

Česká zemědělská univerzita v Praze

Fakulta lesnická a dřevařská

Katedra zpracování dřeva a biomateriálů



**Česká
zemědělská
univerzita
v Praze**

Kombinované zatížení vrstvených konstrukčních prvků

Diplomová práce

Autor: Bc. Václav Valášek

Vedoucí práce: prof. Dr. Ing. Petr Horáček

2021

ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE

Fakulta lesnická a dřevařská

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Bc. Václav Valášek

Dřevěné konstrukce a stavby na bázi dřeva

Název práce

Kombinované zatížení vrstvených konstrukčních prvků

Název anglicky

Combined load of layered structural elements

Cíle práce

Cílem práce je teoretická a experimentální analýza reakce vrstveného lepeného konstrukčního prvku na kombinované namáhání navozené vnějším silovým působením a teplotním a vlhkostním namáháním. Analýza bude provedena na zvoleném typu konstrukčního prvku, např. PD, CLT apod. Teoretická analýza bude vycházet z numerického řešení soustavy fyzikálních rovnic popisujících sledované děje – pohyb silového, teplotního a vlhkostního pole v materiálu. Experimentální analýza bude ověřovat teoretický model v konkrétních zvolených podmínkách. Výstupem práce je srovnání teoretické a experimentální analýzy a návrh na využití výsledků v praxi, např. doporučených postupů při navrhování. Analyzován bude také vliv materiálových konstant na výsledné chování konstrukčního prvku.

Metodika

1. Sestavení teoretického modelu současného šíření vlhkostního a teplotního pole ve vrstveném materiálu za stacionárních a nestacionárních podmínek. Numerické řešení modelu metodou konečných prvků.
2. Sestavení teoretického modelu mechanické odezvy ve vrstveném materiálu na kombinované zatížení – vlhkostní, teplotní, mechanosorpční efekt a silové. Numerické řešení modelu metodou konečných prvků.
3. Převzetí výsledků z prvního modelu (nerovnoměrné rozložení vlhkostního a teplotního pole) jako počáteční podmínky pro druhý model. Analýza vlivu jednotlivých fyzikálních polí na reakci vrstveného konstrukčního prvku – stav napjatosti v jednolivých vrstvách, maximální průhyb konstrukčního prvku – a to na tělesu malých rozměrů (např. PD 0,02x1x1 m).
4. Validace modelu pro zvolené těleso v laboratorních podmínkách (nastolení nerovnoměrného rozložení vlhkostního a teplotního pole, spojité zatížení tělesa, zatížení do porušení tělesa, průhyb).
5. Aplikace modelů pro reálný konstrukční prvek, např. CLT panel.

Doporučený rozsah práce

100 str.

Klíčová slova

stav napjatosti, vrstvené dřevo, vlhkostní a tepelný tok, vlhkostní napětí, teplotní napětí, mechanosorpční efekt, silové zatížení, CLT panel

Doporučené zdroje informací

- BODIG, J. – JAYNE, B A. *Mechanics of wood and wood composites*. Malabar: Krieger Publishing Company, 1993. ISBN 0-89464-777-6.
- GEREKE, Z. *Moisture-induced stresses in cross-laminated wood panels*. Zurich: ETH, 2009. Diss. ETH No. 18427.
- JOHN F. SIAU. *Transport processes in wood*. Berlin: Springer, 1984. ISBN 978-3-642-69215-4.
- NETTLES, A.T. *Basic Mechanics of Laminated Composites Plates*. MSFC, Alabama: NASA, 1994. NASA Ref. Pub. 1351.
- SKAAR, C. *Wood-water relations*. Berlin: Springer, 1988. ISBN 978-3-642-73685-8.

Předběžný termín obhajoby

2020/21 LS – FLD

Vedoucí práce

prof. Dr. Ing. Petr Horáček

Garantující pracoviště

Katedra zpracování dřeva a biomateriálů

Konzultант

Ing. Michal Bošanský, Ph.D.

Elektronicky schváleno dne 10. 3. 2021

Ing. Radek Rinn

Vedoucí ústavu

Elektronicky schváleno dne 11. 3. 2021

prof. Ing. Róbert Marušák, PhD.

Děkan

V Praze dne 20. 04. 2021

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma „Kombinované zatížení vrstvených konstrukčních prvků“ vypracoval samostatně pod vedením prof. Dr. Ing. Petra Horáčka a použil jen prameny, které uvádím v seznamu použitych zdrojů. Jsem si vědom že zveřejněním diplomové práce souhlasím s jejím zveřejněním dle zákon č. 111/1998 Sb. o vysokých školách v platném znění, a to bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Praze, dne

Podpis:

Poděkování:

Na tomto místě bych chtěl poděkovat vedoucímu mé diplomové práce prof. Dr. Ing. Petru Horáčkovi za jeho vstřícný přístup, odborné vedení, cenné rady a připomínky, které velkou měrou napomohly vzniku této diplomové práce. Chtěl bych také poděkovat konzultantovi mé diplomové práce Ing. Michalu Bošanskému, Ph.D. za cenné rady a připomínky. Dále bych chtěl poděkovat Ondřeji Fiedlerovi za pomoc při tvorbě numerického modelu.

Poděkování patří také mé přítelkyni, rodině a přátelům za jejich vytrvalou podporu a pomoc při mém studiu.

VÁCLAV VALÁŠEK

Kombinované zatížení vrstvených konstrukčních prvků

Abstrakt:

Diplomová práce se zabývá kombinovaným zatížením vrstveného konstrukčního prvku. Na základě znalostí šíření vlhkostního a tepelného toku byl vytvořen výpočetní model pro výpočet rozložení vlhkosti a teploty po tloušťce panelu. Porovnáván byl vliv na rozložení vlhkosti a teploty, který má použití hodnot difúzních vlastností dřeva obsažených v technických normách, s reálnými hodnotami, ke kterým ve dřevě skutečně dochází. Takto získané hodnoty rozložení vlhkosti a teploty byly použity do druhého numerického modelu, který byl určen k výpočtu vzniklého vnitřního napětí, které vznikne působením vnějšího spojitého zatížení a působením gradientu vlhkosti a teploty. Díky takto získaným hodnotám vnitřního napětí bylo možné určit únosnost CLT panelu, a zároveň určit jaký vliv má na únosnost panelu nerovnoměrně rozložená vlhkost. Tento numerický model byl vytvořen na základě znalostí lineární pružnosti, laminační teorie, vlhkostního napětí, teplotního napětí a mechanosorpčního efektu.

Klíčová slova:

stav napjatosti, vrstvené dřevo, vlhkostní a tepelný tok, vlhkostní napětí, teplotní napětí, mechanosorpční efekt, silové zatížení, CLT panel

VÁCLAV VALÁŠEK

Combined load of layered structural elements

Abstract:

The diploma thesis deals with the combined loading of a layered structural element. Based on the knowledge of the propagation of moisture and heat flow, a computational model was created to calculate the distribution of humidity and temperature along the thickness of the panel. The influence on the distribution of humidity and temperature, which has the use of the values of the diffusion properties of wood contained in the technical standards, was compared with the real values that actually occur in the wood. The values of humidity and temperature distribution thus obtained were used in a second numerical model, which was designed to calculate the resulting internal stress, which arises from the action of an external continuous load and the action of a gradient of humidity and temperature. Thanks to the values of internal stress obtained in this way, it was possible to determine the load-bearing capacity of the CLT panel, and at the same time to determine what effect the unevenly distributed moisture has on the load-bearing capacity of the panel. This numerical model was created on the basis of knowledge of linear elasticity, lamination theory, moisture stress, thermal stress and mechanosorption effect.

Keywords:

state of tension, laminated wood, humidity and heat flow, moisture stress, thermal stress, mechanosorption effect, force load, CLT panel

Obsah

1.	ÚVOD	17
2.	CÍL PRÁCE	19
3.	LITERÁRNÍ PŘEHLED.....	20
3.1.	MECHANICKÉ VLASTNOSTI DŘEVA	20
3.1.1.	<i>Napětí</i>	20
3.1.2.	<i>Deformace</i>	22
3.1.3.	<i>Pružnost</i>	24
3.1.3.1.	Modul pružnosti.....	24
3.1.3.2.	Poissonovo číslo	25
3.1.3.3.	Mez úměrnosti	25
3.1.3.4.	Hookeův zákon.....	26
3.1.3.4.1.	Obecný ortotropní materiál	26
3.1.3.4.2.	Rovinný ortotropní materiál.....	27
3.1.3.5.	Transformace souřadnic.....	28
3.1.3.5.1.	Transformace napětí a deformace	29
3.1.4.	<i>Ohyb</i>	30
3.1.4.1.	Ohyb nosníku	30
3.1.4.1.1.	Normálové napětí při ohybu	31
3.1.4.2.	Ohybová napětí.....	32
3.1.4.3.	Diferenciální rovnice ohybové čáry.....	34
3.1.5.	<i>Ohyb desky</i>	35
3.1.5.1.	Kirchhoffova teorie ohybu tenkých desek	36
3.1.5.2.	Neznámé veličiny na desce	36
3.1.5.3.	Okrajové podmínky.....	38
3.1.5.4.	Desková rovnice	39
3.1.6.	<i>Laminární teorie</i>	40
3.1.6.1.	Definice napětí a momentu.....	41
3.1.6.2.	Konstitutivní rovnice pro laminát.....	43
3.1.6.3.	Matice ABCD	45
3.2.	VLHKOSTNÍ VLASTNOSTI DŘEVA	47
3.2.1.	<i>Vlhkost dřeva</i>	47
3.2.1.1.	Rovnovážná vlhkost dřeva.....	49
3.2.1.1.1.	Sorpční izotermu	50
3.2.1.1.1.1.	Anderson-McCarthyho sorpce.....	50
3.2.2.	<i>Rozměrové změny způsobené změnou vlhkosti</i>	51
3.2.2.1.	Bobtnání.....	51
3.2.2.2.	Sesychání.....	52
3.2.3.	<i>Pohyb vody ve dřevě</i>	53

3.2.3.1. Pohyb vody v porézních materiálech	54
3.2.3.1.1. Přenos par ve vzduchu	55
3.2.3.1.2. Přenos par v materiálu	56
3.2.3.2. Difúze vody a plynů ve dřevě	58
3.2.3.2.1. Stacionární difúze	59
3.2.3.2.1.1. Stacionární difúze přes buněčnou stěnu	60
3.2.3.2.1.2. Nestacionární difúze	62
3.2.3.3. Vliv faktorů na difúzi vody ve dřevě	63
3.3. TEPELNÉ VLASTNOSTI DŘEVA	64
3.3.1. Teplotní roztažnost	65
3.3.2. Přenos tepla ve dřevě	66
3.3.3. Kondukce tepla	66
3.3.3.1. Stacionární difúze tepla	67
3.3.3.1.1. Stacionární difúze tepla ve 2-D prostoru	69
3.3.3.1.2. Nestacionární difúze tepla	69
3.3.3.1.3. Vliv faktorů na difúzi tepla	70
3.3.4. Současný přenos tepla a kapaliny ve dřevě	72
3.4. MODEL NAPĚtí	72
3.4.1. Vlhkostní napětí	72
3.4.2. Mechano-sorpční efekt	73
3.5. FAKTORY OVLIVŇUJÍCÍ MECHANICKÉ VLASTNOSTI DŘEVA	74
3.5.1. Vlhkost dřeva	74
3.5.2. Teplota dřeva	76
4. METODIKA	78
4.1. PROGRAM FLEXPDE	79
4.2. NUMERICKÝ MODEL PRO VÝPOČET SOUČASNÉHO ŠÍŘENÍ VLHKOSTNÍHO A TEPLITNÍHO POLE	80
4.3. NUMERICKÝ MODEL PRO VÝPOČET VNITŘNÍHO NAPĚtí	85
4.3.1. Počáteční a okrajové podmínky	85
4.3.2. Postup tvorby numerického modelu	89
4.4. EXPERIMENT	91
5. VÝSLEDKY	94
5.1. VÝSLEDKY PRVNÍHO NUMERICKÉHO MODELU	94
5.1.1. Výsledky Varianty A a Varianty B	94
5.2. VÝSLEDKY EXPERIMENTÁLNÍHO MĚŘENÍ	98
5.2.1. Průhyb desek	99
5.2.2. Únosnost desky	105
5.3. VÝSLEDKY DRUHÉHO NUMERICKÉHO MODELU	106
5.3.1. Lineární rozložení vlhkosti	106

5.3.1.1.	Panel s vlhkostí 12 % a teplotou 20 °C	106
5.3.1.2.	Působení okrajových podmínek 2 hodiny	108
5.3.1.1.	Působení okrajových podmínek 4 hodiny	110
5.3.1.2.	Působení okrajových podmínek 24 hodin	111
5.3.1.3.	Porovnání výsledků	112
5.3.1.4.	Vliv vlhkosti a teploty	116
5.3.2.	<i>Nelineární rozložení vlhkosti.....</i>	121
5.3.2.1.	Působení okrajových podmínek v červnu.....	121
5.3.2.2.	Působení okrajových podmínek v říjnu	123
5.3.2.1.	Působení okrajových podmínek v listopadu.....	125
5.3.2.2.	Porovnání Varianty 2.....	127
6.	DISKUZE	133
6.1.	Rozložení vlhkosti a teploty	133
6.2.	Vnitřní napětí	136
6.3.	Návrh na použití výsledků v praxi.....	140
7.	ZÁVĚR	141
8.	POUŽITÁ LITERATURA.....	142
9.	PŘÍLOHY	146
9.1.	Příloha 1 – Numerický model výpočtu rozložení vlhkosti a teploty v CLT panelu	146
9.2.	Příloha 2 – Numerický model výpočtu vnitřního napětí	149

