

Univerzita Hradec Králové

Přírodovědecká fakulta

Katedra fyziky

Fyzika bílých trpaslíků

Bakalářská práce

Autor:	Jiří Ruffer
Studijní program:	B1701 Fyzika
Studijní obor:	Fyzikálně–technická měření a výpočetní technika
Vedoucí práce:	RNDr. Jan Šlégr, Ph.D.

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně a že jsem v seznamu použité literatury uvedl všechny prameny, ze kterých jsem vycházel.

V Hradci Králové dne

Jiří Ruffer

Poděkování:

Děkuji panu RNDr. Janu Šlégrovi, Ph.D. za naučné rady a připomínky při vedení mé bakalářské práce. Tyto zkušenosti budu moci uplatnit ve svých dalších pojednáních.

Anotace

RUFFER, J. *Fyzika bílých trpaslíků*. Hradec Králové, 2017. Bakalářská práce na Přírodovědecké fakultě Univerzity Hradec Králové. Vedoucí bakalářské práce RNDr. Jan Šlégr, Ph.D.

Bakalářská práce je zaměřená na jedno ze závěrečných stádií vývoje hvězd. V teoretické části je popsán vznik bílých trpaslíků, atmosférické vlastnosti bílých trpaslíků a bílí trpaslíci v binárních, hvězdných systémech, např. bílý trpaslík s neutronovou hvězdou nebo bílý trpaslík s bílým trpaslíkem atd. V Praktické části jsou uvedena data z archívu dat Astronomického ústavu Akademie věd České republiky a dalších.

Klíčová slova:

trpaslík, hvězda, systém, teplota

Annotation

RUFFER, J. *The physics of white dwarfs*. Hradec Králové, 2017. Bachelor thesis at the Faculty of Natural Sciences of the University in Hradec Králové. Bachelor thesis supervisor RNDr. Jan Šlégr, Ph.D.

The bachelor thesis focuses on one of the final stages of stellar evolution. The theoretical part provides information about the formation of white dwarfs, atmospheric properties of white dwarfs and white dwarfs in binary stellar systems. For example a white dwarf with a neutron star, or a white dwarf with another white dwarf etc. The practical part contains data from the archive of the Academy of Science of the Czech Republic and others.

Keywords:

dwarf, star, system, temperature

Obsah

Úvod	7
Teoretická část.....	8
1 Historie	8
2 Vznik bílých trpaslíků.....	8
2.1 Vývoj hvězdy hlavní posloupnosti.....	8
2.2 Vývoj Slunce	9
3 Atmosférické vlastnosti.....	9
3.1 Základní informace o bílých trpaslících.....	9
3.2 Hertzsprungův-Russellův diagram	10
3.3 Svítivost bílých trpaslíků.....	11
3.4 Velikost bílých trpaslíků.....	12
3.5 Spektra bílých trpaslíků.....	13
3.6 Hmotnost	15
3.7 Chandrasekharova mez	16
4 Úloha bílých trpaslíků v potvrzení OTR.....	17
5 Dvojhvězdy	17
5.1 Hvězdné systémy	17
5.2 Dvojhvězdy vytvářejí magnetické pole	18
5.3 Pulsar a bílý trpaslík.....	20
5.4 Bílý trpaslík obíhající kolem černé díry	21
5.5 Bílý a červený trpaslík.....	22
5.6 Nova	22
5.7 Supernova.....	23
Praktická část	25
6 Pozorování bílých trpaslíků.....	25
6.1 Porovnání bílých trpaslíků s hvězdami hlavní posloupnosti.....	25
6.2 Sirius B	26
6.3 Čím menší, tím těžší.....	27
6.4 Hmotnosti bílých trpaslíků	31
6.5 Chladnutí bílých trpaslíků	31
6.6 Gravitační zrychlení bílých trpaslíků	34
6.7 Magnetičtí bílí trpaslíci	35
Závěr	38

Seznam použité literatury	39
Seznam použitých tabulek	45
Seznam použitých obrázků.....	45
Příloha A	46
Příloha B	57

Úvod

Tato bakalářská práce se zabývá fyzikou bílých trpaslíků a jejím cílem je přinést ucelený přehled problematiky těchto hvězd, které jsou zajímavé pro své vlastnosti a možnosti. Bílý trpaslík je velmi stará a malá hvězda. Tyto hvězdy mají vysokou povrchovou teplotu, ale malý zářivý výkon. Kde jsou bílí trpaslíci umístěni v HR diagramu? Jaké hvězdné systémy mohou bílí trpaslíci tvořit? Odpovědi na tyto otázky řeší tato bakalářská práce.

Téma o bílých trpaslících jsem si zvolil, protože mě zajímá téma astronomie a astrofyziky. Tyto dva obory nám každý den přinášejí nové poznatky a myslím si, že je třeba je neustále popularizovat.

Teoretická část práce se zabývá vznikem bílých trpaslíků, atmosférickými vlastnostmi bílých trpaslíků a bílými trpaslíky ve hvězdných systémech. Praktická část uvádí data (dostupná v seznamu použité literatury) o bílých trpaslících, které vycházejí z astronomických pozorování, a z těchto dat je uvedeno množství grafů pro grafickou názornost.

Teoretická část

1 Historie

První bílý trpaslík byl objeven v trojhvězdě 40 Eridani, která se skládá z hvězdy hlavní posloupnosti 40 Eridani A a kolem ní obíhá dvojhvězda skládající se z bílého trpaslíka 40 Eridani B a hvězdy hlavní posloupnosti, červeného trpaslíka 40 Eridani C. Dvojhvězdu 40 Eridani B a 40 Eridani C objevil William Herschel a to dne 31. ledna 1783. Roku 1910 zjistil Henry Norris Russel, že je 40 Eridani B nejasnou hvězdou, spektrálního typu A, tzn. bílá. Dalším objeveným bílým trpaslíkem byl Sirius B, společník Siria A, nejjasnější hvězdy na obloze s $-1,5$ mag. Sirius B byl objeven roku 1844. Nepatrných nepravidelností si všiml Friedrich Bessel, který usoudil, že se jedná o binární systém hvězd s oběžnou dobou 50 let. Teleskopem se Sirius B podařilo spatřit až roku 1862. Sirius B je nejbližším bílým trpaslíkem (Fontaine, Brassard, Bergeron, 2001).

Pozorujeme také bílé trpaslíky s magnetickým polem. První magnetický bílý trpaslík byl objeven v roce 1934, ale že má magnetické pole bylo zjištěno až roku 1970, ukázalo se, že světlo hvězdy je silně kruhově polarizováno. Zkoumáním spektra této hvězdy se ukázalo, že má neobvyklé, matné a široké absorpční pásy, kterým dnes říkáme „Minkovského pásy“. V polovině 80. let se přišlo na to, že tyto pásy jsou výsledek Zeemanova jevu, tzn. že jsou spektrem vodíku v silném magnetickém poli hvězdy. Později byli nalézáni další bílí trpaslíci, jejichž záření bylo kruhově polarizované. Někteří vykazovali vodík a jiní helium v silném magnetickém poli. V této době známe 600 různých bílých trpaslíků s magnetickým polem (Ferrario, de Martino, Gänsicke, 2015).

2 Vznik bílých trpaslíků

2.1 Vývoj hvězdy hlavní posloupnosti

Bílí trpaslíci vznikají z hvězd hlavní posloupnosti, mezi které patří i Slunce. Hvězdy hlavní posloupnosti, resp. hlavní posloupnost je znázorněna v Hertzsprungově-

Russelově (HR) diagramu. Můžeme říci, že i hvězdy nad křivkou hlavní posloupnosti si při své závěrečné fázi projdou stádiem bílého trpaslíka. V jejich případě hvězdný vývoj pokračuje dále, pak se z nich stane neutronová hvězda nebo černá díra.

V jádru hvězd hlavní posloupnosti probíhá jaderná fúze vodíku, tedy přeměna vodíku na helium. S přibývajícím heliem v jádru teplota hvězdy stoupá, protože na jadernou fúzi helia je potřeba desetkrát vyšší teplota. Na konci života hvězdy je jádro tvořeno heliem s malou vrstvou vodíku okolo jádra, v této vrstvě začne probíhat jaderná fúze se zvyšující teplotou, a převládá gravitační interakce nad elektromagnetickou interakcí. Hvězda se začne snažit přeměnit jadernou fúzí helium na uhlík a kyslík, a to je její konec. Vnější vrstva hvězdy se začne rozpínat a stane se z ní rudý obr, který bude rozhazovat vnější obal do vesmíru. Začne převládat gravitace nad elektromagnetismem a hvězda se začne smršťovat. Vytvoří se tlak degenerovaného elektronového plynu (elektronový úpadkový tlak). Elektrony se stlačí dostatečnou silou, vytvoří tlak schopný odolávat dalšímu smršťování hvězdy a vznikne bílý trpaslík (Čeman, Pittich, 2002, s. 107).

2.2 Vývoj Slunce

K vyhoření vodíku v jádru Slunce dojde asi za 5 miliard let. Slunce se stane rudým obrem a bude tisíckrát jasnější a stokrát větší než dnes. Rudý obr bude sahat až k povrchu Země, některé zdroje uvádějí až k Marsu. Planetární mlhovina, vzniklá při odhazování vnějších vrstev rudého obra, pohltí zbylé plynné planety, které se nestihly vypařit při stoupající teplotě Slunce. Po rudém obrovi (Slunci) zbyde planetární mlhovina a bílý trpaslík, který bude vyzařovat svou energii po miliardy let (Čeman, Pittich, 2002, s. 107).

3 Atmosférické vlastnosti

3.1 Základní informace o bílých trpaslících

Hvězdy hlavní posloupnosti, jako je Slunce, mají poloměr kolem jednoho milionu kilometrů. Poloměr bílého trpaslíka je jen asi deset tisíc kilometrů, tj. asi 3/2 poloměru Země. Bílí trpaslíci mají přesto hmotnost hvězdy. Běžně se bílí trpaslíci

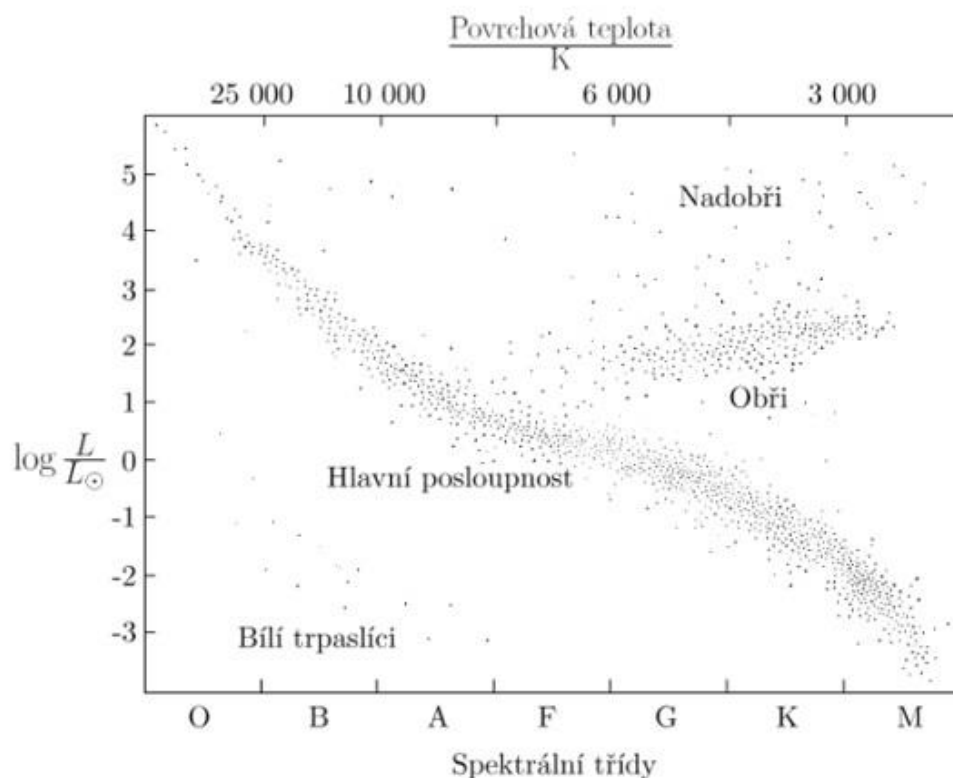
skládají z jadra tvořeným žhavým a extrémně hustým degenerovaným elektronovým plynem, které je obklopeno svítící fotosférou. Díky vysoké povrchové teplotě má bílou barvu a díky malému zářivému výkonu, který značí malý povrch, získala označení trpaslík.

3.2 Hertzsprungův-Russellův diagram

K poznávání hvězd máme užitečného pomocníka, tzv. Hertzsprungův-Russellův (HR) diagram. Po seznámení s HR diagramem zjistíme, že HR diagram obsahuje základní vlastnosti hvězd a jejich rozřídění. Diagram zahrnuje červené obry a nadobry, chladné hvězdy s mimořádně velkou svítivostí (zářivým výkonem) přes 10 000 Sluncí, dále bílé trpaslíky, červené trpaslíky atd. Bílí trpaslíci mají vysokou teplotu, ale malou svítivost (zářivý výkon). Důležitou křivkou HR diagramu je hlavní posloupnost, sem patří většina hvězd, včetně Slunce (Břízová, 2017, s. 26; Rükl, 1988, s. 100-101).

Osy HR diagramu popíšeme v kartézské soustavě souřadnic. Na ose x se vynášejí spektrální třídy a teploty hvězd (T). Na osu y vynášíme hvězdnou velikost, jinak řečeno magnitudu (M, M_V) a svítivost (L), která se udává ve zlomku L/L_{\odot} , tzn. poměr svítivosti hvězdy a Slunce. Někdy můžeme vidět na ose y i hmotnost hvězd. Diagram může obsahovat i porovnání velikosti hvězd, jejich pojmenování a rozmezí jednotlivých veličin (Rükl, 1988, s. 100-101).

Hvězdy klasifikoval v roce 1909 Ejnar Hertzsprung (1873-1967). Ke zdokonalení jeho práce přispěl výrazným způsobem Henry Norris Russell (1877-1957). Po těchto dvou pánech je pojmenován náš pomocník při zkoumání hvězd a je názorným výukovým materiálem (Adams, Bodenheimer, Laughlin, 2005; Schmadel, 2003; Stratton, 1957).



Obr. 1: Hertzsprungův-Russellův diagram. V diagramu vidíme porovnání bílých trpaslíků s hvězdami hlavní posloupnosti a dalšími typy hvězd. V diagramu můžeme vidět, kde se nachází Slunce s teplotou přibližně 6 000 K a svítivostí 1 $\log L/L_{\odot}$ (Břízová, 2017, s. 26).

3.3 Svítivost bílých trpaslíků

Bílý trpaslík po miliardy let vyzařuje energii. Vyzářená energie (E) z celého povrchu hvězdy ve wattech (W) za jednotku času na jednotkovou plochu ve vzdálenosti r od hvězdy vyjadřuje vztah pro zářivý výkon (svítivost) hvězdy.

$$L = EA\pi r^2$$

Tento vztah použijeme pouze tehdy, není-li světlo nějakým způsobem oslabeno, a to na dráze mezi hvězdou a pozorovatelem (aldebaran.cz; Vanýsek, s. 180-181, 1980).

Zářivý výkon (svítivost) lze také vyjádřit pomocí Stefanova-Boltzmannova zákona. Na rozdíl od předchozího vzorce, tento vzorec (uvedený pod odstavcem) neobsahuje energii (E), ale tato veličina je zde vyjádřena součinem Stefanovy-Boltzmannovy konstanty σ ($\sigma=5,670\ 373 \cdot 10^8\ Wm^{-2}\ K^{-4}$) a povrchové efektivní teploty (T) (aldebaran.cz).

$$L = 4\pi r^2 \sigma T^4$$

Zářivý výkon (svítivost) bílých trpaslíků vyčteme z HR diagramu. Hodnoty zářivého výkonu (svítivosti) se pohybují přibližně od 0,0001 do 0,01 L/L_{\odot} . Ze Země nemůžeme tyto hvězdy pozorovat pouhým okem, musíme použít teleskop. Vzhledem ke slabému zářivému výkonu (svítivosti) můžeme pozorovat bílé trpaslíky do vzdálenosti 500 světelných let.

3.4 Velikost bílých trpaslíků

Magnituda neboli zdánlivá magnituda je logaritmická míra jasnosti objektu a označujeme ji m . Hustotu zářivého toku neboli jasnost hvězd označuje veličina J .

$$m = -2,5 \log J$$

Tomuto vzorci se říká Pogsonova rovnice. Koeficient je volený tak, aby byl poměr vzájemných jasností 1/100. To odpovídá rozdílu pěti magnitud. Již zmíněný Sirius A, větší společník Siria B má tuto hodnotu rovnou -1,6 mag. Zdánlivá (relativní) magnituda vypovídá o jasnosti hvězdy na obloze, ale i na vzdálenosti hvězdy. Tady rozlišujeme tzv. magnitudu bolometrickou a vizuální. Bolometrická magnituda je definována v celém spektru a viditelná magnituda jenom ve viditelném spektru (aldebaran.cz).

Magnitudu (m) využíváme při určení jasnosti hvězd na obloze, protože jejich jasnost se mnohdy liší o několik řádů. Jasnost je osvětlení, které vyvolá hvězda na rovinu proloženou pozorovacím místem a kolmou k dopadajícím paprskům. Jedná se o fotometrickou veličinu. Dříve se označovala jako fotometrická hvězdná velikost. Hvězdná magnituda nesouvisí s geometrickým rozměrem hvězdy. Jednotkou hvězdné velikosti je magnituda, která má označení mag. Vztah mezi magnitudou a jasností nám vyjadřuje Pogsonova rovnice.

$$m_2 - m_1 = 2,5 \log \frac{J}{J_0}$$

Ve vztahu vidíme veličiny magnitudy hvězd m_1, m_2 a hustoty zářivého toku neboli jasnost hvězdy J, J_0 . Svítivost J_0 je referenční jasnost, kterou má hvězda $m=0$ mag, tj. $J_0=2,59 \cdot 10^{-6} \text{ lm} \cdot \text{m}^{-2}$. V praxi musí být při měření definice upravena ke konkrétnímu fotometrickému systému (aldebaran.cz; hvezdy.astro.cz; Břízová, 2017, s. 19, 20).

