

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLMOUCI
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
SPOLEČNÁ LABORATOŘ OPTIKY UP A FZÚ AV ČR

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Šíření ultraakusticky modulovaných
 γ fotonů v rezonančním prostředí jader



Vypracoval:	Michal Hausner
Studijní program:	B0533A110007 - Aplikovaná fyzika
Studijní obor:	1702R001 - Aplikovaná fyzika
Forma studia:	Prezenční
Vedoucí diplomové práce:	doc. Mgr. Vít Procházka, Ph.D.
Termín odevzdání práce:	

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou diplomovou práci vypracoval samostatně pod vedením doc. Mgr. Víta Procházky, Ph.D. a že jsem použil zdrojů, které cituji a uvádím v seznamu použitých pramenů.

V Olomouci dne 10. května 2022

.....
Michal Hausner

Bibliografická identifikace

Jméno a příjmení autora	Michal Hausner
Název práce	Šíření ultraakusticky modulovaných γ fotonů v rezonančním prostředí jader
Typ práce	Bakalářská
Pracoviště	Společná laboratoř optiky UP a FZÚ AV ČR
Vedoucí práce	doc. Mgr. Vít Procházka, Ph.D.
Rok obhajoby práce	2022
Abstrakt	Bakalářská práce se zabývá určením indexu modulace ultraakusticky modulovaného γ záření při jevu akusticky indukované transparence. Cílem práce je porovnat pohyb plastových piezo prvků připevněných vteřinovým lepidlem nebo epoxidovým lepidlem a popsat pohyb keramického piezo prvku při rezonanci. Indexy modulace jsou určovány fitováním spekter a časových histogramů γ záření, které bylo naměřeno za absorbatorem transmisní Mössbauerovou spektroskopií.
Klíčová slova	akusticky indukovaná transparence, Mössbauerova spektroskopie, spektrální komb
Počet stran	55
Počet příloh	0
Jazyk	český

Bibliographical identification

Autor's first name and surname	Michal Hausner
Title	Propagation of ultraacoustically modulated γ photons in the resonant environment of nuclei
Type of thesis	Bachelor
Department	Joint Laboratory of Optics
Supervisor	doc. Mgr. Vít Procházka, Ph.D.
The year of presentation	2022
Abstract	The bachelor thesis deals with the determination of the modulation index of ultraacoustically modulated γ radiation during the phenomenon of acoustically induced transparency. The aim of this thesis is to compare the movement of plastic piezo elements attached with instant glue or epoxy glue and to describe the movement of ceramic piezo element during resonance. Modulation indices are determined by fitting the spectra and time histograms of γ radiation, which was measured behind the absorber by transmission Mössbauer spectroscopy.
Keywords	acoustically induced transparency, Mössbauer spectroscopy, spectral comb
Number of pages	55
Number of appendices	0
Language	czech

Poděkování

Chtěl bych poděkovat vedoucímu práce doc. Mgr. Vítu Procházkovi, Ph.D. za cenné rady, ochotu a trpělivost během celé doby vedení mé bakalářské práce. Dále bych rád poděkoval Mgr. Alešu Stejskalovi za poskytnutá naměřená spektra a za rady při sestavování měřící sestavy a Mgr. Janu Kočiščíkovi za poskytnuté naměřené spektrum hexakvanoželezitanu draselno-hořečnatého. V neposlední řadě bych rád poděkoval své rodině za každodenní podporu ve studiu.

Obsah

Úvod	7
1 Teoretický úvod	8
1.1 Interakce γ záření s jádry	8
1.2 Mössbauerův jev	8
1.3 Modulace energie Dopplerovým jevem	9
1.4 Interakce jader s látkou	10
1.5 Akusticky indukovaná transparence	10
2 Použité piezo prvky	15
3 Měřicí sestava	17
4 Metoda vyhodnocení	23
5 Charakterizace plastových piezo prvků	24
5.1 Měření v energetické doméně	25
5.2 Měření časových histogramů	31
6 Charakterizace keramického piezo prvku	40
6.1 Měření v energetické doméně	40
6.2 Měření časových histogramů	46
Závěr	54
Literatura	55

Úvod

Generace koherentního světelného svazku a možnost s ním manipulovat umožnila velký rozvoj optiky. Zdroje koherentního světelného svazku našly řadu aplikací v průmyslu, lékařství, metrologii a mnoha dalších odvětvích. V současnosti probíhá snaha o rozšíření možností koherentní manipulace s fotony do oblasti rentgenového a γ záření [1], [2]. Jedním ze způsobů, který se jeví jako vhodný pro manipulaci s jaderným γ zářením, je využití interakce γ záření s jádry spojené s takzvaným Mössbauerovým jevem, tedy s jevem bez odrazové rezonanční absorpce. Pro koherentní manipulaci s fotony lze využít interakce γ záření s rezonančním prostředím jader, které vykonávají pohyby v čase srovnatelném s dobou života excitovaných stavů. Takovými pohyby jsou například ultra sonické vibrace. Tato interakce je zpravidla sledována transmisní Mössbauerovskou spektroskopií, při které je měřeno γ záření prošlé přes absorbátor.

Pro samotnou interakci není důležité, zda ultrasonické vibrace koná absorbátor nebo zdroj záření. Podstatný je jen vzájemný pohyb zářiče a absorbátoru. Doposud byla studována situace, kdy zářič byl statický a ultrasonické kmity vykonával absorbátor, a to z důvodu velké hmotnosti zářiče, degradace zářiče v průběhu času a nutnosti výměny zářiče, což je spojeno s větší konstrukční náročností. Situace, kdy akustické vibrace koná zářič a nikoliv absorbátor, může ale přinášet řadu výhod. Usnadňuje konstrukci hradel manipulujících se zářením, které nemusí při této konstrukci provádět vibrace, může být k manipulaci se zářením využito kombinace pohybů zářiče i absorbátoru, umožňuje vyvolat interakci v absorbátoru umístěného v prostředí s extrémními podmínkami, ve kterých by nebyl pohyb absorbátoru možný, a umožňuje rychlou výměnu absorbátorů bez nutnosti změny elektronického zapojení sestavy. Pro účinnou realizaci interakcí vyvolaných vibracemi zářiče je důležité naučit se vhodným způsobem pohybovat zářičem. Volba vhodného způsobu pohybu zářiče předpokládá popis a charakteristiku tohoto pohybu a vlivu pohybu zářiče na záření.

V této práci byly studovány pohyby keramických a plastových piezo prvků, kdy plastové piezo prvky pohybovaly absorbátorem a keramické piezo prvky zářičem. Pohyb byl analyzován a popsán na základě naměřených spekter a časových histogramů záření naměřených při akusticky indukované transparenci absorbátoru. K popisu vzájemného pohybu zářiče a absorbátoru bylo použito indexu modulace p , popřípadě jeho distribuce.

V této práci je pro energetickou osu v Mössbauerovského spektra místo obvyklé jednotky $\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$ použita jednotka MHz z důvodu lepší orientace v grafech, neboť u spekter dochází ke štěpení čar. Toto štěpení odpovídá frekvenci ultraakustické modulace vzájemného pohybu absorbátoru a zářiče. Převodní vztah mezi jednotkami je

$$1 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1} = 11.618 \text{ MHz}.$$

V zápisu desetinných čísel jsou používány desetinné tečky místo desetinných čárek. Je to výstupní formát použitých softwarů.

Práce je rozdělena do čtyř kapitol. V první kapitole je teoreticky objasněn jev akusticky indukované transparence. Charakteristika použitých piezo prvků je uvedena ve druhé kapitole, ve třetí kapitole je popsána měřící sestava a čtvrtá kapitola obsahuje přehled jednotlivých měření a výsledků měření.

1 Teoretický úvod

1.1 Interakce γ záření s jádrem

Atomová jádra se mohou nacházet v různých energetických stavech. Stav s nejnižší možnou energií je označován jako základní stav. Stav s vyšší energií jsou pak stavy excitované. Volné jádro v základním stavu může přijmout, absorbovat, energii v podobě fotonu a současně přejít do excitovaného stavu. Naopak jádro, které je v excitovaném stavu, může foton vyzářit a vrátit se do základního stavu. Při absorpci a emisi musí být dodrženy zákony zachování energie a hybnosti. Emitující volné jádro při emisi γ záření musí pro dodržení zákona zachování hybnosti obdržet hybnost o stejné velikosti, ale opačného směru než emitovaný foton. Jádro současně získává kinetickou energii zpětného rázu E_r [3] o velikosti

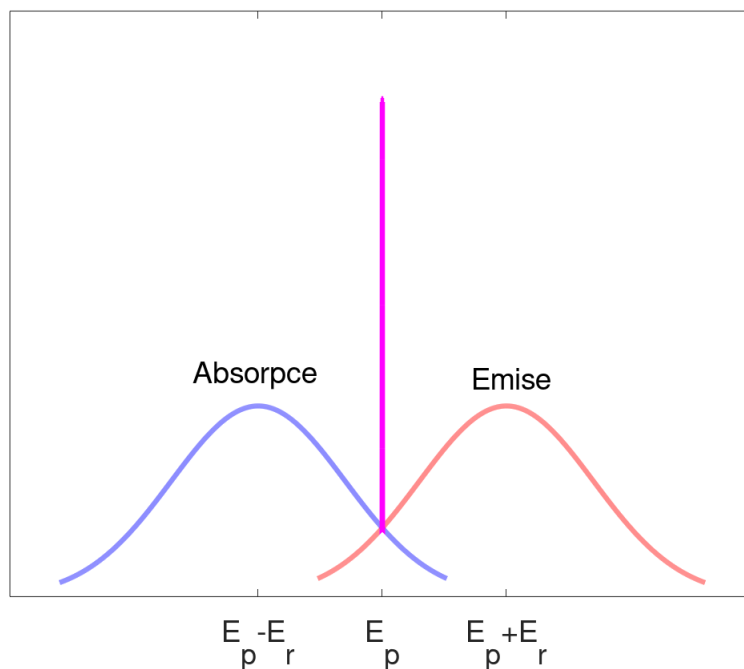
$$E_r = \frac{E_\gamma^2}{2m_j c^2}, \quad (1)$$

kde m_j je hmotnost volného jádra a E_γ je energie přechodu. Rozlišujeme energii E_γ^e přechodu při emisi a energii E_γ^a při absorpci. Z důvodu zachování energie plyne, že energie fotonu E_γ^e je menší než excitační energie, $E_\gamma^e = E_1 - E_0 - E_r$, kde E_1 je energie jádra v excitovaném stavu a E_0 je energie jádra v základním stavu. Při absorpci dochází ke stejným jevům, ale jádro se po absorpci pohybuje ve směru pohybu fotonu. Energie fotonu při absorpci musí být větší než excitační energie $E_1 - E_0$. Foton, který může být absorbován musí mít energii $E_\gamma^a = E_1 - E_0 + E_r$ [3].

Pro uskutečnění rezonanční absorpce je potřeba rovnost emisní a absorpční energie fotonů $E_\gamma^e = E_\gamma^a$ [3]. Aby se emisní a absorpční čára překryly, je zapotřebí malého zpětného rozptylu jader nebo posunu emisní a absorpční čáry, například Dopplerovým jevem [3].

1.2 Mössbauerův jev

Koncem padesátých let 20. století Rudolf Mössbauer při studiu rezonanční absorpce na Iridiu $^{191}_{77}\text{Ir}$ [3], [4] objevil, že zabudování jádra do krystalické mřížky způsobuje zvýšení absorpce. Zvětšení rezonanční absorpce je vysvětlováno tím, že ve vztahu (1) místo hmotnosti jednoho jádra uvažujeme hmotnost celého krystalu [3], což znamená, že hybnost fotonu se při absorpci jaderným systémem krystalu rozloží na zvýšení hybnosti celého krystalu a obdobně pak i při emisi. Zpětný ráz jednoho jádra je tím silně potlačen a dochází k překrytí emisní a absorpční čáry ve spektru, a tím je splněna podmínka rezonanční absorpce. Tato situace je znázorněna na obrázku 1.



Obrázek 1: Překryv emisní a absorpční čáry při rezonanční absorpci.

Na pozadí rozšířených a posunutých čar, absorpční a emisní, spojených se zpětným rázem se objeví úzká spektrální čára (absorpční a emisní) odpovídající přesně energii jaderného přechodu E_p . Dosažitelná šířka spektrální čáry bezodrazových přechodů je 10^{-8} eV. Při typické energii jaderných přechodů $E_p \simeq 10^2$ keV je relativní přesnost měření energie 10^{-13} . Toto je dosud nejpřesnější možnost určení relativní energie elektromagnetického záření [3].

1.3 Modulace energie Dopplerovým jevem

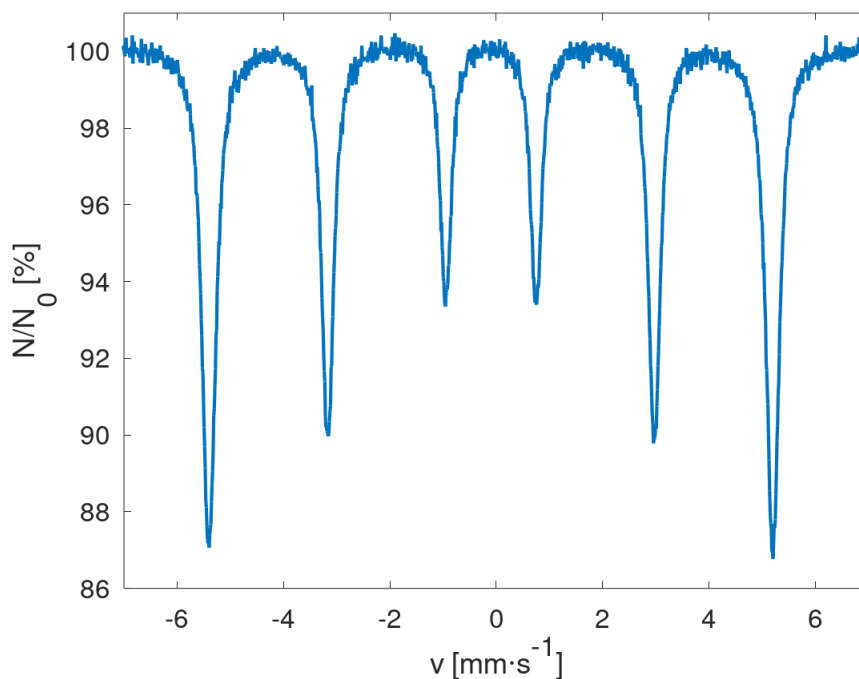
Při měřeních rezonanční bezodrazové absorpce je nutné měnit energii záření a zaznamenávat počet fotonů prošlých studovaným vzorkem s ohledem na energii dopadajícího záření. Ke změně energie emisní čáry zdroje se zpravidla využívá vzájemného periodického pohybu zdroje a absorbátoru. Vzájemný pohyb zářiče a absorbátoru v kombinaci s Dopplerovým jevem způsobuje změnu energie vyzářených fotonů ve vztažné soustavě absorbátoru. Změna energie γ fotonů $\Delta E(t)$ vlivem Dopplerova jevu je dána vztahem

$$\Delta E(t) = (E_1 - E_0) \cdot \frac{v(t)}{c}, \quad (2)$$

kde v je vzájemná rychlost posunu zářiče a absorbátoru a c je rychlost světla. Při měření absorpčního spektra je periodicky modulována vzájemná rychlost zářiče a absorbátoru ve zvoleném rozsahu. Detektorem zaznamenané fotony záření za absorbátorem jsou pak přiřazovány ke změřené vzájemné rychlosti zářiče a absorbátoru. Proto se často při zobrazení spekter místo energetické osy v eV používá osa vzájemné rychlosti zářiče a absorbátoru v mm/s

1.4 Interakce jader s látkou

Jádra, která se nachází v látce, mohou interagovat se svým okolím, tedy elektrony vlastního elektronového obalu a okolními atomy. Tyto interakce jsou zpravidla označovány jako hyperjemné. V důsledku hyperjemných interakcí dochází ke štěpení a posunu jaderných hladin. Projevy hyperjemných interakcí lze pozorovat na štěpení absorpčních spekter a tím získávat informace o elektronové struktuře nebo vlastnostech jádra [3]. Hyperjemnými interakcemi jsou elektrostatická interakce a magnetické dipólové štěpení [3], [5]. Vlivem zmíněných interakcí dochází k posunu a štěpení spektrálních čar. Zkoumáním naměřených spekter se získávají informace o fázovém složení studovaného vzorku. Materiálem, který vykazuje magnetické štěpení je například α -Fe, tedy kovové železo, které krystalizuje v kubické prostorově centrované struktuře. Mössbauerovské spektrum je rozštěpeno na šest spektrálních čar (sextet), viz obr. 2. Tento materiál se zpravidla využívá ke kalibraci energetické osy spekter. Materiál vykazuje hyperjemné pole 33.3 T a izomerní posun je definován $0 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$. Polohy jednotlivých čar jsou -5.3 , -3 , -0.8 , $+0.8$, $+3$, $+5.3 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$.



Obrázek 2: Mössbauerovské spektrum α -Fe.

1.5 Akusticky indukovaná transparence

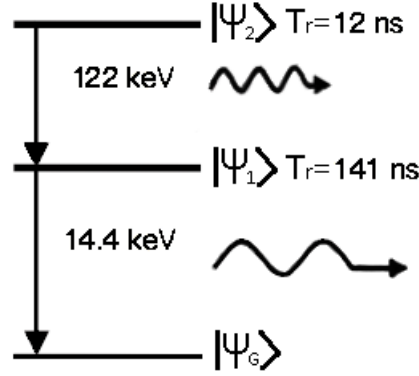
Jedním z cílů gama optiky je konstrukce gama laseru. K dosažení tohoto cíle je možné využít jevu indukované transparence. Jedná se o jev, kdy se vnějším působením (např. elektrickým nebo magnetickým polem) způsobí snížení nebo eliminace absorpce záření v látce a materiál se dočasně stává pro záření transparentním. Jednou z možností jak docílit této indukované transparence je ultraakustická vibrace absorbátoru vůči zdroji záření. Při akusticky indukované transparenenci dochází vlivem vysokofrekvenčních vibrací zářiče nebo absorbátoru ke změně transparence absorbátoru v čase. To

se projeví změnou absorpčního spektra a změnou časového průběhu intenzity γ záření za absorbatorem. Jev akusticky indukované transparency byl matematicky popsán v člancích [6], [7], [8].

Jednofotonové pole emitované ze zdroje v laboratorní referenční souřadné soustavě má tvar [8]

$$E(z, t - t_0) = E_0 \theta \left(t - t_0 - \frac{z}{c} \right) e^{-(i\omega_r + \frac{\Gamma_r}{2})(t - t_0 - \frac{z}{c}) + i\varphi_0}, \quad (3)$$

kde E_0 je amplituda pole, $\theta(x)$ je Heavisidova funkce nabývající hodnot $\theta(x) = 0$ pro $x < 0$ a $\theta(x) = 1$ pro $x > 0$, z je vzdálenost pole od zářiče, $t - t_0$ je čas od vyzáření fotonu s energií 122 keV při přechodu jádra zářiče ze stavu $|\psi_2\rangle$ do stavu $|\psi_1\rangle$, $\frac{\Gamma_r}{2\pi}$ je spektrální šířka čáry zdroje a platí pro ni $\Gamma_r = \frac{1}{T_r}$, kde $T_r = 141$ ns je doba života jádra ve stavu $|\psi_1\rangle$, ω_r je úhlová rychlost fotonu a φ_0 je náhodná fáze [6], [7]. Schéma jaderných přechodů a emitovaných fotonů je znázorněno na obrázku 3.



Obrázek 3: Přehled přechodů jader zářiče mezi jednotlivými energetickými stavy.