Seznam obrázků, tabulek a grafů

Seznam obrázků

Obrázek 1.: Složky napětí na kostce dřeva v pravoúhlém systému (Požgaj et al., 1997)	21
Obrázek 2: Změna tvaru tělesa při tahu (Požgaj et al., 1997).....	22
Obrázek 3: Deformace tělesa navozené smykovým napětím (Požgaj et. al., 1997)....	23
Obrázek 4: Rotace ortotropních os se zřetelem na příčnou rovinu dřeva (Požgaj et al., 1997).....	29
Obrázek 5: Symetricky zatížený prostý nosník (Krejsa, [online]).....	30
Obrázek 6: Deformace ohýbaného nosníku [Krejsa, [online]].....	31
Obrázek 7: Znaménková úmluva pro vnitřní silové účinky (Plánička, online)	32
Obrázek 8: Nosník zatížený obecným spojitým zatížením (Plánička, [online])	33
Obrázek 9.: Průběh deformací a normálového napětí při ohybu (Plánička, [online])....	34
Obrázek 10: Ohybová čára nosníku (Šmiřák, 2000)	34
Obrázek 11: Deska-předpoklad o normálách (Brožovský, 2012).....	36
Obrázek 12: Napětí a vnitřní síly na desce (Brožovský, 2012)	37
Obrázek 13: Zakřivení desky po ose x (Nettles, 1994).	38
Obrázek 14: Vnitřní síly na elementu desky (Brožovský, 2012).....	40
Obrázek 15: Definice výslednice napětí (Nettles, 1994)	41
Obrázek 16: Výslednice napětí na momentů (Nettles, 1994).....	43
Obrázek 17: Průřez laminátu (Nettles, 1994).....	45
Obrázek 18: Délka difúze se zkrácením kvůli kapilární kondenzaci (Hens, 2007).....	57
Obrázek 19: Princip simulace mechanické odezvy panelu na působení okrajových podmínek	79
Obrázek 20: Experimentální zatěžování desky.....	92
Obrázek 21: Desky číslo 1 a 2 v klimatizační komoře.....	93
Obrázek 22: Desky číslo 3 a 4 v klimatizační komoře.....	93
Obrázek 23: Měření únosnosti desky.....	93
Obrázek 24: Porušení I. desky na trhacím stroji	106
Obrázek 25: Vlhkostní pole v detailu rohu obvodové stěny z masivního dřevěného panelu, δT_{KONST} ; interiér 20 °C/60 %; exteriér -15 °C/80 % (Maňák, 2015)	135
Obrázek 26: Vlhkostní pole v detailu rohu obvodové stěny z masivního dřevěného panelu, $\delta T_{VARIAB.}$; interiér 20 °C/60 %; exteriér -15 °C/80 % (Maňák, 2015)	135
Obrázek 27: Porovnání příčného napětí a vliv jednotlivých faktorů výpočtu při působení relativní vzdušné vlhkosti 65 % / 100 % (εel = pružné přetvoření; $\varepsilon \omega$ = vlhkostní napětí; $\varepsilon \omega \sigma$ = mechano-sorpční efekt) (Gereke, 2009).....	139

Seznam tabulek

Tabulka 1: Přehled diferenciálních závislostí (čárkami nad w je označena derivace průhybu) (Šmiřák, 2000)	35
Tabulka 2: Koeficienty sesychání a bobtnání u vybraných druhů dřev (Ugolev, 1992)	53
Tabulka 3: Hodnoty koeficientu difuze D pro smrkové dřevo (Kurjatko, 1990)	64
Tabulka 4: Hodnoty koeficientu teplotní roztažnosti dřeva α_i pro hodnoty -50°C....+50 °C (Kollmann, Coté, 1968)	65
Tabulka 5: Tepelná vodivost λ vybraných materiálů (Horáček, 2008)	68
Tabulka 6: Příklady tepelně-fyzikálních charakteristik vybraných druhů dřev (Regináč, 1990)	71
Tabulka 7: Normativní hodnoty dle ČSN 73 0540-3.....	72
Tabulka 8: Opravné koeficienty vyjadřující vliv vlhkosti na danou vlastnost (Horáček, 2010).....	75
Tabulka 9: Materiálové vlastnosti lepidla (Gereke, 2009)	85
Tabulka 10: Varianty výpočtu vnitřního rozložení vlhkosti a teploty.....	85
Tabulka 11: Okrajové podmínky Varianty 1	86
Tabulka 12: Hodnoty vlhkosti a teploty v čase dle Varianty 1	87
Tabulka 13: Okrajové podmínky pro výpočet vnitřního rozložení vlhkosti	87
Tabulka 14: Hodnoty vlhkosti a teploty dle Varianty 2	88
Tabulka 15: Označení jednotlivých desek pro výpočet vnitřního napětí	89
Tabulka 16: Použité elastické koeficienty (Požgaj et al, 1997)	90
Tabulka 17: Použité koeficienty pevností dřeva (Požgaj et al, 1997).....	90
Tabulka 18: Rozdělení jednotlivých experimentálních desek	92
Tabulka 19: Rozdíl v rozložení vlhkosti u Varianty A a Varianty B.....	96
Tabulka 20: Rozdíl v rozložení teploty u Varianty A a Varianty B	97
Tabulka 21: Výsledky experimentálního měření průhybu desek.....	101
Tabulka 22: Procentuální změna průhybu desek oproti I. desce	102
Tabulka 23: Porovnání experimentálních výsledků průhybu desky a výsledků druhého numerického modelu.....	103
Tabulka 24: Porovnání procentuální změny průhybu desek oproti I. desce	105
Tabulka 25: Porovnání únosnosti panelu	113
Tabulka 26: Porovnání průhybů a procentuální změna průhybu u panelů Varianty 1	114
Tabulka 27: Porovnání vnitřního napětí vzniklého bez vnějšího mechanického zatížení	120
Tabulka 28: Porovnání únosnosti a vlivu nerovnoměrné vlhkosti a teploty na únosnost panelu	121

Tabulka 29: Porovnání únosnosti panelů podle Varianty 2	128
Tabulka 30: Porovnání průhybů a procentuální změna průhybu panelů Varianty 2 ...	129
Tabulka 31: Porovnání pevnosti dřeva v tlaku	130

Seznam grafů

Graf 1: Diagram napětí-deformace (Požgaj et al., 1997)	25
Graf 2: Sorpční izoterna dřeva při třech různých teplotách (Horáček, 2008).	50
Graf 3: Thompsonův zákon při teplotě 20 °C (Hens, 2007)	54
Graf 4: Vliv hustoty dřeva na koeficient difúze vody vázané v podélném DL a příčném směru DT při vlhkosti 20 % a teplotě 40 °C za předpokladu DV = 2,2.10-9 m ² .s-1 a DBT = 2,7.10-11 m ² .s-1 (Siau, 1995)	64
Graf 5: Srovnání vlivu vlhkosti dřeva na koeficient tepelné vodivosti λ a koeficient teplotní vodivosti a (Matovič, 1993)	71
Graf 6: Efekt vlhkosti na pevnost dřeva u některých druhů dřev (Kollman, 1968)	75
Graf 7: Závislost modulu pružnosti E ve statickém ohybu na teplotě (Požgaj et al, 1997)	76
Graf 8: Průměrné hodnoty modulu pružnosti při změně vlhkosti a teploty (Sulzberger 1953).....	77
Graf 9: Nestacionární podmínky v interiéru ()	81
Graf 10: Nestacionární podmínky v exteriéru ()	81
Graf 11: Závislost součinitele difúzní vodivosti na relativní vlhkosti vzduchu	82
Graf 12: Závislost faktoru difúzního odporu v podélném směru na vlhkosti dřeva.....	83
Graf 13: Závislost faktoru difúzního odporu v příčném směru na vlhkosti dřeva	83
Graf 14: Závislost faktoru difúzního odporu na vlhkosti pro dřeva smrk a buku při různém odklonu vláken v příčném směru (Sonderegger,2011)	84
Graf 15: Rozložení vlhkosti v panelu podle Varianty 1.....	86
Graf 16: Rozložení teploty v panelu podle Varianty 1	87
Graf 17: Rozložení vlhkosti po průřezu panelu podle Varianty 2	88
Graf 18: Rozložení teploty po průřezu panelu podle Varianty 2.....	88
Graf 19: Rozložení vlhkosti podle Varianty A.....	94
Graf 20: Rozložení teploty podle Varianty A	95
Graf 21: Rozložení vlhkosti podle Varianty B.....	95
Graf 22: Rozložení teploty podle Varianty B	96
Graf 23: Procentuální rozdíl rozložení vlhkosti mezi výsledky Varianty A a Varianty B	97
Graf 24: Procentuální rozdíl rozložení teploty mezi výsledky Varianty A a Varianty B .	98
Graf 25: Výsledky experimentálního měření průhybu I. desky.....	99

Graf 26: Výsledky experimentálního měření průhybu II. desky.....	99
Graf 27: Výsledky experimentálního měření průhybu III. desky.....	100
Graf 28: Výsledky experimentálního měření průhybu IV. desky	100
Graf 29: Výsledky experimentálního měření průhybů desek	101
Graf 30: Procentuální změna průhybů desek oproti I. desce	102
Graf 31: Porovnání experimentálních výsledků průhybu desky a výsledků druhého numerického modelu.....	103
Graf 32: Porovnání procentuální změny průhybů desek oproti I. desce	104
Graf 33: Únosnost I. desky (t=20 °C; w=12 %)	105
Graf 34: Únosnost panelu 0_12_20 (w=12 %; t=20 °C).....	107
Graf 35: Vnitřní napětí ve směru vláken panelu 0_12_20 (w=12 %; t=20 °C)	107
Graf 36: Vnitřní napětí kolmo na vlákna panelu 0_12_20 (w=12 %; t=20 °C).....	108
Graf 37: Průhyb panelu 0_12_20 průhyb panelu o vzdálenosti podpěr 3 metry (w=12 %; t=20 °C).....	108
Graf 38: Vnitřní napětí ve směru vláken panelu 1_2 (w=10-13,6 %; t=23,4-15,9 °C).109	109
Graf 39: Vnitřní napětí kolmo na vlákna panelu 1_2 (w=10-13,6 %; t=23,4-15,9 °C).109	109
Graf 40: Vnitřní napětí ve směru vláken panelu 1_4 (w=10-13,8 %; t=23,5-15,7 °C).110	110
Graf 41: Vnitřní napětí kolmo na vlákna panelu 1_4 (w=10-13,8 %; t=23,5-15,7 °C).111	111
Graf 42: Vnitřní napětí ve směru vláken panelu 1_24 (w=10,1-14 %; t=23,2-15,5 °C)	112
Graf 43: Vnitřní napětí kolmo na vlákna panelu 1_24 (w=10,1-14 %; t=23,2-15,5 °C)112	112
Graf 44: Porovnání únosnosti panelu.....	113
Graf 45: Porovnání průhybů panelů Varianty 1.....	114
Graf 46: Porovnání vnitřního napětí ve směru vláken vzniklého bez vnějšího zatížení	115
Graf 47: Porovnání vnitřního napětí kolmo na vlákna vzniklého bez vnějšího zatížení	115
Graf 48: Porovnání pevnosti dřeva v tlaku ve směru vláken	116
Graf 49: Porovnání pevnosti dřeva v tlaku kolmo na vlákna	116
Graf 50: Vnitřní napětí ve směru vláken u panelu 1_24_w (w=10,1-14 %; t=20 °C)...117	117
Graf 51: Vnitřní napětí kolmo na vlákna u panelu 1_24_w (w=10,1-14 %; t=20 °C)...117	117
Graf 52: Vnitřní napětí ve směru vláken u panelu 1_24_t (w=12 %; t=23,2-15,5 °C) .118	118
Graf 53: Vnitřní napětí kolmo na vlákna u panelu 1_24_t (w=12 %; t=23,2-15,5 °C) .119	119
Graf 54: Porovnání vnitřního napětí ve směru vláken bez vnějšího zatížení (1_24_t: w=12 %, t=23,2-15,5 °C; 1_24_w: w=10,1-14 %, t=20 °C; 1_24: w=10,1-14 %, t=23,2-15,5 °C)	119

Graf 55: Porovnání vnitřního napětí kolmo na vlákna bez vnějšího zatížení (1_24_t: w=12 %, t=23,2-15,5 °C; 1_24_w: w=10,1-14 %, t=20 °C; 1_24: w=10,1-14 %, t=23,2-15,5 °C)	120
Graf 56: Porovnání únosnosti a vliv nerovnoměrné vlhkosti a teploty na únosnost panelu	121
Graf 57: Únosnost panelu 2_1 (w=10-13,1 %; t=22,8-16,9 °C)	122
Graf 58: Rozložení vnitřního napětí ve směru vláken u panelu 2_1 (w=10-13,1 %; t=22,8-16,9 °C).....	123
Graf 59: Rozložení vnitřního napětí ve směru kolmo na vlákna u panelu 2_1 (w=10-13,1 %; t=22,8-16,9 °C)	123
Graf 60: Únosnost panelu 2_2 (w=12,4-15,3 %; t=19,3-6,4 °C)	124
Graf 61: Rozložení vnitřního napětí ve směru vláken u panelu 2_2 (w=12,4-15,3 %; t=19,3-6,4 °C).....	125
Graf 62: Rozložení vnitřního napětí ve směru kolmo na vlákna u panelu 2_2 (w=12,4-15,3 %; t=19,3-6,4 °C)	125
Graf 63: Únosnost panelu 2_3 (w=15,1-23,9 %; t=16,6- -1,8 °C)	126
Graf 64: Rozložení vnitřního napětí ve směru vláken u panelu 2_3 (w=15,1-23,9 %; t=16,6- -1,8 °C)	127
Graf 65: Rozložení vnitřního napětí ve směru kolmo na vlákna u panelu 2_3 (w=15,1-23,9 %; t=16,6- -1,8 °C)	127
Graf 66: Porovnání únosnosti panelů dle Varianty 2.....	128
Graf 67: Porovnání průhybů Varianty 2.....	129
Graf 68: Porovnání pevnosti dřeva v tlaku ve směru vláken	130
Graf 69: Porovnání pevnosti dřeva v tlaku ve směru kolmo na vlákna	130
Graf 70: Porovnání celkového vnitřního napětí ve směru vláken.....	131
Graf 71: Porovnání celkového vnitřního napětí ve směru kolmo na vlákna	131
Graf 72: Porovnání vnitřního napětí ve směru vláken způsobené pouze působením gradientu vlhkosti a teplotou	132
Graf 73: Porovnání vnitřního napětí ve směru kolmo na vlákna způsobené pouze působením gradientu vlhkosti a teplotou.....	132
Graf 74: Profily vlhkosti u dvou konstantních difúzních součinitelů lepidla ve srovnání s měřením, levá strana: 14 dní; pravá strana: 170 dní (Gereke, 2009)	133
Graf 75: Vlhkostní profil třívrstvého smrkového laminátu s okrajovými podmínkami relativní vlhkosti vzduchu 100 % (spodní strana, a=0 mm) a relativní vlhkosti vzduchu 65 % (horní hrana, a=30,2 mm); vliv různých difúzních součinitelů lepidla (Gereke, 2010)	134

