

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

Pedagogická fakulta



Mgr. Dagmar Malinová

**MIMOŘÁDNĚ NADANÝ ŽÁK
V PRIMÁRNÍM MATEMATICKÉM VZDĚLÁVÁNÍ**

Dizertační práce

Školitel: doc. PhDr. Bohumil Novák, CSc.

OLOMOUC 2014

Autorka: Mgr. Dagmar Malinová

Název dizertační práce: Mimořádně nadaný žák v primárním matematickém vzdělávání

Studijní obor: Pedagogika

Školitel: doc. PhDr. Bohumil Novák, CSc.

Pracoviště: Pedagogická fakulta Univerzity Palackého v Olomouci,
Ústav pedagogiky a sociálních studií, Katedra matematiky

Rok obhajoby: 2014

Tato dizertační práce je duševním vlastnictvím Mgr. Dagmar Malinové a podléhá právní ochraně podle § 2 zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem dizertační práci vypracovala samostatně a použila jen uvedených pramenů a literatury.

V Olomouci dne 17. 6. 2014

.....

Mgr. Dagmar Malinová

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji školiteli doc. PhDr. Bohumilu Novákovi, CSc. za odborné vedení dizertační práce a za poskytnutí podnětných rad. Děkuji prof. RNDr. Janu Melicharovi, CSc. za cenné připomínky k problematice entropie učebních úloh, doc. PhDr. Lence Hříbkové, CSc. a doc. PhDr. Jiřímu Škodovi, Ph.D. za podnětné rady k projektu dizertační práce.

Děkuji žákům, jejich rodičům a učitelům, psychologům z pedagogicko-psychologických poraden, kteří byli ochotni zúčastnit se výzkumu. Za podporu a trpělivost děkuji mým nejbližším.

OBSAH

1 Úvod	8
1.1 Oblast výzkumu	8
1.2 Základní pojmy	8
1.3 Motivace k volbě tématu.....	9
1.4 Cíle dizertační práce a její struktura	10
2 Vymezení účelu výzkumu, výzkumného problému, cílů a metodologie práce.....	11
2.1 Výzkumný problém a výzkumné otázky	11
2.2 Cíle dizertační práce	13
2.3 Fáze výzkumu	13
2.4 Metodologie výzkumu	15
3 Teoretická východiska dizertační práce	16
3.1 Současný stav zkoumané problematiky	18
3.1.1 Kulturní a historický rámec	18
3.1.2 Normativní rámec.....	20
3.1.3 Aktuální trend – projekty zaměřené na podporu nadaných žáků	21
3.2 Nadání	22
3.2.1 Pojmy nadaný žák a mimořádně nadaný žák	25
3.2.2 Rozumové nadání.....	26
3.3 Matematické nadání	31
3.3.1 Matematika a matematické schopnosti	31
3.3.2 Matematické nadání v odborné literatuře.....	32
3.3.3 Žák s matematickým nadáním.....	33
3.4 Učení, psychický vývoj a individualizace	38
3.4.1 Vztah učení a psychického vývoje	38
3.4.2 Individualizace jako významný aspekt vzdělávání nadaných.....	39
3.4.3 Individuální práce nadaného žáka	41

3.4.4 Nastavení obtížnosti výuky	41
3.5 Péče o nadaného žáka	45
3.5.1 Přístupy ke vzdělávání nadaných	46
3.5.2 Modely vzdělávání nadaných.....	50
3.5.3 Vzdělávání nadaných – edukační proces a faktory, které jej ovlivňují.....	52
3.6 Edukační nabídka a úlohy pro žáky s matematickým nadáním.....	53
3.6.1 Vlastnosti matematické úlohy	54
3.6.2 Originalita a tvořivost versus konformismus	59
3.7 Tvorba úloh, tvorba posloupností úloh	62
3.7.1 Obtížnost vytvořených úloh	64
3.7.2 Žákova tvorba úloh.....	65
3.8 Závěr teoretické části	66
4 Empirická část	67
4.1 Metody sběru, zpracování a interpretace dat, etická pravidla výzkumu.....	68
4.1.1 Použité metody sběru dat	69
4.1.2 Formulování etických pravidel výzkumu.....	72
4.1.3 Výběr zkoumaných případů	73
4.2 Předvýzkum	75
4.2.1 Pozorování při hospitaci v běžné třídě – nadaný žák bez zvláštní péče.....	76
4.2.2 Pozorování při hospitaci v běžné škole, která deklaruje specifickou péči	80
4.2.3 Pozorování při hospitaci ve třídě pro nadané žáky	81
4.2.4 Rozhovory s psychologem z PPP.....	83
4.2.5 Rozhovory s učiteli.....	85
4.2.6 Analýza dat z pedagogicko-psychologických poraden a Národního ústavu pro vzdělávání.....	89
4.2.7 Shrnutí dat a závěr předvýzkumu.....	94
4.3 Výzkum.....	97

4.3.1	Přímá individuální práce s nadaným žákem.....	98
4.3.2	Tematický obsah a sémantické pozadí úlohy	102
4.3.3	Obtížnost úlohy	103
4.3.4	Úlohy formulované nadaným žákem	107
4.3.5	Precizní zadání úlohy a potřeba přesného vyjadřování	110
4.3.6.	Přímá manipulace s pomůckami při řešení úloh	113
4.3.7	Řešení divergentních úloh žáky v běžné třídě.....	116
4.3.8	Řešení divergentních úloh nadanými žáky.....	124
4.3.9	Potenciál divergentních úloh při hromadné výuce	129
4.3.10	Shrnutí dat a závěry z druhé fáze výzkumu	131
4.4	Výzkum – ověření sady úloh pro samostatnou práci nadaného žáka	136
4.4.1	Vlastnosti testovací sady	138
4.4.2	Zjištěná data, interpretace dat.....	148
4.4.3	Závěr třetí fáze výzkumu.....	155
5	Shrnutí hlavních výsledků	156
6	Závěr.....	158
6.1	Závěr disertační práce	158
6.2	Náměty pro pedagogický výzkum	161
6.2.1	Soutěživý charakter matematické úlohy	161
6.3	Doporučení pro pedagogickou praxi.....	162
7	Seznam použité literatury a pramenů	165
8	Seznam zkratk.....	175
9	Seznam tabulek.....	176
10	Seznam obrázků.....	177
11	Seznam příloh.....	179
11.1	Přílohy.....	180
	ANOTACE.....	198

1 Úvod

Vzdělávání nadaných je aktuální pedagogické téma. V naší zemi se problematikou nadaných dosud zabývali převážně psychologové, v současné době roste zájem o pedagogické aspekty. Projevuje se to nejen v růstu počtu takto zaměřených odborných publikací, v tématech kvalifikačních prací studentů vysokých škol, v zaměření vzdělávacích projektů s regionální i celostátní působností (a nárůstu jejich počtu), v kritériích a ukazatelích, které sleduje Česká školní inspekce (ČŠI) při kontrolní činnosti na různých stupních škol, ale také v každodenní školní praxi. I přes nárůst aktivit v praxi zdůrazňuje Hříbková (2009) nedostatek snahy o teoretické uchopení problematiky nadaných a deficit pedagogických výzkumů zaměřených na diferenciaci kurikula pro nadané děti v našich podmínkách.

1.1 Oblast výzkumu

Právo na všestranný rozvoj svých schopností mají všechny děti, i děti s mimořádným nadáním. Zohlednění jejich potřeb ve vzdělávání v rámci povinné školní docházky ukotvila naše společnost do řady legislativních dokumentů. Dosud není v praxi zajištěno odpovídající vzdělávání pro intelektově nadané žáky integrované v běžné třídě. Důsledkem je zejména podvýkonnost a emoční diskomfort nadaných žáků. Odráží se to i v nespokojenosti některých rodičů, kteří kritizují zejména vzdělávací obsah a přístup učitelů k nadaným dětem, tito rodiče se pak dožadují segregované formy vzdělávání (Hříbková, 2009).

Učitelé v návaznosti na pedagogicko-psychologickou diagnostiku vytvářejí pro nadané žáky individuální vzdělávací plány, jejich naplňování v praxi je však problematické. Učitelé mají potíže s uplatňováním diferenciací a individualizace ve výuce (ČŠI, 2012), v případě nadaného žáka je výrazný rozpor mezi jeho vzdělávacími potřebami a vzdělávací nabídkou zaměřenou na „běžného“ žáka. Zkušenosti z praxe ukazují, že učitelé deklarují snahu nabídnout nadanému žákovi „něco navíc“. Někteří z nich mají připraveny speciální úlohy, mnozí si však nevědí rady nebo zadávají úlohy zcela nevhodné. Tato situace v pedagogické praxi se stala východiskem pro stanovení výzkumného problému.

1.2 Základní pojmy

V žákovské populaci je řada žáků se *specifickými vzdělávacími potřebami*. Tento v praxi používaný pojem zahrnuje skupiny žáků definované Vyhláškou č. 73/2005 Sb. ve znění pozdějších předpisů (Vyhláška, 2011): žáky se speciálními vzdělávacími potřebami a *žáky mimořádně nadané*. V centru naší pozornosti je *mimořádně nadaný žák* 1. stupně základní školy, jehož rozumové nadání (v celém okruhu kognitivních činností nebo jen v oblasti

matematických dovedností) bylo potvrzeno odborníky z pedagogicko-psychologické poradny. V textu práce budeme pro označení tohoto žáka používat jednodušší zkrácené označení *nadaný žák*. Termínem *edukační nabídka* pro nadaného žáka rozumíme v souladu s Hříbkovou (2009) specifický, ucelený vzdělávací postup po stránce obsahové i organizační, který může mít podobu speciálního nebo diferencovaného kurikula, jehož cílem je obohatit znalosti, dovednosti a prožitky nadaného žáka. V naší práci jsme se zaměřili na *učební úlohu* jako základní stavební prvek edukační nabídky. Pro učební úlohu, příp. *matematickou učební úlohu*, budeme v textu používat také zkrácené označení *úloha*. Zajímá nás, jaké vlastnosti učební úlohy jsou významné zejména z hlediska uspokojování vzdělávacích potřeb žáka s matematickým nadáním, ale také s ohledem na učitele a na organizační možnosti v běžné výuce. Jako významný vzdělávací prostředek chápeme *sadu úloh*, instrument pro rozvoj žáka s matematickým nadáním, který je integrován v běžné třídě. Uvědomujeme si obousměrnost vztahu mezi učební úlohou a nadaným žákem, učební úloha ovlivňuje žáka (jeho konání a kompetence), ale také nadaný žák učební úlohu zpracovává a přetváří ve svém vědomí.

1.3 Motivace k volbě tématu

Ve své učitelské praxi se autorka věnovala hledání cest, jak rozvíjet *všechny* žáky ve třídě, jak podpořit žáky s handicapem, jak využít potenciál skupiny, pozitivní interakce ve skupině i individuální schopnosti dětí nejen k rozvoji matematického myšlení, ale k rozvoji kritického myšlení, pracovních a učebních návyků, aj. V procesu učení je důležité prožívání kladných emocí. Jedním z hlavních cílů pedagogické práce autorky je umožnit žákům a studentům zažívat ve škole radost z poznání a radost z úspěchu.

V průběhu dvacetileté pedagogické praxe i v mimoškolní práci s dětmi a mládeží se autorka setkala s řadou jedinců, kteří opakovaně projevovali schopnosti výrazně odlišné od vrstevníků (v kladném smyslu). Pracovali rychleji, nalézali neobvyklá řešení, otázkami projevovali hluboký zájem, vhled do situace a také znalosti nad rámec znalostí běžných pro vrstevníky. Při práci na některých úlohách, a ani při nalezení řešení, tyto žáci nezažívali radost, ale mnohdy byl naopak zjevný jejich emoční diskomfort. Úlohy, které řešili spolu s vrstevníky, pro ně byly příliš jednoduché a potřebovali na ně výrazně méně času. Autorka zaznamenala také výrazné rozdíly v jejich hodnocení u některých pedagogů, nezdědka byli hodnoceni výrazně hůř, pod úrovní svých schopností. Rodiče některých žáků se dostali do vážného konfliktu s učitelem, případně i s vedením školy. Příčinou konfliktů byla např. nechut' školy vzdělávat dítě s diagnostikovaným rozumovým nadáním podle individuálního vzdělávacího plánu, neznalost elementárních specifíků vzdělávání nadaných, aj.

K volbě tématu vedly autorku zkušenosti s problematikou nadaných ze školní praxe, z rodinného prostředí, ale i z volnočasových aktivit s dětmi a mládeží. K rozhodnutí věnovat pozornost žákům mladšího školního věku vedl fakt, že na Pedagogické fakultě Univerzity Palackého v Olomouci již byly obhájeny dizertační práce, které se zaměřily na starší žáky s matematickým nadáním. Dalším důvodem byla možnost propojení tématu se současným působením autorky na katedře matematiky a ICT Pedagogické fakulty Univerzity J. E. Purkyně v Ústí nad Labem, kde vyučuje matematické předměty, jež jsou určeny pro studenty učitelství 1. stupně základní školy.

V průběhu výzkumu se autorka zapojila do řešení projektu „Nadání je třeba rozvíjet“ CZ.1.07/1.2.35/02.0025 v pozici specialisty pro nadané. Zkušenosti z výzkumu byly využity při tvorbě vzdělávacích materiálů pro nadané žáky i při vzdělávání učitelů zapojených do projektu, zkušenosti z práce v projektu obohatily dizertační práci.

1.4 Cíle dizertační práce a její struktura

Hlavním cílem dizertační práce je pokus o vymezení vlastností úloh, které jsou významné pro vzdělávání nadaného žáka a v návaznosti vytvořit a ověřit v praxi sadu gradovaných úloh vhodných pro samostatnou práci integrovaného žáka s mimořádným matematickým nadáním ve vyučování matematice v běžné třídě v 5. ročníku na 1. stupni základní školy.

S ohledem na povahu základního výzkumného souboru a cíle dizertační práce byl zvolen smíšený design výzkumu s akcentem na kvalitativní přístup. Na činnost nadaného žáka při řešení úloh i na okolnosti při jeho práci nahlížíme z pohledu vzdělávacích potřeb nadaného žáka. V rámci triangulace někdy tento pohled porovnáme s pohledem učitele, psychologa nebo rodiče.

Dizertační práce je členěna na dvě hlavní části: teoretickou a empirickou. V teoretické části je naším cílem ukotvit problematiku matematického vzdělávání nadaných žáků v širším vzdělávacím kontextu, ale i společenském, kulturním, filosofickém a normativním rámci a v souvislostech posoudit poznatky k této problematice publikované v naší i zahraniční odborné literatuře. Spolu s vymezením klíčových pojmů jsou formulována teoretická východiska pro empirickou část dizertační práce. V empirické části je popsána metodologie výzkumu a průběh tří fází výzkumu, výstupy z jednotlivých fází, jejich interpretace. V závěrečné části práce jsou uvedeny výsledky a závěry dizertační práce, doporučení pro pedagogickou praxi a náměty pro další pedagogický výzkum.

2 Vymezení účelu výzkumu, výzkumného problému, cílů a metodologie práce

Matematika je velmi všestranný vědní obor, který prostupuje celou řadou lidských činností. Matematické myšlení člověka se vyvíjí od útlého věku a je cíleně kultivováno také ve škole. V českých školách převládá integrovaná forma vzdělávání intelektově nadaných. Učitelé pro ně hledají vhodný obsah a formu edukační nabídky. Výzkum, popsáný v této dizertační práci, reaguje na aktuální potřeby pedagogické praxe. Účelem výzkumu je přinést poznatky, které napomohou při vytváření relevantní edukační nabídky pro žáka s mimořádným matematickým nadáním, který je integrován v běžné třídě na 1. stupni základní školy.

Pozornost jsme soustředili na žáka s mimořádným matematickým nadáním a na matematické učební úlohy, které nadaný žák řeší v přímé výuce matematiky na 1. stupni základní školy. Není naším cílem zkoumat mimoškolní vzdělávání nebo využití výpočetní techniky ve vzdělávání nadaného žáka.

V první fázi, v předvýzkumu, chceme získat informace o tom, jak probíhá vzdělávání nadaného žáka integrovaného v běžné třídě, získat data, která souvisejí s prací nadaného žáka s úlohou. V druhé fázi navážeme na data z předvýzkumu a soustředíme pozornost na specifické vlastnosti úloh, které se jeví jako významné při vzdělávání nadaného žáka. Ve třetí fázi bude vytvořena testovací sada úloh, která bude respektovat zjištění z předchozích fází výzkumu a bude ověřena v praxi.

2.1 Výzkumný problém a výzkumné otázky

Výzkumný problém:

Jaká edukační nabídka je vhodná pro vzdělávání integrovaného žáka s mimořádným matematickým nadáním v matematice v 5. ročníku běžné základní školy?

Při analýze a vymezení výzkumného problému jsme stanovili rámec výzkumu a dílčí otázky. Uvažujeme žáka s mimořádným matematickým nadáním, který je integrován v běžné třídě, v 5. ročníku základní školy. Zajímá nás jeho edukace v matematice, při běžném způsobu vedení výuky. Pozornost jsme zaměřili na uspokojování jeho vzdělávacích potřeb v kontextu inkluzivní formy vzdělávání a na jeho práci s učební úlohou jako základním stavebním prvkem edukační nabídky, chceme prozkoumat aspekty využití edukačního konstrukturu (Průcha, 2009) sady úloh – strukturovaného souboru matematických učebních úloh.

Výzkumné otázky

V předvýzkumu chceme zjistit, jak se s nadaným žákem pracuje, jaké okolnosti ovlivňují jeho vzdělávání, a zejména, **jak jsou uspokojovány jeho vzdělávací potřeby**. Hledáme odpovědi na otázky:

S1 Jakým činnostem se nadaný žák v průběhu vyučovací hodiny věnuje?

S2 Jaké úlohy jsou mu zadávány a jak s nimi pracuje?

S3 Jak ovlivňuje jeho práci s úlohami organizační forma výuky, vč. interakce s učitelem a spolužáky?

Učební úlohy ve škole předkládá nadanému žákovi učitel, učitelovo působení ovlivňuje žákovu práci. Pro kvalitativní výzkum je charakteristické, že pro co nejlepší pochopení zkoumané problematiky jsou na počátku výzkumu sbírána data ve větší šíři (Hendl, 2008, 2009; Švaříček, Šed'ová, 2007). Proto v průběhu výzkumu budou zaznamenána nejen data vztahující se přímo k výše uvedeným otázkám, ale také data, která s nimi souvisejí, budou analyzována a jejich vliv a souvislost s výzkumnými otázkami bude zhodnocena.

V rámci výzkumu soustředíme pozornost na práci nadaného žáka s učební úlohou (na jejich vzájemnou interakci) a na vlastnosti učebních úloh.

S4 Které vlastnosti učební úlohy se jeví jako významné?

S5 Jaké matematické učební úlohy jsou vhodné pro nadaného žáka?

S6 Jak nadaný žák řeší úlohy s vyšší entropií, příp. s divergentním charakterem?

S7 Jaké klade nadaný žák otázky, jaké úlohy vytváří sám? V jakých situacích?

Ve třetí fázi, před započítím ověřování sady úloh budeme reflektovat zjištění z první a druhé fáze výzkumu a blíže specifikujeme výzkumné otázky, které jsme formulovali před započítím celého výzkumu, budeme hledat odpovědi na otázky, které budou formulovány v průběhu výzkumu.

2.2 Cíle dizertační práce

Hlavním cílem dizertační práce je:

Nalézt a popsat vlastnosti matematických učebních úloh, které jsou významné pro vzdělávání žáka s mimořádným matematickým nadáním, který je integrován v běžné třídě.

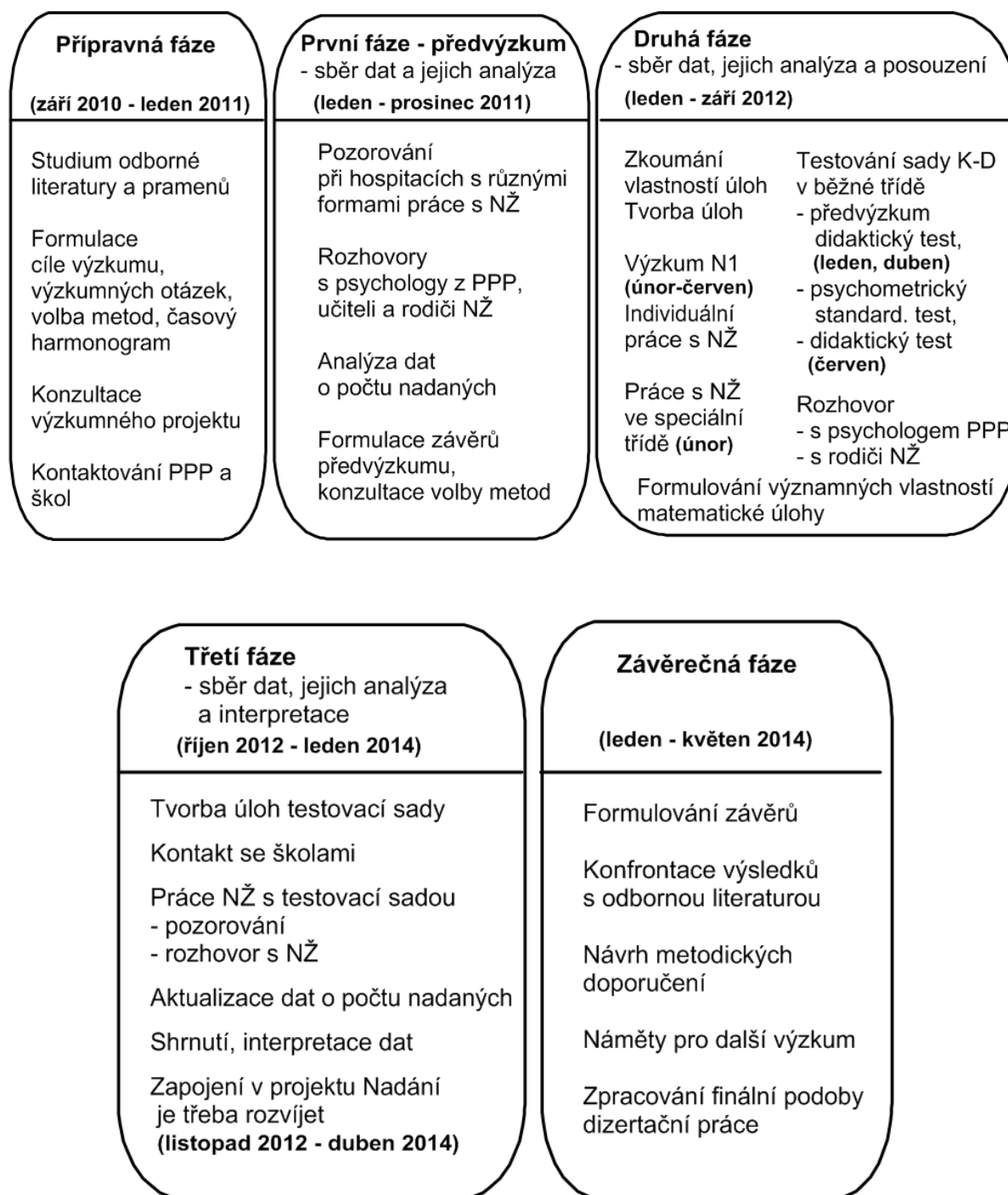
Díličí cíle:

- Analyzovat, jak se s žákem s mimořádným matematickým nadáním ve škole pracuje.
- Nalézt a popsat specifické vlastnosti matematických učebních úloh, které jsou vhodné pro nadaného žáka.
- Vytvořit a ověřit v praxi sadu gradovaných úloh vhodných pro samostatnou práci integrovaného žáka s mimořádným matematickým nadáním ve vyučování matematice v běžné třídě v 5. ročníku na 1. stupni základní školy.
- Posoudit vhodnost matematických úloh s vyšší entropií pro samostatnou práci žáka s mimořádným matematickým nadáním.
- Navrhnout vhodná opatření ke zlepšení vzdělávání integrovaného žáka s mimořádným matematickým nadáním ve škole, posoudit jejich možné výhody, nevýhody a rizika.
- V rámci navrhovaných opatření popsat potenciál matematických úloh s vyšší entropií pro vzdělávání všech žáků ve třídě a podporu žádoucí interakce ve třídě.
- Zaznamenat úlohy, otázky, problémy, úlohy formulované nadaným žákem a analyzovat je.

2.3 Fáze výzkumu

1. Předvýzkum – zjištění, jak se ve škole pracuje s žákem s mimořádným matematickým nadáním, který je integrován v běžné třídě na 1. stupni základní školy.
2. Zkoumání vlastností úloh vhodných pro žáka s mimořádným matematickým nadáním, tvorba úloh.
3. Tvorba testovací sady úloh a její ověření v praxi, zkoumání vlastností úloh v procesu řešení úloh mimořádně nadaným žákem.

Obrázek 1: Schéma realizovaného výzkumu



2.4 Metodologie výzkumu

V návaznosti na výzkumný problém byl zvolen smíšený typ výzkumu, těžiště je v kvalitativním výzkumu. Perspektiva, ze které je výzkumný problém nahlížen, ovlivňuje volbu výzkumných metod (Švaříček, Šed'ová, 2007). Hlavní výzkumnou metodou sběru dat je pozorování, při kterém výzkumník pozoruje nadaného žáka při řešení matematických úloh. V různých fázích výzkumu ji pak doplňují další metody: rozhovor, analýza dokumentů, rozbor písemného záznamu žáka, psychometrický standardizovaný test a didaktický test z matematiky (obrázek 1). Hlavní metodou zpracování a interpretace dat je kvalitativní analýza, pro některá data byla využito kvantitativní posouzení - statistické zpracování, tabelární nebo grafické vyjádření. Podrobněji je metodologie popsána v části empirické.

3 Teoretická východiska dizertační práce

V odborné literatuře existují dva obecně uznávané důvody, proč věnovat speciální péči vzdělávání mimořádně nadaných jedinců. První z nich je poskytnout jedinci možnost pro maximální kognitivní rozvoj a seberealizaci v oblastech, kde má nadprůměrný potenciál. Druhým důvodem je zajistit pro společnost co nejvíce lidí, kteří pomohou aktivně řešit současné civilizační problémy a přinesou nové myšlenky. (Renzulli, 2008)

Narůstající společenskou snahu poskytnout rozumově nadaným relevantní vzdělávací nabídku chápeme jako přirozený důsledek

- obecného procesu individualizace ve společnosti,
- nerovnováhy mezi péčí poskytovanou podprůměrným a průměrným žákům oproti nadprůměrným,
- stabilizace českého základního školství po reformních zásazích v minulém půlstoletí, kdy se otevřel prostor pro „okrajová“ témata,
- závažné společenské potřeby inovací, nových technologií v evropských zemích, jež je podnícena uvědoměním si ohrožení rychleji rozvíjejícími se ekonomikami ve světě.

Nahlédneme-li na fenomén nadání z pohledu aktuální společenské situace – vážných hospodářských problémů země a nízkého morálního kreditu politické scény – lze spatřit potenciál nadané populace při řešení těchto obecných problémů. Ve světě se stupňuje poptávka po nadaných jedincích, po špičkových odbornících, protože pro ekonomickou stabilitu země jsou nezbytné inovace, a ty přinášejí právě (intelektově) nadaní. Jejich smysl pro spravedlnost, dodržování pravidel, spolu s jejich výjimečnými schopnostmi, by mohl pomoci také morálnímu ozdravení společnosti.

Ve snaze přispět k efektivnímu vzdělávání žáků s intelektovým nadáním jsme z pedagogické perspektivy stanovili naše základní východiska:

- Ve vzdělávacím procesu je třeba volit vhodné vzdělávací prostředky, jež odpovídají vzdělávacím potřebám (nadaného) žáka a umožňují rozvinout jeho potenciál (teorie zóny nejbližšího vývoje - Vygotskij, 2004), (flow efekt - Cszikszentmihalyi, 1996), je třeba vyvážit samostatnou práci nadaného žáka a jeho podporu učitelem (Polya, 2009), učební úloha by měla obsahovat optimální entropii pro žáka (Květoň).

- Vycházíme z Renzulliho tříkruhové koncepce nadání (nadaného chování) v Renzulliho pojetí (2012). Zvýšenou pozornost je třeba věnovat tvořivosti – jedné ze tří základních složek nadání, která je ve školním vzdělávání opomíjena (Renzulli, 2012; Portešová, 2009a).
- K tématu přistupujeme s respektem k vývojovým specifikům žáků mladšího školního věku a k individuálním zvláštnostem žáků. Rozvoj logicko-matematické i prostorové inteligence, které se výrazně uplatňují v matematice, je v útlém věku závislý na interakci dítěte s vnějšími reálnými objekty (Piaget, 1999; Gardner, 1999). Na cestě od empirie k abstrakci postupují žáci s matematickým nadáním rychleji než běžní žáci.

3.1 Současný stav zkoumané problematiky

Je těžké mít dobrý nápad, když z dané oblasti známe málo a je nemožné jej mít, pokud neznáme nic. Dobré nápady jsou založeny na minulých zkušenostech a dříve získaných znalostech.

George Polya

Nadání je fenomén, na jehož utváření má vliv řada aspektů. Pojetí nadání, podpora a preference různých druhů nadání jsou kulturně a historicky podmíněny a vyjadřují hodnotové preference oblastí, ke kterým se tento fenomén váže.

3.1.1 Kulturní a historický rámec

V současné euro-americké kultuře je vztahován zejména ke kognitivním charakteristikám jedince, nadání v oblasti intelektu je vysoce ceněno (Jedlička, 2007). V pojetí asijské kultury je nadání svázáno zejména s úsilím, které jedinec vynaloží. „Duchem doby“ jsou v současné době podle Termána (1954) podporováni zejména potenciální vědci; kromě globálních existují i výrazné lokální rozdíly v upřednostňování talentů, jak dokladuje například výzkum, který srovnávala vysoké školy podle doporučení zastoupení vědců mezi jejich absolventy.

Kulturní vliv na fenomén nadání je odvozen od schopností jedince účinně se adaptovat v dané kultuře (Gardner, 1999). Nejen v souvislosti s nadanými Jung (1994) zaznamenává, jak se společnost ve veřejném prostoru staví k jednotlivci v Severní Americe a jak v Evropě, a porovnává; z řady postřehů usuzuje, že v Americe je apelováno na inteligenci, autonomii a dobrou vůli jednotlivce, zatímco na evropském kontinentu je vnímána nutnost lidem nařizovat a zakazovat. Vliv kultury na rozvoj nadání dokumentuje Campbell (2001) na vyšší relativní četnosti talentů v židovské populaci, oproti běžné populaci; chápe to jako důsledek bohaté tradice hodnot učení, která prostupuje celou židovskou kulturou. Obdobně vysvětluje vysoké procento talentů v asijské kultuře, kde je patrný vliv tradičních hodnot, jež zahrnují vysokou pracovní morálku, vědění a vzdělání. Vysoká hodnota vzdělání je v židovské i asijské kultuře ukotvena v hluboké historii. Vliv etnika na výskyt nadání v populaci, vliv příslušnosti ke skupinám, které nejsou tradičně gramotné, nepřipisuje Campbell (2001) genetické výbavě, ale vlivu prostředí, které není příznivé pro rozvoj talentů. Již mnohem dříve ve výzkumu *Rasové rozdíly v inteligenci* (1927) V. Příhoda prokázal, že inteligence a studijní předpoklady žáků jsou determinovány sociálními a kulturními charakteristikami rodinného zázemí žáka, nikoliv příslušností k etniku (Průcha, 2009).

Rozdílů mezi lidmi ve způsobech myšlení a poznávání si lidé všímali již v dávných dobách. Filosofii vzdělávání nadaných v pojetí významných pedagogů v historickém průřezu srovnává Kathena (1992). V různých obdobích byly preferovány nebo potlačovány různé druhy nadání. I v historii mnozí nadaní jedinci přemýšleli jinak než většinová populace, chovali se a jednali nekonformně. V Evropě bylo myšlení a poznání po dlouhá staletí korigováno zejména církví; intelektově nadaní jedinci, kteří se díky myšlení, poznání a morálním zásadám dostali do konfliktu s církevní doktrínou nebo mocenskými zájmy vlivných, měli nemalé potíže, v extrémních případech byli někteří dokonce pro výstrahu veřejně popraveni jako např. rektor pražské univerzity Jan Hus nebo filosof a astronom Giordano Bruno, z výjimečných žen např. filosofka a matematicka Hypatie z Alexandrie.

V odborné i laické veřejnosti lze zachytit škálu postojů ke vzdělávání nadaných, od extrémních „rovnostářských“, přes postoje, které vyvažují potřeby nadaných i společnosti, až po extrémní „elitářské“. Integrace nadaných je u nás často odmítána (zvláště u rozumově nadaných), přestože je celosvětově zřejmá tendence k integraci. Hříbková (2010) uvádí řadu možných důvodů tohoto postoje v české společnosti a zmiňuje morální dilemata, která tato problematika skrývá. Některé výhrady ke vzdělávání nadaných v USA popisuje Renzulli (2008) v historickém kontextu, tlak ze strany komunity nadaných, společenský tlak jednou podporující vzdělávání nadaných, jindy potlačující segregované vzdělávání nadaných jako „elitářské“.

Potřebu přizpůsobit vzdělávání různým schopnostem (různému nadání) žáků zmiňuje také Komenský (1948). Otázka vzdělávání nadaných se dostala do popředí až ve 20. století. Zájem o individuální rozdíly mezi lidmi podnítily výzkumy Ch. Darwina a F. Galtona, s rostoucím zájmem o psychometriku a fenomén inteligence pak výzkumy A. Bineta, T. Simona, výjimečný longitudinální výzkum L. Termana, dále J. Guilforda, a řady dalších. Vzednutí zájmu o nadané i mimořádně nadané podnítil S. Marland *Zprávou o stavu a podpoře nadaných v USA*. V 70. a 80. letech začínají vznikat profesionální organizace na podporu nadaných - Národní asociace pro nadané děti (NAGC) v USA, Světová rada pro nadané a talentované děti (WCGTC), Evropská rada pro vysoké schopnosti (ECHA). V tehdejší Československu se problematikou nadání zabývali od r. 1979 ve Výzkumném ústavu dětské psychologie a patopsychologie v Bratislavě. (Laznibatová, 2007; Hříbková, 2009; Škrabánková, 2012).

3.1.2 Normativní rámec

V České republice (ČR) není dosud vypracována a koordinována politika komplexní výchovy talentů a nepatří ani mezi zvažované priority; jednou z příčin tohoto stavu je podle Smékala (2012) idiosynkratický postoj Čechů ke všemu, co vybočuje z průměru, zejména k elitám. V *Národním programu rozvoje vzdělávání v ČR* (Bílá kniha, 2001) je kladen důraz na větší *diferenciaci a individualizaci* výuky ve školách, což je v souladu také s potřebami nadaných žáků. V tomto strategickém dokumentu jsou obsaženy také obecné záměry ve vzdělávání nadaných. Je kladen důraz na širokou nabídku možností projevit nadání už pro děti předškolní nebo žáky základních škol. Je vytyčena řada požadavků na podporu výzkumu, vyhledávání nadaných, koncepční přípravu pedagogů, ověřování účinných metod rozvoje nadaných, aj. Je precizně formulována řada doporučení, z nichž ale byla realizována jen některá. Například byl naplněn požadavek, aby byla v PPP v regionech zřízena funkce koordinátora, který se specializuje na problematiku nadaných. V poradnách na úrovni okresů a krajů jsou koordinátoři, kteří spolupracují s centrálním pracovištěm v Praze a kooperují i s dalšími subjekty.

Péče o nadané je ukotvena v normativních dokumentech. V hierarchii právních předpisů je výchozím zákon č. 561/2004 Sb. ve znění pozdějších předpisů (Školský zákon, 2011), v oddílu *Vzdělávání dětí, žáků a studentů se speciálními vzdělávacími potřebami a dětí, žáků a studentů nadaných* stanovuje povinnost školy rozvíjet nadání všech žáků. Zde jsou spatřovány tři úrovně naplňování této povinnosti - v oblasti rámcového vzdělávacího programu, školního vzdělávacího programu a v práci učitelů při samotném vzdělávání (Kupcová, et al., 2010). Zákon rovněž obsahuje obecná i konkrétní opatření k zajištění vzdělávání mimořádně nadaných.

Opatření týkající se vzdělávání žáků s mimořádným nadáním se promítají do celé řady závazných dokumentů, významným prováděcím předpisem je Vyhláška č. 73/2005 Sb. ve znění pozdějších předpisů (Vyhláška, 2011). V dokumentu je definováno mimořádné nadání, je akceptováno nadání všeobecné i specifické, je zdůrazněn význam tvořivosti. Podle tohoto předpisu má školské poradenské zařízení rozhodující roli při identifikaci mimořádného nadání, také se ale vyjadřuje ke vzdělávacím potřebám nadaného jedince. Ve vyhlášce jsou uvedeny podrobnosti k specifické péči o nadaného žáka ve škole, zejména k individuálnímu vzdělávacímu plánu, který se po schválení stává závazným dokumentem.

V minulých letech proběhla v naší zemi kurikulární reforma. Od školního roku 2010/2011 se vyučuje podle Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání (RVP ZV) na všech základních školách. Z kurikulárního dokumentu na státní úrovni, z RVP ZV vychází každá základní škola při tvorbě školního vzdělávacího programu (ŠVP). V tematické zprávě ČŠI (2012) se uvádí, že individualizace a diferenciací výuky je závislá na prioritách a finanční podpoře zřizovatelů škol. Dále se zde konstatuje, že v průběhu sledovaného období základní školy zvýšily pozornost věnovanou části ŠVP zaměřené na zajištění výuky mimořádně nadaných žáků. Inspekce také zjistila zlepšení ve stanovení mechanismů podpory těchto žáků, poukazuje však na jejich nedostatečné uplatňování v praxi.

3.1.3 Aktuální trend – projekty zaměřené na podporu nadaných žáků

V posledním desetiletí jsou na území ČR realizovány projekty zaměřené na podporu nadaných, projekty financované z evropských, celostátních, regionálních, ale i neveřejných prostředků, vznikají různá „centra pro nadané“ – subjekty s rozmanitou právní subjektivitou, jejichž hlavním cílem je podpora nadaných a těch, kteří se na formálním i neformálním vzdělávání nadaných podílejí. Do jejich činnosti se zapojují psychologové, pedagogové, odborníci z jiných vědních oborů, kteří se vzdělávání nadaných věnují, rodiče nadaných i sami nadaní. K osvědčeným projektům se řadí projekt s celonárodní působností *Talnet – online k přírodním vědám*, jehož hlavní náplní jsou kombinované elektronické kurzy pro mimořádně nadané žáky k přírodovědným tématům a prezenční setkání s odborníky (Zelenda, 2005, Čavojská et al., 2010).

V rámci koordinování péče o nadané bylo v rámci rozsáhlého projektu *Systém péče o nadané v přírodních vědách PERUN (Péče, rozvoj, uplatnění nadání)* financovaného Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy (MŠMT) a realizovaného Národním institutem dětí a mládeže (NIDM) zahájeno mj. budování Sítě podpory nadání (SPONA), která by měla fungovat i po ukončení projektu (Sít', 2012). Cílem Sítě je vytvářet prostředí pro systematickou péči o nadané v ČR. Je vytvářena jako informační platforma a současně jako sdružení organizací i jednotlivců, kteří se zabývají identifikací, vyhledáváním, podporou a realizací nadání v celoživotním kontextu. Je patrná snaha reflektovat aktuální potřeby v českém prostředí i ověřené zkušenosti ze zahraničí. Projekt se snaží využít a propojit dílčí iniciativy a již fungující subjekty a zároveň vytvářet zastřešující strukturální nadstavbu a kompenzovat tak nedostatečnost státních institucí řešit komplexně problematiku podpory intelektově nadaných.

3.2 Nadání

Podle starších koncepcí nadání, které jsou spojeny s tradičním testováním inteligence, jež nejčastěji označuje za nadané jedince s IQ nad 130, zaujímají tito lidé 2-3 % populace (Hříbková, 2007). Novější přístupy zdůrazňují multidimenzionální povahu nadání. Nadání se v současné době chápe jako *komplex charakteristik osobnosti zahrnujících zejména rozvinuté kognitivní procesy (intelekt, vnímání, tvořivost aj.), znalosti (z určité oblasti věděni), zvláštní rysy chování (vytrvalost, píle), vysokou motivaci a sebehodnocení aj.* (Průcha, 2002, s. 167).

Počátek bádání v oblasti mimořádného nadání klade Portešová (In Průcha, 2009b) na konec 19. století. Od té doby se vyvíjely různé koncepce nadání, autoři ve svém pojetí nadání zohledňovali, zda jsou nadprůměrné schopnosti demonstrovány ve výkonech, či jsou latentní, jiní akcentovali některé faktory ovlivňující nadání: faktory biologické, faktory psychologické – inteligenci, tvořivost, motivaci, učení, osobnost a vývoj jedince, faktory související s působením vnějšího prostředí (Hříbková, 2007; Havigerová, 2011). Vyhraněný názor zastává Campbell (2001), soudí na základě svých výzkumů, že fenomén, který často psychologové a pedagogové označují jako vrozené nadání, je výsledek působení výjimečných rodičů, kteří vychovávají dítě tak, aby dosáhlo vynikajících výkonů.

Pojem nadání používá řada autorů, např. Renzulli (2008), Van Tassel Baska (2012), Havigerová (2011), Fořtíková (2009) v užším smyslu. Vztahují jej pouze na rozumové nadání, nezahrnují do tohoto pojmu pohybové nadání, nadání v oblasti umění nebo nadání v oblasti sociální.

Protože existuje rozmanitá řada přístupů k nadání, jen definic nadání existují stovky, autoři přehledových studií třídí tyto přístupy a definice a sestavují klasifikační schémata. Renzulli (2012) nabízí pohled na definice nadání jako na škálu definic od konzervativních po liberální podle míry omezení v kritériích, kdo je a kdo není nadaný. Mezi konzervativní řadí např. definice, které se zaměřují jen na výkony v akademické oblasti a ignorují tvořivost, oblast umění či sociální oblast, nebo definice, které vymezují nadané s využitím procentuálního vyjádření jejich zastoupení v populaci. V některých přístupech je na nadání pohlíženo jako na asynchronní vývoj, v němž se projevují kognitivní schopnosti, které jsou oproti normě zrychlené a na kvalitativně vyšší úrovni (Fořtíková, 2009; Bílá kniha, 2001)); nebo je nadání chápáno jako „vyvíjející se expertnost“ – nadaný žák se věnuje tématu svého zájmu

do hloubky a věnuje mu mnoho času, velmi záhy má v problematice, o kterou se zajímá, velmi detailní a odborné znalosti (Hříbková, 2009).

Podle toho, zda se nadání projevuje, rozlišuje Hříbková (2007), Havigerová (2011) nadání potenciální (latentní) a nadání aktuální (manifestované), které se demonstruje v podávaných výkonech. Častá je klasifikace podle druhů činnosti, kde se nadání projevuje. Hovoříme pak o nadání hudebním, matematickém, výtvarném apod. Někdy jsou tato nadání včleněna do obecnějších skupin: nadání pro oblast umění, nadání pro oblast sportu a nadání pro oblast vědy (intelektové nadání). Posledně jmenované se často člení na jazykové, matematické a organizační. (Hříbková, 2007)

Pojmový aparát z oblasti nadání je bohatý, problematice je často vymezení rozsahu a obsahu pojmů. Na „rozostření“ hranic má vliv také jazykový překlad, často z anglického jazyka. V souvislosti s nadprůměrnými schopnostmi nebo nadprůměrnými výkony žáků se setkáváme s pojmy: nadaný žák, mimořádně nadaný žák, talentovaný žák, talent, nadprůměrný žák, žák s diagnostikovaným akcelеровaným vývojem, žák s vysokým potenciálem, žák podvýkonný (underachiever), aj. V souvislosti s matematickým nadáním pak s pojmy: matematicky nadaný žák, žák s matematickým nadáním, matematický talent, v cizojazyčné literatuře také s termínem *mathematically promising* (žák nadějný v matematice). Právě poslední jmenovaný termín se vztahuje zejména k věkové kategorii žáků mladšího školního věku, podobně jako termín žák s diagnostikovaným akcelеровaným vývojem v dané oblasti. Vzhledem k vývojovým specifikům psychologové z pedagogicko-psychologických poraden u dětí mladšího školního věku, zejména do devíti let věku dítěte, upřednostňují ve svých zprávách termín *akcelеровaný vývoj* před pojmem nadání.

V rámci dodržování zásad inkluzivního vzdělávání specifických skupin žákovské populace a předcházení důsledkům „pozitivního nálepkování“ si dovoluujeme navrhnout v praxi více používat a dávat přednost pojmu „žák s nadáním“, „žák s matematickým nadáním“ před označením „talent“, „matematický talent“, „nadaný žák“, podobně jako tento aspekt popisují a zdůrazňují Pešatová a Tomická (2007) u lidí s postižením, kde tento způsob vyjadřování dobře vystihuje skutečnost, že se v prvé řadě jedná o lidskou bytost, osobu, žáka, individualitu a teprve druhotné je jejich specifikum.

Pro objasnění pojmu nadání, a také zachycení faktorů, které jej ovlivňují, byla vytvořena celá řada modelů, včetně grafického vyjádření. Výchozím pro mnohé z nich se stal Renzulliho

triadický model (Model tří kruhů), který pomocí průniku tří množin Vennova diagramu názorně vyjádřil nadání jako souběh nadprůměrných schopností, motivace (zaujetí pro úkol) a tvořivosti (Renzulli, 2008). Další autoři pak do modelu zapracovali vliv subjektů, které působí na nadaného (školu, rodinu, vrstevníky), faktor štěstí, aj. Jiné modely se snaží znázornit vztahy mezi prostředím, osobnostními charakteristikami jedince a jeho výkony, některá pojetí akcentují dynamiku procesu vývoje nadání (Gagné, 2010).

V naší práci vycházíme z Renzulliho (2008, 2012) pojetí nadání a ztotožňujeme se i s jeho názorem, že mezi třemi soubory vlastností v tříkruhovém modelu nadání v současné době trvá disproporce - je akcentována oblast nadprůměrných schopností (měřitelných testy) na úkor tvořivosti a osobní angažovanosti. Rovněž vnímáme v Renzulliho konceptu nadání dynamičnost v čase i v interakci mezi komponentami, vliv osobnostních charakteristik nadaného jedince a vliv prostředí. Původně Renzulli znázorňoval v Modelu tří kruhů další dimenze a interakce vícebarevným rastrováním, aby do obrazového vyjádření začlenil právě vliv osobnostních charakteristik a vliv prostředí. Vrátil se však k myšlenkově „průzračnému“ modelu samotných tří prolínajících se kruhů.

Renzulli rozlišuje dva typy nadání – školní a produktivně kreativní. A v souladu se společenskou poptávkou po originálních myšlenkách, produktivní a tvořivé práci vědců, autorů inovací a vůdců různých společenských skupin akcentuje kreativně produktivní nadání. Školní nadání koreluje se schopností získat ve škole dobré známky, je snadno měřitelné standardizovanými testy, v Modelu tří kruhů jej Renzulli vztahuje ke komponentě nadprůměrných schopností a je v čase poměrně stabilní. Kreativně produktivní nadání má podle Renzulliho situační a kontextuální povahu, je vztahováno ke zbývajícím komponentám Modelu tří kruhů – ke kreativitě a k pracovnímu úsilí (které kolísá v závislosti na okolnostech).

Konsensus mezi odborníky nepanuje ani u klíčových pojmů nadání a talent. Protože kritéria pro jejich diferenciaci jsou vágní, a také ve školských legislativních dokumentech jsou zpravidla používány v témže významu, doporučuje Hříbková (2007) používat tyto pojmy jako synonyma. Někteří je však rozlišují, přičemž mnozí z nich chápou talent jako užší pojem, jako vysoký stupeň nadání (Laznibatová, 2007). Gagné (2010) vytvořil model, který důsledně odlišuje oba pojmy, nadání chápe jako souhrn schopností, jako potenciál k mimořádným výkonům a talent jako výstup vývojového procesu, jež je ovlivněn učením a působením intrapersonálních faktorů a okolního prostředí.

V naší práci chápeme nadání a talent jako synonyma, obdobně pojmy talentovaný žák, nadaný žák nebo žák s nadáním uvažujeme jako pojmy se shodným obsahem i rozsahem.

3.2.1 Pojmy nadaný žák a mimořádně nadaný žák

Pojem mimořádně nadaný žák je vymezen Vyhláškou č. 73/2005 Sb. ve znění pozdějších předpisů jako *„jedinec, jehož rozložení schopností dosahuje mimořádné úrovně při vysoké tvořivosti v celém okruhu činností nebo v jednotlivých rozumových oblastech, pohybových, uměleckých a sociálních dovednostech.“*

Škrabánková (2012, s. 17) navrhuje jednotně označovat termínem nadaný žák *„žáka s diagnostikovaným potenciálem vlastností a schopností v intelektové, sociální nebo motorické nebo estetické oblasti, v níž vykazuje opakovaně výkony nad rámec běžné populace a je schopen tento potenciál rozvíjet a aplikovat“*. Pojem nadaný žák je v její definici chápán v širším smyslu, avšak např. v jejím *modelu logické struktury edukačního procesu pro nadaného žáka* (Škrabánková, 2009, 2012) již pracuje s tímto pojmem v užším smyslu.

Intenzivní potřeba poznávat jako znak mimořádného nadání

Potřeba učit se je člověku vlastní, je předpokladem přežití. Poznávání jako procesu i poznání jako výsledku tohoto procesu přikládá už např. Komenský (1948) vysokou hodnotu. Podle něj je člověku *„vštipena touha po věděni“*, proces poznávání je podle něj spojen s potěšením a nové, dosud nepoznané, přirovnává k *„lákadlu“*. Věděni získané vlastním bádáním staví nad poznatky cizí, pouze převzaté. Jan Ámos Komenský byl nepochybně člověk s mimořádným rozumovým nadáním a jeho silná potřeba poznávat, která je typická pro rozumově nadané, se promítá do celého jeho díla.

V souvislosti s mírou potřeby poznávat uvádějí Tomek a Zelendová (2010) důvody, proč rozlišovat mezi pojmy nadaný žák a mimořádně nadaný žák: Zatímco nadaní žáci projevují v oblasti svého nadání vysokou úroveň schopností a podávají vysoké výkony, mimořádně nadaní žáci se tématu svého zájmu věnovat musí, jsou k tomu vnitřně puzeni. Pokud se této oblasti nemohou věnovat dostatečně, jejich mimořádně intenzivní vzdělávací potřeba není naplňována, dochází u nich k projevům srovnatelným s projevy deprivace nebo frustrace. Také v Bílé knize (2001) je akcentována potřeba diferencovat mezi vzděláváním nadaných jednotlivců a mimořádně nadaných.

S tímto pojetím pojmu mimořádně nadaný žák se ztotožňujeme, avšak pro potřeby výzkumu budeme v této práci z metodologických důvodů, zejména pak v empirické části, pracovat s pojmem mimořádně nadaný žák takto: *Mimořádně nadaný žák je žák, jehož rozumové nadání (v celém okruhu kognitivních činností nebo jen v oblasti matematických dovedností) bylo potvrzeno odborníky z PPP.* Jako hlavní argument k odůvodnění tohoto pojetí uvádíme fakt, že psychologové z PPP v ČR využívají k diagnostice intelektového nadání jednotnou metodiku, v rámci které využívají standardizované psychometrické testy. V případě žáků z 1. stupně základní školy je v prvotní diagnostice využíván komplexní test inteligence WISC III, rozhovor s dítětem, kresba, anamnestický rozhovor s rodiči, dotazník pro třídního učitele žáka.

3.2.2 Rozumové nadání

Nadání v oblasti intelektu bývá označováno ekvivalentními pojmy jako *rozumové, intelektové* či *kognitivní* nadání. Fořtíková (2009) vymezuje rozumové nadání jako *asynchronní vývoj, ve kterém se kombinují zrychlené kognitivní schopnosti a zvýšená intenzita k vytvoření vnitřních zkušeností a povědomí, jež jsou kvalitativně odlišné od normy.* Jsou patrné diskrepance mezi úrovní vývoje rozumových schopností a vývoje v jiných oblastech, zejména v oblasti sociální a emocionální.

Renzulli (In Renzulli, Reisová, Montgomeryová, Jurášková, 2008) rozlišuje dva typy (rozumového) nadání – školní a kreativně produktivní. Školní nadání je nejjednodušeji měřitelné standardizovanými testy schopností, souvisí s analytickým myšlením a koreluje s dobrým školním hodnocením. Nadání kreativně produktivní souvisí s produkcí originálních myšlenek a produktů, s aplikací znalostí a procesů myšlení při komplexním řešení reálných problémů.

Rozumové nadání a inteligence

V případě rozumového nadání je klíčovým pojmem inteligence. Plháková (2003, s. 48) ji definuje jako *„individuální úroveň a kvalitu myšlenkových operací, která se projevuje při řešení rozmanitých problémů, jejichž spektrum sahá od běžných každodenních úkolů, přes řešení nezvyklých praktických situací, až po vysoce teoretické abstraktní otázky.“* Mozek je lidský orgán, který determinuje úroveň inteligence člověka. Jeho počáteční velká flexibilita spolu se specializací jednotlivých oblastí mozku jsou podle Gardnera (1999) charakteristikami, které se významně uplatňují při řešení nových problémů, v situacích, kdy se nejedná o rutinní úkol, ale je třeba najít nové řešení. O vztah mozkové činnosti, zejména

rychlosti myšlenkových procesů, a nadání se zajímala Laznibatová (2007, s. 23), v souvislosti s vlastnostmi mozku definuje inteligenci také jako „*schopnost nechat určitou rychlostí v určitém okruhu proběhnout v mozku struktury a vzory myšlení*“.

Teorie inteligence v přehledové studii roztřídila Plháková (1999) na explicitní a implicitní teorie, v novější práci (2003) pak zmiňuje trend používat termín inteligence také v jiném významu, než jsou schopnosti, které souvisejí s myšlením a řešením problémů – morální nebo emoční inteligence.

Implicitní teorie inteligence zkoumají, co rozumějí lidé (laici i odborníci) pod pojmem inteligence, resp. jaký je jejich prototyp inteligentního člověka, jak pojetí inteligence vlastní nebo inteligence druhých lidí ovlivňují chování a jednání člověka, příp. výkony při řešení problémů. Výzkumem implicitních teorií se v naší zemi zabývá Plháková (1999), která se inspirovala výzkumy Sternberga.

Explicitní teorie usilují o popis mentálních struktur a procesů, které mají vliv na intelektový výkon. Zde existují dva výrazné názorové proudy. Jeden z názorových proudů se kloní k pojetí inteligence jako komplexní schopnosti. Je ovlivněný výzkumem Spearmana, ve kterém využil metodu faktorové analýzy a následně pak formuloval teorii, podle níž se inteligence skládá z obecného g-faktoru a specifických s-faktorů (Plháková, 1999). Druhý názorový proud inteligenci chápe jako množinu dílčích, samostatných inteligencí. Výraznou teorií tohoto směru je teorie rozmanitých inteligencí Gardnera (1999). K matematickému nadání se váže zejména *logicko-matematická inteligence*, v matematice se však výrazně uplatňuje také *prostorová inteligence*. V odborné literatuře jsou akcentovány faktorově-analytické modely inteligence. Jedna z nejvlivnějších současných teorií inteligence je často citovaný model Cattell-Horn-Carrollův (Alfonso, Flanagan, Radwan, 2005). Integruje empiricky podložené teorie tří autorů, popisuje strukturu kognitivních schopností a je využívána řadou tvůrců psychometrických testů jako výchozí teorie.

Pojetí inteligence se po dlouhou dobu opíralo o měření IQ a v řadě aspektů toto pojetí ovlivňuje laický i odborný pohled i dnes, přestože je prokázáno, že tradiční měření IQ vypovídá jen o části intelektuálního spektra a nemá vypovídající hodnotu pro predikci úspěchu v životě a výkonů v práci. Zásadní poznatky přinesla rozsáhlá longitudinální studie Termana, z dat a závěrů jeho výzkumu vyplývá, že IQ souvisí s akademickým výkonem a identifikace nadání založená jen na měření IQ je chybná. Ostře se proti přetrvávajícímu pojetí inteligence založeném na IQ skóru vymezuje Sternberg (2001), nahlíží na důsledky

pro jednotlivce i společnost. Nazývá inteligenci měřenou testy IQ jako *inertní* inteligenci, sám se snaží pro inteligenci, která je důležitá pro dosažení životních a pracovních cílů, uplatnit svůj termín *úspěšná intelligence*. Nechápe ji jako jednodušou, ale jako inteligenci, která má tři aspekty: *analytický, tvůrčí i praktický*. Tvůrčí intelligence souvisí s nalezením správného problému, analytická intelligence s nalezením správného řešení problému a praktická intelligence s jeho „uvedením do života“. Jestliže se intelligence projevuje při řešení problémů, pak je zřejmé, že pro dosažení úspěchu je potřeba nalézt problém, zjistit v čem spočívá, vyřešit jej a řešení aplikovat v praxi.

Přestože se řada odborníků vymezuje proti pojetí nadání, která jsou postavena na měření IQ, odhady počtu nadaných v populaci se opírají právě o výsledky měření IQ. Odborníci se liší ve vymezení stupňů intelektového nadání (Silvermanová, 1989; Gagné, 1998; Osbornová, 2000; Nordby, 2002; in Jurášková, 2006), všeobecně se za spodní hranici nadání považují IQ 130, dvě standardní odchylky od normy (Jurášková, 2006).

Pro porozumění lidskému myšlení a pro jeho rozvoj je podle E. de Bono (1998) východiskem pohled na mozek jako na aktivní *samoorganizující informační systém*, v němž pouhým přijetím nové informace se mění dosavadní informační struktura. Myšlení vymezuje jako *schopnost ovlivňovat působení intelligence na zkušenost*“ a navrhuje slovem „intelligence“ označovat (proces) vývoj rozumového nadání a schopnost podat dobrý výkon v IQ testech (de Bono, 1998, s. 169).

Rozumové nadání a emoce

Jedna ze tří komponent v Renzulliho modelu nadání je „commitment in task“. Tento výraz je často překládán jako motivace, tato komponenta souvisí s vnitřní motivací, přikládáme se však více k překladu „angažovanost v úkolu“ ve smyslu odhodlání či závazku k úloze. Domníváme se, že tato složka nadání souvisí s emoční inteligencí, ta je chápána jako schopnost efektivně zvládat své emoce a správně dekodovat emoce druhých lidí.

V současných odborných publikacích je akcentován rozhodující význam emocí v dynamice psychiky člověka. Emoce je nahlížena jako „*multikomponentní proces, jenž se primárně vyznačuje přizpůsobovacími reakcemi na události nebo objekty, které organizmus oceňuje jako důležité pro své blaho*“ (Zenter, Scherer, 2000, s. 151). Pedagogickou teorii i praxi ovlivnil Golemann (1997); rozkrývá souvislost emoční inteligence a kognice, klade důraz na schopnost člověka sám sebe motivovat, na zapojení citů do různých činností, včetně poznávacích a tvořivých. Vysvětluje dominantní vliv emocí na kognitivní procesy

v souvislosti s vývojem a strukturou nervové soustavy člověka. Tyto teoretické koncepty se promítají do pedagogické praxe posledních let, která klade důraz na *reflexi emocí v procesu učení*.

V souvislosti s emocemi Jung (1994) upozorňuje, že přehlížení mravní a citové kritičnosti nadaného dítěte může znamenat problém, podobně jako podceňování jeho intelektuální vnímavosti.

Charakteristiky rozumově nadaných

Podle Laznibatové (2007, s. 83) „*je akcelerace kognitivního vývoje nejvýraznějším projevem nadaného dítěte.*“ První charakteristické projevy mimořádných schopností se mohou podle jejích zjištění objevit již ve velmi raném věku, i před druhým rokem věku dítěte. „*Již v tomto věku začíná sehrávat velkou roli asynchronie, vývojová nerovnoměrnost typická pro nadané děti, ...jejich intelektový vývoj vždy předbíhá všechny ostatní aspekty vývoje tělesného, emocionálního či sociálního.*“ Vývojové nerovnoměrnosti – odlišná rychlost vývoje v různých oblastech, ale i odlišná rychlost či akcelerace v různých obdobích života, patří mezi typické charakteristiky nadaných (Dočkal, 2005), možnost velmi výrazné vývojové asynchronie je třeba brát v úvahu při identifikaci či vzdělávání dítěte se souběhem rozumového nadání a handicapu (Portešová, 2011).

Kognitivní charakteristiky intelektově nadaných dětí souhrnně podle Hříbkové (2007), Portešové (2001-2014), Machů (2010), Juráškové (2006): Nadaní jsou samostatní při získávání informací, zajímají se o vztahy příčiny a následku, správně a rychle zobecňují, mají rozvinuté kritické myšlení. Mají bohatou slovní zásobu, jež zahrnuje méně obvyklá slova, včetně cizích, vytvářejí složité větné konstrukce, které jsou však gramaticky i stylisticky správné. Již od raného věku řada z nich projevuje velký zájem o symboly – písmena a číslice, mnohé z těchto dětí se spontánně stávají časnými čtenáři, získávají tak záhy ve srovnání s vrstevníky výrazný náskok v získávání informací. Nadané děti projevují intelektuální hravost a zvědavost, jsou schopny přijímat nové informace a vyžadují je; cítí se dobře, když se učí něco nového. Mají vynikající paměť, udrží déle pozornost než vrstevníci, jsou dobří pozorovatelé, pamatují si i drobné detaily, pozornost však věnují především tomu, co je zaujalo. Jsou velmi sebekritičtí. Nadaní žáci si uvědomují nejen potenciální možnosti, ale i rizika, neradi riskují. Rozumově nadaní mají sklon k perfekcionismu (Laznibatová, 2007; Machů, 2011). Vytvářejí si vlastní kritéria hodnocení, mají snahu dokončit započatou práci. Nevidí v dospělém automaticky autoritu, hovoří s ním jako se sobě

rovným. Dovedou být nekonvenční v uvažování; nejen díky velkým znalostem dokážou nalézat souvislosti v širokém kontextu, ale také u zdánlivě nesouvisejících věcí, což se projevuje výrazným a specifickým smyslem pro humor.

Humor

O humoru E. de Bono (1998, s. 60) tvrdí, že je to „*nejtypičtější projev lidského ducha*“; pokud opustíme naše obvyklé (logické) myšlenkové postupy, změní se naše vnímání skutečnosti a tuto změnu bezprostředně provází změna pocitů; humor nám napovídá, jak funguje lidský mozek jako informační systém. Pokud mají nadaní žáci ve škole příležitost a projeví smysl pro humor, mají učitelé jedinečnou možnost lépe pochopit jejich originální myšlení.

3.3 Matematické nadání

Spolu s rostoucím zájmem o problematiku vzdělávání nadaných roste zájem o informace o specifických skupinách intelektově nadaných žáků, o druzích nadání. Matematické nadání diagnostikují psychologové z pedagogicko-psychologických poraden u žáků, kteří podávají výjimečné výkony pouze v matematice, ale také u žáků, kteří vynikají kromě matematiky také v celé řadě dalších školních předmětů.

3.3.1 Matematika a matematické schopnosti

Chceme-li definovat žáka s matematickým nadáním, musíme nejprve odpovědět na otázku: Co je matematika? „*Matematika je věda o kvantitativních stavech a vztazích a o prostorových formách objektivního světa,*“ pracuje s abstraktními prostředky, pomocí kterých formuluje obecné zákonitosti našeho světa (Melichar, 2003). Jiná obecně uznávaná soudobá definice vymezuje matematiku jako vědu o strukturách (Devlin, 2003). Nejsou tím míněny struktury materiální, ale struktury vytvořené idejemi. Matematika pracuje s abstraktními nonverbálními entitami. Mezi základní matematické pojmy patří abstraktní pojem *číslo*. S čísly se setkáváme každý den v běžném životě, ale odpovědět správně na otázku „Co je číslo?“, dokáže málokdo. Matematika však není jen naukou o číslech. Už ve starověku ji Řekové využívali nejen pragmaticky k získání prospěchu nebo popisu konkrétní reality, ale viděli v ní *intelektuální hledání s estetickými a filosofickými prvky* (Devlin, 2003).

Nelze označit jednu celistvou matematickou schopnost; výkon žáka v matematice je ovlivněn „*řadou dovedností dílčích, rozumovými schopnostmi, soustředěním, motivací, úrovní grafomotoriky, prostorovou orientací, u starších žáků matematickou logikou*“ (Zelinková (2009, s. 721). V matematice se výrazně uplatňuje schopnost pracovat s čísly, s geometrickými objekty, ale také schopnost pracovat s výroky, využívat logické usuzování, indukci, dedukci, intuici... Matematické objekty a vztahy mezi nimi jsou často velmi abstraktní, rozvinutá schopnost abstraktního myšlení je jedním z předpokladů pro excelentní výkony v matematice. Matematici mnoho času věnují objevování a studování analogií, milují abstrakci (Adler, 1984).

Rozvoj matematických schopností

Logicko-matematické myšlení se rozvíjí v přímé konfrontaci se světem materiálních objektů, kdy se dítě dotýká předmětů a manipuluje s nimi, na rozdíl např. od verbálních nebo hudebních schopností, které se rozvíjejí v audio-orální sféře. Matematické poznání dítěte vychází na samém počátku z vlastní činnosti s předměty, v průběhu vývoje postupuje

od empirické oblasti k oblasti abstraktní. Na cestě k abstrakci dítě odhaluje koncept trvalosti předmětů, trvalosti množství, sdružuje předměty do skupin, pochopí pojem třída, stálost počtu a ideu čísla, porovnává počty prvků souborů a osvojí si početní operace. Reálné objekty a přímou činnost nahrazují mentální představy, dítě dokáže pracovat s mentálními obrazy a myšlenými modely, ale postupně také se symboly a řetězci symbolů, jež zastupují různé matematické objekty, pracuje s výroky a logickými úsudky, využívá formální postupy, vytváří a ověřuje hypotézy. Obdobně od empirie k abstrakci postupuje vývoj myšlení dítěte i v jiných oblastech – v chápání času, prostoru i kauzality. (Gardner, 1999; Piaget, 1999, 2000).

V teorii rozmanitých inteligencí Gardner (1999) vymezuje jednotlivé dílčí inteligence jako samostatné, jež mají mj. v mozku úzce diferencované struktury, zároveň přiznává logicko-matematické inteligenci výlučné postavení, protože vytváří obecnější, méně diferencované struktury nebo řetězce překrývajících se struktur. Matematické schopnosti jsou jádrem zejména logicko-matematické a vizuálně-prostorové inteligence. Tyto dvě inteligence chápe Gardner jako samostatné, což je v souladu s poznatky Molnára (2005), který si všimá u matematických talentů rozdílů v prostorové složce matematických schopností: ne všichni žáci s matematickým nadáním mají nadprůměrně rozvinutou prostorovou představivost.

3.3.2 Matematické nadání v odborné literatuře

Jung (1994) považuje matematické nadání za *specifické* nadání, které nelze ztotožňovat s rozvinutou schopností logického a abstraktního myšlení či intelektem, zdůrazňuje, že matematické nadání pouze logiku a intelekt využívá, podobně jako filozofie či věda obecně. Gardner (2006), ač uvádí příklady vášnivého zaujetí pro matematiku u dětí v útlém věku, předkládá své myšlenky a názory na matematické nadání, jež se převážně nevztahují k dětem, ale až k vyspělejším matematikům, kteří jsou schopni provádět důkazy v axiomatickém systému: Pro matematicky nadané je charakteristická snaha být absolutně přesný, potřeba neustále pochybovat (pokud fakt neprošel přísným důkazem), snaha řešit obtížné problémy a obrovská radost při jejich vyřešení. Zvláštní radost mají jedinci s matematickým nadáním, pokud se jim podaří objevit vztah mezi různými analogiemi nebo mezi typy prvků, o kterých se předpokládá, že nemají nic společného. Gardner dále vyjadřuje svůj názor, že nejvýraznějším a nezastupitelným znakem matematického talentu je schopnost excelentně pracovat s dlouhými řetězci na sebe navazujících úvah. V různých souvislostech zmiňuje u matematiků jejich vhlad do problému, cit pro řešení problému, fakt, že mnohdy matematik řešení problému „vidí“ před samotným započítáním procesu řešení, a pak vynakládá úsilí

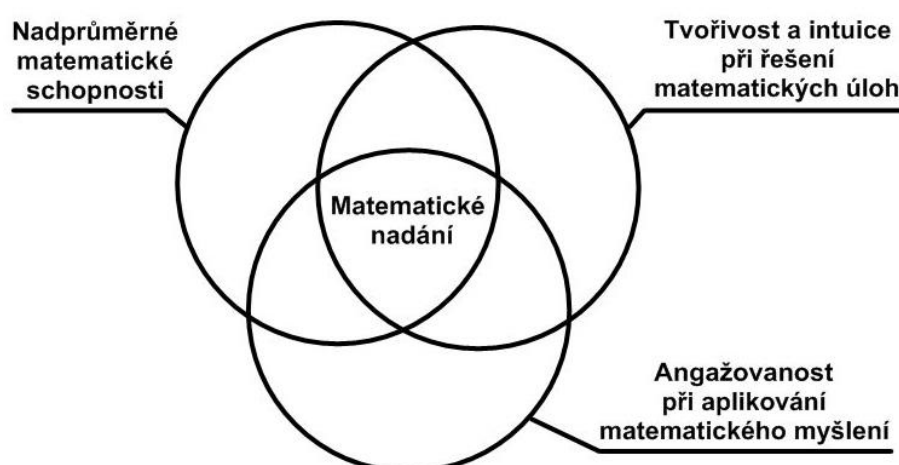
k nalezení cesty řešení, k nalezení důkazu. Mnozí matematici si velmi cení své intuice, avšak základem jejich úspěšné práce je perfektní ovládnání metod řešení problémů (Gardner, 1999; Polya, 2009). Matematické nadání podle Gardnera (1999) souvisí se schopností rozeznat v čem je hlavní problém a se schopností objevit nadějnou myšlenku (z ní vyvodit nové závěry), okolnosti tohoto objevu jsou podle něj nevysvětleny. Zřejmě to souvisí s intuicí. Intuice je podle Melichara (2007) vyšší stupeň indukce, je člověku vrozená, avšak významně se posiluje zkušenostmi, které člověk získává prací v daném oboru.

Pro excelentní matematiky je typické, že jejich nejproduktivnější léta jsou před dosažením čtyřiceti let věku (Gardner, 1999); Adler (1984) uvádí věk mezi 25 a 30 lety. Ve vzdělávání matematických talentů z toho vyplývá požadavek na jejich včasnou identifikaci a dále na pečlivé zvažování akcelerace jejich školního vzdělávání v matematice.

3.3.3 Žák s matematickým nadáním

Žáci s matematickým nadáním tvoří v populaci rozumově nadaných žáků specifickou a různorodou skupinu. V souladu s Renzulliho modelem označujeme jako žáka s matematickým nadáním rozumově nadaného žáka, u něhož se projevuje souběh nadprůměrných matematických schopností, vyšší míry tvořivosti při řešení matematických úloh a angažovanosti v úkolu, žáka, který je vnitřně motivován k řešení matematických úloh – matematika jej přitahuje.

Obrázek 2: Renzulliho model tří kruhů modifikovaný pro matematické nadání



Žák s matematickým nadáním – tento pojem zahrnuje děti s různými druhy matematického nadání, typické projevy se mohou u jednotlivých dětí výrazně lišit, což znesnadňuje jejich identifikaci (Makrides, 2006). Při posuzování je třeba zvážit aktuální situaci a její kontext,

u různých žáků, ale i u stejného nadaného žáka lze pozorovat velmi odlišné, zdánlivě protichůdné projevy – např. hluboké zaujetí matematickou úlohou, jindy lhostejnost či odpor k řešení úlohy, výrazně kratší čas řešení úlohy oproti spolužákům, jindy výrazně delší, apod. Stručná sumarizace charakteristik žáků s matematickým nadáním, podle různých autorů (In Makrides, 2006):

- Neobvykle velký zájem o matematiku, zvědavost,
- neobvykle bystré reakce, rychlé porozumění a aplikace matematických myšlenek,
- nadprůměrná schopnost abstraktně myslet a pracovat a schopnost uvědomovat si matematické vztahy a souvislosti,
- nadprůměrná schopnost přemýšlet o matematických úlohách a pracovat s nimi flexibilně a tvořivě, nikoli stereotypně,
- nadprůměrná schopnost přenášet poznatky do nových, neprobádaných matematických situací.

K projevům matematického nadání u dětí v raném věku uvádí Gruszczyk-Kolczynská (2013), že tyto děti

- rychle se učí matematickému myšlení,
- mají rozvinutou vnímavost počtu a míry,
- nalézají chyby a absurdity,
- jsou tvořivé, hledají si samy příležitosti k počítání,
- jsou tvrdohlaví – když jedna metoda nefunguje, zkouší jinou,
- potřebují pozornost – pokud vidí, že se jim dospělý nevěnuje, samy ztrácejí zájem,
- umějí kriticky myslet a jsou odvážné, dokud se nedostanou pod tlak školní rutiny.

Vůči názoru v euro-americké kultuře, že matematické talenty jsou vzácné a v populaci zastoupeny přibližně 3 %, se Gruszczyk-Kolczynská (2013) vymezuje a na základě svých výzkumů matematických schopností dětí předškolního věku a dětí na začátku školní docházky tvrdí, že matematicky nadaných dětí je přibližně 56 %; tento rozdíl zřejmě souvisí také s vymezením pojmu matematický talent.

Problematice rozvoje nadprůměrných matematických schopností a matematického nadání u dětí v primárním a preprimárním vzdělávání se u nás věnuje Kaslová (2012), Novák (2011), Blažková, Vaňurová (2010), Malinová (2013), aktuálně Portešová et al. (2013-2014).

Pro rozumově nadané děti je charakteristické, že jsou schopny abstrakce výrazně dříve než jejich vrstevníci, dříve také reálnou manipulaci nahrazují mentální manipulací s objekty. Také

postupují rychleji na cestě od přímé zkušenosti s předměty k abstrakci, k odhalování matematických vztahů a zákonitostí (Makrides, 2006). Akceleraci kognitivního vývoje u intelektově nadaných zmiňuje také Hříbková (2009) a uvádí, že nadané děti používají vyspělejší strategie řešení, které běžně používají až starší, průměrně intelektově nadané děti.

S intelektově nadanými, kteří mají potenciál k nadprůměrným výkonům, ale mimořádné výkony dosud nepodávají, se setkáváme zejména u dětí předškolních a dětí mladšího školního věku, hovoříme o tzv. latentním nadání. S nadanými, kteří již podávají nadprůměrné výkony a manifestují mimořádné nadání, se setkáváme spíše až na druhém stupni základní školy, u dětí staršího školního věku (Hříbková, 2010). Vyhledávání a rozvoj matematických talentů považuje Švrček (2008) za dlouhodobý a cílený proces, jehož počátek klade také až do vyšších ročníků základní školy. Domníváme se, že řada autorů podceňuje u dětí v raném věku potenciál k výkonům v oblasti matematického myšlení. Zastáváme názor Gruszczyk-Kolczyńskiej (2013), Machů (2012), Nováka (2011), Kaslové (2012, 2003), Swobody (2014), aj., že klíčovým obdobím pro rozvoj matematických schopností a nadání je již předškolní věk a neméně významnou etapou rozvoje matematického nadání je období mladšího školního věku.

Žáci s matematickým nadáním ve výzkumech zahraničních autorů

Dle zjištění Laznibatové (2007), podávanými výkony tvoří matematicky nadané děti zcela samostatnou skupinu ve srovnání s běžnou populací; jsou pro ně charakteristické vysoce rozvinuté všeobecné intelektové schopnosti, s rozvinutou verbální i neverbální složkou inteligence, a také verbální a neverbální tvořivosti. Laznibatová také ve svých výzkumech ověřila, že mimořádné matematické schopnosti nejsou závislé na pohlaví.

Celá řada autorů zmiňuje vysokou korelaci mezi výkony v inteligenčních a matematických testech, tzn., že existuje významný vztah mezi všeobecnými a matematickými schopnostmi (Laznibatová, 2007). Žáci s matematickým nadáním projevují vyspělou schopnost zdůvodňovat, zvědavost a komplexnost myšlení; je pro ně typické, že chápou velmi rychle a dobře si pamatují, takže opakování a procvičování je často zbytečné nebo je pro ně dokonce frustrující (Deal a Wismer, 2010).

Žáci s matematickým nadáním mladšího školního věku pracují při řešení úloh rychleji než vrstevníci, lépe verbalizují svá zjištění, kvalitativně lépe odpovídají a vysvětlují, signifikantně více používají „makro strategie“. Heinze (2005) dále zdůrazňuje potřebu věnovat pozornost individuálním schopnostem těchto dětí a poskytovat jim individuální podporu.

Škola devastuje matematické talenty. To je jeden ze závěrů, který ze svého výzkumu matematických schopností dětí učinila Gruszczyk-Kolczyńska, která zkoumala skupinu 182 starších předškolních dětí a žáků na počátku školního vzdělávání (v první třídě). Testové úlohy různé obtížnosti pokrývaly 13 specifických tematických oblastí matematiky. Z výsledků výzkumu autorka usuzuje, že více než polovina dětí má vysoké kompetence v oblasti matematických činností a tato skupina zahrnuje i děti s mimořádným matematickým nadáním. Učitelé nejsou schopni tyto kompetence k řešení matematických úloh u žáků rozeznat a připustit. (Swoboda, 2014; Gruszczyk-Kolczyńska, 2014)

Projevy dětí s matematickým nadáním v raném věku

Polská autorka Swoboda (2014) na tento výzkum navazuje a ukazuje, že žáci v primárním vzdělávání jsou schopni sami nalézat vlastní (neobvyklé) strategie řešení různých matematických úloh, že jsou kreativní i kritičtí, *pokud nejsou vystaveni tlaku implementovat zadané postupy*, učitelem nastavené algoritmy. Na příkladech ukazuje, jak negativně ovlivňují nevhodně formulované úlohy v učebnicích a pracovních sešitech žákovo řešení úlohy a to, jak je nesprávně formováno žákovo poznání. Dokumentuje rovněž *rozpor mezi učitelem očekávaným řešením a žákovským kreativním řešením*, které žák dokáže vysvětlit a obhájit, a které se rozchází s učitelovým očekáváním. Aniž by se autorka zajímala o míru matematického nadání, zkoumá, jak jsou žáci mladšího školního věku schopni samostatně rozvíjet matematické myšlení, hledat vlastní strategie a dokládá to argumenty a konkrétními ukázkami. V seznamu argumentů uvádí mj. schopnost těchto žáků používat symboly pro kódování skutečných jevů či objektů, vytváření vlastních symbolů, samostatnou výstavbu matematických modelů reálných situací.

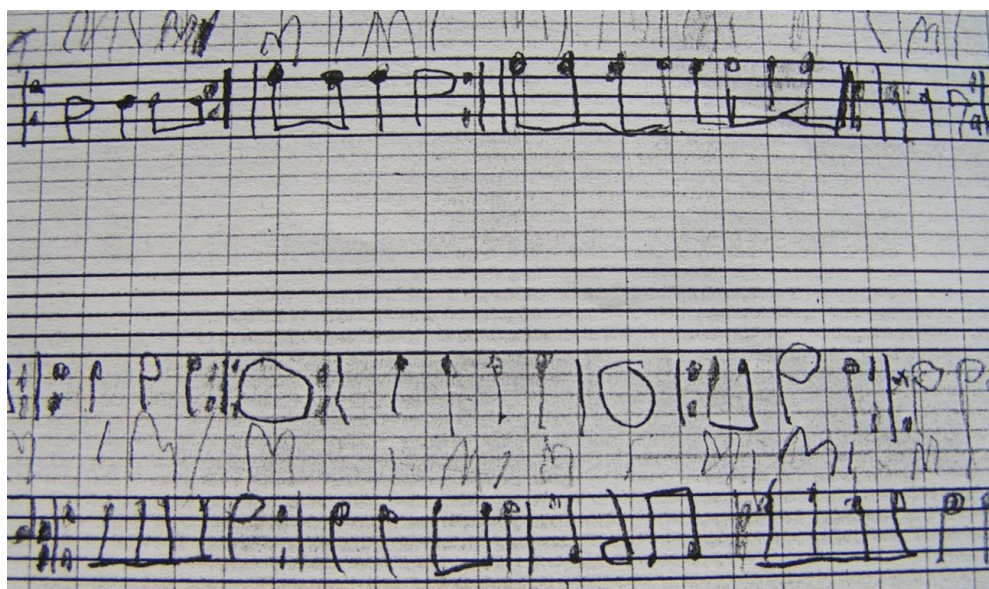
Matematické a hudební nadání

V historii i v současné pedagogické praxi lze také nalézt řadu příkladů pozoruhodného souběhu matematického a hudebního nadání (příp. potenciálu pro výjimečné výkony v matematice a zároveň hudbě). Ze známých osobností uvádíme např. J. A. Mozarta, jehož výjimečný matematický talent je doložen v jeho písemných poznámkách. Mozart však rozvíjel v duchu hodnotového systému tehdejší společnosti zejména své hudební schopnosti. Jung (1994) říká, že matematické nadání je s hudebním nadáním biologicky příbuzné.

Matematika je chápána jako věda o strukturách; na hudební tvorbu i na notový záznam lze pohlížet jako na strukturu, v níž je zakódován řád. Na obrázku 2 je fragment notového záznamu vlastní skladby předškolního dítěte, kterou si spontánně zapsalo po jedné lekci

v hudební škole. Dítě před vstupem do základní školy zvládalo základní početní operace, také druhou a třetí mocninu malých čísel, neustále rodiče prosilo o početní úlohy. Na prvním stupni pak v matematice vynikalo, byl u něj diagnostikován akcelerovaný vývoj kognitivních schopností.

