



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO INŽENÝRSTVÍ

INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

NÁPRAVOVÝ SAMOSVORNÝ DIFERENCIÁL

AXLE LIMITED-SLIP DIFFERENTIAL

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. András Csémi

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Petr Hejtmánek, Ph.D.

BRNO 2020

Zadaní diplomové práce

Ústav:	Ústav automobilního a dopravního inženýrství
Student:	Bc. András Csémi
Studijní program:	Strojní inženýrství
Studijní obor:	Automobilní a dopravní inženýrství
Vedoucí práce:	Ing. Petr Hejtmánek, Ph.D.
Akademický rok:	2020/21

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Nápravový samosvorný diferenciál

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Detailní výpočtová analýza vlivu samosvorného nápravového diferenciálu na jízdní limity vozidla. Na základě výsledků analýz vytvoření kompletního konstrukčního návrhu samosvorného diferenciálu pro vozidlo s jednou poháněnou nápravou.

Cíle diplomové práce:

Popis konstrukce samosvorného diferenciálu.

Sestavení výpočtové metodiky pro hodnocení vlivu diferenciálu na jízdní vlastnosti.

Analýza vlivu nastavení samosvorného diferenciálu na limity vozidla.

Konstrukční návrh samosvorného diferenciálu.

MKP analýza základních konstrukčních celků.

Seznam doporučené literatury:

DIXON, John. Tires, suspension and handling. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1996. 621 s. ISBN 1-56091-831-4.

REIMPELL, Jornsén. The Automotive Chassis. 2nd edition. Oxford: Butterworth - Heinemann, 2001. 444 s. ISBN 0-7506-5054-0.

JAN, Zdeněk, ŽDÁNSKÝ, Bronislav a ČUPERA Jiří. Automobily (2): Převody. Brno: Avid, spol. s r.o., 2009. 155s. ISBN 978-80-87143-12-4.

GILLESPIE, Thomas. D. Fundamentals of Vehicle Dynamics. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1992. 519 s. ISBN 1-56091-199-9.

BUDYNAS, Richard G., NISBETT, J. Keith a SHIGLEY, Joseph Edward. Shigley's mechanical engineering design. 10th edition. New York, NY: McGraw-Hill Education, 2015. 1104 s. ISBN 0073398209.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2020/21

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Josef Štětina, Ph.D.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

ABSTRAKT

Témou tejto diplomovej práce je nápravový samozverný diferenciál. Prvá časť je venovaná popisu typov diferenciálov otvorených či s uzávierkou alebo samozverných. Ďalšia časť popisuje postup tvorbu matematického modelu pre simuláciu pohybu vozidla na základe vstupných parametrov a následné porovnanie chovania vozidla s otvoreným a uzavretým diferenciálom. Záverečná časť práce je venovaná návrhu diferenciálu pre vozidlo s jednou poháňanou nápravou na základe získaných dát z modelu so samozverným diferenciálom.

KLUČOVÉ SLOVÁ

diferenciál, samozverný diferenciál, matematický model, jazdné vlastnosti

ABSTRACT

The topic of this master's thesis is the axle Limited-slip Differential. The first part is devoted to the description of types of differentials open, locked or self-locking. The next part describes the procedure of creating a mathematical model for the simulation of vehicle movement based on input parameters and subsequent comparison of vehicle behavior with open and locked differential. The final part of the work based on data obtained from the model with a Limited-slip Differential is devoted to the design of a differential for a vehicle with one driven axle.

KEYWORDS

differential, Limited-Slip Differential, mathematical model, driving characteristics

BIBLIOGRAFICKÁ CITÁCIA

CSÉMI, András. *Nápravový samosvorný diferenciál*. Brno, 2020. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/129458>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automobilního a dopravního inženýrství. Vedoucí práce Petr Hejtmánek.

ČESTNÉ VYHLÁŠENIE

Vyhlasujem, že diplomovú prácu na tému „Nápravový samosvorný diferenciál“ som vypracoval samostatne pod vedením Ing. Petra Hejtmánka, Ph.D. s použitím odbornej literatúry, ktoré sú uvedené v zozname použitých zdrojov.

V Brne, dňa 31.8.2020

.....

András Csémi

POĎAKOVANIE

Touto cestou by som sa chcel poďakovať vedúcemu diplomovej práce, pánovi Ing. Petrovi Hejtmánkovi, PhD., za odborné vedenie, pomoc, cenné rady a pripomienky pri vypracovaní tejto práce.

Ďalej by som sa chcel poďakovať mojim rodičom za podporu počas štúdia.

OBSAH

Úvod	9
1 Diferenciál osobného automobilu.....	10
1.1 Hnacie ústrojenstvo.....	10
1.2 Diferenciál	10
1.3 Diferenciál s uzávierkou a samozverný diferenciál	14
2 Výpočtový model	22
2.1 Základný výpočtový model	22
2.2 Dvojstopový model.....	29
2.3 Dvojstopový model s uvažovaním zrýchlenia v smere x	33
2.4 Dvojstopový model s lepším modelom pneumatiky.....	36
2.5 Dvojstopový model s uvažovaním zrýchlenia v smere y	37
2.6 Dvojstopový model s presunom zaťaženia	37
2.7 Model s otvoreným a plne uzavretým diferenciálom	39
3 Analýza modelov s otvoreným a uzavretým diferenciálom	41
3.1 Rýchlosť a zrýchlenie	42
3.2 Otáčavá rýchlosť	44
3.3 Uhol smerovej odchýlky	44
3.4 Trajektória.....	45
3.5 Presun zaťaženia	46
3.6 Pozdĺžna sila	46
3.7 Bočná sila.....	47
3.8 Zhrnutie.....	48
4 Samozverný diferenciál	49
4.1 Matematický model	56
4.2 Vplyv nastavenia diferenciálu na jazdné vlastnosti	57
4.3 Kombinovaný vplyv klopnej tuhosti a diferenciálu na vozidlo	70
5 Voľba Nastavenia diferenciálu pre konkrétne vozidlo.....	74
6 Koncepčný návrh.....	80
6.1 Veko diferenciálu.....	81
6.2 Skriňa diferenciálu	81
6.3 Kríž	83
6.4 Lamely	83
Záver.....	85
Zoznam príloh	88

ÚVOD

Diferenciál slúži k prenosu točivého momentu na hnacie kolesá a v zatačke umožňuje rozdielne otáčky kolies, ktorý sa dnes nájde v každom modernom vozidle. Otvorený diferenciál rozdeľuje moment v pomere 50:50 na pravé a ľavé koleso. V zatačke, pri dynamickej jazde kvôli presunu zaťaženia vnútorné koleso sa odľahčí a tým obmedzuje množstvo prenášateľného momentu na vonkajšom kolese kvôli symetričnosti otvoreného diferenciálu. Na zlepšenie vlastnosti vozidla, ak je to možné bez zásahu vodiča, je potrebný diferenciál, ktorý umožňuje nerovnomerné rozdelenie hnacieho momentu.

Nasledujúce kapitoly sa zaoberajú krátkym popisom diferenciálu, potom nasleduje tvorba výpočtového modelu od jednoduchšieho jednostopového k dvojstopovému k viacerými parametrami. Tento model slúži na porovnanie otvoreného a uzavretého diferenciálu. V ďalšej časti sa model rozvíja o samozverný diferenciál a skúma sa vplyv jednotlivých nastavení na chovanie vozidla. Takto získané poznatky sú potom použité k návrhu samozverného diferenciálu pre parametre skutočného vozidla.

1 DIFERENCIÁL OSOBNÉHO AUTOMOBILU

Diferenciály, presnejšie samozverné diferenciály a ich vplyv na jazdné vlastnosti automobilu je hlavnou témou tejto diplomovej práce. Pred rozvinutím samotnej problematiky sa vysvetlia tieto pojmy s cieľom tvoriť prehľadný základ práce.

1.1 HNACIE ÚSTROJENSTVO

Hnacie ústrojenstvo zahŕňa všetky komponenty vozidla ktoré spájajú motor s hnacími kolesami a podieľajú sa tiež na prenose točivého momentu. Podľa potreby musia tiež povoliť rozpojenie toku točivého momentu za účelom zmeny jeho veľkosti alebo smeru. Medzi tieto komponenty patrí spojka, prevodovka, kĺbové a hnacie hriadele a rozvodovka. [1]

1.2 DIFERENCIÁL

Rozvodovka sa skladá z dvoch častí, zo stáleho prevodu hnacej nápravy a diferenciálu. Z hľadiska tejto práce je dôležitý hlavne diferenciál, takže podrobnejšie sa táto práca so stálym prevodom zaoberať nebude.

Diferenciál má za úlohu rozdeliť moment na hnacie kolesá a dovoliť rôzne otáčky týchto kolies. Pri prejazde zákrutami vonkajšie kolesá musia opísať dlhšiu dráhu ako vnútorné, kvôli tomu majú rozdielne otáčky. Úlohou diferenciálu je práve povoliť tie rozdielne otáčky v polos. Rôzne otáčky nastanú aj v prípade jazdy na nerovnej vozovke, alebo ak pneumatiky majú rozdielny tlak. Keby sa kolesá nachádzali na jednej spoločnej osi mali by rovnaké otáčky. Pohyby kôl na dráhach s rôznou dĺžkou (napr.: v zákrute) by pôsobili pokľz niektorého kolesa, čo by mal za dôsledok zvýšené opotrebovanie pneumatík. To môže mať tiež negatívny vplyv na chovanie vozidla kvôli vzniku stáčavého momentu.[1]

Rozdelenie diferenciálov

Podľa činnosti diferenciálu:

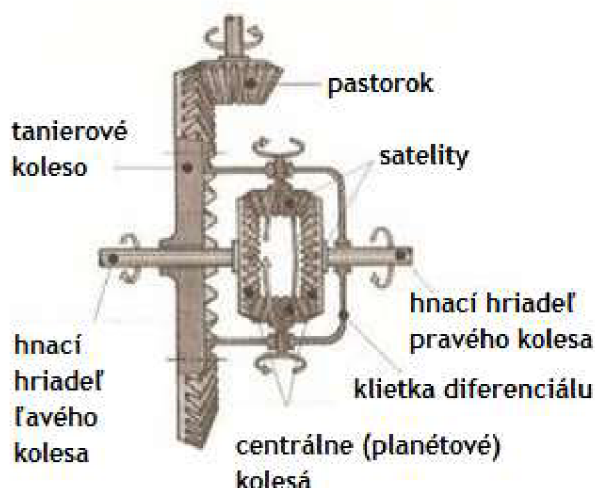
- Otvorený diferenciál
- Otvorený diferenciál s uzávierkou
- Samozverný diferenciál

Podľa účelu v prevodovej sústave diferenciálu:

- Medzinápravový diferenciál – rozdeľuje moment medzi prednou a zadnou nápravou
- Nápravový diferenciál – rozdeľuje moment medzi pravou a ľavou polosou

1.2.1 KUŽEL'OVÝ DIFERENCIÁL

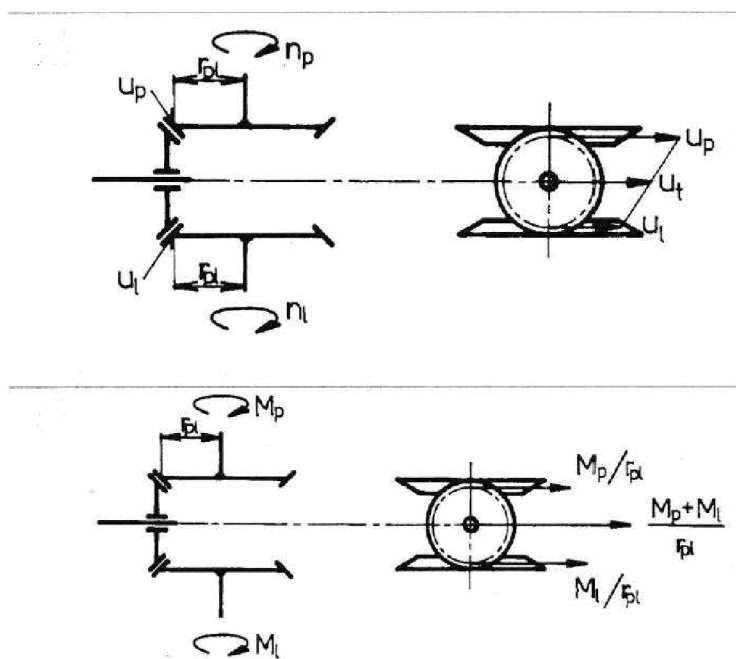
Diferenciál funguje na základe planétového súkolesia. Hlavné časti sú tanierové koleso, skriňa (klietka), čapy satelitov, satelity a planétové kolesá ktoré sú pevne spojené s hnacími hriadeľmi kolies.



Obrázok 1 Kuželový diferenciál [2]

Ak sa vozidlo pohybuje priamo, po rovnej vozovke, točivý moment hnacieho pastorka poháňa tanierové koleso, ktoré je pevne spojené so skriňou diferenciálu. Čapy satelitov umiestnené v skrini unášajú satelity, ktoré unášajú planétové kolesá. V tomto prípade oba kolesá majú rovnaké otáčky, tým pádom aj planétové kolesá – satelity konajú krúživý pohyb okolo priečnej osi diferenciálu, no okolo vlastnej osi sa neotáčajú. [1]

Ak vozidlo je v zákrute vonkajšie koleso sa zrýchľuje a vnútorné sa spomaľuje kvôli rozdielu v opísanej dráhe. Primerane sa zrýchľujú a spomaľujú aj planéty jednotlivých kolies. Rozdielne otáčky planétových kolies pôsobia, že satelity sa začnú otáčať na čapoch v opačnom zmysle, tým dovoľia rozdielne otáčky ľavého a pravého kolesa, pričom vykonávajú krúživý pohyb okolo priečnej osi satelitu, pôsobené unášaním čapov v skrini. [1]



Obrázok 2 Kinematické a silové pomery v diferenciálu [3]

Pri jazde priamo, po rovnej vozovke platí že uhlové rýchlosti, otáčky kolies sú rovnaké. Odvodenie realizované podľa [3].

$$\omega_l = \omega_p \quad (1)$$

$$n_l = n_p \quad (2)$$

Privedený točivý moment na skriňu sa rozdeľuje rovnomerne medzi výstupné hriadele. Privedený moment sa objavuje na čape satelitov ako radiálna sila. Satelit je v zábere s dvoma planétami súčasne. Vzďialenosť od osi satelitu k záberu s planétami je rovnaká na oboch stranách, preto vyvolávaná reakčná sila na planétových kolesách v mieste záberu je rovnako veľká a rovná sa polovici privedenej sily. [4]

$$M_l = M_p = \frac{M_t}{2} \quad (3)$$

$$M_l + M_p = M_t \quad (4)$$

Obvodové a uhlové rýchlosti v prípade rozdielnych otáčkach ľavého a pravého kolesa:

$$\frac{v_l}{v_t} = \frac{R - \frac{a}{2}}{R} \quad (5)$$

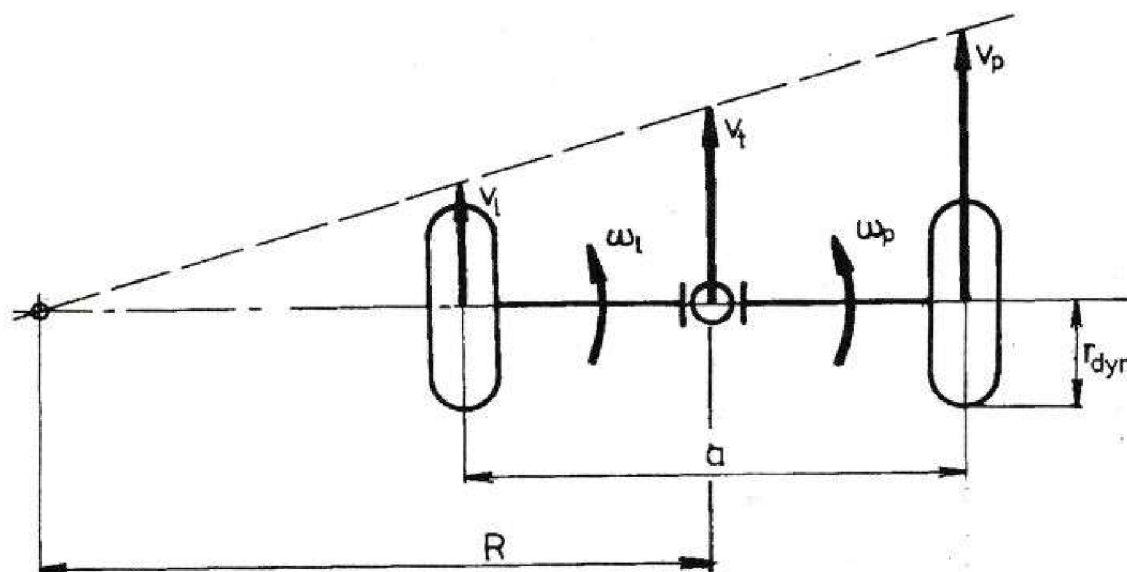
$$\frac{v_l}{v_t} = \frac{R + \frac{a}{2}}{R} \quad (6)$$

$$\omega_l = \frac{v_l}{r_d} = v_t \cdot \frac{R - \frac{a}{2}}{r_d \cdot R} \quad (7)$$

$$\omega_p = \frac{v_p}{r_d} = v_t \cdot \frac{R + \frac{a}{2}}{r_d \cdot R} \quad (8)$$

Uhlová rýchlosť skrine sa berie ako uhlová rýchlosť mysleného kolesa v strede nápravy a rovná sa aritmetickému priemeru uhlových rýchlostí jednotlivých kolies. [3]

$$\omega_t = \frac{\omega_l + \omega_p}{2} = \frac{v_t}{R} \quad (9)$$

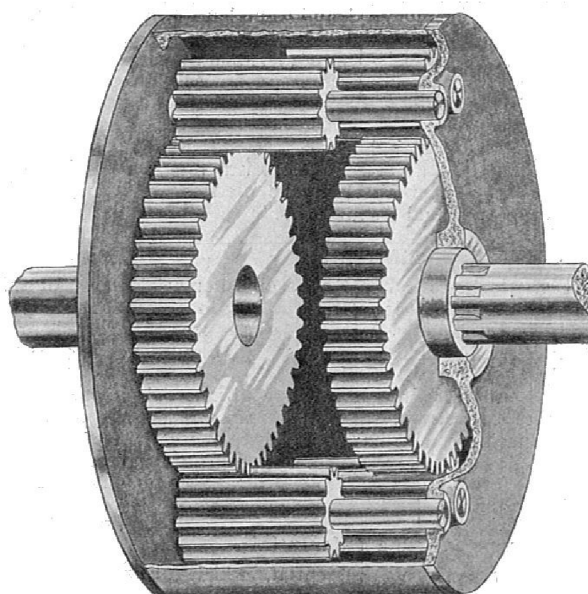


Obrázok 3 Činnosť diferenciálu v zatáčke[3]

1.2.2 ČELNÝ DIFERENCIÁL

Tento diferenciál tiež funguje na základe planétového súkolesia, len v tomto prípade ide o kolesá s čelným ozubením. Funkcia je podobná kuželovému diferenciálu. Tanierové koleso unáša čapy prostredníctvom skrine, v ktorej sú umiestnené. Na čapoch sú uložené satelity, ktoré sú v dvojiciach v zábere. Jedna strana satelitu je v zábere s planétovým kolesom, druhá strana s druhým satelitom, ktorý je zároveň v zábere s druhou planétou. Planéty sú napevno spojené prostredníctvom hnacích hriadeľov s kolesami vozidla. [1]

Funkcia je podobná kuželovému súkolesiu. Na priamej dráhe celá sústava sa točí ako jeden celok. V zákrute vonkajšie koleso sa zrýchľuje a vnútorné sa spomaľuje – satelity sa začnú točiť na čapoch a dovoľia rozdielne rýchlosti polos, kolies. [1]



Obrázok 4 Čelný diferenciál [5]

1.3 DIFERENCIÁL S UZÁVIERKOU A SAMOZVERNÝ DIFERENCIÁL

Otvorený diferenciál rozdeľuje moment medzi hnacími kolesami v pomere 50-50% i v prípade rozdielnych otáčok kolies. Takáto rovnosť momentu je nežiadajúca v nepriaznivých podmienkach – v prípade rozdielnych adhézných podmienkach na ľavej a pravej pneumatike, napr.: ľad, blato atď. Veľkosť prenášanej hnacej sily závisí od priľnavosti kolies. [1]

1.3.1 DIFERENCIÁL S UZÁVIERKOU

Odvedenie realizované podľa [3].

Maximálne prenositeľné momenty na ľavej a pravej strane:

$$M_{l \max} = \mu_l \cdot F_l \cdot r_d \quad (10)$$

$$M_{p \max} = \mu_p \cdot F_p \cdot r_d \quad (11)$$

Pre hnaciu nápravu bez diferenciálu platí rovnica maximálneho prenášaného momentu:

$$M_{t \max} = M_{l \max} + M_{p \max} = (\mu_l \cdot F_l + \mu_p \cdot F_p) \cdot r_d \quad (12)$$

Za predpoklad $F = F_l = F_p$ platí

$$M_{t \max} = (\mu_l + \mu_p) \cdot r_d \cdot F \quad (13)$$

V otvorenom diferenciálu výstupné momenty na pravej a ľavej strane rovnaké – na základe odvodennej silovej rovnováhy.

$$M_l = M_p \quad (14)$$

V prípade, keď príľnavosť pod ľavým kolesom bude menšia ako pod pravým, tak odvodené rovnice sa menia nasledovne:

$$\mu_l < \mu_p \quad (15)$$

Za predpoklad $F_l = F_p = F$ platí

$$M_{l \max} = M_{p \max} = \mu_l \cdot r_d \cdot F \quad (16)$$

Z čoho vyplýva výsledný prenášaný točivý moment:

$$M_{t \max} = 2 \cdot \mu_l \cdot r_d \cdot F \quad (17)$$

Z odvodeného maximálneho prenosného momentu je jednoznačne vidieť, že jeho hodnota závisí na menšom momente – je jednoznačne daná momentom, na strane povrchu s horšou príľnavosťou.

Pre pohyb vozidla v takýchto nepriaznivých podmienkach je nutné diferenciál vyradiť z činnosti. Diferenciál má 2 stupne voľnosti. Odobráním jedného stupne voľnosti pôsobíme, že diferenciál je nútený sa otáčať ako jeden celok. Medzi možnými riešeniami patria buď vybavenie nejakého otvoreného diferenciálu s uzávierkou, alebo vybavenie s možnosťou zvýšenia trenia vo vnútri diferenciálu, a tým zníženie účinnosti. [3]

V prípade uzávierky sa zvyčajne otvorený kužeľový diferenciál vybavuje zubovou spojkou. Táto spojka umožňuje spojenie jedného planétového kolesa so skriňou diferenciálu – odobranie jedného stupňa voľnosti. Takto sa obmedzuje relatívny pohyb planétového kolesa voči druhému kolesu – satelity na tvrdo spojujú a unášajú planéty – a celý diferenciál sa otáča ako jeden kus, akoby obe kolesá boli prepojené jedným hriadeľom. Po zániku tejto núdzovej situácie je potrebné zubovú spojkou znovu vypnúť, pretože takéto pevné spojenie v zatáčkach nadmierne a zbytočne zaťažuje rozvodovku a spôsobuje nežiadajúce sily v diferenciálu a opotrebenie pneumatík.[3]

1.3.2 SAMOZVERNÝ DIFERENCIÁL

Samozverné diferenciály ponúkajú kompromisné riešenie medzi dvoma extrémami – medzi spojenými polosami a otvoreným diferenciálom.

Za účelom zvýšenia zvernosti diferenciálu, najčastejšie kužeľové diferenciály sú vybavené istými členmi, ktoré zvyšujú trenie vo vnútri diferenciálu a tým znížia jeho účinnosť. Medzi výhody oproti diferenciálu so záverom patrí samočinnosť – nie je nutné ľudská obsluha. Za nevýhody sú označené potrebné kontroly a výmeny trecích členov kvôli opotrebeniu.[3]

Odvodenie realizované podľa [3] .

Za predpokladu $n_l > n_p$ platí

Hnací moment:

$$M_t = (F_l + F_p) \cdot r_{pl} \quad (18)$$

Moment na ľavej planéte:

$$F_l \cdot r_{pl} - M_{Tl} = M_l \quad (19)$$

$$F_l \cdot r_{pl} = M_l + M_{Tl} \quad (20)$$

Moment na pravej planéte:

$$F_p \cdot r_{pl} + M_{Tp} = M_p \quad (21)$$

$$F_p \cdot r_{pl} = M_p - M_{Tp} \quad (22)$$

Moment na satelite:

$$F_p \cdot r_s - M_{Ts} = F_l \cdot r_s \quad (23)$$

Rozšírime poslednú rovnicu o polomer r_{pl} :

$$F_p \cdot r_{pl} = F_l \cdot r_{pl} + M_{Ts} \cdot \frac{r_{pl}}{r_s} \quad (24)$$

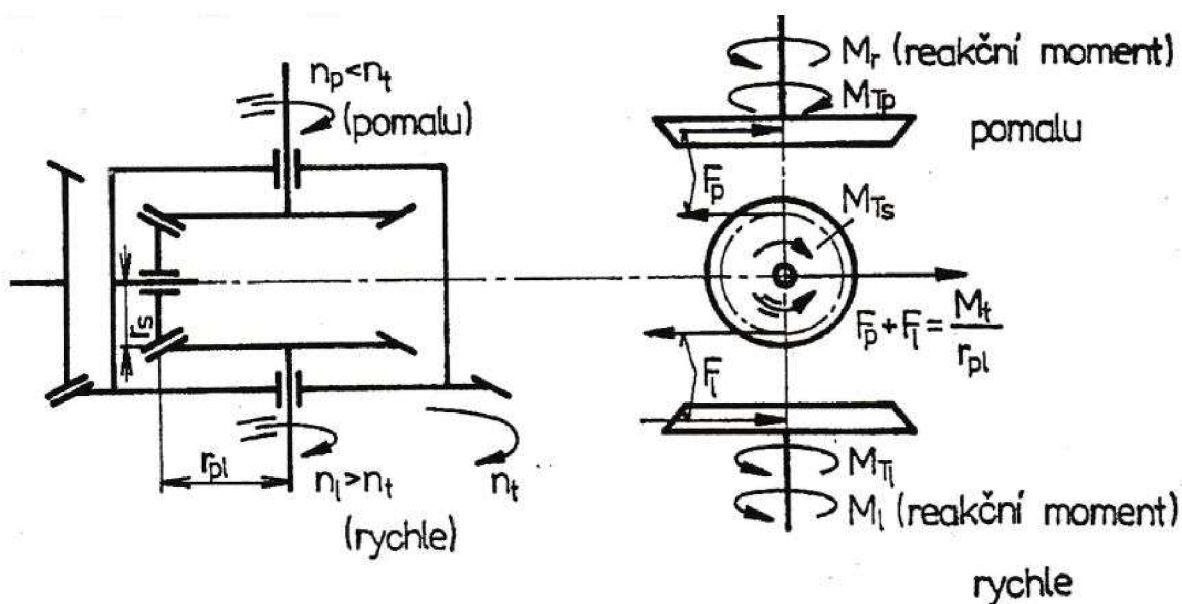
Z vyššie uvedených vzťahov vyplýva:

$$M_p - M_{Tp} = M_l + M_{Tl} + M_{Ts} \cdot \frac{r_{pl}}{r_s} \quad (25)$$

Po úprave:

$$M_p = M_l + M_{Tl} + M_{Tp} + M_{Ts} \cdot \frac{r_{pl}}{r_s} \quad (26)$$

Z odvodeného výsledku vyplýva, že moment na pomalšom hriadeľi je väčší ako na rýchlejšom hriadeľi.



Obrázok 5 Kinematické a silové pomery na diferenciálu so zvýšeným trením[3]

Čím viac sú planéty pritlačené ku skrini, tým sú väčšie trecie momenty. Ohľadom na ozubenie prítlak je proporcionálny s prenášanými momentmi. Platí že $M_{Tl} \approx M_l$, $M_{Tp} \approx M_p$. Za predpokladu $M_{Tp} = M_{Tl} = M_{Ts} = 0,1 \cdot M_l$ a $\frac{r_{pl}}{r_s} = 1,5$ vyjde súvislosť [3]:

$$\frac{M_p}{M_l} = 1 + 0,1 + 0,1 + 0,15 = 1,35 \quad (27)$$

Moment prenášaný tanierovým kolesom podľa uvedených vzťahov:

$$M_t = M_l + M_p + M_{Tl} - M_{Tp} \quad (28)$$

Ak sú trecie momenty rovnaké na oboch stranách platí:

$$M_t = M_l + M_p = M_l \cdot \left(1 + \frac{M_p}{M_l}\right) \quad (29)$$

Hodnota maximálneho prenášaného momentu, odvodenú pre prípad menšej príľnavosti ľavého kola:

$$M_l \cdot \left(1 + \frac{M_p}{M_l}\right) = r_d \cdot \mu_l \cdot F \cdot \left(1 + \frac{M_p}{M_l}\right) \quad (30)$$

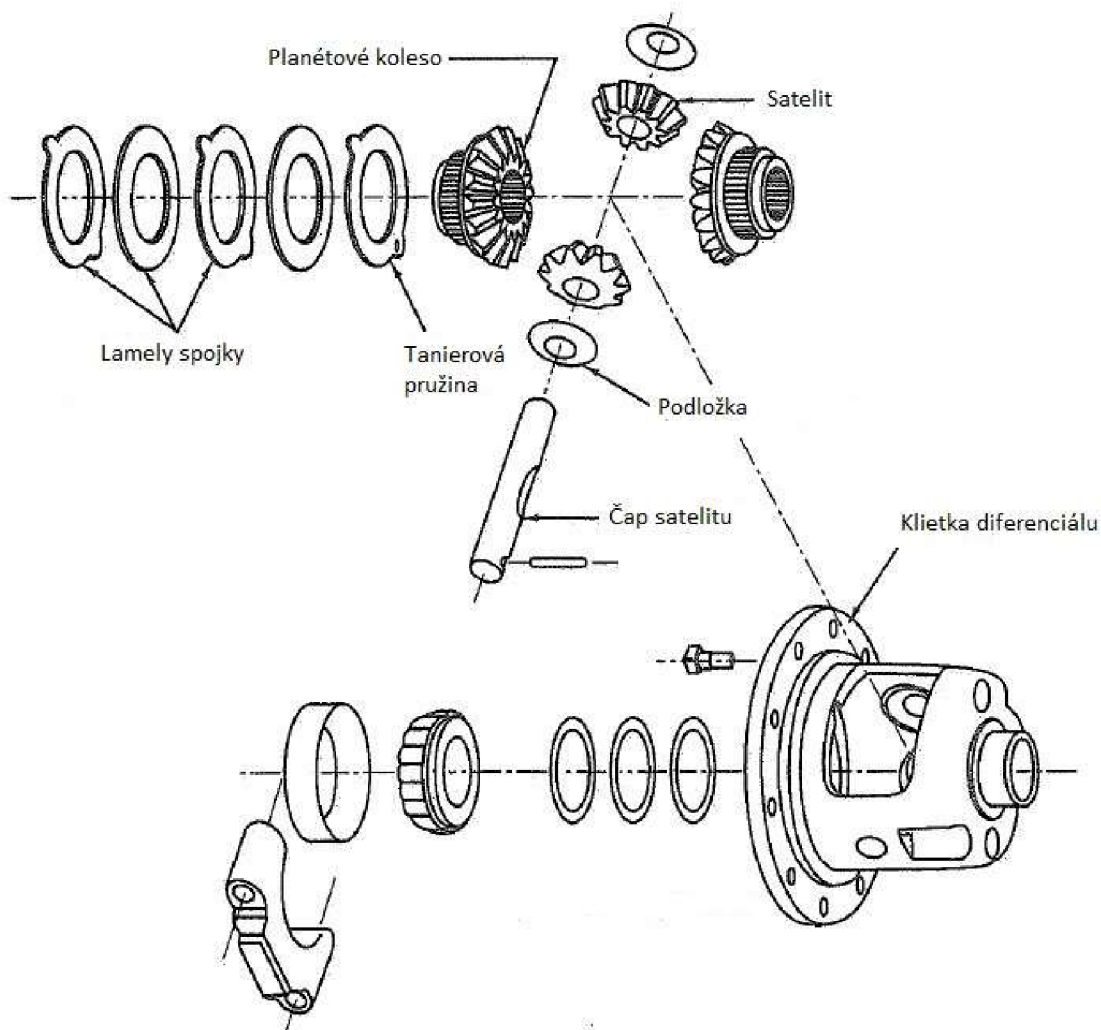
Na začiatku uvedený príklad, maximálny prenášaný moment bude:

$$M_{Tmax} = 2,35 \cdot r_d \cdot \mu_l \cdot F \quad (31)$$

Táto hodnota je vyššia, než u diferenciálu bez trenia.

