

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Diplomová práce

Bc. Petra Vojtěchová

Přípravenost žáků devátých tříd základních škol na geometrickou část
přijímacích zkoušek na střední školu

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracovala samostatně. Dále prohlašuji, že jsem uvedla veškerou použitou literaturu a zdroje.

V Olomouci dne 27. 4. 2021

Bc. Petra Vojtěchová

Poděkování

Chtěla bych poděkovat panu Mgr. Davidu Nocarovi, Ph.D. za odborné vedení, užitečné rady, doporučení a usměrňování při zpracovávání této diplomové práce. Chtěla bych poděkovat i školám, které se zúčastnily výzkumu v rámci mé diplomové práce. Nemalé poděkování patří i Bc. Jiřímu Kamlerovi za ochotu být prvním testovaným a následné připomínky k testovým otázkám. A v neposlední řadě patří poděkování mé rodině za podporu a trpělivost během psaní této práce.

OBSAH

1. ÚVOD.....	6
2. RÁMCOVÝ VZDĚLÁVACÍ PROGRAM (geometrie v RVP ZV)	8
3. JEDNOTNÉ PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKY	12
3.1. Obecně o přijímacích zkouškách	12
3.2. Přijímací zkoušky z matematiky.....	14
4. POROVNÁNÍ.....	20
5. TABULKY ÚLOH.....	21
6. VÝZKUM A DIDAKTICKÝ TEST	23
6.1. Základní údaje k výzkumu.....	23
6.2. Výzkum.....	24
7. PŘÍPRAVA TESTU	27
7.1. Didaktický test	27
7.1.1. Převody jednotek	27
7.1.2. Dopočítávání úhlů	30
7.1.3. Obsah a obvod	34
7.1.4. Těleso	39
7.1.5. První konstrukční úloha.....	43
7.1.6. Druhá konstrukční úloha	50
8. VYHODNOCENÍ TESTŮ	53
8.1. Výsledky v rámci tříd	53
8.1.1. Třída 1	53
8.1.2. Třída 2	56
8.1.3. Třída 3	59
8.1.4. Třída 4	63
8.1.5. Třída 5	67
8.1.6. Třída 6	71
8.1.7. Třída 7	74

8.2. Porovnání tříd mezi sebou	77
8.3. Reakce učitelů	79
9. STATISTICKÉ VÝSLEDKY	80
10. ZÁVĚRY Z VÝZKUMU	82
11. ZÁVĚR.....	83
SEZNAM ZKRATEK	85
SEZNAM OBRÁZKŮ	86
SEZNAM ZDROJŮ	87
PŘÍLOHA 1 – kompletní test	90
PŘÍLOHA 2 – výsledky testu	94
ANOTACE	95

1. ÚVOD

Tato diplomová práce je zaměřena na ověření znalostí žáků devátých tříd základních škol v oblasti geometrie. Práce zkoumá připravenost žáků na přijímací zkoušky z matematiky se zaměřením na geometrii, tedy i na geometrická témata v přijímacích zkouškách na čtyřleté maturitní obory středních škol. Během přípravy žáků na přijímací zkoušky se často setkávám se strachem žáků z geometrie. Tento strach je nyní podepřen i faktem, že školy během aktuální pandemie COVID-19 často přesouvají výuku zejména geometrie a konstrukčních úloh na další školní rok. Dle mých zkušeností z přípravy žáků na přijímací zkoušky mívají žáci často problémy s konstrukčními úlohami, nebo s úlohami, kde musí spojit více okruhů z geometrického učiva. Tyto zkušenosti mne dovedly k zamyšlení, zda učivo v didaktických testech není v rozporu s požadovaným učivem dle RVP ZV. Tomuto tématu jsem se teoreticky věnovala již v mé bakalářské práci. Tato práce je více zaměřena na testy z minulých let přijímacích zkoušek a na znalosti žáků právě z oblasti geometrie. Má předchozí práce mne přiměla k tomu, abych se tímto tématem zabývala i více prakticky, tedy přímo zkoumala znalosti žáků.

Pro žáky jsou testy přijímacích zkoušek jednou z prvních, ne-li úplně první zkouška, která rozhoduje o jejich budoucnosti. Někteří žáci se tímto faktem dostávají do velkého stresu, proto je důležité vědět, zda jsou na tyto zkoušky dobře připraveni. Dokonce i pro uklidnění samotných žáků je důležité vědět, zda jsou dostatečně připraveni. Vzhledem k tomu, že od roku 2017 jsou přijímací zkoušky na čtyřleté maturitní obory celostátní, je toto téma stále aktuálnější. Mnoho žáků a jejich rodičů přistupuje i k přípravě mimo školu v tzv. doučovacích školách, nebo formou různých kurzů, do kterých často investují nemalé částky. Právě proto je dobré i pro rodiče vědět, zda je jejich dítě připravené, nebo potřebuje nějaký takový kurz navíc.

Cílem této práce je zjistit, zda žáci ovládají geometrické učivo, které se v testech dosud objevilo nejčastěji. Případně i zjistit, jaké učivo a typy úloh jsou pro žáky nejproblematictější. K dosažení cílů používám zejména testy z předchozích let státních přijímacích zkoušek a Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. Zabývám se tedy testy z let 2017 až 2020, protože v těchto letech se konaly celostátní přijímací zkoušky na střední školy. Jedná se o roky, v nichž přijímací zkoušky skládal každý žák hlásící se na čtyřletý obor střední školy zakončený maturitní zkouškou. Ilustrační testy od roku 2018 nepoužívám, jelikož tyto testy bývají kombinace úloh z testů z předchozího roku. Celá práce je zaměřena na geometrické úlohy.

Diplomová práce je určena zájemcům z řad učitelů matematiky, případně každému, kdo připravuje žáky na přijímací zkoušky z matematiky, nebo každému, kdo se zajímá o geometrické úlohy a geometrická témata objevující se v přijímacích zkouškách.

2. RÁMCOVÝ VZDĚLÁVACÍ PROGRAM (geometrie v RVP ZV)

V Rámcových vzdělávacích programech jsou určeny celostátní výstupy a rámce vzdělávání pro všechny stupně vzdělávání, dle stupně je pak Rámcový vzdělávací program i pojmenován. Tyto rámce jsou závazné pro každý ze stupňů vzdělávání (předškolní, základní a střední vzdělávání).¹ Pro tuto práci a její vypracování je důležitý Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (dále RVP ZV).

Kapitola Matematika a její aplikace je rozdělena na celkem čtyři tematické okruhy. Pro Matematiku na celém druhém stupni základní školy, tedy od 6. do 9. ročníku základní školy, je minimální časová dotace 15 hodin za týden. Tento minimální počet je rozdělen do týdenních rozvrhů právě čtyř zmíněných ročníků.² Ve školním roce máme 42-43 týdnů (započítávají se i prázdniny), pokud chceme zjistit, jaká je minimální dotace hodin pro část Matematika, vynásobíme minimální hodinovou dotaci a počet týdnů ($15 \cdot 43 = 645$). Tedy minimálně (i s prázdninami) je 645 hodin matematiky na celém druhém stupni, kdy v těchto hodinách musí učitelé základních škol stihnout vysvětlit i procvičit všechny čtyři okruhy z RVP ZV.³

Pro tuto diplomovou práci je nejdůležitější tematický okruh Geometrie v rovině a v prostoru, jelikož se zabývá právě geometrií. Dle RVP ZV se žáci základní školy v této části zabývají „geometrickými útvary a geometricky modelují reálné situace, hledají podobnosti a odlišnosti útvarů, které se vyskytují všude kolem nás, uvědomují si vzájemné polohy objektů v rovině (resp. v prostoru), učí se porovnávat, odhadovat, měřit délku, velikost úhlu, obvod a obsah (resp. povrch a objem), zdokonalovat svůj grafický projev. Zkoumání tvaru a prostoru vede žáky k řešení polohových a metrických úloh a problémů, které vycházejí z běžných životních situací.“⁴

¹ Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: MŠMT, 2017. str. 5 [cit. 20. 2. 2021]. Dostupné z WWW:< <http://www.msmt.cz/file/43792/>>. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: MŠMT, 2017. str. 5 [cit. 20. 2. 2021]. Dostupné z WWW:< <http://www.msmt.cz/file/43792/>>.

² Tamtéž, str. 141

³ VOJTĚCHOVÁ, Petra. *Výstupy z geometrie po druhém stupni*. Olomouc, 2019. Bakalářská práce. Univerzita Palackého v Olomouci, Pedagogická fakulta, Katedra matematiky. Vedoucí práce Nocar David.

⁴ Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: MŠMT, 2017. str. 5 [cit. 20. 2. 2021]. Dostupné z WWW:< <http://www.msmt.cz/file/43792/>>.

RVP ZV nám určuje očekávané výstupy, podle nichž má žák ukončující druhý stupeň základní školy být schopen:

- „zdůvodnit a využívat vlastností základních rovinných útvarů a řešit s jejich pomocí úlohy a jednodušší praktické problémy; navíc by měl využívat potřebnou matematickou symboliku
- popsat a třídit základní rovinné útvary
- zjistit velikost úhlu (měřením i výpočtem)
- vypočítat obsah a obvod základních rovinných útvarů
- využít pojem množina všech bodů k popisu útvaru i k řešení konstrukčních úloh
- načrtnout a sestrojít rovinné útvary
- odůvodnit výpočty shodnosti a podobnosti trojúhelníků
- ovládat středovou a osovou souměrnost v rovině (i při určování souměrných tvarů)
- určit a popsat základní tělesa a určit jejich vlastnosti
- vypočítat objem a povrch těles
- načrtnout a sestrojít síť základních těles
- načrtnout a sestrojít obraz jednoduchých těles v rovině
- řešit aplikační geometrické úlohy s využitím osvojeného matematického aparátu.“⁵

Pokud se zaměříme na výpis učiva, které je uvedené pod výstupy v RVP ZV, odpovídá výstupům následující učivo:

- **„rovinné útvary** – přímka, polopřímka, úsečka, kružnice, kruh, úhel, trojúhelník, čtyřúhelník (lichoběžník, rovnoběžník), pravidelné mnohoúhelníky, vzájemná poloha přímek v rovině (typy úhlů), shodnost a podobnost (věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků)
- **metrické vlastnosti v rovině** – druhy úhlů, vzdálenost bodu od přímky, trojúhelníková nerovnost, Pythagorova věta
- **prostorové útvary** – kvádr, krychle, rotační válec, jehlan, rotační kužel, koule, kolmý hranol

⁵ Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: MŠMT, 2017. str. 36 [cit. 20. 2. 2021]. Dostupné z WWW:< <http://www.msmt.cz/file/43792/>>.

- **konstrukční úlohy** – množiny všech bodů dané vlastnosti (osa úsečky, osa úhlu, Thaletova kružnice), osová souměrnost, středová souměrnost.“⁶

Pro přehlednost výstupů a učiva je vhodné urovnání do následující tabulky:

Učivo dle RVP ZV	Odpovídající výstupy
Rovinné útvary	<ul style="list-style-type: none"> - Zdůvodnit a využít vlastnosti základních rovinných útvarů - Popsat a třídit rovinné útvary - Obsah a obvod rovinných útvarů - Velikost úhlů
Metrické vlastnosti v rovině	<ul style="list-style-type: none"> - Velikost úhlů - Shodnost a podobnost trojúhelníků
Prostorové útvary	<ul style="list-style-type: none"> - Určování základních těles a jejich vlastnosti - Objem a povrch těles - Sítě základních těles - Obraz jednoduchých těles
Konstrukční úlohy	<ul style="list-style-type: none"> - Množina všech bodů při řešení konstrukčních úloh - Načrtnout a sestrojít rovinné útvary - Středová a osová souměrnost - Aplikační a geometrické úlohy s využitím matematického aparátu (osvojeného)

Tabulka č. 1 – Přiřazení učiva k výstupům

(Zdroj: Bakalářská práce – Výstupy z geometrie, Petra Vojtěchová)

⁶ Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: MŠMT, 2017. str. 36-37 [cit. 20. 2. 2021]. Dostupné z WWW:< <http://www.msmt.cz/file/43792/>>.

Pro žáky s podpůrnými opatřeními je nastavena minimální úroveň. Výstupy pro tyto žáky je rovněž možné najít v RVP ZV. Pro dodržení tématu této práce jsou však dostačující výstupy pro žáky bez podpůrných opatření.⁷

⁷ Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: MŠMT, 2017. str. 36-37 [cit. 20. 2. 2021]. Dostupné z WWW:< <http://www.msmt.cz/file/43792/>>.

3. JEDNOTNÉ PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKY

3.1. Obecně o přijímacích zkouškách

Státní přijímací zkoušky spadají pod MŠMT (Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy). Přímou organizaci a sestavování spadá pod agenturu CERMAT. Celostátně byly jednotné přijímací zkoušky na střední školy zavedeny v roce 2017. Od tohoto roku jsou didaktické testy podmínkou přijetí žáka ke studiu na střední školu, která je zakončena maturitní zkouškou. Těmto testům však musí ředitel školy dát váhu minimálně šedesát procent (u sportovních gymnázií stačí čtyřicet procent), následně může ředitel školy podmínky přijetí doplnit např. pohovorem, účastí žáka na soutěžích, nebo dalšími testy.⁸

Přijímací zkouška je tedy velice významná pro žáky hlásící se na střední školu zakončenou maturitní zkouškou. Pro mnohé žáky se tedy taková zkouška stává stresující i proto, že si uvědomují až životní důležitost této zkoušky.

Obě části jednotné přijímací zkoušky (český jazyk i matematika) jsou skládány v podobě písemného testu. Pokud se zaměříme na přijímací zkoušku z matematiky, bývá složena z padesáti úloh a aktuálně (od roku 2020) je na její vypočítání a vypracování zvýšena časová dotace na osmdesát pět minut. V předchozích letech bývala časová dotace sedmdesát minut. Pro prověření žáků bývají v testu úlohy otevřené i uzavřené. Pro správné vyplnění otevřených úloh je potřeba do záznamového archu zaznamenat výsledek, v některých případech i postup řešení. Pokud je požadován postup řešení, jsou na tento fakt žáci upozorněni jak v testovém zadání, tak v záznamovém archu. Pro žáky je velice důležité umět pracovat s časem, jelikož si musí vhodně rozmyslet, kolik času mohou jednotlivým úlohám věnovat, aby stihli vyřešit všechny úlohy. Výsledné bodové hodnocení je pouze z vyhodnocení záznamového archu, proto výsledky, které nejsou v archu zapsány, jsou neplatné.⁹

⁸ Informace o státních přijímacích zkouškách CERMAT: Základní informace o státních PZ. *SCIO* [online]. Praha, c2021 [cit. 2021-03-01]. Dostupné z: <https://www.scio.cz/prijimaci-zkousky-na-ss/informace-o-prijimacich-zkouskach>

⁹ Matematika. *Státní přijímačky* [online]. Praha: Nový Amos, c2014-2019 [cit. 2021-03-01]. Dostupné z: <https://www.statniprijimacky.cz/matematika>

Žáci vykonávají přijímací zkoušku ve dvou dnech. V obou termínech vykonávají zkoušku jak z matematiky, tak z českého jazyka. Následně jsou výsledky testů z obou dnů porovnány a žákovi se z každého předmětu započítává pouze lepší výsledek.¹⁰

V roce 2021 je však možnost, aby se ředitelé rozhodli pro nekonání celostátní přijímací zkoušky. O zapojení, nebo nezapojení přijímacího řízení školy do celostátní přijímací zkoušky se museli ředitelé rozhodnout do 31. ledna 2021. Většina ředitelů středních škol zakončených maturitní zkouškou se však rozhodla pro přijímací řízení formou jednotné přijímací zkoušky.¹¹

¹⁰ Informace o státních přijímacích zkouškách CERMAT: Základní informace o státních PZ. *SCIO* [online]. Praha, c2021 [cit. 2021-03-01]. Dostupné z: <https://www.scio.cz/prijimaci-zkousky-na-ss/informace-o-prijimacich-zkouskach>

¹¹ Jednotná přijímací zkouška 2021. *CERMAT* [online]. Praha, c2019 [cit. 2021-03-01]. Dostupné z: <https://prijimacky.ceremat.cz/menu/jednotna-prijimaci-zkouska>

3.2. Příjímací zkoušky z matematiky

Testy přijímacích zkoušek z uplynulých let, tedy z roků 2017 až 2020 jsou dostupné na webových stránkách „www.statniprijimacky.cz“. Proto má každý žák možnost si tyto testy vyzkoušet samostatně a tím si i učivo procvičovat. V posledních letech je k těmto testům zveřejněn nejen klíč, ale i postupy řešení. V rámci tohoto řešení si žáci mohou ověřit, kde udělali chybu, nebo zjistit, jak měli správně v dané úloze postupovat.

Pro účely této práce jsem pomocí didaktických testů pro devátou třídu z předchozích čtyř ročníků (2017 – 2020) zhotovila následující souhrn geometrických témat, která se objevují v didaktickém testu z matematiky pro devátou třídu.

V konstrukčních úlohách se objevilo:

a) Osová souměrnost

- Shodné úhly – osa úhlu
- Kosočtverec z trojúhelníku pomocí osy

b) Lichoběžník

- Rovnoramenný
 - Osa lichoběžníku, vrchol a střed ramene
 - Pomocí osy souměrnosti, bodu a polopřímky (strany)
 - Pomocí kružnice opsané a výšky – zadána kružnice a dva body
 - Zadány dva body, přímky (základny) a poměry vnitřních úhlů
- Pravoúhlý
 - Úhlopříčka, vrchol a osa strany
 - Dva vrcholy, úhlopříčky a jejich průsečík
 - Zadány tři vrcholy

c) Trojúhelník

- Rovnoramenný pravoúhlý
 - Zadán vrchol a těžiště
- Rovnoramenný
 - Zadány dva vrcholy základny a přímka (strana)
 - Pomocí osy, přímky a vrcholu
- Pomocí strany a těžnice – 2 řešení
- Dva vrcholy a průsečík výšek

- Dva vrcholy a velikost úhlu
 - Strana (úsečka), bod ležící na těžnici, výška
 - Pravoúhlý
 - Výšky – sestrojít v zadaném pravoúhlém trojúhelníku
 - Sestrojít – zadaná přepona a průsečík výšek – 3 řešení
- d) Středová souměrnost
- Obraz trojúhelníku - zadán trojúhelník a obraz jednoho bodu
 - Pomocí středové souměrnosti narýsovat kosočtverec – zadán bod, přímka a střed kosočtverce
 - Obraz trojúhelníku – zadán trojúhelník a střed souměrnosti
- e) Kosočtverec
- Vrchol, výška, polopřímky
 - Pomocí osové souměrnosti zadaného trojúhelníka
- f) Kružnice opsaná
- Zadanému trojúhelníku (potřeba narýsovat osy stran)
 - Pravoúhlému trojúhelníku, který je částí obdélníku
- g) Thaletova kružnice
- h) Rovnoběžník
- Dva vrcholy, poměr délek úhlopříček, přímka
- i) Obdélník
- Dva vrcholy a přímka, na které leží další vrchol (Thaletova kružnice)
 - Vrchol, dvě přímky, na nichž leží vrcholy a úhel
 - Zadán vrchol, úhlopříčka a vnitřní body dvou stran
- j) Čtverec
- Pomocí přímky, kolmic a délek stran – 3 řešení
 - Pomocí bodu a kružnice, kdy dva body leží na kružnici – 3 řešení
 - Pomocí kružnice opsané trojúhelníku, která je i kružnice opsaná čtverci – zadán trojúhelník

V testech se dále objevují následující okruhy a úlohy z učiva geometrie:

a) Převody jednotek

- Délky
- Obsahu
- Objemu (jednotky krychlové, litry, mililitry)
- Času (hodina, minuta a sekunda)
- Úhel a minuty
- Porovnání velikostí úhlů (kolikrát je větší)
- I ve formě zlomků nebo procent (kolik procent je x minut z hodiny apod.)
- Ve formě kratších úloh (o kolik, kolikrát)

b) Úhly

- Dvojice úhlů
- Vnitřní úhly trojúhelníku
- Rovnoramenný trojúhelník
- Úhly mezi rovnoběžkami
- V pravidelném desetiúhelníku
- Dopočítávání v osově souměrnosti

c) Obsah

- Rovnoběžníku
- Složeného obrazce
 - Obrazec složený z lichoběžníku a čtverce
 - Čtverec bez dvou trojúhelníků
- Lichoběžníku (část obdélníku po odstranění pravoúhlého trojúhelníku)
- Čtyřúhelníku – pomocí Pythagorovy věty (naznačeny pravoúhlé trojúhelníky uvnitř čtyřúhelníku)
- Trojúhelníku (rovnoramenného nebo pravoúhlého)
 - Části pravoúhlého pomocí shodnosti trojúhelníků
 - Rovnoramenného
- Tvaru pomocí podobnosti trojúhelníku
- Čtverce – nutno zjistit délku strany – Pythagorova věta
- Šestiúhelníku (přes čtverec a trojúhelníky)
- Podstavy a pláště válce
- Rozdíl obsahu čtverce a kruhu do něho vepsaného

- Desek na sestavení rampy
- d) Kvádr
 - Délka strany, povrch a plášť
 - Objem – zadán obsah podstavy a stěny
 - Krychle uvnitř kvádrů (zjistit objem a hmotnost vzniklého tělesa)
 - Objem
 - Zjistit chybějící rozměr pomocí objemu
 - Vzniklý rozstříháním zadaného obdélníku – povrch, rozměry, objem
- e) Kružnice
 - Délka
 - Poloměr a průměr
 - Délka půlkružnice
 - Průměr kružnice, pokud známe délku kružnice
 - Délka kružnice opsané obdélníku + obvod tohoto obdélníku
- f) Kruh
 - Obvod kruhu vepsaného do čtverce
- g) Obdélník
 - Obvod – pomocí rozdělení na čtverce a kruhů jim vepsaných
- h) Lichoběžník
 - Obvod, obsah – pokud je lichoběžník složený z pravoúhlých trojúhelníků (Pythagorova věta)
 - Obvod, obsah, výška
- i) Čtverec - obsah, obvod, podobnost
- j) Krychle
 - Povrch krychle složené z menších krychliček + povrch po odebrání některých krychliček
- k) Pythagorova věta – řešení příkladů pomocí Pythagorovy věty
 - Zjistit pomocí obsahu a odvěsny délku přepony
 - Pythagorova věta byla dosud skryta alespoň v jedné úloze každého testu
 - Délka cest – dopočítání přepony
- l) Síť krychle – určit sousední strany
- m) Složený obrazec
 - Z rovnostranných trojúhelníků a šestiúhelníků – obvod, délka strany
 - Odstrihnutí rohů čtverce, uprostřed menší čtverec – obvod, obsah

- Obvod obrazce složeného z velkého a dvou malých čtverců
- n) Osová souměrnost obrazců
 - Určit počet os
 - Rozdíl obsahů nedokončeného a dokončeného obrazce
- o) Válec
 - Obsah podstavy
 - Obsah pláště
 - Objem části válce (rozřezán na 4 části)
- p) Kolmý hranol
 - Pětiboký - součet délek hran, obsah podstavy, obsah boční stěny, objem
 - Trojboký – povrch
 - Dva kolmé hranoly (domeček) – objem

U přijímacích zkoušek obsahuje didaktický test z matematiky vždy šest až sedm geometrických úloh. Celkem test obsahuje šestnáct úloh. Geometrické úlohy tedy zabírají téměř polovinu didaktického testu přijímacích zkoušek z matematiky. V těchto úlohách se vždy objevilo dopočítávání úhlů mezi přímkami a obrazci, úloha na výpočet obsahu a obvodu, úloha na převody jednotek, dvě konstrukční úlohy a slovní úloha týkající se tělesa. Mezi tělesy se velmi často objevuje krychle, nebo kvádr. Výpočet objemu válce se objevuje zřídka, poprvé pak v roce 2019. U těles však stačí, když si děti uvědomí, že objem je roven obsahu podstavy (jakékoliv) vynásobené výškou. Pak už záleží na tom, jak moc mají procvičené rovinné útvary a jejich obsahy.