Dále popisujeme absolutní magnitudu neboli absolutní hvězdnou velikost M (M_V), to je hodnota hvězdné velikosti, kterou by měl objekt vzdálený od Země 10 pc. Závisí na svítivosti objektu. Tuto hodnotu lze vyčíst z HR diagramu. Pro bílé trpaslíky nabírá hodnoty přibližně od 6 do 15 mag. Pokud zanedbáme vzdálenost 10 pc od Země, pak hvězdnou velikost vyjádříme vztahem

$$M = m + 5 (1 - \log r)$$

Ve vztahu vidíme r , které označuje vzdálenost, magnitudu m a samozřejmě hvězdnou velikost M (aldebaran.cz; Vanýsek, 1980, s. 181).

3.5 Spektra bílých trpaslíků

Od objevení spektrálních čar u Slunce uplynulo přibližně 200 let. Spektrální čáry byly poté zkoumány u dalších hvězd, protože nám o hvězdách hodně říkají, jakou mají teplotu, složení atd. Tímto vzniklo tzv. harvardské třídění, které je založené na vzhledu spektra. Přesněji mluvíme o emisních a absorpčních čarách prvků charakterizujících stav ve hvězdné atmosféře, resp. její složení (Hlad, Pavloušek, 1990, s. 40).

Definujeme osm základních hvězdných spekter, které jsou výsledkem dlouholetého pozorování a třídění hvězd. Základní spektrální třídy W, O, B, A, F, G, K, M nám říkají, jakou má hvězda teplotu, a to od té nejteplejší po tu nejchladnější, v tomto pořadí se spektrum mění od modré k červené. Tyto spektrální třídy jsou dále rozděleny do deseti dalších podskupin 0 až 9. K těmto osmi třídám jsou přidány ještě tři doplňkové třídy R, N a S. Dále ke spektrálním třídám přidáváme předpony a přípony. Nejpoužívanější předpony jsou g (obr), d (trpaslík), c (veleobr), sg (podobr) a wd (bílý trpaslík). Nejpoužívanější přípony jsou e, s, n, v, p, k (Hlad, Pavloušek, 1990, s. 40-41).

Dále byly vybrány tři vlnové délky U, B, V (fotometrický systém), tedy ultrafialový, modrý a vizuální obor s vlnovými délkami 365 μm , 440 μm a 540 μm (v tomto pořadí). Systém byl zvolen tak, aby rozdíly hodnot $B-V$ a $U-B$ měly hodnoty nulové pro hvězdy AO na hlavní posloupnosti (viz použitá literatura). V katalogích se uvádí velikost V a indexy $U-B$ a $B-V$. Pokud je toto rozdělení zaneseno do HR diagramu, tak teplota jde od záporných po kladné hodnoty zleva doprava (Hlad, Pavloušek, 1990, s. 45-46).

Bílí trpaslíci jsou řazeni do spektrálních tříd přibližně B a A s teplotami od 30 000 K do 5 000 K. Tyto teploty odpovídají vývojovému stádiu hvězdy, jak jsem již uvedl, hvězdě bude trvat miliardy let, než zcela vychladne.

Bílé trpaslíky rozdělujeme podle spektroskopického typu. Toto rozdělení (viz níže, pod odstavcem) je zavedeno z důvodu malého zářivého výkonu těchto hvězd. Známe přibližně 2200 spektroskopicky potvrzených bílých trpaslíků a nacházejí se ve vzdálenosti jednoho kiloparseku od Slunce (hvezdy.astro.cz).

Optický typ	T_{ef} (K)
DA	100 000 – 4 000
DO	> 45 000
DB	< 30 000
DC	< 12 000

Jsou definovány další spektroskopické veličiny: DQ, DZ, DBQ, DBZ, PG 159. V HR diagramu nejsou hodnoty teplot větší než 30 000 K (hvezdy.astro.cz).

Výše zmíněná efektivní teplota T_{ef} , je teplota absolutně černého tělesa, které vyzařuje stejné množství energie, jako hvězda na 1 m². Efektivní teplotu lze také definovat, jako teplotu absolutně černého tělesa, které má stejnou svítivost a povrch $4\pi r^2$, jako hvězda (hvezdy.astro.cz).

Absolutně černé těleso je pojem, který popisuje, jak tělesa vyzařují. Absolutně černé těleso je dokonalý zářič, který je v termodynamické rovnováze s okolním prostředím. Absolutně černé těleso neznamená, že by toto těleso nic nevyzařovalo, ale znamená to, že se od něj žádné záření neodráží. Termodynamická rovnováha s okolím způsobuje to, že záření, které absolutně černé těleso pohltí také vyzáří. V praxi se používá pojem absolutně černé těleso například u Slunce. Fotosféra Slunce je modelována jako absolutně černé těleso. Slunce pohlcuje záření (tepelné záření), které přichází z vnitřních vrstev Slunce. Proto každé těleso s teplotou vyšší než absolutní nula, vyzařuje elektromagnetické záření všech vlnových délek, jehož spektrum je závislé na teplotě. V roce 1879, pánové Ludwig Boltzmann a Jožef Stefan definovali, že intenzita vyzařování absolutně černého tělesa roste se čtvrtou mocninou termodynamické teploty zářícího tělesa. Vztah, který toto popisuje známe pod názvem Stefanův-Boltzmannův zákon. Tento vztah je uveden níže.

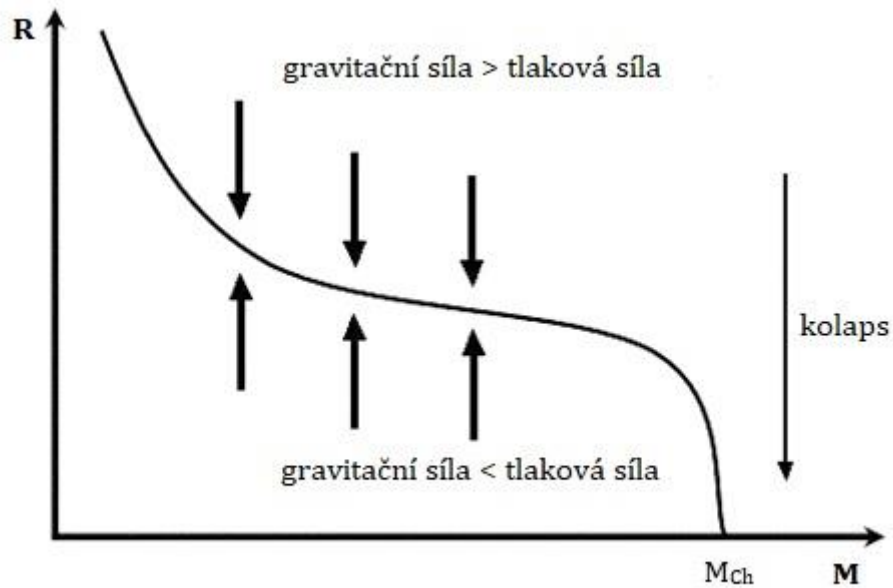
$$I = \sigma T^4$$

V Stefanově-Boltzmannově zákoně vidíme veličiny, kde I je intenzita vyzařování (jednotka watt na metr čtverečný), T je termodynamická teplota absolutně černého tělesa a σ je Stefanova-Boltzmannova konstanta (hodnota je uvedena výše). Tento vztah v praxi používáme při bezdotykovém měření teploty za pomoci infračervených teploměrů. Reálná tělesa nejsou absolutně černá, proto používáme ve výpočtech emisivitu povrchu tělesa ϵ , která je v rozmezí hodnot od nuly do jedné (Šlégr, 2017, s. 23).

3.6 Hmotnost

Hmotnost hvězdy je nejdůležitější charakteristikou každé hvězdy. Určuje nám délku života hvězdy, množství látek (plazmatu, degenerované látky atd.) a také její zánik (hvezdy.astro.cz).

Ze spektra, hmotnosti a dalších pozorování bílých trpaslíků můžeme říci, že bílí trpaslíci se přibližně skládají z uhlíko-kyslíkového jádra, nad ním je obálka bohatá na helium, nad ní je další obálka bohatá na vodík a konečně nad těmito vrstvami je tenká atmosféra. Celá tato vrstva je hluboká 5 000-6 000 km. Toto je pozůstatek po hvězdě hlavní posloupnosti, resp. po rudém obrovi. Když si představíme, že takovouto hvězdu „namačkáme“ do hvězdy přibližně srovnatelné s velikostí Země, tak to má své následky. Lžička nebo kostka z člověče nezlob se tvořená z látky bílého trpaslíka by vážila jednu tunu. To potvrzuje hustota bílých trpaslíků, která může dosahovat až 10^3 kg/cm^3 (Kulhánek, 2005, s. 12-15).



Obr. 2 (upravený). Chandrasekharova mez (M_{Ch}). Na obrázku (grafu) vidíme závislost hmotnosti (M) bílých trpaslíků na poloměru bílých trpaslíků (R) a poměr gravitační a tlakové síly hvězd. Vidíme, k čemu vede růst hmotnosti bílých trpaslíků, ke kolapsu.

3.7 Chandrasekharova mez

Subrahmanyan Chandrasekhar (1910-1995) byl indický fyzik, později žijící v USA. Fyziku studoval na univerzitě v Madrásu a na univerzitě v Cambridgi. Během svých cest po světových univerzitách se setkal s významnými lidmi ze světa fyziky, astronomie a astrofyziky (Králová).

Chandrasekhar se zabýval teorií o bílých trpaslících. Snažil se spojit svoji teorii se speciální teorií relativity. Prokázal to, že bílí trpaslíci nejsou konečným stádiem ve vývoji hvězd. Stanovil hustotu a hranici maximální hmotnosti bílých trpaslíků na $1,44M_{\odot}$, kterou dnes známe pod názvem Chandrasekharova mez. Jeho teorie nebyla přijímána. Proti teorii se postavil i Arthur Eddington. Nakonec se prokázalo, že měl Chandrasekhar pravdu. Jeho teorii přijal celý svět. Bílí trpaslíci, jakmile překročí Chandrasekharovu mez, začnou kolabovat. Výsledným dopadem je vznik neutronových hvězd (pulsarů, magnetarů) nebo černých děr. Roku 1983, Chandrasekhar získal Nobelovu cenu za fyziku. (Králová).

Z údajů o bílých trpaslících můžeme říci, že hmotnost bílých trpaslíků se pohybuje přibližně od $0,2M_{\odot}$ do $1,3M_{\odot}$.

4 Úloha bílých trpaslíků v potvrzení OTR

Obecná teorie relativity (OTR) byla poprvé potvrzena v roce 1919 Arthurem Eddingtonem. Eddington pozoroval, jak Slunce (při svém zatmění) svým gravitačním polem ohýbá světlo, které přišlo ze vzdálenější hvězdy (Sahu, Anderson, Casertano a další, 2017).

Druhou hvězdou, která potvrdila obecnou teorii relativity byl bílý trpaslík Stein 2051 B. Na bílého trpaslíka zaměřil Hubbleův vesmírný teleskop Kailash Sahu a jeho tým. Stein 2051 B je šestým nejbližším bílým trpaslíkem. Je od Země ve vzdálenosti 17 světelných let ($17 \cdot 9,460 \cdot 10^{12} = 6,622 \cdot 10^{13}$ km). Tento bílý trpaslík odpovídá 67 % hmotnosti Slunce. Bílý trpaslík zakřivil světlo z hvězdy vzdálené 5 tisíc světelných let. Tento jev (nepatrné posuny obrazu vzdálené hvězdy) byl pozorován osmkrát mezi říjnem 2013 a říjnem 2015. Toto pozorování se odborně nazývá mikročočkování (Sahu, Anderson, Casertano a další, 2017).

5 Dvojhvězdy

5.1 Hvězdné systémy

Slunce se stane bílým trpaslíkem a bude pomalu samo vyhasínat. Většina hvězd ve vesmíru sama nebude, tzn. gravitační působení z nich vytváří hvězdné systémy, dvojhvězdy, trojhvězdy i vícenásobné hvězdné soustavy obíhající kolem společného těžiště. Známe více než 70 000 dvojhvězd a hvězdných soustav, ale jen u přibližně 2 000 z nich máme dostatek informací pro jejich popis, tzn. určení tvaru dráhy oběhu, pohybu a vlastností hvězd tvořících hvězdný systém (Hlad, Pavloušek, 1990, s. 51).

Dvojhvězdy nám pomáhají přímo určit hmotnost hvězd a k tomu použijeme 3. Keplerův zákon (viz vztah níže), kde a je poloosa eliptické dráhy udávaná v astronomických jednotkách (AU), P je oběžná doba v rocích a M, m jsou označení hmotnosti první a druhé hvězdy (udává se ve hmotnostech Slunce).

$$\frac{a^3}{P^2} = M + m$$

Dvojhvězdy lze rozdělit do dvou skupin. Optická, kdy jsou hvězdy dále od sebe než u fyzických dvojhvězd, u kterých hvězdy obíhají blízko u sebe (Hlad, Pavloušek, 1990, s. 54).

Bílí trpaslíci se hojně vyskytují ve hvězdných systémech. Ne všichni bílí trpaslíci mohou být ve hvězdných systémech. Dle současných pozorování můžeme říci, že hvězdné systémy mohou tvořit bílí trpaslíci o hmotnosti $0,7M_{\odot}$ - $1,2M_{\odot}$. Binární, resp. hvězdné systémy mají různá složení. Můžeme pozorovat dva bílé trpaslíky, bílého trpaslíka a neutronovou hvězdu, dokonce i bílého trpaslíka a černou díru atd. Často můžeme pozorovat bílé trpaslíky s hvězdami hlavní posloupnosti. Nutno podotknout, že bílí trpaslíci nemusí být součástí hvězdných systémů.

5.2 Dvojhvězdy vytvářejí magnetické pole

Mnoho bílých trpaslíků má magnetické pole, které je často velmi silné. Kde se bere magnetické pole u bílých trpaslíků, je stále záhadou. Síla magnetického pole bílých trpaslíků je přibližně 10^3 - 10^9 G. Neexistuje důkaz, že by magnetické pole bílých trpaslíků časem sláblo. Pomalá rotace bílých trpaslíků (rotační perioda přibližně 100 let) ve srovnání s rotační dobou bílých trpaslíků s nemagnetickou složkou (rotační doba je v řádu několika dní) nám ukazuje, že magnetické pole bílých trpaslíků snižuje jejich rotaci. Dále se ukazuje, že magnetičtí bílí trpaslíci jsou hmotnější než nemagnetičtí bílí trpaslíci a nevyskytují se ve dvojhvězdě s hvězdou hlavní posloupnosti (Ferrario, de Martino, Gänsicke, 2015).

Dnes se uznávají dva modely, které uspokojivě vysvětlují původ magnetického pole u bílých trpaslíků. Jedna z teorií tvrdí, že magnetické pole bílých trpaslíků bylo fosilního (zachovaného) původu, tzn. magnetické pole bílému trpaslíkovi zůstalo z doby, kdy byl ještě hvězdou hlavní posloupnosti s abnormálně silným magnetickým polem. To jsou hvězdy typu Ap a Bp, tzn. jsou to hvězdy typu A a B. U těchto hvězd můžeme pozorovat nadbytek některých kovů, např. stroncium, chrom a europium. Magnetický tok má zůstat stejný i po zhroucení hvězdy. Když se celkový povrch hvězdy při jejím smršťování dramaticky zmenší, potom odpovídajícím způsobem vzroste síla magnetického pole. Tato teorie také vysvětluje, proč mají bílí trpaslíci s magnetickým polem v průměru větší hmotnost než bílí trpaslíci, kteří magnetické pole nemají. Zhroucení hvězdy typů Ap a Bp totiž

ústí v bílého trpaslíka s větší hmotností. Nicméně existují i bílí trpaslíci se silným magnetickým polem, kteří mají menší hmotnost, a není také pravděpodobné, že existuje dost hvězd Ap a Bp, aby vytvořily všechny bílé trpaslíky se silným magnetickým polem (Ferrario, de Martino, Gänsicke, 2015).

Druhá teorie je zajímavější. Tato teorie říká, že bílí trpaslíci s magnetickým polem vznikají z těsných dvojhvězd, které procházejí tzv. CE fází. CE fáze je fáze v životě binárního hvězdného systému, kdy se jedna z hvězd mění v rudého obra. Dojde k prudkému zvětšení hvězdy, až její plyn dosáhne k Rocheově mezi. Dochází zde k transportu materiálu z jedné hvězdy na druhou. Za určitých okolností druhá hvězda nedokáže přijmout všechny materiál a ten poté vytváří obal, ve kterém kolem sebe obě hvězdy dále obíhají. Tento plyn klade obíhání odpor a obě hvězdy tak ztrácejí pohybovou energii. Tento děj dostane hvězdy blíže k sobě a také se zvyšuje oběhová rychlost. Při tomto dynamo efektu produkuje silné magnetické pole. Takto vytvořené pole může zůstat v jádru tvořícího se bílého trpaslíka. Toto vysvětluje, proč magnetičtí bílí trpaslíci nejsou součástí dvojhvězd, kde jedna z hvězd je hvězdou hlavní posloupnosti (Ferrario, de Martino, Gänsicke, 2015).

