

**Česká zemědělská univerzita v Praze**

**Provozně ekonomická fakulta**

**Katedra systémového inženýrství**



**Bakalářská práce**

**Metoda datových obalů  
v  
univerzitní lize ledního hokeje**

**Marek Šonský**

**© 2024 ČZU v Praze**

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Marek Šonský

Systémové inženýrství

Název práce

**Metoda datových obalů v univerzitní lize ledního hokeje**

Název anglicky

**Data envelopment analysis at university ice hockey league**

### Cíle práce

Hlavním cílem bakalářské práce je využití metody DEA (datových envelopment analysis) k hodnocení efektivity týmů univerzitní hokejové ligy ledního hokeje v sezóně 2022/2023.

Využitá data budou získána ze sezóny 2022/2023, která již byla ukončena. Následovně bude porovnána s výpočty provedenými metodou DEA. Po identifikaci nejefektivnějších týmů a porovnání jejich výsledků s reálnou výslednou tabulkou ze sezóny 2022/2023. Lze získat informace o akurátnosti využití matematického modelu v univerzitním sportovním odvětví.

Následné porovnání výsledků a informací z praktické části práce. Ukáže možné aplikace analytických nástrojů v oblasti sportu a demonstraci rozšířených možností aplikace metody mimo již aplikovaná prostředí.

### Metodika

V teoretické části práce byla provedena literární rešerše o ekonomicko-matematických metodách, efektivitě a zejména analýze obalu dat.

Praktická část využila především data z oficiálních stránek univerzitní hokejové ligy v České republice. Postupně byly identifikovány specifické informace nezbytné pro aplikaci modelu DEA. Získaná data byla následně zpracována v programu MS Excel podle specifikací softwaru EMS (efficiency measurement system). Po vložení dat do softwaru a jeho analýze poskytl program vypočítaná data, na jejichž základě bylo provedeno vyhodnocení a interpretace výsledků.

## Doporučený rozsah práce

30-40

## Klíčová slova

DEA, CCR výstupově orientovaný model, Univerzitní liga ledního hokeje, Efektivita

---

## Doporučené zdroje informací

BROŽOVÁ, Helena; HOUŠKA, Milan; ŠUBRT, Tomáš; ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE. PROVOZNĚ EKONOMICKÁ FAKULTA, ; ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE. KATEDRA OPERAČNÍ A SYSTÉMOVÉ ANALÝZY. *Modely pro vícekritériální rozhodování*. Praha: Credit, 2009. ISBN 978-80-213-1019-3.

DLOUHÝ, Martin, Josef JABLONSKÝ a Petra ZÝKOVÁ. 2018. *Analýza obalu dat*. Praha: Professional Publishing. ISBN 978-80-88260-12-7

Chiang Kao 2017. *Network Data Envelopment Analysis*. 447 s. in Switzerland ISBN 978-3-319-31718-2

JABLONSKÝ, Josef; DLOUHÝ, Martin. *Modely hodnocení efektivnosti produkčních jednotek*. Praha: Professional Publishing, 2004. ISBN 80-86419-49-5.

ŠUBRT, Tomáš. *Ekonomicko-matematické metody*. Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, s.r.o., 2015. ISBN 978-80-7380-563-0.

---

## Předběžný termín obhajoby

2022/23 LS – PEF

## Vedoucí práce

Ing. Robert Hlavatý, Ph.D.

## Garantující pracoviště

Katedra systémového inženýrství

Elektronicky schváleno dne 27. 2. 2024

**doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.**

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 28. 2. 2024

**doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.**

Děkan

V Praze dne 08. 03. 2024

### **Čestné prohlášení**

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci "Metoda datových obalů v univerzitní lize ledního hokeje" jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu použitých zdrojů na konci práce. Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušil autorská práva třetích osob.

V Praze dne 15.3.2024

---



### **Poděkování**

Rád bych touto cestou poděkoval Ing. Robertu Hlavatému, Ph.D. za jeho vstřícnost, čas a obrovskou trpělivost během procesu psaní bakalářské práce. Především za odborné vedení při vypracování této práce. Dále pak prof. RNDr. Heleně Brožové, CSc. za cenné rady a spolupráci.

# Metoda datových obalů v univerzitní lize ledního hokeje

## Abstrakt

Tato bakalářská práce zkoumá využití metody datových obalů v univerzitním hokeji. S cílem analyzovat a zhodnotit efektivitu týmů univerzitní ligy.

První část práce poskytuje pohled do teoretické části obsahu, který představuje problematiku univerzitního hokeje a metody pro jeho měření efektivnosti týmů. Přednostně je v teoretické části popsána metoda datových obalů, sloužící jako východisko pro následující část práce, kterou je analytická část.

Analytickou část provází určení relevantních vstupů a výstupů pro hodnocení efektivnosti týmů. Metoda je aplikována pomocí softwaru EMS který, je jako jeden ze softwarů využíván na tuto problematiku. Výsledky umožňují detailní hodnocení efektivnosti jednotlivých hráčů v týmu.

Výsledky této práce poskytnou cenné poznatky o využívání této metody v univerzitním hokeji, a mohou tak ovlivnit rozhodování trenérů, hráčů i manažerů týmů. Přispěním k lepšímu porozumění efektivitě jednotlivých hráčů a v návaznosti i celých týmů. Vykazují tak potenciál pro zlepšení organizačních procesů.

## Klíčová slova:

metoda DEA, CCR výstupově orientovaný model, Univerzitní liga ledního hokeje, týmová efektivita, (efektivita jednotlivců, výkon)

# **Data envelopment analysis at university ice hockey league**

## **Abstract**

This bachelor thesis explores the application of the data envelopment analysis method in university hockey league. With the aim of analyzing and evaluating the effectiveness of teams in the university hockey league.

The first part of the thesis provides an overview of the theoretical content. Introducing the issues of university hockey and methods for measuring team effectiveness. The theoretical section primarily describes the data envelopment analysis method, serving as the basis for the subsequent analytical part of the thesis.

The analytical section involves identifying relevant inputs and outputs for evaluating team effectiveness. The method is applied using EMS software, which is commonly applied for addressing this issue. The results enable a detailed assessment of the efficiency of individual teams and players.

The findings of this thesis can offer valuable insights into the application of this method in university hockey and may influence the decisions of coaches, players, and team managers. This, in turn, contributes to a better understanding of the efficiency of individual players and, consequently, entire teams. The results demonstrate the potential for improving organizational processes.

## **Keywords:**

DEA method, CCR output oriented model, University ice hockey league, Effectivity

# Obsah

<b>1 Úvod.....</b>	<b>9</b>
<b>2 Cíl práce a metodika .....</b>	<b>10</b>
<b>3 Teoretická východiska .....</b>	<b>11</b>
3.1 Model DEA .....	11
3.1.1 Výnosy z rozsahu .....	14
3.1.1.1 Konstantní výnosy z rozsahu (CRS – constant returns to scale) .....	14
3.1.1.2 Variabilní výnosy z rozsahu (VRS – Variable returns to scale).....	15
3.1.2 Superefektivnost .....	15
3.2 Model CCR .....	16
3.2.1 Vstupově orientovaný model .....	16
3.2.2 výstupově orientovaný model .....	17
3.3 Výhody a nevýhody metody DEA .....	18
3.4 Univerzitní liga ledního hokeje .....	19
<b>4 Vlastní práce.....</b>	<b>20</b>
4.1 Rozhodovací jednotky (DMU – Decision Making Unit).....	20
4.2 Vstupy a výstupy rozhodovacích jednotek .....	22
4.3 EMS efektivita/superefektivita.....	23
<b>5 Zhodnocení výsledků .....</b>	<b>25</b>
5.1 Vyhodnocení výsledků EMS.....	25
5.2 Shrnutí výsledků a doporučení .....	28
<b>6 Závěr.....</b>	<b>30</b>
<b>7 Seznam použitých zdrojů .....</b>	<b>31</b>
<b>Seznam obrázků, tabulek, grafů a zkratk.....</b>	<b>33</b>
7.1 Seznam obrázků .....	33
7.2 Seznam tabulek .....	33
7.3 Seznam rovnic .....	33

# 1 Úvod

Tato bakalářská práce se zaměřuje na hodnocení efektivity pomocí vzájemně porovnávaných produkčních jednotek univerzitní ligy ledního hokeje. Klíčovým nástrojem pro analýzu je matematický model. Konkrétně metoda datových obalů (DEA – Data Envelopment Analysis).

První část práce vysvětluje základní pojmy propojené s efektivitou, jako jsou produkční jednotka, peer jednotka, virtuální jednotka nebo technická efektivita.

Následně se práce věnuje detailnímu popisu metody DEA a softwaru EMS (Efficiency Measurement System), který spolupracuje s MS Excel.

Druhá část práce je soustředěna na aplikaci metody datových obalů v prostředí univerzitního hokeje. Je představen základní chod Univerzitní ligy, jejích pravidel a základních statistik. Na jejich základě byly vybrány vstupy a výstupy pro matematický model využitý v této práci.

Praktická část této bakalářské práce zahrnuje výpočty efektivity hráčů a týmů v univerzitní lize ledního hokeje. V závěru jsou efektivity jednotlivých hráčů a klubů porovnávány s reálným umístěním v tabulce. Tímto způsobem je porovnáváno, zda se mohou matematické modely úspěšně aplikovat i v takto nekonvekčních odvětvích jako je univerzitní liga ledního hokeje.

Analýza dat získaná výpočtem efektivity s reálným umístěním nabízí pohled na využití modelu DEA ve specifickém sportovním prostředí. Otevírá tak možnosti matematických modelů ve sledování efektivity hráčů a týmů v univerzitní lize.

