



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

METODY AKUSTICKÉ HOLOGRAFIE V BLÍZKÉM POLI V PROSTŘEDÍ LABVIEW

NEAR-FIELD ACOUSTICAL HOLOGRAPHY METHODS IN LABVIEW ENVIRONMENT

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. František Majvald

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Zdeněk Havránek, Ph.D.

BRNO 2021

Diplomová práce

magisterský navazující studijní program **Kybernetika, automatizace a měření**

Ústav automatizace a měřicí techniky

Student: Bc. František Majvald

ID: 195601

Ročník: 2

Akademický rok: 2020/21

NÁZEV TÉMATU:

Metody akustické holografie v blízkém poli v prostředí LabVIEW

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

- 1) Zpracujte přehled publikovaných metod pro vizualizaci a lokalizaci zdrojů zvuku metodou akustické holografie v blízkém poli minimálně v období posledních 5 let.
- 2) Podrobněji popište algoritmy pro predikci zvukového pole metodou akustické holografie. Zaměřte se zejména na algoritmy využívající Fourierovu transformaci, ekvivalentní zdroje zvuku, numerický výpočet Helmholtzova integrálu a numerickou optimalizaci.
- 3) Rozeberte používané regularizační metody pro omezení vlivu šumu na rekonstrukci akustického pole v blízkosti zdroje zvuku. Popište i metody pro nalezení vhodného regularizačního parametru.
- 4) Vytvořte knihovnu obsahující nejméně tři vybrané algoritmy akustické holografie v blízkém poli v prostředí LabVIEW a dále implementujte alespoň dvě regularizační metody.
- 5) Vytvořte testovací aplikaci v prostředí LabVIEW pro simulování jednoduchých akustických dat generovaných tenkou deskou nebo načtení externích vstupních dat a výpočet predikce akustického pole pomocí implementovaných algoritmů a jeho vizualizaci.
- 6) Ověřte správnost implementace jednotlivých algoritmů na simulovaných akustických datech, případně na experimentálních datech získaných měřeními na jednoduchém zdroji zvuku.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

- [1] Jiříček, O. Úvod do akustiky. Praha : Vydavatelství ČVUT, 2002. 146 s. Skriptum. České vysoké učení technické v Praze. ISBN 80-01-02460-1.
- [2] Williams, E. G. Fourier Acoustics: Sound Radiation and Nearfield Acoustical Holography. Academic Press, London, 1999. 306 s. ISBN 9780127539607.

Termín zadání: 8.2.2021

Termín odevzdání: 17.5.2021

Vedoucí práce: Ing. Zdeněk Havránek, Ph.D.

doc. Ing. Petr Fiedler, Ph.D.
předseda rady studijního programu

UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

Abstrakt

Akustická holografie v blízkém poli je metoda sloužící k vizualizaci a lokalizaci zdroje zvuku. V této práci jsou představeny a rozebrány nejčastěji používané metody akustické holografie v blízkém poli a metody publikované v posledních pěti letech. Dále jsou zde představeny regularizační metody spojené s algoritmy NAH a způsoby nalezení optimálního regularizačního parametru. Na základě sestavené teorie je vytvořena knihovna v prostředí LabVIEW obsahující čtyři implementované algoritmy NAH a dvě regularizační metody. Pro ověření správnosti jejich implementace je také vytvořena testovací aplikace umožňující otestovat jednotlivé algoritmy na simulovaných či experimentálně naměřených datech. Správnost implementace je ověřena a jednotlivé algoritmy jsou následně porovnány s ohledem na přesnost predikce akustického pole a rychlost výpočtu.

Klíčová slova

Akustická holografie v blízkém poli, predikce akustického pole, lokalizace zdroje zvuku, regularizační metody, implementace algoritmů akustické holografie v blízkém poli, LabVIEW

Abstract

Near-field acoustical holography is a standard method for sound source visualization and localization. In this thesis, commonly used and newly published near-field acoustic holography methods are introduced and analysed. In addition, regularization methods are presented together with finding options of optimal regularization parameter. Based on theory, a LabVIEW library is built containing four implemented near-field acoustical holography algorithms and two regularization methods. To verify the correctness of implementations, a testing application has been made. This application allows testing of implemented algorithms with simulated or experimentally measured data. The correctness of implementation is verified, and algorithms are compared to each other with respect to accuracy and speed of calculation.

Keywords

Near-field acoustical holography, Acoustic field prediction, sound source localization, regularization methods, Near-field acoustical holography algorithms implementation, LabVIEW

Bibliografická citace:

MAJVALD, František. *Metody akustické holografie v blízkém poli v prostředí LabVIEW* [online]. Brno, 2021 [cit. 2021-05-11]. Dostupné z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/134864>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav automatizace a měřicí techniky. Vedoucí práce Zdeněk Havránek.

Prohlášení autora o původnosti díla

Jméno a příjmení studenta:	František Majvald
VUT ID studenta:	195601
Typ práce:	Diplomová práce
Akademický rok:	2020/21
Téma závěrečné práce:	Metody akustické holografie v blízkém poli v prostředí LabVIEW

Prohlašuji, že svou závěrečnou práci jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucí/ho závěrečné práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené závěrečné práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této závěrečné práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne: 14. května 2021

podpis autora

Poděkování

Chtěl bych poděkovat vedoucímu diplomové práce Ing. Zdeňku Havránkovi, Ph.D. za odbornou pomoc a navedení správným směrem ve chvílích nezdaru. Velké díky také patří rodičům, že mi umožnili studium, nikdy mě nepřestali podporovat a vždy měli pochopení. Stejně tak děkuji své přítelkyni, že to se mnou vydržela. Poslední díky patří všem zbylým členům rodiny, kamarádům a blízkým.

V Brně dne: 14. května 2021

podpis autora

Obsah

1. AKUSTICKÁ HOLOGRAFIE V BLÍZKÉM POLI.....	10
1.1 PLANÁRNÍ NAH.....	11
1.2 HELMHOLTZŮV INTEGRÁL – HELS.....	13
1.3 STATISTICKY OPTIMÁLNÍ NAH – SONAH.....	15
1.4 METODA EKVIVALENTNÍCH ZDROJŮ – ESM.....	16
1.5 METODA HRANIČNÍCH PRVKŮ – BEM.....	18
1.6 REAL-TIME NAH.....	20
1.7 DALŠÍ METODY.....	21
1.7.1 NAH s využitím Wignerových funkcí – WF.....	21
1.7.2 Akustická holografie pro široké spektrum – WBH.....	21
1.7.3 Širokopásmová planární NAH – BPNAH.....	22
1.7.4 NAH v časové doméně s 3D lineární dekonvolucí.....	22
1.8 POKROČILÉ TEORIE VYUŽÍVANÉ V NAH.....	23
1.8.1 Řídkost – Sparsity.....	23
1.8.2 Kompresní vzorkování – CS.....	24
2. REGULARIZACE.....	26
2.1 TIKHONOVOVA METODA.....	26
2.2 ZKRÁCENÝ SINGULÁRNÍ ROZKLAD – TSVD.....	27
2.3 BAYESOVSKÁ REGULARIZACE.....	28
2.4 HLEDÁNÍ OPTIMÁLNÍHO REGULARIZAČNÍHO PARAMETRU.....	29
2.4.1 L-křivka (L-curve).....	30
2.4.2 Generalizovaná křížová validace – GCV.....	31
2.4.3 Morozovova metoda.....	31
2.5 PŘEHLED VYUŽÍVANÝCH REGULARIZAČNÍCH METOD S ALGORITMY NAH.....	31
3. IMPLEMENTACE ALGORITMŮ V PROSTŘEDÍ LABVIEW.....	33
3.1 SIMULÁTOR AKUSTICKÝCH DAT.....	33
3.2 METODA ESM.....	35
3.3 METODA HELS.....	37
3.4 METODA SONAH.....	39
3.5 METODA PLANÁRNÍ NAH.....	40
3.6 TIKHONOVOVA REGULARIZAČNÍ METODA.....	42
3.7 REGULARIZAČNÍ METODA TSVD.....	44
3.8 KNIHOVNA VYTVOŘENÝCH ALGORITMŮ.....	46
4. TESTOVACÍ APLIKACE.....	48
5. OVĚŘENÍ SPRÁVNOSTI IMPLEMENTACE.....	52
5.1 SIMULOVANÁ DATA BEZ ŠUMU.....	52
5.1.1 Simulovaná data; frekvence pro výpočet predikce $f = 882$ Hz.....	53
5.1.2 Simulovaná data; frekvence pro výpočet predikce $f = 3059$ Hz.....	54
5.2 EXPERIMENTÁLNÍ DATA.....	56
5.2.1 Experimentální data; frekvence pro výpočet predikce $f = 882$ Hz.....	56
5.2.1 Experimentální data; frekvence pro výpočet predikce $f = 3059$ Hz.....	59
5.3 VYHODNOCENÍ SPRÁVNOSTI IMPLEMENTACE.....	59

5.4	POROVNÁNÍ IMPLEMENTOVANÝCH METOD	61
5.4.1	<i>Rychlost výpočtu</i>	61
5.4.2	<i>Chyba predikce – simulovaná data</i>	62
5.4.3	<i>Chyba predikce – experimentální data</i>	63
6.	ZÁVĚR	65

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1: Planární NAH a) inverzní transformace b) přímá transformace [3]	11
Obrázek 2: Uspořádání pro a) BEM a b) ESM [14].....	17
Obrázek 3: Segmentování povrchu zdroje zvuku při použití BEM	19
Obrázek 4: Porovnání rekonstruovaného signálu a původního, zašuměného, řídkého signálu s využitím kompresního vzorkování a L_1 -normy [41]	24
Obrázek 5: Typický tvar L-křivky [48].....	30
Obrázek 6: Uživatelské rozhraní simulátoru akustických dat	33
Obrázek 7: Příklad tvaru simulovaného akustického pole (buzení uprostřed desky, frekvence $f = 2\ 638$ Hz, vzdálenost od desky 6,5cm, bez šumu; barevná škála – akustický tlak [Pa]).....	34
Obrázek 8: Vývojový diagram algoritmu ESM	35
Obrázek 9: Vývojový diagram algoritmu HELS	37
Obrázek 10: Vývojový diagram algoritmu SONAH.....	39
Obrázek 11: Vývojový diagram algoritmu Planární NAH.....	41
Obrázek 12: Vývojový diagram algoritmu Tikhonovovy regularizační metody	43
Obrázek 13: Příklad grafů vykreslených Tikhonov.vi - a) Funkce GCV b) L-křivky	44
Obrázek 14: Vývojový diagram algoritmu regularizační metody TSVD	45
Obrázek 15: Příklad grafů vykreslených TSVD.vi - a) Funkce GCV b) L-křivky	46
Obrázek 16: Vytvořená knihovna Near-field acoustical holography.lvlib	46
Obrázek 17: Paleta nástrojů LabVIEW rozšířená o vytvořenou knihovnu	47
Obrázek 18: Obsah složky <i>Advanced</i>	47
Obrázek 19: Úvodní okno testovací aplikace	48
Obrázek 20: Příklad k-prostoru ve kterém jsou zastoupeny evanescentní i propagující vlny (barevná škála – magnituda akustického tlaku v prostoru vlnových čísel [Pa]).....	51
Obrázek 21: Sim. data; holografická rovina vlevo; predikční rovina vpravo; $f = 882$ Hz	53
Obrázek 22: Sim. data; algoritmus ESM vlevo, algoritmus HELS vpravo; $f = 882$ Hz.....	53
Obrázek 23: Sim. data; algoritmus SONAH vlevo, algoritmus Planární NAH vpravo; $f = 882$ Hz	53
Obrázek 24: Sim. data; holografická rovina vlevo; predikční rovina vpravo; $f = 3059$ Hz	55
Obrázek 25: Sim. data; algoritmus ESM vlevo, algoritmus HELS vpravo; $f = 3059$ Hz.....	55
Obrázek 26: Sim. data; algoritmus SONAH vlevo, algoritmus Planární NAH vpravo; $f = 3059$ Hz	55
Obrázek 27: Exp. data; holografická rovina vlevo; predikční rovina vpravo; $f = 882$ Hz	57
Obrázek 28: Exp. data; algoritmus ESM vlevo, algoritmus HELS vpravo; $f = 882$ Hz.....	57
Obrázek 29: Exp. data; algoritmus SONAH vlevo, algoritmus Planární NAH vpravo; $f = 882$ Hz	57
Obrázek 30: Exp. data; holografická rovina vlevo; predikční rovina vpravo; $f = 3059$ Hz	58
Obrázek 31: Exp. data; algoritmus ESM vlevo, algoritmus HELS vpravo; $f = 3059$ Hz.....	58
Obrázek 32: Exp. data; algoritmus SONAH vlevo, algoritmus Planární NAH vpravo; $f = 3059$ Hz	58

SEZNAM TABULEK

Tabulka 1: Kombinace algoritmů NAH a regularizačních metod popsanych v odborné literatuře	32
Tabulka 2: Parametry pro testování algoritmů	52
Tabulka 3: Porovnání rychlosti implementovaných algoritmů NAH	61
Tabulka 4: Porovnání rychlosti implementovaných regularizačních metod	61
Tabulka 5: Tabulka parametrů měření a simulací	77
Tabulka 6: Porovnání rychlosti implementovaných algoritmů NAH	77
Tabulka 7: Porovnání rychlosti implementovaných regularizačních metod	77
Tabulka 8: Optimální hodnota parametru <i>Ratio</i> pro simulovaná data	78
Tabulka 9: Chyba predikce implementovaných algoritmů – simul. data; SNR = 15 dB	78
Tabulka 10: Chyba predikce algoritmů – experimentální data	79

ÚVOD

Akustická holografie v blízkém poli (anglicky near-field acoustical holography – NAH) je standardní metodou pro vizualizaci a lokalizaci zdrojů zvuku. Využívá se měření některé z akustických veličin v několika bodech najednou. Jelikož je prakticky nemožné měřit tyto veličiny v rovině zdroje, měření se provádí ve větší vzdálenosti a následně jsou hodnoty dané akustické veličiny přepočteny do roviny zdroje nebo do jeho těsné blízkosti. Pro akustickou holografii v blízkém poli se předpokládá umístění snímačů ve vzdálenosti menší než jedna polovina vlnové délky analyzovaného zvukového signálu.

Konkrétní metody akustické holografie v blízkém poli lze rozdělit podle různých přístupů do několika skupin. Dříve hojně využívané algoritmy založené na Fourierově transformaci jsou v dnešní době nahrazovány algoritmy, které rekonstruují akustické pole na základě časových a prostorových vlastností šířících se vln. Mezi metody pracující s Fourierovou transformací patří například Planární NAH, popřípadě Planární NAH s využitím filtrů, nebo také některé iterativní algoritmy. Mezi metody, které nevyužívají Fourierovu transformaci patří metody založené na výpočtu Helmholtzova integrálu. Ty využívají rozkladu šířící se akustické informace na elementární vlny (například metoda Helmholtz equation least-squares – HELS). Podobně funguje i statisticky optimální metoda (statistically optimized NAH – SONAH). Dalšími metodami jsou například metoda ekvivalentních zdrojů (equivalent source method – ESM) a metoda hraničních prvků (boundary element method – BEM), které pracují s myšlenkou, že zdroj zvuku není bodový, ale jeho povrch je rozložen na sadu uzlů, které přispívají k tvorbě akustických vln. V neposlední řadě se také využívají metody konečných prvků, které však vyžadují určitou znalost zdroje signálu, a proto není jejich výskyt příliš častý.

S akustickou holografií v blízkém poli také souvisí regularizační metody. Některé metody NAH vykazují značnou chybu predikce, popřípadě má jejich výsledek mnoho řešení atp. Přepočet některé z akustických veličin do menší vzdálenosti od zdroje zvuku je totiž inverzním problémem, kdy díky inverzi dochází k výraznému zesílení šumové složky nedokonale naměřených akustických dat. Proto je nutné využít některou z regularizačních metod, která může zredukovat vliv šumu, a pomáhá tak k nalezení řešení predikce. Regularizačních metod je značné množství, avšak žádná metoda není zcela univerzální a robustní. Mezi nejpoužívanější patří Tikhonovova regularizační metoda a algoritmus využívající singulárního rozkladu.

V této práci je zpracován přehled nejčastěji používaných algoritmů akustické holografie v blízkém poli a také jsou zde popsány metody zveřejněné v odborné literatuře v posledních letech. Některé nové metody bývají nadstavbou, případně modifikací, dříve vyvinutých metod a v práci jsou uváděny odkazy na odborné články, ve kterých jsou podrobně rozebrány. S ohledem zefektivnění metod jsou také používány pokročilé

matematické a technologické modifikace, mezi které patří snímání s nedodrženým vzorkovacím teorémem a práce s řídkými maticemi. Ty jsou zde také popsány.

Další kapitola se věnuje regularizačním metodám a hledání optimálního regularizačního parametru, které k algoritmům NAH neodmyslitelně patří.

Na základě teoretického rozboru byly některé algoritmy NAH implementovány v prostředí LabVIEW. Jedná se o metody ESM, HELS, SONAH a Planární NAH. Pro nalezení správného řešení predikce akustického pole byly implementovány i dvě regularizační metody, a to algoritmus se zkráceným singulárním rozkladem (truncated singular value decomposition – TSVD) a Tikhonovova regularizační metoda.

Z výše zmíněných implementovaných algoritmů byla vytvořena knihovna a následně také testovací aplikace, ve které je možné ověřit správnost implementace jednotlivých algoritmů na simulovaných či experimentálních datech.

Poslední kapitola se věnuje samotnému ověření, zda implementované algoritmy pracují správně a také jejich porovnání s ohledem na chybu predikce a rychlost výpočtu.

Praktická část této diplomové práce, tedy kapitoly 3-5, navazují na autorem dříve napsanou semestrální práci, která je zároveň teoretickou částí této diplomové práce.

1. AKUSTICKÁ HOLOGRAFIE V BLÍZKÉM POLI

Akustická holografie v blízkém poli je nástrojem pro lokalizaci a vizualizaci zdroje zvuku nebo také pro rekonstrukci, či predikci, akustického pole v určité vzdálenosti od zdroje. Na základě akustické informace naměřené mikrofonním polem v jedné rovině je možné zrekonstruovat trojrozměrné akustické pole. Zmíněnou akustickou informací je myšlen nejčastěji akustický tlak, popřípadě akustická rychlost. Rekonstruované pole je nejčastěji rekonstruováno opět akustickým tlakem, rychlostí nebo akustickou intenzitou.

Akustické pole se skládá z nekonečného množství vln, které mají různý charakter a tvar. Tvarem vln jsou myšleny vlny rovinné, válcové a kulové. Při výpočtech v algoritmech NAH jsou nejčastěji používány vztahy popisující rovinné vlny, není to však pravidlem. V blízkém poli, které je uvažováno do vzdálenosti poloviny vlnové délky šířící se akustické vlny, se projevují dva základní charakterystiky vln. Prvním z nich jsou vlny propagující, které s narůstající vzdáleností od zdroje zachovávají velikost své amplitudy, ale mění se jejich fáze. Druhým typem jsou evanescentní vlny, u kterých zůstává neměnná fáze, kdežto amplituda exponenciálně klesá se vzdáleností od zdroje. Právě evanescentní vlny nesou významné informace, kterých se využívá v algoritmech NAH. Zároveň však přinášejí řadu problémů. Největším z nich je ten, že často způsobují neřešitelnost predikce. Vztahy, které popisují predikci akustického pole, nemusí mít jednoznačné řešení, mohou být silně závislé na počátečních podmínkách nebo řešení nemusejí mít vůbec. V odborné zahraniční literatuře se tyto problémy nazývají ill-posed problémy. Kvůli tomu byly vyvinuty metody, které ill-posed problémy zvládnou převést na řešitelné úlohy a umožňují tak rekonstrukci. Těmto metodám se říká regularizační metody a budou rozebrány později.

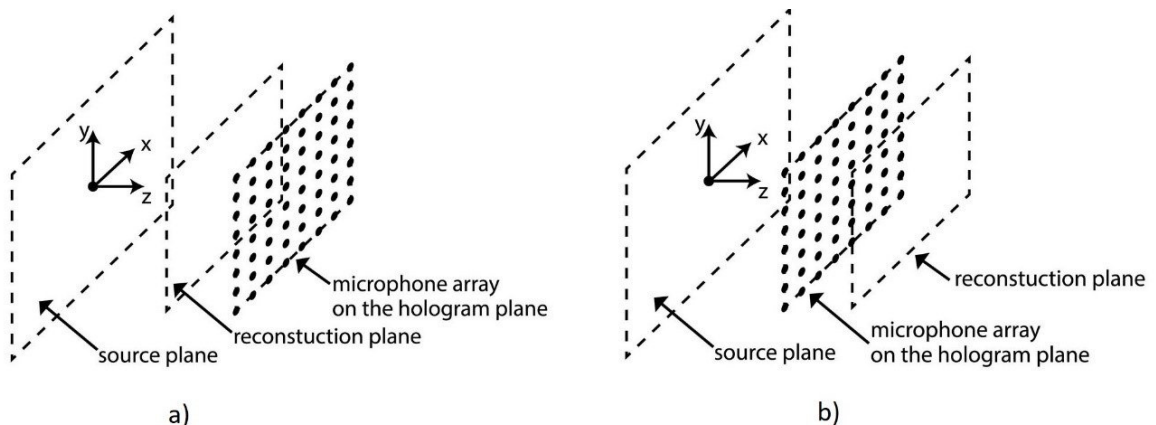
Nevýhodou NAH je predikce akustického pole pouze na jediné frekvenci vyzařované zdrojem zvuku v rámci jednoho výpočtu. V reálném případě se však nikdy nestane, že by zdroj zvuku nebo vibrací, které též vytvářejí akustické vlny, vyzařoval pouze na jedné frekvenci. Teoreticky by bylo nutné provést nekonečné množství výpočtů, aby bylo analyzováno celé spektrum šířících se vln. Proto jsou prováděny výpočty predikce pouze na dominantních frekvencích zvuku, nebo na frekvencích důležitých (z jakéhokoli důvodu) pro danou aplikaci.

V této kapitole jsou rozebrány nejčastěji používané metody, které se využívají v oboru akustické holografie v blízkém poli. U jednotlivých metod jsou popsány fyzikální principy, popřípadě matematické vztahy popisující, jak lze metody počítat numericky. Dále jsou zde popsány metody publikované v posledních pěti letech, případně jsou zmíněny publikované modifikace dříve vzniklých metod, ke kterým jsou přiloženy odkazy na odbornou literaturu. Nakonec jsou představeny také pokročilé matematicko-technologické teorie, kterých se využívá v NAH a zefektivňují práci s naměřenými daty.

1.1 Planární NAH

Teorie Planární NAH je založená na výpočtu spektra signálu s využitím rychlé Fourierovy transformace (FFT) nebo diskrétní Fourierovy transformace (DFT). Matematickým aparátém pro přepočítání akustických veličin do roviny rekonstrukce jsou tzv. Greenovy funkce, popřípadě inverzní Greenovy funkce [1].

Jak již plyne z názvu metody, zdroj, pole snímačů i rekonstruované akustické pole jsou uvažovány jako roviny (anglicky plane). Rovina, na které leží zdroj zvuku, se nazývá rovina zdroje a značí se symbolem z_s . Rovina, ve které leží snímače akustické veličiny se nazývá holografická rovina a je značena z_h . Predikční rovina (nebo též rovina rekonstrukce) se značí písmenem z_r . Je zřejmé, že aby metody NAH bylo možné použít, je nutné dodržet vztah $z_h \geq z_s$. V planární holografii se řeší dvě situace vzájemné polohy z_h a z_r . První z nich je $z_r \geq z_h$. V takovém případě se využívají dopředné transformace a mluví se o přímém problému rekonstrukce. V opačném případě, kdy $z_h > z_r$ se mluví o inverzní transformaci [1][2]. Pro představu jsou obě konfigurace naznačeny na obrázku Obrázek 1.



Obrázek 1: Planární NAH a) inverzní transformace b) přímá transformace [3]

V naprosté většině případů je rekonstrukce počítána do těsné blízkosti roviny zdroje. Důvod je logický a plyne už z hlavní myšlenky NAH, a to vizualizace akustického pole, a především lokalizace zdroje zvuku. Proto se ve většině odborné literatury mluví o takzvaném inverzním problému (anglicky inverse problem).

Výpočty spojené s planární akustickou holografií vychází z vlnové homogenní rovnice [2]

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

kde c je rychlost zvuku, ∇^2 je Laplaceův operátor, p je nekonečně malá odchylka akustického tlaku a t je čas. Pravá strana rovnice říká, že aby rovnice platila, nesmí být

v prostoru žádné zdroje zvuku. Kvůli této závislosti se veškeré zdroje musí nacházet ve vzdálenosti $z \leq z_s$.

Planární NAH je založena na provedení trojrozměrné Fourierově transformace, pro kterou platí vztah [5]

$$P(k_x, k_y, z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y, z, t) e^{j(k_x x + k_y y - \omega t)} dx dy dt \quad (2)$$

a inverzní Fourierova transformace má tvar

$$p(x, y, z, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(k_x, k_y, z, \omega) e^{-j(k_x x + k_y y - \omega t)} dk_x dk_y d\omega. \quad (3)$$

V rovnicích je ω úhlová frekvence a k_x, k_y jsou vlnová čísla v prostorové doméně. Pokud je splněna výše zmíněná podmínka, že se veškeré zdroje zvuku nacházejí za nebo na rovině z_s , je možné psát transformační vztah pro přímou transformaci

$$P(k_x, k_y, z_r, \omega) = P(k_x, k_y, z_h, \omega) e^{j\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}(z_r - z_h)}. \quad (4)$$

Pro zpětnou transformaci je pak vztah

$$P(k_x, k_y, z_r, \omega) = P(k_x, k_y, z_h, \omega) e^{-j\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}(z_h - z_r)}. \quad (5)$$

V rovnicích $k = \frac{\omega}{c}$. Exponenciální část těchto dvou vztahů je výše zmíněná Greenova funkce, respektive inverzní Greenova funkce.

Velkým nedostatkem této metody je značné zesílení vysokých kmitočtů při násobení Greenovou funkcí. Tento efekt je pro simulovaná data, která nejsou postižena šumem, výhodou, avšak v reálných aplikacích dochází i k zesílení šumu. Z tohoto důvodu je Planární NAH využívána společně s filtrem v doméně vlnových čísel neboli k-filtrem.

Planární NAH je vůbec první vyvinutá metoda pro predikci akustického pole a v dnešní době se používá jen zřídka, zejména pro porovnání s jinými metodami. Více o této metodě je v literatuře [1][2].

V posledních pěti letech byl také publikován článek [3], zmiňující modifikace metody Planární NAH. Ve článku je popsán způsob převedení Planární NAH do maticové podoby, takže je následně možné použít některou z regularizačních metod. Starší modifikací je například metoda popsána v článku [4].

1.2 Helmholtzův integrál – HELS

Metoda rekonstrukce akustického pole pomocí Helmholtzova integrálu využívá teorii o expanzi vln. Vyzařovaný akustický tlak je dán expanzí nezávislých funkcí generovaných Gram-Schmidtovou ortonormalizací v souladu s řešením Helmholtzova integrálu na uvažovaném povrchu zdroje. Hledají se koeficienty nezávislých expanzních funkcí, které zajišťují řešení integrálu a zároveň odpovídají podmínkám v měřicích bodech [6]. Zjednodušeně řečeno se akustické vlny vyzařované na povrchu zdroje šíří všemi směry a akustický tlak naměřený snímači je dán jejich lineární kombinací. Díky specifickým vlastnostem vzniku a šíření vln je poté možné akustické veličiny přepočítat a rekonstruovat akustické pole v rovině rekonstrukce.

Nástrojem pro výpočet akustického pole je Helmholtzův integrál doplněný metodou nejmenších čtverců. Proto je tato metoda anglicky nazývána Helmholtz equation least-squares (HELS). Díky metodě nejmenších čtverců se zmenší chyba způsobená nedostatky měření a numerickým výpočtem integrálu.

Metoda HELS nevyžaduje Fourierovu transformaci, a vyhýbá se tak problémům jejího použití, jako například spektrální prosakování v důsledku použití oken.

Akustický tlak vyzařovaný zdrojem je popsán vlnovou rovnicí (1). Pokud je nad vlnovou rovnicí provedena Fourierova transformace, vznikne vztah známý jako redukovaná vlnová rovnice nebo také Helmholtzova rovnice [6]

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0. \quad (6)$$

Symbol ∇^2 je Laplaceův operátor, p reprezentuje komplexní amplitudu akustického tlaku a $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ je vlnové číslo. Řešení Helmholtzovy rovnice je dáno lineární kombinací nezávislých funkcí

$$p_r = \rho c \sum_{i=1}^N C_i \psi_i^*. \quad (7)$$

V rovnici (7) značí ρ a c hustotu a rychlost zvuku daného prostředí, ψ_i^* jsou nezávislé funkce popisující expanzi vln a C_i jsou jejich koeficienty, p_r je rekonstruovaný akustický tlak. Funkce reprezentující expanzi vln jsou nejčastěji modelovány kombinací Hankelových a sférických harmonických funkcí [50]

$$\psi_{ij}^{(1)}(x, \omega) = \psi_{nl}^{(1)}(r, \theta, \Phi, \omega) = h_n^{(1)}(kr) Y_n^l(\theta, \Phi). \quad (8)$$

Zde $\psi_{ij}^{(1)}$, $\psi_{nl}^{(1)}$ jsou elementární vlnové funkce, symboly r , θ , Φ udávají souřadnice ve sférické soustavě, $h_n^{(1)}$ je Hankelova funkce prvního druhu a n -tého řádu a Y_n^l je sférická harmonická funkce n -tého stupně a l -tého řádu.