Důkazem, že dvojhvězdy vytvářejí magnetické pole bílých trpaslíků, by mohl být hvězdný systém NLTT 1278, který je studovaný Adélou Kawkou z Akademie věd České republiky a jejími kolegy. Systém NLTT 1278 je dvojitě degenerovaný hvězdný systém, tedy dvojhvězda, která je tvořena dvěma bílými trpaslíky, z nichž jeden má známky magnetického pole. Druhý bílý trpaslík se jeví jako nemagnetický. Tým z AV ČR použil na jižní polokouli pro zkoumání této dvojhvězdy řadu fotometrických a spektroskopických přístrojů a také byla použita data z přehlídkových projektů. Zjistilo se, že orbitální perioda binárního systému tvoří přibližně 1,15 dne, hvězdy mají hmotnosti $0,69 \cdot M_{\odot}$ (magnetický bílý trpaslík) a $0,83 \cdot M_{\odot}$ a povrchové teploty 7 220 K (magnetický bílý trpaslík) a 7 950 K. Magnetický bílý trpaslík dvojhvězdy se kolem své osy otáčí s periodou 22,6 minut. Vypočtený vývojový model nám o hvězdách řekne, že začínaly přibližně před 2,8 miliardami let jako hvězdy hlavní posloupnosti, měly hmotnosti $3,75M_{\odot}$ (nynější magnetický bílý trpaslík) a $2,8M_{\odot}$ a obíhaly s periodou 2 656 dní. Do fáze rudého obra se nynější nemagnetický bílý trpaslík dostal po 212 milionech let a po 256 milionech let, pak zaplnil Rocheův lalok, a proto začala hmota této hvězdy přetékat na méně hmotnou hvězdu. Poté se vytvořil společný obal, ve kterém se první

(hmotnější) složka změnila na bílého trpaslíka. Přeteklá (již neprotékající) hmota z méně hmotné hvězdy nakonec také udělá rudého obra (za 452 miliónů let) a hmota přetéká na hvězdu, ze které už je bílý trpaslík. Obnovila se opět společná hvězdná obálka. Oběžná perioda hvězdy se změnila na 1,16 dne a vzdálenost mezi hvězdami klesá na 5,3 poloměru Slunce. Ta původně méně hmotná hvězda se nakonec také mění na bílého trpaslíka (ve věku 571 miliónů let). Nyní se dvojhvězda nachází v neinteragující fázi. Vyzařováním gravitačních vln se hvězdy přibližují, ale jejich splnutí můžeme čekat přibližně za 140 miliard let. Výsledek splnutí není jasný. Ze soustavy se vytvoří buď rychle rotující neutronová hvězda, nebo dvojhvězda exploduje jako supernova typu Ia (Kawka, Briggs, Vennes, Ferrarie, Paunzen, Wickramasinghe, 2016).

Rocheův lalok zmiňovaný v textu, je prostorové ohraničení dvou těles, například hvězd, ve tvaru osmičky. Chceme-li si to představit, tak každá z hvězd se nachází v jedné části osmičky. Pokud hvězda vyplní tento svůj Rocheův lalok (překročí Rocheovu mez), začne přetékat hmota na druhou hvězdu (aldebaran.cz).

5.3 Pulsar a bílý trpaslík

Dvojhvězda, která potvrdila obecnou teorii relativity, se skládá z nezvykle hmotné neutronové hvězdy, konkrétně pulsaru, který má označení J0348+0432, a bílého trpaslíka. Pulsar v této dvojhvězdě má průměr přibližně 20 km, jeho hmotnost je přibližně $1,8M_{\odot}$. Znamená to neobvykle hmotnou neutronovou hvězdu, je to jedna z nejmotnějších neutronových hvězd, co známe. Gravitace je tam zhruba o 300 miliardkrát silnější než na Zemi a otáčí se 25krát za sekundu. Bílý trpaslík kolem pulsaru oběhne za 2,5 hodiny. Tento systém představuje unikátní laboratoř, která slouží k prověřování fyzikálních teorií. Hvězdný systém je vzdálený 7 000 světelných let. Podle literatury obecná teorie relativity nikdy nečelila prověření v těchto podmínkách (Antoniadis, Freire, Wex a další, 2013).

Very Large Telescope (VLT) sledoval bílého trpaslíka a radioteleskopy sledovaly pulsar. V takto těsné dvojhvězdě dochází k vytváření gravitačních vln, to znamená ztrátu energie (gravitační vlny přenášejí energii) a to nám přináší mírné zpomalení oběžné doby bílého trpaslíka kolem pulsaru. Obecná teorie relativity (včetně gravitačních vln) se tu rozchází s dalšími teoriemi, například elektromagnetických

vln. Podařilo se prokázat, že oběh bílého trpaslíka kolem pulsaru se zpomaluje o 8 miliontin sekundy za rok (Antoniadis, Freire, Wex a další, 2013).

S největší pravděpodobností můžeme říci, že obě hvězdy se budou k sobě neustále přibližovat, až jednoho dne splynou v jednu. Gravitační vlny způsobuje jakékoli rotující těleso, které není kvadrupólově symetrické, tedy má nižší symetrii než sférickou (příkladem může být rotující kulička) nebo dipólovou (příkladem je tyč rotující kolem podélné osy). Jedná se například o nesymetrickou explozi supernovy nebo splnutí dvou kompaktních objektů, například dvojhvězdy (Abbott, Abbott, Abbott, 2016; Antoniadis, Freire, Wex a další, 2013).

5.4 Bílý trpaslík obíhající kolem černé díry

Ve hvězdokupě 47 Tucanae vzdálené 14 800 světelných let od Země se nachází binární systém X9 (další pojmenování 47 TUC X9), který je složený z černé díry a bílého trpaslíka. Bílý trpaslík obíhá kolem černé díry ve vzdálenosti 960 200 km (tedy 2,5krát vzdálenost od Země k Měsíci) a oběhne ji za 28 minut, To ukazují periodické změny v detekci rentgenového záření. K objevení systému X9 přispěla Chandra X-Ray Observatory a další teleskopy. Černá díra si ze svého souputníka odebírá materiál. Bílý trpaslík obíhá kolem černé díry. Podle astronomů bílý trpaslík přijde o většinu své hmoty, začne se vzdalovat a s největší pravděpodobností se z bílého trpaslíka stane tzv. diamantová planeta (Bahramian, Heinke, Tudor a další, 2017).

Systém X9 byl zřejmě vytvořen tak, že binární systém tvořila černá díra s hvězdou hlavní posloupnosti. Hvězda hlavní posloupnosti byla postupně připravována o svůj materiál, resp. horní vrstvy hvězdy hlavní posloupnosti, až zbyl bílý trpaslík. Tento systém mohl být ovšem vytvořen i jinými způsoby (Bahramian, Heinke, Tudor a další, 2017).

Jiné prameny mluví o tom, že systém X9 je hvězdný systém složený z neutronové hvězdy a černé díry, která z neutronové hvězdy odebírá materiál. Tato teorie nevysvětluje vše, co bylo zatím u systému X9 pozorováno (Bahramian, Heinke, Tudor a další, 2017).

5.5 Bílý a červený trpaslík

Ve vzdálenosti 380 světelných let od Slunce se nachází binární systém AR Scorpii, který je tvořený bílým a červeným trpaslíkem. K objevu tohoto nového typu dvojhvězdy přispěl dalekohled VLT (soustava dalekohledů) a další teleskopy. Bílý trpaslík se otáčí s vysokou frekvencí a při tomto urychluje elektrony téměř na rychlost světla. Tyto částice mají vysokou energii a jsou vystřelovány ve formě elektromagnetického záření na červeného trpaslíka, který má hmotnost $1/3$ hmotnosti Slunce. Jasně tuto dvojhvězdu vidíme v oborech od radiového po ultrafialové v pravidelných intervalech (Marsh, Gänsicke, Hümerich a další, 2016).

Tento systém astronomy zaujal, protože se choval jinak než systémy, se kterými se doposud setkali. Bílého trpaslíka ve dvojhvězdě nebylo nikdy možné pozorovat také na radiových frekvencích. Periodické zjasnění dvojice lze pozorovat každé 1,97 min. Dvojice trpaslíků kolem sebe oběhne za 3,6 hodiny. Široký rozsah vlnových délek způsobují elektrony v magnetickém poli. Magnetické pole má zřejmě původ v rychle se otáčejícím bílém trpaslíkovi, ale původ samotných elektronů zůstává záhadou. Není totiž jasné, zda elektrony „patří“ bílému nebo červenému trpaslíkovi. Detailnější popis dvojice trpaslíků je k nalezení v použité literatuře (Marsh, Gänsicke, Hümerich a další, 2016).

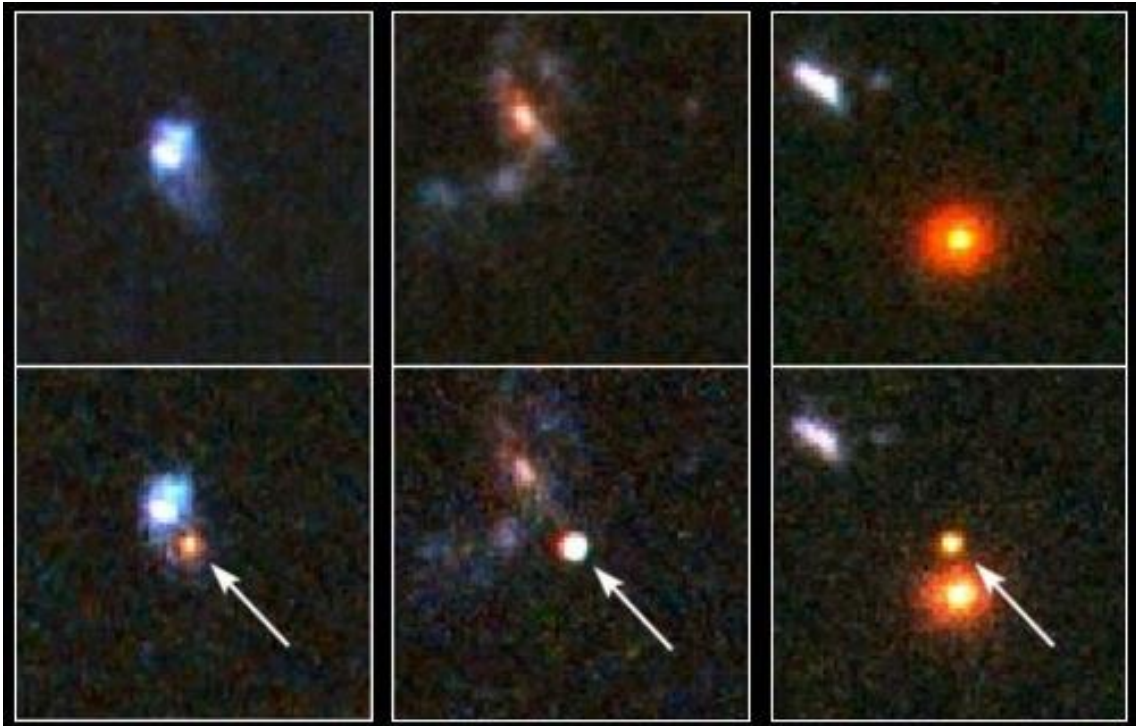
5.6 Nova

Exploze novy byla dlouhou dobu považována za výbuch hvězdy s menší svítivostí a zářivým výkonem než u supernov. Později byla tato teorie vyvrácena. Nyní víme, že původ novy je ve velmi těsné svázané dvojhvězdě, která je složena z bílého trpaslíka a hvězdy hlavní posloupnosti. Hvězdy jsou tak blízko sebe, že plyn hvězdy hlavní posloupnosti přesáhne tzv. Rocheovu mez tak, že se její plyn může dostat do oblasti přitažlivosti bílého trpaslíka. Následně je vytvořen stabilní proud hmoty a v důsledku toho také akreční disk kolem bílého trpaslíka. Toto lze prokázat díky emisnímu spektru, které ukazuje čáry vodíku a helia. Pokud trpaslík přesáhne dostatek hmoty (plynu), dojde k explosivní fúzi vodíku a akreční disk je odvržen (exploduje). Bílý trpaslík toto přežije a neexploduje. Tato reakce je doprovázena dočasným vzrůstem zářivého výkonu. Po výbuchu se systém vrátí do původního stavu. Má původní zářivý výkon a přitahováním hmoty (plynu) se může znovu

vytvořit akreční disk kolem bílého trpaslíka. Systém může pravidelně vybuchovat. Perioda výbuchů se u různých systémů liší (Fontaine, Brassard, Bergeron, 2001).

5.7 Supernova

Není pravidlem, že hmota nasbíraná bílým trpaslíkem v těsné dvojhvězdě musí být při výbuchu odvržena všechna. Bílý trpaslík si po vodíkové fúzi ponechá těžší jádra. Hmotnost bílého trpaslíka na úkor jeho společníka ve dvojhvězdě roste. Překročí-li bílý trpaslík Chandrasekharovu mez ($1,44M_{\odot}$), začne kolabovat. Dochází k explosivní uhlíkové fúzi, která zabrání tvorbě neutronové hvězdy. Bílý trpaslík exploduje beze zbytku a hvězdu hlavní posloupnosti (svého společníka) odvrhne (Fontaine, Brassard, Bergeron, 2001).



Obr. 3. Pohled Hubblova vesmírného teleskopu na vzdálenou galaxii. Horní tři obrázky ukazují vzdálenou mateřskou galaxii. Dolní tři obrázky nám ukazují výbuch supernovy, přesněji supernovy Ia v této galaxii. Vidíme, že výbuch supernovy (supernovy Ia) může být jasnější než samotná galaxie. Známe případy, kdy supernova osvítí celou galaxii.

Supernovy Ia jsou zvláštním případem supernov. Tento poddruh supernovy vzniká z těsné dvojhvězdy. Dvojhvězdu tvoří bílý trpaslík a obr (veleobr) nebo hvězda hlavní posloupnosti. Opět může docházet k přenosu hmoty ze společníka na bílého trpaslíka, který, jak jsme se již dozvěděli, zvětšuje svoji hmotnost. Po překročení Chandrasekharovy meze ($1,44M_{\odot}$) se bílý trpaslík tentokrát zhroutí do neutronové hvězdy (pulsaru, magnetaru), to doprovází explosivní termonukleární hoření uhlíku, kyslíku a niklu v celém objemu trpaslíka a uvolněná energie se projeví jako supernova Ia. Množství energie z těchto supernov je přibližně vždy stejné. Z relativní pozorované jasnosti můžeme odvodit vzdálenost dvojhvězdy, resp. supernovy Ia. Přesnější hodnoty vyčteme posléze ze světelné křivky, tzn. z nárůstu a poklesu jasnosti. Supernovu Ia identifikujeme podle světelné křivky, přesněji podle jejího tvaru. Ve světelné křivce chybí čáry vodíku a jsou přítomné čáry křemíku (Kulhánek, 2012).

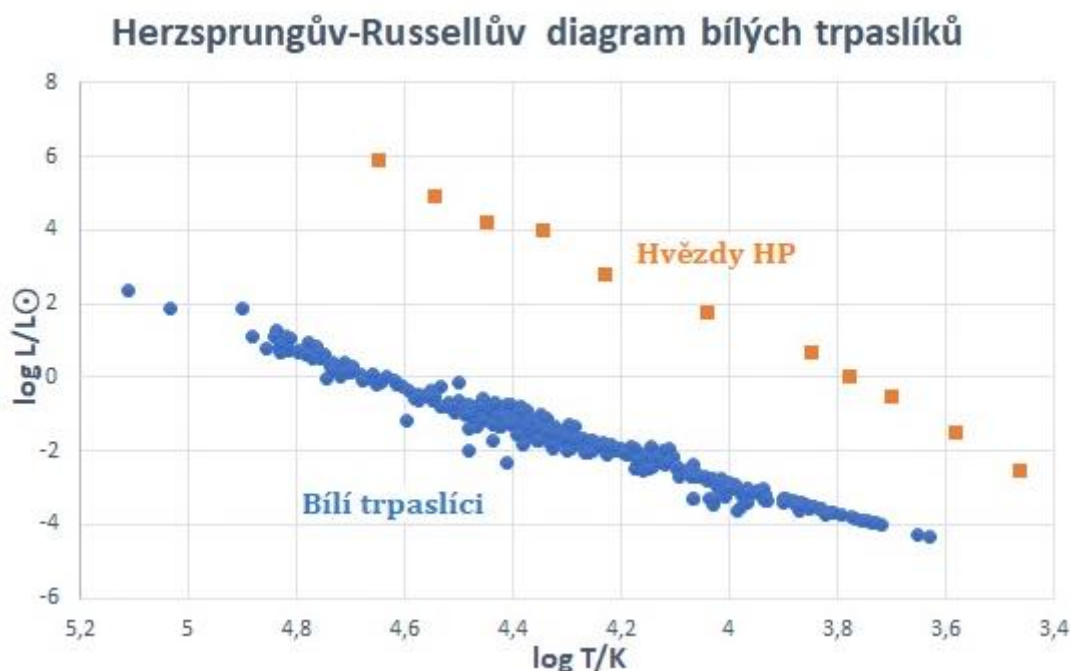
Supernovy Ia nám tedy slouží k určování vzdáleností ve vesmíru. Vědci měli za to, že vesmír se bude rozpínat až do doby, než v něm bude dostatek hmoty k tomu, aby začala vesmír smršťovat. Za pomoci standardních svíček (supernov Ia) se podařil překvapující objev. Vesmír se rozpíná čím dál rychleji. Tento objev přinesl nový pohled na vesmír a na jeho vývoj.

Praktická část

6 Pozorování bílých trpaslíků

6.1 Porovnání bílých trpaslíků s hvězdami hlavní posloupnosti

Data o bílých trpaslících prezentovaná v této bakalářské práci jsou k nalezení v archivu dat Akademie věd České republiky. Jsou to data z NLTT (The New Luyten Two-Tenths) katalogu. Další data jsou z Palomar Green Survey, to je databáze hvězd, zde konkrétně bílých trpaslíků, a to s nízkou a vysokou teplotou. Tyto zdroje jsem použil z toho důvodu, že zdroje z AV ČR obsahují i data o ještě chladnějších bílých trpaslících. Data z AV ČR ještě potřebovala doplnit, k tomu účelu jsem použil databázi bílých trpaslíků z Montrealu. Chtěl jsem dosáhnout názorného Hertsprungova-Russellova diagramu s co největším rozsahem bílých trpaslíků a porovnat ho s hvězdami hlavní posloupnosti (Bergeron, Leggett, Ruiz, 2001; Kawka, Vennes, 2006; Liebert, Bergeron, Holberg, 2005; atnf.csiro.au).