SAMOZVERNÝ DIFERENCIÁL S TRECOU LAMELOVOU SPOJKOU

Pri tomto type diferenciálu ide o kužeľový diferenciál, do ktorého sú pridané trecie elementy medzi skriňou a hnacími hriadeľmi kolies na zvýšenie trenia vo vnútri a s tým aj na zvýšenie zvernosti. Tieto trecie elementy sú trecie lamelové spojky. Ovládacia sila závisí od privedeného momentu – ktorý spôsobuje axiálne sily v kužeľovom ozubení – a od tanierových pružín, ktoré poskytnú predpätie na spojku. Zmena predpätia je možná výmenou tanierových pružín. [1]

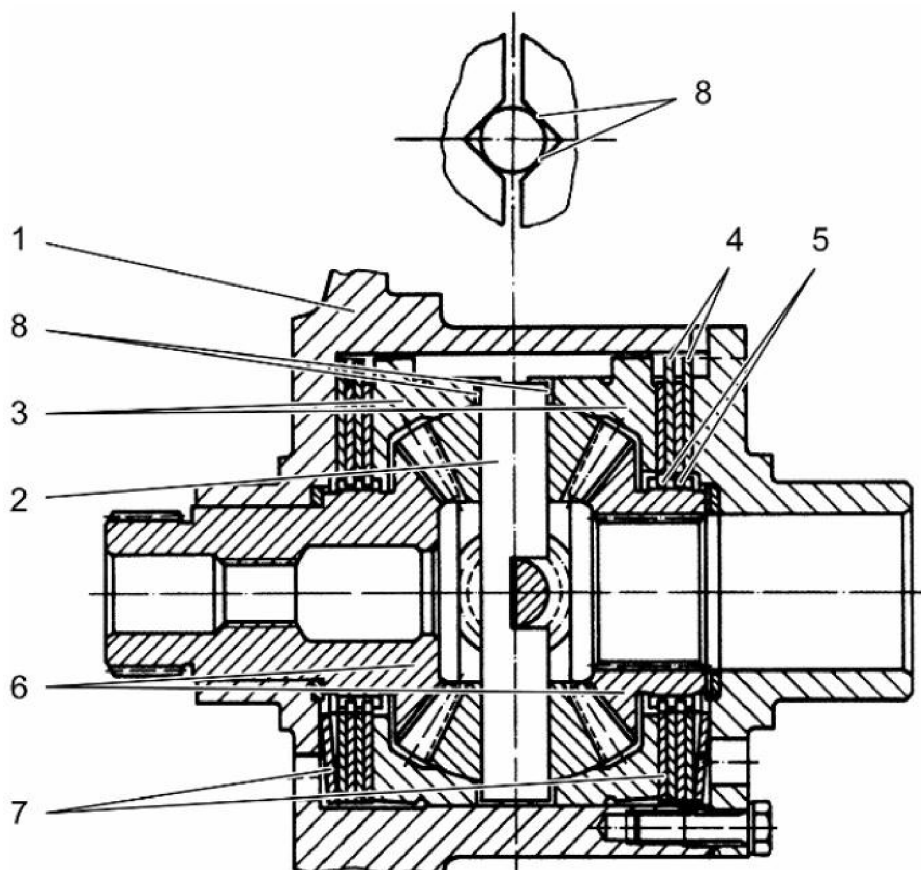


Obrázok 6 Diferenciál s trecou spojkou [6]

LOK-O-MATIC

Tiež ide o diferenciál s prídavnými trecími lamelovými spojkami, buď s predpätím alebo bez v závislosti na typu použitej prítlačnej pružiny. Konštantný prítlak pružiny spôsobuje konštantný nenulový trecí moment – nenulová zvernosť za každých podmienok. Prítlačné kotúče sú uložené v skriňi spôsobom dovoľujúcim axiálny pohyb. Medzi tieto kotúče je uložený čap satelitov v klinovej drážke. Vonkajšie lamely sú neotočne spojené skriňou, vnútorné s výrezmi výstupného hriadeľa. Privedený točivý moment na diferenciál vytlačuje

čap z drážky a pritlačuje pritlačné kotúče k lamelovej spojke. Trecí moment sa mení v závislosti na privedenom točivom momente. Pritlačnú silu trecieho kotúča sa dá ovplyvniť tvarovaním čapu a uhlom klinovej drážky. Poznáme 1 smerový, 1,5 smerový a 2 smerový diferenciál. 1 smerový je efektívny len v prípade akcelerovania, 2 smerový má klin v oboch smeroch diferenciálu, z čoho vyplýva že je funkčný aj v prípade akcelerácie ako aj pri decelerácii. 1,5 smerový má väčší uhol drážky na strane deceleračnej než na strane akceleračnej, oproti 2 smerovému, kde sú tieto uhly rovnaké. Tým je oproti 1 smerovému efektívnejší aj pri decelerácii avšak menej než pri akcelerácii.[3][7]

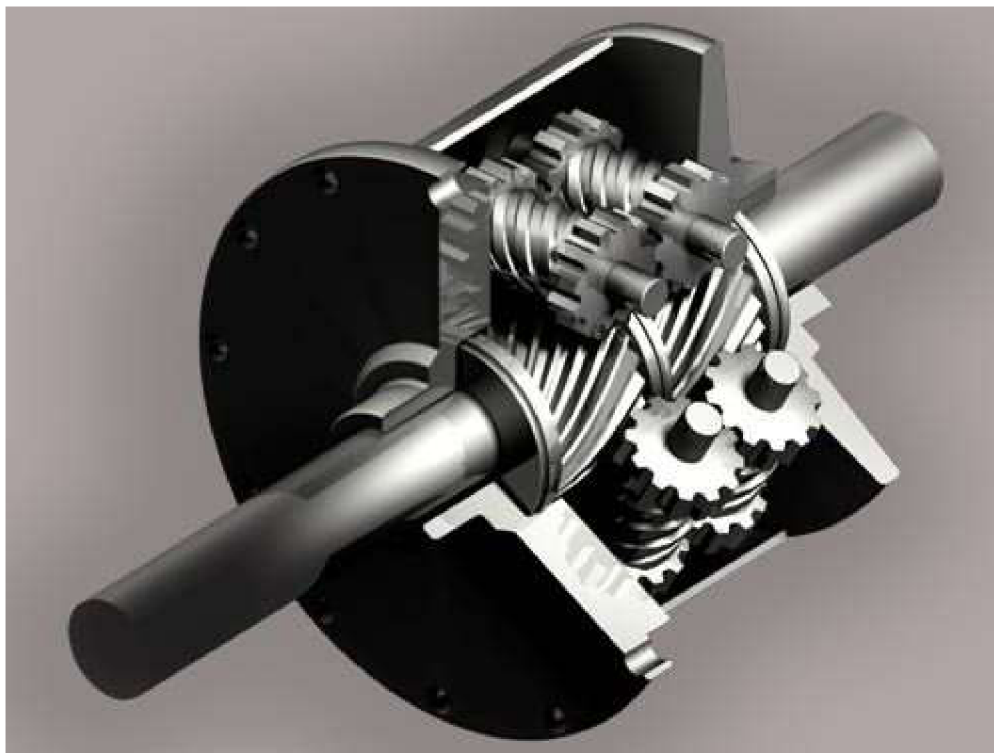


Obrázok 7 Diferenciál Lok-o-matic – horná časť bez predpätia , dole s predpätím [7]

TORSEN

Slovo TORSEN je spojenie dvoch výrazov, a to Torque Sensing – snímanie momentu. Diferenciály Torsen využívajú vlastnosti šnekového súkolesia. U najstaršieho typu – Torsen typ A – na čapoch v skriňi sú uložené šnekové kolesá a otáčajú sa okolo priečnej osy diferenciálu spolu so skriňou. Šnekové kolesá sú v zábere so šnekmi, ktoré sú pevne spojené s výstupnými hriadeľmi. Šnekové kolesá sú na oboch koncoch spojené s príhlým šnekovým kolesom prostredníctvom kolies s čelným ozubením. Ak niektoré z kolies vozidla má tendenciu otáčať sa rýchlejšie, otáčajú sa šneky na konci výstupných hriadeľov s rôznymi otáčkami. Kolesá s čelným ozubením na konci šnekových kolies sa po sebe začnú odvalovať kvôli rôznym otáčkam šnekových kolies. Straty v ozubení kvôli nízkej účinnosti šnekového súkolesia znížia vlastnú účinnosť diferenciálu – točivý moment sa začína byť rôzne rozdelený

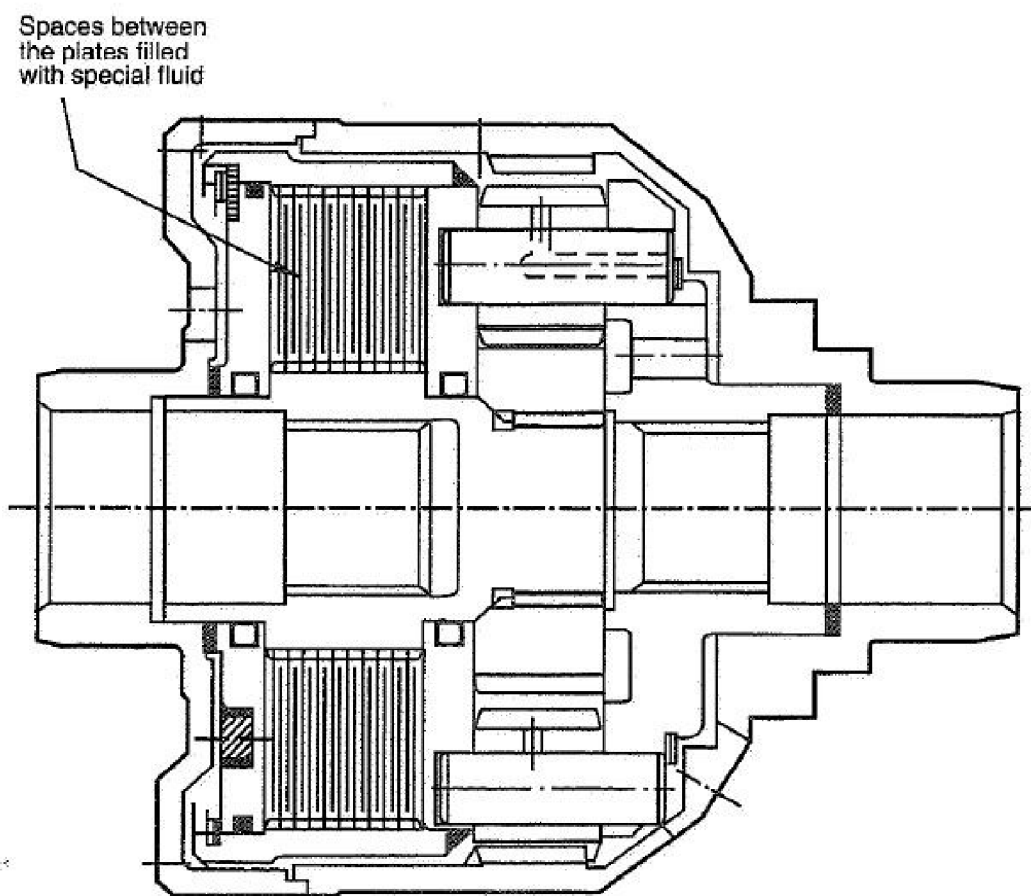
medzi výstupmi. Vlastnú účinnosť ozubenia sa dá zmeniť tvarom ozubenia, ale po výrobe je účinnosť už nezmeniteľná. Existujú aj ďalšie, modernejšie typy diferenciálu Torsen (typ B a C). Torsen sa používa ako nápravový aj medzinápravový diferenciál.[1][7]



Obrázok 8 Diferenciál Torsen typ A [8]

DIFERENCIÁL S VISKÓZNOU SPOJKOU

Používa sa najmä ako medzinápravový diferenciál a využíva sa kvapalinové trenie. Vstupným členom planétového súkolesia je korunové kolo, výstupnými členmi sú unášač a centrálné koleso. Medzi výstupmi je uložená viskózna spojka so špeciálnym olejom. Zvýšením rozdielu v rýchlosti otáčania medzi dvomi výstupmi, sa zvýši viskozita oleja, a zvýši sa odpor proti relatívnemu otáčaniu lamiel, až ku 100%-nému spojeniu dvoch výstupov. Tento účinok trvá až do poklesu tlaku v spojke. [7]



Obrázok 9 Diferenciál s viskóznou spojkou[6]

2 VÝPOČTOVÝ MODEL

V tejto kapitole nasleduje vytvorenie výpočtového modelu. Výpočtový model slúži k simulácii chovania sa vozidla bez toho, než by sa vozidlo muselo skúmať v reálnom živote. Získané poznatky však sú len do určitej miery totožné s nameranými hodnotami. Ich presnosť závisí hlavne od zvolených zjednodušení a od stupne zložitosti modelu. Odvodenie sa začína jedностopovým modelom, ktorý kvôli redukcii kolies náprav do jedného kola nie je vhodný na použitie tam, kde je potreba model umožňujúci rozdelenie momentu. Preto sa v ďalších krokoch uvažuje o dvojstopovom modeli ktorý sa postupne rozvíja. Výsledky týchto modelov sú len čiastočné výsledky, slúžia hlavne k posúdeniu či model funguje a získané výsledky sú podľa predpokladov.

2.1 ZÁKLADNÝ VÝPOČTOVÝ MODEL

Základný výpočtový model je najjednoduchším modelom, z ktorého sa bude vychádzať v ďalších krokoch tejto práce. Kolesá každej nápravy sú nahradené jedným kolesom umiestneným v strede nápravy. Celková hmotnosť vozidla je redukovaná do hmotného bodu – do ťažiska, ktoré leží v rovine vozovky. V dôsledku toho môžeme klopenie a klonenie u tohto dvojrozmerného modelu zanedbať. V našom prípade budeme taktiež zanedbať pôsobenie aerodynamických síl a trenie. Tento model obsahuje nutný minimálny počet parametrov potrebných pre simuláciu jazdy.

2.1.1 ZÁKLADNÉ POHYBOVÉ ROVNICE

Pohyb vozidla si považujeme za obecný rovinný pohyb. Okamžitá rýchlosť vozidla viazaná k súradnicovému systému vozidla je možno vyjadriť pomocou jednotkových vektorov:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} \quad (32)$$

Pre obecný rovinný pohyb zrýchlenie vozidla sa vyjadruje podľa rovnice (33), kde ω udáva rýchlosť stáčania vozidla :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{v} \quad (33)$$

Po dosadení rovnice vektoru rýchlosti (32) do rovnice zrýchlenia (33) dostávame vyjadrenia zložky zrýchlenia pre jednotlivé osi:

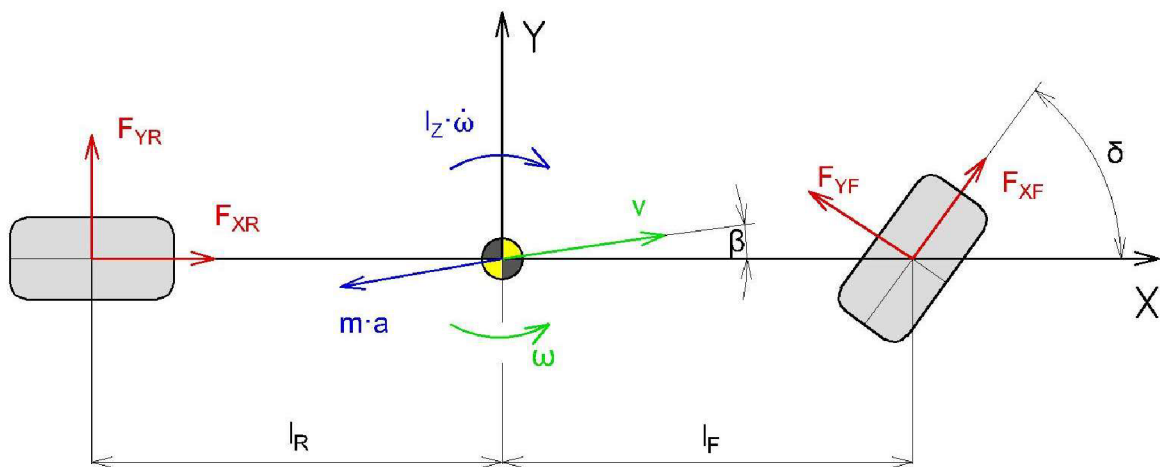
$$\begin{aligned} \vec{a} &= \frac{d(v_x \vec{i} + v_y \vec{j})}{dt} + \vec{\omega} \times (v_x \vec{i} + v_y \vec{j}) \\ &= \dot{v}_x \vec{i} + \dot{v}_y \vec{j} - \omega v_y \vec{i} + \omega v_x \vec{j} \end{aligned} \quad (34)$$

$$= (\dot{v}_x - \omega v_y) \vec{i} + (\dot{v}_y + \omega v_x) \vec{j}$$

$$a_x = \dot{v}_x - \omega v_y \quad (35)$$

$$a_y = \dot{v}_y + \omega v_x \quad (36)$$

Teraz nasleduje odvodenie dynamiky obecného rovinného pohybu. Ako už bolo predtým poznamenané, nebudeme uvažovať odporu vonkajšieho prostredia. Kvôli tomuto predpokladu silové zložky vyskytujúce sa v rovnicach tvoria len hnacie a bočné sily na nápravách. Tieto sily majú počiatok v strede jednotlivých pneumatík a sú rozložené do jednotlivých smerov súradnicového systému kolies. Smer osí súradnicového systému kolies sa líši od súradnicového systému vozidla natočením kolesa. V prípade rovinného pohybu sa uvažuje posuv v smeroch osí X a Y , a stáčanie okolo osi Z .



Obrázok 10 Dynamické zložky pohybu modelu vozidla

Vyjadrené pohybové rovnice sú nasledujúce:

$$\sum F_x: ma_x = F_{XR} + F_{XF} \cos(\delta) - F_{YF} \sin(\delta) \quad (37)$$

$$\sum F_y: ma_y = F_{YR} + F_{YF} \cos(\delta) + F_{XF} \sin(\delta) \quad (38)$$

$$\sum M_z: I_z \dot{\omega} = l_F F_{YF} \cos(\delta) - l_R F_{YR} + l_F F_{XF} \sin(\delta) \quad (39)$$

V rovnicach (37), (38), (39) indexy F a R označujú viazanosť jednotlivých veličín k príslušnej náprave. F (front) označuje nápravu prednú a R (rear) označuje zadnú nápravu. Uhol medzi pozdĺžnou osou vozidla a vektorom rýchlosti sa nazýva uhol smerovej odchýlky a označuje sa β . Pomocou tohto uhla okamžitá rýchlosť vozidla pre jednotlivé smery osí súradnicového systému vozidla sa vyjadruje nasledovne:

$$v_x = v \cos(\beta) \quad (40)$$

$$v_y = v \sin(\beta) \quad (41)$$

Dosadením rovníc (40) a (41) do rovníc (35) a (36) sú získané rovnice zrýchlenia v tvare:

$$a_x = \frac{d(v\cos(\beta))}{dt} - \omega v \sin(\beta) = \dot{v} \cos(\beta) - v \sin(\beta) \dot{\beta} - \omega v \sin(\beta) \quad (42)$$

$$a_y = \frac{d(v\sin(\beta))}{dt} + \omega v \cos(\beta) = \dot{v} \sin(\beta) + v \cos(\beta) \dot{\beta} + \omega v \cos(\beta) \quad (43)$$

Uhol smerovej odchýlky pre bežné jazdné situácie vykazuje veľmi malé hodnoty, preto sa využíva v ďalšom kroku linearizácia goniometrických funkcií. Pre malé uhly, sinus sa rovná daného uhlu v radiánoch, a cosinus sa rovná jednej.

$$\sin(\beta) \approx \beta \quad (44)$$

$$\cos(\beta) \approx 1 \quad (45)$$

Využitím linearizovaných goniometrických funkcií rovnice (42) a (43) sa mení na tvar:

$$a_x = \dot{v} - v\beta(\dot{\beta} + \omega) \quad (46)$$

$$a_y = \dot{v}\beta + v(\dot{\beta} + \omega) \quad (47)$$

Dosadením vzťahov (46) a (47) do pohybových rovníc (37), (38) a (39) vznikne ich nový tvar:

$$\sum F_x: m(\dot{v} - v\beta(\dot{\beta} + \omega)) = F_{XR} + F_{XF} \cos(\delta) - F_{YF} \sin(\delta) \quad (48)$$

$$\sum F_y: m(\dot{v}\beta + v(\dot{\beta} + \omega)) = F_{YR} + F_{YF} \cos(\delta) + F_{XF} \sin(\delta) \quad (49)$$

$$\sum M_z: I_z \dot{\omega} = l_F F_{YF} \cos(\delta) - l_R F_{YR} + l_F F_{XF} \sin(\delta) \quad (50)$$

Pre simuláciu konštantná rýchlosť vozidla bude uvažovaná. Zrýchlenie v pozdĺžnej osi vozidla sa bude rovnáť nule, hnacie sily len kompenzujú jazdné odpory – rovnica (48) sa zanedbáva. Zanedbáva sa taktiež pôsobenie sily F_{XF} v bočnom smere a prvá zložka bočného zrýchlenia.

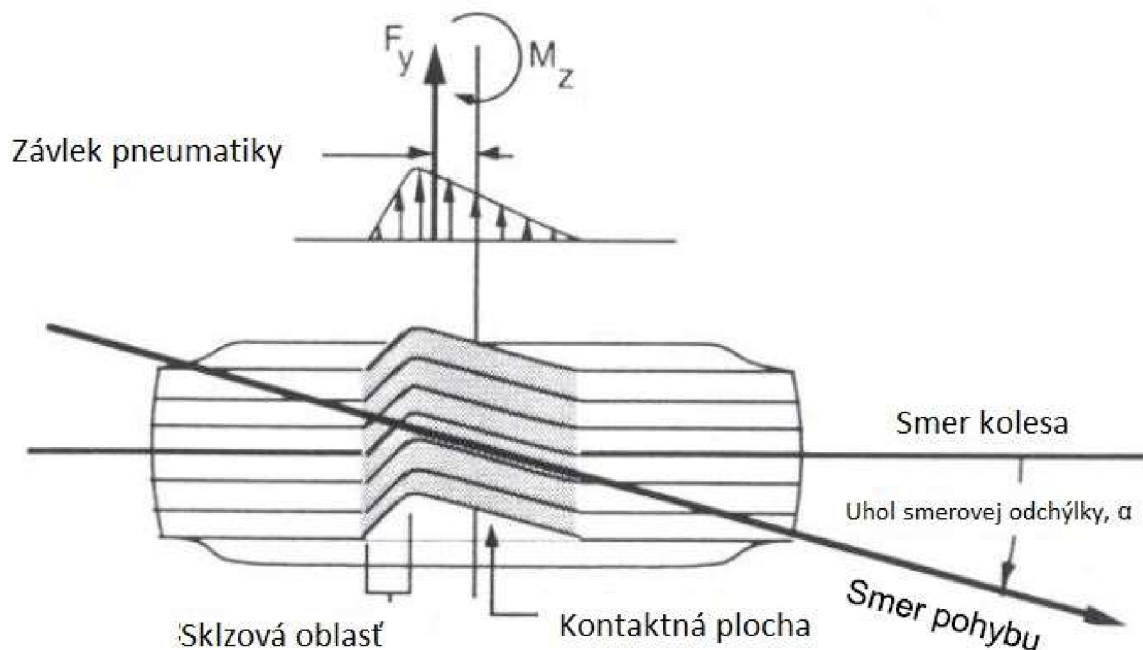
$$mv(\dot{\beta} + \omega) = F_{YR} + F_{YF} \cos(\delta) \quad (51)$$

$$I_z \dot{\omega} = l_F F_{YF} \cos(\delta) - l_R F_{YR} \quad (52)$$

Týmto sa získavajú dve rovnice popisujúce vozidlo počas manévru, ktoré sú rovnice dvoch charakteristických veličín – uhol smerovej odchýlky a uhlová rýchlosť.

2.1.2 MODEL PNEUMATIKY

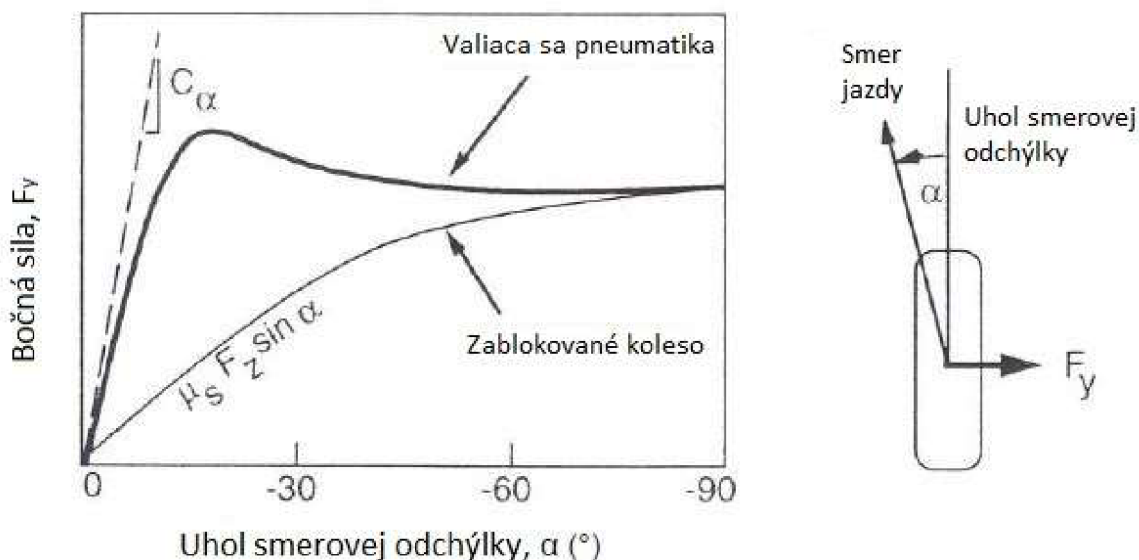
Ak na pneumatiku začne pôsobiť bočná sila, pneumatika sa začne kĺzať do boku. Vznikne uhol medzi stredovou rovinou pneumatiky a smerom pohybu pneumatiky. Tento uhol sa nazýva uhol smerovej odchýlky kola – *Obrázok 11*. [9]



Obrázok 11 Deformácia pneumatiky pôsobením bočnej sily [9]

Ak sa koleso začne otáčať a elementy pneumatiky dotýkajúci sa vozovky nie sú vychýlené z ich originálnej pozície, nepôsobí žiadna bočná sila. V okamžiku keď sa koleso začne pohybovať v smere pohybu vozidla elementy sú vychýlené do boku voči pneumatike – stopa pneumatiky mení tvar. Týmto spôsobom a pohybom elementov v stope pneumatiky dozadu rastie bočná sila až k okamžiku, keď prekonáva trenie a vznikne sklz. Nesymetrické rozdelenie tejto vzniknutej bočnej sily má výslednicu posunutú smerom k zadnej časti pneumatiky. Vzďialenosť od stredu stopy k vzniknutej bočnej sile sa nazýva závlek. Pretože vzniknutá bočná sila pôsobuje na ramene, vznikne moment, ktorý sa nazýva vratný moment. Tento moment sa snaží koleso natočiť do smeru pohybu. Vo výpočtoch sa s týmto momentom neuvažuje.[9]

Najčastejšie bočná sila je popísaná len pre ustálený stav pohybu. Experimentálne prístupy vykazujú závislosť medzi bočnou silou a uhlom smerovej odchýlky kola podľa *Obrázku 12*. Ak uhol smerovej odchýlky kola je nulová, bočná sila je tiež nulová. Pre prvých 5 – 10° uhlu smerovej odchýlky rastie náhle a lineárne. Od 15 – 20° dosahuje jej maximum a potom začne klesať a blíži sa k chovaniu zablokovaného kola. [9]



Obrázok 12 Závislosť bočnej sily na uhlu smerovej odchýlky a smerová tuhosť [9]

Už spomínaná oblasť lineárnej závislosti uhlu smerovej odchýlky a bočnej sily, pre malé uhly, je najdôležitejšia pre analýzu zatáčania a stability. V tejto oblasti sa dá vyjadriť závislosť medzi bočnou silou a uhlom, pomocou veličiny nazvanej ako smerová tuhosť - C_α . Vozidlo sa okrem limitných stavov pohybuje v tejto lineárnej oblasti. [9]

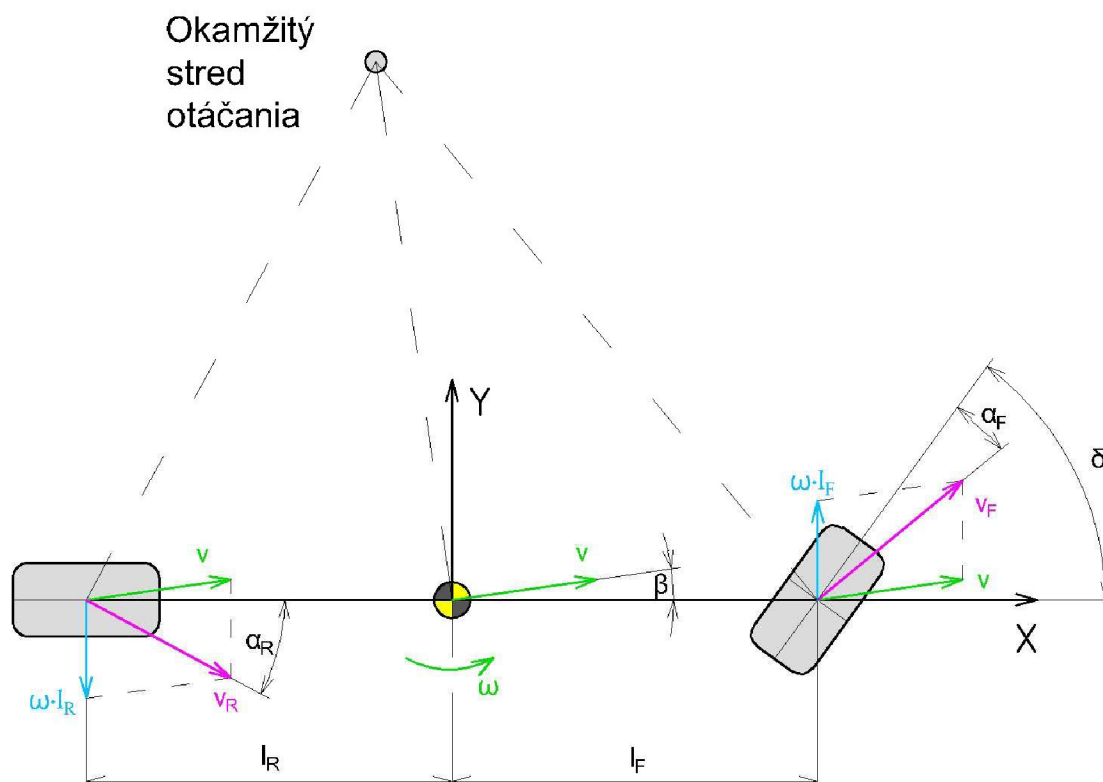
$$F_{Yi} = C_{\alpha i} \alpha_i \quad (53)$$

Smerová tuhosť patrí medzi základné parametre popisujúcich vlastnosti pneumatiky a jeho hodnota závisí od mnohých parametrov, ako zaťaženie kolesa, konštrukcia či tlak pneumatiky.