## 2 Cíl práce a metodika

### CÍL PRÁCE

Hlavním cílem bakalářské práce je využití metody DEA (datových envelopment analysis) k hodnocení efektivity týmů univerzitní hokejové ligy ledního hokeje v sezóně 2022/2023. Na analýzu budou využita vstupní a výstupní data získaná z oficiálních stránek ULLH.

Využitá data budou získána ze sezóny 2022/2023, která již byla ukončena. Následovně bude porovnána s výpočty provedenými metodou DEA. Po identifikaci nejefektivnějších týmů a porovnání jejich výsledků s reálnou výslednou tabulkou ze sezóny 2022/2023. Lze získat informace o akurátnosti využití matematického modelu v univerzitním sportovním odvětví.

Následné porovnání výsledků a informací z praktické části práce. Ukáže možné aplikace analytických nástrojů v oblasti sportu a demonstraci rozšířených možností aplikace metody mimo již aplikovaná prostředí.

### METODIKA

V teoretické části mé práce byla pečlivě provedena literární rešerše zaměřená na ekonomicko-matematické metody, efektivitu, a především analýzu obalu dat. Cílem bylo získání uceleného přehledu a klíčových konceptů metodiky. Za pomoci odborných článků, byla získávána data o stávajících poznatcích v dané oblasti, relevantní pro mou studii.

Klíčový důraz byl v praktické části veden na výběr vhodného programu, konkrétně specifikovaného jako software EMS (Efficiency Measurement System), který byl optimální pro mé výpočty. Pro správné využití výpočetního softwaru metody DEA byla nezbytná detailní úprava a specifikace dat. Výběrem rozhodovacích jednotek a určením vstupů a výstupů byla zajištěna konzistence a přesnost vstupních informací pro správný chod softwaru EMS.

Tato fáze praktické části poskytla solidní jádro pro následné výpočty a analýzy efektivity. Kalkulace byly provedeny na základě pečlivě připravených a specifikovaných dat získaných oficiálních stránek ULLH. Po úspěšném vložení dat do softwaru byla provedena detailní analýza, která poskytla vypočítaná data. Tyto výsledky pak sloužily jako základ pro vyhodnocení a interpretaci. S cílem zajištění srozumitelnosti byla věnována závěrečná část praktické části podrobným popisům postupů a kroků při implementaci modelu DEA. Práce tak může posloužit jako inspirace pro další výzkumy v oblasti efektivity a analýzy dat ve sportovním prostředí.

### 3 Teoretická východiska

V této části práce se zaměříme na teoretickou část, kde aktuální problematiku zkoumáme. Po provedení rešerše na téma mě zaujala široká možnost aplikace modelu DEA.

Tato metoda není využívána pouze v tradičních oborech jako je školství, podnikání a ekonomika, ale najde si své místo i ve sportovním odvětví. V dnešní době rozmachu popularity sportu není překvapením, že sem pronikají i velké finanční prostředky. Úspěšný klub dokáže přitáhnout sponzory a investice, což mu umožňuje další rozvoj a zlepšování jeho chodu. Tím pádem se otevírají dveře pro nové talenty, které pomáhají udržet tým na vrcholu. Tento propojený efekt mezi sportovní výkonností a ekonomickou efektivitou je důležitým tématem, které se zabývá odborný článek zaměřený na fotbalovou španělskou profesionální ligu (Guzmán-Raja & Guzmán-Raja, 2021).

Dalším sportovním odvětvím, kde se metoda DEA využívá, je basketbal. Díky častému používání se vyvinuly komplexnější a přizpůsobené metody DEA, které se zaměřují na hodnoty efektivně ohodnocených hráčů. Například, lze ukázat, jak tyto hodnoty mohou být využity k identifikaci relativně silných a slabých stránek jednotlivých hráčů (Cooper, Ruiz, & Sirvent, 2009).

V rámci výzkumu kriketu byl využit model superefektivity DEA, který poskytuje lepší výsledky než konvenční Bankerův, Charnesův a Cooperův model DEA v případě vyššího počtu efektivních hráčů (Adhikari & al., 2020).

Dále se DEA používá i k měření relativní efektivnosti zúčastněných zemí na olympijských hrách, (Sekitani & Zhao, 2021).

Odborné práce také zkoumají efektivitu v ledním hokeji, od prestižní NHL (Jablonský, Individual and team efficiency; case of the National Hockey League, 2021) až po českou extraligu (Pelloneová & al., 2022).

#### 3.1 Model DEA

V oblasti ekonomické teorie a analýzy efektivity výrobních jednotek se využívá metoda Data Envelopment Analysis (DEA). Tato matematická metoda slouží k hodnocení efektivity výrobních procesů a vychází ze základního principu maximálního výstupu vzhledem k daným vstupům (Jablonský & Dlouhý, 2004).

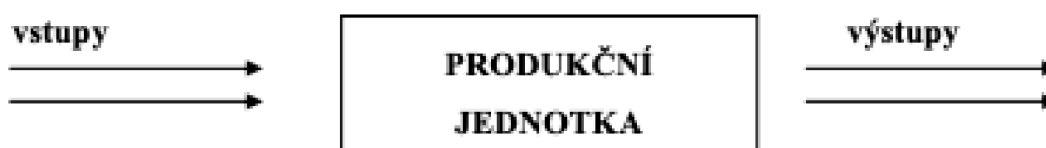
Základním cílem metody DEA je analyzovat produkční jednotky, nazývané Decision Making Units (DMU), a klasifikovat je jako efektivní nebo neefektivní. V rámci této metody je klíčovým pojmem efektivnost, kterou definuje ekonomická teorie jako stav, kdy nelze s danými zdroji dosáhnout vyšší produkce jednoho výrobku nebo služby bez omezení produkce jiného. DEA tak sleduje minimalizaci plýtvání zdroji a optimalizaci výstupů. Tento proces je založen na minimalizaci vstupů a současně maximalizaci výstupů, což umožňuje identifikovat, které jednotky dosahují optimální úrovně výkonu. Metoda DEA vychází z principů lineárního programování, kde programování znamená plánování ekonomických aktivit (Jablonský & Dlouhý, 2004).

Historicky se metoda DEA vyvinula z původního Farellova modelu z roku 1957. Model byl však pouze schopen měřit efektivnost u jednotek s jedním vstupem a jedním výstupem. O rozšíření základního modelu se především postarali

Charnes, Cooper a Rhodes v roce 1978 a Banker, Charnes a Cooper z roku 1984. Tyto modely rozšířily původní Farellovy koncepty, umožňující práci s více vstupy a výstupy. Tím se DEA stala silným nástrojem pro posuzování efektivity v komplexnějších ekonomických situacích.

Modely dnes známe především pod názvy CCR a BCC jakožto složení počátečních písmen jmen autorů (Kao, 2017).

Nepostradatelnou součástí manažerského řízení je rozhodování a hodnocení efektivnosti. Pokud chceme hodnotit efektivnost jisté jednotky. Hodnotíme schopnost jednotky transformovat vstupy na výstupy. Tuto efektivnost nelze hodnotit absolutně, nýbrž se hodnotí relativně v soboru srovnatelných neboli homogenních jednotek. Tyto homogenní jednotky v souborech jsou označovány za jednotky produkční. Za účelem produkční jednotky produkovat žádané výstupy musí spotřebovává nějaké vstupy (Dlouhý, Jablonský, & Zýková, 2018).



Obrázek 1 Proces transformace vstupů na výstupy, zdroj (Jablonský & Dlouhý, 2004)

Při posuzování efektivnosti produkční jednotky se fakticky zabýváme tím, jak účinně dokáže jednotka transformovat vstupy na výstupy v porovnání s ostatními jednotkami daného souboru (Jablonský & Dlouhý, 2004).

*„Definice:*

*Jednotka je efektivní, jestliže spotřebovává malé množství vstupů ve vztahu k produkci velkého množství výstupů (Brožová, Houška, & Šubrt, 2003).“*

Z této definice lze odvodit, že neefektivní jednotky musí změnit vstupy anebo výstupy v podobě snížení jednotek vstupů anebo zvýšení jednotek výstupů, aby se stala efektivní.

Vstupní data modelu lze zapsat pomocí tabulky. Sloupce zde odpovídají vstupům, které mají minimalizační kritérium a výstupům které mají kritérium maximalizační odvozené z efektivity. Za předpokladu, že zkoumaný výběr zahrnuje  $p$  jednotek.  $P$  jednotky jsou označeny  $DMU_1$  až  $DMU_p$ . Kde DMU (decision making unit) každá z nich spotřebovává  $m$  vstupů na produkci  $n$  výstupů.  $x_{ik}$  je množství vstupu  $i$  spotřebovaného jednotkou  $k$  a  $y_{jk}$  je množství výstupů  $j$  produkovaného  $k$ -tou jednotkou (Šubrt & al., 2015).