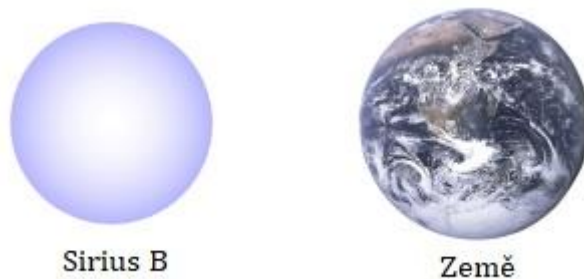


Obr. 4. HR diagram, který ukazuje porovnání bílých trpaslíků s hvězdami hlavní posloupnosti. Vidíme odstup bílých trpaslíků od hvězd hlavní posloupnosti podle svítivosti. Diagram byl vytvořen na základě dat uvedených v použité literatuře za použití programu MS EXCEL (Bergeron, Leggett, Ruiz, 2001; Kawka, Vennes, 2006; Liebert, Bergeron, Holberg, 2005; atnf.csiro.au).

Výsledky pozorování bílých trpaslíků ukazují odstup od hvězd hlavní posloupnosti ve svítivosti. U velmi horkých bílých trpaslíků je rozdíl v řádech stovek tisíc, u chladnějších jen asi jeden tisíc. Mají-li hvězdy hlavní posloupnosti stejnou povrchovou teplotu jako bílí trpaslíci, je tento rozdíl ve svítivosti přímo úměrný rozdílu ve velikosti povrchu obou hvězd. Bílí trpaslíci mají 1 000krát až 100 000krát menší povrch než hvězdy hlavní posloupnosti, to znamená, že mají 30 až 300krát menší poloměry. Typické poloměry se u bílých trpaslíků pohybují od poloměru Země až do dvou a půl násobku poloměru Země.

6.2 Sirius B

Bílý trpaslík Sirius B je také uveden v použitých hodnotách této práce. Sirius B má teplotu 25 200 K. Tato hodnota se zdroj od zdroje liší ve stovkách K. Hvězda hlavní posloupnosti by při takovéto povrchové teplotě byla 10 000krát jasnější než Slunce. Jasnost Siria B je 450krát slabší než Slunce.



Obr. 5. Porovnání Siria B a Země. Obrázek je převzat z Montreal White Dwarf Database, kde podle povrchové teploty (T) a $\log g$ je výsledkem porovnání velikostí hvězdy (bílého trpaslíka) a Země. V uvedené databázi se dají dohledat i data týkající se časového rozmezí difúze prvků (zlogaritmovaná, v rádech let). V případě Siria B je pro tyto prvky, tato hodnota: železo -3106, měď -3224, hořčík -2828 a vápník -3044 (dev.montrealwhitedwarfdatabase.org).

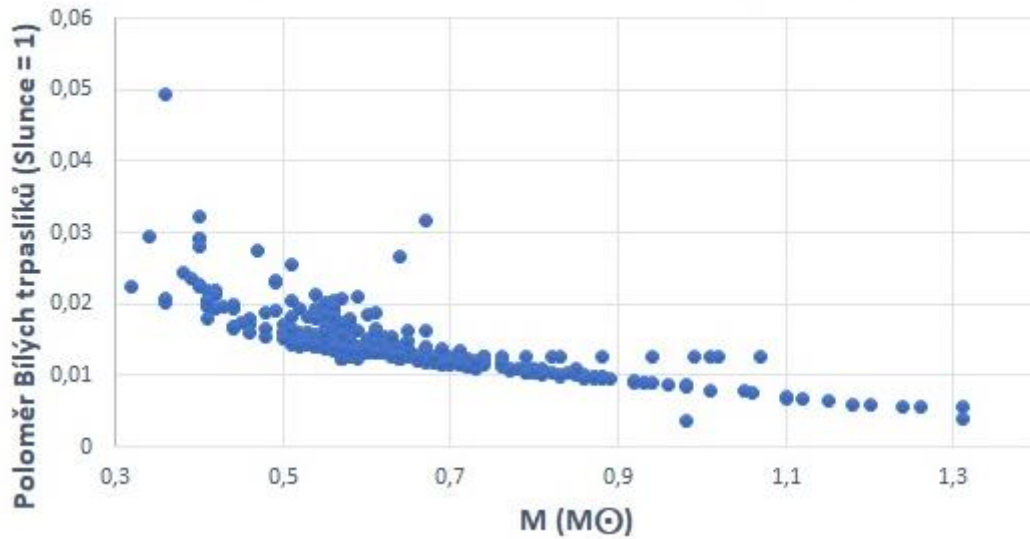
Poloměr Siria B je přibližně 6 000 km, tedy přibližně jako Země. Dosahuje hmotnosti 97,8 % hmotnosti Slunce. Gravitační zrychlení u tohoto bílého trpaslíka je 37 500krát větší než na Zemi (Barstow, Bond, Holberg, Burleigh, Hubeny, Koester, 2005).

6.3 Čím menší, tím těžší

Ze svítivosti a povrchové teploty bílých trpaslíků se dá určit poloměr bílých trpaslíků za pomoci Stefanova-Boltzmanova zákona. Ze spekter těchto hvězd lze odvodit tíhové zrychlení. Přidáme-li ke gravitačnímu zrychlení Newtonovu gravitační konstantu a poloměr, tak lze zjistit hmotnost bílých trpaslíků (Parsons, Marsh, Copperwheat, Dhillon, Littlefair, Gansicke, Hickman, 2010).

Pozorování tedy ukazují platnost toho, že hvězdy se hroubí. Přitom zmenšují svůj rozměr (poloměr) a zvyšují hmotnost. Na diagramu (obr. 6) vidíme, že jeden objekt (vlevo nahoře) se od ostatních bílých trpaslíků výrazně odchyľuje. Tento bílý trpaslík má vysokou povrchovou teplotu, téměř 80 000 K. Platí, že u bílých trpaslíků s vysokou teplotou nelze zanedbat jejich tepelnou energii. V tomto případě domněnka plně degenerované hmoty neplatí (Bergeron, Leggett, Ruiz, 2001; Liebert, Bergeron, Holberg, 2005; Parsons, Marsh, Copperwheat, Dhillon, Littlefair, Gansicke, Hickman, 2010).

Závislost poloměru a hmotnosti u bílých trpaslíků



Obr. 6. Vztah (poměr) hmotností a poloměrů bílých trpaslíků nám ukazuje úbytek poloměru s přibývajícím hmotností a tím se potvrzuje princip degenerované hmoty, tzn. čím menší hvězda, tím je hmotnější. Z obrázku lze zjistit, jestli je bílý trpaslík tvořen relativistickým nebo nerelativistickým elektronovým degenerovaným plynem. Diagram byl vytvořen na základě dat uvedených v použité literatuře za použití programu MS EXCEL (Bergeron, Leggett, Ruiz, 2001; Kawka, Vennes, 2006; Liebert, Bergeron, Holberg, 2005).

Gravitační potenciální energie bílých trpaslíků je řádu

$$E_P \cong -\frac{GM}{R},$$

kde G je gravitační konstanta, M hmotnost bílého trpaslíka a R je poloměr trpaslíka. Kinetická energie je z větší části tvořena energií pohybu elektronů, tedy

$$\frac{NP}{2m},$$

kde p je průměrná hybnost elektronu, m hmotnost elektronu, a N je počet elektronů v jednotkovém objemu hvězdy. Elektronový plyn je degenerovaný, hybnost elektronů bude řádově srovnatelná s neurčitostí hybnosti Δp podle Heisenbergova principu neurčitosti

$$\Delta x \cdot \Delta p \approx \hbar \cdot \Delta x,$$

kde Δx je naměřená poloha zkoumaného předmětu (například částice) bude řádově rovno střední vzdálenosti mezi elektrony, která je úměrná $n^{-1/3}$, tedy převrácené hodnotě třetí mocniny z objemové hustoty elektronů, která je řádu

$$\frac{NM}{R^3},$$

pak platí vztah níže.

$$E_K \approx \frac{N (\Delta p)^2}{2m} \approx \frac{N \hbar n^{2/3}}{2m} \approx \frac{M^{2/3} N^{5/3} \hbar^2}{2mR^2}$$

Bílý trpaslík bude v rovnováze v tom případě, bude-li jeho celková energie minimální, tedy když jeho gravitační potenciální a kinetická energie budou co do velikosti srovnatelné.

$$|E_g| \approx \frac{GM}{R} = E_K \approx \frac{M^{2/3} N^{5/3} \hbar^2}{2mR^2}$$

Z toho lze odvodit závislost poloměru na hmotnosti (viz níže) (sciencebits.com).

$$R \approx \frac{N^{5/3} \hbar^2}{2mGM^{1/3}}$$

Čím je bílý trpaslík hmotnější, tím je menší. U hvězd hlavní posloupnosti naopak platí, že čím je hvězda hmotnější, tím je větší. S rostoucí hmotností se bílí trpaslíci stávají hustšími. To znamená, že pokud jsou nerelativistické elektrony komprimovány, jsou schopny odolávat větší hmotnosti. Pokud nastane narušení tlakové rovnováhy směrem k vyššímu tlaku, zažene nárůst tlak (Fermiho tlak) systém do počátečního stavu. U nerelativistických bílých trpaslíků můžeme odvodit vztah poloměru R s hmotností M a hustotou ρ (sciencebits.com; Müller, 2012).

$$R \propto M^{-\frac{1}{3}}$$

$$M \propto \rho^{\frac{1}{2}}$$

Vztah mezi poloměrem a hmotností u nerelativistických bílých trpaslíků je také výsledkem posledního vztahu uvedeného výše (Müller, 2012).

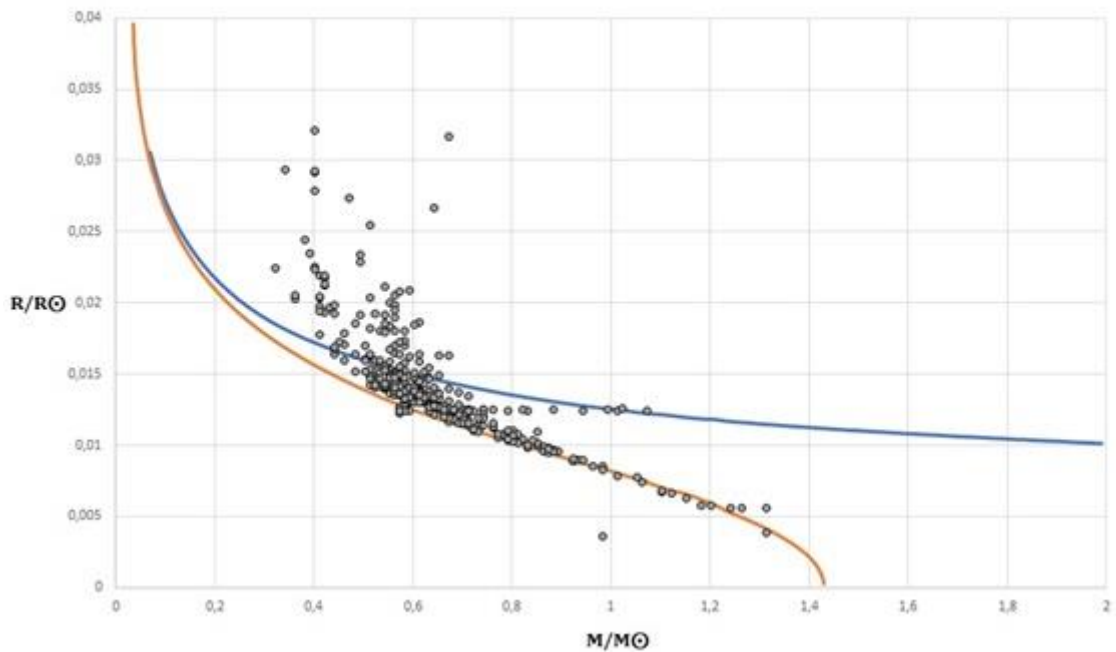
Relativističtí bílí trpaslíci by měli s přibývajícím hmotností být větší a mít menší hustotu. Taková konfigurace není stabilní. Pokud jsou relativistické elektrony stlačeny, jejich schopnost odolávat hmotnosti se zmenší. Pokud nastane porušení

tlakové rovnováhy, nedokáže již tlak (Fermiho tlak) vyrovnat tlak gravitace a dojde k pokračování komprese (vývoje hvězdy), dokud není neutronovou hvězdou nebo černou dírou dosaženo nové rovnováhy. Tímto existuje hraniční hmotnost pro bílé trpaslíky. Té je dosaženo, když se elektrony důsledkem vysokého tlaku stanou relativistickými. U relativistických bílých trpaslíků lze také porovnat poloměr s hmotností a hmotnost s hustotou (Müller, 2012).

$$R \propto M^{-\frac{2}{3}}$$

$$M \propto \rho^{-1}$$

Závislost poloměru a hmotnosti u bílých trpaslíků



Obr. 7. Závislost poloměru na hmotnosti u relativistických a nerelativistických bílých trpaslíků. Modrá křivka znázorňuje závislost poloměru na hmotnosti u nerelativistického bílého trpaslíka, oranžová křivka znázorňuje trpaslíka relativistického. Datové body jsou vlastnosti pozorovaných bílých trpaslíků. Pomocí Studentova t-testu můžeme rozhodnout, kterou křivku pozorování bílí trpaslíci opisují. Dvouvýběrový t-test umožňuje zjistit, zda dva statistické soubory mají stejné střední hodnoty. Diagram byl vytvořen na základě dat uvedených v použité literatuře za použití programu MS EXCEL (Anděl, 1985; Bergeron, Leggett, Ruiz, 2001; Kawka, Vennes, 2006; Liebert, Bergeron, Holberg, 2005).

Výsledek t-testu pro nerelativistické trpaslíky je 0,000 316, pro relativistické trpaslíky 0,653 959, což je podstatně lepší výsledek. Můžeme říci, že přestože shoda není stoprocentní (pravděpodobně hlavně kvůli bílým trpaslíkům, kteří se nacházejí vysoko nad oběma grafy v obrázku), odpovídá chování reálných trpaslíků lépe relativistický model (Anděl, 1985).

6.4 Hmotnosti bílých trpaslíků

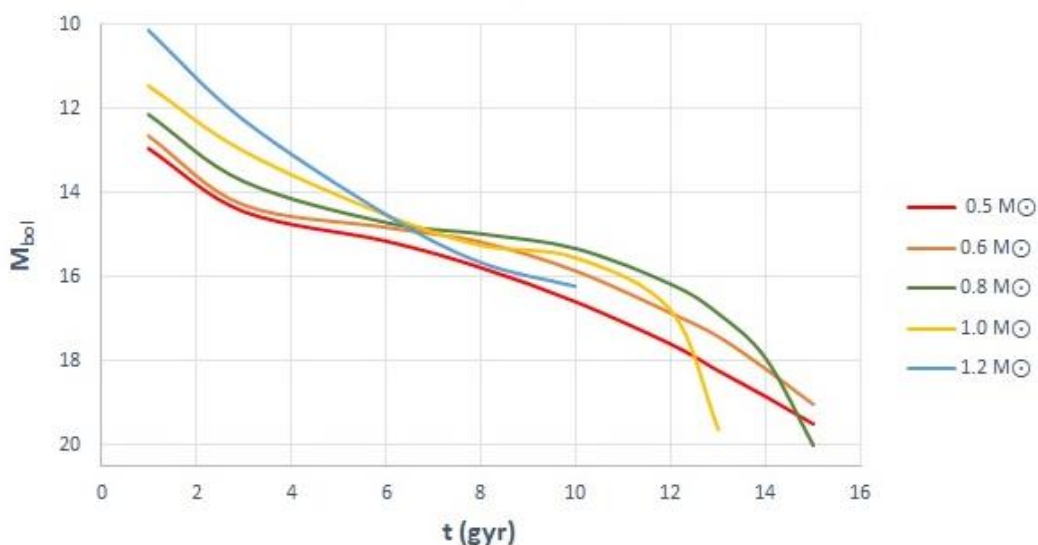
Důležité je si všimnout rozdělení hmotností bílých trpaslíků. Bílí trpaslíci, které jsem uvedl ve své práci, mají hmotnost od $0,1M_{\odot}$ až $1,3M_{\odot}$ (hmotnosti Slunce). Většina z nich se pohybuje v intervalu od $0,5M_{\odot}$ až $0,7M_{\odot}$. Pozorování bílých trpaslíků se často setkává s tím, že může nastat případ výskytu malého počtu méně hmotných bílých trpaslíků nebo malého počtu velmi hmotných bílých trpaslíků. Za pozornost stojí bílí trpaslíci všech hmotností, protože každý z nich nás může poučit o něčem jiném (Bergeron, Leggett, Ruiz, 2001; Liebert, Bergeron, Holberg, 2005; Parsons, Marsh, Copperwheat, Dhillon, Littlefair, Gansicke, Hickman, 2010).

6.5 Chladnutí bílých trpaslíků

V nitru bílých trpaslíků už neprobíhá žádná termonukleární reakce. Dostane-li se chladnutí bílých trpaslíků do pokročilé fáze, potom trpaslíci nedokáží dobře uchovávat zbylou teplotu a se zvýšenou svítivostí chladnou rychleji. Hmotnější bílí trpaslíci chladnou na začátku chladnutí pomaleji a v pokročilejší fázi rychleji. Hmotnější bílí trpaslíci mají navíc menší poloměr. Méně hmotní bílí trpaslíci chladnou rychleji (Bergeron, Leggett, Ruiz, 2001; Liebert, Bergeron, Holberg, 2005).

