho plánu řešení <i>překontrolujte každý krok.</i> Vidíte jasně, že tento krok je správný? Umíte dokázat, že je správný?</p>
<p>Za čtvrté. Přezkoušejte nalezené řešení.</p>	<p>POHLED ZPĚT <i>Umíte překontrolovat výsledek? Umíte zkontrolovat důkaz?</i> Umíte stejný výsledek získat jinak? Vidíte to na první pohled? Umíte použít výsledek nebo metodu na vyšetření jiné úlohy?</p>

Tabulka 3 - Jak řešit matematickou úlohu (Pólya, 2016)

Na konec této kapitoly se obrátíme na česká přísloví, která se hodí do světa matematiky při řešení matematického problému: Důvěřuj, ale prověřuj. Dvakrát měř, jednou řež. Dub se nedá porazit jedním úderem sekery.

Avšak ne všechna přísloví se hodí pro správného matematika. Příklad „Hlavní je se zúčastnit“ není vhodný příkladem motivace k dosažení správného řešení. (Pólya, 2016)

Role žáka a učitele při řešení

Učitel matematiky má jeden úkol, který je náročný na čas, vyžaduje zkušenosti a je důležité plně se mu věnovat a mít k němu zdravé návyky a zásady. Tímto úkolem je pomáhat svým žákům. Jestliže žák není schopen vyřešit úlohu sám, měli bychom ho alespoň ponechat v přesvědčení a iluzi o tom, že jej zvládl sám. Měli bychom žáky navádět a pomáhat jim diskrétně, co nejméně nápadně, přiměřeně a hlavně přirozeně. Pokud bychom žákům pomáhali s mnoha informacemi či veškerými údaji v zadání úlohy, na žáka by nezbyl žádný podíl na práci ve vyřešení úlohy. Naopak kdybychom nepomáhali žákům vůbec či s minimální pomocí, žák nemusí být vždy schopný samostatného pokroku v úloze. Učitel by vždy měl být nápomocen žákům, pokud by se shledali s problémem či nemohli najít tu správnou cestu k řešení, ale vždy musí být podíl práce na úloze ze strany žáka rozumný. Reakce učitele na žakovu neschopnost si poradit s matematickým problémem by měla být přirozená. Vžít se do situace, kterou aktuálně prožívá žák, který přemýšlí nad řešitelností úlohy, je právě na místě. Snaha pochopit a vypořádat, nad čím zrovna žák uvažuje a mezi čím se rozhoduje, nám může pomoci v tom, abychom mu správně položili otázku či mu naznačili správný krok, nad kterým možná již uvažuje. (Pólya, 2016)

Každý učitel, ať už českého jazyka, hudební výchovy, matematiky či tělocviku, je prvořadý činitel průběhu vyučování a učení jako takového. Osnovy, učebnice, pracovní listy, digitální technologie či didaktické pomůcky jsou jemu podřazené. Učitel ovlivní kvalitu učení a vyučování žáků více než tyto doprovodné materiály. Učitel má jedinečnou možnost vytvořit prostředí pro žáky, aby mohli nabývat vědomostí a znalostí samostatně. Pokud se rozhlédneme okolo sebe do přírody, která funguje bez zásahu lidské ruky, můžeme spatřit nemalé krásy, které vznikaly či vyrůstaly v pro ně ideálních podmínkách. Luční kvítí by vypadalo zcela jinak, kdybychom mu nenechali volný růst, kdybychom mu ustříhávali listy nebo ho dokonce ukryvali před přímým slunečním svitem. Vyučování v režii učitele by mělo být přirozeně reagující na kognitivní vývoj žáků. (Kolláriková, 2001)

Na závěr kapitoly si uvedeme pár citátů a heslo. Každý v nich může nalézt to své a to, co bychom měli mít na paměti.

„Učitel, který je vskutku moudrý, ti nenabízí, abys vstoupil do domu jeho moudrosti, ale vede tě spíše k prahu své mysli.“

- Chalíl Džibrán

„Učitelé nejsou ti, kteří vás učí, co si myslet. Jsou to ti, kteří vás učí, jak myslet.“

– Albert Einstein

„Omnia sponte fluant absit violentia rebus. –

Vše nechť plyne volně a bez působení násilí.“

- Jan Amos Komenský

Rysy slovních úloh

Slovní úlohy jsou nejen obtížně uchopitelné pro žáka jako řešitele, ale i pro učitele jako strůjce matematických slovních úloh. Slovní úlohy obsahují komplexnější učivo a nikdy předem nevíme, co budeme k řešení či vytváření slovní úlohy potřebovat za znalosti či vědomosti. Úkol, který v sobě nese zadání úlohy může být v jakékoliv části zadání. Pro některé žáky je důležité, zda je úkol zapsán v úloze na začátku (např. Vypočtete ...), ve prostředku či na konci. (Vondrová, 2019a)

Úlohy vedoucí k motivaci žáka pro následné řešení jsou takové, kde je správně zvolená náročnost zadání pro momentální kognitivní vývoj žáka. Stručně řečeno, úlohy musí být přiměřené věku a úrovni vývoje žáka. Úroveň úlohy by měla být zvolena tak, aby ji žák zvládl vyřešit, ale zároveň natolik náročná, že žákům dodá pocit radosti ze zvládnutí či vyřešení matematického problému. (Hejný, 2014)

V knize Matematická slovní úloha píše Vondrová (2019b) a jazykových rysech slovních úloh. Určité rysy, které se objevují ve zadáních jsou označovány souhrnně za stereotypnost vyjádření. Uvedeme si některé z nich:

1) KONDENZACE VYJÁDŘENÍ

Tvůrci úloh využívají toto vyjádření primárně k tomu, aby dosáhli stručnosti a kompaktnosti formulace. Tyto úlohy jsou známé tím, že jejich typologie se opakuje, ale obměňuje se v nich lexikální materiál. Do této skupiny vyjádření patří:

- užívání deverbativních kondenzátů (*odvoz brambor z pole*)
- atributy s kondenzačním významem (*Petra dostala k narozeninám marcipánovou, jahodovou a hořkou čokoládu*)
- vztažné věty popisující děje/stavy, které představují atribut substantiva (*Jak dlouhé je pole, které dokážeme zorat za 2 hodiny?*)
- vztažné věty popisující děje/stavy v čase následujícím (*Majdalena dostala kuličky, které si rozdělila s Honzíkem.*)

- kazuální spojky (nepředstavují skutečný kazuální vztah) (*Jaká je vzdálenost pole od farmy, jestliže na mapě je vyznačena 9 cm?*)

2) MEZEROVITÉ VYJÁDŘENÍ

Jde o rysy, kde je nižší míra explicitnosti:

- Nejednoznačný skopus tázacího výrazu, platnost spojky
(*Kolik stojí kytice se stuhou a bez stuhy?* – musíme se rozhodnout, zda mluvíme o jedné kytici či o dvou různých, *Kolik kg vody se vypařilo z 2 kg květů a 2 kg stonků?* – musíme se dohodnout, zda výsledek bude pocházet z celkového množství odpařené vody tak, že hmotnosti sečteme, nebo se bude toto množství za květy či stonky počítat zvlášť)
- Sémantický hiát
V určitých zadáních musí řešitel pracovat s tím, jak úlohu zamýšlel nejpravděpodobněji tvůrce či zadavatel.

Slova musíme vybírat do zadání úloh tak, aby byla pochopitelná pro řešitele. Skrze tato slova můžeme začít s řešením úlohy například situačním modelem, o kterém jsme hovořili v kapitole výše.

Pilotní studie

Výběr ročníků a organizační zákonitosti studie

Společně se žáky druhého stupně Základní a mateřské školy v Herálci jsme konzultovali vybrané slovní úlohy z mé bakalářské práce, které jsou řešitelné pomocí znalostí o rovnicích a jejich soustavách. K získání výsledků studie byla zvolena forma diskuse, která nám poskytla náhled do myšlenkových pochodů žáků při řešení zadaných úloh. Pokud bychom zvolili formu dotazníku, tak bychom spíše prověřovali jejich dosavadní znalosti o tématice rovnic a jejich soustav.

Tento rozhovor byl uskutečněn ve dvou termínech. První rozhovor proběhl se žáky 8. ročníku v rámci 55 minut. Ve druhém rozhovoru figurovali žáci 9. ročníku této školy, který trval 45 minut. Výběr ročníků, ve kterém probíhala pilotní studie slovních úloh byl zvolen cíleně. Vybrané úlohy z bakalářské práce vyžadovaly, až na jednu, znalost rovnic a jejich vztahy mezi nimi. Kdybychom tedy zvolili ročník šestý, popřípadě sedmý, bylo by to pro účely studie neefektivní, protože se žáci s rovnicemi seznamují až v 8. ročníku této základní školy (ŠVP ZV, 2022). Rozhovor byl řízen mou osobou, kdy byly kladeny otázky předem připravené, ale i otázky, které vyplynuly ze situace spolu s reakcí na odpovědi žáků.

Čistě pro účely této práce byl rozhovor se souhlasem všech žáků i jejich učitelky matematiky, která byla přítomna po celou dobu trvání rozhovoru, nahráván. Materiál této nahrávky byl použit při zpracování následné studie a jeho určité specifické úryvky, které pocházejí přímo z úst žáků, budou představeny a přepsány u konkrétních příkladů z vybrané kolekce slovních úloh.

Po ukončení rozhovoru následovala i zpětná reflexe ze strany žáků, kdy měli možnost jakýmkoliv způsobem se vyjádřit k průběhu studie či dodatečně vyslovit cokoliv, co doposud neřekli.

V následující kapitole se seznámíme s úlohami, které byly žákům zadány. Žáci celkem řešili tři sekce úloh. Vždy po vyřešení a reflexi daného souboru příkladů jim byla předložena další sekce úloh.

Vybraná kolekce úloh

Výběr slovních úloh byl specifický v tom, že studie proběhla po přijímacích zkouškách na střední školy. V bakalářské práci se objevují úlohy, které jsou typově totožné s některými úlohami z testů přijímacích řízení v uplynulých letech. Záměrně byl tedy použit i tento typově stejný příklad k rozpoznání vlivu změny stylu zadání na způsobu žákovo uchopení úlohy. Úlohy byly vybrány tak, aby byly zvládnutelné v jedné učební hodině, která je s časovou dotací 45 minut.

