



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV FYZIKÁLNÍHO INŽENÝRSTVÍ

INSTITUTE OF PHYSICAL ENGINEERING

**ANALÝZA A OVĚŘENÍ METODY MĚŘENÍ INDEXU LOMU
VZDUCHU PRO LASEROVOU INTERFEROMETRII**

ANALYSIS AND VERIFICATION OF AIR REFRACTIVE INDEX MEASUREMENT METHOD FOR LASER
INTERFEROMETRY

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Tomáš Pikálek

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Zdeněk Buchta, Ph.D.

BRNO 2016

Zadání diplomové práce

Ústav: Ústav fyzikálního inženýrství
Student: **Bc. Tomáš Pikálek**
Studijní program: Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor: Fyzikální inženýrství a nanotechnologie
Vedoucí práce: **Ing. Zdeněk Buchta, Ph.D.**
Akademický rok: 2015/16

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Analýza a ověření metody měření indexu lomu vzduchu pro laserovou interferometrii

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Z hlediska interferometrických měření je nejčastějším transparentním prostředím, jímž se laserové záření šíří, vzduch. Ať už je měření prováděno v průmyslové hale nebo v metrologické laboratoři, vlnová délka laserového záření je vždy ovlivněna a vzhledem k tomu, že celé interferometrické měření je na přesné znalosti vlnové délky založeno, dochází k nezanedbatelnému ovlivnění jeho přesnosti. Tato skutečnost je důvodem, proč je výzkum metod měření indexu lomu vzduchu stále aktuální téma v průmyslové i fundamentální metrologii.

Cíle diplomové práce:

1. Seznámení se se základními principy interferometrických měření a typy laserových interferometrů, popis principu laserové interferometrie a interferometrie nízké koherence. Seznámení se s vlivem indexu lomu vzduchu na přesnost interferometrických měření, vypracování přehledu metod pro přímé a nepřímé měření indexu lomu vzduchu.
2. Teoretická analýza a experimentální ověření metody pro přímé měření indexu lomu vzduchu, kombinující interferometrii nízké koherence s interferometrií laserovou (metoda momentálně vyvíjena na ÚPT AV ČR, v.v.i.).

Seznam literatury:

Birch, K. P. and Downs, M. J. (1994): Correction to the Updated Edlén Equation for the Refractive Index of Air. Metrologia, vol. 31, no. 4, pp. 315–316. DOI:10.1088/0026-1394/31/4/006.

Číp, O., Petrů, F., Matoušek, V., Buchta, Z. a Lazar, J. (2004): Methods of direct measurement of the refraction index of air using high-resolution laser interferometry. *Jemná mechanika a optika*, roč. 49, č. 3, str. 88–90.

Lazar, J., Číp, O., Čížek, M., Hrabina, J. and Buchta, Z. (2011): Suppression of Air Refractive Index Variations in High-Resolution Interferometry. *Sensors*, vol. 11, no. 12, pp. 7644–7655.
DOI:10.3390/s110807644.

Číp, O. a Buchta, Z., http://www.crr.vutbr.cz/system/files/brozura_06_1110.pdf, přístup 19. října 2015.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2015/16

V Brně, dne

L. S.

prof. RNDr. Tomáš Šíkola, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Práce se zabývá teoretickou analýzou a experimentálním ověřením nové přímé metody měření indexu lomu vzduchu, která využívá kombinaci laserové interferometrie a interferometrie nízké koherence. Základem metody je Michelsonův interferometr s trvale evakuovanou dvoukomorovou kyvetou. Rozdíl optických drah v komorách kyvety, který závisí na indexu lomu vzduchu, je nejprve vypočítán přibližně ze dvou bílých interferenčních signálů. Jejich analýzou ve frekvenční oblasti je zjištěna závislost fázového posunutí způsobeného vzduchem na vlnové délce ve vakuu, která je následně fitována teoretickou závislostí sestavenou pomocí Edlénových rovnic, čímž je získáno fázové posunutí pro vlnovou délku laseru. Pomocí dvojice laserových interferenčních signálů je tato hodnota zpřesněna a použita pro výpočet indexu lomu vzduchu. Nová metoda byla experimentálně ověřena, přičemž naměřené hodnoty byly srovnány se dvěma referenčními metodami, a byly též vyhodnoceny nejistoty provedených měření.

Summary

This thesis deals with a theoretical analysis and experimental verification of a new method for the refractive index of air measurement. This method uses a combination of laser and low-coherence interferometry. The experimental setup is based on the Michelson interferometer equipped with a double-spaced glass cell. The optical path difference between the inner and outer part of the cell that is proportional to air refractivity is estimated using two low-coherence interference signals. These signals are analysed in the frequency domain which results in the dependence of the phase change caused by air on vacuum wavelength. This dependency is fitted by a theoretical function based on Edlén's equations in order to calculate the phase difference for laser wavelength. This value is then made more accurate utilising two laser interference signals and used for the air refractive index calculation. The new method was experimentally verified and compared to two different techniques. Moreover, the measurement uncertainty was evaluated.

Klíčová slova

index lomu vzduchu, interferometrie nízké koherence, laserová interferometrie, analýza ve frekvenční oblasti

Keywords

refractive index of air, low-coherence interferometry, laser interferometry, frequency domain analysis

PIKÁLEK, Tomáš. *Analýza a ověření metody měření indexu lomu vzduchu pro laserovou interferometrii*. Brno, 2016. 138 s. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Vedoucí práce Zdeněk BUCHTA.

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci *Analýza a ověření metody měření indexu lomu vzduchu pro laserovou interferometrii* vypracoval samostatně pod vedením Ing. Zdeňka Buchty, Ph.D., s použitím materiálů uvedených v seznamu literatury.

Bc. Tomáš Pikálek

Děkuji vedoucímu Ing. Zdeňku Buchtovi, Ph.D., za svědomité vedení mé diplomové práce a svým rodičům za podporu během studia.

Bc. Tomáš Pikálek

Obsah

Úvod	1
1. Interference světla	3
1.1. Vlnová funkce	3
1.2. Interference koherentních vln	4
1.3. Koherenční délka	4
1.4. Interference částečně koherentních vln	6
2. Laserová interferometrie	9
2.1. Základní typy laserových interferometrů	9
2.1.1. Michelsonův interferometr	9
2.1.2. Machův–Zehnderův interferometr	10
2.1.3. Fabryův–Perotův interferometr	11
2.1.4. Murtyův interferometr	11
2.2. Měření vzdálenosti pomocí interferometru	12
2.2.1. Hilbertova transformace	12
2.2.2. Homodynní detekce	15
2.2.3. Heterodynní detekce	17
3. Interferometrie nízké koherence	19
3.1. Michelsonův interferometr ve WLI	19
3.2. Detekce vyváženého stavu Michelsonova interferometru	27
3.2.1. Korelační metoda	28
3.2.2. Fitování proužku	29
3.2.3. Detekce obálky	31
3.2.4. Analýza ve frekvenční oblasti	32
4. Metody měření indexu lomu vzduchu	35
4.1. Index lomu vzduchu	35
4.2. Přímé metody měření	36
4.2.1. Měření pomocí čerpání kyvety	36
4.2.2. Měření pomocí rezonátoru	38
4.2.3. Měření pomocí kvazisyntetické vlnové délky	40
4.2.4. Měření pomocí interferometrie s řízenou změnou fáze	42
4.2.5. Měření pomocí laserového optického hřebene	43
4.2.6. Měření pomocí interferometrie nízké koherence	46
4.3. Nepřímé metody měření	48
4.3.1. Edlénovy rovnice	48
4.3.2. Ciddorovy rovnice	51

5. Analýza metody pro měření indexu lomu vzduchu	55
5.1. Popis metody	55
5.2. Simulace signálů	57
5.3. Vyhodnocení fáze laserových signálů	62
5.4. Vyhodnocení posunu bílých interferenčních proužků	63
5.5. Vyhodnocení závislosti fázového posunu na vlnové délce	68
5.5.1. Výpočet závislosti fázového posunu na vlnové délce	68
5.5.2. Teoretická závislost fázového posunu na vlnové délce	71
5.5.3. Fitování naměřeného fázového posunu	73
5.5.4. Zahrnutí fáze laserových interferenčních signálů	77
5.6. Vliv interferometru na výsledky měření	77
5.6.1. Vliv neoptimální kompenzace disperze	77
5.6.2. Vliv klínovitosti optických komponent	81
5.6.3. Vliv nedokonalosti optických komponent a náklonu zrcadel	83
5.6.4. Vliv filtrace laserového záření	85
5.7. Výpočet grupového indexu lomu vzduchu	87
6. Návrh a realizace sestavy pro měření indexu lomu vzduchu	91
6.1. Návrh sestavy	91
6.1.1. Zdroj světla	91
6.1.2. Interferometr	93
6.1.3. Detekční část	96
6.1.4. Vakuová aparatura	97
6.1.5. Nepřímé měření indexu lomu vzduchu	98
6.2. Realizace sestavy	98
6.2.1. Zdroj světla	98
6.2.2. Interferometr	100
6.2.3. Detekční část	103
6.2.4. Vakuová aparatura	104
6.3. Omezení sestavy	104
7. Měření indexu lomu vzduchu	107
7.1. Popis měření	107
7.2. Komentovaný příklad vyhodnocení měření	109
7.2.1. Vyhodnocení nepřímého referenčního měření	109
7.2.2. Vyhodnocení přímého referenčního měření	109
7.2.3. Vyhodnocení měření pomocí nové metody	111
7.3. Experimentální ověření nové metody	116
7.4. Nejistoty měření	120
7.4.1. Nejistoty přímého měření	120
7.4.2. Nejistoty nepřímého měření	124
Závěr	127
Literatura	129
Seznam použitých zkratk a symbolů	135
A. Air refractive index measurement using low-coherence interferometry	i

Úvod

V laserové interferometrii je základním měřítkem vlnová délka použitého laseru. Příkladem může být helium-neonový laser používaný v metrologii, jehož vlnová délka ve vakuu je asi 633 nm. Vzhledem k tomu, že vzdálenosti pomocí laserového interferometru měříme v násobcích vlnové délky laseru, přesná znalost této veličiny je pro měření klíčová. Vlnovou délku laseru známe velmi přesně ve vakuu, neboť známe jeho frekvenci. Většina interferometrických měření však probíhá na vzduchu, kde je vlnová délka kratší. Poměr vlnové délky ve vakuu a ve vzduchu je dán indexem lomu vzduchu.

Chceme-li provádět přesná interferometrická měření na vzduchu, kromě frekvence laseru je tedy třeba znát i hodnotu indexu lomu vzduchu během měření. Existují dva odlišné přístupy k měření indexu lomu vzduchu. Vyšší přesnosti je možné dosáhnout pomocí přímých metod, jejichž princip je měření rozdílu optické dráhy mezi vzduchem a vakuem. V praxi častější, ale méně přesné, jsou nepřímé metody. Ty jsou založeny na měření atmosferických podmínek, tedy teploty a tlaku vzduchu, jeho relativní vlhkosti a někdy i koncentrace oxidu uhličitého. Z těchto podmínek a ze známé vlnové délky zdroje ve vakuu se pak hodnota indexu lomu vzduchu na základě známých závislostí vypočítá.

Tato diplomová práce se zabývá měřením indexu lomu vzduchu, konkrétně novou přímou metodou pro jeho měření, která využívá kombinaci laserové interferometrie a interferometrie nízké koherence.

Cílem této diplomové práce je seznámit se se základními principy interferometrických měření, typy laserových interferometrů a principy laserové interferometrie a interferometrie nízké koherence. Dále pak seznámení se s vlivem indexu lomu vzduchu na přesnost interferometrických měření a vypracování přehledu metod pro přímé a nepřímé měření indexu lomu vzduchu. Hlavním cílem práce je teoretická analýza a experimentální ověření nové přímé metody pro měření indexu lomu vzduchu, která kombinuje laserovou interferometrii a interferometrii nízké koherence.

První kapitola práce je věnována obecně interferencí světla. Je zde ukázána interference koherentních vln, zavedena koherenční délka a ukázán vliv spektra použitého zdroje na koherenční délku a interferenční signál.

Druhá kapitola popisuje využití interference světla v laserové interferometrii. Jsou popsány základní typy laserových interferometrů včetně příkladů jejich využití. Druhá část kapitoly se zabývá měřením vzdálenosti pomocí laserových interferometrů, přičemž jsou zde popsány základní způsoby detekce změny polohy měřicího zrcadla interferometru.

Třetí kapitola se zabývá interferometrií nízké koherence. Je zde stručně popsáno, jak k interferenci bílého světla dochází. Je popsána funkce Michelsonova interferometru v interferometrii nízké koherence, je diskutována nutnost kompenzace disperze v interferometru při použití bílého světla a je odvozena závislost intenzity na výstupu Michelsonova interferometru na poloze měřicího zrcadla, a to pro interferometr optimálně i neoptimálně

ÚVOD

kompenzovaný na disperzi. Poslední část kapitoly se zabývá analýzou bílých interferenčních signálů, konkrétně hledáním středu interferenčního proužku, tedy takového místa interferenčního signálu, které odpovídá nulovému rozdílu optických drah ve větvích interferometru.

Čtvrtá kapitola je věnována obecně indexem lomu vzduchu a metodami jeho měření. Je provedeno rozdělení metod měření indexu lomu vzduchu a některé metody jsou popsány.

V páté kapitole je analyzována nová metoda pro měření indexu lomu vzduchu, která kombinuje laserovou interferometrii a interferometrii nízké koherence. Je popsán princip této metody, nejjednodušší experimentální uspořádání pro měření pomocí této metody a jsou simulovány interferenční signály, které je možné na takové experimentální sestavě naměřit. Simulované signály jsou následně vyhodnoceny, a to dvěma způsoby. Je zde tedy ukázáno, jak je možné z naměřených interferenčních signálů vypočítat hodnotu indexu lomu vzduchu během měření. V kapitole je též diskutován vliv nedokonalostí interferometru na výsledky měření.

Obsahem šesté kapitoly je návrh a realizace experimentální sestavy pro měření indexu lomu vzduchu pomocí nové metody, která je popsána v páté kapitole.

V sedmé kapitole je popsáno měření indexu lomu vzduchu na experimentální sestavě, která je navržena v šesté kapitole. Je popsán postup měření a je uveden příklad naměřených interferenčních signálů a jejich vyhodnocení. Nová metoda pro měření indexu lomu vzduchu, která je popsána v páté kapitole, je zde experimentálně ověřena pomocí srovnání se dvěma odlišnými referenčními metodami. Jsou zde též diskutovány nejistoty provedených měření.

1. Interference světla

Tato kapitola se zabývá obecně popisem světla jako světelné vlny a interferencí. Jsou zde definovány základní pojmy použité v této práci jako například koherenční délka nebo viditelnost interferenčních proužků. Teorie prezentovaná v této kapitole je převzata z [1].

1.1. Vlnová funkce

Světlo se šíří ve formě vln. Světelnou vlnu můžeme v daném prostředí matematicky popsat pomocí reálné vlnové funkce $u(\mathbf{r}, \tau)$ polohy \mathbf{r} a času τ , která vyhovuje vlnové rovnici

$$\nabla^2 u(\mathbf{r}, \tau) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u(\mathbf{r}, \tau)}{\partial \tau^2} = 0, \quad (1.1)$$

kde v je fázová rychlost světla v prostředí, kde se vlna šíří. Jelikož vlnová rovnice (1.1) je lineární, jsou-li jejím řešením vlnové funkce $u_1(\mathbf{r}, \tau)$ a $u_2(\mathbf{r}, \tau)$, pak je jejím řešením i vlnová funkce $u(\mathbf{r}, \tau) = u_1(\mathbf{r}, \tau) + u_2(\mathbf{r}, \tau)$, platí tedy princip superpozice.

Intenzita vlny (tedy výkon na jednotku plochy) je dána vztahem

$$I(\mathbf{r}, \tau) = 2 \langle u^2(\mathbf{r}, \tau) \rangle,$$

kde časová střední hodnota je přes časový interval mnohem delší než je perioda vlny (optické frekvence jsou řádu 10^{11} Hz– 10^{16} Hz), ale mnohem kratší než perioda jevů, které chceme pozorovat.

Monochromatická vlna s frekvencí f je reprezentována vlnovou funkcí

$$u(\mathbf{r}, \tau) = a(\mathbf{r}) \cos [2\pi f \tau + \varphi(\mathbf{r})],$$

kde $a(\mathbf{r})$ je amplituda vlny v daném místě a $\varphi(\mathbf{r})$ je fáze. Tuto vlnu můžeme zapsat také pomocí komplexní vlnové funkce

$$U(\mathbf{r}, \tau) = a(\mathbf{r}) \exp [i\varphi(\mathbf{r})] \exp (2\pi i f \tau) = U(\mathbf{r}) \exp (2\pi i f \tau), \quad (1.2)$$

kde $U(\mathbf{r})$ je komplexní amplituda. Vlnová funkce je pak reálnou částí komplexní vlnové funkce. Komplexní vlnová funkce, stejně jako vlnová funkce, vyhovuje vlnové rovnici (1.1). Komplexní amplituda vyhovuje Helmholtzově rovnici

$$\nabla^2 U(\mathbf{r}) + k^2 U(\mathbf{r}) = 0, \quad (1.3)$$

kde $k = 2\pi f/v$ je vlnové číslo. Modul komplexní amplitudy $|U(\mathbf{r})| = a(\mathbf{r})$ vyjadřuje amplitudu vlny a argument komplexní amplitudy $\arg [U(\mathbf{r})] = \varphi(\mathbf{r})$ její fázi. Intenzitu monochromatické vlny pomocí komplexní amplitudy vypočítáme jako

$$I(\mathbf{r}) = |U(\mathbf{r})|^2, \quad (1.4)$$

tedy jako kvadrát modulu komplexní amplitudy. Z tohoto zápisu je zřejmé, že intenzita monochromatické vlny nezávisí na čase.

1.2. Interference koherentních vln

Jestliže se na jednom místě prostoru zároveň vyskytnou vlny s vlnovými funkcemi $u_1(\mathbf{r}, \tau)$ a $u_2(\mathbf{r}, \tau)$, výsledná vlna bude vzhledem k linearitě vlnové rovnice (1.1) popsána součtem těchto vlnových funkcí, tedy vlnovou funkcí

$$u(\mathbf{r}, \tau) = u_1(\mathbf{r}, \tau) + u_2(\mathbf{r}, \tau).$$

V případě dvou monochromatických vln stejné frekvence je jejich superpozicí opět monochromatická vlna se stejnou frekvencí, přičemž pro její komplexní amplitudu platí

$$U(\mathbf{r}) = U_1(\mathbf{r}) + U_2(\mathbf{r}),$$

kde $U_1(\mathbf{r})$ a $U_2(\mathbf{r})$ jsou komplexní amplitudy jednotlivých vln, což je v souladu s tím, že Helmholtzova rovnice (1.3) je lineární.

Intenzita výsledné vlny je vzhledem k rovnici (1.4) dána vztahem

$$I = |U(\mathbf{r})|^2 = |U_1(\mathbf{r}) + U_2(\mathbf{r})|^2 = |U_1(\mathbf{r})|^2 + |U_2(\mathbf{r})|^2 + U_1^*(\mathbf{r})U_2(\mathbf{r}) + U_1(\mathbf{r})U_2^*(\mathbf{r}).$$

Jestliže označíme

$$U_1(\mathbf{r}) = \sqrt{I_1(\mathbf{r})} \exp[i\varphi_1(\mathbf{r})], \quad U_2(\mathbf{r}) = \sqrt{I_2(\mathbf{r})} \exp[i\varphi_2(\mathbf{r})],$$

tedy intenzity obou vln jsou $I_1(\mathbf{r})$ a $I_2(\mathbf{r})$ a jejich fáze $\varphi_1(\mathbf{r})$ a $\varphi_2(\mathbf{r})$, pak je intenzita výsledné vlny dána vztahem

$$I(\mathbf{r}) = I_1(\mathbf{r}) + I_2(\mathbf{r}) + 2\sqrt{I_1(\mathbf{r})I_2(\mathbf{r})} \cos[\Delta\varphi(\mathbf{r})], \quad (1.5)$$

kde $\Delta\varphi(\mathbf{r}) = \varphi_2(\mathbf{r}) - \varphi_1(\mathbf{r})$ je fázový rozdíl mezi oběma vlnami.

V případě, kdy jsou intenzity obou vln stejné, tedy $I_1(\mathbf{r}) = I_2(\mathbf{r})$, je výsledná intenzita dána vztahem

$$I(\mathbf{r}) = 2I_1(\mathbf{r}) \{1 + \cos[\Delta\varphi(\mathbf{r})]\}. \quad (1.6)$$

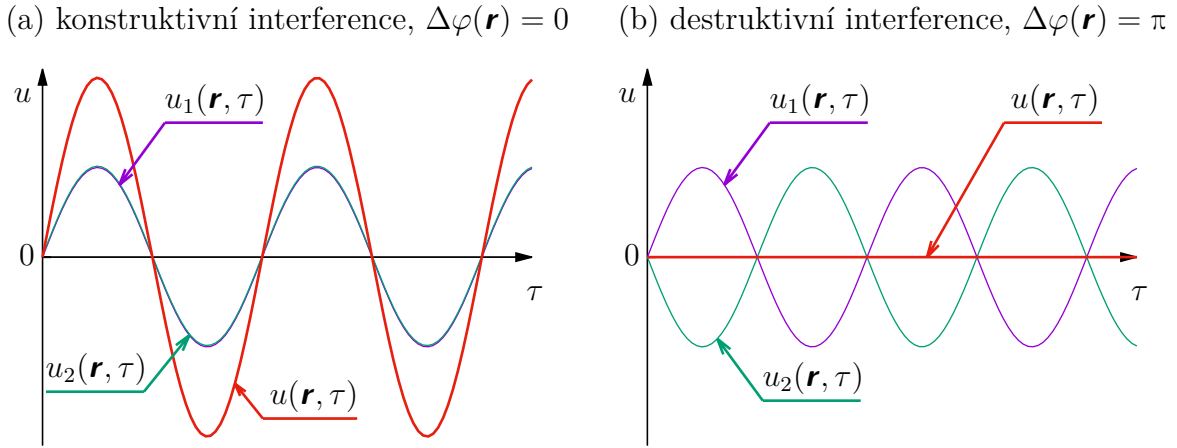
Mohou nastat dva extrémní případy – obě vlny jsou ve fázi (tedy jejich fázový rozdíl $\Delta\varphi(\mathbf{r})$ je roven sudému násobku π), pak dojde ke konstruktivní interferenci, nebo jsou obě vlny v protifázi (tedy jejich fázový rozdíl je roven lichému násobku π), pak dojde k destruktivní interferenci, viz obrázek 1.1. Tento příklad popisuje například situaci, kdy monochromatická vlna interferuje se svou kopií, která je fázově posunutá. K tomu může dojít například v Michelsonově (obrázek 2.1) nebo Machově–Zehnderově interferometru (obrázek 2.2).

1.3. Koherenční délka

Dosud jsme se zabývali pouze vlastnostmi monochromatické vlny, tedy vlny popsané komplexní vlnovou funkcí podle rovnice (1.2). Reálné zdroje světla však nevytvářejí monochromatické vlny. Polychromatickou vlnu můžeme rozvinout v součet monochromatických vln odpovídajících frekvencí. Obecně můžeme říci, že vlnová funkce $u(\mathbf{r}, \tau)$ je náhodnou funkcí. Zabývejme se nyní některými jejími vlastnostmi.

V případě, kdy je vlna popsána náhodnou vlnovou funkcí $u(\mathbf{r}, \tau) = \text{Re}[U(\mathbf{r}, \tau)]$, je její střední intenzita rovna

$$I(\mathbf{r}, \tau) = \langle |U(\mathbf{r}, \tau)|^2 \rangle, \quad (1.7)$$



Obrázek 1.1: Interference koherentních vln s vlnovými funkcemi $u_1(\mathbf{r}, \tau)$ a $u_2(\mathbf{r}, \tau)$ se stejnou amplitudou v místě daném polohovým vektorem \mathbf{r} v čase τ . Výsledkem je vlna $u(\mathbf{r}, \tau) = u_1(\mathbf{r}, \tau) + u_2(\mathbf{r}, \tau)$. Jsou-li vlny ve fázi (fázový rozdíl $\Delta\varphi(\mathbf{r})$ mezi vlnami je roven sudému násobku π), dojde ke konstruktivní interferenci, jsou-li v protifázi (fázový rozdíl je roven lichému násobku π), dojde k interferenci destruktivní. Intenzita na fázovém rozdílů mezi vlnami závisí dle vztahu (1.6). Převzato z [2].

kde střední hodnota je přes mnoho realizací této náhodné funkce.

Pro popis korelovanosti (podobnosti) vlny ve dvou časových okamžicích τ a $\tau + \Delta\tau$ v bodě \mathbf{r} zavádíme funkci časové koherence

$$G(\mathbf{r}, \Delta\tau) = \langle U^*(\mathbf{r}, \tau)U(\mathbf{r}, \tau + \Delta\tau) \rangle, \quad (1.8)$$

jedná se tedy o autokorelaci komplexní vlnové funkce. Porovnáním rovnic (1.7) a (1.8) zjistíme, že $G(\mathbf{r}, 0) = I(\mathbf{r}, \tau)$. Funkce G tedy nese i informaci o intenzitě. Z toho důvodu ji normujeme a zavádíme komplexní stupeň časové koherence

$$g(\mathbf{r}, \Delta\tau) = \frac{G(\mathbf{r}, \Delta\tau)}{G(\mathbf{r}, 0)} = \frac{\langle U^*(\mathbf{r}, \tau)U(\mathbf{r}, \tau + \Delta\tau) \rangle}{\langle U^*(\mathbf{r}, \tau)U(\mathbf{r}, \tau) \rangle}, \quad (1.9)$$

pro který platí $0 \leq |g(\mathbf{r}, \Delta\tau)| \leq 1$. Dosazením komplexní vlnové funkce pro monochromatickou vlnu z rovnice (1.2) pro tuto vlnu dostaneme $g(\mathbf{r}, \Delta\tau) = \exp(2\pi i f \Delta\tau)$, a tedy pro monochromatickou vlnu platí $|g(\mathbf{r}, \Delta\tau)| = 1$ pro libovolné $\Delta\tau$. Takovou vlnu nazveme koherentní. Jestliže $|g(\mathbf{r}, \Delta\tau)| = 0$, vlnu nazveme nekoherentní. V ostatních případech je vlna částečně koherentní.

Jestliže $|g(\mathbf{r}, \Delta\tau)|$ klesá monotonně s rostoucím $\Delta\tau$, pak takovou hodnotu časového zpoždění $\Delta\tau$, při které modul komplexního stupně časové koherence $|g(\mathbf{r}, \Delta\tau)|$ klesne na definovanou hodnotu, nejčastěji $1/2$ nebo $1/e$, nazýváme koherenční dobou τ_c . V této práci budeme koherenční dobou nazývat takovou hodnotu τ_c , že

$$|g(\mathbf{r}, \tau_c)| = \frac{1}{2}. \quad (1.10)$$

Vzdálenost, kterou světlo urazí za koherenční dobu τ_c , nazýváme koherenční délkou

$$l_c = v\tau_c,$$

kde v je rychlost světla v prostředí, kde se vlna šíří. Jestliže je koherenční délka mnohem vyšší než rozdíly optických drah v daném optickém systému, řekneme, že je vlna v tomto systému koherentní.

1. INTERFERENCE SVĚTLA

Koherenční délka vlny, která je vyzařována ze zdroje světla, závisí na spektru tohoto zdroje. Koherenční délku zdroje se střední vlnovou délkou $\bar{\lambda}$ a pološířkou spektra $\Delta\lambda$ (viz obrázek 1.2) můžeme odhadnout jako

$$l_c \sim \frac{\bar{\lambda}^2}{\Delta\lambda}. \quad (1.11)$$

1.4. Interference částečně koherentních vln

Mějme dvě vlny popsané komplexními vlnovými funkcemi $U_1(\mathbf{r}, \tau)$, $U_2(\mathbf{r}, \tau)$ s intenzitami $I_1(\mathbf{r}, \tau) = \langle |U_1(\mathbf{r}, \tau)|^2 \rangle$, $I_2(\mathbf{r}, \tau) = \langle |U_2(\mathbf{r}, \tau)|^2 \rangle$. Pro přehlednost zápisu budeme dále závislost na čase τ a polohovém vektoru \mathbf{r} vynechávat. Komplexní stupeň vzájemné koherence těchto vln, který říká, jak jsou obě vlny v daném místě \mathbf{r} a čase τ korelované, je

$$g_{12} = \frac{G_{12}}{\sqrt{I_1 I_2}} = \frac{\langle U_1^* U_2 \rangle}{\sqrt{I_1 I_2}}.$$

Jestliže $|g_{12}| = 1$, pak jsou obě vlny koherentní. Je-li $|g_{12}| = 0$, vlny jsou nekoherentní. V ostatních případech říkáme, že jsou částečně koherentní.

Intenzitu vlny, která vznikne superpozicí těchto dvou vln, určíme ze vztahu (1.7), a to jako

$$\begin{aligned} I &= \langle |U_1 + U_2|^2 \rangle = \langle |U_1|^2 \rangle + \langle |U_2|^2 \rangle + \langle U_1^* U_2 \rangle + \langle U_1 U_2^* \rangle = \\ &= I_1 + I_2 + G_{12} + G_{12}^* = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \operatorname{Re}(g_{12}) = \\ &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} |g_{12}| \cos \varphi, \end{aligned} \quad (1.12)$$

kde $\varphi = \arg(g_{12})$. V případě, kdy jsou dvě vlny korelované (koherentní), platí $|g_{12}| = 1$ a vztah přejde na rovnici (1.5). Pro nekorelované (nekoherentní) vlny je $|g_{12}| = 0$, a tedy $I = I_1 + I_2$, nepozorujeme tedy interferenci a dochází pouze k sečtení intenzit obou vln. V obecném případě pak při změně φ zavádíme viditelnost (kontrast) interferenčních proužků jako

$$\mathcal{V} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

kde I_{\max} je maximální (odpovídá $\cos \varphi = 1$) a I_{\min} minimální intenzita (odpovídá $\cos \varphi = -1$). Dosazením z rovnice (1.12) můžeme viditelnost vyjádřit jako

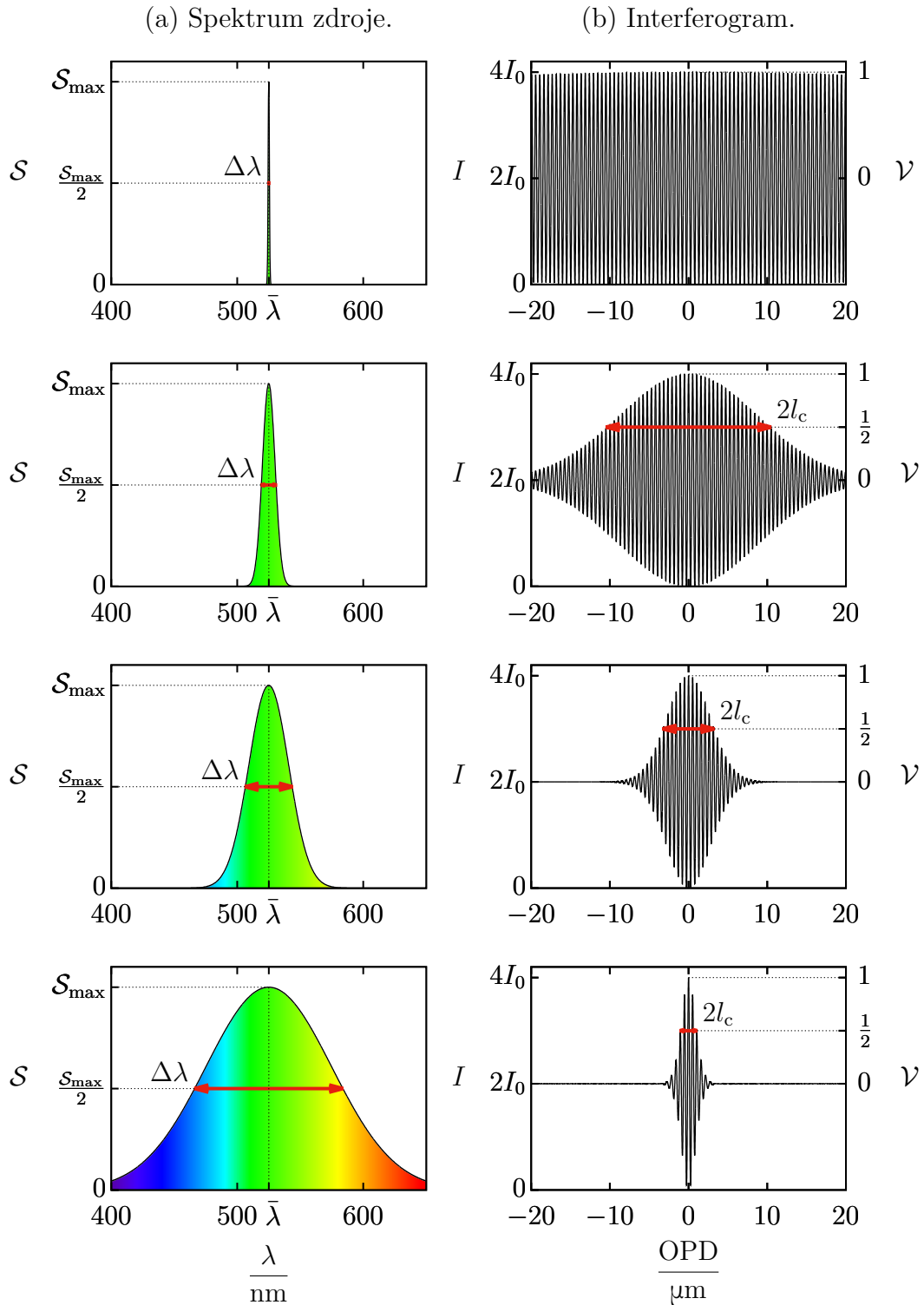
$$\mathcal{V} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} |g_{12}|. \quad (1.13)$$

Řekněme, že částečně koherentní vlna U s intenzitou I_0 a komplexním stupněm časové koherence g interferuje se svojí kopií zpožděnou o $\Delta\tau$. K tomu může dojít například v Michelsonově (obrázek 2.1) nebo Machově–Zehnderově interferometru (obrázek 2.2). Příklad s Michelsonovým interferometrem bude podrobněji diskutován v kapitole 3.1. Úpravou vztahu (1.12) dostaneme pro závislost intenzity na časovém zpoždění $\Delta\tau$

$$I = 2I_0 \{1 + |g(\Delta\tau)| \cos [\varphi(\Delta\tau)]\},$$

kde $g(\Delta\tau)$ je komplexní stupeň časové koherence definovaný v rovnici (1.9). Pro koherentní vlnu je $|g(\Delta\tau)| = 1$ pro každé $\Delta\tau$, a tedy vztah přejde na rovnici (1.6). Je zřejmé, že

1.4. INTERFERENCE ČÁSTEČNĚ KOHERENTNÍCH VLN



Obrázek 1.2: Závislost intenzity I při interferenci částečně koherentní vlny s intenzitou I_0 se svojí kopií na rozdíl optických drah OPD mezi nimi pro různá spektra zdroje (závislost výkonové spektrální hustoty \mathcal{S} na vlnové délce λ). Střední vlnová délka zdroje je $\bar{\lambda}$, pološířka jeho spektra je $\Delta\lambda$. Koherenční délka zdroje l_c je rovna rozdílu optických drah, při kterém viditelnost \mathcal{V} interferenčních proužků klesne na hodnotu $1/2$. Koherenční délka závisí na šířce spektra přibližně dle rovnice (1.11). Vznik interferogramů bude podrobněji diskutován v kapitole 3.1. Převzato z [2].

1. INTERFERENCE SVĚTLA

v případě, kdy je časové zpoždění $\Delta\tau$ menší nebo srovnatelné s koherenční dobou τ_c , pozorujeme interferenci. Rozdíl optických drah tedy pro pozorování interference musí být menší nebo srovnatelný s koherenční délkou zdroje. V případě, kdy je časové zpoždění (a tedy i rozdíl optických drah) mnohem větší, interferenci nepozorujeme a dojde pouze k sečtení intenzit obou vln. Viditelnost interferenčních proužků dostaneme ze vztahu (1.13) jako

$$\mathcal{V}(\Delta\tau) = |g(\Delta\tau)| .$$

Vzhledem k definici koherenční doby v rovnici (1.10) pak můžeme koherenční dobu definovat také pomocí viditelnosti jako

$$\mathcal{V}(\tau_c) = \frac{1}{2} .$$

Koherenční délka je pak při interferenci částečně koherentní vlny se svojí kopií takový rozdíl optických drah obou vln, pro který viditelnost interferenčních proužků klesne na $1/2$, viz obrázek 1.2.

2. Laserová interferometrie

V laserové interferometrii využíváme jako zdroj světla laser (z anglického *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, tedy zesílení světla stimulovanou emisí záření). Jedná se o zdroj světla s velkou koherenční délkou, jehož frekvence navíc může být velmi stabilní a dostatečně přesně známa. Díky tomu je možné laserové interferometry využít například k přesnému měření délek. [3]

Tato kapitola se zabývá laserovou interferometrií. První část kapitoly popisuje některé základní typy laserových interferometrů, včetně příkladů jejich využití. Druhá část kapitoly je pak zaměřena na metody využívané v laserové interferometrii k měření vzdálenosti, konkrétně k měření změny polohy jednoho ze zrcadel interferometru.

2.1. Základní typy laserových interferometrů

2.1.1. Michelsonův interferometr

Michelsonův interferometr (obrázek 2.1) [1, 3] je interferometr dvousvazkový. Svazek z laseru je děličem (například polopropustným zrcadlem) rozdělen na svazek měřicí a referenční. Oba svazky se následně odráží od zrcadel – pevného referenčního a pohyblivého měřicího – a vrací se zpět na dělič. Na výstupu interferometru pak pozorujeme interferenci mezi měřicím a referenčním svazkem.

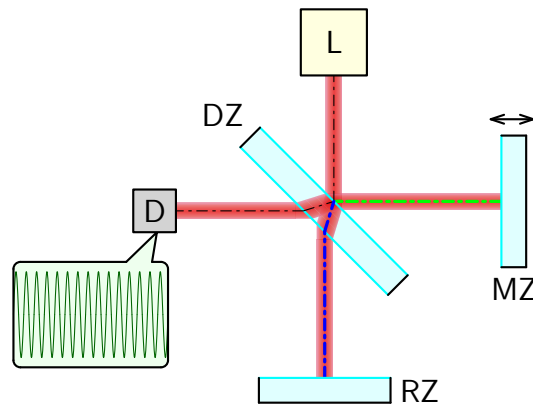
Je-li rozdíl optických drah ve větvích interferometru roven celočíselnému násobku vlnové délky, pak dojde ke konstruktivní interferenci a detekujeme maximum intenzity na výstupu. Je-li roven lichému násobku poloviny vlnové délky, pak dojde k destruktivní interferenci a detekujeme minimum intenzity, viz obrázek 1.1. Intenzita na výstupu Michelsonova interferometru tedy závisí na rozdílu optických drah v jeho větvích, tedy na poloze měřicího zrcadla. V nejjednodušším případě můžeme intenzitu vyjádřit pomocí vztahu

$$I(z) = 2I_0 [1 + \cos(2kz)] , \quad (2.1)$$

kde I_0 je intenzita na výstupu interferometru v případě, kdy je jedna z větví interferometru zakrytá, a tedy na výstup interferometru se dostává světlo pouze z jedné jeho větve, k je vlnové číslo a z je poloha měřicího zrcadla taková, že pro $z = 0$ je rozdíl optických drah ve větvích interferometru nulový.

Jelikož intenzita na výstupu interferometru závisí na poloze měřicího zrcadla a na známé vlnové délce, je možné Michelsonův interferometr využít k měření změny polohy tohoto zrcadla. Z rovnice (2.1) je zřejmé, že mezi dvěma po sobě následujícími maximy (popř. minimy) intenzity na výstupu interferometru se měřicí zrcadlo posune o polovinu vlnové délky laseru. Metody měření vzdálenosti pomocí laserového interferometru budou podrobněji diskutovány v kapitole 2.2. Jiné využití má Michelsonův interferometr například při měření rovinnosti nebo indexu lomu transparentních prostředí.

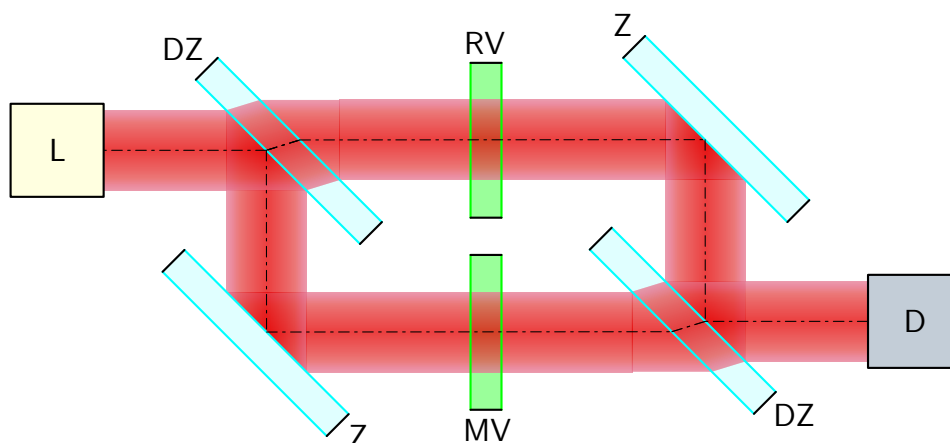
2. LASEROVÁ INTERFEROMETRIE



Obrázek 2.1: Schéma Michelsonova interferometru. Svazek je rozdělen na dva – referenční (osa vyznačena modře) a měřicí (osa vyznačena zeleně). Oba svazky se odrazí od zrcadel (referenčního a pohyblivého měřicího) a po průchodu děličem (resp. odrazu od děliče) dojde k interferenci. Intenzita na výstupu interferometru pak závisí poloze měřicího zrcadla interferometru podle rovnice (2.1). Je-li rozdíl optických drah ve větvích interferometru roven celočíselnému násobku vlnové délky, pak dojde ke konstruktivní interferenci a detekujeme maximum intenzity na výstupu. Je-li roven lichému násobku poloviny vlnové délky, pak dojde k destruktivní interferenci a detekujeme minimum intenzity. L – laser, DZ – dělič (polopropustné zrcadlo), MZ – měřicí (pohyblivé) zrcadlo, RZ – referenční zrcadlo, D – detektor. Podle [3].

2.1.2. Machův–Zehnderův interferometr

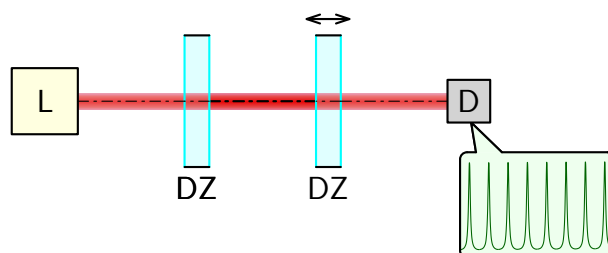
Machův–Zehnderův interferometr (obrázek 2.2) [1, 3] je též interferometr dvousvazkový. Svazek je děličem rozdělen na dva, které jsou následně opět spojeny a dojde k interferenci. Do obou svazků je možné vložit vzorek, který způsobí změnu optické dráhy v tomto svazku. Je-li rozdíl optických drah funkcí polohy ve svazku, pak na výstupu interferometru uvidíme interferenční proužky, které odpovídají právě tomuto rozdílu. Používá se například ke zjišťování nehomogenit indexu lomu transparentních prostředí.



Obrázek 2.2: Schéma Machova–Zehnderova interferometru. Svazek je rozdělen na dva, které prochází měřeným a referenčním vzorkem. Následně jsou svazky opět spojeny a dojde k interferenci. Interferenční obrazec na výstupu interferometru závisí v každém místě na rozdílu optických drah v měřeném a referenčním vzorku. L – laser, DZ – polopropustná zrcadla, Z – zrcadla, MV – měřený vzorek, RV – referenční vzorek, D – detektor. Podle [3].

2.1.3. Fabryův–Perotův interferometr

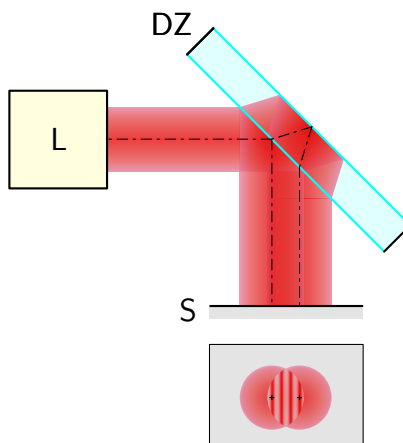
Fabryův–Perotův interferometr (obrázek 2.3) [1, 3] je interferometr mnohosvazkový. Je složen z dvojice zrcadel s velkou odrazivostí a malou propustností, která tvoří optický rezonátor. Zrcadla mohou být jak rovinná, tak kulová. Světelné vlny, které se odráží od obou zrcadel uvnitř rezonátoru, spolu interferují. Jestliže je vzdálenost zrcadel rovna celočíselnému násobku poloviny vlnové délky laseru, dojde ke konstruktivní interferenci všech vln a na výstupu interferometru pozorujeme maximum intenzity. Fabryův–Perotův interferometr se používá například pro měření spektrálního složení optického záření a je též základem většiny laserů.



Obrázek 2.3: Schéma Fabryho–Perotova interferometru tvořícího optický rezonátor. Maximum intenzity pozorujeme, je-li délka rezonátoru celočíselným násobkem poloviny vlnové délky laseru. L – laser, DZ – zrcadla s velkou odrazivostí, D – detektor. Podle [3].

2.1.4. Murtyův interferometr

Murtyův (stříhový) interferometr (obrázek 2.4) [4, 5] je dvousvazkový interferometr, který se skládá z jedné dělicí desky, která může být jak planoparalelní, tak klínová. Svazek na tuto desku dopadá pod nenulovým úhlem (na obrázku 2.4 je úhel dopadu 45°) a dojde k jeho odrazu na obou lámavých plochách. V místě, kde se oba odražené svazky překrývají, pak na stínítku můžeme pozorovat interferenci.



Obrázek 2.4: Schéma Murtyova (stříhového) interferometru. Svazek se odráží od obou lámavých ploch planoparalelního děliče a oba odražené svazky spolu interferují. Je-li dopadající svazek sbíhavý nebo rozbíhavý, pozorujeme v místě překryvu odražených svazků interferenční proužky. Je-li svazek kolimovaný, pak bude šířka proužků nekonečná, a tedy na stínítku vymizí. L – laser, DZ – dělič (planoparalelní deska nebo klín), S – stínítko. Podle [4].

2. LASEROVÁ INTERFEROMETRIE

Tento interferometr se používá například pro měření poloměru křivosti vlnoplochy, a tedy i při kolimování laserových svazků. Dopadá-li na planoparalelní desku kulová vlna, pak vlna odražená od první lámavé plochy bude mít v daném místě jiný poloměr křivosti než vlna odražená od druhé lámavé plochy, a tedy v místě překryvu odražených svazků budeme pozorovat interferenční proužky. Je-li svazek kolimovaný, pak při použití planoparalelní desky na stínítku interferenční proužky vymizí.

2.2. Měření vzdálenosti pomocí interferometru

Laserové interferometry je možné použít k přesnému měření vzdálenosti. Například Michelsonův interferometr (obrázek 2.1) je možné využít k měření změny polohy měřicího zrcadla. Nejjednodušší metodou detekce změny polohy měřicího zrcadla Michelsonova interferometru je počítání interferenčních proužků na výstupu interferometru. Z rovnice (2.1) víme, že jeden interferenční proužek na výstupu interferometru (tj. vzdálenost mezi dvěma po sobě jdoucími maximy nebo minimy intenzity) odpovídá změně polohy měřicího zrcadla o polovinu vlnové délky použitého laseru. Základní rozlišení je pak dáno právě polovinou vlnové délky použitého laseru. V tomto případě však není možné detekovat směr pohybu měřicího zrcadla. Tato kapitola se zabývá metodami, které umožňují dosáhnout vyššího rozlišení a v některých případech též detekce směru pohybu měřicího zrcadla interferometru.

2.2.1. Hilbertova transformace

Pro zvýšení rozlišení je třeba interferenční signál (závislost intenzity při změně polohy měřicího zrcadla) analyzovat jiným způsobem než pomocí počítání interferenčních proužků, a to například výpočtem analytického signálu pomocí Hilbertovy transformace [6, 7]. Tato metoda však nedává informaci o směru pohybu zrcadla, a tedy je možné ji použít pouze v případě, kdy se během celého měření směr pohybu měřicího zrcadla nemění.

Před výpočtem analytického signálu je třeba z naměřeného signálu odfiltrovat stejnosměrnou složku, která nenesou žádnou informaci o poloze. Její odhad provedeme například výpočtem střední hodnoty nebo pomocí fitování polynomem, viz obrázek 2.5. Po odečtení stejnosměrné složky od signálu $I(m)$, kde m je číslo vzorku, dostaneme střídavou složku tohoto signálu $\tilde{I}(m)$.

Dalším krokem je výpočet Hilbertovy transformace střídavé složky signálu $\tilde{I}(m)$, vy počítáme tedy $\mathcal{H}\{\tilde{I}(m)\}$, viz obrázek 2.6. Z vlastností Hilbertovy transformace plyne, že signál $\mathcal{H}\{\tilde{I}(m)\}$ je fázově posunutý o $\pi/2$ oproti signálu $\tilde{I}(m)$.

Ze střídavé složky signálu $\tilde{I}(m)$ a její Hilbertovy transformace $\mathcal{H}\{\tilde{I}(m)\}$ sestavíme analytický signál

$$u_a(m) = \tilde{I}(m) + i \mathcal{H}\{\tilde{I}(m)\}, \quad (2.2)$$

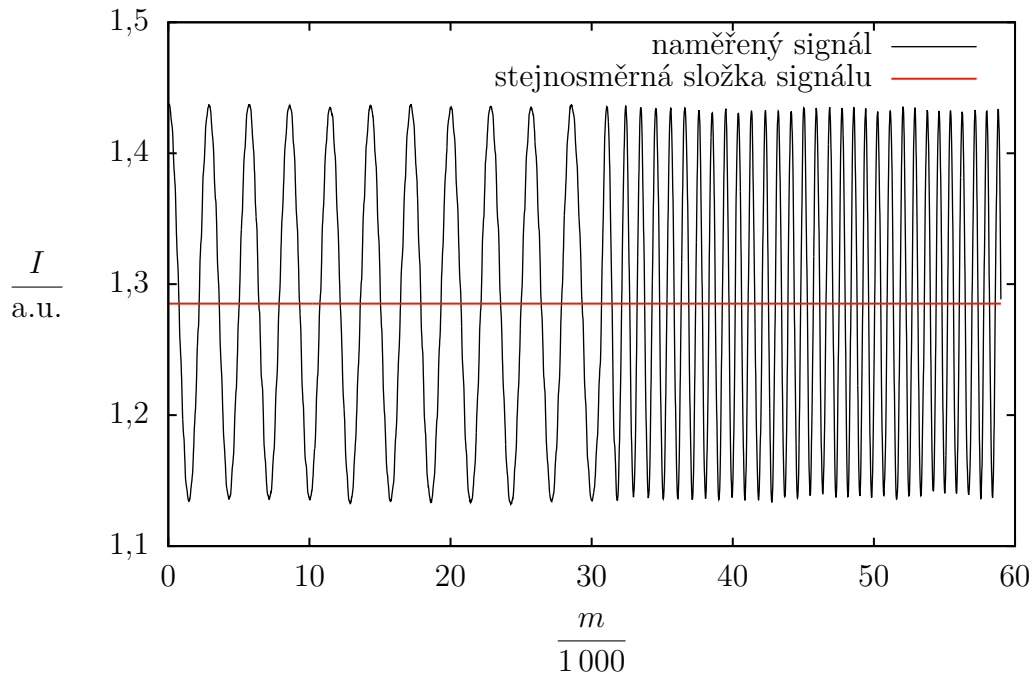
viz obrázek 2.7.

Změna fáze $\varphi(m) = \arg[u_a(m)]$ analytického signálu (viz obrázek 2.8) pak udává změnu polohy měřicího zrcadla

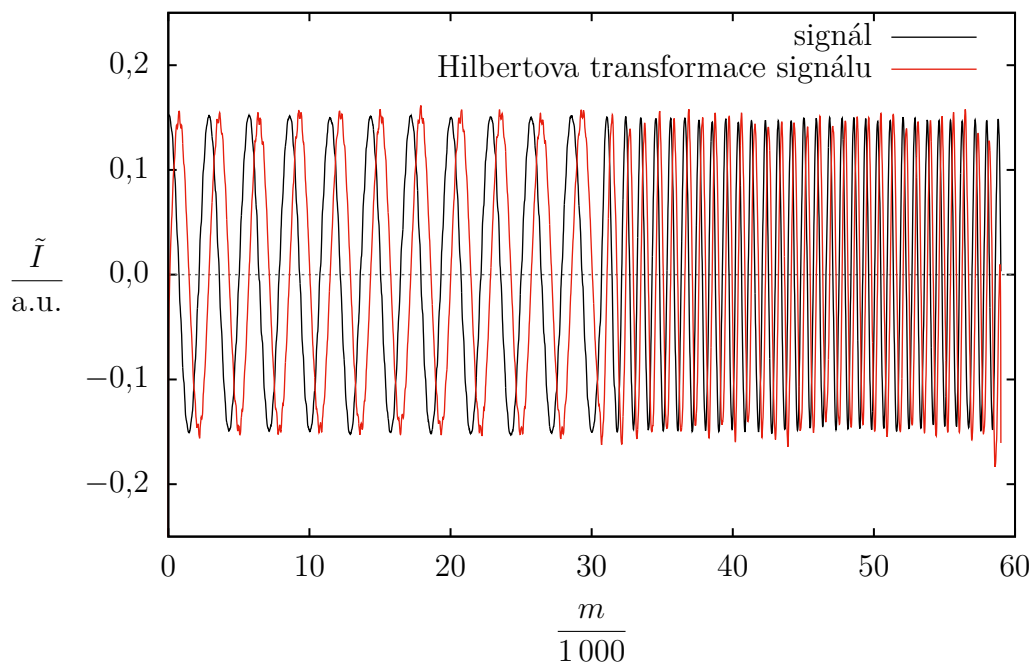
$$\Delta z = \frac{\lambda}{4\pi} \Delta\varphi = \frac{\lambda_0}{4\pi n(\lambda_0)} \Delta\varphi, \quad (2.3)$$

kde λ je vlnová délka laseru ve vzduchu a $n(\lambda_0)$ je index lomu vzduchu pro vlnovou délku ve vakuu λ_0 . Výsledkem analýzy interferenčního signálu na obrázku 2.5 je tedy změna polohy měřicího zrcadla během měření na obrázku 2.9.

2.2. MĚŘENÍ VZDÁLENOSTI POMOCÍ INTERFEROMETRU

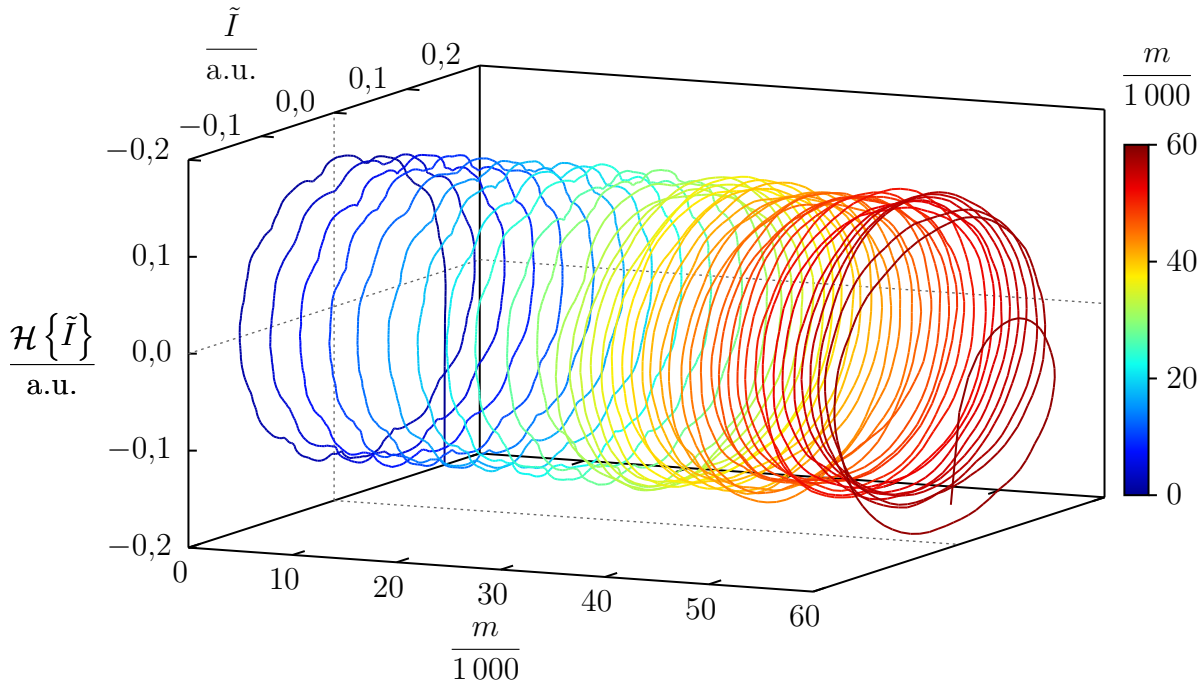


Obrázek 2.5: Naměřený laserový interferenční signál a jeho stejnosměrná složka získaná fitováním polynomem 1. stupně (lineární funkcí). Na vodorovné ose je číslo vzorku m . Jedná se o část interferenčního signálu zaznamenaného při měření indexu lomu vzduchu v kapitole 7. Asi v polovině signálu měřicí zrcadlo zvýšilo svoji rychlost, vzdálenost mezi interferenčními proužky se tedy zkrátila.

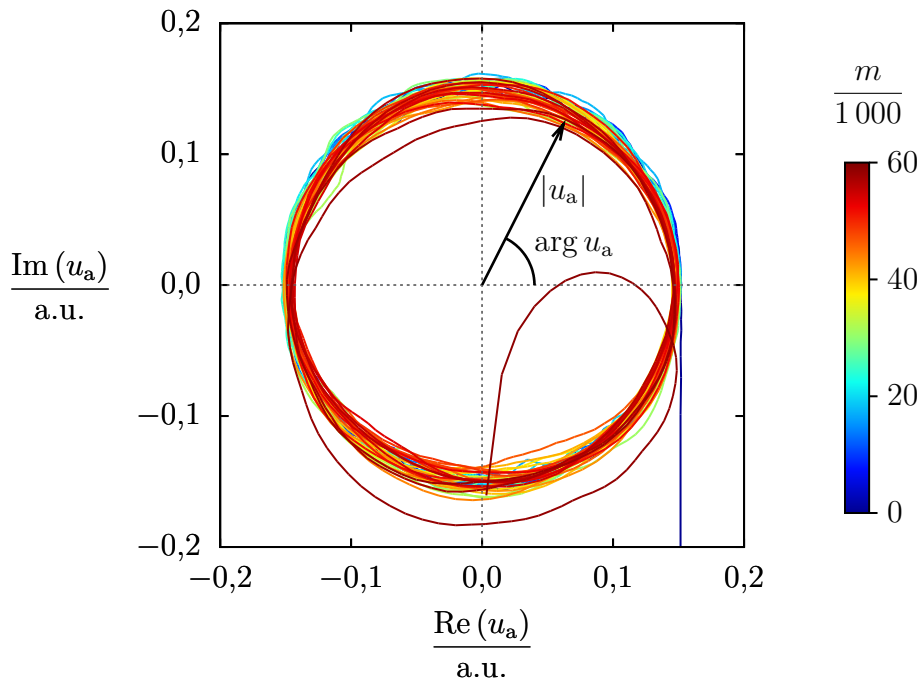


Obrázek 2.6: Střídavá složka interferenčního signálu z obrázku 2.5 a její Hilbertova transformace. Hilbertova transformace posouvá fázi signálu o $\pi/2$. Všimněme si, že na počátku a konci signálu není vzhledem k nespojitosti periodického pokračování signálu fázový posun roven $\pi/2$. Na vodorovné ose je číslo vzorku m .

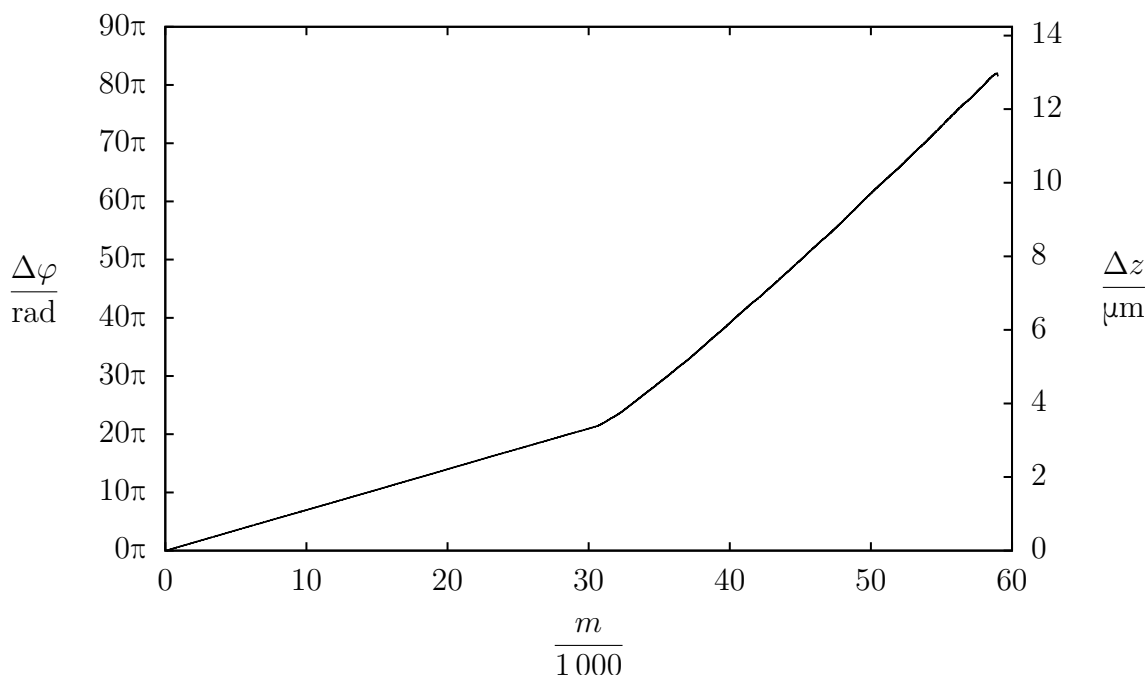
2. LASEROVÁ INTERFEROMETRIE



Obrázek 2.7: Analytický signál dle rovnice (2.2) sestavený na základě signálu $\tilde{I}(m)$ a jeho Hilbertovy transformace $\mathcal{H}\{\tilde{I}(m)\}$ na obrázku 2.6. Na vodorovné ose je číslo vzorku m .



Obrázek 2.8: Znázornění fáze analytického signálu $\varphi = \arg u_a$ z obrázku 2.7. Na obrázku je opět viditelné, že na počátku a konci měření není vzhledem k nespojitosti periodického pokračování signálu fázový posun roven $\pi/2$, a tak není možné počátek a konec výsledné závislosti fáze brát v potaz. Barevně je vyznačeno číslo vzorku m .



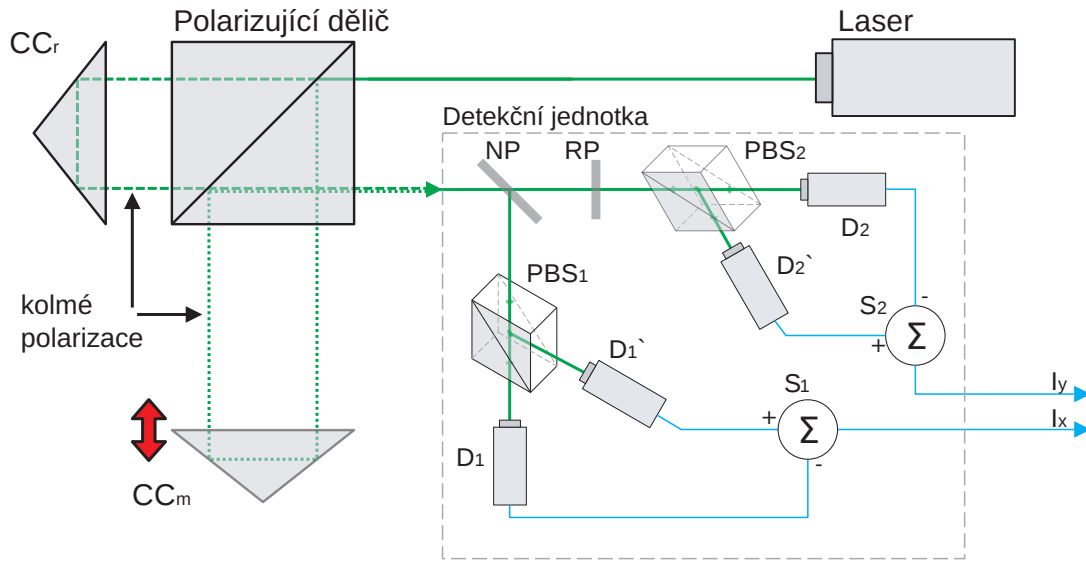
Obrázek 2.9: Rozbalená fáze $\Delta\varphi$ analytického signálu z obrázku 2.8. Při znalosti vlnové délky zdroje pak můžeme podle rovnice (2.3) fázi $\Delta\varphi$ přepočítat na změnu polohy měřicího zrcadla Δz . Vidíme, že měřicí zrcadlo se nejprve pohybovalo rovnoměrně, poté zvýšilo rychlost (zvýšila se směrnice závislosti) a dále se pohybovalo opět rovnoměrně, což je patrné z interferenčních signálů na obrázku 2.5. Na vodorovné ose je číslo vzorku m . Fáze (a jí odpovídající změna polohy) na počátku a konci měření neodpovídá skutečné změně polohy měřicího zrcadla, a to kvůli nespojitosti periodického pokračování naměřeného signálu (viz obrázek 2.6).

2.2.2. Homodynní detekce

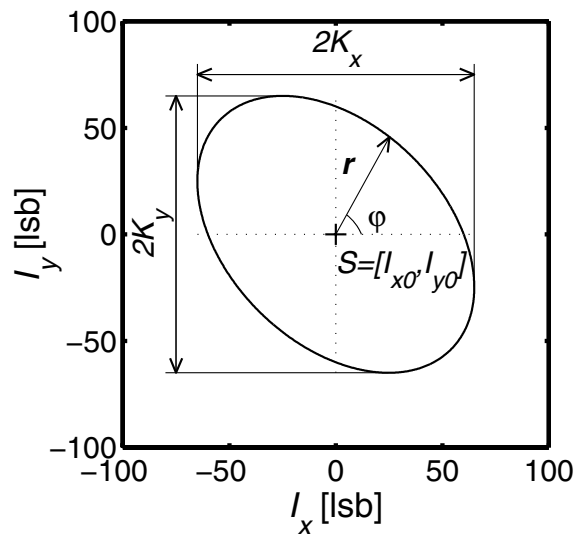
Metoda popsaná v kapitole 2.2.1 má řadu nevýhod. Zejména jde o nemožnost detekce směru pohybu nebo i změny směru pohybu. Dále, jak je patrné například na obrázku 2.8, v případě, kdy periodické pokračování naměřeného signálu není spojité, počátek a konec měření není možné brát v potaz. Navíc není možné získat informaci o poloze měřicího zrcadla ihned během měření, ale až po zpracování naměřených signálů. Tato omezení řeší homodynní detekce [3], při které jsou dva signály, které jsou vzájemně fázově posunuty o $\pi/2$, získány kombinací optických prvků a rozdílových zesilovačů.

Schéma interferometru s homodynní detekcí je na obrázku 2.10. Zdrojem světla pro interferometr je laser, ze kterého vychází svazek lineárně polarizovaný v úhlu 45° , na polarizujícím děliči se tedy svazek rozdělí na dva svazky, které mají navzájem kolmou polarizaci – s polarizace je odražena do měřicí větve a p polarizace prochází do referenční větve. V obou větvích jsou umístěny koutové odražeče, od kterých se svazky odráží zpět na polarizující dělič. Svazek z referenční větve má p polarizaci, děličem tedy prochází, zatímco svazek z měřicí větve má s polarizaci, je tedy odražen. Osa obou svazků po průchodu polarizujícím děličem je stejná, protože však svazky mají navzájem kolmou polarizaci, nepozorujeme na výstupu interferometru interferenci.

2. LASEROVÁ INTERFEROMETRIE



Obrázek 2.10: Schéma laserového interferometru s homodynní detekcí. Signály z rozdílových zesilovačů jsou navzájem fázově posunuty o $\pi/2$ a po vynesení do kartézských souřadnic tvoří obecně elipsu (viz obrázek 2.11). CC_r – koutový odražeč v referenční větvi, CC_m – koutový odražeč v měřicí větvi, NP – nepolarizující dělič, RP – zpožďovací deska, PBS_1 , PBS_2 – polarizující děliče, D_1 , D_1' , D_2 , D_2' – fotodetektory, S_1 , S_2 – rozdílové zesilovače. Převzato z [8], přeloženo.



Obrázek 2.11: Signály z rozdílových zesilovačů na obrázku 2.10 tvoří po vynesení do kartézských souřadnic obecně elipsu. Tu lze parametrizovat v polárních souřadnicích, přičemž úhel φ vyjadřuje změnu polohy měřícího zrcadla. Převzato z [9].

2.2. MĚŘENÍ VZDÁLENOSTI POMOCÍ INTERFEROMETRU

Svazek z interferometru pokračuje do detekční jednotky. Zde je svazek nejprve rozdělen pomocí nepolarizujícího děliče. Oba vzniklé svazky poté vstupují do polarizujících děličů (jeden svazek navíc prochází zpožďovací deskou), které jsou natočeny v úhlu 45° . Až za těmito polarizujícími děliči je možné pozorovat interferenci, která je zaznamenána pomocí celkem čtyř fotodetektorů. Signály, které jsou naměřené na dvojici fotodetektorů za jedním z polarizujících děličů, jsou fázově posunuty o π , jejich odečtením v rozdílovém zesilovači tedy dostaneme střídavou složku interferenčního signálu. Navíc takto získané signály na jedné dvojici fotodetektorů jsou vlivem zpožďovací desky fázově posunuty o $\pi/2$ oproti signálům naměřeným na druhé dvojici fotodetektorů.

Vyneseme-li oba signály z rozdílových zesilovačů do kartézských souřadnic, dostaneme obecně elipsu, viz obrázek 2.11. V případě, kdy se měřicí zrcadlo pohybuje stále stejným směrem, naměříme tedy stejný signál jako na obrázku 2.8, jak bylo popsáno v kapitole 2.2.1. Úhel φ opět vyjadřuje změnu interferenční fáze, kterou je možné dle rovnice (2.3) přepočítat na změnu polohy měřicího zrcadla.

V ideálním případě signály vynesené do kartézských souřadnic na obrázku 2.11 tvoří kružnici se středem v počátku. V reálném interferometru však fázový posun mezi oběma signály nemusí být přesně $\pi/2$, navíc každý signál může mít jinou amplitudu. Signály pak obecně vytvoří elipsu. Důsledkem je periodická odchylka naměřené hodnoty polohy měřicího zrcadla od skutečné, kterou je možné eliminovat pomocí linearizace. [9, 10]

2.2.3. Heterodynní detekce

Při heterodynní detekci [3, 11] (viz schéma na obrázku 2.12) využíváme jako zdroj světla dvoufrekvenční laser, přičemž polarizace obou frekvencí jsou navzájem kolmé. Svazek nejprve rozdělíme nepolarizujícím dělicím zrcadlem. Jedna část svazku prochází přímo přes polarizátor, který je natočený v úhlu 45° vůči polarizacím obou frekvencí, za polarizátorem pak mají svazky obou frekvencí stejnou polarizaci. Vzhledem k tomu, že obě frekvence laseru jsou blízké, vzniknou za polarizátorem měřitelné záněje, které zaznamenáváme pomocí rychlého fotodetektoru a jež měříme čítačem. Druhá část svazku dopadá na polarizující dělič, od kterého se jedna polarizace (a tedy jedna frekvence) odráží do referenční větve interferometru, druhá polarizace (a tedy druhá frekvence) prochází do měřicí větve interferometru. V obou větvích interferometru jsou poté umístěny koutové odražeče, od kterých se svazky odráží zpět do polarizujícího děliče. Za polarizujícím děličem je poté opět umístěn polarizátor a detektor pro detekci zánějů připojený na čítač.

Referenční signál naměřený na fotodetektoru D_R v čase τ je

$$\tilde{I}_R(\tau) = I_0 \cos [2\pi (f_2 - f_1) \tau + \varphi_0],$$

kde I_0 je amplituda signálu, $f_2 - f_1$ je zánějová frekvence a φ_0 je počáteční fázový rozdíl. Měřicí signál je

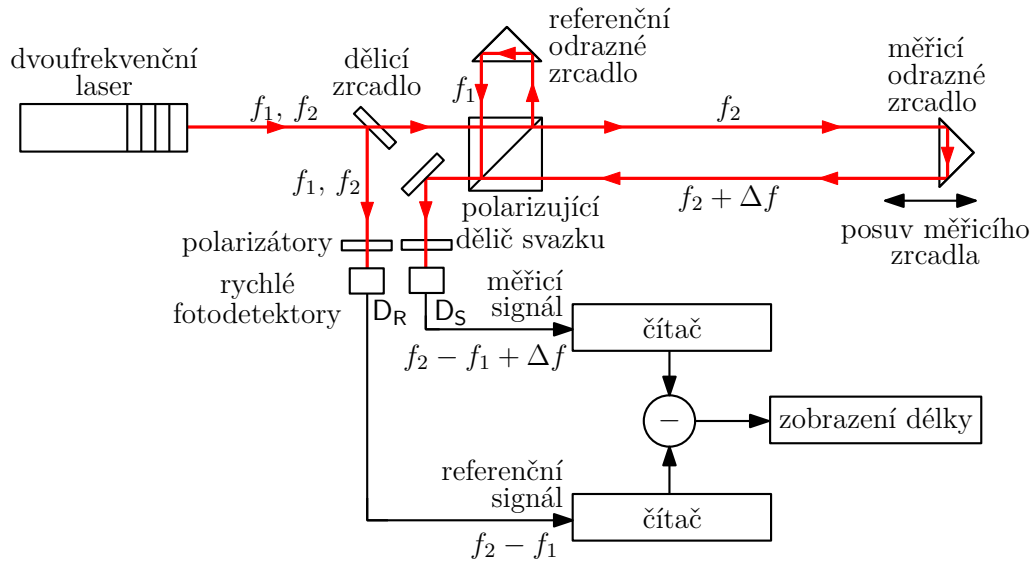
$$\tilde{I}_S(\tau) = I_0 \cos [2\pi (f_2 - f_1) \tau + \varphi_0 + \Delta\varphi(\tau)],$$

kde $\Delta\varphi(\tau)$ je fázový rozdíl daný rozdílem optických drah větví interferometru. Z něj pak můžeme vyjádřit změnu polohy měřicího zrcadla

$$\Delta z = \frac{\lambda}{4\pi} \Delta\varphi = \frac{\lambda_0}{4\pi n(\lambda_0)} \Delta\varphi,$$

kde λ je vlnová délka laseru ve vzduchu, λ_0 je vlnová délka laseru ve vakuu a $n(\lambda_0)$ je index lomu vzduchu pro tuto vlnovou délku [11]. Při heterodynní metodě tedy měříme pomocí čítačů fázový rozdíl mezi oběma signály v čase, ze kterého následně vypočítáme změnu polohy měřicího zrcadla během měření.