Graf 76: Graf závislosti analyticky vypočtených hodnot součinitele difuzní vodivost na RVV při různých teplotách a konstantní hustotě $\rho_0 = 400 \text{ kgm}^3$. Pro srovnání jsou vyneseny výsledky vlastního experimentu, měření dle Rode a Clorius (2004), Valovirta a Vinha (2004) a konstantní hodnoty dle normy ČSN 73 540-4 (Maňák, 2015) 135
Graf 77: Porovnání únosnosti při různém druhu porušení 138

1. Úvod

Stavební průmysl si začíná uvědomovat, že dřevo může nabídnout ekonomicky výhodnou konstrukční metodu pro střední a výškové budovy s architektonicky moderními a inovativními řešeními. Dřevo poskytuje lehčí konstrukci, která má za následek značné úspory základových prací ve srovnání s jinými materiály. Další výhodou dřevěné konstrukce je množství prefabrikace mimo staveniště, která zajišťuje vysoce přesnou výrobu, což vede k rychlejším celkovým časům výstavby. To následně snižuje náklady na budovu a náklady na ochranu před povětrnostními vlivy a zvyšuje návratnost investic. (Barber, 2015)

Stavební materiály mají významný dopad na vliv budovy na životní prostředí. I když dochází k podstatným zlepšením v tom, jak budovy fungují, stále existuje značný potenciál pro zlepšení jejich vlivu na životní prostředí, zejména pečlivým výběrem materiálů. Vliv materiálů na provoz budovy, jako je spotřeba energie, je dobře zdokumentován a je nedílnou součástí návrhu budovy s osvědčenými postupy. Rostoucí počet studií ukazuje, že produkce materiálů používaných v budovách, může mít na životní prostředí ještě větší dopad než provoz těchto budov. Zkoumání a výběr alternativních způsobů konstrukce, které mohou snížit dopady na životní prostředí související s výrobou materiálu, je proto zásadní. Dalším problémem těchto výše zmíněných materiálů je to, že se stále vyrábějí z neobnovitelných surovin. To znamená, že nakonec tyto suroviny nebudou k dispozici pro výrobu stavebních materiálů, jako je beton či ocel, v jejich současně podobě. S ohledem na tento fakt bude nakonec nutné najít alternativní konstrukční prostředky, které by byly schopné nahradit tyto konvenční materiály. Dřevo má jako stavební materiál velký potenciál nahradit v budoucnu tyto konvenční materiály a má potenciál sloužit jako primární konstrukční materiál pro střední a výškové budovy (Crawford, 2017).

Aby bylo možné používat dřevo jako jeden z hlavních konstrukčních materiálů je nutné ověřit veškeré vlastnosti stavebních výrobků vyrobených z masivního dřeva, například křížem lepené dřevo neboli CLT panely. Jednou z výkonnostních kategorií budov je trvanlivost, která může být v případě dřeva silně ovlivněna dlouhodobým působením vlhkosti. Díky tomu, že je dřevo hygroskopickým materiélem vyměňuje vlhkost s okolním prostředím. Obvykle se vlhkost dřeva v klimatizovaných budovách pohybuje v rozmezí 8 až 12 %. Může ovšem dojít k neočekávanému vystavení dřevěného konstrukčního prvku extrémní vlhkosti, a to buďto poruchou v inženýrských sítí, nebo kondenzací vzdušné vlhkosti v sestavě stěn. Díky tomu můžou nastat situace, kdy nosné dřevěné konstrukční prvky budou mít vlhkost vysoko nad bodem nasycení

vláken. Změny v obsahu vlhkosti ovlivňují téměř všechny fyzikální a mechanické vlastnosti dřeva a způsobují rozměrové změny. Důležité je, že mechanicko-sorpční účinky ve dřevě znamenají při vysokém obsahu vlhkosti sníženou tuhost a zvýšenou viskoelastickou a plastickou deformaci. Tyto změny mohou z globálního měřítka ovlivnit stavební toleranci a vést k sedání stavby. (Schmidt, 2019).

Rychlosť výmeny vlhkosti mezi dřevem a okolním prostředím je nízká a obsah povrchové vlhkosti zřídka kdy překračuje 20 % v krytých venkovních podmínkách, což zdůrazňuje, že hlavním problémem dřevěné konstrukce je přímé vystavení tekuté vodě. Rychlý nárůst vlhkosti, zejména následovaný rychlou ztrátou vlhkosti z velmi suchého vnitřního klimatu, vyvolává další obavy související s vývojem napětí a namáhání vyvolaných vlhkostí (Koch, 2016).

Křížově vrstvené dřevo, tedy CLT panely, jsou vysoko prefabrikovaný dřevěný produkt, určený ke konstrukčním účelům. Vzhledem k tomu, že surovina je plně obnovitelná, má CLT panel dobrý enviromentální profil. CLT panely mají vynikající vlastnosti pevnosti a tuhosti, což znamená, že CLT panely mohou konkurovat jiným tradičním konstrukčním materiálům ve výškových budovách. Ve vztahu k vlastní hmotnosti mají panely vyšší únosnost než většina ostatních konstrukčních materiálů, a proto lze stavět velké konstrukce, které vydrží vysoké zatížení. (CLT Handbook, 2019)

Křížové lepení dřeva do vrstev vede také ke zlepšení vnitřního namáhání, které vznikne ve chvíli kdy je panel vystaven proměnlivé vlhkosti v důsledku bobtnání a smršťování dřeva. (Gereke, 2009)

Má práce si dává za cíl zanalyzovat vliv kombinovaného namáhání na CLT panel a posoudit do jaké míry má nerovnoměrně rozložená vlhkost a teplota vliv na rozložení vnitřního napětí v panelu a celkově jaký má vliv na únosnost CLT panelu.

2. Cíl práce

Cílem mé diplomové práce je teoretická a experimentální analýza reakce vrstveného lepeného konstrukčního prvku na kombinované namáhání navozené vnějším silovým působením a vlhkostním a teplotním namáháním, které je způsobené gradientem vlhkosti a teploty. Zaměřil jsem se na křížem lepené masivní panely vyráběné z lamel skládaných do vrstev. Výpočetní modely jsou založeny na modelu šíření vody a teploty ve dřevě za stacionárních i nestacionárních podmínek a také na teorii lineární pružnosti.

Dílčí cíle diplomové práce jsou:

1. první část práce je zaměřena na sestavení výpočetního modelu pro výpočet rozložení vlhkosti a teploty po průřezu panelu,
2. druhá část práce je zaměřena na sestavení výpočetního modelu pro výpočet vnitřních reakcí, které vzniknou působením vnějšího silového zatížení a působením gradientem vlhkosti a teploty,
3. třetí část práce je zaměřena na experimentální ověření druhého výpočetního modelu pro výpočet vnitřních reakcí,
4. čtvrtá část práce je zaměřena na porovnání míry vlivu na rozložení vlhkosti a teploty, který má použití hodnot difúzních vlastností dřeva obsažených v technických normách, s reálnými hodnotami, ke kterým skutečně dochází,
5. pátá část práce je zaměřena na porovnání vlivu gradientu vlhkosti a teploty na únosnost CLT panelu,
6. šestá část práce je zaměřena na zjištění vlivu teploty jednak na únosnost CLT panelu, a jednak na velikost vnitřního napětí.

3. Literární přehled

3.1. Mechanické vlastnosti dřeva

Dřevo má své nenahraditelné vlastnosti, které ho zařazují mezi materiály se širokým uplatněním v praxi. Mezi tyto vlastnosti patří mimo jiné mechanické vlastnosti, zejména pružnost a pevnost. Stupeň homogenity uspořádání atomů a molekul v objemu dřeva a orientace zejména kovalentních a vodíkových vazeb určuje velikost a orientaci mechanických vlastností na úrovni mikrostruktury a makrostruktury. Různost mechanických vlastností v objemu dřeva a jejich závislost od směru nazýváme anizotropií mechanických vlastností. (Požgaj et al., 1997)

Dřevěné konstrukční prvky jsou vhodné zejména pro přenos tahových, tlakových a ohybových namáhání. Dřevo se vzhledem k jeho vysokému poměru pevnosti k hmotnosti často používá jako konstrukční materiál pro střechy a pro lávky pro chodce a cyklisty. Modul pružnosti dřeva je v porovnání s modulem pružnosti oceli nebo betonu nízký. Na druhou stranu má dřevo při relativně malé hmotnosti dobrou pevnost a výhodný vzájemný poměr těchto vlastností činí ze dřeva, z konstrukčního hlediska, jeden z nejvhodnějších materiálů. Rovnoběžně s vlákny, tj. ve směru kmene, je pevnost materiálu zvlášť vysoká, zatímco kolmo k vláknům jsou pevnostní vlastnosti nízké. (Horáček, 2010)

3.1.1. Napětí

Napětí ve dřevě představuje míru vnitřních sil, které se v tělese objevují jako odpověď na působení vnějších mechanických sil. Napětí (σ) definujeme jako velikost vnitřní síly, která je vztažena na jednotku plochy tělesa podle vztahu:

$$\sigma = \frac{F}{S} \text{ (Pa)} \quad 3.1.1$$

Jestliže síly působí kolmo na průřezovou plochu tělesa, jedná se o normálové napětí (σ), například napětí v tahu nebo tlaku. Působí-li síly v rovině průřezu, vzniká tangenciální (smykové) napětí (τ), například napětí ve smyku. Kombinaci normálového a tangenciálního napětí představuje ohyb. (Horáček, 2010)

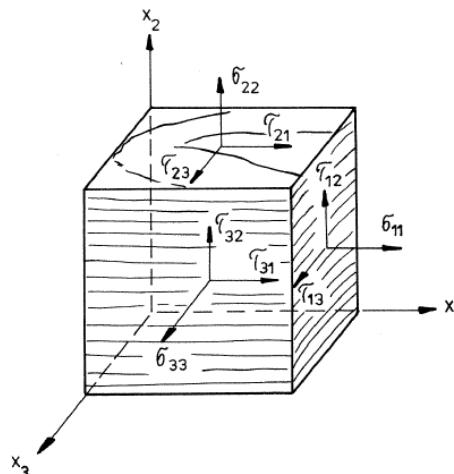
Každý systém napratosti v libovolném bodě prostoru je možné zobrazit pravoúhlým elementem jakým může být například jednoduchá kostka, a to tak aby její hrany byly rovnoběžné se zvoleným souřadnicovým systémem – karteziánsky souřadnice x, y, z.

Dřevo, ale i další materiály a kompozity které jsou tvořeny vlákny, se nejčastěji potýkají se stavý napratosti nejméně ve dvou směrech – podél vláken a napříč vláken.

Tyto směry vláken ale nemusí nutně odpovídat samotnému založení orientace karteziánské souřadné soustavy.

Vektory napětí mohou být na každé ploše rozloženy do tří složek. Při označování napětí první index značí plochu, na kterou napětí účinkuje, a druhý index označuje směr složky napětí. Devět složek napětí je dostatečných na specifikování kompletního stavu napětí elementární kostky. Uvažujeme s podmínkou rovnováhy

$$\sigma_{11} = -\sigma_{11}; \quad \sigma_{22} = -\sigma_{22}; \quad \sigma_{33} = -\sigma_{33}; \quad T_{21} = -T_{12}; \quad T_{31} = -T_{13}; \quad T_{32} = -T_{23}$$



Obrázek 1.: Složky napětí na kostce dřeva v pravoúhlém systému (Požgaj et al., 1997)

Normálové napětí působící na opačných plochách jsou vždy stejné, na základě toho můžeme napsat rovnici:

$$\sigma_{ii} = \sigma'_{ii} \quad 3.1.2$$

Takto dostaváme devět složek napětí $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \tau_{12}, \tau_{21}, \tau_{31}, \tau_{13}, \tau_{23}, \tau_{32}$.

Složky σ_{11}, σ_{22} a σ_{33} představují normálové napětí. Ostatní složky působí na plochu tangenciálně a jsou označené jako smykové napětí. Stav napětí v bodě můžeme vyjádřit pomocí maticového zápisu:

$$\sigma = \lim_{\Delta S_i \rightarrow 0} \begin{bmatrix} \frac{\Delta F_1}{\Delta S_1} & \frac{\Delta F_2}{\Delta S_1} & \frac{\Delta F_3}{\Delta S_1} \\ \frac{\Delta F_1}{\Delta S_2} & \frac{\Delta F_2}{\Delta S_2} & \frac{\Delta F_3}{\Delta S_2} \\ \frac{\Delta F_1}{\Delta S_3} & \frac{\Delta F_2}{\Delta S_3} & \frac{\Delta F_3}{\Delta S_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad 3.1.3$$

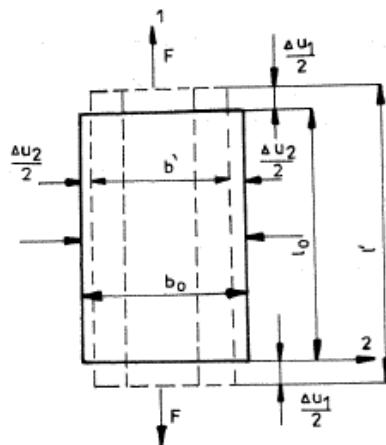
(Požgaj et al., 1997)

3.1.2. Deformace

Působením mechanických sil dochází ke změně tvarů a rozměrů dřeva, což nazýváme deformací. Kromě jednoduchého prodloužení nebo zkrácení se pravoúhlý průřez dřeva může zkrotit do kosodélníkového tvaru. Prodloužení a zkrácení rozměrů jsou charakteristická pro normálová napětí a nazýváme je normálovými deformacemi ϵ . Kroucení tělesa vzniká při tangenciálních napětí a nazýváme jej smykovou (tangenciální) deformací γ . (Horáček, 2010).

Deformace můžeme rozdělit na pružné deformace, deformace pružné v čase a na plasticke deformace. Pružná deformace je návratná změna dřeva po odstranění působení vnějších sil. Když je dřevo namáhané napětím, které vyvolává jen pružné deformace, nachází se ve stavu napjatosti v pružné oblasti. Pružná deformace v čas je návratná změna tvaru dřeva po uvolnění vnějších sil, které nenastavá okamžitě, ale za určitý čas. Trvalá deformace je nenávratná změna tvaru dřeva, která po odstranění působení vnějších mechanických sil zůstává (nemizí) a těleso dostává nový tvar a rozměry (Požgaj et al., 1997).