Úlohy byly žákům představovány v tomto pořadí:

- 1) KOMIKS – dvojice slovních úloh na sestavení rovnice
- 2) SCHÉMA – dvojice slovních úloh na sestavení rovnice
- 3) TUPLÁKY – slovní úloha na soustavu rovnic a dvou neznámých

Pokud se jednalo o sadu dvou úloh, tak byl žákům vždy jako první předkládán transformovaný příklad vytvořený pro účely pilotní studie. Žákům nebylo předem řečeno, že všechny úlohy jsou na stejnou problematiku, myšleno tím, že jsou vytvořené na tematiku aplikačních úloh řešených pomocí rovnic a jejich soustav.

Pro snadnější srovnání obsahu s poznatky získanými v průběhu studie jsou obrázky znázorňující úlohy dané sekce vždy vyobrazeny ještě jednou před začátkem rozboru.

1) KOMIKS

Úloha první, která byla předmětem zkoumání, je totožná se slovním zadáním z bakalářské práce s jedním rozdílem. Tento rozdíl můžeme vidět ve stylu zadání. Úloha zadaná žákům byla přetvořena do formy příběhu (komiksu), přičemž, jak můžeme vidět na obrázku 2, úloha z bakalářské práce byla napsána slovním zadáním.

Úloha z bakalářské práce:

PŘÍKLAD: Farmář odjel na trh v 7 hodin ráno, aby prodal část vypěstovaných brambor. Za první 2 hodiny prodal $\frac{3}{7}$ přivezených brambor. O 4,5 hodiny později prodal $\frac{3}{8}$ zbývajících brambor a během 3,25 hodin prodal ještě 20 pytlů po 15 kg, 10 pytlů po 25 kg a 4 padesátikilogramové pytle. Poté ihned jel s vydělanými penězi zpět na farmu.

a) Kolik tun brambor přivezl farmář ráno na trh?

Obrázek 2 - Slovně zadaná úloha (Uhlířová, 2021)

Úloha transformovaná pro pilotní studii:



Obrázek 3 - Příběhová úloha (z vlastních zdrojů)

Druhá úloha z dvojice, která byla předložena žákům, se objevila v testu jednotné přijímací zkoušky z matematiky pro čtyřleté studijní obory z Centra pro zjišťování výsledků vzdělávání¹ v roce 2016.

¹ Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání navazuje na činnost Centra pro reformu maturitní zkoušky (CERMAT) a nadále využívá historicky vzniklou značku CERMAT pro svoji činnost, protože je všeobecně užívána a známá (CZVV, ©2019).

Úloha z jednotné přijímací zkoušky:

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Farmář přivezl na trh brambory. Za první hodinu prodal dvě pětiny přivezených brambor, za druhou hodinu prodal pět šestin **zbývajících** brambor a během třetí hodiny doprodal posledních 40 kg brambor.

(CZVV)

max. 4 body

6

- 6.1 Vyjádřete zlomkem, jaká část **přivezených** brambor zbyla farmářovi po první hodině prodeje.
- 6.2 Vypočtete, kolik kilogramů brambor prodal farmář za druhou hodinu.
- 6.3 Vypočtete, kolik kilogramů brambor přivezl farmář na trh.

Obrázek 4 - Slovní úloha z přijímacích zkoušek (dostupné z: www.statniprijimacky.cz)

2) SCHEMA

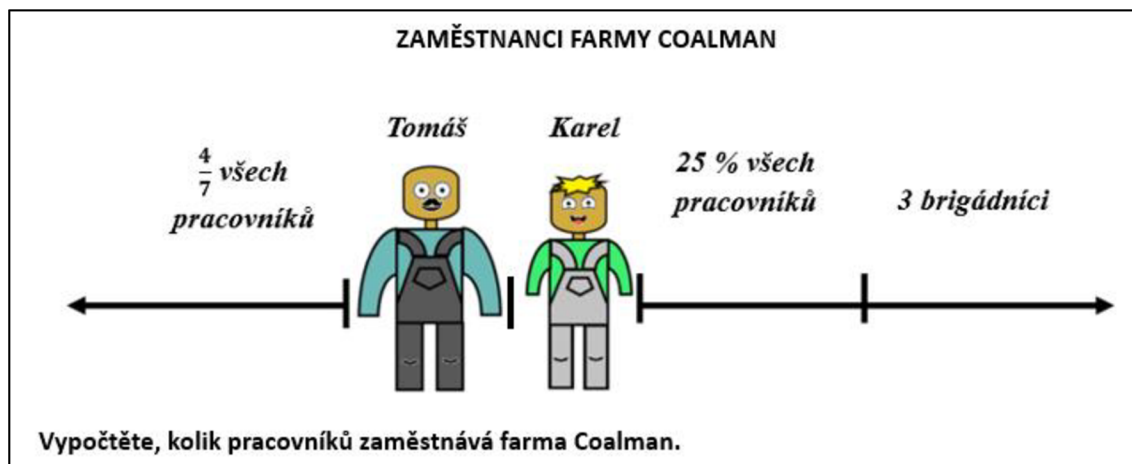
Druhá dvojice úloh obsahovala příklad, který byl žákům podán schematicky. Z bakalářské práce byla vybrána slovně zadaná úloha, která byla následně přepracována do formy obrázku. Žákům bylo předloženo pouze toto schematické zadání slovní úlohy. Schematicky zadaný slovní příklad byl taktéž porovnán s typově totožnou úlohou z jednotné přijímací zkoušky z matematiky pro čtyřleté studijní obory z CERMATU v roce 2019.

Úloha z bakalářské práce:

PŘÍKLAD: *Traktorista Tomáš je po celém dopoledni stráveném na poli hladový. Jde tedy na oběd do jídelny. Když stojí ve frontě k výdejnímu okénku, všimne si, že před ním stojí $\frac{4}{7}$ všech pracovníků farmy, za ním jeho dlouholetý kamarád z učiliště Karel a za Karlem ještě 25 procent všech pracovníků farmy. Po chvíli se do řady připojí 3 brigádníci, kteří začali pracovat teprve včera. V řadě jsou v tento moment přítomni všichni zaměstnanci farmy. Kolik pracovníků je zaměstnaných na farmě Coalman?*

Obrázek 5 - Slovně zadaná úloha (Uhlířová, 2021)

Úloha transformovaná pro pilotní studii:



Obrázek 6 - Schematicky zadaná úloha (z vlastních zdrojů)

Úloha z jednotné přijímací zkoušky:

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Všichni chlapci atletického oddílu se seřadili do zástupu podle velikosti. Před Petrem stála jedna osmina celkového počtu chlapců. Hned za Petrem stál jeho bratr Radek a za Radkem ještě pět šestin celkového počtu chlapců.

(CZVV)

max. 4 body

6 Neznámý celkový počet chlapců atletického oddílu označte x .

6.1 V závislosti na veličině x **vyjádřete** počet chlapců, kteří stáli před Petrem.

6.2 V závislosti na veličině x **vyjádřete** počet chlapců, kteří stáli za Petrem.

6.3 **Vypočtete** celkový počet chlapců atletického oddílu.

Obrázek 7 - Slovní úloha z přijímacích zkoušek (dostupné z: www.statniprijimacky.cz)

3) TUPLÁKY

Poslední úloha, která byla se žáky prověřena, je má navést na vytvoření dvou rovnic o dvou neznámých. Tento typ úlohy je zajímavý tím, že ho lze vypočítat bez užití rovnice či soustavy dvou rovnic. Stačí nad tím popřemýšlet a logicky nalézt správné řešení

s počáteční úvahou: „Co by, kdyby?“. Tato úloha by mohla být tedy v rámci pokusu využita v praxi i v nižších ročnících, které se doposud nesetkaly s tematikou rovnic.

Úloha z bakalářské práce:

PŘÍKLAD: Po celém dni na polích musí traktorista Tomáš zaparkovat svůj traktor mezi ostatní traktory na dvůr farmy Coalman a pečlivě ho uzamknout. Když odchází od zamčeného traktoru, všimne si, že na dvoře stojí 9 strojů. Některé z nich jsou traktory s tupláky³ a některé traktory bez tupláků. Jak tak počítá, dohromady napočítá 46 kol. Kolik je traktorů s tupláky a traktorů bez tupláků?

³ Slovo tuplák je slangový výraz v zemědělství pro dvojmontáž na zadních kolech traktoru, kde na každém zadním kole je přidáno ještě jedno kolo navíc, aby se rozložila nosnost traktoru a traktor se tak výrazně nebořil do půdy na polích, která je více podmáčená, enormně měkká či písčitá.

Obrázek 8 - Slovní úloha na soustavu rovnic (Uhlířová, 2021)

Průběh studie

V této podkapitole si ukážeme, jak probíhala komunikace s žáky a jak reagovali na kladené otázky. Nastíněním situace a proložení přímo řečených odpovědí žáků z materiálu v úryvcích, který se zaznamenával na nahrávku, zjistíme, jak reagovali žáci na slovní úlohy, které jim byly předloženy a zda jsou potenciálně použitelné v praxi. Od organizace třídy v průběhu rozhovoru a jejich specifické rysy jednotlivých tříd se přes samotný rozbor úloh dostaneme k závěrečné zpětné vazbě žáků k sadě úloh jako celku.

- **Organizace třídy a specifické rysy tříd**

Jakákoliv diskuse by měla probíhat v přirozeném prostředí a v komfortních hranicích každého zúčastněného, abychom byli otevření všem možnostem, které při rozhovoru nastanou. Žáci měli na výběr, v jakém uskupení a postavení bude probíhat následujících 45 minut. Vybrali si sezení v kruhu na školních židlích před tabulí, kde bylo nejvíce místa ve třídě. Nakonec se ukázalo, že to byla ta správná volba, protože tímto způsobem na sebe všichni viděli, mohli reagovat jak na verbální, tak i na neverbální

komunikaci svých spolužáků v průběhu rozhovoru. Obě třídy zvolily a vyhodnotily toto rozestavení židlí a jich samotných jako to nejpříjemnější vzhledem k jejich momentálnímu rozpoložení.

V 8. třídě jsou žáci z prospěchového hlediska v celkovém nepoměru. Přibližně 80 % jsou žáci, kteří jsou v matematice, potažmo i v jiných přírodních vědách, klasifikováni známkami 1. Zbytek žáků se pohybuje mezi známkami s hodnotou 3–4. Jde o třídu, která je velice komunikativní a projevující zájem o matematiku. Pokud žáci něčemu nerozumí, tak sami od sebe pokládají otázky, které jsou určeny k doplnění jejich vědomostí tak, aby ucelili jejich dosavadní poznatky o dané látce či problematice. Tato třída je otevřena jakékoliv diskusi a automaticky reaguje na odpovědi svých spolužáků.