Pro každý měřicí bod je vygenerováno několik sad vlnových funkcí s rozdílnými řády a stupni n a l , kdy n roste od nuly do N a l nabývá hodnot od $-n$ do n . Hodnota N není přesně definována a udává, kolik sad elementárních vlnových funkcí bude vygenerováno

pro jeden měřicí bod. Celkový počet J těchto elementárních vlnových funkcí je dán vztahem $J = (N + 1)^2$.

Predikce akustického pole v holografické rovině je poté cyklicky počítána s různým počtem sad elementárních vlnových funkcí (zvyšování hodnoty N) tak, aby co nejpřesněji odpovídala naměřeným datům. Přesnost reprezentace akustického pole elementárními vlnovými funkcemi je posuzována na základě výše zmíněné metody nejmenších čtverců.

V maticové podobě lze vztah mezi elementárními funkcemi a naměřenými daty popsat následovně. Pro M měřicích bodů a J vlnových funkcí, lze naměřený akustický tlak popsat jako

$$\begin{bmatrix} \psi_{11}^* & \cdots & \psi_{1J}^* \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_{M1}^* & \cdots & \psi_{MJ}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_{m1} \\ \vdots \\ p_{mM} \end{Bmatrix}. \quad (9)$$

Symbol p_m značí měřený akustický tlak. Pokud by měřená data byla naprosto přesná a bez šumu, řešení rovnice (7) by bylo nemožné, jelikož N by rostlo k nekonečnu. Jelikož však naměřená data nejsou ideální a jsou ovlivněna šumem, je hodnota N omezená a řešení, i když ne naprosto přesné, lze najít [6]. Po procesu minimalizace chyby zbývá dopočítat koeficienty C_i . Vektor koeficientů $\{C\}$ je s využitím měřených akustických tlaků $\{p_m\}$ vypočten z rovnice [7][58]

$$\{C\} = \begin{cases} (\rho c)^{-1}([\psi_{mj}^*]^T [\psi_{mj}^*])^{-1}[\psi_{mj}^*]^T \{p_m\} & \text{pro } M \geq J \\ (\rho c)^{-1}[\psi_{mj}^*]^T ([\psi_{mj}^*][\psi_{mj}^*]^T)^{-1}\{p_m\} & \text{pro } M < J \end{cases}. \quad (10)$$

Matice $[\psi_{mj}^*]$ je matice z levé strany rovnice (9). Procesu výpočtu matice koeficientů se říká pseudoinverze. Ve chvíli, kdy jsou koeficienty C_i dopočítány, lze řešením rovnice (7) rekonstruovat akustické pole v rovině rekonstrukce.

Při matematické formulaci metody HELS dle vzorců v této kapitole je zřejmé, že nedochází k žádnému výpočtu integrálu. Akustické pole se počítá na základě známého obecného řešení Helmholtzova vztahu a následně se toto řešení konkretizuje.

Výhodou HELS metody je její jednoduchost v popisu akustického tlaku za pomoci jednoduchých expanzních funkcí. Nevýhodou jsou nepřesnosti výpočtu při uvažování jiného tvaru zdroje, než je kulový (popř. eliptický, sféroid), a rychlost výpočtu, způsobená cyklickým počítáním vztahu (9) s různým rozměrem J .

Tato metoda je podrobněji rozebrána v množství článků, např: [6][7][8][9] a zejména v knize [50].

1.3 Statisticky optimální NAH – SONAH

Statisticky optimální NAH je metoda podobná metodě HELS. Také se zde využívá popisu akustického pole za pomoci vlnových funkcí. Stejně jako předchozí metoda má výhodu v tom, že není nutné provádět Fourierovu transformaci. Tím pádem nedochází k nežádoucím jevům jako je spektrální prosakování. Dále zde není žádný požadavek na rozmístění snímačů akustické veličiny v holografické rovině [10].

Hlavní myšlenka SONAH algoritmu je ta, že akustický tlak $p(\mathbf{r}) = p(x, y, z)$ v libovolné vzdálenosti od zdroje zvuku je dán lineární kombinací akustických tlaků naměřených měřicím polem. V akustickém poli ve vzdálenosti $z \geq z_s$ se nesmí nacházet žádný zdroj. Akustické pole může být popsáno jako nekonečná suma propagujících a evanescentních vln [11]

$$p(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(\mathbf{K}) \Phi_{\mathbf{K}}(\mathbf{r}) d\mathbf{K}. \quad (11)$$

Kde $\mathbf{K} = (k_x, k_y)$ je vektor vlnových čísel, $P(\mathbf{K})$ je spektrum rovinných vln a

$$\Phi_{\mathbf{K}}(x, y, z) = e^{-j(k_x x + k_y y + k_z(z_h - z_s))} \quad (12)$$

jsou funkce propagujících a evanescentních vln. Složka k_z vektoru vlnových čísel je funkcí \mathbf{K} a má tvar

$$k_z = k_z(\mathbf{K}) = \begin{cases} \sqrt{k^2 - |\mathbf{K}|^2} & \text{pro } |\mathbf{K}| \leq k \\ -j\sqrt{|\mathbf{K}|^2 - k^2} & \text{pro } |\mathbf{K}| > k \end{cases} \quad (13)$$

Zde opět platí $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$. Snahou je přepočítat komplexní akustický tlak $p(x_h, y_h, z_h)$ měřený akustickým polem v M bodech holografické roviny na akustický tlak $p(x_r, y_r, z_s)$ roviny rekonstrukce. Jak již bylo zmíněno, akustický tlak v jednom bodě měření je dán lineární kombinací vln šířících se od zdroje. Z toho plyne rovnice

$$p(x_r, y_r, z_s) \approx \sum_{m=1}^M c_m(x_r, y_r, z_s) p(x_h, y_h, z_h). \quad (14)$$

Aby bylo možné správně rekonstruovat akustické pole, je nutné také správně přepočítat vlnové funkce

$$\Phi_{\mathbf{K}_n}(x_r, y_r, z_s) \approx \sum_{m=1}^M c_m(x_r, y_r, z_s) \Phi_{\mathbf{K}_n}(x_h, y_h, z_h) \quad n = 1 \dots N. \quad (15)$$

Kde N je počet funkcí popisující šíření akustických vln.

Maticová podoba rovnice (14) definuje matici \mathbf{H} , která je maticí hodnot vlnových funkcí v měřených bodech a dva vektory \mathbf{p} a \mathbf{a} které jsou vektory naměřených akustických tlaků a jejich expanzní koeficienty. Maticová forma má tvar [12]

$$\mathbf{H}\mathbf{a} = \mathbf{p} \quad (16)$$

Matice \mathbf{H} má velikost $M \times N$ a reprezentuje tedy vlnové funkce popisující šíření akustických vln. Vektor \mathbf{a} je vektor koeficientů (ekvivalentních k jednotlivým prvkům c_m) a vektor \mathbf{p} obsahuje informace o naměřeném akustickém poli. Aby byl možný přepočítání do roviny rekonstrukce, je nutné správně vypočítat vektor koeficientů \mathbf{a} . Jestliže platí $M \geq N$, poté má vektor tvar $\mathbf{a} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{p}$, naopak pro $M < N$ platí $\mathbf{a} = \mathbf{H}^H (\mathbf{H} \mathbf{H}^H)^{-1} \mathbf{p}$ [12]. Symbol H reprezentuje Hermiteovskou transpozici matice. V reálných aplikacích se však téměř vždy použije některá z regularizačních metod. Pro případ Tikhonovovy regularizační metody jsou poté výše zmíněné vztahy převedeny na vztahy

$$\mathbf{a} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{p}, \quad (17)$$

a

$$\mathbf{a} = \mathbf{H}^H (\mathbf{H} \mathbf{H}^H + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{p}, \quad (18)$$

Kde λ je regularizační parametr. Velkou výhodou této metody je také možnost predikovat akustické pole i vně oblasti rekonstruované roviny (na jiných souřadnicích x, y než jsou měřicí body). Zároveň je tato metoda poměrně rychlá a také využívá menší množství výpočetního výkonu.

SONAH je publikován v množství starších odborných článků, např. [10][11][12][13]. Vývoj této metody byl již ukončen, a proto je publikační činnost na toto téma minimální. Tato metoda je však i nadále často využívána.

1.4 Metoda ekvivalentních zdrojů – ESM

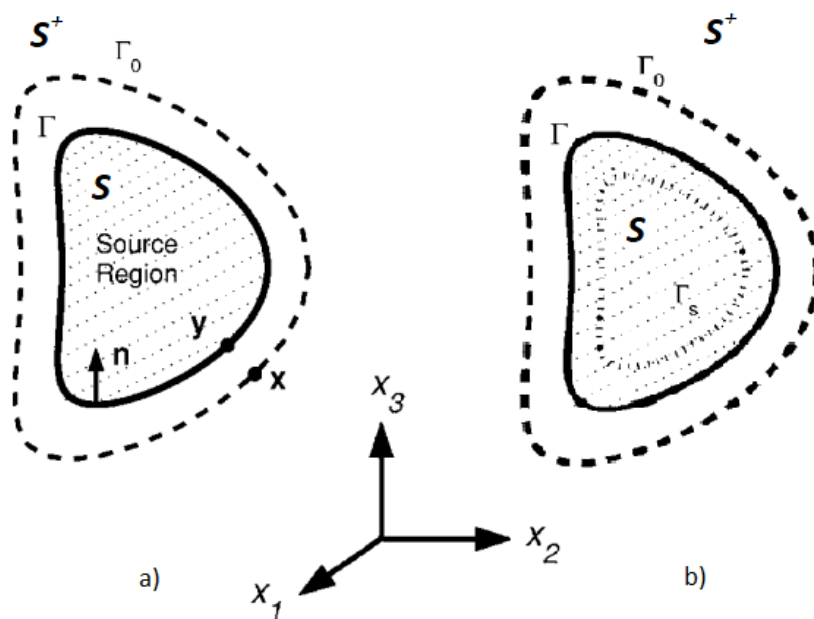
V metodě ekvivalentních zdrojů je šířící se akustický signál generován pomyslnou skupinou bodových zdrojů. Tato metoda je atraktivní zejména kvůli své jednoduchosti implementace a rychlosti [14]. Dříve, kdy metoda vznikala, byla tato metoda nazývána též metodou superpozice [15][16]. ESM umožňuje rekonstrukci akustického pole v blízkosti povrchu zdroje s libovolným tvarem.

Na obrázku Obrázek 2 b) je vidět uspořádání měřicí soustavy a bodových ekvivalentních zdrojů uvažované pro ESM. V prostoru S se nachází ekvivalentní zdroje zvuku, plocha Γ (jedná se o řez 3D prostoru) je uzavřená hraniční plocha zdroje, která může mít hrany a rohy. Dále je zde plocha Γ_0 , která reprezentuje umístění snímačů akustického tlaku a plocha Γ_s , která reprezentuje umístění ekvivalentních zdrojů zvuku. V prostoru S^+ neleží žádné zdroje zvuku, ale s prostorem S sdílí hraniční plochu Γ .

Pro uspořádání dle Obrázek 2 b), lze naměřené akustické tlaky zapsat rovnicí [17]:

$$p(\mathbf{r}_h, \omega) = j\omega\rho \int_{\Gamma} q(\mathbf{r}_0) G(\mathbf{r}_h, \mathbf{r}_0) d\Gamma(\mathbf{r}_0), \quad (19)$$

kde \mathbf{r}_0 jsou pozice ekvivalentních zdrojů, $q(\mathbf{r}_0)$ je síla jednotlivých ekvivalentních zdrojů, \mathbf{r}_h jsou pozice mikrofonů. Symbol ω je úhlová frekvence a ρ je hustota prostředí.



Obrázek 2: Uspořádání pro a) BEM a b) ESM [14]

Funkce $G(\mathbf{r}_h, \mathbf{r}_0)$ je Greenova funkce, která reprezentuje vztah mezi ekvivalentním zdrojem na souřadnicích \mathbf{r}_0 a snímačem akustického tlaku \mathbf{r}_h . Její tvar je

$$G(\mathbf{r}_h, \mathbf{r}_0) = \frac{e^{-jk\|\mathbf{r}_h - \mathbf{r}_0\|}}{4\pi\|\mathbf{r}_h - \mathbf{r}_0\|}. \quad (20)$$

V rovnici Greenovy funkce je $\|\mathbf{r}_h - \mathbf{r}_0\|$ magnitudou rozdílu vektorů polohy ekvivalentního zdroje a mikrofonu. V praxi se však používají diskretizované vztahy a z rovnice (19) vznikne vztah

$$p(\mathbf{r}_m) = \sum_{n=1}^N q_n G(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}_0, n). \quad (21)$$

Výpočet je tak změněn na maticovou podobu

$$\mathbf{p}_m = \mathbf{G}\mathbf{q}, \quad (22)$$

kde $\mathbf{p}_m = [p(r_1, \omega), \dots, p(r_M, \omega)]^T$ je tlak měřený na M snímačích akustického tlaku, $\mathbf{q} = [q_1, \dots, q_N]^T$ je vektor koeficientů odpovídající síle N zdrojů. \mathbf{G} je matice Greenových funkcí reprezentujících přenos mezi ekvivalentními zdroji a snímači. Výpočet akustického tlaku v bodech predikované roviny p_j^r je již snadné dopočítat ze vztahu [15]

$$p_{rj} = \sum_{n=1}^N G_{ri,j} q_j, \quad (23)$$

s využitím vztahu Grenovy funkce pro predikční rovinu

$$G_{r_i,j} = \frac{e^{jk\|r_{r_i}-r_{o_j}\|}}{4\pi\|r_{r_i}-r_{o_j}\|}. \quad (24)$$

Symbol r_{r_i} reprezentuje pozici bodu v predikované rovině a r_{o_j} pozici ekvivalentního zdroje zvuku.

U metody ESM se často využívá toho, že množství ekvivalentních zdrojů je shodné s počtem měřicích bodů. Důvodem jsou operace prováděné s maticí \mathbf{G} . Tato matice má velikost $M \times N$ a pro výpočet vektoru koeficientů \mathbf{q} je nutné provést její inverzi. Z toho plyne, že když $M=N$, je matice \mathbf{G} čtvercová a její inverze nemusí činit velký problém.

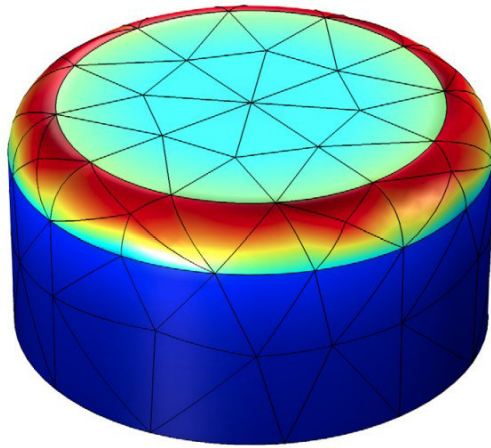
Metoda ESM vyniká svou jednoduchostí implementace a rychlostí výpočtu. Zároveň, pokud je aplikace ESM následně obohacena o nějakou z regularizačních metod, vykazuje velmi dobré výsledky rekonstrukce a malou chybu. V dnešní době je ESM velmi hojně aplikována a z tohoto důvodu je i poměrně rozsáhlý výzkum s ohledem na její zefektivnění.

Důkazem je množství publikací zveřejněných během posledních pěti let. Vesměs se jedná o modifikace této metody, kde jako příklad může být kombinace ESM a vzorkování s nedodrženým vzorkovacím kmitočtem (tzv. compressive sampling) a teorií o řídkých maticích, viz. [17][18]. Existuje ale také řada dalších modifikací [19][20][21][22].

1.5 Metoda hraničních prvků – BEM

Metoda BEM, stejně jako ESM, umožňuje rekonstrukci akustického pole na povrchu libovolně tvarovaného zdroje a stejně jako předchozí metoda vychází z Helmholtzovy rovnice (6). Jelikož však tato rovnice nemá pro libovolně tvarovaný zdroj jednoznačné řešení, hledá se řešení numericky. Její odlišnost od ESM spočívá ve způsobu diskretizace výše zmíněného integrálu. Na rozdíl od ESM, kde zdroj zvuku byl nahrazen skupinou ekvivalentních zdrojů, je u BEM celá plocha zdroje rozdělena na malé segmenty. Nejčastěji jsou tyto segmenty trojúhelníkové a mají tři uzly, nebo čtyřúhelníkové se čtyřmi uzly. Příklad takového segmentování je na obrázku Obrázek 3.

Jelikož je akustické pole v těsné blízkosti zdroje predikováno na základě naměřených dat z jeho okolí, je jeho rekonstrukce inverzním problémem. Podle toho je také metoda zajišťující rekonstrukci akustického pole v blízkosti zdroje nazývána inverzní metodou hraničních prvků (IBEM).



Obrázek 3: Segmentování povrchu zdroje zvuku při použití BEM

Vztahy popisující tuto metodu lze odvodit z obrázku Obrázek 2 a). Zdroj konečného objemu je značen symbolem S a je uzavřen spojitou plochou Γ , která může mít rohy a hrany. Zdroj vyzařuje akustické vlny do nekonečného okolí S^+ , které sdílí s objemem S okrajovou křivku Γ . Akustické pole je měřeno na Γ_θ ležící vně oblasti S . Řešení rovnice (6) pro libovolný bod na Γ_θ , je možné popsat nepřímou formulací pro $x = (x_1, x_2, x_3)$ jako [14]

$$p(x) = \int_{\Gamma} \Phi(x, y) \varphi(y) dS(y), \quad (25)$$

kde

$$\Phi(x, y) = \frac{e^{jk|x-y|}}{4\pi|x-y|} \quad (26)$$

a φ je funkce hustoty na Γ . Tento vztah je pro $x \in S$ diskretizován na rovnici [24]

$$[R] \varphi = p, \quad (27)$$

kde $[R]$ je komplexní matice velikosti $M \times N$. M je počet měřicích bodů a N je počet uzlů zdroje. Symbol φ reprezentuje funkci hustoty přes N prvků na křivce Γ .

Metoda BEM, respektive IBEM, vyžaduje poměrně rozsáhlé zkušenosti a znalosti. Je poměrně složitá na implementaci a vyplývá z ní mnoho nedostatků. Jedním z nich je nutnost segmentace zdroje. Tato operace vyžaduje vytvoření modelu a následné převedení na síť elementů, což nemusí být v praxi dosažitelné. Dalším nedostatkem je frekvenční omezení plynoucí z velikosti a množství segmentů [5]. Naopak největší výhodou této metody je její možnost využití na libovolně tvarovaný objekt.

Více podrobnějších informací o této metodě je např. v [23][26]. Pro zefektivnění metody byly také aplikovány iterační metody v kombinaci s BEM [24][25] nebo další její modifikace [27].

1.6 Real-time NAH

Naprostá většina algoritmů NAH slouží pro lokalizaci stacionárních zdrojů zvuku, zatímco Real-time NAH (RT-NAH) byla vytvořena proto, aby mohly být sledovány také nestacionární zdroje. RT-NAH vychází ze vztahů, které popisují šíření časově závislých akustických signálů v podobě rovinných vln a její vztah s impulsní odezvou v časové doméně vlnových čísel.

Tato metoda je schopna spojitě rekonstruovat akustické pole v rovině zdroje a poskytuje tak informaci o časové závislosti akustického tlaku v této rovině [28]. Pro výpočet akustického pole v rovině z_r se využívá dvojrozměrné Fourierovy transformace a následné konvoluce s impulsní odezvou. Rekonstrukce akustického pole je realizována dekonvolucí, která však může být obtížná.

Časově závislé spektrum vlnového čísla popisuje rovnice [28]

$$P(k_x, k_y, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y, z, t) e^{j(k_x x + k_y y)} dx dy. \quad (28)$$

Zmíněná impulsní odezva $h(k_x, k_y, z, t)$ je poté získána z dvoudimenzionální Fourierovy transformace vlnové rovnice (1):

$$\frac{\partial^2 P(k_x, k_y, z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P(k_x, k_y, z, t)}{\partial t^2} - (k_x^2 + k_y^2) P(k_x, k_y, z, t) = 0. \quad (29)$$

Vzdálenost mezi predikční a holografickou rovinou při řešení inverzního problému je $\Delta z = z_h - z_r$. Poté je vztah mezi časově závislými spektry holografické roviny a roviny rekonstrukce (přímá transformace)[30]

$$P(k_x, k_y, z_h, t) = P(k_x, k_y, z_r, t) * h(k_x, k_y, \Delta z, t). \quad (30)$$

Snahou je ovšem získat spektrum v rovině rekonstrukce (inverzní transformace), a proto je nutné použít inverzní vztah

$$P(k_x, k_y, z_r, t) = P(k_x, k_y, z_h, t) * h^{-1}(k_x, k_y, \Delta z, t). \quad (31)$$

Vzdálenost Δz lze nahradit dopravním zpožděním $\tau = \Delta z/c$ a pro transformovanou úhlovou frekvenci lze psát vztah $\Omega_r = ck = c\sqrt{k_x^2 + k_y^2}$.

Akustická holografie popisuje rekonstrukci akustického pole pro jednu úhlovou frekvenci $\omega = 2\pi f$ a proto je nutné vztah (30) přepsat do podoby

$$P(k_x, k_y, z_h, \omega) = P(k_x, k_y, z_r, \omega) H(\Omega_r, \tau, \omega). \quad (32)$$

Operátor H je definován jako

$$H(\Omega_r, \tau, \omega) = \begin{cases} e^{-j\tau\sqrt{\omega^2 - \Omega_r^2}} & \text{pro } \omega \geq \Omega_r \\ e^{-\tau\sqrt{\Omega_r^2 - \omega^2}} & \text{pro } \omega < \Omega_r \end{cases} \quad (33)$$

a inverzní operátor H^{-1} je dán vztahem

$$H^{-1}(\Omega_r, \tau, \omega) = \frac{1}{H(\Omega_r, \tau, \omega)} = \begin{cases} e^{j\tau\sqrt{\omega^2 - \Omega_r^2}} & \text{pro } \omega \geq \Omega_r \\ e^{\tau\sqrt{\Omega_r^2 - \omega^2}} & \text{pro } \omega < \Omega_r \end{cases} \quad (34)$$

Metodu RT-NAH je často používanou metodou a zabývají se jí výzkumné týmy po celém světě. Je publikována v několika nedávno publikovaných článcích, například [28][29][30].

1.7 Další metody

V této podkapitole budou představeny nové metody NAH, které byly publikované v posledních pěti letech. Jedná se pouze o nově vzniklé metody, které nejsou modifikací některé z dříve popsanych metod.

1.7.1 NAH s využitím Wignerových funkcí – WF

Metoda využívající Wignerových funkcí (anglicky Wigner function approach – WF) spadá do skupiny algoritmů využívající Fourierovu transformaci. Poskytuje však také dynamickou informaci akustického pole [31]. Předchází také nedostatkům „klasických“ metod založených na Fourierově transformaci. Poziční a směrový charakter vln se odvozuje na základě korelačních funkcí mezi amplitudami pole v různých místech.

Na rozdíl od ostatních metod jsou zde využívány statistické vlastnosti šířících se vln a Wignerova transformace. Wignerova transformace umožňuje sestavení korelačních funkcí a popis fázového rozložení signálu, které společně nesou informaci o směru a síle akustických vln. Následně se hledají Wignerovy funkce a jejich koeficienty, které umožňují rekonstrukci akustického pole. Výhodou metody je také to, že nevyžaduje žádnou následnou regularizaci, neboť součástí algoritmu jsou operace zajišťující stabilní rekonstrukci akustického pole.

Dle [31] je metoda efektivní zejména v prostředích, kde je přítomno velké množství šumu nebo pro nekoherentní zdroje, kde naměřená data nenesou úplnou informaci o fázové charakteristice zdroje.

1.7.2 Akustická holografie pro široké spektrum – WBH

Tato metoda (anglicky wideband holography – WBH) leží na hraně akustické holografie v blízkém poli. Částečně vychází z principu NAH a částečně z beamformingu, který slouží pro vizualizaci vzdálených akustických polí. Všechny dříve zmíněné metody NAH jsou omezeny na poměrně nízké kmitočty z důvodu dodržení vzdálenosti mikrofonního pole $\lambda/2$ od zdroje, aby jejich rozlišení bylo co nejlepší. Naopak beamforming využívá měření ve větších vzdálenostech a umožňuje rekonstruovat akustické pole na středních a vyšších frekvencích. Pokud je tedy požadována rekonstrukce zvukového pole v širokém pásmu, musí být provedena dvě měření. WBH

byla vytvořena, aby překlenula tento nedostatek a umožňuje rekonstrukci akustického pole v širokém pásmu kmitočtů za provedení pouze jednoho měření v relativně malé vzdálenosti od zdroje [32].

V této metodě se využívá mikrofonních polí s náhodným rozložením, podobně jako u beamformingu. Při výpočtu se využívá metody kompresního vzorkování a její algoritmus využívá teorie o řídkých maticích.

Podrobněji je WBH popsána ve člancích [32][33]. Tento algoritmus je chráněn patentem. Existuje také několik studií, které se tento algoritmus snaží napodobit [34][35].

1.7.3 Širokopásmová planární NAH – BPNAH

Širokopásmová planární NAH (anglicky broadband planar NAH – BPNAH) je první ze zmíněných, která rekonstruuje akustické pole nejen na jediné frekvenci, ale v širším pásmu. Šíře pásma je zde jedna třetina oktávy, která je v akustice často používaná. Důvodem je přihlídnutí ke sluchovému vjemu lidského ucha.

BPNAH vychází z planární NAH a je tedy omezena na plošné zdroje zvuku. Principem je taktéž Fourierova transformace. Frekvenční spektrum naměřených dat je rozděleno do pásem odpovídajících jedné třetině oktávy. V analyzovaném frekvenčním pásmu je poté vypočten kvadratický průměr amplitud akustické rychlosti či tlaku. Rekonstruované akustické pole je následně zpětnou Fourierovou transformací dopočteno v požadované predikční rovině. Problémem v průběhu výpočtu je určování fáze signálu, u které by vypočtení průměru nedávalo smysl. Fáze je určena podle fáze akustické veličiny ve středu pásma jedné třetiny oktávy. Například pokud je zkoumáno frekvenční pásmo se středem v $f = 500$ Hz. Fáze je určena dle fáze signálu na této frekvenci a amplituda signálu je dána kvadratickým průměrem amplitud v rozmezí 440–565 Hz, které tvoří dané analyzované pásmo [36].

Tato metoda byla vytvořena zejména kvůli posuzování vlivu zdroje na lidský sluch. Její výhodou je analýza většího pásma frekvencí, a tedy i výrazně vyšší rychlost výpočtu, než kdyby zdroj byl analyzován v daném pásmu na každé frekvenci. Z tohoto přístupu však plyne několik logických nevýhod, omezujících využití této metody v jiných aplikacích. Největší nevýhodou metody je zejména její menší přesnost či omezený tvar zdroje. Více o této metodě je v článku [36].

1.7.4 NAH v časové doméně s 3D lineární dekonvolucí

Tato metoda byla vytvořena pro zlepšení rekonstrukce nestacionárních akustických polí v časové doméně. Pro rekonstrukci se využívá 3D lineární dekonvoluce a Greenových funkcí časových i prostorových. Trojrozměrná lineární dekonvoluce je sama o sobě přesnější než klasická cyklická dekonvoluce využívaná v RT-NAH, i tak však může vykazovat značnou chybu, a proto se zde využívá extrapolace dat, aby byla chyba redukována.

Využitím této metody je možné dosáhnout výrazně menší chyby rekonstrukce než za pomoci tradiční planární holografie a RT-NAH, ovšem metoda není příliš robustní a vyžaduje regularizaci. Metoda také počítá pouze s rovinným zdrojem a použití na libovolně tvarovaném zdroji tedy nezaručuje dostačující přesnost. Podrobněji je metoda popsána v článku [37].

1.8 Pokročilé teorie využívané v NAH

1.8.1 Řídkost – Sparsity

Řídkost je vlastnost signálu, která umožňuje jeho rozklad na lineární kombinaci malého množství předdefinovaných funkcí báze, kterým se říká „atomy“. Tento princip je využíván v numerických aplikacích, kterými jsou například komprese dat nebo signálová analýza [38].

U posuzování řídkosti matic je nutné vytvořit „slovník“ \mathcal{D} , který se skládá z konečného množství M atomů $d_{k \rightarrow k=1 \dots M}$. Tento slovník může být bází prostoru R^M . Konečný diskretní signál s N vzorky $x \in R^{N \geq M}$ je řídký, jestliže se dají najít takové koeficienty α , které odpovídají rovnici

$$x = \sum_{j \in J} \alpha_j d_j, \quad (35)$$

kde J je podmnožinou $\{1, \dots, M\}$, která je podstatně menší než M . Pro hledání vektoru koeficientů α , existuje několik algoritmů. Při hledání těchto koeficientů, je snahou nalézt vektor s optimálním počtem nulových koeficientů, který zaručuje jak kompresi dat, tak věrohodnost signálu.