	Vstupy				Výstupy			
	X1	X2		Xm	Y1	Y2		Yn
DMU 1	X11	X21		Xm1	Y11	Y21		Yn1
DMU 2	X12	X22		Xm2	Y12	Y22		Yn2
DMU p	X1p	X2p		Xmp	Y1p	Y2p		Ynp

Obrázek 2 tabulka vstupních údajů pro model DEA, zdroj (Šubrt & al., 2015)

Za podmínky hodnocení efektivnosti, kdy se jedná pouze o jeden vstup a jeden výstup lze pak zkoumanou jednotku velmi snadno znázornit poměrovým ukazatelem

$$Efektivnost = \frac{výstup}{vstup}$$

Rovnice 1 rovnice efektivnosti, zdroj (Jablonský & Dlouhý, 2004)

Co se týče jednotek, které spotřebovávají soubor vstupů a produkují soubory výstupů, využívá se daný vztah:

$$Efektivita = \frac{vážená\ suma\ výstupů}{vážená\ suma\ vstupů}$$

Rovnice 2 rovnice Efektivity, zdroj (Šubrt & al., 2015)

Matematicky lze tento vztah zapsat tímto způsobem

$$\Phi_k = \frac{\sum_{j=1}^n u_j y_{jk}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}}, k = 1, \dots, p,$$

Rovnice 3 výpočet koeficientu technické efektivity, zdroj (Šubrt & al., 2015)

kde

$\Phi_k$  je koeficient technické efektivity

$k$  zahrnuje zkoumaný  $p$  počet jednotek

$m$  počet vstupů na produkci  $n$  výstupů které spotřebovává rozhodovací jednotka

$x_{ij}$  je množství vstupu  $i$  spotřebovaného jednotkou  $k$  a  $y_{jk}$  je množství výstupu  $j$  produkovaného  $k$ -tou jednotkou

$v_i$  a  $u_j$  jsou jednotné váhy vstupů a výstupů pro všechny hodnocené jednotky.

Zdroj (Šubrt & al., 2015)

### 3.1.1 Výnosy z rozsahu

Pro základní přehled o problematice DEA je zde uveden jednoduchý příklad. Jedná se o 6 fakult, které operují v homogenním prostředí. To jsou naše produkční jednotky. Jako vstup( $x$ ) jsou zde uvedeny počty pedagogů na jednotlivých fakultách. V podobě výstupu( $y$ ) zde máme počet studentů na fakultách (Dlouhý, Jablonský, & Zýková, 2018).

vstupní data pro ukázkový příklad:

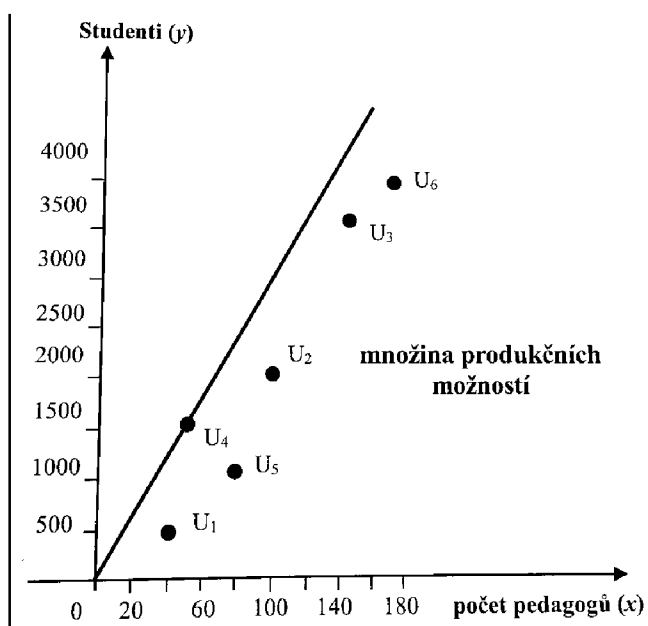
Fakulta	U <sub>1</sub>	U <sub>2</sub>	U <sub>3</sub>	U <sub>4</sub>	U <sub>5</sub>	U <sub>6</sub>
Počet pedagogů ( $x$ )	40	100	150	50	80	180
Počet studentů ( $y$ )	500	2000	3600	1500	1200	4000
Studenti/počet pedag. ( $y/x$ )	12,5	20,0	24,0	30,0	15,0	22,2

Obrázek 3 tabulka ukázkového příkladu, zdroj (Dlouhý, Jablonský, & Zýková, 2018)

Jelikož se jedná o příklad s jedním vstupem a jedním výstupem. Znamená to že pomocí jednoduchého podílu výstup/vstup neboli v tomto případě  $y/x$ . Interpretujeme výsledek jako nejefektivnější jednotku jako jednotku s největším podílem (Dlouhý, Jablonský, & Zýková, 2018).

#### 3.1.1.1 Konstantní výnosy z rozsahu (CRS – constant returns to scale)

Pokud je jednotka s kombinací vstupů ( $x, y$ ) efektivní pak jednotka s přímo úměrnou kombinací vstupů a výstupů ( $\alpha x, \alpha y$ ) bude taktéž efektivní (Dlouhý, Jablonský, & Zýková, 2018).



Obrázek 4 Graf konstantní výnosy z rozsahu, zdroj (Dlouhý, Jablonský, & Zýková, 2018)

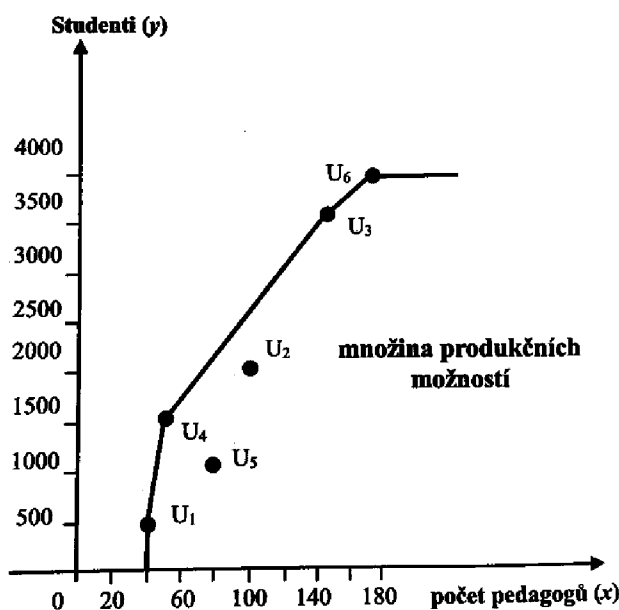
Efektivní hranice je získána propojením počátku grafu s jednotku, která ve vztahu k ostatním efektivní, tvoří přímku. Ostatní jednotky efektivní nejsou. V tomto případě je efektivní pouze

jednotka  $U_4$  ostatní jsou neefektivní. Pro to, aby se z neefektivních jednotek staly jednotky efektivní, museli by využít jednu ze tří různých druhů změn (Dlouhý, Jablonský, & Zýková, 2018):

- Zvýšení hodnoty výstupů
- Snížení hodnoty vstupů
- Poslední možností je kombinace obou předešlých možností

### 3.1.1.2 Variabilní výnosy z rozsahu (VRS – Variable returns to scale)

Na rozdíl od konstantních výnosů z rozsahu zde neplatí pravidlo o vyváženém násobku  $\alpha$  vůči poměru k efektivní jednotce (Dlouhý, Jablonský, & Zýková, 2018).



Obrázek 5 graf variabilních výnosů z rozsahu, zdroj (Dlouhý, Jablonský, & Zýková, 2018)

Efektivní hranice je modifikována na rozdíl od předchozí hranice efektivnosti je tato hranice konvexní. Neplatí zde totiž požadavek, že  $\alpha$  násobek vstupů musí být růstem výstupů o shodným násobkem. Pokud poměrný nárůst výnosů z rozsahu bude vyšší nebo nižší, než nárůst vstupů neznamená to automaticky, že je jednotka neefektivní. V tomto případě jsou jednotky  $U_1$ ,  $U_4$ ,  $U_3$  a  $U_6$  jednotky efektivní (Dlouhý, Jablonský, & Zýková, 2018).

### 3.1.2 Superefektivnost

Základními modely DEA lze mezi neefektivními jednotkami pozorovat rozdíl a je tak možné je mezi sebou porovnávat. Rozhodovací jednotky, které však leží na hranici efektivnosti a tvoří tak obal efektivních jednotek, jsou v základních modelech označeny stejnou hodnotou efektivnosti. Pro odlišení mezi efektivními jednotkami je nutné využít jeden z modelů superefektivnosti.

Všechny modely superefektivnosti operují na stejném principu. Hodnocená efektivní jednotka je v podstatě vyjmuta ze souboru jednotek. Tento proces vyčlenění je dosažen nastavením váhy vybrané jednotky na nulu. Tím dochází k změně efektivní hranice. Výsledná hodnota

superefektivní jednotky je určena vzdáleností mezi vstupy a výstupy efektivní jednotky od nově definované efektivní hranice, kdy byla jednotka vyjmuta z úvah pro tento účel. V závislosti na orientaci modelu je míra efektivnosti v případě vstupově orientovaných modelů větší než jedna, zatímco v opačném případě výstupově orientovaných modelů, menší než jedna (Dlouhý, Jablonský, & Zýková, 2018).

## 3.2 Model CCR

CCR DEA model se řadí mezi první a základní modely DEA. V roce 1978 byl navržen Charnesem, Cooperem a Rhodesem. Právě podle autorů bývá označován jako CCR model (Kao, 2017).

Práce dále pokračuje představením dvou základních modelů DEA.

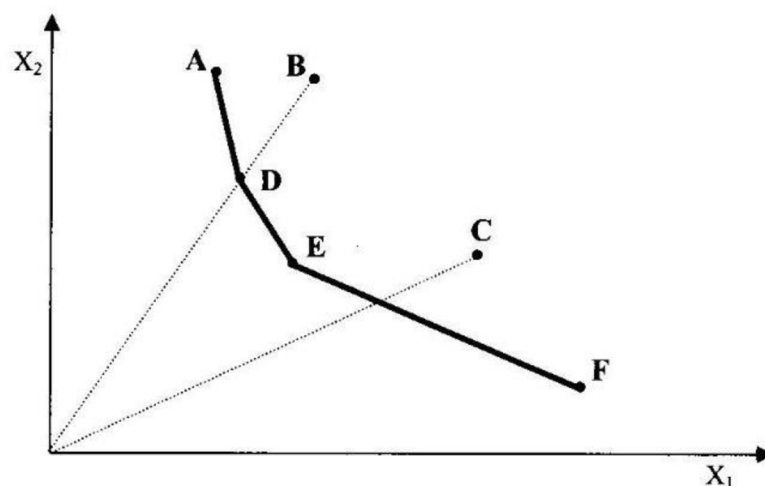
### 3.2.1 Vstupově orientovaný model

Model je zaměřen na vstupy. Jde o to, že když je jednotka neefektivní tak se snaží pomocí vstupů jednotku transformovat, neboli z jednotky neefektivní udělat jednotku efektivní.