Devátá třída má mezi sebou 6 žáků, kteří mají určitou poruchu učení či dysfunkci, která je většinou příčinnou výukových obtíží žáka ve školním prostředí. Tito žáci se také zapojili do procesu a jejich poznatky si představíme níže v rozboru jednotlivých úloh.

- **Prvotní reakce žáků na sadu úloh**

Žáci si postupně rozdali papíry, na kterých měli vytištěnou první sekci úloh. Prvotní reakci si ukážeme na krátkém úryvku rozhovoru, kdy v roli zadávající učitelky stojím já a žáci vystupují pod svými jmény.

Učitelka: Děcka, máte před sebou sadu úloh, které si společně rozebereme, souhlasíte?

Bára, Nela: Ježíš, to je hezké!

Jonáš: Přijímačky! Né, já nechci!

Učitelka: Jony, to tě jako první zaujmul ten druhý příklad? Proč?

Štěpán: No, protože nám to připomnělo přijímačky, na které jsme se teď připravovali a už nikdy víc nechceme. Už jen ta forma, kdy je to v rámečku, jsou tam napsané body nás zneklidňuje. Ten komiks je lepší.

Reakce, která nastala u Jonáše se Štěpánem se objevila i v 8. ročníku při prvním pohledu na sadu úloh.

KOMIKS

Pro snadnější srovnání obsahu s poznatky z této sekce jsou na obrázcích níže vyobrazeny úlohy, které byly se žáky zkoumány.



Obrázek 9 - Úloha ve formě komiksu (z vlastních zdrojů)

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Farmář přivezl na trh brambory. Za první hodinu prodal dvě pětiny přivezených brambor, za druhou hodinu prodal pět šestin **zbývajících** brambor a během třetí hodiny doprodal posledních 40 kg brambor.

(CZVV)

max. 4 body

6

6.1 Vyjádřete zlomkem, jaká část **přivezených** brambor zbyla farmářovi po první hodině prodeje.

6.2 Vypočtete, kolik kilogramů brambor prodal farmář za druhou hodinu.

6.3 Vypočtete, kolik kilogramů brambor přivezl farmář na trh.

Obrázek 10 - Úloha z přijímací zkoušky (dostupné z: www.statniprijimacky.cz)

Žáci měli čas si obě úlohy přečíst a zamyslet se nad jejich srozumitelností a řešitelností. Společně jsme si poté přečetli obě zadání úloh nahlas, aby i ti, kteří mají dysfunkci měli možnost lépe porozumět úloze. V zadání ocenili zejména číslování obrazů v komiksu, které jim pomohlo v orientaci, jak jdou obrazce za sebou. Bystřejší z nich si všimli i detailu hodin na jednotlivých obrazech, který je měl navést na časovou posloupnost příběhu, pokud by si nevšimli číslování.

Učitelka: Připomíná vám úloha něco? Jaké máte první asociativní myšlenky, když vidíte tuto úlohu?

Jaroslav: Paní učitelko, co je asociativní?

Vysvětlila jsem, co znamená pojem asociace.

Václav: Matika! Nevím, kolik jich měl. Jak to mám spočítat, když to nevím?

Natálie: No právě, proto to je úloha, kdyby ti to napsali, tak nemáš co počítat!

Václav: Jo, takže neznám, kolik si toho přivezl, tak to označím jako „x“ a pak se k tomu třeba prokoušu.

Josef: Jasně! Já jsem si říkal, že bych použil rovnici, protože mi tam něco chybí.

Většina žáků ze třídy se shodla, že na první pohled poznali, že ke správnému výpočtu použijí sestavení odpovídající rovnice a následně ji vyřeší, pokud označí za neznámou počet kilogramů, které si farmář přivezl na trh.

Co se týká dětí s poruchami učení, tak se zapojili do procesu diskuse a snažili jsme se je zapojovat co nejvíce, protože se ukázalo, že jim grafická forma zadání vyhovuje více. Na otázku „Čím by to asi mohlo být?“ mi odpověděli, že když čtou úlohu, tak se nedokáží soustředit na propojení významů slov jako celku v zadání. Toto zadání jim vyhovovalo tedy v tom, že vizuálně viděli, jak probíhá konkrétní úloha a mohli se lépe soustředit na jednotlivé informace, které jsou v komiksových bublinách. Výhoda komunikace během rozhovoru v kruhu je ta, že žáci společně dokázali najít, po výměně názorů, rovnici, která je dovedla ke správnému výsledku.

Při rozhovoru jsme se společně dostali na téma vyjádření neznámé v rovnici zlomkem. Žáci mají od své učitelky matematiky zafixované, že pokud je část zapsána jako zlomek z „něčeho“, tak využívají operaci násobení, např:

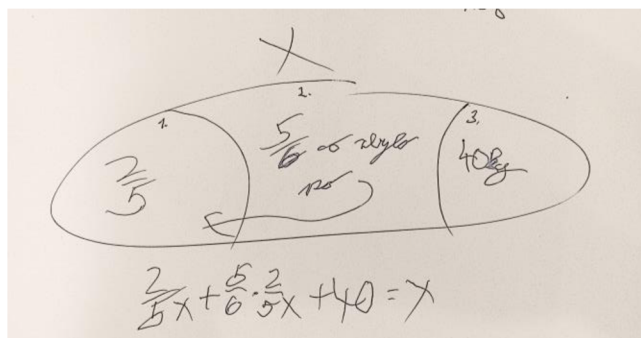
$$\frac{3}{4} \text{ z } 12 \quad \rightarrow \quad \frac{3}{4} \cdot 12$$

Správně v rovnici vyjádřili, že $\frac{3}{7}$ z přivezených brambor bude zapsáno jako $\frac{3}{7} \cdot x$, jestliže si jako neznámou označí počet kilogramů, se kterými přijel farmář na trh.

Po vyřešení komiksové úlohy se přihlásil Stanislav, který má dyslexii, a sám reagoval:

Stanislav: Paní učitelko, já zkusím namalovat obrázek k tomu druhému, můžu?

Stanislav namaloval tento obrázek k úloze a sestavil pro něj odpovídající úlohu.



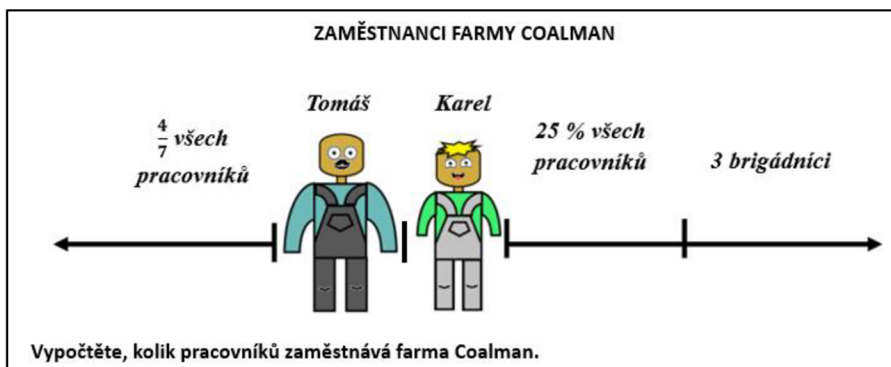
Obrázek 11 - Grafické znázornění úlohy (z vlastních zdrojů)

Marie: Máš tam chybu, joudo! Kolik mu zbylo, když prodal dvě pětiny za tu první hodinu?

Stanislav: Jasně, zbyly mu tři pětiny brambor. To je docela dobrý si to fakt namalovat, jak to jde za sebou jako příběh!

Stanislav si nepřesně namaloval obrázek, a proto nejspíše pochybil při sestavení rovnice, ale bylo vidět, že obrázek s uvedením čísel, jak jdou informace za sebou mu velice pomohl.

SCHEMA



Obrázek 12 - Schematicky zadaná úloha (z vlastních zdrojů)

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Všichni chlapci atletického oddílu se seřadili do zástupu podle velikosti. Před Petrem stála jedna osmina celkového počtu chlapců. Hned za Petrem stál jeho bratr Radek a za Radkem ještě pět šestin celkového počtu chlapců.

(CZVV)

max. 4 body

6 Neznámý celkový počet chlapců atletického oddílu označte x .

6.1 V závislosti na veličině x **vyjádřete** počet chlapců, kteří stáli před Petrem.

6.2 V závislosti na veličině x **vyjádřete** počet chlapců, kteří stáli za Petrem.

6.3 **Vypočtěte** celkový počet chlapců atletického oddílu.

Obrázek 13 - Úloha z přijímací zkoušky (dostupné z: www.statniprijimacky.cz)

Na první pohled bylo znát, že žáci nejsou zvyklí na zadávání úloh jiným způsobem než slovním. Po dialogích ohledně schématu, které viděli před sebou se rozproudila debata, kterou započala žačka Ester se zajímavým postřehem.

Ester: Tomáš je starší, to je jasné, protože má vousy. Karel je teda mladší. Což by mohlo znamenat, že starších pracovníků, jako je Tomáš, jsou na farmě čtyři sedminy a mladších, jako je Karel, je čtvrtina a 3 brigádníci.

Učitelka: Zajímavé! Jak tě tohle napadlo?

Ester: Je to špatně? No tak né, tak jinak.

Učitelka: Neříkám, že je to špatně, jenom mě zajímá, jak jsi přišla na to, že by to mohlo takhle fungovat?

Ester: No, protože tam vedou od nich ty šipky, takže to znamená, že oni začínají.

Učitelka: Děkuji za postřeh, to mě vůbec nepadlo.

Matyáš: Paní učitelko, já si myslím, že to nejde vyřešit, protože nemají ruce a nohy, takže neexistují žádní farmáři.

Při utváření musíme opravdu dbát i na detaily, které by mohly zavést řešitele už od prvopočátku k nesprávné cestě k vyřešení úlohy². Následovala diskuse o sestavení rovnice, která odpovídá této úloze. Při sestavování dostali opět otázku ohledně části celku s neznámou k prověření, zda si zapamatovali informaci z předešlé sekce.

² Poznámka autorky: Při vytváření úlohy mě pouze napadlo, že šipky by tam nemohly být v případě, kdy bychom se ptali na pořadí, například kolikátý stojí Tomáš, protože bychom nevěděli, kde je začátek řady a kde konec řady.

Učitelka: Jak bychom tedy sestavili rovnici k této úloze, abychom vypočítali, kolik má farma Coalman zaměstnanců?

Jonáš: Já bych řekl, že to bude čtyři sedminy „x“ ...