Přechodem do referenční soustavy absorbátoru dostáváme emitované pole ve tvaru

$$E(z', t - t_0) = E_0 \theta \left(t - t_0 - \frac{z'}{c} \right) e^{-(i\omega_r + \frac{\Gamma_r}{2})(t - t_0 - \frac{z'}{c}) + i\varphi_0} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(p) e^{in[\Omega(t-t_0) + \theta_0]}, \quad (4)$$

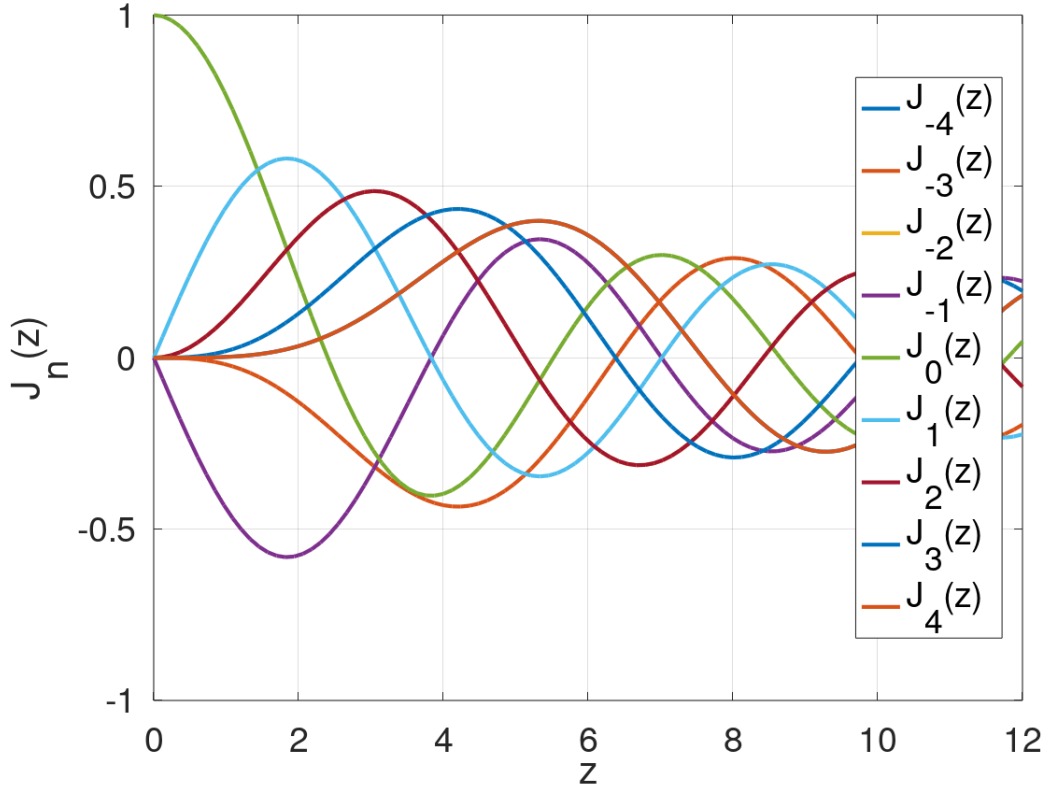
kde p je index modulace a platí pro něj vztah $p = \frac{2\pi r_0}{\lambda}$, kde r_0 je amplituda vzájemných vysokofrekvenčních vibrací zářiče vůči absorbátoru, $\theta_0 = \Omega t_0$. Ω je frekvence vibrací zářiče vůči absorbátoru a funkce $J_n(p)$ je Besselova funkce prvního druhu. Besselovy funkce prvního druhu jsou definovány jako řešení Besselovy diferenciální rovnice [9]

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - n^2) y = 0. \quad (5)$$

a vyjadřují se integrálem [9]

$$J_n(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(z \sin \theta - n\theta) d\theta. \quad (6)$$

Na obrázku 4 jsou zobrazeny průběhy Besselových funkcí prvního druhu $J_n(z)$ pro $n = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ a 4 v intervalu $z \in \langle 0, 10 \rangle$.



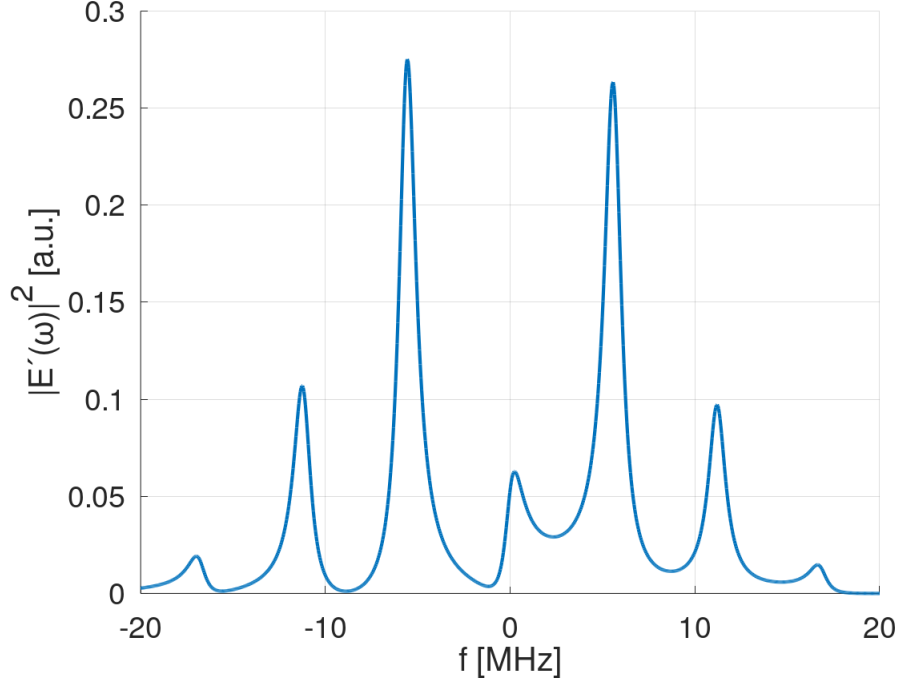
Obrázek 4: Besselovy funkce prvního druhu $J_n(z)$ s $n = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ a 4 na intervalu $z \in \langle 0, 10 \rangle$.

V referenční soustavě absorbátoru je pole γ fotonu reprezentováno superpozicí exponenciálně klesajících spektrálních složek s nosnými frekvencemi $\omega_r \pm n\Omega$ [7]. Amplitudy jednotlivých spektrálních složek jsou dány modulačním indexem p v Besselově funkci.

Z důvodu popisu pole γ fotonu šířícího se rezonančním prostředím jader absorbátoru se pomocí Fourierovy transformace přechází z časového průběhu pole do spektrálního vyjádření. Spektrum γ fotonu se ve vztahné soustavě absorbátoru při vysokofrekvenčním pohybu zářiče vůči absorbátoru vyznačuje výskytem symetrických postranních spektrálních čar kolem původní energie přechodu ω_r . Pro takové spektrum zavádíme označení „spektrální komb“ (odvozeno z anglického „spectral comb“ používaného v [6], [7], [8]). Aplikováním Fourierovy transformace na vztah (4) popisující časový průběh pole γ fotonu v referenční soustavě absorbátoru získáváme vztah popisující amplitudu spektra pole $E'(\omega)$ γ fotonu ve formě spektrálního kombu tvaru

$$E'(\omega) = \frac{E_0}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_n(p)e^{i(\varphi_0+n\theta_0)}}{i(\omega_r - n\Omega - \omega) + \frac{\Gamma_r}{2}}. \quad (7)$$

Na obrázku 5 je zobrazena absolutní hodnota druhé mocniny amplitudy spektra $|E'(\omega)|^2$ vypočítaná pro $\Omega = 2\pi f \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ a $p = 2$ dle vztahu (7) znázorňující spektrální komb.



Obrázek 5: Vypočítané pole fotonu vyzářeného zdrojem v soustavě spojené s absorbtorem dle vztahu (7) za použití parametrů $f = 5.6 \cdot 10^6$ Hz a $p = 2$.

V některých případech se absorbtor nemusí pohybovat homogenně. Tedy všechna jádra nekonají pohyb se stejnou amplitudou modulace p a stejnou fází. Je-li index modulace p popsán distribucí $g(p)$, má vztah (7) pro spektrální komb tvar

$$E'(\omega) = \frac{E_0}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{e^{i(\varphi_0+n\theta_0)} \int_0^{\infty} g(p) J_n(p) dp}{[i(\omega_r - n\Omega - \omega) + \frac{\Gamma_r}{2}] \int_0^{\infty} g(p) dp}. \quad (8)$$

Záření při průchodu absorbtorem interaguje s materiálem absorbtóru. Vývoj pole v absorbtóru je popsán vlnovou funkcí, [7]

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z'^2} - \frac{1}{c'^2} \frac{\partial^2 E}{\partial \tau^2} = \frac{2\delta_e}{c'^2} \frac{\partial E}{\partial \tau} + \frac{4\pi}{\varepsilon c'^2} \frac{\partial^2 P}{\partial \tau^2}, \quad (9)$$

kde $c' = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}$, $\varepsilon \approx 1$ je dielektrická permitivita pozadí absorbtóru, δ_e udává ztráty absorpcí bez rezonance a P je rezonanční jaderná polarizace. Vlnová rovnice (9) je v [7] řešená převedením Fourierovou transformací a použitím aproximace pomalu se měnící obálky. Výsledná funkce závislosti pole na poloze v absorbtóru je pak ve tvaru [7]

$$E'(z', \omega) = e^{-\delta_e z'} \frac{E_0}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_n(p) e^{i(\varphi_0+n\theta_0)}}{i(\omega_r - n\Omega - \omega) + \frac{\Gamma_r}{2}} \exp\left(-\frac{\frac{T_M}{2L}}{1 + i\frac{\omega_a - \omega}{\gamma_a}} z'\right), \quad (10)$$

kde T_M je Mössbauerovská optická tloušťka absorbtóru, L je šířka absorbtóru, ω_a je frekvence rezonančního přechodu a $\frac{\gamma_a}{2\pi}$ je pološířka její spektrální čáry. Mössbauerovská optická tloušťka absorbtóru je dána vztahem

$$T_M = 4\pi f_a \omega_a N n_{G1} |d_{G1}|^2 \frac{L}{\gamma_a} \hbar c \sqrt{\varepsilon}, \quad (11)$$

kde f_a je pravděpodobnost absorpce bez zpětného rázu, N je koncentrace rezonančních jader v absorbátoru, $n_{G1} \approx 1$ je rozdíl populace ve stavech $|\psi_G\rangle$ a $|\psi_1\rangle$ v absorbátoru, d_{G1} je dipólový moment rezonančního přechodu mezi stavy $|\psi_G\rangle$ a $|\psi_1\rangle$ v absorbátoru a \hbar je redukovaná Plankova konstanta.

Spektrální amplituda za absorbátorem má pak tvar

$$E'(\omega) = e^{-\delta_e L} \frac{E_0}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_n(p) e^{i(\varphi_0 + n\theta_0)}}{i(\omega_r - n\Omega - \omega) + \frac{\Gamma_r}{2}} \exp\left(-\frac{\frac{T_M}{2}}{1 + i\frac{\omega_a - \omega}{\gamma_a}}\right). \quad (12)$$

Inverzní Fourierovou transformací dostáváme vztah pro časový vývoj pole za absorbátorem ve tvaru

$$E(\tau) = e^{-\delta_e L} E_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{J_n(p) e^{i(\varphi_0 + n\theta_0)}}{i(\omega_r - n\Omega - \omega) + \frac{\Gamma_r}{2}} \exp\left(-\frac{\frac{T_M}{2}}{1 + i\frac{\omega_a - \omega}{\gamma_a}}\right) e^{-i\omega\tau} d\omega. \quad (13)$$

Intenzita jednofotonového pole I_1 za absorbátorem je dána vztahem, [7]

$$I_1(\tau) \propto e^{-T_e} E_0^2 \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{J_n(p) e^{in\theta_0}}{i(\omega_r - n\Omega - \omega) + \frac{\Gamma_r}{2}} \exp\left(-\frac{\frac{T_M}{2}}{1 + i\frac{\omega_a - \omega}{\gamma_a}}\right) e^{-i\omega\tau} d\omega \right|^2, \quad (14)$$

kde $T_e = 2\delta_e L$ je nerezonanční optická tloušťka absorbátoru [7]. Je-li index modulace p popsán distribucí $g(p)$, přepisujeme vztah (14), popisující intenzitu jednofotonového pole $I(t)$ za absorbátorem, na tvar

$$I_1(\tau) \propto e^{-T_e} E_0^2 \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{in\theta_0} \int_0^\infty g(p) J_n(p) dp}{[i(\omega_r - n\Omega - \omega) + \frac{\Gamma_r}{2}] \int_0^\infty g(p) dp} \exp\left(-\frac{\frac{T_M}{2}}{1 + i\frac{\omega_a - \omega}{\gamma_a}}\right) e^{-i\omega\tau} d\omega \right|^2. \quad (15)$$

Pro určení intenzity modulovaného pole fotonů za absorbátorem je potřeba určit střední hodnotu intenzity přes různé časy t_0 [7], [8]

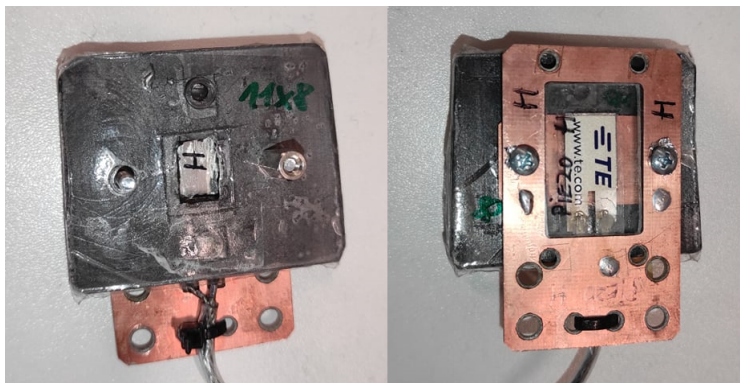
$$I(t) \propto \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_T^t I_1(t - t_0) dt_0. \quad (16)$$

Tvar modulovaného časového průběhu intenzity závisí na modulačním parametru p , který je dán vzájemným pohybem zářiče a absorbátoru, na frekvenci $\frac{\Omega}{2\pi}$ vzájemného pohybu a na energii emitovaného záření ze zdroje v referenční soustavě absorbátoru.

2 Použité piezo prvky

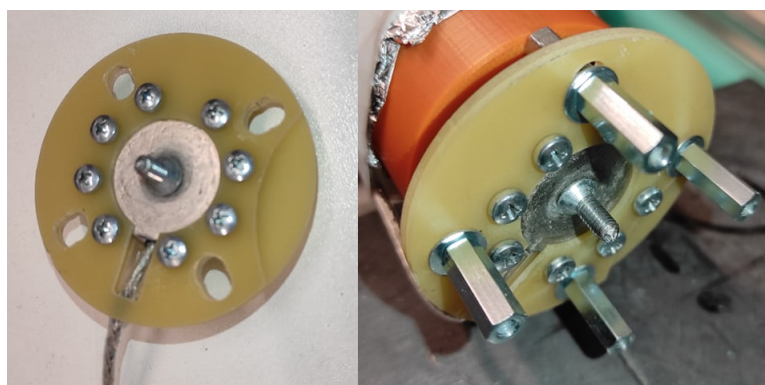
Vysokofrekvenční pohyb mezi zářičem a absorbatorem byl zajištěn piezo prvky. Použitými piezo prvky byly keramický piezo prvek a plastový piezo prvek.

Plastové piezo prvky, viz obr. 6, tvoří PVDF folie o tloušťce $28\ \mu\text{m}$. Absorbátor, nerezový plech, byl připevněn buď vteřinovým lepidlem, nebo epoxidovým lepidlem. Piezo prvek byl stejným způsobem připevněn k podložce z plexiskla.



Obrázek 6: Plastový piezo prvek s připevněným absorbatorem. Pohled od zdroje (vlevo) a od detektoru (vpravo).

Keramický piezo prvek, viz obr. 7, byl připevněn šrouby k transduceru. Na keramickém piezo prvku byl nalepen šroub, na který se našroubovával radioaktivní zdroj záření o hmotnosti $m = 4\ \text{g}$.



Obrázek 7: Keramický piezo prvek položený na stole (vlevo) a připevněný k transduceru (vpravo).

Pro aplikace piezo prvků je nezbytné znát jejich chování. Jedná se především o výchylku pohybu a její homogenitu. Zjišťuje se, zda se všechny části piezo prvku pohybují ve fázi. Důležitou vlastností piezo prvků při vysokofrekvenčním modulování záření je závislost amplitudy pohybu piezo prvku na frekvenci přivedeného signálu. Tato spektrální odezva piezo prvku na buzení se vyznačuje kritickými body, při kterých dochází k rezonanci piezo prvku. K rezonancím keramického piezo prvku docházelo při frekvencích 1.5 MHz, 5.6 MHz a 9.31 MHz. Tyto frekvence byly určeny hledáním extrémů

impedance piezo prvku.

Piezo prvky v rezonanci i mimo ní mohou vykazovat nehomogenitu pohybu všech svých částí. Nejednotnost pohybu byla aproximována zavedením distribuce indexu modulace $g(p)$. Pro aproximaci této distribuce byla použita Gaussova funkce daná vztahem

$$g(p) = \frac{1}{\sigma_p \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(p-\bar{p})^2}{2\sigma_p^2}}, \quad (17)$$

kde \bar{p} představuje hodnotu, ve které distribuce parametru p nabývá maxima, a σ_p představuje šířku distribuce.

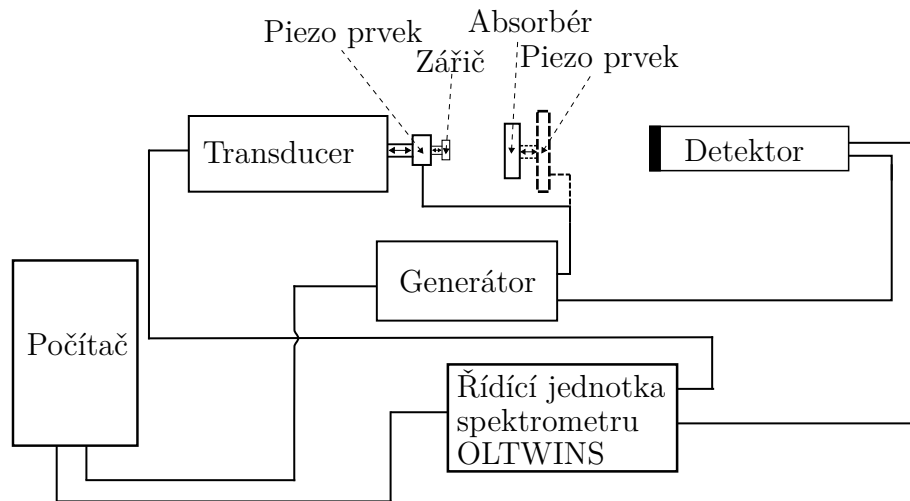
Měření byla uskutečněna s nerezovým absorbátorem, kromě měření energetických spekter s keramickým piezo prvkem při frekvencích kolem 1.5 MHz a 5.6 MHz, kde byl jako absorbátor použit hexakvanoželezitan draselno-hořečnatý.

3 Měřicí sestava

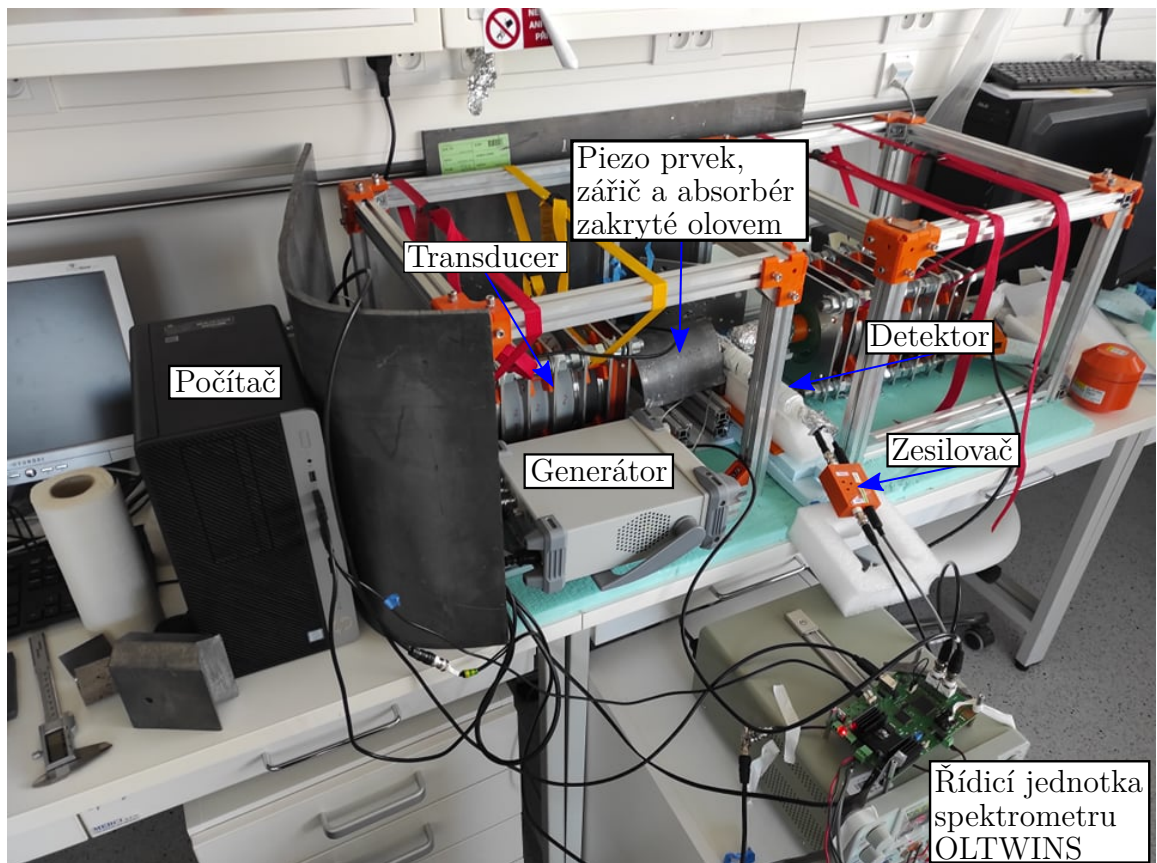
Piezo prvky byly charakterizovány pomocí transmisního uspořádání Mössbauerovy spektroskopie. Pro měření bylo použito spektrometru OLTWIN [10], který umožňuje provádět experimenty Mössbauerovy spektroskopie v energetické i časové doméně. V případě měření v energetické doméně se jednalo o obvyklé měření intenzity fotonů prošlých přes absorbátor vzhledem k vzájemné rychlosti absorbátoru a zářiče. Pro Dopplerovskou modulaci bylo využito lineárního mechanického motoru. Tímto způsobem je možné proměřovat spektrální komby popsané rovnicí (7).