Obrázek 3: Fragment notového záznamu předškolního dítěte (Malinová, 2013b)



Specifické skupiny žáků s matematickým nadáním

Populace nadaných je rozmanitá, velké individuální rozdíly existují i mezi žáky s matematickým nadáním a i ty lze třídit podle různých hledisek nebo mezi nimi nalézt specifické skupiny. Různé skupiny nadaných se mohou potýkat s odlišnými problémy.

Dítě s mimořádným nadáním a současně s handicapem bývá někdy označováno jako dítě s dvojitou výjimečností (twice exceptional). Po vlně zájmu o tyto žáky v zahraničí, pozornost zvláštěm vzdělávání této specifické skupiny žákovské populace věnovala ve svém výzkumu Portešová (2011, 2009a). Problematice dětí s poruchami učení v matematice se u nás dlouhodobě věnuje Blažková, výzkum zaměřila i na děti s poruchou učení a s matematickým nadáním (Blažková, Vaňurová, 2010).

Mezi rizikové skupiny, které vyžadují péči PPP, patří také rozumově nadané dívky, zvláště pokud projevují nadání v „mužských“ oblastech, jako je např. matematika. Sociální tlak a genderově odlišné výchovné působení pak může mít vliv na nízké aspirace a nedostatek sebedůvěry nadaných dívek, které pak podávají nižší výkony, mají sklon své nadání skrývat a chovat se konformně. (Hříbková, 2007, 2009; Sisk 1987, Beníšková, 2013)

3.4 Učení, psychický vývoj a individualizace

3.4.1 Vztah učení a psychického vývoje

Kognitivní vývoj dětí se týká změn a utváření psychických funkcí. Zahrnuje kvantitativní změny, přibývání znalostí, a také změn kvalitativních, jež se týkají způsobů myšlení. Školní edukace se opírá o poznatky kognitivní psychologie o poznávacích procesech, za jejichž podstatu je považována mentální reprezentace jako schopnost kódovat a strukturálně modelovat a uchovávat jednotlivé procesy, stavy a jevy vnitřního či vnějšího světa a operovat jimi (Kohoutek, 2008). Zásadní vliv na kognitivní psychologii měla výzkumná činnost Piageta, který za základní princip vývoje považoval prolínání dvou procesů interakce (přizpůsobování) mezi člověkem a prostředím – akomodace a asimilace. Piaget (1999) podrobně popisuje cestu poznávání, jak během svého vývoje člověk pracuje s informacemi. Problematikou poznávacího procesu v matematice se podrobně zabývá Hejný a Kuřina (2001).

V Piagetově teorii je popsán také vývoj matematických schopností. V raném vývojovém období jedince se logicko-matematická inteligence rozvíjí v přímé konfrontaci se světem materiálních objektů, kdy se dítě dotýká předmětů a manipuluje s nimi. Člověk se dostává od objektů k výrokům, od činností k vztahům mezi nimi, přechází od konkrétních operací k formálnímu myšlení (Piaget, 2000; Gardner, 1999). Z toho vyplývá pro matematické vzdělávání dětí mladšího školního věku požadavek na zařazování přímé manipulace s předměty v souladu s kognitivní zralostí dítěte.

Piaget chápal mentální vývoj jako předpoklad k učení, akcentoval proces zrání oproti procesu učení; podle Vygotského naopak dobré učení předbíhá vývoj, činnosti dítěte a interakce s dospělými provázené učením napomáhají zrání rozumových schopností (Vygotskij, Průcha, 2004). Klíčovým pojmem Vygotského teorie je *zóna nejbližšího vývoje*, kterou definuje jako rozdíl mezi dvěma vývojovými úrovněmi dítěte, aktuální a potenciální. Současnou úroveň definuje jako schopnost samostatného řešení problému, potenciální úroveň jako schopnost řešit problém pod vedením zkušenější osoby (Průcha, 2009).

Vygotského koncepce zóny nejbližšího vývoje má i praktické důsledky pro vzdělávání nadaných, vyplývá z ní požadavek předkládat matematicky nadaným „vhodné kognitivní výzvy“ (Koshy et al., 2009) a také, vzhledem k akceleraci kognitivního vývoje nadaných a individuálním odlišnostem žáků, požadavek na individualizaci a diferenciaci vyučovacího procesu.

Vědomí člověka neobsahuje nezprostředkované údaje. Vygotského zákon mediace (zprostředkování) potvrzuje význam učitele - druhé osoby, která vede nebo podporuje činnost dítěte s „nástroji“ (prvky, jež zprostředkovávají dítěti působení na předměty a osoby okolního světa). Při učení ve škole jde zejména o kulturní nástroje, jako jsou abstraktní pojmy. (Vygotskij, 1976; Průcha, 2009)

Obrátíme-li pozornost k vyučování matematice, pak Vygotského teorie vybízí k zamyšlení, jak vyvážit samostatnou práci žáka a podporu učitele při řešení problémů v matematice. Podrobně se tomuto tématu věnuje Polya (1945), klíčovou roli ve vzdělávání zastává učitel, který vybírá vhodné úlohy a poskytuje žákovi přiměřenou podporu tak, aby žák využil svůj potenciál, získal co nejvíce zkušeností z nezávislé samostatné práce a rozvíjel tak své nadání. Jak zdůrazňují Molnár, Schubertová a Vaněk (2007), jde o nalezení rovnováhy mezi svobodou dítěte a jeho řízením, mezi dobrovolností a určitým tlakem s tím, že důraz na individuální rozvoj nevyklučuje nutnost klást nároky a stanovovat jasná pravidla.

3.4.2 Individualizace jako významný aspekt vzdělávání nadaných

Význam jedince v rozvoji lidstva a proces individualizace v historicko-psychologickém rámci objasňuje Jung (1994). Vědomí důležitosti jedince, a to i jedince v dětském věku, se promítlo také do vzdělávání.

Každé dítě je jedinečné. Avšak vzdělávání ve školách je organizováno hromadnou formou, třída představuje nestejnorodou skupinu žáků, zahrnuje jedince s různými vlastnostmi, předpoklady pro učení, s různými zájmy a s odlišným sociokulturním zázemím. Pro zajištění efektivní hromadné výuky, kdy se děti učí ve stejném čase stejnými metodami stejným poznatkům je logická snaha vytvořit co nejvíce stejnorodé skupiny dětí. Kritériem se postupně stal věk, intelektové schopnosti, ale také životní orientace dětí, sociální adaptabilita, aj. Vnější diferenciaci, rozdělení žáků do tříd podle schopností, která se neosvědčila, by měla být nahrazena vnitřní diferenciací. (Kasíková, Dittrich, Valenta, 2007)

Myšlenka nabídnout žákovi vzdělávací nabídku, která odpovídá jeho individuálním vzdělávacím potřebám, není v naší zemi nová. Snažil se ji prosadit významný český pedagog Václav Příhoda (1889-1979). Ve svém konceptu jednotné, vnitřně diferencované školy klade důraz na dostatečný individuální rozvoj žáka, uvažuje variabilní, prostupný školský systém, ale také variabilní kurikulum pro jednotlivé žáky; žákům mělo být umožněno vybírat si

jednotlivé předměty podle svých vloh, zájmů a životních cílů (Kasper, Kasperová, 2008). Skalková (2000) zmiňuje také reformního pedagoga Stanislava Velinského (1899-1991) v souvislosti s individualizovaným vyučováním a učebnicemi pro samoučení, jež obsahují testy pro autoevaluaci žáka.

Vyučování není efektivní a účinné, pokud jeho východiskem nejsou aktuální kompetence žáků a svými nároky je mimo „zónu nejbližšího rozvoje“ některých žáků. Pro pedagogickou teorii i praxi je nastolena otázka, jak nastavit úroveň hromadné výuky, jsou-li ve třídě žáci s odlišným aktuálním potenciálem k učení. Podle Sarrazyho (2003) lze se zjednodušením říci, že učitel hledá ve školním vzdělávání způsob, jak u co největšího počtu žáků zvýšit (zlepšit) znalosti a dovednosti v omezeném čase; přičemž žáci z hromadného vyučování netěží stejně. Dokládá to na výsledcích výzkumu s reprezentativním vzorkem francouzské populace, kde 112 žáků ve věku 9-10 let z prvního stupně základní školy v rámci experimentu absolvovalo pre-test, výuku matematiky a post-test. Žáci byli podle výsledků v pre-testu rozděleni do čtyř skupin (nadání, dobří, průměrní, slabí). Největší zisk z výuky byl zaznamenán u žáků ze skupiny dobrých a průměrných žáků, z této skupiny vytěžili nejvíce ti, kteří měli nejslabší výsledky v pre-testu. Oproti zmíněné skupině dobrých a průměrných žáků byl menší posun ve znalostech u žáků slabých a nejmenší přínos měla výuka pro skupinu nadaných.

Je zřejmé, že pokud je výuka efektivní a optimálně rozvíjí všechny jedince ve třídě, pak tímto narůstá heterogenita třídy a rozdíly v kompetencích jednotlivých žáků se zvyšují. Ke změně úrovně kompetencí jednotlivých žáků v závislosti a obtížnosti výuky Sarrazy (2003) na základě svého výzkumu dodává, není-li obtížnost dost vysoká, heterogenita skupiny je redukována a rozvrstvení žáků je jiné než v případě vysoké obtížnosti, kde jakýkoliv posun zvyšuje heterogenitu.

K zohledňování specifických vzdělávacích potřeb intelektově nadaných existují ve společnosti různé postoje (srov. kap. 3.1.1). Oproti vzdělávání žáků s rozumovým nadáním společnost preferuje vzdělávání žáků s handicapem, ale také vzdělávání žáků s jinými druhy nadání: sportovní, hudební, umělecké (Machů, 2010).

Duchovičová, Rybanský (2013) zkoumali, jak učitelé na Slovensku, které je nám kulturně blízké, subjektivně hodnotí diverzitu v žákovské populaci. Učitelé určovali četnost výskytu žáků s edukačními potřebami, jež vyžadují specifická pedagogická opatření. Shoda výpovědí učitelů byla statisticky významná. Uváděná četnost podle Duchovičové a Rybanského odráží

subjektivně vnímanou naléhavost a náročnost pedagogických opatření k zvládnutí edukace specifických skupin žáků. Učitelé z prvního stupně základní školy ve zmíněném výzkumu hodnotili ve srovnání s edukačními potřebami nadaných jako naléhavější edukační potřeby žáků s poruchami učení, chování a pozornosti, žáků, kteří mají problémy v oblasti disciplíny a žáků z rodin s rozmanitým socioekonomickým statusem. Jako méně naléhavé hodnotili edukační potřeby žáků z odlišného kulturního prostředí, žáků odlišného etnika či náboženského vyznání a žáků s tělesným handicapem, s výrazně podprůměrnými schopnostmi či s omezenou jazykovou kompetencí.

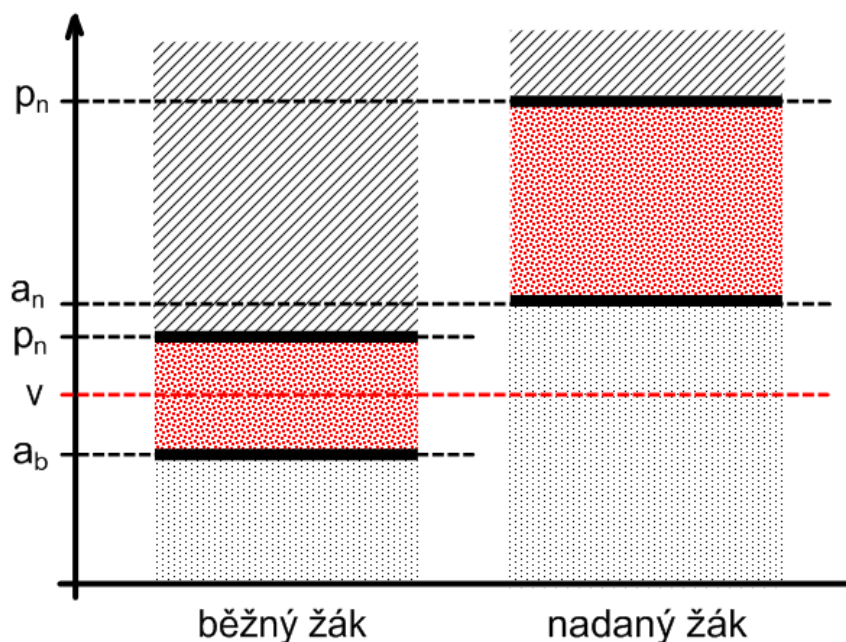
3.4.3 Individuální práce nadaného žáka

V souvislosti se samostatnou prací žáka předkládáme zamyšlení nad tím, jak rozvinutá dovednost pracovat individuálně souvisí s potřebou (a možností) být v soudobé společnosti úspěšný a šťastný. Obstat v naší kultuře vyžaduje od jedince širokou flexibilitu, ale současně schopnost osvojovat si v průběhu života velmi specifické znalosti a dovednosti. Společnost je stále závislejší na informačních technologiích, prostředí je syceno velkým množstvím informací verbálního, ale i obrazového charakteru. Osvojení si abstraktních symbolických jazyků je nutným předpokladem, aby jedinec mohl v takovém prostředí existovat. I poměrně jednoduchá zaměstnání vyžadují specializované znalosti, které se jedinec musí naučit těžce a sám. Jestliže dříve si člověk mohl najít dobře placené zaměstnání, kde potřebné znalosti a dovednosti získal od starších odborníků, pro dnešní dobu je typické, že se mnohému musí naučit sám. Různé instrukce, předpisy a další informace, které je třeba vybrat z informačního balastu, mají psanou podobu. To, zda člověk dokáže samostatně pracovat s psanými informacemi, jak dokáže zaměřit pozornost, když je sám, když je omezen vliv vnějších požadavků, zda dokáže nalézat vlastní podněty a strukturovat pozornost své mysli, je determinující pro úspěch v práci, ale i pro prožitky radosti a štěstí v životě vůbec. (Czsiszentmihalyi, 1996)

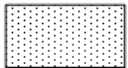
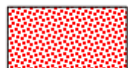
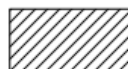
3.4.4 Nastavení obtížnosti výuky

Edukační proces je dynamický. Nahlédneme-li v jistém čase na jeden z parametrů nastavení náročnosti výuky v běžné třídě (obtížnost učebních úloh) a posoudíme jej ve vztahu k možnostem a potřebám běžného žáka a nadaného žáka, který je ve třídě integrován., nabízíme následující schéma:

Obrázek 4: Schéma zóny nejbližšího rozvoje nadaného žáka ve vztahu k obtížnosti učebních úloh v běžné výuce



Vysvětlivky:

- a_b aktuální úroveň běžného žáka
 - a_n aktuální úroveň nadaného žáka
 - p_b potenciální úroveň běžného žáka
 - p_n potenciální úroveň nadaného žáka
 - v úroveň, na kterou je nastavena obtížnost výuky v běžné třídě
-  oblast úloh, které je žák schopen vyřešit sám
 -  zóna nejbližšího vývoje, oblast úloh, které žák není schopen vyřešit sám, ale s podporou učitele ano
 -  oblast úloh, které žák není schopen vyřešit ani s podporou

Náročnost výuky (v) je nastavena na průměrného žáka (srov. Sarrazy, 2003). Přiměřená obtížnost učebních úloh souvisí nejen s uspokojováním vzdělávacích potřeb, ale také s emočním prožíváním žáka.

Učení a emoce

Emoce ovlivňují kognitivní i kreativní činnosti žáka. Předpokladem efektivního učení je emočně bezpečné prostředí. Posilování učení je ovlivněno zpětnou vazbou, roli hraje radost ze samotné činnosti, radost z úspěchu, radost z poznání (svou roli mají i negativní emoce). Důležité je, zda má žák možnost porovnat svůj výsledek úlohy nebo dílčího kroku s kritériem

toho, co chce dosáhnout; poznání výsledků by mělo nastat až tehdy, kdy žák svůj krok dokončil; žák by měl mít možnost reflektovat nejen dílčí kroky, ale i řešení celé úlohy (Bruner, 1968). Podle Brunera, v případě zpětné vazby u dílčích kroků žák nemusí mít přesné informace o správnosti, postačuje informace, že „posupuje správným směrem“; u „opravné informace“ je pro žáka důležitý nejen její obsah, ale i forma.

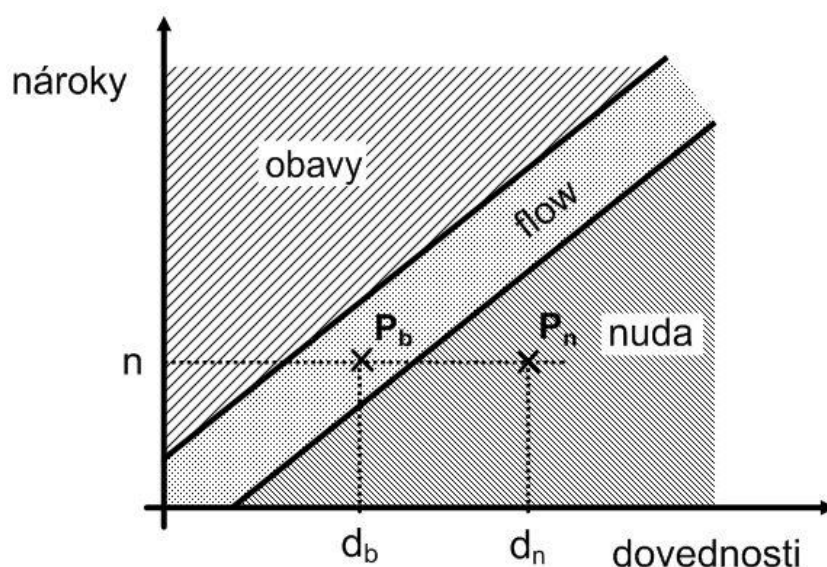
Flow

Csikszentmihalyi (1996) popisuje *flow* (stav plynutí) jako psychický stav, kdy je člověk zcela zaujatý činností, soustředěný na dosažení cíle, současně prožívá pocity úplné soustředěnosti, úspěchu, radosti, má pod kontrolou své emoce. Opakem stavu plynutí je stav duševního zmatku, nesoustředěnosti, stav s velkou psychickou entropií.



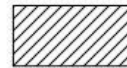
Ve stavu plynutí má člověk pod kontrolou svou činnost i výdej psychické energie, jejíž spotřeba po nastartování flow efektu klesne. Současně činnost, kterou dělá, strukturuje jeho vědomí, jež se stává komplexnějším; je to výsledek diferenciaci a integraci. Po zážitku flow rostou dovednosti člověka, stává se více jedinečným, zároveň vyrovnanější nejen vnitřně, ale i ve vztahu k okolnímu světu, zážitky plynutí budují sebevědomí člověka. Aby se člověk vyhnul sobectví nebo konformitě, musí investovat psychickou energii do procesu diferenciaci i integraci svého vědomí. (Csikszentmihalyi, 1996)

Teorie *flow* M. Csikszentmihalyie (1996) dává podněty, jak usměrnit pozornost žáka a umožnit optimální prožívání žáka při práci s učební úlohou. Na obrázku 5 jsou na vodorovné ose znázorňovány dovednosti žáka, na svislé ose nároky dané úlohou (směr jejich růstu je naznačen šipkou). V diagramu jsou vyznačeny tři oblasti: nuda, flow, obavy. Pokud úloha klade na žáka optimální nároky, žák může zažívat stav plynutí; pokud je příliš snadná, žák se nudí; v případě, že jsou nároky vysoké, žák prožívá nepříjemné pocity, obavy.

Obrázek 5: Diagram emočního prožívání úlohy (jejího řešení)



Vysvětlivky:

-  pole zážitků plynutí, oblast, ve které se uplatňuje flow efekt
-  pole zážitků nudy
-  pole zážitků obav
- n nároky, které vyplývají z konkrétní úlohy
- d_b úroveň dovedností běžného žáka
- d_n úroveň dovedností nadaného žáka
- P_b prožívání úlohy běžným žákem
- P_n prožívání úlohy nadaným žákem

Poznámka: Obrázek vychází z grafu Csikszentmihalyie (1996, s. 115)

Z diagramu plyne, že úloha, která je obtížností nastavena na běžného (průměrného) žáka, nereflektuje vzdělávací potřeby žáka nadaného. Obdobně, pokud by byla obtížnost úlohy nastavena pro nadaného žáka, nebyly by respektovány vzdělávací potřeby průměrného žáka.

3.5 Péče o nadaného žáka

Podle Komenského (1948, s. 61) mají být vzdělávání všichni bez výjimky, ale „...*nadání potřebují vsutku mnohem více vzdělávání, neboť nebude-li bystrá mysl zaměstnána věcmi užitečnými, zaměstná se sama neužitečnými...*“.

České normativní a kurikulární dokumenty vymezují rámec pro školní vzdělávání nadaných, konkrétní edukační nabídku pro nadaného žáka vytvářejí pedagogové ve škole, kde se vzdělává. Ve Vyhlášce č. 73/2005 v platném znění (Vyhláška, 147) v § 1 jsou pro vzdělávání žáků mimořádně nadaných formulována „podpurná opatření“: „*využití speciálních metod, postupů, forem a prostředků vzdělávání, didaktických materiálů, poskytování pedagogicko-psychologických služeb, nebo jiná úprava organizace vzdělávání zohledňující vzdělávací potřeby těchto žáků*“. V § 12 je stanoveno, že vzdělávání *může* probíhat podle individuálního vzdělávacího plánu (IVP), není blíže specifikováno, kdo má kompetence rozhodnout, zda vzdělávání bude probíhat podle IVP; ze souvislostí plyne, že se k této skutečnosti vyjadřuje PPP, škola i rodiče nadaného žáka. V témže paragrafu se však píše, že IVP je vypracován nejpozději do 3 měsíců po zjištění mimořádného nadání.

O vzdělávání nadaných existuje řada mýtů, např. že nadání nepotřebují zvláštní péči, že si pomohou sami, měli by se přizpůsobit ostatním ve třídě, že speciální péče pro nadané je proti zásadě rovného přístupu ke vzdělávání, aj. Vůči poslednímu tvrzení lze uvést argument, že pro nadaného žáka je velmi nízký přínos výuky nastavené svou úrovní na průměrného žáka (Sarrazy, 2003). Jestliže se nadaní žáci výrazně odlišují svými schopnostmi (a výkony) od svých vrstevníků, pak mají také odlišné vzdělávací potřeby. Každé dítě je jedinečné a má právo rozvíjet svůj potenciál (Clark, 2009). Clark formulovala Deklaraci práv nadaného dítěte ve vzdělávání, ze které v souvislosti s potřebou specifického vzdělávání nadaných vybíráme:

- „*Nadané dítě má právo se zapojit do vhodných vzdělávacích zkušeností a to i tehdy, když ostatní děti v ročníku nebo děti stejného věku nejsou schopny z těchto zkušeností těžit.*“
- „*Nadané dítě má právo být vyučováno, nemělo by být využíváno jako tutor nebo asistent učitele převážnou část vyučování.*“

Specifická péče o nadaného žáka je v souladu se současnými požadavky na školní vzdělávání, kdy je akcentována *individualizace a diferenciac*e výuky. Tvorba diferencovaného kurikula pro nadané žáky zahrnuje zejména modifikaci obsahu a modifikaci procesu (Jurášková, 2006).

Problém změn v kurikulu člení dle Porterové (1999, In Machů 2012) na modifikaci obsahu výuky, vzdělávacího procesu, prostředí výuky, výsledků vzdělávání a hodnocení a dále rozpracovává a zkoumá v českých podmínkách Machů (2006, 2010, 2012). Domníváme se, že je nezbytné školám (učitelům) poskytnout vnější podporu materiální a odbornou, která zahrnuje speciální kurzy v rámci dalšího vzdělávání pedagogických pracovníků, metodicko-didaktické materiály a přístup k relevantním informačním zdrojům k problematice vzdělávání nadaných.

Péče o nadaného žáka by měla být komplexní a měla by zahrnovat i opatření, která se týkají prostředí mimo školu: účast v předmětových nebo zájmových soutěžích, další vzdělávání, které nadaným žákům poskytují různé instituce, neziskové organizace a jejich projekty. Pro nadané je charakteristické, že mají mnoho zájmů nebo jeden zájem, kterému se intenzivně věnují, pak se ale záhy stávají experty. Pro nadaného žáka je důležitý kontakt s osobami, které mají podobné zájmy a kontakt s vrstevníky, kteří podávají obdobné výkony jako nadaný žák (Jurášková, In Renzulli et al., 2008).

Individualizovaná vzdělávací nabídka by měla navazovat na pedagogicko-psychologickou diagnostiku a v souladu s celostním přístupem ke vzdělávání žáka by měla nejen rozvíjet žakovy silné stránky, ale také posilovat slabé stránky. Vzdělávání nadaného žáka je dynamický proces, v průběhu vzdělávání učitel provádí pedagogickou diagnostiku, závěry učitel promítá do dalšího postupu, přizpůsobuje volbu vzdělávacích prostředků. Při tvorbě individuálního vzdělávacího plánu a při promýšlení konkrétních činností učitel vychází nejen z poradenské zprávy z PPP, pokud ji má k dispozici, ale zejména z pedagogické diagnostiky.

3.5.1 Přístupy ke vzdělávání nadaných

Ve vzdělávání nadaných žáků by měly být dodržovány obecné pedagogické zásady (zásady vědeckosti, přiměřenosti, aj.), specifické zásady pro vzdělávání nadaných formulovala např. Landau (2007).

Otázka, jak obsahově a organizačně uspořádat výuku, je v pedagogice nadaných zásadní. Komplex cílů vzdělávání, metod, forem a prostředků k jejich dosažení, a také prostředků evaluace se v literatuře, zejména zahraniční, označuje termínem *kurikulum*, ale také vzdělávací model nebo program. Existuje pestrá škála vzdělávacích přístupů, které se týkají

práce ve škole (ne tedy mimo výuku, kde se jedná o zájmovou činnost nebo speciální on-line podporu tutora, apod.), lze je posuzovat podle různých hledisek:

- Podle míry segregace nadaných žáků,
- podle práce s obsahem výuky,
- podle rozvržení výuky v čase,
- podle míry spolupráce žáků,
- podle vypslosti systému.

(Hříbková, 2009; Průcha, 2002; Laznibatová, 2007; Dimitriadis, 2011; VanTassel-Baska, 2012)

„Jedním z největších problémů uspokojování vzdělávacích potřeb žáka s matematickým nadáním je individualizace instrukcí pro něj“ (Sisk, 1987, s. 146).

Pohled na vzdělávání nadaných podle míry jejich segregace

V praxi je uplatňována celá řada variant s různou mírou segregace nadaných - od modelu integrovaného žáka v běžné třídě, přes utváření skupin podle studijních schopností až po třídy a školy pro nadané. Integrační přístup k mimořádně nadaným žákům v primární škole je akcentován a dosud v praxi převažuje. Integrované vzdělávání je chápáno jako *„přístupy a způsoby zapojení žáků se zvláštními vzdělávacími potřebami do hlavních proudů vzdělávání a do běžných škol“* (Průcha, Walterová, Mareš, 1998, s. 94). Pojmy integrované vzdělávání a inkluzivní vzdělávání, chápeme jako pojmy se stejným obsahem a rozsahem, i když někteří autoři zmiňují u inkluzivního vzdělávání důraz na proměnu klimatu třídy (i školy) směrem k většímu respektu k individuálním potřebám každého žáka (Průcha, Walterová, Mareš, 1998). Ve vzdělávání nadaných je třeba mít na zřeteli nejen potřebu nadaného žáka být v kontaktu s vrstevníky běžné populace, ale také s „komunikačními partnery“ (nadanými vrstevníky nebo experty z oboru), se kterými může hovořit o tématu svého zájmu a sdílet zkušenosti, zážitky, otázky. Podle Clarkové (2009) má nadané dítě právo být v kontaktu s ostatními nadanými dětmi v průběhu některých částí vzdělávání tak, aby mohlo být chápáno, mohlo se zapojit a bylo povzbuzeno.

Laznibatová (2012) klade zodpovědnost na odborníky, ale i na společnost jako celek, za vytvoření přiměřených, potřebných variant a modifikací vzdělávání pro ty žáky, kteří jsou schopni zvládnout běžné učivo rychleji a na kvalitativně vyšší úrovni, hovoří o formě „kvalitativní diferenciaci“. Zařazování nadaných dětí do tříd a škol pro nadané oproti individuální integraci nadaného žáka v běžné škole Laznibatová (2007, 2012) akcentuje a oprávněnost dokumentuje řadou kazuistik ze své dvacetileté praxe v péči o nadané žáky.

Podle Laznibatové tím, jak je v současné době integrovaná forma vzdělávání ve školách nastavena, *nutí nadaného žáka přizpůsobit se potřebám školy*. V kazuistikách a výpovědích nadaných žáků i jejich rodičů, které ve svých knihách uvádí, je zdokumentována řada faktů, které svědčí o tom, že v některých školách nebyly uspokojovány kognitivní a emocionální potřeby žáků a v případě, kdy se extrémně nadaní žáci neskryli za konformní chování, docházelo ke konfrontaci se školou nebo k situacím, kdy škola poškozovala žáka.

Machů (2010) klade důraz na integrovanou formu vzdělávání a pozitivní dopad na emotivně-sociální stránku nadaného žáka i ostatních žáků ve třídě a argumentuje výsledky svých výzkumů.

Pohled na vzdělávání nadaných podle práce s obsahem výuky

Vzdělávací modely, které využívají princip obohacení, jsou vhodné pro vzdělávání nadaných žáků, kteří jsou integrováni v běžné třídě (Machů, 2010), výhodou je stabilita sociálních vazeb na spolužáky a pestrá škála možností využití učebních úloh v rámci obohacující nabídky. Pojem obohacování zahrnuje *prohlubování* nebo *rozšiřování* vzdělávacího obsahu (Machů hovoří o obohacování vertikálním a horizontálním), obohacování nejen o znalosti učební látky, ale jedná se i o práci s úlohami s vyšší kognitivní náročností. (Renzulli et al., 2008) ověřil, že pro nadané je vhodné *zhušťování* učební látky, při odstranění 50 % obsahu bez újmy na výsledcích.

Pohled na vzdělávání nadaných podle rozvržení výuky v čase

Akcelerace – urychlení postupu žáka vzdělávacím systémem může zahrnovat předčasné zahájení povinné školní docházky, přeskočení ročníku, absolvování ročníku v kratším čase (např. žák během jednoho školního roku absolvuje vzdělávání ve dvou ročnících). Zrychlený postup se může týkat výuky pouze u vybraných předmětů, kdy např. žák s matematickým nadáním dochází na výuku matematiky do vyššího ročníku; tento postup klade vysoké nároky na organizační zajištění, a to nejen při tvorbě rozvrhu, ale také v oblasti dohledu nad žáky; náročnost stoupá, pokud se tato opatření týkají více žáků ve škole. Při uplatňování akcelerace se může jednat o výuku látky pro žáky s vyšším chronologickým věkem nebo přímou výuku spolu se staršími žáky.

Jde o vzdělávací přístup reflektující akcelerovaný kognitivní vývoj žáka a to, že snadněji a rychleji chápe učivo. V případě matematického nadání hraje roli také specifikum, že vrchol excelentních výkonů lidí s matematickým nadáním je v relativně nízkém věku. V stávajícím

systému se může stát, že mladý matematik, který studoval v řádném programu a kterému nebyla umožněna akcelerace, je na vrcholu svých tvůrčích sil, mohl by podávat excelentní výkony, přicházet s novými objevy, ale ještě není obeznámen s vysokoškolskou matematikou. Gardner (1999) uvádí, že výkony matematiků po třicátém (čtyřicátém) roku věku klesají (v případě vizuo-prostorové inteligence, která se velmi uplatňuje v geometrii, je tomu jinak). Terman (1954) zdůrazňuje důležitost brzkého odhalení mimořádných schopností a dodává, že by lidé s vysokým potenciálem k úspěchu měli být vzděláni pro svou životní práci dříve, než uplynou jejich kreativní léta, diskutuje podcenění otázky akcelerace ve vzdělávání nadaných. Důležitost rané identifikace nadání u nás zdůrazňuje Hříbková (2010), Havigerová (2011), rizika zanedbání rané identifikace u žáků se souběhem nadání a handicapu objasňuje Portešová (2011).

S uplatňováním akcelerace ve vzdělávání na 1. stupni základní školy je třeba postupovat uvážlivě a respektovat nejen kognitivní, ale také sociální a emocionální potřeby dítěte. Pro mladší školní věk jsou ještě typické vývojové nerovnoměrnosti. Ztotožňujeme se s názorem Kaslové (2012), že v primárním vzdělávání je chybou posílat žáka do výuky matematiky ve vyšších ročnících, pokud učitel nevyužil dostatečně možnosti obohacování a různých forem diferenciací ve výuce.

Pohled na vzdělávání nadaných podle míry spolupráce žáků

Nadaný žák může dostat zadání individuální práci, může pracovat ve dvojici se spolužákem, příp. s jiným nadaným žákem ve třídě, může se podílet na skupinové práci. Malinová (2013c) popisuje různé formy spolupráce nadaných žáků integrovaných v běžné třídě při výuce matematiky na 1. stupni základní školy.

Pohled na vzdělávání nadaných podle vyspělosti systému

Podle „pokročilosti“ systému lze vidět celou škálu od víceméně nesourodých jednotlivých činností s vyšší kognitivní náročností až po propracované a ověřené modely vzdělávání nadaných. Při posuzování modelů vzdělávání nás zajímá, v čem se liší specifická edukační nabídka pro nadaného žáka od běžného kurikula, na co je kladen důraz.

V České republice převládá model integrovaného vzdělávání nadaných dětí, kdy je nadaný žák spolu s vrstevníky v běžné třídě a edukace probíhá podle individuálního vzdělávacího plánu (IVP). Někdy je nadanému žákovi umožněno navštěvovat některé vyučovací hodiny ve vyšším ročníku. Jak uvádí Hříbková (2009), rozpracování integrované varianty vzdělávání

nadaných je u nás dosud nedostatečné. Obecné informace k tvorbě IVP jsou dány legislativně a podle zjištění ČŠI (2012) školy IVP nadaných žáků vyhotovují, mají však potíže s jeho naplňováním (plánováním, vlastní realizací činností a evaluací).

3.5.2 Modely vzdělávání nadaných

Vzít si z různých koncepcí pouze to, co je přijatelné nebo co se zamlouvá těm, kdo o vzdělávání žáka rozhodují, implementovat nové prvky do stávajícího systému, anebo posoudit různá pojetí vzdělávání nadaných a vycházet pak důsledně jen z jedné celistvé koncepce? „Lze vytvořit řadu projektů přemostění řeky, ale konkrétní most je nezbytné stavět podle jednoho projektu.“ Tímto příměrem Dočkal (2005, s. 8) podtrhuje svůj názor, že při přípravě péče o nadané žáky je vhodné znát více modelů vzdělávání, mít prostudovány různé teorie, ale u poskytování konkrétní péče by se tato měla důsledně opírat o jednu konzistentní koncepci.

Mnoho nadaných žáků se setkává se vzděláváním ve formě směsice jednotlivých činností nebo zohledňování osamocených aspektů vzdělávání nadaných (VanTassel-Baska, 2012; Renzulli, 2008). Jednotlivé aktivity ve vyučovacích hodinách – hádanky a hry, práce „navíc“, pracovní listy, malé projekty, dílčí akcelerace a činnosti, které rozvíjejí vyšší úroveň myšlení. Tento názor koresponduje se zjištěními ČŠI (2012) i s našimi zkušenostmi z praxe; ve výuce nadaných je nedostatečně uplatňována diferenciacce, učitelé a vedení škol nejsou dosud na výuku nadaných připraveni a dopouštějí se chyb i při aplikování dílčích činností.

V současné době je (zejména v zahraničí) patrný trend aplikovat modely, jejichž struktura vzdělávacích prvků je provázaná. Příkladem je Integrovaný kurikulární model (ICM – Integrated Curriculum model) pro vzdělávání nadaných (1986) VanTassel-Basky, je vystavěn ve třech dimenzích, které zohledňují aspekty vzdělávání nadaných: Dimenze problémů a témat, dimenze pokročilého obsahu a dimenze procesuální a produktová. Významným teoretickým východiskem tohoto modelu je práce Vygotského (1976). Model je ovlivněn také konstruktivistickou teorií a multikulturním přístupem k edukaci. Výuka v tomto konzistentním modelu obsahuje urychlující prvky, využívá řešení problémů, činnosti vyžadující vyšší úroveň myšlení, exploratorní a projektové prvky, a klade důraz také na pojmový základ každé studijní jednotky. (VanTassel-Baska, 2012)

Renzulli a Reisová (2008) navrhli a ověřili v praxi programy pro vzdělávání nadaných, které reflektují společenský tlak na rovnost ve vzdělávání a začleňují do něj rozvoj nadání všech studentů. Příkladem je model SEM (Schoolwide Enrichment Model) nabízí obohacující

edukační nabídku všem žákům, kteří projeví zájem o náročnější úroveň výuky. Cílem je začlenit vzdělávání nadaných do celého školního vzdělávání a tím jej pozvednout, vybudovat velmi *otevřený* systém, v němž mají všichni možnost vybrat si náročné a atraktivní učení.

Rovněž Clarková (1992) nabízí svůj Integrovaný vzdělávací model (Integrative Education Model), původně vytvořený pro výuku nadaných žáků, k vzdělávání běžné populace. Vychází z myšlenky, že celek je složen z částí a každá část ovlivňuje celek i ostatní jednotlivé části, opírá se o Jungovu teorii čtyř funkcí vědomí – myšlení, cítění, vnímání a intuice; činnost mozku se optimalizuje, pokud tyto čtyři funkce jsou integrovány do jednoho celku.

Renzulliho model obohacující triády (ETM – Enrichment Triad Model) je vystavěn na obohacujících činnostech tří úrovní. Renzulli zdůrazňuje obohacování typu III a „induktivní způsob učení“, kdy žáci své znalosti, dovednosti, tvořivost a úsilí zaměří na tvorbu produktu či služby, učení je propojeno se stávajícím reálným vyučovacím kontextem. (Renzulli, Reisová, 2008)

Model pro segregovanou výuku nadaných žáků APROGEN (Alternatívny program edukácie nadaných na vzdelávanie mimoriadne nadaných detí v intelektovej oblasti) slovenské autorky Laznibatové je určen pro vzdělávání ve třídách pro nadané žáky v běžné základní škole nebo ve školách pro nadané žáky, je vystavěn na principu obohacování. Laznibatová (2007, 2012) klade důraz na osobnost učitele a na psychologický aspekt vzdělávacího programu, nadaným žákům by měl být ve škole neustále k dispozici psychologický servis. Model APROGEN využívá řada škol na Slovensku, v ČR jej implementovala základní škola ve Zlíně-Malenovicích v některých třídách na 1. stupni (Jančíková, 2012).

Pro vzdělávání nadaných lze využít řadu dalších teoretických konceptů: Bloomovu kognitivní taxonomii (Jurášková, 2006), Model logické struktury edukačního procesu pro nadaného žáka Škrabánkové (2012), návrhy na modifikaci metod (Machů, 2010), aj. Zajímá-li nás vzdělávání nadaného žáka, který je integrován v běžné třídě, pak se jeví jako praktický koncept, který nabízí Sisk (1987) pro uspokojování specifických potřeb integrovaného žáka s matematickým nadáním. V „modelu pro individualizované instrukce“ (Sisk, 1987, s. 146) zohledňuje, zda instrukce v danou chvíli potřebuje velká skupina či malá skupina žáků, příp. jen jednotlivci, v dílčí sekvenci vyučovacích procesu ukazuje klíčovou roli pedagogické diagnostiky, jejíž aktuální závěry v jednotlivých úsecích zmíněné sekvence směřují činnost učitele – k hromadným nebo individualizovaným instrukcím, aplikaci vysvětlení (opětovného vysvětlení), procvičování nebo obohacujících činností.

Poskytování diferencované nabídky pro žáky s intelektovým nadáním, zejména segregovaná forma vzdělávání, naráží na odmítavé postoje ve společnosti, zatímco podpora pro nadané v oblasti sportu nebo umění je obecně akceptována, školy financované (nebo spolufinancované) z veřejných prostředků – sportovní školy nebo umělecké školy tyto negativní reakce nevyvolávají. V souvislosti s tím se nabízí otázka, zda v našem rodičovském systému vzdělávání pro nadané, kromě vzdělávání v rámci povinné výuky, nedat větší prostor pro vysoce specializovanou práci s mimořádně nadanými organizační formou, jakou zvolili ve Velké Británii v „pokročilých učebních centrech“. Zkušenosti podrobněji ve výzkumné zprávě Lamberta (2006).

3.5.3 Vzdělávání nadaných – edukační proces a faktory, které jej ovlivňují

Průcha (2002) definuje edukační proces jako „*činnost, jejímž prostřednictvím nějaký subjekt instruuje (vyučuje) a nějaký subjekt se učí*“. Na řešení úloh nadaným žákem, případně na práci nadaného žáka se sadou úloh, nahlížíme jako na specifický edukační proces.

Edukační proces na začátku, ale i v jeho průběhu ovlivňují charakteristiky subjektů, které se procesu účastní, edukačních konstruktů a edukačního prostředí. Vstupních determinant je podle Průchy (2002) více než sto a dělí je do čtyř skupin:

- Charakteristiky žáků (kognitivní, afektivní, fyzické, sociální a sociokulturní),
- charakteristiky učitelů (osobnostní, profesní),
- charakteristiky edukačních konstruktů (vzdělávací programy, učebnice, evaluační nástroje),
- charakteristiky škol (materiální vybavení, struktura učitelského sboru, lokalita).

Zmíněné charakteristiky ovlivňují i vzdělávání nadaných, v odborné literatuře jsou zdůrazněny některé z nich.

Faktory ovlivňující vzdělávání nadaných ve škole:

- Inteligence žáků,
- kvalita školního intelektuálního klimatu,
- schopní a inspirativní učitelé,
- postoje ke vzdělávání nadaných, úsilí motivovat nadané žáky (Terman, 1954).
- Účinný systém rodičovské podpory; pracovní návyky z domova, dodržování denního režimu a pravidel v rodině žáka, očekávání rodičů, vyvíjení přiměřeného tlaku na dítě;

- širší socio-kulturní zázemí (Campbell, 2001).
- Region,
- ekonomická podpora, materiální zajištění (ČŠI, 2012).
- Kvalitní kurikulum (VanTassel-Baska, 2012; Renzulli, 2008).
- Klima (Grecmanová, 2008; Hejný, Kuřina, 2001).

Vzdělávání všech žáků, tedy i žáků s nadáním, jejich výkony a jejich spokojenost zásadním způsobem ovlivňuje klima školy, klima třídy a klima výuky (Grecmanová, 2008). Vliv sociálního klimatu školy a klimatu třídy na výuku matematiky zkoumají Hejný a Kuřina (2001), všímají si zejména vzájemné důvěry mezi učitelem a žáky, strachu žáků, učitelovy autoritativnosti a jeho vnímání chyb, které žák udělal. Z hlediska konstruktivních přístupů k vyučování zdůrazňují roli sociálního klimatu a na konkrétních příkladech dokládají, že autoritativní klima neumožňuje konstruktivní přístup. Autoritativní klima vytváří autoritativní učitel. Dle Laznibatové (2007, 2012), je autoritativní, dominantní učitel pro vzdělávání nadaných nevhodný.

3.6 Edukační nabídka a úlohy pro žáky s matematickým nadáním

Učební úlohy, které učitel předkládá žákovi, jsou významným výukovým prostředkem, představují základní stavební prvky edukační nabídky. Ve vyučovacím procesu učitel řídí žakovou činnost, při volbě učebních úloh reflektuje kognitivní, afektivní i psychomotorické výukové cíle. Učební úlohy definuje Holoušová (1983; In Kalhous, Obst, 2002) jako škálu všech učebních zadání, od nejjednodušších úkolů na paměťovou reprodukci poznatků, až po složité úkoly, vyžadující tvořivé myšlení. Učební úlohou chápeme v souladu s Průchou, Walterovou a Marešem (2009) *každou pedagogickou situaci, která se vytváří proto, aby zajistila u žáků dosažení určitého učebního cíle*. Matematická úloha je podle Kuřiny (2003) jakákoliv výzva k matematické činnosti.

Ve škole obvykle předkládá úlohu žákovi učitel. Při *samostatném* řešení úlohy žákem však jde o interakci pouze mezi žákem a úlohou. Průcha (2002), když hovoří o učení z textu, chápe jej jako „*interakci mezi subjektem a textem*“, ovlivněnou charakteristikami subjektu i textu. Samostatné řešení úlohy nadaným žákem lze pojmut jako proces, který je ovlivněn vlastnostmi žáka i vlastnostmi úlohy. Protože probíhá v rámci integrované výuky, může být významně ovlivněn také edukačním prostředím třídy, či zásahem učitele nebo spolužáků.

V matematickém vzdělávání ve 4. a 5. ročníku na 1. stupni (druhé období dle členění RVP ZV) klade Melichar (2007) důraz na to, aby měl žák dostatek příležitostí objevovat a formulovat poznatky vlastními slovy; učitel poté pojmy zpřesní a správně formuluje. Melichar zdůrazňuje vytváření příležitostí, kdy žák může zažít radost z vlastního (matematického) objevu. Ve druhém období na 1. stupni si žáci osvojují základní matematické pojmy a vztahy, rozvíjejí dovednost abstrahovat a zobecňovat, vytvářejí si „databázi“ algoritmů a metod řešení, učí se odhadům výsledku, základům řešení problému, učí se logicky usuzovat, zdůvodňovat postup, ale také vytvářejí hypotézy. Zpřesňují verbální vyjadřování i vyjadřování s využitím symbolů a zdokonalují grafický projev. K prohlubování svých znalostí využívají také výpočetní techniku. (Melichar, 2007)

Induktivní a deduktivní činnosti v matematice

Matematika je vnímána jako deduktivní věda. Induktivní a deduktivní činnosti v matematice diskutuje Kopka (1999), indukce se uplatňuje v poznávacím procesu, jehož konstruktivní principy popisují Hejný a Kuřina (2001). Tendence k induktivnímu učení u mimořádně nadaných žáků na základní škole zmiňuje Hříbková (2010): učení prostřednictvím manipulace s objekty a experimentací, tendence k strukturování řešeného problému. Také Renzulli (2008), který klade důraz na podporu kreativně produktivního nadání, diskutuje integraci induktivního modelu učení do školního prostředí, jež by vhodně doplnila formální výuku – předávání znalostí a dovedností.

3.6.1 Vlastnosti matematické úlohy

Při posuzování vlastností úlohy je třeba uvažovat nejen samotnou úlohu, ale také kompetence jejího řešitele (Novák, 2010). Podle toho, zda jsou vlastnosti úlohy závislé na předchozích zkušenostech žáka, na úrovni jeho matematických znalostí a dovedností, na individuálních schopnostech, či nikoliv, lze vlastnosti úlohy dělit na subjektivní a objektivní.

Mezi *objektivní vlastnosti* řadíme např.: Tematický obsah, náročnost poznávacích operací, preciznost a formu zadání, kontext úlohy (sémantické pozadí).

Subjektivní vlastnosti: Obtížnost, entropie, nestandardní charakter úlohy, konvergentní či divergentní charakter úlohy.

Tematický obsah

Tematický obsah úloh v rámci povinných očekávaných výstupů formulovaných v Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání (2013) ve vzdělávací oblasti Matematika a její

aplikace je členěn na 1. stupni ZŠ do 4 tematických okruhů: *Číslo a početní operace, Závislosti, vztahy a práce s daty, Geometrie v rovině a prostoru, Nestandardní aplikační úlohy a problémy*. Zařazení úlohy mezi *nestandardní* je subjektivní. V RVP ZV (2013, s. 29) je *nestandardní* úloha vymezena jako úloha, jejíž řešení může být „*do jisté míry nezávislé na znalostech ... školské matematiky*“ a při řešení je „*nutné uplatnit logické myšlení*“. S tímto vymezením, které akcentuje konvergentní myšlení, se neztotožňujeme. Už ze slova *nestandardní* vyplývá, že se jedná o úlohy, kde je třeba hledat něco nového, neobvyklého a je třeba významně uplatnit myšlení divergentní. Chápeme *nestandardní* úlohy jako Novák (2010, s. 200), který význam uplatnění divergentního myšlení u řešení těchto úloh reflektuje a zohledňuje *míru tvořivosti řešitele* při řešení úlohy. Jako „*nestandardní*“ (problémové) označuje úlohy, k jejichž řešení nepostačují známé postupy a algoritmy; „*žák musí řešit matematický problém, hledat a objevovat metodu, postup řešení (heuristika), protože jeho dosavadní zkušenost řešení úlohy neumožňuje*“.

Kontext úlohy

Úloha je pro nadaného žáka přitažlivá, nejen pokud je propojena s jeho reálným životem, ale sémantické pozadí úlohy může být i nereálné, pohádkové, z oblasti sci-fi, umožňující využít kreativitu a humor, vzhledem k matematickému nadání, může být úloha bez konkrétního kontextu a pracovat v abstraktní rovině se symboly.

Náročnost poznávacích operací

V návaznosti na Bloomovu taxonomii kognitivních edukačních cílů vytvořila r. 1970 D. Tollingerová taxonomii učebních úloh, jež zohledňuje náročnost poznávacích operací a dělí úlohy do pěti kategorií, jež jsou dále členěny na subkategorie:

1. Úlohy vyžadující pamětní reprodukci poznatků,
2. úlohy vyžadující jednoduché myšlenkové operace s poznatky,
3. úlohy vyžadující složité myšlenkové operace s poznatky,
4. úlohy vyžadující sdělení poznatků,
5. úlohy vyžadující tvořivé myšlení. (Kalhous, Obst, 2002)

Jirotková (2010, s. 213) nabízí typologii matematických úloh z kognitivního a metakognitivního hlediska, současně zdůrazňuje sociální kontext úlohy a jejího řešení, zda jde o individuální kontakt s úlohou, či zda je úloha diskutována nebo řešena spolu s dalšími osobami:

1. Úlohy seznamovací (žák získává první zkušenosti s pojmem).
2. Úlohy objevné (řešení úlohy vede žáka k odhalení objektu, vztahu, ...).
3. Úlohy komunikační (úloha, která vyvolává komunikační problém - při porozumění úloze, v průběhu řešení nebo při formulování výsledku).
4. Úlohy konstrukční (žák hledá konstrukci známého objektu).
5. Úlohy mapovací (žák hledá objekty či procesy dané vlastnosti).
6. Úlohy optimalizační (žák hledá optimální objekt, proces, vztah, vlastnost v daném kontextu).
7. Úlohy vyhledávací (žák hledá prvek daných vlastností v předloženém souboru).
8. Úlohy revizní (žák prověřuje, zda daný objekt, vztah, ... splňuje předepsané kritérium; každá úloha vyžadující kontrolu).
9. Úlohy argumentační (žák zdůvodňuje či vyvrací předepsané tvrzení).
10. Úlohy na hledání strategie.
11. Úlohy nácvikové (žák si automatizuje známou proceduru).

Zadání úlohy

Problémem vyjadřování a různými formami zápisu matematických myšlenek či úloh se zabývá Bruner (1968), a mj. zdůrazňuje těžkosti s interferencí vnějšího a vnitřního řešení problému. Žáci na počátku školního vzdělávání věnují mnoho času a námahy, aby zjistili, co od nich učitel žádá či očekává (vnější řešení problému).

Preciznost zadání. Zadání úlohy chápeme jako precizní a správné, pokud neobsahuje chybné informace či nejasné formulace, otázka je věcně i stylisticky správně sestavena.

Forma zadání (text, obrázky, barvy, manipulační materiál). Matematická úloha může být zadána žákovi v různé formě. Např. slovně, kdy žák nemá oporu v písemném záznamu. Uvažujme pouze, vzhledem k zaměření na samostatnou práci žáka, písemnou formu zadání spolu s případnými dalšími pomůckami: písemné zadání úlohy obsahující text, případně text s různými symboly, grafická schémata, obrázky; zadání černobílé nebo s dalšími barvami. Součástími, na které je odkazováno v textu zadání úlohy, může být rozmanitý manipulační materiál (modely, šablony, rýsovací a měřicí pomůcky, ...), záznamové archy, plány, karty s nápovědou, karty s výsledným řešením, aj.

Entropie úlohy

Jeden z obecných požadavků na výuku – zásada uvědomělosti a aktivity – vytyčuje požadavek na pochopení a osvojení poznatků a na aktivní činnost žáka. K tomu je třeba zformulovat didakticky účelný systém, otázek, cvičení a úloh (Květoň, 1986). Vhodná, didakticky účelná formulace otázky (úlohy) souvisí s optimálním množstvím *entropie*. Pojem entropie, který je znám především z fyziky, vyjadřuje míru neurčitosti systému; v psychologii s entropií pracuje Csikszentmihalyi (2013). Květoň (1986) shrnuje: Jestliže otázka obsahuje příliš velkou entropii, nevyvolává aktivní myšlenkovou činnost, žák je bezradný, protože není schopen poskytnout velké množství informací (nalézt odpověď). Otázky s malou entropií nevedou k aktivní myšlenkové činnosti žáků, protože žáci znají odpověď okamžitě. Při posuzování řešení matematické úlohy pro žáky 1. stupně s mírou neurčitosti pracoval také Melichar (2010).

Obtížnost úlohy

Mezi významné charakteristiky vhodných úloh pro nadané patří obtížnost, která je pro nadané výzvou. Je nezbytné předkládat nadaným žákům úlohy *dostatečně náročné* (Diezmann, Waters, 2002), které rozvíjejí poznání, metakognici a motivaci (Henningsen, Stein, 1997, In Makrides, 2006). Kognitivní a afektivní výhody přiměřeně náročných úkolů vysvětluje Csikszentmihalyi (2013). Problematika množství entropie v úloze a problematika obtížnosti úlohy spolu souvisejí, prolínají se. Avšak obtížnost úlohy může spočívat i v jiných vlastnostech úlohy.

Zaujetí žáka školní prací je ovlivněno motivačními faktory. Vlivem obtížnosti na zaujetí školním úkolem se zabývaly Kmínková a Pavelková (2011). Jako významné faktory pak označují zájem (zájem individuální, situační, aktuální – ovlivněný cílovou orientací), flow zážitek, výkonovou motivaci a postoj k (vyučovacímu) předmětu. Respondentům (15-17letým žákům) byla předložena trojice tematicky homogenních matematických úloh, jejichž obtížnost však byla gradována. V dotazníku před a po vypracování úloh byly sledovány operacionalizované motivační proměnné. Ve výzkumné sondě s rostoucí obtížností klesala i rostla aktivita žáků, celkově počet aktivních žáků stoupal; v sondě se neprokázal statisticky významný vliv faktoru obtížnosti na motivaci žáků, podle Kmínkové a Pavelkové však kazuistiky jednotlivých žáků na důležitost tohoto faktoru upozorňují. Výzkumnou sondu zmiňujeme, přestože se týká starších žáků, protože sonda upozorňuje na fakt, že *učitelem*

předpokládaná obtížnost pro žáky neodpovídala tomu, jak obtížnost vnímali samotní žáci; byly zaznamenány velké rozdíly v motivaci žáků, významná úlohu sehrála situační motivace.

Je nevhodné nadaným žákům předkládat spousty jednoduchých, rutinních úloh (Laznibatová, 2007; Deal a Wismer, 2010).). V praxi se ale často stává, že nadaným dětem, které jsou s prací hotovy dříve než ostatní spolužáci, zadají učitelé právě větší množství rutinních příkladů na procvičování.

Konvergentní nebo divergentní charakter úlohy

Jinou charakteristikou (matematické) úlohy je její konvergentní („sbíhavý“) či divergentní („rozbíhavý“) charakter. Zelina a Zelinová (1990, s. 28) charakterizují konvergentní myšlení, jako to, které „*směřuje od daných východisek (premis) k jedné anebo ohraničenému počtu správných odpovědí*“, je pro něj charakteristický logický a algoritmický postup k správnému závěru. Konvergentní úlohy vyžadují myšlenkové procesy, jež využívají zejména vnímání, diferenciaci, poznávání věcí, paměť, analýzu a syntézu, indukci a dedukci na úrovni konkrétních vztahů, aplikaci poznatku v konkrétní situaci. V tradičních učebnicích převládají konvergentní úlohy, je jich 90-95 %. (Zelina, Zelinová, 1990).

Divergentní myšlení nevede k jedné správné odpovědi, ale vyžaduje vygenerovat co nejvíce návrhů, alternativ či možných řešení. V konečném důsledku může vést po zhodnocení k jednomu řešení. Divergentní myšlení kromě produkce mnoha alternativ vyžaduje zvažování důsledků návrhů, jejich hodnoty, správnosti. Při řešení divergentních úloh se významně uplatňují také hodnotící a rozhodovací procesy. (Zelina, Zelinová, 1990)

Zelina a Zelinová (1990) dále upozorňují na paradox, kdy velmi mnoho úkolů a situací, které řešíme v praktickém životě (od vytváření vztahů, přes řešení pracovních úloh, až po každodenní úkoly jako je oblékání, využívání volného času, apod.), má divergentní charakter; naproti tomu ve školním vzdělávání převažují konvergentní úlohy.

V pojetí divergentního charakteru úlohy se autoři odborných textů liší, převážně v obecném pojetí chápou divergentní úlohu jako úlohu, kde ke správnému řešení vede více cest, případně má úloha více řešení, a zásadním způsobem se u těchto úloh uplatňuje divergentní myšlení. Jako úlohu divergentního charakteru (příp. divergentní úlohu) budeme dále v textu označovat úlohu, která má více řešení (výsledků) nebo ke správnému řešení vede více odlišných postupů, úlohu, při jejímž řešení se významně uplatňuje divergentní myšlení. Divergentní charakter úlohy souvisí nejen se znalostmi a dovednostmi žáka (srov. Novák, 2010), ale může

záviset i na přístupu žáka k úloze (Melichar, 2007) - jak plyne z následujícího příkladu:

Úloha: *Tatínek chtěl mamince koupit kytici růží. V květinářství mají jen bílé růže po 9 Kč a rudé po 11 Kč. Kolik kterých růží mohl tatínek koupit, když chtěl za kytici utratit 100 Kč?*

Pokud žák pochopí zadání tak, že tatínek chce utratit *přesně* 100 Kč, k řešení využívá konvergentní myšlení. Jde o řešení diofantovské rovnice $9x + 11y = 100$. Žák na 1. stupni může řešit úlohu zkoumáním - postupným dosazováním do rovnice, anebo např. úvahou a využitím tabulky, do které si vypíše násobky jedenácti, dopočítá rozdíl do sta a posoudí, zda je rozdíl dělitelný devíti:

Počet rudých růží (y)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Celková cena za rudé růže (c)	11	22	33	44	55	66	77	88	99
Zbývá Kč (100 - c)	89	78	67	56	45	34	23	12	1

Úloha má právě jedno řešení: *Tatínek mohl koupit 5 rudých a 5 bílých růží.*

Žák, který vidí v zadání úlohy více možností, používá divergentní myšlení, může klást následující otázky: *Chtěl tatínek utratit přesně 100 Kč? Chtěl koupit růže jen jedné barvy? Dostal nějaké peníze nazpátek? Mohl nechat v obchodě dluh? Mohl koupit jen jednu růži?* Atd. V druhém případě žák může nalézt celou řadu odlišných řešení.

Christensen (1997) zkoumala dovednost nadaných žáků používat divergentní myšlení. Při porovnání skupiny nadaných a skupiny běžných žáků primární školy zjistila statisticky významné rozdíly. Nadaní žáci dosahovali lepších výsledků – generovali více originálních řešení různých problémů. Domníváme se, že si pozornost zaslouží fakt, že nezjistila žádnou korelaci mezi hodnocením učitelů a výkonem žáků, a také žádnou korelaci mezi sebehodnocením a výkonem žáka.

3.6.2 Originalita a tvořivost versus konformismus

Žáci by měli být ubezpečováni, že je správné hledat řešení úlohy vlastní cestou a že je přirozené vyjadřovat i subjektivní myšlenky; avšak (nejen) učitelé mají sklon odměňovat „správné“ (očekávané) a trestat „nesprávné“ (neočekávané, originální) odpovědi (Bruner, 1968). Landau (2007) zdůrazňuje ve výchově nadaných dětí, aby byly povzbuzovány, aby v sobě našli „odvahu k nadání“ a nesklouzli ke konformizmu. De Bono (1998) tvrdí, že školní

vzdělávání učí konformismu a inteligentnější žáci zvládají lépe „hru“, jak získat dobré známky, přízeň učitelů a projít testy; tvořivost je ponechána rebelům, kteří „školní hru“, tento způsob vzdělávání nezvládají nebo nechtějí podstupovat. De Bono upozorňuje na paradox, pokud aktéři ve škole změní způsob myšlení, využijí kreativitu a pochopí „hru tvořivosti“, pak se dosud konformní žáci stanou mnohem tvořivější, budou úspěšnější v „nové hře“ než rebelové. Sarrazy (2011) hovoří v souvislosti s tvorbou žáků v matematickém vzdělávání o paradoxu odvahy (o paradoxu autority), vidí zde dialektické napětí mezi poslušností a přestupkem, říká, že tvorba vyžaduje překonání známého, jakýsi přestupek normy, odvahu vidět jinak a odvahu zplnomocnit se sama k objevu a odhalení skrytého.

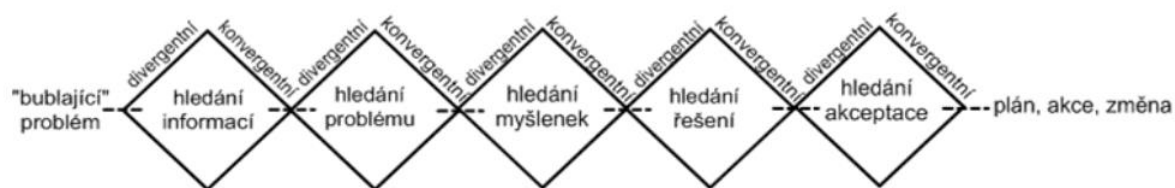
Ve výuce na 1. stupni základní školy se výrazně uplatňuje mechanický způsob učení, což odpovídá vývojovým specifikům. V mladším školním věku, v 6-8 letech, převažuje mechanický způsob učení, pro zapamatování děti užívají strategii opakování; ve středním školním věku, v 9-11 letech, ubývá tendence učit se pouze mechanicky (Vágnerová, 2005). Mladší školní věk je období, kdy se při výuce v praxi uplatňuje výrazně konvergentní (sbíhavé) myšlení, úlohy konvergentního charakteru. Nadaný žák však manifestuje vývojovou akceleraci, je těmito projevy nápadný ve srovnání s vrstevníky (Hříbková, 2007) a projevuje i tvořivost, což je jedna z komponent rozumového nadání. Na rozdíl od spolužáků je schopen pracovat s myšlením na vyšší úrovni (kvantitativně i kvalitativně) a efektivně využívat i divergentní myšlení. Z toho vyplývá, že nadaný žák je schopen řešit úlohy s vyšší entropií než vrstevníci a že je třeba do jeho edukační nabídky zařazovat úlohy divergentního charakteru.

Tvořivost, divergentní myšlení a řešení problémů

Tvořivost je jednou z komponent nadání (Renzulli, 2008, 2012). Problematiku tvořivého myšlení v souvislosti s řešením problémů zkoumal Chalupa (2005) a vyslovil závěr, že tvořivé myšlení zřejmě nespočívá v hledání asociací, ani transformací, ale především v hledání souvislostí, vzájemných vztahů reálného světa. Podle Siskové (1987) použití kreativního řešení problémů (creative problem solving) jako učební strategie umožňuje aktivní zapojení nadaných dětí do jejich vlastního vzdělávání a s tím, jak se žáci zabývají reálnými problémy, stává se pro ně učební prostředí vysoce náročné a motivující, poskytuje jim výzvy.

Divergentní myšlení je přirozenou součástí tvořivosti. Jak se při řešení tvůrčího problému střídá divergentní a konvergentní myšlení ilustruje diagram na obrázku 6 (Sisk, 1987):

Obrázek 6: Proces řešení tvůrčího problému (Sisk, 1987, s. 110)



Ve škole, nejen v matematice, se žáci setkávají převážně s úlohami konvergentního charakteru, je žádoucí více zařazovat do výuky také úlohy divergentní.

Na základě výše uvedených argumentů a faktu, že tvořivost je jednou z komponent nadání, se domníváme, že při přípravě edukační nabídky pro žáka s matematickým nadáním je třeba věnovat zvláštní pozornost zařazení úloh divergentního charakteru.

Přerušené řešení úlohy

Nadání žáci mají snahu dokončit úlohu. V běžné výuce nejsou výjimečné situace, kdy je třeba přerušit řešení úlohy; někdy je to dáno vnějšími okolnostmi, jindy je to součást plánovaného postupu učitele. Podle Brunera (1968) pouze tehdy, pokud má úloha pro žáka zřetelnou strukturu, se dostavuje efekt Ziegarnikové, kdy se žák k přerušené úloze brzy vrací, ukončuje ji a pamatuje si ji mnohem lépe než úlohy dokončené bez přerušování.

Další poznámky k úlohám pro nadané

Žáci mladšího školního věku běžně sami nezapisují svůj postup řešení úlohy, často ani řešení nekomentují verbálně. Naučit žáky *správnému písemnému a slovnímu vyjadřování a argumentaci* by podle Calábka et al. (2010) mělo být jedním z cílů práce s matematickými talenty na základních školách. Žáci s matematickým nadáním se snaží zdůvodňovat a postupně se dostávají k matematickému důkazu, jednomu z atributů matematické gramotnosti (Blažková, Vaňurová, in Šimoník, 2011).

Makrides (2006) zmiňuje využití *otevřených úloh* pro žáky nadané na matematiku. Otevřené úlohy definuje jako úlohy, k jejichž řešení nejsou nutné konkrétní matematické věty, pojmy nebo postupy. Makrides, mj. také vysvětluje zkušenost ze vzdělávání matematicky nadaných žáků: *důsledný konstruktivismus* nelze uplatnit pro jeho velkou náročnost, nejen časovou.

Soutěživý charakter úloh

Učitelé by měli velmi zvážit, zda do výuky zařadí úlohy *soutěživého charakteru*, kde nadaní žáci soupeří se spolužáky nebo případně i s časem. Kaslová (2003) uvádí, že málokterí

matematicky nadaní žáci bývají soutěživí, a zmiňuje možné důvody: obsah toho, v čem se soutěží, nebo slabý soupeř, který nemotivuje k soutěži.

Řada zkušených pedagogů, organizátorů odborných soutěží a tvůrců úloh do těchto soutěží zastává názor, že účast v odborných soutěžích celostátního, příp. nadregionálního charakteru je významnou složkou péče o nadané žáky. Pro žáka s matematickým nadáním na prvním stupni základní školy jsou organizovány celostátní matematické soutěže, nejvíce respektovány jsou Matematická olympiáda, Pythagoriáda a Matematický klokan. Cílem soutěží je podnícení zájmů žáků o matematiku, napomoci vyhledávání matematických talentů a rozvíjet jejich matematickou erudici (např. Bělohoubková, Novotná, 2009; Čavojská et al., 2010; Makrides et al. 2006; Novák, 2008; Novák, Hodaňová, 2000; Švrček, 2008). Účast v těchto soutěžích kromě možnosti řešit úlohy, které jsou pro nadaného žáka výzvou, přináší možnost setkat se vrstevníky, kteří mají podobné zájmy a mohou být pro nadaného žáka komunikačním partnerem. Pro žáky s matematickým nadáním na 1. stupni to bývá často první možnost poměřit své znalosti a schopnosti s vrstevníky nejen ve třídě, ale ve škole, v regionu, příp. i v širším měřítku (Novák, 2008) a může to být silný podnět k zamyšlení a aspiraci na vyšší osobní cíle v matematickém vzdělávání.

3.7 Tvorba úloh, tvorba posloupností úloh

Pro žáka s matematickým nadáním integrovaného v běžné třídě je třeba připravit diferencované kurikulum tak, aby byl žák v některých částech vyučovací hodiny schopen pracovat samostatně, bez větší podpory učitele. Zásadní otázkou je, jaké úlohy připravit a jak je uspořádat. Při vytváření vlastních úloh učitel postupuje v zásadě dvěma způsoby. V daném tematickém rámci:

- tvoří zcela novou úlohu,
- transformuje již existující úlohu, případně matematický text.

V souvislosti s tvorbou a analýzou úloh se v cizojazyčné literatuře lze setkat s pojmem *problem posing*, který dosud nemá odpovídající český překlad.

K vytváření náročných úloh pro nadané v matematice můžeme využít metodu generování úloh na základě výchozího textu - metodu „Co když ne-?“ autorů Browna a Walterové (1990, In Patáková, 2010, 2013); na rozdíl od tvorby analogických úloh (kde měníme kontext), zde kontext ponecháme a změníme matematické jádro.

Při tvorbě úlohy touto metodou postupujeme ve čtyřech fázích:

- Fáze 0: Výběr výchozí úlohy.
- Fáze 1: Vytvoření podrobného seznamu vlastností výchozí úlohy.
- Fáze 2: „Co když ne?“ Pracujeme postupně se všemi položkami seznamu a popíráme je, ne však ve smyslu negace.
- Fáze 3: Formulace nové úlohy.
- Fáze 4: Analýza problému. Novou úlohu vyřešíme a posoudíme její vlastnosti.

(Patáková, 2010)

Mezi výhody této metody patří, jak zdůrazňuje Patáková, že lze snadno regulovat obtížnost úlohy, lze efektivně vytvářet úlohy s vyšší, ale také s nižší obtížností. Patáková (2010, 2013) soustřeďuje pozornost na nadané žáky na 2. stupni základní školy a na střední škole; její publikace inspirovaly k využití metody „A co když ne-?“ k tvorbě úloh pro nadané žáky v primární škole (Malinová, Círus, 2011) i pro předškolní děti (Malinová, 2013b). V podmínkách původní úlohy měníme *parametry* v rozsahu pojmů vzdělávacího obsahu, můžeme změnit jednu podmínku nebo více podmínek současně. Podrobný seznam vlastností úlohy a analýza dopadu *změny parametrů* nabízí také možnost efektivně kontrolovat entropii úlohy. Promyslíme-li následující úlohy, je zřejmé, že konkrétní změnou jednoho parametru lze entropii snížit nebo zvýšit.

Úloha: *Určete počet přímek, které jsou určeny právě **třemi** různými body.*

Zde nalezneme 2 řešení. Třemi body je určena buď 1 přímka anebo 3 přímky. Zvažujeme počet bodů, a také zda jsou body kolineární (leží na téže přímce).

Změníme-li parametr – *počet různých bodů*, např. můžeme získat úlohu:

- a) *Určete počet přímek, které jsou určeny právě **dvěma** různými body.*
- b) *Určete počet přímek, které jsou určeny právě **čtyřmi** různými body.*
- c) *Určete počet přímek, které jsou určeny právě **pěti** různými body.*

Úloha (a) má entropii nižší než původní úloha a má jen 1 řešení. Úloha (b) má vyšší entropii než úloha původní. Žák zvažuje počet bodů a jejich polohu, zda jsou kolineární a zda jsou komplanární (leží v téže rovině), promýšlí, která řešení jsou ekvivalentní. Úloha (b) má 3 řešení: Čtyřmi body je určena 1 nebo 4 nebo 6 přímek. Úloha (c) může mít pro žáka primární školy vysokou entropii, pokud ji neřeší jako úlohu ve zvolna gradované sérii úloh.

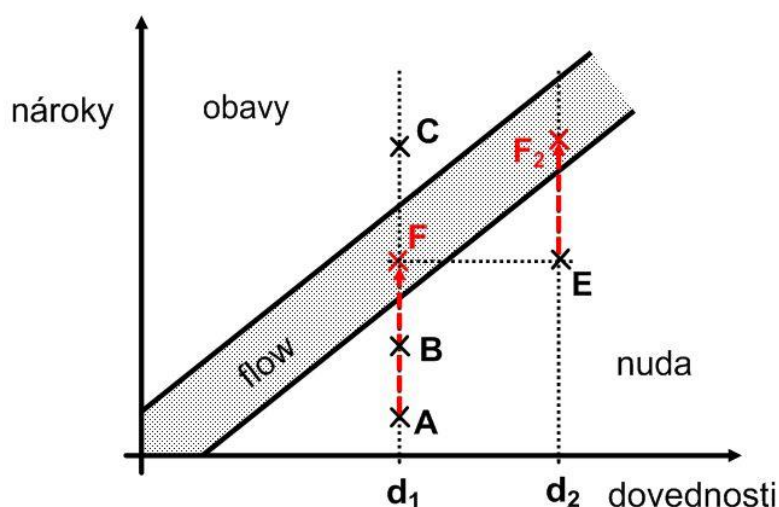
Úloha má 5 řešení: {1, 5, 6, 8, 10}, má výrazný kombinatorický charakter, rozvíjí prostorovou představivost a pro žáka s mimořádným nadáním by po vhodném začlenění do výuky mohla být výzvou. Změnu entropie úlohy přidáváním nebo odebráním podmínek v zadání úlohy vysvětluje Melichar (2010).

Pro optimální učební efekt je třeba úlohy předkládat v účelném didaktickém systému (Květoň, 1986; Polya, 1945; Kopka, 1999). Je tedy potřeba promyslet posloupnost úloh a to, aby se od sebe lišily ve více „dimenzích“ (Kirschner, Van Merriënboer, 2008). Soubor různých učebních úloh, které jsou rozmanité, avšak sestaveny do sad podle rostoucí obtížnosti (a s klesající mírou podpory žáka) tvoří páteř modelu komplexního učení Kirschnera a Van Merriënboera (2008). Kladou důraz na koordinaci budování kvalitativně odlišných dovedností a na transfer ve škole naučeného do praktického života. Myšlenky v jejich teorii nejsou zcela nové, ale vyvinuli užitečné schéma, ve kterém jsou prezentovány jednotlivé kroky učení a zároveň přináší pro zamýšlenou disertační práci strukturální oporu pro tvorbu sad úloh pro nadané žáky. Při přípravě těchto sad je třeba také vzít v úvahu koncepci primárního matematického vzdělávání (Spilková, 2005) tak, aby byla respektována vývojová specifika žáků mladšího školního věku.

3.7.1 Obtížnost vytvořených úloh

Učitel při tvorbě sad úloh pro nadaného žáka řeší problém, jak nastavit obtížnost úloh. Předloží žákovi úlohu a provádí následně pedagogickou diagnostiku, z které pak vychází při volbě další úlohy pro žáka. Na obrázku 7, který vychází z teorie Csikszentmihalyie (1996) o ovlivňování emočního prožívání činnosti, jsou znázorněny různé psychické stavy žáka při řešení učebních úloh. S jistým zjednodušením vysvětlujeme, jak učitel mění obtížnost úloh. Uvažujme nadaného žáka, který má dovednosti k řešení matematické úlohy na úrovni d_1 a učitel mu zadá úlohu A, o které záhy zjistí, že je pro nadaného žáka velmi snadná. Další úlohu učitel volí obtížnější. Pokud zvýšil obtížnost nedostatečně (B) nebo příliš (C), zohlední to v dalším kroku.

Obrázek 7: Zdůvodnění požadavku na rostoucí nároky v sérii úloh



Pokud nastaví obtížnost správně (F), žák řeší úlohu a zažívá příjemné pocity, současně rostou jeho dovednosti (d_2). Pokud by učitel v následující úloze nastavil stejnou obtížnost jako v případě úlohy F, byla by obtížnost nedostatečná (E), je třeba nároky opět vhodně zvýšit (F_2).

3.7.2 Žákova tvorba úloh

Je zarážející, jak málo se naše kultura zabývá tvořivostí, a to i přesto, že si uvědomujeme, že pokrok většinou závisí právě na ní.

Edward de Bono

O hloubce myšlení žáka, ale také o tématech jeho zájmu, vypovídají *spontánně* vytvořené úlohy a otázky, které klade sám sobě nebo druhé osobě. Na obrázku 3 (viz výše, s. 37) je uveden příklad, kdy dítě samo sobě předložilo úlohu, vytvořilo si notový záznam své skladby; je z něj zřejmý zájem dítěte o hudbu, projevy matematického myšlení (délky not jsou správně voleny v čtyřčtvrtovém taktu) a mj. také fascinace symboly – notami, písmeny, ale i např. znakem pro repetici, který se v záznamu mnohokrát opakuje.

Tvorba úloh patří dle taxonomie Tollingerové (In Kalhous, Obst, 2002) mezi činnosti s vysokou kognitivní náročností. V RVP ZV (2013, s. 30) je ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace pro 1. stupeň uvedena žakovská tvorba úloh pouze v tematickém okruhu *Číslo a početní operace* u závazného očekávaného výstupu pro mladší žáky na 1. stupni: *Žák „řeší a tvoří úlohy, ve kterých aplikuje a modeluje osvojené početní operace“*. Tvorbu úloh může učitel zařazovat u všech tematických celků. Žakovská tvorba matematické úlohy dle zadaných podmínek je vhodný prostředek pro podněcování tvořivosti žáků, ale také pro diagnostiku žáků s matematickým nadáním (Novák, 2012).

3.8 Závěr teoretické části

V zahraničí i v naší zemi pedagogové a psychologové, kteří se zabývají problematikou vzdělávání specifických skupin žákovské populace, získali řadu cenných a přenositelných poznatků a ověřili v praxi různé vzdělávací modely. Je zřejmý trend poskytnout ve vzdělávání podporu i rozumově nadaným žákům, aby byly uspokojovány jejich vzdělávací potřeby. Současně si odborníci uvědomují, že implementace poznatků efektivního vzdělávání nadaných do vzdělávání celé žákovské populace přináší benefit všem žákům, nejen nadaným. V odborné literatuře je reflektováno, že populace rozumově nadaných není homogenní, jsou zde velké individuální rozdíly, rovněž mezi jedinci s matematickým nadáním.

4 Empirická část

V empirické části je popsána problematika celého výzkumu, od určení výzkumného tématu, cílů výzkumu a otázek bádání, přes volbu metodologie, volbu výzkumného vzorku v jednotlivých fázích výzkumu, formulaci etických kritérií výzkumu, popis průběhu výzkumného šetření, předložení získaných dat, jejich interpretace, až po formulování závěrů a kritické posouzení jejich platnosti. Výzkum probíhal od ledna 2011 do května 2014.

Průběh výzkumného šetření je rozdělen do tří hlavních fází. V první fázi, v předvýzkumu, bylo zjišťováno, jak se ve škole pracuje s žákem s mimořádným matematickým nadáním, který je integrován v běžné třídě na 1. stupni základní školy, zda je mu poskytována edukační nabídka, která vyhovuje jeho specifickým potřebám. V druhé, hlavní fázi byla pozornost soustředěna na zkoumání vlastností úloh vhodných pro žáka s mimořádným matematickým nadáním. Ve třetí fázi byla v rámci výzkumného šetření ověřena sada gradovaných úloh pro samostatnou práci nadaného žáka. V průběhu druhé a třetí fáze výzkumu také probíhala tvorba úloh, tvorba gradovaných řetězců úloh. V některých dílčích krocích výzkumného projektu bylo přistoupeno také k triangulaci zdrojů dat s cílem získat ucelenější pohled na zkoumaný problém a zvýšit validitu získaných dat.

V našem výzkumu jsme zaměřili pozornost na přímou práci nadaného žáka ve škole, nezabýváme se jeho mimoškolním vzděláváním. Rovněž se nezabýváme využitím výpočetní techniky a vzdělávacího software při edukaci nadaného žáka ve škole.

V současném pedagogickém výzkumu je patrný výrazný trend kombinovat kvalitativní a kvantitativní metodologii, vytěžit silné stránky obou přístupů s ohledem na zkoumaný problém a možnosti jeho řešení. Nahlíženo optikou výzkumného záměru a při posouzení specifik základního souboru (žáci s matematickým nadáním v 5. ročníku ZŠ v ČR) je naše empirické šetření navrženo jako kvalitativní, s dílčími kvantitativními částmi.

Edukační realita, včetně edukačních procesů, které v ní probíhají, je variabilní, dynamická (její prvky se mění v čase) a ovlivněna mnoha faktory; lze ji popisovat, analyzovat a objasňovat vědeckými metodami (Průcha, 2009). Metody v pedagogickém výzkumu představují komplex různorodých poznávacích postupů, jež směřují k získávání vědeckých poznatků (Skalková, 1983), volba metody (nebo metod) vychází z výzkumného problému (Švaříček, Šedřová, 2007; Hendl, 2008).

4.1 Metody sběru, zpracování a interpretace dat, etická pravidla výzkumu

Metody sběru dat

V návaznosti na výzkumný problém byl zvolen smíšený typ výzkumu, těžiště je v kvalitativním výzkumu. „*Neexistuje jediný obecně uznávaný způsob, jak vymezit nebo dělat kvalitativní výzkum*“ (Hendl, 2008, s. 47). Na počátku kvalitativního výzkumu je sběr dat široce rozprostřen, cílem je do hloubky a v kontextu prozkoumat konkrétní široce definovaný jev; jsou vyhledávány pravidelnosti, ze kterých jsou vyvozeny dílčí závěry, pro které se hledá opora v dalších datech (Švaříček, Šedřová, 2007).

Byly použity metody:

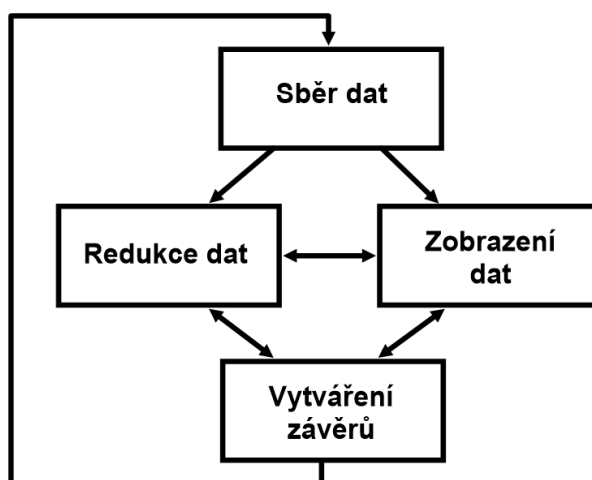
- Pozorování,
- rozhovor,
- analýza dokumentů,
- test.