Je zrejmé, že pre výpočet bočnej sily je potrebné si odvodiť aj uhly smerovej odchýlky prednej a zadnej nápravy. Na znázornenie týchto uhlov a rýchlostí, podľa ktorých sa to určuje slúži *Obrázok 13*. Veľkosť uhlu smerovej odchýlky prednej nápravy - α_F - sa udáva ako rozdiel uhlu natočenia predného kolesa a uhlu medzi osou x a vektorom rýchlosti pohybu kolesa. Uhol zadnej nápravy sa udáva ako uhol medzi vektorom pohybu a osou x . Po vyjadrení a použití linearizácie vzniknú vzorce:

$$\alpha_F = \arctan\left(\frac{v\beta + \omega l_F}{v}\right) - \delta \quad (54)$$

$$\alpha_R = \arctan\left(\frac{v\beta - \omega l_R}{v}\right) \quad (55)$$



Obrázok 13 Odvodenie uhlov smerových odchýlok náprav

Bočné sily pre jednotlivé nápravy podľa (53):

$$F_{YF} = C_{\alpha F} \alpha_F \quad (56)$$

$$F_{YR} = C_{\alpha R} \alpha_R \quad (57)$$

Po dosadení vyjadrených uhlov smerovej odchýlky (54), (55) vznikne:

$$F_{YF} = C_{\alpha F} \left[\arctan \left(\frac{v\beta + \omega l_F}{v} \right) - \delta \right] \quad (58)$$

$$F_{YR} = C_{\alpha R} \left[\arctan \left(\frac{v\beta - \omega l_{FR}}{v} \right) \right] \quad (59)$$

Pretože jednotlivé kolesá náprav sú redukované na jedno koleso v strede nápravy, je potrebné ich vynásobiť dvoma pri dosadení týchto bočných síl do pohybových rovníc.

2.1.3 MATEMATICKÝ MODEL

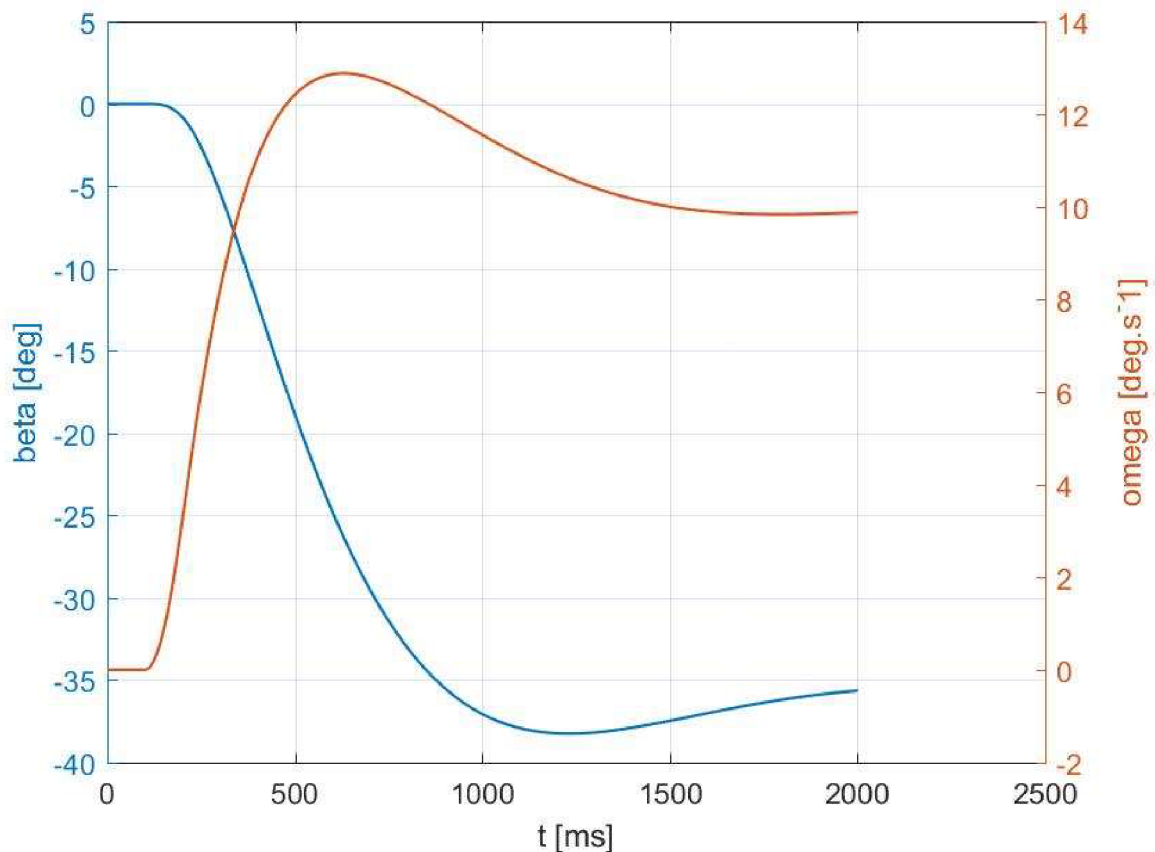
Dosadením rovníc bočných síl (58) a (59) do pohybových rovníc (51) a (52) a následným vyjadrením $\dot{\beta}$ a $\dot{\omega}$ vznikne sústava dvoch obyčajných diferenciálnych rovníc:

$$\dot{\beta} = \frac{2C_{\alpha R} \left[-\arctan\left(\frac{v\beta - \omega l_R}{v}\right) \right] + 2C_{\alpha F} \left[-\arctan\left(\frac{v\beta + \omega l_F}{v}\right) + \delta \right] \cos(\delta)}{mv} \quad (60)$$

$$\dot{\omega} = \frac{l_F 2C_{\alpha F} \left[-\arctan\left(\frac{v\beta + \omega l_F}{v}\right) + \delta \right] \cos(\delta) - l_R 2C_{\alpha R} \left[-\arctan\left(\frac{v\beta - \omega l_R}{v}\right) \right]}{I_z} \quad (61)$$

Na ľavej strane rovníc sa vyskytnú len časové derivácie stavových veličín (uhlová rýchlosť a uhol smerovej odchýlky) a na pravej strane samotné stavové veličiny a už dopredu zadané parametre vozidla.

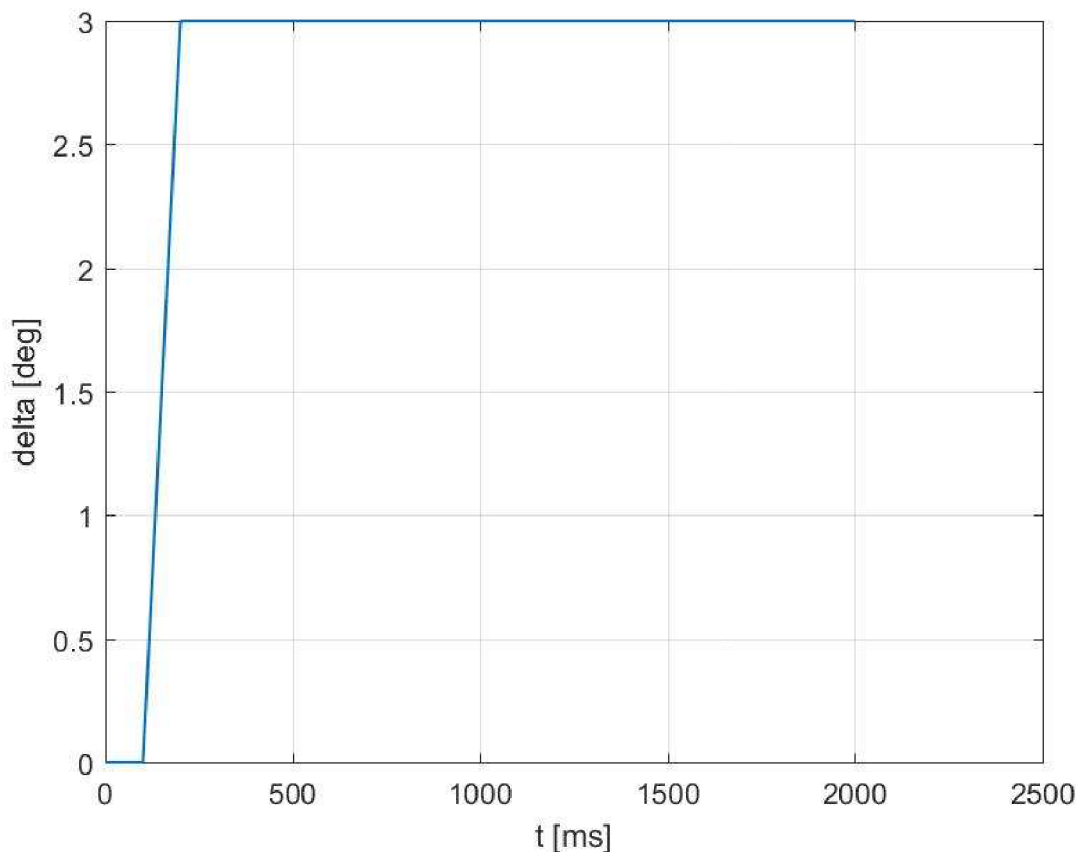
Na riešenie sústavy rovníc bol použitý software Mathworks Matlab presnejšie jeho numerický riešič s názvom ODE45. Výstupom z matematického modelu sú časové priebehy stavových veličín.



Obrázok 14 Závislosť uhlu smerovej odchýlky a otáčavej rýchlosti na čase

Pri modeli bol určený manéver skoková zmena uhlu natočenia kolies z pôvodne nulovej hodnoty so začiatočnou rýchlosťou $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Pri časovej stope 1 sekunda (v okamžiku manévru) vidíme skokovú zmenu otáčavej rýchlosti z nuly do pozitívneho smeru, čo je v súlade so smerom natočenia kolies. Krivka uhla smerovej odchýlky z pôvodnej nulovej hodnoty v okamžiku manévru sa tiež mení, avšak na zápornú hodnotu. Znamená to, že medzi

vektorem rýchlosti a pozdĺžnou osou vozidla vznikne uhol a tento uhol má orientáciu v smere hodinových ručičiek.



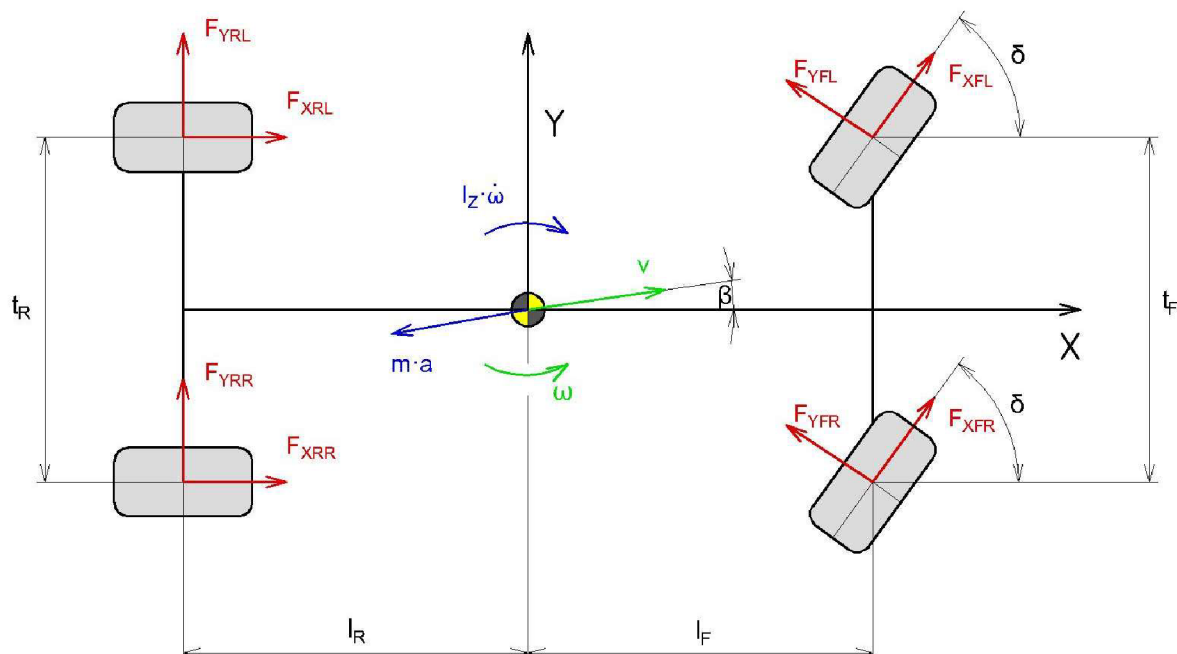
Obrázok 15 Uhol natočenia kolies v závislosti na čase

Jednostopový model bol vytvorený výhradne za cieľom získať jednoduchý výpočtový model. Tento model nie je vhodný na skúmanie a vyhodnotenie vplyvu diferenciálu na jazdné vlastnosti vozidla, preto sa v ďalšom kroku presťuovalo k dvojstopovému modelu.

2.2 DVOJSTOPOVÝ MODEL

Pri tomto modeli nápravy z jedného teoretického kolesa sa rozširujú na ľavé a pravé koleso nápravy. Kvôli zjednodušeniu predné kolesá budú natáčané o rovnaký uhol, bez uvažovania Ackermanovej podmienky pre odvaľovanie kolies v zatáčke bez preklzu. Na *Obrázku 16* sú znázornené dynamické zložky pohybu vozidla.

2.2.1 ZÁKLADNÉ POHYBOVÉ ROVNICE



Obrázok 16 Dynamické zložky pohybu modelu vozidla

Pohybové rovnice dvojstopového modelu:

$$\sum F_x: ma_x = F_{XRL} + F_{XRR} + F_{XFL} \cos(\delta) + F_{XFR} \cos(\delta) - F_{YFL} \sin(\delta) - F_{YFR} \sin(\delta) \quad (62)$$

$$\sum F_y: ma_y = F_{YRL} + F_{YRR} + F_{YFL} \cos(\delta) + F_{YFR} \cos(\delta) + F_{XFL} \sin(\delta) + F_{XFR} \sin(\delta) \quad (63)$$

$$\sum M_z: I_z \dot{\omega} = -l_R(F_{YRL} + F_{YRR}) + l_F(F_{XFL} \sin(\delta) + F_{XFR} \sin(\delta) + F_{YFL} \cos(\delta) + F_{YFR} \cos(\delta)) \quad (64)$$

Odvedenie zrýchlenia už nebude uvedené, rovnaké vzťahy budú použité ako v prípade jednostopového modelu (46) (47).

$$a_x = \dot{v} - v\beta(\dot{\beta} + \omega) \quad (65)$$

$$a_y = \dot{v}\beta + v(\dot{\beta} + \omega) \quad (66)$$

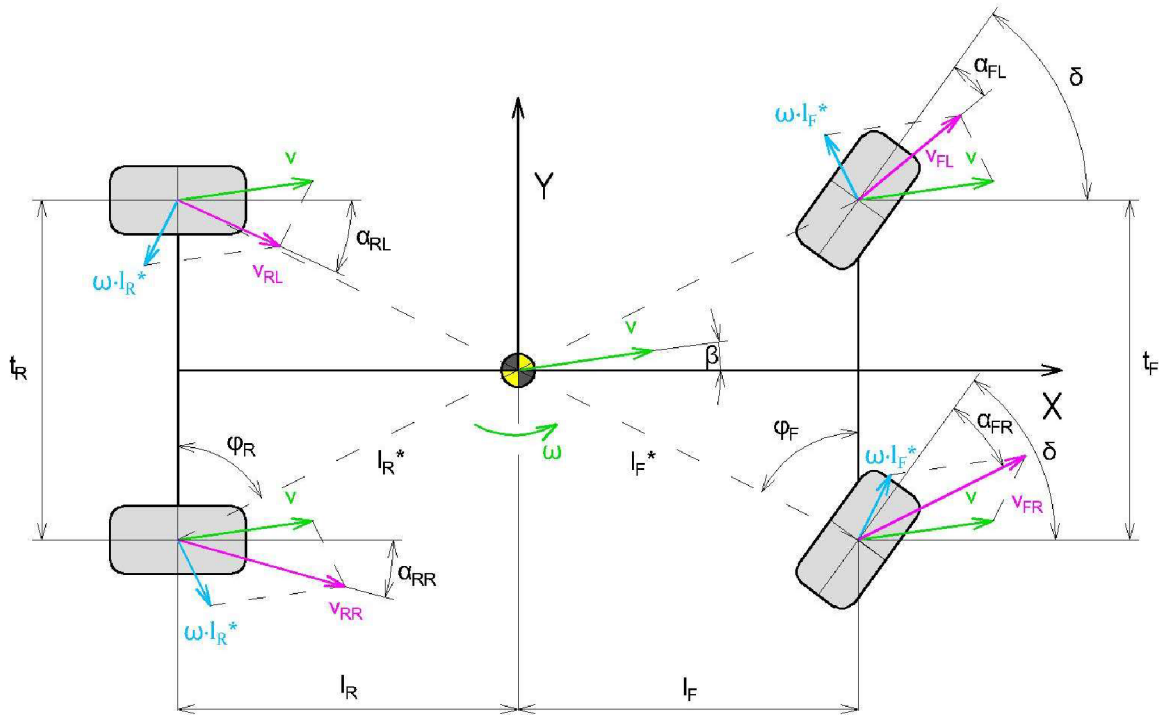
Bude uvažovaná konštantná rýchlosť. Zrýchlenie v pozdĺžnej ose vozidla sa bude rovnať nule, zanedbáva sa taktiež pôsobenie síl F_{XFi} a prvá zložka bočného zrýchlenia. Takto sa získavajú dve rovnice popisujúce pohyb vozidla.

$$mv(\dot{\beta} + \omega) = F_{YRL} + F_{YRR} + F_{YFL} \cos(\delta) + F_{YFR} \cos(\delta) \quad (67)$$

$$I_Z \dot{\omega} = -l_R(F_{YRL} + F_{YRR}) + l_F(F_{YFL} \cos(\delta) + F_{YFR} \cos(\delta)) \quad (68)$$

2.2.2 MODEL PNEUMATIKY

Ďalej je potrebné vyjadriť uhly smerových odchýlok jednotlivých kolies. K tomu je najprv potrebné definovať pomocné uhly φ_R a φ_F a dĺžky ramien l_R^* a l_F^* . Kinematické veličiny, uhly smerových odchýlok a pomocné veličiny sú znázornené na *Obrázku 17*.



Obrázok 17 Odvodenie uhlov smerových odchýlok

Definícia pomocných uhlov:

$$\varphi_R = \arctan\left(\frac{l_R}{\frac{t_R}{2}}\right) \quad (69)$$

$$\varphi_F = \arctan\left(\frac{l_F}{\frac{t_F}{2}}\right) \quad (70)$$

Definícia dĺžky ramien l_R^* a l_F^* :

$$l_R^* = \sqrt{\left(\frac{t_R}{2}\right)^2 + l_R^2} \quad (71)$$

$$l_F^* = \sqrt{\left(\frac{t_F}{2}\right)^2 + l_F^2} \quad (72)$$

Uhol smerovej odchýlky vyjadrené pre jednotlivé kolesá, využitím linearizácie goniometrických funkcií pre malé hodnoty β a zahrnutím zatočenia predných kolies:

$$\alpha_{RL} = \arctan\left(\frac{v\beta - \omega l_R^* \sin(\varphi_R)}{v - \omega l_R^* \cos(\varphi_R)}\right) \quad (73)$$

$$\alpha_{RR} = \arctan\left(\frac{v\beta - \omega l_R^* \sin(\varphi_R)}{v + \omega l_R^* \cos(\varphi_R)}\right) \quad (74)$$

$$\alpha_{FL} = \arctan\left(\frac{v\beta + \omega l_F^* \sin(\varphi_F)}{v - \omega l_F^* \cos(\varphi_F)}\right) - \delta \quad (75)$$

$$\alpha_{FR} = \arctan\left(\frac{v\beta + \omega l_F^* \sin(\varphi_F)}{v + \omega l_F^* \cos(\varphi_F)}\right) - \delta \quad (76)$$

Tento dvojstopový model využíva ten najjednoduchší model pneumatiky pre výpočet bočnej sily z predchádzajúceho kroku. K výpočtu je potrebné poznať len smerovú tuhosť pneumatiky a uhol smerovej odchýlky.

$$F_{Yi} = C_{ai}\alpha_i \quad (77)$$

2.2.3 MATEMATICKÝ MODEL

Vyjadrením časových derivácií stavových veličín z rovníc (67) a (68) vznikne sústava diferenciálnych rovníc:

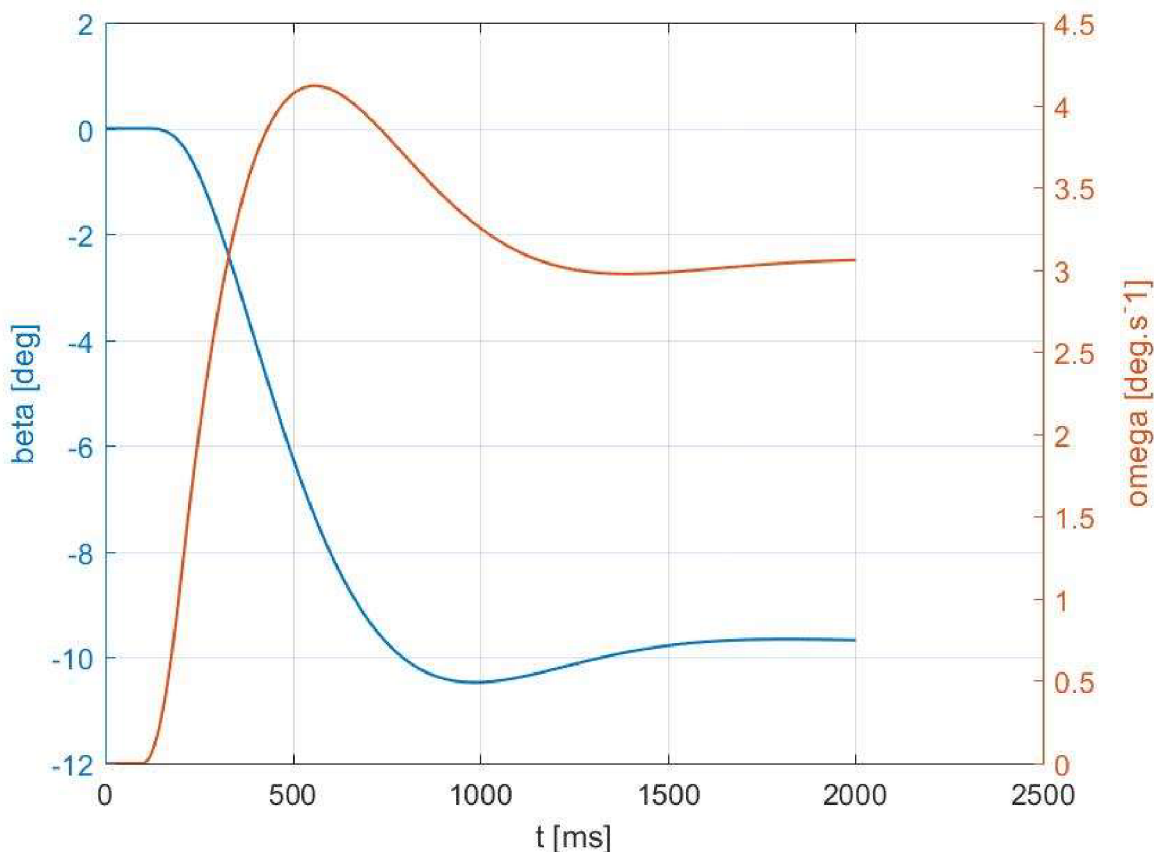
$$\dot{\beta} = \frac{F_{YRL} + F_{YRR} + F_{YFL} \cos(\delta) + F_{YFR} \cos(\delta)}{mv} - \omega \quad (78)$$

$$\dot{\omega} = \frac{-l_R(F_{YRL} + F_{YRR}) + l_F(F_{YFL} \cos(\delta) + F_{YFR} \cos(\delta))}{I_z} \quad (79)$$

Pravé strany obsahujú len veličiny a premenné definované v predchádzajúcich krokoch pomocou stavových veličín.

Na riešenie sústavu rovníc bol použitý numerický riešič s názvom ODE45 software-u Mathworks Matlab. Výstupom z matematického modelu sú časové priebehy stavových veličín.

Pri modeli bol určený manéver skoková zmena uhlu natočenia volantu z pôvodne nulovej hodnoty so začiatočnou rýchlosťou $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Pri časovej stope 1 sekunda (v okamžiku manévru) vidíme skokovú zmenu otáčavej rýchlosti z nuly do pozitívneho smeru, čo je v súlade so smerom natočenia kolies. Krivka uhla smerovej odchýlky sa tiež z pôvodnej nulovej hodnoty v okamžiku manévru tiež mení, avšak na zápornú hodnotu. Medzi vektorom rýchlosti a pozdĺžnou osou vozidla vznikne uhol a tento uhol má orientáciu s smerom hodinových ručičiek.



Obrázok 18 Závislosť uhlu smerovej odchýlky a stáčaivej rýchlosti na čase

2.3 DVOJSTOPOVÝ MODEL S UVAŽOVANÍM ZRÝCHLENIA V SMERU X

Potom nasledovalo rozšírenie predchádzajúceho dvojstopového modelu tak, že sa uvažovalo zrýchlenie v pozdĺžnej osi vozidla, aby sa vozidlo mohlo zrýchľovať alebo brzdiť a v mieste vztyku pneumatiky a vozovky musia vzniknúť sily.

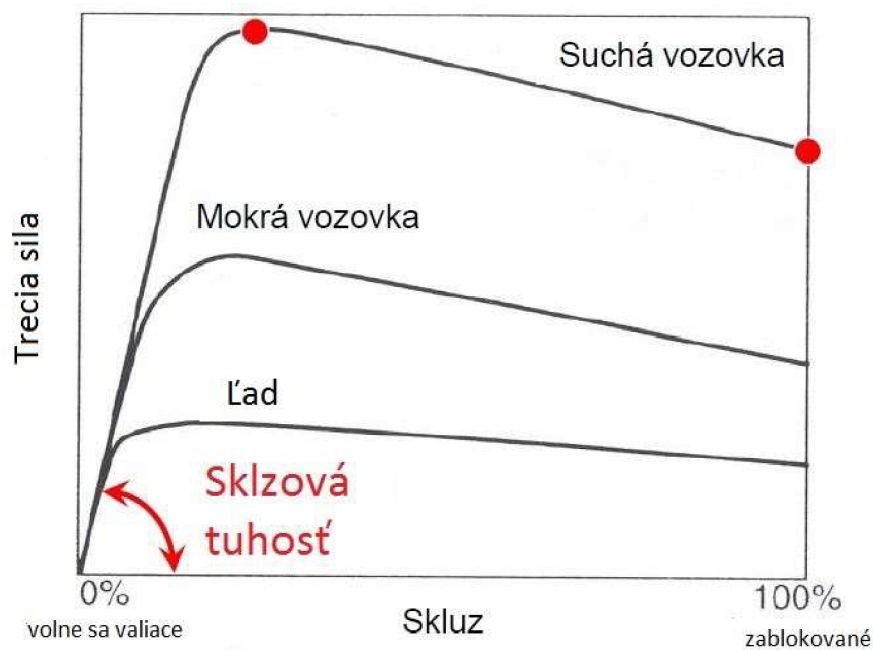
2.3.1 MODEL PNEUMATIKY

Pri akcelerácii a brzdení vznikne prídavný sklz v dôsledku deformácie pružných elementov na povrchu pneumatiky, keď sa vychýľujú aby vyvinuli a udržali treciu silu. Na začiatku kontaktu elementov a vozovky elementy nevyvinú žiadnu treciu silu – musia sa deformovať. Toto nastane len v prípade ak pneumatika sa pohybuje rýchlejšie ako povrch tohto elementu. Ako elementy sa posunú smerom dozadu na kontaktnej ploche ich deformácia narastá súmerne s vertikálnym zaťažením a generuje sa ešte väčšia trecia sila. Smerom dozadu na

kontaktnej ploche sa znižuje vertikálna sila a príde okamžik, keď element sa začne značne kĺzať, keďže trecia sila stráca účinok, až k bodu kde je už 0, kde element opustí vozovku.[9]

Z predchádzajúceho odseku vyplýva, že hnacie a brzdné sily vznikajú z rozdielu rýchlosti a rýchlosti valenia pneumatiky – vznikne sklz v kontaktnej ploche. Tento sklz je bezrozmerná veličina. [9]

$$S = -\frac{v_x - \omega r_e}{v_x} \quad (80)$$



Obrázok 19 Závislosť hnacej sily na sklzu a sklzová tuhosť [9]

Pozdĺžna sila sa mení v závislosti na sklzu. Vzniknutým a zvyšujúcim sa sklzom trecia sila prudko a lineárne rastie. Tento rast určuje sklzovú tuhosť. Sklzová tuhosť je charakteristika pneumatiky – závisí na tuhosti pneumatiky a na hĺbke behúňa. Na suchej vozovke okolo 15-20% sklzu maximálna trecia sila dosahuje hodnôt 70 až 90% vertikálnej sily. Po tejto hodnote sklzu už trecia sila klesá, pretože sklzová oblasť v kontaktnej ploche sa zvyšuje. Na mokrej či ľadovej vozovke nábeh trecej sily, daná sklzovou tuhosťou pneumatiky je rovnaká ako v prípade so suchou vozovkou, líši sa hlavne maximálnou hodnotou trecej sily (mokrá vozovka – 25-50%, ľadová 10-15% zvislej sily).[9]

Pre tento typ aplikácie sú uvažované hodnoty sklzu do maximálnej hodnoty trecej sily (v lineárnej oblasti), preto hnaciu silu určuje súčin sklznej tuhosti a sklzu na danej pneumatike prednej hnanej osi.

$$F_{XFL} = C_{SF} S_{XFL} \quad (81)$$

$$F_{XFR} = C_{SF} S_{XFR} \quad (82)$$

2.3.2 MATEMATICKÝ MODEL

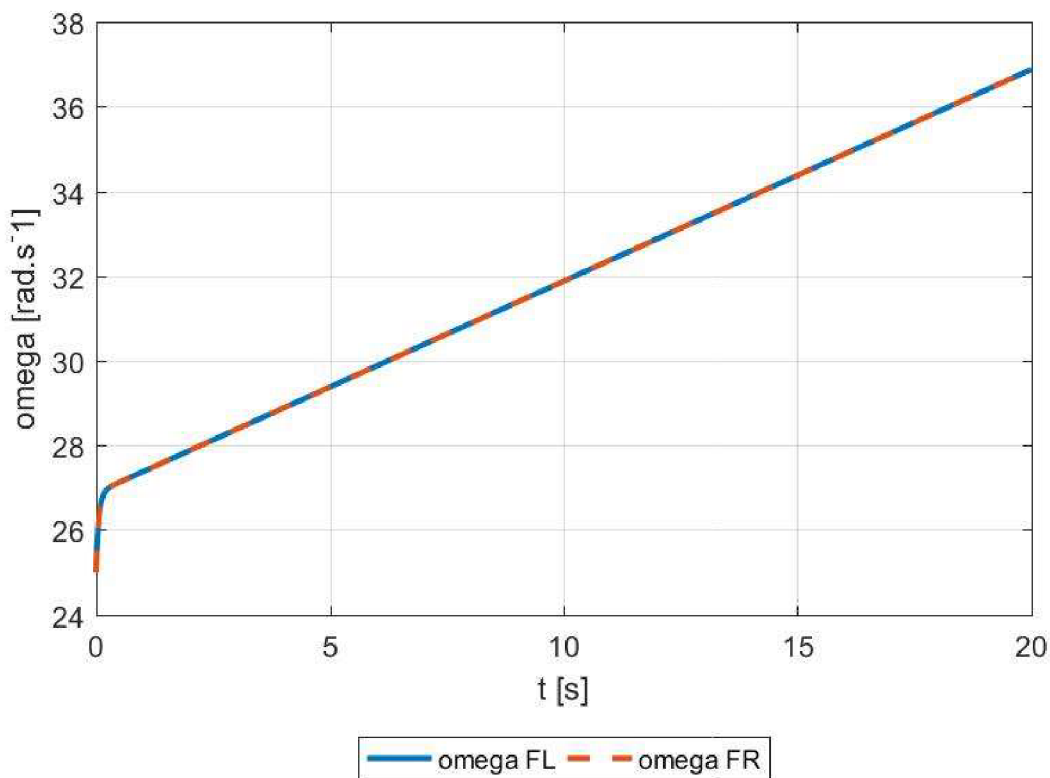
Pribudne jeden ďalší parameter do výpočtu oproti predchádzajúcemu modelu a to je moment privedený od motoru na hnacie kolesá. V tomto kroku moment privedený na hnacie kolesá bude polovica celkového privedeného na pravú aj na ľavú, bez nejakej súvislosti. Model bude rozšírený s diferenciálom neskôr.