Měření v časové doméně slouží k měření závislosti intenzity záření prošlé přes absorbátor na čase, která je vyjádřena vztahem (14). Intenzitou rozumíme počet fotonů vzhledem ke zpoždění za synchronizační časovou značkou pevně svázanou s fází akustické vibrace piezo prvku. Při tomto typu měření je využito režimu konstantní rychlosti pohybu absorbátoru vůči zářiči.

Na obrázku 8 je zobrazeno schéma měřicí sestavy a na obrázku 9 je uspořádání měřicí sestavy v laboratoři.

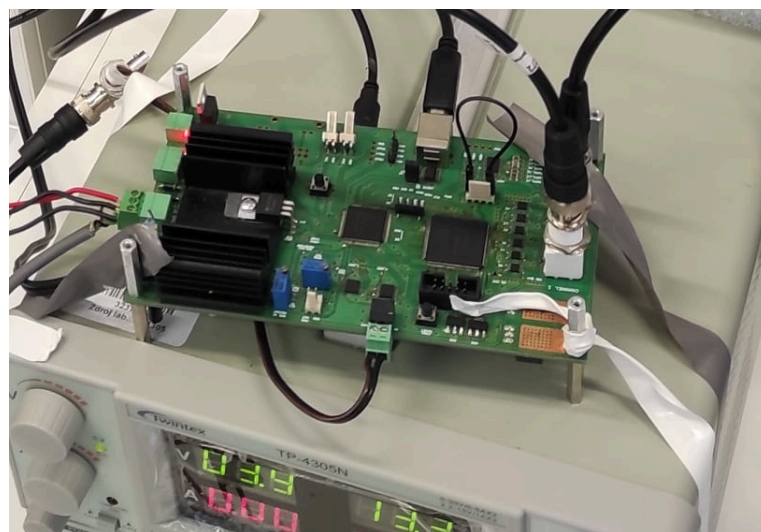


Obrázek 8: Schema měřicí soustavy.



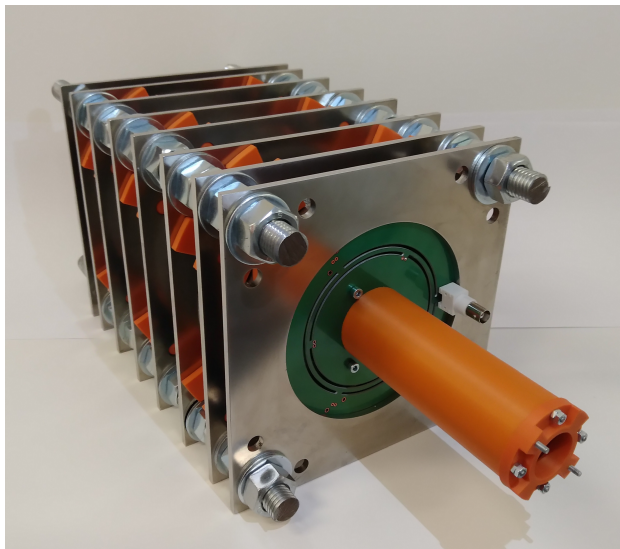
Obrázek 9: Sestavená měřící soustava v laboratoři.

Základem celé sestavy je řídicí jednotka OLTWINS, která slouží ke generaci pohybu transduceru, analýze pulzů a jejich čítání. Spektrometr zaznamenává spektrum ve 2048 kanálech [11]. Spektrometr vyhodnocuje data z pohybu transduceru a provádí opravy signálu řídicího pohyb transduceru tak, aby měl pohyb transduceru požadovaný průběh. Řídicí jednotka je na obrázku 10.



Obrázek 10: Řídicí jednotka spektrometru OLTWINS.

Transducer je elektromechanický prvek zajišťující řízený pohyb zářiče v jedné ose. Pohyb transduceru se využívá k modulaci energie γ záření Dopplerovým jevem [12]. Pohyb transduceru je ovládán řídicí jednotkou spektrometru OLTWINS dle zadaného nastavení v počítači. V sestavě byl při měřeních použitý transducer OLTWINS "PIGLET", viz obr. 11.



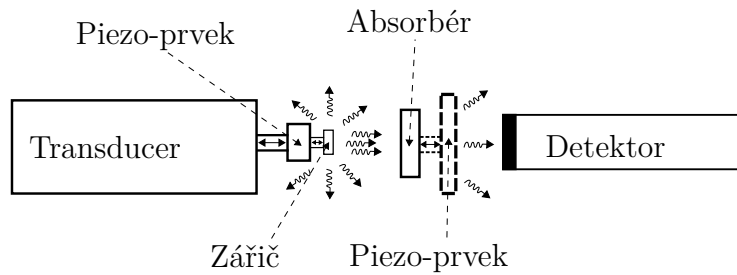
Obrázek 11: Transducer OLTWINS "PIGLET". Převzato z [12].

V experimentech byl použitý scintilační detektor složený z fotonásobiče HAMAMATSU s integrovaným VN zdrojem a ze scintilačního materiálu tvořeného krystalem YAP:Ce od firmy CRYTUR [13]. Scintilační detektor OLTWINS je na obrázku 12.



Obrázek 12: Scintilační detektor OLTWINS. Převzato z [13].

Detektor byl umístěn za absorbatorem tak, aby geometrická vzdálenost detektoru od zářiče byla co nejmenší. Geometrické uspořádání je znázorněno na obr. 13.



Obrázek 13: Geometrické uspořádání zářiče a detektoru.

K buzení piezo prvku byl v sestavě použitý funkční generátor SIGLENT, viz obr. 14. Pohyb piezo prvku byl vyvolaný sinusovým napětovým signálem o různých frekvencích.



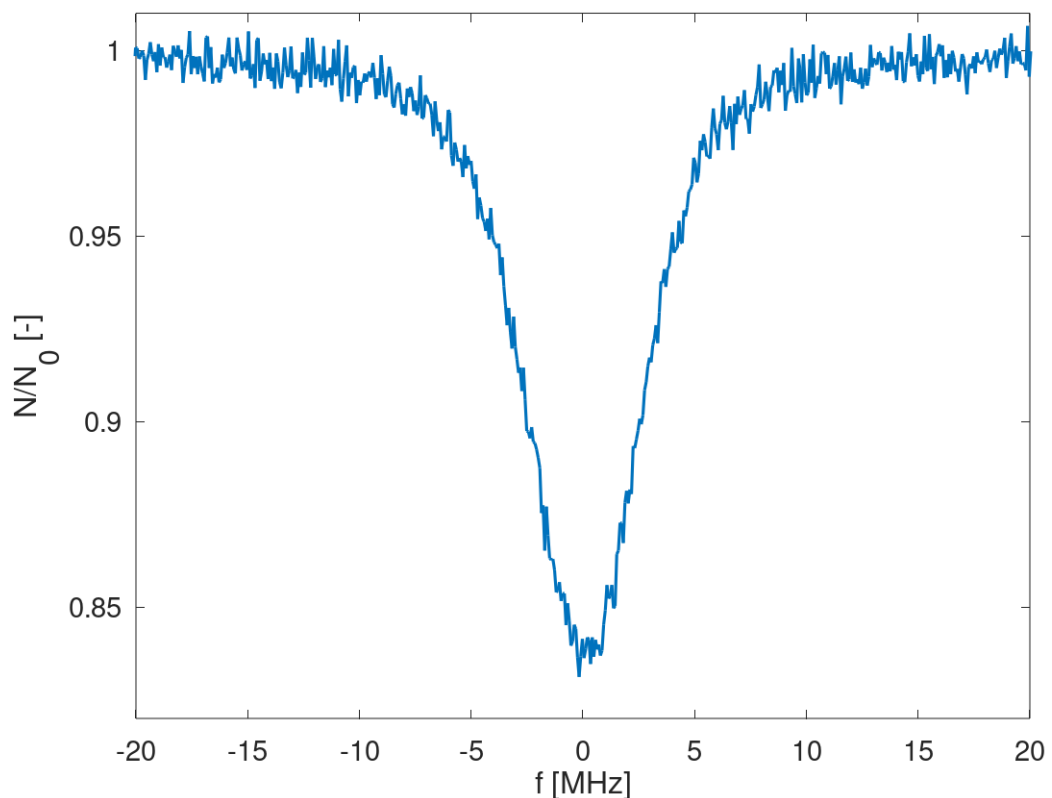
Obrázek 14: Použitý generátor SIGLENT.

Použitým zdrojem záření byl nuklid ^{57}Co v rhodiové matici, viz obr. 15, který má dobu života 272 dní. Tento nuklid se přeměňuje na nuklid ^{57}Fe ve druhém excitovaném stavu $|\psi_2\rangle$. Nuklid ^{57}Fe ve druhém excitovaném stavu $|\psi_2\rangle$ má dobu života 12 ns a dále přechází na stav $|\psi_1\rangle$ s nižší energií vyzářením γ fotonu o energii 122 keV. Nuklid z prvního excitovaného stavu přechází na základní stav vyzářením γ fotonu o energii 14.4 keV. Doba života prvního excitovaného stavu $|\psi_1\rangle$ je 141 ns. Hmotnost zářiče byla $m = 4$ g.

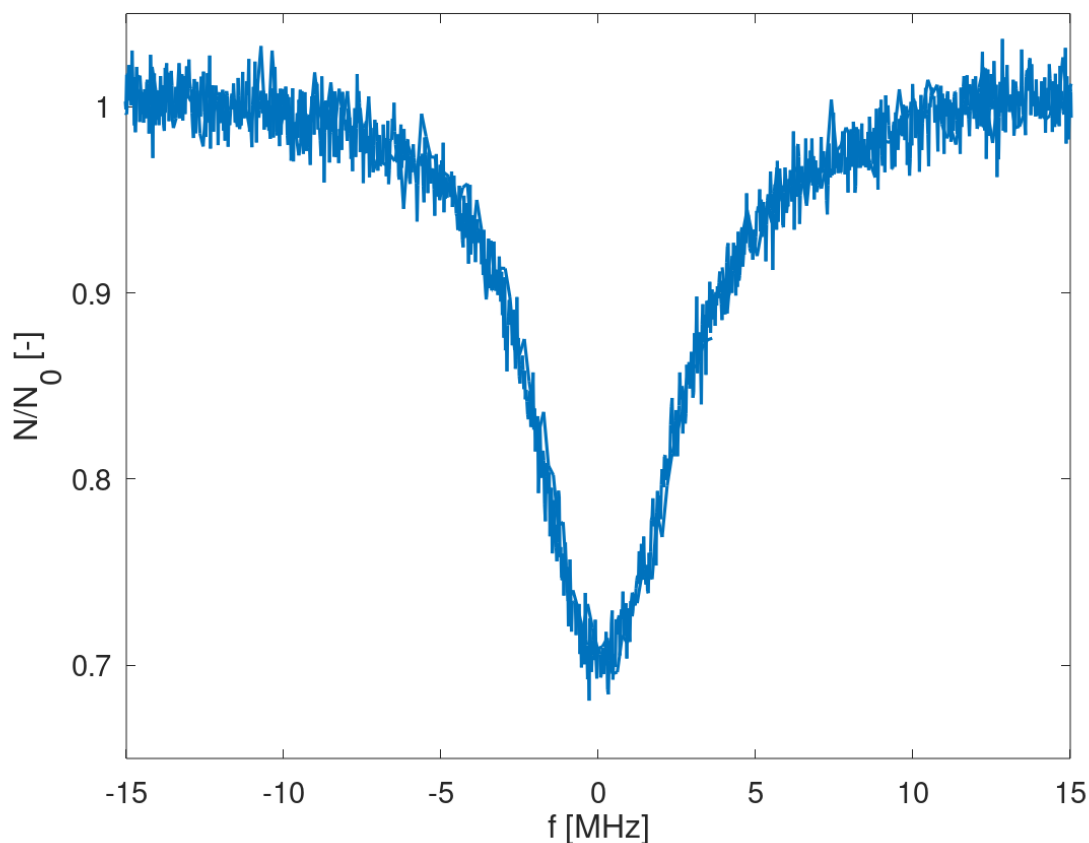


Obrázek 15: Zářič ^{57}Co v rhodiové matici (vlevo propiska pro srovnání velikosti).

Absorbátorem byly nerezová folie o tloušťce $25\ \mu\text{m}$ a hexakynoželezitan draselno-hořečnatý (s $0.5\ \text{mg}\cdot\text{cm}^{-3}\ ^{57}\text{Fe}$). Absorpční spektra bez rozkmenění (bez vysokofrekvenční modulace vytvářející spektrální komby) nerezové folie a hexakynoželezitanu draselno-hořečnatého jsou na obrázcích 16 a 17.

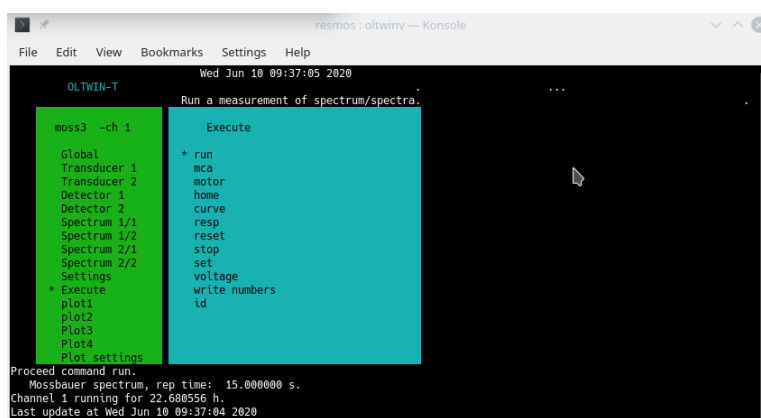


Obrázek 16: Mössbauerovské spektrum nerozkmeněného nerezového absorbátoru připevněného na plastovém piezo prvku.



Obrázek 17: Mössbauerovské spektrum nerozkombeného hexakvanoželezitan draselno-hořečnatého absorbátoru. Poskytnuto Mgr. Janem Kočiščákem.

Celá sestava byla obsluhována pomocí počítače. Prostřednictvím softwaru „oltwins“ se nastavoval pohyb transduceru a diskriminační hladiny detektoru. Program „oltwins“ lze ovládat použitím příkazového řádku nebo pomocí grafického rozhraní. Grafické rozhraní programu „oltwins“ je zobrazeno na obrázku 18. Data z měření byla ukládána v textových souborech.



Obrázek 18: Grafické rozhraní softwaru „oltwins“. Převzato z [14].

4 Metoda vyhodnocení

Naměřená data byla vyhodnocena pomocí softwaru vytvořeném v prostředí GNU Octave. Hlavní část postupu vyhodnocování tvořilo fitování dat metodou nejmenších čtverců. Data byla fitována křivkou danou vztahem (7) nebo (14) dle charakteru dat. Ústřední funkcí pro fitování metodou nejmenších čtverců byl příkaz `lsqcurvefit` [15] vyžadující počáteční odhad fitovaných parametrů. Při zpracovávání dat naměřených spekter bylo pro počáteční odhad indexu modulace p využito průběhu Besselových funkcí, viz obr. 4, které určují poměr velikostí píků. Při zpracování dat časových histogramů byly využívány pro počáteční odhad parametry určené zpracováním dat naměřených spekter. Kromě zpřesněných fitovaných parametrů jsou výstupem příkazu `lsqcurvefit` ještě residua r a numericky vypočítaná Jakobiova matice J , které sloužily k určení nejistot získaných parametrů. Nejistoty byly vypočítané odmocněním diagonálních prvků matice kovariance určené vztahem [16]

$$\Sigma = (J^T J)^{-1} \text{var} \left(r \pm \sqrt{N} \right), \quad (18)$$

kde byla residua r rozšířena o nejistotu počtu zaznamenaných detekcí N . Funkce $\text{var}(x) = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ představuje rozptyl n prvků x .

5 Charakterizace plastových piezo prvků

Aby bylo možné ultraakustický prvek použít v γ optických experimentech, je nezbytné znát charakteristiku pohybu absorbátoru po celé jeho ploše. Touto charakteristikou rozumíme především amplitudu výchylky a její fázi. Pro aplikace v γ experimentech jsou nejvhodnější ty prvky, kde se celý absorbátor pohybuje se stejnou amplitudou a stejnou fází, tedy pohyb piezo prvku je homogenní. Charakter pohybu může záviset na frekvenci kmitání prvku, proto je vždy vhodné sledovat charakter pohybu při různých frekvencích. Pohyb absorbátoru na piezo prvku je možné charakterizovat Mössbauerovským měřením v energetické i časové doméně. Měřením byl určen index modulace záření p , popřípadě jeho distribuce.

Největší modulace spektra záření nastávají při největších amplitudách výchylek absorbátoru. K těm dochází, je-li piezo prvek v rezonanci s budící frekvencí. Plastový piezo prvek nevykazoval žádné výrazné rezonanční frekvence, proto bylo jeho chování měřeno ve velkém frekvenčním rozsahu. K charakterizaci pohybu absorbátoru bylo využito měření v energetické doméně na frekvencích 1 MHz až 15 MHz s krokem po 1 MHz. Charakter pohybu absorbátoru může být ovlivněn i způsobem připevnění absorbátoru na piezo prvek. V této práci byly studovány dva způsoby. První způsob spočíval v přilepení absorbátoru na PVDF folii vteřinovým lepidlem. Ve druhém byl absorbátor lepen epoxidovým lepidlem. Měření jsou dále značena symbolem PVDF_{vtér} pro lepení vteřinovým lepidlem a PVDF_{epox} pro lepení epoxidem.

Rovněž byly změřeny časové histogramy záření při frekvencích 1 MHz, 5.6 MHz a 9.31 MHz plastového piezo prvku připevněného vteřinovým lepidlem. Tyto frekvence byly vybrány dle rezonančních frekvencí keramického piezo prvku, aby bylo možné srovnání mezi piezo prvky. Na frekvenci 1 MHz byla provedena čtyři měření časových histogramů, na frekvenci 5.6 MHz osm měření a na frekvenci 9.31 MHz šest měření.

5.1 Měření v energetické doméně

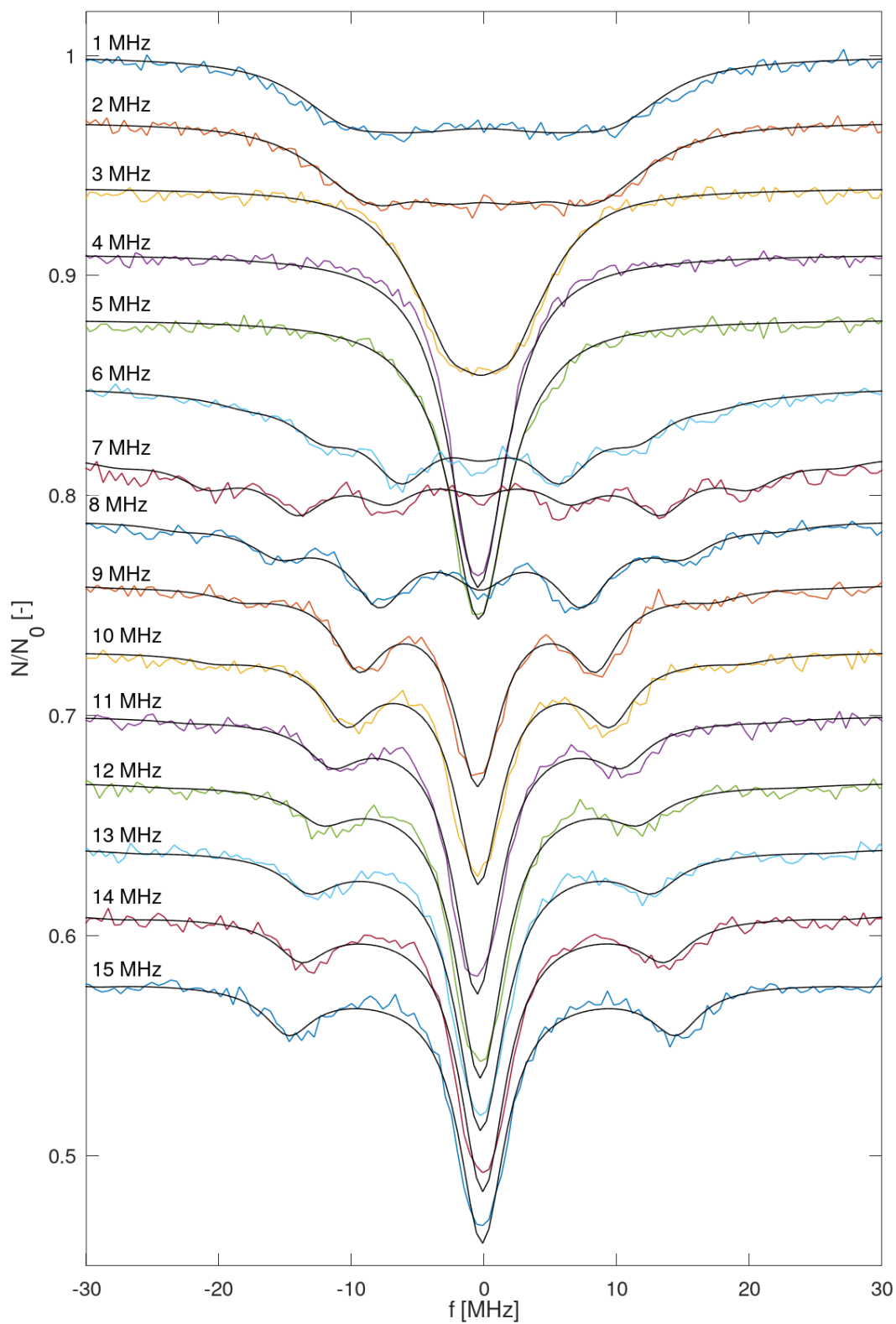
Pro zjištění vlivu způsobu připevnění absorbátoru k plastovému piezo prvku na index modulace p byla vyhodnocena data dvou sad měření. První sada měření spekter byla provedena s absorbátorem připevněným k plastovému piezo prvku vteřinovým lepidlem a druhá sada měření s absorbátorem připevněným k plastovému piezo prvku epoxidovým lepidlem. V obou případech byla provedena měření transmisní Mössbauerovskou spektroskopií na frekvencích piezo prvků 1 MHz až 15 MHz po 1 MHz. Naměřená spektra byla poskytnutá Mgr. Alešem Stejskalem.