Hlavní výzkumnou metodou je pozorování, ostatní byly použity jako doplňkové.

Metody zpracování a interpretace dat

Kvalitativní data jsou objemná a postrádají strukturu, proto je při jejich analýze důležitá redukce dat (při zachování odpovídajícího popisu, bez ztráty kontextu) a zobrazení dat pomocí tabulek, blokových schémat a grafů. Analýza dat probíhá cyklicky, její kroky jsou provázané. (Hendl, 2008)

Obrázek 8: Vztahy mezi kroky analýzy kvalitativních dat dle Hendla (2008)



Byly použity metody:

- Kvalitativní analýza dat (segmentace, kódování, kategorizace, identifikace významných vztahů (příp. také neobvyklých detailů), redukce dat, popis jevu, vyhledávání fragmentů pro dokumentování zjištění, interpretace a zhodnocení).
- Grafické nebo tabelární zpřehlednění výstupů.

Kombinování dat získaných různými metodami může pomoci vysvětlit s větší hloubkou a konzistencí zkoumaný jev, obohatit výzkum a umožnit porovnat různé aspekty zkoumaného jevu. Má však i svá rizika, kombinace různých metod sběru dat neimplikuje kompenzaci slabin těchto metod. Triangulaci je možné chápat v různých konceptech, lze ji pojmout jako strategii k zajištění validity nebo jako strategii k ospravedlnění poznatků a jejich podpoře získáním dalších dat. Triangulace může být založená např. na kombinaci metod, na kombinování pohledů na zkoumaný jev (v rámci kvalitativního diskurzu), na kombinaci přístupů. (Švaříček, Šed'ová, 2007)

V naší práci triangulaci uplatňujeme v různých krocích výzkumu. Pozorujeme nadaného žáka v procesu řešení učební úlohy (pozorování interakce učební úlohy a žáka, interakce nadaného žáka s učitelem nebo spolužáky). Na proces nahlížíme z pohledu uspokojování specifických vzdělávacích potřeb nadaného žáka. Tuto perspektivu kombinujeme s pohledem nadaného žáka, doplnkově také s perspektivou učitele či psychologa.

4.1.1 Použité metody sběru dat

Sbírat kvalitativní data lze s využitím zejména pozorování, dotazování a sběru dokumentů; je třeba dbát na etická pravidla, na ochranu informací osobního charakteru (Hendl, 2008).

Pozorování

Pozorování ve výzkumu využíváme ve snaze postihnout chování a jednání lidí, zjistit, co se skutečně odehrává; pozorování nám také pomáhá doplnit výzkumnou zprávu o popis prostředí, např. vybavení třídy, školy (Hendl, 2008). Pozorování je sledování smyslově vnímatelných jevů, zejména chování a jednání lidí v určitém kontextu, zahrnuje deskripci těchto jevů, analýzu a vyhodnocení (Průcha, Walterová, Mareš, 2009; Hendl, 2008; Švaříček, Šed'ová, 2007; Gavora, 2000).

Typy pozorování lze rozlišovat podle míry formalizace, podle míry a druhu interakce s pozorovanými respondenty (Hendl, 2008; Reichel, 2009; Švaříček, Šed'ová, 2007).

Pro jednotlivá kritéria, podle kterých lze pozorování posuzovat, odborníci sestavují přehledy specifických druhů pozorování, základní varianty uvádějí např. Švaříček a Šed'ová (2007):

Zúčastněné a nezúčastněné pozorování. Nezúčastněné pozorování je takové, kde pozorování jedinci nevidí, že je pozorujeme. Jako zúčastněné autoři označují jakékoliv pozorování, kdy sledujeme jevy přímo v prostředí, ve kterém probíhají, přičemž míra účasti se odvíjí od výzkumného záměru. V kvalitativním výzkumu se nejčastěji používá varianta, kdy se výzkumník pohybuje ve studovaném prostředí, ale spíše jen pozoruje jevy, než aby se jich přímo aktivně účastnil.

Nepřímé a přímé pozorování. V prvním případě sledujeme zkoumané jevy ze záznamu, v druhém případě jsme účastni a pozorujeme jevy v jejich průběhu.

Strukturované a nestrukturované pozorování. U strukturovaného pozorování jsou předem vymezeny otázky i zkoumané jevy, u nestrukturovaného pozorování jsou otázky formulovány jako velmi otevřené, cílem je získat zhuštěný popis jednání a případně následně formulovat nové otázky a témata. Strukturované pozorování může být podle Švaříčka a Šed'ové (2007) součástí kvalitativního výzkumu, avšak jako doplňující metoda, nikoli základní.

Otevřené a skryté pozorování. Při otevřeném pozorování je respondentovi známo, že je pozorován, v opačném případě se jedná o skryté pozorování.

V různých fázích našeho výzkumu jsme využili některé varianty přímého zúčastněného pozorování: skryté a otevřené, strukturované i nestrukturované. Nestrukturované pozorování je naší hlavní výzkumnou metodou. Podle Gavory (2000) tento způsob pozorování umožňuje přistupovat k realitě nerutinním způsobem a odhalovat nové či skryté jevy a souvislosti. Nemáme předem stanoven přesný nástroj k pozorování, máme však předem určeny konkrétní osoby a jevy, které budeme v širším kontextu pozorovat.

Rozhovor

Rozhovor je jednou z metod kvalitativního dotazování (Hendl, 2008). Rozhovory obsahují nejen informace o skutečnosti, ale zejména vypovídají o tom, co si respondenti o sledovaném jevu myslí. V kvalitativním rozhovoru je důležité, jaké otázky výzkumník volí, jak jsou formulovány a jakým způsobem jsou pokládány, u odpovědi respondentů je třeba si všimnout nejen obsahu odpovědi, jejímu kontextu, ale také nonverbální součásti sdělení (Hendl, 2008; Reichel, 2009). Ve výzkumu jsme použili metodu volného (neformálního) rozhovoru, dotazování bylo volně utvářené, s otevřenými otázkami. Polostrukturovaný rozhovor jsme

využili v případě rozhovoru s učitelkou nadaného žáka Martina, se kterým bylo půl roku individuálně pracováno, a také ve třetí fázi výzkumu, v krátkých rozhovorech s nadanými žáky při ověřování sady úloh. V neformálně vedeném rozhovoru byly v kontextu situace včleněny předem připravené otázky.

Test

Test je zkouška, která má stejnou podobu pro zkoumané osoby a jejich výsledky jsou posuzovány podle pravidel a převáděny do číselného vyjádření. V pedagogickém výzkumu je využíván zejména testy výkonu, test didaktický - nástroj zjišťování výsledků výuky. Výsledky učení lze posuzovat ve třech oblastech: kognitivní, afektivní a psychomotorické. Kognitivní test zjišťuje kvalitu poznání žáků (např. řešení matematických úloh). Podle interpretace výkonu žáka v testu odlišujeme testy relativního výkonu, kde se výkon žáka vztahuje k populaci ostatních testovaných, a test absolutního výkonu, kde je výkon vztažen ke všem možným úlohám daného tématu. Podle zaměření na jedno nebo více témat lze dělit testy na monotematické a polytematické. Test, jež je sestaven z úloh, u kterých lze objektivně rozhodnout, zda jsou řešeny správně, je označován jako objektivně skórovatelný. Testy subjektivně skórovatelné obsahují úlohy, pro jejichž hodnocení nelze stanovit jasná pravidla, přesto mohou mít oproti objektivně skórovatelným své výhody, např. otevřené široké úlohy mohou ověřovat komplexnější vědomosti a dovednosti. Při konstrukci testu zvažujeme jeho účel, obsah (témata, pojmy, vztahy, aj.), rozsah, stupňování obtížnosti. (Chráska, 2007)

V našem výzkumu jsme v druhé fázi použili nestandardizovaný didaktický test a ve spolupráci s PPP standardizovaný psychometrický test.

Vlastnosti testu

Základní požadavky na didaktický test jsou jeho validita, reliabilita a praktičnost, příp. také posouzení obtížnosti a citlivosti úloh (Chráska, 1999, 2007).

Validita testu

Test označíme jako validní, pokud skutečně zjišťuje to, co je deklarováno, že test bude zkoumat, zda postihuje měřený znak; validita je obvykle posuzována odborníky, je ovlivněna názory autora testu, příp. názory posuzovatele testu (Chráska, 1999; Skalková, 2007). Jako příznak toho, že je test validní a že byl test vytvořen jako celek správně, uvádí Zhouf (2010) průměrnou úspěšnost testu 50 %, kde je údaj vypočítán jako aritmetický průměr úspěšnosti jednotlivých úloh (správného řešení respondenty).

Reliabilita testu

Reliabilita testu vypovídá o tom, v jaké míře je test ovlivněn náhodnými vlivy. Koeficient reliability nabývá hodnot z intervalu od 0 do 1; čím větší koeficient, tím je větší spolehlivost testu a menší vliv náhody. Aby byl výpočet reliability smysluplný a věrohodný, měl by posuzovaný test obsahovat homogenní úlohy a měl by být řešen dostatečně velkým počtem žáků. Reliabilita závisí také na počtu úloh. Obsahuje-li test malý počet úloh (10 a méně), koeficient reliability se pohybuje nejvýše kolem hodnoty 0,60. U nestandardizovaných testů má reliabilita omezenou platnost, je třeba vybrat vhodný model výpočtu; i přes zmíněná omezení je vhodné provést výpočet reliability pro orientační posouzení testu. (Chráška, 1999)

Analýza dokumentů

Základním předpokladem studia jakéhokoliv dokumentu je schopnost mu porozumět a interpretovat jej (Reichel, 2009, s. 127). V našem výzkumu to bude zejména analýza žákova písemného záznamu řešení úlohy. Byl také zkoumán RVP ZV, text vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace, a přehledy dat o počtu nadaných, získaných z NÚV (od koordinátorky pro nadané děti a mládež). Při studiu dokumentu se může jednat o *vnitřní analýzu*, kdy zkoumáme přímo nějaký prvek dokumentu, nebo o *vnější analýzu*, kdy nás zajímá kontext a okolnosti vzniku dokumentu (Reichel, 2009). Zvažovali jsme, zda analýzu žakovských řešení úloh nezahrnout pod metodu pozorování, protože jsme pozorovali žáka při záznamu řešení úloh i kontext situace, kdy záznam vznikal.

4.1.2 Formulování etických pravidel výzkumu

Před zahájením výzkumu ve společenskovední oblasti by si měl každý badatel ujasnit etické otázky výzkumu; věnovat pozornost různým aspektům, mezi které patří: *soukromí, informovaný souhlas, emoční bezpečí, zatajení cílů a okolností výzkumu, reciprocita* (Hendl, 2008).

Pro náš výzkum jsme formulovali tato pravidla:

- Všechna data o respondentech ve výzkumu budou anonymizována, uváděná křestní jména žáků budou změněna, jména škol nebudou uvedena.
- K výzkumu ve školách bude získán souhlas ze strany školy (vedení školy, učitele, v jehož třídě bude výzkum probíhat), informovaný souhlas rodičů nadaných žáků, informovaný souhlas rodičů žáků ze třídy, kde bude provedeno testování.

- V případě, kdy získáme v průběhu výzkumu velmi citlivé (osobní) informace, nebudeme je vůbec zařazovat do zprávy z výzkumu.
- V průběhu výzkumu budeme vedeni snahou, aby náš výzkum co nejméně rušil běžný chod školy, běžnou výuku a co nejméně zatěžoval žáky, ale i učitele.
- Učitelům, kteří se do výzkumu (i předvýzkumu) zapojí se svými žáky, bude nabídnuta recipročně nestandardní vyučovací hodina matematiky.

4.1.3 Výběr zkoumaných případů

Charakteristika základního souboru

Náš výzkum je zaměřen na žáky s mimořádným matematickým nadáním (nebo všeobecným intelektovým nadáním), (srov. kap. 1.2), kteří jsou integrováni v běžné třídě v 5. ročníku na 1. stupni základní školy. Na samém začátku výzkumu nás zajímalo, kolik je těchto žáků v Ústeckém kraji (a v ČR) evidováno v PPP, zjistit počet je obtížné. Ve statistických souborech z PPP jsou zaznamenána data vztahující se ke kategoriím ISCED (viz seznam zkratk), nikoli ročníkům školní docházky. V PPP evidují obvykle žákův rok narození, nikoli aktuálně navštěvovaný ročník základní školy. Poradny na konci školního roku 2010/2011 v celém Ústeckém kraji evidovaly v primárním vzdělávání pouhých 32 mimořádně nadaných žáků. Údaj o počtu mimořádně nadaných žáků v 5. ročníku ZŠ nebyl znám.

Náš výzkum má převážně kvalitativní design, výsledky nelze vztáhnout na celou populaci mimořádně nadaných žáků v ČR (kteří jsou diagnostikováni odborníky z PPP). Významným faktorem, který je také nutno vzít v úvahu, je malá homogenita populace rozumově nadaných žáků - nadaní jedinci jsou velmi individuálně odlišní, často jsou to již od velmi útlého věku výrazné osobnosti (Laznibatová, 2007, 2012).

Hromadné vyučování ve třídách je nejrozšířenějším typem edukačního procesu ve školách (Průcha, 2002). Vybírali jsme nadané žáky a učitele ze škol, ve kterých je výuka organizována běžným způsobem, neměli jsme v úmyslu zkoumat problém v prostředí škol, které se vymezují jako alternativní. Pracovali jsme s respondenty z Ústeckého kraje, výjimkou je pouze doplňkové pozorování při hospitaci ve třídě, kde je uplatňována separovaná forma vzdělávání nadaných; taková ale v Ústeckém kraji není, respondenti jsou ze základní školy ve Zlínském kraji.

Výběr zkoumaných jednotek. Jednotlivé případy nejsou vybírány ve smyslu výběru v kvantitativním výzkumu, kde lze mj. na základě vhodného výběru vztáhnout výsledky

na celý základní soubor, ale jsou voleny s ohledem na téma a výzkumné otázky. Výběr zkoumaných případů lze nahlížet z hlediska:

- Struktury výběru, zda je předem daná nebo se postupně určuje,
- úrovně výzkumu, (fáze výzkumného procesu) zda je rozhodováno o výběru při sběru dat (s jakými jednotkami budeme pracovat), při interpretaci dat (která data jsou směrodatná vzhledem k výzkumné otázce) či při prezentaci výsledků (rozhodujeme, kterými daty doložíme naše závěry). (Hendl, 2008)

Charakteristika výběru případů v jednotlivých fázích výzkumu

V předvýzkumu jsme měli předem vyjasněnu strukturu výběru, chtěli jsme pozorovat nadané žáky ve vyučovací hodině matematiky ve třech odlišných vzdělávacích prostředích: Nadaného žáka 5. ročníku ZŠ, který je integrován v běžné třídě, v běžné základní škole, a nadaného žáka 5. ročníku ZŠ, který je integrován v základní škole, která deklaruje zvýšenou péči nadaným žáků a která je veřejností vnímána jako „škola pro nadané žáky“. Abychom lépe porozuměli souvislostem integrovaného vzdělávání nadaných žáků, chtěli jsme pro porovnání pozorovat nadaného žáka 5. ročníku ZŠ, který se vzdělává ve třídě, kde je uplatňována segregovaná forma vzdělávání, taková však v Ústeckém kraji není, získali jsme souhlas s hospitací na základní škole ve Zlínském kraji, kde je uplatňována částečná segregovaná forma vzdělávání na prvním stupni ZŠ (podrobněji níže).

V druhé fázi výzkumu bylo zpočátku velmi obtížné získat počáteční informace, aby bylo možné navázat kontakt s rodiči nebo učiteli žáka s mimořádným matematickým (nebo všeobecným rozumovým nadáním) z 5. ročníku ZŠ, se kterým jsme chtěli dlouhodobě individuálně pracovat. V době, kdy jednání s PPP v Ústeckém kraji nebyla úspěšná, autorku disertační práce oslovila učitelka matematiky ze základní školy s prosbou o metodickou radu, jak pracovat s matematicky nadaným žákem na 1. stupni ZŠ, zmíněný nadaný žák vyhovoval hledanému profilu; byla navázána spolupráce. Ve škole, kde se nadaný žák vzdělával, bylo provedeno testování všech jeho spolužáků, jejichž rodiče s testováním vyjádřili souhlas.

Ve třetí fázi jsme pro ověření testovací sady vyhledávali nadané žáky v 5. ročníku již ve spolupráci s pracovníky PPP a současně přímým dotazováním na základních školách v Ústeckém kraji. Předem jsme neměli určenu strukturu a rozsah výběru, předpokládali jsme ukončení po teoretickém nasycení (srov. Hendl, 2008, 2009; Švaříček, Šed'ová, 2007).

4.2 Předvýzkum

Ve vlastním výzkumu chceme zjistit, jaká edukační nabídka je vhodná pro matematické vzdělávání žáka s mimořádným matematickým nadáním, který je integrován v běžné třídě na 1. stupni základní školy, je třeba získat vstupní informace, jak probíhá jeho vzdělávání v pedagogické praxi. Vycházeli jsme ze zjištění ČŠI (2012), že opatření podpory vzdělávání nadaných žáků není dostatečně uplatňováno v praxi.

Hlavním cílem předvýzkumu bylo získat vstupní informace pro vlastní výzkum, navázat na závěry ČŠI a zjistit, jak se s nadaným žákem pracuje v běžné třídě. Zajímalo nás, zda mu učitel poskytuje odlišnou vzdělávací nabídku, která odpovídá jeho specifickým potřebám. Jaké úlohy mu zadává, jaké organizační formy volí a jak probíhá interakce nadaný žák – učitel, příp. nadaný žák – spolužáci. Věnovali jsme pozornost dalším faktorům, které by mohly být významné při specifickém vzdělávání nadaného žáka.

Formulovali jsme otázky:

S1 Jakým činnostem se nadaný žák v průběhu vyučovací hodiny věnuje?

S2 Jaké úlohy jsou mu zadávány a jak s nimi pracuje?

S3 Jak ovlivňuje jeho práci s úlohami organizační forma výuky, vč. interakce s učitelem a spolužáky?

Metody sběru dat

Informace, jak se s nadaným žákem pracuje lze získat přímým pozorováním ve třídě. Informace od učitele, nadaného žáka, rodičů nebo psychologa jsou informace zprostředkované, ale mohou přinést zajímavé poznatky.

V rámci předvýzkumu byly použity metody:

Přímé zúčastněné pozorování nadaného žáka při vyučovací hodině matematiky:

- pozorování nadaného žáka v běžné třídě,
- pozorování nadaného žáka při hospitaci ve třídě, která je ve škole, jež deklaruje specifickou péči integrovaným nadaným žákům,
- pozorování při hospitaci ve třídě, kde jsou nadaní žáci soustředěni v jedné třídě,

rozhovor

- s psychology z PPP,

- s rodiči nadaných žáků,
- s učiteli nadaných žáků,

analýza dokumentů.

Hlavní metodou v předvýzkumu je pozorování, ostatní metody byly použity jako doplňkové.

Pozorování při hospitaci

Jsme si vědomi toho, že přítomnost cizí osoby ve třídě může ovlivnit vyučování, domníváme se, že zejména učitelé, kteří nejsou zvyklí na přítomnost dalších osob ve třídě, mohou pociťovat diskomfort a nepříjemný pocit, že jsou kontrolováni. Autorka hovořila s učiteli a snažila se, aby tento pocit byl eliminován.

4.2.1 Pozorování při hospitaci v běžné třídě – nadaný žák bez zvláštní péče

Charakteristika vzorku a popis okolností pozorování

Byla vybrána „běžná“ základní škola s přibližně 500 žáky, která se speciálně nevymezuje vzhledem ke vzdělávání nadaných. V páté třídě je integrován žák s intelektovým nadáním, k jehož pozorování byl získán souhlas. Pozorování proběhlo v obvyklé hodině matematiky, učitelka věděla o návštěvě den předem a věděla také, že pozornost bude soustředěna na nadaného žák a jeho činnost v průběhu vyučovací hodiny.

Popis použité metody

Bylo zvoleno strukturované pozorování. V rámci přípravy byly vymezeny pozorované kategorie a určeno jejich kódování pro rychlý záznam během pozorování. Byl zvolen desetisekundový interval a vytvořen arch pro záznam pozorování (příloha 1).

Z hlediska činnosti žáka bylo zvoleno 5 kategorií pro různé situace:

- **Instrukce.** Tato kategorie zahrnuje přípravu k vlastní činnosti - žák přijímá instrukce, připravuje si pomůcky, pohybuje se po třídě (k tabuli, na místo skupinové práce, ...).
- **Práce.** Žák pracuje – píše do sešitu nebo na tabuli, čte si zadání úlohy, hovoří se spolužáky o úloze, kontroluje řešení v sešitě, apod.
- **Komunikace.** Komunikace žáka s učitelem, včetně komunikace nonverbální.
- **Relaxace.** Žák relaxuje nebo bloumá v myšlenkách.
- **Nežádoucí.** Žák se věnuje nežádoucí činnosti, ruší spolužáky, apod.

Záznamový arch byl vyplněn během pozorování ve vyučovací hodině, k zápisu byly použity symboly pro jednotlivé kategorie k rychlému zápisu, bezprostředně po pozorování byl doplněn o další poznámky, které při vlastním pozorování nebylo možné zapsat.

Průběh pozorování a získaná data, jejich interpretace

Ve třídě je přítomno 23 žáků. Cílem vyučovací hodiny je procvičování násobení víceciferným činitelem. V úlohách početního charakteru jde o procvičování písemného algoritmu násobení víceciferných přirozených čísel, ve slovních úlohách je k řešení třeba opět operace násobení, kterou žáci automaticky aplikují na číselné údaje, které se v textu úloh vyskytují. Z hlediska posouzení v rámci taxonomie kognitivních cílů se jedná o úlohy nejnižší, znalostní úrovně. Nadanému žákovi není věnována žádná zvláštní péče, dostává stejné úkoly jako ostatní žáci ve třídě. Úlohy jsou pro něj extrémně snadné, vypracuje je velmi rychle a pak relativně dlouho nemá zadánu činnost, toto se v průběhu vyučovací lekce několikrát opakuje. U nadaného žáka je v úvodu vyučovací hodiny patrná koncentrace pozornosti, i když přímo nesleduje pohledem učitelku, pozorně poslouchá a snaží se plnit úkoly (nevšímá si spolužáků, soustředěně pracuje, hlásí se).

Po vypracování několika úloh, které mají rutinní charakter, nadaný žák začíná chybovat, po upozornění si chyby opraví. Žák má zadané úlohy vypracovány velmi rychle. Již se nehlásí u každé úlohy zvednutím ruky o slovo jako na počátku vyučovací hodiny. Pokud někdo ze spolužáků udělá chybu při řešení úlohy na tabuli, z lavice to bez vyzvání učitelky komentuje hlasitým: „Špatně!“. Učitelka to ignoruje. Nadaný žák je vyvolán k tabuli, bezchybně a svižně násobí dvě čísla, svůj postup nahlas popisuje a zdůvodňuje (všímáme si vady výslovnosti u sykavek). Ve 20. minutě vyučovací hodiny si na chvíli stoupl v lavici, zřejmě potřeboval relaxaci. Postupně vyhledává kontakt se spolužáky, někdy radí a kontroluje jejich řešení, pošťuchuje je, i s těmi, kteří píšou, se snaží navázat hovor, který se nevztahuje k výuce, střídavě si lehá na lavici nebo vstává a chodí po třídě. Pokud je zadána další úloha, rychle ji vyřeší, pak relaxuje nebo ruší.

Učitel může nesprávně interpretovat projevy žáků (nejen nadaných), které ve výuce pozoruje. Jako příklad uvádíme oční kontakt, který navazoval nadaný žák s učitelkou. Žák, pokud přemýšlí, odvrací pohled stranou, nedívá se učitelce do tváře, může si to učitelka vysvětlovat jako nepozornost. Naopak, pokud ji soustředěně sleduje, vnímá to jako aktivní účast žáka ve výuce. Nadaný žák nesledoval pohledem učitelku při zadávání instrukcí, v průběhu hodiny jí věnoval jen letmé pohledy, sporadicky pohledem sledoval při řešení úloh dění u tabule,

poslouchal, někdy odvracel pohled ze třídy směrem k oknu. Ve dvou situacích však učitelku sledoval dlouze a velmi bedlivě, což si učitelka vysvětlovala jako žádoucí chování, soudě podle mírného úsměvu. V okamžiku, kdy učitelka odvrátila tvář od žáků směrem k tabuli, nadaný žák v první situaci šťouchl perem pod žebra spolužáka v lavici, v druhé situaci jiného spolužáka kopnul.

Snaha nadaného žáka pracovat se díky neadekvátnímu obsahu, metodám i formám výuky změnila v nežádoucí jednání. Všem žákům ve třídě byla zadána řada obdobných úloh, ve kterých aplikovali stále stejný postup. Nejen to, že se nadaný žák nudil a nepracoval, ale po krátkém čase si začal sám vyhledávat činnost - rušil spolužáky hovorem a pošťuchováním. Přestože byla ve třídě cizí osoba, žák na ni po chvíli zapomněl a bylo pozorováno nežádoucí chování, včetně fyzického napadání spolužáků, kterého si učitelka vůbec nevšimla.

Výstupy ze strukturovaného pozorování jsou patrné z tabulky 1 a z grafu na obrázku 9 a 10. V průběhu hodiny žák několikrát rychle vyřešil předložené úkoly a zbývající čas bloumal v myšlenkách (relaxace) nebo rušil spolužáky.

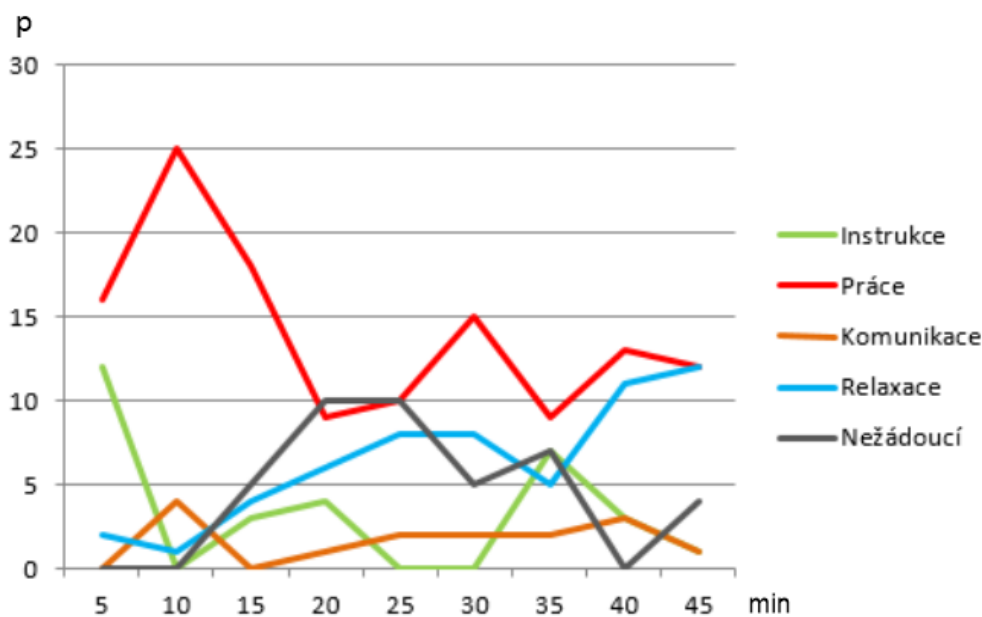
Tabulka 1: Podíl činností nadaného žáka v průběhu vyučovací hodiny

P		1	2	3	4	5	6	7	8	9	Celkem	PP
U		0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45		
C	Instrukce	12	0	3	4	0	0	7	3	1	30	11%
	Práce	16	25	18	9	10	15	9	13	12	127	47%
	Komunikace	0	4	0	1	2	2	2	3	1	15	6%
	Relaxace	2	1	4	6	8	8	5	11	12	57	21%
	Nežádoucí	0	0	5	10	10	5	7	0	4	41	15%
											270	100%

Vysvětlivky:

- P pořadí pětiminutového intervalu od začátku vyučovací hodiny
- U časový úsek vyučovací hodiny v minutách
- C počet desetisekundových úseků, ve kterých žák vykonával činnost v dané kategorii
- PP časový podíl činností vyjádřený v procentech

Obrázek 9: Grafické znázornění podílu činností nadaného žáka v pětiminutových intervalech v průběhu vyučovací hodiny



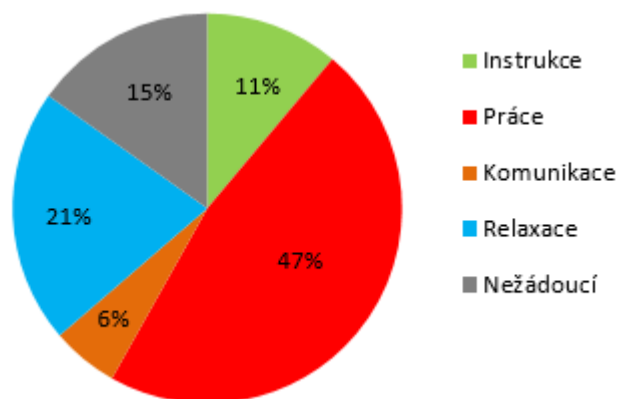
Vysvětlivky:

p počet desetisekundových úseků

min počet minut od začátku vyučovací hodiny (pětiminutové úseky)

Z grafu se jeví, že čas, který žák nevyužil k práci, věnoval zejména nežádoucím činnostem. Výuka nerespektovala psychohygienické zásady, z grafu je zřejmý nárůst potřeby relaxace; pozorovali jsme, že ji žák volil spontánně, učitelkou nebyly cíleně střídány činnosti ani zařazovány relaxační činnosti. V průběhu celé hodiny probíhala komunikace mezi učitelem a nadaným žákem, byť velmi krátkodobá.

Obrázek 10: Grafické znázornění časového podílu činností nadaného žáka ve vyučovací hodině



Zdá se, že časový podíl, kdy nadaný žák pracoval - 47 %, je relativně vysoký. Usuzujeme, že úlohy nadaného žáka optimálně nerozvíjely, protože řešení úloh nevyžadovalo využít vyšší úrovně myšlení a z projevů nadaného žáka bylo zřejmé, že pro něj byly úlohy příliš snadné (srov. Csikszentmihalyi, kap. 3.4.4). Učitelka byla vytížená řízením frontální výuky, rozdáváním lístků se zadáním úloh a kontrolou žáků v lavicích, vůbec neregistrovala situace, kdy nadaný žák obtěžoval či dokonce fyzicky napadal spolužáky, nereagovala ani na žákovo bloumání po třídě nebo polehávání na lavici. Obsah i forma pozorované výuky je nevyhovující z hlediska uspokojování „běžných“ i specifických vzdělávacích potřeb nadaného žáka.

4.2.2 Pozorování při hospitaci v běžné škole, která deklaruje specifickou péči

Charakteristika vzorku a popis okolností pozorování

Výzkumné šetření se uskutečnilo v 5. třídě na základní škole, která má přibližně 700 žáků, profiluje se jako jazyková. V ŠVP deklaruje péči žákům, kteří mají specifické vzdělávací potřeby, vč. žáků s nadáním. Veřejností je škola vnímána jako „elitní“ škola vhodná pro nadané žáky. Pozorování proběhlo v páté třídě v obvyklé hodině matematiky, učitelka věděla o hospitaci předem a věděla také, že pozornost bude soustředěna na činnost nadaného žáka v průběhu vyučovací hodiny. Ve třídě s 26 žáky je integrovaný jeden žák s intelektovým nadáním, na hodiny matematiky dochází také ze čtvrtého ročníku žák s diagnostikovaným matematickým nadáním, který byl ale v době pozorování nepřítomen.

Bylo použito nestrukturované pozorování. Jeho cílem bylo sledovat činnost nadaného žáka v průběhu vyučovací hodiny a jeho interakci s učitelem, případně spolužáky. V průběhu pozorování byly pořízeny pracovní poznámky, bezprostředně po vyučovací hodině byly doplněny o další detaily.

Průběh výzkumu a získaná data z pozorování, jejich interpretace

Pozorujeme didakticky precizně zvládnutou vyučovací hodinu. Učitelka na začátku sděluje žákům cíle vyučovací hodiny, nastíní žákům průběh hodiny, vč. orientačních instrukcí pro nadaného žáka; působí velmi vyrovnaně, daří se jí vytvářet pozitivní klidnou pracovní atmosféru.

Nadaný žák je opakovaně hotov s úlohami dříve než spolužáci, dostává od učitelky v průběhu vyučovací hodiny úkoly navíc, obvykle další úlohy z učebnice, z kapitoly, která je právě probírána, ale také úlohy „s hvězdičkou“ ze speciální části učebnice. V průběhu dostává

dvakrát předem připravené instrukce na lístku (stránku a čísla úloh v učebnici), se slovní instrukcí, že má úlohy vypracovat v době, kdy bude hotov s prací, která je zadána celé třídě. V průběhu hodiny je učitelkou několikrát také instruován slovně (zadání úlohy z učebnice), zejména v situacích, kdy učitelka reaguje na aktuální průběh práce nadaného žáka. Žák se účastní některých částí hodiny spolu s ostatními ve třídě, někdy přeruší práci na svém zvláštním úkolu a vrací se ke společné práci s ostatními. Dvakrát je nadaný žák *opakovaně* vyzván, aby se připojil k práci třídy. V první situaci podle jeho chování usuzujeme, že byl příliš soustředěn na svou činnost, v druhém případě žák výzvu slyšel (změnil držení těla), ale díval se dál do sešitu a snažil se příklad dopsat. V ostatních situacích žák při práci zvládá registrovat dění ve třídě a požadavky učitelky a podle toho přerušovat práci na svých zvláštních úkolech. Učitelka je v průběhu vyučovací hodiny v individuálním kontaktu s nadaným žákem – zadává mu průběžně úkoly a bez problémů průběžně kontroluje i jeho práci v sešitě, obdobně kontroluje práci i jiných žáků. Nadaný žák je vytížen individuální činností prakticky po celou vyučovací hodinu.

Během našeho výzkumného pozorování jsme zaznamenali, že při aplikaci této organizační formy nadaný žák na výzvu učitele *často přerušuje práci na svém úkolu*, jeho vzdělávací potřeby ustupují do pozadí před vzdělávacími potřebami ostatních žáků ve třídě. Nadaný žák má svá kritéria hodnocení (i pro to, zda je úloha již hotová), má silnou touhu poznávat (srov. kap. 3.2.1), a s tím spojenou potřebu najít odpověď na otázku, vypracovat řešení úlohy a *dokončit úkol*. To je možná příčina toho, proč někdy neslyší instrukce učitele a někdy je i registruje, ale nereaguje na ně a pokouší se svůj úkol dokončit. To, že žák během našeho pozorování převážně dokázal svou pozornost rozptýlit i na dění ve třídě, si vysvětlujeme tím, že úlohy pro něj byly příliš snadné a nevyžadovaly, aby se hlouběji zamyslel. Z chování nadaného žáka i z pozorování jeho interakce s učitelkou bylo zřejmé, že je to běžný způsob práce, na který jsou oba zvyklí, a nejedná se o výjimečnou situaci.

4.2.3 Pozorování při hospitaci ve třídě pro nadané žáky

Charakteristika vzorku a popis okolností pozorování

Rozhodli jsme se pro pozorování ve třídě, kde jsou vzdělávání nadaní žáci separovanou formou a pokusit se najít aspekty, které by moly být přínosné pro integrovanou formu vzdělávání. Kladli jsme si otázky: V čem se liší vzdělávání nadaných žáků, kteří jsou soustředěni v jedné třídě? Jsou zde lépe uspokojovány vzdělávací potřeby (nejen kognitivní)?

V Ústeckém kraji nebyla v době výzkumu škola, která poskytuje primární vzdělávání nadaným žákům soustředěným v jedné třídě. Pozorování proběhlo při hospitaci ve 4. ročníku základní školy ve Zlínském kraji, ve třídě, kde se vzdělávají nadaní žáci podle vzdělávacího programu pro žáky s diagnostikovaným mimořádným rozumovým nadáním. Ve zmíněné škole je na 1. stupni zavedena výuka skupin nadaných žáků v programu ERIN (Edukace a rozvoj intelektově nadaných). V předmětech s převahou intelektového zaměření je zohledněn jejich vývojový náskok před vrstevníky, v ostatních předmětech (výchovách) jsou nadaní žáci vzděláváni spolu s vrstevníky. Ředitelka školy Z. Jančíková (2012) popisuje specifika a výhody tohoto modelu vzdělávání nadaných, ve kterém je, dle jejího vyjádření, kladen důraz na sociální integraci nadaných žáků.

Výběr konkrétní třídy je učiněn ředitelkou školy, hospitace nebyla předem ohlášená. Návštěva ředitelky nebo osob z vnějšího prostředí školy jsou běžnou součástí výuky a chodu školy, jak vyplývá z rozhovoru s ředitelkou školy i z chování učitelky i žáků. Ve třídě je v době pozorování přítomno 7 žáků, všichni mají diagnostikováno PPP mimořádné intelektové nadání.

Průběh pozorování, získaná data a jejich interpretace

Na začátku vyučování je věnován velký prostor rozhovoru žáků a učitelky v komunitním kruhu, je mj. řešen drobný konflikt mezi žáky z minulého dne, týká se půjčování si pomůcek bez dovození a slovní roztržky. Žáci vyjadřují své názory, pocity, učitelka vystupuje jako mediátor. Poté, co žáci navrhli, jak se v podobné situaci v budoucnu zachovat lépe, se účastníci konfliktu sobě navzájem omluvili. Vše je uzavřeno, tak, aby mezi žáky nezůstala žádná emocionální tenze. Z průběhu je zřejmé, že jsou žáci vedeni k reflexi emocí a k vnímání vztahů ve skupině, že podobné činnosti jsou běžnou součástí jejich školního vzdělávání.

V bloku výuky jsou řešeny různé úlohy, jež jsou propojeny kontextem, střídá se samostatná i společná práce žáků. Zpočátku žáci i učitelka sedí u jednoho velkého pracovního stolu, v průběhu výuky se podle potřeby volně přemísťují v místnosti. Žákům jsou předkládány úlohy s různou úrovní kognitivní náročnosti, převládají úlohy vyžadující vyšší úroveň myšlení, jsou zařazeny úlohy, vyžadující manipulaci s předměty (stříhání papíru). Úlohy prolínají obsahem různých vzdělávacích oblastí a průřezových témat. Žáci mají za úkol v tabulce písmen vyhledat cizí slova, vysvětlit jejich význam, se slovy dále pracují v navazujících úlohách, které mají různý charakter i obsah (např. v matematické optimalizační

úloze). Soubor obsahuje slova jako např. analýza, fašismus. V úloze, kde se individuálně žáci snaží sestavit co nejdelší slovo podle zadaných parametrů, se neobjevuje rivalita, ale naopak spontánní kooperace žáků při výměně písmen. A to i přesto, že za sestavená slova získávají body – „imaginární peníze pro nákup“ v další, navazující úloze.

Jsme si vědomi, že ředitelka školy vybrala pro hospitaci výuku, kterou vedla učitelka s profesními kompetencemi na vysoké úrovni a s dobrými znalostmi specifických vzdělávacích potřeb žáků. Z jednoho pozorování nelze usuzovat, že na tak vysoké úrovni učí všichni učitelé ve třídách pro nadané. Naším cílem však bylo zjistit odlišnosti výuky ve třídě pro nadané žáky od výuky v běžné třídě, v čem uspokojuje specifické potřeby rozumově nadaných lépe a v čem by mohla být inspirující pro integrovanou formu výuky. Z pozorování se jeví, že malý počet žáků ve třídě umožňuje velkou míru *individualizace*. Rovněž hodnotíme jako významné, že učitelka věnovala mnoho času i pozornosti *emocionálním potřebám* žáků a budování kladných vztahů ve skupině. Učitelka nastavovala *úroveň kognitivních požadavků* úloh z pohledu běžné žakovské populace velmi vysoko, z pozorování vyplývá, že úroveň požadavků byla adekvátní dovednostem nadaných žáků i jejich potřebám. Žáci pracovali se zaujetím, jejich práce (řešení úloh) *nebyla přerušována*. Úlohy v pozorované vyučovací hodině, ač byly *obsahem a formou velmi odlišné*, byly *propojeny kontextem*, navazovaly na sebe.

4.2.4 Rozhovory s psychology z PPP

Autorka disertační práce vedla rozhovory se čtyřmi psychology z PPP, kteří se zabývají problematikou nadaných dětí a mládeže, do textu práce byly zařazeny informace od dvou z nich z PPP v Ústeckém kraji, se kterými autorka navázala dlouhodobou spolupráci.

Získaná data a jejich interpretace

Psychologové se v poradnách setkávají s nadanými žáky zejména ve třech typech situací:

- Při diagnostice nadání, kdy žádost je podána na podnět rodičů nebo školy; případně při průběžných vyšetřeních – jedná se o vyšetření, které po roce nebo po dvou letech navazuje na předchozí diagnostické vyšetření nadání.
- Při vyšetření, kdy jsou důvodem návštěvy v PPP vzdělávací nebo kázeňské problémy žáka, a je odhaleno nadání.

- Při řešení školních problémů nadaného žáka. Důvodem vyšetření bývá to, že žák podává nevyrovnaný výkon v různých předmětech, v některých předmětech selhává, má velmi špatný prospěch.

Psychologové v PPP mají informace o vzdělávání ve školách zprostředkované, setkávají se s nadanými žáky v prostředí poradny při diagnostice a v situacích, kdy už je třeba řešit závažný školní problém. O vzdělávání ve škole, o působení některých učitelů (pozitivním i negativním) získávají informace z materiálů, které přikládá škola k žádosti o vyšetření, z rozhovorů s nadaným žákem, s rodiči, případně z osobního jednání s učitelem či ředitelem školy.

Z pohledu psychologa je závažné, že řada učitelů nemá základní znalosti o typických projevech a specifických potřebách intelektově nadaných žáků. Učitelé velmi často tyto projevy chybně interpretují (např. jako drzost, nepozornost nebo lajdáctví, ale také pomalost či nezvládnutí), což je příčinou řady nedorozumění a konfliktů, mezi učitelem a žákem, ale také mezi učitelem a rodiči. Někdy se také snaha rodičů primárně vyhovět škole promítne do rodinných vztahů a vzniká napětí i mezi rodiči a dítětem. Někteří ambiciózní rodiče se dožadují zvláštní péče pro své dítě, které však není mimořádně nadané, jindy se naopak rodiče zdráhají poslat dítě na vyšetření do PPP, projevy a výkony dítěte nepovažují za výjimečně nadprůměrné, protože jsou sami nadaní, případně další jejich děti podávají nadprůměrné výkony.

Ve zprávě o diagnostickém vyšetření žáka se psychologové z PPP při formulování doporučení pro specifické vzdělávání mimořádně nadaného žáka neřídí primárně normativními dokumenty, ale profesní etikou. Individuální vzdělávací plán mimořádně nadaného žáka se po schválení stává pro školu závazným vzdělávacím dokumentem (kap. 3.1.2) a měl by být důležitým východiskem při tvorbě edukační nabídky pro konkrétního žáka. Při studiu 4 poradenských zpráv mimořádně nadaných žáků (ke kterým jsme dostali souhlas rodičů), také ve zprávě z PPP k projektu Nadání je třeba rozvíjet (Pekařová, 2014), jsme zaznamenali, že v některých případech odborník z PPP doporučí tvorbu IVP, někdy pouze „podpůrná opatření“ nebo uvádí jen, že „stávající způsob vzdělávání vyhovuje“. Dotázali jsme se, podle čeho se v poradnách odborníci rozhodují, zda doporučí vzdělávání mimořádně nadaného žáka podle IVP. Podle obou respondentů to závisí na posouzení konkrétním psychologem, který provádí vyšetření. „Pokud to vypadá, že vzdělávání dítěte funguje i bez IVP a že se dítě adekvátně rozvíjí, tak IVP nedoporučíme. Je to stejné jako u dětí se specifickými poruchami

učení, kde se vzdělávání daří i bez integrace, tak není nutné integraci doporučovat.“ Druhý psycholog uvedl odlišnou („neoficiální“) informaci. „Pro nás je na prvním místě zájem dítěte..., když vím, že by se to obrátilo proti dítěti, integraci nedoporučím; i když by IVP potřeboval..., máme negativní zkušenosti s konkrétními učiteli..., některé velmi závažné...“.

Shrnutí dat z rozhovorů s psychology z PPP a závěry

Psychologové v poradnách se setkávají s nadanými žáky nejen při cílené diagnostice nadání, ale podle jejich slov velmi často v případech, kdy má žák vzdělávací či kázeňské problémy ve škole a při vyšetření je odhaleno nadání. Pracovníci PPP mají informace o výchovně vzdělávacích podmínkách v jednotlivých školách, jsou si vědomi vlivu (a zodpovědnosti) vedení školy, popisují odlišné klima pro vzdělávání nadaných na různých školách, registrují odlišné profesní kompetence jednotlivých učitelů. Na základě *komplexního* posouzení dostupných informací se rozhodují, zda doporučí škole vzdělávání nadaného žáka podle IVP. Interakce mezi školou a PPP je „obousměrná“, nejen, že PPP svými doporučeními ve zprávě ovlivňuje školní vzdělávání nadaných, ale doporučení PPP reflektují informace o vzdělávání ve škole.

V souvislosti s problematikou řešení úloh a souvisejících aspektů jsou zařazeny další informace z rozhovorů s psychology z PPP v kap. 4.3.5 níže, dle kódování kvalitativních dat souvisely informace s jevy zde popisovanými. Obdobně data z rozhovorů s rodiči mimořádně nadaných žáků, kteří již absolvovali vzdělávání na 1. stupni základní školy.

4.2.5 Rozhovory s učiteli

Byly vedeny nestrukturované rozhovory s osmi učitelkami prvního stupně ze základních škol v Ústeckém kraji. 3 byly kontaktovány při návštěvách škol a 5 při školeních k problematice vzdělávání nadaných žáků, 1 z nich se účastnila školení, protože jí bylo nařízeno ředitelem školy, 4 učitelky deklarovaly vlastní zájem o školení.

Získaná data a jejich interpretace

Některé učitelky z výzkumného vzorku chápou zvláštní péči nadanému žákovi jako přirozenou součást své práce a podle jejich slov zvládají některé strategie uplatňování diferencované výuky a individuálního přístupu, v některých částech vyučovací hodiny matematiky zadávají nadanému žákovi jiné úlohy než ostatním žákům. Čerpají z učebnic aktuálně používaných, příp. učebnic starších, ze sbírek úloh rekreační matematiky, příp. nahodile z jiných zdrojů. Jedná se o úlohy obdobné, k procvičení, nebo o úlohy nestandardní.

Pokud mají v učebnici k dispozici obtížnější úlohy (dříve označené „s hvězdičkou“), sdělují, že jich je nedostatek.

Níže uvádíme často se opakující nebo extrémní názory vyjadřující postoje učitelů, kteří vnímají problémy ve specifické péči poskytované nadanému žákovi.

Učitelé vyjadřují názor, že zvláštní péčí budou mít nadaní žáci vědomostní a dovednostní náskok, který bude příčinou dalších potíží. V českých školách převládá integrovaná forma vzdělávání intelektově nadaných. Učitelé pro ně hledají vhodný obsah a formu edukační nabídky; často vyjadřují obavy, že díky zvláštní péči budou nadané děti „příliš vpředu“ oproti vrstevníkům, budou znát učivo vyšších ročníků, ve vyšších ročnících se pak budou nudit a učitel nebude vědět, co je vlastně učit. Z rozhovorů jsou zřejmé obavy učitelů z toho, jaký dopad na práci učitele bude mít příp. akcelerace – rychlejší postup ve vzdělávání nadaného žáka v matematice v rámci školní docházky.

Učitelka, která má zkušenost s akcelerovanou formou vzdělávání nadaného žáka v matematice, kdy žák docházel podle možností rozvrhu ve třech školních letech na několik hodin týdně do vyšších ročníků, uvedla, že je podle jejího názoru lepší, když se podaří, aby mohl navštěvovat jednu třídu ve vyšším ročníku a nestřídal příliš mnoho kolektivů a „nebyl vykořeněný“. V rámci rozvrhu se nepodařilo zajistit, aby chodil do téže třídy ve vyšším ročníku, v různých dnech v týdnu navštěvoval výuku matematiky v různých třídách. I když matematiku zvládal bez větších obtíží, vnímala učitelka diskomfort nadaného žáka v sociální adaptaci.

Z výše uvedených dat nepřímo vyplývá požadavek, aby byly při edukaci integrovaných nadaných žáků plně využity možnosti obohacování před tím, než se přistoupí k akceleraci (srov. Kaslová 2012), a také požadavek volit témata, která pro danou věkovou skupinu nejsou v centru pozornosti školské matematiky. Učitelé, kteří se v praxi dosud nesetkali v praxi s uplatňováním akcelerované formy vzdělávání nadaných, vyjadřovali nejistotu či obavy z možných problémů. Učitelé ze dvou škol, kde se v matematice vzdělával nadaný žák ve vyšším ročníku, soustředili pozornost na praktické problémy – organizační možnosti školy a vzdělávací komfort nadaného žáka, nevyjadřovali obavy z hypotetických problémů.

Učitelka a její příprava úloh pro nadaného žáka

Učitelé spatřují obtíže v přípravě zvláštních úloh pro nadaného žáka. Učitele demotivuje, když věnuje přípravě pro jednoho žáka úsilí a čas, žák pak ve výuce úlohu vyřeší snadno

a v kratším čase než, který věnoval učitel přípravě. Učitelka (A): „... stojí mě to spoustu času a on to má za chvíli vyřešený... A ani pořádně nezapiše postup.“ Z vyjádření učitelky vyplývá, že si uvědomuje, že její příprava úloh pro nadaného žáka je neefektivní. Neuvědomuje si však, že žákovi předkládá nevhodné úlohy. Přeceňuje obtížnost úlohy pro žáka, což sama dokládá svým postřehem, že žák je s prací velmi rychle hotov a řeší úlohu vhladem nebo řeší úlohu z paměti a nepotřebuje si postup ani zapsat. Někteří učitelé si neuvědomují, jak velký je „kognitivní náskok“ nadaných žáků a předkládají jim nevhodné úlohy.

Učitelka (B), která je přesvědčená, že věnuje nadanému žákovi potřebnou péči, že pro něj dělá „něco navíc“, říká: „Mám pro něj vždycky připraveno několik sloupečků navíc.“ Sloupečky jsou míněny sady rutinních početních příkladů. I kolegyním sděluje, že si připravuje doma pro nadaného žáka „sloupečky navíc“, tím dává najevo, že věnuje speciální péči nadanému, a protože se o tuto informaci s nimi dělí, pokládá zřejmě tuto formu péče za adekvátní a správnou. Neví, že nadaní chápou velmi rychle, mají výbornou paměť, takže opakování a procvičování je často zbytečné nebo je pro ně dokonce frustrující. V podtextu také sděluje ostatním učitelkám, že dělá práci navíc i oproti kolegyním, které nadaného žáka neučí.

Někteří učitelé jsou předem zaujatí proti péči, kterou by měli věnovat nadanému žákovi. Mají pocit, že dělají něco navíc, nad rámec svých povinností a pravidelná péče o nadaného žáka je i nad jejich možnosti. Učitelka (C): „...mám ve třídě i ostatní... Takhle kdybych to chystala pro každého, tak se zblázním... A ani nevím, kde mám pořad pro něj nějaký úlohy brát.“ Přípravu úloh, kdy učitelé tvoří nebo v různých zdrojích vyhledávají (podle jejich soudu) vhodné úlohy pro nadaného žáka, pocítují jako příliš velkou zátěž. Nepřímo vyjadřují potřebu mít databázi vhodných úloh nebo přístup k informační platformě.

Učitelka (D) vyjadřovala negativní postoj k diferencované výuce obecně. „Stejně to nejde!“, opakovala důrazně s rukama založenými na prsou jedna z učitelek na školení k vzdělávání nadaných žáků v primární škole, poté co bylo demonstrováno použití obligátně známé, jednoduché pomůcky pro diferencovanou výuku. Vůbec nebyla ochotna připustit, že by mohla ve výuce použít triviální didaktickou pomůcku, ověřenou generacemi pedagogů, jejíž použití bylo na školení demonstrováno. Jako „argument“ opakovaně uvádí: „No, když mám ve třídě 23 dětí, tak to nejde“. Nepřesvědčí ji, ani fotodokumentace ze třídy s 28 žáky, ani přátelským tónem pronesená tvrzení přítomných kolegů, že obdobné pomůcky leží v kabinetech na všech školách. Představa, že by měla něco změnit ve své práci, vyvolala u učitelky silnou obrannou

emotivní reakci, v dané situaci nebyla schopna racionálně zpracovávat informace a věcně argumentovat. Řada učitelů setrvává na ustálených pracovních postupech, vnější požadavek na změnu (např. začít poskytovat relevantní péči nadanému žákovi) mohou vnímat jako ohrožení.

Pro učitele může být stresující spolupráce s rodiči nadaných nebo chování nadaných žáků v průběhu výuky. Učitelka (E) ze školy, která deklaruje péči nadaným, uvádí, že ji velmi stresují rodiče, kteří se razantně dožadují speciální péče pro své dítě, sami však nejsou ochotní vyvinout nějaké úsilí a spolupracovat.

Ze spontánní výpovědi učitelky (F) plyne, že si všímá, že nadaní žáci se projevují odlišně, vztahuje odlišné projevy i k pohlaví nadaných žáků a zaznamenala, že někteří skrývají své výkony, kterými předčí své spolužáky. Podle zkušenosti učitelky nadaní žáci (chlapci) kladou zajímavé otázky, glosují dění ve třídě nebo někdy také narušují výuku, když se otázky nevážou k tématu výuky a dokážou být velmi vynalézaví a úporní. Učitelka tvrdí, že nadané dívky si plní precizně své povinnosti, zmiňuje žákyni, o které je přesvědčená, že je mimořádně nadaná, matka však s diagnostickým vyšetřením v PPP nesouhlasí. Dívka se neprojevuje před třídou, řešení úlohy má písemně, nehlásí se, někdy skrývá, že je již s řešením úlohy hotová.

Shrnutí informací z rozhovorů a závěry

Ve vzdělávání nadaných žáků hraje klíčovou roli učitel, který nadanému žákovi úlohy předkládá. Jeho působení je ovlivněno jeho profesními kompetencemi, znalostmi problematiky vzdělávání nadaných, významně také jeho postoji ke specifické nabídce, kterou má poskytovat nadanému žákovi, ale také řadou vnějších faktorů (např. interakcí s rodiči nadaného žáka). Učitelé zaujímají k péči o nadaných žáků různé postoje, všímají si různých aspektů jejich vzdělávání. Vyjadřují obavy z aplikace akcelerované formy vzdělávání.

Uvědomují si, že by měli předkládat nadanému žákovi „úlohy navíc“, jiné úlohy, než řeší ostatní žáci ve třídě; nezřídka však volí nevhodné úlohy. Problémy s řešením úloh registrují, ale jeví se, že tyto problémy a nevhodnou volbu úloh nedokážou reflektovat a provést změnu ve své práci.

I když bude mít učitel k dispozici vhodný didaktický materiál, neprofesionální postoje učitele mohou připravenou edukační nabídku znehodnotit. Někteří učitelé nejsou ochotni akceptovat zvláštní péči o nadané, nechtějí získávat nové znalosti a dovednosti, i když navenek deklarují

(před vedením školy a rodiči) opak. Mají pocit, že jejich práce je v stávající podobě vyhovující. Mezi učiteli je řada těch, kteří si uvědomují, že aktuální edukační nabídka, kterou poskytují nadanému žákovi, není vyhovující, neví si však rady.

Závěr: Učitelé mají problémy se zadáváním vhodných úloh nadanému žákovi. (Nechtější věnovat zvláštní péči nadanému žákovi nebo si neuvědomují si, že zadávají nevhodné úlohy, příp. nevědí, kde úlohy čerpat a jak je implementovat.)

4.2.6 Analýza dat z pedagogicko-psychologických poraden a Národního ústavu pro vzdělávání

Vzdělávání nadaného žáka je významně ovlivněno tím, zda je jeho mimořádné nadání vůbec identifikováno. Na počátku práce v našem výzkumném projektu jsme se snažili získat informace o počtu mimořádně intelektově nadaných žáků (v ČR, v Ústeckém kraji a jeho regionech), informace o tom, jak jsou evidováni žáci s matematickým nebo všeobecným intelektovým nadáním, kteří se v matematice vzdělávají v 5. ročníku základní školy, a také informace o možnosti navázání kontaktu s rodiči nebo učiteli těchto žáků a spolupráce s nadanými žáky.

Z Národního ústavu pro vzdělávání jsme získali údaje o počtech nadaných, které evidovaly pedagogicko-psychologické poradny v jednotlivých krajích ČR na konci školních roků 2010/2011, 2011/2012 a 2012/2013. V roce 2011 proběhlo v ČR sčítání lidu, domů a bytů (Český statistický úřad, 2013). Údaje o počtech nadaných evidovaných v PPP v jednotlivých krajích ČR jsme porovnali s údaji o počtech obyvatel ve věku 0-14 let. V tabulce 2 jsou porovnána data o počtu nadaných z konce školního roku 2010/2011 a údaje o počtu obyvatel ze sčítání lidu, které proběhlo v březnu 2011.

V populaci se předpokládá dle dokumentů (kap. 3.1.2) relativní četnost intelektově nadaných 2-3 %, příp. 1-2 % (Bílá kniha, 2001), podíl mimořádně nadaných žáků 3-10 % (RVP ZV, 2013, s. 130). Z údajů získaných z Národního ústavu pro vzdělávání (2013) a Českého statistického úřadu (2013) lze zjistit, že ve sledovaném období (r. 2011) bylo v poradnách ČR evidováno v primárním vzdělávání (ISCED 1) 638 mimořádně nadaných žáků, a odhadnout počet žáků na 1. stupni ZŠ jako poměrnou část počtu obyvatel ve věku do 14 let (údaj ČSÚ) přibližně na 500 000. Na základě těchto údajů odhadujeme relativní četnost nadaných žáků *evidovaných PPP* v žákovské populaci (ISCED 1) ČR pouze **0,1 %**. Z dat v tabulce 3 lze usuzovat na celkový pozvolný růst počtu evidovaných nadaných ISCED 1, odhad relativní četnosti ve školních letech 2010/2011 – 2012/2013 je z intervalu 0,1 % - 0,2 %.

Tabulka 2: Počet nadaných v krajích České republiky v roce 2011

Kraj	Počet MN		Počet obyvatel		Počet MN relativní			
	ISCED 0-2	ISCED 0-3	Celkem	Z toho ve věku 0-14	A	B	C%	D
Praha	60	60	1 268 796	153 622	5	39	0,04	0,56
Středočeský	59	63	1 289 211	199 300	5	30	0,03	0,43
Jihočeský	78	78	628 336	91 119	12	86	0,09	1,23
Plzeňský	31	32	570 401	79 469	6	39	0,04	0,56
Karlovarský	28	29	295 595	42 159	10	66	0,07	0,96
Ústecký	45	48	808 961	121 692	6	37	0,04	0,53
Liberecký	5	6	432 439	64 597	1	8	0,01	0,11
Pardubický	8	9	511 627	75 093	2	11	0,01	0,15
Královéhradecký	60	61	547 916	79 127	11	76	0,08	1,09
Moravskoslezský	74	84	1 205 834	173 493	7	43	0,04	0,61
Olomoucký	203	210	628 427	90 398	33	225	0,22	3,23
Zlínský	128	133	579 944	82 267	23	156	0,16	2,24
Jihomoravský	188	205	1 163 508	162 794	18	115	0,12	1,66
Vysočina	67	70	505 565	73 798	14	91	0,09	1,31
Celkem ČR	1034	1088	10 436 560	1 488 928	10	69	0,07	1,00

Vysvětlivky:

Počet obyvatel údaj k 26. 3. 2011 ze sčítání lidu 2011, (zdroj ČSÚ)

Počet MN počet mimořádně nadaných diagnostikovaných a evidovaných PPP ve školním roce 2010/2011, zdroj NÚV

Počet MN relativní Počet MN přepočtený na počet obyvatel v regionu

ISCED 0-2 počet nadaných (chlapců i dívek) v předškolním, primárním a nižším sekundárním vzdělávání (ISCED 0 + ISCED 1 + ISCED 2)

ISCED 0-3 počet nadaných (chlapců i dívek) v předškolním, primárním, nižším i vyšším sekundárním vzdělávání

A počet mimořádně nadaných evidovaných v PPP přepočtený na 100 000 obyvatel

B počet mimořádně nadaných ISCED 0-2 přepočtený na 100 000 obyvatel ve věku 0-14

C% podíl mimořádně nadaných ISCED 0-2 v populaci obyvatel ve věku 0-14 let vyjádřený v procentech

D počet mimořádně nadaných ISCED 0-2 v kraji, vztažený k celostátnímu průměru

Ze získaných dat plyne, že v daném období je mezi počtem evidovaných nadaných v jednotlivých krajích velmi výrazný rozdíl. V Olomouckém kraji je přibližně trojnásobný a v Zlínském a Jihomoravském kraji dvojnásobný počet nadaných žáků evidovaných v pedagogicko-psychologických poradnách ve srovnání s celostátním průměrem. Domníváme se, že tento stav je ovlivněn ve všech třech zmíněných krajích pozitivním působením vysokoškolských pracovišť, která se věnují problematice nadaných, a regionální finanční podporou projektů, zaměřených na vyhledávání a podporu nadaných.

Tabulka 3: Počet nadaných žáků ISCED-1 v krajích ČR v letech 2011-2013

Kraj	2010/2011			2011/2012			2012/2013		
	n	D	d%	n	d	d%	n	d	d%
Praha	49	21	43	103	33	32	168	124	74
Středočeský	37	12	32	44	13	30	73	23	32
Jihočeský	38	18	47	75	20	27	75	20	27
Plzeňský	15	6	40	19	4	21	35	14	40
Karlovarský	17	6	35	28	15	54	29	15	52
Ústecký	32	9	28	25	6	24	35	6	17
Liberecký	2	1	50	5	2	40	6	5	83
Pardubický	4	0	0	7	1	14	7	1	14
Královehradecký	28	5	18	42	8	19	51	9	18
Moravskoslezský	34	7	21	49	11	22	9	0	0
Olomoucký	120	45	38	110	35	32	108	34	31
Zlínský	87	29	33	47	13	28	175	20	11
Jihomoravský	136	53	39	129	39	30	79	21	27
Vysočina	39	26	67	55	12	22	53	11	21
Celkem	638	238	37	738	212	29	903	303	34

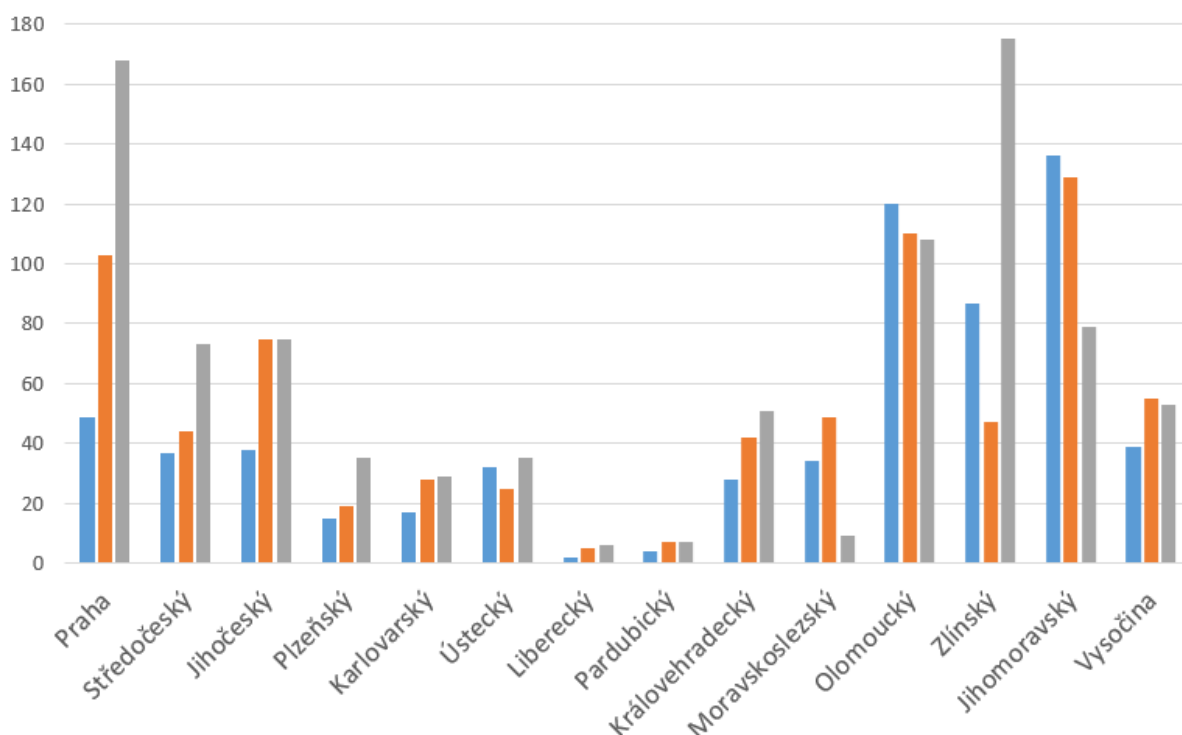
Vysvětlivky:

- n počet mimořádně nadaných (chlapců i dívek) v primárním vzdělávání diagnostikovaných a evidovaných PPP,
- d počet mimořádně nadaných dívek v primárním vzdělávání diagnostikovaných a evidovaných PPP,
- d% $d/n \cdot 100 \%$.

Z tabulky 3 i obrázku 11 níže se jeví, že celkový počet identifikovaných nadaných žáků roste. Jsou však patrné další problémy. Kromě celkově nízkého počtu nadaných žáků (ISCED 1), v regionech příliš kolísají (rostou i klesají) počty evidovaných nadaných v čase, počet

evidovaných nadaných dívek, je výrazně nižší než odpovídá jejich předpokládanému 50% zastoupení v populaci. Velmi dynamické jsou změny v Praze a Zlínském kraji.

Obrázek 11: Grafické znázornění vývoje počtu nadaných žáků ISCED-1 v krajích ČR v letech 2011-2013



Vysvětlivky:

Počet evidovaných nadaných žáků v primárním vzdělávání v letech

- 2010
- 2011
- 2012

V Ústeckém kraji, kde probíhala převážná část výzkumu, je v uvedeném období počet evidovaných nadaných nízký - poloviční vzhledem k celostátnímu průměru. První projekt s krajskou působností, který se týká intelektově nadaných žáků na 1. stupni základní školy „Nadání je třeba rozvíjet“ (CZ.1.07/1.2.35/02.0025), byl zahájen až v listopadu 2012, v dubnu 2014 tento projekt skončil. V rámci něj mj. učitelé v deseti zapojených školách po sérii školení vytipovali 49 žáků prvního stupně (28 chlapců, 21 dívek), u nichž předpokládali potenciál k mimořádnému rozumovému nadání. Mezi vytipovanými žáky nebyli ti, u kterých

bylo mimořádné nadání diagnostikováno již dříve, před zahájením projektu. Vyšetření v pedagogicko-psychologické poradně potvrdilo u 28 z nich mimořádné intelektové nadání (17 chlapců, 11 dívek), což je **57 %** z vytipovaných žáků. Vysoká úspěšnost učitelů v pedagogické diagnostice nadání překvapila i psychology z poraden zapojených do projektu (Pekařová, 2014). Z údajů v závěrečné zprávě mj. vyplývá, že i ostatní vytipovaní žáci, kteří nedosahovali úrovně mimořádného nadání, vykazovali nadprůměrné schopnosti. Kromě 2 žáků lze zbývajících 19 označit za nadané žáky (ne mimořádně). Data z tohoto projektu jsou v souladu s tvrzením, že učitelé jsou úspěšní v pedagogické diagnostice intelektových schopností, ale také, že počet diagnostikovaných žáků s mimořádným rozumovým nadáním je výrazně závislý na podpoře učitelů a vedení škol: Počet evidovaných nadaných (ISCED – 1) v Ústeckém kraji vzrostl o **80 %** oproti minulému roku díky projektu uplatněnému na pouhých deseti základních školách.

K pedagogické diagnostice nadaných ve výše zmíněném projektu je třeba doplnit informaci, že vybraní učitelé z každé ze zúčastněných škol absolvovali sérii víkendových kurzů k tématu intelektového nadání, identifikace nadaných žáků a jejich vzdělávání. Tito učitelé poznatky předali svým kolegům ve škole a společně pak vytipovali žáky z prvního stupně, kteří by mohli být mimořádně nadaní. Učitelé se již v průběhu kurzů zmiňovali lektorům, že ve škole mají intelektově nadané žáky, vyjasňovali si zejména rozdíl mezi nadaným a bystrým žákem. Jako překvapivé, či nové, označovali informace o souběhu handicapu a nadání, vyjadřovali obavy, zda projevy dvojí výjimečnosti dokážou rozpoznat a zaznamenat.

Počty nadaných žáků, kteří jsou registrováni v pedagogicko-psychologických poradnách, jsou příliš nízké a v jednotlivých letech velmi kolísají (tabulka 3, obrázek 10), domníváme se, že to vypovídá o nedostatecích a nestabilitě systému péče o nadané žáky. Počty a jejich změny jsou ovlivněny řadou faktorů, mezi které patří

- finanční podpora školy,
- profesní kompetence učitele a znalosti o problematice intelektového nadání,
- profesní kompetence pracovníků PPP v regionu,
- postoj vedení školy ke zvláštní péči o intelektově nadané žáky.

Závěr: V pedagogicko-psychologických poradnách je evidováno výrazně méně mimořádně nadaných žáků, než lze v populaci očekávat. V péči o mimořádně nadané žáky (jejich identifikaci) je výrazný rozdíl mezi kraji ČR. Svědčí to o nekonceptním postupu v systému vzdělávání nadaných žáků v rámci ČR.

4.2.7 Shrnutí dat a závěr předvýzkumu

Zjištění: Mimořádně nadaný žák, integrovaný v běžné třídě, během vyučovací hodiny dostává různé úlohy, převážně se jedná o úlohy písemného charakteru. Mezi úlohami, které jsou mu zadány během hromadné výuky, i mezi úlohami, které dostává individuálně, převažují ty, které patří dle kategorizace Tollingerové (1970, In: Kalhous, Obst, 2002) do kategorií s nejnižší náročností poznávacích operací (úlohy vyžadující pamětnou reprodukci poznatků a úlohy vyžadující jednoduché myšlenkové operace). Přímým pozorováním jsme zjistili, že učitel zadává nadanému žákovi úlohy navíc (oproti spolužákům), přičemž úlohy mají stejnou obtížnost, případně mají obtížnost o něco málo vyšší. Podle vyjádření některých učitelů, v době, kdy ostatní žáci opakují a procvičují, zadávají nadanému žákovi úlohu z učiva pro starší žáky, případně úlohu nestandardní. Pozorovali jsme, že pokud nadaný žák řeší více jednoduchých a podobných úloh, kde například používá stále stejný algoritmus, běžně chybje. Někdy bývá vyvolán, aby ukázal své řešení úlohy. V částech vyučovací hodiny, kdy nadaný žák není vytížen, se nudí, je neukázněný nebo bloumá ve svých myšlenkách.

Ve vyučovací hodině matematiky jsme při pozorování nadaných žáků, kteří se vzdělávají ve třídě pro nadané žáky, jsme zaznamenali, že byla věnována velká pozornost emocionálním a sociálním potřebám žáků. Usuzujeme, že učební úlohy byly vhodně zvoleny, protože všichni žáci v pozorované skupině pracovali se zaujetím a velmi aktivně. Učební úlohy měly vysokou kognitivní náročnost, některé byly výrazně obtížnější, než jsme očekávali. Že učitelka vhodně zvolila úlohy, bylo patrné z projevů žáků – z jejich zaujetí úkolem, radosti z nalezení zajímavého řešení, nonverbálních signálů, ale také z otázek.

Náš výzkumný problém je zaměřen na edukační nabídku, na vhodnou učební úlohu pro integrovaného nadaného žáka. Učitel rozhoduje o tom, zda a jaká úloha bude nadanému žákovi ve vyučování předložena. Rámec pro vzdělávání nadaného žáka spoluvytváří psycholog z PPP, nejen diagnostická data z vyšetření žáka, ale také informace o konkrétních učitelích či školách ovlivňují pedagogicko-organizační doporučení psychologa z PPP.

Zaznamenali jsme, že dovednost učitele aplikovat diferencovaný přístup k žákům ve třídě ovlivňuje vzdělávání integrovaného nadaného žáka, z pozorování a posouzení úloh usuzujeme, že úlohy, včetně zvláštních úloh „navíc“, nemají dostatečnou kognitivní náročnost a nereflktují individuální potřeby nadaného žáka. Zaznamenali jsme různé problémy učitelů se zadáváním vhodných úloh integrovanému nadanému žákovi: nevhodný postoj

ke vzdělávání nadaných žáků, zadávání nevhodných úloh, přerušování samostatné práce nadaného žáka.

To, zda v praxi bude mimořádně nadanému žákovi poskytnuta specifická edukační nabídka, ovlivňuje řada faktorů. Jako závažné zjištění vnímáme to, že pravděpodobně mnoho nadaných žáků nedostává relevantní edukační nabídku, protože nejsou identifikováni, což plyne z analýzy počtu nadaných žáků evidovaných v PPP Ústeckého kraje (ale i v celé ČR). Počty nadaných se mění na základě změny vnějších faktorů (např. podpory regionální státní správy, školení učitelů).

Závěr: Žákům s mimořádným matematickým nadáním (nebo všeobecným intelektovým), kteří jsou integrováni v běžné třídě, ve výuce matematiky není poskytována edukační nabídka, která by uspokojovala jejich vzdělávací potřeby.

Konkretizované výstupy a náměty:

V1 Nadaným žákům jsou předkládány úlohy s *nízkou úrovní kognitivní náročnosti*.

- Zabývat se obtížností a kognitivní náročností úloh pro nadaného žáka.

V2 Nadaný žák se přizpůsobuje hromadné výuce. Pokud dostává specifické úkoly, střídá individuální samostatnou činnost se zapojením do hromadné výuky, jeho řešení úlohy je fragmentováno, *opakovaně přerušuje svou práci*.

- Navrhnout v rámci hromadné výuky individuální činnost v časovém bloku, kdy nebude nadaný žák z práce vyrušován.

V3 Nadaní žáci (v separované formě vzdělávání) řešili se zaujetím úlohy, které měly vysokou kognitivní náročnost a respektovaly i další specifické potřeby intelektově nadaných. Úlohy respektovaly vývojová specifika (byla zařazena manipulace s pomůckami, vhodně nastavena časová náročnost). Úlohy byly *pestré* a současně byly *provázány kontextem* do řetězce úloh.

- Úlohy a sady úloh by měly respektovat nejen specifika vzdělávání nadaných, ale i obecně platné pedagogické zásady (zásadu přiměřenosti, aj). Skladba úloh v sadě může být pestrá a současně tvořit smysluplný celek.

Doplňující:

V4 Zpráva z PPP je podkladem pro tvorbu IVP nebo pro vzdělávání nadaného žáka (bez IVP), kdy jsou aplikovány různé pedagogicko-organizační úpravy. Psychologové z PPP při formulování doporučení pro tvorbu IVP berou v úvahu, *zda dosavadní způsob výuky*

adekvátně rozvíjí nadaného žáka; a i když to není explicitně vyjádřeno v textu zprávy, mohou také *v zájmu nadaného žáka reflektovat informace o negativních postojích* konkrétního učitele, vedení školy, nebo o nepříznivém klimatu ve škole.

V5 Učitelé zmiňují konkrétní problémy či obavy (podložené pozorováním nebo vycházející z jejich úvah) z důsledků akceleračního přístupu ve vzdělávání integrovaného nadaného žáka.

- Pro nadaného žáka na 1. stupni ZŠ hledat přednostně možnosti matematického vzdělávání v rámci obohacování (prohlubování, rozšiřování, organizační forma, aj.) v souladu s odbornou literaturou (kap. 3.5) a podporovat sociální interakci s vrstevníky v běžné populaci.

V6 Učitelé si uvědomují vyšší nároky na jejich práci, pokud věnují specifickou péči nadanému žákovi. Když hovoří o tom, že jimi připravené úlohy pro nadaného žáka nesplnily jejich očekávání (nadaný žák je vyřešil příliš rychle nebo s nezájmem), neuvědomují si však, že příčina může být v jejich práci učitele a v nesprávném posouzení úloh.

- Vytvořit didaktický materiál pro samostatnou práci nadaného žáka. Domníváme se, že pokud učitel bude mít k dispozici didaktický materiál (sady úloh), je možné zmírnit dopad nedostatečných znalostí učitele o problematice nadaných nebo negativního postoje učitele ke vzdělávání nadaného žáka. Učitel, který má povinnost věnovat specifickou péči nadanému žákovi podle ŠVP, příp. IVP, by měl nadanému žákovi dávat speciální úlohy (nebo sady úloh) a následně žákovy výstupy zakládat do portfolia pro kontrolu vedením školy nebo pracovníkem PPP.

V7 Ve školách je vysoký počet žáků, jejichž mimořádné nadání nebylo identifikováno.

- Formulovat doporučení pro pedagogickou praxi – zabezpečit otevřenost nabídky úloh s vyšší kognitivní náročností i pro žáky, kteří nemají poradnou diagnostikováno mimořádné nadání.

4.3 Výzkum

Chyběly mi úlohy - abych se musel opravdu zamyslet.

Žák s matematickým nadáním
o svém vzdělávání na 1. stupni ZŠ

V této fázi výzkumu vycházíme z hlavního výzkumného problému a navazujeme na výstupy V1, V2 a V3 z předvýzkumu.

Hlavní výzkumný problém:

Jaká edukační nabídka je vhodná pro vzdělávání integrovaného žáka s mimořádným matematickým nadáním v matematice v 5. ročníku na 1. stupni základní školy?

S ohledem na to, že učební úloha je základním stavebním prvkem edukační nabídky, bylo vytyčeno hlavní téma druhé fáze výzkumu, zajímá nás, jaké vlastnosti má (matematická) učební úloha vhodná pro samostatnou práci integrovaného žáka s mimořádným matematickým nadáním ve vyučování matematice v běžné třídě v 5. ročníku na 1. stupni základní školy. Pozornost je zaměřena na práci žáka ve škole a jevy nebo podmínky, které může učitel, jako řídicí činitel vyučovacího procesu, ovlivnit nebo zohlednit. Nejsou podrobněji sledovány aspekty, které souvisejí s mimoškolním prostředím a činností žáka např. při domácí přípravě.

S4 Které vlastnosti učební úlohy se jeví jako významné?

S5 Jaké matematické učební úlohy jsou vhodné pro samostatnou práci nadaného žáka?

S6 Jak nadaný žák řeší úlohy s vyšší entropií, příp. s divergentním charakterem?

S7 Jaké klade nadaný žák otázky, jaké úlohy vytváří sám? V jakých situacích?

Naším hlavním cílem bylo najít a specifikovat u matematické učební úlohy vlastnosti, které se jeví významné při vzdělávání integrovaného nadaného žáka, v rámci triangulace výzkumu získat úplnější obraz o zjištěných jevech.

Hlavní výzkumnou metodou bylo zvoleno přímé zúčastněné pozorování nadaného žáka při řešení úloh. V návaznosti na poznatky obsažené v teoretické části, pojednávající o úlohách divergentního charakteru (kap. 3.6.1, srov. Zelina, Zelinová, 1990), byla formulována otázka S6 a zvoleno použití psychometrického a didaktického testu ve třídě, v níž se vzdělává nadaný žák. Jako doplňující byla použita metoda rozhovoru a analýza dokumentu (část RVP ZV) a

produktů žáka, pozorování nadaných žáků ve třídě pro nadané a pozorování interakce žáků v běžné třídě při řešení divergentních úloh.

Získaná data z pozorování a rozhovoru byla cyklicky zpracovávána metodou kvalitativní analýzy. K zaznamenaným jevům byly doplněny informace z rozhovorů z předvýzkumu. Data z testu byla tabelárně zaznamenána a zpracována statisticky, doplněna o kvalitativní posouzení.

4.3.1 Přímá individuální práce s nadaným žákem

Charakteristika výzkumného vzorku

Byl proveden nenáhodný výběr. Vzhledem k charakteru zkoumání byla v této části výzkumu zvolena intenzivní výzkumná strategie (Břicháček, 2010) a extrémní vzorkování (Hendl, 2008). Očekávali jsme nízkou četnost žáků s matematickým nadáním, kteří mají navíc potvrzeno mimořádné nadání poradnou a platnou poradenskou zprávu. Na začátku výzkumu jsme navíc naráželi na potíže získat kontakt na školy, kde se vzdělávají nadaní žáci, případně získat kontakt na jejich rodiče. Naše volba byla ovlivněna tím, že se nám podařilo získat souhlas s dlouhodobým výzkumným šetřením se žákem, který ve škole podává mimořádné výkony právě jen v matematice.

Pro dlouhodobou individuální práci byl vybrán Martin (jméno změněno), žák 5. třídy základní školy, který vykazuje mimořádné matematické schopnosti už na 1. stupni základní školy, avšak jeho výkony v jiných oblastech (kromě hudby) jsou srovnatelné s běžnou populací. Martin navštěvuje základní školu ve městě, které má méně než 25 tisíc obyvatel; je zde řada dalších základních škol, včetně školy s rozšířenou výukou matematiky. Škola, kterou Martin navštěvuje, se nespécializuje na žáky s rozumovým nadáním, profiluje se jako škola sportovní, rodiče ji zvolili, protože je nejbližší Martinovu bydlišti.