Učitelka: A jak jsi poznal, že do rovnice zapíšeš čtyři sedminy „x“ a nenapíšeš jen čtyři sedminy?

Jonáš: Protože čtyři sedminy jsou vždycky z něčeho a tam je to z těch pracovníků, což je to naše „x“.

Učitelka: Dobrá tedy, pokračuj.

Jonáš: Pak k tomu přičtu Tomáše a Karla a pak tu jednu čtvrtinu „x“ a pak ten zbytek, což jsou 3 brigádníci, a to se bude rovnat tomu našemu „x“.

Učitelka: A jak, jakožto správní matematici, vyjádříme Tomáše a Karla v rovnici?

Klára: No to už budou jenom jedničky bez „x“, protože každý už je jeden člověk.

Karolína: Nebo rovnou můžeme napsat plus 2 a bude to.

Uvědomění si, kdy je vyjádřena jen část z celku zlomkem či procentuálním zastoupením z neznámé je velice důležité pro správné řešení slovních úloh užitím rovnic. Je to jedna z problematických částí matematiky, kterou si žáci delší čas osvojují.

Obdobně jsme spolu se žáky vyřešili i úlohu z jednotné přijímací zkoušky, se kterou již poté neměli problém.

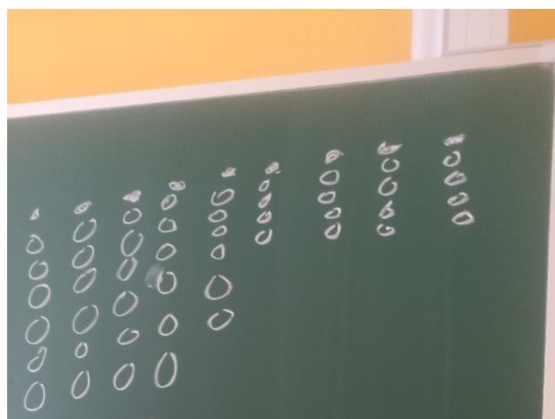
TUPLÁKY

PŘÍKLAD: Po celém dni na polích musí traktorista Tomáš zaparkovat svůj traktor mezi ostatní traktory na dvůr farmy Coalman a pečlivě ho uzamknout. Když odchází od zamčeného traktoru, všimne si, že na dvoře stojí 9 strojů. Některé z nich jsou traktory s tupláky³ a některé traktory bez tupláků. Jak tak počítá, dohromady napočítá 46 kol. Kolik je traktorů s tupláky a traktorů bez tupláků?

³ Slovo tuplák je slangový výraz v zemědělství pro dvojmontáž na zadních kolech traktoru, kde na každém zadním kole je přidáno ještě jedno kolo navíc, aby se rozložila nosnost traktoru a traktor se tak výrazně nebořil do půdy na polích, která je více podmáčená, enormně měkká či písčítá.

Obrázek 14 - Úloha na soustavu rovnic (Uhliřová, 2021)

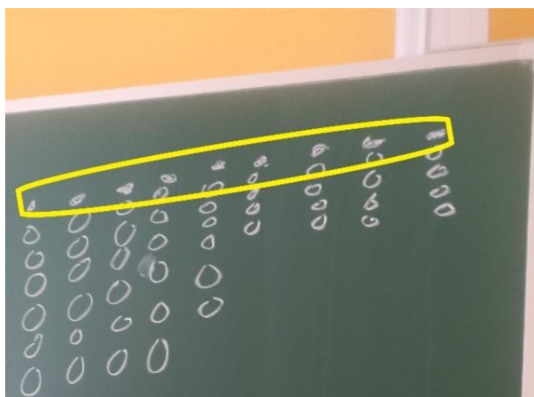
Při pročítání úlohy byl vznesen dotaz, co znamená „tuplák na třetí“. Vysvětlovali jsme si, že horní indexové číslo nemusí mít vždy stejnou funkci. V matematice, pokud máme číslo, které má v horním indexu jiné číslo či písmeno, jedná se většinou o mocninu, se kterou pracujeme. V psaném projevu se horní index využívá i ve smyslu vysvětlivek či poznámek pod čarou. Přesunuli jsme se k následnému rozhovoru, zda rozumí všem ostatním slovům, která se vyskytují v úloze. Žáci věděli i bez poznámky pod čarou, co znamená tuplák u traktoru a že tento traktor má tedy o dvě kola více. Překvapilo mě, že žáci okamžitě začali uvažovat nad metodou výpočtu pomocí úvahy „co by, kdyby“ a správně mi popsali svými slovy logický postup, kterým se tato úloha může počítat i bez užití rovnic a jejich vztahů v soustavě³. Petr se postavil k tabuli a zakreslil svou úvahu takto:



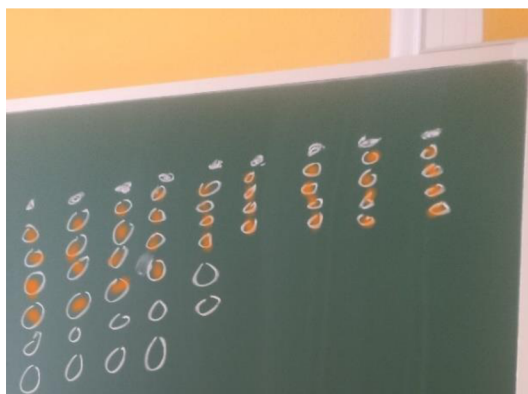
Obrázek 15 - Grafické znázornění úlohy (z vlastních zdrojů)

³ Poznámka autorky: Po následném konzultování s učitelkou matematiky mi bylo řečeno, že jejich dřívější učitel matematiky byl i mým učitelem matematiky, takže jim říkal o tomto stylu přemýšlení, které jsem měla na této základní škole i já.

Při malování znázornění úlohy postupoval tak, že si jako první zakreslil počet traktorů (obrázek 11), poté si doplnil ke všem traktorům kola tak, aby ze všech strojů vytvořil traktory bez tupláků (obrázek 12). Ve třetím kroku zjistil, že mu ještě 10 kol zbývá, a potřeboval je doplnit ke strojům tak, aby z nich udělal traktor s tupláký, který má 6 kol, a tak přidal ke každému stroji ještě dvě kola a rozdělil tedy 10 kol k 5 strojům.



Obrázek 16 - První krok (z vlastních zdrojů)



Obrázek 17 - Druhý krok (z vlastních zdrojů)



Obrázek 18 - Třetí krok (z vlastních zdrojů)

Společně jsme konzultovali, zda je to správný úsudek a zda se dá použít na tento typ úlohy vždy. Žáci sami přemýšleli nad možnými riziky, která mohou nastat v této grafické metodě. Pokud se pohybujeme v takto nízkých hodnotách čísel, máme možnost si zakreslit s přesností, jak postupujeme. U čísel, která jsou v řádů stovek či dokonce tisíců, postupujeme obdobným způsobem, avšak využíváme pouze principu počítání. Je možné si nakreslit 100 strojů, ale není to efektivní. Pokud však víme, jak s úvahou pracovat, naše mysl se stane naším papírem a grafické znázornění probíhá abstraktně (viz obrázek 13). Poté již počítáme způsobem jen početním. Jelikož žáci 9. ročníku se o tom chtěli přesvědčit, společně jsme přišli na řešení úlohy, která je typově stejná, ale téměř nenakreslitelná. Tato úloha se objevila také v bakalářské práci, kde je i vyřešena.

PŘÍKLAD: Farma Coalman vlastním pěstováním na 5 ha pozemku vyprodukovala čistý zisk brambor pro konzumaci v podobě 65,8 tun. Nyní přichází čas vše důkladně napytlovat. V bramborárně mají 2 432 pytlů. Zaměstnanci začali s naplňováním padesátikilogramových pytlů. Těch naplnili 600. Zbývají jim tam už jen pytle, které jsou určeny na 25 kg brambor a na 15 kg brambor. Pokud chtějí naplnit všechny pytle tak, aby jim ani jeden nezbyl a pytle byly zcela plné, kolik naplní 25kilogramových pytlů a kolik 15kilogramových pytlů?

Představme si tedy, že všechny pytle máme 15kg a všechny naplníme bramborami. Měli bychom tedy:

$$15 \text{ kg} \cdot 1 832 = 27 480 \text{ kg}$$

K dispozici máme rozdělit celkem 35 800 kg brambor do všech pytlů.

Zbývá nám tedy ještě rozdělit 8 320 kg brambor.

Zjistíme si rozdíl v kg mezi velikostmi pytlů.

$$25 \text{ kg} - 15 \text{ kg} = 10 \text{ kg}$$

Vydělíme 8 320 kg deseti kily, a tím pádem zjistíme, že k 832 patnáctikilovým pytlům přidáme ještě 10 kg navíc, aby se z nich staly 25kg pytle.

Tím pádem 832 bude pytlů 25kg a 1 000 pytlů 15kg.

Obrázek 19 - Úloha z bakalářské práce (Uhlířová, 2021)

Žáci z osmé třídy, kteří se s problematikou slovních úloh řešených pomocí rovnice setkali až v druhé polovině školního roku, neměli problém se sestavováním rovnic v úlohách. Byla jim předložena i tato úloha. Se soustavou rovnic o dvou neznámých se setkají až v 9. ročníku. Neměli tedy žádný koncept o této látce vytvořený, a i přes to dokázali také metodou logického uvažování přijít na správnost řešení této úlohy.

Tuto metodu si můžeme ukázat přehledněji, pokud využijeme QR kód, pod kterým se ukrývá aplet vytvořený na platformě GeoGebra, který se objevil již v bakalářské práci.



Obrázek 20 - QR kód grafického znázornění úlohy (Uhlířová, 2021)

Se žáky z 9. ročníku jsme však došli k názoru, že bychom si chtěli vytvořit soustavu rovnic o dvou neznámých. Náš rozhovor vypadal následovně:

Pavla: Potřebujeme najít dvě neznámé a označit si je. Nevíme, jaké stroje jsou jaké, ale známe jejich počet. Jedna rovnice bude teda tvořena z počtu strojů.

Petr: Tak si označíme traktory s tupláky jako ST a traktory bez tupláků jako BT.

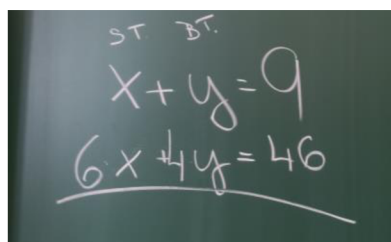
Pavla: Dobře, jednu rovnici máme, tak teď tu druhou. Ta určitě souvisí s počtem kol, protože ten máme taky zadáný.