PVDF_{vtér}

Spektra byla upravena sečtením čtyř vedlejších bodů a fitována vztahem (7). Za fitované parametry byly zvoleny amplituda E_0 a index modulace p . Vztah byl doplněn o opravu chyb měření, a to přičtením $D \cdot \omega$ a zavedením parametru E , který kompenzuje posun absorpční čáry. Počítané spektrum bylo odečtením od fitované konstanty převedeno na tvar odpovídající absorpčnímu spektru. Použitý vztah měl tvar

$$N(\omega) = C + D (\omega - 2\pi E \cdot 10^6) - \left\{ \sum_{n=-40}^{40} \left| \frac{A}{2\pi} \cdot \frac{J_n(B)}{i[-n\Omega - (\omega - 2\pi E \cdot 10^6)] + \frac{\Gamma_r}{2}} \right| \right\}^2, \quad (19)$$

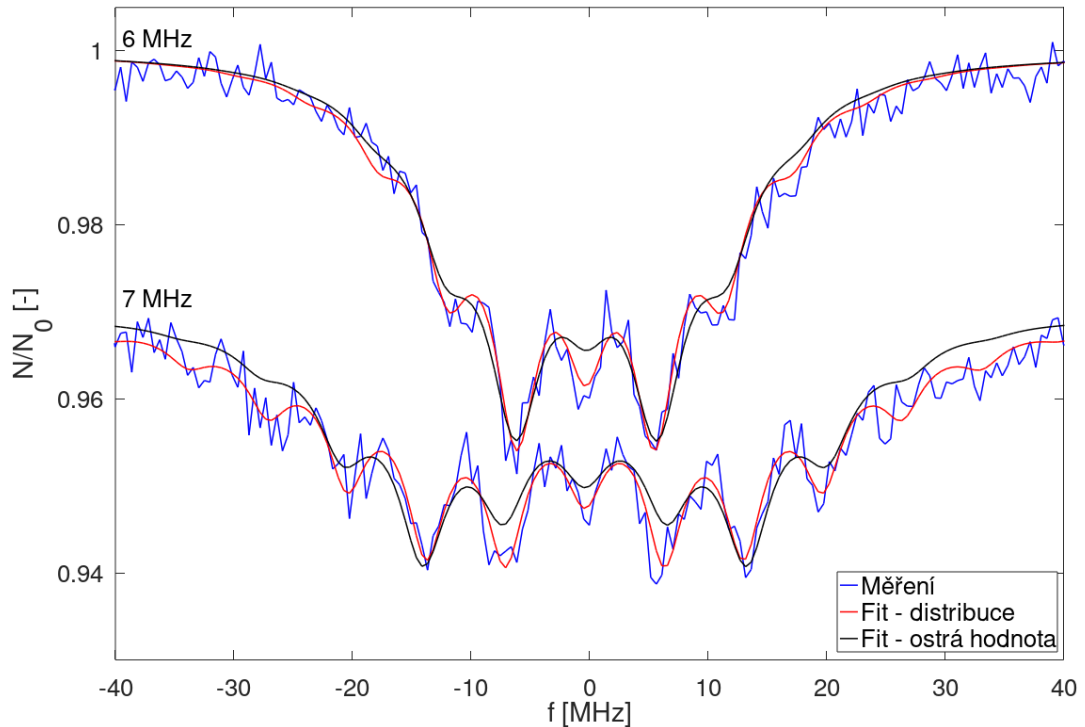
kde A je fitovaná amplituda E_0 , B je fitovaný index modulace p , C je konstanta, od které je počítané spektrum odečtené. Celkově bylo fitováno pět parametrů. Na obrázku 19 jsou znázorněna jednotlivá naměřená spektra proložená fity.



Obrázek 19: Normalizovaná spektra PVDF_{ver} (barevná) pro frekvence 1 MHz až 15 MHz proložena fity (černé) s jednou hodnotou indexu modulace. Spektra jsou vzájemně posunuta na ose y o 0.03.

Proložené fity při frekvencích 6 MHz a 7 MHz neodpovídaly naměřeným spektrům. Vzniklé odchylky byly způsobeny nehomogenitou pohybu absorbátoru. Nehomogenitu pohybu popíšeme Gaussovskou distribucí indexu modulace $g(p)$ popsanou vztahem (17).

Nyní byla spektra fitována pomocí distribuce p . Fitovány byly dva parametry, \bar{p} a σ_p Gaussovy funkce. Celkový počet fitovaných parametrů se zvýšil na šest. Naměřená spektra proložená oběma fity, ostrou hodnotou p a distribucí p , jsou na obrázku 20.



Obrázek 20: Normalizovaná spektra PVDF_{ver} na frekvencích 6 MHz a 7 MHz proložená fitem s ostrou hodnotou indexu modulace a fitem s Gaussovskou distribucí indexu modulace p . Znárodněná spektra jsou vzájemně posunuta na ose y o 0.03.

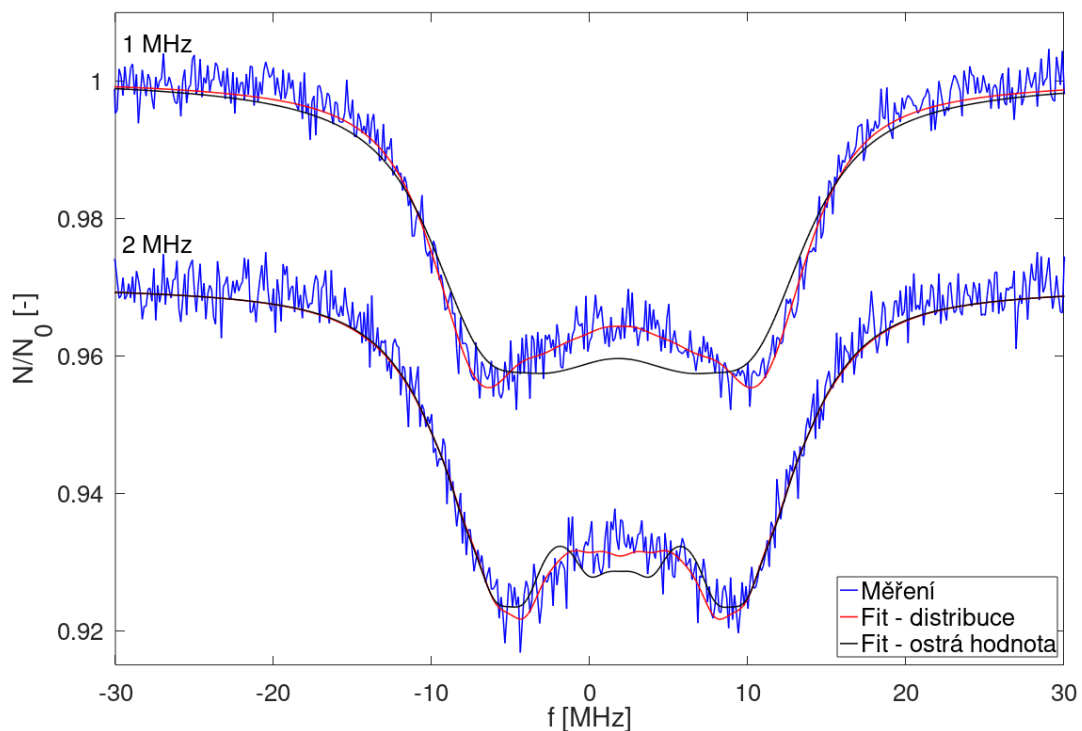
V těchto případech fity s Gaussovskou distribucí indexu modulace $g(p)$ odpovídaly naměřeným spektrům přesněji. Z toho můžeme usoudit, že se různé části absorbátoru pohybují s různou amplitudou.

Fitováním určené indexy modulace p a parametry distribuce indexů modulace $g(p)$ jsou zapsány v tabulce 1.

PVDF_{epox}

Měření indexu modulace při použití plastového piezo prvku s absorbátorem přilepeným epoxidem (PVDF_{epox}) probíhalo stejným způsobem, viz předchozí kapitola. Na obrázku 22 jsou jednotlivá naměřená spektra proložená fity.

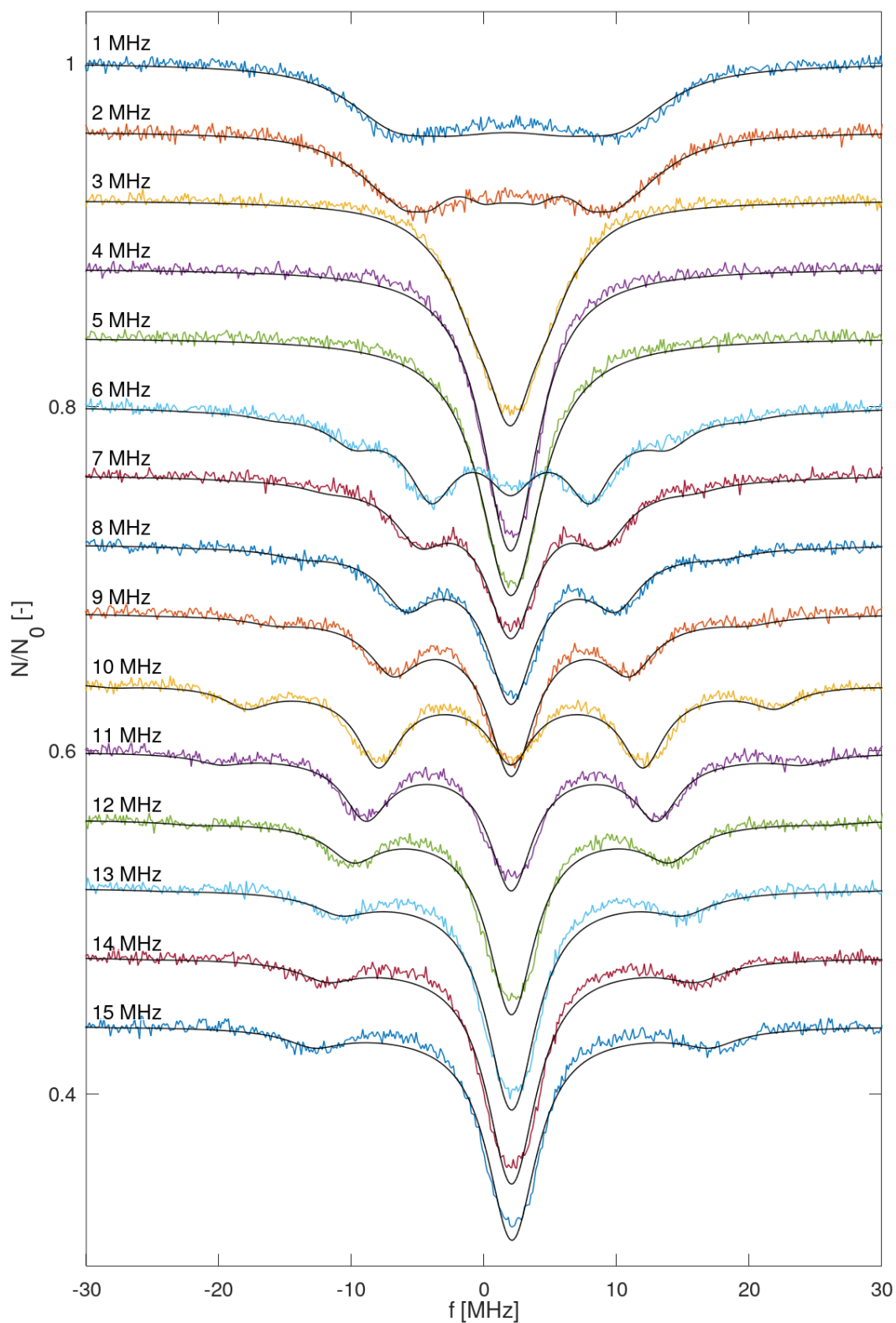
Proložené fity při frekvencích pohybu piezo prvku 1 MHz a 2 MHz neodpovídaly naměřeným spektrům, proto místo fitování jednou hodnotou indexu modulace p bylo opět použito fitování s distribucí indexu modulace $g(p)$. Naměřená spektra s proloženými fity jsou znázorněná na obrázku 21.



Obrázek 21: Normalizovaná spektra PVDF_{epox} na frekvencích 1 MHz a 2 MHz proložená fitem s ostrou hodnotou indexu modulace a fitem s Gaussovou funkcí indexu modulace. Znázorněná spektra jsou vzájemně posunuta na ose y o 0.03.

Fity využívající Gaussovu funkci indexu modulace p i v těchto případech přesněji odpovídaly naměřeným spektrům. To můžeme interpretovat tak, že při frekvencích 1 MHz a 2 MHz se absorbátor pohybuje v různých částech s různou amplitudou. Což lze v prvním přiblížení popsat Gaussovskou distribucí.

Fitováním určené indexy modulace p a parametry distribuce indexů modulace $g(p)$ jsou zapsány v tabulce 1.



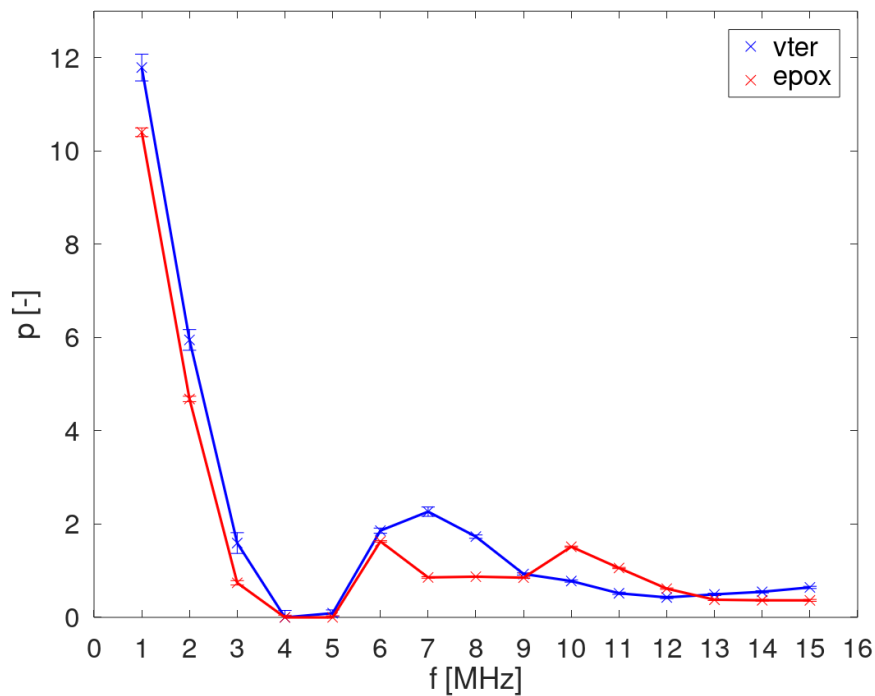
Obrázek 22: Normalizovaná spektra PVDF_{epox} (barevná) pro frekvence 1 MHz až 15 MHz proložena fity (černé) s jednou hodnotou indexu modulace p . Spektra jsou vzájemně posunuta na ose y o 0.04.

Srovnání PVDF_{vter} a PVDF_{epox}

Pro přehlednost jsou indexy modulace p , popřípadě parametry distribuce indexu modulace $g(p)$, zapsané do tabulky 1 a střední hodnoty indexu modulace znázorněné na obrázku 23.

f [MHz]	„vter“			„epox“		
	p	\bar{p}	σ_p	p	\bar{p}	σ_p
1	(11.8 ± 0.3)	-	-	(10.2 ± 0.4)	(10.4 ± 0.1)	(0.78 ± 0.05)
2	(6.0 ± 0.3)	-	-	(4.96 ± 0.03)	(4.68 ± 0.06)	(0.85 ± 0.08)
3	(1.6 ± 0.3)	-	-	(0.74 ± 0.05)	-	-
4	(0.00 ± 0.15)	-	-	(0.00 ± 0.05)	-	-
5	(0.09 ± 0.08)	-	-	(0.00 ± 0.04)	-	-
6	(1.92 ± 0.05)	(1.85 ± 0.06)	(0.96 ± 0.14)	(1.630 ± 0.016)	-	-
7	(2.97 ± 0.06)	(2.08 ± 0.12)	(2.13 ± 0.16)	(0.857 ± 0.017)	-	-
8	(1.73 ± 0.04)	-	-	(0.873 ± 0.015)	-	-
9	(0.93 ± 0.03)	-	-	(0.852 ± 0.015)	-	-
10	(0.78 ± 0.03)	-	-	(1.515 ± 0.014)	-	-
11	(0.52 ± 0.03)	-	-	(1.058 ± 0.013)	-	-
12	(0.43 ± 0.03)	-	-	(0.616 ± 0.016)	-	-
13	(0.49 ± 0.03)	-	-	(0.379 ± 0.018)	-	-
14	(0.55 ± 0.03)	-	-	(0.366 ± 0.018)	-	-
15	(0.64 ± 0.03)	-	-	(0.36 ± 0.02)	-	-

Tabulka 1: Indexy modulace p a parametry \bar{p} , σ_p Gaussovy distribuce indexu modulace, pro PVDF_{vter} a PVDF_{epox} v závislosti na frekvenci modulace f .



Obrázek 23: Indexy modulace p , popřípadě střední hodnota Gaussovy distribuce indexu modulace $\langle p \rangle$, pro PVDF_{vter} a PVDF_{epox} v závislosti na frekvenci modulace f .

Při nízkých frekvencích do 3 MHz byl pro PVDF_{epox} index modulace popsán Gaussovou funkcí. U obou způsobů připevnění byla při nízkých frekvencích střední

hodnota distribuce výrazně větší než při vyšších frekvencích. Index modulace při středních frekvencích v případě PVDF_{ver} dosahoval maximální střední hodnoty při frekvenci 7 MHz. Extrémů indexu modulace při středních frekvencích v případě PVDF_{epox} dosahoval při frekvencích 6 MHz a 10 MHz.

Napříč všemi frekvencemi byly rozdíly určených indexů modulace mezi oběma způsoby připevnění piezo prvku malé. Při malých frekvencích byla větší šířka distribuce indexu modulace pro PVDF_{epox} a při středních frekvencích byla zase větší šířka distribuce indexu modulace pro PVDF_{ver}. Při vyšších frekvencích byly rozdíly v indexu modulace způsobené připevněním minimální.

