UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Geometrické úlohy v rámci jednotné přijímací zkoušky na SŠ

Jana Beinová

Olomouc 2024 Mgr. David Nocar, Ph.D.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci na téma Geometrické úlohy v rámci jednotné přijímací zkoušky na SŠ vypracovala samostatně, s využitím pouze citovaných literárních pramenů.

V Olomouci dne 7. 6. 2024

Jana Beinová

Poděkování

Ráda bych poděkovala vedoucímu bakalářské práce Mgr. Davidu Nocarovi, Ph.D. za formální korektury, trpělivost a možnost podpory online.

Anotace

Jméno a příjmení:	Jana Beinová
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	Mgr. David Nocar, Ph.D.
Rok obhajoby:	2024

Název práce:	Geometrické úlohy v rámci jednotné přijímací zkoušky na SŠ
Název práce v angličtině:	Geometric problems as a part of the unified high school entrance exam
Zvolený typ práce:	praktická
Anotace práce:	Bakalářská práce se zaměřuje na analýzu geometrických úloh jednotné přijímací zkoušky na střední školy v České republice. Po teoretickém zkoumání struktury zkoušek, historického vývoje a současných požadavků Cermatu a analýze dat z minulých let byla vytvořena sbírka úloh, která má potenciál sloužit jako praktický nástroj pro přípravu uchazečů.
Anotace v angličtině:	The bachelor's thesis focuses on the analysis of geometric problems in the unified high school entrance exam in the Czech Republic. After a theoretical examination of the exam structure, historical development, and current Cermat requirements, and an analysis of data from previous years, a collection of problems was created that has the potential to serve as a practical tool for candidate preparation.
Klíčová slova:	geometrie, jednotné přijímací zkoušky, střední školy, Cermat, příprava na zkoušky, analýza úloh, sbírka úloh
Klíčová slova v angličtině:	geometry, unified entrance exams, high schools, Cermat, exam preparation, problem analysis, collection of problems
Přílohy vázané v práci:	0 příloh
Rozsah práce:	69 stran
Jazyk práce:	Český jazyk

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
Pedagogická fakulta
Akademický rok: 2022/2023

Studijní program: Matematika se zaměřením na vzdělávání (maior), Anglický jazyk se zaměřením na vzdělávání (minor)
Forma studia: Kombinovaná

Podklad pro zadání BAKALÁŘSKÉ práce studenta

Jméno a příjmení:	**Jana BEINOVÁ**
Osobní číslo:	**D210399**
Adresa:	Sluneční náměstí 2583/10, Praha – Stodůlky, 15800 Praha 58, Česká republika
Téma práce:	Geometrické úlohy v rámci jednotné přijímací zkoušky na SŠ
Téma práce anglicky:	Geometric problems as a part of the unified high school entrance exam
Jazyk práce:	Čeština
Vedoucí práce:	Mgr. David Nocar, Ph.D. Katedra matematiky (PDF)

Zásady pro vypracování:

V práci budou analyzovány geometrické úlohy, které jsou součástí jednotné přijímací zkoušky na střední školu.
Seznámení se s úlohami z jednotné přijímací zkoušky na SŠ z posledních několika ročníků.
Bude provedena analýza, jaké typy geometrických úloh se v rámci jednotné přijímací zkoušky vyskytují a k jakému učivu dle RVP ZV se vztahují. Také bude provedena analýza několika ŠVP, zdali je zakomponováno příslušné učivo, aby žáci byli na tyto úlohy v rámci jednotné přijímací zkoušky připraveni.
V praktické části bude připravena sbírka řešených geometrických úloh, které se nejčastěji v jednotných přijímacích zkouškách vyskytují.

Seznam doporučené literatury:

- PUPÍK, P., VÉMOLOVÁ, R., ZELENÝ, P. Testy 2017 pro žáky 9. tříd ZŠ z matematiky. Brno: Didaktis, 2017.
- ONDRÁČKOVÁ, I., SLOVÁK, V., TLÁSKAL, J., ZLÁMAL, V. Testy 2018 pro žáky 9. tříd ZŠ z matematiky. Brno: Didaktis, 2017.
- SLOVÁKOVÁ, B., SLOVÁK, V. Testy 2019 z matematiky pro žáky 9. tříd ZŠ. Brno: Didaktis, 2018.
- HEDBÁVNÁ, H., LIŠKOVÁ, H., ONDRÁČKOVÁ, I., VOBECKÁ, B. Testy 2020 z matematiky pro žáky 9. tříd ZŠ. Brno: Didaktis, 2019.
- HEDBÁVNÁ, H., ONDRÁČKOVÁ, I., GAZÁRKOVÁ, D., LIŠKOVÁ, H. Testy 2021-2022 z matematiky pro žáky 9. tříd ZŠ. Brno: Didaktis, 2020.
- Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. Praha: MŠMT, 2021. https://www.edu.cz/rvp-ramcove-vzdelavaci-programy/ramcovy-vzdelavacici-program--pro-zakladni-vzdelavani-rvp-zv/.

Stav schvalování: Vedoucím katedry schválen studentův podklad VŠKP

Podpis studenta: Datum:

Podpis vedoucího práce: Datum:

Podpis vedoucího pracoviště: Datum:

Obsah

1 Úvod

V současném vzdělávacím prostředí sehrává klíčovou roli proces přijímání nových žáků na střední školy, a to prostřednictvím jednotné přijímací zkoušky. Tento náročný krok v životě každého žáka představuje nejen překážku, ale i výzvu, která ovlivňuje jeho další studia a potažmo celý život. Jednotná přijímací zkouška na střední školu představuje klíčový prvek procesu zaměřeného na výběr adekvátně připravených a schopných studentů pro různé typy středních škol.

V teoretické části této práce se budeme podrobněji zabývat jednotnou přijímací zkouškou, a to zejména s ohledem na geometrické úlohy, které v jejím rámci hrají klíčovou roli. Začneme exkurzí do historie, budeme zkoumat původ a vývoj přijímacích zkoušek na střední školy. Tato historická retrospektiva nám poskytne nezbytný kontext, abychom lépe porozuměli tomu, jak do celého komplexu zapadají právě geometrické úlohy. Dále se zaměříme na strukturu přijímacích zkoušek, přičemž si krátce připomeneme historické změny, ale hlavní pozornost věnujeme struktuře současné.

Podrobněji se podíváme také na specifika geometrických úloh a pokusíme se vysvětlit a obhájit jejich nezastupitelnou roli při hodnocení a výběru uchazečů. Dalším krokem bude představení konkrétních geometrických výstupů z matematiky dle Rámcového vzdělávacího programu (RVP) a to především kvůli jejich relevanci v kontextu přípravy žáků na jednotnou přijímací zkoušku.

Nakonec se ještě pozastavíme u požadavků Centra pro zjišťování výsledků vzdělávání v oblasti geometrických dovedností, což nám umožní lépe porozumět nastaveným standardům a kritériím. Výstupy z RVP a požadavky Centra pro zjišťování výsledků vzdělávání zhodnotíme a porovnáme. Pokud vyvstane potřeba zhodnotit data v rámci následné analýzy alternativním způsobem, vysvětlíme, co nás k takovému rozhodnutí vedlo. Všechny tyto informace nám budou pilíři pro následnou praktickou část práce.

V praktické části našeho výzkumu započneme detailním představením metodologie, ve které se zaměříme na konkrétní aspekty procesu získávání dat z jednotných přijímacích zkoušek. Po představení metodologie se přesuneme na samotnou analýzu a diskusi získaných dat.

Na začátku se zaměříme na samotné geometrické úlohy a na to, co nám mohou sdělit při srovnání mezi sebou. Budeme zkoumat jejich podíl na celkovém hodnocení jednotné přijímací zkoušky, počet řešení těchto úloh a dále se zaměříme na to, které geometrické znalosti a dovednosti jsou pro uchazeče opravdu stěžejní. Hlavním cílem práce bude porozumět tomu, jaký vliv mají jednotlivé geometrické úlohy na celkové hodnocení uchazečů a identifikovat, které znalosti a dovednosti jsou v rámci těchto úloh nejvíce vyžadovány.

Tyto analýzy následně využijeme i k vytvoření praktické sbírky úloh, která bude zaměřena na procvičování nejčastěji požadovaných dovedností. Tato sbírka bude obsahovat nejen úlohy, ale i pravděpodobný počet bodů za jejich úspěšné řešení a detailní nákres řešení, doplněný slovním vysvětlením nutných znalostí. Jedním z cílů je vytvoření sbírky úloh, která poskytne uchazečům a případně i jejich učitelům užitečný nástroj pro efektivní přípravu na geometrické konstrukční úlohy v rámci jednotných přijímacích zkoušek.

2 Teoretická část

2.1 Historie jednotné přijímací zkoušky

Historie jednotné přijímací zkoušky (JPZ) v České republice je relativně krátká. Přijímací zkoušky na střední školy jako takové však existují již dlouho. Prakticky od doby, co počet uchazečů převážil počet studentů, které byly školy schopny přijmout. Samotná JPZ se stala oficiální až v roce 2017.

V letech předcházejících roku 2017 se uchazeči setkávali s přijímacími testy od společnosti SCIO. Ta byla založena v roce 1995 a původně měla zajišťovat přijímací testy na vysoké školy, které dnes fungují ve formě národních srovnávacích zkoušek (NSZ). Následně se však pustila i do přípravy přijímacích testů na střední školy a vzhledem k jejich hojnému využívání různými středními školami i gymnázii lze tyto SCIO testy nazvat neoficiálními předchůdci JPZ. Školy mohly volit, zda testy využijí či nikoli, nebyly zatím součástí žádného zákona. Společnost SCIO připravovala testy z českého jazyka, matematiky a obecných studijních předpokladů. Často se stávalo, že školy vybíraly od SCIO pouze některé testy a některé si zajišťovaly samy.

Současnou podobu JPZ má na svědomí společnost Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání (Cermat), která vznikla v roce 2006 pod záštitou Ministerstva školství. Cermat spustil pilotní atestaci JPZ v roce 2015, která pokračovala i do roku 2016. Na svých stránkách Cermat upozorňuje, že testy z let 2015 a 2016 neodpovídají současným požadavkům JPZ. Po ukončení atestace byly vydané současné Specifikace požadavků a od té doby jsou tedy jednotné požadavky i forma testů. JPZ je od podzimu 2016 povinná dle zákona č. 178/2016 Sb, který upravuje školský zákon č. 561/2004 Sb. JPZ se dle těchto zákonů skládá z písemných testů z matematiky a českého jazyka, přičemž tyto testy musí tvořit alespoň 60 % celkového hodnocení přijímací zkoušky. Zbývajících 40 % hodnocení je v rukách samotných škol. Ty mohou v rámci této části využít různé další metody hodnocení, jako jsou ústní pohovory, vlastní testy, body za dobré známky ze základní školy, úspěchy v olympiádách apod.

2.2 Struktura jednotné přijímací zkoušky

Jednotná přijímací zkouška (JPZ) je klíčovým prvkem přijímacího procesu na střední školy v České republice. Zavedena byla oficiálně v roce 2017 a má za cíl sjednotit a objektivizovat přijímací postupy na různých typech škol. Přestože JPZ tvoří povinnou část přijímacího procesu, je důležité porozumět její struktuře.

JPZ se skládá z písemných testů z matematiky a českého jazyka, které tvoří základní pilíř zkoušky. Test z matematiky měří schopnosti uchazečů v oblasti matematické logiky, algebry, geometrie a statistiky. Otázky mohou zahrnovat různorodé úkoly, od praktických výpočtů až po teoretické úvahy. Tyto testy představují 60 % celkového hodnocení uchazečů.

Zbývajících 40 % hodnocení tvoří školní část, která závisí na samotné střední škole. Školy mají možnost využít různé metody a kritéria pro hodnocení uchazečů. Tyto možnosti zahrnují ústní pohovor, vlastní testy, hodnocení za známky ze základní školy a body navíc za úspěchy v různých soutěžích.

Po provedení všech částí JPZ následuje závěrečné vyhodnocení, kde se hodnocení písemných testů a školní části sloučí. Na základě tohoto komplexního hodnocení školy rozhodují o přijetí uchazeče. Jednotná přijímací zkouška tak na jednu stranu přináší standardizaci do přijímacích procesů na středních školách, zároveň však nechává prostor pro individuální přístup každé školy při hodnocení a výběru budoucích studentů.

2.3 Jednotné přijímací zkoušky z matematiky

Jednotná přijímací zkouška z matematiky na střední školy slouží k objektivnímu měření matematických schopností a dovedností uchazečů. Obsahuje otázky z různých oblastí matematického učiva, které odpovídají znalostem a dovednostem žáků dokončujících základní vzdělání. Mezi tyto oblasti patří číslo a proměnná, práce s daty, geometrie a nestandartní aplikační úlohy. Tyto oblasti jsou shodné s charakteristikou vzdělávací oblasti matematika v RVP. Testy napříč lety jsou si podobné vzhledem k počtu úloh, jejich typu, rozmístění i počtu bodů, které za ně uchazeč může získat. Tedy následující informace platí pro všechny JPZ z matematiky již od roku 2017.

Zkouška obsahuje různé typy otázek, včetně tzv. „multiple-choice“ otázek, krátkých odpovědí a úloh vyžadujících úplné vypracování. Tento formát umožňuje hodnotit různé aspekty matematických schopností uchazečů. Jednotlivé části zkoušky mají stanovenou váhu v celkovém hodnocení. Například, obtížnější otázky nebo úlohy vyžadující delší výpočty bývají ohodnoceny vyšším počtem bodů než otázky s nižší obtížností.

Uchazeči mají na vypracování zkoušky stanovený časový limit, který zahrnuje všechny části zkoušky. Tento časový limit je navržen tak, aby poskytoval dostatek času na řešení otázek a testoval schopnost efektivního řešení matematických úloh. Základní časový limit je 70 minut. Uchazeči, kteří mají doprovázející dokumentaci od psychologa potvrzující potřebu podpůrných opatření, mohou mít nárok na speciální podmínky během přijímací zkoušky, včetně prodloužení času, aby mohli lépe projevit své schopnosti a dovednosti.

Co se týče hodnocení, je dvojí. Některé části zkoušky, zejména multiple-choice otázky, jsou skórovány automaticky počítačovým systémem. To umožňuje rychlé a objektivní vyhodnocení výsledků uchazečů. Ovšem testy obsahují i zmíněné úlohy vyžadující matematické přesný postup a ty bývají hodnoceny ručně. Kvalifikovaní hodnotitelé posuzují odpovědi uchazečů a přidělují body na základě jasných kritérií stanovených Cermatem. Tato kritéria zahrnují správnost výsledků, matematickou logiku, způsob vyjádření řešení a další.

Po vyhodnocení všech částí zkoušky je každému uchazeči přiděleno celkové skóre. To reflektuje jejich matematické schopnosti a dovednosti a slouží jako základ pro rozhodnutí o přijetí na střední školu.

2.4 Geometrie v rovině a v prostoru v rámci RVP ZV

V Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání (RVP ZV) jsou v sekci Geometrie v rovině a v prostoru stanoveny určité očekávané výstupy, které se týkají vzdělávání na obou stupních ZŠ. Tyto výstupy poskytují konkrétní směrnice a cíle, kterých by měli žáci dosáhnout ve vzdělávání v oblasti geometrie. Jejich formulace je navržena tak, aby poskytovala strukturovaný rámec pro výuku a hodnocení geometrických dovedností a znalostí žáků na obou stupních ZŠ. V této práci máme však pro přehlednost uvedenu pouze část týkající se druhého stupně ZŠ.

„V rámci 2. stupně ZŠ, žák:

- *zdůvodňuje a využívá polohové a metrické vlastnosti základních rovinných útvarů při řešení úloh a jednoduchých praktických problémů; využívá potřebnou matematickou symboliku*
- *charakterizuje a třídí základní rovinné útvary*
- *určuje velikost úhlu měřením a výpočtem*
- *odhaduje a vypočítá obsah a obvod základních rovinných útvarů*
- *využívá pojem množina všech bodů dané vlastnosti k charakteristice útvaru a k řešení polohových a nepolohových konstrukčních úloh*
- *načrtne a sestrojí rovinné útvary*
- *užívá k argumentaci a při výpočtech věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků*
- *načrtne a sestrojí obraz rovinného útvaru ve středové a osové souměrnosti, určí osově a středově souměrný útvar*
- *určuje a charakterizuje základní prostorové útvary (tělesa), analyzuje jejich vlastnosti*

- *odhaduje a vypočítá objem a povrch těles*
- *načrtne a sestrojí sítě základních těles*
- *načrtne a sestrojí obraz jednoduchých těles v rovině*
- *analyzuje a řeší aplikační geometrické úlohy s využitím osvojeného matematického aparátu*

Učivo 2. stupně ZŠ:

- *rovinné útvary – přímka, polopřímka, úsečka, kružnice, kruh, úhel, trojúhelník, čtyřúhelník (lichoběžník, rovnoběžník), pravidelné mnohoúhelníky, vzájemná poloha přímek v rovině (typy úhlů), shodnost a podobnost (věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků)*
- *metrické vlastnosti v rovině – druhy úhlů, vzdálenost bodu od přímky, trojúhelníková nerovnost, Pythagorova věta*
- *prostorové útvary – kvádr, krychle, rotační válec, jehlan, rotační kužel, koule, kolmý hranol*
- *konstrukční úlohy – množiny všech bodů dané vlastnosti (osa úsečky, osa úhlu, Thaletova kružnice), osová souměrnost, středová souměrnost“* (EDU.CZ)

2.5 Geometrie v rovině a prostoru v rámci požadavků Cermatu

Cermat má na uchazeče v rámci JPZ z matematiky různé požadavky, které se týkají i jiných oblastí než jen Geometrie v rovině a prostoru. Avšak to je ta část JPZ, na kterou se naše práce zaměřuje. Tato část testu obsahuje několik specifických výstupů a znalostí, které jsou očekávány od uchazečů při řešení geometrických problémů a situací. Mezi požadavky na uchazeče, které Cermat v dané sekci stanovuje, patří:

- *„provádí rozbor dané situace pomocí náčrtku, využívá potřebnou matematickou symboliku a posuzuje reálnost získaného výsledku*
- *používá s porozuměním pojmy odvěsna a přepona v pravoúhlém trojúhelníku, pomocí Pythagorovy věty počítá délky stran v pravoúhlém trojúhelníku, aplikuje Pythagorovu větu v tělesech (výpočet délky hrany a stěnové úhlopříčky v kvádru a krychli), řeší praktické úlohy s využitím Pythagorovy věty*
- *definuje a sestrojí kružnici a kruh s daným poloměrem nebo průměrem a středem v daném bodě, určí vzájemnou polohu kružnice a přímky (tečna, sečna, vnější přímka), vzájemnou polohu dvou kružnic, průsečíky a body dotyku*
- *účelně používá přibližnou hodnotu čísla π (desetinné číslo, zlomek), vypočítá obvod*

a obsah kruhu a délku kružnice pomocí vzorců

- *sestrojí osu úhlu, osu úsečky, tečnu kružnice v jejím bodě, kružnici opsanou trojúhelníku a využívá Thaletovu kružnici při konstrukci pravoúhlého trojúhelníku*
- *dodržuje zásady rýsování, používá pravítko s měřítkem, trojúhelník s ryskou, kružítko a úhloměr*
- *sestrojí rovinné útvary dle zadaných prvků, při řešení konstrukční úlohy provádí rozbor úlohy prostřednictvím náčrtu, sestrojí všechna řešení*
- *rozlišuje shodné a podobné trojúhelníky, pomocí poměru podobnosti určí rozměry trojúhelníků, využívá věty o podobnosti trojúhelníků (věta sss, uu, sus)*
- *rozpozná jehlan ve volném rovnoběžném promítání, zobrazí jehlan při pohledu shora, zepředu, zdola, zprava atd., rozpozná síť jehlanu, využívá při řešení úloh metrické a polohové vlastnosti jehlanu*
- *rozpozná rotační válec ve volném rovnoběžném promítání, načrtne síť válce, odhaduje a vypočítá objem a povrch válce*
- *řeší aplikační slovní úlohy s využitím znalostí o válci a kouli (poloměr a průměr koule)*
- *využívá měřítko mapy (plánu) při řešení slovních úloh k určení skutečných rozměrů a naopak“* (Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání, 2022)

2.6 Porovnání a aplikovatelnost různých pojetí sekce Geometrie v rovině a v prostoru

Všimněme si, že RVP definuje očekávané výstupy celkem široce. Navíc jsou požadavky na žáka stanovené ve dvou sekcích a to jsou očekávané výstupy a učivo. To může být pro laického čtenáře lehce matoucí. Proto bylo nutné, aby Cermat k JPZ určil vlastní požadavky.

Pokud dále porovnáme očekávané výstupy z RVP a požadavky Cermatu, přičemž se obé týká pouze části Geometrie v rovině a v prostoru, všimneme si rozdílů v jejich zpracování. Požadavky Cermatu jsou přesnější, detailnější a dávají tak uchazeči lepší přehled o tom, co vše je potřeba umět. Například sousloví Pythagorova věta a Thaletova kružnice byly obě v RVP ZV pouze hesly. V požadavcích Cermatu je však přímo uvedeno, že je jejich znalost nutná při řešení praktických úloh nebo konstrukci pravoúhlého trojúhelníku.

V bakalářské práci bude v rámci praktické části nezbytné provést ještě podrobnější rozpis nutných znalostí ke geometrickým úlohám v JPZ z matematiky. Důvodů je více, ale jedním z nejvýraznějších je nutnost zpřesnění obecného požadavku *„sestrojí rovinné útvary* *dle zadaných prvků"* (Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání, 2022). Bude dobré například konkrétněji specifikovat, že v nějaké úloze jsou potřeba znalosti vyloženě o rovnostranných trojúhelnících. Do této sekce zapadá například znalost, že výška na základnu dělí rovnostranný trojúhelník na dva shodné trojúhelníky.

Tím, že budeme detailněji rozvádět požadavky Cermatu v rámci praktické části, poskytneme čtenářům a uchazečům o JPZ ucelenější a komplexnější pohled na potřebné znalosti. Díky tomu budou lépe připraveni na řešení konkrétních úloh a situací, které mohou být v JPZ předloženy.

3 Analýza konstrukčních úloh v JPZ z matematiky

3.1 Analýza způsobu schraňování dat

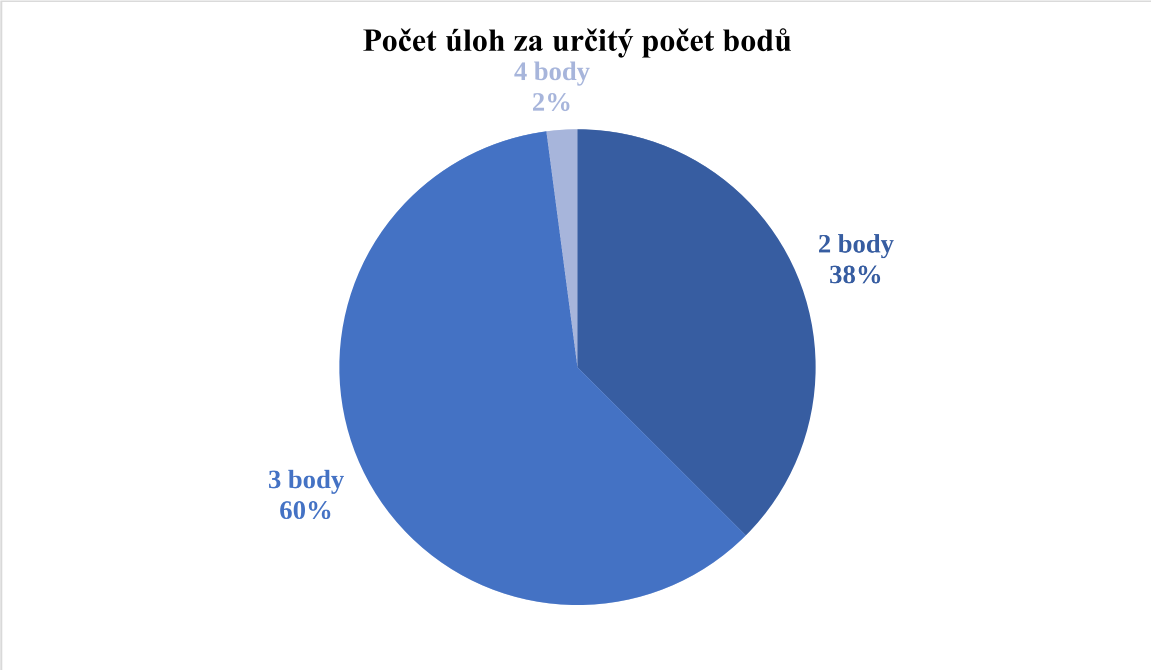
Analýza způsobu schraňování dat je zásadním prvkem praktické části každé výzkumné činnosti. Zdrojem dat pro tuto analýzu jsou testy poskytované organizací Cermat. Přesněji jde o 24 testů poskytovaných Cermatem v období let 2017 až 2023. Nejvíce testů, celkem 5, bylo zaznamenáno v roce 2021, zatímco v roce 2020 byl pozorován pouze jeden test. Tento pokles může být přičítán vlivu pandemie COVID-19 na provoz organizace Cermat a na školní systém obecně. Každý z těchto testů obsahoval jednostránkovou až dvoustránkovou část konstrukčních úloh z geometrie, přičemž byly vždy vybrány úlohy číslo 9 a 10. Tato poukazuje na konsistenci tvorby JPZ společností Cermat a umožňuje jednodušší vyhledání podobných úloh a srovnání výsledků a trendů napříč různými testy.

Během analýzy každého testu bylo provedeno ruční řešení těchto vybraných úloh, následované ověřením správnosti řešení na oficiálních stránkách Cermatu. Tím byla zajištěna správnost výsledků a eliminovala se možnost chyb v interpretaci. Každá úloha byla pečlivě analyzována a zaznamenány byly potřebné znalosti, stejně jako počet řešení i počet získaných bodů za úlohu.

Na základě těchto zaznamenaných dat byla vytvořena tabulka, která obsahovala podrobné informace o potřebných znalostech pro každou úlohu a o počtu bodů získaných za ni. Tato tabulka posloužila jako základ pro další analýzu a tvorbu grafů, které vizualizují distribuci potřebných znalostí a získaných bodů v jednotlivých testech. Tímto způsobem bylo možné identifikovat klíčové trendy v požadavcích na znalosti a výkonnosti účastníků v rámci testů poskytovaných Cermatem.

3.2 Body za jednotlivé otázky

V rámci analyzovaného období let 2017 až 2023 byly konstrukční úlohy v jednotných přijímacích zkouškách hodnoceny různě, konkrétně dvěma, třemi a v jednom výjimečném případě dokonce čtyřmi body. Celkem bylo zpracováno 24 testů, z nichž každý obsahoval dvě konstrukční úlohy, což je celkem 48 úloh. Z tohoto souboru bylo 18 úloh hodnoceno dvěma body, což představuje přibližně 38 % z celkového počtu úloh. 29 úloh bylo ohodnoceno třemi body, což tvoří 60 %, a jedna úloha z testu z roku 2018 byla hodnocena čtyřmi body, což představuje 2 %. Vzhledem k tak stopovému zastoupení 4bodových úloh v JPZ z matematiky tuto úlohu z inspirací pro sbírku úloh vyřadíme. Naopak bychom se měli zaměřit na to, aby inspirace pro sbírku úloh obsahovala aspoň z dvou třetin úlohy z 3 body.



Graf 1. Počet úloh za určitý počet bodů

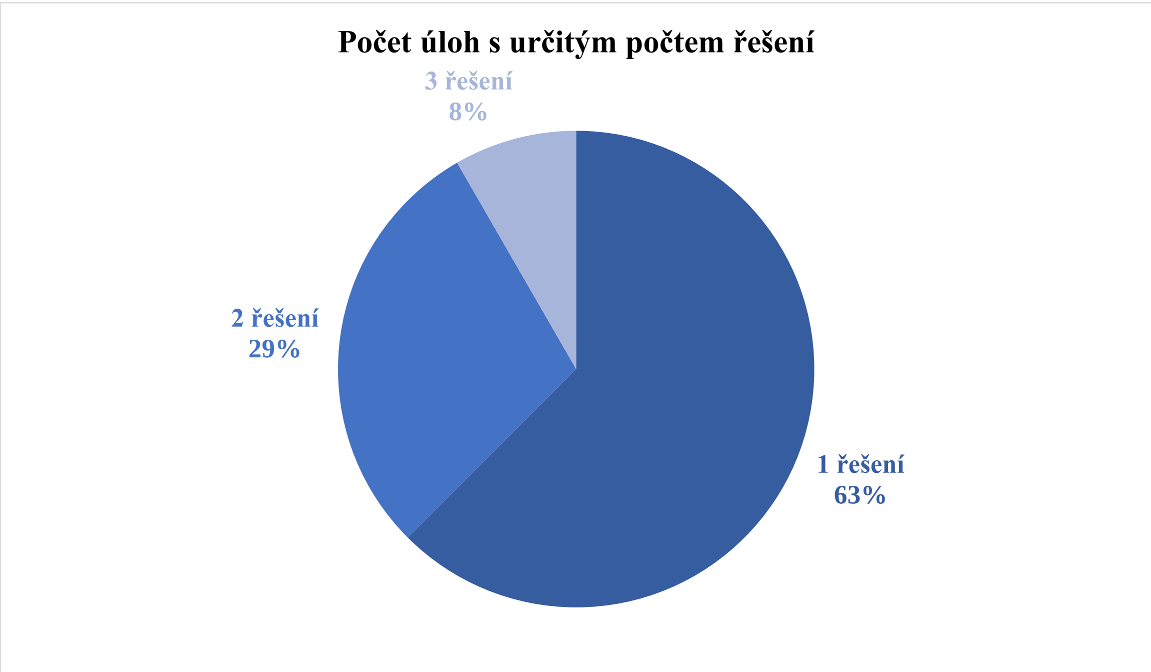
Toto rozložení bodového ohodnocení ukazuje, že možné získatelné body za jednotlivé úlohy č. 9 a 10 nejsou konzistentní, což naznačuje variabilitu v hodnocení a potenciální význam pro celkové skóre uchazeče.

Variabilita v bodovém ohodnocení konstrukčních úloh je ještě více zřetelná, když uvážíme, že celkový počet bodů v rámci jednoho testu za obě úlohy (9 a 10) se rovněž lišil, někdy dosahoval 5 bodů a jindy 6 bodů. Tyto rozdíly v bodovém hodnocení, i když se mohou zdát malé, mohou mít značný dopad na celkové skóre uchazečů v JPZ. Celkový počet bodů, které je možné za JPZ z matematiky získat je 50. Konstrukční úlohy mají vliv na 10 % celkového skóre v případě, že jsou obě úlohy celkem za 5 bodů a 12 % celkového skóre v případě, že jsou za 6 bodů. I tato 2 % nebo tento jeden bod může u nepřipraveného uchazeče rozhodnout o přijetí či nepřijetí na vybraný čtyřletý obor gymnázia nebo SŠ.

Nekonzistentnost v bodovém hodnocení konstrukčních úloh v rámci JPZ z matematiky, dokonce i v testech konaných během jednoho roku, znesnadňuje odhad, jak významně se úspěšné řešení těchto úloh promítá do celkového skóre uchazečů. Vzhledem k tomu, že se tento úspěch může v celkovém hodnocení projevit i více než deseti procenty, je důležité se podrobněji zaměřit na to, které znalosti a dovednosti byly od uchazečů vyžadovány. Zároveň by bylo vhodné zjistit, jak se tyto požadavky vyvíjely v průběhu času. Tento přístup umožní identifikovat trendy v požadavcích na znalosti a dovednosti, což je zásadní pro přípravu současných uchazečů. Tato analýza je pro uchazeče klíčová, umožňuje totiž adaptaci studijních strategií a maximalizuje tak šance uchazeče na úspěch v těchto úlohách.