2. LASEROVÁ INTERFEROMETRIE



Obrázek 2.12: Schéma laserového interferometru s heterodynní detekcí. Zdrojem světla je dvoufrekvenční laser, jehož obě frekvence f_1 a f_2 mají navzájem kolmou polarizaci. Rozdíl frekvencí je měřen pomocí záznejů na fotodetektoru D_R . Svazek je rozdělen polarizujícím děličem tak, že jedna frekvence prochází do referenční větve, druhá do měřicí větve. Na výstupu interferometru spolu svazky interferují a opět měříme rozdíl frekvencí pomocí záznejů na fotodetektoru D_S . Jestliže se měřicí zrcadlo nepohybuje, pak frekvence záznejů na fotodetektoru D_S bude stejná jako na fotodetektoru D_R , a tedy fázový rozdíl obou naměřených signálů se nebude měnit. Při pohybu měřicího zrcadla dochází vlivem Dopplerova jevu ke změně frekvence f_2 o Δf , frekvence záznejů se tedy změní a dojde k nárůstu nebo poklesu fázového rozdílu mezi naměřenými signály. Podle [3].

Odlišné vyhodnocení pohybu měřicího zrcadla v sestavě na obrázku 2.12 je možné pomocí Dopplerovské metody, tedy vyhodnocení rozdílu frekvence Δf vzniklého v důsledku Dopplerova jevu při odrazu od pohybujícího se měřicího zrcadla. V případě, kdy se měřicí zrcadlo nepohybuje, frekvence f_2 záření, které se něj odráží, se nezmění. Nezmění se tedy ani frekvence záznejů na detektoru D_S , a tedy frekvence záznejů naměřené na obou fotodetektorech budou stejné. Jestliže se měřicí zrcadlo pohybuje, frekvence f_2 záření, které se od něj odráží, se vlivem Dopplerova jevu změní o Δf , změní se tedy frekvence záznejů v měřicím signálu. Tento rozdíl je úměrný rychlosti měřicího zrcadla, a tedy tuto rychlost je z něj možné přímo vypočítat. Změnu polohy měřicího zrcadla je pak možné získat integrací. [5]

3. Interferometrie nízké koherence

Interferometrie nízké koherence (*low-coherence interferometry* – LCI) neboli bílá interferometrie (*white-light interferometry* – WLI) využívá skutečnosti, že při použití širokospektrálního zdroje dochází k interferenci jen při malých rozdílech optických drah. V interferometru tak interferenci pozorujeme pouze v úzkém intervalu poloh měřicího zrcadla okolo vyvážené polohy interferometru, tedy polohy, při které je rozdíl optických drah ve větvích interferometru nulový. Šířka tohoto intervalu je dána koherenční délkou použitého zdroje.

Využití interferometrie nízké koherence je například v měření profilu povrchů [12–14], měření tloušťky tenkých vrstev [15] a optických prvků [16], měření vibrací [17], měření disperze indexu lomu průhledných materiálů [18], indexu lomu vzduchu [19] nebo v optické koherenční tomografii [20].

První část této kapitoly se zabývá použitím Michelsonova interferometru v interferometri nízké koherence. Je popsán vznik interferenčního signálu při použití bílého světla a je diskutována nutnost kompenzace disperze v interferometru. Je zde provedeno odvození závislosti intenzity na výstupu interferometru na poloze měřicího zrcadla pro interferometr optimálně i neoptimálně kompenzovaný na disperzi. Druhá část kapitoly se pak věnuje metodám detekce středu interferenčního proužku, tedy takového místa interferenčního signálu (naměřené závislosti intenzity na výstupu interferometru na poloze měřicího zrcadla), při které je rozdíl optických drah v obou větvích interferometru nulový.

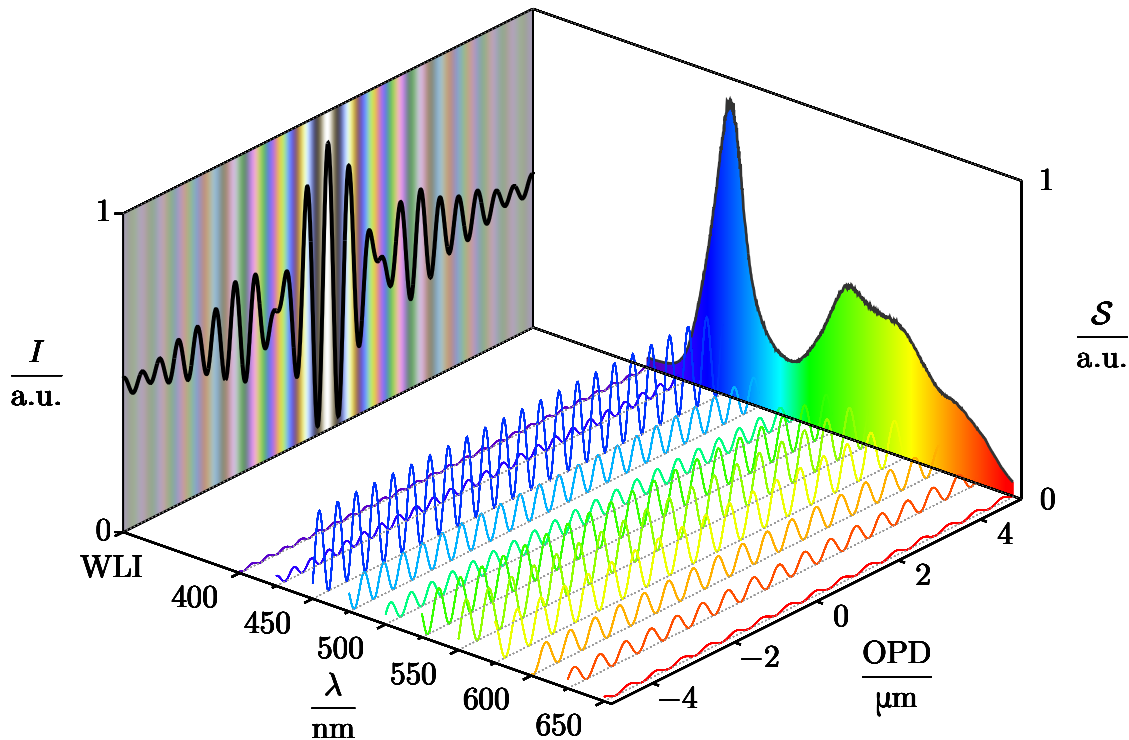
3.1. Michelsonův interferometr ve WLI

Abychom na výstupu Michelsonova interferometru pozorovali interferenci, musí rozdíl optických drah větví interferometru být menší nebo srovnatelný s koherenční délkou zdroje, viz obrázek 1.2. Koherenční délka zdrojů bílého světla (žárovka, halogenová nebo xenonová lampa, LED) je řádu jednotek až desítek mikrometrů. Interferenci pozorujeme tedy pouze v úzkém intervalu poloh měřicího zrcadla okolo vyvážené polohy interferometru, jehož šířka je dána koherenční délkou použitého zdroje, viz obrázek 1.2. [21]

Zdroj bílého světla si můžeme představit jako mnoho navzájem nekoherentních jednofrekvenčních zdrojů s různou frekvencí. Na výstupu interferometru pak dochází k interferenci pro každou frekvenci zvlášť. Chování Michelsonova interferometru při použití jednofrekvenčního zdroje již bylo popsáno v kapitole 2.1.1. Při analýze chování se zdrojem bílého světla použijeme princip superpozice. Naměřený interferenční signál je pak součtem interferenčních signálů pro všechny frekvence zdroje, jak je znázorněno na obrázku 3.1. [1]

Rozdíl optických drah ve větvích interferometru obecně závisí na vlnové délce. V Michelsonově interferometru znázorněném na obrázku 2.1 svazek v referenční větvi prochází v děliči sklem, zatímco v měřicí větvi nikoliv. Jelikož index lomu skla závisí na vlnové délce, pak i optická dráha referenční větve bude záviset na vlnové délce, a tedy i rozdíl optických drah ve větvích interferometru bude záviset na vlnové délce. Pak nebude exis-

3. INTERFEROMETRIE NÍZKÉ KOHERENCE



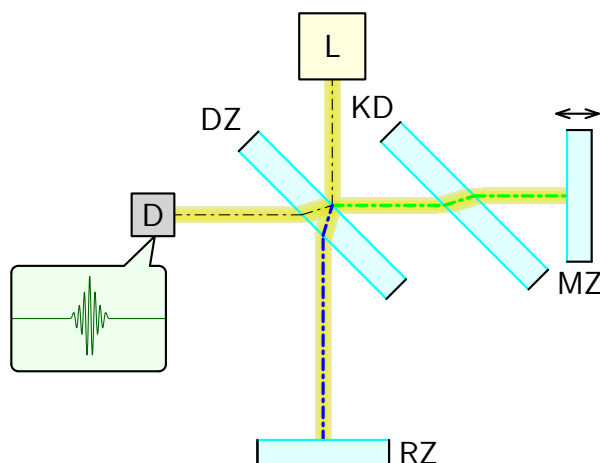
Obrázek 3.1: Znázornění vzniku bílého interferenčního proužku. Na pravé zadní rovině je spektrum bílé LED. Na spodní rovině jsou znázorněny interferenční signály, které bychom naměřili při použití jednofrekvenčního zdroje s danou vlnovou délkou a výkonem odpovídajícím výkonové spektrální hustotě \mathcal{S} pro tuto vlnovou délku. Při použití zdroje bílého světla pak sečteme tyto interferenční signály pro všechny frekvence a dostaneme interferenční signál na levé zadní rovině. Na této rovině je znázorněna i barva na výstupu interferometru. OPD je rozdíl optických drah ve větvích interferometru. Převzato z [2].

tovat taková poloha měřicího zrcadla, při které by rozdíl optických drah v obou větvích interferometru byl nulový pro všechny vlnové délky zdroje, a tedy při této poloze všechny interferenční signály pro jednotlivé frekvence zdroje znázorněné na obrázku 3.1 měly maximum a došlo ke konstruktivní interferenci bílého světla. Proto je třeba interferometr kompenzovat na disperzi, tedy umístit do měřicí větve interferometru kompenzační desku ze stejného materiálu jako je materiál děliče, viz obrázek 3.2. Kompenzační deska musí být umístěna tak, aby tloušťka skla, kterou svazek prochází v referenční větvi, byla stejná jako ve větvi měřicí. Jakákoliv odchylka pak způsobí snížení viditelnosti interferenčních proužků a jejich asymetrii, viz obrázek 3.3.

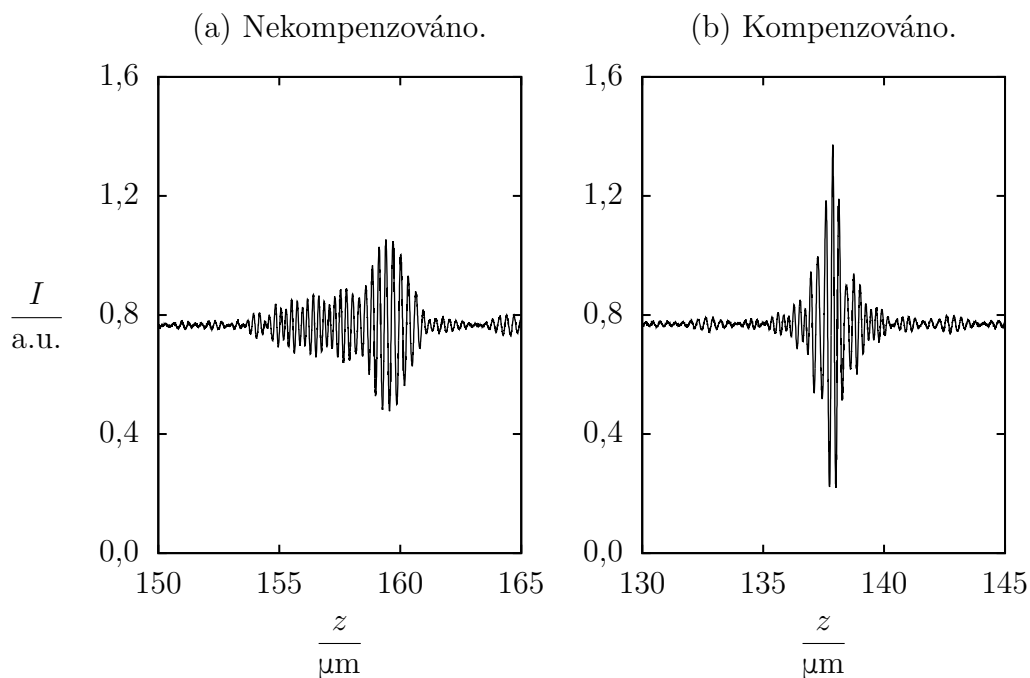
Při odrazu světla od zrcadel interferometru dochází k fázovému posunu, který obecně závisí na vlnové délce [22], a tedy pro optimální kompenzaci disperze je též třeba, aby měřicí i referenční zrcadlo byly ze stejného materiálu [2, 23].

V případě, kdy jedno ze zrcadel interferometru nahradíme vzorkem s neznámým profilem povrchu, může v různých částech svazku docházet k interferenci při jiné poloze měřicího zrcadla. Toho lze využít pro měření profilu povrchu vzorku, viz obrázek 3.4 [2, 12–14].

3.1. MICHELSONŮV INTERFEROMETR VE WLI

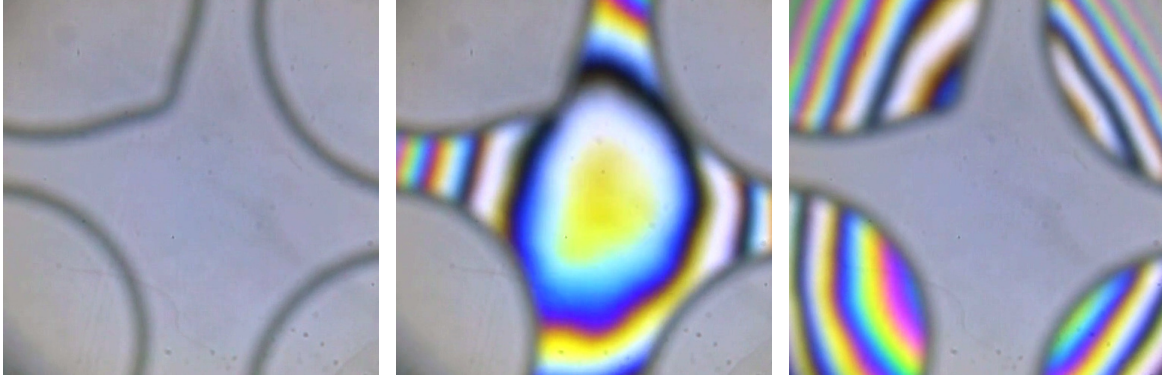


Obrázek 3.2: Schéma Michelsonova interferometru pro použití v interferometrii nízké koherence. Oproti schématu na obrázku 2.1, kde byl jako zdroj použit jednofrekvenční laser, je zde nutné do měřicí větve vložit kompenzační desku, aby svazek v obou větvích interferometru procházel stejnou vrstvou skla. Interferenci na výstupu interferometru pozorujeme, je-li rozdíl optických drah ve větvích interferometru menší nebo srovnatelný s koherenční délkou zdroje. L – zdroj bílého světla, DZ – dělič, KD – kompenzační deska, MZ – pohyblivé měřící zrcadlo, RZ – referenční zrcadlo, D – detektor.



Obrázek 3.3: Bílé interferenční signály naměřené v Michelsonově interferometru při použití bílé LED (spektrum zdroje je na obrázku 3.1) v případě neoptimálně a optimálně kompenzované disperze. Vidíme, že v případě neoptimálně kompenzované disperze není interferenční proužek symetrický a jeho viditelnost je menší. Převzato z [2].

3. INTERFEROMETRIE NÍZKÉ KOHERENCE



Obrázek 3.4: Fotografie z výstupu Michelsonova interferometru s bílým světlem (zdrojem byla bílá LED, jejíž spektrum je znázorněno na obrázku 3.1), v jehož referenční větvi byl vložen křemíkový wafer s vyleptanými strukturami hlubokými asi $12,5\mu\text{m}$, při třech různých polohách měřicího zrcadla. K interferenci dochází v té části svazku, pro kterou je rozdíl optických drah menší nebo srovnatelný s koherenční délkou zdroje. Nalezeme-li v každém bodě polohu měřicího zrcadla, při které je rozdíl optických drah ve větvích interferometru nulový, změříme tak profil povrchu waferu. Převzato z [2].

Pro další diskusi je třeba popsat chování bílého interferenčního signálu v případě, kdy interferometr není optimálně kompenzovaný na disperzi. Odvodme proto vztah pro interferenční signál, tedy pro závislost intenzity na výstupu interferometru na poloze měřicího zrcadla. Odvození provedeme nejprve pro interferometr optimálně kompenzovaný na disperzi a následně pro interferometr, do jehož jedné větve byla vložena tenká skleněná deska, což je ekvivalentní se situací, kdy v interferometru na obrázku 3.2 nebude kompenzační deska přesně rovnoběžná s děličem (popř. její tloušťka bude odlišná od tloušťky děliče), a tedy v jedné větvi interferometru bude svazek procházet větší tloušťkou skla než ve větvi druhé. Odvození je s úpravami převzato z [24].

Předpokládejme, že používáme zdroj s výkonovou spektrální hustotou \mathcal{S} , která na vlnovém čísle $k = 2\pi/\lambda$, kde λ je vlnová délka, závisí podle vztahu

$$\mathcal{S}(k) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\Delta k} \exp \left[- \left(\frac{k - k_0}{2\Delta k} \right)^2 \right], \quad (3.1)$$

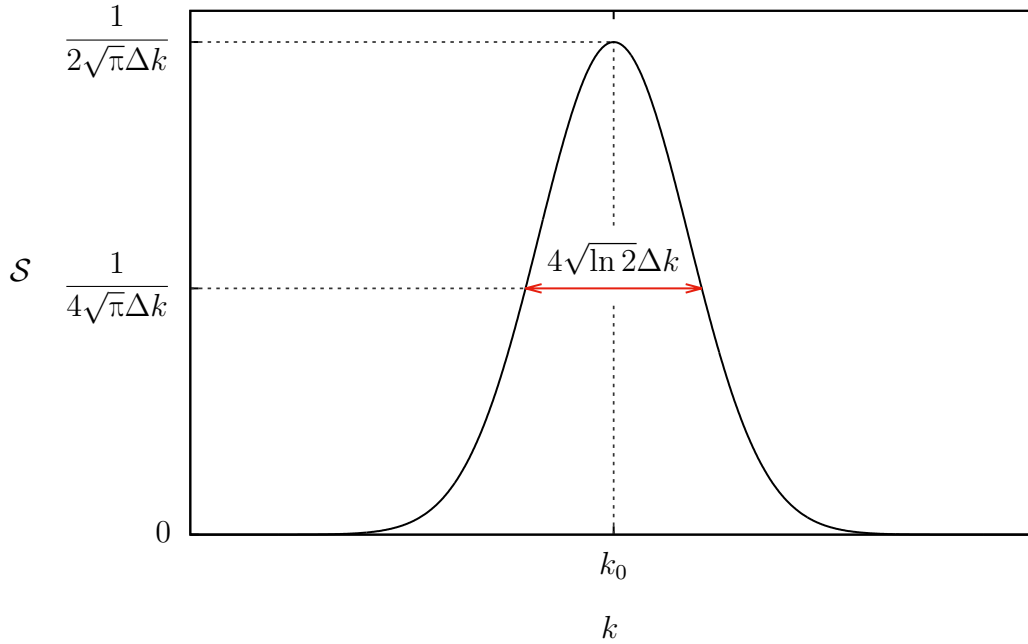
kde k_0 je střední vlnové číslo zdroje (odpovídající střední vlnové délce zdroje $\bar{\lambda} = 2\pi/k_0$) a Δk vyjadřuje šířku spektra zdroje, viz obrázek 3.5.

V ideálním interferometru kompenzovaném na disperzi závislost intenzity na poloze měřicího zrcadla z (přičemž pro $z = 0$ je rozdíl optických drah ve větvích interferometru nulový) vypočítáme jako

$$I(z) = \int_0^{\infty} \mathcal{S}(k) [1 + \cos(2kz)] dk, \quad (3.2)$$

tedy sečteme interferenční signály, které bychom naměřili při použití jednofrekvenčních zdrojů s vlnovým číslem k , jejichž intenzita odpovídá výkonové spektrální hustotě $\mathcal{S}(k)$ zdroje bílého světla. Po integraci dostaneme

$$I(z) = I_0 \left\{ 1 + \exp \left[- \left(\frac{z}{l_k} \right)^2 \right] \cos(2k_0 z) \right\}, \quad (3.3)$$



Obrázek 3.5: Závislost výkonové spektrální hustoty \mathcal{S} na vlnovém čísle k podle rovnice (3.1) s vyznačenou pološířkou spektra. Střední vlnové číslo zdroje je k_0 a odpovídá střední vlnové délce zdroje $\bar{\lambda} = 2\pi/k_0$, šířku spektra udává hodnota Δk .

kde I_0 je konstantní intenzita na výstupu interferometru pro $z \gg l_c$, kde l_c je koherenční délka, tedy v případě, kdy již nepozorujeme interferenci, viz obrázek 3.6. Dále jsme označili

$$l_k = \frac{1}{2\Delta k}.$$

Vidíme, že jde o funkci kosinus s vlnovou délkou odpovídající polovině střední vlnové délky zdroje $\bar{\lambda} = 2\pi/k_0$, která je násobena Gaussovou funkcí (jedná se tedy o obálku). Je zřejmé, že funkce $I(z)$ je sudá, a tedy interferenční proužek je symetrický kolem $z = 0$, tedy kolem místa odpovídajícímu nulovému rozdílu optických drah ve větvích interferometru. Vzhledem k definici koherenční délky v kapitole 1.4 (změna optické dráhy, při které viditelnost proužků klesne na $1/2$, viz obrázek 1.2) je pak koherenční délka zdroje

$$l_c = \frac{\sqrt{\ln 2}}{\Delta k},$$

jak je zřejmé z obrázku 3.6.

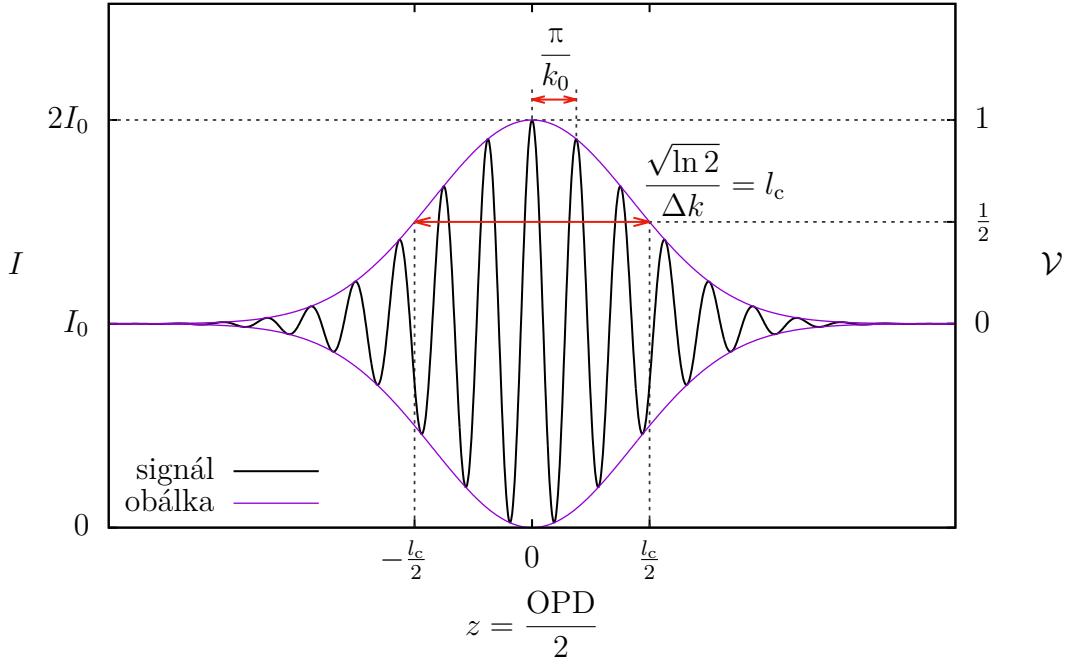
Vložme nyní do jedné z větví interferometru tenkou průhlednou desku (například skleněnou) tloušťky t_d . Předpokládejme, že index lomu této desky závisí na vlnovém čísle k jako

$$n(k) = n(k_0) + \kappa(k - k_0),$$

kde $n(k_0)$ je index lomu desky pro střední vlnové číslo zdroje k_0 a κ je konstanta. Deska způsobí pro vlnové číslo k změnu optické dráhy této větve interferometru o $t_d[n(k) - 1]$. Navíc předpokládejme, že fázový posun při odrazu od obou zrcadel interferometru není stejný, ale liší se o $\Delta\varphi_z$, přičemž tato hodnota nezávisí na vlnovém čísle. Pak závislost intenzity na poloze měřícího zrcadla vypočítáme jako

$$I(z) = \int_0^{\infty} \mathcal{S}(k) \left\{ 1 + \cos \left[2k \left(z - t_d [n(k) - 1] \right) + \Delta\varphi_z \right] \right\} dk,$$

3. INTERFEROMETRIE NÍZKÉ KOHERENCE



Obrázek 3.6: Závislost intenzity I na výstupu ideálního Michelsonova interferometru s bílým světlem kompenzovaného na disperzi na poloze měřicího zrcadla z podle rovnice (3.3). Na grafu je též vynesena viditelnost proužků \mathcal{V} . Byl použit zdroj, jehož spektrum je na obrázku 3.5. OPD je rozdíl optických drah ve větvích interferometru a l_c je koherenční délka (viz kapitola 1.4).

po integraci dostaneme

$$I(z) = I_0 \left\{ \underbrace{1 + (1 + \eta^2)^{-\frac{1}{4}}}_{V_1} \exp \left[- \underbrace{\frac{1}{1 + \eta^2}}_{V_2} \underbrace{\left(\frac{z - z_0}{l_k} \right)^2}_{V_3} \right] \right. \\ \left. \cos \left[\underbrace{\frac{\eta}{1 + \eta^2} \left(\frac{z - z_0}{l_k} \right)^2}_{V_4} + \underbrace{2k_0(z - t_d [n(k_0) - 1])}_{V_5} + \underbrace{\Delta\varphi_z - \frac{1}{2} \arctg \eta}_{V_6} \right] \right\}, \quad (3.4)$$

kde jsme označili

$$\eta = 8\kappa t_d (\Delta k)^2, \quad (3.5)$$

$$z_0 = t_d [n(k_0) + \kappa k_0 - 1] = t_d [n_g(k_0) - 1], \quad (3.6)$$

přičemž $n_g(k_0)$ je grupový index lomu desky pro vlnové číslo k_0 . Grupový index lomu [25] je dán vztahem

$$n_g(k) = n(k) + k \frac{dn(k)}{dk} = n(\lambda_0) - \lambda_0 \frac{dn(\lambda_0)}{d\lambda_0}. \quad (3.7)$$

Z rovnice (3.4) je patrné, že tvar interferenčního proužku závisí zejména na hodnotě η . Tato hodnota podle rovnice (3.5) roste, jestliže se zvyšuje hodnota κ (roste tedy disperze v desce), zvyšuje se tloušťka desky t_d nebo se zvyšuje hodnota Δk , tedy rozšiřuje se spektrum zdroje.

Zabýváme se nyní jednotlivými členy V_1, \dots, V_6 označenými v rovnici (3.4). Členy V_1 i V_2 s rostoucím η klesají, vlivem členu V_1 dochází ke snížení kontrastu interferenčního

3.1. MICHELSONŮV INTERFEROMETR VE WLI

proužku a vlivem V_2 k rozšiřování obálky. Člen V_3 je podobný jako v rovnici (3.3), avšak je posunut o hodnotu z_o , obálka je tedy posunuta právě o tuto hodnotu z_o , která dle rovnice (3.6) závisí na grupovém indexu lomu desky. Člen V_4 v argumentu funkce kosinus mění vlnovou délku funkce kosinus v závislosti na poloze měřicího zrcadla, a to tak, že pro $z = z_o$ (tedy pod vrcholem obálky) je změna nulová. Porovnáme-li člen V_5 s rovnicí (3.3), zjistíme, že tento člen je posunut o hodnotu, která je úměrná fázovému indexu lomu desky pro střední vlnové číslo $n(k_0)$. Člen V_6 pak dodatečně posouvá funkci kosinus vlivem odlišných fázových změn při odrazech ($\Delta\varphi_z$) a vlivem disperze (η).

Řekněme, že $\Delta\varphi_z = 0$ (zrcadla v obou větvích interferometru jsou stejná) a předpokládejme, že hodnota η je tak malá, že platí $V_1 - 1 \ll 1$, $V_2 - 1 \ll 1$, $V_4 \ll 2\pi$ a $V_6 \ll 2\pi$. Pak můžeme rovnici (3.4) aproximovat jako

$$I(z) \approx I_0 \left\{ 1 + \exp \left[\left(\frac{z - \Delta z_o}{l_k} \right)^2 \right] \cos [2k_0 (z - \Delta z_c)] \right\}, \quad (3.8)$$

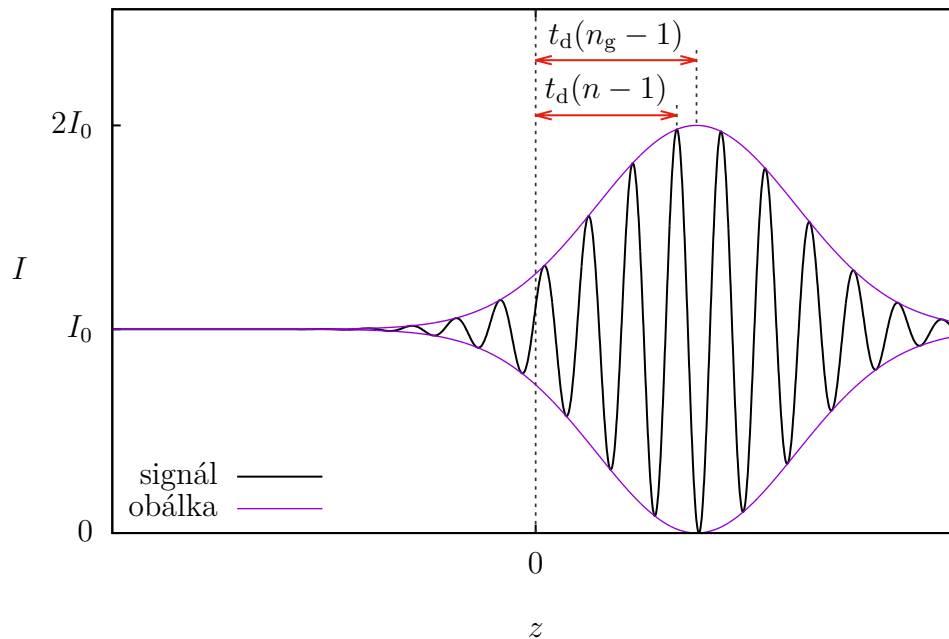
kde posun obálky (maxima Gaussovy funkce) je dán grupovým indexem lomu jako

$$\Delta z_o = t_d [n_g(k_0) - 1]$$

a posun funkce kosinus je dán fázovým indexem lomu jako

$$\Delta z_c = t_d [n(k_0) - 1].$$

Posun funkce kosinus a obálky je znázorněn na obrázku 3.7.



Obrázek 3.7: Závislost intenzity I na poloze měřicího zrcadla Michelsonova interferometru s bílým světlem, do jehož jedné větve byla vložena průhledná deska tloušťky t_d s fázovým indexem lomu pro střední vlnové číslo zdroje n a grupovým indexem lomu n_g , podle rovnice (3.8). Funkce kosinus se posouvá s fázovým indexem lomu desky, obálka se posouvá s grupovým indexem lomu. Signál před vložení desky je na obrázku 3.6.

3. INTERFEROMETRIE NÍZKÉ KOHERENCE

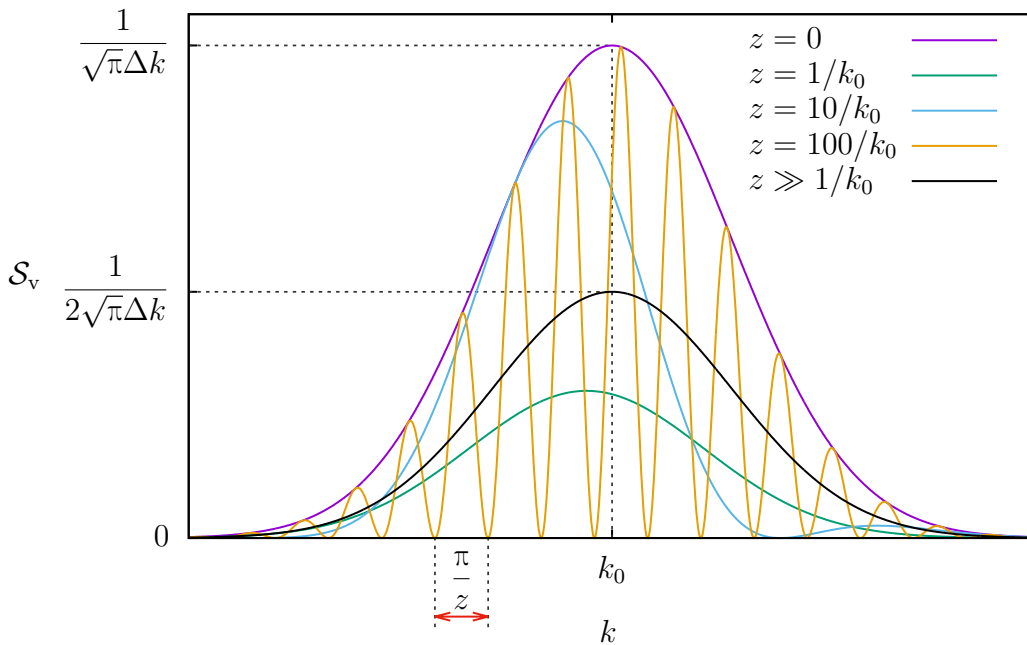
Pro nulovou tloušťku desky $t_d = 0$ (tedy $\eta = 0$, $z_o = 0$) a nulový rozdíl fázových posunutí při odrazech od zrcadel $\Delta\varphi_z = 0$, tedy pro interferometr optimálně kompenzovaný na disperzi, rovnice (3.4) přejde na tvar daný rovnicí (3.3).

Při odvození jsme předpokládali pouze disperzi prvního řádu, tedy lineární závislost indexu lomu vložené desky na vlnovém čísle. V této práci budou jako zdroje bílého světla použity červené LED, jejichž spektrum je dostatečně úzké, aby bylo možné pro vlnové délky tohoto zdroje považovat závislost indexu lomu (jak vzduchu, tak skla) na vlnovém čísle za lineární, a tedy tato aproximace je dostačující. Obecnější odvození zahrnující i disperzi vyšších řádů je uvedeno například v [18].

Podívejme se nyní, jak vypadá interferogram ve frekvenční oblasti, tedy jaké je při dané poloze měřicího zrcadla spektrum světla na výstupu interferometru. Z obrázku 3.1 je zřejmé, že při dané poloze měřicího zrcadla mají interferenční signály pro některé vlnové délky maximum, pro jiné naopak minimum. Pouze pro nulový rozdíl optických drah jsou všechny interferenční signály ve fázi. Na tomtéž obrázku a též na obrázku 3.4 vidíme, že interferenční proužky jsou při použití bílé LED barevné, je tedy zřejmé, že v případě, kdy pozorujeme interferenci bílého světla, bude spektrum na výstupu interferometru odlišné od spektra zdroje.

Vzhledem k rovnici (3.2) vidíme, že závislost výkonové spektrální hustoty na výstupu interferometru na vlnovém čísle bude

$$\mathcal{S}_v(k) = \mathcal{S}(k) [1 + \cos(2kz)] , \quad (3.9)$$



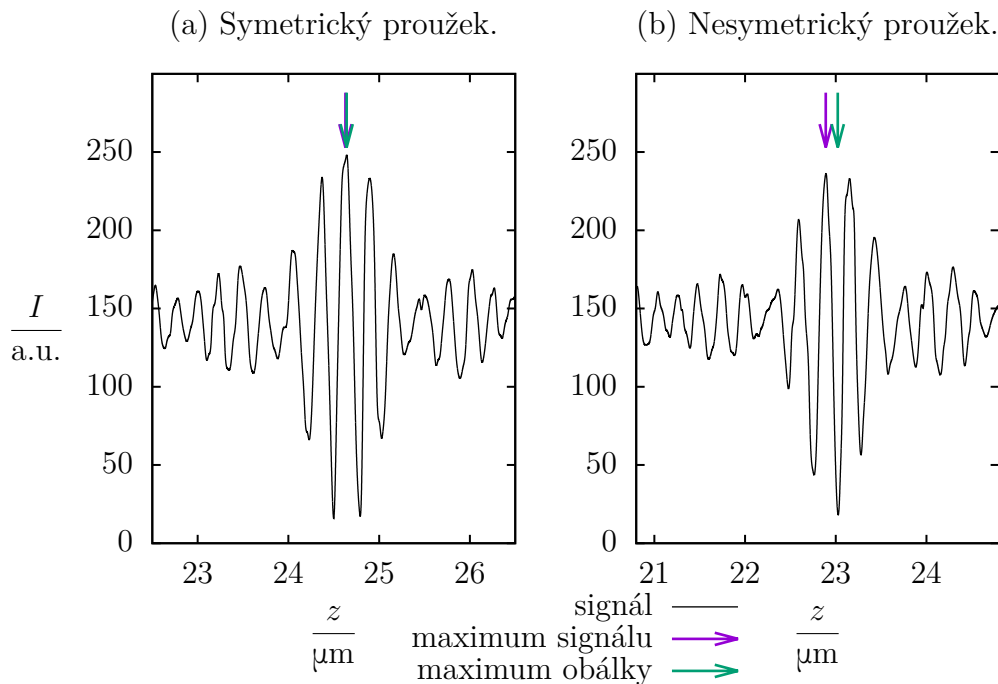
Obrázek 3.8: Závislost výkonové spektrální hustoty \mathcal{S}_v na výstupu Michelsonova interferometru s bílým světlem optimálně kompenzovaného na disperzi na vlnovém čísle k pro různé polohy měřicího zrcadla z podle rovnice (3.9). Pro malé rozdíly optických drah (a tedy malá, avšak nenulová z) dochází k modulaci spektra. Pro velká z je frekvence modulace tak velká, že ji nedokážeme naměřit, a tedy naměřené spektrum odpovídá spektru zdroje, viz obrázek 3.5.

3.2. DETEKCE VYVÁŽENÉHO STAVU MICHELSONOVA INTERFEROMETRU

na výstupu interferometru tedy dochází k modulaci spektra zdroje světla [26]. V případě, kdy $z \gg 1/k_0$, tedy pro takové polohy měřicího zrcadla, kdy je rozdíl optických drah ve větvích interferometru velký, je perioda funkce kosinus v rovnici (3.9) tak malá, že již nejsme schopni modulaci změřit a naměřené spektrum bude totožné se spektrem zdroje. Modulaci je tedy možné pozorovat pouze v malém okolí vyvážené polohy interferometru. Pro nulový rozdíl optických drah, tedy pro $z = 0$, je výkonová spektrální hustota na výstupu interferometru dvojnásobná, modulaci tedy nepozorujeme a opět naměříme pouze spektrum zdroje, viz obrázek 3.8.

3.2. Detekce vyváženého stavu Michelsonova interferometru

Základní úlohou při použití Michelsonova interferometru v interferometrii nízké koherence je najít takovou polohu měřicího zrcadla, při které je rozdíl optických drah ve větvích interferometru nulový, tedy najít vyvážený stav interferometru. V případě, kdy měříme závislost intenzity na výstupu interferometru na poloze měřicího zrcadla, to znamená nalézt v naměřeném interferenčním signálu střed bílého interferenčního proužku, tedy takové místo signálu, které odpovídá nulovému rozdílu optických drah. Z kapitoly 3.1 víme, že interferenční proužek může v závislosti na kompenzaci disperze být symetrický nebo nesymetrický. Příklady obou interferenčních proužků jsou na obrázku 3.9.



Obrázek 3.9: Příklad symetrického a nesymetrického interferenčního proužku při použití bílé LED, jejíž spektrum je znázorněno na obrázku 3.1. V případě interferometru optimálně kompenzovaného na disperzi je interferenční proužek symetrický, viz kapitola 3.1, maximum signálu je pak totožné s maximem jeho obálky. Není-li interferometr optimálně kompenzován, pak interferenční proužek může být nesymetrický, v tom případě je poloha maxima signálu a maxima obálky odlišná. Převzato z [2].

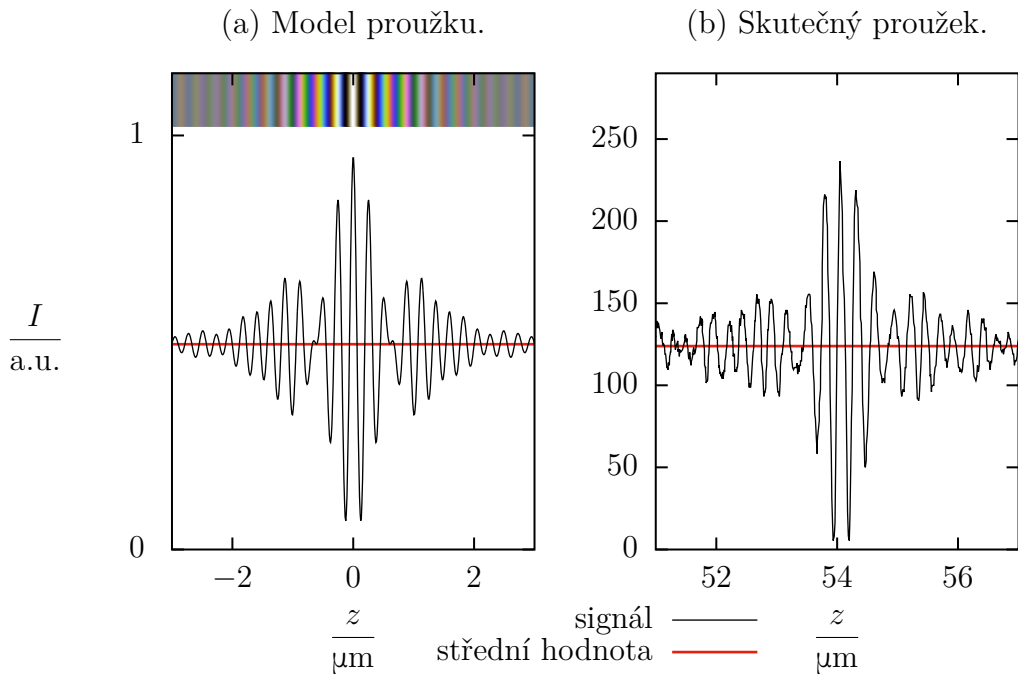
3. INTERFEROMETRIE NÍZKÉ KOHERENCE

V rámci bakalářské práce [2] bylo provedeno srovnání metod detekce středu bílého interferenčního proužku pro použití při měření profilu povrchů, které bylo následně publikováno [23, 27].

3.2.1. Korelační metoda

Korelační metoda [28] spočívá v porovnání naměřeného bílého interferenčního signálu s modelem, v němž polohu středu interferenčního proužku známe.

Pro korelační metodu tedy potřebujeme vytvořit model bílého interferenčního signálu, který je skutečnému interferenčnímu proužku podobný. Ten vytvoříme v souladu s kapitolou 3.1. Předpokládáme ideálně nastavený a na disperzi kompenzovaný interferometr, změříme spektrum použitého zdroje bílého světla a model interferenčního proužku vypočítáme pomocí rovnice (3.2). Příklad modelu a srovnání s naměřeným interferenčním proužkem je pro bílou LED (jejíž naměřené spektrum je znázorněno na obrázku 3.1) na obrázku 3.10.



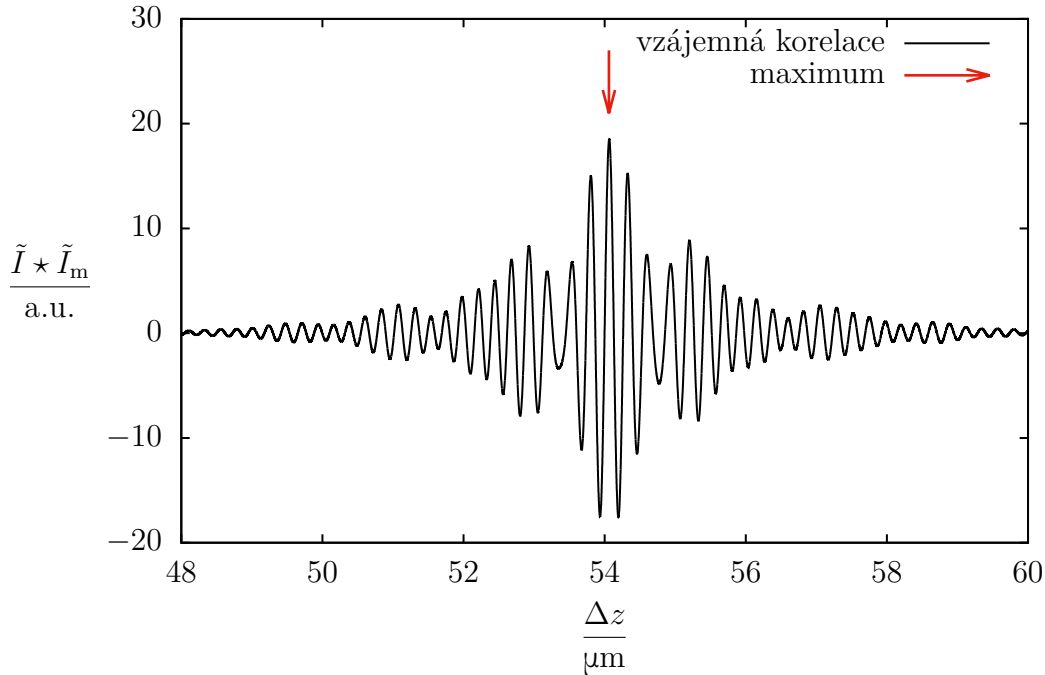
Obrázek 3.10: Model bílého interferenčního proužku pro korelační metodu vypočítaný ze spektra zdroje (viz obrázek 3.1) a jeho srovnání se skutečným interferenčním proužkem. Jako zdroj světla byla použita bílá LED, jejíž spektrum je znázorněno na obrázku 3.1. Červenou čarou je vynesena stejnosměrná složka signálů, která bude před zpracováním odečtena. Data převzata z [2].

Prvním krokem zpracování je odečtení stejnosměrné složky jak od skutečného signálu I , tak od modelového signálu I_m , dále tedy zpracováváme pouze střídavé složky obou signálů \tilde{I} a \tilde{I}_m . Pro nalezení středu interferenčního proužku v naměřené střídavé složce signálu \tilde{I} hledáme takové posunutí Δz střídavé složky modelového signálu \tilde{I}_m , aby si oba signály byly co nejpodobnější. Vypočítáme proto vzájemnou korelaci střídavých složek obou signálů

$$(\tilde{I} \star \tilde{I}_m)(\Delta z) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{I}(z) \tilde{I}_m(z + \Delta z) dz$$

3.2. DETEKCE VYVÁŽENÉHO STAVU MICHELSONOVA INTERFEROMETRU

a hledáme její maximum, viz obrázek 3.11. Poloha středu interferenčního proužku pak odpovídá poloze maxima vzájemné korelace.



Obrázek 3.11: Vzájemná korelace střídavé složky naměřeného signálu \tilde{I} a střídavé složky modelového signálu \tilde{I}_m z obrázku 3.10. Na grafu je vyznačeno maximum vzájemné korelace, jehož poloha udává polohu středu interferenčního proužku v signálu na obrázku 3.10b.

3.2.2. Fitování proužku

Další metodou detekce středu interferenčního proužku je fitování naměřené závislosti intenzity na poloze měřicího zrcadla teoretickou závislostí, přičemž střed interferenčního proužku nalezneme z regresních koeficientů [29].

V kapitole 3.1 byla pro daný zdroj odvozena teoretická závislost intenzity na poloze měřicího zrcadla v případě interferometru optimálně i neoptimálně kompenzovaného na disperzi. Podle rovnice (3.8) se jedná o funkci kosinus s vlnovou délkou rovnou polovině střední vlnové délky zdroje $\bar{\lambda}$, která je modulována obálkou. Aproximujme tuto obálku v okolí jejího maxima parabolou, tedy polynomem druhého stupně. Pak můžeme závislost intenzity na poloze měřicího zrcadla z zapsat jako

$$I(z) \approx I_0 + (s_2 z^2 + s_1 z + s_0) \cos\left(\frac{4\pi}{\bar{\lambda}} z - \varphi\right),$$

kde I_0 je intenzita na výstupu interferometru pro velké rozdíly optických drah, konstanty s_2 , s_1 a s_0 popisují obálku signálu, $\bar{\lambda}$ je střední vlnová délka zdroje a φ je fázové posunutí funkce kosinus. Využitím vztahu pro kosinus rozdílu dostaneme

$$I(z) \approx I_0 + (s_2 z^2 + s_1 z + s_0) \left[\cos\left(\frac{4\pi}{\bar{\lambda}} z\right) \cos \varphi + \sin\left(\frac{4\pi}{\bar{\lambda}} z\right) \sin \varphi \right]. \quad (3.10)$$

3. INTERFEROMETRIE NÍZKÉ KOHERENCE

Označíme-li

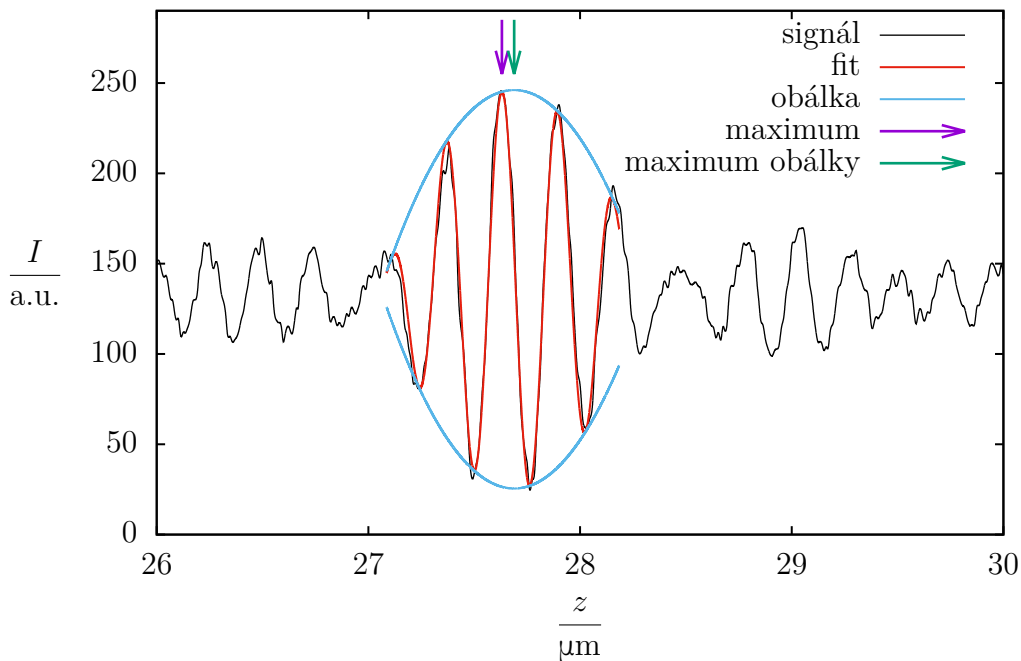
$$\begin{aligned} S_{2c} &= s_2 \cos \varphi, & S_{2s} &= s_2 \sin \varphi, \\ S_{1c} &= s_1 \cos \varphi, & S_{1s} &= s_1 \sin \varphi, \\ S_{0c} &= s_0 \cos \varphi, & S_{0s} &= s_0 \sin \varphi, \end{aligned}$$

můžeme závislost dle rovnice (3.10) přepsat na

$$\begin{aligned} I(z) \approx I_0 + S_{2c}z^2 \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda}z\right) + S_{1c}z \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda}z\right) + S_{0c} \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda}z\right) + \\ + S_{2s}z^2 \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda}z\right) + S_{1s}z \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda}z\right) + S_{0s} \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda}z\right). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Závislost $I(z)$ je podle rovnice (3.11) lineární vůči neznámým koeficientům I_0 , S_{2c} , S_{1c} , S_{0c} , S_{2s} , S_{1s} a S_{0s} . Závislost je však nelineární vůči vlnové délce λ . Ta je ale vlastností zdroje, a tedy je pro všechna měření s daným zdrojem stejná, můžeme ji tedy zjistit z jednoho interferenčního signálu jiným způsobem a následně zjištěnou hodnotu použít při zpracování všech měření. Pro získání ostatních neznámých koeficientů, vůči nimž rovnice (3.11) je lineární, z naměřené závislosti pak již můžeme použít lineární regresi. K původním neznámým poté přejdeme pomocí vztahů

$$\varphi = \arg(S_{2c} + iS_{2s}), \quad s_2 = \frac{S_{2c}}{\cos \varphi}, \quad s_1 = \frac{S_{1c}}{\cos \varphi}, \quad s_0 = \frac{S_{0c}}{\cos \varphi}.$$



Obrázek 3.12: Vyhodnocení středu interferenčního proužku pomocí metody fitování proužku [29]. Naměřenou závislost intenzity na poloze měřícího zrcadla fitujeme pomocí lineární regrese teoretickou závislostí dle rovnice (3.11). Střed interferenčního proužku pak určíme buď jako polohu maxima obálky fitu nebo maxima funkce kosinus, které je maximum obálky nejbližší. Převzato z [2].

3.2. DETEKCE VYVÁŽENÉHO STAVU MICHELSONOVA INTERFEROMETRU

Střed interferenčního proužku můžeme z fitu určit dvěma způsoby – jako maximum obálky nebo jako maximum funkce kosinus, které je maximu obálky nejbližší. Polohu vrcholu paraboly (a tedy polohu maxima obálky) určíme jako

$$z_m = -\frac{s_1}{2s_2}.$$

Polohu maxima funkce kosinus, které je nejbližší maximu obálky, pak určíme jako

$$z_0 = \frac{\bar{\lambda}}{4\pi} \left[\varphi + 2\pi \operatorname{int} \left(\frac{4\pi}{\bar{\lambda}} z_m - \varphi \right) \right],$$

kde $\operatorname{int} y$ je nejbližší celé číslo k číslu y .

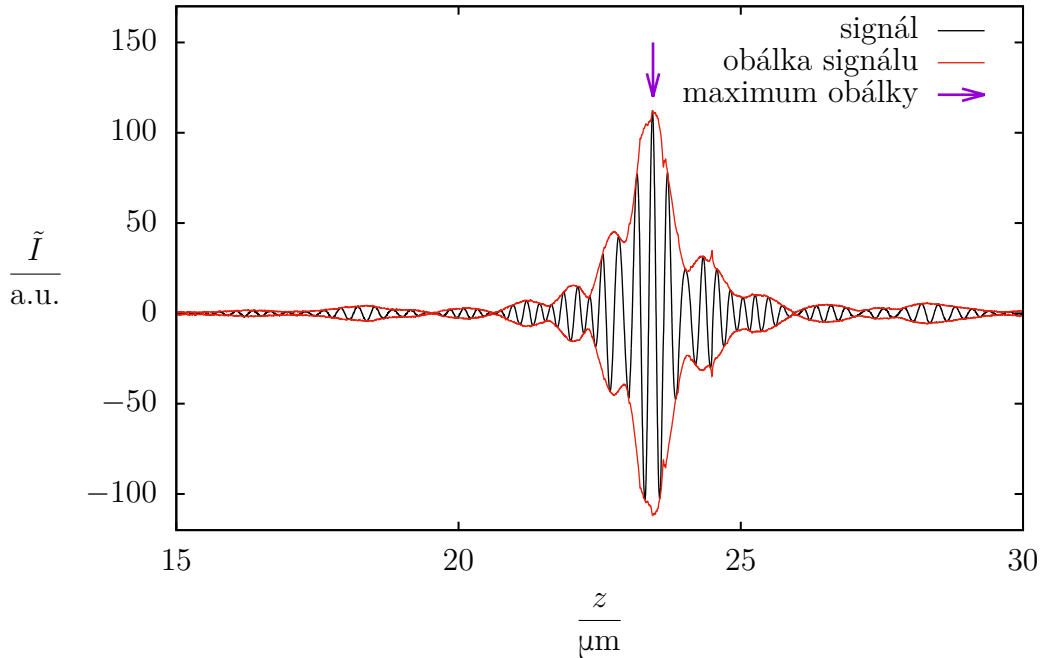
Ukázka zpracování bílého interferenčního signálu pomocí metody fitování proužku včetně vyznačených středů interferenčního proužku určených oběma způsoby je uvedena na obrázku 3.12.

Výhodou této metody je rychlost. Nevýhodou je nutnost přibližného nalezení interferenčního proužku v naměřeném interferenčním signálu a také nutnost zjištění střední vlnové délky zdroje (odpovídající vlnové délce proužků v interferenčním signálu) jiným způsobem.

3.2.3. Detekce obálky

Obálku signálu můžeme vypočítat také jako modul analytického signálu, který jsme sestavili pomocí Hilbertovy transformace [30], tedy jako

$$\tilde{I}_o = \left| \tilde{I} + i \mathcal{H} \{ \tilde{I} \} \right|, \quad (3.12)$$



Obrázek 3.13: Střídavá složka interferenčního signálu a její obálka vypočítaná pomocí analytického signálu sestaveného s využitím Hilbertovy transformace dle rovnice (3.12). Maximum takto vypočítané obálky pak udává polohu středu interferenčního proužku. Převzato z [2].

3. INTERFEROMETRIE NÍZKÉ KOHERENCE

kde \tilde{I} je střídavá složka naměřeného interferenčního signálu I . Střed interferenčního proužku je pak dán polohou maxima takto vypočítané obálky, viz obrázek 3.13.

3.2.4. Analýza ve frekvenční oblasti

Metody uvedené výše analyzovaly signál v prostorové oblasti, tedy jako závislost intenzity na poloze měřicího zrcadla. Odlišným přístupem je analýza signálu ve frekvenční oblasti [13, 31].

Jak bylo řečeno na začátku této kapitoly, interferenční signál vzniklý při použití bílého světla si můžeme představit jako součet interferenčních signálů pro všechna vlnová čísla k obsažená v tomto zdroji (viz obrázek 3.1). Rozvíňme závislost fáze těchto jednotlivých interferenčních signálů na vlnovém čísle k do Taylorovy řady v bodě k_0 , tedy ve středním vlnovém čísle zdroje. Dostaneme

$$\varphi(k) = \varphi_0 + (k - k_0) \left. \frac{d\varphi}{dk} \right|_{k=k_0} + \frac{1}{2} (k - k_0)^2 \left. \frac{d^2\varphi}{dk^2} \right|_{k=k_0} + \dots$$

Konstantní člen φ_0 je roven fázi pro střední vlnové číslo k_0 , tedy

$$\varphi_0 = k_0 \Delta z(k_0),$$

kde $\Delta z(k_0)$ je rozdíl optických drah pro fázovou rychlost odpovídající vlnovému číslu k_0 . Derivaci ve druhém členu můžeme přepsat jako

$$\left. \frac{d\varphi}{dk} \right|_{k=k_0} = \Delta z(k_0) + k \left. \frac{d\Delta z}{dk} \right|_{k=k_0} = \Delta z_g(k_0),$$

kde $\Delta z_g(k_0)$ je rozdíl optických drah pro grupovou rychlost odpovídající vlnovému číslu k_0 . V případě, kdy je interferometr optimálně kompenzovaný na disperzi, platí $\Delta z(k_0) = \Delta z_g(k_0)$. Závislost fáze na vlnovém čísle můžeme přepsat jako

$$\varphi(k) = k_0 \Delta z(k_0) + (k - k_0) \Delta z_g(k_0) + \frac{1}{2} (k - k_0)^2 \left. \frac{d\Delta z_g}{dk} \right|_{k=k_0} + \dots \quad (3.13)$$

Jestliže uvažujeme pouze disperzi prvního řádu (viz kapitola 3.1) a závislost zderivujeme podle k , dostaneme

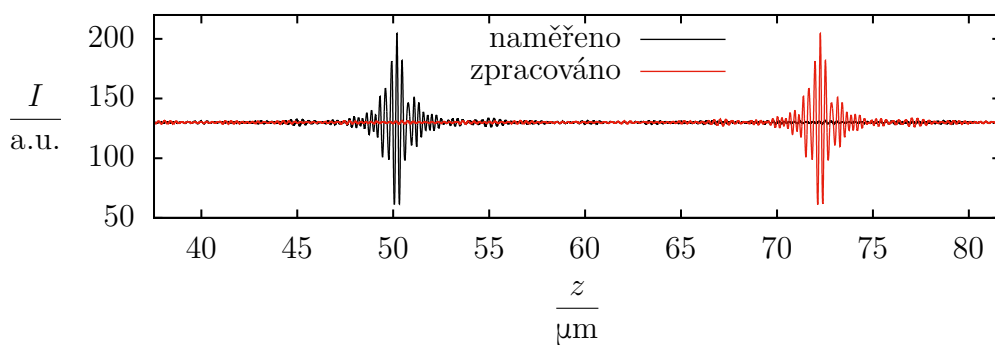
$$\Delta z_g(k_0) \approx \left. \frac{d\varphi}{dk} \right|_{k=k_0}. \quad (3.14)$$

Směrnice závislosti fáze φ na vlnovém čísle k ve středním vlnovém čísle zdroje k_0 tedy udává rozdíl optických drah pro grupovou rychlost $\Delta z_g(k_0)$. Závislost fáze na vlnovém čísle můžeme z naměřeného bílého interferenčního signálu vypočítat pomocí diskrétní Fourierovy transformace. Rozdíl optických drah $\Delta z(k_0)$ pro fázovou rychlost, který je v rovnici (3.13) dán konstantním členem, však ze závislosti vypočítané z Fourierovy transformace obecně získat nelze, neboť tato je vypočítána pouze modulo 2π .

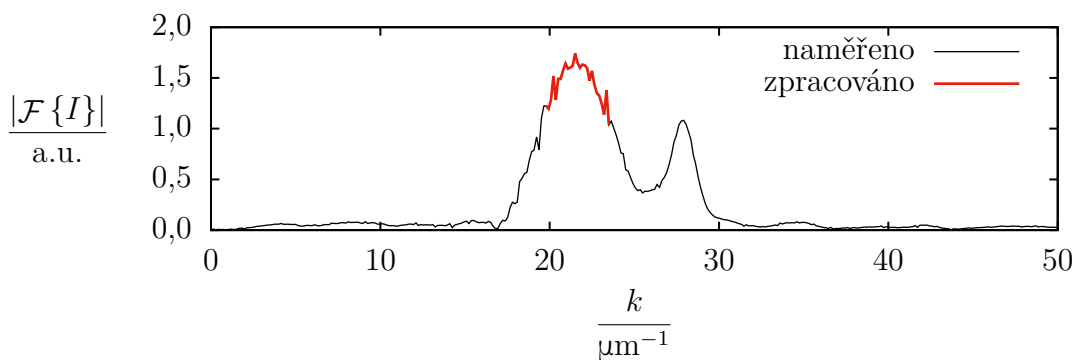
Před výpočtem diskrétní Fourierovy transformace nejprve zaměníme první a druhou polovinu naměřeného signálu (viz obrázek 3.14a), neboli vybereme jinou část periodického pokračování naměřeného signálu. Tím zajistíme spojitost závislosti směrnice fáze na poloze středu interferenčního proužku v naměřeném signálu – v případě interferenčního signálu, který je symetrický (interferenční proužek je přesně v polovině), bude směrnice nulová, v jiných případech bude směrnice udávat vzdálenost od poloviny signálu [2]. Následně

3.2. DETEKCE VYVÁŽENÉHO STAVU MICHELSONOVA INTERFEROMETRU

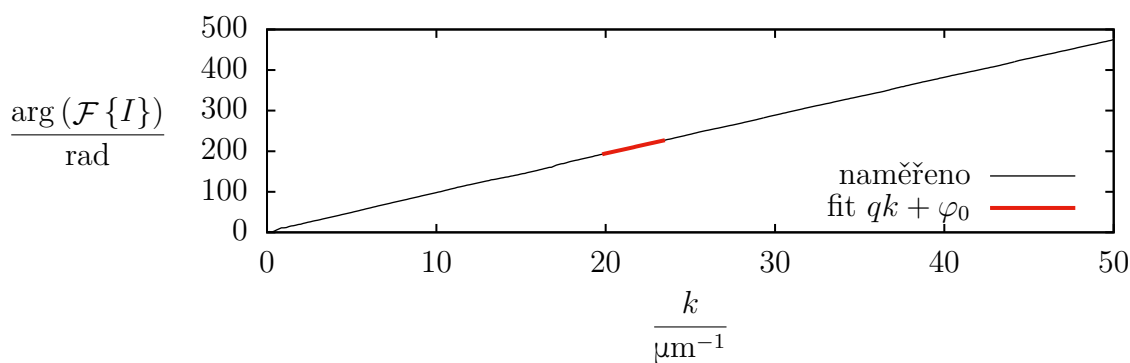
(a) Naměřený a zpracovávaný signál.



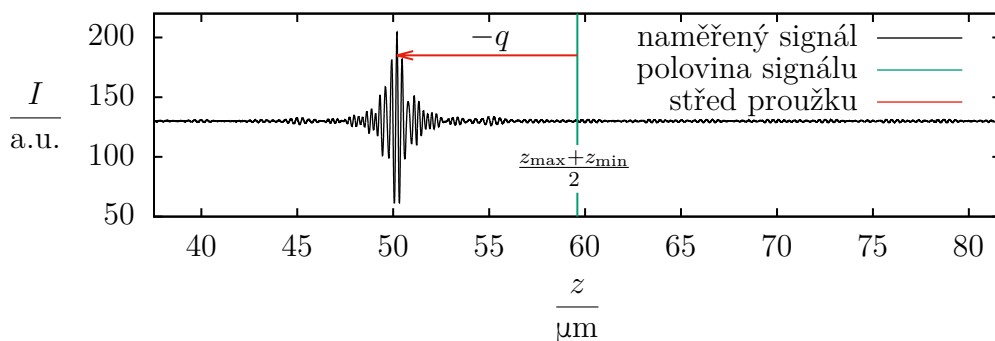
(b) Amplituda spektra signálu.



(c) Fáze spektra signálu.



(d) Poloha středu interferenčního proužku.



Obrázek 3.14: Analýza bílého interferenčního signálu ve frekvenční oblasti. Nejprve vybereme jinou část periodického pokračování signálu, z níž vypočítáme diskrétní Fourierovu transformaci. Směrnice závislosti rozbalené fáze na vlnovém čísle k pak podle rovnice (3.14) udává polohu středu interferenčního proužku v signálu. Převzato z [2].

3. INTERFEROMETRIE NÍZKÉ KOHERENCE

vypočítáme diskrétní Fourierovu transformaci signálu, kterou rozdělíme na amplitudu (obrázek 3.14b) a rozbalenou fázi (obrázek 3.14c). Jelikož z Fourierovy transformace získáme fázi pouze modulo 2π , rozbalená fáze může být posunuta o libovolný násobek 2π . To nám však nevadí, neboť dle rovnice (3.14) potřebujeme zjistit pouze derivaci této závislosti pro střední vlnové číslo zdroje k_0 . Proto závislost rozbalené fáze na vlnovém čísle k v okolí maxima amplitudy (které odpovídá střednímu vlnovému číslu zdroje k_0) fitujeme přímkou, jejíž směrnice udává vzdálenost středu interferenčního proužku od poloviny signálu, viz obrázek 3.14d.

4. Metody měření indexu lomu vzduchu

V laserové interferometrii měříme vzdálenost obvykle v násobcích vlnové délky laseru (viz kapitola 2.2). Tu známe velmi přesně ve vakuu. Interferometrická měření však ve většině případů probíhají na vzduchu, a tedy vlnová délka laseru je menší. Poměr vlnové délky ve vakuu a ve vzduchu udává index lomu vzduchu. Pro přesná interferometrická měření je tedy třeba hodnotu indexu lomu vzduchu během měření znát. [3, 32]

Tato kapitola se zabývá indexem lomu vzduchu a metodami jeho měření. Nejprve je index lomu vzduchu definován. Následně je provedeno rozdělení metod měření indexu lomu vzduchu a tyto metody jsou popsány.

4.1. Index lomu vzduchu

Fázový index lomu $n(f)$ prostředí je pro danou frekvenci f dán poměrem rychlosti světla ve vakuu c (ta je pro všechny frekvence stejná) a fázové rychlosti světla v tomto prostředí $v(f)$ pro tuto frekvenci, tedy

$$n(f) = \frac{c}{v(f)}.$$

Přívlastek fázový se obvykle vynechává, bude tedy vynecháván i v této práci. Vlnová délka $\lambda(f)$ v daném prostředí odpovídající frekvenci f je dána

$$\lambda(f) = \frac{v(f)}{f} = \frac{c}{fn(f)} = \frac{\lambda_0(f)}{n(f)},$$

kde $\lambda_0(f)$ je vlnová délka ve vakuu pro frekvenci f . Odtud již můžeme vyjádřit

$$n(\lambda_0) = \frac{\lambda_0}{\lambda},$$

index lomu prostředí pro danou vlnovou délku ve vakuu λ_0 je roven poměru vlnové délky ve vakuu a v tomto prostředí.

V případě vzduchu hodnota indexu lomu závisí na vlnové délce a atmosferických podmínkách [33]. Například pro vlnovou délku 633 nm, teplotu 20 °C, tlak 100 kPa, relativní vlhkost 30 % a koncentraci CO₂ 400 ppm je index lomu vzduchu 1,000 267 98 (tato hodnota byla vypočítána pomocí Edlénových rovnic s nejistotou $3 \cdot 10^{-8}$, viz kapitola 4.3.1).

Jelikož index lomu vzduchu ovlivňuje velikost vlnové délky, kterou v laserové interferometrii používáme jako měřítko (viz kapitola 2.2), při použití laserů se stabilní frekvencí tedy vnáší index lomu vzduchu do měření délky multiplikativní chybu. Pro přesná interferometrická měření prováděná na vzduchu je tedy třeba znát hodnotu indexu lomu vzduchu

4. METODY MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

během měření [3]. Odlišným přístupem pro eliminaci vlivu indexu lomu vzduchu na interferometrická měření pak může být například použití laseru se stabilní vlnovou délkou, která je stabilizována na mechanický standard délky s nízkou teplotní roztažností [34].

Metody měření indexu lomu vzduchu můžeme rozdělit na přímé a nepřímé. Přímé metody jsou založeny na měření změny optické dráhy svazku způsobené vzduchem oproti referenčnímu prostředí (nejčastěji vakuu), z níž lze přímo index lomu vzduchu vypočítat. Nepřímé metody jsou založeny na měření atmosferických podmínek (teploty, tlaku, relativní vlhkosti, popřípadě i koncentrace některých plynů, nejčastěji CO_2), ze kterých se následně hodnota indexu lomu vzduchu vypočítá. [3]

4.2. Přímé metody měření

Přímé metody měření indexu lomu vzduchu jsou založeny na měření rozdílu optické dráhy svazku ve vzduchu a v referenčním prostředí. Tím je nejčastěji vakuum, ale může jít například i o helium, jehož index lomu lze vypočítat *ab initio* [35]. Pro měření jsou využívány čerpatelné, popř. trvale evakuované kyvety či rezonátory známé délky. Přesnost přímých metod může být až $3 \cdot 10^{-9}$ v případě suchého vzduchu [36].

4.2.1. Měření pomocí čerpání kyvety

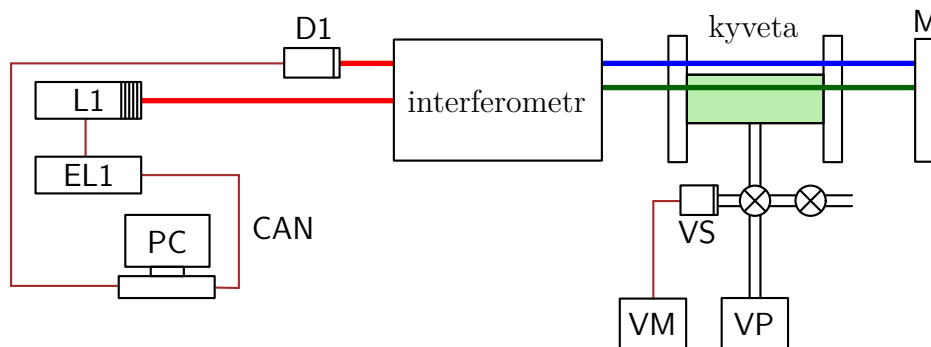
Nejjednodušší přímou metodou pro měření indexu lomu vzduchu je metoda s čerpanou kyvetou [3]. Ta je založena na měření změny optické dráhy větve interferometru, v níž je umístěna kyveta, která je čerpána.

