



**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA STAVEBNÍ**

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

**ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY**

INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

**MODELOVÁNÍ POČÁTEČNÍHO ZAKŘIVENÍ PRUTŮ  
PŘI ANALÝZE MODELŮ KONSTRUKCÍ**

MODELING THE INITIAL CURVATURE OF MEMBERS IN THE ANALYSIS OF STRUCTURAL  
MODELS

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

BACHELOR'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

Jana Aligerová

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

Ing. Zbyněk Vlk, Ph.D.

BRNO 2023

## Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav stavební mechaniky
Studentka:	<b>Jana Aligerová</b>
Vedoucí práce:	<b>Ing. Zbyněk Vlk, Ph.D.</b>
Akademický rok:	2022/23
Studijní program:	B3607 Stavební inženýrství
Studijní obor:	Pozemní stavby

Děkan Fakulty Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

### **Modelování počátečního zakřivení prutů při analýze modelů konstrukcí**

#### **Stručná charakteristika problematiky úkolu:**

Pruty stavebních konstrukcí se při výpočtech modelují převážně jako dokonalé přímé s konstantním průřezem. Tato představa zjednodušuje výpočty, ale odklání se od reality. Zavedením různých počátečních zakřivení prutů se lze přiblížit ke skutečnému chování konstrukcí.

#### **Cíle a výstupy bakalářské práce:**

Úkolem této práce je analýza vybraných prutů modelu dřevěné konstrukce s různě modelovaným počátečním zakřivením těchto prutů. Pro analýzu bude použit vybraný programový výpočetní systém. Získané výsledky budou, jak vzájemně porovnány, tak porovnány s ručním řešením na zjednodušeném modelu.

#### **Seznam doporučené literatury a podklady:**

- [1] ČSN EN 1991-1 - Zatížení konstrukcí
- [2] Bittnar Z., Šejnoha J. - Numerické metody mechaniky 1,2
- [3] Kadlčák J., Kytýr J. - Statika stavebních konstrukcí I a II

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku.

V Brně, dne 21. 11. 2022

L. S.

---

prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.  
vedoucí ústavu

---

Ing. Zbyněk Vlk, Ph.D.  
vedoucí práce

---

prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc., MBA, dr. h. c.  
děkan

## ABSTRAKT

Bakalářská práce se zabývá chováním tlačných nepřímých prutů z hlediska jejich stability.

Pro řešení budou použity tři modely nepřímých prutů s různými druhy zakřivení – model prutu s počátečním zakřivením, model prutu s počátečním zalomením a model prutu nepřímého vlivem zatížení. Pro tyto tři modely bude zhotovena parametrická studie prutu, ve které se provede výpočet na prutu s počátečními vlastnostmi shodnými pro všechny typy modelů.

V další části bude sledována závislost kritické síly a počáteční výchylky na chování modelů prutů s počátečním zakřivením a zalomením.

Dále se provede posouzení prutu z hlediska únosnosti. V tomto posouzení budeme srovnávat zjednodušenou metodu výpočtu na zakřiveném prutu a posouzení z hlediska pevnostního pojetí vzpěru.

Získané znalosti v oblasti teorie stability na nepřímém prutu budou aplikovány na reálnou konstrukci rozhledny Borůvka u Hluboké.

## KLÍČOVÁ SLOVA

stabilita, nepřímé pruty, zjednodušení, pevnostní pojetí vzpěru, kritická síla, počáteční výchylka, vzpěrná délka, štíhlost, průhyb, napětí

## ABSTRACT

This bachelor's thesis deals with the reaction of pressed indirect members in terms of their stability.

Three models of indirect members with different types of curvature will be used for the solution – a member model with initial curvature, a member model with initial bending and a member model indirect due to load. For these three models, a parametric study of the member will be made in which a calculation will be performed on a member with initial properties identical for all types of models.

In the next section, the dependence of critical force and initial deflection on the behaviour of the member models with initial curvature and bending will be investigated.

Furthermore, the member design will be carried out in terms of load carrying capacity. In this design, a comparison will be made between the simplified method of calculation on the curved members and the design in terms of the buckling strength concept.

The acquired knowledge in the field of stability theory on an indirect member will be applied to the real structure of the lookout tower Borůvka near Hluboká.

## KEYWORDS

stability, indirect members, simplification, the buckling strength concept, critical force, initial deflection, buckling length, slenderness, sag, stress

## BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

ALIGEROVÁ, Jana. *Modelování počátečního zakřivení prutů při analýze modelů konstrukcí*. Brno, 2023. 87 s., 1 s. přílohy. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky. Vedoucí Ing. Zbyněk Vlček, Ph.D.

## PROHLÁŠENÍ O SHODĚ LISTINNÉ A ELEKTRONICKÉ FORMY ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Prohlašuji, že elektronická forma odevzdané bakalářské práce s názvem *Modelování počátečního zakřivení prutů při analýze modelů konstrukcí* je shodná s odevzdanou listinnou formou.

V Brně dne 25. 5. 2023

---

Jana Aligerová

autor

## PROHLÁŠENÍ O PŮVODNOSTI ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci s názvem *Modelování počátečního zakřivení prutů při analýze modelů konstrukcí* zpracovala samostatně a že jsem uvedla všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 25. 5. 2023

---

Jana Aligerová

autor

## PODĚKOVÁNÍ

Nejprve bych ráda poděkovala vedoucímu mé bakalářské práce panu Ing. Zbyňkovi Vlkovi, Ph.D. za odborné vedení, podnětné rady, trpělivé jednání a za čas, který mi věnoval. Další velké poděkování patří mé rodině, blízkým a přátelům, kteří mi vždy byli velkou podporou.

## Obsah

1.	Úvod.....	10
2.	Stabilita.....	11
2.1.	Stabilita ideálně přímého prutu.....	11
2.1.1.	Eulerova kritická síla.....	13
2.1.2.	Vzpěrná délka.....	14
2.1.3.	Štíhlost.....	14
2.2.	Stabilita nepřímého prutu.....	15
2.2.1.	Pevnostní pojetí vzpěru .....	15
3.	Modely prutů.....	16
3.1.	Ideálně přímé pruty .....	16
3.2.	Nepřímé pruty.....	16
3.2.1.	Pruty nepřímé vlivem zatížení .....	17
3.2.2.	Nepřímé pruty s počáteční deformací.....	17
3.2.2.1.	Pruty s počátečním zakřivením.....	17
3.2.2.2.	Pruty s počátečním zalomením.....	18
4.	Parametrická studie prutu .....	18
4.1.	Vstupní parametry .....	18
4.2.	Výpočet pro jednotlivé modely prutů .....	19
4.2.1.	Eulerova kritická síla.....	19
4.2.2.	Vzpěrná délka.....	19
4.2.3.	Štíhlost.....	19
4.2.4.	Výpočet prutu s počátečním zakřivením.....	20
4.2.4.1.	Průhyby .....	20
4.2.4.2.	Napětí.....	20
4.2.5.	Výpočet prutu s počátečním zalomením .....	21
4.2.5.1.	Vereščaginovo pravidlo .....	21
4.2.5.2.	Průhyby .....	21
4.2.5.3.	Napětí.....	24
4.2.6.	Výpočet prutu nepřímého vlivem zatížení .....	24
4.2.6.1.	Průhyby .....	24
4.2.6.2.	Napětí.....	27
4.3.	Porovnání výsledných iterací.....	27
4.4.	Vliv velikosti tlakové síly a počáteční výchylky na deformace a napětí nepřímých prutů.....	38
4.4.1.	Vstupní parametry .....	38
4.4.2.	Eulerova kritická síla.....	38
4.4.3.	Počáteční výchylka.....	38
4.4.4.	Štíhlost.....	39
4.4.5.	Výpočet.....	39
4.4.5.1.	Průhyby .....	39
4.4.5.2.	Napětí.....	40



4.5.	Posouzení prutů z hlediska únosnosti.....	42
4.5.1.	Závislost maximální počáteční výchylky na velikosti normálové síly.....	42
4.5.2.	Pevnostní pojetí vzpěru .....	42
4.5.2.1.	Vstupní parametry.....	42
4.5.2.2.	Vstupní parametry v závislosti na materiálových a fyzikálních vlastnostech dřeva...	42
4.5.2.3.	Výpočtová únosnost.....	43
4.5.2.4.	Vzpěrná únosnost.....	43
4.5.3.	Zjednodušený výpočet na deformovaném prutu.....	43
4.5.4.	Posouzení.....	44
5.	Aplikace teorie na statickou konstrukci rozhledny.....	44
5.1.	Popis konstrukce.....	44
5.2.	Podklady.....	45
5.3.	Výpočtový model.....	45
5.4.	Zatížení.....	47
5.4.1.	Stálé zatížení.....	47
5.4.1.1.	Vlastní tíha.....	47
5.4.1.2.	Ostatní stálé zatížení .....	48
5.4.2.	Proměnné zatížení.....	51
5.4.2.1.	Užitné zatížení.....	51
5.4.2.2.	Zatížení sněhem.....	51
5.4.2.3.	Zatížení Větrem.....	54
5.5.	Posouzení prutů z hlediska únosnosti.....	80
5.5.1.	Vstupní parametry.....	80
5.5.2.	Eulerova kritická síla.....	80
5.5.3.	Štíhlost.....	81
5.5.4.	Pevnostní pojetí vzpěru .....	81
5.5.4.1.	Vstupní parametry v závislosti na materiálových a fyzikálních vlastnostech dřeva...	81
5.5.4.2.	Výpočtová únosnost.....	81
5.5.4.3.	Vzpěrná únosnost.....	81
5.5.5.	Zjednodušený výpočet na deformovaném prutu.....	81
5.5.5.1.	Výsledné iterace průběhů napětí.....	82
5.5.6.	Posouzení.....	83
6.	Závěr.....	84
7.	Seznam použitých zdrojů.....	85
8.	Seznam obrázků.....	85
9.	Seznam tabulek.....	86
10.	Seznam příloh.....	88
10.1.	Příloha 1.....	88

## 1. Úvod

Tato bakalářská práce se bude zabývat chováním tlačných nepřímých prutů z hlediska jejich stability. Pro řešení budou použity tři modely nepřímých prutů s různými druhy zakřivení – model prutu s počátečním zakřivením, model prutu s počátečním zalomením a model prutu nepřímého vlivem zatížení, přičemž model prutu s počátečním zalomením bude uvažován jako zjednodušený model prutu s počátečním zakřivením.

Pro tyto tři modely bude zhotovena parametrická studie prutu, ve které se provede výpočet na prutu s počátečními vlastnostmi shodnými pro všechny typy modelů. Na každém modelu prutu bude demonstrován jiný druh zakřivení, ale všechny budou zatíženy svislou tlakovou silou, budou mít shodnou počáteční výchylku a budou vyšetřovány dle teorie II. řádu. Pro každý model prutu se provede výpočet iterací průběhů deformací ve formě průhybů a výpočet iterací průběhů napětí. Jednotlivé iterace se budou provádět dokud se výsledky co nejvíce nepřiblíží skutečnému řešení (hodnoty průběhů a napětí téměř přestanou narůstat). Následně budou porovnány výsledné průběhy iterací mezi jednotlivými typy modelů prutů.

V další části bude zkoumána závislost kritické síly a počáteční výchylky na chování modelů prutů s počátečním zakřivením a zalomením. Budou se posuzovat pouze tyto dva modely z důvodu předpokladu, že prut s počátečním zalomením reprezentuje zjednodušený průhybu prutu s počátečním zakřivením. Pro tuto část bude počáteční výchylka stanovena procentuálním zastoupením z délky prutu.

Dále se provede posouzení prutu z hlediska únosnosti. Z hlediska spolehlivosti tlačných štíhlých prutů z řešení stability ideálně přímých prutů se jedná o stabilitní pojetí vzpěru. Jelikož v této práci budeme řešit pruty, které jsou nepřímé (jedná se o model reálného prutu s jistými imperfekcemi), budeme se zabývat tzv. pevnostním pojetím vzpěru.

V tomto posouzení budeme srovnávat zjednodušenou metodu výpočtu na zakřiveném prutu a posouzení z hlediska pevnostního pojetí vzpěru.

Získané znalosti v oblasti teorie stability na nepřímém prutu budou aplikovány na reálnou konstrukci rozhledny Borůvka u Hluboké. Pro tuto rozhlednu bude stanoveno příslušné zatížení a bude vytvořen model v programu SCIA Engineer.

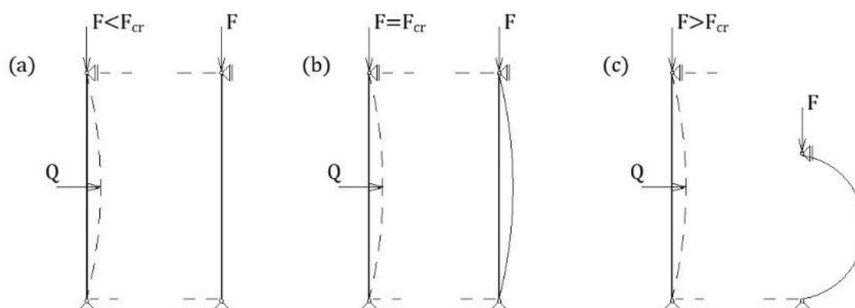
## 2. Stabilita

Z hlediska stability prutu rozlišujeme dva případy – stabilitu ideálně přímého prutu a stabilitu reálného prutu, který není ideálně přímý (dále označený jako nepřímý prut). V této práci se budeme zabývat výhradně řešením stability na nepřímých dřevěných prutech.

### 2.1. Stabilita ideálně přímého prutu

Štíhlé pruty, namáhané tlakem, při svém selhání vždy vybočí ze svého původně přímého tvaru (ohnou se) – jde o tzv. vzpěrný tlak, nikoli o tlak prostý, jako je tomu u masivních průřezů. Odolnost proti tomuto porušení označujeme, jako vzpěrnou pevnost. Při dosažení určité kritické hodnoty tlakové síly (Eulerovi kritické síly  $F_{cr}$ ) dojde ke ztrátě stability prutu [1].

Otázku stability tlačенého prutu můžeme formulovat takto: k prutu osově tlačенému silou  $F$  přiložíme např. příčnou sílu  $Q$ , pomocí které prut vychýlíme, a pak tuto sílu odejmeme. Pokud se prut po pominutí dočasného impulsu vrátí do původního stavu, tj. znovu se napřímí (obr. a), je jeho stav stabilní. Naopak samovolný další růst deformace prutu (jeho vybočení – obr. c) znamená nestabilní stav. Mezilehlý případ, kdy zůstane prut ohnut, ale jeho průhyby nadále nerostou (obr. b), je rozhraním mezi oběma předešlými případy a tomu odpovídající síla se označuje jako kritická síla  $F_{cr}$  [1].



**Obr. 2. 1** *Stabilní, indiférentní a nestabilní stav tlačенého ideálního prutu*

Vyšetření této síly je řešeno dle postupu (Eulerova), který vychází z diferenciální rovnice ohybové čáry. Použijeme tedy teorii II. řádu, tedy statické účinky budeme vyšetřovat na deformovaném prutu, neboť jedině tak můžeme do úvahy zahrnout ohybové momenty vyvolané tlakovou silou na rameni závislém na velikosti průhybu, jež jsou pro řešení podstatné [1].

Deformace pokládáme za malé, takže pro křivost prutu zůstává v platnosti zjednodušená rovnice

$$\frac{1}{r} = -w'' \tag{2.1}$$

a z ní odvozená diferenciální rovnice

$$w'' = -\frac{M}{EI}. \quad (2.2)$$

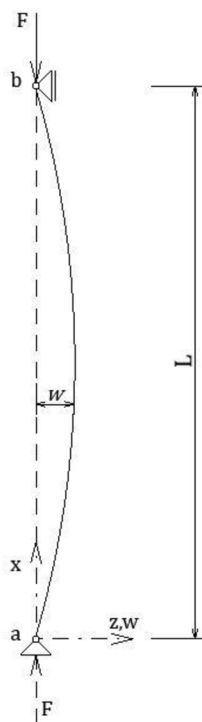
Pro ukázkou odvození vztahu kritické síly budeme vyšetřovat oboustranně kloubově podepřený prut stálého průřezu zatížený tlakovou silou  $F$  [1].

Z momentových podmínek plyne, že vodorovné podporové reakce jsou rovny nule, takže ohybový moment v obecném průřezu, počítaný dle teorie II. řádu, tedy na deformovaném prutu, je

$$M = M(x) = Fw. \quad (a)$$

Dosazením do diferenciální rovnice ohybové čáry druhého řádu (2.2) je

$$w'' = -\frac{M}{EI} = -\frac{F}{EI} w. \quad (b)$$



**Obr. 2.2** Prut oboustranně kloubově podepřený

Zavedeme označení

$$\alpha^2 = \frac{F}{EI} \quad (2.3)$$

a rovnice (b) pak bude po úpravě

$$w'' + \alpha^2 w = 0. \quad (2.4)$$

Její obecné řešení je

$$w = C_1 \sin \alpha x + C_2 \cos \alpha x. \quad (c)$$

Okrajové podmínky požadují, aby průhyb na obou koncích, tj. v  $x = 0$  a  $x = L$  byl nulový, odkud

$$C_2 = 0, \quad C_1 \sin \alpha L = 0. \quad (2. 1)$$

Pokud by bylo  $C_1 = 0$ , znamenalo by to, že prut je přímý,  $w(x) = 0$ ; jde o tzv. triviální řešení rovnice (2. 4). Aby byly průběhy nenulové, musí tedy být

$$\sin \alpha L = 0, \quad (2. 2)$$

což je splněno při

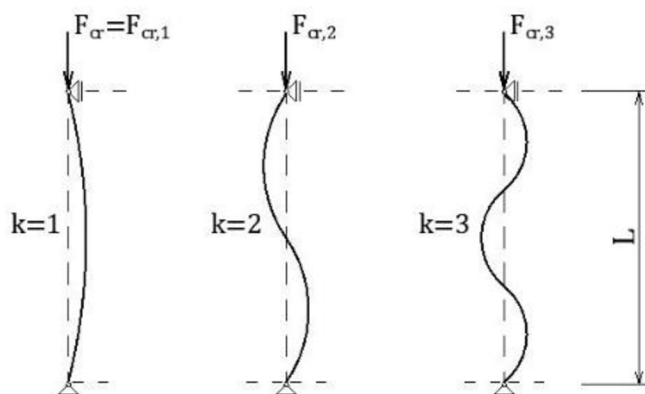
$$\alpha L = k\pi, \quad k = 1, 2, 3, \dots [1] \quad (2. 3)$$

Dosazením do rovnice (c) je tvar ohybové čáry

$$w = C_1 \sin \frac{k\pi x}{L} \quad (2. 4)$$

a dosazením z (2. 7) do rovnice (2. 3) po úpravě

$$F_{cr,k} = F_k = k^2 \pi^2 \frac{EI}{L^2} [1]. \quad (2. 5)$$



**Obr. 2. 1** Ztráta stability kloubově podepřeného prutu [1]

Z řešení úlohy tedy vyplývá, že prut může vybočit ve tvaru sinusovky o  $k$  půlvlnách při dosažení příslušné  $k$ -té kritické síly (obr. 2. 3).

Praktický význam má nejnižší hodnota (pro  $k = 1$ ), kterou označujeme jako Eulerovu kritickou sílu, při níž vybočí prut ve tvaru jedné sinusové půlvlny. Konstanta  $C_1$  zůstává neurčena, což odpovídá indiferentnímu stavu [1].

### 2.1.1. Eulerova kritická síla

Jedná se o sílu, která představuje tedy kritickou hodnotu zatížení, při jejímž překročení dojde ke ztrátě stability prutu.

Pro výpočet Eulerovy kritické síly je třeba znát geometrické a materiálové vlastnosti. Tato síla závisí na délce prutu  $l$ , na způsobu podepření  $\beta$ , na modulu pružnosti materiálu  $E$  a na momentu setrvačnosti průřezu  $I$ .

Síla má tvar

$$F_{cr} = \pi^2 \cdot \frac{EI}{L_{cr}^2}, \quad (2.6)$$

kde způsob podepření konstrukce  $\beta$  a délka prutu  $l$  tvoří vzpěrnou délku  $L_{cr}$  [1].

### 2.1.2. Vzpěrná délka

Vzpěrná délka je délka kloubově uloženého prutu shodné ohybové tuhostí  $EI$ , který ztratí stabilitu (vybočí) při stejné kritické síle  $F_{cr}$ .

Tato délka závisí na základních případech podepření prutů. Vztah pro výpočet vzpěrné délky vypadá takto

$$L_{cr} = \beta l. \quad (2.7)$$

Obr. 2. 2 Přehled základních Eulerových případů, vzpěrné délky [1]

Pro náš případ bude použito prosté podepření. Součinitel  $\beta$  bude tedy  $\beta = 1$  [1].

### 2.1.3. Štíhlost

Štíhlost je dalším parametrem potřebným k posouzení stability prutů. Jedná se o bezrozměrné číslo, které souhrnným způsobem charakterizuje geometrické parametry prutu a jeho podepření. Závisí na vzpěrné délce a poloměru setrvačnosti průřezu k hlavní centrální ose.

Vztah pro výpočet štíhlosti tedy vypadá takto

$$\lambda = \frac{L_{cr}}{i}, \quad (2.8)$$

kde  $L_{cr}$  je výše vysvětlena vzpěrná délka, a  $i$  je poloměr setrvačnosti [1].

## 2.2. Stabilita nepřímého prutu

Jedná se o problém ztráty stability na tzv. nepřímém prutu při dosažení určité kritické hodnoty tlakové síly.

Jde o kombinaci vzpěrného tlaku s ohybem, je nutné tedy respektovat vzpěrné účinky tlakové síly – teorie II. řádu (statické účinky budou vyšetřovány na deformovaném prutu). Výpočet parametrů pro nepřímé pruty (kritická síla, vzpěrná délka, štíhlost, ...) je shodný s výpočtem pro přímé pruty [1].

### 2.2.1. Pevnostní pojetí vzpěru

Vycházíme-li při posuzování spolehlivosti tlačných štíhlých prutů z řešení stability ideálního (přímého, centricky zatíženého) prutu, hovoříme o tzv. stabilitním pojetí vzpěru.

Při pevnostním pojetí opouštíme představu ideálního prutu a vycházíme z určitého modelu reálného prutu, který má jisté imperfekce (nedokonalosti), např. tím, že je zakřivený nebo vychýlený, má nahodilé excentricity v působení tlakových sil apod. Tyto imperfekce se pak zavedou do výpočtu a respektují se přitom účinky dle teorie II. řádu [1].

= Posouzení na mezní stav únosnosti [1]

Posouzení na mezní stav únosnosti spočívá v tom, že výpočtová normálová síla  $N_{sd}$ , která v prutu vznikne, nesmí překročit jeho vzpěrnou únosnost:

$$N_{sd} \leq N_{Rd} \quad (2.9)$$

Postup při posouzení dřevěných prutů spočívá v těchto krocích:

- určíme geometrické charakteristiky průřezu:  $A, I, i$ ,
- dle způsobu uložení (obr. 2. 4) stanovíme vzpěrnou délku
- určíme štíhlost dle rovnice (2. 12),
- stanovíme výpočtovou pevnost  $f_d$  – v závislosti na pevnosti dřeva v tlaku  $f_k$ , modifikačním součiniteli  $k_{mod}$  (vliv prostředí a druhu zatížení) a součiniteli materiálu  $\gamma_M$

$$f_d = k_{mod} \frac{f_k}{\gamma_M} \quad (2.10)$$

- v tabulce (1. 1) vyhledáme součinitel vzpěrnosti  $\chi$  – v závislosti na vypočtené štíhlosti

**Tabulka 2. 1** Součinitel vzpěrnosti pro dřevo (ČSN, ENV)

$\lambda$	0	10	20	30	40	50	60	70	80
$\varphi$	1	0,99	0,97	0,93	0,87	0,80	0,71	0,61	0,48
$k_c$	1	1	1	0,99	0,93	0,83	0,69	0,55	0,44
$\lambda$	90	100	110	120	130	140	150	175	200
$\varphi$	0,38	0,31	0,26	0,22	0,18	0,15	0,13	0,10	0,08
$k_c$	0,36	0,30	0,25	0,21	0,18	0,16	0,14	0,10	0,08

- vypočteme vzpěrnou únosnost

$$N_{Ra} = \chi A f_d \quad (2. 11)$$

- posoudíme prut dle rovnice (2. 13)

### 3. Modely prutů

Pro řešení stability uvažujeme dva typy modelů prutů – pruty ideálně přímé a pruty nepřímé.

#### 3.1. Ideálně přímé pruty

Pruty přímé jsou ideální pružné pruty dokonale centricky zatížené. Při dosažení určité hodnoty kritické tlakové síly na těchto prutech dochází ke ztrátě stability. Výpočet těchto prutů je založen na teorii II. řádu [1]. (Viz obr. 2. 2)

#### 3.2. Nepřímé pruty

Pruty nepřímé jsou naopak takové pruty, které nejsou ideálně přímé – působí kromě centrického také příčné zatížení, když jsou pruty zakřivené apod.

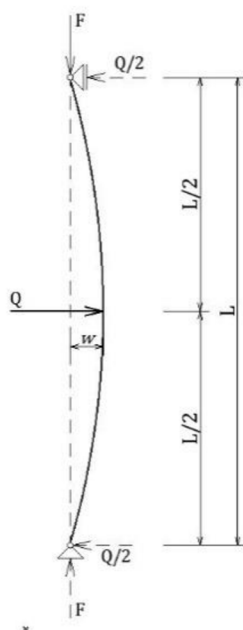
Jedná se tedy o problém ztráty stability nepřímého prutu při dosažení určité kritické hodnoty tlakové síly. Pruty budou vyšetřovány podle teorie II. řádu (statické účinky budou vyšetřovány na deformovaném prutu).

U nepřímých prutů převádíme účinky vzpěru na účinky ohybu ve spolupůsobení s tlakem.

Nepřímé pruty dělíme dále do dvou kategorií – Pruty nepřímé vlivem zatížení a pruty s počáteční deformací.



### 3.2.1. Pruty nepřímé vlivem zatížení



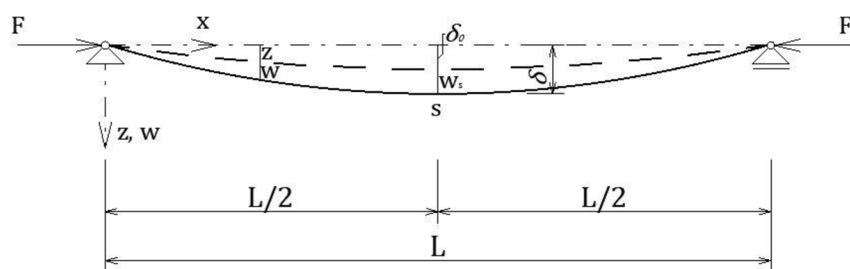
**Obr. 3.1** Kloubově podepřený prut zatížený příčnou silou

Pod názvem pruty nepřímé vlivem zatížení si můžeme představit prut, který je zatížen nejprve příčnou silou a poté je ještě přitížen svislou tlakovou silou. Příčná síla vyvozuje na prutu deformaci v podobě počátečního průhybu a tím pádem se jedná o nepřímý prut [1].

### 3.2.2. Nepřímé pruty s počáteční deformací

Pojmem nepřímé pruty s počáteční deformací můžeme označit pruty, které jsou libovolně zakřivené, ale nejčastěji se modelují jako pruty s počátečním zakřivením.

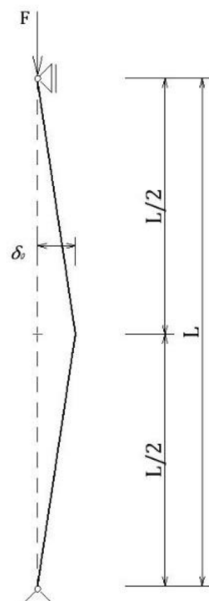
#### 3.2.2.1. Pruty s počátečním zakřivením



**Obr. 3.2** Prut s počátečním zakřivením

Jedná se o prut, který je v nezatíženém stavu zakřiven ve tvaru jedné sinusové půlvlny. Prut je na svých koncích zatížen silou  $F$ , jejíž vlivem se pružně ohne [1].