Mezi konstrukčními úlohami se doposud v každém roce objevila úloha na konstrukci lichoběžníku. Velmi často se objevuje konstrukce trojúhelníku. V letech 2019 a 2020 byla konstrukce trojúhelníku dokonce v každém testu, ale pokaždé v jiné souvislosti (pomocí výšky, těžnice, osy úhlu apod.). Velice často pak musí žáci zapojit do konstrukce kružnici opsanou, Thaletovu kružnici, či osovou a středovou souměrnost. V posledních dvou letech (2020 a 2019) pak začaly být častěji zapojovány i pojmy jako těžnice, těžiště, výška a průsečík výšek.

Během úloh na výpočet obsahu a obvodu pak žáci pravidelně musí použít Pythagorovu větu, aby získali potřebný údaj. Během zkoumání testů a procvičování testů v rámci přípravy dětí na přijímací zkoušky jsem si všimla, že Pythagorova věta se alespoň jednou objevuje v každém z dosavadních testů. Často je nutnost využít Pythagorovu větu nezbytná, ale skryta tak, že ne každý žák si pravoúhlého trojúhelníku (tedy i Pythagorovy věty) všimne.

Velmi často se i v testu pro devátou třídu objevují převody jednotek, konkrétně byla úloha s tímto tématem ve třinácti z patnácti mnou vyhodnocovaných testů. V posledních letech však nebývají převody jednotek zadány formou „doplň číslo do rámečku v příkladu“, ale formou krátké slovní úlohy (zpravidla jednou větou).

4. POROVNÁNÍ

Již v mé bakalářské práci jsem se zabývala porovnáním zmíněného RVP ZV a okruhů objevujících se v testech přijímacích zkoušek z let 2017 a 2018. Během práce jsem zjišťovala, zda se v celostátních přijímacích zkouškách neobjevují úlohy, které by neodpovídaly výstupům stanoveným v RVP ZV. Výstupem této práce bylo zjištění, že geometrické úlohy, které se objevují v přijímacích zkouškách z matematiky, odpovídají výstupům z RVP ZV. V rámci této práce tedy nejprve porovnávám, zda i ročníky, jež proběhly od psaní mé bakalářské práce, tedy ročníky 2019 a 2020 měly odpovídající výstupy.

Během analýzy jednotlivých testů jsem zjistila, že v případě všech úloh, které byly zadány v rámci dosavadních testů přijímacích zkoušek z matematiky, se jednalo o úlohy tematicky shodné s výstupy z RVP ZV. V posledních letech se v rámci těles přistupuje ke stále složitějším tělesům, tedy k těm, jež bývají řazena ve školních vzdělávacích programech mezi poslední učivo. Přistupuje se k hranolům a válcům, kdy válec, kužel a jehlan jsou velmi často mezi posledním učivem. Přestože by stále mělo být bráno v potaz, že přijímací zkoušky jsou dva měsíce před koncem školního roku. Učitelé tedy buď musí veškeré učivo mít probrané o dva měsíce dříve, nebo musí na poslední dva měsíce nechat učivo, které v přijímacích zkouškách příliš často nebylo.

Pokud se zaměříme na dokument Specifikace požadavků od CERMATu, pak zjistíme, že žáci mají, dle těchto specifikací, umět i učivo, jež je ve školách necháváno na závěr devátého ročníku. Žáci by tedy měli v době přijímacích zkoušek (začátek dubna) umět jak složitější tělesa (jehlan, kužel a válec), tak například i pojmy z finanční matematiky (úroková míra, jistina, úrok, daň, inflace). S jistotou mohu říci, že většina škol právě finanční matematiku nechává na poslední měsíce základní školy, tedy na úplný závěr deváté třídy, aby žáci toto učivo zvládali při ukončování základního vzdělání.¹²

¹² Specifikace požadavků k jednotné přijímací zkoušce - Jednotná přijímací zkouška 2021. *CERMAT* [online]. Praha, c2019 [cit. 2021-04-10]. Dostupné z: https://prijmacky.ceremat.cz/files/files/dokumenty/specifikace-pozadavku/JP17_Specifikace_pozadavku-MA.pdf

5. TABULKY ÚLOH

Pro přehlednost a názornost zastoupení učiva v testech přijímacích zkoušek jsem vyhotovila následující tabulky, v nichž jsou zaznamenány geometrické úlohy z jednotlivých testů. Úlohy jsou řazeny tak, aby bylo vidět, které téma obsahuje určitý test. Zároveň tak lze vyčíst, které učivo se vyskytuje v každém testu, případně které učivo se vyskytuje zřídka, nebo až v posledních letech.

V tabulkách tedy můžeme vidět, že v posledních letech se v testech začínají častěji objevovat konstrukční úlohy pomocí výšky a těžnice. Zároveň však začínají být zařazovány úlohy na válec a hranol. Případně začíná být zařazován lichoběžník i do úloh na obvod a obsah.

test	Převody jednotek	1. konstrukční úloha	2. konstrukční úloha	Obsah, délka strany, obvod	Povrch, objem	úhly	Další úloha
2017 - ilustrační	ANO	Shodnost úhlů	Rovnoramenný lichoběžník	Složený rovnoběžník (délka strany)	Kvádr	ANO (rovnoběžník)	Obrazec složený ze čtverce a lichoběžníku
2017 - 1. řádný termín	ANO	Rovnoramenný trojúhelník (souvěrnost)	Pravoúhlý lichoběžník	Délka strany čtyřúhelníku + obsah	Rozdíl objemů (nádrž s vodou)	ANO (rovnoběžky a trojúhelník)	
2017 - 2. řádný termín	ANO	Středová souměrnost	Rovnoramenný lichoběžník, kružnice opsaná	Délka kružnice, obvod obdélníku	Řada krychlíček + objem	ANO (shodné trojúhelníky)	
2017 - 1. náhradní termín	ANO	Kružnice opsaná pravoúhlému trojúhelníku (Thaletova kružnice)	Obdélník (vnitřní body strany)	Lichoběžník vs. Obdélník (z trojúhelníků)	Objem tělesa složeného z kvádrů a krychle	Vnitřní úhly trojúhelníku	Délka pásu (kružnice + obdélník)
2017 - 2. náhradní termín	ANO (forma slovních úloh)	Osová souměrnost	Kosoútvorec	Obsah trojúhelníku a čtverce	Objem kvádrů (přes plášť)	ANO	
2018 - 1. řádný termín	ANO (forma slovních úloh)	Těžnice, těžiště	Kružnice opsaná trojúhelníku	Kolo (obvod kruhu)	Povrch kvádrů (rozměry, objem)	ANO	Osová souměrnost, Pythagorova v.

Tabulka č. 2 – Přehled úloh v testech

(Zdroj: vlastní zpracování dle příslušných testů)

test	Převody jednotek	1. konstrukční úloha	2. konstrukční úloha	Obsah, délka strany, obvod	Povrch, objem	Úhly	Další úloha
2018 - 2. řádný termín	ANO	Výšky, Thaletova kružnice	Rovnoramenný lichoběžník	Pythagorova věta	Hranol a kvádr (rozměr)	ANO	Délka kružnice (ANO x NE)
2018 1. náhradní termín		Rovnoběžník	Kružnice opsaná trojúhelníku, čtverec	Cesty Pythagorova věta	Kvádr a krychličky	ANO	Obvod obrazce (ANO x NE)
2018 2. náhradní termín		Obdélník	Pravoúhlý lichoběžník	Obvod a obsah ornamentu	Těleso (dům) ze dvou hranolů	ANO	
2019 1. řádný termín	ANO	Konstrukce trojúhelníku pomocí úhlu	Obdélník (Thaletova kružnice)	Obvod půlkruhu	Povrch krychlí a tělesa z krychlí	ANO	Obsah šestiúhelníku (přes čtverec a trojúhelníky)
2019 2. řádný termín	ANO (procenta)	Rovnoramenný trojúhelník (osa)	Čtverec (pomocí kružnice a podobnosti)	Obsah rampy (trojúhelníky a čtverec)	Objem tělesa (část válce)	ANO	Obdélník a čtverec (délka stran)
2019 1. náhradní termín	ANO (dvě úlohy)	Středová souměrnost (trojúhelník)	Pravoúhlý lichoběžník (osa strany)	Obvod kruhu, porovnání obsahů	Objem kvádrů	ANO	Obvod obrazce, délka strany
2019 2. náhradní termín	ANO (v úloze)	Kosočtverec (pomocí výšky)	Trojúhelník (+ výška pomocí průsečíku výšek)	Obsah pravoúhlého trojúhelníku	Sousední strany krychle	ANO	Osová souměrnost (počet os)
2020 Řádný termín	ANO	Trojúhelník (těžnice)	Rovnoramenný lichoběžník (osa)	Obsah útvaru (podobnost)	Povrch válce	ANO	Povrch hranolu
2020 Náhradní termín	ANO	Čtverec (pomocí další přímky)	Rovnoramenný pravoúhlý trojúhelník (přes těžiště)	Obsah a obvod lichoběžníku	Hranol (délky stran, objem, obsah podstavy)	ANO	Obvod obdélníku pomocí čtverců a kruhů

Tabulka č. 3 – Přehled úloh v testech II

(Zdroj: vlastní zpracování dle příslušných testů)

6. VÝZKUM A DIDAKTICKÝ TEST

6.1. Základní údaje k výzkumu

Před sestavením samotného testu je nutné určit předpoklady výzkumu. Výzkumným problémem tedy je připravenost žáků devátých tříd na geometrické úlohy přijímacích zkoušek z matematiky. V závislosti na výzkumném problému je mým výzkumným cílem zjistit, zda jsou žáci devátých tříd základních škol dostatečně připraveni na přijímací zkoušky na střední školy, či nikoliv.

Hlavní výzkumnou otázkou tedy je: „Jsou žáci dostatečně připraveni na přijímací zkoušky z matematiky v oblasti geometrie?“ Mezi zpřesňující otázky bych zařadila následující otázky:

- Jsou všichni žáci dostatečně připraveni na geometrickou část přijímací zkoušky na střední školu?
- Jsou pro žáky největším problémem konstrukční úlohy?

Hypotézy:

- Pro žáky jsou největším problémem z oblasti geometrie konstrukční úlohy.
- Všichni žáci jsou dostatečně připraveni na geometrickou část přijímací zkoušky na střední školu.

Mým předpokladem, s nímž jsem se pouštěla již do práce na bakalářské práci a nyní se s ním pouštím i do diplomové práce je, že žákům dělají největší problém konstrukční úlohy. Většina žáků, dle mých zkušeností, zvládá naučené výpočty a vzorečky, ale problémem se stávají logické a konstrukční úlohy, v nichž musí žák zapojit vlastní představivost a schopnost propojovat učivo.

6.2. Výzkum

Během výzkumu k této diplomové práci se jedním z největších problémů stalo oslovování škol. Vymezila jsem si, že oslovování respondentů bude cílené. Aby se nestalo, že se bude jednat o žáky z celé republiky, nebo případně o žáky, kteří se cíleně připravují pod doučovacími agenturami. Následně jsem chtěla vyloučit variantu, že mi sestavený test vrátí pouze žáci ochotní podobné testy vyplňovat. Abych tedy zamezila tomu, že se test dostane pouze k ochotnějším žákům, nebo pouze k žákům připravovaným doučovacími agenturami, určila jsem si jeden region a následně jsem oslovovala školy v daném regionu. Mým záměrem je, aby výzkumný vzorek, přestože je cílený na jeden region, obsahoval rozmanitou škálu žáků. Přesněji se má jednat o žáky problémové, průměrné, nadprůměrné, s domácí přípravou, ale i bez domácí přípravy na přijímací zkoušky. Zkrátka, aby byly zastoupeny různé typy žáků.

Oslovování probíhalo, vzhledem k epidemiologické situaci, nejprve formou e-mailového oslovení ředitelů. Na tyto zprávy z celkem dvanácti reagovali pouze dva ředitelé, oba kladně. Přistoupila jsem k oslovování prostřednictvím telefonních hovorů. Na oslovování mi z předchozích škol zbylo deset na oslovování telefonním hovorem. Z těchto deseti mi pět škol testování přislíbilo, nakonec mi však testy vrátily pouze dvě ze zmíněných pěti škol. Od tří škol se mi dodnes nepodařilo získat odpověď na nabídku testování. Zbývající oslovená škola odmítla během telefonického oslovení. Ve výsledku mi tedy testy vrátily čtyři školy, přičemž jedna škola je sloučena ze tří bývalých škol, testování tedy bylo provedeno a vyhodnoceno v celkem sedmi třídách. Z těchto tříd se sto žáků chystá vykonávat přijímací zkoušky na střední školu zakončenou maturitní zkouškou. Celkem test vyplnilo sto dvacet jedna žáků devátých tříd základních škol.

Osloveným školám jsem nabídla, že za vyplnění testů napíši každému žákovi, na základě jeho odpovědí, slovní hodnocení výsledků a následné doporučení, na čem by měl dále zapracovat. Všem žákům ze zapojených sedmi tříd jsem napsala slovní hodnocení a doporučení, stejně tak dostali bodový výsledek. Zároveň jsem vypracovala slovní hodnocení i pro třídní kolektiv, aby i učitelé viděli, jaké byly nejčastější chyby jejich žáků. Veškeré údaje jsem pro sebe zaznamenávala formou kódů, aby byla dodržena pravidla GDPR a nikde nemohla být zveřejněna jména žáků, učitelů, ani školy.

Po potvrzení účasti školy v testování jsem zaslala škole test s následujícími instrukcemi:

Vážená paní učitelko, vážený pane učiteli,

na základě projeveného zájmu Vám zasílám nabízený test z Geometrie k ověření znalostí žáků 9. ročníku před přijímacími zkouškami na střední školy. Celkem šest testových úloh obsahuje učivo, které se v testech státních přijímacích zkoušek objevuje nejčastěji.

*Test by měli žáci vypracovat za **25 – 30 minut**. To je standardní čas pro zvládnutí šesti úloh v přijímacích zkouškách, pokud jsou v testu vřazeny konstrukční úlohy.*

*Mým záměrem je ověřit znalosti žáků přibližně na začátku dubna, kdy by původně probíhaly přijímací zkoušky na střední školy. Pomozte mi, prosím, naplnit cíl mé diplomové práce a zadejte test v rozmezí **29. března – 9. dubna**.*

Test přikládám v další příloze e-mailu, předem Vám děkuji za pomoc s výzkumem k mé diplomové práci.

Vypracované testy žáků Vám po obdržení hned opravím. Vyhodnotím, které učivo dělalo žákům největší problémy, a výsledky Vám zašlu obratem zpět. S ohledem na GDPR Vám navrhuji, zda byste před zadáním testu žákům přidělila čísla a mně poslala takto anonymizované vypracované testy. Pokud budete chtít, aby si žáci testy podepsali, podpisy pro potřebu mé diplomové práce po opravení vymažu, aby nikde nebyla uvedena jména Vašich žáků.

S pozdravem a upřímným poděkováním Bc. Petra Vojtěchová

Ve výsledku tedy mým výzkumným vzorkem je sedm tříd, kdy každá třída má jiného učitele, ačkoliv se jedná o čtyři školy. Testování probíhalo v roce 2021, přestože původně bylo v plánu již v roce 2020, ale tento plán byl zmařen pandemií COVID-19. Aby bylo testování objektivní, a já jsem mohla zjistit, zda jsou žáci devátých tříd základních škol dostatečně připraveni na testy přijímacích zkoušek na střední školu z matematiky, byl test zadán přibližně v době původního termínu na přijímací zkoušky. V letošním školním roce (školní rok 2020/2021) měly být testy přijímacích zkoušek původně psány 12. dubna 2021 a 13. dubna 2021. Z důvodu epidemiologické situace a pandemie COVID-19 je testování devátých tříd, tedy testy přijímacích zkoušek na střední školy nakonec přesunuty na 3. května 2021 a 4. května 2021. Kvůli objektivitě je můj výzkum prováděn v období původních termínů. Žákům proto byly testy zadány v rozmezí 29. března a 9. dubna. Většina zapojených učitelů zadala testy hned v prvním týdnu, tedy do 1. dubna. Dva vyučující pak testy zadali na začátku druhého výzkumného týdne. Všichni zapojení žáci tedy testy vyplňovali mezi 29. březnem a 6. dubnem. Ihned po obdržení testů jsem všechny testy vyhodnocovala.

Samotné vyhodnocování výsledků sestávalo z opravení výzkumného testu a jeho vyhodnocení. Pro každou třídu a každého zapojeného žáka jsem sepsala slovní hodnocení jeho výkonu. Během zpětné vazby a vyhodnocování jsem se zabývala i tím, zda žák měl správný výpočet, ale špatně zadanou odpověď. Případně, zda chyby byly opravdu v neznalosti, nebo se v testu nacházely spíše numerické chyby, či chyby způsobené špatným nebo neúplným přečtením zadání. Zpětnou vazbu obdrželi všichni učitelé nejpozději týden po odeslání testu na mou e-mailovou adresu.

Po této části jsem se zabývala dalším porovnáváním výsledků žáků a porovnáváním tříd mezi sebou. V mé práci tedy následovalo vyhodnocování výsledků a ověřování hypotéz.

7. PŘÍPRAVA TESTU

7.1. Didaktický test

V rámci přípravy na výzkum jsem sestavila test, který byl následně zadáván žákům devátých tříd základních škol z jednoho regionu. Zároveň se jednalo o školy, jež byly ochotné test žákům zadat i v online režimu. Na test měli žáci 25 – 30 minut. Test jim byl zaslán a oni ho následně zasílali učitelům zpět tak, jak online forma výuky dovozovala.

Samotný test sestával z šesti geometrických úloh, kdy každá úloha byla zařazena na základě menšího výzkumu, co se z daného okruhu v úlohách objevuje nejčastěji. Tyto menší výzkumy jsou popsány níže. Test u přijímacích zkoušek bývá řazen tak, že na začátku jsou úlohy na lehčí a kratší výpočty, proto jsou v úvodu mého testu zařazeny nejprve převody jednotek a následuje úloha na dopočítávání úhlu. V mém testu následují úlohy na výpočet obsahu a obvodu rovinného obrazce a poslední úloha na výpočet, což je úloha na výpočet objemu tělesa. Na závěr jsem zařadila dvě konstrukční úlohy, abych dodržela tradiční počet konstrukčních úloh v testu přijímacích zkoušek z matematiky.

7.1.1. Převody jednotek

Mezi převody jednotek se objevují vždy dvě podúlohy. V posledních letech bývají převody jednotek zadány formou velmi krátkých slovních úloh. Nejčastěji se tedy jedná o zadání v podobě jedné věty. Aby byl můj test co nejaktuálnější, snažím se tuto podobu dodržet.

Zařazeny pak bývají úlohy na převody jednotek času, objemu, hmotnosti, obsahu, délky i vztahy mezi úhly a minutami. Pro zjištění, který okruh je nejčastější a který okruh mám zařadit do mého testu, jsem tedy provedla menší výzkum.

Pomocí vypsaných typů úloh u jednotlivých testů jsem si znázornila, které okruhy se objevují v daném testu. Následně jsem si z této tabulky vypracovala tabulku četností, abych mohla určit, jakou oblast z převodů jednotek zařadit.