V akustické holografii v blízkém poli se této vlastnosti dá využít při aplikaci na naměřená data. Nalezením optimálního vektoru koeficientů α (s velkým počtem nulových prvků) a následným vynásobením transformační matice, dojde k výraznému zredukování matice a výpočet může být rychlejší. Jako příklad bude akustické pole naměřené snímači akustické rychlosti \hat{w} mající tvar

$$\hat{w} \approx D\alpha, \quad (36)$$

kde matice D je právě výše zmíněným slovníkem a vektor α má pouze malé množství nenulových prvků. Při následném řešení inverzního problému vyjde akustický tlak v bodech rekonstrukce ve tvaru $p = HD\alpha$. Matice H je transformační maticí získanou některou z metod NAH. Celý problém je poté převeden na řešení rovnice [38]

$$\operatorname{argmin} \|\alpha\| \quad \text{při řešení} \quad p = HD\alpha. \quad (37)$$

Nejdůležitější částí celé práce s řídkými maticemi v NAH, je sestavení matice D . Matice totiž musí reprezentovat naměřený signál a zároveň musí být slovníkem \mathcal{D} . Problémem může být nalezení optimálního vektoru koeficientů α , kdy je nutné určit, zda

redukovaná matice stále věrohodně reprezentuje měřený signál. Výhodou je však výrazné snížení výpočetní náročnosti algoritmů NAH.

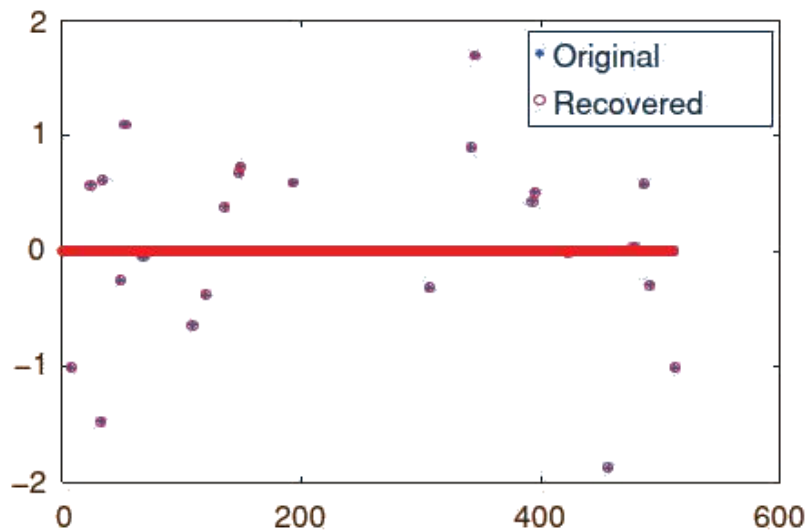
Tento princip je nejčastěji používán v kombinaci s ESM [17][18][39], nebo je teorie o řídkých maticích využívána pro regularizaci [40].

1.8.2 Kompresní vzorkování – CS

V naprosté většině případů zpracování signálů, je nutné dodržet Shannon-Kotelnikův teorém, který říká, že vzorkovací frekvence musí být alespoň dvakrát větší než nejvyšší frekvence ve zpracovávaném signálu.

Teorie o kompresním vzorkování (anglicky compressive sampling – CS) říká, že je možné obnovit určitý signál i s výrazně menším počtem vzorků než s metodami dodržujícími vzorkovací teorém. K tomu se využívá dvou principů: řídkosti, která charakterizuje měřený signál a inkoherece, která se týká způsobu snímání [41]. Hlavní myšlenka inkoherece je rozšíření vzájemného vztahu mezi frekvenční a časovou doménou. V podstatě pojednává o tom, že pokud je signál v jedné doméně řídký, v druhé doméně je rozprostřen (podobně jako Diracův impulz – v časové doméně jeden impulz, ve frekvenční má charakter rozprostřeného spektra).

Principy kompresního vzorkování jsou následující. Jsou dány dvě ortonormální báze (Φ, ψ) prostoru R^n (kde n je počet vzorků). Báze Φ reprezentuje snímání a báze ψ reprezentuje naměřená data. Pokud spolu prvky báze Φ a ψ korelují, je jejich koherence vysoká a naopak. Jestliže je poté nějaká z bází řídká, jejich koherence je velmi malá. U kompresního vzorkování se hledají báze, které mají velmi malou koherenci, respektive vysokou inkoherenci. Jestliže totiž mají báze malou koherenci postačuje pro obnovu signálu menší počet vzorků.



Obrázek 4: Porovnání rekonstruovaného signálu a původního, zašuměného, řídkého signálu s využitím kompresního vzorkování a L_1 -normy [41]

Následná rekonstrukce původního signálu se provádí s využitím L_1 -normy. Vezměme naměřená data

$$y_k = (f, \varphi_k) \quad k \in M, \quad (38)$$

pro která platí, že naměřené vzorky M jsou podmnožinou všech vzorků n (soubor dat tedy není úplný – nebyl dodržen vzorkovací teorém), f je funkce měřené veličiny a φ_k je šum. Výsledek rekonstruovaného signálu je hledán ve tvaru $\tilde{f} = \psi \tilde{x}$, kde \tilde{x} je řešení algoritmu využívajícího L_1 -normu

$$\min_{\tilde{x} \in R^n} \|\tilde{x}\|_{L_1} \quad \text{při řešení} \quad y_k = (\varphi_k, \psi \tilde{x}) \quad \forall k \in M \quad (39)$$

Jinak řečeno, při rekonstrukci se jedná o obnovu řídké reprezentace naměřeného signálu. Příklad kvality rekonstrukce je naznačen na obrázku Obrázek 4. Díky snížení počtu naměřených vzorků se tak i výrazně sníží výpočetní náročnost.

Velmi podrobný popis a principy kompresního vzorkování jsou zpracovány v odborné literatuře [41]. Jsou zde také naznačeny vlastnosti měření, které musí být dodrženy, aby bylo možné považovat kompresní vzorkování za dostatečně robustní. V dnešní době se kompresní vzorkování v kombinaci s některou metodou NAH začíná velmi hojně využívat. Příkladem mohou být literární zdroje [17][18][38][42].

2. REGULARIZACE

Rekonstrukce akustického tlaku či akustické rychlosti za pomoci akustické holografie v blízkém poli z akustického pole naměřeného v blízkosti zdroje je lineární inverzní problém. Řešení tohoto problému nemusí existovat nebo může mít nekonečně mnoho řešení, která jsou závislá na počátečních podmínkách kvůli existenci evanescentních rychle zanikajících vln [43]. Regularizace je proces, který může odstranit výše zmíněné problémy a umožňuje tak nalezení řešení. Jedná se vlastně o modifikaci inverzní transformační funkce (či matice) tak, aby bylo možné sledovat magnitudu nebo energii vypočteného rekonstruovaného akustického pole [45].

V dnešní době se výzkum v oblasti akustické holografie v blízkém poli směřuje zejména k nalezení vhodné regularizační metody, jejího zefektivnění a nalezení optimálního regularizačního parametru. Metod je velké množství, ale žádná není zcela univerzální nebo dostatečně robustní, aby ji bylo možné použít vždy.

Mnohé metody NAH spolehlivě fungují při použití na simulovaných datech a není nutná regularizace, ovšem při přidání šumu nebo na reálně naměřených datech již mohou selhat. Proto je regularizace v reálných aplikacích téměř vždy zapotřebí.

Samotné regularizační metody jsou ve většině případů výrazně pomalejší než samotné algoritmy NAH. Důvodem je cyklický výpočet řešení s různým regularizačním parametrem. I proto je v některých případech řešena regularizace pouze s fixním nastavením tohoto parametru. V takovém případě je řešení vypočteno pouze jednou, a dochází tak k výraznému zrychlení. Správnost řešení v takovém případě však nemusí být zaručena a většinou je nutná předchozí, alespoň částečná, analýza zkoumaného objektu.

V této kapitole budou představeny nejpoužívanější metody regularizace, kterými jsou Tikhonovova metoda, algoritmus zkráceného singulárního rozkladu a nově často zmiňovaná Bayesovská regularizace. Dalšími nepopsanými a méně používanými metodami mohou být například Landweberova iterativní metoda či regularizace pracující s principem řídkých matic.

Dále jsou zde popsány také nejčastěji používané principy hledání optimálního regularizačního parametru.

2.1 Tikhonovova metoda

Tato metoda využívá přidání parametru k řešení inverzního problému a tím minimalizuje energii šumu. Výhodou této metody je, že nejsou kladeny žádné požadavky na zpracovávaná data.

Pro výklad bude uvažováno, že vektor naměřených dat \mathbf{p} je postižen šumem, který značí horní index δ

$$\mathbf{p}^\delta = \mathbf{H}\mathbf{w}^\delta \quad (40)$$

V této rovnici je \mathbf{H} transformační matice a \mathbf{w} je vektor normálové akustické rychlosti. Základem této metody je hledání minima Tikhonovovy funkce [43]

$$J_\lambda(\mathbf{w}^\delta) = \|\mathbf{H}\mathbf{w}^\delta - \mathbf{p}^\delta\|^2 + \lambda\|\mathbf{L}\mathbf{w}^\delta\|^2, \quad (41)$$

kde λ je regularizační parametr a $L = I_M$ je jednotkovou maticí. Symbol dvojitých rovných závorek značí, že se jedná o normu. Nalezení parametru λ , pro který má Tikhonovova funkce minimální hodnotu, je již hledáním samotného optimálního regularizačního parametru. Pokud ovšem vyjde jako optimální hodnota parametru $\lambda = 0$, Tikhonovova metoda selhala a výsledek rekonstrukce bude vykazovat významnou chybu. Výsledkem predikce je normálová akustická rychlost w , již závislá na parametru λ , a je dána vztahem

$$\mathbf{w}^{\lambda,\delta} = \mathbf{R}_\lambda \mathbf{p}^\delta. \quad (42)$$

Matice \mathbf{R}_λ je inverzní regularizovaná matice \mathbf{H} a platí pro ni

$$\mathbf{R}_\lambda = (\lambda \mathbf{L}^H \mathbf{L} + \mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H = (\lambda \mathbf{I} + \mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H. \quad (43)$$

Horní index u matice \mathbf{H}^H značí, že se jedná o konjugovanou matici (též hermitovskou sdruženou matici). To znamená, že se skládá z komplexně sdružených koeficientů matice \mathbf{H} a byla nad ní provedena transpozice.

Nyní je sice znám vztah pro regularizovanou transformační matici, kterou je možné dopočítat rekonstruované pole, ovšem parametr λ je stále neznámý. Proto je nutné použít nějaký z algoritmů pro nalezení optimálního regularizačního parametru. Právě hledání optimálního parametru je úskalí této metody, jelikož jeho automatické hledání není zcela jednoduché a jeho hodnota se může lišit při použití různých algoritmů.

2.2 Zkrácený singulární rozklad – TSVD

Tato regularizační metoda využívá singulárního rozkladu (Singular Value Decomposition – SVD) transformační matice \mathbf{H} . Matici lze zapsat jako [44]

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H. \quad (44)$$

Zde jsou matice \mathbf{U} a \mathbf{V} levá a pravá unitární (ortonormální) matice a matice $\mathbf{\Sigma}$ je diagonální matice obsahující singulární hodnoty. Není nutné, aby množství rekonstruovaných bodů N a měřených bodů M bylo stejné. Matice \mathbf{H} tedy nemusí být čtvercová. Díky tomu, že jsou matice \mathbf{U} a \mathbf{V} unitární a splňují podmínku $\mathbf{U}^H \mathbf{U} = \mathbf{I}$ a $\mathbf{V}^H \mathbf{V} = \mathbf{I}$, je možné psát rekonstruovaný akustický tlak jako

$$\mathbf{p}^\delta = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H \mathbf{w}^\delta. \quad (45)$$

Matice Σ je jakýmsi ekvivalentem transformační matice. Má ovšem tu výhodu, že je reálná, všechny prvky v ní jsou kladné a seřazené od největšího po nejmenší.

Nadstavbou SVD je zkrácený singulární rozklad (Truncated SVD – TSVD). Vyjádření matice \mathbf{H} je obdobné jako v klasickém singulárním rozkladu, tedy dle vztahu (44). Rozdílem ovšem je, že v matici Σ je několik nejmenších singulárních hodnot nahrazeno nulami. Tedy [44]

$$\Sigma_\lambda = \Sigma_k = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_k, 0, \dots, 0), \quad (46)$$

kde $\sigma_1, \dots, \sigma_k$ reprezentují prvky ponechané na hlavní diagonále.

Nejmenší prvky v této matici způsobují velkou citlivost na šum, a proto jsou zahazeny. V TSVD se hledá optimální počet nahrazených a ponechaných singulárních hodnot v matici. To je samotným hledáním regularizačního parametru.

Jelikož je pro výpočty spojené s NAH nutné znát inverzní transformační matici, je třeba provést pseudoinverzi matice \mathbf{H} . Toho lze snadno dosáhnout za pomoci vztahu [44]

$$\mathbf{H}^+ = \mathbf{V}\Sigma_k^{-1}\mathbf{U}^T. \quad (47)$$

Matice Σ_k^{-1} není klasickou inverzí, pouze jsou její singulární hodnoty nahrazeny jejich převrácenou hodnotou

$$\Sigma_k^{-1} = \text{diag}\left(\frac{1}{\sigma_1}, \dots, \frac{1}{\sigma_k}, 0, \dots, 0\right). \quad (48)$$

Jelikož je matice Σ redukována, je menší i výpočetní náročnost predikce akustického pole. Problémem však je zjištění optimálního počtu ponechaných singulárních hodnot, což je ekvivalentem hledání optimálního regularizačního parametru.

Společně s redukcí matice Σ_k^{-1} je také často používán filtr, který mírně modifikuje tvar této matice. O této modifikaci je více v článku [44].

2.3 Bayesovská regularizace

Bayesovský přístup k regularizaci je zcela odlišný od předchozích metod. Hlavní myšlenkou je zavedení odhadu řešení, který slouží jako kompenzace ztrát informací způsobených měřeními. Odhad je sestaven na základě funkce hustoty pravděpodobnosti, která charakterizuje všechny fyzikálně možné výsledky řešení inverzního problému před jeho vyřešením [45]. Konečný výsledek je stanoven jako nejpravděpodobnější hodnota řešení, která je průnikem prvotního odhadu a naměřených hodnot. Pro tento způsob regularizace je akustické pole uvažováno ve tvaru [28]

$$\mathbf{p}_{z_h} = \mathbf{H}\mathbf{p}_{z_r} + \mathbf{B}. \quad (49)$$

V rovnici (49) se navíc oproti běžné formě rovnice vyskytuje ještě vektor \mathbf{B} , který reprezentuje šum. Na základě statistických vlastností naměřených dat a šumu je vytvořen apriorní odhad řešení.

Funkce hustoty pravděpodobnosti šumu \mathbf{B} je dána vztahem

$$[\mathbf{B}|\beta^2] = N_c(\mathbf{0}, \beta^2 \boldsymbol{\Omega}_B) = \frac{1}{\pi^M \beta^{2M} |\boldsymbol{\Omega}_B|} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{B}\|_{\boldsymbol{\Omega}_B}^2}{\beta^2}\right), \quad (50)$$

kde β^2 je předpokládaná energie šumu, M je počet měřicích bodů, $\boldsymbol{\Omega}_B$ je matice korelačních koeficientů, která charakterizuje šum, N_c je komplexní Gaussova funkce, $|\boldsymbol{\Omega}_B|$ je determinant matice $\boldsymbol{\Omega}_B$ a $\|\mathbf{B}\|_{\boldsymbol{\Omega}_B}^2 = \mathbf{B}^H \boldsymbol{\Omega}_B^{-1} \mathbf{B}$.

Podobně jako šum v predikční rovině, může být pravděpodobnostní funkcí popsán i akustický tlak. Pro něj platí

$$[\mathbf{p}_{z_r}|\alpha^2] = N_c(\mathbf{0}, \alpha^2) = \frac{1}{\pi^M \alpha^{2M} |\boldsymbol{\Omega}_s|} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{p}_{z_r}\|_{\boldsymbol{\Omega}_s}^2}{\alpha^2}\right), \quad (51)$$

Symbol α^2 je neznámá energie zdroje, $\boldsymbol{\Omega}_s$ je známá matice definující časové korelace zdrojů (často volená jako jednotková matice) a výraz $\|\mathbf{p}_{z_r}\|_{\boldsymbol{\Omega}_s}^2$ je ekvivalentem výrazu $\|\mathbf{B}\|_{\boldsymbol{\Omega}_B}^2$ v předchozím vztahu, pouze s vektorem predikovaných akustických tlaků \mathbf{p}_{z_r} . Na základě těchto dvou pravděpodobnostních funkcí je sestaven zmíněný apriorní odhad řešení.

Poměr energií šumu a akustického tlaku $\eta^2 = \beta^2/\alpha^2$ je regularizační parametr této metody. Principem jeho hledání je maximalizace funkce hustoty pravděpodobnosti posteriorního odhadu $[\eta^2|\mathbf{p}_{z_m}]$. Matematickým nástrojem je minimalizace funkce ve tvaru

$$\eta_{MAP}^2 = \text{Argmin}(-\ln[\eta^2|\mathbf{P}_{z_r}]). \quad (52)$$

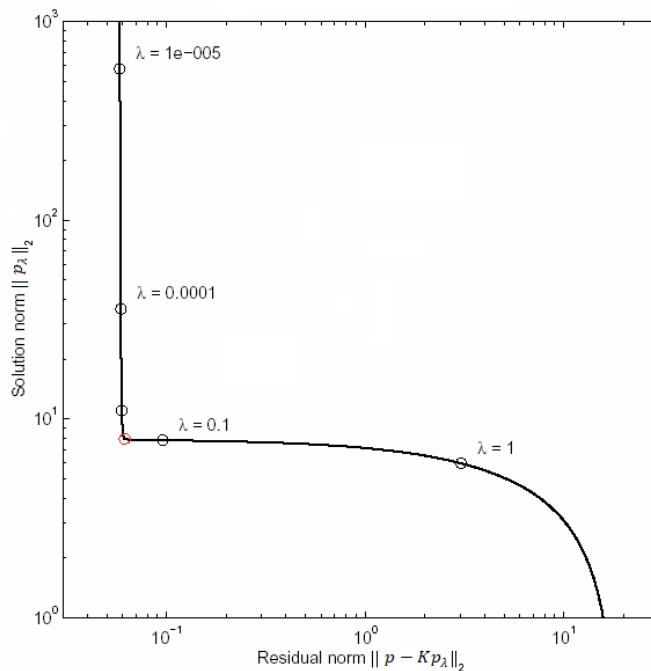
S využitím Bayesovské regularizace je vždy dosažen reálný výsledek a nestane se, že by regularizovaná transformační matice neměla řešení. To je velkou výhodou této metody, ovšem není zaručeno, že řešení bude odpovídat naměřeným hodnotám. Rekonstruované akustické pole totiž může, při nekvalitních naměřených datech, spíše odpovídat apriornímu odhadu a řešení tedy nebude správné. I přesto je tato metoda považována za poměrně robustní [45].

2.4 Hledání optimálního regularizačního parametru

Všechny regularizační metody slouží ke zpřesnění rekonstrukce akustického pole. Každá využívá jiného přístupu ke zpřesnění, ale stále jsou všechny metody závislé na určitém parametru. Nastavení tohoto regularizačního parametru je klíčovou úlohou pro kvalitní regularizaci.

2.4.1 L-křivka (L-curve)

Tento způsob nalezení optimálního regularizačního parametru spočívá ve vynesení závislosti dvou norem v logaritmických měřítkách. První normou je norma výsledků $\|\mathbf{p}_\lambda\|_2$, která odpovídá výsledným hodnotám predikce při dané hodnotě regularizačního parametru s danými vstupními daty. Druhou normou je residuální norma $\|\mathbf{p} - \mathbf{K}\mathbf{p}_\lambda\|_2$, která odpovídá rozdílu mezi známými vstupními daty \mathbf{p} a vypočtenými hodnotami predikce \mathbf{p}_λ za pomoci inverzní transformační matice \mathbf{K}^{-1} . S narůstající hodnotou regularizačního parametru λ norma $\|\mathbf{p}_\lambda\|_2$ monotónně klesá, zatímco norma $\|\mathbf{p} - \mathbf{K}\mathbf{p}_\lambda\|_2$ monotónně roste. Vzniklá křivka nejčastěji nabývá tvaru písmene L a její typický tvar je naznačen na obrázku Obrázek 5.



Obrázek 5: Typický tvar L-křivky [48]

Jako optimální hodnota regularizačního parametru je uvažována hodnota, při které na křivce vzniká zlom mezi svislou a vodorovnou částí. Pokud by byl regularizační parametru zvolen nižší než hodnota daná zlomem, řešení by bylo náchylnější na šum. Kdežto kdyby byla zvolena vyšší hodnota parametru, řešení by bylo příliš vyhlazené a malé zdroje zvuku by mohli být potlačeny, což není žádoucí.

Problémem této metody je, že tvar křivky nemusí být vždy tak lomený, jako je na obrázku. V některých případech může být „zlom“ tak oblý, že se křivka může zdát spíše lineární. Dalším nedostatkem je grafické řešení této metody, a tím pádem i složitější implementace.

2.4.2 Generalizovaná křížová validace – GCV

Metoda generalizované křížové validace (anglicky generalized cross validation – GCV) je založená na statistice a vychází z klasické křížové validace, která však v aplikacích NAH nemusí přinášet řešitelné výsledky. Pro její výpočet není nutná znalost měřeného akustického tlaku nebo šumu. Rovnice pro výpočet regularizačního parametru za pomoci GCV je [49]

$$V(\lambda) = \frac{\frac{1}{n} \|(I - R_\lambda \mathbf{p})\|^2}{\left(\frac{1}{n} \text{Trace}(I - R_\lambda \mathbf{p})\right)^2}. \quad (53)$$

V rovnici (53) je $V(\lambda)$ funkcí regularizačního parametru, n je počet měřicích bodů, I je jednotková matice, R_λ je regularizovaná matice získaná například Tikhonovovou regularizační metodou ze vztahu (43) a \mathbf{p} je měřený akustický tlak. Slovo *Trace* v rovnici značí stopu matice neboli sumu prvků na diagonále matice $(I - R_\lambda \mathbf{p})$. Dvojitá závorka $\|\cdot\|$ značí, že se jedná o normu. Konečně, hledání optimálního regularizačního parametru λ spočívá v minimalizaci funkce $V(\lambda)$.

Nevýhodou GCV je fakt, že ne vždy přináší uspokojující řešení. Funkce $V(\lambda)$ totiž může mít více minim, nemusí mít minimum pro $\lambda > 0$, nebo může být obtížné globální minimum najít numericky. Její algoritmus se však dá snadno implementovat, a výpočet tak může být automatizován.

2.4.3 Morozovova metoda

Základním předpokladem pro využití Morozovovy metody je znalost směrodatné odchylky šumu σ^2 . Princip hledání regularizačního parametru je velmi jednoduchý. Regularizované řešení musí splňovat rovnici

$$\|R_\lambda \mathbf{p} - \mathbf{p}_h\| = \delta, \quad (54)$$

kde

$$\delta = \sqrt{M} \sigma. \quad (55)$$

Ve zmíněných rovnicích je R_λ regularizovaná transformační matice, \mathbf{p}_h je naměřený akustický tlak a \mathbf{p} je rekonstruovaný akustický tlak. Hodnota M je počet měřicích bodů.

2.5 Přehled využívaných regularizačních metod s algoritmy NAH

V této podkapitole budou přehledně seskupeny literární zdroje o jednotlivých metodách NAH společně s vybranými regularizačními metodami. V tabulce Tabulka 1 jsou znázorněny kombinace algoritmů NAH a regularizačních metod, které jsou zmiňovány v publikacích.

		Algoritmy NAH				
		ESM	HELs	SONAH	BEM	Real-time NAH
Regularizace	Tikhonovova metoda	✓	✓	✓	✓	✓
	TSVD	✓	✓		✓	✓
	Bayesovská metoda	*	*	*	*	✓

Tabulka 1: Kombinace algoritmů NAH a regularizačních metod popsanych v odborné literatuře

Metoda ESM je v současnosti hojně využívána díky své rychlosti, přesnosti a jednoduchosti. Často je používána v kombinaci s Tikhonovovou regularizační metodou. Důkazem jsou například publikace [18][53][54]. Naopak o využití regularizační metody TSVD společně s ESM byl nalezen pouze jeden starší odborný článek [15].

Další z metod je HELs. Ta je využívána méně a zejména ve specifických úlohách pracujících se sférickým zdrojem zvuku. Také zde se využívá TSVD i Tikhonovovy regularizační metody. Jejich možnost využití je popsána v článku [8] a knize detailně popisující metodu HELs [50].

Vzhledem k ukončení vývoje metody SONAH nevznikají téměř žádné nové publikace na toto téma. Zároveň je metoda SONAH zmiňována vždy pouze s Tikhonovovou regularizační metodou [11][12][13].

Metoda BEM, nebo také IBEM, je v současnosti také hojně používána, ovšem díky její složitosti ne tolik jako ESM. Také BEM je spojována nejčastěji s Tikhonovovou regularizační metodou [24][25][26], ovšem využití TSVD také není vyloučeno [51].

Poslední z rozebraných metod je metoda Real-time NAH. Její využitelnost spadá zejména do aplikací zkoumajících nestacionární zdroje zvuku. Odborná literatura i zde popisuje využití Tikhonovovy regularizační metody [29][30]. První zmíněná publikace [29] rozebírá i možnost použití metody TSVD. Jeden odborný článek se také zabývá Bayesovskou regularizací pro Real-time NAH [28].

Bayesovská regularizační metoda není zmiňována u žádné metody NAH, kromě Real-time NAH, přesto je v tabulce naznačena u všech hvězdičkou. Důvodem je velmi podrobné, ale obecné, rozebrání této metody v článku [45]. Článek nezmiňuje žádnou konkrétní metodu NAH, ale uvádí práci s maticovým zápisem predikce, stejně jako tomu je u metod ESM, SONAH, HELs i BEM.

Další nedávno publikovaná literatura, která popisuje různé modifikace algoritmů NAH a regularizačních metod spojených s nimi, jsou například [3][40].

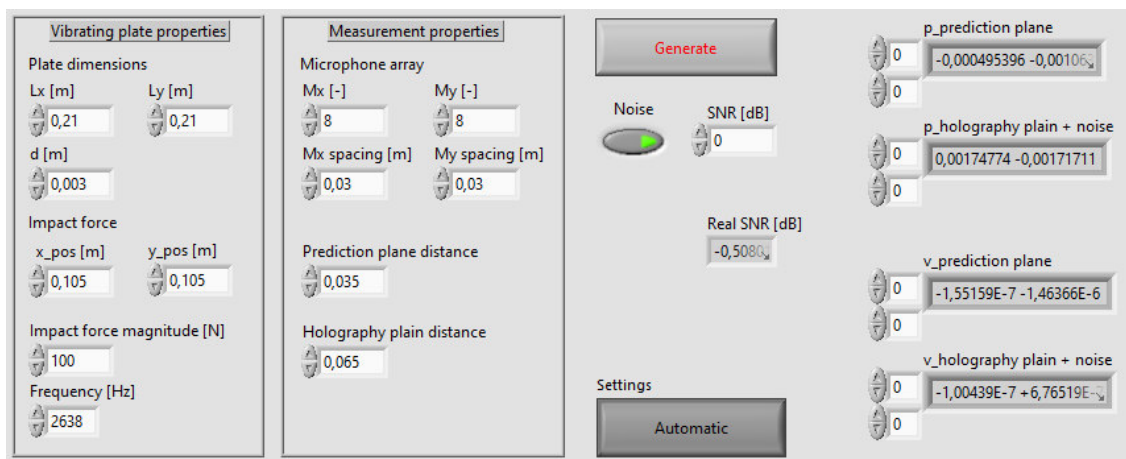
3. IMPLEMENTACE ALGORITMŮ V PROSTŘEDÍ LABVIEW

V následující kapitole budou představeny algoritmy NAH implementované v prostředí NI LabVIEW 2019. Společně s nimi budou prezentovány i implementace regularizačních metod, simulátor akustických dat a další důležité podprogramy, které jsou nezbytné pro správné fungování zmíněných algoritmů. Na závěr zde bude popsána vytvořená knihovna nazvaná *Near-field acoustical holography*.

Všechny vytvořené algoritmy akustické holografie v blízkém poli mají společné vstupní proměnné, kterými jsou měřený akustický tlak, vzdálenost holografické a predikční roviny, frekvence a vzdálenosti měřicích bodů v osách x a y . Naopak výstupy jsou akustický tlak v predikční rovině, transformační matice a vektor koeficientů. Pro regularizační metody jsou vstupy měřený akustický tlak, transformační matice a vektor koeficientů. Výstupem je regularizovaná predikce.

3.1 Simulátor akustických dat

Aby bylo možné otestovat vytvořené algoritmy akustické holografie v blízkém poli, byl vytvořen simulátor akustických dat. Algoritmus simulátoru je nazvaný **Acoustic field simulator.vi**. Tento program simuluje akustická data generovaná vibrující tenkou deskou, která je buzená v jednom bodě. Uživatelské rozhraní vytvořeného simulátoru je na obrázku Obrázek 6.



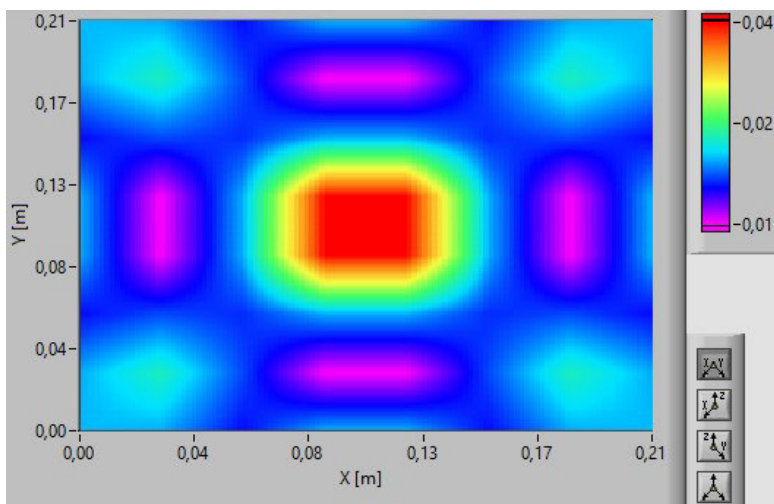
Obrázek 6: Uživatelské rozhraní simulátoru akustických dat

Ve zobrazeném uživatelském rozhraní jsou k vidění dvě tlačítka. Prvním z nich je tlačítko *Generate*, druhým tlačítko *Settings*, to je také svázáno s jedním ze vstupních terminálů tohoto programu. Pokud je tlačítko *Settings* nastaveno na hodnotu *Manual*, nemá tlačítko *Generate* žádnou funkčnost. Pokud je však nastaveno na *Automatic*, charakter celého podprogramu se změní a tlačítko *Generate* se stává důležitým prvkem.