Působícímu napětí těleso odporuje příslušnou změnou svého tvaru, tedy se deformauje. Mezi působícím napětím a vnitřním odporem materiálu proti deformaci vzniká rovnováha.



Obrázek 2: Změna tvaru tělesa při tahu (Požgaj et al., 1997)

Vlivem působení vnější síly se prodlouží a šířka tělesa se zúží o absolutní deformace Δu_1 a Δu_2 .

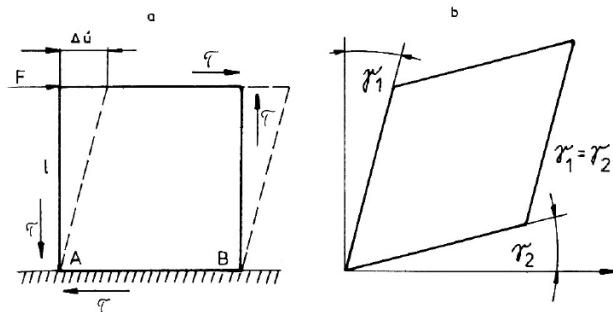
Poměrná pružná deformace ve směru působící síly se vypočítá:

$$\epsilon_1 = \frac{\Delta u_1}{l_0} \quad 3.1.4$$

a poměrné příčné zkrácení:

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta u_2}{b_0} \quad 3.1.5$$

V tělese také mimo deformace vzniklé normálovým napětím, vznikají deformace smykové γ . Smyková deformace vzniká posunutím dvou sousedních přířezů, ve kterých působí napětí τ . Při tangenciálním napětí se mění pravoúhlost hran, což je zásadní rozdíl mezi deformací vzniklou normálovým a tangenciálním napětím.



Obrázek 3: Deformace tělesa navozené smykovým napětím (Požgaj et. al., 1997)

Pravý úhel základny tělesa se změní o hodnotu:

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 \quad 3.1.6$$

a to proto, že těleso musí být po uvolnění sil v rovnováze.

Při tangenciálním napětí se mění pravoúhlost stran. V tom je hlavní rozdíl mezi deformacemi smykovými a deformacemi normálovými.

Prostorová deformacemi označujeme deformace v rámci prostoru pravoúhlého souřadného systému. Poměrná deformace ε_{11} ve směru osy x se potom definuje jako limita podílu:

$$\varepsilon_{11} = \lim_{\Delta x_1 \rightarrow 0} \frac{\Delta u_1}{\Delta x_1} \quad 3.1.7$$

Když budeme počítat s ortogonálním systémem, můžeme všeobecně vyjádřit všechny tři směry ve tvaru:

$$\varepsilon_{ij} = \lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \frac{\Delta u_i}{\Delta x_i} \quad 3.1.8$$

Poměrnou smykovou deformaci ve všeobecném tvaru definujeme jako:

$$\gamma_{ij} = \lim_{\substack{\Delta x_i \rightarrow 0 \\ \Delta x_k \rightarrow 0}} \left(\frac{\Delta u_i}{\Delta x_j} + \frac{\Delta u_j}{\Delta x_i} \right) \quad 3.1.9$$

Stav deformace v bodě můžeme vyjádřit pomocí maticového zápisu:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta u_1}{\Delta x_1} & \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta u_1}{\Delta x_2} + \frac{\Delta u_2}{\Delta x_1}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta u_1}{\Delta x_3} + \frac{\Delta u_3}{\Delta x_1}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta u_2}{\Delta x_1} + \frac{\Delta u_1}{\Delta x_2}\right) & \frac{\Delta u_2}{\Delta x_2} & \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta u_2}{\Delta x_3} + \frac{\Delta u_3}{\Delta x_2}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta u_3}{\Delta x_1} + \frac{\Delta u_1}{\Delta x_3}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta u_3}{\Delta x_2} + \frac{\Delta u_2}{\Delta x_3}\right) & \frac{\Delta u_3}{\Delta x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad 3.1.10$$

(Požgaj et al., 1997)

3.1.3. Pružnost

Pružnost dřeva se všeobecně definuje jako schopnost dosáhnout původní tvar (rozměry) po uvolnění vnějších sil. Vycházejíc z digramu napětí-deformace můžeme pružnost kvantifikovat těmito charakteristikami:

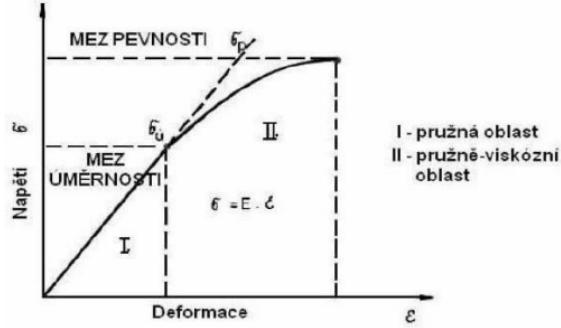
- Modul pružnosti (E)
- Poissonovými čísly (μ)
- mezí úměrnosti (σ_u)
- energií pružné deformace

(Požgaj et al, 1997)

3.1.3.1. Modul pružnosti

Modul pružnosti vyjadřuje vnitřní odpor materiálu proti pružné deformaci. Čím je modul pružnosti větší, tím větší napětí je potřebné na vyvolání deformace. Rozlišujeme moduly pružnosti E při normálovém namáhání (tah, tlak, ohyb) a moduly G při tangenciálním namáhání (krut, smyk). (Požgaj et al, 1997)

Diagram napětí-deformace můžeme rozdělit na dvě části, a to na lineární část po mezí úměrnosti σ_u a nelineární část nad mezí úměrnosti po mezí pevnosti σ_p . Mezí úměrnosti je definována jako takové napětí, do kterého v tělese vznikají pouze deformace pružné, případně pružné v čase, a napětí je v tělese rovnoměrně rozděleno. Po ukončení silového působení tyto deformace zcela zanikají a těleso se vrací do původního stavu (Horáček, 2010).



Graf 1: Diagram napětí-deformace (Požgaj et al., 1997)

Z průběhu diagramu napětí-deformace vyplývá, že po mez úměrnosti jsou vztahy lineární a příslušná rovnice přímky má tvar $y = k \cdot x$. Pokud tento vztah převedeme na souřadnice deformace a napětí, tak rovnice přímky má tvar Hookova zákona a směrnice přímky svůj fyzikální význam. Je to vlastně modul pružnosti materiálu, v našem případě modul pružnosti dřeva E . Všeobecně můžeme napsat:

$$E = \frac{d\sigma}{d\epsilon} \quad 3.1.11$$

(Požgaj et al., 1997)

3.1.3.2. Poissonovo číslo

Poissonova čísla jsou důležitými charakteristikami pružnosti dřeva a využívají se především při objemových změnách dřeva způsobených vlivem mechanického zatížení. Pokud hranol dřeva namáháme tlakem nebo tahem, vznikají v něm kromě deformací ve směru působení síly (zkrácení a prodloužení), také deformace kolmé na směr síly. Nazýváme je příčnými deformacemi (neměli by se zaměňovat s deformacemi kolmo na vlákna). Poissonovo číslo vyjadřuje poměr příčné deformace k podélné deformaci.

Poměr obou deformací je Poissonovo číslo:

$$\mu = -\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \quad 3.1.12$$

(Požgaj et al., 1997)

3.1.3.3. Mez úměrnosti

Pokud napětí dřeva překročímez úměrnosti, lineární úsek diagramu se odklání a pozvolně přechází do nelineárního průběhu. Napětí, které odpovídá bodu odklonu od lineární části, nazývámemezí úměrnosti σ_u . Tuto hranici možno definovat jako nejvyšší napětí ve dřevě, při kterém ještě nevznikají plastické deformace a deformace pružné v čase. (Požgaj et al., 1997))

3.1.3.4. Hookeův zákon

Na základě zákonitosti, že při jednoosém namáhání se dřevo chová po mez úměrnosti jako lineárně pružný materiál, předpokládáme, že je mezi ostatními složkami napětí a deformací lineární vztah a mají tvar Hookeova zákona. (Požgaj et al., 1997)

3.1.3.4.1. Obecný ortotropní materiál

Hookeův zákon obecného ortotropního materiálu v hlavním ortotropním souřadnicovém systému odvodíme z Hookeova zákona obecného anizotropního materiálu s uvažováním charakteristiky hlavních ortotropních os:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad 3.1.13$$

S uvážením symetrie obsahuje matice tuhosti [C] u obecného ortotropního materiálu celkem 9 nezávislých materiálových konstant.

Obdobně úpravou Hookeova zákona v inverzním tvaru pro obecný anizotropní materiál obdržíme Hookeův zákon obecného ortotropního materiálu:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad 3.1.14$$

Rovněž matice poddajnosti obecného ortotropního materiálu obsahuje 9 nezávislých materiálových konstant.

Jednotlivé prvky matice poddajnosti S_{ij} je možné rovněž stanovit pomocí fyzikálních charakteristik, které mají jasný fyzikální či geometrický význam. Do této skupiny patří modul pružnosti E, modul pružnosti ve smyku G a Poissonovo číslo μ . V případě ortotropního materiálu mají tyto veličiny navíc směrové indexy v souladu s hlavním ortotropním souřadnicovým systémem 1, 2 a 3. Fyzikální charakteristiky jsou pochopitelně v různých ortotropních směrech různé.

Pro poměrné přetvoření a zkosení v hlavních ortotropních směrech dostáváme:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_1} - \mu_{21} \cdot \frac{\sigma_2}{E_2} - \mu_{31} \cdot \frac{\sigma_3}{E_3} \quad 3.1.15$$

$$\varepsilon_2 = -\mu_{21} \cdot \frac{\sigma_1}{E_1} + \frac{\sigma_2}{E_2} - \mu_{32} \cdot \frac{\sigma_3}{E_3} \quad 3.1.16$$

$$\varepsilon_3 = -\mu_{13} \cdot \frac{\sigma_1}{E_1} - \mu_{23} \cdot \frac{\sigma_2}{E_2} + \frac{\sigma_3}{E_3} \quad 3.1.17$$

$$\gamma_{23} = \frac{\tau_{23}}{G_{23}}; \gamma_{31} = \frac{\tau_{31}}{G_{31}}; \gamma_{12} = \frac{\tau_{12}}{G_{12}} \quad 3.1.18$$

Předchozí složkové rovnice napíšeme v maticovém tvaru:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\mu_{21}}{E_2} & -\frac{\mu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\mu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu_{13}}{E_1} & -\frac{\mu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad 3.1.19$$

A následně symbolicky:

$$[\sigma] = [C] \cdot [\varepsilon] \quad 3.1.20$$

$$[\varepsilon] = [S] \cdot [\sigma] \quad 3.1.21$$

Matice obsahuje celkem 12 technických materiálových parametrů. Z podmínek symetrie pro matici materiálové poddajnosti $[S]$ vyplývá velice důležitá vazba mezi technickými materiálovými parametry zapsané obecně:

$$\frac{\mu_{ij}}{E_i} = \frac{\mu_{ji}}{E_j} \quad 3.1.22$$

$$i, j = 1, 2, 3$$

Porovnáním matic můžeme vyjádřit jednotlivé prvky matice poddajnosti pomocí technických materiálových charakteristik. (Vrbka, 2008)

3.1.3.4.2. Rovinný ortotropní materiál

Zvláštním případem prostorového ortotropního materiálu je rovinný ortotropní materiál, který se používá jako výpočtový model tenké vrstvy kompozitu-laminy. Předpokládáme, že element leží v hlavní souřadnicové rovině 1, 2 a v ní je také zatěžován. Jde tedy o rovinnou napjatost a následující napětí jsou nulová

$$\sigma_3 = \tau_{31} = \tau_{32} = 0$$

3.1.23

V tomto případě se maticová relace platící pro obecný prostorový ortotropní materiál zredukuje následovně:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{21} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad 3.1.24$$

Matice tuhosti [C] rovinného ortotropního materiálu tedy obsahuje čtyři nezávislé materiálové konstanty. Inverzní tvar Hookeova zákona vypadá následovně:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad 3.1.25$$

Rovněž matice poddajnosti má ve sledovaném případě 4 nezávislé prvky.

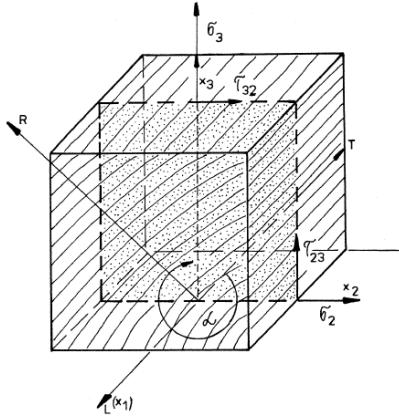
Pokud použijeme inženýrských materiálových konstant, potom má inverzní Hookeův zákon pro rovinný případ následující tvar:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\mu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\mu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad 3.1.26$$

opět se čtyřmi nezávislými inženýrskými materiálovými konstantami. (Vrbka, 2008)

3.1.3.5. Transformace souřadnic

Při opisování rovinného stavu napjatosti třeba často přejít od jedné souřadnice systému (L, T, R – anatomické směry) k druhému libovolnému systému X₁, X₂, X₃. V tomto případě je nevyhnutelné najít složky napětí, deformace a deformační konstanty, když znám složky napětí v příslušných anatomických směrech dřeva a přecházíme k novému systému souřadnicových os.