Pro správnou aplikaci modelu předpokládáme konstantní výnos z rozsahu, což představuje změnu množství vstupů. Změna je přímo úměrná změně množství výstupů. Podmínkou pro váhy je stanovení koeficientu bylo z intervalu mezi  $(0,1>$ .

Pokud má jednotka koeficient rovný jedné jedná se o jednotku efektivní. Ostatní jednotky s koeficientem menším, nežli je jedna jsou neefektivní. V modelu orientovaném na vstupy poukazuje míru potřebnou na snížení vstupů pro modifikaci na jednotku efektivní (Šubrt & al., 2015).

Zobrazení principu vstupově orientovaného modelu DEA



Obrázek 6 graf vstupově orientovaného modelu DEA, zdroj (Šubrt & al., 2015)

V přiloženém grafu se jednotky A, D, E a F nachází na praktické hranici efektivnosti, protože spotřebovávají nejméně vstupů. Naopak jednotky B a C jsou jednotky neefektivní, jelikož jejich spotřeba je příliš vysoká. Průsečík hranice praktické efektivnosti vedoucí do neefektivních jednotek jsou takzvané virtuální jednotky. V případě virtuální jednotky B je zastoupena

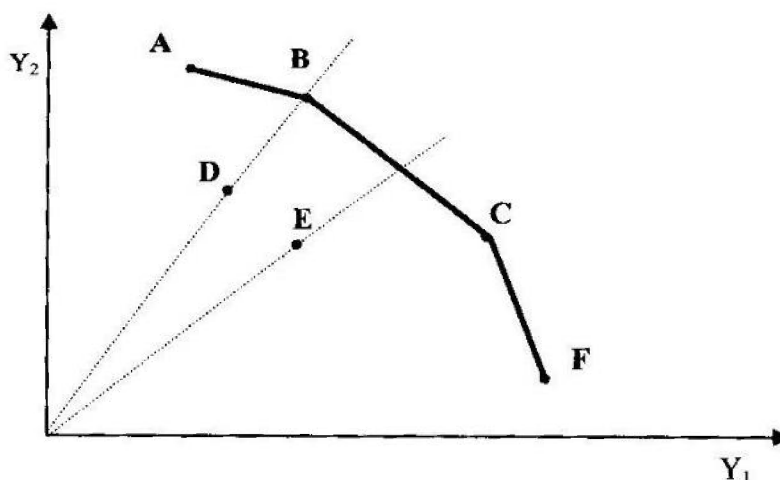
skutečnou jednotkou D, což znamená, že jednotka B by měla snížit své vstupy na úroveň jednotky D. V případě jednotky C neexistuje reálná virtuální jednotka, ale kombinací jednotek E a F lze dosáhnout podobného efektu. Jednotky E a F jsou označovány jako peer jednotky pro jednotku C.

Celkový model nám poskytuje váhy vstupů a výstupů pro každou jednotku tak, aby každá jednotka maximalizovala koeficient technické efektivity. Tento koeficient nesmí překročit hodnotu 1 a váhy musí být kladné; nemohou být záporné (Šubrt & al., 2015).

### 3.2.2 výstupově orientovaný model

Tento model vychází ze vstupově orientovaného modelu. Jsou na něm patrné úpravy, které modely od sebe odlišují. Jak vychází již z názvu jedná se především o změnu zaměření. Tento model je zaměřen na výstupy. Z neefektivní jednotky se stává efektivní pomocí změny množství výstupů. Váhy je potřeba určit podle koeficientu, který přikazuje, aby byl vždy větší nežli jedna. V případě, že se koeficient jednotky rovná jedné. Vyplývá z toho, že je jednotka efektivní. Pokud je však koeficient jednotky větší, nežli jedna je tato jednotka neefektivní. Pomocí koeficientu je také možné zjistit potřebné navýšení množství vstupů pro modifikaci neefektivní jednotky na jednotku efektivní (Šubrt & al., 2015).

Zobrazení principu výstupově orientovaného modelu DEA



Obrázek 7 graf zobrazující princip výstupově orientovaného modelu DEA, zdroj (Šubrt & al., 2015)

Jelikož jednotky A, B, C a F produkují největší množství výstupů. Jsou tyto jednotky umístěny na hranici efektivnosti. Hranice efektivnosti také tvoří konvexní obal. Dalo by se říci, že efektivní hranice vytvořila tzv. obal, který vně obalu zachycuje neefektivní jednotky. V tomto případě se jedná o jednotky D a E. Na celém prostoru, kde se nenacházejí jednotky na hranici efektivit jsou brány jako neefektivní. Je pravda, že pokud by se přidali další jednotky mohlo by to obal opět trochu změnit, jelikož se jednotky v souboru navzájem ovlivní. Obal efektivnosti je tvořen v porovnání s ostatními jednotkami v daném souboru. Naopak jednotky D a E efektivitu nevykazují (Šubrt & al., 2015).

V grafu máme znázorněné dvě situace, které mohou nastat v případě neefektivních jednotek. Cílem v tomto příkladu je zjistit co je zapotřebí pro modifikaci neefektivní jednotky na jednotku efektivní. Tato problematika je dále podrobněji rozebrána. Pro neefektivní jednotku D je její peer jednotkou, jednotka B. V tomto případě není tedy zapotřebí využívat hypotetické jednotky, jelikož jednotka B je skutečná. Efektivita jednotky D se tedy dopočítá jako podíl vzdálenosti jednotky B od počátečního bodu a jednotky D od počátečního bodu (Šubrt & al., 2015).

V druhém případě je rozebírána neefektivní jednotka E. Zde bude zapotřebí jednotka hypotetická. Nachází se na efektivní hranici mezi efektivními jednotkami B a C v místech, kdy polopřímka vychází z počátečního bodu na grafu prochází jednotkou E a protíná efektivní hranici. Tento bod bude označen jako  $U'$ . Výpočet efektivnosti jednotky E bude dosažen podílem vzdálenosti jednotky  $U'$  od počátečního bodu a jednotky E od počátečního bodu (Šubrt & al., 2015).

Ucelené vysvětlení virtuální jednotky nám pomůže porozumět tato definice:

*„Virtuální jednotka je hypotetická efektivní jednotka, která vyjadřuje efektivní spotřebu vstupů a produkci výstupů pro neefektivní jednotku. Je váženým součtem některých efektivních jednotek v systému, které se nazývají peer jednotky pro danou neefektivní jednotku (Brožová, Houška, & Šubrt, 2003).“*

### 3.3 Výhody a nevýhody metody DEA

Důležitým aspektem metody DEA (data envelopment analysis) je pomocí získaného koeficient zjistit, zda je daná produkční jednotka efektivní. Pokud je technická efektivita rovna jedné není v souboru jednotek efektivnější jednotka. Naopak pokud je produkční jednotka menší nežli jedna, existuje v souboru vybraných produkčních jednotek alespoň jedna, která je efektivnější.

Mezi klíčové výhody patří využití modelu v případech, kde jsou vstupy a výstupy v různorodých jednotkách a těžko agregovatelné. Například v systémech, kam se řadí školy, banky, nemocnice. Zde složitost spočívá v sjednocení a kvantifikaci různých aspektů efektivnosti (Brožová, Houška, & Šubrt, 2003).

K nevýhodám metody DEA patří fakt, jelikož se produkční jednotky navzájem ovlivňují. Celý model může být ve výsledku zkreslen jednotkou s extrémními daty které vybočují z řady. Zavádějící jsou pak také samozřejmě chybně doplněné hodnoty, které mohou celý výsledek modelu zkreslit ještě více.

Flexibilita přizpůsobivost daným podmínkám každé jednotky v podobě volby individuálních vah představuje jak výhodu, tak nevýhodu. Efektivní jednotka se může zdát jako efektivní i když ve skutečnosti není. Jde totiž o to, že může být efektivní vzhledem ke skupině jednotek která je zkoumána.

Za nevýhodu se dá též počítat náročnost modelu. Pokud není vypracován v programu. Metoda DEA efektivitu každé jednotky určuje na základě jednotlivě stanovených vah vstupů a výstupů. V závěru to znamená, že zvlášť pro každou jednotku musí být model sestaven a vyřešen (Šubrt & al., 2015).

### 3.4 Univerzitní liga ledního hokeje

Univerzitní liga ledního hokeje (ULLH) představuje v rámci ledního hokeje specifickou soutěž, odlišující se svými charakteristikami. Za prvé, je důležité zmínit, že se nejedná o profesionální ligu. Hráči zde nejsou finančně ohodnoceni.

Výjimečnost ULLH spočívá v časté fluktuaci kádru, což je ovlivněno skutečností, že se jedná o univerzitní ligu, a její hráči jsou zároveň studenty. K tomu přispívají dodatečná pravidla, jež musí hráči splňovat. Například absolvování alespoň 50 % předmětů v průběhu semestru. Pravidla se často upravují a vyvíjejí. Hokejová univerzitní liga v České republice je také pro to průkopníkem v oblasti univerzitních sportů. Inspirována úspěchem amerických univerzitních lig.