### 3.2.2.2. Pruty s počátečním zalomením



Obr. 3. 3 Prut s počátečním zalomením

Jedná se o prut, který je v nezatíženém stavu zakřiven ve tvaru lomeného prutu. Prut je v horní podpoře zatížen silou  $F$ , jejíž vlivem se zjednodušeně lomově ohne. Jedná se vlastně o zjednodušení průhybu prutu s počátečním zakřivením – místo počátečního zakřivení ve tvaru sinusové půlvlny se prut nalomí a obě ramena od zlomu zůstávají přímá.

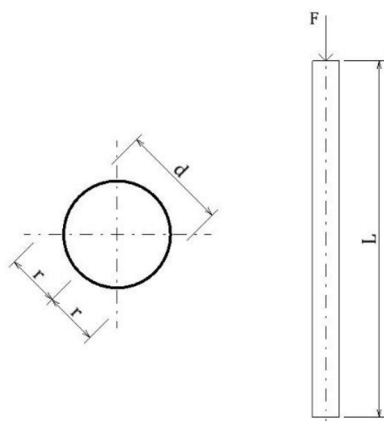
## 4. Parametrická studie prutu

Pro obecný výpočet a ověření teorie stability nepřímého prutu je zvolen dřevěný prut kruhového průřezu, výšky 10 m a průměru 250 mm. Tento průřez bude analyzován pro různé typy nepřímých prutů a vždy bude zatěžován pro příklad **10 procenty** kritické síly.

### 4.1. Vstupní parametry

Jedná se o dřevěný prut pevnostní třídy C24.

- Modul pružnosti –  $E = 11 \cdot 10^6 \text{ KPa}$
- Moment setrvačnosti –  $I = 1,917 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$
- Délka prutu –  $L = L_{cr} = 10 \text{ m}$
- Průměr prutu –  $d = 0,250 \text{ m}$
- Poloměr prutu –  $r = 0,125 \text{ m}$
- Poloměr setrvačnosti –  $i = 0,0625 \text{ m}$
- Plocha průřezu –  $A = 0,049 \text{ m}^2$



Obr. 4.1 Geometrie prutu

## 4.2. Výpočet pro jednotlivé modely prutů

### 4.2.1. Eulerova kritická síla

Výpočet dle rovnice (2. 10)

$$F_{cr} = \pi^2 \cdot \frac{EI}{L_{cr}^2} = \pi^2 \cdot \frac{11 \cdot 10^6 \cdot 1,917 \cdot 10^{-4}}{10^2} = \mathbf{208,172 \text{ kN}}$$

Pro výpočet bude použito 10% kritické síly, tedy  $F = \mathbf{20,8172 \text{ kN}}$ .

Pro porovnání průběhů průhybů s jednotlivými druhy počátečních zakřivení bude provedeno vždy pět iterací průhybů. Rozhodující bude poslední iterace, jelikož se zde průhyby již zásadně neliší (jsou nejbližší ke skutečnému řešení).

### 4.2.2. Vzpěrná délka

Výpočet dle rovnice (2. 11)

$$L_{cr} = \beta \cdot L = 1 \cdot 10 = \mathbf{10 \text{ m}}$$

### 4.2.3. Štíhlost

Výpočet dle rovnice (2. 12)

$$\lambda = \frac{L_{cr}}{i} = \frac{10}{0,0625} = \mathbf{160}$$

Tato hodnota platí pro všechny modely prutů.

#### 4.2.4. Výpočet prutu s počátečním zakřivením

Viz kapitola 3.2.2.1.

Výpočet – obecně známý – vztahy pro výpočet – viz [1]

Za počáteční výchylku prutu  $\delta_0$  je uvažována hodnota  $1,975 \cdot 10^{-2}$ , což je odpovídající hodnota počátečního průhybu  $w_0$  u prutu nepřímého vlivem zatížení. Tato hodnota se použije z důvodu porovnání výsledků. Prut se bude posuzovat v polovině rozpětí, tedy v  $x = 5$  m.

Jedná se o skutečné řešení prutu – vzhledem k použité literatuře [1] není uvažováno zjednodušení.

##### 4.2.4.1. Průhyby

###### Postup výpočtu

- Výpočet průhybu ve středu rozpětí:

$$w_s = \delta_0 \frac{F}{F_{cr} - F} = 1,975 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{20,8172}{208,172 - 20,8172} = 2,195 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

- Výpočet ohybového momentu:

$$M = F(\delta_0 + w_s) \sin \frac{\pi x}{l} = 20,8172 \cdot (1,975 \cdot 10^{-2} + 2,195 \cdot 10^{-3}) \cdot \sin \frac{\pi \cdot 5}{10} = 0,457 \text{ kNm}$$

- Výpočet celkové výchylky:

$$\delta = \delta_0 + w_s = \delta_0 + \delta_0 \frac{F}{F_{cr} - F} = \delta_0 \frac{1}{1 - F/F_{cr}} = 1,975 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{20,8172}{1 - 20,8172/208,172} = 0,022 \text{ m}$$

- Vypočtené iterace:

Vzhledem k použité literatuře [1] je všech 5 iterací průhybů stejných.

$$w_s = w_{0,1,2,3,4} = 2,195 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

##### 4.2.4.2. Napětí

Jelikož se jedná o kruhový průřez prutů, tak napětí od ohybového momentu v tahu a tlaku je shodné a na tomto základě se bude dále pro jednoduchost uvažovat s kladnými hodnotami napětí, i když se jedná o tlakové napětí.

Celkové napětí prutu se vypočte ze vztahu

$$\sigma = \frac{M}{I} \cdot r + \frac{F}{A} \quad (4.1)$$

A – plocha kruhového průřezu prutu -  $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 0,125^2 = 0,049 \text{ m}^2$

r – svislá vzdálenost od těžiště kruhového průřezu k horním či dolním vláknům -  $r = 0,125 \text{ m}$

Hodnota plochy A a vzdálenosti k těžišti r budou pro všechny výpočty napětí stejné.

Napětí pro všech 5 iterací je tedy:

$$\sigma_{0,1,2,3,4} = \frac{0,457}{1,917 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,125 + \frac{20,8172}{0,049} = \mathbf{721,954 \text{ kPa}}$$

#### 4.2.5. Výpočet prutu s počátečním zalomením

Viz kapitola 3.2.2.2.

Je proveden zjednodušený výpočet.

Výpočet průhybu byl proveden ručně pomocí metody jednotkových sil – Vereščaginovo pravidlo.

Za počáteční výchylku prutu  $\delta_0$  je uvažována hodnota  $1,975e-02$ , což je odpovídající hodnota počátečního průhybu  $w_0$  u prutu nepřímého vlivem zatížení. Tato hodnota se použije z důvodu porovnání výsledků. Prut se bude posuzovat v polovině rozpětí, tedy v  $x = 5$  m.

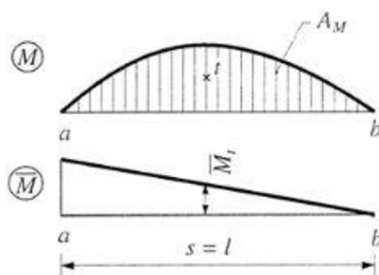
Pro zjednodušení výpočtu byly zanedbány průběhy posouvajících a normálových sil a je uvažován lineární průběh momentů.

##### 4.2.5.1. Vereščaginovo pravidlo

Je-li funkce  $M(x)$  libovolná spojitá hladká funkce a  $\bar{M}(x)$  lineární funkce (od  $\bar{F} = 1, \bar{M} = 1$ ), pak platí

$$\int_0^s M \bar{M} ds = \int \frac{\bar{M} M_0}{EI} dx$$

= Hodnota integrálu ze součinu dvou uvedených funkcí je rovna součinu plošného obsahu momentového obrazce od libovolné funkce a pořadnice u lineární funkce v místě těžiště obrazce s libovolnou funkcí.



Obr. 4. 2 Vereščaginovo pravidlo

##### 4.2.5.2. Průhyby

###### Postup výpočtu

Nejprve se určí moment od svislé síly  $M_0$  a moment od virtuální jednotkové příčné síly  $\bar{M}$ . Z těchto dvou momentů se získá Vereščaginovým pravidlem počáteční průhyb (první iterace).

- **Stanovení momentu od svislé síly:**

Vzhledem k lomenému prutu není třeba výpočet reakcí. Rovnou se stanoví maximální hodnota momentu od svislé síly  $F$  v polovině rozpětí součinem síly  $F$  a počáteční výchylky  $\delta_0$ .

o **Moment od svislé síly:**

$$M_0 = F \cdot \delta_0 = 20,8172 \cdot 1,975 \cdot 10^{-2} = \mathbf{0,4112 \text{ kNm}}$$

- **Stanovení momentu od virtuální jednotkové příčné síly:**

Jednotková příčná síla se umístí do lomu prutu na místo počáteční výchylky  $\delta_0$  a pro tento zatěžovací stav se určí reakce a ohybový moment.

o **Reakce od jednotkové síly:**

$$Mia = 0: Rbx_{,1} = \frac{L}{L} = \frac{10}{10} = \frac{1}{2} \text{ kN}$$

$$Fix = 0: Rax_{,1} = -Rbx + 1 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} \text{ kN}$$

$$Fiz = 0: Raz = \mathbf{0 \text{ kN}}$$

o **Moment od jednotkové síly:**

$$\bar{M} = Rbx_{,1} \cdot \frac{L}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{2} = \mathbf{2,5 \text{ kNm}}$$

- **Výpočet průhybu Vereščaginovým pravidlem:**

$z_{0,1}$  - pořadnice v obrazci momentu  $\bar{M}$ , v místě těžiště obrazce momentu  $M_0$ :

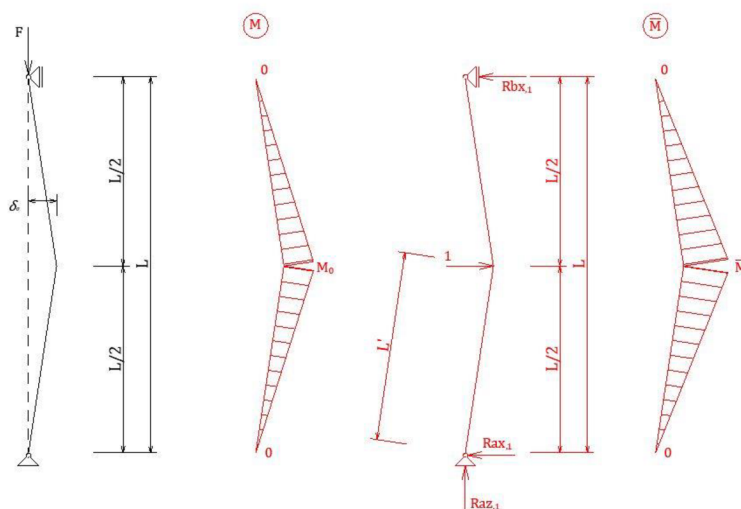
$$z_{0,1} = \frac{\bar{M} \cdot \frac{L}{2}}{\frac{L}{2}} = \frac{2,5 \cdot \frac{10}{2}}{\frac{10}{2}} = \frac{5}{3} \cong \mathbf{1,6667}$$

$L'$  - skutečná délka jedné části lomeného prutu:

$$L' = \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + (\delta_0)^2} = \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + (1,975 \cdot 10^{-2})^2} = \mathbf{5,00004 \text{ m}}$$

$w_0$  - počáteční průhyb (první iterace):

$$\begin{aligned} w_0 &= \int \frac{\bar{M} M_0}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \left( \left[ \left( \frac{L' \cdot M_0}{2} \right) \cdot z_0 \right] + \left[ \left( \frac{L' \cdot M_0}{2} \right) \cdot z_1 \right] \right) = \\ &= \frac{1}{11 \cdot 10^6 \cdot 1,917 \cdot 10^{-4}} \cdot \left( \left[ \left( \frac{5,00004 \cdot 0,4112}{2} \right) \cdot 1,6667 \right] + \left[ \left( \frac{5,00004 \cdot 0,4112}{2} \right) \cdot 1,6667 \right] \right) = \mathbf{1,625 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \end{aligned}$$



**Obr. 4.3** Výpočet Vereščaginovým pravidlem

Dále se stanoví nový moment  $M_1$  pro výpočet druhé derivace.

Tento moment se získá součinem svislé síly  $F$  se součtem vypočteného počátečního průhybu  $w_0$  s počáteční výchylkou  $\delta_0$ .

Z tohoto momentu se tedy stanoví druhá iterace průhybu metodou jedno tkových sil.

- **Moment pro výpočet druhé iterace průhybu  $w_1$ :**

$$M_1 = F \cdot (w_0 + \delta_0) = 20,8172 \cdot (1,625 \cdot 10^{-3} + 1,975 \cdot 10^{-2}) = \mathbf{0,4451 \text{ kNm}}$$

- **Výpočet druhé iterace průhybu Vereščaginovým pravidlem:**

$z$  – pořadnice v obrazci momentu  $\bar{M}$ , v místě těžiště obrazce momentu  $M_0$ :

$$z = \frac{M \frac{L}{3}}{\frac{L}{2}} = \frac{2,5 \cdot \frac{10}{3}}{\frac{10}{2}} = \frac{5}{3} \cong \mathbf{1,6667}$$

$w_1$  – průhyb (druhá iterace):

$$\begin{aligned} w_1 &= \int \frac{M M_1}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \left( \left[ \left( \frac{L}{2} M_1 \right) \cdot z \right] + \left[ \left( \frac{L}{2} M_1 \right) \cdot z \right] \right) = \\ &= \frac{1}{11 \cdot 10^6 \cdot 1,917 \cdot 10^{-4}} \cdot \left( \left[ \left( \frac{10}{2} \cdot 0,4451 \right) \cdot 1,6667 \right] + \left[ \left( \frac{10}{2} \cdot 0,4451 \right) \cdot 1,6667 \right] \right) = \mathbf{1,758 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \end{aligned}$$

Princip výpočtu se bude opakovat pro všech pět iterací – viz příloha 1.

- **Vypočtené iterace:**

$$w_0 = 1,625 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$w_1 = 1,758 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$w_2 = 1,769 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$w_3 = 1,770 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$w_4 = 1,770 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

#### 4.2.5.3. Napětí

Výpočet dle rovnice (4. 1)

Výpočet napětí je proveden pro pět iterací.

$$M_0 \rightarrow \sigma_0 = \frac{M_0}{I} \cdot r + \frac{F}{A} = \frac{0,4112}{1,917 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,125 + \frac{20,8172}{0,049} = \mathbf{692,167 \text{ kPa}}$$

$$M_1 \rightarrow \sigma_1 = \frac{M_1}{I} \cdot r + \frac{F}{A} = \frac{0,4451}{1,917 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,125 + \frac{20,8172}{0,049} = \mathbf{714,216 \text{ kPa}}$$

$$M_2 \rightarrow \sigma_2 = \frac{M_2}{I} \cdot r + \frac{F}{A} = \frac{0,4478}{1,917 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,125 + \frac{20,8172}{0,049} = \mathbf{716,030 \text{ kPa}}$$

$$M_3 \rightarrow \sigma_3 = \frac{M_3}{I} \cdot r + \frac{F}{A} = \frac{0,4481}{1,917 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,125 + \frac{20,8172}{0,049} = \mathbf{716,179 \text{ kPa}}$$

$$M_4 \rightarrow \sigma_4 = \frac{M_4}{I} \cdot r + \frac{F}{A} = \frac{0,4481}{1,917 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,125 + \frac{20,8172}{0,049} = \mathbf{716,191 \text{ kPa}}$$

#### 4.2.6. Výpočet prutu nepřímého vlivem zatížení

Viz kapitola 3.2.1.

Je proveden zjednodušený výpočet.

Výpočet průhybu byl proveden ručně pomocí metody jednotkových sil – Vereščaginovo pravidlo.

Za příčnou sílu  $Q$  je zvolena hodnota  $Q = 2 \text{ kN}$ .

Pro zjednodušení výpočtu byly zanedbány průběhy posouvajících a normálových sil a je uvažován lineární průběh momentů.

##### 4.2.6.1. Průhyby

###### Postup výpočtu

V prvním kroku výpočtu se nejprve určí moment od příčné síly  $M_0$  a moment od virtuální jednotkové příčné síly  $\bar{M}$ . Z těchto dvou momentů se získá Vereščaginovým pravidlem počáteční průhyb (první iterace).



- **Stanovení momentu od příčné síly:**

Pomocí podmínek rovnováhy se stanoví reakce v obou podporách od příčné síly. Dále se stanoví maximální hodnota momentu v polovině rozpětí.

o **Reakce od příčné síly:**

$$M_{ia} = 0: R_{bx} = \frac{Q}{2} = \frac{2}{2} = \mathbf{1 \text{ kN}}$$

$$F_{ix} = 0: R_{ax} = R_{bx} - Q = 1 - 2 = \mathbf{-1 \text{ kN}}$$

$$F_{iz} = 0: R_{az} = \mathbf{0 \text{ kN}}$$

o **Moment od příčné síly:**

$$M_0 = \frac{L}{2} = \mathbf{5 \text{ kNm}}$$

- **Stanovení momentu od virtuální jednotkové příčné síly:**

Jednotková příčná síla se umístí do středu prutu na místo síly Q a pro tento zatěžovací stav se určí reakce a ohybový moment.

o **Reakce od jednotkové síly:**

$$M_{ia} = 0: R_{bx,1} = \frac{\frac{L}{2}}{L} = \frac{L}{2} \cdot \frac{1}{L} = \frac{1}{2} \text{ kN}$$

$$F_{ix} = 0: R_{ax,1} = -R_{bx} + 1 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} \text{ kN}$$

$$F_{iz} = 0: R_{az} = \mathbf{0 \text{ kN}}$$

o **Moment od jednotkové síly:**

$$\bar{M} = R_{bx,1} \cdot \frac{L}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{2} = \mathbf{2,5 \text{ kNm}}$$

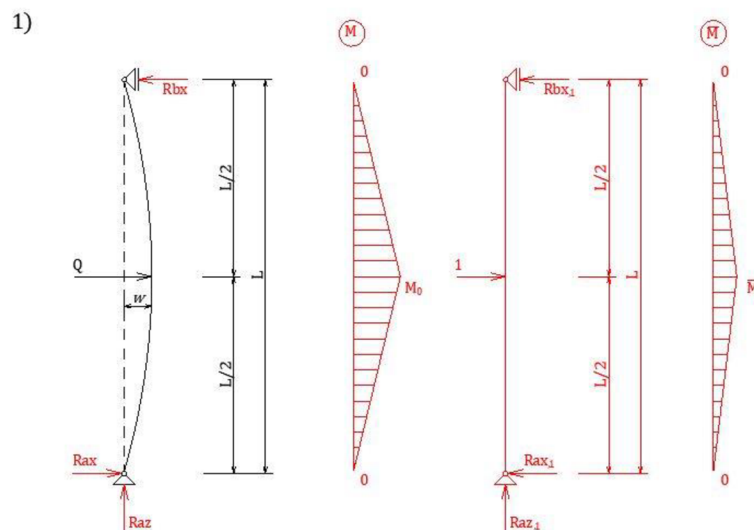
- **Výpočet první iterace průhybu Vereščaginovým pravidlem:**

z – pořadnice v obrazci momentu  $\bar{M}$ , v místě těžiště obrazce momentu  $M_0$ :

$$z = \frac{\frac{\bar{M}}{3}}{\frac{L}{2}} = \frac{2,5 \cdot \frac{10}{3}}{\frac{10}{2}} = \frac{5}{3} \cong \mathbf{1,6667}$$

$w_0$  – počáteční průhyb (první iterace):

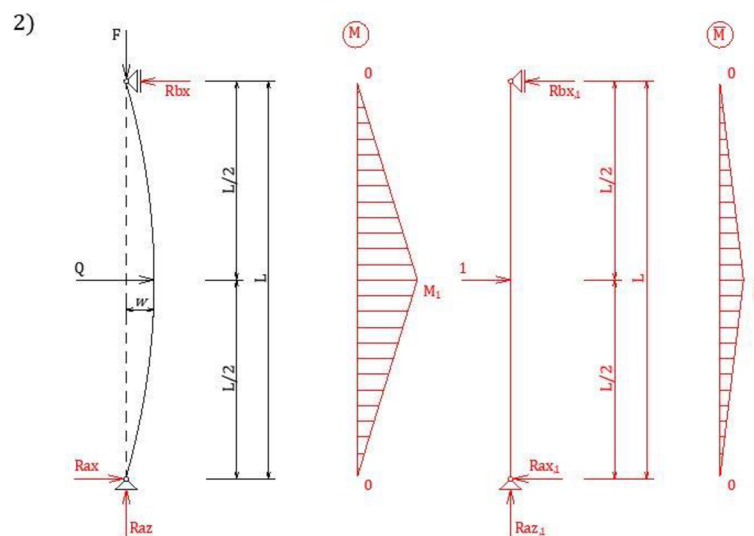
$$\begin{aligned} w_0 &= \int \frac{MM_0}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \left( \left[ \left( \frac{L}{2} M_0 \right) \cdot z \right] + \left[ \left( \frac{L}{2} M_0 \right) \cdot z \right] \right) = \\ &= \frac{1}{11 \cdot 10^6 \cdot 1,917 \cdot 10^{-4}} \cdot \left( \left[ \left( \frac{10 \cdot 5}{2} \right) \cdot 1,6667 \right] + \left[ \left( \frac{10 \cdot 5}{2} \right) \cdot 1,6667 \right] \right) = \mathbf{1,975 \cdot 10^{-2} \text{ m}} \end{aligned}$$



Obr. 4. 4 Výpočet Vereščaginovým pravidlem – 1

V druhém kroku výpočtu se prut navíc zatíží svislou silou  $F$  a od této síly se vyvodí ohybový moment. Tento moment se získá součinem svislé síly  $F$  a vypočteného počátečního průhybu  $w_0$ .

Pro výpočet další iterace průhybu slouží nový moment  $M_1$ , který se získá tak, že se sečte počáteční moment  $M_0$  od příčné síly s momentem  $\bar{M}_0$  od účinku svislé síly.



Obr. 4. 5 Výpočet Vereščaginovým pravidlem – 2

- Výpočet momentu po zatížení svislou silou:

$$\bar{M}_0 = F \cdot w_0 = 20,817 \cdot 1,975 \cdot 10^{-2} = 0,411 \text{ kNm}$$

- Moment pro výpočet druhé iterace průhybu  $w_1$ :

$$M_1 = M_0 + \bar{M}_0 = 5 + 0,411 = 5,411 \text{ kNm}$$

- **Výpočet druhé iterace průhybu Vereščaginovým pravidlem:**

$z$  – pořadnice v obrazci momentu  $\bar{M}$ , v místě těžiště obrazce momentu  $M_0$ :

$$z = \frac{\bar{M} \frac{L}{3}}{\frac{L}{2}} = \frac{2,5 \cdot \frac{10}{3}}{\frac{10}{2}} = \frac{5}{3} \cong \mathbf{1,6667}$$

$w_1$  – průhyb (druhá iterace):

$$\begin{aligned} w_1 &= \int \frac{M M_1}{EI} dx = \frac{1}{EI} \cdot \left( \left[ \left( \frac{L \cdot M_1}{2} \right) \cdot z \right] + \left[ \left( \frac{L \cdot M_1}{2} \right) \cdot z \right] \right) = \\ &= \frac{1}{11 \cdot 10^6 \cdot 1,917 \cdot 10^{-4}} \cdot \left( \left[ \left( \frac{10 \cdot 5,411}{2} \right) \cdot 1,6667 \right] + \left[ \left( \frac{10 \cdot 5,411}{2} \right) \cdot 1,6667 \right] \right) = \mathbf{2,138 \cdot 10^{-2} m} \end{aligned}$$

Princip výpočtu se bude opakovat pro všech pět iterací – viz příloha.

- **Vypočtené iterace:**

$$w_0 = \mathbf{1,975 \cdot 10^{-2} m}$$

$$w_1 = \mathbf{2,138 \cdot 10^{-2} m}$$

$$w_2 = \mathbf{2,151 \cdot 10^{-2} m}$$

$$w_3 = \mathbf{2,152 \cdot 10^{-2} m}$$

$$w_4 = \mathbf{2,152 \cdot 10^{-2} m}$$

#### 4.2.6.2. Napětí

Výpočet dle rovnice (4. 1)

Výpočet napětí je proveden pro pět iterací.

$$M_0 \rightarrow \sigma_0 = \frac{M_0}{I} \cdot r + \frac{F}{A} = \frac{5}{1,917 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,125 + \frac{20,8172}{0,049} = \mathbf{3683,578 kPa}$$

$$M_1 \rightarrow \sigma_1 = \frac{M_1}{I} \cdot r + \frac{F}{A} = \frac{5,411}{1,917 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,125 + \frac{20,8172}{0,049} = \mathbf{3951,660 kPa}$$

$$M_2 \rightarrow \sigma_2 = \frac{M_2}{I} \cdot r + \frac{F}{A} = \frac{5,445}{1,917 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,125 + \frac{20,8172}{0,049} = \mathbf{3973,709 kPa}$$

$$M_3 \rightarrow \sigma_3 = \frac{M_3}{I} \cdot r + \frac{F}{A} = \frac{5,448}{1,917 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,125 + \frac{20,8172}{0,049} = \mathbf{3975,523 kPa}$$

$$M_4 \rightarrow \sigma_4 = \frac{M_4}{I} \cdot r + \frac{F}{A} = \frac{5,448}{1,917 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,125 + \frac{20,8172}{0,049} = \mathbf{3975,672 kPa}$$

#### 4.3. Porovnání výsledných iterací

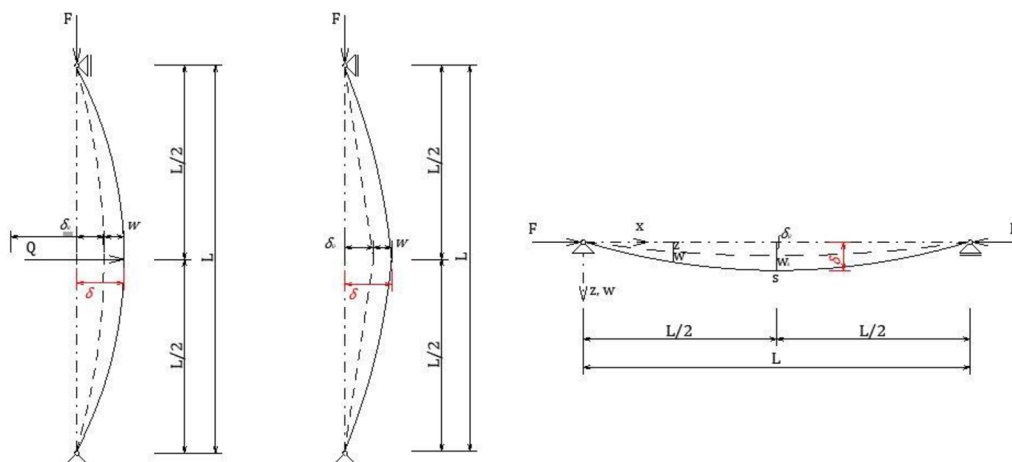
Výsledky průběhů iterací budou znázorněny pro jednotlivé modely prutů a pro různá procenta kritické síly. Pro 10% kritické síly budou znázorněny celé výpočty, pro další procenta budou demonstrovány pouze grafická řešení.

## Celková výchylka od spojnice podporových bodů $\delta$

K vypočteným iteracím průhybů na prutech s počáteční deformací, tedy na prutu s počátečním zakřivením a zalomením, se přičte hodnota počáteční výchylky pro srovnání a přehlednost výsledků.