Obrázek 4: Rotace ortotropních os se zřetelem na příčnou rovinu dřeva (Požgaj et al., 1997)

3.1.3.5.1. Transformace napětí a deformace

Pro transformaci napětí můžeme použít maticový zápis, který ve zkrácené formě má tvar:

$$\sigma' = T \cdot \sigma \quad 3.1.27$$

Inverzní matice T^{-1} pro napětí má následující tvar:

$$T_{\sigma}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin^2 \alpha & 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha & -2 \sin \alpha \cos \alpha \\ -\sin \alpha \cos \alpha & \sin \alpha \cos \alpha & \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \quad 3.1.28$$

Zkrácená forma deformační matice má tvar:

$$\varepsilon' = T \cdot \varepsilon \quad 3.1.29$$

Inverzní matice T^{-1} pro deformace má následující tvar:

$$T_{\varepsilon}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha & -\sin \alpha \cos \alpha \\ -2 \sin \alpha \cos \alpha & 2 \sin \alpha \cos \alpha & \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \quad 3.1.30$$

Zkrácená forma matice koeficientů tuhosti má následující tvar:

$$C' = T_{\varepsilon} C T_{\sigma}^{-1} \quad 3.1.31$$

(Požgaj et al., 1997)

Jednotlivé koeficienty tuhosti mají následující tvar:

$$C'_{11} = C_{11} \cos^4 \alpha + C_{22} \sin^4 \alpha + 2(C_{12} + 2C_{66}) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \quad 3.1.32$$

$$C'_{12} = (C_{11} + C_{22} - 4C_{66}) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + C_{12} (\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha) \quad 3.1.33$$

$$C'_{16} = (C_{11} - C_{12} - 2C_{66}) \sin \alpha \cos \alpha^3 + (C_{12} - C_{22} + 2C_{66}) \sin \alpha^3 + \cos \alpha \quad 3.1.34$$

$$C'_{22} = C_{11} \sin \alpha^4 + C_{22} \cos \alpha^4 + 2(C_{12} + 2C_{66}) \sin \alpha^2 \cos \alpha^2 \quad 3.1.35$$

$$C'_{26} = (C_{11} - C_{12} - 2C_{66}) \sin \alpha^3 + \cos \alpha + (C_{12} - C_{22} + 2C_{66}) \sin \alpha \cos \alpha^3 \quad 3.1.36$$

$$C'_{66} = (C_{11} + C_{22} - 2(C_{12} + C_{66})) \sin \alpha^2 \cos \alpha^2 + C_{66}(\sin \alpha^4 + \cos \alpha^4) \quad 3.1.37$$

(Vrbka, 2008)

Zkrácená forma matice koeficientů deformace má následující tvar:

$$S' = T_\sigma S T_\varepsilon^{-1} \quad 3.1.38$$

(Požgaj et al., 1997)

3.1.4. Ohyb

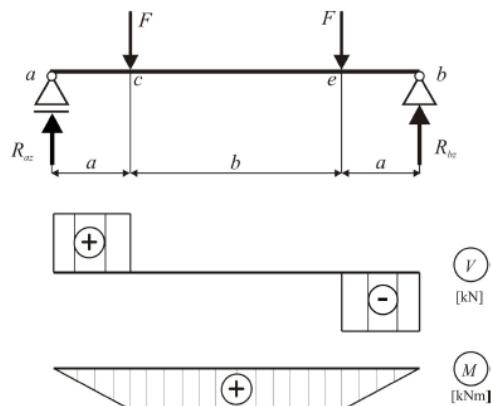
3.1.4.1. Ohyb nosníku

Při ohybu nosníku (prutu) vznikají v jeho průřezech ohybové momenty a posouvající síly. Původně přímá osa prutu se změní v rovinou křivku.

Pro rovinný ohyb v rovině xz platí:

$$N_x = 0, \quad V_y = 0, \quad M_x = 0, \quad M_z = 0, \quad V_z \neq 0, \quad M_y \neq 0$$

Prostý nosník symetrického průřezu ve svíslé rovině s rozpětím L dle obr. je symetricky zatížen dvěma osamělými silami F . Z průřezu vnitřních sil vidíme, že na úseku $|ce|$ je nulová posouvající síla a jedinou vnitřní silou v této části je konstantní (kladný) ohybový moment o velikosti $M = F a [MPa]$. Jedná se o základní, nejjednodušší případ ohybu, tzv. prostý ohyb a vznikají zde pouze normálová napětí. Na úsecích $|ac|$ a $|eb|$ pak působí ohybový moment i posouvající síla. Vedle normálových napětí působí také smyková. (Krejsa, [online]; Havříková, 2003))

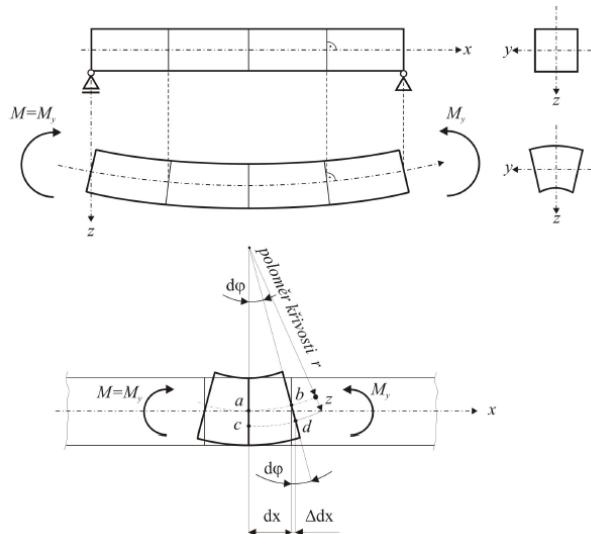


Obrázek 5: Symetricky zatížení prostý nosník (Krejsa, [online])

3.1.4.1.1. Normálové napětí při ohybu

Budu popisovat vztahy při prostém ohybu, kdy zatížení nepřekročí mez kluzu, pohybuje se v pružné oblasti, a tudíž pro něj platí Hookeův zákon. U prostého ohybu jsou ohybové momenty shodné ve všech průřezech. Při odvození vztahu pro normálové napětí σ_x vycházíme ze dvou základních předpokladů:

- Průřezy rovinné a kolmé k ose prutu před deformací zůstanou rovinnými a kolmými k deformované ose
- Podélná vlákna na sebe vzájemně netlačí



Obrázek 6: Deformace ohýbaného nosníku [Krejsa, [online]]

Na základě prvního předpokladu a obrázku 6 se dají odvodit vztahy mezi protažením (případně zkrácením) jednotlivých vláken prutu. Uvažujme nyní elementální úsek prutu dx na obrázku 6. Vlivem ohybu se průřezy vzájemně pootočí o úhel $d\varphi$. Tím, že byly původní délky shodné, pro absolutní i relativní změnu délky vlákna cd platí:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta d_x}{dx} = \frac{z d\varphi}{r d\varphi} = \frac{z}{r} \quad 3.1.39$$

Z této rovnice je zřejmé, že poměrná změna délky vlákna je opravdu přímo úměrná jeho vzdálenosti od osy prutu. Dosazením do Hookeova zákona potom dostaneme:

$$\delta_x = E \varepsilon_x = \frac{E}{r} z \quad 3.1.40$$

Z této rovnice vyplývá, že normálové napětí se při tomto namáhání mění lineárně po výšce průřezu. Také dává důkaz, že vlákna leží v rovině xy a procházejí osou prutu ($z=0$) jsou nezatížena normálovým napětím $\sigma_x=0$. Tuto rovinu nazýváme neutrální rovinou nosníku a její průsečnici s rovinou průřezu yz neutrální osou průřezu. (Krejsa, [online]; Havířová, 2003)

Díky znalostem statické podmínky ekvivalence vnitřních sil v průřezu prutu můžeme napsat vztah:

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI} \quad 3.1.41$$

Tato rovnice definuje deformace ohýbaného pružného prutu vyvozené ohybovými momenty a je výchozím vztahem pro určování přetvoření prutu. Následně obdržíme následující vztah:

$$\sigma = \frac{M}{I} z \quad 3.1.42$$

Normálová napětí v průřezu tedy probíhají lineárně po výšce nosníku a extrémní hodnoty vznikají v krajních bodech. (Šmiřák, 2000; Havířová, 2003)

3.1.4.2. Ohybová napětí

Uvažujme nosník zatížený silovými účinky v rovině procházející jeho osou. Účinek těchto vnějších sil a momentů lze obecně v každém přímém průřezu nahradit:

1. Normálovou silou $N(x)$, která je rovna součtu všech sil a složek všech sil ve směru osy nosníku po jedné straně řezu.
2. Posouvající (smykovou) silou $V(x)$, která je rovna součtu všech sil a složek sil kolmých na osu nosníku po jedné straně řezu.
3. Ohybovým momentem $M(x)$, který je roven součtu momentů všech sil a momentů působících po jedné straně řezu.

Při zjišťování uvedených vnitřních účinků $N(x)$, $V(x)$ a $M(x)$ je účelné dodržovat znaménkovou úmluvu (viz. obrázek 7):



Obrázek 7: Znaménková úmluva pro vnitřní silové účinky (Plánička, online)

Závislosti mezi spojitým zatížením $q(x)$, posouvající silou $V(x)$ a ohybovým momentem $M(x)$ vyjadřuje tzv. Schwedlerova věta. V případě volby nezávisle proměnné x zleva platí:

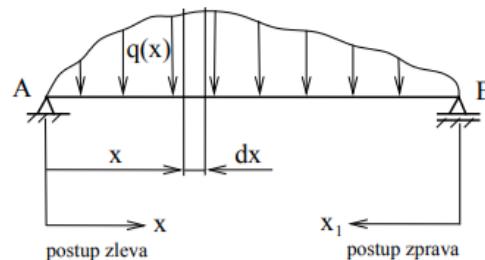
$$\frac{dV(x)}{dx} = -q(x) \quad 3.1.43$$

$$\frac{dM(x)}{dx} = V(x) \quad 3.1.44$$

$$\frac{d^2M(x)}{dx^2} = -q(x) \quad 3.1.45$$

Tyto vztahy lze použít pro zjištění průběhu posouvajících sil a ohybových momentů, ale také poslouží pro kontrolu správnosti vyšetření jejich průběhů, neboť z těchto vztahů vyplývá:

- Je-li $q(x) = 0$, je posouvající síla konstantní a ohybový moment se mění lineárně
- Je-li $q(x) = \text{konstantní}$, mění se posouvající síla lineárně a ohybový moment má parabolický průběh
- Jestliže se v nějakém řezu mění $q(x)$ skokem, je v průběhu posouvající síly v tomto místě zlom
- v intervalu, kde je $V(x) > 0$, ohybový moment roste, při $V(x) < 0$ ohybový moment klesá
- v průřezu, kde je $V(x) = 0$, dosahuje ohybový moment lokální extrémní hodnoty.

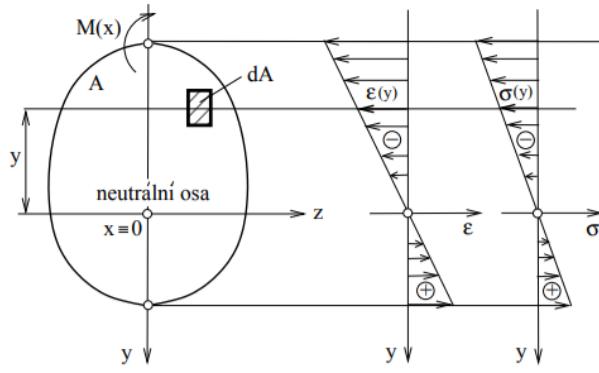


Obrázek 8: Nosník zatížený obecným spojitém zatížením (Plánička, [online])

Předpoklady pro napětí pro zjištění deformace při ohybu nosníku jsou následující:

- Nosník je namáhan prostým ohybem nebo je dostatečně dlouhý, takže lze zanedbat vliv posouvající síly.
- Řezy kolmé na osu zůstávají při deformaci ohybem v rovině a pouze se natáčejí kolem tzv. neutrální osy. Tyto osy v jednotlivých průřezech vyplní tzv. neutrální rovinu.
- Platí Hookeův zákon.
- Materiál je homogenní a izotropní.

Uvažujme obecný řez s ohybovým momentem $M(x)$. Je zřejmé, že vlivem natočení řezu při ohybu vzniká v každém řezu pouze normálová složka napětí $\sigma_x(y)$ (smykové napětí je nulové, neboť jsme zanedbali vliv posouvající síly $V(x)$), takže se jedná o jednoosou napjatost.

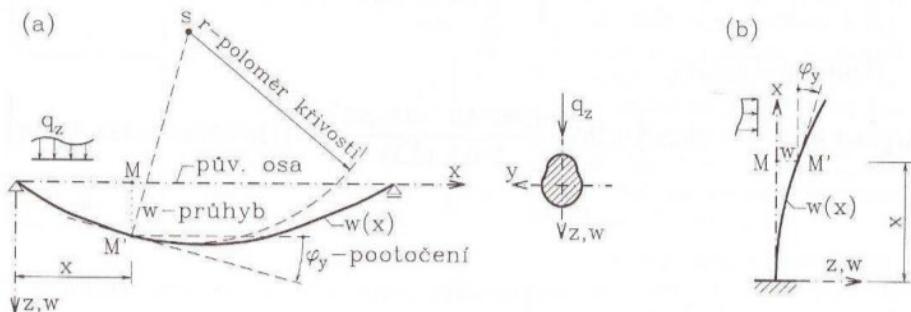


Obrázek 9.: Průběh deformací a normálového napětí při ohybu (Plánička, [online])

Z výše uvedeného je zřejmé, že deformace i napětí závisí lineárně na vzdálenosti y od neutrální osy. Neutrální osa rozdělí průřez na část přenášející tahová napětí (znaménko +) a na část přenášející napětí tlaková (znaménko -). (Plánička, [online])

3.1.4.3. Diferenciální rovnice ohybové čáry

Je-li nosník (prut) dostatečně štíhlý, je jeho deformační stav určen tvarem ohybové čáry, tj. křivky, v níž přejde původně přímá osa nosníku vlivem zatížení. Omezíme se na rovinný případ, kdy zatížení i podepření je symetrické ke svislé rovině xz , přičemž osa z je hlavní osou setrvačnosti průřezu. Na obrázku 10 je vyznačena ohybová čára $w(x)$, jejíž jednotlivé pořadnice označujeme jako průhyb nosníku v daném místě; kladný je průhyb, směruje-li dolů.