V jednotlivých testech přijímacích zkoušek z matematiky dosud byly převody jednotek zařazeny takto:

- Rok 2020
 - Náhradní termín – jednotky času, jednotky objemu
 - Řádný termín – jednotky času, jednotky objemu
- Rok 2019
 - 2. náhradní termín – úhly a minuty
 - 1. náhradní termín – jednotky času, jednotky objemu, jednotky obsahu
 - 2. řádný termín – jednotky hmotnosti
 - 1. řádný termín – jednotky času, jednotky obsahu
- Rok 2018
 - 2. náhradní termín – nebyly zařazeny převody jednotek
 - 1. náhradní termín – nebyly zařazeny převody jednotek
 - 2. řádný termín – jednotky času, jednotky objemu
 - 1. řádný termín – jednotky obsahu, jednotky objemu, úhel a minuty
- Rok 2017
 - 2. náhradní termín – jednotky objemu, jednotky času a délky, jednotky obsahu
 - 1. náhradní termín – jednotky času a délky, jednotky obsahu, úhel a minuty
 - 2. řádný termín – jednotky obsahu, jednotky objemu, jednotky času
 - 1. řádný termín – jednotky obsahu, jednotky objemu, jednotky času
 - Ilustrační test – jednotky obsahu, jednotky hmotnosti, úhel a minuty

Po urovnání do přehlednější tabulky:

Jednotky	Počet testů
Času	9
Objemu	8
Úhel a minuty	4
Hmotnost	2
Obsah	8
Délka	2

Tabulka č. 4 – Počet testů, v nichž jsou určité převody jednotek

Z této tabulky lze vyčíst, že nejčastěji se v úlohách na převody jednotek objevují jednotky času. Ty se objevily v devíti z patnácti posuzovaných testů. Proto jsou i v mém testu zařazeny převody jednotek času.

Na druhém místě mezi převody jednotek byly jednotky objemu a jednotky obsahu, které se vyskytovaly v osmi z patnácti posuzovaných testů. Mezi jednotkami objemu a obsahu jsem zvolila jednotky objemu, jež se častěji nachází v novějších testech. Jednotky obsahu jsou spíše v testech z let 2017 a 2018.

Na základě tohoto vyhodnocení je tedy první úloha v mém testu sestavena z jednotek času a jednotek objemu. Zároveň je napsána podobně jako úlohy v testech přijímacích zkoušek. Mnou sestavená první úloha je tedy:

1

- 1.1 Samotný film trval 1 hodinu a 45 minut. Reklamy byly stejně dlouhé jako dvě patnáctiny filmu.

Vypočítejte v hodinách a minutách, jak dlouho se ve filmovém sálu promítalo (film i reklamy).

- 1.2 Nádoba o objemu 2 litry byla plná limonády.

Kolik sklenic o objemu 300 cm^3 můžeme z této nádoby zcela naplnit.

Tato úloha je v testu ohodnocena dvěma body, kdy žák může za každou podúlohu získat jeden bod. Pokud by žáci věnovali každé úloze čas dle bodů, pak by jednomu bodu odpovídaly zhruba dvě minuty. Proto by každá z těchto podúloh měla žákům zabrat přibližně dvě minuty. Obě úlohy lze vyřešit i rychleji.

Řešení první podúlohy lze získat převodem délky filmu na minuty, což je 105 minut. Následně je nutné získat dvě patnáctiny z tohoto času. Po vydělení patnácti získáme sedm minut. Dvě patnáctiny tedy jsou dlouhé čtrnáct minut, toto je i délka reklam. Pro získání správného výsledku je nutno tato čísla sečíst a následně převést zpět na hodiny a minuty. Výsledek tedy je jedna hodina a padesát devět minut.

$$105 : 15 = 7$$

$$7 \cdot 2 = 14$$

$$105 + 14 = 119 \text{ minut} = 1 \text{ hodina a } 59 \text{ minut}$$

Druhou podúlohu je pak třeba řešit převodem litrů na centimetry krychlové, případně lze i převést centimetry krychlové na litry, zde mají žáci na výběr, jak úlohu řešit. Pokud převedeme dva litry na centimetry krychlové, vychází hodnota dva tisíce. Žáci následně musí vydělit dva tisíce číslem tři sta. Abychom zjistili, kolik sklenic je potřeba zcela naplnit, potřebujeme celé číslo, což je šest. Naplnit tedy můžeme šest sklenic

$$2 \text{ l} = 2 \text{ dm}^3 = 2\,000 \text{ cm}^3$$

$$2\,000 : 300 = 6,67 \doteq 6$$

7.1.2. Dopočítávání úhlů

V testech je dosud pokaždé zařazena úloha na výpočet úhlu v obrázku. Jedná se o práci s vnitřními úhly trojúhelníku, jež jsou často v kombinaci s dvojicemi úhlů (střídavými, vrcholovými, souhlasnými i střídavými). Tato úloha bývá vždy zadána formou obrázku, do kterého mohou žáci vpisovat své poznámky a řešení si tak znázornit. K tomuto vizuálnímu zadání jsou připsané doplňující informace o zadání a otázka, aby žák věděl, který úhel, nebo součet úhlů má přesně vypočítat. Vždy je pak připsána věta: „Velikost úhlu neměřte, ale vypočítejte.“ Proto jsem stejným způsobem sestavila úlohu i v mém výzkumném testu.

Díky obrázku je pak možné tyto úlohy vyřešit více způsoby. Záleží tedy na žácích, jaký postup při výpočtu zvolí, nebo zda v zadání vidí, jak začít a následně postupovat.

Pro zjištění, jaké jsou nejčastěji používané možnosti zadání pro výpočet úhlu ve znázorněném obrázku, jsem opět vypsala, co přesně se v podobné úloze jednotlivých testů objevuje.

V jednotlivých testech přijímacích zkoušek z matematiky dosud byly úlohy na dopočítání úhlů zařazeny takto:

- Rok 2020
 - Náhradní termín – rovnoramenné trojúhelníky a vnitřní úhly trojúhelníku
 - Řádný termín – rovnoběžky, přímky mezi rovnoběžkami a vnitřní úhly trojúhelníku
- Rok 2019
 - 2. náhradní termín – přímka, dvě různoběžky, polopřímky a vrcholové úhly + dopočítávání do 180° pomocí vedlejších úhlů
 - 1. náhradní termín – rovnoramenné trojúhelníky (shodné úhly u základny), polopřímka – dopočítávání do 180° pomocí vedlejších úhlů
 - 2. řádný termín – vnitřní úhly trojúhelníku rozděleného na tři trojúhelníky + dopočítávání vedlejších úhlů (do 180°)
 - 1. řádný termín – rovnoběžník (kosodélník), trojúhelník (vnitřní úhly trojúhelníku), vedlejší úhly (180°), střídavé úhly
- Rok 2018
 - 2. náhradní termín – desetiúhelník (vnitřní úhly částí) + rovnoramenný trojúhelník
 - 1. náhradní termín – vedlejší úhly podél jedné přímky, vrcholové úhly, vnitřní úhly trojúhelníku
 - 2. řádný termín – rovnoběžky, osová souměrnost a úhly, vedlejší úhly podél přímky (180°), vnitřní úhly trojúhelníku
 - 1. řádný termín – vedlejší úhly (180°), vnitřní úhly trojúhelníku, střídavé úhly

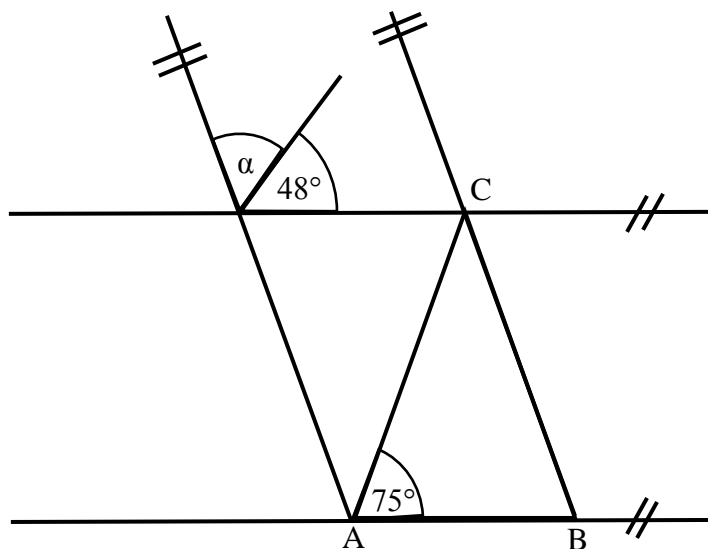
- Rok 2017

- 2. náhradní termín – vedlejší úhly (180°), vrcholový úhel
- 1. náhradní termín – vnitřní úhly trojúhelníku – výjimečně zadáno bez obrázku pouze formou slovní úlohy
- 2. řádný termín – podobné trojúhelníky naznačené rovnoběžkami, vedlejší úhly (180°), vnitřní úhly trojúhelníků
- 1. řádný termín – rovnoramenný trojúhelník, vnitřní úhly trojúhelníku, střídavé úhly naznačené rovnoběžkami, plný úhel (360°)
- Ilustrační test – vnitřní úhly trojúhelníků, souhlasné úhly, střídavé úhly, vrcholové úhly, vedlejší úhly (180°)

Pomocí takto sepsaného seznamu si lze všimnout, že téměř v každé úloze je zapojen trojúhelník a jeho vnitřní úhly. Přesněji bylo třeba zapojit znalost dopočítávání vnitřních úhlů trojúhelníku (součet je sto osmdesát stupňů) ve třinácti testech z patnácti posuzovaných. Velmi často se pak objevuje dopočítání přímého úhlu podél přímky prostřednictvím vedlejších úhlů, této přímky si musí žáci všimnout. Dále pak zapojení znalostí o dvojicích úhlů (střídavé, souhlasné a vrcholové úhly).

Mnou sestavená úloha obsahuje rovnoramenný trojúhelník, kde je potřeba zapojit znalost výpočtu vnitřních úhlů trojúhelníku se znalostí shodných úhlů u základny. Následně je na každém žákovi, zda si všimne, že se v úloze nachází úhly střídavé, případně úhly souhlasné. V tuto chvíli tedy mají žáci více možností správného postupu. Nakonec musí žáci použít výpočet pomocí vedlejších úhlů podél jimi vybrané přímky tak, aby byl zapojen hledaný úhel alfa. Pomocí tohoto dopočítání do sto osmdesáti zjistí velikost úhlu alfa. Někteří žáci cíleně vypočítají pouze potřebné úhly, jiní žáci vypočítají všechny úhly, jež obrázek obsahuje. Nejdůležitější však je, aby žáci neudělali numerickou chybu ve výpočtu a následně zapsali správně odpověď.

2



Jsou zadané rovnoběžky a rovnoramenný trojúhelník ABC se základnou AB.

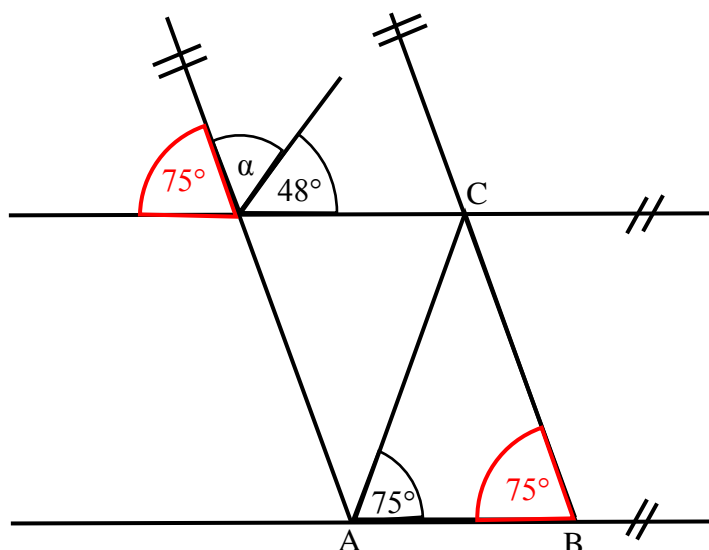
Jaká je velikost úhlu α ?

Velikost úhlu neměřte, ale vypočítejte.

Obrázek č. 1 – Zadání úlohy na dopočítání úhlů

Tato úloha je v testu ohodnocena dvěma body. Za správnou odpověď získá žák všechny body. Pokud odpoví špatně, nezíská bod žádný. Vzhledem k tomuto bodovému ohodnocení má žák na výpočet a zápis odpovědi zhruba čtyři minuty, pokud by věnoval této úloze čas dle bodového ohodnocení. Úlohu lze vyřešit i rychleji.

Řešení této úlohy může například vypadat takto:



Obrázek č. 2 – Řešení úlohy na dopočítávání úhlů

$$\alpha + 75^\circ + 48^\circ = 180^\circ$$

$$\alpha + 123^\circ = 180^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - 123^\circ$$

$$\alpha = 57^\circ$$

Výsledkem této úlohy tedy je, že velikost úhlu alfa se rovná padesáti sedmi stupňům. Toto řešení lze získat velmi rychle při využití shodnosti úhlů rovnoramenného trojúhelníku při základně, následně shodnosti úhlů mezi rovnoběžkami a vedlejších úhlů.

7.1.3. Obsah a obvod

V každém z dosavadních testů se nachází alespoň jedna úloha na výpočet obsahu a obvodu, nebo případně délky strany v rovinném útvaru, či jeho části. Jedná se vždy o úlohu, v níž je třeba provést výpočet pomocí Pythagorovy věty, případně obrácené Pythagorovy věty. Tato úloha bývá vždy zadána formou obrázku, do kterého mohou žáci vpisovat své poznámky a řešení si tak i znázornit vizuálně. Některým žákům může obrázek v řešení velmi pomoci. V této úloze je dokonce nezbytný, aby bylo jasné, jaké je jednotné zadání. K tomuto vizuálnímu

zadání jsou připsané doplňující informace o zadání a otázky, aby žák věděl, které údaje potřebuje vypočítat.

Pro zjištění, jaké jsou nejčastěji zadané rovinné útvary a jejich kombinace v úlohách testů přijímacích zkoušek, jsem tyto úlohy v testech sepsala.

V jednotlivých testech přijímacích zkoušek z matematiky dosud byly úlohy na výpočet obsahu a obvodu zařazeny takto:

- Rok 2020

- Náhradní termín
 - Pravoúhlý lichoběžník vzniklý oddělením pravoúhlého trojúhelníku z obdélníku, zadány jsou obsahy dvou částí obdélníku
 - Obvod obdélníku – obdélník je rozdělený na čtyři čtverce, do každého z nich je vepsaná kružnice
- Řádný termín – obsah části pravoúhlého trojúhelníku – nutno použít podobnost trojúhelníků

- Rok 2019

- 2. náhradní termín – vypočítat délku přepony pravoúhlého trojúhelníku, pokud máme zadanou jednu odvěsnu a obsah
- 1. náhradní termín
 - Obvod kruhu vepsaného do čtverce a následně rozdíl obsahů těchto dvou tvarů
 - Obvod obrazce složeného trojúhelníků a šestiúhelníků, délka strany trojúhelníku vepsaného do tohoto obrazce
- 2. řádný termín - obsah desek, ze kterých je sestavena rampa – zadány odvěsny
- 1. řádný termín
 - Délka půlkružnice – zadán průměr
 - Obsah šestiúhelníku vzniklého oddělením dvou pravoúhlých trojúhelníků ze čtverce

- Rok 2018

- 2. náhradní termín – obvod a obsah ornamentu a jeho části – ornament ze čtverce po odříznutí rohů
- 1. náhradní termín
 - Délka cesty, která je částí pravoúhlého trojúhelníku – výpočet pomocí Pythagorovy věty
 - Obvod obrazců složených ze čtverců a rozdíl mezi obvody
- 2. řádný termín
 - Délka strany trojúhelníku a obsah čtverce – obě části je potřeba počítat pomocí Pythagorovy věty
 - Výška lichoběžníku, obsah lichoběžníku a obsah čtverce – lichoběžník je část čtverce, který je vepsaný do kružnice (známe délku kružnice)
- 1. řádný termín
 - obsah osově souměrného čtyřúhelníku rozděleného na pravoúhlé trojúhelníky – Pythagorova věta
 - poloměr kružnice, pokud známe délku kružnice

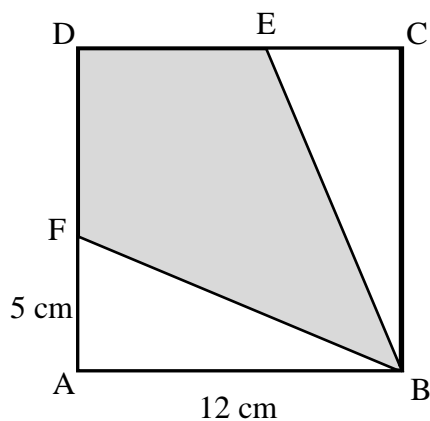
- Rok 2017

- 2. náhradní termín – obsah rovnoramenného trojúhelníku a obsah čtverce – známe podstavu a výšku, potřebujeme použít Pythagorovu větu kvůli délce strany čtverce
- 1. náhradní termín
 - Obvod a obsah lichoběžníku složeného z pravoúhlých trojúhelníků, délka strany
 - Délka pásu – složeno z délky kružnice a dvou stran obdélníku, pokud víme vzdálenost středů kol a poloměr kol
- 2. řádný termín – délka kružnice opsané obdélníku a obvod obdélníku – známe poloměr a delší stranu obdélníku

- 1. řádný termín – délka strany pravoúhlého trojúhelníku a obsah čtyřúhelníku složeného ze dvou pravoúhlých trojúhelníků
- Ilustrační test
 - Obsah rovnoběžníku a délka strany obdélníku – rovnoběžník vznikne po odříznutí dvou rohů obdélníku – známe kratší stranu obdélníku a obě vzniklé strany rovnoběžníku
 - Obsah obrazce složeného ze čtverce a rovnoramenného lichoběžníku – známe výšku obrazce, stranu čtverce a kratší základnu lichoběžníku, proto stačí použít vzorečky na výpočet obsahů jednotlivých rovinných obrazců

Po tomto sepsání je zřetelné, že převážně je k výpočtu nutné použít Pythagorovu větu. Navíc se velmi často jedná o obrazec složený ze dvou rovinných obrazců. Pro využití obou nejčastějších jevů v této úloze jsem sestavila třetí cvičení mého testu následujícím způsobem.

- 3 Čtverec ABCD má stranu délky 12 cm. Ve čtverci jsou dva shodné světlé trojúhelníky s nejkratší stranou délky 5 cm.



Vypočtěte

- 3.1 v cm obvod šedé plochy BEDF.
 3.2 v cm² obsah šedé plochy BEDF.

Obrázek č. 3 – Zadání úlohy na výpočet obsahu a obvodu

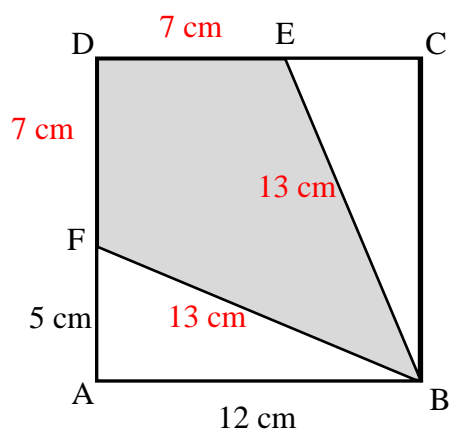
Tato úloha je ohodnocena celkem čtyřmi body. Žák může za každou podúlohu získat dva body, pokud odpoví zcela správně. Pokud by žáci měli čas rozvrhnutý dle bodů, pak by na tuto úlohu jako celek měli osm minut. Na každou podúlohu tedy mají žáci přibližně čtyři minuty.

Řešení této úlohy je nutné provést pomocí výpočtu Pythagorovy věty pravoúhlého trojúhelníku. Díky tomuto výpočtu zjistíme přeponu, kterou potřebujeme k výpočtu obvodu šedé části. Následně stačí dopočítat zbylé dvě strany. K tomuto výpočtu stačí od strany čtverce odečíst stranu bílého trojúhelníku. V závěru nesmíme zapomenout všechny čtyři strany sečíst.

Pro výpočet obsahu šedé plochy je nejvýhodnější vypočítat obsah čtverce. Následně potřebujeme vypočítat obsah dvou bílých trojúhelníků. Nesmíme však zapomenout od obsahu čtverce odečíst obsahy bílých trojúhelníků.

Řešení:

- 3 Čtverec ABCD má stranu délky 12 cm. Ve čtverci jsou dva shodné světlé trojúhelníky s nejkratší stranou délky 5 cm.



Vypočtete

3.1 v cm obvod šedé plochy BEDF.

3.2 v cm^2 obsah šedé plochy BEDF.

Obrázek č. 4 – Řešení úlohy na výpočet obsahu a obvodu

$$\text{Délka strany DF a strany DE: } 12 - 5 = 7 \text{ cm}$$

$$\text{Délka úsečky BE a BF: } c^2 = 5^2 + 12^2$$

$$c^2 = 25 + 144$$

$$c = \sqrt{169}$$

$$c = 13 \text{ cm}$$

Obvod šedé plochy: $7 + 7 + 13 + 13 = 40 \text{ cm}$

Obsah čtverce: $S_1 = a \cdot a$

$$S_1 = 12 \cdot 12$$

$$S_1 = 144 \text{ cm}^2$$

Obsah trojúhelníků: $S_2 = \frac{a \cdot v_a}{2}$

$$S_2 = \frac{12 \cdot 5}{2}$$

$$S_2 = 30 \text{ cm}^2$$

Vzhledem k tomu, že trojúhelníky jsou dva, nesmíme zapomenout tento obsah vynásobit dvěma. Obsah obou trojúhelníků je tedy roven šedesáti centimetrům čtverečním.