Příklad uspořádání pro měření pomocí této metody je na obrázku 4.1. Jedná se o interferometr, který je vybaven dvoukomorovou kyvetou. Svazek v referenční větvi interferometru prochází vnitřní komorou kyvety, která je na počátku měření zavzdušněna a je postupně čerpána do vakua. Svazek v měřicí větvi prochází vnější komorou kyvety, a tedy vždy vzduchem. Fázový rozdíl mezi svazky během čerpání měříme například pomocí homodynní detekce (viz kapitola 2.2.2). Změna fázového rozdílu na počátku měření (při zavzdušněné kyvetě) a na konci měření (při vyčerpané kyvetě) je

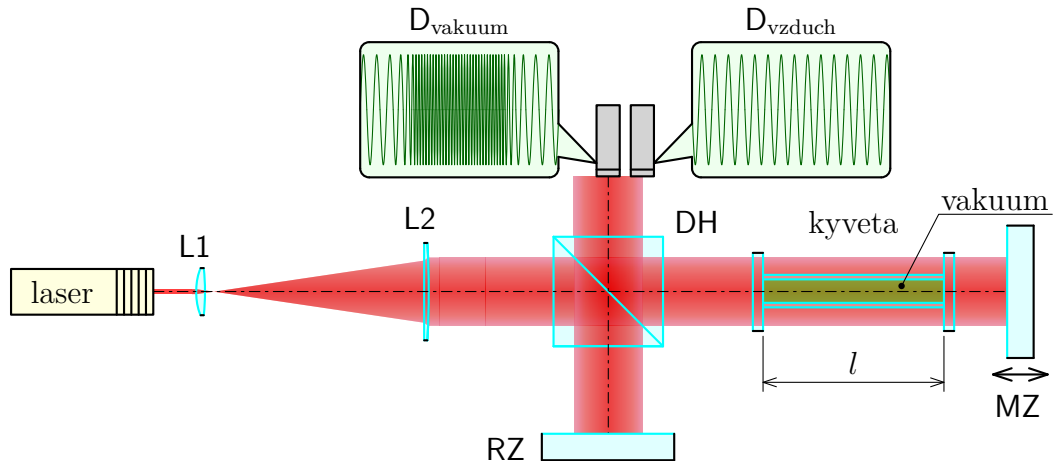
$$\Delta\varphi = \frac{4\pi l}{\lambda_0} (n - 1) , \quad (4.1)$$

kde l je délka kyvety, λ_0 je vlnová délka použitého laseru ve vakuu a n je index lomu vzduchu pro tuto vlnovou délku, který z této rovnice snadno vyjádříme.

Odlišné uspořádání pro měření pomocí této metody je uvedeno na obrázku 4.2. Jedná se o Michelsonův interferometr se širokým svazkem, v jehož jedné větvi je umístěna dvoukomorová kyveta. Ta je na počátku měření zavzdušněna a opět se čerpá. Během čerpání se měřicí zrcadlo pohybuje a jsou zaznamenávány dva interferenční signály – jeden z části svazku, která prochází vnější komorou kyvety (kde je stále vzduch), a druhý z části svazku, která prochází vnitřní komorou kyvety (která se čerpá). Fáze prvního interferenčního signálu odpovídá změně polohy měřicího zrcadla, fáze druhého signálu pak změně polohy měřicího zrcadla a změně optické dráhy svazku v důsledku vyčerpaní kyvety. Rozdíl fází obou signálů tedy udává změnu optické dráhy svazku v důsledku čerpání kyvety během měření, a tedy je možné z něj dle rovnice (4.1) vypočítat index lomu vzduchu pro vlnovou délku laseru.



Obrázek 4.1: Měření indexu lomu vzduchu pomocí čerpané kyvety. Svazek v referenční větvi interferometru (vyznačen zeleně) prochází vnitřní komorou kyvety, která je na počátku měření zavzdušněna a je postupně čerpána do vakua. Svazek v měřicí větvi (vyznačen modře) prochází vnější komorou kyvety, a tedy vždy vzduchem. Index lomu vzduchu se určí ze změny fázového rozdílu ve větvích interferometru během čerpání kyvety podle rovnice (4.1). L1 – laser, EL1 – elektronika řídicí laser, D1 – detektor, M – zrcadlo, VS, VM – měrka vakua, VP – vakuová pumpa. Podle [3].



Obrázek 4.2: Měření indexu lomu vzduchu pomocí měření interferenčních signálů ve dvou místech svazku během čerpání kyvety. Fáze laserového interferenčního signálu na detektoru D_{vzduch} odpovídá změně optické dráhy svazku v důsledku pohybu měřicího zrcadla, fáze signálu na detektoru D_{vakuum} pak odpovídá součtu změn optických drah v důsledku pohybu zrcadla a v důsledku čerpání kyvety. Z fázového rozdílu těchto signálů je pak možné určit index lomu vzduchu pomocí rovnice (4.1). DH – dělič, L1, L2 – čočky, MZ – měřicí zrcadlo, RZ – referenční zrcadlo, D_{vakuum} – fotodetektor v části svazku, která prochází vnitřní komorou kyvety (která se čerpá), D_{vzduch} – fotodetektor v části svazku, která prochází vnější komorou kyvety (vzduchem).

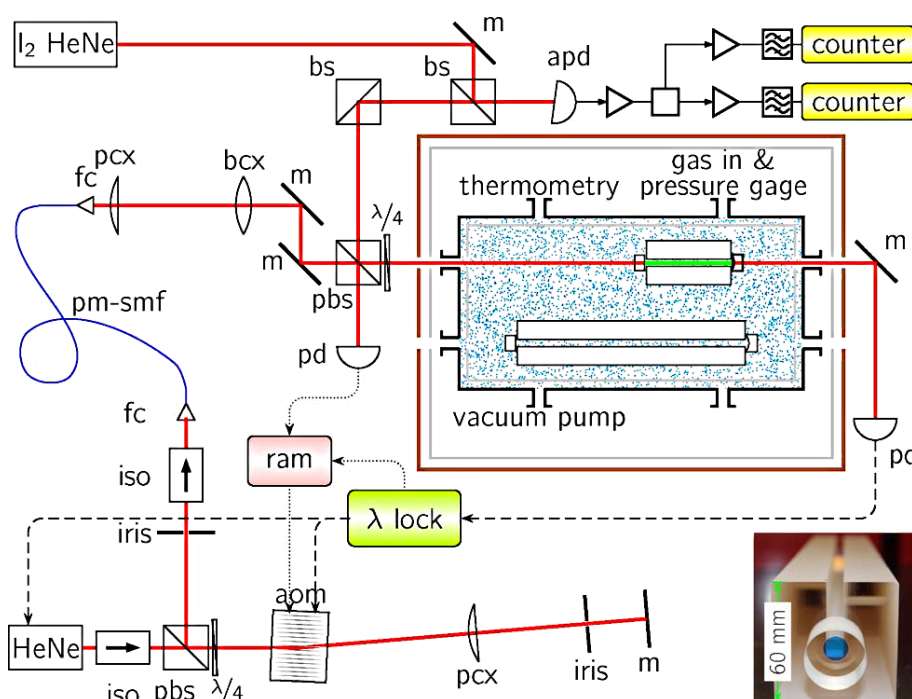
4. METODY MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

Tato přímá metoda bude použita jako referenční metoda při ověřování nové přímé metody pro měření indexu lomu vzduchu, viz kapitola 7. Nejistoty měření pomocí této metody jsou diskutovány v kapitole 7.4.1.

4.2.2. Měření pomocí rezonátoru

Změnu optické dráhy způsobenou vzduchem, a tedy i index lomu vzduchu, je možné měřit též pomocí optického rezonátoru [36–40].

Příklad experimentálního uspořádání pro měření indexu lomu vzduchu pomocí optického rezonátoru je na obrázku 4.3. Sestava využívá optický rezonátor, který je umístěn uvnitř komory, kterou je možné vyčerpat. Zdrojem je laditelný laser, který je stabilizován na některý z modů rezonátoru. Frekvence tohoto laseru je pak měřena pomocí záněhů vůči laseru stabilizovanému v parách molekulárního jódu, jehož frekvence je známá.



Obrázek 4.3: Sestava pro měření indexu lomu vzduchu pomocí optického rezonátoru. Laditelný laser je stabilizovaný na rezonátor (svazek v rezonátoru je vyznačen zeleně) umístěný v komoře, kterou je možné vyčerpat, a tak dle rovnice (4.2) změnit spektrum rezonátoru. Rezonanční frekvence je měřena pomocí záněhů mezi laditelným laserem a stabilizovaným laserem. HeNe – helium-neonový laser, I₂ HeNe – helium-neonový laser stabilizovaný v parách molekulárního jódu, iso – izolátory, aom – akustooptický modulátor, m – zrcadla, pcx – plankonvexní čočky, bcx – bikonvexní čočky, iris – clony, fc – vláknový kolimátor, pm-smf – polarizaci zachovávající jednomodové vlákno, pbs – polarizující dělič, bs – nepolarizující dělič, pd – fotodetektory, apd – lavinový fotodetektor, λ/4 – čtvrtvlnná deska, Převzato z [36].

Rezonanční frekvence optického rezonátoru s rovinnými zrcadly jsou dány vztahem

$$f = M \frac{c}{2nl}, \quad (4.2)$$

kde $M \in \mathbb{N}$ je číslo modu, c je rychlost světla ve vakuu, n je index lomu vzduchu uvnitř rezonátoru a l je délka rezonátoru. Rezonanční frekvence f_1 před vyčerpáním rezonátoru a f_2 po vyčerpání jsou tedy dány vztahy

$$\begin{aligned} f_1 &= M_1 \frac{c}{2nl}, \\ f_2 &= M_2 \frac{c}{2l}, \end{aligned}$$

odečtením obou rovnic po úpravě dostaneme vztah pro index lomu vzduchu

$$n = 1 + \frac{(f_2 - f_1) - \frac{c}{2l}(M_2 - M_1)}{f_1}. \quad (4.3)$$

Protože laser je možné ladit pouze v omezeném rozsahu frekvencí, není obvykle možné, aby před i po vyčerpání byl stabilizovaný na stejný mod rezonátoru, tedy $M_2 \neq M_1$, a proto je nutné zjistit rozdíl $M_2 - M_1$. To je možné například odhadem na základě nepřímé metody měření indexu lomu vzduchu založené na výpočtu hodnoty indexu lomu vzduchu z atmosferických podmínek (viz kapitola 4.3). Pomocí nepřímé metody je index lomu vzduchu přibližně vypočítán a z rovnice (4.3) je pomocí takto vypočítané hodnoty a naměřených rezonančních frekvencí určena hodnota rozdílu $M_2 - M_1$. Víme, že $M_1 \in \mathbb{N}$, $M_2 \in \mathbb{N}$, a tedy takto vypočítaný rozdíl $M_2 - M_1$ zaokrouhlíme na nejbližší celé číslo a pomocí rovnice (4.3) vypočítáme hodnotu indexu lomu vzduchu. Jiný způsob zjištění hodnoty $M_2 - M_1$ je počítání rezonančních řádů během čerpání rezonátoru [39].

Rovnice (4.2) lze využít též k měření délky rezonátoru ve vyčerpáném stavu, a to pomocí měření mezimodové vzdálenosti, tedy rozdílu frekvencí dvou sousedních modů, která je

$$\Delta f_{\text{FSR}} = \frac{c}{2l} \quad \Rightarrow \quad l = \frac{c}{2\Delta f_{\text{FSR}}}.$$

Při odvození byly zanedbány (frekvenčně závislé) fázové posuny při odrazu od obou zrcadel a také změna délky rezonátoru při vyčerpání. Odvození, které tyto vlivy zahrnuje a navíc je provedeno pro obecný rezonátor, je například v [36].

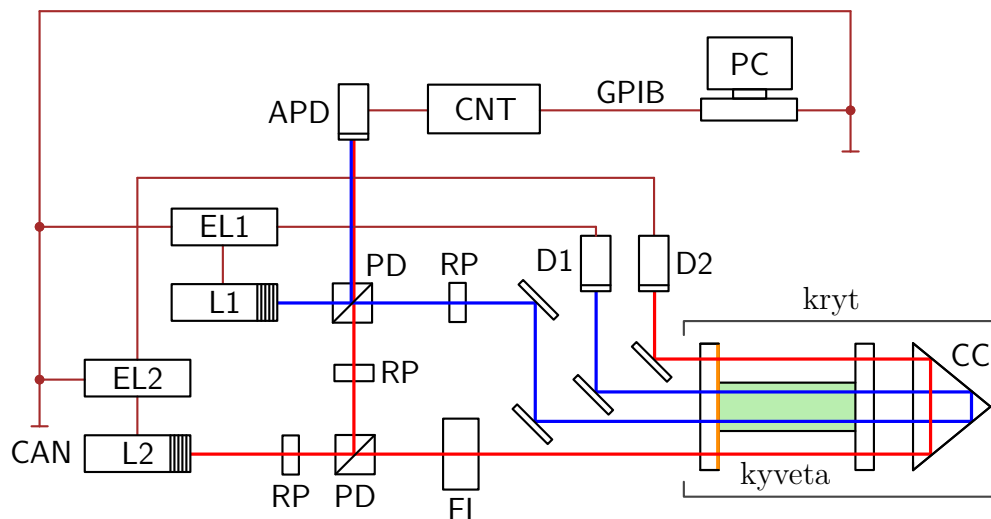
Odlíšné experimentální uspořádání pro měření indexu lomu vzduchu pomocí optického rezonátoru je na obrázku 4.4. Toto uspořádání využívá diferenčního Fabryho–Perotova interferometru [39]. Základem je trvale evakuovaná dvoukomorová kyveta, jejíž jedno okénko je povrstveno odraznou vrstvou, a tak spolu s koutovým odražečem tvoří rezonátor. Optická dráha v rezonátoru je odlišná pro svazek, který prochází vnitřní komorou kyvety (na obrázku 4.4 označen modře), a pro svazek, který prochází vnější komorou kyvety (označen červeně), a to v důsledku odlišných prostředí (vakuum a vzduch). Používáme dva laditelné lasery, z nichž každý je stabilizovaný na jinou část rezonátoru. Rozdíl frekvencí obou laserů, z kterého je možné vypočítat index lomu vzduchu, pak měříme pomocí záznejů.

Pro odvození rovnice na výpočet indexu lomu vzduchu z naměřeného rozdílu rezonančních frekvencí vyjdeme ze vztahu (4.3). Naměřený rozdíl rezonančních frekvencí označíme $\Delta f = f_2 - f_1$. Protože $|f_2 - f_1| \ll f_1$ (rezonanční frekvence jsou blízké), frekvenci f_1 , kterou v tomto experimentálním uspořádání neznáme, můžeme ve jmenovateli nahradit odhadem střední frekvence \bar{f} použitého laseru. Dostaneme

$$n = 1 + \frac{\Delta f - \frac{c}{2l}(M_2 - M_1)}{\bar{f}}.$$

Celočíselný rozdíl $M_2 - M_1$ opět neznáme a i v tomto případě jej odhadneme na základě přibližného měření indexu lomu vzduchu pomocí nepřímé metody.

4. METODY MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

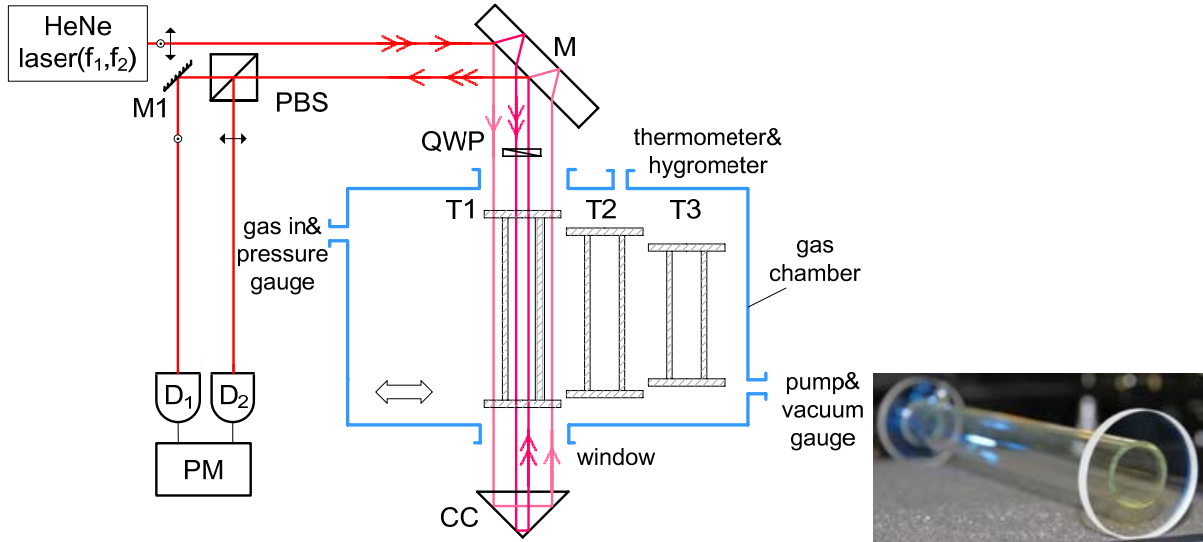


Obrázek 4.4: Sestava pro měření indexu lomu vzduchu pomocí dvou laditelných laserů, diferenčního Fabryho–Perotova rezonátoru a trvale evakuované kyvety. Na vnitřní straně jednoho z okének kyvety je odrazná vrstva (vyznačena oranžově), a tak kyveta spolu s koutovým odražečem tvoří optický rezonátor. Laser L1 je stabilizovaný na vnitřní evakuovanou komoru kyvety (vyznačena zeleně), laser L2 je stabilizovaný na vnější komoru kyvety. Rozdíl frekvencí obou laserů je měřen pomocí zánějů mezi oběma lasery. Přibližná hodnota indexu lomu vzduchu je změřena pomocí nepřímé metody (viz kapitola 4.3), hodnota je následně zpřesněna pomocí naměřeného rozdílu rezonančních frekvencí mezi částmi rezonátoru. L1, L2 – lasery, EL1, EL2 – elektronika řídicí lasery, RP – zpožďovací desky, PD – polarizující děliče, FI – Faradayův izolátor, CC – koutový odražeč, D1, D2 – fotodetektory, APD – lavinový fotodetektor, CNT – čítač. Podle [39].

V [36], kde byla tato metoda měření indexu lomu vzduchu použita, je deklarována standardní nejistota $1,4 \cdot 10^{-9}$, přičemž tato nejistota je dána zejména změnou délky rezonátoru během měření.

4.2.3. Měření pomocí kvazisyntetické vlnové délky

Metoda pro měření indexu lomu vzduchu s využitím kvazisyntetické vlnové délky (experimentální uspořádání je na obrázku 4.5) [41] využívá dvoufrekvenční laser, jehož obě frekvenční komponenty mají navzájem kolmou polarizaci. Svazek z laseru se odráží od děliče (skleněná deska, jejíž jedna lámavá plocha má odrazivost 50 % a druhá téměř 100 %), čímž dojde k rozdělení na dva rovnoběžné svazky. Oba svazky následně prochází evakuovanou dvoukomorovou kyvetou tak, že jeden svazek prochází vnitřní komorou kyvety (vakuum) a druhý vnější komorou kyvety (vzduchem). Oba svazky se poté odráží od koutového odražeče a prochází zpět kyvetou. Svazek, který prochází vnitřní komorou kyvety, navíc celkem dvakrát prochází čtvrtvlnnou deskou, jejíž rychlá osa je natočena v úhlu 45° vůči směru polarizace obou frekvenčních komponent laseru. Po dvou průchodech svazku touto deskou tedy dojde ke stočení roviny polarizace svazku, který prochází vnitřní komorou kyvety, o 90° . Svazek, který prochází vnější komorou kyvety, zpožďovací deskou neprochází, jeho polarizace se tedy nemění. Po opětovném odrazu od děliče se svazky opět spojí a směřují na polarizující dělič, za nímž jsou umístěny fotodetektory. Do fotodetektoru označeného D₁ pak dopadá s polarizace obou frekvenčních komponent, do fotodetektoru D₂ dopadá p polarizace obou frekvenčních komponent.



Obrázek 4.5: Sestava pro měření indexu lomu vzduchu pomocí kvazisyntetické vlnové délky. Zdrojem je dvoufrekvenční laser. M – dělič, PBS – polarizující dělič, QWP – čtvrtvlnná deska, CC – koutový odražeč, T1, T2, T3 – kyvety různých délek, M1 – zrcadlo, D₁, D₂ – fotodetektory, PM – měření fáze. Převzato z [41].

Jsou-li frekvence laseru f_1 a f_2 , pak závislosti střídavé složky intenzity na čase τ na obou fotodetektorech jsou rovny

$$\tilde{I}_1 = I_{01} \cos(2\pi |f_1 - f_2| \tau + \Delta\varphi_0 + \Delta\varphi), \quad (4.4)$$

$$\tilde{I}_2 = I_{02} \cos(2\pi |f_1 - f_2| \tau + \Delta\varphi_0 - \Delta\varphi), \quad (4.5)$$

kde I_{01} a I_{02} jsou amplitudy, $\Delta\varphi_0$ je počáteční rozdíl fází a $\Delta\varphi$ je fázový rozdíl způsobený rozdílným prostředím uvnitř a vně kyvety, který je roven

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{2l(n-1)}{\lambda_0},$$

kde n je index lomu vzduchu, l je délka kyvety a λ_0 je vlnová délka laseru ve vakuu. Z rovnic (4.4) a (4.5) je zřejmé, že fázový rozdíl mezi oběma signály je $2\Delta\varphi$, po vydělení 2π dostaneme

$$\frac{2\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{4l(n-1)}{\lambda_0} = N + \varepsilon, \quad (4.6)$$

kde jsme hodnotu rozdělili na celočíselnou část $N \in \mathbb{N}$ a neceločíselnou část $\varepsilon \in \langle 0; 1 \rangle$. Vzhledem k tomu, že fázový rozdíl $\Delta\varphi$ mezi oběma signály měříme pouze modulo 2π , je z měření známo pouze ε , nikoliv N . Rovnici (4.6) můžeme přepsat na

$$n - 1 = \lambda_s (N + \varepsilon), \quad (4.7)$$

kde

$$\lambda_s = \frac{\lambda_0}{4l}$$

je kvazi vlnová délka. Celočíselnou část N neznáme, a proto provedeme měření pro dvě různé délky kyvety l_1 a l_2 , přičemž předpokládejme $l_1 > l_2$, kterým odpovídají kvazi vlnové délky λ_{s1} a λ_{s2} . Pak podle rovnice (4.7) platí

$$n - 1 = \lambda_{s1} (N_1 + \varepsilon_1),$$

$$n - 1 = \lambda_{s2} (N_2 + \varepsilon_2),$$

4. METODY MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

což můžeme upravit na tvar

$$n - 1 = \Lambda_s (\Delta N + \Delta\varepsilon), \quad (4.8)$$

kde

$$\Lambda_s = \frac{\lambda_0}{4(l_1 - l_2)}$$

je kvazisyntetická vlnová délka, $\Delta N = N_1 - N_2$ a $\Delta\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$. Při měření fázového rozdílu mezi signály zjistíme ε_1 a ε_2 , a tedy i $\Delta\varepsilon$, avšak ΔN je neznámé. Jestliže víme, že je $\Lambda_s > n - 1$, pak je z rovnice (4.8) zřejmé, že $\Delta N = 0$, a je pomocí této rovnice ze znalosti Λ_s a naměřeného $\Delta\varepsilon$ možné zjistit index lomu vzduchu. V případě, kdy nemůžeme zaručit platnost nerovnosti $\Lambda_s > n - 1$, je možné celý výpočet provést se třemi kyvetami rozdílné délky, jak je popsáno v [41].

Standardní nejistota měření indexu lomu vzduchu při použití této metody v [41] byla určena jako $3 \cdot 10^{-8}$. K této nejistotě přispívá zejména nejistota fáze ($1 \cdot 10^{-8}$), která je dána nejistotou měření fáze a též přesností natočení čtvrtvlnné desky, a nejistota délky kyvety ($3 \cdot 10^{-8}$).

4.2.4. Měření pomocí interferometrie s řízenou změnou fáze

Interferenční fázi je možné měřit též pomocí interferometrie s řízenou změnou fáze (*phase-shifting, phase-stepping*) [42, 43]. Uspořádání interferometru pro tuto metodu je uvedeno na obrázku 4.6. Zdrojem je kadmiová výbojka s ^{114}Cd , měření je proto možné provést na čtyřech vlnových délkách (467,9 nm, 480,1 nm, 508,7 nm, 644,0 nm), z kterých vybíráme pomocí vhodného natočení mřížky. V jedné větvi interferometru je vložena trvale evakuovaná dvoukomorová kyveta. V druhé větvi interferometru je kompenzační deska, kterou je možné otáčet, a tak prodlužovat nebo zkracovat optickou dráhu v této větvi interferometru. Rotace kompenzační desky je měřena pomocí laserového interferometru. Celý interferometr je umístěn v komoře, kterou je možné vyčerpát, pak uvnitř i vně kyvety bude vakuum.

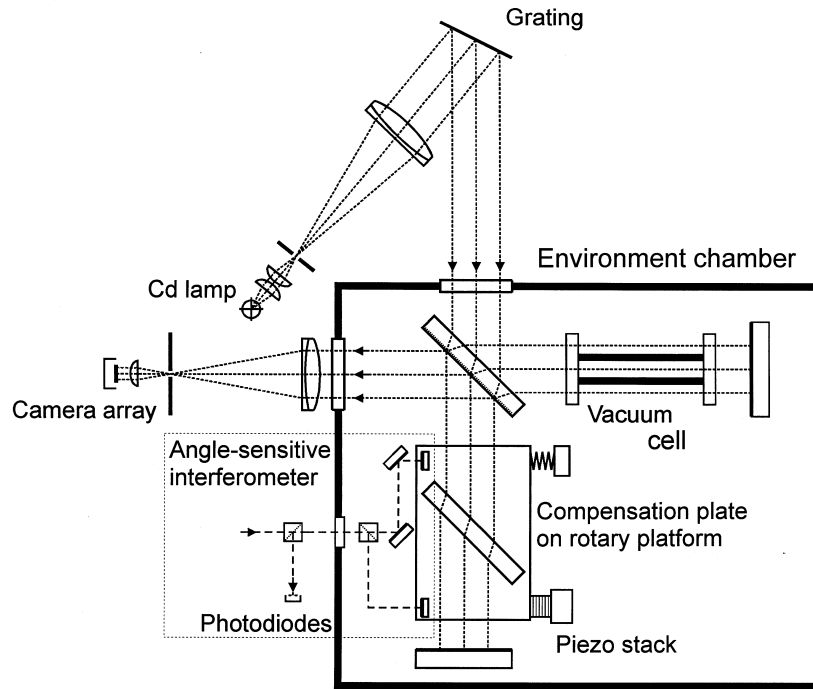
V kapitole (4.2.1) jsme vyjádřili vztah (4.1) pro fázový rozdíl způsobený vyčerpáním části jedné větve interferometru. Tento vztah můžeme přepsat jako

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi l}{\lambda_0} (n - 1) = 2\pi N + \varepsilon, \quad (4.9)$$

kde $N \in \mathbb{N}$ a $\varepsilon \in \langle 0; 2\pi \rangle$. N je tedy počet celých proužků, které napočítáme na výstupu interferometru během čerpání komory, a $\varepsilon = \Delta\varphi \bmod 2\pi$ odpovídá zlomku interferenčního proužku. Ten můžeme zjistit pomocí interferometrie s řízenou změnou fáze, kdy řízeně v daných krocích měníme optickou dráhu jedné větve interferometru. Změna fáze v tomto případě probíhá pomocí natočení kompenzační desky, a to tak, že fázi měníme o -3Φ , $-\Phi$, Φ a 3Φ (kde Φ je vhodně zvolená hodnota), přičemž intenzity naměřené při těchto polohách kompenzační desky jsou I_1 , I_2 , I_3 a I_4 . Fázi modulo 2π pak v daném místě svazku určíme jako

$$\varphi = \arctg \frac{\sqrt{[3(I_2 - I_3) - (I_1 - I_4)][(I_2 - I_3) + (I_1 - I_4)]}}{(I_2 + I_3) - (I_1 + I_4)}. \quad (4.10)$$

Výpočet fáze provedeme jak v místě svazku, které prochází vnitřní komorou kyvety (vakuum), tak v místě svazku, které prochází vnější komorou kyvety (vzduchem). Rozdíl těchto fází je pak ε . K výpočtu indexu lomu vzduchu poté využijeme rovnici (4.9).



Obrázek 4.6: Měření indexu lomu vzduchu pomocí interferometrie s řízenou změnou fáze. Optická dráha jedné z větví interferometru se řízeně mění pomocí rotace kompenzační desky, která je měřena pomocí laserového interferometru. Z intenzit zaznamenaných při různých zpožděních vzniklých kvůli různým polohám kompenzační desky je pak podle rovnice (4.10) možné určit fázi, a to jak v části svazku, která prochází vnitřní komorou kyvety (vakuum), tak v části, která prochází vnější komorou kyvety (vzduchem). Z rozdílu fází je pak možné pomocí rovnice (4.9) vypočítat index lomu vzduchu. Zdrojem je kadmiová výbojka, měření je tedy možné provádět na více vlnových délkách, z kterých je vždy jedna vybrána pomocí rotace mřížky. Převzato z [42].

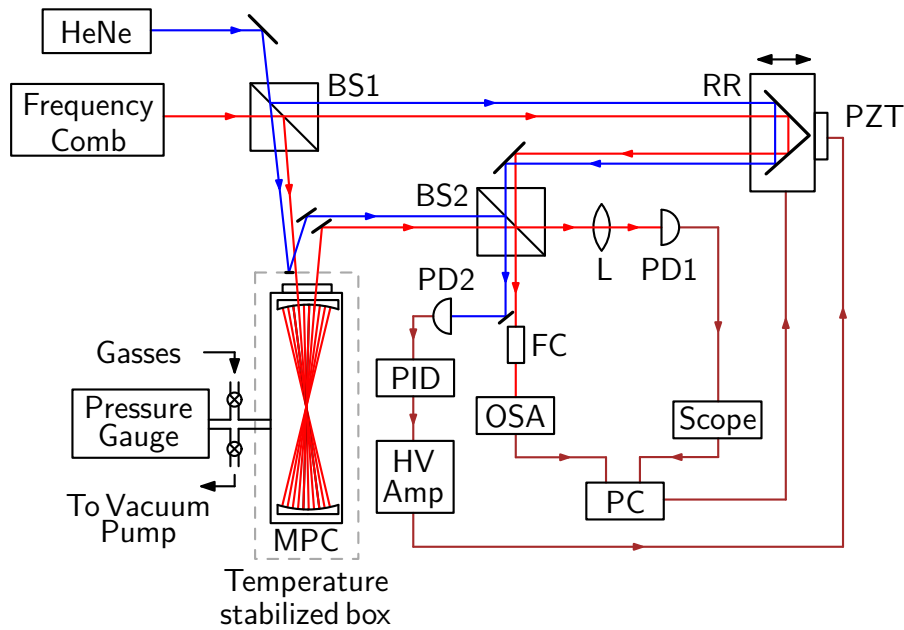
Tato metoda byla použita pro korekci Edlénových rovnic (viz kapitola 4.3.1), a to na čtyřech vlnových délkách kadmiové výbojky [42], později též pro vlnovou délku 633 nm helium-neonového laseru [43].

4.2.5. Měření pomocí laserového optického hřebene

Schéma sestavy pro měření indexu lomu vzduchu pomocí laserového optického hřebene je na obrázku 4.7 [44–46]. Jako zdroj je zde použit pulzní femtosekundový laser s vázanými mody, přičemž jak opakovací (200 MHz), tak offsetová frekvence jsou stabilizovány na cesiový frekvenční standard. Hlavní komponentou sestavy je víceprůchodová čerpatelná kyveta s celkovou délkou asi 30 m. V této sestavě jsou měřeny jak interferenční signály v časové oblasti (pomocí fotodetektoru označeného PD1, příklad signálů je na obrázku 4.8a), tak ve frekvenční oblasti (pomocí optického spektrálního analyzátoru, viz obrázek 4.8b). Délka části interferometru vně víceprůchodové kyvety je stabilizována pomocí laserového interferometru s helium-neonovým laserem, v němž je stabilizován rozdíl optických drah pomocí pohybu koutového odražeče.

Při použití pulzního laseru pozorujeme interferenci tehdy, je-li rozdíl optických drah ve větvích interferometru celočíselným násobkem vzdálenosti mezi jednotlivými pulzy. Jestliže větve interferometru nejsou stejně dlouhé, můžeme tedy pozorovat interferenci jednoho

4. METODY MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU



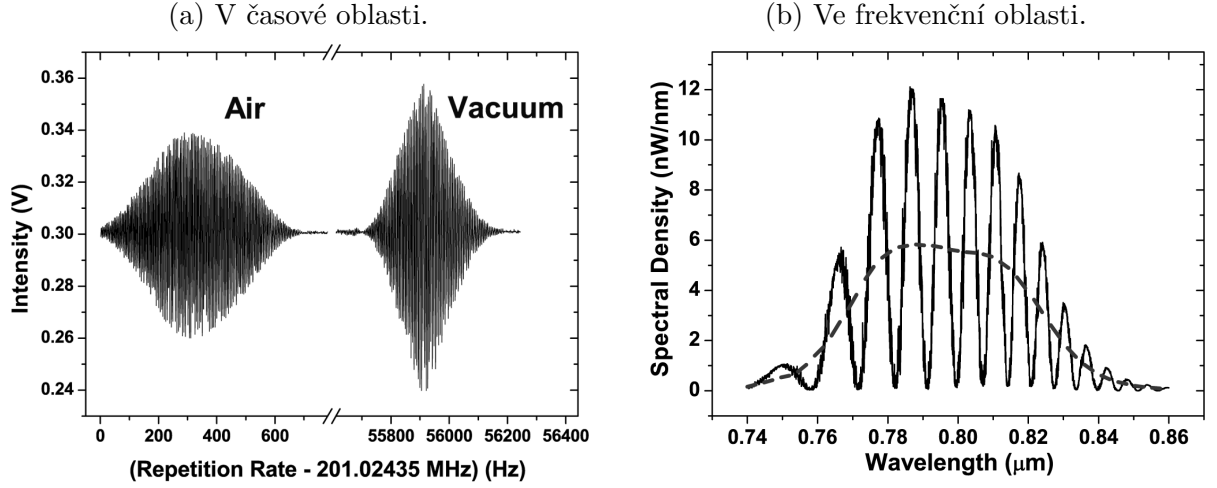
Obrázek 4.7: Měření indexu lomu vzduchu pomocí laserového optického hřebene. Zdrojem pro interferometr je femtosekundový laser. V jedné větvi interferometru je umístěna víceprůchodová kyveta, kterou je možné vyčerpat. Grupový index lomu vzduchu je možné určit z interferenčních signálů naměřených v časové oblasti na fotodetektoru PD1 před a po vyčerpání kyvety (obrázek 4.8a) měřených pomocí změny opakovací frekvence laseru. Fázový index lomu vzduchu se získá analýzou spektra na výstupu interferometru, které je změřeno pomocí optického spektrálního analyzátoru, tedy pomocí signálů ve frekvenční oblasti (obrázek 4.8b). Délka interferometru je stabilizována pomocí stabilizace rozdílu optických drah laserového interferometru s helium-neonovým laserem. HeNe – helium-neonový laser, BS1, BS2 – děliče, MPC – víceprůchodová kyveta, PD1, PD2 – fotodetektory, L – čočka, FC – vláknový kolimátor, RR – koutový odražeč, PZT – piezo posuv, OSA – optický spektrální analyzátor, Scope – osciloskop, PID – regulátor, HV Amp – vysokonapěťový zesilovač. Podle [45].

pulzu s pulzem jiným. Změna vzdálenosti mezi pulzy, tedy změna opakovací frekvence, je pak ekvivalentní změně optické dráhy v jedné větvi interferometru, tedy pohybu měřicího zrcadla. V sestavě na obrázku 4.8 je tedy pohyb koutového odražeče použit pouze pro přibližné nalezení místa, při kterém pozorujeme interferenci, a následně ke stabilizaci délky interferometru pomocí helium-neonového laseru. Při měření se pak nemění skutečný rozdíl optických drah ve větvích interferometru, ale pouze opakovací frekvence laseru, jak je zřejmé z osy na obrázku 4.8a.

Fázový index lomu vzduchu je vyhodnocen z interferenčních signálů ve frekvenční oblasti (obrázek 4.8b). Závislost výkonové spektrální hustoty na výstupu interferometru je

$$\mathcal{S}_0(\omega) = \mathcal{S}_1(\omega) + \mathcal{S}_2(\omega) + 2\sqrt{\mathcal{S}_1(\omega)\mathcal{S}_2(\omega)} \cos[\varphi(\omega)],$$

kde $\mathcal{S}_1(\omega)$, resp. $\mathcal{S}_2(\omega)$ jsou výkonové spektrální hustoty v případě, kdy jednu z větví interferometru zakryjeme, a $\varphi(\omega)$ je pro úhlovou frekvenci ω fázový rozdíl obou větví interferometru. Obdobný výsledek byl pro ideální Michelsonův interferometr s bílým světlem odvozen v kapitole 3.1, viz rovnice (3.9). Pro malé rozdíly optických drah větví interferometru tedy pozorujeme modulaci spektra na jeho výstupu, viz obrázky 3.8 a 4.8b.



Obrázek 4.8: Interferenční signály naměřené na sestavě z obrázku 4.7 využívající laserový optický hřebek. V časové oblasti dochází k interferenci při zavzdušněné kyvetě při jiné opakovací frekvenci laseru než v případě evakuované kyvetě, a to v důsledku změny optické dráhy v kyvetě. Ve frekvenční oblasti v blízkosti vyvážené polohy interferometru pozorujeme modulaci spektra (spojitá čára), ve větší vzdálenosti od vyvážené polohy modulace vymizí (čárkovaná čára). Převzato z [46].

Abychom zjistili fázový rozdíl $\varphi(\omega)$, naměříme další dvě spektra, přičemž fázový rozdíl změním o malou hodnotu $\Phi(\omega)$, a to pomocí malé změny opakovací frekvence laseru. To je ekvivalentní malé změně optické dráhy jedné z větví interferometru. Naměříme tedy

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_+(\omega) &= \mathcal{S}_1(\omega) + \mathcal{S}_2(\omega) + 2\sqrt{\mathcal{S}_1(\omega)\mathcal{S}_2(\omega)} \cos[\varphi(\omega) + \Phi(\omega)], \\ \mathcal{S}_-(\omega) &= \mathcal{S}_1(\omega) + \mathcal{S}_2(\omega) + 2\sqrt{\mathcal{S}_1(\omega)\mathcal{S}_2(\omega)} \cos[\varphi(\omega) - \Phi(\omega)]. \end{aligned}$$

Poté můžeme vypočítat

$$\Phi(\omega) = \arccos \frac{[\mathcal{S}_+(\omega) - \mathcal{S}_r(\omega)] + [\mathcal{S}_-(\omega) - \mathcal{S}_r(\omega)]}{2[\mathcal{S}_0(\omega) - \mathcal{S}_r(\omega)]},$$

kde

$$\mathcal{S}_r(\omega) = \mathcal{S}_1(\omega) + \mathcal{S}_2(\omega)$$

je výkonová spektrální hustota naměřená v případě velkého rozdílu zpoždění ve větvích interferometru, kdy je frekvence modulace vyšší než rozlišení spektrálního analyzátoru, a tedy modulace vymizí (viz obrázek 3.8). Následně můžeme určit

$$\varphi(\omega) = \arccos \frac{2 \sin \Phi(\omega) [\mathcal{S}_0(\omega) - \mathcal{S}_r(\omega)]}{\sqrt{\{[\mathcal{S}_-(\omega) - \mathcal{S}_r(\omega)] - [\mathcal{S}_+(\omega) - \mathcal{S}_r(\omega)]\}^2 + \{2 \sin \Phi(\omega) [\mathcal{S}_0(\omega) - \mathcal{S}_r(\omega)]\}^2}}.$$

Měření fázového rozdílu $\varphi(\omega)$ provedeme jak při vyčerpané, tak při zavzdušněné kyvetě. V případě vyčerpané kyvetě je fázový rozdíl roven

$$\varphi_{\text{vakuum}}(\omega) = \frac{\omega}{c} [l + n'(\omega)\Delta z] + \varphi'(\omega),$$

kde c je rychlost světla ve vakuu, l je délka kyvetě, n' je index lomu vzduchu vně kyvetě, Δz je rozdíl délek obou větví interferometru bez délky kyvetě a $\varphi'(\omega)$ je fázový posun způsobený odrazy a okénky kyvetě. Podobně při zavzdušněné kyvetě je fázový rozdíl roven

$$\varphi_{\text{vzduch}}(\omega) = \frac{\omega}{c} [n(\omega)l + n'(\omega)\Delta z] + \varphi'(\omega),$$

4. METODY MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

kde $n(\omega)$ je index lomu vzduchu uvnitř kyvety. Hodnota $n'\Delta z$ je stabilizována pomocí laseru a hodnota $\varphi'(\omega)$ je konstantní. Rozdíl obou fází je tedy roven

$$\Delta\varphi(\omega) = \varphi_{\text{vzduch}}(\omega) - \varphi_{\text{vakuum}}(\omega) = \frac{\omega}{c}l[n(\omega) - 1],$$

odkud již můžeme vyjádřit index lomu vzduchu pro vlnovou délku ve vakuu λ_0

$$n(\lambda_0) = 1 + \frac{\lambda_0}{2\pi l}\Delta\varphi(\lambda_0).$$

Tato přímá metoda byla použita v [46] k měření indexu lomu vzduchu, N_2 , O_2 , Ar_2 a CO_2 , a to s nejistotou $8 \cdot 10^{-9}$.

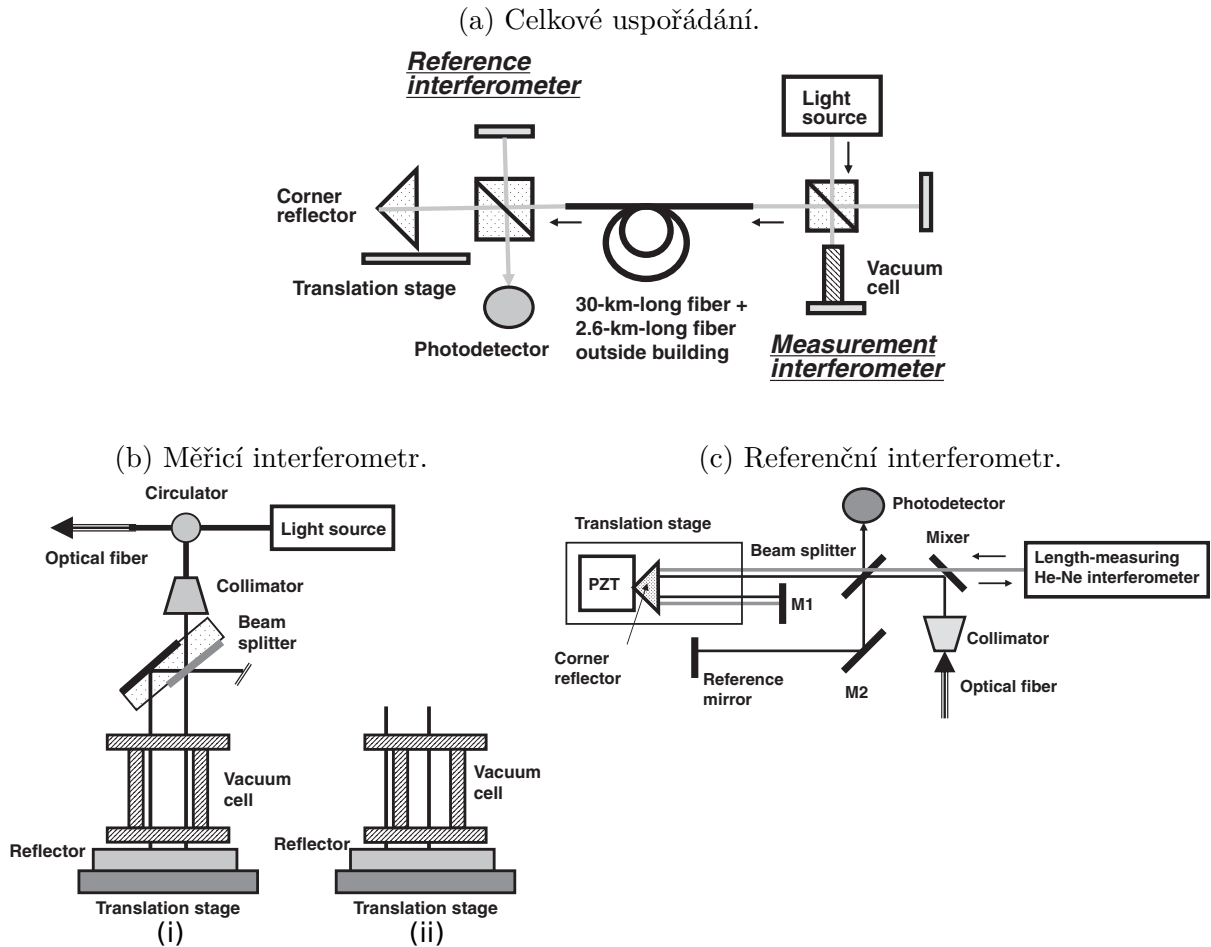
4.2.6. Měření pomocí interferometrie nízké koherence

Metoda pro přímé měření indexu lomu vzduchu pomocí interferometrie nízké koherence a tandemového interferometru byla publikována v [19]. Tato metoda využívá toho, že po vyčerpání vzduchu z části jedné větve interferometru dojde k posunu interferenčního proužku, přičemž posunutí funkce kosinus je úměrné fázovému indexu lomu vzduchu a posunutí obálky indexu lomu grupovému, což bylo odvozeno v kapitole 3.1, viz obrázek 3.7.

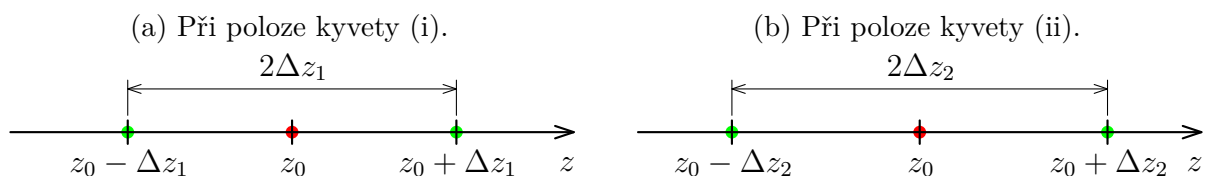
Experimentální uspořádání s tandemovým interferometrem je na obrázku 4.9. Sestava se skládá ze dvou interferometrů – měřicího a referenčního, které jsou spojeny vláknem, viz obrázek 4.9a. Zdrojem pro měřicí interferometr je LED o vlnové délce 1 550 nm. V měřicím interferometru (obrázek 4.9b) je vložena trvale evakuovaná kyveta. Kyveta je uložena pohyblivě, aby bylo možné měření provést při dvou jejích polohách – nejdříve v případě, kdy svazek v obou větvích měřicího interferometru prochází vnitřní komorou kyvety (vakuum), a poté v případě, kdy svazek v jedné větvi prochází vnitřní komorou kyvety (vakuum), zatímco svazek v druhé větvi prochází vnější komorou kyvety (vzduchem). Výstup měřicího interferometru je použit jako zdroj pro referenční interferometr (obrázek 4.9c). V něm je délka měřicí větve měřena pomocí laserového interferometru Agilent 5517B.

V tandemovém interferometru, který se skládá z měřicího a referenčního interferometru, dojde k interferenci bílého světla ve třech případech – je-li nulový (resp. menší nebo srovnatelný s koherenční délkou zdroje) rozdíl optických drah ve větvích měřicího interferometru, je-li nulový rozdíl optických drah ve větvích referenčního interferometru a je-li rozdíl optických drah ve větvích referenčního interferometru stejný jako rozdíl optických drah ve větvích měřicího interferometru. K prvnímu případu při uspořádání měřicího interferometru na obrázku 4.9b nemůže dojít, neboť jedna z větví interferometru je vždy výrazně delší o průchod skleněným děličem. K interferenci bílého světla tedy dojde při třech různých polohách koutového odražeče v referenčním interferometru, viz obrázek 4.10.

Prvním krokem je měření bílého interferenčního signálu v případě, kdy obě větve měřicího interferometru prochází vnitřní komorou kyvety (vakuum), viz obrázek 4.9bi. Vzdálenost, kterou naměří laserový interferometr mezi středy interferenčních proužků v tomto signálu označme Δz_1 , viz obrázek 4.10a. Hodnota Δz_1 odpovídá rozdílu optických drah ve větvích měřicího interferometru. Z obrázku 4.9c je zřejmé, že hodnota změny vzdálenosti měřicího zrcadla, kterou měří laserový interferometr, je vzhledem k uspořádání měřicí větve referenčního interferometru dvojnásobkem změny polohy koutového odražeče. Pro přehlednost je na obrázku 4.10 znázorněna nikoliv poloha koutového odražeče, který se pohybuje, ale vzdálenost měřicího zrcadla, kterou laserový interferometr měří.



Obrázek 4.9: Měření indexu lomu vzduchu pomocí tandemového interferometru a interferometrie nízké koherence. Interferenci bílého světla na výstupu interferometru pozorujeme při třech polohách koutového odražeče v referenčním interferometru, viz obrázek 4.10. Vzdálenost těchto poloh udává rozdíl optických drah ve větvích měřicího interferometru. V něm je umístěna trvale evakuovaná kyveta tak, že měření lze provést při dvou polohách – oba svazky procházejí vnitřní komorou (vakuum) nebo každý svazek prochází jinou komorou (jeden vakuum, druhý vzduchem). Z rozdílu vzdáleností interferenčních proužků při obou polohách kyvety je pak možné určit index lomu vzduchu podle rovnice (4.11). Převzato z [19].



Obrázek 4.10: Tři polohy z měřicího zrcadla referenčního interferometru, při kterých dojde k interferenci, při dvou různých polohách kyvety v měřicím interferometru (viz obrázek 4.9b). Při $z = z_0$ (polohy vyznačeny červeně) je rozdíl optických drah ve větvích referenčního interferometru nulový. Při zeleně vyznačených polohách je rozdíl optických drah ve větvích referenčního interferometru stejný jako rozdíl optických drah ve větvích měřicího interferometru.

4. METODY MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

V druhém kroku posuneme kyvetu tak, aby svazek v jedné větvi měřicího interferometru procházel její vnitřní komorou (tedy vakuem) a svazek v druhé větvi její vnější komorou (tedy vzduchem), viz obrázek 4.9bii. Tím způsobíme změnu optické dráhy této větve interferometru. Opět provedeme měření bílých interferenčních signálů, přičemž naměříme vzdálenost mezi středy bílých interferenčních proužků Δz_2 , viz obrázek 4.10b.

Posunem kyvety došlo k prodloužení optické dráhy jedné větve měřicího interferometru o $l(n - 1)$, kde n je index lomu vzduchu a l je délka kyvety. Tedy

$$\Delta z_2 = \Delta z_1 + l(n - 1) \quad \Rightarrow \quad n = 1 + \frac{\Delta z_2 - \Delta z_1}{l}. \quad (4.11)$$

Měříme-li polohu středu interferenčního proužku při tomto experimentu jako polohu maxima obálky, pak naměřený index lomu vzduchu je grupový. Měříme-li polohu maxima signálu, naměříme tímto způsobem fázový index lomu vzduchu. To je zřejmé z obrázku 3.7 a bylo popsáno v kapitole 3.1.

Metoda s tandemovým interferometrem využívajícím interferometrii nízké koherence byla použita v [19] k měření fázového indexu lomu vzduchu se standardní nejistotou $2 \cdot 10^{-7}$ a grupového indexu lomu vzduchu se standardní nejistotou $3 \cdot 10^{-7}$. Tyto hodnoty jsou dány zejména nejistotou měření délky použité kyvety.

Tato práce se zabývá novou metodou měření indexu lomu vzduchu, která využívá kombinaci laserové interferometrie a interferometrie nízké koherence. Při analýze nové metody v kapitole 5 byla též zkoumána možnost zpracování bílých interferenčních signálů stejným způsobem jako v případě zde popsané metody využívající tandemový interferometr, tedy pomocí měření posunu bílých interferenčních proužků. Bylo však zjištěno, že vlivem chromatické disperze indexu lomu vzduchu tato metoda není vhodná pro měření indexu lomu vzduchu ve viditelné oblasti, viz kapitola 5.4.

4.3. Nepřímé metody měření

Při použití nepřímých metod měření indexu lomu vzduchu neměříme přímo hodnotu indexu lomu vzduchu nebo veličinu, která na indexu lomu vzduchu závisí (například rozdíl optických drah ve vzduchu a vakuu), ale atmosferické podmínky, ze kterých následně index lomu vzduchu vypočítáme [47, 48]. Základními měřenými veličinami jsou teplota, tlak a relativní vlhkost vzduchu, pro dosažení vyšší přesnosti můžeme měřit koncentraci některých plynů, nejčastěji CO_2 . Přesnost nepřímých měření může být ve viditelné a blízké infračervené oblasti pro laboratorní podmínky až asi $3 \cdot 10^{-8}$ [49].

4.3.1. Edlénovy rovnice

V roce 1953 Edlén publikoval disperzní závislost pro standardní vzduch (teplota 15°C , tlak $760\text{ mm Hg} \doteq 101,325\text{ kPa}$, koncentrace CO_2 300 ppm) [50]. Roku 1966 pak publikoval opravenou verzi [51]. Následující rok Owens z rovnic vyčlenil závislost na koncentraci CO_2 [52], jehož disperzní závislost se liší od disperzních závislostí N_2 , O_2 a Ar . Nutnost brát koncentraci CO_2 jako další proměnnou potvrdil Jones (1981) [53] a později Birch a Downs (1993, 1994) [49, 54, 55]. Birch a Downs v roce 1988 publikovali korekci pro započítání vlivu vodní páry ve viditelné oblasti [56], kterou potvrdili Beers a Doiron (1992) [57]. V infračervené oblasti dochází k absorpci na vodní páře a též na CO_2 , což má vliv i na hodnotu indexu lomu vzduchu, jak popsal Mathar [58].

Bönsch a Potulski [42] v roce 1998 publikovali přesná měření indexu lomu vzduchu na čtyřech vlnových délkách (467,9 nm, 480,1 nm, 508,7 nm, 644,0 nm), avšak pouze v malém rozsahu atmosferických podmínek okolo teploty 20 °C a koncentrace CO₂ 400 ppm. Jejich rovnice, která je založena na rovnici z roku 1966, tak dává dobré výsledky pro laboratorní podmínky. Chen (2015) [43] opakovl jejich měření, avšak pro vlnovou délku 633 nm (tedy vlnovou délku helium-neonového laseru) a větší rozsah teplot, čímž získal přesnější koeficienty pro započítání vlivu vodní páry pro tuto vlnovou délku.

Rovnice (4.12)–(4.17) pro výpočet indexu lomu vzduchu z atmosferických podmínek, které v rámci této práce budou označovány jako Edlénovy rovnice, jsou převzaty z dodatku článku, který publikovali Bönsch a Potulski roku 1998 [42].

Pomocí Edlénových rovnic chceme vypočítat index lomu vzduchu pro vlnučet (převrácenou hodnotu vlnové délky ve vakuu) σ při teplotě t (té odpovídá absolutní teplota T), tlaku p , relativní vlhkosti RH a koncentraci CO₂ x . Nejprve použijeme disperzní závislost pro standardní vzduch, čímž vypočítáme index lomu suchého vzduchu n_s pro teplotu 20 °C, tlak 100 kPa a koncentraci CO₂ 400 ppm, a to dle rovnice

$$(n_s - 1) \cdot 10^8 = 8091,37 + \frac{2333983}{130 - \left(\frac{\sigma}{\mu\text{m}^{-1}}\right)^2} + \frac{15518}{38,9 - \left(\frac{\sigma}{\mu\text{m}^{-1}}\right)^2}. \quad (4.12)$$

Poté provedeme korekci na koncentraci CO₂ x , tedy

$$n_x - 1 = (n_s - 1) [1 + 0,5327 \cdot (x - 0,0004)], \quad (4.13)$$

která je nulová pro standardní vzduch, tedy pro $x = 400$ ppm. Dalším krokem je výpočet indexu lomu suchého vzduchu n_{xtp} pro teplotu t , tlak p a koncentraci CO₂ x podle rovnice

$$n_{xtp} - 1 = \frac{(n_x - 1) \cdot \frac{p}{\text{Pa}}}{93214,60} \cdot \frac{1 + 10^{-8} \cdot \left(0,5953 - 0,009876 \cdot \frac{t}{^\circ\text{C}}\right) \cdot \frac{p}{\text{Pa}}}{1 + 0,003661 \cdot \frac{t}{^\circ\text{C}}}. \quad (4.14)$$

Posledním krokem je pak započítání parciálního tlaku vodní páry p_f , čímž získáme

$$n_{xtpf} - n_{xtp} = -\frac{p_f}{\text{Pa}} \left[3,802 - 0,0384 \cdot \left(\frac{\sigma}{\mu\text{m}^{-1}}\right)^2 \right] \cdot 10^{-10}, \quad (4.15)$$

tedy index lomu vzduchu při teplotě t , tlaku p , koncentraci CO₂ x a parciálním tlaku vodní páry p_f . Obvykle neměříme parciální tlak vodní páry p_f , ale relativní vlhkost

$$\text{RH} = \frac{p_f}{p_{f,\text{sat}}} \cdot 100\%, \quad (4.16)$$

kde $p_{f,\text{sat}}$ je tlak nasycené vodní páry, který za dané absolutní teploty T určíme ze vztahu

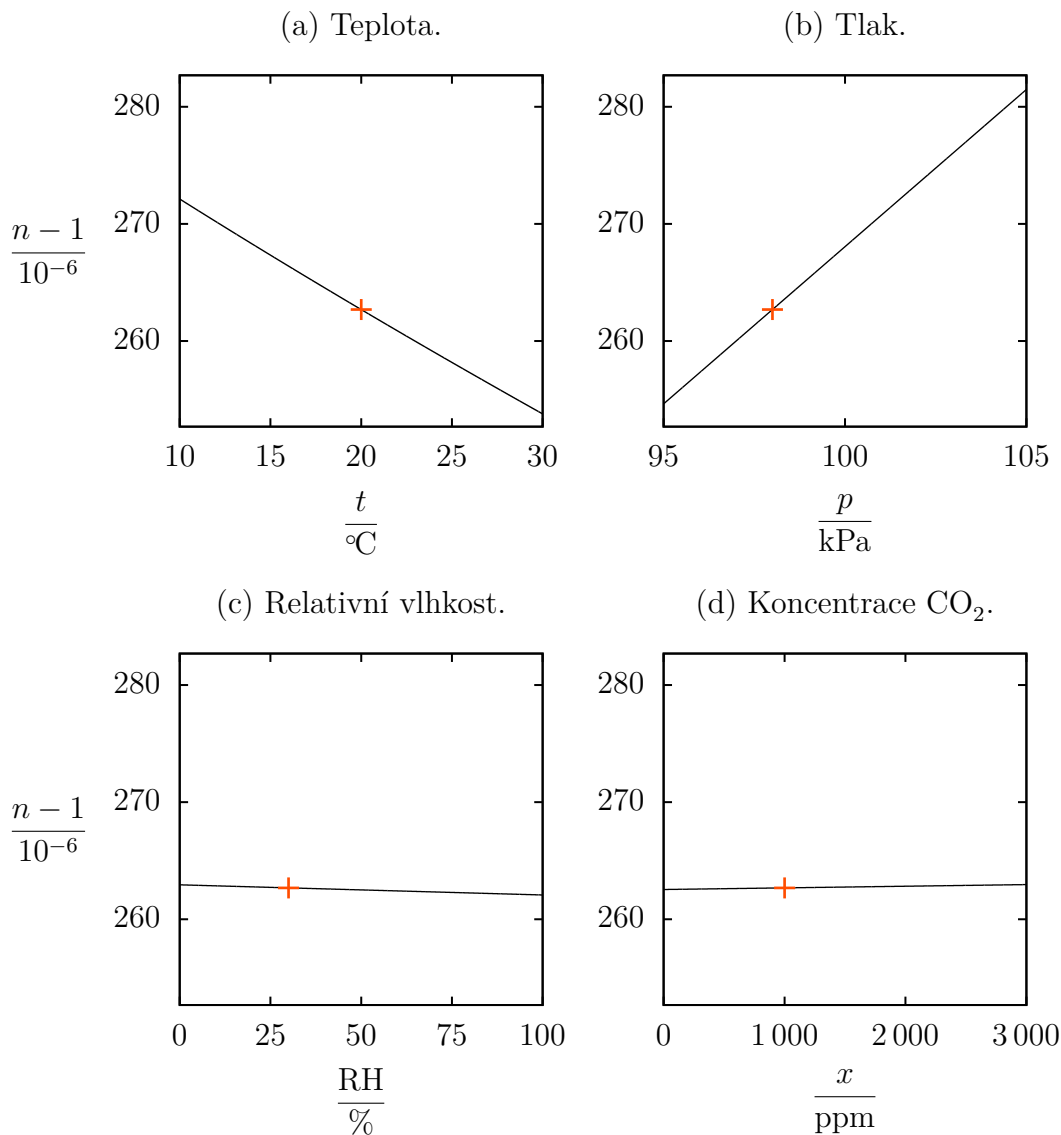
$$p_{f,\text{sat}} = 1 \text{ Pa} \cdot \exp\left(AT^2 + BT + C + DT^{-1}\right), \quad (4.17)$$

kde

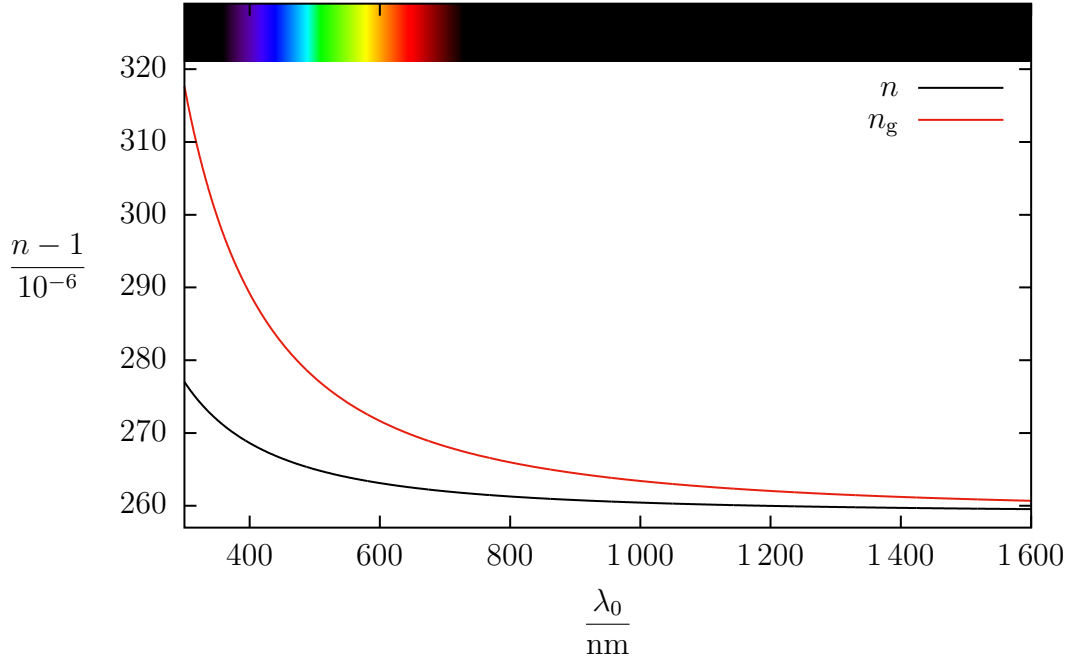
$$\begin{aligned} A &= 1,2378847 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-2}, & B &= -1,9121316 \cdot 10^{-2} \text{ K}^{-1}, \\ C &= 33,93711047, & D &= -6,3431645 \cdot 10^3 \text{ K}. \end{aligned}$$

Závislost indexu lomu vzduchu na vlnové délce ve vakuu vypočítaná dle uvedených rovnic je pro vybrané atmosferické podmínky uvedena na obrázku 4.12. Závislosti na atmosferických podmínkách pro vlnovou délku ve vakuu 633 nm jsou uvedeny na obrázku 4.11, z kterého vidíme, že index lomu vzduchu se změní o 10⁻⁸, změní-li se teplota o asi 0,01 °C, tlak o asi 3,7 Pa, relativní vlhkost o asi 1,2 % nebo koncentrace CO₂ o asi 71 ppm.

4. METODY MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU



Obrázek 4.11: Závislost fázového indexu lomu vzduchu pro vlnovou délku 633 nm při změně teploty, tlaku, relativní vlhkosti nebo koncentrace CO_2 z teploty 20 °C, tlaku 98 kPa, relativní vlhkosti 30 % a koncentrace CO_2 1 000 ppm. Hodnota při těchto podmínkách (1,000 262 69) je vyznačena červeně. V každém grafu měníme právě jednu ze čtyř veličin. Hodnoty byly vypočítány dle rovnic (4.12)–(4.17). Na svislé ose všech grafů je stejné měřítko, aby bylo možné porovnat, jak se index lomu vzduchu při změně jednotlivých veličin mění.



Obrázek 4.12: Závislost fázového indexu lomu vzduchu n a grupového indexu lomu vzduchu n_g na vlnové délce ve vakuu λ_0 při teplotě 20 °C, tlaku 98 kPa, relativní vlhkosti 30 % a koncentraci CO_2 1 000 ppm. Hodnoty byly vypočítány dle rovnic (4.12)–(4.17). Grupový index lomu byl z fázového určen dle rovnice (3.7).

4.3.2. Ciddorovy rovnice

Ciddor roku 1996 sestavil nové rovnice pro výpočet indexu lomu vzduchu ve viditelné a blízké infračervené oblasti [59, 60], v roce 1999 je doplnil rovnicemi pro grupový index lomu vzduchu [25].

Opět chceme vypočítat index lomu vzduchu pro vlnočet (převrácenou hodnotu vlnové délky ve vakuu) σ při teplotě t (té odpovídá absolutní teplota T), tlaku p , relativní vlhkosti RH a koncentraci CO_2 x . Níže uvedené rovnice pro výpočet indexu lomu vzduchu jsou převzaty z [59].

Prvním krokem je opět vypočítat parciální tlak vodní páry $p_{f,\text{sat}}$ dle rovnice (4.17). Dále vyjádříme molární zlomek vodní páry při teplotě t , tlaku p a relativní vlhkosti RH

$$x_w = \left(\alpha + \beta p + \gamma t^2 \right) \frac{p_{f,\text{sat}}}{p} \text{RH}, \quad (4.18)$$

kde

$$\alpha = 1,000\,62, \quad \beta = 3,14 \cdot 10^{-8} \text{ Pa}^{-1}, \quad \gamma = 5,6 \cdot 10^{-7} \text{ °C}^{-2}.$$

Vypočítáme index lomu n_{as} suchého standardního vzduchu (teplota 15 °C, tlak 101 325 Pa, relativní vlhkost 0 %, koncentrace CO_2 450 ppm) pomocí disperzní závislosti

$$10^8 (n_{\text{as}} - 1) = \frac{j_1}{j_0 - \sigma^2} + \frac{j_3}{j_2 - \sigma^2}, \quad (4.19)$$

kde σ je vlnočet a

$$\begin{aligned} j_0 &= 238,018\,5 \mu\text{m}^{-2}, & j_1 &= 5\,792\,105 \mu\text{m}^{-2}, \\ j_2 &= 57,362 \mu\text{m}^{-2}, & j_3 &= 167\,917 \mu\text{m}^{-2}. \end{aligned}$$

4. METODY MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

Poté provedeme korekci na koncentraci CO_2 x

$$(n_{\text{a,zs}} - 1) = (n_{\text{as}} - 1) \left[1 + 0,534 \cdot 10^{-6} \left(\frac{x}{\text{ppm}} - 450 \right) \right]. \quad (4.20)$$

Index lomu n_{ws} vodní páry při teplotě 20°C a tlaku $1\,333\text{ Pa}$ určíme ze vztahu

$$10^8 (n_{\text{ws}} - 1) = 1,022 \left(w_0 + w_1 \sigma^2 + w_2 \sigma^4 + w_3 \sigma^6 \right), \quad (4.21)$$

kde

$$\begin{aligned} w_0 &= 295,235 \mu\text{m}^{-2}, & w_1 &= 2,642\,2 \mu\text{m}^{-2}, \\ w_2 &= -0,032\,380 \mu\text{m}^{-4}, & w_3 &= 0,004\,028 \mu\text{m}^{-6}. \end{aligned}$$

Dále vypočítáme molární hmotnost suchého vzduchu s koncentrací CO_2 x

$$M_{\text{a}} = 10^{-3} \left[28,963\,5 + 12,011 \cdot 10^{-6} \left(\frac{x}{\text{ppm}} - 400 \right) \right] \text{ kg}\cdot\text{mol}^{-1}. \quad (4.22)$$

Molární hmotnost vodní páry je $M_{\text{w}} = 0,018\,015 \text{ kg}\cdot\text{mol}^{-1}$. Stlačitelnost vzduchu při teplotě t (absolutní teplotě T), tlaku p a molárním zlomku vodní páry x_{w} určíme jako

$$Z = 1 - \frac{p}{T} \left[a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + (b_0 + b_1 t) x_{\text{w}} + (c_0 + c_1 t) x_{\text{w}}^2 \right] + \left(\frac{p}{T} \right)^2 (d + e x_{\text{w}}^2), \quad (4.23)$$

kde

$$\begin{aligned} a_0 &= 1,581\,23 \cdot 10^{-6} \text{ K}\cdot\text{Pa}^{-1}, & a_1 &= -2,933\,1 \cdot 10^{-8} \text{ Pa}^{-1}, & a_2 &= 1,104\,3 \cdot 10^{-10} \text{ K}^{-1}\cdot\text{Pa}^{-1}, \\ b_0 &= 5,707 \cdot 10^{-6} \text{ K}\cdot\text{Pa}^{-1}, & b_1 &= -2,051 \cdot 10^{-8} \text{ Pa}^{-1}, & c_0 &= 1,989\,8 \cdot 10^{-4} \text{ K}\cdot\text{Pa}^{-1}, \\ c_1 &= -2,376 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}^{-1}, & d &= 1,83 \cdot 10^{-11} \text{ K}^2\cdot\text{Pa}^{-2}, & e &= -0,765 \cdot 10^{-8} \text{ K}^2\cdot\text{Pa}^{-2}. \end{aligned}$$

Kromě stlačitelnosti Z vzduchu při našich experimentálních podmínkách T (resp. t), p a x_{w} potřebujeme vypočítat stlačitelnost Z_{a} suchého standardního vzduchu, kterou vypočítáme z rovnice (4.23), jestliže dosadíme $T = 288,15 \text{ K}$ ($t = 15^\circ\text{C}$), $p = 101\,325 \text{ Pa}$ a $x_{\text{w}} = 0$. Dále potřebujeme pomocí téže rovnice vypočítat stlačitelnost Z_{w} samotné vodní páry, a to dosazením $T = 293,15 \text{ K}$ ($t = 20^\circ\text{C}$), $p = 1\,333 \text{ Pa}$ a $x_{\text{w}} = 1$. Hustotu vzduchu vypočítáme jako

$$\rho = \frac{pM_{\text{a}}}{ZRT} \left[1 - x_{\text{w}} \left(1 - \frac{M_{\text{w}}}{M_{\text{a}}} \right) \right], \quad (4.24)$$

kde $M_{\text{w}} = 0,018\,015 \text{ kg}\cdot\text{mol}^{-1}$ je molární hmotnost vodní páry a $R = 8,314\,51 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ je molární plynová konstanta. Z rovnice (4.24) vypočítáme hustotu $\rho_{\text{a,zs}}$ suchého standardního vzduchu dosazením $T = 288,15 \text{ K}$, $p = 101\,325 \text{ Pa}$, $Z = Z_{\text{a}}$, $x_{\text{w}} = 0$. Dále z rovnice (4.24) vypočítáme hustotu ρ_{ws} standardní vodní páry, a to dosazením $T = 293,15 \text{ K}$, $p = 1\,333 \text{ Pa}$, $Z = Z_{\text{w}}$ a $x_{\text{w}} = 1$. Hustotu suché části vlhkého vzduchu určíme jako

$$\rho_{\text{a}} = \frac{pM_{\text{a}}(1 - x_{\text{w}})}{ZRT} \quad (4.25)$$

a hustotu vodní páry ve vlhkém vzduchu obdobně jako

$$\rho_{\text{w}} = \frac{pM_{\text{w}}x_{\text{w}}}{ZRT}. \quad (4.26)$$

Hledanou hodnotu indexu lomu vzduchu pak vypočítáme jako

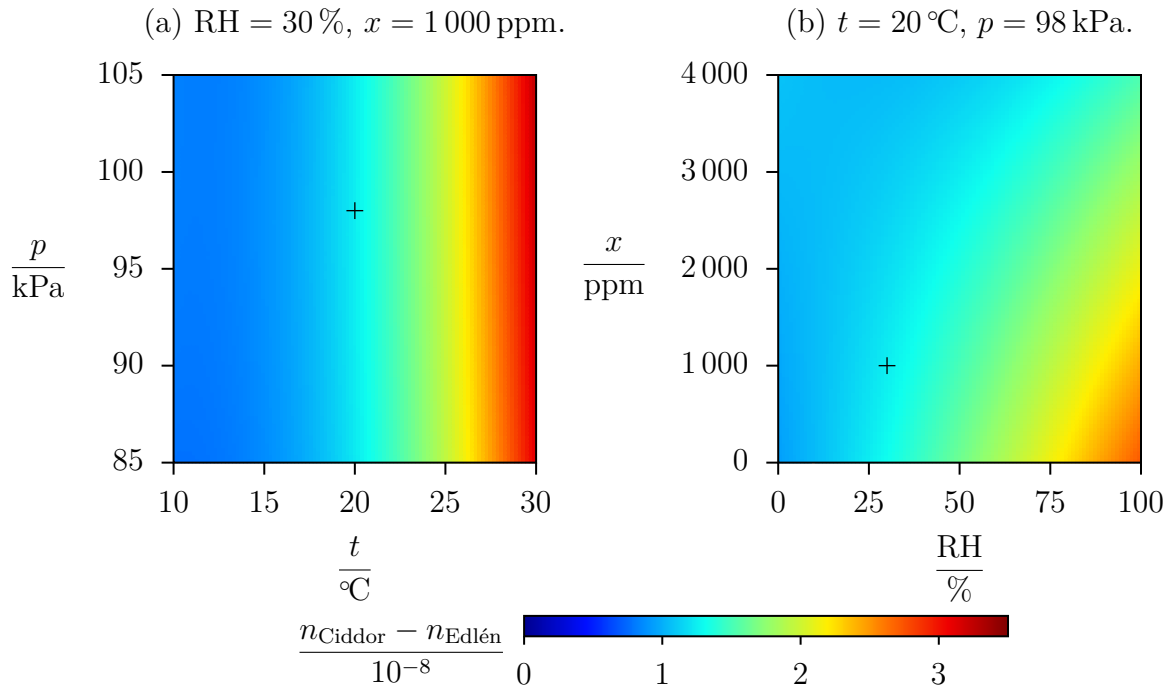
$$n = 1 + \frac{\rho_a}{\rho_{a,rs}} (n_{a,rs} - 1) + \frac{\rho_w}{\rho_{w,s}} (n_{w,s} - 1) . \quad (4.27)$$

Druhou možností je využití Lorentzovy–Lorenzovy rovnice pro směs plynů, kdy index lomu vzduchu n určíme z rovnice

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{\rho_a}{\rho_{a,rs}} \frac{n_{a,rs}^2 - 1}{n_{a,rs}^2 + 2} + \frac{\rho_w}{\rho_{w,s}} \frac{n_{w,s}^2 - 1}{n_{w,s}^2 + 2} . \quad (4.28)$$

Hodnoty indexu lomu vzduchu určené pomocí rovnic (4.27) a (4.28) se pro běžné laboratorní podmínky liší v řádu 10^{-10} , tedy zanedbatelně.