David: Tak co třeba $4 + 6 = 46$.

Učitelka: Vidiš Daví, jak zajímavě to vypadá, ale dává to smysl tahle rovnost? Rovnají se hodnoty na obou stranách? Nerovnají, vid'?

David: No tak tam dáme krát ty traktory s a traktory bez.

Pavla to šla napsat na tabuli.


$$\begin{array}{l} \text{ST} \quad \text{BT} \\ x + y = 9 \\ \underline{6x + 4y = 46} \end{array}$$

Obrázek 21 - Soustava rovnic o dvou neznámých (z vlastních zdrojů)

Žáci věděli, jak by pracovali s touto soustavou rovnic, aby našli správný výsledek, takže dále jsme se konečným řešením soustavy rovnic nezaobírali. Správný výsledek jsme již znali z předešlé grafické metody, kterou nám zakreslil a následně vysvětlil žák Petr na tabuli.

Reflexe a závěrečné shrnutí

Žáci se nebáli jakýmkoliv svým názorem přispět do diskuse. Oceňovali pestrost a hravost zadání. Zajímavý byl jeden pohled na vytvořenou sadu příkladů jako celek z pohledu Barbory, který se objevuje v následujícím úryvku.

Barbora: Mně se moc líbí, jak jste mi ukázala celý proces, jak vlastně přemýšlím nad každou slovní úlohou. To slovní zadání u přijímaček je klasické zadání, které známe a jsme na něj zvyklí. V hlavě si pak utvořím obrázek o tom, jak probíhá ta úloha, což je vlastně ten váš komiks. Když vím, jak to funguje, tak si to namaluji nebo napíšu na papír, což je to schéma s pracovníky, a poté začínám počítat.

Učitelka: Zajímavý postřeh. Moc děkuji za reflexi, Baru, při vytváření sady úloh to nebyl záměr, ale jsem ráda, že nad těmi věcmi takto přemýšlíš a že i na ostatních je vidět, že tomu věnují veškerou svoji pozornost a přemýšlí nad svými odpověďmi.

V rámci šetření jsme mohli zjistit, že grafická zadání úloh jsou lépe pochopitelná pro děti s určitou poruchou učení na této škole.

Časový rozdíl, který nastal u diskusí s 8. a 9. ročníkem, kdy s 8. třídou jsme přemýšleli nad příklady o něco déle, je nepatrný. Po konzultaci s učitelkou matematiky jsme došli k názoru, že příčinou může být nedostatečné ukotvení tématu rovnic a jejich aplikace. S rovnicemi se žáci 8. ročníku setkali až v druhé polovině školního roku, a tak je pro ně ještě tato problematika brána jako čerstvá látka.

Příběhovost ve specifickém zadání úloh, na kterou žáci nebyli doposud zvyklí, sklídila úspěch a pomohla jim více pochopit průběh úlohy, tím pádem jim i pomohla k následnému nalezení odpovídající rovnice či logického postupu.

Matematické úlohy po stránce jazykové byly rozdílné:

- Úloha formou komiksu byla pro žáky nejpřijatelnějším způsobem komunikace, protože v ní našli jazyk, který využívají v běžné komunikaci i s prvky obecné češtiny. Nešlo o zadání, které bylo napsáno spisovnou formou českého jazyka. Prostě sdělovací funkční styl je stylem komunikace v běžném životě. Tento styl nemá pevně dané hranice či pravidla. Je to nejpoužívanější styl v komunikaci mezi lidmi. Žáci nejčastěji hovoří tímto stylem komunikace, a proto jim jazyková stránka této úlohy více vyhovovala. Rozuměli všem slovům a dokázali rozeznat vazby mezi jednotlivými slovy v komunikátu.
- Schematicky zadaná úloha nebyla náročná na jazykovou stránku, protože se jednalo o obrázek, ve kterém byla využita jednoduchá slova. Úkol byl zadán oznamovací větou, na kterou jsou v této škole zvyklí.
- Poslední úloha řešená žáky byla slovně zadaná. Většinou žákům vyhovovala návaznost vět, která v nich vyvolala pocit příběhu.

Avšak v úloze bylo na žácích vidět, že hledají v zadání či pod zadáním skrytý obrázek, který by jim mohl pomoci k vyřešení úlohy. Tento efekt vznikl tím, že dvě předešlé úlohy byly specifické svojí názorností v obrázku. Když zjistili, že toto zadání je slovním zadáním úlohy, se kterým se běžně setkávají v hodinách matematiky, jejich zájem řešit tuto úlohu byl u ojedinelých žáků nižší než u předešlých dvou úloh.

Marek: Paní učitelko, dostaneme i nějaký obrázek k tomu?

Učitelka: Měl bys dostat obrázek, Máro?

Marek: Já nevím, ale toto je klasická úloha, kterou máme v učebnicích.

Učitelka: Jsem si toho vědoma. Jestliže je to stejná úloha, na kterou jste zvyklí, tak to znamená, že bys v zadání měl nedostatek informací k vyřešení úlohy?

Petra: Zapoj mozek, Máro! Ten obrázek si vytvoř sám, ne?

Marek: No tak jo no ...

S jistotou nemohu konstatovat, jestli motivaci řešit úlohu psanou slovním zadáním ztrácel kvůli předešlým formám obrázku, a tím pádem čekal, že ten obrázek mu někdo předloží a může vynaložit méně síly na řešení úlohy. Druhou domněnkou může být i to, že byl vyčerpán z časové náročnosti diskuse.

Závěr

Nedílnou součástí této práce bylo vytvoření sady úloh pro následnou pilotní studii, která se odehrávala na vesnické Základní a mateřské škole v Herálci. Výběr této školy, který byl záměrný z důvodu znalosti prostředí a žáků, naplnil očekávání pro průběh studie. Otevřenost žáků a jejich učitelky matematiky přinesla do studie zajímavé poznatky.

V průběhu práce jsme se seznámili s důležitostí blízkého propojení matematiky a českého jazyka. Zjistili jsme, že je potřeba dbát na matematickou a čtenářskou gramotnost u žáků.

Při zpracování studie jsme se mohli utvrdit v tom, že jednoznačnost zadání je velice důležitá věc. Schematičnost a příběhovost v zadáních úlohy nám ukázali i svá úskalí, se kterými se žáci mohou setkat při řešení. Naopak nám to ukázalo, že meze ve formě zadání se nekladou.

Studie mi osobně přinesla mnoho nových zážitků a zkušeností s vedením řízeného rozhovoru a reagováním na doplňující dotazované otázky ze stran žáků. Nakouknutí do atmosféry třídního kolektivu při diskusi na téma matematické slovní úlohy při zpracování studie byla pro mě přínosná. Pilotní studie by mohla být podkladem pro potenciální mou dizertační práci v budoucnosti.

V rámci práce jsme se zabývali i tématy, které nepřímo souvisí jen s matematikou, konkrétně úlohami řešenými pomocí rovnic a jejich soustav. Chyba při jakémkoliv řešení může nastat v situacích i při hodinách jiného předmětu, než je matematika. Otázka motivovanosti žáků nás provází celým studiem na pedagogické fakultě, a i nadále nás bude provázet naším profesním životem jakožto budoucí učitelé.

Seznam literatury a zdrojů

CZVV: *Centrum pro zjišťování výsledků* [online]. 2019 [cit. 2023-07-04]. Dostupné z: <https://czvv.ceremat.cz/>

FUCHS, Eduard a Eva ZELENDOVÁ, ed. *Matematika v médiích: využití slovních úloh při kooperativní výuce na základních a středních školách*. Praha: Jednota českých matematiků a fyziků, 2015. ISBN 978-80-7015-145-7.

HEJNÝ, Milan. *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně*. V Praze: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2014. ISBN 978-807-2907-762.

VONDROVÁ, Nad'a. *Didaktika matematiky jako nástroj zvládnutí kritických míst v matematice*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2019a. ISBN 978-807-6031-098.

KOLLÁRIKOVÁ, Zuzana a Branislav PUPULA. *Předškolní a primární pedagogika*. Praha: Portál, 2001. ISBN 9788081785859.

NOVOTNÁ, Andrea. *Tři způsoby učení* [online]. 2018 [cit. 2023-07-06]. Dostupné z: <https://psychologie.cz/tri-zpusoby-uceni/>

PÓLYA, György. *Jak to řešit?: překvapivé aspekty (nejen) matematických metod*. Praha: MatfyzPress, 2016. Popularizace. ISBN 978-807-3783-259.

ROKYTA, Mirko. *Mezi námi: Jsou matematika a hudba dvě strany jedné mince?* [online]. 2014 [cit. 2023-07-06]. Dostupné z: <https://www.matfyz.cz/clanky/mezi-nami-jsou-matematika-a-hudba-dve-strany-jedne-mince>

RVP ZV: *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. Praha, 2021. Dostupné také z: <https://digifolio.rvp.cz/>

SIGMUNDOVÁ, Alena. *Čtení s porozuměním jako předpoklad úspěšné strategie řešení slovních úloh v matematice*. Praha, 2019. Dizertační práce. Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta. Vedoucí práce Šmejkalová Martina.

ŠVP ZV: ZŠ a MŠ Herálec [online]. 2010 [cit. 2023-07-04]. Dostupné z: <https://www.zsamsheralec.cz/>

UHLÍŘOVÁ, Hana. *Aplikační úlohy na rovnice a jejich soustavy*. České Budějovice, 2021. Bakalářská práce. Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta. Vedoucí práce Mrg. Roman Hašek, Ph.D.

VONDROVÁ, Nad'a. *Matematická slovní úloha: mezi matematikou, jazykem a psychologii*. Praha: Univerzita Karlova, nakladatelství Karolinum, 2019b. ISBN 978-802-4645-162.

VONDROVÁ, Nad'a a Miroslav RENDL. *Kritická místa matematiky základní školy v řešeních žáků*. V Praze: Univerzita Karlova, nakladatelství Karolinum, 2015. ISBN 978-802-4632-346.