Obrázek 10: Ohybová čára nosníku (Šmiřák, 2000)

Pootočení $\varphi = \varphi_y$, tj. úhel, který svírá tečna k ohybové čáře s osu x , budeme pokládat za kladné po smyslu chodu hodinových ručiček. V teorii malých deformací je $\varphi \ll 1$, takže platí

$$\varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = \frac{dw}{dx} \quad 3.1.46$$

Z matematiky je znám výraz pro křivost rovinné čáry

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2 w}{dx^2} \quad 3.1.47$$

Zanedbáme-li vliv smyku na tvar ohybové čáry, tedy přisoudíme-li deformační účinky jen ohybovým momentům, pak vyjde po úpravě následující vztah

$$M = EI \frac{d^2 w}{dx^2} \quad 3.1.48$$

$$M = D \kappa \quad 3.1.49$$

což je diferenciální rovnice ohybové čáry 2. řádu. Druhá derivace ohybové čáry je tedy přímo úměrná ohybovému momentu M v daném místě a nepřímo úměrná ohybové tuhosti EI (E – modul pružnosti, I – moment setrvačnosti)

Je-li ohybová tuhost nosníku konstantní ($EI = \text{konst.}$), pak dvojím derivováním a využitím Schwedlerových vět obdržíme

$$q = EI \frac{d^4 w}{dx^4} \quad 3.1.50$$

což představuje diferenciální rovnici 4. řádu: čtvrtá derivace průhybu je tedy úměrná příčnému spojitému zatížení (Šmiřák, 2000; Havířová, 2003)

Označení a kladný smysl	Veličina	Diferenciální závislost	
		obecný případ	pro $EI = \text{konst.}$
	průhyb	w	
	pootočení	$\varphi = w'$	
	ohybový moment	$M = -EIw''$	
	posouv. síla	$V = - (EIw'')'$	$V = - EIw'''$
	příčné zatížení	$q = (EIw'')''$	$q = EIw^{IV}$

Tabulka 1: Přehled diferenciálních závislostí (čárkami nad w je označena derivace průhybu) (Šmiřák, 2000)

3.1.5. Ohyb desky

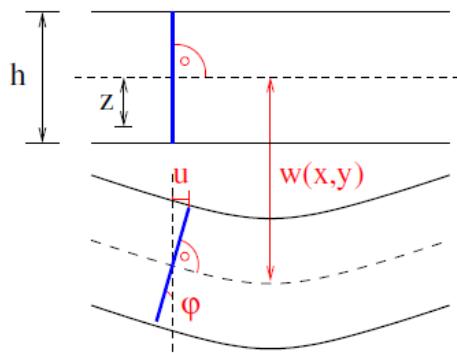
V technické praxi se často vyskytují plošné konstrukce, které jsou převážně zatěžovány ohybovými účinky (podobně jako ohýbané nosníky). Jsou jimi například stropní desky a panely nebo mostovky. Jako desky počítáme plošné konstrukce, které jsou zatíženy a podepřeny výhradně kolmo ke své střednicové rovině.

U desek je jeden rozměr (tloušťka) podstatně (5 a více krát) menší než rozměry ostatní. Je-li tloušťka 10 a více krát menší, pak desky označujeme jako tenké a můžeme k jejich analýze použít Kirchhoffovy teorie pro tenké desky, v opačném případě desky označujeme jako tlusté a měli bychom použít výstižnější Mindlinovy teorie. (Brožovský, 2012)

3.1.5.1. Kirchhoffova teorie ohybu tenkých desek

Předpoklady Kirchhoffovy teorie je možné shrnout do několika bodů:

- Jednotlivé vrstvy desky na sebe netlačí,
- Normálová napětí ve střednicové vrstvě jsou nulová,
- Body ve střednicové rovině se mohou přemisťovat pouze ve směru osy z,
- Normály střednicové roviny zůstávají i po deformaci přímé a kolmé k této rovině.



Obrázek 11: Deska-předpoklad o normálách (Brožovský, 2012)

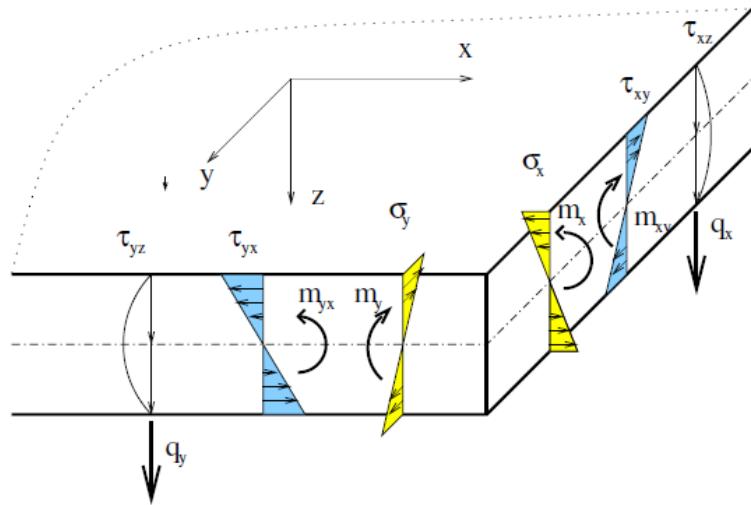
Předpoklad o kolmosti normál je ilustrován na obrázku 11. Tento předpoklad stejně jako u ohýbaných nosníků způsobuje lineární změnu normálových poměrných deformací ϵ a normálových napětí σ po tloušťce desky. Tedy prodloužení u (ve druhém směru pak v) lineárně roste se zvětšující se vzdáleností z od střednicové roviny. (Brožovský, 2012)

3.1.5.2. Neznámé veličiny na desce

Jak vyplývá z předpokladů Kirchhoffovy teorie, body ve střednicové rovině se mohou pohybovat jen ve svislém směru w (tedy směru kolmém k nezdeformované střednicové ploše). Obdobně jako na nosnících můžeme pracovat s pootočeními φ zdeformované střednicové plochy:

$$\varphi_x = \frac{dw}{dx} \quad 3.1.51$$

$$\varphi_y = \frac{dw}{dy} \quad 3.1.52$$



Obrázek 12: Napětí a vnitřní síly na desce (Brožovský, 2012)

Ve střednicové ploše desky je nenulové pouze posunutí w ve směru osy z systému souřadnic. Jak je ovšem vidět na obrázku 12, mimo střednicovou plochu jsou zbývající dvě (vodorovná) posunutí u a v obecně nenulová. Budeme-li předpokládat, že přibližně platí $\tan(\varphi) = \varphi$, pak můžeme v souladu s obrázkem 12 psát:

$$u = -z\kappa_x = -z \frac{dw}{dx} \quad 3.1.53$$

$$v = -z\kappa_y = -z \frac{dw}{dy} \quad 3.1.54$$

K získání výrazu pro poměrné deformace využijeme geometricko-deformačních vztahů teorie pružnosti a dosadíme do nich za u a v výrazy podle rovnice:

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} = -z \frac{d^2w}{dx^2} \quad 3.1.55$$

$$\varepsilon_y = \frac{dv}{dy} = -z \frac{d^2w}{dy^2} \quad 3.1.56$$

$$\gamma_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = -2z \frac{d^2w}{dx dy} \quad 3.1.57$$

které můžeme zjednodušit do tvaru

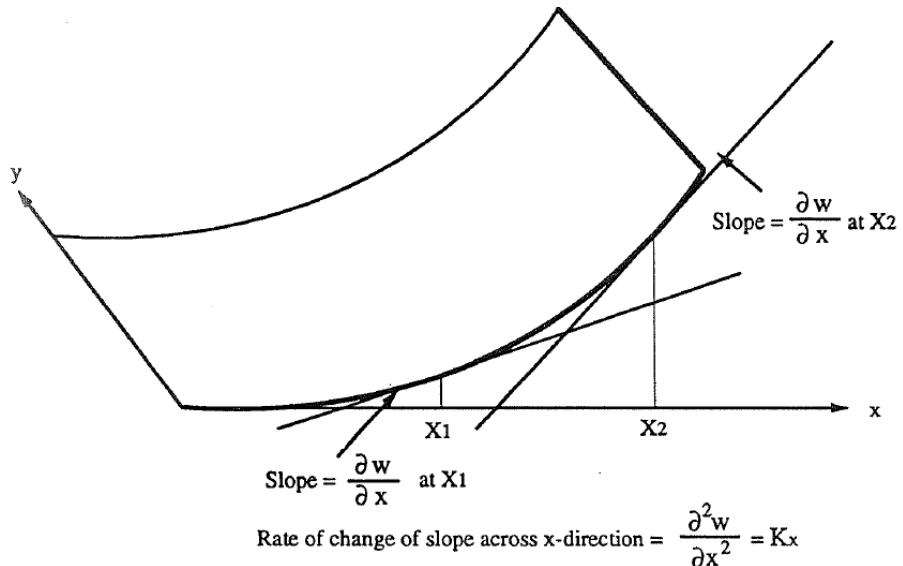
$$\varepsilon = z \kappa \quad 3.1.58$$

kde

$$\kappa_x = \frac{d^2w}{dx^2} \quad 3.1.59$$

$$\kappa_y = \frac{d^2 w}{dy^2} \quad 3.1.60$$

$$\kappa_{xy} = 2 \frac{d^2 w}{dx dy} \quad 3.1.61$$



Obrázek 13: Zakřivení desky po ose x (Nettles, 1994).

Díky tomuto můžeme napsat vztah pro celkovou deformaci

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \kappa \quad 3.1.62$$

Stále budeme uvažovat materiál pro který platí Hookeův zákon. Můžeme tedy vyjít ze základních vztahů platných pro pružné těleso a do nich dosadit výraz pro celkovou deformaci

$$\delta = C\varepsilon_0 + C\kappa \quad 3.1.63$$

(Brožovský, 2012)

3.1.5.3. Okrajové podmínky

Jestliže vnější zatížení konstrukce není v rovnováze, způsobí její pohyb, kterému bráníme podepřením, respektive uložením konstrukce. Pohyb hmotného objektu může být posuvný (translační) nebo otáčivý (rotační) a počet možností pohybu udávají tzv. stupně volnosti. Tuhé těleso má v prostoru 6 stupňů volnosti, tj. má možnost celkem šesti pohybů: tří pohybů translačních ve směru souřadnicových os x, y a z a tří pohybů rotačních kolem těchto os. Volnost pohybu hmotného objektu omezují nebo znemožňují tzv. vazby, tzn., že ruší nebo oddebírají stupně volnosti objektu. (Havřová, 2003)

Vazeb může být obecně v prostoru větší počet, pro potřeby této práce budou stačit následující:

- Volná deska

- umožňuje veškeré průhyby po ose x i y

$$\int \int w \, dx \, dy = 0$$

- Podepřená deska (podepřený okraj desky)

- znemožňuje průhyb

$$w = 0$$

- může se otáčení, nemůže se ovšem kroutit

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{d^2w}{dy^2} = 0$$

- Vetknutá deska

- vetknutí znemožňuje průhyb $w=0$

$$w = 0$$

- nemůže se otáčet $dw/dx = dw/dy = 0$

$$\frac{dw}{dx} = \frac{dw}{dy} = 0$$

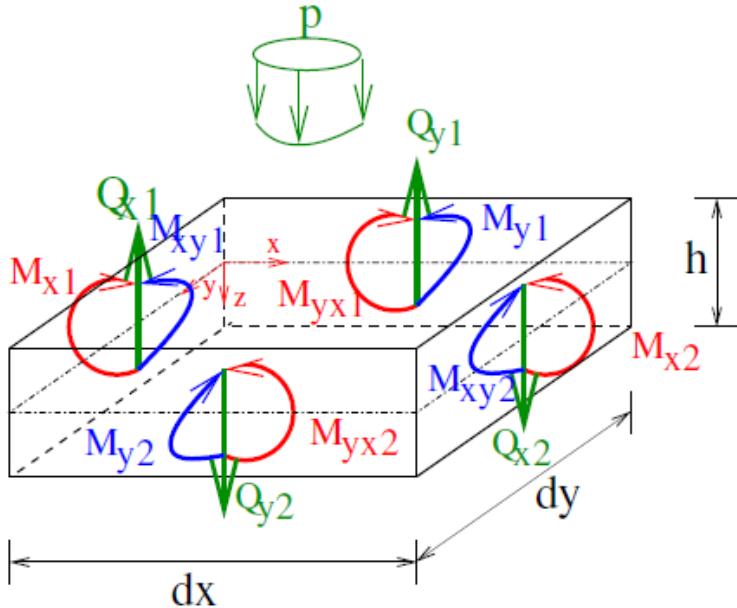
(Brdička, 2011)

3.1.5.4. Desková rovnice

Deskovou rovnici je možné získat z podmínek rovnováhy na diferenciálním elementu desky, přičemž musíme mít stále na paměti, že dále uvedený výsledek bude platný jen pro desku z izotropního a lineárně pružného materiálu.

$$x: \frac{dM_x}{dx} + \frac{dM_{xy}}{dy} = V_{xy} \quad 3.1.64$$

$$y: \frac{dM_{xy}}{dx} + \frac{dM_y}{dy} = V_{yz} \quad 3.1.65$$



Obrázek 14: Vnitřní síly na elementu desky (Brožovský, 2012)

Díky znalosti podoby vztahu pro distribuci spojitého zatížení můžeme napsat vztah

$$\frac{dV_{xz}}{dx} + \frac{dV_{yz}}{dy} = q \quad 3.1.66$$

Díky znalosti podoby diferenciální rovnici 4. řádu derivace průhybu můžeme napsat konečnou podobu deskové rovnice

$$\frac{d^4w}{dx^4} + 2\frac{d^4w}{dx^2y^2} + \frac{d^4w}{dy^4} = \frac{q}{D} \quad 3.1.67$$

(Brožovský, 2012)

Pokud bychom chtěl tuto deskovou rovnici rozepsat pro obecně ortotropní materiál, museli bychom využít koeficienty ohybové tuhosti. Výsledná rovnice desky by vypadala následovně:

$$D_{11} \frac{d^4w}{dx^4} + 2(D_{11} + 2D_{66}) \frac{d^4w}{dx^2dy^2} + 4D_{16} \frac{d^4w}{dx^3dy} + 4D_{26} \frac{d^4w}{dx dy^3} + D_{22} \frac{d^4w}{dy^4} = q \quad 3.1.68$$

(Brdička, 2011)

3.1.6. Laminární teorie

Použitím klasické laminační teorie lze odvodit tuhost výsledného kompozitního laminátu z jeho jednotlivých vrstev (Baumruk, [online]). Klasická laminační teorie je založena na Love-Kirchhoffově teorii "tenké skořápky" (rovné přímky, kolmé ke středové vrstvě zůstávají po deformaci rovnými, jsou stále ke středové vrstvě kolmé; tloušťka desky se při deformaci nemění).

