UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Diplomová práce

Kateřina Václavková

Osová souměrnost a její využití ve vyučování primární školy

Olomouc 2013 Vedoucí práce: PaedDr. Anna Stopenová, Ph.D.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracovala samostatně a použila pouze prameny, které jsou uvedené v seznamu literatury.

V Olomouci dne …………… 2013 …………………………………..

Kateřina Václavková

Poděkování

Chtěla bych upřímně poděkovat paní PaedDr. Anně Stopenové, Ph.D. za odborné vedení, trpělivost a cenné připomínky, které mi dávala po celou dobu zpracovávání této diplomové práce.

Dále bych ráda poděkovala svým spolužačkám za užitečné rady a rovněž tak i své rodině a mým dětem za trpělivost a poskytnutí zázemí pro psaní.

OBSAH

ÚVOD

Geometrie, jako součást matematiky, je považována za jednu z nejstarších vědních oborů lidstva. Již od nepaměti se prolíná do mnoha oblastí lidských činností, jako je stavebnictví, zemědělství, zeměměřictví, hudební či výtvarné umění. Je důležitou součástí vzdělání každého jedince, neboť podněcuje tvořivost, rozvíjí abstraktní a logické myšlení a prostorovou představivost, která je pokládána za jednu z významných schopností člověka užitečnou pro běžný život a povolání. Je důležité, abychom geometrii věnovali pozornost již od útlého věku dítěte.

Bohužel ve školní matematice je geometrie velmi často opomíjena a geometrická představivost bývá u žáků rozvíjena jen ve velmi omezené míře a nesystematicky. Proto jsem se při volbě tématu své diplomové práce rozhodla věnovat této oblasti matematiky hlouběji. Zaměřila jsem se na učivo týkající se geometrických zobrazení v rovině, především na osovou souměrnost, neboť v přírodě nás provází na každém kroku. Běžně se setkáváme s téměř dokonale souměrnými květy rostlin, souměrnými tvary motýlů či krystaly minerálů. Můžeme říci, že souměrné tvary lichotí našemu oku, a proto jsou často uplatňovány i v architektuře, umění a jiných lidských výtvorech. Osová souměrnost je součástí učiva matematiky, se kterou se žáci 1. stupně průběžně setkávají.

Mým cílem bylo provést výzkumné šetření u žáků 5. ročníku. Chtěla jsem zjistit, jak jsou žáci schopni využít své získané vědomosti a dovednosti při plnění úkolů a zda u žáků hraje roli pohlaví dítěte. Dalším cílem bylo ukázat, že i geometrie může být hrou a zároveň tak motivovat ostatní učitele, aby využili každé příležitosti k jejímu zařazení do výuky, a to i v jiných předmětech, než je matematika. Za tímto účelem jsem vytvořila pracovní listy se zaměřením na osovou souměrnost, které předkládám v empirické části.

Diplomovou práci jsem rozdělila do dvou částí: teoretickou a empirickou.

V teoretické části vycházím z prostudované literatury, porovnávám jednotlivé přístupy autorů zabývajících se problematikou geometrických zobrazení v rovině a soustřeďuji se na vymezení pojmů, jež jsou nutné k pochopení shodných a neshodných zobrazení. Uvádím zde obecnou charakteristiku zobrazení, výstižně formuluji vlastnosti geometrických zobrazení a některých typů shodných zobrazení. Rovněž zde uvádím stručnou charakteristiku Rámcového vzdělávacího programu týkající se vzdělávací oblasti matematika, který se závazně používá na všech základních školách od 1. 9. 2013.

Empirická část se skládá z deseti úkolů zaměřených na osovou souměrnost, jež jsou pro větší motivaci a zaujetí žáků provázány pohádkovým příběhem. Obsahuje popis činnosti jednotlivých úkolů, průběh jejich plnění a vyhodnocení.

Poslední částí obsahu je soubor námětů úkolů týkající se osové souměrnosti, který by mohl obohatit a zpestřit hodiny matematiky.

TEORETICKÁ ČÁST

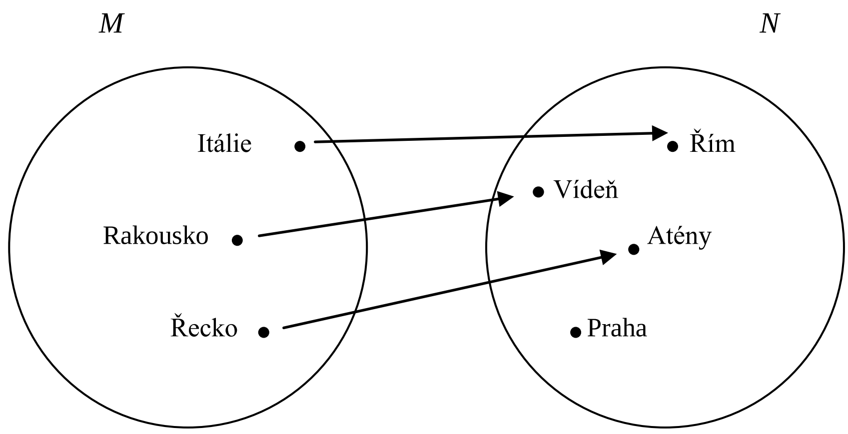
1 POJEM ZOBRAZENÍ

Zobrazení je zvláštním druhem binární relace, přičemž slovo relace znamená "vztah". Je tedy nezbytné, abychom si nejprve vysvětlili pojmy, které se pojí s teorií binárních relací, tj. pojmy, které souvisí s relací zobrazení z množiny do množiny.

*„**Binární relací z množiny** M **do množiny** N nazýváme kteroukoli podmnožinu kartézského součinu M × N.“* (DRÁBEK, 1985, s. 72)

Kartézským součinem množin *M, N* rozumíme množinu:
$M \times N = \{[x,y]: x \in M \wedge y \in N\}$.

Příklad binární relace z množiny *M* do množiny *N*:
Je dána množina států M = {Itálie, Rakousko, Řecko} a množina hlavních měst N = {Řím, Vídeň, Atény, Praha}. Máme výrokovou formu $A(x,y)$, kde ke každému státu x patří jedno hlavní město y. Jestliže kartézský součin $M \times N$ je definičním oborem této výrokové formy $M \times N$, pak oborem pravdivosti je množina uspořádaných dvojic R_1 = {[Itálie, Řím], [Rakousko, Vídeň],[Řecko, Atény]}, která je podmnožinou kartézského součinu $M \times N$.



Obr. 1 Grafické znázornění relace R_1 z M do N pomocí uzlového grafu.

Relace R z množiny M do množiny N se nazývá **relace zobrazení z M do N**, právě když ke každému prvku $x \in M$ existuje nejvýše jeden prvek $y \in N$ takový, že platí $[x,y] \in R$.

Symbolický zápis:
Relace R z množiny M do množiny N se nazývá relace zobrazení z M do N, právě když
$(\forall x \in M)(\forall y,y' \in N)\ (\ ([x,y] \in R \wedge [x,y'] \in R) \Rightarrow y = y')$.
(DRÁBEK, 1985)

Jestliže R je relace zobrazení z množiny M do množiny N, a zároveň platí $[x,y] \in R$, pak prvek x nazýváme **vzorem** prvku y *a* prvek y nazýváme **obrazem** prvku x zobrazení R. Rovněž můžeme říct, že zobrazení R přiřazuje prvku x prvek y. Zapíšeme symbolicky: $y = R(x)$ nebo $x \rightarrow y$.

Ke grafickému znázornění relace R (zobrazení z množiny M do množiny N) můžeme využít **kartézský graf** nebo **uzlový graf** (obr. 1). V uzlovém grafu znázorníme prvky množiny M a prvky množiny N jako body v rovině, tj. uzly. Skutečnost, že platí $[x,y] \in R$, znázorníme šipkou vycházející z bodu znázorňujícího prvek x do bodu znázorňujícího prvek y. Pokud se $x = y$, pak tuto šipku nazýváme smyčkou. Jestliže $[x,y] \in R$ a zároveň $[y,x] \in R$, pak příslušnou dvojici takto opačných šipek nazýváme dvojitá šipka. Na kartézském grafu znázorníme prvky množiny M jako body na vodorovné přímce a prvky množiny N na svislé přímce. Obrazem uspořádané dvojice je průsečík kolmých přímek vedených k osám v bodech – obrazech prvků množiny M, obrazech prvků množiny N.

*„Nechť R je relace zobrazení z množiny M do množiny N. Pak první obor relace R, tj. množinu $O_1(R) = \{x \in M\colon (\exists y \in N)\ ([x,y] \in R)\}$, nazýváme **definičním oborem zobrazení** R a druhý obor relace R, tj. množinu $O_2(R) = \{y \in N\colon (\exists x \in M)\ ([x,y] \in R)\}$, nazýváme **oborem hodnot zobrazení** R.“*
(DRÁBEK, 1985, s. 73)

Jak uvádí Drábek (1985), pro definiční obor $O_1(R)$ a obor hodnot $O_2(R)$ platí vztahy $O_1(R) \subset M$ a $O_2(R) \subset N$. Dle těchto vztahů můžeme rozlišit tyto případy zobrazení R z M do N:

- jestliže $O_1(R) = M$, nazývá se R **zobrazení** M **do** N
- jestliže $O_2(R) = N$, nazývá se R **zobrazení z** M **na** N
- jestliže $O_1(R) = M$ *a* $O_2(R) = N$, nazývá se R **zobrazení** M **na** N.

Zobrazení R z množiny M do množiny N se nazývá **prosté zobrazení**, právě když každým dvěma různým vzorům $x_1, x_2 \in M$ přiřadíme dva různé obrazy $y_1, y_2 \in N$.

Pomocí uzlového grafu můžeme jednoduše určit, zda dané zobrazení R je, či není prosté. V grafu prostého zobrazení z každého bodu, tj. uzlu, který znázorňuje prvek množiny M, vychází nejvýše jedna šipka. A do každého bodu, tj. uzlu, který znázorňuje prvek množiny N, vede také nejvýše jedna šipka. V kartézském grafu je na všech přímkách rovnoběžných s vodorovnou osou zakreslena nejvýše jedna uspořádaná dvojice.

*„Zobrazení R z M do N se nazývá **prosté**, právě když relace R^{-1} je zobrazení z N do M.“*
*„Je-li R prosté zobrazení z M do N, pak zobrazení R^{-1} se nazývá **inverzní zobrazení** k zobrazení R.“* (DRÁBEK, 1985, s. 73)

Pro zobrazení R množiny M na množinu N, které je prosté, nazýváme **vzájemně jednoznačné zobrazení** M na N.

Dle Drábka (1985) jestliže jsou v množině M definovány relace R_1 a R_2, pak **relací složenou** z relací R_1, R_2 v tomto pořadí rozumíme relaci $R_1 \circ R_2$ v množině M, která je definována:

$R_1 \circ R_2 = \{[x, y] \in M \times M; \exists z \in M: [x, z] \in R_1 \wedge [z, y] \in R_2\}$.

„Je-li R_1 zobrazení z M do N a R_2 zobrazení z N do K, pak relace složená $R_1 \circ R_2$ je zobrazení z M do K.“ (DRÁBEK, 1985, s. 74)
Nechť R_1 je zobrazení z M do N a R_2 zobrazení z N do K. Pak zobrazení $R_1 \circ R_2$ se nazývá **zobrazení složené** ze zobrazení R_1 a R_2 v tomto pořadí. (DRÁBEK, 1985)

Operace skládání zobrazení není komutativní, neboť při skládání zobrazení vždy záleží na pořadí relací, které skládáme.

Složené zobrazení $R_1 \circ R_2$ je neprázdná množina pouze tehdy, pokud průnik oboru hodnot relace R_1 a definičního oboru relace R_2 není prázdná množina.
Symbolicky zapíšeme: $O_2 (R_1) \cap O_1 (R_2) \neq \emptyset$.

Drábek (1985) uvádí, pokud zobrazení z množiny M do množiny N je $M = N$, pak hovoříme o zobrazení v množině M (zobrazení v M).

Z této věty je zřejmé, že každý prvek množiny M je vzorem právě jednoho prvku a zároveň také obrazem právě jednoho prvku v zobrazení R.

1.1 Geometrická zobrazení

Geometrická zobrazení jsou často pokládána za nejpoutavější kapitolu planimetrie**.**

Prvky množin mohou být jakékoliv objekty, například čísla, písmena nebo body. Pokud jsou prvky množin čísla, pak hovoříme o zobrazení funkce. Pokud jsou prvky množin body, pak hovoříme o zobrazení geometrickém, tj. zobrazení množin bodů. A právě tomuto zobrazení, zobrazení množin bodů, se budeme věnovat. Především si budeme všímat zobrazení množiny *M* na sebe samu, tj. na množinu *M*. Množina *M* v tomto případě zastupuje některou základní bodovou množinu, jako je například přímka, rovina nebo prostor. V našem případě se jedná o rovinu ρ. (Kouřim, 1985)

Zobrazení množiny M na množinu M, kde každým dvěma různým bodům odpovídají dva různé obrazy, říkáme ***prostá zobrazení množiny M*** *neboli* ***transformace množiny M****.*

Geometrická zobrazení označujeme velkými písmeny abecedy, případně písmeny, které jsou opatřeny indexy. Zápis $Z(X) = X'$ můžeme číst takto: Obrazem bodu *X* v zobrazení *Z* je bod *X′*, nebo: Vzorem bodu *X′* v zobrazení *Z* je bod *X*.

Jestliže obrazem bodu X v zobrazení Z je bod X′, Z(X) = X′, pak říkáme, že bod X je ***samodružným bodem zobrazení Z****. Zobrazení, ve kterém jsou všechny body samodružné, se nazývá* **identita** *(identické zobrazení), značíme* ***I****.*

Stejně tak Kouřim (1985, s. 41) uvádí, že *„přímka p (rovina ρ) je samodružná v zobrazení Z, právě když Z(p) = p [Z(ρ) = ρ]“.*

O Identitě si řekneme více v kapitole shodných zobrazení 2.1.

„Je-li zobrazení Z prosté zobrazení množiny M, existuje k němu ***inverzní zobrazení****, které je též prosté. Budeme je značit* $\boldsymbol{Z^{-1}}$*. Je zřejmé, že* $Z^{-1}(Y) = X$*, právě když* $Z(X)=Y$ *pro všechny body X,Y množiny M.“.* (KOUŘIM, 1985, s. 41)

Jak uvádí Kouřim (1985), mějme dvě zobrazení Z_1 a Z_2 množiny *M*. Každý bod *X* množiny *M* se zobrazí nejprve do bodu $Y = Z_1(X)$ množiny *M* a poté se zobrazí bod *Y* do bodu $W = Z_2(Y)$ množiny *M*. Můžeme rovněž zapsat $W = Z_2\,[Z_1(X)]$. Tímto způsobem dostáváme zobrazení *Z* množiny *M*, kde je bodu *X* přiřazen jednoznačně jeho obraz *W*, tj. $Z(X) = W$. Uvedená operace se nazývá **skládání zobrazení**; zapisujeme $Z = Z_1 \circ Z_2$, kde zobrazení *Z* vzniklo složením zobrazení Z_1 a Z_2 v tomto pořadí: $Z(A) = (Z_1 \circ Z_2)\,(A) = Z_2[Z_1(A)]$.

Při skládání geometrických zobrazení rovněž záleží na pořadí skládaných zobrazení, protože tato operace není komutativní, tj. $Z_1 \circ Z_2 \neq Z_2 \circ Z_1$. Ovšem skládání tří zobrazení je asociativní, tj. $(Z_1 \circ Z_2) \circ Z_3 = Z_1 \circ (Z_2 \circ Z_3)$.

Identita hraje roli jednotky při skládání zobrazení. Pro každé zobrazení zřejmě platí: $Z \circ I = I \circ Z = Z$.

Jestliže skládáme zobrazení *Z* a k němu inverzní zobrazení Z^{-1}, pak se každý bod *X* nejprve zobrazí do bodu *Y* a poté se každý bod *Y* zobrazí zpět do bodu *X*. Výsledkem skládání zobrazení je, že všechny body množiny *M* zůstanou na místě, tj. všechny body množiny *M* jsou **samodružné**. $Z \circ Z^{-1} = I$, a zároveň $Z^{-1} \circ Z = I$.

Pokud složíme zobrazení *Z* dvakrát za sebou, zapisujeme vzniklé zobrazení:
Z^2 $(Z \circ Z = Z^2)$.

1.2 Typy geometrických zobrazení v rovině

Následující schéma přehledně uvádí typy geometrických zobrazení v rovině. (Kouřim, 1985, s. 55)

- **SHODNÁ ZOBRAZENÍ**
  - **přímo shodná**
    - identita
    - posunutí – translace
    - rotace – zvláštním případem je středová souměrnost
  - **nepřímo shodná**
    - osová souměrnost
    - posunutá souměrnost

- **NESHODNÁ ZOBRAZENÍ** — **podobná**
  - podobnost
  - stejnolehlost

Ve své práci se budu zabývat jen některými geometrickými zobrazeními. Především se budu soustředit na geometrická zobrazení, která mají úzký vztah k úkolům v praktické části.

2 SHODNÁ ZOBRAZENÍ V ROVINĚ

Zobrazení v rovině nazýváme **shodným zobrazení** neboli **shodností** právě tehdy, když přiřazujeme každé úsečce *AB* úsečku *A´B´* s ní shodnou. Jestliže se dva geometrické útvary kryjí (rovnají) po přemístění na sebe, pak jsou tyto geometrické útvary shodné, tj. obraz *U´* je shodný se svým vzorem *U*.

V geometrii lze najít takovou transformaci, takový pohyb, kterým útvary přemístíme tak, aby se obraz kryl s originálem, tj. vzorem aniž by došlo k jejich deformaci. K přemísťování útvarů se nejčastěji používá průsvitný papír, proužek papíru, vystřižený útvar z papíru či kružítko, jejichž pomocí přemístíme útvar v rovině na jiné místo. Někdy je ovšem nutné takto přemisťovaný útvar vyzvednout z dvojrozměrného prostoru, překlopit a vrátit zpět do roviny. (KUPČÁKOVÁ, 2009)

„Nechť je dána rovina ρ. Zobrazení, které každému bodu X této roviny přiřazuje jistý bod X´ této roviny, nazýváme ***shodné*** *právě tehdy, když pro každé dva body X, Y roviny ρ platí, že $XY \cong X'Y'$.“* (FRANCOVÁ, 1985, s. 55)

Symbolický zápis:
„Z je shodné zobrazení v rovině $\rho \Leftrightarrow \forall \mathbf{X}, \mathbf{Y} \in \rho: \mathbf{X} \to \mathbf{X}', \mathbf{Y} \to \mathbf{Y}' \wedge \mathbf{XY} \cong \mathbf{X'Y'}$.“
(FRANCOVÁ, 1985, s. 55)

Dle užívané terminologie pro zobrazení budeme body *X*, *Y* nazývat **vzory** a body *X´*,*Y´* **obrazy** bodů *X*, *Y*.

Z výše uvedené definice shodného zobrazení plyne, že množina všech vzorů je v tomto zobrazení rovina ρ. To znamená, že každý bod roviny ρ je vzorem některého bodu téže roviny a zároveň každý bod roviny ρ je obrazem některého bodu téže roviny. Hovoříme tak o zobrazení roviny ρ na rovinu ρ, tedy zobrazení roviny ρ na sebe.

Pokud se bod *X* kryje se svým obrazem *X´* a současně platí, že *X´* = *X*, pak se tento bod *X* nazývá **samodružný bod** v zobrazení *Z*.

Ze vztahu $XY \cong X'Y'$ vyplývá, že shodné zobrazení v rovině ρ zachovává vzdálenost každých dvou bodů. To znamená, že vzdálenost dvou bodů X, Y roviny ρ se rovná vzdálenosti jejich obrazů X', Y'.
Toto tvrzení můžeme zapsat: Pro každé dva body $X,Y \in \rho$ je $d(XY) = d(X'Y')$.

„Každé shodné zobrazení v rovině je prosté.“ (FRANCOVÁ, 1985, s. 56)

Vzhledem k tomu, že je ve shodném zobrazení v rovině zachována vzdálenost každých dvou bodů, pak tedy platí, že dvěma různým vzorům odpovídají vždy dva různé obrazy. To znamená, že se jedná o **prosté zobrazení**.

Záměnou vzorů a obrazů lze ke každému shodnému zobrazení určit **zobrazení inverzní**. Inverzní zobrazení k danému shodnému zobrazení v rovině je **opět shodné zobrazení v rovině**, protože jde znovu o zobrazení roviny na sebe a zároveň pro každé dva obrazy bodů X', Y' roviny ρ platí, že jsou shodné se svými vzory, tj. $X'Y' \cong XY$.

***„Obrazem U′ geometrického útvaru U** nazýváme množinu obrazů všech bodů útvaru U. Jestliže platí U = U′, nazýváme útvar U **samodružným útvarem** v daném zobrazení.“* (FRANCOVÁ, 1985, s. 56)

Z toho tedy vyplývá, že se útvar *U* zobrazením **reprodukuje**.

Shodné zobrazení v rovině má tu vlastnost, že nedeformuje geometrické útvary, proto platí:

- obrazem úsečky je shodná úsečka
- obrazem úhlu je shodný úhel
- obrazem polopřímky je polopřímka
- obrazem přímky je přímka
- obrazem poloroviny je polorovina
- obrazem roviny je rovina
- obrazem středu úsečky je střed úsečky
- obrazem dvou rovnoběžných přímek jsou dvě přímky rovnoběžné.

U shodných zobrazení rozlišujeme **přímo a nepřímo shodná zobrazení** podle toho, z kolika osových souměrností jsou složena, viz. kapitola 1.2 - Typy geometrických zobrazení.

Shodná zobrazení, která vzniknou složením **sudého** počtu osových souměrností, a tudíž mají souhlasnou orientaci vrcholů, nazýváme **přímo shodná zobrazení**.

Shodná zobrazení, která vzniknou složením **lichého** počtu osových souměrností, a proto nemají souhlasnou orientaci vrcholů, nazýváme **nepřímo shodná zobrazení**.

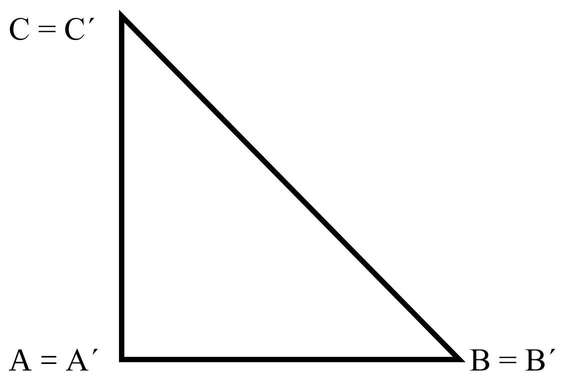
Všechna shodná zobrazení v rovině lze složit různými způsoby z nejvýše tří osových souměrností.

2.1 Identita *I*

*Zobrazení v rovině ρ, které přiřazuje každému bodu X roviny ρ tentýž bod X, nazýváme **identita I**.* (FRANCOVÁ, 1985)

Symbolický zápis: Z je identita v rovině $\Leftrightarrow \forall X \in \rho;\ X = X'$.

Z toho vyplývá, že každý bod se zobrazí sám na sebe, což znamená, že v identitě je každý bod roviny ρ bodem samodružným, (obr. 2).



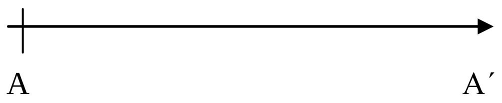
Obr. 2 Identita I – každý bod se zobrazí sám na sebe.

Identita rovněž vznikne složením dvou osových souměrností O_1, O_2 s osami $o_1 = o_2$.

Identita *I* je přímá shodnost.

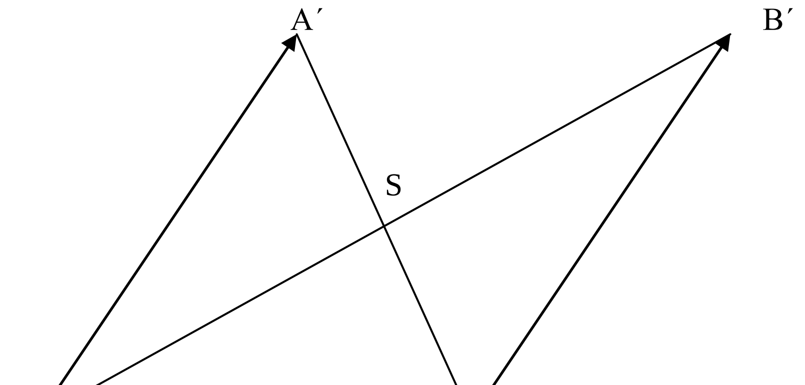
2.2 Posunutí – translace *T*

S výrazem "posunutí" se setkáváme denně v běžném životě, kdy například hovoříme o posunutí židle či figurky ve hře určitým směrem o určitou vzdálenost. Jedná se o posunutí bodu *A* do bodu *A´*. Takto uspořádaná dvojice bodů *[A,A´]* se nazývá **orientovaná úsečka** *AA´* (obr. 3). Velikost úsečky *AA´* nazýváme **velikost posunutí**. Směr úsečky *AA´* nazýváme **směr posunutí**.



Obr. 3 Orientovaná úsečka AA´.

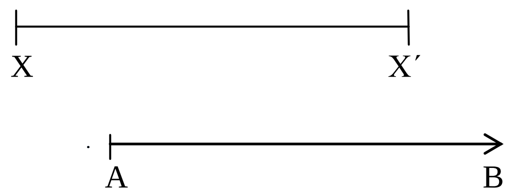
Uspořádaná dvojice bodů [A,A´] shodná s uspořádanou dvojicí bodů [B,B´] je ***ekvipolentní uspořádanou dvojicí bodů*** *právě tehdy, když střed úsečky AB´ je současně středem úsečky BA´,* (obr. 4).
Z čehož vyplývá, že úsečky *AA´* a *BB´* jsou shodné a rovnoběžné.



Obr. 4 Ekvipolentní uspořádané dvojice bodů [A,A´], [B,B´].

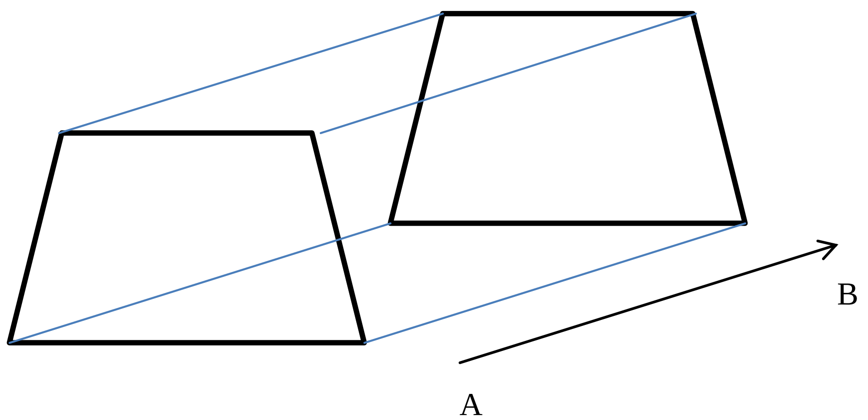
V rovině ρ je dána uspořádaná dvojice bodů [M,M′], $M \neq M'$. ***Posunutí T (translace)*** *v rovině ρ je množina všech takových uspořádaných dvojic bodů [X,X′], že tyto uspořádané dvojice bodů [M,M′] a [X,X′] jsou ekvipolentní.*

Jestliže je dána orientovaná úsečka *AB*, pak obraz *X′* libovolného bodu *X* sestrojíme v translaci *T* tak, aby úsečky *AB* a *XX′* byly stejně dlouhé a souhlasně orientované, (obr. 5). (KUPČÁKOVÁ, 2009)



Obr .5 Posunutí určené orientovanou úsečkou AB.

Útvary *U U′* jsou rovněž shodné, $U \cong U'$. Orientovaná úsečka *AB* určuje směr a velikost posunutí útvarů, (obr. 6).



Obr .6 Posunutí útvaru U určené orientovanou úsečkou AB.

Posunutí *T* nemá žádné samodružné body.

Posunutí *T* rovněž vznikne složením dvou osových souměrností O_1, O_2 s osami o_1, o_2, jejichž osy jsou navzájem rovnoběžné a různé. Zároveň pro každé dva body *X*,*Y* a jejich obrazy *X′*,*Y′* platí, že $XX' \cong YY'$. A pro každý bod *X* platí, že *XX′* se rovná dvojnásobku vzdálenosti os o_1, o_2. (BĚLÍK, 2007)

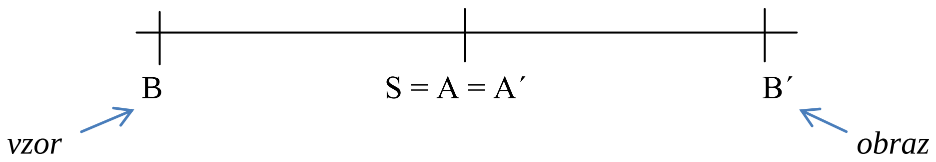
Zobrazení inverzní, které je určeno uspořádanou dvojicí bodů *[A, A´]* je opět posunutí určené uspořádanou dvojicí bodů, ovšem v opačném pořadí, tj. *[A´, A]*.