VONDROVÁ, Nad'a, Martina ŠMEJKALOVÁ a Irena SMETÁČKOVÁ. Zadání slovních úloh jako podklad pro rozvoj čtení s porozuměním a dovednosti slovní úlohy řešit. *Pedagogika*. 2022, **72**(1). ISSN 2336-2189. Dostupné z: [doi:10.14712/23362189.2021.1945](https://doi.org/10.14712/23362189.2021.1945)

Seznam obrázků

Obrázek 1 - Označování trojúhelníků při hodině matematiky (z vlastních zdrojů)	8
Obrázek 2 - Slovně zadaná úloha (Uhlířová, 2021).....	23
Obrázek 3 - Příběhová úloha (z vlastních zdrojů)	23
Obrázek 4 - Slovní úloha z přijímacích zkoušek (dostupné z: www.statniprijimacky.cz)	24
Obrázek 5 - Slovně zadaná úloha (Uhlířová, 2021).....	24
Obrázek 6 - Schematicky zadaná úloha (z vlastních zdrojů)	25
Obrázek 7 - Slovní úloha z přijímacích zkoušek (dostupné z: www.statniprijimacky.cz)	25
Obrázek 8 - Slovní úloha na soustavu rovnic (Uhlířová, 2021).....	26
Obrázek 9 - Úloha ve formě komiksu (z vlastních zdrojů)	28
Obrázek 10 - Úloha z přijímací zkoušky (dostupné z: www.statniprijimacky.cz)	28
Obrázek 11 - Grafické znázornění úlohy (z vlastních zdrojů)	30
Obrázek 12 - Schematicky zadaná úloha (z vlastních zdrojů)	31
Obrázek 13 - Úloha z přijímací zkoušky (dostupné z: www.statniprijimacky.cz)	31
Obrázek 14 - Úloha na soustavu rovnic (Uhlířová, 2021)	34
Obrázek 15 - Grafické znázornění úlohy (z vlastních zdrojů)	34
Obrázek 16 - První krok (z vlastních zdrojů)	35
Obrázek 17 - Druhý krok (z vlastních zdrojů).....	35
Obrázek 18 - Třetí krok (z vlastních zdrojů)	35
Obrázek 19 - Úloha z bakalářské práce (Uhlířová, 2021).....	36
Obrázek 20 - QR kód grafického znázornění úlohy (Uhlířová, 2021).....	37
Obrázek 21 - Soustava rovnic o dvou neznámých (z vlastních zdrojů)	37
Obrázek 22 - Komiksově zadání úlohy (z vlastních zdrojů).....	46
Obrázek 23 - Schematicky zadaná úloha (z vlastních zdrojů)	47
Obrázek 24 - Langův dešťový faktor (Uhlířová, 2021)	48
Obrázek 25 - Koupě pozemku (Uhlířová, 2021)	49
Obrázek 26 - Podmítka (Uhlířová, 2021)	49
Obrázek 27 - Hluboká orba (Uhlířová, 2021).....	50
Obrázek 28 - Zaměstnanci farmy (Uhlířová, 2021).....	50
Obrázek 29 - Separace kamene (Uhlířová, 2021).....	51
Obrázek 30 - Hnojení (Uhlířová, 2021).....	51
Obrázek 31 - Sazení nepředklíčených brambor (Uhlířová, 2021)	52
Obrázek 32 - Postřiky (Uhlířová, 2021)	52
Obrázek 33 - Mandelinka bramborová (Uhlířová, 2021)	53
Obrázek 34 - Zemědělské stroje (Uhlířová, 2021)	53
Obrázek 35 - Oplocení pozemku (Uhlířová, 2021)	54
Obrázek 36 - Rozbití natě (Uhlířová, 2021)	54
Obrázek 37 - Sklizeň (Uhlířová, 2021)	55
Obrázek 38 - Odvoz brambor z pole	55
Obrázek 39 - Třídění brambor (Uhlířová, 2021)	56
Obrázek 40 - Pytlování (Uhlířová, 2021)	56
Obrázek 41 - Váha (Uhlířová, 2021).....	57

Obrázek 42 - Naturálie (Uhlířová, 2021).....	58
Obrázek 43 - Distribuce (Uhlířová, 2021).....	59

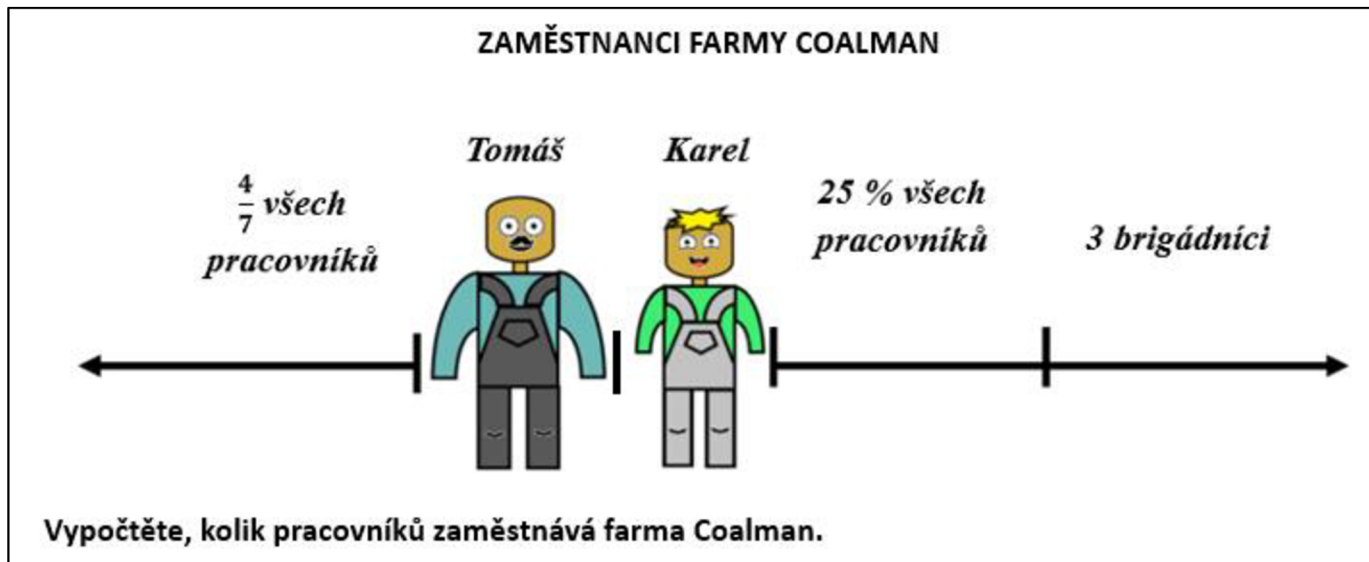
Přílohy

Transformovaná zadání při pilotní studii žákům

Obrázkové zadání úloh (komiks, schéma) jsou v této příloze ve větších rozměrech, aby byl lépe rozpoznatelný obsah zadání úlohy.



Obrázek 22 - Komiksově zadání úlohy (z vlastních zdrojů)

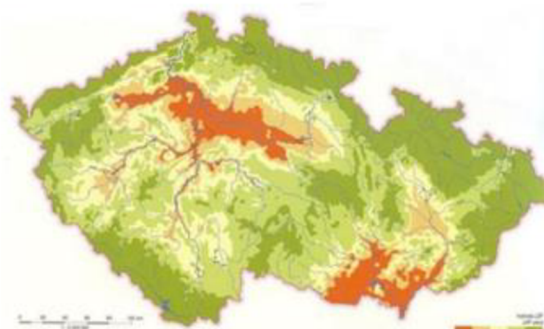


Kolekce úloh z bakalářské práce

V této příloze na jednotlivých obrázcích nalezneme celou kolekci úloh, která byla vytvořena pro účely bakalářské práce. Vybrané úlohy byly použity při pilotní studii v diplomové práci.

4.1 Langův dešťový faktor

Před koupí pozemku na pěstování brambor, či jiné zemědělské plodiny, musíme brát v potaz i meteorologické a klimatické podmínky daného území, kde se pozemek nachází. Co se týče dostupnosti vláhy v půdě pro rostliny, pomůže nám Langův dešťový faktor.



Obrázek 4: Vymezení oblastní ČR dle Langova dešťového faktoru (Honsová, ©2021)

Langův dešťový faktor (dále jen LDF) je číslo, které vyjadřuje podíl průměrného ročního úhrnu srážek v milimetrech a průměrné roční teploty vzduchu daného místa ve stupních Celsia. Nejlepší podmínky pro polní hospodaření jsou v rozmezí LDF 70 – 80. Pokud není hodnota pro dané území v tomto rozmezí, dá se s půdou pracovat, ale farma musí počítat s obtížnějšími podmínkami pro obhospodařování (Honsová, ©2021).

PŘÍKLAD: Jakou průměrnou roční teplotu vzduchu má místo, kde se nachází pozemek, který si potřebuje koupit farma Coalman, pokud LDF je 76 a průměrný roční úhrn srážek je 66 cm? Zaokrouhlete na jedno desetinné místo.

Obrázek 24 – Langův dešťový faktor (Uhlířová, 2021)

4.2 Koupě pozemku

Jednou z nejpodstatnějších částí při pěstování brambor je nalézt vhodný pozemek. Pozemek si můžeme koupit, či pronajmout. Výše ceny se může lišit s ohledem na vybranou lokalitu, kde se nachází pozemek. Cena zmíněná v úloze odpovídá přibližným hodnotám za jeden hektar pozemku na Vysočině, a to konkrétně na Havlíčkovobrodsku.

PŘÍKLAD: Aby mohla farma Coalman pěstovat brambory, je pro ni nejvýhodnější koupit pozemek o rozloze 5 ha. Jeden ha stojí 150 000 Kč. Farma má k dispozici z vlastních zdrojů určitou peněžní částku, která však na koupi pozemku nestačí. Půjčí si tedy od banky AGROBENK peníze, ale ta jim nabídne pouze 80 % peněžní částky, kterou má farma k dispozici z vlastních zdrojů. Od investora z vedlejší vesnice ještě získá navíc o polovinu více peněz než od banky. Ted' už má farma dostatek peněz ke koupi pozemku o rozloze 5 ha. Jakou peněžní částku tedy farma Coalman vložila do nákupu z vlastních zdrojů?

Obrázek 25 - Koupě pozemku (Uliřová, 2021)

4.3 Podmítka

Podmítka je důležitá pro přípravu půdy, a to převážně pro zlepšení využití půdní vláhly, mechanické regulaci plevelů, některých škodlivých organismů, které mohou způsobovat choroby, a pro vytvoření lepších podmínek pro následné zpracování půdy (Pospíšil, ©2020).

PŘÍKLAD: Z farmy vyjel traktor podmítat na zakoupené pole. O 15 minut později za ním vyjel z farmy agronom. Traktor jede rychlostí 24 km/h. Jakou rychlostí musí jet agronom, aby ho dostihl za 9 minut a předal mu peněženku s doklady, kterou si traktorista Tomáš zapomněl v šatně na farmě?