3.3 Počet řešení konstrukčních úloh

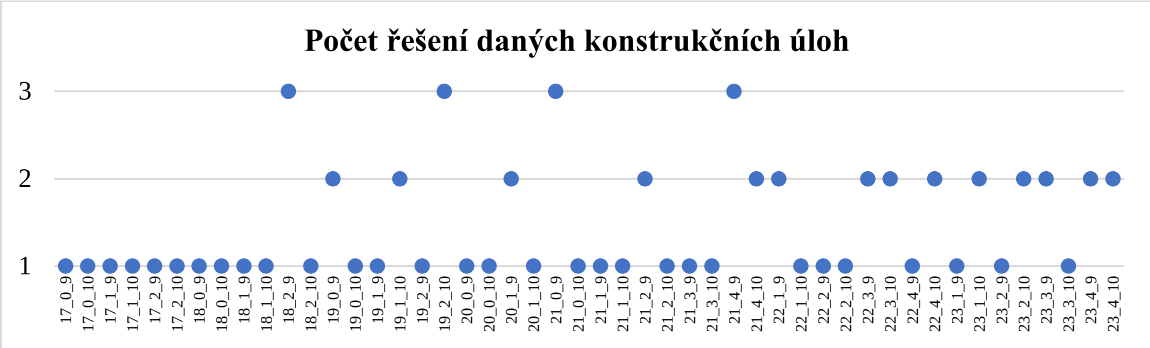
V analýze konstrukčních úloh v JPZ z matematiky za období 2017 až 2023 se vyskytuje zajímavý ukazatel v počtu možných řešení jednotlivých úloh. Ze 48 analyzovaných úloh mělo 30 úloh jedno řešení, což představuje 63 % z celkového počtu, 14 úloh nabízelo dvě řešení, to je 29 % a 4 úlohy byly s třemi možnými řešeními, což odpovídá 8 %.



Graf 2. Počet úloh s určitým počtem řešení

Při analýze bylo také zjištěno, že zpočátku byly úlohy v testech koncipovány tak, aby měly jen jedno řešení. První případ, kdy byla úloha s více než jedním řešením zavedena, se objevil až ve druhém termínu roku 2018, a tato úloha měla dokonce tři různá řešení.

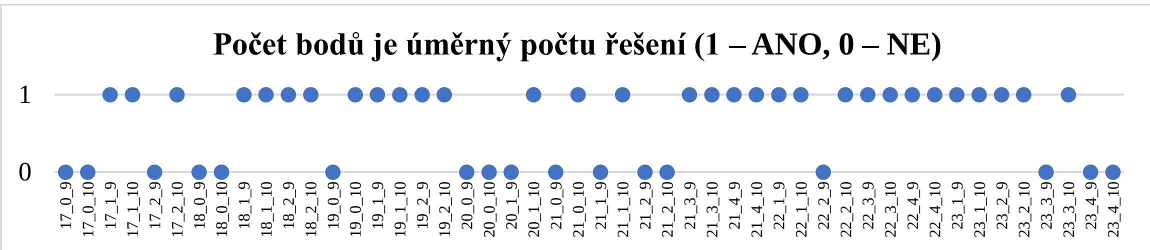
U úloh s více než 2 řešeními se ještě pozastavíme. Poslední dva testy obsahující úlohy s třemi řešeními byly totiž představeny v roce 2021, přičemž jeden z testů byl ilustrační a druhý byl součástí druhého náhradního termínu. Vzhledem k tomu se při tvorbě sbírky úloh zaměříme především na úlohy s jedním nebo dvěma řešeními, což odráží převládající trend v našem datovém souboru.



Graf 3. Počet řešení daných konstrukčních úloh

V testech je u úloh s více než jedním řešením explicitně napsáno: *„Najděte všechna řešení.“* (Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání) Toto jednoznačné vyjádření poskytuje cennou orientaci, umožňující studentům lépe pochopit očekávání úlohy a rozlišit, kdy je nutné hledat více řešení. Tato věta prakticky nabádá studenta, aby kromě jednoho řešení našel ještě druhé. Jak totiž vyplývá z analýzy počtů řešení, soubor dat nevykazuje tendenci k zavedení vícero úloh s více než dvěma řešeními.

Co se týče korelace mezi počtem řešení a bodovým hodnocením úloh, tak zde by dávalo smysl, aby byly úlohy s jedním řešením hodnoceny 2 body a úlohy s vícero řešeními 3 nebo 4 body. Což se v rámci celého souboru dat prokázalo pouze ve dvou třetinách případů. Přestože tato analýza neukázala přímou úměru, data z testů z posledních dvou let (2022 a 2023) ukazují na zřetelnou tendenci, při tomto výběru z dat byla korelace potvrzena v 81,25 % případů. Tato postupná změna naznačuje snahu o vytvoření jasnější spojitosti mezi počtem řešení a počtem bodů za danou úlohu.



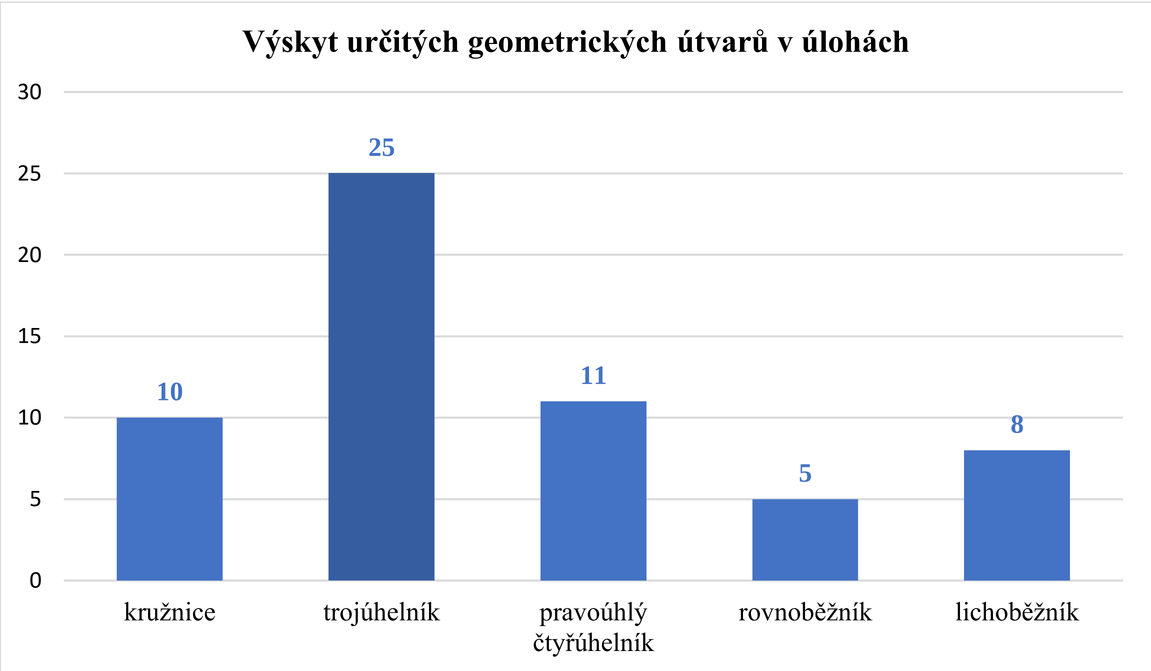
Graf 4. Počet bodů je úměrný počtu řešení (1 – ANO, 0 – NE)

Vzhledem k detekované tendenci k vytvoření korelace mezi počtem bodů a počtem řešení se budeme snažit do inspirace k vytvoření sbírky úloh začlenit především úlohy, které takový vztah mezi počty bodů a řešeními vykazují.

3.4 Geometrické útvary v konstrukčních úlohách

V konstrukčních úlohách potřebují uchazeči znalosti o různých geometrických útvarech. Pro zjednodušení uvádíme pouze 2D útvary, tedy nevěnujeme se přímkám, úsečkám ani bodům. Geometrické útvary ze všech testů jsme rozdělili do pěti kategorií. Trojúhelníky se objevily v 25 úlohách, což představuje zastoupení v 52 % úloh. Kružnice byly součástí 10 úloh, což značí zastoupení 21 %. Pravoúhlé čtyřúhelníky se vyskytly v 11 případech, což představuje 23 %. Rovnoběžníky byly částí 5 úloh, což je zhruba 10 %, a lichoběžníky se objevily ve 8 úlohách, to znamená v 17 % z celkového počtu úloh. Tato procenta nedávají dohromady 100 % především z důvodu, že úlohy v testech mnohdy vyžadují znalost více než jen jednoho útvaru. Procentuální zastoupení daných útvarů v úlohách bylo vypočítáno s ohledem na celkový počet sledovaných úloh (48).

Největší a zároveň více než poloviční zastoupení v úlohách má ze všech útvarů trojúhelník. Po dodatečné kontrole souboru dat je dokonce prokazatelné, že trojúhelník je zastoupen v každém testu alespoň jednou úlohou. Výjimkou může být maximálně úplně první ilustrační test z roku 2017, kde může být úloha 9 vyložena pouze jako konstrukce osy úhlu, ovšem trojúhelník tam uchazeč stejně fakticky narýsuje. Z těchto důvodů se ve sbírce úloh budeme zaměřovat z velké části především na trojúhelníky.



Graf 5. Výskyt určitých geometrických útvarů v úlohách

Nyní se pojďme zaměřit na specifika daných útvarů. Z 25 trojúhelníků, které byly identifikovány, bylo 10 rovnoramenných a 7 pravoúhlých. Zvláštní pozornost si zaslouží dva případy, kde úloha zahrnovala trojúhelník, který byl současně rovnoramenný i pravoúhlý, a tyto byly započítány dvakrát. Zbytek trojúhelníků (10) byly obecného typu.

Co se týče pravoúhlých čtyřúhelníků, z 11 případů bylo 6 obdélníků a 5 čtverců. Co je důležité zdůraznit, takovéto útvary lze využít k rozdělení na pravoúhlé trojúhelníky pomocí jejich úhlopříček, a to přináší další geometrické vlastnosti, které by měl uchazeč znát.

Z 10 úloh obsahujících kružnice bylo 7 případů Thaletových kružnic, které jsou přímo spojené s pravoúhlými trojúhelníky (a pravoúhlými čtyřúhelníky), a zbylé 3 byly kružnice opsané nepravoúhlým trojúhelníkům. To ukazuje, že kružnice byly vždy využity zásadně v kontextu s trojúhelníky.

V případě lichoběžníků bylo 6 z 8 případů rovnoramenných lichoběžníků a 2 případy pravoúhlých lichoběžníků. I když lichoběžník neměl tak vysoký výskyt jako jiné útvary, nemůžeme ho zcela ignorovat, zejména proto, že v roce 2023 byl lichoběžník zahrnut hned ve dvou různých termínech JPZ.

Rovnoběžník se objevil v úlohách jen v 5 případech a pouze v jednom případě šlo specificky o kosočtverec. Šlo však jen o ilustrační test z roku 2020. Na základě jeho omezeného výskytu a specifického kontextu můžeme kosočtverec z přípravné sbírky úloh vyloučit.

3.5 Další specifika konstrukčních úloh

Přenos délky kružítkem byl nutný v 38 úlohách, což je 79 % z celkového počtu analyzovaných úloh. Vhodně zkonstruovaná kolmice byla potřeba v 32 úlohách (67 %). Tato dvě specifika jsou nejčastěji testovanými dovednostmi, což ukazuje na jejich zásadní význam v geometrii. Studenti by měli být schopni s co největší přesností přenášet délky a sestrojovat kolmice.

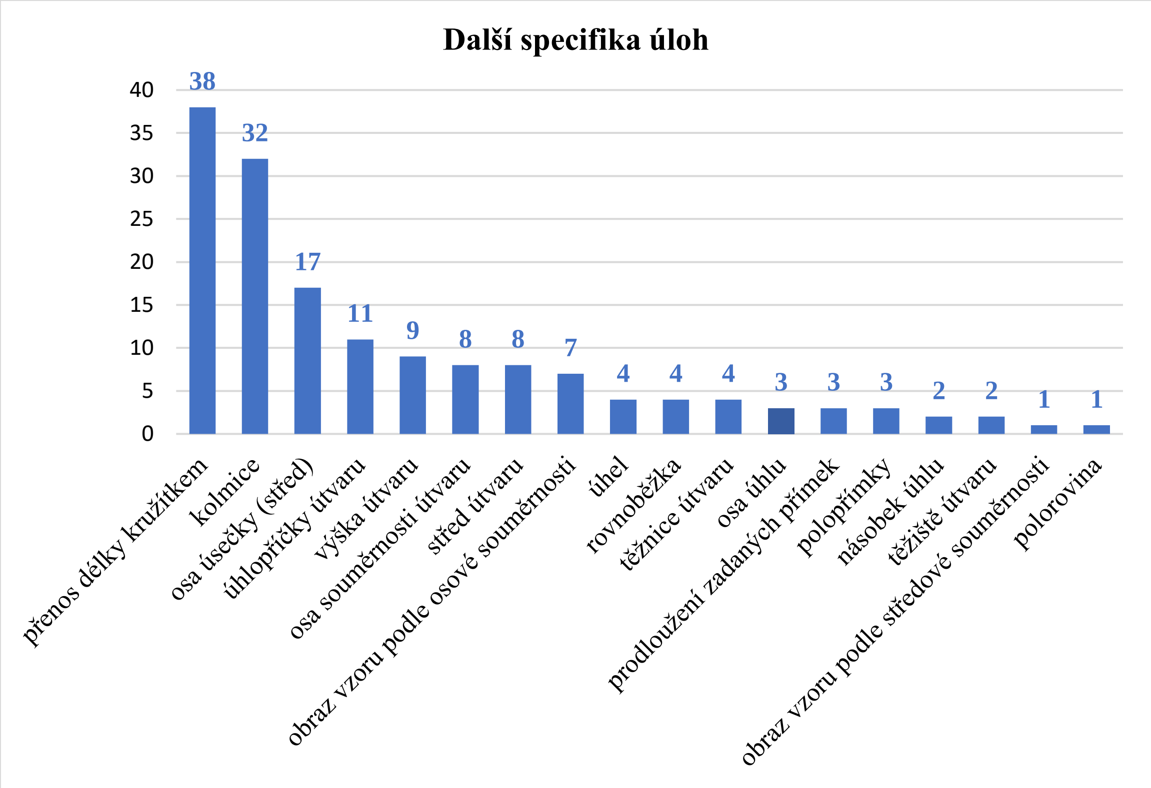
Konstrukce osy úsečky, případně jejího středu, se objevuje v 17 úlohách (35 %). Konstrukce i znalost os souměrnosti útvaru je zahrnuta v 8 úlohách (17 %) a schopnost konstrukce obrazu dle vzoru podle osové souměrnosti v 7 úlohách (15 %). Toto vyšší zastoupení v úlohách studenty vyzývá k pochopení konceptů souvisejících se symetrií a středy geometrických útvarů.

Znalosti ohledně úhlopříček útvarů jsou potřeba v 11 úlohách (23 %). Toto naznačuje, že studenti by měli rozumět vlastnostem úhlopříček všech různých čtyřúhelníků, což je důležité pro určování středů útvarů, samotnou konstrukci těchto čtyřúhelníků i řešení složitějších problémů. Znalost nebo konstrukci přímo středu útvaru vyžaduje celkem 8 úloh (17 %).

Konstrukce a znalost výšek útvarů, těžnice útvaru a těžiště s frekvencí 9 (19 %), 4 (8 %) a 2 (4 %) ukazují, že studenti by měli ovládat konstrukční dovednosti nutné pro sestrojení těchto charakteristických úseček, které jsou podstatné především pro práci s trojúhelníky. Co se týče výšek, ty mohou být užitečné i při konstrukcích různých čtyřúhelníků.

Zvláštní pozornost si ještě zaslouží 4 úlohy (8 %) vyžadující znalosti a konstrukci úhlů, 3 úlohy (6 %) vyžadující konstrukci osy úhlu a dvě úlohy (4 %), kde se po uchazeči chce, aby sestrojil celočíselný násobek nějakého úhlu. Takové úlohy se v JPZ z matematiky tedy vyskytují celkem v 18 % případů, což už není úplně zanedbatelné číslo. Nicméně v posledních letech jde už prakticky jen o konstrukci úhlu, zbytek dovedností byl v rámci JPZ vyžadován naposledy v roce 2021.

Méně časté, ale přesto přítomná specifika, jako jsou rovnoběžky (4krát, 8 %), prodloužení zadaných přímek (3krát, 6 %), polopřímky (3krát, 6 %), konstrukce obrazu ze vzoru podle středové souměrnosti (jednou, 2 %), a polorovina (jednou, 2 %), ukazují na širší rozsah dovedností, které by studenti mohli potřebovat v závislosti na konkrétních úlohách. Jsou však tak málo častá, že je úmyslně ve sbírce řešit nebudeme, i když je z jejich podstaty možné, že se tam mohou vyskytnout i mimoděk.



Graf 6. Další specifika úloh

3.6 Plán pro strukturu a obsah sbírky úloh

Ve světle důkladné analýzy dat z JPZ z matematiky jsme přistoupili k sestavení požadavků na sbírku úloh, která by měla studenty co nejefektivněji připravit na tyto zkoušky. Naše rozhodnutí o struktuře a obsahu sbírky vychází z identifikovaných klíčových aspektů a typů úloh, jejich frekvence výskytu, bodového hodnocení a počtu možných řešení.

Při sestavování sbírky je nutné vzít v potaz, že úlohy za tři body, které tvoří šedesát procent všech úloh v datovém souboru, by měly být zastoupeny ve větší míře ve srovnání s úlohami za dva body. Úlohami za 4 body jsme se rozhodli nevěnovat vůbec. Dále vyřazujeme ze sbírky i úlohy s 3 řešeními a místo toho se zaměřit na úlohy s jedním nebo dvěma řešeními. Více by nám mělo jít o úlohy s jedním řešením. Zároveň by také mělo jít o úlohy, které vykazují souvislost mezi počtem bodů za ně s počtem jejich řešení.

Jedním z hlavních pilířů sbírky se stávají trojúhelníky, které by měly tvořit dvě třetiny všech úloh. Tento důraz na trojúhelníky nám umožní pokrýt širokou škálu konstrukčních výzev, včetně úloh, které využívají Thaletovu kružnici – klíčový prvek pro mnoho geometrických problémů. Vedle toho jsme se rozhodli zahrnout úlohy zaměřené na pravoúhlé čtyřúhelníky, lichoběžníky a rovnoběžníky, čímž poskytneme studentům příležitost procvičit si konstrukce a vlastnosti těchto útvarů. Tato různorodost zajišťuje, že studenti budou mít šanci rozvíjet své schopnosti v aplikaci geometrických principů a v konstrukci různých útvarů.

Další specifika, jako jsou kolmice a přenosy délek, se ve sbírce budou hojně vyskytovat i bez našeho přičinění, za což může jejich přirozený častý výskyt v geometrických úlohách. Speciální pozornost je věnována tedy dalším nejvíce četným specifikům: práci s osovou souměrností, včetně konstrukce osy úsečky, středu úsečky a konstrukce obrazu podle vzoru v osové souměrnosti. Práce s úhlopříčkami útvaru a s nimi souvisejícím středem útvaru také představuje důležitý aspekt, který bude ve sbírce zastoupen. Konečně, v souladu s důrazem na důležitost těžnic, těžiště a výšek v trojúhelnících, sbírka zahrne alespoň dvě úlohy zaměřené na tyto koncepty, spolu s minimálně jednou úlohou na konstrukci úhlů a jejich os, což umožní studentům prohloubit své pochopení a dovednosti v těchto oblastech.

S touto pečlivě zváženou strukturou a obsahem sbírky úloh poskytujeme studentům komplexní zdroj pro přípravu na geometrické úlohy jednotných přijímacích zkoušek, který nejen podporuje rozvoj praktických dovedností, ale také posiluje porozumění klíčovým geometrickým principům a strategiím.

4 Sbírka úloh

4.1 Metodika tvorby sbírky úloh

Navazujíc na detailní analýzu konstrukčních úloh z jednotných přijímacích zkoušek, provedenou v kapitole 3, byla sbírka úloh vytvořena s cílem poskytnout uchazečům komplexní a cílenou přípravu na geometrické segmenty těchto zkoušek. Tato kapitola popisuje metodiku tvorby sbírky, která vychází přímo z empirických zjištění a identifikovaných trendů v naší analýze dat.

Sbírka obsahuje celkem 25 úloh a vychází z 25 vybraných úloh ze souboru dat využitého při analýze. Z těchto 25 úloh je jich 15 zaměřených na trojúhelníky. V tomto výčtu se však vyskytuje i pár úloh, které se dotýkají s nimi souvisejících geometrických útvarů, zejména čtyřúhelníků. Vybrané úlohy dále obsahují 4 úlohy vyloženě zaměřené na pravoúhlé čtyřúhelníky, 4 úlohy na lichoběžníky a 2 úlohy na rovnoběžníky. Výběr úloh a jejich zaměření byly přímo ovlivněny frekvencí výskytu a významem daných geometrických útvarů v analyzovaných JPZ z matematiky.

Úlohy byly navrženy tak, aby pokryly široké spektrum geometrických konceptů a dovedností, od základních po složitější aplikace, s ohledem na rozmanitost a obtížnost úloh, které byly identifikovány během analýzy.

Za účelem zvýšení přínosu sbírky pro uchazeče byly úlohy upraveny, aby se přímo neshodovali s úlohami z původních přijímacích zkoušek. Namísto toho byl vytvořen zcela nový soubor konstrukčních úloh, které jsou relevantní pro celkovou přípravu uchazečů na JPZ z matematiky. Sbírka tak zvyšuje pravděpodobnost, že uchazeč dosáhne komplexního porozumění geometrii a její aplikace v praxi. Rozšíření počtu úloh, které si studenti mohou při přípravě na JPZ vyzkoušet, má za účel kladení důrazu na aktivní zapojení studentů do řešení problémů a rozvoj jejich analytického myšlení.

Ve snaze poskytnout co nejpřesnější a nejjasnější zadání a řešení úloh v této sbírce, bylo využito moderního matematického softwaru GeoGebra. Tento nástroj umožňuje nejen elegantní a přesné konstrukce geometrických útvarů a diagramů, ale také interaktivní manipulaci s nimi. Každé zadání i řešení úloh, prezentované v sbírce, bylo pečlivě vytvořeno a řešeno pomocí GeoGebry, aby se zajistila nejen jejich správnost, ale i intuitivní pochopení geometrických vztahů a principů.

Důležité je zdůraznit, že přestože byl pro vizualizaci a konstrukci úloh použit tento pokročilý nástroj, veškeré obsažené úlohy i řešení jsou plodem naší autentické tvůrčí práce. Použití GeoGebry sloužilo jako prostředek k dosažení větší přesnosti a srozumitelnosti. Tento přístup nejen zvyšuje didaktickou hodnotu sbírky úloh, ale také podporuje transparentnost a autenticitu práce. Je důkazem, že moderní technologie mohou být efektivně využity k podpoře vzdělávacího procesu, aniž by bylo zapotřebí obětovat originalitu a osobní přínos autora. Sbírka úloh tak stojí na pevných základech pedagogického výzkumu a inovativní výukové praxe, což ji činí cenným zdrojem pro všechny uchazeče připravující se na geometrickou část jednotných přijímacích zkoušek.

Každá úloha je doplněna pravděpodobným počtem bodů, podrobným řešením a metodickými tipy, které studentům umožní nejen pochopit správné řešení, ale také prohloubit jejich pochopení geometrických principů a technik.

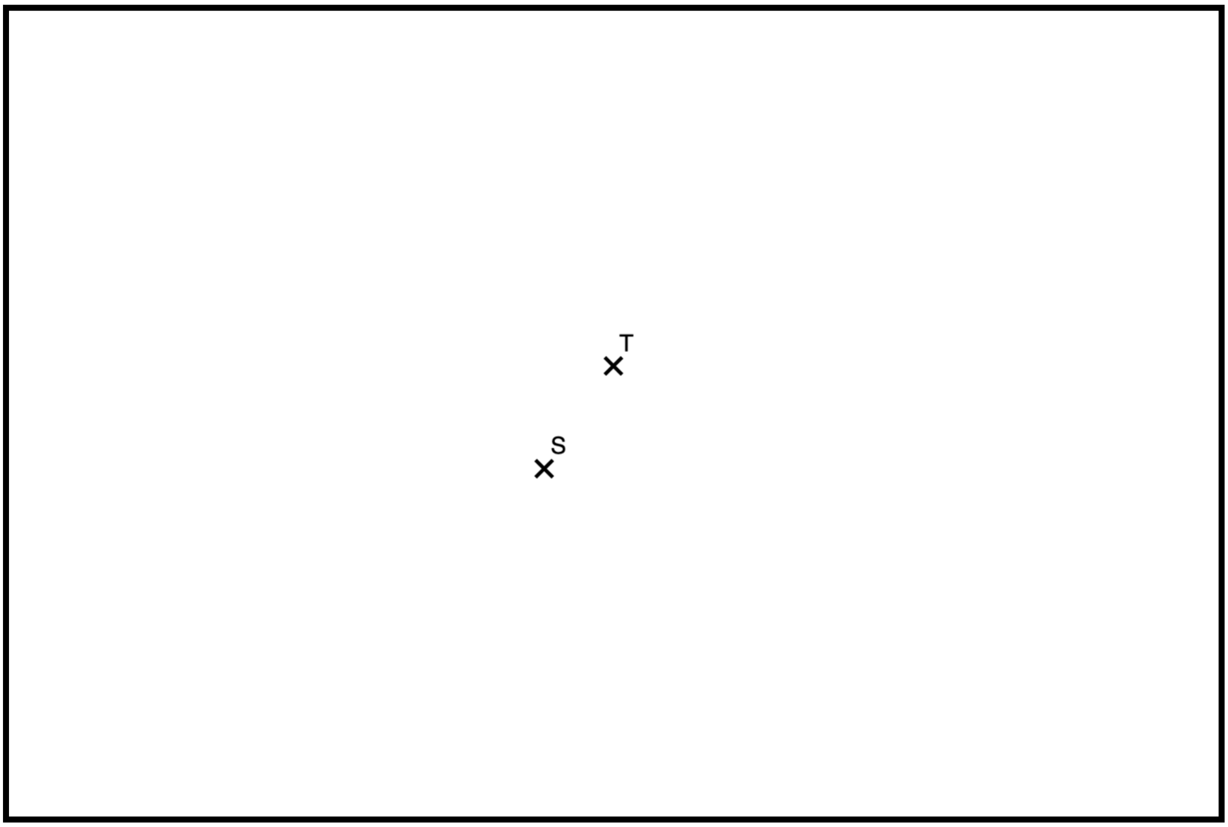
V procesu tvorby sbírky byl dále kladen velký důraz na zpětnou vazbu od studentů, kteří měli možnost úlohy řešit v rámci testovací fáze. Tento přístup umožnil nejen ověřit přístupnost a srozumitelnost zadání úloh, ale také identifikovat a upravit potenciálně problematické aspekty v jejich formulaci.

Sbírka úloh tak představuje přímý výstup z analytické práce prováděné v předchozí kapitole a nabízí ucelený a cílený přípravný materiál pro uchazeče, kteří se chystají na geometrickou část jednotných přijímacích zkoušek na střední školy. Je navržena tak, aby maximálně podpořila studenty v rozvoji geometrických dovedností, které jsou klíčové pro úspěch v těchto zkouškách, a přispěla tak k lepším výsledkům a vyšším šancím na úspěšné přijetí.

4.2 Úlohy

Úloha 1 **max. 3 body**

V rovině leží body *S* a *T*.



Obrázek 1. Úloha 1, zadání

Bod *S* je střed přepony AB **rovnoramenného pravoúhlého** trojúhelníku *ABC*.

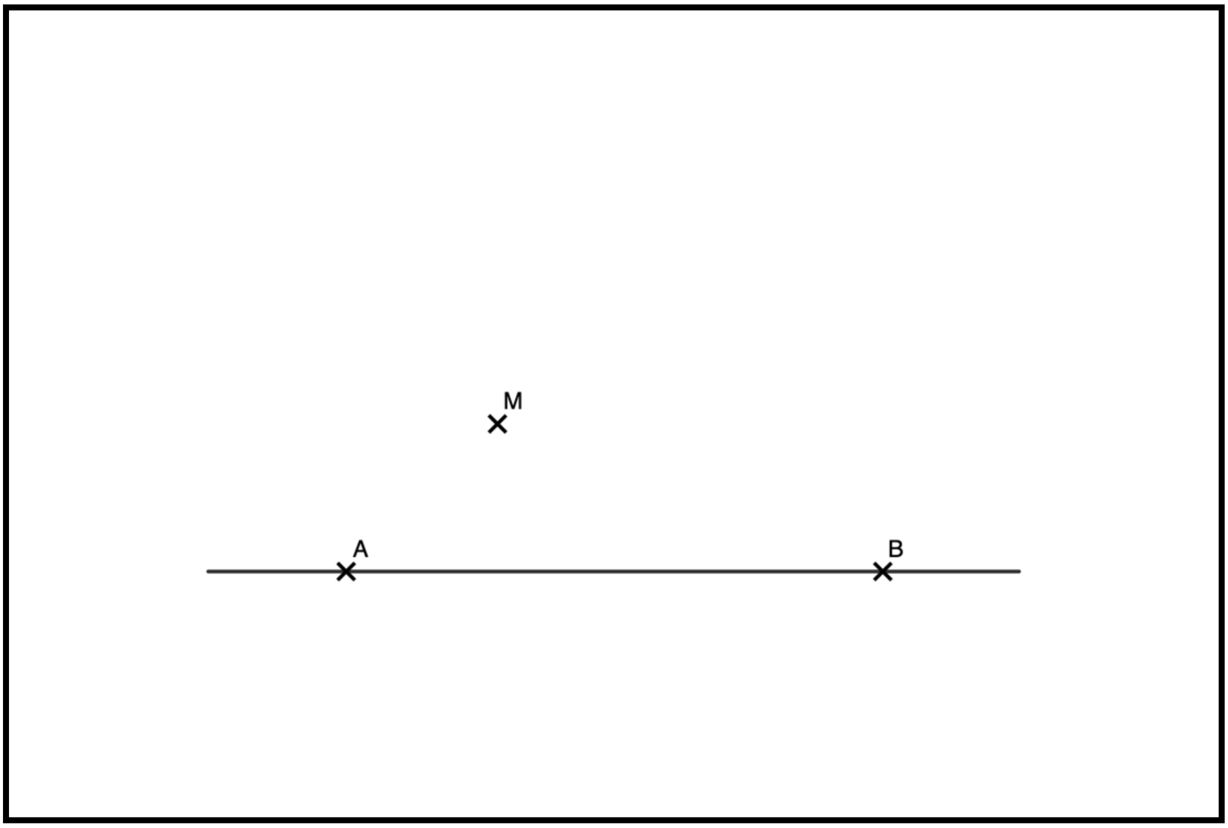
Bod *T* je těžiště trojúhelníku *ABC*.

Sestrojte vrcholy *A, B* trojúhelníku *ABC*, **označte** je písmeny a trojúhelník **narýsujte**.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 2 **max. 3 body**

V rovině leží přímka *AB* a mimo ni bod *M*.



Obrázek 2. Úloha 2, zadání

Úsečka *AB* je strana *c* trojúhelníku ABC. Bod *M* leží uvnitř tohoto trojúhelníku na těžnici t_c (těžnice na stranu *c*). Výška v_c (výška na stranu *c*) měří 5 cm.