V průběhu každé sezóny dochází k rozlehlejší obměně kádru nežli v klasických soutěžích, kde jádro týmů zůstává po delší časový úsek. Obměna představuje pro vedení týmu a trenéry výzvu. Na konci a začátku každé sezóny probíhají pohovory ohledně budoucích plánů a setrvání hráčů v týmu. Nábor nových členů do týmů probíhá každý rok formou "tryoutů". Během nichž se utváří kádr pro nadcházející sezónu s cílem dosáhnout co nejlepších výsledků.

Sezóna se dělí na dvě části, základní a play-off. V této práci se věnujeme základní části sezóny 2022/2023, kdy liga zahrnovala deset týmů z univerzit v České republice. Každý tým hrál s každým dvě utkání. Jedno venkovní a jedno domácí. Body byly udělovány za vítězství v základní hrací době (3 body), za remízu v základní hrací době každý tým (1 bod). V tomto případě vyrovnaného stavu po základní hrací době následovalo prodloužení a případně samostatné nájezdy.

Hráči získávají body také samostatně prostřednictvím tzv. kanadských bodů což je součet vstřelených branek a asistencí. Asistence, tj. přihrávky na branku, jsou klíčovým prvkem v bodování, kde spoluhráč může získat bod za přihrávku na vstřelenou branku. V ledním hokeji se zapisují až dvě asistence na jednu vstřelenou branku, pokud se tedy 2 spoluhráči dotknou puku a puk se následně bez přerušení octne na hokejce hráče který vstřelí branku získávají daní spoluhráči každý po jedné asistenci. I proto je velice běžné, že asistence převyšují v bodování vstřelené branky.

Tyto dva hlavní ukazatele jsou vybrány jako výstupy pro modelu datových obalů. Jelikož je za cílem každého hráče tyto jednotky maximalizovat. Zároveň jsou rozhodujícím faktorem při určování výsledku zápasů. Jako vstup je vybrán počet zápasů, ve kterých hráči startovali. Je to soubor jednotky vstupů, kde měli hráči možnost maximalizovat požadované výstupy (ULLH, 2024).



## 4 Vlastní práce

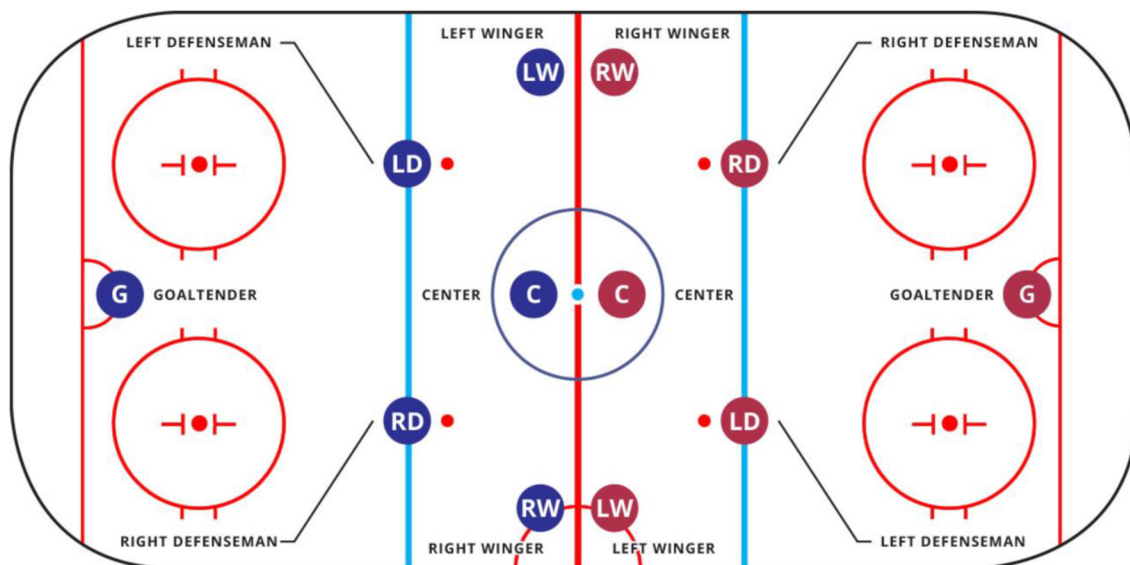
Pomocí modelu analýzy obalu dat vyhodnocuji relativní efektivnost. Za účelem přiblížení homogenitě produkčních jednotek byly jednotky rozděleny do skupin podle jejich role na ledě. Je tak možné jejich porovnání

### 4.1 Rozhodovací jednotky (DMU – Decision Making Unit)

Pro srovnání efektivty hráčů a celkové účinnosti, kterou hráči přinášejí do týmu, bude ilustrováno na příkladu ULLH. Zápasy ledního hokeje mají délku 60 minut, které jsou rozděleny do tří třetin. Každá třetina trvá 20 minut. Během přestávek mezi třetinami se upravuje led. Hráči a diváci si tak mohou odpočinout a občerstvit se.

Produkční jednotky využitě ve výzkumu zaměřeném na efektivitu týmů, jsou rozděleny na hráče působící na ledě, kteří jsou dále rozděleni do tří základních kategorií.

- Útočníci (levé křídlo, centr, pravé křídlo)
- Obránci (levý a pravý)
- Brankáři



Obrázek 8 digram hokejových pozic, zdroj (MonkeySports, 2024)

Na diagramu je pro lepší představu zobrazeno rozložení hráčů na lední ploše. Kde jsou týmy rozlišeny barvou.

Pro měření účinnosti hráčů jsem se rozhodl hodnotit obránce a útočníky odděleně, kvůli jejich odlišným rolím v týmech, aby se vzájemně ovlivňovali co nejméně jako skupiny měřených jednotek. Cílem je co nejvíce se přiblížit homogenním jednotkám.

Hlavní rolí útočníků, jak již název naznačuje, je útočit, tedy vstřelit branku a překonat obránce, kteří společně s brankářem čelí snaze týmu soupeře vstřelit branku. S vývojem hokeje se samozřejmě s časem mění i role hráčů na hřišti a taktiky. Obvykle mají útočníci vyšší podíl na vstřelených brankách, a proto bylo nutné hráče rozdělit do dvou skupin podle rolí, které vykonávají.



V sezóně 2022/2023 se v Univerzitní lize ledního hokeje (ULLH) představilo alespoň v jednom zápase celkem 292 hráčů. Pro účely mé práce jsem však zařadil do analýzy pouze 150 útočníků a 87 obránců.

V procesu výběru hráčů do měřených produkčních jednotek jsem zahrnul ty, kteří odehráli alespoň 3 zápasy. Tento krok jsem podnikl z důvodu, že většina hráčů, kteří nastoupili pouze do 3 zápasů, měla omezený vliv na dění hry, zejména vzhledem k převážné absenci bodového přínosu. Tímto krokem jsem chtěl eliminovat extrémní hodnoty a co nejvíce přiblížit výsledky mé práce reálným datům.

Z celkového počtu 167 útočníků, kteří absolvovali start v ULLH, jsem vyřadil 17 útočníků, kteří odehráli pouze 3 a méně zápasů v základní části. Tato opatření byla provedena i v případě obránců. Zde jsem ze zkoumané skupiny vyloučil 9 obránců s nízkým počtem odehraných zápasů bez významného bodového přínosu.

Celkově jsem tak do výzkumu zahrnul 87 obránců. Nedostatek odehraných zápasů může být přičítán různým faktorům, jako je osobní kvalita hráče, konkurence v týmu, zranění nebo problémy ve škole, které mohou mít vliv na schopnost podpořit tým v play off.

<b>Týmy</b>	<b>Útočníci</b>	<b>Obránci</b>
<b>Black dogs Budweis</b>	16	8
<b>BO Ostrava Vítkovice Steel</b>	14	12
<b>ČVUT Engineers Prague</b>	15	8
<b>HC MUNI</b>	15	9
<b>HC NORTH WINGS Ústí nad Labem</b>	12	6
<b>HC Univerzita Palackého v Olomouci</b>	15	10
<b>HC Univerzita Pardubice</b>	15	6
<b>UK Kings Prague</b>	15	9
<b>VUT Cavaliers Brno</b>	16	9
<b>ZČU Akademici Plzeň</b>	17	10
<b>Celkový počet</b>	150	87

*Tabulka 1 Vybrané rozhodovací jednotky rozděleny zvlášť do jednotlivých týmů, vlastní zpracování na základě dat - ULLH*

## 4.2 Vstupy a výstupy rozhodovacích jednotek

Veškeré vstupy a výstupy použité v modelu DEA byly vybrány z oficiálních stránek Univerzitní ligy ledního hokeje. Jedná se o data ze základní části univerzitní ligy v sezóně 2022/2023.

- Vstup (input-I) – počet odehraných utkání
- Výstup1(output-O) – počet vstřelených branek
- Výstup2(output-O) – počet asistencí

Všechny vstupní a výstupní hodnoty zaznamenané v práci jsou pouze ze základní části soutěže. I přes to, že jsou vybrány jednotky vstupů a výstupů ty nejpodstatnější aspekty, nejedná se o detailní odhalení výstupů, které by bylo možné v tomto případě pečlivě vyhodnotit. Bohužel, jak již bylo na počátku zmíněno, nejedná se o profesionální soutěž, a tak se zatím budeme muset spokojit se základními statistikami, které nám Univerzitní liga ledního hokeje (ULLH) poskytne.

Můžeme například uvažovat o hodnotách, jako je "Radegast index," který je sledován v nejlepší české lize. Jeden z ukazatelů v tomto indexu zahrnuje zablokované střely. Dalšími jsou hity, tedy fyzické zákroky, které mohou ovlivnit průběh hry soupeře nebo povzbudit vlastní tým, i když je otázkou, zda může ve větší míře ovlivnit průběh utkání.