Obrázek 26 - Podmítka (Uhlířová, 2021)

4.4 Hluboká orba

Spolu s podmínkou patří hluboká orba do tzv. základního zpracování půdy. Hluboká orba se provádí nejdříve cca 2 týdny po podmítce. Orba slouží k udržení kvality půdy, zlepšuje strukturu, provzdušňuje půdu, ničí klíčky u semen plevelu apod. Její hloubka činí více než 30 cm pod povrchem země (Vitha, ©2019).

PŘÍKLAD: *Traktor s nižší výkonností zorá pole o rozloze 5 ha za 3 hodiny 45 minut. Výkonnější traktor zorá pole o stejné rozloze jen za 3 hodiny. Za jak dlouho dokážou společně zorat 2 taková pole? (V odpovědi zaokrouhlete výsledek na jedno desetinné místo)*

Obrázek 27 - Hluboká orba (Uhlířová, 2021)

4.5 Zaměstnanci farmy

K tomu, abychom se mohli stát zaměstnancem farmy, či jiného zemědělského podniku, na pozici opravář zemědělských strojů, můžeme vystudovat střední odborné učiliště. Na pozici řidič traktoru je zapotřebí vlastnit řidičský průkaz skupiny T.

PŘÍKLAD: *Traktorista Tomáš je po celém dopoledni stráveném na poli hladový. Jde tedy na oběd do jídelny. Když stojí ve frontě k výdejnímu okénku, všimne si, že před ním stojí $\frac{4}{7}$ všech pracovníků farmy, za ním jeho dlouholetý kamarád z učiliště Karel a za Karlem ještě 25 procent všech pracovníků farmy. Po chvíli se do řady připojí 3 brigádníci, kteří začali pracovat teprve včera. V řadě jsou v tento moment přítomni všichni zaměstnanci farmy. Kolik pracovníků je zaměstnaných na farmě Coalman?*

Obrázek 28 - Zaměstnanci farmy (Uhlířová, 2021)

4.6 Separace kamene

Pokud je již zorané pole, musí se separovat neboli oddělit kamení od hlíny. Jelikož na kamení stále není patřičný postřik, který by ho dokázal odstranit, najímají si farmy, či jiné zemědělské podniky, brigádníky na sběr kamení z pole. Jde především o sběr větších kamenů, kvůli kterým by se separátor, stroj na sběr menších kamenů, mohl poškodit.

PŘÍKLAD: *Tři brigádníci si dohromady za den vydělali 1 053,- Kč. Na Lukáše spadl při sběru veliký kámen, který mu způsobil vážné zranění, a proto musel předčasně z brigády odejít. Před úrazem však stihl odpracovat 3 hodiny. Petr pracoval 2krát více hodin než Lukáš. Anežka se při práci rychle unavila, a proto odpracovala jenom 75 % toho, co odpracoval Petr. Jak si vydělanou částku rozdělili vzhledem k jejich pracovnímu nasazení?*

Obrázek 29 - Separace kamene (Uhlířová, 2021)

4.7 Hnojení

Do půdy se musí před zasazením nepředklíčených brambor (sadby) dostat živiny pro kvalitní pěstování brambor. Hnojením pole dodáme půdě tyto potřebné živiny. Půda pro okopaniny může potřebovat až 65 tun hnoje na 1 ha.

PŘÍKLAD: *A) Jaká je váha jedné dávky hnoje na 1 ha, pokud známe tyto údaje:*

dávka hnoje na rozmetadle při jedné jízdě 4,5 t

šířka rozmetání 12 m

při jedné jízdě rozmetadlo pohnojí 60 m

B) Kolika tunami hnoje pohnojí farma Coalman pole o rozloze 5 ha?

(Zaokrouhlujte na celá čísla.)

Obrázek 30 - Hnojení (Uhlířová, 2021)

4.8 Sazení nepředklíčených brambor

Nepředklíčené brambory se sázejí, jestliže je pěstování ve velkém rozsahu. Záleží také zda se používají zemědělské stroje k tomu určené, tzv. sázeče, či nikoli. Pokud by se sázely předklíčené brambory, jak se to dělává u malých pěstitelů a farmářů, tak by mohly velké zemědělské stroje narušit klíčky bramborových hlíz, a došlo by k nerovnoměrnému růstu brambor. Metoda sazení předklíčených brambor je doporučena, pokud je pole obděláváno ručně¹.

PŘÍKLAD: *Půdu má farma připravenou a nyní je čas zasadit brambory.*

A) Vypočítejte vzdálenost mezi řádky v cm, pokud máme k dispozici následující údaje:

průměrná hmotnost hlízy 0,045 kg

vzdálenost hlíz v řádku 7,5 dm

p = potřeba bramborové sadby v kilogramech na 1 ha 2000 kg

Je používán tento vzorec:
$$p = \frac{10\,000 \cdot (\text{hmotnost 1 hlízy v kg})}{(\text{meziřádková vzdálenost v m}) \cdot (\text{vzdálenost hlíz v řádku v m})}$$

B) Vypočítejte potřebu bramborové sadby v tunách na pole o rozloze 5 ha.

Obrázek 31 - Sazení nepředklíčených brambor (Uhlířová, 2021)

4.9 Postřiky

Zemědělci musí používat určité postřiky k tomu, aby ochránili svoji úrodu, neboť by mohlo dojít k narušení, přerušení, a dokonce ukončení pěstování brambor. Mezi tyto postřiky (pesticidy) patří zejména postřik proti plevelu (herbicid), proti plísni (fungicid) a proti škůdcům (insekticid), v našem případě mandelinkám bramborovým. V praxi se postřik proti škůdcům (insekticid) může stříkat na pole zároveň s postřikem proti plevelu².

PŘÍKLAD: *Farma v období jara musí postřikat pole se zasazenými bramborami dohromady sedmkrát. Cena za jeden postřik herbicidem činí 3200 Kč, za jeden postřik fungicidem 1200 Kč a cena za jeden postřik insekticidem je jednou čtvrtinou ceny postřiku fungicidem. Farma za celkový počet postřiků všemi pesticidy zaplatí 9500 Kč. Kolikrát postřiká pole každým pesticidem, pokud se postřikem proti mandelinkám pole stříká jenom jednou?*

Obrázek 32 - Postřiky (Uhlířová, 2021)

4.10 Mandelinka bramborová

Mandelinku bramborovou objevil v roce 1811 Thomas Nuttall a následně v roce 1824 ji popsal a pojmenoval Thomas Say. V roce 1874 se poprvé vyskytla i v Evropě, a to v okolí velkých přístavů, kam byla zavlečena obchodními loděmi. Na území bývalého Československa se poprvé objevila v červenci roku x – viz následující příklad. V posledním desetiletí je rok 2017 brán jako rok největšího přemnožení tohoto škůdce (Doležal, ©2018).

PŘÍKLAD: *Vypočtete rok x , kdy se poprvé objevila mandelinka bramborová na území Československa, pokud k tomuto datu přičtete rok přemnožení mandelinky bramborové, dostaneme číslo, které je rovno součtu dvojnásobku roku objevení mandelinky a $\frac{1}{5}$ roku objevení mandelinky na území Československa a od tohoto čísla odečtete 49 let?*

Obrázek 33 - Mandelinka bramborová (Uhlířová, 2021)

4.11 Zemědělské stroje

K obdělávání polí se používají různé zemědělské stroje. Ke každé zemědělské činnosti patří neodmyslitelně traktor, jakožto základní tažný prostředek. Za traktor lze zapřáhnout například: při podmítce talířový podmítač (disk), při orbě půdy je využíván jakýkoliv druh pluhu (tažený nebo nesený za traktorem). Hnojení a postřiky polí zajistí rozmetadla a postřikovače. K sázení nepředklíčených brambor nám poslouží sázeč brambor, a naopak k jejich vyorávání je určen bramborový kombajn či tzv. čert neboli jednoduché rotační rozmetadlo, které je používáno spíše venkovskými farmáři pro vlastní potřebu obdělání svých polí o menší rozloze.

PŘÍKLAD: *Po celém dni na polích musí traktorista Tomáš zaparkovat svůj traktor mezi ostatní traktory na dvůr farmy Coalman a pečlivě ho uzamknout. Když odchází od zamčeného traktoru, všimne si, že na dvoře stojí 9 strojů. Některé z nich jsou traktory s tupláky³ a některé traktory bez tupláků. Jak tak počítá, dohromady napočítá 46 kol. Kolik je traktorů s tupláky a traktorů bez tupláků?*

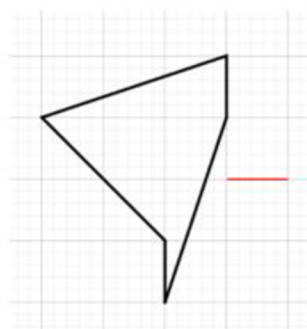
³ Slovo tuplák je slangový výraz v zemědělství pro dvojmontáž na zadních kolech traktoru, kde na každém zadním kole je přidáno ještě jedno kolo navíc, aby se rozložila nosnost traktoru a traktor se tak výrazně nebořil do půdy na polích, která je více podmáčená, enormně měkká či písčítá.

Obrázek 34 - Zemědělské stroje (Uhlířová, 2021)

4.12 Oplocení pozemku

Jestliže se nachází pozemek blízko lesa, kde se pohybují srnky, srnci nebo jiná zvěř z lesního světa, je pro majitele pozemku doporučeno jej oplotit či jakýmkoli jiným způsobem ohradit. Zvěř by mohla narušit růst a celkové pěstování brambor na poli. Pokud by byla kvůli přítomnosti zvěře jakkoli porušena nať, která dorůstá až 1 m vysoko, může se stát, že i bramborová hlíza bude v ohrožení. Z pohledu zvěře je to také bezpečnější, protože v dnešní době některé postřiky mohou být pro zvěř škodlivé, dokonce až smrtelné.

PŘÍKLAD: Aby farma předešla znehodnocení okopaniny na zakoupeném pozemku, rozhodla se ho oplotit. Pole farmy Coalman má tvar obrazce, který můžete vidět na obrázku 5. Délka červeně vyznačené úsečky je 100 m. Za metr plotu farma zaplatí 320 Kč. Jaká bude cena za oplocení pozemku? (Výpočty zaokrouhluje na celá čísla.)



Obrázek 35 - Oplocení pozemku (Uhlířová, 2021)

4.13 Rozbíjení natě

Rozbíjení natě je důležité k dokončení vegetace brambor, sjednocení jejich dozrávání a dále pak k tomu, aby se plíseň nepřenesla do bramborových hlíz⁴.