Hodnoty vypočítané pomocí Ciddorových rovnic (4.18)–(4.28) se od hodnot vypočítaných pomocí Edlénových rovnic (4.12)–(4.17) při běžných laboratorních podmínkách pro viditelné spektrum a blízkou infračervenou oblast liší nejvýše v řádu 10^{-8} (viz obrázek 4.13), závislosti na obrázcích 4.12 a 4.11 tedy těmito rovnicím také odpovídají.



Obrázek 4.13: Rozdíl hodnot indexu lomu vzduchu vypočítaných dle Edlénových rovnic (4.12)–(4.17) a dle Ciddorových rovnic (4.18)–(4.28) pro různé atmosferické podmínky (teplotu t , tlak p , relativní vlhkost RH a koncentraci CO_2 x) a vlnovou délku ve vakuu 633 nm.

4. METODY MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

5. Analýza metody pro měření indexu lomu vzduchu

Tato kapitola se zabývá analýzou nové přímé metody pro měření indexu lomu vzduchu, která využívá trvale evakuovanou dvoukomorovou kyvetu umístěnou v měřicí větvi Michelsonova interferometru a kombinaci laserové interferometrie a interferometrie nízké koherence.

Analýza metody je rozdělena na několik částí. Nejprve je v kapitole 5.1 popsán princip nové metody a nejjednodušší experimentální uspořádání. Následně jsou v kapitole 5.2 simulovány interferenční signály, které by bylo možné během experimentu při různých podmínkách naměřit. Simulované laserové interferenční signály jsou vyhodnoceny v kapitole 5.3, ty však nejsou postačující pro výpočet indexu lomu vzduchu. Proto jsou vyhodnoceny i bílé interferenční signály, a to dvěma způsoby – v prostorové oblasti v kapitole 5.4 a v oblasti prostorových frekvencí v kapitole 5.5. Následně je v kapitole 5.6 diskutován vliv neoptimální kompenzace disperze, neoptimálního nastavení interferometru a nedokonalosti optických komponent na naměřené hodnoty indexu lomu vzduchu. V kapitole 5.7 je pak ukázáno, že z naměřených interferenčních signálů je možné vypočítat nejen fázový, ale i grupový index lomu vzduchu.

5.1. Popis metody

Nová přímá metoda pro měření indexu lomu vzduchu je založena na měření změny optické dráhy měřicí větve Michelsonova interferometru, v níž je vložena vakuová kyveta délky l , ze které byl vyčerpán vzduch.

Je-li pro vlnovou délku ve vakuu λ_0 index lomu vzduchu $n(\lambda_0)$, pak před vyčerpáním byla optická dráha v kyvetě $ln(\lambda_0)$, po vyčerpání je l , zkrácení optické dráhy větve interferometru v důsledku vyčerpání vzduchu z kyvety tedy je $l[n(\lambda_0) - 1]$. Svazek touto délkou prochází dvakrát, a tedy optická dráha, kterou svazek urazí v měřicí větvi se vyčerpáním zkrátí o

$$\Delta z(\lambda_0) = 2l [n(\lambda_0) - 1] .$$

Odpovídající fázový rozdíl je

$$\Delta\varphi(\lambda_0) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta z(\lambda_0) = \frac{4\pi l}{\lambda_0} [n(\lambda_0) - 1] , \quad (5.1)$$

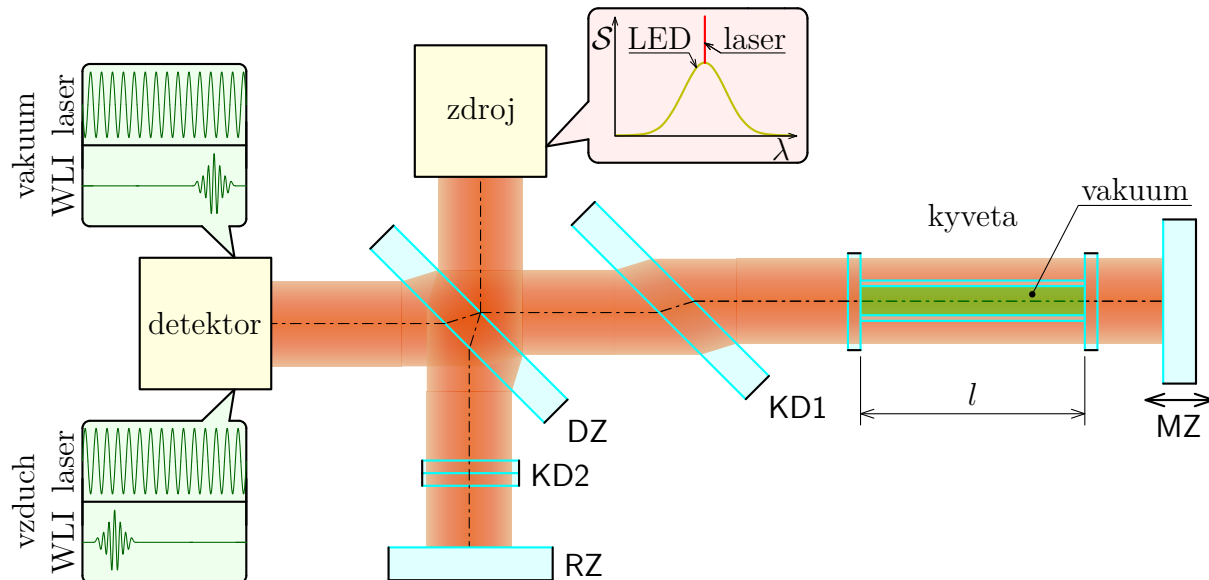
odkud můžeme vyjádřit index lomu vzduchu

$$n(\lambda_0) = 1 + \frac{\lambda}{4\pi l} \Delta\varphi(\lambda_0) . \quad (5.2)$$

5. ANALÝZA METODY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

Jestliže tedy pro nějakou vlnovou délku ve vakuu λ_0 zjistíme fázový rozdíl $\Delta\varphi(\lambda_0)$, který byl způsoben vyčerpáním vzduchu z části měřicí větve interferometru délky l , můžeme pro tuto vlnovou délku vypočítat index lomu vzduchu $n(\lambda_0)$.

Fázový rozdíl $\Delta\varphi(\lambda_0)$ způsobený vyčerpáním vzduchu je v nové metodě měřen pomocí kombinace laserové interferometrie a interferometrie nízké koherence. Schéma interferometru, na kterém je možné takové měření provést, je uvedeno na obrázku 5.1.



Obrázek 5.1: Schéma interferometru pro měření indexu lomu vzduchu pomocí analyzované metody. Používáme široký kolimovaný svazek, který vznikl kombinací laserového svazku a svazku bílého světla. Na výstupu interferometru detekujeme zvláště interferenci laserového záření a bílého světla, a to zvláště pro část svazku procházející vnitřní komorou kyvety (vakuem) a část procházející vnější komorou kyvety (vzduchem). Výsledkem měření jsou tedy čtyři interferenční signály. DZ – dělič, RZ – referenční zrcadlo, MZ – měřicí zrcadlo, KD1 – kompenzační deska pro průchod svazku děličem, KD2 – kompenzační deska pro průchod svazku okénky kyvety.

Základem experimentálního uspořádání je Michelsonův interferometr kompenzovaný na disperzi (viz obrázek 3.2). Zdroj světla pro interferometr kombinuje laser a LED, jejíž střední vlnová délka je blízká vlnové délce laseru, přičemž do interferometru vstupuje široký kolimovaný svazek.

Do měřicí větve interferometru je umístěna trvale evakuovaná dvoukomorová kyveta. Ta příčně rozděljuje svazek do dvou částí – část svazku, která prochází vnitřní komorou kyvety (vakuem), a část, která prochází vnější komorou kyvety (vzduchem). Hledáme fázový rozdíl mezi těmito dvěma částmi svazku.

Jelikož pro měření je použito i bílého světla, je třeba interferometr kompenzovat na disperzi (viz kapitola 3.1), a tedy v referenční větvi interferometru jsou umístěny kompenzační desky (na obrázku 5.1 označeny KD2), které kompenzují průchod svazku okénky kyvety v měřicí větvi.

Na výstupu interferometru měříme čtyři různé signály – dva laserové interferenční signály a dva bílé interferenční signály. Z každé dvojice je vždy jeden signál měřen v části svazku, která prochází vnitřní komorou kyvety (vakuem), a jeden v druhé části svazku, která prochází vnější komorou kyvety (vzduchem). To umožní určit fázový rozdíl vzniklý v důsledku vakua uvnitř kyvety.

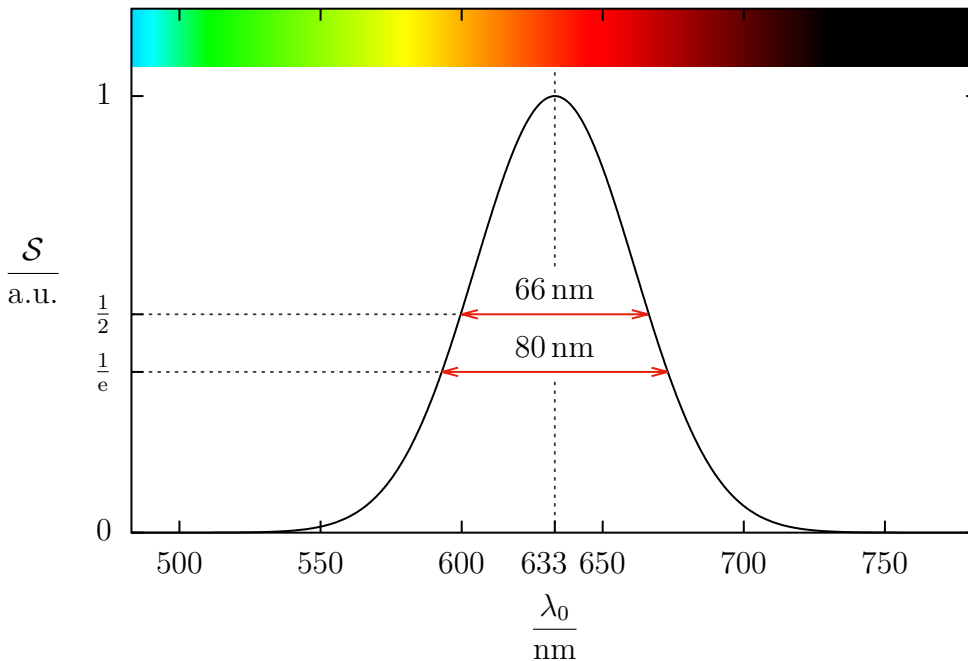
5.2. Simulace signálů

Aby bylo možné navrženou metodu, která byla popsána v kapitole 5.1, důkladně analyzovat za různých podmínek, je třeba nasimulovat signály, které pomocí interferometru na obrázku 5.1 měříme.

Předpokládáme, že používáme helium-neonový laser o vlnové délce ve vakuu $\lambda_{0L} = 633 \text{ nm}$ a červenou LED se střední vlnovou délkou $\lambda_{0LED} = \lambda_{0L} = 633 \text{ nm}$ a pološířkou spektra 66 nm (viz spektrum na obrázku 5.2). Tomuto spektru LED odpovídá koherenční délka $2,7 \mu\text{m}$ (viz obrázek 5.3). Vybraná pološířka spektra LED je vyšší než u běžné červené LED (viz obrázek 6.2), a tedy koherenční délka je dle rovnice (1.11) menší, avšak v případě použití reálného spektra červené LED by na obrázcích v této práci nebyl dostatečně patrný střed interferenčního proužku (jako například na bílém interferenčním signálu na obrázku 1.11d, kde má více interferenčních maxim velmi podobnou intenzitu). Volba šířky spektra LED nemá na většinu uvedených výsledků vliv a veškeré simulace byly se stejnými závěry provedeny i s použitím reálných spekter LED zachycených na obrázku 6.2.

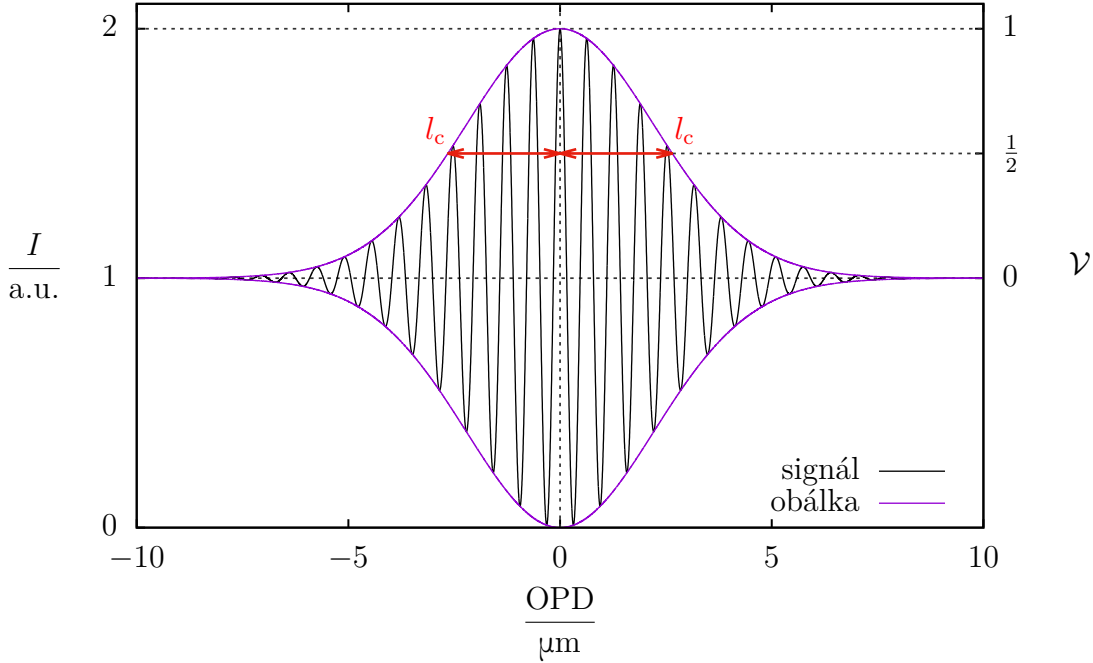
Pro simulaci interferenčních signálů potřebujeme znát závislost $\Delta\varphi(\lambda_0)$, tedy závislost fázového posunutí na vlnové délce ve vakuu λ_0 , které vznikne v důsledku vakua uvnitř kyvety. Předpokládáme-li interferometr optimálně kompenzovaný na disperzi, v části svazku, která v kyvetě prochází vzduchem, je pro všechny vlnové délky počáteční fáze nulová. V druhé části svazku je pak dána rovnicí (5.1).

V rovnici (5.1), která popisuje teoretickou závislost $\Delta\varphi(\lambda_0)$ fázového posunutí na vlnové délce ve vakuu, vystupuje závislost $n(\lambda_0)$ indexu lomu vzduchu na vlnové délce ve vakuu. Pro výpočet této závislosti za daných atmosferických podmínek (teploty, tlaku, relativní vlhkosti a koncentrace CO_2) využijeme rovnice pro výpočet indexu lomu vzduchu, tedy Edlénovy nebo Ciddorovy rovnice, viz kapitola 4.3. Hodnoty vypočítané pomocí



Obrázek 5.2: Spektrum (závislost výkonové spektrální hustoty \mathcal{S} na vlnové délce ve vakuu λ_0) zdroje bílého světla pro simulaci signálů. Střední vlnová délka zdroje 633 nm je stejná jako vlnová délka laseru λ_{0L} .

5. ANALÝZA METODY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU



Obrázek 5.3: Simulace ideálního interferenčního proužku (závislosti intenzity I v místě dvou interferujících svazků na rozdílu jejich optických drah OPD) vzniklého při použití zdroje se spektrem z obrázku 5.2. Z grafu byla určena koherenční délka (rozdl optických drah, při kterém je viditelnost proužků \mathcal{V} rovna $1/2$, viz kapitola 1.4) $l_c \doteq 2,7 \mu\text{m}$.

těchto rovnic se liší v řádu 10^{-8} (viz obrázek 4.13). Při analýze nové metody pro měření indexu lomu vzduchu budou tedy signály simulovány vždy pomocí obou různých rovnic a naměřené výsledky budou porovnávány s oběma rovnicemi, tedy s rovnicí, podle které byly signály naměřeny, i s rovnicí druhou.

Ukázka závislosti fázového posunutí na vlnové délce ve vakuu je pro vybrané atmosférické podmínky uvedena na obrázku 5.4. Závislost na frekvenci je pak na obrázku 5.5.

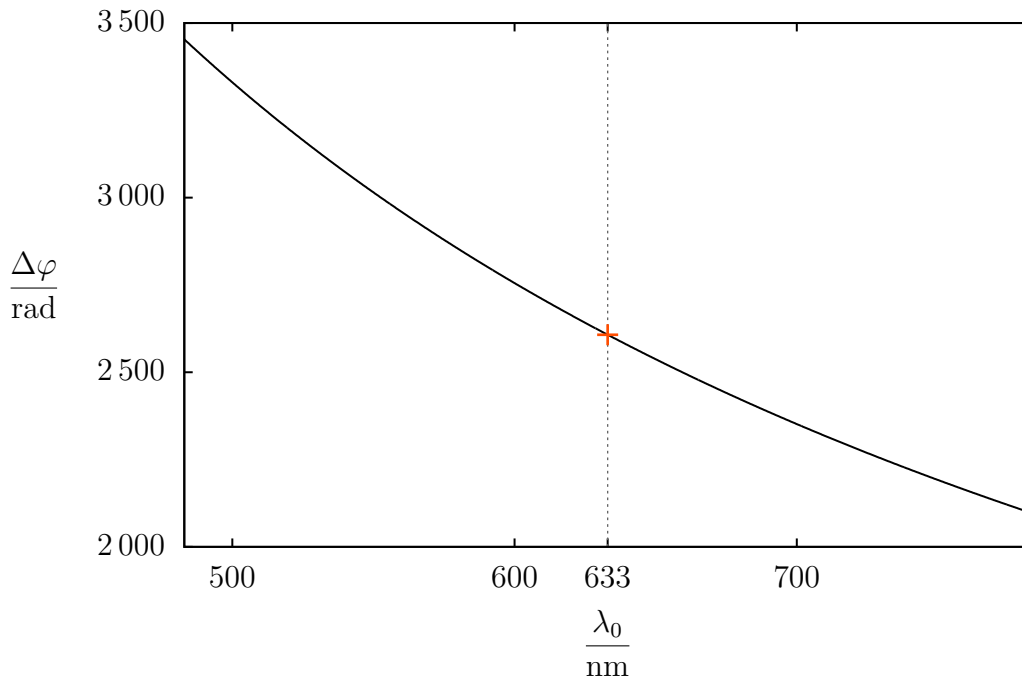
Laserový interferenční signál modelujeme podle rovnice (2.1) jako

$$I_{\text{laser}} = 1 + \cos \left[\frac{4\pi n(\lambda_{0L})}{\lambda_{0L}} (z - z_0) - \Delta\varphi(\lambda_{0L}) \right] \quad (5.3)$$

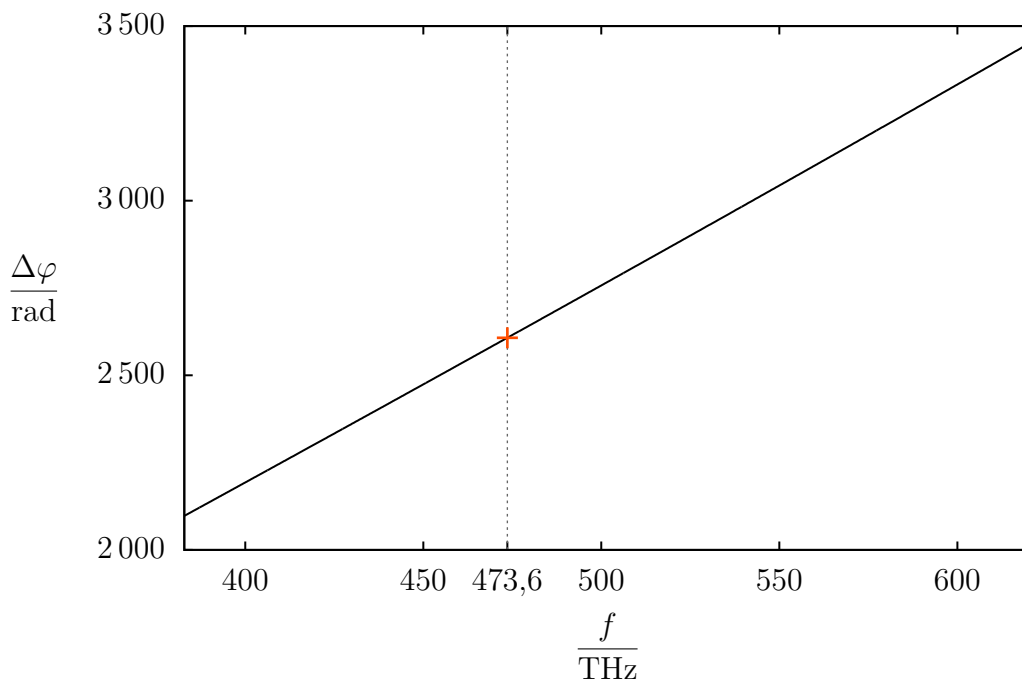
a bílý interferenční signál modelujeme v souladu kapitolou 3.1 jako

$$I_{\text{WLI}} = \int_0^{\infty} \mathcal{S}(\lambda_0) \left\{ 1 + \cos \left[\frac{4\pi n(\lambda_0)}{\lambda_0} (z - z_0) - \Delta\varphi(\lambda_0) \right] \right\} \frac{2\pi n(\lambda_0)}{\lambda_0^2} d\lambda_0, \quad (5.4)$$

kde z je poloha měřicího zrcadla během měření a z_0 je poloha měřicího zrcadla, při které je pro část svazku procházející kyvetou ve vzduchu rozdíl optických drah ve větvích interferometru nulový. Zlomek před diferenciálem vznikl při přechodu z integrování podle vlnového čísla k (viz kapitola 3.1) na integrování podle vlnové délky ve vakuu λ_0 . Volíme $z_0 = 0$, pak z je vzdálenost měřicího zrcadla od vyvážené polohy interferometru. Vznik bílých interferenčních signálů v případě nulového i nenulového fázového posunutí je zobrazen na obrázku 5.6.

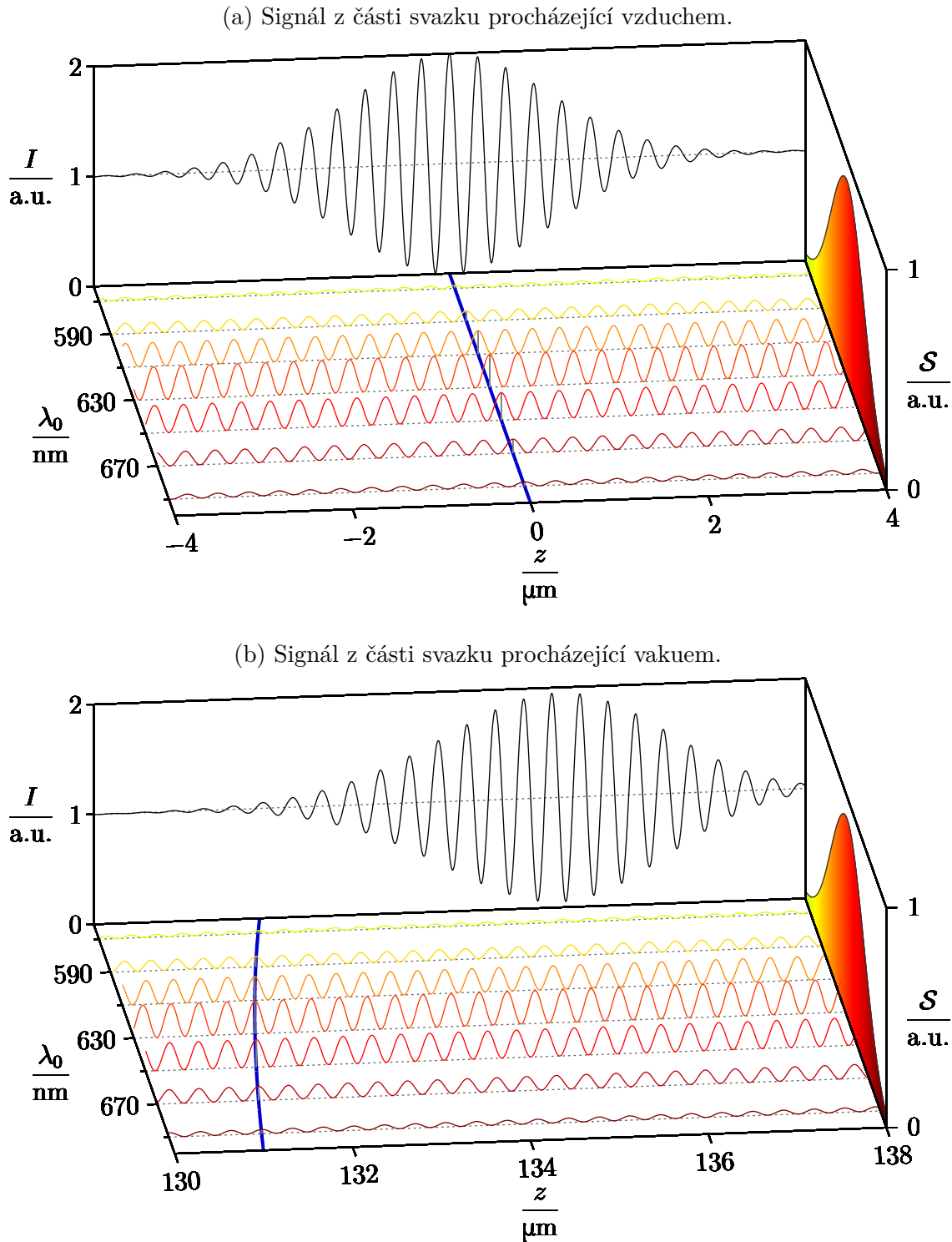


Obrázek 5.4: Simulace závislosti fázového posunutí $\Delta\varphi$ vzniklého v důsledku vakua uvnitř kyvety na vlnové délce ve vakuu λ_0 dle rovnice (5.1). Pro vlnovou délku laseru ($\lambda_{0L} = 633$ nm) je fázové posunutí $\Delta\varphi_L = 2607,4$ rad vyznačeno červeně. Simulace byla provedena pro teplotu $t = 20$ °C, atmosferický tlak $p = 98$ kPa, relativní vlhkost $RH = 30$ %, koncentraci CO_2 $x = 1000$ ppm a kyvetu délky $l = 500$ mm. Závislost indexu lomu vzduchu na vlnové délce ve vakuu byla vypočítána pomocí Edlénových rovnic (viz kapitola 4.3.1).



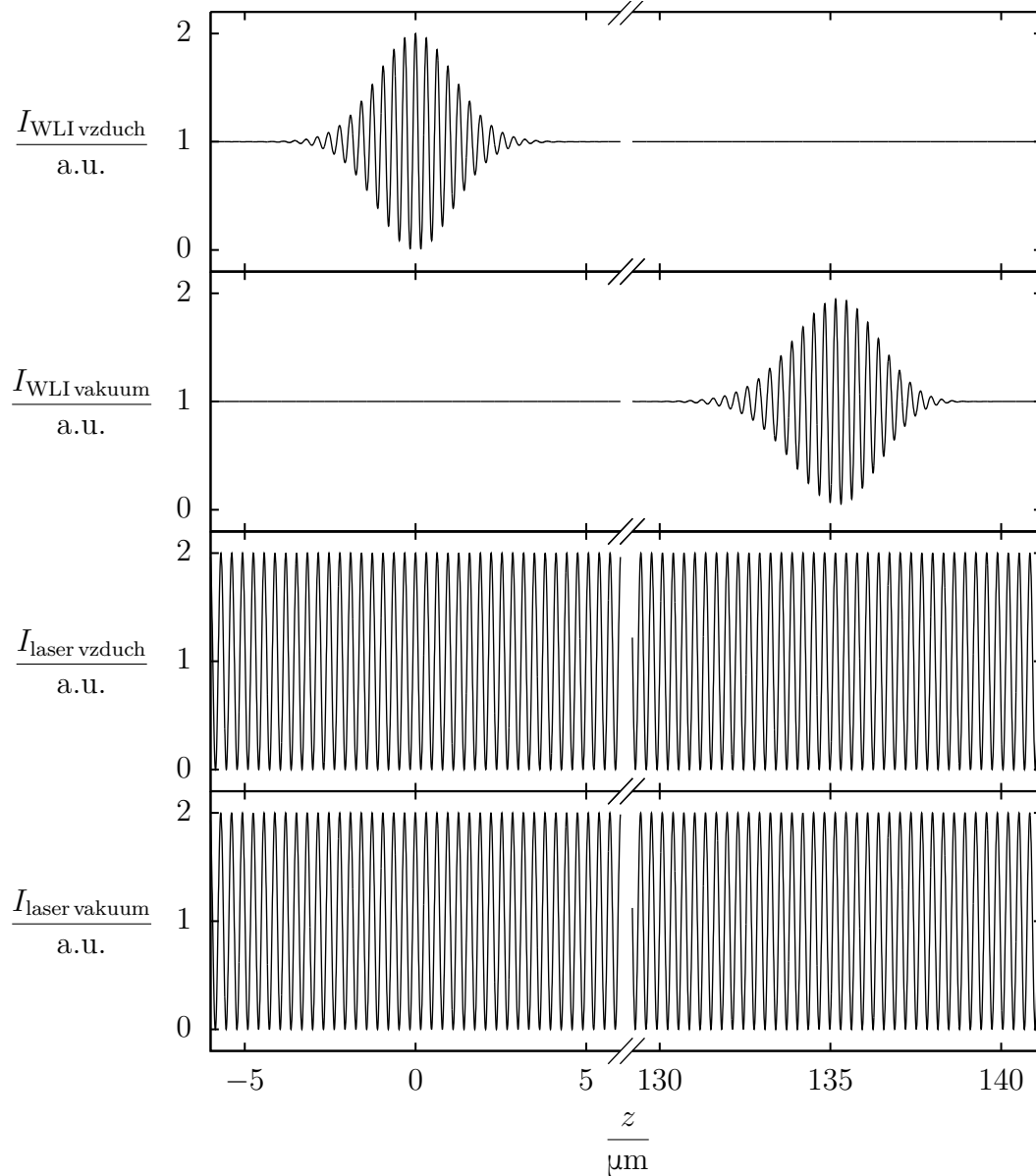
Obrázek 5.5: Závislost z obrázku 5.4 překreslená v závislosti na frekvenci f . Přestože závislost je podobná závislosti lineární, lineární není, neboť v ní vystupuje index lomu vzduchu, který není lineární funkcí frekvence. Vlnové délce laseru $\lambda_{0L} = 633$ nm odpovídá frekvence $f_L \doteq 473,6$ THz.

5. ANALÝZA METODY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU



Obrázek 5.6: Znázornění vzniku interferenčního signálu (v zadní rovině) při použití zdroje se spektrem zobrazeným v pravé rovině. Interferenční signál vznikne jako součet interferenčních signálů pro všechny frekvence zdroje (některé z nich jsou znázorněny na dolní rovině). Modrá čára v dolní rovině vyjadřuje polohu měřicího zrcadla, při které je pro danou vlnovou délku rozdíl optických drah ve větvích interferometru nulový (pro signál z části svazku procházející vzduchem byla tato poloha bez újmy na obecnosti zvolena nulová). Vidíme, že vlivem vyčerpání kyvety se (vlivem disperze) střed interferenčního proužku posunul více než o kolik se posunuly interferenční signály pro vlnové délky zdroje.

Příklad takto nasimulovaných signálů je na obrázku 5.7. Zde je třeba poznamenat, že při skutečném měření polohu měřicího zrcadla, která je na vodorovné ose signálů na tomto obrázku, neznáme, a tedy signály zjistíme jako závislosti intenzity na čase τ , popř. číslu vzorku m . Pro názornost však v této kapitole budou signály uvedeny jako závislosti na vzdálenosti měřicího zrcadla od vyvážené polohy interferometru.



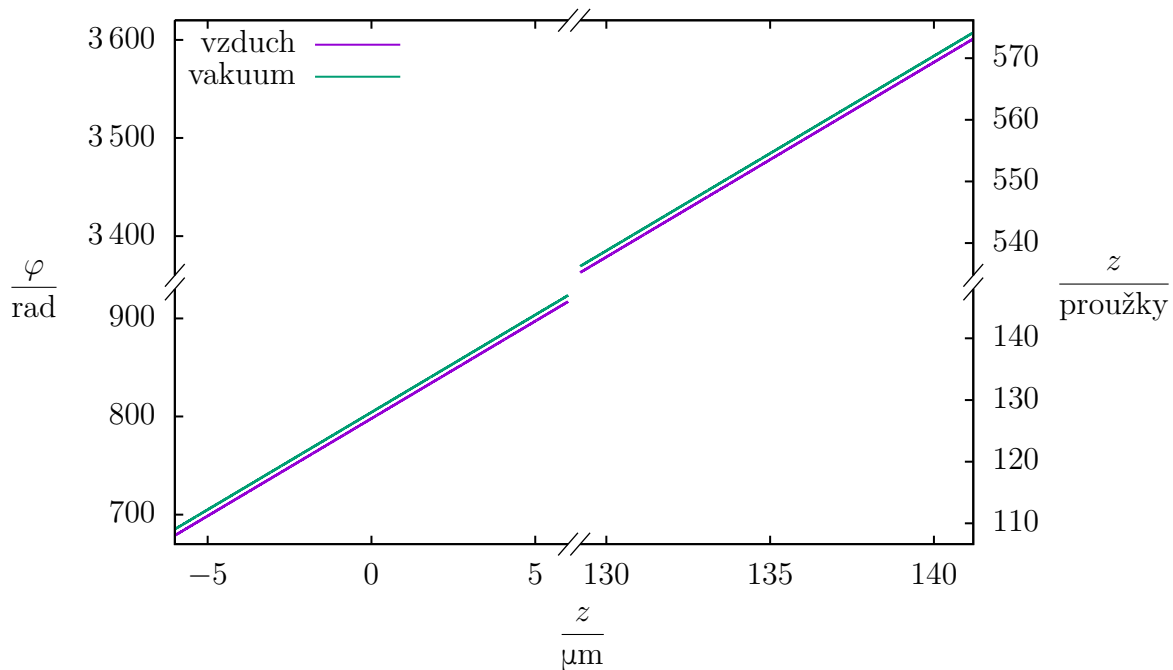
Obrázek 5.7: Simulace interferenčních signálů během měření na sestavě z obrázku 5.1 dle rovnic (5.3) a (5.4). Na sestavě naměříme dva bílé interferenční signály ($I_{\text{WLI vzduch}}$ a $I_{\text{WLI vakuum}}$) a dva laserové interferenční signály ($I_{\text{laser vzduch}}$ a $I_{\text{laser vakuum}}$). Z každé dvojice signálů je jeden naměřený v části svazku, která prochází vnější komorou kyvety (vzduchem), a jeden v části svazku, která prochází vnitřní komorou kyvety (vakuum). Simulace byla provedena pro teplotu $t = 20^\circ\text{C}$, atmosferický tlak $p = 98\text{ kPa}$, relativní vlhkost $\text{RH} = 30\%$, koncentraci CO_2 $x = 1000\text{ ppm}$ a kyvetu délky $l = 500\text{ mm}$. Pro výpočet závislosti indexu lomu vzduchu na vlnové délce ve vakuu byly použity Edlénovy rovnice. Na vodorovné ose je poloha měřicího zrcadla z (vzdálenost od vyvážené polohy interferometru), kterou však při skutečném měření neznáme.

5.3. Vyhodnocení fáze laserových signálů

Poté, co byly v kapitole 5.2 nasimulovány interferenční signály (viz obrázek 5.7), můžeme přistoupit k jejich zpracování. Prvním krokem je analýza laserových interferenčních signálů, neboť ty nám dají informaci jak o poloze měřicího zrcadla během měření, tak o fázovém posunutí vzniklém v důsledku vakua uvnitř kyvety.

Fáze laserového interferenčního signálu, tedy argument funkce kosinus ve vztahu (5.3), závisí v ideálním případě, kdy je interferometr optimálně kompenzovaný na disperzi a zrcadla v obou větvích jsou přesně kolmá na osu dopadajícího svazku, pouze na poloze měřicího zrcadla z , poloze měřicího zrcadla při vyváženém stavu interferometru z_0 a fázovém posunutí $\Delta\varphi(\lambda_{0L})$ způsobeném vyčerpáním kyvety. Jelikož z_0 je konstanta a poloha měřicího zrcadla z se pro oba interferenční signály mění stejně, rozdíl fází obou laserových interferenčních signálů je roven fázovému posunutí $\Delta\varphi(\lambda_{0L})$ způsobenému vyčerpáním kyvety, je tedy během měření konstantní. Protože však funkce kosinus je periodická s periodou 2π , získáme hodnotu $\Delta\varphi(\lambda_{0L})$ pouze modulo 2π , a tedy pouze z laserových interferenčních signálů není možné index lomu vzduchu pomocí vztahu (5.2) vypočítat.

Jelikož je rozdíl fází obou laserových interferenčních signálů konstantní, pro zjištění změny polohy měřicího zrcadla během měření můžeme použít libovolný z nich. Použijeme přitom metodu popsanou v kapitole 2.2.1 – odečteme stejnosměrnou složku signálu, pomocí Hilbertovy transformace vytvoříme analytický signál a vypočítáme jeho fázi. Jelikož zatím neznáme index lomu vzduchu, neznáme ani vlnovou délku laseru na vzduchu, a tedy změnu polohy měřicího zrcadla můžeme vyjádřit pouze v násobcích této neznámé vlnové délky. Pro názornost budeme polohu měřicího zrcadla vyjadřovat v počtu proužků v laserovém signálu, přičemž jeden proužek odpovídá posunu o polovinu vlnové délky laseru. Získáme tak závislosti na obrázku 5.8.



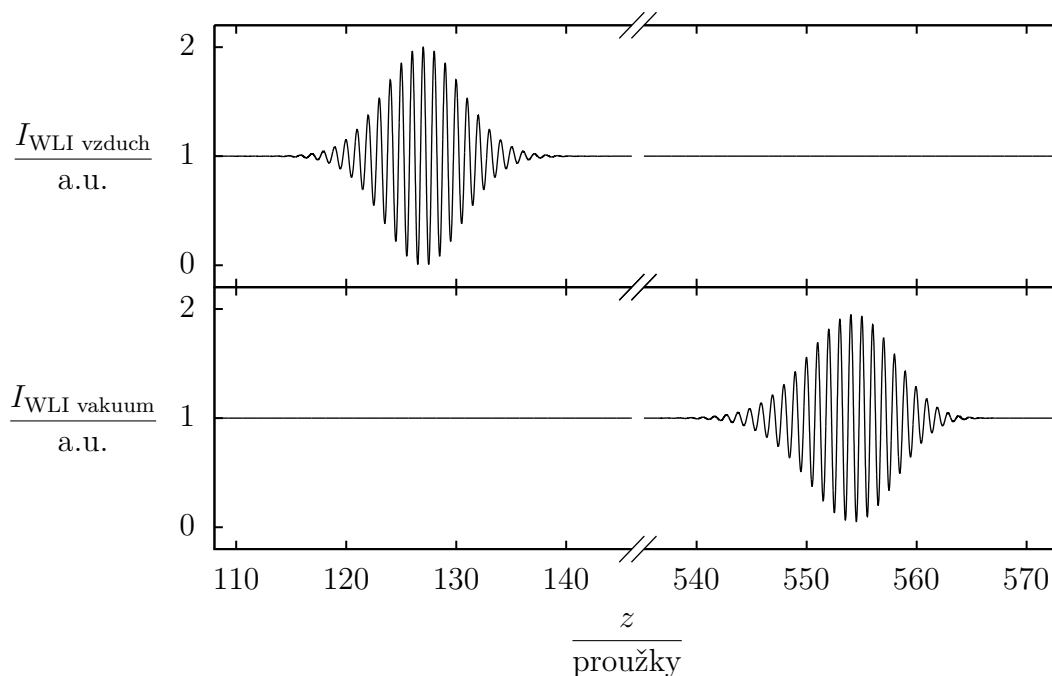
Obrázek 5.8: Fáze laserových signálů z obrázku 5.7. Fáze byly vypočítány jako argumenty analytického signálu (viz kapitola 2.2.1). Fáze byly následně rozbaleny, a tedy obě křivky mohou být posunuty o libovolný násobek 2π . Rozdíl fází signálů je konstantní a je roven fázovému posunutí $\Delta\varphi(\lambda_{0L})$ způsobenému vyčerpáním kyvety modulo 2π .

5.4. Vyhodnocení posunu bílých interferenčních proužků

V kapitole 5.3 byly vyhodnoceny laserové interferenční signály simulované v kapitole 5.2. Z fáze těchto interferenčních signálů (obrázek 5.8) můžeme pro vlnovou délku laseru určit fázové posunutí vzniklé v důsledku vyčerpání kyvety. Nalezneme je však pouze modulo 2π , a tedy nemůžeme přímo využít rovnici (5.2) k výpočtu indexu lomu vzduchu. Chybějící informaci o fázovém posunutí proto musíme získat jiným způsobem, k čemuž využijeme dva bílé interferenční signály (obrázek 5.7).

První možností, jak z naměřených dat index lomu vzduchu vypočítat, je analýza posunutí interferenčních proužků v bílých interferenčních signálech. Tato metoda je principem podobná přímé metodě popisované v kapitole 4.2.6 a publikované v [19], avšak liší se experimentálním uspořádáním a také způsobem měření polohy měřicího zrcadla (v odkazovaném článku používají komerční interferometr pro měření polohy zrcadla v metrech, v našem případě je použit laserový interferometr pro měření polohy měřicího zrcadla v násobcích neznámé vlnové délky laseru na vzduchu).

V kapitole 5.3 byla z laserových interferenčních signálů vypočítána poloha měřicího zrcadla během měření v násobcích interferenčních proužků na výstupu interferometru, viz obrázek 5.8. Využijeme jednu z naměřených závislostí na obrázku 5.8 (jelikož se liší o aditivní konstantu, nezávisí na tom, kterou zvolíme) k tomu, abychom určili polohu měřicího zrcadla během interference bílého světla, viz obrázek 5.9.



Obrázek 5.9: Bílé interferenční signály z obrázku 5.7, u kterých byla pro určení polohy měřicího zrcadla použita fáze laserových interferenčních signálů (a jí odpovídající poloha v násobcích interferenčních proužků) na obrázku 5.8.

5. ANALÝZA METODY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

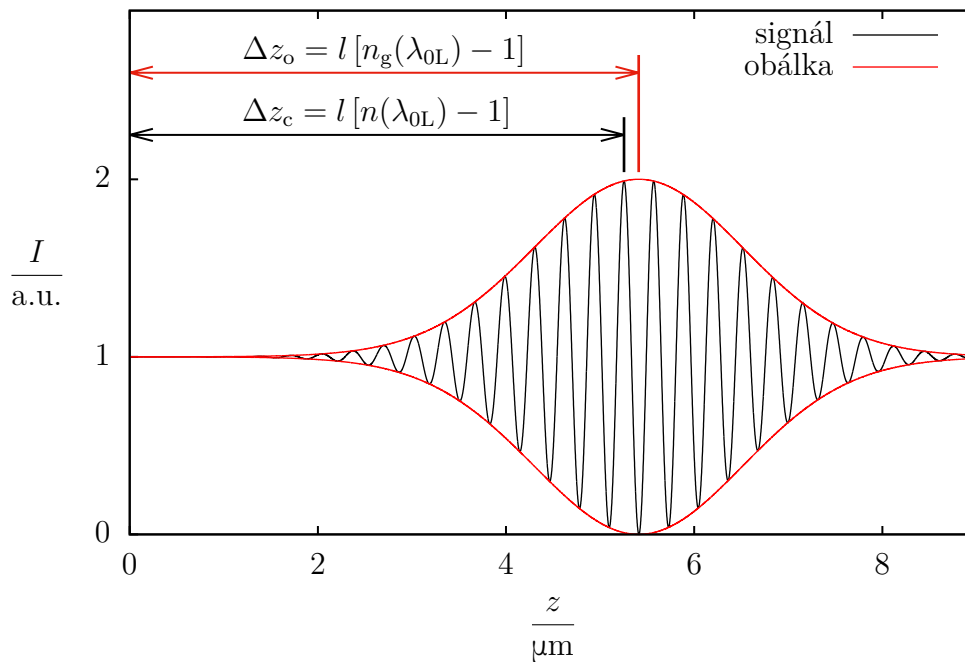
Bílý interferenční signál můžeme aproximovat jako funkci kosinus o vlnové délce odpovídající střední vlnové délce zdroje, která je modulovaná obálkou, jejíž šířka je dána koherenční délkou použitého zdroje světla (viz kapitola 3.1). Jestliže do interferometru, který je optimálně kompenzovaný na disperzi, vložíme evakuovanou kyvetu délky l , pak se funkce kosinus v interferenčním signálu posune o

$$\Delta z_c = l [n(\lambda_{0L}) - 1] , \quad (5.5)$$

zatímco obálka signálu bude posunuta o

$$\Delta z_o = l [n_g(\lambda_{0L}) - 1] , \quad (5.6)$$

viz obrázek 5.10, kde $n_g(\lambda_{0L})$ je grupový index lomu vzduchu pro vlnovou délku λ_{0L} daný rovnicí (3.7).



Obrázek 5.10: Znázornění závislosti posunu signálu a jeho obálky na indexu lomu vzduchu n a grupovém indexu lomu vzduchu n_g . Simulace byla provedena pro teplotu $t = 20^\circ\text{C}$, atmosferický tlak $p = 98\text{ kPa}$, relativní vlhkost $\text{RH} = 30\%$, koncentraci CO_2 $x = 1000\text{ ppm}$, vlnovou délku ve vakuu $\lambda_{0L} = 633\text{ nm}$ a délku kyvetu 20 mm . Jedná se o stejný signál jako na obrázku 5.11c, jde tedy o bílý interferenční signál z části svazku, která prochází vnitřní komorou kyvetu (vakuum).

Z rovnice (3.7) pro výpočet grupového indexu lomu vzduchu z fázového vidíme, že kvůli derivaci na pravé straně není možné bez další informace (například bez znalosti přibližné disperzní závislosti) jednoznačně fázový index lomu vzduchu z indexu lomu grupového vypočítat [61]. Proto v interferenčních signálech nebudeme vyhodnocovat posun obálky podle rovnice (5.6), ale posun funkce kosinus dle rovnice (5.5).

Pokud bychom dokázali naměřit posun funkce kosinus Δz_c mezi bílými interferenčními signály, mohli bychom dle rovnice (5.5) fázový index lomu vzduchu vypočítat. My však (na rozdíl od [19], kde používají komerční interferometr, který polohu měřicího zrcadla měří přímo) tuto vzdálenost z naměřených signálů dokážeme vypočítat pouze v násobcích

5.4. VYHODNOCENÍ POSUNU BÍLÝCH INTERFERENČNÍCH PROUŽKŮ

interferenčních proužků na laserovém interferometru (viz obrázek 5.9). Jeden proužek odpovídá polovině vlnové délky laseru na vzduchu, tedy $\lambda_{0L}/[2n(\lambda_{0L})]$, a tedy posun funkce kosinus můžeme vyjádřit jako

$$\Delta z_c = \frac{\Delta z_c}{\text{proužky}} \frac{\lambda_{0L}}{2n(\lambda_{0L})} = l [n(\lambda_{0L}) - 1] ,$$

odkud vyjádříme

$$n(\lambda_{0L}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + 2 \frac{\Delta z_c}{\text{proužky}} \frac{\lambda_{0L}}{l}} .$$

Jestliže z interferenčních signálů zjistíme posun středu interferenčního proužku Δz_c (neboli posun funkce kosinus), můžeme z něj tedy vypočítat index lomu vzduchu. Tento postup je však možné použít pouze za předpokladu, že střední vlnová délka použitého zdroje bílého světla je stejná jako vlnová délka laseru.

Vzhledem k tomu, že grupový index lomu vzduchu je větší než fázový index lomu (viz obrázek 4.12), obálka signálu se s rostoucí délkou kyvety l bude posouvat rychleji než funkce kosinus. Při určité délce kyvety pak může dojít k situaci, kdy obálka bude posunuta tak, že interferenční proužek bude symetrický okolo minima, viz obrázek 5.11c. V tomto případě nemůžeme jednoznačně určit maximum interferenčního signálu a pro větší délky kyvety již určíme jako střed interferenčního signálu odlišné maximum. Aby bylo možné popisovaný způsob zpracování interferenčních signálů použít, je tedy třeba určit maximální délku kyvety, pro kterou k této situaci nedojde, a tedy maximální délku kyvety, kterou můžeme pro měření využít.

Vzdálenost maxima signálu od vrcholu obálky je pro malé délky kyvety l

$$\Delta z_o - \Delta z_c = l [n_g(\lambda_{0L}) - n(\lambda_{0L})] = -l \lambda_{0L} \frac{dn(\lambda_{0L})}{d\lambda_{0L}} ,$$

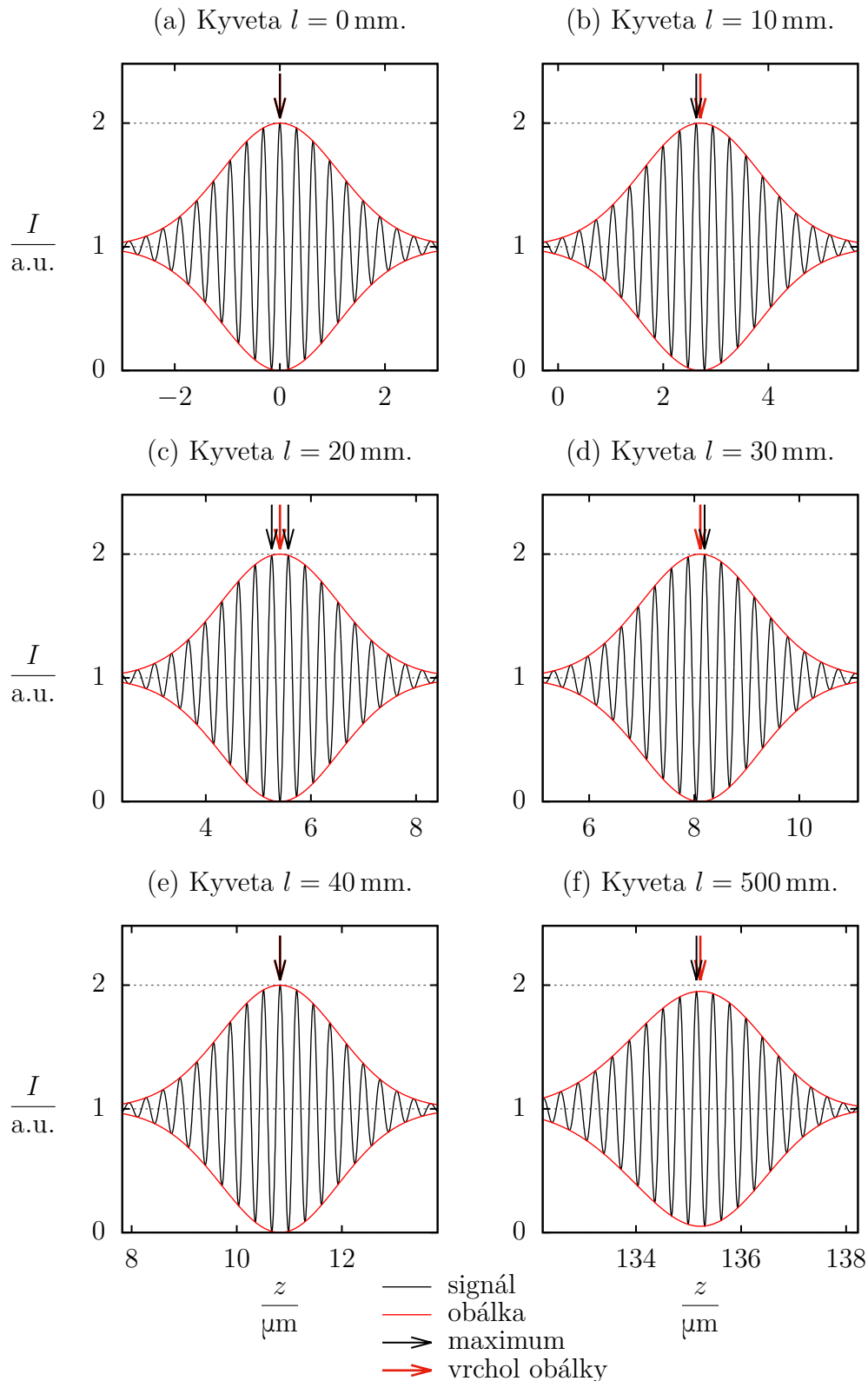
kde za grupový index lomu vzduchu n_g jsme dosadili dle rovnice (3.7). Abychom detekovali správné maximum signálu, nesmí se obálka posunout o více než polovinu vlnové délky signálu, která je rovna polovině vlnové délky zdroje λ_{0L} , tedy o $\lambda_{0L}/4$. Z této podmínky můžeme pro danou vlnovou délku λ_{0L} vyjádřit maximální délku kyvety

$$l_{\max}(\lambda_{0L}) = -\frac{1}{4 \frac{dn(\lambda_{0L})}{d\lambda_{0L}}} . \quad (5.7)$$

Maximální délka kyvety tedy závisí na indexu lomu vzduchu, a tedy na atmosférických podmínkách. Pro vlnovou délku $\lambda_{0L} = 633 \text{ nm}$, teplotu $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, atmosférický tlak $p = 98 \text{ kPa}$, relativní vlhkost $\text{RH} = 30 \%$ a koncentraci CO_2 $x = 1\,000 \text{ ppm}$ vychází $l_{\max} \doteq 20,8 \text{ mm}$, viz obrázek 5.12.

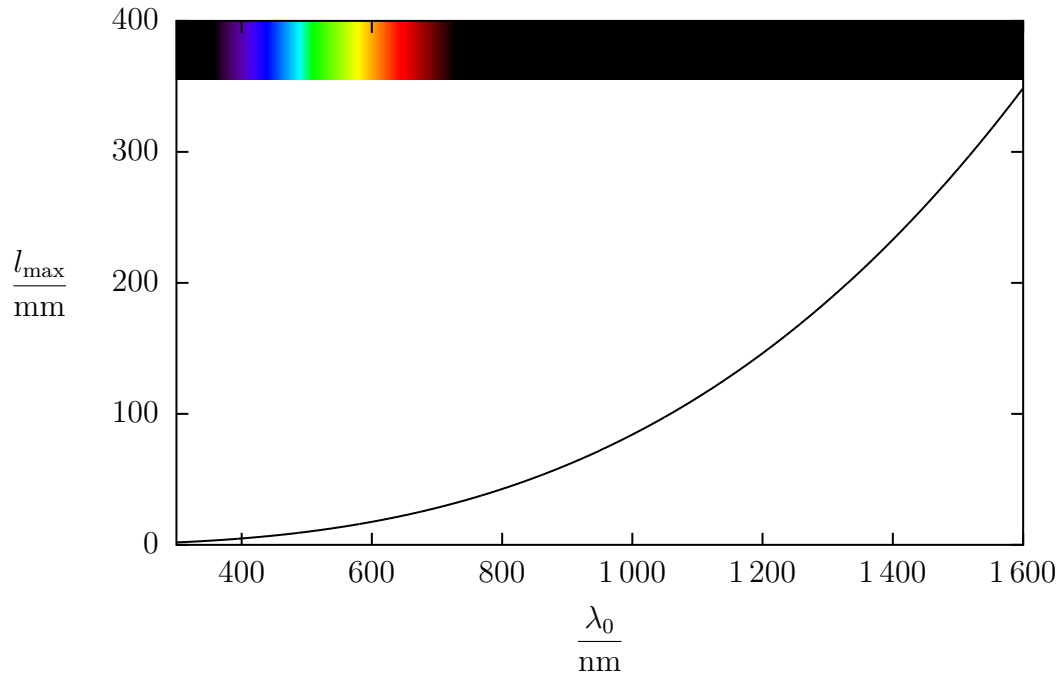
Pro ověření výpočtu maximální délky kyvety v předchozím odstavci byla provedena simulace, při které byl simulován bílý interferenční signál z části svazku, která prochází vnitřní komorou kyvety (vakuum), pro různé délky kyvety a v těchto interferenčních signálech byl hledán střed interferenčního proužku pomocí metody fitování proužku (viz kapitola 3.2.2), a to jako maximum obálky i maximum signálu, které je maximum obálky nejbližší (pro vybrané délky kyvety jsou signály a středy interferenčních proužků znázorněny na obrázku 5.11). Závislost polohy středu interferenčního proužku na délce kyvety je na obrázku 5.13. Vidíme, že při délce kyvety asi 20,8 mm dochází při detekci maxima ke skoku, což je v souladu s předchozím výpočtem.

5. ANALÝZA METODY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

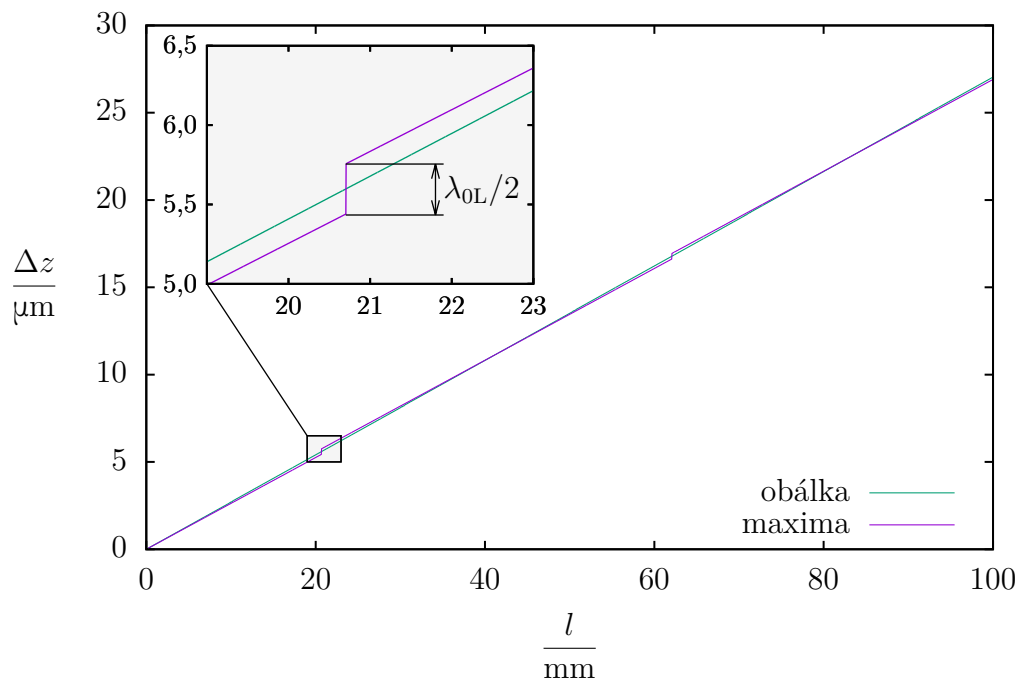


Obrázek 5.11: Bílé interferenční signály z části svazku, která prochází vnitřní komorou kyvety (vakuum) pro různé délky l evakuované kyvety v jedné z větví interferometru. Vidíme, že pro kyvetu délky 20 mm nemůžeme jednoznačně vybrat interferenční maximum, pro větší délky kyvety pak již vybíráme maximum jiné. Všimněme si také, že při délce kyvety 500 mm se snížil kontrast interferenčního signálu, což je v souladu s rovnicí (3.4).

5.4. VYHODNOCENÍ POSUNU BÍLÝCH INTERFERENČNÍCH PROUŽKŮ



Obrázek 5.12: Maximální možná délka kyvety dle rovnice (5.7) pro výpočet indexu lomu vzduchu z posunu interferenčních proužků. Simulace byla provedena pro teplotu $t = 20\text{ °C}$, atmosférický tlak $p = 98\text{ kPa}$, relativní vlhkost $RH = 30\%$, koncentraci CO_2 $x = 1000\text{ ppm}$. Pro vlnovou délku 633 nm vychází $l_{\text{max}} \doteq 20,8\text{ mm}$.



Obrázek 5.13: Závislost polohy středu interferenčního proužku v signálu naměřeném v části svazku, která prochází vnitřní komorou kyvety (vakuum), jako interferenčního maxima a maxima obálky dle metody fitování proužku pro různé délky kyvety l (viz obrázek 5.11). Závislost byla vypočítána pro teplotu $t = 20\text{ °C}$, atmosférický tlak $p = 98\text{ kPa}$, relativní vlhkost $RH = 30\%$, koncentraci CO_2 $x = 1000\text{ ppm}$ a vlnovou délku ve vakuu $\lambda_{0L} = 633\text{ nm}$. Při délce kyvety $l \doteq 20,8\text{ mm}$ (a též při $l \doteq 62,4\text{ mm}$) dochází při detekci maxima ke skoku, neboť začíná být detekováno jiné maximum (viz obrázek 5.11c).

5. ANALÝZA METODY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

Uvedené maximální délky kyvety jsou délky, při kterých je pro dané atmosferické podmínky interferenční signál symetrický kolem minima. Pro jiné atmosferické podmínky však budou signály odlišné, a tedy i maximální délka kyvety bude odlišná. Z toho důvodu je pro měření nutné, aby délka kyvety byla mnohem menší než dle obrázku 5.13.

V [19], kde byl tento princip určení indexu lomu vzduchu použit, probíhala měření na vlnových délkách 1 500 nm a 1 550 nm, přičemž byla použita kyveta délky 100 mm, což je dle obrázku 5.12 pro použité vlnové délky dostatečně krátká délka kyvety. Se zkracující se vlnovou délkou je dle obrázku 5.13 třeba volit kratší kyvetu. Dle rovnice (5.5) se pak zmenšuje posunutí středu interferenčního proužku. Při dané nejistotě detekce středu interferenčního proužku se pak zvyšuje relativní nejistota měření vzdálenosti interferenčních proužků, a tedy i nejistota měření indexu lomu vzduchu. Tato metoda je tedy vhodná pouze pro měření v infračervené oblasti, kde je chromatická disperze nižší, a tedy dle rovnice (3.7) je rozdíl grupového a fázového indexu lomu nižší (viz obrázek 4.12). Pro měření ve viditelné části spektra (kde jsou vhodné délky kyvety nejvýše řádu 10^0 mm) je tato metoda nevhodná.

5.5. Vyhodnocení závislosti fázového posunu na vlnové délce

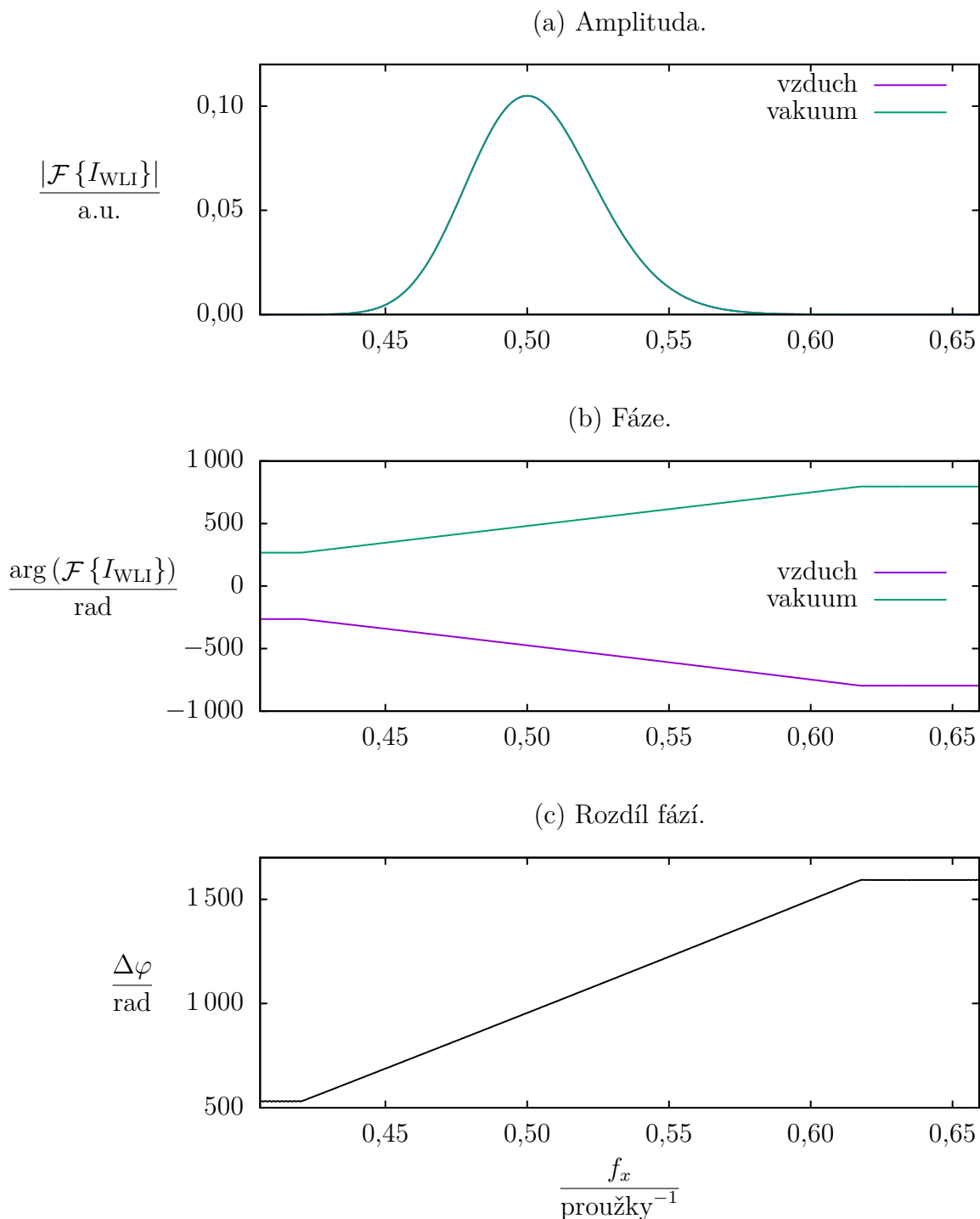
Metoda výpočtu indexu lomu vzduchu z bílých interferenčních signálů na základě posunu interferenčních proužků popsána v kapitole 5.4 klade ve viditelné části spektra velká omezení na maximální délku kyvety (viz obrázek 5.12). Navíc uvedenou metodu je možné použít pouze pro zdroje bílého světla, jejichž střední vlnová délka je shodná s vlnovou délkou laseru. Pro odstranění obou omezení byl vyvinut odlišný způsob zpracování stejných bílých interferenčních signálů, při kterém jsou signály zpracovávány nikoliv v prostorové oblasti, ale v oblasti prostorových frekvencí. Z Fourierovy transformace obou bílých interferenčních signálů je vypočítána závislost fázového posunutí mezi oběma signály na vlnové délce ve vakuu a tato je následně fitována teoretickou závislostí sestavenou na základě Edlénových či Ciddorových rovnic (viz kapitola 4.3).

5.5.1. Výpočet závislosti fázového posunu na vlnové délce

K výpočtu závislosti fázového posunu na vlnové délce využijeme Fourierovu transformaci. Jestliže vypočítáme Fourierovu transformaci obou bílých interferenčních signálů na obrázku 5.9 a výsledek rozdělíme na amplitudu a fázi (kterou rozbalíme), dostaneme závislosti na obrázcích 5.14a,b. Na vodorovné ose na tomto obrázku je prostorová frekvence. Jelikož na vodorovné ose signálů na obrázku 5.9 je jednotka proužky, prostorová frekvence je vyjádřena v jednotce proužky⁻¹. Na obrázku 5.14 jsou zobrazeny pouze kladné prostorové frekvence, které odpovídají přibližně spektru použitého zdroje bílého světla.

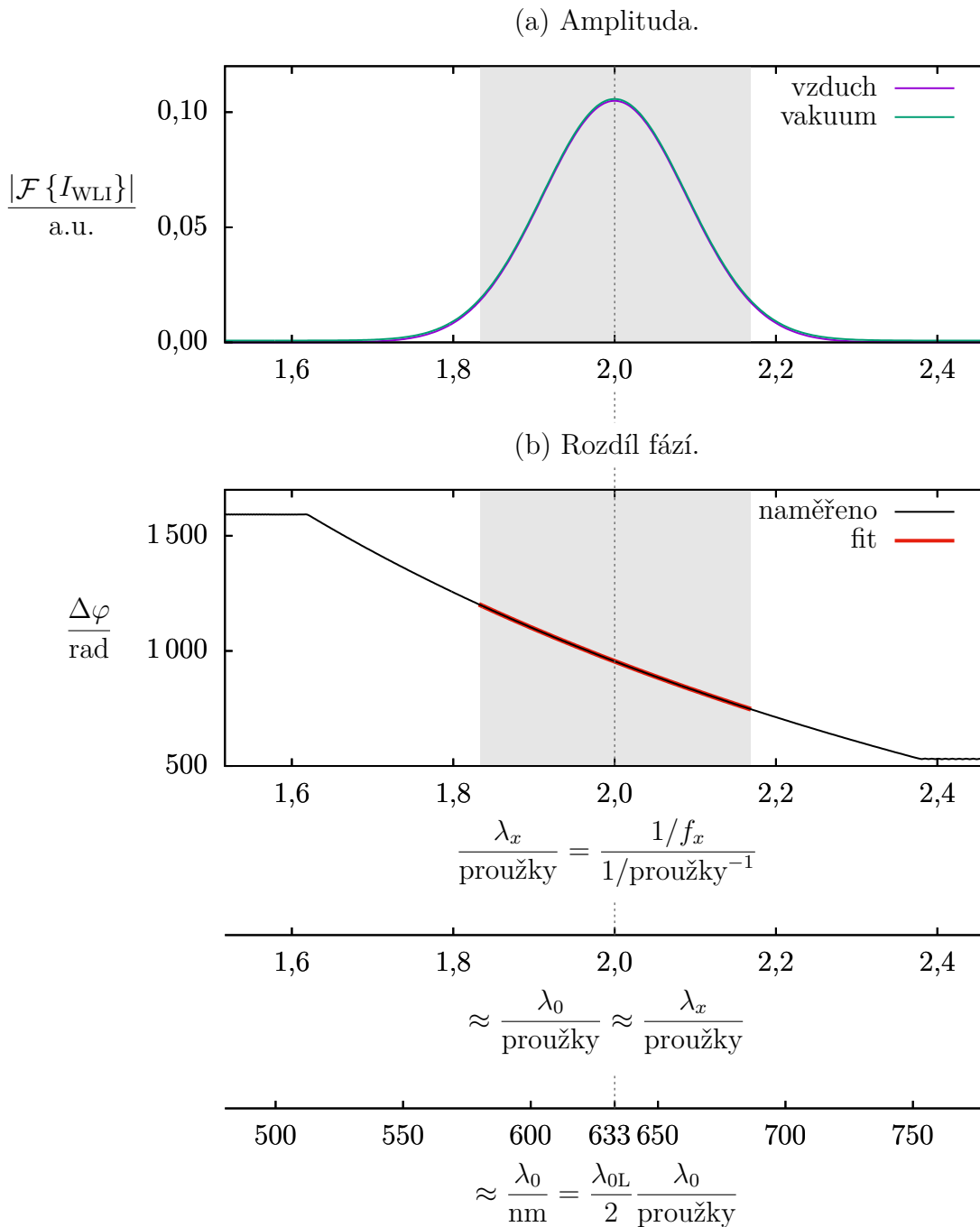
Jelikož závislosti fáze na prostorové frekvenci na obrázku 5.14b byly vypočítány pomocí Fourierovy transformace (ze které dostaneme hodnoty fáze pouze modulo 2π) a následného rozbalení, může každá z křivek na tomto obrázku být posunuta o libovolný násobek 2π . Jestliže fáze odečteme (viz obrázek 5.14c), pak i výsledná závislost fázového rozdílu na prostorové frekvenci může být posunuta o libovolný násobek 2π .

5.5. VYHODNOCENÍ ZÁVISLOSTI FÁZOVÉHO POSUNU NA VLNOVÉ DÉLCE



Obrázek 5.14: Fourierova transformace (amplituda, rozbalená fáze a rozdíl fází obou signálů) dvou bílých interferenčních signálů na obrázku 5.9. Protože na obrázku 5.9 je na vodorovné ose jednotka proužky, prostorová frekvence f_x je vyjádřena v jednotce proužky⁻¹. Křivky na obrázcích (b) a (c) mohou být posunuty o libovolný násobek 2π .

5. ANALÝZA METODY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU



Obrázek 5.15: Přepočítání závislostí na obrázku 5.14 na vlnovou délku ve vakuu. Reciproká hodnota prostorové frekvence f_x (vyjádřená v jednotce proužky^{-1}) je délka vln λ_x (vyjádřená v jednotce proužky). Protože index lomu vzduchu je pro znázorněný interval vlnových délek podobný, pak je λ_x přibližně rovna vlnové délce ve vakuu λ_0 vyjádřená v jednotce proužky, kterou můžeme přepočítat na metry díky tomu, že 2 proužky odpovídají vlnové délce laseru ve vakuu $\lambda_{0L} = 633 \text{ nm}$.