Posunutí *T* v rovině je přímá shodnost.

2.3 Středová souměrnost *S*

Středová souměrnost, nazývaná také souměrnost podle středu, je zvláštní případ otočení. Jestliže je orientovaný úhel *XSX´* roven 180°, tj. úhel přímý, pak je toto otočení středovou souměrností.

*Nechť je dán bod S v rovině ρ. **Středovou souměrností S** v rovině ρ nazýváme množinu všech takových uspořádaných dvojic [X, X´], kde pro každý bod X = S platí X´ = X = S a pro každý bod X ≠ S je bod S středem úsečky XX´. Bod S se nazývá **střed středové souměrnosti**, (obr. 7).* (STOPENOVÁ, Základy matematiky, 2005)



Obr. 7 Středová souměrnost určená středem S

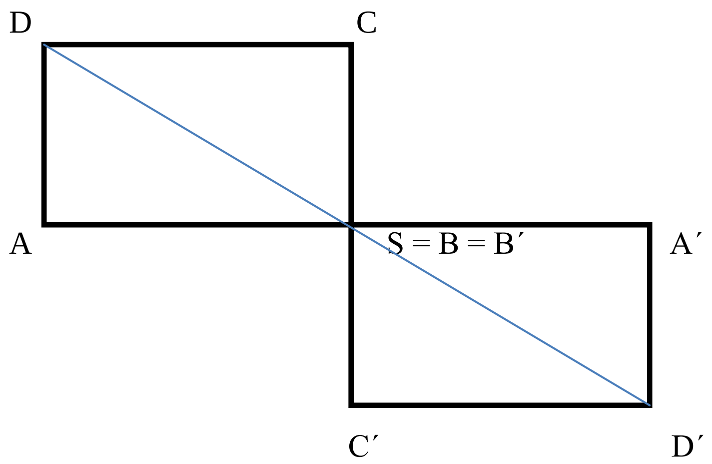
Ve středové souměrnosti je pouze jeden **samodružný bod**, a tím je střed středové souměrnosti, tj. bod *S*, který se zobrazí sám na sebe.

Všechny přímky procházející středem souměrnosti jsou **samodružné přímky** (zobrazí se samy na sebe).

Všechny kružnice, které mají střed v bodě *S*, jsou **samodružné kružnice** (zobrazí se sama na sebe).

Geometrický útvar U se nazývá ***souměrný podle středu S****, právě když je útvar U ve středové souměrnosti se středem S samodružný, tj. zobrazí se sám na sebe. Bod S se nazývá* ***střed souměrnosti*** *útvaru U.* (ZAPLETAL, 1984)

Pokud bychom obdélník obkreslili na průsvitku a zabodli špendlík do bodu *S*, podle nějž bychom průsvitku otočili o požadovaný úhel (v našem případě je to 180^0), pak oba útvary spolu splynou, (obr. 8).

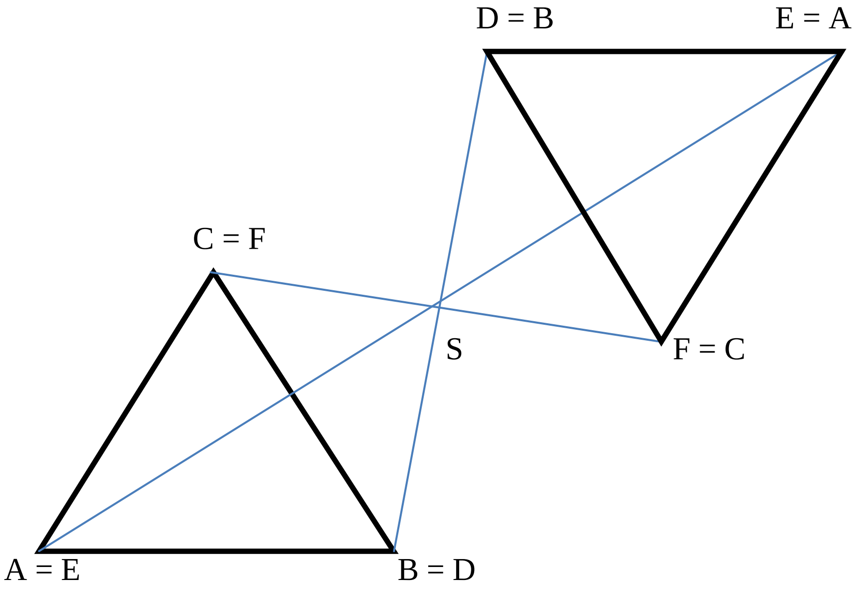


Obr. 8 Středově souměrný útvar, který se podle středu S zobrazí sám na sebe.

Příkladem středově souměrného útvaru podle středu *S* je například:

- kružnice, která je souměrná podle svého středu *S*, kdy se každý bod kružnice zobrazí zase jako bod dané kružnice podle středu *S* ve středové souměrnosti,
- čtverec, který je rovněž středově souměrný podle průsečíku úhlopříček,
- obdélník středově souměrný podle průsečíku úhlopříček,
- kosočtverec, jenž má jeden střed souměrnosti, kterým je průsečík úhlopříček,

Jestliže dva geometrické útvary U_1, U_2, pro něž platí $U_1 \neq U_2$ mají tu vlastnost, že každý bod $X \in U_1$ lze přemístit podle středu souměrnosti S do bodu $X' \in U_2$, pak takové útvary nazýváme ***souměrně sdružené podle středu S****, (obr. 9).* (STOPENOVÁ, Základy matematiky, 2005)



Obr. 9 *Útvary souměrně sdružené podle středu, které se ve středové souměrnosti zobrazí jeden na druhý.*

Středová souměrnost se středem S vznikne složením dvou osových souměrností O_1, O_2 s osami o_1, o_2, jejichž osy jsou k sobě kolmé.

Inverzním zobrazením středové souměrnosti je opět ta samá středová souměrnost.

Středová souměrnost *S* je přímá shodnost.

2.4 Osová souměrnost *O*

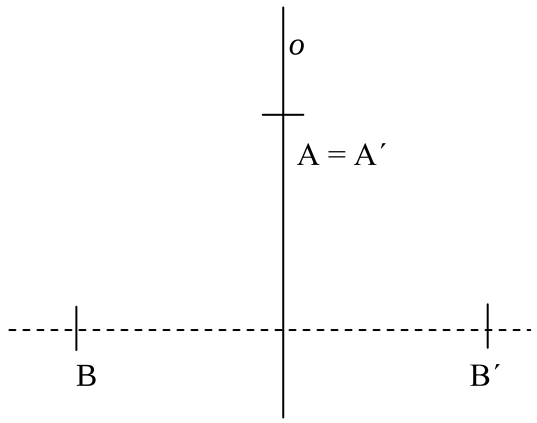
Osová souměrnost patří mezi **nepřímo shodná zobrazení**, protože útvar má nesouhlasnou orientaci vrcholů a lze jej rozložit na lichý počet osových souměrností. Porovnávání útvarů se většinou provádí za pomoci průsvitného papíru, kdy je nutné použít prostor o dimenzi větší, tj. vystoupit z dvojrozměrného prostoru do prostoru trojrozměrného, kde útvar překlopíme a vrátíme zpět do prostoru dvojrozměrného. Z takto jednoduše popsaného postupu vyplývá, že útvar má nesouhlasnou orientaci vrcholů, a proto řadíme osovou souměrnost mezi nepřímo shodná zobrazení.

Je dána přímka o ležící v rovině ρ. ***Osovou souměrností*** *O v rovině ρ se nazývá množina všech uspořádaných dvojic [X,X´]:*

1. jestliže $X \in o$, pak $X = X'$,

2. jestliže $X \notin o$, pak je úsečka XX´ kolmá k ose o a zároveň střed X_0 úsečky XX´ náleží přímce o. Přímka o se nazývá osa ***osové souměrnosti****, která je zároveň množinou všech samodružných bodů osové souměrnosti, (obr. 10).*

(ZAPLETAL, 1984)



Obr. 10 Osová souměrnost O

Velmi jednoduše můžeme odpozorovat vlastnosti osové souměrnosti při překládání listu papíru; přeložení papíru je osa souměrnosti.

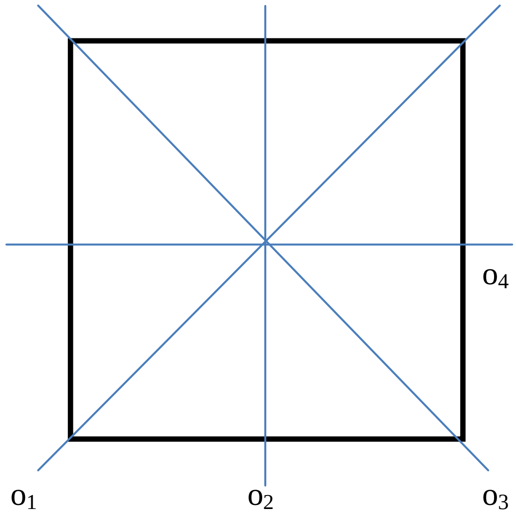
Při opětovném rozložení papíru vidíme, že:

- Body ležící na ose, tj. přeložení, se zobrazily na sebe. Tyto body nazýváme **samodružné body**. Osová souměrnost má nekonečně mnoho samodružných bodů, které vyplní přímku *o*. Osa *o* je tedy **samodružná přímka** osové souměrnosti *O*.
- Každá z polorovin s osou *o* se zobrazí na polorovinu opačnou.
- Přímka *p*, která je kolmá k ose *o*, má jediný samodružný bod, a tím je průsečík s osou *o*.
- Každá přímka kolmá k ose *o* je samodružná, protože obrazem přímky *p* je táž přímka *p*, platí *p* = *p´*, protože obraz každého bodu přímky zároveň leží na přímce *p*.

V osové souměrnosti je velmi důleţité, abychom rozlišovali tyto pojmy:

- útvary osově souměrné podle osy souměrnosti (obr. 11)
- útvary souměrně sdružené podle osy souměrnosti (obr. 12)

*Geometrický útvar U se nazývá **osově souměrný útvar**, právě když je útvar U v osové souměrnosti s osou o samodružný, tj. zobrazí se na sebe, platí U´ = U. Přímka o se nazývá **osa souměrnosti** útvaru U.* (ZAPLETAL, 1984)



Obr. 11 Osově souměrný útvar podle osy souměrnosti.

Mezi geometrické útvary, které jsou osově souměrné podle přímky *o*, tj mají osu souměrnosti, patří například:

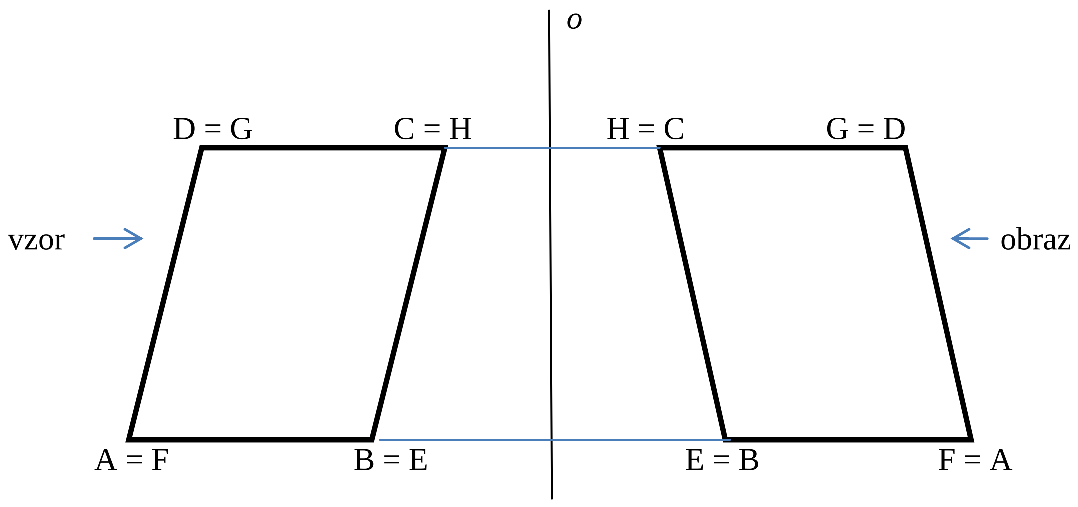
- úsečka, která je osově souměrná podle přímky, jeţ je na ni kolmá a prochází středem úsečky
- úhel, který je osově souměrný podle přímky procházející vrcholem úhlu (přímka je zároveň osou úhlu),
- čtverec, který je osově souměrný podle přímek procházející středy protějších stran a přímek procházející protějšími vrcholy, tj. úhlopříčky (viz. obr. 10),
- obdélník, který je osově souměrný podle přímek procházející středy protějších stran,
- kruţnice, která je osově souměrná podle jakékoliv přímky procházející jejím středem,

- trojúhelník rovnoramenný, který je osově souměrný podle přímky procházející středem základny a protějším vrcholem,
- trojúhelník rovnostranný, který je osově souměrný podle přímek, jež jsou osou jeho vnitřních úhlů.

Jsou-li dva geometrické útvary souměrné podle osy *o*, pak jsou tyto útvary shodné. Hovoříme také, že *„útvary U, U′jsou* ***souměrně sdružené podle osy o****, právě když útvar U′ je obrazem útvaru U, ale U′ ≠ U.“* (ZAPLETAL, 1984, s. 26)

Původní útvar, tj. vzor je souměrný podle osy *o* se svým obrazem, (obr. 12).

Z toho vyplývá, že souměrně sdružené přímky se:
a) protínají na ose o osové souměrnosti, nebo
b) jsou s osou o rovnoběžné.



Obr. 12 *Útvary souměrně sdružené podle osy.*

„Dva různé body X, Y roviny ρ tvoří ***involutorní dvojici*** *zobrazení Z v rovině ρ, právě když je v zobrazení Z bod Y obrazem bodu X a zároveň bod X obrazem bodu Y (tj. Y = X′∧ X = Y′).“* (ZAPLETAL, 1984, s. 25)

Zobrazení Z v rovině ρ se nazývá ***involutorní zobrazení*** (involuce) *jestliže:*

a) není identitou

b) každý bod roviny ρ, který není samodružný, náleží involutorní dvojici.

(ZAPLETAL, 1984)

Z čehož vyplývá, že osová souměrnost je involutorní zobrazení.

Zobrazení inverzní osové souměrnosti *O* je opět stejná osová souměrnost.

Osová souměrnost *O* v rovině je nepřímá shodnost.

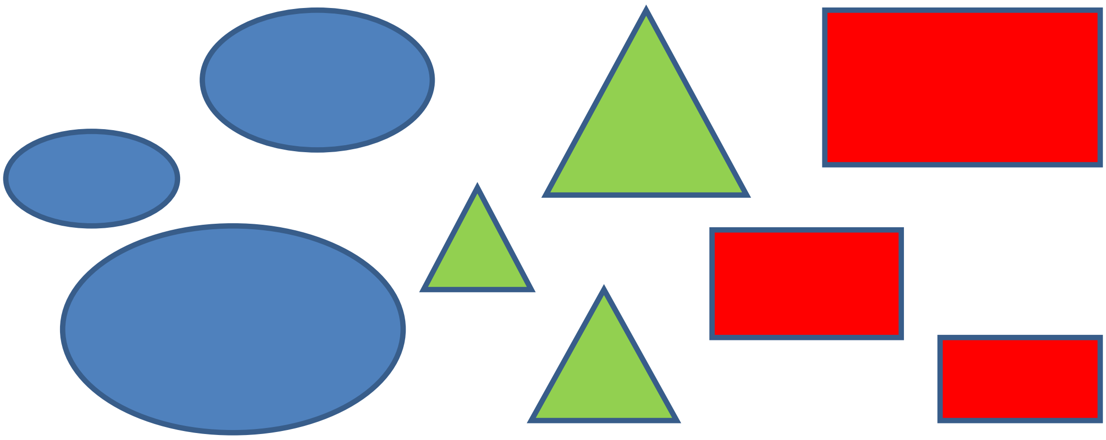
3 NESHODNÁ ZOBRAZENÍ

3.1 Podobnost *P*

V našem každodenním životě běžně používáme přídavné jméno ***podobný***, a to v různých významech. Např. sourozenci jsou si podobní, mají podobné zájmy, nebo že jsme si koupili podobnou kabelku, šaty atd. Zkrátka, význam slova *podobný* není v takovýchto případech přesně určen.

Matematika spolu s geometrií musí mít všechny pojmy vymezeny zcela přesně, a proto jsou kritéria pro podobnost mnohem přísnější.

Jen si připomeňme, že shodné geometrické útvary mají stejný tvar a stejnou velikost. Kdežto geometrické útvary, které jsou podobné, mají sice také stejný tvar, ale jejich velikost je různá. Podobné mohou být například plány budov, domů nebo předmětů, které jsou zhotoveny v různém měřítku.



Obr. 13 Tvary se stejnou barvou jsou si podobné.

Prosté zobrazení v rovině ρ nazýváme ***podobné,*** *existuje-li takové kladné reálné číslo* **k**, *že pro každé dva různé body $X, Y \in \rho$ a jejich obrazy $X', Y' \in \rho$ platí $|X'Y'| = k \cdot |XY|$. Číslo* **k** *(koeficient) nazýváme* ***poměr podobnosti.*** (PERNÝ, 2009)

Z toho vyplývá, že každé shodné zobrazení můžeme považovat zároveň za zobrazení podobné s poměrem podobnosti $k = 1$. Takové zobrazení nazýváme **nevlastní podobné zobrazení**. Pokud se ovšem $k \neq 1$, pak jej nazýváme **vlastní podobné zobrazení**. Jestliže $k > 1$ dochází ke **zvětšení** geometrických útvarů. A v případě, že je $k < 1$, pak dochází ke **zmenšení** geometrických útvarů.

Podobnost P si zachovává velikost všech úhlů a délky úseček jsou ve stejném poměru.

Geometrické útvary U_1, U_2 jsou podobné právě tehdy, když existuje podobné zobrazení P, v němž obrazem útvaru U_1 je útvar U_2. Zapisujeme $U_1 \sim U_2$.

Útvary, které jsou si vždy podobné, tj. mají stejný tvar, jsou:

- úsečky,
- kružnice,
- pravidelné n-úhelníky, atd.

Ke každému podobnému zobrazení $\boldsymbol{P}$ s poměrem podobnosti k existuje rovněž **inverzní zobrazení $\boldsymbol{P^{-1}}$** s poměrem podobnosti $1/k$.

4 RÁMCOVÝ VZDĚLÁVACÍ PROGRAM PRO ZÁKLADNÍ VZDĚLÁVÁNÍ

Rámcový vzdělávací program (RVP) je obecně závazný dokument vymezující závazné rámce vzdělávání pro předškolní, základní a střední vzdělávání. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (RVP ZV) vymezuje cíle a obsah vzdělávání a rovněž specifikuje úroveň klíčových kompetencí, kterých by žáci měli dosáhnout na konci svého základního vzdělávání.

RVP ZV (2013) orientačně rozděluje vzdělávací obsah základního vzdělávání do devíti vzdělávacích oblastí, které jsou tvořeny jedním nebo i více vzdělávacími obory. Vzdělávací obsah jednotlivých vzdělávacích oborů tvoří očekávané výstupy a učivo. Na prvním stupni je vzdělávací obsah dále rozdělen do dvou období.

4.1 Matematika a její aplikace – očekávané výstupy

Dle RVP ZV (2013) je vyučovací předmět matematika charakterizován jako vzdělávací oblast **Matematika a její aplikace**, kde je kladen důraz na porozumění základním myšlenkovým postupům a pojmům v matematice a geometrii. Tato oblast základního vzdělávání by měla být především založena na aktivních činnostech, jež by vedly žáky k praktickému užití matematických vědomostí a dovedností v reálných situacích, porozumění základním myšlenkovým postupům a pojmům v matematice a také osvojení vzájemných vztahů mezi některými pojmy a jejich další užití.

RVP ZV (2013, s. 28, 29) rozděluje obsah vzdělávací oblasti **Matematika a její aplikace** na následující čtyři vzdělávací obory:

- *Číslo a početní operace* – na 1. stupni, na 2. stupni na něj navazuje tematických okruh *Číslo a proměnná*
- *Závislosti, vztahy a práce s daty*
- *Geometrie v rovině a v prostoru*
- *Nestandardní aplikační úlohy a problémy*

Ve vzdělávacím oboru *Geometrie v rovině a v prostoru* žáci určují, pojmenovávají a znázorňují geometrické útvary a jednoduchá tělesa; hledají podobnost a odlišnost mezi útvary vyskytující se všude kolem nás; porovnávají, odhadují a měří délky úseček a velikosti úhlů; zdokonalují svůj grafický projev; učí se měřit obvod útvaru; určují obsah obrazce za pomoci čtvercové sítě; určují osu souměrnosti pomocí překládání papíru; rozpoznávají a znázorňují jednoduché osově souměrné útvary ve čtvercové síti.

1. stupeň

GEOMETRIE V ROVINĚ A V PROSTORU

Očekávané výstupy – 1. období

Žák

- **„M-3-3-01** *rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci*
- **M-3-3-02** *porovnává velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky*
- **M-3-3-03** ***rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině.“***
  (RVP ZV, 2013, s. 28)

Očekávané výstupy – 2. období

Žák

- **„M-5-3-01** *narýsuje a znázorní základní rovinné útvary (čtverec, obdélník, trojúhelník a kružnici); užívá jednoduché konstrukce*
- **M-5-3-02** *sčítá a odčítá graficky úsečky; určí délku lomené čáry, obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran*
- **M-5-3-03** *sestrojí rovnoběžky a kolmice*
- **M-5-3-04** *určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu*
- **M-5-3-05** ***rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru.“***
  (RVP ZV, 2013, s. 28)

Učivo

- *„**základní útvary v rovině** – lomená čára, přímka, polopřímka, úsečka, čtverec, kružnice, obdélník, trojúhelník, kruh, čtyřúhelník, mnohoúhelník*
- *základní útvary v prostoru – kvádr, krychle, jehlan, koule, kužel, válec*
- *délka úsečky; jednotky délky a jejich převody*
- *obvod a obsah obrazce*
- *vzájemná poloha dvou přímek v rovině*
- ***osově souměrné útvary.“*** (RVP ZV, 2013, s. 29)

4.2 Osová souměrnost a klíčové kompetence

„Smyslem a cílem vzdělávání je vybavit všechny žáky souborem klíčových kompetencí na úrovni, která je pro ně dosažitelná, a připravit je tak na další vzdělávání a uplatnění ve společnosti.“ (RVP ZV, 2013, s. 10)

Klíčové kompetence představují souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot, které jsou důležité pro osobní rozvoj každého jedince a jeho uplatnění v životě. V etapě základního vzdělávání jsou považovány za klíčové tyto kompetence: kompetence k učení, kompetence k řešení problémů, kompetence komunikativní, kompetence sociální a personální, kompetence občanské a kompetence pracovní.

Při správné práci učitele je možno v rámci tématu osová souměrnost rozvíjet všechny klíčové kompetence následovně:

Kompetence k učení

- žák samostatně experimentuje, zaznamenává získané výsledky různými způsoby
- žák si rozvíjí abstraktní myšlení
- je podporován rozvoj schopnosti logického a abstraktního myšlení

- žák používá pomůcky a reálné materiály
- žák používá správné termíny, znaky a symboly z geometrie
- zábavný způsob výuky motivuje žáka k dalšímu učení

Kompetence k řešení problémů

- žák rozpozná a pochopí problém, promyslí a realizuje postup řešení problému
- žák volí různé způsoby řešení problému, objevuje i několik variant řešení problému, jejich přednosti i nevýhody
- žák aplikuje získané poznatky při řešení praktických úloh
- žák řeší problémy samostatně, svá rozhodnutí umí obhájit, přijímá odpovědnost za výsledek

Kompetence komunikativní

- žák procvičuje přesnost svého vyjadřování
- žák je schopen popsat jednotlivé postupy práce
- žák porovnává své výsledky řešení s řešeními spolužáků, obhajuje své způsoby řešení

Kompetence sociální a personální

- žák dodržuje stanovená pravidla práce
- žák naslouchá názoru druhých
- žák je schopen v případě potřeby poskytnout pomoc, případně o ni požádat

Kompetence občanské

- žák respektuje své spolužáky i učitele
- žák je veden k soustavné sebekontrole při každém kroku řešení úlohy

Kompetence pracovní

- žák rozvíjí svou zručnost při modelování, rýsování a práci s pomůckami
- rýsováním se žák zdokonaluje v přesnosti práce, rozvíjí systematičnost, vytrvalost a přesnost
- žák získává technickou gramotnost

EMPIRICKÁ ČÁST

5 VÝZKUMNÉ ŠETŘENÍ

Praktické části diplomové práce předcházelo studium odborné literatury, očekávaných výstupů dle Rámcově vzdělávacího programu pro základní vzdělávání a důkladné prostudování učebnic matematiky pro 1. stupeň základní školy od různých nakladatelství, které jsou v současné době běžně používány k výuce na základních školách. Zde je prezentace výsledků výzkumného šetření, při němž jsem postupovala následovně:

- **STANOVENÍ PROBLÉMU**

Zjistit a porovnat na vzorku žáků úroveň osvojených vědomostí a dovedností očekávaných výstupů dle Rámcově vzdělávacího programu pro základní školy u žáků 5. ročníku, které je především zaměřeno na osově souměrné útvary v rovině.

- **HYPOTÉZA**

Žák 5. ročníku základní školy zvládá úkoly, které jsou zaměřené na shodné zobrazení, především osovou souměrnost, dle očekávaných výstupů stanovených v Rámcově vzdělávacím programu pro základní vzdělávání.
Řešení úkolů se liší v přístupu práce děvčat a chlapců. Předpokládám, že děvčata budou trpělivější, pečlivější a pozornější nežli chlapci.

- **METODY VÝZKUMU**

Zjištění úrovně vědomostí a dovedností žáků 5. ročníku základní školy pomocí nestandardizovaného didaktického testu, který obsahuje celkem 10 úkolů. Jednotlivé úkoly na sebe logicky navazují a jsou provázány příběhem o Alence, která se dostane do kouzelného světa za zrcadlem, kde je nutné splnit dané úkoly a najít tak cestu zpět do říše lidí. Právě myšlenka propojit plnění úkolů s pohádkovým příběhem o dívce Alence, která je přibližně stejného věku s cílovou skupinou žáků, bude pro žáky motivující a podnítí tak jejich snahu o co nejlepší plnění všech daných úkolů s cílem pomoci Alence zpět z kouzelné říše do světa lidí.

- **ZPŮSOB ZPRACOVÁNÍ DAT**

Získaná data jsou uspořádána dle jednotlivých úkolů, z nichž každý obsahuje tabulku četnosti správného a chybného řešení, která je pak následně znázorněna pomocí barevného výsečového diagramu pro lepší vizuální přehlednost. Každý úkol obsahuje rovněž reflexi a stručný popis reakce žáků na daný úkol.

5.1 Výzkumný soubor

Vypracování úkolů bylo zadáno skupině žáků 5. ročníku devítileté základní školy ve Fryštáku, v okrese Zlín, kde jsem absolvovala pedagogickou praxi. Jedná se o městskou školu, kterou navštěvuje ročně cca 300 žáků nejen z města Fryšták, ale i nejbližších okolních obcí.

O spolupráci jsem požádala třídní učitelku 5. B, která ochotně souhlasila s plněním daných úkolů, jež odpovídaly požadavkům výstupů 2. období 1. stupně základních škol.

Třídu 5. B navštěvuje 20 žáků, z toho 14 chlapců a 6 dívek. Žádné z dětí není integrované a není diagnostikováno s poruchou dyslexie či dyskalkulie nebo jiných poruch učení či chování. Jedná se tedy o standardní třídu, ve které je převaha chlapců, což ale nijak nenarušuje běžnou školní výuku. Žáci mají zařazenu výuku geometrie pravidelně 1krát týdně v 1. i ve 2. období vzdělávacího procesu. V hodinách geometrie pracují s předměty z každodenního života, používají několik didaktických pomůcek, her a výukových programů na PC. Po celou dobu výuky jsou vedeni k celkové úpravě rýsování. Učivo geometrie, jako např. měření a rýsování je rovněž zařazováno i do vzdělávací oblasti Člověk a svět práce.

5.2 Průběh realizace výzkumu

S tématem, které se prolíná všemi úkoly, byly děti seznámeny již v první hodině českého jazyka - čtení. Žákům byl představen příběh o Alence za zrcadlem, který napsal anglický spisovatel a matematik Lewis Carroll. Několik dětí vidělo animovaný příběh Alenka v říši divů, avšak žádné z nich neslyšelo o jejím pokračování, tj. o Alence za zrcadlem.

V následujících dvou hodinách matematiky došlo k samotné realizaci výzkumu. Žáci měli na svých stolech připraveny pomůcky potřebné pro práci. Všem žákům byly rozdány složky s deseti sestupně řazenými úkoly. V každém úkolu byl stručně popsán příběh a zadání pro práci.