Je uvažovaná momentová rovnováha v prípade hnacích kolies, z čoho po odvodení je možno získať diferenciálnu rovnicu pre uhlovú rýchlosť týchto kolies:

$$I_w \omega_{FL} = M - F_{XFL} r_w \quad (83)$$

$$I_w \omega_{FR} = M - F_{XFR} r_w \quad (84)$$

Aplikáciou týchto nových poznatkov a predpokladov v pohybových rovniciach pre dvojstopový model z kapitoly 4.1. dostaneme sústavu diferenciálnych rovníc, pre rýchlosť, uhol smerovej odchýlky, uhlovú rýchlosť a uhlové rýchlosti pravého a ľavého hnacieho kolesa. Sústava rovníc bola riešená v prostredí Matlabu s použitím riešiče ODE45.



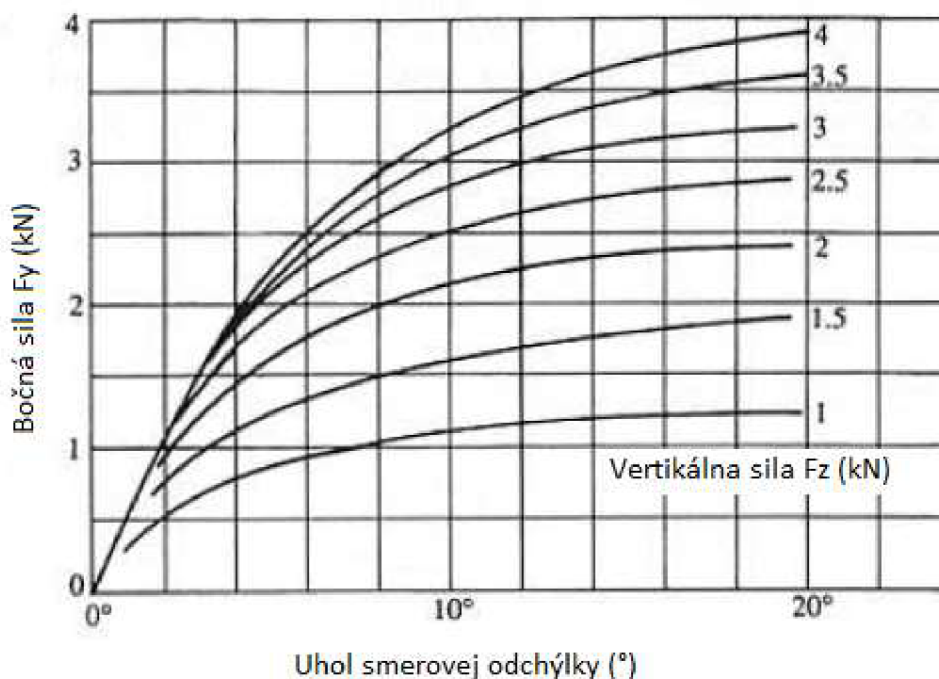
Obrázok 20 Uhlová rýchlosť predných kolies

Tento krok sa sústredil na zavedenie pozdĺžnej sily do modelu. Natočenie kolies bolo nulové a na hnaciu nápravu bol privedený točivý moment s cieľom iniciácie zrýchlenia vozidla. Obrázok 20 ukazuje zvýšenie uhlových rýchlostí kolies, čo je v súlade s predpokladom

zrýchlenia vozidla v smeru X. V tomto kroku vozidlo sa pohybovalo po priamke bez natočenia volantom, preto sa krivky uhlových rýchlostí prekrývajú.

2.4 DVOJSTOPOVÝ MODEL S LEPŠÍM MODELOM PNEUMATIKY

Predchádzajúci model pneumatiky využíval závislosť medzi smerovej či sklzovej tuhosti a uhlom smerovej odchýlky a sklzu bez uvažovania zaťaženia kolies. Vertikálna sila hrá dôležitú rolu, pretože v zatáčke či pri manévroch kvôli prenosu zaťaženia ovplyvňuje veľkosť bočnej a pozdĺžnej sily na jednotlivých kolesách. Ako je zrejmé z *Obrázku 20* bočná sila sa zvyšuje s väčším vertikálnym zaťažením kolesa. Táto záležitosť platí tiež v prípade pozdĺžnej sily. [10]



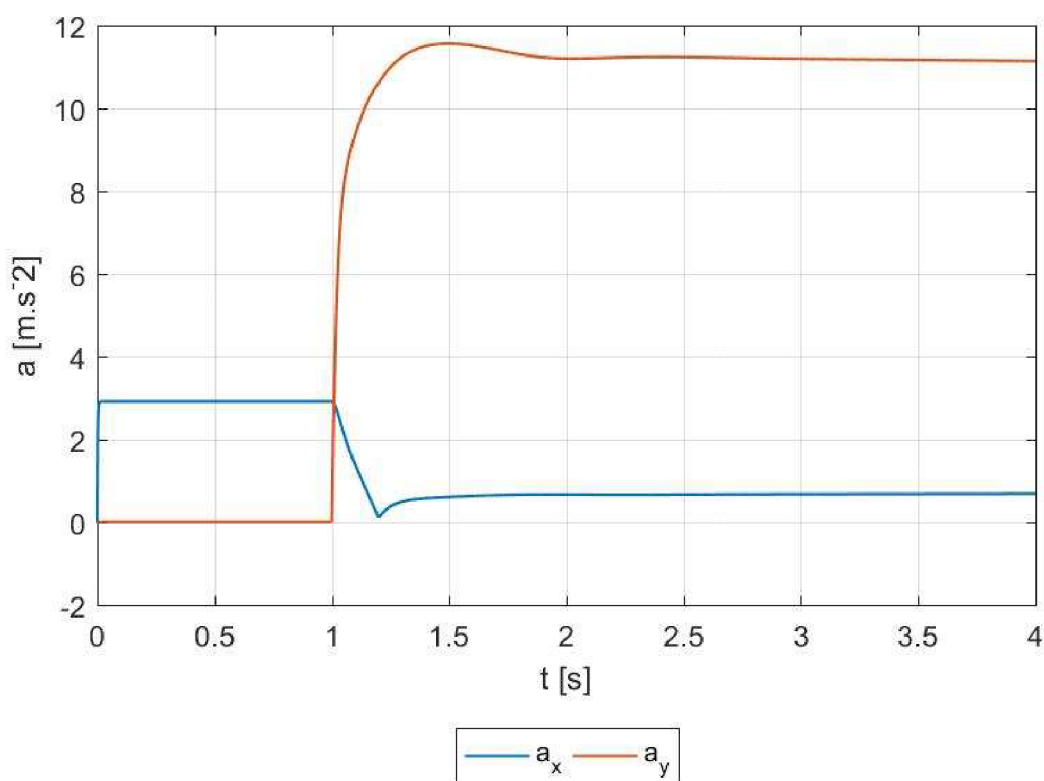
Obrázok 21 Závislosť bočnej sily na uhlu smerovej odchýlky a na vertikálnej sile [10]

V tomto kroku ešte nie je uvažovaný prenos zaťaženia. Zaťaženie jednotlivých kolies je polovica zaťaženia príslušnej osi. Pozdĺžna a bočná sila je určená pomocou Matlabovskej funkcie s názvom **MF62L.m**, ktorá bola sprístupnená vedúcim tejto diplomovej práce Ing. Petrom Hejtmánkom Ph.D.. **ML** sú iniciály **Magic Formule** a 62 označuje verziu 6.2. Ide o empirický model pneumatiky a jeho dáta pochádzajú zo skutočného merania chovania sa pneumatík. Je to funkcia charakteru *black box*. Vstupné veličiny pre túto funkciu sú zaťaženie kolies, sklz, uhol smerovej odchýlky a uhol odklonu kolesa. V tomto prípade nebude predpokladaný odklon. Manéver je rovnaký ako v kapitole 3.3. Výsledná sústava je riešená riešičom ODE45.

2.5 DVOJSTOPOVÝ MODEL S UVAŽOVANÍM ZRÝCHLENIA V SMERU Y

Pri tomto modeli už okrem zrýchlenia v smere x a zrýchlenia v smere y vyvolávané samotným manévrom už zastupuje aj zrýchlenie vozidla v smere y vlastne pohonom vozidla. V tomto kroku už sú použité všetky v predchádzajúcom kroku odvodené a vysvetlené záležitosti, okrem bočného a pozdĺžneho prenosu zaťaženia, čo nasleduje v ďalšom kroku. Výsledkom je sústava diferenciálnych rovníc, pre rýchlosť, uhol smerovej odchýlky, uhlová rýchlosť a uhlové rýchlosti pravého a ľavého hnacieho kolesa, ktorá je riešená riešičom ODE45.

Pri modeli bol určený manéver skoková zmena uhlu natočenia volantu z pôvodne nulovej hodnoty so začiatčnou rýchlosťou $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a na hnacie kolesá je privedený točivý moment. Pôsobenie tohto momentu vidíme na *Obrázku 21* ako skok v hodnote pozdĺžneho zrýchlenia v čase nula. Moment je konštantný, čo udržuje zrýchlenie pozdĺžne na ustálenej hodnote až k okamžiku manévru v čase $t=1\text{s}$. Od začiatku manévru začne pokles v hodnote pozdĺžneho a súčasne rast bočného zrýchlenia. Obe krivky po saturácii nadobudnú ustálenú hodnotu po dobu manévru.



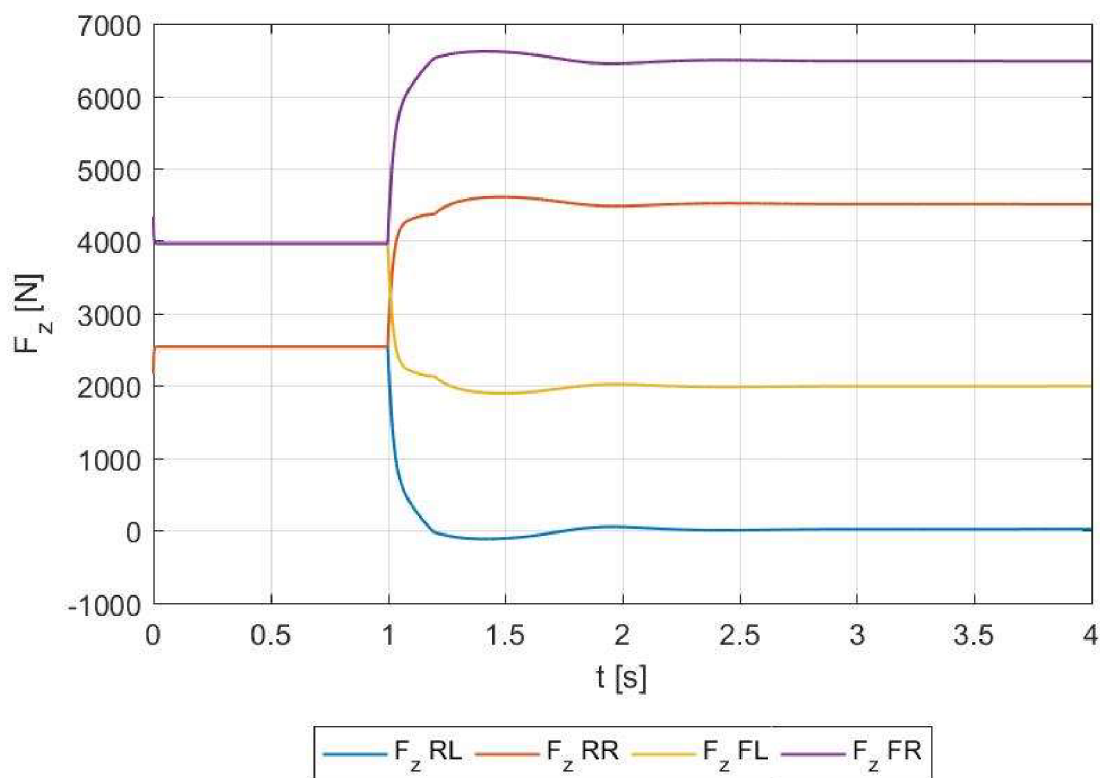
Obrázok 22 Zrýchlenie v závislosti na čase

2.6 DVOJSTOPOVÝ MODEL S PRESUNOM ZAŤAŽENIA

Ako už bola v predchádzajúcej kapitole poznamenané presun zaťaženia má značný vplyv na vytvárajúcu sa bočnú a pozdĺžnu silu. Zahnutím presunu sa už tento model sa považuje za

dostačujúci na ďalšiu analýzu samotného diferenciálu vozidla. Preto po tomto kroku už model sa viac doladovať nebude a práca je sústredená na diferenciál vozidla.

Zaťaženie jednotlivých kolies je dané statickým zaťažením kolies, ktoré závisí od vzdialenosti osi kolesa od ťažiska vozidla, ďalej pozdĺžnym presunom zaťaženia ktoré závisí od zrýchlenia v smere X od výšky ťažiska a tiež bočným presunom, ktorý závisí od zrýchlenia v smere Y a od výšky ťažiska. Pozdĺžny pri zrýchľovaní viac zaťažuje zadnú nápravu a odľahčuje prednú – pri brzdení naopak. Bočný viac zaťažuje v zatáčke vonkajšie kolesá a odľahčuje kolesá na vnútornej strane zatáčky.



Obrázok 23 Zvislá sila v závislosti na čase

$$F_{ZFL/FRstatická} = \frac{F_Z l_r}{2 l} \quad (85)$$

$$F_{ZRL/RRstatická} = \frac{F_Z l_f}{2 l} \quad (86)$$

$$F_{Zpozdĺzná} = \frac{F_Z a_x h}{2 g l} \quad (87)$$

$$F_{Zbočná} = \frac{F_Z a_y h}{2 g l} \quad (88)$$

$$F_{Zi} = F_{Zstatická} \pm F_{Zpozdlzná} \pm F_{Zbočná} \quad (89)$$

Zvislá sila bola doteraz konštantná hodnota vstupujúca sa do výpočtu hneď na začiatku. V tomto prípade už ale nie je konštantná - obsahuje hodnoty zrýchlenia Tie hodnoty ale boli doteraz k dispozícii len na konci výpočtového cyklu až po riešení rovníc. Je potrebné, aby na začiatku každého výpočtového kroku bola použitá hodnota zrýchlenia z výsledkov predchádzajúceho kroku. Tým sa získavajú hodnoty presunu zaťaženia a potom samotné zaťaženie jednotlivých kolies. Tak je už všetko dané na riešenie pohybových rovníc.

Tento nový prístup však prinesie aj ďalšiu zmenu. U riešiče ODE45 je možno používať len integrované hodnoty veličín z predchádzajúceho kroku a v tomto prípade je ich potreba neintegrovane. Je potrebný riešič ktorý s tými vie pracovať. Riešič ODE15s je vhodný na riešenie algebraicko-diferenciálnych rovníc, a preto je použitý. Pribudnú tiež ďalšie dve rovnice pre riešenie sústavu diferenciálnych rovníc, a to:

$$a_x - a_{xi} = 0 \quad (90)$$

$$a_y - a_{yi} = 0 \quad (91)$$

kde a_x a a_y sú zrýchlenia, ktoré sú vypočítané zo síl v aktuálnom výpočtovom cykle a a_{xi} a a_{yi} sú zrýchlenia z predchádzajúceho kroku, a na základe nich sa počíta zaťaženie kolies.

U modelu bol určený manéver skoková zmena uhlu natočenia volantu z pôvodne nulovej hodnoty so začiatočnou rýchlosťou $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a na hnacie kolesá je privedený točivý moment. Na začiatku simulácie pohybu vozidla *Obrázok 22* znázorňuje väčšiu zvislú silu na prednej náprave a menšiu na zadnej. Privedený moment spôsobuje pozdĺžne zrýchlenie vozidla čo má za dôsledok pozdĺžny posun zaťaženia v smeru dozadu. Zvislá sila sa zníži na predných kolesách a zvýši na zadných. Potom sily nadobudnú konštantné hodnoty až k okamžiku začiatku manévru v čase $t=1\text{s}$. Bočný presun zaťaženia viac zaťažuje vonkajšie kolesá – v tomto prípade pravé a zníži zaťaženie ľavých.

2.7 MODEL S OTVORENÝM A PLNE UZAVRETÝM DIFERENCIÁLOM

V predchádzajúcich krokoch model funguje tak že privedený moment na hnacie kolesá sú polovica celkového privedeného, bez akéhokoľvek súvislosti a tým pádom otáčky kolies by mohli byť úplne rozdielne. Moment a otáčky kolies ale spolu súvisia. V tomto kroku je model rozšírený o otvorený alebo plne uzatvorený diferenciál za účelom ich porovnávania.

Obecne platia rovnice:

$$\omega_{vstup} = \frac{\omega_{výstup1} + \omega_{výstup2}}{2} \quad (92)$$

$$M_{vstup} = M_{výstup1} + M_{výstup2} \quad (93)$$

$$\begin{aligned} \sum P &= M_{vstup} \omega_{vstup} - M_{výstup1} \omega_{výstup1} \\ &\quad - M_{výstu} \omega_{výstup2} - P_{straty} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (94)$$

Tiež platí že otvorený diferenciál rozdeľuje privedený moment rovnomerne na hnané kolesá:

$$M_{výstup1} = \frac{M_{vstup}}{2} \quad (95)$$

$$M_{výstup1} = \frac{M_{vstup}}{2} \quad (96)$$

Plne uzavretý diferenciál pracuje ako keby kolesá boli pevne spojené na osi, ktorá väzba neumožňuje rozdielne otáčky jedného či druhého kolesa. Platí predpoklad:

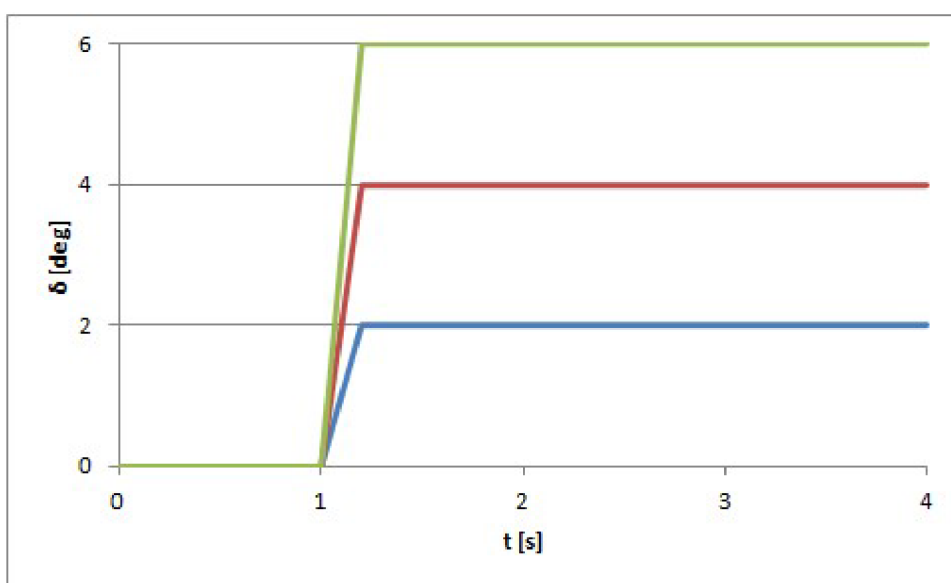
$$\omega_{výstup1} = \omega_{výstup2} = \omega_{vstup} \quad (97)$$

V kapitole 3 nasleduje porovnanie týchto dvoch variant a grafické znázornenie výsledkov

3 ANALÝZA MODELOV S OTVORENÝM A UZAVRETÝM DIFERENCIÁLOM

V predchádzajúcich kapitolách je zaznamenávané krok za krokom proces zostavenia výpočtového modelu pre analýzu chovania sa vozidla. Model sa považuje za funkčný a finálny, nasleduje zavedenie činnosti samozverného diferenciálu. Táto kapitola slúži k lepšiemu porozumeniu, v čom má prínos samozverný diferenciál, kde má otvorený alebo plne uzavretý diferenciál limity.

Na porovnanie priebehov jednotlivých jazdu ovplyvňujúcich hodnôt, chovanie vozidla sa simulovalo pri manévri skoková zmena natočenia predných kolies z hodnoty 0 na hodnotu 2°, 4° a 6° so začiatočnou rýchlosťou 15 m·s⁻¹



Obrázok 24 Priebeh natočenia kolies v závislosti na čase

Vstupné veličiny použité v modeli sú v nasledujúcej tabuľke

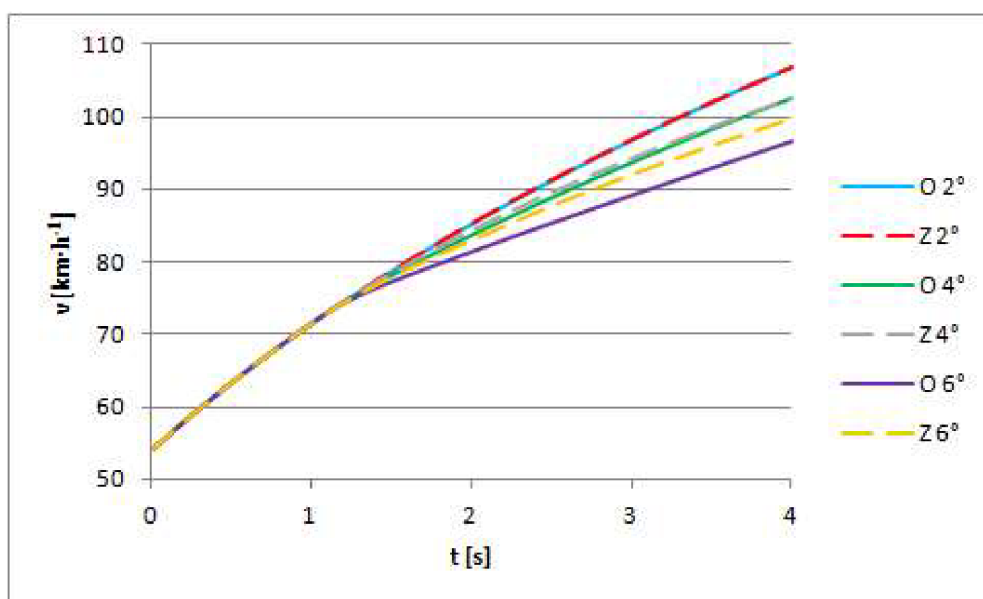
Tabuľka 1 Vstupné parametre vozidla

Zaťaženie prednej nápravy	F_{ZF}	7500 N
Zaťaženie zadnej nápravy	F_{ZR}	5500 N
Rázvor náprav	l	2,6 m
Rozchod predných kolies	t_f	1,5 m
Rozchod zadných kolies	t_r	1,5 m
Moment zotrvačnosti k osi Z	I_z	2000 kg·m ²

Výška polohy ťažiska	h	0,5 m
Moment zotrvačnosti kolesa	I_w	2 kg·m ²
Polomer kolesa	r	0,28 m
Výkon	P	120 kW

3.1 RÝCHLOSŤ A ZRÝCHLENIE

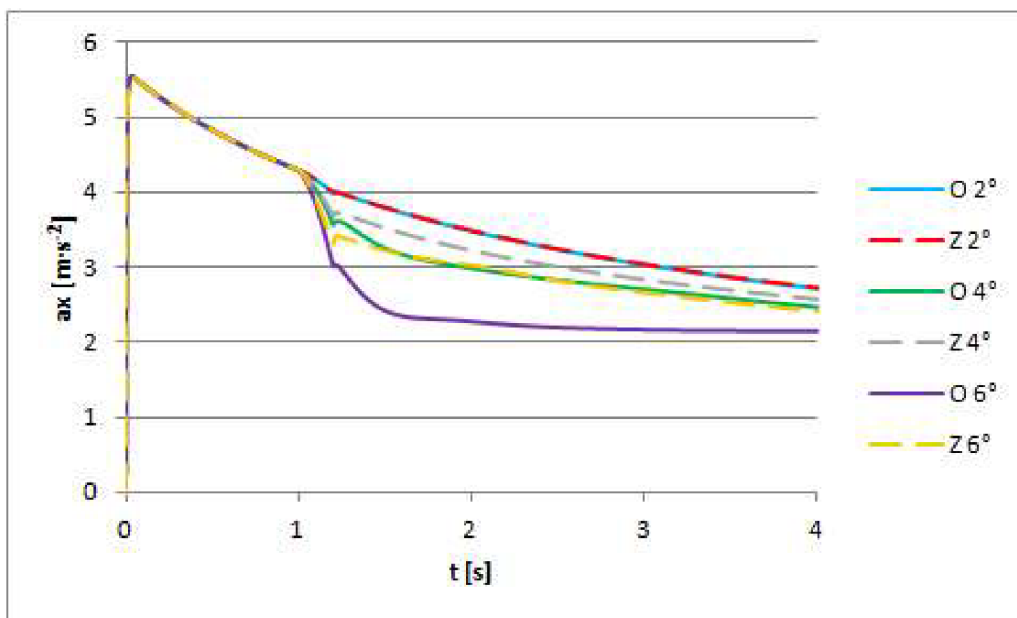
Matematický model vozidla v oboch prípadoch dosahoval podobný priebeh krivky rýchlosti. Kým vozidlo ide po rovine a uhol natočenia kolies a bočné zrýchlenie sú nulové rýchlosť rastie pozvoľne. V okamžiku manévru sa stane lom v krivke a začne rásť pomalšie. Krivky otvoreného a uzavretého diferenciálu sa pri natočení 2° a 4° líšia len minimálne no pri natočení o 6° uzavretý diferenciál dosahuje vyšších rýchlostí na konci manévru. *Obrázok 25*



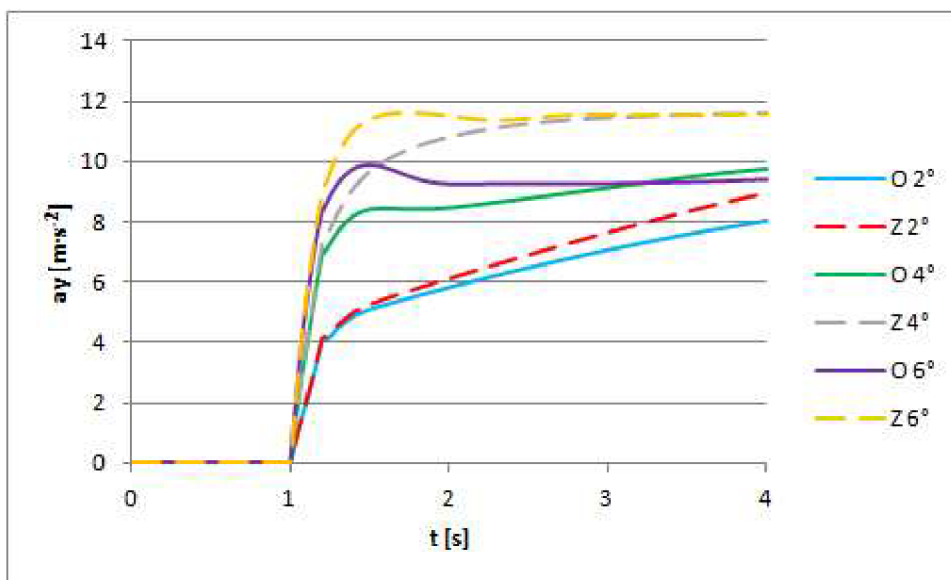
Obrázok 25 Rýchlosť vozidla v závislosti na čase

Maximálne natočenie [°]	Otvorený diferenciál [km·h ⁻¹]	Uzavretý diferenciál [km·h ⁻¹]
2	106,9	106,8
4	102,6	102,4
6	96,5	99,7

Pokles v zrýchlení v pozdĺžnom smere je zaznamenaný v okamžiku manévra kde začína pôsobiť bočné zrýchlenie v následku natočenia predných kolies. Vyšším uhlom natočeni klesá zrýchlenie pozdĺžne. Pri rovnakom uhle natočeni avšak v prípade uzavretého diferenciálu sa mení miernejšie.



Obrázok 26 Pozdĺžne zrýchlenie v závislosti na čase

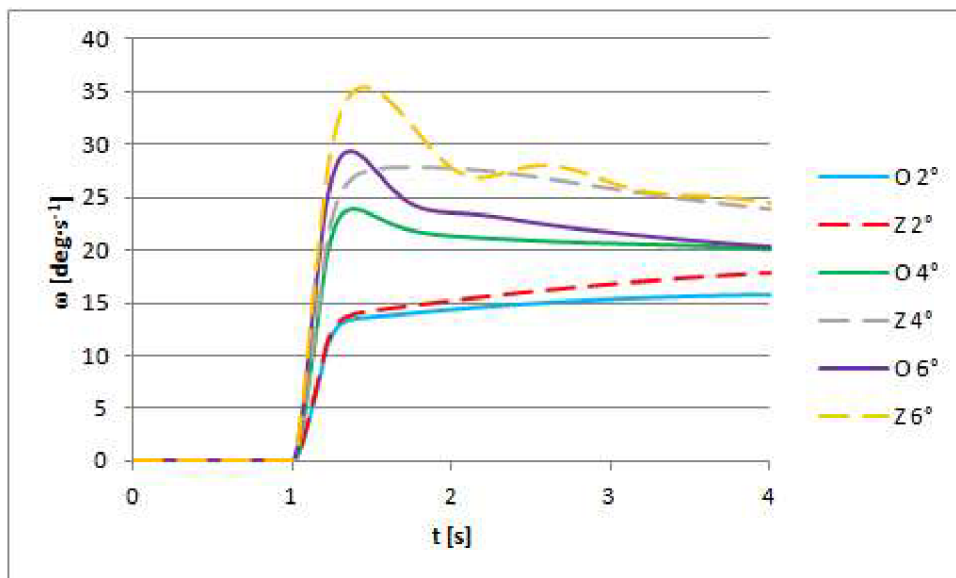


Obrázok 27 Bočné zrýchlenie v závislosti na čase

S väčším natočením kolies sa bočné zrýchlenie zvyšuje. Pri modeloch s uvažovaním uzatvoreného diferenciálu bočné zrýchlenie dosahovalo väčšie maximá a väčšie ustálené hodnoty počas manévru.