5.5. VYHODNOCENÍ ZÁVISLOSTI FÁZOVÉHO POSUNU NA VLNOVÉ DÉLCE

Pro výpočet indexu lomu vzduchu potřebujeme znát závislost fázového rozdílu mezi signály na vlnové délce ve vakuu. Pomocí Fourierovy transformace jsme vypočítali tuto závislost na prostorové frekvenci interferenčních proužků f_x (viz obrázek 5.14c). Převrácená hodnota prostorové frekvence interferenčních proužků f_x je vlnová délka interferenčních proužků λ_x . Grafy na obrázcích 5.14a,c tedy překreslíme tak, že na vodorovné ose bude převrácená hodnota prostorové frekvence, viz obrázek 5.15. Pro přepočtení vlnové délky proužků na vlnovou délku ve vakuu použijeme aproximaci, že index lomu vzduchu nezávisí na vlnové délce a je pro všechny vlnové délky zdroje bílého světla roven indexu lomu vzduchu pro vlnovou délku laseru. Pak se vlnová délka proužků rovná vlnové délce světla ve vakuu. Dále využijeme znalosti vlnové délky použitého laseru $\lambda_{0L} = 633 \text{ nm}$ a její hodnotu přiřadíme hodnotě vlnové délky interferenčních proužků 2. Toto přiřazení je přitom určeno základním rozlišením Michelsonova interferometru, kdy polovina vlnové délky zdroje odpovídá jednomu interferenčnímu proužku na výstupu interferometru. Tedy $2 \text{ proužky} = \lambda_{0L} = 633 \text{ nm}$. Celý postup přepočtu prostorové frekvence proužků na vlnovou délku ve vakuu je znázorněn na obrázku 5.15, na kterém je též patrná výsledná vypočítaná závislost fázového posunutí na vlnové délce ve vakuu. Opět připomeňme, že tato závislost může být posunuta o libovolný násobek 2π .

5.5.2. Teoretická závislost fázového posunu na vlnové délce

V kapitole 5.5.1 jsme pomocí Fourierovy transformace vypočítali z interferenčních signálů závislost fázového posunutí na vlnové délce ve vakuu (viz obrázek 5.15b), která však může být posunuta o libovolný násobek 2π . Pro výpočet indexu lomu vzduchu podle rovnice (5.2) však potřebujeme skutečnou hodnotu fázového posunutí, a tedy musíme zjistit, o jaký násobek 2π jsou vypočítané závislosti posunuty.

Vzhledem k rovnici (5.1) měříme závislost

$$\Delta\varphi_m(\lambda_0) = \frac{4\pi l}{\lambda_0} [n(\lambda_0) - 1] + \Delta\varphi_0, \quad (5.8)$$

kde $\Delta\varphi_0$ je celočíselný násobek 2π .

Jestliže do rovnice (5.8) za $n(\lambda_0)$ dosadíme teoretickou závislosti dle Edlénových rovnic (4.12)–(4.15), po úpravě můžeme závislost zapsat jako

$$\Delta\varphi_m(\lambda_0) = H_{E1}h_{E1}(\lambda_0) + H_{E2}h_{E2}(\lambda_0) + \Delta\varphi_0, \quad (5.9)$$

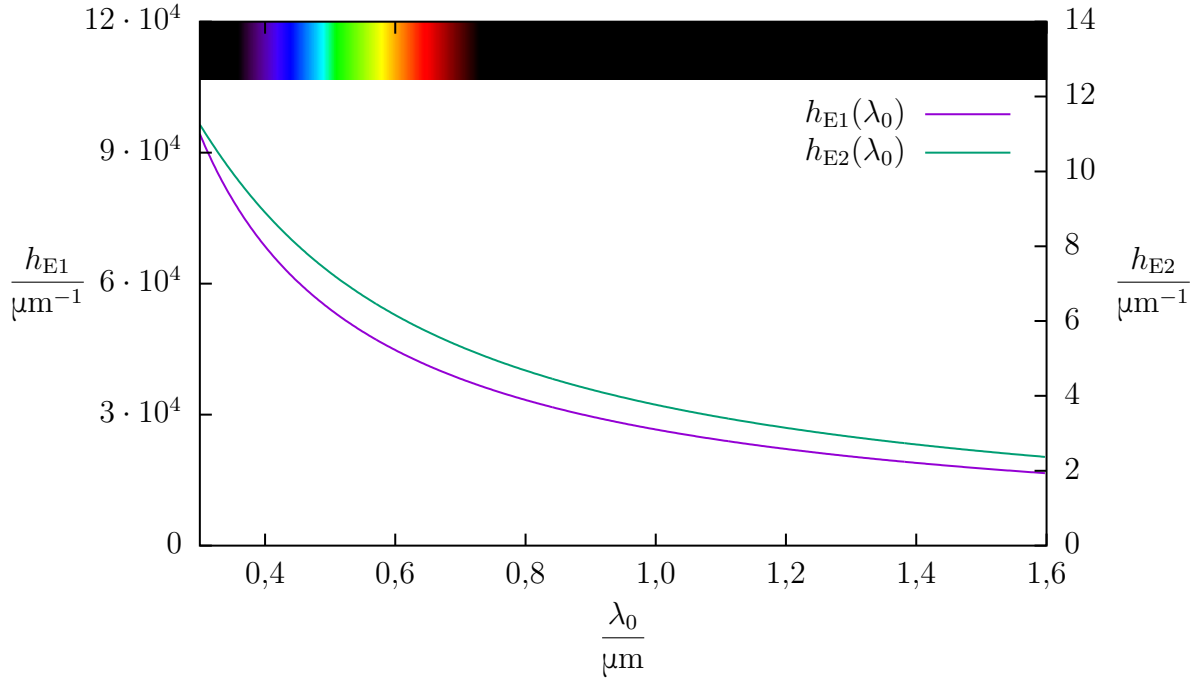
kde H_{E1} a H_{E2} jsou pro danou teplotu, tlak, parciální tlak vodní páry a koncentraci CO_2 konstanty (nezávisí tedy na vlnové délce) a funkce

$$h_{E1}(\lambda_0) = \frac{1}{\lambda_0} \left[8091,37 + \frac{2333983}{130 - \left(\frac{\lambda_0}{\mu\text{m}}\right)^{-2}} + \frac{15518}{38,9 - \left(\frac{\lambda_0}{\mu\text{m}}\right)^{-2}} \right], \quad (5.10)$$

$$h_{E2}(\lambda_0) = \frac{1}{\lambda_0} \left[3,802 - 0,0384 \cdot \left(\frac{\lambda_0}{\mu\text{m}}\right)^{-2} \right] \quad (5.11)$$

naopak závisejí pouze na vlnové délce ve vakuu λ_0 . Grafy těchto funkcí jsou na obrázku 5.16. Jelikož atmosferické podmínky neznáme, hodnoty H_{E1} a H_{E2} (a též $\Delta\varphi_0$) jsou neznámé. Výhoda tohoto zápisu je ta, že rovnice (5.9) je vzhledem k neznámým parametrům H_{E1} , H_{E2} a $\Delta\varphi_0$ lineární.

5. ANALÝZA METODY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU



Obrázek 5.16: Grafy funkcí $h_{E1}(\lambda_0)$ a $h_{E2}(\lambda_0)$ dle rovnic (5.10) a (5.11).

Funkce $h_{E2}(\lambda_0)$ v rovnici (5.9) odpovídá v Edlénových rovnicích rovnici (4.15), tedy korekci na parciální tlak vodní páry. Z obrázku 4.11c vidíme, že se index lomu vzduchu s mění se relativní vlhkostí mění jen málo, při změně relativní vlhkosti o 1 % se index lomu vzduchu změní o asi $8 \cdot 10^{-9}$. Navíc funkce $h_{E1}(\lambda_0)$ a $h_{E2}(\lambda_0)$ mají (až na multiplikativní konstantu) podobný průběh (viz obrázek 5.16). Proto aproximujeme $h_{E1}(\lambda_0) \approx H_{E3}h_{E2}(\lambda_0)$, kde H_{E3} je konstanta, čímž dostáváme

$$\Delta\varphi_m(\lambda_0) \approx H_E h_{E1}(\lambda_0) + \Delta\varphi_0, \quad (5.12)$$

kde H_E je neznámá konstanta nezávislá na vlnové délce.

Hodnotu konstanty H_E a též hodnotu $\Delta\varphi_0$ můžeme pro dané měření zjistit pomocí lineární regrese, přičemž prokládáme závislost na obrázku 5.15b pomocí funkce dané rovnicí (5.12). Poté můžeme pro vlnovou délku laseru λ_{0L} index lomu vzduchu vypočítat jako

$$n(\lambda_{0L}) = 1 + \frac{\lambda_{0L}}{4\pi l} H_E h_{E1}(\lambda_{0L}).$$

Obdobně můžeme postupovat při použití Ciddorových rovnic (4.18)–(4.28). Jestliže je dosadíme do rovnice (5.8), dostaneme

$$\Delta\varphi_m(\lambda_0) = H_{C1}h_{C1}(\lambda_0) + H_{C2}h_{C2}(\lambda_0) + \Delta\varphi_0,$$

kde H_{C1} a H_{C2} jsou opět pro danou teplotu, tlak, parciální tlak vodní páry a koncentraci CO_2 konstanty a funkce

$$h_{C1}(\lambda_0) = \frac{1}{\lambda_0} \left[\frac{5\,792\,105}{238,018\,5 - \left(\frac{\lambda_0}{\mu\text{m}}\right)^{-2}} + \frac{167\,917}{57,362 - \left(\frac{\lambda_0}{\mu\text{m}}\right)^{-2}} \right], \quad (5.13)$$

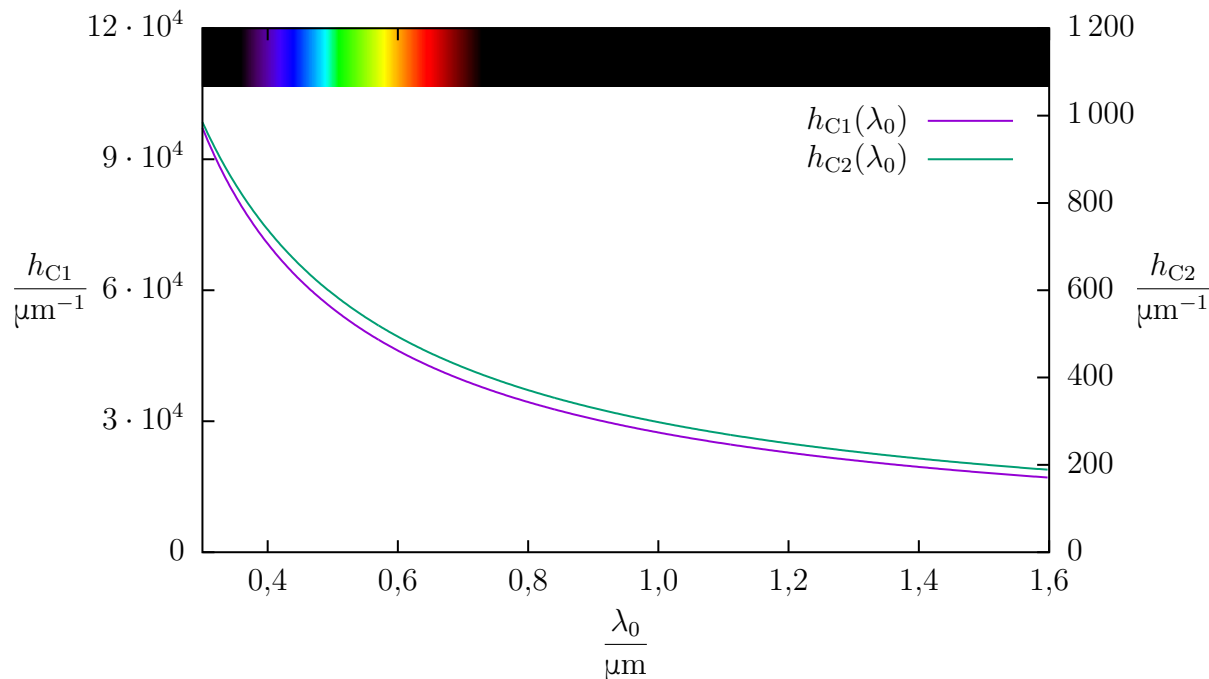
$$h_{C2}(\lambda_0) = \frac{1}{\lambda_0} \left[295,235 + 2,642\,2 \left(\frac{\lambda_0}{\mu\text{m}}\right)^{-2} - 0,032\,380 \left(\frac{\lambda_0}{\mu\text{m}}\right)^{-4} + 0,004\,028 \left(\frac{\lambda_0}{\mu\text{m}}\right)^{-6} \right] \quad (5.14)$$

5.5. VYHODNOCENÍ ZÁVISLOSTI FÁZOVÉHO POSUNU NA VLNOVÉ DÉLCE

opět závisejí pouze na vlnové délce ve vakuu λ_0 . Grafy těchto funkcí jsou na obrázku 5.17. Funkce $h_{C1}(\lambda_0)$ a $h_{C2}(\lambda_0)$ mají opět podobný průběh, po aproximaci druhé funkce funkcí první opět dostáváme obdobnou závislost

$$\Delta\varphi_m(\lambda_0) \approx H_C h_{C1}(\lambda_0) + \Delta\varphi_0, \quad (5.15)$$

kde H_C je neznámá konstanta nezávislá na vlnové délce.



Obrázek 5.17: Grafy funkcí $h_{C1}(\lambda_0)$ a $h_{C2}(\lambda_0)$ dle rovnic (5.13) a (5.14).

5.5.3. Fitování naměřeného fázového posunu

V kapitole 5.5.1 jsme pomocí Fourierovy transformace vypočítali z interferenčních signálů závislost fázového posunutí na vlnové délce ve vakuu (viz obrázek 5.15b), která však může být posunuta o libovolný násobek 2π . Abychom mohli pro danou vlnovou délku ve vakuu λ_0 zjistit skutečné fázové posunutí $\Delta\varphi(\lambda_0)$ a podle rovnice (5.2) vypočítat pro tuto vlnovou délku index lomu vzduchu, musíme zjistit, o jakou hodnotu $\Delta\varphi_0$ je naměřená závislost posunutá. Využijeme k tomu teoretické závislosti naměřené fáze na vlnové délce ve vakuu, které byly odvozeny v kapitole 5.5.2. Naměřenou závislost fitujeme závislostí teoretickou, čímž získáme hodnotu $\Delta\varphi_0$ posunutí naměřené křivky. Máme tři různé možnosti, jak regresi provést.

První způsob spočívá ve využití rovnice (5.12), resp. (5.15), a provedení lineární regrese, přičemž neznámé H_E , resp. H_C , a $\Delta\varphi_0$ mohou být reálná čísla.

Druhou možností je opět použít linearizované rovnice (5.12), resp. (5.15), ovšem omezit $\Delta\varphi_0$ pouze na celočíselné násobky 2π . Tento způsob tedy respektuje to, co bylo popsáno v kapitole 5.5.1, tedy že naměřená závislost fázového posunutí na vlnové délce ve vakuu je vzhledem ke způsobu výpočtu právě o neznámý celočíselný násobek 2π posunuta. K výpočtu mixed-integer lineární regrese (MILS – *mixed integer least squares problem*) použijeme balík MILES pro prostředí MATLAB [62].

5. ANALÝZA METODY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

Třetí možností je použití Edlénových, popř. Ciddorových rovnic v původním tvaru daném rovnicemi (4.12)–(4.16), popř. (4.18)–(4.28), tedy jako závislost nejen na vlnové délce, ale i teplotě, tlaku, parciálním tlaku vodní páry (popř. relativní vlhkosti) a koncentraci CO_2 , které dosadíme do rovnice (5.8). Hledanými parametry jsou pak teplota, tlak, parciální tlak vodní páry (popř. relativní vlhkost), koncentrace CO_2 a fázové posunutí $\Delta\varphi_0$ způsobené způsobem výpočtu fáze. Závislost je vůči čtyřem parametrům nelineární, je tedy třeba použít nelineární regresi. Konkrétně v našem případě využijeme funkci `lsqcurvefit` v prostředí MATLAB, která vyžaduje počáteční odhad hledaných parametrů.

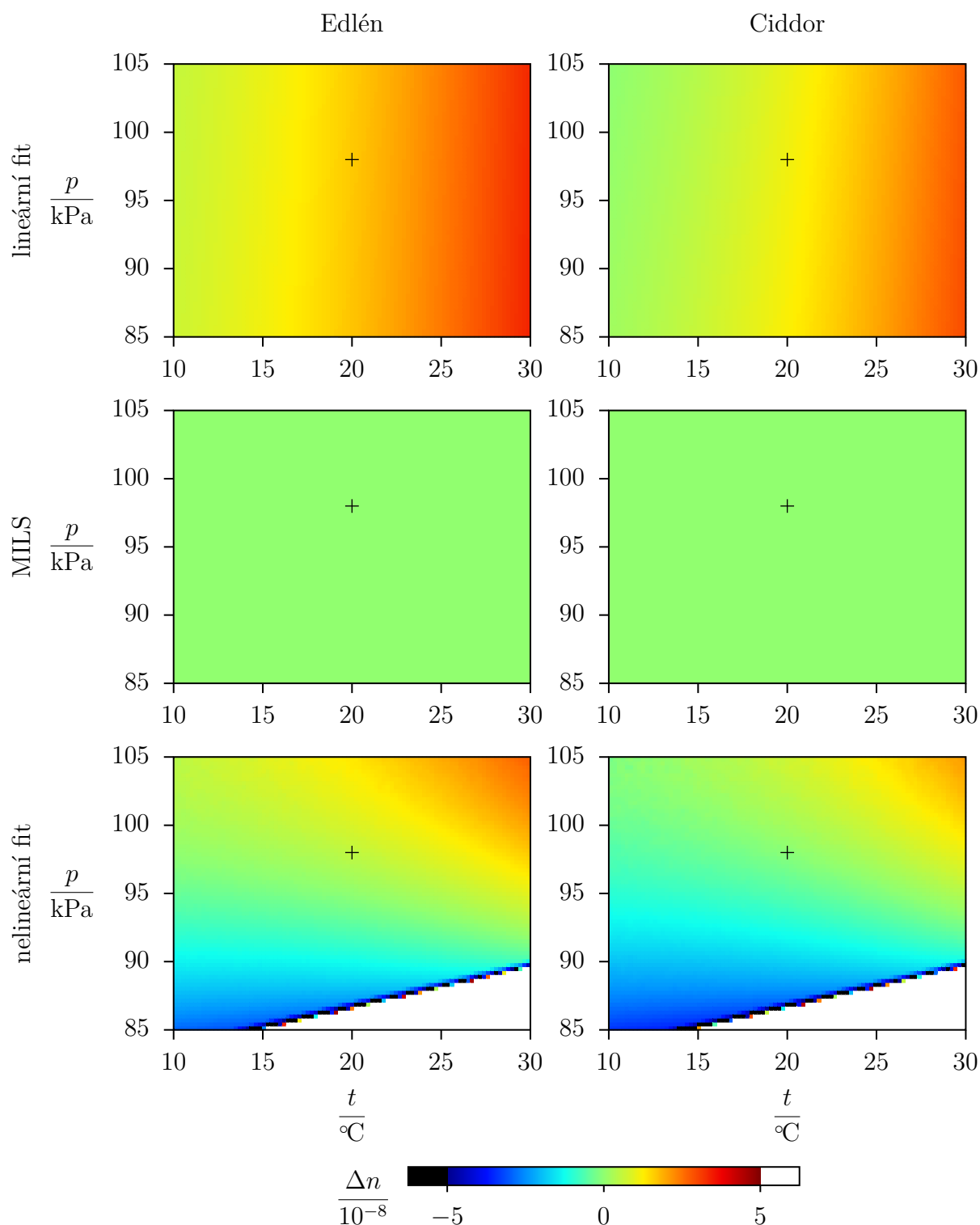
Ze skutečnosti, že je možné po dosazení Edlénových rovnic závislost fázového posunu na vlnové délce upravit na tvar daný rovnicí (5.9), ve které se počet hledaných parametrů zredukuje z pěti (teplota, tlak, relativní vlhkost, koncentrace CO_2 a fázové posunutí $\Delta\varphi_0$ dané metodou výpočtu fáze) na tři (H_{E1} , H_{E2} , $\Delta\varphi_0$), je zřejmé, že z naměřené závislosti nelze jednoznačně teplotu, tlak, relativní vlhkost a koncentraci CO_2 , které v Edlénových rovnicích vystupují, vypočítat.

U každé ze jmenovaných tří možností můžeme pro sestavení teoretické závislosti fáze na vlnové délce použít jak Edlénovy, tak Ciddorovy rovnice, celkem můžeme tedy výpočet provést šesti způsoby.

Pro ověření principu popisovaných metod fitování fáze byly podle kapitoly 5.2 nasimulovány interferenční signály pro různé teploty a tlaky vzduchu, přičemž ke generování signálů byly použity jak Edlénovy, tak Ciddorovy rovnice. Následně byly signály zpracovány popsáním způsobem a byla vypočítána závislost fázového posunutí na vlnové délce. Tato závislost byla následně fitována teoretickou závislostí, přičemž byly použity všechny tři uvedené možnosti fitování a teoretická závislost byla sestavena jak pomocí Edlénových, tak pomocí Ciddorových rovnic. Pomocí výsledku regrese pak byl vypočítán index lomu vzduchu pro vlnovou délku laseru a byl porovnán s hodnotou, pomocí které byly signály simulovány (tedy v případě simulace s využitím Edlénových rovnic byla hodnota porovnávána s hodnotou získanou právě pomocí těchto rovnic). Výsledky jsou uvedeny na obrázku 5.18 v případě signálů simulovaných s využitím Edlénových rovnic a na obrázku 5.19 s využitím Ciddorových rovnic.

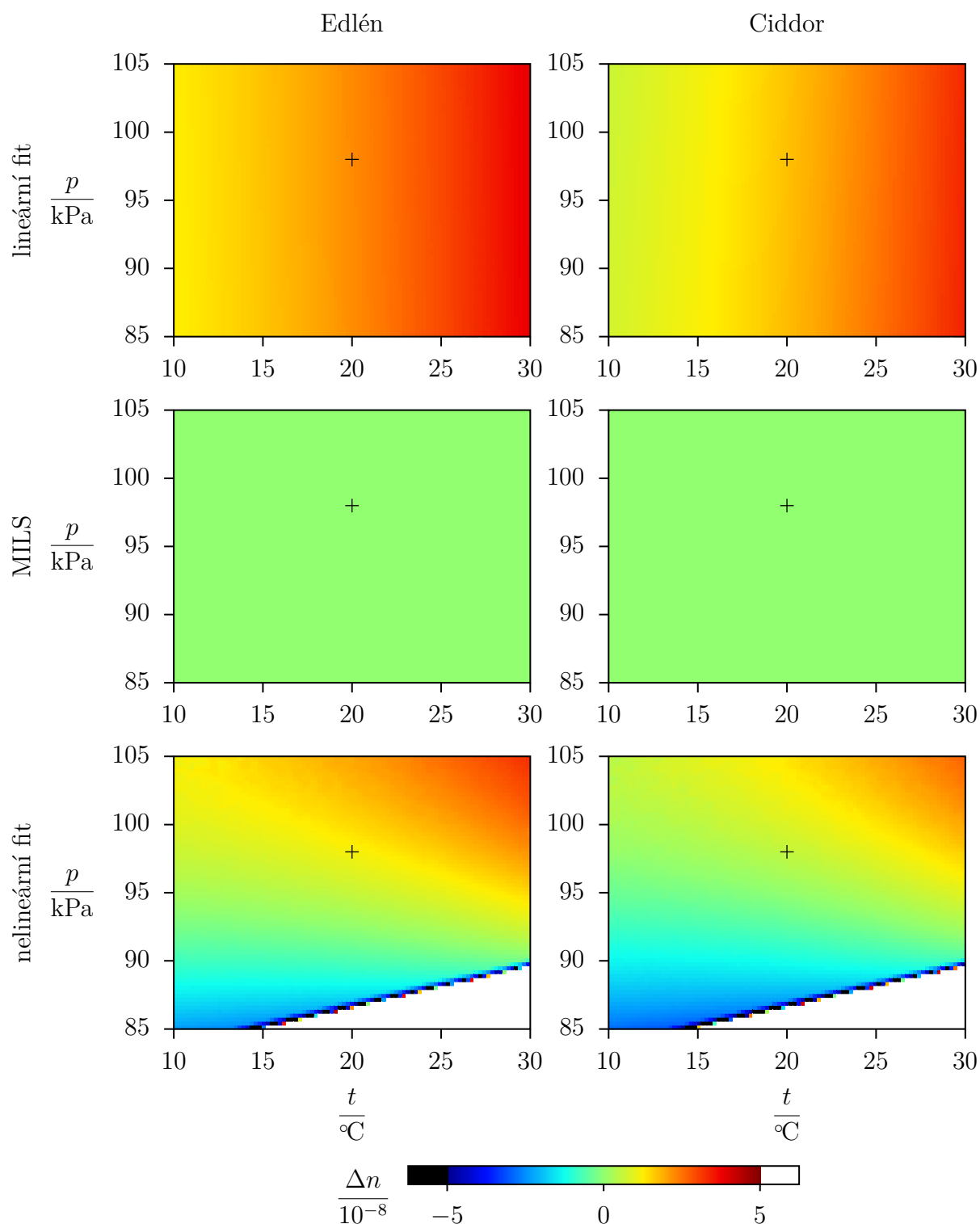
Z obrázků 5.18 a 5.19 vidíme, že v případě ideálního a optimálně nastaveného interferometru, který jsme pro simulování signálů předpokládali, je nejmenší průměrný rozdíl v případě použití metody MILS. Ta jako jediná zohledňuje skutečnost, že $\Delta\varphi_0$ v rovnici (5.12) je z principu výpočtu závislosti fázového posunutí na vlnové délce celočíselným násobkem 2π . V případě optimálně nastaveného interferometru je tedy nejvhodnější použít právě tuto metodu. Případ neoptimálně nastaveného interferometru bude diskutován dále v kapitole 5.6.

5.5. VYHODNOCENÍ ZÁVISLOSTI FÁZOVÉHO POSUNU NA VLNOVÉ DÉLCE



Obrázek 5.18: Odchylka Δn indexu lomu vzduchu vypočítaného z fitování závislosti fázového posunu na vlnové délce. Regrese byla provedena třemi způsoby, přičemž regresní funkce byla sestavena pomocí Edlénových nebo Ciddorových rovnic. Simulace byla provedena pro různé teploty t a tlaky p . Relativní vlhkost byla ve všech případech $RH = 30\%$, koncentrace CO_2 byla $x = 1000$ ppm. Jedná se o hodnoty pro vlnovou délku 633 nm. Závislost indexu lomu vzduchu na vlnové délce byla simulována pomocí Edlénových rovnic.

5. ANALÝZA METODY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU



Obrázek 5.19: Odchylka Δn indexu lomu vzduchu vypočítaného z fitování závislosti fázového posunu na vlnové délce. Regrese byla provedena třemi způsoby, přičemž regresní funkce byla sestavena pomocí Edlénových nebo Ciddorových rovnic. Simulace byla provedena pro různé teploty t a tlaky p . Relativní vlhkost byla ve všech případech $RH = 30\text{ }^\circ\text{C}$, koncentrace CO_2 byla $x = 1\ 000\ \text{ppm}$. Jedná se o hodnoty pro vlnovou délku $633\ \text{nm}$. Závislost indexu lomu vzduchu na vlnové délce byla simulována pomocí Ciddorových rovnic.

5.5.4. Zahrnutí fáze laserových interferenčních signálů

Index lomu vzduchu vypočítaný z naměřených signálů v kapitole 5.5.3 zohledňoval pouze fázový posun mezi bílými interferenčními signály, který byl vypočítán pomocí Fourierovy transformace a fitování teoretickou závislostí. Fázový posun však dokážeme zjistit i ze dvou laserových interferenčních signálů, viz kapitola 5.3 a obrázek 5.8.

Vzhledem k tomu, že při vyhodnocování bílých interferenčních signálů závisí výsledná hodnota na metodě použité při regresi (viz obrázky 5.18 a 5.19), dá se očekávat, že fázový rozdíl získaný z laserových interferenčních signálů bude přesnější. Bohužel je však znám pouze modulo 2π .

Pro určení fázového posunutí proto použijeme obě informace – jak informaci o přibližném fázovém posunutí z bílých interferenčních signálů $\Delta\varphi_{\text{WLI}}(\lambda_{0\text{L}})$, tak přesnější informaci o fázovém posunutí mezi laserovými interferenčními signály $\Delta\varphi_{\text{L}}(\lambda_{0\text{L}})$, které známe jen modulo 2π . Vezmeme tedy takovou hodnotu $\Delta\varphi(\lambda_{0\text{L}})$, že

$$\Delta\varphi(\lambda_{0\text{L}}) \bmod 2\pi = \Delta\varphi_{\text{L}}(\lambda_{0\text{L}}) \bmod 2\pi \quad (5.16)$$

a zároveň

$$|\Delta\varphi(\lambda_{0\text{L}}) - \Delta\varphi_{\text{WLI}}(\lambda_{0\text{L}})| \quad (5.17)$$

je minimální. Jedná se tedy o takovou hodnotu, která je nejbližší hodnotě získané z bílých interferenčních signálů, jejíž zbytek po dělení 2π dává stejný výsledek jako v případě hodnoty získané z laserových interferenčních signálů. Index lomu vzduchu pak z hodnoty $\Delta\varphi(\lambda_{0\text{L}})$ vypočítáme dle vztahu (5.2).

Aby bylo možné využít popsaný postup, je nutné, aby odhad fázového rozdílu z analýzy bílých interferenčních signálů byl dostatečně přesný. Vzhledem k rovnicím (5.16) a (5.17) je třeba, aby přesnost odhadu fázového rozdílu byla lepší než π , v opačném případě při aplikaci popsaného postupu je vybrána chybná hodnota fázového rozdílu. Pro kyvetu délky $l = 500 \text{ mm}$ a vlnovou délku $\lambda_{0\text{L}} = 633 \text{ nm}$ to dle rovnice (5.2) znamená, že index lomu vzduchu musí být z analýzy bílých interferenčních signálů určen s menší nejistotou než asi $3 \cdot 10^{-7}$. To bylo při analýze, která počítala s optimálně nastaveným interferometrem kompenzovaným na disperzi, splněno vždy, viz obrázky 5.18 a 5.19.

5.6. Vliv interferometru na výsledky měření

Dosud jsme uvažovali, že je interferometr optimálně kompenzovaný na disperzi, všechny optické prvky jsou dokonalé a měřicí i referenční zrcadla jsou přesně kolmá na svazek. Výsledky měření na skutečném interferometru však mohou být odchylkami od tohoto ideálního stavu ovlivněny. V této kapitole je diskutován vliv těchto odchylek na naměřené hodnoty, a jsou tak stanoveny limity nové metody pro měření indexu lomu vzduchu.

5.6.1. Vliv neoptimální kompenzace disperze

V interferometrii nízké koherence požadujeme, aby byl interferometr kompenzovaný na disperzi (viz kapitola 3.1). Nastavit správně kompenzační desku však může být obtížné, zejména v případě klínových optických komponent [2]. Je tedy třeba se zabývat vlivem kompenzace disperze na výsledky měření indexu lomu vzduchu.

Předpokládáme nejprve, že v sestavě na obrázku 5.1 jsou všechny optické prvky plan-paralelní a dokonale rovinné. Pak k neoptimální kompenzaci disperze může dojít ze tří důvodů:

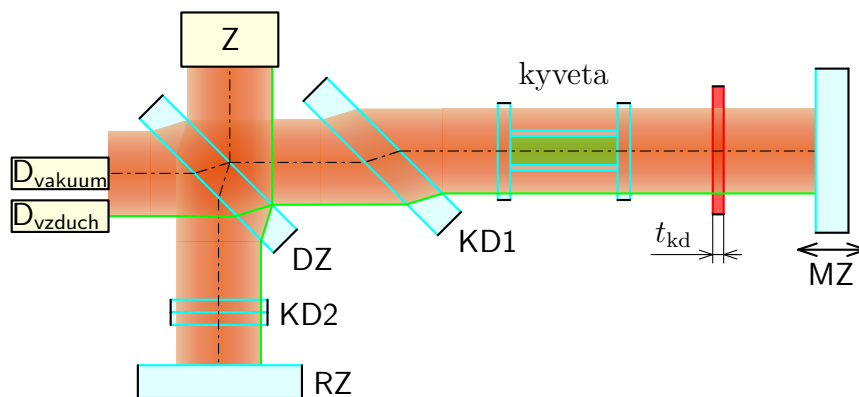
5. ANALÝZA METODY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

- Svazek v měřicí větvi interferometru neprochází v kompenzační desce KD1 stejnou tloušťkou skla jako svazek v referenční větvi v děliči DZ.
- Svazek v měřicí větvi interferometru neprochází v okénkách kyvety stejnou tloušťkou skla jako svazek v referenční větvi kompenzačními deskami KD2.
- Měřicí a referenční zrcadlo nejsou vyrobeny ze stejného materiálu. Při odrazu od zrcadel dochází ke změně fáze, která závisí na vlnové délce a materiálu zrcadla [22], disperze tedy nebude kompenzována i v případě, že obě zrcadla nejsou vyrobená ze stejného materiálu [23, 63]. Jelikož materiál zrcadel můžeme volit v obou větvích interferometru stejný, tento případ nebudeme nyní diskutovat.

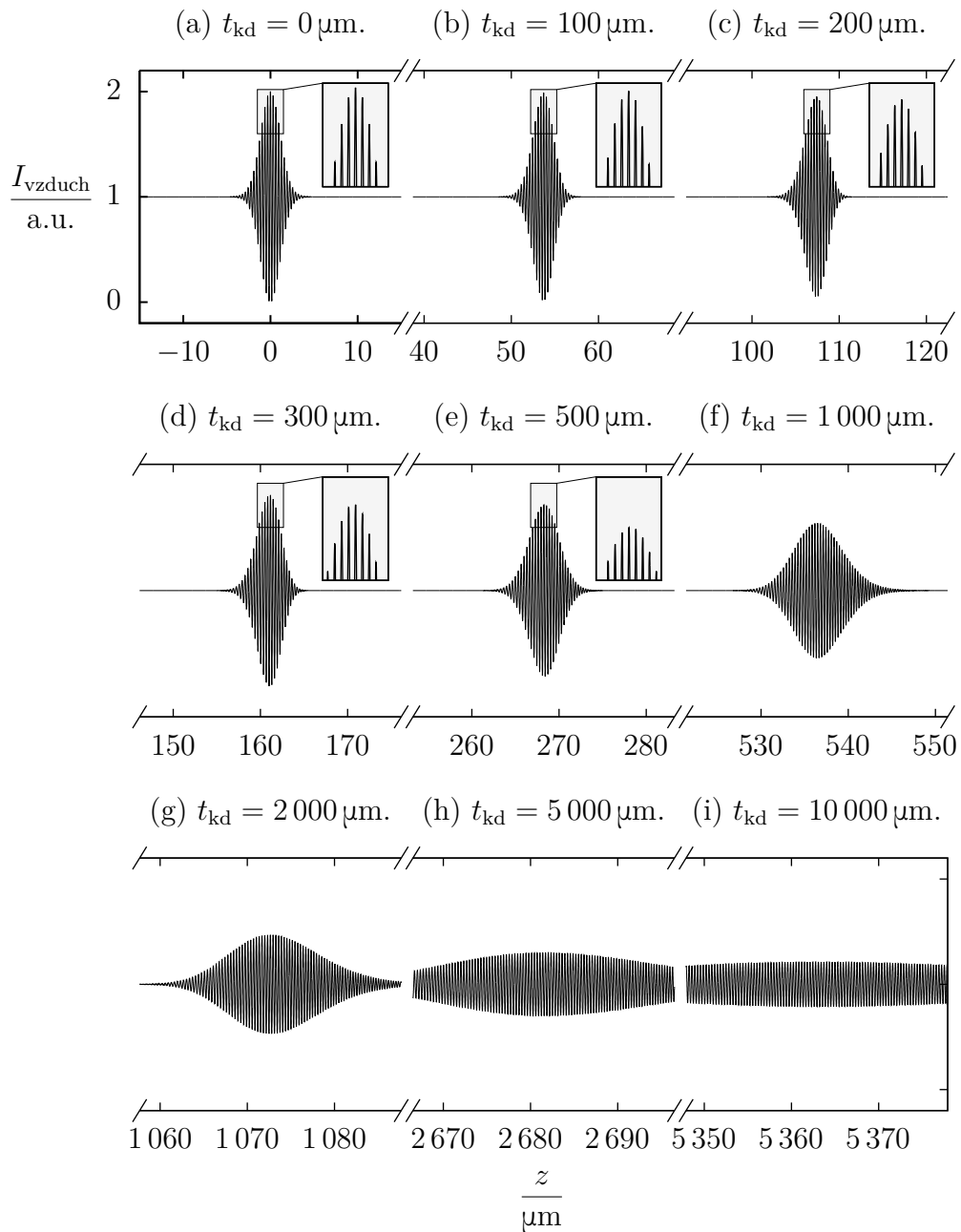
Jestliže dělič (a tedy i kompenzační deska KD1) a okénka kyvety (a tedy i kompenzační desky KD2) jsou vyrobeny ze stejného materiálu, pak je možné i kombinací chybného natočení kompenzační desky KD1 a kompenzačních desek KD2 dosáhnout optimální kompenzace disperze, tedy stavu, kdy tloušťky skla v obou větvích interferometru jsou totožné.

Ve všech třech uvedených případech dochází k fázovému posunutí interferenčních signálů, které je závislé na vlnové délce. Jelikož však předpokládáme dokonale planparalelní a rovinné optické prvky, dodatečné fázové posunutí je stejné ve všech signálech. Nová metoda pro měření indexu lomu vzduchu fázové posunutí počítá jako rozdíl fází dvou signálů (viz například obrázek 5.14), a tedy v případě, kdy dokážeme správně vypočítat fáze obou signálů, jakékoliv dodatečné fázové posunutí, které je shodné u obou signálů, bude odečteno a nebude ovlivňovat výsledky měření.

Abychom mohli určit maximální možnou odchylku od optimální kompenzace disperze, byla provedena simulace interferenčních signálů během měření (signály pro ideální interferometr jsou na obrázku 5.7), která předpokládala, že do jedné z větví interferometru umístíme planparalelní skleněnou desku tloušťky t_{kd} ze skla BK7 (v případě, kdy je tloušťka t_{kd} uvedena jako záporná, jedná se o desku kladné tloušťky v druhé větvi interferometru), viz obrázek 5.20. To simuluje situaci, kdy neoptimálně natočíme jednu z kompenzačních desek v sestavě na obrázku 5.1. Délka interferenčních signálů pro simulaci byla vždy zvolena taková, že střed interferenčního proužku se v jednom ze signálů nacházel přesně ve třetině signálu a střed interferenčního proužku ve druhém signálu se nacházel ve dvou třetinách signálu. Vzdálenost mezi interferenčními proužky tedy byla rovna třetině délky celého interferenčního signálu.



Obrázek 5.20: Sestava z obrázku 5.1, kde do měřicí větve ideálně nastaveného interferometru kompenzovaného na disperzi byla vložena tenká skleněná planparalelní deska tloušťky t_{kd} , která způsobí neoptimální kompenzaci disperze. Z – zdroj světla, D_{vzduch} , D_{vakuum} – fotodetektory ve dvou částech svazku, DZ – dělič, MZ – měřicí zrcadlo, RZ – referenční zrcadlo, KD1, KD2 – kompenzační desky.



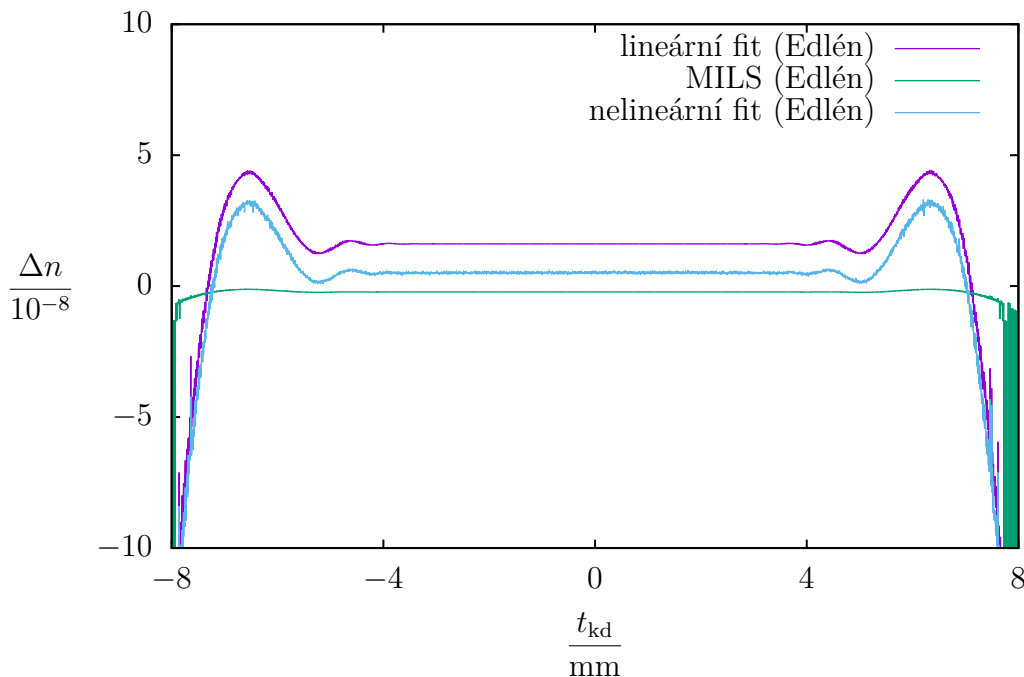
Obrázek 5.21: Interferenční proužky z části svazku, která prochází vnější komorou kyvety (vzduchem) pro různé dodatečné tloušťky kompenzační desky t_{kd} v jedné z větví interferometru (viz obrázek 5.20). Se zvyšující se tloušťkou kompenzační desky (a tedy při méně optimální kompenzaci disperze) dochází k posunu interferenčního proužku, jeho rozšiřování a snížení viditelnosti, což je v souladu s rovnicí (3.4).

5. ANALÝZA METODY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

Ukázka bílých interferenčních signálů z části svazku, která prochází v kyvetě vzduchem, je pro různé tloušťky kompenzační desky na obrázku 5.21. Vidíme, že s rostoucí tloušťkou kompenzační desky se interferenční proužky posouvají, rozšiřují a dochází ke snížení jejich kontrastu. To je v souladu s kapitolou 3.1. Fázový index lomu skla BK7 pro vlnovou délku 633 nm $n_{\text{BK7}} = 1,515$ se liší od grupového $n_{\text{g,BK7}} = 1,537$, a tedy v případě neoptimální kompenzace disperze nebude obecně interferenční proužek symetrický, viz obrázek 5.10. Z obrázku 5.10 je zřejmé, že pro tloušťku kompenzační desky $t_{\text{kd}} = 100 \mu\text{m}$ by posunutí obálky interferenčního proužku mělo být asi $54 \mu\text{m}$, což je v souladu s obrázkem 5.21b. Je zřejmé, že kvůli snížení kontrastu interferenčních proužků v případě neoptimální kompenzace disperze je vhodné disperzi kompenzovat.

Simulované signály byly zpracovány způsobem popsáním v kapitole 5.5, přičemž index lomu vzduchu byl určen pouze pomocí bílých interferenčních signálů, rozdíl fáze laserových interferenčních signálů nebyl brán v potaz. Výsledky jsou uvedeny na obrázku 5.22. Vidíme, že do tloušťky asi 4 mm (v kterékoliv větvi interferometru) jsou závislosti přibližně konstantní. V tomto intervalu jsou jednotlivé křivky rovny vyznačeným hodnotám v prvním sloupci na obrázku 5.18.

V případě planparalelních optických komponent a optimálně nastavených zrcadel interferometru je fázový rozdíl mezi laserovými interferenčními signály dán pouze rozdílným prostředím uvnitř a vně kyvety. Neoptimální kompenzace disperze tedy tento fázový rozdíl nezmění. Pokud vezmeme v úvahu nejen bílé interferenční signály, ale i fázový rozdíl mezi laserovými interferenčními signály, pak malá neoptimálnost v kompenzaci disperze (jestliže z bílých interferenčních signálů dokážeme správně vypočítat fázi, viz obrázek 5.22) nemá na provedená měření žádný vliv.



Obrázek 5.22: Rozdíl naměřeného indexu lomu vzduchu a hodnoty, s pomocí které byly simulovány signály, na dodatečné tloušťce kompenzační desky t_{kd} v jedné větvi interferometru (viz obrázek 5.20). Záporná tloušťka desky znamená desku kladné tloušťky v druhé větvi interferometru. Simulace byla provedena pro teplotu $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, atmosférický tlak $p = 98 \text{ kPa}$, relativní vlhkost $\text{RH} = 30 \%$, koncentraci CO_2 $x = 1000 \text{ ppm}$, kyvetu délky $l = 500 \text{ mm}$ a vlnovou délku ve vakuu $\lambda_{0\text{L}} = 633 \text{ nm}$.

5.6.2. Vliv klínovitosti optických komponent

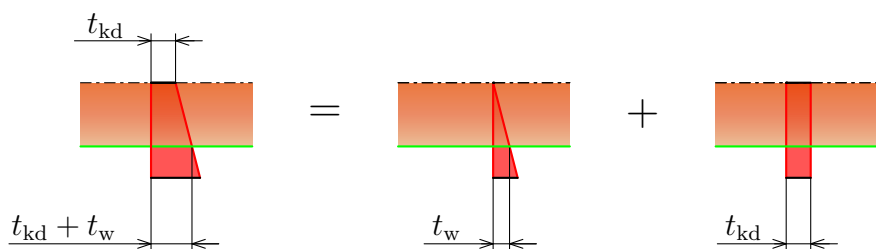
V kapitole 5.6.1 jsme předpokládali planoparalelní optické komponenty. Zabývejme se nyní otázkou vlivu klínovitosti optických komponent na výsledky měření indexu lomu vzduchu.

Předpokládáme, že všechny optické komponenty, kterými svazek prochází (dělič, kompenzační desky i okénka kyvety), jsou vyrobeny ze stejného skla. Jelikož součtem (resp. rozdílem) dvou lineárních funkcí dvou proměnných je opět lineární funkce dvou proměnných, případ, kdy více optických prvků je klínových, můžeme popsat tak, že všechny optické komponenty jsou planoparalelní a do jedné větve interferometru vložíme navíc klín, jehož klínovitost a orientace závisí na klínovitosti a orientaci všech původních klínových komponent.

Mějme ideální Michelsonův interferometr s širokým svazkem, jehož obě zrcadla jsou přesně kolmá na osu svazku, a tedy interferometr je pro všechny vlnové délky nastaven na nekonečnou šířku interferenčního proužku (na výstupu interferometru tedy nevidíme žádné interferenční proužky). Jestliže nyní přidáme do jedné větve interferometru tenký skleněný klín, způsobíme tím různé fázové zpoždění v různých částech svazku a na výstupu interferometru uvidíme rovné interferenční proužky. Aby interferometr byl nastaven pro vlnovou délku laseru na nekonečnou šířku interferenčního proužku, musíme natočit jedno ze zrcadel interferometru. Tím příslušnou větev interferometru prodloužíme o vzduchový klín tak, že fázové zpoždění způsobené tímto klínem je opačné než fázové zpoždění způsobené skleněným klínem. V praxi vždy interferometr nastavujeme pro vlnovou délku laseru na nekonečnou šířku interferenčního proužku, a tedy v případě, že některé optické komponenty jsou klínové (ať již záměrně či jde o nedokonalost), nemusí být obě zrcadla přesně kolmá na osu dopadajícího svazku.

Interferenční signály během měření měříme pomocí fotodetektorů ve dvou různých místech svazku. Budeme předpokládat, že fotodetektory pro detekci interference bílého světla jsou umístěny přesně ve stejných místech jako fotodetektory pro detekci interference laserového záření. Dále budeme předpokládat, že fázové posunutí je na ploše fotodetektoru konstantní. Fázové posunutí pro danou vlnovou délku je tedy v dané části svazku stejné na obou fotodetektorech (jak pro detekci interference bílého světla, tak pro detekci interference laserového záření).

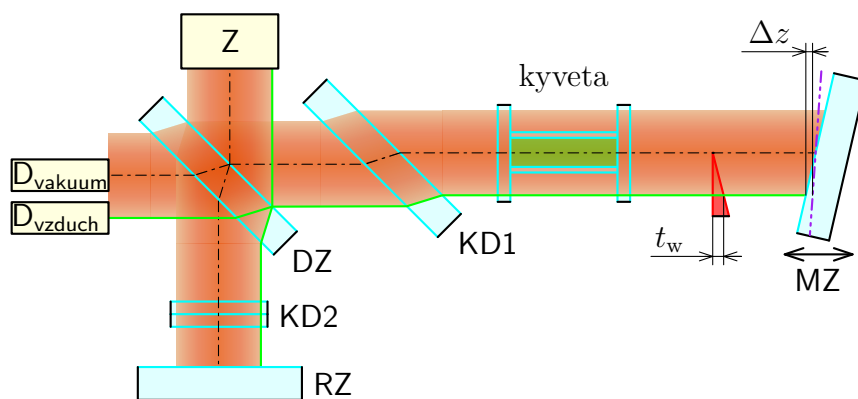
Uvažujme pouze situaci, kdy je klín v jedné z větví interferometru umístěn tak, že pro jeden z dvojice signálů (v části svazku procházející vzduchem nebo částí svazku procházející vakuem) způsobí přesně nulové fázové posunutí, jeho tloušťka v příslušné části svazku je tedy nulová. Všechny ostatní případy si pak můžeme představit jako kombinaci tohoto a vložení planoparalelní desky do svazku (viz obrázek 5.23), což bylo diskutováno v kapitole 5.6.1.



Obrázek 5.23: Vložení klínu, který má na ose svazku nenulovou tloušťku, si můžeme představit jako kombinaci vložení klínu s nulovou tloušťkou na ose svazku a planoparalelní desky.

5. ANALÝZA METODY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

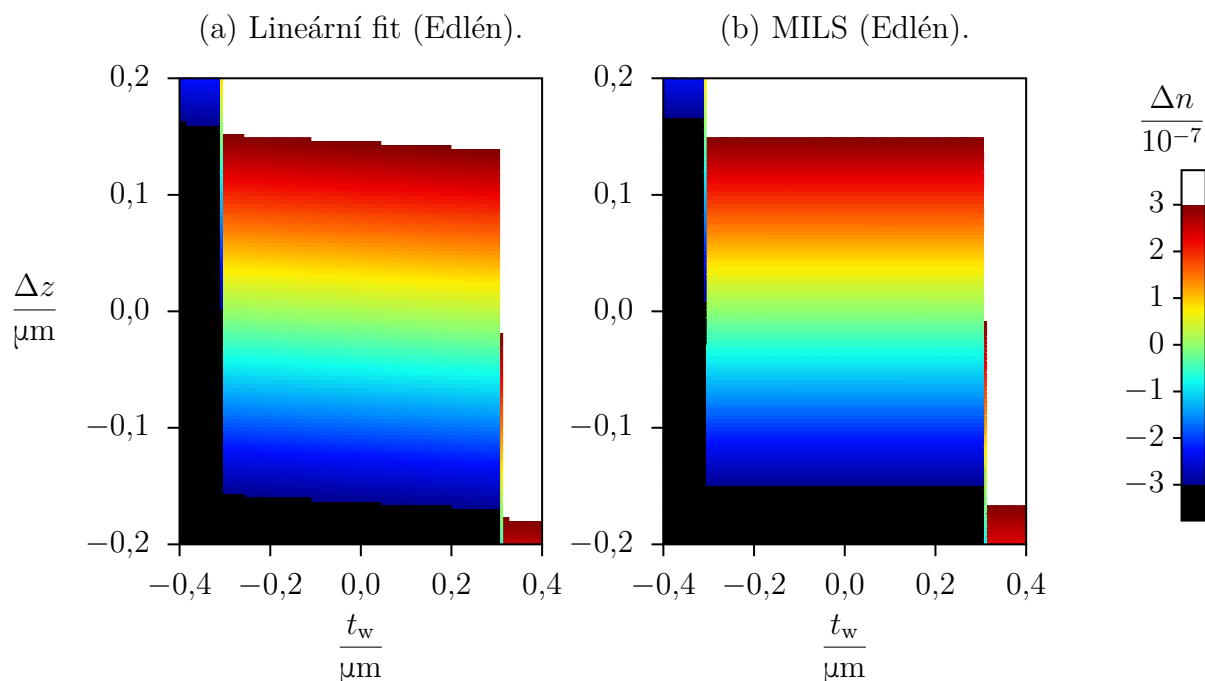
Pro zhodnocení vlivu klínovitosti optických komponent byla provedena simulace, při které byly uvažovány různé úhly klínů vložené do jedné z větví interferometru, viz obrázek 5.24. Protože pro výsledky není důležitý samotný úhel klínu, ale rozdíl tloušťky t_w ve dvou místech odpovídajících polohám detektorů ve svazku, jsou výsledky na obrázku 5.25 uvedeny právě v závislosti na tomto rozdílu. Během simulace se kromě úhlu klínu měnil též náklon jednoho ze zrcadel interferometru, který je vyjádřen pomocí rozdílu délky Δz větve interferometru v místě jednoho fotodetektoru vůči místu druhého fotodetektoru, a to oproti situaci, kdy je interferometr nastaven na nekonečnou šířku interferenčního proužku. Při simulaci bylo uvažováno sklo BK7. Délka interferenčních signálů pro simulaci byla vždy zvolena taková, že střed interferenčního proužku se v jednom ze signálů nacházel přesně ve třetině signálu a střed interferenčního proužku ve druhém signálu se nacházel ve dvou třetinách signálu. Vzdálenost mezi interferenčními proužky tedy byla rovna třetině délky celého interferenčního signálu.



Obrázek 5.24: Sestava z obrázku 5.1, kde do měřicí větve ideálně nastaveného interferometru kompenzovaného na disperzi byl vložen tenký skleněný klín tak, že v místě svazku, které odpovídá poloze jednoho z fotodetektorů, je tloušťka klínu nulová, v místě, které odpovídá poloze druhého z fotodetektorů, je tloušťka rovna t_w . Fialovou čarou je naznačeno natočení měřicího zrcadla, při kterém je interferometr pro vlnovou délku laseru nastaven na nekonečnou šířku interferenčního proužku. Odchylka od tohoto natočení je Δz . Z – zdroj světla, D_{vzduch} , D_{vakuum} – fotodetektory ve dvou částech svazku, DZ – dělič, MZ – měřicí zrcadlo, RZ – referenční zrcadlo, KD1, KD2 – kompenzační desky.

Z obrázku 5.25 vidíme, že pro malé klínovitosti je při použití metody MILS pro interferometr nastavený pro vlnovou délku laseru na nekonečnou šířku interferenčního proužku ($\Delta z = 0$) odchylka nulová. V případě lineárního fitu (a i v případě nelineárního fitu, pro který má závislost stejný charakter jako pro lineární fit), kdy fázové posunutí $\Delta\varphi_0$ může být libovolné reálné číslo (viz kapitola 5.5.3), je v případě nenulové klínovitosti odchylka nenulová i pro optimálně nastavená zrcadla interferometru.

Vezměme nyní v úvahu nejen bílé interferenční signály, ale i rozdíl fáze mezi laserovými interferenčními signály. V případě, kdy $\Delta z = 0$, tedy interferometr je pro vlnovou délku laseru nastaven na nekonečnou šířku interferenčního proužku, je fázový rozdíl mezi těmito signály roven přímo hledanému fázovému rozdílu způsobenému vakuem uvnitř kyvety. Náklon zrcadla od této polohy způsobí dodatečný fázový rozdíl mezi signály, a tedy i odchylku naměřené hodnoty indexu lomu vzduchu. Odchylka tedy v případě malé klínovitosti, kdy je možné z bílých interferenčních signálů s dostatečnou přesností odhadnout fázové posunutí (dle obrázku 5.25 do $|t_w| \doteq 0,3 \mu\text{m}$), bude záviset pouze na náklonu zrcadel od ideální polohy. Závislost pak bude vypadat stejně jako na obrázku 5.25b.



Obrázek 5.25: Výsledky simulace vlivu klínovitosti optických komponent. Δn je odchylka naměřené hodnoty indexu lomu vzduchu od hodnoty, pomocí které byly interferenční signály simulovány, t_w je rozdíl tloušťky skla v různých částech svazku (vyjadřuje tedy klínovitost) a Δz vyjadřuje rozdíl délky části větve interferometru od optimálního nastavení, tj. pro $\Delta z = 0$ je interferometr pro libovolnou klínovitost nastavený pro vlnovou délku laseru na nekonečnou šířku interferenčního proužku, viz obrázek 5.24. Simulace byla provedena pro teplotu $t = 20\text{ }^\circ\text{C}$, atmosferický tlak $p = 98\text{ kPa}$, relativní vlhkost $\text{RH} = 30\%$, koncentraci CO_2 $x = 1\,000\text{ ppm}$, kyvetu délky $l = 500\text{ mm}$ a vlnovou délku ve vakuu $\lambda_{0L} = 633\text{ nm}$.

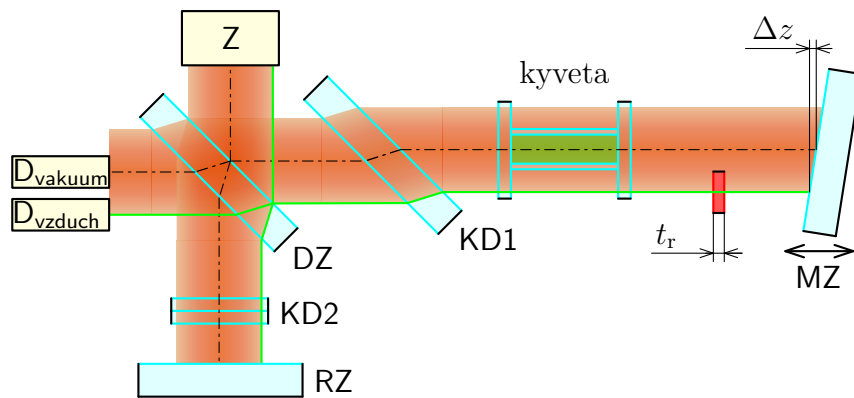
5.6.3. Vliv nedokonalosti optických komponent a náklonu zrcadel

Další nedokonalostí optických komponent je kromě klínovitosti i špatná rovinnost lámavých (resp. odrazných) ploch. Standardně používáme optické komponenty s rovinností alespoň $\lambda/10$.

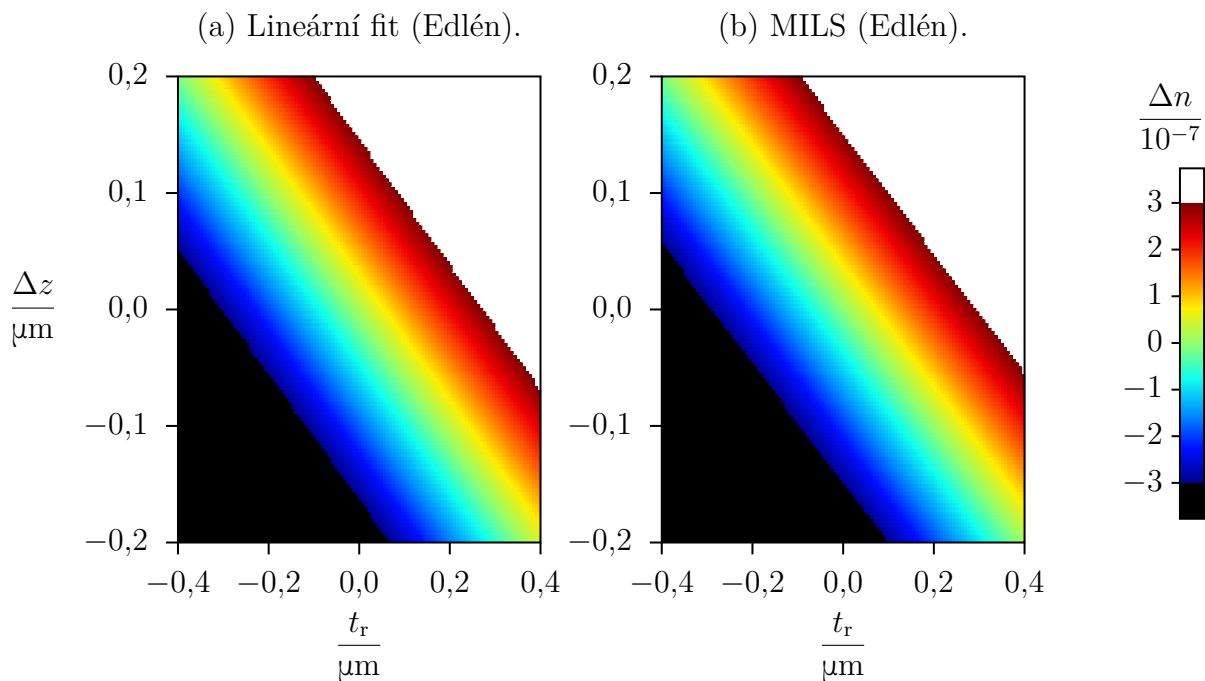
Odchylku od rovinnosti lámavé plochy můžeme simulovat tak, že do jedné části svazku (například té procházející vnější komorou kyvety) v jedné větvi interferometru vložíme tenkou skleněnou desku tloušťky t_r , viz obrázek 5.26. Ta způsobí změnu fáze interferenčních signálů naměřených v této části svazku, a tedy ovlivní i naměřenou hodnotu indexu lomu vzduchu. Obdobná situace nastane, jestliže nebudou obě zrcadla interferometru přesně kolmá na osu svazku a rovinná, což vyjádříme rozdílem délek měřící větve interferometru Δz ve dvou různých místech svazku odpovídajících polohám fotodetektorů.

Pro analýzu vlivu nedokonalosti optických komponent a náklonu zrcadel na výsledky měření byla provedena simulace, jejíž výsledky jsou uvedeny na obrázku 5.27. Dle očekávání jak lokální změna tloušťky t_r optické komponenty, tak náklon zrcadla způsobují odchylky naměřených hodnot indexu lomu vzduchu. Výsledky se opět nepatrně liší v případě použití lineárního fitu (nelineární fit dává opět stejné výsledky) a metody MILS, což je zřejmé z různých hodnot na obrázku 5.18, avšak ani jedna z těchto metod nedokáže změnu fáze způsobenou sklem eliminovat.

5. ANALÝZA METODY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU



Obrázek 5.26: Sestava z obrázku 5.1, kde do části svazku v měřicí větvi ideálně nastaveného interferometru kompenzovaného na disperzi byla vložena tenká skleněná deska tloušťky t_r . Tato simuluje nedokonalosti optických komponent. Δz je odchylka náklonu měřicího zrcadla. Z – zdroj světla, D_{vzduch} , D_{vakuum} – fotodetektory ve dvou částech svazku, DZ – dělič, MZ – měřicí zrcadlo, RZ – referenční zrcadlo, KD1, KD2 – kompenzační desky.



Obrázek 5.27: Výsledky simulace vlivu rovinnosti optických komponent. Δn je odchylka naměřené hodnoty indexu lomu vzduchu od hodnoty, pomocí které byly interferenční signály simulovány, t_r je rozdíl tloušťky skla v různých částech svazku (vyjadřuje tedy odchylku od rovinnosti) a Δz vyjadřuje rozdíl délky části větve interferometru od optimálního nastavení (tedy náklon jednoho ze zrcadel), tj. pro $\Delta z = 0$ jsou obě zrcadla přesně kolmá na osu svazku, viz obrázek 5.26. Simulace byla provedena pro teplotu $t = 20\text{ }^\circ\text{C}$, atmosférický tlak $p = 98\text{ kPa}$, relativní vlhkost $\text{RH} = 30\%$, koncentraci CO_2 $x = 1\text{ }000\text{ ppm}$, kyvetu délky $l = 500\text{ mm}$ a vlnovou délku ve vakuu $\lambda_{0L} = 633\text{ nm}$.

Jelikož případné nedokonalosti optických komponent i náklon zrcadel ovlivňují nejen bílé interferenční signály, ale i laserové interferenční signály, při započítání fázového rozdílu mezi oběma laserovými interferenčními signály obdržíme téměř stejnou závislost jako na obrázku 5.27b.

Nedokonalosti optických komponent i náklon zrcadel tedy mají na naměřené hodnoty nezanedbatelný vliv, který je třeba vzít v úvahu při výpočtu nejistot měření.

Odchytku způsobenou náklonem zrcadel (tedy odchylkou nastavení interferometru od nastavení na nekonečnou šířku interferenčního proužku pro vlnovou délku laseru) je možné omezit úpravou interferometru (schéma na obrázku 5.1), jestliže místo měřicího i referenčního zrcadla použijeme koutové odražeče. Ty zajistí, že odražející se svazky budou rovnoběžné se svazky dopadajícími nezávisle na natočení koutového odražeče. Nevýhodou je, že při použití koutových odražečů již nelze jejich náklonem kompenzovat klínovitost optických komponent, jako bylo popsáno v kapitole 5.6.2.

Jinou možností by bylo například umístit na výstup interferometru kameru, která by snímala interferenční signály v mnoha bodech. Ze vzájemného posunu interferenčních signálů naměřených v různých místech svazku by pak bylo možné určit odchylku od nastavení interferometru na nekonečnou šířku interferenčního proužku. Tato informace by mohla být použita před měřením k opravě nastavení interferometru, popř. po měření k započítání fázového posunu způsobeného náklonem zrcadel, a tedy k minimalizaci jeho vlivu.

V případě nedokonalosti optických komponent se jedná o systematickou chybu, která je stále stejná při všech měřeních, a tedy je možné ji odstranit kalibrací. V případě refraktometru je možné použít například helium, jehož index lomu lze vypočítat *ab initio* [35].

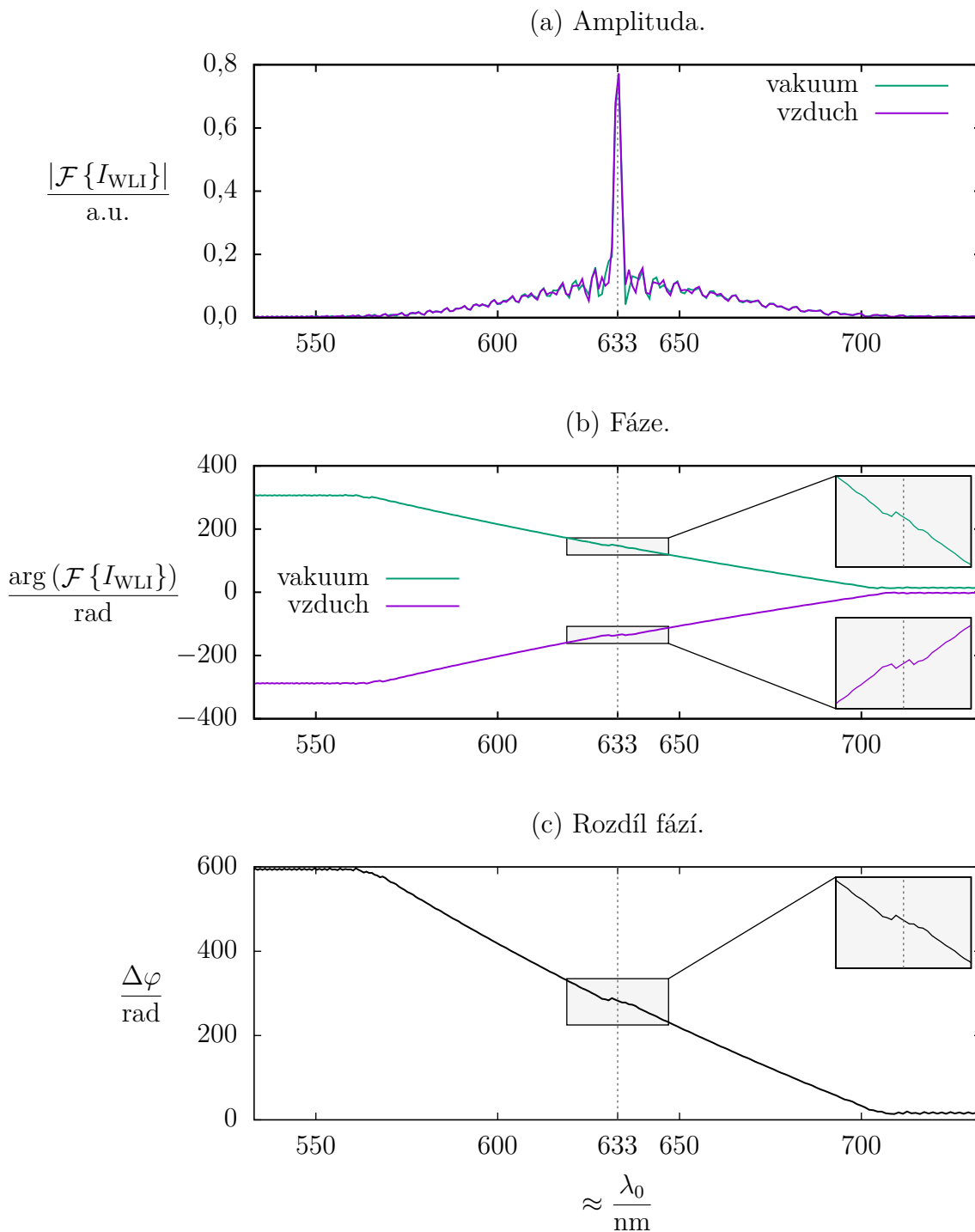
5.6.4. Vliv filtrace laserového záření

Při analýze nové metody pro měření indexu lomu vzduchu jsme předpokládali, že na výstupu interferometru na obrázku 5.1 bude dokonale odfiltrováno světlo z LED od laserového záření. Jelikož spektrum LED (viz obrázek 5.2) obsahuje též vlnovou délku laseru, může se stát, že do fotodetektorů pro detekci interference bílého světla bude dopadat též laserové záření.

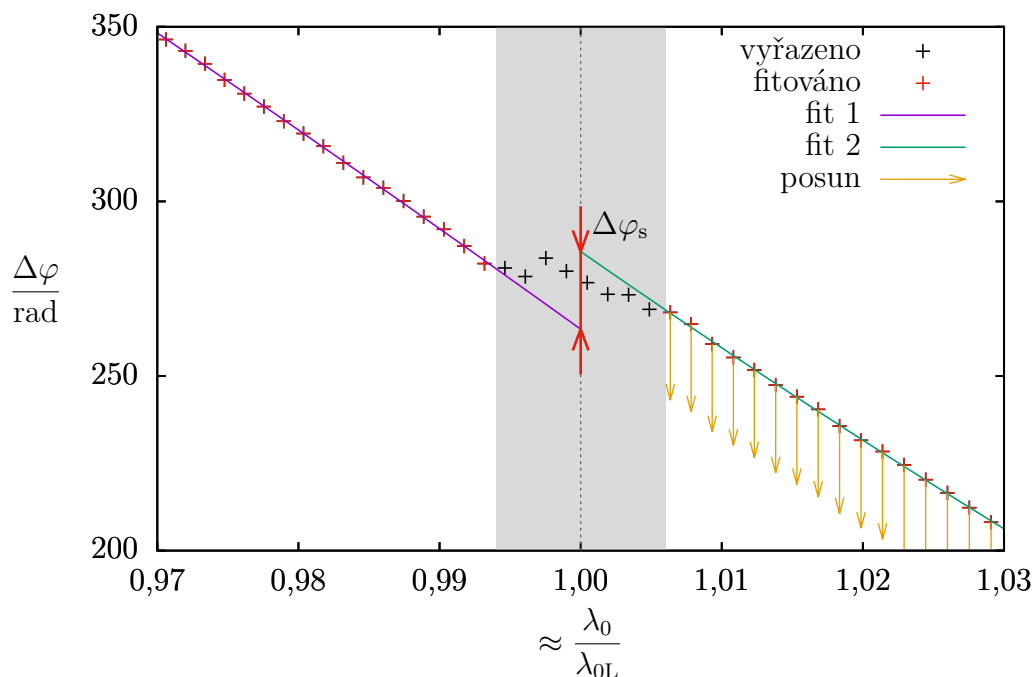
V případě, kdy bychom pro detekci interference bílého světla použili jediný fotodetektor (jako na obrázku 6.5), do tohoto fotodetektoru by dopadala jak část laserového svazku procházející vnitřní, tak vnější částí kyvety. Jelikož mezi těmito částmi svazku je fázový rozdíl, ve výsledném signálu může být vlnová délka laseru dodatečně fázově posunuta. V tom případě může být ve vypočítaném spektru fáze špatně rozbalena, viz obrázek 5.28a,b. Po odečtení fází obou signálů tedy může výsledná závislost mít okolo vlnové délky laseru nespojitost, viz obrázek 5.28c a obrázek 5.29.

Abychom nespojitost fáze okolo vlnové délky laseru odstranili, fitujeme vypočítanou závislost fázového rozdílu na vlnové délce polynomem nízkého stupně (postačující je polynom 2. stupně) zvláště pro vlnové délky zdroje nižší než vlnová délka laseru a vlnové délky zdroje vyšší než vlnová délka laseru, přičemž malý interval vlnových délek okolo vlnové délky laseru vynecháme, viz obrázek 5.29. Dále vypočítáme hodnoty obou fitů pro vlnovou délku laseru a určíme jejich rozdíl $\Delta\varphi_s$. Jelikož nespojitost vznikla v důsledku chybného rozbalení fáze, hodnota $\Delta\varphi_s$ je blízká násobku 2π . O tento nejbližší násobek 2π tedy část závislosti (například pro vlnové délky vyšší než je vlnová délka laseru) posuneme, čímž v závislosti odstraníme nespojitost. Při zpracování dle kapitoly 5.5.3 pak vynecháme vlnové délky v okolí vlnové délky laseru.

5. ANALÝZA METODY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU



Obrázek 5.28: Spektrum signálů v případě nedokonalě odfiltrovaného laserového záření a použití jediného fotodetektoru pro záznam interference bílého světla. V okolí vlnové délky laseru je fáze obou signálů vypočítána chybně, a tedy i rozdíl fází je vypočítán chybně. Simulace byla provedena pro teplotu $t = 20^\circ\text{C}$, atmosferický tlak $p = 98\text{ kPa}$, relativní vlhkost $\text{RH} = 30\%$, koncentraci CO_2 $x = 1000\text{ ppm}$, kyvetu délky $l = 500\text{ mm}$ a vlnovou délku laseru ve vakuu $\lambda_{0L} = 633\text{ nm}$.