Děti byly opět stručně uvedeny do příběhu o Alence, která se dostane za zrcadlo do kouzelné říše, kde musí plnit dané úkoly, které ji dovedou až k šachovému paláci Bílé a Černé královny, nad nimiž musí zvítězit v šachové bitvě, aby dostala zpátky své zrcadlo, z jehož pomocí se může vrátit zpět do lidské říše.

Žáci byli upozorněni, že se jedná o samostatnou práci a daných deset úkolů by neměly přeskakovat, ale držet se příběhu a plnit je postupně, tak jak jsou očíslovány a jdou po sobě. Rovněž byli informování o možnosti kontroly některých úkolů pomocí zrcátka, která jsou připravena k zapůjčení u paní učitelky na stole. V neposlední řadě bylo zmíněno, že pokud si s něčím nebudou vědět rady, je možné se přihlásit a zeptat se.

Dále již žáci pracovali samostatně, v případě potřeby mohli požádat o radu. Během práce si ani jeden žák nevyžádal zrcátko, kterým si mohli některé úkoly zkontrolovat. Zadání a plnění úkolů se zdálo být všem žákům jasné. Žáky práce bavila a dokázali se na ni plně soustředit, přestože jim plnění všech 10 úkolů zabralo téměř dvě vyučovací hodiny.

5.3 Pomůcky pro práci

Před hodinou matematiky byli žáci požádáni nachystat si potřebné pomůcky pro práci dle zadání na tabuli. Každý si měl připravit:

- ostrou tužku
- pravítko
- lepidlo
- nůžky
- pastelky
- 2x bílý papír A5 (úkol 2 a 6)
- 1x barevný papír (červený) A4

K dispozici byla dvě zrcátka, která si mohli žáci zapůjčit v průběhu plnění úkolů od paní učitelky.

5.4 Cíl výzkumu

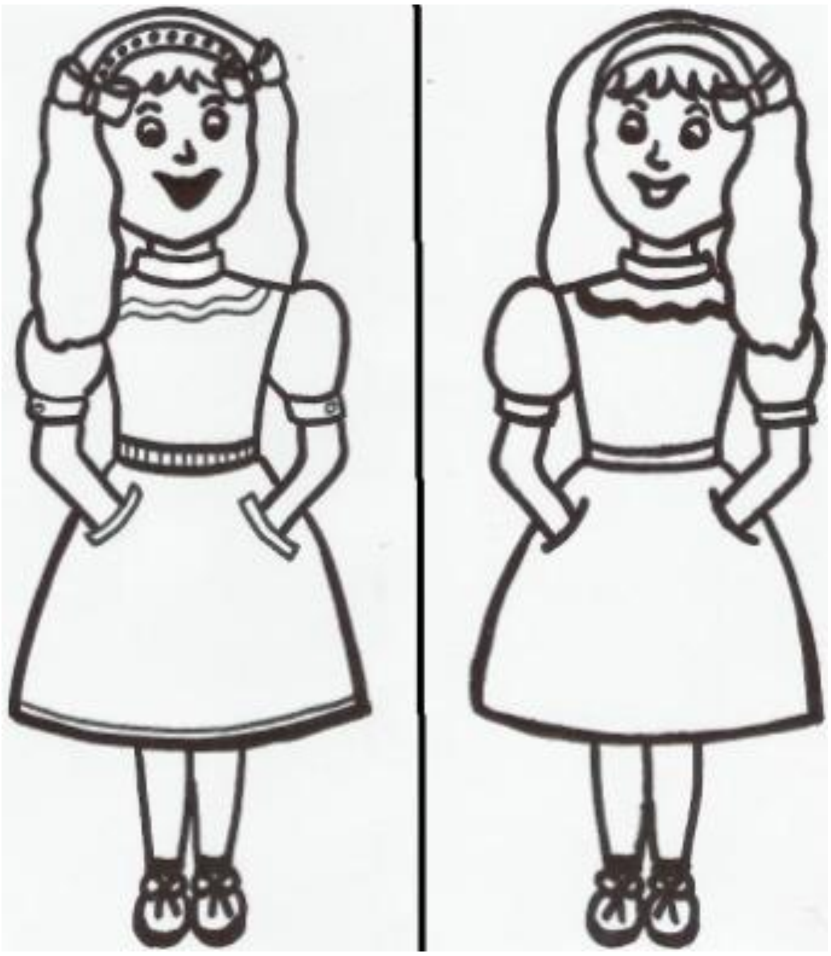
Cílem výzkumu bylo zjistit, zda žáci 5. ročníku umí využít svých získaných vědomostí a dovedností a zda jsou schopni splnit úkoly dle očekávaných výstupů RVP pro ZŠ, které jsou zaměřeny na osově souměrné útvary v rovině. Některé úkoly byly zaměřeny i na manipulační činnost, např. vystřihnout osově souměrný obrázek.

Úkol 1 - najít rozdíly na první pohled shodných útvarů
Úkol 2 – vystřihnout souměrný útvar a souměrně jej vybarvit
Úkol 3 – dokreslit druhou polovinu obrázku
Úkol 4 – přečíst zrcadlově obrácený text, určit osově souměrná písmena a počet jejich os
Úkol 5 – narýsovat druhou polovinu obrázku ve čtvercové síti
Úkol 6 – dokončit opakující se vzor do čtvercové sítě
Úkol 7 – poskládat osově souměrný útvar z geometrických útvarů
Úkol 8 – najít správnou dvojici
Úkol 9 – zakreslit a zapsat správný čas zrcadlových hodin
Úkol 10 – zakreslit správně tahy ve čtvercové síti dle zadání

6 VYHODNOCENÍ ÚKOLŮ

Úkol 1 – ZRCADLOVÝ HLAVOLAM

Najdi 10 rozdílů, rozdíly označ křížkem do pravého obrázku.



Obr. 1.1 Zrcadlový hlavolam s 10 rozdíly.

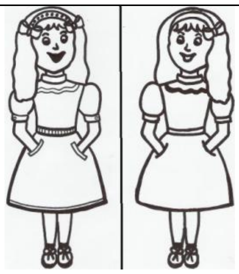
Jako první úkol jsem zvolila zrcadlový hlavolam, ve kterém měli žáci za úkol najít a označit křížkem deset rozdílů do pravého obrázku, který je souměrný podle vyznačené osy s levým obrázkem (obr. 1.1). Sledovala jsem, jak rychle a hbitě děti dané rozdíly najdou a označí. Zajímalo mne, jak si poradí s rozdíly souměrnými dle osy, např. jen jedna mašle na pravém obrázku byla chybně. A protože se mi i tak zdál úkol až moc jednoduchý pro žáky pátého ročníku, úmyslně jsem vyznačila na obrázku dva naprosto stejné prvky (knoflíky a kapsy), které mohly děti zmást, že je budou pokládat za jeden rozdíl, což se mi nakonec ve výsledku některých dětí potvrdilo.

Za správné, tj. bezchybné řešení, jsem hodnotila:

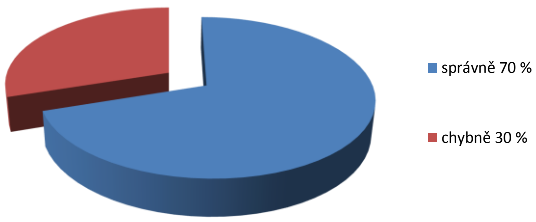
- vyznačení všech deseti rozdílů bezchybně.

Za nesprávné, tudíž chybné řešení, jsem hodnotila:

- chybně nalezené rozdíly (žáci si neuvědomili, že jsou obrázky souměrné dle osy, tj. mašle ve vlasech, osově převrácený nos a vlasy),
- kolik žáků počítalo dva stejné rozdíly za jeden, tj. kapsa a knoflík.

	**5. ročník (20 žáků)**		**14 chlapců, 6 děvčat**	
	celkem	**% z celkového počtu žáků**	**chlapci**	**děvčata**
Správně	14	70 %	8	6
Chybně	6	30 %	6	0

Tabulka č. 1.1 Vyhodnocení úkolu 1 – Zrcadlový hlavolam



Graf č. 1.1 Vyhodnocení úkolu 1 – Zrcadlový hlavolam

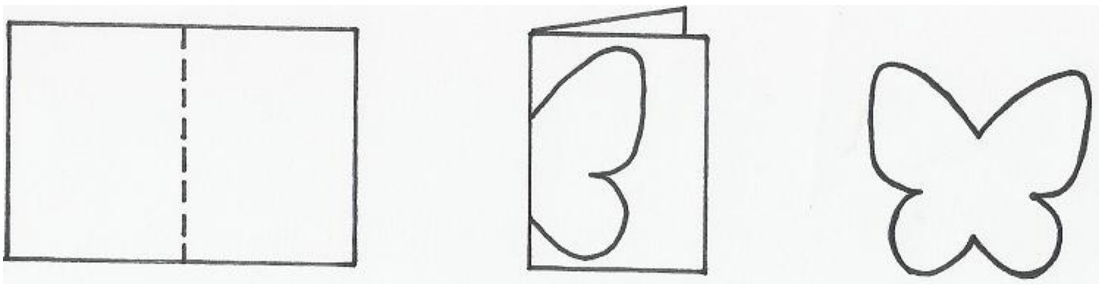
Reakce žáků:

Jakmile žáci začali pracovat, prohlásili nahlas, že se jedná o velmi lehký úkol. Vyhledávání rozdílů jim větší problémy nedělalo. Někteří žáci pro jistotu značili rozdíly do obou obrázků, tj. vpravo i vlevo. Všechny děti se do vyhledávání pustily se zájmem. Někteří žáci vznesli dotaz, zda právě ony dva stejné knoflíky jsou pokládány za jednu či dvě chyby. Opakovaně jsem jim dala najevo, že je jen na nich samotných, jak rozdíly vidí a označí.

Reflexe:
Z výsledků vyplývá, že dívky byly daleko pozornější než chlapci. Ani jednu žákyni nespletly osově souměrné detaily, tj. mašle, vlasy a záměrně dva stejné rozdíly, tj. dva stejné knoflíky a kapsy. Také musím přiznat, že dívky pracovaly déle, ale o to precizněji nežli chlapci.

Úkol 2 – VYSTŘIHNI SOUMĚRNÝ ÚTVAR

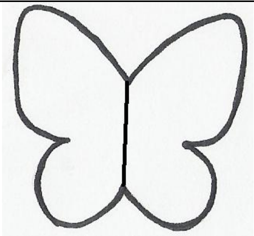
Dle přiloženého návodu přelož list papíru na polovinu, nakresli polovinu obrázku motýla, vystřihni, rozlož, označ přehyb (osa), nakonec souměrně vybarvi.



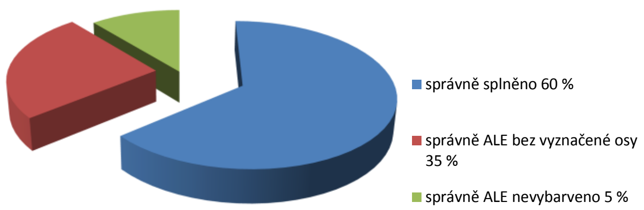
Obr. 2.1 *Návod na vystřihnutí souměrného útvaru motýla.*

Po splnění prvního úkolu se všichni žáci doslova vrhli do dalšího úkolu. Dle návodu (obr. 2.1) pohotově přeložili bílý papír A5, nakreslili polovinu motýla, vyznačili osu (přehyb papíru), vystřihli motýla a souměrně jej vybarvili.

Hodnotila jsem, zda žáci vědí, kde nakreslit jednu polovinu obrázku, aby po vystřižení a rozložení vznikl osově souměrný útvar. Ani jeden žák se nespletl a všichni hned napoprvé nakreslili polovinu motýla v přehybu papíru. Avšak jen někteří si přehyb, tj. osa útvaru, vyznačili tak, jak to bylo uvedeno v návodu plnění úkolu.

	**5. ročník (20 žáků)**		**14 chlapců, 6 děvčat**	
	celkem	**% z celkového počtu žáků**	**chlapci**	**děvčata**
Správně splněno dle zadání	12	60 %	6	6
Správně ALE bez vyznačené osy	7	35 %	7	0
Správně ALE nevybarveno	1	5 %	1	0

Tabulka č. 2.1 Vyhodnocení úkolu 2 – Souměrný útvar



Graf č. 2.1 Vyhodnocení úkolu 2 – Souměrný útvar

Reakce žáků:

Všichni žáci si úkol přečetli a začali jej plnit. Někteří chlapci se dožadovali šablony na obkreslení motýla. Když jsem jim však vysvětlila, že záleží jen na nich samotných, jakého motýla nakreslí, tři chlapci se rozhodli motýla doslova zkopírovat dle přiloženého návodu. Vystřihli tak stejně malého motýla, jaký byl na předloženém pracovním listě, tudíž jim vznikl zhruba o polovinu menší motýl, než měli ostatní žáci, kteří využili celé plochy přeloženého papíru A5 (obr. 2.2). Našli se i takoví chlapci, kteří nakreslili polovinu motýla, ovšem po vystřižení a rozložení to už na motýla moc nevypadalo. Sledovala jsem jejich reakce a udivilo mne, že byli se svou prací spokojeni a nenapadlo je přeložit papír zpět a tvar motýla trochu vylepšit (obr. 2.3). Děvčata si hravě poradila s úkolem, nakreslení a vystřihnutí motýla jim nečinilo problémy (obr. 2.4). Vybarvování motýlů žákům nečinilo problémy, avšak díky netrpělivosti z plnění dalších úkolů, které je dále čekají, většina žáků zvolila pastelky či fixy a motýla vybarvila velmi jednoduše a rychle. Jeden žák vystřiženého motýla dokonce nevybarvil vůbec se slovy, že se tím teď nebude zdržovat a vybarví ho až na konci hodiny, pokud mu zbyde čas (obr. 2.3).

Obr. 2.2 – Ukázka práce chlapců

Obr. 2.3 – Ukázka práce chlapců

Obr. 2.4 – Práce všech šesti děvčat

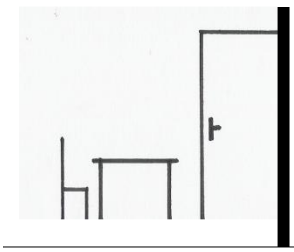
Reflexe:

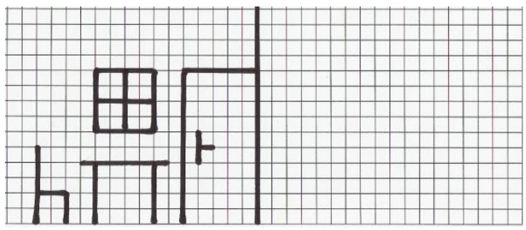
Paní učitelka byla překvapená, že některým žákům činilo nakreslení poloviny motýla bez šablony obtíže. Přiznala, že úkoly tohoto typu se sice objevily ve druhé a možná i ve třetí třídě, ale od té doby nic podobného nedělali. Tak jako v předchozím úkolu, i zde se ukázala pečlivost děvčat, které pracovaly téměř stejně rychle jako chlapci, a i přesto si daly více záležet, aby měl motýl pěkný tvar, byl hezky vystřihnutý a vybarvený. Ani jedna žákyně neopomněla zvýraznit přehyb papíru, tj. osu. Práce jim tak zabrala o něco více času nežli chlapcům. Ale jinak by se dalo říci, že téměř všichni pracovali stejně rychle a nikdo nebyl s úkoly extrémně pozadu či dopředu před ostatními. Během plnění úkolu se žáci spolu s paní učitelkou shodli na tom, že by rádi něco podobného tvořili i v pracovní či výtvarné výchově, kde by na práci měli více času a mohli využít jiných výtvarných technik nežli pastelky.

ÚKOL 3 – DOKRESLI DRUHOU POLOVINU OBRÁZKU

Dokresli druhou polovinu obrázku tak, aby byl souměrný podle vyznačené osy.

↙ osa ↙ osa





↖ zrcátko ↖ zrcátko

Obr. 3.1 Pokoj

Obr. 3.2 Pokoj ve čtvercové síti

S dokreslováním druhé poloviny obrázků se děti většinou seznámí již v útlém věku před nástupem povinné školní docházky. S dokreslováním obrázků do čtvercové sítě se žáci setkávají již od 1. ročníku, kdy mají zpočátku za úkol překreslit jeden obrázek z čtvercové sítě do druhé a až později dokreslit druhou polovinu obrázku.

Tento úkol obsahoval celkem dva obrázky. Záměrně jsem nakreslila téměř stejné obrázky na dva podklady, tj. čistý papír (obr. 3.1) a do čtvercové sítě (obr. 3.2). Úkolem žáků bylo co nejpřesněji dokreslit druhou polovinu obrázku. Zajímalo mne, který z obrázků bude žákům činit větší problém, zda dokreslení druhé poloviny na bílém podkladě, či ve čtvercové síti.

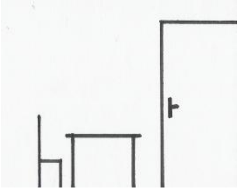
Během práce si žádný z žáků nevyžádal zrcátko ke kontrole úkolu.

U obr. 3.1 jsem za správné řešení hodnotila:

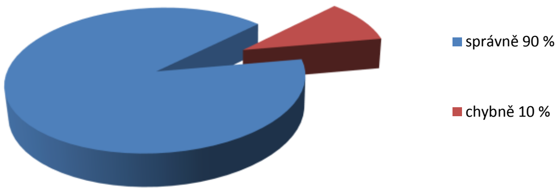
- dodržení velikosti osově souměrných tvarů a vzdálenosti mezi nimi.

U obr. 3.1 jsem za chybné řešení hodnotila:

- špatně dokreslené tvary dle osy, tj. převrácená klika.

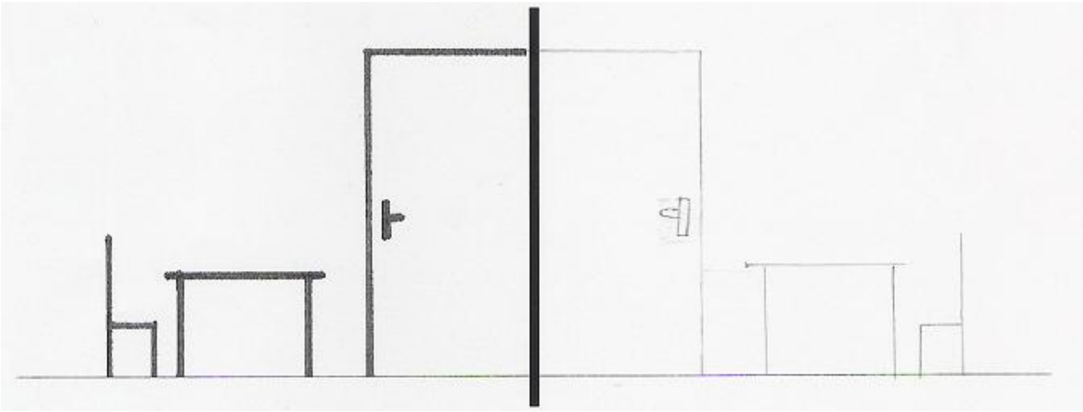
	**5. ročník (20 žáků)**		**14 chlapců, 6 děvčat**	
	celkem	**% z celkového počtu žáků**	**chlapci**	**děvčata**
Správně	18	90 %	12	6
Chybně	2	10 %	2	0

Tabulka č. 3.1 Vyhodnocení úkolu 3, obr. 3.1

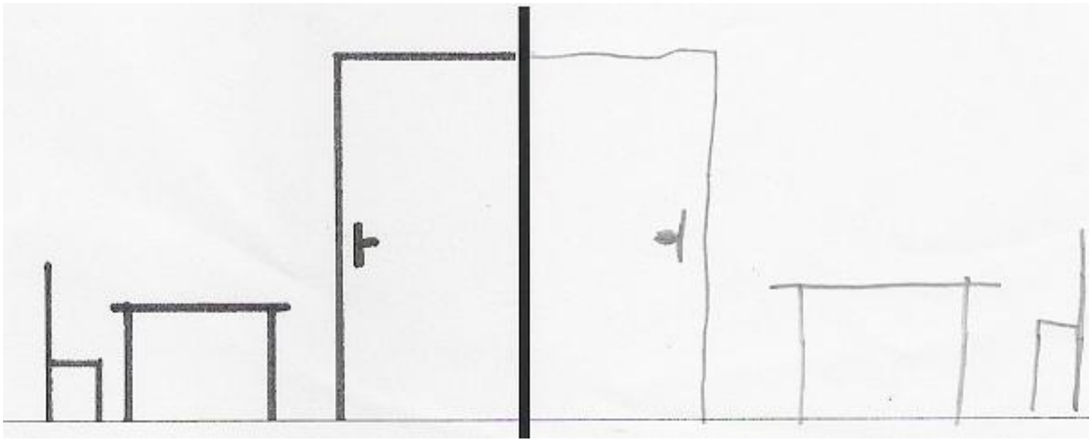


Graf č. 3.1 Vyhodnocení úkolu 3, obr. 3.1

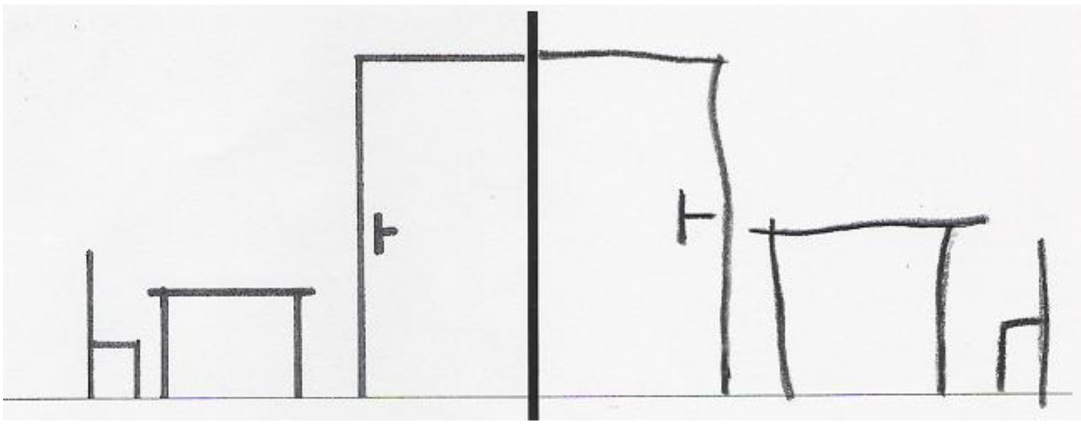
Přestože v zadání úkolu stálo dokreslit druhou polovinu, všechna děvčata dokreslila druhou polovinu obrázku pomocí pravítka. Jedna žákyně dokonce přesně odměřila všechny tvary a vzdálenosti (obr. 3.3). Většina chlapců dokreslila druhou polovinu obrázku rukou bez pomoci pravítka (obr. 3.4). Očekávala jsem chyby v umístění a orientaci kliky u dveří, což se objevilo pouze u dvou chlapců (obr. 3.5).



Obr. 3.3 Práce žákyně, která odměřila a narýsovala druhou polovinu obrázku.



Obr. 3.4 Ukázka práce jednoho z chlapců, kteří většinou dokreslili druhou polovinu obrázku ručně.



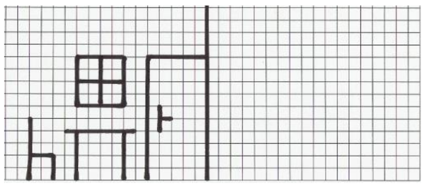
Obr. 3.5 Práce žáka, který chyboval v klice u dveří.

U obr. 3.2 jsem za správné řešení hodnotila:

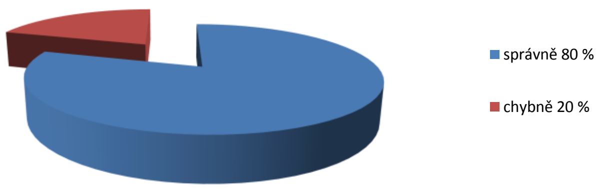
- dodržení velikosti osově souměrných tvarů a vzdálenosti mezi nimi ve čtvercové síti.

U obr. 3.2 jsem za chybné řešení hodnotila:

- špatně dokreslené tvary dle osy ve čtvercové síti, tj. dveře, okno
- špatně odpočítaný počet čtverců, přestože je obrázek dokreslen souměrně podle osy
- dokreslený obrázek pomocí posunutí.

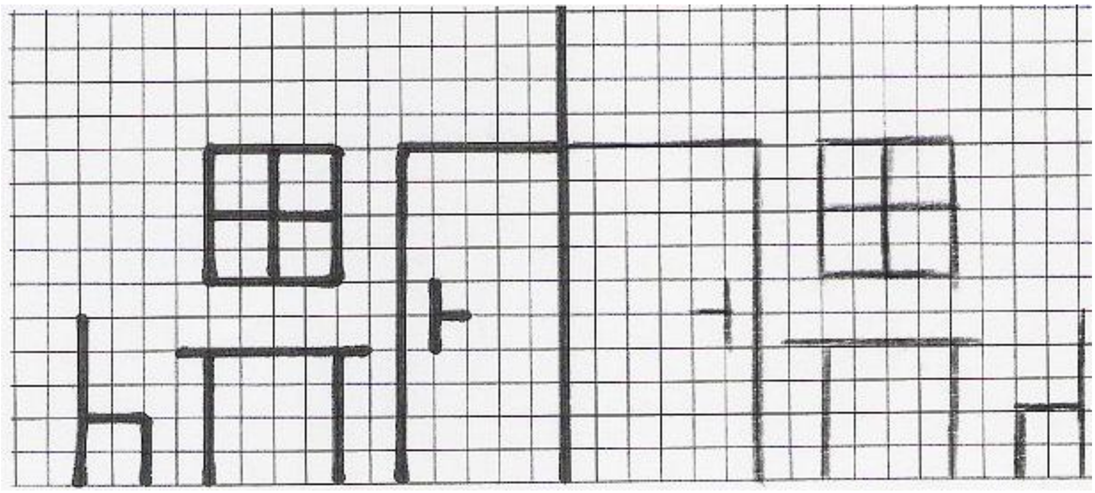
	**5. ročník (20 žáků)**		**14 chlapců, 6 děvčat**	
	celkem	**% z celkového počtu žáků**	**chlapci**	**děvčata**
Správně	16	80 %	11	5
Chybně	4	20 %	3	1

Tabulka č. 3.2 *Vyhodnocení úkolu 3, obr. 3.2*

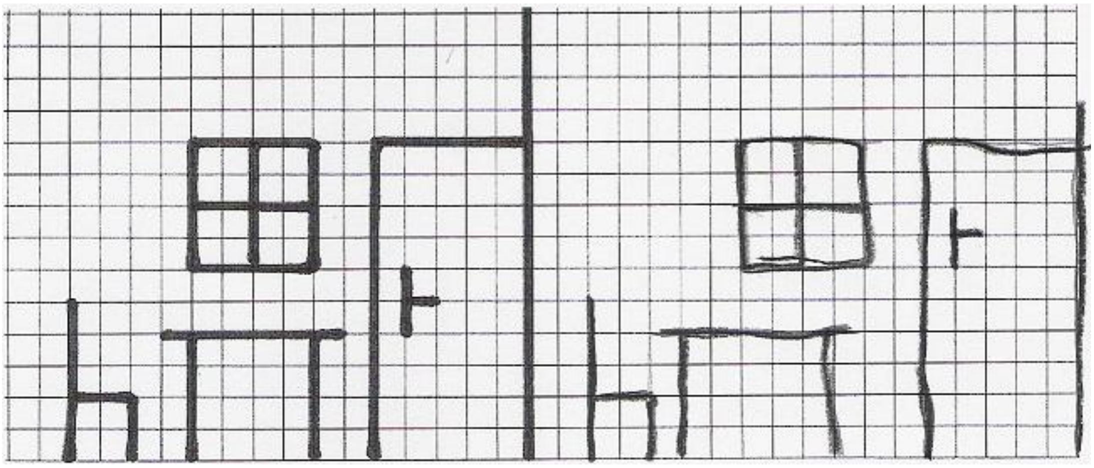


Graf č. 3.2 *Vyhodnocení úkolu 3, obr. 3.2*

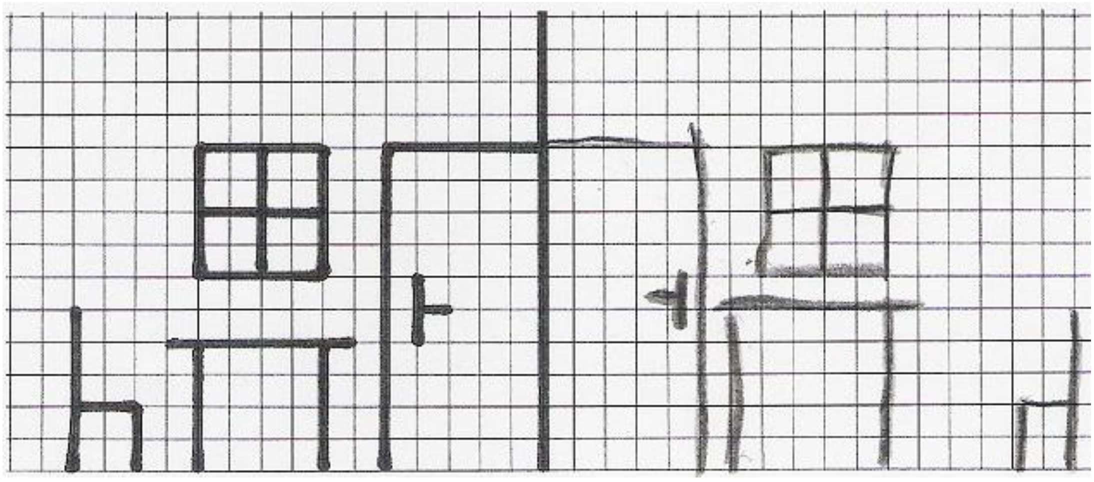
Žákům trvalo časově zhruba stejně dokreslit druhou polovinu obou obrázků. Děvčata opět vše rýsovala. Jedna žákyně udělala chybu ve čtvercové síti, kdy dokreslila druhou polovinu dveří širší o jednu řadu čtverců (obr. 3.6). Chlapci většinou úkol dokreslili ručně. Jeden žák měl evidentně s celým úkolem potíže. Obrázek nedokreslil souměrně podle osy, ale celý jej posunul (obr. 3.7). Jeden ze žáků zcela ignoroval čtvercovou síť, celý obrázek (kromě židle) zakreslil chybně do čtvercové sítě (obr. 3.8).