Simulátor je naprogramován tak, že pokud je tlačítko *Settings* nastaveno na *Automatic*, dojde při volání tohoto podprogramu k otevření jeho uživatelského rozhraní. Po stisku tlačítka *Generate* dojde k vygenerování dat a následně k jeho uzavření. Díky tomu je možné nastavit parametry vibrující desky a sílu buzení. Ostatní parametry nastavovat nelze, aby nemohlo dojít ke změně parametrů důležitých i pro algoritmy NAH. Toho je využito i v testovací aplikaci, která bude popsána později. Pokud je však podprogram otevřen samostatně, je možné nastavit hodnotu *Manual*, veškeré parametry je pak možné zadávat ručně a po jeho spuštění nedojde k následnému uzavření.

Vstupy do simulátoru jsou rozměry tenké desky L_x a L_y , tloušťka desky d , nastavení budící síly (pozice x_pos a y_pos , magnituda síly *Impact force magnitude* a její frekvence *Frequency*). Dalšími vstupy jsou také parametry měřicí soustavy (počet měřicích bodů M_x a M_y , jejich vzájemné rozestupy *Mx spacing* a *My spacing*, vzdálenost holografické roviny *Holography plain distance* a vzdálenost predikční roviny *Prediction plain distance*). Posledními vstupy jsou tlačítko pro zanesení šumu *Noise* a ovladač sloužící k nastavení odstupů signál-šum *SNR*. Všechny zmíněné proměnné jsou svázány i se vstupními terminály tohoto podprogramu, pro možnost volání jiným programem.

Simulátor poskytuje akustická data ve formě komplexních matic, které nesou informaci o akustickém tlaku a akustické rychlosti ve dvou vzdálenostech. Data ve vzdálenosti zadané do proměnné *Holography plain distance* reprezentují data naměřená měřicí soustavou a data ve vzdálenosti zadané do proměnné *Prediction plain distance* slouží jako reference. Díky tomu je možné následně vyhodnotit chybu predikce akustického pole některým z algoritmů NAH. Data v holografické rovině mohou být ovlivněna šumem s nastavitelným odstupem signál-šum. Simulátor také poskytuje informaci o skutečné hodnotě *SNR* po vygenerování dat. Příklad vygenerovaného akustického pole simulátorem je na obrázku Obrázek 7.



Obrázek 7: Příklad tvaru simulovaného akustického pole (buzení uprostřed desky, frekvence $f = 2\,638$ Hz, vzdálenost od desky 6,5cm, bez šumu; barevná škála – akustický tlak [Pa])

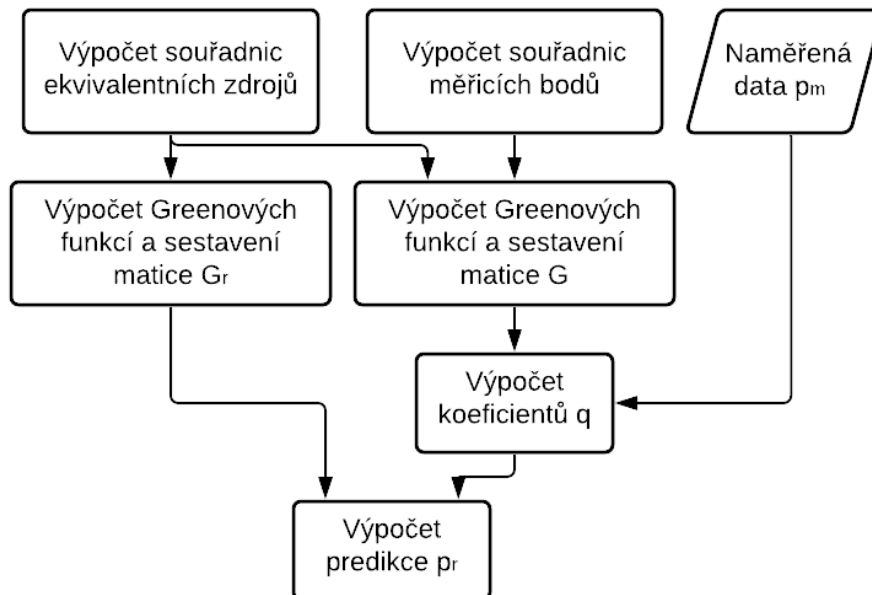
Pro výpočet akustických veličin je nutné znát výchylky tenké desky v diskretních bodech. Z toho důvodu byl vytvořen podprogram počítající výchylky desky na základě parametrů zadaných do uživatelského rozhraní simulátoru. Zmíněný podprogram nese název **Plate deflections.vi**. Jako materiál desky je uvažována ocel s modulem pružnosti $E = 200 \text{ GP}$ a hustotou $\rho = 7\,800 \text{ kg.m}^{-3}$. Výchylky jsou počítány jako suma příspěvků výchylky od prvních patnácti módů kmitání desky. Aby bylo simulované akustické pole co nejpřesnější, jsou výchylky vibrující desky počítány ve výrazně více bodech než samotné akustické pole.

Akustické pole je poté dáno příspěvkem akustické veličiny od jednotlivých vibrujících bodů vážených funkcemi, které reprezentují pokles amplitudy a změnu fáze signálu v závislosti na vzdálenosti. Posledním krokem je přidání šumu. Z generovaných dat je vypočtena hladina akustického výkonu a na základě její úrovně je dopočítán a přičten šum se zvoleným odstupem.

Matematické výpočty pro oba vytvořené podprogramy vycházejí ze skriptů v programu Matlab, poskytnutých vedoucím a vytvořených při jednom z dřívějších projektů na Ústavu automatizace a měřicí techniky.

3.2 Metoda ESM

Na základě rovnic popsanych v kapitole 1.4 bylo vytvořeno VI realizující výpočet algoritmu ESM a nese název **ESM.vi**. Vývojový diagram samotného algoritmu je na obrázku Obrázek 8. Označení proměnných v diagramu odpovídá rovnicím ve výše zmíněné kapitole.



Obrázek 8: Vývojový diagram algoritmu ESM

V první fázi se vypočítají souřadnice jak měřicích bodů, tak i ekvivalentních zdrojů. Souřadnice měřicích bodů jsou počítány na základě zadané vzdálenosti holografické

roviny *Holography plain distance*, počtu měřicích bodů v osách x a y a vzájemných rozestupů měřicích bodů M_x spacing a M_y spacing.

Prvním problémem v tomto algoritmu je poloha ekvivalentních zdrojů. V praxi může být velmi složité vytvořit 3D strukturu požadovaného tvaru zdroje zvuku a vygenerovat přesnou polohu ekvivalentních zdrojů v jeho blízkosti. Navíc je nutné zvolit vhodné rozložení těchto ekvivalentních zdrojů ve smyslu vzájemných vzdáleností tak, aby nebyla náročnost výpočtu příliš velká, a zároveň aby byl dostatečný počet ekvivalentních zdrojů, který nese informaci o rozložení akustického pole. Z tohoto důvodu jsou často ekvivalentní zdroje umístěny ve stejných souřadnicích x a y jako měřicí body, pouze je změněna jejich souřadnice z . Důvodem pro takovéto uspořádání ekvivalentních zdrojů i ve vytvořeném podprogramu je také fakt, že pro testování funkčnosti algoritmů byla použita akustická data generovaná tenkou deskou, či malým reproduktorem umístěným v rovině zdroje. Umístěním ekvivalentních zdrojů do stejných souřadnic x a y , tedy nedochází k deformaci tvaru zdroje, a proto jsou souřadnice vypočteny výše zmíněným způsobem. Díky tomuto uspořádání je tedy možné počítat souřadnice ekvivalentních zdrojů společně se souřadnicemi měřicích bodů a výpočet je tak velmi rychlý.

Nutno také podotknout, že pomyslné ekvivalentní zdroje musí ležet až za rovinou zdroje. Důvodem je exponenciální závislost Greenových funkcí. Pokud by ekvivalentní zdroje ležely před rovinou zdroje a požadovaná predikční vzdálenost by byla mezi ekvivalentními zdroji a rovinou zdroje, exponenciální závislost by neměla pro zápornou vzdálenost smysluplné řešení. Predikci ve vzdálenosti stejné jako jsou umístěny ekvivalentní zdroje by také nebylo možné dopočítat, jelikož by hodnoty akustických veličin rostly k nekonečnu. Umístění ekvivalentních zdrojů za rovinu zdroje tedy eliminuje popsání problémy a umožňuje vypočítat predikci v libovolné kladné vzdálenosti od roviny zdroje. Ve vytvořeném podprogramu jsou ekvivalentní zdroje umístěny ve vzdálenosti $1 \mu\text{m}$ za rovinou zdroje.

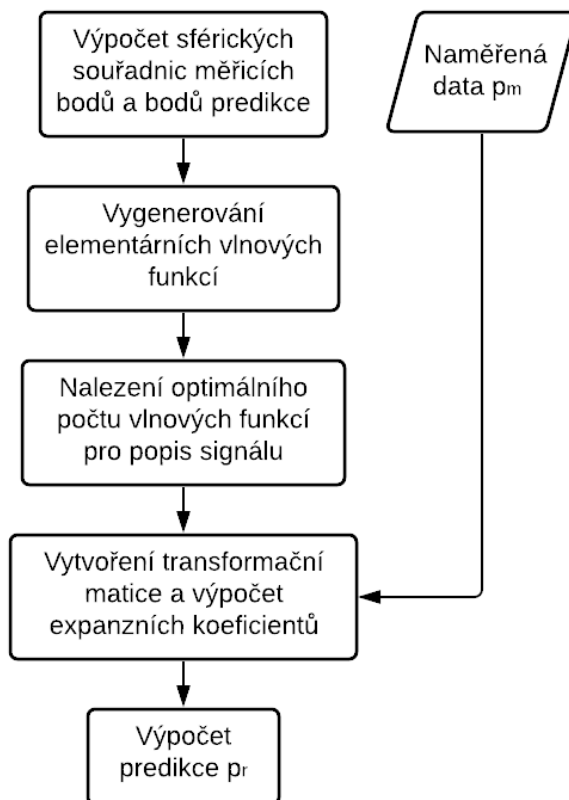
Při znalosti veškerých potřebných souřadnic je již možné vypočítat vzájemné vzdálenosti mezi jednotlivými měřicími body a ekvivalentními zdroji. Tato vzdálenost je parametrem při počítání Greenových funkcí. Sestavení matice inverzních Greenových funkcí \mathbf{G} (vztah (20)) a matice dopředných Greenových funkcí \mathbf{G}_r (vztah (24)) je poté velmi snadné a rychlé.

Následuje výpočet koeficientů \mathbf{q} s využitím naměřených akustických dat a matice \mathbf{G} dle vztahu (22). Posledním krokem je samotný přepočítání akustického pole do požadované predikční roviny s využitím rovnice (23).

Implementace této metody je poměrně snadná a přímočará. Nevyskytuje se v ní žádný cyklický výpočet predikce s různými parametry, a proto je i její výpočet velmi rychlý. Největším nedostatkem je právě určení pozic ekvivalentních zdrojů.

3.3 Metoda HELS

Pro tuto metodu bylo vytvořeno VI s názvem **HEL.S.vi**. Výpočty, dle kterých je akustické pole přepočítáno do predikční roviny, vycházejí z rovnic popsanych v kapitole 1.2. Ačkoli metoda nese ve svém názvu, že vychází z výpočtu Helmholtzova integrálu, samotný integrál se v praxi však nepočítá. Dle [50] se použije jedno známé, obecné řešení Helmholtzova integrálu. V tomto případě je to popis akustických vln sférickými harmonickými funkcemi a Hankelovými funkcemi. Toto obecné řešení se poté ve výpočtu algoritmu NAH konkretizuje. Diagram popisující chod vytvořeného algoritmu je na obrázku Obrázek 9.



Obrázek 9: Vývojový diagram algoritmu HELS

Tato metoda je specifická tím, že na rozdíl od většiny ostatních metod popisuje šíření akustických vln za pomoci sférických funkcí. Stejně tak však předpokládá i sférický tvar zdroje, popřípadě tvar sférickému co nejbližší podobný. Vzhledem k tomu, že testovací data pro vytvořené algoritmy jsou generována tenkou deskou nebo reproduktorem, vzniká první úskalí této metody. V článku [8] jsou však podrobně rozebrány možnosti minimalizace chyby vzniklé použitím nesférického zdroje.

Princip minimalizace chyby způsobené jiným tvarem zdroje je poměrně jednoduchý. Většina metod uvažuje počátek souřadného systému v rovině zdroje, popřípadě těsně před zdrojem. Pro nesférické zdroje a pro metodu HELS je však počátek souřadného systému

posunut do určité vzdálenosti za zdrojem zvuku. Dle zmíněného článku [8], je nejvhodnější vzdáleností

$$d_{origin} = \langle 0,9 - 1,1 \rangle \cdot 0,5 \sqrt{L_x^2 + L_y^2}. \quad (56)$$

Proměnné L_x, L_y odpovídají rozměrům desky v osách x a y a d_{origin} je vzdálenost počátku sférického souřadného systému. Závorka v rovnici je pouze pro vymezení intervalu hodnot, ne pro odčítání dvou čísel. Ve vytvořeném programu je použita hodnota 0,9 z vymezeného intervalu, při které je chyba predikce nejmenší.

Po zavedení této modifikace je tedy možné vypočítat sférické souřadnice měřicích modů i bodů predikce. Na základě zjištěných souřadnic lze následně vygenerovat elementární vlnové funkce. K tomu slouží vytvořený podprogram **Spherical harmonics.vi** v kombinaci s Hankelovými funkcemi prvního druhu, dle rovnice (8).

K výpočtu sférických harmonických funkcí se využívají Legendreovy polynomy. LabVIEW má sice knihovní funkci pro výpočet těchto polynomů, ale pouze pro kladné stupně a řády. Sférické harmonické funkce však využívají i Legendreových polynomů záporných řádů [50]. Proto byl vytvořen další podprogram nazvaný **Legendre polynomial.vi**, který obohacuje knihovní funkci i o výpočet Legendreových polynomů záporných řádů.

Pro popis akustického tlaku v jednom měřicím bodě je vygenerováno poměrně velké množství elementárních vlnových funkcí různých stupňů a řádů. V kapitole 1.2 není počet expanzních vlnových funkcí blíže specifikován, avšak v implementovaném algoritmu je počet vlnových funkcí

$$J = (N + 1)^2 = 256 \quad \text{pro } N = 15 \quad (57)$$

Jedná se o kompromis z hlediska přesnosti predikce a rychlosti výpočtu. Z vypočtených vlnových funkcí pro každý měřicí bod je následně sestavena transformační matice a vypočteny expanzní koeficienty.

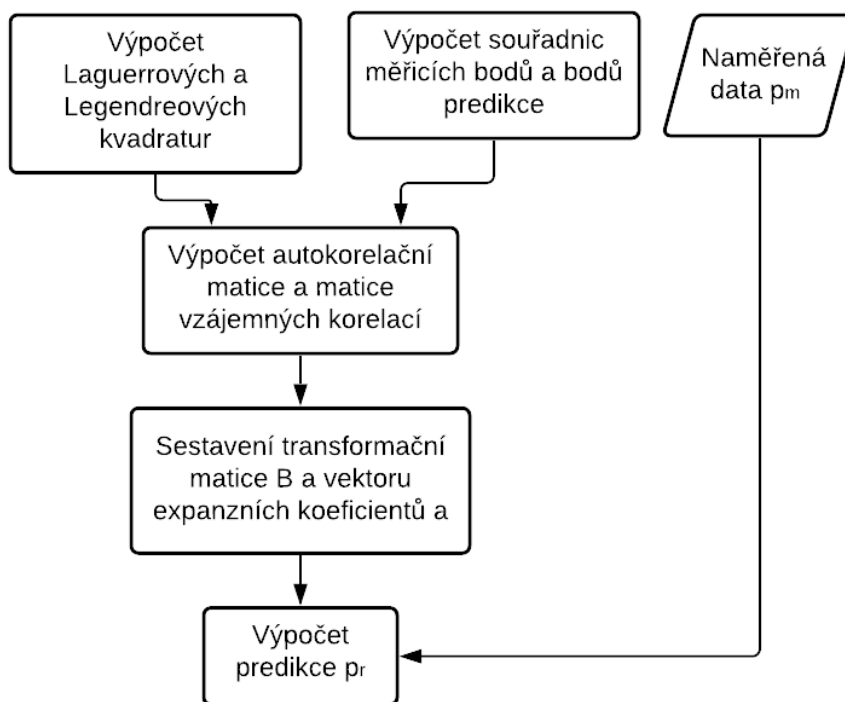
Dalším krokem je nalezení optimálního množství elementárních vlnových funkcí pro popis akustického pole. Zde se využívá metody nejmenších čtverců pro posouzení minimální chyby predikce. Nalezení vhodného počtu elementárních funkcí řeší poměrně jednoduchý, avšak zdlouhavý cyklický proces. Transformační matice je zredukována tak, že pro popis jednoho měřicího bodu je vybráno pouze prvních J elementárních vlnových funkcí odpovídajících hodnotě počtu vygenerovaných sad vlnových funkcí N (nejprve $N = 0$). S touto maticí je poté vypočtena predikce akustického pole v holografické rovině (jde v podstatě o mapování sama na sebe). U této predikce je poté metodou nejmenších čtverců zjištěna chyba vůči naměřenému akustickému tlaku. V dalším kroku se zvětší počet sad elementárních vlnových funkcí v transformační matici ($N = N + 1$) a provede se stejný výpočet. Predikce je postupně počítána pro zvětšující se počet elementárních vln, dokud nejsou použity všechny vygenerované elementární vlny. Následně se vybere řešení s nejmenší chybou a odpovídající transformační matice.

Pomocí této transformační matice a zjištěných expanzních koeficientů se následně dopočítá predikce ve zvolené predikční rovině.

Implementovaný algoritmus je složitější než dříve zmíněný algoritmus ESM. Jak již bylo zmíněno, součástí algoritmu je i cyklický výpočet predikce s různou velikostí transformační matice, proto je tato metoda znatelně pomalejší zejména pro velké matice vstupních dat.

3.4 Metoda SONAH

Část vytvořeného programu realizující výpočet predikce akustického pole touto metodou je nazvána **SONAH.vi**. Výpočty algoritmu vycházejí z rovnic popsanych v kapitole 1.3. Při jeho implementaci je však výpočet méně přímočarý než u metod ESM či HELS. Matice vlnových funkcí není použita přímo jako transformační matice, ale na jejím základě se počítají autokorelační matice a matice vzájemných korelací. Tím se zpřesňuje reprezentace akustického pole. Vývojový diagram algoritmu je na obrázku Obrázek 10.



Obrázek 10: Vývojový diagram algoritmu SONAH

Prvním krokem při výpočtu predikce akustického pole za pomoci algoritmu SONAH je opět v sestavení souřadnic měřicích bodů a bodů v predikční rovině. Výpočet souřadnic je obdobný jako u metody ESM. Stejně jako u metody ESM, ani v tomto algoritmu nesmí ležet zdroj zvuku v rovině zdroje, jak je definováno v kapitole 1.3. I zde je tedy reálný zdroj umístěn až za rovinou zdroje ve vzdálenosti $1\mu\text{m}$.

Následuje výpočet Laguerrových a Legendreových kvadratur. Pro výpočet každé z nich byly vytvořeny podprogramy s názvy **Laguerre.vi** a **Legendre.vi**.

Podprogramy **Laguerre.vi** a **Legendre.vi** počítají aproximace integrálů. Oba počítají uzly a jim náležící váhy aproximovaných integrálů, díky kterým je možné vytvořit vlnové funkce, a následně i korelační a autokorelační matici. Výpočty aproximací integrálů vycházejí z odborné literatury [55][56].

Následuje samotné sestavení obou zmíněných matic. Na základě vypočtených koeficientů společně s Besselovými funkcemi, reprezentující šíření akustických vln, jsou vypočteny prvky autokorelační matice a matice vzájemných korelací. Z těch je poté vhodným přeuspořádáním sestavena transformační matice \mathbf{H} a matice expanzních koeficientů \mathbf{a} . Posledním krokem je vynásobení zmíněných matic s naměřenými akustickými daty a výpočet akustického pole v predikční rovině.

Tento způsob výpočtu umožňuje okamžitou regularizaci v rámci algoritmu dle rovnice (17) s pevným regularizačním parametrem. Autokorelační matice by reprezentovala matici vzniklou násobením matice $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$ a matice vzájemných korelací by reprezentovala vztah $\mathbf{H}^H \mathbf{p}$ ze zmíněné rovnice. Ve vytvořeném algoritmu jsou však matice přepočítány tak, aby byla možná regularizace další volanou funkcí, realizující automatický výpočet regularizovaného řešení, včetně nalezení optimálního regularizačního parametru.

Vytvořený algoritmus je nejsložitější ze všech. V průběhu výpočtu však není žádná cyklická optimalizace predikce, a proto je tento algoritmus rychlostí srovnatelný s metodou ESM.

3.5 Metoda Planární NAH

Implementace Planární NAH je velmi odlišná oproti dříve popsaným algoritmům. Vytvořený podprogram s implementovaným algoritmem se jmenuje **Planar_NAH.vi**. Vývojový diagram toho VI je znázorněn na obrázku Obrázek 11.

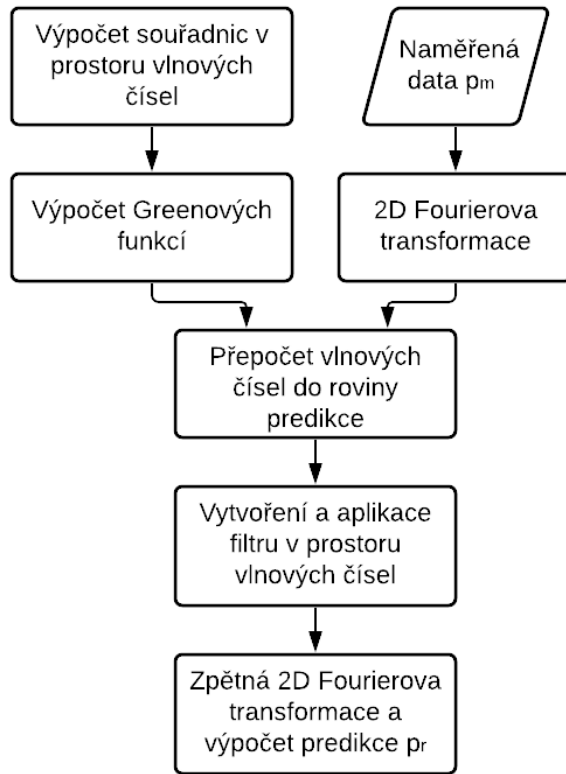
Prvním krokem algoritmu je provedení dvoudimenzionální Fourierovy transformace přímo nad měřenými daty. Tím jsou data transformována do prostoru vlnových čísel neboli k-prostoru. Následně jsou ze znalosti počtu měřicích bodů a jejich vzájemných vzdáleností vypočítány potřebné rozměry a souřadnice prostoru vlnových čísel. Souřadnice v prostoru vlnových čísel v ose x jsou dány vztahem

$$k_{xi} = -\frac{M_x dk_x}{2} + i dk_x \quad \text{pro } i = 0 \dots M_x. \quad (58)$$

Kde M_x je počet měřicích bodů v ose x, dm_x je krokem v k-prostoru a

$$dm_x = \frac{2\pi}{M_x \cdot M_x_spacing}. \quad (59)$$

Proměnná $M_x_spacing$ udává vzájemnou vzdálenost měřicích bodů v ose x. Stejný výpočet platí pro souřadnice v ose y.



Obrázek 11: Vývojový diagram algoritmu Planární NAH

Jelikož je již znám prostor vlnových čísel, lze vypočítat Greenovu funkci pro přepočítání akustického pole do roviny predikce. V prostoru vlnových čísel lze snadno rozlišit evanescentní a propagující vlny. Greenova funkce v podstatě reprezentuje změnu amplitudy evanescentních vln a posun fáze propagujících vln podle rozdílu vzdáleností holografické a predikční roviny.

Na základě znalosti vypočteného prostoru vlnových čísel se také vytvoří k-filtr, jenž má tvar exponenciálního okna a je dán rovnicí [2]

$$\prod(k_{xy}, k_c) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2} e^{-\frac{1 - \frac{k_{xy}}{k_c}}{\alpha}} & \text{pro } k_{xy} < k_c \\ \frac{1}{2} e^{\frac{1 - \frac{k_{xy}}{k_c}}{\alpha}} & \text{pro } k_{xy} > k_c \end{cases} \quad (60)$$

V rovnici (60) značí $k_{xy} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$, proměnnými k_c a α je možné ovlivňovat tvar k-filtru. Proměnná k_c udává mezní vlnové číslo okna (cut-off) a proměnná α udává jeho strmost.

Optimální hodnota nastavení těchto parametrů je různá a závisí na frekvenci, se kterou je počítána predikce. Vlnové číslo, se kterým je počítána predikce, má hodnotu $k = \frac{2\pi f}{c}$ a k němu je nutné nastavit požadovanou hodnotu k_c . Aby se předešlo nutnosti zobrazení vlnového čísla k a zadávání hodnoty k_c , je ve vytvořeném podprogramu použita vstupní

proměnná *Ratio*, kterou je možné nastavit poměr k_c/k . Dalším vstupní proměnnou je *Alfa*, která reprezentuje proměnnou α v rovnici (60).

Po vynásobení vstupních dat v prostoru vlnových čísel s Greenovou funkcí a k-filtrem je provedena zpětná Fourierova transformace. Tím je dopočítána predikce akustického pole v požadované rovině.

Metoda Planární NAH také pracuje s prostorovým oknem aplikovaným přímo na naměřená data. Diskrétní Fourierova transformace totiž předpokládá periodicitu signálu a koherentní vzorkování, při použití obdélníkového okna dojde ke spektrálnímu úniku a informace o akustickém poli je poškozena. Použitím jiného než obdélníkového okna v prostorové oblasti tak dojde k omezení vysokých harmonických frekvencí v prostoru vlnových čísel.

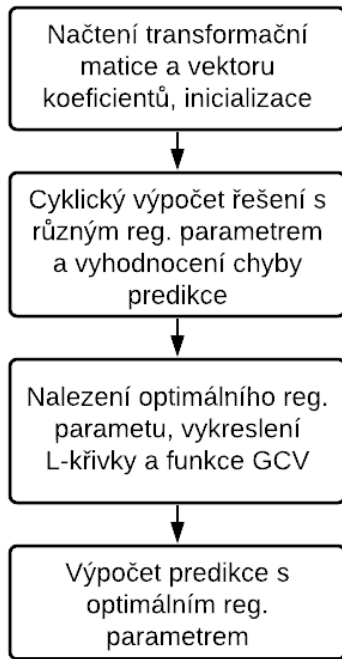
Ve vytvořeném algoritmu je však prostorové okno vynecháno. Důvodem je ztráta velkého množství naměřených dat. Při aplikaci prostorového okna jsou všechny okrajové měřicí body utlumeny na nulovou hodnotu. Poskytnutá měřená akustická data byla měřena mikrofonním polem o rozměrech 8x8 mikrofonů. Celkový počet měřících bodů je tedy 64, z toho $4 \times 7 = 28$ je okrajových. Okno tedy odstraní přes 43 % informací o naměřeném akustickém poli a mohou být utlumena naměřená maxima akustického pole. Predikce poté nedokáže správně lokalizovat polohu maxima a výpočet nesplnil jeden ze svých účelů.

Akustické pole není rekonstruováno na základě matice vlnových funkcí a expanzních koeficientů. Proto ani není sestavena transformační matice, se kterou by mohla být prováděna některá z implementovaných regularizačních metod. Na druhou stranu je zde aplikován k-filtr v prostoru vlnových čísel, který nahrazuje regularizaci. Ve vytvořené testovací aplikaci tedy není umožněno zvolit některou z implementovaných regularizačních metod, pokud je predikované akustické pole počítáno algoritmem Planární NAH.

Algoritmus ve své struktuře nemá žádný cyklický výpočet predikce ani maticové operace, a proto je její výpočet velmi rychlý.

3.6 Tikhonovova regularizační metoda

Implementace Tikhonovovy regularizační metody vychází ze vztahu (43) a vytvořené VI realizující její výpočet nese název **Tikhonov.vi**. Ve vytvořeném podprogramu je zároveň implementována metoda Generalizované křížové validace (GCV) pro nalezení optimálního regularizačního parametru. Jednotlivé body grafu funkce GCV odpovídají funkčním hodnotám vztahu (53). Vývojový diagram implementovaného algoritmu je znázorněn na obrázku Obrázek 12.



Obrázek 12: Vývojový diagram algoritmu Tikhonovovy regularizační metody

Vstupem vytvořeného podprogramu je mimo jiné i algoritmus akustické holografie v blízkém poli. Důvodem jsou lehce odlišné vlastnosti jednotlivých algoritmů NAH a jimi předané transformační matice a vektor či matice expanzních koeficientů. I když jsou předané proměnné mírně odlišné, proces regularizace a nalezení optimálního regularizačního parametru je pro všechny algoritmy NAH totožný. Rozdílná je pouze inicializace.