PŘÍKLAD: Malý Vašík, syn traktoristy Jakuba, pomáhal svému otci odvážet z pole rozbitou nať. Po odvezení posledního vozu rozbité natě si Vašík chtěl hrát na schovávanou. Schoval se tedy do prázdného vozu. Když si stoupl do vozu, tak byl o 12 cm vyšší než sajtna (hovorový výraz pro bočnici vozu). Vůz má obdélníkovou podstavu v poměru 1:2, přičemž kratší strana vozu má 25 dm. Objem vozu je 9,5 m³. Jak vysoký je Vašík v cm?

Obrázek 36 - Rozbíjení natě (Uhlířová, 2021)

4.14 Sklizeň

Na vyorávání brambor se používá speciální bramborový kombajn, na kterém stojí 2 – 4 pracovníci. V případě, kdy jeden z pracovníků vidí, že kombajn vyoral poškozený brambor nebo větší kámen, vyhodí ho.

PŘÍKLAD: *Traktorista Jarda sklídí bramborovým kombajnem 1 ha za 2,5 h. Traktorista Drahomír má výkonnější traktor, takže může vyorávat rychleji, a to 1 ha za 2 hodiny. Za jak dlouho budou mít vyorané pole o rozloze 5 ha, pokud v 7:00 začne Jarda vyorávat brambory sám a v 9:00 mu přijede na pomoc Drahomír? (Výsledek zaokrouhlete na tisíce hodiny.)*

Obrázek 37 - Sklizeň (Uhlířová, 2021)

4.15 Odvoz brambor z pole

Vyorané konzumní brambory se odvázejí do bramborárny k dalšímu zpracování. Zemědělské podniky mohou vypěstovat i tzv. škrobáky neboli škrobové brambory. Tyto brambory se ve většině případů odvázejí jinam než do bramborárny, aby se nepomíchaly s konzumními bramborami. Samozřejmě, i škrobové brambory jsou určeny ke konzumaci. Každá zkušená kuchařka nám může potvrdit, že bramborový knedlík je lepší ze škrobových brambor. Proč? Protože škrobové brambory oproti konzumním obsahují větší podíl bramborového škrobu. Tyto brambory jsou tedy pěstovány převážně za účelem dalšího zpracování pro získání bramborového škrobu. Kvůli většímu podílu škrobu jsou rozeznatelné od konzumních brambor svoji bělavější barvou. Jsou odolnější vůči změnám klimatických podmínek, a proto škrobové brambory nemusíme uskladňovat v bramborárně⁵.

PŘÍKLAD: *Na poli se při sklizni brambor střídají 2 a více traktorů. Pole je od farmy vzdáleno 9 km. Traktor dovezl na farmu plný vůz brambor, a jako prázdný vyjel z farmy rychlostí 29 km/h na pole. Druhý traktor vyjel ve stejný čas rychlostí 16 km/h z pole, odvést naložený vůz brambor do bramborárny na farmu.*

A) Za jak dlouho se oba traktory setkají? (Vyjádřete v minutách.)

B) Jaký kus cesty za sebou bude mít prázdný traktor, než potká traktor vyjíždějící z pole?

Obrázek 38 - Odvoz brambor z pole

4.16 Třídění brambor

Vyorané brambory jsou odvezené do bramborárny na farmu. Zde se musí řádně omýt od nečistot, roztřídit na konzumní brambory, sadbové brambory, které využije farma v příštím pěstování brambor, a odpad (popraskané, shnilé či jakkoliv jinak narušené, a tím pádem nepoužitelné brambory).

PŘÍKLAD: *Traktoristé se svými stroji z předešlé úlohy nám přivezli do bramborárny x tun vyoraných brambor. Pracovníci v bramborárně označili za konzumní brambory 65 800 kg brambor. Do odpadu se vytřídilo 5 250 kg brambor. Sadba má hmotnost o 1,475 tuny vyšší, než je polovina hmotnosti vyoraných brambor. Mezi hmotnostmi platí tento vztah: Pokud na pravé straně rovnice od sadby odečteme konzumní brambory a odpad, levá strana se bude rovnat číslu o 49 kg vyššímu, než jsou 2 % hmotnosti vyoraných brambor. Kolik kg brambor farma získala vyoráním pole a kolik tun z počtu získaných brambor je sadbových?*

Obrázek 39 - Třídění brambor (Uhlířová, 2021)

4.17 Pytlování

K uchování brambor máme různé možnosti, co se týče pytlů. Uchovávat brambory můžeme ve tkaných polypropylenových pytlích. Tyto pytle máme k dispozici i ve variantě s ventilačním pruhem. Jutové pytle na brambory jsou vyrobeny z přírodního vlákna juty. Jejich výhodou je odolnost proti mikroorganismům. Nejčastěji se můžeme setkat s pytleš rašlovým (síťovým). Tento typ pytle je 100% prodyšný, dochází k přirozené cirkulaci vzduchu, a proto brambory nehnijí a nekaží se.

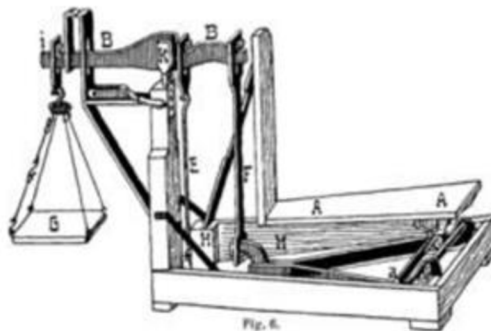
Novinkou a zajímavostí je speciální pytel s kmínem. Pytel je určen pro lidi, kteří nevlastní sklep, ale chtějí uchovávat brambory v nejlepším stavu co nejdéle. Pytel je vyroben z juty, má podšívku z netkané textilie, abychom zabránili průniku světla. Obsahuje také váček s kmínovou směsí, který zabraňuje klíčení (Štěpán, ©2018).

PŘÍKLAD: *Farma Coalman vlastním pěstováním na 5 ha pozemku vyprodukovala čistý zisk brambor pro konzumaci v podobě 65,8 tun. Nyní přichází čas vše důkladně napytlivat. V bramborárně mají 2 432 pytlů. Zaměstnanci začali s naplňováním padesátikilogramových pytlů. Těch naplnili 600. Zbývají jim tam už jen pytle, které jsou určeny na 25 kg brambor a na 15 kg brambor. Pokud chtějí naplnit všechny pytle tak, aby jim ani jeden nezbyl a pytle byly zcela plné, kolik naplní 25kilogramových pytlů a kolik 15kilogramových pytlů?*

Obrázek 40 - Pytlování (Uhlířová, 2021)

4.18 Váha

Na vážení brambor jsou dnes v zemědělství využívány velké automatické váhy. V dřívějších dobách se používali tzv. decimálky neboli decimální váhy. Váhy pracují na dvouřádkovém principu, kde jedno rameno je kratší než druhé. Váhová rovnost nastane tehdy, pokud je hmotnost závaží rovna jedné desetinné hmotnosti vážené suroviny. Jednou výhodou je užití menších závaží než konečná hmotnost zboží. Druhá výhoda spočívá v nízko posazené vážící plošině, a proto je snadnější nakládání a vykládání zboží na váhu.



Obrázek 19 - Decimální váha (dostupné z: www.wikipedia.cz)

PŘÍKLAD: Při vážení brambor se chtěli pracovníci v bramborárně zabavit. Začali se vážit. Zjistili, že dohromady, tedy jmenovitě Pepa, Martin, Žaneta a Honza, váží 288 kg. Když odečteme Pepu od Martina, rovná se to jedné desetinné součtu Žanety a Honzy. Martin přiznal, že váží 90 kg. Žaneta váží devět patnáctin toho, co Martin. Kolik kilogramů váží Pepa, Honza a Žaneta?

Obrázek 41 - Váha (Uhlířová, 2021)

4.19 Naturálie

Farma může své pracovníky odměnit za jejich práci tzv. naturáliemi. Naturálie jsou spotřební suroviny nebo předměty nahrazující nebo doplňující mzdu (SCS.ABZ.CZ, ©2021). V zemědělském odvětví jsou to nejčastěji naturálie v podobě konzumních či sadbových brambor.

PŘÍKLAD: *Farma má 28 zaměstnanců. Tuto hodnotu jsme počítali v úloze 4.5. Farma Coalman se rozhodla, že 75 % zaměstnancům dá naturálie za jejich celoroční kvalitně odvedenou práci v podobě konzumních brambor v celkové hodnotě 171 000 Kč. Odměnění zaměstnanci přijmuli naturálie kromě pana Krupičky. Pan Krupička by si svoji část naturálií raději vzal v sadbových bramborách, aby je mohl zasázat na svém poličku. Farma přijala tuto nabídku, ale tím pádem ostatní zaměstnanci dostali o jeho podíl naturálií v podobě konzumních brambor více. Průměrná cena konzumních brambor je 5,7 Kč/Kg.*

a) Kolik kg konzumních brambor dostat každý zaměstnanec, kterému byly dány naturálie?

b) Kolik procent tvoří naturálie každého zaměstnance, který je dostal, z celkového množství naturálií darovaného farmou zaměstnancům?

Obrázek 42 - Naturálie (Uhlířová, 2021)

4.20 Distribuce

Zemědělské podniky mohou vypěstované brambory distribuovat různými způsoby. Mohou zásobovat maloobchody či velkoobchody. Určitou část vyprodukovaných brambor mohou použít na výše zmiňované odměny v podobě naturálií. Do některých podniků máme možnost osobně přijet a koupit si přímo na místě potřebné množství brambor. Samozřejmě, že cest spojených s distribucí je mnohem více. Někteří farmáři jezdí na trh prodávat své brambory. Prodávání na trhu je možné také brát jako určitou propagaci jejich farmy, aby se dostali do povědomí širší veřejnosti.

PŘÍKLAD: Farmář odjel na trh v 7 hodin ráno, aby prodal část vypěstovaných brambor. Za první 2 hodiny prodal $\frac{3}{7}$ přivezených brambor. O 4,5 hodiny později prodal $\frac{3}{8}$ zbývajících brambor a během 3,25 hodin prodal ještě 20 pytlů po 15 kg, 10 pytlů po 25 kg a 4 padesátikilogramové pytle. Poté ihned jel s vydělanými penězi zpět na farmu.

a) Kolik tun brambor přivezl farmář ráno na trh?

b) Do kdy byl farmář na trhu?

Obrázek 43 - Distribuce (Uhlířová, 2021)