Obr. 3.6 Ukázka práce žákyně, která chybovala u dveří.



Obr. 3.7 Práce žáka, který celý obrázek posunul.



Obr. 3.8 Práce žáka, který ignoroval čtvercovou síť.

Reakce žáků:

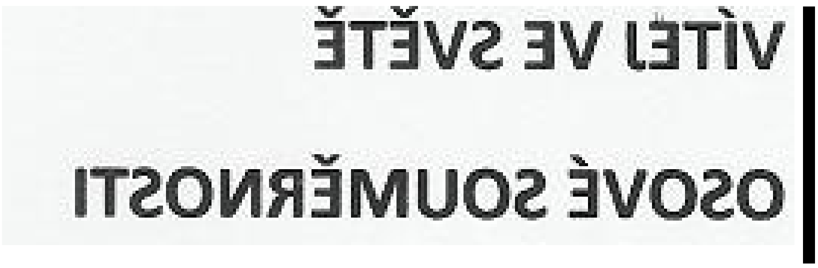
Žáci se shodli na tom, že úkol je jednoduchý a že si s ním ví rady.

Reflexe:

Předpokládala jsem, že dokreslení obrázku do čtvercové sítě bude pro žáky snazší, než jak se z výsledků ukázalo. Paní učitelka potvrdila, že podobné úkoly s dokreslováním do čtvercové sítě dělali naposledy před rokem a byla překvapená, že chybující žáci patří k těm lepším žákům ve třídě.

ÚKOL 4 – ZRCADLOVÝ TEXT

Nejprve se zaměřím na první část tohoto úkolu, který byl zaměřen na vyluštění zrcadlově převráceného textu.



Obr. 4.1 Zrcadlový text

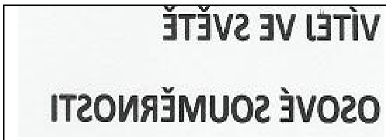
Úkolem dětí bylo rozluštit text a přepsat jej (obr. 4.1). K vyluštění textu či ke kontrole svých odpovědí si mohli žáci zapůjčit zrcátko u paní učitelky. Tuto možnost nakonec nikdo z žáků nevyužil.

Za správné řešení jsem hodnotila:

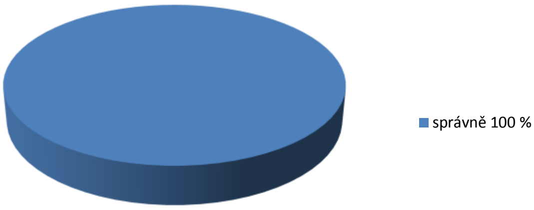
- bezchybně přepsaný text.

Za chybné řešení jsem hodnotila:

- kolik žáků text nerozluštilo či jej chybně přepsalo.

	5. ročník (20 žáků)		14 chlapců, 6 děvčat	
	celkem	**% z celkového počtu žáků**	**chlapci**	**děvčata**
Správně	20	100 %	14	6
Chybně	0	0 %	0	0

Tabulka č. 4.1 Vyhodnocení vyluštění zrcadlového textu.



Graf č. 4.1 Vyhodnocení vyluštění zrcadlového textu

Reakce žáků:

Většina žáků ihned pochopila podstatu úkolu. Avšak našli se i žáci, kteří se snažili přečíst text zleva. Jejich první reakce byly opravdu zmatené a nahlas se ptali sami sebe, co to je, že se to nedá přečíst. Znovu jsem žáky upozornila o možnosti zapůjčení zrcátka, které by jim usnadnilo vyluštění textu. Ovšem během chvilky, i ti žáci, kteří zprvu nechápali zadání, pochopili, že se jedná o zrcadlový text a pokládali úkol za jednoduchý. Rozluštění a přepsání správného znění textu jim tak zabralo opravdu chviličku.

Reflexe:

Očekávala jsem, že žákům 5. ročníku nebude činit velký problém vyluštit a správně přepsat zrcadlový text, přestože se až dosud s podobným úkolem na základní škole nesetkali. Moje domněnka byla správná. Daný úkol žáci zvládli bez větších obtíží, i když zpočátku byli reakce smíšené jak u chlapců, tak i u děvčat.

Po vyluštění a přepsání textu se žáci pustili do druhé části tohoto úkolu, kde měli označit osově souměrná písmena a vyznačit všechny jejich osy (obr. 4.2).

OSOVÁ SOUMĚRNOST

Obr. 4.2 Označit osově souměrná písmena a vyznačit jejich osy.

Tento úkol byl daleko náročnější než předchozí. Předpokládala jsem rozporuplné výsledky o souměrnosti písmen s diakritikou, tj. Á, Ě, neboť písmena A, E jsou sice osově souměrná, ale pokud se přihlédne k dané diakritice, tak už je za souměrná považovat nemůžeme. Mé očekávání potvrdila větší polovina žáků.

Za správné řešení jsem hodnotila:

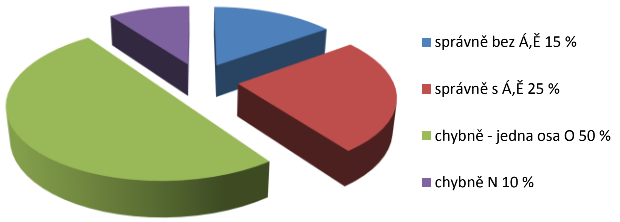
- kolik žáků vyznačilo obě dvě osy souměrnosti u písmene O
- kolik žáků označilo všechna osově souměrná písmena i s diakritikou, tj. O, V, U, M, T, Á, Ě
- kolik žáků označilo pouze osově souměrná písmena O, V, U, M, T, protože písmena s diakritikou Á, Ě nepokládali za osově souměrná

Za chybné řešení jsem hodnotila:

- kolik žáků označilo pouze jednu osu souměrnosti u písmene O
- kolik žáků označilo písmeno, které není osově souměrné, nejčastěji se jednalo o písmeno N

O S O V Á S O U M Ě R N O S T	**5. ročník (20 žáků)**		**14 chlapců, 6 děvčat**	
	celkem	**% z celkového počtu žáků**	**chlapci**	**děvčata**
Správně O,V,U,M,T bez Á, Ě	3	15 %	2	1
Správně O,V,U,M,T,Á,Ě	5	25 %	4	1
Chybně - jen jedna osa O	10	50 %	6	4
Chybně – písmeno N	2	10 %	2	0

Tabulka č. 4.2 Vyhodnocení osově souměrných písmen



Graf č.4.2 Vyhodnocení osově souměrných písmen

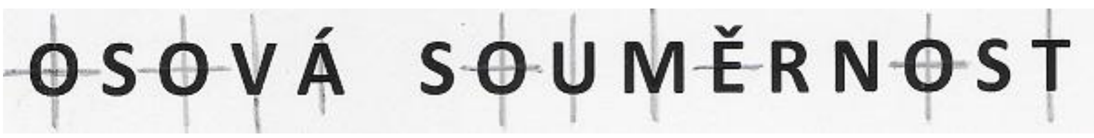
Reakce žáků:

Všichni žáci chápali zadání a ihned se pustili do práce. Někteří žáci se unáhlili s řešením a poté často gumovali, nejčastěji to bylo písmeno S a N. Bystřejší žáci vznesli dotaz, že si neví rady, jak je to s písmeny Á a Ě. Řekla jsem, že rozhodnutí o souměrnosti těchto písmen ponechávám zcela na nich samotných.

Reflexe:

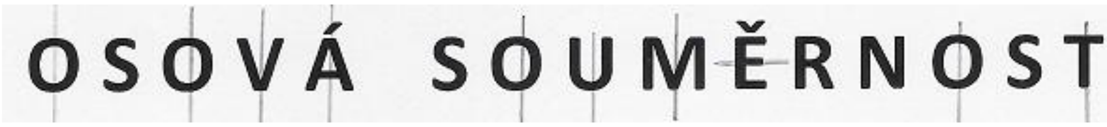
Můj předpoklad o rozporuplných výsledcích písmene Á a Ě se naplnil. Jen tři žáci označili osu souměrnosti i u písmen s diakritikou Á, Ě (obr. 4.3). Dalších pět žáků, kteří řešili úkol správně, nepokládalo písmena s diakritikou za osově souměrná, a tak neoznačili písmeno Á a Ě (obr. 4.4). Pouze jeden žák označil osu písmene Á a písmeno Ě neoznačil. Domnívám se, že čárka nad písmenem A pro něj nebyla tak důležitá, jako háček u písmene E. Ale je to jen moje domněnka.

Nejčastější chybou bylo označení všech os písmene O. Zde většina žáků chybovala. Nezaměřili se na to, že písmeno O má více os, tj. dvě osy souměrnosti (obr. 4.5).



Obr. 4.3 Ukázka bezchybné práce jednoho z žáků, který označil všechna osově souměrná písmena i s diakritikou.

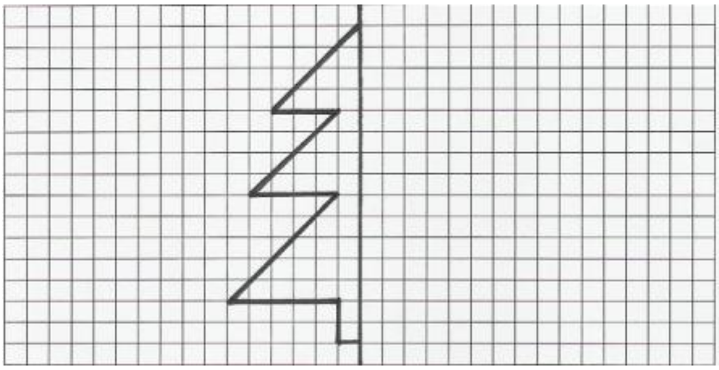
Obr. 4.4 *Ukázka bezchybné práce jednoho z žáků, který nepokládal písmena s diakritikou za osově souměrná.*



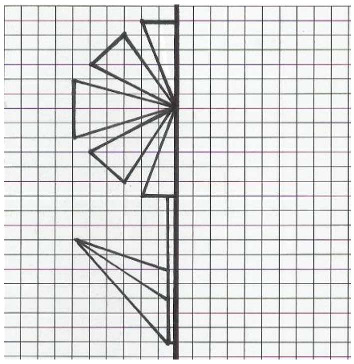
Obr. 4.5 *Ukázka chybujícího žáka, který neoznačil obě osy souměrnosti písmene O.*

ÚKOL 5 – DOKONČI DRUHOU POLOVINU OBRÁZKU

Pomocí pravítka dorýsuj obrázek tak, by byl souměrný podle vyznačené osy.



obr. 5.1 Strom



obr. 5.2 Květina

Úkolem žáků bylo dorýsovat druhou polovinu obrázku ve čtvercové síti tak, aby byl souměrný podle vyznačené osy. Žáci měli před sebou dva obrázky, obrázek stromu a květiny. Oba obrázky jsem hodnotila dle stejných kritérií.

Za správné řešení jsem hodnotila:

- narýsovaný obrázek
- dodržení počtu čtverců osově souměrného obrázku
- přesnost rýsování ve čtvercové síti

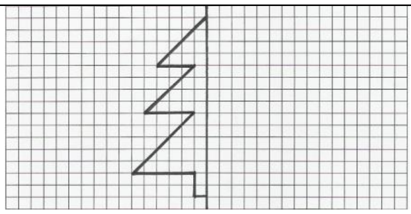
Za nesprávné řešení jsem hodnotila:

- obrázek, který nebyl narýsován, přestože byl osově souměrný

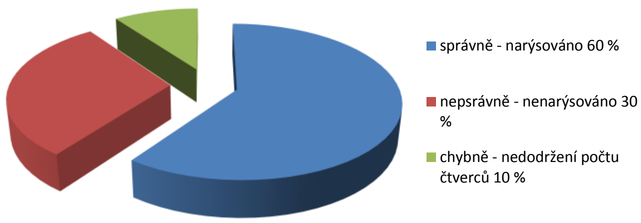
Za chybné řešení jsem hodnotila:

- špatně odpočítaný počet čtverců, přestože je obrázek dokreslen souměrně podle osy

Nejprve se zaměřím na první obrázek, tj. obr. 5.1.

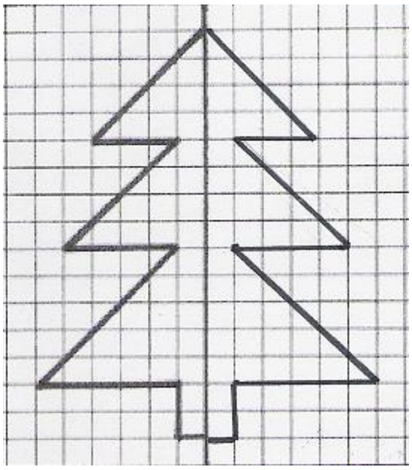
	**5. ročník (20 žáků)**		**14 chlapců, 6 děvčat**	
	celkem	**% z celkového počtu žáků**	**chlapci**	**děvčata**
Správně – narýsováno	12	60 %	6	6
Nesprávně – nenarýsováno	6	30 %	6	0
Chybně – nedodržení počtu čtverců	2	10 %	2	0

Tabulka č. 5.1 Vyhodnocení dorýsování druhé poloviny obrázku 5.1 do čtvercové sítě.

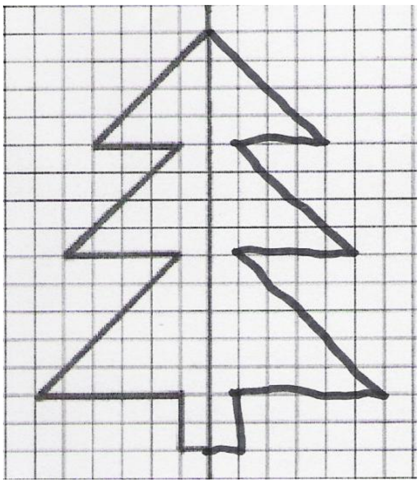


Graf č. 5.1 Vyhodnocení dorýsování druhé poloviny obrázku 5.1 do čtvercové sítě

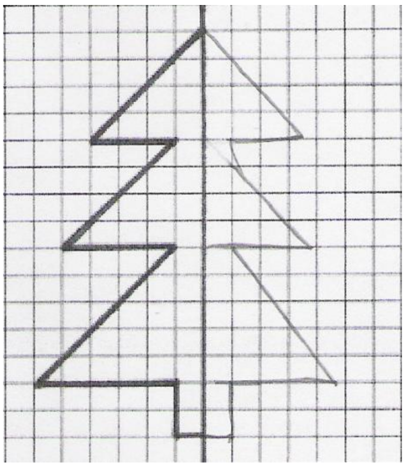
Obrázek stromu patřil mezi lehčí úkol. Z vyhodnocení je zřejmé, že opět děvčata dbala více na přesnost práce a správnost zadání úkolu. Ani jedna žákyně nedokončila obrázek stromu bez použití pravítka (obr. 5.3). Z výsledků práce chlapců vyplývá, že téměř všichni splnili úkol bezchybně, avšak jen polovina z nich správně, protože obrázek dorýsovali. Druhá polovina chlapců obrázek dokreslila ručně, což jsem hodnotila za nesprávně řešený úkol. (obr. 5.4). Dva chlapci v úkolu chybovali. Jeden žák nedbal na čtvercovou síť (obr. 5.5). Druhý žák přestože rýsoval, chyboval v počtu čtverců první a druhé větve stromu a opomněl narýsovat kmen stromu. Mne i paní učitelku na práci tohoto žáka překvapilo, že dokončení obrázku květiny zvládl naprosto bravurně a takový lehčí úkol, jakým je dorýsování obrázku stromu, mu činil problémy (obr. 5.6)



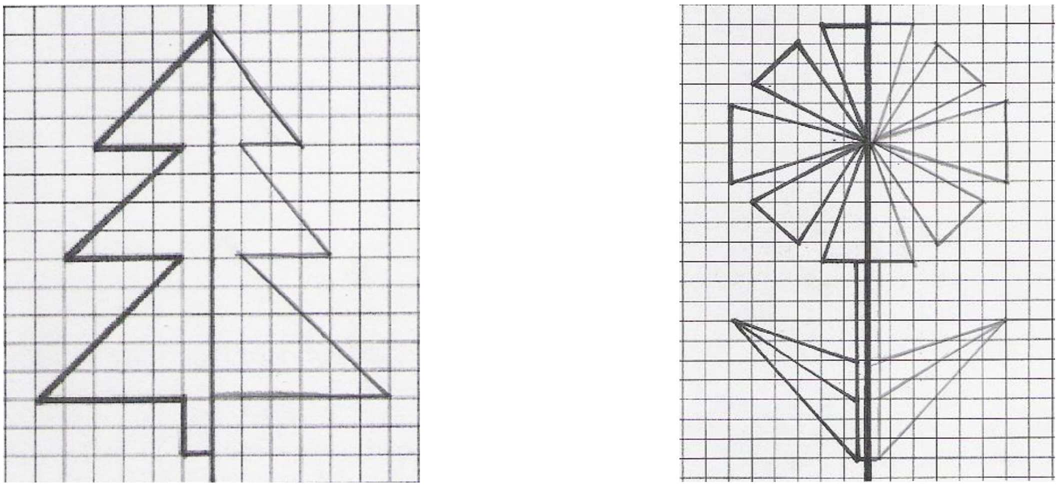
Obr. 5.3 Ukázka bezchybné práce jedné z žákyň.



Obr. 5.4 Ukázka nesprávně provedeného úkolu jednoho z chlapců, kteří nerýsovali.

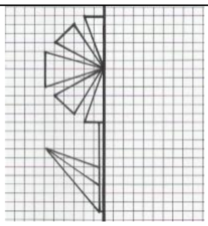


Obr. 5.5 Ukázka chybného řešení jednoho z chlapců.

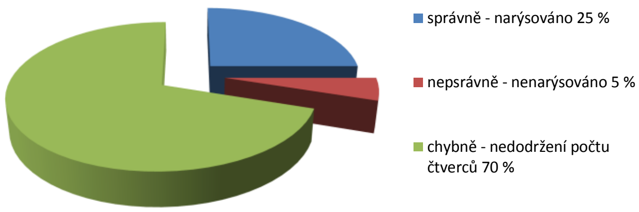


Obr. 5.6 Práce žáka, který přestože chyboval v prvním (lehčím) obrázku, druhý (těžší)obrázek zvládl naprosto správně.

Výsledky hodnocení *druhého* obrázku, tj. obr. 5.2, byly následující:

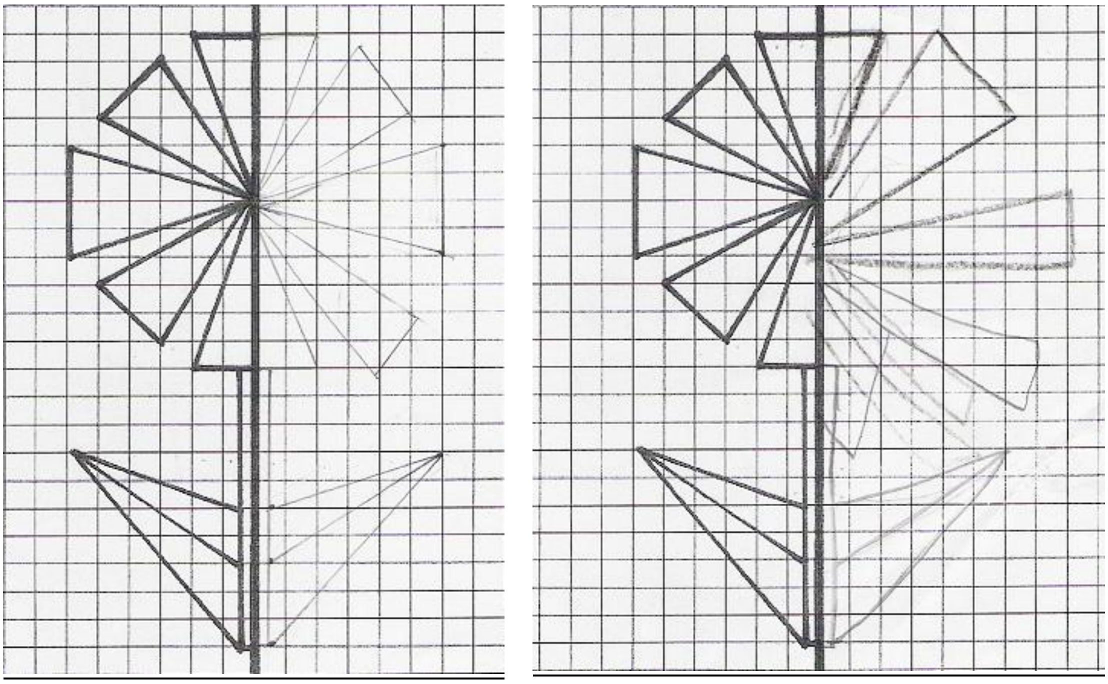
	**5. ročník (20 žáků)**		**14 chlapců, 6 děvčat**	
	celkem	**% z celkového počtu žáků**	**chlapci**	**děvčata**
Správně – narýsováno	5	25 %	3	2
Nesprávně – nenarýsováno	1	5 %	1	0
Chybně – nedodržení čtverců	14	70 %	10	4

Tabulka č. 5.2 Vyhodnocení dorýsování druhé poloviny obrázku 5.2 do čtvercové sítě.



Graf č. 5.2 Vyhodnocení dorýsování druhé poloviny obrázku 5.2 do čtvercové sítě

Dorýsování druhé poloviny květiny bylo pro většinu žáků obtížné, což je patrné z vyhodnocení úkolu. Jak děvčata, tak i chlapci zde především měli problémy s odpočítáním čtverců v horní části květiny, tj. květ. Dorýsování spodní části květiny, tj. listu, se podařilo většině žáků, kteří jinak chybovali (obr. 5.7). Všichni, kteří chybovali, se dopustili nepřesnosti v dorýsování do čtvercové sítě. Někteří žáci dorýsovali okvětní lístky o několik čtverečků větší či menší. Dva žáci, přestože nesedí spolu v lavici, nedokázali dokreslit květ, kde okvětní lístky vychází z jednoho středu a tyto lístky dokreslili z několika bodů na ose obrázku.



Obr. 5.7 Ukázka práce žáků, kteří měli problémy s horní částí květiny, dolní část splnili dobře.

Reakce žáků:

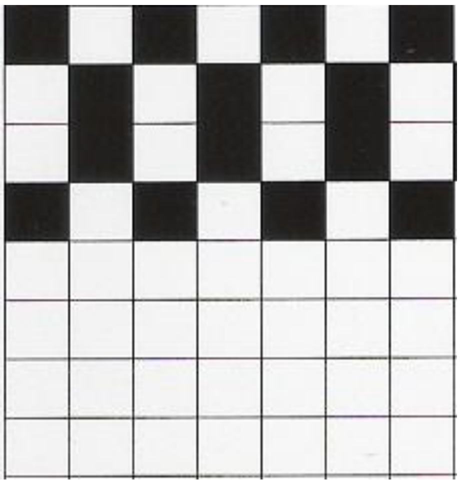
Žáci pracovali stále se zaujetím, bez známky únavy, přestože se blížil konec vyučovací hodiny. O přestávce některé děti nechtěly přestat a pracovaly dál. Ostatní žáci si jich nevšímali a brali naprosto zodpovědně fakt, že se jedná o samostatnou práci. O výsledcích spolu nehovořili, pouze si vyměňovali názory, zda se jim podaří Alenku dostat z kouzelné říše.

Reflexe:

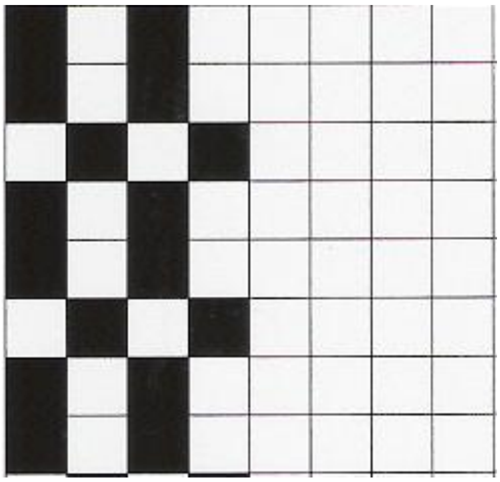
Hodnotila jsem především přesnost rýsování, která by již žákům 5. ročníku neměla činit problémy, proto mne i paní učitelku udivilo, že se vyskytlo hodně žáků, kteří dokreslili obrázek rukou, přestože měli všechny potřebné pomůcky na svých stolech přichystány. Domnívám se, že to bylo způsobeno jejich nepozorností a snahou plnit další úkoly.

ÚKOL 6 – DOKONČI DLAŽDICE NA CHODNÍKU

Šestým úkolem bylo dokončit dvě dlaždice na chodníku. Dlaždice 1 byla navržena vertikálně (obr. 6.1) a dlaždice 2 byla horizontálně (obr. 6.2).



Obr. 6.1 Dlaždice 1



Obr. 6.2 Dlaždice 2

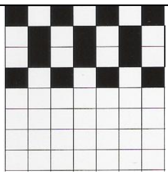
Kritéria hodnocení pro obě dlaždice byla stejná.

Za bezchybné řešení, jsem hodnotila:

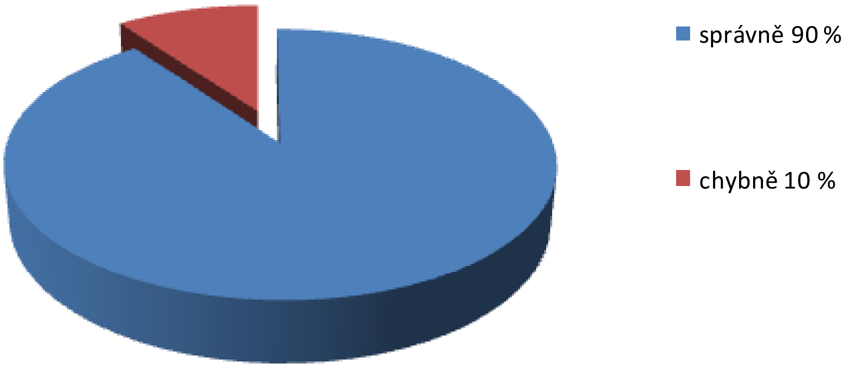
- správně dokončený vzor dlaždice

Za chybné řešení jsem hodnotila:

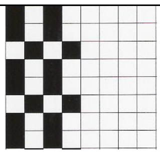
- špatně dokončený vzor dlaždice
- dokončený vzor dlaždice podle smyšlené osy

	5. ročník (20 žáků)		14 chlapců, 6 děvčat	
	celkem	% z celkového počtu žáků	chlapci	děvčata
Správně	18	90 %	13	5
Chybně	2	10 %	1	1

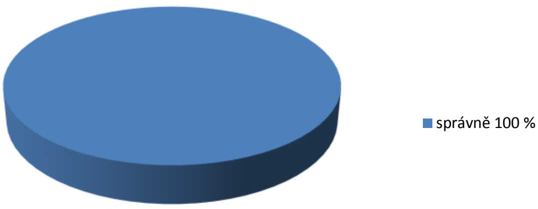
Tabulka č. 6.1 *Vyhodnocení výsledků dokončení vzoru dlaždice 1*



Graf č. 6.1 *Vyhodnocení výsledků dokončení vzoru dlaždice 1*

	5. ročník (20 žáků)		14 chlapců, 6 děvčat	
	celkem	% z celkového počtu žáků	chlapci	děvčata
Správně	20	100 %	14	6
Chybně	0	0 %	0	0

Tabulka č. 6.2 *Vyhodnocení výsledků dokončení vzoru dlaždice 2*



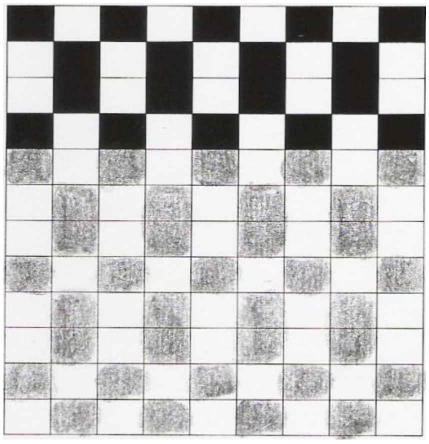
Graf č. 6.2 *Vyhodnocení výsledků dokončení vzoru dlaždice 2*

Reakce žáků:

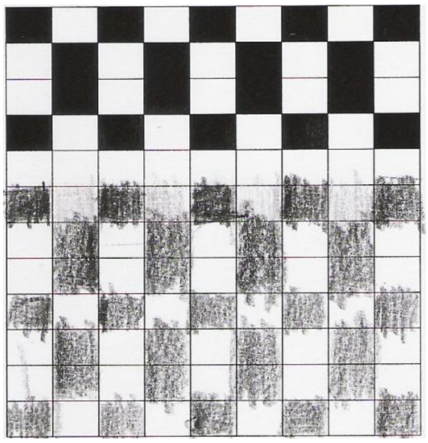
Tento úkol pokládali žáci za snadný a jeho splnění jim trvalo chvilku.