Obrázek 5.29: Oprava skoku fáze při nedokonalém odfiltrování laserového záření z fotodetektorů pro detekci interference bílého světla (viz obrázek 5.28). Fitujeme naměřenou závislost polynomem zvlášť pro vlnové délky $\lambda_0 < \lambda_{0L}$ a pro $\lambda_0 > \lambda_{0L}$, přičemž malý interval okolo vlnové délky laseru λ_{0L} vynecháme. Vypočítáme rozdíl hodnot obou fitů pro vlnovou délku laseru λ_{0L} , čímž získáme hodnotu $\Delta\varphi_s$. Část závislosti pro vlnové délky $\lambda_0 > \lambda_{0L}$ pak posuneme o nejbližší celočíselný násobek 2π .

5.7. Výpočet grupového indexu lomu vzduchu

Z dat, která při experimentu naměříme, můžeme též určit grupový index lomu vzduchu. Dosadíme-li index lomu vzduchu $n(\lambda_0)$ vyjádřený v rovnici (5.2) pomocí fázového posunu $\Delta\varphi(\lambda_0)$ do rovnice (3.7) pro výpočet grupového indexu lomu vzduchu, dostaneme

$$n_g(\lambda_0) = 1 - \frac{\lambda_0^2}{4\pi l} \frac{d\Delta\varphi(\lambda_0)}{d\lambda_0}. \quad (5.18)$$

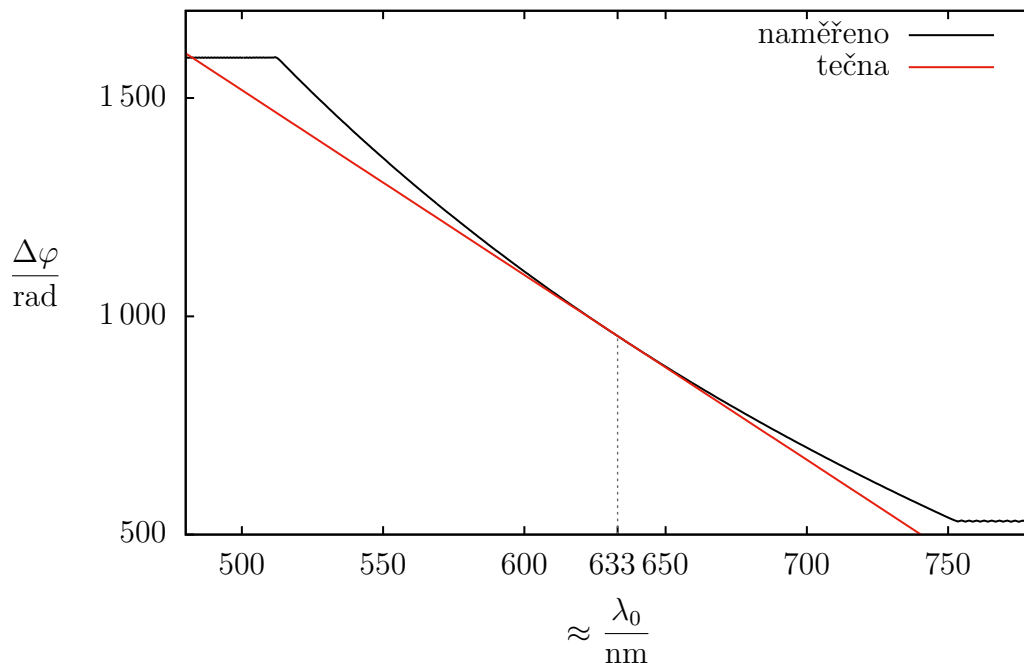
Závislost $\varphi(\lambda_0)$ fázového posunutí způsobeného vyčerpáním kyvety na vlnové délce dokážeme z naměřených dat vypočítat až na aditivní konstantu (viz kapitola 5.5 a obrázek 5.15). Derivace na pravé straně rovnice (5.18) je pak směrnici této závislosti ve vlnové délce λ_0 , pro jejíž výpočet není třeba znát hodnotu neznámé aditivní konstanty.

Pro výpočet směrnice závislosti fázového posunutí na vlnové délce tuto závislost v malém okolí vlnové délky $\lambda_0 = 633 \text{ nm}$ proložíme přímkou, viz obrázek 5.30. Závislost na obrázku 5.30 se pro vlnové délky zdroje (viz obrázek 5.2) liší od lineární závislosti, a tedy musíme prokládat pouze malé okolí vlnové délky λ_0 . Proto je obtížné pro zadanou vlnovou délku odhadnout pro výpočet grupového indexu lomu vzduchu požadovanou směrnici této závislosti.

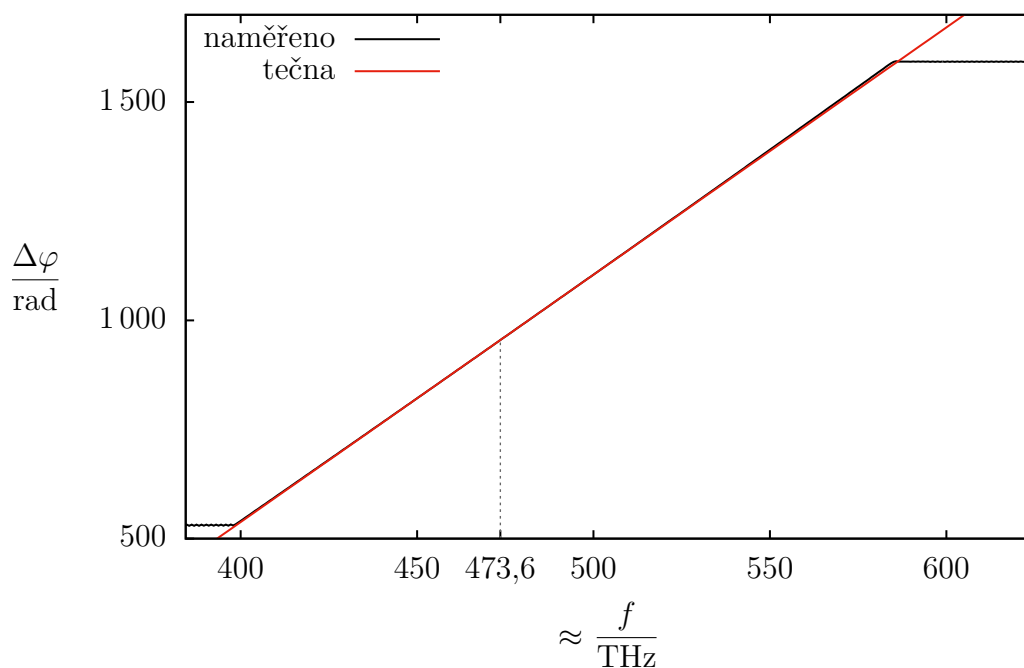
Využijeme-li vztahu $\lambda_0 = c/f$, kde c je rychlost světla ve vakuu a f je frekvence záření o vlnové délce ve vakuu λ_0 , závislost $n_g(\lambda_0)$ dle rovnice (5.18) můžeme přepsat jako závislost na frekvenci, tedy

$$n_g(f) = 1 + \frac{c}{4\pi l} \frac{d\Delta\varphi(f)}{df}. \quad (5.19)$$

5. ANALÝZA METODY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU



Obrázek 5.30: Závislost fázového posunu $\Delta\varphi$ na přibližné vlnové délce ve vakuu λ_0 . Červeně je vyznačena tečna závislosti pro střední vlnovou délku zdroje 633 nm. Jedná se o stejnou závislost jako na obrázku 5.15b.



Obrázek 5.31: Graf z obrázku 5.30 s vodorovnou osou přepočítanou z vlnové délky ve vakuu na frekvenci. Nyní je naměřená závislost v intervalu vlnových délek zdroje (viz obrázek 5.2) více podobná lineární závislosti, a tak je snadnější odhadnout směrnici závislosti pro střední frekvenci zdroje asi 473,6 THz, pro kterou grupový index lomu vzduchu měříme.

5.7. VÝPOČET GRUPOVÉHO INDEXU LOMU VZDUCHU

Tato závislost je pro stejná data uvedena na obrázku 5.31. Vidíme, že závislost fázového posunutí na frekvenci je velmi podobná lineární závislosti (lineární však není, neboť index lomu vzduchu nezávisí obecně na frekvenci lineárně), a tedy je snazší odhadnout její směrnici pro danou frekvenci.

Pro vlnovou délku ve vakuu $\lambda_0 = 633 \text{ nm}$ (odpovídající frekvenci asi $473,6 \text{ THz}$), teplotu $t = 20 \text{ °C}$, atmosférický tlak $p = 98 \text{ kPa}$, relativní vlhkost $\text{RH} = 30 \%$ a koncentraci CO_2 $x = 1\,000 \text{ ppm}$ vychází dle Edlénových rovnic grupový index lomu vzduchu $n_g = 1,000\,270\,31$. Za použití vztahu (5.18) a obrázku 5.30 byla určena hodnota $1,000\,270\,05$ (rozdíl oproti Edlénovým rovnicím je tedy $3 \cdot 10^{-7}$), při použití vztahu (5.19) a obrázku 5.31 pak hodnota $1,000\,270\,30$ (rozdíl oproti Edlénovým rovnicím je tedy $1 \cdot 10^{-8}$, tedy lepší než je přesnost těchto rovnic).

Metoda pro měření grupového indexu lomu vzduchu založená na popisovaném principu je velmi podobná metodě popisované v [64]. V této publikaci však závislost fáze na frekvenci nebyla získána přímo pomocí Fourierovy transformace interferenčního signálu, ale pomocí hřebene optických frekvencí a filtrace signálu naměřeného pomocí optického spektrálního analyzátoru.

Jelikož tato práce se zabývá měřením fázového indexu lomu vzduchu, při experimentálním ověřování metody popisované v této kapitole grupový index lomu vzduchu nebude vyhodnocován ani srovnáván s referenčním měřením.

5. ANALÝZA METODY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

6. Návrh a realizace sestavy pro měření indexu lomu vzduchu

Aby bylo možné experimentálně ověřit novou metodu pro měření indexu lomu vzduchu, která byla analyzována v kapitole 5, je třeba navrhnout a poté realizovat experimentální sestavu pro měření indexu lomu vzduchu, která umožní nejen měření pomocí nové metody, ale i pomocí referenčních metod – přímé metody založené na analýze interferenčních signálů zaznamenaných během čerpání kyvety (viz kapitola 4.2.1) a nepřímé metody založené na výpočtu indexu lomu vzduchu z atmosferických podmínek (viz kapitola 4.3).

Tato kapitola popisuje návrh a realizaci této sestavy, která využívá kombinaci laserové interferometrie a interferometrie nízké koherence.

6.1. Návrh sestavy

Před samotnou realizací sestavy je třeba provést její návrh. Celou sestavu můžeme rozdělit do tří částí – optická část, vakuová aparatura a přístroje pro nepřímé měření indexu lomu vzduchu. Optickou část sestavy navíc můžeme rozdělit na zdroj světla, samotný interferometr a detekční část.

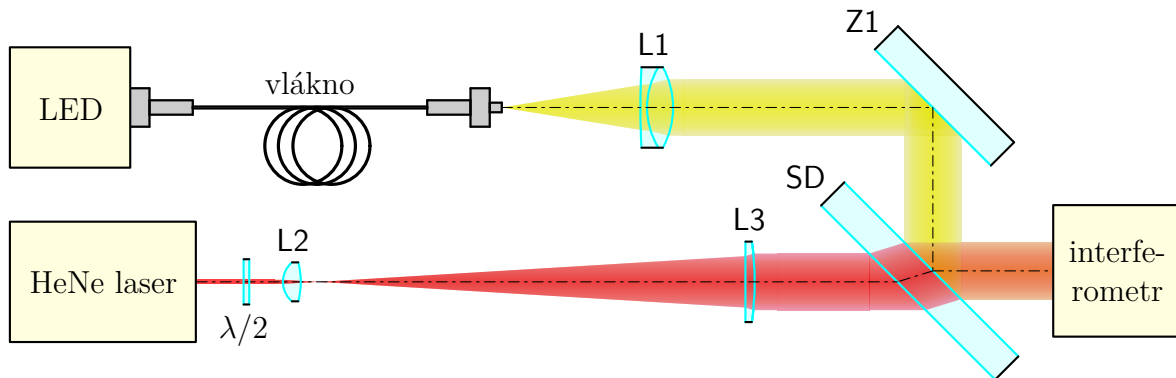
6.1.1. Zdroj světla

Metoda pro měření indexu lomu vzduchu navržená a analyzovaná v kapitole 5 vyžaduje široký kolimovaný svazek laserového záření a nekoherentního světla. Vzhledem k průměru použité skleněné kyvety a velikosti optických komponent požadujeme průměr svazku asi 20 mm. Vytvoříme nejprve dva samostatné svazky laserového záření a nekoherentního světla s požadovaným průměrem, které poté spojíme pomocí polopropustného zrcadla. Schéma navrženého zdroje světla je na obrázku 6.1.

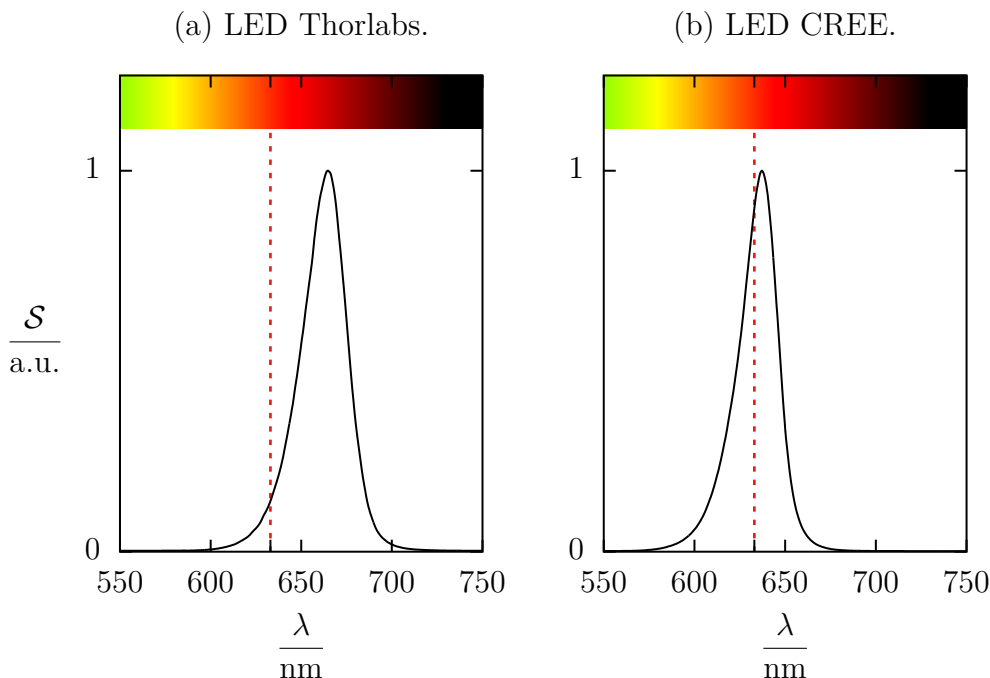
Zdrojem koherentního záření bude helium-neonový laser Thorlabs HNL008L-EC vyzařující lineárně polarizované světlo o vlnové délce ve vakuu 632,991 nm. Tento laser je nestabilizovaný. Aby bylo možné měnit rovinu polarizace z laseru vycházejícího záření, bude ve svazku umístěna půlvlnná deska (na obrázku 6.1 označena jako $\lambda/2$) pro vlnovou délku 633 nm, jejíž rotací bude možné rovinu polarizace stáčet. Laser vyzařuje svazek s poloměrem 0,48 mm, pro jeho rozšíření do požadovaného průměru asi 20 mm byla použita dvojice spojných čoček L2 (obrazová ohnisková vzdálenost $f'_2 = 8$ mm) a L3 (obrazová ohnisková vzdálenost $f'_3 = 150$ mm) se společným ohniskem, tedy Keplerova teleskopu. Příčné zvětšení bude $f'_3/f'_2 \doteq 19$.

Zdrojem nekoherentního záření bude LED navázaná do optického vlákna Thorlabs M19L01 (apertura 200 μ m, numerická apertura 0,22). Za koncem vlákna vznikne divergentní svazek. Umístíme-li za konec vlákna čočku (na obrázku 6.1 označena L1) tak, že

6. NÁVRH A REALIZACE SESTAVY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU



Obrázek 6.1: Schéma zdroje světla pro interferometr. LED je navázána do vlákna, za jehož druhým koncem je umístěna spojná čočka tak, že za ní vzniká kolimovaný svazek. Za helium-neonovým laserem je umístěna půlvlnná deska, která umožňuje měnit rovinu polarizace. Za ní jsou umístěny dvě spojně čočky, které zvyšují průměr svazku. Oba svazky jsou poté zkombinovány pomocí nepolarizujícího děliče a směřují do interferometru (obrázek 6.3). L1, L2, L3 – čočky (obrazová ohnisková vzdálenost 50 mm, 8 mm, resp. 150 mm), Z1 – zrcadlo, $\lambda/2$ – půlvlnná deska, SD – nepolarizující dělič (polopropustné zrcadlo).



Obrázek 6.2: Naměřená spektra dvou LED použitých pro experiment. Čárkovanou čarou je vyznačena vlnová délka helium-neonového laseru 633 nm.

její předmětové ohnisko bude umístěno v místě konce vlákna a její osa bude splývat s osou vlákna, vznikne za čočkou kolimovaný svazek. Vzhledem k numerické apertuře vlákna 0,22 a požadovanému průměru svazku 20 mm bude z dostupných čoček použita čočka s obrazovou ohniskovou vzdáleností $f'_1 = 50$ mm, konkrétně achromatický dublet Thorlabs AC254-050-A-ML.

Metoda zpracování interferenčních signálů popisovaná v kapitole 5.5 vyžaduje, aby spektrum nekoherentního zdroje bylo blízké vlnové délce laseru 633 nm. Na základě tohoto požadavku byly vybrány dvě různé LED – Thorlabs M660F1 (střední vlnová délka 660 nm, pološířka spektra 25 nm) a CREE (střední vlnová délka 640 nm, pološířka spektra 20 nm). Naměřená spektra těchto LED jsou na obrázku 6.2.

Vytvořený široký kolimovaný svazek nekoherentního záření se bude odrážet od zrcadla Z1, které usnadní zajištění sousostí obou svazků. V opačném případě by s osou tohoto svazku bylo možné pohybovat pouze pohybem konce vlákna a čočky L1, přičemž by bylo třeba zajistit, že se jejich vzájemná poloha nezmění.

Oba svazky budou nasměrovány na nepolarizující dělič (SD). Polovina výkonu laserového záření se na polopropustné vrstvě děliče bude odrážet (a bude dále nevyužita), druhá polovina bude procházet (a bude nasměrována do interferometru). Stejně tak polovina výkonu nekoherentního záření bude odražena (do interferometru), druhá polovina bude procházet (a bude dále nevyužita). Sousost obou svazků směřujících do interferometru bude možné zajistit kombinací natočení zrcadla Z1 a děliče SD. Bude tak možné docílit požadované situace, kdy se oba svazky dále budou chovat jako jediný svazek nasměrovaný do interferometru.

6.1.2. Interferometr

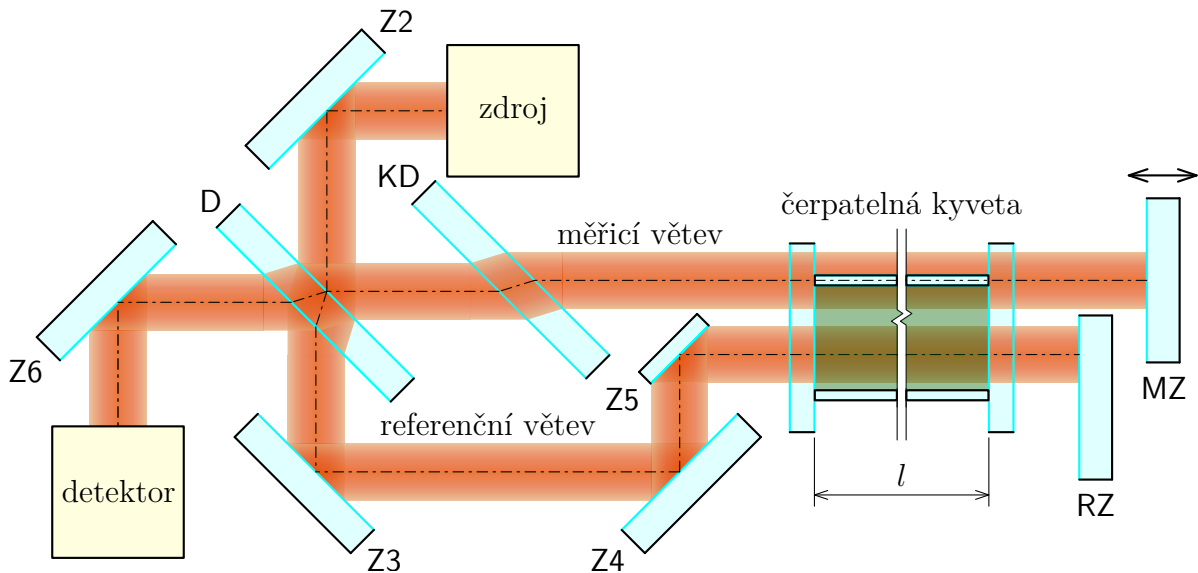
Při návrhu interferometru vyjdeme ze schématu na obrázku 5.1, které bylo použito pro analýzu metody pro měření indexu lomu vzduchu. Schéma navrženého interferometru je pak na obrázku 6.3.

Klíčovou součástí experimentu bude čerpatelná dvoukomorová kyveta umístěná v měřicí větvi interferometru. Jedná se o skleněnou trubici, na jejíž koncích jsou přilepena skleněná okénka o průměru přesahujícím průměr trubice. Vnitřní část trubice je možné vyčerpávat do vakua. Prostor mezi okénky je tak trubicí příčně rozdělen na dvě části – ve vnější části je vzduch a ve vnitřní vakuem. Při použití dostatečně širokého svazku je možné pomocí kyvety svazek příčně rozdělit (jako v měřicí větvi interferometru na obrázku 6.3) tak, že obě části svazku prochází stejnou tloušťkou skla, ale jedna vzduchem a druhá vakuem. Přesná délka kyvety $l = 500,566$ mm při teplotě 20 °C byla změřena pomocí interferometrických metod na Českém metrologickém institutu. Kyveta je vyrobena z křemenného skla s teplotním součinitelem délkové roztažnosti $\alpha = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ K}^{-1}$.

Vzhledem k tomu, že pro skleněnou kyvetu nebyly k dispozici příslušné kompenzační desky (na obrázku 5.1 se jedná o kompenzační desky v referenční větvi interferometru, které jsou označeny KD2), je třeba oproti schématu na obrázku 5.1 upravit chod svazku v referenční větvi. Průměr použité kyvety je dostatečný, aby kyvetou prošel nejen svazek v měřicí větvi, který bude kyvetou příčně rozdělen na dvě části, ale i svazek v referenční větvi. Ten bude celý procházet vnitřní komorou kyvety, a tedy bude po celé své ploše procházet v kyvetě stejným prostředím – vakuem.

Svazek v referenční větvi interferometru bude do vnitřní části kyvety nasměrován pomocí trojice zrcadel Z3, Z4 a Z5. Tato zrcadla se budou nacházet pouze v jedné větvi interferometru, při odrazu svazku na nich bude vznikat dodatečný fázový posun závislý

6. NÁVRH A REALIZACE SESTAVY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU



Obrázek 6.3: Schéma interferometru. Svazek ze zdroje (obrázek 6.1) je zrcadlem nasměrován na dělič, který svazek rozdělí do měřicí a referenční větve. V měřicí větvi prochází svazek kompenzační deskou, kyvetou (část svazku její vnější komorou, část vnitřní komorou) a odráží se od pohyblivého měřicího zrcadla. V referenční větvi se svazek odráží od třech zrcadel, prochází vnitřním prostorem kyvety a odráží se od referenčního zrcadla zpět. Na výstupu je svazek nasměrován zrcadly do detekční části (obrázek 6.5). Z2, Z3, Z4, Z5, Z6 – zrcadla, D – nepolarizující dělič, KD – kompenzační deska, MZ – měřicí (pohyblivé) zrcadlo, RZ – referenční zrcadlo. Vnitřní prostor čerpateľné kyvety délky l je vyznačen zeleně.

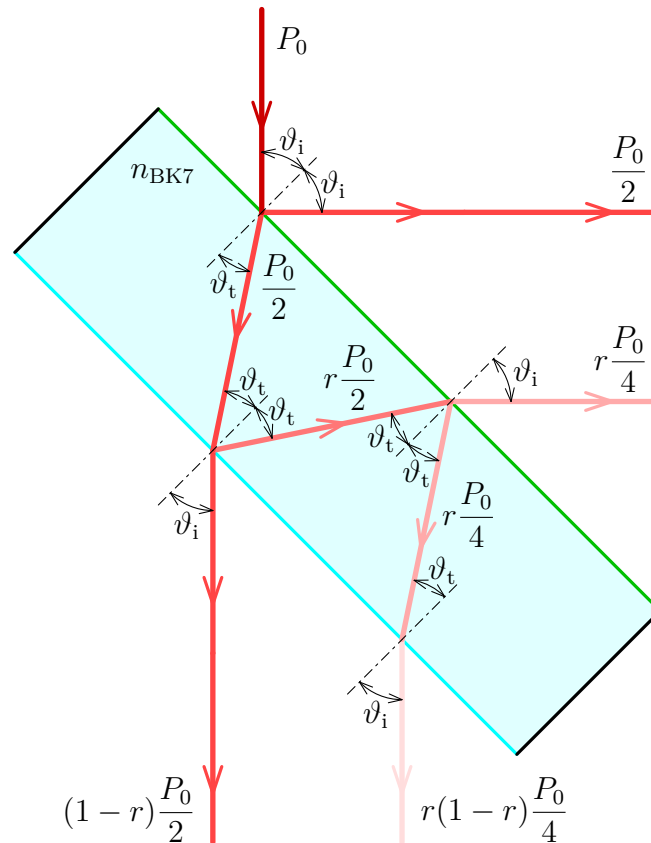
na vlnové délce, a tedy interferometr nebude ideálně kompenzovaný na disperzi. Vzhledem ke způsobu zpracování interferenčních signálů však tento fázový posun nebude negativně ovlivňovat měření, neboť je stejný na celém průřezu svazku (viz kapitola 5.6.1).

V měřicí větvi interferometru bude umístěna kompenzační deska, která bude stejného tvaru a ze stejného materiálu jako dělič. Deska bude umístěna tak, aby byla rovnoběžná s děličem, a tak docházelo k optimální kompenzaci disperze. Měřicí zrcadlo bude umístěno na piezo stolku Physik Instrumente P-628.1CL s rozsahem $800\ \mu\text{m}$ a rozlišením $0,5\ \text{nm}$, který bude ovládán pomocí počítače. Stolek obsahuje kapacitní snímač polohy, který však bude použit pouze pro orientační určení polohy měřicího zrcadla během experimentu, nikoliv k jejímu přesnému odměřování.

Všechna zrcadla použitá v interferometru budou stříbrná zrcadla, rovinnost všech komponent bude alespoň $\lambda/10$.

Na vstupu a výstupu interferometru budou umístěna zrcadla (na obrázku 6.3 označena Z2 a Z6). Tato umožní nasměrování svazku ze zdroje do interferometru a z interferometru do detekční části.

Na nepovrstvené straně děliče dochází k parazitním odrazům, a může tak docházet k nechtěné interferenci s ostatními svazky. Vznik těchto odrazů je schematicky naznačen na obrázku 6.4. V případě nekoherentního záření tyto odrazy nevadí, neboť k interferenci by došlo při takové poloze měřicího zrcadla, která je mimo rozsah, ve kterém se zrcadlo během měření pohybuje, navíc viditelnost interferenčních proužků by byla velmi malá, viz obrázek 5.21. V případě laseru je však koherenční délka vyšší, a tedy k nežádoucí interferenci dochází (čehož lze využít například jako Murtyova interferometru na obrázku 2.4 při kolimování laserového svazku). Nežádoucí interferenci je možné odstranit při



Obrázek 6.4: Schematické znázornění nežádoucích odrazů na nepovrstvené lámavé ploše děliče (modré rozhraní je nepovrstvené, zelené rozhraní je povrstveno tenkou vrstvou stříbra, jejíž odrazivost pro vlnovou délku 633 nm je 50 %). Úhel dopadu je $\vartheta_i = 45^\circ$, úhel lomu pro $n_{\text{BK7}} = 1,515$ je $\vartheta_t \doteq 27,8^\circ$. Odrazivost nepovrstveného rozhraní je r . U každé části svazku je určen výkon, přičemž na dělič dopadá výkon P_0 .

použití klínových optických komponent, kdy svazky odražené od nepovrstveného rozhraní svírají s hlavními svazky takový úhel, že interferenci nepozorujeme. Použití klínových komponent by však značně komplikovalo kompenzaci disperze (viz kapitola 5.6.2 a [2]), proto budou použity planparalelní komponenty, a tedy nežádoucí interferenci je třeba zabránit jiným způsobem. Dělič je vyroben ze skla BK7, jehož index lomu pro vlnovou délku 633 nm je $n_{\text{BK7}} = 1,515$. Pro úhel dopadu $\vartheta_i = 45^\circ$ pak ze Snellova zákona [65] vychází úhel lomu $\vartheta_t \doteq 27,8^\circ$. Pomocí Fresnelových rovnic [65] vypočítáme odrazivost r_s pro s polarizaci (vektor elektrické intenzity dopadajícího světla je kolmý na rovinu dopadu), resp. odrazivost r_p pro p polarizaci (vektor elektrické intenzity dopadajícího světla leží v rovině dopadu), jako

$$r_s = \frac{\sin^2(\vartheta_i - \vartheta_t)}{\sin^2(\vartheta_i + \vartheta_t)},$$

$$r_p = \frac{\text{tg}^2(\vartheta_i - \vartheta_t)}{\text{tg}^2(\vartheta_i + \vartheta_t)},$$

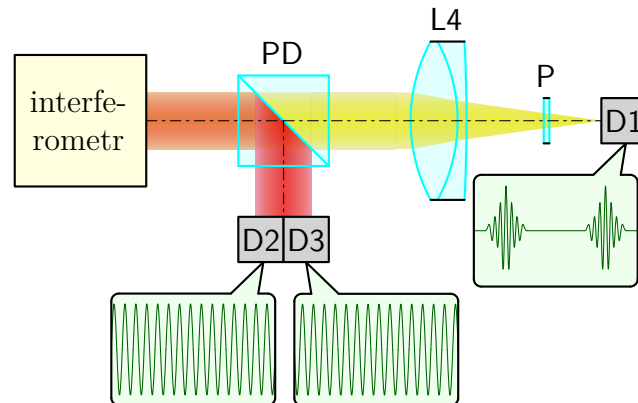
pro uvedené číselné hodnoty vychází odrazivosti $r_s \doteq 9,6\%$ a $r_p \doteq 0,9\%$. Vidíme, že pro p polarizaci je odrazivost o řád menší, dle obrázku 6.4 je pak výkon v nežádoucím odrazu méně než půl procenta výkonu ve svazku, který se odrazil pouze jednou. Vhodným natočením půlvlnné desky ve zdroji (obrázek 6.1) je tak možné nežádoucí odrazy potlačit.

6. NÁVRH A REALIZACE SESTAVY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

Z toho důvodu není třeba, aby na děliči a kompenzační desce byly antireflexní vrstvy, které by též nežádoucí odrazy mohly potlačit.

6.1.3. Detekční část

Metoda popisovaná v kapitole 5 vyžaduje oddělené detektory pro detekci interference laserového záření a interference bílého světla. Zároveň je třeba odděleně zaznamenávat signály v každé ze dvou částí svazku (části procházející v měřicí větvi vnitřní komorou kyvety, tedy vakuem, a částí procházející vnější komorou kyvety, tedy vzduchem). Schéma návrhu detekční části je na obrázku 6.5.



Obrázek 6.5: Schéma detekční části. Svazek z výstupu interferometru (obrázek 6.3) vstupuje do polarizujícího děliče. Laserové záření je polarizované a odráží se do dvojice fotodetektorů. Světlo z LED polarizované není, a tedy část se odráží, část prochází. Prošlé světlo je pomocí spojně čočky soustředěno na fotodetektor, před kterým je umístěn polarizátor, jehož vhodným nastavením minimalizujeme průchod laserového záření na fotodetektor. PD – polarizující dělič, L4 – spojná čočka (obrazová ohnisková vzdálenost $f'_4 = 75$ mm), P – polarizátor, D1 – fotodetektor pro detekci interference světla z LED, D2, D3 – fotodetektory pro detekci interference laserového záření. Jedná se o pohled z boku, laserové záření se bude odrážet kolmo na plochu optického stolu.

Aby bylo možné odděleně detekovat interferenci laserového záření a bílého světla, bude třeba svazek, který ve zdroji vznikl spojením laserového a bílého svazku (viz obrázek 6.1), opět rozdělit. Vzhledem k tomu, že intenzita laserového svazku bude mnohem vyšší než intenzita bílého světla (což je patrné na naměřených signálech na obrázku 7.1, kde při interferenci bílého světla zůstávají amplitudy laserových interferenčních signálů nezměněny), je postačující, jestliže bude zajištěno, aby do detektoru pro bílé světlo nedopadalo laserové záření. Využijeme skutečnosti, že laserové záření je lineárně polarizované. Do detekční části bude umístěn polarizující dělič Thorlabs PBS251 (určený pro interval vlnových délek 420 nm–680 nm, odrazivost pro s polarizaci větší než 99,5 %, propustnost pro p polarizaci větší než 90 %), kterým p polarizace projde, zatímco s polarizace se odráží. V návrhu interferometru je požadováno, aby laserové záření mělo kvůli omezení nechtěných odrazů na lámavých plochách optických komponent p polarizaci (viz kapitola 6.1.2). Chceme-li, aby se na polarizujícím děliči takové záření odrazilo, je třeba dělič natočit tak, aby odražený svazek byl kolmý na optický stůl.

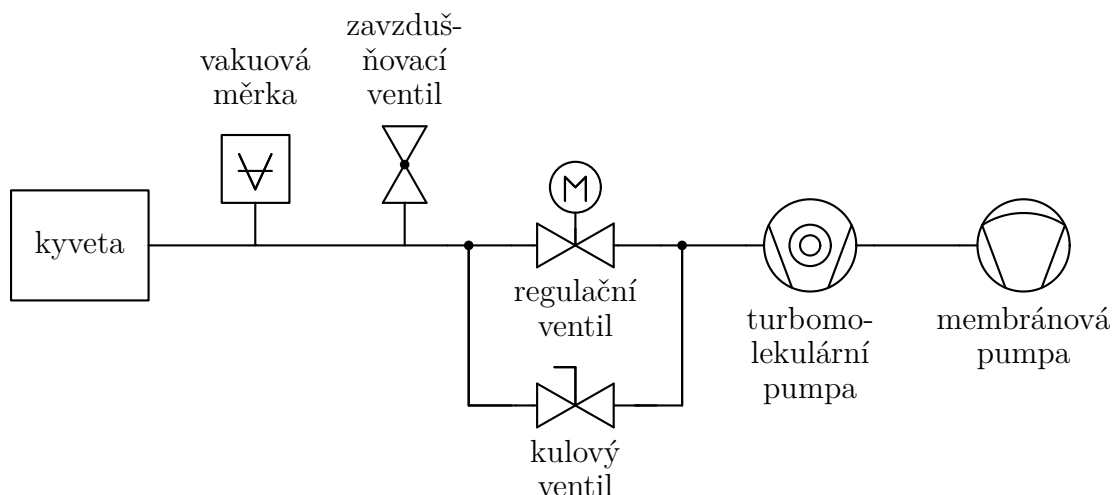
Jiným způsobem filtrace laserového záření před detektory pro bílé světlo by mohl být například notch filtr Thorlabs NF633-25, tedy pásmová zadrž pro vlnovou délku 633 nm. Vzhledem k tomu, že takový filtr by však filtroval i světlo z LED, bylo by možné jej použít

pouze v případě LED Thorlabs, neboť v případě LED CREE, jejíž vlnová délka je blízká vlnové délce, pro kterou je tento filtr navržen, by došlo i k odfiltrování velké části spektra LED.

K interferenci bílého světla dojde při dvou různých polohách měřicího zrcadla, které jsou vzdáleny pro kyvetu délky 500 mm dle atmosferických podmínek více než $100\ \mu\text{m}$, tedy mnohem více, než je koherenční délka použitého zdroje (viz simulace na obrázku 5.7). Mimo interval okolo těchto dvou poloh, jehož šíře je dána koherenční délkou zdroje, je intenzita na výstupu interferometru v dané části svazku konstantní. To znamená, že pro zaznamenání obou interferenčních proužků je postačující jediný fotodetektor, který bude detekovat součet intenzity v obou částech svazku. Ze zaznamenané intenzity jsme pak schopni dopočítat oba interferenční signály (viz obrázek 7.5). Do svazku, který projde polarizujícím děličem, tedy umístíme čočku L4 (achromatický dublet Thorlabs AC508-075-A, obrazová ohnisková vzdálenost $f'_4 = 75\ \text{mm}$), do jejíhož ohniska umístíme fotodetektor D1, který bude zaznamenávat interferenci nekoherentního záření. Před detektor D1 navíc umístíme polarizátor, jehož vhodným otočením odfiltrujeme laserové záření, které prošlo polarizujícím děličem.

6.1.4. Vakuová aparatura

Součástí experimentu je čerpatelná kyveta, kterou bude během experimentu třeba čerpat, přičemž požadovaný tlak je řádu $10^0\ \text{Pa}$. Vzhledem k tomu, že navrhovaná experimentální sestava bude použita nejen pro měření pomocí navržené metody (kapitola 5), ale též pomocí přímé metody založené na měření interferenčních signálů během čerpání kyvety (popsané v kapitole 4.2.1), je třeba, aby bylo možné ovládat čerpací rychlost. V případě příliš velké čerpací rychlosti by během čerpání v kyvetě vznikl velký gradient tlaku, a tedy i gradient indexu lomu, který by způsobil vznik interferenčních proužků na výstupu interferometru a snížení kontrastu interferenčního signálu. Schéma navržené aparatury je na obrázku 6.6



Obrázek 6.6: Schéma návrhu vakuové aparatury. K čerpání je použita sestava turbomolekulární a membránové pumpy. Aparatura umožňuje čerpání dvěma cestami – přes elektronicky ovládaný regulační ventil (čerpací rychlost je menší, ale je možné ji regulovat) nebo přes kulový ventil (čerpací rychlost je vyšší). Tlak je měřen pomocí vakuové měřky. Aparaturu včetně kyvety je možné zavzdušnit pomocí zavzdušňovacího ventilu.

6. NÁVRH A REALIZACE SESTAVY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

Čerpání bude provedeno pomocí sestavy membránové a turbomolekulární pumpy Pfeiffer Vacuum HiCube 80 Eco. Čerpat bude možné dvěma cestami – přes motorizovaný regulační ventil Pfeiffer Vacuum EVR 116, který umožní pouze menší čerpací rychlost, kterou je ale možné ovládat pomocí počítače, a přes kulový ventil, který je možné ovládat pouze ručně, ale umožní vyšší čerpací rychlost. V aparatuře bude umístěna vakuová měrka Piraniho typu Pfeiffer Vacuum PKR 251. Zavzdušnění aparatury bude umožněno pomocí ručně ovládaného zavzdušňovacího ventilu.

6.1.5. Nepřímé měření indexu lomu vzduchu

Aby bylo možné hodnoty indexu lomu vzduchu naměřené pomocí nové metody porovnat s hodnotami vypočítanými pomocí nepřímé metody (kapitola 4.3), bude experimentální sestava vybavena přístroji pro měření teploty, tlaku, relativní vlhkosti a koncentrace CO_2 . Hodnota teploty během měření bude použita také pro kompenzaci teplotní roztažnosti skleněné kyvety.

Teplota bude měřena pomocí kalibrovaného přístroje Isotech F100 (udávaná přesnost $0,02^\circ\text{C}$).

Pro měření atmosferického tlaku a relativní vlhkosti bude použita jednotka pro monitorování indexu lomu vzduchu [66] (nejistota měření tlaku $1,7\%$, nejistota měření relativní vlhkosti 2%). Jelikož tato jednotka nebyla kalibrována, bude naměřená hodnota tlaku porovnána s přístrojem Vaisala PTU303 se snímačem tlaku třídy B (nejistota $0,25\text{ hPa}$) a hodnota relativní vlhkosti s kalibrovaným přístrojem Supertron P650 (nejistota $1,5\%$).

Koncentrace CO_2 bude měřena pomocí přístroje ALMEMO 2490 (nejistota je 2% z rozsahu, který je u použitého senzoru $0,5\%$, tedy nejistota je 100 ppm).

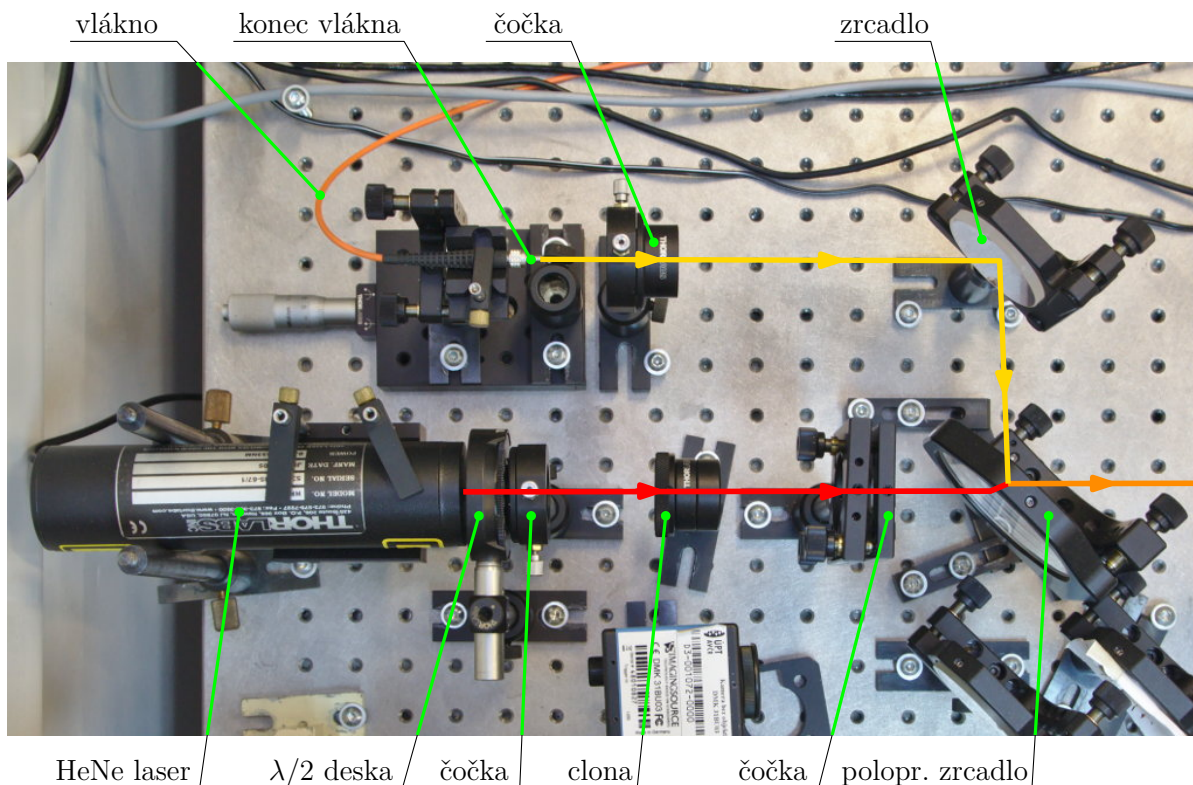
6.2. Realizace sestavy

Sestava navržená v části 6.1 byla realizována v laboratoři Ústavu přístrojové techniky Akademie věd České republiky, v. v. i.

6.2.1. Zdroj světla

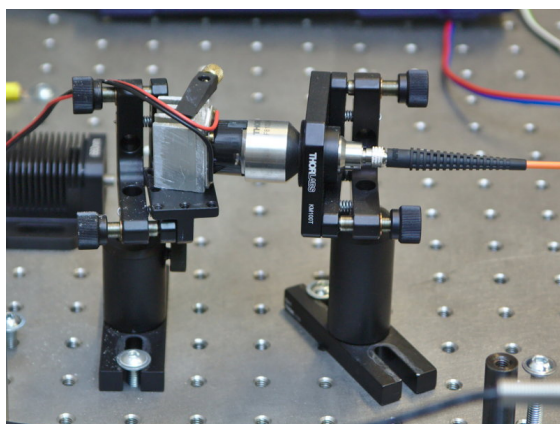
Zdroj světla pro interferometr byl realizován dle návrhu na obrázku 6.1. Fotografie realizace zdroje světla je na obrázku 6.7.

Pro experiment byly použity dvě různé LED – LED Thorlabs a LED CREE, viz obrázek 6.8. LED Thorlabs je přímo navázána do optického vlákna (obrázek 6.8b), v případě LED CREE byl použit pro navázání vláknový kolimátor umístěný těsně za LED (obrázek 6.8a). Druhý konec vlákna byl umístěn v držáku, který umožňoval naklápění a byl umístěn na mikrometrickém posuvu, pomocí kterého byla nastavena optimální vzdálenost konce vlákna od čočky tak, aby za čočkou vznikl kolimovaný svazek rovnoběžný s optickým stolem. Vzhledem ke krátké koherenční délce použitého zdroje nelze pro kontrolu rovnoběžnosti svazku využít Murtyův interferometr (obrázek 2.4). Byla tedy provedena kontrola průměru svazku na délce asi 5 m .

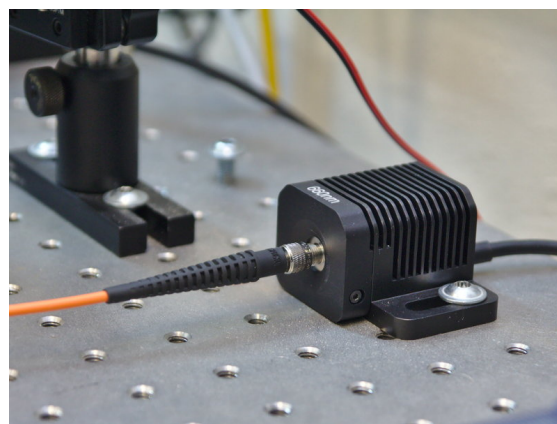


Obrázek 6.7: Fotografie zdroje světla pro interferometr. Světlo z LED (obrázek 6.8) je přivedeno vlákem, za jehož koncem je umístěna spojná čočka tak, že konec vlákna je v jejím ohnisku, čímž za čočkou vznikne kolimovaný svazek o průměru 20 mm, jehož osa je vyznačena žlutou barvou. Svazek z helium-neonového laseru (osa vyznačena červeně) prochází nejprve půlvlnnou deskou, která umožňuje měnit rovinu polarizace svazku, a dále dvěma spojnými čočkami, které zvyšují průměr svazku na 20 mm. Mezi čočkami je umístěna clona, která umožňuje dočasnou změnu průměru svazku. Oba svazky jsou zkombinovány pomocí polopropustného zrcadla. Výsledný svazek (osa vyznačena oranžově) směřuje do interferometru (obrázek 6.9).

(a) Červená LED CREE.



(b) Červená LED Thorlabs.



Obrázek 6.8: Dva typy zdrojů nekoherentního světla – červená LED CREE s vláknovým kolimátorem a červená LED Thorlabs navázaná do vlákna.

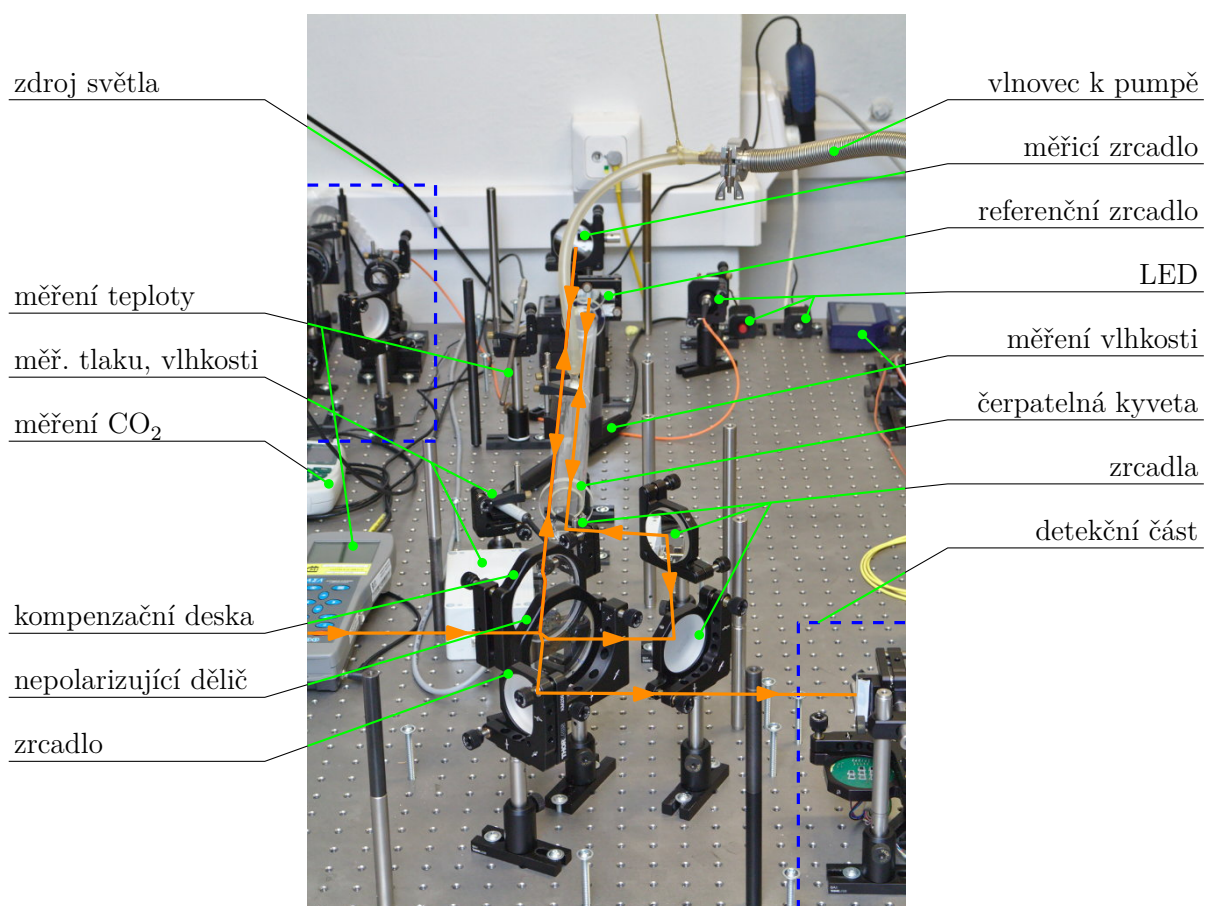
6. NÁVRH A REALIZACE SESTAVY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

Za laserem byla v souladu s návrhem na obrázku 6.1 umístěna půlvlnná deska, a to v držáku, který umožňuje její rotaci, a tady vhodné stočení roviny polarizace laserového záření. Dále svazek procházel dvojicí spojných čoček se společným ohniskem. Za těmito čočkami vznikl široký kolimovaný svazek rovnoběžný s optickým stolem, přičemž správné umístění čoček bylo kontrolováno pomocí Murtyova interferometru (obrázek 2.4) – do svazku byla pod úhlem asi 45° umístěna planoparalelní deska a byly sledovány odrazy svazku od ní (viz kapitola 2.1.4). Mezi čočky byla navíc umístěna irisová clona s nastavitelným průměrem, která umožňovala dočasně snížit průměr svazku.

Po vytvoření dvou kolimovaných svazků podobného průměru, které byly rovnoběžné s optickým stolem, byly svazky spojeny pomocí polopropustného zrcadla. Kombinací náklonu zrcadla, od kterého se odráží svazek bílého světla, a polopropustného zrcadla pak bylo dosaženo sousostí obou svazků, přičemž sousost byla kontrolována na délce asi 5 m.

6.2.2. Interferometr

Interferometr byl realizován dle schématu na obrázku 6.1.2, fotografie realizace interferometru je na obrázku 6.9, detail průchodu svazků v obou větvích kyvetou pak na obrázku 6.11.



Obrázek 6.9: Fotografie interferometru s oranžově vyznačenou osou svazku. Svazek přicházející ze zdroje (obrázek 6.7) je rozdělen nepolarizujícím děličem. V měřící větvi svazek prochází kompenzační deskou a kyvetou (viz obrázek 6.11) a odráží se od pohyblivého měřicího zrcadla. V referenční větvi se odráží od třech zrcadel, prochází kyvetou (viz obrázek 6.11) a odráží se od pevně umístěného referenčního zrcadla. Na výstupu interferometru je svazek nasměrován pomocí zrcadla do detekční části (obrázek 6.12).

Pro co neoptimálnější kompenzaci disperze bylo třeba vhodně upravit polohu kompenzační desky vůči děliči. Pro tento účel byla půlvlnná deska ve zdroji natočena tak, aby nežádoucí odrazy na kompenzační desce měly co nejvyšší intenzitu. Zároveň byl pomocí clony mezi čočkami ve zdroji snížen průměr svazku. To umožňovalo sledovat rovnoběžnost svazku, který prochází děličem, a svazku, který se odráží od kompenzační desky. Jsou-li tyto svazky rovnoběžné, pak i kompenzační deska a dělič jsou rovnoběžné, a tedy svazek v měřicí větvi prochází v kompenzační desce stejnou tloušťkou skla jako svazek v měřicí větvi v děliči, což je požadavek pro kompenzaci disperze.

Po nastavení polohy kompenzační desky byla půlvlnná deska ve zdroji nastavena tak, aby intenzita nežádoucího odrazu na kompenzační desce byla minimální, a nedocházelo tak k nežádoucí interferenci (viz obrázek 6.4).

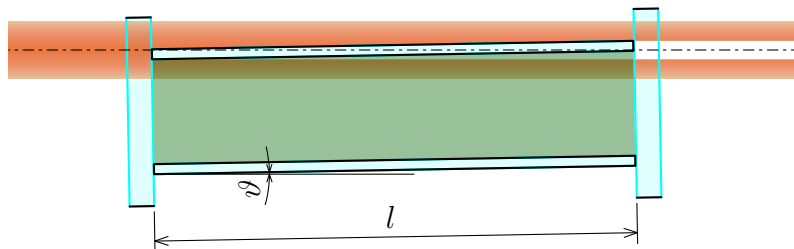
Při umísťování kyvety bylo třeba zajistit, aby osa svazku byla rovnoběžná s osou kyvety. Toho bylo dosaženo pomocí sledování šířky geometrického stínu, který ve svazku vytváří stěna trubice kyvety (viz obrázek 6.10), přičemž předpokládáme, že obě okénka kyvety jsou na stěnu trubice kolmá. Na místo měřicího zrcadla bylo umístěno stínítko a poloha kyvety byla upravena tak, aby velikost stínu byla minimální. Následně bylo do měřicí větve umístěno měřicí zrcadlo. Abychom dosáhli kolmého odrazu od zrcadla, využili jsme opět stínu, který vytváří stěna kyvety. Na výstupu interferometru bylo umístěno stínítko, na kterém jsme minimalizovali velikost tohoto stínu vhodným natočením měřicího zrcadla. Svazek v referenční větvi pak byl srovnán tak, aby byl se svazkem v měřicí větvi rovnoběžný, čímž se zároveň dosáhlo jeho rovnoběžnosti se stěnou kyvety.

Referenční zrcadlo pak bylo natočeno tak, abychom na výstupu interferometru pozorovali interferenci laserového záření, přičemž optimální nastavení referenčního zrcadla je takové, že je interferometr pro vlnovou délku laseru nastaven na nekonečnou šířku interferenčního proužku.

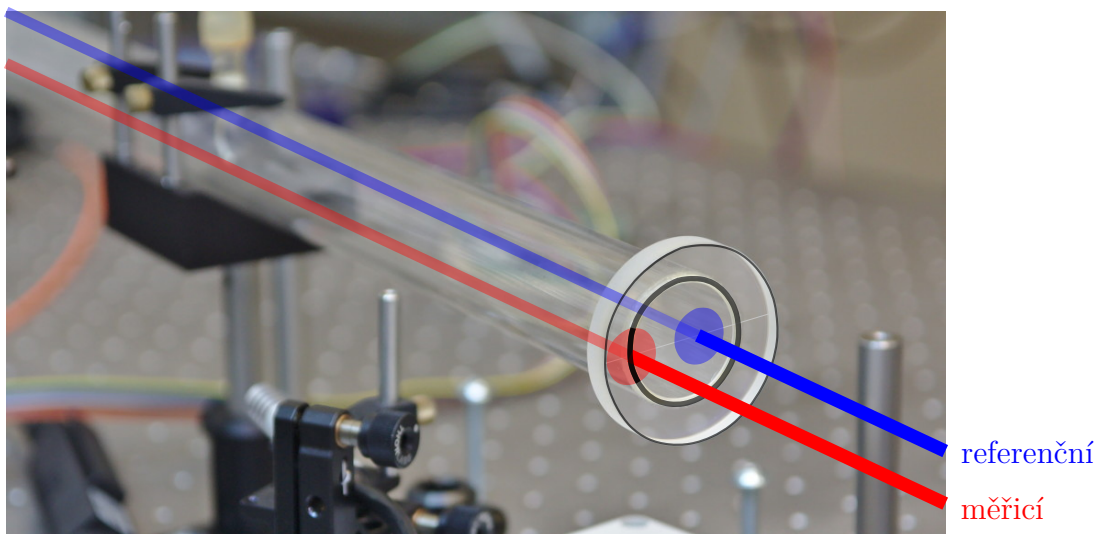
Měřicí zrcadlo interferometru bylo umístěno na piezo posuvu Physik Instrumente s rozsahem 800 μm . Tento stolek pak byl umístěn na mikrometrickém posuvu s rozsahem asi 20 mm, který umožňoval počáteční nastavení pozice měřicího zrcadla. Aby došlo k interferenci bílého světla, je třeba, aby rozdíl optických drah v obou větvích interferometru byl menší nebo srovnatelný s koherenční délkou, která je v řádu jednotek mikrometrů. Je tedy třeba zrcadla v obou větvích interferometru umístit tak, aby obě větve byly stejně dlouhé. Toho bylo přibližně dosaženo pomocí měření délky obou větví metrem. Následně byla pomocí mikrometrického posuvu pomalu měněna délka měřicí větve, dokud na výstupu interferometru nebyla viditelná interference bílého světla. Pozice měřicího zrcadla pak byla zvolena tak, aby v obou částech svazku (jak části, která prochází vnější komorou kyvety, tedy vzduchem, tak části, která prochází vnitřní komorou kyvety, tedy vakuem) docházelo při vyčerpané kyvetě k interferenci bílého světla v druhé polovině rozsahu piezo posuvu. První polovina rozsahu tak mohla být využita pro měření interferenčních signálů během čerpání kyvety pro referenční metodu měření indexu lomu vzduchu.

Interferometr byl během všech měření zakryt, aby se minimalizovalo proudění vzduchu, které by způsobovalo gradient indexu lomu vzduchu.

6. NÁVRH A REALIZACE SESTAVY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU



Obrázek 6.10: Pro srovnání osy kyvety s osou svazku využijeme geometrický stín stěny kyvety. Kyveta je srovnána s osou svazku, je-li velikost stínu minimální.



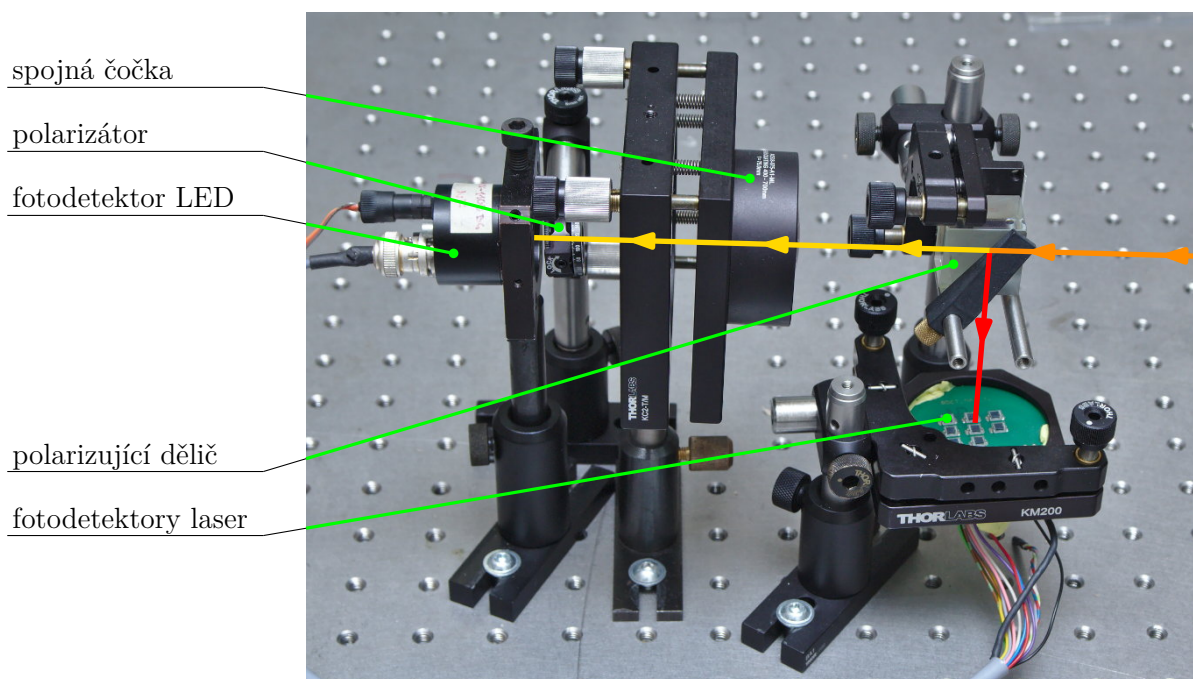
Obrázek 6.11: Detail průchodu svazků kyvetou. Svazek v referenční větvi (vyznačen modře) prochází celý vnitřním prostorem kyvety. Svazek v měřicí větvi (vyznačen červeně) je rozdělen stěnou kyvety, jedna jeho část prochází vnitřním a druhá část vnějším prostorem kyvety. Kyveta je nastavena tak, aby její osa byla rovnoběžná se svazkem v měřicí větvi (viz obrázek 6.10). Svazek v referenční větvi je rovnoběžný se svazkem v měřicí větvi.

6.2.3. Detekční část

Detekční část sestavy byla realizována podle schématu na obrázku 6.1.3, fotografie realizované detekční části je na obrázku 6.12.

Vzhledem k požadavku na polarizaci laserového záření z důvodu omezení nežádoucích odrazů na děliči (viz kapitola 6.1.2), bylo třeba natočit polarizující dělič tak, že laserový svazek směřoval kolmo na desku stolu, a tedy fotodetektor pro detekci laserového záření byl umístěn pod polarizujícím děličem.

Pro detekci interference laserového záření bylo použito pole osmi fotodetektorů, z nějž byly pro experiment použity pouze detektory dva (jeden pro část svazku procházející v kyvetě vakuem a druhý pro část procházející vzduchem). Pro detekci interference bílého světla byl použit jediný fotodetektor. Všechny fotodetektory byly připojeny ke kartě National Instruments USB-6212, která byla připojena pomocí USB k počítači, na který byly naměřené signály zaznamenávány.

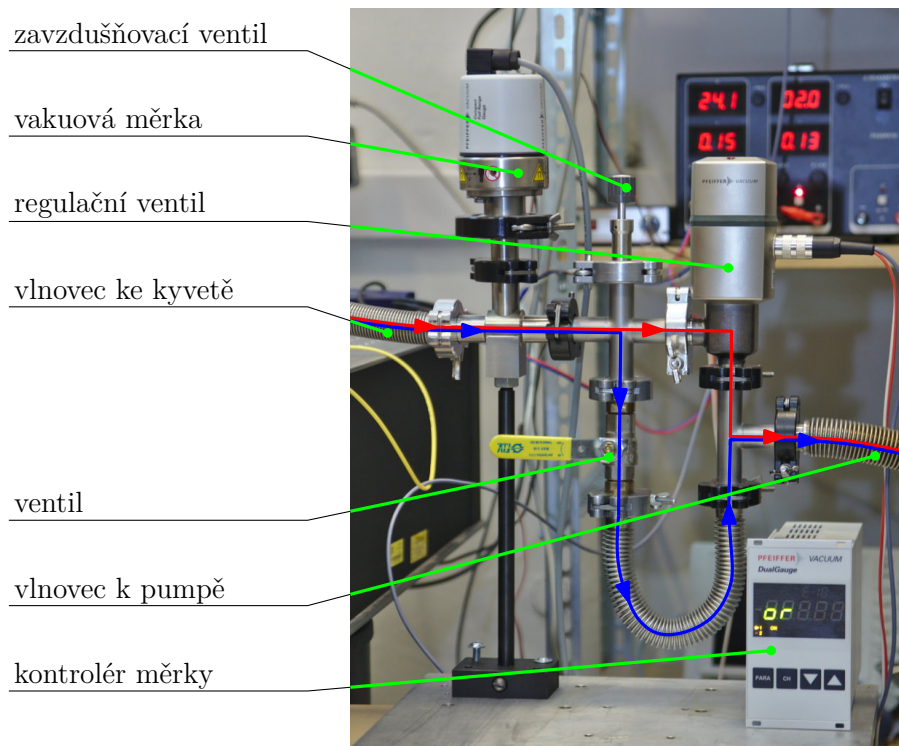


Obrázek 6.12: Fotografie detekční části sestavy s vyznačenými osami svazků. Svazek z interferometru (obrázek 6.9, osa svazku vyznačena oranžově) vstupuje do polarizujícího děliče. Jedna polarizace (laser a polovina LED, osa vyznačena červeně) je odražena do pole fotodetektorů (příčměž využíváme jeden fotodetektor pro vnější a jeden pro vnitřní část kyvety), druhá prochází (osa vyznačena žlutě) a je fokusována spojnou čočkou přes polarizátor na fotodetektor. Naměřené signály z fotodetektorů jsou na obrázku 7.1.

6. NÁVRH A REALIZACE SESTAVY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

6.2.4. Vakuová aparatura

Vakuová aparatura byla realizována dle schématu na obrázku 6.6. Fotografie vakuové aparatury je na obrázku 6.13. Ventily i pumpa byly kvůli omezení vibrací umístěny mimo optický stůl.



Obrázek 6.13: Fotografie vakuové aparatury. Vzduch může být z kyvety čerpán dvěma cestami – přes regulační ventil (ten umožňuje ovládat čerpací rychlost pomocí počítače; vyznačeno červeně) nebo přes kulový ventil (v tomto případě je čerpací rychlost vyšší, ale není možné ji ovládat; vyznačeno modře). Tlak je měřen pomocí Piraniho měrky. Základní tlak je asi 1 Pa.

6.3. Omezení sestavy

Sestava navržená a realizovaná v této práci má řadu omezení vyplývajících z výběru komponent.

Zásadním omezením, které zabraňuje bez dalších úprav zcela automatizovanému měření, je použití zrcadel v měřicí i referenční větvi. V takovém uspořádání není možné zajistit, že se svazky od měřicího a referenčního zrcadla odráží vždy přesně kolmo. Jestliže v jednom okamžiku nastavíme interferometr na nekonečnou šířku interferenčního proužku, vlivem teplotní roztažnosti, vibrací apod. za nějakou dobu dojde k náklonu zrcadel a interferometr již nebude vhodně nastaven, což bude negativně ovlivňovat naměřené hodnoty indexu lomu vzduchu, viz kapitola 5.6.3.

Řešením by bylo použití zrcadlových koutových odražečů místo referenčního a měřicího zrcadla. Vhodné koutové odražeče však v době realizace sestavy nebyly k dispozici. V případě použití koutových odražečů by navíc bylo třeba sestavu modifikovat, neboť v tom případě by v sestavě z obrázku 6.3 (přičemž osa koutového odražeče by byla totožná s osou svazku) v měřicí větvi obě části svazku procházely vždy vakuem i vzduchem,

a tedy bychom nemohli naměřit fázový rozdíl způsobený vakuem uvnitř kyvety. Bylo by tedy třeba použít uspořádání uvedené na obrázku 5.1, a tedy nebylo by možné část kyvety použít pro kompenzaci disperze jako v realizované sestavě, ale bylo by nutné použít kompenzační desky pro průchod svazku skleněnými okénky kyvety (na obrázku 5.1 označeny KD2), které také nebyly k dispozici. Uspořádání na obrázku 5.1 by navíc vyžadovalo vyšší průměr svazku, popř. menší průměr kyvety.

Druhou možností by bylo na výstup interferometru umístit kameru a alespoň jedno ze zrcadel umístit na držák umožňující elektronické ovládání náklonu. Dle laserových interferenčních signálů v různých bodech kamery by bylo možné zjistit náklon zrcadla a pomocí držáku jej automaticky kompenzovat.

6. NÁVRH A REALIZACE SESTAVY PRO MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

7. Měření indexu lomu vzduchu

Tato kapitola popisuje experimentální ověření nové metody pro měření indexu lomu vzduchu, která využívá kombinaci laserové interferometrie a interferometrie nízké koherence. Tato metoda byla analyzována v kapitole 5. Měření probíhala na experimentální sestavě, jejíž návrh a realizace jsou popsány v kapitole 6. Pro ověření naměřených hodnot byl index lomu vzduchu měřen také pomocí dvou referenčních metod – přímé metody založené na měření interferenčních signálů během čerpání kyvety (viz kapitola 4.2.1) a nepřímé metody, která hodnotu indexu lomu vzduchu počítá z atmosferických podmínek (viz kapitola 4.3).

Měření pomocí těchto tří různých metod je detailně popsáno v kapitole 7.1 a v kapitole 7.2 je na jednom konkrétním příkladu podrobně popsáno zpracování naměřených signálů. Dále je v kapitole 7.3 provedeno srovnání hodnot naměřených pomocí různých metod, a tedy experimentální ověření nové metody pro měření indexu lomu vzduchu, která je popsána v kapitole 5. V kapitole 7.4 jsou pak vyhodnoceny nejistoty provedených přímých i nepřímých měření indexu lomu vzduchu.

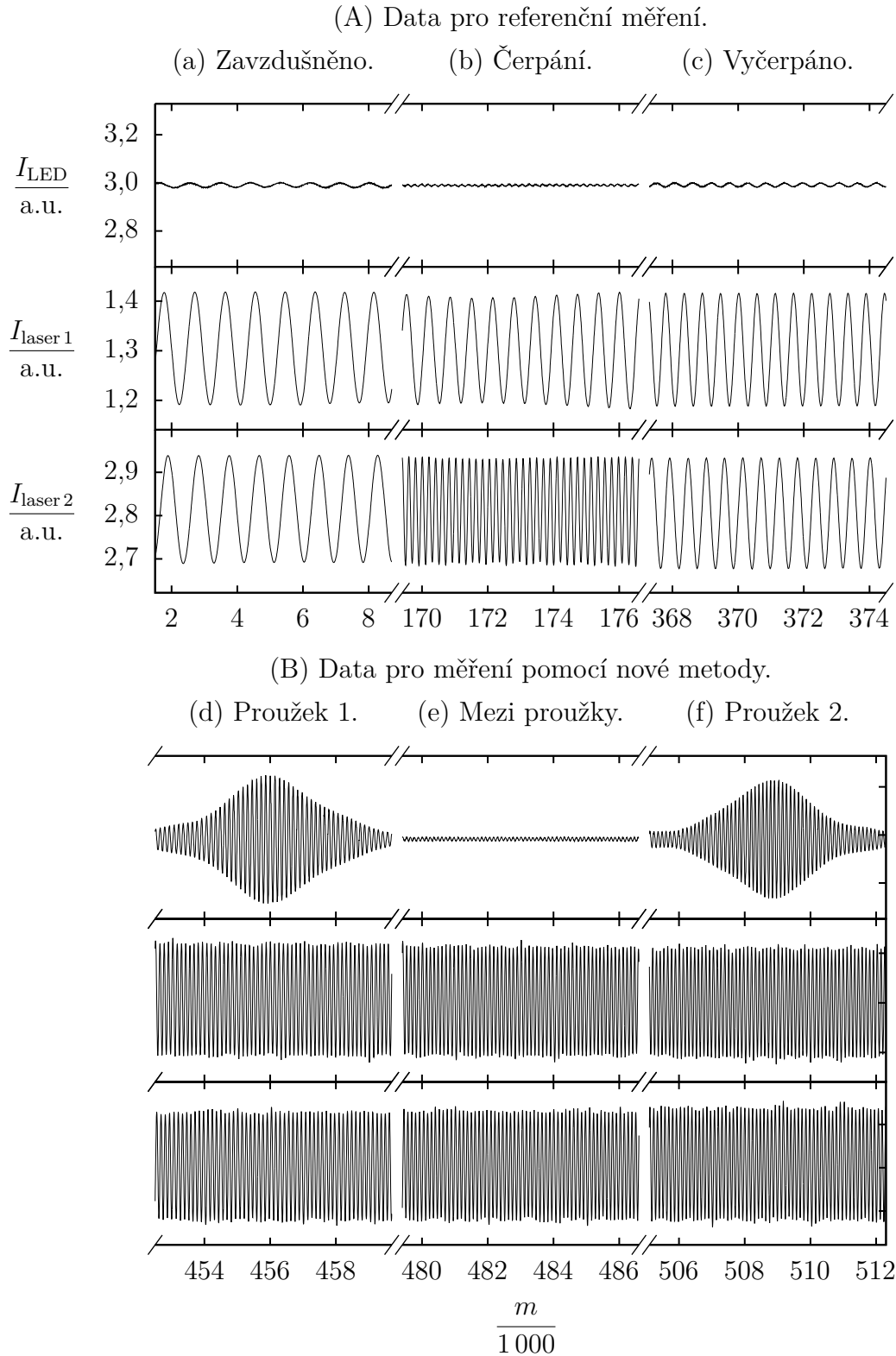
7.1. Popis měření

Provedená měření lze rozdělit na dvě části – měření dat pro referenční metodu a měření dat pro novou metodu. Toto rozdělení je patrné i na interferenčních signálech naměřených během měření, které jsou uvedeny na obrázku 7.1. Celý proces měření je shrnut v tabulce 7.1.