Informace z rozhovoru s otcem

Martin má jednoho staršího sourozence, který navštěvuje na 2. stupni stejnou školu jako Martin. Rodiče mají střední vzdělání, otec má rekreační matematiku jako zálibu, kterou sdílí s Martinem. Chlapec již od malička „velice rád počítá, žije ve světě čísel“, má rád matematické hlavolamy a zkouší počítat příklady staršího bratra, „vymýšlí si svoje postupy“. Doma nedělá rád domácí písemné úkoly (včetně úloh do matematiky). Ve škole se účastní matematických soutěží, rodiče mají přehled o druhu soutěží (Matematická olympiáda,

Pythagoriáda), o umístění syna, i že se účastní soutěží pro starší žáky. Rodiče mají zájem (podle slov otce), aby Martin mohl na matematiku docházet do vyššího ročníku.

Informace ze zpráv pedagogicko-psychologické poradny

Martin byl poprvé vyšetřen v PPP, když se vzdělával ve 2. ročníku ZŠ. Od prvního vyšetření je ve zprávách uváděno, že se u Martina jedná o akcelerovaný vývoj v oblasti matematických schopností a jeho celkový intelektový výkon spadá do pásma vysokého nadprůměru, je zmíněna oscilace pozornosti. Aktuálně má Martin odborníky z PPP diagnostikováno *mimořádné matematické nadání a nadprůměrné rozumové schopnosti*, ve zprávě jsou mj. popsány vysoké výkony patrné v oblasti kvantitativního usuzování (míra chápání čísel, matematických vědomostí a schopnost využívat vztahy mezi čísly v myšlení), dále vysoké schopnosti ve formování konceptů a zlepšení v oblasti koncentrace pozornosti. Ve všech zprávách lze vyčíst postřehy k Martinovu neobyčejnému zájmu o čísla, psycholog zaznamenal např., že se chlapec již na prvním setkání zajímal, jak mu měří psycholog čas řešení úkolů a jaká čísla si zapisuje do formulářů, že Martin uváděl, kolik již vyřešil úkolů a kolik jich věděl. K vystupování Martina je v první zprávě uvedeno, že chlapec přichází směle a spontánně hovoří, ve všech dalších je zmíněno, že je chlapec nesmělý, hovoří tiše, často odpovídá jednoslovně. Martin má kvalitní slovní zásobu a vyjadřovací schopnosti na velmi dobré úrovni. Ve zprávě je obsaženo doporučení zohlednění vzdělávacích potřeb dítěte v souladu se Zákonem 561/2004 a Vyhláškou 73/2005 v platném znění. Žák vyžaduje integraci a vzdělávání podle IVP, poradna doporučuje podle možností školy aplikovat akceleraci výuky a zařadit žáka na hodiny matematiky do vyššího ročníku, tento způsob současně doplnit o obohacování.

Data z rozhovoru s třídní učitelkou

Martin vyniká v matematice, ve všech ostatních předmětech je průměrný a nevýrazný. Výjimkou jsou situace, kdy se v textu, ve výkladu nebo v jakékoliv úloze objeví čísla; Martin „ožije“, počítá různé vztahy mezi čísly a hlásí se o slovo. Učební tempo je přiměřené, průměrné, avšak „v matematice bývá první“, je velice rychlý. Zvládá samostatnou práci, zapojuje se i do činností ve skupině. Projevuje zájem o tělesné aktivity, navštěvuje judo, plave, nezaostává za spolužáky ani v ostatních sportech. Učitelka uvádí, že je chlapec smělý, do kolektivu v kmenové třídě i ve třídě v 6. ročníku, kam dochází na matematiku, zapadá a ve škole se mu líbí. Projevu před třídou se spíše vyhýbá, pokud hovoří, pak potichu

a nesměle. Respektuje autoritu učitelů o ostatních dospělých ve škole, nemá problémy se spolužáky, je velice přizpůsobivý a kamarádský.

Učitelka sděluje, že Martin vyžaduje „taktní přístup“, vnímá jako problém velkou chlapcovu citlivost až přecitlivělost. Martin nemá rád neúspěch. Nezřídka se kvůli neúspěchu (i drobnému) nebo nedorozumění rozpláče. Pláčem provází i to, když něco zapomene. Učitelka uvádí, že to zohledňuje, ale že se snaží, aby se chlapec uměl vyrovnat s neúspěchem, aby se „neutápěl v pláči, když se mu něco nepovede“.

Popis použitých metod

Hlavní metodou v této části výzkumu bylo pozorování, doplněné o analýzu žákovských řešení úloh. Ostatní metody byly doplňkové. Použité metody:

- Pozorování žáka při řešení specifických úloh.
- Analýza žákovských řešení úloh.
- Analýza dokumentů - zprávy z vyšetření žáka v PPP, IVP, RVP ZV (Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace)
- Nestrukturovaný rozhovor:
 - rozhovory s žákem.
 - rozhovor s rodiči,
 - rozhovor s výchovnou poradkyní.
- Polostrukturovaný rozhovor:
 - rozhovor s učiteli (s třídní učitelkou, s učitelkou matematiky z 2. stupně).

Po dohodě s rodiči nadaného žáka, učiteli a vedením školy byla zvolena individuální forma práce s nadaným žákem, aby mohl nerušeně řešit jiné úlohy než spolužáci a aby komunikace mezi nadaným žákem a autorkou disertační práce nerušila běžnou výuku. Žákovo řešení úloh jsme analyzovali v souvislostech zaznamenaných při pozorování, případně jsme informace konfrontovali či doplnili o zjištění z rozhovoru s žákem. Data z rozhovoru s třídní učitelkou jsou zaznamenána v kapitole Charakteristika výzkumného vzorku (viz výše). Z rozhovoru s učitelkou matematiky jsme získali informace o obsahu matematického vzdělávání a aktuální úrovni matematických znalostí a dovedností Martina. Ostatní data z rozhovoru s učitelkami i z rozhovoru s výchovnou poradkyní se shodovala s již získanými informacemi z poradenských zpráv a z rozhovoru s otcem Martina.

Popis průběhu výzkumu

Během druhého pololetí školního roku 2011/2012, každý týden (kromě mimořádných okolností, jako např. nemoc), absolvoval žák individuální výuku s autorkou dizertační práce. Žákovi byly předkládány úlohy připravené speciálně pro něj. Dělo se tak ve vyučovací hodině matematiky, která byla v individuálním vzdělávacím plánu vyčleněna na vzdělávání žáka ve vyšším ročníku. Zejména na základě posouzení dat z pozorování žáka při řešení úloh, ale také na základě analýzy zápisu řešení a doplňujících dat z rozhovoru, byly připravovány úlohy pro následující lekci. Diagnostika byla prováděna i v průběhu práce žáka ve vyučovací hodině, v případě potřeby autorka dizertační práce reagovala na aktuální situaci výběrem jiné (velmi často obtížnější) úlohy z připravených sad úloh; případně na základě vyhodnocení situace formulovala novou úlohu.

Martin v průběhu individuálních lekcí vystupoval mírně nejistě, obzvláště na počátku navazování sociálního kontaktu, mluvil velmi potichu, odpovídal většinou jednoslovně, v některých situacích však byl spontánně výřečný, když např. objasňoval své matematické myšlenky. Rychle přejímal do slovního vyjadřování nové termíny i způsob vyjadřování (při zdůvodňování nebo např. využití logických spojek). Zaznamenali jsme, že byl Martin v některých situacích strohý, vyjadřoval se velmi úsporně, i když správně, zejména když byl soustředěný na vyřešení úlohy, splnění cíle. Když byl uvolněný, byl velmi výřečný v situacích, kdy hovořil o nějaké své činnosti související s matematikou.

S neskrývanou radostí a pozoruhodnou rychlostí prováděl početní operace, včetně umocňování. Vítal nové početní „triky“, např. pod vedením objevil pravidlo pro snadný výpočet druhé mocniny dvojciferného čísla zakončeného pětkou a nadále jej využíval. Pokud jej úloha zaujala, byl soustředěný. Pokud byla úloha pro něj nezajímavá (příliš snadná), dával to najevo pouze nonverbálně, na přímou otázku dokázal odpovědět, že si přeje jinou úlohu. Písemné poznámky si dělal strohé, pokud vůbec, kromě modelování řešil nejraději úloh „z hlavy“, „z paměti“. Na některá setkání přinesl z domova hlavolamy.

Z průběhu práce byl zpočátku se souhlasem rodičů pořizován audiozáznam, Martin se však slovně vyjadřoval velmi stručně a neobyčejně potichu. Poté, co jsme ustoupili od pořizování audionahrávky, se Martin vyjadřoval více spontánně, i když stroze. Byly tvořeny pouze terénní poznámky, které po skončení vyučovací hodiny byly doplněny o podrobnosti a komentáře.

Příprava úloh pro individuální práci s nadaným žákem

Sestavili jsme sady nejen z autorských úloh, některé úlohy byly převzaty z literatury, případně modifikovány. Byly akcentovány vlastnosti, které chápeme na základě studia odborné literatury jako významné vzhledem ke vzdělávání žáka s matematickým nadáním v druhém období vzdělávání na 1. stupni ZŠ a s ohledem na výzkumné cíle. Nejprve byla pozornost zaměřena na tematický obsah úloh a na kognitivní náročnost. Naší snahou bylo připravit pro nadaného žáka zejména úlohy rozvíjející vyšší úroveň myšlení i tvořivosti – úlohy, které dle taxonomie Tollingerové náleží do 3., 4. nebo 5. kategorie (srov. kap. 3.6.1).

4.3.2 Tematický obsah a sémantické pozadí úlohy

V návaznosti na výstup V1 a V5 z předvýzkumu byl zkoumán obsah matematického vzdělávání na 1. stupni základní školy, byl zkoumán obsah vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace v RVP ZV, s cílem nalézt tematické oblasti, které pro danou věkovou skupinu nejsou v centru pozornosti školské matematiky a mohly by být vhodné pro model obohacování (rozšiřování, příp. prohlubování). Také v souvislosti se specifickými potřebami matematicky nadaných byla vytipována a v přímé individuální práci s nadaným žákem vyzkoušena témata:

- Číselné soustavy,
- kombinatorika,
- logické usuzování, úlohy typu zebra,
- kódování, práce se symboly, s proměnnou, vztahy mezi proměnnými,
- diofantovské rovnice,
- Dirichletův princip,
- dělení geometrického útvaru na části,
- modelování - konstrukce mnohostěnů.

Pochopení odlišné míry motivace nadaného žáka v různých vzdělávacích situacích a při plnění různých úkolů je velmi důležité (Portešová, 2011). Úloha může být pro nadaného žáka velmi přitažlivá, pokud je propojena s jeho reálným životem a pokud nějak souvisí s tématem, o které se intenzivně zajímá. V návaznosti na požadavek na vyšší kognitivní náročnost úloh mají učitelé v praxi tendenci přebírat a nabízet nadanému žákovi úlohy se sémantickým pozadím pro starší žáky. V našem výzkumu jsme ale zaznamenali, že nadaný žák žádal úlohy s hravým, dětským kontextem, řešil se zaujetím úlohy, jež měly nereálné sémantické pozadí - pohádkové, z oblasti sci-fi, umožňující uplatnit kreativitu a humor. Pro matematické nadání je

typická „láska k abstrakci“, žáka s matematickým nadáním (i v mladším školním věku) dokáže upoutat i úloha bez sémantického pozadí, ve které se zabývá pouze matematickými objekty a vztahy mezi nimi. V našem výzkumu žáka přitahovaly zejména úlohy, kde pracoval s čísly, včetně úloh v nedekadických soustavách. Zaujaly jej úlohy s různými číselnými schémata. Ale také úlohy, kde modeloval krychlové stavby nebo mnohostěny. Hloubku zaujetí dokazovaly jeho případné otázky. Těch však v průběhu řešení úlohy nebylo mnoho, obvykle byl ponořený do svých myšlenek.

Tematický obsah a kontext úloh - shrnutí:

Byly vytipovány a v praxi ověřeny úlohy z tematických celků, které umožňují využít obohacující přístup - ve smyslu rozšiřování se žák seznamuje s tématy, která nejsou obsažena v RVP ZV; ve smyslu prohlubování žák zvyšuje své kompetence k řešení problému, využívání řešitelských strategií, žák zlepšuje své vyjadřovací schopnosti, obohacuje svou slovní zásobu, využívá také precizní vyjadřování vztahů (logické spojky, aj.). Zařazení úloh z tematických celků, které nejsou explicitně popsány v RVP ZV, je v souladu RVP ZV, úlohy lze chápat jako úlohy ze čtvrtého tematického okruhu *Nestandardní aplikační úlohy a problémy*. Žák řešil se zaujetím úlohy s reálným sémantickým pozadím, i s nereálným (ale realistickým) pozadím např. sci-fi, žádal o úlohy s hravým dětským pozadím. Velmi jej přitahovaly úlohy abstraktní, bez reálného kontextu, zejména úlohy, v nichž pracoval se vztahy mezi symboly či objekty, které jsou reprezentovány symboly, nebo úlohy s vyznačenými schémata, příp. úlohy z geometrie – modelování geometrických útvarů.

4.3.3 Obtížnost úlohy

Nadaní žáci mají oproti vrstevníkům lépe rozvinuté kognitivní schopnosti, rychleji odhalují matematické vztahy a zákonitosti, používají vyspělejší strategie řešení, které běžně používají až starší, průměrně intelektově nadané děti (srov. kap. 3.3.3), nadaní žáci potřebují úlohy s vyšší kognitivní náročností než jejich vrstevníci (předvýzkum – výstup V1).

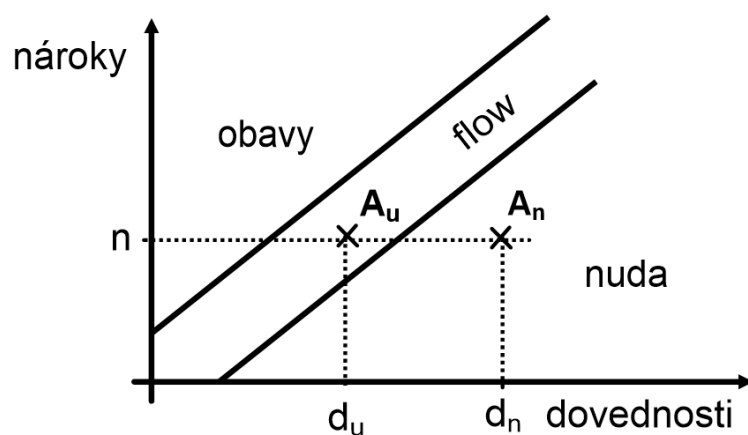
Připravili jsme Martinovi diofantovskou úlohu, podle posouzení jeho učitelkou se jednalo o obtížnou úlohu: *Květinářka má 31 květin, chce vázat kytice po sedmi a po třech květech tak, aby jí žádná květina nezůstala. Kolik kytic připraví?* (Námět úlohy: Blažková, Vaňurová, 2010). Úlohu jsme Martinovi předložili na samostatném listu papíru. Očekávali jsme, že si bude psát poznámky při hledání řešení. Po přečtení úlohy se krátce zamyslel a s jistotou odpověděl pouze: „Pět.“ Po chvíli: „Pět kytic.“ Na požádání, zda by to mohl zapsat, pod zadání zapsal pouze pětku. Když byl požádán, aby vysvětlil, jak úlohu řešil, chvíli váhal

a bez zaujetí pod zadání připsal rovnici $7x + 3y = 31$. Ve snaze získat bližší informace k postupu řešení byl Martin v dalším kroku tázán, jak by vysvětlil řešení úlohy mladšímu kamarádovi, který by výše zapsané rovnici nerozuměl. Vysvětlil, že je třeba nejprve najít číslo 28 jako nejbližší nižší násobek sedmi k číslu 31, atd. Z pozorování i z rozhovoru se jeví, že úlohu řešil vzhledem a až dodatečně začal vytvářet cestu od zadání úlohy k výsledku.

Předložili jsme Martinovi úlohu, o které jsme se domnívali, že má přiměřenou obtížnost. Úloha však pro něj byla příliš snadná. Nerad (i v některých jiných případech) vysvětloval, jak úlohu řešil. Pokud řešil úlohu intuicí a měl za úkol vysvětlit cestu řešení, začal cestu řešení teprve konstruovat, vysvětlení se snažil přizpůsobit odhadované úrovni znalostí posluchače.

Když učitel zvažuje obtížnost úlohy, kterou chce předložit nadanému žákovi, vychází z informací, které o žákovi získal ve škole, během pozorování žáka při výuce, uvažuje učební látku, se kterou se žák ve škole setkal. Do posuzování obtížnosti pro nadaného žáka může učitel promítat to, jak je úloha obtížná pro něj. Při výběru či tvorbě úloh pro nadaného žáka jsme usilovali o dodržování zásady přiměřenosti, vědomi s rizik příliš snadných a rizik příliš obtížných úloh. Přesto se několikrát opakovala situace, která je znázorněna na obrázku 12, úloha byla pro Martina méně obtížná, než jsme se domnívali.

Obrázek 12: Grafické znázornění rozdílu mezi učitelem odhadovanou a reálnou obtížností úlohy



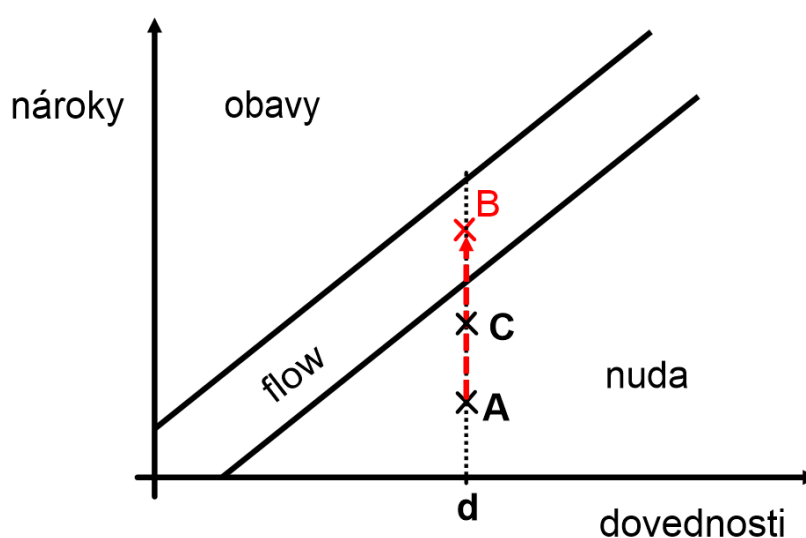
Vysvětlivky:

- n nároky konkrétní úlohy
- d_u učitelem odhadovaná úroveň dovedností nadaného žáka
- d_n úroveň dovedností nadaného žáka
- A_u učitelem očekávané prožívání úlohy nadaným žákem
- A_n prožívání úlohy nadaným žákem

Pozn. Obrázek vychází z grafu Csikszentmihalyie (1996, s. 115)

Při individuální práci s nadaným žákem se zpočátku opakovala situace, kdy nadaný žák vyřešil velmi snadno úvodní úlohu (bod A v obrázku 13), ale i úlohu, která měla mít pro nadaného žáka podle našeho soudu (B) pro žáka významně vyšší obtížnost. Cílem úvodní úlohy je seznámení žáka s novým tématem, úmyslně není nastavena vysoká obtížnost, úloha je pro učitele diagnostický nástroj, s její pomocí zjišťuje vstupní úroveň dovedností žáka. Obtížnost druhé úlohy nebyla zvýšena dostatečně. Žák řešil úlohy s lehkostí a bez pozorovatelného hlubšího zaujetí. V grafu bychom předpoklad učitele znázornili bodem B, ve skutečnosti prožívání náročnosti úlohy žákem vystihuje v grafu bod C.

Obrázek 13: Zvýšení obtížnosti úlohy v kontextu jejího prožívání nadaným žákem



Vysvětlivky:

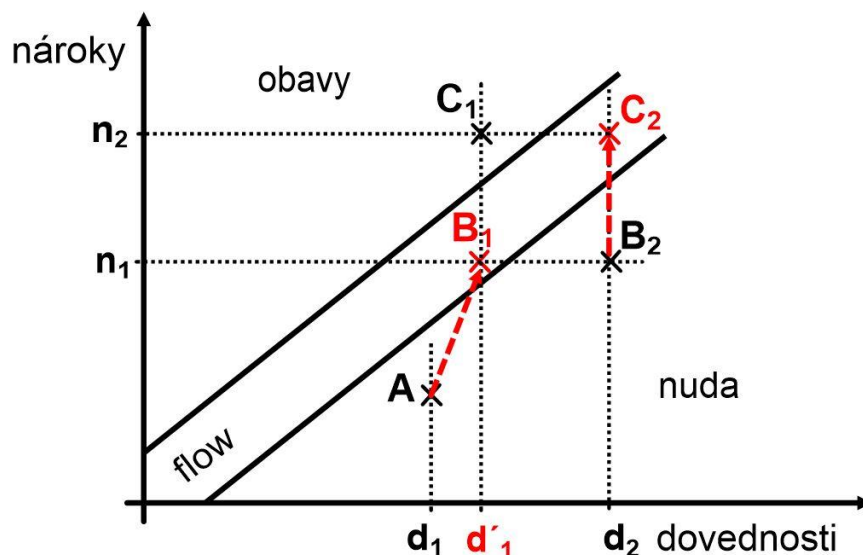
- d dovednosti, které žák prokázal u řešení úvodní úlohy (A)
- A žákovo emoční prožívání úvodní úlohy
- B učitelem očekávané prožívání obtížnosti jiné úlohy s vyššími nároky
- C žákovo prožívání obtížnosti druhé úlohy s vyššími nároky

Poznámka: Obrázek vychází z grafu Csikszentmihalyie (1996, s. 115)

Při pozorování nadaného žáka při řešení sérií úloh jsme zaznamenali, že vstřebávání nových poznatků je velmi rychlé, což je i zachyceno v odborné literatuře (kap. 3.2.2), ale schopnost využít okamžitě nové poznatky v nových situacích a v odlišných kontextech byla na mnohem vyšší úrovni, než jsme i po studiu odborné literatury předpokládali. Řešením i jednoduché úlohy žák zvýšil své dovednosti na kvalitativně vyšší úroveň, než jsme očekávali. Domníváme se, že tento fakt lze graficky znázornit jako na obrázku 14. Pro řešení úvodní úlohy nadaný žák potřeboval a prokázal dovednosti d_1 , (zjištěno pozorováním). Vyřešením úlohy (A) si zvýšil své dovednosti – předpokládali jsme, že na úroveň d'_1 . Nadaný žák však

zvýšil své dovednosti více, na úroveň d_2 . Proto následující úloha B nebyla kognitivně náročná dostatečně, jak jsme předpokládali (B1), ale pro nadaného žáka byla snadná (B2). Pro nadaného žáka by byla v dané situaci vhodná úloha C, která by měla optimální obtížnost, (C2), avšak podle našeho posouzení v průběhu výuky by byla náročná příliš (C1).

Obrázek 14: Zvýšení žakových dovedností řešením úlohy - očekávané a skutečné



Vysvětlivky:

- d_1 Pozorovaná úroveň dovedností při řešení úvodní úlohy (A)
- d'_1 učitelem předpokládaná úroveň dovedností
- d_2 skutečná úroveň dovedností
- n_1 učitelem nastavená obtížnost druhé úlohy
- n_2 optimální obtížnost druhé úlohy

Pozn. Obrázek vychází z grafu Csikszentmihalyie (1996, s. 115)

Fascinace čísly a symboly

Martinovi ještě před zahájením práce v našem výzkumu předkládala učitelka úlohy na převádění zápisu čísla z dekadické do nedekadické soustavy (a naopak), žák se velmi rychle, ale bez hlubšího pochopení naučil pouze algoritmus využívající postupné dělení a zápis zbytků po dělení. Připravili jsme pracovní listy, kde byly nejen úlohy, ale i části s výkladem nové látky (příloha 2). Práce na samém začátku jej velmi zaujala, protože porozuměl principu zápisu čísla v nedekadické soustavě, znázorňoval diagramy (ale jen na začátku) a zapisoval průběh řešení (i když stručně). V navazujících úlohách Martin postupoval výrazně rychleji, než jsme očekávali i při zvažování jeho matematického nadání. V některých úlohách ani nechtěl nic zapisovat, řešil úlohy nejraději z hlavy, pokud řešení řekl slovy, měl nechuť řešení (byť několik číslic) zapsat.

V sérii úloh o nedekadických soustavách žák vyjadřoval přirozená čísla v různých soustavách, převáděl čísla z dekadické soustavy do z-adické a naopak, sčítal, odčítal a násobil čísla vyjádřená v z-adické soustavě. Uvádíme příklad úlohy, kde žák zjišťoval bázi z (v jaké číselné soustavě je příklad zapsán, zda ve dvojkové, šestnáctkové apod.). Je třeba zdůraznit, že s níže uvedeným typem úlohy se dříve nesetkal.

Úloha:

Urči z , pro které platí:

Žákovo řešení:

a) $123_z + 123_z = 312_z$

$z = 4$

b) $203_z + 111_z = 1021_z$

n. ř.

c) $A9_z + 8B_z = 134_z$

$z = 16$

d) $12_z + 3_z = 15_z$

$z > 5, z \in \{6, 7, 8, 9, 10\}$

Komentář: Úlohy a)-c) řešil žák rychle a bez potíží. Až úloha d) jej zaujala. Nejprve určil, že z je větší než 5 a úloha má nekonečně mnoho řešení. Po upozornění učitelem se úlohou zabýval dál a určil $z \in \{6, 7, 8, 9, 10\}$. Slovně zdůvodnit, proč báze z nemůže být větší než 10, bylo pro žáka obtížné. Také se mohla projevit únava po vyřešení série úloh.

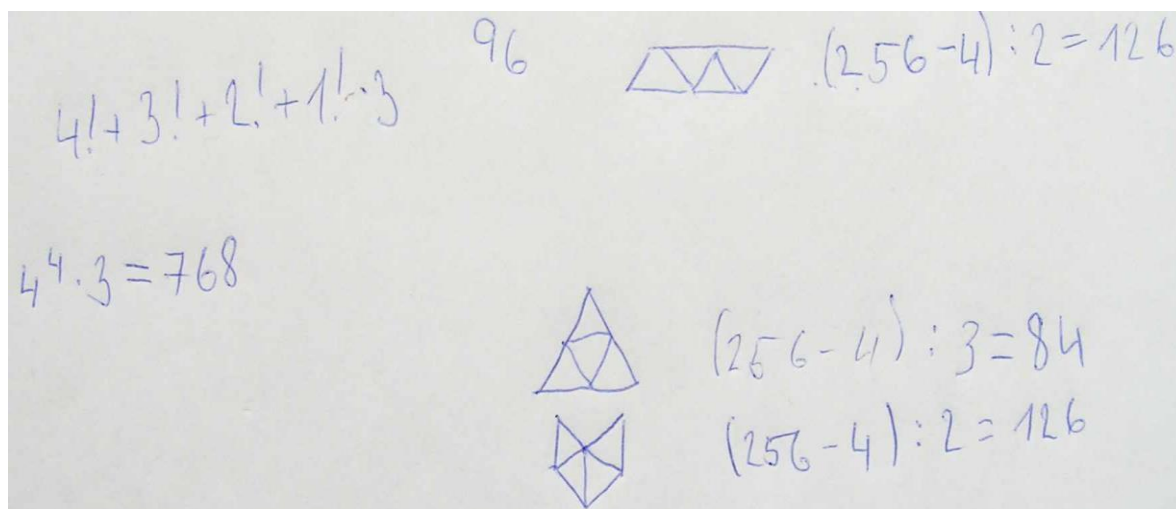
Úlohy, které byly pro Martina „ještě snadné“, by byly pro běžného žáka neřešitelné. Nadaný žák bez větších obtíží zvládal např. v závěru série úloh z kombinatoriky vybrané úlohy ze sbírky maturitních příkladů. I v jiných tematických celcích zvládal velmi obtížné úlohy a pracoval soustředěně a s nasazením. Museli jsme dávat pozor, abychom žáka nepřetížili a kognitivně náročné úlohy střídali s jinými, ve kterých byla zařazena například manipulace s pomůckami, nebo s volným rozhovorem, apod.

4.3.4 Úlohy formulované nadaným žákem

„*Matematické zkušenosti studenta nejsou úplné, pokud nikdy neměl možnost řešit problém, který si sám vymyslel*“ (Polya, 2009). Otázky, které klade žák, ať již sám sobě nebo učiteli, jsou zdrojem, který vypovídá nejen o tématech, kterými se žák zabývá, ale zejména o hloubce myšlení. Na jedné z individuálních lekcí se Martin svěřil, že přišel na způsob, jak vypočítat, kolika způsoby lze sestavit zápis čísla z 14 různých číslic. Využil poznatky o nedekadických číselných soustavách z minulých lekcí (použil více než deset různých číslic). Ukázal, jak postupoval od hledání všech možností zápisu čísel s malým počtem číslic k objevení pravidla

pro zjištění počtu permutací n prvků bez opakování. Jen neznal matematické názvosloví a symbolický zápis $n!$ (n faktoriál). Po seznámení s novým pojmem jej ihned začal používat ve slovním, ale zejména v grafickém projevu. Poznatek o permutacích ihned správně aplikoval v nových úlohách, v novém kontextu. Např. v úloze, kde počítal, kolik různých rovinných útvarů může vymodelovat právě ze čtyř dílů stavebnice Polydron (shodných rovnostranných trojúhelníků), přičemž zvažoval i barvu (4 možné barvy). Na obrázku 15 je vidět, že použil symbol pro faktoriál a využil vztah pro výpočet permutací. Ze záznamu je také patrné, jak změnil výpočet poté, co si uvědomil shodnost (stejnost) některých barevných útvarů po jejich pootočení či překlopení.

Obrázek 15: Fragment žákova záznamu řešení kombinatorické úlohy



I v jiných lekcích bylo běžné, že Martin nově získaný matematický poznatek z vlastní iniciativy zapojoval v dalších úlohách, kde k tomu našel příležitost, a to i v těch, které byly velmi odlišné, nejen obsahem. Činil tak se samozřejmostí a např. u využití kombinatorických poznatků nebo zvažování vyjádření číslicemi v nedekadických soustavách, často také s pozorovatelným potěšením (usuzovali jsme z držení těla, úsměvu, aj.).

Ptali jsme se Martina na otázky, které jej v souvislosti s matematikou napadají, a také, zda si vytváří úlohy sám pro sebe. Na přímou otázku nedokázal ihned odpovědět, po krátkém zamyšlení uvedl svou úlohu (úloha s doplněním operačních znamének, viz níže) z předchozího týdne. V průběhu půlroční práce, jsme zjistili, že si Martin vytváří úlohy početního charakteru, „hraje si s čísly“. Ve vyučování na výzvu učitelky své vybrané úlohy předkládá spolužákům, některé úlohy vytváří speciálně pro ně, ve chvílích, kdy má volný čas.

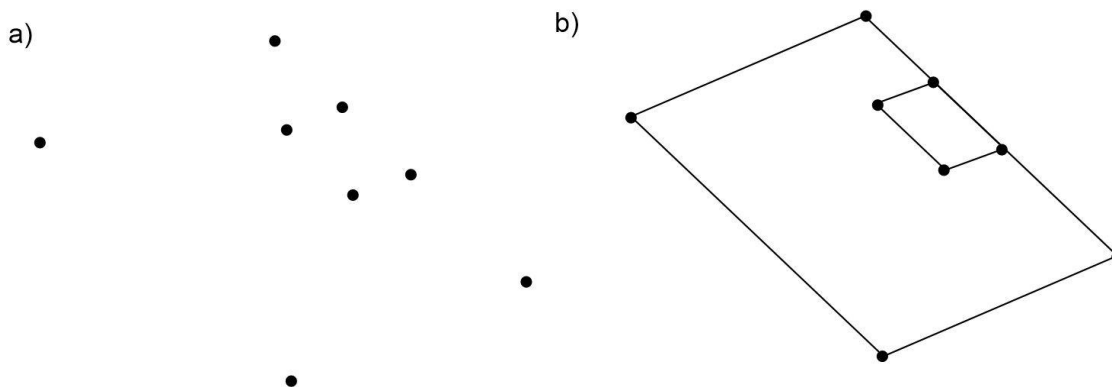
Uvádíme příklad takové úlohy, žákovi slovní instrukci „musí se doplnit znaménka, aby se to rovnalo“, jsme přeformulovali):

Doplň znaménka tak, aby platila rovnost: $1000 \ 1000 \ 1000 \ 1000 = 1000$

Žákovo řešení: $(1000 - 1000) : 1000 + 1000 = 1000$

V průběhu více rozhovorů vyplynulo, že kromě číselných úloh jej napadají také geometrické úlohy, a to ve chvílích, kdy relaxuje a sleduje okolí, kdy „vidí“ různé geometrické objekty a jejich vztahy. Uvádíme úlohu, ke které Martina údajně inspirovaly dešťové kapky na okně a kterou ve třídě také zadal spolužákům: *Spojením teček vyznač dva různě velké geometrické útvary, které mají stejný tvar* (obrázek 16).

Obrázek 16: a) obrazová část zadání úlohy, b) autorské řešení



Ze získaných dat se jeví, že nadaný žák přistupuje k matematice kreativně – vytváří úlohy v situacích, kdy má pocit emocionálního bezpečí a kdy relaxuje nebo nemá dány detailní instrukce, v situaci vyšší psychické entropie, kdy využívá divergentní myšlení. V případě, že jej téma zaujme, se snaží poznatky rozšířit – klade otázky (a hledá odpovědi).

Jako poznámku k uvedenému jevu dodáváme, že nadaní žáci, pokud mají prostor (a pocit bezpečí), kladou neobyčejně hloubavé otázky i ve vyšším věku. Jiří (14 let, v mladším školním věku diagnostikováno nadání na matematiku, přírodní vědy a cizí jazyky), se kterým autorka pracovala před započítím výzkumu pro disertační práci, např. v rozhovoru, který se stočil k tématu nedekadických číselných soustav, začal generovat množství různých otázek (a sám si na ně odpovídat), pokračoval až po otázky velmi obtížné, ke kterým v tu chvíli nenalezl odpovědi: „Jak lze zapsat v jiné (nedekadické) číselné soustavě desetinné číslo, nebo třeba iracionální číslo? ... A co kdybychom jako bázi použili číslo π “. Příklady otázek dokládají hloubku myšlenek nadaného žáka. Od jistého okamžiku nepotřeboval partnera

pro dialog (snad posluchače), do proudu vět ani nebylo možno vstoupit, vytvářel a formuloval další a další myšlenky a otázky k tématu a byl tímto fascinován a v danou chvíli pohlcen.

Tvořivost je významnou komponentou nadání, souvisí úzce s divergentním myšlením, také s odvahou představit neobvyklé řešení, vyslovit novou myšlenku či neočekávanou otázku (srov. Sarrazy, 2011). Podpora tvořivosti žáků s matematickým nadáním by měla zahrnovat nejen edukační nabídku s dostatkem matematických úloh divergentního charakteru, ale také vytváření emocionálně bezpečného klimatu, kde nejsou nestandardní a učitelem neočekávané odpovědi (či otázky) označovány za nesmyslné nebo chybné. Dostatek času na řešení úloh i na „volné přemýšlení“. Z výzkumných zjištění usuzujeme, že nadaný žák vytvářel vlastní úlohy v situaci, kdy měl psychický komfort, volný čas a neměl zvnějšku tento časový úsek strukturován.

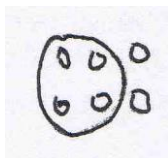
4.3.5 Precizní zadání úlohy a potřeba přesného vyjadřování

Na důležitost precizního zadání úlohy nás upozornila paradoxní situace, kdy měl žák s mimořádným matematickým nadáním velké potíže s úlohou, kterou jiní žáci vyřešili bez potíží. Úloha byla díky nepřesné formulaci zadání, které obsahovalo protimluv, pro nadaného žáka neřešitelná a celá situace byla pro něj neurotizující.

Úloha: *Rozdělujeme koláče na talíře. Jestliže dáváme na talíř 6 koláčů, dva koláče zbydou. Kdybychom dávali na talíř 8 koláčů, zůstane jeden talíř prázdný. Kolik je koláčů a kolik talířů?* Zdroj úlohy: (Blažková, Vaňurová, 2010).

Martin si opakovaně pročítal zadání úlohy, udělal si nákres (obrázek 17), ze kterého je zřejmé, jak přemýšlel, a znovu se vracel k zadání úlohy. Obrázek je velmi malý a i z vnějších projevů byla patrná neurotizace. Za předpokladu, že by byla úloha formulována precizně, by ji Martin pravděpodobně vyřešil rychle, z paměti, bez potřeby si něco zapisovat. Protože byl bezradný, pokusil se řešit úlohu s využitím obrázku:

Obrázek 17: Fragment grafického řešení úlohy nadaným žákem



Martin nejprve zakreslil 6 malých kruhů (v konfiguraci jako na hrací kostce) znázorňujících koláče. Poté dokreslil větší kruh znázorňující talíř tak, aby 2 koláče ležely mimo talíř. Martin

se striktně držel informací z druhé věty zadání, že má k dispozici 6 koláčů a v situaci, kdy dává na talíř 6 koláčů, mu 2 koláče zbydou, což je protimluv, protože, když dá z 6 koláčů 6 koláčů na talíř, nezbyde mu žádný. Když mu dva zbydou, na talíři musí být jen 4. Může zvažovat situaci, že na talíř dá 6 koláčů a 2 mu zbydou, z čehož plyne, že jich původně bylo 8, ale na talíř položil jen 6 a dva zbyly. Což je ale v rozporu s třetí větou zadání, ze které plyne, že když dá na talíř 8 koláčů, zůstane mu prázdný talíř. Znovu zkusil řešit úlohu s využitím obrázku, zakreslil si doprostřed stránky dva velmi malé kruhy (dva koláče, které zbyly) a opakovaně a bezradně si četl zadání. Úlohu jsme přeformulovali:

Kdybychom dávali na talíře po 6 koláčích, dva koláče zbydou. Kdybychom dávali na talíře po 8 koláčích...

Žák poté vyřešil úlohu bez potíží, bylo ale patrné pomalu opadávající napětí z řešení předchozí neřešitelné úlohy. Přestože již výsledek zřejmě zjistil, kreslil precizně obrázek – zaznamenával rovnou správný počet koláčů i talířů. Z toho plyne, že výsledek s pomocí obrázku již nehledal. Celý záznam řešení úlohy nadaným žákem je v příloze 3.

Očekávání učitele

Při řešení matematických učebních úloh si běžní žáci uvědomují rozdíl mezi tím, co je požadováno v zadání úlohy, a tím, co očekává učitel, uvědomují si, že v úlohách, které se váží k realistické situaci, učitel zkoumá dovednost žáků aplikovat početní operaci, apod., ale reálnost kontextu pro něj není důležitá (Rendl, Vondrová et al., 2013). Zdá se, že žák s matematickým nadáním v některých situacích hůře (než vrstevníci) odhaduje očekávání učitele a drží se přesně zadání úlohy.

Matematické nadání a silná potřeba přesného vyjadřování

Jedním z prvních projevů, který nás upoutá při setkání s intelektově nadanými žáky, bývá jejich gramaticky bezchybné vyjadřování a snaha o vyjadřování, které je co možná nejvíce přesné – obsahově správné a výstižné (srov. kap. 3.2.2). Nadaní mají vyšší potřebu přesného (verbálního) vyjadřování než běžná populace, snaží se precizně vyjadřovat a očekávají precizní vyjadřování od druhých. To má dopad na interakci nadaného žáka s lidmi ve školním i mimoškolním prostředí, ale také na práci s učební úlohou, což dokumentujeme na ukázkách z výzkumu. Protože tento jev považujeme za významný, zjištění z individuální práce s nadaným žákem byla v této kapitole v rámci triangulace doplněna o data z rozhovorů s rodiči nadaných žáků a z rozhovoru s psychologem z PPP.

Pocit z nepřesného vyjadřování druhých přirovnává nadaný žák k bolesti

Výzkumný vzorek tvořili rodiče tří mimořádně nadaných žáků, kteří již absolvovali 1. stupeň základní školy. Do textu dizertační práce jsme vybrali konkrétní data pouze z rozhovoru s matkou Petra (jméno změněno). Petr má další starší nadané sourozence.

Z rozhovorů s nadanými žáky a jejich rodiči jsme zaznamenali, že i rodiče, kteří neformulovali přímo problém s precizní komunikací, o tomto problému v řadě konkrétních školních situací se svými dětmi hovořili.

Matka dnes již dospělého Petra říká „pořád mu to vadí, ale naučil se s tím žít“. V rozhovoru Petrova matka popsala, jak jedno z dětí vedlo doma „vysilující způsob komunikace“, kdy velmi neúnavně dokázalo vyhledávat a využívat slabá místa ve slovním vyjádření rodičů a s využitím usuzování a argumentace je přivádět do úzkých. „(Syn)...nás od malička chytal za slovo... museli jsme si dávat pozor, hledal skulinu v tom, co jsme řekli...“ Matka uvedla, že díky tomuto způsobu komunikace měl opravdu velké problémy ve škole, nejen s učiteli, ale taky se spolužáky, a zapamatovala si, jak se jí to snažil vysvětlit: „Víš, mami, mě to bolí. Vadí mi, když někdo nedefinuje přesně...“. Petrova matka: „Myslím, že je to jako u lidí, co mají absolutní sluch. Také jim vadí, když někdo zpívá falešně. Přestože ví, že je dobře, že zpívá, ale bolí ho to.“ Silný psychický diskomfort z komunikace, která není precizní, přirovnává matka nadaného žáka i nadaný žák k fyzické bolesti. Potřebu přesného vyjadřování chápou jako přirozenou součást života některých lidí.

Zablokovaná tvořivost a potřeba přesného vyjadřování

Z rozhovoru s psychologem PPP, který byl veden v rámci předvýzkumu, jsme vybrali v souvislosti s potřebou přesného vyjadřování u nadaných žáků následující data:

Vítkovi byl již v předškolním věku diagnostikován akcelerovaný vývoj v oblasti intelektu. Psychologa zaujala jeho mimořádná tvořivost, nakreslil například důmyslný teleportační přístroj. Po vstupu do školy však nastal výrazný zlom, školní výsledky neodpovídají žakovým schopnostem. Nyní Vítek navštěvuje 4. ročník základní školy, je u něj diagnostikováno mimořádné nadání s excelentně rozvinutou verbální složkou, pro výuku matematice byla se školou dohodnuta akcelerační varianta – žák bude docházet do vyššího ročníku. Do poradny byl doporučen k vyšetření kvůli problémům se slohem. Překvapivě v testech tvořivosti získal velmi špatné, podprůměrné hodnocení. Vítek, podle slov psychologa z PPP, má zablokovanou tvořivost, „než by riskoval, že nevykoná, co učitelka chce, že se netrefí do toho, co se od něj

očekává, tak radši neudělá nic“. I při testech se neustále dokola dotazoval: „můžu toto?“, „může to být takto?“. Vítek má opakovanou zkušenost, že když něco udělá jinak, než učitelka očekává, tak je to špatně. Proto se, pokud je to možné, otázkami snaží co nejpodrobněji zjistit, co učitel chce. V poradně například žádal psychologa, aby upřesnil, co v otázce znamená slovo „občas“ a poté, čím se liší od „někdy“. Chlapec má hodnotu verbální složky IQ vyšší než 140, doma vymýšlí příběhy s poutavou pointou a text má trichotomní členění, přesto je zadání slohové práce pro něj natolik vágní a obavy z nenaplnění očekávání učitelky tak silné, že není schopen ve vyučovací hodině napsat vůbec nic a ze slohu „propadá“.

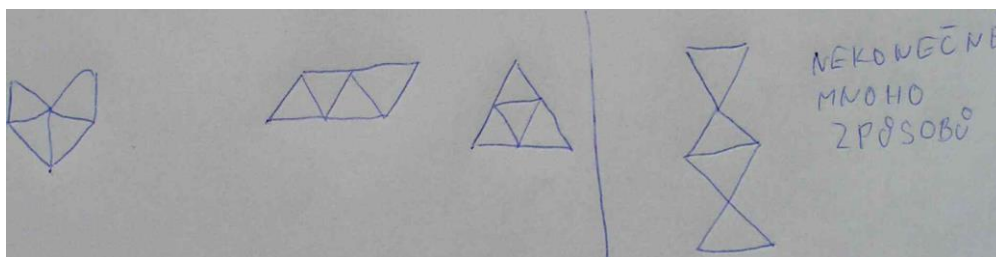
Domníváme se, že problémy nadaného žáka souvisejí nejen s potřebou přesného vyjádření, ale zejména se způsobem školní výuky, kdy je třeba zjišťovat (odhadovat), co učitel očekává.

4.3.6. Přímá manipulace s pomůckami při řešení úloh

Nadaní žáci postupují rychleji než vrstevníci na cestě od činnosti s konkrétními předměty k abstrakci rychleji, dříve nahrazují skutečnou manipulaci mentální manipulací s objekty (srov. kap. 3.3.3). Zajímalo nás, v jakých souvislostech při řešení úlohy nadaný žák Martin využije manipulační materiál.

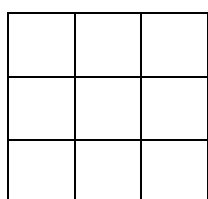
V situacích, kdy byla úloha pro něj snadno řešitelná bez pomůcek, o manipulační materiál nejevila zájem. V obtížnějších úlohách jej použil alespoň v dílčích krocích, jako např. v následující úloze: *Sestav všechny různé mnohoúhelníky ze čtyř rovnostranných trojúhelníků.* Žák měl k dispozici 4 barevné díly ze stavebnice Polydron a 4 modely rovnostranných trojúhelníků z šedého kartonu. První tři obrázky zakreslil bez manipulace (obrázek 17), pak si vybral k manipulaci jednobarevné kartonové díly, pracoval *úspěšně*. Ihned poté, co zjistil, že úloha má nekonečně mnoho řešení, práci ukončil.

Obrázek 18: Žákův záznam úlohy řešené s využitím manipulačního materiálu

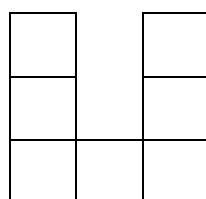


Pozorovali jsme, že nadaný žák využil samostatně a velmi účelně pomůcky k modelování staveb v následující úloze (námět Becheanu, 2006):

Honza postavil z krychlí stavbu. Na obrázku A vidíš, jak stavba vypadá zepředu (nárys), na obrázku B, jak vypadá seshora (půdorys).



Obrázek A

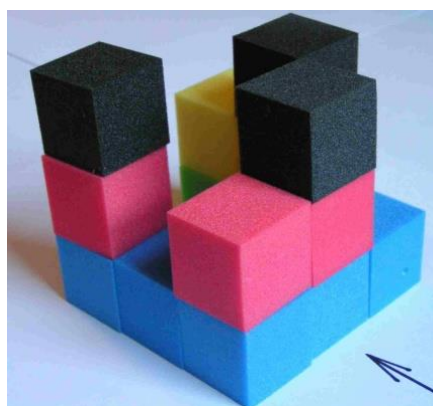


Obrázek B

- Nakresli bokorys této stavby (jak vypadá z boku).
- Urči nejmenší a největší možný počet krychlí pro tuto stavbu.
- Kolik různých staveb je možno postavit?

Dílčí úlohy (a) a (c) mají divergentní charakter a k jejich řešení žák využil také své znalosti kombinatoriky. Žák nejprve řešil úlohu (b), využil krychle k modelování. Při řešení úlohy (a) modeloval samostatně pouze bokorys, *modeloval jen některá řešení, písemně zaznamenal všechna řešení*. Úloha (c) byla výrazně náročnější. Zde žák vymodeloval pouze některé stavby (obrázek 19), úlohu pak řešil s využitím půdorysů, kde do políček vpisoval čísla vyjadřující počet kostek ve sloupci.

Obrázek 19: Žákovské dílčí řešení stavby z krychlí



Pozorovali jsme, že v některých konkrétních situacích měl žák snahu dokončit celou stavbu z krychlí, přestože již úlohu vyřešil a zaznamenal a dokončení stavby nepotřeboval k vyřešení úlohy.

Nadaný žák využíval k řešení konkrétních úloh manipulační materiál úsporně a účelně, zároveň však se sklonem dokončit dílčí krok podle svých kritérií. Obtížnější úlohy s využitím

manipulačního materiálu nadaný žák řešil se zaujetím a v rozhovoru je hodnotil jako zajímavé a že by „je chtěl i v ostatních hodinách matematiky“.

Shrnutí dat z individuální práce s nadaným žákem a zkoumání vlastností úloh

Žák s mimořádným matematickým nadáním, se kterým jsme individuálně pracovali, potřeboval a dokázal řešit *výrazně obtížnější úlohy, než jsme očekávali* (i po studiu odborné literatury). Domníváme se, že nadaní žáci jsou schopni řešit úlohy i na kvalitativně vyšší úrovni než očekává učitel, který uvažuje v referenčním rámci svých zkušeností s běžným žákem.

V souladu s odbornou literaturou jsou naše zjištění: Nadaný žák velmi *rychle vstřebával nové informace*, rychle se učil novým dovednostem (často již po prvním seznámení). Nové znalosti a dovednosti *propojoval s širokým kontextem*, se svými původními poznatky, s dříve získanými dovednostmi a tím dále zvyšoval své kompetence. Využívání nových poznatků bylo kvalitativně na mnohem vyšší úrovni, než jsme po studiu odborné literatury očekávali. V průběhu individuální práce si nadaný žák rovněž rychle osvojoval obsah i formu vyjadřování matematických myšlenek (verbální i grafickou).

Nadaný žák měl velkou snahu vyřešit náročné úlohy, pracoval s nasazením a při práci byl ponořen do svých myšlenek, domníváme se, že je třeba věnovat zvýšenou pozornost nejen tomu, aby žák dostával úlohy kognitivně dostatečně náročné, ale také, aby *zátěž byla přiměřená* a nadaný žák nebyl přetížen.

V průběhu práce byly ověřeny úlohy z tematických oblastí, které nejsou v centru pozornosti školské matematiky. Nadaný žák vítal úlohy s různým sémantickým pozadím (i dětským, s humorem či nadsázkou), velmi jej přitahovaly úlohy abstraktní, se symboly, bez sémantického kontextu. Existuje řada tematických oblastí, které lze využít pro obohacující variantu matematického vzdělávání integrovaného nadaného žáka, ověřili jsme pouze některé z nich.

Nadaný žák potřebuje *precizně formulovanou úlohu*. Pokud není (matematická) úloha pečlivě formulována, je pro nadaného žáka neřešitelná, případně se mění na úlohu: „Jak to učitel myslel?“, „Co chce učitel slyšet?“. Žák chce vyřešit úlohu správně, nechce být kárán za špatné řešení. Potřeba/úkol zjistit, co učitel očekává, co učitel hodnotí jako správné, se transformuje do potřeby mít jasné zadání úlohy a v návaznosti na to pak do snahy žáka získat od učitele otázku nebo instrukci s co možná nejnižší entropií.

4.3.7 Řešení divergentních úloh žáky v běžné třídě

V této části výzkumu bylo cílem posoudit vztah mezi matematickými schopnostmi žáků a jejich úspěšností při řešení úloh s divergentním charakterem. K získání výzkumných dat byl použit psychometrický standardizovaný test a nestandardizovaný didaktický test.

Charakteristika výzkumného vzorku

Výzkumný vzorek: Třída 20 žáků, kde se vzdělává také žák s diagnostikovaným matematickým nadáním, se kterým bylo půl roku individuálně pracováno. Testování se zúčastnilo 15 žáků, jejichž rodiče s testováním souhlasili. (Předvýzkumné sondy - didaktického testu se zúčastnilo 24 žáků ze dvou tříd 5. ročníku z jiné základní školy v Ústeckém kraji).

Metody sběru dat:

- psychometrický standardizovaný test

Ke zjištění úrovně matematických schopností byly použity dva subtesty testu kognitivních schopností: početní test a obrázkový test. Početní baterie zjišťuje kognitivní schopnosti v kvantitativní oblasti – hodnotí schopnost žáka pracovat s čísly a symboly. Tato testová baterie souvisí s odhadem potenciálu žáka podávat dobré výkony v matematice a přírodních vědách. Reliabilita číselné baterie je 0,75. Obrázková baterie zjišťuje kognitivní schopnosti v oblasti neverbální – měří schopnost uvažovat s geometrickými (rovinnými a prostorovými) prvky bez verbálního vlivu, je zkoumána schopnost klasifikovat (rozdělovat do tříd) a schopnost analýzy a syntézy útvarů. Reliabilita obrázkové baterie je 0,70.

V době testování nebyl pro věkovou skupinu žáků od 10 do 12 let k dispozici test Barevná kalkule či jiný vhodný test matematických schopností, po konzultaci s psychologem byl zvolen test kognitivních schopností autorů R. L. Thorndika a E. Hagen v úpravě J. Vonkomera a J. Jílka (1997), který se skládá ze tří baterií – slovní, početní a obrázkové. Test je však pro žáky velmi náročný i svým časovým rozsahem. Bylo upuštěno od testu verbálních schopností a byl realizován subtest početní a subtest obrázkový.

- nestandardizovaný didaktický test

Didaktický nestandardizovaný test je sestaven z deseti matematických úloh (příloha 8 a 9). Jedná se o úlohy otevřené - úlohy se stručnou odpovědí, doplňovací i produkční. Sada obsahuje 5 úloh konvergentního a 5 úloh divergentního charakteru (tabulka 4). Pro potřeby testu byly jako úlohy konvergentního charakteru označeny úlohy s jedním řešením a jako

úlohy divergentního charakteru úlohy s více řešeními. Je to zúžené pojetí, jehož slabiny odhalila autorka až při hlubším studiu entropie úloh. K výpočtu reliability testu jsme využili Kuderův-Richardsonův vzorec (Chráska, 2007); jsme si vědomi toho, že vzhledem k malému počtu respondentů se jedná o výsledek s omezenou platností (srov. Chráska, kap. 4.1.1). Reliabilita testu je 0,69, výpočet v příloze 10).

Tabulka 4: Charakteristika úloh didaktického testu

Úloha č.	Charakteristika obsahu úlohy	Konvergentní/Divergentní charakter úlohy
1	Doplnění číselných výrazů	K
2	Doplnění číselných výrazů, nalezení více řešení	D
3	Práce s podmínkou, nalezení dvou sčítanců, je-li znám součet	D
4	Dělení čtverce na 3 shodné části	K
5	Dělení čtverce na 2 shodné části	D
6	Slovní úloha, porozumění a úsudek, operace dělení a násobení	K
7	Slovní úloha nestandardní, Dirichletův princip	D
8	Početni tvořivá úloha	D
9	Určení počtu prvků, prostorová představivost	K
10	Práce s podmínkami, usuzování	K

Hypotéza:

Žák s matematickým nadáním (s lepšími matematickými schopnostmi) je úspěšnější (najde více řešení) při řešení divergentních úloh než ostatní žáci.

Průběh testování

Žáci absolvovali zácvičné testy psychometrického testu, v dalších dnech pak test početní a test obrázkový (subtesty testu kognitivních schopností) a jako poslední didaktický test sestavený z úloh konvergentního a divergentního charakteru. Po skončení testování byl s žáky proveden rozbor úloh didaktického testu. Anonymizované výsledky psychometrického testu jsou uvedeny v příloze 11, v tabulce 5 jsou vybrané údaje.

Tabulka 5: Výtah výsledků psychometrického testu

Žák	Z	Početní baterie							Obrázková baterie						
		HSB	SVS	PP	Stanin baterie	Stanin			HSB	SVS	PP	Stanin baterie	Stanin		
						P1	P2	P3					P1	P2	P3
1	1	46	107	68	6	6	9	6	61	92	30	4	3	4	5
2	4	34	94	34	4	4	7	4	45	80	9	2	3	2	3
3	2	40	99	47	5	5	7	5	62	94	34	4	5	4	3
4	4	16	70	2	1	3	1	2	36	72	3	1	2	1	2
5	1	41	100	50	5	5	9	4	71	107	68	6	8	4	5
6	2	40	100	50	5	5	9	4	76	117	87	7	7	6	6
7	1	48	110	75	6	5	9	7	70	105	63	6	6	7	4
8	3	39	98	45	5	4	8	5	60	91	27	4	3	5	3
9	1	53	118	88	7	9	9	6	70	105	63	6	6	6	4
10	4	38	97	42	5	4	7	5	43	78	7	2	4	2	1
11	1	49	113	81	7	7	9	5	75	115	84	7	7	6	5
12	1	58	129	97	9	8	9	8	79	125	95	8	7	7	8
13	2	43	103	58	5	5	9	6	61	93	32	4	4	5	3
14	2	48	110	75	6	9	9	4	66	99	47	5	6	6	3
15	3	41	100	50	5	6	7	5	63	96	39	4	3	6	4
N		60							80						

Vysvětlivky:

Z známka z matematiky

HSB Hrubý skór baterie (součet hrubých skórů dílčích testů)

SVS Standardní věkový skór

PP Percentilové pořadí standardního věkového skóru

Stanin P1, ... Stanin dílčího testu P1, ... početní, příp. obrázkové, baterie

N Nejvyšší dosažitelný hrubý skór baterie

 Nadprůměrný výsledek

 Výrazně nadprůměrný výsledek dílčího testu

Uvědomujeme si, že testy měří aktuální úroveň výkonů probandů. Žák s diagnostikovaným mimořádným matematickým nadáním je žák číslo 9. Z výsledků je zřejmé, že percentilové pořadí 88 v početní baterii a 63 v baterii obrázkové svědčí o jeho nadprůměrných schopnostech početních i schopnostech analýzy a syntézy útvarů. Horší výsledky u třetího dílčího testu obou baterií mohou vypovídat o únavě a neudržení pozornosti. Z výsledků měření vyplývá, že schopnosti srovnatelné s nadaným žákem mají i další žáci ve zkoumané skupině, např. žák č. 12 podal i lepší výkon. Z dat v tabulce 6 je patrné, že také v didaktickém

testu mají s nadaným žákem srovnatelné výsledky jiní žáci (č. 7, 11, 12 a 13). Výsledky obou testů jsou v souladu s Renzulliho modelem nadání, který akcentuje myšlenku, že nadání není podmíněno excelentní úrovní schopností, ale postačuje úroveň nadprůměrná (srov. kap. 3.2), a zásadní roli má interakce klíčových komponent nadání.

Tabulka 6: Výsledky žáků v didaktickém testu (K-D sada úloh)

Žák	Známka z M	Úloha										C;E
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
		K	D	D	K	D	K	D	D	K	K	
1	1	S	SD	F	S	S	F	F	SD	S	S	7;2
2	4	S	N	S	F	S	F	F	SD	F	F	4;1
3	2	S	N	F	F	S	F	F	SD	F	S	4;1
4	4	S	N	N	F	S	F	F	F	F	F	2;0
5	1	S	SD	F	S	S	F	F	SD	S	S	7;2
6	2	S	SD	F	S	S	F	F	SD	S	S	7;2
7	1	S	SD	S	S	S	S	S	SD	S	S	10;2
8	3	S	N	N	F	S	F	N	SD	F	S	4;1
9	1	S	SD	S	S	SD	S	SD	SD	S	S	10;4
10	4	N	N	F	F	S	F	S	N	F	S	3;0
11	1	S	SD	S	S	S	F	F	SD	S	S	8;2
12	1	S	SD	S	S	S	S	S	SD	S	S	10;2
13	2	S	SD	S	S	S	F	F	SD	S	S	8;2
14	2	S	N	N	F	S	F	F	SD	F	S	4;1
15	3	S	N	F	F	SD	F	F	S	S	S	5;1
P		14	8	6	8	2	3	4	13	9	13	

Vysvětlivky:

K/D konvergentní/divergentní úloha

N žák úlohu neřešil

F žák úlohu řešil chybně

S žák úlohu řešil správně

SD žák uvedl více řešení

P počet žáků, kteří úlohu vyřešili správně

C;E počet správně vyřešených úloh; z toho úloh s více řešeními

Vzhledem k malému rozsahu souboru respondentů, a zejména k potížím souvisejícím s divergentním charakterem úlohy a s postojem žáků k záznamu více řešení úlohy, jsme upustili od statistického posouzení, protože by nebylo relevantní, a pozornost jsme soustředili na kvalitativní posouzení.

Kvalitativní zkoumání žákovských výstupů z didaktického testu

Uvedená data byla získána analýzou písemných záznamů žákovských řešení úloh a doplněna o data z pozorování žáků při samostatné práci. Žákům bylo před vypracováním testu opakovaně zdůrazněno, že některé úlohy mohou mít více řešení a že cílem testu je zjistit, zda naleznou více řešení.

To, zda žáci uvedli více řešení, bylo ovlivněno charakterem úlohy – žáci uvedli více řešení v úlohách č. 2 a 8, kde se jednalo o doplnění číselných výrazů nebo číselných schémat a byly v nich předepsané „šablony“. V úloze 4 a 5 byly rovněž „šablony“ – předkreslené čtverce, které měl žák rozdělit na 3 (nebo 4) shodné části. Připravené obrázky čtverců vedly žáky k pokusům najít více řešení i v úloze, která má právě jedno řešení, žáci uváděli chybná nebo stejná řešení. V úloze 5, rozdělilo čtverec na čtyři shodné části úhlopříčkami a středními příčkami všech 15 žáků, pouze žáci (č. 9 a 15) našli ještě další řešení. Podrobněji o úloze č. 5 v kapitole 4.3.9. V případě slovní úlohy divergentního charakteru (úloha 7), řada žáků nečetla zadání s porozuměním, ti kteří řešili úlohu chybně, použili „žonglováním s čísly“ – čísla ze zadání odečetli, sečetli nebo vynásobili. V příloze 9 je záznam řešení úlohy nadaným žákem (č. 9), ke vzhledu do úlohy a k nalezení prvního řešení si nakreslil obrázek.

Podrobněji analyzujeme úlohu č. 3. Žádný z žáků z výzkumného vzorku (ani ze vzorku z předvýzkumu) nevedl k úloze 3 úloze více správných řešení, někteří žáci se úlohu řešit vůbec nepokusili. Správné řešení uvedlo 40 % žáků (v předvýzkumu 30 %). Nabízíme porovnání řešení (a problémů s řešením) běžného žák a žáka s nadáním.

Zadání úlohy 3: Najdi dvě čísla, jejichž součet je 1 368. Podmínkou je, aby jedno z čísel mělo alespoň tři stejné číslice.

Komentář: Úloha má výrazně divergentní charakter. V oboru přirozených čísel má 46 řešení (výsledků), např. v oboru desetinných čísel nekonečně mnoho řešení. Divergentní charakter má i proces řešení úlohy. Míru neurčitosti úvodní věty zadání by bylo možné snížit jejím přeformulováním na: *Rozlož číslo 1 368 na součet dvou čísel. Úloha obsahuje dvě podmínky: Součet dvou čísel je 1368. Jedno z čísel má alespoň tři stejné číslice.*

Žáci s nadprůměrnými matematickými schopnostmi úlohu vyřešili (našli jedno řešení). Pro žáky s podprůměrnými a průměrnými matematickými schopnostmi skrývala úloha obtíže, jež pramenily z různých problémů. Úloha pro žáky obsahovala příliš velkou entropii na samém počátku práce. Úlohu hlasitě komentovali, např. jedna dívka vykřikla: „Kde je mám hledat?“

(dvě čísla) a uhodila tužkou o lavici. I z vybraných grafických záznamů (podtržení, zdůraznění vykřičníky) je zřejmé psychické napětí - vztek, nesouhlas či bezradnost:

Obrázek 20: Fragmenty záznamu řešení úlohy 3 od tří žáků

NEDA'VA' SMYSL!

Najde ho vyřešit! ~~133~~

← NEVÍM SI STIHN
RADY

Žáci, kteří se pokusili úlohu řešit, měli problémy se zpracováním obou podmínek obsažených v úloze, což je patrné z vybraných ukázek chybných řešení (obrázek 21):

Obrázek 21: Ukázky chybných řešení úlohy

a)	b)	c)
$\begin{array}{r} 1234 \\ 134 \end{array}$	$1 \quad 368 : 2 = 1684$ $\begin{array}{r} 16 \\ 08 \\ \hline 160 \end{array}$	$8631 \quad 2631$
	d)	
	$1 + 1300 + 1067 = 1368$ $1 + 1067 + 1300 = 1368$	

Z analýzy kompletních záznamů žakovských řešení testu usuzujeme, že žáci ze zkoumaného souboru, pokud si nevědí rady, velmi málo experimentují, zřídka zkoušejí různé možnosti řešení a také neprovádějí zkoušku do zadání. Domníváme se, že chyby řady žáků mohou souviset s těmito problémy:

- Žákům z výzkumného souboru učitelé běžně nepředkládali divergentní matematické úlohy. Případně snižovali míru entropie úlohy pro žáka fragmentací řešení úlohy a instrukcemi pro dílčí kroky.
- Žáci mají problém se čtením s porozuměním, byť u krátkého textu.

- Žáci se s podobnou úlohou nesetkali. Obeznamenost s typem úlohy, jak zmiňují Vondrová a Žalská (In: Rendl, Vondrová, 2013), má vysoký vliv na úspěšnost.
- Žáci mají problém s krátkodobou pamětí, při řešení úlohy neudrželi v paměti pro mentální zpracování informace ze zadání.
- Mnozí žáci nevyužili ani strategii „pokus – omyl“, případně ji nevyužili efektivně – nekonfrontovali své řešení důsledně se zadáním a neodhalili tak chybu.

V řešení úlohy 3 byli úspěšnější žáci s lepšími matematickými schopnostmi (tabulka 4 a 5), uvedli však pouze jedno řešení (obrázek 22).

Obrázek 22: Grafický záznam řešení úlohy č. 3 žáků (č. 9 a č. 12) s nadprůměrnými matematickými schopnostmi

The image shows two separate rectangular boxes. The left box contains the handwritten equation $999 + 369 = 1368$. The right box contains the handwritten equation $1111 + 257$.

Na obrázku 23 je záznam řešení žáka s nadprůměrnými matematickými schopnostmi. Lze usoudit, že žák jako první našel elegantní jednoduché řešení $1000 + 368$. Záznam však nedopsal, škrtnul. Předpokládáme, že se mu řešení zdálo příliš jednoduché. Zapsal řešení mnohem více originální. Využil desetinná čísla, číslo $999,9$ splňuje podmínku alespoň tři stejných číslic, a navíc, další dvě čísla v zápisu rovnosti jsou matematicky „hezká“, obsahují stejné číslice.

Obrázek 23: Řešení úlohy 3 žáka (č. 7) s nadprůměrnými matematickými schopnostmi

The image shows a rectangular box containing handwritten text. At the top, the number 1000 is written and then crossed out with a horizontal line. Below it, the equation $999,9 + 368,1 = 1368$ is written.

Je zřejmé, že žák věděl o existenci více řešení, a i když bylo požadováno více řešení, zapsal pouze jediné.

Byli jsme překvapeni, že žáci, včetně žáků nadaných, přes výslovný požadavek samostatně neuváděli více řešení úloh. Proto byl po 4 měsících test zopakován s cílem zjistit, zda je to

způsobeno jen nesprávným způsobem výuky, kdy se žáci nesetkali s požadavkem uvádět více řešení úlohy.

Obrázek 24: Ukázka správného řešení úlohy 3 při opakování testu

333 + 1035	444 + 924	888 + 480	222 + 1146
333 + 1036	555 + 813	999 + 369	111 + 1257
334 + 1037	666 + 702	1000 + 368	1011 + 357
335 + 1038	777 + 595	1110 + 258	0,001 + 1367,999
		1111 + 257	0,002 + 1367,998

111 ~ 1257	1222 ~ 1146	1333 ~ 35	
222 ~ 1146	444 ~ 924	777 ~ 591	1011 ~ 357
333 ~ 1035	555 ~ 813	888 ~ 480	1110 ~ 258
	666 ~ 702	999 ~ 369	1101 ~ 267
		1000 ~ 368	1111 ~ 257

Žáci s horšími matematickými schopnostmi si zapamatovali, že má úloha více řešení, přesto nedokázali dodržet podmínky zadání a úlohu řešili chybně, bez porozumění, jak dokumentuje ukázka na obrázku 25.

Obrázek 25: Ukázka chybného řešení úlohy 3 při opakování testu

$1000 + 368 = 1368$	$1368 + 0 = 1368$	$2836 - 1368 = 1368$
$1068 + 300 = 1368$	$1368 - 0 = 1368$	$2836 : 2 = 1368$
$1360 + 8 = 1368$	$1368 \cdot 1 = 1368$	
$1308 + 60 = 1368$	$1368 : 1 = 1368$	

Z pozorování během psaní testů, z analýzy záznamů didaktických testů i z výsledků psychometrického a didaktického testu usuzujeme, že mezi žáky ve zkoumané třídě jsou velmi velké rozdíly v úrovni matematických schopností i v podávaných výkonech, což učitelé znesnadňuje nastavení optimální obtížnosti úloh pro hromadnou výuku. Také znemožňuje při hromadné výuce nastavit obtížnost úlohy pro nadaného žáka, aby byly uspokojovány jeho vzdělávací potřeby. Konkrétní úloha může být pro nadaného žáka a další žáky s nadprůměrnými schopnostmi velmi snadná, zatímco pro jiné žáky ve třídě příliš obtížná,

neřešitelná. Z dat vyplývá požadavek na diferenciaci výuky při řešení úloh ve třídě s žáky s různou úrovní schopností. Při společném rozboru testových úloh s žáky jsme zaznamenali, že při řešení divergentní matematické úlohy mohou být úspěšnější žáci s podprůměrnými matematickými schopnostmi, podrobněji v kap. 4.3.9.

Z analýzy žákovských záznamů didaktického testu se jeví, že žákům ze zkoumaného souboru běžně ve výuce nejsou předkládány úlohy s více řešeními (srov. Zelina, Zelinová, kap. 3.6.1), pokud se s takovou úlohou setkají, nezapisují samostatně více řešení, chápou úlohu jako dokončenu po nalezení jednoho řešení. Více výsledků se snaží zapsat, pokud je k tomu vede předtištěná „šablona“ pro zápis řešení. Takto přistupovali k divergentním úlohám všichni žáci ve zkoumaném souboru, včetně nadaného žáka a dalších žáků s nadprůměrnými matematickými schopnostmi.

4.3.8 Řešení divergentních úloh nadanými žáky

Zajímalo nás, jak k úlohám divergentního charakteru přistupují nadaní žáci, kteří s v matematice vzdělávají separovanou formou. V únoru 2012 bylo uskutečněna sonda ve dvou skupinách kognitivně nadaných žáků ve 4. a 5. ročníku základní školy ve Zlínském kraji (charakteristika školy v kap. 4.2.3). Soubor tvořilo celkem 17 žáků, u nichž bylo intelektové nadání diagnostikováno odborníky PPP. Žáci řešili 3 úlohy, nejprve individuálně, poté hromadnou formou v rámci moderovaného rozhovoru a řešení úloh.

Hlavním cílem šetření bylo zjistit, jak žáci řeší úlohy divergentního charakteru, zda nalézají a zapisují více řešení, které úloha má. Dále nás zajímaly aspekty, které souvisejí s náročností úlohy, se zaměřením úlohy (numerickým nebo geometrickým) a s chováním žáků v průběhu řešení. Chtěli jsme zjistit, jaké typy matematických úloh nadaní žáci upřednostňují, všimnout si dovednosti popisovat průběh řešení a zapsat jej, odůvodňovat, a také zaznamenávat různé nápady. Mohli bychom očekávat, že nadaní žáci, vzdělávající se ve třídách pro nadané, jsou zvyklí řešit obtížnější úlohy a používat vyspělejší strategie než žáci v běžné třídě, zajímá nás, zda budou úlohy pro žáky přiměřeně (dostatečně) obtížné a zajímavé, případně, pokud budou obtížné příliš, jak se k nim žáci postaví, zda se pokusí o řešení různými strategiemi, případně iniciují spolupráci se spolužáky. Byla sledována také snaha a ochota spolupracovat se spolužáky, soutěživost při řešení úloh, komunikace se spolužáky nebo učitelem.

Metody sběru dat

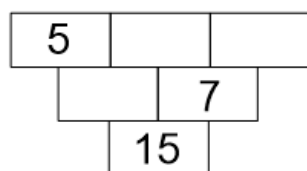
- Pozorování,
- analýza žakovských řešení úloh.

Průběh šetření: Žáci obdrželi tři pracovní listy s matematickými úlohami divergentního charakteru. První list obsahoval úlohu – sadu úloh numerického charakteru (příloha 5), na druhém pracovním listu byla geometrická úloha (příloha 7) a třetí list obsahoval nestandardní numerickou úlohu. Žáci si mohli vybrat, kterému pracovnímu listu se budou věnovat jako prvnímu. Byli vyzváni, aby se pokusili pracovat samostatně, své kroky řešení úlohy zaznamenávali, včetně otázek a myšlenek, které je napadají v průběhu řešení; aby se, pokud budou potřebovat, poradili nebo si vyměnili nápady se spolužáky. Šestnáct žáků začalo pracovat s úlohou numerického charakteru (sčítací schémata), jeden žák zvolil geometrickou úlohu (dělení šestiúhelníku), ale po chvíli úlohu odložil a začal také řešit numerickou úlohu.

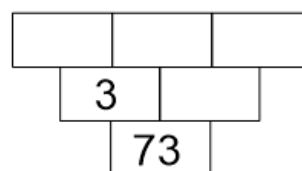
Práce s pracovním listem se sčítacími schémata

Protože nadaní žáci rádi pracují s čísly, a podle vyjádření učitelů z praxe rádi doplňují chybějící údaje v pracovních listech, gradovaná série čtyř úloh obsahovala číselná schémata s prázdnými poli (příloha 5), námět úlohy Hejný (2011). Všichni žáci pracovní list vyplnili samostatně a bez chyb. Nepsali však žádné poznámky ke svému postupu. Někteří žáci připsali komentáře dodatečně poté, co byli vyzváni. Stručně jen u první, výjimečně u druhé úlohy. Jediný žák uvedl poznámky ke všem čtyřem úlohám, a to velmi přehledně, formou rovnic s jednou nebo dvěma neznámými. Nepopisovaly však jeho cestu řešení, ale vztahy mezi prvky ve schématu.

První úloha (obr. A) je konvergentní a je velmi jednoduchá. Cílem této úlohy byl zácvik.



Obrázek A

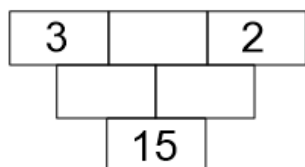


Obrázek B

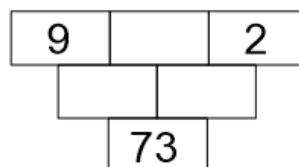
Druhá úloha (obr. B) má divergentní charakter. Nikdo z žáků nepoznamenal, že má úloha více řešení a která to jsou. Z individuálních rozhovorů bylo zřejmé, že o existenci dalšího řešení ví, znají ho, ale nemají potřebu jej zapsat. Jeden žák v komentáři uvedl rovnici $x + y = 3$ a také řešení v oboru přirozených čísel $x = 2$ a $y = 1$. Ve schématu je však důležité i umístění čísel, další řešení žák písemně neuvedl, přestože si jej uvědomil, jak vyplynulo z rozhovoru. Jiný

žák uvedl, že kdyby se nedoplňovala jen přirozená čísla, tak by možných řešení bylo daleko více, a nabídl další možná řešení při doplnění nuly nebo čísel záporných.

Třetí a čtvrtá úloha (obrázek C a D) jsou obdobné, ve čtvrté úloze se jen pracuje s většími čísly. Tyto úlohy mají divergentní charakter průběhu řešení, i když mají právě jedno řešení (výsledek). Žáci jej většinou našli pomocí strategie odhad a pokus – omyl. Jeden žák uvedl, že „čísla nehledal, ale vždy, když čísla doplnil, tak to vyšlo“.

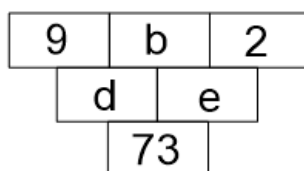


Obrázek C



Obrázek D

Při společném rozboru a konzultaci třetí a čtvrté úlohy byli žáci vyzváni, aby se pokusili nalézt algoritmus, „cestu“, jak vyplnit stejné schéma, ale s jinými čísly. Po chvíli samostatné práce se čtyři žáci přihlásili se zjištěním, že rozdíl čísel v prostředním řádku je stejný jako rozdíl krajních čísel v horním řádku schématu a navrhli algoritmus, který demonstrovali na poslední úloze posloupností výpočtů: $9 - 2 = 7$; $73 - 7 = 66$; $66 : 2 = 33$ (e); $33 + 7 = 40$ (d). Jiný žák vycházel ze součtu čísel v horním patře schématu a postup, jak doplnit pole (b), zachytil posloupností výpočtů: $9 + 2 = 11$; $73 - 11 = 62$; $62 : 2 = 31$. Dále připomněl, že postup bude fungovat pro všechna schémata, kde budou v zadání vyplněna stejná pole.



Obrázek E

Podpora divergentního myšlení v rámci řízené diskuse

Záhý se spontánně rozvinula „matematická hravost“ nadaných žáků. Začali sami navrhovat další úlohy, které byly záhy zkoumány – obdobná schémata, ale s více úrovněmi, nebo jiná sčítací schémata.

Jeden žák např. položil otázku: „Je možné takové sčítací schéma vytvořit pouze z prvočísel?“ Žáci začali tvořit schémata požadovaných vlastností, odhalili vlastnosti součtu dvou lichých čísel. Dále objevili, že je možné sestavit pouze „dvoupatrové“ schéma, a odůvodnili, proč. Do diskuse se zapojovali různí žáci, kladli otázky, dávali náměty, argumentovali, navzájem si

odpovídali. Debata probíhala bez negativních projevů, i když některý žák navrhl nesprávný krok. Např. žák při hledání třípatrového schématu navrhl, aby bylo doplněno číslo jedna. Jiný spolužák oponoval, že číslo jedna není prvočíslo a připomněl definici prvočísla. Přesto pak vyzkoušeli, zda by bylo možné sestavit třípatrové schéma z prvočísel a čísla jedna.

Tento pracovní list žáci vyplnili s chutí a rychle. Popsat svůj postup řešení však samostatně nedokázali. Výrazně je práce zaujala při hledání algoritmu výpočtu schématu, aktivně a se zájmem se zapojovali do řízené diskuse v závěru práce, kde byly reflektovány jejich nápady a dotazy.

Pozorování nadaných žáků při řešení geometrické úlohy

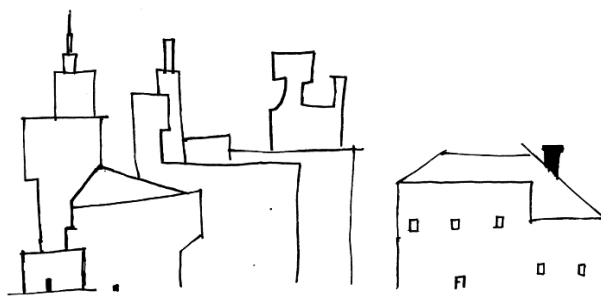
Úloha: Rozdělte pravidelný šestiúhelník na osm shodných částí. Tyto části pojmenujte.

Na začátku práce žáci váhali, bylo třeba je k řešení úlohy povzbudit, říci jim, že si mohou nakreslit více obrázků, prozkoumat různé nápady. Žáci používali pravítka ne ke konstrukci úseček, ale ke kreslení náčrtů, své neúspěšné pokusy ihned gumovali. Byli vyzváni, aby si své návrhy řešení ponechali nakreslené, přestože nevedou k cíli, že v nich mohou být zajímavé náměty, a také se k nim mohou vrátit.

Samostatně úlohu nevyřešil žádný z respondentů. Podle toho, jak žáci postupovali při řešení úlohy, usuzujeme, že vysoká obtížnost spočívala pro žáky zejména v tom, že se s obdobnou jednodušší úlohou ve škole dosud nesetkali. Také bylo třeba je povzbudit ke kreslení obrázků a zachycení nápadů. Nákresy, nápady, které bezprostředně nevedly k řešení, žáci ihned odstraňovali (gumovali), přestože mohly být základem správného řešení. Domníváme se, že to může souviset se sklonem nadaných k perfekcionismu, ale také to může být důsledkem nesprávné práce učitele s chybou, či toho, že učitelé nevedou žáky k tomu, že vyloučení cest, které nevedou ke správnému řešení, je přirozenou součástí řešení problému.

Překvapivé pro nás bylo, že mnozí žáci většinu čar kreslili podle pravítka nebo podle přiloženého papíru, i když mohli črtat „od ruky“, což je při hledání nápadů efektivnější. Na obrázku 26 je fragment kresby, která byla na pracovním listu, žák ji nakreslil v době, kdy už vzdal samostatné řešení úlohy a čekal na začátek řízené diskuse, pravítka používal jako oporu dokonce při volném „čmárání“. Od učitelé jsme nezískali odpověď na otázku, čím si vysvětlují, že žáci používají tak často pravítka ke kreslení čar.

Obrázek 26: Fragment spontánní kresby nadaného žáka (s využitím pravítka)



Přestože nevyřešili úlohu samostatně, v rámci postupu řízeného učitelem předložili náměty pro dílčí kroky řešení, které souvisely s dělitelností přirozených čísel nebo dělením rovnostranného trojúhelníka na shodné útvary. I když víme, ve kterém ročníku se vzdělávají, není snadné zvolit přiměřenou obtížnost úloh pro nadané žáky, jejichž úroveň znalostí a dovedností neznáme. Kompetence žáků v konkrétní oblasti mohou být výrazně nižší, např. z důvodu jednostranně zaměřené výuky. Naopak, pokud je úloha z oblasti, o kterou se nadaný žák zajímá, jeho znalosti mohou být pro učitele překvapivé. Na dokreslení uvádíme konkrétní příklad z výzkumné sondy, kdy se projevily speciálních znalostí nadaného žáka, který je fascinován čísly:

Po skončení práce na úlohách z pracovních listů žáci požádali ještě o další úlohy. Věnovali jsme se společné práci se sadou úloh na téma pozičních číselných soustav a násobení „per gelosia“. Po informaci, že desítkovou soustavu lidé používají, protože k počítání využívali deset prstů na rukou, a Mayové zřejmě chodili bosí, když používali dvacítkovou soustavu, ihned jeden z žáků bez vyzvání vstal z lavice, na tabuli nakreslil všechny mayské číslice, doplnil další data a uzavřel informací, že dříve než počítání s deseti prsty jsme v naší zemi využívali počítání na tucty a modelem nám byla jedna ruka s články prstů.