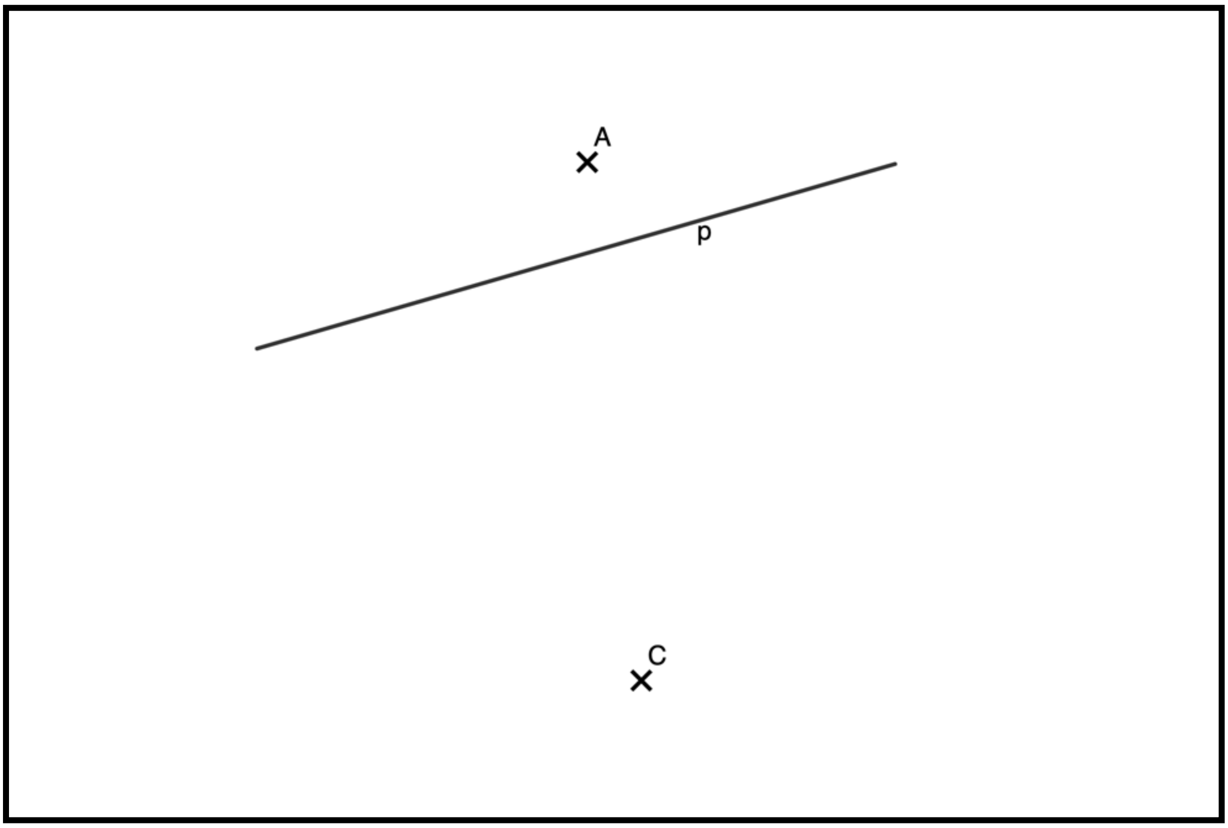
2.1 **Sestrojte** těžnici *tc*, chybějící vrchol *C* trojúhelníku *ABC* a trojúhelník **narýsujte**.

2.2 **Sestrojte** těžiště trojúhelníku *ABC* a označte jej písmenem *T*.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 3 **max. 3 body**

V rovině leží přímka *p* a mimo ni dva různé body *A* a *C*.



Obrázek 3. Úloha 3, zadání

Body *A*, *C* jsou vrcholy obdélníku *ABCD*. Vrchol *B* obdélníku *ABCD* leží na přímce *p*.

3.1 **Sestrojte** a **označte** písmenem chybějící vrchol *B* obdélníku *ABCD*.

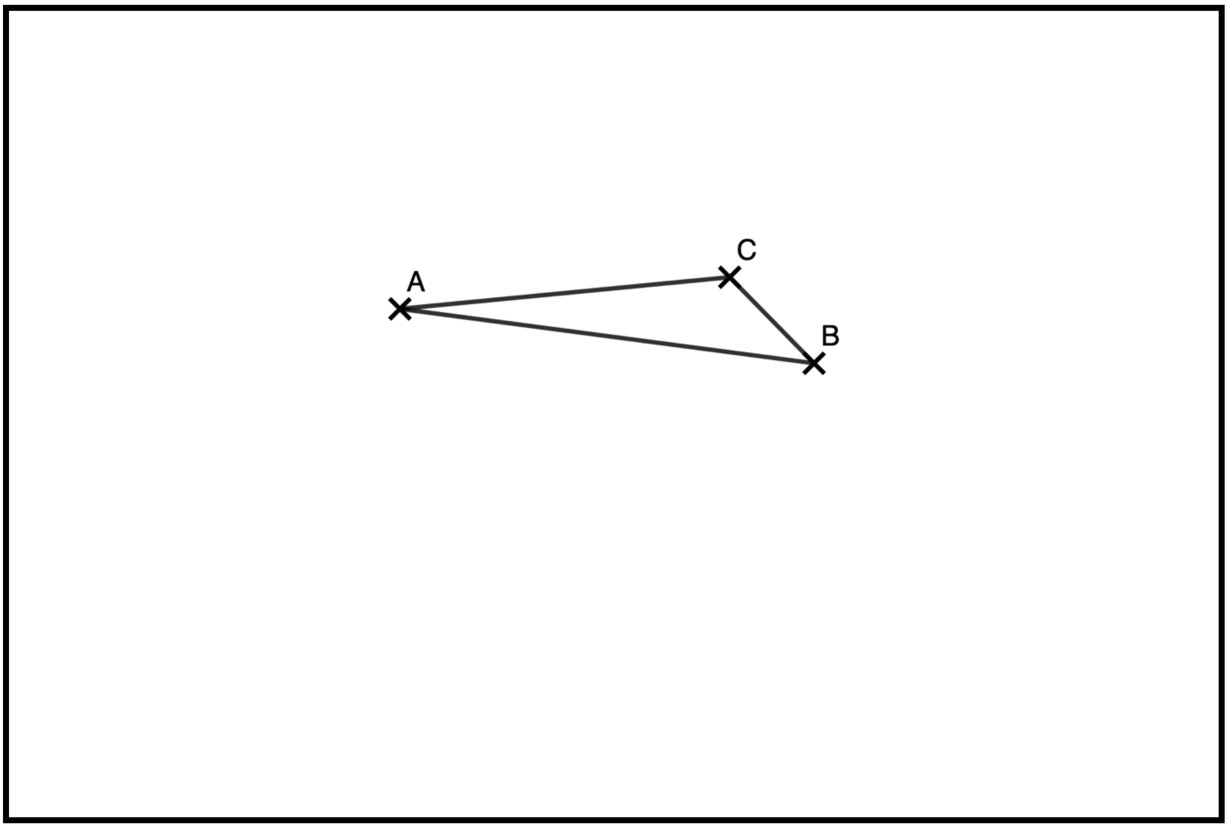
3.2 **Sestrojte** a **označte** písmenem chybějící vrchol *D* obdélníku *ABCD* a obdélník **narýsujte**.

Najděte všechna řešení.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 4 **max. 3 body**

V rovině leží trojúhelník *ABC*.



Obrázek 4. Úloha 4, zadání

Všechny vrcholy trojúhelníku *ABC* leží na kružnici *k*.

4.1 **Sestrojte** kružnici *k* a **vyznačte** její střed *S*.

4.2 Bod *C* je vrchol čtverce *CDEF*.

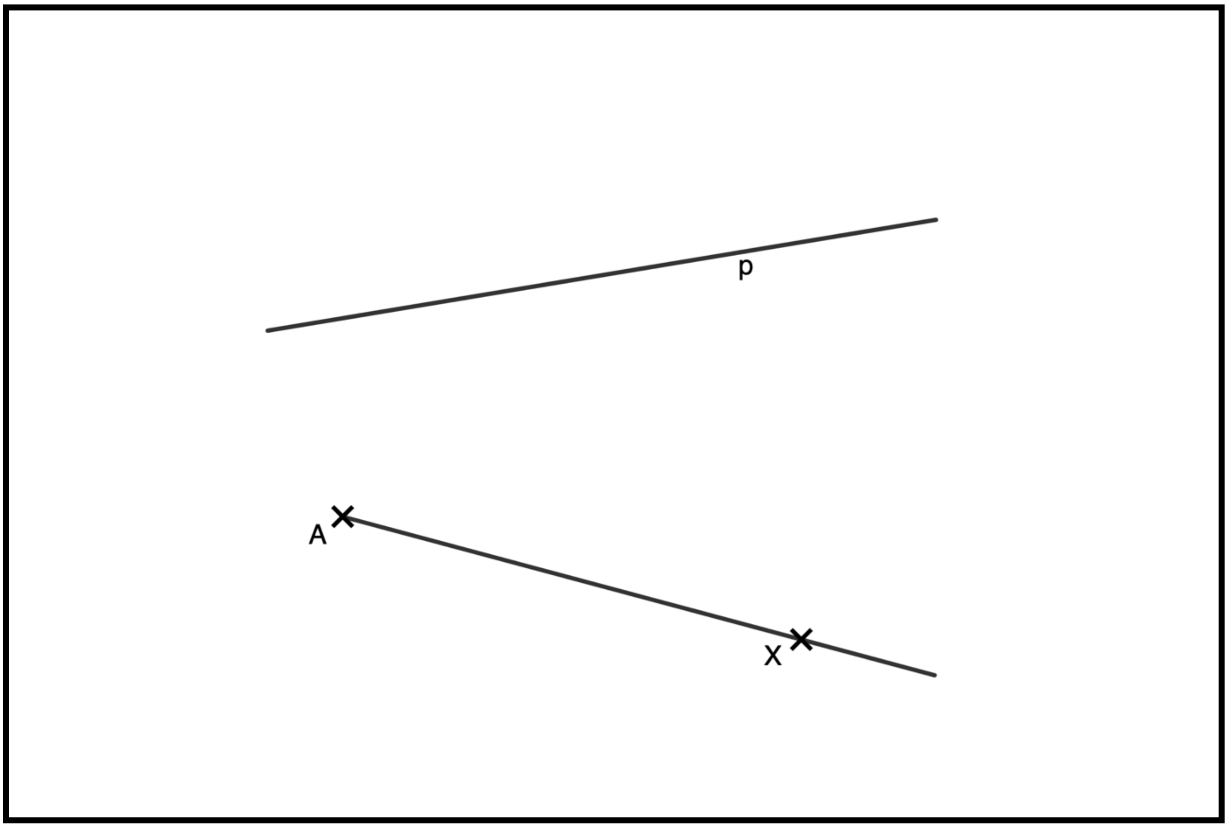
Zbývající vrcholy *D*, *E*, *F* čtverce *CDEF* leží rovněž na kružnici *k*.

Sestrojte čtverec *CDEF* a **označte** jeho vrcholy.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 5 **max. 3 body**

V rovině leží přímka *c* a polopřímka *AX*.



Obrázek 5. Úloha 5, zadání

Bod *A* je vrchol čtverce *ABCD*.

Vrchol B tohoto čtverce leží na polopřímce *AX*, jeden z dalších vrcholů tohoto čtverce leží na přímce *p*.

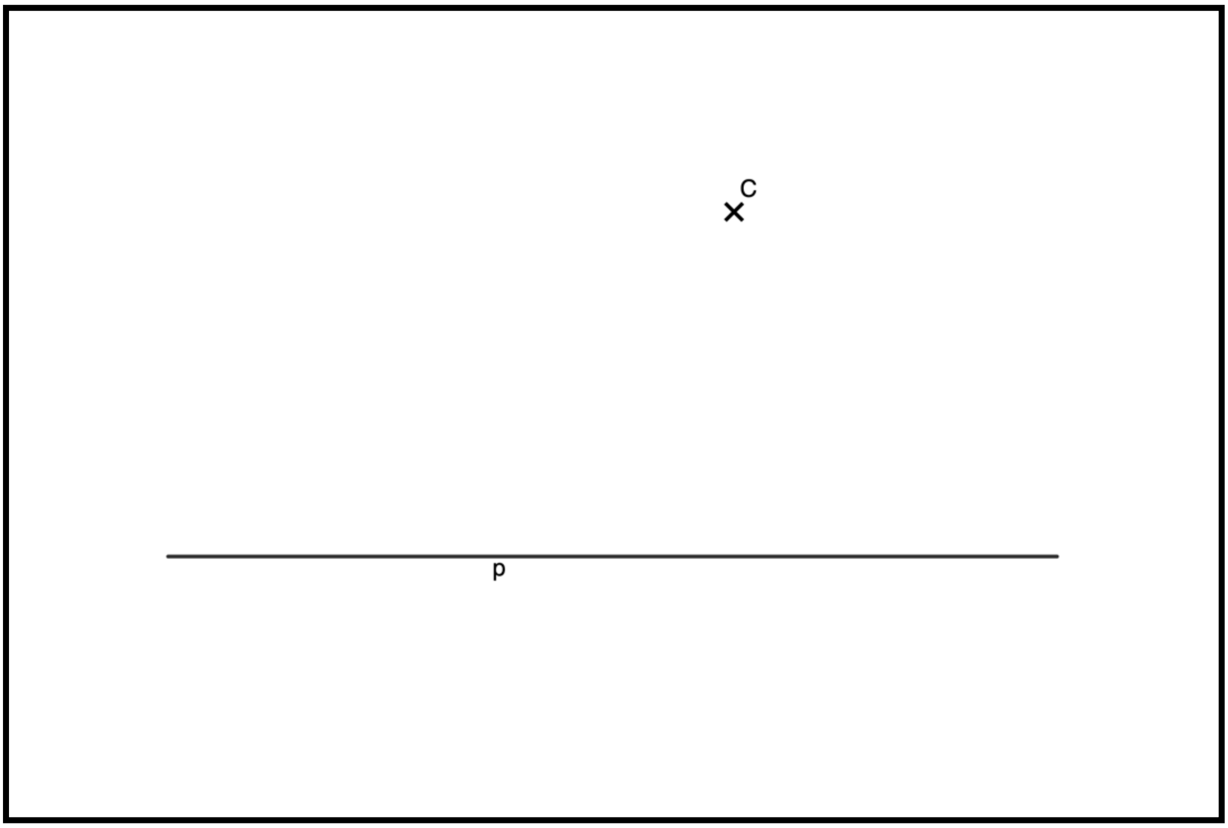
Sestrojte vrcholy *B*, *C*, *D* čtverce *ABCD*, **označte** je písmeny a čtverec **narýsujte**.

Najděte všechna řešení.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 6 **max. 3 body**

V rovině leží bod *C* a přímka *p*.



Obrázek 6. Úloha 6, zadání

Bod *C* je vrchol rovnoramenného trojúhelníku *ABC* se základnou *AB*.

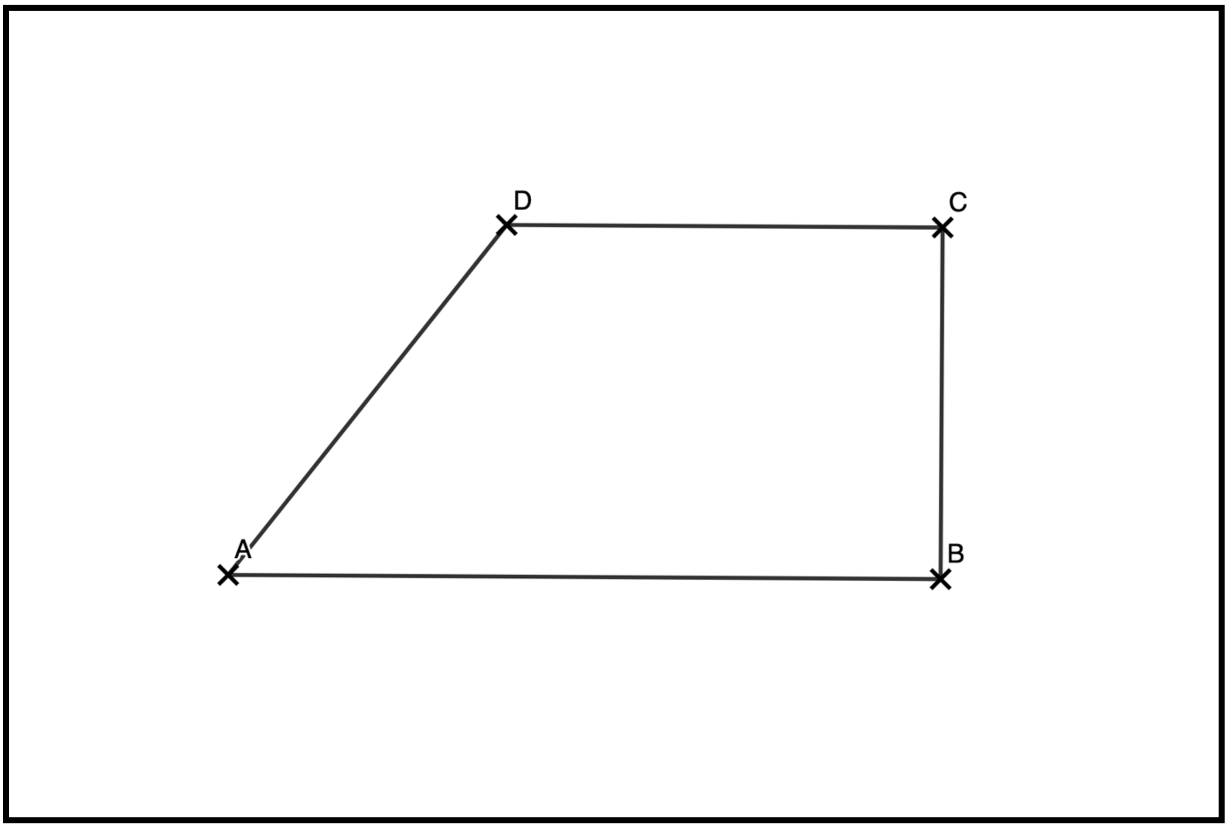
Základna *AB* leží na přímce *p* a má délku 4 cm.

Sestrojte vrcholy *A*, *B* trojúhelníku *ABC*, **označte** je písmeny a trojúhelník **narýsujte**.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 7 **max. 2 body**

V rovině leží lichoběžník *ABCD*.



Obrázek 7. Úloha 7, zadání

Útvar *ABCD* je **pravoúhlým** lichoběžníkem.

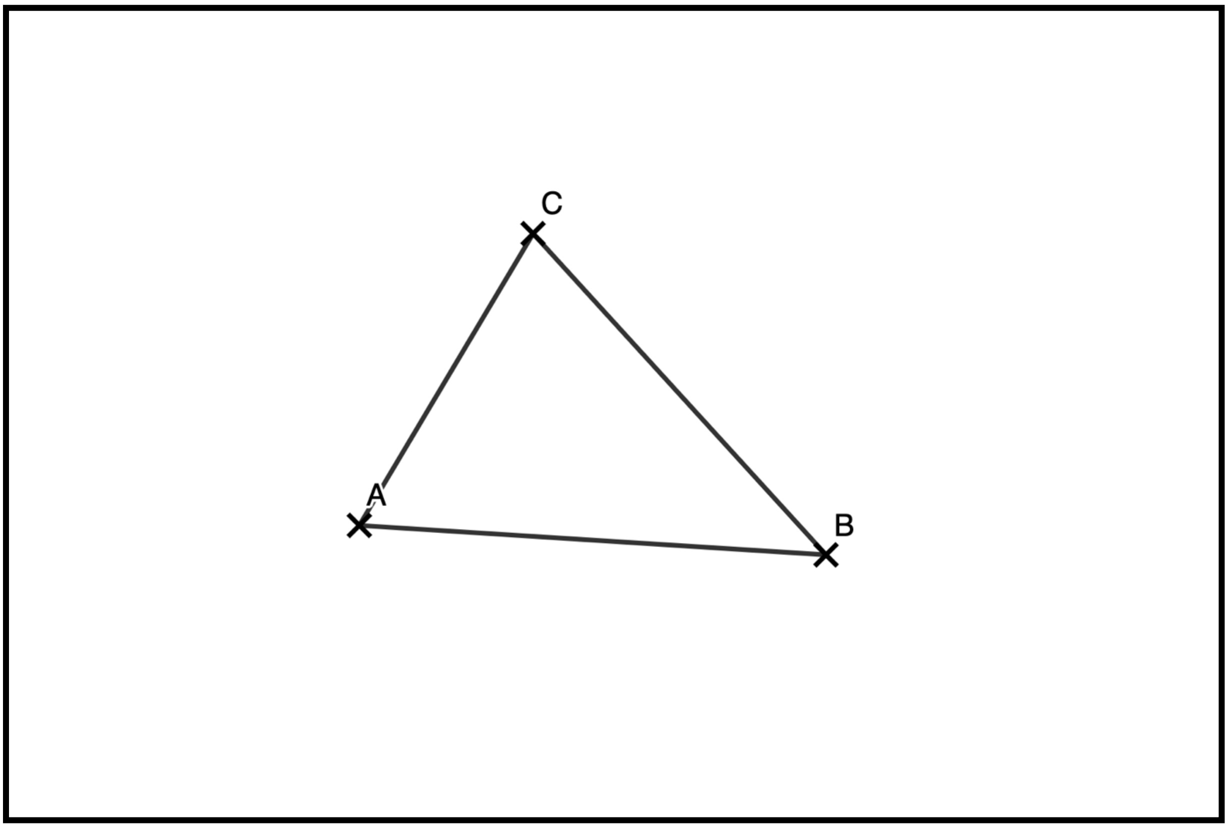
Sestrojte kružnici *k*, na níž leží vrcholy pravoúhlého trojúhelníku *BCD*.

Střed kružnice **označte** *S*.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 8 **max. 2 body**

V rovině leží trojúhelník *ABC*.



Obrázek 8. Úloha 8, zadání

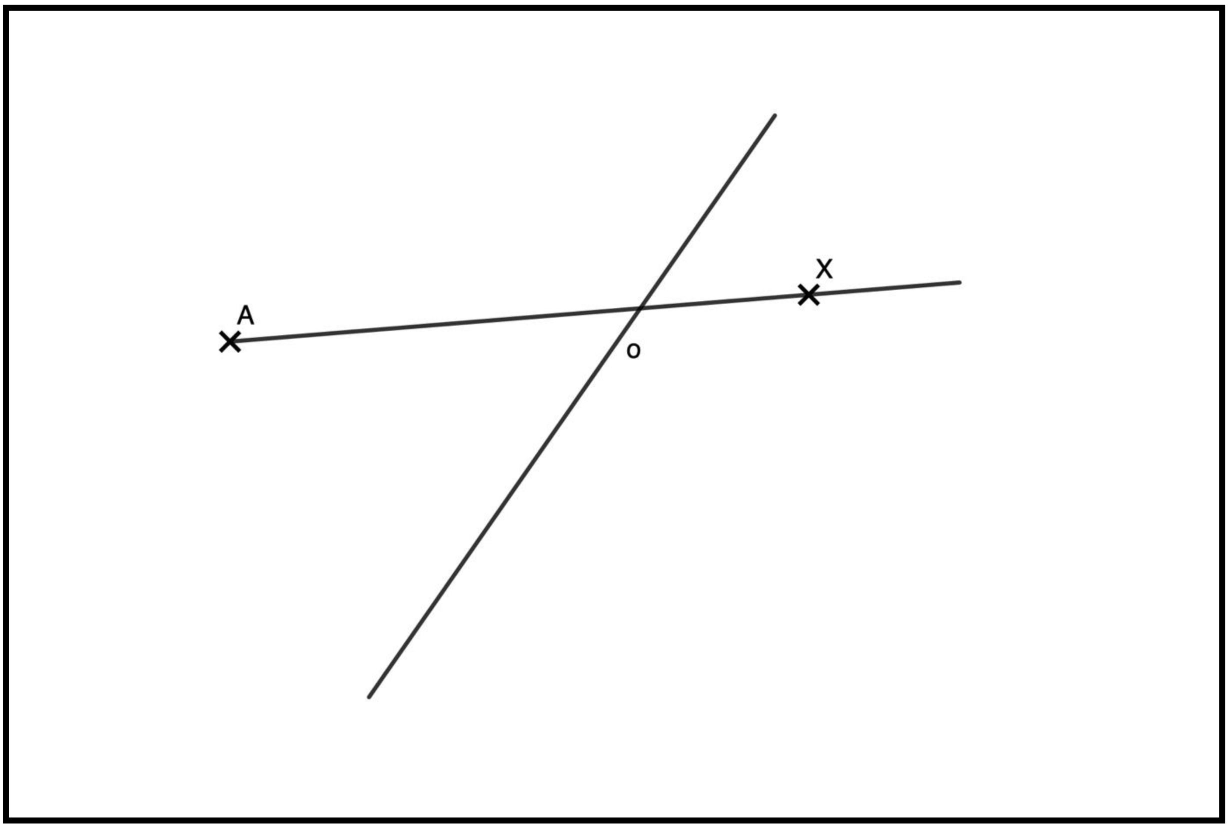
Kružnice *k* prochází vrcholy trojúhelníku *ABC*.

Sestrojte střed *S* kružnice *k* a kružnici *k* **narýsujte**.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 9 **max. 2 body**

V rovině leží polopřímka *AX* a přímka *o*.



Obrázek 9. Úloha 9, zadání

Bod *A* je vrchol trojúhelníku *ABC*. Přímka *o* je osou strany *AB*.

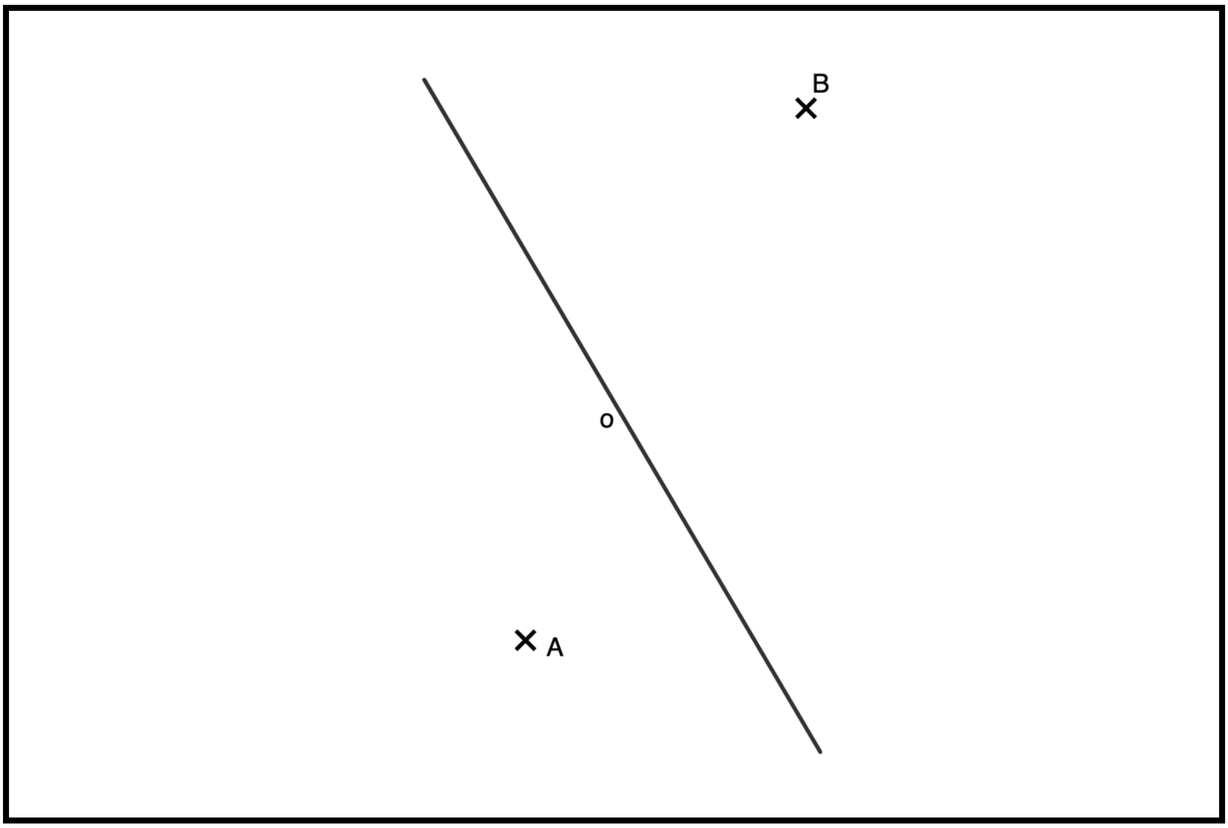
Velikost vnitřního úhlu *ACB* je 90° a vrchol *C* leží na polopřímce *AX*.

Sestrojte vrcholy *B*, *C* trojúhelníku *ABC*, **označte** je písmeny a trojúhelník **narýsujte**.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 10 **max. 3 body**

V rovině leží body *A*, *B* a přímka *o*.



Obrázek 10. Úloha 10, zadání

Body *A*, *B* jsou vrcholy trojúhelníku, jehož třetím vrcholem má být bod *C*.

Přímka *o* je osou některé strany tohoto trojúhelníku.

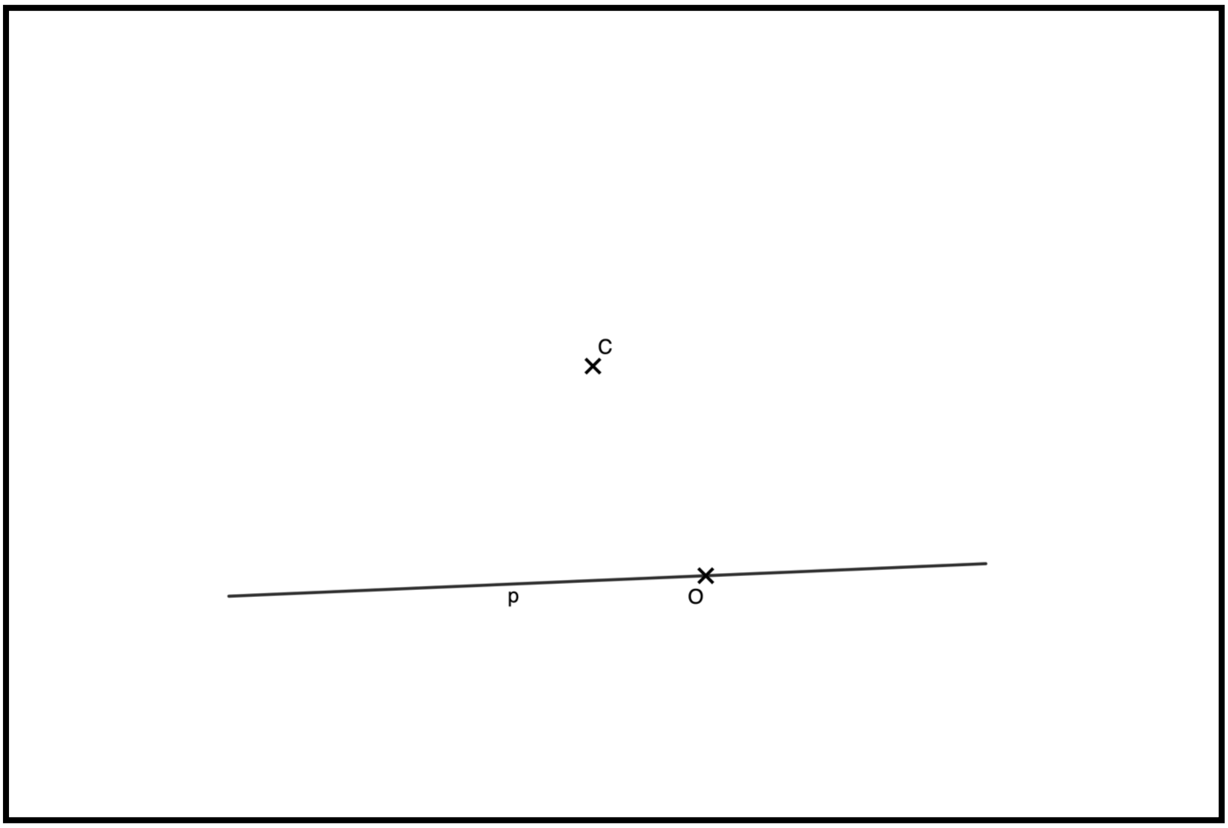
Sestrojte vrchol *C* daného trojúhelníku, **označte** ho písmenem a trojúhelník **narýsujte**.