Obsah šedé plochy: $S_1 - 2 \cdot S_2 = S$

$$S = 144 - 2 \cdot 30$$

$$S = 144 - 60$$

$$S = 84 \text{ cm}^2$$

Pouze tyto dva výsledky mohou být ohodnoceny plným počtem bodů, tedy čtyřmi body. Pokud je správně alespoň jeden výsledek, mohou žáci získat vždy dva body.

7.1.4. Těleso

V každém z dosavadních testů se nachází alespoň jedna úloha, v níž bylo nutné vypočítat objem tělesa, nebo alespoň počítat s objemem a povrchem tělesa (obsah podstavy, obsah pláště, obsah části tělesa). Jedná se vždy o výpočet, v němž je třeba prokázat znalost vzorečku, nebo práce s trojrozměrnými tělesy. Tato úloha bývá vždy zadána formou obrázku, do kterého mohou žáci vpisovat své poznámky a řešení si tak znázornit i vizuálně. Někteřým žákům může obrázek v řešení velmi pomoci. V této úloze je dokonce často obrázek

nezbytný, aby bylo jasné, jaké je jednotné zadání. K tomuto vizuálnímu zadání jsou přiřpané doplňující informace o zadání a otázky, aby žák věděl, které údaje potřebuje vypočítat.

Pro zjištění, jaká jsou nejčastěji zadaná tělesa, nebo jejich kombinace v úlohách testů přijímacích zkoušek, jsem tyto úlohy v testech sepsala.

V jednotlivých testech přijímacích zkoušek z matematiky dosud byly úlohy na výpočet prostřednictvím těles zařazeny takto:

- Rok 2020

- Náhradní termín – kolmý pětiboký hranol se zadaným obvodem podstavy a obsahem podstavy – výpočet délek hran, obsah stěny, objem
- Řádný termín
 - Rotační válec se zadanou výškou a průměrem – výpočet obsahu podstavy a obsahu pláště
 - Kolmý trojboký hranol s podstavou pravoúhlého trojúhelníku (odvěsny jsou devět a dvanáct centimetrů), zadaný i obsah největší stěny – výpočet povrchu

- Rok 2019

- 2. náhradní termín – označování sousedních stěn v rozložené síti krychle
- 1. náhradní termín – forma slovní úlohy bez obrázku – zadaný obsahy podstav kváдру a obsah bočních stěn kváдру – výpočet objemu kváдру
- 2. řádný termín – rotační válec rozřezaný na čtyři shodné části, poloměr podstavy je pět centimetrů, obsahy na řezu jsou osmdesát centimetrů čtverečních – výpočet objemu nového tělesa
- 1. řádný termín – krychle slepena z menších krychlí, zadána hrana malé krychle – povrch po odebrání dvou menších krychlí

- Rok 2018

- 2. náhradní termín – domeček složený ze dvou kolmých hranolů, kde strana podstavy jednoho je rovna výšce podstavy druhého – výpočet objemu

- 1. náhradní termín – kolik krychlí se vejde do rozloženého kvádrů – práce i s největším společným dělitelem
- 2. řádný termín – zjistit chybějící rozměr kvádrů pomocí rozměrů hranolu shodného objemu
- 1. řádný termín – zjistit povrch, rozměry a objem kvádrů, který získáme rozstříháním papíru o zadaných rozměrech

- Rok 2017

- 2. náhradní termín – zjistit objem krabice, pokud víme stranu podstavy a rozměry rozvinutého pláště
- 1. náhradní termín – objem a hmotnost tělesa, které vznikne, pokud z kvádrů vyřízneme krychlí – zadané rozměry
- 2. řádný termín – zjistit objem krabice a délku řady krychlíček – máme zadání hranu krychlíček a kolik se jich vejde do krabice do vrstvy + počet vrstev
- 1. řádný termín – zjistit objem kvádrů po odečtení části jednoho z rozměrů
- Ilustrační test – zjistit povrch kvádrů, pokud víme obsah čtvercové podstavy a poměr výšky a hrany

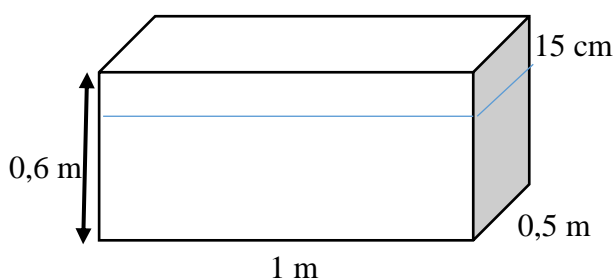
Po sepsání tohoto přehledu jsem tedy sestavila úlohu, která by měla žákům zabrat přibližně čtyři minuty. Stejně jako úlohy podobného charakteru v testech přijímacích zkoušek je také ohodnocena dvěma body, pokud žáci zapíšou a vypočítají odpověď správně. V opačném případě žák nezíská žádný bod.

V podobných úlohách je také dobré zapsat do záznamového archu jednotky, aby bylo jasné, že žáci vědí, co přesně spočítali. Zároveň nesmí ve výpočtu být numerická chyba, jelikož se posuzuje pouze odpověď.

- 4 Akvárium o rozměrech hran 1 m, 0,5 m a 0,6 m bylo naplněno vodou až po okraj. Během pár týdnů se 15 cm vody odpařilo.

Kolik litrů vody bylo v akváriu po odpaření části vody?

(Rybičky a vybavení akvária nezapočítáváme.)



Obrázek č. 5 – Zadání úlohy na výpočet objemu

V této úloze je nutné nejprve převést všechny údaje na stejné jednotky. Vzhledem k tomu, že máme vypočítat litry, doporučuji převést všechny údaje na decimetry, abychom následně nemuseli myslet na další převody mezi jednotkami.

Zároveň je nutné říci, že tuto úlohu lze řešit dvěma způsoby. Prvním způsobem je vypočítat objem celého kvádra a od něho odečíst úbytek.

$$V = V_1 - V_2$$

$$V_1 = a \cdot b \cdot c$$

$$V_1 = 10 \cdot 5 \cdot 6$$

$$V_1 = 300 \text{ l}$$

$$V_2 = a \cdot b \cdot d$$

$$V_2 = 10 \cdot 5 \cdot 1,5$$

$$V_2 = 75 \text{ l}$$

$$V = 300 - 75$$

$$V = \mathbf{225 \text{ l}}$$

Druhým způsobem poté je vypočítat rozdíl výšek. Následně počítat zrovna objem výsledného kvádra po úbytku.

$$6 - 1,5 = 4,5 \text{ dm}$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 10 \cdot 5 \cdot 4,5$$

$$V = 225 \text{ l}$$

Oba výsledky shodně vyšly dvě stě dvacet pět litrů, což je objem akvária po odpaření části vody. V tomto příkladu tedy je i více způsobů řešení. Zároveň však oba způsoby pracují se stejným vzorcem pro výpočet, který dokazuje, že žáci ovládají práci s trojrozměrnými tělesy a objemy.

7.1.5. První konstrukční úloha

V každém z dosavadních testů jsou zařazeny vždy dvě konstrukční úlohy. V konstrukčních úlohách je často nutné prokázat schopnost propojit více informací a vlastností hledaného rovinného obrazce, nebo alespoň propojit různé okruhy geometrického učiva, aby bylo možné získat správnou konstrukci. Mezi konstrukčními úlohami se objevují úlohy, u nichž je dopsána věta: „Najděte všechna řešení.“ V tomto případě jsou vždy nejméně dvě řešení. Je tedy nutné, aby žáci na tuto informaci nezapomněli a našli obě (případně všechna) řešení, jinak dostanou méně bodů.

Konstrukční úlohy bývají vždy zadány formou obrázku, do kterého mohou žáci rýsovat své poznámky a řešení si tak znázornit i nanečisto do zadání. Pokud však žáci rýsují do zadání, je nezbytné, aby následně úlohu znovu narýsovali do záznamového archu. Své řešení musí narýsovat znovu, jelikož při vyhodnocování v Centru pro zjišťování výsledků vzdělávání (dále CERMAT) vždy posuzují pouze výsledky zapsané v záznamovém archu žáka. V tomto archu pak musí být konstrukce obtažena nesmazatelnou propisovací tužkou kvůli viditelnosti po skenování, jež probíhá během odesílání výsledků. Některým žákům může obrázek zadání v řešení velmi pomoci. K tomuto vizuálnímu zadání jsou připsané doplňující informace popisující zadání, aby žák věděl, jaké údaje zná pro postup konstrukce. Vždy je nutné, aby žák použil všechny indicie, jinak konstrukce nebude správná.

Pro zjištění, jaké jsou nejčastěji zadané okruhy v konstrukčních úlohách, nebo kombinace těchto okruhů v úlohách testů přijímacích zkoušek, jsem tyto úlohy v testech sepsala.

V jednotlivých testech přijímacích zkoušek z matematiky dosud byly konstrukční úlohy a okruhy v nich zařazeny takto:

- Rok 2020

- Náhradní termín
 - Tři řešení – konstrukce čtverce – známe jeden z vrcholů a dvě přímky, na nichž leží vždy jeden z dalších vrcholů
 - Rovnoramenný pravoúhlý trojúhelník – známe jeden vrchol a těžiště + víme, kde bude pravý úhel
- Řádný termín
 - Najít všechna řešení – trojúhelník – známe dva vrcholy a přímku, na které bude třetí vrchol + máme zadanou délku těžnice k hledanému vrcholu
 - Rovnoramenný lichoběžník – využití osově souměrnosti, máme jeden vrchol a střed jednoho z ramen

- Rok 2019

- 2. náhradní termín
 - Kosočtverec – máme zadaný jeden vrchol a dvě polopřímky, na nichž leží další dva vrcholy + délku výšky
 - Trojúhelník – zadané dva vrcholy a průsečík výšek
- 1. náhradní termín
 - Obraz trojúhelníku ve středové souměrnosti – zadaný vzorový trojúhelník a jeden z obrazů
 - Pravoúhlý lichoběžník – máme určené základny a polohu pravého úhlu – známe jeden vrchol a dvě přímky, na nichž leží vždy jeden z dalších vrcholů; jedna z přímek je zadaná jako osa strany

- 2. řádný termín
 - Rovnoramenný trojúhelník – zadány dva vrcholy základny a přímka, na které leží rameno
 - Najít všechna řešení – čtverec – zadán vrchol, kružnice se středem S a přímka protínající kružnici – víme, že strana se zadaným vrcholem leží na přímce a dva z vrcholů (jeden z nich je zadán) leží na kružnici
- 1. řádný termín
 - Jedno řešení – trojúhelník – máme zadány dva vrcholy na přímce – známe velikost úhlu u jednoho ze zadaných vrcholů a vzdálenost třetího vrcholu
 - Najít všechny řešení – obdélník – zadána dva vrcholy (B a D) a přímka, na které leží vrchol C – řešení pomocí Thaletovy kružnice

- Rok 2018

- 2. náhradní termín
 - Najít všechna řešení – obdélník – známe vrchol A, který leží na zadané přímce a další přímku – víme, že na druhé přímce má ležet vrchol C a velikost úhlu u vrcholu A
 - Pravoúhlý lichoběžník – zadány vrcholy A a C ležící na přímce a druhá přímka – tyto přímky se protínají v jednom bodě P – bod P je popsán jako průsečík úhlopříček; pravý úhel má být u vrcholu D (nalezneme pomocí Thaletovy kružnice)
- 1. náhradní termín
 - Najít všechna řešení – rovnoběžník – známe vrchol A a přímku, na které leží, a druhý vrchol (C) – zadaný máme poměr úhlopříček a B nebo D leží na zadané přímce

- Sestrojit kružnici a čtverec – zadaný trojúhelník – kružnice má být opsaná trojúhelníku i čtverci, trojúhelník a čtverec má i společný bod (přes střed kružnice opsané trojúhelníku a úhlopříčky čtverce)
- 2. řádný termín
 - Pravoúhlé trojúhelníky – sestrojít výšky v zadaném pravoúhlém trojúhelníku; následně ve druhé části máme přímku AB a bod M, který leží na jedné z výšek – najít všechna řešení
 - Rovnoramenný lichoběžník – zadaný vrchol A na polopřímce a osu souměrnosti o – víme, které strany mají stejnou délku
- 1. řádný termín
 - Trojúhelník a těžiště – známe dva vrcholy a bod ležící na jedné těžnici + známe délku výšky
 - Sestrojit střed kružnice – zadaný trojúhelník – kružnice má být kružnicí opsanou trojúhelníku

- Rok 2017

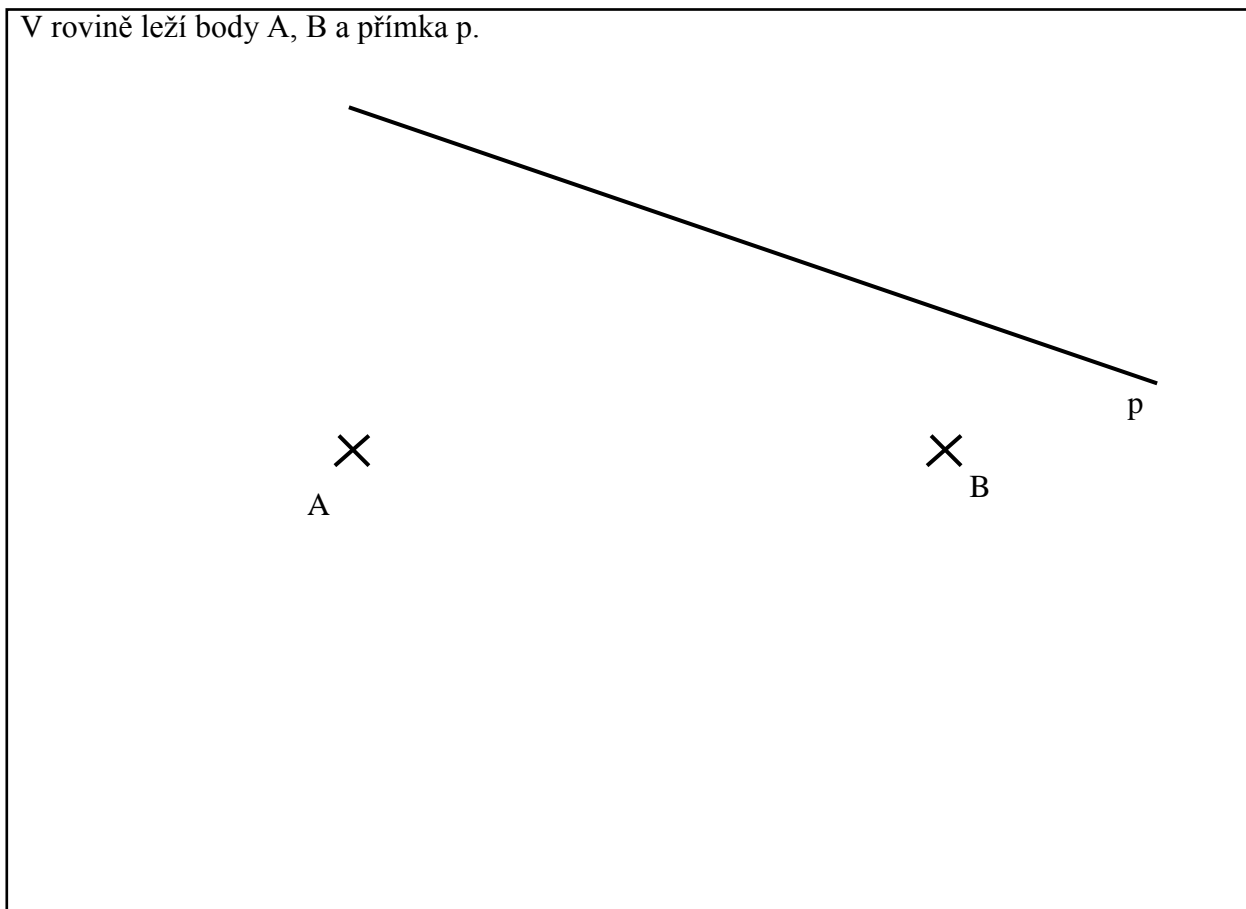
- 2. náhradní termín
 - Kosočtverec a jeho střed – známe trojúhelník, ke kterému máme najít obraz – vzor a obraz dají kosočtverec, jedna ze zadaných přímek je osa (najít stejně dlouhé úsečky na přímkách, které budou stranami)
 - Kosočtverec – zadaný máme vrchol a přímku, na které bude ležet i další vrchol – máme zadaný i střed souměrnosti kosočtverce
- 1. náhradní termín
 - Kružnici opsanou trojúhelníku – zadaný máme obdélník, na jeho dvou sousedních stranách dva z vrcholů trojúhelníku, třetím vrcholem je vrchol obdélníku – najít kružnici opsanou a její střed

- Obdélník – zadaný vrchol na přímce (úhlopříčka), zadané máme i dva další body, které jsou vnitřními body stran (Thaletova kružnice)
- 2. řádný termín
 - Obraz trojúhelníku – středová souměrnost – zadaný trojúhelník, jeden jeho vrchol je i střed souměrnosti
 - Rovnoramenný lichoběžník – máme zadanou kružnici opsanou lichoběžníku, dva vrcholy a vzdálenost chybějících vrcholů od přímky
- 1. řádný termín
 - Rovnoramenný trojúhelník – zadaná osa souměrnosti, přímka, na níž leží strana a jeden z vrcholů
 - Pravoúhlý lichoběžník – zadané máme tři vrcholy a přímky, které tyto vrcholy spojují – najít chybějící vrchol
- Ilustrační test
 - Sestrojit bod tak, aby byly shodné úhly – zadaný bod a úsečka
 - Rovnoramenný lichoběžník – zadané rovnoběžky, na každé z nich leží jeden z vrcholů – zadané poměry úhlů u jednoho z vrcholů

Po sepsání tohoto přehledu jsem tedy sestavila úlohu, která by měla žákům zabrat přibližně čtyři minuty. Stejně, jako úlohy podobného charakteru v testech přijímacích zkoušek, je také ohodnocena dvěma body. Tyto body získají žáci, pokud mají správně konstrukci obou řešení. V případě, že mají správně pouze jedno řešení, získají jeden bod. Pokud ani jedno řešení není správné, žák nezíská bod žádný.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 5

V rovině leží body A, B a přímka p.



Obrázek č. 6 – Zadání první konstrukční úlohy

5 Body A a B jsou vrcholy pravoúhlého trojúhelníka.

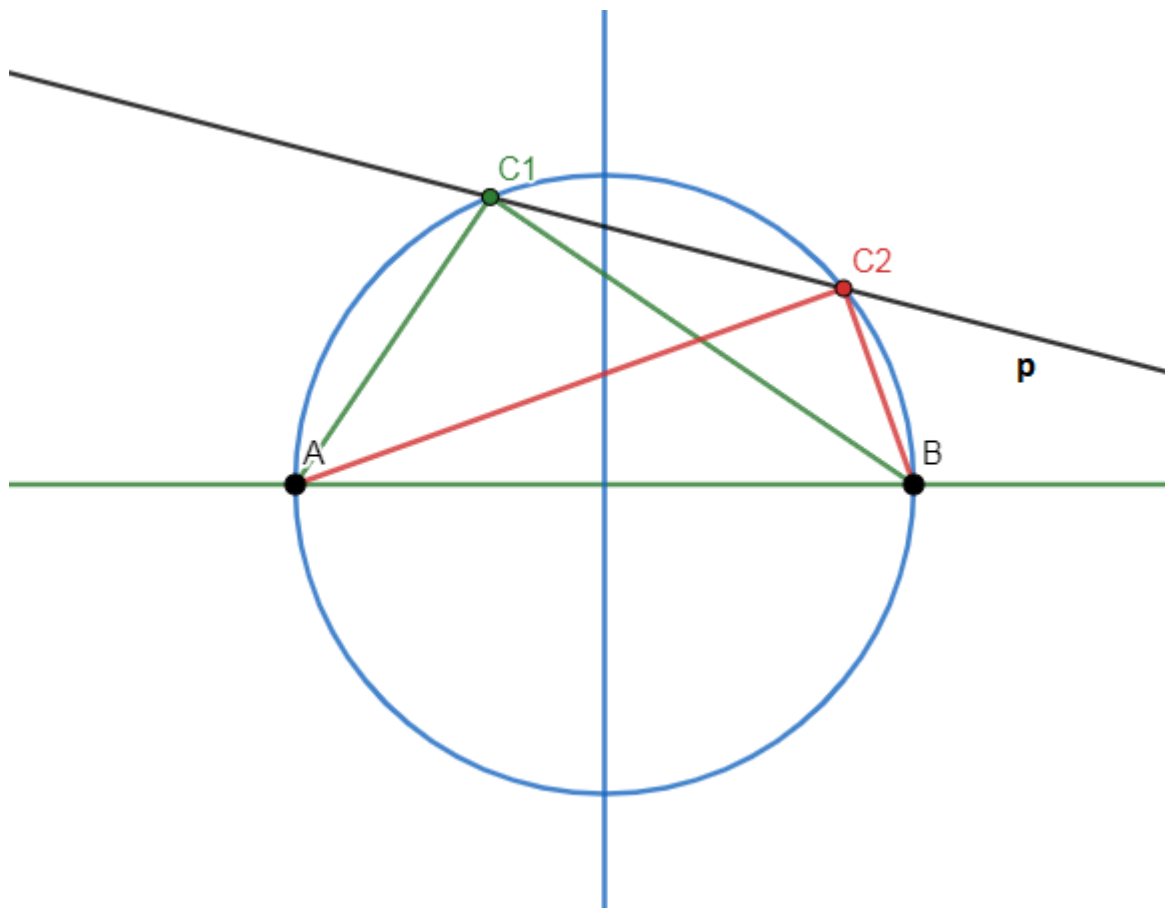
Pravý úhel v trojúhelníku leží u bodu C.

Bod C leží na přímce p.

Sestrojte vrchol C trojúhelníka ABC, **označte** ho písmenem a trojúhelník **narýsujte**.