Při inicializaci je vytvořena jednotková matice stejných rozměrů jako transformační matice, díky které je do řešení vnášen regularizační parametr a případně ještě převedena transformační matice do požadovaného tvaru.

Následuje cyklický výpočet regularizovaného řešení s různým regularizačním parametrem. Tento proces je realizován for smyčkou, kdy je v každém kroku zvýšen regularizační parametr dle vztahu

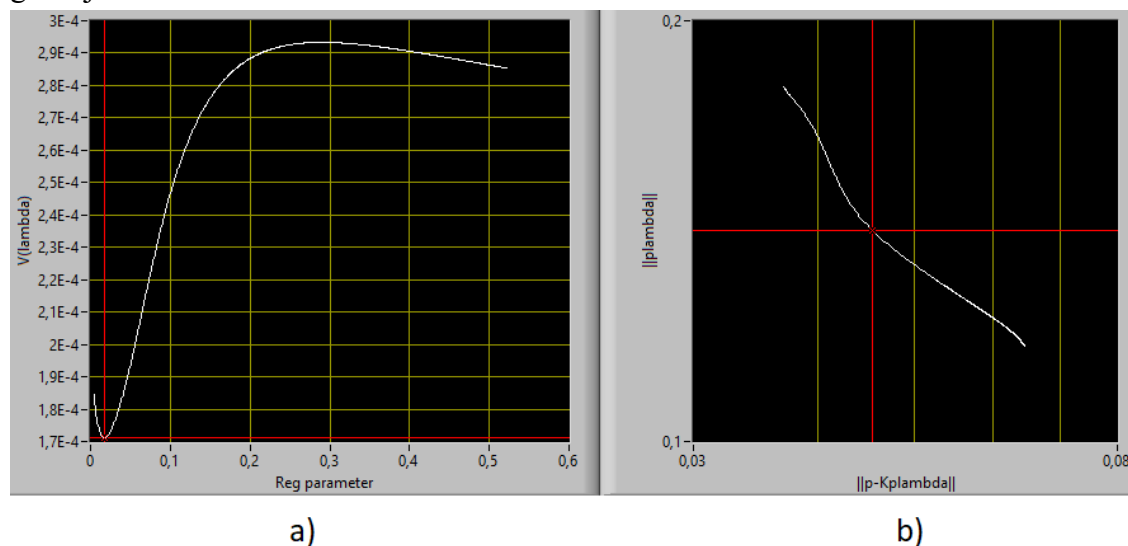
$$\lambda_i = i \frac{\lambda_{max}}{N} \quad i = 0 \dots N. \quad (61)$$

V této rovnici je λ_i regularizačním parametrem pro danou iteraci cyklu, N je počet iterací cyklu a λ_{max} je rovno hodnotě největšího prvku v transformační matici předané algoritmem NAH. Regularizační parametr tedy nemůže být vyšší než největší prvek v transformační matici.

V každé iteraci cyklu je vypočteno řešení s daným regularizačním parametrem. Z řešení jsou poté vypočteny normy $\|\mathbf{p}_\lambda\|_2$ a $\|\mathbf{p} - \mathbf{K}\mathbf{p}_\lambda\|_2$, které reprezentují jeden bod L-křivky, a také je vypočtena funkční hodnota funkce $V(\lambda)$ Generalizované křížové validace.

Po provedení všech iterací jsou vykresleny grafy L-křivky a funkce $V(\lambda)$. Právě na základě minima funkce $V(\lambda)$ je vybrán optimální regularizační parametr. S ním je následně dopočteno regularizované řešení predikce akustického pole v predikční rovině.

L-křivka je zobrazena spíše orientačně nebo pro posouzení kvality vybraného regularizačního parametru. V obou vykreslených grafech jsou také zobrazeny kurzory, které označují bod, při kterém má regularizační parametr optimální hodnotu. Kurzory v obou grafech jsou umístěny na základě výsledku minima funkce GCV. Příklad obou grafů je naznačen na obrázku Obrázek 13.



Obrázek 13: Příklad grafů vykreslených **Tikhonov.vi** - a) Funkce GCV b) L-křivky

3.7 Regularizační metoda TSVD

Další implementovanou regularizační metodou je zkrácený singulární rozklad (TSVD). Na základě rovnic z kapitoly 2.2, bylo vytvořeno VI s názvem **TSVD.vi**. Vývojový diagram je naznačen na obrázku Obrázek 14.

Stejně jako pro předchozí vytvořený podprogram je i zde vstupním parametrem algoritmus NAH. Důvody jsou shodné, tedy mírně odlišné vlastnosti transformačních matic a vektorů koeficientů.

Po prvotní inicializaci je transformační matice rozložena dle vztahu (44) na matici singulárních hodnot a dvě unitární matice s využitím knihovní funkce **SVD.vi**. Dle velikosti transformační matice je poté prováděn cyklus, ve kterém je vždy nejmenší singulární hodnota nahrazena nulou. Singulární hodnoty jsou navíc upraveny podle vztahu [44]

$$\sigma_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_i^2 + \lambda^2} \quad i = 1 \dots k. \quad (62)$$

Zde symbol σ_i značí singulární hodnotu matice, k je počet nenulových singulárních hodnot a λ filtračním faktorem s hodnotu nejnížší singulární hodnoty matice, která ještě není nahrazena nulou, tedy $\lambda = \sigma_k$. Tímto výpočtem je do zkráceného singulárního

rozkladu zaveden filtr, který ještě ostřeji potlačuje nežádoucí efekt šumu v signálu [44]. Zároveň je také vypočtena převrácená hodnota jednotlivých prvků.



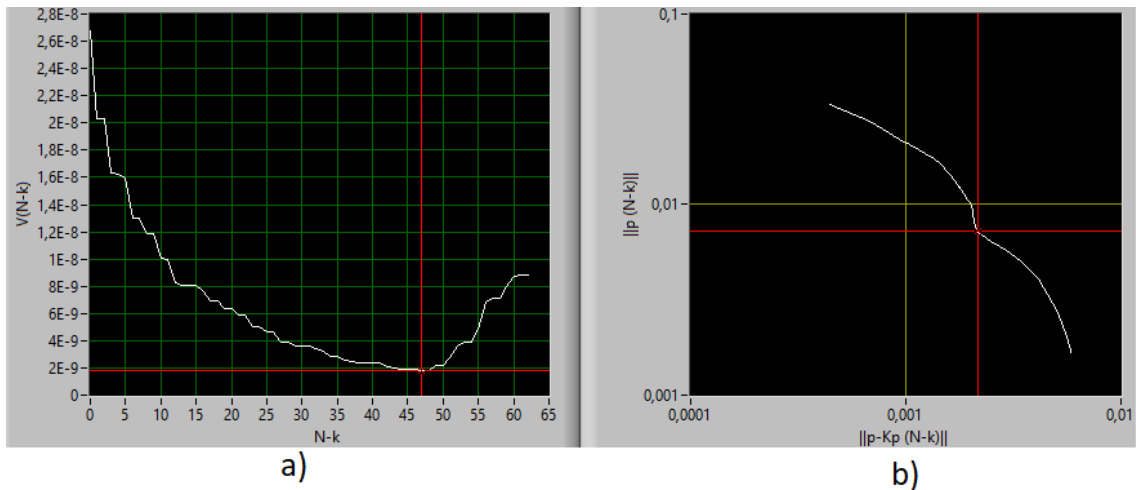
Obrázek 14: Vývojový diagram algoritmu regularizační metody TSVD

Jakmile je dopočítána zkrácená matice singulárních hodnot, je dle vztahu (47) dopočítána pseudoinverzní transformační matice a s jejím využitím i predikce akustického pole. Z té jsou dopočteny normy $\|\mathbf{p}_{N-k}\|_2$ a $\|\mathbf{p} - \mathbf{K}\mathbf{p}_{N-k}\|_2$ a také funkční hodnota $V(N - k)$ generalizované křížové validace.

V první iteraci cyklu je hodnota k rovna počtu singulárních hodnot N původní transformační matice. Při každé další iteraci je hodnota k dekrementována, dokud nezůstane pouze nejvyšší singulární hodnota.

Po provedení všech iterací dojde k vykreslení funkce GCV a L-křivky. Podle minimální hodnoty funkce GCV je následně dopočtena regularizovaná predikce akustického pole v požadované rovině. Stejně jako u Tikhonovovy metody i zde jsou v grafech vyznačeny kurzory, které jsou umístěny podle minima funkce $V(N - k)$.

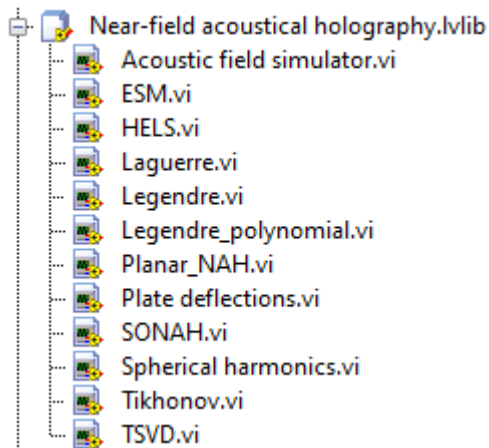
Příklad vykreslené funkce GCV a k ní příslušné L-křivky je na obrázku Obrázek 15.



Obrázek 15: Příklad grafů vykreslených TSVD.vi - a) Funkce GCV b) L-křivky

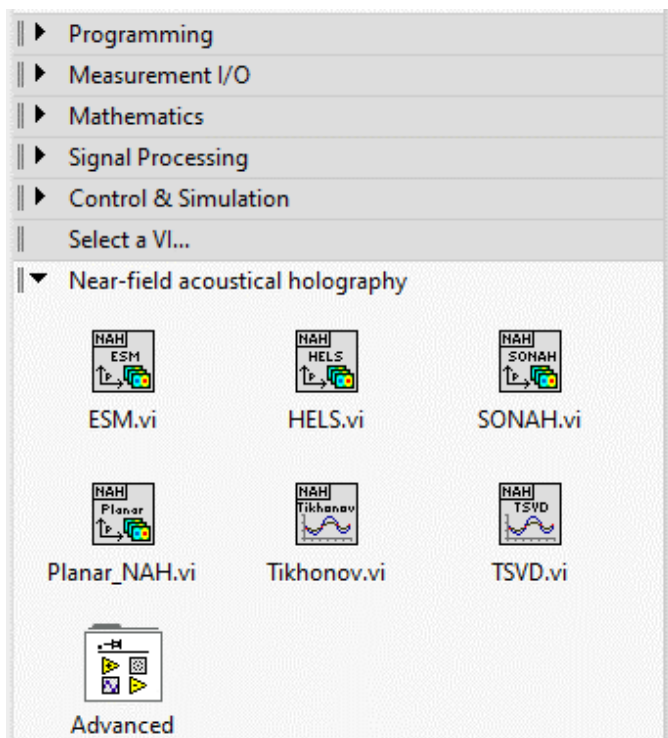
3.8 Knihovna vytvořených algoritmů

Z výše popsaných implementovaných algoritmů byla vytvořena knihovna s názvem **Near-field acoustical holography.lvlib**. Ta obsahuje všechny implementované algoritmy NAH a regularizační metody. Dále jsou zde i veškeré podprogramy, které jsou využívány některou z implementovaných metod, a také simulátor akustických dat včetně výpočtu výchylek tenké desky.



Obrázek 16: Vytvořená knihovna **Near-field acoustical holography.lvlib**

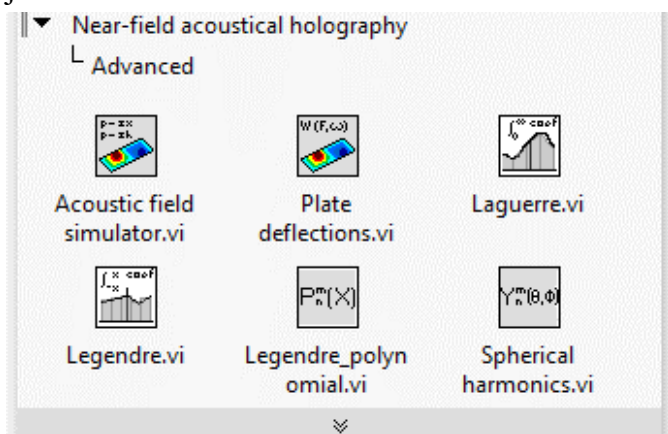
Pro tuto knihovnu byla také vytvořena rozšiřující záložka pro paletu nástrojů v LabVIEW. Rozšířená paleta nástrojů je na obrázku Obrázek 17.



Obrázek 17: Paleta nástrojů LabVIEW rozšířená o vytvořenou knihovnu

Jednotlivá vytvořená VI je tedy možné umístit do programu přímo z palety nástrojů a není je tedy nutné dohledávat ve struktuře projektu či na uložišti.

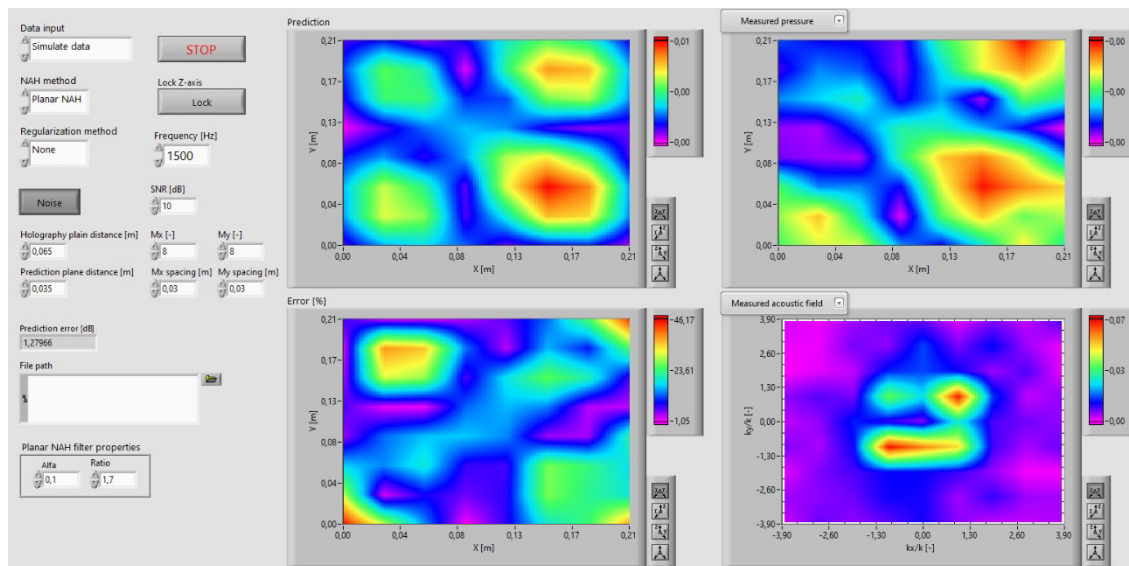
Z obrázku je zřejmé, že v záložce *Near-field acoustical holography* jsou umístěna pouze VI realizující predikci akustického pole, popřípadě regularizaci řešení. Dále je zde složka *Advanced*. V ní lze nalézt zbylé podprogramy využívané některou z metod a také simulátor akustických dat společně s výpočtem výchylek kmitající desky. Obsah složky je vidět v obrázku Obrázek 18.



Obrázek 18: Obsah složky *Advanced*

4. TESTOVACÍ APLIKACE

Aby bylo možné efektivně a snadno otestovat funkčnost jednotlivých algoritmů, byla vytvořena aplikace v prostředí LabVIEW, která se jmenuje **NAH Framework.exe**. Při jejím spuštění se otevře úvodní okno aplikace. Úvodní okno aplikace je na obrázku Obrázek 19.



Obrázek 19: Úvodní okno testovací aplikace

Jak je zřejmé z obrázku, levá část úvodního okna je ovládací, pravá vykresluje grafy. Nejprve budou popsány ovládací prvky a efekty spojené se změnou jejich hodnoty.

Prvním ovládacím prvkem je výběr vstupních dat *Data input*. Na výběr jsou zde dvě možnosti. První možností je *Simulate data*, kdy jsou akustická data generována simulátorem, druhou možností je načtení naměřených dat *Load measurement*. Pokud je vybrána možnost načtení naměřených dat, je nutné zadat cestu k souboru v ovládacím prvku *File path*. Naměřená data mohou být ve dvou formátech. Prvním je formát *.tdms*, který je hojně využíván při simulacích a měřeních se SW od společnosti National Instruments. Druhým formátem je textový dokument *.txt*. U textového dokumentu je předpoklad jeho vytvoření prostřednictvím programu Matlab a má následující parametry. Neobsahuje žádnou hlavičku, pouze komplexní číselné hodnoty, celá část čísla a jeho desetinná místa jsou rozdělena tečkou, oddělovač hodnot je reprezentován čárkou. Textový dokument s těmito parametry je v programu Matlab generován funkcí `writematrix(A, 'A.txt')`.

Důvodem pro tyto dva formáty jsou poskytnutá experimentálně naměřená data. První sada dat byla naměřena pro bakalářskou práci [57] a data jsou ve formátu *.tdms*, druhá sada byla měřena vedoucím práce pro jeden z dřívějších projektů a je ve formátu *.mat*. Pro načtení dat uložených v jednom ze zmíněných formátů byly vytvořeny dvě subfunkce s názvy **Load measurement.vi** a **Read txt.vi**.

Jestliže je při běhu aplikace změněn druh vstupních dat nebo se změní cesta k souboru s daty, aplikace neprodleně přepočítá predikci pro nově zvolená data.

Na čelním panelu je dále možné nastavit, jakým algoritmem NAH bude predikován akustický tlak v predikční rovině. K tomuto účelu slouží ovladač *NAH method*. Na výběr jsou čtyři dříve popsané implementované algoritmy EMS, SONAH, HELS a Planar NAH. Podobně funguje i volba regularizační metody. Ta se volí ovladačem *Regularization method*. Na výběr jsou tři možnosti. Prvním z nich je možnost “None“, v takovém případě není predikce regularizována žádným algoritmem. Dále jsou zde dvě implementované regularizační metody Tikhonov a TSVD. Kombinace algoritmů NAH s regularizačními metodami je libovolná, až na výjimku Planární NAH. U té je automaticky nastavena predikce bez jakékoli regularizace a toto nastavení nelze změnit, dokud není vybrána jiná metoda NAH.

Numerický ovládací prvek *Frequency* slouží pro nastavení frekvence, se kterou je počítána predikce akustického tlaku. Zároveň, pokud jsou vstupní data simulována, je tato frekvence použita i jako budící frekvence kmitající desky.

Pro ovlivňování simulovaných dat šumem slouží dva ovládací prvky. Prvním z nich je tlačítko *Noise*, kterým se zanáší šum do simulovaných dat. Druhým je numerický ovladač *SNR*, kde je možné nastavit odstup signálu od šumu v decibelech. Při změně hodnoty jednoho z ovládacích prvků dojde k otevření uživatelského rozhraní simulátoru akustických dat, kde je možné ještě pozměnit určité parametry simulace a následně vygenerovat data. Stejně chování má ovládací prvek *Frequency*, jestliže je jako vstup dat zvolena simulace. Jsou-li vstupní data načítána ze souboru, jsou ovládací prvky *Noise* a *SNR* skryty.

Dalších šest numerických ovládacích prvků slouží ke specifikaci měřicích podmínek. Jsou to prvky *Holography plain distance*, *Prediction plane distance*, *Mx*, *Mx spacing*, *My* a *My spacing*. Z názvů je zřejmé, že *Holography plain distance* slouží k zadání vzdálenosti holografické roviny a *Prediction plane distance* slouží k nastavení vzdálenosti, ve které má být vypočtena predikce. Aby mohla být predikce zjištěna správně, je nutné také zadat správnou vzájemnou vzdálenost měřicích bodů *Mx spacing* a *My spacing*. Počet měřicích bodů v holografické rovině *Mx* a *My* je možné nastavovat pouze tehdy, je-li predikce počítána pro simulovaná data. V opačném případě jsou jejich hodnoty automaticky přepsány podle velikosti načtených matic.

Při přepsání hodnoty *Prediction plane distance* je predikce do zadané vzdálenosti okamžitě automaticky přepočtena.

Pod právě popsanými ovládacími prvky je indikátor velikosti chyby predikce v decibelech. Ten je zobrazen pouze pokud existuje nějaká reference akustického tlaku v predikční rovině. Reference existuje vždy, pokud jsou vstupní data simulována, popřípadě pokud byl akustický tlak měřen zároveň ve dvou rovinách. Poskytnutá data z měření provedeného vedoucím práce byla měřena dvouvrstvým mikrofonním polem, a proto je možné chybu vůči druhé měřicí rovině vyhodnotit. Sada měření provedených pro

potřeby bakalářské práce [57] byla měřena pouze v jedné rovině a predikce tak nemůže být porovnána s žádnou referencí.

Chyba v decibelech je počítána dle vzorce

$$\varepsilon = 20 \log \left(1 + \frac{\|\mathbf{p}_{ref} - \mathbf{p}_{calc}\|_2}{\|\mathbf{p}_{ref}\|_2} \right). \quad (63)$$

V této rovnici je \mathbf{p}_{ref} vektor referenčních akustických tlaků a \mathbf{p}_{calc} vektor akustických tlaků vypočtených v predikční rovině. Symbol $\|\cdot\|_2$ značí, že se jedná o Euklidovskou normu.

Posledními ovládacími prvky jsou parametry filtru v k-prostoru při výpočtu predikce algoritmem Planární NAH. Jsou tedy zobrazeny pouze tehdy, je-li použit tento algoritmu. Jedná se o numerické ovladače *Alfa* a *Ratio*. Tyto ovládací prvky pouze předají hodnotu příslušnému podprogramu a nastavení jejich hodnot má efekt, který je popsán v kapitole 3.5. Pokud je některý z parametrů změněn, dojde k okamžitému přepočtu predikce.

LabVIEW bohužel neumožňuje změnit počet zobrazených desetinných míst na barevné stupnici vykreslených grafů. Zejména pro malé hodnoty akustických tlaků je rozsah stupnice ohraničený nulou jak na horní, tak dolní hranici. Tento problém je vidět i na obrázku Obrázek 19 v grafu zobrazujícím naměřená data (pravý horní roh). Z tohoto důvodu je u všech vykreslených 3D grafů možné zamknout rozsah osy z. Díky tomu lze například sledovat změnu velikosti maxima nalezeného predikcí při použití různých algoritmů NAH, nebo také změnu velikosti amplitudy vlnových čísel mezi měřenou a predikční rovinou. Uzamknutí osy z je možné stiskem tlačítka *Lock Z-axis*.

Posledním nezmíněným ovládacím prvkem na hlavním panelu je tlačítko *STOP*. Tím je možné zastavit běh aplikace.

Grafickým výstupem testovací aplikace je čtveřice 3D grafů. Levý horní graf vykresluje vypočtenou a regularizovanou predikci akustického tlaku v požadované vzdálenosti. Vykreslena je magnituda akustického tlaku. Fázi zobrazit nelze, ovšem pro potřebu lokalizace zdroje zvuku nedává její zobrazení smysl.

V pravém horním rohu je možné zobrazit dva různé grafy. Buď tlak v holografické rovině, nebo tlak referenční v predikční rovině. Pokud je počítána predikce z měřených dat pouze jednovrstvým mikrofonním polem, jsou zobrazena pouze naměřená data. Opět je vykreslena magnituda tlaku.

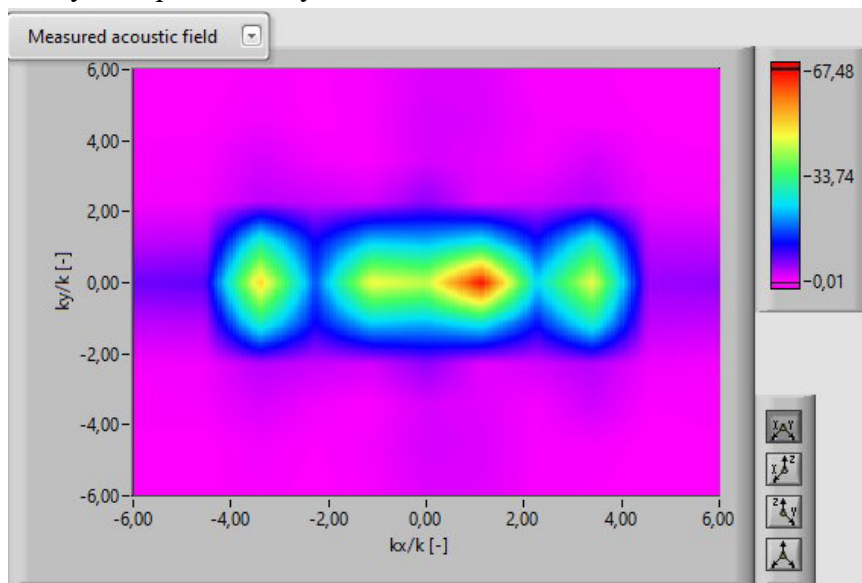
Levý dolní graf vykresluje mapu chyby predikce, je-li k dispozici reference. Jedná se o relativní chybu vypočtené predikce vůči maximu referenčního akustického tlaku dle vztahu

$$\delta_{p_{x,y}} = \frac{|p_{x,y ref}| - |p_{x,y calc}|}{\max|p_{ref}|} \cdot 100 \%. \quad (64)$$

Zde je $\delta_{p_{x,y}}$ relativní chyba predikce akustického tlaku, $p_{x,y ref}$ referenční tlak na daných souřadnicích a $p_{x,y calc}$ vypočtený akustický tlak na stejných souřadnicích.

Důvod, proč je chyba počítána vůči maximu referenčního akustického tlaku, a ne vůči referenčnímu akustickému tlaku v daném bodě, je následující. Jestliže je referenční hodnota, ať už naměřená či simulovaná, blízká nule (nebo o několik řádů menší než ostatní hodnoty akustického tlaku), je velmi pravděpodobné, že vypočtená predikce v daném bodě bude řádově větší. I když bude absolutní chyba velmi malá a pro účely lokalizace zanedbatelná, relativní chyba může dosahovat stovek až tisíců procent. V grafu by se tedy objevila špička, která by svojí velikostí zamaskovala ostatní, ne tak výrazné, chyby. Nenesla by přitom relevantní informaci o chybě lokalizovaného maxima predikce. Naopak, jestliže je chyba vztažena k maximální hodnotě, z vykreslené mapy lze odhadnout, zda je vypočtené maximum predikce umístěno ve stejné pozici jako reference.

Poslední z grafů zobrazuje k-prostor vztažený k vlnovému číslu, se kterým je počítána predikce. Z grafu tedy lze poznat jaký podíl na akustickém tlaku mají evanescentní a propagující vlny. Jsou-li ve zobrazeném k-prostoru vlnová čísla v pomyslné jednotkové kružnici, jedná se o propagující vlny. Jsou-li naopak v k-prostoru vlnová čísla mimo jednotkovou kružnici, jedná se o evanescentní vlny. Příklad k-prostoru, kde jsou zastoupeny oba typy vln je na obrázku Obrázek 20. V grafu může být zobrazen k-prostor naměřených či predikovaných dat.



Obrázek 20: Příklad k-prostoru ve kterém jsou zastoupeny evanescentní i propagující vlny (barevná škála – magnituda akustického tlaku v prostoru vlnových čísel [Pa])

5. OVĚŘENÍ SPRÁVNOSTI IMPLEMENTACE

Tato kapitola se zabývá správností naimplementovaných algoritmů akustické holografie v blízkém poli a regularizačních metod. Jednotlivé algoritmy byly vyzkoušeny ve vytvořené testovací aplikaci. Pro testování byla použita nejprve simulovaná data bez šumu, poté experimentální akustická data naměřená dvouvrstvým mikrofonním polem poskytnutá vedoucím diplomové práce.

Parametry testování, které byly shodné pro všechny algoritmy, jsou přehledně sepsány v tabulce Tabulka 2. Spodní část tabulky, která je označena šedou výplní buněk, neplatí pro experimentální akustická data, pouze upřesňuje podmínky simulace. Frekvence pro testování byly vybrány na základě poskytnutých experimentálních dat. Barevná škála v grafech udává velikost akustického tlaku v pascálech.