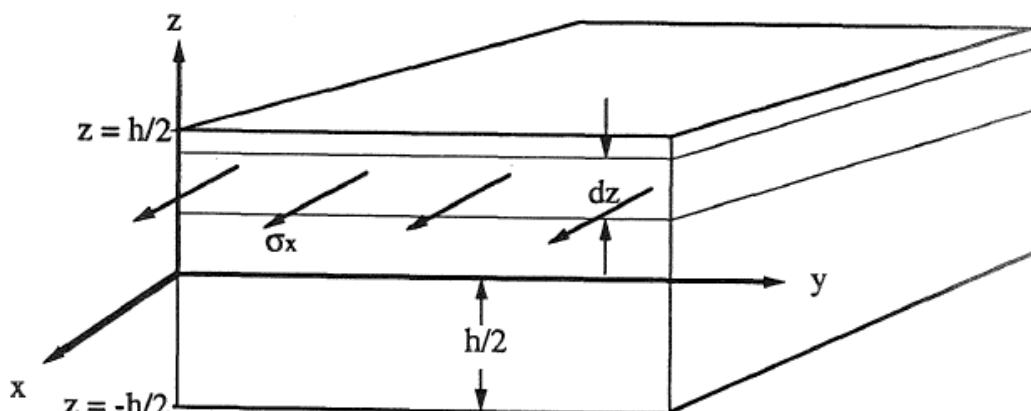
Předpoklady klasické laminátové teorie jsou (Calard, 2011):

- Deska je složena z libovolného počtu vrstev ortotropních plátů slepěných dohromady (ortotropní osy vrstev nemusí souhlasit s osami x, y desky)
- Deska je tenká-tloušťka h je mnohem menší než ostatní rozměry
- Posunutí u, v, w jsou malá ve vztahu k tloušťce desky
- Vlastnosti desky jsou definovány referenční rovinou, KLT je tedy použitelná především na symetrické lamináty
- Napětí v ploše σ_x, σ_y a σ_{xy} , jsou malá vzhledem k celku
- Příčná smyková napětí σ_{xx} a σ_{yy} jsou zanedbatelná
- Tangenciální posunutí u a v jsou lineárními funkcemi osy z
- Příčné normálové napětí σ_z je zanedbatelné
- Pro každou vrstvu platí Hookeův zákon
- Deska má konstantní tloušťku

Aplikace matematické teorie pružnosti na laminátové konstrukce vyžaduje definování konstantní materiálových charakteristik (C_{ij}) pro každou vrstvu k laminátu. (Nettles, 1994)

3.1.6.1. Definice napětí a momentu

Protože napětí v každé vrstvě se mění v závislosti na tloušťce laminátu, bude pohodlné definovat napětí pomocí ekvivalentních sil působících na střední plochu. Na Obrázek 15 je vidět, že napětí působící na hranu lze rozdělit na přírůstky a sečít. Výsledný integrál je definován jako výslednice napětí a je značena jako N_i , kde dolní index označuje směr.



Obrázek 15: Definice výslednice napětí (Nettles, 1994)

$$\text{celková síla ve směru } x = \sum \sigma_x(dz)(y) \quad 3.1.69$$

$$\text{kde } dz \rightarrow 0, \Sigma \sigma_x(dz) = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dz \quad 3.1.70$$

$$N_x \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dz \quad 3.1.71$$

Dle obrázku 15 lze také zapsat rovnici 3.1.71 ve směru y. Výslednice můžeme zapsat následovně:

$$N_y \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y dz \quad 3.1.72$$

$$N_y \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} dz \quad 3.1.73$$

$$M_x \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz \quad 3.1.74$$

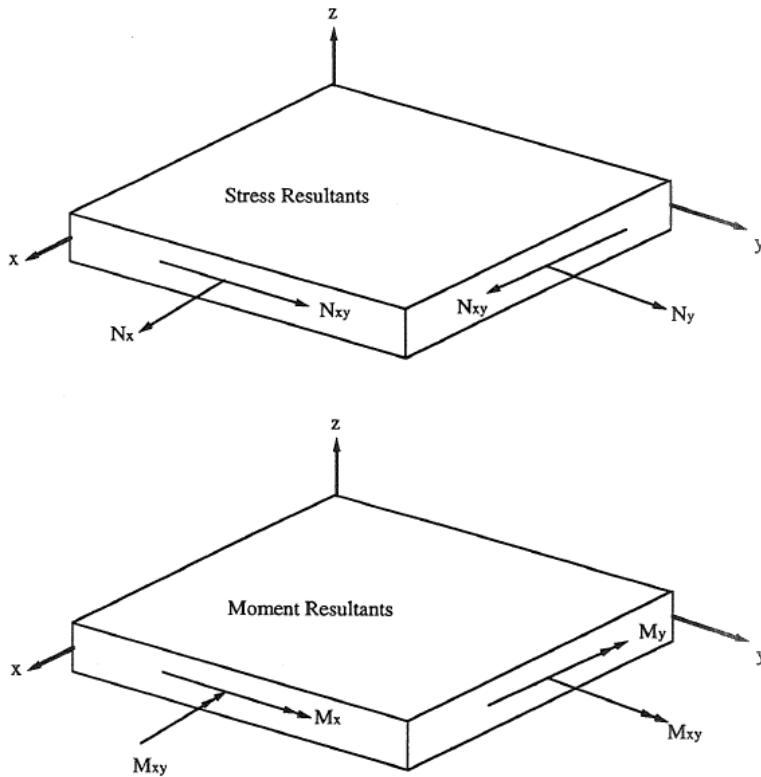
Jak je patrné z obrázku 15, napětí působící na hranu vytváří moment kolem střední roviny. Momentové rameno je ve vzdálenosti z od střednicové plochy. Stejným postupem jako u výslednic napětí lze definovat momentové výslednice, která budou následující:

$$M_y \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz \quad 3.1.75$$

$$M_{xy} \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz \quad 3.1.76$$

$$M_{xy} \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz \quad 3.1.77$$

Směry všech výslednic napětí a momentů jsou znázorněny na obrázku 16. Šipka se dvěma hlavami označuje točivý moment. Za povšimnutí stojí skutečnost, že momenty M_x a M_y způsobí že se deska ohne a moment M_{xy} způsobí, že se deska zkroutí.



Obrázek 16: Výslednice napětí na momentů (Nettles, 1994)

3.1.6.2. Konstitutivní rovnice pro laminát

Pokud rovnice 3.1.72, 3.1.73 a 3.1.74 převedeme do maticového tvaru získáme následující matici:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz \quad 3.1.78$$

a pokud rovnice 3.1.75, 3.1.76 a 3.1.77 převedeme do maticového tvaru získáme následující matici:

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z dz \quad 3.1.79$$

Integrály v rovnicích musí být provedeny přes každou vrstvu a poté sečteny, protože na rozhraních vrstev může dojít k diskontinuitě napětí. Při použití obrázku 17 se rovnice 3.1.78 a 3.1.79 zapíšou následovně:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k dz \quad 3.1.80$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k z \, dz \quad 3.1.81$$

V tuto chvíli je možné rovnici 3.1.62 dosadit do rovnice 3.1.20, do které následně vložíme rovnice 3.1.80 a 3.1.81

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \left\{ \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} dz \right. \\ \left. + \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} z \, dz \right\} \quad 3.1.82$$

a

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \left\{ \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} z \, dz \right. \\ \left. + \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} z^2 \, dz \right\} \quad 3.1.83$$

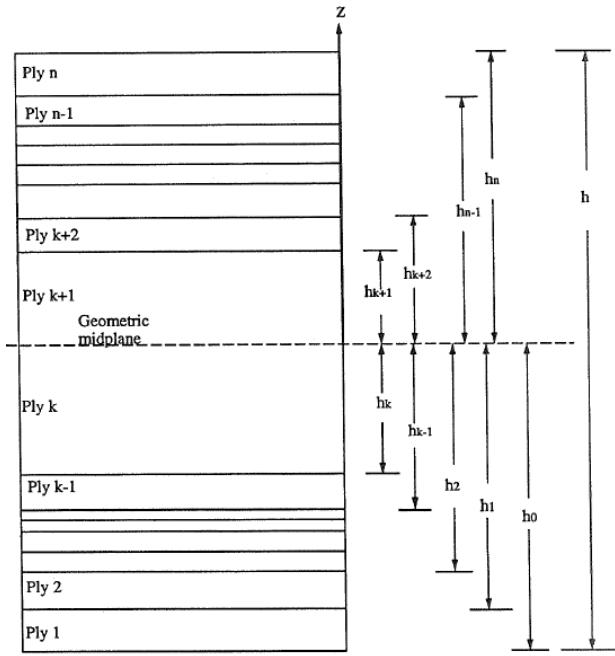
Provedením jednoduché integrace získáme následující tvary:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \left\{ \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} (h_k - h_{k-1}) \right. \\ \left. + \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} \frac{1}{2} (h_k^2 - h_{k-1}^2) \right\} \quad 3.1.84$$

a

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \left\{ \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} \frac{1}{2} (h_k^2 - h_{k-1}^2) \right. \\ \left. + \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} \frac{1}{3} (h_k^3 - h_{k-1}^3) \right\} \quad 3.1.85$$

(Nettles, 1994)



Obrázek 17: Průřez laminátu (Nettles, 1994)

3.1.6.3. Matice ABCD

Vzhledem k tomu, že napětí a zakřivení ve střednicové ploše nejsou součástí součtu, laminátu matici tuhosti a členy h_k lze kombinovat a vytvářet nové matice. Z rovnic 3.1.84 a 3.1.85 lze tyto nové matice definovat následovně (Calard, 1994):

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{ij}]_k (h_k - h_{k-1}) \quad 3.1.86$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{ij}]_k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \quad 3.1.87$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{ij}]_k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \quad 3.1.88$$

, kde člen matice A_{ij} popisuje tahovou tuhost v rovině laminátu, člen matice B_{ij} popisuje kombinaci podélné a ohybové tuhosti a člen matice D_{ij} popisuje ohybovou tuhost. (Marek, 2018)

V maticovém zápisu lze rovnice 3.1.86, 3.1.87 a 3.1.88 zapsat následovně:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} & B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} & B_{61} & B_{62} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} & D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} & D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x^0 \\ \kappa_y^0 \\ \kappa_{xy}^0 \end{bmatrix} \quad 3.1.89$$

(Nettles, 1994)

Síly působící na malou plochu laminátu mohou být popsány šesti složkami - 3 silami v rovině a 3 momenty. Síly jsou značeny Ni (i=1,2,6) pro všechny stavy napětí ve směru i. Momenty zapisujeme Mi (i=1,2,6) ve směru i. Mxy je kroutící moment způsobený gradientem smykového napětí při ohybu laminátu (Calard, 2011).

Tato matice 6x6 je známa v kompozitových konstrukčních analýzách jako matice ABD, a rovnice jako závislost ABD nebo zobecněný „Hookeův zákon“ pro lamináty (Baumruk, [online])

Matici 3.1.90 lze zapsat ve zjednodušeném zápisu jako

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa^0 \end{bmatrix} \quad 3.1.90$$

což se může upravit na tvar

$$\sigma = \frac{F}{S} \text{ (Pa)} \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^* & B^* \\ B^* & D^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ \kappa^0 \end{bmatrix} \quad 3.1.91$$

kde,

$$[A^*] = [A^{-1}] \quad 3.1.92$$

$$[B^*] = -[A]^{-1}[B] \quad 3.1.93$$

$$[B^*] = -[A]^{-1}[B] \quad 3.1.94$$

$$[D^*] = [D] - [B][A]^{-1}[B] \quad 3.1.95$$

plně převrácená matice má následující podobu:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x^0 \\ \kappa_y^0 \\ \kappa_{xy}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A'_{11} & A'_{12} & A'_{16} & B'_{11} & B'_{12} & B'_{16} \\ A'_{12} & A'_{22} & A'_{26} & B'_{12} & B'_{22} & B'_{26} \\ A'_{16} & A'_{26} & A'_{66} & B'_{16} & B'_{26} & B'_{66} \\ C'_{11} & C'_{12} & C'_{16} & D'_{11} & D'_{12} & D'_{16} \\ C'_{12} & C'_{22} & C'_{26} & D'_{12} & D'_{22} & D'_{26} \\ C'_{16} & C'_{26} & C'_{66} & D'_{16} & D'_{26} & D'_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} \quad 3.1.96$$

Kde

$$[A'] = [A^*] - [B^*][D^*]^{-1}[C^*] \quad 3.1.97$$

$$[B'] = [B^*] - [D^*]^{-1} \quad 3.1.98$$

$$[C'] = -[D^*]^{-1}[C^*] \quad 3.1.99$$

$$[C'] = -[D^*]^{-1}[C^*] \quad 3.1.100$$

Plně převrácená podoba matice se nejčastěji používá ve formě laminátových konstitutivních rovnic.

Pokud je laminát symetrický kolem střednicové plochy, vyvarujeme se problémům kroucení při procesu výroby (působením tepla a tlaku), které by nastaly, kdyby tato symetrie neexistovala. V matici ABD je tedy člen B_{ij} nulový a matice má následující tvar

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_6 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & 0 & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} & 0 & 0 & 0 \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ 0 & 0 & 0 & D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ 0 & 0 & 0 & D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1^0 \\ \varepsilon_2^0 \\ \varepsilon_3^0 \\ \kappa_1^0 \\ \kappa_2^0 \\ \kappa_3^0 \end{bmatrix} \quad 3.1.101$$

(Baumruk, [online])

3.2. Vlhkostní vlastnosti dřeva

3.2.1. Vlhkost dřeva

Přítomnost kapalin (vody) ve dřevě se nazývá vlhkostí dřeva. Vyjadřuje se podílem hmotnosti vody k hmotnosti dřeva v absolutně suchém stavu – vlhkost absolutní w_{abs} , nebo podílem hmotnosti vody ke hmotnosti mokrého dřeva – vlhkosti relativní w_{rel} . Absolutní a relativní vlhkost se nejčastěji vyjadřuje v % a vypočítá se podle vztahů

$$w_{abs} = \frac{m_w - m_0}{m_0} 100 = \frac{m_v}{m_0} 100 \quad 3.2.1$$

$$w_{rel} = \frac{m_w - m_0}{m_w} 100 = \frac{m_v}{m_w} 100 \quad 3.2.2$$

kde m_w – hmotnost vlhkého dřeva (kg, g), m_0 – hmotnost absolutně suchého dřeva (kg, g) a m_v – hmotnost vody (kg, g)

Absolutní vlhkost dřeva se používá pro charakteristiku fyzikálních a mechanických vlastností dřeva. Relativní vlhkost se využívá tam, kde je nezbytné znát procentuální zastoupení vody z celkové hmotnosti mokrého dřeva, např. při prodeji nebo nákupu dřeva.