U nepřímého prutu vlivem zatížení je počáteční výchylka již započtena a označena jako první iterace průhybu, tedy počáteční průhyb od působení příčné síly.

$$\text{Počáteční výchylka} - \delta_0 = 1,975 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$



**Obr. 4. 6** Grafické znázornění celkové výchylky od spojnice podporových bodů pro všechny modely prutů

## Porovnání výsledků průběhů iterací pro zatížení 10 % kritické síly

### - Průhyby

### Výsledné iterace průběhů průhybů

#### o Prut s počátečním zakřivením

Vypočtené iterace:

$$w_0 = 2,195 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$w_1 = 2,195 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$w_2 = 2,195 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$w_3 = 2,195 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$w_4 = 2,195 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Výsledné iterace ( $w_i + \delta_0$ ):

$$w_0 = 2,195 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$w_1 = 2,195 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$w_2 = 2,195 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$w_3 = 2,195 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$w_4 = 2,195 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

○ Prut s počátečním zalomením

Vypočtené iterace:

$$w_0 = 1,625 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$w_1 = 1,758 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$w_2 = 1,769 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$w_3 = 1,770 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$w_4 = 1,770 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Výsledné iterace ( $w_i + \delta_0$ ):

$$w_0 = 2,138 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$w_1 = 2,151 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$w_2 = 2,152 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$w_3 = 2,152 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$w_4 = 2,152 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

○ Prut nepřímý vlivem zatížení

Vypočtené iterace = výsledné iterace:

$$w_0 = 1,975 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$w_1 = 2,138 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$w_2 = 2,151 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$w_3 = 2,152 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$w_4 = 2,152 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

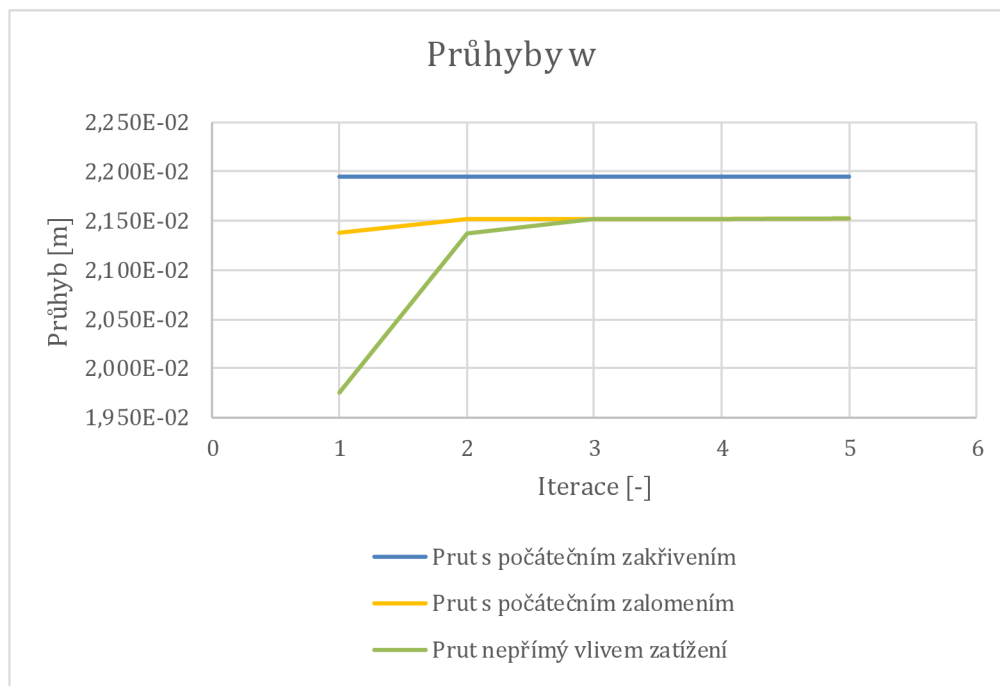
Tabulka 4.1 Celkové shrnutí iterací průhybů

Ozn.	w <sub>0</sub>	w <sub>1</sub>	w <sub>2</sub>	w <sub>3</sub>	w <sub>4</sub>
Prut s počátečním zakřivením	2,195E-02	2,195E-02	2,195E-02	2,195E-02	2,195E-02
Prut s počátečním zalomením	2,138E-02	2,151E-02	2,152E-02	2,152E-02	2,152E-02
Prut nepřímý vlivem zatížení	1,975E-02	2,138E-02	2,151E-02	2,152E-02	2,152E-02

Grafické znázornění výsledných průběhů průhybů

Graf na obr. 4.7 znázorňuje průběhy iterací průhybů pro jednotlivé typy prutů pro zatížení 10% kritické síly. Z grafu je zřejmé, že jednotlivé průběhy postupně iterují ke skutečnému řešení.

Nepatrný rozdíl mezi průběhy průhybů prutů je zapříčiněn zjednodušeným řešením výpočtu prutu s počátečním zalomením a prutu nepřímého vlivem zatížení (zanedbání průběhu posouvajících a normálových sil a lineární průběh momentů).



Obr. 4. 7 Grafické znázornění iterací průhybů pro jednotlivé typy prutů - 10%  $F_{cr}$

- Napětí

Výsledné iterace průběhů napětí

○ Prut s počátečním zakřivením

$$\sigma_0 = 721,954 \text{ kPa}$$

$$\sigma_1 = 721,954 \text{ kPa}$$

$$\sigma_2 = 721,954 \text{ kPa}$$

$$\sigma_3 = 721,954 \text{ kPa}$$

$$\sigma_4 = 721,954 \text{ kPa}$$

○ Prut s počátečním zalomením

$$\sigma_0 = 692,167 \text{ kPa}$$

$$\sigma_1 = 714,216 \text{ kPa}$$

$$\sigma_2 = 716,030 \text{ kPa}$$

$$\sigma_3 = 716,179 \text{ kPa}$$

$$\sigma_4 = 716,191 \text{ kPa}$$

○ Prut nepřímý vlivem zatížení

$$\sigma_0 = 3683,578 \text{ kPa}$$

$$\sigma_1 = 3951,660 \text{ kPa}$$

$$\sigma_2 = 3973,709 \text{ kPa}$$

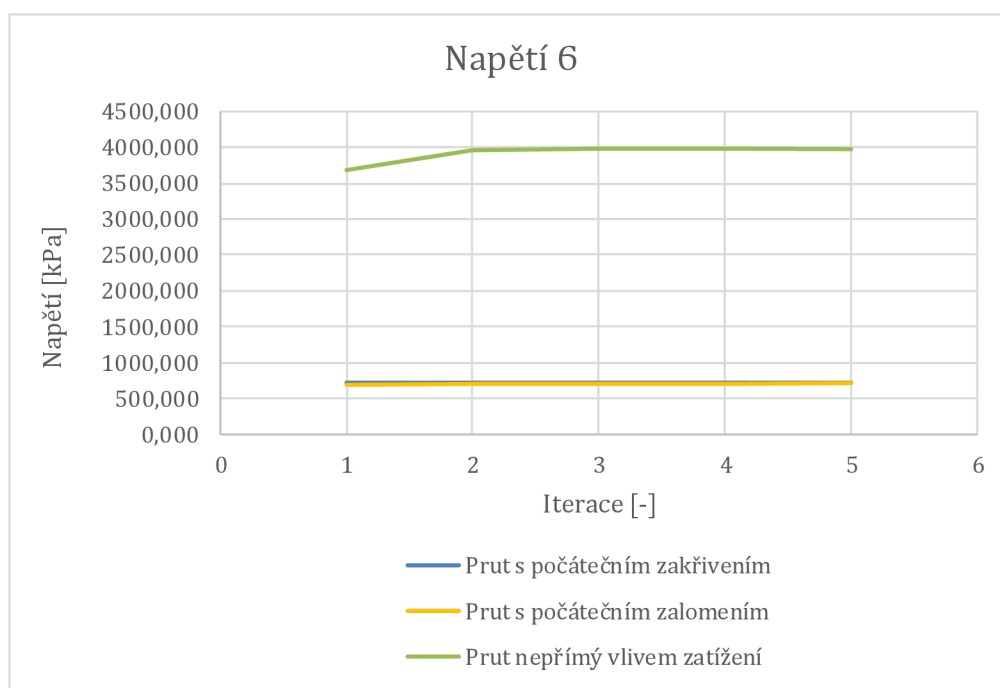
$$6_3 = 3975,523 \text{ kPa}$$

$$6_4 = 3975,672 \text{ kPa}$$

**Tabulka 4. 2** Celkové shrnutí iterací napětí

Ozn.			6 <sub>0</sub>	6 <sub>1</sub>	6 <sub>2</sub>	6 <sub>3</sub>	6 <sub>4</sub>
Prut s počátečním zakřivením			721,954	721,954	721,954	721,954	721,954
Prut s počátečním zalomením	692,167	714,216	716,030	716,179		716,191	
Prut nepřímý vlivem zatížení	3683,578	3951,660	3973,709	3975,523		3975,672	

### Grafické znázornění výsledných průběhů napětí



**Obr. 4. 8** Grafické znázornění iterací napětí pro jednotlivé typy prutů – 10%  $F_{cr}$

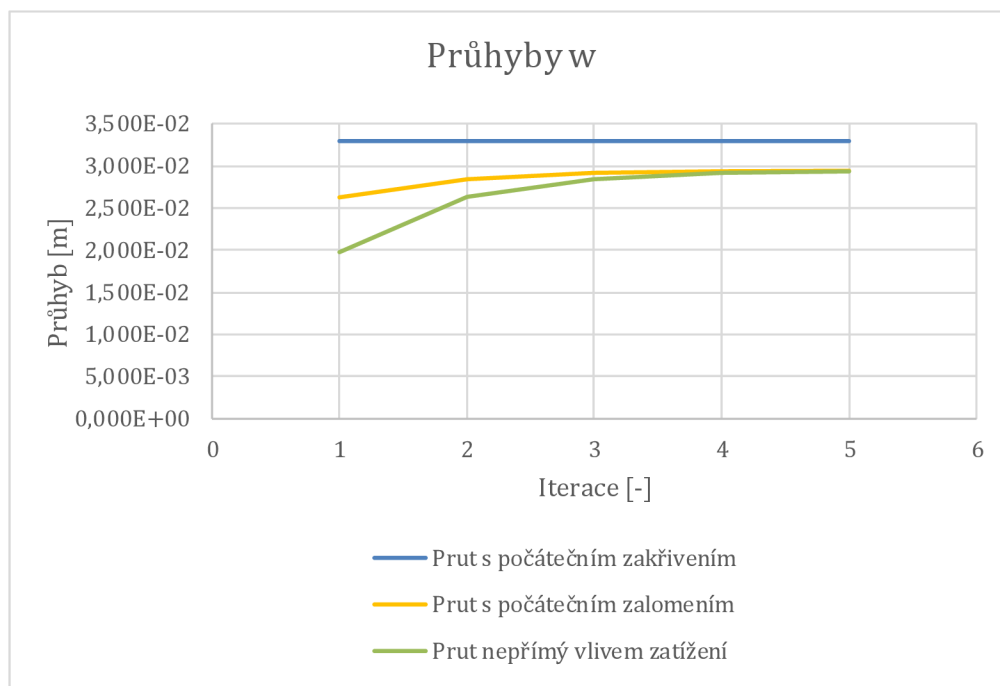
Graf znázorňuje průběhy iterací napětí pro jednotlivé typy prutů.

Z grafu je zřejmé, že průběhy iterací pro prut s počátečním zakřivením a prut s počátečním zalomením jsou téměř shodné, ale průběh pro prut nepřímý vlivem zatížení se značně liší.

Velký rozdíl mezi těmito průběhy je zapříčiněn zvolenou počáteční příčnou silou  $Q$  u výpočtu prutu nepřímého vlivem zatížení. Tato zvolená síla vyvozuje mnohem větší ohybový moment, než jaký vzniká u ostatních typů prutů, a tím vznikají značně vyšší hodnoty napětí.

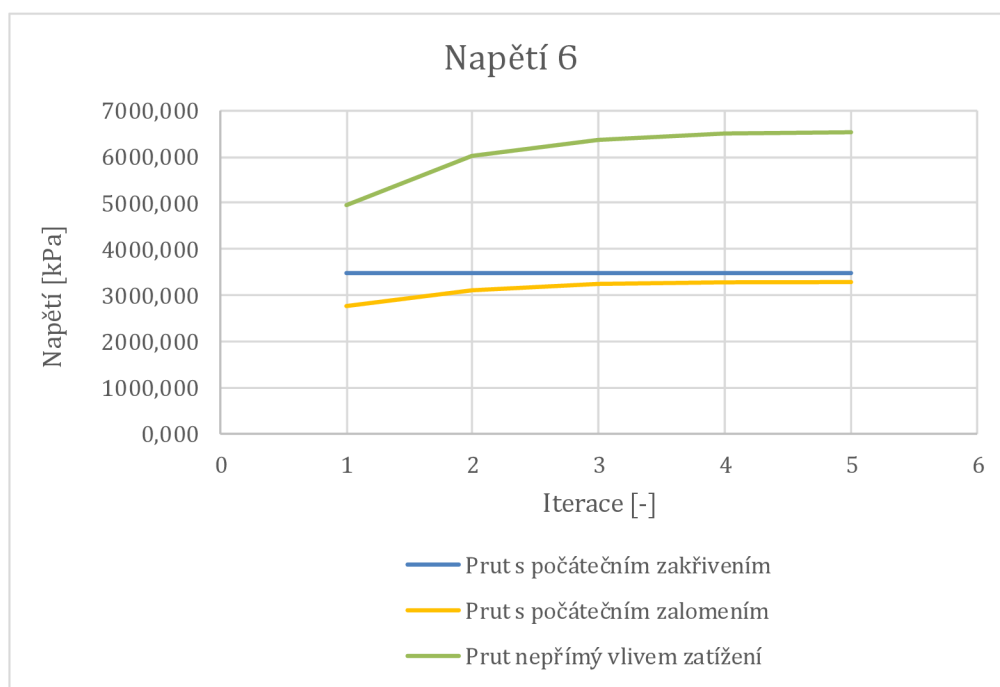
## Porovnání výsledků průběhů iterací pro zatížení 40 % kritické síly

### Grafické znázornění výsledných průběhů průhybů



Obr. 4. 9 Grafické znázornění iterací průhybů pro jednotlivé typy prutů – 40%  $F_{cr}$

### Grafické znázornění výsledných průběhů napětí

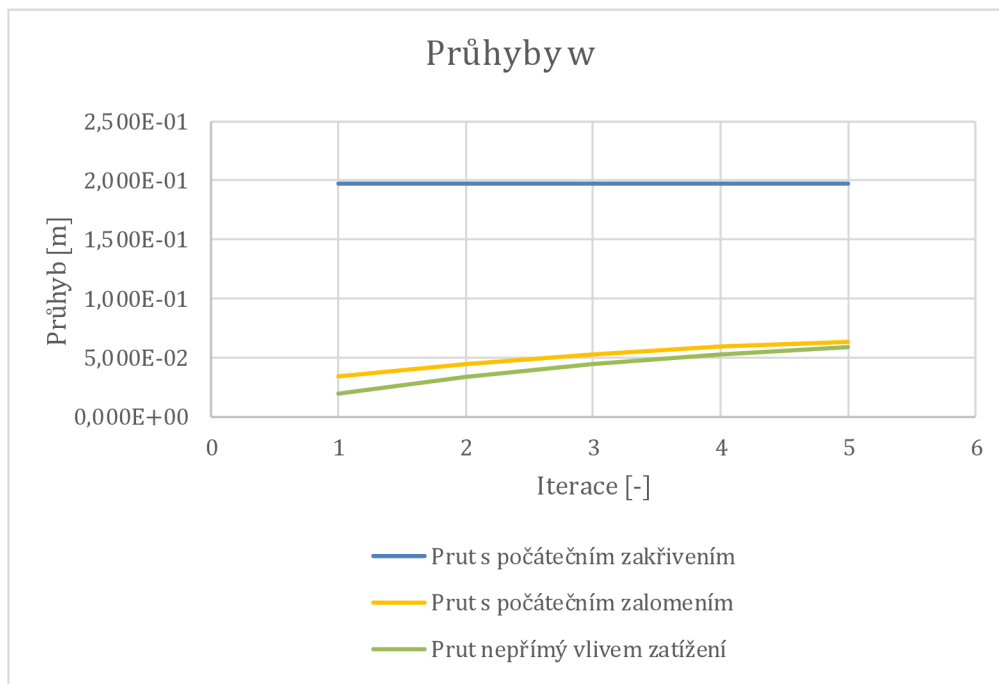


Obr. 4. 10 Grafické znázornění iterací napětí pro jednotlivé typy prutů – 40%  $F_{cr}$



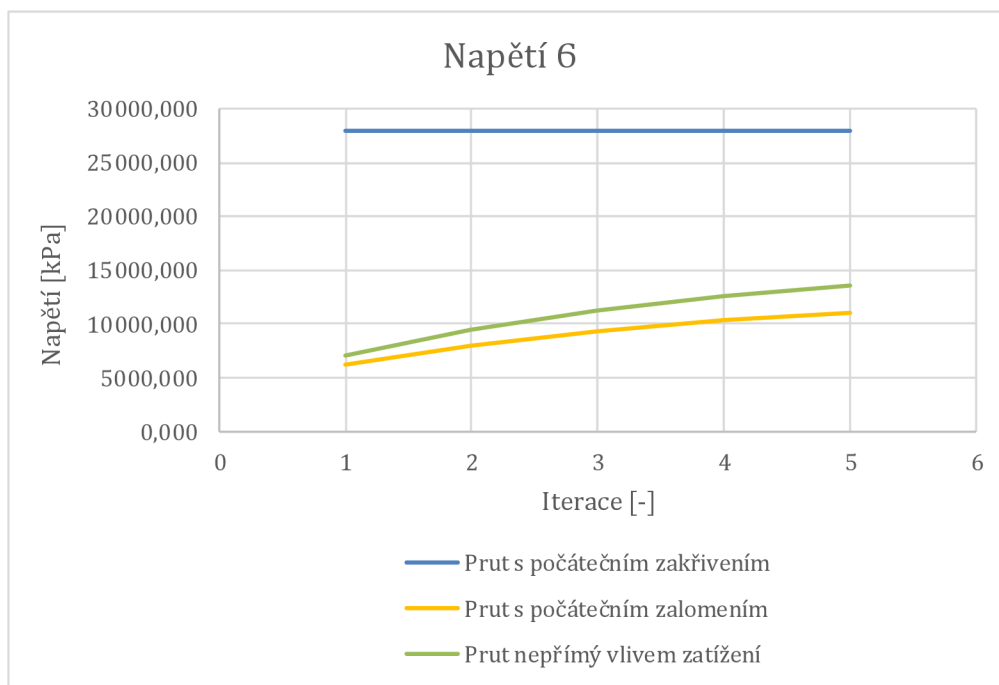
## Porovnání výsledků průběhů iterací pro zatížení 90 % kritické síly

### Grafické znázornění výsledných průběhů průhybů



Obr. 4. 11 Grafické znázornění iterací napětí pro jednotlivé typy prutů – 90%  $F_{cr}$

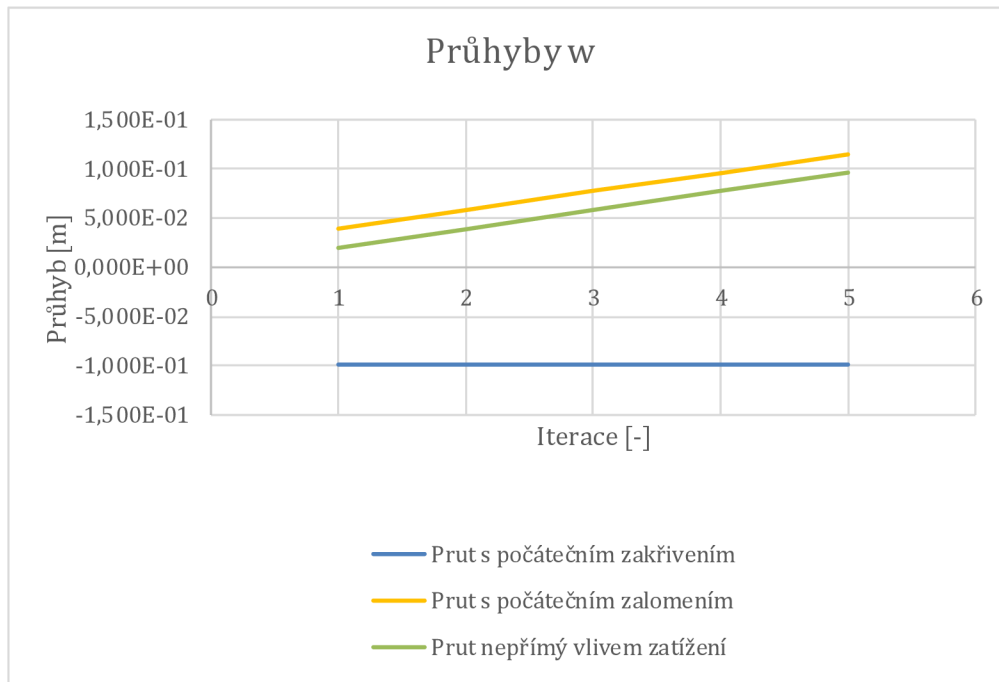
### Grafické znázornění výsledných průběhů napětí



Obr. 4. 12 Grafické znázornění iterací napětí pro jednotlivé typy prutů – 90%  $F_{cr}$

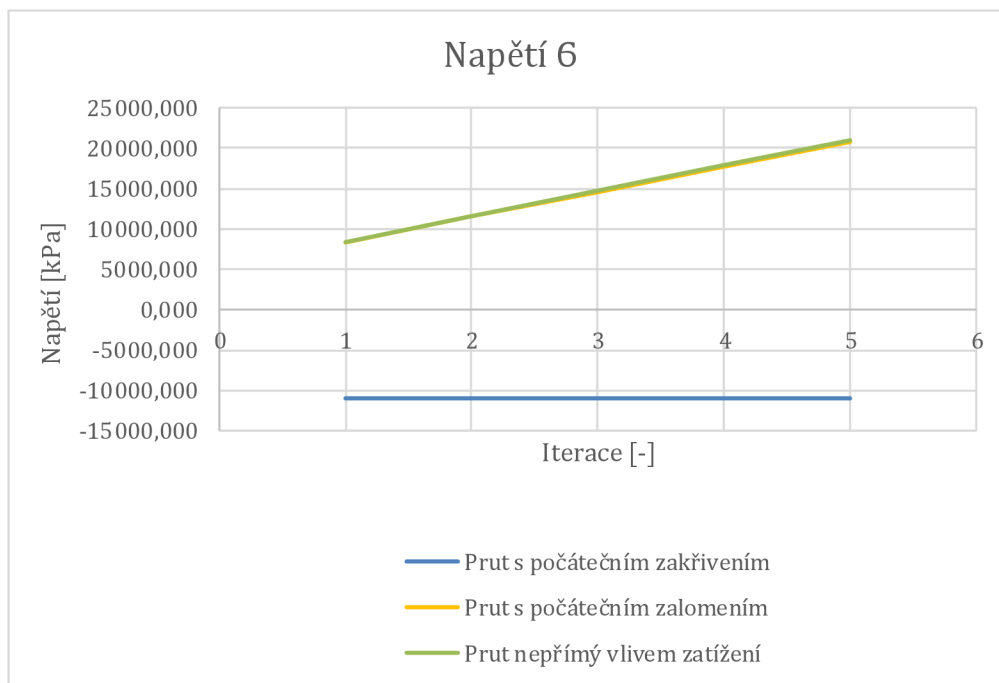
## Porovnání výsledků průběhů iterací pro zatížení 120 % kritické síly

### Grafické znázornění výsledných průběhů průhybů



Obr. 4. 13 Grafické znázornění iterací napětí pro jednotlivé typy prutů – 120%  $F_{cr}$

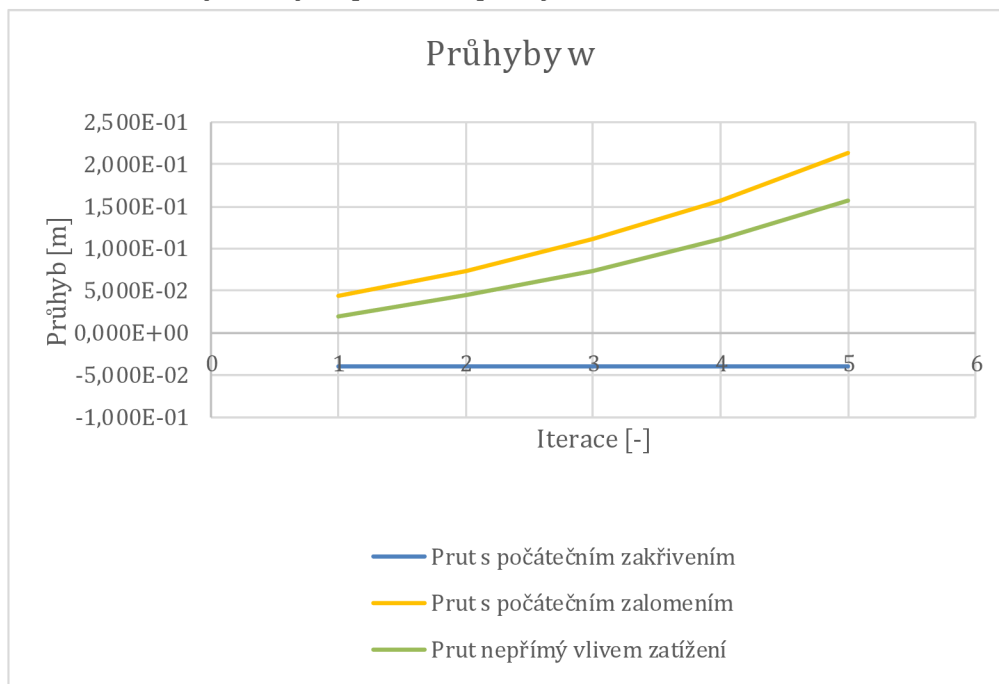
### Grafické znázornění výsledných průběhů napětí



Obr. 4. 14 Grafické znázornění iterací napětí pro jednotlivé typy prutů – 120%  $F_{cr}$

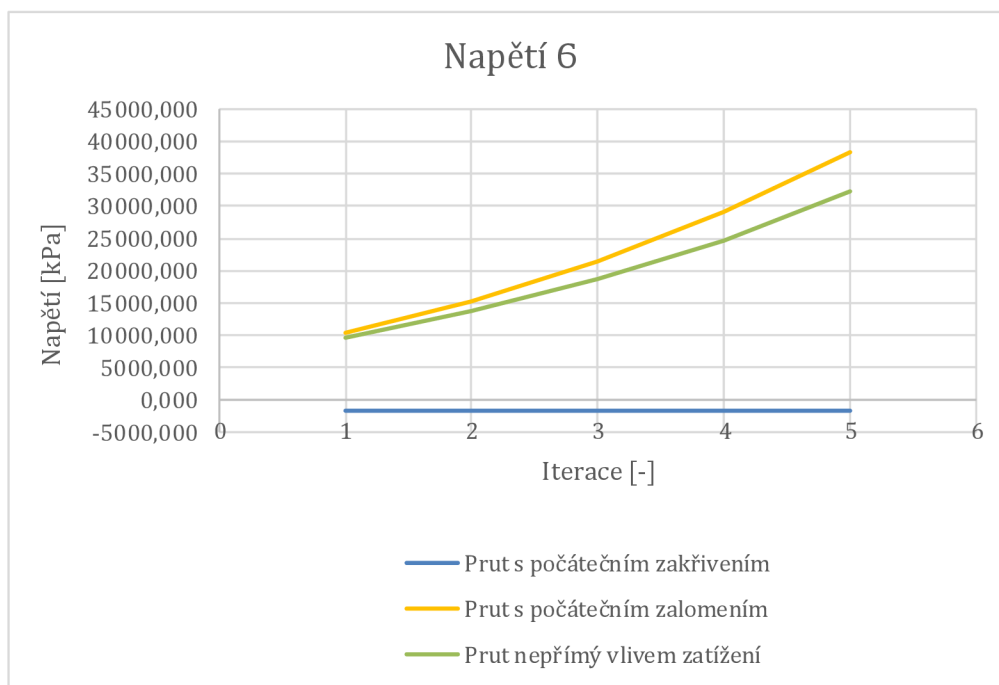
## Porovnání výsledků průběhů iterací pro zatížení 150 % kritické síly

### Grafické znázornění výsledných průběhů průhybů



Obr. 4. 15 Grafické znázornění iterací napětí pro jednotlivé typy prutů – 150%  $F_{cr}$

### Grafické znázornění výsledných průběhů napětí



Obr. 4. 16 Grafické znázornění iterací napětí pro jednotlivé typy prutů – 150%  $F_{cr}$

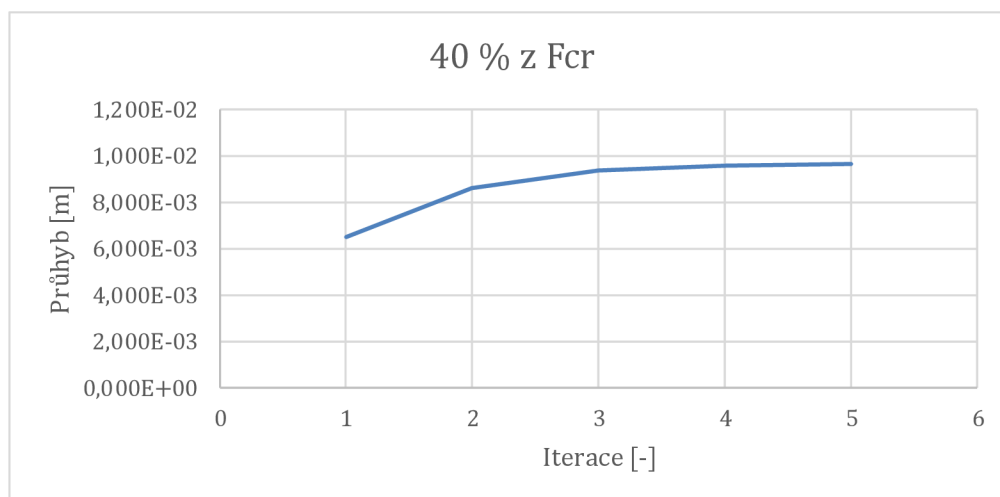
Z jednotlivých průběhů iterací pro jednotlivá procenta zatížení tlakovou silou je zřejmé, že čím větším procentem tlakové síly jsou pruty zatěžovány, tím pomaleji iterují ke skutečnému řešení.