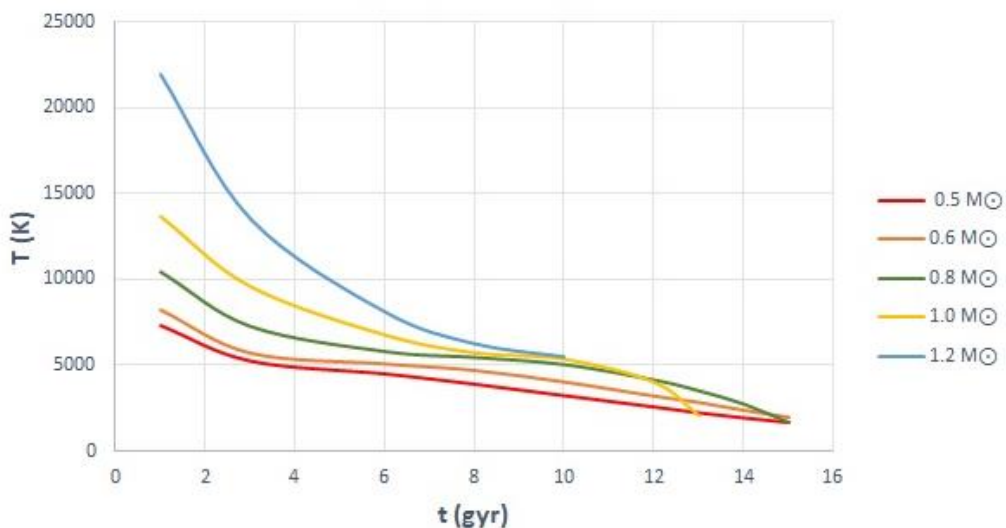
Chladnutí trpaslíků můžeme pozorovat ve hvězdokupách. Bílé trpaslíky pozorujeme ve starých hvězdokupách. Mladé hvězdokupy mají mladé hvězdy, které kolabují ve více hmotné typy hvězdného vývoje než v bílé trpaslíky, tzn. v neutronové hvězdy nebo černé díry. Mladé hvězdokupy mohou dále obsahovat mladé žhavé hvězdy (Bergeron, Leggett, Ruiz, 2001; Liebert, Bergeron, Holberg, 2005).

Závislost svítivosti bílých trpaslíků na čase



Obr. 8. Závislost svítivosti na čase pro různé typy bílých trpaslíků. Vidíme zrychlení chladnutí trpaslíků v pozdější fázi jejich vývoje. Veličina M_{bol} je bolometrická hvězdná velikost, která je integrována přes všechny vlnové délky. Diagram byl vytvořen na základě dat uvedených v použité literatuře za použití programu MS EXCEL (hvezdy.astro.cz; Bergeron, Leggett, Ruiz, 2001; Liebert, Bergeron, Holberg, 2005).

Závislost teploty bílých trpaslíků na čase



Obr. 9. Různé hmotnostní typy bílých trpaslíků mají různou závislost teploty trpaslíků na čase. Diagram byl vytvořen na základě dat uvedených v použité literatuře za použití programu MS EXCEL (Bergeron, Leggett, Ruiz, 2001; Liebert, Bergeron, Holberg, 2005).

Nově vzniklý bílý trpaslík má vlivem smrštění vnitřní teplotu řádu 10^7 K. Protože degenerované elektrony mají velkou střední volnou dráhu, je jádro v tepelné rovnováze a tepelnou energii nesou degenerovaná jádra uhlíku a kyslíku (degenerované elektrony mají nulovou tepelnou kapacitu).

Pokud soubor jader považujeme za ideální plyn, bílý trpaslík o hmotnosti $\sim 1 M_{\odot}$ by měl tepelnou energii

$$E = \frac{3}{2} N k T,$$

kde N je počet částic, k je Boltzmanova konstanta a T teplota. Počet částic můžeme určit dělením hmotnosti bílého trpaslíka hmotností jedné částice m_p .

$$N = \frac{M_{\odot}}{12m_p} \cong \frac{2 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{12 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 2,1 \cdot 10^{40} \text{ J}$$

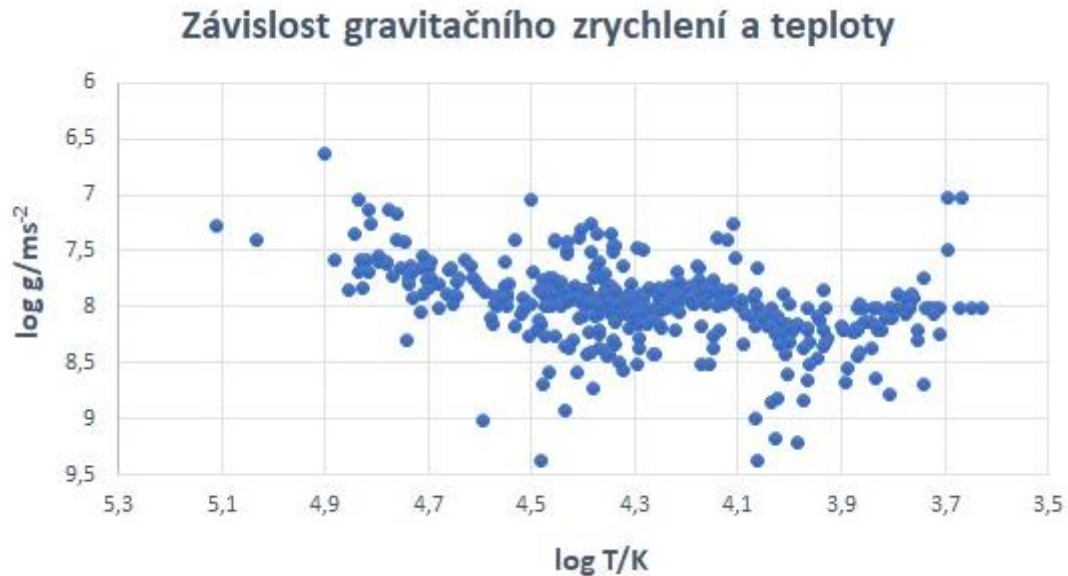
Zde je předpoklad, že bílý trpaslík je tvořen jádry uhlíku s relativní atomovou hmotností $A=12$.

Doba chladnutí bílého trpaslíka můžeme přibližně určit (odhadnout) následujícím způsobem. Energie je vyzařována ve formě zářivého výkonu, který je pro bílé trpaslíky o hmotnosti $\sim 1 M_{\odot} \cong 0,005 L_{\odot}$. Pak pro přibližnou dobu chladnutí bílého trpaslíka platí následující vztah.

$$t \cong \frac{E}{L} = 1,07 \cdot 10^{17} \text{ s} = 3,4 \text{ gyr}$$

Toto je srovnatelné s uvedenými daty. Tepelné záření se ven z jádra dostává přes tenkou vrstvu nedegenerovaného plynu na povrchu bílého trpaslíka. Podle matematických modelů je povrchová teplota řádově stokrát menší než teplota pod touto vrstvou. Během miliard let chladnutí jádro krystalizuje, což vede jednak ke zvýšení tepelné kapacity a rovněž k uvolnění skupenského tepla tuhnutí, které dále prodlužuje dobu chladnutí. To vše je v souladu s použitými daty (Althaus, 2010).

6.6 Gravitační zrychlení bílých trpaslíků



Obr. 10. Závislost gravitačního zrychlení na teplotě. V grafu nevidíme žádnou jasnou závislost. Diagram byl vytvořen na základě dat uvedených v použité literatuře za použití programu MS EXCEL (Bergeron, Leggett, Ruiz, 2001; Kawka, Vennes, 2006; Liebert, Bergeron, Holberg, 2005).

Řekli jsme si, že kostku pro člověče nezlob se z materiálu některého bílého trpaslíka neuneseme. Povrchové gravitační zrychlení u trpaslíků zjistíme spektroskopickou analýzou. K výpočtu můžeme použít vzorec

$$g = \kappa \cdot \frac{M}{R^2},$$

kde κ je gravitační konstanta, M je hmotnost bílého trpaslíka a R je poloměr bílého trpaslíka. Na Zemi počítáme s gravitačním zrychlením $9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Gravitační zrychlení bílých trpaslíků dosahuje hodnot $10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Na Slunci je gravitační zrychlení $10^{2,4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ (hvezdy.astro.cz).

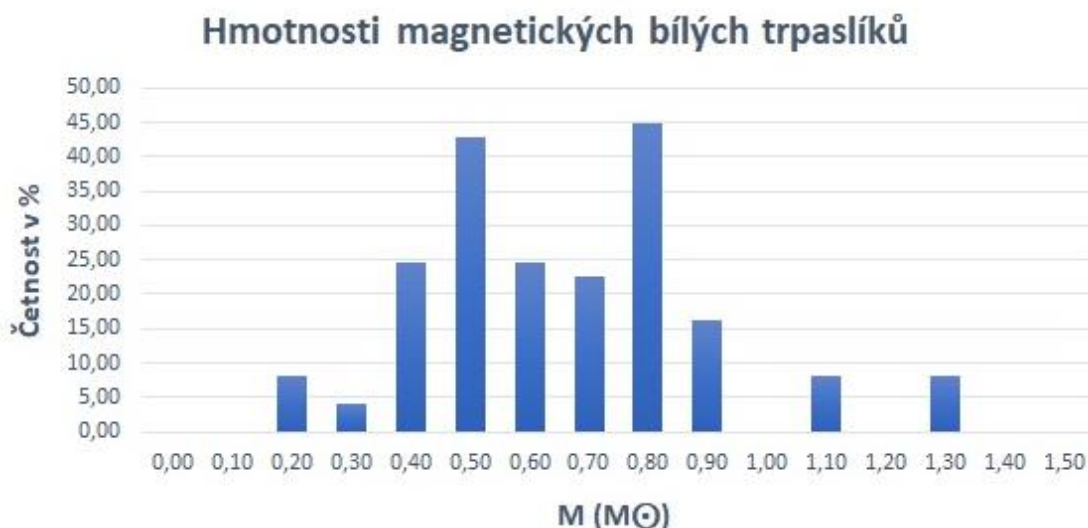
Gravitační zrychlení můžeme určovat pomocí různých programů, které využívají vodíkové planparalelní modely. Tyto modely počítají s teplotami od 5 000 K do 100 000 K. Gravitační zrychlení počítá s teplotami 6 500 K v intervalu log g 9 až 7 s krokem 1,0. U teplot 7 000 K až 100 000 K v intervalu log g 9,5 až 7,0 s krokem 0,25. Bílí trpaslíci z mých zdrojů mají hodnotu log g v intervalu od 5,2 do 3,8 (Bergeron, Leggett, Ruiz, 2001; Kawka, Vennes, 2006; Liebert, Bergeron, Holberg, 2005).

6.7 Magnetičtí bílí trpaslíci

Tým na AV ČR získal data širokých spekter dvou chladných bílých trpaslíků. Konkrétně pojmenovaných NLTT 888 a NLTT 53908. Chladní bílí trpaslíci mají teplotu menší než 7000 K. V tomto případě 5 570 K (NLTT 888) a 6 250 K (NLTT 53908). Tito dva bílí trpaslíci patří mezi staré hvězdy, tzn. už několik miliard let chladnou. NLTT 888 je stará 4 Gyr a NLTT 53908 1,7 Gyr. Data byla získána Evropskou jižní observatoří. Trpaslík označený NLTT 53908 má podle modelů a spekter na svém povrchu silné magnetické pole. Mluvíme tu o síle magnetického pole 300 kG. To je stokrát více než ve slunečních skvrnách. Druhý trpaslík NLTT 888 má magnetické pole o řád slabší. Ze spekter se podařilo zjistit chemické složení atmosfér, teploty a rotační rychlosti. Pro detailnější informace odkazují na použitou literaturu (Kawka, Vennes, 2014).

Z výzkumu degenerovaných hvězd (bílých trpaslíků) plyne, že bílí trpaslíci se silným magnetickým polem mají zastoupení 5-21 %. Tito chladní, staří a magnetičtí bílí trpaslíci jsou typu DAZ. Spektrální typy jsem přiblížil. Spektrální typ bílých trpaslíků DAZ vykazuje obsah kovů. To značí poslední písmeno Z. To dokazují mimo jiné i data z AV ČR. U NLTT 888 je podíl Fe/Ca (železa a vápníku) 58. Druhý případ NLTT 53908 má tento podíl okolo 13 (hvězdy.astro.cz; Kleinman, Harris, Eisenstein, 2004).

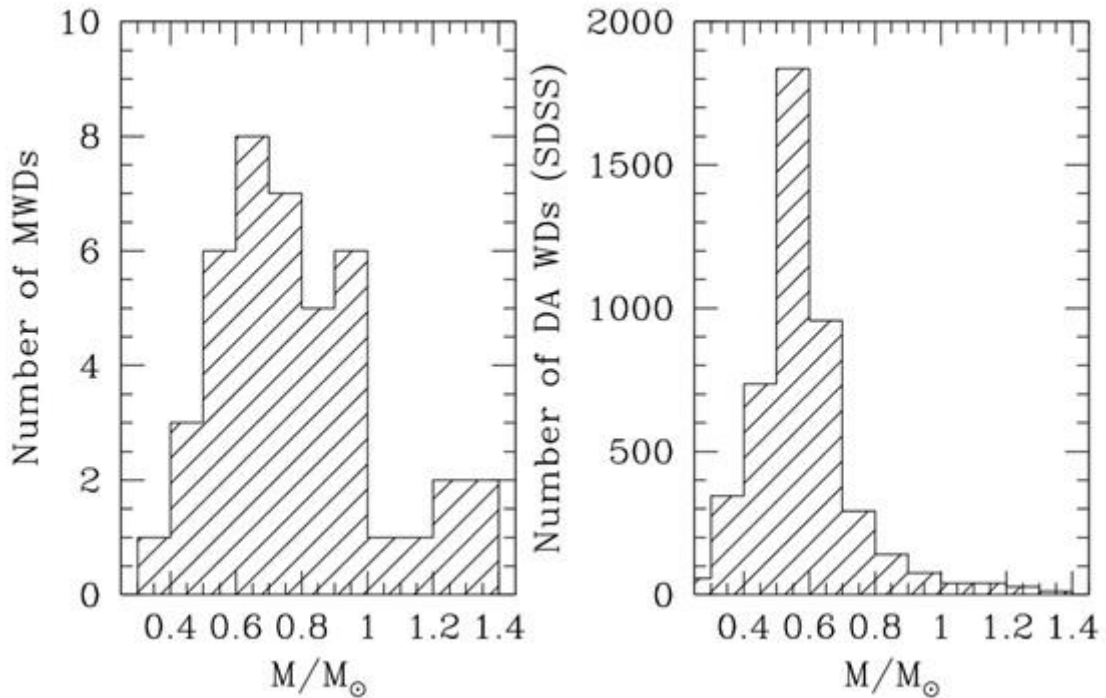
Mým cílem je ukázat množství magnetických bílých trpaslíků o určitých hmotnostech. Když projdeme dostatečné množství dat o bílých trpaslících, tak si všimneme, že bílí trpaslíci jsou nejvíce zastoupeni v intervalu hmotností 0,2 až 1,3 hmotnosti Slunce. Uvedl jsem důvody vzniku magnetického pole u bílých trpaslíků a hmotnostní typy trpaslíků vyskytujících se ve dvojhvězdách. Z dat si všimneme hmotností s největším zastoupením v intervalu od 0,4 do 0,6 hmotnosti Slunce. Tito magnetičtí bílí trpaslíci mohli vzniknout ve dvojhvězdě, přesněji řečeno v binárním hvězdném systému, ale vlivem vzdalování součástí dvojhvězdy se bílý trpaslík odpoutal a zůstal sám (Ferrario, Martino, Gänsicke, 2015; Kawka, Vennes, 2014).



Obr. 11. Rozdělení magnetických bílých trpaslíků podle hmotností. Vidíme, že u magnetických bílých trpaslíků je mnohem více hmotnějších hvězd, než je u bílých trpaslíků bez magnetického pole. Střední hodnota a odchylka použitých dat: $0,718 \pm 0,232 M(M_{\odot})$. Diagram byl vytvořen na základě dat uvedených v použité literatuře za použití programu MS EXCEL (Ferrario, Martino, Gänsicke, 2015; Kawka, Vennes, 2014).



Obr. 12. Rozdělení hmotností zkoumaných bílých trpaslíků bez magnetického pole. Většina bílých trpaslíků má hmotnosti od 0,5 do 0,7 hmotnosti Slunce. Na zkoumaných datech můžeme vidět, jak na tom jsou bílí trpaslíci tvořící binární systémy ($0,7-1,2 M_{\odot}$). Střední hodnota a odchylka použitých dat: $0,630 \pm 0,159 M(M_{\odot})$. Diagram byl vytvořen na základě dat uvedených v použité literatuře za použití programu MS EXCEL (Bergeron, Leggett, Ruiz, 2001; Kawka, Vennes, 2006; Liebert, Bergeron, Holberg, 2005).



Obr. 13. Graf vlevo znázorňuje magnetické bílé trpaslíky a graf napravo bílé trpaslíky bez magnetického pole. Na obou grafech vidíme, že použitá data jsou srovnatelná s jinými daty (Ferrario, Wickramasinghe, 2010; Kepler, Kleinman, Nitta, Koester, Castanheira, Giovannini, Costa, Althaus, Mon, Astron, 2007).

Porovná-li použitá data s jinými daty zjistím, že hodnoty jsou srovnatelné. Přesněji, bílé trpaslíci bez magnetického pole mají střední hodnotu a odchylku: $0.663 \pm 0.136 M(M_{\odot})$. Bílé trpaslíci s magnetickým polem ($B > 1 \text{ MG}$) mají střední hodnotu a odchylku: $0.784 \pm 0.047 M(M_{\odot})$ (Ferrario, Wickramasinghe, 2005; Liebert, 1988; Tremblay, Ludwig, Steffen, Freytag, 2013).