Jako významné lze také považovat negativní výstupy, například vyloučení, kdy si hráč za svůj prohřešek musí odsedět na trestné lavici čas, odpovídající závažnosti prohřešku. Jeho tým pak hraje oslabený. Což znamená, že má soupeř větší šanci na vstřelení branky a naklonění výsledku utkání ve svůj prospěch.

Dále existuje bodové ohodnocení hráčů v závislosti na tom, kdy jsou na ledě. Pokud hráč během jeho pobytu na ledě inkasuje branku, bude mu odečten jeden bod. V opačném případě, pokud během jeho pobytu na ledě tým vstřelí branku, hráči obdrží každý po jednom bodu. U brankářů se hodnotí trochu odlišné statistiky, vzhledem k tomu, že v týmu zastávají nejodlišnější roli oproti ostatním pozicím.

### 4.3 EMS efektivita/superefektivita

	DMU	Score	Z(I){V}	G(O){}	A(O){}	Benchmarks	{S} Z(I)	{S} G(O)	{S} A(O)
1	Matouš	100,00%	1,00	1,00	0,00	88			
2	Vojtěch	170,65%	1,00	0,71	0,29	1 (0,58) 42 (0,42)	0,85	0,00	0,00
3	Jakub	200,00%	1,00	0,00	1,00	42 (1,00)	2,00	5,00	0,00
4	Michal	245,31%	1,00	0,62	0,38	1 (0,29) 42 (0,71)	1,42	0,00	0,00
5	Matěj	104,67%	1,00	0,60	0,40	1 (0,20) 42 (0,80)	1,59	0,00	0,00
6	Adam	128,69%	1,00	0,66	0,34	1 (0,40) 42 (0,60)	1,20	0,00	0,00
7	Jan Jindra	184,62%	1,00	0,00	1,00	42 (1,00)	2,00	2,23	0,00
8	Tomáš	490,63%	1,00	0,63	0,37	1 (0,29) 42 (0,71)	1,42	0,00	0,00
9	Daniel	650,00%	1,00	1,00	0,00	1 (1,00)	0,00	0,00	2,50
10	Tomáš	600,00%	1,00	0,00	1,00	42 (1,00)	2,00	11,00	0,00
11	David Volf	245,31%	1,00	0,62	0,38	1 (0,29) 42 (0,71)	1,42	0,00	0,00
12	David	200,00%	1,00	0,00	1,00	42 (1,00)	2,00	5,00	0,00
13	Jan	581,48%	1,00	0,56	0,44	1 (0,05) 42 (0,95)	1,90	0,00	0,00
14	Jan	114,29%	1,00	0,00	1,00	42 (1,00)	1,00	9,00	0,00
15	Tomáš	200,00%	1,00	0,00	1,00	42 (1,00)	1,00	3,00	0,00

Obrázek 9 tabulka zobrazující efektivitu vybraného souboru útočníků ze sezóny 2022/2023, vlastní zpracování na základě dat z ULLH

Pro pochopení tabulky vytvořené programem EMS zde je legenda a význam sloupců

- 1. sloupec obsahuje pořadí jednotek, ve kterém byly vloženy do programu
- 2. sloupec DMU (Decision Making Unit) neboli názvy rozhodovacích jednotek
- 3. sloupec Score je pro nás nejpodstatnější část tabulky. Jedná se výslednou míru efektivitu/superefektivitu
- 4. sloupec Z - zápas {I}- Input neboli vstup {V} – virtuální váha
- sloupce 5 a 6 jsou velmi podobné G-branky A- asistence, {O} – output neboli výstup, {V} opět se tu jedná o virtuální váhy
- Benchmarks – pokud je jednotka efektivní tak v řádku nacházíme počet jednotek pro které je tato jednotka peer jednotkou. Naopak pokud je jednotka neefektivní jsou pomocí čísel označeny jejich peer jednotky a v závorce koeficienty hodnot pro jejich virtuální jednotku.
- Sloupce na zakončující tabulku EMS označeny {S} jsou výstupy a vstupy programu EMS představující ovlivňující faktory

	DMU	Score	Z(I)	G(O)	A(O)	Benchmarks	{S} Z(I)	{S} G(O)	{S} A(O)
1	Matouš Masopust	76,92%	0,00	1,00	0,00		88		
2	Vojtěch Matějka	170,65%	0,00	0,71	0,29	1 (0,58) 42 (0,42)	0,85	0,00	0,00
3	Jakub Dohnal	200,00%	0,00	0,00	1,00	42 (1,00)	2,00	5,00	0,00
4	Michal Kučera	245,31%	0,00	0,62	0,38	1 (0,29) 42 (0,71)	1,42	0,00	0,00
5	Matěj Harkabus	104,67%	0,00	0,60	0,40	1 (0,20) 42 (0,80)	1,59	0,00	0,00
6	Adam Janoušek	128,69%	0,00	0,66	0,34	1 (0,40) 42 (0,60)	1,20	0,00	0,00
7	Jan Jindra	184,62%	0,00	0,00	1,00	42 (1,00)	2,00	2,23	0,00
8	Tomáš Jarý	490,63%	0,00	0,63	0,37	1 (0,29) 42 (0,71)	1,42	0,00	0,00
9	Daniel Skála	650,00%	2,82	1,00	0,00	1 (1,00)	0,00	0,00	2,50
10	Tomáš Teuber	600,00%	0,00	0,00	1,00	42 (1,00)	2,00	11,00	0,00
11	David Volf	245,31%	0,00	0,62	0,38	1 (0,29) 42 (0,71)	1,42	0,00	0,00
12	David Balát	200,00%	0,00	0,00	1,00	42 (1,00)	2,00	5,00	0,00
13	Jan Rejzek	581,48%	0,00	0,56	0,44	1 (0,05) 42 (0,95)	1,90	0,00	0,00
14	Jan Janoch	114,29%	0,00	0,00	1,00	42 (1,00)	1,00	9,00	0,00
15	Tomáš Vochozka	200,00%	0,00	0,00	1,00	42 (1,00)	1,00	3,00	0,00

Obrázek 10 tabulka zobrazující superefektivitu vybraného souboru útočníků ze sezóny 2022/2023, vlastní zpracování na základě dat ULLH

Ze zobrazené části tabulky lze vidět, že se jedná o superefektivitu. Rozdíl spočívá v hodnotě sloupce Score modře označeného řádku. Modrým pruhem je shodně jako v předchozí tabulce označená efektivní jednotka.

Efektivita u ostatních jednotek zůstává oproti tomu neměnná. Změna hlavně tkví v hodnotách efektivních jednotek. Místo 100% hranice efektivnosti se v tomto případě dostáváme za ni, aby bylo možné rozlišit efektivní jednotky. Superefektivita může přispět k lepšímu rozlišení a přiblížení se k realističtějším výsledkům. Je také zřetelnější rozdíl mezi jednotkami, které se v tomto celku přibližují efektivním jednotkám. V případě Matouše Masopusta, umístěného v tabulce pod číslem 1 a Jana Janocha na pozici 14, je rozdíl výrazně větší než v předchozí tabulce. Namísto rozdílu 14,29 % zde máme rozdíl 37,37 %. Matouš Masopust tak více snižuje průměr, než by to udělal ve prospěch svého týmu pomocí běžného rozdělení efektivity.

## 5 Zhodnocení výsledků

V této části je prezentováno stručné shrnutí a zobrazení zjištěných výsledků prostřednictvím tabulek. Pro porovnání virtuálního a reálného umístění. Jsou zde rovněž vysvětleny získané výsledky, aby bylo možné lépe porozumět a srovnat analýzu.

### 5.1 Vyhodnocení výsledků EMS

Týmy	Útok efekt.	Obrana efekt.	AVG	Umístění EMS	Rozdíl
<b>Black dogs Budweis</b>	3,07393125	1,6293125	2,35162188	1	2
<b>BO Ostrava Vítkovice Steel</b>	3,87628571	3,09470833	3,48549702	8	-1
<b>ČVUT Engineers Prague</b>	2,68411333	2,9444125	2,81426292	2	-1
<b>HC MUNI</b>	4,01832667	2,9466	3,48246333	7	-1
<b>HC NORTH WINGS Ústí nad Labem</b>	3,430625	2,43103333	2,93082917	3	2
<b>HC Univerzita Palackého v Olomouci</b>	2,84624667	3,02274	2,93449333	4	5
<b>Riders Univerzita Pardubice</b>	4,83862667	2,6014	3,72001333	9	-1
<b>UK Kings Prague</b>	3,99896667	2,3381	3,16853333	5	-1
<b>VUT Cavaliers Brno</b>	5,76873125	2,81144444	4,29008785	10	0
<b>ZČU Akademici Plzeň</b>	3,5771125	3,12742	3,35226625	6	-4

Tabulka 2 tabulka umístění efektivity EMS bez brankářů, vlastní zpracování na základě dat ULLH

V tabulce jsou uvedeny výsledné hodnoty ze softwaru EMS. Ve druhém a třetím sloupci je znázorněna zprůměrovaná hodnota efektivity útočníků a obránců již rozdělených podle příslušnosti týmů, za které sportovci nastupují. Čtvrtý sloupec obsahuje hodnoty celkové efektivity jednotlivých týmů získaných průměrem obou pozic hráčů. Následně jsou tyto průměry efektivity týmů ULLH porovnávány a seřazeny od nejefektivnějšího k nejméně efektivnímu. Na základě žebříčku je týmům přiřazeno virtuální umístění. Poslední sloupec tabulky zachycuje rozdíl mezi dopočítaným pořadím metodou DEA pomocí softwaru EMS s reálnými výsledky ULLH v sezóně 2022/2023.

Na první pohled je zřejmé, že se tým VUT Brno, jako jediný tým umístil v obou případech na identickém místě. Tým VUT Brno, kterému se očividně sezóna nevydařila. S odstupem se tak umístil na spodku tabulky.