Tabulka 7.1: Shrnutí procesu měření. Nejprve se měří data pro referenční metodu, kdy čerpáme kyvetu ze vzduchu do vakua. Po vyčerpání kyvety dochází k měření pomocí nové metody. Jednotlivým fázím měření odpovídají interferenční signály na obrázku 7.1.

	referenční metoda			nová metoda
	zavzdušněno	čerpání	vyčerpáno	vyčerpáno
pumpa	vypnuta	zapnuta	zapnuta	zapnuta
zavzdušňovací ventil	otevřen	zavřen	zavřen	zavřen
regulační ventil	zavřen	otevřívá se	otevřen	otevřen
kulový ventil	otevřen	zavřen	otevřen	otevřen
tlak uvnitř kyvety	atmosferický	klesá	10 ⁰ Pa	10 ⁰ Pa
rychlost zrcadla	malá	malá	malá	vyšší

7. MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU



Obrázek 7.1: Signály naměřené na třech fotodetektorech (viz obrázek 6.12) během měření. Signál I_{LED} je záznam interference bílého světla a $I_{\text{laser } 1}$ (v části svazku, která prochází v měřicí větvi vnitřní komorou kyvety) a $I_{\text{laser } 2}$ (v druhé části svazku) interference laserového záření. Nejprve probíhalo měření dat pro referenční metodu, kdy měříme rozdíl fází laserových interferenčních signálů během čerpání kyvety. Po vyčerpání kyvety se zvýšila rychlost měřicího zrcadla a byla zaznamenána interference bílého světla pro novou metodu měření indexu lomu vzduchu. Na vodorovné ose je číslo vzorku m .

7.2. KOMENTOVANÝ PŘÍKLAD VYHODNOCENÍ MĚŘENÍ

Měření bylo řízeno pomocí prostředí LabVIEW, pomocí kterého bylo možné ovládat polohu měřicího zrcadla (změnou napětí na piezo posuvu) a polohu regulačního ventilu a také sledovat a zaznamenávat měřené interferenční signály a atmosferické podmínky (teplotu, tlak, relativní vlhkost a koncentraci CO₂).

Pro výpočet indexu lomu vzduchu pomocí referenční přímé metody potřebujeme naměřit interferenční signály během čerpání kyvety (obrázek 7.1A). Na počátku měření je kyveta zavzdušněna. Před samotným měřením je nutné ručně srovnat referenční zrcadlo tak, aby byl na výstupu interferometru patrný jediný laserový interferenční proužek (tedy interferometr je pro vlnovou délku laseru nastaven na nekonečnou šířku proužku). Následně jsou uzavřeny všechny tři ventily – ručně ovládaný zavzdušňovací a kulový a elektronicky ovládaný regulační (viz obrázek 6.13). Je spuštěn pomalý posuv měřicího zrcadla (rychlost je zvolena tak, aby během vyčerpání kyvety zrcadlo urazilo asi 200 μm, a tedy byla stále k dispozici dostatečná část rozsahu použitého piezo posuvu pro záznam interference bílého světla) a též je zahájeno zaznamenávání interferenčních signálů. Po zaznamenání signálů, ze kterých je možné určit počáteční naklonění zrcadel, je spuštěno čerpání kyvety a regulační ventil se začíná otevírat. Pokud bychom regulační ventil plně otevřeli ihned po zahájení čerpání (popř. otevřeli kulový ventil), čerpací rychlost by byla tak velká, že by v kyvetě vznikl gradient tlaku, tedy i gradient indexu lomu. Na výstupu interferometru, který byl nastaven na nekonečnou šířku interferenčního proužku, by se objevilo několik interferenčních proužků a kontrast měřeného interferenčního signálu by značně poklesl. Z toho důvodu bylo čerpání ručně regulováno pomocí elektronicky ovládaného regulačního ventilu. Jakmile tlak dosáhl hodnoty 10⁰ Pa, byl otevřen též kulový ventil.

Po vyčerpání kyvety je možné přistoupit k měření interferenčních signálů pro novou metodu měření indexu lomu vzduchu (viz obrázek 7.1B). Jelikož je kyveta již vyčerpána, a tedy není třeba na její vyčerpání čekat, je možné během této fáze měření zvýšit rychlost měřicího zrcadla.

7.2. Komentovaný příklad vyhodnocení měření

Po naměření interferenčních signálů je třeba pro výpočet indexu lomu vzduchu tyto signály zpracovat postupem popsáním v kapitole 5. V této kapitole bude zpracování naměřených signálů ilustrováno na jednom měření, během kterého byly naměřeny signály na obrázku 7.1.

Zpracování všech naměřených dat probíhalo až po ukončení měření, a to v prostředí MATLAB.

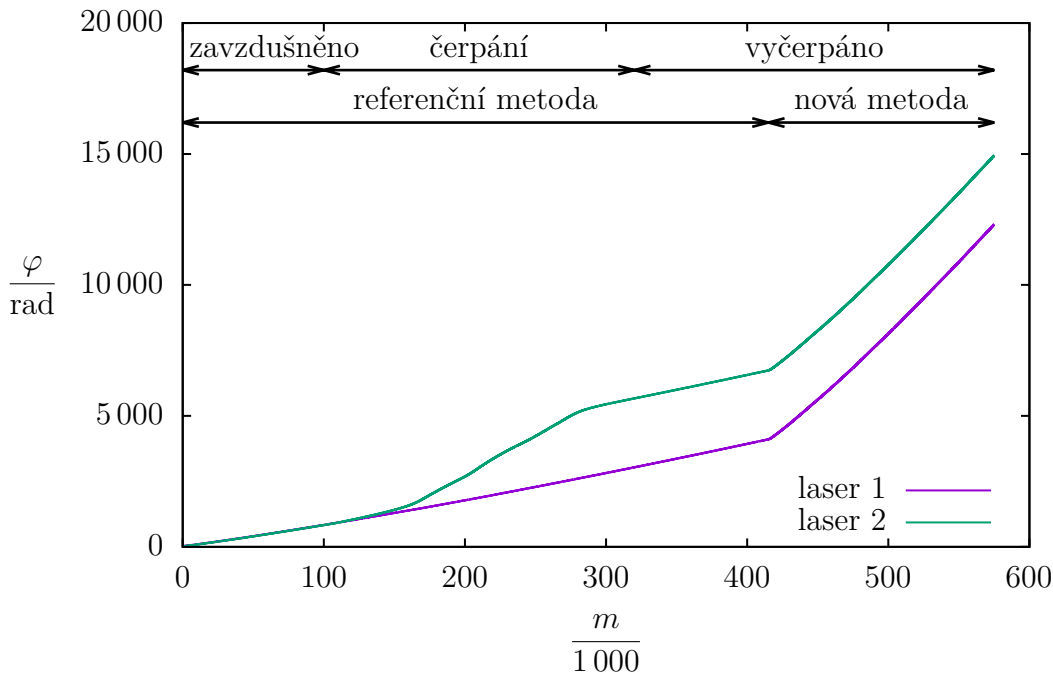
7.2.1. Vyhodnocení nepřímého referenčního měření

Toto konkrétní měření probíhalo při teplotě 20,24 °C, atmosferickém tlaku 99,15 kPa, relativní vlhkosti 36 % a koncentraci CO₂ 930 ppm. Podle Edlénových rovnic (4.12)–(4.17) je index lomu vzduchu 1,000 265 49, dle Ciddorových rovnic (4.18)–(4.28) 1,000 265 50.

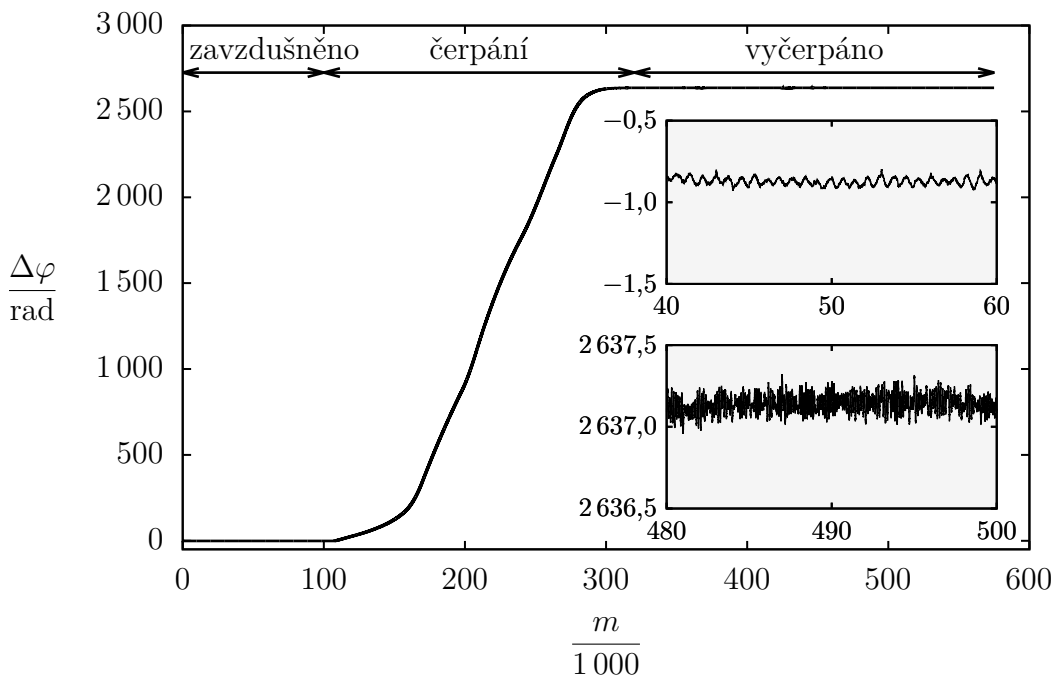
7.2.2. Vyhodnocení přímého referenčního měření

Pro ověření hodnot indexu lomu vzduchu naměřených pomocí nové metody analyzované v kapitole 5 používáme přímou metodu založenou na měření fázového rozdílu mezi interferenčními signály zaznamenanými během čerpání kyvety (viz kapitola 4.2.1).

7. MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU



Obrázek 7.2: Fáze laserových interferenčních signálů z obrázku 7.1. Na obrázku jsou vyznačeny všechny fáze měření. Při referenčním měření se měřicí zrcadlo pohybuje pomalu, při měření pomocí nové metody je jeho rychlost vyšší. Na počátku, kdy je kyveta zavzdušněna, je rozdíl fází mezi signály malý a při čerpání začne narůstat. Jakmile tlak v kyvetě dosáhne hodnoty řádově 10^0 Pa, rozdíl fází se již přestane měnit a po zbytek měření je konstantní, viz obrázek 7.3. Na vodorovné ose je číslo vzorku m .



Obrázek 7.3: Rozdíl fází laserových interferenčních signálů z obrázku 7.1. Fáze obou signálů jsou vyneseny na obrázku 7.2. Na obrázku jsou patrné fáze čerpání. Na počátku, kdy je kyveta zavzdušněna, je rozdíl fází mezi signály malý a při čerpání začne narůstat. Jakmile tlak v kyvetě dosáhne hodnoty řádově 10^0 Pa, rozdíl fází se již přestane měnit a po zbytek měření je konstantní. Na vodorovné ose je číslo vzorku m .

Oba naměřené interferenční signály zpracujeme metodou popsanou v kapitole 2.2.1, tedy za pomoci Hilbertovy transformace vypočítáme analytický signál, zjistíme jeho fázi a tu následně rozbálíme. Fáze vypočítaná ze signálů uvedených na obrázku 7.1 je na obrázku 7.2.

Pro výpočet indexu lomu vzduchu potřebujeme znát fázový rozdíl způsobený vyčerpáním kyvety. Fáze obou signálů na obrázku 7.2 tedy odečteme, viz obrázek 7.3. Na obrázku vidíme, že nejprve je fázový rozdíl konstantní (roven hodnotě $-0,86$ rad), což odpovídá situaci, kdy je kyveta zavzdušněna. Pokud by interferometr byl ideální a byl ideálně nastaven, fázový rozdíl při zavzdušnění kyvetě by byl nulový. Poté dochází k nárůstu fázového rozdílu mezi signály, což odpovídá postupnému snižování tlaku v kyvetě, a tedy rostoucímu rozdílu optických drah v obou částech svazku v měřicí větvi interferometru při průchodu kyvetou. Při tlaku řádově 10^0 Pa se již fázový rozdíl měřitelně nemění a zůstává po zbytek měření roven $2\,637,19$ rad.

Rozdíl hodnot fáze před a po vyčerpání kyvety je v tomto případě $2\,638,05$ rad. Dle rovnice (5.2) je pak index lomu vzduchu $1,000\,265\,47$. Tato hodnota se od hodnoty vypočítané pomocí Edlénových rovnic liší o $2 \cdot 10^{-8}$.

7.2.3. Vyhodnocení měření pomocí nové metody

Prvním krokem zpracování pomocí nově navržené metody je rekonstrukce dvou interferenčních signálů, které zaznamenávají interferenci bílého světla. V experimentu používáme pouze jediný fotodetektor pro zaznamenání této interference (viz schéma detekční části na obrázku 6.5), avšak navržená metoda vyžaduje dva interferenční signály (viz kapitola 5).

Celý naměřený signál nejprve proložíme polynomem nízkého stupně, v našem případě přímkou, čímž získáme stejnosměrnou složku signálu (viz obrázek 7.4), kterou od něj odečteme, a tedy získáme jeho střídavou složku. Dále v interferenčním signálu nalezneme oba interferenční proužky (každý z nich odpovídá interferenci v jiné části svazku), a to pomocí korelační metody. Signál mezi oběma proužky rozdělíme na dva a chybějící informace o intenzitě doplníme nulovými hodnotami (jelikož při těchto polohách měřicího zrcadla nedochází k interferenci, naměřená střídavá složka signálu by byl pouze šum), viz obrázek 7.5.

Jako informaci o poloze měřicího zrcadla během interference bílého světla použijeme fázi jednoho z laserových interferenčních signálů, kterou jsme vypočítali na obrázku 7.2. Z obrázku 7.3 je patrné, že po vyčerpání kyvety je fázový rozdíl mezi oběma signály konstantní, a tedy nezáleží na tom, který z obou signálů pro informaci o poloze měřicího zrcadla využijeme. Po použití jednoho z laserových interferenčních signálů získáme závislosti na obrázku 7.5.

Druhým krokem zpracování je výpočet diskrétní Fourierovy transformace obou bílých interferenčních signálů na obrázku 7.5. Abychom mohli využít rychlou Fourierovu transformaci (FFT), je třeba, aby mezi každými dvěma po sobě jdoucími vzorky měřicí zrcadlo urazilo stejnou vzdálenost. To pro naměřená data obecně nemusí platit, a proto naměřená data převzorkujeme. Jinou možností by bylo využít NDFT, tedy Fourierovu transformaci, kdy vzorky nejsou ekvidistantní. Získáme spektra obou signálů, viz obrázek 7.6a,b.

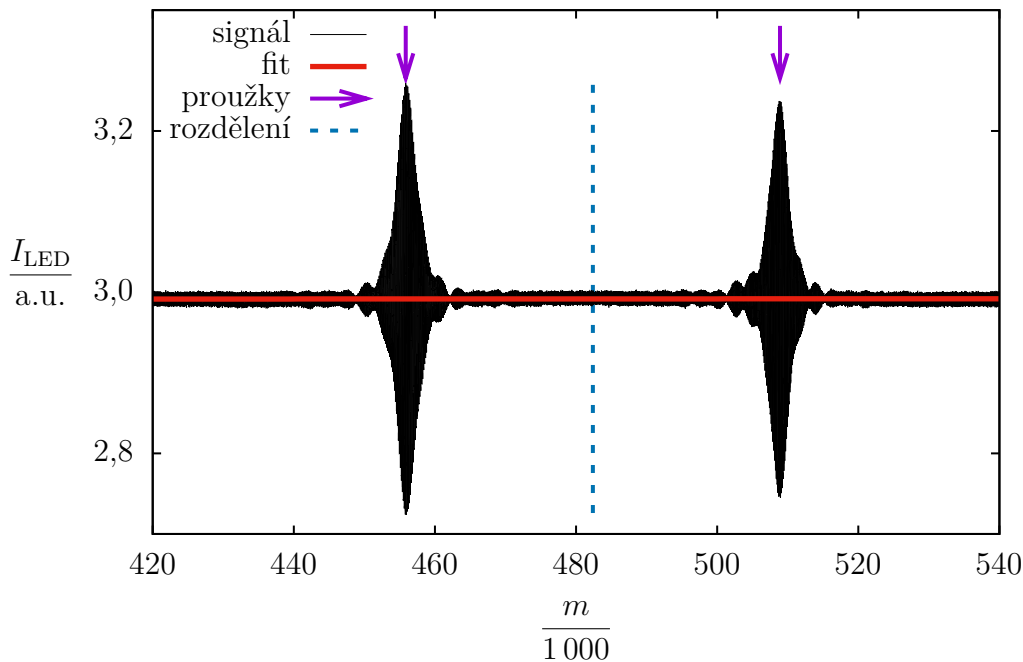
Jelikož interferenční signály (obrázek 7.5), jejichž spektra počítáme, mají na vodorovné ose polohu v interferenčních proužcích, vypočítaná spektra budou v závislosti na prostorové frekvenci vyjádřené v reciproké hodnotě interferenčních proužků. Pro zpracování je však důležitá vlnová délka. Nejprve tedy prostorovou frekvenci převedeme na vlnovou délku ve vakuu vyjádřenou v laserových interferenčních proužcích (osa na obrázku 7.6 dole). Poté vlnové délce odpovídající dvěma interferenčním proužkům v laserovém interferen-

7. MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

ním signálu přiřadíme vakuovou vlnovou délku laseru, tedy 633 nm (viz kapitola 5.5.1). Ostatní hodnoty pak dopočítáme lineárně, čímž na obrázku 7.6 získáme přibližné závislost na vlnové délce ve vakuu λ_0 .

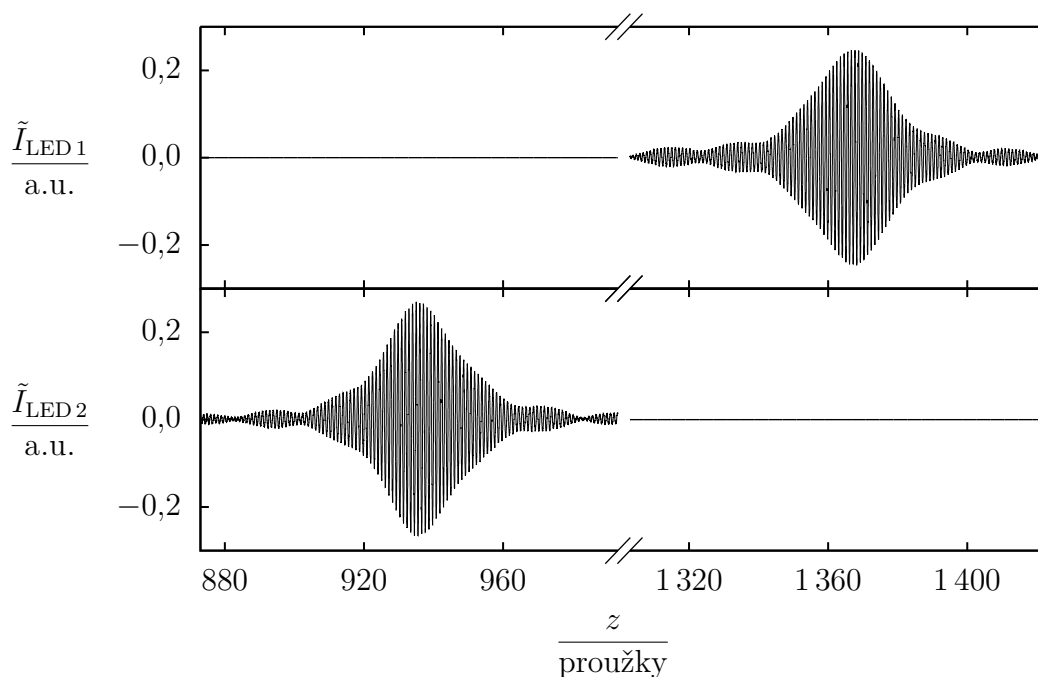
Na obrázku 7.6 je, stejně jako na obrázku 7.4, viditelné, že laserové záření nebylo pomocí polarizujícího děliče a polarizátoru dokonale odfiltrováno. Tato skutečnost nám ovšem nevadí, neboť vlnová délka laseru je na okraji intervalu vlnových délek použité LED Thorlabs (viz naměřené spektrum na obrázku 6.2a a též spektrum vypočítané z interferenčních signálů na obrázku 7.6a). V opačném případě (např. při použití LED CREE) by bylo třeba postupovat dle kapitoly 5.6.4.

Z fází obou interferenčních signálů (obrázek 7.6b) vypočítáme rozdíl (obrázek 7.6c) v závislosti na vlnové délce ve vakuu. Tato závislost může být vzhledem ke způsobu výpočtu (použití Fourierovy transformace a algoritmu na rozbalení fáze) posunuta o libovolný násobek 2π . Z toho důvodu naměřenou závislost fitujeme závislostí teoretickou, přičemž máme šest možností, jak tento fit provést (viz kapitola 5.5.3). Zde byl vybrán nelineární fit teoretickou funkcí sestavenou na základě Edlénových rovnic, regresní funkci tedy získáme dosazením rovnic (4.12)–(4.17) do rovnice (5.8). Po provedení regrese již můžeme vypočítat fázové zpoždění pro vlnovou délku laseru ve vakuu $\lambda_{0L} = 633$ nm, které je $\Delta\varphi_{WLI}(\lambda_{0L}) = 2637,27$. Vzhledem k tomu, že vlnová délka laseru je již mimo interval vlnových délek, ve kterém provádíme fitování naměřené závislosti fázového posunu na vlnové délce (viz obrázek 7.6c), hodnota pro tuto vlnovou délku je vypočítána extrapolací založenou na teoretické závislosti.



Obrázek 7.4: Rozdělení interferenčního signálu světla z LED. K interferenci dochází při dvou odlišných polohách měřicího zrcadla (pro část svazku procházející vnitřní a vnější komorou kyvety). V signálu nalezneme polohy odpovídající interferenci v každé části svazku (vyznačené červenými šipkami) a signál mezi maximy rozdělíme, čímž získáme signály, které bychom naměřili, pokud bychom pro detekci interference používali dva fotodetektory jako v případě laserového záření (viz obrázek 7.5). Zároveň signál prokládáme přímkou, čímž zjistíme jeho stejnosměrnou složku, kterou od něj odečteme. Na vodorovné ose je číslo vzorku m .

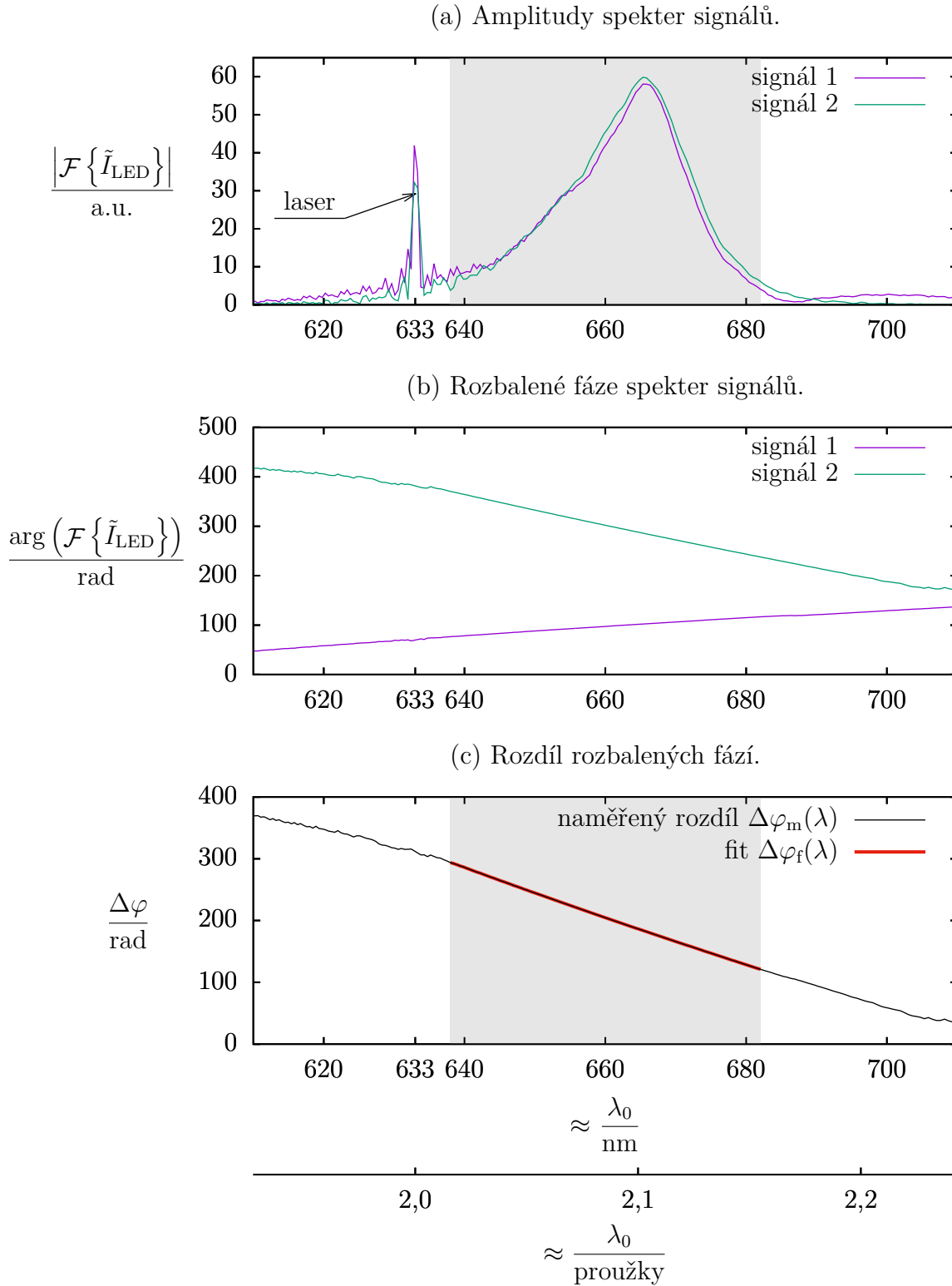
7.2. KOMENTOVANÝ PŘÍKLAD VYHODNOCENÍ MĚŘENÍ



Obrázek 7.5: Rozdělené interferenční signály světla z LED s osou z laserového interferometru. Od signálů z obrázku 7.4 jsme odečetli stejnosměrnou složku a signály doplnili nulovými hodnotami. Tímto jsme vytvořili signály, které bychom naměřili, pokud bychom pro detekci interference světla z LED používali dva fotodetektory. Vodorovná osa grafů (poloha měřicího zrcadla vyjádřená v interferenčních proužcích laserového záření) byla vytvořena z prvního laserového interferenčního signálu na obrázku 7.1 (oba signály jsou však po vyčerpání kyvety totožné až na konstantní fázový posun, viz obrázek 7.7, takže nezáleží na tom, který pro výpočet osy použijeme).

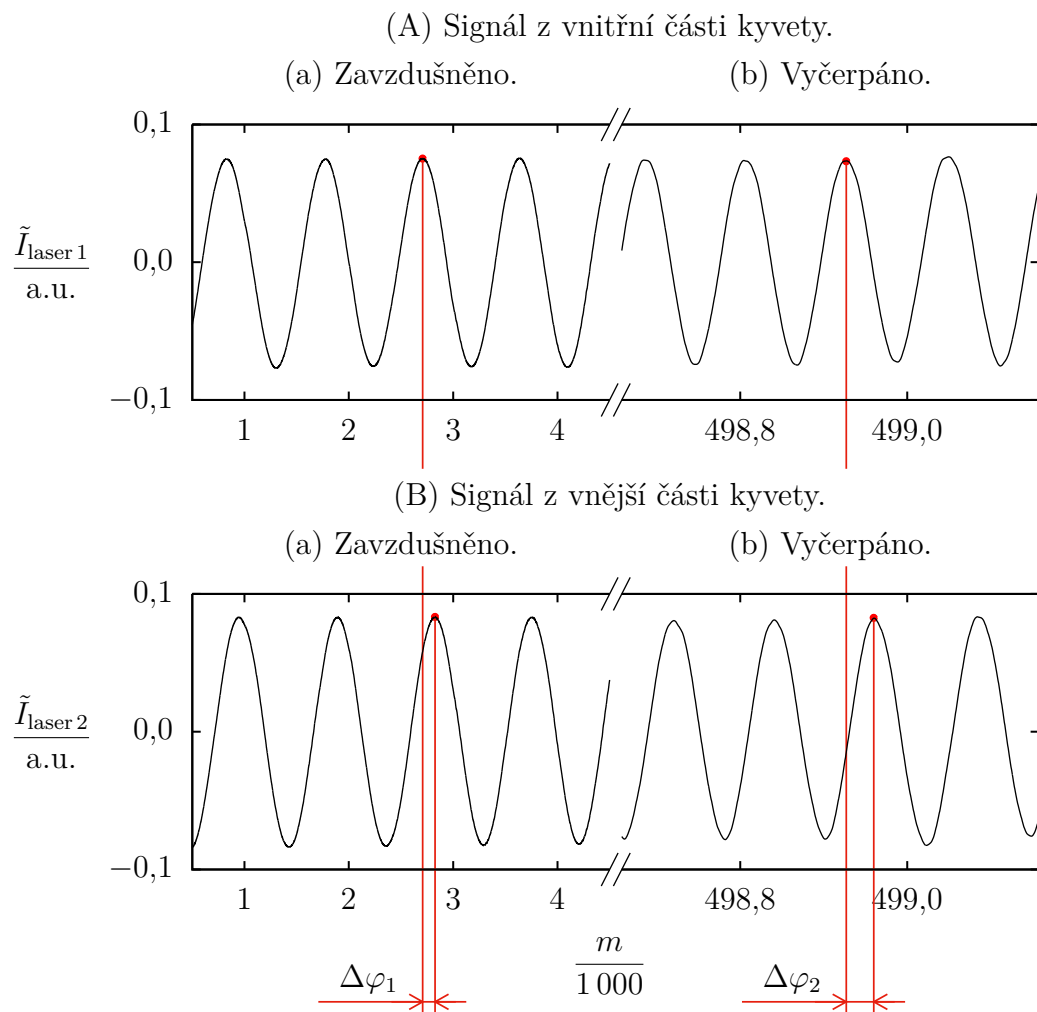
Z hodnoty fázového posunutí vypočítané v předchozím odstavci analýzou bílých interferenčních signálů by již bylo možné vypočítat index lomu vzduchu pomocí rovnice (5.2). Pro vyšší přesnost měření však využijeme i oba laserové interferenční signály. Z měření laserových interferenčních signálů víme, že před vyčerpáním byl jejich fázový rozdíl modulo 2π roven $-0,86$ rad, po vyčerpání $-1,75$ rad, viz obrázek 7.7. Rozdíl těchto hodnot dává fázový posun způsobený vyčerpáním kyvety, v tomto případě $\Delta\varphi_L(\lambda_{0L}) \bmod 2\pi = -0,89$ rad. V souladu s kapitolou 5.5.4 vezmeme nejbližší hodnotu k hodnotě $\Delta\varphi_{WLI}(\lambda_{0L})$ vypočítané z bílých interferenčních signálů, jejíž zbytek po dělení 2π je stejný jako v případě hodnoty $\Delta\varphi_L(\lambda_{0L})$, v tomto případě tedy $\Delta\varphi(\lambda_{0L}) = 2\,638,05$ rad. Z této hodnoty již pomocí rovnice (5.2) vypočítáme index lomu vzduchu $n(\lambda_{0L}) = 1,000\,265\,47$. Toto je stejná hodnota jako byla naměřena pomocí přímé referenční metody (viz kapitola 7.2.2) a liší se o $2 \cdot 10^{-8}$ od hodnoty vypočítané pomocí Edlénových rovnic (viz kapitola 7.2.1).

7. MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU



Obrázek 7.6: Diskrétní Fourierova transformace bílých interferenčních signálů z obrázku 7.5. Z naměřených signálů dostaneme závislosti pro přibližné vlnové délky ve vakuu vyjádřené v interferenčních proužcích laseru, které přepočítáme na hodnoty v metrech. Rozdíl fází mezi signály fitujeme funkcí dle rovnice (5.8). Na vypočítaném spektru, stejně jako samotných signálech na obrázku 7.5, je patrné, že laserové záření nebylo dokonale odfiltrováno.

7.2. KOMENTOVANÝ PŘÍKLAD VYHODNOCENÍ MĚŘENÍ



Obrázek 7.7: Znázornění fázového rozdílu mezi dvěma laserovými interferenčními signály z různých částí kyvety v různých fázích experimentu. Změna fáze mezi signály je způsobena změnou optické dráhy po vyčerpání vzduchu z vnitřního prostoru kyvety. Na vodorovné ose je číslo vzorku m .

7.3. Experimentální ověření nové metody

Pro experimentální ověření nové metody pro měření indexu lomu vzduchu analyzované v kapitole 5 byla provedena série měření, při kterých byly hodnoty naměřené pomocí nové metody srovnávány s hodnotami naměřenými pomocí přímé metody založené na měření interferenčních signálů během čerpání kyvety (viz kapitola 4.2.1) a také s hodnotami vypočítanými pomocí nepřímých metod (viz kapitola 4.3).

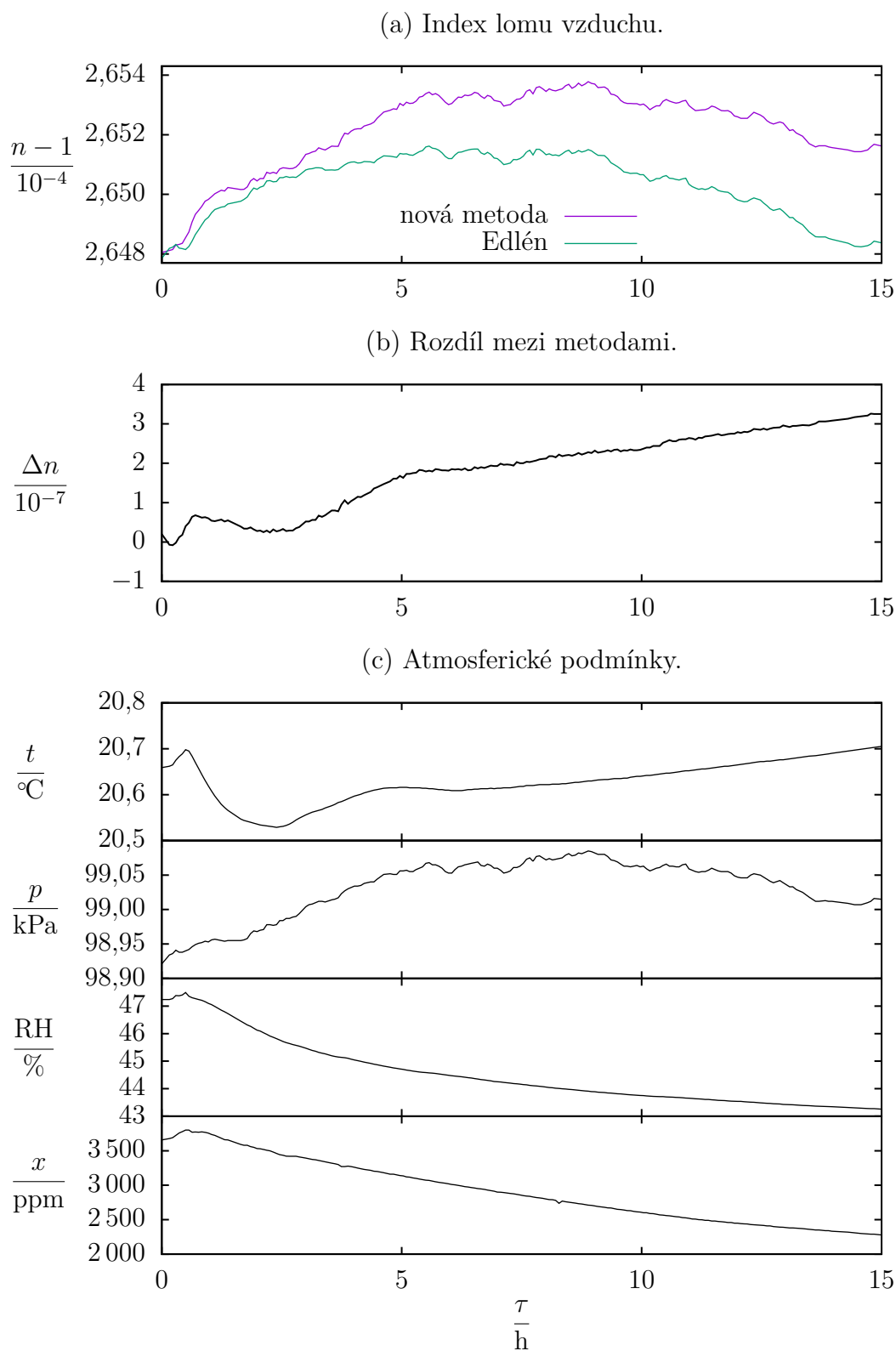
První provedená série měření zahrnovala měření krátkodobá. Na počátku měření byla kyveta zavzdušněna a interferometr byl pro vlnovou délku laseru nastavený na nekonečnou šířku interferenčního proužku, a tedy bylo možné provést referenční měření spočívající v zaznamenání a analýze interferenčních signálů během čerpání kyvety. Ihned po vyčerpání kyvety bylo provedeno první měření pomocí nové metody pro měření indexu lomu vzduchu, byla tedy zaznamenána interference bílého světla při dvou různých polohách měřicího zrcadla. Po několika minutách pak bylo měření pomocí nové metody opakováno. Při vyhodnocování měření pomocí nové metody pak byl použit nejen fázový rozdíl mezi laserovými interferenčními signály po vyčerpání kyvety, ale i fázový rozdíl před vyčerpáním kyvety, který odpovídá náklonu zrcadel.

Výsledky provedených měření jsou v tabulce 7.2. Vidíme, že hodnoty naměřené pomocí přímé referenční metody založené na analýze interferenčních signálů během čerpání kyvety jsou ve všech případech stejné jako hodnoty naměřené pomocí nové metody. To je dáno skutečností, že v obou případech byly pro výpočet použity stejné interferenční signály, pouze se k výsledku došlo jiným postupem. Stejně hodnoty v obou sloupcích pak znamenají, že odhad fázového posunu vypočítaný analýzou bílých interferenčních signálů byl dostatečně přesný (viz kapitola 5.5.4).

V kapitole 5.5.3 byly popsány tři různé metody fitování závislosti fázového rozdílu na vlnové délce, přičemž pro každou metodu bylo možné použít k sestavení teoretické závislosti jak Edlénovy, tak Ciddorovy rovnice. V tabulce 7.3 proto je uvedeno srovnání těchto metod na naměřených datech, přičemž jako referenční je brána hodnota indexu lomu vzduchu vypočítaná kombinací analýzy bílých i laserových interferenčních signálů (v tabulce 7.2 jde tedy o sloupec označený „nová metoda“). Vidíme, že ve všech případech je rozdíl menší než $3 \cdot 10^{-7}$, a tedy odhad fáze je dostatečně přesný (viz kapitola 5.5.4). Na ideálním interferometru kompenzovaném na disperzi vycházela v kapitole 5.5.3 nejnižší odchylka u metody MILS. Na reálných datech jsou však přesnější jiné metody. Tato skutečnost je dána zejména počátečním náklonem zrcadel, tedy tím, že interferometr není nastaven přesně na nekonečnou šířku interferenčního proužku. Zatímco při výpočtu indexu lomu vzduchu analýzou kombinace bílých i laserových interferenčních signálů tento náklon započítáváme (z naměřeného rozdílu fází mezi laserovými interferenčními signály před vyčerpáním kyvety), při analýze samotných bílých interferenčních signálů nikoliv.

Kromě krátkodobého srovnání nové metody s referenčními metodami, jehož výsledky jsou v tabulce 7.2, bylo provedeno též dlouhodobější měření, které trvalo 15 hodin. Na počátku měření byla kyveta zavzdušněna, a tedy bylo možné naměřit laserové interferenční signály, které odpovídají náklonu zrcadel před měřením. Následně byla kyveta vyčerpána. Poté bylo každé 4 minuty provedeno měření pomocí nové metody, měřicí zrcadlo tedy projelo část rozsahu použitého piezo stolku, během čehož došlo dvakrát k interferenci bílého světla (pokaždé v jiné části svazku), a následně se vrátilo do počáteční polohy.

7.3. EXPERIMENTÁLNÍ OVĚŘENÍ NOVÉ METODY



Obrázek 7.8: Výsledky dlouhodobějšího měření indexu lomu vzduchu. Měření probíhalo přes noc, během které se snížila relativní vlhkost vzduchu i koncentrace CO_2 . Rozdíl mezi metodami se zvyšuje v důsledku postupného náklonu měřicího zrcadla. Na vodorovné ose je čas τ .

Tabulka 7.2: Výsledky měření indexu lomu vzduchu n pro vlnovou délku 633 nm za různých atmosferických podmínek (teploty t , tlaku p , relativní vlhkosti RH a koncentrace CO_2 x) a jejich srovnání se dvěma referenčními metodami.

datum	$\frac{t}{^\circ\text{C}}$	$\frac{p}{\text{kPa}}$	RH %	$\frac{x}{\text{ppm}}$	n			rozdíl ^b
					nová metoda	referenční ^a	Edlén [42]	
21. dubna 2015 12:27	20,14	99,20	35	840	1,000 265 68	1,000 265 68	1,000 265 68	$1 \cdot 10^{-9}$
21. dubna 2015 12:37	20,23	99,20	36	880	1,000 265 65		1,000 265 62	$3 \cdot 10^{-8}$
21. dubna 2015 14:52	20,22	99,03	33	850	1,000 265 15	1,000 265 15	1,000 265 17	$-2 \cdot 10^{-8}$
21. dubna 2015 15:02	20,27	99,01	34	910	1,000 265 05		1,000 265 09	$-4 \cdot 10^{-8}$
21. dubna 2015 15:51	20,33	98,96	33	880	1,000 264 89	1,000 264 89	1,000 264 90	$-1 \cdot 10^{-8}$
21. dubna 2015 16:00	20,38	98,96	33	910	1,000 264 87		1,000 264 88	$-1 \cdot 10^{-8}$
21. dubna 2015 17:17	20,89	98,93	35	1 320	1,000 264 38	1,000 264 38	1,000 264 34	$4 \cdot 10^{-8}$
21. dubna 2015 17:27	20,91	98,92	36	1 380	1,000 264 34		1,000 264 33	$8 \cdot 10^{-9}$
22. dubna 2015 09:59	19,66	99,27	35	780	1,000 266 31	1,000 266 31	1,000 266 33	$-2 \cdot 10^{-8}$
22. dubna 2015 10:07	19,80	99,27	35	840	1,000 266 23		1,000 266 21	$1 \cdot 10^{-8}$
22. dubna 2015 10:43	19,66	99,27	35	740	1,000 266 29	1,000 266 29	1,000 266 32	$-3 \cdot 10^{-8}$
22. dubna 2015 10:52	19,80	99,27	35	810	1,000 266 20		1,000 266 22	$-2 \cdot 10^{-8}$
22. dubna 2015 12:20	20,05	99,21	37	800	1,000 265 82	1,000 265 82	1,000 265 80	$3 \cdot 10^{-8}$
22. dubna 2015 12:33	20,14	99,19	37	920	1,000 265 70		1,000 265 68	$2 \cdot 10^{-8}$
22. dubna 2015 13:08	20,03	99,15	37	790	1,000 265 63	1,000 265 63	1,000 265 63	$2 \cdot 10^{-9}$
22. dubna 2015 13:16	20,10	99,13	37	860	1,000 265 55		1,000 265 56	$-6 \cdot 10^{-9}$
22. dubna 2015 15:12	20,06	99,05	35	750	1,000 265 37	1,000 265 37	1,000 265 35	$2 \cdot 10^{-8}$
22. dubna 2015 15:21	20,14	99,04	35	800	1,000 265 31		1,000 265 29	$2 \cdot 10^{-8}$
22. dubna 2015 16:10	20,24	99,02	35	800	1,000 265 07	1,000 265 07	1,000 265 10	$-4 \cdot 10^{-8}$
22. dubna 2015 16:20	20,32	99,02	36	870	1,000 265 01		1,000 265 04	$-3 \cdot 10^{-8}$

^a Přímá metoda měření indexu lomu vzduchu založená na měření rozdílu fází mezi laserovými interferenčními signály během čerpání kyvety (viz kapitola 4.2.1). Prázdná hodnota značí, že měření bylo provedeno s již vyčerpanou kyvetou, a tedy z naměřených signálů nebylo touto metodou možné hodnotu indexu lomu vzduchu vypočítat.

^b Rozdíl hodnoty naměřené pomocí nové metody a hodnoty vypočítané pomocí nepřímé metody (Edlénovy rovnice [42], viz kapitola 4.3.1) s nejistotou $9 \cdot 10^{-8}$. Střední odchylka hodnot naměřených pomocí nové metody od hodnot naměřených nepřímou metodou je $2 \cdot 10^{-8}$.

Tabulka 7.3: Odchyly indexu lomu vypočítané pomocí analýzy bílých interferenčních signálů od hodnot vypočítaných pomocí analýzy kombinace bílých i laserových interferenčních signálů. Fitování závislosti fáze na vlnové délce bylo provedeno šesti způsoby (lineární fit, MILS a nelineární fit, přičemž ve všech třech případech můžeme použít k sestavení teoretické závislosti Edlénovy nebo Ciddorovy rovnice) popsány v kapitole 5.5.3.

datum	$\frac{t}{\text{°C}}$	$\frac{p}{\text{kPa}}$	RH %	$\frac{x}{\text{ppm}}$	$(n_{\text{WLI}} - n_{\text{laser}})/10^{-8}$					
					Edlén			Ciddor		
					lineární	MILS	nelineární	lineární	MILS	nelineární
21. dubna 2015 12:27	20,14	99,20	35	840	21,8	1,7	22,0	21,3	1,7	19,9
21. dubna 2015 12:37	20,23	99,20	36	880	-2,7	-6,7	-5,0	-3,3	-6,7	-4,6
21. dubna 2015 14:52	20,22	99,03	33	850	8,2	-6,6	7,7	7,6	-6,6	7,0
21. dubna 2015 15:02	20,27	99,01	34	910	-6,2	-15,4	-6,3	-6,7	-15,4	-6,8
21. dubna 2015 15:51	20,33	98,96	33	880	3,3	-3,2	2,4	2,7	-3,2	1,2
21. dubna 2015 16:00	20,38	98,96	33	910	-1,8	-7,6	-2,5	-2,3	-7,5	-3,7
21. dubna 2015 17:17	20,89	98,93	35	1 320	8,6	-3,3	7,9	8,1	-3,3	7,3
21. dubna 2015 17:27	20,91	98,92	36	1 380	-0,2	-8,5	-0,6	-0,7	-8,5	-3,2
22. dubna 2015 09:59	19,66	99,27	35	780	-10,7	-18,0	-11,3	-11,2	-18,0	-12,3
22. dubna 2015 10:07	19,80	99,27	35	840	-8,3	-25,9	-9,3	-8,8	-25,9	-9,3
22. dubna 2015 10:43	19,66	99,27	35	740	2,8	-6,6	1,4	2,3	-6,6	1,7
22. dubna 2015 10:52	19,80	99,27	35	810	-3,4	-15,8	-4,5	-3,9	-15,8	-4,9
22. dubna 2015 12:20	20,05	99,21	37	800	-2,6	-10,8	-3,4	-3,1	-10,8	-3,5
22. dubna 2015 12:33	20,14	99,19	37	920	-8,4	-18,0	-10,5	-9,0	-18,0	-10,4
22. dubna 2015 13:08	20,03	99,15	37	790	5,7	-1,1	5,1	5,2	-1,1	4,7
22. dubna 2015 13:16	20,10	99,13	37	860	-3,7	-8,5	-4,3	-4,2	-8,5	-5,7
22. dubna 2015 15:12	20,06	99,05	35	750	-1,1	-10,1	-2,3	-1,7	-10,1	-1,3
22. dubna 2015 15:21	20,14	99,04	35	800	-5,7	-20,1	-7,5	-6,2	-20,1	-8,2
22. dubna 2015 16:10	20,24	99,02	35	800	25,6	17,0	24,8	25,0	17,0	23,8
22. dubna 2015 16:20	20,32	99,02	36	870	-5,2	11,7	-7,1	-5,8	11,7	-7,9
průměr absolutních hodnot					6,8	10,8	7,3	7,0	10,8	7,4

7. MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

Výsledky dlouhodobějšího srovnání jsou uvedeny na obrázku 7.8, kde jsou hodnoty naměřené pomocí nové metody srovnávány s hodnotami vypočítanými pomocí Edlénových rovnic. Z obrázku je zřejmé, že na počátku byl rozdíl malý, ale postupně docházelo k jeho nárůstu. Tento nárůst je způsoben postupnou změnou úhlu zrcadel interferometru, což bylo patrné po ukončení měření, kdy již byly na výstupu interferometru viditelné dva interferenční proužky. Srovnáme-li vývoj rozdílu na obrázku 7.8b s vývojem teploty na obrázku 7.8c, zjistíme, že k náklonu zrcadel pravděpodobně dochází zejména vlivem teplotní roztažnosti. Z výsledků je zřejmé, že navržená sestava není vhodná pro dlouhodobá měření, neboť po vyčerpání kyvety již neměříme náklon zrcadel, a tedy na něj ani výsledky nemůžeme dlouhodobě kompenzovat (viz kapitola 6.3).

Na obrázku 7.8 je též patrný vliv osoby přítomné v laboratoři na atmosférické podmínky. Brzy po začátku měření, kdy byla laboratoř opuštěna, začalo docházet k poklesu teploty, relativní vlhkosti a koncentrace CO_2 .

7.4. Nejistoty měření

7.4.1. Nejistoty přímého měření

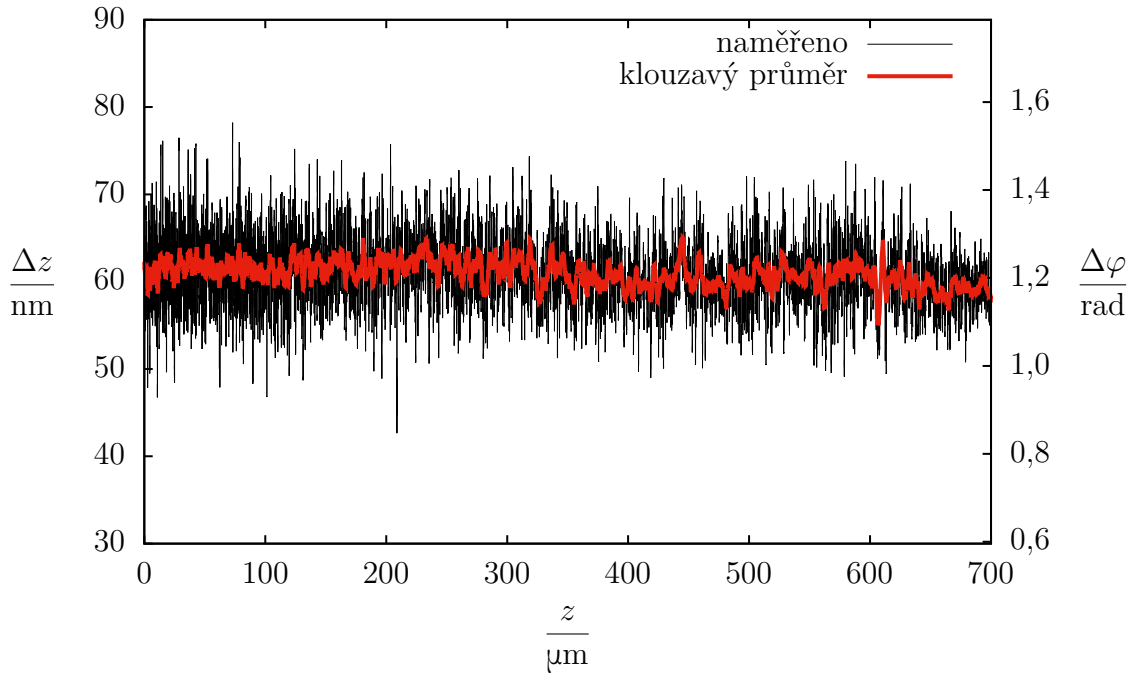
V experimentu jsme používali dvě různé přímé metody měření indexu lomu vzduchu. Obě však byly založeny na měření fázového rozdílu mezi dvěma laserovými interferenčními signály v Michelsonově interferometru. V případě referenční metody šlo o měření během čerpání kyvety, v případě nové metody o měření signálů před a po vyčerpání kyvety, přičemž chybějící informace se dopočítala pomocí bílých interferenčních signálů. Vzhledem k tomu, že hodnota indexu lomu vzduchu určená pomocí nové přímé metody byla vždy určena ze stejných interferenčních signálů jako hodnota určená pomocí referenční přímé metody, nejistoty obou měření jsou stejné. Proto se v této části budeme zabývat pouze nejistotami referenční metody.

Z naměřeného fázového rozdílu počítáme index lomu vzduchu podle vztahu (5.2). Nejistota hodnoty indexu lomu vzduchu tedy závisí na nejistotě vlnové délky, fázového rozdílu a délky kyvety.

Další příspěvek k nejistotě, který vztah (5.2) neuvažuje, je vliv zbytkové atmosféry. Při přímém měření indexu lomu vzduchu jej měříme jako rozdíl vůči indexu lomu referenčního prostředí, v tomto případě vakua. Předpokládáme, že vakuum je dokonalé, a tedy jeho index lomu je roven přesně 1. Při tlaku řádově 10^0 Pa, na který byla kyveta čerpána, je již vliv indexu lomu zbytkové atmosféry zanedbatelný, neboť při vyčerpání na tlak o řád nižší se již rozdíl fází mezi signály měřitelně nemění. Proto odhadneme vliv zbytkové atmosféry jako $\Delta n_z < 1 \cdot 10^{-8}$.

Jako zdroj laserového záření jsme použili nestabilizovaný helium-neonový laser. Jeho vlnová délka ve vakuu je rovna $\lambda_{0L} = 632,991$ nm, přičemž relativní nejistotu vlnové délky ve vakuu odhadneme na $u(\lambda_{0L})/\lambda_{0L} = 10^{-6}$. Nejistota vlnové délky je tedy $u(\lambda_{0L}) = 6 \cdot 10^{-13}$ m.

Při měření dochází k posuvu měřicího zrcadla interferometru, které je umístěno na posuvu Physik Instrumente P-628.1CL. Jsou měřeny dva laserové interferenční signály, každý v jiné části svazku a vyhodnocuje se rozdíl fáze mezi nimi. V případě, že by úhel zrcadla vůči svazku nebyl během měření konstantní, docházelo by ke změně fázového posunutí mezi oběma signály. Použitý stolek má dle specifikace výrobce maximální náklon během posuvu ± 6 μ rad. Při vzdálenosti obou detektorů 10 mm se jedná o maximální rozdíl vzdáleností asi ± 60 nm, který odpovídá fázovému rozdílu mezi signály asi $\pm 1,2$ rad.

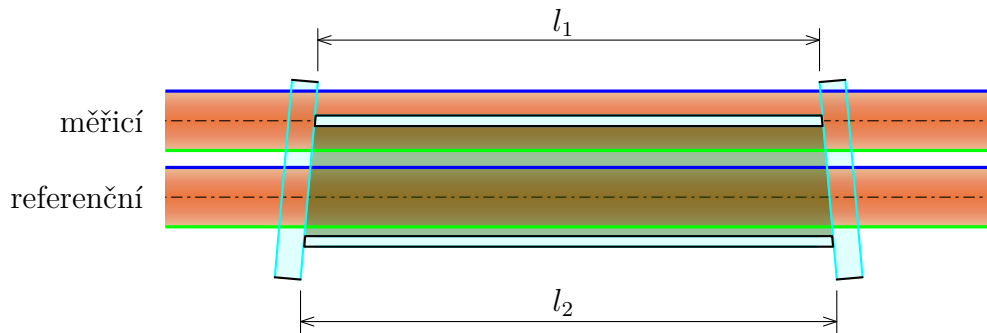


Obrázek 7.9: Naměřený rozdíl fáze (a jí odpovídající rozdíl polohy pro dva 10 mm vzdálené body na zrcadle) laserových interferenčních signálů na obou fotodetektorech při pohybu pieza. Kyveta byla při měření zavzdušněna, naměřený rozdíl tedy odpovídá pouze náklonu měřicího zrcadla.

Abychom zjistili skutečný náклон měřicího zrcadla během měření, provedli jsme opakovaně měření laserových interferenčních signálů při zavzdušněné kyvetě v celém rozsahu použitého posuvu. Fázový rozdíl mezi oběma signály tak přímo odpovídal náklonu zrcadla během měření. Příklad takového měření je uveden na obrázku 7.9. Na naměřených hodnotách není podstatná absolutní hodnota fázového rozdílu (ta se na obrázku 7.9 pohybuje okolo hodnoty 1,2 rad), neboť ta odpovídá počátečnímu náklonu zrcadla na posuvu (tedy přesnosti nastavení), ale vývoj této hodnoty během pohybu. Signály nebyly při zpracování filtrovány, proto naměřená závislost obsahuje šum a je též ovlivněna vibracemi, které budou na výslednou hodnotu fázového posuvu mít jen malý vliv, neboť hodnotu fáze při měření vždy odečítáme jako průměr z dostatečně širokého intervalu. Pro vyhodnocení náklonu zrcadla tedy byl vypočítán klouzavý průměr, z kterého vidíme, že nejistota rozdílu polohy mezi dvěma 10 mm vzdálenými body na zrcadle je asi 5 nm. Odpovídající nejistota rozdílu fáze je $u(\Delta\varphi) = 0,1 \text{ rad}$, tedy o řád nižší než hodnota vypočítaná ze specifikace použitého posuvu.

Metoda měření indexu lomu vzduchu je založena na měření rozdílu fází před a po vyčerpání kyvety. K nejistotě výsledné hodnoty tedy přispívá i nejistota výpočtu fáze z naměřených interferenčních signálů. Zde opět vyjdeme z provedeného měření na obrázku 7.9. Při měření indexu lomu vzduchu nebyly interferenční signály filtrovány, avšak hodnota rozdílu fáze byla vždy odečtena jako průměr z mnoha vzorků, během kterých měřicí zrcadlo urazilo minimálně $10 \mu\text{m}$, čímž bylo zajištěno, že měření nebude příliš ovlivněno šumem a vibracemi. Na základě provedených měření odhadujeme nejistotu určení fáze interferenčního signálu na 0,1 rad (čemuž při použití laseru s vlnovou délkou 632,8 nm odpovídá vzdálenost 5 nm). Vzhledem k tomu, že fázi měříme celkem čtyřikrát (v každém ze dvou signálů před a po vyčerpání kyvety) a naměřené hodnoty odečítáme, nejistota fázového rozdílu daná použitou metodou detekce fáze je dvojnásobná, tedy $u(\Delta\varphi) = 0,2 \text{ rad}$.

7. MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU



Obrázek 7.10: Znázornění nerovnoběžnosti okének kyvety. Odpovídající si okraje svazku jsou zvýrazněny modrou a zelenou barvou. Rozdíl maximální a minimální délky kyvety je $|l_2 - l_1| \doteq 10 \mu\text{m}$. Střední délka kyvety je $l = (l_2 + l_1)/2 = (500,566 \pm 0,001) \text{ mm}$.

Fáze interferenčních signálů je též ovlivněna nedokonalostí optických komponent (nedostatečná rovinnost lámavých ploch, klínovitost děliče, kompenzačních desek a okének kyvety). Protože však svazek během měření prochází stále stejným místem a od měřicího zrcadla, které se během měření jako jediné pohybuje, se odráží ve stále stejném místě, jakékoliv fázové posunutí dané nedokonalostí optických komponent je v daném signálu stejné během celého měření, a tedy je při zpracování odečteno. Proto nedokonalosti optických komponent k nejistotě naměřené hodnoty indexu lomu vzduchu nepřispívají.

Střední délka kyvety $l = 500,566 \text{ mm}$ (při 20°C) byla měřena na Českém metrologickém institutu pomocí interferometrických metod s nejistotou měření $1 \mu\text{m}$. Okénka kyvety nejsou přesně rovnoběžná (viz obrázek 7.10), rozdíl maximální a minimální délky je $|l_2 - l_1| \doteq 10 \mu\text{m}$. Vzhledem k poměru průměru svazku a průměru okének kyvety odhadneme nejistotu délky kyvety na $u(l) = 5 \mu\text{m}$.

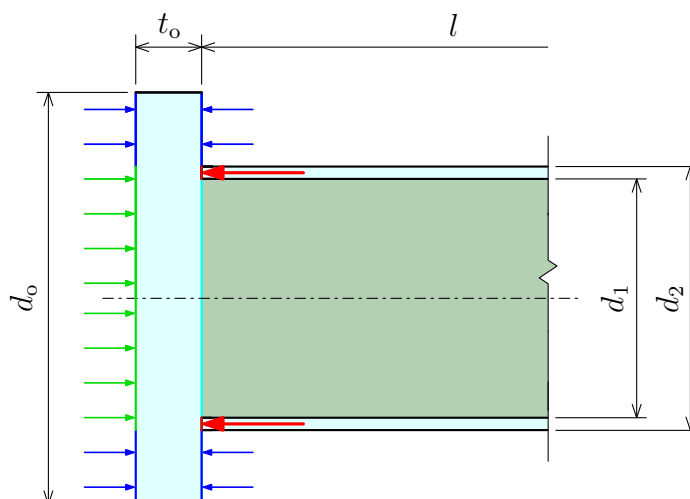
Při umísťování kyvety do sestavy jsme využili geometrického stínu, který vrhá její stěna (viz obrázek 6.10). Jestliže není kyveta umístěna přesně rovnoběžně s osou svazku, a tedy svazek není kolmý na okénka kyvety, délka, kterou svazek kyvetou prochází, se zvýší. Odhadujeme, že velikost geometrického stínu dokážeme minimalizovat s přesností 1 mm , čemuž odpovídá prodloužení kyvety $u(l) = 1,0 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. Pro jednoduchost výpočtu budeme tuto nejistotu považovat za symetrickou.

Délka kyvety byla měřena ve stavu, kdy je kyveta zavzdušněna. Jestliže kyvetu vyčerpáme, její délka se vlivem rozdílu tlaků uvnitř a vně změní a dochází též k průhybu okének [67]. Nejprve pro jednoduchost předpokládejme, že nedochází k deformaci okének kyvety a změně průměru trubice kyvety, ale dochází pouze ze zkrácení trubice kyvety vlivem tlaku na okénka. Podle obrázku 7.11 pak zkrácení kyvety určíme jako

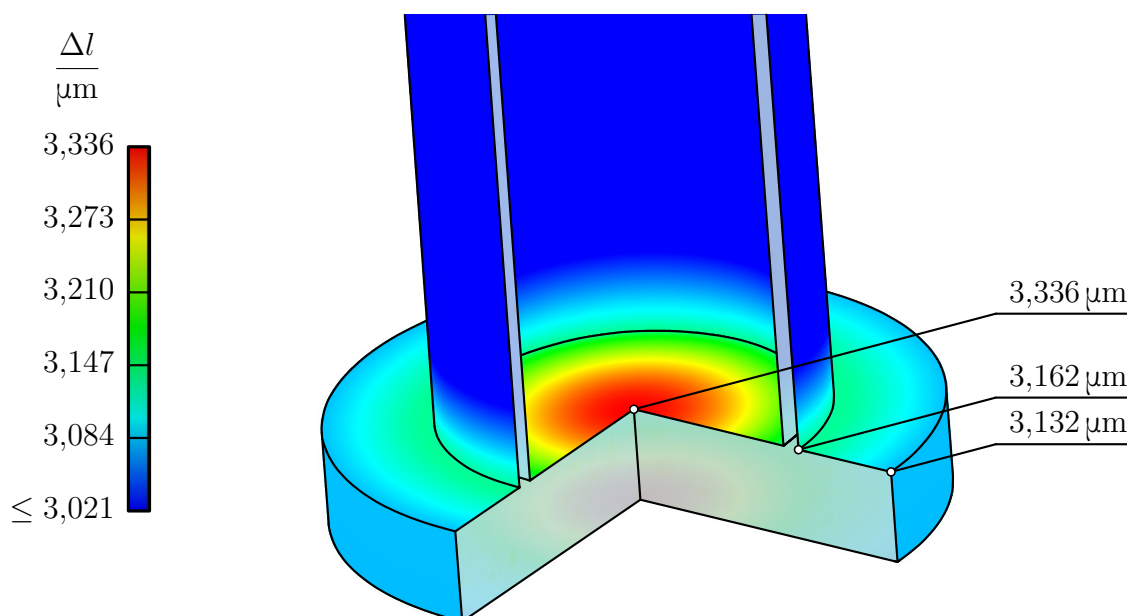
$$\Delta l = \frac{pl}{E} \frac{d_2^2}{d_2^2 - d_1^2},$$

kde $p = 100 \text{ kPa}$ je atmosferický tlak vně kyvety, $l = 500,566 \text{ mm}$ je délky kyvety v zavzdušněném stavu, $E = 73 \text{ GPa}$ je modul pružnosti v tahu křemenného skla, ze kterého je kyvety vyrobena, $d_1 = 29 \text{ mm}$ je vnitřní a $d_2 = 32 \text{ mm}$ vnější průměr kyvety. Pro tyto hodnoty vychází zkrácení kyvety $3,8 \mu\text{m}$. Protože při zpracování měření neprovádíme korekci na změnu délky kyvety, započítáme tuto hodnotu do nejistoty $u(l)$ její délky, přičemž pro jednoduchost výpočtu budeme tuto nejistotu považovat za symetrickou.

Odhad změny délky kyvety provedený v předchozím odstavci můžeme zpřesnit pomocí výpočtu metodou nejmenších prvků v programu Autodesk Inventor za použití modulu Pevnostní analýza. Výsledky jsou uvedeny na obrázku 7.12. Maximální zkrácení kyvety vy-



Obrázek 7.11: K výpočtu zkrácení trubice kyvety po vyčerpání. Síla, kterou atmosféra působí na zeleně označenou plochu okénka kyvety (jedná se o kruh), musí mít stejnou velikost a opačný směr než síla, kterou trubice kyvety působí na červené ploše (mezikruží) na okénko kyvety. Z rozměrů kyvety a atmosferického tlaku tak můžeme vypočítat napětí v trubici kyvety, a tedy i její zkrácení. Vnitřní průměr kyvety je $d_1 = 29$ mm, vnější průměr kyvety je $d_2 = 32$ mm, průměr okénka je $d_o = 50$ mm a jeho tloušťka $t_o = 8$ mm. Délka kyvety v zavzdušněném stavu je $l = 500,566$ mm.



Obrázek 7.12: Výsledek simulace prohnutí okének kyvety po jejím vyčerpání. Simulace byla provedena v programu Autodesk Inventor pomocí modulu Pevnostní analýza. Vynesena je změna délky kyvety Δl v daném místě oproti zavzdušněnému stavu.

7. MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

cháží $3,37\ \mu\text{m}$, což je hodnota srovnatelná s přibližně vypočítanou hodnotou při zanedbání průhybu okének. Z modelu též vidíme, že každé okénko kyvety se prohne o asi $0,1\ \mu\text{m}$, čemuž odpovídá rozdíl minimální a maximální délky kyvety $0,2\ \mu\text{m}$. Vzhledem k tomu nám pro odhad nejistoty způsobené deformací kyvety při vyčerpání bude postačovat hodnota vypočítaná v předchozím odstavci.

Měření probíhala při různých teplotách, a tedy délka kyvety se vlivem délkové teplotní roztažnosti měnila. Změna délky Δl se změnou teploty Δt způsobená délkovou teplotní roztažností je dána jako

$$\Delta l = \alpha l \Delta t,$$

kde $\alpha = 5,5 \cdot 10^{-7}\ \text{K}^{-1}$ je koeficient délkové teplotní roztažnosti křemenného skla, ze kterého je kyveta vyrobena, a $l = 500,566\ \text{mm}$ je délka kyvety při teplotě $t = 20\ ^\circ\text{C}$. Pokud bychom neprováděli při výpočtu korekci na délkovou teplotní roztažnost kyvety, mohli bychom vzhledem k různým podmínkám, za kterých měření probíhala, za nejistotu měření teploty dosadit hodnotu $\Delta t = 3\ ^\circ\text{C}$, čemuž by odpovídala nejistota délky kyvety $u(l) \doteq 8 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$. Protože však probíhalo měření teploty s nejistotou $u(t) = 0,02\ ^\circ\text{C}$, a tedy bylo možné korekci na délkovou teplotní roztažnost provést, nejistota délky kyvety byla $u(l) \doteq 6 \cdot 10^{-9}\ \text{m}$.

Kombinovanou standardní nejistotu indexu lomu vzduchu určíme dle zákona šíření nejistot [68] jako

$$u_c(n) = \sqrt{(\Delta n_z)^2 + \left[\frac{\partial n}{\partial \lambda_{\text{OL}}} u(\lambda_{\text{OL}}) \right]^2 + \left[\frac{\partial n}{\partial \Delta \varphi} u(\Delta \varphi) \right]^2 + \left[\frac{\partial n}{\partial l} u(l) \right]^2},$$

kde parciální derivace značí citlivostní koeficienty, přičemž předpokládáme, že veličiny λ_{OL} , $\Delta \varphi$ a l jsou nekorelované. Příspěvky jednotlivých nejistot ke kombinované nejistotě jsou uvedeny v tabulce 7.4. Vidíme, že standardní nejistota měření indexu lomu vzduchu touto přímou metodou je rovna $u_c(n) = 3 \cdot 10^{-8}$. Tato hodnota je dána nejistotou měření změny fáze. Nejistota vlnové délky laseru a délky kyvety jsou oproti ní zanedbatelné.

7.4.2. Nejistoty nepřímého měření

Při nepřímém měření indexu lomu vzduchu byla hodnota indexu lomu vzduchu určena z naměřené hodnoty teploty, tlaku a relativní vlhkosti vzduchu a koncentrace CO_2 podle rovnic (4.12)–(4.17). Nejistota nepřímého měření je tedy dána nejistotami těchto čtyř veličin a také omezenou přesností těchto rovnic $u_m(n) = 3 \cdot 10^{-8}$.

Teplota vzduchu byla měřena pomocí přístroje Isotech F100 s platinovým teplotním čidlem Pt100. Přístroj i teplotní čidlo byly kalibrovány na Českém metrologickém institutu. Během měření byla celá experimentální sestava zakryta pro minimalizování proudění vzduchu. Nejistota měření teploty byla $u(t) = 0,02\ ^\circ\text{C}$.

Tlak vzduchu byl měřen pomocí jednotky pro měření indexu lomu vzduchu [66], u které je udávaná přesnost 1,7 %, nejistota je tedy 1,7 kPa. Hodnoty naměřené pomocí této jednotky byly porovnávány s hodnotami naměřenými pomocí přístroje Vaisala PTU303 se snímačem tlaku třídy B (nejistota 0,025 kPa), přičemž se lišily méně než o 0,01 kPa. Tento přístroj byl umístěn v jiné místnosti, proto nebyl použit přímo k měření, avšak rozdíl tlaků v obou místnostech byl řádově menší než udávaná přesnost přístroje Vaisala. Vzhledem ke srovnání naměřených hodnot tlaku s přesnějším přístrojem Vaisala byla nejistota měření tlaku $u(p) = 0,03\ \text{kPa}$.

Tabulka 7.4: Výpočet nejistoty přímého měření indexu lomu vzduchu n pro vlnovou délku 633 nm. Pro různé veličiny y jsou uvedeny střední hodnoty \bar{y} , citlivostní koeficienty $\partial n/\partial y$, jejich standardní nejistoty $u(y)$ a příspěvky ke standardní nejistotě indexu lomu vzduchu $u(n)$. Vidíme, že příspěvky nejistoty vlnové délky a délky kyvety jsou zanedbatelné oproti nejistotě měření změny fáze. Předpokládáme-li, že všechny veličiny jsou nekorelované, kombinovaná standardní nejistota je dle zákona šíření nejistot $u_c(n) = 3 \cdot 10^{-8}$.

veličina	y	\bar{y}	$\frac{\partial n}{\partial y}$	příspěvek	$u(y)$	$u(n)$
zbytková atmosféra						$< 1 \cdot 10^{-8}$
vlnová délka	λ_{0L}	632,991 nm	$5,3 \cdot 10^2 \text{ m}^{-1}$	stabilita laseru	$6 \cdot 10^{-13} \text{ m}$	$3 \cdot 10^{-10}$
změna fáze	$\Delta\varphi$	2 638 rad	$1,0 \cdot 10^{-7} \text{ rad}^{-1}$	metoda měření fáze	$2 \cdot 10^{-1} \text{ rad}$	$2 \cdot 10^{-8}$
				náklon měřicího zrcadla	$1 \cdot 10^{-1} \text{ rad}$	$1 \cdot 10^{-8}$
délka kyvety	l	500,566 mm	$-5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$	metoda měření délky kyvety	$1 \cdot 10^{-6} \text{ m}$	$5 \cdot 10^{-10}$
				nerovnoběžnost okének	$5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$	$3 \cdot 10^{-9}$
				umístění kyvety ve svazku	$1 \cdot 10^{-7} \text{ m}$	$5 \cdot 10^{-11}$
				deformace kyvety při vyčerpání	$4 \cdot 10^{-6} \text{ m}$	$2 \cdot 10^{-9}$
				teplotní roztažnost kyvety	$6 \cdot 10^{-9} \text{ m}$	$3 \cdot 10^{-12}$

Tabulka 7.5: Výpočet nejistoty nepřímého měření indexu lomu vzduchu n pro vlnovou délku 633 nm. Pro různé veličiny y jsou uvedeny střední hodnoty \bar{y} , jejich standardní nejistoty $u(y)$, citlivostní koeficienty $\partial n/\partial y$ (jejich hodnota je rovna směrnici závislosti na obrázku 4.11) a příspěvky ke standardní nejistotě indexu lomu vzduchu $u(n)$. Předpokládáme-li, že všechny veličiny jsou nekorelované, kombinovaná standardní nejistota je dle zákona šíření nejistot $u_c(n) = 9 \cdot 10^{-8}$.

příspěvek	y	\bar{y}	$\frac{\partial n}{\partial y}$	$u(y)$	$u(n)$
teplota	t	20 °C	$-9,2 \cdot 10^{-7} \text{ °C}^{-1}$	0,02 °C	$2 \cdot 10^{-8}$
tlak	p	98 kPa	$2,7 \cdot 10^{-6} \text{ kPa}^{-1}$	0,03 kPa	$8 \cdot 10^{-8}$
relativní vlhkost	RH	30 %	$-8,7 \cdot 10^{-9} \text{ \%}^{-1}$	3 %	$3 \cdot 10^{-8}$
koncentrace CO ₂	x	1 000 ppm	$0,1 \cdot 10^{-9} \text{ ppm}^{-1}$	100 ppm	$1 \cdot 10^{-8}$
přesnost nepřímé metody					$3 \cdot 10^{-8}$

7. MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

Relativní vlhkost vzduchu byla měřena taktéž pomocí jednotky pro měření indexu lomu vzduchu [66] s udávanou přesností 2 %. Hodnoty naměřené pomocí této jednotky byly porovnány s kalibrovaným přístrojem Supertron P650 (nejistota 1,5 %), který nebylo možné připojit k počítači, a tedy nebyl pro použití v experimentu vhodný, přičemž hodnoty relativní vlhkosti se nelišily o více než 2 %. Vzhledem k tomu byla nejistota měření relativní vlhkosti $u(\text{RH}) = 3 \%$.