5.2 Měření časových histogramů

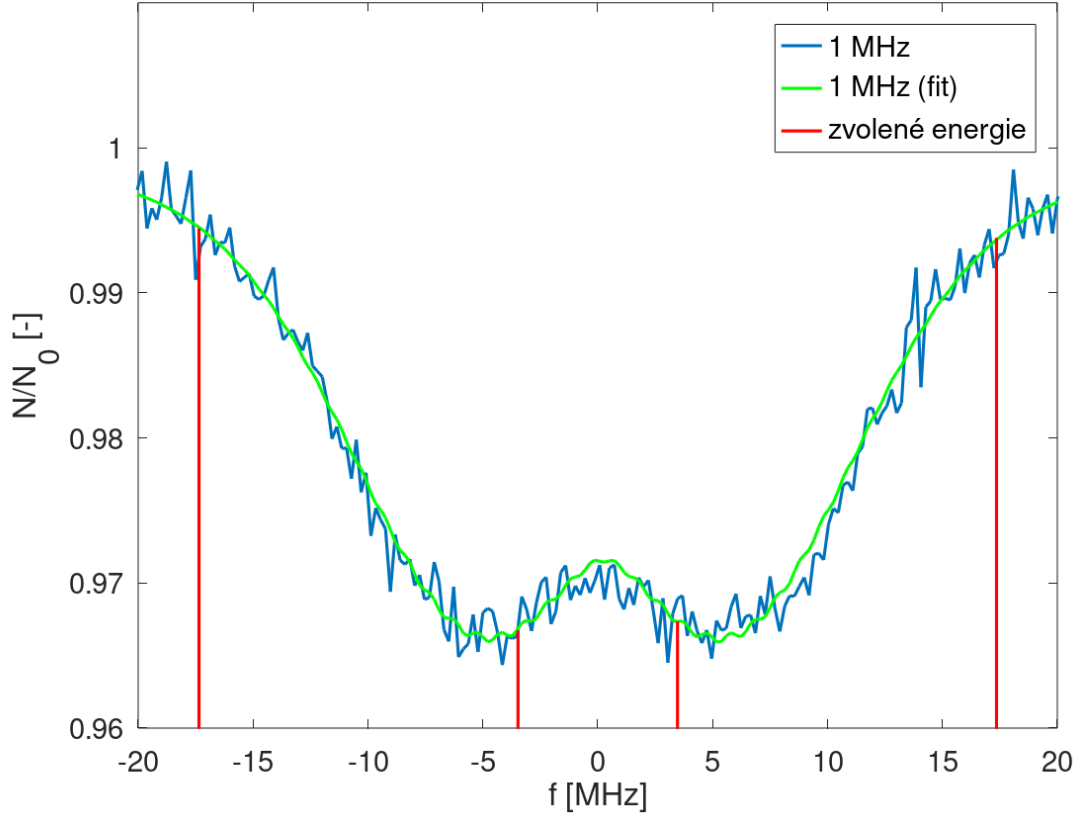
PVDF_{ver}

Měření časových histogramů bylo provedeno pro frekvence pohybu 1 MHz, 5.6 MHz a 9.31 MHz. Frekvence byly vybrány tak, aby odpovídaly frekvencím použitým pro měření s keramickým piezo prvkem a bylo možné obě měření porovnávat. Tyto frekvence odpovídají rezonančním frekvencím keramického piezo prvku. Podle spektra byly vybrány energie pro měření časového histogramu. Energie byly zvolené tak, aby se shodovaly s energiemi pro měření časových histogramů s keramickým piezo prvkem a zároveň co nejvíce odpovídaly lokálním maximům nebo minimům ve spektru. Transducer byl nastaven na režim konstantní rychlosti, která odpovídá posunutí energie γ záření Dopplerovým jevem na zvolenou hodnotu. Jelikož se zároveň provádí dvě měření, byly z důvodu zaznamenání stejně dlouhých časových intervalů zvolené rychlosti transduceru stejně velké v obou směrech pohybu.

Transmisní Mössbauerovské spektrum PVDF_{ver} prvku měřené v energetické doméně s frekvencí pohybu 1 MHz je znázorněno na obr. 24. Na něm jsou také vyznačeny energie záření vybrané pro měření časových histogramů. Konkrétní hodnoty jsou uvedeny v tabulce 2. Fitováním spektra v energetické doméně byly určeny parametry $\bar{p} = (5.8 \pm 0.2)$, $\sigma_p = (6.4 \pm 0.3)$ distribuce indexu modulace.

Pozice	f [MHz]	f_r [MHz]
Úpatí píku nalevo	-17.35	-17.61
Vrchol píku nalevo	-3.47	-3.73
Vrchol píku napravo	3.47	3.21
Úpatí píku napravo	17.35	17.09

Tabulka 2: Popis energií, na kterých byly měřeny časové histogramy. Frekvence ve změřeném spektru f a frekvence vzhledem k centrálnímu píku ve spektru f_r .



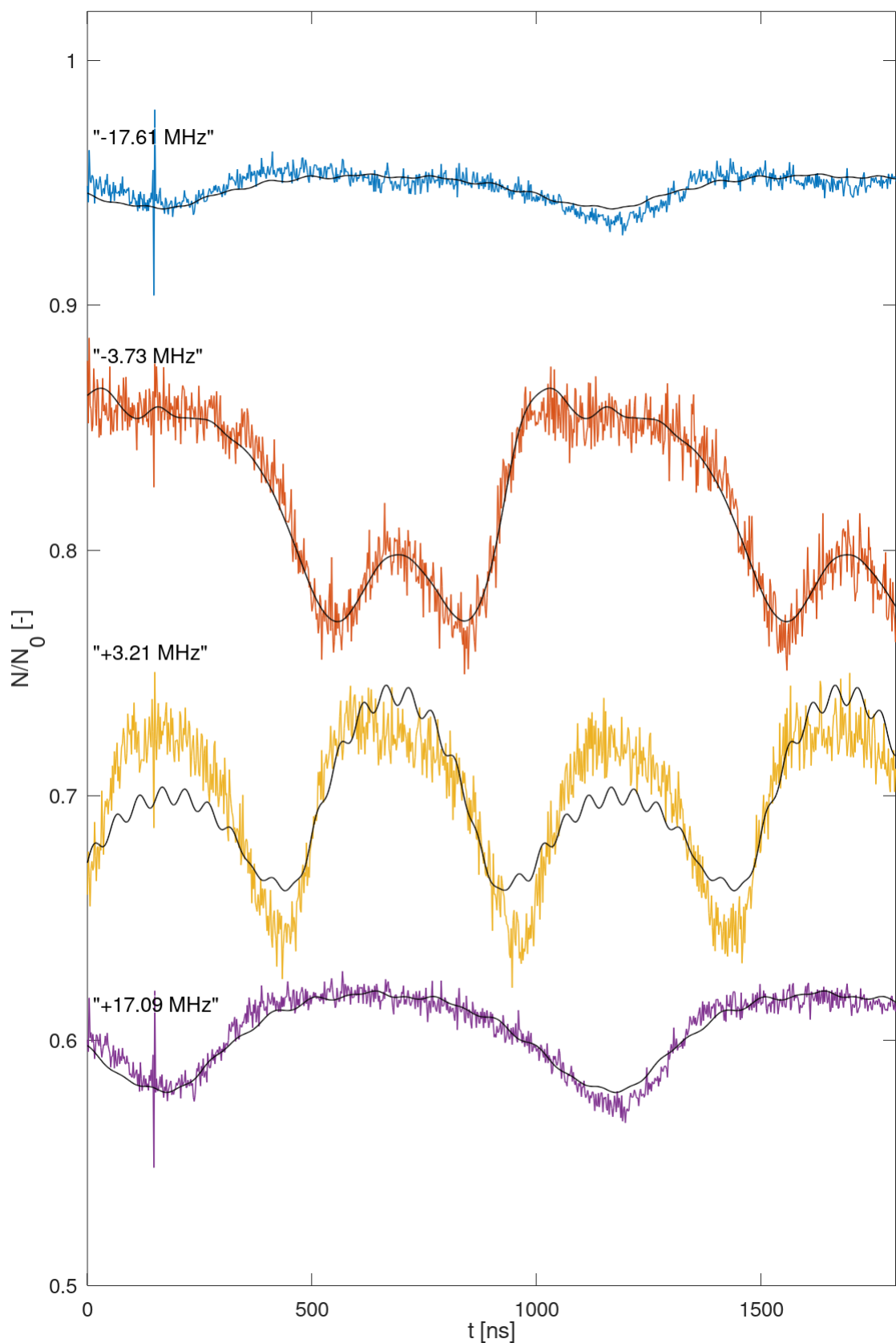
Obrázek 24: Normalizované spektrum na frekvenci 1 MHz s proloženým fitem a vyznačenými frekvencemi, pro které byly měřeny časové histogramy.

Naměřené časové histogramy byly fitovány křivkou danou vztahem (14) nebo (15) s distribucí $g(p)$ aproximovanou Gaussovou funkcí definovanou vztahem (17). Fitováním byla určena jedna hodnota indexu modulace p nebo parametry \bar{p} a σ_p Gaussovy funkce. Určené indexy modulace p , popřípadě parametry \bar{p} a σ_p Gaussovy funkce, jsou zapsány v tabulce 3.

f_r [MHz]	p [-]	\bar{p} [-]	σ_p [-]
-17.61	(5.4 ± 0.3)	-	-
-3.73	(6.11 ± 0.07)	-	-
+3.21	-	(9.7 ± 0.2)	(1.62 ± 0.04)
+17.09	(5.1 ± 0.2)	-	-

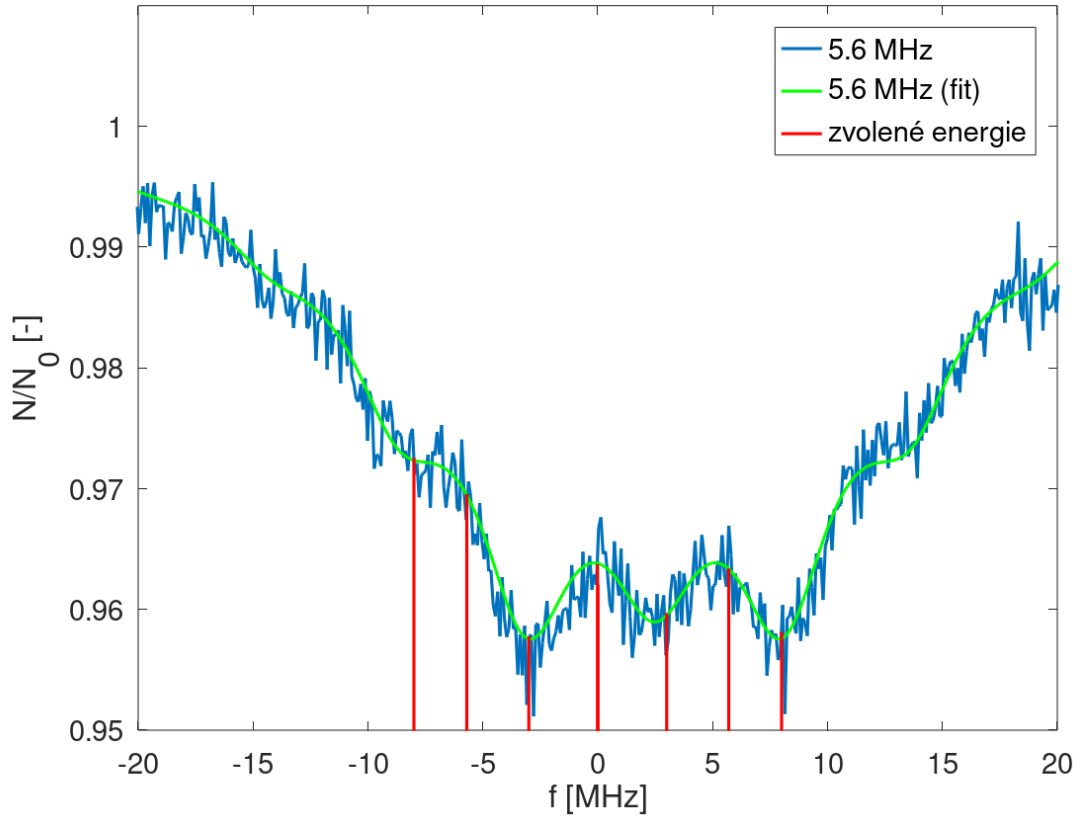
Tabulka 3: Indexy modulace p , popřípadě parametry \bar{p} a σ_p Gaussovy funkce, při frekvenci pohybu piezo prvku 1 MHz pro energie záření dané frekvencí f_r pro PVDF_{ver.}

Naměřený časový průběh, viz obr. 25, záření o energii určené frekvencí +3.21 MHz nebyl přesně nafitovaný ani při uvažování distribuce indexu modulace $g(p)$ aproximované Gaussovou funkcí. Při frekvenci pohybu plastového piezo prvku 1 MHz nebyl pohyb homogenní a celý povrch absorbatóru nebyl při svém pohybu ve fázi. Indexy modulace p určené fitováním časových histogramů odpovídaly parametru \bar{p} určeného fitováním naměřeného spektra.



Obrázek 25: Normalizované časové histogramy (barevné) při frekvenci pohybu piezo prvku 1 MHz pro frekvence dle obrázku 24 s proloženými fity (černé). Znázorněné časové histogramy jsou vzájemně posunuty na ose y o 0.125.

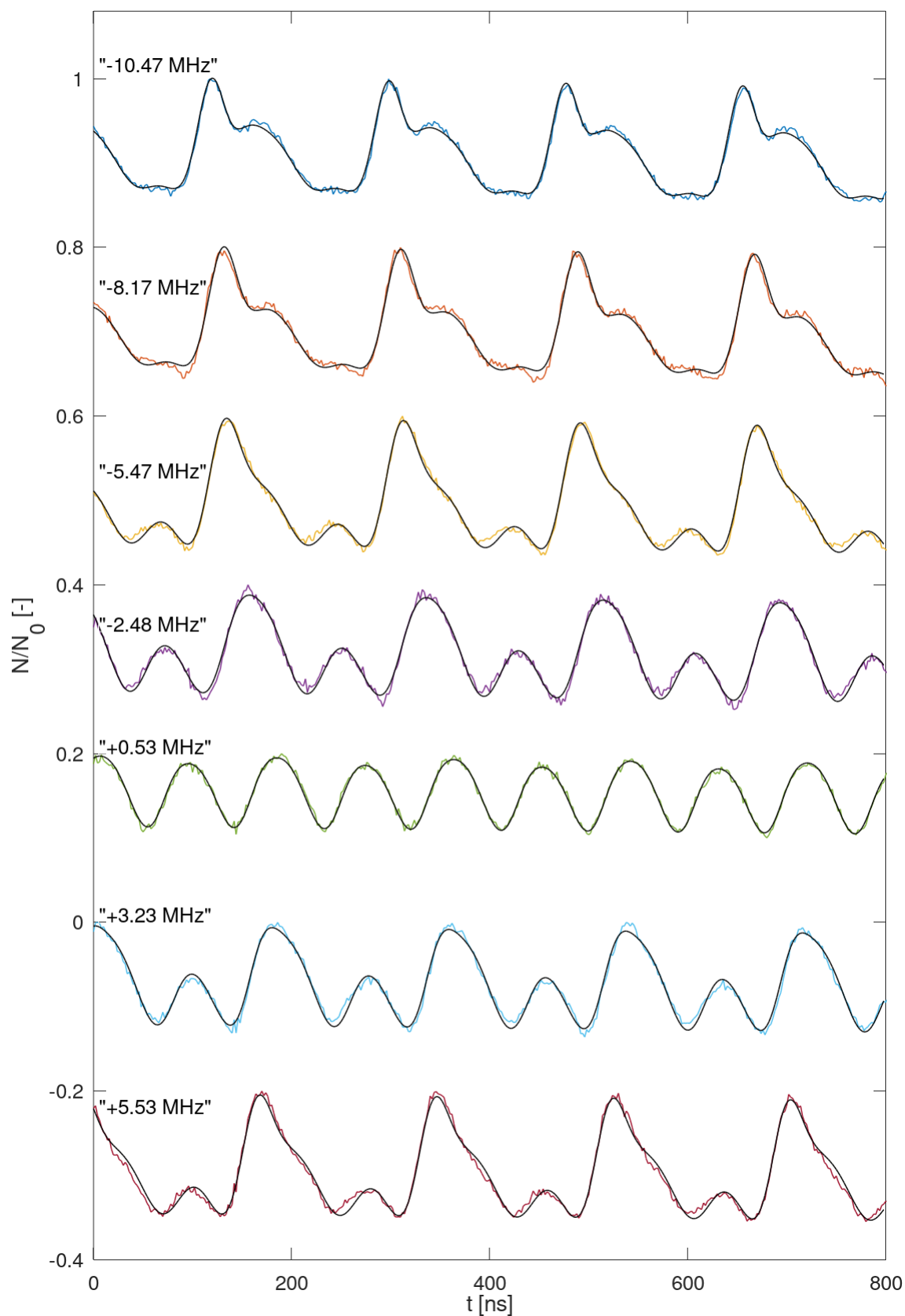
Energetické spektrum změřené při frekvenci pohybu 5.6 MHz je na obr. 26. Časové histogramy byly měřeny pro energie popsané v tabulce 4. Tyto energie jsou současně vyznačeny i na obr. 26. Fitováním spektra v energetické doméně byl určen index modulace $p = (1.83 \pm 0.02)$.



Obrázek 26: Normalizované spektrum na frekvenci 5.6 MHz s proloženým fitem a vyznačenými frekvencemi, na kterých byly měřeny časové průběhy.

Pozice	f [MHz]	f_r [MHz]
Druhý postranní pík nalevo	-8	-10.47
Střed mezi druhým postranním píkem nalevo a prvním postranním píkem nalevo	-5.7	-8.17
První postranní pík nalevo	-3	-5.47
Střed mezi prvním postranním píkem nalevo a centrálním píkem	0	-2.48
Centrální pík	3	0.53
Střed mezi prvním postranním píkem napravo a centrálním píkem	5.7	3.23
První postranní pík napravo	8	5.53

Tabulka 4: Popis energií, na kterých byly měřeny časové histogramy. Frekvence ve změřeném spektru f a frekvence vzhledem k centrálnímu píkem ve spektru f_r .



Obrázek 27: Normalizované časové histogramy (barevné) při frekvenci pohybu piezo prvku 5.6 MHz pro frekvence dle obrázku 26 s proloženými fity (černé). Znárodněné časové histogramy jsou vzájemně posunuty na ose y o 0.2.

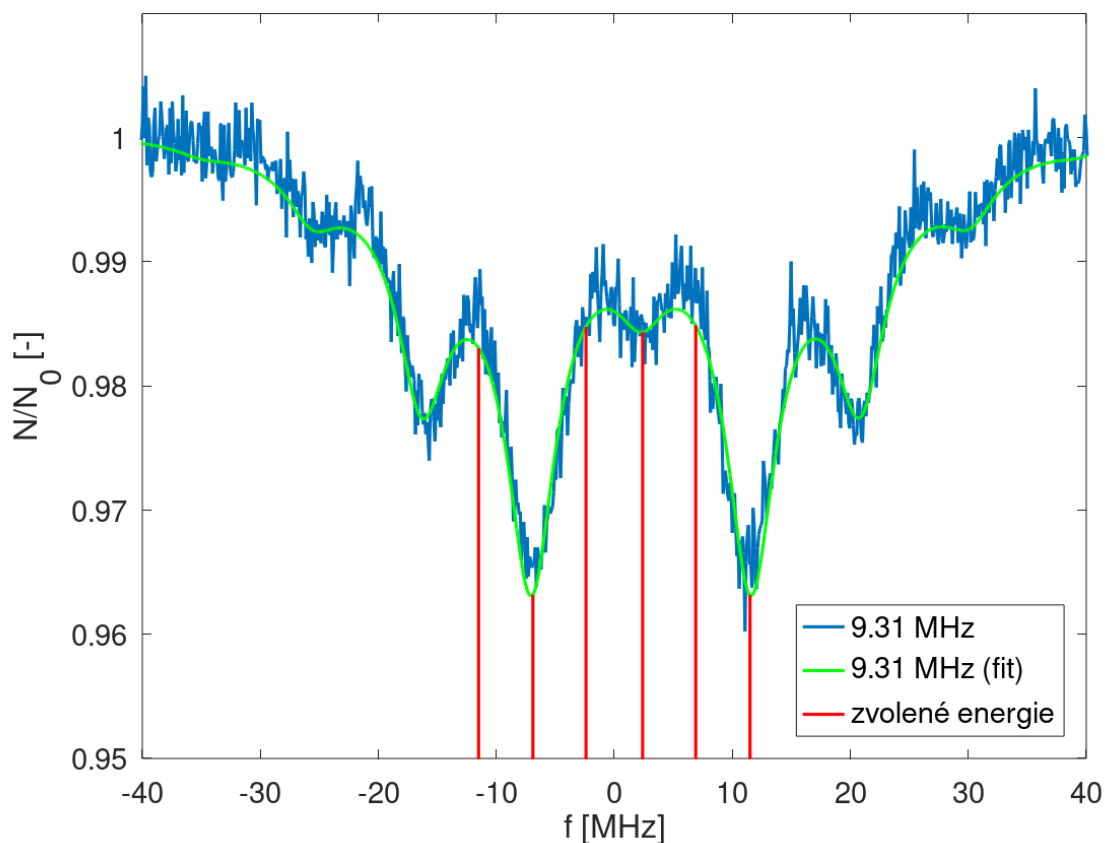
V časových histogramech, viz obr. 27, jsou oscilace s periodou odpovídající frekvenci modulace pohybu. Charakter histogramů se mění s volbou energie záření. Naměřené časové histogramy byly fitovány křivkou danou vztahem (14), a tím byla určena jedna hodnota indexu modulace p . Určené indexy modulace p jsou zapsány v tabulce 5.

f_r [MHz]	p [-]
-10.47	(2.56 ± 0.03)
-8.17	(2.13 ± 0.03)
-5.47	(2.01 ± 0.02)
-2.48	(1.89 ± 0.05)
+0.53	(2.9 ± 0.2)
+3.23	(2.38 ± 0.05)
+5.53	(2.13 ± 0.03)

Tabulka 5: Indexy modulace p při frekvenci pohybu piezo prvku 5.6 MHz pro energie záření dané frekvencí f_r pro PVDF_{ver}.