Shrnutí, interpretace, závěry z výzkumné sondy ve třídě pro nadané žáky

Nadaní žáci u divergentních úloh nezapisovali více řešení, které úloha má, přestože o nich věděli. Domníváme se, že je to způsobeno tím, že se s požadavkem na hledání (a zapisování) více řešení (nebo všech řešení) ve výuce matematiky běžně nesetkávají. Žáci řešili velmi aktivně aritmetickou úlohu, s geometrickou úlohou si nevěděli rady. Nepodařilo se nám zjistit příčiny toho, proč byla úloha pro žáky příliš obtížná, zda se s podobnými geometrickými úlohami (dělení geometrického útvaru na části) ve výuce vůbec setkávají.

Během pozorování bylo zjištěno, že zájem nadaných žáků vzbudí úlohy, které jsou dostatečně náročné, zároveň ale nesmí být entropie úlohy pro žáka příliš vysoká. Žáci se snažili řešit úlohy samostatně, spolupráci s ostatními žáky vyhledávali, až když sami nebyli schopni

obtížnou úlohu vyřešit. Byla patrná snaha dokončit úkol a upřednostňování samostatné práce. Komunikace a spolupráce se v rámci sondy nejlépe rozvinula v rámci učitelem řízené diskuse. V pedagogické praxi řada učitelů zastává názor, že nadaní žáci rádi soutěží se spolužáky v řešení matematických úloh. Naše zjištění během šetření potvrdila naopak nechuť žáků soutěžit (srov. Kaslová, kap. 3.6.2). Žáci se zájmem chtěli řešit další numerickou úlohu, ale odmítali soutěžit mezi sebou, přestože skupinu tvořili poměrně vyrovnaní soupeři, přičemž odmítali také soutěžit „proti času“ - vyřešit úlohu v časovém limitu, i když dostatečně dlouhém. Žáky zajímala úloha samotná, problém v této úloze, nikoli soutěž. Časový limit vnímali jako rušivé omezení, vyžádali si možnost pracovat bez časového limitu.

Při společné práci se rozvinula interakce mezi žáky navzájem, také interakce s učitelem. Pedagogické situace, kdy žáci vstupují do vyučovacího procesu s vlastní iniciativou s doplňujícími informacemi, které se váží k tématu, jsou cenné. Velkou pozornost je třeba věnovat zejména otázkám, které žáci v průběhu výuky kladou. Otázky žáka přinášejí učiteli nejen zpětnou vazbu o naplňování cíle vyučování, míře pochopení, o zvládnutí nových dovedností, zpracování nových poznatků. Lze z nich usuzovat zejména na hloubku a způsob myšlení žáka, ale také např. na šířku vědomostí, které již žák má z mimoškolního prostředí.

Divergentní úloha, která měla pro žáky vhodnou entropii, podnítila jejich matematickou tvořivost, hledali možná řešení. Následně kladli řadu nových otázek a sami na ně nalézali odpověď, učitel se stal pouze moderátorem jejich dialogu a vzájemné interakce. Otázka, kterou položil jeden z žáků, iniciovala u druhých žáků hledání odpovědi, ale také formulování nových otázek. Řešení úloh, které byly pro žáky příliš obtížné (měly velkou entropii), po chvíli vzdávali; pokud si dělali poznámky (náčrtky), ihned neúspěšné pokusy gumovali.

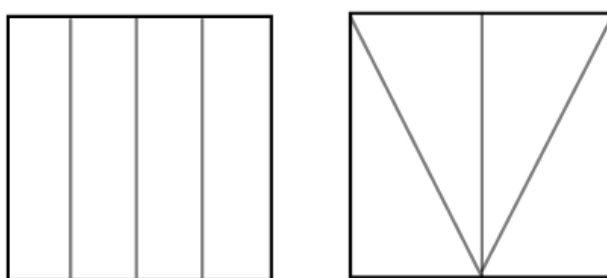
Zde, jako i později při práci s jinou (běžnou) skupinou žáků, byla pozorována pozitivní interakce mezi žáky při společném řešení úloh s vyšší entropií, při řešení úloh divergentního charakteru. Odpovědi spolužáků a učitelova mediace dialogu podněcují ostatní žáky ve třídě k aktivnímu hledání dalších možných řešení, k využití divergentního myšlení.

4.3.9 Potenciál divergentních úloh při hromadné výuce

Při použití didaktického testu v předvýzkumu i vlastním výzkumu jsme zaznamenali aktivizaci žáků s různou úrovní matematických schopností při rozboru divergentní úlohy (č. 5): *Rozděl čtverec na 4 shodné části. (Shodné části mají stejný tvar a velikost.)* Součástí zadání bylo i několik předkreslených čtverců (příloha 8). Při samostatné práci zakreslili žáci dvě zřejmá řešení: čtverec rozdělený úhlopříčkami a čtverec rozdělený středními příčkami.

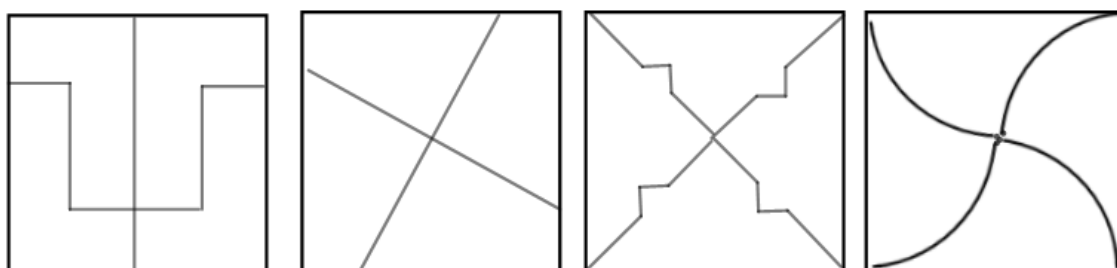
Jiná řešení uvedli žáci jen výjimečně. Při hromadné výuce (rozboru didaktického testu) byla aktivita žáků výrazně odlišná při řešení výše uvedené testové úlohy (č. 5) než už ostatních úloh z testu. Střídal se samostatná práce žáků v lavicích a společné řešení na tabuli. Poté, co žáci vyznačili rychle první dvě obligátní řešení, byl dán dostatečně dlouhý čas na hledání dalších řešení. Řada žáků v této fázi nenalezla jiné řešení a rezignovala. Zlom nastal v okamžiku, kdy na tabuli některý z žáků, zakreslil své další nalezené řešení. V námi sledovaných případech to bylo jedno ze zachycených na obrázku 27. Tento krok aktivizoval ostatní žáky ve třídě, tím spíše, pokud řešení našel žák, který obvykle ve vyučování matematice není úspěšný.

Obrázek 27: Jednoduchá žakovská řešení specifické divergentní úlohy



Postupně nalézali žáci mnoho jiných řešení (některá jsou na obrázku 28) a dospěli k závěru, že úloha má nekonečně mnoho řešení, což dokázali zdůvodnit. Pokládáme za důležité, ponechat vždy dostatek času na samostatné objevování a hledání nových řešení. Pokud žáci nenalézají řešení ihned, učitel by se neměl snažit proces řešení úlohy urychlit a předčasně do jejich samostatné práce vstupovat. Vhodným moderováním průběhu lze docílit toho, že i slabší žáci naleznou svá vlastní originální rozdělení čtverce. V jednotlivých fázích řešení jsme na tabuli zaznamenali vybraná žakovská řešení, případně pomohli žákům otázkami: *Mají řešení na tabuli něco společného?, Jakými čarami jsme čtverec rozdělili?*, apod.

Obrázek 28: Složitější žakovská řešení specifické divergentní úlohy



Úloha umožnila zažít úspěch a radost z vlastního objevu řešení žákům s různou úrovní kognitivních schopností, což jsme zjistili pozorováním projevů žáků v průběhu práce a z rozhovoru s žáky ve třídě v rámci reflexe práce s testem. Svými nároky odpovídala

aktuálním dovednostem žáků s různou úrovní matematických schopností. Příčinou může být to, že se žáci s podobnou úlohou nesešli nebo že řešení úlohy nevyžaduje speciální znalosti, ale tvořivý přístup žáka. Úloha má divergentní charakter, při jejím řešení se významně uplatňuje divergentní myšlení. Úloha svými nároky vyhovovala i nadanému žákovi, který díky interakci se spolužáky našel více možných řešení než při samostatné práci. Některá řešení našli rychleji jeho spolužáci, což je situace, se kterou se v matematice neseškává.

4.3.10 Shrnutí dat a závěry z druhé fáze výzkumu

V druhé fázi výzkumu jsme pozornost soustředili na vlastnosti matematické úlohy vhodné pro vzdělávání integrovaného žáka s mimořádným matematickým nadáním v matematice v 5. ročníku na 1. stupni základní školy. Data jsme získali zejména pozorováním žáka s mimořádným matematickým nadáním při řešení úloh. Úlohy, které jsme volili pro samostatnou práci nadaného žáka, patřily k úlohám s vyšší kognitivní náročností, dle taxonomie Tollingerové z kategorie 3., 4. a 5 (srov. kap. 3.6.1).

S4 Které vlastnosti učební úlohy se jeví jako významné?

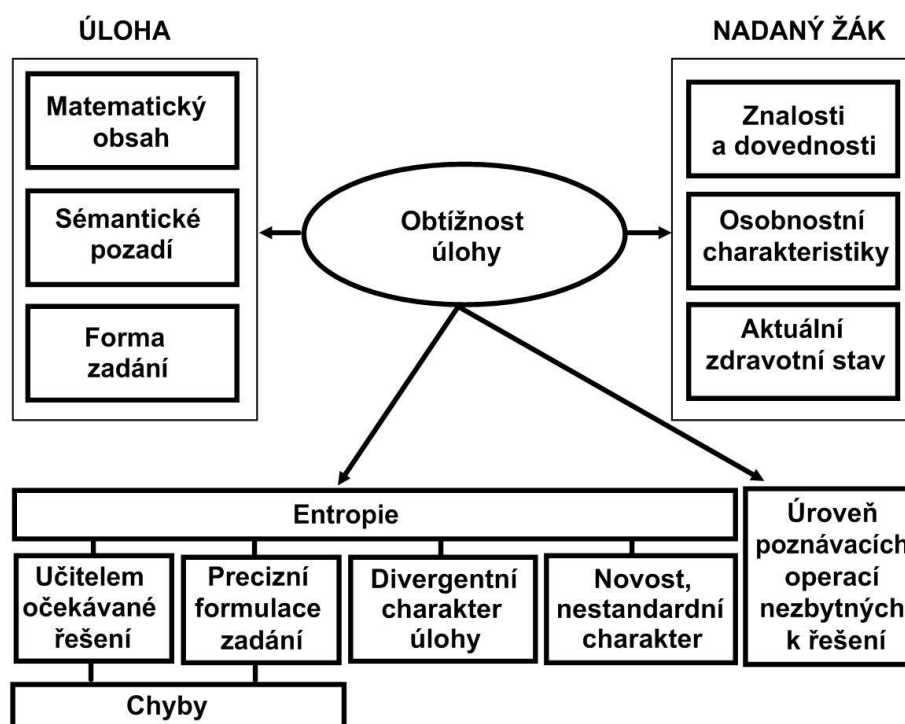
V našem výzkumu jsme zaznamenali v souvislosti s upokojujáním vzdělávacích potřeb zejména tyto vlastnosti, které se jeví jako významné:

- Entropie,
- obtížnost,
- divergentní charakter,
- preciznost zadání,
- tematický obsah a sémantické pozadí,
- forma písemného zadání (přítomnost symbolů či obrázků),
- možnost manipulace s pomůckami.

Obtížnost

Významnou vlastností matematické úlohy je *obtížnost* úlohy pro žáka, je důležité zjistit, v čem obtížnost pro nadaného žáka u konkrétní úlohy spočívá. Obtížnost - tento pojem zahrnuje nejen *kognitivní náročnost*, ale také obtíže s *entropií* (mírou neurčitosti) v různých kontextech jak jsme se pokusili vyjádřit ve schématu na obrázku 29.

Obrázek 29: Obtížnost úlohy pro nadaného žáka



Na základě získaných dat (kap. 4.3.5) se domníváme, že žáci s mimořádným matematickým nadáním mají neobyčejně silnou potřebu přesného vyjadřování. Nepřesné vyjadřování učitele či lidí v jejich okolí může být příčinou psychického diskomfortu nadaného žáka a jeho potíží v běžné komunikaci s ostatními lidmi. Nadaný žák s *matematickým* nadáním pravděpodobně hůře než běžná populace odhaduje očekávání učitele anebo ani nechce jeho očekávání odhadovat a důsledně se drží významu zadání úlohy nebo učitelova vyjádření (pokud nemá příliš velkou míru neurčitosti). Domníváme se, že to není v rozporu s tvrzením de Bono (srov. de Bono, 1998; kap 3.6.2), protože populace rozumově nadaných není homogenní a zahrnuje i jedince, kteří úspěšně využívají intelekt v sociální interakci (nadání, které má zřejmě na mysli de Bono), i jedince - žáky s mimořádným matematickým nadáním, kteří se v této oblasti projevují specificky, odlišně.

Pozorování nadaného žáka při řešení úloh odhalila obtíže nadaného žáka s úlohami, které nejsou *precizně formulovány* – obsahují nepřesné nebo chybné zadání. (Chybným zadáním nemáme na mysli zadání úlohy, která nemá řešení a je správně formulována.)

Z pozorování nadaného žáka při individuální práci, žáků v běžné třídě i žáků ve třídě pro nadané i z analýzy písemných záznamů úloh usuzujeme, že *žáci nejsou běžně vedeni k zápisu více řešení* v případě úloh, která více řešení mají. A také, že učitelé žáků zapojených

do výzkumu nedostatečně zařazují ve výuce matematiky divergentní úlohy (což je v souladu s tvrzením Zeliny a Zelinové (srov. kap. 3.6.1)).

Divergentní charakter úlohy

Divergentní charakter úlohy souvisí s rozvojem divergentního myšlení a tvořivosti. Nadaný žák byl schopen řešit náročné divergentní úlohy. Pokud měla úloha více řešení, bylo třeba *požadavek nalezení více řešení formulovat jako součást zadání*. V opačném případě nadaný žák (zřejmě v souladu se zkušeností z běžné výuky) chápal úlohu jako dokončenou po nalezení jednoho řešení a projevoval silnou nechuť vrátit se znovu k úloze a hledat jiná, další řešení.

U jedné z divergentních úloh v testu jsme zaznamenali výraznou aktivizaci žáků a současně větší přínos pro nadaného žáka (ale i ostatní žáky ve třídě) v případě, kdy úlohu řešil v rámci hromadné výuky s vrstevníky, než když úlohu řešil samostatně.

Tematický obsah a sémantické pozadí

Nadaný žák řešil úlohy s rozmanitým sémantickým pozadím, žádal také úlohy s dětským kontextem, odpovídajícím jeho věku. Nadaný žák vítal a aktivně řešil zejména

- úlohy s vyšší mírou abstrakce, bez sémantického pozadí,
- úlohy, v jejichž zadání byly symboly (číslice, znaky pro proměnné), nebo schémata.

Pro obohacující variantu vzdělávání nadaného žáka jsou vhodná témata mimo pozornost školské matematiky, v práci s nadaným žákem se osvědčila tematické oblasti:

- Nedekadické číselné poziční soustavy,
- kombinatorika,
- kódování, práce se symboly,
- práce s proměnnou, vztahy mezi proměnnými,
- logické usuzování,
- diofantovské rovnice,
- nestandardní úlohy (slovní, geometrické, aj),
- rozvoj prostorové představivosti (písemné úlohy i modelování).

Na obtíže jsme narazili u tematických oblastí

- Dirichletův princip,
- rozvoj geometrické představivosti (úlohy s více řešeními).

Domníváme se, že obtíže nadaného žáka na počátku práce s úlohami z těchto oblastí souvisely s divergentním charakterem úloh a zkušenostmi žáka ze školní výuky, kde nadaný žák neměl dostatek příležitostí řešit matematické úlohy, které mají více řešení, případně učitel nevyžadoval více než jedno řešení.

Forma zadání

Pokud byl součástí zadání úlohy nebo sady úloh obrázek, schéma nebo symbolický zápis, upoutal pozornost nadaného žáka dříve než text. Mimořádně nadaný žák však bez potíží zvládal a se zaujetím řešil i úlohy, které měly zadání ve formě textu jednoho odstavce (nap. složitá úloha typu zebra).

Možnost manipulace s pomůckami

Protože je žák s matematickým nadáním, ve srovnání s vrstevnickou populací, schopen vysokého stupně abstrakce, vytváření mentálních obrazů a manipulace s nimi, očekávali jsme, že přímou manipulaci, jako strategii řešení z ranějšího vývojového období, nadaný žák nebude využívat, použije ji jen pro vhled do dílčího kroku při řešení úlohy, případně ji bude zcela odmítat.

Při řešení úloh, kdy si nadaný žák mohl vybrat, zda bude řešit úlohu jen „s papírem a tužkou“, či zda také použije manipulační materiál (modely, díly stavebnice, aj.), v některých případech využil možnost přímé manipulace. V těchto situacích jsme pozorovali žákův zvýšený zájem a soustředění. Domníváme se, že k využití manipulace s předměty žák přistupuje zejména v následujících případech:

1. Úloha je dostatečně náročná.
2. Úloha má nerutinní charakter.
3. Žák napodobuje postup učitele, který modelování a práci s reálnými objekty využil při demonstraci rozboru či řešení úlohy.
4. Vlastnosti manipulačního materiálu jsou pro žáka atraktivní („novost“ pro žáka, variabilita, barva, způsob spojování dílů).
5. Manipulace s materiálem žákovi umožňuje zaznamenat si jednotlivé kroky úlohy.

S5 Jaké matematické učební úlohy jsou vhodné pro samostatnou práci nadaného žáka?

Pro samostatnou práci je třeba nadanému žákovi předkládat úlohy, které mají precizně formulované zadání.

S6 Jak nadaný žák řeší úlohy s vyšší entropií, příp. s divergentním charakterem?

Z výsledků didaktického testu (příloha 11) se jeví, že nadaný žák našel více řešení než ostatní žáci, což ale může být také ovlivněno specifickou individuální výukou. Z výsledků zachycených v tabulce v příloze 11 je patrné, že žáci s nadprůměrnými matematickými schopnostmi našli více řešení, než ostatní žáci. Z pozorování vyplynulo, že nadaný žák v případě úlohy, která má více řešení, sděluje slovně nebo zapisuje pouze jedno řešení, pokud není k zápisu více řešení vyzván v zadání. Na samostatnou tvorbu úloh nadaným žákem lze také pohlížet jako na divergentní úlohu.

S7 Jaké klade nadaný žák otázky, jaké úlohy vytváří sám? V jakých situacích?

Z dat získaných v rozhovorech usuzujeme, že vytváří vlastní úlohy s pestrým obsahem, který souvisí s tématem jeho zájmu nebo s jevem, který jej aktuálně zaujal. Úlohy tvoří doma i ve škole, zejména v situacích, kdy má pocit emocionálního bezpečí, má „volný čas“, který není strukturován; nemá zadány detailní instrukce. Nadaný žák v průběhu individuální práce nekladal příliš otázky, byl soustředěn na řešení předkládaných úloh.

4.4 Výzkum – ověření sady úloh pro samostatnou práci nadaného žáka

*Úkolem vědy není pouhá analýza nebo popis,
nýbrž i vytváření použitelných a užitečných modelů světa.
Použití modelu se neomezuje jen na předpovědi chování,
ale znamená i zasahování do tohoto chování.*

Edward de Bono

Cílem třetí fáze výzkumu je sestavit testovací sadu úloh tak, aby byla respektována teoretická východiska a poznatky z předchozích fází výzkumu, a posoudit, zda je vhodná pro samostatnou práci nadaného žáka, který je integrován v běžné třídě. Stanovili jsme si důležité vlastnosti sady úloh, výzkumné otázky pro ověřování a na základě jejich posouzení jsme zvolili jako hlavní metodu sběru dat pozorování, jako doplňující metodu rozhovor (s nadaným žákem, příp. s učitelem).

Výběr a charakteristika výzkumného souboru

Výzkumný soubor tvoří sedm žáků (3 dívky a 4 chlapci), kteří jsou integrováni v běžné třídě a kteří mají diagnostikováno psychologem pedagogicko-psychologické poradny mimořádné intelektové nadání. Jedná se o žáky 5. ročníku základní školy nebo žáky 4. ročníku, kteří v rámci individuálního vzdělávacího plánu absolvují výuku matematiky v 5. ročníku. Nejprve byli vybráni 4 nadaní žáci, postupně byli do výzkumu zapojováni další. Sběr dat jsme ukončili poté, co jsme již nezískávali nová data – po teoretickém nasycení (srov. Hendl, 2008).

Žáci jsou z běžných škol v krajském městě, v bývalém okresním městě a malé obci v Ústeckém kraji, jedna ze škol je soukromá se sníženým počtem žáků ve třídách, jedna ze škol deklaruje péči o nadané. S prosbou o spolupráci byly osloveny základní školy, kde se podle informací z PPP vzdělávají žáci s mimořádným intelektovým nadáním, bylo ověřeno, zda se vzdělávají v matematice v 5. ročníku, a kontaktovány učitelky, které učí nadaného žáka matematiku. Byl jim sdělen cíl a okolnosti výzkumu s tím, že získaná data budou anonymizována. (Níže uvedená jména žáků byla změněna.) Žádná z oslovených škol a učitelek neodmítla spolupráci.

Metody sběru dat a metody analýzy dat

Nadaný žák byl pozorován při samostatné práci se sadou úloh, data byla sbírána v širším kontextu pozitivních i negativních aspektů, které doprovázejí samostatnou práci nadaného žáka se sadou úloh, souběžně byly formulovány výzkumné otázky, na které chceme

při testování sady získat odpovědi. Data byla získána z pozorování žáka při práci se sadou v běžné vyučovací hodině, doplňující informace pak z rozhovoru se žákem bezprostředně po vyučovací hodině, ve které se sadou pracoval. Sledovali jsme žákovy pozorovatelné projevy – pohled, verbální i neverbální komunikaci se sebou samým, příp. s učitelem nebo jinou osobou, výraz v tváři, polohu těla. Z projevů v celkovém kontextu jsme usuzovali na míru soustředění a zaujatosti prací, na psychické rozpoložení – spokojenost nebo nepohodu, z konkrétní činnosti a směřování pohledu jsme vyvozovali, jakou částí pracovní sady se zabývá, zda se vrací zpět k textu nebo k předchozím úlohám, zda si práci kontroluje a jak, kolik času věnuje jednotlivým krokům. Byli jsme připraveni zaznamenat rušivou interakci, pokud se ostatní žáci nebudou věnovat výuce dle pokynů učitele, budou odvracet pohled na nadaného žáka otáčet se k jeho lavici nebo jej oslovovat.

Pouze na doplnění kontextu výzkumné situace jsme zaznamenali i další informace o vzdělávání nadaného žáka v části hodiny, kdy nebude pracovat s testovací sadou, průběh výuky z pohledu uspokojování jeho specifických potřeb, jeho interakce s učitelem, případně spolužáky.

V průběhu pozorování byly vyhotoveny terénní poznámky, poté kompletován zápis z pozorování a doplněn o informace z rozhovoru s nadaným žákem, příp. také jeho učitelkou. Data byla kódována do oblastí, na něž se zaměřují výzkumný problém (samostatnost, obtížnost – zaujetí, interakce s okolím, emoce – komfort, kontrola, problém s úlohou, organizační opatření). Fragmentsy z pozorování, z rozhovorů či zápisů řešení úloh, dokládají deskripci pozorování, analýzu a interpretaci zjištěných jevů. V průběhu výzkumu a cyklického posuzování dat jsme formulovali otázky:

Výzkumné otázky

O1 - Je nadaný žák schopen pracovat se sadou samostatně bez podpory učitele anebo vyžaduje doplňující informace, vysvětlení?

O2 - Co dělá nadaný žák v případě, že má otázku (která se týká práce se sadou úloh), ale učitel se mu nemůže věnovat?

O3 - Pracuje nadaný žák soustředěně pouze ze sadou nebo se pokouší i o interakci s učitelem, příp. s ostatními žáky?

O4 – Působí samostatná práce nadaného žáka rušivě na výuku ostatních žáků ve třídě, příp. ruší spolužáci nadaného žáka? (Např. když modeluje, pracuje s manipulačním materiálem, když se ptá učitele na téma, kterým se ostatní ve třídě nezabývají.)

O5 - Je v zadání úloh nějaký problematický aspekt (forma, obsah, pojmy, specifický detail)?

O6 - Čte nadaný žák pozorně zadání úlohy? Vrací se k němu v průběhu řešení?

O7 - Kontroluje si žák práci (postup a výsledky řešení)?

O8 - Jak žák hodnotí sadu úloh (obsah, obtížnost, ...)?

O9 - Jak se při práci cítil?

O10 - Jak je nastavena sada v souvislosti s časovou dotací?

Vedlejší otázky související s organizačními opatřeními, diferenciací výuky a prací učitele:

O11 - Kam učitel posadí žáka ve třídě? Bude žák sedět na svém obvyklém místě? Posadí jej učitel na jiné místo stranou? Je to obvyklé nebo výjimečné opatření?

O12 - Kdy učitel zařadil samostatnou práci se sadou v průběhu hodiny? Jaká organizační opatření se osvědčila?

4.4.1 Vlastnosti testovací sady

Sada je určena pro žáka s matematickým nadáním integrovaného v běžné třídě v 5. ročníku základní školy. Je sestavena tak, aby s ní mohl nadaný pracovat samostatně v běžné vyučovací hodině matematiky, v níž se musí po jistou dobu účastnit i hromadné výuky. Na základě studia odborné literatury a informací získaných v předchozích fázích výzkumu byly vymezeny významné vlastnosti testovací sady a úloh, ze kterých je sestavena, a zvažována dvě základní schémata:

- Monotematická gradovaná sada úloh,
- tematicky rozmanité úlohy propojené kontextem (sémantickým pozadím).

Pro testování jsme zvolili první variantu – monotematickou sadu úloh s rostoucí obtížností. (Druhou variantu jsme využili k tvorbě didaktického materiálu v rámci projektu „Nadání je třeba rozvíjet“, ukázka v příloze 4.) Rozhodně jsme se chtěli vyhnout polytematickému souboru nesourodých úloh; tato struktura je běžná spíše pro testování žáků. Domníváme se, že není vhodná pro dlouhodobou soustavnou práci, ke které jsou *sady úloh* určeny.

Vlastnosti testovací sady a organizační požadavky:

- Sada je určena pro samostatnou práci žáka.
- Sadu obdrží žák ve formě pracovního listu, do kterého zapisuje řešení; součástí sady mohou být další pomůcky.
- Sada tvoří logicky strukturovaný a uzavřený celek.
- Obtížnost úloh monotematické sady je zvolna gradována, aby žák dokázal pracovat samostatně, ale zároveň, aby úlohy nebyly obdobné nebo příliš snadné.
- Fragmentace sady (i jednotlivých úloh) je volena tak, aby žák mohl pracovat samostatně, současně aby nebyly poskytnuty instrukce pro jednotlivé kroky, které může žák odhalit sám. Sada není posloupnost úloh s minimální entropií pro žáka.
- Sada obsahuje jen nezbytné podpůrné a procedurální informace. Základní informace obdrží žák od učitele (nebo zadavatele) na začátku práce.
- Předpokládaný čas práce žáka se sadou je přibližně 20 minut.
- Žák pracuje v časovém bloku, není v této době vytrhován z individuální práce a zapojován do hromadné výuky.

Vlastnosti úloh:

- Úloha je vhodná pro samostatnou práci žáka.
- Tematický obsah úlohy souvisí s prohlubováním nebo rozšiřováním.
- Úlohy vyžadují vyšší úroveň myšlení; objevování vztahů, aplikaci poznatků v nových souvislostech, divergentní myšlení, logické usuzování, prostorovou představivost, apod., umožňují příp. využít intuici.
- Obsah úloh je atraktivní pro žáka s matematickým nadáním. (Abstrakce, práce se symboly, novost, vhodně zvolená míra neurčitosti, modelování, ...).
- Úlohy skýtají možnost využít novou strukturu, nedávno odhalený vztah v jiné situaci, v nových souvislostech.
- Zpětnou vazbu může poskytnout žák sám sobě v rámci vlastní kontroly v úloze nebo porovnáním s předlohou s výsledným řešením.

Zvažovali jsme, jak postupovat v případě, kdy úloha obsahuje pro konkrétního žáka příliš mnoho entropie a žák potřebuje větší fragmentaci úlohy nebo jinou radu učitele, jakou formou poskytnout pomoc - nápovědu, aby nebyla součástí pracovního listu a neovlivnila práci žáka, který pomoc nepotřebuje.

Nejprve byla vytvořena testovací sada (A), která má početní charakter, reflektuje to, že žáci s matematickým nadáním rádi pracují s čísly a se symboly. První sada obsahuje úlohy, ve kterých žák na základě vztahů mezi symboly ve schématu dekoduje, kterými čísly jsou symboly zastoupeny, případně doplňuje přímo chybějící čísla. V úlohách s nejvyšší obtížností vyjadřuje vztahy mezi objekty (proměnnými a čísly) ve schématu. K práci se sadou žák nepotřebuje žádné zvláštní pomůcky, stačí mu pracovní list a tužka.

Zajímalo nás, zda nadanému žákovi působí problémy, pokud jsou součástí sady další pomůcky. Například, zda ostatní žáci ve třídě ovlivní práci nadaného žáka v případě, že používá odlišné pomůcky, které jsou viditelné z jiných míst ve třídě, a nadaný žák s nimi vykonává činnost, která by mohla být lákavá (a tím rušivá) pro jiné žáky. Vytvořili jsme ještě druhou sadu (B), jejíž součástí je i manipulační materiál - pomůcky pro modelování. Tato sada je cíleně odlišná také tematicky, je sestavena z geometrických úloh.

Testovací sada A

Testovací sada je na dvou pracovních listech formátu A4 (příloha 12 a 13). Původně byly první dvě úlohy zvažovány jako samostatná sada; při ověření před započítáním testování však bylo zjištěno, že nadaní žáci řeší úlohy v mnohem kratším čase, než jsme očekávali. Na samostatném listu jsme vytvořili druhou část testovací sady. Protože při testování přicházíme k nadaným žákům, které blíže neznáme (úroveň jejich znalostí, předchozí zkušenosti, tempo jejich práce, „řešitelský“ nebo „badatelský“ způsob uvažování a řešení úloh), ponechali jsme členění sady na dvě části, kvůli psychickému komfortu žáka - pokud by žák pracoval déle nebo s obtížemi na úvodních dvou úlohách, nedostal by druhý list.

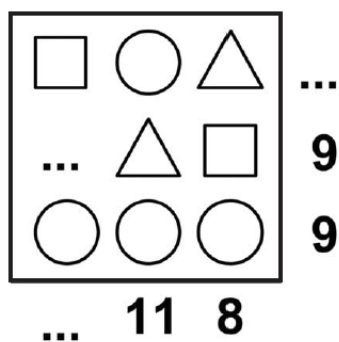
Zdroje úloh v sadě. První dvě úlohy byly vytvořeny s nadaným žákem v rámci projektu „Nadání je třeba rozvíjet“ (Malinová, 2013). Ostatní úlohy, se sčítacími pyramidami, byly inspirovány úlohami s číselnými schématy v učebnici matematiky pro 5. ročník (Hejný et al., 2011b).

Komentované úlohy sady A spolu s autorským řešením:

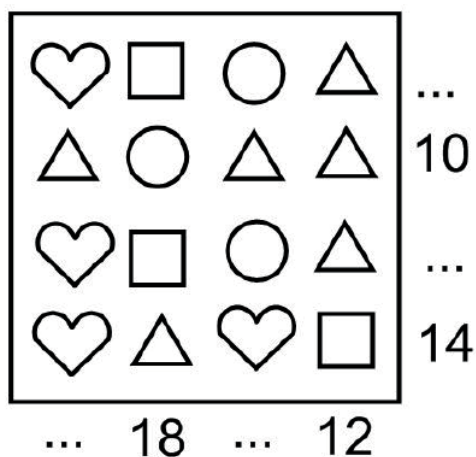
Na cestě k proměnné (1. list sady A)

Symbole \square , \circ , Δ , \heartsuit zastupují některé z čísel 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. Čísla za okrajem velkého čtverce představují součet čísel v řádce, případně v sloupci. Doplň čísla místo teček.

Úloha 1:

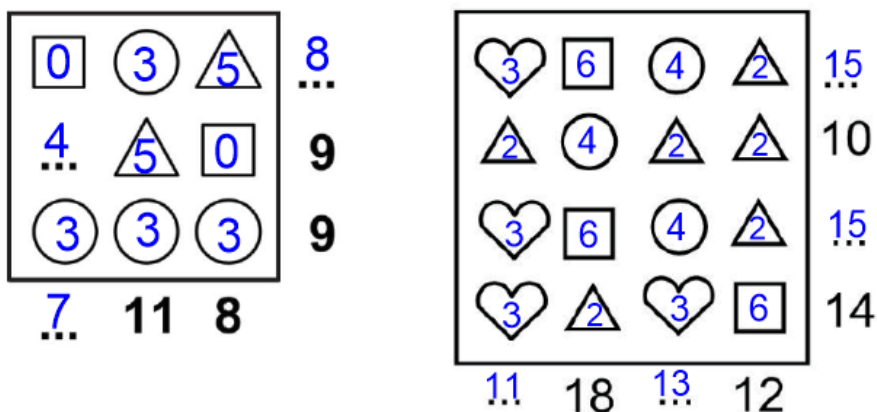


Úloha 2:



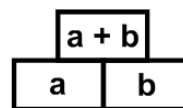
Komentář úlohy 1 a 2: Žák logicky usuzuje, která čísla jsou zastoupena jednotlivými symboly, vepisuje do schématu chybějící čísla na vytečkované řádky. Symboly jsou úmyslně voleny tak, aby do nich žák mohl v případě potřeby vepisovat. Pokud bude mít žák otázku, zda symboly v první a druhé úloze zastupují též čísla, může odhalit sám, že tomu tak není.

Autorské řešení úlohy 1 a 2:

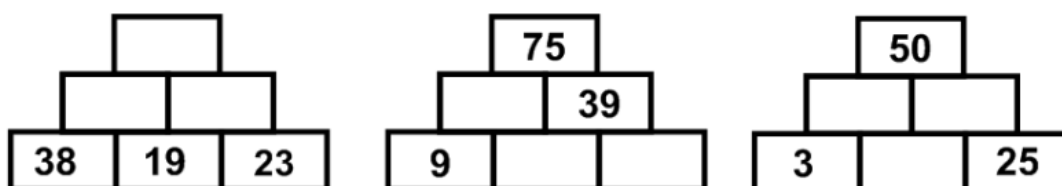


Sčítací pyramidy (2. list sady A)

Mezi čísly v pyramidě platí vztahy tak, jak určuje schéma:

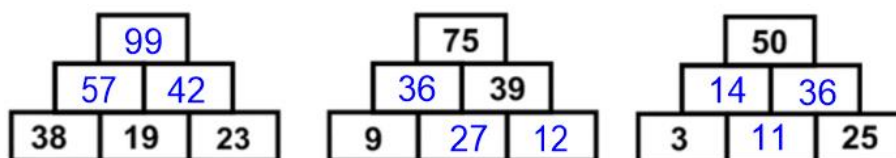


Úloha 1: Dopln v pyramidách chybějící čísla:



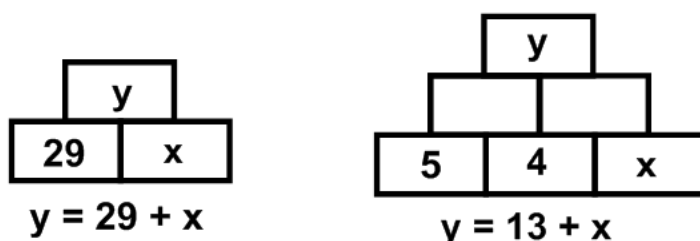
Komentář k úloze 1: Tři sčítací schémata mají gradovanou obtížnost. Pokud žák schéma nezná, zároveň úloha slouží jako zácvik. První dvě schémata mají konvergentní charakter, úloha ve třetím schématu má divergentní charakter průběhu řešení, má právě jeden výsledek

Autorské řešení:

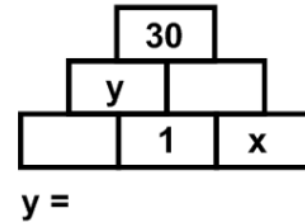
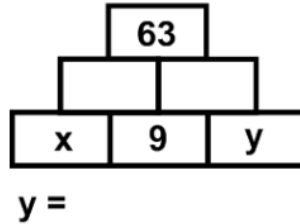
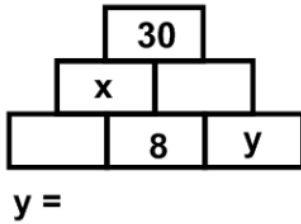
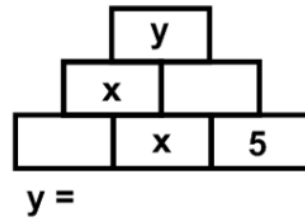
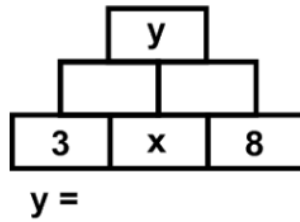
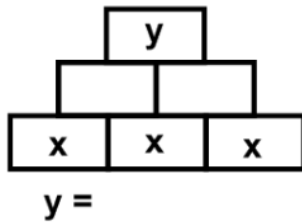


Úloha 2: Zapiš vztah mezi číslem x a y .

a) Markéta takové vztahy našla. Zkontroluj, zda jsou správně.

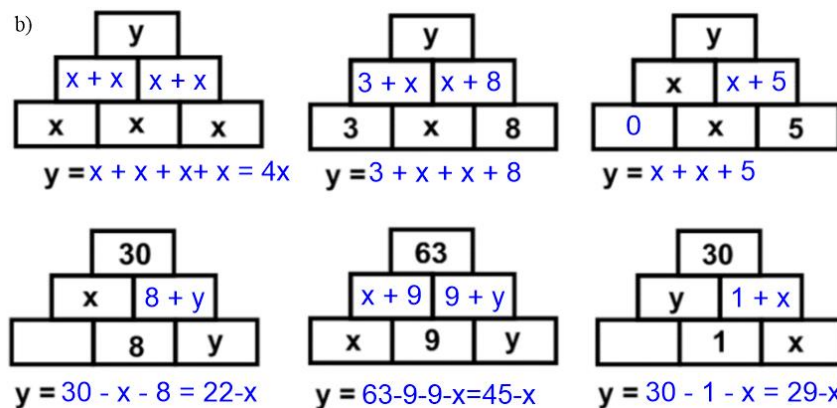
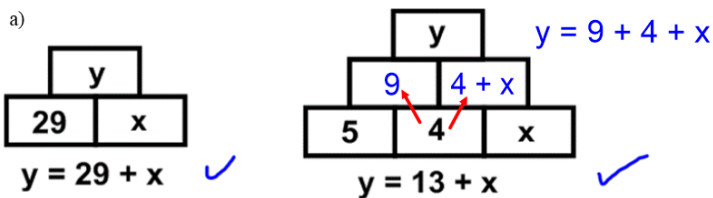


b) Zkus to nyní sám.



Komentář k úloze 2: Na začátku testování byly v úlohách použity jako symboly vyjadřující proměnnou \square a \bigcirc , záhy, po reflexi práce nadaného žáka se sadou, byly vyměněny za písmena, která již žáci v 5. ročníku běžně používají jako proměnné.

Autorské řešení:



Testovací sada B

Testovací sada je na jednom pracovním listu formátu A4 (příloha 14), součástí sady jsou barevné krychle, hrací kostka – krychle, na jejíž stěnách jsou typické konfigurace teček, a papírové kouty. Zdroje úloh v sadě: Námět úlohy 4 Becheanu (2004); pomůcku v úloze 5 zhotovila Zuzana Mikolášková, studentka oboru učitelství pro 1. stupeň ZŠ, dle pokynů autorky dizertační práce.

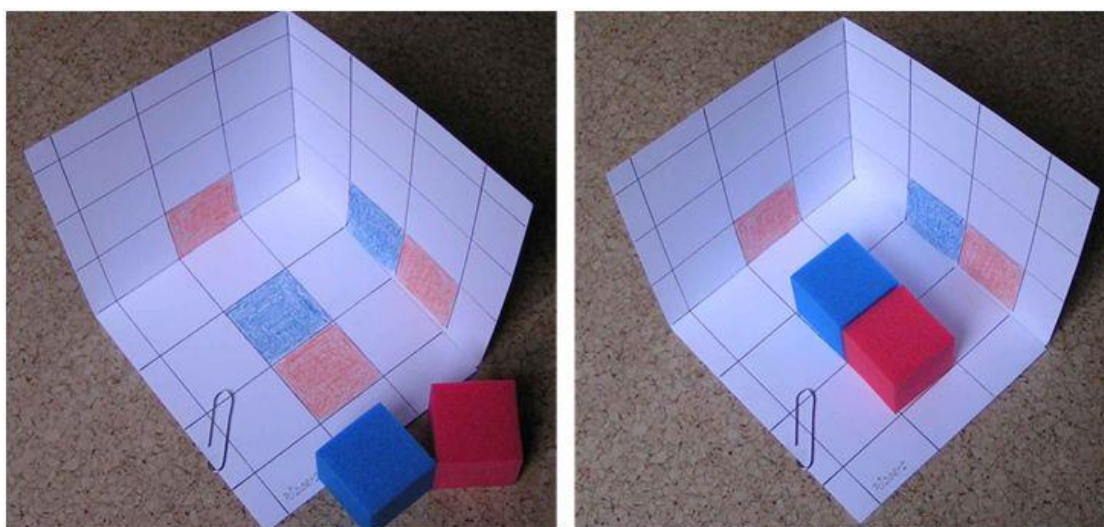
Komentované úlohy sady A spolu s autorským řešením:

Krychlové stavby

Úloha 1: *Polož do papírového koutu červenou a modrou krychli tak, aby obrázky na stěnách koutu odpovídaly tomu, jak tato stavba ze dvou krychlí vypadá zepředu, shora a z boku.*

Komentář úlohy 1: Žák modeluje podle předlohy těleso, na stěnách koutu jsou zachyceny charakteristiky komponent objektu – jejich poloha, tvar a barva. Tato první úloha byla k sadě přidána, s cílem umožnit žákovi jednoduchou cestou správně pochopit pojem nárýs, půdorys, bokorys. V průběhu výzkumu vyplynulo, že žáci páté třídy, kteří se dosud s promítáním na tři (příp. dvě) průmětny nesetkali, chápali např. půdorys jako otisk podstavy tělesa. Na obrázku 30 je snímek pomůcky, kterou měl žák k dispozici a snímek řešení. Nadaný žák obdržel sestavený kout k první úloze. K dalším úlohám si již sám bez dalších speciálních pokynů připravoval pomůcky.

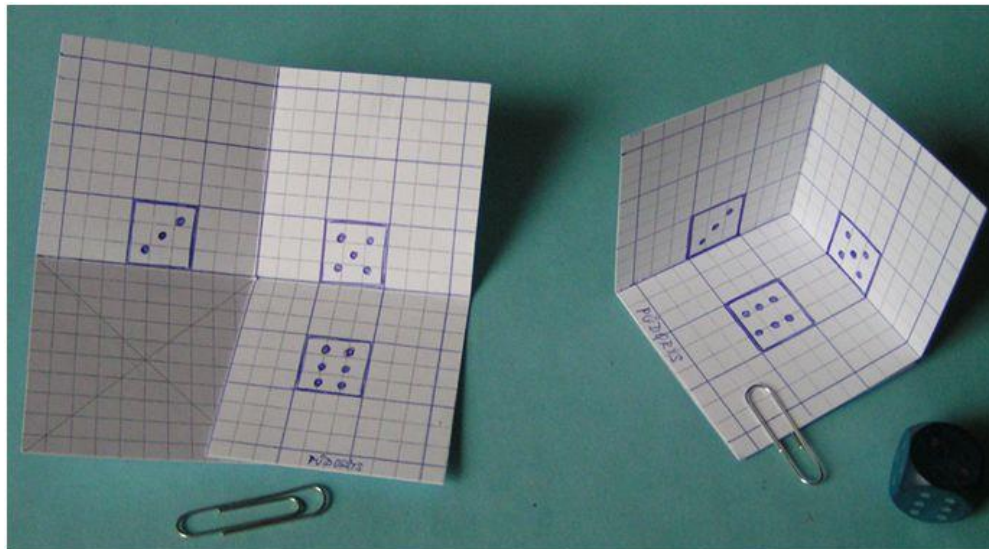
Obrázek 30: Modelování v úloze 1 z testovací sady B



Poznámka: Obrázky pomůcek uvádíme v textu, protože se nejedná o běžně používané didaktické pomůcky.

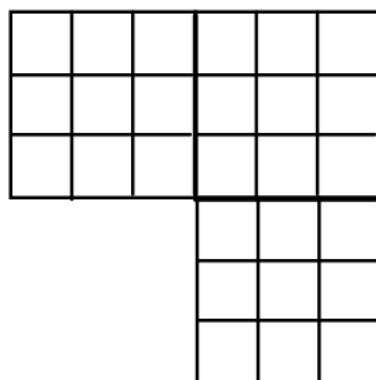
Úloha 2: *Polož do malého papírového „koutu“ hrací kostku tak, aby obrázky kostky na stěnách koutu odpovídaly tomu, jak kostka vypadá zepředu, shora a z boku.*

Obrázek 31: Pomůcka k úloze 2 testovací sady B – papírový kout



Komentář: V případě, kdy tato úloha byla první v sadě, neřešili ji někteří žáci správně, neboť se s podobnou úlohou dosud neseťkali.

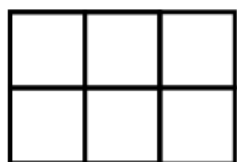
Úloha 3: *Ted' zkus připravit podobnou úlohu pro kamaráda. Zakresli hrací kostku do obrázku rozloženého koutu. Vymysli to tak, aby kostka byla otočená jinak, než v předchozí úloze.*



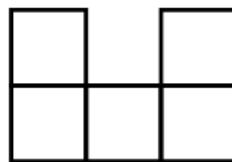
Komentář k úloze 3: Žák měl k dispozici i čistý rozložitelný kout, který mohl využít k nalezení řešení a k jeho kontrole.

Úloha 4: Honza postavil z krychlí stavbu. Na obrázku 1 vidíš, jak stavba vypadá zepředu (nárýs), na obrázku 2, jak vypadá seshora (půdorys).

- Nakresli bokorys této stavby (jak vypadá z boku).
- Urči nejmenší a největší počet krychlí pro tuto stavbu.



Obr. 1 Nárýs

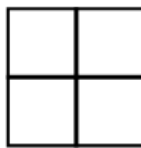
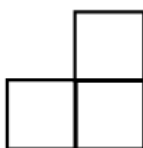


Obr. 2 Půdorys

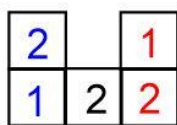
Komentář k úloze: Žák měl k dispozici sadu krychlí, které mohl využít k modelování.

Autorské řešení:

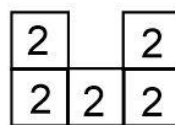
- Úloha má dvě řešení:



- Nejmenší počet krychlí je 8. (Lze postavit 4 různé stavby, příklad jedné z nich na obrázku A.) Největší počet krychlí je 10. Řešení je graficky znázorněno na obrázku B. Čísla v půdorysu vyjadřují počet krychlí.



Obrázek A



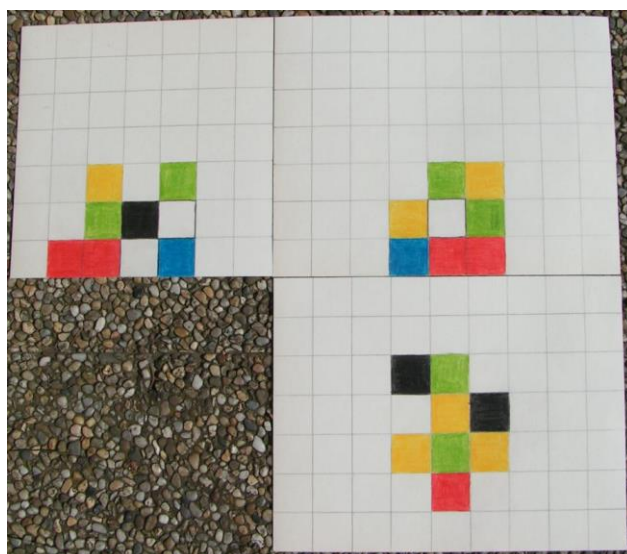
Obrázek B

Úloha 5: Sestav si velký „kout“ a podle obrázků toho, co vidíš při pohledu shora, zepředu a z boku, sestav krychlovou stavbu, kostky můžeš pokládat přímo na půdorys. Dbej i na barvu.

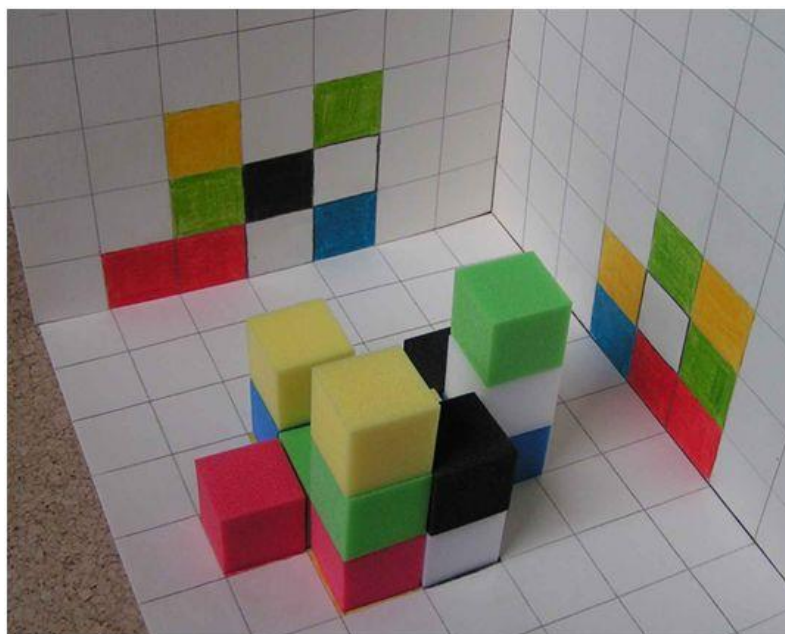
Kontrola: Stavbu si kontroluj sama/sám, podívej se shora, z boku... a zkontroluj, zda je stavba v zákrytu s předlohou a zda odpovídají i barvy.

Pomůcka, která je součástí zadání, je na obrázku 32.

Obrázek 32: Fotografie pomůcky – rozloženého koutu pro krychlovou stavbu



Obrázek 33: Autorské řešení úlohy 5 testovací sady B



Okolnosti výzkumu

Učitelka dostala základní informace o testovací sadě (k čemu je určena, odhadovaný čas řešení nadaným žákem je přibližně 20 minut), mohla se sadou seznámit. Byla požádána, aby podle svého uvážení zařadila práci nadaného žáka s testovací sadou v průběhu vyučovací hodiny, např. v době, kdy ostatní žáci procvičují učivo, které již nadaný žák ovládá.

O umístění nadaného žáka (a autorky dizertační práce, provádějící pozorování) rozhodovala učitelka, nijak jsme její volbu neovlivňovali. Předání testovací sady (pracovního listu se zadáním úloh a případných pomůcek) nadanému žákovi tři učitelky odmítly, v těchto případech zadala práci nadanému žákovi autorka dizertační práce v daném okamžiku na pokyn učitelky.

4.4.2 Zjištěná data, interpretace dat

V úvodu této kapitoly nejprve uvádíme dva příklady - popis práce s testovací sadou dvou nadaných žáků z výzkumného souboru, aby bylo možné si lépe udělat představu o práci nadaného žáka se sadou v kontextu vyučovací jednotky.

Adam

Adam je žák 4. ročníku základní školy, která deklaruje specifickou péči nadaným žákům, škola se nachází v krajském městě. Adam v rámci plnění individuálního vzdělávacího plánu a doporučení PPP dochází na výuku matematiky do 5. ročníku. Přestože není ve své kmenové třídě, působí vyrovnaným dojmem, o přestávce před výukou volně komunikuje se spolužáky, zejména se sousedem v lavici.

Učitelka zařadila práci nadaného žáka do závěrečné části vyučovací hodiny. Vyčlenila mu místo v poslední lavici, z organizačních důvodů se stěhují ještě dva jiní žáci, zdá se, že je to běžné, žáci se přesunují rychle, bez hluku a se samozřejmostí. V první části vyučovací hodiny je zařazeno společné opakování, krátký písemný test, jeho bezprostřední vzájemná oprava v lavicích. Následně v rámci hromadné výuky probíhá řešení úloh, jejichž cílem je procvičování, žáci pracují v lavicích, zapisují si do sešitu, jeden z žáků pracuje na tabuli. V průběhu výuky nadaný žák pracuje pečlivě a se zájmem, zápisy v sešitě jsou velmi přehledné. (K strukturovaným zápisům v sešitě jsou průběžně učitelkou vedeni všichni žáci.)

Nadaný žák má zadány zvláštní úlohy. Řeší úlohy spolu s ostatními žáky ve třídě, souběžně však pracuje na zvláštních úlohách. Někdy je vyvolán, aby odpověděl, případně jde ukázat řešení na tabuli. Učitelka, která se pohybuje po třídě a průběžně kontroluje práci všech žáků, přirozeně, bez známek napětí nebo spěchu, zvládá kontrolovat i zvláštní práci nadaného žáka. Po splnění zadaných úkolů žák dostal testovací sadu A, 22 minut před koncem vyučovací hodiny.

Řešení první úlohy mu trvá pouhých 20 sekund, řešení druhé úlohy 30 sekund. Pracuje se zaujetím, systematicky. U druhé úlohy se z jeho postupu kroků při zapisování jeví, že provádí

průběžnou kontrolu jako součást řešení; z toho, že se nevrací soustředěným pohledem k vyřešené úloze, usuzujeme, že si je jistý správností svého řešení. Což i později potvrdil v rozhovoru po vyučovací hodině. V druhé části sady jej nejprve upoutala schémata uprostřed listu. Po zběžném prohlédnutí celého listu začíná pracovat na první úloze. Pracuje se zaujetím. V závěrečných úlohách zkouší takticky dosazovat nulu, aby lépe odhalil vztahy mezi neznámými čísly. Práce se závěrečnou částí sady se prolíná s koncem vyučovací hodiny. Je patrná únava nadaného žáka – zívání, protažení těla, při řešení úlohy si pomáhá gesty rukou. Úlohu 2b již nezvládá dokončit samostatně.

V rozhovoru po skončení vyučovací hodiny jsme s Adamem dořešili závěrečnou úlohu. Žák má velmi dobré slovní vyjadřovací schopnosti, s dospělým komunikuje bez známek napětí. Dokázal své řešení popsat, včetně kroků, které nevedly k řešení a vyloučil je, rovněž dokázal řešení zdůvodnit. Kromě odpovědí k průběhu řešení úloh sdělil, že jej úlohy upoutaly, že by „takové chtěl řešit i někdy příště“. Na otázku, jak by se podle jeho názoru mělo pracovat se sadou, ve které je více úloh a nelze je vypracovat v jedné vyučovací hodině, odpověděl, že by mohl pracovat po částech a mít listy se zvláštními úlohami pořád u sebe. Mrzelo jej, že si list s druhou částí testovací sady nemohl vzít. Ke konci rozhovoru naznačil, že musí rozhovor skončit, že se potřebuje včas přemístit do jiné učebny.

Při řešení testovací sady B (v jiném dni) sedí Adam v poslední lavici, se sadou začíná pracovat v polovině vyučovací hodiny. Čte pozorně a opakovaně zadání úloh, pracuje pečlivě, u třetí úlohy využil model koutu, několikrát skládá a rozkládá kout, zakresluje a kontroluje nárys, půdorys i bokorys krychle. V průběhu práce hovoří tiše sám se sebou. Klade si otázky, sám si na ně odpovídá. Modeluje stavby z krychlí, zkoumá možnosti, argumentuje sám sobě, nesprávné možnosti vylučuje. Úlohy vyřešil všechny správně. Přestože s pomůckami manipuluje prakticky neslyšně, spolužáci z lavic před ním se otáčejí, sledují jeho práci; jeden říká, že by „si to chtěl taky zkusit“. Adam se vrací k činnosti ostatních ve třídě, dostává od učitelky další úlohu navíc spolu s instrukcí, že ji má řešit, „až bude hotov s tím, co dělá třída“.

V rozhovoru po skončení vyučovací hodiny Adam mj. uvedl, že „nerozuměl úplně tomu, co je nárys, bokorys“. Dodal: „Líbí se mi, že tam jsou i odbornické názvy, tak se to aspoň naučím.“ Uvedl, že úlohy pro něj byly zábavné. Poděkoval.

Lenka

Lenka se vzdělává v běžné základní škole na malém městě. V rozhovoru učitelka zmiňuje Lenčiny podprůměrné komunikativní dovednosti, jejichž příčinou je málo podnětné rodinné prostředí. Ve třídě je osm žáků s diagnostikovanou specifickou poruchou učení a několik dalších žáků, kteří vyžadují specifický pedagogický přístup, působí zde jedna asistentka pedagoga. Z dění ve třídě v průběhu vyučovací hodiny je zřejmé, že jsou aplikovány běžné prvky diferencované výuky, žáci se samozřejmostí pracují různou rychlostí na různých úkolech, vědí, co mají dělat ve chvílích, kdy jsou hotovi a ostatní žáci ve třídě ještě pracují, případně reagují na jednoduchý pokyn učitele. Z celkového průběhu výuky je zřejmá vysoká profesní kompetence učitelky.

Učitelka se rozhodla zařadit práci s testovací sadou přibližně uprostřed hodiny, kdy budou ostatní žáci procvičovat látku, kterou nadaná žákyně ovládá. Dívka je drobnějšího vzrůstu, sedí v první lavici v prostřední řadě, učitelka ji nikam nepřemístila. Žáci v úvodu hodiny dostávají informaci, že Lenka bude řešit jiné úlohy než oni, že si úlohy i pomůcky mohou prohlédnout a vyzkoušet o přestávce po skončení hodiny; v průběhu práce nebyl zaznamenán zvýšený zájem spolužáků o odlišnou práci Lenky, později o přestávce několik žáků krátce nahlédlo do listu se zadáním a na pomůcky.

První část vyučovací hodiny je věnována opakování a procvičování, žáci se v rámci plnění úloh pohybují po učebně, nesedí delší čas v lavicích. Je zřejmé, že je to běžnou součástí každodenní výuky. Na pokyn učitelky předáváme Lence testovací sadu B, pracovní list a pomůcky. V průběhu práce ani jednou neodvrací pohled od své práce, pracuje po celou dobu bez kontaktu s okolím. Čte si neslyšně zadání úloh, artikuluje mluvidly. Po minutě od začátku práce má vyřešeny obě první úlohy, bez spěchu sestavila modely, prohlédla si je z různých stran, zřejmě provedla i kontrolu, kostky v koutu také nadzvedla, aby viděla půdorys. U dalších úloh čte zadání bez pohybu rtů a houpe nohama. Modeluje, zakresluje řešení, provádí kontrolu svého řešení, je spokojená a usmívá se. Po celou dobu neodvrací pohled od své činnosti, nenavazuje s nikým oční kontakt, z jejích projevů není zřejmý žádný diskomfort. V poslední úloze váhá, dělá v řešení chybu, kterou ale vzápětí sama odhaluje a opravuje. Po ukončení práce se usměje, pohledem se zorientuje v dění ve třídě. Pracovnímu listu se sadou úloh a pomůckám již nevěnuje žádnou pozornost.

O přestávce v rozhovoru nenavazuje oční kontakt. Komunikace je obtížná. Na sdělení, že má úlohy, které řešila, všechny dobře, reaguje potichu, se sklopeným pohledem a s úsměvem

pouhým: „Vím.“ Úlohu 4b Lenka neřešila, při pozorování ale bylo zřejmé, že se u ní ani nezdržela. Nehledala pomoc, neměla v průběhu řešení žádný dotaz. Úlohu přešla bez většího zájmu. Komentovala to jen slovy, „nevěděla jsem, co s tím“. Nebyla ochotná se k této nebo jiné úloze z testovací sady vracet. Z nonverbálních signálů se zdálo, že považuje spolupráci z její strany za skončenou. Komunikaci bylo nutno zkrátit a ukončit. Dívka jen zavrtěla hlavou na otázku, zda se jí úlohy zdály obtížné, a souhlasně přikývla na otázku, zda se jí úlohy líbily, zda byly zajímavé.

Odpovědi na výzkumné otázky:

O1 - Je žák schopen pracovat se sadou samostatně anebo vyžaduje doplňující informace, vysvětlení?

Nadaní žáci z výzkumného souboru dokázali pracovat se sadou samostatně. V případě, že narazili na obtíž, pokoušeli se ji překonat nejprve sami. V některých případech, kdy projevili zájem o podporu učitele, pomoc s vlastním řešením úloh obvykle nepotřebovali, stačilo je pouze povzbudit, v některých situacích šlo zřejmě o potřebu kontaktu s učitelem, byť i jen nonverbálního. Zaznamenali jsme situaci, kdy nadaná žákyně narazila na problém s porozuměním zadání úlohy, ani se nepokoušela nijak problém překonat a úlohu bez pozorovatelného zaváhání vynechala; bylo to ve třídě, kde je běžná diferencovaná výuka, a žáci jsou zvyklí, že učitelka není ihned k dispozici, nereaguje bezprostředně na signál s žádostí o pomoc.

O2 - Co dělá nadaný žák v případě, že má otázku (která se týká práce se sadou úloh), ale učitel se mu nemůže věnovat?

Zaznamenali jsme rozdíl v chování nadaného žáka v závislosti na typu výuky, který by však bylo vhodné ověřit na větším vzorku. V situaci, kdy nadaný žák nemohl ihned získat odpověď, ve třídě, kde probíhala frontální výuka se žák pokusil problém vyřešit sám, ve třídě, kde probíhala diferencovaná výuka, nadaná žákyně problém ignorovala a úlohu vynechala.

O3 - Pracuje nadaný žák soustředěně pouze ze sadou nebo se pokouší i o interakci s učitelem, příp. s ostatními žáky?

Někteří nadaní žáci pracovali po celou dobu práce se sadou soustředěně a samostatně, dokonce bez jediného odvrácení pohledu od práce. Jiní mezi úlohami nebo dílčími kroky vyhledávali alespoň oční kontakt s učitelem. Interakci nadaného žáka se spolužáky jsme

zaznamenali pouze v situaci, kdy pracovaly s testovacími sadami dvě nadané dívky v jedné lavici současně a v situaci, kdy ostatní žáci ve třídě projeví zájem o práci se sadou.

O4 – Působí samostatná práce nadaného žáka rušivě na výuku ostatních žáků ve třídě, příp. ruší spolužáci nadaného žáka?

V případě, kdy nadaný žák pracoval písemně pouze s pracovním listem, jsme nezaznamenali žádnou interakci mezi nadaným žákem a spolužáky. V případě, kdy nadaný žák manipuloval s pomůckami, jsme pozorovali, že činnost nadaného žáka poutá pozornost ostatních žáků ve třídě, někteří rušili nadaného žáka, hovořili nahlas, vyjadřovali mj., že obdobnou činnost chtějí dělat také. Tuto interakci zásadně neovlivnilo přesunutí nadaného žáka mimo zorné pole ostatních žáků (do zadních lavic, či do lavic na okraji třídy), žáci se otáčeli. Ve třídách, kde žáci dostali informaci, že si všechny úlohy i pomůcky mohou vyzkoušet o přestávce, jsme rušivou interakci nezaznamenali.

O5 - Je v zadání úloh nějaký problematický aspekt (forma, obsah, pojmy, specifický detail)?

V úlohách, které mají více řešení, žáci sami víc řešení neuvedou, přestože o nich vědí, chápou úlohu jako vyřešenou (ukončenou), pokud naleznou jedno řešení. V běžné výuce se s úlohami s více řešeními nesetkávají často. Domníváme se, že je třeba uvést v zadání úlohy výzvu k nalezení více řešení.

O6 - Čte nadaný žák pozorně zadání úlohy? Vrací se k němu v průběhu řešení?

Při pozorování nadaných žáků při řešení matematických úloh bylo zjištěno, že někteří nadaní žáci čtou velmi pozorně zadání úlohy a jiní naopak slovní zadání jen zběžně převedou pohledem, obzvláště, je-li součástí zadání obrázek nebo symbolický zápis.

O7 - Kontroluje si žák práci (postup a výsledky řešení)?

V kontrole práce jsme zaznamenali individuální rozdíly. Někteří žáci prováděli průběžnou zběžnou kontrolu při samotném řešení úloh v sadě, jiní důkladně kontrolovali dílčí kroky, včetně konfrontace se zadáním, a důkladně si kontrolovali celé úlohy. Po ukončení práce již nejevili o další kontrolu úloh zájem. Vystupovali tak, že jsou si jisti svým řešením. (Výjimkou byly poslední úlohy v sadě A (sčítací pyramidy 2b), které byly pro některé nadané žáky obtížné – sada byla příliš dlouhá, a práce s proměnnou měla pro některé nadané žáky velkou entropii).

O8 - Jak žák hodnotí sadu úloh (obsah, obtížnost, případně jiné vlastnosti)?

Někteří nadaní žáci komunikovali velmi „úsporně“, jednoslovně, případně jen kývnutím hlavou, všichni odpověděli, že se jim úlohy líbily nebo byly zajímavé, např. Pavel se v rozhovoru o přestávce vyjadřuje k úlohám: „...nebyly tak obtížné, jak jsem si na začátku myslel“ a že by obdobné úlohy řešil rád.

O9 - Jak se při práci cítil?

Z nonverbálních projevů (držení a pohybů těla, gest, směřování ohledu, mimiky, úsměvu) usuzujeme, že nadaní žáci byli úlohami zaujati a cítili se příjemně. Na samém začátku práce bylo zřejmé mírné napětí (a očekávání), které při řešení první úlohy polevilo. Výjimkou byl nadaný žák Vojtěch, u kterého byla patrná tenze při řešení početní sady (přestože ji vyřešil správně v krátkém čase), byla mu předána jen první část sady. Z rozhovoru s učitelkou vyplynulo, že možnou příčinou žákova dlouhodobějšího neklidu a psychického diskomfortu může být neurotizace z rodinného prostředí.

O10 – Jak je nastavena sada v souvislosti s časovou dotací?

Sady byly sestaveny s ohledem na časový úsek přibližně 20 minut, po který by se běžně mohl nadaný žák věnovat nerušeně individuální práci. Potřebná doba byla ověřena v praxi s odchylkou 5 minut. Dva nadaní žáci (žákyně) vyřešili úlohy v sadě A za přibližně 15 minut. Sadu B žáci řešili i 25 minut, ve dvou případech jsme měli podezření, že nadaný žák úmyslně u poslední úlohy zpomalil práci, aby oddálil návrat ke společné výuce se třídou. Potřeba času na práci s úlohami je velmi individuální, někteří nadaní řešili relativně rychle, bez zjevné důkladné kontroly, jiní pracovali s větší důkladností, bylo zřejmé, že se vraceli a kontrolovali své kroky, potřebovali více času. Jakmile však práci dokončili, neměli chuť se k ní vracet, byli si jistí, že mají vše vyřešeno správně.

O11 - Kam učitel posadí žáka ve třídě? Bude žák sedět na svém obvyklém místě? Posadí jej učitel na jiné místo stranou? Je to obvyklé nebo výjimečné jen v této „mimořádné“ situaci?

Učitelky (pokud žák neseděl v poslední lavici) přesazovaly žáky do zadních lavic nebo na okraj třídy. Podle pozorování chování žáků přesazování bylo obvyklé opatření. Ve třídě, kde je běžně uplatňována diferencovaná nabídka, učitelka nechala se samozřejmostí žákyni sedět v její první lavici, neprováděla kvůli specifické samostatné práci nadané dívky žádné neobvyklé organizační změny.

O12 - Kdy učitel zařadil samostatnou práci se sadou v průběhu hodiny?

Učitelky, u kterých jsme zaznamenali, že běžně aplikují prvky individuálního přístupu a diferenciaci, přistupovaly s větší jistotou k zařazení individuální práce nadaného žáka s testovací sadou do výuky. Promyšleně začlenily práci se sadou doprostřed nebo do závěrečné části hodiny. Ve dvou případech učitelka zařadila práci se sadou na samotný začátek vyučovací hodiny, v jednom případě dvojice nadaných žákyní již ovládala učivo, které se procvičovalo celou hodinu, v druhém případě učitelka neuvažovala o práci se sadou úlohou jako o možné běžné součásti inkluzivní výuky, ale samostatnou práci nadaného žáka s testovací sadou chápala jako výjimečnou situaci.

Rozdílný přístup k použití jazyka při řešení úloh

Složkami matematického myšlení nejsou jen symboly a vizuální představy. V celé řadě matematických problémů je třeba pracovat s jazykovými prostředky. Matematické nadání je ovlivněno také jazykovou inteligencí. Jak uvádí Melichar (2003, s. 9): *„Myšlení a jazyk jsou vzájemně spjaté jevy, kdy myšlení jako nejvyšší forma odrazu skutečnosti se vyjadřuje a realizuje pomocí jazyka. ... Jazyk je způsobem existence myšlení, jeho fyzickým nositelem.“*

Při pozorování žáků při samostatné práci s testovacími sadami jsme zaznamenali v souvislosti s využíváním jazyka některé výrazné rozdíly. Jako příklad uvádíme srovnání přístupů dvou žáků k řešení dvou konkrétních úloh, první žák pracoval rychle, intuitivně, druhý žák své myšlenky formuloval ve větách: První z žáků ignoroval a přeskočil slovní písemné instrukce v úvodu úlohy a s využitím intuice úlohu správně vyřešil, u druhé úlohy jen zběžně přečetl text a věnoval pozornost obrázkům a experimentování s krychlemi. Po vyřešení dílčích kroků prováděl rychlou kontrolu, po dokončení úloh o ně ztratil zájem, celkovou kontrolu neprováděl. Druhý žák naopak četl slovní instrukce několikrát a důkladně. V průběhu práce k sobě šeptem hovořil (spisovně a gramaticky správně), kladl si otázky, zdůvodňoval jednotlivé kroky a, což pro nás bylo překvapivé, slovně zdůvodňoval i kroky, které vyloučil. Postupoval systematicky a velmi pečlivě, byl hluboce ponořen do svých myšlenek, nevnímal okolní dění ve třídě, kde probíhala běžná výuka. Po vyřešení úlohy si znovu přečetl zadání a soustředěně provedl důkladnou kontrolu dílčích úloh, pečlivě zkontroloval i jednotlivé komponenty krychlové stavby. Vše si pro sebe slovně komentoval. Po dokončení úlohy se pro sebe usmál a s jistotou si řekl: „Mám to správně.“

4.4.3 Závěr třetí fáze výzkumu

Z celkového posouzení získaných dat usuzujeme, že sada úloh, která je vytvořena podle charakteristik ověřených ve výzkumu, je vhodná pro samostatnou práci integrovaného nadaného žáka. Žák pracuje v časovém bloku, svou práci na zvláštních úlohách nepřerušuje kvůli zapojení do hromadné výuky. Úlohy s vyšší kognitivní náročností umožňují lépe uspokojovat specifické vzdělávací potřeby nadaného žáka, který je integrován v běžné třídě, kde jsou žáci s velmi odlišnou úrovní rozumových schopností. Individuální práce nadaného žáka se sadou vyžaduje od učitele učinit běžná organizační opatření (zvolit místo a čas, dát nadanému žákovi základní instrukce a předat pomůcky, společně s žákem provést alespoň krátké zhodnocení), jeví se jako velmi vhodné dát i jiným žákům ve třídě možnost seznámit se se sadou primárně určenou pro nadaného žáka.

5 Shrnutí hlavních výsledků

Vzhledem ke stanoveným cílům práce jsme dospěli k výsledkům, které jsou podrobně popsány v jednotlivých kapitolách popisujících výsledky výzkumu v jeho třech fázích a které zde uvádíme souhrnně.

Hlavní cíl naší práce - popsat a analyzovat vlastnosti učebních úloh, které se jeví jako významné pro vzdělávání mimořádně nadaného žáka integrovaného v běžné třídě, a interpretovat pozorované jevy, které souvisejí s interakcí mezi nadaným žákem a učební úlohou.

V našem výzkumu jsme zaznamenali v souvislosti s upokočováním vzdělávacích potřeb zejména tyto vlastnosti, které se jeví jako významné:

- **Kognitivní náročnost.** Nadaní žáci úspěšně řešili úlohy s vyšší kognitivní náročností, využívající vyšší úroveň myšlení, dokázali řešit v různém kontextu úlohy s vyšší kognitivní náročností, než bylo očekáváno.
- **Obtížnost úlohy pro žáka.** Obtížnost úlohy řadíme mezi subjektivní vlastnosti úlohy, souvisí významně s **entropií**, mírou neurčitosti úlohy pro žáka. Obtíže nadaného žáka s úlohou mohou souviset s entropií, která spočívá:
 - v divergentním charakteru úlohy,
 - v odhadování učitelem očekávaného řešení,
 - ve formulaci zadání (která není precizní),
 - v nestandardním charakteru úlohy.
- **Divergentní charakter úlohy.** V našem výzkumu jsme v souvislosti s divergentními úlohami naráželi na problém, na který upozorňují Zelina a Zelinová (1990) – ve školním vzdělávání jsou divergentní úlohy opomíjeny, ze získaných dat usuzujeme, že nadaní žáci neměli dostatek příležitostí řešit divergentní úlohy; v případech, kdy řešili úlohu s více řešeními, uváděli pouze jedno, na základě zkušeností z dosavadní školní práce. Nadaní žáci výrazně projevují divergentní myšlení **při spontánní tvorbě úloh.**

- **Preciznost zadání.** Preciznost zadání úlohy pro žáka zahrnuje dva aspekty: zadání by nemělo obsahovat **chyby** a pro *samostatnou* práci by mělo zadání pro žáka obsahovat **optimální entropii**.
- **Tematický obsah.** V souvislosti s požadavkem na akcentování obohacujícího přístupu ve vzdělávání nadaných žáků mladšího školního věku jsme ověřili některá témata, která nejsou v centru pozornosti školní matematiky.
- **Sémantické pozadí.** Nezaznamenali jsme výrazný vliv sémantického pozadí, žák vítal úlohy i bez sémantického pozadí, úlohy **abstraktního charakteru**.
- **Forma písemného zadání.** Pozornost nadaného žáka poutaly zejména symboly, schémata či obrázky. V přístupu k slovnímu zadání jsme zaznamenali výrazné individuální rozdíly.
- **Možnost manipulace s pomůckami.** Vzhledem k vývojovým specifikům je vhodné dát nadaným žákům k využití manipulačního didaktického materiálu. Nadaní žáci v našem výzkumu jej použili jen v případě, že byla úloha dostatečně náročná a přímou manipulaci potřebovali.

V souvislosti s řešením úloh nadaným žákem jsme zaznamenali řadu jevů, z nichž uvádíme dva, dle našeho soudu, nejvýznamnější:

- V pozorované výuce jsme zaznamenali, že pokud integrovaný nadaný žák dostává specifické úlohy, **nemají pro žáka optimální kognitivní náročnost**, jsou pro něj snadné. Jeho **samostatná práce je fragmentována**, soustavně se přizpůsobuje hromadné výuce (srov. Laznibatová, 2007, 2012).
- Žáci s mimořádným matematickým nadáním mají silnou potřebu precizního vyjadřování. Na ni se vážou problémy v komunikaci, kdy si **nadaný žák buď uvědomuje chyby či nesrovnalosti, anebo velkou entropii ve vyjádření učitele nebo v zadání úlohy**. Na zmíněné problémy se pak nabalují další problémy se školní výukou, komunikací nejen s učitelem.

6 Závěr

6.1 Závěr disertační práce

V našem výzkumu jsme pracovali s žáky, kteří již na 1. stupni základní školy projevují mimořádné nadání v matematice (a mají je diagnostikováno PPP). Toto zjištění je v rozporu s názorem, že se matematický talent projevuje až ve vyšších ročnících základní školy (srov. Švrček, 2008). Současně jsou naše zjištění v souladu s názory odborníků (kap. 3.3.3), že na 1. stupni je potřeba věnovat specifickou péči nadaným žákům a rozvoji jejich matematických schopností.

Výzkumný soubor tvořili vybraní mimořádně nadaní žáci z Ústeckého kraje, kteří se vzdělávají v matematice v 5. ročníku základní školy a mají mimořádné intelektové nadání potvrzeno pedagogicko-psychologickou poradnou. Výsledky z dílčích fází výzkumu nelze vztáhnout na celý základní soubor - žáky s mimořádným matematickým nadáním v 5. ročníku ZŠ v ČR, domníváme se však, že výsledky výzkumu mohou mít přínos i pro ně.

Velké rozdíly v podílu identifikovaných rozumově nadaných žáků v populaci v různých krajích ČR (kap. 4.2.6) svědčí o nesystémovém přístupu k péči o tuto specifickou skupinu žákovské populace. Ze studia odborné literatury (kap. 3.4.2, Sarrazy, aj.) i z dat získaných při našem výzkumu (kap. 4.2.1) plyne, že v běžné výuce, která nezohledňuje individuální potřeby žáků, je přínos z výuky pro nadaného žáka mnohem nižší než pro průměrného žáka. Nízký relativní počet identifikovaných mimořádně nadaných žáků v ČR i zmíněný konkrétní příklad výstupu regionálního projektu (enormní nárůst počtu identifikovaných nadaných žáků, kap. 4.2.6) odkrývá fakt, že náš vzdělávací systém má velké rezervy v oblasti péče o nadané žáky. Domníváme se, že rozdíly (nejen) ve finanční podpoře vzdělávání nadaných žáků v různých regionech nastolují otázku, zda je dodržován rovný přístup ke vzdělávání, je zřejmé, že míra podpory uspokojování vzdělávacích potřeb nadaných žáků v různých regionech je velmi odlišná (srov. tabulka 2 a 3, kap. 4.2.6).

V průběhu výzkumu jsme zkoumali vlastnosti úloh vhodných pro žáka s mimořádným matematickým nadáním, který je integrován v běžné třídě, v 5. ročníku základní školy. Zaznamenali jsme, že nadaný žák vyžaduje úlohy kognitivně obtížnější než vrstevníci, což je v souladu s odbornou literaturou; na základě získaných výzkumných dat se domníváme, že žáci s mimořádným matematickým nadáním na 1. stupni potřebují výrazně *kognitivně náročnější úlohy, než učitelé očekávají*. Obtížnost úlohy pro nadaného žáka souvisí nejen

s kognitivní náročností, ale i s *entropií* – mírou neurčitosti v různých kontextech, např. v nepřesném zadání úlohy, v učitelem očekávaném řešení úlohy. Na základě studia odborné literatury jsme věnovali pozornost divergentnímu charakteru matematických úloh - úlohy rozvíjející divergentní myšlení rovněž podporují rozvoj tvořivosti – jedné ze tří komponent nadání (Renzulli, 2012). V souvislosti se zařazením divergentních úloh (úloh, které mají více řešení, příp. úloh, při jejichž řešení se významně uplatňuje divergentní myšlení) do edukační nabídky pro nadaného žáka jsme formulovali dva problémy. (1) Nadaný žák zapisuje pouze jedno řešení, chápe tímto úlohu za ukončenou, není ochoten se k úloze vracet a zapisovat další řešení, přestože o jejich existenci ví. Pokud má úloha více řešení a je cílem, aby je nadaný žák našel a zaznamenal, pak je třeba požadavek formulovat jako součást zadání. (2) Žáci se ve výuce matematiky nesebkávají často s úlohami, které mají více řešení, případně učitel nepožaduje jejich zápis. Tuto domněnku, která vychází z našich kvalitativních výzkumných dat na malém vzorku, by bylo vhodné ověřit kvantitativním výzkumem.

Ověřili jsme možnost využití sady úloh pro samostatnou práci nadaného žáka. Sada úloh byla sestavena mj. s ohledem na zjištění v předvýzkumu, že integrovaný nadaný žák, který dostává jiné úlohy než spolužáci, *soustavně přerušuje práci*. Při řešení sady úloh by nadaný žák měl mít možnost pracovat v časovém bloku, kdy není vyrušován a zapojován do hromadné výuky. Nastavit obtížnost úloh při hromadné výuce ve třídě, kde jsou žáci s velmi různou mírou rozumových schopností je nepochybně velmi obtížné (srov. Sarrazy, 2003, kap. 3.4.2), naše dílčí zjištění ukazují na možnost využití specifických divergentních úloh (4.3.9).

V dizertační práci jsme soustředili pozornost na vlastnosti matematických úloh, které se jeví na základě výzkumných zjištění jako významné při vzdělávání žáka s matematickým nadáním v primární škole. (Domníváme se, že s přihlédnutím k vývojovým specifikům jsou zjištění přenositelná také na vyšší stupně vzdělávání této specifické skupiny žáků). Promyšlený systém vhodných úloh je jedním z předpokladů efektivního rozvoje matematického nadání od útlého věku. Zjištění našeho výzkumu potvrzují ale také význam učitele, který žáka vede a současně podporuje jeho individuální nezávislou práci s úlohami. Bylo také pozorováno při samostatném řešení rozsáhlejších úloh, že někteří nadaní žáci v průběhu práce vyhledávají komunikaci s učitelem, byť jen krátkou, příp. neverbální. Text přináší podněty k zamyšlení nad tím, jak určité vlastnosti učebních úloh, které jsou předloženy žákovi s matematickým nadáním, souvisejí s jeho specifickými potřebami (*silná potřeba precizního vyjadřování*) a specifickými projevy (kap. 4.3.5). Souvislosti jsou doloženy na konkrétních příkladech z pedagogické praxe.