Najděte všechna řešení.

Pro konstrukci v této úloze je potřeba graficky najít střed úsečky AB. Následně je nutné narýsovat Thaletovu kružnici, pomocí níž najdeme dva body na přímce p. Tyto body jsou hledanými vrcholy C_1 a C_2 . Využili jsme znalost Thaletovy kružnice, o které víme, že všechny body na této kružnici svírají s původní úsečkou (AB) pravý úhel. Zbývá nám tedy pouze tyto body pojmenovat a spojit s krajními body úsečky AB. Tím jsme získali obě řešení této úlohy. Těmito řešeními jsou dva pravoúhlé trojúhelníky.



Obrázek č. 7 – Řešení první konstrukční úlohy

V tomto grafickém řešení je černě znázorněno zadání (bod A, bod B a přímka p). Modře je znázorněna osa úsečky AB a Thaletova kružnice. Zeleně jsem znázornila první výsledné řešení a červeně je znázorněno druhé výsledné řešení. Více barev je použito pro přehlednost a názornost výsledné konstrukce.

7.1.6. Druhá konstrukční úloha

U této úlohy jsem pro analýzu učiva využila soupis úloh z části „první konstrukční úloha“. Tento soupis by se tedy pouze opakoval. Druhou konstrukční úlohu jsem zařadila, jelikož v každém z dosavadních testů byly vždy konstrukční úlohy rovněž dvě. Navíc jsem mimo Thaletovu kružnici a konstrukci trojúhelníků chtěla prověřit i další okruhy, jež se často v přijímacích zkouškách objevují.

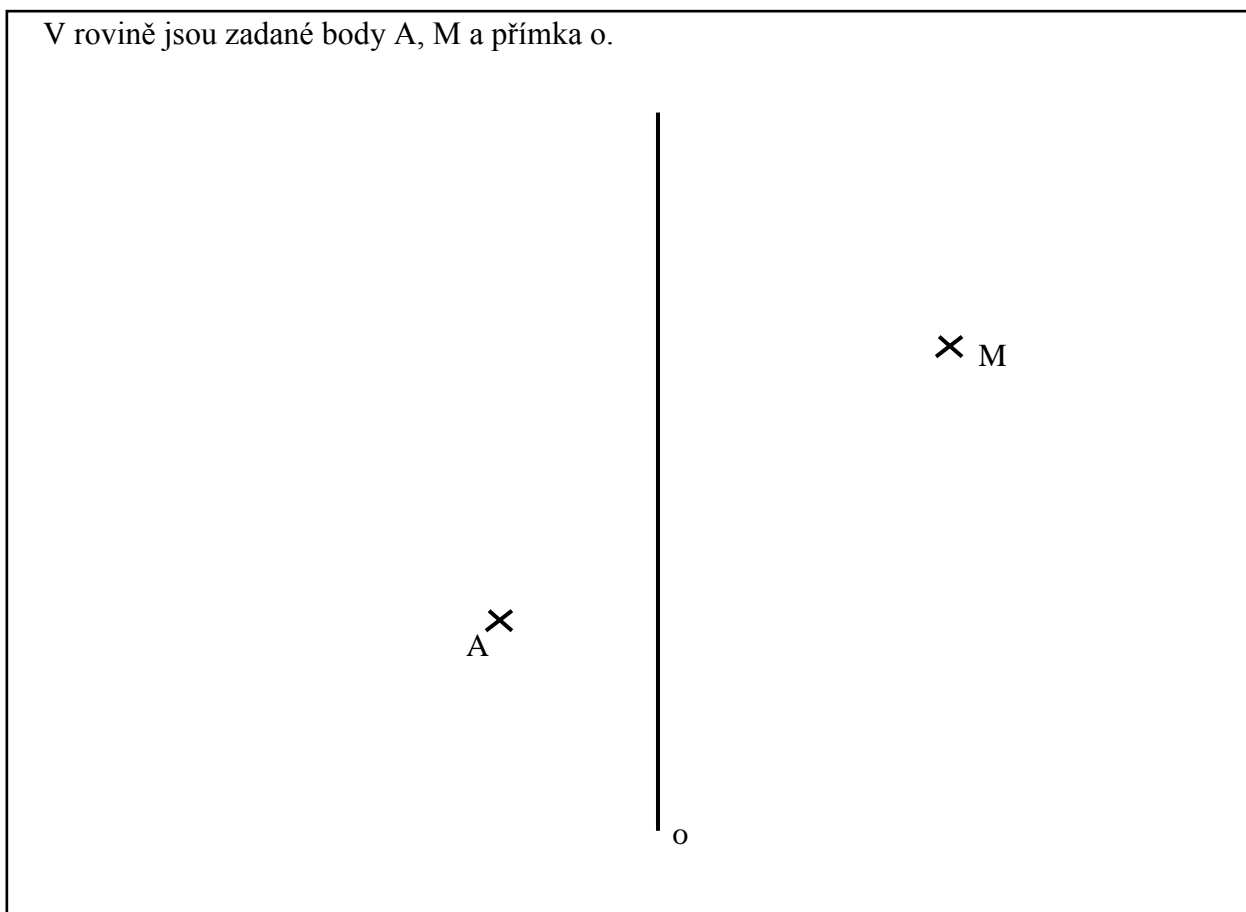
V této úloze jsem se tedy zaměřila na konstrukci rovnoramenného lichoběžníku. Lichoběžník má být zkonstruován pomocí osy lichoběžníku, výšky lichoběžníku a bodu ležícím na jednom z ramen. Jedná se tedy o konstrukci, v níž je nutné propojit více znalostí, tedy i více okruhů geometrického učiva. Zároveň však tato úloha má pouze jedno řešení.

Vzhledem k tomu, že je v úloze více oblastí učiva, je hodnocena maximálně třemi body, za menší chyby však může žák získat i dva body, nebo pouze jeden bod. Bodové ohodnocení záleží na tom, jak daleko žák konstrukci dopracoval správně. Pokud se žák řídí poměrem „jeden bod jsou dvě minuty“, měl by tuto konstrukci stihnout přibližně za šest minut. Troufám si říci, že žáci, kteří tyto oblasti učiva ovládají, stihnou konstrukci i rychleji.

V podobných úlohách je také nutné rýsovat do záznamového archu, aby žák zbytečně neplýtvал časem a stihl i další testové úlohy v časovém limitu. Jinak by musel konstrukci provést dvakrát a poté ještě výslednou konstrukci celou obtáhnout propisovací tužkou kvůli nesmazatelnosti a čitelnosti výsledku, jak je popsáno v rozboru předchozí konstrukční úlohy.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

V rovině jsou zadány body A, M a přímka o.



Obrázek č. 8 – Zadání druhé konstrukční úlohy

6 Bod A je vrchol rovnoramenného lichoběžníku ABCD.

Přímka o je osa lichoběžníku.

Výška lichoběžníku je shodná s délkou úsečky BM.

Bod M leží na straně BC.

Sestrojte vrcholy B, C a D lichoběžníku ABCD, **označte** je písmeny a lichoběžník **narýsujte**.

Pro narýsování správného řešení této úlohy je potřeba začít využitím osové souměrnosti. Musíme nejprve zobrazit bod A pomocí osy tohoto lichoběžníku. Pokud narýsujeme kolmici na osu a kolmice bude procházet bodem A, následně přeneseme vzdálenost bodu A od osy na opačnou polorovinu vyhraničenou osou, nalezneme bod B. Bod B je právě obraz bodu A v osové souměrnosti. V dalším kroku je podstatné narýsovat přímku procházející bodem B

8. VYHODNOCENÍ TESTŮ

8.1. Výsledky v rámci tříd

Postupy řešení jednotlivých úloh již byly popsány v předchozích kapitolách. V rámci mého výzkumu jsem vždy zapisovala výsledky do tabulek, kde měli učitelé přehledně sepsané získané body. V některých třídách jsem uznala za vhodnější vyznačit barevně (zeleně) úlohy, které byly zcela bez chyby. Zatímco v jiných třídách jsem spíše vyznačovala (žlutě) úlohy, které byly špatně. Záleželo vždy na tom, zda je třída slabší, nebo zdatnější v matematice a v geometrii. Jak dopadli žáci v jednotlivých třídách, rozebírám v dalších částech kapitoly.

8.1.1. Třída 1

V této třídě test zpět zaslali pouze žáci, kteří se hlásí na čtyřletý obor střední školy zakončený maturitní zkouškou. Všichni tedy budou skládat přijímací zkoušky na střední školu. Výsledky jsem zpracovala do přehledné tabulky, v níž jsou vyznačené úlohy zodpovězené zcela správně.

žák	převody jednotek	úhly	obsah, obvod	objem	konstrukce 1 - trojúhelník	konstrukce 2 - lichoběžník	celkem bodů
Žák 1	2	2	0	0	0	0	4
Žák 2	1	2	0	0	0	0	3
Žák 3	1	0	2	0	2	0	5
Žák 4	1	0	0	0	0	0	1
Žák 5	2	2	4	0	0	0	8
Žák 6	1	2	4	0	0	1	8
Žák 7	1	0	0	0	1	0	2
Žák 8	0	2	0	0	0	3	5
Žák 9	1	2	2	0	0	0	5
Žák 10	0	0	2	0	0	0	2
Žák 11	1	0	0	0	0	0	1
Žák 12	2	0	0	0	0	0	2
Žák 13	0	0	0	0	0	0	0

Tabulka č. 5 – Výsledky třídy 1

Pokud bodové výsledky těchto žáků převedeme na aritmetický průměr, získal by každý žák pouhé tři body z možných patnácti. Přesný aritmetický průměr vychází 3,3 bodů/žák.

Slovně rozepsané doporučení pro žáky bylo následující. Většina žáků by se měla začít ve volném čase intenzivněji připravovat (např. pomocí uplynulých testů a podobných cvičení). Nejvíce žáků mělo správně dopočítávání úhlů. Tuto úlohu mělo bez chyby šest žáků. Tři žáci měli správně úlohu na dopočítávání úhlů. Dva žáci měli správně úlohu na obsah a obvod. Obě konstrukce měl správně vždy jeden žák. Největším problémem byla úloha na objem. Tuto úlohu měli špatně všichni žáci. Jak lze vyčíst z tabulky, nejvyšší bodový zisk v této třídě bylo osm bodů, což je přibližně polovina možného zisku. Z výsledků této třídy usuzují, že velkým problémem je výpočet objemu a následně jsou problémem konstrukční úlohy. Ať již problémy vznikly vlivem výuky během pandemie (vlivem distanční výuky), nebo vlivem neprocvičení učiva, žáci této třídy nejsou moc dobře připraveni na přijímací zkoušku z matematiky přinejmenším v oblasti geometrie.

Pokud vyjádřím procenty, kolik žáků zodpovědělo úlohu správně, budou výsledky této třídy následující:

úloha	procenta
Převody jednotek	23 %
Úhel	46 %
Obvod, obsah	15 %
Objem	0 %
První konstrukce – pravoúhlý trojúhelník	7 %
Druhá konstrukce - lichoběžník	7 %

Tabulka č. 6 – Výsledky třídy 1 v procentech

Vzhledem k tomu, že se všichni žáci této třídy připravují na přijímací zkoušky na střední školy, tyto výsledky ukazují, že žáci nejsou zcela připraveni na přijímací zkoušky.

Mezi časté chyby této třídy patřilo:

- Převody jednotek
 - Nepřevedení všech údajů na stejné jednotky.
 - Špatný výpočet zlomků. (nedopočítán, nebo použita jedna patnáctina místo dvou patnáctin, apod.)
 - Špatně zapsaná odpověď, nebo nedopočítaná úloha.

- Úhel
 - Nebyl dopočítán úhel.
- Obvod, obsah
 - U nepravidelného čtyřúhelníku byl využit vzorec na obsah obdélníku.
 - Místo sečtení získaných stran byly od sebe odečteny obvody čtverce a trojúhelníku.
 - Výpočet obsahu zcela chyběl.
- Objem
 - Nebyl vypočítán.
 - Špatné násobení čísel, proto vznikaly chyby v desetinných čárkách.
- První konstrukce
 - Špatně umístěný pravý úhel, přestože byla jeho poloha popsána v zadání.
 - Využití osové souměrnosti místo Thaletovy kružnice.
- Druhá konstrukce
 - Nebyla narýsována.
 - Chyba ve velikosti výšky, kdy výška nebyla převedena na kolmici, ale byla vedena kolmice bodem M.

Objevil se i problém s časem, kdy žáci nestihli poslední dvě úlohy z časových důvodů. Nebo je případně vůbec neodevzdali. Velmi časté pak byly chyby z důvodu nedopočítání úlohy, špatného zápisu výsledku, nebo špatného násobení.

8.1.2. Třída 2

V této třídě test zpět zaslali pouze žáci, kteří se hlásí na čtyřletý obor střední školy zakončený maturitní zkouškou. Všichni žáci zapsaní v tabulce tedy budou skládat přijímací zkoušky na střední školu. Výsledky jsem zpracovala do přehledné tabulky, v níž jsou vyznačené úlohy zodpovězené chybně.

žák	převody jednotek	úhly	obsah, obvod	objem	konstrukce 1 - trojúhelník	konstrukce 2 - lichoběžník	celkem bodů
Žák 1	2	2	2	2	1	3	12
Žák 2	2	2	2	2	2	3	13
Žák 3	2	0	0	2	0	0	4
Žák 4	2	2	4	2	2	3	15
Žák 5	2	2	0	2	1	3	10
Žák 6	2	2	2	0	0	0	6
Žák 7	2	2	2	2	0	1	9
Žák 8	2	2	4	2	2	1	13
Žák 9	1	0	0	2	1	1	5

Tabulka č. 7 – Výsledky třídy 2

Pokud bodové výsledky těchto žáků převedeme na aritmetický průměr, získal by každý žák devět bodů z možných patnácti. Přesný aritmetický průměr vychází 9,7 bodů/žák.

Slovně rozepsané doporučení pro žáky bylo následující. Ve třídě jsou mezi žáky velké rozdíly. Většina žáků je dobře připravena na přijímací zkoušky, přesněji na geometrickou část. Nejvíce žáků dokázalo vypočítat bez chyby úlohy na převody jednotek a na objem. Tyto úlohy potrápily vždy pouze jednoho žáka. Dva žáky potrápila úloha na výpočet úhlů. V jednom případě však šlo o chybu z nepozornosti. Pět žáků mělo problém s konstrukcí lichoběžníku pomocí osy a výšky. Šest žáků mělo problém s Thaletovou kružnicí a tedy i s konstrukcí dvou pravoúhlých trojúhelníků. Největším problémem byla úloha na obsah a obvod plochy. Velice často byla správně vypočítána Pythagorova věta (bývá v každém testu), ale nakonec žáci sečetli jiné délky stran, než byly u šedé plochy. Obsah plochy, kdy od sebe dva obsahy měli odečíst, byl častým problémem. Závěrem bych dodala, že někteří žáci jsou velice dobře připraveni, jiní by ovšem měli více procvičovat, aby nemuseli spoléhat na to, že ostatní budou mít horší výsledky.

Pokud vyjádřím procenty, kolik žáků zodpovědělo úlohu správně, budou výsledky této třídy následující:

úloha	procenta
Převody jednotek	89 %
Úhel	78 %
Obvod, obsah	22 %
Objem	89 %
První konstrukce – pravoúhlý trojúhelník	33 %
Druhá konstrukce - lichoběžník	44 %

Tabulka č. 8 – Výsledky třídy 2 v procentech

Vzhledem k tomu, že se všichni žáci této třídy, kteří vyplňovali výzkumný test, připravují na přijímací zkoušky na střední školy, jejich výsledky ukazují, že jsou ve třídě žáci velmi dobře připraveni na geometrickou část přijímacích zkoušek. Zároveň jsou však ve třídě žáci, kteří na přijímací zkoušky z matematiky v oblasti geometrie příliš dobře připraveni nejsou.

Mezi časté chyby této třídy patřilo:

- Převody jednotek
 - Vynechání úlohy na převody jednotek objemu.
- Úhel
 - Nebyl dopočítaný úhel.
 - Chyby ve výpočtu (Místo 57° byl uvedený výsledek 58°).
- Obvod, obsah
 - Obsah byl počítán přes trojúhelníky, v nichž neznáme výšku (trojúhelníky vzniklé rozdělením čtyřúhelníku), místo odečtení známých tvarů.
 - U obsahu zaměněny rozměry výšky (místo 12 cm, bylo počítáno se 13 cm). Byly tedy i zaměněny strany v pravoúhlém trojúhelníku.
 - Odečten obsah pouze jednoho bílého trojúhelníku místo dvou.

- Při výpočtu obsahu byly strany správně vypočítány, ale špatně sečteny.
- Objem
 - Použití špatného vzorce. Místo vzorce na výpočet objemu byl použit vzorec na výpočet povrchu.
- První konstrukce
 - Nalezeno pouze jedno řešení.
 - Nebyla použita Thaletova kružnice.
 - Nenarýsována nebo vynechána.
- Druhá konstrukce
 - Nedodržení úhlové souměrnosti.
 - Špatně narýsována výška lichoběžníku.
 - Vynechání této úlohy.

8.1.3. Třída 3

V této třídě test zpět zaslali pouze žáci, kteří se hlásí na čtyřletý obor střední školy zakončený maturitní zkouškou. Všichni žáci zapsaní v tabulce tedy budou skládat přijímací zkoušky na střední školu. Výsledky jsem zpracovala do přehledné tabulky, v níž jsou vyznačené úlohy zodpovězené chybně.

žák	převody jednotek	úhly	obsah, obvod	objem	konstrukce 1 - trojúhelník	konstrukce 2 - lichoběžník	celkem
Žák 1	2	2	4	2	0	3	13
Žák 2	1	0	2	0	1	3	7
Žák 3	2	2	4	2	2	3	15
Žák 4	2	2	4	0	0	0	8
Žák 5	1	2	4	0	0	0	7
Žák 6	2	2	4	2	2	3	15
Žák 7	2	2	4	2	2	3	15
Žák 8	1	0	0	0	0	0	1
Žák 9	2	2	2	2	2	3	13
Žák 10	2	2	4	2	1	3	14
Žák 11	2	2	2	2	0	0	8
Žák 12	2	2	4	2	2	3	15
Žák 13	2	2	4	2	2	3	15
Žák 14	2	2	4	2	2	3	15
Žák 15	2	2	4	2	2	3	15
Žák 16	2	2	4	2	2	3	15
Žák 17	2	2	4	2	2	3	15
Žák 18	2	2	4	2	1	3	14
Žák 19	1	2	4	2	2	3	14
Žák 20	2	2	4	2	2	3	15

Tabulka č. 9 – Výsledky třídy 3

Pokud bodové výsledky těchto žáků převedeme na aritmetický průměr, získal by každý žák téměř dvanáct a půl bodu z možných patnácti. Přesný aritmetický průměr vychází 12,45 bodů/žák. Většina této třídy je tedy velmi dobře připravena na přijímací zkoušky z matematiky. Ve třídě jsou však i jedinci, kteří dostatečně připraveni nejsou.

Slovně rozepsané doporučení pro žáky bylo následující. Největší problém dělala žákům konstrukční úloha, ve které měli narýsovat pravoúhlé trojúhelníky pomocí Thaletovy kružnice. V některých případech se jednalo pouze o chyby, kdy neoznačili vrcholy. Jindy byl problém v celkovém využití Thaletovy kružnice. Celkem tato úloha dělala problém osmi žákům.

Čtyřem žákům dělala problém i poslední úloha, kdy měli zkonstruovat lichoběžník pomocí zadaných pravidel a osově souměrnosti. Úloha na objem akvária rovněž byla chybně vypracována u čtyř žáků. Stejně tak úloha na obsah a obvod byla špatně u čtyř žáků, kdy jeden žák nezvládl úlohu vůbec, tři žáci pak nezvládli pouze obsah. Dva žáci nezvládli úlohu na dopočítávání úhlů. Nejméně jedna z podúloh u převodů jednotek zradila čtyři žáky.

Myslím, že v této třídě je většina žáků velice dobře připravena na přijímací zkoušky. Najdou se zde však žáci, kteří čtou zadání velice nepozorně, nebo příliš geometrickou část matematiky nezvládají.

Jak lze vyčíst z tabulky, nejvyšší bodový zisk v této třídě bylo patnáct bodů, což je plný počet možného zisku. Bezchybně mělo tento test deset žáků, což je polovina třídy. Menší chyby nastaly u tří žáků, ti měli čtrnáct bodů. Z výsledků této třídy usuzuji, že velkým problémem jsou konstrukční úlohy. Ať již problémy vznikly vlivem výuky během pandemie (vlivem distanční výuky), nebo vlivem nepochopení učiva, většina této třídy je dobře připravena na přijímací zkoušku z matematiky přinejmenším v oblasti geometrie.

Pokud vyjádřím procenty, kolik žáků zodpovědělo úlohu správně, budou výsledky této třídy následující:

úloha	procenta
Převody jednotek	80 %
Úhel	90 %
Obvod, obsah	80 %
Objem	80 %
První konstrukce – pravoúhlý trojúhelník	60 %
Druhá konstrukce - lichoběžník	80 %

Tabulka č. 10 – Výsledky třídy 3 v procentech

Vzhledem k tomu, že se všichni žáci této třídy připravují na přijímací zkoušky na střední školy, tyto výsledky ukazují, že většina žáků je připraven na přijímací zkoušky.