Dále je zajímavé, že pět týmů se od reálného pořadí liší pouze o jedno místo v hodnocení. To ukazuje na poměrně přesnou korespondenci mezi modelem a skutečnými výsledky.

Týmy	Útok efekt.	Obrana efekt.	Brankáři efekt.	AVG Tým	Umístění EMS	Rozdíl
<b>Black dogs Budweis</b>	3,07393125	1,6293125	1,0406	1,91461458	1	2
<b>BO Ostrava Vítkovice Steel</b>	3,87628571	3,09470833	1,078	2,68299802	8	-1
<b>ČVUT Engineers Prague</b>	2,68411333	2,9444125	1,00013333	2,20955306	2	-1
<b>HC MUNI</b>	4,01832667	2,9466	1,0544	2,67310889	7	-1
<b>HC NORTH WINGS Ústí nad Labem</b>	3,430625	2,43103333	1,0637	2,30845278	3	2
<b>HC Univerzita Palackého v Olomouci</b>	2,84624667	3,02274	1,103225	2,32407056	4	5
<b>Riders Univerzita Pardubice</b>	4,83862667	2,6014	1,06205	2,83402556	9	-1
<b>UK Kings Prague</b>	3,99896667	2,3381	1,02423	2,45376667	5	-1
<b>VUT Cavaliers Brno</b>	5,76873125	2,81144444	1,07055	3,21690856	10	0
<b>ZČU Akademici Plzeň</b>	3,5771125	3,12742	1,0071	2,57054417	6	-4

Tabulka 3 tabulka umístění EMS s brankáři, vlastní zpracování na základě dat ULLH

Na základě předložené tabulky je demonstrován vliv brankářů na pořadí týmů v závislosti na jejich hodnotách efektivity. Mezi brankáři není pozorován výrazný rozdíl v hodnotách efektivity. Z tohoto důvodu je tak dopad na celkové pořadí dopočítané metodou DEA minimální. Hlavní přínos spočívá ve zvýšení celkové efektivity týmů, díky jejich konzistentní výkonosti a vysokých hodnot efektivity. Jelikož celková týmová efektivita nebyla výrazněji ovlivněna. Bylo rozhodnuto o vypuštění tohoto souboru rozhodovacích jednotek z dalších výpočtů a porovnávání. Přestože existuje jistá variabilita v jejich výkonech, není to zásadní z hlediska celkové úspěšnosti týmu. Jejich začlenění do modelu významně neovlivňuje výsledky.

Jako vstupní hodnoty pro brankáře byl použit počet střel vystřelených na brankáře. Zatímco výstupními hodnotami jsou chycené střely, tedy úspěšné zásahy brankářů. Cílem brankářů bylo maximalizovat úspěšné zákroky. Stejně jako u hráčů byl využit výstupní model CCR pro model DEA a stejný postup byl aplikován i v softwaru EMS. Vzhledem k minimálnímu vlivu na umístění týmu v tabulce ve výpočetní metodě však brankáři nebyli podrobněji zkoumáni.

Týmy	Útok efekt.	Obrana efekt.	AVG	Umístění EMS	Rozdíl
<b>Black dogs Budweis</b>	3,07393125	1,5891375	2,33153438	1	2
<b>BO Ostrava Vítkovice Steel</b>	3,87628571	3,09470833	3,48549702	8	-1
<b>ČVUT Engineers Prague</b>	2,68411333	2,9444125	2,81426292	2	-1
<b>HC MUNI</b>	4,01832667	2,9264	3,47236333	7	-1
<b>HC NORTH WINGS Ústí nad Labem</b>	3,430625	2,43103333	2,93082917	4	1
<b>HC Univerzita Palackého v Olomouci</b>	2,84624667	2,97274	2,90949333	3	6
<b>Riders Univerzita Pardubice</b>	4,83862667	2,6014	3,72001333	9	-1
<b>UK Kings Prague</b>	3,99896667	2,3381	3,16853333	5	-1
<b>VUT Cavaliers Brno</b>	5,76873125	2,81144444	4,29008785	10	0
<b>ZČU Akademici Plzeň</b>	5,76873125	3,10469	3,34090125	6	-4

Tabulka 4 tabulka umístění superefektivity EMS, vlastní pracování na základě dat ULLH

Tato tabulka koresponduje s předchozí tabulkou, přičemž jediný rozdíl spočívá v začlenění modelu superefektivity do výpočetního procesu. Hodnoty se tak liší v týmech, kde se nacházejí efektivní jednotky. Při prohlížení pořadí dopočítaného pomocí softwaru EMS lze pozorovat, že jediná změna nastala mezi týmy HC NORTH WINGS Ústí nad Labem a HC Univerzita Palackého v Olomouci. Díky celkově vyšší efektivitě způsobené přítomností efektivních jednotek v týmu se olomoucký celek posunul v žebříčku na třetí místo, čímž vytlačil tým North Wings na čtvrtou příčku. Tým Black dogs Budweis měl po olomouckém týmu druhý největší rozdíl mezi základní efektivitou a přístupem se superefektivitou. Nicméně, jelikož tento celek již obsadil první příčku ve virtuálním žebříčku, mohl si své postavení již pouze upevnit. U ostatních dvou týmů se superefektivními hodnotami byly změny zanedbatelné vzhledem k jejich celkovému umístění ve virtuální tabulce, a proto tabulka zůstala beze změn. Ve směs byly hodnoty rozdílů minimální, zejména z důvodu většího objemu zkoumaných jednotek, nikoli však zanedbatelné, jak bylo možné vyzpozorovat na příkladě olomouckém celku.

Týmy	AVG efektivita	AVG superefektivita	rozdíl
<b>Black dogs Budweis</b>	2,35162188	2,33153438	0,0200875
<b>BO Ostrava Vítkovice Steel</b>	3,48549702	3,48549702	0
<b>ČVUT Engineers Prague</b>	2,81426292	2,81426292	0
<b>HC MUNI</b>	3,48246333	3,47236333	0,0101
<b>HC NORTH WINGS Ústí nad Labem</b>	2,93082917	2,93082917	0
<b>HC Univerzita Palackého v Olomouci</b>	2,93449333	2,90949333	0,025
<b>HC Univerzita Pardubice</b>	3,72001333	3,72001333	0
<b>UK Kings Prague</b>	3,16853333	3,16853333	0
<b>VUT Cavaliers Brno</b>	4,29008785	4,29008785	0
<b>ZČU Akademici Plzeň</b>	3,35226625	3,34090125	0,011365

Tabulka 5 tabulka efektivit/superefektivity, vlastní zpracování na základě dat ULLH

Z poskytnuté tabulky vyplývá, že rozdíly se projevíly pouze u čtyř týmů ULLH. Pomocí těchto odchylek je možné identifikovat týmy, které mají v kádru alespoň jednoho efektivního



hráče. Efektivní hráči v daných klubech ovlivňují celkový průměr efektivity týmu. Vybrané rozhodovací jednotky jsou od sebe odlišeny pomocí superefektivnosti. I přes relativně malé změny v celkovém průměru efektivity lze pozorovat vliv na pořadí v tabulce, který byl identifikován pomocí metody DEA v tabulce číslo 4.

## 5.2 Shrnutí výsledků a doporučení

Aplikace modelu DEA na Univerzitní ligu ledního hokeje byla zvolena i z důvodu, že jsem její aktivní účastník. Bylo pro mě tak velice zajímavé srovnání teoretické (vědecké) části s praktickou. Z výsledků bylo patrné, že model DEA, aplikovaný pomocí softwaru EMS na problematiku univerzitní ligy ledního hokeje, se blížil reálným hodnotám. Jednalo se o využití jednoho ze základních modelů metody DEA. Zároveň vstupní a výstupní jednotky byly využity pouze nejpodstatnější hodnoty, které přímo ovlivňují konečný stav utkání a rozdělení bodového přínosu mezi týmy v tabulce.

Tým HC Univerzita Palackého v Olomouci se od ostatních týmů odlišuje starty hráčů v lize. Jako jediný tým lize má jeho nejvytěžovanější hráč z celkových 18 možných, pouze 16 odehraných utkání. V ostatních týmech se vyskytují hráči s plným počtem utkání v základní části ULLH, až na celek BO Ostrava, kde nejvíce vytižený hráč odehrál alespoň 17 zápasů. Celkově má olomoucký tým v průměru nejméně odehraných zápasů na hráče. Jelikož počet odehraných zápasů byl vybrán jako vstup pro hráče týmů, tedy rozhodovací jednotky. Tento fakt negativně ovlivnil výsledné výpočty modelu DEA pomocí softwaru EMS a stal se tak týmem s největším rozdílem v umístění v porovnání výsledného výpočtu modelu DEA a reálného umístění v tabulce. Jako jediný tým také zaznamenal změnu v pořadí v tabulce dopočítané metodou DEA pomocí softwaru EMS. V tabulce vyhodnocené pomocí superefektivnosti překonal tým North Wings z Ústí. Z týmů, které měly efektivní hráče v kádru, patřili efektivní hráči k těm nejefektivnějším. Opět to bylo z důvodu, kdy efektivní obránce nastoupil pouze do 5 utkání, ale nasbíral v nich celkem 5 bodů. Mezi obránci není běžné mít bod na zápas. Pouze hrstka obránců dokáže nasbírat takové hodnoty, proto řadí se mezi elitu v soutěži. Obvykle obránci sbírají především asistence, jelikož nemají tolik příležitostí vstřelit branku jako útočníci, což je dané jejich rolí v týmu.