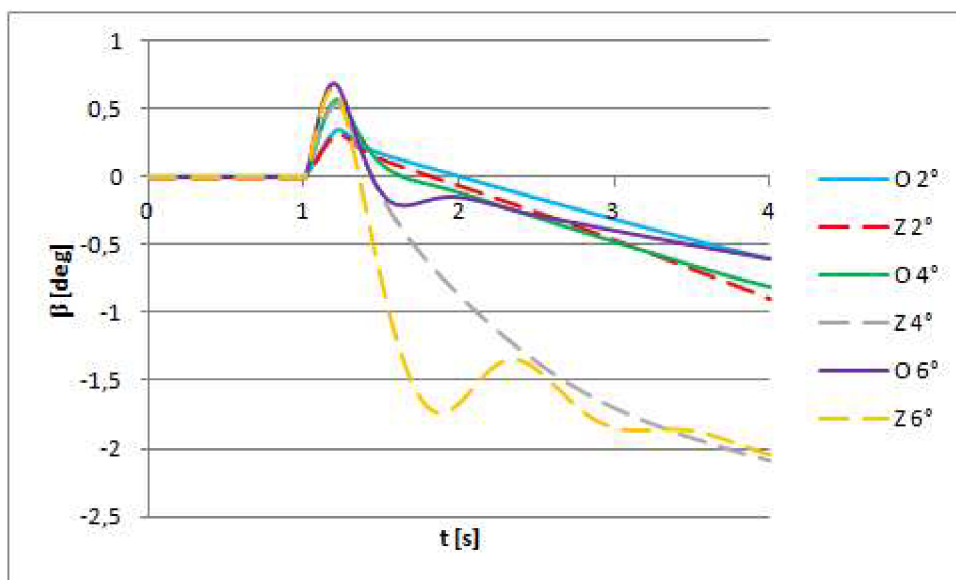
3.2 OTÁČAVÁ RÝCHLOSŤ

Krivky otáčavej rýchlosti vykazujú podobný priebeh. Pri uzavretého diferenciálu maximálna a ustálená hodnota otáčavej rýchlosti vozidla je vyššia.



Obrázok 28 Otáčavá rýchlosť vozidla v závislosti na čase

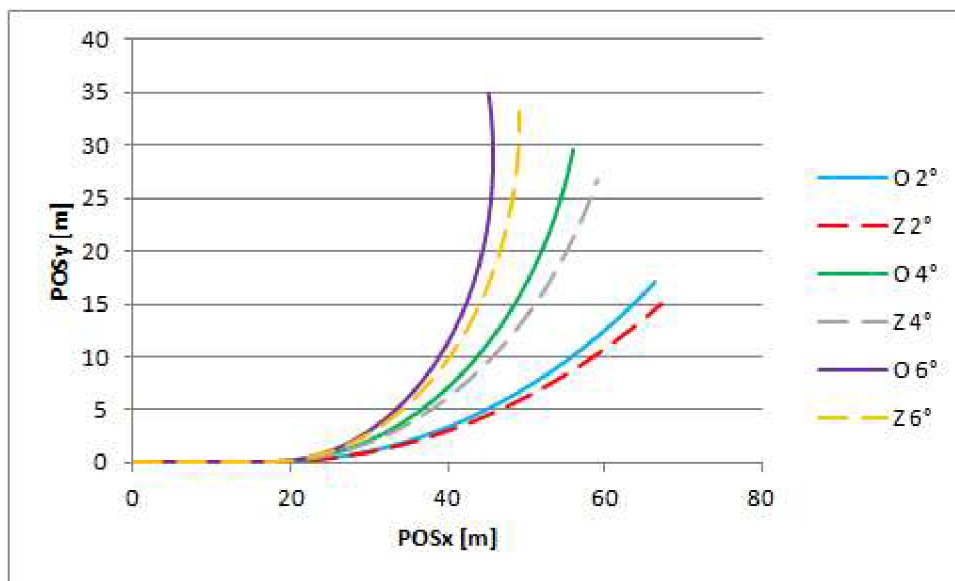
3.3 UHOL SMEROVEJ ODCHÝLKY



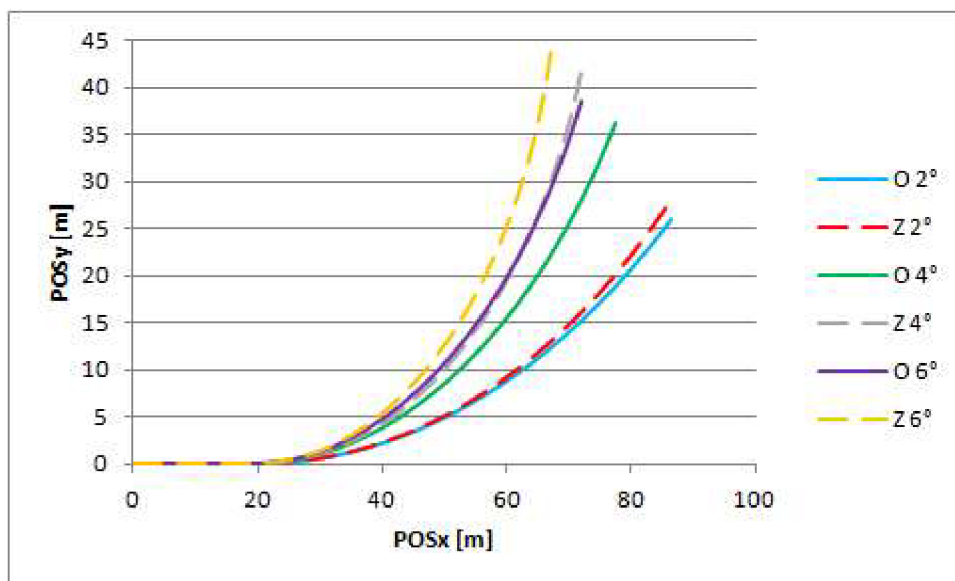
Obrázok 29 Uhol smerovej odchýlky vozidla v závislosti na čase

Uhol smerovej odchýlky je uhol medzi pozdĺžnou osou vozidla a vektorom rýchlosti akým smerom vozidlo pohybuje. Pri tomto manévri krivky ukazujú náhly nárast v uhle v pozitívnom smere, takže v tomto prípade smerom doľava od pozdĺžnej osi vozidla, a ako sa rýchlosť zvyšuje postupne sa mení na negatívnu – von zo zatáčky.

3.4 TRAJEKTÓRIA



Obrázok 30 Pohyb vozidla – výkon 30kW

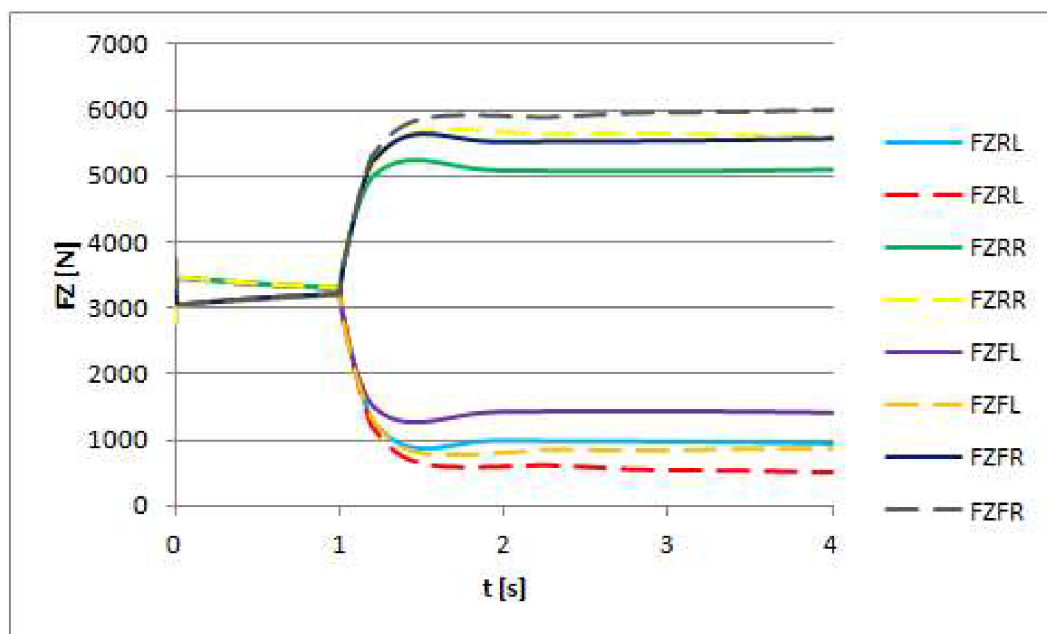


Obrázok 31 Pohyb vozidla – výkon 120kW

Na obrázkoch je znázornený pohyb vozidla pri rôznych natočení kolies. *Obrázok 30* je rovnaký manéver ako predtým lenže je nastavený menší výkon. Obrázok ukazuje že vozidlo s uzavretým diferenciálom sa chová viac nedotáčivo než vozidlo s otvoreným diferenciálom pri nižšom výkone, nižšej rýchlosti. Avšak pri vyššom výkone, pri rýchlejšej jazde počas manévra pôsobí väčšie bočné zrýchlenie. Väčšie zrýchlenie má za následok väčší prenos zaťaženie na vonkajšie koleso a tým väčšiu pozdĺžnu silu. *Obrázok 31* ukazuje že v tomto prípade už vozidlo s uzavretým diferenciálom sa chová pretáčivejšie než s otvoreným diferenciálom.

3.5 PRESUN ZAŤAŽENIA

Presun zaťaženia – zmena vertikálnej sily nad kolesom ovplyvňuje generovanú bočnú aj pozdĺžnu silu. S vyššou vertikálnou silou rastie aj bočná aj pozdĺžna. Pri tomto modeli s motorom vpred a predným pohonom sa predpokladá, že najväčšie tieto sily sa generujú na prednej pravej pneumatike a najnižšie na zadnej ľavej. Presun zaťaženia kvôli väčšiemu bočnému zrýchleniu sa pri uzavretom diferenciáli zjaví s väčšími hodnotami.

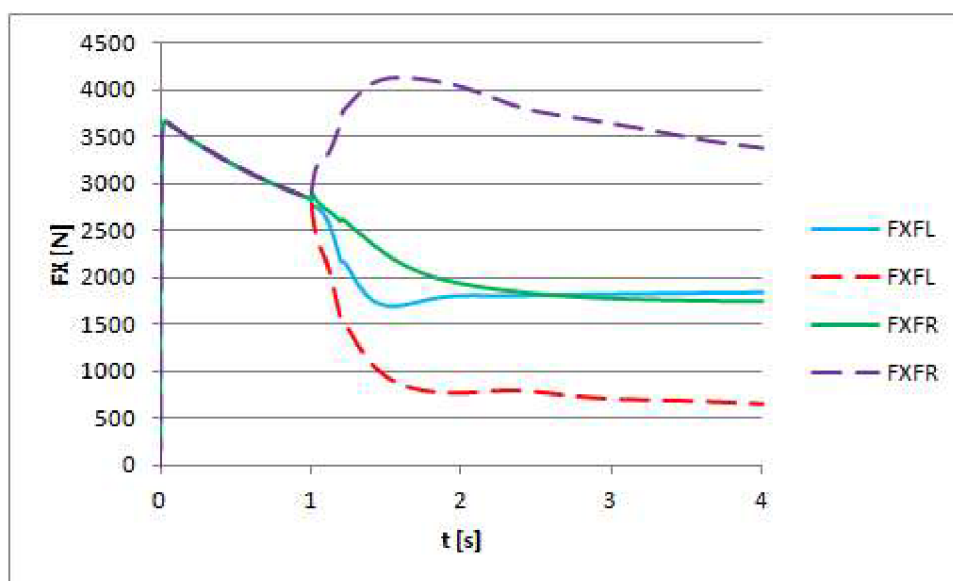


Obrázok 32 Zvislá sila v závislosti na čase – natočenie 6°

3.6 POZDĹŽNA SILA

Sklz je primárnym zdrojom pozdĺžnej sily. Pri otvorenom diferenciáli vidíme že uhlová rýchlosť kolies sa zvyšuje postupne až do momentu pretočenia kolies. Počas manévra kvôli presunu zaťaženia sa odľahčuje ľavé koleso, tým sa jeho otáčky sa prudko navýšia. Zvyšuje sa v dôsledku toho sklz pod týmto kolesom. Takto najväčšia časť stopy pneumatiky je v šmyku a generuje sa menšia pozdĺžna sila. Náhly rast sklzu pod ľavým kolesom zaznamenáva aj krivka pozdĺžnej sily, kde pozdĺžna sila na ľavom kolese klesne z okolo 2800 N-ovej hodnoty na okolo 1800. Keďže u vozidla s otvoreným diferenciálom pravé a ľavé koleso prenesie rovnakú pozdĺžnu silu aj hodnota pravého kolesa klesne.

Pri vozidla s uzavretým diferenciálom uhlové rýchlosti sú rovnaké, z dôvodu spojenia polos. Rozdiel sklzu ľavého a pravého kolesa je dôsledkom toho, že vnútorné kolesá potrebujú menej otáčok ako tie vonkajšie na opísanie rovnakého uhlu v zatačke ale spojenie polos to neumožňuje. Vnútorné koleso sa začne preklzať, otáčať sa v stope – zvýši sa sklz. Ako následok a za účinkovanie nižšej vertikálnej sily na ľavom kolese vznikne nižšia pozdĺžna sila a na pravom väčšia.



Obrázok 33 Pozdĺžna sila v závislosti na čase - natočenie 6°

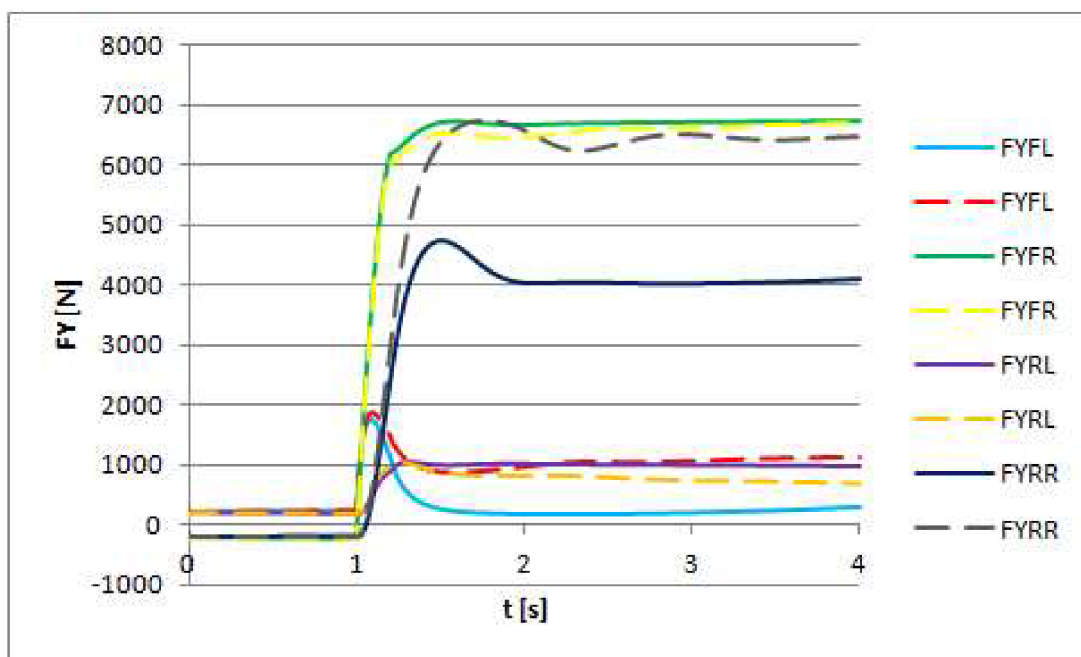
3.7 BOČNÁ SILA

Bočná sila je veličina ktorá svojím priebehom a limitnou hodnotou ovplyvňuje ako sa vozidlo chová v zatáčke. Čím vyššiu bočnú silu generujú pneumatiky tým väčšou rýchlosťou je vozidlo schopné prejsť zatáčkou. Nábeh sa dá považovať za lineárny, je žiadaný, aby bol čo najprudší, aby maximálna bočná sila bola prístupná pri najmenšom možnom uhle smerovej odchýlky. V prechodovej oblasti dosahuje svoju limitnú hodnotu na hranici adhézie (táto je cieľová oblasť). Potom vyšším uhlom smerovej odchýlky už väčšia časť stykovej plochy je v klze, zníži sa bočná sila a generuje sa teplo. Prechod cez maximálnu hodnotu pocíti vodič odľahčeným pohybom volantu.

Tabuľka 2 Maximálne hodnoty bočnej sily – natočenie 6°

Názov	Otvorený diferenciál	Uzavretý diferenciál
F_{yFL} [N]	1775,7	1862,2
F_{yFR} [N]	6754,6	6710,6
F_{yRL} [N]	1030,2	1023,4
F_{yRR} [N]	4732,4	6727,4

Z tabuľky vyplýva že maximálna bočná sila na pravom zadnom kolese prenesú oveľa väčšiu silu v prípade s uzavretým diferenciálom.



Obrázok 34 Bočná sila v závislosti na čase – natočenie 6°

3.8 ZHRNUTIE

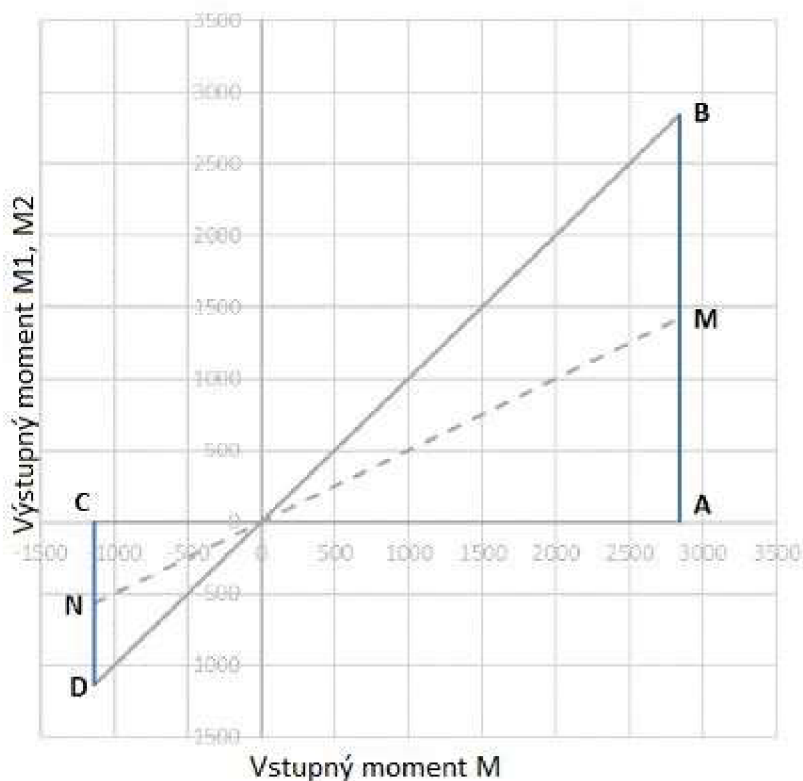
Hodnota rýchlosti na konci manévru, maximálna otáčavá rýchlosť, bočné aj pozdĺžne sily síce len o malé percentá, ale boli vyššie v prípade uzavretého diferenciálu. Otvorený diferenciál sa choval slabšie práve z dôvodu uvažovania presunu zaťaženia. Má ale za výhodu, že umožní rozdielne otáčky kolies. Z tohto vyplýva že otvorený diferenciál má výhodu v prípade ovládania vozidla pri menších rýchlostiach, napríklad na parkovisku. Pri zrýchlení po rovine ak je k dispozícii dostatočná prílnavosť pod kolesami, je ich funkcia tiež dostačujúca. Ak nepôsobia na vozidlo veľké zrýchlenia v zatačke tým pádom veľký prenos zaťaženia kolies ich funkcia je tiež prijateľná. Avšak pri vyšších rýchlostiach, keď hrozí prešmyk jedného kolesa alebo kvôli zníženiu vertikálnej sily sa koleso pretáča, je vhodnejšie uzavretý diferenciál. Tieto prínosné kvality otvoreného a plne uzavreného spojuje samozverný diferenciál.

Ak diferenciál je uzavretý obe kolesá majú nútene rovnakú uhlovú rýchlosť. Súčet prenášaného momentu sa rovná vstupného. Pri skúmaní rozdelenia momentu medzi kolesami treba uvažovať vzniknutú pozdĺžnu silu v závislosti na sklzu a prenose zaťaženia. Otáčky kolies sú rovnaké avšak vnútorné koleso musí opísať kratšiu dráhu – vnútorné koleso má väčší sklz a tým pádom aj väčšiu pozdĺžnu silu – nedotáčavosť. Presunom zaťaženia v zatačke smerom k vonkajšiemu kolesu pozdĺžna sila na vonkajšom kolese narastá a nedotáčavosť klesá. Pre dostatočne veľké bočné zrýchlenie, presunom zaťaženia v ešte väčšom pomere sa celé chovanie obráti. Pozdĺžna sila na vonkajšom kolese je už väčšia než na vnútornom – vozidlo sa chová pretáčavo. Otvorený diferenciál umožňuje rozdielne rýchlosti kolies čo znižuje sklz kolesa vnútorného kolesa. Momenty prenášané kolesami sa vždy rovnajú a tým pádom neovplyvnia chovanie sa vozidla.

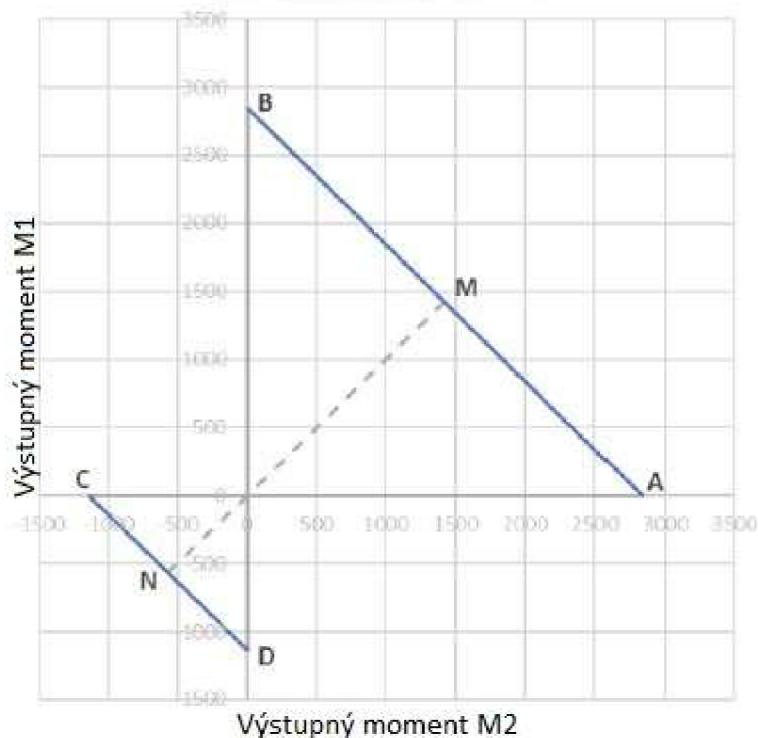
4 SAMOZVERNÝ DIFERENCIÁL

Samozverné diferenciály sa delia na diferenciály u ktorých zvýšenie vnútorného trenia závisí na veľkosti privedeného točivého momentu a na diferenciály u ktorých samozverný účinok závisí od rozdielu rýchlostí výstupných členov (táto skupina využíva jav kvapalinového trenia spôsobujúca medzi lamely viskózne spojky). Existujú tiež aktívne ovládané diferenciály okrem vymenovaných pasívnych a tzv. *torque vectoring* (smerovanie točivého momentu) diferenciály. Tieto určujú nielen veľkosť prenášateľného momentu medzi kolesá ale aj smer prenášania. Sú však drahšie, komplikovanejšie a pre správne fungovanie je potrebné uvažovať aj ďalších systémoch podporujúcich jazdu. Pasívne samozverné diferenciály však kvôli jednoduchosti a nenáročnosti ovládania (nepotrebnú riadiacu jednotku ani zasahovanie vodiča) ešte stále používajú. Hlavne u vysokovýkonných vozidiel či v motoršporte, kde aktívne jednotky nie sú povolené. [11]

Dva druhy diagramov na znázornenie oblasti fungovania diferenciálu sú Výstupné momenty v závislosti na privedenom momente a Závislosť medzi momentmi na jednom a druhom kolese.



Obrázok 35 Výstupné momenty v závislosti na privedenom momente [11]



Obrázok 36 Závislosť medzi momentmi na jednom a druhom kolese [11]

V diagramoch prvý kvadrant znázorňuje stav kde privedený moment je pozitívny ($M > 0$) a tretí kvadrant keď je negatívny ($M < 0$). Krivky AB a CD sú maximálny privedený moment[11]:

$$M = M_1 + M_2 \quad (98)$$

Čiarkovaná úsečka MN je otvorený diferenciál, a platí[11]:

$$M_1 = M_2 = \frac{M}{2} \quad (99)$$

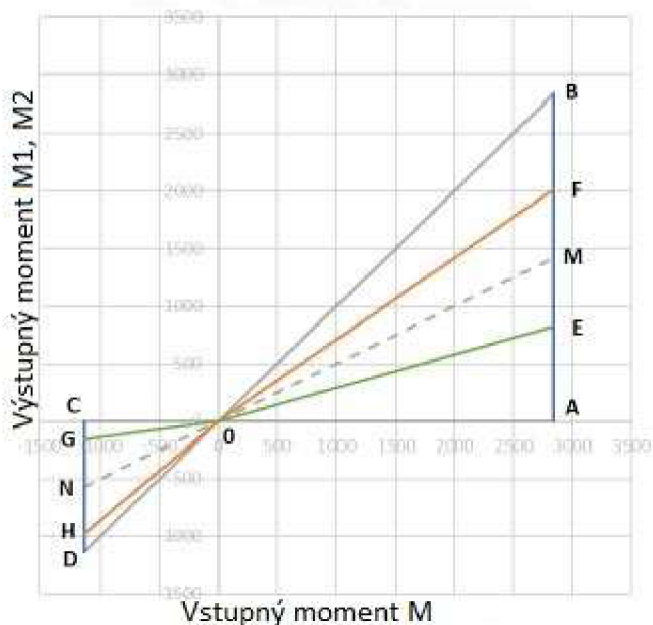
$ABCD$ je oblasť fungovania plne uzavretého diferenciálu so svojim tvarom *motýľa*. Samozverný diferenciál podľa nastavenia môže pokryť až celú pracovnú oblasť od otvoreného diferenciálu až k plne uzatvorenému. K otvorenému diferenciálu sa pripojí trecí člen ktorý pomocou trenia umožní prenášať krútiaci moment z rýchlejšieho koleasa na koleso pomalšie. Keď platí $\omega_1 > \omega_2$ [11]:

$$M_1 = \frac{M}{2} - \Delta M \quad (100)$$

$$M_2 = \frac{M}{2} + \Delta M \quad (101)$$

Ako už bolo poznamenané ΔM závisí od rozdielu rýchlostí kolies alebo od privedeného momentu. V tejto diplomovej práci sa uvažuje o diferenciáli kde prenášateľný moment závisí od privedeného momentu. Presnejšie sa uvažuje diferenciál podobnému typu *Lok-o-matic* z kapitoly 1.3.2 takzvaný *rampový*.

Nastavenie diferenciálu je realizované prostredníctvom dvoch parametrov – predpätie a vplyv rampy. Predpätie sa nastavuje výmenou pružiny ktorá pôsobí na trecie lamely a vplyv rampy sa mení v závislosti na uhle tej klinovej drážky, v ktorej sú uložené čapy satelitov. Na prenášateľný moment má tiež vplyv počet trecích plôch v trecej spojke.