Reflexe:

Protože se v tomto úkolu nejednalo o osovou souměrnost, očekávala jsem, že se někteří žáci spletou a úkol dokončí chybně podle smyšlené osy. Moje domněnka se potvrdila pouze u dlaždice 1, kde chybovali dva žáci, z nichž jeden pokračoval v dokončení dlaždice dle smyšlené osy (obr. 6.3). Druhý žák vynechal v dlaždici celý řádek (obr. 6.4). Předpokládám, že tento volný řádek představoval pro žáka osu souměrnosti, protože dále pak vzor dlaždice dokončil podle osy, tj. volný řádek.
Dlaždici 2 dokončili všichni žáci bezchybně.



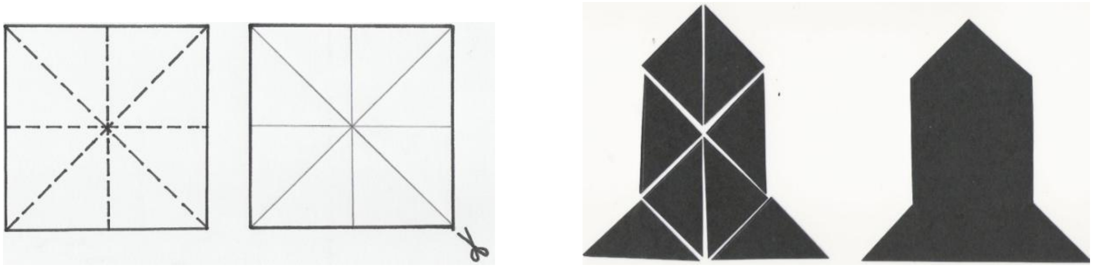
Obr. 6.3 Ukázka chybného řešení, dokončení vzoru dle smyšlené osy.



Obr. 6.4 Ukázka chybného řešení, dokončení vzoru dle volného řádku.

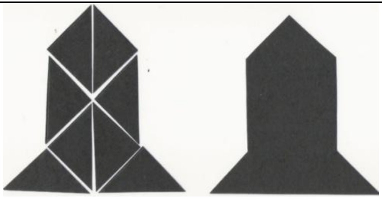
ÚKOL 7 – SKLÁDÁNÍ SOUMĚRNÝCH OBRAZCŮ

Žáci měli za úkol vystřihnout čtverec z bílého papíru A5, dle návodu (obr. 7.1) přeložit, vzniklé osy čtverce vyznačit, nastříhat podle vyznačených os, z vystřihnutých geometrických útvarů poskládat a nalepit věž na barevný papír.

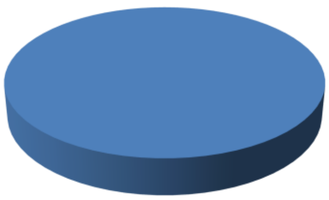


Obr. 7.1 Návod na skládání souměrného obrazce – věž.

Za bezchybné řešení jsem hodnotila sestavení a nalepení správného obrysu věže.

	**5. ročník (20 žáků)**		**14 chlapců, 6 děvčat**	
	celkem	**% z celkového počtu žáků**	**chlapci**	**děvčata**
Správně	20	100 %	14	6
Chybně	0	0 %	0	0

Tabulka č. 7.1 Vyhodnocení skládání souměrného obrazce – věž.



Graf č. 7.1 Vyhodnocení skládání souměrného obrazce - věž

K vytvoření tohoto úkolu mne inspiroval čínský hlavolam Tangram. Chtěla jsem, aby si žáci sami manipulativní činností pohráli s geometrickým útvarem, v našem případě čtverec, a při překládání určili všechny jeho osy. Dále čtverec rozstříhali dle jeho os a z nových vzniklých geometrických útvarů sestavili jiný útvar, tj. věž. Od paní učitelky jsem dopředu věděla, že žáci mají zkušenosti s překládáním čtverce z papírových skládanek, které občas tvoří v hodinách pracovní činnosti. Ale skládání obrazců z geometrických útvarů žáci až tak často nedělají, proto mi sama paní učitelka doporučila, abych v postupu ponechala i detail obrázku, kde je vidět jak je tvar věže sestaven z trojúhelníků. To napomohlo tomu, že všichni žáci sestavili požadovaný obrys věže správně.

Děvčata opět nezklamala a projevila větší pečlivost ve stříhání a lepení.

Reakce žáků:

Žáci si úkol přečetli a ihned začali pracovat dle zadání. Pro žádného z žáků ve třídě nebyl problém vystřihnout z bílého papíru A5 čtverec. Bylo zajímavé pozorovat žáky při překládání papíru. Většina žáků postupovala dle zadání, ale našli se i takoví, kteří čtverec přeložili napůl, nerozložili jej zpět a tento nový geometrický útvar přeložili podle jeho osy na další polovinu a dále pak na trojúhelník. Po rozložení papíru měli požadovaný počet os, podle nichž čtverec rozstříhali na trojúhelníky. Třemi tahy tak docílili požadovaného počtu os čtverce.

Zajímavé řešení:

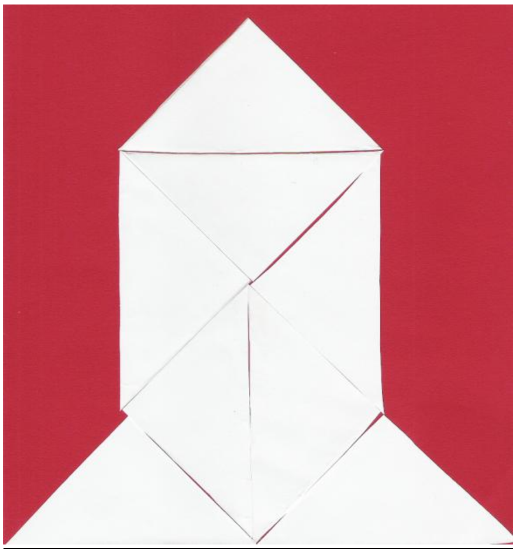
Dva z žáků se při skládání tvaru věže nedrželi striktně přiloženého postupu a tak pomocí jinak umístěných trojúhelníků docílili požadovaného tvaru věže (obr. 7.2).

Jeden z žáků se sice držel postupu, kdy přeložením papíru vyhledal všechny čtyři osy čtverce, ale dále pak pokračoval tak, že jednu polovinu čtverce rozstřihl dle všech jeho os a druhou polovinu čtverce na dva menší čtverce. Z takto vystřihnutých útvarů sestavil požadovaný tvar věže, proto jsem i jeho práci pokládala za správně vyřešenou (obr. 7.3).

Reflexe:

Žákům se skládání a tvoření z geometrických útvarů líbilo. Většina žáků neměla problémy při skládání věže, avšak byli i takoví, kterým trvalo déle, než pochopili, jak geometrický útvar otočit a překlopit, aby docílili správného výsledku.

Paní učitelku tento úkol natolik zaujal, že se rozhodla zařadit něco obdobného do některé ze svých příštích hodin pracovní činnosti, v níž by si žáci vyrobili svůj vlastní čínský hlavolam Tangram, který se skládá ze sedmi geometrických útvarů, a dále si pak vyzkouší poskládat obrázek pouze dle jeho obrysu.

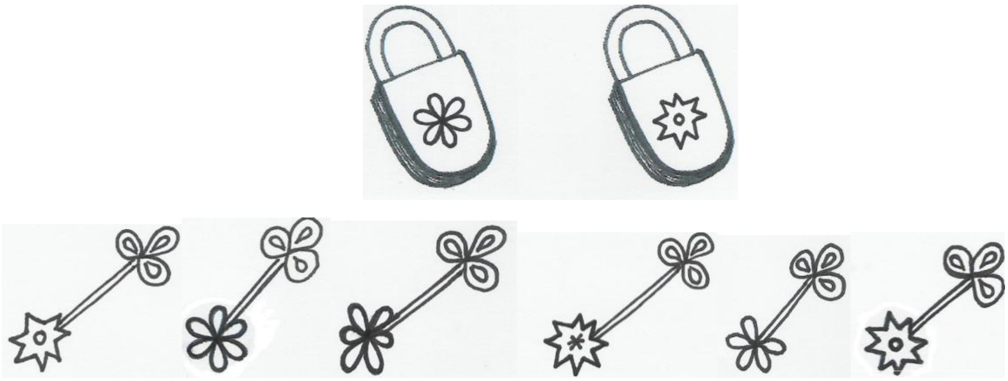


Obr. 7.2 Práce žáka, který se nedržel striktně postupu při skládání věže.

Obr. 7.3 Práce žáka, který se nedržel striktně postupu při střihání věže.

ÚKOL 8 – NAJDI SPRÁVNOU DVOJICI

Do každého zámku pasuje vždy jen jeden klíč. Najdi správný klíč a spoj ho se zámkem, ke kterému patří.



Obr. 8.1 Hledání správné dvojice

Dle zadání úkolu měli žáci vyhledat pouze jeden klíč a přiřadit jej ke správnému zámku (obr. 8.1). Při přípravě tohoto úkolu jsem si dala záležet, aby vyhledání správné dvojice klíč-zámek nebylo až tak jednoduché pro žáky 5. ročníku a aby splnění tohoto úkolu vyžadovalo jejich pozornost a soustředění.

Za správné řešení jsem hodnotila:

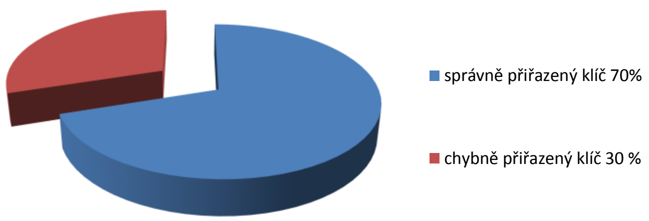
- bezchybně přiřazený klíč k zámku

Za chybné řešení jsem hodnotila:

- špatně přiřazený klíč k zámku
- více než jeden klíč přiřazený k zámku, přestože jeden z nich byl správný

	**5. ročník (20 žáků)**		**14 chlapců, 6 děvčat**	
	celkem	**% z celkového počtu žáků**	**chlapci**	**děvčata**
Správně přiřazený klíč	14	70 %	8	6
Chybně přiřazený klíč	6	30 %	6	0

Tabulka č. 8.1 Vyhodnocení vyhledání správné dvojice.



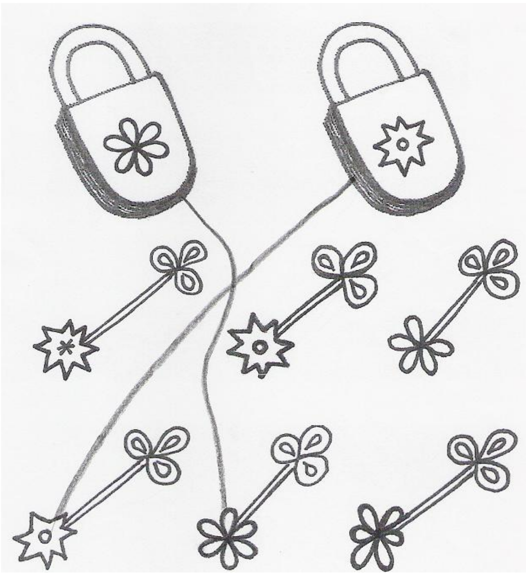
Graf č. 8.1 Vyhodnocení vyhledání správné dvojice

Reakce žáků:

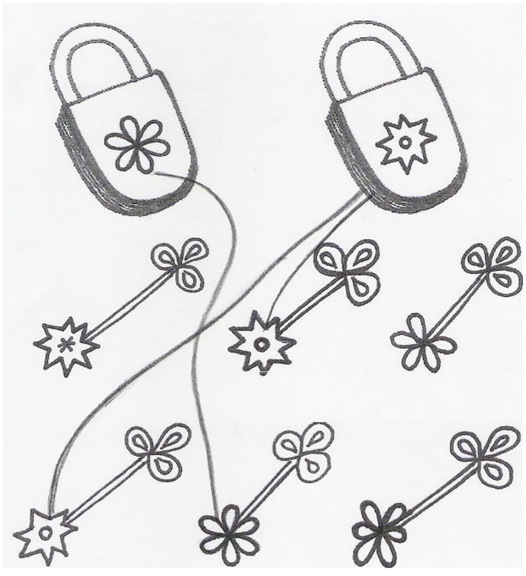
Žáci, kteří začali na úkolu pracovat, pronesli nahlas, že se jedná o velmi snadný úkol. Většina žáků rychle přiřadila klíč k zámku. Jakmile měli úkol splněn, pustili do dalšího úkolu. Žáci si byli naprosto jistí správností svých odpovědí.

Reflexe:

Přestože se jednalo o snadný úkol, téměř třetina žáků chybovala. Všechna děvčata splnila úkol bezchybně. Jedna z nich správnou dvojici dokonce i vybarvila. Chybujícími žáky byli pouze chlapci, z nichž tři přiřadili špatný klíč k zámku (obr. 8.2) a zbylí tři chlapci přiřadili k jednomu zámku dva klíče (obr. 8.3). Jejich chybu si vysvětluji tím, že byli nepozorní právě proto, že na první pohled vypadal úkol velmi jednoduše.



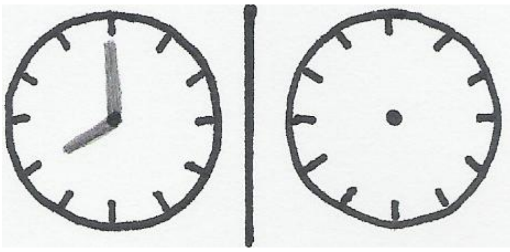
Obr. 8.2 Chybné řešení jednoho z klíčů

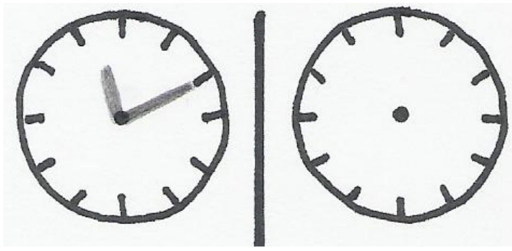


Obr. 8.3 Chybné řešení - dva klíče k jednomu zámku

ÚKOL 9 – ZRCADLOVÉ HODINY

Zakresli a zapiš správný čas, který ukazují zrcadlové hodiny. Můžeš použít zrcátko.





zrcadlové hodiny	*skutečný čas*	*zrcadlové hodiny*	*skutečný čas*

Obr. 9.1 *Zrcadlové hodiny*

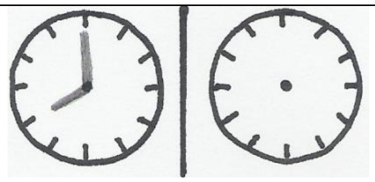
Po lehčím úkolu s vyhledáváním správné dvojice následoval úkol těžší, jenž vyžadoval zvýšenou pozornost v určování a zakreslení skutečného času, který byl znázorněn na šesti zrcadlových hodinách. Předpokládala jsem, že žákům 5. ročníku nebude činit problém zakreslit jak čas na hodinách, tak jej i písemně zapsat na volný řádek pod hodinami.

Za správné řešení jsem hodnotila:

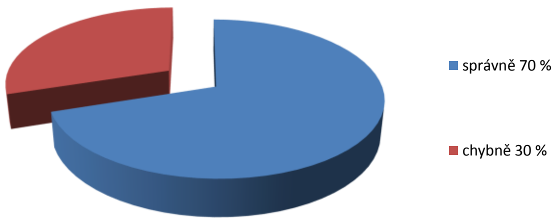
- bezchybně zakreslený skutečný čas, který je souměrný se zrcadlovými hodinami
- bezchybný zápis skutečného času

Za chybné řešení jsem hodnotila:

- chybně zakreslený skutečný čas, který je souměrný se zrcadlovými hodinami
- chybný zápis skutečného času

	5. ročník (20 žáků)		14 chlapců, 6 děvčat	
	celkem	**% z celkového počtu žáků**	**chlapci**	**děvčata**
Správně	14	70 %	8	6
Chybně	6	30 %	6	0

Tabulka č. 9.1 Vyhodnocení zrcadlových hodin



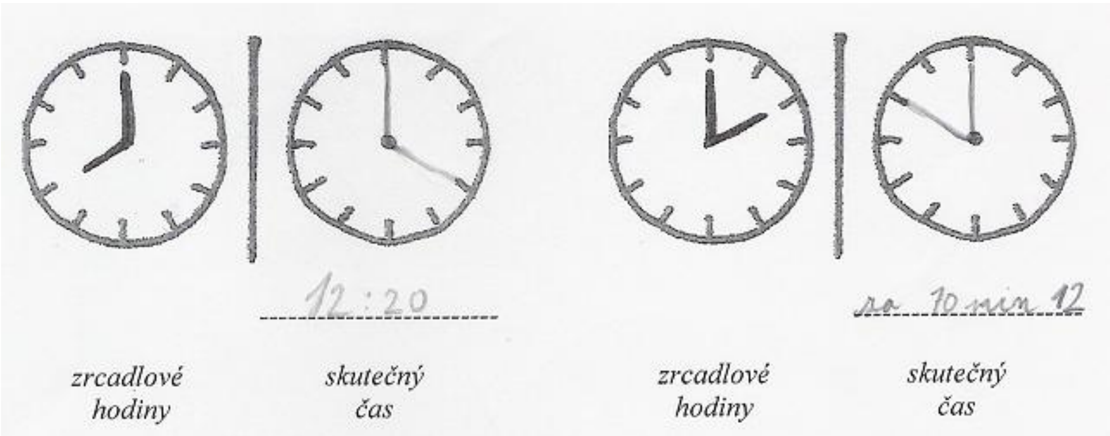
Graf č. 9.1 Vyhodnocení zrcadlových hodin

Reakce žáků:

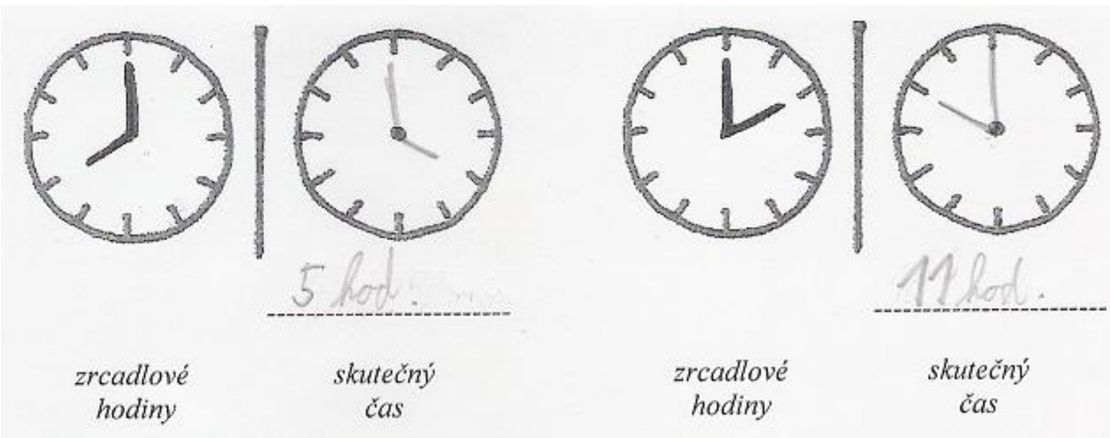
Přestože měli za sebou žáci přes jeden a půl vyučovací hodiny, nezaznamenala jsem žádnou nevoli při plnění tohoto úkolu. Žáci pouze vznesli dotaz, zda je nutné čas i zapsat, když jej zakreslí do hodin. Vysvětlila jsem, že pokud čas zakreslí a nezapíší pod hodiny, bude se to počítat jako nesplněný úkol. Také jsem zdůraznila, že si mohou zapůjčit zrcátko. Avšak této možnosti nikdo z žáků nevyužil. Během zpracovávání úkolu se žáci skutečně snažili neudělat chybu a bylo vidět časté gumování a přepisování, zvláště u chlapců.

Reflexe:

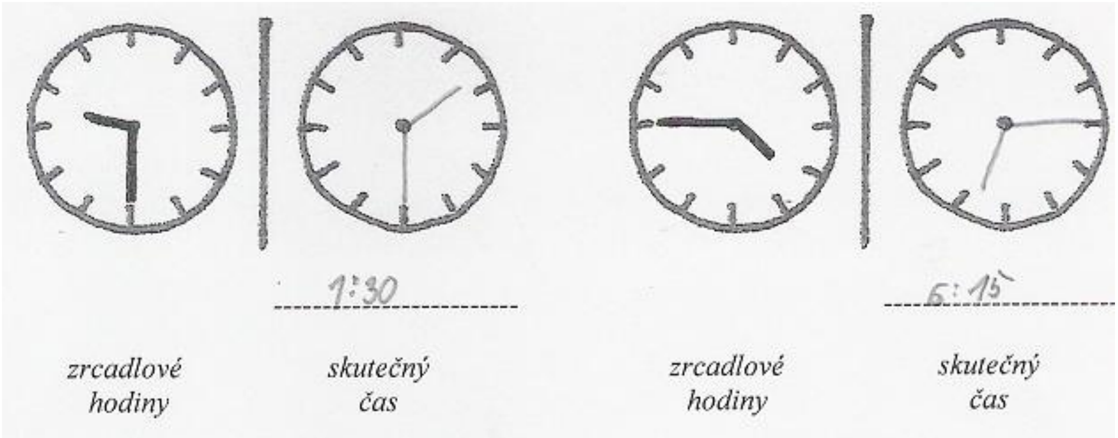
Z výsledků v tabulce č. 9 vyplývá, že třetina žáků chybovala. Mezi chybujícími byli pouze chlapci; děvčata zvládla úkol bez větších obtíží a častého gumování. Udivující na celém úkolu bylo častější chybování ve znázornění či zápisu času celé hodiny nežli různorodého času, který je z mého pohledu daleko obtížnější a náročnější. Žáci často chybovali především proto, že během znázorňování času do hodin důkladně nerozlišili malou a velkou ručičku a následně pak čas zapsali špatně, což je patrné z obr. 9.2. Rovněž bylo zajímavé pozorovat práci chybujících žáků, kteří neměli větší problémy se zakreslením času do hodin, nýbrž s jeho písemným zápisem (obr. 9.3). Další chybné práce se týkaly především znázornění a zápisu hodin, které neukazovaly celou hodinu. Zde žáci chybovali buď ve znázornění času, který pak i špatně zapsali (obr. 9.4) či chybovali v písemném zápisu času, přestože znázornili čas správně (obr. 9.5).



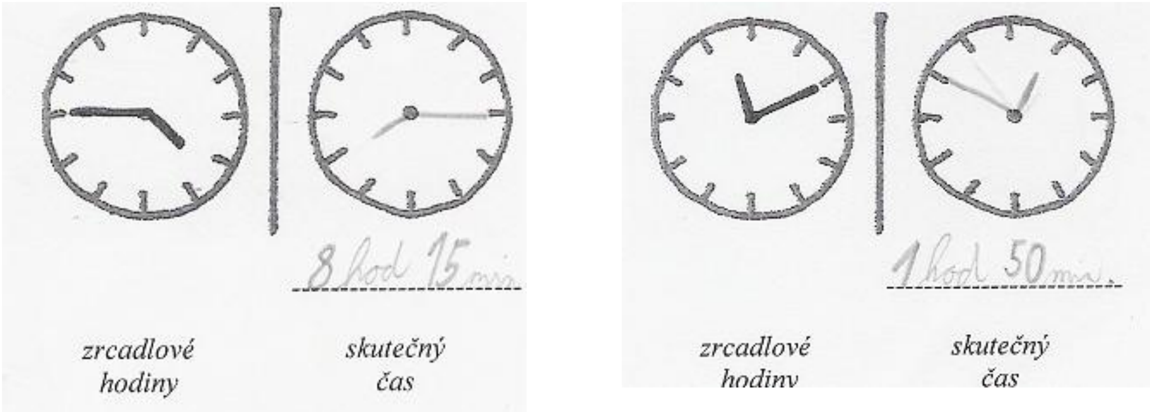
Obr. 9.2 Ukázka chybného značení ručiček a chybného zápisu času.



Obr. 9.3 Ukázka chybného zápisu hodin, přestože je čas znázorněn správně.



Obr. 9.4 Ukázka chybného znázornění hodin a tudíž i zápisu času.



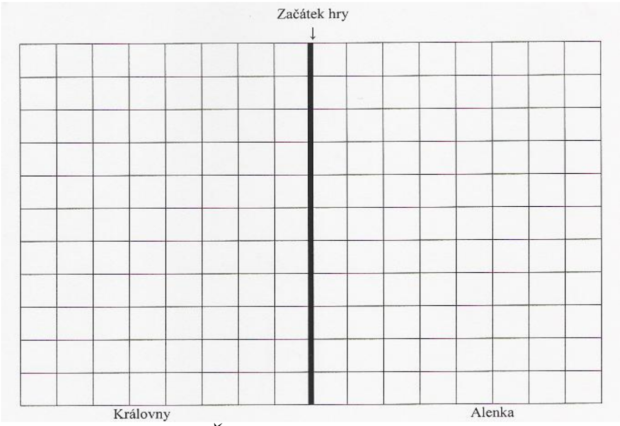
Obr. 9.5 Ukázka správného znázornění hodin, avšak chybného zápisu času.

ÚKOL 10 – ŠACHOVÁ HRA NA SOUMĚRNOST

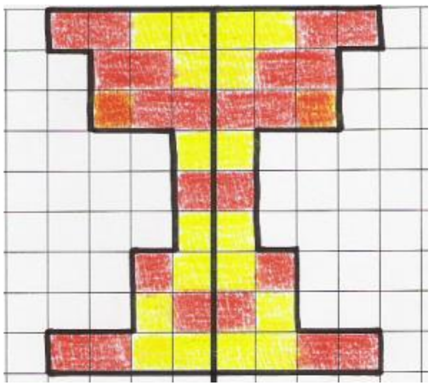
Posledním úkolem byla šachová hra na souměrnost (obr. 10.1). Dle zadání měli žáci za úkol dokreslit tahy královen do levé poloviny obrázku, poté nakreslit Alenčin osově souměrný obraz v pravé polovině obrázku a na závěr hotový útvar souměrně vybarvit. Výsledkem měl být obrys poháru vítězství pro Alenku (obr. 10.2), která správným splněním úkolu zvítězí nad královnami, a dostane zpět své zrcadlo, díky jemuž se může vrátit do říše lidí.

Žáci ovšem předem netušili, jaký útvar by jim měl vzniknout. Až po skončení úkolu jim bylo oznámeno, zda mají úkol správně vyřešen a souměrně vybarven a zda svým správným řešením úkolu pomohli Alence z kouzelné říše zpět do říše lidí.

Černá a Bílá královna táhne: 4←, 1↓, 1→, 2↓, 2→, 3↓, 1←, 2↓, 2←, 1↓, 4→.