Mezi časté chyby této třídy patřilo:

- Převody jednotek
 - Špatně převedené jednotky objemu. (Nebyly převedené litry na decimetry krychlové.)
 - Místo přímého výpočtu byl výpočet pomocí rovnice, která nebyla správně dopočítána ani sestavena. (převody jednotek času).
 - Vypočítané části u převodů jednotek času byly správně, ale nebyly následně sečteny, proto byla odpověď špatně.
 - V úloze na převody jednotek času nebyly časy sečteny, ale odečteny, což je špatně.
- Úhel
 - Nedopočítaná úloha.
- Obvod, obsah
 - Obsah čtyřúhelníku byl počítán jako obsah čtverce (nebo obdélníku), přestože byl čtyřúhelník nepravidelný.
 - Špatně vypočítaný obsah trojúhelníku, když byla špatně dosazena výška odpovídající dosazené straně.
 - Nedořešení úlohy.
- Objem
 - Vynechání této úlohy.
 - Odečtení centimetrů od centimetrů krychlových.
 - Špatně přečtené zadání, kdy místo vody po odpaření byl vypočítán objem odpařené vody. Úloha tedy nebyla dopočítána.
- První konstrukce
 - Špatně umístěný pravý úhel.
 - Nepoužití Thaletovy kružnice.
 - Narýsováno pouze jedno řešení.
 - Neodevzdání této úlohy.
 - Nevyužití bodů vzniklých Thaletovou kružnicí.
 - Neoznačení vrcholů ve vzniklé konstrukci. (Přestože je jejich označení připomínáno v zadání.)
 - Nenarýsovány pravoúhlé trojúhelníky, ale rovnoramenné či obecné trojúhelníky.

- Druhá konstrukce
 - Neodevzdání této úlohy.
 - Nedodržení zadání.
 - Nevyužití polohy bodu M.
 - Nedodržení délky výšky lichoběžníku.

V této třídě se často objevovaly chyby z nepozornosti, které bývají způsobeny špatným čtením zadání. Následně pak byly časté chyby záměnou vzorců a rovinných útvarů.

8.1.4. Třída 4

V této třídě test zpět zaslali jak žáci hlásící se na čtyřletý obor střední školy zakončený maturitní zkouškou, tak i žáci, kteří přijímací zkoušky vykonávat nebudou. Všichni žáci zapsaní v tabulce by přesto měli splňovat výstupy z RVP ZV, jež jsou shodné s obsahem přijímacích zkoušek. Pouze žáci 1 až 6 nakonec budou skládat přijímací zkoušky na střední školu. Tito žáci a jejich bodový zisk je zbarven světle šedou barvou. Výsledky jsem zpracovala do přehledné tabulky, v níž jsou vyznačené úlohy zodpovězené zcela správně.

žák	převody jednotek	úhly	obsah, obvod	objem	konstrukce 1 - trojúhelník	konstrukce 2 - lichoběžník	celkem bodů
Žák 1	2	0	4	1	0	0	7
Žák 2	1	0	2	0	0	0	3
Žák 3	2	0	2	0	0	0	4
Žák 4	2	0	4	1	0	0	7
Žák 5	2	2	2	2	0	0	8
Žák 6	2	2	2	0	0	0	6
Žák 7	2	0	2	0	0	0	4
Žák 8	0	0	0	0	0	0	0
Žák 9	1	0	0	0	0	0	1
Žák 10	0	0	0	0	0	0	0
Žák 11	0	0	0	0	0	0	0
Žák 12	0	0	0	0	1	0	1
Žák 13	0	2	0	0	0	0	2
Žák 14	0	0	0	0	0	0	0
Žák 15	0	0	0	0	0	0	0
Žák 16	0	0	0	0	0	0	0
Žák 17	0	0	0	0	0	0	0

Tabulka č. 11 – Výsledky třídy 4

Pokud bodové výsledky celé této třídy převedeme na aritmetický průměr, získal by každý žák dva a půl bodu. Přesný aritmetický průměr celé třídy vychází 2,53 bodu/žák. Vzhledem k tomu, že více než polovina této třídy nebude vykonávat přijímací zkoušky na střední školu, vypočítala jsem i aritmetický průměr žáků této třídy, kteří budou zkoušku vykonávat. V případě žáků vykonávajících přijímací zkoušku je aritmetický průměr téměř šest

bodů na žáka. Přesný aritmetický průměr žáků vykonávajících přijímací zkoušku vychází 5,8 bodů/žák.

Slovně rozepsané hodnocení této třídy bylo následující. Třída je v matematice slabší. Převody jednotek mělo zcela správně šest žáků. Dopočítávání úhlů měli správně tři žáci. Obsah a obvod měli vypočítané dva žáci. Objem měl správně jeden žák. Konstrukční úlohy neměl správně žádný z žáků. Ve výsledcích této třídy se většinou jednalo o vážnější chyby ve výpočtech. Pouze u pár žáků byly chyby z nepozornosti. Častěji byly chyby z důvodu, že si žáci nepamatovali postup, nebo nevěděli, jak úlohu řešit. Většina žáků by se měla začít ve volném čase intenzivněji připravovat (např. pomocí uplynulých testů a podobných cvičení). Jak lze vyčíst z tabulky, nejvyšší bodový zisk v této třídě bylo osm bodů, což je přibližně polovina možného zisku. Z výsledků této třídy usuzuji, že velkým problémem jsou konstrukční úlohy. Dalším problémem jsou úlohy na objem těles.

Ať již problémy vznikly vlivem výuky během pandemie (vlivem distanční výuky), nebo vlivem neprocvičení učiva, žáci této třídy nejsou moc dobře připraveni na přijímací zkoušku z matematiky přinejmenším v oblasti geometrie. Žáci, kteří budou vykonávat přijímací zkoušku, jsou na tom lépe, ale stále nejsou příliš dobře připraveni na přijímací zkoušku z matematiky v oblasti geometrie.

Pokud vyjádřím procenty, kolik žáků zodpovědělo úlohu správně, budou výsledky této třídy následující:

úloha	Procenta celé třídy	Procenta žáků konajících přijímací zkoušku
Převody jednotek	35 %	83 %
Úhel	18 %	33 %
Obvod, obsah	12 %	33 %
Objem	6 %	17 %
První konstrukce – pravoúhlý trojúhelník	0 %	0 %
Druhá konstrukce - lichoběžník	0 %	0 %

Tabulka č. 12 – Výsledky třídy 4 v procentech

Mezi časté chyby žáků, kteří budou vykonávat přijímací zkoušky, patřilo:

- Převody jednotek
 - Špatně napsána odpověď k úloze na výpočet objemu. Místo odpovědi „šest sklenic“ bylo napsáno „šest a dvě třetiny sklenice“.
- Úhel
 - Špatně vypočítaný úhel. (Místo 57° bylo vypočteno např. 30° .)
 - Úloha nebyla dopočítána.
- Obvod, obsah
 - Nebyl vypočítán obsah.
 - Špatně vypočítán obsah. (Rozdělení čtyřúhelníku na dva trojúhelníky s neznámou výškou.)
- Objem
 - Špatně uvedené jednotky ve výsledku. (Místo litrů byly uvedeny metry krychlové.)
 - Vypočítán objem, ale nebyl převeden na litry.
 - Úloha nebyla dopočítána.
 - Úloha byla vynechána.
- První konstrukce
 - Špatné umístění pravého úhlu.
 - Nepoužití Thaletovy kružnice.
 - Narýsováno pouze jedno řešení.
 - Nevyplnění této úlohy.
- Druhá konstrukce
 - Bod M neležel na straně BC, jak uvádí zadání.
 - Úloha nebyla odevzdaná.

Objevil se i problém s časem, kdy žáci nestihli poslední dvě úlohy z časových důvodů. Nebo je případně vůbec neodevzdali. Velmi časté pak byly chyby z důvodu nedopočítání úlohy, nebo špatného zápisu výsledku.

Mezi časté chyby žáků nevykonávajících přijímací zkoušku patřilo:

- Převody jednotek
 - Nedopočítání úlohy.
 - Místo počítání pomocí celých čísel byly minuty a hodiny převedeny na zlomek, kdy hodiny byly číselník a minuty jmenovatel.
 - Dvě patnáctiny vypočítány jako $2 \cdot 15$, což je špatně.
 - Špatně byla i zaokrouhlená odpověď místo odpovědi přesné.
 - V úloze na převod jednotek objemu byl špatně zápis i výpočet úlohy.
- Úhel
 - Špatně vypočítaný úhel.
 - Špatně odečtené úhly.
- Obvod, obsah
 - Obsah čtyřúhelníku byl špatně vypočítán z důvodu špatně použitého vzorce.
 - Úloha nebyla odevzdána.
- Objem
 - Špatně použitý vzorec na výpočet objemu kvádrů.
 - Špatně převedené jednotky. (centimetry na litry)
- První konstrukce
 - Úloha nebyla odevzdána.
 - Špatně umístěn pravý úhel.
 - Nalezeno pouze jedno řešení.
- Druhá konstrukce
 - Úloha nebyla odevzdána.
 - Nedodržení osových souměrností.
 - Nedodržení celého zadání.

Pokud porovnáme chyby u těchto dvou skupin, jsou zde menší chyby, které jsou shodné. V případě žáků, kteří nebudou vykonávat přijímací zkoušku, se však objevují vážné chyby, jež ukazují na absolutní neznalost učiva.

8.1.5. Třída 5

V této třídě test zpět zaslalo dvacet tři žáků. Žáci 1-21 se hlásí na čtyřletý obor střední školy zakončený maturitní zkouškou a budou skládat přijímací zkoušky na střední školu. Žáci 22 a 23 přijímací zkoušky skládat nebudou. Výsledky jsem zpracovala do přehledné tabulky, v níž jsou vyznačené úlohy zodpovězené chybně.

žák	převody jednotek	úhly	obsah, obvod	objem	konstrukce 1 - trojúhelník	konstrukce 2 - lichoběžník	celkem bodů
Žák 1	2	2	4	2	2	0	12
Žák 2	2	0	4	2	2	1	11
Žák 3	2	2	4	2	1	0	11
Žák 4	2	2	4	2	2	3	15
Žák 5	1	2	4	2	2	3	14
Žák 6	2	2	4	0	2	0	10
Žák 7	2	2	4	2	0	0	10
Žák 8	1	2	2	2	0	3	10
Žák 9	2	0	2	0	1	3	8
Žák 10	1	2	0	0	0	0	3
Žák 11	2	2	4	0	2	0	10
Žák 12	2	2	4	0	0	0	8
Žák 13	2	0	4	2	2	3	13
Žák 14	2	2	2	2	0	0	8
Žák 15	0	0	0	0	0	0	0
Žák 16	1	0	0	0	0	0	1
Žák 17	0	0	0	0	0	0	0
Žák 18	1	2	4	0	2	3	12
Žák 19	2	2	2	2	2	0	10
Žák 20	2	0	2	2	0	0	6
Žák 21	2	2	4	2	2	0	12
Žák 22	2	2	4	0	1	1	10
Žák 23	2	0	4	0	1	3	10

Tabulka č. 13 – Výsledky třídy 5

Pokud bodové výsledky celé třídy převedeme na aritmetický průměr, získal by každý žák téměř devět bodů z možných patnácti. Přesný aritmetický průměr vychází 8,9 bodů/žák.

Pokud převedeme na aritmetický průměr výsledky pouze žáků, kteří budou konat přijímací zkoušku na střední školy, získá každý žák průměrně necelých devět bodů.

Přesný aritmetický průměr pak vychází 8,76 bodů/žák. Je zajímavé, že je to méně, než u třídy jako celku. Poslední dva žáci sice nebudou konat přijímací zkoušky, ale jsou na ně připraveni lépe, než někteří jejich spolužáci.

Slovně rozepsané doporučení pro žáky bylo následující. Mezi žáky ve třídě jsou velké rozdíly, co se týká matematiky. Největší problém má třída s konstrukčními úlohami, druhou konstrukční úlohu nevyřešilo šestnáct žáků. První konstrukční úloha, jež obsahuje Thaletovu kružnici, dělala problém třinácti žákům. Přibližně polovina třídy pak nedokázala vyřešit úlohu na objem, ať už kvůli převodu jednotek, nebo z důvodu špatně využitého vzorce. Obsah a obvod vypočítaný pomocí Pythagorovy věty potrápil devět žáků. Osm žáků nedokázalo dopočítat úhel. V této úloze byla častá chyba, že žáci úhly 75° a 48° od sebe odčítali, místo aby je sečetli. Sedm žáků pak mělo problém s úlohami na převody jednotek. Častou chybou v úlohách na převody jednotek byla špatná forma odpovědi.

Z tabulky lze dále vyčíst, že nejvyšší bodový zisk bylo patnáct bodů, což je plný počet. Nejméně však bylo nula bodů. Mezi žáky jsou tedy obrovské rozdíly. Z výsledků této třídy usuzují, že velkým problémem jsou konstrukční úlohy. Ať již problém vznikl vlivem výuky během pandemie (vlivem distanční výuky), nebo vlivem neprocvičení učiva, někteří žáci nejsou dostatečně připraveni na přijímací zkoušky. Jiní žáci však jsou velmi dobře připraveni na geometrickou část přijímací zkoušky.

Pokud vyjádřím procenty, kolik žáků zodpovědělo úlohu správně, budou výsledky této třídy následující:

úloha	procenta
Převody jednotek	70 %
Úhel	65 %
Obvod, obsah	61 %
Objem	52 %
První konstrukce – pravoúhlý trojúhelník	44 %
Druhá konstrukce - lichoběžník	31 %

Tabulka č. 14 – Výsledky třídy 5 v procentech

Mezi časté chyby této třídy patřilo:

- Převody jednotek
 - Špatná forma odpovědi. (Místo šest sklenic byla odpověď 6,7 sklenic.)
 - Přičtení pouze jedné patnáctiny.
 - Odpověď ve špatném tvaru.
 - Špatně vypočítané patnáctiny.
- Úhel
 - Úloha nebyla odevzdána.
 - Místo 57° byla uvedena odpověď 67° .
 - Špatně odečtené úhly.
 - Odečtení úhlů místo sečtení úhlů.
- Obvod, obsah
 - Pro získání obsahu byl odečten od obsahu čtverce pouze jeden trojúhelník místo dvou trojúhelníků.
 - Výpočet přes obsah dvou trojúhelníků neznámé výšky.
 - Špatně sečtené strany čtyřúhelníku.
 - Chybně dosazené strany do Pythagorovy věty.
 - Čtyřúhelník byl označený jako lichoběžník, proto byl špatně zvolený vzoreček.
- Objem
 - Špatně převedené jednotky, nebo nepřevedené jednotky.
 - Místo vzorce na objem byl použit vzorec na povrch kváдру.
 - Neodečtena odpařená voda.
 - Úloha nebyla odevzdaná.
 - Odpověď ve špatných jednotkách.
- První konstrukce
 - Pouze jedno řešení.
 - Využití pouze jednoho bodu vzniklého Thaletovou kružnicí.
 - Tato úloha nebyla odevzdána.
 - Nevyužití Thaletovy kružnice, tedy špatná konstrukce.

- Špatné umístění pravého úhlu.
 - Špatně označené body. (V řešení byl dvakrát vrchol C bez indexu.)
- Druhá konstrukce
- Nevyužití osově souměrnosti.
 - Narýsován pravoúhlý lichoběžník místo rovnoramenného.
 - Špatně narýsována výška lichoběžníku.
 - Tato úloha nebyla odevzdána.

Vzhledem k tomu, že žáci, kteří nejdou k přijímacím zkouškám, měli lepší výsledky, než někteří jejich spolužáci a měli shodné chyby s již zmíněnými, nebudu tyto žáky uvádět zvlášť.

8.1.6. Třída 6

V této třídě test zpět zaslali pouze žáci, kteří se hlásí na čtyřletý obor střední školy zakončený maturitní zkouškou. Všichni žáci zapsaní v tabulce tedy budou skládat přijímací zkoušky na střední školu. Výsledky jsem zpracovala do přehledné tabulky, v níž jsou vyznačené úlohy zodpovězené chybně.

žák	převody jednotek	úhly	obsah, obvod	objem	konstrukce 1 - trojúhelník	konstrukce 2 - lichoběžník	celkem bodů
Žák 1	1	2	4	2	0	0	9
Žák 2	2	0	4	2	2	3	13
Žák 3	1	0	0	0	1	0	2
Žák 4	1	2	0	2	0	0	5
Žák 5	2	0	2	0	0	2	6
Žák 6	1	2	4	2	0	0	9
Žák 7	2	0	4	2	1	3	12
Žák 8	2	0	4	0	0	3	9
Žák 9	2	2	4	0	2	3	13
Žák 10	1	2	2	2	0	1	8
Žák 11	1	0	2	2	0	2	7
Žák 12	0	0	2	0	0	0	2
Žák 13	1	0	4	2	0	0	7
Žák 14	1	2	2	0	0	0	5
Žák 15	2	2	2	0	1	3	10
Žák 16	2	2	2	2	0	1	9
Žák 17	1	0	2	2	1	1	7
Žák 18	1	0	2	2	1	0	6
Žák 19	2	0	2	2	0	0	6
Žák 20	1	2	0	0	1	0	4
Žák 21	2	0	2	2	1	1	8
Žák 22	1	0	4	2	1	3	11
Žák 23	2	0	2	0	0	0	4

Tabulka č. 15 – Výsledky třídy 6

Pokud bodové výsledky těchto žáků převedeme na aritmetický průměr, získal by každý žák sedm a půl bodu z možných patnácti, tedy přesnou polovinu. Přesný aritmetický průměr vychází 7,5 bodů/žák.

Slovně rozepsané doporučení pro žáky bylo následující. Ve třídě jsou mezi žáky velké rozdíly, někteří získali třináct bodů z patnácti, jiní však pouze dva body. Nikdo však nezískal

nula bodů. V této třídě byly největším problémem konstrukční úlohy. První konstrukce potrápila dvacet jedna žáků, druhá konstrukční úloha byla špatně u sedmnácti žáků. Poté byl problém zejména s výpočtem obsahu složeného tvaru, chybu v této úloze mělo patnáct žáků, z toho tři měli špatně i obvod. Čtrnáct žáků mělo špatně úlohu na výpočet úhlu. Třináct žáků mělo špatně minimálně jednu úlohu na převody jednotek. Jeden žák pak nezvládl ani jednu úlohu na převody jednotek. V této úloze byl častý problém ve čtení zadání, kdy žáci místo 6 celých sklenic odpovídali 6,7 sklenic a podobně. Devět žáků pak mělo problém s výpočtem objemu, kdy většinou zvolili vzoreček na výpočet povrchu, místo zmíněného objemu.

Pokud vyjádřím procenty, kolik žáků zodpovědělo úlohu správně, budou výsledky této třídy následující:

úloha	procenta
Převody jednotek	43 %
Úhel	39 %
Obvod, obsah	35 %
Objem	61 %
První konstrukce – pravoúhlý trojúhelník	9 %
Druhá konstrukce - lichoběžník	26 %

Tabulka č. 16 – Výsledky třídy 6 v procentech

Vzhledem k tomu, že se všichni žáci této třídy připravují na přijímací zkoušky na střední školy, tyto výsledky ukazují, že žáci nejsou zcela připraveni na přijímací zkoušky.

Mezi časté chyby této třídy patřilo:

- Převody jednotek
 - Špatně zapsaná odpověď. (Sedm necelých sklenic nelze uznat.)
 - Úloha nebyla zodpovězena.
- Úhel
 - Špatné výpočty u úhlů.
 - Úhel podél přímky nebyl počítán jako 180°.
 - Vedlejší úhly od sebe byly odečteny, místo aby byly sečteny.

- Obvod, obsah
 - Úloha nebyla zodpovězena.
 - Špatně vypočítán obsah plochy. (Výpočet přes dva trojúhelníky místo přes čtverec.)
 - Místo odečtení dvou obsahů byly mezi sebou vynásobeny všechny strany.
 - Pro výpočet nebyla použita Pythagorova věta, proto nebyly zjištěny všechny strany čtyřúhelníku.
- Objem
 - Odpověď ve formě špatných jednotek.
 - Nebyl odečten úbytek objemu.
 - Využit vzoreček na povrch místo na objem.
 - Vypočítán původní objem místo objemu po odpaření vody.
 - Úloha nebyla odevzdána.
- První konstrukce
 - Špatně označené vrcholy. (Nebyly označeny vrcholy C_1 a C_2 .)
 - Špatně umístěný pravý úhel.
 - Nevyužita Thaletova kružnice.
- Druhá konstrukce
 - Nebyl v konstrukci použit bod M, tedy nebylo dodrženo zadání.
 - Úloha nebyla odevzdána.
 - Nedodržení osových souměrností.
 - Špatně narýsovaná výška lichoběžníku.
 - Špatně označené vrcholy.

Velmi časté byly chyby z důvodu nedopočítání úlohy, špatného zápisu výsledku, nebo špatného násobení. Z výsledků testů vyplývá, že většina žáků této třídy není připravena na přijímací zkoušky z matematiky v oblasti geometrie.

8.1.7. Třída 7

V této třídě test zpět zaslali žáci, kteří se hlásí na čtyřletý obor střední školy zakončený maturitní zkouškou, ale i žáci, kteří přijímací zkoušky konat nebudou. Žáci zapsaní v tabulce pod čísly 1-8 budou skládat přijímací zkoušky na střední školu. Ostatní žáci přijímací zkoušky skládat nebudou. Výsledky jsem zpracovala do přehledné tabulky, v níž jsou vyznačené úlohy zodpovězené zcela správně.