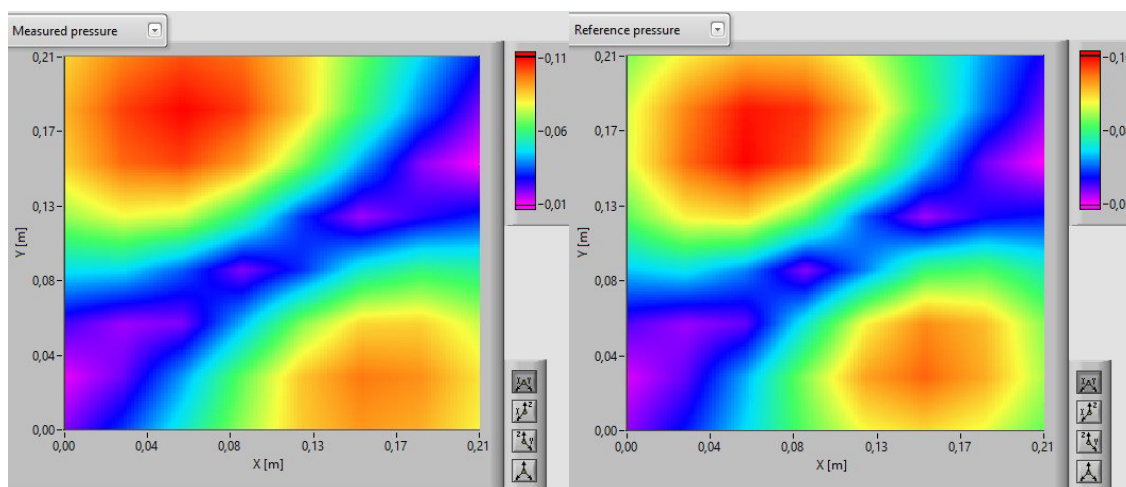
Parametr	Hodnota
Počet měřicích bodů v ose x	8
Počet měřicích bodů v ose y	8
Rozestupy měřicích bodů v ose x	0,03 m
Rozestupy měřicích bodů v ose y	0,03 m
Vzdálenost holografické roviny	0,065 m
Vzdálenost predikční roviny	0,035 m
Frekvence 1	882 Hz
Frekvence 2	3 059 Hz
Rozměr vibrující desky v ose x	0,21 m
Rozměr vibrující desky v ose y	0,21 m
Tloušťka vibrující desky	3 mm
Pozice budící síly v ose x	0,15 m
Pozice budící síly v ose y	0,08 m
Budící síla působící na desku	1 000 N

Tabulka 2: Parametry pro testování algoritmů

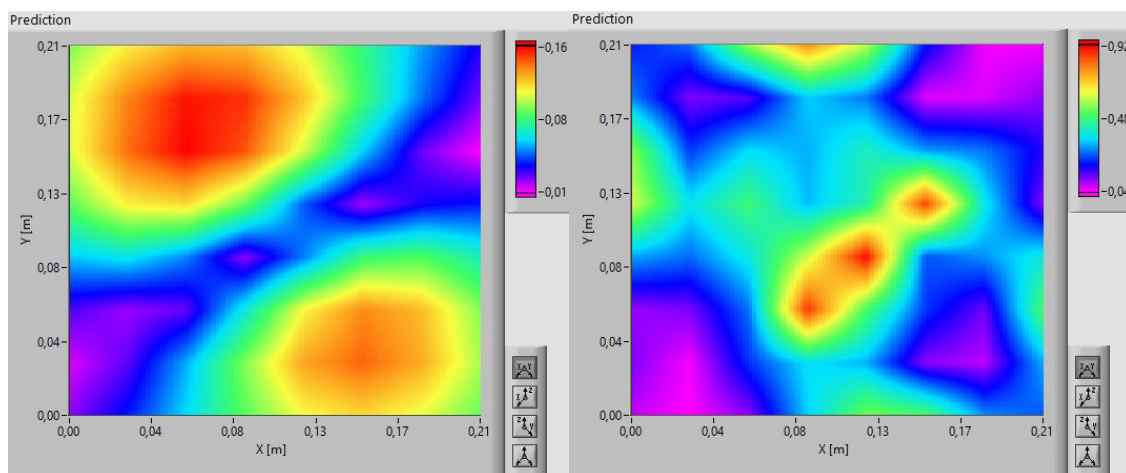
5.1 Simulovaná data bez šumu

Vyobrazené 3D grafy, nebo též mapy, v této kapitole naznačují správnost implementace jednotlivých algoritmů NAH bez použití regularizační metody. Použití regularizačních metod v tomto případě ani nedává smysl, jelikož regularizace slouží k potlačení vlivu šumu a regularizace by s největší pravděpodobností výsledek predikce nijak neupravily.

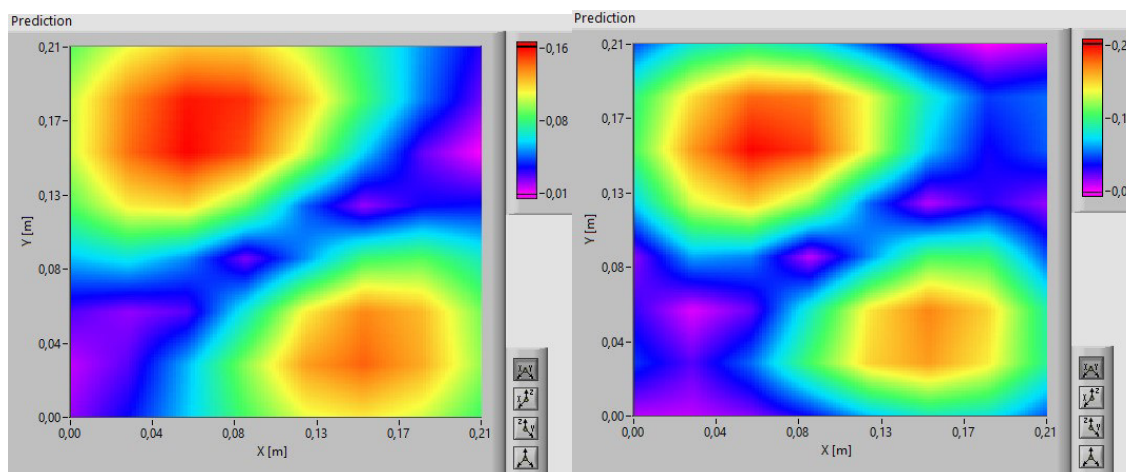
5.1.1 Simulovaná data; frekvence pro výpočet predikce $f = 882$ Hz



Obrázek 21: Sim. data; holografická rovina vlevo; predikční rovina vpravo; $f = 882$ Hz



Obrázek 22: Sim. data; algoritmus ESM vlevo, algoritmus HELS vpravo; $f = 882$ Hz



Obrázek 23: Sim. data; algoritmus SONAH vlevo, algoritmus Planární NAH vpravo; $f = 882$ Hz

Na obrázku Obrázek 21 jsou simulovaná akustická data v holografické a predikční rovině. Obrázky slouží pro porovnání kvality predikce jednotlivých algoritmů.

Jak naznačuje Obrázek 22 je výsledek predikce metodou ESM téměř identický s referencí. Chyba dosahuje hodnoty pouze $\varepsilon = 0,01$ dB. Nutno však podotknout, že algoritmus ESM využívá k reprezentaci šíření akustických vln stejných matematických funkcí jako simulátor akustických dat. U predikce algoritmem HELS je situace opačná a metoda nenalezla správné řešení predikce. Důvodem může být použití jiného tvaru zdroje než sférického, nebo také použití nevhodného počtu elementárních vlnových funkcí pro popis akustického tlaku v transformační matici. Mapa predikce neodpovídá ani polohou lokálních maxim, ani jejich velikostí. V takovémto případě je chyba $\varepsilon = 12,98$ dB.

Mapy predikcí algoritmů SONAH a Planární NAH jsou na obrázku Obrázek 23. Zde je vidět opět velmi kvalitní predikce u algoritmu SONAH, jak s ohledem na lokalizaci dvou významných lokálních maxim, tak s ohledem na jejich velikosti. Chyba predikce je zde $\varepsilon = 0,25$ dB. Algoritmus Planární NAH také poměrně kvalitně lokalizuje polohu maxim. Úroveň akustického tlaku je však výrazně vyšší. Kvalita predikce je ovlivněna nastavením parametrů filtru v prostoru vlnových čísel. Parametry filtru v k-prostoru byly nastaveny na hodnotu $\alpha = 0,1$ a $Ratio = 2,5$. Predikce algoritmu Planární NAH se zmíněným filtrem vykazuje chybu $\varepsilon = 2,55$ dB.

5.1.2 Simulovaná data; frekvence pro výpočet predikce $f = 3059$ Hz

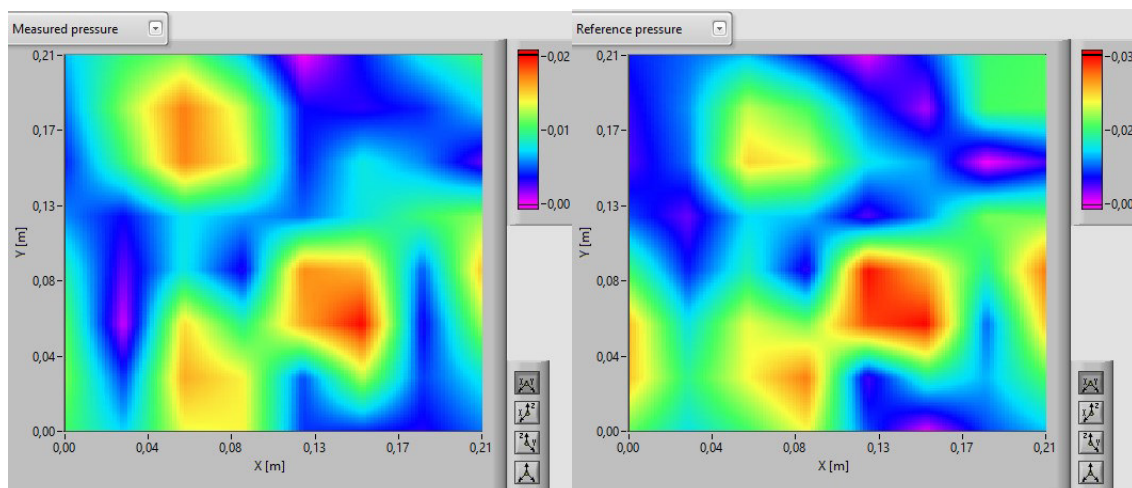
První obrázek v této podkapitole, Obrázek 24, znázorňuje mapu simulovaného akustického tlaku v holografické a predikční rovině.

Na obrázku Obrázek 25 je vykreslena mapa predikce akustického tlaku metodou ESM společně s HELS. I při této frekvenci je chyba predikce metodou ESM velmi malá $\varepsilon = 0,04$ dB. Mapa je ve srovnání se simulovanou referencí opět téměř shodná.

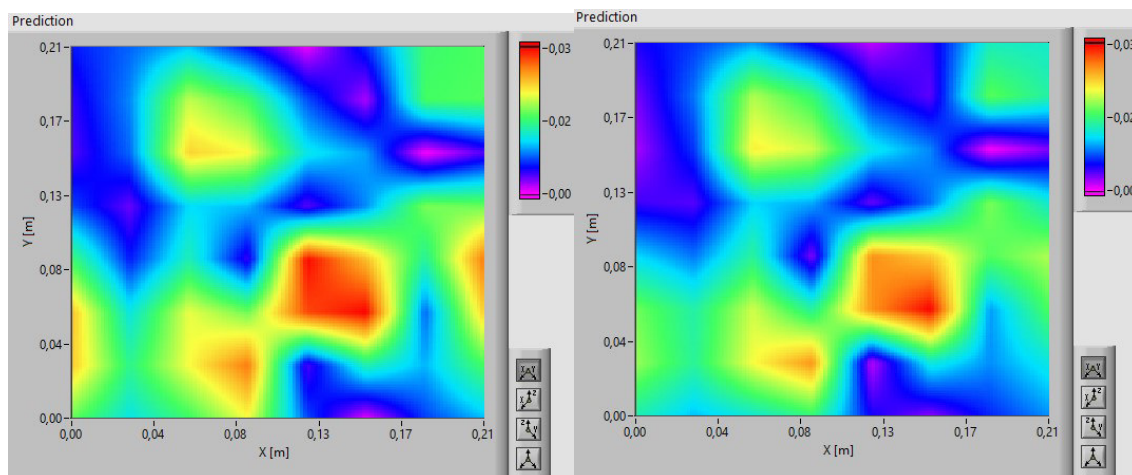
Dalším algoritmem je HELS. Tentokrát již predikce neselhala a mapa predikce se blíží referenci. Lokalizace maxima je kvalitní, jeho amplituda se také blíží referenční hodnotě a celková chyba predikce zde dosahuje hodnoty $\varepsilon = 1,63$ dB.

Velmi dobrých výsledků dosahuje algoritmus SONAH. Rozložení predikovaného akustického tlaku znázorňuje Obrázek 26. Vykreslená mapa je rozložením akustického tlaku téměř shodná a chyba zde nabývá hodnoty pouze $\varepsilon = 0,49$ dB.

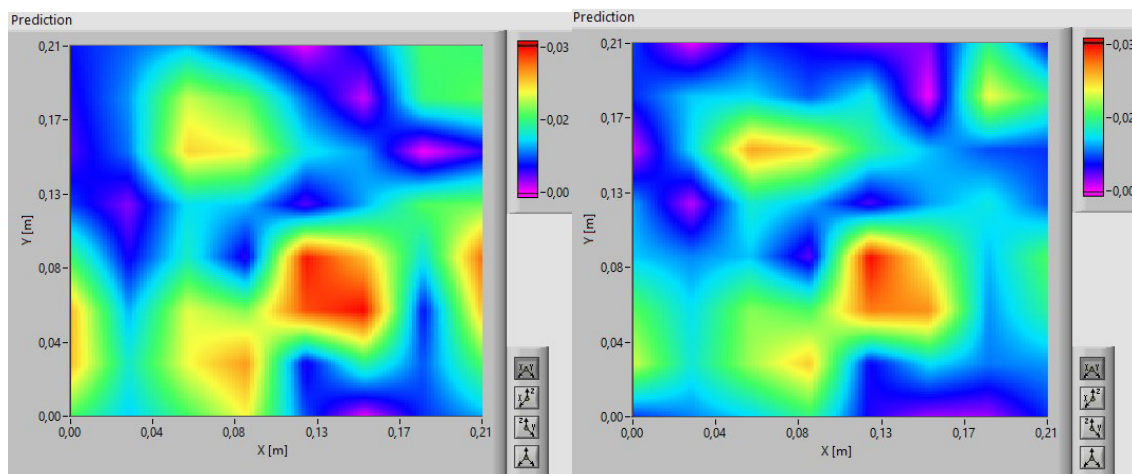
Posledním z algoritmů je Planární NAH. I zde je možné vhodným nastavením filtru v k-prostoru dosáhnout uspokojivé predikce. Tentokrát byly parametry nastaveny na hodnoty $\alpha = 0,1$ a $Ratio = 1,3$. Lokalizace maxima akustického tlaku je opět slušná, pouze jeho amplituda je nižší. I proto je chyba výraznější s velikostí $\varepsilon = 2,5$ dB.



Obrázek 24: Sim. data; holografická rovina vlevo; predikční rovina vpravo; $f = 3059$ Hz



Obrázek 25: Sim. data; algoritmus ESM vlevo, algoritmus HELS vpravo; $f = 3059$ Hz



Obrázek 26: Sim. data; algoritmus SONAH vlevo, algoritmus Planární NAH vpravo; $f = 3059$ Hz

5.2 Experimentální data

V této kapitole bude znázorněna funkčnost algoritmů na experimentálně naměřených datech. Jedná se o data měřená dvouvrstvým mikrofonním polem. Akustické tlaky naměřené mikrofony na vzdálenější vrstvě byly použity jako vstup pro algoritmy NAH (holografická rovina), tlaky naměřené v menší vzdálenosti slouží jako reference (predikční rovina). Vzdálenost těchto dvou rovin od zdroje, stejně jako rozestupy jednotlivých mikrofonů a frekvence, jsou stejné jako u simulovaných dat a jsou zaznamenány v tabulce Tabulka 2.

Tentokrát byly společně s jednotlivými algoritmy použity i regularizační metody, protože naměřená data obsahují šum a výpočet predikce bez regularizace ve většině případů selhává. Vykreslené grafy jsou vždy kombinací daného algoritmu NAH společně s regularizační metodou, která vykazuje menší chybu predikce.

5.2.1 Experimentální data; frekvence pro výpočet predikce $f = 882$ Hz

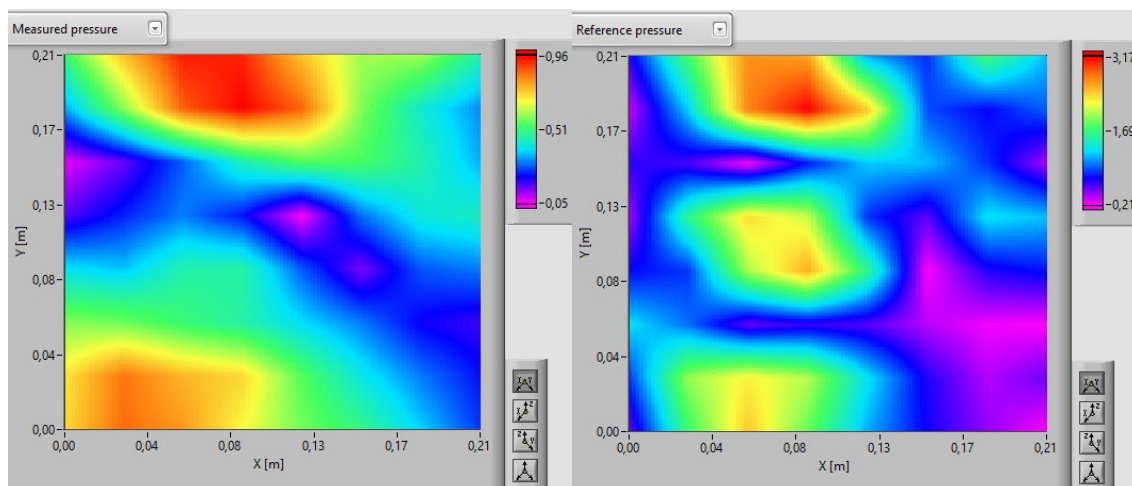
Jako první jsou opět zobrazena naměřená data v holografické a predikční rovině. Jejich mapy akustických tlaků jsou znázorněny na obrázku Obrázek 27. Poskytnutá data již nebyla žádným způsobem upravována či filtrována.

Obrázek 28 ukazuje predikci akustického tlaku s využitím algoritmů ESM a HELS. Při výpočtu predikce algoritmu ESM byla využita regularizační metoda TSVD. Jak je vidět z obrázku, vypočtená predikce velmi dobře lokalizuje nevyšší špičku akustického tlaku. Nižší špičky jsou ale výrazně potlačeny a celkově je i úroveň akustického tlaku nižší než naměřená data v predikční rovině. I proto je chyba predikce ESM společně s TSVD $\varepsilon = 3,57$ dB. Při použití Tikhonovovy regularizační metody je výsledná mapa predikce velmi podobná s chybou $\varepsilon = 3,82$ dB.

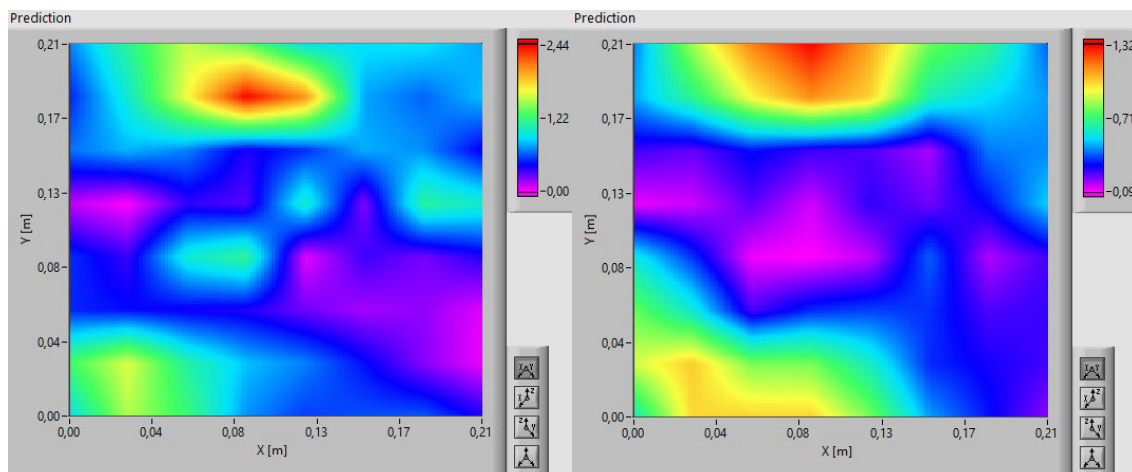
Druhá mapa v obrázku reprezentuje predikci akustického pole metodou HELS společně s Tikhonovovou regularizací. Lokalizace maxima zdaleka není ideální, i když tvar mapy je referenci podobný. Špička přibližně uprostřed mapy je však naprosto potlačena. Úroveň akustického tlaku je ještě menší než u predikce metodou ESM, i proto je chyba $\varepsilon = 4,42$ dB.

V dalším obrázku, Obrázek 29, jsou predikce akustického tlaku algoritmy SONAH a Planární NAH. I přesto, že nebyla nalezena žádná literatura, která by zmiňovala možnost použití regularizační metody TSVD společně s metodou SONAH, regularizaci TSVD se s touto metodou podařilo úspěšně implementovat. Důkazem je mapa predikce vykreslená v posledním zmíněném obrázku. Ta je tvarem srovnatelná s predikcí algoritmu ESM, pouze úroveň akustického tlaku je nižší a vypočtená chyba je tak o trochu vyšší. Chyba predikce má v tomto případě velikost $\varepsilon = 3,76$ dB.

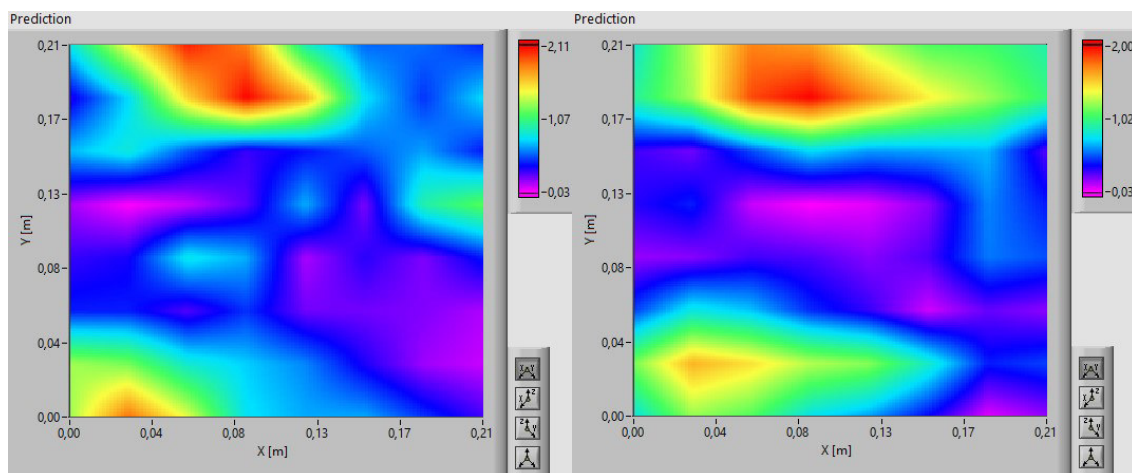
Druhým vykresleným grafem v obrázku Obrázek 29 je akustický tlak v predikční rovině vypočtený algoritmem Planární NAH. Parametry filtru byly tentokrát $\alpha = 0,1$ a $Ratio = 3,5$. Chyba predikce je $\varepsilon = 3,8$ dB.



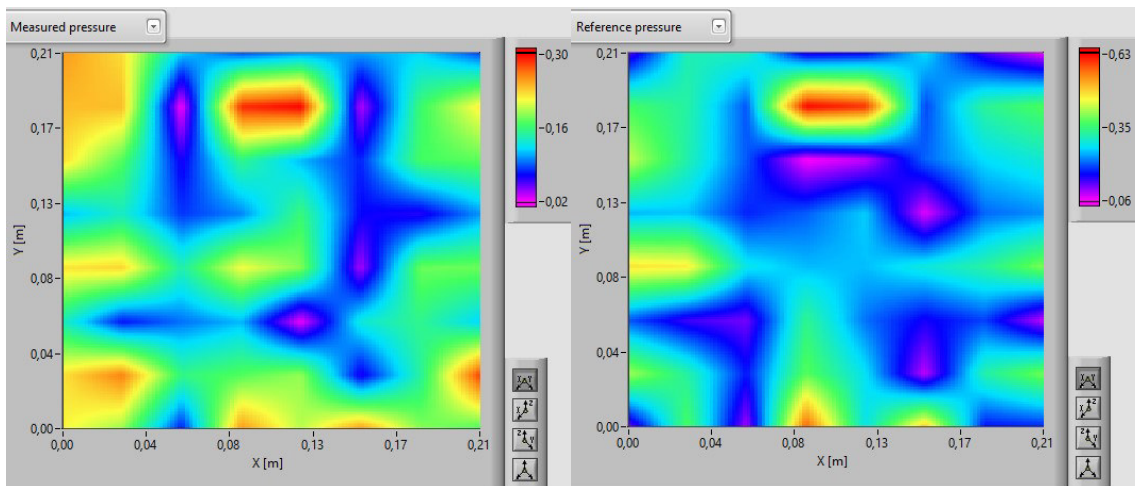
Obrázek 27: Exp. data; holografická rovina vlevo; predikční rovina vpravo; $f = 882$ Hz



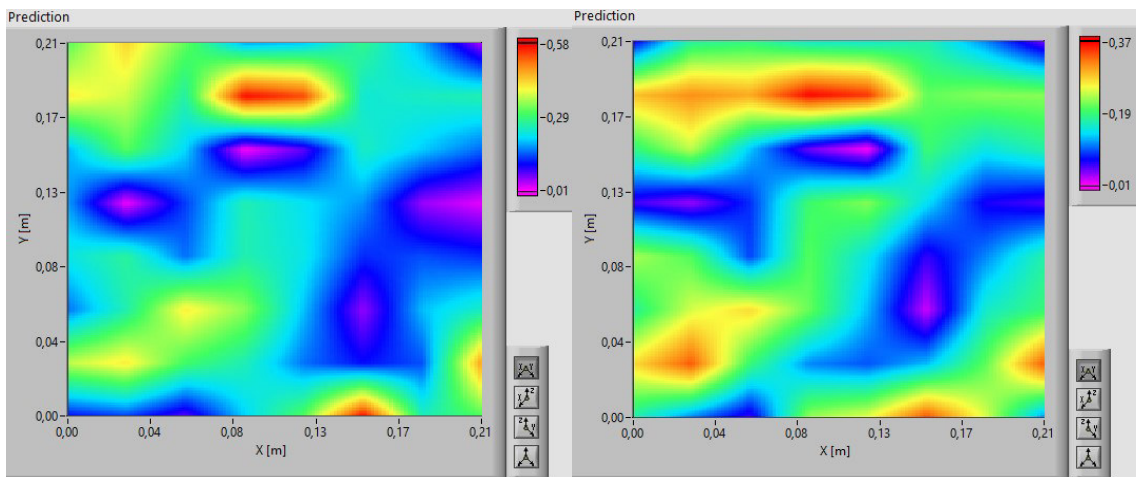
Obrázek 28: Exp. data; algoritmus ESM vlevo, algoritmus HELS vpravo; $f = 882$ Hz



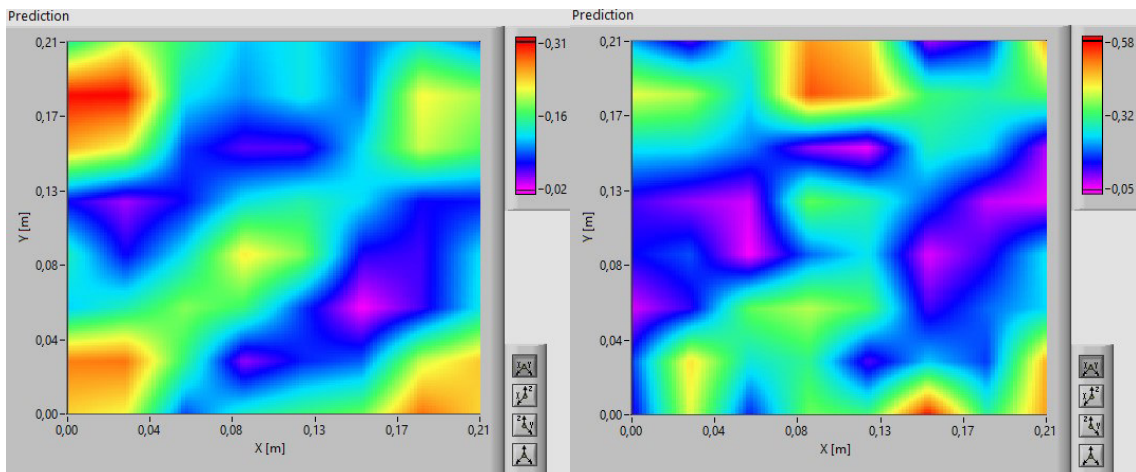
Obrázek 29: Exp. data; algoritmus SONAH vlevo, algoritmus Planární NAH vpravo; $f = 882$ Hz



Obrázek 30: Exp. data; holografická rovina vlevo; predikční rovina vpravo; $f = 3059$ Hz



Obrázek 31: Exp. data; algoritmus ESM vlevo, algoritmus HELS vpravo; $f = 3059$ Hz



Obrázek 32: Exp. data; algoritmus SONAH vlevo, algoritmus Planární NAH vpravo; $f = 3059$ Hz

5.2.1 Experimentální data; frekvence pro výpočet predikce $f = 3059$ Hz

Stejně jako u předchozích příkladů je i zde nejprve zobrazeno rozložení akustických tlaků v holografické a predikční rovině, viz. Obrázek 30.

Nejlepší predikci opět vykazuje algoritmus ESM a to $\varepsilon = 3,17$ dB s mapou predikce v obrázku Obrázek 31. Lokalizace maxima akustického tlaku je velmi kvalitní a jeho amplituda se také blíží naměřené hodnotě v predikční rovině. Regularizačním algoritmem byla tentokrát Tikhonovova metoda.

S algoritmem HELS dosahuje lepších výsledků opět Tikhonovova regularizační metoda. Mapa predikovaného akustického tlaku sice vykresluje i špičku v místě, kde se podle reference má maximum nacházet, ale dochází i k zesilování ostatních výraznějších naměřených špiček. Celková úroveň predikovaného akustického tlaku je také téměř poloviční a chyba dosahuje hodnoty $\varepsilon = 3,4$ dB.