Obr. 10.1 Šachová hra - zadání



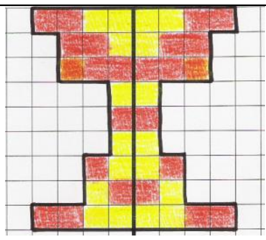
Obr. 10.2 Ukázka správného řešení

Za správné řešení jsem hodnotila:

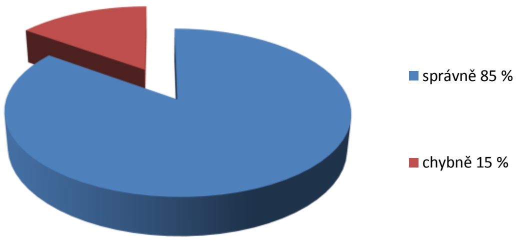
- bezchybně řešené tahy levé i pravé poloviny obrázku
- souměrně vybarvený útvar

Za chybné řešení jsem hodnotila:

- špatně řešené tahy v levé polovině obrázku, přestože celý obrázek je osově souměrný
- nesouměrnost pravé poloviny obrázku k levé polovině

	**5. ročník (20 žáků)**		**14 chlapců, 6 děvčat**	
	celkem	**% z celkového počtu žáků**	**chlapci**	**děvčata**
Správně	17	85 %	11	6
Chybně	3	15 %	3	0

Tabulka č. 10.1 Vyhodnocení šachové hry na souměrnost



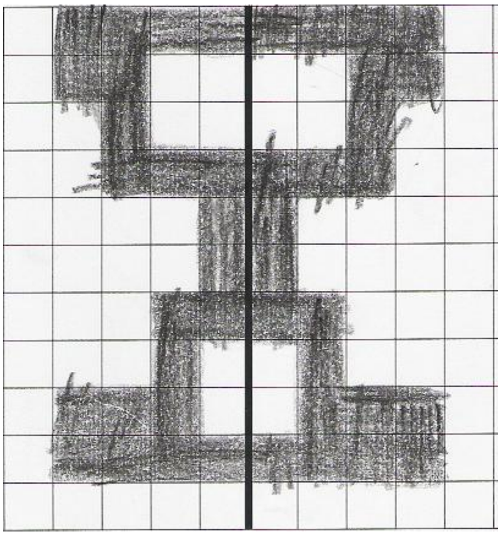
Graf č 10.1 Vyhodnocení šachové hry na souměrnost

Reakce žáků:

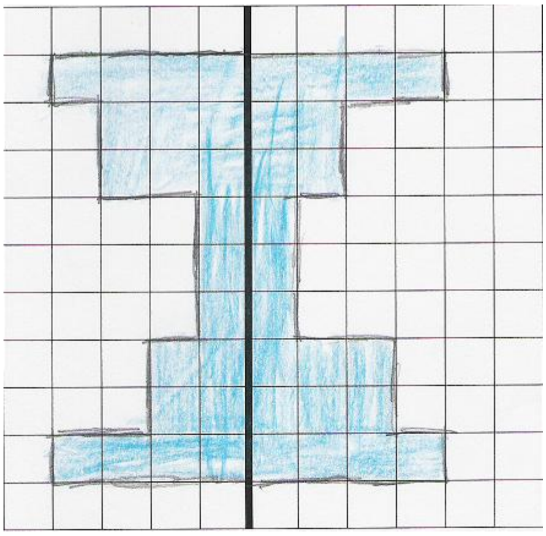
Žáci se k úkolu propracovali časově přibližně stejně. Všem zbyl dostatek času do konce druhé vyučovací hodiny k dokončení posledního úkolu. Téměř na všech dětech bylo možné pozorovat jejich zaujetí a soustředění. Někteří dokonce vyjadřovali své obavy, zda plní úkol bezchybně, aby tak pomohli Alence zpět. O to větší radost pak měli, když jim byla potvrzena správnost jejich řešení úkolu.

Reflexe:

Při sestavování všech deseti úkolů do pracovních listů jsem se snažila o střídání lehčích a náročnějších úkolů, které jsou provázeny poutavým příběhem. Přesto všechno jsem měla obavy, aby děti nebyly již po téměř dvouhodinové práci znavené, a aby měly dostatek energie a chuti do plnění posledního a zároveň nejdůležitějšího úkolu. Mé obavy se naštěstí nepotvrdily, což je jistě patrné z vyhodnocení v tabulce č. 10. Pouze tři žáci – chlapci chybovali. Jeden z nich chyboval již v tazích dle zadání v levé polovině obrázku; pravou polovinu obrázku pak dokončil souměrně k levé (obr. 10.2). A dva žáci chybovali v pravé polovině obrázku, která není osově souměrná k levé (obr. 10.3).



Obr. 10.2 Chybné řešení dle zadání



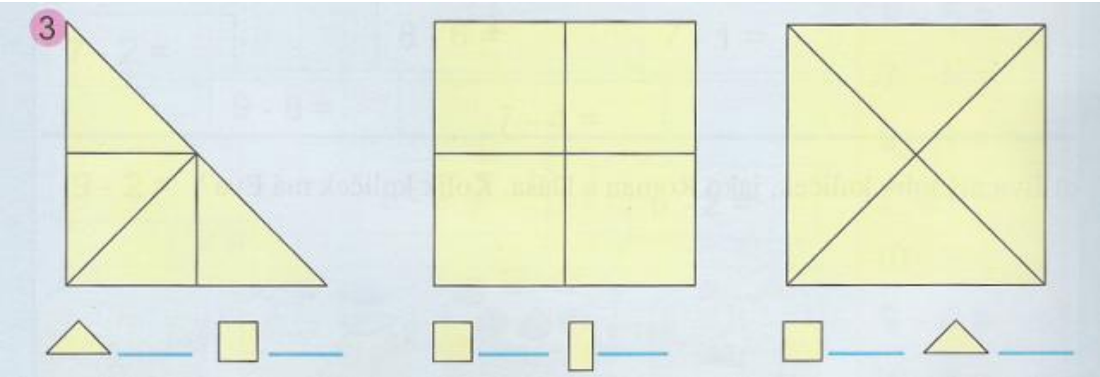
Obr. 10.3 Chybné řešení - nesouměrnost

7 SOUBOR NÁMĚTŮ ÚKOLŮ

V průběhu studia odborné literatury a zpracovávání dat týkajících se tématu této diplomové práce, jsem shledala velké množství různých typů úkolů, jež jsem se rozhodla dále uspořádat a vytvořit tak menší soubor námětů úkolů zaměřený na osovou souměrnost. Věřím, že bude inspirací a přínosem pro mnohé učitele primárního vzdělávání k jejich další motivaci žáků základních škol.

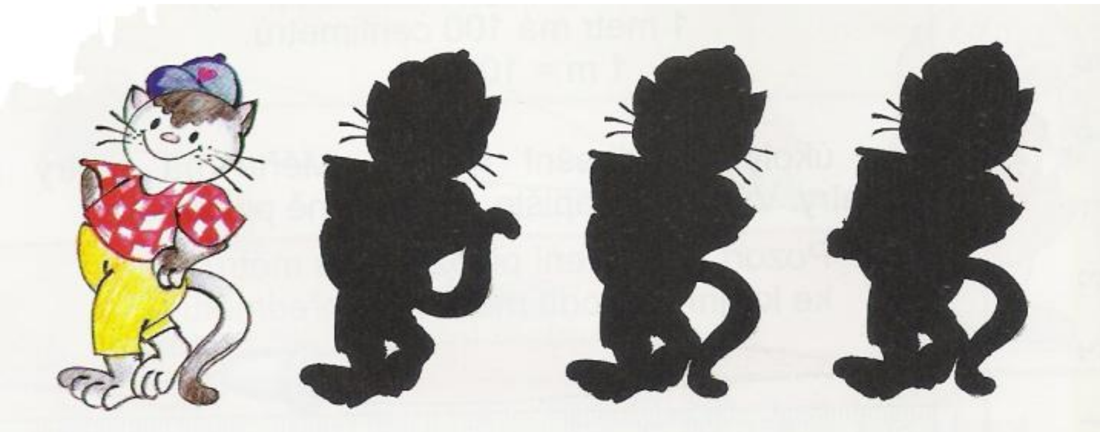
- **ÚKOLY ZAMĚŘENÉ NA ROZVOJ GEOMETRICKÉ PŘEDSTAVIVOSTI A ROZPOZNÁNÍ SHODNOSTI ÚTVARŮ**

Napiš na řádky, kolik vyznačených geometrických útvarů najdeš v obrázcích.



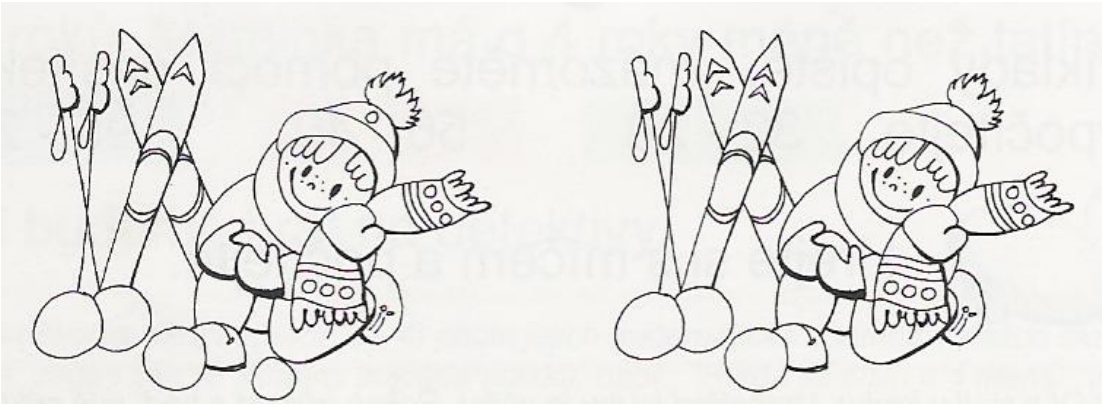
POTŮČKOVÁ, Jana. *Matematika: pro 1. třídu základní školy. Díl 2*. Vyd. 1. Brno: Studio 1+1, 1998. 46 s. ISBN 80-901986-4-3, str. 42.

Který stín na zdi patří kocourovi?



POTŮČKOVÁ, Jana. *Matematika: pro 2. třídu základní školy. Díl 2*. Brno: Studio 1+1, 1999. ISBN 80-86252-02-7, str. 17.

Najdi pět rozdílů mezi obrázky?

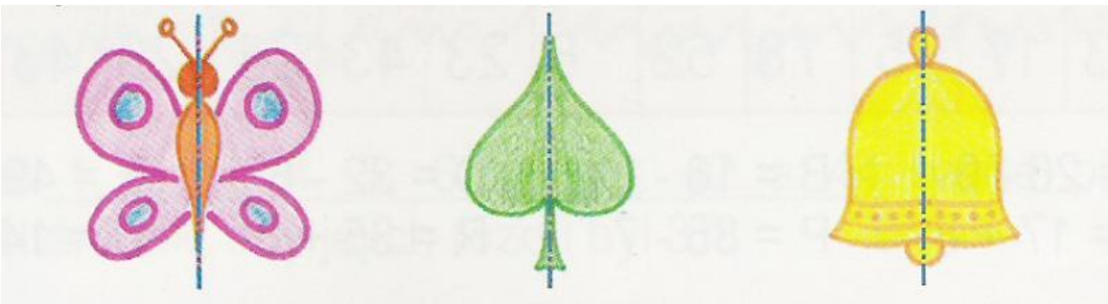


POTŮČKOVÁ, Jana. *Matematika: pro 2. třídu základní školy. Díl 2*. Brno: Studio 1+1, 1999. ISBN 80-86252-02-7, str. 25.

- **ÚKOLY S VYUŽITÍM ZRCÁTKA**

Při práci s osovou souměrností se často využívá zrcátka, z jehož pomocí mohou žáci ihned vytvořit souměrný obrázek či zároveň vykouzlit dvojníka obrázku.

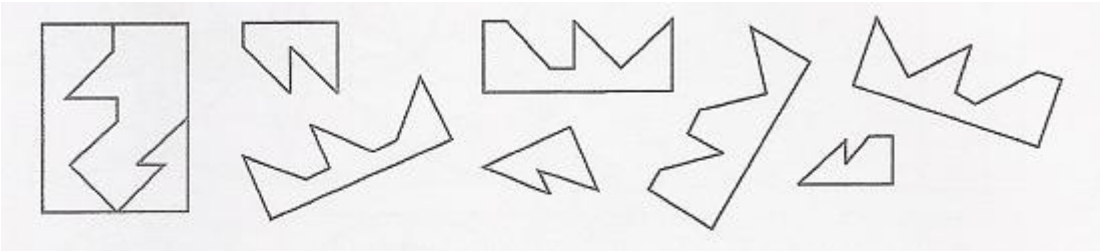
Přesvědč se zrcátkem o souměrnosti těchto obrázků. Zrcátko přiložte na osu souměrnosti.



POTŮČKOVÁ, Jana. *Matematika: pro 2. třídu základní školy. Díl 2*. Brno: Studio 1+1, 1999. ISBN 80-86252-02-7, str. 40.

- **ÚKOLY S VYUŽÍTÍM PRŮSVITKY**

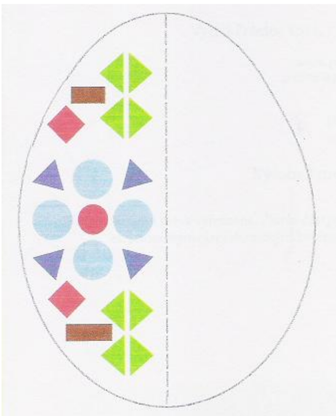
Tatínek vyřízl z obdélníkové desky díl vyznačený na náčrtku. Najdeš mezi ostatními kousky ty, které mu zbyly? Vymaluj je.

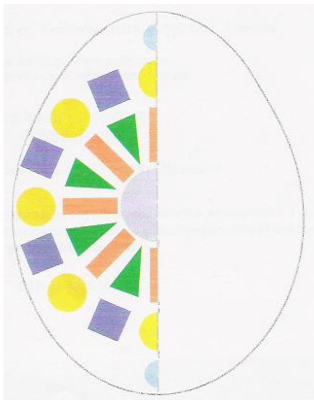


JUSTOVÁ, Jaroslava. *Matematika: pro 5. ročník základních škol. Díl 1*. 2. vyd. Všeň: Alter, 1997. 63 s. ISBN 80-85775-70-0, str. 62.

- **DOKONČENÍ SOUMĚRNÉHO OBRÁZKU**

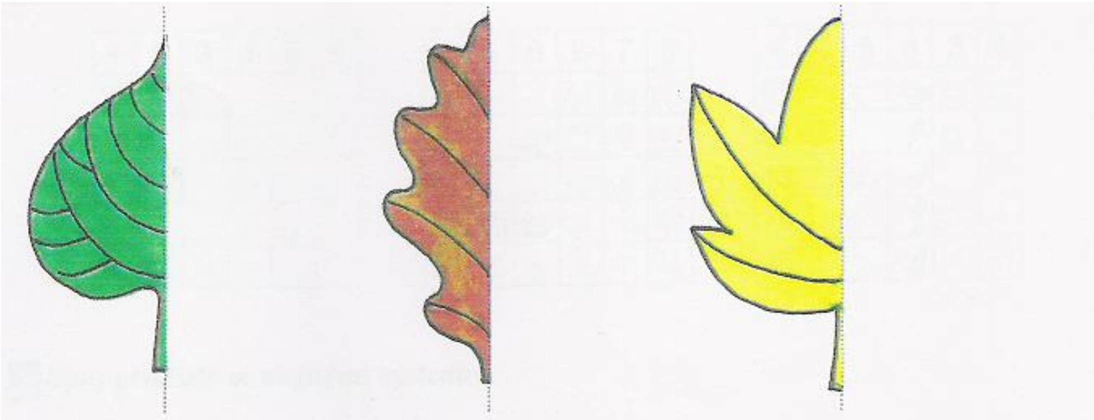
Dokážeš dokreslit neúplné obrázky?





MIKULENKOVÁ, Hana a MOLNÁR, Josef. *Matematika a její aplikace:1. ročník. Díl 3*. Olomouc: Prodos, 2008. ISBN 80-7230-160-8, str. 28.

Dokresli druhou polovinu listů



MOLNÁR, Josef, ed. a MIKULENKOVÁ, Hana, ed. *Matematika pro 2. ročník. Díl 2*. Olomouc: Prodos, 2003. 63 s. ISBN 80-85806-88-6.

Umíš namalovat odraz obrázku ve vodě?

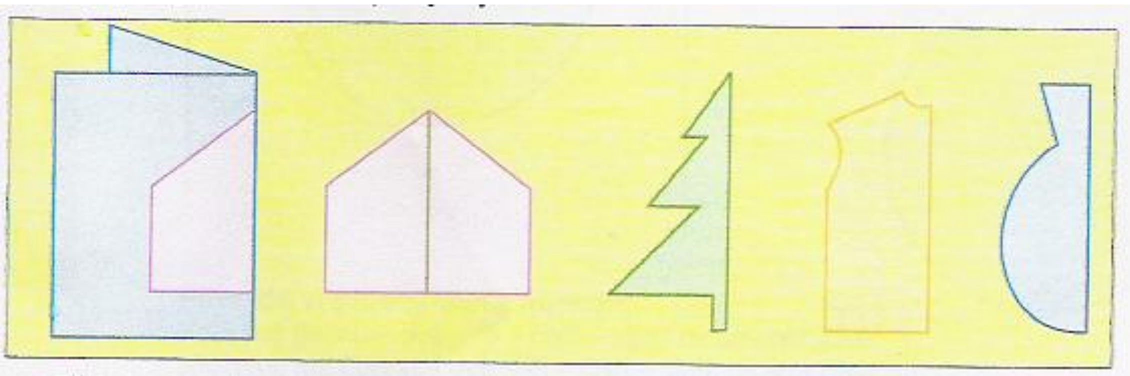
MOLNÁR, Josef, ed. a MIKULENKOVÁ, Hana, ed. *Matematika pro 2. ročník. Díl 2*. Olomouc: Prodos, 2003. 63 s. ISBN 80-85806-88-6.

- **PŘEKLÁDÁNÍ A SKLÁDÁNÍ PAPÍRU**

Pracuj dle návodu:

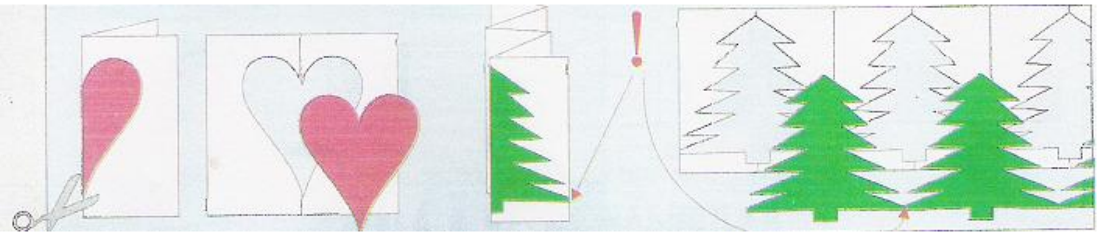
Přelož list papíru, vyber si některý z obrázků a z přeloženého papíru vystřihni.

Vystřižený útvar rozlož a přehyb vyznač barevně.



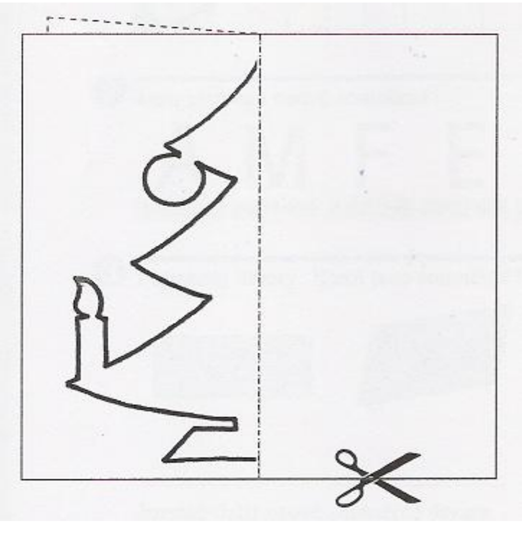
BLAŽKOVÁ, Růžena a MATOUŠKOVÁ, Květoslava. *Matematika: pro 4. ročník základních škol. Díl 2*. Vyd. 1. Všeň: Alter, 1996. 62 s. ISBN 80-85775-57-3, str. 49.

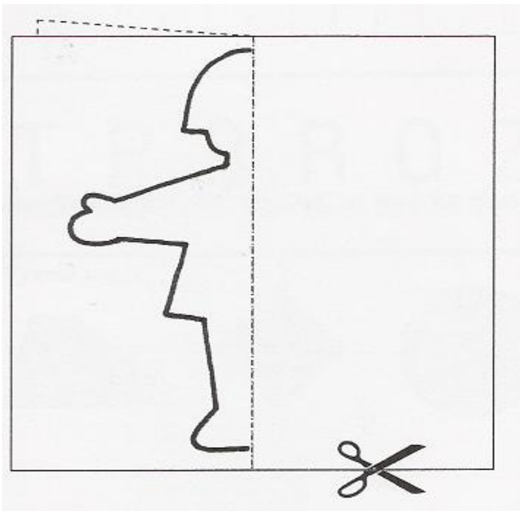
Vystřihni osově souměrné útvary



MOLNÁR, Josef a MIKULENKOVÁ, Hana. *Zajímavá matematika pro třeťáky*. Olomouc: Prodos, 1995. 63 s. ISBN 80-85806-35-5, str. 54.

Vystřihni ohraničený čtverec, přelož jej podle vyznačené čáry a vystřihni souměrný obrázek vánočního stromku a panenky.

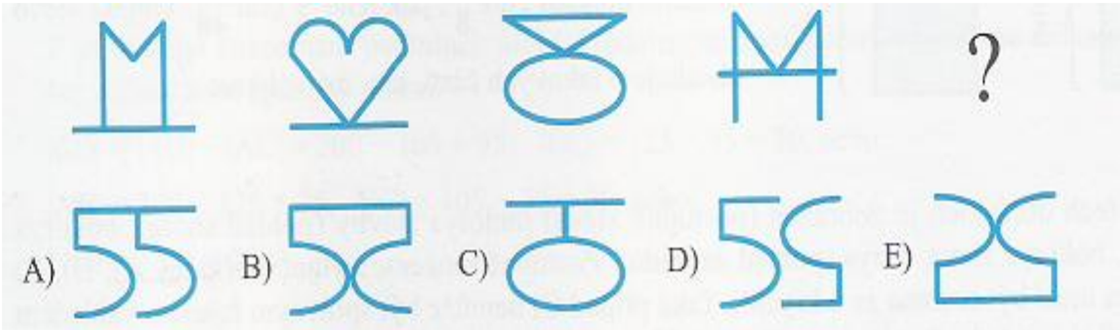




MOLNÁR, Josef, ed. a MIKULENKOVÁ, Hana, ed. *Matematika: 3. ročník. Díl 2*. Olomouc: Prodos, 2001. 63 s. ISBN 80-85806-90-8, str. 18.

- **ÚKOLY S VYUŽITÍM ABECEDY, ČÍSLIC**

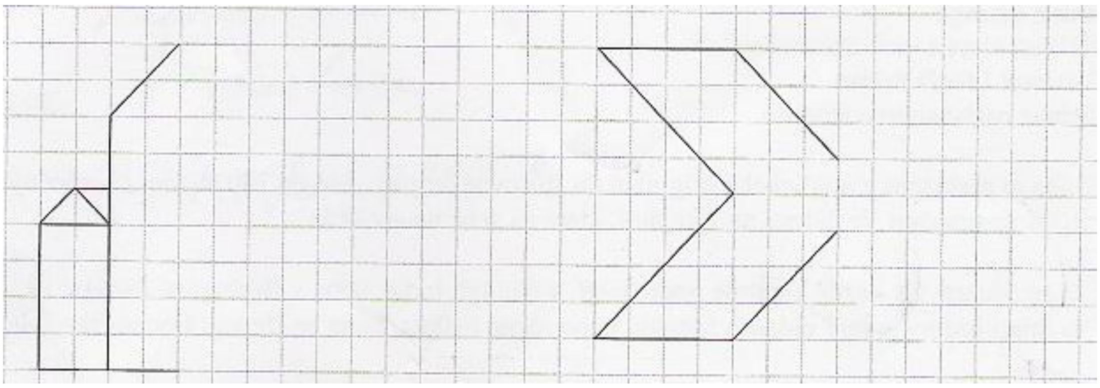
Znaky na obrázku představují číslice od 1 do 4 spolu s jejich zrcadlovými obrazy. Který obrázek (znak) bude v řadě následovat?



NOVÁK, Bohumil a KUBÁTOVÁ, Eva. *Počítejte s Klokanem: kategorie "Klokánek": sbírka úloh s řešením pro 4. a 5. ročník ZŠ z mezinárodní soutěže Matematický klokan 2000-2004*. Olomouc: Prodos, 2007. 60 s. ISBN 978-80-7230-176-8, str. 16.

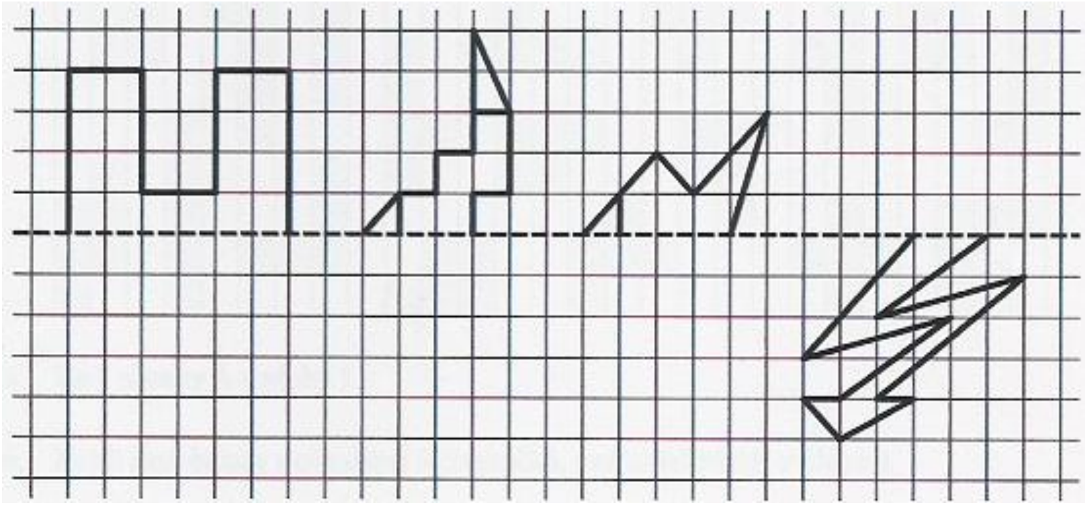
- **ÚKOLY SE ČTVERCOVOU SÍTÍ**

Nakresli do čtvercové sítě druhou, osově souměrnou část obrázku.



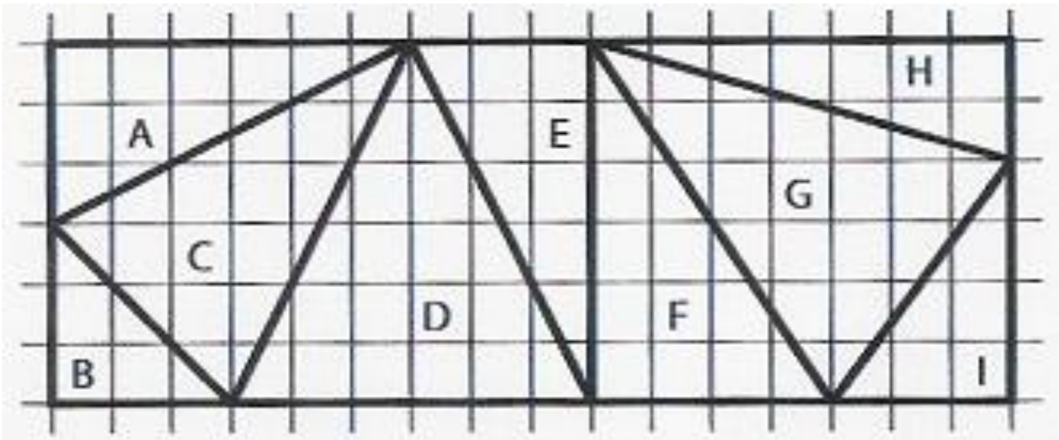
ČÍŽKOVÁ, Miroslava. *Matematika pro 3. ročník základní školy. Pracovní sešit 2.* Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2008. ISBN 978-80-7235-407-8, str. 47.

Do čtvercové sítě narýsuj souměrný obraz vyznačených útvarů, jestliže osou souměrnosti je čárkovaná přímka.



HEJNÝ, Milan et al. *Matematické a přírodovědné úlohy pro první stupeň základního vzdělávání: náměty pro rozvoj kompetencí žáků na základě zjištění výzkumu TIMSS 2007*. 1. vyd. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2011. 115 s. ISBN 978-80-211-0611-6, str. 46.

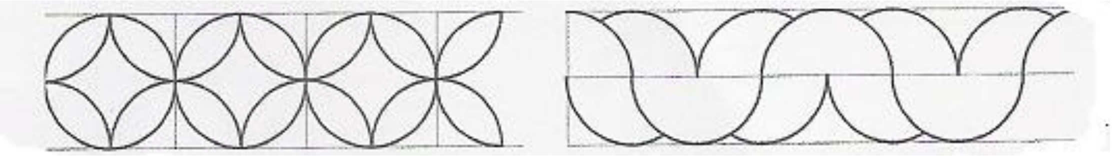
Na obrázku je devět trojúhelníků. Dva z nich jsou shodné. Které? Vybarvi je.