Koncentrace CO_2 byla měřena pomocí přístroje ALMEMO 2490 s nejistotou 2 % z rozsahu, který byl u použitého senzoru 0,5 %. Nejistota měření koncentrace CO_2 tedy byla $u(x) = 100 \text{ ppm}$.

Hodnota kombinované standardní nejistoty nepřímého měření indexu lomu vzduchu, kterou můžeme z dílčích nejistot s využitím rovnic (4.12)–(4.17) určit pomocí zákona šíření nejistot jako

$$u_c(n) = \sqrt{[u_m(n)]^2 + \left[\frac{\partial n}{\partial t}u(t)\right]^2 + \left[\frac{\partial n}{\partial p}u(p)\right]^2 + \left[\frac{\partial n}{\partial \text{RH}}u(\text{RH})\right]^2 + \left[\frac{\partial n}{\partial x}u(x)\right]^2},$$

závisí na konkrétní teplotě, tlaku a relativní vlhkosti vzduchu, koncentraci CO_2 a samozřejmě též na vlnové délce, pro kterou index lomu vzduchu měříme. Při výpočtu jsme předpokládali, že všechny veličiny jsou nekorelované. Pro vlnovou délku $\lambda_{\text{OL}} = 633 \text{ nm}$ a běžné podmínky, které se během měření vyskytovaly, tedy teplotu $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, tlak $p = 98 \text{ kPa}$, relativní vlhkost $\text{RH} = 30 \%$ a koncentraci CO_2 $x = 1\,000 \text{ ppm}$ můžeme vypočítat index lomu vzduchu včetně nejistoty $1,000\,265\,37 \pm 0,000\,000\,09$. Výpočet nejistoty je znázorněn v tabulce 7.5. Z tabulky též vidíme, že nejvíce k nejistotě indexu lomu vzduchu při nepřímém měření přispívá nejistota měření tlaku.

Závěr

Diplomová práce se zabývá měřením indexu lomu vzduchu. Cílem této diplomové práce bylo seznámit se se základními principy interferometrických měření, laserové interferometrie a interferometrie nízké koherence. Dále pak seznámit se s vlivem indexu lomu vzduchu na přesnost interferometrických měření a vypracovat přehled metod pro přímé a nepřímé měření indexu lomu vzduchu. Hlavním cílem práce byla teoretická analýza a experimentální ověření nové přímé metody pro měření indexu lomu vzduchu, která kombinuje laserovou interferometrii a interferometrii nízké koherence.

V první kapitole práce byla stručně popsána interference koherentních i částečně koherentních vln a byl též ukázán vliv spektra použitého zdroje na naměřený interferenční signál.

Byl vypracován přehled základních typů laserových interferometrů. Byly též uvedeny základní metody měření změny polohy měřicího zrcadla v laserovém interferometru.

Dále byl popsán princip Michelsonova interferometru v interferometrii nízké koherence, včetně diskuse nutnosti kompenzace disperze v interferometru. Byla odvozena závislost intenzity na výstupu interferometru na poloze měřicího zrcadla při použití širokospektrálního zdroje světla, a to jak pro interferometr optimálně kompenzovaný na disperzi, tak pro neoptimální kompenzaci disperze. Byl vypracován přehled základních metod detekce středu interferenčního proužku, tedy takového místa interferenčního signálu (závislosti intenzity na výstupu interferometru na poloze měřicího zrcadla), které odpovídá nulovému rozdílu optických drah ve větvích interferometru.

Byl diskutován vliv indexu lomu vzduchu na interferometrická měření. Metody měření indexu lomu vzduchu byly rozděleny na přímé, které jsou založeny na měření změny optické dráhy, a na nepřímé, které hodnotu indexu lomu vzduchu určují z atmosferických podmínek. V obou skupinách byl popsán princip několika používaných metod.

Hlavním cílem této diplomové práce byla teoretická analýza a experimentální ověření nové metody pro měření indexu lomu vzduchu. Tato metoda využívá kombinaci laserové interferometrie a interferometrie nízké koherence. Základem sestavy pro měření pomocí nové metody je Michelsonův interferometr kompenzovaný na disperzi. Interferometrem prochází dva souosé svazky – laserový svazek a svazek bílého světla, přičemž na výstupu interferometru je odděleně zaznamenávána interference laserového záření a bílého světla. V měřicí větvi interferometru je vložena trvale evakuovaná dvoukomorová kyveta, která příčně rozděluje svazek na část procházející vzduchem a část procházející vakuem. Na výstupu interferometru jsou pak zvlášť detekovány interferenční signály v každé části svazku. Při měření, během kterého se pohybuje měřicí zrcadlo interferometru, jsou tedy zaznamenány celkem čtyři interferenční signály.

Pro teoretickou analýzu nové metody pro měření indexu lomu vzduchu byly simulovány signály, které by bylo možné na nejjednodušší experimentální sestavě naměřit, a to

ZÁVĚR

pro různé atmosferické podmínky a pro různé nastavení interferometru (náklon měřicího a referenčního zrcadla, klínovitost optických komponent a kompenzaci disperze).

Jako první přístup ke zpracování bílých interferenčních signálů bylo použito měření vzdálenosti středů interferenčních proužků. Bylo však ukázáno, že tuto metodu není možné vzhledem k disperzi indexu lomu vzduchu použít pro viditelnou část spektra, a tedy ani pro vlnovou délku 633 nm, na které byl index lomu vzduchu měřen. Z toho důvodu byla v rámci této diplomové práce vyvinuta nová metoda pro zpracování stejných interferenčních signálů, která toto omezení nemá.

Nová metoda pro zpracování naměřených bílých interferenčních signálů pracuje se dvěma bílými interferenčními signály a jedním laserovým interferenčním signálem, který poskytuje informaci o poloze měřicího zrcadla během měření. Pomocí Fourierovy transformace bílých interferenčních signálů je vypočítána závislost fázového rozdílu mezi bílými interferenčními signály na vlnové délce ve vakuu. Takto získaná závislost může být posunuta o libovolný násobek 2π , pro zjištění tohoto posunutí je proto závislost následně fitována teoretickou závislostí sestavenou na základě Edlénových nebo Ciddorových rovnic pro výpočet indexu lomu vzduchu z atmosferických podmínek. Výsledkem analýzy bílých interferenčních signálů je hodnota fázového posunutí mezi oběma signály pro vlnovou délku laseru, z které již lze index lomu vzduchu pro tuto vlnovou délku přímo vypočítat.

Přesnější hodnota fázového posunutí pro vlnovou délku laseru, a tedy i přesnější hodnota indexu lomu vzduchu pro tuto vlnovou délku, se pak získá analýzou dvou laserových interferenčních signálů. Z nich je možné hodnotu fáze pro vlnovou délku laseru získat přesněji, avšak pouze modulo 2π . Kombinací analýzy bílých i laserových interferenčních signálů lze tedy získat přesnou absolutní hodnotu fázového posunutí pro vlnovou délku laseru, a tedy i hodnotu indexu lomu vzduchu.

V rámci analýzy nové metody pro měření indexu lomu vzduchu byl též diskutován vliv přesnosti nastavení interferometru a nedokonalosti optických komponent na hodnoty indexu lomu vzduchu získané pomocí této metody.

Pro experimentální ověření nové metody měření indexu lomu vzduchu byla navržena experimentální sestava, která byla realizována v laboratoři Ústavu přístrojové techniky Akademie věd České republiky, v. v. i. Pro měření pomocí nové metody měření indexu lomu vzduchu je postačující trvale evakuovaná kyveta, v navržené a realizované sestavě však byla použita čerpatelná kyveta, což umožňovalo na této sestavě měřit index lomu vzduchu i další přímou metodou, která je založena na měření interferenčních signálů během čerpání kyvety, a srovnání takto naměřených hodnot s hodnotami naměřenými pomocí nové metody měření indexu lomu vzduchu. Experimentální sestava byla též vybavena detektory teploty, tlaku, relativní vlhkosti a koncentrace CO_2 , které umožňovaly měřit index lomu vzduchu i pomocí nepřímé metody, a to se standardní nejistotou $9 \cdot 10^{-8}$.

Nová metoda pro měření indexu lomu vzduchu byla experimentálně ověřena pomocí série krátkodobých měření a též pomocí dlouhodobějšího měření. Standardní nejistota nové metody pro měření indexu lomu vzduchu byla určena jako $3 \cdot 10^{-8}$. V rámci nejistot měření se hodnoty naměřené pomocí nové metody shodují s hodnotami, které byly získány pomocí referenčních metod.

Princip a experimentální ověření nové přímé metody pro měření indexu lomu vzduchu vyvinuté v rámci této diplomové práce byly publikovány jako odborný článek v Applied Optics [69], který je přiložen k této práci.

Literatura

- [1] SALEH, Bahaa E. A. a Malvin Carl TEICH. *Fundamentals of photonics*. New York: Wiley, 1991. 966 s. Wiley series in pure and applied optics. ISBN 0-471-83965-5.
- [2] PIKÁLEK, Tomáš. *Měření profilu povrchů pomocí interferometrie nízké koherence*. Brno, 2014. 73 s. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Vedoucí práce Zdeněk BUCHTA.
- [3] ČÍP, Ondřej a Zdeněk BUCHTA. *Přesné měření délek pomocí laserové interferometrie* [online]. 2011 [cit. 2015-09-19]. Dostupné z: http://www.crr.vutbr.cz/system/files/brozura_06_1110.pdf.
- [4] RILEY, M. E. a M. A. GUSINOW. Laser beam divergence utilizing a lateral shearing interferometer. *Applied Optics*. 1977, vol. 16, no. 10, s. 2753–2756. ISSN 1559-128X. Dostupné z: doi:10.1364/AO.16.002753.
- [5] YOSHIZAWA, Toru. *Handbook of optical metrology: principles and applications*. Boca Raton: CRC Press, 2009. 730 s. ISBN 978-0-8493-3760-4.
- [6] HARKIN, John P. a Donal A. FLAVIN. Interferometric displacement tracking based on Hilbert transform processing. In: *Proceedings of SPIE: Fiber Optic Sensor Technology II*. Boston: The International Society for Optical Engineering, 2001, s. 89–98. ISBN 978-0-8194-3869-0. Dostupné z: doi:10.1117/12.417397.
- [7] WANG, Shouyu, Liang XUE, Jiancheng LAI a Zhenhua LI. An improved phase retrieval method based on Hilbert transform in interferometric microscopy. *Optik – International Journal for Light and Electron Optics*. 2013, vol. 124, no. 14, s. 1897–1901. ISSN 0030-4026. Dostupné z: doi:10.1016/j.ijleo.2012.05.029.
- [8] ŘEŘUCHA, Šimon, Zdeněk BUCHTA, Martin ŠARBORT, Josef LAZAR a Ondřej ČÍP. Detection of Interference Phase by Digital Computation of Quadrature Signals in Homodyne Laser Interferometry. *Sensors*. 2012, vol. 12, no. 12, s. 14095–14112. ISSN 1424-8220. Dostupné z: doi:10.3390/s121014095.
- [9] ČÍP, Ondřej a František PETRŮ. A scale-linearization method for precise laser interferometry. *Measurement Science and Technology*. 2000, vol. 11, no. 2, s. 133–141. ISSN 1361-6501. Dostupné z: doi:10.1088/0957-0233/11/2/305.
- [10] PETRŮ, František a Ondřej ČÍP. Problems regarding linearity of data of a laser interferometer with a single-frequency laser. *Precision Engineering*. 1999, vol. 23, no. 1, s. 39–50. ISSN 0141-6359. Dostupné z: doi:10.1016/S0141-6359(98)00023-3.
- [11] TOPCU, Suat, Luc CHASSAGNE, Darine HADDAD, Yasser ALAYLI a Patrick JUNCAR. Heterodyne interferometric technique for displacement control at the nanometric scale. *Review of Scientific Instruments*. 2003, vol. 74, no. 11, s. 4876–4880. ISSN 1089-7623. Dostupné z: doi:10.1063/1.1614858.

LITERATURA

- [12] DECK, Leslie a Peter de GROOT. High-speed noncontact profiler based on scanning white-light interferometry. *Applied Optics*. 1994, vol. 33, no. 31, s. 7334–7338. ISSN 1559-128X. Dostupné z: doi:10.1364/AO.33.007334.
- [13] De GROOT, Peter a Leslie DECK. Surface profiling by analysis of white-light interferograms in the spatial frequency domain. *Journal of Modern Optics*. 1995, vol. 42, no. 2, s. 389–401. ISSN 1362-3044. Dostupné z: doi:10.1080/09500349514550341.
- [14] SYSOEV, E. V. White-light interferometer with partial correlogram scanning. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. 2007, vol. 43, no. 1, s. 83–89. ISSN 1934-7944. Dostupné z: doi:10.3103/S8756699007010128.
- [15] COSTANTINO, Santiago, Oscar MARTINEZ a Jorge TORGA. Wide band interferometry for thickness measurement. *Optics Express*. 2003, vol. 11, no. 8, s. 952–957. ISSN 1094-4087. Dostupné z: doi:10.1364/OE.11.000952.
- [16] WILHELM, Rainer, Alain COURTEVILLE a Fabrice GARCIA. A novel low coherence fibre optic interferometer for position and thickness measurements with unattained accuracy. In: *Proceedings of SPIE: Optical Sensing II*. Strasbourg: International Society for Optics and Photonics, 2006, s. 618918. ISBN 0-8194-6245-4. Dostupné z: doi:10.1117/12.663654.
- [17] TOMIĆ, Miloš C. a Zoran V. DJINOVIĆ. Low-coherence interferometric method for vibration measurement using 3×3 fiber optic coupler. In: *Proceedings of SPIE: Applications of Optical Fiber Sensors*. Glasgow: International Society for Optics and Photonics, 2000, s. 419–426. Dostupné z: doi:10.1117/12.397912.
- [18] DIDDAMS, Scott a Jean-Claude DIELS. Dispersion measurements with white-light interferometry. *Journal of the Optical Society of America B*. 1996, vol. 13, no. 6, s. 1120–1129. ISSN 1520-8540. Dostupné z: doi:10.1364/JOSAB.13.001120.
- [19] MATSUMOTO, Hirokazu, Kaoru SASAKI a Akiko HIRAI. Remote Measurement of Refractive Index of Air Using Tandem Interferometer over Long Optical Fiber. *Japanese Journal of Applied Physics*. 2008, vol. 47, no. 9, s. 7386–7389. ISSN 1347-4065. Dostupné z: doi:10.1143/JJAP.47.7386.
- [20] FERCHER, A. F., W. DREXLER, C. K. HITZENBERGER a T. LASSER. Optical coherence tomography—principles and applications. *Reports on Progress in Physics*. 2003, vol. 66, no. 2, s. 239–303. ISSN 1361-6633. Dostupné z: doi:10.1088/0034-4885/66/2/204.
- [21] BUCHTA, Zdeněk, Břetislav MIKEL, Josef LAZAR a Ondřej ČÍP. White-light fringe detection based on a novel light source and colour CCD camera. *Measurement Science and Technology*. 2011, vol. 22, no. 9, s. 094031. ISSN 1361-6501. Dostupné z: doi:10.1088/0957-0233/22/9/094031.
- [22] DOI, Takuma, Kouji TOYODA a Yoshihisa TANIMURA. Effects of phase changes on reflection and their wavelength dependence in optical profilometry. *Applied Optics*. 1997, vol. 36, no. 28, s. 7157–7161. ISSN 2155-3165. Dostupné z: doi:10.1364/AO.36.007157.
- [23] PIKÁLEK, Tomáš, Tomáš FOŘT a Zdeněk BUCHTA. Detection techniques in low-coherence interferometry and their impact on overall measurement accuracy. *Applied Optics*. 2014, vol. 53, no. 36, s. 8463–8470. ISSN 1539-4522. Dostupné z: doi:10.1364/AO.53.008463.

- [24] PAVLÍČEK, Pavel a Jan SOUBUSTA. Measurement of the influence of dispersion on white-light interferometry. *Applied Optics*. 2004, vol. 43, no. 4, s. 766–770. ISSN 1539-4522. Dostupné z: doi:10.1364/AO.43.000766.
- [25] CIDDOR, Philip E. a Reginald J. HILL. Refractive Index of Air. 2. Group Index. *Applied Optics*. 1999, vol. 38, no. 9, s. 1663–1667. ISSN 1539-4522. Dostupné z: doi:10.1364/AO.38.001663.
- [26] PLUCIŃSKI, J., R. HYPŠZER, P. WIERZBA, M. STRĄKOWSKI, M. JEĐRZEJEWSKA-SZCZERSKA, M. MACIEJEWSKI a B. B. KOSMOWSKI. Optical low-coherence interferometry for selected technical applications. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences*. 2008, vol. 56, no. 2, s. 155–172. ISSN 2300-1917.
- [27] PIKÁLEK, Tomáš, Tomáš FOŘT a Zdeněk BUCHTA. Metody detekce středu interferenčního proužku v interferometrii nízké koherence. *Jemná mechanika a optika*. 2014, roč. 59, č. 8, s. 220–223. ISSN 0447-6441.
- [28] TIAN, Ailing, Chunhui WANG, Zhuangde JIANG, Hongjun WANG a Bingcai LIU. Study on key algorithm for scanning white-light interferometry. In: *Proceedings of SPIE: Ninth International Symposium on Laser Metrology*. Bellingham: The International Society for Optical Engineering, 2008, s. 71552N1–71552N8. ISBN 978-0-8194-7398-1. Dostupné z: doi:10.1117/12.814597.
- [29] PARK, Min-Cheol a Seung-Woo KIM. Direct quadratic polynomial fitting for fringe peak detection of white light scanning interferograms. *Optical Engineering*. 2000, vol. 39, no. 4, s. 952–959. ISSN 0091-3286. Dostupné z: doi:10.1117/1.602445.
- [30] PAVLÍČEK, Pavel a Václav MICHÁLEK. White-light interferometry—Envelope detection by Hilbert transform and influence of noise. *Optics and Lasers in Engineering*. 2012, vol. 50, no. 8, s. 1063–1068. ISSN 0143-8166. Dostupné z: doi:10.1016/j.optlaseng.2012.02.008.
- [31] De GROOT, Peter, Xavier Colonna de LEGA, Jim KRAMER a Michael TURZHITSKY. Determination of fringe order in white-light interference microscopy. *Applied Optics*. 2002, vol. 41, no. 22, s. 4571–4578. ISSN 1662-7482. Dostupné z: doi:10.1364/AO.41.004571.
- [32] POPELA, Bohumír. The Influence of the Atmosphere on the Wavelength of the He-Ne Laser and the Solution of Corrections of the Laser Interferometer. *Optica Acta: International Journal of Optics*. 1972, vol. 19, no. 7, s. 605–612. ISSN 0030-3909. Dostupné z: doi:10.1080/713818623.
- [33] BARRELL, H. a J. E. SEARS. The Refraction and Dispersion of Air for the Visible Spectrum. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 1939, vol. 238, no. 786, s. 1–64. ISSN 1471-2962. Dostupné z: doi:10.1098/rsta.1939.0004.
- [34] LAZAR, Josef, Ondřej ČÍP, Martin ČÍŽEK, Jan HRABINA a Zdeněk BUCHTA. Suppression of Air Refractive Index Variations in High-Resolution Interferometry. *Sensors*. 2011, vol. 11, no. 12, s. 7644–7655. ISSN 1424-8220. Dostupné z: doi:10.3390/s110807644.
- [35] STONE, Jack A. a Alois STEJSKAL. Using helium as a standard of refractive index: correcting errors in a gas refractometer. *Metrologia*. 2004, vol. 41, no. 3, s. 189–197. ISSN 1681-7575. Dostupné z: doi:10.1088/0026-1394/41/3/012.

LITERATURA

- [36] EGAN, Patrick a Jack A. STONE. Absolute refractometry of dry gas to ± 3 parts in 10^9 . *Applied Optics*. 2011, vol. 50, no. 19, s. 3076–3086. ISSN 1539-4522. Dostupné z: doi:10.1364/AO.50.003076.
- [37] EGAN, Patrick F., Jack A. STONE, Jay H. HENDRICKS, Jacob E. RICKER, Gregory E. SCACE a Gregory F. STROUSE. Performance of a dual Fabry–Perot cavity refractometer. *Optics Letters*. 2015, vol. 40, no. 17, s. 3945–3948. ISSN 1539-4794. Dostupné z: doi:10.1364/OL.40.003945.
- [38] ČÍP, Ondřej, František PETRŮ, Vít MATOUŠEK, Zdeněk BUCHTA a Josef LAZAR. Methods of direct measurement of the refraction index of air using high-resolution laser interferometry. *Jemná mechanika a optika*. 2004, roč. 49, č. 3, s. 88–90. ISSN 0447-6441.
- [39] ČÍP, Ondřej, František PETRŮ, Vít MATOUŠEK a Josef LAZAR. Direct Measurement of Index of Refraction of Air by Means of High-Resolution Laser Interferometry. *Physica Scripta*. 2005, vol. 48, s. 48. ISSN 0031-8949. Dostupné z: doi:10.1238/Physica.Topical.118a00048.
- [40] KHÉLIFA, N., H. FANG, J. XU, P. JUNCAR a M. HIMBERT. Refractometer for Tracking Changes in the Refractive Index of Air Near 780 nm. *Applied Optics*. 1998, vol. 37, no. 1, s. 156–161. ISSN 0003-6935. Dostupné z: doi:10.1364/AO.37.000156.
- [41] ZHANG, Jitao, Pei HUANG, Yan LI a Haoyun WEI. Design and performance of an absolute gas refractometer based on a synthetic pseudo-wavelength method. *Applied Optics*. 2013, vol. 52, no. 16, s. 3671–3679. ISSN 1539-4522. Dostupné z: doi:10.1364/AO.52.003671.
- [42] BÖNSCH, G. a E. POTULSKI. Measurement of the refractive index of air and comparison with modified Edlén’s formulae. *Metrologia*. 1998, vol. 35, no. 2, s. 133–139. ISSN 0026-1394. Dostupné z: doi:10.1088/0026-1394/35/2/8.
- [43] CHEN, Qianghua, Jinghai LIU, Yongxi HE, Huifu LUO, Jun LUO a Feng WANG. Humidity coefficient correction in the calculation equations of air refractive index by He–Ne laser based on phase step interferometry. *Applied Optics*. 2015, vol. 54, no. 5, s. 1109–1113. ISSN 1539-4522. Dostupné z: doi:10.1364/AO.54.001109.
- [44] ZHANG, J., Z. H. LU a L. J. WANG. Precision measurement of the refractive index of air with frequency combs. *Optics Letters*. 2005, vol. 30, no. 24, s. 3314–3316. ISSN 1539-4794. Dostupné z: doi:10.1364/OL.30.003314.
- [45] ZHANG, J., Z. H. LU, B. MENEGOZZI a L. J. WANG. Application of frequency combs in the measurement of the refractive index of air. *Review of Scientific Instruments*. 2006, vol. 77, no. 8, s. 083104. ISSN 0034-6748. Dostupné z: doi:10.1063/1.2239036.
- [46] ZHANG, J., Z. H. LU a L. J. WANG. Precision refractive index measurements of air, N₂, O₂, Ar, and CO₂ with a frequency comb. *Applied Optics*. 2008, vol. 47, no. 17, s. 3143–3151. ISSN 1539-4522. Dostupné z: doi:10.1364/AO.47.003143.
- [47] STONE, Jack A. a Jay H. ZIMMERMAN. *Index of Refraction of Air* [online]. 2011 [cit. 2015-05-27]. Dostupné z: <http://emtoolbox.nist.gov/Wavelength/Documentation.asp>.
- [48] YOUNG, Andrew T. *Refractivity of Air* [online]. 2011 [cit. 2016-04-12]. Dostupné z: http://www-rohan.sdsu.edu/~aty/explain/atmos_refr/air_refr.html.

- [49] BIRCH, K. P., F. REINBOTH, R. E. WARD a G. WILKENING. The Effect of Variations in the Refractive Index of Industrial Air upon the Uncertainty of Precision Length Measurement. *Metrologia*. 1993, vol. 30, no. 1, s. 7–14. ISSN 1681-7575. Dostupné z: doi:10.1088/0026-1394/30/1/003.
- [50] EDLÉN, Bengt. The Dispersion of Standard Air. *Journal of the Optical Society of America*. 1953, vol. 43, no. 5, s. 339–344. ISSN 0030-3941. Dostupné z: doi:10.1364/JOSA.43.000339.
- [51] EDLÉN, Bengt. The Refractive Index of Air. *Metrologia*. 1966, vol. 2, no. 2, s. 71–80. ISSN 1681-7575. Dostupné z: doi:10.1088/0026-1394/2/2/002.
- [52] OWENS, James C. Optical Refractive Index of Air: Dependence on Pressure, Temperature and Composition. *Applied Optics*. 1967, vol. 6, no. 1, s. 51–59. ISSN 1539-4522. Dostupné z: doi:10.1364/AO.6.000051.
- [53] JONES, F. E. The Refractivity of Air. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*. 1981, vol. 86, no. 1, s. 27–32. ISSN 0160-1741. Dostupné z: doi:10.6028/jres.086.002.
- [54] BIRCH, K. P. a M. J. DOWNS. An Updated Edlén Equation for the Refractive Index of Air. *Metrologia*. 1993, vol. 30, no. 3, s. 155–162. ISSN 1681-7575. Dostupné z: doi:10.1088/0026-1394/30/3/004.
- [55] BIRCH, K. P. a M. J. DOWNS. Correction to the Updated Edlén Equation for the Refractive Index of Air. *Metrologia*. 1994, vol. 31, no. 4, s. 315–316. ISSN 1681-7575. Dostupné z: doi:10.1088/0026-1394/31/4/006.
- [56] BIRCH, K. P. a M. J. DOWNS. The results of a comparison between calculated and measured values of the refractive index of air. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*. 1988, vol. 21, no. 7, s. 694–695. ISSN 0022-3735. Dostupné z: doi:10.1088/0022-3735/21/7/015.
- [57] BEERS, J. a T. DOIRON. Verification of Revised Water Vapour Correction to the Index of Refraction of Air. *Metrologia*. 1992, vol. 29, no. 4, s. 315–316. ISSN 1681-7575. Dostupné z: doi:10.1088/0026-1394/29/4/008.
- [58] MATHAR, Richard J. Calculated Refractivity of Water Vapor and Moist Air in the Atmospheric Window at 10 μ m. *Applied Optics*. 2004, vol. 43, no. 4, s. 928–932. ISSN 0003-6935. Dostupné z: doi:10.1364/AO.43.000928.
- [59] CIDDOR, Philip E. Refractive index of air: new equations for the visible and near infrared. *Applied Optics*. 1996, vol. 35, no. 9, s. 1566–1573. ISSN 1539-4522. Dostupné z: doi:10.1364/AO.35.001566.
- [60] CIDDOR, Philip E. Refractive Index of Air: 3. The Roles of CO₂, H₂O, and Refractivity Virials: Erratum. *Applied Optics*. 2002, vol. 41, no. 33, s. 7036. ISSN 1539-4522. Dostupné z: doi:10.1364/AO.41.007036.
- [61] ROGERS, John R. a Mark D. HOPLER. Conversion of group refractive index to phase refractive index. *Journal of the Optical Society of America A*. 1988, vol. 5, no. 10, s. 1595–1600. ISSN 1520-8532. Dostupné z: doi:10.1364/JOSAA.5.001595.
- [62] CHANG, Xiao-Wen, Xiaohu XIE a Tianyang ZHOU. *MILES: MATLAB package for solving Mixed Integer LEast Squares problems, Version 2.0* [online]. 2011 [cit. 2016-03-29]. Dostupné z: <http://www.cs.mcgill.ca/~chang/software.php>.

LITERATURA

- [63] HARASAKI, Akiko, Joanna SCHMIT a James C. WYANT. Offset of coherent envelope position due to phase change on reflection. *Applied Optics*. 2001, vol. 40, no. 13, s. 2102–2106. ISSN 2155-3165. Dostupné z: doi:10.1364/AO.40.002102.
- [64] YANG, L. J., H. Y. ZHANG, Y. LI a H. Y. WEI. Absolute group refractive index measurement of air by dispersive interferometry using frequency comb. *Optics Express*. 2015, vol. 23, no. 26, s. 33597–33607. ISSN 1094-4087. Dostupné z: doi:10.1364/OE.23.033597.
- [65] BORN, Max a Emil WOLF. *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. 7th expanded edition. New York: Cambridge University Press, 1999. 952 s. ISBN 0-521-63921-2.
- [66] HUCL, Václav. *Jednotka pro monitorování hodnoty indexu lomu vzduchu*. Brno, 2012. 45 s. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií. Vedoucí práce Zdeněk HAVRÁNEK.
- [67] BIRCH, K. P., M. J. DOWNS a D. H. FERRISS. Optical path length changes induced in cell windows and solid etalons by evacuation. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*. 1988, vol. 21, no. 7, s. 690–692. ISSN 0022-3735. Dostupné z: doi:10.1088/0022-3735/21/7/013.
- [68] TAYLOR, Barry N. a Chris E. KUYATT. *Guidelines for evaluating and expressing the uncertainty of NIST measurement results*. Gaithersburg: National Bureau of Standards, 1994. Dostupné z: doi:10.6028/nist.tn.1297.
- [69] PIKÁLEK, Tomáš a Zdeněk BUCHTA. Air refractive index measurement using low-coherence interferometry. *Applied Optics*. 2015, vol. 54, no. 16, s. 5024–5030. ISSN 1539-4522. Dostupné z: doi:10.1364/AO.54.005024.

Seznam použitých zkratk a symbolů

$a(\mathbf{r})$	amplituda vlny v místě daném polohovým vektorem \mathbf{r}
a.u.	relativní jednotka (<i>arbitrary unit</i>)
$\arg y$	argument komplexního čísla y [rad]
c	rychlost světla ve vakuu [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]
d_1, d_2	vnitřní, vnější průměr kyvety [m]
d_o	průměr okénka kyvety [m]
E	modul pružnosti v tahu [Pa]
f	frekvence [Hz]
Δf	rozdíl rezonančních frekvencí [Hz]
Δf_{FSR}	mezimodová vzdálenost (<i>free spectral range</i>) [Hz]
f_L	frekvence laseru [Hz]
f_x	prostorová frekvence [m^{-1}]
f'	obrazová ohnisková vzdálenost [m]
FFT	rychlá Fourierova transformace (<i>fast Fourier transform</i>)
$\mathcal{F}\{h(y)\}$	Fourierova transformace funkce $h(y)$
g	komplexní stupeň časové koherence
G	funkce časové koherence
$\mathcal{H}\{h(y)\}$	Hilbertova transformace funkce $h(y)$
$\text{int } y$	nejbližší celé číslo k číslu y
I	intenzita [$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$]
\tilde{I}	střídavá složka intenzity [$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$]
k	vlnové číslo [m^{-1}]
k_0	střední vlnové číslo zdroje [m^{-1}]

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

Δk	šířka spektra zdroje (vyjádřená vlnovým číslem) [m^{-1}]
l	délka kyvety [m]
l_{\max}	maximální délka kyvety [m]
l_c	koherenční délka [m]
Δl	změna délky kyvety [m]
LCI	interferometrie nízké koherence (<i>low-coherence interferometry</i>)
m	číslo vzorku [1]
M	číslo modu [1]
M_a, M_w	molární hmotnost vzduchu, vodní páry [$\text{kg}\cdot\text{mol}^{-1}$]
MILS	mixed-integer lineární regrese (<i>mixed integer least squares problem</i>)
n	index lomu [1]
n_g	grupový index lomu [1]
Δn	odchylka indexu lomu [1]
Δn_z	index lomu zbytkové atmosféry [1]
N	libovolné přirozené číslo [1]
\mathbb{N}	množina přirozených čísel (včetně nuly)
NDFT	neekvidistantní diskrétní Fourierova transformace (<i>non-uniform discrete Fourier transform</i>)
OPD	rozdíl optických drah (<i>optical path difference</i>) [m]
p	atmosferický tlak [Pa]
p_f	parciální tlak vodní páry [Pa]
$p_{f,\text{sat}}$	tlak nasycené vodní páry [Pa]
P	výkon [W]
r, r_s, r_p	odrazivost (pro s nebo p polarizaci) [%]
\mathbf{r}	polohový vektor
R	molární plynová konstanta [$\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$]
$\text{Re } y$	reálná část komplexního čísla y
RH	relativní vlhkost [%]
\mathcal{S}	výkonová spektrální hustota [$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}$]

\mathcal{S}_v	výkonová spektrální hustota na výstupu interferometru [$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}$]
t	teplota [$^{\circ}\text{C}$]
t_d, t_{kd}	tloušťka (kompenzační) desky v jedné větvi interferometru [m]
t_o	tloušťka okénka kyvety [m]
t_r	odchylka od rovinnosti lámavé plochy [m]
t_w	tloušťka klínu v jedné větvi interferometru [m]
T	absolutní teplota [K]
$u(\mathbf{r}, \tau)$	vlnová funkce polohy \mathbf{r} a času τ
$u(y)$	standardní nejistota veličiny y
u_a	analytický signál
$u_c(y)$	kombinovaná standardní nejistota veličiny y
$u_m(n)$	nejistota nepřímé metody měření indexu lomu vzduchu [1]
$U(\mathbf{r}, \tau)$	komplexní vlnová funkce polohy \mathbf{r} a času τ
$U(\mathbf{r})$	komplexní amplituda vlny v místě \mathbf{r}
v	fázová rychlost světla v prostředí [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]
\mathcal{V}	viditelnost interferenčních proužků [1]
WLI	bílá interferometrie (<i>white-light interferometry</i>)
x	koncentrace CO_2 [ppm]
x_w	molární zlomek vodní páry [1]
z	poloha měřicího zrcadla [m]
Δz	změna polohy měřicího zrcadla [m]
Δz_c	změna polohy funkce kosinus v interferenčním signálu [m]
Δz_o	změna polohy obálky interferenčního signálu [m]
Z_a, Z_w	stlačitelnost vzduchu, vodní páry [1]
α	teplotní součinitel délkové roztažnosti [K^{-1}]
ϑ_i, ϑ_t	úhel dopadu, úhel lomu [rad]
λ	vlnová délka v prostředí [m]
λ_0	vlnová délka ve vakuu [m]
λ_{0L}	vlnová délka laseru ve vakuu [m]

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

λ_{OLED}	střední vlnová délka LED ve vakuu [m]
λ_s	kvazi vlnová délka [1]
λ_x	vlnová délka proužků [m]
$\bar{\lambda}_0$	střední vlnová délka zdroje ve vakuu [m]
$\Delta\lambda$	šířka spektra zdroje (vyjádřená vlnovou délkou) [m]
Λ	kvazisyntetická vlnová délka [1]
ϱ	hustota [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]
σ	vlnčet [m^{-1}]
τ	čas [s]
τ_c	koherenční doba [s]
φ	fáze [rad]
$\Delta\varphi$	fázový rozdíl [rad]
$\Delta\varphi_L$	fázový rozdíl pro vlnovou délku laseru [rad]
$\Delta\varphi_m$	naměřený fázový rozdíl mezi signály [rad]
$\Delta\varphi_s$	skok fáze [rad]
$\Delta\varphi_{\text{WLI}}$	fázový rozdíl získaný pomocí interferometrie nízké koherence [rad]
$\Delta\varphi_z$	změna fáze při odrazu od zrcadel [rad]
Φ	řízená změna fáze [rad]
ω	úhlová frekvence [$\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$]
∇^2	Laplaceův operátor
$h_1(y) \star h_2(y)$	vzájemná korelace funkcí $h_1(y)$ a $h_2(y)$
$\langle y \rangle$	střední hodnota veličiny y
\bar{y}	průměrná hodnota veličiny y
y^*	komplexní sdružení komplexního čísla y
$y_1 \bmod y_2$	zbytek po dělení čísla y_1 číslem y_2

Air refractive index measurement using low-coherence interferometry

TOMÁŠ PIKÁLEK AND ZDENĚK BUCHTA*

Institute of Scientific Instruments of the Czech Academy of Sciences, v. v. i., Královopolská 147, 612 64 Brno, Czech Republic

*Corresponding author: buchta@isibrno.cz

Received 9 February 2015; revised 5 May 2015; accepted 5 May 2015; posted 6 May 2015 (Doc. ID 234360); published 25 May 2015

This paper presents a theoretical analysis and an experimental verification of a direct method for a refractive index of air measurement combining low-coherence interferometry and laser interferometry. The method is based on monitoring optical path changes in a measuring arm of the Michelson interferometer caused by the different optical environment in a double-spaced glass cell. This article presents a set of experimental results in comparison with the results obtained by a couple of reference techniques and proves the ability of the designed method to measure the refractive index of air with accuracy in the order of 10^{-8} . © 2015 Optical Society of America

OCIS codes: (120.3180) Interferometry; (280.4788) Optical sensing and sensors; (120.4530) Optical constants.

<http://dx.doi.org/10.1364/AO.54.005024>

1. INTRODUCTION

In the field of laser interferometry the basic scale of the length is a wavelength of a laser radiation. For a HeNe laser, typically used in many metrological applications, the wavelength is about 633 nm. In combination with an interferometer type, this value is determining for the accuracy of an interferometric measurement. To be able to measure relative distances with a laser interferometer in a nanometer or subnanometer range, accurate knowledge of the laser radiation (light) wavelength is essential.

As for a light source, the output radiation wavelength is generally given by physical parameters of the source. In the case of the laser radiation, the wavelength is given by a combination of an active medium and a length of an optical resonator. This basic wavelength is then affected by the optical environment in which the light propagates. The environment causes a decrease of the speed of light, and the consequence of this reduction is that the light wavelength in the environment is shorter than in vacuum. A refractive index of the environment is then defined as a ratio of the light wavelength in vacuum and the light wavelength in the transparent medium; i.e., for the air, the refractive index is given by

$$n_{\text{air}} = \frac{\lambda_{\text{vacuum}}}{\lambda_{\text{air}}} \quad (1)$$

Most interferometric measurements are carried out in the atmosphere, and the light wavelength is affected by the refractive index of air. In this case, there is a significant difference between the real geometric length and an optical length measured by an interferometer using the wavelength as a gauge. This phenomenon is caused by the refractive index of air that

introduces a multiplicative systematic error to the results of interferometric measurements performed in the atmosphere. In order to obtain exact values, knowledge of the refractive index is essential.

In general, there are two approaches to the refractive index of air measurement. The first is an indirect method of measurement, which is based on the monitoring and processing of atmospheric conditions [1–6]. In this case, the refractive index of air is calculated by means of the Edlén formula or by an alternative equation taking into account the ambient temperature, the humidity, and the pressure of the atmosphere. Eventually, this value can be corrected by values of molecular concentrations of the air, such as a concentration of CO_2 . As shown in [7,8], the refractive index of air can be then calculated with uncertainty in the order of 10^{-8} .

The second approach comes under direct methods of measurement. The direct method is based on the use of laser refractometers that monitor the variability of the optical path length in the space surrounding the path of the laser beam [7–10]. The traditional setup of the refractometer includes a cell that is evacuated and placed inside the measuring arm of the Michelson interferometer. The method is based on monitoring the changes of the optical path in the measuring arm of the interferometer with the evacuable cell or with the permanently evacuated cell. The change of the optical path is caused by the vacuum in this cell. Alternatively, an optical cavity can be used instead of the cell. As shown in [11], the refractive index of air can then be calculated with uncertainty in the order of 10^{-9} . The method of conversion of an optical length to a frequency was examined in several papers [12–14] for measuring small distances on a nanometer scale. Several years ago, a

novel direct method for measurement of the refractive index of air was developed at the Institute of Scientific Instruments of the Czech Academy of Sciences, v. v. i. [15], where the permanently evacuated cell inside the optical resonator is used as the measuring device. Our team also proposed an approach with two countermeasuring interferometers acting as a combination of a tracking refractometer and a displacement interferometer referencing the wavelength of the laser source to a mechanical standard made of a material with ultralow thermal expansion. This technique combines a length measurement within a specified range with the measurement of the refractive index fluctuations in one axis. The errors caused by the different positions of the interferometer laser beam and air sensors are thus eliminated. The method has been experimentally tested in comparison with the indirect measurement of the refractive index of air in a thermal controlled environment. Over a 1 K temperature range, agreement on the level of 5×10^{-8} has been achieved. [16]

In recent years, the most appreciable advance in the laser technology is an optical frequency comb technique that has key importance in laser spectroscopy and the field of optical clock and optical frequency standards [17]. The frequency comb is primarily referred to as a frequency standard, but it also enables the direct transfer of the precisely known repetition frequency to the determination of the precision length via an optical cavity. Apart from that, the frequency comb is suitable for distance measurement in the air and for the precision measurement of the refractive index of air, too [18–21].

2. EXPERIMENTAL SETUP

This article presents a proof of concept of a new method for the measurement of the refractive index of air. The method takes advantage of low-coherence interferometry combined with laser interferometry. The Michelson setup of the two-beam interferometer equipped with a laser and a low-coherence light source is used here in combination with a special evacuable

double-spaced cell. The optical setup is placed on an optical table and covered to avoid unwanted air fluctuations.

Section 2 is used for measurement of the data presented in this paper is shown in Fig. 1. The setup combines the Michelson interferometer with two different light sources. The first is a source of coherent radiation, a 633 nm HeNe laser. The second light emitter is a source of broadband radiation, a red-light generating LED Thorlabs M660F1 (central wavelength 660 nm, FWHM 20 nm) coupled with a 200 μm optical fiber (Thorlabs MCWHF1). The two light beams generated by those sources are put together by a nonpolarizing beamsplitter and work as one in the setup. At the output of the interferometer, the beam is divided into two parts by a polarizing beamsplitter optimized for the visible wavelength range (PBS201, Thorlabs). The polarizing beamsplitter in combination with a polarizer is used here in order to selectively separate the polarized laser radiation from the unpolarized incoherent light. By a trio of photodetectors, coherent and incoherent light interference signals are recorded (see Fig. 2).

As a movable measuring mirror, a silver $\lambda/10$ mirror (Thorlabs) is used. The measuring mirror is placed on a piezoelectric movable stage, which allows mirror positioning in the range of about 800 μm with the limit of longitudinal resolution being 0.5 nm (Physik Instrumente P-628.1CL).

The key component of the experimental setup is the evacuable double-spaced cell. The cell consists of two circularly shaped windows, and the space between those windows is transversally divided into two parts (see Fig. 1). The inner part, with a diameter of about half the window diameter, is an evacuable glass tube. The outer part of the space between the windows is then in the atmosphere. The cell is made of silica glass, and the windows are coated to avoid unwanted reflections (633 nm). The length of the cell (500.566 mm at 20°C) was verified in laboratories of the Czech National Metrology Institute. The inner part of the cell is connected to a vacuum apparatus including a turbo pumping station (HiCube 80 Eco, Pfeiffer Vacuum) and a motorized gas regulation valve (EVR

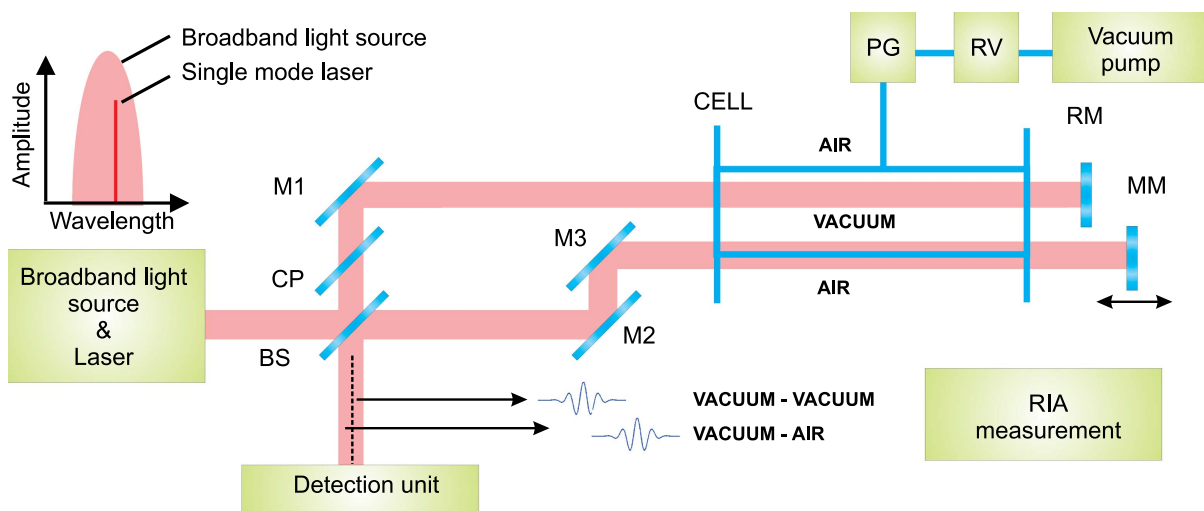


Fig. 1. Proposal of the experimental setup. BS, beamsplitter; CP, compensation plate; RM, reference mirror; MM, movable mirror; RV, motorized gas regulation valve; PG, gas pressure gauge; RIA measurement, sensors for measurement of the ambient temperature, atmospheric pressure, relative humidity, and CO_2 concentration.

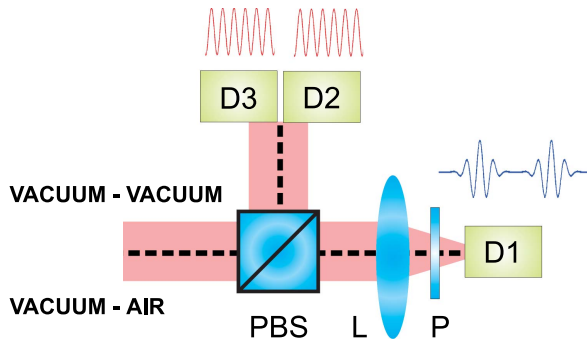


Fig. 2. Detailed view of the detection unit. D1–D3, photodetectors; PBS, polarizing beamsplitter; P, polarizer; L, converging lens.

116, Pfeiffer Vacuum) controlling the process of cell evacuation to allow the continuous phase monitoring of the laser interference signals (Fig. 2, photodetectors D2 and D3) and monitored by a Pirani vacuum gauge (PKR 251, Pfeiffer Vacuum).

The experimental setup was designed for the measurement of the optical path difference by means of coherent and incoherent light interference. To verify the proposed technique, the setup itself offers two other possibilities to measure the refractive index of air. The first is the method mentioned in Section 1 as a direct technique, which is based on monitoring changes of the optical path in the measuring arm of the interferometer equipped with the evacuable cell. In the second case, the refractive index can be calculated from information about the ambient temperature, atmospheric pressure, relative humidity, and CO₂ concentration.

3. METHOD PRINCIPLE

The method principle lies in measuring the optical path difference between two parts of the measuring beam area—the one passing through the inner part of the cell (vacuum) and the other one passing through the outer part of the cell (atmosphere). The path difference is identified by moving a mirror in a measuring arm of the interferometer resulting in localized interferences of the broadband light. This way, two balance positions of the interferometer can be localized—the first for the part of the measuring beam passing through the vacuum part of the cell and the second for the part of the measuring beam passing through the part of the cell that is in the atmosphere.

The optical path difference is generally wavelength dependent and given by

$$\Delta l(\lambda) = 2d[n(\lambda) - 1], \quad (2)$$

where d is the physical length of the cell and $n(\lambda)$ is the air refractive index as a function of (vacuum) wavelength λ . Since the refractive index is a function of wavelength, the phase difference $\Delta\varphi$ between the beams passing through the inner and outer parts of the cell differs with the wavelength too and is given by

$$\Delta\varphi(\lambda) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta l(\lambda) = \frac{4\pi d[n(\lambda) - 1]}{\lambda}. \quad (3)$$

Reversibly, the refractive index of air can be calculated from the measured phase difference as

$$n(\lambda) = 1 + \frac{\lambda \Delta\varphi(\lambda)}{4\pi d}. \quad (4)$$

Equation (4) generally describes a principle of the direct method employing an evacuable cell, which was used as a reference technique in our experiment.

In the case of a broadband radiation beam passing through the cell, there are two balanced positions of the interferometer, one for the part of the measuring beam passing through the vacuum part of the cell and the other for the part of the measuring beam passing through the part of the cell that is in the atmosphere. The distance between those positions is then in a relation to a group refractive index given as

$$n_g = n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}. \quad (5)$$

A method for refractive index of air determination based on measurement of the distance between those two positions is published in [22]. With a 100 mm long glass cell, it declares standard uncertainty of phase refractive index of air measurement 2×10^{-7} at the wavelength of 1550 nm. In our research, we focus on refractive index of air determination at the wavelength of 633 nm, traditionally used in industrial and fundamental metrology. Since we have extensive experience with low-coherence interference signal analysis [23], performing the measurement and the data processing in a similar way to that described in [22] was our first choice, but we were not able to reach measurement uncertainty lower than 6×10^{-6} . This limit value is influenced mainly by chromatic dispersion at the wavelength of 633 nm, which is significantly higher than the dispersion at the wavelength of 1550 nm, and also by the fact that we use a longer glass cell (500 mm) to reach high measurement resolution. Combination of these causes the shift of the signal envelope further than the mean signal wavelength so the center fringe cannot be found properly. To reduce the measurement uncertainty, we developed a new algorithm processing the same data as the one mentioned above but in a different way.

The algorithm we proposed uses two broadband interference signals (one from either part of the cell) and two single-mode laser interference signals (see Figs. 3 and 4) for calculating the phase difference caused by the cell evacuation for all wavelengths generated by the broadband source.

The first step of the algorithm uses the broadband interference signals and one of the single-mode laser interference signals to obtain information about the measuring mirror position (Fig. 4). In this calculation, the dispersion of the air refractive index is neglected and the refractive index for all wavelengths is considered to be equal to the one for the laser wavelength. This precondition is acceptable, because the change of the wavelength caused by the dispersion is much lower than the wavelength itself. Then we can calculate the dependency of the phase change caused by the cell evacuation on the wavelength (expressed in laser fringes and converted to nanometers using the laser vacuum wavelength) as the difference of unwrapped phases of the fast Fourier transform (FFT) of both broadband interference signals (Fig. 5). Unfortunately, because the phase calculated by the FFT for each wavelength is only obtained modulo 2π , the unwrapped phase might be shifted by any

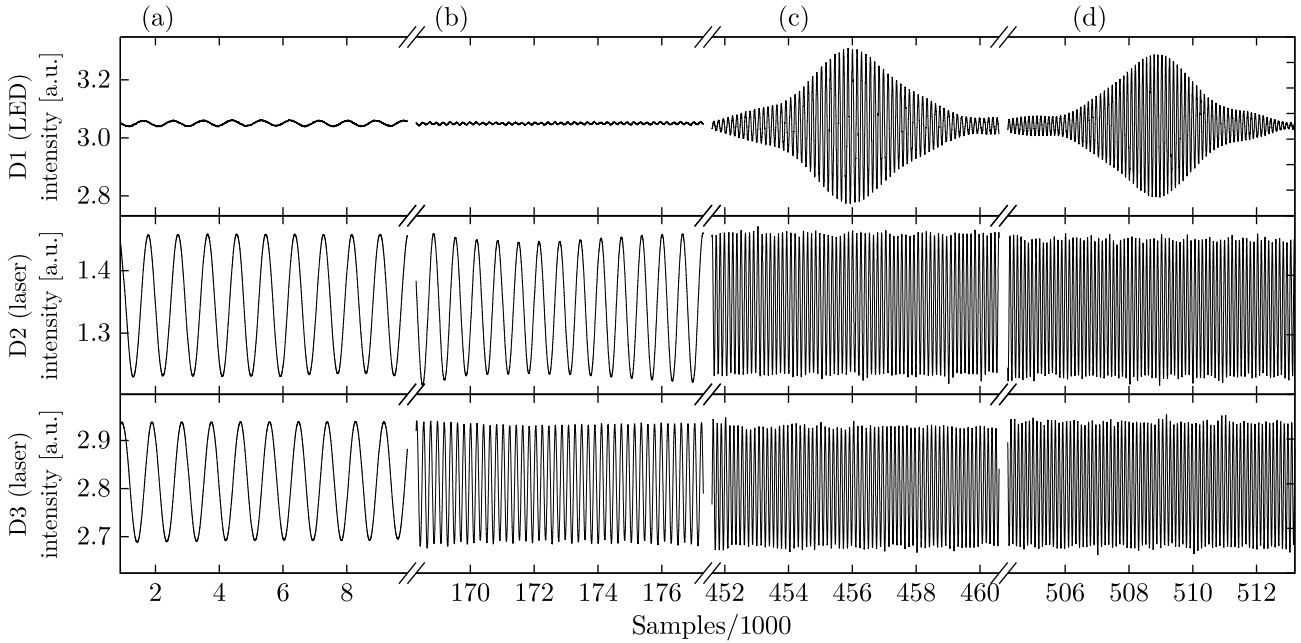


Fig. 3. Signals measured during different stages of the experiment. (a) Before evacuation, (b) during evacuation, (c) evacuated, and (d) evacuated.

integer multiple of 2π . This means that this procedure does not give us the absolute phase change from Eq. (3), but only the relation

$$\Delta\varphi_m(\lambda) = \frac{4\pi d[n(\lambda) - 1]}{\lambda} + \Delta\varphi_0, \quad (6)$$

where $\Delta\varphi_0$ is an integer multiple of 2π . Because of the simplified precondition mentioned above and because we are still in the phase of rough calculation, we can even set $\Delta\varphi_0$ to be a general real number.

In the next step, we take advantage of the fact that a mathematical relation between the refractive index of air and the wavelength of the radiation is known—the modified Edlén’s formula [7]:

$$(n_s - 1) \times 10^8 = 8,091.37 + 2,333,983 / \left[130 - \left(\frac{\sigma}{\mu\text{m}^{-1}} \right)^2 \right] + 15,518 / \left[38.9 - \left(\frac{\sigma}{\mu\text{m}^{-1}} \right)^2 \right], \quad (7)$$

$$n_x - 1 = (n_s - 1) [1 + 0.532,7 \times (x - 0.000,4)], \quad (8)$$

$$n_{xtp} - 1 = \frac{(n_x - 1) \times \left(\frac{p}{\text{Pa}} \right)}{93,214.60} \times \frac{1 + 10^{-8} \times \left(0.595,3 - 0.009,876 \times \frac{t}{^\circ\text{C}} \right) \times \frac{p}{\text{Pa}}}{1 + 0.003,661 \times \frac{t}{^\circ\text{C}}}, \quad (9)$$

$$n_{xtpf} - n_{xtp} = -\frac{f}{\text{Pa}} \left[3.802 - 0.0384 \times \left(\frac{\sigma}{\mu\text{m}^{-1}} \right)^2 \right] \times 10^{-10}. \quad (10)$$

Here n_s is the air refractive index under standard conditions (dry air at 20°C, 100 kPa and with 0.04% CO₂), n_x is the refractive index correction for CO₂ content, and n_{xtpf} is the refractive index of air at temperature t , pressure p , CO₂ concentration x , and water vapor pressure f for a wave number σ . Substituting n_{xtpf} for $n(\lambda)$ in Eq. (6) we get the resulting theoretical dependency of phase change on wavelength. Then we can fit this resulting theoretical function to the measured phase difference $\Delta\varphi_m(\lambda)$ and get the fitted function $\Delta\varphi_f(\lambda)$ (Fig. 5). For a specific wavelength λ_s , the phase difference is then given as

$$\Delta\varphi(\lambda_s) = \Delta\varphi_f(\lambda_s) - \Delta\varphi_0, \quad (11)$$

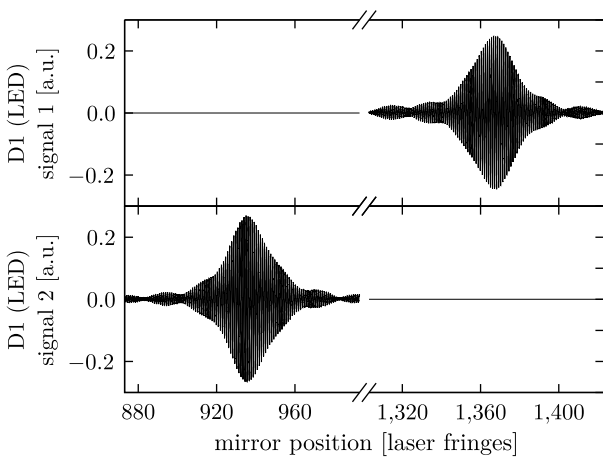


Fig. 4. Low-coherence interference signals with a position axis generated from the laser interference signal.

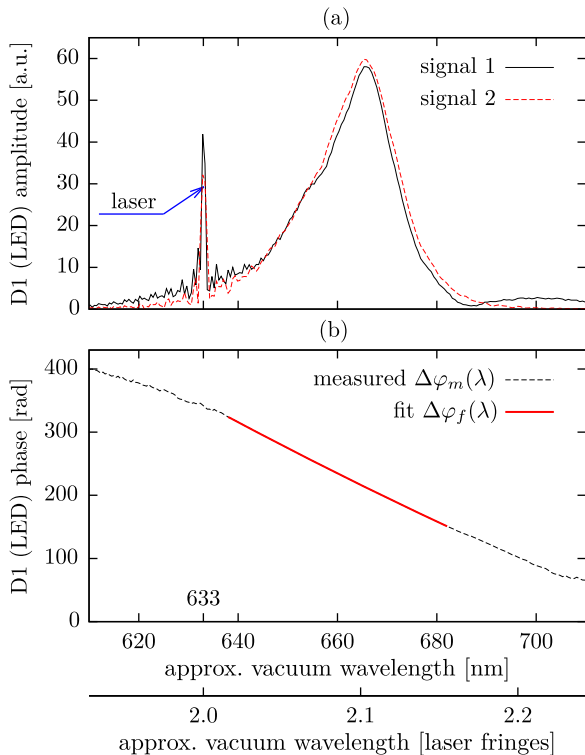


Fig. 5. Amplitude and phase difference of signals in Fig. 4. Phase curve is fitted by Eq. (6). (a) Amplitude and (b) unwrapped phase difference.

and by Eq. (4), we can calculate the refractive index of air for the specific wavelength λ_s . For the 500 mm long cell, we can calculate the refractive index of air with uncertainty lower than 3×10^{-7} , which is adequate to the phase uncertainty lower than π .

To reach more accurate results (10^{-8}) we have to take into account the measured laser interference signals' phase difference (that we get only modulo 2π from the signals) and harmonize it with the adequate absolute phase difference given by Eq. (11).

The proposed technique has several limitations. Since the refractive index value is calculated from the measured phase difference between the interferometer arms, the result might be affected by the phase difference between the arms caused by optical components' imperfections and also by the level of setup adjustment.

Moreover, because the modified Edlén's formula is involved in the calculation (although without the knowledge of the actual atmospheric conditions), the technique is suitable only for the air and in a certain range of atmospheric conditions. Generally, the error of the phase calculated in the first step of the calculation must be less than π (the corresponding air refractive index error for the 500 mm long cell is 3×10^{-7}) to calculate the accurate phase in the second step.

4. EXPERIMENTAL RESULTS

We have conducted a number of experiments to prove the designed concept of the refractive index of air measurement. In order to verify measured values, the refractive index of air was

monitored by three different techniques simultaneously. Apart from the proofed technique, we used the method mentioned in Section 1 as a direct technique that is based on monitoring the changes of optical path in the measuring arm of the interferometer with the evacuable cell. In the second case, the air refractive index was calculated by using information about the ambient temperature, atmospheric pressure, relative humidity, and CO_2 concentration.

To illustrate the technique principle, we approached this section as a commented three-step particular example of the measurement process.

Step 1: At the beginning of each experiment, the cell was filled with air via a venting valve installed in the vacuum apparatus in order to get identical optical environments inside and outside the cell. Before the cell evacuation, we measured the phase difference between the laser interference signals [Fig. 3(a)], which was -0.86 rad in this example [Fig. 6(a)]. This phase difference is caused by a nonoptimal mirror adjustment. In the case of a permanently evacuated cell, it could be measured after removing the cell from the beams.

Step 2: When the internal and external atmospheric conditions were equalized, the venting valve was closed and the turbo pumping station was turned on to generate vacuum in the cell. This process was controlled by the motorized gas regulation valve to allow the continuous phase monitoring of the laser interference signals (Fig. 2, photodetectors D2 and D3). Those signals were then used for reference measurement (method mentioned in Section 1 as a direct technique). During evacuation the phase difference between the two laser interference signals changed from -0.86 to 2637.19 rad, which gives a phase change caused by cell evacuation of 2638.05 rad, so according to Eq. (4) the air refractive index is 1.00026547 .

When the pressure inside the cell reached the level of ones of Pascals, the measuring mirror was moved in order to detect the two broadband light interference signals (Fig. 2, photodetector D1). Since there was just a single photodetector used for the low-coherence interference measurement, the measured data had to be analyzed with a suitable method [23] and split into two parts in order to localize and isolate both of the two signals. As a mirror position, one of the laser interference signals was used (the phase shift between them does not change after cell evacuation), so we got the signals in Fig. 4.

In the case of continual laser interference signals' phase monitoring, the calculated value can be still verified by the result of the laser phase difference measurement. Moreover, during the experiment, the refractive index of air is calculated by using the information regarding the ambient temperature, atmospheric pressure, relative humidity, and CO_2 concentration from Eqs. (7)–(10).

Figures 3–6 are presented here to illustrate the measurement process. In Fig. 3 we show the measured signals from the three photodetectors during all stages of the measurement described above.

Step 3: The following step brings us to the phase of experimental data processing. To calculate the measured relation of the phase difference between both of the low-coherence interference signals on the wavelength we used unwrapped phases of those signals calculated by FFTs and subtracted them, while we

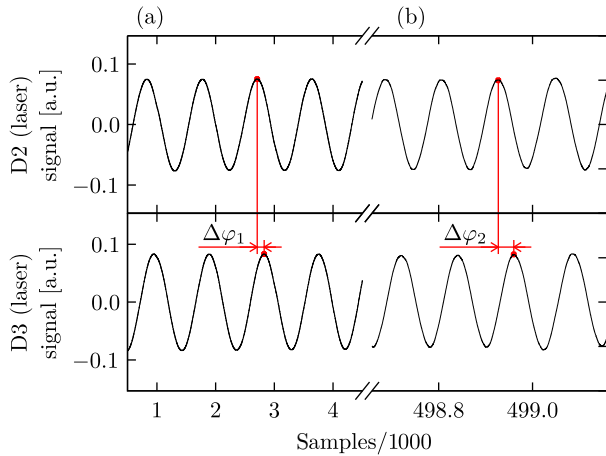


Fig. 6. Laser interference signals with the phase changes between them. (a) Before evacuation and (b) after evacuation.

converted the wavelength in laser fringes (from Fig. 4) to the wavelength in nanometers using the laser vacuum wavelength [Fig. 5(b)]. In this stage of calculation, we neglected the air refractive index dispersion (i.e., we considered the refractive index of all wavelengths to be equal to that for the laser wavelength), because the change of the wavelength due to the dispersion is much lower than the wavelength itself. As a consequence, the wavelength axis in Fig. 5 is stretched (negligibly) around the laser wavelength.

The measured relation was fitted [Fig. 5(b)] by the theoretical function [Eq. (6) with Eqs. (7)–(10)]. Since the laser radiation was not entirely filtered from the low-coherence interference signal [Fig. 5(a)], we skipped the corresponding wavelengths in the fit [Fig. 5(b)]. In the case of nonoptimal dispersion compensation (caused by a nonoptimal compensating plate adjustment or due to reflections) different

wavelengths are phase shifted additionally [23]. This phase shift is the same in both of the signals, so it is subtracted and does not affect the result. From the fit and Eq. (11) we got an approximate actual phase difference between the laser signals (i.e., phase difference for wavelength 633 nm), in this case $(2637.27 \pm \pi)$ rad. From this phase shift we can calculate the refractive index using Eq. (4) with uncertainty 3×10^{-7} .

To achieve more accurate results, the analysis of the laser interference signals was taken into account. From the signals measured before cell evacuation (or without the cell) and after evacuation we could determine the phase change more accurately, but only modulo 2π . As shown in Fig. 6, before evacuation the phase difference between the signals was -0.86 rad, and after evacuation it was -1.75 rad, which gives the phase change (modulo 2π) caused by evacuating the cell as -0.89 rad. Combining this figure with an integer multiple of 2π , we get a single number falling into the range $(2637.27 \pm \pi)$ rad, which represents the particularized value of the overall phase shift caused by the evacuated cell. In this example, the value is 2638.05 rad, which is in accordance with the value obtained by the measurement during the cell evacuation. The air refractive index value is then according to Eq. (4) 1.00026547 .

This particular measurement was done at ambient temperature $(20.24 \pm 0.01)^\circ\text{C}$, pressure (99.15 ± 0.02) kPa, relative humidity $(35.8 \pm 1.0)\%$, and CO_2 concentration (930 ± 100) ppm. The air refractive index calculated from these values by the modified Edlén’s formula [Eqs. (7)–(10)] is $1.00,026,549$ (with uncertainty 6×10^{-8}), so the difference is 2×10^{-8} .

Other values of the refractive index of air measured by the new technique and their comparison with the values measured by the direct technique described in Section 1 and the values obtained by the modified Edlén’s formula are shown in Table 1. The values measured by the new technique are the same as those measured by the other direct technique, because they are both calculated from the same phase shift, but in a

Table 1. Experimental Results of the Air Refractive Index ($\lambda = 633$ nm) Measured with the New Technique and Comparison with the Results Obtained by Other Techniques

Date of Measurement	Temperature [°C]	Pressure [kPa]	Humidity [%]	CO ₂ [ppm]	Refractive Index of Air			Edlén Difference ^b
					New Method	Reference ^a	Edlén [7]	
21 April, 12:27	20.14	99.20	35.2	840	1.00,026,568	1.00,026,568	1.00,0265,68	1×10^{-9}
21 April, 12:37	20.23	99.20	35.7	880	1.00,026,565		1.00,026,562	3×10^{-8}
21 April, 13:12	20.24	99.15	35.8	930	1.00,026,547	1.00,026,547	1.00,026,549	-2×10^{-8}
21 April, 13:21	20.25	99.14	36.1	920	1.00,026,543		1.00,026,545	-2×10^{-8}
21 April, 14:53	20.22	99.03	33.4	850	1.000,265,15	1.000,265,15	1.000,265,17	-2×10^{-8}
21 April, 15:03	20.27	99.01	33.8	910	1.00,026,505		1.00,026,509	-4×10^{-8}
21 April, 15:51	20.33	98.96	32.8	880	1.00,026,489	1.00,026,489	1.00,026,490	-1×10^{-8}
21 April, 16:01	20.38	98.96	33.0	910	1.00,02,6487		1.00,026,488	-9×10^{-9}
22 April, 08:25	19.51	99.26	35.8	810	1.00,026,639	1.00,026,639	1.00,026,642	-3×10^{-8}
22 April, 08:36	19.73	99.26	36.5	880	1.000,266,28		1.000,266,26	2×10^{-8}
22 April, 10:44	19.66	99.27	34.7	740	1.000,266,29	1.000,266,29	1.000,266,32	-3×10^{-8}
22 April, 10:52	19.80	99.27	35.0	810	1.000,266,20		1.000,266,22	-2×10^{-8}
22 April, 13:08	20.03	99.15	36.9	790	1.00,026,564	1.00,026,564	1.00,026,5,63	3×10^{-9}
22 April, 13:16	20.10	99.14	37.3	860	1.000,265,55		1.00,026,556	-6×10^{-9}
22 April, 15:13	20.06	99.05	35.1	750	1.000,265,37	1.000,265,37	1.00,026,535	2×10^{-8}
April 22, 15:21	20.14	99.05	35.3	800	1.00,02,6531		1.00,026,529	2×10^{-8}

^aDirect technique with evacuable cell described in Section 1. Empty value means that the measurement was done with already evacuated cell.

^bThe mean deviation of the measured values from the ones calculated using the modified Edlén formula (calculated with uncertainty 6×10^{-8}) is 2×10^{-8} .

different way. The values obtained by the modified Edlén's formula differ in order of 10^{-8} , which is a limit of this indirect technique.

5. CONCLUSION

This paper deals with methods for the refractive index of air measurement. It presents a new method that takes advantage of low-coherence interferometry combined with laser interferometry. The method was designed to be an alternative to the direct technique, which is based on monitoring optical path changes in the measuring arm of the interferometer before, during, and after the evacuation of an evacuable cell. The benefit of the proposed technique is that it does not require an evacuable cell, but it also works with a permanently evacuated cell, while the missing information about the phase is calculated from a low-coherence interference signal.

The experimental setup is based on the Michelson interferometer combined with a laser and a low-coherence light source and a double-spaced glass cell. The method is based on monitoring optical path changes in a measuring arm of the Michelson interferometer caused by the different optical environment in a double-spaced glass cell. The technique employs the modified Edlén's formula for fitting the relation of the phase change on the wavelength measured from the low-coherence interference signals.

We have conducted a number of experiments to prove the designed concept of the refractive index of air measurement. In order to verify measured values, the refractive index of air was also monitored by the direct technique, which is based on monitoring the changes of optical path in the measuring arm of the interferometer with the evacuable cell, and by the results given by the modified Edlén's formula. We achieved agreement between the results of the proven technique and those of the reference techniques in the order of 10^{-8} .

Czech Academy of Sciences (68081731); Czech Ministry of Education, Youth and Sports (CZ.1.05/2.1.00/01.0017, LO1212); Czech Science Foundation (Grantová agentura České republiky) (GB14-36681G).

REFERENCES

1. B. Edlén, "The refractive index of air," *Metrologia* **2**, 71–80 (1966).
2. K. P. Birch and M. J. Downs, "The results of comparison between calculated and measured values of the refraction index of air," *J. Phys. E* **21**, 694–695 (1988).
3. J. C. Owens, "Optical refractive index of air: dependence on pressure, temperature and composition," *Appl. Opt.* **6**, 51–59 (1967).
4. B. Popela, "The influence of the atmosphere on the wavelength of the He-Ne laser and the solution of corrections of the laser interferometer," *Opt. Acta* **19**, 605–612 (1972).
5. J. Beers and T. Doirom, "Verification of the revised water vapour correction to the index of refraction of air," *Metrologia* **29**, 315–316 (1992).
6. R. Muijlwijk, "Update of the Edlén formulae for the refractive index of air," *Metrologia* **25**, 189 (1988).
7. G. Bönsch and E. Potulski, "Measurement of the refractive index of air and comparison with modified Edlén's formulae," *Metrologia* **35**, 133–139 (1998).
8. K. P. Birch and M. J. Downs, "An updated Edlén equation for the refractive index of air," *Metrologia* **30**, 155–162 (1993).
9. K. P. Birch and M. J. Downs, "Correction to the updated Edlén equation for the refractive index of air," *Metrologia* **31**, 315–316 (1994).
10. O. Číp, F. Petřů, V. Matoušek, Z. Buchta, and J. Lazar, "Methods of direct measurement of the refraction index of air using high-resolution laser interferometry," *Precis. Mech. Opt.* **49**, 88–90 (2004).
11. P. Egan and J. A. Stone, "Absolute refractometry of dry gas to ± 3 parts in 10^9 ," *Appl. Opt.* **50**, 3076–3086 (2011).
12. U. Brand and K. Herrmann, "A laser measurement system for high-precision calibration of displacement transducers," *Meas. Sci. Technol.* **7**, 911–917 (1996).
13. M. L. Eickhoff and J. L. Hall, "Real-time precision refractometry: new approaches," *Appl. Opt.* **36**, 1223–1234 (1997).
14. N. Khélifa, H. Fang, J. Xu, P. Juncar, and M. Himbert, "Refractometer for tracking changes in the refractive index of air near 780 nm," *Appl. Opt.* **37**, 156–161 (1998).
15. O. Číp, F. Petřů, V. Matoušek, and J. Lazar, "Direct measurement of index of refraction of air by means of high-resolution laser interferometry," *Phys. Scr.* **T118**, 48–50 (2005).
16. J. Lazar, O. Číp, M. Čížek, J. Hrabina, and Z. Buchta, "Suppression of air refractive index variation in high-resolution interferometry," *Sensors* **11**, 7644–7655 (2011).
17. S. Cundiff and J. Ye, "Colloquium: femtosecond optical frequency combs," *Rev. Mod. Phys.* **75**, 325–342 (2003).
18. J. Lu Zhang and L. J. Wang, "Precision measurement of the refractive index of air with frequency combs," *Opt. Lett.* **30**, 3314–3316 (2005).
19. J. Lu Zhang, B. Menegozzi, and L. J. Wang, "Application of frequency combs in the measurement of the refractive index of air," *Rev. Sci. Instrum.* **77**, 083104 (2006).
20. R. Šmíd, O. Číp, M. Čížek, B. Mikel, and J. Lazar, "Conversion of stability of femtosecond mode-locked laser to optical cavity length," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **57**, 636–640 (2010).
21. P. Balling, P. Křen, P. Mašika, and S. A. van den Berg, "Femtosecond frequency comb based distance measurement in air," *Opt. Express* **17**, 9300–9313 (2009).
22. H. Matsumoto, K. Sasaki, and A. Hirai, "Remote measurement of refractive index of air using tandem interferometer over long optical fiber," *Jpn. J. Appl. Phys.* **47**, 7386–7389 (2008).
23. T. Pikálek, T. Fořt, and Z. Buchta, "Detection techniques in low-coherence interferometry and their impact on overall measurement accuracy," *Appl. Opt.* **53**, 8463–8470 (2014).