Obrázok 37 Výstupné momenty v závislosti na privedenom momente – rampa [11]

Zelená čiara symbolizuje rýchlejšie koleso a oranžové pomalšie. Ak privedený moment je kladný, momenty na kolesách symbolizujú úsečky FO a EO sú dané rovnicami [11]:

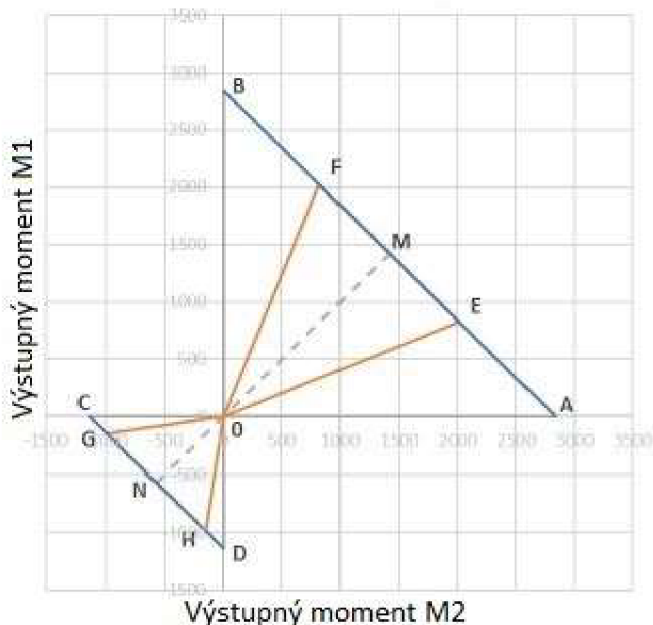
$$M_{\text{pomalšie}} = \frac{M}{2} + \Delta M_{\text{max}} \quad (102)$$

$$M_{\text{rýchlejšie}} = \frac{M}{2} - \Delta M_{\text{max}} \quad (103)$$

Pre záporný moment platia úsečky HO a GO :

$$M_{pomalšie} = - \left| \frac{M}{2} + \Delta M_{max} \right| \quad (104)$$

$$M_{rýchlejšie} = - \left| \frac{M}{2} - \Delta M_{max} \right| \quad (105)$$

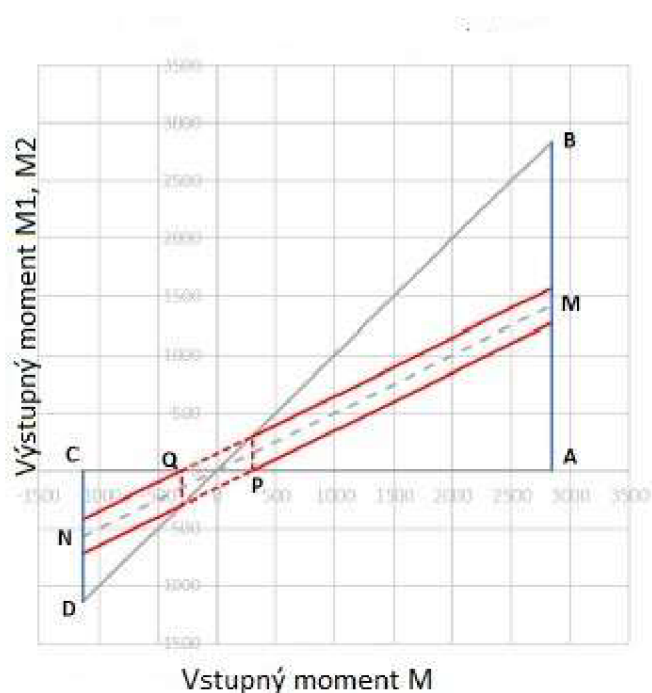


Obrázok 38 Závislosť medzi momentmi na jednom a druhom kolese – rampa [11]

Pomer momentov na jednotlivých kolesách pri maximálnom privedenom momente sa po anglicky nazýva *Torque Bias Ratio*. Čím je táto hodnota vyššia tým je chovanie sa samozverného diferenciálu bližšie k plne uzatvorenému pri privedení hnacieho momentu. [11]

$$TB = \frac{M_F}{M_E} \quad (106)$$

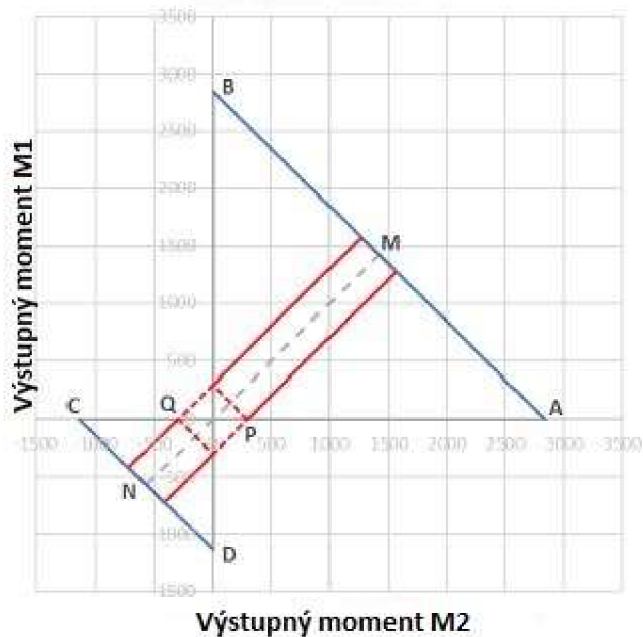
Prenášaný moment medzi kolesami závisí od privedeného momentu preto pri pomalej a plynulej jazde sa chová ako otvorený a tým pádom je vhodný na každodenné použitie. Na povrchu so zníženou príľnavosťou sa dá preniesť len malý točivý moment, preto sa nenastane zavretie diferenciálu a nastane problém s trakciou. Tento problém vyrieši aplikácia pružiny do diferenciálu ktorá vyvinie konštantný tlak na trecie elementy a tým umožní prenositeľný moment rovný jej veľkosť bez závislosti na privedenom momente. [11]



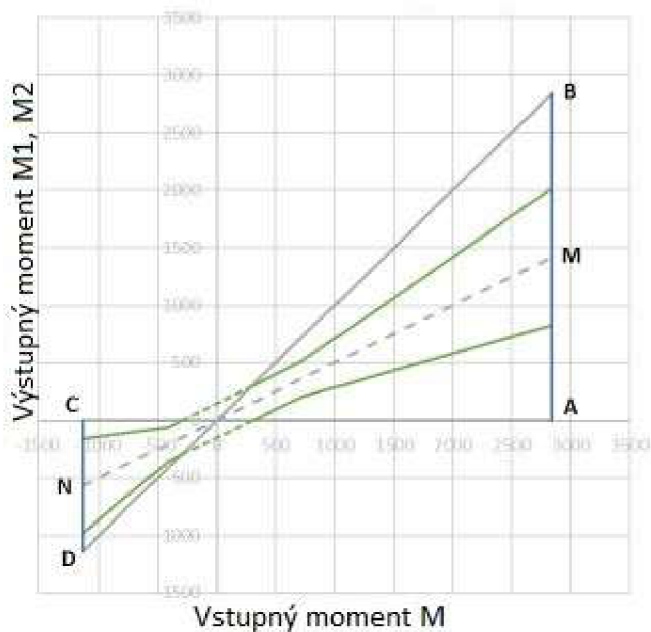
Obrázok 39 Výstupné momenty v závislosti na privedenom momente – prepätie [11]

Pružina vytvárajúca axiálnu silu spôsobuje na lamely diferenciálu a vytvorí nenulový trecí moment v celej pracovnej oblasti diferenciálu. Body P a Q symbolizujú prepätie umožňujúci moment $\Delta M_{max} = P$ ktorý nezávisí na vstupnom momente.[11]

Ak hodnota vstupného momentu na grafe sa umiestňuje medzi hodnoty P a Q diferenciál sa chová ako plne uzavretý, pretože vstupný moment neprekoná prepätie. Ak je jeho hodnota menšia ako Q alebo väčšia ako P vstupný moment neovplyvňuje ΔM_{max} ktorý sa rovná prepätiu. [11]

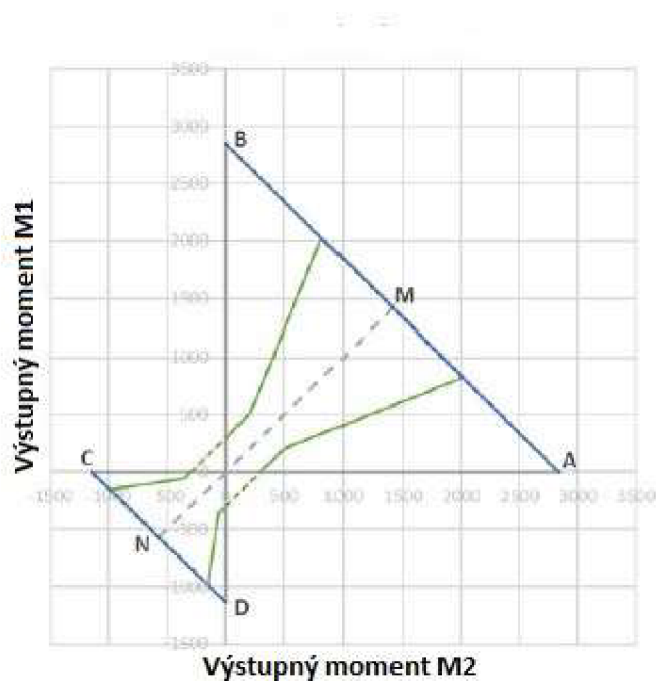


Obrázok 40 Závislosť medzi momentmi na jednom a druhom kolese – predpätie [11]



Obrázok 41 Výstupné momenty v závislosti na privedenom momente – samozverný diferenciál [11]

Kombináciou predpätia a rampy sa mení tvar pracovnej oblasti. Nastavením uhlu tej klinovej drážky či voľbou inej pružiny sa mení aj tvar grafu. Čím je uhol menší, tým sa diferenciál viac približuje k chovaniu ako plne uzavretý diferenciál.



Obrázok 42 Závislosť medzi momentmi na jednom a druhom kolese – samozverný diferenciál [11]

4.1 MATEMATICKÝ MODEL

V predchádzajúcej kapitole boli znázornené výsledky simulácie použitím modelu s otvoreným a plne uzavretým diferenciálom. Otvorený diferenciál sa v tomto kroku rozšíril o vzťahy opisujúce samozverný diferenciál. Pre model sú vstupné hodnoty koeficient závislosti prenášateľného momentu medzi kolesá na hnacom momente a predpätie. Hodnota koeficientu rampy vyjadruje akú veľkú časť privedeného momentu je možné preniesť medzi kolesá – hodnota leží medzi 0 až 0,5 kde 0 slúži pre otvorený diferenciál a 0,5 je plne uzavretý. Teoreticky by mohla byť i väčšia ale je to vlastne stále plne uzavretý. Predpätie vykazuje hodnoty od 0 teoreticky až do nekonečna – hodnota 0 charakterizuje otvorený diferenciál.

```

% určenie aktuálnej zvernosti
if Me>(PL/rampC)
    MDmax=Me*rampC;
else
    MDmax=PL;
end

% určenie prenášateľného momentu
if abs(oFL-oFR)<0.0001
    if abs((Fx_FL.*p.r-Fx_FR.*p.r)./2) <= MDmax
        MD=(Fx_FL.*p.r-Fx_FR.*p.r)./2;
    else
        MD=MDmax.*sign(Fx_FL.*p.r-Fx_FR.*p.r);
    end
else
    MD=-MDmax.*sign(oFL-oFR);
end

% rozdelenie momentov na kolesá
MFL=Me./2+MD;
MFR=Me./2-MD;

```

Obrázok 43 Matematický model – časť samozverný diferenciál

Prvý krok je zistenie, či sa model nachádza v oblasti kde vstupný moment je menší než predpätie. Ak je menší, maximálny moment prenášateľný medzi kolesá je rovná predpätiu. Ak nie, tak maximum je násobok vstupného momentu a koeficientu rampy.

V druhom kroku sa určuje prenášaný moment medzi kolesami. Ak model je v oblasti kde jeho kolesá majú nulový rozdiel otáčok (je zadaná hodne malá hodnota namiesto nuly na podporu numerického riešenia diferenciálnych rovníc). Ak otáčky sú rovnaké model sa chová ako plne uzavretý diferenciál. Pri uzavretom diferenciálu sa nedá určiť prenášaný moment medzi kolesá v závislosti na privedeného momentu – moment sa dá určiť ako súčet vonkajších síl. Ak by tieto sily prekonalí v predchádzajúcom kroku určenú maximálnu hodnotu prenášaného

momentu tak prenášaný moment, bude určená maximálna hodnota s ohľadom na znamienko súčtu vonkajších síl. Ak je model v oblasti kde má rozdielne hodnoty otáčok kolies, tak prenášateľný moment bude hodnota maximálneho prenášateľného momentu s rešpektovaním znamienka rozdielu otáčok kolies (moment sa prenáša z rýchlejšieho kola na pomalšie koleso).

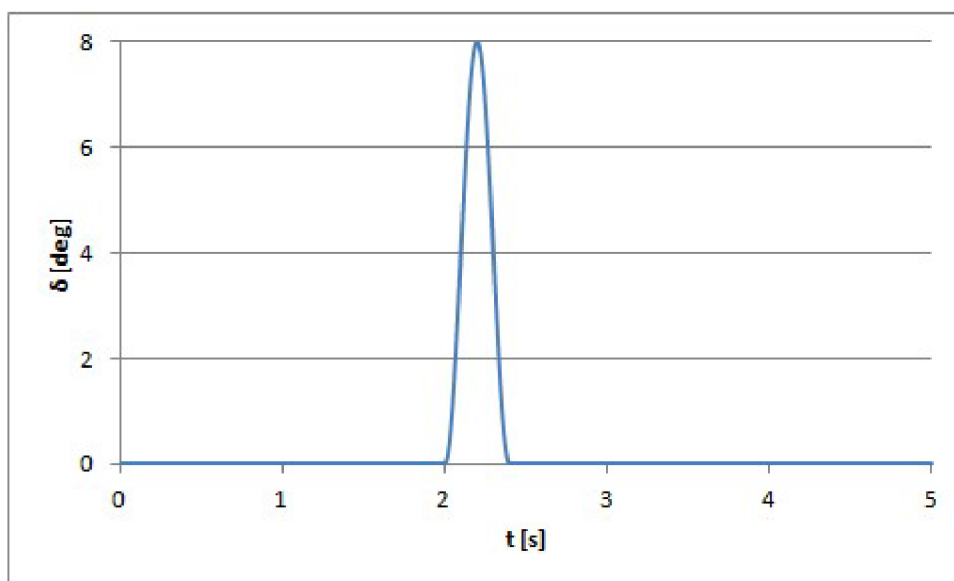
Výsledný moment na kolesách je učený ako súčet polovice privedeného momentu (otvorený diferenciál) a prenášaného momentu medzi kolesá.

4.2 VPLYV NASTAVENIA DIFERENCIÁLU NA JAZDNÉ VLASTNOSTI

Ako bolo už v predchádzajúcom odseku určené, pre tento model sú z hľadiska diferenciálu vstupné hodnoty koeficient rampy a predpätie. Je skúmaný vplyv diferenciálu na jazdné vlastnosti pre rôzne nastavenia samozverného diferenciálu počas dvoch manévrov. Vplyv koeficientu rampy je skúmaný pri nulovom predpätí a vplyv predpätia pri nulovom koeficientu rampy.

4.2.1 MANÉVER IMPULZOVÉ NATOČENIE VOLANTU

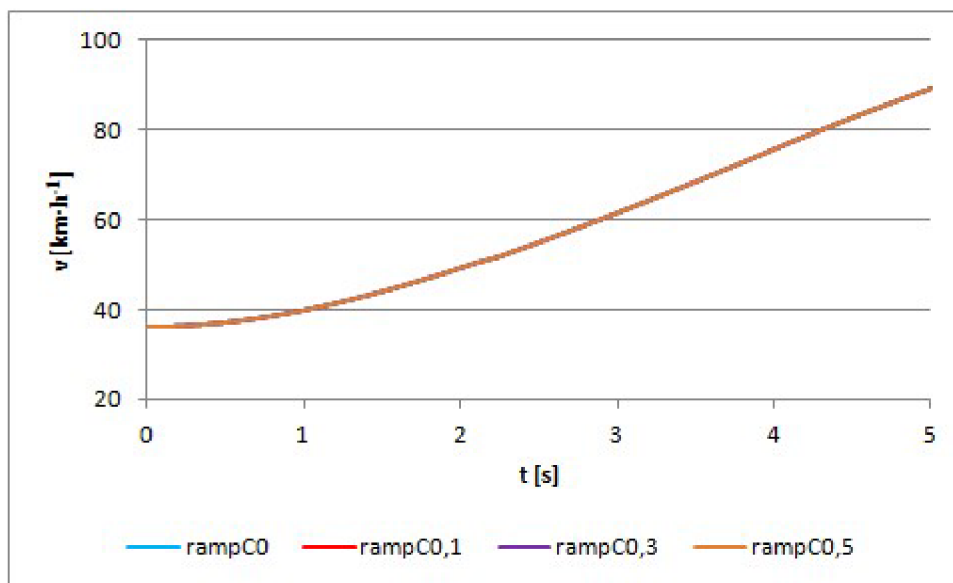
Manéver je impulzové natočenie volantu v danom okamžiku, kde uhol natočenie volantu sa náhle zmení na určitú hodnotu a potom bezprostredne na nulu.



Obrázok 44 Priebeh natočenia volantu – maximum 8°

Priebeh výkonu privedený na diferenciál je interpolačná hodnota medzi dané hodnoty. V čase 0 je aj výkon 0, potom sa postupne zvyšuje až do časového okamžiku 4s keď dosahuje hodnotu 120kW ktorú drží až do konca simulácie.

RÝCHLOSŤ



Obrázok 45 Rýchlosť vozidla pre rôzne koeficienty rampy – nulové predpätie

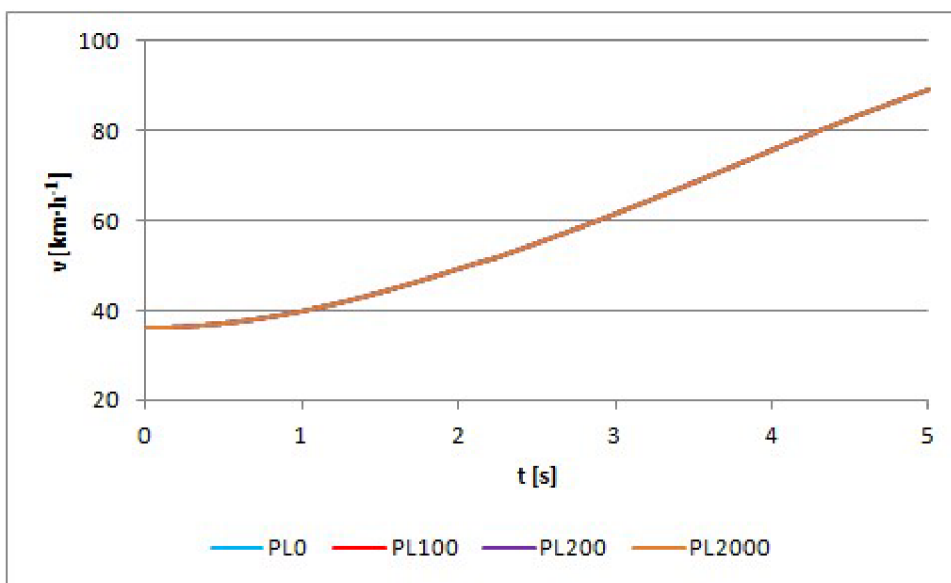
Tabuľka 3 Priemerná a konečná rýchlosť pre rôzne koeficienty rampy a nulové predpätie

	rampC0	rampC0,1	rampC0,3	rampC0,5
	[km·h ⁻¹]	[km·h ⁻¹]	[km·h ⁻¹]	[km·h ⁻¹]
2 – 2,5s	51,837	51,838	51,834	51,834
5s	88,999	88,999	88,995	88,994

Tabuľka 4 Prejdená dráha vozidla – nulové predpätie

	rampC0	rampC0,1	rampC0,3	rampC0,5
	[m]	[m]	[m]	[m]
Ujatá dráha	79,746	79,746	79,742	79,741

Graf rýchlosti pre jednotlivé nastavenia koeficientu sa dost' prekrýva. Pre lepšie porovnanie sú priemerné hodnoty rýchlosti uvedené v tabuľke počas manévru a výsledná rýchlosť na konci simulácie. Plocha pod krivkou rýchlosti udáva prejdenú dráhu. Predpokladá sa že keď čas simulácie pre jednotlivé nastavenia sa rovná, nastavenie s najvyššou hodnoty dráhy má najväčšiu priemernú rýchlosť. Najvyššie hodnoty má vozidlo s otvoreným diferenciálom a nastavením koeficientu rampy 0,1, avšak hodnoty sa líšia len v tisícinach.



Obrázok 46 Rýchlosť vozidla pre rôzne hodnoty predpätia – nulový koeficient

Tabuľka 5 Priemerná a konečná rýchlosť pre rôzne predpätia a nulový koeficient

	PL0	PL100	PL200	PL2000
	[km·h⁻¹]	[km·h⁻¹]	[km·h⁻¹]	[km·h⁻¹]
2 – 2,5s	51,837	51,839	51,837	51,834
5s	88,999	89,000	88,998	88,994

Tabuľka 6 Prejdená dráha vozidla – nulový koeficient

	PL0	PL100	PL200	PL2000
	[m]	[m]	[m]	[m]
Ujatá dráha	79,746	79,747	79,745	79,741

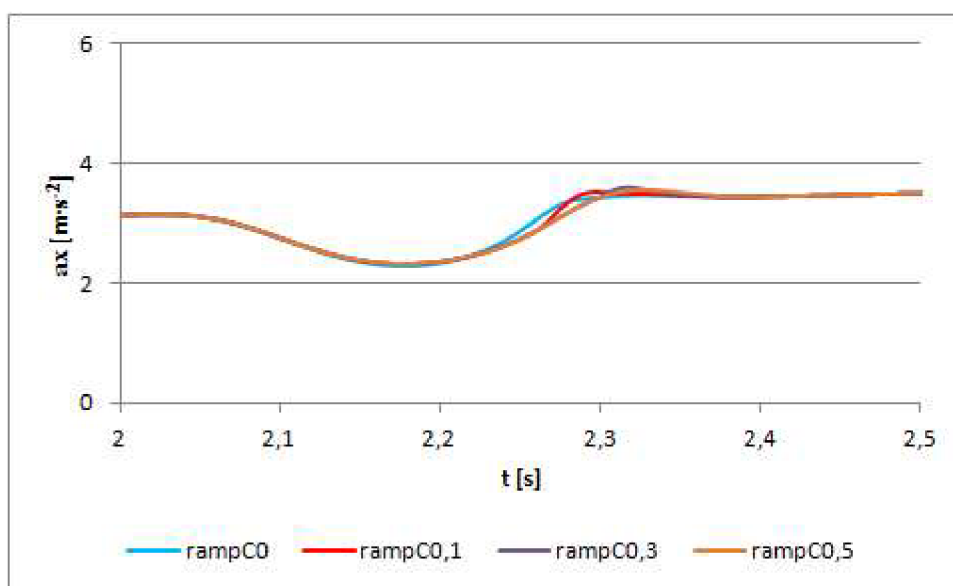
Hodnoty priemernej rýchlosti a dráhy sa líšia len v tisícinách nezávisle od predpätia. Dá sa konštatovať, že nastavenie diferenciálu pre tento manéver neovplyvní rýchlosť vozidla.

POZDĹŽNE ZRÝCHLENIE

Ďalším faktorom pre hodnotenie diferenciálu je pozdĺžne zrýchlenie.

Tabuľka 7 Priemerná a konečná hodnota pozdĺžneho zrýchlenia pre rôzne koeficienty rampy a nulové predpätie

	rampC0	rampC0,1	rampC0,3	rampC0,5
	[m·s ⁻¹]	[m·s ⁻¹]	[m·s ⁻¹]	[m·s ⁻¹]
2 – 2,5s	3,069	3,068	3,065	3,065
5s	3,468	3,468	3,469	3,469

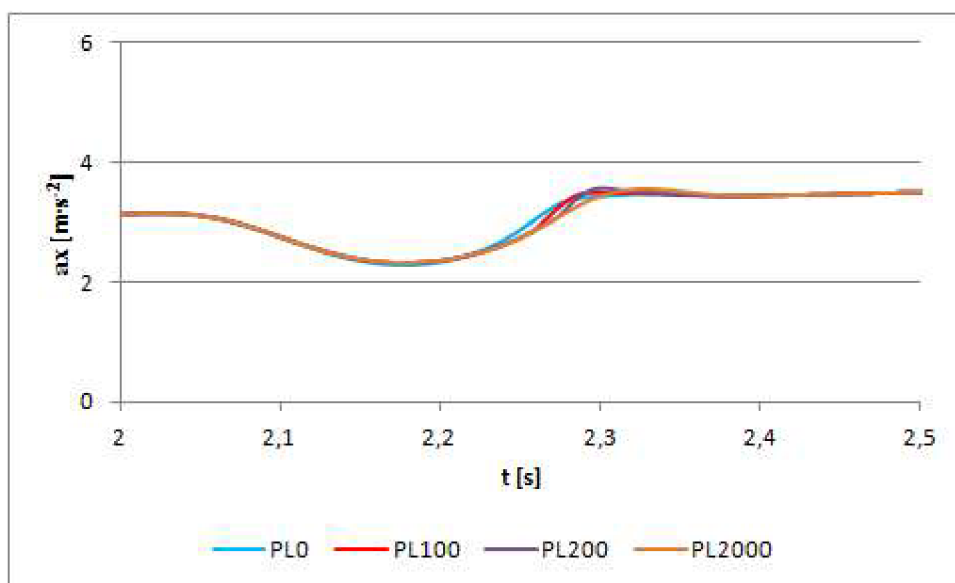


Obrázok 47 Pozdĺžne zrýchlenie – oblasť manévru, nulové predpätie

V okamžiku manévru sa pozdĺžne zrýchlenie klesá až kým so znižujúcim sa uhlom natočenia kolies jej hodnota znova narastá na ustálenú hodnotu. Na konci manévru hodnoty sa líšia v tisícinach a na konci simulácie všetky zrýchlenia sú rovnaké. Najvyššiu priemernú hodnotu počas manévru má diferenciál s koeficientom 0, čo je vlastne otvorený diferenciál.

Tabuľka 8 Priemerná a konečná hodnota pozdĺžneho zrýchlenia pre rôzne predpätia a nulový koeficient

	PL0	PL100	PL200	PL2000
	[m·s ⁻¹]	[m·s ⁻¹]	[m·s ⁻¹]	[m·s ⁻¹]
2 – 2,5s	3,069	3,069	3,067	3,065
5s	3,468	3,468	3,468	3,469

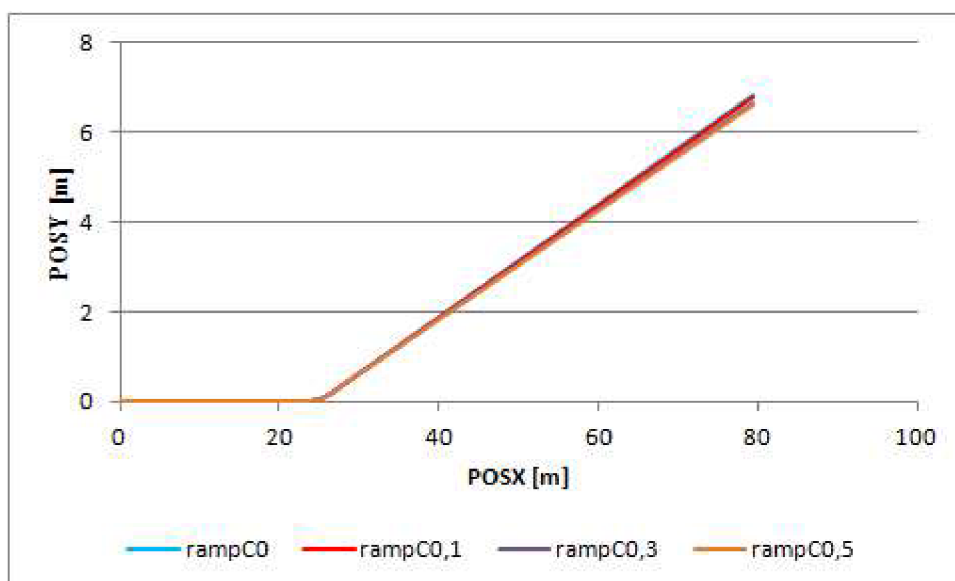


Obrázok 48 Pozdĺžne zrýchlenie – oblasť manévru, nulový koeficient

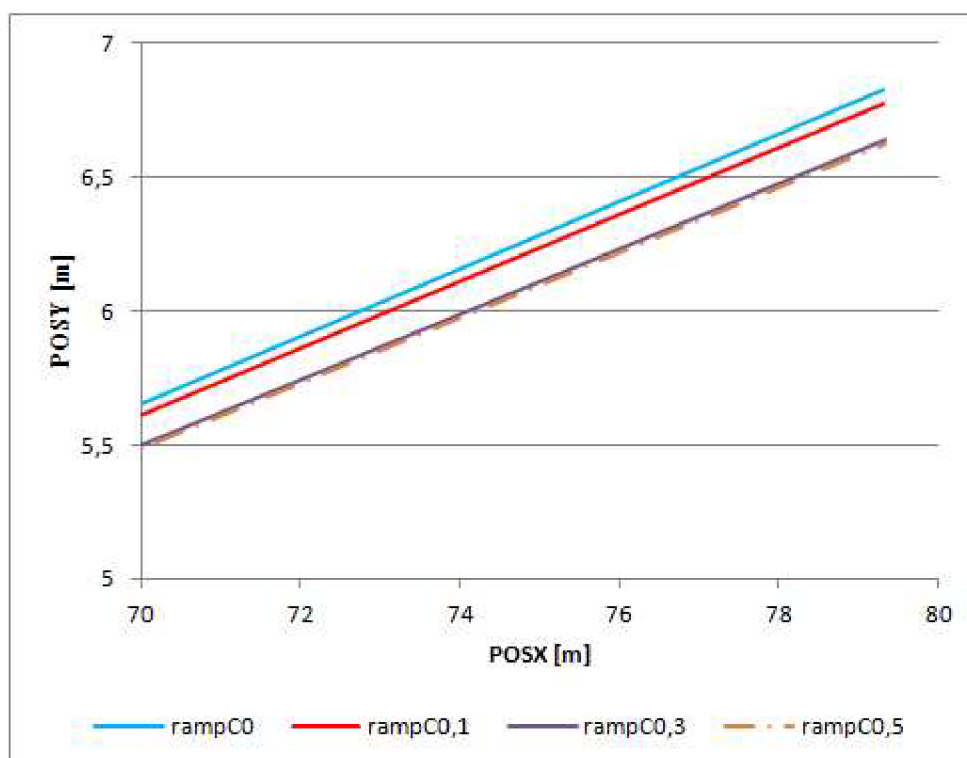
Hodnoty zrýchlenia sa líšia len v tisícinach nezávisle od predpätia. Najvyššiu priemernú hodnotu počas manévru má diferenciál s predpäťím 0 a 100N. Dá sa konštatovať, že nastavenie diferenciálu pre tento manévr neovplyvní zrýchlenie vozidla.

TRAJEKTÓRIA

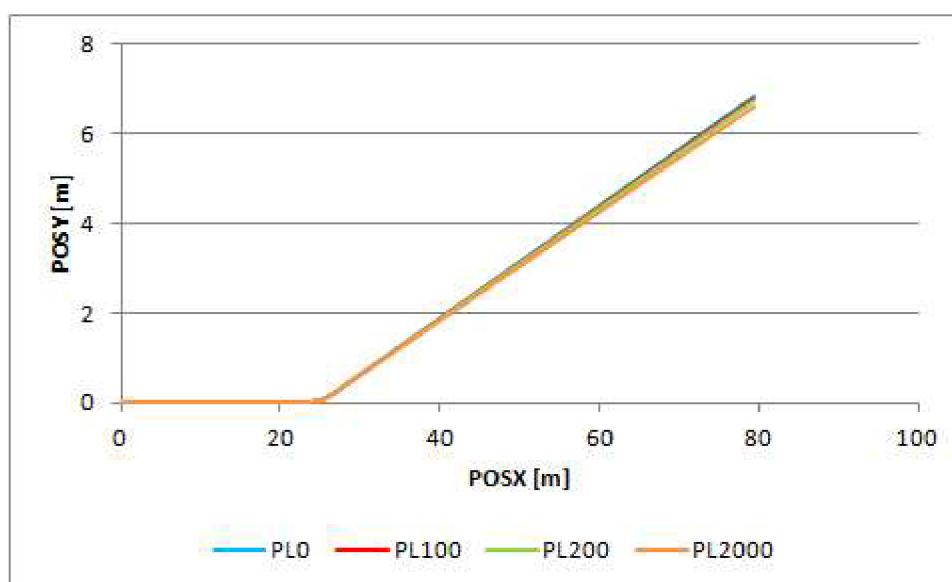
Trajektória vozidla udáva pozíciu vozidla viazaný k súradnicovému systému Zeme (*Earth Fixed*).



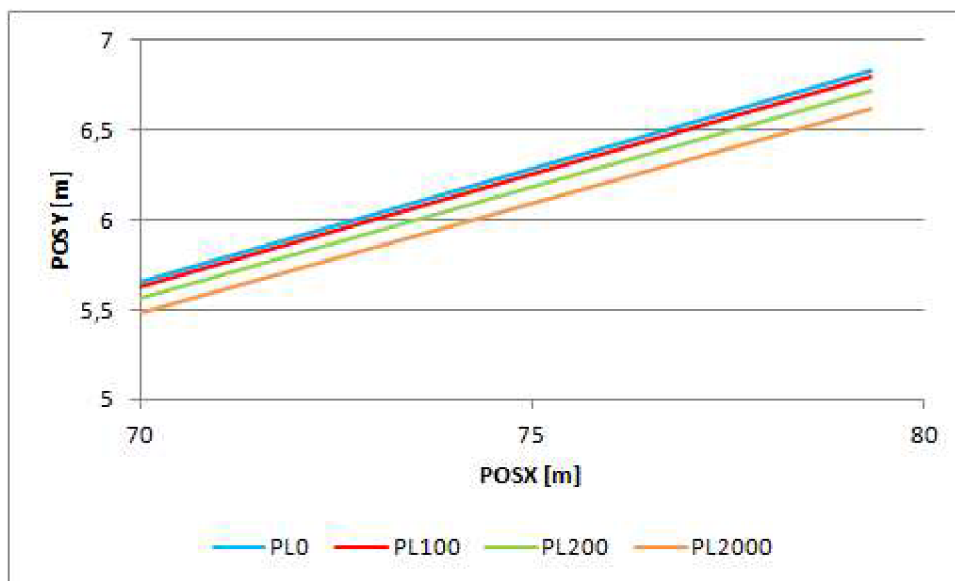
Obrázok 49 Trajektória vozidla – nulové predpätie



Obrázok 50 Trajektória vozidla – približenie, nulové predpätie



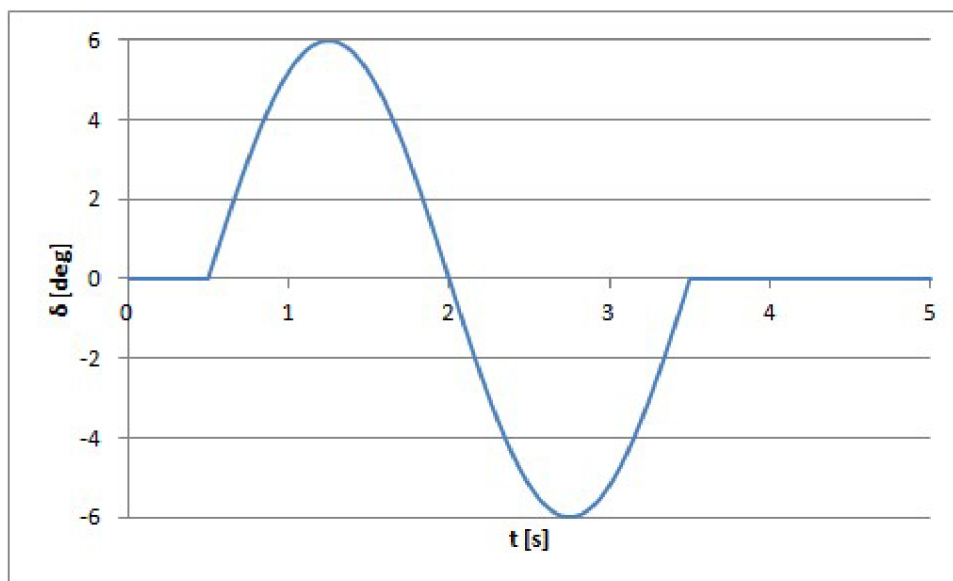
Obrázok 51 Trajektória vozidla – nulový koeficient



Obrázok 52 Trajektória vozidla – priblíženie, nulový koeficient

Vozidlo v momente natočenia kolies mení smer jazdy. Krivky so zvyšujúcim sa predpätím a koeficientom rampy rastú v smere y s nižším gradientom. Znamená to že s vyššou hodnotou samozverný diferenciál sa chová čím viac ako uzavretý diferenciál a rastie nedotáčavé chovanie savozidla.