HEJNÝ, Milan et al. *Matematické a přírodovědné úlohy pro první stupeň základního vzdělávání: náměty pro rozvoj kompetencí žáků na základě zjištění výzkumu TIMSS 2007*. 1. vyd. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2011. 115 s. ISBN 978-80-211-0611-6, str. 47.

- **ÚKOLY S GEOMETRICKÝMI ÚTVARY**

Z části kružnic si pomocí pravítka a kružítka nakresli ozdobné pásy.



JUSTOVÁ, Jaroslava. *Matematika: pro 5. ročník základních škol. Díl 1*. 2. vyd. Všeň: Alter, 1997. 63 s. ISBN 80-85775-70-0, str. 62.

Dlaždice

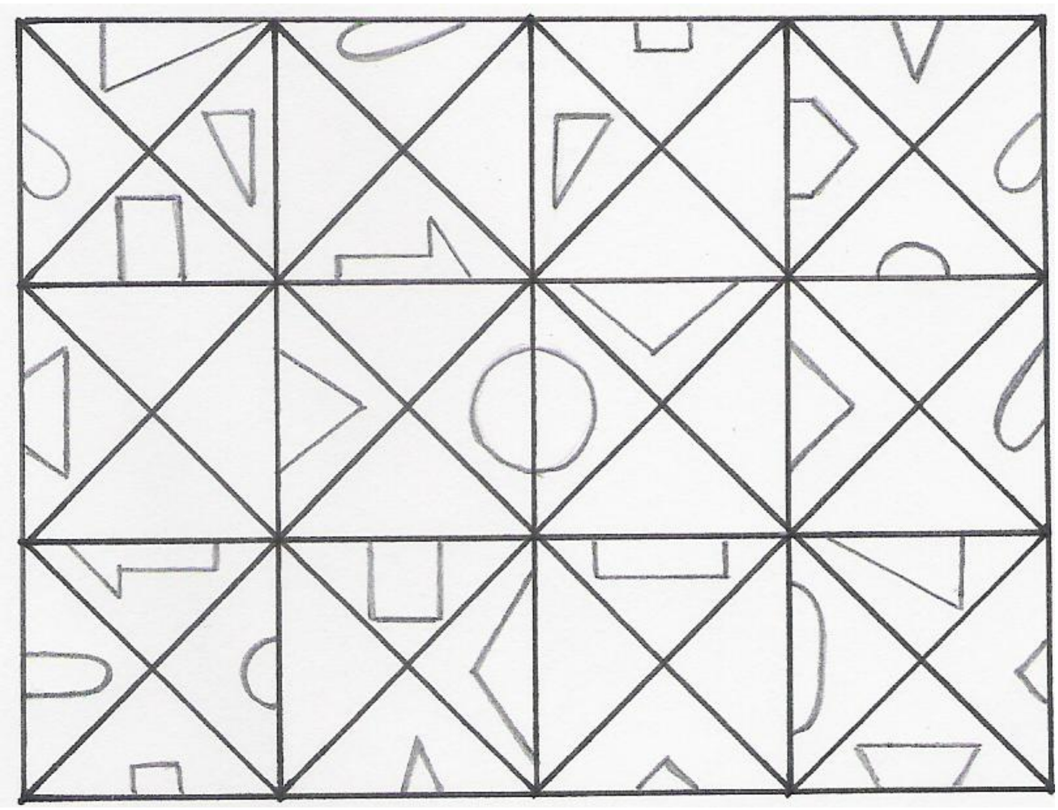
a) dokresli druhou polovinu chybějících útvarů

b) vyznač shodné geometrické útvary stejnou barvou

c) pojmenuj všechny geometrické útvary

d) urči, zda získané geometrické útvary mají další osy souměrnosti

e) ukaž dvojici útvarů souměrných dle osy



(Václavková, 2013)

- **PALINDROMY**

Palindromy jsou slova či věty, které znějí stejně, přestože je čteme zepředu či zezadu. Například: „ANNA“, „JELENOVI PIVO NELEJ.“

Které slovo mezi ostatní nepatří?

a) KAJAK

b) NEPOTOPEN

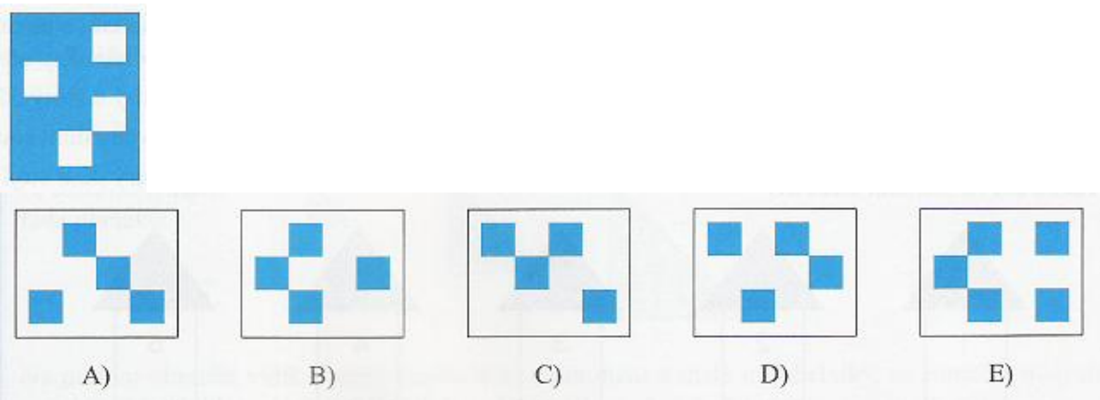
c) RADARY

c) DĚD

HEJNÝ, Milan et al. *Matematické a přírodovědné úlohy pro první stupeň základního vzdělávání: náměty pro rozvoj kompetencí žáků na základě zjištění výzkumu TIMSS 2007*. 1. vyd. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2011. 115 s. ISBN 978-80-211-0611-6, str. 46.

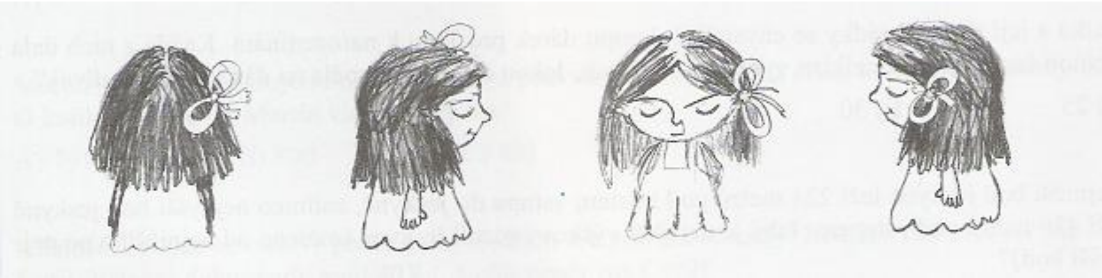
- **OSTATNÍ ÚKOLY ZAMĚŘENÉ NA SOUMĚRNOST**

Martina dostala k narozeninám nový sešit. Z prvního listu vyřízla několik čtverečků a celou plochu obarvila vodovými barvami. Jak byl obarvený druhý list, když Martina první list vytrhla a položila vpravo?



NOVÁK, Bohumil a KUBÁTOVÁ, Eva. *Počítejte s Klokanem: kategorie "Klokánek": sbírka úloh s řešením pro 4. a 5. ročník ZŠ z mezinárodní soutěže Matematický klokan 2000-2004*. Olomouc: Prodos, 2007. 60 s. ISBN 978-80-7230-176-8, str. 39.

Jana stála před zrcadlem a nad svým pravým uchem si uvázala mašli. Kolik z obrázků znázorněných níže může Jana vidět?



a) žádný b) jeden c) dva d) tři e) čtyři

NOVÁK, Bohumil a KUBÁTOVÁ, Eva. *Počítejte s Klokanem: kategorie "Klokánek": sbírka úloh s řešením pro 4. a 5. ročník ZŠ z mezinárodní soutěže Matematický klokan 2000-2004*. Olomouc: Prodos, 2007. 60 s. ISBN 978-80-7230-176-8, str. 50.

HRA NA SOUMĚRNOST

Hra je určena pro dva hráče. Žáci tedy mohou hrát v lavicích ve dvojicích. Každá dvojice potřebuje čtverečkovaný papír. Každý hráč musí mít tužku.

První hráč zvolí počátek – libovolný bod. Tam začne hra. Protihráč začíná v bodě souměrném podle osy. První hráč táhne libovolně ve čtvercové síti. Protihráč odpoví vlastním tahem tak, aby celý obrázek byl souměrný podle osy. V tazích se oba hráči střídají. Vzniká obrázek souměrný podle osy.

Prohrává ten hráč, který se v tahu první zmýlí.

KÁROVÁ, Věra. *Didaktické hry ve vyučování matematice v 1.- 5. ročníku základní a obecné školy: geometrická část*. 1. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 1997. 55 s. ISBN 80-7082-315-1, str. 50.

ZÁVĚR

S geometrickými zobrazeními se běžně setkáváme v našem každodenním životě. Jsme obklopeni věcmi či živými organismy, jež jsou shodné nebo souměrné podle středu či osy. Již v předškolním věku jsou děti schopné určit shodné či podobné útvary, například mezi svými hračkami. Dále pak na tyto jejich zkušenosti navazuje základní škola, a právě osová souměrnost se v učivu matematiky prvního stupně objevuje nejčastěji.

Cílem diplomové práce bylo zjistit, jakým způsobem jsou schopni žáci 5. ročníku splnit deset zadaných úkolů zaměřených na osovou souměrnost; jaké budou mít problémy při jejich plnění, a zda jsou jejich schopnosti a dovednosti ovlivněny pohlavím. Mezi úkoly byly zařazeny takové, se kterými se žáci měli možnost setkat v učivu matematika, a zároveň i netradiční úkoly, které vyžadovaly maximálního využití svých dosavadních vědomostí a dovedností s osovou souměrností.

Z výsledků vyplývá, že žákům, bez ohledu na pohlaví dítěte, některé složitější úkoly činily problémy. Potvrdila se očekávaná chybovost u určitého typu úkolů a také předpoklad, že u některých úkolů může být výsledek ovlivněn pohlavím dítěte. Avšak nejdůležitější je potvrzení předpokladu, že v případě vhodně zvolené motivaci a předložení zajímavých úkolů bude práce žáky bavit a budou moci netradiční a přitažlivou formou nahlédnout na geometrii i z jiného úhlu pohledu.

Dovolím si tvrdit, že geometrii není věnována dostatečná pozornost a časová dotace jedné hodiny týdně je nedostačující. Za nejvhodnější způsob jak hlouběji procvičovat učivo geometrie vidím její začlenění do ostatních předmětů v rámci mezipředmětových vztahů. Pracovní či výtvarná činnost k tomu přímo vybízí, využití je však možné i v jiných předmětech, jako je například prvouka, tělesná výchova či přírodověda.

Záleží tedy jen na ochotě, schopnosti a snaze učitele, jakým způsobem bude žáky vhodně motivovat a probudí u nich zájem o geometrii. Věřím, že nejen úkoly zkoumané v empirické části, ale i soubor námětů úkolů, který jsem v rámci diplomové práce vytvořila, může být ostatním pedagogům nápomocen. Pokud se tak stane, byl cíl mé práce naplněn.

Závěrem mohu říci, že geometrie může být zajímavá, pokud se dětem předloží poutavé úkoly, které je zaujmou. Vhodná motivace a probuzení zájmu u žáků o geometrii by mělo být prvořadým cílem každého učitele.

1. POUŽITÁ LITERATURA

BĚLÍK, Miroslav. *Geometrie s didaktikou: učební text pro studium učitelství prvního stupně základní školy*. Vyd. 1. V Ústí nad Labem: Univerzita J.E. Purkyně, 2007. 47 s. Skripta. ISBN 978-80-7044-875-5.

DRÁBEK, Jaroslav et al. *Základy elementární aritmetiky: pro učitelství 1. stupně ZŠ*. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1985. 223 s. Učebnice pro vysoké školy.

FRANCOVÁ, Marta, MATOUŠKOVÁ, Květoslava a VAŇUROVÁ, Milena. *Texty k základům elementární geometrie: Určeno pro studium učitelství 1. stupně ZŠ fak. pedagog*. 1. vyd. Brno: Univerzita J.E. Purkyně, 1985. 107 s.

HEJNÝ, Milan a KUŘINA, František. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2001. 187 s. Pedagogická praxe. ISBN 80-7178-581-4.

HEJNÝ, Milan et al. *Matematické a přírodovědné úlohy pro první stupeň základního vzdělávání: náměty pro rozvoj kompetencí žáků na základě zjištění výzkumu TIMSS 2007*. 1. vyd. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2011. 115 s. ISBN 978-80-211-0611-6.

HEJNÝ, Milan, ed., NOVOTNÁ, Jarmila, ed. a VONDROVÁ, Naďa, ed. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova v Praze - Pedagogická fakulta, 2004. 2 sv. ISBN 80-7290-189-3.

CHRÁSKA, Miroslav. *Metody pedagogického výzkumu: základy kvantitativního výzkumu*. Vyd. 1. Praha: Grada, 2007. 265 s. Pedagogika. ISBN 978-80-247-1369-4.

KOUŘIM, Jan, et al. *Základy elementární geometrie pro učitelství 1. stupně ZŠ.* 1. vyd. Praha: SPN, 1985, 156 s.

KUPČÁKOVÁ, Marie. *Geometrie ve světě dětí i dospělých*. 3. vyd. Hradec Králové: Gaudeamus, 2009. 109 s. ISBN 978-80-7041-683-9.

KUŘINA, František. *Deset geometrických transformací.* 1. vyd. Praha: Prométheus, 2002. 282 s. ISBN 80-7196-231-7.

NELEŠOVSKÁ, Alena a SPÁČILOVÁ, Hana. *Didaktika primární školy*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 2005. 254 s. Učebnice. ISBN 80-244-1236-5.

NOVÁK, Bohumil a KUBÁTOVÁ, Eva. *Počítejte s Klokanem: kategorie "Klokánek": sbírka úloh s řešením pro 4. a 5. ročník ZŠ z mezinárodní soutěže Matematický klokan 2000-2004*. Olomouc: Prodos, 2007. 60 s. ISBN 978-80-7230-176-8.

MŠMT. Informace o úpravách Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání. *Metodický portál: Články* [online]. 31. 01. 2013, [cit. 2013-03-27]. Dostupný z WWW: <http://clanky.rvp.cz/clanek/c/z/17189/INFORMACE-O-UPRAVACH-RAMCOVEHO-VZDELAVACIHO-PROGRAMU-PRO-ZAKLADNI-VZDELAVANI.html>. ISSN 1802-4785

PERNÝ, Jaroslav. *Kapitoly z elementární geometrie II*. Vyd. 2., upr. Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2009. 57 s. ISBN 978-80-7372-540-2.

SEDLÁČEK, Jiří. *Slovník školské matematiky*. 1. vyd. Praha: SPN, 1981. 239 s. Odborná lit. pro učitele.

STOPENOVÁ, Anna. *Matematika <<II=02>>: geometrie s didaktikou*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 1999. 62 s. ISBN 80-7067-978-6.

STOPENOVÁ, Anna. *Základy matematiky 3*. 2. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 2005. 65 s. Texty k distančnímu vzdělávání v rámci kombinovaného studia. ISBN 80-244-1069-9.

VOŠICKÝ, Zdeněk. *Matematika v kostce: pro střední školy*. 1. vyd. Havlíčkův Brod: Fragment, 2007. 195 s. Maturita v kostce. V kostce. ISBN 978-80-253-0191-3.

VYŠÍN, Jan., et al. *Geometrie pro pedagogické fakulty.* 1. vyd. Praha: SPN, 1965, 388 s.

ZAPLETAL, František, NOVÁK, Bohumil a ŽENČÁKOVÁ, Růžena. *Didaktika matematiky pro stud. učitelství 1. st. ZŠ: základy elementární geometrie s metodikou*. Olomouc: Univerzita Palackého, 1984. 155 s.

2. UČEBNICE

BLAŽKOVÁ, Růžena a MATOUŠKOVÁ, Květoslava. *Matematika: pro 4. ročník základních škol. Díl 2*. Všeň: Alter, 1996. ISBN 80-85775-96-4.

ČÍŽKOVÁ, Miroslava. *Matematika pro 1. ročník základní školy*. *Díl 1.* 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2008. 80 s. ISBN 978-80-7235-346-0.

ČÍŽKOVÁ, Miroslava. *Matematika pro 1. ročník základní školy*. *Díl 2.* 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2007. 80 s. ISBN 978-80-7235-348-4.

ČÍŽKOVÁ, Miroslava. *Matematika pro 3. ročník základní školy*. *Pracovní sešit 2.* Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2008. ISBN 978-80-7235-407-8.

ČÍŽKOVÁ, Miroslava. *Matematika pro 3. ročník základní školy. Pracovní sešit 1.* Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2008. ISBN 978-80-7235-406-1.

DIVÍŠEK, Jiří, HOŠPESOVÁ, Alena a KUŘINA, František. *Svět čísel a tvarů: matematika pro 2. ročník základní školy: pracovní sešit 2*. 2. vyd. Praha: Prometheus, 2011. 48 s. Učebnice pro základní školy. ISBN 978-80-7196-420-9.

JUSTOVÁ, Jaroslava. *Matematika: pro 5. ročník základních škol. Díl 3*. Vyd. 2. Všeň: Alter, 1998. 62 s. ISBN 80-85775-94-8.

JUSTOVÁ, Jaroslava. *Matematika: pro 5. ročník základních škol. Díl 2*. Vyd. 2, (dopl. vyd.). Všeň: Alter, 2003. ISBN 80-85775-71-9.

JUSTOVÁ, Jaroslava. *Matematika: pro 5. ročník základních škol. Díl 1*. 2. vyd. Všeň: Alter, 1997. 63 s. ISBN 80-85775-70-0.

KÁROVÁ, Věra. *Didaktické hry ve vyučování matematice v 1.- 5. ročníku základní a obecné školy: geometrická část*. 1. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 1997. 55 s. ISBN 80-7082-315-1.

KÁROVÁ, Věra. *Matematika pro 2. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: Amosia, 2006- . sv. Scientia. ISBN 80-86966-16-X.

KÁROVÁ, Věra. *Matematika pro 5. ročník základní školy: pracovní sešit*. 3. vyd. Praha: Klett, 2008. 61 s. ISBN 978-80-7397-017-8.

KITTLER, Josef. *Matematika: pro 1. ročník zákl. školy. (vhodná pro obecnou školu).* 1. vyd. Praha: Matematický ústav AV ČR, 1994. 79 s. ISBN 80-85823-07-1.

KITTLER, Josef. *Matematika: pro 1. ročník zákl. školy.* 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1991. ISBN 80-04-26146-9.

MIKULENKOVÁ, Hana a MOLNÁR, Josef. *Matematika a její aplikace:1. ročník. Díl 3*. Olomouc: Prodos, 2008. ISBN 80-7230-160-8.

MIKULENKOVÁ, Hana a MOLNÁR, Josef. *Zajímavá matematika pro prvňáky*. Olomouc: Prodos, ©1994. 63 s. ISBN 80-85806-29-0.

MOLNÁR, Josef a MIKULENKOVÁ, Hana. *Matematika: 2. ročník. Díl 3.* Olomouc: Prodos, ©2005. ISBN 80-85806-89-4.

MOLNÁR, Josef a MIKULENKOVÁ, Hana. *Zajímavá matematika pro třeťáky*. Olomouc: Prodos, 1995. 63 s. ISBN 80-85806-35-5.

MOLNÁR, Josef, ed. a MIKULENKOVÁ, Hana, ed. *Matematika pro 2. ročník. Díl 2*. Olomouc: Prodos, 2003. 63 s. ISBN 80-85806-88-6.

MOLNÁR, Josef, ed. a MIKULENKOVÁ, Hana, ed. *Matematika: 3. ročník. Díl 2*. Olomouc: Prodos, 2001. 63 s. ISBN 80-85806-90-8.

POTŮČKOVÁ, Jana. *Matematika: pro 1. třídu základní školy. Díl 2*. Vyd. 1. Brno: Studio 1+1, 1998. 46 s. ISBN 80-901986-4-3.

POTŮČKOVÁ, Jana. *Matematika: pro 2. třídu základní školy. Díl 2*. Brno: Studio 1+1, 1999. ISBN 80-86252-02-7.

PŮLPÁN, Zdeněk, ČÍHÁK, Michal. *Matematika 6: pro základní školy. Geometrie*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2007. 136 s. ISBN 978-80-7235-365-1.

ROSECKÁ, Zdena. *Jak je lehká geometrie: pracovní sešit pro 5. ročník*. Brno: Nová škola, 1997. 40 s. ISBN 80-85607-35-2.

SEZNAM PŘÍLOH

Příloha č. 1

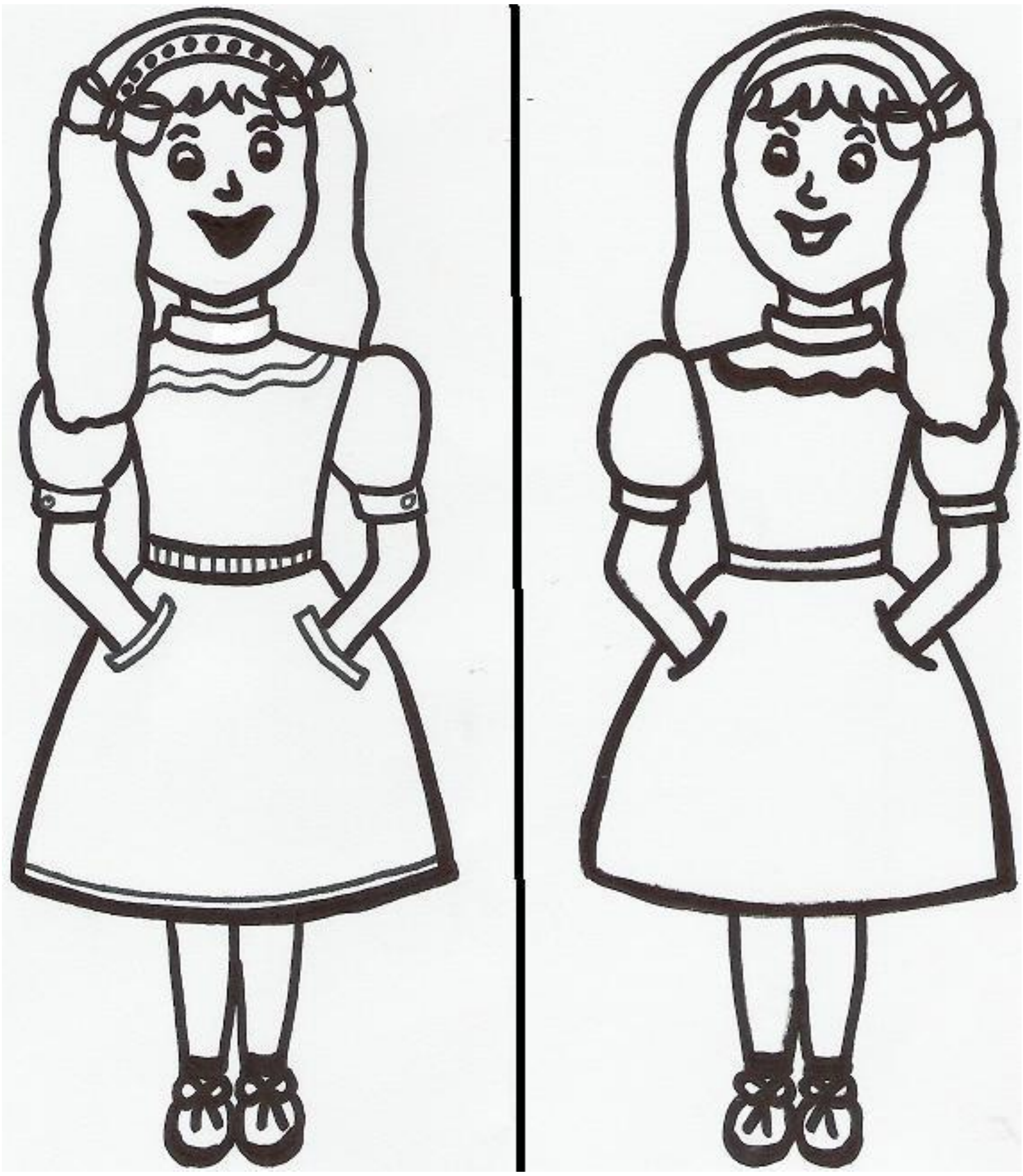
ALENKA ZA ZRCADLEM

ÚKOL 1 – ZRCADLOVÝ HLAVOLAM

Alenka vstala, oblékla se a jde se na sebe podívat, jak jí to sluší. Jenomže při pohledu do zrcadla zjistí, že se její obraz v zrcadle v několika detailech liší.

Když se budeš pozorně dívat, najdeš 10 rozdílů.

Vezmi tužku a do pravého obrázku označ rozdíly křížkem.

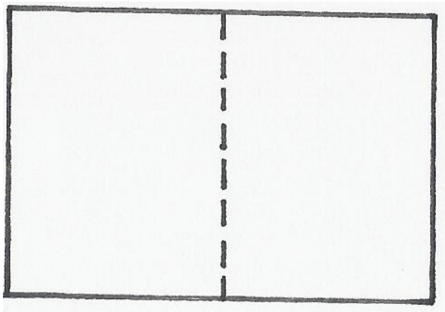


Příloha č. 2

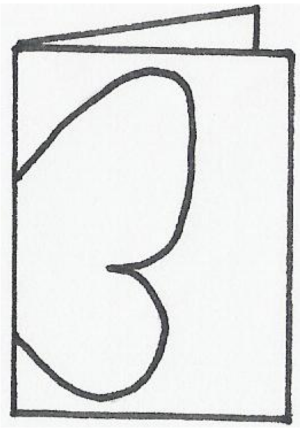
ÚKOL 2 – VYSTŘIHNI SOUMĚRNÉ ÚTVARY PODLE VZORU

Alenka si chtěla oblečení trochu vylepšit. Rozhodla se, že si vystřihne z papíru motýla a přilepí si ho na sukni.

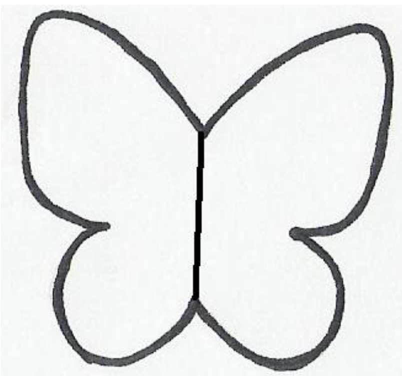
1. Přelož list papíru na polovinu.



2. Nakresli polovinu obrázku motýla a vystřihni ho.



3. Vystřiženého motýla rozlož a přehyb vyznač barevně. Vznikne útvar motýla, který je souměrný podle osy, tj. přehyb papíru, který je vyznačený barevně.



4. Nakonec můžeš obrázek souměrně vybarvit, aby byly obě křídla stejné.

Příloha č. 3

ÚKOL 3 – DOKRESLI DRUHOU POLOVINU OBRÁZKU

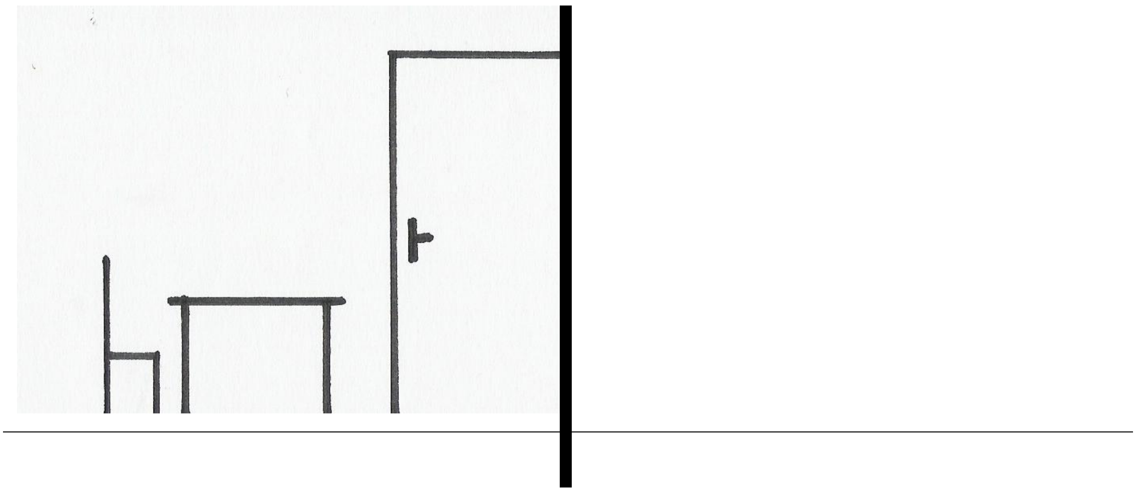
Jakmile Alenka domalovala motýlka, motýl oživl, zatřepetal křídly a zmizel za zrcadlem. Alenka běžela za ním, a tak se jí podařilo vstoupit do kouzelné říše za zrcadlem. Rozhlíží se kolem a vidí, že se nachází ve zdánlivě stejném pokoji, jen je zrcadlově převrácený.