Z grafu na obr. 4. 13 je zřejmé, že metoda pro výpočet prutu s počátečním zakřivením, tedy výpočet viz [1], pro 120% kritické síly již není funkční.

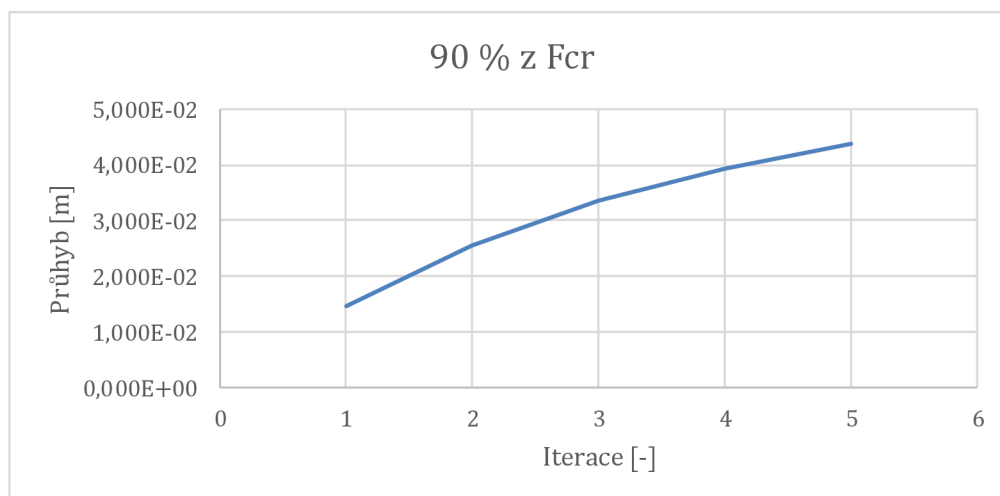
Vzhledem k použité literatuře je hranice možného výpočtu určena na přibližně 99% kritické síly.

### Výsledků průběhů iterací pro prut s počátečním zalomením

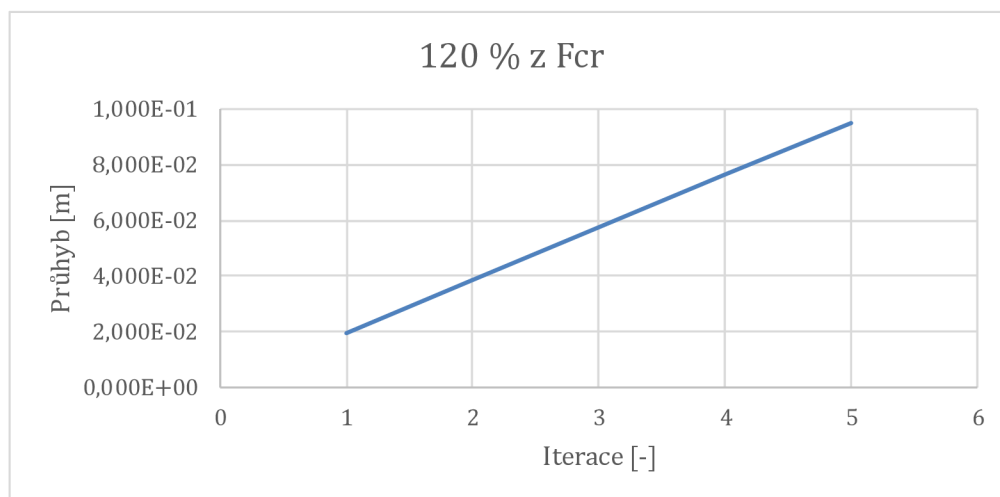
Pro lepší názornost a přehlednost jsou přidána grafická znázornění průběhů iterací průhybů pro zjednodušenou metodu výpočtu prutu s počátečním zalomením pro 40%, 90%, 120% a 150% kritické síly.



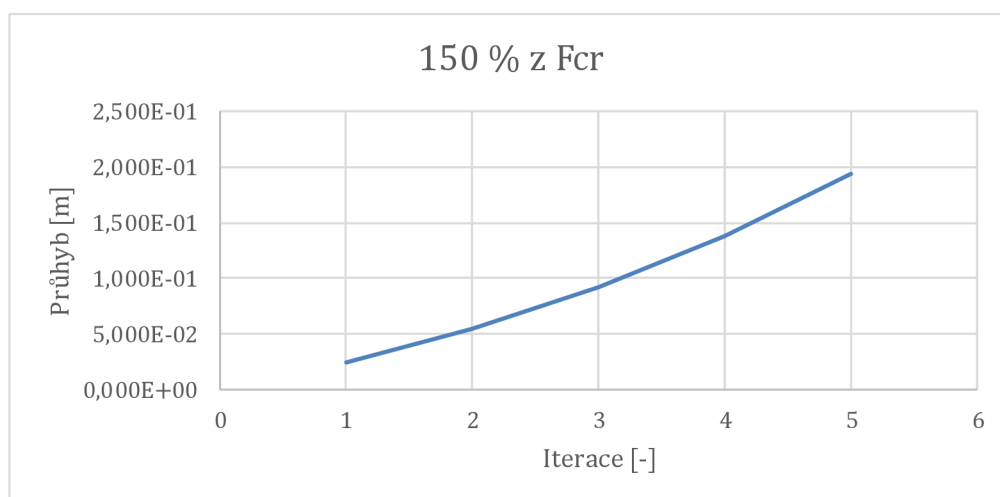
**Obr. 4. 17** Grafické znázornění iterací průhybů – 40% Fcr



**Obr. 4. 18** Grafické znázornění iterací průhybů – 90% Fcr



**Obr. 4. 19** Grafické znázornění iterací průhybů – 120% Fcr



**Obr. 4. 20** Grafické znázornění iterací průhybů – 150% Fcr

Pro zjednodušené metody výpočtu pro prut s počátečním zalomením a prut nepřímý vlivem zatížení se skutečné řešení pohybuje kolem cca 120% kritické síly. Přibližně do tohoto procenta lze prut považovat za stabilní. Ve vyšších procentech kritické síly je prut nestabilní.

Vzniklá 20% rezerva od očekávané hranice 100% kritické síly je zapříčiněna zjednodušením výpočtu (zanedbaní průběhů posouvajících a normálových sil a lineární průběh ohybových momentů).

#### 4.4. Vliv velikosti tlakové síly a počáteční výchylky na deformace a napětí nepřímých prutů

Pro další výpočty bude analyzován prut s počátečním zakřivením a prut s počátečním zalomením v závislosti na procentuálně se zvětšující normálové síle a počáteční výchylce.

Tento výpočet je považován za zjednodušenou metodu výpočtu na deformovaném prutu.

##### 4.4.1. Vstupní parametry

Viz kapitola 4.1.

Jedná se o dřevěný prut pevnostní třídy C24.

- Modul pružnosti -  $E = 11 \cdot 10^6 \text{ KPa}$
- Moment setrvačnosti -  $I = 1,917 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$
- Délka prutu -  $L = L_{cr} = 10 \text{ m}$
- Průměr prutu -  $d = 0,250 \text{ m}$
- Poloměr prutu -  $r = 0,125 \text{ m}$
- Poloměr setrvačnosti -  $i = 0,0625 \text{ m}$
- Plocha průřezu -  $A = 0,049 \text{ m}^2$

##### 4.4.2. Eulerova kritická síla

Viz kapitola 4.2.1.

$$F_{cr} = 208,172 \text{ kN}$$

Tlaková síla  $F$  bude použita od 10% až po 120% kritické síly  $F_{cr}$ .

**Tabulka 4. 3** Velikost síly  $F$  v závislosti na procentuálním zastoupení kritické síly  $F_{cr}$

% $F_{cr}$	10%	20%	30%	40%	50%	60%
síla $F$	20,817	41,634	62,452	83,269	104,086	124,903

%	70%	80%	90%	100%	110%	120%
síla $F$	145,720	166,538	187,355	208,172	228,989	249,806

##### 4.4.3. Počáteční výchylka

Počáteční výchylka bude procentuálně vypočtena z délky prutu. Pro daný výpočet bylo zvoleno 1% délky prutu.

$$\delta_0 = 1\% \text{ z délky } L = 0,01 \cdot 10 = 0,1 \text{ m}$$

#### 4.4.4. Štíhlost

Viz kapitola 4.2.3.

$$\lambda = 160.$$

#### 4.4.5. Výpočet

Postup výpočtu iterací průhybů a napětí zůstává shodný s kapitolami 4.2.4. (prut s počátečním zakřivením) a 4.2.5. (prut s počátečním zalomením).

Ve výsledku je opět provedeno 5 iterací, ale dále ve výpočtech bude použita pouze poslední iterace ( $w_4, \sigma_4$ ).

##### 4.4.5.1. Průhyby

#### Výsledné iterace průběhů průhybů

Pro daná procenta kritické síly byly vypočteny poslední iterace průhybů pro pruty s počáteční deformací.

**Tabulka 4. 4** Výsledné iterace průběhů průhybů pro jednotlivá procenta kritické síly

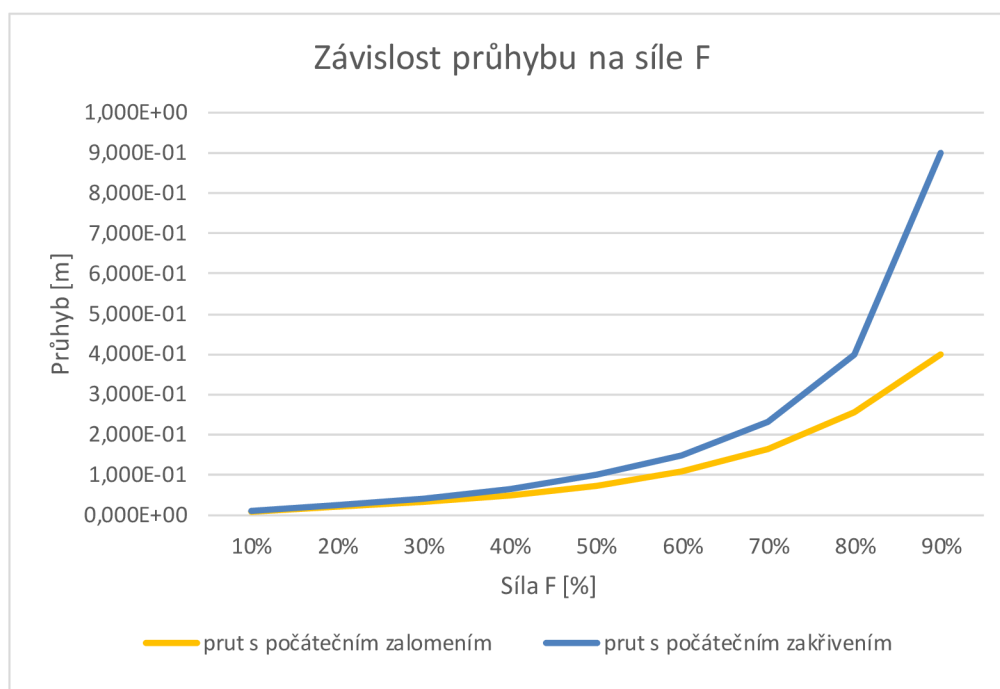
Označení	síla F [kN]	10%	20%	30%	40%	50%	60%
prut s počátečním zalomením	w4	8,964E-03	1,970E-02	3,292E-02	5,001E-02	7,376E-02	1,093E-01
prut s počátečním zakřivením	w4	1,111E-02	2,500E-02	4,286E-02	6,667E-02	1,000E-01	1,500E-01

Označení	síla F [kN]	70%	80%	90%	100%	110%	120%
prut s počátečním zalomením	w4	1,652E-01	2,551E-01	3,997E-01	6,281E-01	9,809E-01	1,512E+00
prut s počátečním zakřivením	w4	2,333E-01	4,000E-01	9,000E-01	#####	-1,10E+00	-6,00E-01

Z tabulky 4. 4 je zřejmé, že metoda výpočtu pro prut s počátečním zakřivením – z literatury [1] (viz kapitola 4.2.4.), je funkční pouze pro procenta menší než 100% kritické síly, proto je následující grafické řešení znázorněno pouze do 90% kritické síly.

Hodnoty u obou metod výpočtu se do cca 70% nijak výrazně neliší.

### Grafické znázornění výsledných průběhů průhybů



**Obr. 4. 21** Grafické znázornění výsledných průběhů průhybů v závislosti na % kritické síly

Z grafu na obr. 4. 21 je zřejmé, že přibližně do 40% kritické síly je průběh iterací průhybů lineární, u vyšších procent kritické síly je průběh naopak silně nelineární.

#### 4.4.5.2. Napětí

#### Výsledné iterace průběhů napětí

Pro daná procenta kritické síly byly vypočteny poslední iterace napětí pro pruty s počáteční deformací.

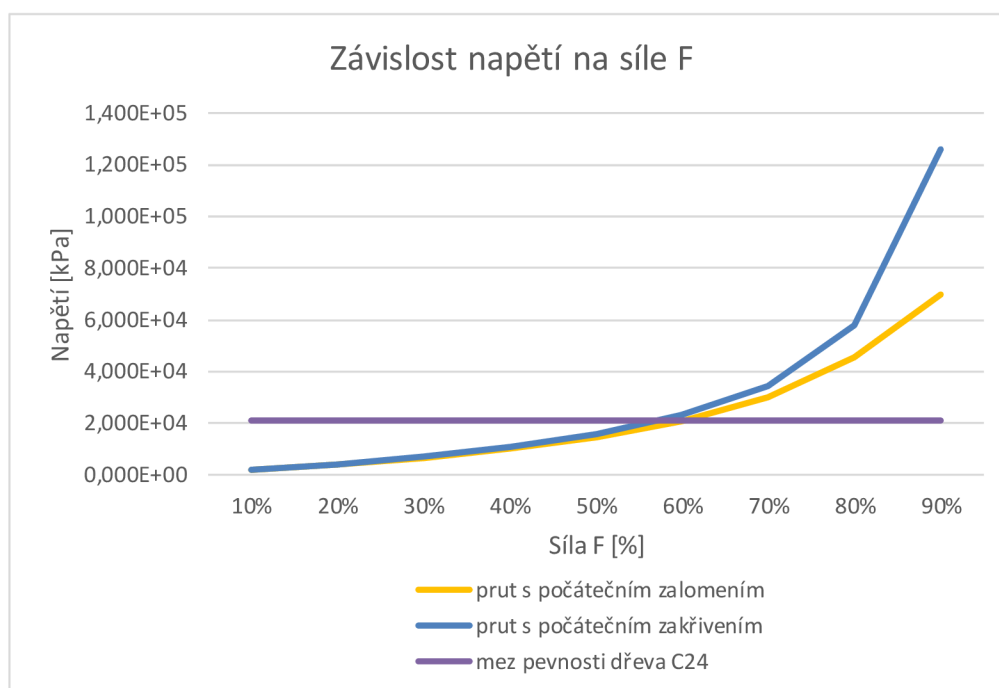
**Tabulka 4. 5** Výsledné iterace průběhů napětí pro jednotlivá procenta kritické síly

Označení	síla F [kN]	10%	20%	30%	40%	50%	60%
prut s počátečním zalomením	64	1,903E+03	4,098E+03	6,703E+03	9,947E+03	1,429E+04	2,057E+04
prut s počátečním zakřivením	64	1,932E+03	4,241E+03	7,088E+03	1,074E+04	1,569E+04	2,290E+04
mez pevnosti dřeva C24	$f_k$	21000	21000	21000	21000	21000	21000



Označení	síla F [kN]	70%	80%	90%	100%	110%	120%
prut s počátečním zalomením	64	3,021E+04	4,548E+04	6,975E+04	1,079E+05	1,665E+05	2,546E+05
prut s počátečním zakřivením	64	3,463E+04	5,768E+04	1,260E+05	#####	-1,446E+05	-7,634E+04
mez pevnosti dřeva C24	$f_k$	21000	21000	21000	21000	21000	21000

### Grafické znázornění výsledných průběhů průhybů



**Obr. 4. 22** Grafické znázornění výsledných průběhů napětí v závislosti na % kritické síly

Z grafu na obr. 4. 22 je zřejmé, že přibližně do 50% kritické síly je průběh iterací napětí lineární, u vyšších procent kritické síly je průběh naopak silně nelineární. Dále je na první pohled viditelné, že obě metody mají přibližně stejný průběh jednotlivých iterací.

Do průběhu iterací napětí byla přidána hodnota meze pevnosti dřeva C24 v tlaku, díky které je zřejmé, že u obou metod výpočtu při 1% počáteční výchylky z délky prutu bude prut stabilní do cca 55–60% kritické síly.

## 4.5. Posouzení prutů z hlediska únosnosti

Pro ověření zjednodušené metody výpočtu na deformovaném prutu musí být stanoveno pevnostní pojetím vzpěru.

### 4.5.1. Závislost maximální počáteční výchylky na velikosti normálové síly

Z grafu na obr. 4. 22 lze pro jednotlivá procenta kritické síly přibližně odhadnout odpovídající procenta maximální počáteční výchylky z  $L$ , při kterých přechází prut ze stabilního do nestabilního stavu – tuto hranici tvoří střet meze pevností dřeva a průběhy od jednotlivých modelů prutů.

**Tabulka 4. 6** *Závislost maximální počáteční výchylky na velikosti normálové síly*

% $F_{cr}$	10	20	30	40	50	60	70	80	90
% $\delta_0$	10	5,5	3,4	2,4	1,5	1	0,6	0,4	0,2

### 4.5.2. Pevnostní pojetí vzpěru

= posouzení na mezní stav únosnosti

Viz kapitola 2.2.1.

Štíhlý dřevěný prut je nutné posoudit z hlediska vzpěrné pevnosti.

#### 4.5.2.1. Vstupní parametry

Viz kapitola 4.1.

Jedná se o dřevěný prut pevnostní třídy C24.

- Modul pružnosti –  $E = 11 \cdot 10^6 \text{ KPa}$
- Moment setrvačnosti –  $I = 1,917 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$
- Délka prutu –  $L = L_{cr} = 10 \text{ m}$
- Průměr prutu –  $d = 0,250 \text{ m}$
- Poloměr prutu –  $r = 0,125 \text{ m}$
- Poloměr setrvačnosti –  $i = 0,0625 \text{ m}$
- Plocha průřezu –  $A = 0,049 \text{ m}^2$

#### 4.5.2.2. Vstupní parametry v závislosti na materiálových a fyzikálních vlastnostech dřeva

- Modifikační součinitel –  $k_{mod} = 0,8$
- Součinitel materiálu –  $\gamma_M = 1,3$
- Pevnost dřeva v tlaku –  $f_k = 21 \text{ MPa}$
- Štíhlost –  $\lambda = 160$
- Součinitel vzpěrnosti (viz tabulka 2. 1) –  $\chi = k_c = 0,124$

#### 4.5.2.3. Výpočtová únosnost

Výpočet dle rovnice (2. 14)

$$f_d = k_{mod} \frac{f_k}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{21}{1,3} = \mathbf{12,923 \text{ MPa}}$$

#### 4.5.2.4. Vzpěrná únosnost

Výpočet dle rovnice (2. 15)

$$N_{Rd} = \chi A f_d = 0,124 \cdot 0,049 \cdot 12,923 \cdot 10^3 = \mathbf{78,52 \text{ kN}}$$

#### 4.5.3. Zjednodušený výpočet na deformovaném prutu

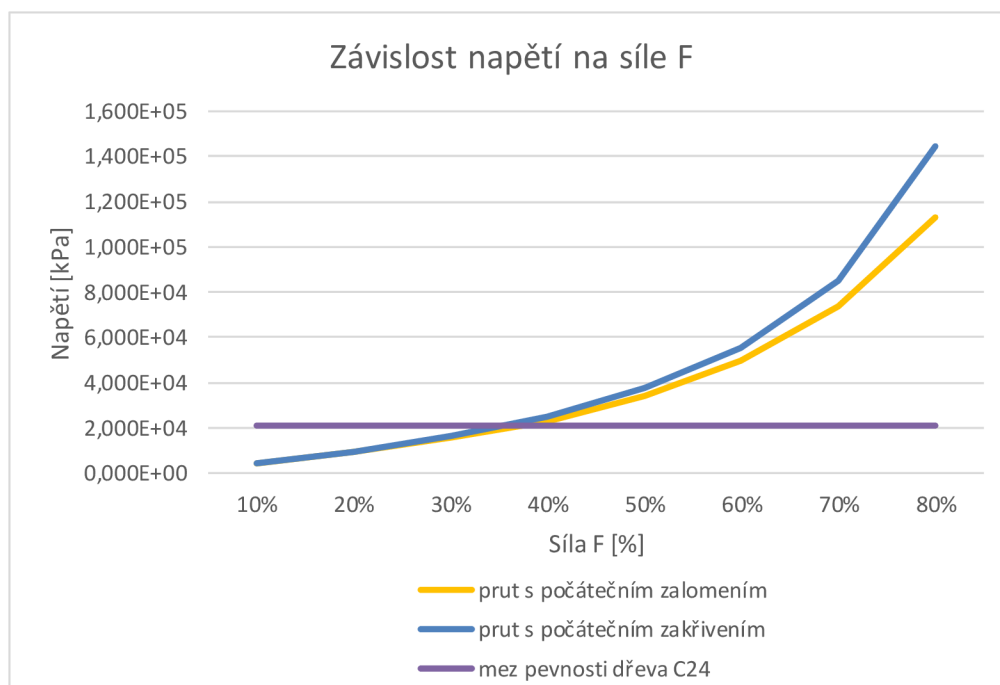
Za zjednodušenou metodu výpočtu na deformovaném prutu je považován výpočet viz kapitola 4.4. – výpočet iterací napětí pro pruty s počáteční deformací.

K ověření výpočtu je nutné stanovit, kolik procent kritické síly  $F_{cr}$  tvoří vypočtená hodnota vzpěrné únosnosti  $N_{Rd}$ .

$$N_{Rd} = \mathbf{78,52 \text{ kN}}$$

$$F_{cr} = \mathbf{208,172 \text{ kN}}$$

$$N_{Rd} = 37,7\% \text{ z } F_{cr} \cong \mathbf{38\% \text{ z } F_{cr}}$$



**Obr. 4. 23** Grafické znázornění výsledných průběhů napětí v závislosti na % kritické síly

Zpětně z tabulky 4. 6 vyjádříme procentuální hodnotu maximální počáteční výchylky. Pro **38% z  $F_{cr}$**  odpovídá hodnota maximální počáteční výchylky hodnotě **2,6%** z celkové délky prutu. Pro tuto hodnotu počáteční výchylky se provede opět výpočet (viz obr. 4. 23).

#### 4.5.4. Posouzení

Z grafu na obr. 4. 23 je zřejmé, že mez únosnosti prutů se pohybuje kolem cca **36% z kritické síly  $F_{cr}$** .

Výpočtem pomocí pevnostního pojetí vzpěru nám vyšlo, že mez únosnosti prutu se pohybuje kolem **38% z kritické síly  $F_{cr}$** . Rozdíl mezi výsledky jsou tedy pouze **2%**.

Zjednodušenou metodou výpočtu na zakřiveném prutu dostaneme tedy posudek, který odpovídá pevnostnímu pojetí vzpěru.

Jelikož u nepřímých zakřivených prutů je zřejmé jejich chování, je vhodnější provádět výpočet na nepřímém zakřiveném prutu zjednodušenou metodou, než posudek pevnostního pojetí vzpěru.

## 5. Aplikace teorie na statickou konstrukci rozhledny

Pro ověření teorie v praxi budou posuzovány dřevěné prutové podpory konstrukce rozhledny.

### 5.1. Popis konstrukce

Rozhledna „Borůvka“ se nachází v Pardubickém kraji jihozápadně od obce Hluboká v okrese Chrudim v nadmořské výšce 464 metrů nad mořem. Jedná se o v pořadí třetí rozhlednu, která vznikla na území obcí, které spolupracují v rámci Sdružení Toulovcovy Maštale.



Obr. 5. 1 *Rozhledna Borůvka u Hluboké (program Lumion)*

Hlavním cílem stavění rozhleden v tomto stranou položeném regionu bylo především přilákat turisty a samotnou stavbou věží podpořit místní firmy.

Poté, co zde v roce 2002 otevřeli představitelé Sdružení Toulovcovu rozhlednu na Jarošovském kopci a o rok později zpřístupnili věž Terežka u Pasek, uvedli do provozu další, svou podobou opět zcela originální, rozhlednu – Borůvka u Hluboké.

Stejně jako v předchozích dvou případech i tentokrát stál u zrodu vyhlídky starosta Proseče, stavební inženýr, Martin Novák, který stavbu navrhnul. O projekt a statiku se postaral architekt Antonín Olšina. Hlavním investorem bylo Sdružení, finančně projekt podpořil Pardubický kraj.

Jedná se o dřevěnou konstrukci s ocelovými prvky tvaru hyperboloidu. Nosnou konstrukci tvoří kombinace svislých a vodorovných nosných prvků. Svislé nosné prvky jsou tvořeny dvanácti dřevěnými pruty plných kruhových průřezů a jsou uspořádány do kruhového tvaru o průměru 6,3 metrů. Jednotlivé pruty jsou připevněné vzájemně k sobě vždy na třech místech ocelovými spojovacími prostředky.

V místě pochozí plochy rozhledny tvoří vodorovné nosné prvky ocelová konstrukce poskládaná z ocelových I profilů do tvarů dvou vzájemně se prostupujících trojúhelníků a zároveň jsou tyto I profily také po obvodě pochozí plochy pro přenos zatížení od zábradlí. V úrovni střešní konstrukce jsou nosné prvky tvořeny dřevěnými prvky krovu.

Rozhledna obsahuje samonosné točité schodiště, které je připevněno do kruhového ocelového nosníku v úrovni pochozí desky pomocí ocelových táhel. Nejvyšší bod podlahy rozhledny se nachází ve výšce 10 metrů.