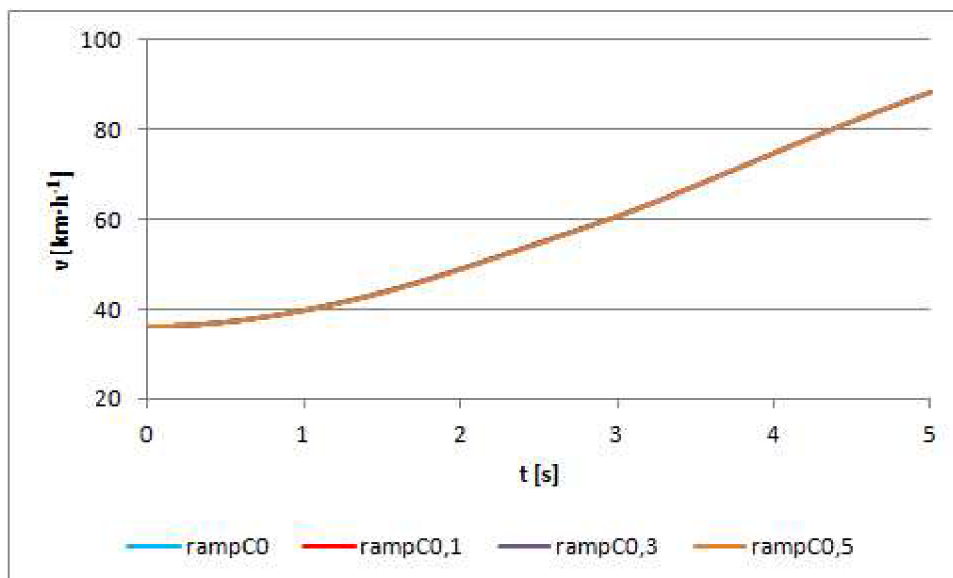
4.2.2 MANÉVER SÍNUSOVÉ NATOČENIE VOLANTU



Obrázok 53 Priebeh natočenia volantu – maximum 6°

Priebeh výkonu privedený na diferenciál je interpolačná hodnota medzi dané hodnoty. V čase 0 je aj výkon 0, potom sa dostupne zvýši až do časového okamžiku 4s keď dosahuje hodnotu 120kW ktorú drží až do konca simulácie.

RÝCHLOSŤ



Obrázok 54 Rýchlosť vozidla pre rôzne koeficienty rampy, nulové predpätie

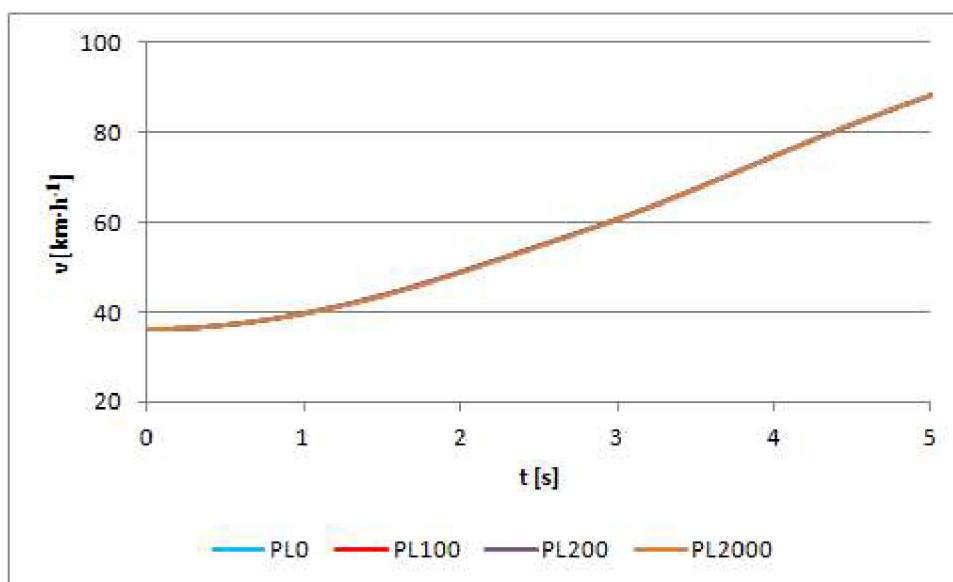
Tabuľka 9 Priemerná a konečná rýchlosť pre rôzne koeficienty rampy a nulové predpätie

	rampC0	rampC0,1	rampC0,3	rampC0,5
	[km·h ⁻¹]	[km·h ⁻¹]	[km·h ⁻¹]	[km·h ⁻¹]
0,5 – 3,5s	49,896	49,880	49,824	49,769
5s	88,370	88,386	88,342	88,300

Tabuľka 10 Ujatá dráha vozidla – nulové predpätie

	rampC0	rampC0,1	rampC0,3	rampC0,5
	[m]	[m]	[m]	[m]
Prejdená dráha	79,223	79,217	79,150	79,084

Graf rýchlosti pre jednotlivé nastavenia koeficientu sa prekrýva. Pre lepšie porovnanie sú priemerované hodnoty rýchlosti uvedené v tabuľke počas manévra a výsledná rýchlosť na konci simulácie. Plocha pod krivkou rýchlosti udáva prejdenú dráhu. Predpokladá sa, že keď čas simulácie pre jednotlivé nastavenia sa rovná, nastavenie s najvyššou hodnotou dráhy má najväčšiu priemernú rýchlosť. Najvyššiu hodnotu dráhy má otvorený diferenciál. Najvyššiu rýchlosť má na konci manévra a simulácie diferenciál s koeficientom rampy 0,1.



Obrázok 55 Rýchlosť vozidla pre rôzne predpätia, nulový koeficient

Tabuľka 11 Priemerná a konečná rýchlosť pre rôzne predpätia a nulový koeficient

	PL0	PL100	PL200	PL2000
	[km·h⁻¹]	[km·h⁻¹]	[km·h⁻¹]	[km·h⁻¹]
0,5 – 3,5s	49,896	49,877	49,844	49,733
5s	88,370	88,385	88,359	88,276

Tabuľka 12 Plocha pod krivkou – nulový koeficient

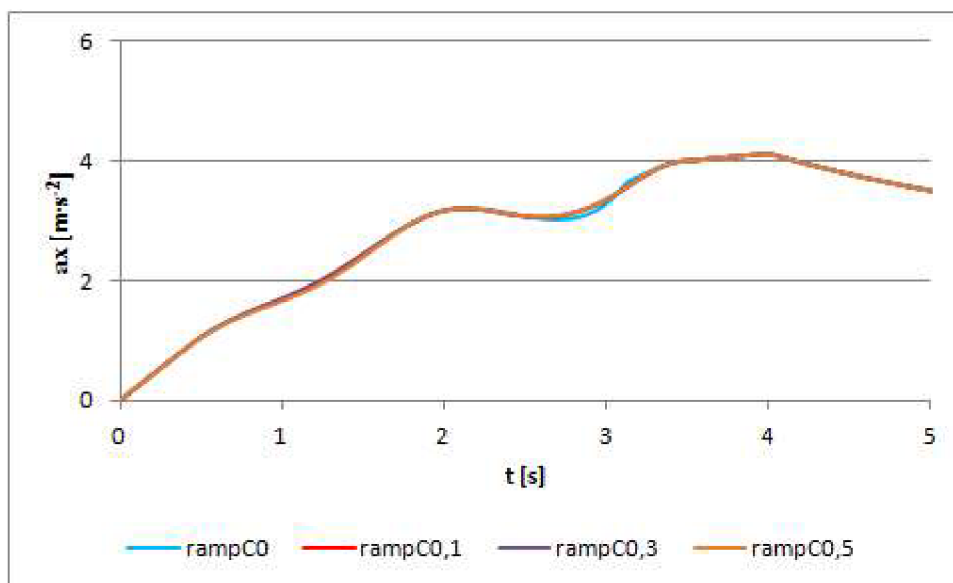
	PL0	PL100	PL200	PL2000
	[m]	[m]	[m]	[m]
Prejdená dráha	79,223	79,215	79,175	79,043

Aj v prípade predpätia najvyššia plocha pod krivkou bola v prípade otvoreného diferenciálu a dosahovala najväčšiu priemernú rýchlosť. Najväčšia rýchlosť na konci simulácie dosahovalo vozidlo s predpätím 100N.

POZDĹŽNE ZRÝCHLENIE

Tabuľka 13 Priemerná a konečná hodnota pozdĺžneho zrýchlenia pre rôzne koeficienty rampy a nulové predpätie

	rampC0	rampC0,1	rampC0,3	rampC0,5
	[m·s⁻²]	[m·s⁻²]	[m·s⁻²]	[m·s⁻²]
0,5 – 3,5s	2,711	2,713	2,710	2,707
5s	3,493	3,492	3,494	3,495

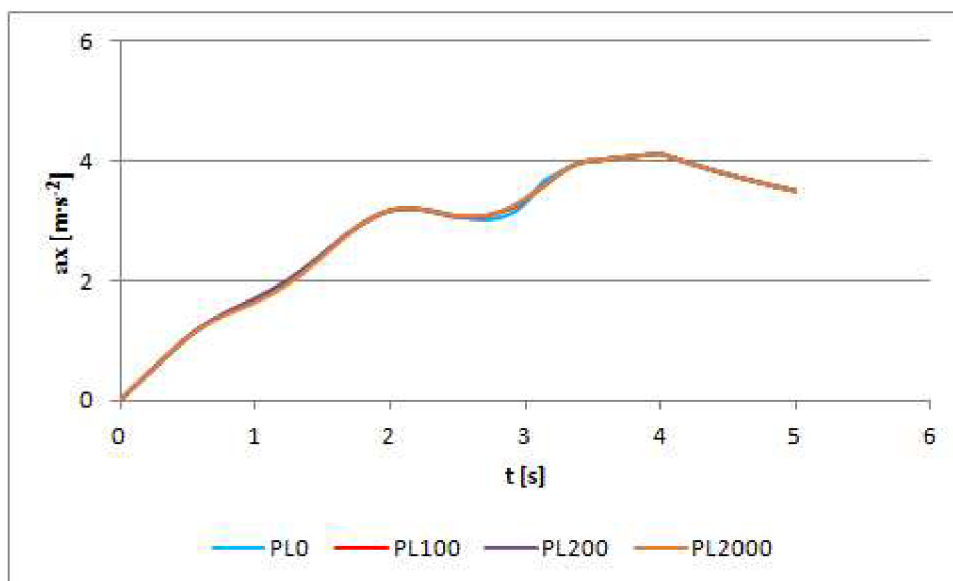


Obrázok 56 Pozdĺžne zrýchlenie – nulové predpätie

Z tabuľky vyplýva že najväčšie priemerné zrýchlenie mal diferenciál s koeficientom 0,1 a konečné zrýchlenie uzavretý diferenciál. Krivky sa prekrývajú.

Tabuľka 14 Hodnoty pozdĺžneho zrýchlenia v danom okamžiku – nulový koeficient

	PL0	PL100	PL200	PL2000
	[m·s⁻²]	[m·s⁻²]	[m·s⁻²]	[m·s⁻²]
0,5 – 3,5s	2,711	2,713	2,711	2,706
5s	3,493	3,492	3,493	3,496



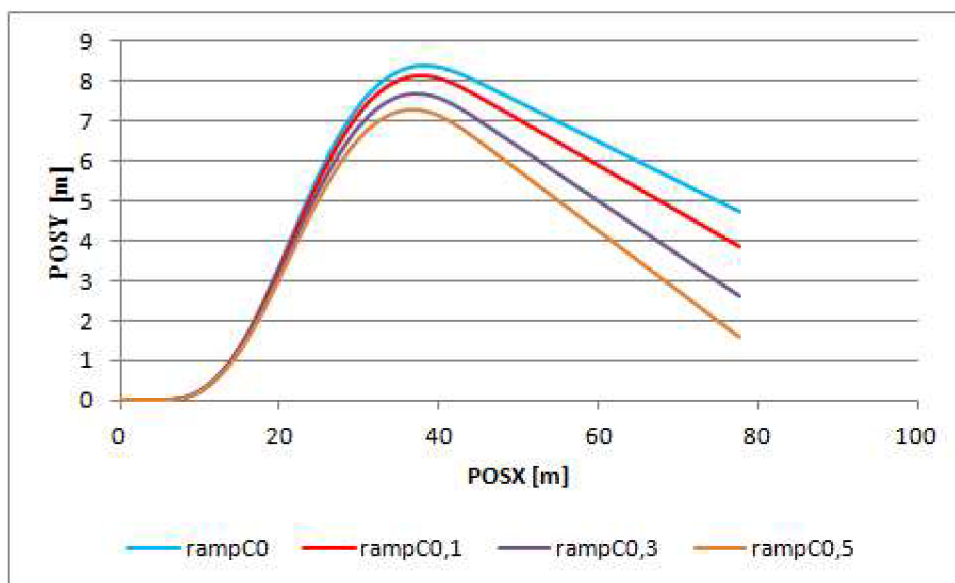
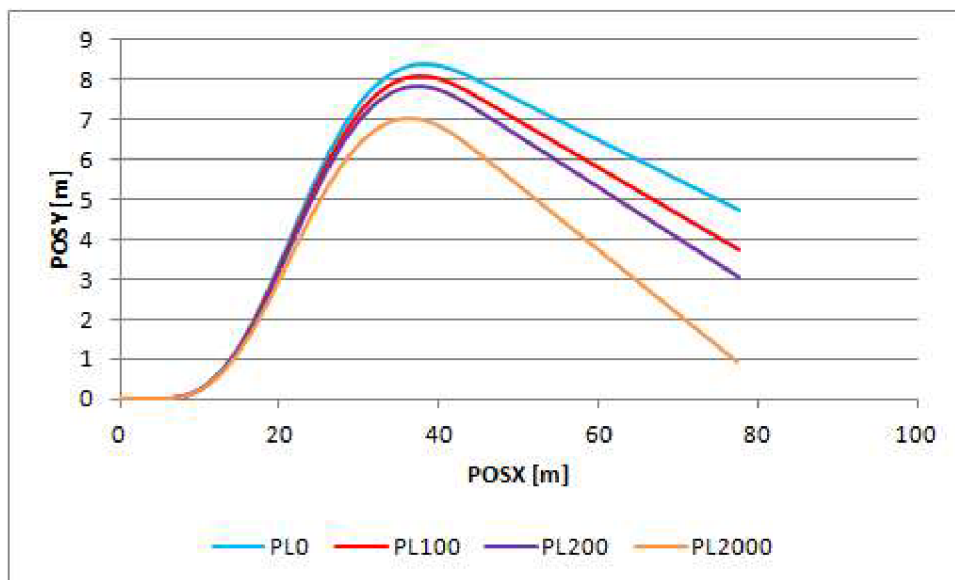
Obrázok 57 Pozdĺžne zrýchlenie – nulový koeficient

Hodnoty sa aj v prípade predpätia prekrývajú. Priemerné zrýchlenie sa javí byť väčší pri diferenciálu s predpätím 100N, na konci simulácie najvyššiu hodnotu má diferenciál s predpätím 2000N čiže uzavretý.

TRAJEKRÓRIA

Trajektória vozidla udáva pozíciu vozidla viazaný k súradnicovému systému Zeme (*Earth Fixed*).

Obrázok 58 a 59 znázorňujú vplyv samozverného diferenciálu na chovanie sa vozidla. Po začatí manévra sa vozidlo zatočí do smeru odchýlky. Väčšou hodnotou koeficientu rampy či predpätia sa vozidlo chová čím viac nedotáčavo. Po dosiahnutí maxima sínusového tvaru natočenia vozidlo sa natočí do opačného smeru. Kvôli bočnému zrýchleniu presun zaťaženia pôsobí viac na vonkajšie koleso, jeho otáčky sa znížia a diferenciál privedie viac momentu na toto koleso. Následkom toho sa vozidlo začne chovať viac pretáčavo. Táto pretáčavosť sa zvyšuje s väčším predpätím a väčším koeficientom rampy.

*Obrázok 58 Trajektória vozidla**Obrázok 59 Trajektória vozidla*

4.3 KOMBINOVANÝ VPLYV KLOPNEJ TUHOSTI A DIFERENCIÁLU NA VOZIDLO

V tejto kapitole sa skúma vplyv klopnej tuhosti, presnejšie pomeru klopnej tuhosti na pohyb vozidla. Tento pomer udáva, aké množstvo celkovej klopnej tuhosti pripadá na prednú nápravu. Doteraz model pracoval pomerom 50 na 50, čiže tuhosť prednej a zadnej nápravy sa rovnal. Vzťahy (88) a (89) sa menia na nasledujúce.

$$F_{ZRbočná} = F_Z \frac{a_y h}{g t} (1 - RSR) \quad (107)$$

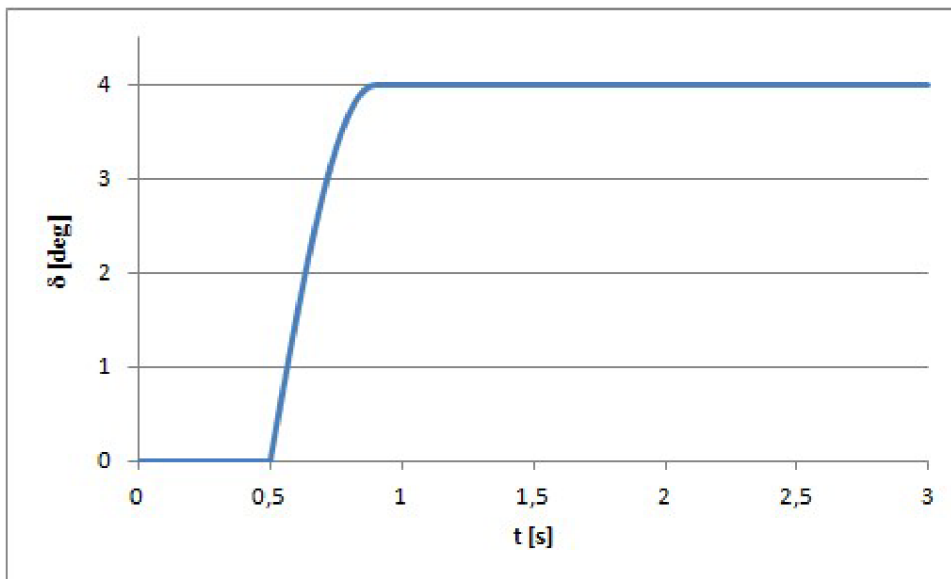
$$F_{ZFbočná} = F_Z \frac{a_y h}{g t} RSR \quad (108)$$

$$F_{ZRi} = F_{Zstatická} + F_{Zpozdlná} \pm F_{ZRbočná} \quad (109)$$

$$F_{ZFi} = F_{Zstatická} - F_{Zpozdlná} \pm F_{ZFbočná} \quad (110)$$

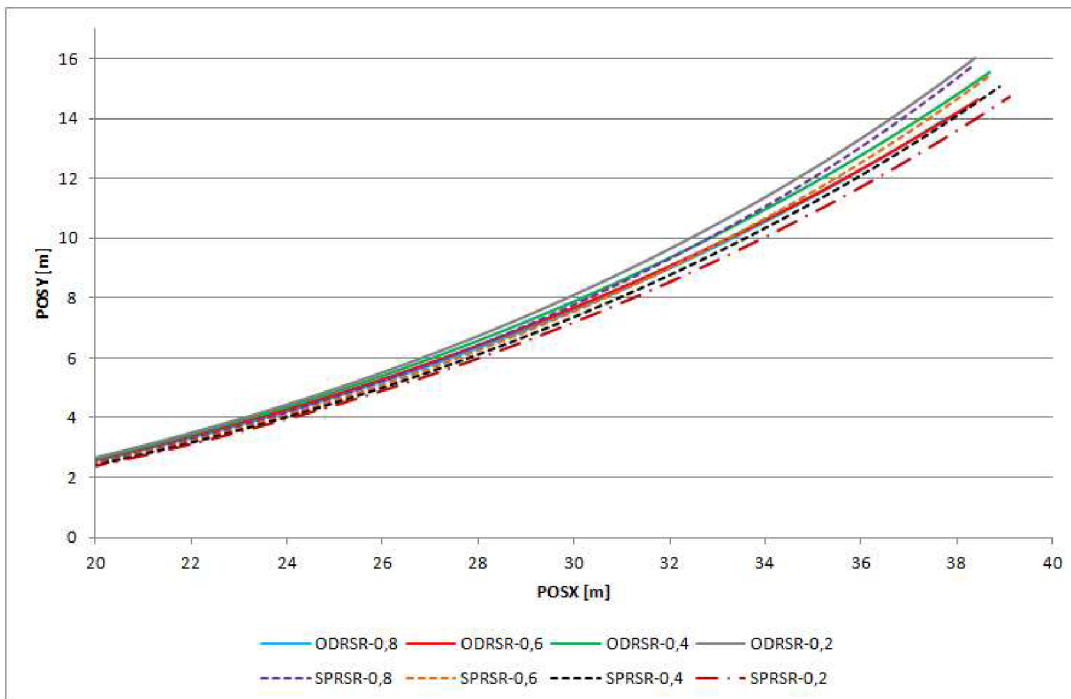
Skratka RSR je prevzatá z anglickej literatúry a značí pojem *Roll Stiffness Ratio* čiže pomer rozdelenia klopnej tuhosti. [12]

Model bol skúmaný pre rôzne hodnoty klopnej tuhosti pri otvorenom a uzavretom diferenciálu pre pohon prednej aj pre pohon zadnej nápravy. V ďalších častiach práce bude uvažovaný pohon zadnej nápravy kvôli diferenciálu poskytnutému vedúcim tejto diplomovej práce ktorý tiež pochádza z vozidla so zadným pohonom.

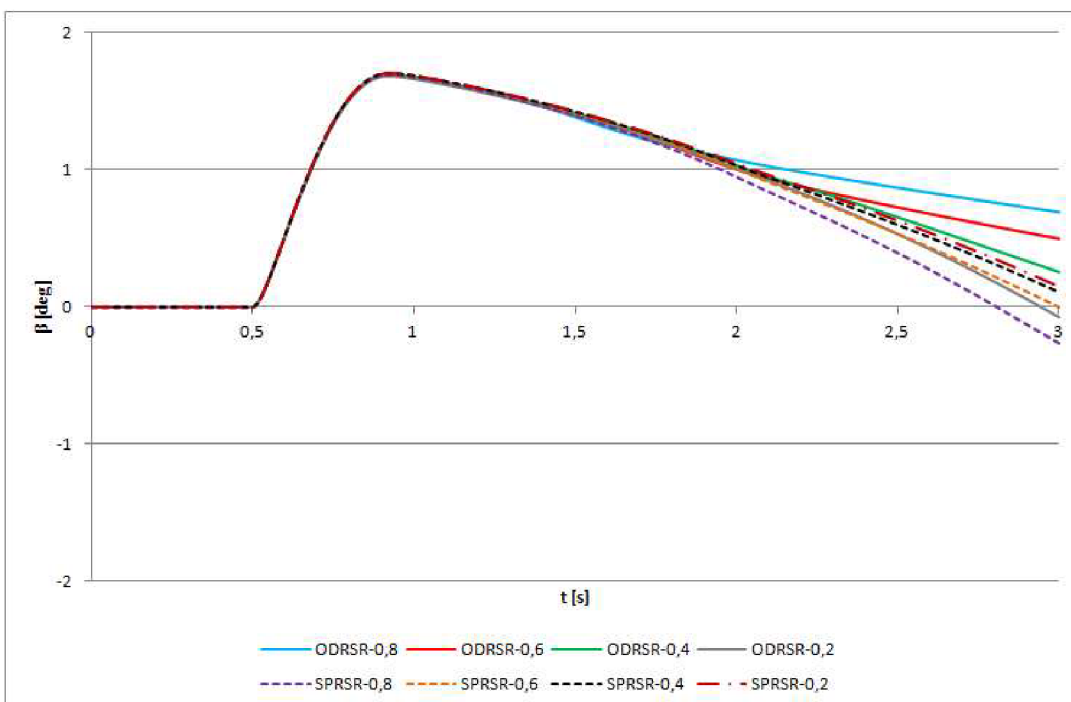


Obrázok 60 Natočenie predných kolies počas menévru

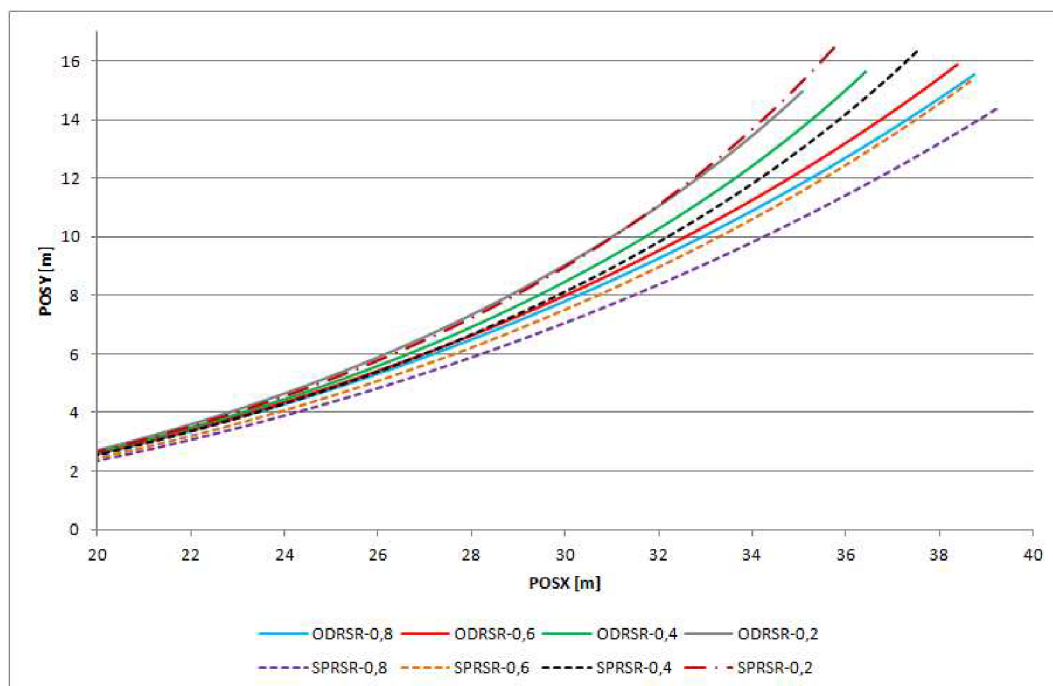
Pohon prednej nápravy - u otvoreného diferenciálu vede klopná tuhosť vzadu k pretáčavosti tak v prípade uzavretého diferenciálu naopak k nedotáčavosti. Pre rovnakú klopnú tuhosť zatvorený diferenciál posúva vozidlo k pretáčavosti ak má tento vozidlo vyšší pomer tuhosti v predu. Ak má vyšší pomer vzadu, diferenciál posúva chovanie smerom k nedotáčavosti.



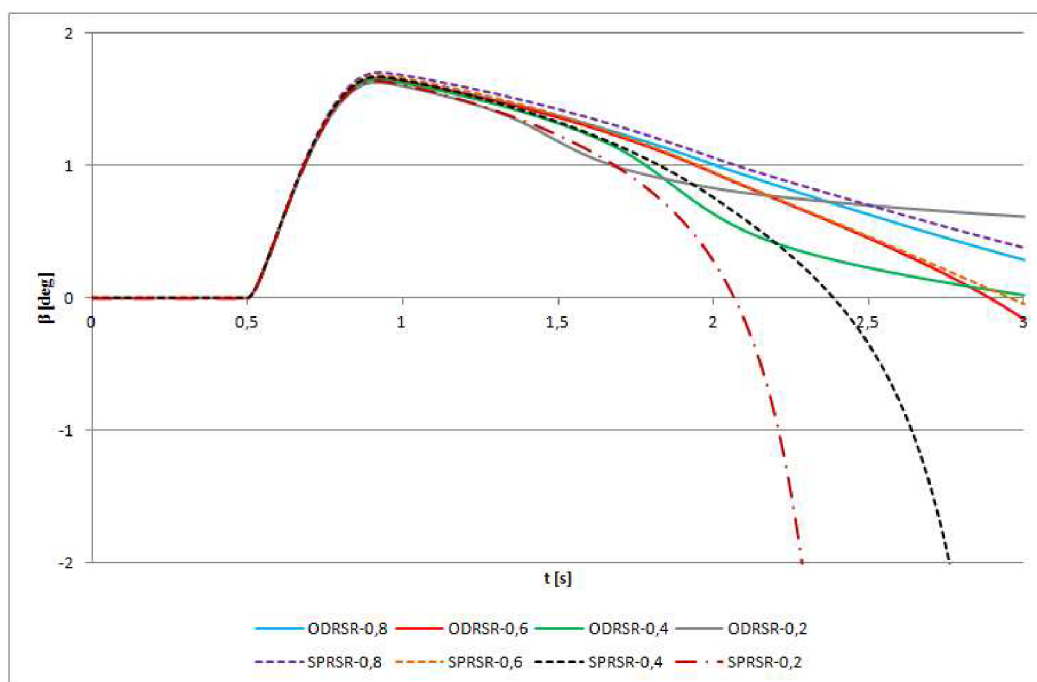
Obrázok 61 Trajektória vozidla – predný pohon



Obrázok 62 Uhol smerovej odchýlky – predný pohon



Obrázok 63 Trajektória vozidla – zadný pohon



Obrázok 64 Uhol smerovej odchýlky – zadný pohon

Pohon zadnej nápravy - Zvernosť diferenciálu pre rovnaké rozdelenie klopnej tuhosti presúva chovanie vozidla smerom k nedotáčavosti avšak len ak pomer klopnej tuhosti je vyšší na prednej náprave alebo len mierne vyšší na zadnej. Prechodom k vyššiemu pomeru tuhosti na zadnej náprave od určitej rýchlosti naopak zvernosť diferenciálu mení chovanie vozidla na pretáčavé. Značky OD a SP značia otvorený a uzavretý diferenciál a RSR a hodnota značia pomer klopnej tuhosti k prednej náprave.