Na obrázku Obrázek 32 jsou predikce algoritmů SONAH a Planární NAH. Je zřejmé, že algoritmus SONAH i při použití regularizačních metod správně nelokalizuje maximum. Nejvýraznější špička v naměřených datech je potlačena a namísto ní jsou zesíleny špičky v rozích mapy. Ve vykresleném grafu je predikce s regularizací TSVD s chybou predikce $\varepsilon = 4,03$ dB.

Naopak predikce algoritmem Planární NAH dosahuje podobných výsledků jako metoda ESM. I zde je poměrně kvalitně lokalizována špička v horní části mapy. Výrazná je však také špička v dolní části mapy, která velikostí dokonce převyšuje předchozí zmíněnou. Filtr v k -prostoru by tentokrát nastaven s hodnotami $\alpha = 0,1$ a $Ratio = 1,7$ a celková chyba predikce činí $\varepsilon = 3,65$ dB.

5.3 Vyhodnocení správnosti implementace

Implementované algoritmy byly otestovány i na výrazně větším počtu simulovaných i naměřených dat. Simulovaná data byla generována i s různou úrovní přidaného šumu. Predikce byly počítány i na větší či menší vzdálenosti od holografické roviny. Vzhledem k množství kombinací parametrů simulací, či množství experimentálně naměřených dat, však není možné všechny simulace graficky znázornit.

Implementace metody ESM funguje velmi dobře na simulovaná data bez šumu. Ovšem při zavedení šumu, či na experimentálních datech, je velmi citlivá a je nutné použít některou z regularizačních metod. Obě implementované regularizační metody v kombinaci s ESM fungují a poskytují často nejlepší výsledky predikce.

Algoritmus HELS poskytuje kvalitní výsledky predikce zejména pro vysoké kmitočty. Naopak pro kmitočty menší než přibližně $f = 2\,000$ Hz často dochází k jejímu selhání i při použití regularizačních metod, jestliže jsou vstupní data simulovaná. Její selhání může být způsobeno použitím zdroje zvuku jiného než sférického tvaru i když je použita modifikace algoritmu popsána v kapitole 3.3. Na vyšší kmitočty však predikce dosahují podobných výsledků jako ostatní implementované algoritmy. I pro HELS je

možné použít obě regularizační metody, které predikci zpřesní, či naleznou řešení, když samotný algoritmus HELS selže.

Výpočet predikce s využitím implementovaného algoritmu SONAH přináší ve většině případů uspokojivé výsledky. Ačkoli v příkladu z kapitoly 5.2.1 výpočet predikce algoritmem SONAH selhal, je obecně méně náchylný na šum než ESM či HELS. Při nižší úrovni šumu často není potřeba řešení regularizovat.

Jak již bylo zmíněno, nebyla nalezena odborná literatura, která by popisovala, či zmiňovala, možnost použití regularizační metody TSVD v kombinaci se SONAH. Přesto se podařilo algoritmus TSVD v kombinaci se SONAH implementovat. Výsledky regularizace jsou srovnatelné, mnohdy i kvalitnější než s Tikhonovovou metodou, která také byla implementována a je možné ji s algoritmem SONAH použít.

Implementace Planární NAH je poměrně jednoduchá a pro lokalizaci zdroje může být také účinná. Díky použitému filtru v k -prostoru je ve většině případů možné nalézt predikci, která se rozložením akustických tlaků podobá referenci. Problémem je nalezení optimálních parametrů k -filtru α a zejména *Ratio*. Jsou-li nastaveny parametry nevhodně, predikce může být chybná, nebo výpočet dokonce selže. To je největší nevýhodou Planární NAH. Je-li známá reference, není obtížné optimální parametry nalézt. V praxi však většinou reference neexistuje, a použití této metody vyžaduje určité zkušenosti. Ze zkušenosti získaných v průběhu testování platí, že pro nízké kmitočty do $f = 200$ Hz je optimum parametru *Ratio* vyšší (cca 10) a s rostoucím kmitočtem klesá (pro kmitočty nad $f = 2500$ Hz cca 1,2-1,5). Úroveň akustického tlaku predikce se však většinou výrazněji liší, nehledě na nastavení filtru. Z tohoto důvodu bývá chyba predikce poměrně velká.

Obě implementované regularizační metody lze použít s algoritmy ESM, HELS a SONAH. Každá z nich je schopna automaticky nalézt optimální regularizační parametr s využitím GCV a poskytují tak nejlepší možnou predikci akustického pole. Jak již bylo zmíněno v kapitole 2, ani jedna z metod není naprosto univerzální a nepřináší vždy správný výsledek. Pokud jsou vstupní akustická data příliš zašuměná, regularizace mohou selhat. Pro simulovaná data, a vzhledem k množství provedených testování, působí jako robustnější algoritmus TSVD. Ten častěji nalezne řešení, jestliže Tikhonovova metoda selže. Zároveň ve většině případů poskytuje menší chybu predikce. Nelze však přesně definovat, že je vždy lepší regularizační metodou. Naopak pro experimentální data, dosahuje často lepších výsledků Tikhonovova regularizační metoda.

5.4 Porovnání implementovaných metod

Implementované algoritmy byly porovnány mezi sebou s ohledem na dobu výpočtu a přesnost predikce. Vstupní data byla generována simulátorem akustických dat. Většina parametrů simulace byla shodná s hodnotami uvedenými v tabulce Tabulka 2, pokud není specifikováno jinak v jednotlivých podkapitolách.

5.4.1 Rychlost výpočtu

Aby byla rozdílnost rychlosti výpočtu jednotlivých algoritmů znatelnější, simulovaná akustická data byla generována s rozměrem 16x16 měřicích bodů. K simulaci byl také přidán šum s odstupem signál-šum $SNR = 10$ dB, aby vstupní data nebyla stále stejná. Predikce byla počítána bez regularizačních metod.

Porovnání rychlosti výpočtu je naznačeno v tabulce Tabulka 3. Čas zaznamenaný v tabulce je dán průměrem z třiceti výpočtů, patnácti při frekvenci $f = 882$ Hz a patnácti při frekvenci $f = 3\,059$ Hz. Zadaná frekvence, se kterou je počítána predikce, nemá však na rychlost výpočtu vliv. Měření času bylo provedeno na notebooku Lenovo G70 s procesorem Intel Core i5-5200U s frekvencí 2,2 GHz a velikostí operační paměti 8 GB.

Metoda	Čas [ms]
ESM	38,98
HELS	2 470
SONAH	39,81
Planární NAH	0,13

Tabulka 3: Porovnání rychlosti implementovaných algoritmů NAH

Z tabulky je zřejmé, že nejrychlejší metodou je Planární NAH. Důvodem je naprostá absence maticových operací v průběhu výpočtu predikce. Algoritmy ESM a SONAH jsou rychlostí téměř totožné. Výrazně nejpomalejším algoritmem je HELS, kvůli cyklickému počítání predikce s různým počtem elementárních vlnových funkcí použitých v transformační matici.

Následně byly porovnány regularizační metody. Pro vstupní data platily stejné parametry jako pro porovnání rychlosti algoritmů NAH. Rychlost výpočtů je zaznamenána v tabulce Tabulka 4. Výsledný čas je opět průměrem třiceti výpočtů predikce. Jelikož jsou algoritmy regularizačních metod lehce odlišné pro každý algoritmus NAH, byly porovnány i v tomto ohledu.

Metoda	čas [s]		
	ESM	HELS	SONAH
Tikhonov	6,07	6,25	5,93
TSVD	5,46	5,48	5,43

Tabulka 4: Porovnání rychlosti implementovaných regularizačních metod

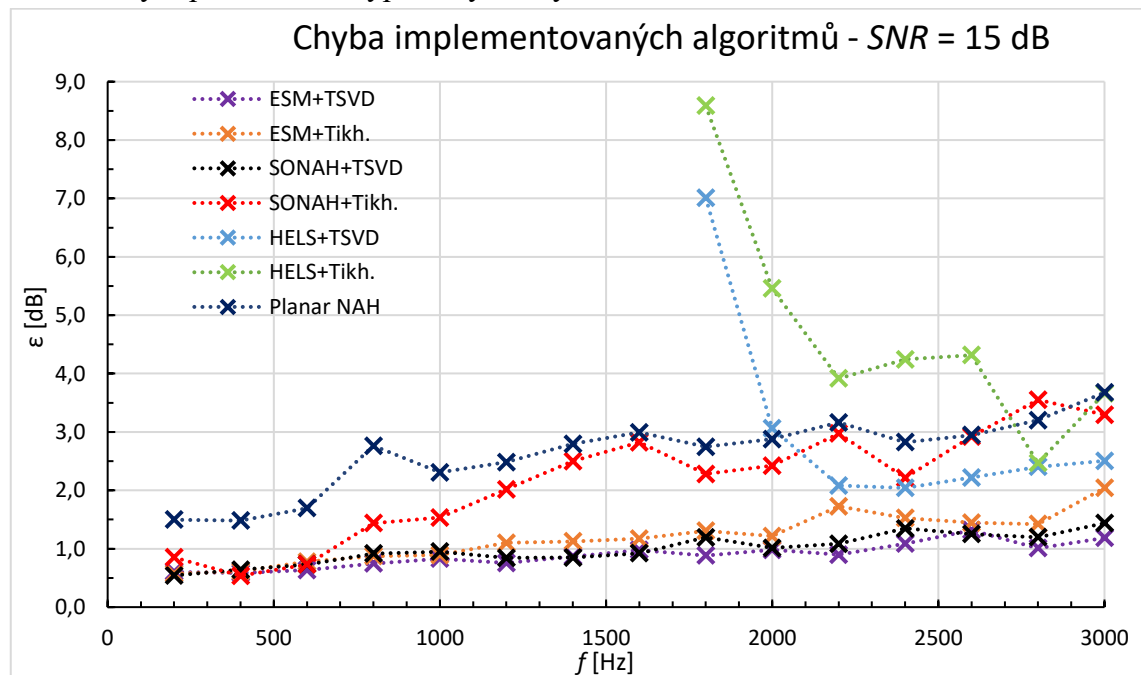
Jak plyne z tabulky, algoritmy implementovaných regularizačních metod jsou výrazně pomalejší než samotné algoritmy NAH. Důvodem je cyklické počítání predikce

s různým regularizačním parametrem. Ve všech případech je algoritmus TSVD rychlejší než algoritmus Tikhonovovy regularizační metody. Rozdíl je dán počtem iterací jednotlivých algoritmů. Zatímco u metody TSVD je počet iterací dán velikostí transformační matice, u Tikhonovovy metody je počet cyklů 200 a regularizační parametr lineárně narůstá v rozsahu od nuly do hodnoty největšího prvku v transformační matici.

5.4.2 Chyba predikce – simulovaná data

Výsledky porovnání v této kapitole neslouží pro striktní porovnání jednotlivých metod. Vzhledem k obrovskému množství možných konfigurací měření či simulací, není možné přesně usuzovat o kvalitě predikce z níže popsanych výsledků. Vykreslený graf je spíše názorným příkladem k osvětlení některých vlastností implementovaných algoritmů. Přesné posouzení kvality predikce také není součástí této diplomové práce.

Pro porovnání chyby byly provedeny výpočty predikce akustického tlaku na frekvencích v rozsahu $f = 200\text{--}3\,000$ Hz s krokem 200 Hz. Vstupem byla simulovaná data s odstupem signál-šum $SNR = 15$ dB. S každou frekvencí bylo provedeno patnáct výpočtů predikce, pokaždé s nově vygenerovanými daty. Hodnoty vynesené v grafu Graf 1 jsou aritmetickým průměrem z vypočtených chyb.



Graf 1: Porovnání chyby predikce implementovaných algoritmů – simulovaná data

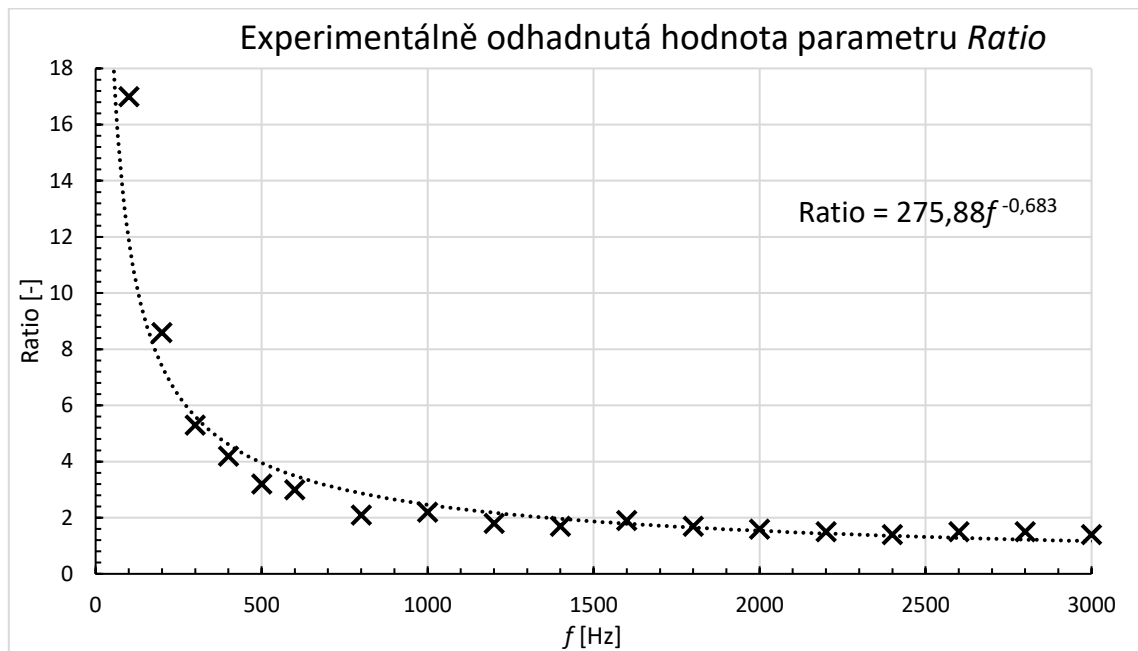
Jak ukazuje graf, tak pro tuto konfiguraci simulovaných dat poskytuje nejlepších výsledků metoda ESM s regularizací TSVD. Velmi podobné výsledky však poskytují také algoritmus SONAH společně s TSVD a ESM s Tikhonovovou regularizací.

Jak lze vypožorovat z křivek pro metodu HELS, tak tento algoritmus začíná správně fungovat až od frekvence přibližně $f = 2\,000$ Hz. Ovšem vinou posunutí počátku

souřadného systému (vztah (56)) je vždy úroveň predikovaného akustické tlaku nižší než reference, a chyba je tak poměrně vysoká.

Zajímavé je také porovnání algoritmu Planární NAH s ostatními algoritmy. Jak již bylo zmíněno v kapitole 1.1, má tato metoda spíše historický význam a oproti ostatním metodám vykazuje ve většině případů vyšší chybu.

Aby bylo možné porovnat chybu predikce algoritmu Planární NAH, je nutné vhodně nastavit zejména parametr filtru v k-prostoru *Ratio*. Ten byl nastavován dle rovnice mocninné závislosti v grafu Graf 2. Hodnoty uvedené v grafu jsou odhadnuté optimum z patnácti provedených simulací. Druhý z parametrů α byl nastaven na konstantní hodnotu $\alpha = 0,1$.

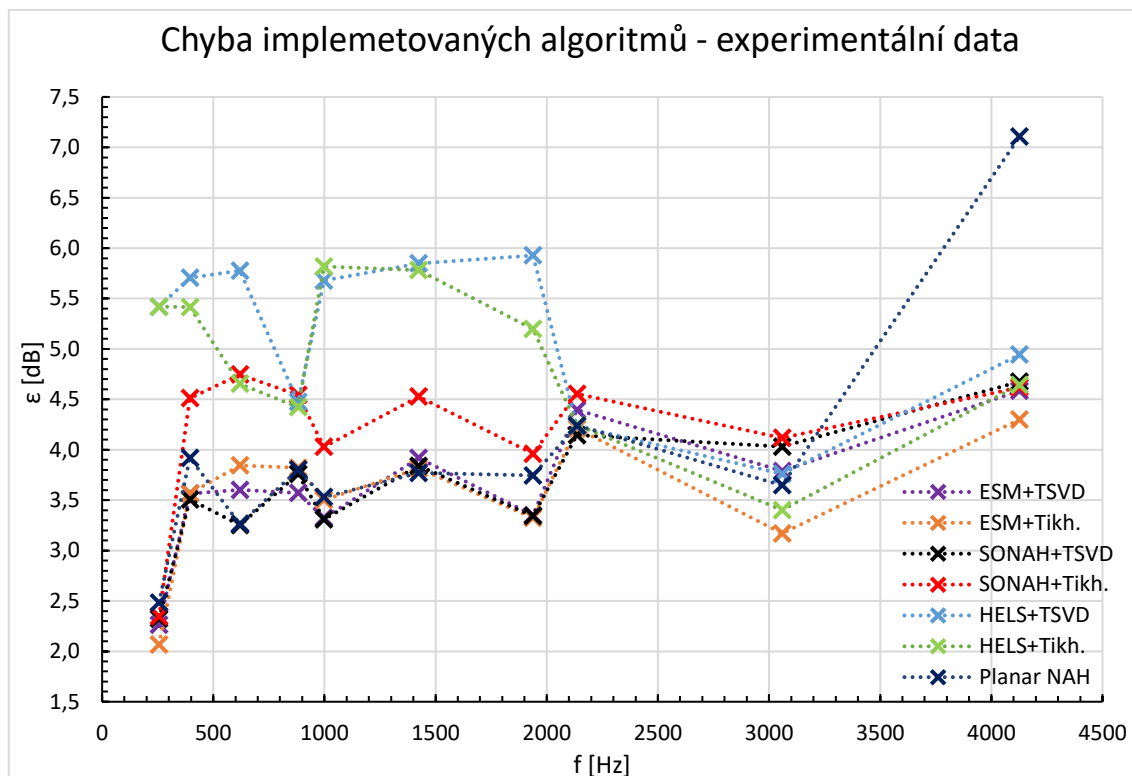


Graf 2: Experimentálně odhadnuté optimum parametru *Ratio* filtru v k-prostoru

Tato experimentálně získaná závislost ovšem platí pouze na data simulovaná simulátorem akustických dat. Pokud jsou vstupní data získaná měřením, nelze se na tuto závislost spoléhat. Zde může tato závislost sloužit pouze pro hrubý odhad a následně je nutné parametr *Ratio* ručně dopravit.

5.4.3 Chyba predikce – experimentální data

Vstupními daty byla tentokrát experimentálně naměřená data poskytnutá vedoucím práce. Stejně jako v předchozí podkapitole, jsou i výsledky v této kapitole spíše orientační, ovšem pro posouzení kvality predikce akustického tlaku mají vyšší hodnotu, neboť jsou měřená data striktně stejná pro každou metodu. Zároveň data obsahují neznámou úroveň šumu a chyby vzniklé nedokonalým vzorkováním. Chyby predikce ukazuje Graf 3.



Graf 3: Porovnání chyby predikce implementovaných algoritmů – experimentální data

Z grafu je patrné, že i v tomto případě je chyba predikce algoritmem HELS vysoká pro frekvence nižší než $f = 2\,000$ Hz. Nedošlo ovšem k jeho selhání.

Vynesené závislosti jsou jasným důkazem, že nelze vždy dosáhnout nejlepšího výsledku jedním konkrétním algoritmem společně s konkrétní regularizační metodou. Nejlepších výsledků však nejčastěji dosahuje algoritmus ESM s oběma regularizačními metodami, případně algoritmus SONAH s regularizací TSVD. Pro frekvence vyšší než $f = 2\,000$ Hz je však algoritmus HELS se zmíněnými metodami srovnatelný.

Dosud nebyl zmíněn algoritmus Planární NAH. Ten také umožňuje dosáhnout srovnatelných výsledků predikce, ovšem nejedná se o plně automatickou metodu. Zde je nutné zadat optimální hodnotu parametru *Ratio* ručně a jak již zaznělo, pro experimentální data nemusí reference existovat a nastavení vhodného parametru *Ratio* může být problematické.

6. ZÁVĚR

Tato práce se zabývá metodami akustické holografie v blízkém poli, které slouží k lokalizaci a vizualizaci zdroje zvuku či vibrací.

V teoretické části jsou popsány nejčastěji používané metody. Jedná se o Planární akustickou holografii v blízkém poli, metodu založenou na výpočtu Helmholtzova integrálu – HELS, metodu statistického optima – SONAH, metodu využívající ekvivalentních zdrojů zvuku – ESM, velmi komplexní metodu s využitím hraničních prvků – BEM a metodu sloužící pro vizualizaci nestacionárních zdrojů Real-time NAH. Každá ze zmíněných metod je podrobně rozebrána a je popsán způsob výpočtu rekonstrukce akustického pole v predikční rovině.

Dále jsou zde stručně popsány také metody vzniklé v posledních pěti letech. Některé nově vyvinuté metody jsou modifikací či nadstavbou dříve vyvinutých metod a v práci jsou zmiňovány formou odkazů na odbornou literaturu. Tyto modifikace často využívají pokročilých teorií kompresního vzorkování a operací s řídkými maticemi, které jsou v práci také rozebrány.

Další kapitola se věnuje regularizačním metodám, které s metodami akustické holografie v blízkém poli úzce souvisí. Jedná se o algoritmy, které pomáhají potlačovat vliv šumu v naměřených datech a dopomáhají tak k nalezení řešení predikce. Popsanými metodami jsou Tikhonovova regularizační metoda, metoda založená na singulárním rozkladu – TSVD a poměrně nedávno vzniklá Bayesovská regularizační metoda. S těmito algoritmy také souvisí hledání optimálního regularizačního parametru. O způsobech jeho nalezení pojednává kapitola 2.4. Na závěr je doplněn přehled publikovaných metod akustické holografie v blízkém poli společně se zmíněnými regularizačními metodami.

V praktické části byly implementovány čtyři algoritmy NAH a dvě regularizační metody v prostředí LabVIEW. Těmito algoritmy jsou ESM, HELS, SONAH a Planární NAH společně s Tikhonovovou regularizační metodou a metodou TSVD. V práci je popsán samotný proces výpočtu predikce jednotlivých implementovaných algoritmů. Všechny implementované algoritmy jsou sestaveny tak, aby počítaly predikci ve formě akustických tlaků. Předpokladem je také využití akustických tlaků jako vstupních dat. Pro zajištění správnosti výpočtů predikce bylo také nutné vytvořit několik podprogramů, které například generují elementární vlnové funkce nebo aproximují výpočet integrálů. V neposlední řadě byl do prostředí LabVIEW implementován simulátor akustického pole, který simuluje akustické pole ve dvou rovinách. Díky tomu je možné porovnat správnost výpočtu predikce jednotlivými implementovanými algoritmy.

Ze zmíněných implementací metod NAH a regularizačních metod byla vytvořena knihovna s názvem **Near-field acoustical holography.lvlib**. Ke knihovně byla zhotovena záložka v paletě nástrojů prostředí LabVIEW, ve které jsou kromě implementovaných algoritmů také další vytvořené podprogramy a simulátor akustických dat.

Čtvrtá kapitola této práce popisuje vytvořenou testovací aplikaci. Obsahuje podrobný popis všech nastavitelných parametrů výpočtu predikce akustického pole. Zároveň tato aplikace vykresluje řadu grafů, ve kterých jsou zobrazeny mapy naměřených a predikovaných akustických tlaků společně s prostorem vlnových čísel. Zobrazena je také chyba predikce v decibelech v případech, kdy je známé referenční akustické pole v predikční rovině. Jako vstupní data pro jednotlivé algoritmy NAH lze použít simulovaná akustická data nebo experimentálně naměřená data v textovém formátu či formátu .tdms.

S použitím testovací aplikace byla ověřena správnost implementace jednotlivých algoritmů. O tom pojednává kapitola 5. Implementované algoritmy byly otestovány jak simulovanými, tak experimentálními daty s referencí. Všechny implementované algoritmy jsou bez využití regularizačních metod schopny rekonstruovat akustické pole v predikční rovině při použití simulovaných dat bez šumu.

Algoritmus HELS však funguje spolehlivě až při výpočtu predikce na vyšších kmitočtech cca od $f = 2\,000$ Hz. Přesněji však nelze tuto skutečnost specifikovat vzhledem k obrovskému množství nastavení simulací či měřicí soupravy. Důvodem selhávání tohoto algoritmu je skutečnost, že principiálně je sestaven pro predikci akustického pole generovaného sférickým zdrojem zvuku. Simulátor však generuje akustické pole vzniklé tenkou deskou, tedy plošným zdrojem. Algoritmus HELS také obecně vykazuje vyšší chybu predikce. To je způsobeno posunutím počátku souřadného systému do určité vzdálenosti za zdroj, čímž je snížena amplituda evanescentních vln a celkově i úroveň akustického tlaku. Pro účely lokalizace zdroje zvuku však není nižší úroveň akustického tlaku podstatnou chybou.

Při testování implementovaných algoritmů na experimentálních datech již byly použity i regularizační metody. Pro algoritmy ESM, SONAH i HELS se podařilo implementovat obě regularizační metody, tedy Tikhonovovu metodu i TSVD. Ačkoli nebyla nalezena žádná odborná literatura, která by zmiňovala možnost použití regularizace TSVD s algoritmem SONAH, tato kombinace algoritmů byla úspěšně implementována. Na závěr byly všechny implementované algoritmy porovnány s ohledem na rychlost výpočtu a přesnost predikce.

Ze získaných výsledků v rámci testování při různých frekvencích a konfiguracích měření či simulací lze usuzovat, že implementace všech popsanych algoritmů proběhla úspěšně. Nelze však přesně definovat, která z implementovaných metod zaručuje vždy nejlepších výsledků predikce. Stejně tak regularizační metody nelze jednoznačně porovnat.

Dalším pokračováním této diplomové práce by mohla být optimalizace algoritmů z hlediska výpočetní rychlosti, případně implementace dalších algoritmů NAH a regularizačních metod. Pro lepší specifikaci přesnosti jednotlivých algoritmů by také bylo vhodné provedení většího počtu měření akustických dat v různých vzdálenostech od zdroje, na větším počtu frekvencí a na různých zdrojích zvuku.

LITERATURA

- [1] MAYNARD, J.D. a E.G. WILLIAMS. Nearfield acoustic holography: I. Theory of generalized holography and the development of NAH. *Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 1985, 78(4), 1395-1413 [cit. 2020-10-31]. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.392911
- [2] WILLIAMS, Earl G. *Fourier acoustics: Sound Radiation and Nearfield Acoustical Holography*. London: Academic Press, 1999, 306 s. ISBN 0-12-753960-3
- [3] PASQUAL, A.M. A patch near-field acoustical holography procedure based on a generalized discrete Fourier series. *Mechanical systems and signal processing* [online]. Elsevier, 2017, 90, 285-297 [cit. 2020-11-02]. ISSN 0888-3270. Dostupné z: doi:10.1016/j.ymssp.2016.12.035
- [4] SCHOLTE, Rick, Ines LOPEZ, Bert ROOZEN, Henk NIJMEIJER a Rick SCHOLTE. Truncated aperture extrapolation for Fourier-based near-field acoustic holography by means of border-padding. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2009, 125(6), 3844-3854 [cit. 2020-12-15]. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.3126994
- [5] HAVRÁNEK, Zdeněk. *Analýza vibrací pomocí akustické holografie*. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2009.
- [6] WANG, Z. a S.F. WU. Helmholtz equation-least-squares method for reconstructing the acoustic pressure field. *Journal of the Acoustical Society of America* [online]. *Am Inst Phys*, 1997, 102(4), 2020-2032 [cit. 2020-10-23]. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.419691
- [7] WU, S. On reconstruction of acoustic pressure fields using the Helmholtz equation least squares method. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2000, 107(5 Pt 1), 2511-2522 [cit. 2020-12-16]. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.428639
- [8] NATARAJAN, Logesh Kumar, Sean F WU a Logesh Kumar NATARAJAN. Reconstructing the vibro-acoustic quantities on a highly non-spherical surface using the Helmholtz equation least squares method. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2012, 131(6), 4570-4583 [cit. 2020-12-16]. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.4707453
- [9] NATARAJAN, Logesh Kumar a Sean WU. Reconstruction of normal surface velocities on a baffled plate using Helmholtz equation least squares method. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2011, 129(4), 2448-2448 [cit. 2020-12-16]. ISSN 0001-4966. Dostupné z: doi:10.1121/1.3588022
- [10] STEINER, Rolf; HALD, Jorgen. Near-field acoustical holography without the errors and limitations caused by the use of spatial DFT. *International Journal of Acoustics and Vibration*, 2001, 6.2: 83-89
- [11] HALD, J. Patch Nearfield Acoustical Holography Using a New Statistically Optimal Method. *Technical*, 2003, 40.