žák	převody jednotek	úhly	obsah, obvod	objem	konstrukce 1 - trojúhelník	konstrukce 2 - lichoběžník	celkem bodů
Žák 1	0	2	4	2	0	0	8
Žák 2	1	0	0	0	0	0	1
Žák 3	0	0	0	0	0	0	0
Žák 4	1	2	4	0	0	3	10
Žák 5	0	0	0	0	0	0	0
Žák 6	0	0	0	0	0	0	0
Žák 7	1	2	0	0	0	0	3
Žák 8	1	2	0	0	0	0	3
Žák 9	0	0	0	0	0	0	0
Žák 10	2	2	0	0	0	0	4
Žák 11	0	0	0	0	1	0	1
Žák 12	2	0	2	0	0	0	4
Žák 13	0	0	0	0	0	0	0
Žák 14	0	0	0	0	0	0	0
Žák 15	1	0	2	0	0	0	3
Žák 16	0	0	0	0	0	0	0
Žák 17	0	0	0	0	1	0	1
Žák 18	0	0	0	0	0	0	0
Žák 19	0	0	0	0	0	0	0
Žák 20	1	0	2	2	0	1	6
Žák 21	0	0	0	0	0	0	0
Žák 22	1	0	2	0	0	0	3

Tabulka č. 17 – Výsledky třídy 7

Pokud bodové výsledky těchto žáků převedeme na aritmetický průměr, získal by každý žák pouze dva body z možných patnácti. Přesný aritmetický průměr vychází 2,1 bodů/žák. V případě žáků, kteří se chystají na přijímací zkoušky na střední školy je aritmetický průměr 3,1 bodu/žák. To stále není mnoho. Již z tohoto zjištění je vidět, že tato třída jako celek

na přijímací zkoušky připravena není. V tabulce pak vidíme, že mezi žáky třídy jsou velké rozdíly. Nejvyšší bodový zisk je deset bodů, téměř polovina třídy má pak nula bodů.

Slovně rozepsané doporučení pro žáky bylo následující. Jako celek je třída velice slabá v matematice. Nejvíce žáků vypočítalo správně úlohu na dopočítávání úhlů, což bylo pět žáků. Vždy dva žáci vypočítali správně převody jednotek, úlohu na obsah a obvod a úlohu na objem. Pouze jeden žák měl správně konstrukci lichoběžníku. Nikdo nedokázal správně narýsovat konstrukci pravoúhlých trojúhelníků pomocí Thaletovy věty.

Co se týká žáků chystajících se na přijímací zkoušku, měli by se začít ve volném čase intenzivněji připravovat (např. pomocí uplynulých testů a podobných cvičení). Z výsledků této třídy usuzují, že jsou problémem konstrukční úlohy. Žáci této třídy nejsou moc dobře připraveni na přijímací zkoušku z matematiky přinejmenším v oblasti geometrie.

Pokud vyjádřím procenty, kolik žáků zodpovědělo úlohu správně, budou výsledky této třídy následující:

úloha	Procenta – celá třída	Procenta – žáci konající přijímací zkoušku
Převody jednotek	9 %	0 %
Úhel	23 %	50 %
Obvod, obsah	9 %	25 %
Objem	9 %	12,5 %
První konstrukce – pravoúhlý trojúhelník	0 %	0 %
Druhá konstrukce - lichoběžník	4,5 %	12,5 %

Tabulka č. 18 – Výsledky třídy 7 v procentech

Vzhledem k tomu, že se pouze část této třídy připravuje na přijímací zkoušky, vyhodnotila jsem procenty celou třídu a poté i pouze žáky vykonávající přijímací zkoušku. Z těchto procent můžeme vidět, že tato třída není připravena na přijímací zkoušky.

Dovolím si zcela zanedbat žáky, kteří nejdou k přijímacím zkouškám už proto, že velká část z nich má nulu, nebo velmi málo bodů a budu se věnovat žákům přihlášeným k přijímací zkoušce. Mezi časté chyby žáků přihlášených k přijímacím zkouškám patřilo:

- Převody jednotek
 - Přičtena pouze jedna patnáctina místo dvou patnáctin.
 - Počítáno s jedním litrem místo se dvěma litry.
 - Úloha nebyla dopočítána.
 - Odečtení časů místo jejich sečtení.
 - Špatná forma odpovědi.
- Úhel
 - Úloha nebyla odevzdána.
- Obvod, obsah
 - Úloha nebyla odevzdána.
- Objem
 - Úloha nebyla odevzdána.
 - Použit vzorec na povrch místo vzorce na objem.
 - Špatně uvedené jednotky.
- První konstrukce
 - Špatné umístění pravého úhlu.
 - Nevyužití Thaletovy kružnice.
- Druhá konstrukce
 - Úloha nebyla odevzdána.

Objevil se i problém s časem, kdy žáci nestihli poslední dvě úlohy z časových důvodů. V této třídě se často stávalo, že žáci úlohy vůbec neodevzdali. Velmi časté pak byly chyby z důvodu nedopočítání úlohy, špatného zápisu výsledku, nebo špatného násobení.

8.2. Porovnání tříd mezi sebou

Pro porovnání tříd mezi sebou jsem vypsala aritmetické průměry žáků konajících přijímací zkoušky na střední školu do následující tabulky.

škola	průměr
Třída 1	3,3
Třída 2	9,7
Třída 3	12,45
Třída 4	5,8
Třída 5	8,76
Třída 6	7,5
Třída 7	3,1

Tabulka č. 19 – Aritmetické průměry tříd

Z této tabulky lze vyčíst, jaký byl průměrný bodový zisk žáků v jednotlivých třídách. Zároveň je vidět, že některé třídy jsou v matematice velmi slabé. Zatímco jiná třída velmi zřetelně převyšuje ostatní.

Pokud se zaměříme na nejčastější chyby jednotlivých tříd, bývají tyto chyby velmi podobné. Ve všech třídách pak byly největší problémy s konstrukčními úlohami. Pro vyhodnocení, proč jsou konstrukční úlohy největším problémem, by byl potřebný další obsáhlý výzkum. V tuto chvíli by takové konstatování byla spekulace. Pokud však mám napsat vlastní názor, pak jedním z možných vysvětlení je, že konstrukční úlohy bývají málo procvičované. Některé školy mají konstrukce jednu hodinu týdně celý rok, jiné školy pak mají měsíc, kdy se celý měsíc probírají pouze konstrukční úlohy pro odpovídající ročník. Tak jako tak by na konstrukční úlohy vycházelo zhruba 38 hodin. Během takového časového úseku není možné zafixovat učivo z geometrických úloh.

Druhé možné vysvětlení je, dle mého názoru, že žáci vykonávající přijímací zkoušky v tomto roce často měli méně hodin zaměřených na konstrukční úlohy, jelikož tento ročník žáků devátých tříd je již více než rok na distanční online výuce. Učitelé se pak velmi často neodvažují vyučovat konstrukční úlohy online. Některé školy pak záměrně během této formy výuky konstrukční úlohy odsouvají do dalšího školního roku.

Druhým velmi častým problémem pro třídy byl výpočet objemu. V tomto případě byl zvolen výpočet objemu kvádrů. Časté chyby byly v záměně vzorců, kdy místo objemu žáci počítali povrch. Další častá chyba pak bylo nepřevedení jednotek tak, aby všechny údaje měly stejné jednotky. Případně pak bylo častou chybou neodečtení úbytku od původního objemu, nebo od původní výšky kvádrů.

Jak jsem již zmiňovala, přestože byly mezi žáky jednotlivých tříd velké rozdíly, nejčastější chyby tříd bývaly velmi podobné.

8.3. Reakce učitelů

Vzhledem k tomu, že jsem nakonec komunikovala se sedmi učiteli, dávala jsem o to podrobnější zpětnou vazbu. Někteří učitelé mi následně zaslali odpovědi, které si anonymizované dovoluji vložit i sem. Z odpovědí je možné vyčíst, že i po jednom testu jsem dokázala určit, jaké jsou znalosti žáků. Dále jsem pomocí těchto testů opravdu dokázala určit, zda jsou žáci dostatečně připraveni na přijímací zkoušky na střední školu. Přinejmenším jsem tento fakt byla schopna určit obdobně, jako samotní vyučující těchto žáků.

Reakce na vyhodnocení od vyučující č. 1:

Dobrý večer,

děkuji za zpětnou vazbu, teď jsem na to koukala a hodnocení odpovídá studijním výsledkům žáků.

Bohužel jak jsem psala již dříve, tak to není studijní třída. Zápasím s nimi od páté třídy, jsou ke všemu laxní a donutit je k zamyšlení a práci je velmi složité. Když se mi podařilo je na konci sedmé třídy zlomit a začali spolupracovat, tak přišel v osmé třídě covid. Jejich pracovní návyky se tak rychle vrátili na bod mrazu a teď v devítce je to ještě horší. Tak 9 žáků se snaží, ale i pro ně je už toto období náročné.

Myslím si, že ani Vy nemáte lehkou úlohu, protože Vaše práce bude vzhledem ke covidu zkreslená. Zrovna geometrie se totiž distančně učí snad nejhůře. Nebo tedy aspoň mě se učila špatně.

S pozdravem XXX

Reakce vyučující č. 2

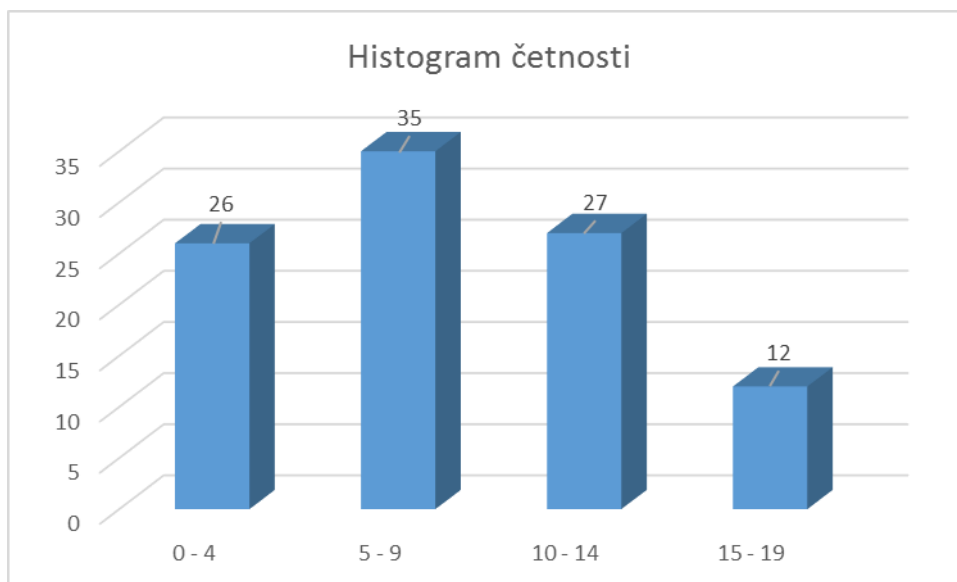
Dobrý den,

děkuji za výsledky a jejich přehledné zpracování. Vyšlo to přesně tak, jak to vidím i já.

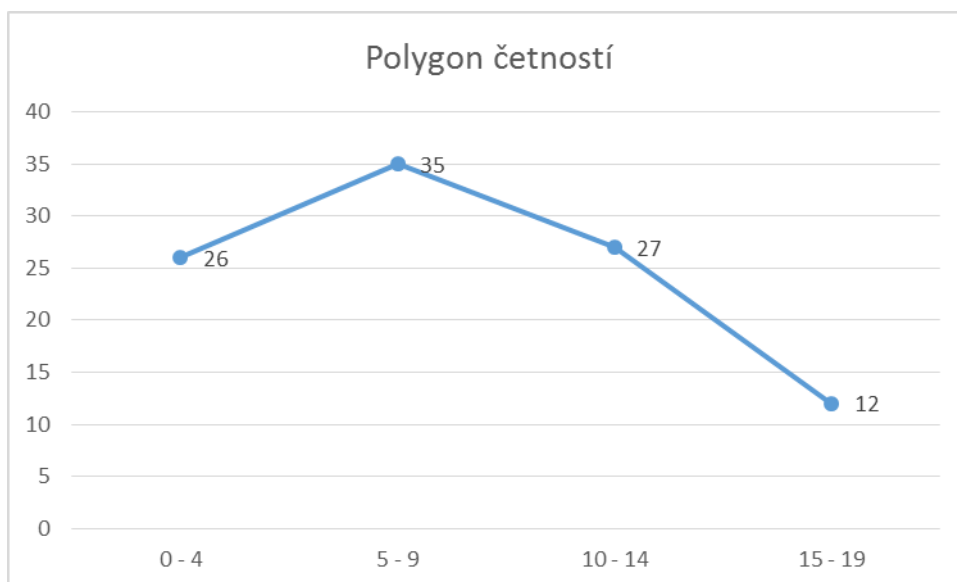
S pozdravem XXX

9. STATISTICKÉ VÝSLEDKY

Dle výsledků žáků, kteří se chystají na přijímací zkoušky na střední školu, jsem vytvořila následující grafy, v nichž je vidět, jak často získali žáci určité množství bodů a jaká je tedy i jejich bodová konkurence.



Obrázek č. 10 – Histogram četnosti bodových výsledků



Obrázek č. 11 – Polygon četností bodových výsledků

Z těchto dvou grafů můžeme vyčíst, jak často se objevuje bodové rozpětí popsané na vodorovné ose. Tato rozmezí jsem určila proto, že v testech přijímacích zkoušek je velká

konkurence, proto je ztráta bodů větší než jedna třetina již v geometrické části mnoho. Dle tohoto počtu jsou tedy dobře připraveni na přijímací zkoušky žáci, kteří napsali přijímací zkoušky na deset a více bodů. V tomto případě je to přibližně polovina zkoumaných žáků, jež se chystají na přijímací zkoušky.



Obrázek č. 12 – Graf četnosti bodových výsledků

V tomto grafu jsou pak zaznamenány počty žáků, kteří získali jeden určitý bodový výsledek. Z grafu můžeme vyčíst, že plný počet bodů získalo dvanáct žáků, zatímco nulu získalo šest žáků chystajících se na přijímací zkoušky. Zároveň lze vyčíst, že počet žáků u nejnižších bodových zisků je velmi vyvážený, zatímco u vysokých bodových zisků tento počet velmi kolísá.

10. ZÁVĚRY Z VÝZKUMU

Závěry z mého výzkumu jsou následující. Žáci často chybují ve formulaci odpovědi. Pro žáky jsou největším problémem z oblasti geometrie konstrukční úlohy. Z jakého důvodu tomu tak je by bylo potřeba dále zkoumat.

Z tohoto výzkumu však vyplývá, že jen polovina dotazovaných žáků, kteří se chystají na přijímací zkoušky na střední školy, má reálnou šanci se na střední školu zakončenou maturitní zkouškou dostat. Přinejmenším z geometrické části učiva matematiky je přibližně polovina dotazovaných žáků nepřipravena. Samozřejmě, je zde možnost, že budou na střední školu přijati. A to v případě, kdy ostatní uchazeči budou mít horší výsledky než samotní dotazovaní žáci.

Závěrem bych tedy dodala, že přestože se jednalo o žáky, jež byli více než rok odkázáni na online výuku z důvodu pandemie, mnoho z nich je velmi dobře připraveno na přijímací zkoušky na střední školy v oblasti geometrie. Mezi žáky jsou však velké rozdíly. Mé výsledky se mi během výzkumu velmi často potvrdily zejména v tom ohledu, že i tento jediný test dopadl tak, jak vyučující jednotlivých žáků očekávali. Tedy dle těchto vyučujících jsou výsledky testů shodné s reálnými znalostmi žáků.

11. ZÁVĚR

Hlavním cílem této diplomové práce bylo zjistit, zda jsou žáci dostatečně připraveni na geometrickou část přijímacího testu na střední školu z matematiky. Kvůli komplexnosti této práce jsem se nejdříve zabývala výstupy z RVP ZV. Znovu jsem ověřila, zda úlohy v testech přijímacích zkoušek na čtyřleté obory středních škol zakončených maturitou odpovídají výstupům ve zmíněném RVP ZV. Dle tohoto porovnání všechny úlohy odpovídají výstupům RVP ZV, přestože se začínají objevovat úlohy se složitějšími tělesy.

Následně jsem se zabývala sestavením vlastního testu, jehož obsah odpovídá nejčastějším geometrickým tématům objevujícím se v úlohách. Tento test byl zadán žákům devátých ročníků sedmi tříd, které byly ochotné se i v online režimu způsobeném epidemiologickou situací zapojit do testování. Každá třída dostala zpětnou vazbu na jejich testy a to pro třídu jako celek i pro každého žáka zvlášť. Testování mělo probíhat již v roce 2020, ale kvůli právě počínající pandemii způsobené nemocí COVID-19 proběhlo nakonec až na přelomu března a dubna roku 2021.

Testování dopadlo v jednotlivých třídách velice rozmanitě. Zatímco ve dvou třídách byli žáci velmi slabí v matematice a zejména v geometrii, v jiných třídách byli žáci velice dobře připraveni. Pokud porovnááme třídy jako celek, tedy aritmetickým průměrem, jsou i třídy, které měly průměr na žáka pouhé tři body, zatímco jiná třída měla průměr dvanáct a půl bodu na žáka. Mezi třídami jsou tedy velké rozdíly. Vzhledem k tomu, že ne všichni žáci jednotlivých tříd se hlásí na přijímací zkoušky, započítala jsem do těchto průměrů pouze žáky hlásící se na obory s maturitou.

Velké rozdíly jsou i v rámci jednotlivých tříd, kdy jsou v jedné třídě i žáci téměř bez bodu, zatímco jiný žák má i více než deset bodů.

Po vyhodnocení četností jednotlivých bodových zisků jsem zjistila, že polovina dotazovaných žáků, kteří se chystají vykonat přijímací zkoušku na střední školu, je připravena na geometrickou část matematického testu. Zatímco zbývající polovina žáků dostatečně připravena není. Zjištění, jaké jsou příčiny nepřipravenosti takového počtu žáků, by vydalo na další výzkum.

Faktem však stále zůstává, že nejvíce žáků chybovalo v konstrukčních úlohách. V tomto testu byly zařazeny dvě konstrukční úlohy a obě byly pro žáky nejvíce problematické. Jaké jsou příčiny, by opět vydalo na další výzkum.

V závěru uvádím odpovědi na mé výzkumné otázky. Po tomto výzkumu mohu odpovědět, že opravdu největším problémem v geometrických úlohách jsou konstrukční úlohy. Na druhou otázku pak mohu odpovědět, že všichni žáci nejsou dostatečně připraveni na přijímací zkoušky na střední školy. Přestože by tomu tak mělo být, když žáci splní výstupy RVP ZV, rozhodně všichni žáci neovládají učivo z geometrické části natolik, aby byli dostatečně připraveni na přijímací zkoušky. Dokonce ani všichni žáci, kteří se chystají na přijímací zkoušku, nejsou na geometrickou část tohoto testu dostatečně připraveni. Jak vyplynulo z výzkumu, připravena je polovina žáků, jež budou přijímací zkoušku opravdu absolvovat.

SEZNAM ZKRATEK

CERMAT...Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání

MŠMT ... Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy České republiky

RVP ZV.... Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

ŠVP.... Školní vzdělávací program

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek č. 1 – Zadání úlohy na dopočítání úhlů

(Zdroj: vlastní zpracování na základě analýzy testů přijímacích zkoušek z matematiky)

Obrázek č. 2 – Řešení úlohy na dopočítávání úhlů

(Zdroj: vlastní zpracování)

Obrázek č. 3 – Zadání úlohy na obsah a obvod

(Zdroj: vlastní zpracování na základě analýzy testů přijímacích zkoušek z matematiky)

Obrázek č. 4 – Řešení úlohy na výpočet obsahu a obvodu

(Zdroj: vlastní zpracování)

Obrázek č. 5 – Zadání úlohy na výpočet objemu

(Zdroj: vlastní zpracování na základě analýzy testů přijímacích zkoušek z matematiky)

Obrázek č. 6 – Zadání první konstrukční úlohy

(Zdroj: vlastní zpracování na základě analýzy testů přijímacích zkoušek z matematiky)

Obrázek č. 7 – Řešení první konstrukční úlohy

(Zdroj: vlastní zpracování)

Obrázek č. 8 – Zadání druhé konstrukční úlohy

(Zdroj: vlastní zpracování na základě analýzy testů přijímacích zkoušek z matematiky)

Obrázek č. 9 – Řešení druhé konstrukční úlohy

(Zdroj: vlastní zpracování)

Obrázek č. 10 – Histogram četnosti bodových výsledků

(Zdroj: vlastní zpracování na základě vlastního výzkumu)

Obrázek č. 11 – Polygon četnosti bodových výsledků

(Zdroj: vlastní zpracování na základě vlastního výzkumu)

Obrázek č. 12 – Graf četnosti bodových výsledků

(Zdroj: vlastní zpracování na základě vlastního výzkumu)

SEZNAM ZDROJŮ

Informace o státních přijímacích zkouškách CERMAT: Základní informace o státních PZ. *SCIO* [online]. Praha, c2021 [cit. 2021-03-01]. Dostupné z: <https://www.scio.cz/prijimaci-zkousky-na-ss/informace-o-prijimacich-zkouskach>

Jednotná přijímací zkouška 2021. *CERMAT* [online]. Praha, c2019 [cit. 2021-03-01]. Dostupné z: <https://prijimacky.ceremat.cz/menu/jednotna-prijimaci-zkouska>

Matematika. *Státní přijímačky* [online]. Praha: Nový Amos, c2014-2019 [cit. 2021-03-01]. Dostupné z: <https://www.statniprijimacky.cz/matematika>

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: MŠMT, 2017.[cit. 20. 2. 2021]. Dostupné z WWW:< <http://www.msmt.cz/file/43792/>>.

Specifikace požadavků k jednotné přijímací zkoušce - Jednotná přijímací zkouška 2021. *CERMAT* [online]. Praha, c2019 [cit. 2021-04-10]. Dostupné z: https://prijimacky.ceremat.cz/files/files/dokumenty/specifikace-pozadavku/JP17_Specifikace_pozadavku-MA.pdf

VOJTĚCHOVÁ, Petra. *Výstupy z geometrie po druhém stupni*. Olomouc, 2019. Bakalářská práce. Univerzita Palackého v Olomouci, Pedagogická fakulta, Katedra matematiky. Vedoucí práce Nocar David.