Závěr

Tato bakalářská práce měla přinést ucelený pohled na fyziku bílých trpaslíků. Práce teoreticky rozebrala danou problematiku a zároveň byla prezentována data z AV ČR a dalších zdrojů, která měla přinést praktický pohled na danou problematiku. Data z AV ČR nestačila pro názornost práce, a proto jsem použil data i z jiných zdrojů. Na uvedených datech a jejich zpracování do grafů je vidět, že žádný bílý trpaslík neporušuje teoretické poznatky. Například nebyla překročena Chandrasekharova mez. Práce nám ukázala, že je možné pozorovat a zkoumat fyzikální jevy a podmínky, které panují v hlubokém vesmíru a na kterých jsou některé veličiny tak extrémní, že na Zemi bychom je nemohli vytvořit a zkoumat.

Námětem pro další práci je popsání fyziky dalších stádií hvězdného vývoje, tzn. neutronových hvězd a černých děr. Tato vesmírná tělesa nám odkrývají další tajemství vesmíru.

Seznam použité literatury

ABBOTT, B. P., R. ABBOTT, T. D. ABBOTT, et al. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger. *Physical Review Letters* [online]. 2016, **116**(6), - [cit. 2018-07-21]. DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.061102. ISSN 0031-9007. Dostupné z: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.116.061102>

ADAMS, F. C., P. BODENHEIMER a G. LAUGHLIN. M dwarfs: planet formation and long term evolution. *Astronomische Nachrichten* [online]. 2005, 326(10), 913-919 [cit. 2017-12-06]. DOI: 10.1002/asna.200510440. ISSN 0004-6337. Dostupné z: <http://doi.wiley.com/10.1002/asna.200510440>

ALTHAUS, Leandro G., Alejandro H. CÓRSICO, Jordi ISERN a Enrique GARCÍA-BERRO. Evolutionary and pulsational properties of white dwarf stars. *The Astronomy and Astrophysics Review* [online]. 2010, **18**(4), 471-566 [cit. 2018-07-22]. DOI: 10.1007/s00159-010-0033-1. ISSN 0935-4956. Dostupné z: <http://link.springer.com/10.1007/s00159-010-0033-1>

ANDĚL, Jiří. *Matematická statistika*. Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1985.

ANTONIADIS, J., P. C. C. FREIRE, N. WEX, et al. A Massive Pulsar in a Compact Relativistic Binary. *Science* [online]. 2013, **340**(6131), 1233232-1233232 [cit. 2018-06-30]. DOI: 10.1126/science.1233232. ISSN 0036-8075. Dostupné z: <http://www.sciencemag.org/cgi/doi/10.1126/science.1233232>

BAHRAMIAN, Arash, Craig O. HEINKE, Vlad TUDOR, et al. The ultracompact nature of the black hole candidate X-ray binary 47 Tuc X9. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* [online]. 2017, **467**(2), 2199-2216 [cit. 2018-06-30]. DOI: 10.1093/mnras/stx166. ISSN 0035-8711. Dostupné z: <https://academic.oup.com/mnras/article/467/2/2199/3052451>

BARSTOW, M. A., Howard E. BOND, J. B. HOLBERG, M. R. BURLEIGH, I. HUBENY a D. KOESTER. Hubble Space Telescope spectroscopy of the Balmer lines in Sirius B★. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* [online]. 2005, **362**(4), 1134-1142 [cit. 2018-03-24]. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2005.09359.x. ISSN 00358711. Dostupné z: <https://academic.oup.com/mnras/article/362/4/1134/988524>

BERGERON, P., S. K. LEGGETT a Maria Teresa RUIZ. Photometric and Spectroscopic Analysis of Cool White Dwarfs with Trigonometric Parallax Measurements. *The Astrophysical Journal Supplement Series* [online]. 2001, **133**(2), 413-449 [cit. 2018-03-20]. DOI: 10.1086/320356. ISSN 0067-0049. Dostupné z: <https://arxiv.org/abs/astro-ph/0011286>

BŘÍZOVÁ, Leontýna. *Hvězdy ve středoškolské fyzice* [online]. Hradec Králové, 2017 [cit. 2018-07-21]. Dostupné z: <https://theses.cz/id/606nkp/STAG89004.pdf>. Diplomová práce. Univerzita Hradec Králové, Přírodovědecká fakulta. Vedoucí práce Jan Šlégr.

ČEMAN, Róbert a Eduard PITTICH. *VESMÍR 1 Sluneční soustava*. Bratislava: Knižní veľkoobchod Nakladateľský servis, 2002. ISBN 80-8067-072-2.

Efektivní teplota [online]. [cit. 2018-07-01]. Dostupné z: <http://hvezdy.astro.cz/charakteristika/5-efektivni-teplota>

Estimating Stellar Parameters from Energy Equipartition [online]. [cit. 2018-07-22]. Dostupné z: <http://www.sciencebits.com/StellarEquipartition>

FERRARIO, Lilia, Domitilla DE MARTINO a Boris T. GÄNSICKE. Magnetic White Dwarfs. *Space Science Reviews* [online]. 2015, 191(1-4), 111-169 [cit. 2017-11-30]. DOI: 10.1007/s11214-015-0152-0. ISSN 0038-6308. Dostupné z: <https://arxiv.org/abs/1504.08072v1>

FERRARIO, Lilia a D. T. WICKRAMASINGHE. Magnetic fields and rotation in white dwarfs and neutron stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* [online]. 2005, **356**(2), 615-620 [cit. 2018-07-26]. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2004.08474.x. ISSN 00358711. Dostupné z: <https://academic.oup.com/mnras/article-lookup/doi/10.1111/j.1365-2966.2004.08474.x>

FERRARIO, L., WICKRAMASINGHE, D.T.: In: Werner, K., Rauch, T. (eds.) American Institute of Physics Conference Series. American Institute of Physics Conference Series, vol. 1273, p. 378 (2010)

FONTAINE, G., P. BRASSARD a P. BERGERON. The Potential of White Dwarf Cosmochronology. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* [online]. 2001, **113**(782), 409-435 [cit. 2017-12-06]. DOI: 10.1086/319535. ISSN 0004-6280. Dostupné z: <http://iopscience.iop.org/article/10.1086/319535>

HLAD, Oldřich a Jaroslav PAVLOUSEK. *Přehled astronomie. 2., přeprac. a dopl. vyd.* Praha: SNTL, 1990. Polytechnická knihnice (SNTL). ISBN 80-03-00160-9.

HMOTNOST [online]. [cit. 2018-01-05]. Dostupné z: <http://hvezdy.astro.cz/charakteristika/8-hmotnost>

Hvězdná velikost: pozorovatelná hvězdná velikost m_v [online]. [cit. 2018-04-07]. Dostupné z: <http://hvezdy.astro.cz/charakteristika/2-hvezdna-velikost>

Hvězdy a mlhoviny | Základní charakteristiky hvězd: Svítivost a jasnost [online]. [cit. 2017-12-10]. Dostupné z: <http://www.aldebaran.cz/asf/hvezdy/basics.php>

KAWKA, Adela, Gordon P. BRIGGS, Stéphane VENNES, Lilia FERRARIO, Ernst PAUNZEN a Dayal T. WICKRAMASINGHE. A fast spinning magnetic white dwarf in the double degenerate, super-Chandrasekhar system NLTT 12758. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* [online]. 2017, 466(1), 1127-1139 [cit. 2018-02-21]. DOI: 10.1093/mnras/stw3149. ISSN 0035-8711. Dostupné z: <https://arxiv.org/abs/1612.00325>

KAWKA, Adela a Stephane VENNES. Spectroscopic Identification of Cool White Dwarfs in the Solar Neighborhood. *The Astrophysical Journal* [online]. 2006, **643**(1), 402-415 [cit. 2018-03-20]. DOI: 10.1086/501451. ISSN 0004-637X. Dostupné z: <http://stelweb.asu.cas.cz/~kawka/Mainbase.html>

KAWKA, Adéla a Stéphane VENNES. The polluted atmospheres of cool white dwarfs and the magnetic field connection★. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters* [online]. 2014, **439**(1), L90-L94 [cit. 2018-04-07]. DOI: 10.1093/mnrasl/slu004. ISSN 1745-3933. Dostupné z: <https://arxiv.org/abs/1401.1249>

KEPLER, S.O., KLEINMAN, S.J., NITTA, A., KOESTER, D., CASTANHEIRA, B.G., GIOVANNINI, O., COSTA, A.F.M., ALTHAUS, L.: *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 375, 1315 (2007)

KLEINMAN, S. J., Hugh C. HARRIS, Daniel J. EISENSTEIN, et al. A Catalog of Spectroscopically Identified White Dwarf Stars in the First Data Release of the Sloan Digital Sky Survey. *The Astrophysical Journal* [online]. 2004, **607**(1), 426-444 [cit. 2018-04-07]. DOI: 10.1086/383464. ISSN 0004-637X. Dostupné z: <http://stacks.iop.org/0004-637X/607/i=1/a=426>

KRÁLOVÁ, Magda. *Subrahmanyan Chandrasekhar* [online]. [cit. 2018-01-05]. Dostupné z: <http://edu.techmania.cz/cs/encyklopedie/vedec/1095/chandrasekhar>

KULHÁNEK, Petr. *Jsou supernovy Ia kvalitními standardními svíčkami?: Supernova typu Ia* [online]. 2012, 10 (2012)(4) [cit. 2018-03-08]. ISSN 1214-1674. Dostupné z: http://www.aldebaran.cz/bulletin/2012_04_sni.php

KULHÁNEK, Petr. *Bílí trpaslíci, neutronové a kvarkové hvězdy: Bílí trpaslíci* [online]. 2005, 2005 (speciál) [cit. 2018-01-05]. Dostupné z: <http://www.astropis.cz/archive/48.listing>

LIEBERT, J.: *Publ. Astron. Soc. Pac.* 100, 1302 (1988)

LIEBERT, James, P. BERGERON a J. B. HOLBERG. The Formation Rate and Mass and Luminosity Functions of DA White Dwarfs from the Palomar Green Survey. *The Astrophysical Journal Supplement Series* [online]. 2005, **156**(1), 47-68 [cit. 2018-03-20]. DOI: 10.1086/425738. ISSN 0067-0049. Dostupné z: <https://arxiv.org/abs/astro-ph/0406657>

Main Sequence Stars [online]. [cit. 2018-03-20]. Dostupné z: http://www.atnf.csiro.au/outreach/education/senior/astrophysics/stellarevolution_mainsequence.html

MARSH, T. R., B. T. GÄNSICKE, S. HÜMMERICH, et al. A radio-pulsing white dwarf binary star. *Nature* [online]. 2016, 537(7620), 374-377 [cit. 2018-03-03]. DOI: 10.1038/nature18620. ISSN 0028-0836. Dostupné z: <https://arxiv.org/abs/1607.08265>

Montreal White Dwarf Database: Evolutionary models and diffusion timescales [online]. [cit. 2018-03-27]. Dostupné z: <http://dev.montrealwhitedwarfdatabase.org/evolution.html>

Nova Aquilae: Nova Aquilae Handout [online]. [cit. 2018-03-06]. Dostupné z: http://chandra.harvard.edu/photo/2001/v1494aql/v1494aql_hand.html

MÜLLER, Ewald. *Weißer Zwerge, Neutronensterne und Schwarze Löcher: Physik kompakter astrophysikalischer Objekte: Vorlesung an der TU München Wintersemester 2011/12* [online]. 2012 [cit. 2018-07-22]. Dostupné z: <https://wwwmpa.mpa-garching.mpg.de/~ewald/lec-wdnsbh.pdf>

PARSONS, S. G., T. R. MARSH, C. M. COPPERWHEAT, V. S. DHILLON, S. P. LITTLEFAIR, B. T. GÄNSICKE a R. HICKMAN. Precise mass and radius values for the white dwarf and low mass M dwarf in the pre-cataclysmic binary NN Serpentis. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* [online]. 2010, **402**(4), 2591-2608 [cit. 2018-03-26]. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2009.16072.x. ISSN 00358711. Dostupné z: <https://arxiv.org/abs/0909.4307>

Rocheův lalok [online]. [cit. 2018-07-01]. Dostupné z: <https://www.aldebaran.cz/glossary/print.php?id=294>

RÜKL, Antonín. *OBRAZY Z HLUBIN VESMÍRU: ATLAS KOSMICKÝCH OBJEKTŮ*. Praha: ARTIA, 1988.

SAHU, Kailash C., Jay ANDERSON, Stefano CASERTANO, et al. Relativistic deflection of background starlight measures the mass of a nearby white dwarf star. *Science* [online]. 2017, **356**(6342), 1046-1050 [cit. 2018-06-30]. DOI: 10.1126/science.aal2879. ISSN 0036-8075. Dostupné z: <http://www.sciencemag.org/lookup/doi/10.1126/science.aal2879>

SCHMADEL, Lutz D. *Dictionary of minor planet names*. 5th rev. & enl. ed. Berlin: Springer, 2003. ISBN 9783540299257.

Spektroskopické typy bílých trpaslíků a jejich pozorování: Optické spektrum a spektroskopické typy bílých trpaslíků [online]. [cit. 2017-12-30]. Dostupné z: <http://hvezdy.astro.cz/trpaslik/811-spektroskopicke-typy-bilych-trpasliku-a-jejich-pozorovani>

STRATTON, Frederick John Marrian. Henry Norris Russell, 1877-1957. *Biographical Memoirs of Fellows of the Royal Society* [online]. 1957, **3**, 173-191 [cit. 2017-12-06]. DOI: 10.1098/rsbm.1957.0012. ISSN 0080-4606. Dostupné z: <http://rsbm.royalsocietypublishing.org/lookup/doi/10.1098/rsbm.1957.0012>

ŠLÉGR, Jan. *Částice a pole*. Hradec Králové: Gaudeamus, 2017. ISBN 9788074356704.

Tabulky, jednotky, konstanty: Konstanty [online]. [cit. 2017-12-10]. Dostupné z: http://www.aldebaran.cz/tabulky/tb_constants.php

TREMBLAY, P.-E., H.-G. LUDWIG, M. STEFFEN a B. FREYTAG. Spectroscopic analysis of DA white dwarfs with 3D model atmospheres. *Astronomy & Astrophysics* [online]. 2013, **559**, A104- [cit. 2018-07-26]. DOI: 10.1051/0004-6361/201322318. ISSN 0004-6361. Dostupné z: <http://www.aanda.org/10.1051/0004-6361/201322318>

VANÝSEK, Vladimír. *Základy astronomie a astrofyziky*. Praha: Academia, 1980.

Vlastnosti bílých trpaslíků: Povrchová gravitace a zářivý výkon [online]. [cit. 2018-04-07]. Dostupné z: <http://hvezdy.astro.cz/trpaslik/812-vlastnosti-bilych-trpasliku>

Vlastnosti bílých trpaslíků: Složení a hustota [online]. [cit. 2018-01-05]. Dostupné z: <http://hvezdy.astro.cz/trpaslik/812-vlastnosti-bilych-trpasliku>

Seznam použitých tabulek

Tabulka 1: Zdroj: <https://arxiv.org/abs/astro-ph/0011286>;
<http://stelweb.asu.cas.cz/~kawka/Mainbase.html>;
<https://arxiv.org/abs/astro-ph/0406657>

Tabulka 2: Zdroj:
http://www.atnf.csiro.au/outreach/education/senior/astrophysics/stellarevolution_mainsequence.html

Seznam použitých obrázků

Obr. 1. Zdroj: BŘÍZOVÁ, Leontýna. *Hvězdy ve středoškolské fyzice* [online]. Hradec Králové, 2017 [cit. 2018-07-21]. Dostupné z: <https://theses.cz/id/606nkp/STAG89004.pdf>. Diplomová práce. Univerzita Hradec Králové, Přírodovědecká fakulta. Vedoucí práce Jan Šlégr.