Najděte všechna řešení.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 11 **max. 3 body**

V rovině leží body *O*, *C* a přímka *p* procházející bodem *O*.



Obrázek 11. Úloha 11, zadání

Bod *C* je vrchol rovnoramenného trojúhelníku *ABC* se základnou *AB*.

Ramena mají délku 4 cm. Na přímce *p* leží jeden z vrcholů trojúhelníku *ABC*.

Bodem *O* prochází osa souměrnosti trojúhelníku *ABC*.

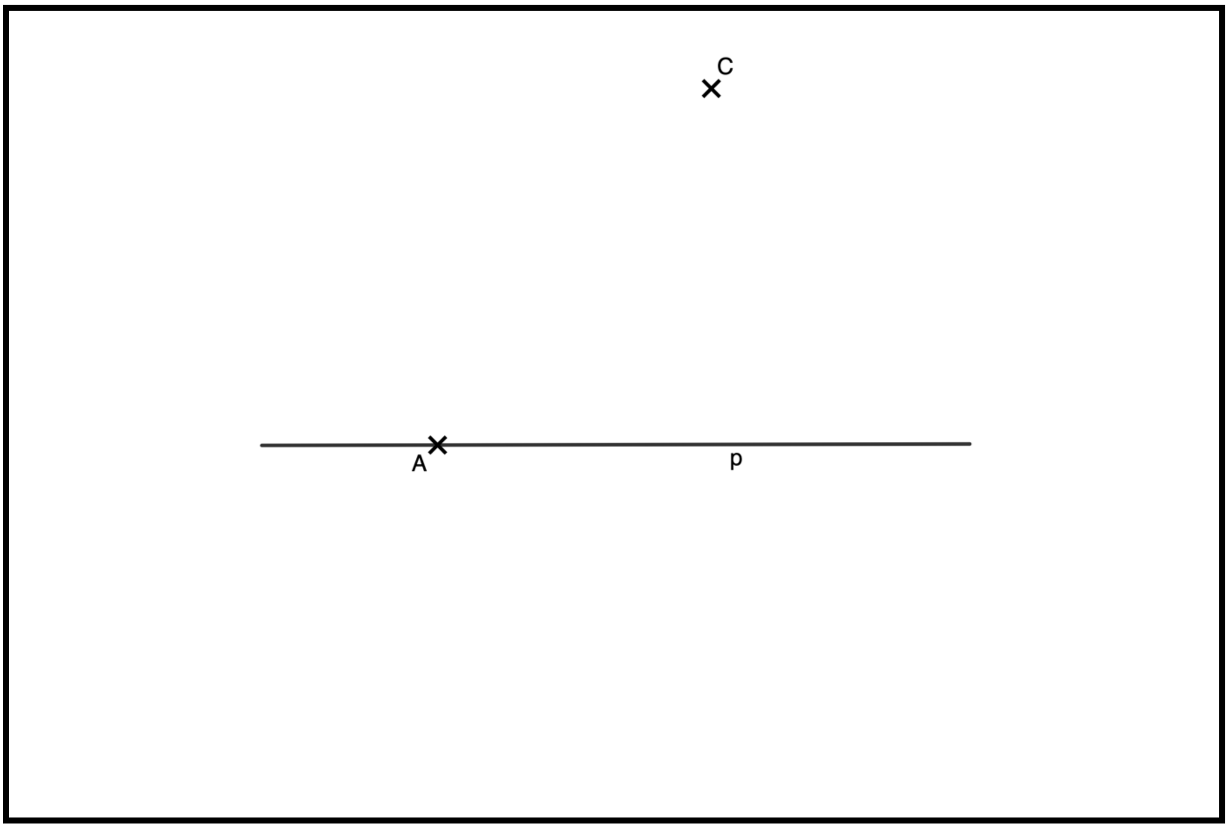
Sestrojte vrcholy *A*, *B* trojúhelníku *ABC*, **označte** je písmeny a trojúhelník **narýsujte**.

Najděte všechna řešení.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 12 **max. 3 body**

V rovině leží body A, C a přímka p procházející bodem A.



Obrázek 12. Úloha 12, zadání

Úsečka AC je základna **rovnoramenného** trojúhelníku ABC.

Na přímce p leží jedna ze tří výšek tohoto trojúhelníku.

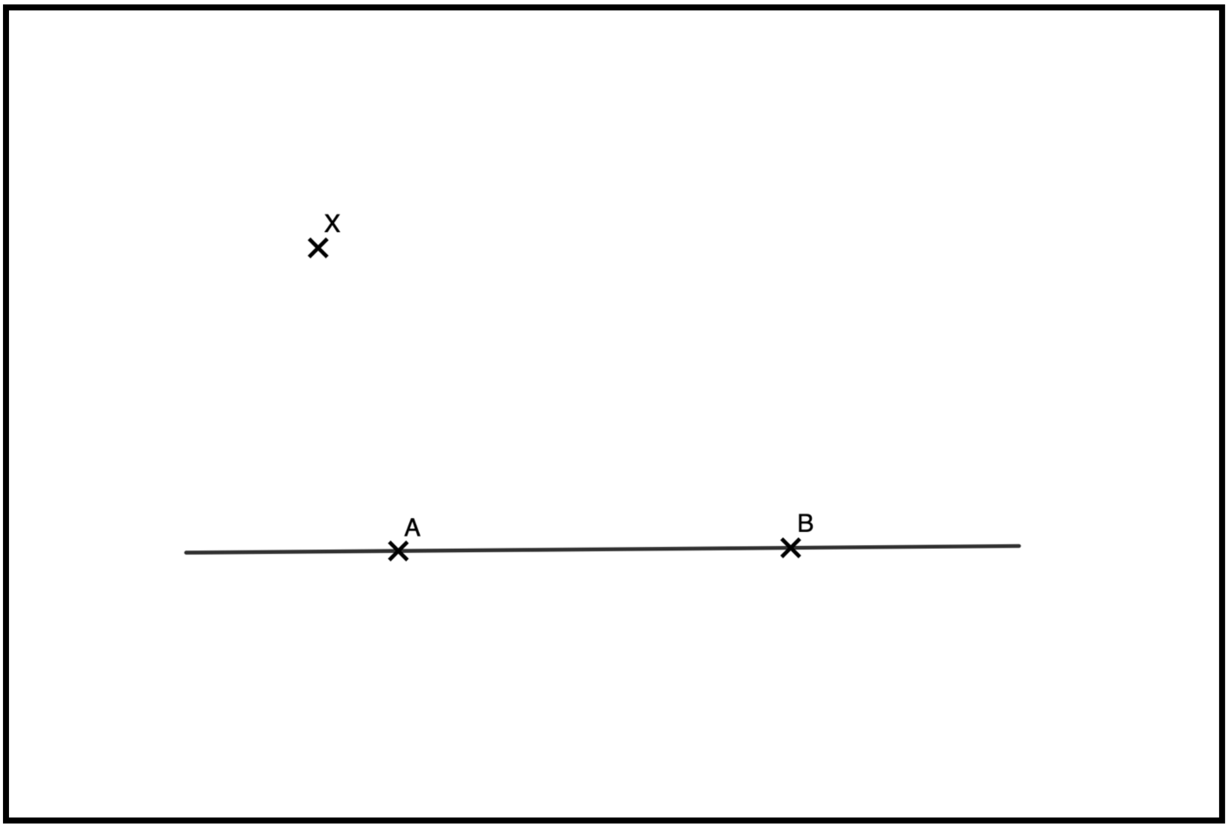
12.1 **Sestrojte** osu souměrnosti trojúhelníku ABC a **označte** ji písmenem o.

12.2 **Sestrojte** vrchol B trojúhelníku ABC, **označte** ho písmenem a trojúhelník **narýsujte**.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 13 **max. 2 body**

V rovině leží přímka *AB* a bod *X*, který na ní neleží.



Obrázek 13. Úloha 13, zadání

Body *A*, *B* jsou vrcholy trojúhelníku *ABC*.

Celý trojúhelník *ABC* leží ve stejné polorovině od přímky *AB*, jako bod *X*.

Velikost úhlu *BAC* je 40°.

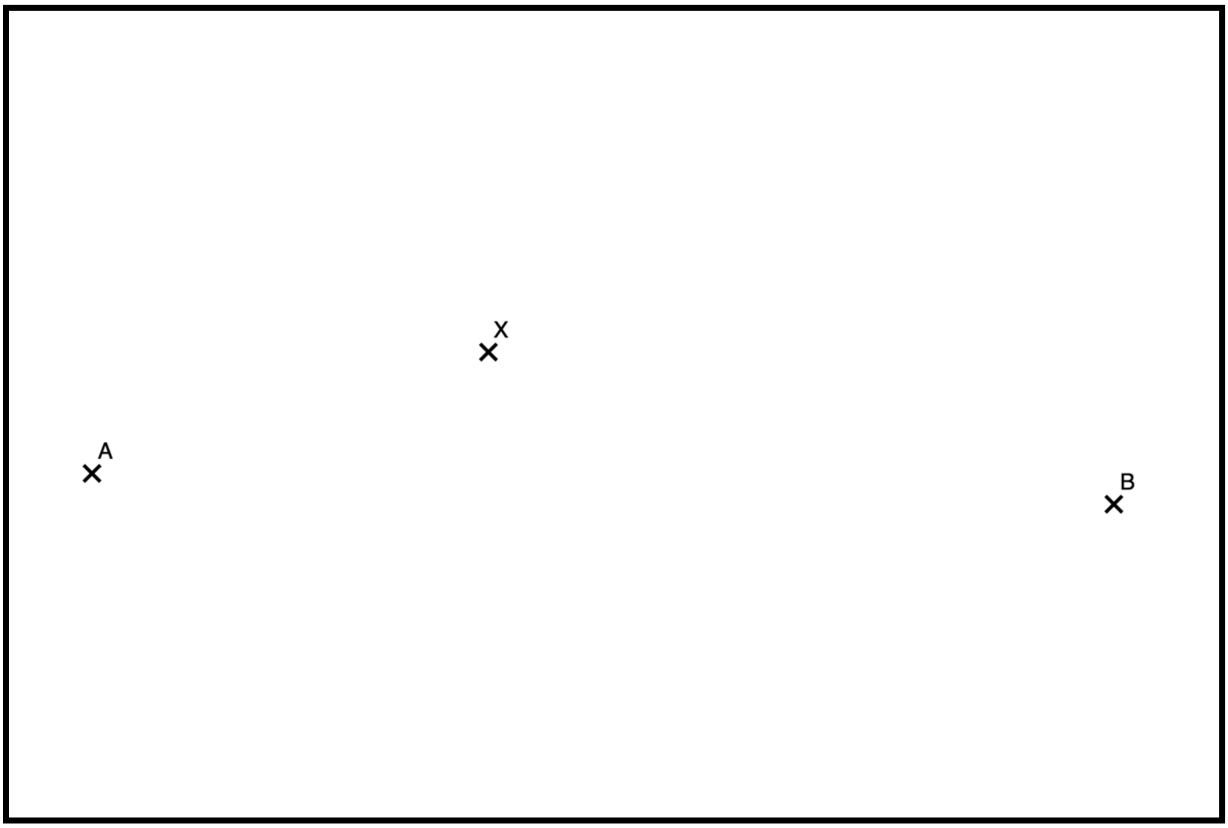
Vzdálenost bodu *B* od bodu *C* je stejná jako vzdálenost bodu *B* od bodu *A*.

Sestrojte vrchol *C* daného trojúhelníku, **označte** ho písmenem a trojúhelník **narýsujte**.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 14 **max. 2 body**

V rovině leží body *A*, *B*, *X*.



Obrázek 14. Úloha 14, zadání

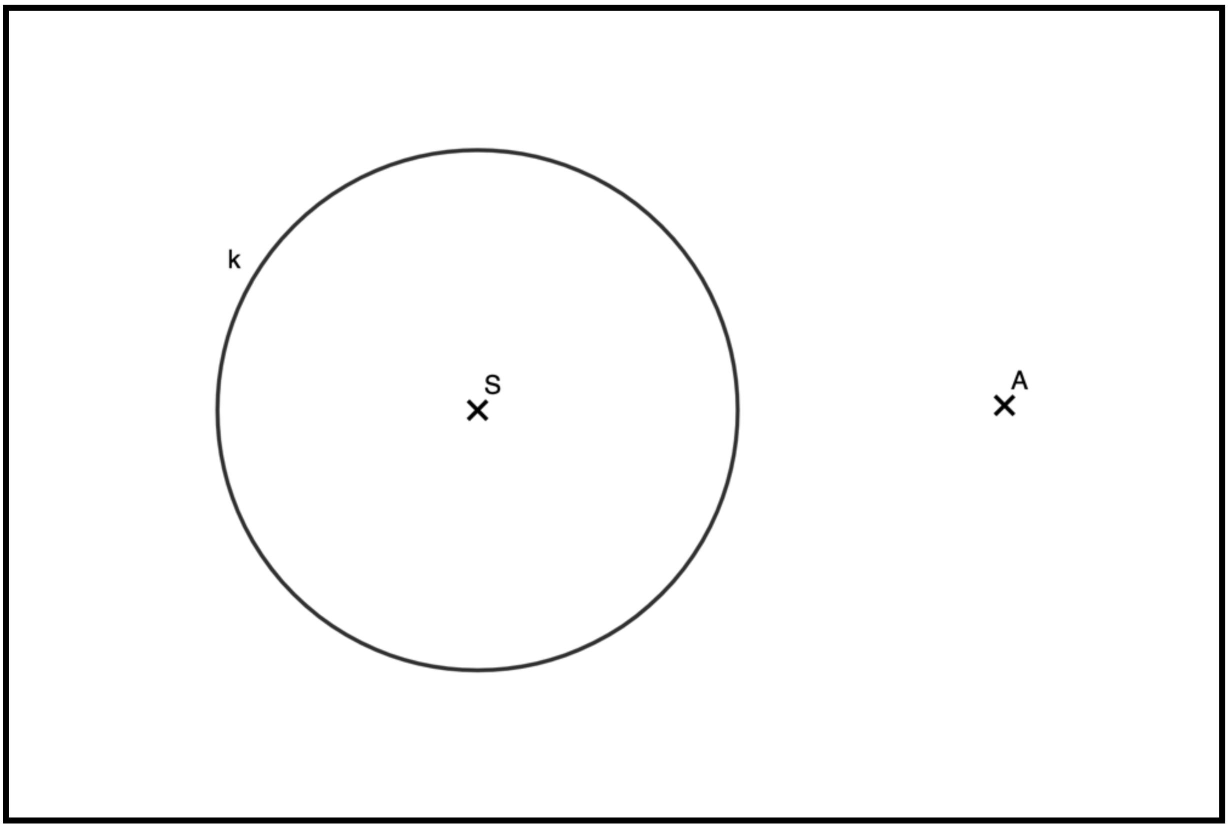
Body *A*, *B* jsou vrcholy trojúhelníku *ABC*. Osy vnitřních úhlů *BAC* a *ABC* tohoto trojúhelníku procházejí bodem *X*.

Sestrojte vrchol *C* trojúhelníku *ABC*, **označte** ho písmenem a trojúhelník **narýsujte**.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 15 **max. 3 body**

V rovině leží body *A*, *B*, *X*.



Obrázek 15. Úloha 15, zadání

Bod *A* je vrchol **rovnoramenného** trojúhelníku *ABC*, jehož **základna** leží na přímce *AS*.

Vrcholy *B*, *C* tohoto trojúhelníku leží na kružnici *k*.

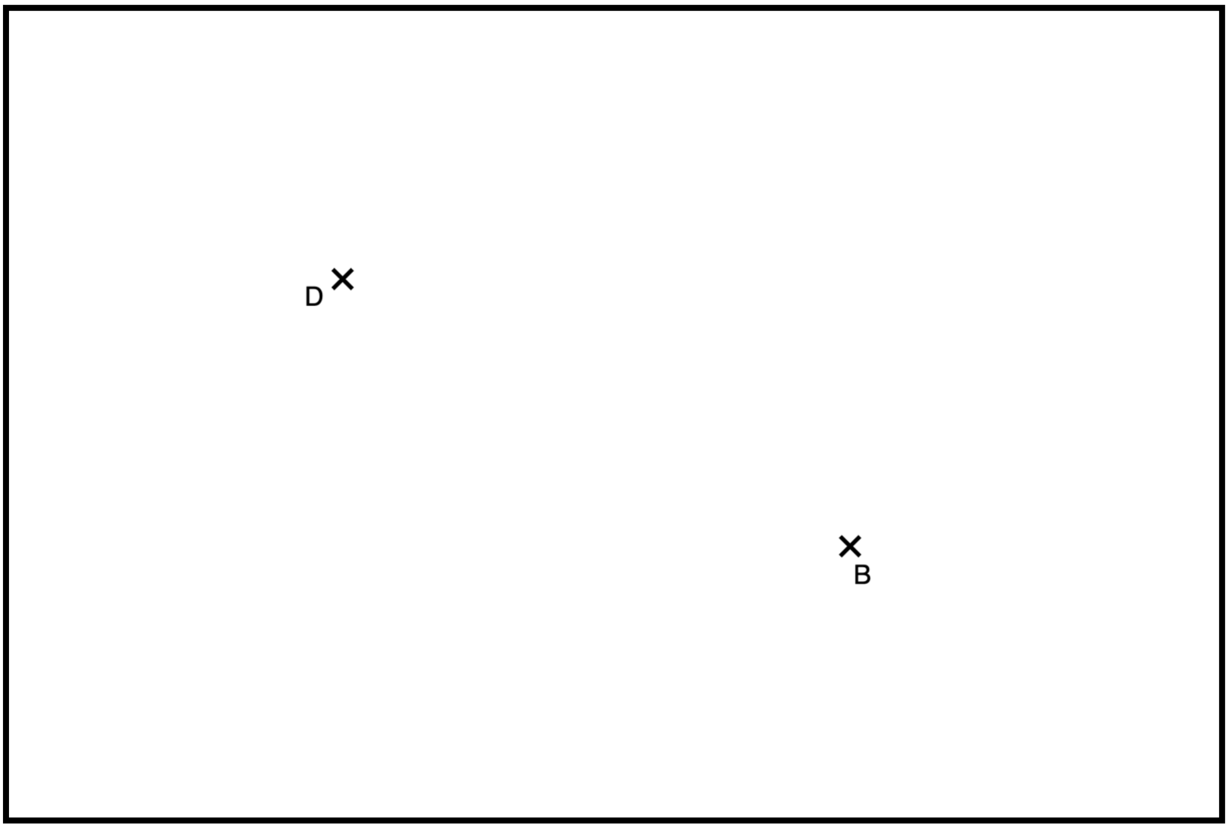
Sestrojte vrcholy *B*, *C* trojúhelníku *ABC*, **označte** je písmeny a trojúhelník **narýsujte**.

Najděte všechna řešení.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 16 **max. 2 body**

V rovině leží body *B, D*.



Obrázek 16. Úloha 16, zadání

Body B, D jsou vrcholy čtverce *ABCD*.

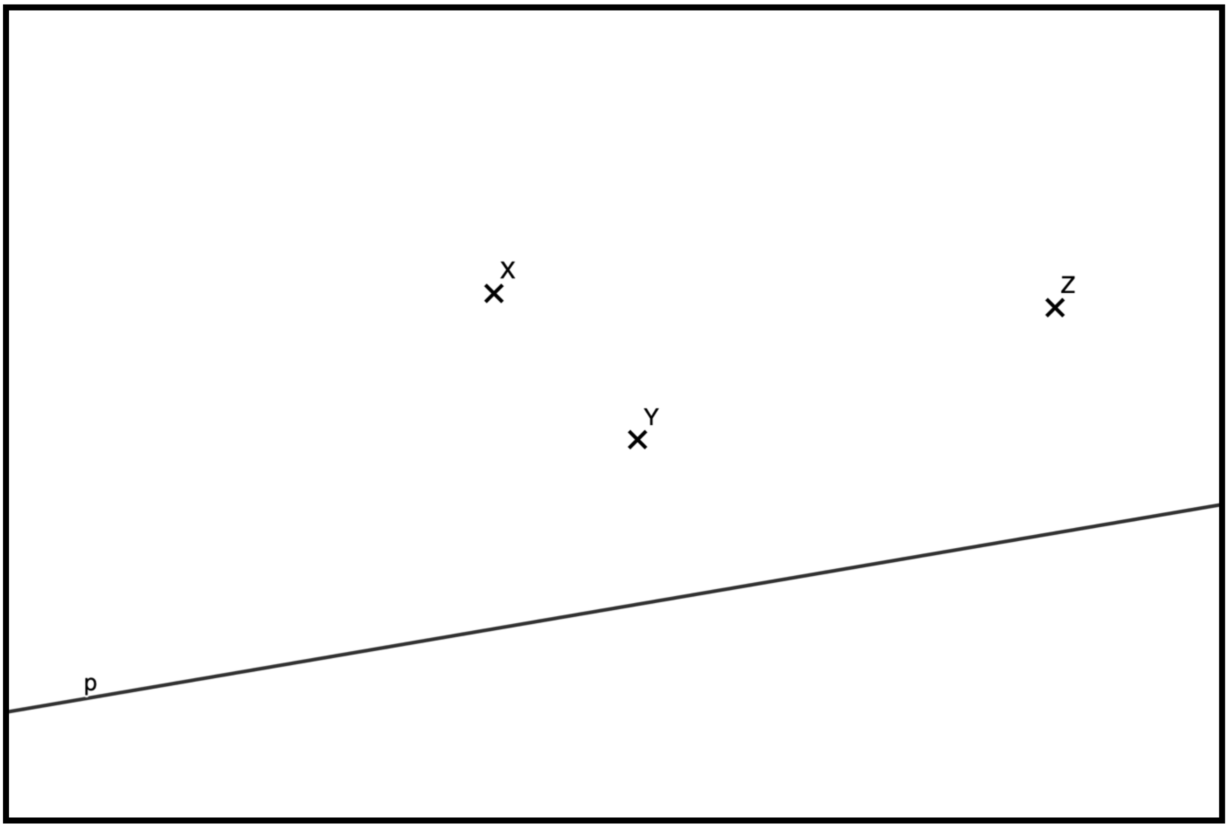
Sestrojte vrcholy *A*, *C* čtverce *ABCD*, **označte** je písmeny a čtverec **narýsujte**.

Najděte všechna řešení.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 17 **max. 3 body**

V rovině leží body *X*, *Y*, *Z* a přímka *p*.



Obrázek 17. Úloha 17, zadání

Na přímce *p* leží strana *AB* čtverce *ABCD*.

Dva ze tří bodů *X*, *Y*, *Z* leží uvnitř dvou různých stran tohoto čtverce a třetí bod leží **vně** čtverce *ABCD*.

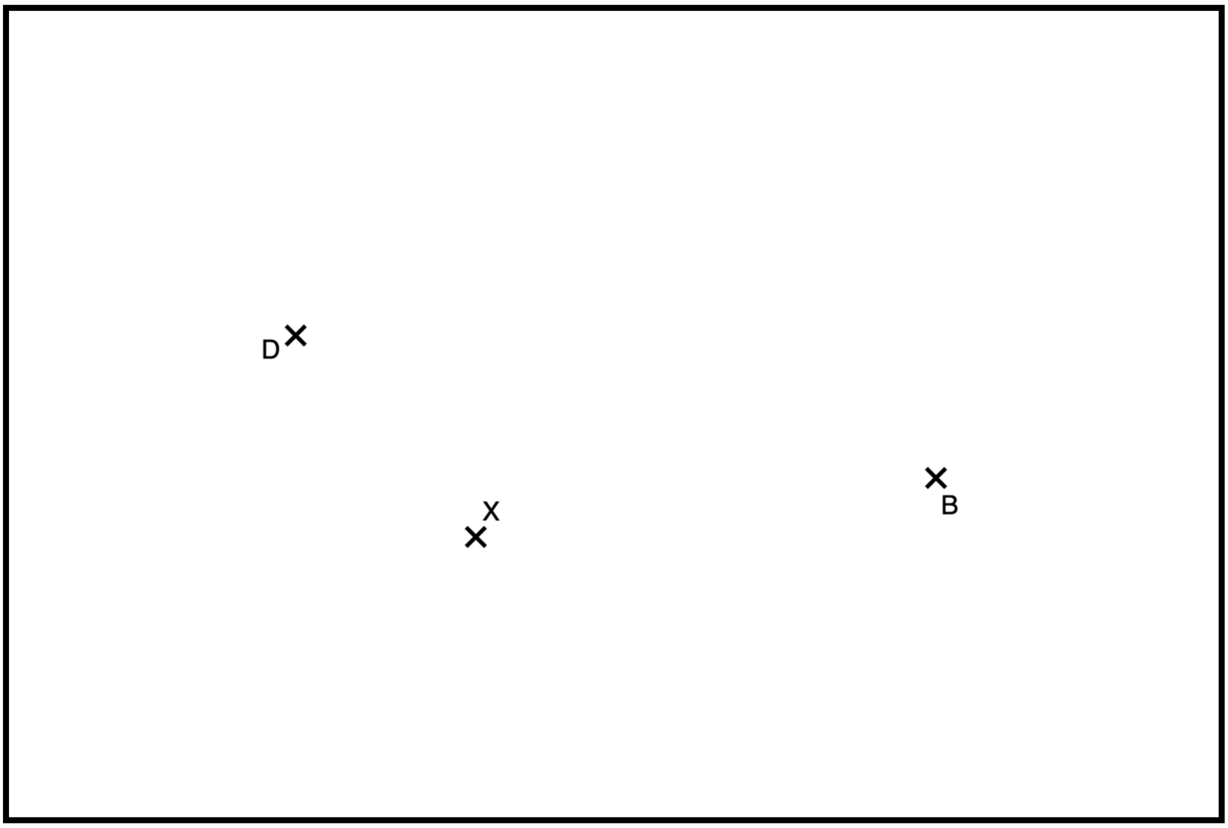
Sestrojte všechny vrcholy čtverce *ABCD*, **označte** je písmeny a čtverec **narýsujte**.

Najděte všechna řešení.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 18 **max. 2 body**

V rovině leží body *B, D, X*.



Obrázek 18. Úloha 18, zadání

Body *B, D* jsou vrcholy obdélníku *ABCD*.

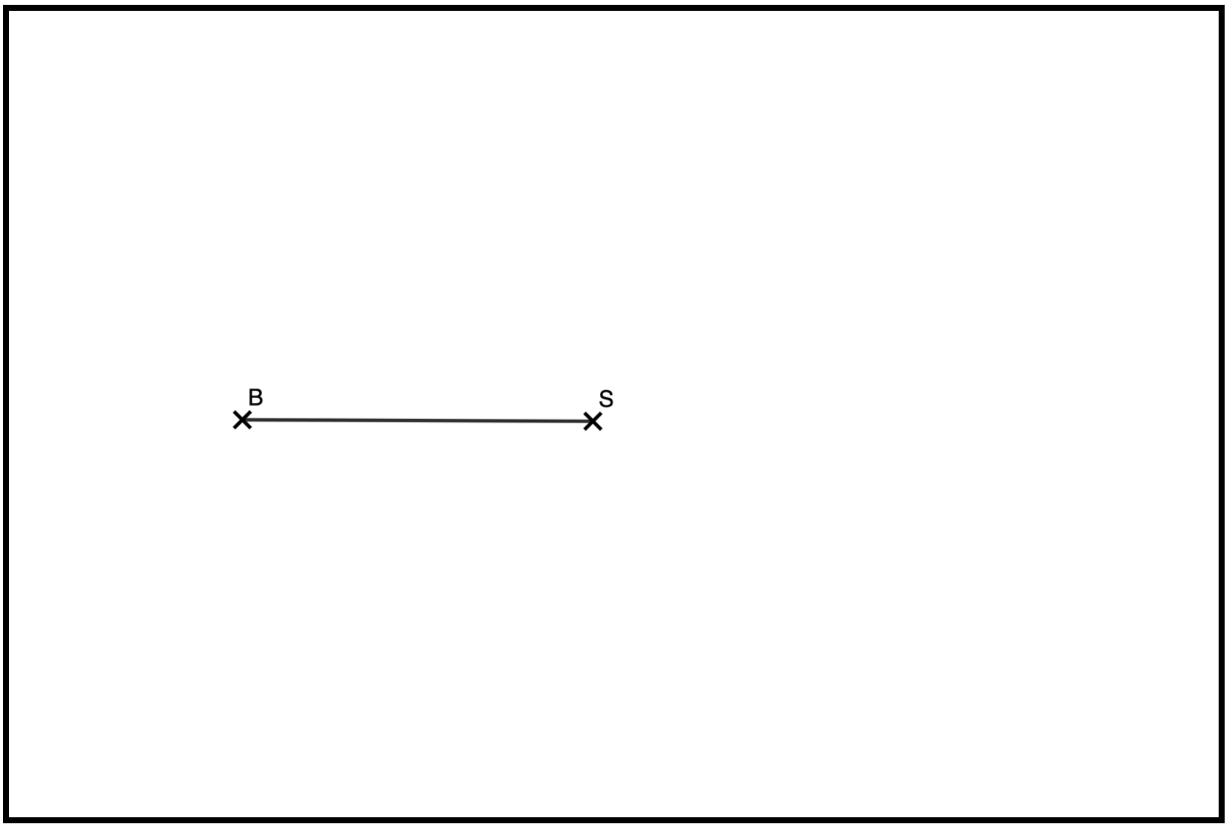
Bod *X* leží na úhlopříčce *AC* tohoto obdélníku.

Sestrojte vrcholy *A, C* obdélníku *ABCD*, **označte** je písmeny a čtverec **narýsujte**.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 19 **max. 3 body**

V rovině leží úsečka *BS*.



Obrázek 19. Úloha 19, zadání

Bod *B* je vrchol obdélníku *ABCD* a bod *S* je střed tohoto obdélníku.

Vrchol *D* má od jednoho z vrcholů *A, C* i od středu *S* stejnou vzdálenost.