## **5.2. Podklady**

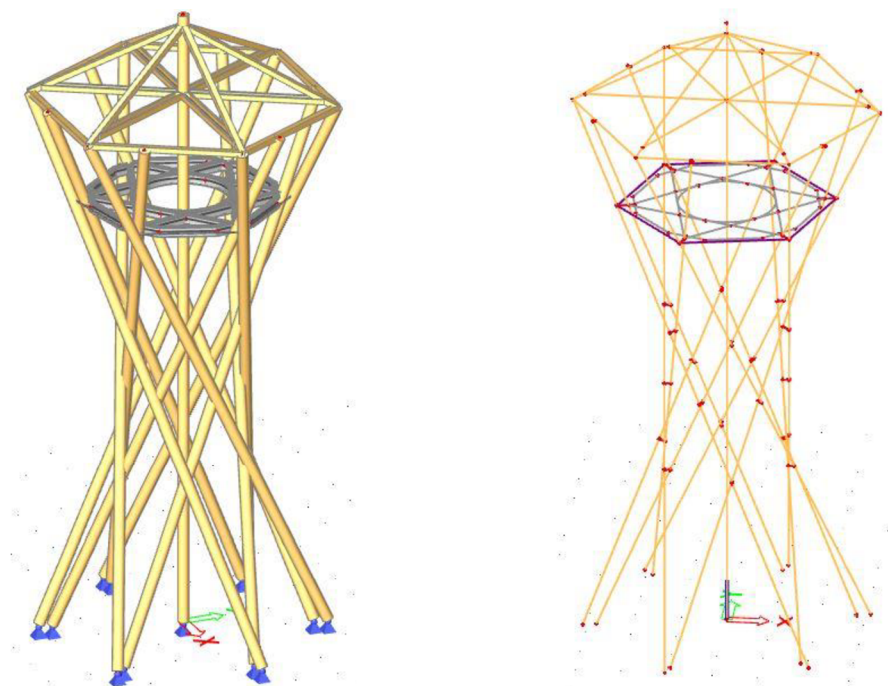
Jako podklady byla použita projektová dokumentace poskytnutá příslušnými orgány svazku obcí Mikroregionu Maštale.

## **5.3. Výpočtový model**

Pro výpočet byl vytvořen jeden výpočtový trojrozměrný model. Jedná se o prutový model, který bude podepřen pevnými neposuvnými podporami.

Celý model byl vytvořen v programu SCIA Engineer [6].

Dřevěné prvky jsou ze dřeva C24 a ocelové prvky z oceli S235.



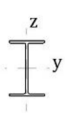
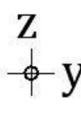
Obr. 5. 2 Výpočtový model rozhledny – 3D model (vlevo) a čárový model (vpravo)

Model obsahuje 3 různé dřevěné průřezy a 2 různé ocelové průřezy.

Tabulka 5. 1 Seznam použitých dřevěných průřezů

1	CS1 – 250 mm		
	A	0,049	m <sup>2</sup>
	I <sub>y</sub>	1,918E-04	m <sup>4</sup>
	I <sub>z</sub>	1,918E-04	m <sup>4</sup>
2	CS2 – 120/140 mm		
	A	0,0168	m <sup>2</sup>
	I <sub>y</sub>	2,016E-05	m <sup>4</sup>
	I <sub>z</sub>	2,744E-05	m <sup>4</sup>
3	CS3 – 2x120/50 mm		
	A	0,012	m <sup>2</sup>
	I <sub>y</sub>	1,440E-05	m <sup>4</sup>
	I <sub>z</sub>	8,920E-05	m <sup>4</sup>

**Tabulka 5. 2** Seznam použitých ocelových průřezů

4	CS4 – I profil 220/140 mm		
	A	4,926E-03	m <sup>2</sup>
	I <sub>y</sub>	3,875E-05	m <sup>4</sup>
	I <sub>z</sub>	4,598E-06	m <sup>4</sup>
5	CS5 – 10 mm		
	A	7,854E-05	m <sup>2</sup>
	I <sub>y</sub>	4,909E-10	m <sup>4</sup>
	I <sub>z</sub>	4,909E-10	m <sup>4</sup>

Průřez č. 1 je použit na dřevěné pruty, které jsou ve spodní části ukotveny do základových konstrukcí a v horní části přikotveny k vaznicím, tedy k průřezům č. 2. Vodorovné nosné konstrukce v úrovni pochozí plochy rozhledny jsou tvořeny ocelovými I profily – tedy průřezy č. 4. Ztužení v úrovni střešní konstrukce je zabezpečeno kleštinami – průřezy č. 3 a ztužení v úrovni pochozí plochy je zabezpečeno ocelovými táhly – průřezy č. 5.

## 5.4. Zatížení

Pro výpočet zatížení bude použito 5 zatěžovacích stavů.

Stálé zatížení:

- Vlastní tíha
- Ostatní stálé zatížení

Proměnné zatížení:

- Užité zatížení
- Zatížení sněhem
- Zatížení větrem

### 5.4.1. Stálé zatížení

Toto zatížení je vyvozeno stálými nosnými a nenosnými prvky konstrukce.

#### 5.4.1.1. Vlastní tíha

Do vlastní tíhy přispívá nosná konstrukce skládající se z dřevěných podpor, ocelových nosníků a ocelových táhel.

Vlastní tíha byla na základě daných průřezů a objemové hmotnosti materiálu určena dvěma způsoby – pomocí softwaru SCIA Engineer a na základě ručního výpočtu pro ověření výsledků.

Hmotnosti jednoho metru běžných ocelových profilů a dřevěných prvků jsou převzaty z programu SCIA Engineer pro porovnání výsledků.

- **Vlastní tíha nosné konstrukce generována v programu SCIA Engineer [6]**

**Tabulka 5.3** *Vlastní tíha konstrukce generovaná programem [6]*

Materiál	Hmotnost [kg]	Povrch [m <sup>2</sup> ]	Objem [m <sup>3</sup> ]
Ocel	1628,4	40,631	2,0744E-01
Dřevo	4040,3	173,808	9,6198E+00
Celkem	5668,7	214,438	9,8273E+00
Celková síla			<b>55,52 kN</b>

- **Ruční výpočet vlastní tíhy konstrukce**

**Tabulka 5.4** *Vlastní tíha konstrukce počítaná ručně*

Vlastní tíha konstrukce	Profil	Délka	Počet kusů	Průřezová plocha prvku	Objemová tíha	Hmotnost prvku
	[mm]	[m]	[-]	[m <sup>2</sup> ]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[kg]
Dřevěná podpora P1	250	13,655	6	4,91E-02	400	1608,68
Dřevěná podpora P2	250	13,410	6	4,91E-02	400	1579,82
Dřevěná podpora P3	250	14,300	1	4,91E-02	400	280,78
Ocelový nosník O1 - vnitřní	220/140/10	3,724	6	4,93E-03	7850	864,00
Ocelový nosník O2 - vnější	220/140/10	1,252	6	4,93E-03	7850	290,48
Ocelový nosník O3 - vnější	220/140/10	0,879	6	4,93E-03	7850	203,94
Ocelový nosník O4 - obloukový	220/140/10	3,377	2	4,93E-03	7850	261,17
Dřevěný prvek - vaznice	140/120	3,373	6	1,68E-02	400	136,00
Dřevěný prvek - kleštiny	2x120/120/50	3,104	6	1,20E-02	400	89,40
Dřevěný prvek - krokev	140/120	3,800	6	1,68E-02	400	153,22
Ocelové táhlo	10	2,400	6	7,85E-05	7850	8,88
<b>Celková hmotnost =</b>					<b>5476,35 kg</b>	
<b>Výsledná síla =</b>					<b>53.7047 kN</b>	

Hodnota celkové hmotnosti vypočtené ručně oproti hodnotě vygenerované programem je nižší s odchylkou 3,4 %. Tento rozdíl může být způsoben délkou prvků, rozdílnými materiály či zaokrouhlováním výpočtů.

#### 5.4.1.2. Ostatní stálé zatížení

Toto zatížení je vyvozeno ocelovou deskou tvořící podlahu, prvky zábradlí, skladbou střešního pláště a krokve.



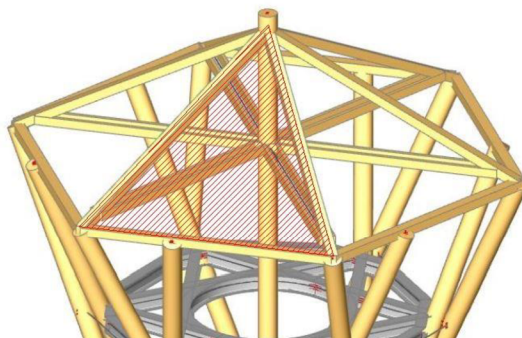
### Zatížení od zábradlí

1 m ocelového zábradlí – cca 35 kg, převedeme na zatížení v kN/m

$$35 \cdot 9,81 = 343,35 \text{ N} = \mathbf{3,4335 \text{ kN/m}}$$

### Zatížení na vaznice

Zatížení ze střešního pláště a zatížení z krokví bude roznášeno na dřevěné vaznice, které jsou uspořádány do tzv. roznášecího trojúhelníku. Plocha roznášecího trojúhelníku je  $7,233 \text{ m}^2$ .



Obr. 5. 3 *Roznášecí trojúhelník*

#### - Zatížení od střešního pláště

Střešní plášť je tvořen plechovou krytinou a dřevěnými distančními prkny.

Tabulka 5. 5 *Skladba střešního pláště*

Vrstva	Tloušťka [m]	Objemová tíha [kN/m <sup>3</sup> ]	Zatížení [kN/m <sup>2</sup> ]
Plechová krytina	3,50E-04	0,3	1,05E-04
Dřevěná distanční prkna	1,00E-02	7,5	7,50E-02
Celkem			<b>0,075</b>

Postup:

Když vynásobíme hodnotu vypočteného zatížení s plochou zatěžovacího trojúhelníku, získáme výslednici zatížení.

$$G = 0,075 \cdot 7,233 = \mathbf{0,542 \text{ kN}}$$

Tuto výslednici dále rozdělíme tak, aby obě dvě vaznice přenášely jednu polovinu vypočtené výslednice zatížení.

$$\frac{G}{2} = \frac{0,542}{2} = \mathbf{0,271 \text{ kN}}$$

Na závěr vydělíme výslednou hodnotu délkou příslušných vaznic a získáme zatížení na metr vaznice. Délka vaznice je  $3,8 \text{ m}$ .

$$g = \frac{0,271}{3,8} = \mathbf{0,07 \text{ kN/m}}$$

### - Zatížení od krokví

Na vaznice dále působí soustava krokví z dřevěných hranolů 100 x 120 mm ve dvou délkách – 12 kusů krokví délky 2,921 m a 12 kusů délky 1,574 m. Objemová tíha dřeva C24 je  $7 \text{ kN/m}^3$ .

Postup:

Vlastní tíha krokví:

$$5.4.1.3. \quad \frac{(0,1 \times 0,12 \times 2,921) \times 7}{1 \text{ m}} = \mathbf{0,245 \text{ kN/m}}$$

$$5.4.1.4. \quad \frac{(0,1 \times 0,12 \times 1,574) \times 7}{1 \text{ m}} = \mathbf{0,132 \text{ kN/m}}$$

V jednom roznášecím trojúhelníku vaznic jsou vždy 2 krokve od každé délky.

Tíha krokví v roznášecím trojúhelníku:

$$2 \cdot 0,245 + 2 \cdot 0,132 = \mathbf{0,754 \text{ kN/m}}$$

Zatížení na jednu vaznici:

$$\frac{0,754}{2} = \mathbf{0,377 \text{ kN/m}}$$

### - Celkové rovnoměrné zatížení na vaznici

Jedná se o součet zatížení od střešního pláště a krokví.

$$0,07 + 0,377 = \mathbf{0,447 \text{ kN/m}}$$

Pro zjednodušený výpočet v programu se použije trojúhelníkové zatížení na vaznice. Ve vrcholu se bude uvažovat nulová hodnota zatížení, celkové rovnoměrné zatížení se tedy přenásobí dvěma.

$$2 \cdot 0,447 = \mathbf{0,894 \text{ kN/m}}$$

### Zatížení od pochozí ocelové desky

Zatížení od pochozí ocelové desky se bude přenášet na ocelové pruty průřezů č. 4. Jedná se o ocelové pruty poskládané do dvou vzájemně se prostupujících trojúhelníků. Délka těchto prutů je  $3,724 \text{ m}$  a v každém trojúhelníku jsou 3 pruty, tedy celkem 6 prutů.

**Tabulka 5. 6** *Zatížení od ocelové desky*

Vrstva	Tloušťka [m]	Objemová tíha [ $\text{kN/m}^3$ ]	Zatížení [ $\text{kN/m}^2$ ]
Ocelová deska	0,02	78,5	<b>1,57</b>

Postup:

Plocha pochozí desky je  $12,68 \text{ m}^2$ . Opět získáme výslednici jestliže vynásobíme zatížení od desky s její plochou.

$$G = 1,57 \cdot 12,68 = \mathbf{19,91 \text{ kN}}$$

Tuto výslednici dále rozdělíme mezi 6 ocelových prutů.

$$\frac{G}{6} = \frac{19,91}{6} = \mathbf{3,32\ kN}$$

Dále vydělíme výslednou hodnotu délkou jednoho prutu a získáme spojitě zatížení na každý prut.

$$g = \frac{3,32}{3,724} = \mathbf{0,89\ kN/m}$$

#### 5.4.2. Proměnné zatížení

##### 5.4.2.1. Užité zatížení

Rozhledna je zatížena dle normy ČSN EN 1991-1-1 [2] do kategorie C – plochy, kde může docházet ke shromažďování lidí a do konkrétní kategorie C5 – plochy, kde může dojít k vysoké koncentraci lidí. Z tohoto zatížení vyplývá charakteristická hodnota užitého zatížení  $q_k = 5 - 7,5\ kN/m^2$  pro rovnoměrné plošné zatížení a  $Q_k = 3,5 - 4,5\ kN$  pro soustředěné zatížení. Z intervalu pro rovnoměrné zatížení byla zvolena hodnota  $5\ kN/m^2$ , jelikož posuzovaná rozhledna není velkých rozměrů a tato hodnota by měla být více než dostačující. Soustředěné zatížení není na konstrukci uvažováno.

Užité zatížení je uvažováno pouze na pochozí desce rozhledny, jelikož schodiště je samonosné, do užitého zatížení tedy není uvažováno. Zatížení se bude přenášet na ocelové pruty průřezů č. 4.

Postup:

Opět stanovíme výslednici zatížení součinem hodnoty užitého zatížení s plochou, na které bude působit – tedy plochou nášlapné desky, která je  $12,68\ m^2$ .

$$G = 12,68 \cdot 5 = \mathbf{63,4\ kN}$$

Tuto výslednici dále rozdělíme mezi 6 ocelových prutů.

$$\frac{G}{6} = \frac{63,4}{6} = \mathbf{10,567\ kN}$$

Dále vydělíme výslednou hodnotu délkou jednoho prutu a získáme spojitě zatížení na každý prut.

$$g = \frac{10,567}{3,724} = \mathbf{2,84\ kN/m}$$

##### 5.4.2.2. Zatížení sněhem

Zatížení sněhem bylo stanoveno v souladu s normou ČSN EN 1991-1-3 [3], ze které vychází všechny níže uvedené vztahy. Pro zjednodušení bylo uvažováno trojúhelníkové zatížení na střešní plášť rozhledny. Ve vrcholu je opět uvažovaná nulová hodnota a hodnota na okraji střechy bude dvojnásobná.

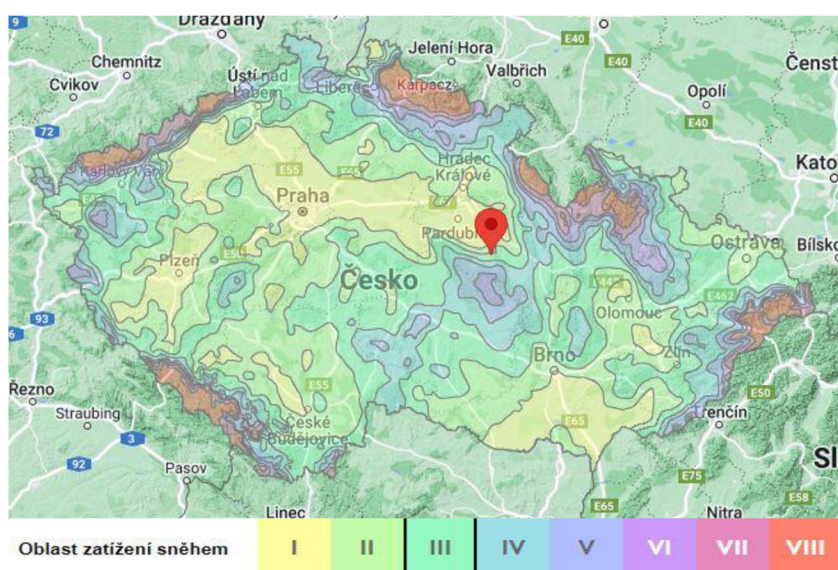
Pro trvalé/dočasné návrhové situace se zatížení sněhem stanoví dle vztahu

$$s = \mu_1 \cdot C_e \cdot C_t \cdot s_k, \quad (5.1)$$

- kde  $\mu_1$  – tvarový součinitel zatížení sněhem  
 $s_k$  – charakteristická hodnota zatížení sněhem na zemi  
 $C_e$  – součinitel expozice  
 $C_t$  – tepelný součinitel

### Charakteristická hodnota zatížení sněhem na zemi $s_k$

Rozhledna se nachází ve sněhové oblasti III – hodnota  $s_k$  je tedy **1,5 kN/m<sup>2</sup>**.



Obr. 5. 4 Mapa sněhových oblastí [4]

### Tvarový součinitel zatížení sněhem $\mu_1$

Sklon střechy je 25,2° - tvarový součinitel je tedy  $\mu_1 = 0,8$ .

Tabulka 5. 7 Tvarové součinitele zatížení sněhem [3]

úhel sklonu střechy $\alpha$	$0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$	$30^\circ < \alpha < 60^\circ$	$\alpha \geq 60^\circ$
$\mu_1$	0,8	$0,8(60 - \alpha)/30$	0,0
$\mu_2$	$0,8 + 0,8\alpha/30$	1,6	--

### Součinitel expozice $C_e$

Hodnota tohoto součinitele závisí na typu krajiny. Při volbě součinitele se musí uvážit budoucí výstavba v okolí staveniště.

Typ krajiny, kde stojí rozhledna, je považován za krajinu otevřenou, vzhledem k jejímu otevření do všech stran a k minimálnímu obklopení stavbami či vyššími stromy [3].

Součinitel expozice je tedy  $C_e = 0,8$ .

**Tabulka 5. 8** Doporučené hodnoty součinitele  $C_e$  pro různé typy krajiny [3]

Typ krajiny	$C_e$
otevřená <sup>a)</sup>	0,8
normální <sup>b)</sup>	1,0
chráněná <sup>c)</sup>	1,2

<sup>a)</sup> Otevřený typ krajiny: rovná plocha bez překážek, otevřená do všech stran, nechráněná nebo jen málo chráněná terénem, vyššími stavbami nebo stromy.  
<sup>b)</sup> Normální typ krajiny: plochy, kde nedochází na stavbách k výraznému přemístění sněhu větrem kvůli okolnímu terénu, jiným stavbám nebo stromům.  
<sup>c)</sup> Chráněný typ krajiny: plochy, kde je uvažovaná stavba výrazně nižší než okolní terén nebo je stavba obklopena vysokými stromy a/nebo vyššími stavbami.

### Tepelný součinitel $C_t$

Tepelný součinitel  $C_t$  se má použít tam, kde je možné vzít v úvahu snížení zatížení sněhem na střeše, která má vysokou tepelnou prostupnost ( $> 1W/m^2K$ ), zejména u některých skleněných střech, kde dochází k tání sněhu vlivem prostupu tepla střechou.

Pro všechny ostatní případy je  $C_t = 1,0$  [3].

Tepelný součinitel  $C_t$  je tedy  $C_t = 1,0$ .

### Hodnota zatížení sněhem $s$

Výpočet dle rovnice (5. 1)

$$s = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 1,0 \cdot 1,5 = 0,96 \text{ kN/m}^2$$

Postup:

Dále musíme opět rozdělit zatížení sněhem na střešní vaznice, tedy na roznášecí trojúhelník (viz obr. 5. 3). Délka vaznic je 3,8 m. Plocha roznášecího trojúhelníku je 7,233 m<sup>2</sup>.

Získáme výslednici, jestliže vynásobíme zatížení od sněhu s plochou rozn. trojúhelníku.

$$G = 0,96 \cdot 7,233 = 6,94 \text{ kN}$$

Následně rozdělíme hodnotu výslednice mezi dvě vaznice.

$$\frac{G}{2} = \frac{6,94}{2} = 3,47 \text{ kN}$$

Podělením výsledné hodnoty délkou vaznic získáme spojitě zatížení na jednom prutu.

$$g = \frac{3,47}{3,8} = 0,913 \text{ kN/m}$$

Pro zjednodušený výpočet v programu se použije opět trojúhelníkové zatížení na vaznice.

Ve vrcholu se bude uvažovat nulová hodnota zatížení, celkové rovnoměrné zatížení se tedy přenásobí dvěma.

$$g \cdot 2 = 2 \cdot 0,913 = \mathbf{1,826 \text{ kN/m}}$$

#### 5.4.2.3. Zatížení Větrem

Zatížení větrem bylo stanoveno v souladu s normou ČSN EN 1991-1-4, ze které pochází všechny níže uvedené vztahy [5].

Správné stanovení zatížení větrem patří k nejsložitější problematice zatížení konstrukcí. Jelikož se rozhledna řadí ke štíhlé konstrukci, je vítr stěžejním zatížením. Výpočet bude rozdělen na dvě části – výpočet pro dřevěné podpory a výpočet pro střechu rozhledny.

Pro další výpočty budeme dřevěné podpory označovat jako dřevěné pruty P1 a P2.

#### Zatížení větrem na dřevěné podpory

Výpočet zatížení větrem na dřevěné podpory bude proveden dle normy [5] jako výpočet pro kruhové válce.

Pro zjednodušení výpočtu jsou pruty považovány za konstantní, přímé a svislé válce. Z hlediska zatěžovacích stavů jsou vytvořeny z tohoto zatížení 2 zatěžovací stavy, kde vítr působí na konstrukci ze dvou stran – směr větru  $\theta = 0^\circ$  a směr větru  $\theta = 90^\circ$ .

#### - Základní rychlost větru $v_b$

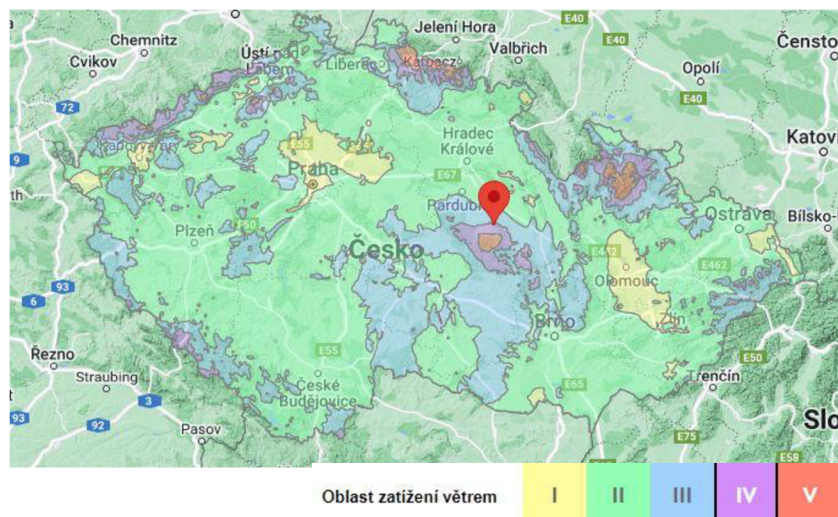
Vypočte se z výrazu

$$v_b = c_{dir} \cdot c_{season} \cdot v_{b,0} \tag{5.2}$$

kde  $c_{dir}$  – součinitel směru větru, doporučená hodnota  $c_{dir} = 1,0$

$c_{season}$  – součinitel ročního období, doporučená hodnota  $c_{season} = 1,0$

$v_{b,0}$  – výchozí základní rychlost větru dle kategorie větrné oblasti



Obr. 5.5 Mapa větrných oblastí [4]

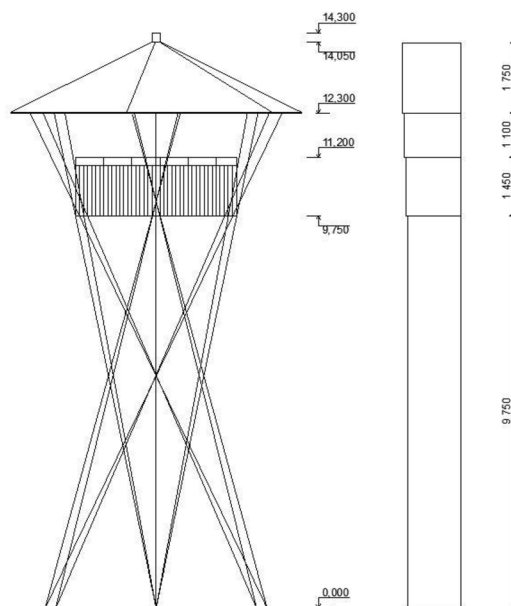
Posuzovaná lokalita Hluboká u Chrudimi se nachází ve větrové oblasti IV kategorie.  
Základní rychlost větru pro danou kategorii je  $v_{b,0} = 30 \text{ m/s}$ .

Výpočet dle rovnice (5.2)

$$v_b = 1,0 \cdot 1,0 \cdot 30 = 30 \text{ m/s}$$

- Střední rychlost větru  $v_m(z)$

Střední rychlost větru se uvažuje ve výšce  $z$  nad terénem a je závislá na drsnosti terénu, orografii a základní rychlosti větru.



Obr. 5.6 Výškové rozdělení rozhledny pro výpočet zatížení větrem

V našem případě je rozhledna po výšce podpor rozdělena na tři úseky, tedy na tři výšky  $z$ .

$$z_1 = 9,75 \text{ m}$$

$$z_2 = 11,2 \text{ m}$$

$$z_3 = 12,3 \text{ m}$$

Střední rychlost větru se stanoví dle výrazu

$$v_m(z) = c_r(z) \cdot c_0(z) \cdot v_{b,0}, \quad (5.3)$$

kde  $c_r(z)$  – součinitel drsnosti terénu

$c_0(z)$  – součinitel orografie, zjednodušeně  $c_0(z) = 1,0$

$v_{b,0}$  – výchozí základní rychlost větru dle kategorie větrné oblasti

Drsnost terénu je popsána součinitelem drsnosti  $c_r(z)$ , vyjadřující změnu střední rychlosti větru v místě konstrukce způsobenou výškou nad terénem a drsností povrchu terénu na návětrné straně konstrukce pro uvažovaný směr větru.

$$c_r(z) = k_r \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad \text{pro } z_{min} \leq z \leq z_{max}, \quad (5.4)$$

kde  $z_0$  – je parametr drsnosti terénu – dle tabulky 5. 9,  $z_0 = 0,05 \text{ m}$

$z_{min}$  – minimální výška, závisí na kategorii terénu – dle tabulky 5. 9,  $z_{min} = 2 \text{ m}$

$k_r$  – součinitel terénu, závislý na parametru drsnosti terénu

$z_{max}$  – uvažuje se  $200 \text{ m}$

$z$  – výška působiště větru

Součinitel terénu  $k_r$  se vypočte ze vztahu

$$k_r = 0,19 \cdot \left(\frac{z_0}{z_{0,II}}\right)^{0,07}, \quad (5.5)$$

kde  $z_{0,II} = 0,05 \text{ m}$  – dle kategorie terénu II

**Tabulka 5. 9** Kategorie terénu a jejich parametry [5]

Kategorie terénu	$z_0$ [m]	$z_{min}$ [m]
0 Moře nebo pobřežní oblasti vystavené otevřenému moři	0,003	1
I Jezera nebo vodorovné oblasti se zanedbatelnou vegetací a bez překážek	0,01	1
II Oblasti s nízkou vegetací jako je tráva a s izolovanými překážkami (stromy, budovy), jejichž vzdálenosti jsou větší než 20násobek výšky překážek	0,05	2
III Oblasti rovnoměrně pokryté vegetací nebo budovami, nebo s izolovanými překážkami, jejichž vzdálenost je maximálně 20násobek výšky překážek (jako jsou vesnice, předměstský terén, souvislý les)	0,3	5
IV Oblasti, ve kterých je nejméně 15 % povrchu pokryto pozemními stavbami, jejichž průměrná výška je větší než 15 m	1,0	10
POZNÁMKA Kategorie terénu jsou zobrazeny v A.1.		