Zadání ilustračního testu z matematiky k přijímacím zkouškám 2017. In: *Státní přijímačky* [online]. Praha: Nový Amos, c2014-2021 [cit. 2021-04-15]. Dostupné z: <https://www.statniprijimacky.cz/wp-content/uploads/2016/08/statni-prijimacky-ilustracni-test-matematika-2017.pdf>

Zadání ostrého testu z matematiky k přijímacím zkouškám 2017 1. náhradní termín. In: *Státní přijímačky*[online]. Praha: Nový Amos, c2014-2021 [cit. 2021-04-15]. Dostupné z: <https://www.statniprijimacky.cz/wp-content/uploads/2016/08/statni-prijimacky-matematika-test-zadani-2017-1-nahradni-termin-ctyrlete-obory.pdf>

Zadání ostrého testu z matematiky k přijímacím zkouškám 2017 1. termín. In: *Státní přijímačky* [online]. Praha: Nový Amos, c2014-2021 [cit. 2021-04-15]. Dostupné z: <https://www.statniprijimacky.cz/wp-content/uploads/2016/08/statni-prijimacky-matematika-test-zadani-2017-1-radny-termin-ctyrlete-obory.pdf>

Zadání ostrého testu z matematiky k přijímacím zkouškám 2017 2. náhradní termín. In: *Státní přijímačky* [online]. Praha: Nový Amos, c2014-2021 [cit. 2021-04-15]. Dostupné z: <https://www.statniprijimacky.cz/wp-content/uploads/2016/08/statni-prijimacky-matematika-test-zadani-2017-2-nahradni-termin-ctyrlete-obory.pdf>

Zadání ostrého testu z matematiky k přijímacím zkouškám 2017 2. termín. In: *Státní přijímačky* [online]. Praha: Nový Amos, c2014-2021 [cit. 2021-04-15]. Dostupné z: <https://www.statniprijimacky.cz/wp-content/uploads/2016/08/statni-prijimacky-matematika-test-zadani-2017-2-radny-termin-ctyrlete-obory.pdf>

Zadání ostrého testu z matematiky k přijímacím zkouškám 2018 1. náhradní termín. In: *Státní přijímačky* [online]. Praha: Nový Amos, c2014-2021 [cit. 2021-04-15]. Dostupné z: <https://www.statniprijimacky.cz/wp-content/uploads/2017/08/statni-prijimacky-matematika-test-zadani-2018-1-nahradni-termin-ctyrlete-obory.pdf>

Zadání ostrého testu z matematiky k přijímacím zkouškám 2018 1. termín. In: *Státní přijímačky* [online]. Praha: Nový Amos, c2014-2021 [cit. 2021-04-15]. Dostupné z: <https://www.statniprijimacky.cz/wp-content/uploads/2017/08/statni-prijimacky-matematika-test-zadani-2018-1-radny-termin-ctyrlete-obory.pdf>

Zadání ostrého testu z matematiky k přijímacím zkouškám 2018 2. náhradní termín. In: *Státní přijímačky* [online]. Praha: Nový Amos, c2014-2021 [cit. 2021-04-15]. Dostupné z: <https://www.statniprijimacky.cz/wp-content/uploads/2017/08/statni-prijimacky-matematika-test-zadani-2018-2-nahradni-termin-ctyrlete-obory.pdf>

Zadání ostrého testu z matematiky k přijímacím zkouškám 2018 2. termín. In: *Státní přijímačky* [online]. Praha: Nový Amos, c2014-2021 [cit. 2021-04-15]. Dostupné z: <https://www.statniprijimacky.cz/wp-content/uploads/2017/08/statni-prijimacky-matematika-test-zadani-2018-2-radny-termin-ctyrlete-obory.pdf>

Zadání ostrého testu z matematiky k přijímacím zkouškám 2019 1. náhradní termín. In: *Státní přijímačky* [online]. Praha: Nový Amos, c2014-2021 [cit. 2021-04-15]. Dostupné z: <https://www.statniprijimacky.cz/wp-content/uploads/2018/09/statni-prijimacky-matematika-test-zadani-2019-1-nahradni-termin-ctyrlete-obory.pdf>

Zadání ostrého testu z matematiky k přijímacím zkouškám 2019 1. termín. In: *Státní přijímačky* [online]. Praha: Nový Amos, c2014-2021 [cit. 2021-04-15]. Dostupné z: <https://www.statniprijimacky.cz/wp-content/uploads/2017/08/statni-prijimacky-matematika-test-zadani-2019-1-radny-termin-ctyrlete-obory.pdf>

Zadání ostrého testu z matematiky k přijímacím zkouškám 2019 2. náhradní termín. In: *Státní přijímačky* [online]. Praha: Nový Amos, c2014-2021 [cit. 2021-04-15]. Dostupné z: <https://www.statniprijimacky.cz/wp-content/uploads/2018/09/statni-prijimacky-matematika-test-zadani-2019-2-nahradni-termin-ctyrlete-obory.pdf>

Zadání ostrého testu z matematiky k přijímacím zkouškám 2019 2. termín. In: *Státní přijímačky* [online]. Praha: Nový Amos, c2014-2021 [cit. 2021-04-15]. Dostupné z: <https://www.statniprijimacky.cz/wp-content/uploads/2018/09/statni-prijimacky-matematika-test-zadani-2019-2-radny-termin-ctyrlete-obory.pdf>

Zadání ostrého testu z matematiky k přijímacím zkouškám 2020 1. termín. In: *Státní přijímačky* [online]. Praha: Nový Amos, c2014-2021 [cit. 2021-04-15]. Dostupné z: <https://www.statniprijimacky.cz/wp-content/uploads/2020/06/statni-prijimacky-matematika-test-zadani-2020-ctyrlete-obory.pdf>

Zadání ostrého testu z matematiky k přijímacím zkouškám 2020 2. termín. In: *Státní přijímačky* [online]. Praha: Nový Amos, c2014-2021 [cit. 2021-04-15]. Dostupné z: <https://www.statniprijimacky.cz/wp-content/uploads/2020/06/statni-prijimacky-matematika-test-zadani-2020-ctyrlete-obory-nahradni.pdf>

PŘÍLOHA 1 – kompletní test

Přijímací zkoušky – geometrie

Jméno/číslo žáka:

1

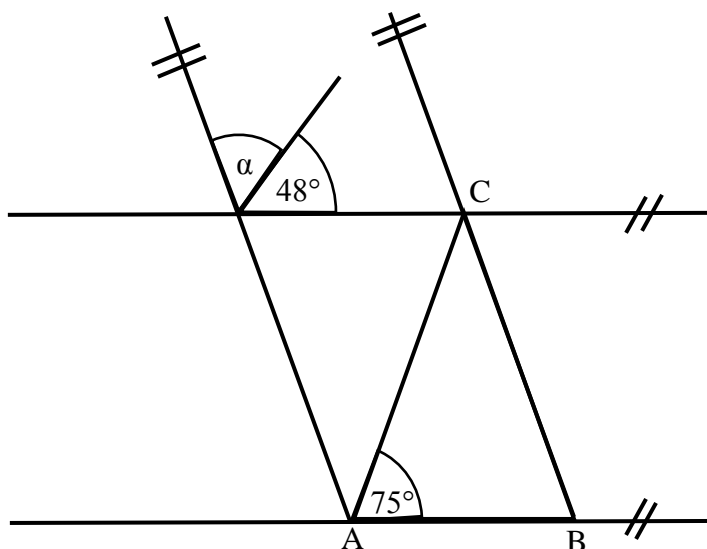
- 1.1 Samotný film trval 1 hodinu a 45 minut. Reklamy byly stejně dlouhé jako dvě patnáctiny filmu.

Vypočítejte v hodinách a minutách, jak dlouho se ve filmovém sálu promítalo (film i reklamy).

- 1.2 Nádoba o objemu 2 litry byla plná limonády.

Kolik sklenic o objemu 300 cm^3 můžeme z této nádoby zcela naplnit.

2

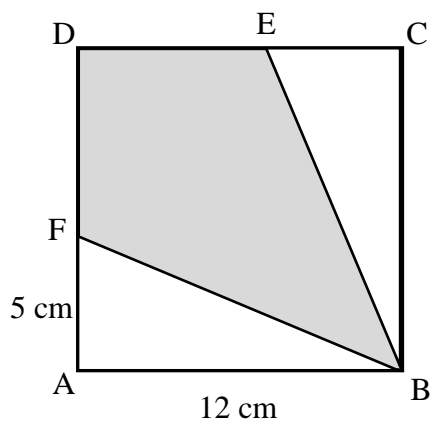


Jsou zadané rovnoběžky a rovnoramenný trojúhelník ABC se základnou AB.

Jaká je velikost úhlu α ?

Velikost úhlu neměřte, ale vypočítejte.

- 3 Čtverec ABCD má stranu délky 12 cm. Ve čtverci jsou dva shodné světlé trojúhelníky s nejkratší stranou délky 5 cm.



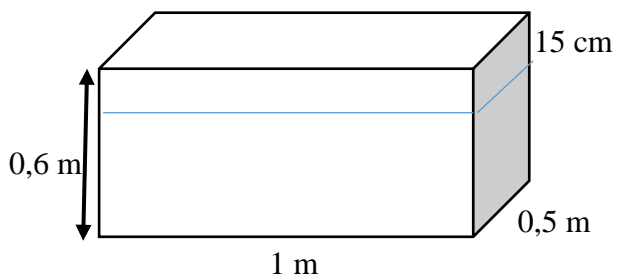
Vypočtete

- 3.1 v cm obvod šedé plochy BEDF.
3.2 v cm^2 obsah šedé plochy BEDF.

- 4 Akvárium o rozměrech hran 1 m, 0,5 m a 0,6 m bylo naplněno vodou až po okraj. Během pár týdnů se 15 cm vody odpařilo.

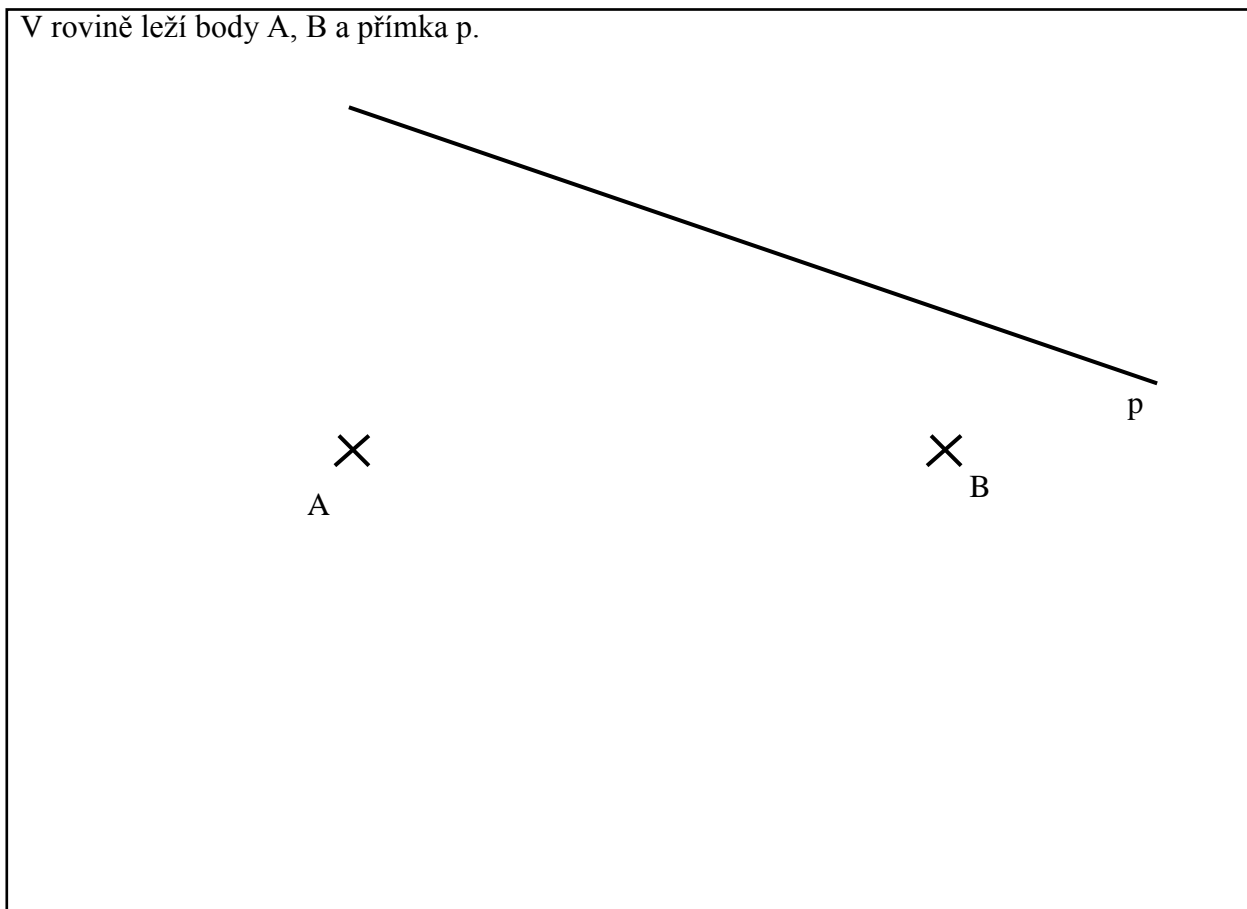
Kolik litrů vody bylo v akváriu po odpaření části vody?

(Rybičky a vybavení akvária nezapočítáváme.)



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 5

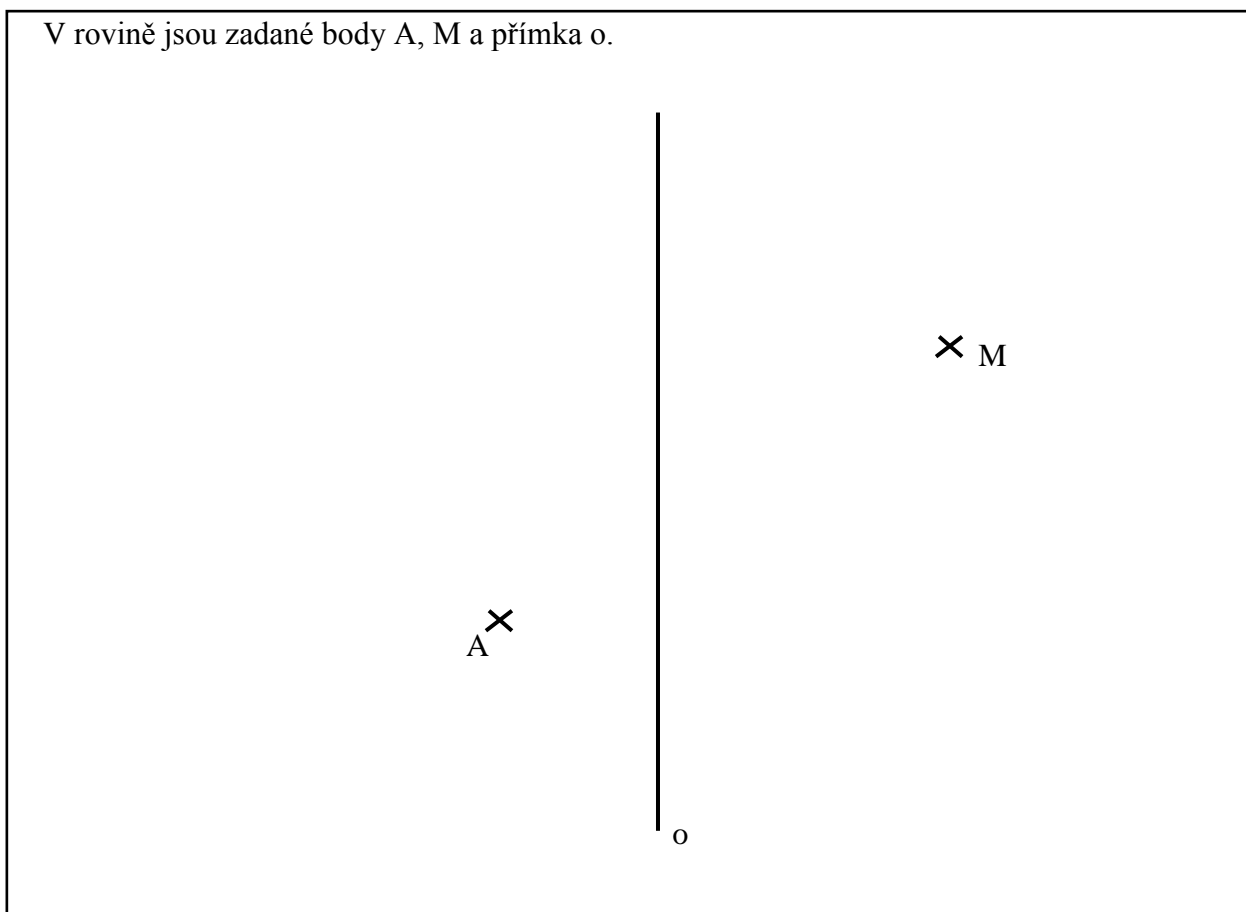
V rovině leží body A, B a přímka p.



- 5 Body A a B jsou vrcholy pravoúhlého trojúhelníka.
Pravý úhel v trojúhelníku leží u bodu C.
Bod C leží na přímce p.
Sestrojte vrchol C trojúhelníka ABC, **označte** ho písmenem a trojúhelník **narýsujte**.
Najděte všechna řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

V rovině jsou zadány body A, M a přímka o.



6 Bod A je vrchol rovnoramenného lichoběžníku ABCD.

Přímka o je osa lichoběžníku.

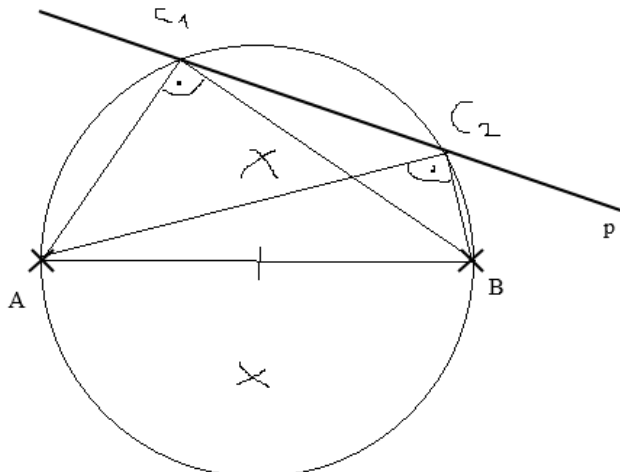
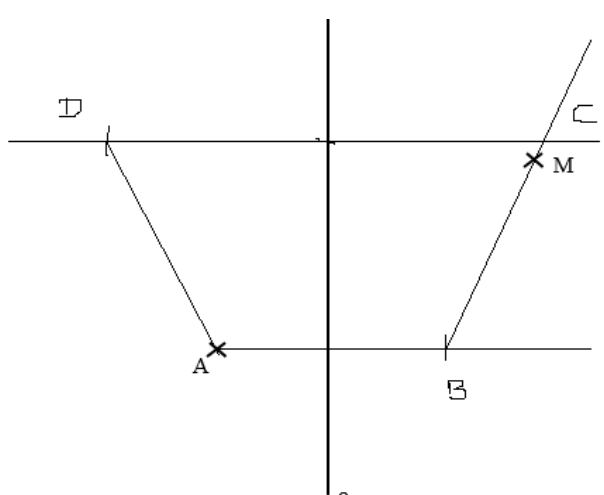
Výška lichoběžníku je shodná s délkou úsečky BM.

Bod M leží na straně BC.

Sestrojte vrcholy B, C a D lichoběžníku ABCD, **označte** je písmeny a lichoběžník **narýsujte**.

PŘÍLOHA 2 – výsledky testu

V testu bylo možné dosáhnout celkem 15 b. Úlohy byly hodnoceny stejně, jako v CERMAT testech a výsledky byly následující:

1	1h 59 min; 6 sklenic	Max. 2 body
2	57°	2 body
3	40 cm; 84 cm^2	Max. 4 body
4	Zbylo 225 l	2 body
5		Max. 2 body (za obě řešení 2, za jedno řešení 1 b.)
6		<p>Max. 3 body</p> <p>(2 body, pokud není lichoběžník rovnoramenný, nebo je špatně výška;</p> <p>1 bod, pokud je nepřesné D, nebo rameno neprochází bodem M)</p>

ANOTACE

Jméno a příjmení:	Bc. Petra Vojtěchová
Katedra nebo ústav:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	Mgr. David Nocar, Ph.D.
Rok obhajoby:	2021
Název závěrečné práce:	Připravenost žáků devátých tříd základních škol na geometrickou část přijímacích zkoušek na střední školu
Název práce v angličtině:	Readiness of ninth grade elementary school pupils for the geometric part of entrance exams at high schools
Anotace práce:	Cílem této práce je zjistit, zda jsou žáci, kteří úspěšně ukončují devátý ročník základní školy v České republice, připraveni na geometrickou část přijímací zkoušky na střední školu z matematiky. Dále zjistit, jaký typ geometrických úloh jim dělá největší problémy.
Klíčová slova:	geometrie, výstupy z geometrie, přijímací zkoušky, základní škola, RVP ZV, geometrické úlohy
Anotace práce v angličtině:	The objective of this work is to find out, if pupils who successfully complete the ninth year of elementary school in the Czech Republic are ready to complete geometric part of the entrance exams for secondary schools. And find out, which type of the geometric examples are the most complicated for the pupils.
Klíčová slova v angličtině:	geometry, outputs from geometry, entrance exams, elementary school, FEP EE, geometric tasks
Rozsah práce:	89 stran + 2 přílohy
Jazyk práce:	Český jazyk