Jak asi vypadal její pokoj, který je zrcadlově převrácený?

Dokresli druhou polovinu obrázku tak, aby byl souměrný podle vyznačené osy.

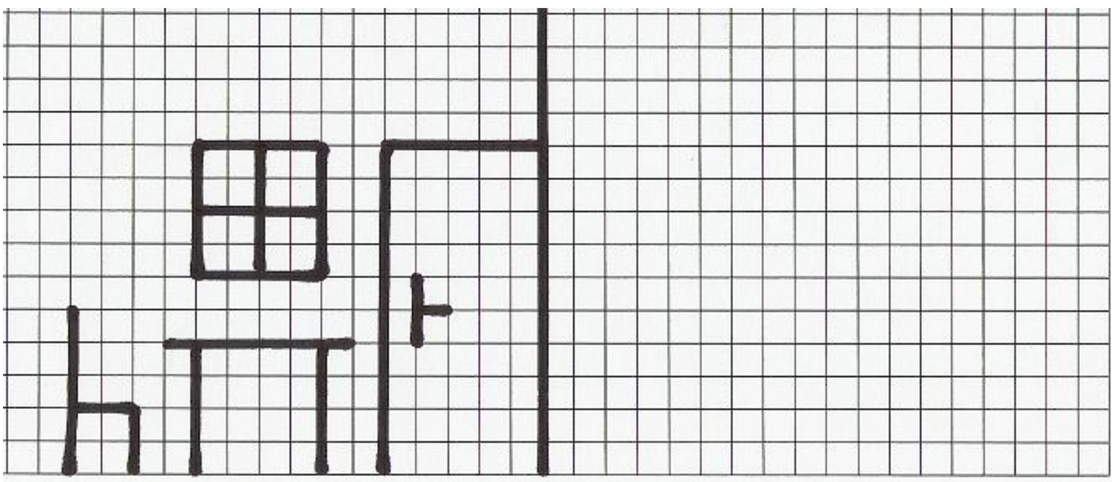
Můžeš při tom využít zrcátka.

↙ osa



↖ zrcátko

↙ osa



↖ zrcátko

Příloha č. 4

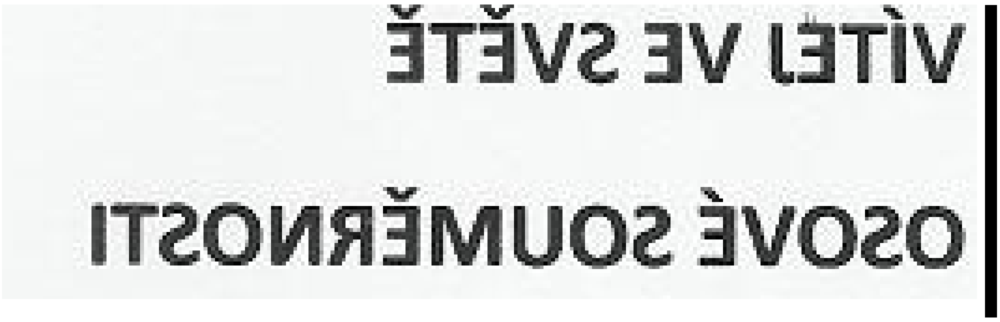
ÚKOL 4 – ZRCADLOVÝ TEXT

Alenka našla v zrcadlově převráceném pokoji dopis. Přemýšlí, co je to za jazyk. Po chvíli zjistí, že text je čitelný pomocí zrcátka, protože je zrcadlově obrácený.

Rozlušti text a přepiš jej na volný řádek.

Můžeš přitom využít zrcátka.

↙ osa



↖

zrcátko

Rozhodni, která písmena jsou osově souměrná.

Vyznač jejich osy souměrnosti.

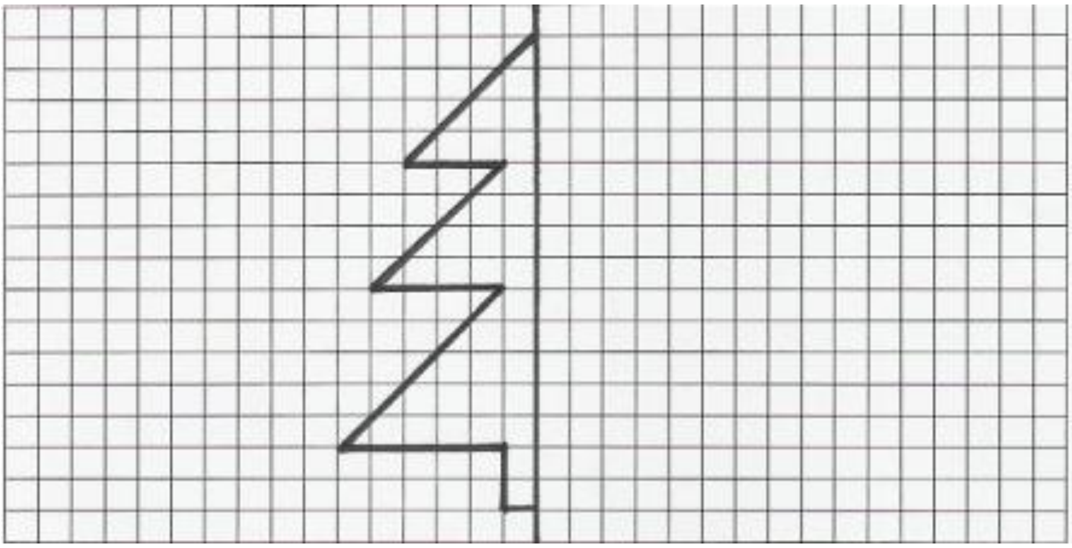
O S O V Á   S O U M Ě R N O S T

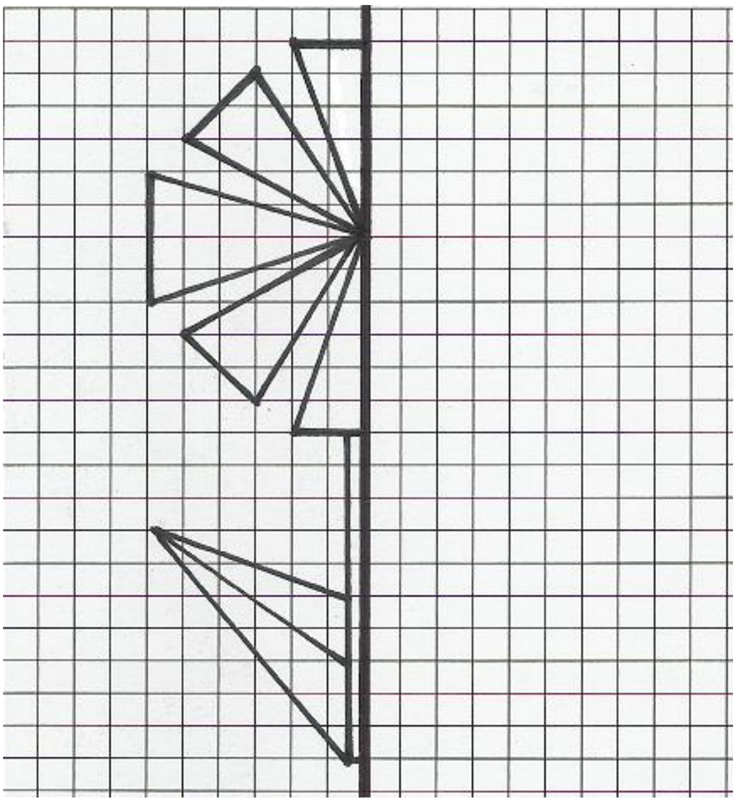
Příloha č. 5

ÚKOL 5 – DOKONČI DRUHOU POLOVINU OBRÁZKU

Alenka odloží dopis zpátky na stůl a vyjde z pokoje do slunné zahrady plné květin a stromů. Ale něco se jí tady nelíbí. Už to má! Květiny i stromy nejsou úplné, nejsou souměrné, chybí jim druhá polovina! Alence je jich líto, a tak se rozhodne je dokreslit.

Pomocí pravítka dorýsuj obrázek tak, by byl souměrný podle vyznačené osy.





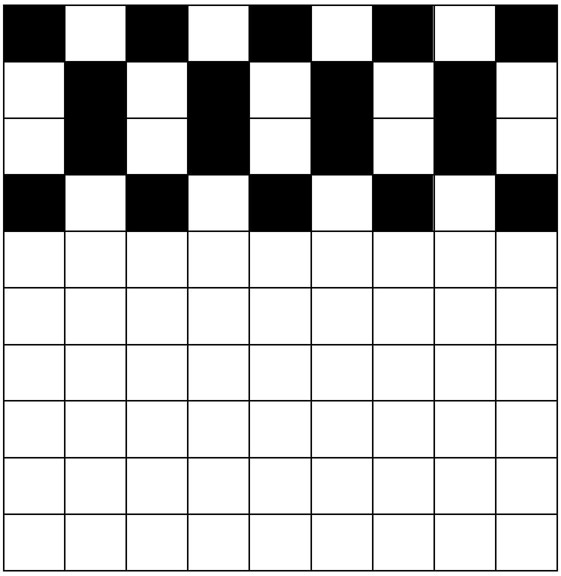
Příloha č. 6

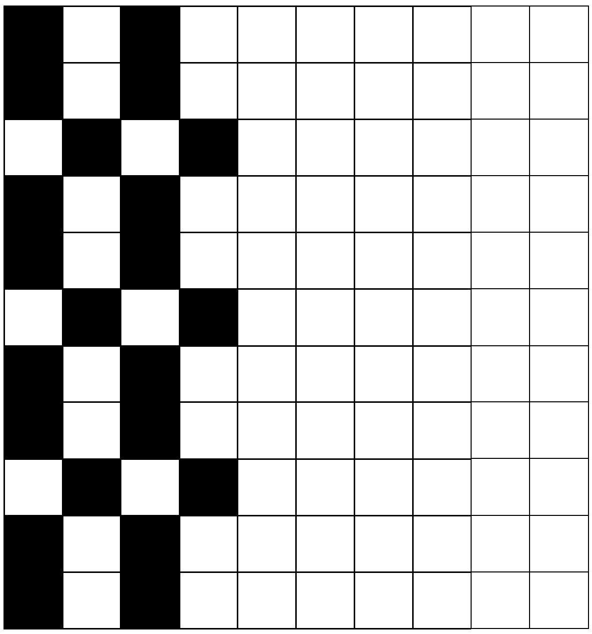
ÚKOL 6 – DOKONČI DLAŽDICE NA CHODNÍKU

Jakmile Alenka dokončila poslední kytičku, květiny jí poděkovaly lidskou řečí. Alenka se květin zeptala, zda neví, jak se dostane zpátky k zrcadlu, aby se mohla vrátit domů do svého pokoje. Květiny odpověděly: „Musíš dojít až k Šachovému paláci, ve kterém bydlí Bílá a Černá královna. Budeš s nimi muset sehrát bitvu. Pokud vyhraješ, získáš zpět své zrcadlo, a budeš se moci vrátit zpět do světa lidí. Pokud ale prohraješ, zůstaneš navždy uvězněna v našem světě.“

Alenka se tedy zeptá: „Ale kde najdu Šachový palác?

A květiny odpoví: „Dokonči chodník a ten tě k paláci dovede.“

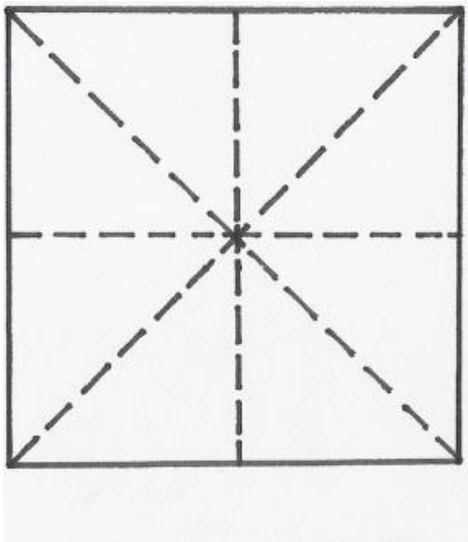




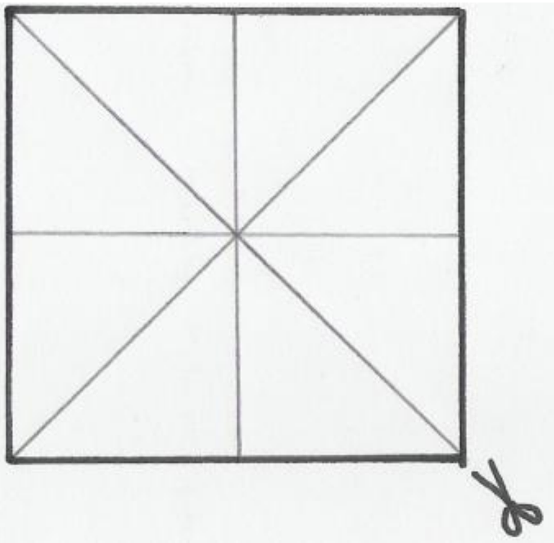
Příloha č. 7

ÚKOL 7 – SKLÁDÁNÍ SOUMĚRNÝCH OBRAZCŮ

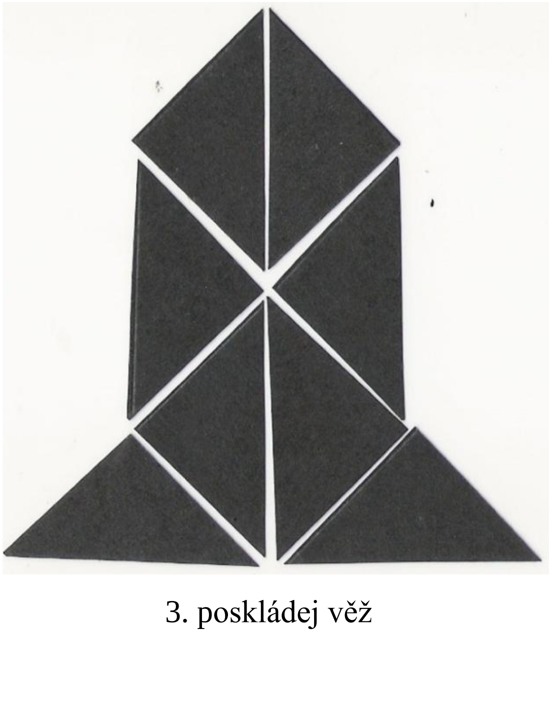
Alenka došla až k hradbám Šachového paláce. Jenže vstupní věž je zbořená. Z jednoho kamene musí nalámat osově souměrné trojúhelníky, ze kterých postaví vstupní věž. Pomůžeš Alence?



1. přelož papír a vyznač barevně osu souměrnosti čtverce



2. nastříhej podle vyznačeného přehybu papíru, tedy podle os souměrnosti čtverce



3. poskládej věž

4. nalep poskládanou věž na papír

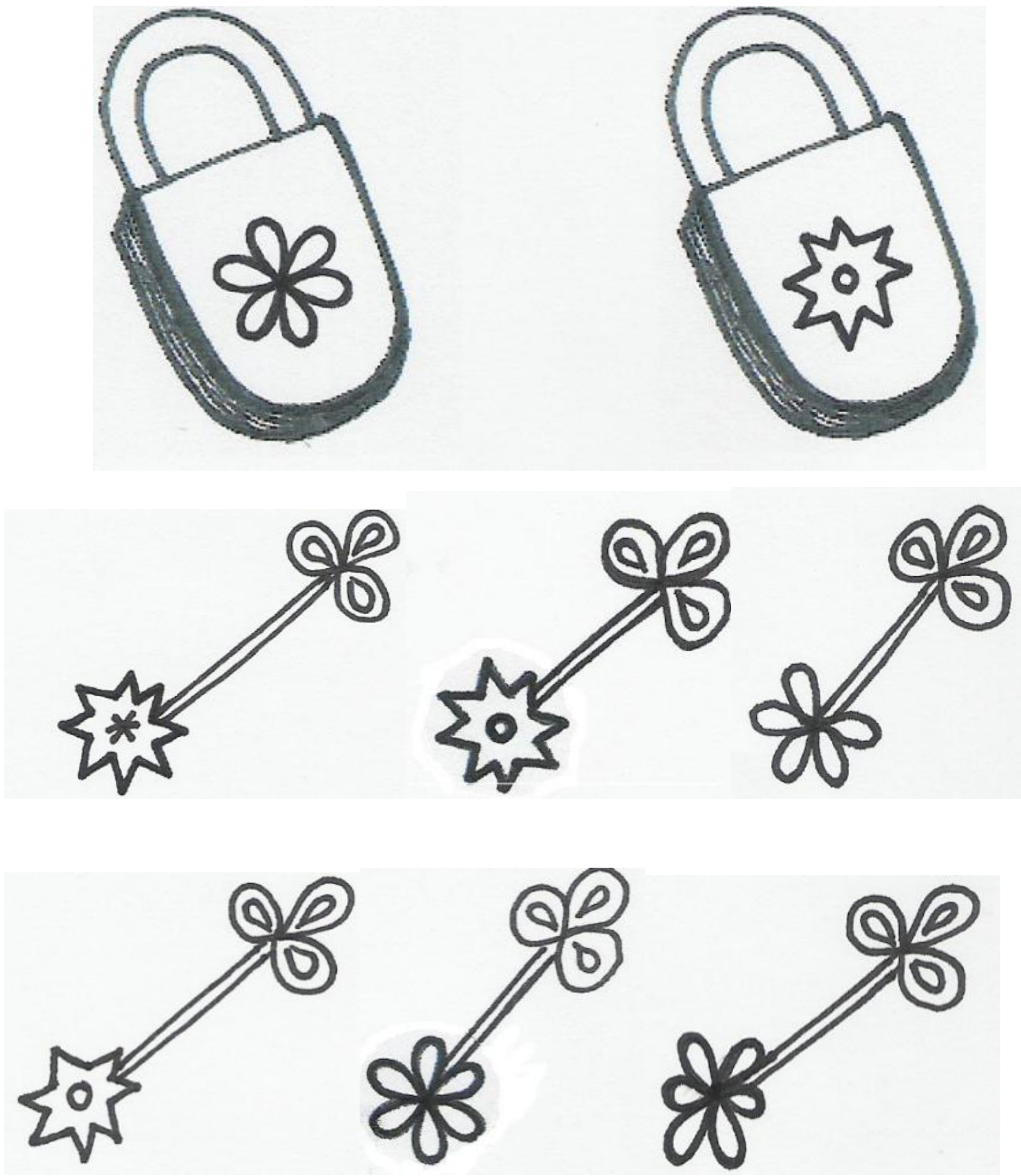
Příloha č. 8

ÚKOL 8 – NAJDI SPRÁVNOU DVOJICI

Vstupní věž ale nejde otevřít. Je zamčená. Alenka musí najít ke každému zámku správný klíč, kterým odemkne vrata paláce.

Do každého zámku pasuje vždy jen jeden klíč.

Najdi správný klíč a spoj ho se zámkem, ke kterému patří.



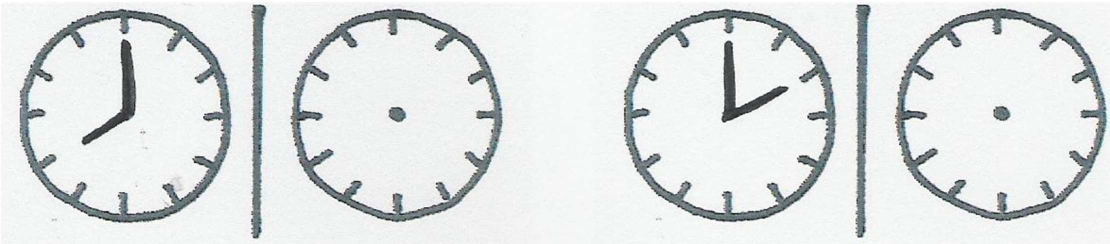
Příloha č. 9

ÚKOL 9 – ZRCADLOVÉ HODINY

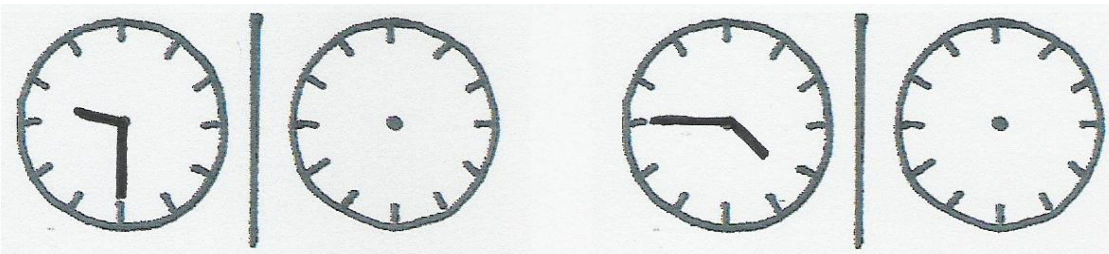
Alenka konečně vstupuje do Šachového paláce. Jde přes velký šachový sál, kde jsou na stěně zrcadlové hodiny. Alenka přemýšlí, kolik hodin vlastně ukazují.

Napiš správný čas, který ukazují zrcadlové hodiny.

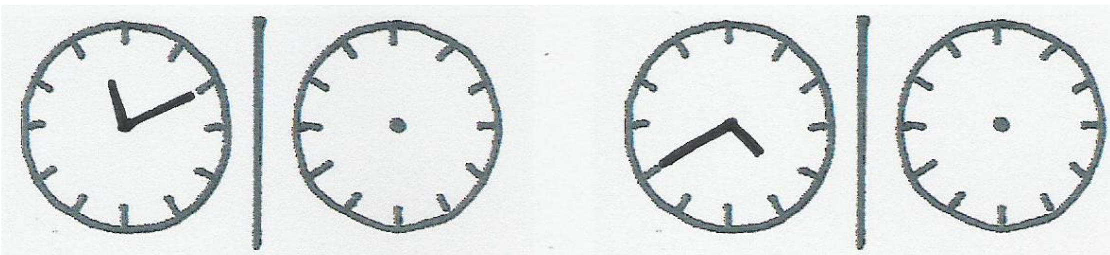
Můžeš použít zrcátko, aby sis ověřil správnost řešení úkolu.



	-------------------		---------------------
zrcadlové hodiny	*skutečný čas*	*zrcadlové hodiny*	*skutečný čas*



	-------------------		---------------------
zrcadlové hodiny	*skutečný čas*	*Zrcadlové hodiny*	*skutečný čas*



	-------------------		---------------------
zrcadlové hodiny	*skutečný čas*	*zrcadlové hodiny*	*skutečný čas*

Příloha č. 10

ÚKOL 10 – ŠACHOVÁ HRA NA SOUMĚRNOST

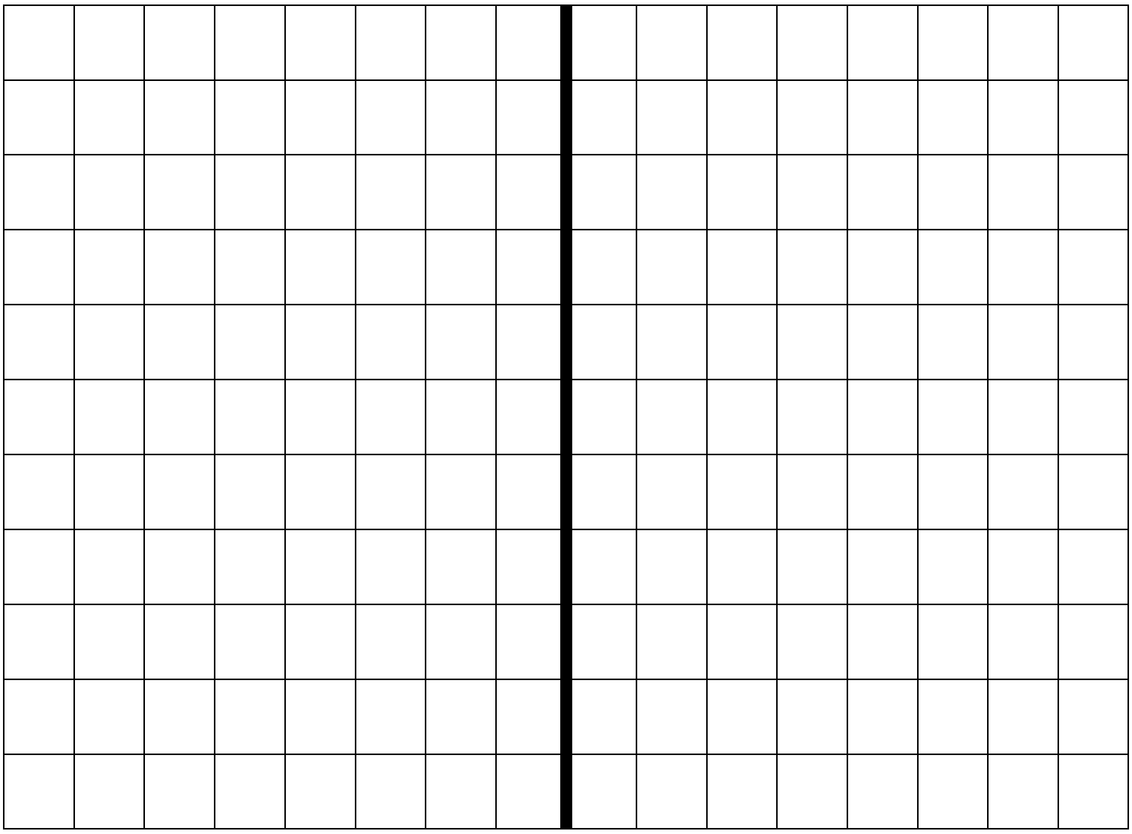
Na konci šachového sálu stojí Černá a Bílá královna. Alenka s nimi musí sehrát šachovou hru. Pokud Alenka zvítězí, dostane zpět své zrcadlo a bude se moct vrátit zpět do říše lidí. Jestliže ale prohraje, zůstane navždy uvězněna v zrcadlovém království.

1. Dokresli tahy do levé poloviny obrázku tak, jak Černá a Bílá královna táhnou.
2. Potom nakresli souměrný obraz v pravé polovině obrázku.
3. Hotový útvar souměrně vybarvi.

Černá a Bílá královna táhne: 4←, 1↓, 1→, 2↓, 2→, 3↓, 1←, 2↓, 2←, 1↓, 4→.

Začátek hry

↓



Královny Alenka

ANOTACE

Jméno a příjmení:	Kateřina Václavková
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	PaedDr. Anna Stopenová, Ph.D.
Rok obhajoby:	2013

Název práce:	**Osová souměrnost a její využití ve vyučování primární školy**
Název v angličtině:	The axial symmetry and its application in curriculum of primary school
Anotace práce:	Ve své diplomové práci se věnuji problematice souměrnosti rovinných útvarů, se kterými se setkávají žáci na prvním stupni ZŠ. V teoretické části se zaměřuji na vymezení pojmů a vlastností týkající se shodných a neshodných zobrazení, zejména pak na osovou souměrnost. V empirické části vyhodnocuji samostatnou práci žáků 5. ročníku ZŠ, jejichž úkolem bylo splnit deset úkolů pohádkového příběhu zaměřeného na osovou souměrnost. Rovněž předkládám náměty úkolů využitelných v hodinách matematiky.
Klíčová slova:	Geometrie, shodná zobrazení, podobná zobrazení osová souměrnost, shodnost přímá a nepřímá,
Anotace v angličtině:	This diploma thesis deals with issue of symetry plane figures that are used at primary school. The theoretical part is focused on definition of terms and quality that relates to congruent and non-congruent transformation, specially axial symmetry. In the empirical part are evaluated individual work of pupils in the 5th grade of primary school who were asked to complete ten tasks focused on the axial symmetry. I also present my suggestions for other tasks that can be used

	in mathematical lessons.
Klíčová slova v angličtině:	Geometry, congruent transformation, similar transformation, axial symmetry, direct and indirect identity.
Přílohy vázané v práci:	Příloha č. 1: **Úkol 1 – ZRCADLOVÝ HLAVOLAM** Příloha č. 2: **Úkol 2 – VYSTŘIHNI SOUMĚRNÝ ÚTVAR PODLE VZORU** Příloha č. 3: **Úkol 3 – DOKRESLI DRUHOU POLOVINU OBRÁZKU** Příloha č. 4: **Úkol 4 – ZRCADLOVÝ TEXT** Příloha č. 5: **Úkol 5 – DOKONČI DRUHOU POLOVINU OBRÁZKU** Příloha č. 6: **Úkol 6 – DOKONČI DLAŽDICE NA CHODNÍKU** Příloha č. 7: **Úkol 7 – SKLÁDÁNÍ SOUMĚRNÝCH OBRAZCŮ** Příloha č. 8: **Úkol 8 – NAJDI SPRÁVNOU DVOJICI** Příloha č. 9: **Úkol 9 – ZRCADLOVÉ HODINY** Příloha č. 10: **Úkol 10 – ŠACHOVÁ HRA NA SOUMĚRNOST**
Rozsah práce:	97 stran
Jazyk práce:	český