Výpočet součinitele terénu dle rovnice (5. 5)

$$k_r = 0,19 \cdot \left(\frac{0,05}{0,05}\right)^{0,07} = \mathbf{0,19}$$

Výpočet součinitele drsnosti terénu dle rovnice (5. 4)

$$c_{r,1}(z) = 0,19 \cdot \ln\left(\frac{9,75}{0,05}\right) = \mathbf{1,002}$$

$$c_{r,1}(z) = 0,19 \cdot \ln\left(\frac{11,2}{0,05}\right) = \mathbf{1,028}$$

$$c_{r,1}(z) = 0,19 \cdot \ln\left(\frac{12,3}{0,05}\right) = \mathbf{1,046}$$

Výpočet střední rychlosti větru dle rovnice (5. 3)

$$v_{m,1}(z) = 1,002 \cdot 1,0 \cdot 30 = \mathbf{30,056 \text{ m/s}}$$

$$v_{m,2}(z) = 1,028 \cdot 1,0 \cdot 30 = \mathbf{30,846 \text{ m/s}}$$

$$v_{m,3}(z) = 1,046 \cdot 1,0 \cdot 30 = \mathbf{31,380 \text{ m/s}}$$

- **Intenzita turbulence větru  $I_v(z)$**

Intenzita turbulence větru je definována jako podíl směrodatné odchylky turbulence a střední rychlosti větru a stanoví se dle výrazu

$$I_v(z) = \frac{k_t}{c_0(z) \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} \quad \text{pro } z_{min} \leq z \leq z_{max}, \quad (5. 6)$$

kde  $k_t$  – součinitel turbulence, doporučená hodnota pro ČR je  $k_t = 1,0$

$c_0(z)$  – součinitel orografie, zjednodušeně  $c_0(z) = 1,0$

$z_0$  – parametr drsnosti terénu – dle tabulky 5. 9

Výpočet Intenzity turbulence větru dle rovnice (5. 6)

$$I_{v,1}(z) = \frac{1,0}{1,0 \cdot \ln\left(\frac{9,75}{0,05}\right)} = \mathbf{0,190}$$

$$I_{v,2}(z) = \frac{1,0}{1,0 \cdot \ln\left(\frac{11,2}{0,05}\right)} = \mathbf{0,185}$$

$$I_{v,1}(z) = \frac{1,0}{1,0 \cdot \ln\left(\frac{12,3}{0,05}\right)} = \mathbf{0,182}$$

### - Maximální dynamický tlak větru $q_p(z)$

Maximální dynamický tlak větru zahrnuje střední a krátkodobé fluktuace rychlosti větru.

Pro stavby, jejichž výška  $h$  je větší než  $2b$ , doporučuje se rozdělit konstrukci na vodorovné pruhy, pro které se stanoví hodnota maximálního dynamického tlaku – pro náš případ rozdělení do 3 částí.

Maximální dynamický tlak větru je dán následujícím vztahem

$$q_p(z) = [1 + 7 \cdot I_v(z)] \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_m^2(z), \quad (5.7)$$

kde  $I_v(z)$  – intenzita turbulence ve výšce  $z$

$v_m(z)$  – střední rychlost větru ve výšce  $z$

$\rho$  – měrná hmotnost vzduchu, doporučená hodnota  $\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$

Výpočet maximálního dynamického tlaku větru dle rovnice (5.7)

$$q_{p,1}(z) = \left[ (1 + 7 \cdot 0,190) \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,25 \cdot 30,056^2 \right] \cdot 10^{-3} = \mathbf{1,314 \text{ kN/m}^2}$$

$$q_{p,2}(z) = \left[ (1 + 7 \cdot 0,185) \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,25 \cdot 30,846^2 \right] \cdot 10^{-3} = \mathbf{1,364 \text{ kN/m}^2}$$

$$q_{p,3}(z) = \left[ (1 + 7 \cdot 0,182) \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,25 \cdot 30,380^2 \right] \cdot 10^{-3} = \mathbf{1,398 \text{ kN/m}^2}$$

**Tabulka 5. 10** *Shrnutí výpočtu střední rychlosti větru, drsnosti terénu, intenzity turbulence větru a maximálního dynamického tlaku*

$z$	$v_m(z)$	$c_r(z)$	$I_v(z)$	$q_p(z)$
[m]	[m/s]	[-]	[-]	[kN/m <sup>2</sup> ]
9,75	30,056	1,002	0,190	1,314
11,2	30,846	1,028	0,185	1,364
12,3	31,380	1,046	0,182	1,398

### - Součinitel konstrukce $c_s c_d$

Součinitel konstrukce  $c_s c_d$  má vzít v úvahu účinek zatížení větrem při nesoučasném výskytu maximálních tlaků větru na povrchu konstrukce ( $c_s$ ) společně s účinkem kmitání konstrukce vyvolaného turbulencí ( $c_d$ ).

Je dán vztahem

$$c_s c_d = \frac{1+2 \cdot k_p \cdot I_v(z_s) \cdot \sqrt{B^2+R^2}}{1+7 \cdot I_v(z_s)}, \quad (5.8)$$

kde  $k_p$  – součinitel maximální hodnoty, definovaný jako poměr maximální hodnoty flukтуаční složky odezvy a její směrodatné odchylky

$I_v$  – intenzita turbulence

$z_s$  – referenční výška pro stanovení součinitele konstrukce

$B^2$  – součinitel odezvy pozadí

$R^2$  – rezonanční část odezvy, která bere v úvahu turbulenci v rezonanci s tvarem kmitání

Pro pozemní stavby s rámovou konstrukcí a nosnými stěnami, které jsou nižší než 100 m, a jejichž výška je menší než 4násobek délky ve směru větru, lze  $c_s c_d$  vzít rovno 1,0.

Pro zjednodušení uvažujeme součinitel konstrukce  $c_s c_d = 1$ .

#### - Síly od větru

Síly od větru na celou konstrukci nebo nosný prvek se mají stanovit:

- výpočtem sil použitím součinitelů sil, nebo
- výpočtem sil z povrchových tlaků.

Síly od větru závisí na Reynoldsových číslech  $R_e$ .

##### o Reynoldsovo číslo $R_e$

Reynoldsovo číslo je definováno vztahem

$$R_e = \frac{b \cdot v(z_e)}{\nu}, \quad (5.9)$$

kde  $b$  – průměr – dřevěná podpora – 0,250 m

$\nu$  – kinematická viskozita vzduchu,  $\nu = 15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

$v(z_e)$  – maximální rychlost větru

Maximální rychlost větru  $v(z_e)$  se vypočte ze vztahu

$$v(z_e) = \sqrt{2 \cdot q_p / \rho}, \quad (5.10)$$

kde  $q_p$  – maximální dynamický tlak

$\rho$  – měrná hmotnost vzduchu, doporučená hodnota  $\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$

Výpočet maximální rychlosti větru dle rovnice (5. 10)

$$v_1(z_e) = \sqrt{2 \cdot 1,314/1,25} = \mathbf{1,45 \text{ m/s}}$$

$$v_2(z_e) = \sqrt{2 \cdot 1,364/1,25} = \mathbf{1,48 \text{ m/s}}$$

$$v_3(z_e) = \sqrt{2 \cdot 1,398/1,25} = \mathbf{1,50 \text{ m/s}}$$

Výpočet Reynoldsova čísla dle rovnice (5. 9)

$$R_{e,1} = \frac{0,25 \cdot 1,45}{15 \cdot 10^{-6}} = \mathbf{2,42E + 04}$$

$$R_{e,2} = \frac{0,25 \cdot 1,48}{15 \cdot 10^{-6}} = \mathbf{2,46E + 04}$$

$$R_{e,3} = \frac{0,25 \cdot 1,50}{15 \cdot 10^{-6}} = \mathbf{2,49E + 04}$$

**Tabulka 5. 11** Shrnutí výpočtu maximální rychlosti větru a Reynoldsova čísla na konstrukci

b	v(z <sub>e</sub> )	R <sub>e</sub>
[m]	[m/s]	[-]
0,25	1,45	2,42E+04
	1,48	2,46E+04
	1,50	2,49E+04

Pro výpočet zatížení větrem na dřevěné pruty budou vypočteny a porovnány dva způsoby výpočtu – zatížení od větru s vlivem součinitelů vnějších tlaků a zatížení větru s vlivem součinitelů síly.

#### a) Součinitele vnějších tlaků $c_{pe}$

Součinitel vnějšího tlaku  $c_{pe}$  pro kruhové válce je dán vztahem

$$c_{pe} = \psi_\lambda \cdot C_{p0,h}, \quad (5. 11)$$

kde  $\psi_\lambda$  – součinitel koncového efektu

$c_{p0,h}$  – součinitel tlaku na závětrné straně válce

Tyto součinitele závisí na součiniteli koncového efektu  $\psi_{\lambda\alpha}$ , který je definován v závislosti na poloze:

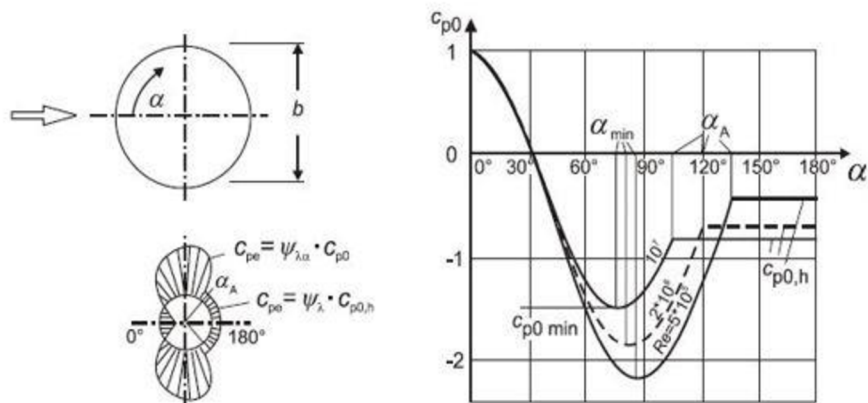
$$\psi_{\lambda\alpha} = 1 \quad \text{pro } 0^\circ \leq \alpha \leq \alpha_{min}$$

$$\psi_{\lambda\alpha} = \psi_\lambda + (1 - \psi_\lambda) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{\alpha - \alpha_{min}}{\alpha_A - \alpha_{min}}\right)\right) \quad \text{pro } \alpha_{min} < \alpha < \alpha_A$$

$$\psi_{\lambda\alpha} = \psi_\lambda \quad \text{pro } \alpha_A \leq \alpha \leq 180^\circ,$$

- kde  $\alpha_{min}$  – místo minimálního tlaku ve [°]  
-  $\alpha_A$  – poloha bodu oddělení proudu ve [°]

V našem případě platí  $\psi_{\lambda\alpha} = \psi_\lambda$ .



**Obr. 5.7** Rozdělení tlaku pro válce s kruhovým průřezem, pro různé rozsahy Reynoldsova čísla a bez vlivu proudění kolem volných konců [5]

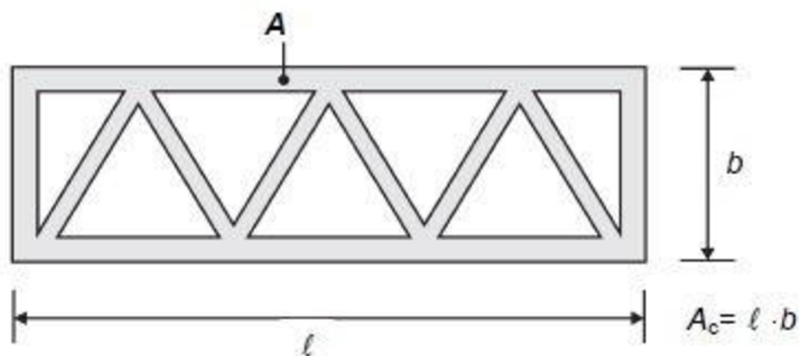
Pro určení součinitele koncového efektu je třeba výpočet součinitele plnosti  $\varphi$  a výpočet efektivní štíhlosti  $\lambda$ .

- **Součinitel plnosti  $\varphi$**

Součinitel plnosti je dán vztahem

$$\varphi = \frac{A}{A_c}, \quad (5.12)$$

- kde  $A$  – součet průmětů ploch prutů od čelní plochy  
 $A_c$  – celková plocha obálky



**Obr. 5.8** Definice součinitele plnosti  $\varphi$  [5]

Posuzované podpory rozhledny jsou stejného průřezu, ale jiné délky.

**Tabulka 5. 12** Výpočet součinitele plnosti  $\varphi$  konstrukce dle rovnice (5. 12)

prut	profil	délka	počet kusů	plocha
	[m]	[m]	[-]	[m <sup>2</sup> ]
P1	0,250	13,655	6	20,483
P2	0,250	13,410	6	20,115
Součet průmětů ploch			A =	40,598
Celková plocha obálky			A <sub>c</sub> =	218,670
			$\varphi$ =	<b>0,186</b>

- **Efektivní štíhlost  $\lambda$**

Efektivní štíhlost je definovaná v závislosti na rozměrech konstrukce a její poloze.

Č.	Poloha konstrukce, vítr kolmý k rovině strany	Efektivní štíhlost $\lambda$
1		Pro mnohoúhelníkové, obdélníkové a ostrohanné průřezy a příhradové konstrukce: pro $l \geq 50$ m, menší z hodnot $\lambda = 1,4l/b$ nebo $\lambda = 70$ ; pro $l < 50$ m, menší z hodnot $\lambda = 2l/b$ nebo $\lambda = 70$ .
2		Pro válce s kruhovým průřezem: pro $l \geq 50$ m, menší z hodnot $\lambda = 0,7l/b$ nebo $\lambda = 70$ ; pro $l < 50$ m, menší z hodnot $\lambda = l/b$ nebo $\lambda = 70$ .
3		Pro mezilehlé hodnoty $l$ se doporučuje použít lineární interpolaci.
4		Pro $l \geq 50$ m, větší z hodnot $\lambda = 0,7l/b$ nebo $\lambda = 70$ ; Pro $l < 50$ m, větší z hodnot $\lambda = l/b$ nebo $\lambda = 70$ ; Pro mezilehlé hodnoty $l$ se doporučuje použít lineární interpolaci.

**Obr. 5. 9** Doporučené hodnoty  $\lambda$  pro válce [5]

Výpočet štíhlosti je v našem případě dán vztahem

$$\lambda = \frac{l}{b}, \quad (5. 13)$$

kde  $l$  – délka podpor

$b$  – průměr průřezu podpor

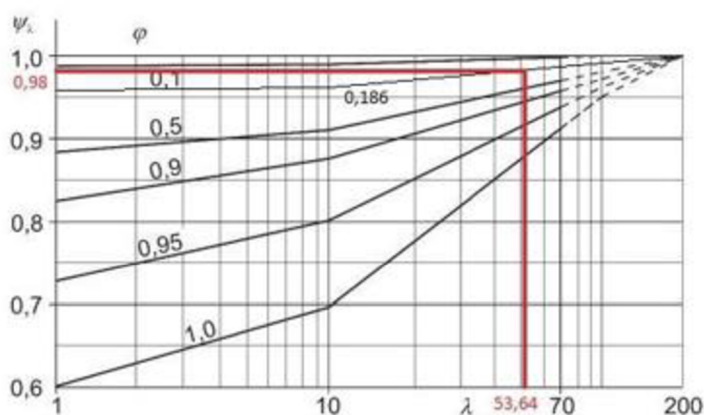
Výpočet štíhlosti dle rovnice (5. 13)

prut	l	b	$\lambda$
	[m]	[m]	[-]
P1	13,655	0,250	54,62
P2	13,410	0,250	53,64

Dále určíme součinitele koncového efektu.

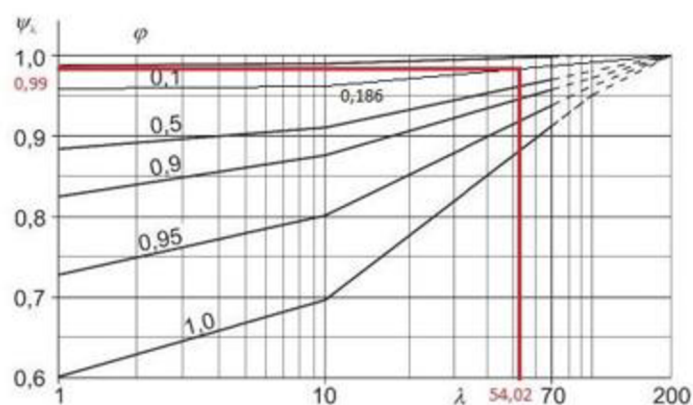
- **Součinitel koncového efektu  $\psi_\lambda$**

Součinitel koncového efektu pro pruty P1 [5]



**Obr. 5. 10** Směrné hodnoty součinitele koncového efektu  $\psi_\lambda$  jako funkce součinitele plnosti  $\varphi$  v závislosti na štíhlosti  $\lambda$  pro prut P1 [5]

Součinitel koncového efektu pro pruty P2 [5]



**Obr. 5. 11** Směrné hodnoty součinitele koncového efektu  $\psi_\lambda$  jako funkce součinitele plnosti  $\varphi$  v závislosti na štíhlosti  $\lambda$  pro prut P2 [5]

Výsledné hodnoty součinitelů koncových efektů dle obr. 5. 10 a obr. 5. 11

$$\psi_{\lambda} = 0,99$$

pro pruty P1

$$\psi_{\lambda} = 0,98$$

pro pruty P2

- Součinitel vnějších tlaků – rozdělení

**Tabulka 5. 13** Typické hodnoty pro rozdělení tlaku na kruhových válcích pro různé hodnoty

Reynoldsova čísla bez vlivu proudění kolem volných konců [5]

Re	$\alpha_{\min}$	$C_{p0,\min}$	$\alpha_A$	$C_{p0,h}$
$5 \cdot 10^5$	85	-2,2	135	-0,4
$2 \cdot 10^6$	80	-1,9	120	-0,7
$10^7$	75	-1,5	105	-0,8

Kde je  
 $\alpha_{\min}$  místo minimálního tlaku ve [°];  
 $C_{p0,\min}$  hodnota součinitele minimálního tlaku;  
 $\alpha_A$  poloha bodu oddělení proudu ve [°];  
 $C_{p0,h}$  součinitel tlaku na závětrné straně válce.

Z tabulky 5. 13 byly pro vypočtené hodnoty Reynoldsova čísla určeny hodnoty minimálních tlaků, součinitelé minimálních tlaků, polohy bodů oddělených proudů a součinitele na závětrné straně válce. Mezilehlé hodnoty se určily lineární interpolací. Dále byl proveden výpočet součinitelů vnějších tlaků  $C_{pe}$  pro oba posuzované pruty dle rovnice (5. 11).

**Tabulka 5. 14** Vypočtené hodnoty pro rozdělení tlaku na prut P1 pro různé hodnoty q

Reynoldsova čísla bez vlivu proudění kolem volných konců

z	Re	$\alpha_{\min}$	$C_{p0,\min}$	$\alpha_A$	$C_{p0,h}$	$\Psi_{\lambda} = \Psi_{\lambda\alpha}$	$C_{pe}$
[m]	[-]	[°]	[-]	[°]	[-]	[-]	[-]
	5,00E+05	85,00	-2,20	135,00	-0,40	-	-
9,75	2,42E+04	84,12	-2,15	132,36	-0,45	0,99	-0,448
11,2	2,46E+04	84,07	-2,14	132,21	-0,46		-0,451
12,3	2,49E+04	84,04	-2,14	132,12	-0,46		-0,453
	2,00E+06	80,00	-1,90	120,00	-0,70	-	-

**Tabulka 5. 15** Vypočtené hodnoty pro rozdělení tlaku na prut P2 pro různé hodnoty

Reynoldsova čísla bez vlivu proudění kolem volných konců

z	Re	$\alpha_{\min}$	$C_{p0,\min}$	$\alpha_A$	$C_{p0,h}$	$\Psi_{\lambda} = \Psi_{\lambda\alpha}$	$C_{pe}$
[m]	[-]	[°]	[-]	[°]	[-]	[-]	[-]
	5,00E+05	85,00	-2,20	135,00	-0,40	-	-
9,75	2,42E+04	84,12	-2,15	132,36	-0,45	0,98	-0,444
11,2	2,46E+04	84,07	-2,14	132,21	-0,46		-0,447
12,3	2,49E+04	84,04	-2,14	132,12	-0,46		-0,448
	2,00E+06	80,00	-1,90	120,00	-0,70	-	-



- **Tlak větru na povrchy  $w_e$**

Tlak větru  $w_e$ , působící na vnější povrchy konstrukce, se získá z výrazu

$$w_e = q_p(z_e) \cdot c_{pe}, \quad (5.14)$$

kde  $q_p(z_e)$  – maximální dynamický tlak (viz tabulka 5. 10)

$c_{pe}$  – součinitel vnějšího tlaku (viz tabulka 5. 14, 5. 15)

- **Vlivsily  $f_{we}$  od větru na konstrukci s účinkem součinitele vnějších tlaků**

Síly od větru na celou konstrukci se stanoví pomocí vztahu

$$f_{we} = c_s c_d \cdot w_e \cdot b_{ref}, \quad (5.15)$$

kde  $c_s c_d$  – součinitel konstrukce

$w_e$  – vnější tlak větru

$b_{ref}$  – průměr průřezu

**Tabulka 5. 16** *Vypočtené výsledné hodnoty zatížení větrem na pruty P1 – součinitele vnějších tlaků – viz rovnice (5. 14) a (5. 15)*

z	$q_p(z)$	$c_{pe}$	$w_e$	$c_s c_d$	$b_{ref}$	$f_{we}$
[m]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[-]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[-]	[m]	[kN/m]
9,75	1,314	0,448	0,589	1	0,25	<b>0,147</b>
11,2	1,364	0,451	0,615			<b>0,154</b>
12,3	1,398	0,453	0,633			<b>0,158</b>

**Tabulka 5. 17** *Vypočtené výsledné hodnoty zatížení větrem na pruty P2 – součinitele vnějších tlaků – viz rovnice (5. 14) a (5. 15)*

z	$q_p(z)$	$c_{pe}$	$w_e$	$c_s c_d$	$b_{ref}$	$f_{we}$
[m]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[-]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[-]	[m]	[kN/m]
9,75	1,314	0,444	0,583	1	0,25	<b>0,146</b>
11,2	1,364	0,447	0,609			<b>0,152</b>
12,3	1,398	0,448	0,627			<b>0,157</b>

**b) Součinitel síly**

Použitím normy ČSN 1991-1-4 ed. 2 [5] lze získat součinitel síly výpočtem založeným na vyjádření hodnoty součinitele plnosti  $\varphi$ , součinitele koncového efektu  $\psi_\lambda$  a součinitele síly bez vlivu proudění kolem volných konců  $c_{f,0}$ . Součinitel síly bez vlivu proudění kolem volných konců se určuje z grafů v závislosti na velikosti Reynoldsova čísla  $R_e$ .

### - Celkový Součinitel síly $c_f$

Celkový součinitel síly  $c_f$  vyjadřuje výslednou sílu. Součinitel výsledného tlaku představuje maximální místní tlak pro všechny směry větru.

Pro válec s kruhovým průřezem konečné délky se celkový součinitel síly má stanovit ze vztahu

$$c_f = c_{f,0} \cdot \psi_\lambda \cdot \kappa, \quad (5.16)$$

kde  $c_{f,0}$  – součinitel síly pro válce bez vlivu proudění kolem volných konců

$\psi_\lambda$  – součinitel koncového efektu

$\kappa$  – součinitel pro svislé válce v řadě

#### o Součinitel pro svislé válce v řadě $\kappa$

Součinitel pro svislé válce v řadě se stanoví pomocí vzorců z tabulek v závislosti na poměru vzájemné vzdálenosti a průměru posuzovaných prvků.

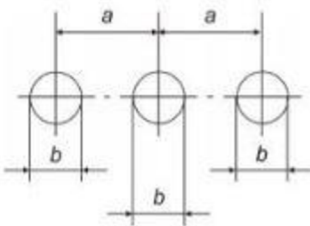
Největší vzdálenost mezi pruty –  $a = 3\,150\text{ mm}$

Nejmenší vzdálenost mezi pruty –  $a = 300\text{ mm}$

Průměr prutů –  $b = 250\text{ mm}$

**Tabulka 5. 18** Součinitel  $\kappa$  pro svislé válce v řadě – pro největší vzdálenost mezi pruty

$a/b$	$\kappa$
$2,5 < a/b < 3,5$	1,15
$3,5 < a/b < 30$	$\kappa = \frac{210 - \frac{a}{b}}{180}$
$a/b > 30$	1,00



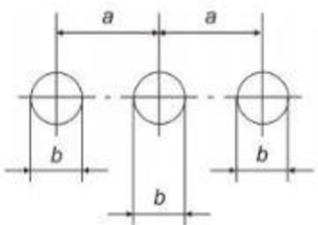
$a$  vzdálenost;  
 $b$  průměr.  
POZNÁMKA: Hodnoty  $\kappa$  pro  $a/b < 2,5$  lze uvést v národní příloze.<sup>NP38b)</sup>

Výpočet dle tabulky 5. 18

$$\frac{a}{b} = \frac{3\,150}{250} = 12,6 \rightarrow \kappa = \frac{210 - \frac{a}{b}}{180} = \frac{210 - \frac{3\,150}{250}}{180} = 1,1$$

**Tabulka 5. 19** Součinitel  $\kappa$  pro svislé válce v řadě – pro nejmenší vzdálenost mezi pruty

$a/b$	$\kappa$
$2,5 < a/b < 3,5$	1,15
$3,5 < a/b < 30$	$\kappa = \frac{210 - \frac{a}{b}}{180}$
$a/b > 30$	1,00



$a$  vzdálenost;  
 $b$  průměr.  
POZNÁMKA Hodnoty  $\kappa$  pro  $a/b < 2,5$  lze uvést v národní příloze.<sup>NP36b)</sup>

Výpočet dle tabulky 5. 19

$$\frac{a}{b} = \frac{300}{250} = 1,2 \rightarrow \kappa = 1,15$$

Dále se bude uvažovat s větší hodnotou  $\kappa = 1,15$ , tedy na stranu bezpečnou.

○ Součinitel síly  $c_{f,0}$

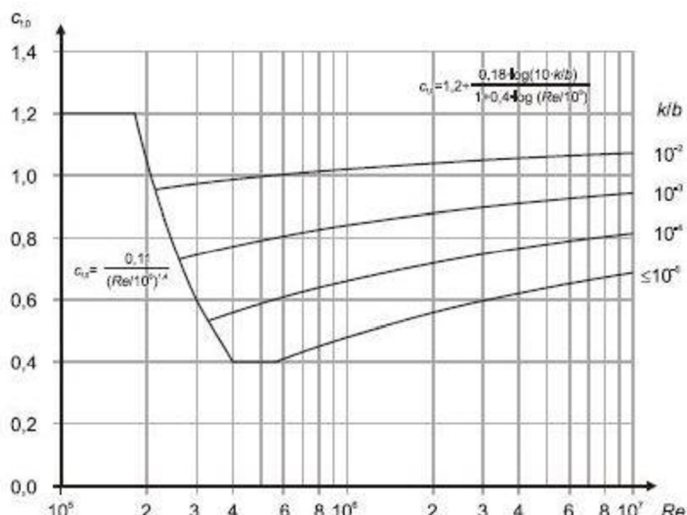
Součinitel síly  $c_{f,0}$  pro svislé válce v řadě závisí na směru větru vzhledem k ose řady a poměru vzdálenosti  $a$  a průměru  $b$ , je graficky znázorněn na obr. 5. 12.