ZČU Plzeň je druhým týmem, který se umístil nejdále od reálné příčky v tabulce hned po Olomouckém celku. Model DEA má celek z Plzně po Olomouckém nejméně efektivní obránce a když model vyhodnotíme pomocí superefektivnosti, stává se dokonce celkem s nejméně efektivní obranou, pokud jde o ohodnocení týmu na základě zvolených výstupů. Hlavní rolí obránců však není bodování v utkání, ale naopak zamezení bodování proti hráčskému týmu. Bohužel se nevedou konkrétní statistiky, které by lépe vypovídaly o úspěšnosti činnosti obránců. Hodnota efektivity obránců je tak jedním z podstatných důvodů proč se liší virtuální umístění plzeňského celku oproti realitě.

Nevýhodou našeho přístupu je omezení dat, která mohou ovlivnit výsledky modelu a snížit jeho přesnost. Navíc, aplikace modelu DEA vyžaduje pečlivou interpretaci výsledků a analýzu variability mezi skutečným a vypočítaným pořadím týmů. Další nevýhodou je potenciální zkreslení výsledků z důvodu extrémních dat nebo chybně doplněných hodnot.

Předpoklady našeho přístupu zahrnují kvalitní a reprezentativní data, která jsou klíčová pro přesné měření efektivity hráčů a týmů. Důležitým předpokladem je také pečlivé zvolení vstupů a výstupů pro model DEA, aby bylo dosaženo relevantních výsledků.

Mezi limity použití metody DEA patří náročnost modelu, zejména pokud není vypracován v programu. Dalším limitem je omezená schopnost metody zachytit synergie v týmu a další



obtížně měřitelné faktory, které mohou ovlivnit výsledky. Vzhledem k těmto limitům je důležité používat metodu DEA s rozvahou a uvědoměním si možných omezení.

## 6 Závěr

Práce poskytuje podrobný náhled na efektivitu a výkonnost hráčů a týmů v rámci univerzitního ledního hokeje v České republice. Analýza, provedená na datech z pravidelné sezóny 2022/2023 s využitím modelů DEA, si kladla za cíl detailně zkoumat efektivitu jednotlivých hráčů na základě jejich výkonnostních záznamů. Data hráčů ULLH byla systematicky zprůměrována podle týmové příslušnosti, což umožnilo vypočítat celkovou efektivitu jednotlivých týmů pomocí individuálních efektivit. Tyto hodnoty byly následně konfrontovány se skutečným umístěním týmů po základní části soutěže.

Výsledky modelů až na jediný případ odhalují odchylky od reálného umístění týmů v tabulce. Opakovaně se však jednalo rozdíl jediné pozice v tabulce ať už výše nebo níže. Tato odchylka může být přičítána omezenému množství dostupných dat. Jedinou již zmíněnou výjimkou je tým VUT Brno, který se shoduje s reálným pořadím v tabulce podle modelu DEA. Tento fakt lze přičíst jeho nevydařené sezóně, která ho od ostatních týmů výrazně odlišuje. Propastný rozdíl 12 bodů mezi týmem VUT Brno a předposledním týmem HC Univerzita Palackého v Olomouci v tabulce je výrazným faktorem. Žádný jiný tým neztrácí takový počet bodů na nejbližšího konkurenta, který se nachází o příčku výše v tabulce.

Přestože jsme v analýze zahrnuli klíčové proměnné, stále existuje potenciál pro rozšíření. Výběr vhodných proměnných (vstupů a výstupů) hraje klíčovou roli v měření efektivit. Další faktory, jako jsou výsledky na domácím ledě, počet trestných minut hráčů nebo počet vítězných gólů, by mohly obohatit analýzu. I přes zaměření na klíčové proměnné můžou další experimenty s novými datovými sadami přinést užitečné poznatky.

Důležitým aspektem, ovlivňujícím interpretaci výsledků, jsou drobné změny v reálném pořadí, závislé na počtu bodů během sezóny. Tyto malé, často náhodné změny ve výsledcích několika zápasů mohou výrazně ovlivnit konečné pořadí týmů. Tato skutečnost zdůrazňuje nutnost pečlivého hodnocení výsledků a začleňování míry variability do interpretace rozdílů mezi skutečným a vypočítaným pořadím.

Celková analýza naznačuje, že i přes zahrnutí co zásadních faktorů, jako je efektivita a výkon týmu. Nejsou pouze otázkou individuálních hráčských výkonů. Tým je komplexní entita, a jeho úspěch závisí na mnoha dalších obtížně měřitelných faktorech. Synergie v týmu, která není snadno kvantifikovatelná, může výrazně ovlivnit výsledky. Tyto zjištění podporují potřebu dalšího výzkumu zaměřeného na výběr vhodných proměnných a vytvoření komplexnějších modelů pro přesnější a hlubší analýzu sportovních výsledků.

## 7 Seznam použitých zdrojů

ADHIKARI, Arnab, et al. An innovative super-efficiency data envelopment analysis, semi-variance, and Shannon-entropy-based methodology for player selection: evidence from cricket. *Annals of Operations Research*, 2020, 284.1: 1-32.

BROŽOVÁ, Helena, Milan HOUŠKA a Tomáš ŠUBRT. 2003. Modely pro vícekritériální rozhodování. 172 s. V Praze: Česká zemědělská univerzita. ISBN 978-80-213- 1019-3.

COOPER, William W.; RUIZ, Jose L.; SIRVENT, Inmaculada. Selecting non-zero weights to evaluate effectiveness of basketball players with DEA. *European journal of operational research*, 2009, 195.2: 563-574.

DLOUHÝ, Martin, Josef JABLONSKÝ a Petra ZÝKOVÁ. 2018. Analýza obalu dat. Praha: Professional Publishing. ISBN 978-80-88260-12-7.

GUZMÁN-RAJA, Isidoro; GUZMÁN-RAJA, Manuela. Measuring the efficiency of football clubs using data envelopment analysis: Empirical evidence from Spanish professional football. *Sage Open*, 2021, 11.1: 2158244021989257.

Chiang Kao 2017. Network Data Envelopment Analysis. 447 s. in Switzerland ISBN 978-3-319-31718-2

Jablonský, J. (2021). Individual and team efficiency: a case of the National Hockey League. *Central European Journal of Operations Research*, 30(2), 479–494. <https://doi.org/10.1007/s10100-021-00775-0>

JABLONSKÝ, Josef a Martin DLOUHÝ. 2004. Modely hodnocení efektivnosti produkčních jednotek. Praha: Professional Publishing. 183 s. ISBN 80-86419-49-5.

PELLONEOVÁ, Natalie, et al. Measuring the Technical Efficiency of Hockey Players: Empirical Evidence from Czech Hockey Competition. *Studia sportiva*, 2022, 16.2: 229-248.

SEKITANI, Kazuyuki; ZHAO, Yu. Performance benchmarking of achievements in the Olympics: An application of Data Envelopment Analysis with restricted multipliers. *European Journal of Operational Research*, 2021, 294.3: 1202-1212.

ŠUBRT, Tomáš et al. Ekonomicko-matematické metody. Plzeň: Aleš Čeněk, 2015 331 s. ISBN 978-80-7380-563-0.

## INTERNETOVÉ ZDROJE

ULLH. (14. Leden 2024). *Univerzitní hokejová liga*. Načteno z <https://univerzitnihokej.cz/>

Monkeysports. (14. Leden 2024). *Hockey Monkey*. Načteno z <https://www.hockeymonkey.com/learn/hockey-positions>

## Seznam obrázků, tabulek, grafů a zkratk

### 7.1 Seznam obrázků

Obrázek 1 Proces transformace vstupů na výstupy, zdroj (Jablonský & Dlouhý, 2004) ...	12
Obrázek 2 tabulka vstupných údajů pro model DEA, zdroj (Šubrt & al., 2015).....	13
Obrázek 3 tabulka ukázkového příkladu, zdroj (Dlouhý, Jablonský, & Zýková, 2018) ....	14
Obrázek 4 Graf konstantní výnosy z rozsahu, zdroj (Dlouhý, Jablonský, & Zýková, 2018)	14
Obrázek 5 graf variabilních výnosů z rozsahu, zdroj (Dlouhý, Jablonský, & Zýková, 2018)	15
Obrázek 6 graf vstupově orientovaného modelu DEA, zdroj (Šubrt & al., 2015) .....	16
Obrázek 7 graf zobrazující princip výstupově orientovaného modelu DEA, zdroj (Šubrt & al., 2015) .....	17
Obrázek 8 digram hokejových pozic, zdroj (Monkeysports, 2024) .....	20
Obrázek 9 tabulka zobrazující efektivitu vybraného souboru útočníků ze sezóny 2022/2023, vlastní zpracování na základě dat z ULLH.....	23
Obrázek 10 tabulka zobrazující superefektivitu vybraného souboru útočníků ze sezóny 2022/2023, vlastní zpracování na základě dat ULLH.....	24

### 7.2 Seznam tabulek

Tabulka 1 Vybrané rozhodovací jednotky rozděleny zvlášť do jednotlivých týmů, vlastní zpracování na základě dat - ULLH .....	21
Tabulka 2 tabulka umístění efektivitu EMS bez brankářů, vlastní zpracování na základě dat ULLH.....	25
Tabulka 3 tabulka umístění EMS s brankáři, vlastní zpracování na základě dat ULLH.....	26
Tabulka 4 tabulka umístění superefektivitu EMS, vlastní zpracování na základě dat ULLH	27
Tabulka 5 tabulka efektivitu/superefektivitu, vlastní zpracování na základě dat ULLH ....	27

### 7.3 Seznam rovnic

Rovnice 1 rovnice efektivnosti, zdroj (Jablonský & Dlouhý, 2004) .....	13
Rovnice 2 rovnice Efektivitu, zdroj (Šubrt & al., 2015).....	13
Rovnice 3 výpočet koeficientu technické efektivitu, zdroj (Šubrt & al., 2015) .....	13