5 VOLBA NASTAVENIA DIFERENCIÁLU PRE KONKRÉTNE VOZIDLO

Hľadalo sa optimálne nastavenie samozverného diferenciálu a klopnej tuhosti na vylepšenie konkrétneho vozidla. Skúmané vozidlo je závodné vozidlo, pohonom vzadu. Parametre tohto vozidla boli sprístupnené vedúcim práce Ing. Petrom Hejtmánkom, PhD. Parametrom pre porovnanie jednotlivých nastavení bol zvolený priemerné pozdĺžne zrýchlenie počas manévru.

Tabulka 15 Vstupné parametre vozidla

Zaťaženie prednej nápravy	F_{ZF}	4160 N
Zaťaženie zadnej nápravy	F_{ZR}	5540 N
Rázvor náprav	l	2,4 m
Rozchod predných kolies	t_f	1,44 m
Rozchod zadných kolies	t_r	1,44 m
Moment zotrvačnosti k ose Z	I_z	1500 kg·m ²
Výška polohy ťažiska	h	0,45 m
Moment zotrvačnosti kolesa	I_w	1,5 kg·m ²
Polomer kolesa	r	0,26 m
Výkon	P	100 kW
Pomer klopnej tuhosti PN	RSR	0,65
Predpätie diferenciálu	PL	50 Nm
Koeficient rampy	$rampC$	0

Pri simulácií sa objavil problém negatívneho zaťaženia kolies. Totiž v zatáčke vnútorné koleso sa odľahčilo kvôli presunu zaťaženia v niektorých prípadoch natoľko že sa objavili negatívne hodnoty zvislej sily. Táto záležitosť neprospešne ovplyvnil výpočty. Riešilo sa zahrnutím podmienok: ak zvislá sila na kolese menšia ako 0 budú všetky sily vrátane zvislej nulové. Ak je zvislá sila väčšia než 0 počítajú sa sily na kole naďalej pomocou MagicFormula-y. Zároveň vznikla podmienka aby súčet zaťaží kolies na jednej náprave neprekonal maximálnu prípustnú hodnotu v danom okamžiku.

```

if FZ1 < 0
    FZ1 = 0;
end

if FZ2 < 0

```

```
FZ2 = 0;
end

if FZ1+FZ2 > 2*staticR+2*longi
    FZ2 = 2*staticR+2*longi-FZ1;
end

if FZ1 == 0
    FX1 = 0;
    FY1 = 0;
else
    [FX1, FY1] = MF62L(FZ1, KPU1, -ALP1, -CAM1);
end

if FZ2 == 0
    FX2 = 0;
    FY2 = 0;
else
    [FX2, FY2] = MF62L(FZ2, KPU2, ALP2, CAM2);
end

if FZ3 < 0
    FZ3 = 0;
end

if FZ4 < 0
    FZ4 = 0;
end

if FZ3+FZ4 > 2*staticF-2*longi
    FZ4 = 2*staticF-2*longi-FZ3;
end

if FZ3 == 0
    FY3 = 0;
else
    [~, FY3] = MF62L(FZ3, KPU3, -ALP3, -CAM3);
end

if FZ4 == 0
    FY4 = 0;
else
    [~, FY4] = MF62L(FZ4, KPU4, ALP4, CAM4);
end
```

Výsledky zo simulácie ukazovali že síce niektoré nastavenia mali najväčšie priemerné zrýchlenie ale vozidlo pohybovalo po úplne inej dráhe počas manévru, pre rovnaké natočenie s volantom. Vozidlo napríklad s 80%-nou klopnou tuhosťou vpredu je silne nedotáčavé – nedokáže vyvinúť pri rovnakom natočení volantu také bočné zrýchlenie. Pneumatika má väčší potenciál pre prenos pozdĺžnych síl ale vozidlo pohybuje po úplne inej dráhe. Na riešenie tejto záležitosti a pre lepšiu porovnateľnosť, trajektória vozidla s pôvodným nastavením sa berie ako základné. Pre každú inú variantu je potreba vyladiť uhol natočenia volantu tak, aby výsledná trajektória sa rovnala pôvodnej.

Tabuľka 16 Optimalizácia nastavenia diferenciálu – 1. iterácia

Pomer klopnej tuhosti	Koeficient rampy [-]	Predpätie PL [Nm]	Priemerné zrýchleni Δa [$m \cdot s^{-2}$]	Pomer klopnej tuhosti	Koeficient rampy [-]	Predpätie PL [Nm]	Priemerné zrýchleni Δa [$m \cdot s^{-2}$]		
RSR0,8	rampC0	PL0	4,696	RSR0,6	rampC0	PL0	4,688		
		PL100	4,651			PL100	4,654		
		PL200	4,588			PL200	4,643		
		PL300	4,531			PL300	4,643		
	rampC0,1	PL0	4,626		rampC0,1	PL0	4,643		
		PL100	4,626			PL100	4,643		
		PL200	4,588			PL200	4,643		
		PL300	4,531			PL300	4,643		
	rampC0,3	PL0	4,531		rampC0,3	PL0	4,643		
		PL100	4,531			PL100	4,643		
		PL200	4,531			PL200	4,643		
		PL300	4,531			PL300	4,643		
	rampC0,5	PL0	4,531		rampC0,5	PL0	4,643		
		PL100	4,531			PL100	4,643		
		PL200	4,531			PL200	4,643		
		PL300	4,531			PL300	4,643		
	RSR0,4	rampC0	PL0		3,934	RSR0,2	rampC0	PL0	2,948
			PL100		4,363			PL100	3,458
			PL200		4,577			PL200	3,950
			PL300		4,604			PL300	–
rampC0,1		PL0	4,397	rampC0,1	PL0		3,447		
		PL100	4,404		PL100		3,520		

RSR0,4	rampC0,1	PL200	4,577	RSR0,2	rampC0,1	PL200	-
		PL300	4,604			PL300	-
	rampC0,3	PL0	4,604		rampC0,3	PL0	-
		PL100	4,604			PL100	-
		PL200	4,604			PL200	-
		PL300	4,604			PL300	-
	rampC0,5	PL0	4,604		rampC0,5	PL0	-
		PL100	4,604			PL100	-
		PL200	4,604			PL200	-
		PL300	4,604			PL300	-

Tabuľka 17 Optimalizácia nastavenia diferenciálu – 2. iterácia

Pomer klopnej tuhosti	Koeficient rampy [-]	Predpätie PL [Nm]	Priemerné zrýchleni Δa [$m \cdot s^{-2}$]	Pomer klopnej tuhosti	Koeficient rampy [-]	Predpätie PL [Nm]	Priemerné zrýchleni Δa [$m \cdot s^{-2}$]
RSR0,5	rampC0	PL0	4,667	RSR0,55	rampC0	PL0	4,683
		PL100	4,686			PL100	4,672
		PL200	4,689			PL200	4,669
		PL300	4,689			PL300	4,669
	rampC0,1	PL0	4,687		rampC0,1	PL0	4,669
		PL100	4,687			PL100	4,669
		PL200	4,689			PL200	4,669
		PL300	4,689			PL300	4,669
	rampC0,3	PL0	4,689		rampC0,3	PL0	4,669
		PL100	4,689			PL100	4,669
		PL200	4,689			PL200	4,669

RSR0,5	rampC0,3	PL300	4,689	RSR0,55	rampC0,3	PL300	4,669
	rampC0,5	PL0	4,689		rampC0,5	PL0	4,669
		PL100	4,689			PL100	4,669
		PL200	4,689			PL200	4,669
		PL300	4,689			PL300	4,669
RSR0,65	rampC0	PL0	4,692	RSR0,7	rampC0	PL0	4,694
		PL100	4,647			PL100	4,648
		PL200	4,621			PL200	4,599
		PL300	4,621			PL300	4,593
	rampC0,1	PL0	4,625		rampC0,1	PL0	4,615
		PL100	4,625			PL100	4,615
		PL200	4,621			PL200	4,599
		PL300	4,621			PL300	4,598
	rampC0,3	PL0	4,621		rampC0,3	PL0	4,598
		PL100	4,621			PL100	4,598
		PL200	4,621			PL200	4,598
		PL300	4,621			PL300	4,598
	rampC0,5	PL0	4,621		rampC0,5	PL0	4,598
		PL100	4,621			PL100	4,598
		PL200	4,621			PL200	4,598
		PL300	4,621			PL300	4,598

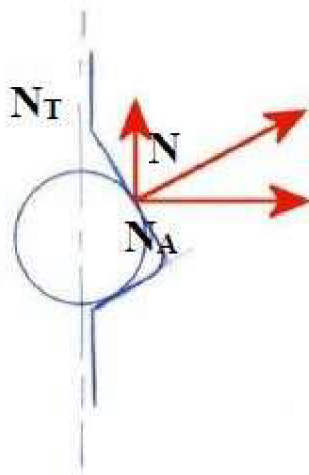
Tabuľka 18 Základné nastavenie

Pomer klopnej tuhosti	Koeficient rampy [-]	Predpätie PL [Nm]	Priemerné zrýchleni Δa [$m \cdot s^{-2}$]
RSR0,65	rampC0	PL50	4,671

Najvyššiu priemernú rýchlosť mal vozidlo s 80%-nou klopnou tuhosťou vpredu a otvoreným diferenciálom bez rampy a predpätia. Po viacnásobnej kontrole sa potvrdilo správnosť matematického modelu avšak výsledok je ťažko prijateľné. Problém je pravdepodobne v tom, že manéver z cela neodpovedá reálnej jazde (v zmyslu koordinácie zatočenia a akcelerácie sa jedná o open-loop manéver). Otvorený diferenciál bude dávať najlepšie hodnoty len ak obe kolesá budú na rovnakom povrchu. Ak jedno koleso bude na povrchu s nižším trením, otvorený diferenciál je horšia voľba a preto je vhodné použiť aspoň nejaké predpätie Keďže diplomová práca je o samozvernem diferenciálu, pre ďalšie kroky bolo zvolené vozidlo s klopnou tuhosťou 0,5 rampou 0,3 a bez predpätia, ktorý mal po otvorených diferenciáloch najlepšie výsledky

6 KONCEPČNÝ NÁVRH

Ak je na samozverný diferenciál privedený moment, moment zotrvačnosti vytlačuje čap z klinovej drážky kletky diferenciálu, vznikne axiálna sila, ktorá pritlačuje k sebe vnútorné a vonkajšie lamely spojky. Otáčky polos sa priblížia a moment sa prenáša medzi pravou a ľavou stranou nápravy.



Obrázok 65 Čap v klinovej drážke [11]

Pomocou tejto axiálnej sile sa dá určiť prenášateľný moment medzi pravou a ľavou stranou diferenciálu.

$$N_T = \frac{M_{motor}}{c \cdot r_{ramp}} \quad [11] \quad (111)$$

$$N_A = N_T \cdot \cotg(\sigma) \quad [11] \quad (112)$$

$$F = c \cdot N_A \quad [11] \quad (113)$$

M_{motor} značí moment od motoru, c je celkový počet stykových bodov medzi čapom a drážkou, σ je uhol rampy a r_{ramp} je vzdialenosť mez osou diferenciálu a stredom rampy. Prenášateľný moment udáva vzťah:

$$\Delta M = F \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} \right) \cdot n \cdot \mu_c \quad [11] \quad (114)$$

$$\Delta M = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{M_{motor}}{r_{ramp}} \cdot \cotg(\sigma) \right) \cdot \left(\frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} \right) \cdot n \cdot \mu_c \quad [11] \quad (115)$$

kde R je veľký a r je malý polomer lamely, n je počet stykových plôch na spojke a μ_c je koeficient trenia.

$$\frac{\Delta M}{M_{motor}} = rampC \quad (116)$$

$$rampC = \frac{2}{3} \cdot \frac{\cot g(\sigma)}{r_{ramp}} \cdot \left(\frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} \right) \cdot n \cdot \mu_c \quad [11] \quad (117)$$

Keďže koeficient rampy je daný a hľadá sa uhol klinovej drážky je potreba zo vzťahu 117 vyjadriť uhol σ .

$$\sigma = \cot g \left(\frac{3 \cdot rampC \cdot r_{ramp}}{2 \cdot n \cdot \mu_c} \cdot \left(\frac{R^2 - r^2}{R^3 - r^3} \right) \right) \quad (118)$$

Tabuľka 19 Navrhované parametre diferenciálu

Koeficient rampy	rampC	0,3
Veľký polomer lamely	R	40 mm
Malý polomer lamely	r	25 mm
Počet trecích dvojíc	n	4
Koeficient trenia	μ	0,36
Polomer rampy	r_{ramp}	42,5 mm
Uhol klinovej drážky	σ	75,0142°

6.1 VEKO DIFERENCIÁLU

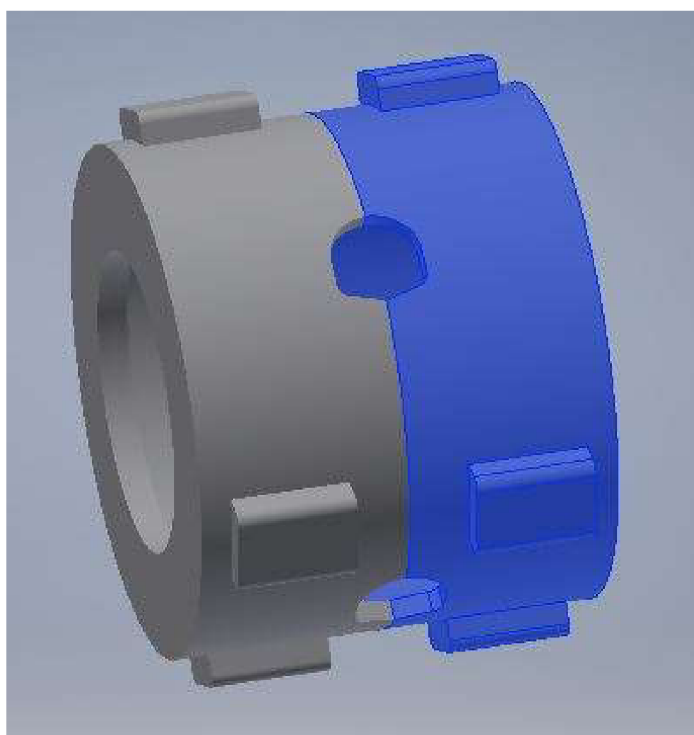
Model veka diferenciálu pôvodného vozidla bol sprístupnený vedúcim tejto práce a slúži ako základ pre koncepčný návrh. Vychádza sa z jeho vonkajších rozmerov a veľkosti ložiska.

6.2 SKRIŇA DIFERENCIÁLU

Skriňa sa nachádza vo vnútri veka a je axiálne posuvná. Má klinovú drážku tzv. rampu v mieste uloženia čapu. Čap pri privode momentu na diferenciál vytlačuje z drážky v opačnom zmysle otáčania skrine. Vzniknutá axiálna sila pritlačuje príslušnú polovicu skrine k lamelám a vznikne trecí moment. Táto príležitosť umožňuje prenos momentu medzi kolesami na náprave. Rampa má v tomto prípade na základe výpočtov 75°.



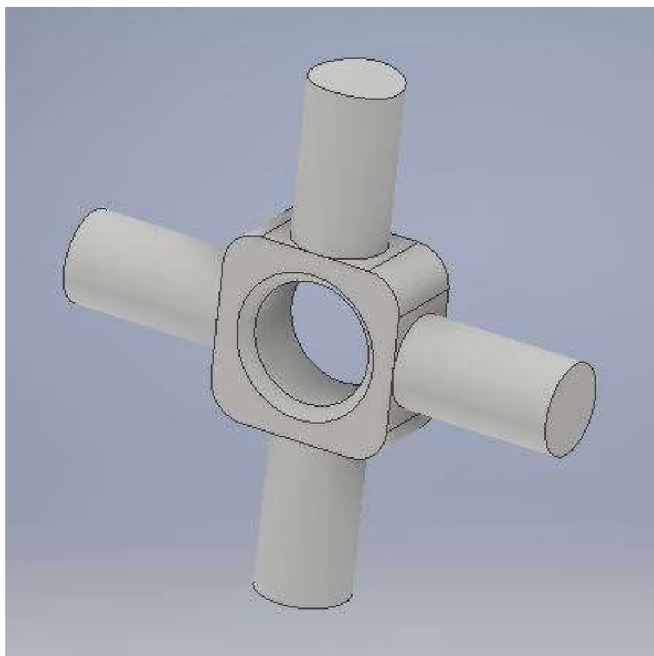
Obrázok 66 Veko diferenciálu



Obrázok 67 Skriňa diferenciálu

6.3 KRÍŽ

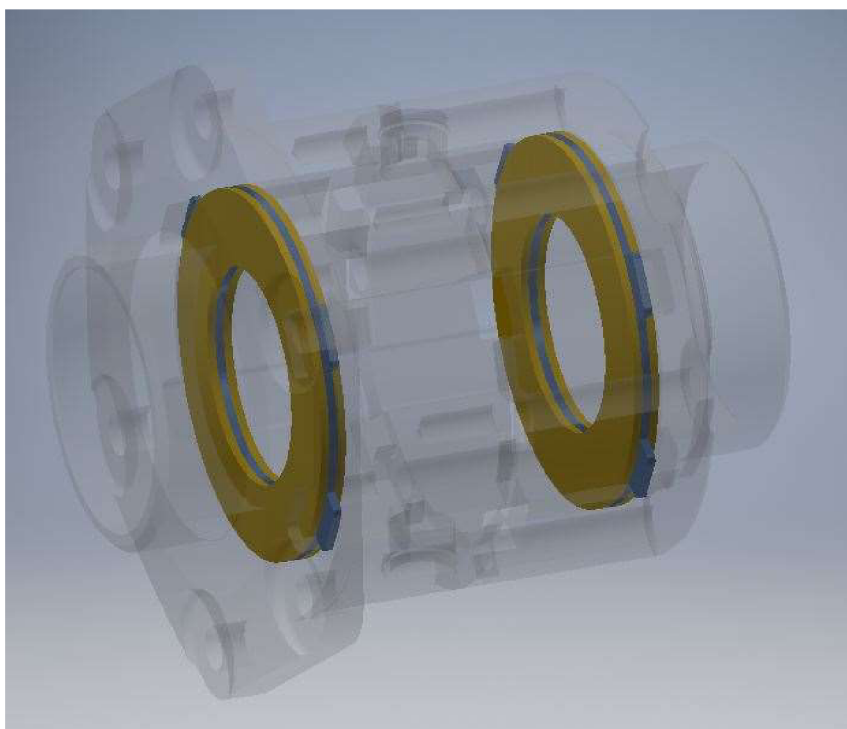
Čapy sú uložené v klinovej drážke skrine. Na čapoch sú uložené satelity ktoré sa ňom voľne točia. Kríž bol navrhnutý tak aby bol dodržaný vzdialenosť polomeru rampy z výpočtov.



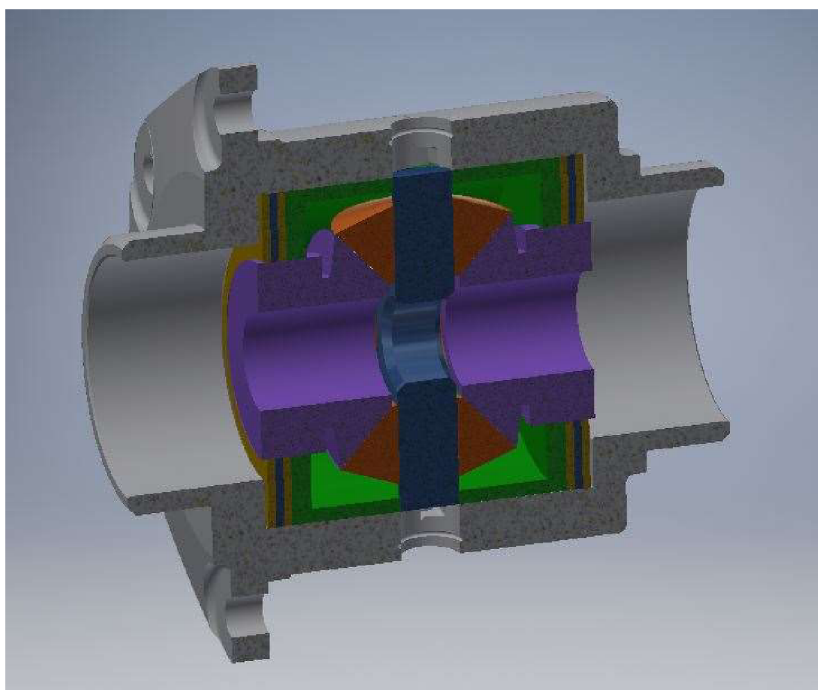
Obrázok 68 Kríž

6.4 LAMELY

Navrhnuté lamely sa delia na vonkajšie a vnútorné. Vnútorné sú uložené a planétach v drážkach ktoré umožnia axiálny posuv. Vonkajšie lamely sú umiernené v drážkach veka a sú tiež axiálne posuvné. Pri návrhu sa berie do úvahy podľa výpočtov počet trecích dvojíc a malý a veľký polomer trecej lamely. Zvolili sa lamely s hrúbkou 2 mm . Zvolením iného počtu lamiel môže byť dosiahnutá väčšia alebo menšia zvernosť.



Obrázok 69 Vnútorne a vonkajšie lamely



Obrázok 70 Samozverný diferenciál koncepčný návrh

ZÁVER

Táto diplomová práca bola vypracovaná na tému nápravový samozverný diferenciál.

Prvá časť sa zaoberala rozdelením a vysvetlením konštrukcie a funkcie jednotlivých typov diferenciálov. Ako prvé sa písalo o otvorených diferenciáloch, potom o otvorených diferenciáloch s uzávierkou, ktorú ovláda vodič a nazáver o samozverných.

V ďalšej časti nasledovala tvorba matematického modelu vozidla. Matematický model je vlastne sústava pohybových a iných rovníc popisujúca pohyb vozidla. Na začiatku sa jednalo len o jednostopovom modelu a následne sa to rozvíjalo. Jednostopový model má kolesá nápravy nahradené s jedným kolesom v strede nápravy. Celková hmotnosť vozidla sa redukovala do hmotného bodu, čo umožnila zanedbanie klopenia a klonenia vozidla. Tiež sa zanedbá pôsobenie aerodynamiky a trenia. Tento model obsahuje potrebný minimálny počet parametrov pre simuláciu jazdy. Potom u dvojstopového modelu jedno teoretické koleso je nahradené ľavým a pravým kolesom nápravy. Tento model sa ďalej rozšíril pomocou uvažovania pozdĺžneho zrýchlenia, keď sa vznikajú aj pozdĺžne sily na kolesách. Použitím Magic Formuly model využíva reálne namerané dáta na určenie síl na kolesách. Následne sa pridalo aj zrýchlenie v smere Y a presun zaťaženia. Otvorený a uzavretý diferenciál sa pridalo na základe známych súvislostí medzi momentmi a otáčkami kolies na poháňanej náprave.

Model popísaný v predchádzajúcom odseku sa používal na porovnanie pohybu vozidla s otvoreným a uzavretým diferenciálom. Medzi vstupné parametre patrili zaťaženie prednej a zadnej nápravy, rázvor, rozchod, moment zotrvačnosti vozidla k ose Z, výška polohy ťažiska, moment zotrvačnosti kolesa, polomer kolesa a výkon vozidla. Simulácie boli vykonané s manévrom skokové natočenie volantu pre tri rôzne uhly natočenia kolies (2° , 4° , 6°), so začiatkovou rýchlosťou $15\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ po dobu trvania 4s. Vďaka získaných dát sa porovnával otvorený a uzavretý diferenciál. Výsledné hodnoty boli vyššie, síce len o percentá u uzavretého diferenciálu. Otvorený diferenciál sa choval slabšie z dôvodu uvažovania presunu zaťaženia. Otvorený má za výhodu, že umožňuje rozdielne otáčky kolies a tým je vhodný pre ovládanie vozidla pri nižších rýchlostiach. Avšak pri vyšších rýchlostiach, keď hrozí prešmyk jedného kolesa alebo kvôli zníženiu vertikálnej sily sa koleso pretáča, je vhodnejšie uzavretý diferenciál. Pri menšom výkone uzavretý diferenciál sa choval nedotáčavo. Presunom zaťaženia v zatáčke smerom k vonkajšiemu kolesu pozdĺžna sila na vonkajšom kolese narastá a nedotáčavosť klesá. Pri dostatočne veľkom bočnom zrýchlení, presunom zaťaženia v ešte väčšom pomere sa celé chovanie obráti. Pozdĺžna sila na vonkajšom kolese je už väčšia, než na vnútornom – vozidlo sa chová pretáčavo.

V ďalšej časti práce nasledoval samozverný diferenciál. Samozverný diferenciál umožňuje prenos momentu z rýchlejšieho kolesa na pomalší. Samozverný diferenciál ako vstupný parameter sa pridalo do výpočtu pomocou predpätia a koeficientu rampy. Predpätie umožní prenášať moment medzi kolesami nezávisle od vstupného momentu. Koeficient rampy popisuje pomer medzi vstupným a prenositeľným momentom medzi kolesami. Skúmalo sa chovanie vozidla pri impulzovom natočení volantu a pre sínusové natočenie. Pre impulz hodnoty boli hodne blízko ale z grafu trajektórie je vidieť, že s vyššou hodnotou predpätia a rampy, samozverný diferenciál sa chová čím viac ako uzavretý diferenciál a rastie nedotáčavé chovanie vozidla. Pre sínusový manéver - Po začiatku manévru sa vozidlo zatočí do smeru odchýlky. Väčšou hodnotou koeficientu rampy či predpätia sa vozidlo chová čím viac nedotáčavo. Po dosiahnutí maxima sínusového tvaru natočenia sa vozidlo natočí do opačného smeru. Kvôli bočnému zrýchleniu presun zaťaženia pôsobí viac na vonkajšie

koleso, jeho otáčky sa znížia a diferenciál privedie viac momentu na toto koleso. Za následok vozidlo sa začne chovať viac pretáčivo. Táto pretáčavosť sa zvyšuje s väčším predpätím a väčším koeficientom rampy.

Zavedenie klopnej tuhosti pozitívne ovplyvnilo výpočty, ktoré tiež zapríčinilo zmeny v chovaní vozidla. Skúmalo sa chovanie pri manévru skokové natočenie s maximom 4° . Pohon prednej nápravy - u otvoreného diferenciálu vedie klopna tuhosť vzadu k pretáčavosti tak v prípade uzavretého diferenciálu naopak k nedotáčavosti. Pre rovnakú klopnu tuhosť zatvorený diferenciál posúva vozidlo k pretáčavosti, ak má tento vozidlo vyšší pomer tuhosti v predu. Ak má vyšší pomer vzadu, diferenciál posúva chovanie smerom k nedotáčavosti. Pohon zadnej nápravy - Zvernosť diferenciálu pre rovnaké rozdelenie klopnej tuhosti presúva chovanie vozidla smerom k nedotáčavosti avšak len vtedy, ak pomer klopnej tuhosti je vyšší na prednej náprave alebo len mierne vyšší na zadnej. Prechodom k vyššiemu pomeru tuhosti na zadnej náprave od určitej rýchlosti naopak zvernosť diferenciálu mení chovanie vozidla na pretáčavé.

V ďalšej časti práce nasledovalo skúmanie nastavenia pre konkrétne vozidlo. Jednalo sa o závodné vozidlo, pre ktoré dáta boli poskytnuté vedúcim. Model pracuje s 13-timi vstupnými dátami. Aj napriek vyspelosti modelu výsledok bol v prospech otvoreného diferenciálu. Problém je pravdepodobne v tom, že manéver z cele neodpovedá reálnej jazde (v zmyslu koordinácie zatočenia a akcelerácie sa jedná o open-loop manéver). Otvorený diferenciál bude dávať najlepšie hodnoty len vtedy, ak obe kolesá budú na rovnakom povrchu. Preto aspoň predpätie sa očakáva.

Koncepčný návrh sa začal voľbou jedného nastavenia samozverného diferenciálu, ktorý mal najlepšie hodnoty po otvorených. Jednalo sa o vozidlo s klopnu tuhosťou 0,5 a rampou 0,3 pri nulovom predpätí. Pomocou vzťahov na výpočet trenia na trecom kotúči sa vypočítalo uhol klinovej drážky diferenciálu. Rozmery boli obmedzené rozmermi pôvodného veka.

Výsledný matematický model môže slúžiť ako pomôcka pri štúdií. Voľbou správnych nastavení manévru by mohol slúžiť ako základ pri inej záverečnej práci či pri návrhu správneho diferenciálu.

POUŽITÉ INFORMAČNÉ ZDROJE

- [1] JAN, Zdeněk, Bronislav ŽDÁNSKÝ a Jiří ČUPERA. *Automobily*. 2., aktualiz. vyd. Brno: Avid, 2009. ISBN 978-80-87143-12-4.
- [2] Diferenciál, samosvorný diferenciál Torsen a diferenciál s obmedzenou svornosťou LSD. *Autorubrik* [online]. [cit. 2020-01-10]. Dostupné z: <http://www.autorubik.sk/clanky/diferencial/>
- [3] VLK, František. *Převody motorových vozidel*. Brno: František Vlk, 2006. ISBN 80-239-6463-1.
- [4] KENDER, Štefan. Úloha diferenciálu vo vozidle. *Transfer inovácií* [online]. 2008, (12), 3 [cit. 2020-01-18]. Dostupné z: <https://www.sjf.tuke.sk/transferinovacii/pages/archiv/transfer/12-2008/pdf/178-180.pdf>
- [5] Differential (mechanical device). *Wikipedia.org* [online]. [cit. 2020-02-10]. Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/Differential_\(mechanical_device\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Differential_(mechanical_device))
- [6] DIFERENCIALES DE DESLIZAMIENTO LIMITADO, UNA VISIÓN GENERAL (1 DE 2). *8000vueltas.com* [online]. 2008, 2008-04-16 [cit. 2020-02-11]. Dostupné z: <https://8000vueltas.com/2008/04/16/diferenciales-de-deslizamiento-limitado-una-vision-general-1-de-2>
- [7] ACHTENOVÁ, Gabriela. *Převodná ústrojí motorových vozidel*. V Praze: České vysoké učení technické, 2011. ISBN 978-80-01-04855-9.
- [8] How It Works: The Drivetrain. *Popular Mechanics* [online]. 2004, 2004-12-14 [cit. 2020-02-25]. Dostupné z: <https://www.popularmechanics.com/cars/how-to/a250/1302716/>
- [9] GILLESPIE, T. D. *Fundamentals of vehicle dynamics*. Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers, c1992. ISBN 1-56091-199-9.
- [10] DIXON, John C. a John C. DIXON. *Tires, suspension, and handling*. 2nd ed. London: Arnold, c1996. ISBN 1-56091-831-4.
- [11] GADOLA, Marco a Daniel CHINDAMO. The Mechanical Limited-Slip Differential Revisited: High-Performance and Racing Car Applications. *International Journal of Applied Engineering Research*. 2018, **13**(2), pp. 1478-1495. ISSN 0973-4562.
- [12] TREMLETT, A.J., M. MASSANO, D.J. PURDY, E. VELENIS, F. ASSADIAN, A.P. MOORE a M. HALLEY. Optimal control of motorsport differentials. *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility* [online]. 2015, **53**(12), 1772-1794 [cit. 2020-06-23]. DOI: 10.1080/00423114.2015.1093150. ISSN 0042-3114. Dostupné z: <http://dx.doi.org/10.1080/00423114.2015.1093150>

ZOZNAM PRÍLOH

Príloha 1 – Matlab kód matematického modelu (DP_LSD2_RWD, DP_LSD2_FWD, mE_LSD_RWD, mE_LSD_FWD, MF62L, FXL, FYL)