Proložené křivky odpovídají naměřeným časovým průběhům. Histogramy pro všechny energie záření vykazují index modulace p v průměru 2.29, tedy větší index modulace, než který byl určen při fitování spektra. Z naměřených průběhů vyplývá, že čím byl časový průběh měřen blíže k centrálnímu píku, tím měl více sinusový charakter s frekvencí dvojnásobnou než byla frekvence modulace pohybu. Z toho můžeme usuzovat, že pohyb PVDF_{ver} byl při frekvenci 5.6 MHz homogenní.

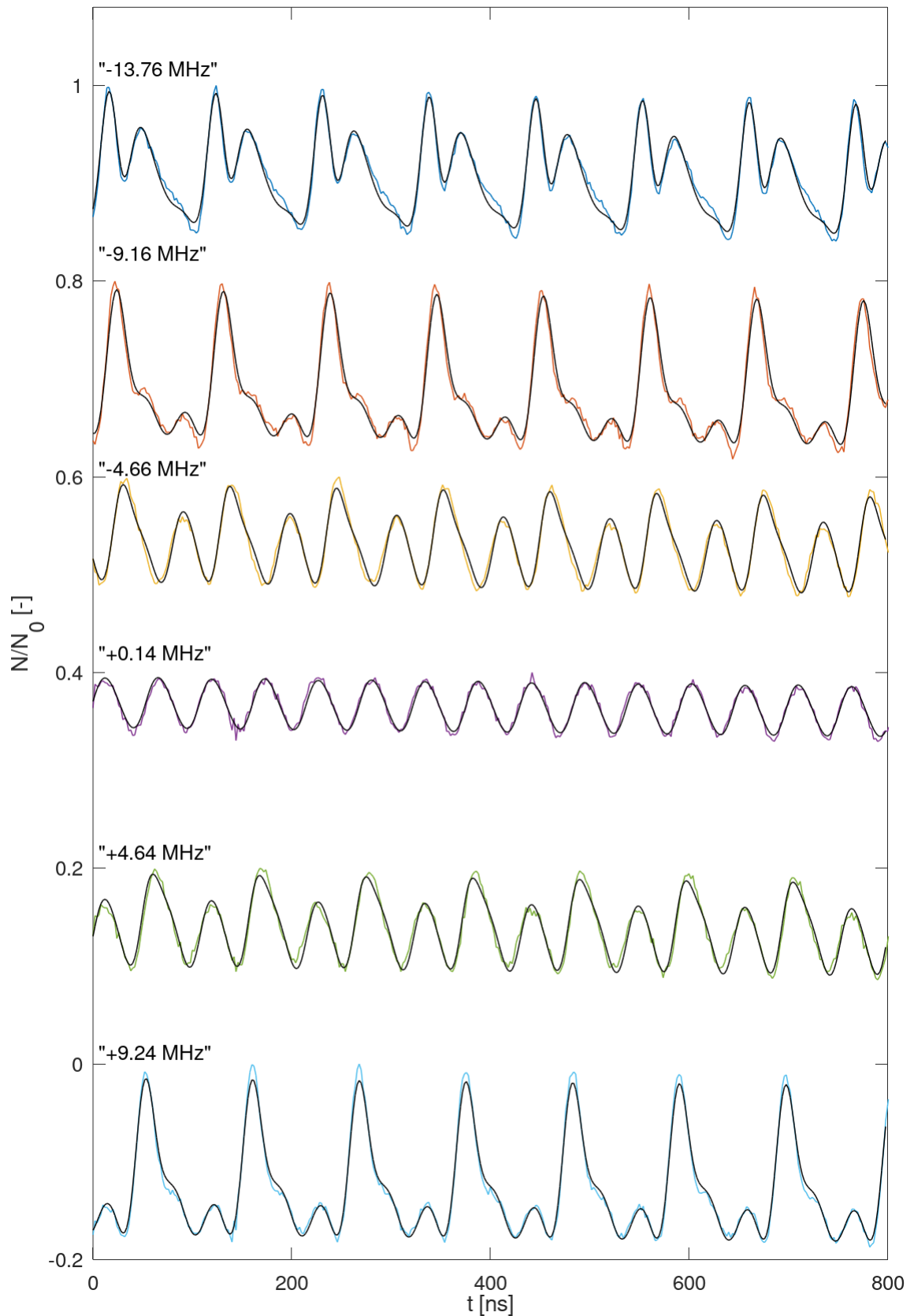
Při frekvenci pohybu piezo prvku 9.31 MHz byla zvolena měření časových průběhů pro energie popsané v tabulce 6. Energetické spektrum s vyznačenými energiemi pro měření časových histogramů je uvedeno na obr. 28. Fitováním spektra byl určen index modulace $p = (2.12 \pm 0.02)$.



Obrázek 28: Normalizované spektrum na frekvenci 9.31 MHz s proloženým fitem a vyznačenými frekvencemi, na kterých byly měřeny časové histogramy.

Pozice	f [MHz]	f_r [MHz]
Střed mezi druhým postranním píkem nalevo a prvním postranním píkem nalevo	-11.5	-13.46
První postranní pík nalevo	-6.9	-8.86
Střed mezi prvním postranním píkem nalevo a centrálním píkem	-2.4	-4.36
Centrální pík	2.4	0.44
Střed mezi prvním postranním píkem napravo a centrálním píkem	6.9	4.94
První postranní pík napravo	11.5	9.54

Tabulka 6: Popis energií, na kterých byly měřeny časové histogramy. Frekvence ve změřeném spektru f a frekvence vzhledem k centrálnímu píkem ve spektru f_r .



Obrázek 29: Normalizované časové histogramy (barevné) při frekvenci pohybu piezo prvku 9.31 MHz pro frekvence dle obrázku 28 s proloženými fity (černé). Znárodněné časové histogramy jsou vzájemně posunuty na ose y o 0.2.

Fitováním naměřených časových histogramů, viz obr. 29, křivkou danou vztahem (14) byla určena jedna hodnota indexu modulace p . Určené indexy modulace jsou uvedeny v tabulce 7.

f_r [MHz]	p [-]
-13.76	(2.46 ± 0.03)
-9.16	(2.13 ± 0.03)
-4.66	(2.94 ± 0.06)
+0.14	(2.0 ± 0.3)
+4.64	(3.10 ± 0.08)
+9.24	(2.21 ± 0.02)

Tabulka 7: Indexy modulace p při frekvenci 9.31 MHz pro energie záření dané frekvencí f_r pro PVDF_{ver}.

Časové histogramy byly v čase periodické s výraznou časovou závislostí, viz obr. 29. Proložené křivky dobře vystihují experimentální data. Histogramy pro všechny energie záření vykazují index modulace p v průměru 2.47, tedy větší index modulace, než který byl určen při fitování spektra. Z naměřených průběhů vyplývá, že čím byl časový průběh měřen blíže k centrálnímu píku, tím měl více sinusový charakter. Z ostrých hodnot modulačního indexu p můžeme usoudit, že pohyb byl při frekvenci 9.31 MHz homogenní.

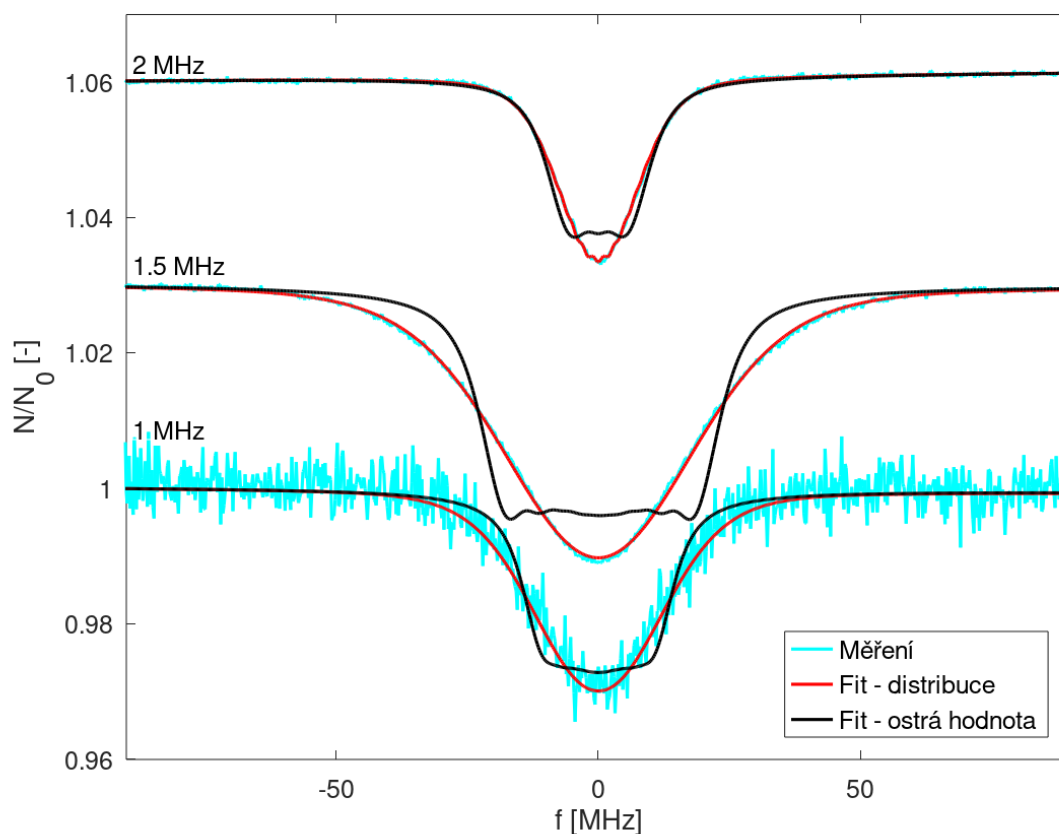
6 Charakterizace keramického piezo prvku

6.1 Měření v energetické doméně

Při měření spekter transmisní Mössbauerovskou spektroskopií byl zdroj připevněn na keramickém piezo prvku. Spektra byla měřená ve frekvenčním okolí rezonančních frekvencí keramického piezo prvku. Rezonanční frekvence 1.5 MHz, 5.6 MHz a 9.31 MHz byly určeny na základě hledání extrémů impedance piezo prvku. Na frekvenčním okolí frekvence 1.5 MHz byly provedeny tři měření spekter, na okolí 5.6 MHz čtyři měření a na okolí 9.31 MHz pět měření. Při měření na frekvencích okolo 1.5 MHz a 5.6 MHz byl jako absorbátor použit hexakvanoželezitan draselno hořečnatý.

Frekvence 1.5 MHz

Normalizovaná spektra měřená při modulaci pohybu zářiče keramickým piezem na frekvencích 1 MHz, 1.5 MHz a 2 MHz a při amplitudě napětí na piezo prvku 4 V jsou znázorněna na obrázku 30.



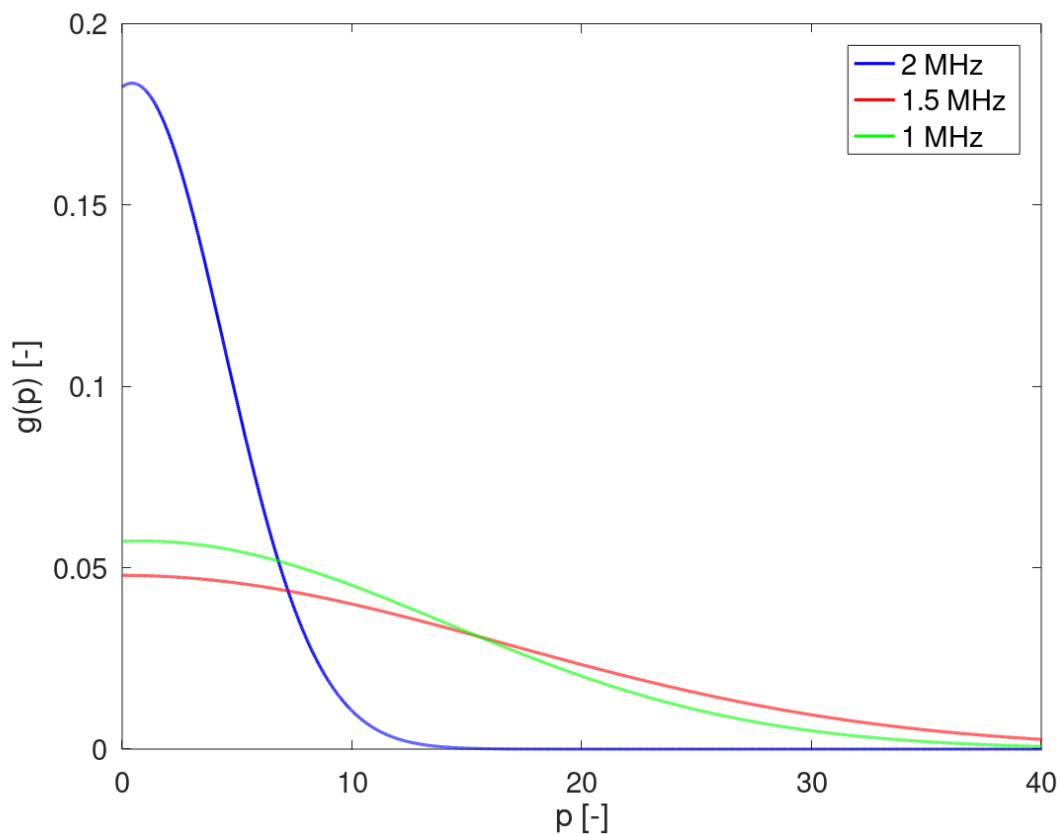
Obrázek 30: Normalizovaná spektra při modulaci pohybu zářiče keramickým piezem pro frekvence 1 MHz, 1.5 MHz a 2 MHz s fitem s ostrou hodnotou indexu modulace a fitem s Gaussovou funkcí indexu modulace. Znárodněná spektra jsou vzájemně posunuta na ose y o 0.03.

Spektrum bylo vyhodnoceno pomocí fitování ostré hodnoty indexu modulace p , nicméně z obr. 30 je zřejmé, že tento fit není schopný dostatečně přesně popsat experimentálně získaná spektra. Z tohoto důvodu byla pro vyhodnocení opět použita distribuce indexu modulace $g(p)$ daná Gaussovou funkcí (17). Při využití distribuce už teoretická křivka dobře vystihuje charakter experimentálních dat.

Pomocí fitování dat byly určeny parametry \bar{p} , σ_p Gaussovy funkce. Oba parametry byly zapsány do tabulky 8 včetně dob trvání měření v hodinách. Průběhy určených distribucí indexu modulace $g(p)$ jsou na obrázku 31.

f [MHz]	\bar{p} [-]	σ_p [-]	t_m [h]
1	(1 ± 2)	(13 ± 3)	70
1.5	(5.6 ± 0.4)	(13.5 ± 0.4)	288
2	(0.41 ± 0.13)	(4.0 ± 0.1)	168

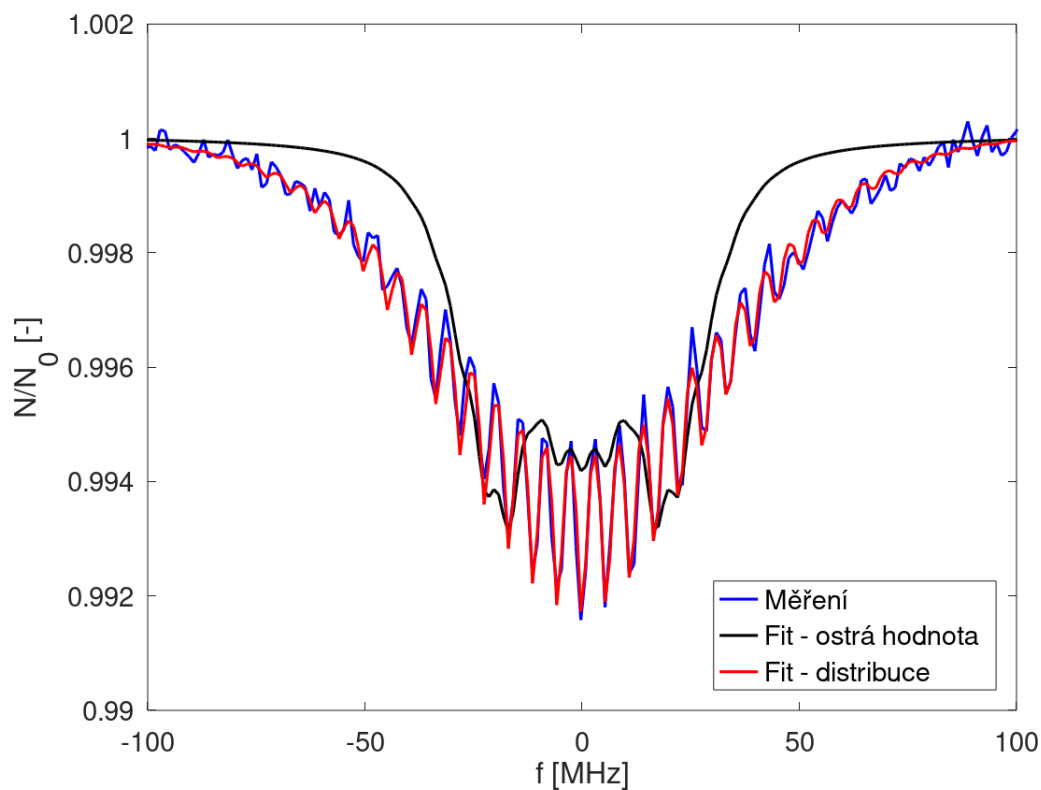
Tabulka 8: Získané parametry \bar{p} a σ_p při frekvencích pohybu piezo prvku f a doba měření t_m .



Obrázek 31: Distribuce parametru p na frekvencích 1 MHz, 1.5 MHz a 2 MHz.

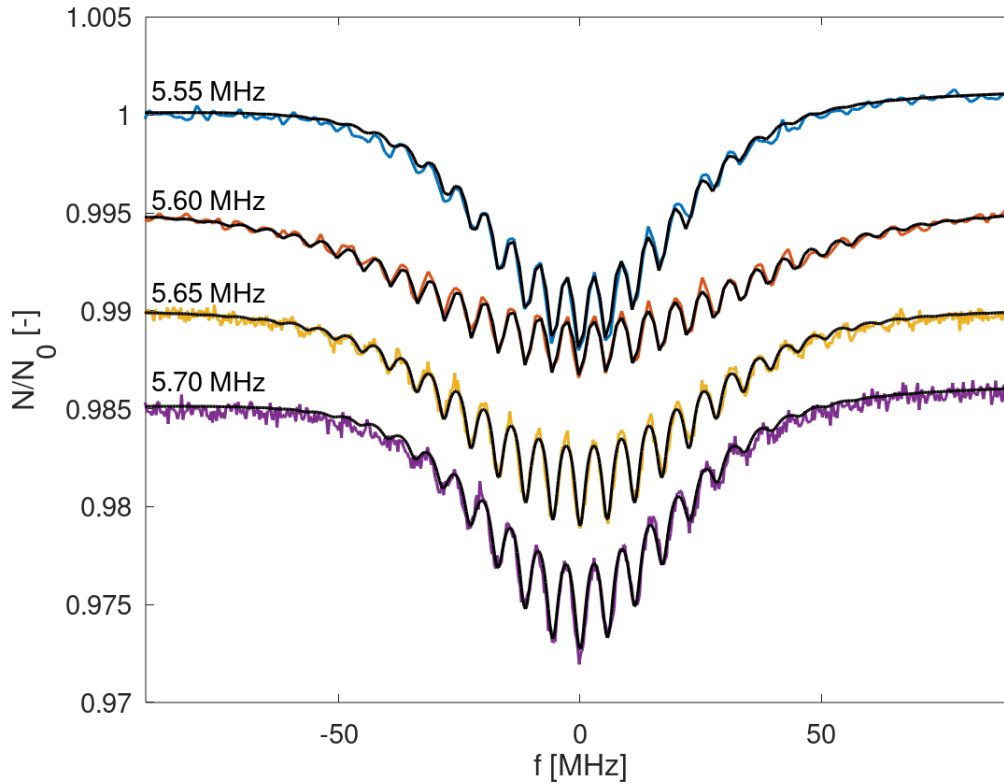
Frekvence 5.6 MHz

Spektra byla měřena při frekvencích 5.55 MHz, 5.6 MHz, 5.65 MHz a 5.7 MHz. Signál přivedený na piezo prvek měl amplitudu napětí 10 V. Při vyhodnocování naměřených dat bylo zjištěno, že místo jedné hodnoty indexu modulace p je potřeba použít distribuci indexu modulace $g(p)$, viz obr. 32. Hledaná distribuce indexu modulace $g(p)$ byla aproximovaná Gaussovou funkcí danou vztahem (17).