Ve vyučování zaměřeném na průměrného žáka nejsou reflektovány vzdělávací potřeby výrazně podprůměrných, ale ani výrazně nadprůměrných žáků. Ve výuce není dostatečně uplatňován princip individualizace a diferenciacce (ČŠI, 2012), který směřuje výuku k respektování vzdělávacích potřeb všech žáků. Změna postojů učitelů a výrazná změna způsobu jejich práce a organizování vyučování, je dlouhodobý proces. Domníváme se, že v současné situaci může aktuálně přispět využití specifických sad úloh pro samostatnou práci integrovaného nadaného žáka k lepšímu uspokojování vzdělávacích potřeb nadaných žáků. Sada úloh by měla splňovat kritéria formulovaná v dizertační práci, práce se sadou by měla být součástí koncepční práce učitele. V současné době nadaní žáci v dobře míněné snaze dostávají speciální úlohy, odlišné od spolužáků. Bohužel se velmi často jedná o soubor úloh, který tvoří směsici písemných úloh, které spolu nesouvisí tématem ani kontextem, učitelé také často zadávají úlohy s nízkou kognitivní náročností, nezřídka také úlohy rutinního charakteru.

Při výuce ve třídách, kde je běžně kolem 25 žáků, není ani pro zkušeného učitele jednoduché reflektovat individuální potřeby všech žáků a neopomíjet žáky nadané, obzvláště pokud má žák nadání mimořádné, příp. kombinované s handicapem. Klíčovou roli má učitel, měl by mít alespoň elementární znalosti o problematice vzdělávání nadaných žáků. Důležitá je volba vhodných učebních úloh a *otevřenost nabídky zvláštních úloh i pro ostatní žáky ve třídě*. Transfer a aplikace poznatků o vzdělávání nadaných žáků do každodenní pedagogické praxe je velkou výzvou pro akademické pracovníky i pro učitele ve školách.

6.2 Náměty pro pedagogický výzkum

Jako klíčový námět pro pedagogický výzkum uvádíme: prozkoumat *příčiny nízkého* (a příliš kolísajícího) *počtu nadaných žáků evidovaných v pedagogicko-psychologických poradnách v naší zemi.*

Vedení školy významně ovlivňuje (deklarované i reálné) vzdělávání nadaných ve škole. Deklarované i skutečné *postoje ředitelů základních škol* k problematice vzdělávání intelektově nadaných žáků si dle našeho názoru zasluhují pozornost; je to citlivé téma, ale pedagogický výzkum by mohl přinést cenná data.

Dále navrhujeme prozkoumat *rozdíly v postojích učitelů k diferencovanému vzdělávání*; jaké jsou *dovednosti* učitelů v uplatňování diferencovaného přístupu v běžné třídě.

Domníváme se, že si zasluhuje další pozornost *potenciál divergentních matematických úloh* pro rozvoj divergentního myšlení a tvořivosti (nejen nadaných žáků) a podporu žádoucí sociální interakce ve třídě, a také možnosti pro žáky s podprůměrnými matematickými schopnostmi zažít úspěch při řešení (náročné) matematické úlohy.

Náš výzkum se nezabýval možnostmi *využití výpočetní techniky* ve výuce matematiky (či jiných předmětů) pro individuální práci nadaného žáka. Mj. by mohlo být zajímavé sledovat, jak je poskytována žákovi zpětná vazba a jaký je charakter učebních úloh. Řešení úloh divergentního charakteru, úloh tvořivých může být obtížné (nebo nemožné) s využitím pouze výpočetní techniky.

6.2.1 Soutěživý charakter matematické úlohy

Podrobněji objasníme námět, který se týká *soutěživého charakteru úloh* předkládaných nadaným žákům:

Soutěž povzbuzuje rivalitu. Např. početní úlohy, u kterých žáci dostávají instrukci, že je jejich cílem vyřešit správně úlohu rychleji než spolužáci, obecně nepřispívají k inkluzi nadaného žáka a nepodporují kooperaci ve skupině. Nadaný žák, pokud přistoupí na tuto formu práce a soutěží, řeší početní úlohy velmi rychle a jakoby s lehkostí a samozřejmostí vítězí, vyčleňuje se ze skupiny. Neodmítáme matematické soutěže a soutěživé úlohy obecně, domníváme se však, na základě hospitací ve výuce a rozhovorů s učiteli nadaných žáků, že jsou nadužívány, jejich oblíbenost přeceňována a že si učitelé neuvědomují jejich dopad v širších souvislostech. Úlohy v takovýchto soutěžích ve výuce mají často rutinní charakter,

jsou pro nadaného žáka velmi snadné. Vnímáme závažný fakt, že při jejich vyřešení dostává nadaný žák informaci, že významným kritériem hodnocení jeho výkonu je to, že pracuje lépe (rychleji) než spolužáci.

Matematické soutěže - Matematická olympiáda, Matematický klokan a Pythagoriáda se odlišují celkovým zaměřením i cílovou skupinou (Novák, Molnár, 2006), jsou odborníky doporučovány jako vhodná součást vzdělávání nadaných i jako jeden z nástrojů vyhledávání matematických talentů (např. Čavojská et al., 2010; Makrides et al. 2006; Novák, 2008; Švrček, 2008). S tímto názorem se ztotožňujeme, avšak tyto soutěže mají oproti třídním soutěžím v běžné výuce výrazně odlišný charakter, nadaný žák si je vědom toho, že soutěží proti vrstevníkům, avšak „protivníkem“, opravdovou výzvou jsou pro něj samotné soutěžní úlohy, které odpovídají jeho vzdělávacím potřebám.

Využívání matematických úloh soutěživého charakteru učiteli ve výuce na 1. stupni, postoj učitelů k těmto úlohám a dopad „nerovných“ soutěží v každodenní pedagogické praxi na postavení žáka s matematickým nadáním ve skupině vrstevníků, případně postoj nadaného žáka k takovýmto úlohám - to jsou témata, o kterých se domníváme, že by další pedagogický výzkum mohl přinést užitečné informace pro pedagogickou teorii i praxi.

6.3 Doporučení pro pedagogickou praxi

Na základě zjištění našeho výzkumu a konfrontace s odbornou literaturou doporučujeme učitelům nadaných žáků:

- zabezpečit *otevřenost* nabídky úloh s vyšší kognitivní náročností i pro žáky, kteří nemají poradnou diagnostikováno mimořádné nadání,
- nabízet nadanému žákovi úlohy s *dostatečnou kognitivní náročností*, reflektovat zda je úloha pro žáka přiměřeně náročná,
- pokud je úloha pro nadaného žáka obtížná, věnovat pozornost zjištění, v *čem spočívají obtíže* žáka – zda je úloha správně zadána – má přiměřenou entropii a je precizně formulována,
- umožnit integrovanému nadanému žákovi samostatnou *práci v časovém bloku, bez vyrušování*; lze využít sadu úloh,
- zařazovat do specifické edukační nabídky pro nadaného žáka (i do hromadné výuky) úlohy s více řešeními a věnovat pozornost záznamu více řešení, ne pouze jednoho,
- pokud je zadávána nadanému žákovi úloha, která má více řešení, je nezbytné již v úvodu

vyzdvihnout požadavek na nalezení více řešení, zdůraznit, že nalezení více řešení je kritériem pro posouzení správnosti (celkového) řešení úlohy (pokud nadaný žák posoudí řešení úlohy jako dokončené, „uzavřené“, jeví nechuť se k úloze vracet znovu),

- vytvářet si portfolio sad úloh a informačních zdrojů,
- dbát na *precizní zadání* učební úlohy,
- předkládat žákům více úloh divergentního charakteru; divergentní úlohy, pokud je jejich řešení vhodně moderováno učitelem, mají potenciál povzbudit žáky s různou úrovní kognitivních schopností, podpořit interakci mezi žáky ve třídě,
- žákům primární školy je vhodné zařazovat úlohy činnostního charakteru s manipulačním materiálem,
- je přínosné pokud si *zpětnou vazbu může žák poskytnout sám sobě* prostřednictvím didaktických pomůcek nebo srovnáním svého řešení s předlohou,
- i nadaní žáci potřebují procvičovat různé matematické dovednosti, nepotřebují však procvičovat tak mnoho jako ostatní vrstevníci.; není vhodné předkládat nadanému žákovi množství rutinních úloh.

Nadaný žák potřebuje, aby byly akceptovány jeho specifické vzdělávací potřeby, a také aby se začlenil do vrstevnické skupiny a nedocházelo k jeho exkluzi. Volba vhodné organizační formy je klíčová při vzdělávání nadaného žáka, který je integrován v běžné třídě. Učitelé by měli do výuky začleňovat učební strategie, které umožňují vyjít vstříc nadaným už na 1. stupni základní školy. Tolik požadovaná diferenciaci a individualizace ve výuce matematiky je podmíněna dovednostmi učitelů volit správné vzdělávací prostředky - matematické úlohy - v souladu s cíli vzdělávání. Problematika výuky nadaného žáka se netýká jen schopností a potřeb nadaného žáka, ale také profesních dovedností a možností konkrétního učitele. Na základě dat získaných v našem výzkumu a účasti v projektu „Nadání je třeba rozvíjet“ usuzujeme, že tři níže uvedené organizační formy lze bez uplatnit při vzdělávání nadaného žáka integrovaného v běžné třídě, a dle našeho soudu respektují potřeby nadaného žáka i možnosti učitelů v současné škole. První z nich je vhodná pro zkušené učitele, kteří zvládají uplatňovat diferenciaci ve výuce, druhé dvě jsou vhodné i pro začínající učitele.

1. Nadaný žák se účastní diferencované výuky ve třídě

Při aplikování diferencovaného vyučování v běžné třídě jsou činnosti rozděleny podle aktuální kognitivní úrovně žáků. Žáci pracují na jednom tématu, ale učitel předkládá různé

úlohy podle individuálních učebních potřeb jednotlivých žáků. Tato forma výuky v běžné třídě klade vysoké nároky na práci učitele, v praxi ji nepravidelně využívají zkušení učitelé s dlouholetou praxí. Pružnější forma práce je tzv. „ability grouping“, kde žáci dostávají různé instrukce podle aktuálních schopností, nemusí nutně pracovat na stejném tématu.

2. Nadaný žák pracuje individuálně v časovém bloku

Nadaný žák v průběhu hodiny pracuje individuálně na speciální úloze nebo sadě úloh. Pracuje v bloku a není z práce vyrušován. Úlohy, jsou náročné, ale jsou sestaveny tak, aby je žák pokud možno řešil samostatně, bez podpory učitele. Úlohy, které jsou pro nadaného žáka lákavou výzvou, mají tyto vlastnosti: přiměřená obtížnost, zajímavý tematický obsah, realistický kontext, precizní instrukce bez obsahových i formálních chyb, k řešení úlohy jsou třeba vyšší úrovně myšlení, vyvážený poměr otázek vyžadujících konvergentní a divergentní myšlení.

3. Podpora interakce s vrstevníky - práce ve dvojicích, ve skupinách

Nadaný žák spolupracuje se spolužáky. Doporučujeme začít práci ve dvojicích. Zdůrazňujeme, že je třeba dbát na to, aby se nejednalo o pseudoskupinovou práci, kdy úlohy řeší žáci individuálně, pouze spolu diskutují řešení úlohy. Proto je nezbytné připravit úlohy, které vyžadují kooperaci. Lze dát žákům jedny pomůcky do lavice, či sestavit takové zadání úlohy, aby byla spolupráce žáků nevyhnutelná. Příkladem takových úloh může být hledání vítězné strategie nebo vítězné taktiky u matematických didaktických her pro více hráčů. (Malinová, 2013c)

7 Seznam použité literatury a pramenů

ADLER, Alfred. Mathematics and Creativity. In: CAMPBELL, Douglas M. a John C. HIGGINS. *Mathematics: People, problems, results*. Belmont, Calif: Wadsworth, 1984, s. 3-10. ISBN 0534032001.

ALFONSO, Vincent, Dawn P. FLANAGAN a Suzan RADWAN. *The Impact of the Cattell–Horn–Carroll* [online]. New York: The Guilford Press, 2005, s. 185-202 [cit. 2012-12-12]. Dostupné z: http://faculty.winthrop.edu/armisteadl/PSYC608/attachments/CHC_c_Test_developmen.pdf

BECHEANU, M. Identifikace žáků nadaných na matematiku. In: *Objevování,*

motivace a podpora matematických talentů na evropských školách. Praha: MATH.EU Project, 2006, p. 100-147. ISBN 9963-634-31-1.

BĚLOHOUBKOVÁ, Irena a Jiřina NOVOTNÁ. Matematické soutěže a nadání a talentovaní žáci. In: *Výchova a nadání 3*. Brno: MSD, 2009, s. 83-93. ISBN 9788073921217.

BENÍŠKOVÁ, Tereza. *Manuál k diagnostickému nástroji pro potřeby projektu Nadání je třeba rozvíjet CZ 1.07/1.2.35/02.0025*. Most, 2013, 28 s.

BLAŽKOVÁ, Růžena a Milena VAŇUROVÁ. Charakteristika nadaného žáka s poruchou učení z hlediska matematických úloh. In: *Matematické vzdělávání v kontextu proměn primární školy*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2010, s. 57-61. ISBN 978-80-244-2511-5. ISSN 0862-9765

BONO, Edward de. *Pravdu mám já, určitě ne ty*. 1.vyd. Praha: Argo, 1998, 195 s. ISBN 80-720-3066-3.

BRUNER, Jerome S. *O podstate a problémoch vyučovania*. Bratislava: SPN, 1968. ISBN 67-232-68.

BŘICHÁČEK, Václav. Problémy intenzivní výzkumné strategie. *Vesmír: přírodovědecký časopis Akademie věd České republiky*. Praha: Vesmír, 2010, č. 4, s. 257-259. ISSN 0042-4544.

CALÁBEK, P., ŠVRČEK, J., VANĚK, V., ZHOUF, J. *Péče o matematické talenty v České republice*. 2. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2010. ISBN 978-802-4418-841.

CAMPBELL, James R. *Jak rozvíjet nadání vašich dětí*. Vyd. 1. Praha: Portál, c2001, 172 s. ISBN 80-717-8516-4.

CLARK, Barbara. *Growing up gifted: developing the potential of children at home and at school*. 3rd ed. Columbus: Merrill Pub. Co., c1988. ISBN 06-752-0832-7.

CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly. *O štěstí a smyslu života*. Překlad Eva Hauserová. Praha: Lidové noviny, 1996, 399 s. ISBN 80-710-6139-5.

CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly. *Creativity: the psychology of discovery and invention*. First Harper Perennial Modern Classics edition. New York: Harper Collins Publishers, 2013. ISBN 978-006-2283-252.

ČAVOJSKÁ, Magdalena et al. *Krok za krokem s nadaným žákem: Vyhledáváme rozumově nadané žáky*. Praha: Výzkumný ústav pedagogický, 2010. ISBN 978-80-87000-24-7.

ČESKÁ ŠKOLNÍ INSPEKCE. *Analýza školních vzdělávacích programů pro základní vzdělávání za období 2007–2011* [on-line]. Praha, 2012, 28 s. [cit. 22. 11. 2012]. Dostupné z: <http://www.csicr.cz>.

ČESKÝ STATISTICKÝ ÚŘAD. *Sčítání lidu, domů a bytů 2011*: [online]. 2013 [cit. 2014-02-08]. Dostupné z: <http://www.czso.cz/sldb2011/redakce.nsf/i/home>

DEAL, L. J., WISMER, M., G. NTCM Principles and standards for mathematically talented students. *Gifted child today magazine*. 2010, roč. 33 (č. 3), s. 55-66. ISSN: 10762175. Dostupné z: <http://proquest.umi.com/pqdwweb?did=2082683871&sid=2&Fmt=3&clientId=139391&RQT=309&VName=PQD>.

DEVLIN, Keith J. *Jazyk matematiky: Jak zviditelnit neviditelné*. 1. vydání v českém jazyce. Překlad Jan Švábenický. Praha: Argo, 2003, 343 s. ISBN 80-865-6909-8.

DIEZMANN, C., M., WATTERS, J., J. *The importance of challenging tasks for mathematically gifted students*. In: *Gifted and Talented International* [on line]. 2002 [cit. 2012-02-04]. Dostupné z: <http://eprints.qut.edu.au/1647/1/1647.pdf>.

DIMITRIADIS, Christos. Provision for mathematically gifted children in primary schools: an investigation of four different methods of organisational provision. *Educational Review* [online]. 2012, roč. 64, č. 2, s. 241-260 [cit. 2012-10-25]. ISSN 0013-1911. DOI: 10.1080/00131911.2011.598920. Dostupné z: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00131911.2011.598920>.

DOČKAL, Vladimír. *Zaměřeno na talenty, aneb, Nadání má každý*. Praha: NLN, 2005. ISBN 80-710-6840-3.

DUCHOVIČOVÁ, Jana a Ľubomír RYBANSKÝ. Varieta školskej populácie, zastúpenie jednotlivých edukačných potrieb v školskom prostredí v reflexii pedagogických pracovníkov. In: *Pedagogické a psychologické aspekty edukácie*. Nitra: PF UKF v Nitre, 2013, s. 134-147. ISBN 978-80-558-0501-6.

FOŘTÍKOVÁ, Jitka. *Krok za krokem s nadaným žákem: Tvoříme individuální vzdělávací plán mimořádně nadaného žáka*. Praha: Výzkumný ústav pedagogický, 2009, 72 s. ISBN 978-808-7000-281.

GAGNÉ, Robert M. *Podmínky učení*. Vyd. 1. Brno: SPN, 1975, 288 s. ISBN 14-092-75.

GAGNÉ, François. From giftedness to talent: A developmental model and its impact on the language of the field. *Roepers Review* [online]. 1995, roč. 18, č. 2, s. 103-111 [cit. 2012-12-11]. ISSN 0278-3193. DOI: 10.1080/02783199509553709. Dostupné z: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/02783199509553709>.

GARDNER, Howard. *Dimenze myšlení*. 1. vyd. Praha: Portál, 1999, 398 s. ISBN 80-717-8279-3.

GAVORA, Peter. *Úvod do pedagogického výzkumu*. Překlad Vladimír Jůva. Brno: Paido, 2000, 207 s. ISBN 80-859-3179-6.

GOLEMAN, Daniel. *Emoční inteligence: Proč může být emoční inteligence důležitější než IQ*. 1. vyd. Praha: Columbus, 1997, 348 s. ISBN 80-859-2848-5.

GRECMANOVÁ, Helena. *Klima školy*. Vyd. 1. Olomouc: Hanex, 2008, 209 s. ISBN 978-807-4090-103.

GRUSZCZYK-KOLCZYNSKÁ, Edith. Szkoła to rzeźnia talentów: Błyskawicznie zabija matematyczne zdolności. *Gazeta prawna.pl* [online]. 2013, 10.05.2013 [cit. 2014-04-25]. Dostupné z: http://serwisy.gazetaprawna.pl/edukacja/artykuly/703149,szkola_to_rzeznia_talentow_blyskawicznie_zabija_matematyczne_zdolnosti.html

HAVIGEROVÁ, Jana Marie. *Pět pohledů na nadání*. Vyd. 1. Praha: Grada, 2011, 144 s. ISBN 978-802-4738-574.

HEINZE, Astrid. Differences in problem solving strategies of mathematically gifted and non-gifted elementary students. *International education journal IEJ* [online]. 2005, roč. 6, č. 2, s. 175-183 [cit. 2012-12-13]. ISSN 1443-1475. Dostupné z: <http://education2.uvic.ca/Faculty/hfrance/special%20issue%20on%20giftedness.pdf#page=141>.

HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2001, 187 s. ISBN 80-717-8581-4.

HEJNÝ, Milan. Objev generického modelu žáky. In: *Tvořivost v počátečním vyučování matematiky: vědecká konference s mezinárodní účastí věnovaná matematickému vzdělávání v primární škole*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2011a, s. 84-88. ISBN 978-80-7043-992-0.

HEJNÝ, Milan et al. *Matematika: příručka učitele pro 5. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2011b, 155 s. ISBN 978-80-7238-969-8.

HENDL, Jan. *Kvalitativní výzkum: základní teorie, metody a aplikace*. 2., aktualiz. vyd. Praha: Portál, 2008, 407 s. ISBN 978-80-7367-485-4.

HENDL, Jan. Kvalitativní pedagogický výzkum. In: PRŮCHA, Jan. *Pedagogická encyklopedie*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2009, s. 819-823. ISBN 978-80-7367-546-2.

HŘÍBKOVÁ, Lenka. *Základní témata problematiky nadaných*. Praha: Univerzita Jana Amose Komenského Praha, 2007, 72 s. ISBN 978-808-6723-259.

HŘÍBKOVÁ, Lenka. *Nadání a nadaní: pedagogicko-psychologické přístupy, modely, výzkumy a jejich vztah ke školské praxi*. Vyd. 1. Praha: Grada, 2009, 255 s. ISBN 978-802-4719-986.

HŘÍBKOVÁ, Lenka. *Mimořádně nadané děti ve škole a v rodině*. 1. vyd. V Ústí nad Labem: Univerzita J. E. Purkyně, 2010, 79 s. ISBN 978-80-7414-319-9.

CHALUPA, Bohumír. *Tvořivé myšlení: tvořivost jako dobrodružství poznání*. Brno: Barrister, 2005. ISBN 80-736-4007-4.

CHRÁSKA, Miroslav. *Didaktické testy*. Vyd. 1. Brno: Paido, 1999, 91 s. ISBN 80-859-3168-0.

CHRÁSKA, Miroslav. *Metody pedagogického výzkumu: základy kvantitativního výzkumu*. Vydání 1. Praha: Grada Publishing, 2007, 265 s. ISBN 978-80-247-1369-4.

CHRISTENSEN, Janis Ruth. *A study of divergent thinking skills of gifted elementary students*. United States-Texas, 1997. ISBN 9780591774627. Dissertation. The University of Texas at Austin. Vedoucí práce William Myers.

JANČÍKOVÁ, Zdeňka. Zkušenosti se zaváděním efektivních edukačních strategií při vzdělávání mimořádně nadaných žáků na 1. stupni základní školy. In: VAŠŤATKOVÁ Jana (ed.) *Aktuální problémy pedagogiky ve výzkumech studentů DSP, IX*. Ročník mezinárodní studentské vědecké konference. Olomouc: Pedagogická fakulta UP, 2012, s. 212-217. ISBN 978-80-87533-03-1.

JEDLIČKA, Richard. Problémy socializace, pedagogická diagnostika a práce výchovného poradce ve škole. In: VALIŠOVÁ, Alena a Hana KASÍKOVÁ. *Pedagogika pro učitele*. Praha: Grada, 2007, s. 319-371. ISBN 978-80-247-1734-0.

JIROTKOVÁ, Darina. *Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie*. Praha: Univerzita Karlova, 2010, 330 s. ISBN 978-80-7290-399-3.

JUNG, Carl Gustav. *Duše moderního člověka*. Brno: Atlantis, 1994, 378 s. ISBN 80-710-8087-X.

JURÁŠKOVÁ, Jana. *Základy pedagogiky nadaných*. Vyd. 1. Překlad Jana Juřicová, Leona Jelínková. Praha: Institut pedagogicko-psychologického poradenství ČR, 2006, 131 s. ISBN 80-868-5619-4.

KALHOUS, Zdeněk a Otto OBST. *Školní didaktika*. Praha: Portál, 2002, 447 s. ISBN 80-717-8253-X.

KASÍKOVÁ, Hana, Pavel DITTRICH a Josef VALENTA. Individualizace a diferenciací ve škole. In: VALIŠOVÁ, Alena a Hana KASÍKOVÁ. *Pedagogika pro učitele*. Praha: Grada, 2007, s. 153-164. ISBN 9788024717340.

KASLOVÁ, M. Komunikace a talent. In: Zhouf, J. *Ani jeden matematický talent nazmar*. Hradec Králové: JČMF, 2003, s. 49-58. ISBN 80-7015-936-7.

KASLOVÁ, Michaela et al. *Nadprůměrné dítě a příprava na školní matematiku* [CD-ROM]. Olomouc: UP, 2012. ISBN 978-80-244-3156-7.

KASPER, Tomáš a Dana KASPEROVÁ. *Dějiny pedagogiky*. Praha: Grada, 2008, 224 s. ISBN 978-802-4724-294.

KHATENA, Joe. *Gifted: challenge and response for education*. Itasca, Ill.: F.E. Peacock Publishers, c1992, xii, 564 p. ISBN 08-758-1349-6.

KIRSCHNER, Paul a Jeroen J. G. VAN MERRIËNBOER. Ten steps to complex learning: A new approach to instruction and instructional design. In: *DSpace at Open Universiteit* [online]. 2008 [cit. 2012-12-07]. Dostupné z: <http://dspace.ou.nl>.

KMÍNKOVÁ, Eliška a Isabella PAVELKOVÁ. Obtížnost a zaujetí úkolem v matematice. In: JANÍK, Tomáš. *Smíšený design v pedagogickém výzkumu: Sborník příspěvků z 19. výroční konference ČAPV*. Brno: Masarykova univerzita, 2011, 434–438. Dostupné z: <http://www.ped.muni.cz/capv2011/sbornikprispveku/kminkovapavelkova.pdf>.

KOHOUTEK, Rudolf. Kognitivní vývoj dětí a školní vzdělávání. *Pedagogická orientace* [online]. Praha: Česká pedagogická společnost, 2008, č. 3, s. 3-22 [cit. 2012-11-23]. ISSN 1211-4669. Dostupné z: http://www.ped.muni.cz/pedor/archiv/2008/Pedor08_3_Kohoutek_KognitivniVyvojSkolniVzdelavani.pdf

KOMENSKÝ, Jan Amos. *Didaktika velká*. 3. vyd. Brno: Komenium, 1948. ISBN 1863-254.

KOPKA, Jan. *Hrozny problémů ve školské matematice*. Vyd. 1. Ústí nad Labem: Univerzita J. E. Purkyně, 1999, 194 s. Acta Universitatis Purkynianae. ISBN 80-704-4247-6.

KOSHY, Valsa, Paul ERNEST a Ron CASEY. Mathematically gifted and talented learners: theory and practice. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* [online]. 2009-03-15, roč. 40, č. 2, s. 213-228 [cit. 2012-12-11]. ISSN 0020-739x. DOI: 10.1080/00207390802566907. Dostupné z: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207390802566907>.

KUŘINA, František. Matematika je řešení úloh. *Matematika, fyzika, informatika: časopis pro výuku na základních a středních školách*. Praha: SPN, 2003, roč. 13, č. 3.

KVĚTOŇ, Pavel. *Kapitoly z didaktiky matematiky II*. Ostrava: Pedagogická fakulta v Ostravě, 1986.

KUPCOVÁ, Martina et al. *Vzdělávání nadaných dětí a žáků: Přehled základních dokumentů*. [online]. Praha: VÚP, 2010 [cit. 2014-04-21]. Dostupné z: http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2010/02/Nadani_prehled.pdf

LAMBERT, Mike. *Evaluation of 'Advanced Learning Centres' for gifted and talented pupils*. London: DfES, 2006. ISBN 18-447-8727-3.

LANDAU, Erika. *Odvaha k nadání*. Praha: Akropolis, 2007. ISBN 978-808-6903-484.

LAZNIBATOVÁ, Jolana. *Nadané dieťa: jeho vývin, vzdelávanie a podporovanie*. 3. vyd. Bratislava: Iris, 2007, 394 s., [16] s. obr. příl. ISBN 80-890-1853-X.

LAZNIBATOVÁ, Jolana. *Nadaný žiak na základnej, strednej a vysokej škole*. Bratislava: Iris, 2012. ISBN 978-80-89256-87-7.

MACHŮ, Eva. *Rozpoznávání a vzdělávání rozumově nadaných dětí v běžné třídě základní školy: příručka pro učitele a studenty učitelství*. 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2006, 64 s. ISBN 80-210-3979-5.

MACHŮ, Eva. *Nadaný žák*. 1. vyd. Brno: Paido, 2010, 124 s. ISBN 978-807-3151-973.

MACHŮ, Eva. Intellectually Gifted Pupils and Educational Problems Connected to Their Gift Development in Common Integrated Classroom. In: *Talented learner*. Brno: Masarykova univerzita, 2011, p. 96-106. ISBN 978-80-210-5701-2.

MACHŮ, Eva. Rozvoj matematických dovedností u nadaných dětí předškolního věku. In: NOVOTNÁ, Jiřina. *Motivace nadaných žáků a studentů v matematice a přírodních vědách*. Brno: MU, 2012, s. 33-45. ISBN 978-80-210-6144-6.

MAKRIDES, Gregory et al. *Objevování, motivace a podpora matematických talentů na evropských školách: Projekt MATHEU*. Praha: 2006, 475 s. ISBN 9963-634-31-1.

MALINOVÁ, Dagmar; CÍRUS, Lukáš. Práce učitele na edukační nabídce pro nadaného žáka. In PĚCHOUČKOVÁ, Šárka. *Tvořivost v počátečním vyučování matematiky: vědecká konference s mezinárodní účastí věnovaná matematickému vzdělávání v primární škole*. 1. vydání. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2011. s. 139-143. ISBN 978-80-7043-992-0.

MALINOVÁ, Dagmar. *Nadání je třeba rozvíjet. Metodická příručka pro pedagogické pracovníky*. (Text vytvořený v projektu CZ.1.07/1.2.35/02.0025). Most, 2013a, s. 56.

MALINOVÁ, Dagmar. Vhodná matematická úloha - výzva pro nadaného žáka. In: NOVOTNÁ, Jiřina. *Motivace nadaných žáků a studentů v matematice a přírodních vědách II*. Brno: MSD, 2013b, s. 85-98. ISBN 978-80-210-6635-9.

MALINOVÁ, Dagmar. Forms of Education of Gifted Pupil in Mathematics at Primary School. In: CÍRUS, Lukáš. *Usta ad Albim BOHEMICA: XX. Czech-Polish-Slovak Mathematical Conference – Litoměřice 2013*. Ústí nad Labem: UJEP, 2013c. ISSN 1802-825X.

MELICHAR, Jan a Josef SVOBODA. *Rozvoj matematického myšlení I: pro studium učitelství pro mateřské školy*. Vyd. 1. V Ústí nad Labem: Univerzita J. E. Purkyně, 2003, 62 s. ISBN 80-704-4512-2.

MELICHAR, Jan. *Utváření a rozvoj klíčových kompetencí: Matematika a její aplikace* [online]. Most, 2007, 115 s. [cit. 2014-04-21]. Dostupné z: http://www.pf.ujep.cz/files/KMA_melichar_klickompetenci.pdf

MELICHAR, Jan. Didaktické zásady ve vyučování matematice na 1. stupni základní školy. In: *Pf.ujep.cz* [online]. Ústí nad Labem, [2010]. Dostupné z: http://www.pf.ujep.cz/index.php?option=com_content&view=article&id=6677&Itemid=1470

MOLNÁR, Josef. Matematické nadání a prostorová představivost. In: ZHOUF, Jaroslav. *Ani jeden matematický talent nazmar: Sborník příspěvků 2. ročníku konference učitelů matematiky a přírodních oborů na základních, středních a vysokých školách*. Hradec Králové: JČMF, 2005, s. 91-94. ISBN 80-7290-224-5.

MOLNÁR, Josef, Slavomíra SCHUBERTOVÁ a Vladimír VANĚK. Konstruktivismus ve vyučování. In: *Projekt: CZ.04.1.03/3.2.15.2/0263* [online]. Olomouc, 2007 [cit. 2014-01-03]. Dostupné z: http://esfmoduly.upol.cz/elearning/konstr_m/

Národní program rozvoje vzdělávání v České republice: Bílá kniha. 1. vyd. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2001, 98 s. ISBN 80-211-0372-8.

NOVÁK, Bohumil a Jitka HODAŇOVÁ. Úloha z matematické soutěže – zdroj motivace nebo nástroj diagnostiky? In: *Matematika v přípravě učitelů elementární školy. Acta Universitatis Purkynianae 53, Studia Matematika II*. Ed. J. Melichar. Ústí n. L.: UJEP, 2000, s. 84 – 90.

NOVÁK, Bohumil a Josef MOLNÁR. Matematický klokan. In: OBDRŽÁLEK, Jan a Štefan ZAJAC. *JČMF - sjezdový sborník*. Ústí nad Labem: JČMF, 2006, s. 67-68. ISBN 80–7015–061–0. Dostupné z: <http://www.jcmf.cz/sites/default/files/Sbornik-06j.pdf>

NOVÁK, Bohumil. O úlohách ze soutěže Matematický klokan. In: *Matematické vzdělávání z pohledu žáka a učitele primární školy*. Acta Universitatis Palackianae Olomucensis, Mathematica VI, Matematika 3. UHLÍŘOVÁ, M. (ed.) Olomouc: UP, 2008, s. 191 – 196. ISBN 978-80-244-1963-3.

NOVÁK, Bohumil. Nestandardní aplikační úloha, její reflexe a interpretace budoucími učiteli primární školy. In: *Matematické vzdělávání v kontextu proměn primární školy*. Acta Universitatis Palackianae Olomucensis, Mathematica VII, Matematika 4. UHLÍŘOVÁ, M. (ed.) Olomouc: UP, 2010, s. 199 – 204. ISBN 978-80-244-2511-5.

NOVÁK, Bohumil. K řešení úloh žáky talentovanými na matematiku. In: PĚCHOUČKOVÁ, Šárka. *Tvořivost v počátečním vyučování matematiky*. Plzeň: ZU, 2011, s. 154-158. ISBN 978-80-7043-992-0.

NOVÁK, Bohumil. K tvorbě slovních úloh žáky primární školy. In: *Specifika matematické edukace v prostředí primární školy*. Acta Universitatis Palackianae Olomucensis, Mathematica VIII, Matematika 5. UHLÍŘOVÁ, M. (ed.) Olomouc: UP, 2012, s. 175 – 181. ISBN 978-80-244-3048-5.

PATÁKOVÁ, E. *Tvorba úloh pro nadané žáky* [DVD-ROM]. Záznam příspěvků III. interaktivní dílny „Vzdělávání nadaných dětí“ konané 25. 11. 2010 ve Zlíně–Malenovicích.

PATÁKOVÁ, Eva. *Metody tvorby úloh pro nadané žáky*. Praha: Karolinum, 2013. ISBN 978-80-7290-704-5.

PEKAŘOVÁ, Blahoslava. PPP ÚSTECKÉHO KRAJE. *Závěrečná zpráva o průběhu psychologické diagnostiky v rámci projektu Nadání je třeba rozvíjet*. Teplice, 2014.

PIAGET, Jean. *Psychologie inteligence*. Vyd. 2. Praha: Portál, 1999, 164 s. ISBN 80-717-8309-9.

PIAGET, Jean a Bärbel INHELDER. *Psychologie dítěte*. Vyd. 3., v nakl. Portál 2. Praha: Portál, 2000, 144 s. ISBN 80-717-8407-9.

PEŠATOVÁ, Ilona a Václava TOMICKÁ. *Úvod do integrativní speciální pedagogiky*. Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2007, 115 s. ISBN 978-80-7372-268-5.

PLHÁKOVÁ, Alena. *Přístupy ke studiu inteligence*. Olomouc: Univerzita Palackého, 1999, 305 s. ISBN 80-244-0020-0.

PLHÁKOVÁ, Alena. *Inteligence*. In: BLATNÝ, Marek a Alena LHÁKOVÁ. *Temperament, inteligence, sebepojetí: nové pohledy na tradiční témata psychologického výzkumu*. Tišnov: Sdružení SCAN, 2003, s. 47-86. ISBN 80-86620-05-0.

PÓLYA, George. *How to solve it: a new aspect of mathematical method*. Bronx, NY: Ishi Press International, 2009, xxi, 253 p. ISBN 48-718-7830-9.

PORTEŠOVÁ, Šárka. *Skryté nadání: psychologická specifika rozumově nadaných žáků s dyslexií*. 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2009a, 164 s. ISBN 978-802-1050-143.

PORTEŠOVÁ, Šárka. *Vzdělávání mimořádně nadaných žáků*. In: PRŮCHA, Jan. *Pedagogická encyklopedie*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2009b, s. 471-477. ISBN 978-80-7367-546-2.

PORTEŠOVÁ, Šárka. *Rozumově nadané děti s dyslexií*. Praha: Portál, 2011, 213 s. ISBN 978-807-3679-903.

PORTEŠOVÁ, Šárka. *Nadané děti* [online]. Brno, © 2001-2014 [cit. 2014-03-16]. Dostupné z: <http://www.nadanedeti.cz/>

PORTEŠOVÁ, Šárka et al. *Nadaní žáci* [online]. Brno, 2013-2014 [cit. 2014-05-16]. Dostupné z: <http://www.nadanizaci.cz/>

PRŮCHA, Jan. *Moderní pedagogika*. 2. přepr. a akt. vyd. Praha: Portál, 2002, 481 s. ISBN 80-7117-8631-4.

Pedagogická encyklopedie. Editor Jan Průcha. Praha: Portál, 2009, 935 s. ISBN 978-80-7367-546-2.

PRŮCHA, Jan a Eliška WALTEROVÁ, Jiří MAREŠ. *Pedagogický slovník*. 6., rozš. a aktualiz. vyd. Praha: Portál, 2009. ISBN 978-807-3676-476.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (RVP ZV), verze platná od 1. 9. 2013 [online]. Praha: MŠMT, 2013 [cit. 2014-03-01]. Dostupné z: <http://www.nuv.cz/file/433>

REICHEL, Jiří. *Kapitoly metodologie sociálních výzkumů*. Vyd. 1. Praha: Grada, 2009, 184 s. ISBN 978-80-247-3006-6.

RENDL, Miroslav a Nad'a VONDROVÁ. *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů*. 1. vyd. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2013, 357 s. ISBN 978-80-7290-723-6.

RENZULLI, Joseph S., Sally M. REISOVÁ, Diane MONTGOMERYOVÁ a Jana JURÁŠKOVÁ. *Úspěšná výuka mimořádně nadaných dětí*. Editor Jitka Fořtíková. Praha: Triton, 2008, 168 s. ISBN 978-80-254-3705-6.

RENZULLI, Joseph S. *Co utváří nadání? Přezkoumání definice a komentář k českému překladu. Svět nadání* [online]. 2012, I, č. 2, s. 3-15 [cit. 2014-03-01]. Dostupné z: www.talentovani.cz

SARRAZY, Bernard. *Nadání v matematice - didaktický pohled: Analýza didaktických regulací rozdílů v poznávacích schopnostech ve vyučování racionálního kalkulu u žáků 9-10letých*. In: ZHOUF, Jaroslav. *Ani jeden matematický talent nazmar*. Hradec Králové: PC Hradec Králové, 2003, s. 128-133. ISBN 80-7015-936-7.

SARRAZY, Bernard. Tvorba v matematice: nezbytná iluze?. In: *Tvořivost v počátečním vyučování matematiky: vědecká konference s mezinárodní účastí věnovaná matematickému vzdělávání v primární škole: sborník z konference*. 1. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2011, s. 24-37. ISBN 978-80-7043-992-0.

SISK, Dorothy A. *Creative teaching of the gifted*. New York: McGraw-Hill, c1987, 370 p. ISBN 00-705-7701-3.

Síť podpory nadání. NIDV. *Talentovani.cz* [online]. 2012 [cit. 2014-04-21]. Dostupné z: <http://www.talentovani.cz/web/guest/sit-podpory-nadani>

SKALKOVÁ, Jarmila. *Úvod do metodologie a metod pedagogického výzkumu*. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-411-83.

SKALKOVÁ, Jarmila. *Obecná didaktika*. 2. aktualiz. vyd. Praha: Grada, 2007. ISBN 978-80-247-1821-7.

SMÉKAL, Vladimír. Podmínky a předpoklady úspěchu žákův matematice a přírodních vědách - pohled psychologa. In: NOVOTNÁ, Jiřina. *Motivace nadaných žáků a studentů v matematice a přírodních vědách*. Brno: Masarykova univerzita, 2012, s. 7-21. ISBN 978-80-210-6144-6.

SPIPKOVÁ, Vladimíra. *Proměny primárního vzdělávání v ČR*. Praha: Portál, 2005, 311 s. ISBN 80-717-8942-9.

STERNBERG, Robert J. *Úspěšná inteligence: jak rozvíjet praktickou a tvůrčí inteligenci*. Praha: Grada, 2001, 208 s. ISBN 80-247-0120-0.

SWOBODA, Ewa. Ability of building an individual strategy by 8-9 year old students while solving non-typical mathematical tasks. In: UHLÍŘOVÁ, Martina. *Matematika 6: Acta Universitatis Palackianae Olomucensis*. Olomouc: UP, 2014, s. 15-25. ISBN 978-80-244-4062-0. ISSN 0862-9765.

Školský zákon: 561/2004 Sb., aktuální znění č. 420/2011 Sb.; zákon upravující předškolní, základní, střední, vyšší odborné a některé jiné vzdělávání ve školách a školských zařízeních. 2011. Dostupné z: <http://www.uplnzneni.cz/zakon/561-2004-sb-o-predskolnim-zakladnim-strednim-vyssim-odbornem-a-jinem-vzdelavani-skolsky-zakon/>

ŠKRABÁNKOVÁ, Jana. *Žijeme s nadáním*. Vyd. 1. Ostrava: Ostravská univerzita v Ostravě, Pedagogická fakulta, 2012, 101 s. ISBN 978-807-4641-374.

ŠKRABÁNKOVÁ, Jana. Model logické struktury edukačního procesu pro nadaného žáka. In: *Výchova a nadání*. Brno: MU, 2009, s. 11-18. ISBN 978-80-210-5117-1.

ŠVARŤÍČEK, Roman a Klára ŠEĎOVÁ. *Kvalitativní výzkum v pedagogických vědách*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2007, 377 s. ISBN 978-80-7367-313-0.

ŠVRČEK, Jaroslav. *Tvorba a využití gradovaných řetězců matematických úloh*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2008, 47 s. ISBN 978-80-244-2135-3.

TERMAN, Lewis M. The discovery and encouragement of exceptional talent. *American Psychologist* [online]. 1954, roč. 9, č. 6, s. 221-230 [cit. 2012-11-23]. ISSN 0003-066x. DOI: 10.1037/h0060516. Dostupné z: <http://content.apa.org/journals/amp/9/6/221>

TOMEK, K., ZELENDOVÁ, E. Nadané děti a žáci. In: *Metodický portál RVP.CZ* [online]. 2010 [cit. 2011-02-02]. Dostupný z: <http://wiki.rvp.cz>.

VÁGNEROVÁ, Marie. *Základy psychologie*. 1. dotisk 1. vydání. V Praze: Karolinum, 2005. ISBN 80-246-0841-3.

VANTASSEL-BASKA, Joyce. Differentiation in action: The Integrated Curriculum Model. *News: Begabtenförderung und Begabungsforschung / ÖZBF, Österreichisches Zentrum für Begabtenförderung und Begabungsforschung*. 2012, č. 32, s. 32-39. ISSN 1992-8823.

VYGOTSKIJ, Lev Semjonovič. *Vývoj vyšších psychických funkcí*. Praha: SPN, 1976. ISBN 14-541-76.

VYGOTSKIJ, Lev Semjonovič a Jan PRŮCHA. *Psychologie myšlení a řeči*. Praha: Portál, 2004, s. 71-108. ISBN 80-7178-943-7.

Vyhláška č. 147/2011 Sb., aktuální znění; Vyhláška, kterou se mění Vyhláška č. 73/2005 Sb., o vzdělávání dětí, žáků a studentů se speciálními vzdělávacími potřebami a dětí, žáků a studentů mimořádně nadaných. 2011. [cit. 2012-11-23]. Dostupné z: <http://www.uplnezneni.cz/vyhlaska/147-2011-sb-ktou-se-meni-vyhlaska-c-73-2005-sb/>

ZELENDÁ, Stanislav. Talnet - Vyučování přírodních věd online pro nadané děti a jejich učitele. In: *Mezinárodní seminář "Nové trendy a moderní technologie ve výuce mimořádně nadaných dětí"*. Praha: Národní institut dětí a mládeže, 2005, s. 51-60. ISBN 80-86784-28-2.

ZELINA, Miron a Milota ZELINOVÁ. *Rozvoj tvorivosti dětí a mládeže*. Vyd. 1. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladatel'stvo, 1990, 130 s. ISBN 80-080-0442-8.

ZELINKOVÁ, Olga. Pedagogická diagnostika. In: PRŮCHA, Jan. *Pedagogická encyklopedie*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2009, s. 717-722. ISBN 978-80-7367-546-2.

ZENTER, Marcel a Klaus R. SCHERER. Partikuläre und integrative Ansätze. In: OTTO, Jürgen H., Harald A. EULER a Heinz MANDL. *Emotionspsychologie*. Weinheim: Beltz, Psychologie Verlags Union, 2000, s. 151-164. ISBN 3-621-27453-7.

ZHOUF, Jaroslav. *Tvorba matematických problémů pro talentované žáky*. 1. vyd. Praha: Univerzita Karlova, 2010, 299 s. ISBN 978-80-7290-432-7.

8 Seznam zkratek

APROGEN	Alternatívny program edukácie nadaných na vzdelávanie mimoriadne nadaných detí v intelektovej oblasti
ČR	Česká republika
ČSÚ	Český statistický úřad
ČŠI	Česká školní inspekce
ECHA	Evropská rada pro vysoké schopnosti (European Council for High Ability)
ERIN	vzdělávací program Edukace a rozvoj intelektově nadaných
IPPP	Institut pedagogicko-psychologického poradenství České republiky
IQ	intelligenční kvocient
ISCED	Mezinárodní standardní klasifikace vzdělávání (International Standard Classification of Education)
ISCED 0	předškolní vzdělávání
ISCED 1	primární vzdělávání (1. stupeň základní školy)
ISCED 2	nižší sekundární vzdělávání (2. stupeň základní školy a nižší stupeň víceletých gymnázií)
ISCED 3	vyšší sekundární vzdělávání (střední školy a vyšší stupeň víceletých gymnázií)
IVP	individuální vzdělávací plán
NAGC	Národní asociace pro nadané děti (National Association for Gifted Children)
NIDM	Národní institut dětí a mládeže
NÚV	Národní ústav pro vzdělávání
NŽ	nadaný žák (nebo nadaní žáci)
PERUN	Péče, rozvoj, uplatnění nadání; projekt péče o nadané v přírodních vědách
PPP	pedagogicko-psychologická poradna
RVP ZV	Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání
SPONA	Síť podpory nadání
ŠVP	školní vzdělávací program
WCGTC	Světová rada pro nadané a talentované děti (World Council for Gifted and Talented Children)

9 Seznam tabulek

Tabulka 1: Podíl činností nadaného žáka v průběhu vyučovací hodiny

Tabulka 2: Počet nadaných v krajích České republiky v roce 2011

Tabulka 3: Počet nadaných žáků ISCED-1 v krajích ČR v letech 2011-2013

Tabulka 4: Charakteristika úloh didaktického testu

Tabulka 5: Výtah výsledků psychometrického testu

Tabulka 6: Výsledky žáků v didaktickém testu (K-D sada úloh)

10 Seznam obrázků

Obrázek 1: Schéma realizovaného výzkumu

Obrázek 2: Renzullioho model tří kruhů modifikovaný pro matematické nadání

Obrázek 3: Fragment notového záznamu předškolního dítěte (Malinová, 2013)

Obrázek 4: Schéma zóny nejbližšího rozvoje nadaného žáka ve vztahu k obtížnosti učebních úloh v běžné výuce

Obrázek 5: Diagram emočního prožívání úlohy (jejího řešení)

Obrázek 6: Proces řešení tvůrčího problému (Sisk, 1987, s. 110)

Obrázek 7: Zdůvodnění požadavku na rostoucí nároky v sérii úloh

Obrázek 8: Vztahy mezi kroky analýzy kvalitativních dat dle Hendla (2008)

Obrázek 9: Grafické znázornění podílu činností nadaného žáka v pětiminutových intervalech v průběhu vyučovací hodiny

Obrázek 10: Grafické znázornění časového podílu činností nadaného žáka ve vyučovací hodině

Obrázek 11: Grafické znázornění vývoje počtu nadaných žáků ISCED-1 v krajích ČR v letech 2011-2013

Obrázek 12: Grafické znázornění rozdílu mezi učitelem odhadovanou a reálnou obtížností úlohy

Obrázek 13: Zvýšení obtížnosti úlohy v kontextu jejího prožívání nadaným žákem

Obrázek 14: Zvýšení žakových dovedností řešením úlohy - očekávané a skutečné

Obrázek 15: Fragment žakova záznamu řešení kombinatorické úlohy

Obrázek 16: a) obrazová část zadání úlohy, b) autorské řešení

Obrázek 17: Fragment grafického řešení úlohy nadaným žákem

Obrázek 18: Žákův záznam úlohy řešené s využitím manipulačního materiálu

Obrázek 19: Žakovské dílčí řešení stavby z krychlí

Obrázek 20: Fragmenty záznamu řešení úlohy 3 od tří žáků

Obrázek 21: Ukázky chybných řešení úlohy

Obrázek 22: Grafický záznam řešení úlohy č. 3 žáků (č. 9 a č. 12) s nadprůměrnými matematickými schopnostmi

- Obrázek 23: Řešení úlohy 3 žáka (č. 7) s nadprůměrnými matematickými schopnostmi
- Obrázek 24: Ukázka správného řešení úlohy 3 při opakování testu
- Obrázek 25: Ukázka chybného řešení úlohy 3 při opakování testu
- Obrázek 26: Fragment spontánní kresby nadaného žáka (s využitím pravítka)
- Obrázek 27: Jednoduchá žákovská řešení specifické divergentní úlohy
- Obrázek 28: Složitější žákovská řešení specifické divergentní úlohy
- Obrázek 29: Obtížnost úlohy pro nadaného žáka
- Obrázek 30: Modelování v úloze 1 z testovací sady B
- Obrázek 31: Pomůcka k úloze 2 testovací sady B – papírový kout
- Obrázek 32: Fotografie pomůcky – rozloženého koutu pro krychlovou stavbu
- Obrázek 33: Autorské řešení úlohy 5 testovací sady B

11 Seznam příloh

Příloha 1: Záznamový arch pro strukturované pozorování (1 list)

Příloha 2: Ukázka pracovního listu z individuální práce s nadaným žákem

Příloha 3: Žákovské řešení úlohy s problémem ve formulaci zadání

Příloha 4: Ukázka sady tematicky rozmanitých úloh propojených kontextem

Příloha 5: Pracovní list 1 – sčítací schémata

Příloha 6: Ukázka žakovského řešení pracovního listu 1

Příloha 7: Žákovské řešení pracovního listu 2

Příloha 8: Didaktický K-D test - 1. strana

Příloha 9: K-D test – zápis nadaného žáka - 2. strana

Příloha 10: Výpočet reliability didaktického testu

Příloha 11: Výtah z tabulky s výsledky psychometrického testu a z tabulky s výsledky didaktického testu

Příloha 12: Testovací sada A z 3. fáze výzkumu - 1.list

Příloha 13: Testovací sada A z 3. fáze výzkumu - 2.list

Příloha 14: Testovací sada B z 3. fáze výzkumu

11.1 Přílohy

Příloha 1: Záznamový arch pro strukturované pozorování (1 list)

Poznámka:	ČAS	Činnost NŽ	Forma práce NŽ	Interakce U-NŽ	Obsah - úloha, otázka, ...
	30:00				
	30:10				
	30:20				
	30:30				
	30:40				
	30:50				
	31:00				
	31:10				
	31:20				
	31:30				
	31:40				
	31:50				
	32:00				
	32:10				
	32:20				
	32:30				
	32:40				
	32:50				
	33:00				
	33:10				
	33:20				
	33:30				
	33:40				
	33:50				
	34:00				
	34:10				
	34:20				
	34:30				
	34:40				
	34:50				

Příloha 2: Ukázka pracovního listu z individuální práce s nadaným žákem (1/3)

Číselné poziční soustavy

Desítková soustava

Při počítání si lidé pomáhali pomůckou, kterou měli stále při sobě – prsty na ruce. Používali různé číselné soustavy a také různé symboly k zápisu čísel. Dnes používáme desítkovou soustavu a symboly 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Poziční soustava. Je důležité umístění (pozice) symbolu. V zápisu čísla 5 438 znamená číslice 8 – osm jednotek, číslice 3 – tři desítky, číslice 4 – čtyři stovky (stovka jako desítka desítek).

Zapiš rozvinutý zápis čísla v desítkové soustavě

$$5\ 438 = 5\ 000 + 400 + 30 + 8 = 5 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 8 \cdot 1$$

Zápis počtu prvků v jiných soustavách

$$5 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$$

Desítková soustava



Čtyřková soustava



Jakou číselnou soustavu by asi používali Marťáci, kteří mají dvě ruce a na každé tři prsty? Kolik symbolů by potřebovali? 6

Jak by vyjádřili počet teček, použijeme-li číslice 0, 1, ...



Dvojková soustava



Počet seskupení daného řádu

$$10 \left(\begin{matrix} 1101 \\ 22 \end{matrix} \right) =$$

5. řád	4. řád	3. řád	2. řád	1. řád	0. řád
		1	1	0	1

$$8 = 2^3$$

$$4 = 2^2$$

$$2$$

Zapiš rozvinutý zápis:

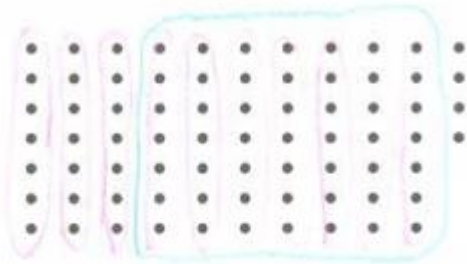
$$1101_2 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 8 + 4 + 0 + 1 = 13$$



(2/3)

ČÍSELNÉ SOUSTAVY

Zapiš číslo $(74)_{10}$ v sedmičkové soustavě pomocí diagramu a tabulky.



$$\begin{aligned} 74 : 7 &= 10 & 4 \\ 10 : 7 &= 1 & 3 \\ 1 : 7 &= 0 & 1 \end{aligned}$$

3. řád	2. řád	1. řád	0. řád
	1	3	4

Zapiš zkrácený a rozvinutý zápis čísla v sedmičkové soustavě a pro kontrolu převed' číslo zpět do desítkové soustavy:

$$(134)_7 = 1 \cdot 7^2 + 3 \cdot 7^1 + 4 \cdot 7^0 = 49 + 21 + 4 = 74$$

Zapiš číslo $(78)_{10}$ v šestkové soustavě. Zakresli diagram, doplň tabulku s počtem seskupení daného řádu.

$$\begin{aligned} 78 : 6 &= 13 & 0 \\ 13 : 6 &= 2 & 1 \\ 2 : 6 &= 0 & 2 \end{aligned}$$

3. řád	2. řád	1. řád	0. řád
	2	1	0

$$(210)_6 = 2 \cdot 6^2 + 1 \cdot 6^1 + 0 \cdot 6^0 = 72 + 6 + 0 = \underline{\underline{78}}$$

(3/3)

$$\begin{aligned}
 1+4 &= 5 \\
 3+3 &= 10 \\
 11+2 &= 13 \\
 45+45 &= 134 \\
 12+5 &= \square \\
 51+\square &= 110
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4-2 &= 2 \\
 40-25 &= 11 \\
 100-1 &= 55 \\
 \square - 20 &= 30 \\
 10 - \square &= 5 \\
 \square + \square &= 23
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 1234 \\
 +5432 \\
 \hline
 11110
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 502 \\
 -24 \\
 \hline
 \square 4
 \end{array}$$

gine' u' u' u'



10_6

$$11_6 + 2_6 = 13_6$$



$$\begin{aligned}
 10+13 \\
 11+12
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 235_6 \\
 422_6 \\
 \hline
 1101
 \end{array}$$

$$45 + 45 = 134$$



$$12+5=21$$



$$51 + 110 - 51$$

$$30 + 20$$

50

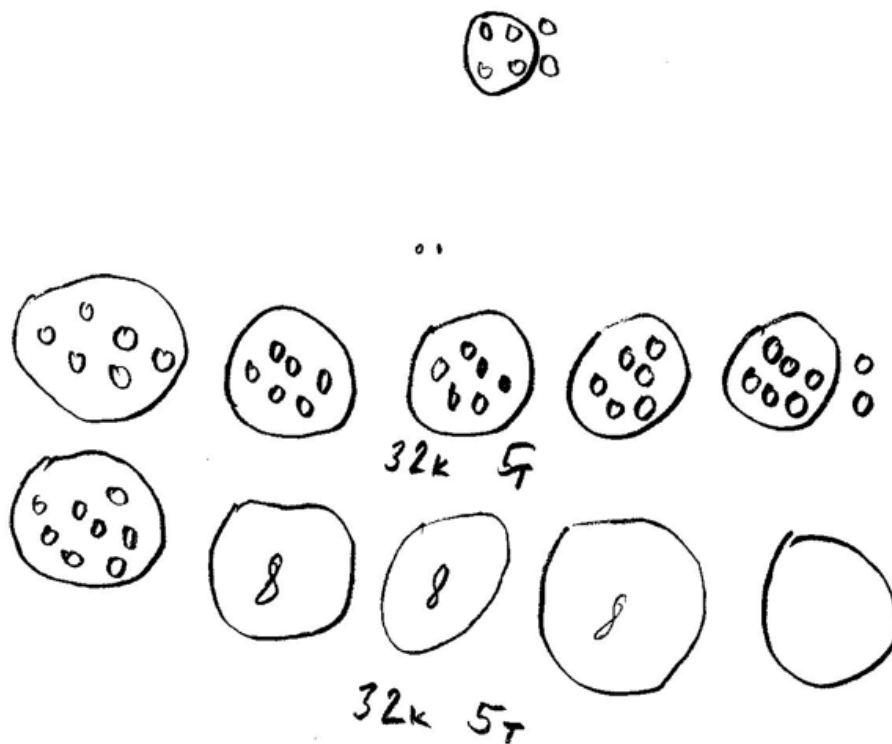
$$51 + 15 = 110$$



Příloha 3: Žákovské řešení úlohy s problémem ve formulaci zadání

KOLÁČE

Rozdělujeme koláče na talíře. Jestliže dáváme na talíř 6 koláčů, dva koláče zbudou.
Kdybychom dávali na talíř 8 koláčů, zůstane jeden talíř prázdný. Kolik je koláčů a kolik talířů?



Příloha 4: Ukázka sady tematicky rozmanitých úloh propojených kontextem

Nadání je třeba rozvíjet / reg. č. CZ.1.07/1.2.35/02.0025

CHRONOGRAM

Na historických budovách, podstavcích soch či sloupů bývají různé nápisy. Možná jsi kolem nich přecházel bez povšimnutí, ale možná jsi pozorný a překvapilo tě, že v některých nápisech jsou určitá písmena uprostřed slov velká. Jako na tomto obrázku:



Nápisy, které obsahují zašifrovaný letopočet v nápadně velkých písmenech – římských číslicích, se nazývají chronogramy. Obvykle jsou chronogramy ukryty v latinských nápisech, ten na obrázku je však český.

Chronogramy se řídí těmito pravidly:

- Všechna písmena, která mohou být římskými číslicemi, jsou zvýrazněna, žádné se nesmí vynechat.
- Takto zvýrazněné římské číslice dávají součet, který vyjadřuje letopočet, jenž se vztahuje k budově, soše, osobě nebo události, o níž se nápis zmiňuje.
- Číslici pět (V) zastupuje hláska v, ale také u.

1. Vypiš z nápisu všechny římské číslice. Urči jejich součet. Získáš letopočet, kdy byla dokončena stavba budovy, na níž visí tento nápis.



2. Přepiš česky nápis z obrázku:

3. Odhadni, na které budově nápis visí. Malá nápověda: Nemocnice, fara, škola, divadlo, most.

4. Kdo to byl mocnár? Kdo tehdy vládl v českých zemích? Můžeš vyhledat informaci např. na Wikipedii pod heslem Seznam představitelů českého státu.

5. Chronogram je složené podstatné jméno: chrono-gram. Chrono- ... význam této části slova pochází z řeckého slova *chronos* (čas). -gram ... tato část slova vyjadřuje, že jde o něco napsaného, nakresleného; z řeckého *gramma*. Co asi znamenají zvýrazněná slova? Napiš svůj odhad. Ověřit jej můžeš v encyklopedii nebo na internetu.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Nadání je třeba rozvíjet / reg. č. CZ.1.07/1.2.35/02.0025

Student si četl **chronologický** seznam českých panovníků.

.....

Profesor přinesl do učebny **chronometr**.

.....

Žák si do sešitu nakreslil **diagram** slovní úlohy.

.....

Dříve lidé neměli běžně telefony, posílali **telegramy**.

.....

6. Urči letopočty ukryté v chronogramu:

a) na podstavci sochy u kostela v obci Dolany,



b) na sloupu Nejsvětější Trojice v Olomouci.



7. Vymysli chronogram, do kterého zašifruješ rok svého narození nebo jiný letopočet.

.....

.....



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název:	CHRONOGRAM
Oblast:	Nestandardní aplikační úlohy a problémy.
Zaměření/stručný popis činnosti:	Sada úloh spojených jednou tematikou – chronogramy. Procvičení římských číslic. Práce s cizími slovy, se složenými slovy.
Klasifikace úloh:	(2.1; 3.2; 5.3)
Časová dotace:	Prvních šest úloh 25 minut. Sedmá úloha je obtížná a časově náročná.
Pomůcky:	Kopie pracovního listu, přístup k internetu.
Popis aktivit, možné postupy řešení, řešení úlohy, metodické poznámky:	<p>Čtení textu s porozuměním.</p> <p>Úloha 1: I + V + C + V + M + C + V + C + I + D + I. 1818</p> <p>Úloha 2: Viz tuto! Jak mocnář pečuje o naučení dítek!</p> <p>Úloha 3: Škola.</p> <p>Úloha 4: Rakouský císař František I.</p> <p>Úloha 6: In honoreM InsignisatheLea DIVI fLorlanI IneXstrVg I + M + I + I + I + L + D + I + V + I + L + I + I + I + X + V 1629 gLorla Deo patrl Deo filLo Deo paraCetLo L + I + D + I + D + I + L + I + D + C + L 1754</p>
Zdroje, citace:	<p>http://marnosti.blogspot.cz/2010/08/hadanka-chronogram.html</p> <p>http://cs.wikipedia.org/wiki/Chronogram</p> <p>http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Chronogram_Dolany.jpg a http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Holy_Trinity_Column_-_chronogram_south.JPG - foto Michal Maňas.</p>
Autor karty a všech jejích součástí, není-li uvedeno jinak, je: D. Malinová	



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

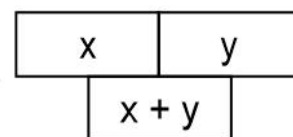


Ústecký kraj

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

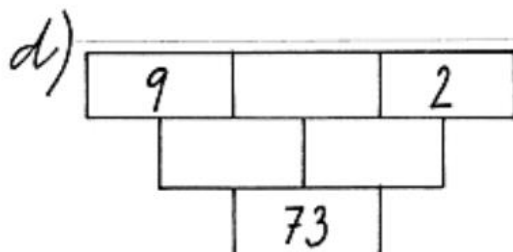
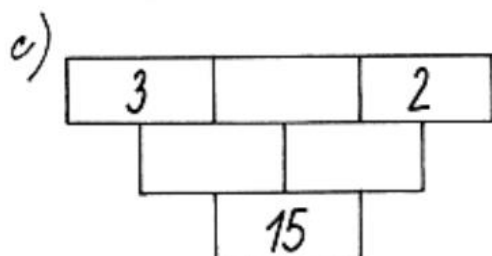
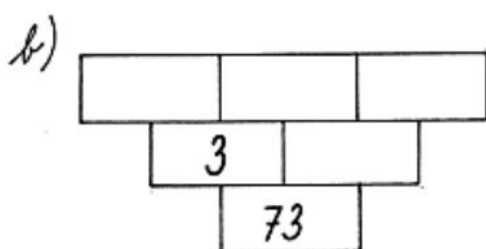
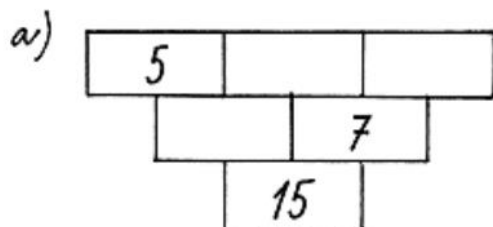
Příloha 5: Pracovní list 1 – sčítací schémata

Sčítací trychtýř



Doplň do prázdných polí přirozená čísla tak, jak určuje schéma.

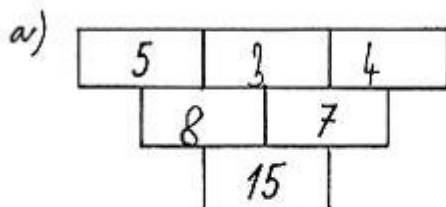
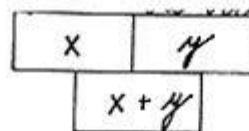
Místo pro tvé výpočty a komentář, jak jsi postupoval(a):



Příloha 6: Ukázka žakovského řešení pracovního listu 1

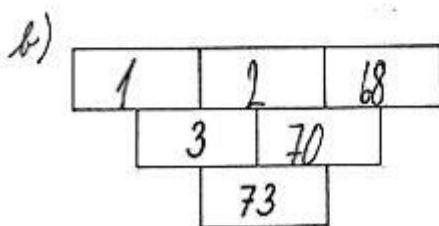
Sčítací trychtýř

Doplň do prázdných polí přirozená čísla tak, jak určuje schéma.



Místo pro tvé výpočty a komentář, jak jsi postupoval(a):

*U prvního příkladu jsem přišla na to že $8 + 7 = 15$
 $8 - 5 = 3$ (doplním 3) $3 + 4 = 7$ (doplním*

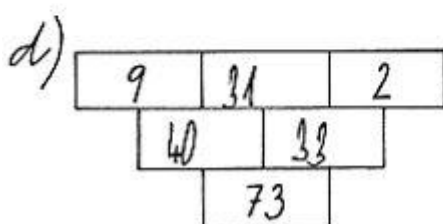
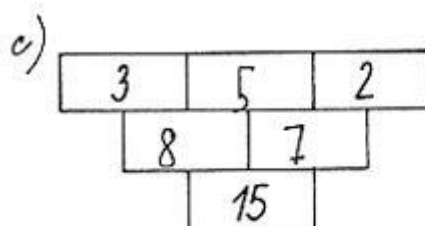


4)

nebo např.

2	1	69
3	70	
73		

možností je mnohem více

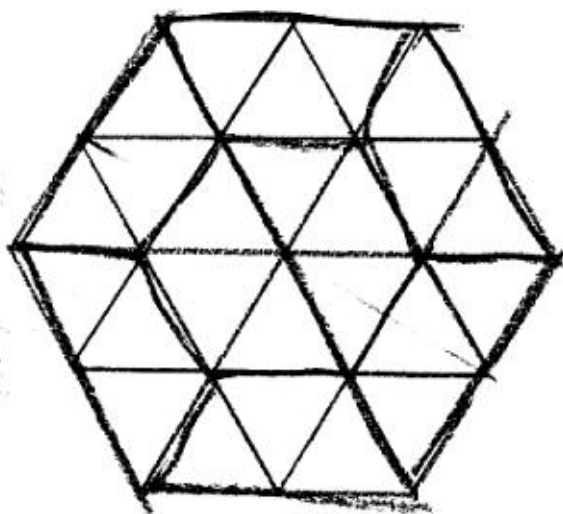
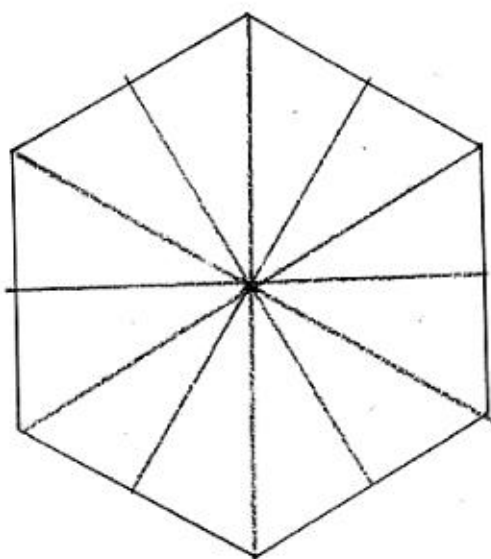


Příloha 7: Žákovské řešení pracovního listu 2

Dělení šestiúhelníku



Rozdělte pravidelný šestiúhelník na osm stejných částí. Tyto části pojmenujte.



Příloha 8: Didaktický K-D test - 1. strana

Sada matematických úloh

Některé úlohy mohou mít více řešení, pokus se je najít.

Úloha 1: Doplně znaménka + - · : () tak, aby platila rovnost:

$$3 \ 3 \ 3 = 6 \quad 3 \ 3 \ 3 = 6 \quad 3 \ 3 \ 3 = 6 \quad 3 \ 3 \ 3 = 6$$

Úloha 2: Doplně znaménka + - · : () tak, aby platila rovnost:

$$4 \ 3 \ 2 \ 1 = 6 \quad 4 \ 3 \ 2 \ 1 = 6 \quad 4 \ 3 \ 2 \ 1 = 6 \quad 4 \ 3 \ 2 \ 1 = 6$$

Úloha 3: Najdi dvě čísla, jejichž součet je 1 368. Podmínkou je, aby jedno z čísel mělo alespoň tři stejné číslice.

Úloha 4: Rozděl čtverec na 3 shodné části. (Shodné útvary mají stejný tvar i velikost.)




Úloha 5: Rozděl čtverec na 4 shodné části.



Úloha 6: Ota, Pepa a Franta šli na výlet. Ota koupil 9 obložených housek, Pepa 6. Franta zatím zařizoval jiné věci. Housky si rozdělili tak, že každý měl 5 housek. Franta zaplatil kamarádům za housky 30 Kč. Jak se mají Ota s Pepou o tyto peníze spravedlivě rozdělit?

Příloha 9: K-D test – zápis nadaného žáka - 2. strana

Úloha 7: Z jednoho letiště na druhé přelétává 14 pilotů s 9 letadly. Kolik pilotů je v letadle samo?

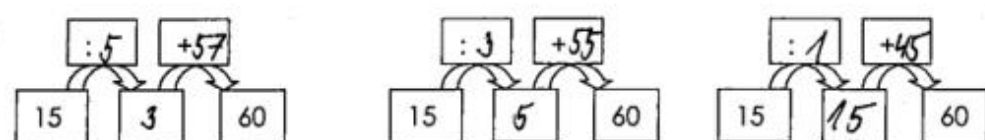


 V LETADLE JSOU SAMI 4 PILOTI
 V LETADLE JE SAMO (4-8 pilotů)

Úloha 8: Doplň do rámečků chybějící čísla:

VZOR:

	:2		-5	
12	6	3	1	




	:5		+57	
15	3	18	75	90

	:3		+55	
15	5	15	60	115

	:1		+45	
15	15	30	75	120

Úloha 9: Kolik krychlí bylo odebráno?



 $4 \cdot 5 = 20$

 12 JE ODEBRÁNO 8

Úloha 10: V ulici bydlí v různých domech 5 kamarádů: Alice, Běta, Dáša, Filip a Honza. Zapiš ke každému domu, kdo v něm bydlí.



 HONZA FILIP BĚTA DAŠA ALICE

- Dům Alice nemá rovnou střechu.
- Vedle domů Běty a Filipa roste strom.
- Honza a Filip bydlí hned vedle sebe.

Příloha 10: Výpočet reliability didaktického testu

Úloha č.	K-D	Počet žáků, kteří řešili správně	p	q	pq
1	K	14	0,93	0,07	0,06
2	D	8	0,53	0,47	0,25
3	D	6	0,40	0,60	0,24
4	K	8	0,53	0,47	0,25
5	D	15	1,00	0,00	0,00
6	K	3	0,20	0,80	0,16
7	D	4	0,27	0,73	0,20
8	D	13	0,87	0,13	0,12
9	K	9	0,60	0,40	0,24
10	K	13	0,87	0,13	0,12

1,63

Počet bodů v testu (x_i)	Počet žáků (n_i)	$x_i n_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$n_i (x_i - \bar{x})^2$
10	3	30	3,8	14,44	43,32
8	2	16	1,8	3,24	6,48
7	3	21	0,8	0,64	1,92
5	1	5	-1,2	1,44	1,44
4	4	16	-2,2	4,84	19,36
3	1	3	-3,2	10,24	10,24
2	1	2	-4,2	17,64	17,64

6,2

93

60,96

$$s^2 = 4,35$$

$$r = 0,69$$

Příloha 11: Výtah z tabulky s výsledky psychometrického testu a z tabulky s výsledky didaktického testu

Výtah z tabulky s výsledky psychometrického testu

Žák	Známka z M	Věk Roky; měs.	Početní baterie						Obrázková baterie					
			SVS		PP		Stanin		SVS		PP		Stanin	
			P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3			
1	1	Anonymizováno před publikováním	107	68	6	6	9	6	92	30	4	3	4	5
2	4		94	34	4	4	7	4	80	9	2	3	2	3
3	2		99	47	5	5	7	5	94	34	4	5	4	3
4	4		70	2	1	3	1	2	72	3	1	2	1	2
5	1		100	50	5	5	9	4	107	68	6	8	4	5
6	2		100	50	5	5	9	4	117	87	7	7	6	6
7	1		110	75	6	5	9	7	105	63	6	6	7	4
8	3		98	45	5	4	8	5	91	27	4	3	5	3
9	1		118	88	7	9	9	6	105	63	6	6	6	4
10	4		97	42	5	4	7	5	78	7	2	4	2	1
11	1		113	81	7	7	9	5	115	84	7	7	6	5
12	1		129	97	9	8	9	8	125	95	8	7	7	8
13	2		103	58	5	5	9	6	93	32	4	4	5	3
14	2		110	75	6	9	9	4	99	47	5	6	6	3
15	3		100	50	5	6	7	5	96	39	4	3	6	4

K-D test

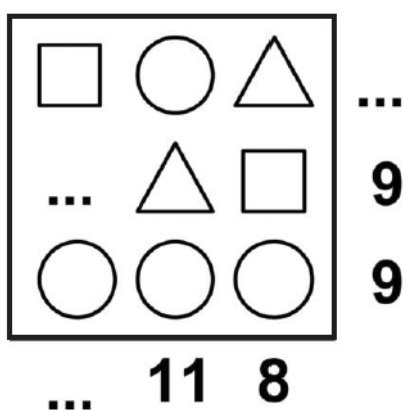
Počet úloh se správným řešením (K+D)	Z toho počet úloh s více řešeními (D)
7	2
4	1
4	1
2	0
7	2
7	2
10	2
4	1
10	4
3	0
8	2
10	2
8	2
4	1
5	1

Příloha 12: Testovací sada A z 3. fáze výzkumu - 1.list

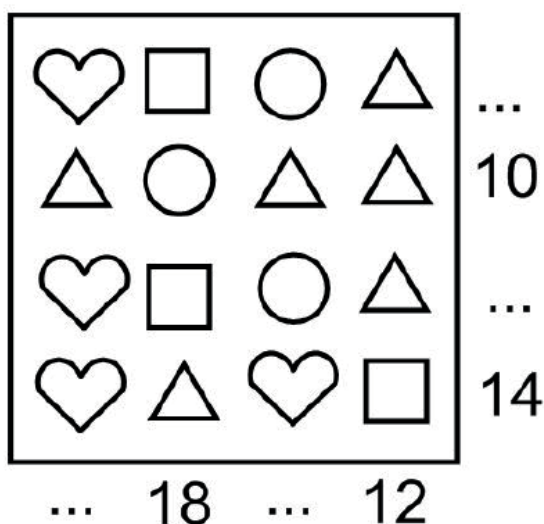
PRACOVNÍ LIST - Na cestě k proměnné

Symboły □, ○, △, ♥ zastupují některé z čísel 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. Čísła za okrajem velkého čtverce představují součet čísel v řádku, případně v sloupci. Doplň čísla místo teček.

Úloha 1:



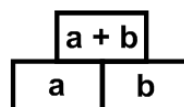
Úloha 2:



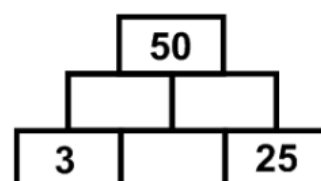
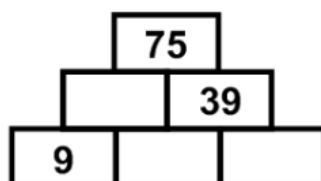
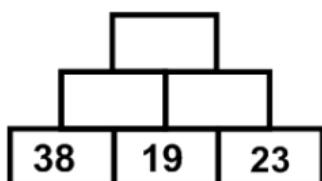
Příloha 13: Testovací sada A z 3. fáze výzkumu - 2.list

Sčítací pyramidy

Mezi čísly v pyramidě platí vztahy tak, jak určuje schéma:

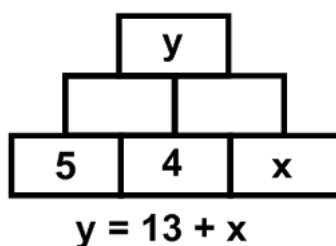
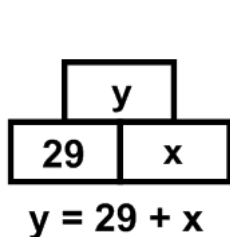


Úloha 1: Doplň v pyramidách chybějící čísla:

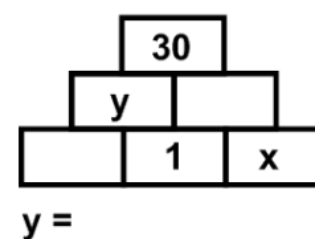
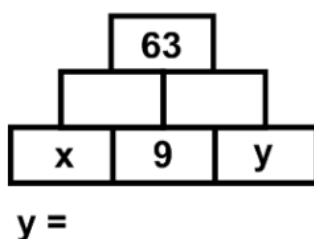
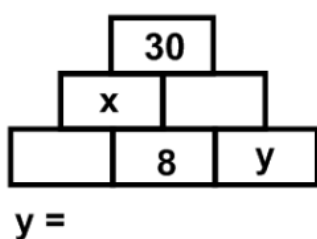
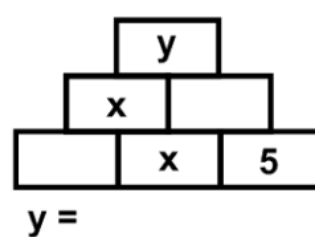
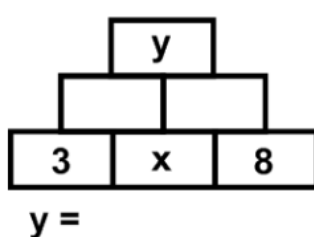
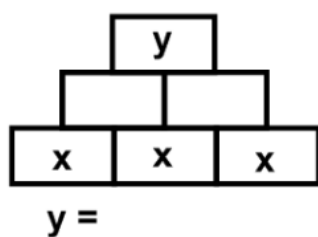


Úloha 2: Zapiš vztah mezi číslem x a y .

c) Markéta takové vztahy našla. Zkontroluj, zda jsou správně.



d) Zkus to nyní sám.



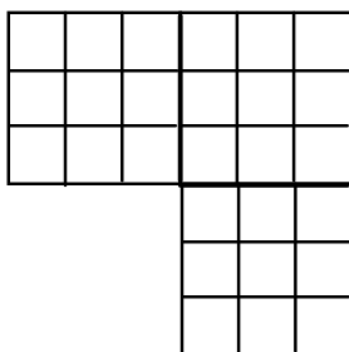
Příloha 14: Testovací sada B z 3. fáze výzkumu

Krychlové stavby

Úloha 1: Polož do papírového „koutu“ červenou a modrou kostku tak, aby obrázky na stěnách koutu odpovídaly tomu, jak tato stavba ze dvou kostek vypadá zepředu, shora a zboku.

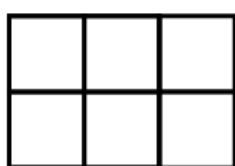
Úloha 2: Polož do malého papírového „koutu“ hrací kostku tak, aby obrázky kostky na stěnách koutu odpovídaly tomu, jak kostka vypadá zepředu, shora a zboku.

Úloha 3: Teď zkus připravit podobnou úlohu pro kamaráda. Zakresli hrací kostku do obrázku rozloženého koutu. Vymysli to tak, aby kostka byla otočená jinak, než v předchozí úloze.

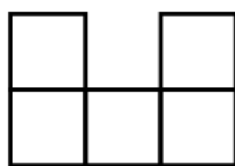


Úloha 4: Honza postavil z krychlí stavbu. Na obrázku 1 vidíš, jak stavba vypadá zepředu (nárys), na obrázku 2, jak vypadá seshora (půdorys).

- c) Nakresli bokorys této stavby (jak vypadá zboku).
- d) Urči nejmenší a největší počet krychlí pro tuto stavbu.



Obr. 1 Nárys



Obr. 2 Půdorys

Úloha 5: Sestav si velký „kout“ a podle obrázků toho, co vidíš při pohledu shora, zepředu a zboku, sestav krychlovou stavbu, kostky můžeš pokládat přímo na půdorys. Dbej i na barvu.

Kontrola: Stavbu si kontroluj sama/sám, podívej se shora, zboku... a zkontroluj, zda je stavba v zákrytu s předlohou a zda odpovídají i barvy.