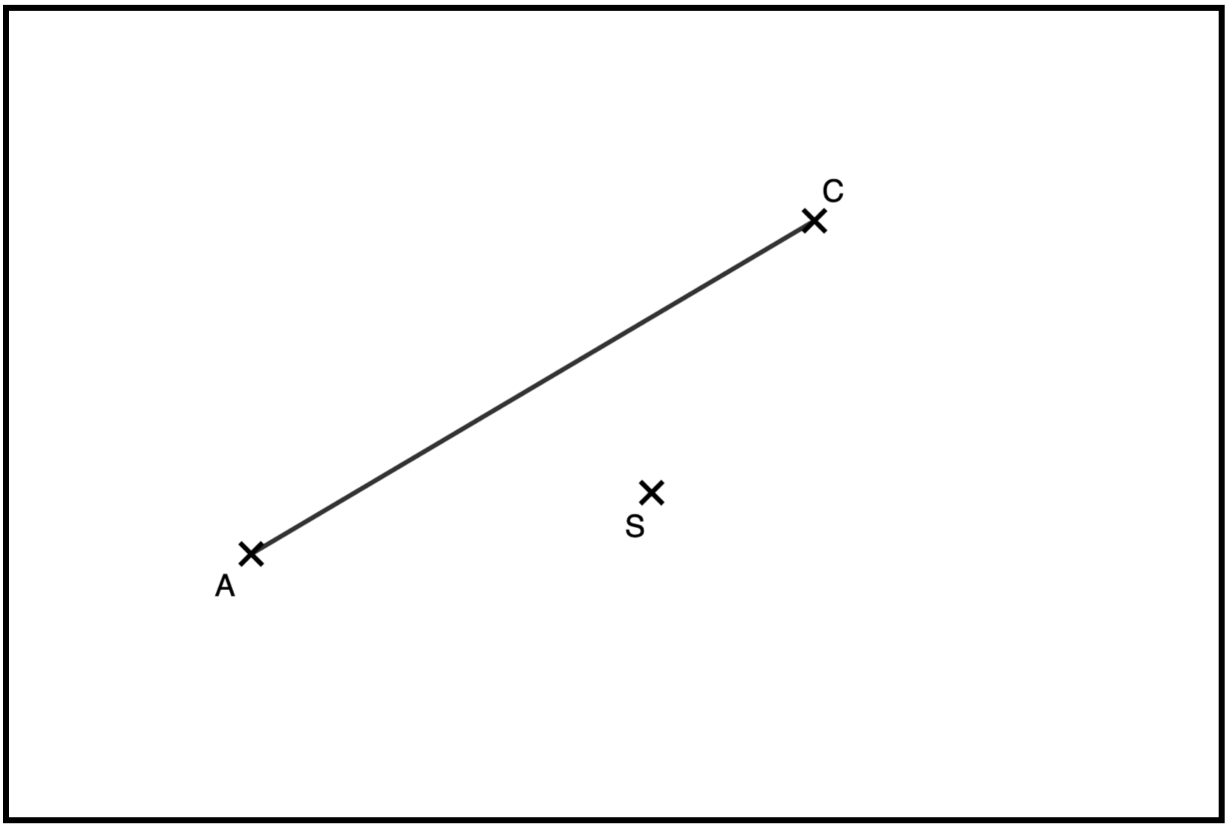
Sestrojte vrcholy *A, C, D* obdélníku *ABCD,* **označte** je písmeny a obdélník **narýsujte**.

Najděte všechna řešení.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 20 **max. 2 body**

V rovině leží úsečka *AC* a bod *X*.



Obrázek 20. Úloha 20, zadání

Úsečka *AC* je úhlopříčkou **rovnoramenného** lichoběžníku *ABCD*.

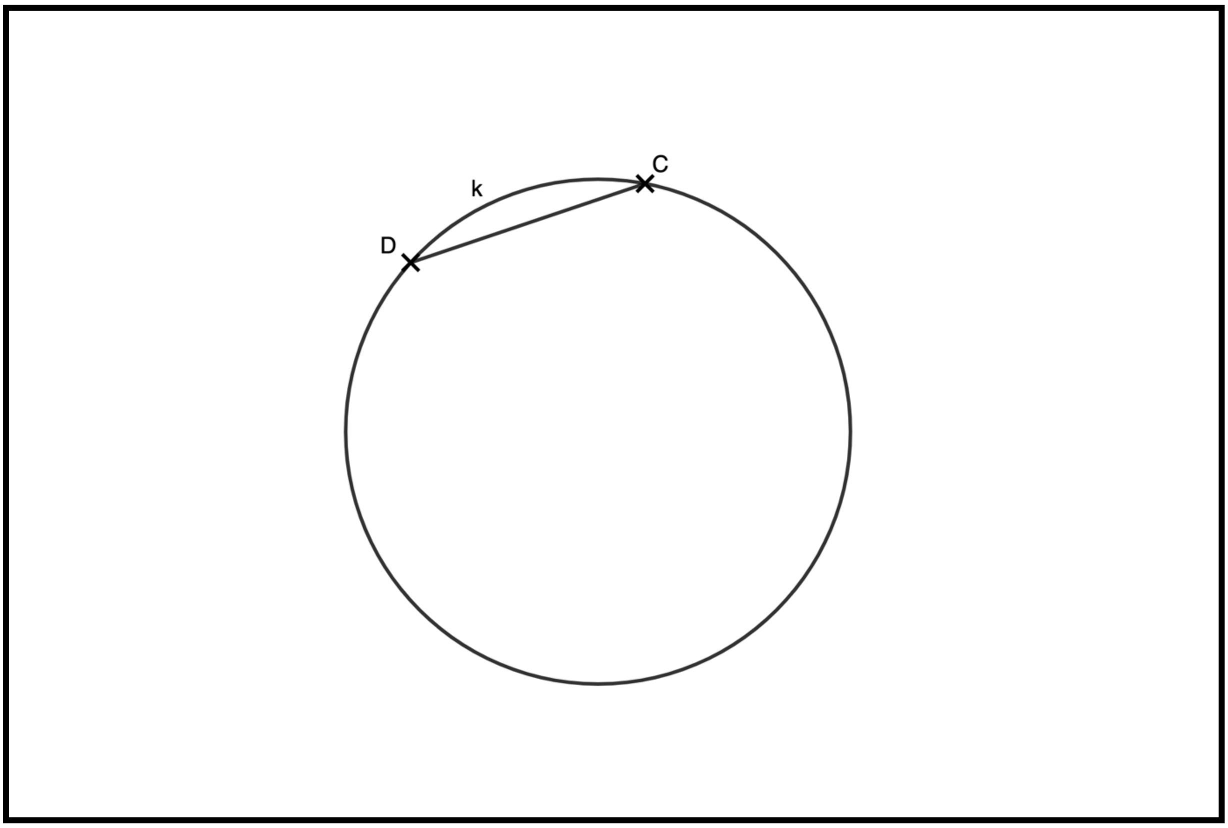
Bod *S* je střed základny *AB* tohoto lichoběžníku.

Sestrojte vrcholy *B*, *D* lichoběžníku *ABCD*, **označte** je písmeny a lichoběžník **narýsujte**.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 21 **max. 3 body**

V rovině leží kružnice *k* a na ní body *C, D*.



Obrázek 21. Úloha 21, zadání

Body *C, D* jsou vrcholy rovnoramenného lichoběžníku *ABCD*.

Všechny čtyři vrcholy tohoto lichoběžníku leží na kružnici k. Základna *AB* tohoto lichoběžníku prochází středem kružnice *k*.

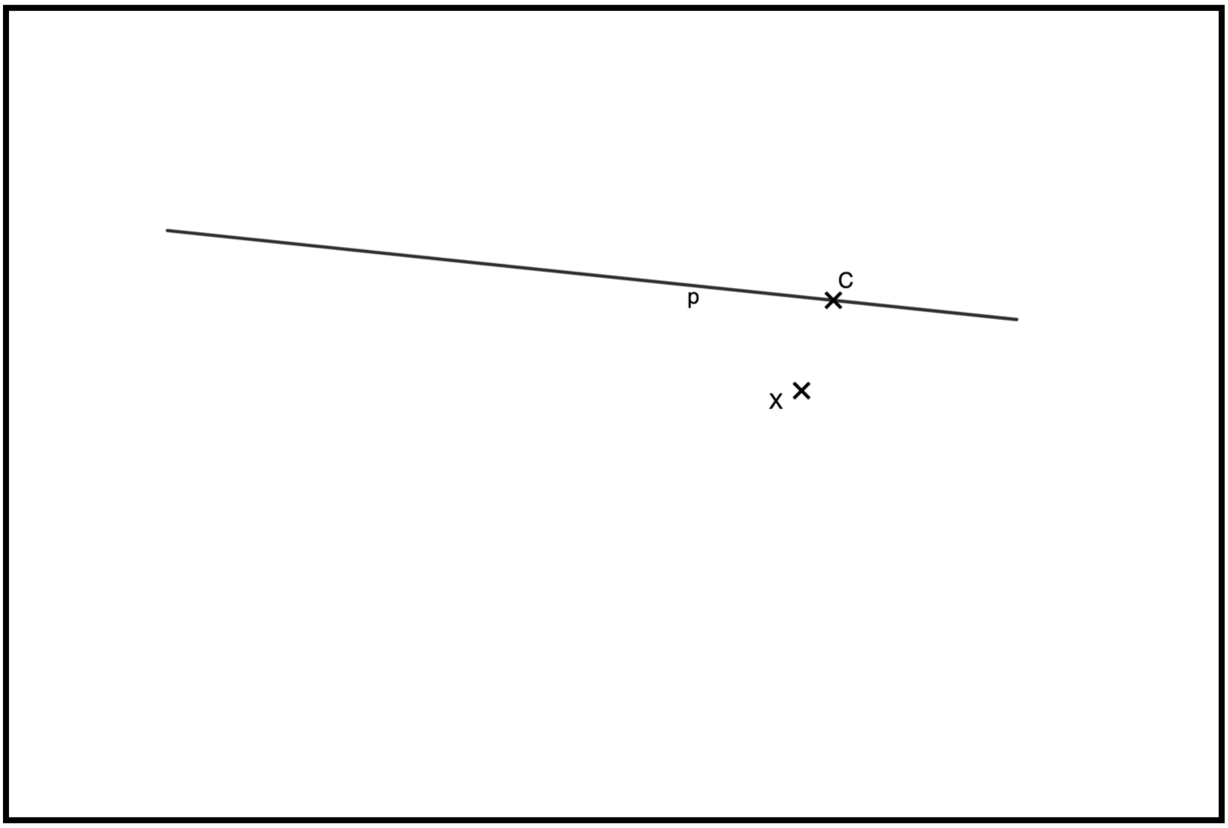
21.1 **Sestrojte** střed *S* kružnice *k*.

21.2 **Sestrojte** vrcholy *A, B* lichoběžníku *ABCD* a lichoběžník **narýsujte**.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 22 **max. 3 body**

V rovině leží body *C, X* a přímka *p* procházející bodem *C*.



Obrázek 22. Úloha 22, zadání

Bod *C* je vrchol rovnoramenného lichoběžníku *ABCD* se základnou *AD*, rameno *CD* leží na přímce *p*.

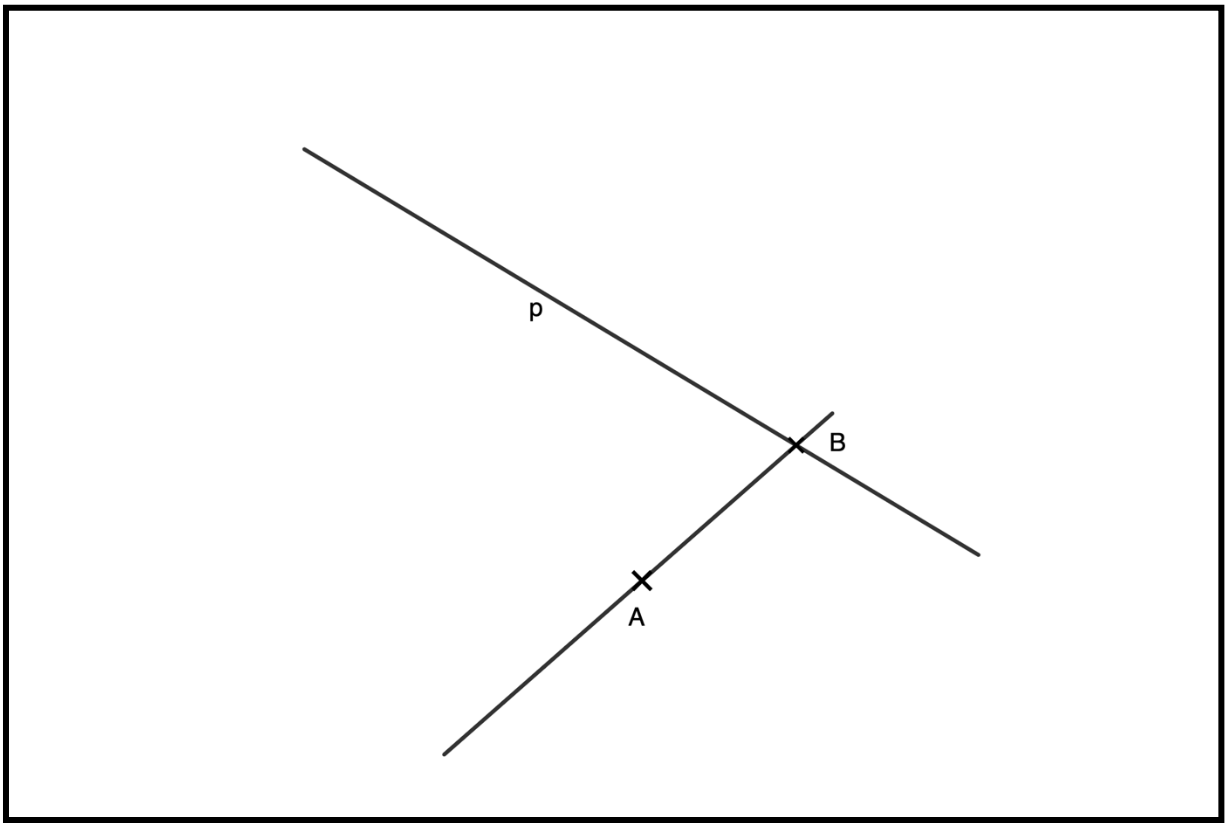
Úhlopříčky *AC* a *BD* se protínají v bodě *X* a jsou na sebe kolmé.

Sestrojte vrcholy *A, B, D* lichoběžníku *ABCD*, **označte** je písmeny a lichoběžník **narýsujte**.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 23 **max. 3 body**

V rovině leží přímka *AB* a přímka *p* procházející bodem *B*.



Obrázek 23. Úloha 23, zadání

Úsečka *AB* je strana **pravoúhlého** lichoběžníku *ABCD*.

Vrchol *C* tohoto lichoběžníku leží na přímce *p*.

Strana *BC* je dvakrát delší než strana *AB* lichoběžníku *ABCD*.

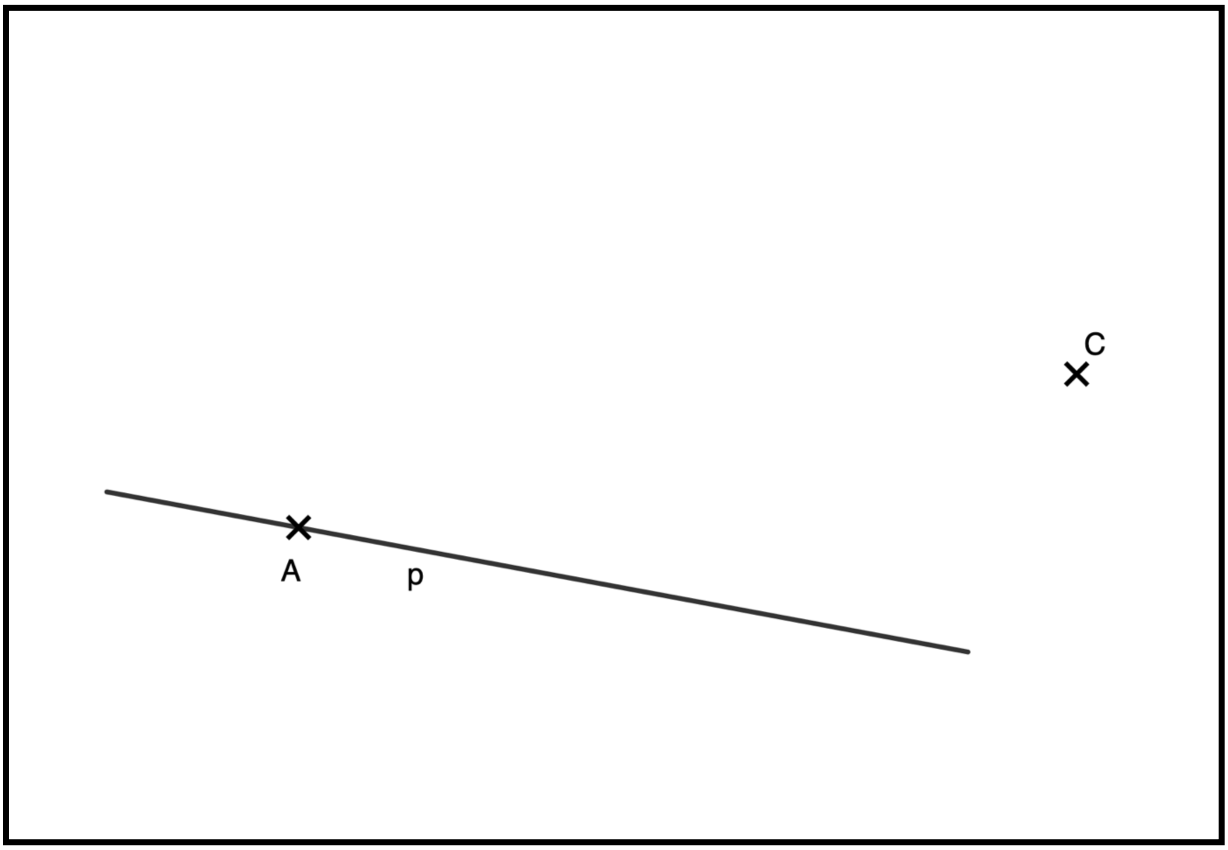
Sestrojte všechny vrcholy lichoběžníku *ABCD*, **označte** je písmeny a lichoběžník **narýsujte**.

Najděte všechna řešení.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 24 **max. 3 body**

Na přímce *p* leží bod *A* a mimo ni bod *C*.



Obrázek 24. Úloha 24, zadání

Body *A* a *C* jsou vrcholy rovnoběžníku *ABCD*, jehož úhlopříčka *BD* je poloviční délky než úhlopříčka *AC*.

Vrchol *B* tohoto rovnoběžníku leží na přímce *p*.

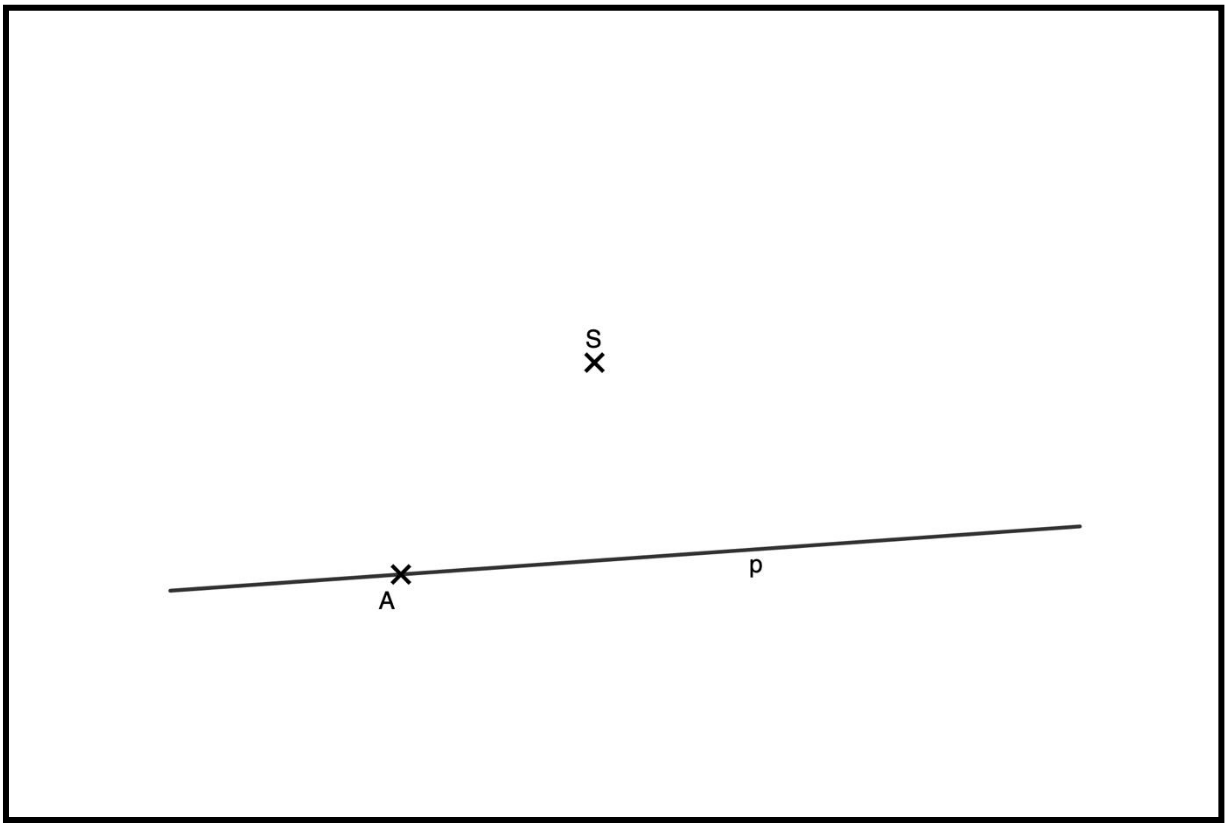
Sestrojte vrcholy *B, D* rovnoběžníku *ABCD*, **označte** je písmeny a rovnoběžník **narýsujte**.

Najděte všechna řešení.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Úloha 25 **max. 2 body**

V rovině leží body *A, S* a přímka *p* procházející bodem *A*.



Obrázek 25. Úloha 25, zadání

Bod *A* je vrchol rovnoběžníku *ABCD*. Bod *S* je střed tohoto rovnoběžníku.

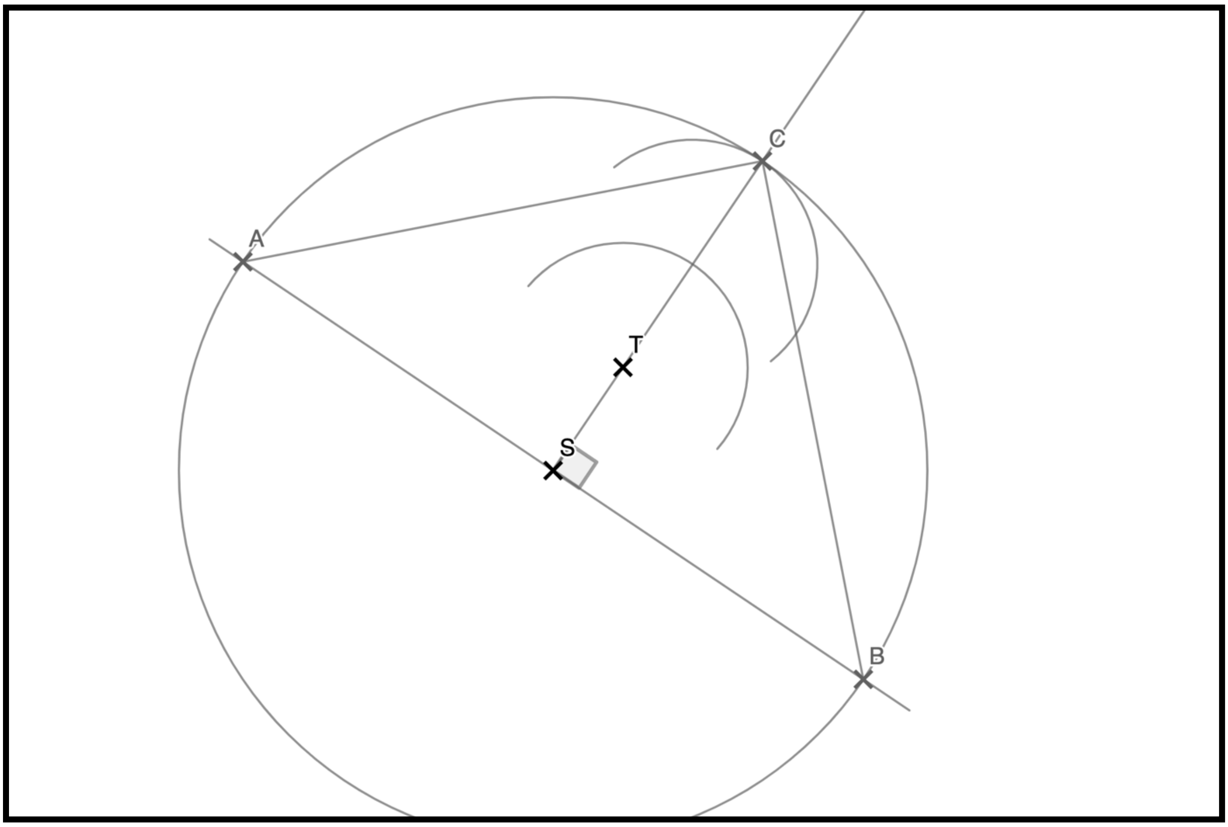
Na přímce *p* leží vrchol *B* rovnoběžníku *ABCD*. Úhel *ASD* má velikost 70°.

Sestrojte vrcholy *B*, *C*, *D* rovnoběžníku *ABCD*, **označte** je písmeny a rovnoběžník **narýsujte**.

Poté obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

4.3 Řešení

Úloha 1 **max. 3 body**

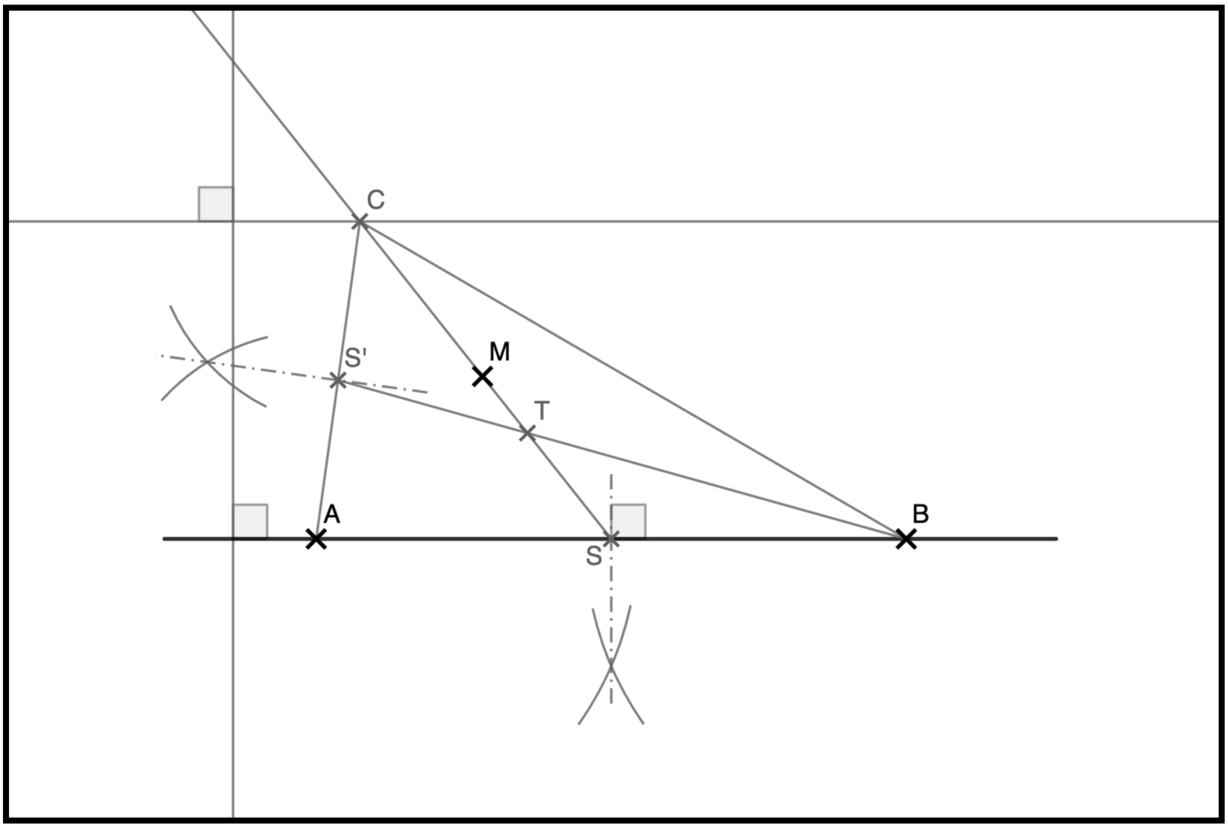


Obrázek 26. Úloha 1, řešení

Je-li konstrukce správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	3 b.
Mírná nepřesnost.	(ztráta 1 b.)
Trojúhelník ABC nesplňuje některou podmínku zadání, ale nastane jedna z následujících možností: - Je správně sestrojena těžnice (tj. úsečka CSAB). - Jsou správně sestrojeny obě polopřímky, na nichž leží ramena.	1 b.
Chybná konstrukce, resp. výrazná nepřesnost sestrojeného trojúhelníku.	0 b.

Nutné znalosti: Těžnice je úsečka spojující vrchol trojúhelníku se středem protější strany. Těžnice je těžištěm rozdělena na dvě části. Část těžnice blíž k bodu, ze kterého těžnice jde, je dvojnásobek části, která má blíž ke středu protější strany. V rovnoramenném trojúhelníku platí, že je těžnice na základnu zároveň výškou, tedy je na základnu takového trojúhelníku kolmá. Princip Thaletovy kružnice vysvětluje, že všechny vrcholy pravoúhlého trojúhelníku leží na kružnici, jejímž středem je střed přepony takového trojúhelníku.

Úloha 2 **max. 3 body**

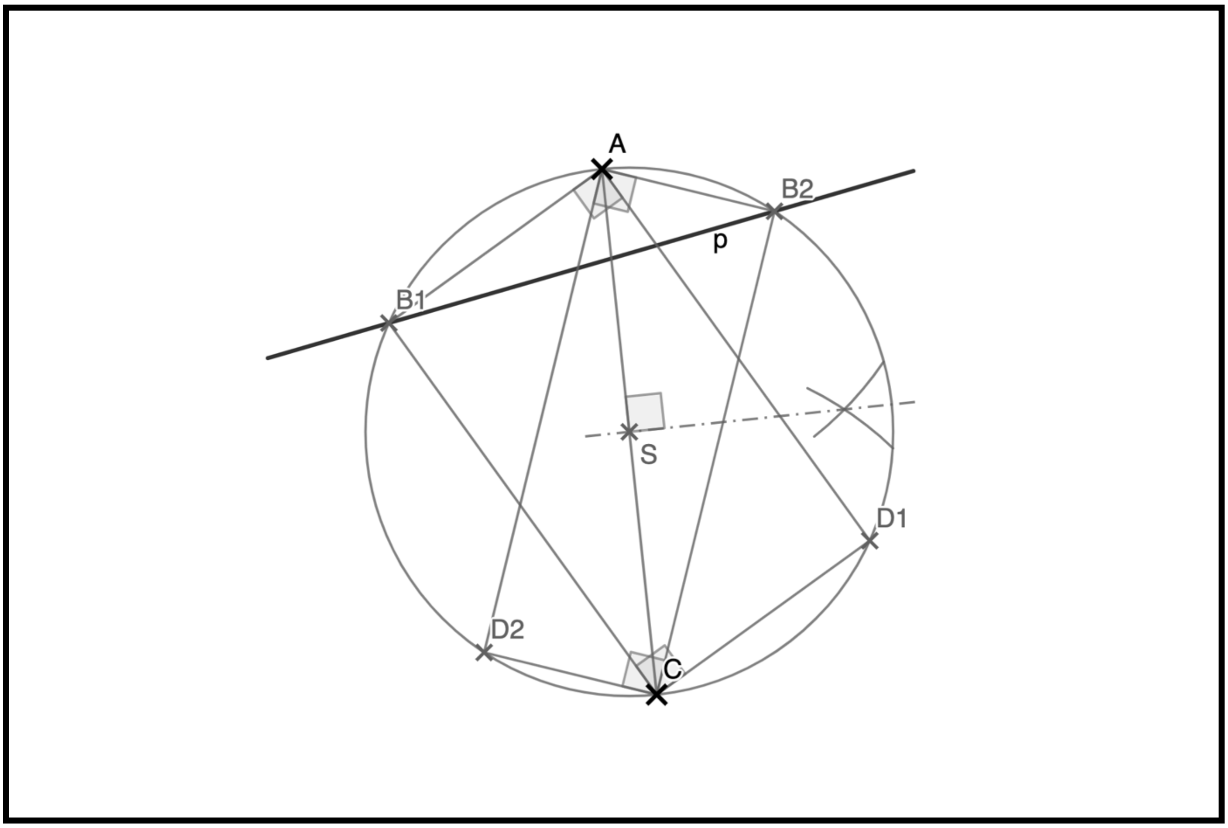


Obrázek 27. Úloha 2, řešení

Je-li konstrukce správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	3 b.
Mírná nepřesnost.	(ztráta 1 b.)
Trojúhelník ABC nesplňuje některou podmínku zadání, ale nastane jedna z následujících možností: - Je správně sestrojen střed úsečky a polopřímka, na které leží těžnice t_c. - Je splněna celá podúloha 2.1.	1 b.
Chybná konstrukce, resp. výrazná nepřesnost sestrojeného trojúhelníku.	0 b.