Obrázek 32: Normalizované spektrum při modulaci pohybu zářiče keramickým piezo prvkem na frekvenci 5.6 MHz s fitem s ostrou hodnotou indexu modulace a fitem s Gaussovou funkcí indexu modulace.

Jednotlivá měření proložená fitovanými funkcemi jsou znázorněna na obrázku 33.



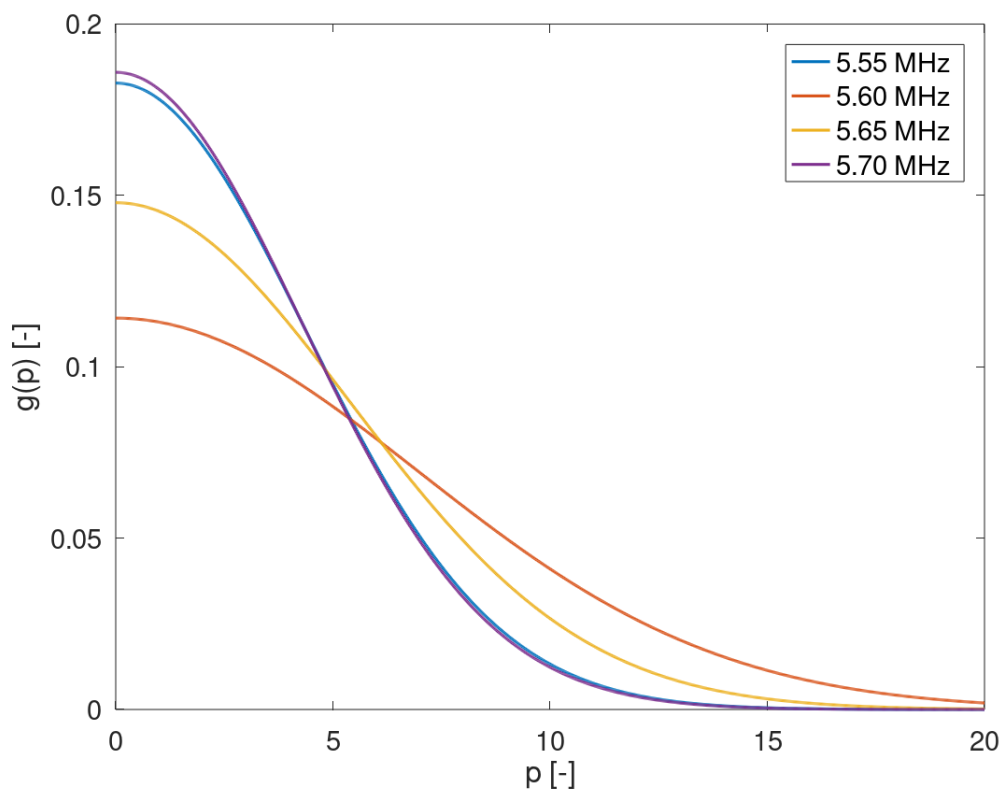
Obrázek 33: Normalizovaná spektra při modulaci pohybu zářiče keramickým piezo prvkem na frekvencích 5.55 MHz, 5.6 MHz, 5.65 MHz a 5.70 MHz s fitami s Gaussovou funkcí indexu modulace. Znázorněná spektra jsou vzájemně posunuta na ose y o 0.005.

Fitováním byly určeny parametry \bar{p} a σ_p Gaussovy funkce. Velikosti parametrů jsou uvedeny v tabulce 9.

f [MHz]	\bar{p} [-]	σ_p [-]	t_m [h]
5.55	(0.00 ± 0.16)	(4.37 ± 0.11)	216
5.60	(0.0 ± 0.3)	(7.0 ± 0.3)	48
5.65	(0.00 ± 0.12)	(5.40 ± 0.09)	168
5.70	(0.00 ± 0.11)	(4.29 ± 0.08)	120

Tabulka 9: Parametry \bar{p} a σ_p při frekvencích pohybu piezo prvku f a doba měření t_m .

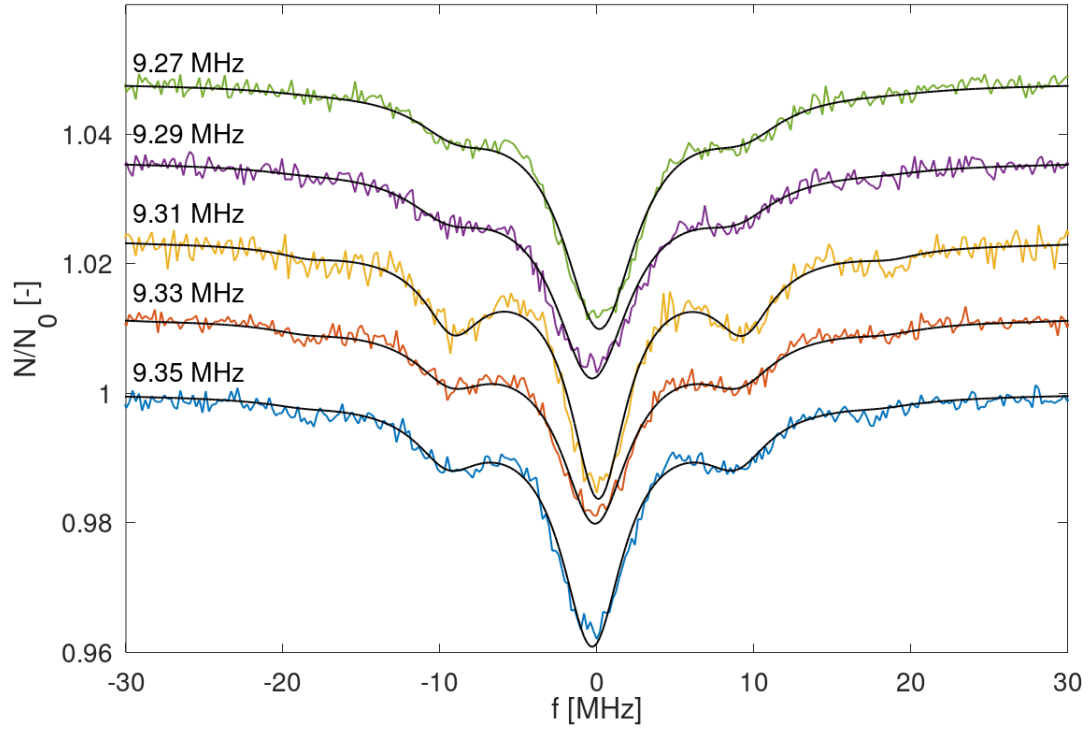
Distribuce $g(p)$ při jednotlivých frekvencích jsou znázorněny na obrázku 34.



Obrázek 34: Distribuce parametru p na frekvencích 5.55 MHz, 5.60 MHz, 5.65 MHz a 5.70 MHz.

Frekvence 9.31 MHz

Měření spekter bylo uskutečněno na frekvencích 9.27 MHz, 9.29 MHz, 9.31 MHz, 9.33 MHz a 9.35 MHz. Signál přivedený na keramický piezo prvek měl amplitudu 10 V. Na obrázku 35 jsou zobrazena normalizovaná měření.

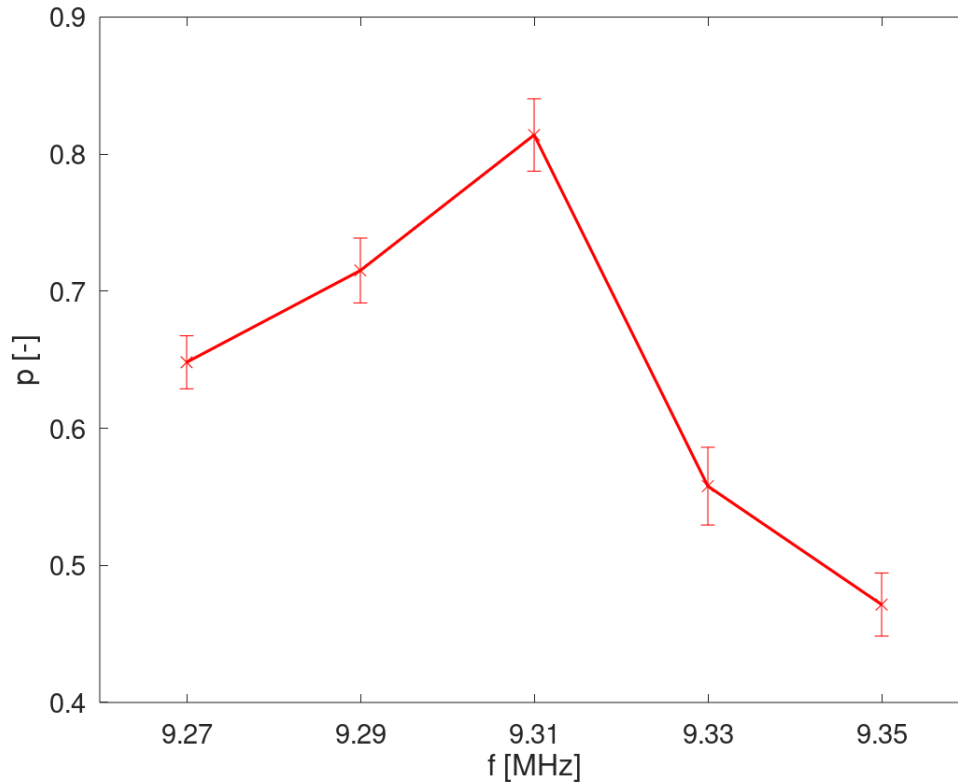


Obrázek 35: Normalizovaná spektra při modulaci pohybu zářiče keramickým piezo prv-
kem na frekvencích 9.27 MHz, 9.29 MHz, 9.31 MHz, 9.33 MHz a 9.35 MHz s proloženými
fity s ostrou hodnotou indexu modulace p . Znázorněná spektra jsou vzájemně posunuta
na ose y o 0.012.

Fitování byla provedena s jednou hodnotou indexu modulace p . Vypočítané indexy
modulace p jednotlivých spekter jsou uvedeny v tabulce 10 a znázorněny na obrázku
36. Maximální hodnoty dosahoval index modulace p při frekvenci 9.31 MHz, což odpoví-
dá rezonanční frekvenci piezo prvku.

f [MHz]	p [-]	t_m [h]
9.27	(0.65 ± 0.02)	144
9.29	(0.72 ± 0.03)	115
9.31	(0.81 ± 0.03)	72
9.33	(0.56 ± 0.03)	100
9.35	(0.47 ± 0.03)	143

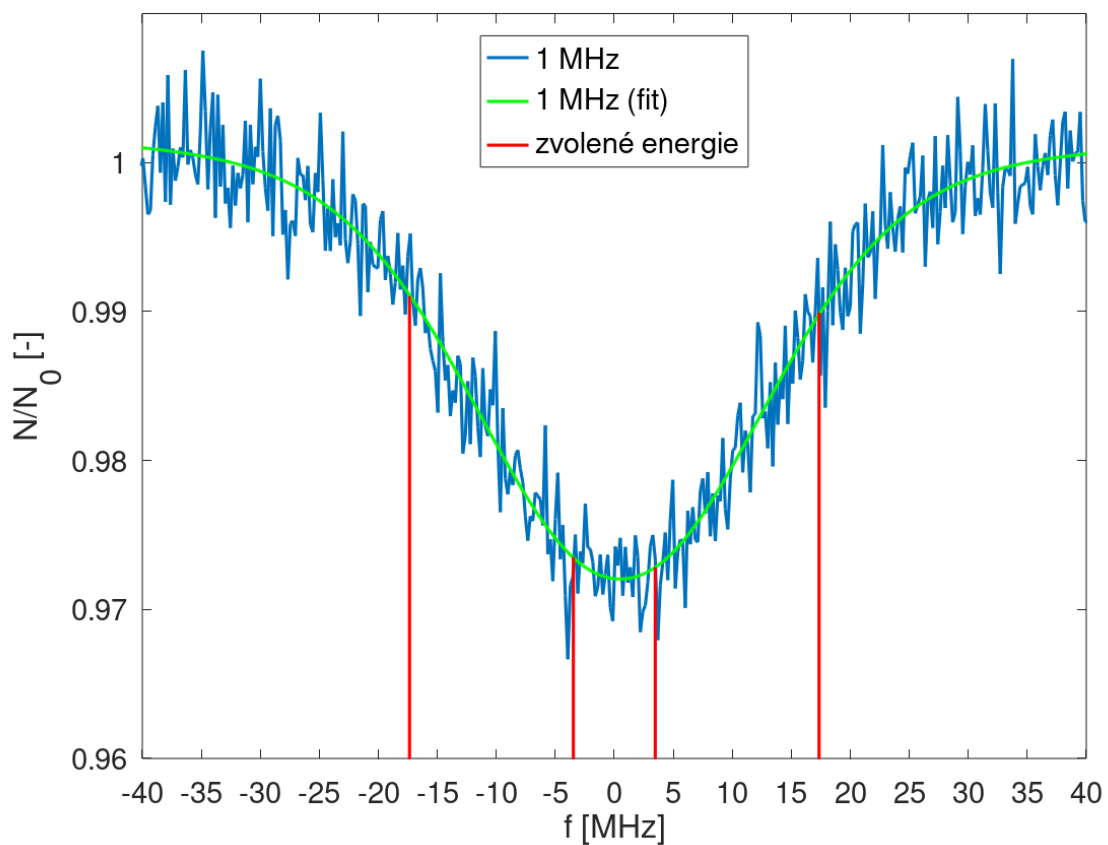
Tabulka 10: Index modulace p při frekvencích pohybu piezo prvku f a doba měření
 t_m .



Obrázek 36: Vypočítané indexy modulace p vzhledem k frekvenci pohybu piezo prvku při frekvencích 9.27 MHz, 9.29 MHz, 9.31 MHz, 9.33 MHz a 9.35 MHz.

6.2 Měření časových histogramů

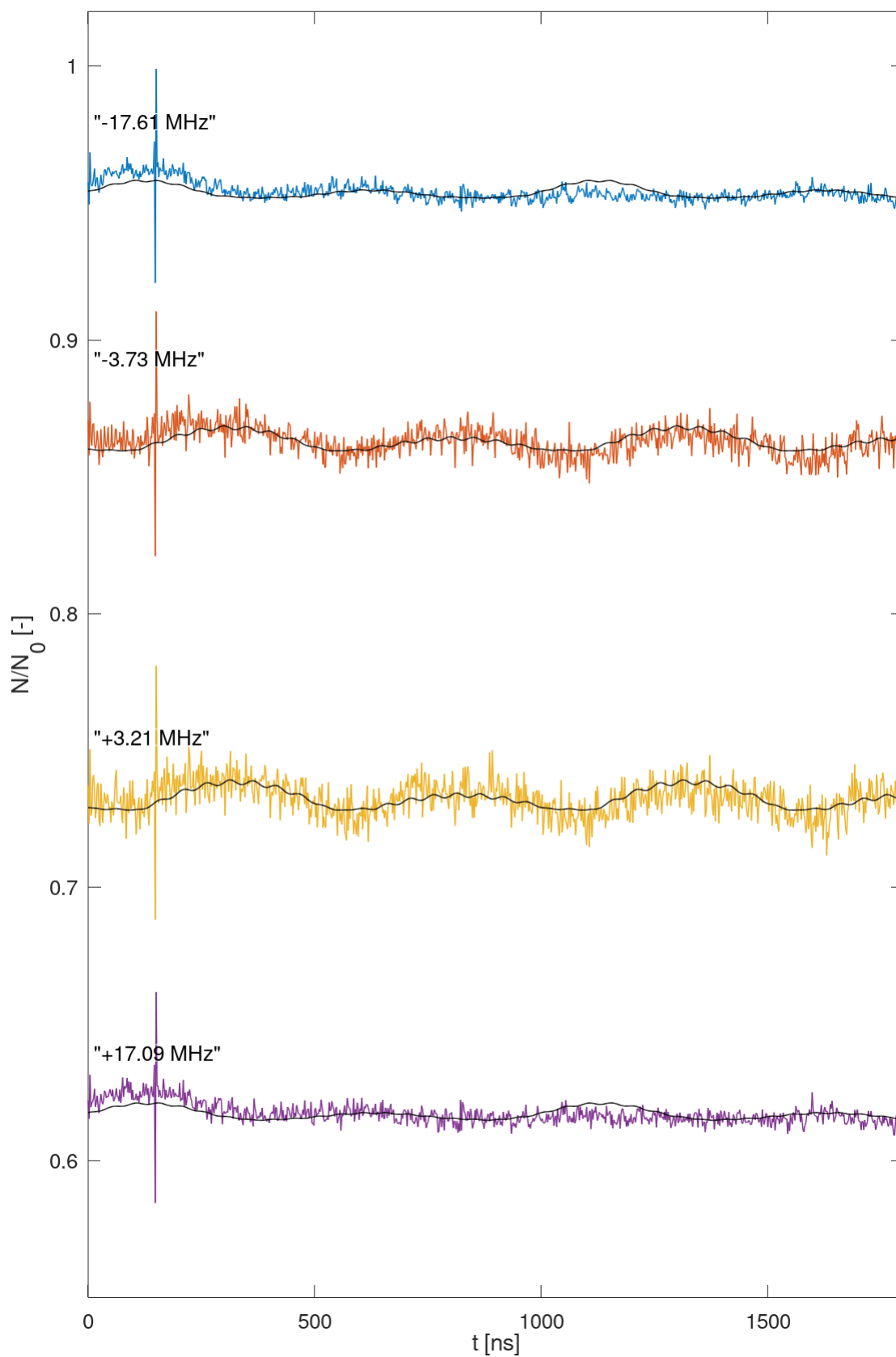
Energetické spektrum při použití keramického piezo prvku měřené s frekvencí pohybu 1 MHz je znázorněno na obr. 37. Na tomto obrázku jsou rovněž znázorněné energie záření vybrané pro měření časových histogramů. Konkrétní hodnoty jsou uvedeny v tabulce 11. Fitováním spektra v energetické doméně byly určeny parametry $\bar{p} = (0.8 \pm 1.7)$, $\sigma_p = (13 \pm 3)$ distribuce indexu modulace.



Obrázek 37: Normalizované spektrum pro frekvenci pohybu keramického piezo prvku 1 MHz s proloženým fitem a vyznačenými frekvencemi, na kterých byly měřeny časové histogramy.

Pozice	f [MHz]	f_r [MHz]
Úpatí píku nalevo	-17.35	-17.61
Vrchol píku nalevo	-3.47	-3.73
Vrchol píku napravo	3.47	3.21
Úpatí píku napravo	17.35	17.09

Tabulka 11: Popis energií, na kterých byly měřeny časové histogramy. Frekvence ve změřeném spektru f a frekvence vzhledem k centrálnímu píku ve spektru f_r .



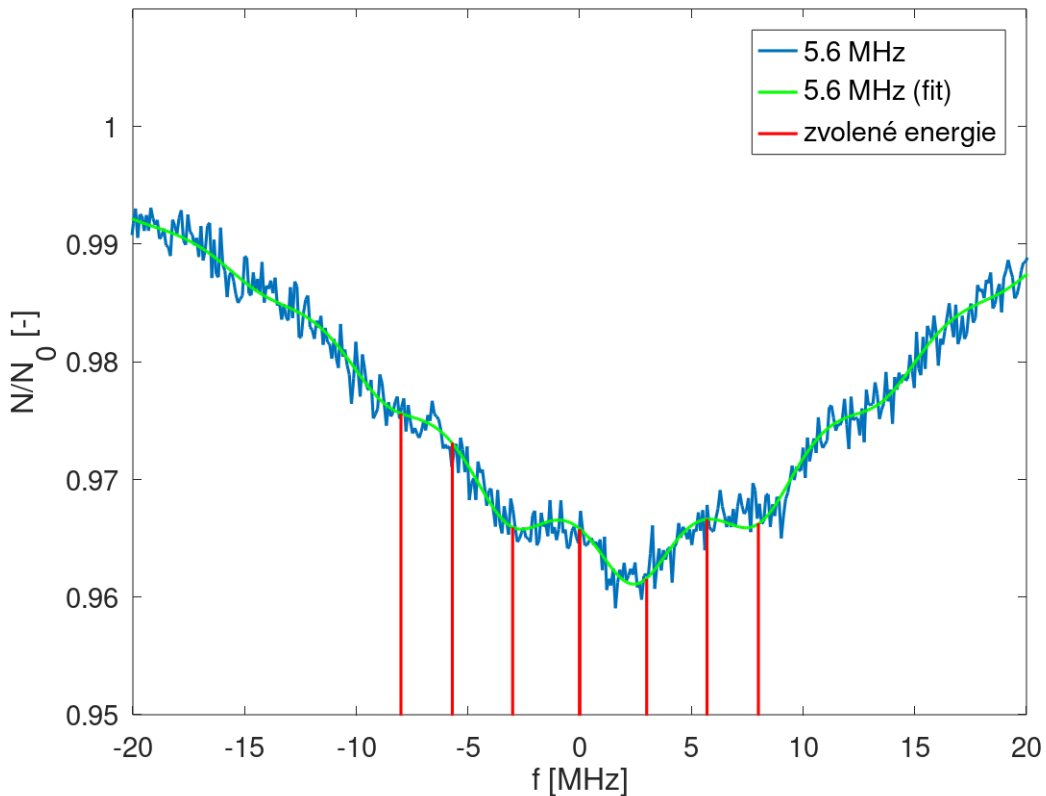
Obrázek 38: Normalizované časové histogramy (barevné) při frekvenci pohybu piezo prvku 1 MHz pro frekvence f_r dle obrázku 37 s proloženými fity (černé). Znárodněné časové histogramy jsou vzájemně posunuty na ose y o 0.2.