ANOTACE

Jméno a příjmení:	Mgr. Dagmar Malinová
Katedra:	Ústav pedagogiky a sociálních studií
Vedoucí práce:	doc. PhDr. Bohumil Novák, CSc.
Rok obhajoby:	2014

Název práce:	Mimořádně nadaný žák v primárním matematickém vzdělávání
Název v angličtině:	Exceptionally Gifted Pupil in Primary Mathematics Education
Anotace práce:	<p>Disertační práce na téma <i>Mimořádně nadaný žák v primárním matematickém vzdělávání</i> zaměřuje pozornost na školní vzdělávání specifické skupiny žáků – žáků s mimořádným matematickým nadáním na 1. stupni základní školy. Hlavním cílem disertační práce je popsat a analyzovat vlastnosti učebních úloh, které se jeví jako významné pro vzdělávání těchto žáků, a interpretovat pozorované jevy, které souvisejí s interakcí mezi nadaným žákem a učební úlohou. Na základě teoretických východisek vzdělávání intelektově nadaných a dat z první fáze výzkumu o jejich edukaci v pedagogické praxi jsou zkoumány vlastnosti učební úlohy v procesu jejího řešení nadaným žákem. Pozornost je věnována vlastnostem učebních úloh, vhodných pro takového žáka: zejména obtížnosti, tematickému obsahu, preciznosti formulace úlohy, divergentnímu či konvergentnímu charakteru a entropii úlohy. Je vytvořena a ověřena v praxi sada gradovaných úloh vhodných pro samostatnou práci integrovaného žáka s mimořádným matematickým nadáním ve vyučování matematice v běžné třídě v 5. ročníku na 1. stupni základní školy. Metodologie výzkumu je založena na kombinaci kvantitativních a kvalitativních postupů. Byl zvolen smíšený design výzkumu, těžiště výzkumu je v kvalitativních postupech.</p>
Klíčová slova:	Nadaný žák, intelektové nadání, primární vzdělávání, matematika, učební úloha, sada úloh, entropie.

Anotace v angličtině:	This dissertation thesis on the topic of <i>Exceptionally gifted pupil in primary mathematics education</i> focuses attention on school education of specific group of students - students with exceptional mathematical talent at the first grade of primary school. The main goal of the thesis is to describe and analyze the properties of tasks that appear to be important for the education of these (gifted) students, and to interpret the observed phenomena which are related to interaction between a gifted student and task. Based on the theoretical education basis of intellectually gifted and data from the first phase of research on the education in pedagogical practice are examined characteristics of task in the process of solving by a gifted student. Attention is given to properties of mathematical tasks suitable for such a pupil: especially difficulty, thematic content, precision of problem formulation, divergent or convergent nature and entropy of task. The set of appropriate tasks with increasing difficulty is designed and verified in a practice for independent work of integrated pupil with exceptional mathematical talent in mathematic lessons in a regular class in 5th year at the first grade of primary school. Research methodology is based on a combination of quantitative and qualitative methods. It was chosen a mixed research design which center is in qualitative procedures.
Klíčová slova v angličtině:	Gifted pupil, intellectual giftedness, primary education, mathematics, task, set of tasks, entropy rate
Přílohy vázané v práci:	18 stran příloh Příloha 1-14
Rozsah práce:	172 s.
Jazyk práce:	CZ

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

Pedagogická fakulta

Mgr. Dagmar Malinová

**MIMOŘÁDNĚ NADANÝ ŽÁK
V PRIMÁRNÍM MATEMATICKÉM VZDĚLÁVÁNÍ**

Autoreferát k dizertační práci

Školitel:

doc. PhDr. Bohumil Novák, CSc.

Oponenti:

prof. RNDr. Josef Molnár, CSc., Katedra algebry a geometrie, PřF UP v Olomouci

doc. PhDr. Šárka Portešová, Ph.D., Institut výzkumu dětí, mládeže a rodiny, MU v Brně

Autorka: Mgr. Dagmar Malinová

Název dizertační práce: Mimořádně nadaný žák v primárním matematickém vzdělávání

Obor: Pedagogika

Školitel: doc. PhDr. Bohumil Novák, CSc.

Oponenti: prof. RNDr. Josef Molnár, CSc., PřF UP v Olomouci
doc. PhDr. Šárka Portešová, Ph.D., MU v Brně

Místo a termín obhajoby: PdF UP v Olomouci

Místo, kde bude práce vystavena: PdF UP Olomouci

OBSAH AUTOREFERÁTU

ÚVOD DO PROBLEMATIKY A CÍLE DIZERTAČNÍ PRÁCE	4
STRUKTURA TEORETICKÉ ČÁSTI	6
TEORETICKÝ RÁMEC PRÁCE A AKTUÁLNÍ STAV ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY	7
OBSAH EMPIRICKÉ ČÁSTI	12
VYMEZENÍ ÚČELU VÝZKUMU, VÝZKUMNÉHO PROBLÉMU, CÍLŮ A METODOLOGIE	13
SHRNUTÍ HLAVNÍCH VÝSLEDKŮ	41
ZHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ PRO VĚDNÍ OBOR NEBO PRAXI	44
SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ	45
PROFESNÍ KURIKULUM PŘEDKLADATELE DIZERTAČNÍ PRÁCE	55
ABSTRAKT	59
ABSTRACT	60

ÚVOD DO PROBLEMATIKY A CÍLE DIZERTAČNÍ PRÁCE

Vzdělávání nadaných je aktuální pedagogické téma. V naší zemi se problematikou nadaných dosud zabývali převážně psychologové, v současné době roste zájem o pedagogické aspekty. Projevuje se to nejen v růstu počtu takto zaměřených odborných publikací, v tématech kvalifikačních prací studentů vysokých škol, v zaměření vzdělávacích projektů s regionální i celostátní působností (a nárůstu jejich počtu), v kritériích a ukazatelích, které sleduje Česká školní inspekce při kontrolní činnosti na různých stupních škol, ale také v každodenní školní praxi. I přes nárůst aktivit v praxi zdůrazňuje Hříbková (2009) nedostatek snahy o teoretické uchopení problematiky nadaných a deficit pedagogických výzkumů zaměřených na diferenciaci kurikula pro nadané děti v našich podmínkách.

Zohlednění potřeb žáků s rozumovým nadáním ve vzdělávání v rámci povinné školní docházky ukotvila naše společnost do řady legislativních dokumentů. Dosud není v praxi zajištěno odpovídající vzdělávání pro intelektově nadané žáky integrované v běžné třídě. Důsledkem je zejména jejich podvýkonnost a emoční diskomfort. Učitelé v návaznosti na pedagogicko-psychologickou diagnostiku vytvářejí pro nadané žáky individuální vzdělávací plány, jejich naplňování v praxi je však problematické. Zkušenosti z praxe ukazují, že učitelé deklarují snahu nabídnout nadanému žákovi „něco navíc“. Někteří z nich mají připraveny speciální úlohy, mnozí si však nevědí rady nebo zadávají úlohy zcela nevhodné. Tato situace v pedagogické praxi se stala východiskem pro stanovení výzkumného problému.

Základní pojmy

V žakovské populaci je řada žáků se *specifickými vzdělávacími potřebami*. Tento v praxi používaný pojem zahrnuje skupiny žáků definované Vyhláškou č. 73/2005 Sb. ve znění pozdějších předpisů (Vyhláška, 2011): žáky se speciálními vzdělávacími potřebami a *žáky mimořádně nadané*. V centru naší pozornosti je *mimořádně nadaný žák* 1. stupně základní školy, jehož rozumové nadání (v celém okruhu kognitivních činností nebo jen v oblasti matematických dovedností) bylo potvrzeno odborníky z pedagogicko-psychologické poradny. V textu práce budeme pro označení tohoto žáka používat jednodušší zkrácené označení *nadaný žák*. Termínem *edukační nabídka* pro nadaného žáka rozumíme v souladu s Hříbkovou (2009) specifický, ucelený vzdělávací postup po stránce obsahové i organizační, který může mít podobu speciálního nebo diferencovaného kurikula, jehož cílem je obohatit znalosti, dovednosti a prožitky nadaného žáka. V naší práci jsme se zaměřili na *učební úlohu* jako základní stavební prvek edukační nabídky. Pro učební úlohu, příp. *matematickou učební úlohu*, budeme v textu

používat také zkrácené označení *úloha*. Zajímá nás, jaké vlastnosti učební úlohy jsou významné zejména z hlediska uspokojování vzdělávacích potřeb žáka s matematickým nadáním, ale také s ohledem na učitele a na organizační možnosti v běžné výuce. Jako významný vzdělávací prostředek chápeme *sadu úloh*, instrument pro rozvoj žáka s matematickým nadáním, který je integrován v běžné třídě. Uvědomujeme si obousměrnost vztahu mezi učební úlohou a nadaným žákem, učební úloha ovlivňuje žáka (jeho konání a kompetence), ale také nadaný žák učební úlohu zpracovává a přetváří ve svém vědomí.

Cíle dizertační práce a její struktura

Hlavním cílem dizertační práce je pokus o vymezení vlastností úloh, které jsou významné pro vzdělávání nadaného žáka a v návaznosti vytvořit a ověřit v praxi sadu gradovaných úloh vhodných pro samostatnou práci integrovaného žáka s mimořádným matematickým nadáním ve vyučování matematice v běžné třídě v 5. ročníku na 1. stupni základní školy.

S ohledem na povahu základního výzkumného souboru a cíle dizertační práce byl zvolen smíšený design výzkumu s akcentem na kvalitativní přístup. Na činnost nadaného žáka při řešení úloh i na okolnosti při jeho práci nahlížíme z pohledu vzdělávacích potřeb nadaného žáka. V rámci triangulace někdy tento pohled porovnáme s pohledem učitele, psychologa nebo rodiče.

Dizertační práce je členěna na dvě hlavní části: teoretickou a empirickou. V teoretické části je naším cílem ukotvit problematiku matematického vzdělávání nadaných žáků v širším vzdělávacím kontextu, ale i společenském, kulturním, filosofickém a normativním rámci a v souvislostech posoudit poznatky k této problematice publikované v naší i zahraniční odborné literatuře. Spolu s vymezením klíčových pojmů jsou formulována teoretická východiska pro empirickou část dizertační práce. V empirické části je popsána metodologie výzkumu a průběh tří fází výzkumu, výstupy z jednotlivých fází, jejich interpretace. V závěrečné části práce jsou uvedeny výsledky a závěry dizertační práce, doporučení pro pedagogickou praxi a náměty pro další pedagogický výzkum.

K volbě tématu vedly autorku zkušenosti s problematikou nadaných ze školní praxe, z rodinného prostředí, ale i z volnočasových aktivit s dětmi a mládeží. K rozhodnutí věnovat pozornost žákům mladšího školního věku vedl fakt, že na Pedagogické fakultě Univerzity Palackého v Olomouci již byly obhájeny dizertační práce, které se zaměřily na starší žáky s matematickým nadáním. Dalším důvodem byla možnost propojení tématu se současným působením autorky na Pedagogické fakultě Univerzity J. E. Purkyně v Ústí nad Labem.

STRUKTURA TEORETICKÉ ČÁSTI

3 Teoretická východiska dizertační práce

3.1 Současný stav zkoumané problematiky

3.1.1 Kulturní a historický rámec

3.1.2 Normativní rámec

3.1.3 Aktuální trend – projekty zaměřené na podporu nadaných žáků

3.2 Nadání

3.2.1 Pojmy nadaný žák a mimořádně nadaný žák

3.2.2 Rozumové nadání

3.3 Matematické nadání

3.3.1 Matematika a matematické schopnosti

3.3.2 Matematické nadání v odborné literatuře

3.3.3 Žák s matematickým nadáním

3.4 Učení, psychický vývoj a individualizace

3.4.1 Vztah učení a psychického vývoje

3.4.2 Individualizace jako významný aspekt vzdělávání nadaných

3.4.3 Individuální práce nadaného žáka

3.4.4 Nastavení obtížnosti výuky

3.5 Péče o nadaného žáka

3.5.1 Přístupy ke vzdělávání nadaných

3.5.2 Modely vzdělávání nadaných

3.5.3 Vzdělávání nadaných – edukační proces a faktory, které jej ovlivňují

3.6 Edukační nabídka a úlohy pro žáky s matematickým nadáním

3.6.1 Vlastnosti matematické úlohy

3.6.2 Originalita a tvořivost versus konformismus

3.7 Tvorba úloh, tvorba posloupností úloh

3.7.1 Obtížnost vytvořených úloh

3.7.2 Žákova tvorba úloh

3.8 Závěr teoretické části

TEORETICKÝ RÁMEC PRÁCE A AKTUÁLNÍ STAV ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY

Je těžké mít dobrý nápad, když z dané oblasti známe málo a je nemožné jej mít, pokud neznáme nic. Dobré nápady jsou založeny na minulých zkušenostech a dříve získaných znalostech.

(George Polya)

V odborné literatuře existují dva obecně uznávané důvody, proč věnovat speciální péči vzdělávání mimořádně nadaných jedinců. První z nich je poskytnout jedinci možnost pro maximální kognitivní rozvoj a seberealizaci v oblastech, kde má nadprůměrný potenciál. Druhým důvodem je zajistit pro společnost co nejvíce lidí, kteří pomohou aktivně řešit současné civilizační problémy a přinesou nové myšlenky (Renzulli, 2008).

Narůstající společenskou snahu poskytnout rozumově nadaným relevantní vzdělávací nabídku chápeme jako přirozený důsledek

- obecného procesu individualizace ve společnosti,
- nerovnováhy mezi péčí poskytovanou podprůměrným a průměrným žákům oproti nadprůměrným,
- stabilizace českého základního školství po reformních zásazích v minulém půlstoletí, kdy se otevřel prostor pro „okrajová“ témata,
- závažné společenské potřeby inovací, nových technologií v evropských zemích, jež je podnícena uvědoměním si ohrožení rychleji rozvíjejícími se ekonomikami ve světě.

V kap. 3.1 je ukázáno, že na utváření nadání má vliv řada aspektů. Pojetí nadání, podpora a preference různých druhů nadání, je kulturně a historicky podmíněno (kap. 3.1.1) a vyjadřuje hodnotové preference oblastí, ke kterým se tento fenomén váže. V euro-americké kultuře je intelektové nadání vysoce ceněno (Jedlička, 2007), v různých historických obdobích bylo preferováno nebo potlačováno. V odborné i laické veřejnosti lze zachytit škálu postojů ke vzdělávání nadaných, od extrémních „rovnostářských“, přes postoje, které vyvažují potřeby nadaných i společnosti, až po extrémní „elitářské“. Integrace nadaných je u nás často odmítána (u rozumově nadaných), přestože je ve světě zřejmá tendence k integraci (Hříbková, 2010).

Normativnímu rámci je věnována kap. 3.1.2. V České republice není dosud vypracována a koordinována politika komplexní výchovy talentů; jednou z příčin tohoto stavu je podle Smékala (2012) idiosynkratický postoj Čechů ke všemu, co vybočuje z průměru, zejména k elitám. Zmiňujeme, že velká část doporučení, formulovaných v strategických dokumentech, nebyla realizována. Péče o nadané je ukotvena v normativních dokumentech, jejich naplňování

sleduje Česká školní inspekce; v tematické zprávě (ČŠI, 2012) konstatuje, že individualizace a diferenciacie výuky je závislá na prioritách a finanční podpoře zřizovatelů škol, že v průběhu sledovaného období základní školy stanovily lépe mechanismy podpory těchto žáků, poukazuje však na jejich nedostatečné uplatňování v praxi. Kapitola 3.1.3 zmiňuje významný současný trend – podporu vzdělávání nadaných žáků formou projektů. Vnímáme úsilí jednotlivců i organizací reflektovat jejich aktuální potřeby v českém prostředí, propojit dílčí iniciativy a již fungující subjekty a kompenzovat nedostatečnost státních institucí řešit komplexně problematiku podpory intelektově nadaných.

Současné koncepce nadání zdůrazňují jeho multidimenzionální povahu (srov. kap. 3.2), zohledňují, zda jsou nadprůměrné schopnosti demonstrovány ve výkonech, či jsou latentní, jiní akcentují některé faktory ovlivňující nadání: faktory biologické, faktory psychologické – inteligenci, tvořivost, motivaci, učení, osobnost a vývoj jedince, faktory související s působením vnějšího prostředí (Hříbková, 2007; Havigerová, 2011). Vyhraněný názor zastává Campbell (2001) - nadání, je výsledek výchovného působení výjimečných rodičů. V naší práci vycházíme z Renzulliho (2008, 2012) pojetí nadání jako souběhu nadprůměrných schopností, motivace (zaujetí pro úkol) a tvořivosti. Ztotožňujeme se i s jeho názorem, že mezi třemi soubory vlastností v tříkruhovém modelu nadání v současné době trvá disproporce - je akcentována oblast nadprůměrných schopností (měřitelných testy) na úkor tvořivosti a osobní angažovanosti nadaného jedince.

V kap. 3.2 je rovněž zaměřena pozornost na bohatý pojmový aparát z oblasti nadání a často problematické vymezení rozsahu a obsahu pojmů. V naší práci chápeme *nadání* a *talent* jako synonyma, obdobně pojmy *talentovaný žák*, *nadaný žák* nebo *žák s nadáním* uvažujeme jako pojmy se shodným obsahem i rozsahem. Vzhledem k vývojovým specifikům psychologové z pedagogicko-psychologických poraden u dětí mladšího školního věku, zejména do devíti let věku dítěte, upřednostňují ve svých zprávách termín *akcelerovaný vývoj* před pojmem nadání.

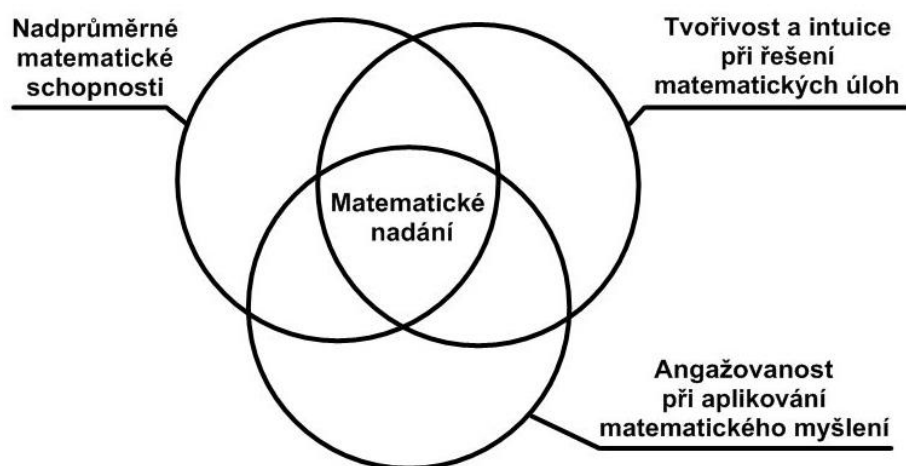
V kap. 3.2.1 se věnujeme pojmu *mimořádně nadaný žák* a jeho odlišení od pojmu *nadaný žák* v souvislosti s mimořádně intenzivní potřebou poznávat. Pojem mimořádně nadaný žák je vymezen Vyhláškou č. 73/2005 Sb. (ve znění pozdějších předpisů). Důvody, proč rozlišovat mezi pojmy nadaný žák a mimořádně nadaný žák uvádějí Tomek a Zelendová (2010): Zatímco nadání žáci projevují v oblasti svého nadání vysokou úroveň schopností a podávají vysoké výkony, mimořádně nadaní žáci se tématu svého zájmu věnovat musí, jsou k tomu vnitřně puzeni.

Kap. 3.2.2 je věnována rozumovému nadání, souvislostem s inteligencí a fungováním mozku, s dominantním vlivem emocí na kognitivní procesy a s tím souvisejícím trendem v pedagogické praxi posledních let, která klade důraz na reflexi emocí v procesu učení. Jsou zmíněny charakteristiky rozumově nadaných.

Kap. 3.3 je věnována vymezení matematického nadání a rozvoji matematických schopností v souvislosti s vývojovými specifiky, vztahům matematického nadání a rozvinuté schopnosti abstraktního myšlení, schopnosti pracovat s geometrickými objekty, s výroky, souvislost s intuicí, aj. Je zaznamenán vztah matematického nadání a logicko-matematické inteligence a vizuálně prostorové inteligence, které chápe Gardner (1999) jako relativně samostatné, a deficitu v prostorové složce matematických schopností některých žáků s matematickým nadáním (Molnár 2005). Matematické nadání diagnostikují psychologové z pedagogicko-psychologických poraden u žáků, kteří podávají výjimečné výkony pouze v matematice, ale také u žáků, kteří vynikají kromě matematiky také v celé řadě dalších školních předmětů.

V souladu s Renzulliho modelem označujeme jako žáka s matematickým nadáním rozumově nadaného žáka, u něhož se projevuje souběh nadprůměrných matematických schopností, vyšší míry tvořivosti při řešení matematických úloh a angažovanosti v úkolu, žáka, který je vnitřně motivován k řešení matematických úloh – matematika jej přitahuje.

Obrázek 2: Renzulliho model tří kruhů modifikovaný pro matematické nadání (kap. 3.3)



Existují různé druhy matematického nadání, typické projevy se mohou u jednotlivých žáků výrazně lišit, což znesnadňuje jejich identifikaci (Makrides, 2006). Řada našich i zahraničních autorů věnuje pozornost rozvoji nadprůměrných matematických schopností u žáků mladšího školního věku, někteří autoři možnost mimořádných výkonů v matematice již na 1. stupni základní školy opomíjejí (srov. kap. 3.3.3). Je zmíněn zajímavý souběh matematického

a hudebního nadání, závěr kap. 3.3 je věnován rizikovým skupinám žáků s matematickým nadáním.

Kap. 3.4 shrnuje souvislosti matematického nadání a učení, psychického vývoje a individualizace. Raný vývoj matematických schopností a konfrontace se světem materiálních objektů (Piaget, 2000) a Vygotského koncepce zóny nejbližšího vývoje mají praktické důsledky pro vzdělávání žáků s matematickým nadáním (kap. 3.4.1).

O problematice individualizace ve vzdělávání nadaných vypovídá kap. 3.4.2. Vyučování není efektivní a účinné, pokud jeho východiskem nejsou aktuální kompetence žáků a svými nároky je mimo „zónu nejbližšího rozvoje“ některých žáků. Pro pedagogickou teorii i praxi je nastolena otázka, jak nastavit úroveň hromadné výuky, jsou-li ve třídě žáci s odlišným aktuálním potenciálem k učení. Je zmíněn výzkum Sarrazyho (2003), který zjistil, že hromadná výuka matematiky reprezentativního vzorku žákovské populace ve věku 9-10 let měla nejmenší přínos pro skupinu nadaných žáků. Sarrazy si dále všímá souvislosti obtížnosti úloh a heterogenity skupiny žáků (ve smyslu rozdílů kompetencí k řešení úloh).

Kap. 3.4.3 předkládá zamyšlení nad souvislostmi dovednosti pracovat individuálně a potřeby (a možnosti) být v soudobé společnosti úspěšný a šťastný, souvislostmi obtížnosti výuky a emocí, je uvedena teorie flow (teorie stavu plynutí) M. Csikszentmihalyie (1996), jež dává podněty, jak žákovi umožnit optimální prožívání emocí při práci s učební úlohou.

V kap. 3.5 jsou zmíněny přístupy našich i zahraničních autorů ke vzdělávání nadaných podle různých hledisek (podle míry segregace nadaných žáků, podle práce s obsahem výuky, podle rozvržení výuky v čase, podle míry spolupráce žáků, podle vyspělosti systému), je zdůvodněn požadavek na individualizaci a diferenciaci výuky: Pro nadaného žáka je velmi nízký přínos výuky nastavené svou úrovní na průměrného žáka (Sarrazy, 2003); jestliže se nadaní žáci výrazně odlišují svými schopnostmi (a výkony) od svých vrstevníků, pak mají také odlišné vzdělávací potřeby (Clark, 2009). Jsou představeny různé modely vzdělávání nadaných a současný trend „otevřených“ modelů pro celou žákovskou populaci; zmiňujeme faktory ovlivňující vzdělávání nadaných ve škole, které v literatuře uvádějí naši i zahraniční autoři.

Problematika péče o nadaného žáka v soudobé české škole vychází z normativního rámce. Zmiňujeme mj. dle našeho názoru rozpor v § 12 ve Vyhlášce č. 73/2005 v platném znění, kde je stanoveno, že vzdělávání mimořádně nadaného žáka *může* probíhat podle individuálního vzdělávacího plánu (IVP), v témže paragrafu se však píše, že IVP *je vypracován nejpozději* do 3 měsíců po zjištění mimořádného nadání.

Kap. 3.6 je věnována učebním úlohám jako základním stavebním prvkům edukační nabídky pro žáka s matematickým nadáním. Učební úlohou chápeme v souladu s Průchou, Walterovou a Marešem (2009) *každou pedagogickou situaci, která se vytváří proto, aby zajistila u žáků dosažení určitého učebního cíle*. Matematická úloha je jakákoliv výzva k matematické činnosti (Kuřina, 2003). Věnujeme pozornost vlastnostem úlohy v závislosti na kompetencích jejího řešitele kompetencím jejího řešitele (Novák, 2010) dělíme vlastnosti na objektivní a subjektivní. Mezi *objektivní vlastnosti* řadíme např.: tematický obsah, náročnost poznávacích operací, preciznost a formu zadání, kontext úlohy (sémantické pozadí). *Subjektivní vlastnosti*: obtížnost, entropie, nestandardní charakter úlohy, konvergentní či divergentní charakter úlohy. Didakticky účelná formulace otázky (úlohy) souvisí s optimálním množstvím *entropie*. Pojem entropie, který je znám především z fyziky, vyjadřuje míru neurčitosti systému. Jestliže otázka obsahuje příliš velkou entropii, nevyvolává aktivní myšlenkovou činnost, žák je bezradný, protože není schopen nalézt odpověď. Otázky s malou entropií nevedou k aktivní myšlenkové činnosti žáků, protože žáci znají odpověď okamžitě (Květoň, 1986). Závěr kapitoly 3.6 je věnován tvořivosti a „odvaze k nadání“, uplatnění divergentního myšlení při řešení problémů. Kap. 3.7 hovoří o tvorbě úloh a posloupností úloh, využití konkrétní metody „problém posing“ k tvorbě úloh s různou obtížností díky efektivnímu ovlivňování entropie úlohy. Je zmíněna žákovská tvorba úloh.

Z pedagogické perspektivy jsme pro náš výzkum stanovili základní východiska:

- Ve vzdělávacím procesu je třeba volit vhodné vzdělávací prostředky, jež odpovídají vzdělávacím potřebám (nadaného) žáka a umožňují rozvinout jeho potenciál (teorie zóny nejbližšího vývoje - Vygotskij, 2004), (flow efekt - Czsikszentmihalyi, 1996), je třeba vyvážit samostatnou práci žáka a jeho podporu učitelem (Polya, 2009), učební úloha by měla obsahovat optimální entropii pro žáka (Květoň).
- Vycházíme z Renzulliho tříkruhové koncepce nadání (nadaného chování) v Renzulliho pojetí (2012). Pozornost je třeba věnovat tvořivosti – jedné ze tří základních složek nadání, která je ve školním vzdělávání opomíjena (Renzulli, 2012; Portešová, 2009a).
- K tématu přistupujeme s respektem k vývojovým specifikům žáků mladšího školního věku a k individuálním zvláštnostem žáků. Rozvoj logicko-matematické i prostorové inteligence, které se výrazně uplatňují v matematice, je v útlém věku závislý na interakci dítěte s vnějšími reálnými objekty (Piaget, 1999; Gardner, 1999). Na cestě od empirie k abstrakci postupují žáci s matematickým nadáním rychleji než běžní žáci.

OBSAH EMPIRICKÉ ČÁSTI

- 4.1 Metody sběru, zpracování a interpretace dat, etická pravidla výzkumu
 - 4.1.1 Použité metody sběru dat
 - 4.1.2 Formulování etických pravidel výzkumu
 - 4.1.3 Výběr zkoumaných případů
- 4.2 Předvýzkum
 - 4.2.1 Pozorování při hospitaci v běžné třídě – nadaný žák bez zvláštní péče
 - 4.2.2 Pozorování při hospitaci v běžné škole, která deklaruje specifickou péči
 - 4.2.3 Pozorování při hospitaci ve třídě pro nadané žáky
 - 4.2.4 Rozhovory s psychology z PPP
 - 4.2.5 Rozhovory s učiteli
 - 4.2.6 Analýza dat z pedagogicko-psychologických poraden a Národního ústavu pro vzdělávání
 - 4.2.7 Shrnutí dat a závěr předvýzkumu
- 4.3 Výzkum
 - 4.3.1 Přímá individuální práce s nadaným žákem
 - 4.3.2 Tematický obsah a sémantické pozadí úlohy
 - 4.3.3 Obtížnost úlohy
 - 4.3.4 Úlohy formulované nadaným žákem
 - 4.3.5 Precizní zadání úlohy a potřeba přesného vyjadřování
 - 4.3.6. Přímá manipulace s pomůckami při řešení úloh
 - 4.3.7 Řešení divergentních úloh žáky v běžné třídě
 - 4.3.8 Řešení divergentních úloh nadanými žáky
 - 4.3.9 Potenciál divergentních úloh při hromadné výuce
 - 4.3.10 Shrnutí dat a závěry z druhé fáze výzkumu
- 4.4 Výzkum – ověření sady úloh pro samostatnou práci nadaného žáka
 - 4.4.1 Vlastnosti testovací sady
 - 4.4.2 Zjištěná data, interpretace dat
 - 4.4.3 Shrnutí dat a závěr třetí fáze výzkumu
- 5 Shrnutí hlavních výsledků
- 6 Závěr
 - 6.1 Závěr disertační práce
 - 6.2 Náměty pro pedagogický výzkum
 - 6.3 Doporučení pro pedagogickou praxi
- 7 Seznam použité literatury a pramenů
- 8 Seznam zkratk
- 9 Seznam tabulek
- 10 Seznam obrázků
- 11 Seznam příloh
 - 11.1 Přílohy

VYMEZENÍ ÚČELU VÝZKUMU, VÝZKUMNÉHO PROBLÉMU, CÍLŮ A METODOLOGIE

V českých školách převládá integrovaná forma vzdělávání intelektově nadaných. Učitelé pro ně hledají vhodný obsah a formu edukační nabídky. Výzkum, popsáný v této dizertační práci, reaguje na aktuální potřeby pedagogické praxe. Účelem výzkumu je přinést poznatky, které napomohou při vytváření relevantní edukační nabídky pro žáka s mimořádným matematickým nadáním, který je integrován v běžné třídě na 1. stupni základní školy.

Pozornost jsme soustředili na žáka s mimořádným matematickým nadáním a na matematické učební úlohy, které žák řeší v přímé výuce matematiky na 1. stupni základní školy. Není naším cílem zkoumat mimoškolní vzdělávání nebo využití výpočetní techniky ve vzdělávání nadaného žáka. V současném pedagogickém výzkumu je patrný trend kombinovat kvalitativní a kvantitativní metodologii, vytěžit silné stránky obou přístupů s ohledem na zkoumaný problém a možnosti jeho řešení. Nahlíženo optikou výzkumného záměru a při posouzení specifík základního souboru (žáci s mimořádným matematickým nadáním v 5. ročníku ZŠ v ČR) je naše empirické šetření navrženo jako kvalitativní, s dílčími kvantitativními částmi.

Výzkumný problém:

Jaká edukační nabídka je vhodná pro vzdělávání integrovaného žáka s mimořádným matematickým nadáním v matematice v 5. ročníku běžné základní školy?

Při analýze a vymezování výzkumného problému jsme stanovili rámec výzkumu a dílčí otázky. Uvažujeme žáka s mimořádným matematickým nadáním, který je integrován v běžné třídě, v 5. ročníku základní školy. Zajímá nás jeho edukace v matematice, při běžném způsobu vedení výuky. Pozornost jsme zaměřili na uspokojování jeho vzdělávacích potřeb v kontextu inkluzivní formy vzdělávání a na jeho práci s učební úlohou jako základním stavebním prvkem edukační nabídky, chceme prozkoumat aspekty využití edukačního konstruktů (Průcha, 2009) sady úloh – strukturovaného souboru matematických učebních úloh.

V první fázi, v předvýzkumu, je naším cílem získat informace o tom, jak probíhá vzdělávání nadaného žáka integrovaného v běžné třídě v praxi, získat data, která souvisejí s prací nadaného žáka s úlohou. V druhé fázi navážeme na data z předvýzkumu a soustředíme pozornost na vlastnosti úloh, které se jeví jako významné při vzdělávání nadaného žáka. Ve třetí fázi bude vytvořena testovací sada úloh, která bude respektovat zjištění z předchozích fází výzkumu a bude ověřena v praxi.

Výzkumné otázky

V předvýzkumu chceme zjistit, jak se s nadaným žákem pracuje, jaké okolnosti ovlivňují jeho vzdělávání, a zejména, **jak jsou uspokojovány jeho vzdělávací potřeby**. Hledáme odpovědi na otázky:

S1 Jakým činnostem se nadaný žák v průběhu vyučovací hodiny věnuje?

S2 Jaké úlohy jsou mu zadávány a jak s nimi pracuje?

S3 Jak ovlivňuje jeho práci s úlohami organizační forma výuky, vč. interakce s učitelem a spolužáky?

Uvědomujeme si, že učební úlohy ve škole předkládá nadanému žákovi učitel a učitelovo působení ovlivňuje žakovu práci. Pro kvalitativní výzkum je charakteristické, že pro co nejlepší pochopení zkoumané problematiky jsou na počátku výzkumu sbírána data ve větší šíři (srov. Hendl, 2008, 2009; Švaříček, Šed'ová, 2007). Proto v průběhu výzkumu budou zaznamenána nejen data vztahující se přímo k výše uvedeným otázkám, ale také data, která s nimi souvisejí, budou analyzována a jejich vliv a souvislost s výzkumnými otázkami bude zhodnocena.

V rámci výzkumu soustředíme pozornost na práci nadaného žáka s učební úlohou (na jejich vzájemnou interakci) a na vlastnosti učebních úloh.

S4 Které vlastnosti učební úlohy se jeví jako významné?

S5 Jaké matematické učební úlohy jsou vhodné pro nadaného žáka?

S6 Jak nadaný žák řeší úlohy s vyšší entropií, příp. s divergentním charakterem?

S7 Jaké klade nadaný žák otázky, jaké úlohy vytváří sám? V jakých situacích?

Ve třetí fázi, před započítím ověřování sady úloh budeme reflektovat zjištění z první a druhé fáze výzkumu a blíže specifikujeme výzkumné otázky, které jsme formulovali před započítím celého výzkumu, budeme hledat odpovědi na otázky, které budou formulovány v průběhu výzkumu ve třetí fázi.

Cíle dizertační práce

Hlavním cílem dizertační práce je:

Nalézt a popsat vlastnosti matematických učebních úloh, které jsou významné pro vzdělávání žáka s mimořádným matematickým nadáním, který je integrován v běžné třídě.

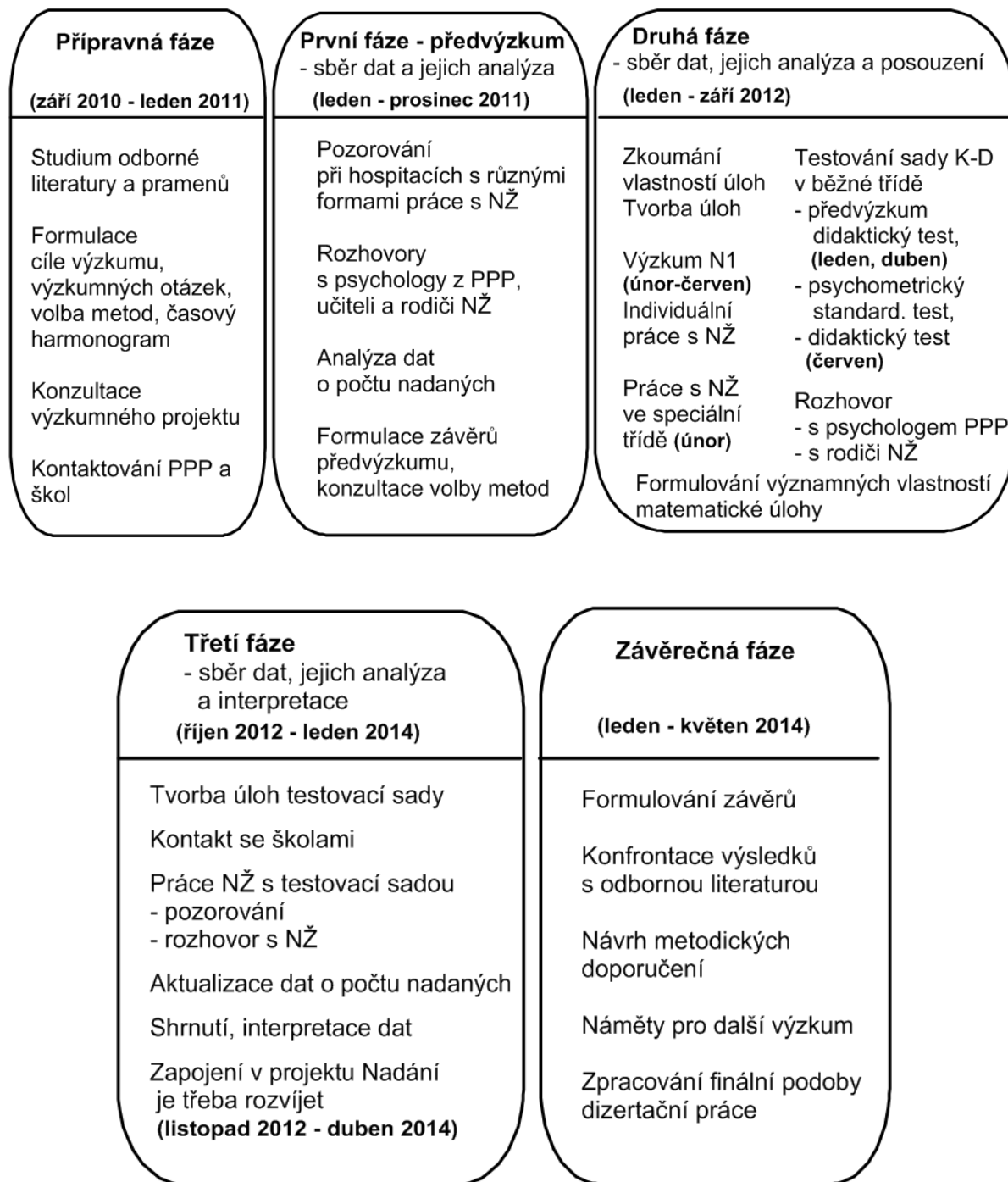
Díličí cíle:

- Analyzovat, jak se s žákem s mimořádným matematickým nadáním ve škole pracuje.
- Nalézt a popsat specifické vlastnosti matematických učebních úloh, které jsou vhodné pro nadaného žáka.
- Vytvořit a ověřit v praxi sadu gradovaných úloh vhodných pro samostatnou práci integrovaného žáka s mimořádným matematickým nadáním ve vyučování matematice v běžné třídě v 5. ročníku na 1. stupni základní školy.
- Posoudit vhodnost matematických úloh s vyšší entropií pro samostatnou práci žáka s mimořádným matematickým nadáním.
- Navrhnout vhodná opatření ke zlepšení vzdělávání integrovaného žáka s mimořádným matematickým nadáním ve škole, posoudit jejich možné výhody, nevýhody a rizika.
- V rámci navrhovaných opatření popsat potenciál matematických úloh s vyšší entropií pro vzdělávání všech žáků ve třídě a podporu žádoucí interakce ve třídě.
- Zaznamenat úlohy formulované nadaným žákem a analyzovat je.

Fáze výzkumu

1. Předvýzkum – zjištění, jak se ve škole pracuje s žákem s mimořádným matematickým nadáním, který je integrován v běžné třídě na 1. stupni základní školy.
2. Zkoumání vlastností úloh vhodných pro žáka s mimořádným matematickým nadáním, tvorba úloh.
3. Tvorba testovací sady úloh a její ověření v praxi, zkoumání vlastností úloh v procesu řešení úloh mimořádně nadaným žákem.

Obrázek 1: Schéma realizovaného výzkumu



Metodologie výzkumu

V návaznosti na výzkumný problém byl zvolen smíšený typ výzkumu, těžiště je v kvalitativním výzkumu. Perspektiva, ze které je výzkumný problém nahlížen, ovlivňuje volbu výzkumných metod (srov. Švaříček, Šedřová, 2007). Hlavní výzkumnou metodou sběru dat je pozorování, při kterém pozorujeme nadaného žáka při řešení matematických úloh. V různých fázích výzkumu ji pak doplňují další metody: rozhovor, analýza dokumentů, rozbor písemného záznamu žáka, psychometrický standardizovaný test a didaktický test z matematiky. Hlavní metodou zpracování a interpretace dat je kvalitativní analýza, pro některá data byla využito kvantitativní posouzení - statistické zpracování, tabelární nebo grafické vyjádření. Podrobněji je metodologie popsána v části empirické.

Metody sběru, zpracování a interpretace dat, etická pravidla výzkumu

Metody sběru dat

Na počátku kvalitativního výzkumu je sběr dat široce rozprostřen, cílem je do hloubky a v kontextu prozkoumat konkrétní široce definovaný jev; jsou vyhledávány pravidelnosti, ze kterých jsou vyvozeny dílčí závěry, pro které se hledá opora v dalších datech (Švaříček, Šedřová, 2007, Hendl, 2008).

Byly použity metody:

- Pozorování,
- rozhovor,
- analýza dokumentů,
- test.

Hlavní výzkumnou metodou je pozorování, ostatní byly použity jako doplňkové.

Metody zpracování a interpretace dat

Kvalitativní data jsou objemná a postrádají strukturu, proto je při jejich analýze důležitá redukce dat a zobrazení dat. Analýza dat probíhá cyklicky, její kroky jsou provázané (Hendl, 2008).

Byly použity metody:

- Kvalitativní analýza dat (segmentace, kódování, kategorizace, identifikace významných vztahů (příp. také neobvyklých detailů), redukce dat, popis jevu, vyhledávání fragmentů pro dokumentování zjištění, interpretace a zhodnocení).
- Grafické nebo tabelární zpřehlednění výstupů.

Formulování etických pravidel výzkumu

Před zahájením výzkumu ve společenskovední oblasti by si měl každý badatel ujasnit etické otázky výzkumu a věnovat pozornost různým aspektům, mezi které patří: soukromí, informovaný souhlas, emoční bezpečí, reciprocita (Hendl, 2008).

Pro náš výzkum jsme formulovali tato pravidla:

- Všechna data o respondentech ve výzkumu budou anonymizována, uváděná křestní jména žáků budou změněna, jména škol nebudou uvedena.
- K výzkumu ve školách bude získán souhlas ze strany školy (vedení školy, učitele, v jehož třídě bude výzkum probíhat), informovaný souhlas rodičů nadaných žáků, informovaný souhlas rodičů žáků ze třídy, kde bude provedeno testování.
- V případě, kdy získáme v průběhu výzkumu velmi citlivé (osobní) informace, nebudeme je vůbec zařazovat do zprávy z výzkumu.
- V průběhu výzkumu budeme vedeni snahou, aby náš výzkum co nejméně rušil běžný chod školy, běžnou výuku a co nejméně zatěžoval žáky, ale i učitele.
- Učitelům, kteří se do výzkumu (i předvýzkumu) zapojí se svými žáky, bude nabídnuta recipročně nestandardní vyučovací hodina matematiky.

Charakteristika výběru případů v jednotlivých fázích výzkumu

Výzkumný soubor tvoří vybraní mimořádně nadaní žáci z Ústeckého kraje, kteří se vzdělávají v matematice v 5. ročníku základní školy a mají mimořádné intelektové nadání potvrzeno pedagogicko-psychologickou poradnou. Výsledky z dílčích fází výzkumu nelze vztáhnout na celý základní soubor - žáky s mimořádným matematickým nadáním v 5. ročníku ZŠ v ČR, domníváme se však, že výsledky výzkumu mohou mít přínos i pro ně.

V předvýzkumu jsme měli předem vyjasněnu strukturu výběru. Chtěli jsme pozorovat nadané žáky ve vyučovací hodině matematiky ve třech odlišných vzdělávacích prostředích: Nadaného žáka 5. ročníku ZŠ, který je integrován v běžné třídě, v běžné základní škole, a nadaného žáka 5. ročníku ZŠ, který je integrován v základní škole, která deklaruje zvýšenou péči nadaným žáků a která je veřejností vnímána jako „škola pro nadané žáky“. Abychom lépe porozuměli souvislostem integrovaného vzdělávání nadaných žáků, chtěli jsme pro porovnání pozorovat nadaného žáka 5. ročníku ZŠ, který se vzdělává ve třídě, kde je uplatňována segregovaná forma vzdělávání, taková však v Ústeckém kraji není, získali jsme souhlas s hospitací na základní

škole ve Zlínském kraji, kde je uplatňována částečná segregovaná forma vzdělávání na prvním stupni ZŠ (podrobněji níže).

V druhé fázi výzkumu bylo zpočátku velmi obtížné získat kontakt na rodiče nebo učitele žáka s mimořádným matematickým (nebo všeobecným rozumovým nadáním) z 5. ročníku ZŠ, se kterým jsme chtěli dlouhodobě individuálně pracovat. Podařilo se nám navázat spolupráci s žákem, který má potvrzeno a projevuje mimořádné nadání právě v matematice. Ve třídě, kde se nadaný žák vzdělával, bylo provedeno testování všech jeho spolužáků, jejichž rodiče vyjádřili souhlas.

Ve třetí fázi jsme pro ověřování testovací sady vyhledávali nadané žáky, kteří se učí matematice v 5. ročníku na základních školách v Ústeckém kraji. Předem jsme neměli určenu strukturu a rozsah výběru, předpokládali jsme ukončení po teoretickém nasycení (srov. Hendl, 2008, 2009; Švaříček, Šedřová, 2007).

První fáze výzkumu - předvýzkum

Hlavním cílem předvýzkumu bylo získat vstupní informace pro vlastní výzkum, navázat na závěry ČŠI a zjistit, jak se s nadaným žákem pracuje v běžné třídě. Zajímalo nás, zda mu učitel poskytuje odlišnou vzdělávací nabídku, která odpovídá jeho specifickým potřebám. Jaké úlohy mu zadává, jaké organizační formy volí a jak probíhá interakce nadaný žák – učitel, příp. nadaný žák – spolužáci. Věnovali jsme pozornost dalším faktorům, které by mohly být významné při specifickém vzdělávání nadaného žáka.

Informace, jak se s nadaným žákem pracuje lze získat přímým pozorováním ve třídě. Informace od učitele, nadaného žáka, rodičů nebo psychologa jsou informace zprostředkované, ale mohou přinést zajímavé poznatky.

V rámci předvýzkumu byly použity metody:

Přímé zúčastněné pozorování nadaného žáka při vyučovací hodině matematiky:

- v běžné třídě,
- ve škole, jež deklaruje specifickou péči integrovaným nadaným žákům,
- ve třídě, kde jsou nadaní žáci soustředěni v jedné třídě.

Dále rozhovory s psychologem z PPP, s rodiči nadaných žáků, s učiteli nadaných žáků a analýza dokumentů.

Pozorování při hospitaci v běžné třídě – nadaný žák bez zvláštní péče (kap. 4.2.1)

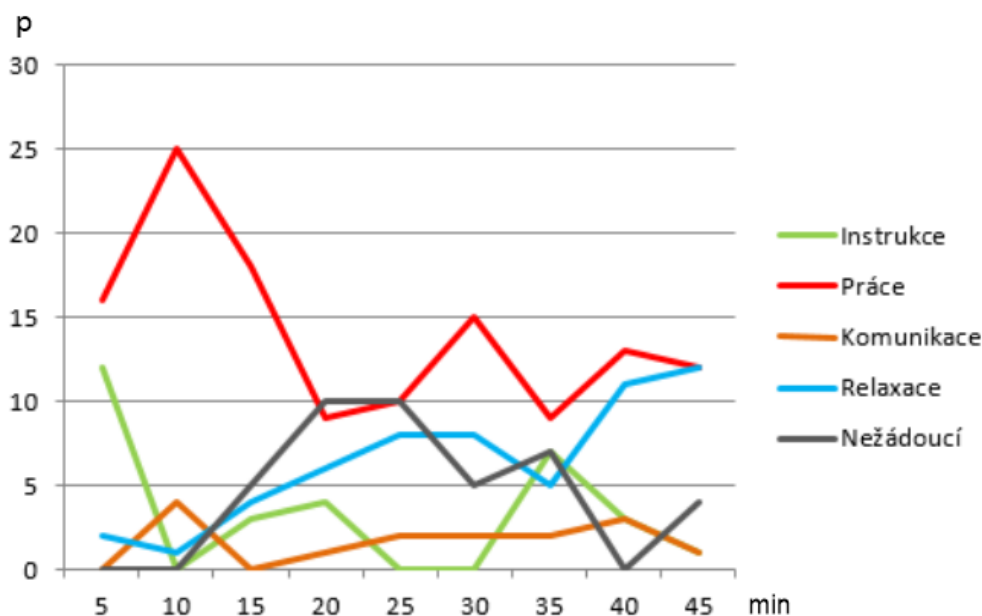
Bylo zvoleno strukturované pozorování, vymezeny pozorované kategorie, určeno jejich kódování pro záznam během pozorování a zvolen desetisekundový interval.

Získaná data (výběr) a jejich interpretace

Průběh pozorování, kategorizace dat a jejich zpracování je v kap. 4.2.1., zde uvádíme výtah z poznámek z pozorování a jeden z grafických výstupů strukturovaného pozorování.

Nadanému žákovi není věnována žádná zvláštní péče, dostává stejné úkoly jako ostatní žáci ve třídě. Úlohy jsou pro něj extrémně snadné, rychle je vypracuje, pak nemá zadánu jinou činnost; toto se v průběhu vyučovací lekce několikrát opakuje. Po vypracování několika úloh rutinního charakteru, nadaný žák chybuje. Již se nehlásí u každé úlohy zvednutím ruky o slovo jako na počátku vyučovací hodiny. Pokud někdo ze spolužáků udělá chybu při řešení úlohy na tabuli, z lavice to komentuje hlasitým: „Špatně!“. Učitelka to ignoruje. Postupně vyhledává kontakt se spolužáky, někdy radí a kontroluje jejich řešení, pošťuchuje je, i s těmi, kteří píšou, se snaží navázat hovor, střídavě si lehá na lavici nebo vstává a chodí po třídě. Pokud je zadána další úloha, rychle ji vyřeší, pak relaxuje nebo ruší.

Obrázek 9: Grafické znázornění podílu činností nadaného žáka v pětiminutových intervalech v průběhu vyučovací hodiny



Vysvětlivky:

p počet desetisekundových úseků

min počet minut od začátku vyučovací hodiny (pětiminutové úseky)

Z grafu se jeví, že čas, který žák nevyužil k práci, věnoval zejména nežádoucím činnostem. Výuka nerespektovala psychohygienické zásady, z grafu je zřejmý nárůst potřeby relaxace; pozorovali jsme, že ji žák volil spontánně, učitelkou nebyly cíleně střídány ani zařazovány relaxační činnosti. V průběhu výuky probíhala komunikace mezi učitelem a žákem, byť krátkodobá. Zdá se, že časový podíl, kdy nadaný žák pracoval - 47 % (srov. kap. 4.2.1), je relativně vysoký. Usuzujeme, že úlohy nadaného žáka optimálně nerozvíjely, protože jejich řešení nevyžadovalo využít vyšší úrovně myšlení a z projevů nadaného žáka bylo zřejmé, že pro něj byly úlohy příliš snadné. Učitelka byla vytížená řízením frontální výuky, neregistrovala situace, kdy nadaný žák obtěžoval či dokonce fyzicky napadal spolužáky, nereagovala ani na jeho bloumání po třídě či polehávání na lavici. Obsah i forma pozorované výuky je *nevyhovující* z hlediska uspokojování „běžných“ i specifických vzdělávacích potřeb nadaného žáka.

Pozorování při hospitaci v běžné škole, která deklaruje specifickou péči (kap. 4.2.2)

Bylo použito nestrukturované pozorování. Jeho cílem bylo sledovat činnost nadaného žáka v průběhu vyučovací hodiny a jeho interakci s učitelem, případně spolužáky. V průběhu pozorování byly pořízeny pracovní poznámky. Ve třídě bylo přítomno 26 žáků.

Získaná data (výběr) a jejich interpretace

Pozorovali jsme didakticky precizně zvládnutou vyučovací hodinu. Nadaný žák je opakovaně hotov s úlohami dříve než spolužáci, dostává od učitelky v průběhu vyučovací hodiny úkoly navíc, obvykle další úlohy z učebnice. Žák se účastní některých částí hodiny spolu s ostatními ve třídě, někdy přeruší práci na zvláštním úkolu a vrací se ke společné práci s ostatními. Učitelka je v průběhu vyučovací hodiny v individuálním kontaktu s nadaným žákem – zadává mu průběžně úkoly a bez problémů kontroluje i jeho práci v sešitě, obdobně kontroluje práci jiných žáků. Nadaný žák je vytížen individuální činností prakticky po celou vyučovací hodinu.

Během našeho výzkumného pozorování jsme zaznamenali, že při aplikaci této organizační formy nadaný žák na výzvu učitele *často přerušuje práci na svém úkolu*, jeho vzdělávací potřeby ustupují do pozadí před vzdělávacími potřebami ostatních žáků ve třídě. Nadaný žák někdy neslyší instrukce učitele a někdy je i registruje, ale nereaguje na ně a pokouší se svůj úkol dokončit. To, že žák během našeho pozorování převážně dokázal svou pozornost rozptýlit i na dění ve třídě, si vysvětlujeme tím, že úlohy pro něj byly příliš *snadné* a nevyžadovaly, aby se hlouběji zamyslel.

Pozorování při hospitaci ve třídě pro nadané žáky (kap. 4.2.3.)

Rozhodli jsme se pro pozorování ve třídě, kde jsou vzděláváni nadaní žáci separovanou formou a pokusit se najít aspekty, které by moly být přínosné pro integrovanou formu vzdělávání. Podrobněji popsán výběr v kap. 4.2.3. Ve třídě je v době pozorování přítomno 7 žáků.

Získaná data (výběr) a jejich interpretace

Na začátku vyučování je věnován velký prostor rozhovoru žáků a učitelky v komunitním kruhu. V bloku výuky jsou řešeny různé úlohy, jež jsou propojeny kontextem, střídá se samostatná i společná práce žáků. Žákům jsou předkládány úlohy s různou úrovní kognitivní náročností, převládají úlohy vyžadující vyšší úroveň myšlení, jsou zařazeny úlohy, vyžadující manipulaci s předměty. Z pozorování se jeví, že malý počet žáků ve třídě umožňuje velkou míru *individualizace*. Rovněž hodnotíme jako významné, že učitelka věnovala mnoho času i pozornosti *emocionálním potřebám* žáků a budování kladných vztahů ve skupině. Učitelka nastavovala *úroveň kognitivních požadavků* úloh z pohledu běžné žákovské populace velmi vysoko, z pozorování vyplývá, že úroveň požadavků byla adekvátní dovednostem nadaných žáků i jejich potřebám. Žáci pracovali se zaujetím, jejich práce (řešení úloh) *nebyla přerušována*. Úlohy v pozorované vyučovací hodině, ač byly *obsahem a formou velmi odlišné*, byly *propojeny kontextem*, navazovaly na sebe.

Rozhovory s psychologem z PPP (kap. 4.2.4)

Do textu práce byly zařazeny informace z nestrukturovaných rozhovorů s dvěma psychologem z pedagogicko-psychologických poraden v Ústeckém kraji. Psychologové z PPP mají informace o vzdělávání ve školách zprostředkované, setkávají se s nadanými žáky v prostředí poradny při diagnostice a v situacích, kdy je třeba řešit závažný školní problém. Z rozhovorů jsme vybrali tři jevy, které mají vliv na edukační nabídku pro nadaného žáka a dle našeho názoru, si zasluhují pozornost:

Z pohledu psychologa je závažné, že řada učitelů nemá základní znalosti o typických projevech a specifických potřebách intelektově nadaných žáků.

Ve zprávě o diagnostickém vyšetření žáka se psychologové z PPP při formulování doporučení pro specifické vzdělávání mimořádně nadaného žáka *neřídí primárně normativními dokumenty, ale profesní etikou*.

Třetí jev je podrobně popsán v kap. 4.3.5 v podkapitole *Zablokovaná tvořivost a potřeba přesného vyjadřování*.

Rozhovory s učiteli (kap. 4.2.5)

Byly vedeny nestrukturované rozhovory s osmi učitelkami prvního stupně ze základních škol v Ústeckém kraji (srov. kap. 4.2.5). Učitelé zaujímají k péči o nadaných žáků různé postoje, všímají si různých aspektů jejich vzdělávání. Vyjadřují obavy z aplikace akcelerované formy vzdělávání. Uvědomují si, že by měli předkládat nadanému žákovi „úlohy navíc“, jiné úlohy, než řeší ostatní žáci ve třídě; nezřídka však *volí nevhodné úlohy*. Např. jedna z učitelek říká: „Stojí mě to spoustu času (pozn. příprava úloh pro nadaného žáka) a on to má za chvíli vyřešený.“ Problémy s řešením úloh někteří učitelé registrují, ale jeví se, že je nedokážou reflektovat a provést změnu ve své práci. Učitelé mají problémy se zadáváním vhodných úloh nadanému žákovi. (Nechtější věnovat zvláštní péči nadanému žákovi nebo si neuvědomují si, že zadávají nevhodné úlohy, příp. nevědí, kde úlohy čerpat a jak je implementovat.)

Analýza dat z pedagogicko-psychologických poraden a Národního ústavu pro vzdělávání

Vzdělávání nadaného žáka je významně ovlivněno tím, zda je jeho mimořádné nadání vůbec identifikováno. Na počátku práce v našem výzkumném projektu jsme se snažili získat informace o počtu mimořádně intelektově nadaných žáků (v ČR, v Ústeckém kraji a jeho regionech), informace o tom, jak jsou evidováni žáci s matematickým nebo všeobecným intelektovým nadáním, kteří se v matematice vzdělávají v 5. ročníku základní školy, a také informace o možnosti navázání kontaktu s rodiči nebo učiteli těchto žáků. (Kap. 4.2.6)

Z NÚV jsme získali údaje o počtech nadaných, které evidovaly pedagogicko-psychologické poradny v jednotlivých krajích ČR na konci školních roků 2010/2011, 2011/2012 a 2012/2013. V roce 2011 proběhlo v ČR sčítání lidu, domů a bytů (ČSÚ, 2013). Údaje o počtech nadaných evidovaných v PPP v jednotlivých krajích ČR jsme porovnali s údaji o počtech obyvatel ve věku 0-14 let. V tabulce 2 jsou porovnána data o počtu nadaných z konce školního roku 2010/2011 a údaje o počtu obyvatel ze sčítání lidu, které proběhlo v březnu 2011.

V populaci se předpokládá dle dokumentů (kap. 3.1.2) relativní četnost intelektově nadaných 2-3 %, příp. 1-2 % (Bílá kniha, 2001), podíl mimořádně nadaných žáků 3-10 % (RVP ZV, 2013). Z údajů získaných z NÚV (2013) a ČSÚ (2013) lze zjistit, že ve sledovaném období (r. 2011) bylo v poradnách ČR evidováno v primárním vzdělávání (ISCED 1) 638 mimořádně nadaných žáků a odhadnout počet žáků na 1. stupni ZŠ jako poměrnou část počtu obyvatel ve věku do 14 let (údaj ČSÚ) přibližně na 500 000. Na základě těchto údajů odhadujeme relativní četnost nadaných žáků *evidovaných PPP* v žákovské populaci (ISCED 1) ČR pouze **0,1 %**.

Tabulka 2: Počet nadaných v krajích České republiky v roce 2011

Kraj	Počet MN		Počet obyvatel		Počet MN relativní			
	ISCED 0-2	ISCED 0-3	Celkem	Z toho ve věku 0-14	A	B	C%	D
Praha	60	60	1 268 796	153 622	5	39	0,04	0,56
Středočeský	59	63	1 289 211	199 300	5	30	0,03	0,43
Jihočeský	78	78	628 336	91 119	12	86	0,09	1,23
Plzeňský	31	32	570 401	79 469	6	39	0,04	0,56
Karlovarský	28	29	295 595	42 159	10	66	0,07	0,96
Ústecký	45	48	808 961	121 692	6	37	0,04	0,53
Liberecký	5	6	432 439	64 597	1	8	0,01	0,11
Pardubický	8	9	511 627	75 093	2	11	0,01	0,15
Královehradecký	60	61	547 916	79 127	11	76	0,08	1,09
Moravskoslezský	74	84	1 205 834	173 493	7	43	0,04	0,61
Olomoucký	203	210	628 427	90 398	33	225	0,22	3,23
Zlínský	128	133	579 944	82 267	23	156	0,16	2,24
Jihomoravský	188	205	1 163 508	162 794	18	115	0,12	1,66
Vysočina	67	70	505 565	73 798	14	91	0,09	1,31
Celkem ČR	1034	1088	10 436 560	1 488 928	10	69	0,07	1,00

Vysvětlivky:

Počet obyvatel údaj k 26. 3. 2011 ze sčítání lidu 2011, (zdroj ČSÚ)

Počet MN počet mimořádně nadaných diagnostikovaných a evidovaných PPP ve školním roce 2010/2011, zdroj NÚV

Počet MN relativní Počet MN přepočtený na počet obyvatel v regionu

ISCED 0-2 počet nadaných (chlapců i dívek) v předškolním, primárním a nižším sekundárním vzdělávání (ISCED 0 + ISCED 1 + ISCED 2)

ISCED 0-3 počet nadaných (chlapců i dívek) v předškolním, primárním, nižším i vyšším sekundárním vzdělávání

A počet mimořádně nadaných evidovaných v PPP přepočtený na 100 000 obyvatel

B počet mimořádně nadaných ISCED 0-2 přepočtený na 100 000 obyvatel ve věku 0-14

C% podíl mimořádně nadaných ISCED 0-2 v populaci obyvatel ve věku 0-14 let vyjádřený v procentech

D počet mimořádně nadaných ISCED 0-2 v kraji, vztažený k celostátnímu průměru

Ze získaných dat plyne, že v daném období je mezi počtem evidovaných nadaných v jednotlivých krajích velmi výrazný rozdíl. V Olomouckém kraji je přibližně trojnásobný a v Zlínském a Jihomoravském kraji dvojnásobný počet nadaných žáků evidovaných v PPP ve srovnání s celostátním průměrem. Domníváme se, že tento stav je ovlivněn ve všech třech zmíněných krajích pozitivním působením vysokoškolských pracovišť, která se věnují problematice nadaných, a regionální finanční podporou projektů, zaměřených na vyhledávání a podporu nadaných.

Z dat v tabulce 3 lze usuzovat na celkový pozvolný růst počtu evidovaných nadaných ISCED 1, odhad relativní četnosti evidovaných ve školních letech 2010/2011 – 2012/2013 je z intervalu **0,1 % - 0,2 %**.

Tabulka 3: Počet nadaných žáků ISCED-1 v krajích ČR v letech 2011-2013

Kraj	2010/2011			2011/2012			2012/2013		
	n	D	d%	n	d	d%	n	d	d%
Praha	49	21	43	103	33	32	168	124	74
Středočeský	37	12	32	44	13	30	73	23	32
Jihočeský	38	18	47	75	20	27	75	20	27
Plzeňský	15	6	40	19	4	21	35	14	40
Karlovarský	17	6	35	28	15	54	29	15	52
Ústecký	32	9	28	25	6	24	35	6	17
Liberecký	2	1	50	5	2	40	6	5	83
Pardubický	4	0	0	7	1	14	7	1	14
Královohradecký	28	5	18	42	8	19	51	9	18
Moravskoslezský	34	7	21	49	11	22	9	0	0
Olomoucký	120	45	38	110	35	32	108	34	31
Zlínský	87	29	33	47	13	28	175	20	11
Jihomoravský	136	53	39	129	39	30	79	21	27
Vysočina	39	26	67	55	12	22	53	11	21
Celkem	638	238	37	738	212	29	903	303	34

Vysvětlivky:

- n počet mimořádně nadaných (chlapců i dívek) v primárním vzdělávání diagnostikovaných a evidovaných PPP,
- d počet mimořádně nadaných dívek v primárním vzdělávání diagnostikovaných a evidovaných PPP,
- d% $d/n \cdot 100 \%$.

Z dalších dat a jejich analýzy jsou patrné i jiné problémy. Kromě celkově nízkého počtu nadaných žáků (ISCED 1), v regionech příliš kolísají (rostou i klesají) počty evidovaných nadaných v čase. Velmi dynamické jsou změny v Praze a Zlínském kraji. Počet evidovaných nadaných dívek, je výrazně nižší než odpovídá jejich předpokládanému 50% zastoupení v populaci, zajímavý je vývoj počtu evidovaných dívek v Praze.

V Ústeckém kraji, kde probíhala převážná část našeho výzkumu, je v uvedeném roce počet evidovaných nadaných nízký - poloviční vzhledem k celostátnímu průměru. První projekt s krajskou působností, který se týká intelektově nadaných žáků, byl zahájen až v listopadu 2012 (podrobněji kap. 4.2.6). Analyzovaná data z tohoto projektu jsou v souladu s tvrzením, že učitelé jsou úspěšní v pedagogické diagnostice intelektových schopností (57 % vytipovaným žákům (28 z 49) bylo potvrzeno mimořádné nadání poradnou, u dalších 21 žáků byly potvrzeny nadprůměrné schopnosti), ale také, že počet diagnostikovaných žáků s mimořádným rozumovým nadáním je závislý na podpoře učitelů a vedení škol. Za závažné zjištění pokládáme, že počet evidovaných nadaných (ISCED – 1) v Ústeckém kraji vzrostl o 80 % oproti minulému roku díky projektu uplatněnému na pouhých 10 základních školách.

Závěr analýzy dat z PPP a NÚV: **V pedagogicko-psychologických poradnách je evidováno výrazně méně mimořádně nadaných žáků, než lze v populaci očekávat.** V péči o mimořádně nadané žáky (jejich identifikaci) je výrazný rozdíl mezi kraji ČR. Svědčí to o nekonceptním postupu v systému vzdělávání nadaných žáků v rámci ČR.

Shrnutí dat a závěr předvýzkumu

Jsme si vědomi, že výběr případů pro pozorování není reprezentativní, aby bylo možné vztáhnout závěry na širší soubor.

Zjištění: Mimořádně nadaný žák, integrovaný v běžné třídě, během vyučovací hodiny dostává různé úlohy, převážně se jedná o úlohy písemného charakteru. Mezi úlohami, které jsou mu zadány během hromadné výuky, i mezi úlohami, které dostává individuálně (pokud dostává jiné úlohy než spolužáci), převažují ty, které patří dle kategorizace Tollingerové (1970, In: Kalhous, Obst, 2002) do kategorií s nejnižší náročností poznávacích operací. Pozorovali jsme, že pokud nadaný žák řeší více jednoduchých a podobných úloh, běžně chybuje. Někdy bývá vyvolán, aby ukázal své řešení úlohy. V částech vyučovací hodiny, kdy nadaný žák není vytížen, se nudí, je neukázněný nebo bloumá ve svých myšlenkách.

Ve vyučovací hodině matematiky při pozorování nadaných žáků, kteří se vzdělávají ve třídě pro nadané žáky, jsme zaznamenali, že byla věnována velká pozornost emocionálním

a sociálním potřebám žáků. Usuzujeme, že učební úlohy byly vhodně zvoleny, protože všichni žáci v pozorované skupině pracovali se zaujetím a velmi aktivně. Učební úlohy měly vysokou kognitivní náročnost, některé byly výrazně obtížnější, než jsme očekávali. Že učitelka vhodně zvolila úlohy, bylo patrné z projevů žáků – z jejich zaujetí úkolem, radosti z nalezení zajímavého řešení, nonverbálních signálů, ale také z otázek.

Rámec pro vzdělávání nadaného žáka spoluvytváří psycholog z PPP, nejen diagnostická data z vyšetření žáka, ale také informace o konkrétních učitelích či školách ovlivňují pedagogicko-organizační doporučení psychologa z PPP.

Učitel rozhoduje o tom, zda a jaká úloha bude nadanému žákovi ve vyučování předložena. Zaznamenali jsme, že dovednost učitele aplikovat diferencovaný přístup k žákům ve třídě ovlivňuje vzdělávání integrovaného nadaného žáka, z pozorování a posouzení úloh usuzujeme, že úlohy, včetně zvláštních úloh „navíc“, nemají dostatečnou kognitivní náročnost a nereflektují individuální potřeby nadaného žáka. Zaznamenali jsme různé problémy učitelů se zadáváním vhodných úloh integrovanému nadanému žákovi: *nevhodný postoj ke vzdělávání nadaných žáků, zadávání nevhodných úloh, přerušování samostatné práce nadaného žáka.*

To, zda v praxi bude mimořádně nadanému žákovi poskytnuta specifická edukační nabídka, ovlivňuje řada faktorů. Jako závažné zjištění vnímáme to, že pravděpodobně mnoho nadaných žáků nedostává relevantní edukační nabídku, protože nejsou identifikováni, což plyne z analýzy počtu nadaných žáků evidovaných v PPP Ústeckého kraje (ale i v celé ČR). Počty nadaných se mění na základě změny vnějších faktorů (např. podpory regionální státní správy, školení učitelů).

Závěr: Žákům s mimořádným matematickým nadáním (nebo všeobecným intelektovým), kteří jsou integrováni v běžné třídě, ve výuce matematiky není poskytována edukační nabídka, která by uspokojovala jejich vzdělávací potřeby.

Konkretizované výstupy a náměty:

V1 Nadaným žákům jsou předkládány úlohy s *nízkou úrovní kognitivní náročnosti*.

– Zabývat se obtížností a kognitivní náročností úloh pro nadaného žáka.

V2 Nadaný žák se přizpůsobuje hromadné výuce. Pokud dostává specifické úkoly, střídá individuální samostatnou činnost se zapojením do hromadné výuky, jeho řešení úlohy je fragmentováno, *opakovaně přerušuje svou práci.*

- Navrhnout v rámci hromadné výuky individuální činnost v časovém bloku, kdy nebude nadaný žák z práce vyrušován.

V3 Nadaní žáci (v separované formě vzdělávání) řešili se zaujetím úlohy, které měly vysokou kognitivní náročnost a respektovaly i další specifické potřeby intelektově nadaných. Úlohy respektovaly vývojová specifika (byla zařazena manipulace s pomůckami, vhodně nastavena časová náročnost). Úlohy byly *pestré* a současně byly *provázány kontextem* do řetězce úloh.

- Úlohy a sady úloh by měly respektovat nejen specifika vzdělávání nadaných, ale i obecně platné pedagogické zásady (zásadu přiměřenosti, aj). Skladba úloh v sadě může být pestrá a současně tvořit smysluplný celek.

Doplňující výstupy (výťah, podrobněji kap. 4.2.7):

V4 Zpráva z PPP je podkladem pro tvorbu IVP nebo pro vzdělávání nadaného žáka (bez IVP), kdy jsou aplikovány různé pedagogicko-organizační úpravy. Psychologové z PPP při formulování doporučení pro tvorbu IVP berou v úvahu, *zda dosavadní způsob výuky adekvátně rozvíjí nadaného žáka*; a i když to není explicitně vyjádřeno v textu zprávy, mohou také *v zájmu nadaného žáka reflektovat informace o negativních postojích* konkrétního učitele, vedení školy, nebo o nepříznivém klimatu ve škole.

V5 Učitelé zmiňují konkrétní problémy či obavy z důsledků akceleračního přístupu ve vzdělávání integrovaného nadaného žáka.

V6 Učitelé si uvědomují vyšší nároky na jejich práci, pokud věnují specifickou péči nadanému žákovi. Když zmiňují, že jimi připravené úlohy pro nadaného žáka nespĺnily jejich očekávání, neuvědomují si, že příčina může být v jejich práci učitele, v nesprávném posouzení úloh.

V7 Ve školách je vysoký počet žáků, jejichž mimořádné nadání nebylo identifikováno.

- Formulovat doporučení pro pedagogickou praxi – zabezpečit *otevřenost* nabídky úloh s vyšší kognitivní náročností i pro žáky, kteří nemají poradnou diagnostikováno mimořádné nadání.

Druhá fáze výzkumu

Chyběly mi úlohy - abych se musel opravdu zamyslet.

Žák s matematickým nadáním
o svém vzdělávání na 1. stupni ZŠ

V této fázi výzkumu (kap. 4.3) jsme vycházeli z hlavního výzkumného problému a navázali na výstupy z předvýzkumu. S ohledem na to, že učební úloha je základním stavebním prvkem edukační nabídky, bylo vytyčeno hlavní téma druhé fáze výzkumu, zajímá nás, jaké vlastnosti má (matematická) učební úloha vhodná pro samostatnou práci integrovaného žáka s mimořádným matematickým nadáním ve vyučování matematice v běžné třídě v 5. ročníku na 1. stupni základní školy.

Hlavní výzkumnou metodou bylo zvoleno přímé zúčastněné pozorování nadaného žáka při řešení úloh. V návaznosti na poznatky obsažené v teoretické části, pojednávající o úlohách divergentního charakteru (kap. 3.6.1, srov. Zelina, Zelinová, 1990), byla formulována otázka S6 a zvoleno použití psychometrického a didaktického testu ve třídě, v níž se vzdělává nadaný žák. Jako doplňující byla použita metoda rozhovoru a analýza dokumentu (část RVP ZV) a produktů žáka, pozorování nadaných žáků ve třídě pro nadané a pozorování interakce žáků v běžné třídě při řešení divergentních úloh. Získaná data z pozorování a rozhovorů byla cyklicky zpracovávána metodou kvalitativní analýzy. K zaznamenaným jevům byly doplněny informace z rozhovorů z předvýzkumu. Data z testu byla tabelárně zaznamenána a zpracována statisticky, doplněna o kvalitativní posouzení.

Přímá individuální práce s nadaným žákem

Byl proveden nenáhodný výběr, vzhledem k charakteru zkoumání byla v této části výzkumu zvolena intenzivní výzkumná strategie (srov. Břicháček, 2010) a extrémní vzorkování (srov. Hendl, 2008). Byl vybrán žák s mimořádným nadáním, který podává výjimečné výkony jen v matematice (a hudbě), v ostatních předmětech je průměrný. Během druhého pololetí školního roku 2011/2012 absolvoval žák individuální výuku s autorkou dizertační práce. Žákovi byly předkládány zejména úlohy s vyšší kognitivní náročností, dle taxonomie Tollingerové z kategorie 3., 4. a 5 (srov. kap. 3.6.1). Výzkum probíhal v době vyučovací hodiny matematiky, která byla v individuálním vzdělávacím plánu vyčleněna na vzdělávání žáka ve vyšším ročníku.

Získaná data a jejich interpretace

Nadaný žák potřeboval a dokázal řešit *výrazně obtížnější úlohy, než jsme očekávali* (i po studiu odborné literatury). Domníváme se, že nadaní žáci jsou schopni řešit úlohy i na kvalitativně

vyšší úrovni než očekává učitel, který uvažuje v referenčním rámci svých zkušeností s běžným žákem. Uvádíme ilustrační příklad, v sérii úloh o nedekadických soustavách nadaný žák řešil úlohu, v níž zjišťoval bázi z (v jaké číselné soustavě je příklad zapsán, zda ve dvojkové, šestnáctkové apod.). Je třeba zdůraznit, že s níže uvedeným typem úlohy se dříve nesetkal.

Úloha:

Urči z , pro které platí:

Žákovo řešení:

a) $123_z + 123_z = 312_z$

$z = 4$

b) $203_z + 111_z = 1021_z$

n. ř.

c) $A9_z + 8B_z = 134_z$

$z = 16$

d) $12_z + 3_z = 15_z$

$z > 5, z \in \{6, 7, 8, 9, 10\}$

Komentář: Úlohy a)-c) řešil žák rychle a bez potíží. Až úloha d) jej zaujala.

Úlohy, které byly pro nadaného žáka „ještě snadné“, by byly pro běžného žáka neřešitelné.

V souladu s odbornou literaturou jsou naše zjištění: Nadaný žák velmi *rychle vstřebával nové informace*, rychle se učil novému (často již po prvním seznámení), *propojoval s širokým kontextem*, s dříve získanými znalostmi a dovednostmi a tím dále zvyšoval své kompetence. Využívání nových poznatků bylo kvalitativně na mnohem vyšší úrovni, než jsme po studiu odborné literatury očekávali. V průběhu individuální práce si nadaný žák rovněž rychle osvojoval *obsah i formu vyjadřování* matematických myšlenek (verbální i grafickou).

Nadaný žák využíval k řešení konkrétních úloh *manipulační materiál* úsporně a účelně, zároveň však se sklonem dokončit dílčí krok podle svých kritérií. Pokud pro něj byl úloha snadno řešitelná, nejevilo o pomůcky zájem.

Nadaný žák měl velkou snahu vyřešit náročné úlohy, domníváme se, že je třeba věnovat zvýšenou pozornost tomu, aby *zátěž byla přiměřená*.

V souvislosti se záměrem akcentovat obohacující přístup oproti akceleračnímu průběhu práce byly ověřeny úlohy z některých *tematických oblastí, které nejsou v centru pozornosti školské matematiky*. Nadaný žák vítal úlohy s různým sémantickým pozadím (i dětským, s humorem či nadsázkou), velmi jej přitahovaly úlohy abstraktní, se symboly, bez sémantického kontextu.

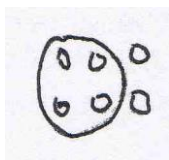
Nadaný žák potřebuje *precizně formulovanou úlohu*. Pokud není (matematická) úloha pečlivě zadána, je pro nadaného žáka problematická, neřešitelná, případně se mění na úlohu: „Co chce

učitel slyšet?“ (srov. kap. Zablockovaná tvořivost v kap. 4.3.5). Žák chce vyřešit úlohu správně. Potřeba zjistit, co učitel hodnotí jako správné, se transformuje do potřeby mít jasné zadání úlohy a v návaznosti na to pak do *snahy žáka získat od učitele otázku nebo instrukci s co možná nejnižší entropií*. (Srov. kap. 4.3.5 - Pocit z nepřesného vyjadřování druhých přirovnává nadaný žák k bolesti).

Uvádíme příklad úlohy, která byla pro nadaného žáka neřešitelná (srov. kap. 4.3.5) díky nepřesné formulaci zadání, které obsahovalo protimluv a celá situace byla pro něj neurotizující.

Rozdělujeme koláče na talíře. Jestliže dáváme na talíř 6 koláčů, dva koláče zbydou. Kdybychom dávali na talíř 8 koláčů, zůstane jeden talíř prázdný. Kolik je koláčů a kolik talířů?

Obrázek 17: Fragment grafického řešení úlohy nadaným žákem



(Analýza a interpretace jevu je podrobněji v kap. 4.3.5.)

Tvořivost je významnou komponentou nadání, souvisí úzce s divergentním myšlením, také s odvahou představit neobvyklé řešení, vyslovit novou myšlenku či neočekávanou otázku (srov. Sarrazy, 2011). Z výzkumných zjištění usuzujeme, že nadaný žák *vytvářel vlastní úlohy v situaci, kdy měl psychický komfort*, volný čas a neměl zvnějšku tento časový úsek strukturován (srov. kap. 4.3.4).

Řešení divergentních úloh žáky v běžné třídě

V této části výzkumu bylo cílem posoudit vztah mezi matematickými schopnostmi žáků a jejich úspěšností při řešení úloh s divergentním charakterem. K získání výzkumných dat byl použit psychometrický standardizovaný test a nestandardizovaný didaktický test.

Výzkumný vzorek: Třída 20 žáků, kde se vzdělává také žák s diagnostikovaným matematickým nadáním, se kterým bylo půl roku individuálně pracováno. Testování se zúčastnilo 15 žáků. (Předvýzkumné sondy - didaktického testu se zúčastnilo 24 žáků ze dvou tříd 5. ročníku z jiné základní školy v Ústeckém kraji).

Metody sběru dat – psychometrický test a nestandardizovaný didaktický test.

Psychometrický standardizovaný test. Ke zjištění úrovně matematických schopností byly použity dva subtesty testu kognitivních schopností: početní test a obrázkový test. Tato testová

baterie souvisí s odhadem potenciálu žáka podávat dobré výkony v matematice a přírodních vědách. Reliabilita číselné baterie je 0,75. Obrázková baterie zjišťuje kognitivní schopnosti v oblasti neverbální – měří schopnost uvažovat s geometrickými prvky, je zkoumána schopnost klasifikovat a schopnost analýzy a syntézy útvarů. Reliabilita obrázkové baterie je 0,70.

Nestandardizovaný didaktický test je sestaven z deseti matematických úloh (srov. příloha 8 a 9). Jedná se o úlohy otevřené - úlohy se stručnou odpovědí, doplňovací i produkční. Sada obsahuje 5 úloh konvergentního a 5 úloh divergentního charakteru (srov. tabulka 4). Pro potřeby testu byly jako úlohy konvergentního charakteru označeny úlohy s jedním řešením a jako úlohy divergentního charakteru úlohy s více řešeními. Jsme si vědomi toho, že je to zúžené pojetí. K výpočtu reliability testu jsme využili Kuderův-Richardsonův vzorec; jsme si vědomi toho, že vzhledem k malému počtu respondentů se jedná o výsledek s omezenou platností (srov. Chráska, kap. 4.1.1). Reliabilita testu je 0,69.

Tabulka 4: Charakteristika úloh didaktického testu

Úloha č.	Charakteristika obsahu úlohy	Konvergentní/Divergentní charakter úlohy
1	Doplnění číselných výrazů	K
2	Doplnění číselných výrazů, nalezení více řešení	D
3	Práce s podmínkou, nalezení dvou sčítanců, je-li znám součet	D
4	Dělení čtverce na 3 shodné části	K
5	Dělení čtverce na 2 shodné části	D
6	Slovní úloha, porozumění a úsudek, operace dělení a násobení	K
7	Slovní úloha nestandardní, Dirichletův princip	D
8	Početni tvořivá úloha	D
9	Určení počtu prvků, prostorová představivost	K
10	Práce s podmínkami, usuzování	K

Průběh testování. Žáci absolvovali zácvičné testy psychometrického testu, v dalších dnech pak test početní a test obrázkový (subtesty testu kognitivních schopností) a jako poslední didaktický test sestavený z úloh konvergentního a divergentního charakteru. Po skončení testování byl s žáky proveden rozbor úloh didaktického testu.