Nutné znalosti: Těžnice je úsečka spojující vrchol trojúhelníku se středem protější strany. Výška trojúhelníku na určitou stranu určuje, jak daleko je od určité strany vzdálený protější vrchol trojúhelníku. Vzdálenost od úsečky se určuje pomocí kolmice na danou úsečku. Těžiště je bod, ve kterém se protínají těžnice trojúhelníku.

Úloha 3 **max. 3 body**

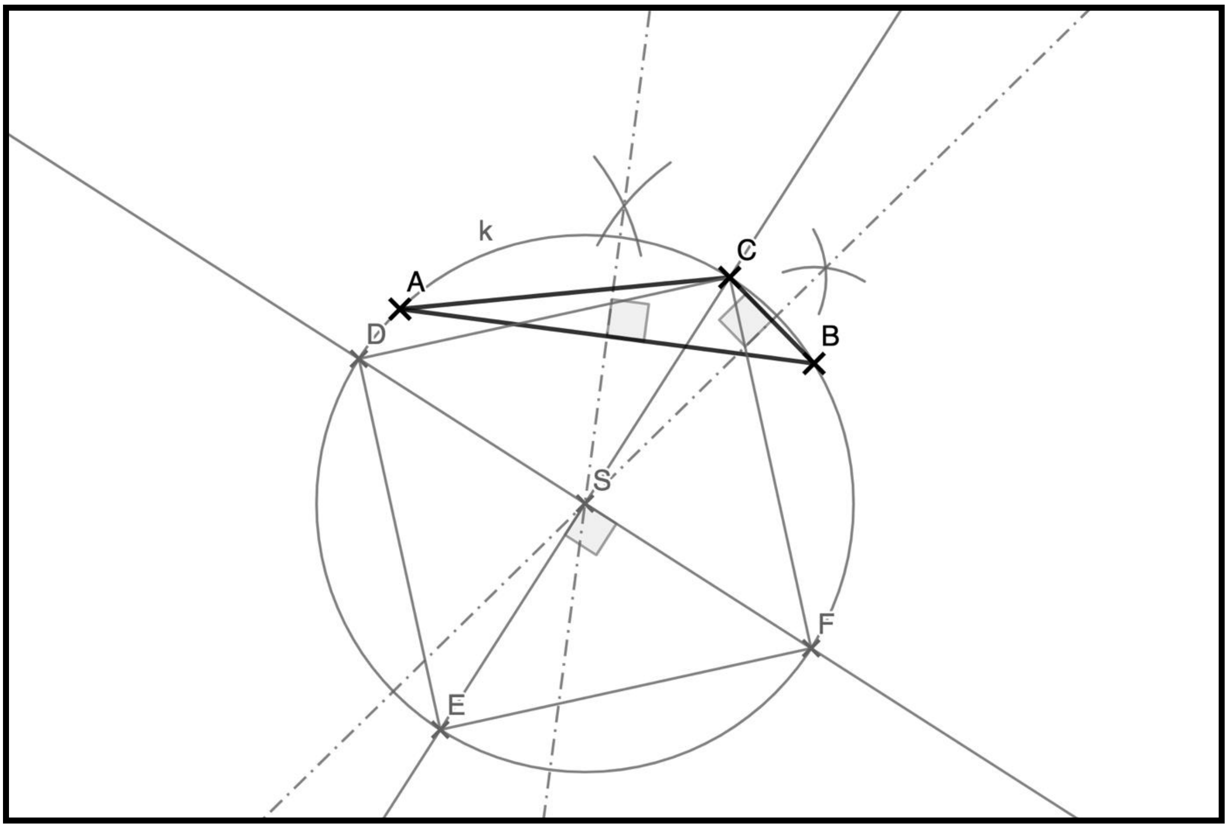


Obrázek 28. Úloha 3, řešení

Je-li konstrukce správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	3 b.
Mírná nepřesnost.	(ztráta 1 b.)
Je správně sestrojené pouze jedno řešení	2 b.
Je správně sestrojen pouze bod B (jeho dvě řešení).	1 b.
Chybná konstrukce, resp. výrazná nepřesnost sestrojených obdélníků.	0 b.

Nutné znalosti: Obdélník lze úhlopříčkou rozdělit na dva pravoúhlé trojúhelníky, daná úhlopříčka je jejich přeponou. Princip Thaletovy kružnice vysvětluje, že všechny vrcholy pravoúhlého trojúhelníku leží na kružnici, jejímž středem je střed přepony takového trojúhelníku.

Úloha 4 **max. 3 body**

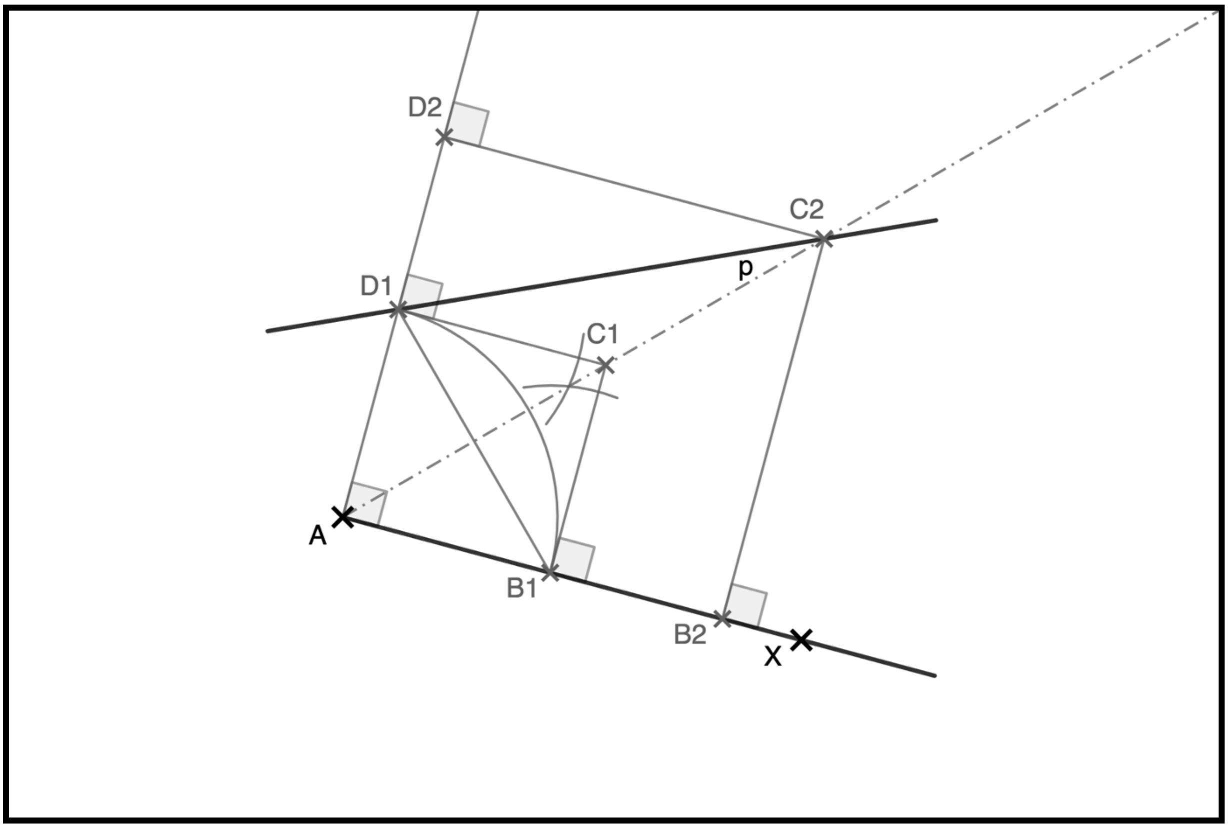


Obrázek 29. Úloha 4, řešení

Je-li konstrukce správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	3 b.
Mírná nepřesnost.	(ztráta 1 b.)
Je splněna úloha 4.1 a je správně sestrojen bod E.	2 b.
Je splněna pouze úloha 4.1	1 b.
Chybná konstrukce, resp. výrazná nepřesnost sestrojených útvarů.	0 b.

Nutné znalosti: Kružnice opsaná trojúhelníků má střed v bodě, ve kterém se protnou osy stran daného trojúhelníku. Úhlopříčky čtverce jsou stejně dlouhé a na sebe navzájem kolmé. Kružnice opsaná čtverci má střed v bodě, ve kterém se protnou úhlopříčky daného čtverce.

Úloha 5 **max. 3 body**

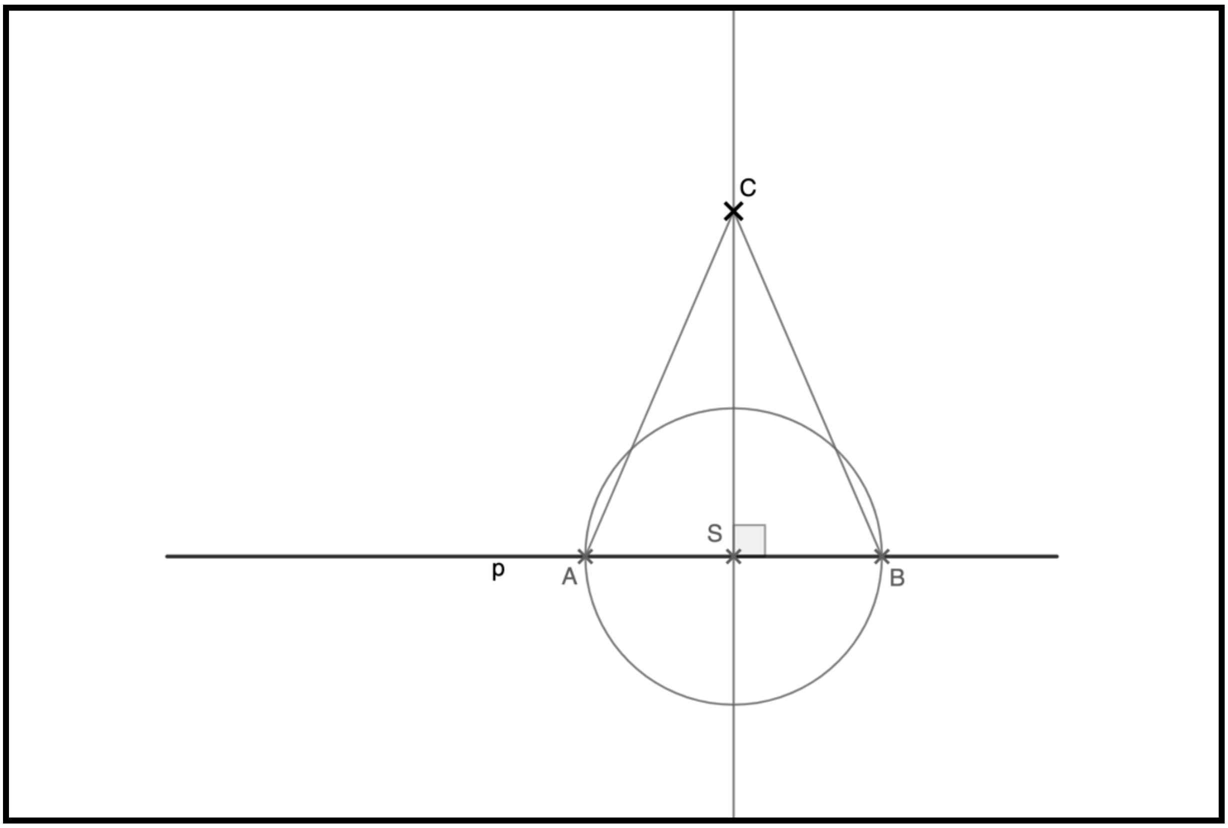


Obrázek 30. Úloha 5, řešení

Je-li konstrukce obou řešení správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	3 b.
Nastane jedna z následujících situací: - Jsou vytvořeny oba čtverce, ale konstrukce ostrého úhlu (nebo osy úhlu) $\sphericalangle XAC_2$ je nepřesná. - Je sestrojen pouze čtverec $AB_2C_2D_2$	2 b.
Nastane jedna z následujících situací: - Správně je sestrojen pouze čtverec $AB_1C_1D_1$ a druhý čtverec chybí, resp. druhý čtverec nevyhovuje zadání. - Čtverec $AB_1C_1D_1$ chybí, resp. nevyhovuje zadání, a konstrukce čtverce $AB_2C_2D_2$ není přesná.	1 b.
Žádný ze sestrojených čtverců nevyhovuje zadání.	0 b.

Nutné znalosti: Každé dva čtverce jsou si podobné. Nebo úhlopříčka čtverce svírá se stranou čtverce úhel 45°, případě úhlopříčka půlí úhel při vrcholu čtverce na dvě stejně velké části.

Úloha 6 **max. 2 body**

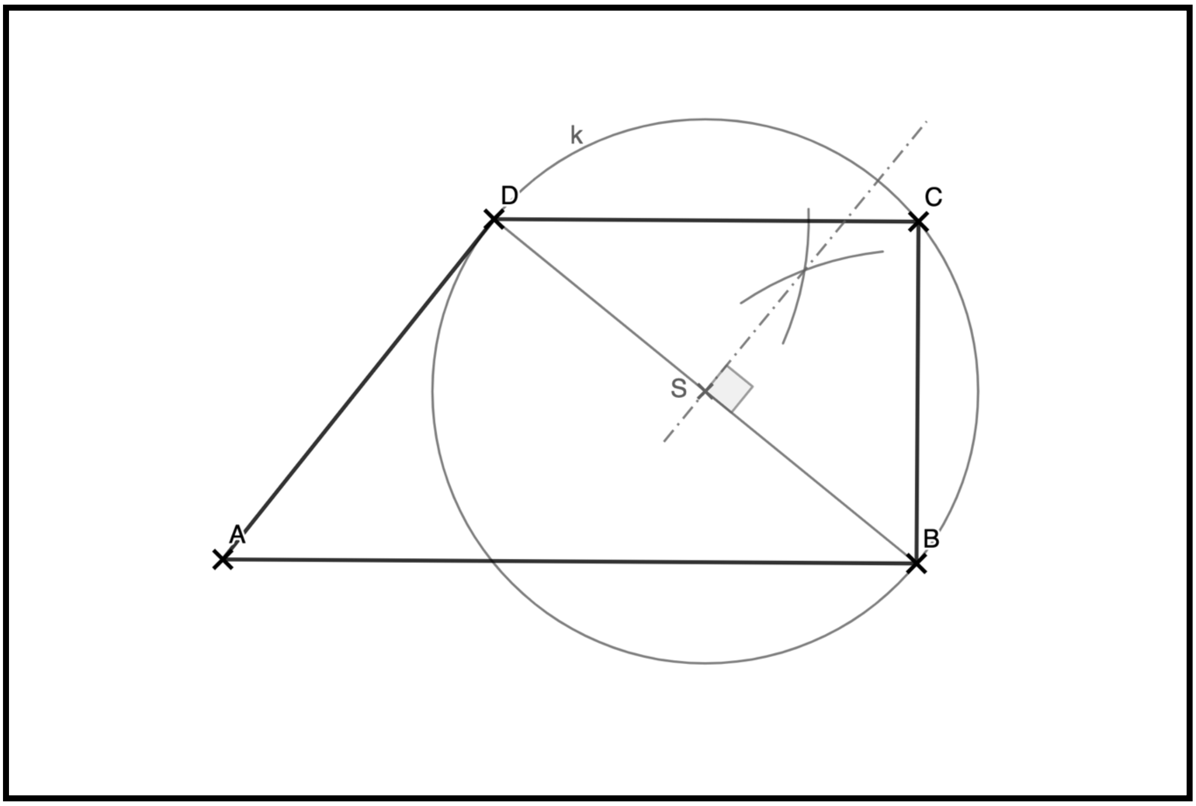


Obrázek 31. Úloha 6, řešení

Je-li konstrukce správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	2 b.
Je sestrojen pouze nevyhovující trojúhelník (resp. trojúhelníky), v němž je strana AB ramenem, nikoli základnou, ale ostatní podmínky zadání jsou splněny a konstrukce je přesná.	1 b.
Pouze zcela chybné nebo velmi nepřesné konstrukce.	0 b.

Nutné znalosti: V rovnoramenném trojúhelníku platí, že je těžnice na základnu zároveň výškou, tedy je na základnu takového trojúhelníku kolmá. Těžnice je úsečka spojující vrchol trojúhelníku se středem protější strany.

Úloha 7 **max. 2 body**

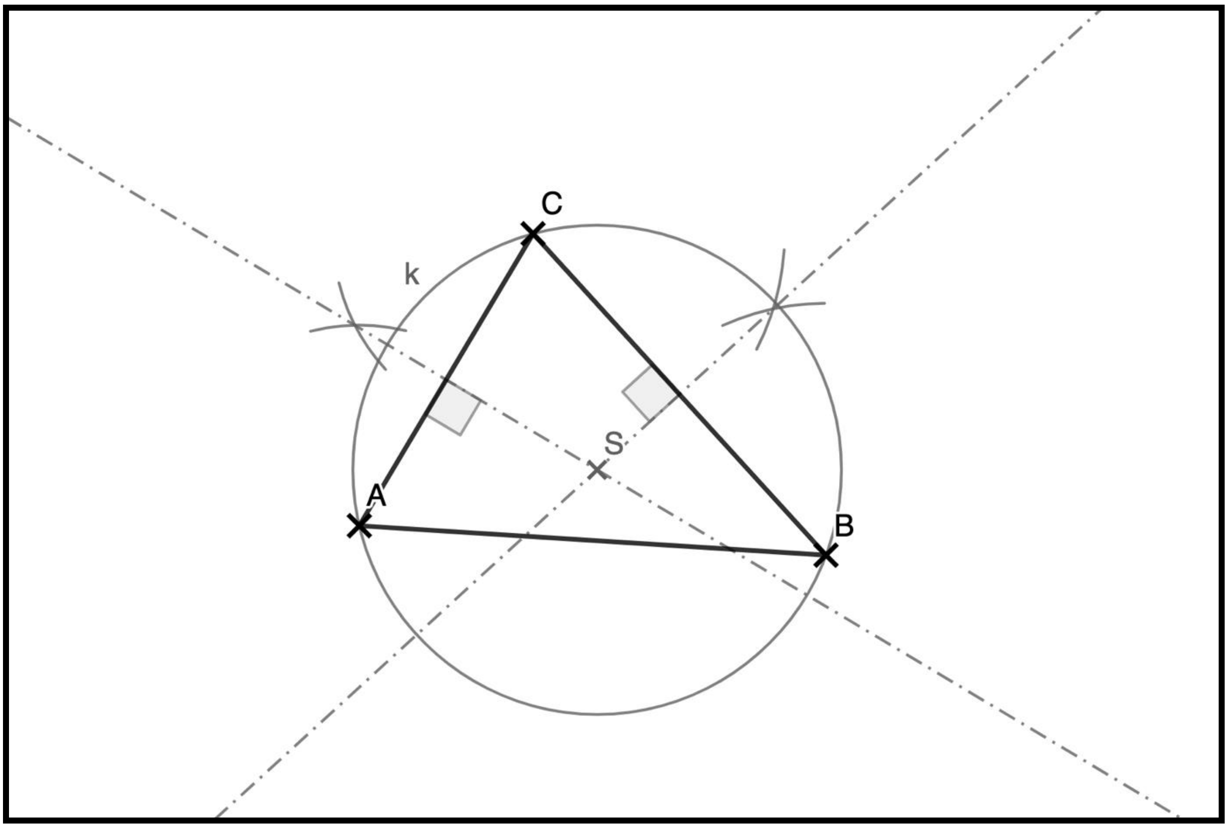


Obrázek 32. Úloha 7, řešení

Je-li konstrukce správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	2 b.
Mírná nepřesnost.	(ztráta 1 b.)
Je sestrojena kružnice kolem trojúhelníku ABC, ale ostatní podmínky zadání jsou splněny a konstrukce je přesná.	1 b.
Žádná ze sestrojených kružnic nevyhovuje zadání.	0 b.

Nutné znalosti: Princip Thaletovy kružnice vysvětluje, že všechny vrcholy pravoúhlého trojúhelníku leží na kružnici, jejímž středem je střed přepony takového trojúhelníku.

Úloha 8 **max. 2 body**

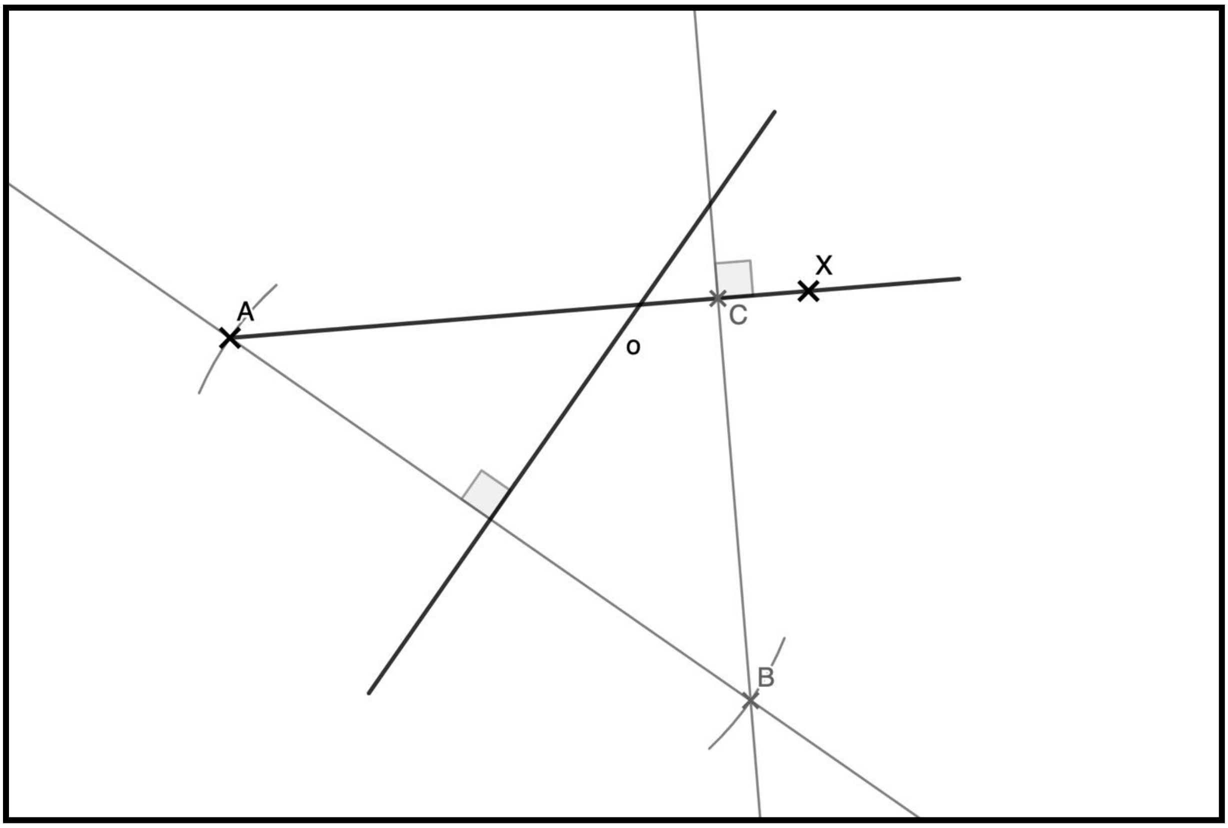


Obrázek 33. Úloha 8, řešení

Je-li konstrukce správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	2 b.
Mírná nepřesnost.	(ztráta 1 b.)
Je správně sestrojen pouze střed S, ale kružnice k sestrojena není nebo je nepřesná.	1 b.
Pouze zcela chybné nebo velmi nepřesné konstrukce.	0 b.

Nutné znalosti: Kružnice opsaná trojúhelníků má střed v bodě, ve kterém se protnou osy stran daného trojúhelníku.

Úloha 9 **max. 2 body**

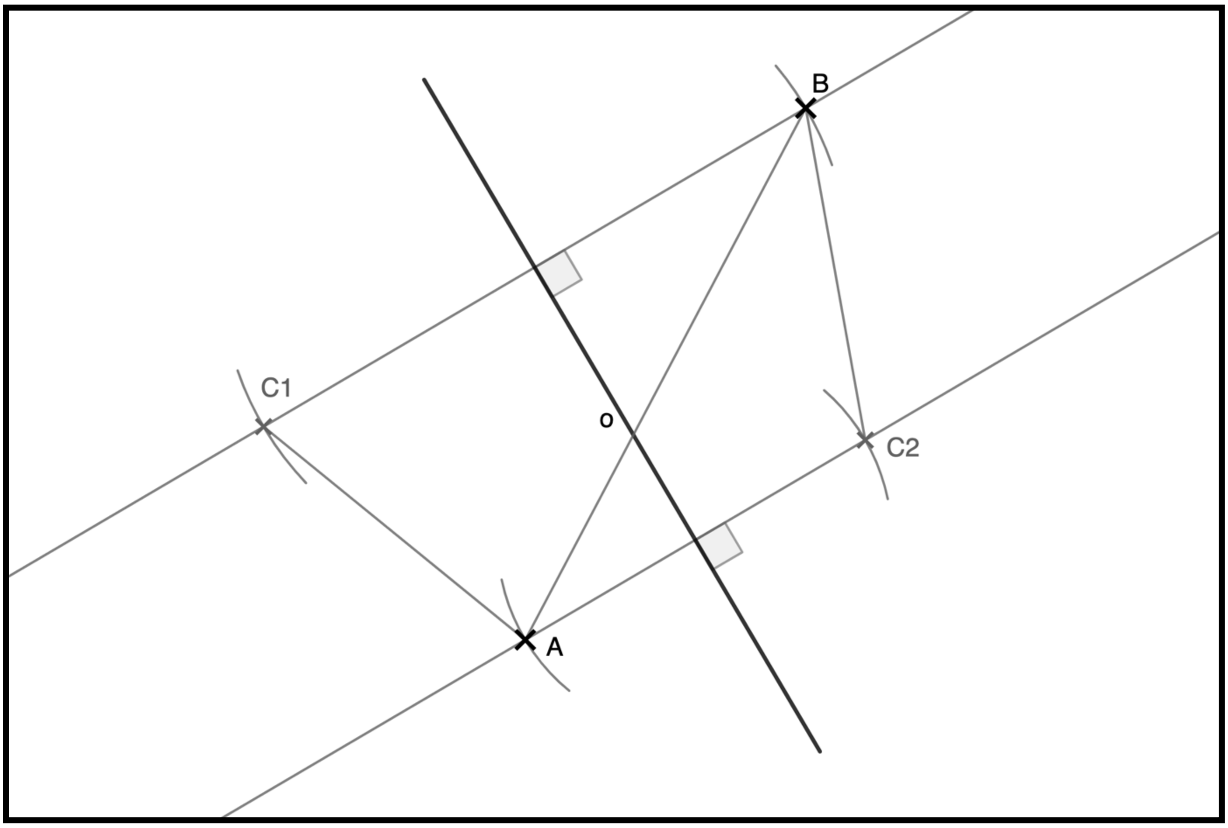


Obrázek 34. Úloha 9, řešení

Je-li konstrukce správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	2 b.
Mírná nepřesnost.	(ztráta 1 b.)
Konstrukce obsahuje právě jeden z následujících nedostatků: - Při konstrukci vrcholu B se vyskytla větší nepřesnost. - Pravý úhel není u vrcholu C. - Vrchol C neleží na polopřímce BC.	1 b.
Konstrukce obsahuje kterékoli z následujících nedostatků: - Vrchol A je sestrojen naprosto chybně. - Konstrukce obsahuje více než jednu chybu.	0 b.

Nutné znalosti: Obraz bodu v osové souměrnosti je konstruován pomocí kolmice na osu, která prochází daným bodem (vzorem). Obraz bodu leží na kolmici ve stejné vzdálenosti od osy souměrnosti jako vzor a zároveň se vzorem není shodný.

Úloha 10 **max. 3 body**

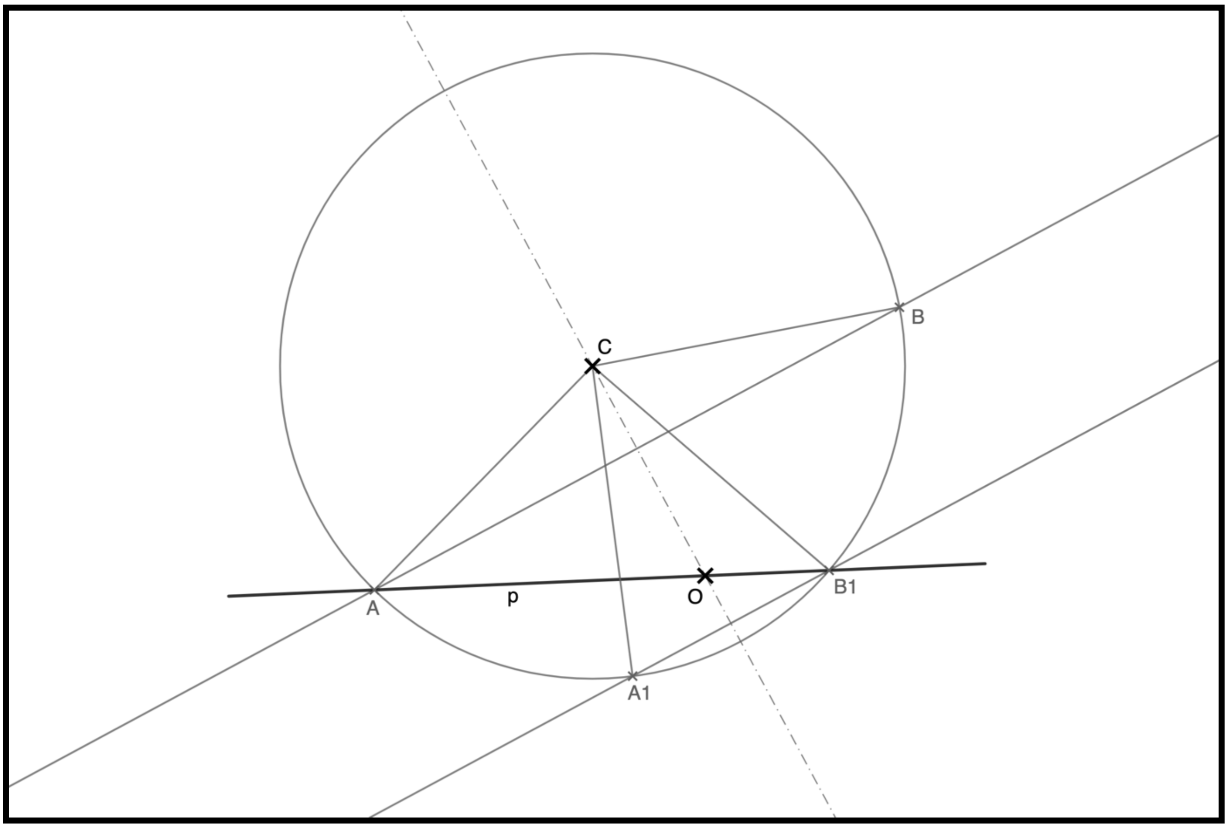


Obrázek 35. Úloha 10, řešení

Je-li konstrukce obou řešení správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	3 b.
Nastane jedna z následujících situací: - Z požadovaných trojúhelníků je sestrojen pouze jeden, a to přesně. - Konstrukce požadovaných trojúhelníků je provedena správně, ale popis vrcholů neodpovídá zadání.	2 b.
Nastane jedna z následujících situací: - Z požadovaných trojúhelníků je sestrojen pouze jeden, a to s mírnou nepřesností. - Správně jsou sestrojeny obrazy bodů A, B v osové souměrnosti s osou o a trojúhelníky jsou sestrojeny chybně.	1 b.
Pouze chybné nebo velmi nepřesné konstrukce.	0 b.