Obr. 2. Zdroj: http://hvezdy.astro.cz/obr/hvezdy/trpaslik/04_hmotnost_na_r.gif

Obr. 3. Zdroj: http://www.aldebaran.cz/bulletin/2012_04/hiZsn_hubble_th.jpg

Příloha A

Tabulka 1: Data o bílých trpaslících

T (K)	log T	log g	M (M_{\odot})	M_V (mag)	L (L_{\odot})	log L (L_{\odot})
8600	3,9345	8	0,58	12,73	0,00078	-3,1079
9780	3,99034	8,14	0,68	12,51	0,0013	-2,8861
10810	4,03383	8,23	0,74	12,3	0,00194	-2,7122
7920	3,89873	8,19	0,71	13,4	0,00056	-3,2518
6000	3,77815	8	0,57	14,12	0,00018	-3,7447
6250	3,79588	8	0,57	15,4	0,00021	-3,6778
9320	3,96942	8,18	0,71	12,75	0,00107	-2,9706
10700	4,02938	8,22	0,74	12,32	0,00186	-2,7305
7260	3,86094	8,12	0,67	13,62	0,00039	-3,4089
7790	3,89154	8,54	0,94	14,04	0,00052	-3,284
6500	3,81291	8	0,57	13,77	0,00025	-3,6021
5250	3,72016	8	0,58	14,89	0,00011	-3,9586
7500	3,87506	8	0,57	13,2	0,00045	-3,3468
8940	3,95134	8,44	0,88	13,35	0,00091	-3,041
5730	3,75815	8,2	0,71	14,77	0,00015	-3,8239
6800	3,83251	8,2	0,72	14,04	0,0003	-3,5229
10420	4,01787	8,22	0,74	12,41	0,00168	-2,7747
5700	3,75587	8,28	0,76	14,91	0,00015	-3,8239
11690	4,06781	9,35	1,31	14,29	0,00054	-3,2676
6490	3,81224	8,76	1,07	15,2	0,00025	-3,6021
4500	3,65321	8	0,57	15,83	0,00006	-4,2218
9760	3,98945	9,19	1,26	14,54	0,00026	-3,585
5400	3,73239	8	0,57	14,65	0,00012	-3,9208
7630	3,88252	8,21	0,79	13,72	0,00048	-3,3188
9300	3,96848	8	0,58	12,49	0,00106	-2,9747
6440	3,80889	8,08	0,64	14,09	0,00024	-3,6198
6500	3,81291	8	0,57	13,77	0,00025	-3,6021
4750	3,67669	8	0,57	15,44		
15120	4,17955	7,75	0,48	10,89		
5000	3,69897	7	0,18	13,92		
5580	3,74663	8,68	1,02	15,7	0,00014	-3,8539
14810	4,17056	7,86	0,53	11,08		
5010	3,69984	7,48	0,33	14,45		
4700	3,6721	7	0,18	14,27		
7380	3,86806	7,95	0,56	14,27		
25970	4,41447	8,57	0,98	11,18	0,0056	-2,2518
20 210,00	4,30557	7,99	0,62	10,7	0,02630268	-1,58
15 120,00	4,17955	7,84	0,52	10,98	0,01	-2,00

Tabulka 1 (pokračování): Data o bílých trpaslících

T (K)	log T	log g	M (M_{\odot})	M_V (mag)	L (L_{\odot})	log L (L_{\odot})
26 280,00	4,41963	7,85	0,56	9,99	0,09332543	-1,03
13 770,00	4,13893	7,96	0,59	11,34	0,0057544	-2,24
28 060,00	4,44809	7,76	0,53	9,7	0,14125375	-0,85
10 980,00	4,0406	8,83	1,12	13,28	0,00058884	-3,23
20 160,00	4,30449	7,99	0,62	10,7	0,02570396	-1,59
29 420,00	4,46864	7,72	0,51	9,52	0,18197009	-0,74
21 370,00	4,3298	8,04	0,65	10,68	0,03019952	-1,52
8 530,00	3,93095	8,27	0,77	13,17	0,00053703	-3,27
24 770,00	4,39393	7,93	0,6	10,23	0,06606934	-1,18
13 880,00	4,14239	7,87	0,54	11,19	0,00660693	-2,18
32 020,00	4,50542	7,95	0,63	9,71	0,18197009	-0,74
8 690,00	3,93902	7,84	0,51	12,45	0,00104713	-2,98
24 870,00	4,39568	7,83	0,55	10,08	0,07585776	-1,12
19 960,00	4,30016	7,45	0,41	9,84	0,05623413	-1,25
56 380,00	4,75113	7,4	0,49	7,85	4,78630092	0,68
39 640,00	4,59813	8,99	1,2	11,26	0,07585776	-1,12
7 980,00	3,902	8,2	0,72	13,31	0,00045709	-3,34
9 290,00	3,96802	8,49	0,92	13,22	0,00053703	-3,27
24 120,00	4,38238	8,06	0,67	10,48	0,04897788	-1,31
57 400,00	4,75891	7,63	0,56	8,32	3,54813389	0,55
26 900,00	4,42975	7,84	0,56	9,92	0,10471285	-0,98
24 160,00	4,3831	7,9	0,58	10,24	0,0616595	-1,21
69 160,00	4,83985	7,02	0,4	6,98	21,3796209	1,33
16 670,00	4,22194	8,02	0,63	11,08	0,01148154	-1,94
46 650,00	4,66885	7,86	0,62	8,99	1	0,00
27 330,00	4,43664	7,4	0,42	9,12	0,22908677	-0,64
60 920,00	4,78476	7,58	0,55	8,15	5,01187234	0,7
37 650,00	4,57576	7,89	0,61	9,33	0,38904514	-0,41
16 660,00	4,22167	7,84	0,53	10,81	0,01479108	-1,83
25 230,00	4,40192	7,97	0,62	10,25	0,0676083	-1,17
18 740,00	4,27277	8,03	0,64	10,89	0,01819701	-1,74
16 770,00	4,22453	7,82	0,52	10,78	0,01548817	-1,81
68 850,00	4,8379	7,68	0,61	8,07	7,07945784	0,85
50 700,00	4,70501	7,74	0,58	8,67	1,73780083	0,24
10 370,00	4,01578	7,86	0,52	11,82	0,0020893	-2,68
60 350,00	4,78068	7,11	0,4	7,21	10,2329299	1,01
33 170,00	4,52075	7,91	0,61	9,57	0,22387211	-0,65
23 870,00	4,37785	7,9	0,58	10,26	0,05888437	-1,23
27 380,00	4,43743	7,88	0,58	9,94	0,10715193	-0,97
66 110,00	4,82027	7,11	0,4	7,02	14,7910839	1,17

Tabulka 1 (pokračování): Data o bílých trpaslicích

T (K)	log T	log g	M (M_{\odot})	M_V (mag)	L (L_{\odot})	log L (L_{\odot})
19 070,00	4,28035	8,13	0,7	11	0,01698244	-1,77
22 250,00	4,34733	7,91	0,58	10,4	0,04365158	-1,36
11 830,00	4,07298	8,09	0,66	11,78	0,00263027	-2,58
9 220,00	3,96473	8,29	0,79	12,91	0,00072444	-3,14
32 290,00	4,50907	8,25	0,8	10,17	0,12022644	-0,92
17 340,00	4,23905	7,92	0,57	10,86	0,01548817	-1,81
23 610,00	4,3731	8,22	0,76	10,77	0,03548134	-1,45
8 680,00	3,93852	8,2	0,72	12,99	0,00064565	-3,19
15 560,00	4,19201	7,96	0,6	11,12	0,00933254	-2,03
69 970,00	4,84491	7,33	0,51	7,48	14,1253754	1,15
43 960,00	4,64306	7,72	0,56	8,83	0,97723722	-0,01
18 000,00	4,25527	7,83	0,53	10,67	0,02041738	-1,69
24 060,00	4,3813	7,63	0,46	9,84	0,08912509	-1,05
11 630,00	4,06558	7,98	0,59	11,66	0,00281838	-2,55
23 560,00	4,37218	8,35	0,85	10,99	0,02884032	-1,54
24 730,00	4,39322	8,21	0,76	10,67	0,04365158	-1,36
29 430,00	4,46879	8,56	0,98	10,9	0,05011872	-1,3
22 360,00	4,34947	8,04	0,65	10,59	0,03715352	-1,43
17 380,00	4,24005	8	0,62	10,97	0,01412538	-1,85
24 380,00	4,38703	7,24	0,38	9,05	0,19054607	-0,72
35 830,00	4,55425	7,88	0,6	9,38	0,32359366	-0,49
14 490,00	4,16107	7,82	0,52	11,04	0,00851138	-2,07
19 750,00	4,29557	8,14	0,71	10,97	0,01905461	-1,72
18 530,00	4,26788	8,1	0,68	11,02	0,01584893	-1,8
67 930,00	4,83206	7,82	0,65	8,48	5,12861384	0,71
25 680,00	4,4096	7,92	0,6	10,14	0,07762471	-1,11
12 820,00	4,10789	7,55	0,41	10,84	0,00776247	-2,11
14 500,00	4,16137	8,5	0,93	12,08	0,00323594	-2,49
22 060,00	4,34361	8,31	0,82	11,04	0,02344229	-1,63
130 370,00	5,11518	7,26	0,67	6,42	263,026799	2,42
22 600,00	4,35411	7,98	0,62	10,48	0,04168694	-1,38
31 790,00	4,50229	7,68	0,5	9,29	0,26915348	-0,57
40 330,00	4,60563	7,8	0,58	9,07	0,60255959	-0,22
108 390,00	5,03499	7,39	0,64	6,97	89,1250938	1,95
14 770,00	4,16938	7,95	0,59	11,19	0,00758578	-2,12
21 420,00	4,33082	7,91	0,58	10,47	0,03715352	-1,43
8 620,00	3,93551	8,3	0,79	13,18	0,00053703	-3,27
23 120,00	4,36399	7,99	0,63	10,45	0,04570882	-1,34
18 150,00	4,25888	7,81	0,52	10,62	0,02187762	-1,66

Tabulka 1 (pokračování): Data o bílých trpaslících

T (K)	log T	log g	M (M_{\odot})	M_V (mag)	L (L_{\odot})	log L (L_{\odot})
15 670,00	4,19507	7,8	0,51	10,87	0,01202264	-1,92
19 470,00	4,28937	7,99	0,62	10,76	0,02290868	-1,64
21 490,00	4,33224	7,97	0,61	10,56	0,03467369	-1,46
20 340,00	4,30835	7,95	0,6	10,62	0,02884032	-1,54
19 660,00	4,29358	7,93	0,58	10,65	0,02570396	-1,59
44 450,00	4,64787	7,89	0,63	9,1	0,77624712	-0,11
21 990,00	4,34223	8	0,63	10,57	0,03630781	-1,44
19 540,00	4,29092	8,04	0,65	10,83	0,02137962	-1,67
21 670,00	4,33586	7,94	0,6	10,5	0,03715352	-1,43
23 680,00	4,37438	8,04	0,66	10,49	0,04677351	-1,33
18 020,00	4,25575	8	0,62	10,91	0,0162181	-1,79
11 680,00	4,06744	7,64	0,44	11,17	0,00457088	-2,34
35 950,00	4,5557	7,83	0,58	9,3	0,35481339	-0,45
17 180,00	4,23502	7,97	0,6	10,95	0,01380384	-1,86
12 570,00	4,09934	7,98	0,6	11,52	0,00389045	-2,41
35 720,00	4,55291	7,9	0,61	9,42	0,30902954	-0,51
15 000,00	4,17609	8,5	0,93	12,02	0,00371535	-2,43
20 750,00	4,31702	7,87	0,56	10,47	0,03467369	-1,46
29 430,00	4,46879	7,88	0,58	9,77	0,14454398	-0,84
20 650,00	4,31492	8,17	0,73	10,94	0,02187762	-1,66
22 230,00	4,34694	7,49	0,42	9,72	0,08317638	-1,08
20 100,00	4,3032	8,03	0,64	10,76	0,02398833	-1,62
24 450,00	4,38828	8,38	0,87	10,97	0,03162278	-1,5
29 100,00	4,46389	7,74	0,52	9,59	0,16595869	-0,78
45 230,00	4,65543	7,96	0,67	9,2	0,74131024	-0,13
30 440,00	4,48344	7,75	0,53	9,5	0,19952623	-0,7
12 610,00	4,10072	7,97	0,59	11,51	0,00398107	-2,4
33 160,00	4,52061	8,02	0,67	9,75	0,19054607	-0,72
20 550,00	4,31281	7,91	0,58	10,55	0,03162278	-1,5
23 100,00	4,36361	8,37	0,86	11,06	0,02570396	-1,59
41 180,00	4,61469	7,75	0,56	8,97	0,70794578	-0,15
24 310,00	4,38578	8,71	1,06	11,57	0,01778279	-1,75
17 920,00	4,25334	8,02	0,63	10,94	0,01548817	-1,81
13 040,00	4,11528	7,24	0,32	10,3	0,01318257	-1,88
30 700,00	4,48714	7,83	0,56	9,6	0,18620871	-0,73
19 710,00	4,29469	8,36	0,85	11,31	0,01380384	-1,86
15 140,00	4,18013	7,85	0,53	11	0,00977237	-2,01
62 950,00	4,799	7,59	0,56	8,13	5,62341325	0,75
12 400,00	4,09342	8,31	0,8	12,02	0,00229087	-2,64

Tabulka 1 (pokračování): Data o bílých trpaslicích

T (K)	log T	log g	M (M_{\odot})	M_V (mag)	L (L_{\odot})	log L (L_{\odot})
37 840,00	4,57795	8,13	0,74	9,72	0,27542287	-0,56
25 440,00	4,40552	7,83	0,55	10,02	0,0851138	-1,07
25 860,00	4,41263	7,37	0,41	9,17	0,19498446	-0,71
22 090,00	4,3442	8,12	0,7	10,74	0,03162278	-1,5
12 290,00	4,08955	8,05	0,63	11,65	0,00323594	-2,49
16 500,00	4,21748	7,94	0,58	10,98	0,01230269	-1,91
26 950,00	4,43056	8,35	0,85	10,72	0,05011872	-1,3
14 380,00	4,15776	7,83	0,52	11,07	0,00812831	-2,09
24 280,00	4,38525	7,72	0,5	9,95	0,08128305	-1,09
55 030,00	4,7406	7,72	0,58	8,54	2,51188643	0,4
31 090,00	4,49262	8,19	0,76	10,15	0,11481536	-0,94
25 150,00	4,40054	7,9	0,59	10,16	0,0724436	-1,14
26 630,00	4,42537	7,86	0,57	9,97	0,09772372	-1,01
13 360,00	4,12581	7,91	0,56	11,32	0,00537032	-2,27
16 890,00	4,22763	8,19	0,73	11,3	0,00954993	-2,02
27 470,00	4,43886	8,9	1,15	11,69	0,02089296	-1,68
23 030,00	4,36229	7,84	0,55	10,23	0,05623413	-1,25
21 280,00	4,32797	8,55	0,96	11,5	0,01380384	-1,86
20 760,00	4,31723	7,91	0,58	10,52	0,03311311	-1,48
62 810,00	4,79803	7,52	0,54	8	6,30957344	0,8
14 940,00	4,17435	7,93	0,57	11,14	0,00831764	-2,08
26 570,00	4,42439	7,82	0,55	9,91	0,1023293	-0,99
10 200,00	4,0086	8,14	0,69	12,29	0,00131826	-2,88
14 070,00	4,14829	7,84	0,53	11,12	0,0074131	-2,13
11 070,00	4,04415	8,15	0,69	12,04	0,00186209	-2,73
14 050,00	4,14768	7,85	0,53	11,13	0,00724436	-2,14
9 540,00	3,97955	8,81	1,1	13,73	0,00034674	-3,46
28 010,00	4,44731	7,98	0,63	10,05	0,1	-1,00
19 770,00	4,29601	8,26	0,78	11,15	0,0162181	-1,79
58 280,00	4,76552	7,15	0,4	7,34	8,12830516	0,91
28 880,00	4,4606	7,8	0,55	9,7	0,14791084	-0,83
22 560,00	4,35334	7,79	0,52	10,2	0,05495409	-1,26
31 930,00	4,5042	7,03	0,34	8,1	0,81283052	-0,09
27 670,00	4,44201	7,85	0,57	9,87	0,11748976	-0,93
44 820,00	4,65147	7,89	0,63	9,03	0,79432823	-0,1
65 700,00	4,81757	7,67	0,6	8,13	5,75439937	0,76
13 800,00	4,13988	7,85	0,53	11,17	0,00660693	-2,18
35 660,00	4,55218	7,87	0,6	9,37	0,32359366	-0,49
26 540,00	4,4239	8,28	0,81	10,63	0,05248075	-1,28

Tabulka 1 (pokračování): Data o bílých trpaslicích

T (K)	log T	log g	M (M_{\odot})	M_V (mag)	L (L_{\odot})	log L (L_{\odot})
30 980,00	4,49108	7,84	0,57	9,6	0,19054607	-0,72
28 820,00	4,45969	7,38	0,42	8,97	0,29512092	-0,53
19 430,00	4,28847	7,47	0,41	9,92	0,04897788	-1,31
19 520,00	4,29048	7,98	0,61	10,74	0,02290868	-1,64
14 370,00	4,15746	7,82	0,52	11,06	0,00812831	-2,09
19 020,00	4,27921	7,99	0,62	10,8	0,02041738	-1,69
55 040,00	4,74068	7,78	0,61	8,66	2,23872114	0,35
10 240,00	4,0103	8,58	0,98	13,02	0,00069183	-3,16
18 750,00	4,273	7,83	0,53	10,59	0,02398833	-1,62
26 730,00	4,427	7,93	0,6	10,06	0,09120108	-1,04
23 800,00	4,37658	7,33	0,4	9,26	0,14791084	-0,83
10 680,00	4,02857	8,06	0,64	12,02	0,00177828	-2,75
25 590,00	4,40807	7,29	0,39	9,03	0,21379621	-0,67
79 900,00	4,90255	6,61	0,36	5,71	89,1250938	1,95
39 450,00	4,59605	7,85	0,6	9,19	0,50118723	-0,3
38 310,00	4,58331	8,09	0,71	9,62	0,30902954	-0,51
22 320,00	4,34869	8,01	0,63	10,54	0,03890451	-1,41
8 730,00	3,94101	8,33	0,81	13,17	0,00054954	-3,26
17 290,00	4,23779	7,79	0,51	10,68	0,01819701	-1,74
14 480,00	4,16077	7,87	0,54	11,12	0,00794328	-2,1
33 560,00	4,52582	8,05	0,69	9,78	0,19054607	-0,72
28 980,00	4,4621	7,87	0,58	9,79	0,13803843	-0,86
44 410,00	4,64748	7,76	0,57	8,75	0,95499259	-0,02
11 180,00	4,04844	8,15	0,7	12,03	0,00190546	-2,72
10 560,00	4,02366	8,32	0,8	12,45	0,00120226	-2,92
52 520,00	4,72032	8,03	0,71	9,14	1,25892541	0,1
16 270,00	4,21139	7,88	0,55	10,92	0,01258925	-1,9
13 320,00	4,1245	7,38	0,36	10,48	0,01174898	-1,93
13 880,00	4,14239	8,19	0,73	11,66	0,0042658	-2,37
27 130,00	4,43345	7,51	0,44	9,34	0,18197009	-0,74
26 680,00	4,42619	7,84	0,56	9,93	0,1023293	-0,99
21 270,00	4,32777	8,04	0,65	10,68	0,03019952	-1,52
17 970,00	4,25455	8,18	0,73	11,18	0,01230269	-1,91
13 490,00	4,13001	7,89	0,55	11,27	0,0057544	-2,24
16 300,00	4,21219	7,9	0,56	10,94	0,01230269	-1,91
22 460,00	4,35141	7,95	0,6	10,44	0,04265795	-1,37
29 260,00	4,46627	7,93	0,61	9,87	0,12882496	-0,89
16 570,00	4,21932	7,86	0,54	10,86	0,01380384	-1,86
30 140,00	4,47914	8,25	0,79	10,32	0,09120108	-1,04