- [12] HALD, Jorgen a Jorgen HALD. Basic theory and properties of statistically optimized near-field acoustical holography. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2009, 125(4), 2105-2120 [cit. 2020-10-23]. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.3079773
- [13] HALD, Jørgen a Jørgen HALD. Scaling of plane-wave functions in statistically optimized near-field acoustic holography. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2014, 136(5), 2687-2696 [cit. 2020-10-23]. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.4897399
- [14] VALDIVIA, Nicolas P, Earl G WILLIAMS a Nicolas P VALDIVIA. Study of the comparison of the methods of equivalent sources and boundary element methods for near-field acoustic holography. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2006, 120(6), 3694-3705 [cit. 2020-10-23]. ISSN 0001-4966. Dostupné z: doi:10.1121/1.2359284
- [15] SARKISSIAN, Angie. Method of superposition applied to patch near-field acoustic holography. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2005, 118.2: 671-678.
- [16] KOOPMANN, G.H., L. SONG a J.B. FAHNLINE. A method for computing acoustic fields based on the principle of wave superposition. *Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 1989, 86(6), 2433-2438 [cit. 2020-10-23]. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.398450
- [17] FERNANDEZ-GRANDE, Efren, Angeliki XENAKI, Peter GERSTOFT a Efren FERNANDEZ-GRANDE. A sparse equivalent source method for near-field acoustic holography. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2017, 141(1), 532-532 [cit. 2020-11-01]. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.4974047
- [18] HU, Ding-yu, He-bing LI, Yu HU a Yu FANG. Sound field reconstruction with sparse sampling and the equivalent source method. *Mechanical systems and signal processing* [online]. Elsevier, 2018, 108, 317-325 [cit. 2020-12-16]. ISSN 0888-3270. Dostupné z: doi:10.1016/j.ymsp.2018.02.031
- [19] CANCLINI, Antonio, Massimo VARINI, Fabio ANTONACCI a Augusto SARTI. Dictionary-based Equivalent Source Method for Near-Field Acoustic Holography. In: *2017 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)* [online]. IEEE, 2017, s. 166-170 [cit. 2020-12-16]. ISSN 15206149. Dostupné z: doi:10.1109/ICASSP.2017.7952139
- [20] BI, Chuan-xing, Yuan LIU, Liang XU a Yong-bin ZHANG. Sound field reconstruction using compressed modal equivalent point source method. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2017, 141(1), 73 [cit. 2020-12-16]. ISSN 0001-4966. Dostupné z: doi:10.1121/1.4973567
- [21] HE, Yansong, Liangsong CHEN, Zhongming XU a Zhifei ZHANG. A Compressed Equivalent Source Method Based on Equivalent Redundant Dictionary for Sound Field Reconstruction. *Applied Sciences* [online]. Basel: MDPI, 2019, 9(4) [cit. 2020-12-16]. Dostupné z: doi:10.3390/app9040808

- [22] VALDIVIA, Nicolas P. Advanced equivalent source methodologies for near-field acoustic holography. *Journal of sound and vibration* [online]. Elsevier, 2019, 438, 66-82 [cit. 2020-12-16]. ISSN 0022-460X. Dostupné z: doi:10.1016/j.jsv.2018.08.028
- [23] BAI, M.R. Application of BEM (boundary element method)-based acoustic holography to radiation analysis of sound sources with arbitrarily shaped geometries. *Journal of the Acoustical Society of America* [online]. Acoustical Society of America, 1992, 92(1), 533-549 [cit. 2020-10-23]. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.404263
- [24] VALDIVIA, Nicolas, Earl G WILLIAMS a Nicolas VALDIVIA. Krylov subspace iterative methods for boundary element method based near-field acoustic holography. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2005, 117(2), 711-724 [cit. 2020-12-16]. ISSN 0001-4966. Dostupné z: doi:10.1121/1.1841511
- [25] VALDIVIA, Nicolas P. Krylov Subspace iterative methods for time domain boundary element method based nearfield acoustical holography. *Journal of sound and vibration* [online]. Elsevier, 2020, 484 [cit. 2020-12-16]. ISSN 0022-460X. Dostupné z: doi:10.1016/j.jsv.2020.115498
- [26] VALDIVIA, N a Eg WILLIAMS. Implicit methods of solution to integral formulations in boundary element method based nearfield acoustic holography. *Journal Of The Acoustical Society Of America* [online]. ACOUSTICAL SOC AMER AMER INST PHYSICS, 2004, 116(3), 1559-1572 [cit. 2020-12-16]. ISSN 0001-4966. Dostupné z: doi:10.1121/1.1777854
- [27] CHAPPELL, D J, P J HARRIS a D J CHAPPELL. A Burton-Miller inverse boundary element method for near-field acoustic holography. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2009, 126(1), 149-157 [cit. 2020-12-16]. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.3133923
- [28] LE MAGUERESSE, Thibaut, Jean-hugh THOMAS, Jérôme ANTONI, Sébastien PAILLASSEUR a Thibaut LE MAGUERESSE. Instantaneous Bayesian regularization applied to real-time near-field acoustic holography. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2017, 142(2), 924-924 [cit. 2020-12-21]. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.4998571
- [29] PAILLASSEUR, Sébastien, Jean-hugh THOMAS, Jean-claude PASCAL a Sébastien PAILLASSEUR. Regularization for improving the deconvolution in real-time near-field acoustic holography. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2011, 129(6), 3777-3787 [cit. 2020-11-02]. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.3586790
- [30] ZHANG, Xiao-zheng, Chuan-xing BI, Yong-bin ZHANG a Lin GENG. Real-time nearfield acoustic holography for reconstructing the instantaneous surface normal velocity. *Mechanical systems and signal processing* [online]. Elsevier, 2015, 52-53(1), 663-671 [cit. 2020-12-21]. ISSN 0888-3270. Dostupné z: doi:10.1016/j.ymsp.2014.06.009

- [31] RAMAPRIYA, Deepthee Madenoor, Gabriele GRADONI, Stephen C CREAGH, Gregor TANNER, Elise MOERS a Inés LOPÉZ ARTEAGA. Nearfield acoustical holography – a Wigner function approach. *Journal of sound and vibration* [online]. Elsevier, 2020, 486 [cit. 2020-12-21]. ISSN 0022-460X. Dostupné z: doi:10.1016/j.jsv.2020.115593
- [32] HALD, Jørgen a Jørgen HALD. Fast wideband acoustical holography. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2016, 139(4), 1508-1508 [cit. 2020-12-18]. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.4944757
- [33] GADE, S., J. HALD a K. B. GINN. Wideband Acoustical Holography. *Sound and Vibration* [online]. 2016, vol. 50, no. 4, s. 8-13,20. ISSN 15410161.
- [34] PING, Guoli, Zhigang CHU, Zhongming XU a Linbang SHEN. A refined wideband acoustical holography based on equivalent source method. *Scientific Reports* [online]. Nature Publishing Group, 2017, 7(1) [cit. 2020-12-18]. Dostupné z: doi:10.1038/srep43458
- [35] PING, Guoli, Zhigang CHU, Yang YANG a Zhongming XU. Wideband holography based spherical equivalent source method with rigid spherical arrays. *Mechanical Systems and Signal Processing* [online]. Berlin: Elsevier BV, 2018, 111, 303 [cit. 2020-12-18]. ISSN 0888-3270. Dostupné z: <http://search.proquest.com/docview/2072765849/>
- [36] ZHOU, Hefeng, Ines LOPEZ-ARTEAGA a Henk NIJMEIJER. Broadband planar nearfield acoustic holography based on one-third-octave band analysis. *Applied acoustics* [online]. Elsevier, 2016, 109(C), 18-26 [cit. 2020-12-21]. ISSN 0003-682X. Dostupné z: doi:10.1016/j.apacoust.2016.02.002
- [37] ATTENDU, Jean-michel, Annie ROSS a Jean-michel ATTENDU. Time domain nearfield acoustical holography with three-dimensional linear deconvolution. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2018, 143(3), 1672-1672 [cit. 2020-12-22]. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.5027841
- [38] CHARDON, Gilles, Laurent DAUDET, Antoine PEILLOT, François OLLIVIER, Nancy BERTIN, Rémi GRIBONVAL a Gilles CHARDON. Near-field acoustic holography using sparse regularization and compressive sampling principles. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2012, 132(3), 1521-1534 [cit. 2020-12-17]. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.4740476
- [39] HALD, Jørgen a Jørgen HALD. A comparison of iterative sparse equivalent source methods for near-field acoustical holography. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2018, 143(6), 3758-3758 [cit. 2020-12-17]. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.5042223
- [40] ATTENDU, Jean-michel, Annie ROSS a Jean-michel ATTENDU. Sparse regularization for reconstructing transient sources with time domain nearfield acoustical holography. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2018, 143(6), 3796-3796 [cit. 2020-12-17]. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.5043088

- [41] CANDÈS, E.J a M.B WAKIN. An Introduction To Compressive Sampling. *IEEE Signal Processing Magazine* [online]. IEEE, 2008, 25(2), 21-30 [cit. 2020-12-18]. ISSN 1053-5888. Dostupné z: doi:10.1109/MSP.2007.914731
- [42] FERNANDEZ-GRANDE, Efrén a Laurent DAUDET. Compressive acoustic holography with block-sparse regularization. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2018, 143(6), 3737 [cit. 2020-12-21]. ISSN 0001-4966. Dostupné z: doi:10.1121/1.5042412
- [43] WILLIAMS, Earl G. Regularization methods for near-field acoustical holography. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2001, 110(4), 1976-1988 [cit. 2020-11-02]. ISSN 0001-4966. Dostupné z: doi:10.1121/1.1404381
- [44] HANSEN, Per. *The truncated SVD as a method for regularization*. BIT Numerical Mathematics [online]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1987, 27(4), 534-553 [cit. 2021-03-29]. ISSN 0006-3835. Dostupné z: doi:10.1007/BF01937276
- [45] PEREIRA, A, J ANTONI a Q LECLÈRE. Empirical Bayesian regularization of the inverse acoustic problem. *Applied acoustics* [online]. Elsevier, 2015, 97(C), 11-29 [cit. 2020-11-02]. ISSN 0003-682X. Dostupné z: doi:10.1016/j.apacoust.2015.03.008
- [46] HANSEN, Per Christian a Dianne Prost O'LEARY. The Use of the L-Curve in the Regularization of Discrete Ill-Posed Problems. *SIAM Journal on Scientific Computing* [online]. 1993, vol. 14, no. 6, s. 1487-17. ISSN 10648275.
- [47] CHOI, Hyoung Gil, Anand N THITE a David J THOMPSON. Comparison of methods for parameter selection in Tikhonov regularization with application to inverse force determination. *Journal of sound and vibration* [online]. Elsevier, 2007, 304(3), 894-917 [cit. 2020-11-19]. ISSN 0022-460X. Dostupné z: doi:10.1016/j.jsv.2007.03.040
- [48] AGARWAL, Vivek. Total variation regularization and L-curve method for the selection of regularization parameter. *ECE599*, 2003, 21: 1-31.
- [49] GOLUB, Gene H, Michael HEATH a Grace WAHBA. Generalized Cross-Validation as a Method for Choosing a Good Ridge Parameter. *Technometrics* [online]. Taylor & Francis Group, 1979, 21(2), 215-223 [cit. 2020-12-22]. ISSN 0040-1706. Dostupné z: doi:10.1080/00401706.1979.10489751
- [50] WU, Sean F. *The Helmholtz Equation Least Squares Method*. 1. New York: Springer, 2015, XIII/233. ISBN 978-1-4939-1640-5. Dostupné z: doi:https://doi.org/10.1007/978-1-4939-1640-5
- [51] BI, Chuan-xing, Yang ZHANG, Xiao-zheng ZHANG, Yong-bin ZHANG a Chuan-xing BI. *Stability analysis of inverse time domain boundary element method for near-field acoustic holography*. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2018, 143(3), 1308-1308 [cit. 2021-03-30]. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.5026024

- [52] WILLIAMS, Earl G, Brian H HOUSTON, Peter C HERDIC a Earl G WILLIAMS. Fast Fourier transform and singular value decomposition formulations for patch nearfield acoustical holography. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2003, 114(3), 1322-1333 [cit. 2021-03-30]. ISSN 0001-4966. Dostupné z: doi:10.1121/1.1603767
- [53] TAN, Dayi, Zhigang CHU, Guijiao WU a Dayi TAN. *Robust reconstruction of equivalent source method based near-field acoustic holography using an alternative regularization parameter determination approach*. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2019, 146(1), EL34-EL34 [cit. 2021-04-19]. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.5116333
- [54] Chu Zhigang, Ping Guoli, Yang Yang, Shen Linbang *Determination of regularization parameters in near-field acoustical holography based on equivalent source method*. *Journal of Vibroengineering*, Vol. 17, Issue 5, 2015, p. 2302-2313.
- [55] RABINOWITZ, Philip a George WEISS. Tables of abscissas and weights for numerical evaluation of integrals of the form $\int_{-x}^x f(x) dx$. *Mathematics of Computation* [online]. 1959, 13(68), 285-294 [cit. 2021-04-21]. ISSN 0025-5718. Dostupné z: doi:10.1090/S0025-5718-1959-0107992-3
- [56] GOLUB, Gene H a John H WELSCH. *Calculation of Gauss quadrature rules*. *Mathematics of Computation* [online]. 1969, 23(106), 221-230 [cit. 2021-04-21]. ISSN 0025-5718. Dostupné z: doi:10.1090/S0025-5718-69-99647-1
- [57] KOVÁŘ, Petr. *Vizualizace zvukových polí* [online]. Brno, 2013 [cit. 2021-4-27]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/11012/28019>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií. Ústav automatizace a měřicí techniky. Vedoucí práce Zdeněk Havránek.
- [58] GOMES, Jesper, Jorgen HALD, Peter JUHL, Finn JACOBSEN a Jesper GOMES. *On the applicability of the spherical wave expansion with a single origin for near-field acoustical holography*. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2009, 125(3), 1529-1537 [cit. 2021-5-4]. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.3068451

SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK

Zkratky:

BEM	Boundary element method – Metoda hraničních prvků
BPNAH	Broadband planar NAH – Širokopásmová planární NAH
CS	Compressive sampling – Kompresní vzorkování
DFT	Diskrétní Fourierova transformace
ESM	Equivalent source method – Metoda ekvivalentních zdrojů
FFT	Rychlá Fourierova transformace
GCV	Generalized cross validation – Generalizovaná křížová validace
HELs	Helmholtz equation least squares – Metoda využívající Helmholtzův integrál a metody nejmenších čtverců
IBEM	Inverse boundary element method – Inverzní metoda hraničních prvků
NAH	Near-field acoustical holography – Akustická holografie v blízkém poli
NI	National Instruments
RT-NAH	Real-time NAH
SNR	Signal to noise ratio – Odstup signál-šum
SONAH	Statisticky optimální NAH
SVD	Singular value decomposition – Singulární rozklad
TSVD	Truncated singular value decomposition – zkrácený singulární rozklad
VI	Virtual instrument – Virtuální nástroj
WBH	Wideband acoustical holography – Širokopásmová NAH
WF	Wignerovy funkce

Symboly:

<i>a</i>	vektor expanzních koeficientů u metody SONAH	
<i>B</i>	matice šumu u Bayesovské regularizace	
<i>c</i>	rychlost zvuku	(m.s ⁻¹)
<i>c_m</i>	expanzní koeficient	
<i>C_i</i>	expanzní koeficient	
<i>D</i>	matice atomů	
<i>D</i>	slovník skládající se z atomů	
<i>d_j</i>	funkce atomu	
<i>d_{origin}</i>	posun počátku souřadného systému	(m)
<i>E</i>	modul pružnosti	(Pa)

f	frekvence	(Hz)
f	funkce měřené veličiny u CS	
G	Greenova funkce	
\mathbf{G}	Transformační matice u metody ESM	
h	impulsní odezva u metody RT-NAH	
$h^{(1)}$	Hankelova funkce prvního druhu	
\mathbf{H}	transformační matice	
J	počet vlnových funkcí u metody HELS	
J_λ	Tikhonovova funkce	
k	prostorová vlnová frekvence (vlnové číslo)	(rad.m ⁻¹)
\mathbf{K}	vektor vlnových čísel u metody SONAH	
\mathbf{L}	jednotková matice v rovnici Tikhonovovy funkce	
M	počet měřicích bodů	
N_c	komplexní Gaussova funkce	
p	komplexní akustický tlak	(Pa)
\mathbf{p}	vektor akustických tlaků	
\mathbf{P}	spektrum vln	
q	síla ekvivalentního zdroje	(N)
\mathbf{q}	vektor koeficientů u metody ESM	
\mathbf{r}	vektor souřadnic	
\mathbf{R}	transformační matice u metody BEM	
\mathbf{R}_λ	regularizovaná transformační matice	
S	oblast zdrojů zvuku u metod EMS a BEM	
S^+	oblast bez zdrojů zvuku u metod EMS a BEM	
t	čas	(s)
\mathbf{U}	unitární matice vzniklá singulárním rozkladem	
\mathbf{V}	unitární matice vzniklá singulárním rozkladem	
$V(\lambda)$	funkce generalizované křížové validace	
w	komplexní akustická rychlost	(m.s ⁻¹)
$\hat{\mathbf{w}}$	vektor akustické rychlosti	
x	jeden naměřený vzorek u řešení řídkých matic	
$\tilde{\mathbf{x}}$	řešení obnovy signálu u CS	
Y	sférická harmonická funkce	
z_h	vzdálenost holografické roviny	(m)
z_r	vzdálenost predikční roviny	(m)
z_s	vzdálenost roviny zdroje	(m)
α	vektor koeficientů při řešení řídkých matic	
α_j	koeficient při řešení řídkých matic	
α^2	energie zdroje u Bayesovské regularizace	
β^2	energie šumu u Bayesovské regularizace	

Γ	hraniční plocha	
Γ_0	plocha snímačů	
Γ_s	plocha ekvivalentních zdrojů	
δ_p	relativní chyba predikce v jednom bodě	(%)
ε	chyba predikce	(dB)
η^2	regularizační parametr u Bayesovské regularizace	
λ	regularizační parametr	
Π	funkce exponenciálního okna	
ρ	hustota	(kg.m ⁻³)
σ^2	směrodatná odchylka	
σ_i	singulární hodnota matice Σ	
Σ	matice singulárních hodnot	
τ	dopravní zpoždění	(s)
φ	funkce hustoty zdrojových uzlů na ploše Γ u metody BEM	
φ_k	funkce šumu u CS	
Φ	báze snímání u CS	
Φ	funkce propagačních a evanescentních vln u metody BEM	
Φ_K	vlnová funkce u metody SONAH	
ψ	báze měřených dat	
ψ^*	elementární vlnová funkce metody HELS	
ω	úhlová frekvence	(rad.s ⁻¹)
Ω_B	matice korelačních koeficientů	
Ω_r	transformovaná úhlová frekvence	(rad.s ⁻¹)
Ω_s	matice korelačních koeficientů	

SEZNAM PŘÍLOH

PŘÍLOHA A - NAMĚŘENÉ HODNOTY	77
PŘÍLOHA B - ZDROJOVÝ KÓD	81

Příloha A - Naměřené hodnoty

A.1 Tabulka parametrů měření a simulací

Parametr	Hodnota
Počet měřicích bodů v ose x	8
Počet měřicích bodů v ose y	8
Rozestupy měřicích bodů v ose x	0,03 m
Rozestupy měřicích bodů v ose y	0,03 m
Vzdálenost holografické roviny	0,065 m
Vzdálenost predikční roviny	0,035 m
Frekvence 1	882 Hz
Frekvence 2	3 059 Hz
Rozeř vibrující desky v ose x	0,21 m
Rozeř vibrující desky v ose y	0,21 m
Tlouřka vibrující desky	3 mm
Pozice budící síly v ose x	0,15 m
Pozice budící síly v ose y	0,08 m
Budící síla působící na desku	1 000 N

Tabulka 5: Tabulka parametrů měření a simulací

A.2 Tabulky naměřených hodnot

Metoda	čas [ms]
ESM	38,98
HELS	2 470
SONAH	39,81
Planární NAH	0,13

Tabulka 6: Porovnání rychlosti implementovaných algoritmů NAH

Metoda	čas [s]		
	ESM	HELS	SONAH
Tikhonov	6,07	6,25	5,93
TSVD	5,46	5,48	5,43

Tabulka 7: Porovnání rychlosti implementovaných regularizačních metod

f [Hz]	Ratio [-]
100	17
200	8,6
300	5,3
400	4,2
500	3,2
600	3
800	2,1
1 000	2,2
1 200	1,8
1 400	1,7
1 600	1,9
1 800	1,7
2 000	1,6
2 200	1,5
2 400	1,4
2 600	1,5
2 800	1,5
3 000	1,4

Tabulka 8: Optimální hodnota parametru *Ratio* pro simulovaná data

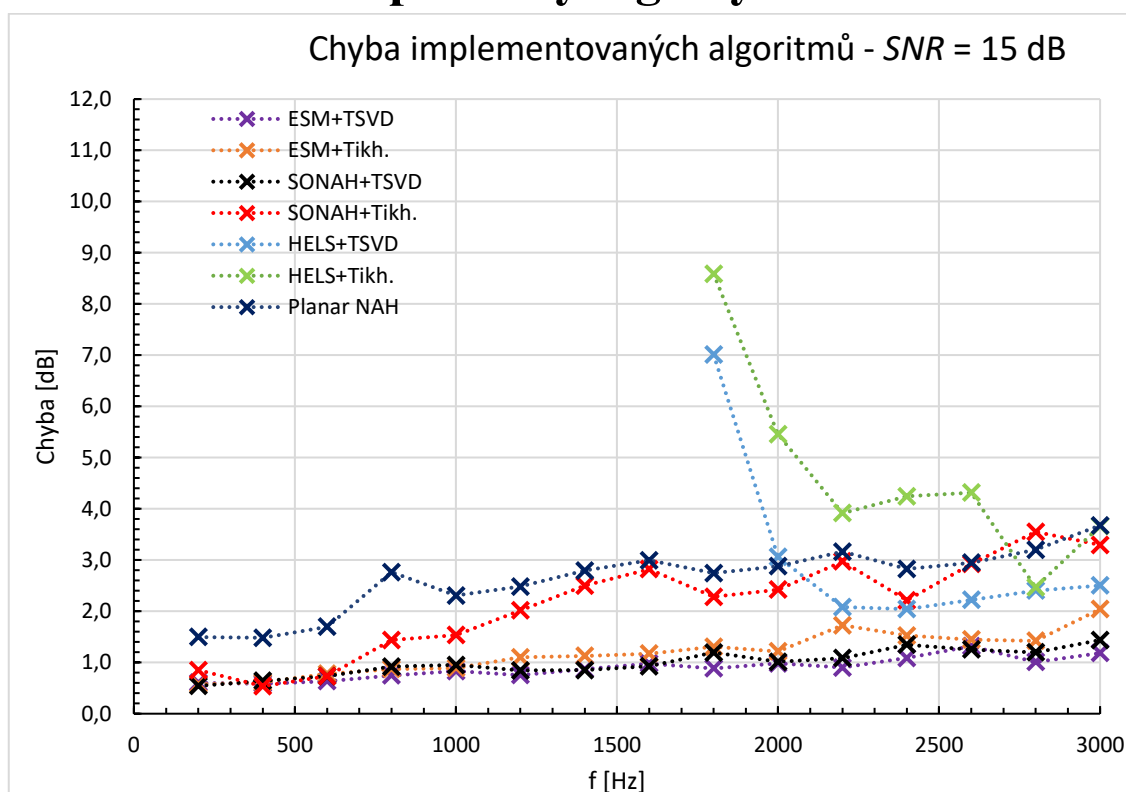
<i>f</i> [Hz]	Chyba [dB]						
	ESM+ TSVD	ESM+ Tikh.	SONAH + TSVD	SONAH + Tikh.	HELs+ TSVD	HELs+ Tikh.	Planar NAH
200	0,60	0,57	0,54	0,85	---	---	1,50
400	0,58	0,61	0,64	0,54	---	---	1,48
600	0,63	0,78	0,73	0,73	---	---	1,70
800	0,75	0,87	0,92	1,44	---	---	2,76
1 000	0,83	0,89	0,95	1,53	---	---	2,31
1 200	0,75	1,10	0,84	2,02	---	---	2,48
1 400	0,87	1,13	0,85	2,50	---	---	2,79
1 600	0,98	1,17	0,92	2,82	---	---	2,99
1 800	0,88	1,31	1,19	2,28	7,01	8,59	2,74
2 000	0,98	1,22	1,01	2,42	3,06	5,46	2,88
2 200	0,90	1,72	1,08	2,97	2,08	3,92	3,16
2 400	1,09	1,52	1,35	2,21	2,04	4,24	2,82
2 600	1,32	1,45	1,25	2,92	2,22	4,32	2,95
2 800	1,01	1,42	1,20	3,55	2,40	2,47	3,20
3 000	1,19	2,04	1,44	3,29	2,50	3,66	3,68

Tabulka 9: Chyba predikce implementovaných algoritmů – simul. data; SNR = 15 dB

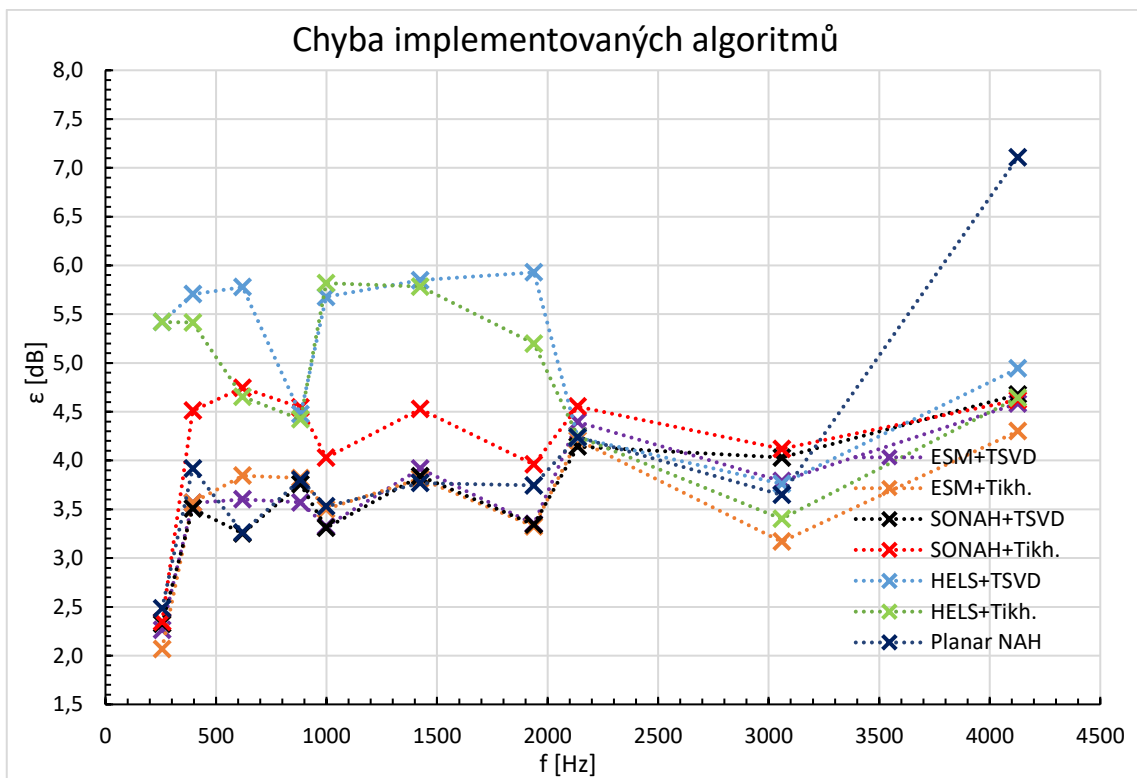
f [Hz]	Chyba [dB]							
	ESM+ TSVD	ESM+ Tikh.	SONAH +TSVD	SONAH +Tikh.	HELs+ TSVD	HELs+ Tikh.	Planar NAH	Ratio
256	2,26	2,07	2,33	2,35	5,42	5,42	2,48	11,0
395	3,57	3,57	3,51	4,51	5,71	5,42	3,92	10,0
620	3,60	3,84	3,25	4,75	5,78	4,65	3,26	7,1
882	3,57	3,82	3,76	4,54	4,47	4,42	3,80	3,5
998	3,32	3,50	3,31	4,03	5,68	5,82	3,53	3,8
1 424	3,92	3,81	3,84	4,53	5,85	5,78	3,77	3,2
1 938	3,35	3,32	3,34	3,96	5,93	5,20	3,75	2,2
2 136	4,40	4,21	4,14	4,55	4,23	4,25	4,24	1,7
3 059	3,79	3,17	4,03	4,12	3,76	3,40	3,65	1,7
4 127	4,59	4,30	4,68	4,62	4,94	4,64	7,11	1,6

Tabulka 10: Chyba predikce algoritmů – experimentální data

A.3 Naměřené průběhy – grafy



Graf 4: Porovnání chyby predikce implementovaných algoritmů – simulovaná data



Graf 5: Porovnání chyby predikce implementovaných algoritmů – experimentální data

Příloha B - Zdrojový kód

Zdrojový kód programu je uložen na přiloženém CD. Všechny přiložené soubory byly vytvořeny v prostředí LabVIEW 2019.

B.1 Seznam souborů zdrojového kódu

NAH Framework.exe – Testovací aplikace

NAH installer – složka s instalačním programem testovací aplikace

Near-field acoustical holography.lvlib – knihovna implementovaných algoritmů

Acoustic field simulator.vi – simulátor akustických dat

ESM.vi – Algoritmus metody ESM

HEL.S.vi – Algoritmus metody HELS

Laguerre.vi – Podprogram počítající aproximaci integrálu

Legendre.vi – Podprogram počítající aproximaci integrálu

Legendre_polynomial.vi – Podprogram počítající Legendreovy polynomy

Planar_NAH.vi – Algoritmus metody Planární NAH

Plate deflections.vi – Podprogram počítající výchylky tenké desky

SONAH.vi – Algoritmus metody SONAH

Spherical harmonics.vi – Podprogram generující sférické harmonické funkce

Tikhonov.vi – Algoritmus Tikhonovovy regularizační metody

TSVD.vi – Algoritmus regularizační metody TSVD

Framework.vi – Program testovací aplikace

Read txt.vi – Podprogram pro načtení dat ze souboru ve formátu .txt

Load measurement.vi – Podprogram pro načtení dat ze souboru ve formátu .tdms