Nutné znalosti: Obraz bodu v osové souměrnosti je konstruován pomocí kolmice na osu, která prochází daným bodem (vzorem). Obraz bodu leží na kolmici ve stejné vzdálenosti od osy souměrnosti jako vzor a zároveň se vzorem není shodný.

Úloha 11 **max. 3 body**

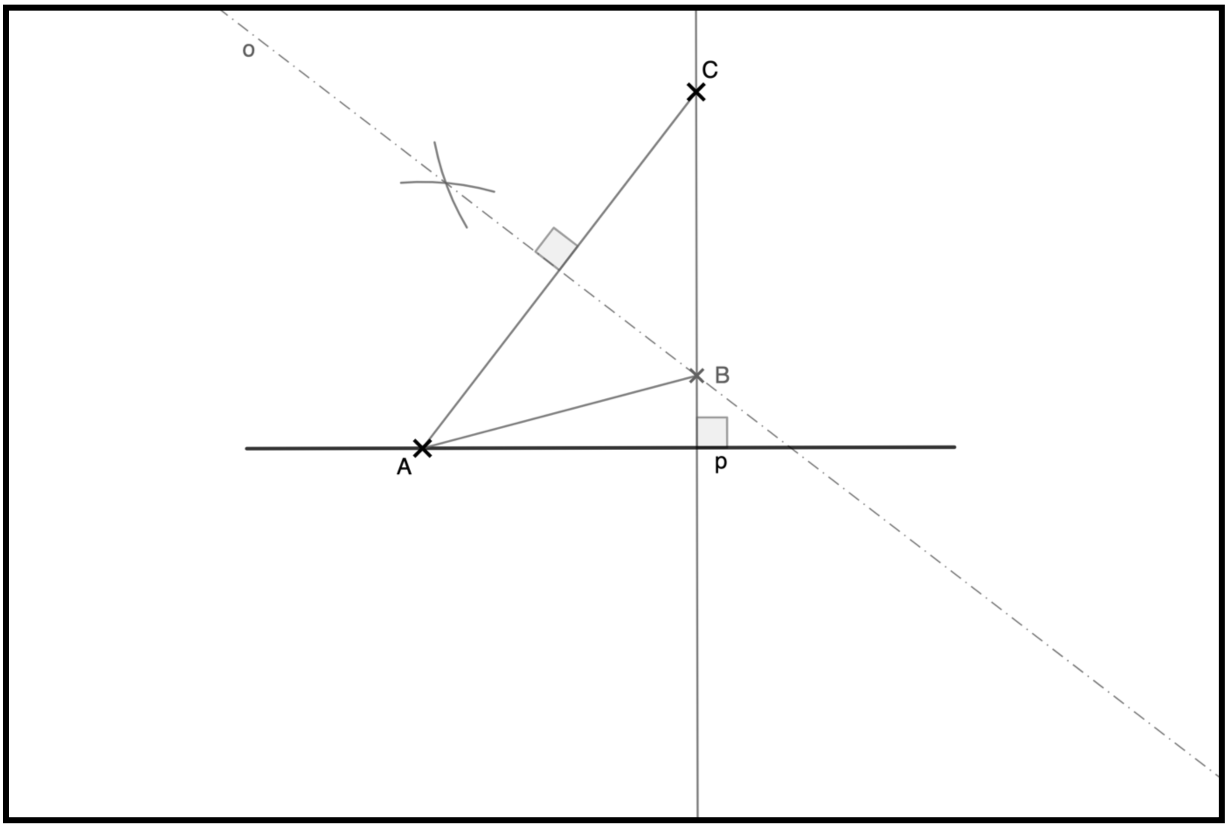


Obrázek 36. Úloha 11, řešení

Je-li konstrukce obou řešení správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	3 b.
Z požadovaných trojúhelníků je pouze jeden sestrojen přesně, druhý je sestrojen nepřesně, nebo chybí.	2 b.
Z požadovaných trojúhelníků je sestrojen pouze jeden, a to s mírnou nepřesností.	1 b.
Pouze chybné nebo velmi nepřesné konstrukce.	0 b.

Nutné znalosti: Rovnoramenný trojúhelník je osově souměrný podle osy, která prochází středem jeho podstavy a třetím vrcholem. Obraz bodu v osové souměrnosti je konstruován pomocí kolmice na osu, která prochází daným bodem (vzorem). Obraz bodu leží na kolmici ve stejné vzdálenosti od osy souměrnosti jako vzor a zároveň se vzorem není shodný.

Úloha 12 **max. 3 body**

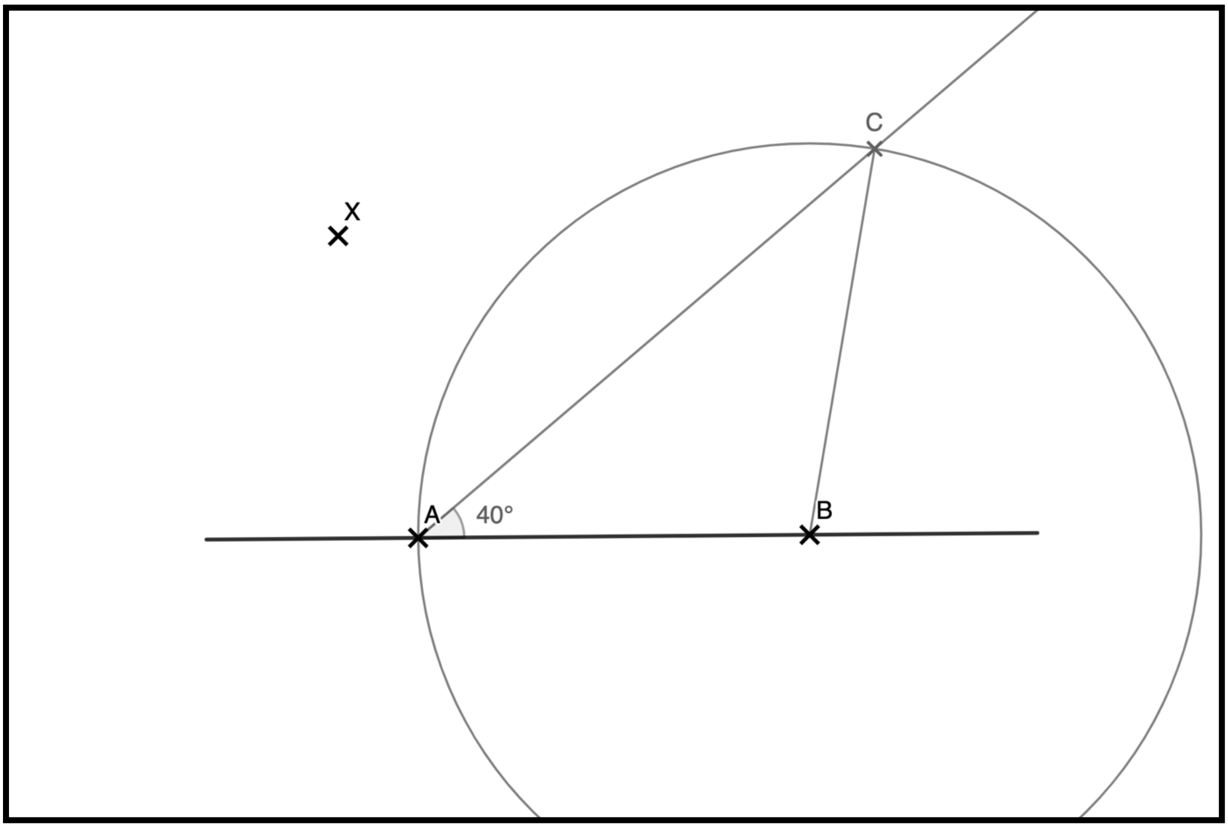


Obrázek 37. Úloha 12, řešení

Je-li konstrukce správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	3 b.
Požadovaný trojúhelník je sestrojen s mírnou nepřesností.	2 b.
Sestrojený trojúhelník neodpovídá zadání a nastane jedna z následujících situací: - Správně je sestrojena pouze osa o úsečky AC. - Správně je sestrojena pouze kolmice z bodu C na přímku p.	1 b.
Pouze chybné nebo velmi nepřesné konstrukce.	0 b.

Nutné znalosti: Rovnoramenný trojúhelník je osově souměrný podle osy, která prochází středem jeho podstavy a třetím vrcholem. Výška trojúhelníku na určitou stranu určuje, jak daleko je od určité strany vzdálený protější vrchol trojúhelníku. Vzdálenost od úsečky se určuje pomocí kolmice na danou úsečku.

Úloha 13 **max. 2 body**

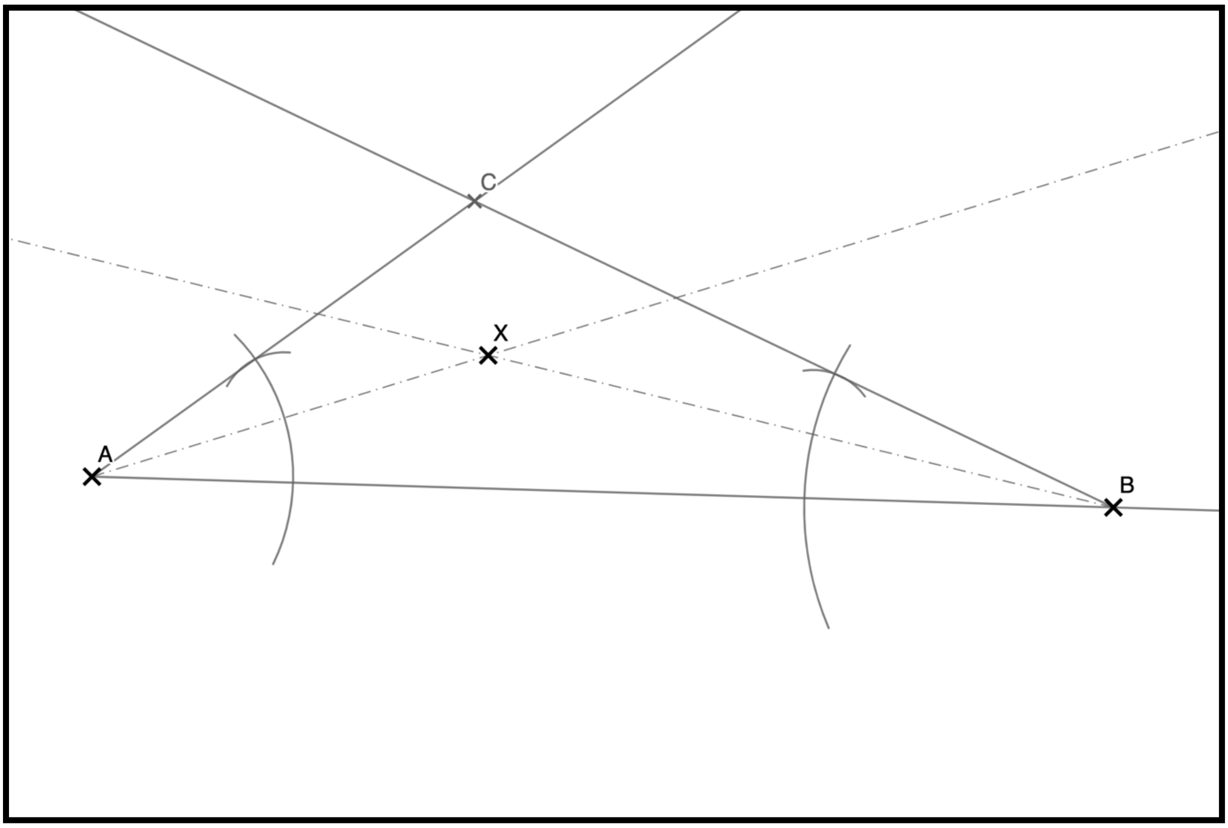


Obrázek 38. Úloha 13, řešení

Je-li konstrukce správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	2 b.
Mírná nepřesnost.	(ztráta 1 b.)
Konstrukce obsahuje právě jeden z následujících nedostatků: - Úhel 40° není sestrojen u vrcholu A. - Je sestrojen i další trojúhelník, který není ve správné polorovině.	1 b.
Konstrukce obsahuje kterékoli z následujících nedostatků: - Vrchol A je sestrojen naprosto chybně. - Konstrukce obsahuje více než jednu chybu.	0 b.

Nutné znalosti: Polorovina je část roviny, která vznikne rozdělením roviny jednou (hraniční) přímkou. Pro bližší určení poloroviny je v polorovině zvolen ještě jeden další bod, který na hraniční přímce neleží.

Úloha 14 **max. 2 body**

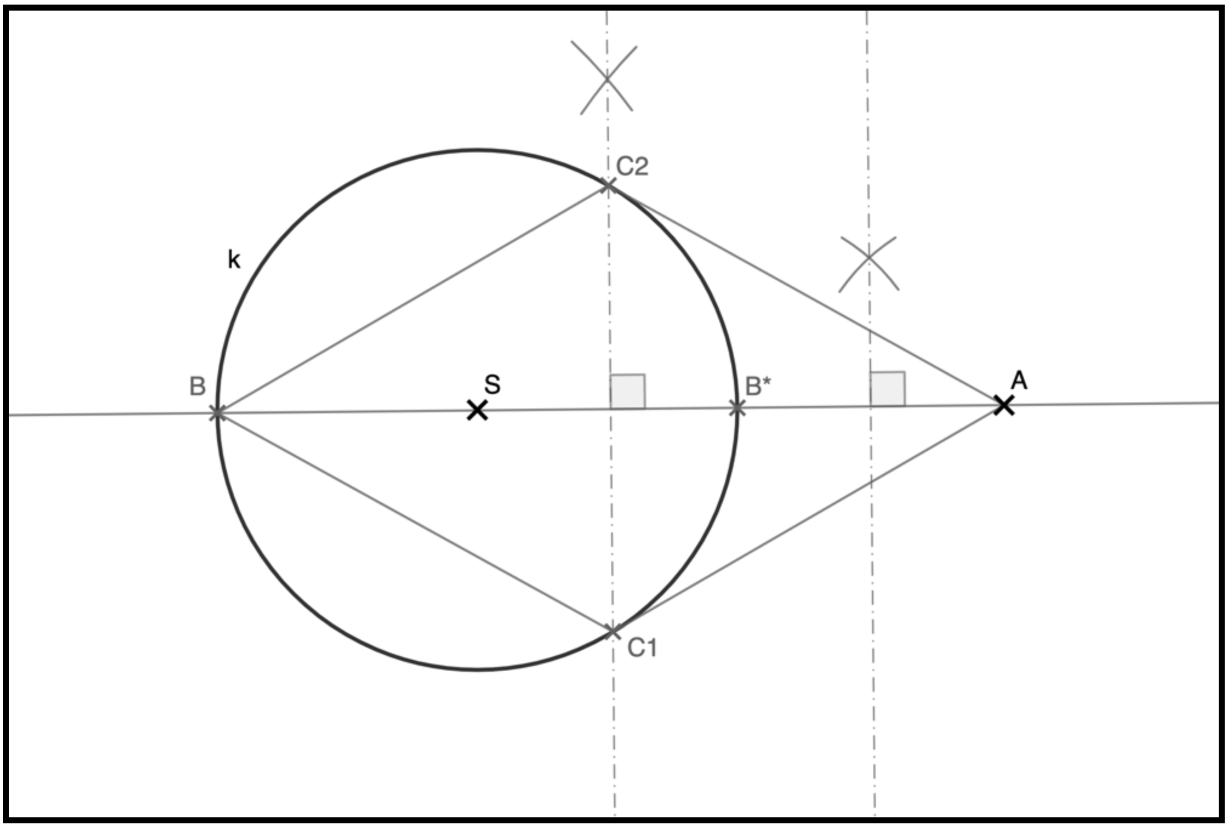


Obrázek 39. Úloha 14, řešení

Je-li konstrukce správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	2 b.
Mírná nepřesnost.	(ztráta 1 b.)
Správně je sestrojena pouze jedna z polopřímek AC, BC, druhá není sestrojena, resp. je sestrojena chybně.	1 b.
Pouze chybné nebo velmi nepřesné konstrukce.	0 b.

Nutné znalosti: Osa úhlu dělí úhel na dva stejně velké úhly. Konstrukce násobku úhlu se provádí tak, že se na kružnici se středem ve vrcholu úhlu opakovaně odměří vzdálenost mezi vrcholem a bodem na jednom z ramen úhlu. Bod, kde končí poslední odměření, určuje nové rameno násobeného úhlu.

Úloha 15 **max. 3 body**

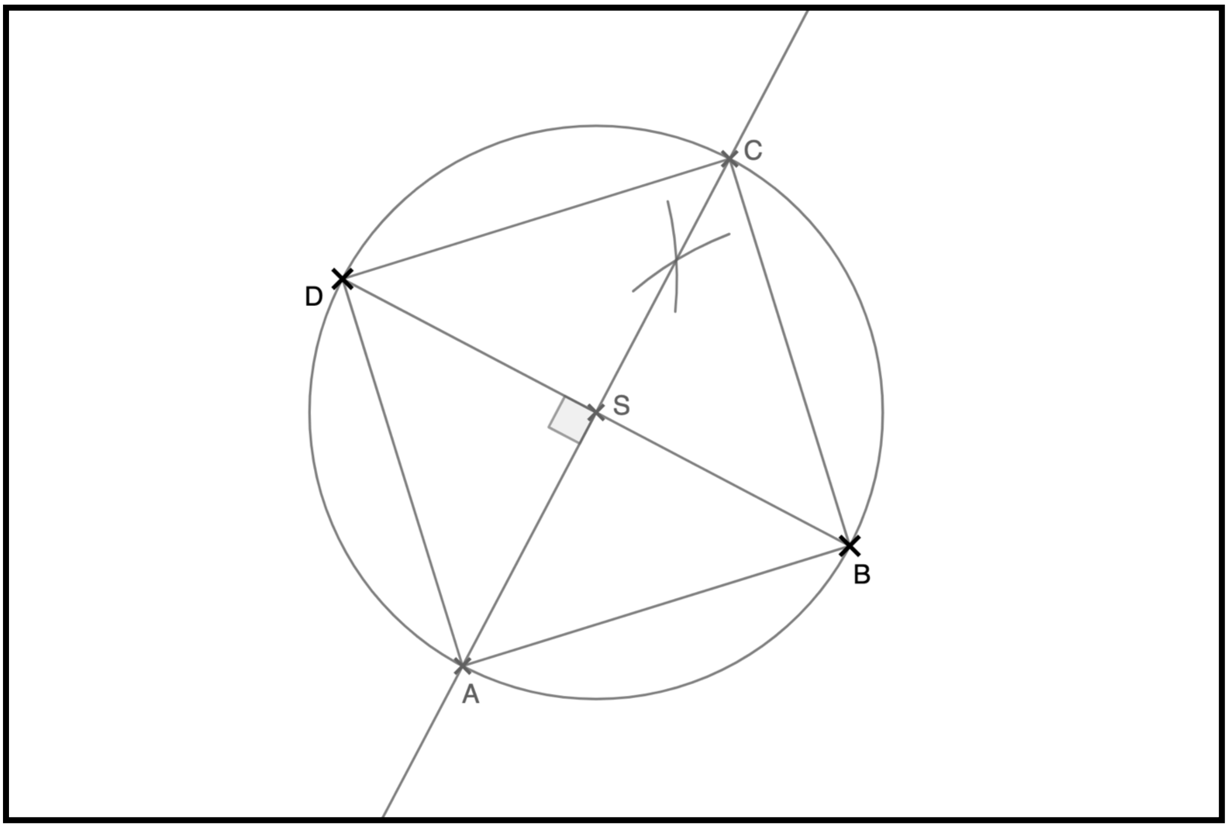


Obrázek 40. Úloha 15, řešení

Je-li konstrukce obou řešení správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	3 b.
Z požadovaných trojúhelníků je sestrojen pouze jeden, a to přesně.	2 b.
Nastane jedna z následujících situací: - Z požadovaných trojúhelníků je sestrojen pouze jeden, a to s mírnou nepřesností. - Správně sestrojeny jsou pouze bod B a osa úsečky AB, další konstrukce chybí nebo je chybná. Jsou sestrojeny dva rovnoramenné trojúhelníky, pro které platí právě jedna z následujících odchylek od zadání (a to pro oba tatáž): - na přímce AS leží rameno, nikoli základna trojúhelníků ABC, - krajní bod základny je umístěn do bodu S, nikoli na kružnici k, - krajní bod základny je umístěn na kružnici k, nikoli v bodě A. Ostatní podmínky zadání jsou však splněny a konstrukce je přesná.	1 b.
Pouze chybné nebo velmi nepřesné konstrukce.	0 b.

Nutné znalosti: Rovnoramenný trojúhelník je osově souměrný podle osy, která prochází středem jeho podstavy a třetím vrcholem.

Úloha 16 **max. 2 body**

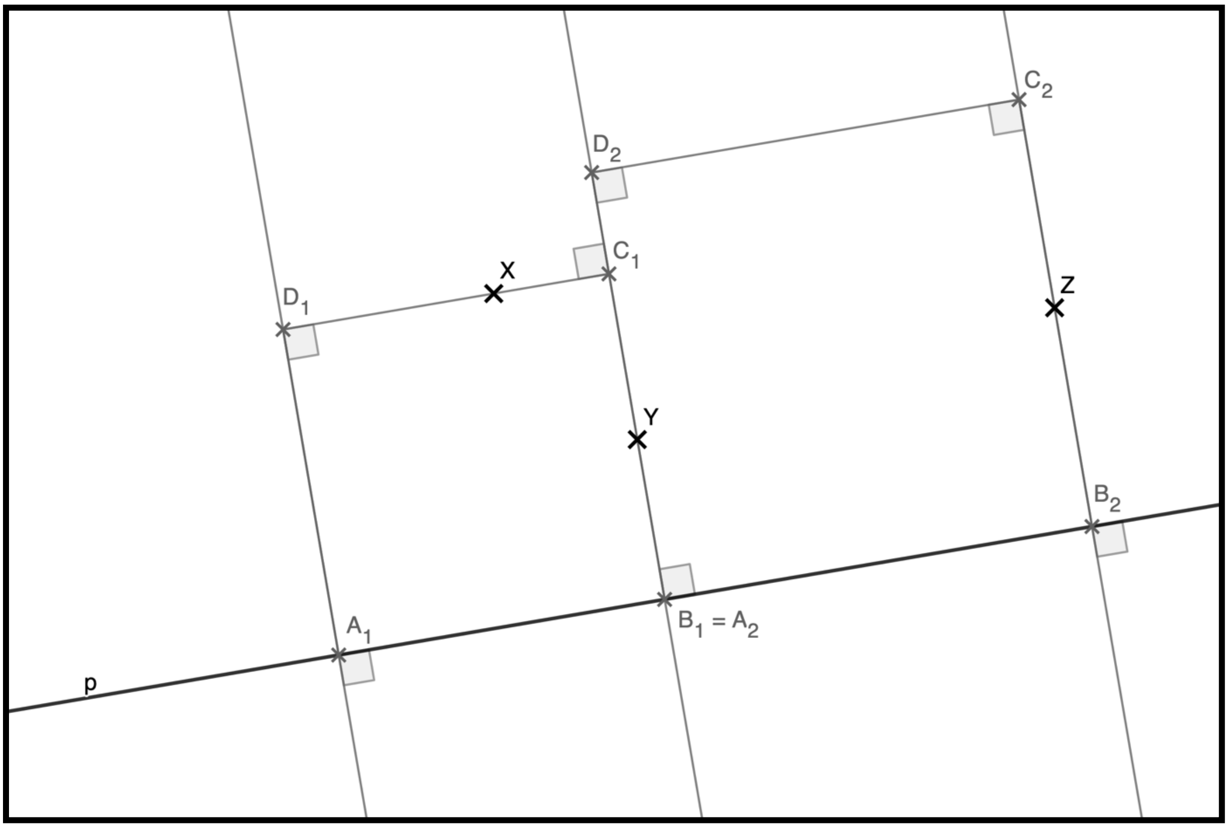


Obrázek 41. Úloha 16, řešení

Je-li konstrukce správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	2 b.
Konstrukce obsahuje právě jeden z následujících nedostatků: - střed úhlopříčky BD je sestrojen s mírnou nepřesností, - délka úhlopříčky AC se mírně liší od délky úhlopříčky BD.	1 b.
Konstrukce s větším počtem nedostatků, chybné nebo velmi nepřesné.	0 b.

Nutné znalosti: Úhlopříčky čtverce jsou stejně dlouhé a na sebe navzájem kolmé. Kružnice opsaná čtverci má střed v bodě, ve kterém se protnou úhlopříčky daného čtverce.

Úloha 17 **max. 3 body**

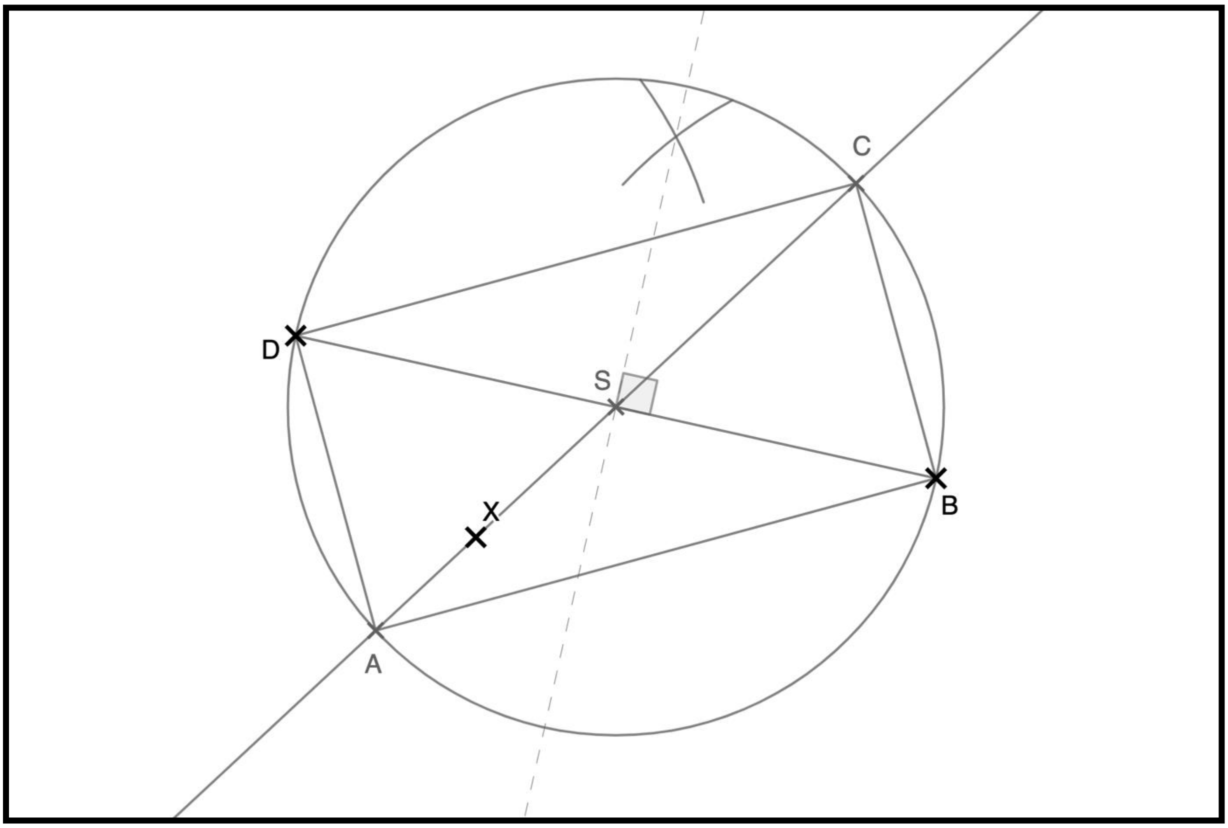


Obrázek 42. Úloha 17, řešení

Je-li konstrukce obou řešení správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	3 b.
Z požadovaných čtverců je sestrojen pouze jeden, a to přesně.	2 b.
Z požadovaných čtverců je sestrojen pouze jeden, a to s mírnou nepřesností.	1 b.
Pouze chybné nebo velmi nepřesné konstrukce.	0 b.

Nutné znalosti: U této úlohy stačí znát základní údaje o čtverci.

Úloha 18 **max. 2 body**

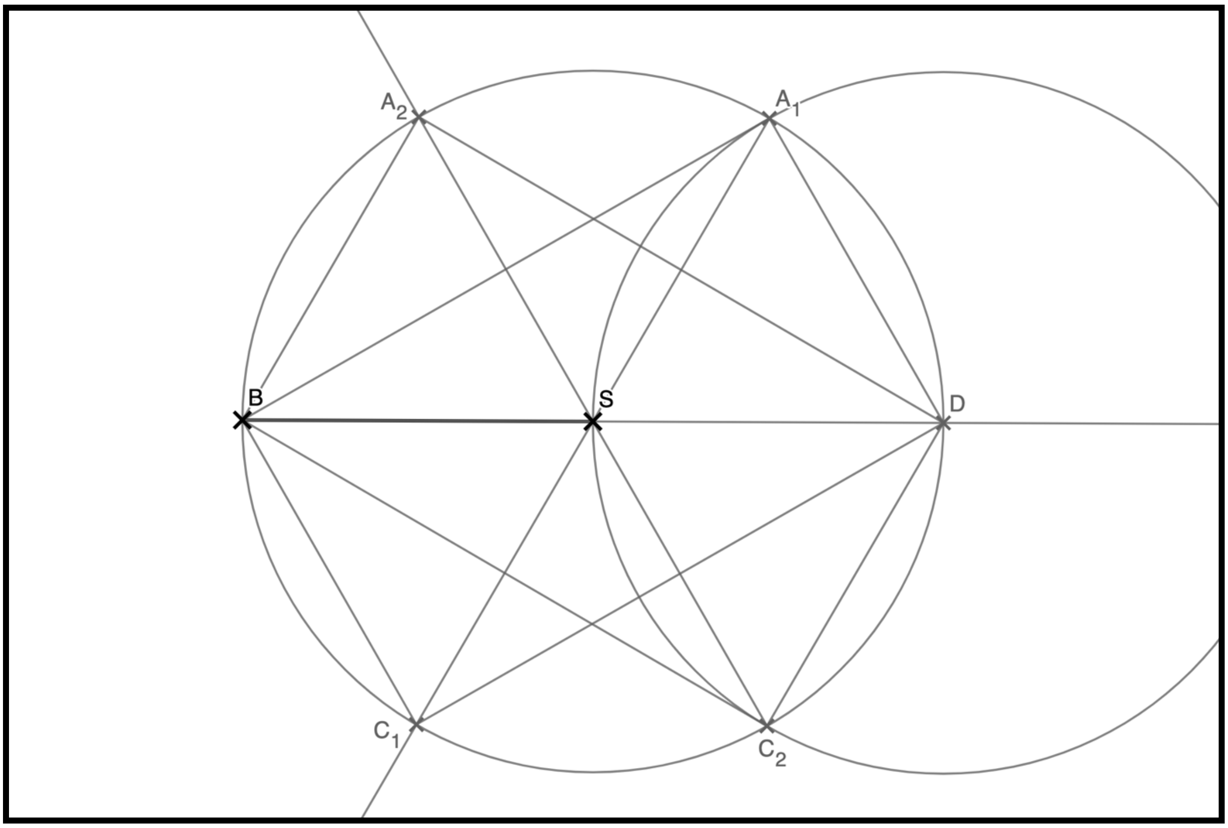


Obrázek 43. Úloha 18, řešení

Je-li konstrukce obou řešení správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	2 b.
Nastane jedna z následujících situací: - Požadovaný obdélník je sestrojen s mírnou nepřesností. - Správně je sestrojen pouze střed S úsečky BD a přímka SX, další konstrukce chybí, nebo je sestrojen nevyhovující čtyřúhelník, jehož úhlopříčka AC však musí ležet na přímce SX.	1 b.
Pouze chybné nebo velmi nepřesné konstrukce (např. úhlopříčka AC sestrojeného útvaru neprochází bodem X).	0 b.