Naměřené časové průběhy při úpatí nevykazují periodickou závislost na čase, viz obr. 38, a fitováním časových histogramů určené parametry distribuce indexu modulace, viz tabulka 12, neodpovídají parametrům distribuce určených fitováním naměřeného spektra. Z toho vyplývá, že pohyb zářiče připevněného ke keramickému piezo prvku při frekvenci pohybu piezo prvku 1 MHz není homogenní a není ve fázi.

f_r [MHz]	\bar{p} [-]	σ_p [-]
-17.61	(9.5 ± 1.1)	(1.8 ± 0.3)
-3.73	(9.3 ± 0.6)	(1.6 ± 0.2)
+3.21	(9.4 ± 0.6)	(1.6 ± 0.2)
+17.09	(9.6 ± 0.9)	(1.8 ± 0.3)

Tabulka 12: Parametry \bar{p} a σ_p Gaussovy funkce popisující distribuci indexu modulace p při frekvenci pohybu piezo prvku 1 MHz pro záření o energii dané frekvencí f_r .

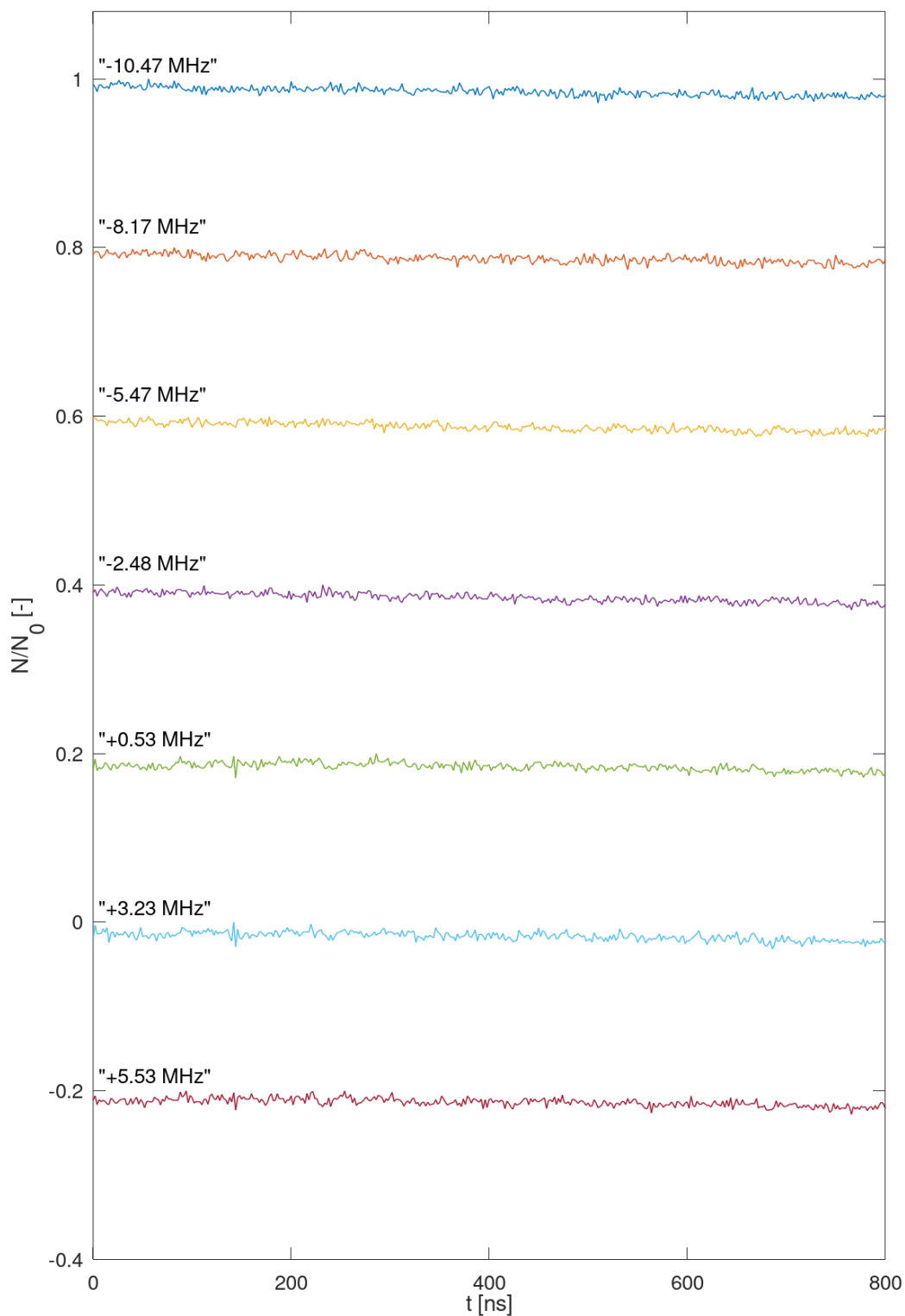
Při frekvenci pohybu keramického piezo prvku 5.6 MHz byla zvolena měření časových průběhů pro energie popsané v tabulce 13. Energetické spektrum s vyznačenými energiemi pro měření časových histogramů je uvedeno na obr. 39. Fitováním spektra byly určeny parametry $\bar{p} = (0.3 \pm 0.4)$, $\sigma_p = (2.3 \pm 0.3)$ distribuce indexu modulace.



Obrázek 39: Normalizované naměřené spektrum na frekvenci pohybu piezo prvku 5.6 MHz s proloženým fitem a vyznačenými frekvencemi, na kterých byly měřeny časové průběhy.

Pozice	f [MHz]	f_r [MHz]
Druhý postranní pík nalevo	-8	-10.47
Střed mezi druhým postranním píkem nalevo a prvním postranním píkem nalevo	-5.7	-8.17
První postranní pík nalevo	-3	-5.47
Střed mezi prvním postranním píkem nalevo a centrálním píkem	0	-2.48
Centrální pík	3	0.53
Střed mezi prvním postranním píkem napravo a centrálním píkem	5.7	3.23
První postranním pík napravo	8	5.53

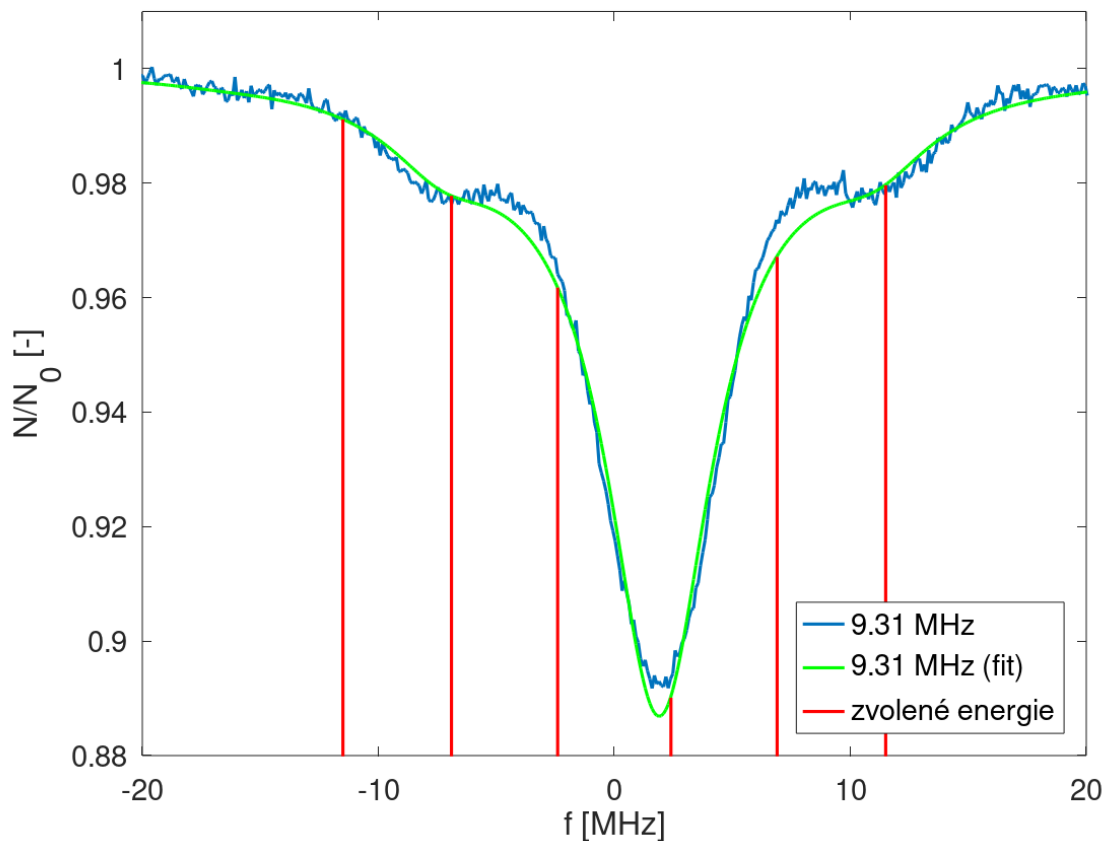
Tabulka 13: Popis energií, na kterých byly měřeny časové histogramy. Frekvence ve změřeném spektru f a frekvence vzhledem k centrálnímu píku ve spektru f_r .



Obrázek 40: Normalizované časové histogramy (barevné) při frekvenci pohybu piezo prvku 5.6 MHz pro frekvence f_r dle obrázku 39 s proloženými fity (černé). Znáznorněné časové histogramy jsou vzájemně posunuty na ose y o 0.2.

Všechny naměřené časové průběhy, znázorněné na obrázku 40, nevykazují závislost na čase. Pohyb zářiče připevněného ke keramickému piezo prvku při frekvenci pohybu piezo prvku 5.6 MHz není homogenní a není ve fázi.

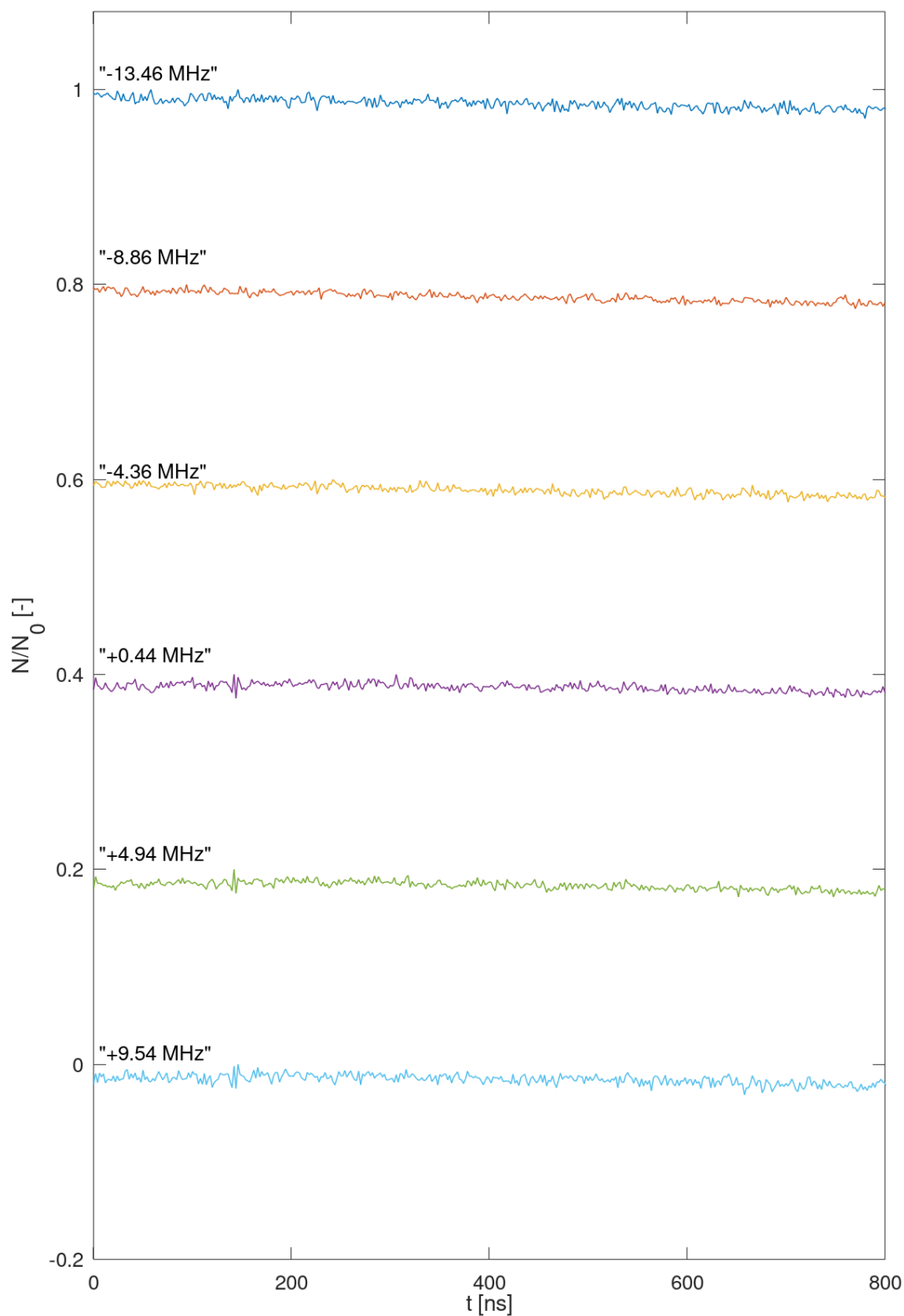
Energetické spektrum změřené při frekvenci pohybu keramického piezo prvku 9.31 MHz je na obr. 41. Časové histogramy byly měřeny pro energie popsané v tabulce 14. Tyto energie jsou současně vyznačeny i na obr. 41. Fitováním spektra v energetické doméně byl určen index modulace $p = (0.35 \pm 0.01)$.



Obrázek 41: Normalizované naměřené spektrum na frekvenci pohybu piezo prvku 9.31 MHz s proloženým fitem a vyznačenými frekvencemi, na kterých byly měřeny časové průběhy.

Pozice	f [MHz]	f_r [MHz]
Úpatí za prvním postranním píkem nalevo	-11.5	-13.46
První postranní píček nalevo	-6.9	-8.86
Střed mezi prvním postranním píkem nalevo a centrálním píkem	-2.4	-4.36
Centrální píček	2.4	0.44
Střed mezi prvním postranním píkem napravo a centrálním píkem	6.9	4.94
První postranní píček napravo	11.5	9.54

Tabulka 14: Popis energií, na kterých byly měřeny časové histogramy. Frekvence ve změřeném spektru f a frekvence vzhledem k centrálnímu píčku ve spektru f_r .



Obrázek 42: Normalizované časové histogramy (barevné) při frekvenci pohybu piezo prvku 9.31 MHz pro frekvence f_r dle obrázku 41 s proloženými fity (černé). Znárodněné časové histogramy jsou vzájemně posunuty na ose y o 0.2.

Všechny naměřené časové průběhy nevykazují závislost na čase, viz obr. 42. Z toho vyplývá, že pohyb zářiče připevněného ke keramickému piezo prvku při frekvenci pohybu piezo prvku 9.31 MHz není homogenní a není ve fázi.

Závěr

Vyhodnocením dat měření spekter, při kterých byly plastové piezo prvky připevněny vteřinovým lepidlem nebo epoxidovým lepidlem a postupně se pohybovaly s frekvencí 1 MHz až 15 MHz, bylo zjištěno, že rozdíly v indexu modulace p , a tedy i v amplitudě vzájemného pohybu zářiče a absorbátoru, byly malé. Indexy modulace byly při frekvencích pohybu plastových piezo prvků do 3 MHz největší, ale při zvětšování frekvence se index modulace prudce zmenšoval. K největším rozdílům závislosti indexu modulace na frekvenci pohybu plastového piezo prvku vzhledem ke způsobu připevnění docházelo na frekvencích pohybu piezo prvku 7 až 11 MHz. Zatímco index modulace pro PVDF_{ver} dosahoval jednoho lokálního maxima při frekvenci 7 MHz, index modulace pro PVDF_{epox} dosahoval dvou lokálních maxim při frekvencích 6 MHz a 10 MHz.

Naměřené časové histogramy záření při použití plastového piezo prvku PVDF_{ver} měly výraznou periodickou časovou závislost. Indexy modulace p určené fitováním časových histogramů při frekvenci pohybu piezo prvku 1 MHz odpovídaly indexu modulace určeného fitováním naměřeného spektra. Při frekvencích pohybu piezo prvku 5.6 MHz a 9.31 MHz byly indexy modulace p určené fitováním časových histogramů větší než index modulace určený fitováním naměřeného spektra při stejné frekvenci pohybu piezo prvku.

Při fitování naměřených spekter při vzájemném pohybu zářiče a absorbátoru s frekvencí kolem 1.5 MHz a 5.6 MHz a při použití keramického piezo prvku bylo pro přesné proložení spektra potřeba počítat s distribucí indexu modulace danou Gaussovou funkcí. Při těchto frekvencích se keramický piezo prvek dle naměřených spekter nepohyboval homogenně. Při frekvenci pohybu kolem 9.31 MHz se keramický piezo prvek dle naměřeného spektra pohyboval homogenně.

Z naměřených časových histogramů vyplývá, že se keramický piezo prvek při frekvencích 1 MHz, 5.6 MHz a 9.31 MHz nepohyboval homogenně a jeho povrch nebyl ve fázi. Keramický piezo prvek není při dané konstrukci vhodný pro manipulaci s γ zářením. Bude nutné hledat jiný způsob upevnění zářiče nebo jiný keramický piezo prvek.

Literatura

- [1] L. Rivlin a Anatoly Zadernovsky. “Nuclear Gamma-Ray Laser: A Comparative Analysis of Various Schemes”. In: *Laser Physics* 20 (květ. 2010), s. 971–976. DOI: 10.1134/S1054660X10090082.
- [2] Romain Coussement et al. “Quantum Optics with Gamma Radiation”. In: *Europhysics News* 34.5 (2003), s. 190–194. DOI: 10.1051/epn:2003505.
- [3] Mašláň Miroslav. *Mössbauerova spektroskopie*. 1. vyd. Universita Palackého, 1993.
- [4] *Mössbauerův Jev*. Čvc. 2021. URL: https://cs.wikipedia.org/wiki/M%C3%B6ssbauer%C5%AFv_jev.
- [5] *Mössbauer spectroscopy*. Pros. 2021. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/M%C3%B6ssbauer_spectroscopy.
- [6] Farit Vagizov et al. “Coherent control of the waveforms of recoilless γ -ray photons”. In: *Nature* 508.7494 (2014), s. 80–83. DOI: 10.1038/nature13018.
- [7] R. N. Shakhmuratov. “Transformation of the frequency-modulated continuous-wave field into a train of short pulses by resonant filters”. In: *Physical Review A* 95.3 (2017). DOI: 10.1103/physreva.95.033805.
- [8] R N Shakhmuratov a F G Vagizov. “Application of the Mössbauer effect to the study of subnanometer harmonic displacements in thin solids”. 2017.
- [9] Eric W. Weisstein. “*Bessel Function of the First Kind.*” *From MathWorld--A Wolfram Web Resource*. Břez. 2022. URL: <https://mathworld.wolfram.com/BesselFunctionoftheFirstKind.html>.
- [10] *Oltwins*. URL: http://oltwins.upol.cz/en/oltwins_1.
- [11] *Control Unit (electronics)*. URL: <http://oltwins.upol.cz/en/electronics>.
- [12] *Transducers/velocity drives*. URL: <http://oltwins.upol.cz/en/transducers>.
- [13] *Detectors*. URL: <http://oltwins.upol.cz/en/detectors>.
- [14] *Software*. URL: <http://oltwins.upol.cz/en/software>.
- [15] The Octave-Forge Community. *lsqcurvefit*. Ún. 2021. URL: <https://octave.sourceforge.io/optim/function/lsqcurvefit.html>.
- [16] Niclas Börlin. *Least squares problems. The Gauss-Newton method*. Lis. 2007. URL: <https://www8.cs.umu.se/kurser/5DA001/HT07/timetable.html>.