Součinitel síly  $c_{f,0}$  se určí ze vztahu

$$c_{f,0} = \frac{k}{b}, \tag{5. 17}$$

kde  $b$  – průměr,  $b = 250 \text{ mm}$

$k$  – ekvivalentní drsnost povrchu  $k$



**Obr. 5. 12** Součinitel síly  $c_{f,0}$  pro kruhové válce bez vlivu proudění kolem volných konců a pro různé ekvivalentní drsnosti  $k/b$  [5]

Ekvivalentní drsnost povrchu  $k$  se určí z tabulky 5. 20,  $k = 0,5 \text{ mm}$

**Tabulka 5. 20** Ekvivalentní drsnost povrchu  $k$

Druh povrchu	Ekvivalentní drsnost $k$ [mm]	Druh povrchu	Ekvivalentní drsnost $k$ [mm]
sklo	0,001 5	hladký beton	0,2
leštěný kov	0,002	<b>hoblované dřevo</b>	<b>0,5</b>
jemný nátěr	0,006	drsňý beton	1,0
stříkaný nátěr	0,02	neopracované řezivo	2,0
lesklá ocel	0,05	rez	2,0
šedá litina	0,2	cihelné stěny	3,0
pozinkovaná ocel	0,2		

Výpočet součinitele síly dle rovnice (5. 17)

$$c_{f,0} = \frac{0,5}{250} = 2 \cdot 10^{-3}.$$

Hodnota součinitele síly je shodná pro oba pruty P1, P2

- **Výpočet celkového součinitele síly  $c_f$**

**Tabulka 5. 21** Celkový součinitel síly pro prut P1

$z$	$v(ze)$	$b$	$R_e$	$c_{f,0}$	$\Psi_\lambda$	$K$	$c_f$
[m]	[m/s]	[mm]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
9,75	1,45	250	2,42E+04	0,496	0,99	1,1	<b>0,540</b>
11,2	1,48		2,46E+04	0,494			<b>0,538</b>
12,3	1,50		2,49E+04	0,492			<b>0,536</b>

**Tabulka 5. 22** Celkový součinitel síly pro prut P2

$z$	$v(ze)$	$b$	$R_e$	$c_{f,0}$	$\Psi_\lambda$	$K$	$c_f$
[m]	[m/s]	[mm]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
9,75	1,45	250	2,42E+04	0,496	0,98	1,1	<b>0,535</b>
11,2	1,48		2,46E+04	0,494			<b>0,532</b>
12,3	1,50		2,49E+04	0,492			<b>0,531</b>

- **Vliv síly  $f_{we}$  od větru na konstrukci s účinkem součinitele síly**

Výsledná síla větru na konstrukci se vypočte ze vztahu

$$f_{we} = c_s c_d \cdot c_f \cdot q_p(ze) \cdot b_{ref}. \quad (5. 18)$$

**Tabulka 5. 23** *Vypočtené výsledné hodnoty zatížení větrem na pruty P1 – součinitele síly – viz rovnice (5. 18)*

z	$C_s C_d$	$C_f$	$q_p(z)$	$b_{ref}$	$f_{we}$
[m]	[-]	[-]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[m]	[kN/m]
9,75	1	0,540	1,314	0,25	<b>0,177</b>
11,2		0,538	1,364		<b>0,183</b>
12,3		0,536	1,398		<b>0,187</b>

**Tabulka 5. 24** *Vypočtené výsledné hodnoty zatížení větrem na pruty P2 – součinitele síly – viz rovnice (5. 18)*

z	$C_s C_d$	$C_f$	$q_p(z)$	$b_{ref}$	$f_{we}$
[m]	[-]	[-]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[m]	[kN/m]
9,75	1	0,535	1,314	0,25	<b>0,176</b>
11,2		0,532	1,364		<b>0,182</b>
12,3		0,531	1,398		<b>0,185</b>

### c) Porovnání výsledných sil zatížení větrem

**Tabulka 5. 25** *Porovnání zatížení větrem na prut P1 s použitím různých součinitelů*

z	$b_{ref}$	$f_{we} (cpe)$	$f_{we} (cf)$
[m]	[m]	[kN/m]	[kN/m]
9,75	0,25	0,147	<b>0,177</b>
11,2		0,154	<b>0,183</b>
12,3		0,158	<b>0,187</b>

**Tabulka 5. 26** *Porovnání zatížení větrem na prut P2 s použitím různých součinitelů*

z	$b_{ref}$	$f_{we} (cpe)$	$f_{we} (cf)$
[m]	[m]	[kN/m]	[kN/m]
9,75	0,25	0,146	<b>0,176</b>
11,2		0,152	<b>0,182</b>
12,3		0,157	<b>0,185</b>

V obou případech bude dále uvažováno zatížení větrem méně příznivé, a to se součinitelem síly  $c_f$ .

Jelikož se jedná o štíhlé pruty počítané jako válce, budou hodnoty zatížení větrem shodné v obou směrech větru – směr větru  $\theta = 0^\circ$  a směr větru  $\theta = 90^\circ$ .

## Zatížení větrem na střechu rozhledny

Výpočet zatížení větrem na střechu rozhledny bude proveden dle normy [5] jako výpočet pro sedlové střechy. Pro zjednodušení výpočtu je střecha uvažována jako sedlová. Výpočet bude proveden pro dva směry větru  $\theta = 0^\circ$  a směr větru  $\theta = 90^\circ$ .

### - Základní rychlost větru $v_b$

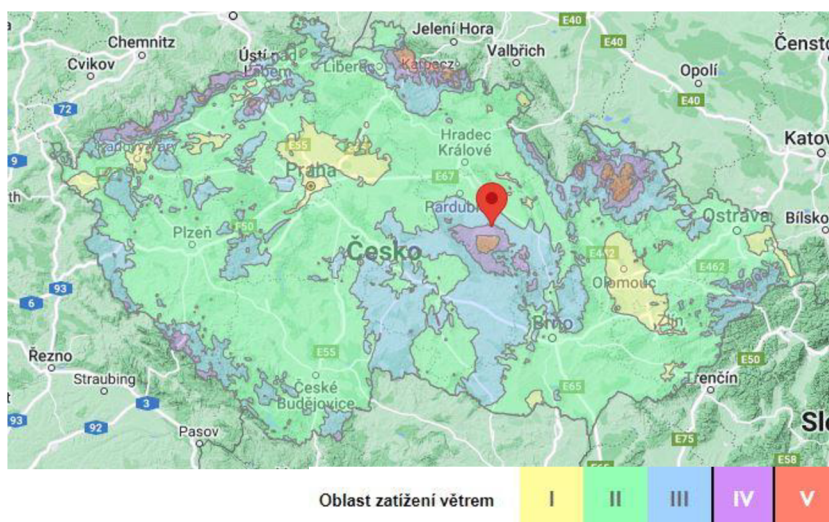
Vypočte se z výrazu

$$v_b = c_{dir} \cdot c_{season} \cdot v_{b,0} \quad (5.19)$$

kde  $c_{dir}$  – součinitel směru větru, doporučená hodnota  $c_{dir} = 1,0$

$c_{season}$  – součinitel ročního období, doporučená hodnota  $c_{season} = 1,0$

$v_{b,0}$  – výchozí základní rychlost větru dle kategorie větrné oblasti



Obr. 5.13 Mapa větrných oblastí [4]

Posuzovaná lokalita Hluboká u Chrudimi se nachází ve větrné oblasti IV kategorie.

Základní rychlost větru pro danou kategorii je  $v_{b,0} = 30 \text{ m/s}$ .

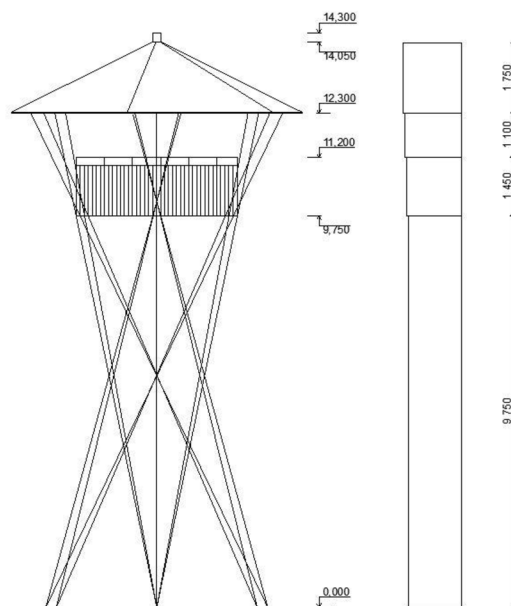
Výpočet dle rovnice (5.19)

$$v_b = 1,0 \cdot 1,0 \cdot 30 = 30 \text{ m/s}$$

### - Střední rychlost větru $v_m(z)$

Střední rychlost větru se uvažuje ve výšce  $z$  nad terénem a je závislá na drsnosti terénu, orografii a základní rychlosti větru.

Pro výpočet zatížení větrem na střechu rozhledny se bude počítat pouze s jednou výškou  $z$ .



**Obr. 5. 14** Výškové rozdělení rozhledny pro výpočet zatížení větrem

$$z_4 = 14,05 \text{ m}$$

Střední rychlost větru se stanoví dle výrazu

$$v_m(z) = c_r(z) \cdot c_0(z) \cdot v_{b,0}, \quad (5. 20)$$

kde  $c_r(z)$  – součinitel drsnosti terénu

$c_0(z)$  – součinitel orografie, zjednodušeně  $c_0(z) = 1,0$

$v_{b,0}$  – výchozí základní rychlost větru dle kategorie větrné oblasti

Drsnost terénu je popsána součinitelem drsnosti  $c_r(z)$ , vyjadřující změnu střední rychlosti větru v místě konstrukce způsobenou výškou nad terénem a drsností povrchu terénu na návětrné straně konstrukce pro uvažovaný směr větru.

$$c_r(z) = k_r \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad \text{pro } z_{min} \leq z \leq z_{max}, \quad (5. 21)$$

kde  $z_0$  – je parametr drsnosti terénu – dle tabulky 5. 9,  $z_0 = 0,05 \text{ m}$

$z_{min}$  – minimální výška, závisí na kategorii terénu – dle tabulky 5. 9,  $z_{min} = 2 \text{ m}$

$k_r$  – součinitel terénu, závislý na parametru drsnosti terénu

$z_{max}$  – uvažuje se 200 m

$z$  – výška působíště větru

Součinitel terénu  $k_r$  se vypočte ze vztahu

$$k_r = 0,19 \cdot \left(\frac{z_0}{z_{0,II}}\right)^{0,07}, \quad (5. 22)$$

kde  $z_{0,II} = 0,05 \text{ m}$  – dle kategorie terénu II

**Tabulka 5. 27** Kategorie terénu a jejich parametry [5]

Kategorie terénu	$z_0$ [m]	$z_{min}$ [m]
0 Moře nebo pobřežní oblasti vystavené otevřenému moři	0,003	1
I Jezera nebo vodorovné oblasti se zanedbatelnou vegetací a bez překážek	0,01	1
II Oblasti s nízkou vegetací jako je tráva a s izolovanými překážkami (stromy, budovy), jejichž vzdálenosti jsou větší než 20násobek výšky překážek	0,05	2
III Oblasti rovnoměrně pokryté vegetací nebo budovami, nebo s izolovanými překážkami, jejichž vzdálenost je maximálně 20násobek výšky překážek (jako jsou vesnice, předměstský terén, souvislý les)	0,3	5
IV Oblasti, ve kterých je nejméně 15 % povrchu pokryto pozemními stavbami, jejichž průměrná výška je větší než 15 m	1,0	10
POZNÁMKA Kategorie terénu jsou zobrazeny v A. 1.		

Výpočet součinitele terénu dle rovnice (5. 22)

$$k_r = 0,19 \cdot \left(\frac{0,05}{0,05}\right)^{0,07} = \mathbf{0,19}$$

Výpočet součinitele drsnosti terénu dle rovnice (5. 21)

$$c_{r,4}(z) = 0,19 \cdot \ln\left(\frac{14,05}{0,05}\right) = \mathbf{1,071}$$

Výpočet střední rychlosti větru dle rovnice (5. 20)

$$v_{m,4}(z) = 1,071 \cdot 1,0 \cdot 30 = \mathbf{32,139 \text{ m/s}}$$

- **Intenzita turbulence větru  $I_v(z)$**

Intenzita turbulence větru je definována jako podíl směrodatné odchylky turbulence a střední rychlosti větru a stanoví se dle výrazu

$$I_v(z) = \frac{k_l}{c_0(z) \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} \quad \text{pro } z_{min} \leq z \leq z_{max}, \quad (5. 23)$$

kde  $k_l$  – součinitel turbulence, doporučená hodnota pro ČR je  $k_l = 1,0$

$c_0(z)$  – součinitel orografie, zjednodušeně  $c_0(z) = 1,0$

$z_0$  – parametr drsnosti terénu – dle tabulky 5. 9

Výpočet Intenzity turbulence větru dle rovnice (5. 23)

$$I_{v,4}(z) = \frac{1,0}{1,0 \cdot \ln\left(\frac{14,05}{0,05}\right)} = \mathbf{0,326}$$

- **Maximální dynamický tlak větru  $q_p(z)$**

Maximální dynamický tlak větru zahrnuje střední a krátkodobé fluktuační rychlosti větru.

Pro stavby, jejichž výška  $h$  je větší než  $2b$ , doporučuje se rozdělit konstrukci na vodorovné pruhy, pro které se stanoví hodnota maximálního dynamického tlaku – pro náš případ není rozdělení třeba.



Maximální dynamický tlak větru je dán následujícím vztahem

$$q_p(z) = [1 + 7 \cdot I_v(z)] \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_m^2(z), \quad (5.24)$$

kde  $I_v(z)$  – intenzita turbulence ve výšce  $z$

$v_m(z)$  – střední rychlost větru ve výšce  $z$

$\rho$  – měrná hmotnost vzduchu, doporučená hodnota  $\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$

Výpočet maximálního dynamického tlaku větru dle rovnice (5.24)

$$q_{p,4}(z) = \left[ (1 + 7 \cdot 0,326) \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,25 \cdot 32,139^2 \right] \cdot 10^{-3} = 2,120 \text{ kN/m}^2$$

**Tabulka 5. 28** Shrnutí výpočtu střední rychlosti větru, drsnosti terénu, intenzity turbulence větru a maximálního dynamického tlaku

$z$	$v_m(z)$	$c_r(z)$	$I_v(z)$	$q_p(z)$
[m]	[m/s]	[-]	[-]	[kN/m <sup>2</sup> ]
14,05	32,139	1,071	0,326	2,120

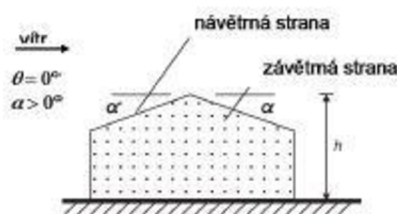
- **Výpočet pro sedlové střechy – směr větru  $\theta = 0^\circ$**

Střecha, včetně přečnávajících částí, se rozdělila na oblasti dle obr. 5. 16.

Referenční výška  $z_e$  se uvažuje rovna  $h$ . Součinitele tlaku se budou definovat pro každou oblast. Střecha se uvažuje s kladným úhlem  $\alpha$  (viz obr. 5. 15) Výpočet výsledných vnějších tlaků bude rozdělen na návětrnou a závětrnou stranu střechy.

Návětrná strana – oblasti  $F, G, H$

Závětrná strana – oblasti  $J, I$



**Obr. 5. 15** Kladný úhel sedlové střechy [5]



Obr. 5. 16 Rozdělení střechy na oblasti [5]

Pro určení součinitelů vnějších tlaků jsou třeba vstupní parametry dle obr. 5. 16.

Nejvyšší bod střechy se nachází ve výšce  $h = 14,05 \text{ m}$ , rozměr střechy, kolmý na směr větru, je  $b = 6,636 \text{ m}$ , rozměr oblastí F  $e$  má být menší hodnota z  $b$  nebo  $2h$ , vzhledem k velké výšce  $h$  se tedy  $e = b = 6,636 \text{ m}$ .

○ Součinitel vnějšího tlaku  $c_{pe,10}$

Součinitele vnějšího tlaku se určí z tabulky 5. 29.

Sklon střechy je  $25,2^\circ$ , hodnoty součinitelů vnějších tlaků se tedy určí lineární interpolací mezi  $15$  a  $30$  stupni.

Tabulka 5. 29 Součinitele vnějších tlaků pro sedlové střechy [5]

Úhel sklonu $\alpha$	Oblast pro směr větru $\theta = 0^\circ$									
	F		G		H		I		J	
	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$
$-45^\circ$	-0,8		-0,8		-0,8		-0,7		-1,0	-1,5
$-30^\circ$	-1,1	-2,0	-0,8	-1,5	-0,8		-0,6		-0,8	-1,4
$-15^\circ$	-2,5	-2,8	-1,3	-2,0	-0,9	-1,2	-0,5		-0,7	-1,2
$-5^\circ$	-2,3	-2,5	-1,2	-2,0	-0,8	-1,2	+0,2		+0,2	
$5^\circ$	-1,7	-2,5	-1,2	-2,0	-0,8	-1,2	-0,6		-0,6	
	+0,0		+0,0		+0,0				+0,2	-0,6
$15^\circ$	-0,9	-2,0	-0,8	-1,5	-0,3		-0,4		-1,0	-1,5
	+0,2		+0,2		+0,2		+0,0		+0,0	+0,0
$30^\circ$	-0,5	-1,5	-0,5	-1,5	-0,2		-0,4		-0,5	
	+0,7		+0,7		+0,4		+0,0		+0,0	
$45^\circ$	+0,0		+0,0		+0,0		-0,2		-0,3	
	+0,7		+0,7		+0,6		+0,0		+0,0	
$60^\circ$	+0,7		+0,7		+0,7		-0,2		-0,3	
$75^\circ$	+0,8		+0,8		+0,8		-0,2		-0,3	

POZNÁMKA 1 Při  $\theta = 0^\circ$  se tlaky prudce mění mezi kladnými a zápornými hodnotami pro úhly sklonu přibližně  $\alpha = -5^\circ$  až  $+45^\circ$ ; proto jsou uvedeny kladné a záporné hodnoty. Pro tyto střechy se mají uvažovat čtyři případy, ve kterých největší a nejmenší hodnoty ze všech oblastí F, G, a H jsou kombinovány s největšími a nejmenšími hodnotami v oblastech I a J. Na stejné straně nelze použít smíšené kladné a záporné hodnoty.

POZNÁMKA 2 Pro mezilehlé úhly sklonu se stejným znaménkem lze použít lineární interpolaci mezi hodnotami se stejným znaménkem. (Není dovoleno interpolovat mezi  $\alpha = +5^\circ$  a  $\alpha = -5^\circ$ , ale použijí se hodnoty pro ploché střechy podle 7.2.3). Hodnoty 0,0 jsou uvedeny pro potřeby interpolace.

**Tabulka 5. 30** Hodnoty součinitelů vnějších tlaků

Ozn.	F	G	H	J	I
$c_{pe,10}$	-0,628	-0,596	-0,232	-0,400	-0,660

○ **Vnější tlak větru  $w_e(z)$**

Výpočet vnějšího tlaku větru  $w_e(z)$  je dán vztahem

$$w_e(z) = q_p(z) \cdot c_{pe} \quad (5. 25)$$

kde  $q_p(z)$  – maximální dynamický tlak větru

$c_{pe}$  – součinitel vnějších tlaků

**Tabulka 5. 31** Výpočet vnějších tlaků větru dle rovnice (5. 25)

Ozn.	oblast	$q_p(z)$ [kN/m <sup>2</sup> ]	sání	
			$c_{pe}$	$w_e(z)$
			[-]	[kN/m <sup>2</sup> ]
Směr větru $\theta = 0^\circ$	F	2,120	-0,628	-1,331
	G		-0,596	-1,264
	H		-0,232	-0,492
	I		-0,400	-0,848
	J		-0,660	-1,399

Pro další výpočty budou použity největší hodnoty vnějších tlaků z každé posuzované strany střechy.

Návětrná strana střechy se směrem větru  $\theta = 0^\circ$  –  $w_e(z) = 1,331 \text{ kN/m}^2$

Závětrná strana střechy se směrem větru  $\theta = 0^\circ$  –  $w_e(z) = 1,399 \text{ kN/m}^2$

- **Rozpočet zatížení na části střechy rozhledny**

Výsledné zatížení od větru bude roznášeno na dřevěné vaznice, které jsou uspořádány do roznášecího trojúhelníku (viz obr. 5. 3). Plocha zatěžovacího trojúhelníku je  $7,233 \text{ m}^2$ .

Pro zjednodušený výpočet v programu se použije trojúhelníkové zatížení na vaznice. Ve vrcholu se bude uvažovat nulová hodnota zatížení, celkové rovnoměrné zatížení se tedy přenásobí dvěma. Délka vaznice je  $3,8 \text{ m}$ .

○ **Návětrná strana střechy**

Postup:

Když vynásobíme hodnotu vypočteného zatížení s plochou zatěžovacího trojúhelníku, získáme výslednici zatížení.

$$G = 1,331 \cdot 7,233 = \mathbf{9,62 \text{ kN}}$$

Tuto výslednici dále rozdělíme tak, aby obě dvě vaznice přenášely jednu polovinu vypočtené výslednice zatížení.

$$\frac{G}{2} = \frac{9,62}{2} = \mathbf{4,81 \text{ kN}}$$

Na závěr vydělíme výslednou hodnotu délkou příslušných vaznic a získáme zatížení na metr vaznice. Délka vaznice je 3,8 m.

$$g = \frac{4,81}{3,8} = \mathbf{1,266 \text{ kN/m}}$$

V posledním kroku přepočteme spojitě zatížení na trojúhelníkové zatížení.

$$g \cdot 2 = 1,266 \cdot 2 = \mathbf{2,532 \text{ kN/m}}$$

○ **Závětrná strana střechy**

Postup:

Postup se shoduje s postupem výpočtu pro návětrnou stranu s rozdílem hodnot vnějších tlaků.

Když vynásobíme hodnotu vypočteného zatížení s plochou zatěžovacího trojúhelníku, získáme výslednici zatížení.

$$G = 1,399 \cdot 7,233 = \mathbf{10,119 \text{ kN}}$$

Tuto výslednici dále rozdělíme tak, aby obě dvě vaznice přenášely jednu polovinu vypočtené výslednice zatížení.

$$\frac{G}{2} = \frac{10,119}{2} = \mathbf{5,060 \text{ kN}}$$

Na závěr vydělíme výslednou hodnotu délkou příslušných vaznic a získáme zatížení na metr vaznice. Délka vaznice je 3,8 m.

$$g = \frac{5,060}{3,8} = \mathbf{1,331 \text{ kN/m}}$$

V posledním kroku přepočteme spojitě zatížení na trojúhelníkové zatížení.

$$g \cdot 2 = 1,331 \cdot 2 = \mathbf{2,662 \text{ kN/m}}$$

- **Výpočet pro sedlové střechy – směr větru  $\theta = 90^\circ$**

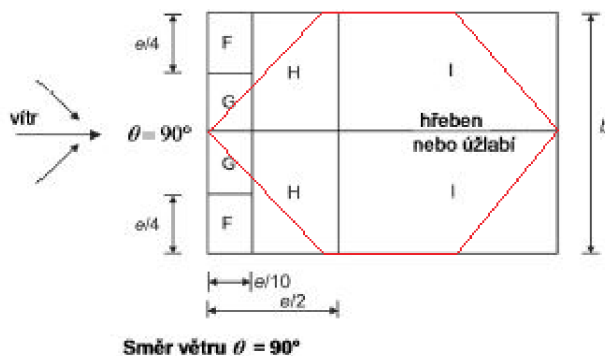
Střecha, včetně přečnívajících částí, se rozdělila na oblasti dle obr. 5. 17

Referenční výška  $z_e$  se uvažuje rovna  $h$ .

Součinitele tlaku se budou definovat pro každou oblast. Střecha se uvažuje s kladným úhlem  $\alpha$  (viz obr. 5. 17). Výpočet výsledných vnějších tlaků bude rozdělen na přední a zadní stranu střechy.

Přední strana – oblasti  $F, G, H$

Zadní strana – oblast  $I$



Obr. 5. 17 Rozdělení střechy na oblasti [5]

Pro určení součinitelů vnějších tlaků jsou třeba vstupní parametry stejné jako na obr. 5. 15.

Nejvyšší bod střechy se nachází ve výšce  $h = 14,05\text{ m}$ ,

rozměr střechy, kolmý na směr větru, je  $b = 6,636\text{ m}$ ,

rozměr oblastí  $F$   $e$  má být menší hodnota z  $b$  nebo  $2h$ , vzhledem k velké výšce  $h$  se tedy  $e = b = 6,636\text{ m}$ .

○ Součinitel vnějšího tlaku  $c_{pe,10}$

Součinitele vnějšího tlaku se určí z tabulky 5. 32.

Sklon střechy je  $25,2^\circ$ , hodnoty součinitelů vnějších tlaků se tedy určí lineární interpolací mezi 15 a 30 stupni.

Tabulka 5. 32 Součinitele vnějších tlaků pro sedlové střechy [5]

Úhel sklonu $\alpha$	Oblast pro směr větru $\theta = 90^\circ$							
	F		G		H		I	
	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$
$-45^\circ$	-1,4	-2,0	-1,2	-2,0	-1,0	-1,3	-0,9	-1,2
$-30^\circ$	-1,5	-2,1	-1,2	-2,0	-1,0	-1,3	-0,9	-1,2
$-15^\circ$	-1,9	-2,5	-1,2	-2,0	-0,8	-1,2	-0,8	-1,2
$-5^\circ$	-1,8	-2,5	-1,2	-2,0	-0,7	-1,2	-0,6	-1,2
$5^\circ$	-1,6	-2,2	-1,3	-2,0	-0,7	-1,2	-0,6	-1,2
$15^\circ$	-1,3	-2,0	-1,3	-2,0	-0,6	-1,2	-0,5	-1,2
$30^\circ$	-1,1	-1,5	-1,4	-2,0	-0,8	-1,2	-0,5	-1,2
$45^\circ$	-1,1	-1,5	-1,4	-2,0	-0,9	-1,2	-0,5	-1,2
$60^\circ$	-1,1	-1,5	-1,2	-2,0	-0,8	-1,0	-0,5	-1,2
$75^\circ$	-1,1	-1,5	-1,2	-2,0	-0,8	-1,0	-0,5	-1,2

**Tabulka 5. 33** Hodnoty součinitelů vnějších tlaků

Ozn.	F	G	H	I
$c_{pe,10}$	-1,164	-1,368	-0,736	-0,500

○ **Vnější tlak větru  $w_e(z)$**

Výpočet vnějšího tlaku větru  $w_e(z)$  je dán vztahem

$$w_e(z) = q_p(z) \cdot c_{pe} \quad (5. 26)$$

kde  $q_p(z)$  – maximální dynamický tlak větru

$c_{pe}$  – součinitel vnějších tlaků

**Tabulka 5. 34** Výpočet vnějších tlaků větru dle rovnice (5. 26)

Ozn.		oblast	sání		
			$q_p(z)$	$c_{pe}$	$w_e(z)$
			[kN/m <sup>2</sup> ]	[-]	[kN/m <sup>2</sup> ]
tlak větru na stěny	Směr větru $\theta = 90^\circ$	F	2,120	-1,164	-2,468
		G		-1,368	<b>-2,900</b>
		H		-0,736	-1,560
		I		-0,500	<b>-1,060</b>

Pro další výpočty budou použity největší hodnoty vnějších tlaků z každé posuzované strany střechy.

Přední strana střechy se směrem větru  $\theta = 90^\circ$  –  $w_e(z) = 2,900 \text{ kN/m}^2$

Zadní strana střechy se směrem větru  $\theta = 90^\circ$  –  $w_e(z) = 1,060 \text{ kN/m}^2$

- **Rozpočet zatížení na části střechy rozhledny**

Výsledné zatížení od větru bude roznášeno na dřevěné vaznice, které jsou uspořádány do roznášecího trojúhelníku (viz obr. 5. 3). Plocha zatěžovacího trojúhelníku je  $7,233 \text{ m}^2$ .

Pro zjednodušený výpočet v programu se použije trojúhelníkové zatížení na vaznice. Ve vrcholu se bude uvažovat nulová hodnota zatížení, celkové rovnoměrné zatížení se tedy přenásobí dvěma. Délka vaznice je  $3,8 \text{ m}$ .

○ **Přední strana střechy**

Postup:

Když vynásobíme hodnotu vypočteného zatížení s plochou zatěžovacího trojúhelníku, získáme výslednici zatížení.

$$G = 2,900 \cdot 7,233 = \mathbf{20,976 \text{ kN}}$$

Tuto výslednici dále rozdělíme tak, aby obě dvě vaznice přenášely jednu polovinu vypočtené výslednice zatížení.

$$\frac{G}{2} = \frac{20,976}{2} = \mathbf{10,488 \text{ kN}}$$

Na závěr vydělíme výslednou hodnotu délkou příslušných vaznic a získáme zatížení na metr vaznice. Délka vaznice je 3,8 m.

$$g = \frac{10,488}{3,8} = \mathbf{2,760 \text{ kN/m}}$$

V posledním kroku přepočteme spojitě zatížení na trojúhelníkové zatížení.

$$g \cdot 2 = 2,760 \cdot 2 = \mathbf{5,518 \text{ kN/m}}$$

○ **Zadní strana střechy**

Postup:

Postup se shoduje s postupem výpočtu pro návětrnou stranu s rozdílem hodnot vnějších tlaků.