Nutné znalosti: Kružnice opsaná obdélníku má střed v bodě, ve kterém se protnou úhlopříčky daného obdélníku.

Úloha 19 **max. 3 body**

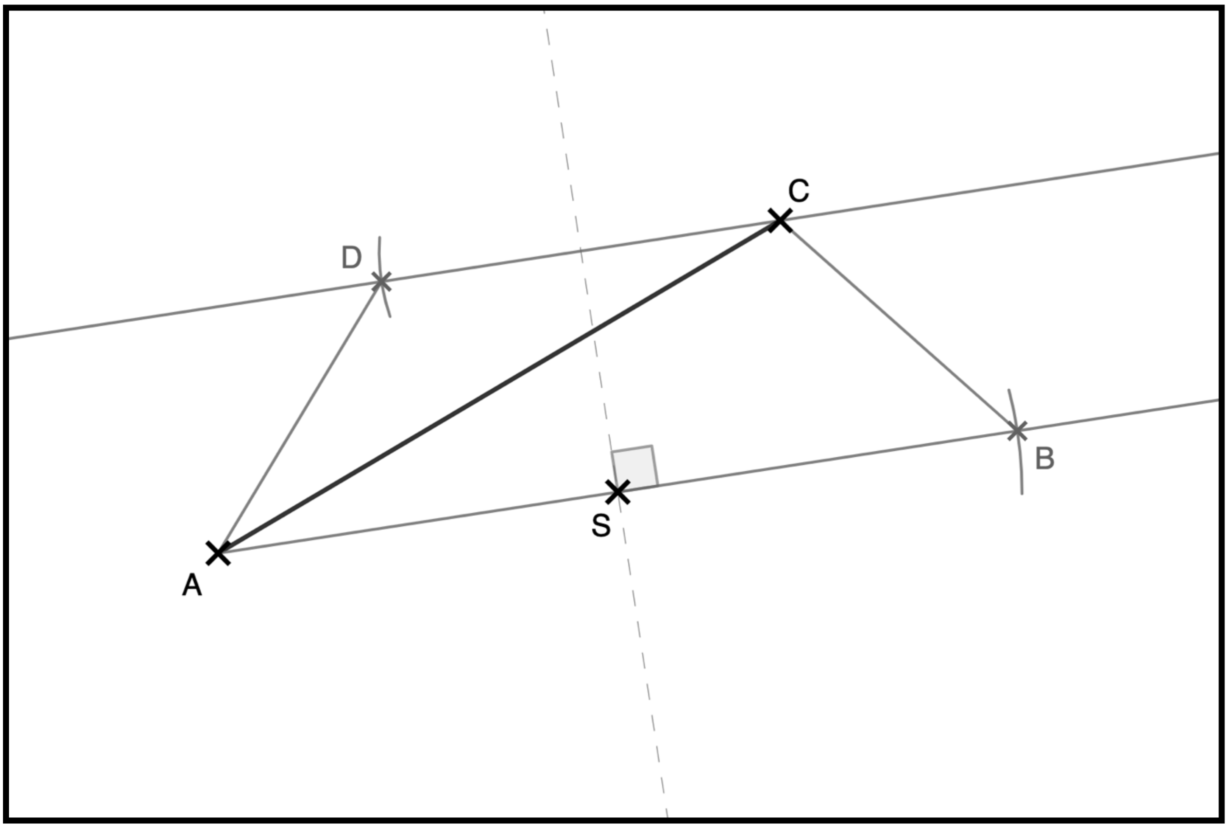


Obrázek 44. Úloha 19, řešení

Je-li konstrukce obou řešení správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	3 b.
Nastane jedna z následujících situací: - Oba požadované obdélníky jsou sestrojeny s mírnou nepřesností. - Je sestrojen pouze jeden požadovaný obdélník.	2 b.
Správně je sestrojen pouze vrchol C, obdélníky nejsou dokončeny, resp. jsou sestrojeny chybně.	1 b.
Pouze chybné nebo velmi nepřesné konstrukce.	0 b.

Nutné znalosti: Kružnice opsaná obdélníku má střed v bodě, ve kterém se protnou úhlopříčky daného obdélníku.

Úloha 20 **max. 2 body**

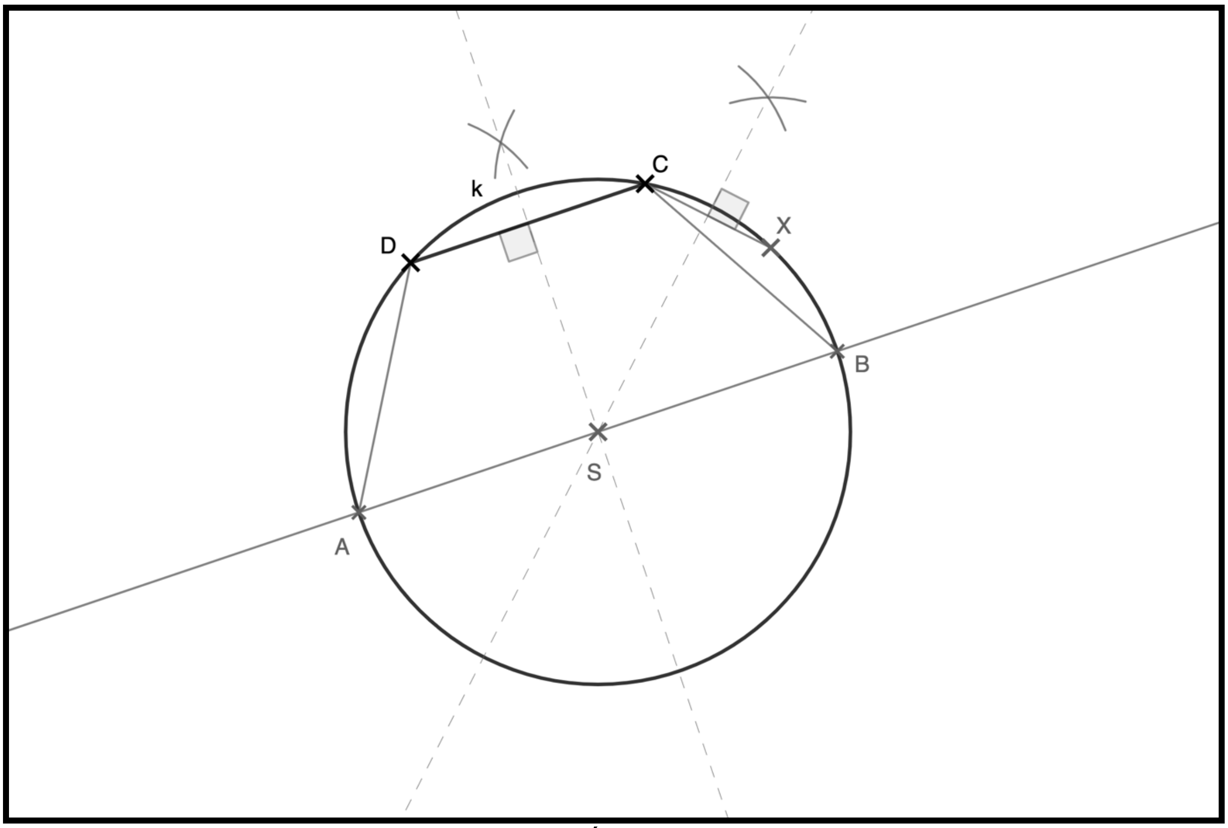


Obrázek 45. Úloha 20, řešení

Je-li konstrukce obou řešení správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	2 b.
Nastane jedna z následujících situací: - Požadovaný lichoběžník je sestrojen s mírnou nepřesností. - Správně je sestrojen pouze vrchol B a sestrojený útvar je lichoběžník se základnami AB a CD, resp. rovnoběžník. - Sestrojený útvar je rovnoramenný lichoběžník se základnami AB a CD, bod S leží na základně AB, není však středem této základny.	1 b.
Pouze chybné nebo velmi nepřesné konstrukce.	0 b.

Nutné znalosti: Rovnoramenný lichoběžník je osově souměrný podle osy, která prochází středy obou jeho základen.

Úloha 21 **max. 2 body**

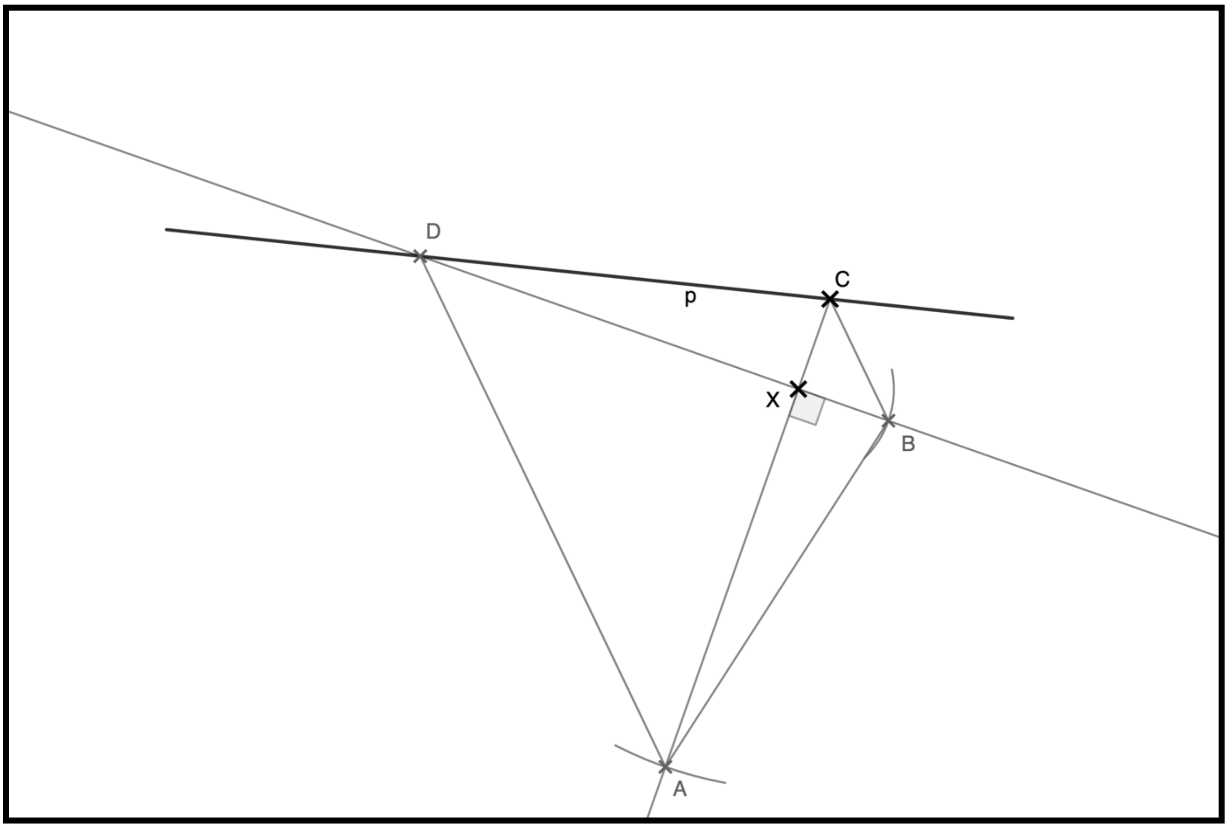


Obrázek 46. Úloha 21, řešení

Je-li konstrukce správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	3 b.
Je správně sestrojen střed kružnice, ale základna AB je mírně nepřesná.	2 b.
Střed kružnice je sestrojen s mírkou nepřesností a základny AB a CD jsou rovnoběžné.	1 b.
Pouze chybné nebo velmi nepřesné konstrukce.	0 b.

Nutné znalosti: Střed kružnice leží v průsečíků os jejích tětiv. (Tětiva kružnice je úsečka mezi dvěma body, které leží na dané kružnici.) Základny lichoběžníku jsou navzájem rovnoběžné.

Úloha 22 **max. 3 body**

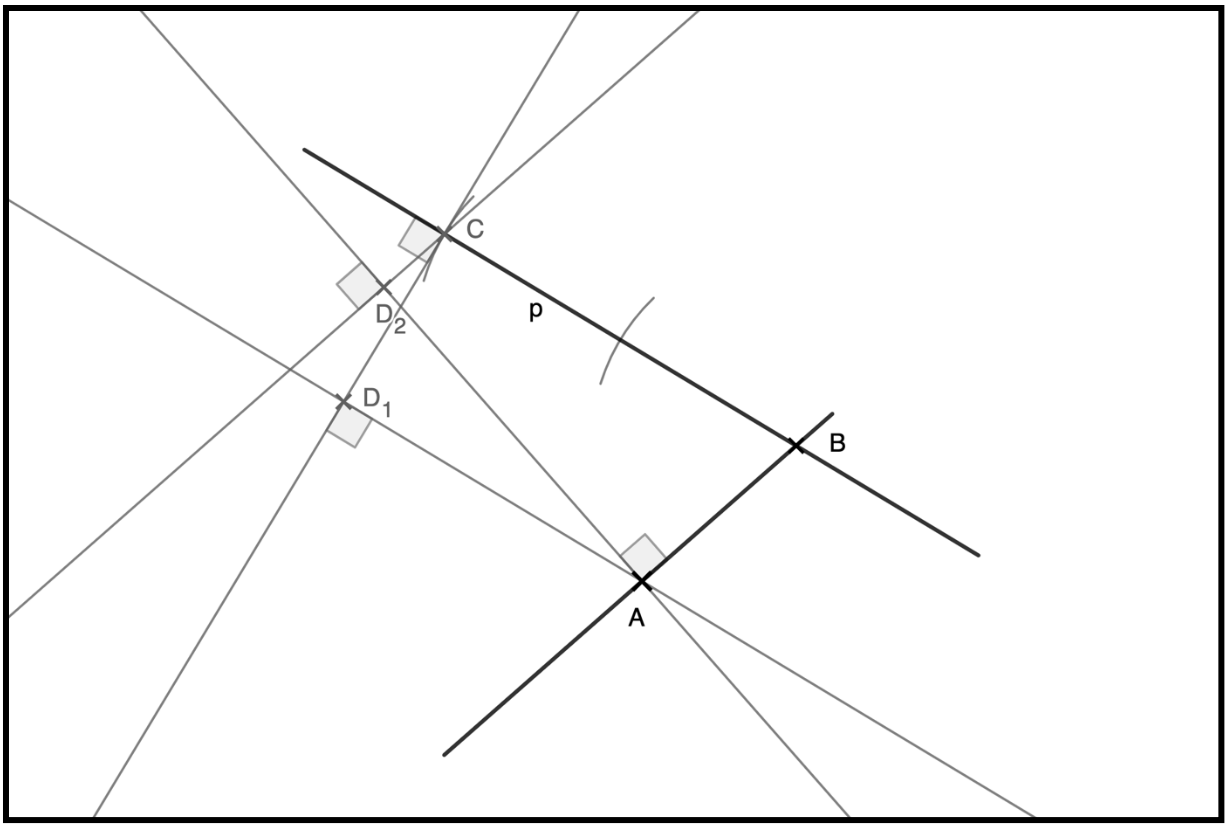


Obrázek 47. Úloha 22, řešení

Je-li konstrukce správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	3 b.
Nastane jedna z následujících situací: - Úhlopříčky čtyřúhelníku ABCD jsou na sebe kolmé a protínají se v bodě X, ale právě jeden z vrcholů A, B je na úhlopříčce umístěn v nesprávném bodě. - Sestrojený čtyřúhelník ABCD je rovnoramenný lichoběžník, jehož úhlopříčky se protínají v bodě X, ale nejsou kolmé, tedy vrchol D je na přímce q umístěn chybně.	2 b.
Správně je sestrojen pouze vrchol D.	1 b.
Pouze chybné nebo velmi nepřesné konstrukce.	0 b.

Nutné znalosti: Průsečík úhlopříček lichoběžníku dělí úhlopříčky ve stejném poměru.

Úloha 23 **max. 3 body**

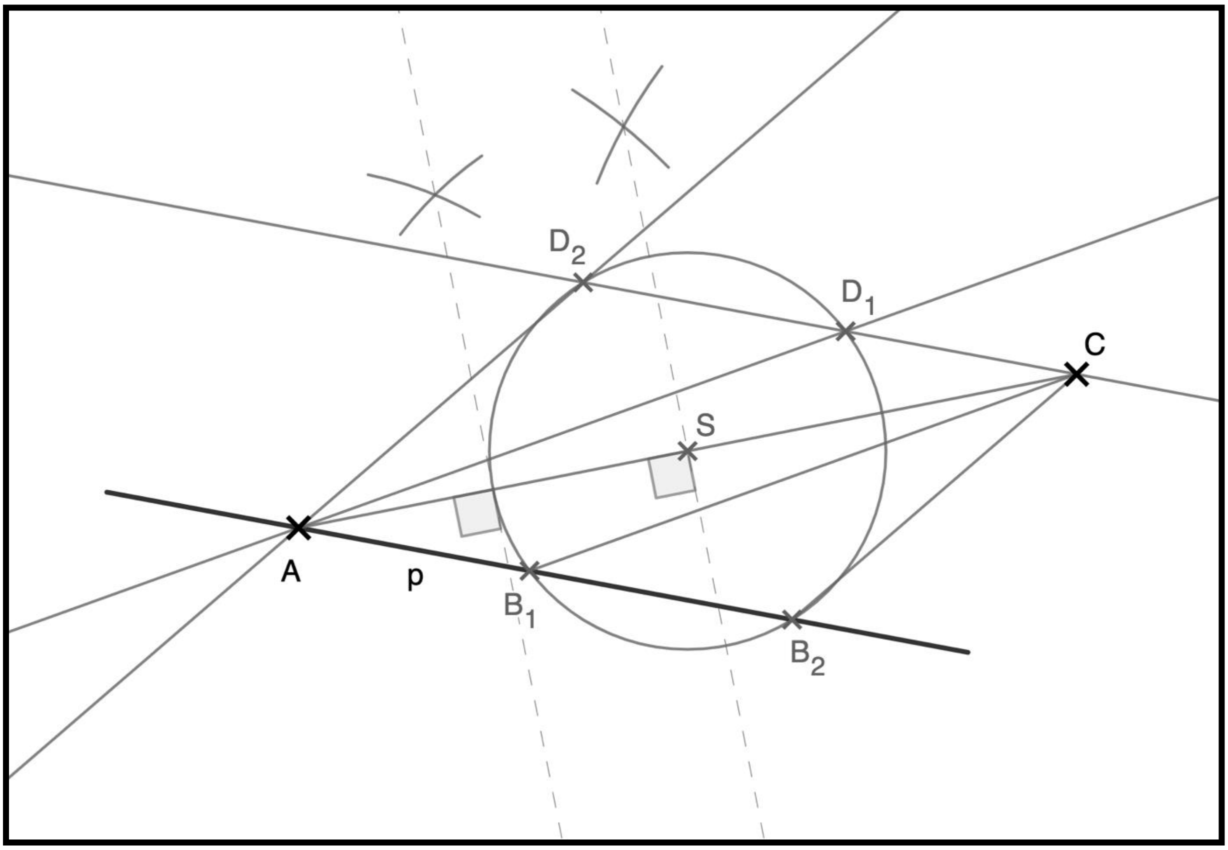


Obrázek 48. Úloha 23, řešení

Je-li konstrukce obou řešení správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	3 b.
Nastane jedna z následujících situací: - Jsou sestrojeny oba požadované lichoběžníky, ale s mírnou nepřesností. - Z požadovaných lichoběžníků je sestrojen pouze jeden, a to přesně.	2 b.
Nastane jedna z následujících situací: - Z požadovaných lichoběžníků je sestrojen pouze jeden, a to s mírnou nepřesností. - Správně je sestrojen pouze vrchol C, sestrojený útvar je lichoběžník, avšak chybný. - Správně je sestrojena pouze kolmice na přímku AB v bodě A, sestrojený útvar je lichoběžník, avšak chybný. - Správně je sestrojena pouze rovnoběžka s přímkou p vedená bodem A, sestrojený útvar je lichoběžník, avšak chybný.	1 b.
Pouze chybné nebo velmi nepřesné konstrukce.	0 b.

Nutné znalosti: U této úlohy stačí znát základní údaje o lichoběžníku.

Úloha 24 **max. 3 body**

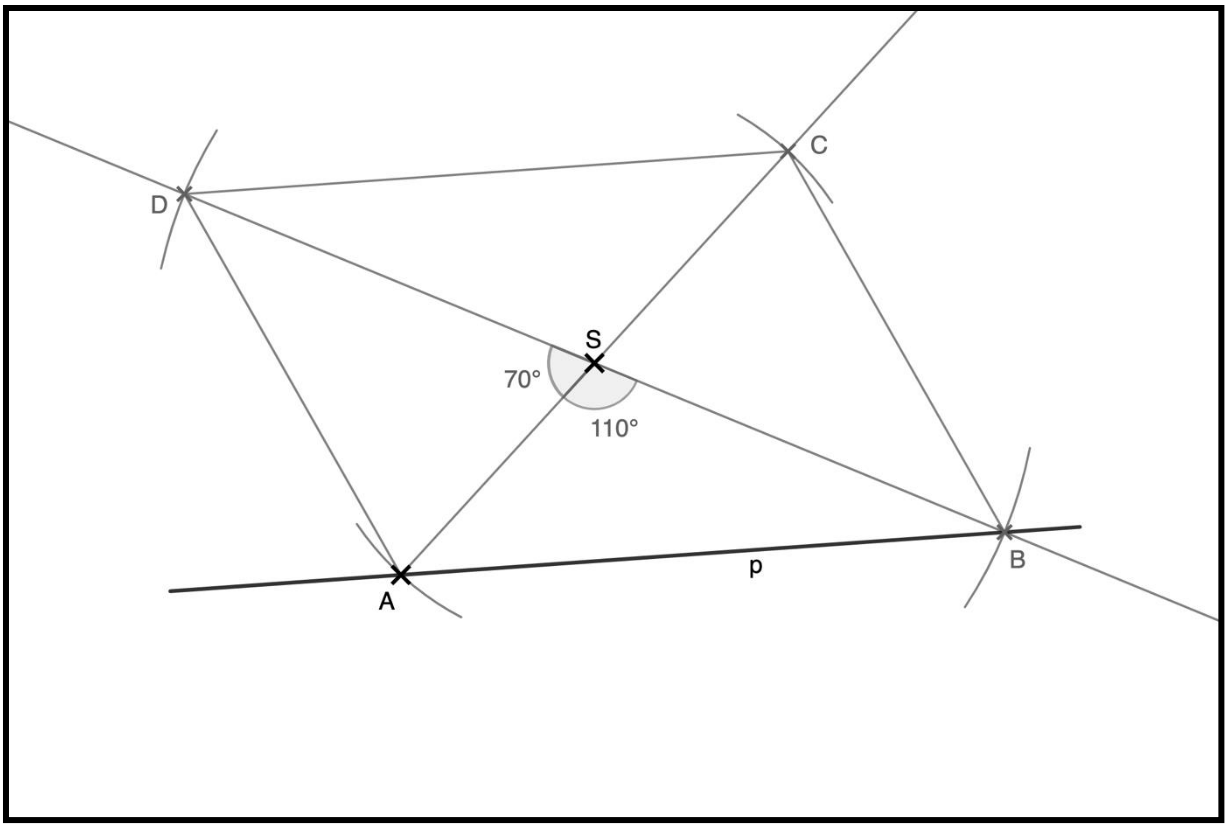


Obrázek 49. Úloha 24, řešení

Je-li konstrukce obou řešení správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	3 b.
Nastane jedna z následujících situací: - Jsou sestrojeny oba požadované rovnoběžníky, ale s mírnou nepřesností. - Z požadovaných rovnoběžníků je sestrojen pouze jeden, a to přesně.	2 b.
Nastane jedna z následujících situací: - Z požadovaných rovnoběžníků je sestrojen pouze jeden, a to s mírnou nepřesností. - Správně je sestrojen pouze vrchol B, sestrojený útvar je rovnoběžník, avšak chybný. - Správně je sestrojen pouze střed úsečky AC, sestrojený útvar je rovnoběžník, avšak chybný. - Správně je sestrojena pouze rovnoběžka s přímkou p vedená bodem C, sestrojený útvar je rovnoběžník, avšak chybný.	1 b.
Pouze chybné nebo velmi nepřesné konstrukce.	0 b.

Nutné znalosti: Střed rovnoběžníku půlí úhlopříčky rovnoběžníku.

Úloha 25 **max. 2 body**



Obrázek 50. Úloha 25, řešení

Je-li konstrukce obou řešení správná, toleruje se nepatrná nepřesnost.	2 b.
Nastane jedna z následujících situací: - Správně je sestrojen pouze vrchol B. - Je sestrojen nevyhovující rovnoběžník, v němž platí |∢ASB| = 70°, nikoli |∢ASD| = 70°, ale ostatní podmínky zadání jsou splněny a konstrukce je přesná.	1 b.
Pouze chybné nebo velmi nepřesné konstrukce.	0 b.

Nutné znalosti: Střed rovnoběžníku půlí úhlopříčky rovnoběžníku.

5 Závěr

V závěru této bakalářské práce můžeme konstatovat, že zpracování geometrických úloh pro jednotnou přijímací zkoušku na střední školy bylo náročnější, než jsme předpokládali. Analýza a tvorba sbírky úloh vyžadovala hloubkovou přípravu a podrobný průzkum, což se ukázalo jako časově náročnější než očekávané. Nicméně díky pečlivému průzkumu jsme byli schopni identifikovat a adresovat klíčové opakující se motivy a dovednosti, které se ve zkouškách objevovaly a které byly nezbytné pro úspěšné zvládnutí geometrické části přijímaček.

V teoretické části byla představena historie a vývoj přijímacích zkoušek se zaměřením na geometrii, což poskytlo důležitý kontext pro porozumění stávajícím požadavkům a struktuře zkoušek. Bylo zdůrazněno, že geometrické úlohy hrají klíčovou roli v hodnocení a výběru uchazečů díky své schopnosti testovat analytické a prostorové myšlení.

V praktické části jsme se věnovali metodologii sběru a analýzy dat, což bylo podstatné pro porozumění a interpretaci výsledků. Přestože jsme čelili řadě výzev, jako byla rozmanitost úloh či nutnost vytvořit si vlastní systém požadovaných znalostí, byli jsme schopni shromáždit a analyzovat data, která tyto zásadní geometrické dovednosti požadované od uchazečů ukázala.

Na základě těchto analýz jsme vytvořili sbírku úloh, která nejenže reflektuje požadavky Cermatu a RVP, ale také reálné potřeby a schopnosti studentů. Tato sbírka je navržena tak, aby pomohla žákům systematicky se připravit na jednotnou přijímací zkoušku a zlepšila jejich šance na úspěch. Detailní řešení a slovní vysvětlení kroků by měly studentům umožnit hlubší porozumění materiálu a upevnění potřebných dovedností.

Závěrem můžeme konstatovat, že naše práce dokáže přispět ke zlepšení přípravy na jednotné přijímací zkoušky a nabízí nový pohled na výuku a hodnocení geometrie ve vzdělávacím kontextu. Navrhujeme další výzkum v této oblasti, který by mohl zahrnovat dlouhodobé sledování výsledků žáků, kteří využili naši sbírku úloh ve své přípravě, aby se zjistilo, jaký má sbírka skutečný dopad na jejich výsledky přijímacích zkoušek. Další doporučení by mohla směřovat k rozšíření sbírky o další matematické sekce nebo okruhy, které jsou součástí přijímacích zkoušek, a k integraci moderních technologií a interaktivních nástrojů pro učení.

Tato bakalářská práce stojí na pomezí pedagogiky a aplikované matematiky. My doufáme, že bude užitečným zdrojem pro všechny zúčastněné strany: studenty, učitele i různé vzdělávací instituce.

Seznam použitých zdrojů

CENTRUM PRO ZJIŠŤOVÁNÍ VÝSLEDKŮ VZDĚLÁVÁNÍ. *Čtyřleté obory a nástavbová studia – matematika* [online]. Dostupné z: https://prijimacky.cermat.cz/menu/testova-zadani-k-procvicovani/testova-zadani-v-pdf/ctyrlete-obory-matematika. [cit. 15.05.2024].

ZÁKONY PRO LIDI. *Zákon č. 561/2004 Sb.* [online]. Dostupné z: https://www.zakonyprolidi.cz/cs/2004-561#cast4. [cit. 15.05.2024].

SCIO. *Scio* [online]. Dostupné z: https://www.scio.cz/o-nas. [cit. 15.05.2024].

MALACH, Josef a VICHERKOVÁ, Dana. *Reflexe jednotné přijímací zkoušky na střední školy s maturitou.* [online]. 2018. Dostupné z: https://www.ptde.org/pluginfile.php/1378/mod_page/content/13/PTDE_2018_265.pdf. [cit. 15.05.2024].

HRDINOVÁ, Radka a ZEMAN, Jan. *Analýza pěti problémů jednotné přijímací zkoušky*. Online. In: Téma EDUin, 16.05.2023. Dostupné z: https://www.eduin.cz/clanky/analyza-peti-problemu-jednotne-prijimacizkousky/. [cit. 15.05.2024].

CENTRUM PRO ZJIŠŤOVÁNÍ VÝSLEDKŮ VZDĚLÁVÁNÍ. *Specifikace požadavků pro jednotnou přijímací zkoušku v přijímacím řízení na střední školy v oborech vzdělání s maturitní zkouškou pro školní rok 2022/2023 Matematika.* [online]. 2022. Dostupné z: https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/specifikace-pozadavku/Specifikace_2022-2023/MASPECIFIKACEPOZADAVKU2022.pdf [cit. 15.05.2024].

EDU.CZ. *RVP ZV - Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.* [online]. Dostupné z: https://www.edu.cz/rvp-ramcove-vzdelavaci-programy/ramcovy-vzdelavacici-program-pro-zakladni-vzdelavani-rvp-zv/ [cit. 15.05.2024].