Získaná data a jejich interpretace

Výběr anonymizovaných výsledků obou testů uvádíme v kap. 4.3.7 a v tabulce z přílohy 11:

Příloha 11: Výťah z tabulky s výsledky psychometrického testu a z tabulky s výsledky didaktického testu

Výťah z tabulky s výsledky psychometrického testu														K-D test						
Žák	Známka z M	Věk		Početní baterie						Obrázková baterie						Počet úloh se správným řešením (K+D)	Z toho počet úloh s více řešeními (D)			
		Roky; měs.	SVS	PP	Stanin			Stanin			SVS	PP	Stanin					P1	P2	P3
					P1	P2	P3	P1	P2	P3										
1	1	Anonymizováno před publikováním	107	68	6	6	9	6	92	30	4	3	4	5	7	2				
2	4		94	34	4	4	7	4	80	9	2	3	2	3	4	1				
3	2		99	47	5	5	7	5	94	34	4	5	4	3	4	1				
4	4		70	2	1	3	1	2	72	3	1	2	1	2	2	0				
5	1		100	50	5	5	9	4	107	68	6	8	4	5	7	2				
6	2		100	50	5	5	9	4	117	87	7	7	6	6	7	2				
7	1		110	75	6	5	9	7	105	63	6	6	7	4	10	2				
8	3		98	45	5	4	8	5	91	27	4	3	5	3	4	1				
9	1		118	88	7	9	9	6	105	63	6	6	6	4	10	4				
10	4		97	42	5	4	7	5	78	7	2	4	2	1	3	0				
11	1		113	81	7	7	9	5	115	84	7	7	6	5	8	2				
12	1		129	97	9	8	9	8	125	95	8	7	7	8	10	2				
13	2		103	58	5	5	9	6	93	32	4	4	5	3	8	2				
14	2		110	75	6	9	9	4	99	47	5	6	6	3	4	1				
15	3		100	50	5	6	7	5	96	39	4	3	6	4	5	1				

Žák s diagnostikovaným mimořádným matematickým nadáním je žák číslo 9. Výsledky svědčí o jeho nadprůměrných schopnostech početních i schopnostech analýzy a syntézy útvarů. Z výsledků vyplývá, že srovnatelné schopnosti mají i další žáci ve zkoumané skupině, např. žák č. 12 podal i lepší výkon. Také v didaktickém testu mají s nadaným žákem srovnatelné výsledky jiní žáci (č. 7, 11, 12 a 13). Výsledky obou testů jsou v souladu s Renzulliho modelem nadání, (nadání není podmíněno excelentní úrovní schopností (srov. kap. 3.2)).

Domníváme se, že výsledky jsou významně ovlivněny tím, že učitelé žákům ve zkoumaném souboru nepředkládali v matematice divergentní úlohy, úlohy s více řešeními (srov. obeznámenost s typem úlohy, kap. 4.3.7). Kromě žáka č. 13 a 14 byli žáci s lepšími matematickými schopnostmi úspěšnější (našli více řešení) při řešení divergentních úloh než žáci s průměrnými a podprůměrnými schopnostmi. Vzhledem k malému vzorku žáků, nízkému počtu úloh a problému s obeznámeností s divergentními úlohami jsme přistoupili pouze ke kvalitativnímu posouzení dat. (podrobně v kap. 4.3.7). Z konfrontace dat z pozorování

a z analýzy žákovských záznamů a dat rozboru divergentní úlohy 3 (kap. 4.3.7) kap. ukazujeme, že úloha měla pro žáky ve třídě velmi *různou entropii*.

Řešení divergentních úloh nadanými žáky

V kap. 4.3.8 jsme se zabývali tím, jak řeší divergentních úlohy nadaní žáci, kteří se vzdělávají separovanou formou. Soubor tvořilo celkem 17 žáků, u nichž bylo intelektové nadání diagnostikováno odborníky PPP. Žáci řešili 3 úlohy, nejprve individuálně, poté hromadnou formou v rámci moderovaného rozhovoru a řešení úloh. Metody sběru dat – pozorování a analýzy žákovských řešení úloh. Nadaní žáci u divergentních úloh *nezapisovali více řešení*, které úloha má, přestože o nich věděli. Domníváme se, že je to způsobeno tím, že se s požadavkem na hledání (a zapisování) více řešení (nebo všech řešení) ve výuce matematiky běžně nesetkávají.

Ve zkoumaném souboru (jako i s jinou (běžnou) skupinou žáků z předvýzkumu didaktického testu) byla pozorována *pozitivní interakce mezi žáky při společném řešení úloh s vyšší entropií, při řešení úloh divergentního charakteru*. Odpovědi spolužáků a učitelova mediace dialogu podněcují ostatní žáky (s různou úrovní kognitivních schopností) ve třídě k aktivnímu hledání dalších možných řešení, k využití divergentního myšlení.

Shrnutí dat a závěry z druhé fáze výzkumu

S4 Které vlastnosti učební úlohy se jeví jako významné?

V našem výzkumu jsme zaznamenali v souvislosti s upokožením vzdělávacích potřeb zejména tyto vlastnosti, které se jeví jako významné:

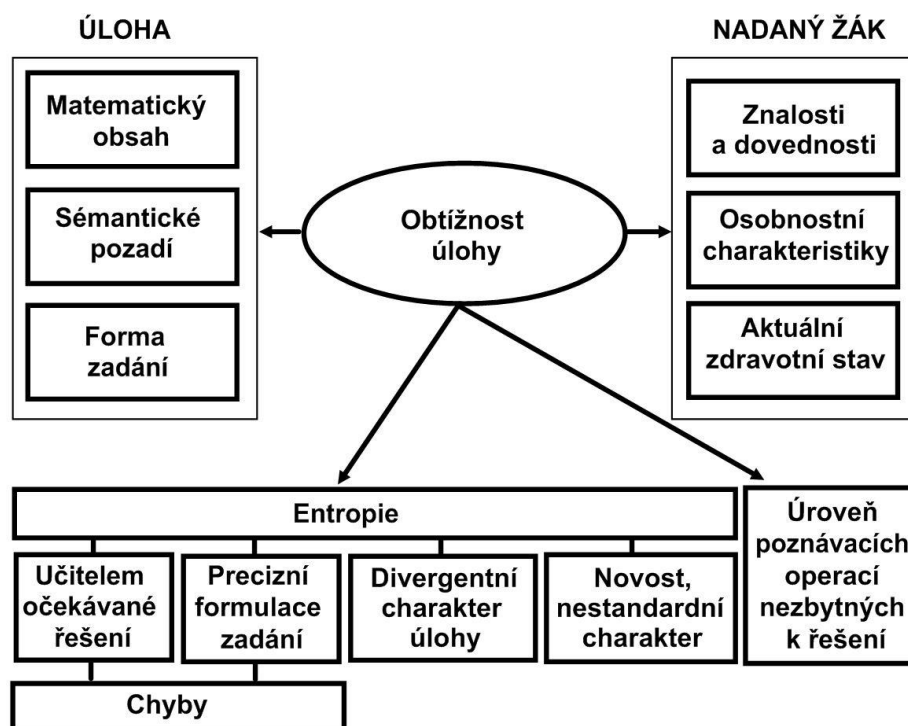
- Entropie,
- obtížnost,
- divergentní charakter,
- preciznost zadání,
- tematický obsah a sémantické pozadí,
- forma písemného zadání (přítomnost symbolů či obrázků),
- možnost manipulace s pomůckami.

Obtížnost

Významnou vlastností matematické úlohy je *obtížnost* úlohy pro žáka, je důležité zjistit, v čem obtížnost pro nadaného žáka u konkrétní úlohy spočívá. Obtížnost - tento pojem zahrnuje nejen

kognitivní náročnost, ale také obtíže s entropií (mírou neurčitosti) v různých kontextech jak jsme se pokusili vyjádřit ve schématu na obrázku 29.

Obrázek 29: Obtížnost úlohy pro nadaného žáka



S5 Jaké matematické učební úlohy jsou vhodné pro samostatnou práci nadaného žáka?

Pro samostatnou práci je třeba nadanému žákovi předkládat úlohy, které mají precizně formulované zadání.

S6 Jak nadaný žák řeší úlohy s vyšší entropií, příp. s divergentním charakterem?

Z výsledků didaktického testu (příloha 11) je zřejmé, že nadaný žák našel více řešení než ostatní žáci, což ale může být ovlivněno specifickou výukou. Z výsledků dále usuzujeme, že žáci s nadprůměrnými matematickými schopnostmi nalézali více řešení (což vzhledem k malému rozsahu souboru i testových úloh neuvažujeme jako relevantní závěr). Nadaný žák v případě úlohy, která má více řešení, sděluje slovně nebo zapisuje pouze jedno řešení, pokud není k zápisu více řešení vyzván v zadání. Na samostatnou tvorbu úloh nadaným žákem lze také pohlížet jako na divergentní úlohu (viz S7).

S7 Jaké klade nadaný žák otázky, jaké úlohy vytváří sám? V jakých situacích?

Nadaný žák vytváří úlohy s pestrým obsahem, který souvisí s tématem jeho zájmu. Úlohy tvoří zejména v situacích, kdy má pocit emocionálního bezpečí, má „volný čas“, který není strukturován; nemá zadány detailní instrukce.

Výzkum – ověření sady úloh pro samostatnou práci nadaného žáka

*Úkolem vědy není pouhá analýza nebo popis,
nybrž i vytváření použitelných a užitečných modelů světa.
Použití modelu se neomezuje jen na předpovědi chování,
ale znamená i zasahování do tohoto chování.*

Edward de Bono

Cílem třetí fáze výzkumu je sestavit testovací sadu úloh tak, aby byla respektována teoretická východiska a poznatky z předchozích fází výzkumu, a posoudit, zda je vhodná pro samostatnou práci nadaného žáka, který je integrován v běžné třídě. Stanovili jsme si důležité vlastnosti sady úloh, výzkumné otázky pro ověřování a na základě jejich posouzení jsme zvolili jako hlavní metodu sběru dat pozorování, jako doplňující metodu rozhovor (s nadaným žákem, příp. s učitelem).

Výzkumný soubor tvoří sedm žáků (3 dívky a 4 chlapci), kteří jsou integrováni v běžné třídě a kteří mají diagnostikováno psychologem pedagogicko-psychologické poradny mimořádné intelektové nadání. Jedná se o žáky 5. ročníku základní školy nebo žáky 4. ročníku, kteří v rámci individuálního vzdělávacího plánu absolvují výuku matematiky v 5. ročníku. Nejprve byli vybráni 4 nadaní žáci, postupně byli do výzkumu zapojováni další. Sběr dat jsme ukončili poté, co jsme již nezískávali nová data – po teoretickém nasycení (srov. Hendl, 2008).

Nadaný žák byl pozorován při samostatné práci se sadou úloh, data byla sbírána v širším kontextu pozitivních i negativních aspektů, které doprovázejí samostatnou práci nadaného žáka se sadou úloh, doplňující informace jsme získali z rozhovoru se žákem bezprostředně po vyučovací hodině; souběžně byly formulovány výzkumné otázky (srov. kap. 4.4).

Vlastnosti testovací sady

Sada je určena pro žáka s matematickým nadáním integrovaného v běžné třídě v 5. ročníku základní školy. Je sestavena tak, aby s ní mohl nadaný pracovat samostatně v běžné vyučovací hodině matematiky, v níž se musí po jistou dobu účastnit i hromadné výuky. Na základě studia odborné literatury a informací získaných v předchozích fázích výzkumu byly vymezeny významné vlastnosti testovací sady a úloh, ze kterých je sestavena, a zvažována dvě základní schémata:

- Monotematická gradovaná sada úloh,
- tematicky rozmanité úlohy propojené kontextem (sémantickým pozadím).

Pro testování jsme zvolili první variantu – monotematickou sadu úloh s rostoucí obtížností.

Vlastnosti testovací sady a organizační požadavky:

- Sada je určena pro samostatnou práci žáka.
- Sadu obdrží žák ve formě pracovního listu, do kterého zapisuje řešení; součástí sady mohou být další pomůcky.
- Sada tvoří logicky strukturovaný a uzavřený celek.
- Obtížnost úloh monotematické sady je zvolna gradována, aby žák dokázal pracovat samostatně, ale zároveň, aby úlohy nebyly obdobné nebo příliš snadné.
- Fragmentace sady (i jednotlivých úloh) je volena tak, aby žák mohl pracovat samostatně, současně aby nebyly poskytnuty instrukce pro jednotlivé kroky, které může žák odhalit sám. Sada není posloupnost úloh s minimální entropií pro žáka.
- Sada obsahuje jen nezbytné podpůrné a procedurální informace. Základní informace obdrží žák od učitele (nebo zadavatele) na začátku práce.
- Předpokládaný čas práce žáka se sadou je přibližně 20 minut.
- Žák pracuje v časovém bloku, není v této době vytrhován z individuální práce a zapojován do hromadné výuky.

Vlastnosti úloh:

- Úloha je vhodná pro samostatnou práci žáka.
- Tematický obsah úlohy souvisí s prohlubováním nebo rozšiřováním.
- Úlohy vyžadují vyšší úroveň myšlení; objevování vztahů, aplikaci poznatků v nových souvislostech, divergentní myšlení, logické usuzování, prostorovou představivost, apod., umožňují příp. využít intuici.
- Obsah úloh je atraktivní pro žáka s matematickým nadáním. (Abstrakce, práce se symboly, novost, vhodně zvolená míra neurčitosti, modelování, ...).
- Úlohy skýtají možnost využít novou strukturu, nedávno odhalený vztah v jiné situaci, v nových souvislostech.
- Zpětnou vazbu může poskytnout žák sám sobě v rámci vlastní kontroly v úloze nebo porovnáním s předlohou s výsledným řešením.

Vytvořili jsme dvě testovací sady. Sada A má početní charakter, obsahuje symboly a sčítací schémata. Druhá sada má geometrický charakter, její součástí jsou pomůcky pro modelování. Sady jsou popsány a komentovány v kap. 4.4.1.

V kap. 4.4.2 jsou uvedeny ilustračně dva příklady popisu práce s testovací sadou dvou nadaných žáků z výzkumného souboru.

Odpovědi na výzkumné otázky (výtah)

O1 - Je žák schopen pracovat se sadou samostatně anebo vyžaduje doplňující informace, vysvětlení?

Nadaní žáci z výzkumného souboru dokázali pracovat se sadou samostatně. V případě, že narazili na obtíž, pokoušeli se ji překonat nejprve sami (s výjimkou jedné žákyně). V některých případech, kdy projevíli zájem o podporu učitele, pomoc s vlastním řešením úloh obvykle nepotřebovali, stačilo je pouze povzbudit, v některých situacích šlo zřejmě o potřebu kontaktu s učitelem, byť i jen nonverbálního.

O2 - Co dělá nadaný žák v případě, že má otázku (která se týká práce se sadou úloh), ale učitel se mu nemůže věnovat?

Zaznamenali jsme rozdíl v chování nadaného žáka v závislosti na typu výuky, který by však bylo vhodné ověřit na větším vzorku. V situaci, kdy nadaný žák nemohl ihned získat odpověď, ve třídě, kde probíhala frontální výuka se žák pokusil problém vyřešit sám, ve třídě, kde probíhala diferencovaná výuka, nadaná žákyně problém ignorovala a úlohu vynechala.

O3 - Pracuje nadaný žák soustředěně pouze ze sadou nebo se pokouší i o interakci s učitelem, příp. s ostatními žáky?

Někteří nadaní žáci pracovali po celou dobu práce se sadou soustředěně a samostatně, dokonce bez jediného odvrácení pohledu od práce. Jiní mezi úlohami nebo dílčími kroky vyhledávali alespoň oční kontakt s učitelem. Interakci nadaného žáka se spolužáky jsme zaznamenali pouze v situaci, kdy pracovaly s testovacími sadami dvě nadané dívky v jedné lavici současně a v situaci, kdy ostatní žáci ve třídě projevíli zájem o práci se sadou.

O4 – Působí samostatná práce nadaného žáka rušivě na výuku ostatních žáků ve třídě, příp. ruší spolužáci nadaného žáka?

V případě, kdy nadaný žák pracoval písemně pouze s pracovním listem, jsme nezaznamenali žádnou interakci mezi nadaným žákem a spolužáky. V případě, kdy nadaný žák manipuloval s pomůckami, jsme pozorovali, že činnost nadaného žáka poutá pozornost ostatních žáků ve třídě, někteří rušili nadaného žáka, hovořili nahlas, vyjadřovali mj., že obdobnou činnost chtějí dělat také. Tuto interakci zásadně neovlivnilo přesunutí nadaného žáka mimo zorné pole ostatních žáků (do zadních lavic, či do lavic na okraji třídy), žáci se otáčeli. Ve třídách, kde žáci

dostali informaci, že si všechny úlohy i pomůcky mohou vyzkoušet o přestávce, jsme rušivou interakci nezaznamenali.

O5 - Je v zadání úloh nějaký problematický aspekt (forma, obsah, pojmy, specifický detail)?

V úlohách, které mají více řešení, žáci sami víc řešení neuvedou, přestože o nich vědí, chápou úlohu jako vyřešenou (ukončenou), pokud naleznou jedno řešení. V běžné výuce se s úlohami s více řešeními nesetkávají často. Domníváme se, že je třeba uvést v zadání úlohy výzvu k nalezení více řešení.

O6 - Čte nadaný žák pozorně zadání úlohy? Vrací se k němu v průběhu řešení?

Při pozorování nadaných žáků při řešení matematických úloh bylo zjištěno, že někteří nadaní žáci čtou velmi pozorně zadání úlohy a jiní naopak slovní zadání jen zběžně přejedou pohledem, obzvláště, je-li součástí zadání obrázek nebo symbolický zápis.

O7 - Kontroluje si žák práci (postup a výsledky řešení)?

V kontrole práce jsme zaznamenali individuální rozdíly. Někteří žáci prováděli průběžnou zběžnou kontrolu při samotném řešení úloh v sadě, jiní důkladně kontrolovali dílčí kroky, včetně konfrontace se zadáním, a důkladně si kontrolovali celé úlohy. Po ukončení práce již nejevili o další kontrolu úloh zájem. Vystupovali tak, že jsou si *jisti* svým řešením. (Výjimkou byly poslední úlohy v sadě A (sčítací pyramidy 2b), které byly pro některé nadané žáky obtížné – sada byla příliš dlouhá, a práce s proměnnou měla pro některé nadané žáky velkou entropii).

O8 - Jak žák hodnotí sadu úloh (obsah, obtížnost, případně jiné vlastnosti)?

Někteří nadaní žáci komunikovali velmi „úsporně“, jednoslovně, případně jen kývnutím hlavou, všichni vyjadřovali kladný postoj k úlohám, usuzujeme i na vhodně zvolenou obtížnost: např. Pavel k úlohám dodal: „...nebyly tak obtížné, jak jsem si na začátku myslel“.

O9 - Jak se při práci cítil?

Z nonverbálních projevů (držení a pohybů těla, gest, směřování ohledu, mimiky, úsměvu) usuzujeme, že nadaní žáci byli úlohami zaujati a cítili se příjemně. Na samém začátku práce bylo zřejmé mírné napětí (a očekávání), které při řešení první úlohy polevilo. Výjimkou byl nadaný žák Vojtěch (viz kap. 4.4.2).

O10 – Jak je nastavena sada v souvislosti s časovou dotací?

Sady byly sestaveny s ohledem na časový úsek přibližně 20 minut, po který by se běžně mohl nadaný žák věnovat nerušeně individuální práci. Potřebná doba byla ověřena v praxi

s odchylkou 5 minut. Dva nadaní žáci (žákyně) vyřešili úlohy v sadě A za přibližně 15 minut. Sadu B žáci řešili i 25 minut, ve dvou případech jsme měli podezření, že nadaný žák úmyslně u poslední úlohy zpomalil práci, aby oddálil návrat ke společné výuce se třídou. Potřeba času na práci s úlohami je velmi individuální, někteří nadaní řešili relativně rychle, bez zjevné důkladné kontroly, jiní pracovali s větší důkladností, bylo zřejmé, že se vraceli a kontrolovali své kroky, potřebovali více času.

O11 - Kam učitel posadí žáka ve třídě? Bude žák sedět na svém obvyklém místě? Posadí jej učitel na jiné místo stranou? Je to obvyklé nebo výjimečné jen v této „mimořádné“ situaci?

Učitelky (pokud žák neseděl v poslední lavici) přesazovaly žáky do zadních lavic nebo na okraj třídy. Podle pozorování chování žáků přesazování bylo obvyklé opatření. Ve třídě, kde je běžně uplatňována diferencovaná nabídka, učitelka nechala se samozřejmostí nadanou žákyni sedět v její první lavici, neprováděla kvůli její specifické samostatné práci žádné organizační změny.

O12 - Kdy učitel zařadil samostatnou práci se sadou v průběhu hodiny?

Učitelky, u kterých jsme zaznamenali, že běžně aplikují prvky individuálního přístupu a diferenciaci, přistupovaly s větší jistotou k zařazení individuální práce nadaného žáka s testovací sadou do výuky. Promyšleně začlenily práci se sadou doprostřed nebo do závěrečné části hodiny. Ve dvou případech učitelka zařadila práci se sadou na samotný začátek vyučovací hodiny, blíže viz kap. 4.4.2.

V průběhu pozorování jsme zaznamenali u nadaných žáků velmi *rozdílný přístup k použití jazyka při řešení úloh*. (srov. kap. 4.4.2. a Melichar, 2003).

Závěr třetí fáze výzkumu

Z celkového posouzení získaných dat usuzujeme, že sada úloh, která je vytvořena podle charakteristik ověřených ve výzkumu, je vhodná pro samostatnou práci integrovaného nadaného žáka. Žák pracuje v časovém bloku, svou práci na zvláštních úlohách nepřerušuje kvůli zapojení do hromadné výuky. Úlohy s vyšší kognitivní náročností umožňují lépe uspokojovat specifické vzdělávací potřeby nadaného žáka, který je integrován v běžné třídě, kde jsou žáci s velmi odlišnou úrovní rozumových schopností. Individuální práce nadaného žáka se sadou vyžaduje od učitele učinit běžná organizační opatření (zvolit místo a čas, dát nadanému žákovi základní instrukce a předat pomůcky, společně s žákem provést alespoň krátké zhodnocení), jeví se jako velmi vhodné dát i jiným žákům ve třídě možnost seznámit se se sadou primárně určenou pro nadaného žáka.

SHRNUTÍ HLAVNÍCH VÝSLEDKŮ

Hlavním cílem naší práce bylo popsat a analyzovat vlastnosti učebních úloh, které se jeví jako významné pro vzdělávání mimořádně nadaného žáka integrovaného v běžné třídě, a interpretovat pozorované jevy, které souvisejí s interakcí mezi nadaným žákem a učební úlohou.

V našem výzkumu jsme zaznamenali v souvislosti s upokojováním vzdělávacích potřeb zejména tyto vlastnosti, které se jeví jako významné:

- **Kognitivní náročnost.** Nadaní žáci úspěšně řešili v různém kontextu úlohy s vyšší kognitivní náročností, než bylo očekáváno.
- **Obtížnost úlohy pro žáka.** Obtížnost úlohy řadíme mezi subjektivní vlastnosti úlohy, souvisí významně s **entropií**, mírou neurčitosti úlohy pro žáka. Obtíže nadaného žáka s úlohou mohou souviset s entropií, která spočívá:
 - v divergentním charakteru úlohy,
 - v odhadování učitelem očekávaného řešení,
 - ve formulaci zadání (která není precizní),
 - v nestandardním charakteru úlohy.
- **Divergentní charakter úlohy.** V našem výzkumu jsme v souvislosti s divergentními úlohami naráželi na problém, na který upozorňují Zelina a Zelinová (1990) – ve školním vzdělávání jsou divergentní úlohy opomíjeny, ze získaných dat usuzujeme, že nadaní žáci neměli dostatek příležitostí řešit divergentní úlohy; v případech, kdy řešili úlohu s více řešeními, uváděli pouze jedno, na základě zkušeností z dosavadní školní práce. Nadaní žáci výrazně projevují divergentní myšlení **při spontánní tvorbě úloh.**
- **Preciznost zadání.** Preciznost zadání úlohy pro žáka zahrnuje dva aspekty: zadání by nemělo obsahovat **chyby** a pro *samostatnou* práci by mělo zadání pro žáka obsahovat **optimální entropii.**
- **Tematický obsah.** V souvislosti s požadavkem na akcentování obohacujícího přístupu ve vzdělávání nadaných žáků mladšího školního věku jsme ověřili některá témata, která nejsou v centru pozornosti školní matematiky.

- **Sémantické pozadí.** Nezaznamenali jsme výrazný vliv sémantického pozadí, žák vítal úlohy i bez sémantického pozadí, úlohy **abstraktního charakteru.**
- **Forma písemného zadání.** Pozornost nadaného žáka poutaly zejména symboly, schémata či obrázky. V přístupu k slovnímu zadání jsme zaznamenali výrazné individuální rozdíly.
- **Možnost manipulace s pomůckami.** Vzhledem k vývojovým specifikům je vhodné dát nadaným žákům k využití manipulačního didaktického materiálu. Nadaní žáci v našem výzkumu jej použili jen v případě, že byla úloha dostatečně náročná a přímou manipulaci potřebovali.

V souvislosti s řešením úloh nadaným žákem jsme zaznamenali řadu jevů, z nichž uvádíme dva, dle našeho soudu, nejvýznamnější:

- V pozorované výuce jsme zaznamenali, že pokud integrovaný nadaný žák dostává specifické úlohy, **nemají pro žáka optimální kognitivní náročnost**, jsou pro něj snadné. Jeho **samostatná práce je fragmentována**, soustavně se přizpůsobuje hromadné výuce (srov. Laznibatová, 2007, 2012).
- Žáci s mimořádným matematickým nadáním mají silnou potřebu precizního vyjadřování. Na ni se vážou problémy v komunikaci, kdy si **nadaný žák buď uvědomuje chyby či nesrovnalosti, anebo velkou entropii ve vyjádření učitele nebo v zadání úlohy.** Na zmíněné problémy se pak nabalují další problémy se školní výukou, komunikací nejen s učitelem.

Jako další významná zjištění našeho výzkumu považujeme:

Ve vzdělávání integrovaného nadaného žáka lze využít specifické sady úloh pro samostatnou práci integrovaného nadaného žáka k lepšímu uspokojování jeho vzdělávacích potřeb v rámci hromadné výuky. Sada úloh by měla splňovat kritéria formulovaná v dizertační práci.

Domníváme se, že nízká a kolísající data o počtu evidovaných nadaných žáků napovídají o existenci hlubších problémů v systému péče o nadanou populaci v ČR.

Specifické divergentní úlohy mají potenciál pro rozvoj divergentního myšlení a tvořivosti (nejen nadaných žáků) a podporu žádoucí sociální interakce ve třídě, a také možnosti pro žáky s podprůměrnými matematickými schopnostmi zažít úspěch při řešení (náročné) matematické úlohy.

Výsledky výzkumu byly uplatněny v projektech:

- Projekt *Péče, rozvoj a uplatnění nadání* (PERUN), CZ.1.07/1.2.00/14.0112,
- Projekt *Nadání je třeba rozvíjet* CZ.1.07/1.2.35/02.0025
- Projekt *Podpora profesního rozvoje učitelů v počátečním vzdělávání* CZ.1.07/1.3.00/48.0133 (příprava vzdělávacího kurzu pro učitele)

Výsledky výzkumu byly uplatněny v publikacích:

MALINOVÁ, Dagmar. Vhodná matematická úloha – výzva pro nadaného žáka. In: NOVOTNÁ, Jiřina. *Motivace nadaných v matematice a přírodních vědách*. Brno: MU, 2013, s. 85-98. ISBN 978-80-210-6635-9

MALINOVÁ Dagmar. Matematické nadání. *Svět nadání* [online. 2013, II. Č. 1, s. 13-21. ISSN 1805-7217. Dostupné z www.talentovani.cz

MALINOVÁ Dagmar a Vlastimil CHYTRÝ. Manipulace jako významný aspekt při motivaci žáků v matematice. In: NOVOTNÁ, Jiřina. *Motivace nadaných žáků a studentů v matematice a přírodních vědách*. Brno: MU, 2012, s. 179-186. ISBN 978-80-210-6144-6.

MALINOVÁ Dagmar. Rozvoj prostorové představivosti v netradičních úlohách. In: *Geometrická představivost* (v tisku). Olomouc: UPOL, 2014, s. 35-52.

MALINOVÁ, Dagmar. Forms of Education of Gifted Pupil in Mathematics at Primary School. In: CÍRUS, Lukáš. *Usta ad Albim BOHEMICA: XX. Czech-Polish-Slovak Mathematical Conference – Litoměřice 2013*. Ústí nad Labem: UJEP, 2013c. ISSN 1802-825X.

MALINOVÁ, Dagmar. The educational proposal for a pupil with the special ability for mathematics. In: BILLICH, Martin. *Mathematica IV: Scientific Issues*. Ružomberok: Verbum, 2012, s. 123-129. ISBN 978-80-8084-954-2.

MALINOVÁ, Dagmar. Matematické úlohy pro nadané žáky. In: UHLÍŘOVÁ, M. *Acta Universitatis Palackianae Olomucensis: Matematika 5. Specifika matematické edukace v prostředí primární školy. Sborník příspěvků z konference s mezinárodní účastí*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2012, s. 147-151. ISBN 978-80-244-3048-5. ISSN 0862-9765.

MALINOVÁ, Dagmar. Chceme opravdu rozvíjet nadaného žáka?. In: POLÁCHOVÁ VAŠŤATKOVÁ, J.; BAČÍKOVÁ, A. *Aktuální problémy pedagogiky ve výzkumech studentů DSP: VIII. ročník mezinárodní studentské vědecké konference PdF UP v Olomouci*. Vyd. 1. Olomouc: Pedagogická fakulta UP, 2011, s. 534-538. ISBN 978-80-244-2815-4.

MALINOVÁ Dagmar. Divergentní matematická úloha. In: UHLÍŘOVÁ, M. *Acta Universitatis Palackianae Olomucensis: Matematika 6. Matematické vzdělávání v primární škole – tradice, inovace. Sborník příspěvků z konference s mezinárodní účastí*. Olomouc: UP, 2014, s. 137-140. ISBN 978-80-244-4062-0. ISSN 0862-9765.

MALINOVÁ, Dagmar; CÍRUS, Lukáš. Práce učitele na edukační nabídce pro nadaného žáka. In: PĚCHOUCOVÁ, Šárka. *Tvořivost v počátečním vyučování matematiky: vědecká konference s mezinárodní účastí věnovaná matematickému vzdělávání v primární škole*. 1. vydání. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2011. s. 139-143. ISBN 978-80-7043-992-0.

MALINOVÁ, Dagmar. *Nadání je třeba rozvíjet. Metodická příručka pro pedagogické pracovníky*. (Text vytvořený v projektu CZ.1.07/1.2.35/02.0025). Most, 2013, s. 56.

MALINOVÁ, Dagmar, Roman KROUFEK, Blanka JANÁČKOVÁ, Iva BRTNOVÁ-ČEPIČKOVÁ a Jan MELICHAR. *Pracovní karty pro nadané žáky na 1. stupni základní škol. (Didaktický materiál vytvořený v projektu Nadání je třeba rozvíjet CZ.1.07/1.2.35/02.0025)*. Most, 2013. (Autor 8 karet, recenzent ostatních karet).

ZHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ PRO VĚDNÍ OBOR NEBO PRAXI

Přínos předkládané dizertační práce pro pedagogickou teorii spatřujeme:

Popsali jsme a analyzovali vlastnosti učebních úloh, které se jeví jako významné pro vzdělávání mimořádně nadaného žáka integrovaného v běžné třídě, a interpretovat pozorované jevy, které souvisejí s interakcí mezi nadaným žákem a učební úlohou. V různých kontextech jsme upozornili na významnou vlastnost úlohy – její **entropii** (míru neurčitosti).

Navrhli jsme (a ověřili v praxi) nástroj pro samostatnou práci integrovaného nadaného žáka – sadu úloh; nejedná se o nový konstrukt, ale formulovali jsme kritéria pro sestavení sady a také vlastnosti úloh, ze kterých je sestavena. Formulovali jsme jednoduchá organizační opatření pro její použití v praxi.

V práci přinášíme náměty pro další pedagogický výzkum. Data získaná kvalitativními metodami neumožňují zobecnění na celou populaci nadaných žáků, představují však podnět pro ověření některých zjištění. Domníváme se, že si zasluhuje pozornost otázka, jaká skutečná péče je věnována nadaným žákům integrovaným v běžné třídě. Silným podnětem k řadě výzkumů mohou být také zjištění o velmi nízkém a kolísajícím počtu nadaných žáků evidovaných v pedagogicko-psychologických poradnách v regionech ČR, zkoumání pravých příčin tohoto stavu může přinést užitečná data pro pedagogickou teorii i praxi. Další náměty pro pedagogický výzkum v kap. 6.2.

Přínos pro pedagogickou praxi:

Na základě výzkumných zjištění jsme formulovali doporučení pro učitele nadaných žáků (kap. 6.3), zde uvádíme jen některá:

- Zabezpečit *otevřenost* nabídky úloh s vyšší kognitivní náročností i pro žáky, kteří nemají poradnou diagnostikováno mimořádné nadání,
- pokud je úloha pro nadaného žáka obtížná, věnovat pozornost zjištění, *v čem spočívají obtíže* žáka – zda je úloha správně zadána – má přiměřenou *entropii* a je *precizně formulována*,
- umožnit integrovanému nadanému žákovi samostatnou *práci v časovém bloku, bez vyrušování*; lze využít sadu úloh.

Upozornili jsme na problematický aspekt úloh soutěživého charakteru.

Zmínili jsme potenciál divergentních matematických úloh pro rozvoj matematického a tvořivého myšlení žáků s různou úrovní kognitivních schopností.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

ADLER, Alfred. Mathematics and Creativity. In: CAMPBELL, Douglas M. a John C. HIGGINS. *Mathematics: People, problems, results*. Belmont, Calif: Wadsworth, 1984, s. 3-10. ISBN 0534032001.

ALFONSO, Vincent, Dawn P. FLANAGAN a Suzan RADWAN. *The Impact of the Cattell–Horn–Carroll* [online]. New York: The Guilford Press, 2005, s. 185-202 [cit. 2012-12-12]. Dostupné z: http://faculty.winthrop.edu/armisteadl/PSYC608/attachments/CHC_c_Test_developmentmen.pdf

BECHEANU, M. Identifikace žáků nadaných na matematiku. In: *Objevování,*

motivace a podpora matematických talentů na evropských školách. Praha: MATH.EU Project, 2006, p. 100-147. ISBN 9963-634-31-1.

BĚLOHOUBKOVÁ, Irena a Jiřina NOVOTNÁ. Matematické soutěže a nadání a talentovaní žáci. In: *Výchova a nadání 3*. Brno: MSD, 2009, s. 83-93. ISBN 9788073921217.

BENÍŠKOVÁ, Tereza. *Manuál k diagnostickému nástroji pro potřeby projektu Nadání je třeba rozvíjet CZ 1.07/1.2.35/02.0025*. Most, 2013, 28 s.

BLAŽKOVÁ, Růžena a Milena VAŇUROVÁ. Charakteristika nadaného žáka s poruchou učení z hlediska matematických úloh. In: *Matematické vzdělávání v kontextu proměn primární školy*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2010, s. 57-61. ISBN 978-80-244-2511-5. ISSN 0862-9765

BONO, Edward de. *Pravdu mám já, určitě ne ty*. 1.vyd. Praha: Argo, 1998, 195 s. ISBN 80-720-3066-3.

BRUNER, Jerome S. *O podstate a problémoch vyučovania*. Bratislava: SPN, 1968. ISBN 67-232-68.

BŘICHÁČEK, Václav. Problémy intenzivní výzkumné strategie. *Vesmír: přírodovědecký časopis Akademie věd České republiky*. Praha: Vesmír, 2010, č. 4, s. 257-259. ISSN 0042-4544.

CALÁBEK, P., ŠVRČEK, J., VANĚK, V., ZHOUF, J. *Péče o matematické talenty v České republice*. 2. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2010. ISBN 978-802-4418-841.

CAMPBELL, James R. *Jak rozvíjet nadání vašich dětí*. Vyd. 1. Praha: Portál, c2001, 172 s. ISBN 80-717-8516-4.

CLARK, Barbara. *Growing up gifted: developing the potential of children at home and at school*. 3rd ed. Columbus: Merrill Pub. Co., c1988. ISBN 06-752-0832-7.

CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly. *O štěstí a smyslu života*. Překlad Eva Hauserová. Praha: Lidové noviny, 1996, 399 s. ISBN 80-710-6139-5.

CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly. *Creativity: the psychology of discovery and invention*. First Harper Perennial Modern Classics edition. New York: Harper Collins Publishers, 2013. ISBN 978-006-2283-252.

ČAVOJSKÁ, Magdalena et al. *Krok za krokem s nadaným žákem: Vyhledáváme rozumově nadané žáky*. Praha: Výzkumný ústav pedagogický, 2010. ISBN 978-80-87000-24-7.

ČESKÁ ŠKOLNÍ INSPEKCE. *Analýza školních vzdělávacích programů pro základní vzdělávání za období 2007–2011* [on-line]. Praha, 2012, 28 s. [cit. 22. 11. 2012]. Dostupné z: <http://www.csicr.cz>.

ČESKÝ STATISTICKÝ ÚŘAD. *Sčítání lidu, domů a bytů 2011*: [online]. 2013 [cit. 2014-02-08]. Dostupné z: <http://www.czso.cz/sldb2011/redakce.nsf/i/home>

DEAL, L. J., WISMER, M., G. NTCM Principles and standards for mathematically talented students. *Gifted child today magazine*. 2010, roč. 33 (č. 3), s. 55-66. ISSN: 10762175. Dostupné z: <http://proquest.umi.com/pqdweb?did=2082683871&sid=2&Fmt=3&clientId=139391&RQT=309&VName=PQD>.

DEVLIN, Keith J. *Jazyk matematiky: Jak zviditelnit neviditelné*. 1. vydání v českém jazyce. Překlad Jan Švábenický. Praha: Argo, 2003, 343 s. ISBN 80-865-6909-8.

DIEZMANN, C., M., WATTERS, J., J. *The importance of challenging tasks for mathematically gifted students*. In: *Gifted and Talented International* [on line]. 2002 [cit. 2012-02-04]. Dostupné z: <http://eprints.qut.edu.au/1647/1/1647.pdf>.

DIMITRIADIS, Christos. Provision for mathematically gifted children in primary schools: an investigation of four different methods of organisational provision. *Educational Review* [online]. 2012, roč. 64, č. 2, s. 241-260 [cit. 2012-10-25]. ISSN 0013-1911. DOI: 10.1080/00131911.2011.598920. Dostupné z: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00131911.2011.598920>.

DOČKAL, Vladimír. *Zaměřeno na talenty, aneb, Nadání má každý*. Praha: NLN, 2005. ISBN 80-710-6840-3.

DUCHOVIČOVÁ, Jana a Ľubomír RYBANSKÝ. Varieta školskej populácie, zastúpenie jednotlivých edukačných potrieb v školskom prostredí v reflexii pedagogických pracovníkov. In: *Pedagogické a psychologické aspekty edukácie*. Nitra: PF UKF v Nitre, 2013, s. 134-147. ISBN 978-80-558-0501-6.

FOŘTÍKOVÁ, Jitka. *Krok za krokem s nadaným žákem: Tvoříme individuální vzdělávací plán mimořádně nadaného žáka*. Praha: Výzkumný ústav pedagogický, 2009, 72 s. ISBN 978-808-7000-281.

GAGNÉ, Robert M. *Podmínky učení*. Vyd. 1. Brno: SPN, 1975, 288 s. ISBN 14-092-75.

GAGNÉ, François. From giftedness to talent: A developmental model and its impact on the language of the field. *Roeper Review* [online]. 1995, roč. 18, č. 2, s. 103-111 [cit. 2012-12-11]. ISSN 0278-3193. DOI: 10.1080/02783199509553709. Dostupné z: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/02783199509553709>.

GARDNER, Howard. *Dimenze myšlení*. Praha: Portál, 1999, 398 s. ISBN 80-717-8279-3.

GAVORA, Peter. *Úvod do pedagogického výzkumu*. Překlad Vladimír Jůva. Brno: Paido, 2000, 207 s. ISBN 80-859-3179-6.

GOLEMAN, Daniel. *Emoční inteligence: Proč může být emoční inteligence důležitější než IQ*. 1. vyd. Praha: Columbus, 1997, 348 s. ISBN 80-859-2848-5.

GRECMANOVÁ, Helena. *Klima školy*. Vyd. 1. Olomouc: Hanex, 2008, 209 s. ISBN 978-807-4090-103.

GRUSZCZYK-KOLCZYNSKÁ, Edith. Szkoła to rzeźnia talentów: Błyskawicznie zabija matematyczne zdolności. *Gazeta prawna.pl* [online]. 2013, 10.05.2013 [cit. 2014-04-25]. Dostupné z: http://serwisy.gazetaprawna.pl/edukacja/artykuly/703149,szkola_to_rzeznia_talentow_blyskawicznie_zabija_matematyczne_zdolnosti.html

HAVIGEROVÁ, Jana Marie. *Pět pohledů na nadání*. Vyd. 1. Praha: Grada, 2011, 144 s. ISBN 978-802-4738-574.

HEINZE, Astrid. Differences in problem solving strategies of mathematically gifted and non-gifted elementary students. *International education journal IEJ* [online]. 2005, roč. 6, č. 2, s. 175-183 [cit. 2012-12-13]. ISSN 1443-1475. Dostupné z: <http://education2.uvic.ca/Faculty/hfrance/special%20issue%20on%20giftedness.pdf#page=141>.

HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2001, 187 s. ISBN 80-717-8581-4.

HEJNÝ, Milan. Objev generického modelu žáky. In: *Tvořivost v počátečním vyučování matematiky: vědecká konference s mezinárodní účastí věnovaná matematickému vzdělávání v primární škole*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2011a, s. 84-88. ISBN 978-80-7043-992-0.

HEJNÝ, Milan et al. *Matematika: příručka učitele pro 5. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2011b, 155 s. ISBN 978-80-7238-969-8.

HENDL, Jan. *Kvalitativní výzkum: základní teorie, metody a aplikace*. 2., aktualiz. vyd. Praha: Portál, 2008, 407 s. ISBN 978-80-7367-485-4.

HENDL, Jan. Kvalitativní pedagogický výzkum. In: PRŮCHA, Jan. *Pedagogická encyklopedie*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2009, s. 819-823. ISBN 978-80-7367-546-2.

HŘÍBKOVÁ, Lenka. *Základní témata problematiky nadaných*. Praha: Univerzita Jana Amose Komenského Praha, 2007, 72 s. ISBN 978-808-6723-259.

HŘÍBKOVÁ, Lenka. *Nadání a nadaní: pedagogicko-psychologické přístupy, modely, výzkumy a jejich vztah ke školské praxi*. Vyd. 1. Praha: Grada, 2009, 255 s. ISBN 978-802-4719-986.

HŘÍBKOVÁ, Lenka. *Mimořádně nadané děti ve škole a v rodině*. 1. vyd. V Ústí nad Labem: Univerzita J. E. Purkyně, 2010, 79 s. ISBN 978-80-7414-319-9.

CHALUPA, Bohumír. *Tvořivé myšlení: tvořivost jako dobrodružství poznání*. Brno: Barrister, 2005. ISBN 80-736-4007-4.

CHRÁSKA, Miroslav. *Didaktické testy*. Brno: Paido, 1999, 91 s. ISBN 80-859-3168-0.

CHRÁSKA, Miroslav. *Metody pedagogického výzkumu: základy kvantitativního výzkumu*. Vydání 1. Praha: Grada Publishing, 2007, 265 s. ISBN 978-80-247-1369-4.

CHRISTENSEN, Janis Ruth. *A study of divergent thinking skills of gifted elementary students*. United States-Texas, 1997. ISBN 9780591774627. Dissertation. The University of Texas at Austin. Vedoucí práce William Myers.

JANČÍKOVÁ, Zdeňka. Zkušenosti se zaváděním efektivních edukačních strategií při vzdělávání mimořádně nadaných žáků na 1. stupni základní školy. In: VAŠŤATKOVÁ Jana (ed.) *Aktuální problémy pedagogiky ve výzkumech studentů DSP, IX*. Ročník mezinárodní studentské vědecké konference. Olomouc: Pedagogická fakulta UP, 2012, s. 212-217. ISBN 978-80-87533-03-1.

JEDLIČKA, Richard. Problémy socializace, pedagogická diagnostika a práce výchovného poradce ve škole. In: VALIŠOVÁ, Alena a Hana KASÍKOVÁ. *Pedagogika pro učitele*. Praha: Grada, 2007, s. 319-371. ISBN 978-80-247-1734-0.

JIROTKOVÁ, Darina. *Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie*. Praha: Univerzita Karlova, 2010, 330 s. ISBN 978-80-7290-399-3.

JUNG, Carl Gustav. *Duše moderního člověka*. Brno: Atlantis, 1994, 378 s. ISBN 80-710-8087-X.

JURÁŠKOVÁ, Jana. *Základy pedagogiky nadaných*. Vyd. 1. Překlad Jana Juřicová, Leona Jelínková. Praha: Institut pedagogicko-psychologického poradenství ČR, 2006, 131 s. ISBN 80-868-5619-4.

KALHOUS, Zdeněk a Otto OBST. *Školní didaktika*. Praha: Portál, 2002, 447 s. ISBN 80-717-8253-X.

KASÍKOVÁ, Hana, Pavel DITTRICH a Josef VALENTA. Individualizace a diferenciaci ve škole. In: VALIŠOVÁ, Alena a Hana KASÍKOVÁ. *Pedagogika pro učitele*. Praha: Grada, 2007, s. 153-164. ISBN 9788024717340.

KASLOVÁ, M. Komunikace a talent. In: Zhouf, J. *Ani jeden matematický talent nazmar*. Hradec Králové: JČMF, 2003, s. 49-58. ISBN 80-7015-936-7.

KASLOVÁ, Michaela et al. *Nadprůměrné dítě a příprava na školní matematiku* [CD-ROM]. Olomouc: UP, 2012. ISBN 978-80-244-3156-7.

KASPER, Tomáš a Dana KASPEROVÁ. *Dějiny pedagogiky*. Praha: Grada, 2008, 224 s. ISBN 978-802-4724-294.

KHATENA, Joe. *Gifted: challenge and response for education*. Itasca, Ill.: F.E. Peacock Publishers, c1992, xii, 564 p. ISBN 08-758-1349-6.

KIRSCHNER, Paul a Jeroen J. G. VAN MERRIËNBOER. Ten steps to complex learning: A new approach to instruction and instructional design. In: *DSpace at Open Universiteit* [online]. 2008 [cit. 2012-12-07]. Dostupné z: <http://dspace.ou.nl>.

KMÍNKOVÁ, Eliška a Isabella PAVELKOVÁ. Obtížnost a zaujetí úkolem v matematice. In: JANÍK, Tomáš. *Směšený design v pedagogickém výzkumu: Sborník příspěvků z 19. výroční konference ČAPV*. Brno: Masarykova univerzita, 2011, 434-438. Dostupné z: <http://www.ped.muni.cz/capv2011/sbornikprispveku/kminkovapavelkova.pdf>.

KOHOUTEK, Rudolf. Kognitivní vývoj dětí a školní vzdělávání. *Pedagogická orientace* [online]. Praha: Česká pedagogická společnost, 2008, č. 3, s. 3-22 [cit. 2012-11-23]. ISSN 1211-4669. Dostupné z: http://www.ped.muni.cz/pedor/archiv/2008/Pedor08_3_Kohoutek_KognitivniVyvojSkolniVzdelavani.pdf

KOMENSKÝ, Jan Amos. *Didaktika velká*. 3. vyd. Brno: Komenium, 1948. ISBN 1863-254.

KOPKA, Jan. *Hrozny problémů ve školské matematice*. Vyd. 1. Ústí nad Labem: Univerzita J. E. Purkyně, 1999, 194 s. Acta Universitatis Purkynianae. ISBN 80-704-4247-6.

KOSHY, Valsa, Paul ERNEST a Ron CASEY. Mathematically gifted and talented learners: theory and practice. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* [online]. 2009-03-15, roč. 40, č. 2, s. 213-228 [cit. 2012-12-11]. ISSN 0020-739x. DOI: 10.1080/00207390802566907. Dostupné z: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207390802566907>.

KUŘINA, František. Matematika je řešení úloh. *Matematika, fyzika, informatika: časopis pro výuku na základních a středních školách*. Praha: SPN, 2003, roč. 13, č. 3.

KVĚTOŇ, Pavel. *Kapitoly z didaktiky matematiky II*. Ostrava: Pedagogická fakulta v Ostravě, 1986.

KUPCOVÁ, Martina et al. *Vzdělávání nadaných dětí a žáků: Přehled základních dokumentů*. [online]. Praha: VÚP, 2010 [cit. 2014-04-21]. Dostupné z: http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2010/02/Nadani_prehled.pdf

LAMBERT, Mike. *Evaluation of 'Advanced Learning Centres' for gifted and talented pupils*. London: DfES, 2006. ISBN 18-447-8727-3.

LANDAU, Erika. *Odvaha k nadání*. Praha: Akropolis, 2007. ISBN 978-808-6903-484.

LAZNIBATOVÁ, Jolana. *Nadané dieťa: jeho vývin, vzdelávanie a podporovanie*. 3. vyd. Bratislava: Iris, 2007, 394 s., [16] s. obr. příl. ISBN 80-890-1853-X.

LAZNIBATOVÁ, Jolana. *Nadaný žiak na základnej, strednej a vysokej škole*. Bratislava: Iris, 2012. ISBN 978-80-89256-87-7.

MACHŮ, Eva. *Rozpoznávání a vzdělávání rozumově nadaných dětí v běžné třídě základní školy: příručka pro učitele a studenty učitelství*. 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2006, 64 s. ISBN 80-210-3979-5.

MACHŮ, Eva. *Nadaný žák*. 1. vyd. Brno: Paido, 2010, 124 s. ISBN 978-807-3151-973.

MACHŮ, Eva. Intellectually Gifted Pupils and Educational Problems Connected to Their Gift Development in Common Integrated Classroom. In: *Talented learner*. Brno: Masarykova univerzita, 2011, p. 96-106. ISBN 978-80-210-5701-2.

MACHŮ, Eva. Rozvoj matematických dovedností u nadaných dětí předškolního věku. In: NOVOTNÁ, Jiřina. *Motivace nadaných žáků a studentů v matematice a přírodních vědách*. Brno: MU, 2012, s. 33-45. ISBN 978-80-210-6144-6.

MAKRIDES, Gregory et al. *Objevování, motivace a podpora matematických talentů na evropských školách: Projekt MATHEU*. Praha: 2006, 475 s. ISBN 9963-634-31-1.

MALINOVÁ, Dagmar; CÍRUS, Lukáš. Práce učitele na edukační nabídce pro nadaného žáka. In: PĚCHOUČKOVÁ, Šárka. *Tvořivost v počátečním vyučování matematiky: vědecká konference s mezinárodní účastí věnovaná matematickému vzdělávání v primární škole*. 1. vydání. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2011. s. 139-143. ISBN 978-80-7043-992-0.

MALINOVÁ, Dagmar. *Nadání je třeba rozvíjet. Metodická příručka pro pedagogické pracovníky*. (Text vytvořený v projektu CZ.1.07/1.2.35/02.0025). Most, 2013a, s. 56.

MALINOVÁ, Dagmar. Vhodná matematická úloha - výzva pro nadaného žáka. In: NOVOTNÁ, Jiřina. *Motivace nadaných žáků a studentů v matematice a přírodních vědách II*. Brno: MSD, 2013b, s. 85-98. ISBN 978-80-210-6635-9.

MALINOVÁ, Dagmar. Forms of Education of Gifted Pupil in Mathematics at Primary School. In: CÍRUS, Lukáš. *Usta ad Albim BOHEMICA: XX. Czech-Polish-Slovak Mathematical Conference – Litoměřice 2013*. Ústí nad Labem: UJEP, 2013c. ISSN 1802-825X.

MELICHAR, Jan a Josef SVOBODA. *Rozvoj matematického myšlení I: pro studium učitelství pro mateřské školy*. Vyd. 1. V Ústí nad Labem: Univerzita J. E. Purkyně, 2003, 62 s. ISBN 80-704-4512-2.

MELICHAR, Jan. *Utváření a rozvoj klíčových kompetencí: Matematika a její aplikace* [online]. Most, 2007, 115 s. [cit. 2014-04-21]. Dostupné z: http://www.pf.ujep.cz/files/KMA_melichar_klickompetenci.pdf

MELICHAR, Jan. Didaktické zásady ve vyučování matematice na 1. stupni základní školy. In: *Pf.ujep.cz* [online]. Ústí nad Labem, [2010]. Dostupné z: http://www.pf.ujep.cz/index.php?option=com_content&view=article&id=6677&Itemid=1470

MOLNÁR, Josef. Matematické nadání a prostorová představivost. In: ZHOUF, Jaroslav. *Ani jeden matematický talent nazmar: Sborník příspěvků 2. ročníku konference učitelů matematiky a přírodních oborů na základních, středních a vysokých školách*. Hradec Králové: JČMF, 2005, s. 91-94. ISBN 80-7290-224-5.

MOLNÁR, Josef, Slavomíra SCHUBERTOVÁ a Vladimír VANĚK. Konstruktivismus ve vyučování. In: *Projekt: CZ.04.1.03/3.2.15.2/0263* [online]. Olomouc, 2007 [cit. 2014-01-03]. Dostupné z: http://esfmoduly.upol.cz/elearning/konstr_m/

Národní program rozvoje vzdělávání v České republice: Bílá kniha. 1. vyd. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2001, 98 s. ISBN 80-211-0372-8.

NOVÁK, Bohumil a Jitka HODANŇOVÁ. Úloha z matematické soutěže – zdroj motivace nebo nástroj diagnostiky? In: *Matematika v přípravě učitelů elementární školy. Acta Universitatis Purkynianae 53, Studia Matematika II*. Ed. J. Melichar. Ústí n. L.: UJEP, 2000, s. 84 – 90.

NOVÁK, Bohumil a Josef MOLNÁR. Matematický klokan. In: OBDRŽÁLEK, Jan a Štefan ZAJAC. *JČMF - sjezdový sborník*. Ústí nad Labem: JČMF, 2006, s. 67-68. ISBN 80-7015-061-0. Dostupné z: <http://www.jcmf.cz/sites/default/files/Sbornik-06j.pdf>

NOVÁK, Bohumil. O úlohách ze soutěže Matematický klokan. In: *Matematické vzdělávání z pohledu žáka a učitele primární školy*. Acta Universitatis Palackianae Olomucensis, Mathematica VI, Matematika 3. UHLÍŘOVÁ, M. (ed.) Olomouc: UP, 2008, s. 191 – 196. ISBN 978-80-244-1963-3.

NOVÁK, Bohumil. Nestandardní aplikační úloha, její reflexe a interpretace budoucími učiteli primární školy. In: *Matematické vzdělávání v kontextu proměn primární školy*. Acta Universitatis Palackianae Olomucensis, Mathematica VII, Matematika 4. UHLÍŘOVÁ, M. (ed.) Olomouc: UP, 2010, s. 199 – 204. ISBN 978-80-244-2511-5.

NOVÁK, Bohumil. K řešení úloh žáky talentovanými na matematiku. In: PĚCHOUČKOVÁ, Šárka. *Tvořivost v počátečním vyučování matematiky*. Plzeň: ZU, 2011, s. 154158. ISBN 978-80-7043-992-0.

NOVÁK, Bohumil. K tvorbě slovních úloh žáky primární školy. In: *Specifika matematické edukace v prostředí primární školy*. Acta Universitatis Palackianae Olomucensis, Mathematica VIII, Matematika 5. UHLÍŘOVÁ, M. (ed.) Olomouc: UP, 2012, s. 175 – 181. ISBN 978-80-244-3048-5.

PATÁKOVÁ, E. *Tvorba úloh pro nadané žáky* [DVD-ROM]. Záznam příspěvků III. interaktivní dílny „Vzdělávání nadaných dětí“ konané 25. 11. 2010 ve Zlíně–Malenovicích.

PATÁKOVÁ, Eva. *Metody tvorby úloh pro nadané žáky*. Praha: Karolinum, 2013. ISBN 978-80-7290-704-5.

PEKAŘOVÁ, Blahoslava. PPP ÚSTECKÉHO KRAJE. *Závěrečná zpráva o průběhu psychologické diagnostiky v rámci projektu Nadání je třeba rozvíjet*. Teplice, 2014.

PIAGET, Jean. *Psychologie inteligence*. Vyd. 2. Praha: Portál, 1999, 164 s. ISBN 80-717-8309-9.

PIAGET, Jean a Bärbel INHELDER. *Psychologie dítěte*. Vyd. 3., v nakl. Portál 2. Praha: Portál, 2000, 144 s. ISBN 80-717-8407-9.

PEŠATOVÁ, Ilona a Václava TOMICKÁ. *Úvod do integrativní speciální pedagogiky*. Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2007, 115 s. ISBN 978-80-7372-268-5.

PLHÁKOVÁ, Alena. *Přístupy ke studiu inteligence*. Olomouc: Univerzita Palackého, 1999, 305 s. ISBN 80-244-0020-0.

PLHÁKOVÁ, Alena. *Inteligence*. In: BLATNÝ, Marek a Alena LHÁKOVÁ. *Temperament, inteligence, sebepojetí: nové pohledy na tradiční témata psychologického výzkumu*. Tišnov: Sdružení SCAN, 2003, s. 47-86. ISBN 80-86620-05-0.

PÓLYA, George. *How to solve it: a new aspect of mathematical method*. Bronx, NY: Ishi Press International, 2009, xxi, 253 p. ISBN 48-718-7830-9.

PORTEŠOVÁ, Šárka. *Skryté nadání: psychologická specifika rozumově nadaných žáků s dyslexií*. 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2009a, 164 s. ISBN 978-802-1050-143.

PORTEŠOVÁ, Šárka. *Vzdělávání mimořádně nadaných žáků*. In: PRŮCHA, Jan. *Pedagogická encyklopedie*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2009b, s. 471-477. ISBN 978-80-7367-546-2.

PORTEŠOVÁ, Šárka. *Rozumově nadané děti s dyslexií*. Praha: Portál, 2011, 213 s. ISBN 978-807-3679-903.

PORTEŠOVÁ, Šárka. *Nadané děti* [online]. Brno, © 2001-2014 [cit. 2014-03-16]. Dostupné z: <http://www.nadanedeti.cz/>

PORTEŠOVÁ, Šárka et al. *Nadaní žáci* [online]. Brno, 2013-2014 [cit. 2014-05-16]. Dostupné z: <http://www.nadanizaci.cz/>

PRŮCHA, Jan. *Moderní pedagogika*. 2. přepr. a akt. vyd. Praha: Portál, 2002, 481 s. ISBN 80-717-8631-4.

Pedagogická encyklopedie. Editor Jan Průcha. Praha: Portál, 2009, 935 s. ISBN 978-80-7367-546-2.

PRŮCHA, Jan a Eliška WALTEROVÁ, Jiří MAREŠ. *Pedagogický slovník*. 6., rozš. a aktualiz. vyd. Praha: Portál, 2009. ISBN 978-807-3676-476.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (RVP ZV), verze platná od 1. 9. 2013 [online]. Praha: MŠMT, 2013 [cit. 2014-03-01]. Dostupné z: <http://www.nuv.cz/file/433>

REICHEL, Jiří. *Kapitoly metodologie sociálních výzkumů*. Vyd. 1. Praha: Grada, 2009, 184 s. ISBN 978-80-247-3006-6.

RENDL, Miroslav a Nad'a VONDROVÁ. *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů*. 1. vyd. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2013, 357 s. ISBN 978-80-7290-723-6.

RENZULLI, Joseph S., Sally M. REISOVÁ, Diane MONTGOMERYOVÁ a Jana JURÁŠKOVÁ. *Úspěšná výuka mimořádně nadaných dětí*. Editor Jitka Fořtíková. Praha: Triton, 2008, 168 s. ISBN 978-80-254-3705-6.

RENZULLI, Joseph S. Co utváří nadání? Přezkoumání definice a komentář k českému překladu. *Svět nadání* [online]. 2012, I, č. 2, s. 3-15 [cit. 2014-03-01]. Dostupné z: www.talentovani.cz

SARRAZY, Bernard. Nadání v matematice - didaktický pohled: Analýza didaktických regulací rozdílů v poznávacích schopnostech ve vyučování racionálního kalkulu u žáků 9-10letých. In: ZHOUF, Jaroslav. *Ani jeden matematický talent nazmar*. Hradec Králové: PC Hradec Králové, 2003, s. 128-133. ISBN 80-7015-936-7.

SARRAZY, Bernard. Tvorba v matematice: nezbytná iluze?. In: *Tvořivost v počátečním vyučování matematiky: vědecká konference s mezinárodní účastí věnovaná matematickému vzdělávání v primární škole: sborník z konference*. 1. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2011, s. 24-37. ISBN 978-80-7043-992-0.

SISK, Dorothy A. *Creative teaching of the gifted*. New York: McGraw-Hill, c1987, 370 p. ISBN 00-705-7701-3.

Síť podpory nadání. NIDV. *Talentovani.cz* [online]. 2012 [cit. 2014-04-21]. Dostupné z: <http://www.talentovani.cz/web/guest/sit-podpory-nadani>

SKALKOVÁ, Jarmila. *Úvod do metodologie a metod pedagogického výzkumu*. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-411-83.

SKALKOVÁ, Jarmila. *Obecná didaktika*. 2. aktualiz. vyd. Praha: Grada, 2007. ISBN 978-80-247-1821-7.

SMÉKAL, Vladimír. Podmínky a předpoklady úspěchu žákův matematice a přírodních vědách - pohled psychologa. In: NOVOTNÁ, Jiřina. *Motivace nadaných žáků a studentů v matematice a přírodních vědách*. Brno: Masarykova univerzita, 2012, s. 7-21. ISBN 978-80-210-6144-6.

SPIPKOVÁ, Vladimíra. *Proměny primárního vzdělávání v ČR*. Praha: Portál, 2005, 311 s. ISBN 80-717-8942-9.

STERNBERG, Robert J. *Úspěšná inteligence: jak rozvíjet praktickou a tvůrčí inteligenci*. Praha: Grada, 2001, 208 s. ISBN 80-247-0120-0.

SWOBODA, Ewa. Ability of building an individual strategy by 8-9 year old students while solving non-typical mathematical tasks. In: UHLÍŘOVÁ, Martina. *Matematika 6: Acta Universitatis Palackianae Olomucensis*. Olomouc: UP, 2014, s. 15-25. ISBN 978-80-244-4062-0. ISSN 0862-9765.

Školský zákon: 561/2004 Sb., aktuální znění č. 420/2011 Sb.; zákon upravující předškolní, základní, střední, vyšší odborné a některé jiné vzdělávání ve školách a školských zařízeních. 2011. Dostupné z: <http://www.uplnezneni.cz/zakon/561-2004-sb-o-predskolnim-zakladnim-strednim-vyssim-odbornem-a-jinem-vzdelavani-skolsky-zakon/>

ŠKRABÁNKOVÁ, Jana. *Žijeme s nadáním*. Vyd. 1. Ostrava: Ostravská univerzita v Ostravě, Pedagogická fakulta, 2012, 101 s. ISBN 978-807-4641-374.

ŠKRABÁNKOVÁ, Jana. Model logické struktury edukačního procesu pro nadaného žáka. In: *Výchova a nadání*. Brno: MU, 2009, s. 11-18. ISBN 978-80-210-5117-1.

ŠVAŘÍČEK, Roman a Klára ŠEĐOVÁ. *Kvalitativní výzkum v pedagogických vědách*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2007, 377 s. ISBN 978-80-7367-313-0.

ŠVRČEK, Jaroslav. *Tvorba a využití gradovaných řetězců matematických úloh*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2008, 47 s. ISBN 978-80-244-2135-3.

TERMAN, Lewis M. The discovery and encouragement of exceptional talent. *American Psychologist* [online]. 1954, roč. 9, č. 6, s. 221-230 [cit. 2012-11-23]. ISSN 0003-066x. DOI: 10.1037/h0060516. Dostupné z: <http://content.apa.org/journals/amp/9/6/221>

TOMEK, K., ZELENDOVÁ, E. Nadané děti a žáci. In: *Metodický portál RVP.CZ* [online]. 2010 [cit. 2011-02-02]. Dostupný z: <http://wiki.rvp.cz>.

VÁGNEROVÁ, Marie. *Základy psychologie*. 1. dotisk 1. vydání. V Praze: Karolinum, 2005. ISBN 80-246-0841-3.

VANTASSEL-BASKA, Joyce. Differentiation in action: The Integrated Curriculum Model. *News: Begabtenförderung und Begabungsforschung / ÖZBF, Österreichisches Zentrum für Begabtenförderung und Begabungsforschung*. 2012, č. 32, s. 32-39. ISSN 1992-8823.

VYGOTSKIJ, Lev Semjonovič. *Vývoj vyšších psychických funkcí*. Praha: SPN, 1976. ISBN 14-541-76.

VYGOTSKIJ, Lev Semjonovič a Jan PRŮCHA. *Psychologie myšlení a řeči*. Praha: Portál, 2004, s. 71-108. ISBN 80-7178-943-7.

Vyhláška č. 147/2011 Sb., aktuální znění; Vyhláška, kterou se mění Vyhláška č. 73/2005 Sb., o vzdělávání dětí, žáků a studentů se speciálními vzdělávacími potřebami a dětí, žáků a studentů mimořádně nadaných. 2011. [cit. 2012-11-23]. Dostupné z: <http://www.uplnzneni.cz/vyhlaska/147-2011-sb-kterou-se-meni-vyhlaska-c-73-2005-sb/>

ZELENDA, Stanislav. Talnet - Vyučování přírodních věd online pro nadané děti a jejich učitele. In: *Mezinárodní seminář "Nové trendy a moderní technologie ve výuce mimořádně nadaných dětí"*. Praha: Národní institut dětí a mládeže, 2005, s. 51-60. ISBN 80-86784-28-2.

ZELINA, Miron a Milota ZELINOVÁ. *Rozvoj tvorivosti dětí a mládeže*. Vyd. 1. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladatel'stvo, 1990, 130 s. ISBN 80-080-0442-8.

ZELINKOVÁ, Olga. Pedagogická diagnostika. In: PRŮCHA, Jan. *Pedagogická encyklopedie*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2009, s. 717-722. ISBN 978-80-7367-546-2.

ZENTER, Marcel a Klaus R. SCHERER. Partikuläre und integrative Ansätze. In: OTTO, Jürgen H., Harald A. EULER a Heinz MANDL. *Emotionspsychologie*. Weinheim: Beltz, Psychologie Verlags Union, 2000, s. 151-164. ISBN 3-621-27453-7.

ZHOUF, Jaroslav. *Tvorba matematických problémů pro talentované žáky*. 1. vyd. Praha: Univerzita Karlova, 2010, 299 s. ISBN 978-80-7290-432-7.

PROFESNÍ KURIKULUM PŘEDKLADATELE DIZERTAČNÍ PRÁCE

Mgr. Dagmar Malinová (nar. 1. 11. 1969 ve Valašském Meziříčí)

Bydliště: Zahradnická 70, 412 01 Litoměřice

Vzdělání:

- 2010-2014 Doktorské studium pedagogiky, PdF UP v Olomouci
- 2006-2008 Speciální pedagogika pro absolventy vysokých škol, TU v Liberci
Závěrečná práce: Dítě s mimořádným nadáním a specifickou poruchou učení
- 1988-1993 Magisterské studium učitelství všeobecně vzdělávacích předmětů (matematika, fyzika)
Pomocná vědecká síla na katedře fyziky (sběr dat a jejich analýza s využitím regresní analýzy a lineární regrese)
- 1983-1988 Gymnázium Valašské Meziříčí, studijní obor se zaměřením na matematiku a fyziku, studijní specializace: elektrotechnika

Výběr z dalšího vzdělávání:

Kurz a semináře *Kvalitativní výzkum*. Lektoři Mgr. Klára Šedřová, Ph.D., Mgr. Roman Švaříček, Ph.D. (Ústav pedagogických věd FF MU v Brně)

Desítky akreditovaných kurzů dalšího vzdělávání pedagogických pracovníků, např. Rozvoj a hodnocení klíčových kompetencí žáků – kurz VÚP.

Pracovní zkušenosti:

- 2010-dosud Univerzita J. E. Purkyně v Ústí nad Labem; odborná asistentka a tajemnice katedry matematiky a ICT na Pedagogické fakultě
- 2007-2010 Gymnázium J. Jungmanna, Litoměřice; učitelka matematiky a fyziky
- 2004-2007 Základní škola Litoměřice, U Stadionu; učitelka matematiky a fyziky, metodik – kurzy DVPP akreditované MŠMT, školní koordinátor ŠVP
- 2002-2004 Pedagogické centrum Ústí n. L., vedoucí pobočky v Litoměřicích, metodik
- 2003-2004 Základní škola Litoměřice, Havlíčkova, učitelka fyziky (vedlejší prac. poměr)
- 2000-2002 Základní škola Terežín, učitelka matematiky a fyziky
- 1995-1997 COP – ISS Valašské Meziříčí, učitelka matematiky, fyziky a výpočetní techniky

Zkušenosti z mimoškolní práce s dětmi a mládeží:

vodní skauting, yachting, vodní motorismus – závody Formula Future

Zájmy: hra na housle a kytaru, sportovní střelba, četba knih, didaktické stolní hry

Přehled odborných aktivit a publikací

Seznam publikací (výběr)

1. MALINOVÁ, Dagmar a Marta RAJMONOVÁ. Procvičování dovedností – sady příkladů na kartách. In: *Jak učit matematice žáky ve věku 10-16 let: celostátní konference učitelů matematiky I. a II. stupně základních škol a nižších ročníků víceletých gymnázií 20. - 22. 10. 2011 v Litomyšli*. Plzeň: Vydavatelský servis, 2012, s. 131-138. ISBN 978-80-86843-34-6.
2. MALINOVÁ, Dagmar. Předmatematické činnosti v předškolním vzdělávání. *Poradce ředitelky mateřské školy*. 2012, II, č. 4, s. 38-39. ISSN 1804-9745.
3. MALINOVÁ, Dagmar. Chceme opravdu rozvíjet nadaného žáka?. In POLÁCHOVÁ VAŠTATKOVÁ, J.; BAČÍKOVÁ, A. *Aktuální problémy pedagogiky ve výzkumech studentů DSP: VIII. ročník mezinárodní studentské vědecké konference PdF UP v Olomouci*. Vyd. 1. Olomouc: Pedagogická fakulta UP, 2011, s. 534-538. ISBN 978-80-244-2815-4.
4. MALINOVÁ, Dagmar; CÍRUS, Lukáš. Práce učitele na edukační nabídce pro nadaného žáka. In PĚCHOUČKOVÁ, Šárka. *Tvořivost v počátečním vyučování matematiky: vědecká konference s mezinárodní účastí věnovaná matematickému vzdělávání v primární škole*. 1. vydání. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2011. s. 139-143. ISBN 978-80-7043-992-0.
5. MALINOVÁ, Dagmar. Zmena náročnosti úlohy a princíp primeranosti. *Studia scientifica facultatis paedagogicae*. Ružomberok: Verbum, 2014, XIII., č. 1, s. 56-64. ISSN 1336-2232. MESC: D40.
6. MALINOVÁ, Dagmar. Vhodná matematická úloha – výzva pro nadaného žáka. In: NOVOTNÁ, Jiřina. *Motivace nadaných v matematice a přírodních vědách*. Brno: MU, 2013, s. 85-98. ISBN 978-80-210-6635-9
7. MALINOVÁ Dagmar. Matematické nadání. *Svět nadání* [online. 2013, II. Č. 1, s. 13-21. ISSN 1805-7217. Dostupné z www.talentovani.cz.
8. MALINOVÁ, Dagmar. Forms of Education of Gifted Pupil in Mathematics at Primary School. In: CÍRUS, Lukáš. *Usta ad Albim BOHEMICA: XX. Czech-Polish-Slovak Mathematical Conference – Litoměřice 2013*. Ústí nad Labem: UJEP, 2013c. ISSN 1802-825X.
9. MALINOVÁ, Dagmar. The educational proposal for a pupil with the special ability for mathematics. In: BILLICH, Martin. *Mathematica IV: Scientific Issues*. Ružomberok: Verbum, 2012, s. 123-129. ISBN 978-80-8084-954-2.
10. MALINOVÁ, Dagmar. Matematické úlohy pro nadané žáky. In: UHLÍŘOVÁ, M. *Acta Universitatis Palackianae Olomucensis: Matematika 5. Specifika matematické edukace v prostředí primární školy. Sborník příspěvků z konference s mezinárodní účastí*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2012, s. 147-151. ISBN 978-80-244-3048-5. ISSN 0862-9765.
11. MALINOVÁ, Dagmar. *Nadání je třeba rozvíjet. Metodická příručka pro pedagogické pracovníky*. (Text vytvořený v projektu CZ.1.07/1.2.35/02.0025). Most, 2013, s. 56.
12. MALINOVÁ, Dagmar, Roman KROUFEK, Blanka JANÁČKOVÁ, Iva BRTNOVÁ-ČEPIČKOVÁ a Jan MELICHAR. *Pracovní karty pro nadané žáky na 1. stupni základní škol*. (Didaktický materiál vytvořený v projektu *Nadání je třeba rozvíjet CZ.1.07/1.2.35/02.0025*). Most, 2013. (Autor 8 karet, recenzent ostatních karet).
13. MALINOVÁ Dagmar. Divergentní matematická úloha. In: UHLÍŘOVÁ, M. *Acta Universitatis Palackianae Olomucensis: Matematika 6. Matematické vzdělávání v primární škole – tradice, inovace. Sborník příspěvků z konference s mezinárodní účastí*. Olomouc: UP, 2014, s. 137-140. ISBN 978-80-244-4062-0. ISSN 0862-9765.

Ohlasy (citace):

MALINOVÁ Dagmar a Vlastimil CHYTRÝ. Manipulace jako významný aspekt při motivaci žáků v matematice. In: NOVOTNÁ, Jiřina. *Motivace nadaných žáků a studentů v matematice a přírodních vědách*. Brno: MU, 2012, s. 179-186. ISBN 978-80-210-6144-6.

- ZILCHER, Ladislav. *Analýza používaných inkluzivně didaktických strategií v ČR a USA*. Ústí nad Labem: UJEP, 2013, 164 s. ISBN 978-80-7414-680-0.

MALINOVÁ, Dagmar. *Mimořádně nadaný žák v primárním matematickém vzdělávání: Teze k dizertační práci*. Olomouc, Pedagogická fakulta, 2013.

- FLEKOVÁ, Alena a Bohumil NOVÁK. Inquiry-based mathematics education – a challenge and a chance. In: CÍRUS, Lukáš. *Usta ad Albim BOHEMICA: XX. Czech-Polish-Slovak Mathematical Conference*. Ústí nad Labem: UJEP, 2013, s. 35-42. ISSN 1802-825X. MESC: C70, D40. Dostupné z: http://www.pf.ujep.cz/attachments/article/5316/Usta%202013-3_a.pdf

MALINOVÁ, Dagmar a Ivana LATISLAVOVÁ. Rozvíjení předmatematické a matematické gramotnosti u dětí v přípravné třídě. In: KROUFEK, Roman a Jiří ŠLÉGL. *Předškolní vzdělávání v pedagogických, psychologických a sociálních souvislostech*. Ústí nad Labem: UJEP, 2011, s. 117-121. ISBN 978-80-904927-1-4.

- MACHŮ, Eva. Rozvoj matematických dovedností u nadaných dětí předškolního věku. In: NOVOTNÁ, Jiřina. *Motivace nadaných žáků a studentů v matematice a přírodních vědách: sborník abstraktů příspěvků z konference 18.-20. 6. 2012*. 1. vyd. Brno: MU, 2012, s. 33-45. ISBN 9788021058842.

Aktivní vystoupení na konferencích (stručný výběr):

MALINOVÁ, Dagmar. *Challenge of Teaching Mathematically Gifted Children*. 6th International Meeting of Erasmus coordinators and partners of University College of Teacher Education. Klagenfurt, Pädagogische Hochschule Kärnten. 2012. (Rakousko)

MALINOVÁ, Dagmar. *Exkluze intelektově nadaných žáků integrovaných v běžné třídě*. XXI. konference České asociace pedagogického výzkumu - Efektivita vzdělávání v proměnách společnosti, sekce – Etické a morální aspekty ve vzdělávání. Ústí nad Labem, 16.–18. září 2013.

Další odborné aktivity

Přednášky

- 2014, Klagenfurt. Erasmus, pracovní stáž. Přednášky: *Suitable mathematical task – challenge for gifted pupil, gifted pupil challenge for teacher; Magical hexagon and other topics of geometry for primary pupil*.
- 2013, Teplice. Pro psychology – specialisty pro nadané děti a mládež z PPP v Ústeckém kraji. *Učební úlohy pro děti s rozumovým nadáním*.
- 2013, Praha. Pro pedagogy – účastníky kurzu projektu PERUN. *Pedagogická diagnostika intelektového nadání*.

- 2013, Mělník. Pro pedagogický sbor základní školy. *Žák základní školy s matematickým nadáním. Pedagogická diagnostika kognitivního nadání. Diagnostické úlohy.*
- 2013, Duchcov, Žatec, Most. Pro pedagogy ZŠ z Ústeckého kraje. Projekt Nadání je třeba rozvíjet. *Jak pracovat s nadaným žákem: Úlohy pro nadané žáky základní školy; Tvorba úloh; Práce s metodikou a pracovními kartami pro nadaného žáka.*
- 2012, Zlín. Konference o vzdělávání nadaných dětí. *Co vědí studenti učitelství o vzdělávání nadaných v matematice.*
- 2012, Praha. Pro psychology z PPP z celé ČR - krajské koordinátory pro nadané děti a mládež. *Edukační nabídka pro nadaného žáka integrovaného v běžné třídě střední školy.*

Práce v projektech:

- Projekt ESF *Péče, rozvoj a uplatnění nadání (PERUN)*, CZ.1.07/1.2.00/14.0112, který je realizován Národním institutem dětí a mládeže MŠMT: Člen expertního fóra - diskuse k modulovému vzdělávacímu systému podpory vzdělávání nadaných. Přednášky pro pedagogy a psychology.
- Projekt *Nadání je třeba rozvíjet* CZ.1.07/1.2.35/02.0025 koordinování činnosti projektového týmu – pozice *specialista na nadané žáky*.
- Projekt *Univerzitní centrum podpory pro studenty se specifickými vzdělávacími potřebami* CZ.1.07/2.2.00/29.0023. Tvorba výukových lekcí pro předměty Matematika I a Matematika II.
- Projekt *Přírodovědné a technické vzdělávání Ústeckého kraje* CZ.1.07./1.1.00/44.0005. metodik.
- Projekt *Partnerstvím ke zkvalitnění přípravy lidských zdrojů pro přírodovědné a technické vzdělávání* CZ.1.07/2.3.00/45.0034, lektor.
- Projekt *Podpora profesního rozvoje učitelů v počátečním vzdělávání* CZ.1.07/1.3.00/48.0133, garant a lektor vzdělávacího kurzu Diferenciace v primárním a preprimárním vzdělávání a rozvoj matematického myšlení.

ABSTRAKT

Dizertační práce na téma *Mimořádně nadaný žák v primárním matematickém vzdělávání* zaměřuje pozornost na školní vzdělávání specifické skupiny žáků – žáků s mimořádným matematickým nadáním na 1. stupni základní školy. Hlavním cílem dizertační práce je popsat a analyzovat vlastnosti učebních úloh, které se jeví jako významné pro vzdělávání těchto žáků, a interpretovat pozorované jevy, které souvisejí s interakcí mezi nadaným žákem a učební úlohou.

Na základě teoretických východisek vzdělávání intelektově nadaných a dat z první fáze výzkumu o jejich edukaci v pedagogické praxi jsou zkoumány vlastnosti učební úlohy v procesu jejího řešení nadaným žákem. Pozornost je věnována vlastnostem učebních úloh, vhodných pro takového žáka: zejména obtížnosti, tematickému obsahu, preciznosti formulace úlohy, divergentnímu či konvergentnímu charakteru a entropii úlohy. Je vytvořena a ověřena v praxi sada gradovaných úloh vhodných pro samostatnou práci integrovaného žáka s mimořádným matematickým nadáním ve vyučování matematice v běžné třídě v 5. ročníku na 1. stupni základní školy. Metodologie výzkumu je založena na kombinaci kvantitativních a kvalitativních postupů. Byl zvolen smíšený design výzkumu, těžiště výzkumu je v kvalitativních postupech.

Klíčová slova: Nadaný žák, intelektové nadání, primární vzdělávání, matematika, učební úloha, sada úloh, entropie.

ABSTRACT

This dissertation thesis on the topic of *Exceptionally gifted pupil in primary mathematics education* focuses attention on school education of specific group of students - students with exceptional mathematical talent at the first grade of primary school. The main goal of the thesis is to describe and analyze the properties of tasks that appear to be important for the education of these (gifted) students, and to interpret the observed phenomena which are related to interaction between a gifted student and task.

Based on the theoretical education basis of intellectually gifted and data from the first phase of research on the education in pedagogical practice are examined characteristics of task in the process of solving by a gifted student. Attention is given to properties of mathematical tasks suitable for such a pupil: especially difficulty, thematic content, precision of problem formulation, divergent or convergent nature and entropy of task. The set of appropriate tasks with increasing difficulty is designed and verified in a practice for independent work of integrated pupil with exceptional mathematical talent in mathematic lessons in a regular class in 5th year at the first grade of primary school. Research methodology is based on a combination of quantitative and qualitative methods. It was chosen a mixed research design which center is in qualitative procedures.

Key words: Gifted pupil, intellectual giftedness, primary education, mathematics, task, set of tasks, entropy rate.