Tabulka 1 (pokračování): Data o bílých trpaslicích

T (K)	log T	log g	M (M_{\odot})	M_V (mag)	L (L_{\odot})	log L (L_{\odot})
20 510,00	4,31197	7,78	0,51	10,35	0,03801894	-1,42
20 460,00	4,31091	7,9	0,57	10,54	0,03162278	-1,5
15 960,00	4,20303	7,82	0,52	10,87	0,01258925	-1,9
72 350,00	4,85944	7,84	0,67	8,45	6,60693448	0,82
13 390,00	4,12678	7,94	0,58	11,36	0,00524807	-2,28
20 330,00	4,30814	8,11	0,69	10,86	0,02290868	-1,64
7 140,00	3,8537	8,12	0,67	13,63	0,00032359	-3,49
19 760,00	4,29579	8	0,63	10,75	0,02344229	-1,63
11 800,00	4,07188	7,87	0,54	11,49	0,00346737	-2,46
16 620,00	4,22063	7,68	0,46	10,59	0,01778279	-1,75
9 520,00	3,97864	8,36	0,83	12,91	0,00072444	-3,14
11 880,00	4,07482	7,91	0,55	11,52	0,00338844	-2,47
23 530,00	4,37162	7,59	0,46	9,79	0,08912509	-1,05
50 190,00	4,70062	7,59	0,52	8,42	2,13796209	0,33
10 010,00	4,00043	8,21	0,73	12,47	0,00112202	-2,95
18 150,00	4,25888	7,95	0,59	10,82	0,01778279	-1,75
15 350,00	4,18611	7,87	0,54	11	0,01	-2,00
19 600,00	4,29226	8,01	0,63	10,78	0,02238721	-1,65
25 700,00	4,40993	7,94	0,61	10,17	0,07413102	-1,13
23 370,00	4,36866	7,72	0,5	10,03	0,0691831	-1,16
34 270,00	4,53491	7,38	0,42	8,61	0,60255959	-0,22
14 290,00	4,15503	7,82	0,51	11,06	0,00812831	-2,09
27 190,00	4,43441	7,94	0,61	10,04	0,09549926	-1,02
11 980,00	4,07846	8,06	0,64	11,72	0,00281838	-2,55
34 240,00	4,53453	8,15	0,74	9,9	0,17782794	-0,75
13 550,00	4,13194	7,95	0,58	11,35	0,00537032	-2,27
22 410,00	4,35044	7,8	0,53	10,23	0,05248075	-1,28
32 800,00	4,51587	8	0,65	9,74	0,18620871	-0,73
23 440,00	4,36996	7,94	0,6	10,36	0,05128614	-1,29
29 760,00	4,47363	7,83	0,56	9,67	0,16218101	-0,79
22 890,00	4,35965	8,42	0,89	11,16	0,02290868	-1,64
14 170,00	4,15137	7,75	0,48	10,98	0,00851138	-2,07
21 600,00	4,33445	7,88	0,56	10,41	0,04073803	-1,39
24 930,00	4,39672	7,89	0,58	10,15	0,0724436	-1,14
23 530,00	4,37162	8,19	0,74	10,73	0,03630781	-1,44
7 390,00	3,86864	7,97	0,58	13,28	0,00045709	-3,34
21 450,00	4,33143	7,97	0,62	10,56	0,03467369	-1,46
21 950,00	4,34143	7,43	0,41	9,62	0,08709636	-1,06
18 000,00	4,25527	7,98	0,61	10,88	0,01659587	-1,78

Tabulka 1 (pokračování): Data o bílých trpaslicích

T (K)	log T	log g	M (M_{\odot})	M_V (mag)	L (L_{\odot})	log L (L_{\odot})
21 520,00	4,33284	8,48	0,92	11,36	0,0162181	-1,79
25 070,00	4,39915	7,97	0,62	10,26	0,06606934	-1,18
13 770,00	4,13893	7,88	0,54	11,21	0,00645654	-2,19
18 120,00	4,25816	8,13	0,7	11,09	0,01380384	-1,86
19 580,00	4,29181	7,87	0,56	10,57	0,02691535	-1,57
19 340,00	4,28646	7,91	0,57	10,65	0,02454709	-1,61
16 970,00	4,22968	7,86	0,54	10,82	0,01513561	-1,82
10 450,00	4,01912	8,12	0,68	12,18	0,00151356	-2,82
13 970,00	4,1452	7,98	0,6	11,34	0,00588844	-2,23
27 590,00	4,44075	7,83	0,56	9,85	0,11748976	-0,93
29 230,00	4,46583	7,84	0,57	9,74	0,14791084	-0,83
10 320,00	4,01368	8,4	0,86	12,68	0,00095499	-3,02
28 730,00	4,45834	7,4	0,42	9,01	0,28183829	-0,55
19 620,00	4,2927	7,98	0,61	10,73	0,02344229	-1,63
25 630,00	4,40875	7,94	0,61	10,17	0,07413102	-1,13
22 290,00	4,34811	8,28	0,8	10,98	0,02570396	-1,59
50 420,00	4,7026	7,82	0,61	8,82	1,47910839	0,17
21 520,00	4,33284	8,02	0,64	10,63	0,03235937	-1,49
18 620,00	4,26998	8,41	0,88	11,49	0,01023293	-1,99
66 330,00	4,82171	7,56	0,56	8	7,41310241	0,87
20 000,00	4,30103	8,5	0,94	11,53	0,01174898	-1,93
8 950,00	3,95182	8,07	0,64	12,68	0,00087096	-3,06
24 470,00	4,38863	7,92	0,6	10,24	0,06309573	-1,2
9 740,00	3,98856	8,15	0,69	12,47	0,00109648	-2,96
11 600,00	4,06446	8,1	0,67	11,85	0,00234423	-2,63
24 850,00	4,39533	8,41	0,88	10,98	0,03235937	-1,49
76 910,00	4,88598	7,57	0,59	7,85	13,8038426	1,14
54 530,00	4,73664	7,61	0,54	8,34	2,95120923	0,47
20 520,00	4,31218	7,89	0,57	10,53	0,03162278	-1,5
14 260,00	4,15412	8,25	0,77	11,7	0,00436516	-2,36
25 580,00	4,4079	7,83	0,55	10,01	0,08709636	-1,06
26 270,00	4,41946	7,83	0,55	9,95	0,09772372	-1,01
21 220,00	4,32675	7,61	0,45	10,03	0,05495409	-1,26
29 220,00	4,46568	7,97	0,63	9,94	0,12022644	-0,92
11 160,00	4,04766	8,04	0,63	11,86	0,00218776	-2,66
58 060,00	4,76388	7,38	0,49	7,84	5,62341325	0,75
14 670,00	4,16643	7,84	0,53	11,05	0,00870964	-2,06
36 950,00	4,56761	7,91	0,62	9,39	0,34673685	-0,46
21 090,00	4,32408	7,97	0,61	10,59	0,03235937	-1,49

Tabulka 1 (pokračování): Data o bílých trpaslicích

T (K)	log T	log g	M (M_{\odot})	M_V (mag)	L (L_{\odot})	log L (L_{\odot})
16 680,00	4,2222	7,95	0,59	10,98	0,01258925	-1,9
20 650,00	4,31492	7,9	0,57	10,52	0,03235937	-1,49
9 320,00	3,96942	8,64	1,01	13,48	0,00042658	-3,37
29 120,00	4,46419	7,87	0,58	9,79	0,13803843	-0,86
30 400,00	4,48287	8,67	1,05	11,05	0,04677351	-1,33
14 390,00	4,15806	7,84	0,52	11,07	0,00812831	-2,09
22 430,00	4,35083	7,33	0,4	9,39	0,11481536	-0,94
18 040,00	4,25624	7,9	0,56	10,76	0,01862087	-1,73
16 460,00	4,21643	7,77	0,5	10,74	0,01548817	-1,81
20 890,00	4,31994	7,92	0,58	10,53	0,03311311	-1,48
30 280,00	4,48116	7,86	0,58	9,69	0,16595869	-0,78
28 290,00	4,45163	7,78	0,54	9,72	0,14125375	-0,85
68 280,00	4,83429	7,56	0,57	7,97	8,51138038	0,93
21 370,00	4,3298	8,02	0,64	10,64	0,03162278	-1,5
10 100,00	4,00432	7,96	0,58	12,05	0,00165959	-2,78
23 660,00	4,37401	7,97	0,62	10,37	0,05128614	-1,29
6 690,00	3,82543	8,2	0,72	14,01	0,00022387	-3,65
25 750,00	4,41078	7,91	0,59	10,11	0,07943282	-1,1
37 170,00	4,57019	7,97	0,65	9,48	0,32359366	-0,49
10 150,00	4,00647	8,17	0,71	12,35	0,00125893	-2,9
7 480,00	3,8739	8,42	0,87	13,91	0,00025704	-3,59
18 840,00	4,27508	7,82	0,53	10,58	0,02454709	-1,61
17 840,00	4,25139	8,01	0,63	10,94	0,01513561	-1,82
19 630,00	4,29292	8,03	0,64	10,8	0,02238721	-1,65
15 570,00	4,19229	7,95	0,59	11,1	0,00954993	-2,02
28 720,00	4,45818	8,24	0,79	10,4	0,07585776	-1,12
45 930,00	4,6621	7,64	0,53	8,62	1,31825674	0,12
26 850,00	4,42894	7,91	0,6	10,03	0,09332543	-1,03
29 940,00	4,47625	7,98	0,64	9,9	0,13182567	-0,88
21 980,00	4,34203	7,89	0,57	10,39	0,04265795	-1,37
43 110,00	4,63458	7,56	0,49	8,56	1,14815362	0,06
15 070,00	4,17811	7,63	0,44	10,67	0,01318257	-1,88
9 310,00	3,96895	8,2	0,73	12,73	0,00085114	-3,07
52 240,00	4,718	7,64	0,55	8,46	2,29086765	0,36
30 510,00	4,48444	9,36	1,31	12,49	0,01230269	-1,91
13 600,00	4,13354	7,95	0,58	11,35	0,00549541	-2,26
26 350,00	4,42078	7,8	0,54	9,9	0,1023293	-0,99
22 120,00	4,34479	7,43	0,41	9,6	0,09120108	-1,04
13 670,00	4,13577	7,83	0,52	11,16	0,00660693	-2,18

Tabulka 1 (pokračování): Data o bílých trpaslicích

T (K)	log T	log g	M (M_{\odot})	M_V (mag)	L (L_{\odot})	log L (L_{\odot})
55 800,00	4,74663	8,28	0,85	9,51	1,07151931	0,03
48 400,00	4,68485	7,78	0,59	8,8	1,31825674	0,12
25 220,00	4,40175	7,83	0,55	10,04	0,08128305	-1,09
35 860,00	4,55461	7,8	0,57	9,25	0,36307805	-0,44
41 320,00	4,61616	7,72	0,55	8,91	0,74131024	-0,13
24 790,00	4,39428	7,95	0,61	10,26	0,06456542	-1,19
7 620,00	3,88195	8,21	0,73	13,52	0,00037154	-3,43
22 680,00	4,35564	8,41	0,88	11,16	0,02238721	-1,65
15 280,00	4,18412	7,62	0,44	10,63	0,01412538	-1,85
35 540,00	4,55072	7,98	0,65	9,56	0,26915348	-0,57
23 070,00	4,36305	7,86	0,56	10,27	0,05370318	-1,27
59 230,00	4,77254	7,7	0,58	8,41	3,63078055	0,56
10 650,00	4,02735	8,8	1,1	13,32	0,00054954	-3,26
27 560,00	4,44028	8,33	0,84	10,65	0,05623413	-1,25
24 580,00	4,39058	7,49	0,43	9,5	0,12882496	-0,89
41 720,00	4,62034	7,62	0,51	8,72	0,91201084	-0,04
11 480,00	4,05994	8,09	0,66	11,86	0,00229087	-2,64
13 250,00	4,12222	7,92	0,56	11,34	0,00512861	-2,29
20 220,00	4,30578	8,05	0,66	10,79	0,02398833	-1,62
35 950,00	4,5557	7,58	0,48	8,88	0,52480746	-0,28
13 060,00	4,11594	7,84	0,52	11,26	0,00537032	-2,27
15 750,00	4,19728	7,9	0,56	11,01	0,01071519	-1,97
11 820,00	4,07262	8,15	0,7	11,87	0,00239883	-2,62
21 910,00	4,34064	7,84	0,55	10,32	0,04570882	-1,34
11 730,00	4,0693	8,98	1,18	13,39	0,00058884	-3,23
27 320,00	4,43648	7,48	0,44	9,27	0,19952623	-0,7
16 520,00	4,21801	8,03	0,63	11,11	0,01096478	-1,96
12 570,00	4,09934	7,93	0,57	11,45	0,00416869	-2,38
29 060,00	4,4633	7,72	0,51	9,56	0,17378008	-0,76
37 720,00	4,57657	7,95	0,64	9,42	0,36307805	-0,44
60 970,00	4,78512	7,6	0,56	8,19	4,78630092	0,68
51 960,00	4,71567	7,52	0,51	8,25	2,7542287	0,44
30 800,00	4,48855	8,1	0,71	10,03	0,12589254	-0,9
14 190,00	4,15198	8,35	0,83	11,86	0,00371535	-2,43
65 290,00	4,81485	7,24	0,47	7,39	12,3026877	1,09
35 230,00	4,54691	7,78	0,55	9,24	0,35481339	-0,45
21 320,00	4,32879	8,03	0,64	10,66	0,03090295	-1,51
25 900,00	4,4133	8,08	0,68	10,37	0,06309573	-1,2
17 860,00	4,25188	7,85	0,54	10,71	0,01905461	-1,72

Tabulka 1 (pokračování): Data o bílých trpaslících

T (K)	log T	log g	M (M_{\odot})	M_V (mag)	L (L_{\odot})	log L (L_{\odot})
17 060,00	4,23198	7,9	0,56	10,86	0,01479108	-1,83
54 260,00	4,73448	7,67	0,56	8,47	2,57039578	0,41
25 030,00	4,39846	7,84	0,56	10,07	0,07762471	-1,11
50 570,00	4,70389	7,63	0,54	8,48	2,04173794	0,31
25 460,00	4,40586	8,07	0,68	10,39	0,06025596	-1,22
48 060,00	4,68178	8	0,69	9,19	0,91201084	-0,04
18 340,00	4,2634	8,4	0,87	11,5	0,00977237	-2,01
23 080,00	4,36324	7,69	0,48	10	0,0691831	-1,16
7 470,00	3,87332	8,2	0,72	13,57	0,00035481	-3,45
51 680,00	4,71332	7,86	0,63	8,86	1,54881662	0,19
22 550,00	4,35315	7,94	0,6	10,42	0,04466836	-1,35
46 090,00	4,66361	7,66	0,54	8,64	1,31825674	0,12
14 920,00	4,17377	8,16	0,71	11,49	0,0060256	-2,22
36 110,00	4,55763	7,9	0,61	9,4	0,32359366	-0,49
50 050,00	4,6994	7,72	0,57	8,65	1,69824365	0,23
14 010,00	4,14644	7,36	0,36	10,35	0,01479108	-1,83
21 870,00	4,33985	7,96	0,61	10,51	0,03801894	-1,42
30 660,00	4,48657	8,14	0,73	10,1	0,11481536	-0,94
16 550,00	4,2188	7,89	0,56	10,89	0,01348963	-1,87
10 080,00	4,00346	8,3	0,79	12,59	0,00102329	-2,99
17 000,00	4,23045	7,92	0,57	10,9	0,01412538	-1,85
54 410,00	4,73568	7,9	0,65	8,88	1,77827941	0,25
17 570,00	4,24477	7,98	0,61	10,93	0,01479108	-1,83
7380	3,86806	8,38	0,83	13,96	0,00042	-3,3768
8810	3,94498	8,11	0,66	12,86	0,00086	-3,0655
7530	3,87679	8,18	0,7	13,56	0,00046	-3,3372
5400	3,73239	8	0,58	14,65	0,00012	-3,9208
5500	3,74036	8	0,58	14,67	0,00013	-3,8861
7040	3,84757	8,36	0,82	14,12	0,00035	-3,4559
11000	4,04139	8	0,58	12,02	0,00211	-2,6757
10800	4,03342	9,15	1,24	14,09	0,0004	-3,3979
7900	3,89763	8,65	1,01	14,19	0,00055	-3,2596
5900	3,77085	8	0,57	14,2	0,00017	-3,7695
4300	3,63347	8	0,57	16,2	0,00005	-4,301
6880	3,83759	8,62	0,99	14,68	0,00032	-3,4949
7000	3,8451	8,12	0,66	13,78	0,00034	-3,4685
7300	3,86332	8	0,57	13,31	0,0004	-3,3979
8020	3,90417	8,16	0,69	13,31	0,00059	-3,2291
6860	3,83632	8	0,59	13,72	0,00031	-3,5086

Příloha B

Tabulka 2: Data o hvězdách hlavní posloupnosti

T (K)	log T	L (L_{\odot})	log L (L_{\odot})
2900,00	3,4624	0,0030	-2,52288
3800,00	3,57978	0,0300	-1,52288
5000,00	3,69897	0,3000	-0,52288
6000,00	3,77815	1,0000	0
7000,00	3,8451	5,0000	0,69897
11000,00	4,04139	60,0000	1,77815
17000,00	4,23045	600,0000	2,77815
22000,00	4,34242	10000,0000	4
28000,00	4,44716	17000,0000	4,23045
35000,00	4,54407	80000,0000	4,90309
44500,00	4,64836	790000,0000	5,89763