Když vynásobíme hodnotu vypočteného zatížení s plochou zatěžovacího trojúhelníku, získáme výslednici zatížení.

$$G = 1,060 \cdot 7,233 = \mathbf{7,667 \text{ kN}}$$

Tuto výslednici dále rozdělíme tak, aby obě dvě vaznice přenášely jednu polovinu vypočtené výslednice zatížení.

$$\frac{G}{2} = \frac{7,667}{2} = \mathbf{3,834 \text{ kN}}$$

Na závěr vydělíme výslednou hodnotu délkou příslušných vaznic a získáme zatížení na metr vaznice. Délka vaznice je 3,8 m.

$$g = \frac{3,834}{3,8} = \mathbf{1,008 \text{ kN/m}}$$

V posledním kroku přepočteme spojitě zatížení na trojúhelníkové zatížení.

$$g \cdot 2 = 1,008 \cdot 2 = \mathbf{2,016 \text{ kN/m}}$$

**Vypočtené hodnoty zatěžovacích stavů byly zadány do programu SCIA Engineer a použity k dalším výpočtům.**

## 5.5. Posouzení prutů z hlediska únosnosti

Pro ověření teorie stability v praxi bude vyhotoveno posouzení na mezní stav únosnosti (pevnostní pojetí vzpěru) a bude porovnáno se zjednodušenou metodou výpočtu prutů s počáteční deformací pro konkrétní prut rozhledny. Rozhledna je složena z 6 prutů délky 13,655 m (prut P1) a z 6 prutů délky 13,410 m (prut P2). Pro zjednodušení posouzení bude použit délejší prut, tedy prut P1.

### 5.5.1. Vstupní parametry

Posuzovány budou dřevěné podpory (pruty) rozhledny. Jedná se o dřevěné pruty pevnostní třídy C24. Délka prutů bude uvažována pouze po pochozí desku rozhledny, z důvodu malé zátěže částí prutů nad pochozí deskou. Pruty jsou kotveny vzájemně k sobě na třech místech pomocí ocelových kotvících prvků, v těchto místech se tvoří podpory, pro zjednodušení je tedy kritická délka uvažována k druhému kotvícímu prvku, tedy do cca poloviny délky prutu.

Průměr daných prutů je dán dle použitých průřezů viz tabulka 5. 1, průřez 1.

- Modul pružnosti -  $E = 11 \cdot 10^6 \text{ KPa}$
- Moment setrvačnosti -  $I = 1,917 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$
- Délka prutu -  $L = 11,101 \text{ m}$
- Kritická délka -  $L_{cr} = 5,5505 \text{ m}$
- Průměr prutu -  $d = 0,250 \text{ m}$
- Poloměr prutu -  $r = 0,125 \text{ m}$
- Poloměr setrvačnosti -  $i = 0,0625 \text{ m}$
- Plocha průřezu -  $A = 0,049 \text{ m}^2$

### 5.5.2. Eulerova kritická síla

Výpočet dle rovnice (2. 10)

$$F_{cr} = \pi^2 \cdot \frac{EI}{L_{cr}^2} = \pi^2 \cdot \frac{11 \cdot 10^6 \cdot 1,917 \cdot 10^{-4}}{5,5505^2} = 675,540 \text{ kN}$$

Tlaková síla F bude použita od 10% až po 120% kritické síly  $F_{cr}$ .

**Tabulka 5. 35** Velikost síly F v závislosti na procentuálním zastoupení kritické síly  $F_{cr}$

% $F_{cr}$	10%	20%	30%	40%	50%	60%
síla F	67,554	135,108	202,662	270,216	337,770	405,324

%	70%	80%	90%	100%	110%	120%
síla F	472,878	540,432	607,986	675,540	743,094	810,648



### 5.5.3. Štíhlost

Výpočet dle rovnice (2. 12)

$$\lambda = \frac{L_{cr}}{i} = \frac{5,5505}{0,0625} = 88,8 \cong \mathbf{89}$$

### 5.5.4. Pevnostní pojetí vzpěru

#### 5.5.4.1. Vstupní parametry v závislosti na materiálových a fyzikálních vlastnostech dřeva

- Modifikační součinitel -  $k_{mod} = 0,8$
- Součinitel materiálu -  $\gamma_M = 1,3$
- Pevnost dřeva v tlaku -  $f_k = 21 \text{ MPa}$
- Štíhlost -  $\lambda = 89$
- Součinitel vzpěrnosti (viz tabulka 1. 1) -  $\chi = k_c = 0,36$

#### 5.5.4.2. Výpočtová únosnost

Výpočet dle rovnice (2. 14)

$$f_d = k_{mod} \frac{f_k}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{21}{1,3} = \mathbf{12,923 \text{ MPa}}$$

#### 5.5.4.3. Vzpěrná únosnost

Výpočet dle rovnice (2. 15)

$$N_{Rd} = \chi A f_d = 0,36 \cdot 0,049 \cdot 12,923 \cdot 10^3 = \mathbf{227,962 \text{ kN}}$$

Hodnota vzpěrné únosnosti  $N_{Rd}$  musí být větší než největší hodnota normálové síly na prutech rozhledny.

Maximální hodnota normálové síly  $N_{max}$  je převzata z programu SCIA Engineer.

$$N_{max} = \mathbf{212,76 \text{ kN}} \leq N_{Rd} = \mathbf{227,962 \text{ kN}}$$

Rozhledna z hlediska únosnosti tedy vyhovuje daným požadavkům.

### 5.5.5. Zjednodušený výpočet na deformovaném prutu

K ověření je nutné stanovit, kolik procent kritické síly  $F_{cr}$  tvoří vypočtená hodnota vzpěrné únosnosti  $N_{Rd}$ .

$$N_{Rd} = \mathbf{227,962 \text{ kN}}$$

$$F_{cr} = \mathbf{675,540 \text{ kN}}$$

$$N_{Rd} = 33,7\% \text{ z } F_{cr} \cong \mathbf{34\% \text{ z } F_{cr}}$$

Zpětně z tabulky 4. 6. vyjádříme procentuální hodnotu maximální počáteční výchylky. Pro 34% z  $F_{cr}$  odpovídá hodnota maximální počáteční výchylky hodnotě **3,03%** z celkové délky prutu.

Pro tuto hodnotu počáteční výchylky se provede zjednodušený výpočet průběhů iterací napětí pro pruty s počáteční deformací (prut s počátečním zalomením a zakřivením).

Ve výsledku je opět provedeno 5 iterací (viz kapitola 4.2.4. a 4.2.5.), ale dále ve výpočtech bude použita pouze poslední iterace ( $w_4, \delta_4$ ).

Pro výpočet bude analyzován prut s počátečním zakřivením a prut s počátečním zalomením v závislosti na procentuálně se zvětšující normálové síle a počáteční výchylce.

Jedná se o zjednodušenou metodu výpočtu na zakřiveném prutu.

### 5.5.5.1. Výsledné iterace průběhů napětí

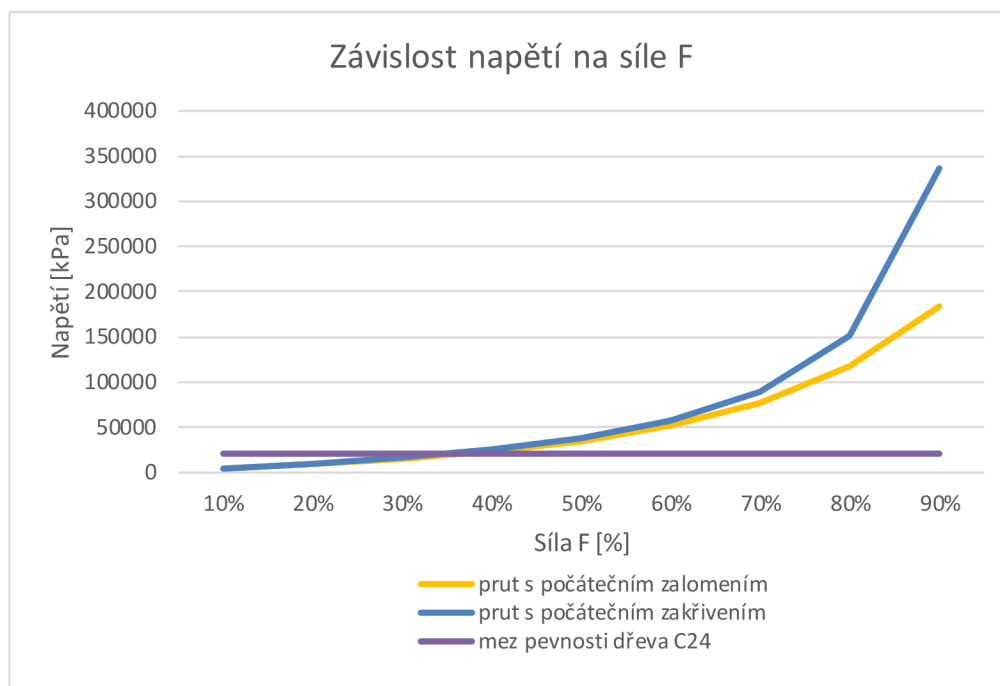
**Tabulka 5. 36** Výsledné iterace průběhů napětí pro jednotlivá procenta kritické síly

Označení	síla F [kN]	10%	20%	30%	40%	50%	60%
prut s počátečním zalomením	64	4,381E+03	9,563E+03	1,586E+04	2,392E+04	3,498E+04	5,136E+04
prut s počátečním zakřivením	64	4,460E+03	9,949E+03	1,691E+04	2,607E+04	3,876E+04	5,763E+04
mez pevnosti dřeva C24	$f_k$	21000	21000	21000	21000	21000	21000

Označení	síla F [kN]	70%	80%	90%	100%	110%	120%
prut s počátečním zalomením	64	7,698E+04	1,180E+05	1,838E+05	2,876E+05	4,478E+05	6,888E+05
prut s počátečním zakřivením	64	8,884E+04	1,509E+05	3,365E+05	#####	-4,037E+05	-2,181E+05
mez pevnosti dřeva C24	$f_k$	21000	21000	21000	21000	21000	21000

Z tabulky 5.36 je zřejmé, že metoda výpočtu pro prut s počátečním zakřivením – z literatury [1] (viz kapitola 4.2.4.), je funkční pouze pro procenta menší než 100% kritické síly, proto je následující grafické řešení znázorněno pouze do 90% kritické síly.

## Grafické znázornění průběhů napětí



Obr. 5. 18 Grafické znázornění výsledných průběhů napětí v závislosti na % kritické síly

### 5.5.6. Posouzení

Z grafu na obr. 5.18 je zřejmé, že mez únosnosti prutů pro 3,03% maximální počáteční výchylku z délky prutu  $L$  se pohybuje kolem cca **35% z kritické síly  $F_{cr}$** .

Výpočtem pomocí pevnostního pojetí vzpěru nám vyšlo, že mez únosnosti prutu pro 3,03% maximální počáteční výchylku z délky prutu  $L$  se pohybuje kolem **34% z kritické síly  $F_{cr}$** . Rozdíl mezi výsledky je tedy pouze **1%**.

Zjednodušenou metodou výpočtu na zakřiveném prutu dostaneme tedy posudek, který odpovídá pevnostnímu pojetí vzpěru.

Jelikož u nepřímých zakřivených prutů je zřejmé jejich chování, je vhodnější provádět výpočet na nepřímém zakřiveném prutu zjednodušenou metodou, než posudek pevnostního pojetí vzpěru.

## 6. Závěr

V této práci bylo zkoumáno chování tlačných nepřímých prutů z hlediska jejich stability. Pro řešení byly vybrány tři modely nepřímých prutů s různými druhy počátečních zakřivení – model prutu s počátečním zakřivením, model prutu s počátečním zalomením a model prutu nepřímého vlivem zatížení. Pruty byly vyšetřovány metodou II. řádu. V rámci těchto tří modelů byl zhotoven výpočet deformací v podobě průhybů na prutu a výpočet napětí na prutu pro zatížení 10% kritické síly a zvolenou hodnotu počáteční výchylky shodnou pro všechny modely (parametrická studie). Pro každý z výpočtů bylo stanoveno pět iterací průhybů a napětí. Po srovnání výsledků bylo zřejmé, že chování modelů prutů s počátečním zakřivením a zalomením, na rozdíl od chování prutu nepřímého vlivem zatížení, je vzájemně velmi podobné (drobný rozdíl z důvodu zjednodušení výpočtu pro model prutu s počátečním zalomením) a proto byly dále analyzovány pouze tyto dva modely. Na prutu s počátečním zalomením bylo možné dobře sledovat hranici mezi stabilním a nestabilním stavem.

Následující analýza pojednává o závislosti počáteční výchylky a kritické síly na chování prutů. Počáteční výchylka prutů byla procentuálně určena z délky prutů. Pro jednotlivá procenta kritické síly byly opět vypočteny iterace průhybů a napětí, avšak dále použity byly pouze poslední iterace. Z grafického řešení posledních iterací napětí bylo zřejmé, že oba modely prutů se přibližně do 60% kritické síly chovají totožně. Pro zjištění maximální možné počáteční výchylky, která může být na prutu, aniž by prut ztratil stabilitu, se do grafického znázornění iterací výpočtu napětí přidala mez pevnosti dřeva v tlaku. Z tohoto znázornění jsme získali maximální hodnoty počáteční výchylky pro jednotlivá procenta kritické síly. Dosavadní metoda výpočtu je označena jako zjednodušená metoda výpočtu na zakřiveném prutu. Dále se provedl posudek z hlediska únosnosti. V tomto posudku šlo o srovnání zjednodušené metody výpočtu na zakřiveném prutu s posudkem pevnostního pojetí vzpěru. Při tomto posouzení je zřejmé, že zjednodušená metoda výpočtu na zakřiveném prutu odpovídá tomuto posudku pevnostního pojetí vzpěru.

Následně byla tato teorie aplikovaná na dřevěné podpory konstrukce rozhledny Borůvka u Hluboké. Pro ověření únosnosti dřevěných podpor byl vytvořen model rozhledny a bylo vypočítáno příslušné zatížení na rozhlednu. Pevnostní pojetí vzpěru a zjednodušená metoda výpočtu na zakřiveném prutu se shodují u hodnoty maximální výchylky 3,03%. Ve skutečnosti bude pravděpodobně počáteční výchylka daných prutů menší, než 3,03% - čím menší bude počáteční výchylka, tím budou pruty méně namáhány.

Jelikož je tedy u nepřímých zakřivených prutů zřejmé jejich chování, je vhodnější provádět výpočet na nepřímém zakřiveném prutu zjednodušenou metodou, než posudek pevnostního pojetí vzpěru.

Tato práce může sloužit jako podklad pro další práce zabývající se zakřivenými pruty.

## 7. Seznam použitých zdrojů

- [1] Doc. Ing. Svatopluk Šmiřák, CSc. *Pružnost a plasticita I.* 3 vyd. Brno: AKADEMICKÉ NAKLADATELSTVÍ CERM<sup>®</sup>, s.r.o., říjen 2006. ISBN 80-7204-468-0
- [2] *ČSN EN 1991-1-1: Eurokód 1: Zatížení konstrukcí – Část 1-1: Obecná zatížení – Objemové tíhy, vlastní tíha a užitná zatížení pozemních staveb.* Praha: Český normalizační institut, 2004
- [3] *ČSN EN 1991-1-3: Eurokód 1: Zatížení konstrukcí – Část 1-3: Obecná zatížení – Zatížení sněhem.* Praha: Český normalizační institut, 2005
- [4] Oblasti zatížení sněhem, větrem a zemětřesením. *Dlupal* [online]. Praha: Dlupal, 2023 [cit. 2023-5-20]. Dostupné z: <https://www.dlupal.com/cs/reseni/online-sluzby/oblasti-zatizeni-snehem-vetrem-a-zemetresenim>
- [5] *ČSN EN 1991-1-4: Eurokód 1: Zatížení konstrukcí – Část 1-4: Obecná zatížení – Zatížení větrem.* Praha: Český normalizační institut, 2007
- [6] Manuals and tutorials SCIA Engineer. [online]. [cit. 2023-5-20]. Dostupné z: <https://www.scia.net/en/support/tutorials-manuals>

## 8. Seznam obrázků

Obr. 2. 1	Stabilní, indiferentní a nestabilní stav tlačенého ideálního prutu.....	11
Obr. 2. 2	Prut oboustranně kloubově podepřený.....	12
Obr. 2. 3	Ztráta stability kloubově podepřeného prutu [1].....	13
Obr. 2. 4	Přehled základních Eulerových případů, vzpěrné délky [1].....	14
Obr. 3. 1	Kloubově podepřený prut zatížený příčnou silou.....	17
Obr. 3. 2	Prut s počátečním zakřivením.....	17
Obr. 3. 3	Prut s počátečním zalomením.....	18
Obr. 4. 1	Geometrie prutu.....	19
Obr. 4. 2	Vereščaginovo pravidlo.....	21
Obr. 4. 3	Výpočet Vereščaginovým pravidlem.....	23
Obr. 4. 4	Výpočet Vereščaginovým pravidlem – 1.....	26
Obr. 4. 5	Výpočet Vereščaginovým pravidlem – 2.....	26
Obr. 4. 6	Grafické znázornění celkové výchylky od spojnice podporových bodů pro všechny modely prutů 28	
Obr. 4. 7	Grafické znázornění iterací průhybů pro jednotlivé typy prutů – 10% $F_{cr}$ .....	30
Obr. 4. 8	Grafické znázornění iterací napětí pro jednotlivé typy prutů – 10% $F_{cr}$ .....	31
Obr. 4. 9	Grafické znázornění iterací průhybů pro jednotlivé typy prutů – 40% $F_{cr}$ .....	32
Obr. 4. 10	Grafické znázornění iterací napětí pro jednotlivé typy prutů – 40% $F_{cr}$ .....	32
Obr. 4. 11	Grafické znázornění iterací napětí pro jednotlivé typy prutů – 90% $F_{cr}$ .....	33
Obr. 4. 12	Grafické znázornění iterací napětí pro jednotlivé typy prutů – 90% $F_{cr}$ .....	33
Obr. 4. 13	Grafické znázornění iterací napětí pro jednotlivé typy prutů – 120% $F_{cr}$ .....	34

Obr. 4. 14	Grafické znázornění iterací napětí pro jednotlivé typy prutů – 120% $F_{cr}$ .....	34
Obr. 4. 15	Grafické znázornění iterací napětí pro jednotlivé typy prutů – 150% $F_{cr}$ .....	35
Obr. 4. 16	Grafické znázornění iterací napětí pro jednotlivé typy prutů – 150% $F_{cr}$ .....	35
Obr. 4. 17	Grafické znázornění iterací průhybů – 40% $F_{cr}$ .....	36
Obr. 4. 18	Grafické znázornění iterací průhybů – 90% $F_{cr}$ .....	36
Obr. 4. 19	Grafické znázornění iterací průhybů – 120% $F_{cr}$ .....	37
Obr. 4. 20	Grafické znázornění iterací průhybů – 150% $F_{cr}$ .....	37
Obr. 4. 21	Grafické znázornění výsledných průběhů průhybů v závislosti na % kritické síly.....	40
Obr. 4. 22	Grafické znázornění výsledných průběhů napětí v závislosti na % kritické síly.....	41
Obr. 4. 23	Grafické znázornění výsledných průběhů napětí v závislosti na % kritické síly.....	43
Obr. 5. 1	Rozhledna Borůvka u Hluboké (program Lumion).....	44
Obr. 5. 2	Výpočtový model rozhledny – 3D model (vlevo) a čárový model (vpravo).....	46
Obr. 5. 3	Roznášecí trojúhelník.....	49
Obr. 5. 4	Mapa sněhových oblastí [4].....	52
Obr. 5. 5	Mapa větrných oblastí [4].....	55
Obr. 5. 6	Výškové rozdělení rozhledny pro výpočet zatížení větrem.....	55
Obr. 5. 7	Rozdělení tlaku pro válce s kruhovým průřezem, pro různé rozsahy Reynoldsova čísla a bez vlivu proudění kolem volných konců [5].....	61
Obr. 5. 8	Definice součinitele plnosti $\varphi$ [5].....	61
Obr. 5. 9	Doporučené hodnoty $\lambda$ pro válce [5].....	62
Obr. 5. 10	Směrné hodnoty součinitele koncového efektu $\psi\lambda$ jako funkce součinitele plnosti $\varphi$ v závislosti na štíhlosti $\lambda$ pro prut P1 [5].....	63
Obr. 5. 11	Směrné hodnoty součinitele koncového efektu $\psi\lambda$ jako funkce součinitele plnosti $\varphi$ v závislosti na štíhlosti $\lambda$ pro prut P2 [5].....	63
Obr. 5. 12	Součinitel síly $c_f, 0$ pro kruhové válce bez vlivu proudění kolem volných konců a pro různé ekvivalentní drsnosti $k/b$ [5].....	67
Obr. 5. 13	Mapa větrných oblastí [4].....	70
Obr. 5. 14	Výškové rozdělení rozhledny pro výpočet zatížení větrem.....	71
Obr. 5. 15	Kladný úhel sedlové střechy [5].....	73
Obr. 5. 16	Rozdělení střechy na oblasti [5].....	74
Obr. 5. 17	Rozdělení střechy na oblasti [5].....	77
Obr. 5. 18	Grafické znázornění výsledných průběhů napětí v závislosti na % kritické síly.....	83

## 9. Seznam tabulek

Tabulka 2. 1	Součinitel vzpěrnosti pro dřevo (ČSN, ENV).....	16
Tabulka 4. 1	Celkové shrnutí iterací průhybů.....	29
Tabulka 4. 2	Celkové shrnutí iterací napětí.....	31
Tabulka 4. 3	Velikost síly $F$ v závislosti na procentuálním zastoupení kritické síly $F_{cr}$ .....	38
Tabulka 4. 4	Výsledné iterace průběhů průhybů pro jednotlivá procenta kritické síly.....	39
Tabulka 4. 5	Výsledné iterace průběhů napětí pro jednotlivá procenta kritické síly.....	40
Tabulka 4. 6	Závislost maximální počáteční výchylky na velikosti normálové síly.....	42

Tabulka 5. 1 Seznam použitých dřevěných průřezů.....	46
Tabulka 5. 2 Seznam použitých ocelových průřezů.....	47
Tabulka 5. 3 Vlastní tíha konstrukce generovaná programem [6].....	48
Tabulka 5. 4 Vlastní tíha konstrukce počítaná ručně.....	48
Tabulka 5. 5 Skladba střešního pláště.....	49
Tabulka 5. 6 Zatížení od ocelové desky.....	50
Tabulka 5. 7 Tvarové součinitele zatížení sněhem [3].....	52
Tabulka 5. 8 Doporučené hodnoty součinitele $C_e$ pro různé typy krajiny [3].....	53
Tabulka 5. 9 Kategorie terénu a jejich parametry [5].....	56
Tabulka 5. 10 Shrnutí výpočtu střední rychlosti větru, drsnosti terénu, intenzity turbulence větru a maximálního dynamického tlaku.....	58
Tabulka 5. 11 Shrnutí výpočtu maximální rychlosti větru a Reynoldsova čísla na konstrukci.....	60
Tabulka 5. 12 Výpočet součinitele plnosti $\varphi$ konstrukce dle rovnice.....	62
Tabulka 5. 13 Typické hodnoty pro rozdělení tlaku na kruhových válkách pro různé hodnoty Reynoldsova čísla bez vlivu proudění kolem volných konců [5].....	64
Tabulka 5. 14 Vypočtené hodnoty pro rozdělení tlaku na prut P1 pro různé hodnoty $q$ Reynoldsova čísla bez vlivu proudění kolem volných konců.....	64
Tabulka 5. 15 Vypočtené hodnoty pro rozdělení tlaku na prut P2 pro různé hodnoty Reynoldsova čísla bez vlivu proudění kolem volných konců.....	64
Tabulka 5. 16 Vypočtené výsledné hodnoty zatížení větrem na pruty P1 – součinitele vnějších tlaků. 65	
Tabulka 5. 17 Vypočtené výsledné hodnoty zatížení větrem na pruty P2 – součinitele vnějších tlaků. 65	
Tabulka 5. 18 Součinitel $\kappa$ pro svislé válce v řadě – pro největší vzdálenost mezi pruty.....	66
Tabulka 5. 19 Součinitel $\kappa$ pro svislé válce v řadě – pro nejmenší vzdálenost mezi pruty.....	67
Tabulka 5. 20 Ekvivalentní drsnost povrchu $k$ .....	68
Tabulka 5. 21 Celkový součinitel síly pro prut P1.....	68
Tabulka 5. 22 Celkový součinitel síly pro prut P2.....	68
Tabulka 5. 23 Vypočtené výsledné hodnoty zatížení větrem na pruty P1 – součinitele síly.....	69
Tabulka 5. 24 Vypočtené výsledné hodnoty zatížení větrem na pruty P2 – součinitele síly.....	69
Tabulka 5. 25 Porovnání zatížení větrem na prut P1 s použitím různých součinitelů.....	69
Tabulka 5. 26 Porovnání zatížení větrem na prut P2 s použitím různých součinitelů.....	69
Tabulka 5. 27 Kategorie terénu a jejich parametry [5].....	72
Tabulka 5. 28 Shrnutí výpočtu střední rychlosti větru, drsnosti terénu, intenzity turbulence větru a maximálního dynamického tlaku.....	73
Tabulka 5. 29 Součinitele vnějších tlaků pro sedlové střechy [5].....	74
Tabulka 5. 30 Hodnoty součinitelů vnějších tlaků.....	75
Tabulka 5. 31 Výpočet vnějších tlaků větru dle rovnice.....	75
Tabulka 5. 32 Součinitele vnějších tlaků pro sedlové střechy [5].....	77
Tabulka 5. 33 Hodnoty součinitelů vnějších tlaků.....	78
Tabulka 5. 34 Výpočet vnějších tlaků větru dle rovnice.....	78
Tabulka 5. 35 Velikost síly $F$ v závislosti na procentuálním zastoupení kritické síly $F_{cr}$ .....	80
Tabulka 5. 36 Výsledné iterace průběhů napětí pro jednotlivá procenta kritické síly.....	82
Tabulka 10. 1 Postup výpočtu iterací průhybu a napětí pro model prutu s počátečním zalomením.....	88
Tabulka 10. 2 Postup výpočtu iterací průhybu a napětí pro model prutu nepřímého vlivem zatížení..	88

## 10. Seznam příloh

### 10.1. Příloha 1

#### a) Výpočet prutu s počátečním zalomením

Viz kapitola 3.2.2.2. a kapitola 4.2.5.

**Tabulka 10. 1** *Postup výpočtu iterací průhybu a napětí pro model prutu s počátečním zalomením*

Ozn.	Ohybový moment $M_i$	Ohybový moment $\bar{M}_i$	plocha $A_i$	pořadnice $z$	$2A_i \cdot z$	Průhyb	Napětí
0	5,000	2,500	12,500	1,667	41,667	1,975E-02	3683,578
1	5,411	0,411	13,528	1,667	45,094	2,138E-02	3951,660
2	5,445	0,445	13,613	1,667	45,375	2,151E-02	3973,709
3	5,448	0,448	13,620	1,667	45,399	2,152E-02	3975,523
4	5,448	0,448	13,620	1,667	45,401	2,152E-02	3975,672

0 – 4 – označení iterací

#### b) Výpočet prutu nepřímého vlivem zatížení

Viz kapitola 3.2.1. a kapitola 4.2.6.

**Tabulka 10. 2** *Postup výpočtu iterací průhybu a napětí pro model prutu nepřímého vlivem zatížení*

Ozn.	Ohybový moment $M_i$	Ohybový moment $\bar{M}_i$	plocha $A_i$	pořadnice $z$	$2A_i \cdot z$	Průhyb	Napětí
0	0,411	2,500	1,028	1,667	3,427	1,625E-03	692,167
1	0,445	2,500	1,113	1,667	3,709	1,758E-03	714,216
2	0,448	2,500	1,120	1,667	3,732	1,769E-03	716,030
3	0,448	2,500	1,120	1,667	3,734	1,770E-03	716,179
4	0,448	2,500	1,120	1,667	3,734	1,770E-03	716,191

0 – 4 – označení iterací

Je znázorněn výpočet pro 10% kritické síly  $F_{cr}$ .