Relativní a absolutní vlhkost se mohou navzájem přepočítat podle následujících rovnic:

$$w_{rel} = (100 * w_{abs}) / (100 + w_{abs}) \quad 3.2.3$$

$$w_{abs} = (100 * w_{rel}) / (100 + w_{rel}) \quad 3.2.4$$

V závislosti na podílu vody ve dřevě ve vztahu k sušině dřeva rozlišujeme tři hraniční hodnoty:

- Vlhkost suchého dřeva
 - Ustálený poměr hmotnosti vody ke hmotnosti sušiny při sušení dřeva teplotou 103 ± 2 °C, tzn. že se ve dřevě nenachází žádná voda vázaná ani volná. Tato vlhkost se vyjadřuje absolutně suchého dřeva ($w_0 = 0\%$).
- Vlhkost při nasycení buněčných stěn
 - Mikrokapilární systém v buněčné stěně je zcela zaplněn vodou. Tato vlhkost se vyjadřuje mezí nasycení buněčných stěn MNBS nebo mezí hygroskopicity ($MNBS \approx MH = 22-35\%$).
- Vlhkost při nasycení dřeva
 - Mikro i makrokapilární systém je plně nasycen vodou, dřevo obsahuje maximální množství vody. Tato vlhkost se vyjadřuje maximální vlhkostí dřeva ($w_{max} = 80-400\%$).

Z hlediska uložení ve dřevě můžeme vodu rozdělit na chemicky vázanou, vázanou - hygroskopicky a volnou – kapilární:

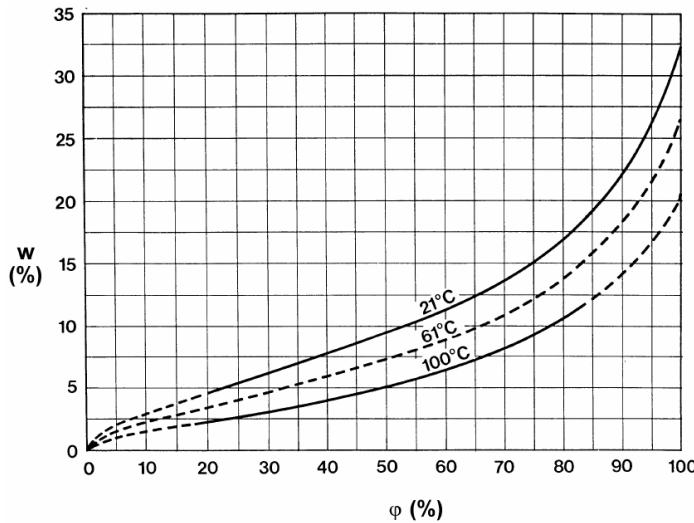
- Chemicky vázaná voda je součástí chemických sloučenin. Nelze ji ze dřeva odstranit sušením, ale pouze spálením, proto je ve dřevě zastoupena i při nulové absolutní vlhkosti dřeva. Zjišťuje se při chemických analýzách dřeva a její celkové množství představuje 1-2% sušiny dřeva. Při charakteristice fyzikálních a mechanických vlastností nemá žádný významný význam.
- Voda vázaná – hygroskopická se nachází v buněčných stěnách a je vázána vodíkovými můstky na hydroxylové skupiny – OH amorfni části celulózy a hemicelulózy. Voda vázaná se ve dřevě v průměru vyskytuje při vlhkostech 0-30 %. Při charakteristice fyzikálních a mechanických vlastností má největší a zásadní význam.
- Voda volná – kapilární vyplňuje ve dřevě lumeny buněk a mezibuněčné prostory. Při charakteristice fyzikálních a mechanických vlastností má podstatně menší roli než voda vázaná. (Horáček, 2008)

3.2.1.1. Rovnovážná vlhkost dřeva

Dřevo je navlhavý hygroskopický materiál, který má schopnost měnit svoji vlhkost podle vlhkosti okolního prostředí díky adsorpci. Dřevo je také kapilárně-porézní materiál. Průměrná pórovitost dřeva v závislosti na jeho hustotě se pohybuje kolem 50-60 %. Adsorpci dřeva potom rozumíme poutání plynné nebo kapalné látky na měrném vnitřním povrchu dřeva. Měrný vnitřní povrch dřeva je tvořen fibrilární strukturou submikroskopické stavby buněčné stěny. Důsledkem značné pórovitosti dřeva je velký vnitřní povrch, který se v závislosti na hustotě dřeva u suchého dřeva pohybuje kolem $100-300 \text{ m}^2 \cdot \text{g}^{-1}$ sušiny nebo $20-300 \text{ m} \cdot \text{cm}^{-3}$. Tento značný vnitřní povrch může adsorbovat – stejně jako většina porézních látek – vodní páru obsaženou v okolním vzduchu, a díky kapilárním transportním procesům může také přijímat kapaliny (např. voda, impregnační látky, lepidla), s nimiž je v přímém kontaktu. Vnitřní povrch dřeva se určuje z představy, že je voda ve dřevě je při hypoteticky zaplněných sorpčních místech rovnoměrně rozložená na celém vnitřním povrchu dřeva.

Podle povahy sil, které adsorpci způsobují, dělíme na adsorpci fyzikální a chemickou. V obou případech musí v systému dřevo-adsorbovaná látka platit termodynamická rovnováha. Množství adsorbované látky ve dřevě závidí na jejich chemických a fyzikálních vlastnostech (molekulární hmotnost a objem, povrchové napětí) a na faktorech prostředí (tlak, teplota, relativní vzdušná vlhkost, rychlosť proudění vzduchu). Závislost množství adsorbované látky na faktorech prostředí vyjadřuje adsorpční izotermy. Jedná se o matematické vyjádření sorpčních teorií, které se snaží vysvětlit adsorpci s ohledem na její fyzikální či chemickou podstatu.

Vlhkost dřeva, které se ustálí při daných podmínkách prostředí (relativní vzdušná vlhkost a teplota) se nazývá rovnovážná vlhkost dřeva, tedy *RVD*. Stav, který je takto dosažen, se potom nazývá stavem vlhkostní rovnováhy, tedy *SVR*. S každou změnou relativní vlhkosti a teploty vzduchu se mění také rovnovážná vlhkost dřeva. Pokud je vlhkost dřeva nižší, než odpovídá *SVR*, dřevo přijímá (=adsorpce) vodu ve formě vodní páry z okolního ovzduší, dokud nedosáhne *SVR*. Pokud je vlhkost dřeva vyšší než *SVR*, nastává proces opačný a dřevo vodu ztrácí (=desorpce). Tento proces změny vlhkosti dřeva v závislosti na relativní vzdušné vlhkosti a teplotě prostředí je vratný, ale ne po stejně křivce. Pro stejnou relativní vlhkost a teplotu vzduchu je vlhkost dřeva vyšší při desorpci než při adsorpci, a to při rozpětí relativní vlhkosti vzduchu $\varphi = 30-90\%$ o 2,5 až 3,5 %. Závislost *RVD* na relativní vlhkost vzduchu při konstantní teplotě se nazývá sorpční izotermu. (Horáček, 2008)



Graf 2: Sorpční izoterma dřeva při třech různých teplotách (Horáček, 2008).

3.2.1.1.1. Sorpční izoterma

V literatuře jsou popsány desítky sorpční izoterem. Jedním z kritérií použitelnosti dané sorpční izotermy je její shoda s experimentálními daty. Na tomto principu jsou konstruovány empirické modely. Konkrétní hodnoty sorpční izotermy – stav vlhkostní rovnováhy v závislosti na relativní vlhkosti a teplotě vzduchu – můžeme určit buď z nomogramů nebo výpočtem z některé rovnice sorpční izotermy. (Horáček, 2008)

3.2.1.1.1.1. Anderson-McCarthyho sorpce

Anderson – McCarthyho sorpce, někdy zvaná deBoer – Zwickerova sorpce, je sorpční izotermou mající semiempirický tvar. Vychází z předpokladu, že pokles volné energie vody vázané během sorpce je přímo úměrný poklesu sorpčního tepla, tj. že platí:

$$\Delta H_s = \Delta G_s \quad 3.2.5$$

Díky znalostem vztahů týkajících se termodynamiky vody vázané a volné můžeme napsat následující vztah:

$$-21100e^{-14w} \approx RT \ln \varphi \quad 3.2.6$$

odkud po úpravě získáme tvar:

$$\sigma = \frac{F}{S} (Pa) \ln \varphi \approx -\frac{21100}{RT} e^{-14w} \quad 3.2.7$$

který odpovídá zhruba obecné Arheniově rovnici $y = A e^{-Bw}$. Vyjádřením koeficientů A a B jako závisle proměnných na absolutní teplotě můžeme poslední vztah převést na rovnici:

$$\ln \frac{1}{\varphi} = Ae^{-Bw} \quad 3.2.8$$

odkud

$$w = \frac{1}{B} \ln \frac{A}{\ln \frac{1}{\varphi}} \quad 3.2.9$$

kde

$$A = 7,731706 - 0,014348 T \quad 3.2.10$$

$$B = 0,008746 + 0,000567 T \quad 3.2.11$$

(Horáček, 2008)

3.2.2. Rozměrové změny způsobené změnou vlhkosti

Mění-li se vlhkost dřeva v rozsahu vody vázané, dřevo podléhá rozměrovým změnám – hygroexpanzi rozměrů. Snížení vlhkosti dřeva mokrého k mezi hygroskopicity (odpaření vody volné) nemá významný vliv na změnu rozměrů. Sesychání a bobtnání je lokalizováno v buněčné stěně, kde dochází k oddalování či přibližování fibrilární struktury. Tím se mění rozměry jednotlivých elementů a dřeva jako celku. Velký vliv na velikost sesychání a bobtnání má orientace fibril v buněčné stěně. Vzhledem k tomu, že největší podíl z buněčné stěny připadá na S_2 vrstvu sekundární buněčné stěny (až 90 %), kde se orientace bobtnání napříč vláken. Sesychání a bobtnání v podélném směru podmíněné sklonem fibril je nepatrné. Malé rozměrové změny v podélném směru se vysvětlují tím, že molekuly vody nemohou vznikat mezi fibrily do valenčního řetězce v podélném spojení, takže nenastává jejich rozestupování v tomto směru.

Hygroexpanze rozměrů lze označit za reverzibilní proces, který probíhá po stejné trajektorii. Odlišné hodnoty bobtnání a sesychání vyplývají pouze z definice a matematického vyjádření procesu, nikoliv ze samotné podstaty děje. Sesychání a bobtnání jsou procesy, při kterých se mění lineární, plošné nebo objemové rozměry tělesa v důsledku změny vlhkosti. Definují se jako podíl příslušné rozměrové změny a původní hodnoty rozměru. (Horáček, 2008)

3.2.2.1. Bobtnání

Bobtnání nazýváme schopnost dřeva zvětšovat svoje rozměry při přijímání vázané vody v rozsahu vlhkosti 0 % - $MH(MNBS)$. Rozeznáváme bobtnání lineární (v jednotlivých anatomických směrech – podélném, radiálním a tangenciálním), plošné (změna plochy tělesa) a objemové (změna objemu tělesa).

Bobtnání dřeva od absolutně suchého stavu do meze hygroskopicity označujeme jako bobtnání celkové (maximální). Bobtnání dřeva v jakémkoliv menším intervalu nazýváme bobtnání částečným. Bobtnání se vyjadřuje podílem změny rozměru k původní hodnotě a uvádí se nejčastěji v %

$$\alpha_i = \frac{\alpha_{iw_2} - \alpha_{iw_1}}{\alpha_{iw_1}} 100 = \frac{\Delta\alpha_{iw}}{\alpha_{iw_1}} 100 \quad 3.2.12$$

kde a – rozměr tělesa, jeho plocha nebo objem (m, m², m³), i – index udávající směr, plochu nebo objem, w_1 – vlhkost před bobtnáním (%), w_2 – vlhkost po ukončení bobtnání (%)

Pro praktické účely je vhodné znát procentickou změnu rozměrů, plochy nebo objemu, jestliže se vlhkost změní o 1 %. K tomu slouží koeficient bobtnání K_α , který se vypočte ze vztahu

$$K_{\alpha_i} = \frac{\alpha_i}{w_2 - w_1} = \frac{\alpha_i}{\Delta w} \quad 3.2.13$$

kde K_α – koeficient bobtnání (=1 %), α_i – částečné bobtnání (%), Δw – rozdíl vlhkostí (%).

Nebo známe-li celkové bobtnání podle vztahu

$$K_{\alpha_i} = \frac{\alpha_{max}}{MH} \quad 3.2.14$$

Výpočet a použití koeficientu bobtnání předpokládá, že změny rozměrů těles pod mezí hygroskopicity jsou lineárně úměrné změnám vlhkosti. Tento předpoklad není zcela přesný, ale jeho použití pro praxi je dostačující.

Bobtnání má také anizotropní charakter. Podél vláken je bobtnání velmi malé a nepřesahuje 1 %, průměrná hodnota celkového podélného bobtnání se pro naše dřeviny udává 0,1–0,4 %. V příčném směru dřevo bobtná mnohem více, v radiálním směru 3–6 %, v tangenciálním směru 6–12 %. Bobtnání v jednotlivých anatomických směrech se často vyjadřuje poměrem $\alpha_t : \alpha_r : \alpha_l = 20 : 10 : 1$. Součtem lineárních bobtnání získáme přibližnou hodnotu bobtnání objemového ($\alpha_V = \alpha_T + \alpha_R + \alpha_L$), exaktní vztah pro výpočet objemového bobtnání ze známých bobtnání lineárních má podobu

$$\alpha_V = \alpha_T + \alpha_R + \alpha_L - 0,01 (\alpha_L \alpha_R + \alpha_T \alpha_R + \alpha_T \alpha_L) \quad 3.2.15$$

(Horáček, 2008)

3.2.2.2. Sesychání

Sesychání β nazýváme proces, při kterém se zmenšují lineární rozměry, plocha nebo objem tělesa v důsledku ztráty vody vázané. Podobně jako bobtnání, můžeme sesychání vyjádřit vztahem

$$\beta_i = \frac{\alpha_{iw_1} - \alpha_{iw_2}}{\alpha_{iw_1}} 100 = \frac{\Delta\alpha_{iw}}{\alpha_{iw_1}} 100 \quad 3.2.16$$

Sesychání se řídí podobnými zákonitostmi jako bobtnání a rozeznáváme stejně definované další charakteristiky – koeficient sesychání K_{β_i}

$$K_{\beta_i} = \frac{\beta_i}{w_1 - w_2} = \frac{\beta_i}{\Delta w} \quad 3.2.17$$

Stejně tak i celkové objemové sesychání je dáno součtem celkového lineárního sesychání v podélné, radiálním a tangenciálním směru se stejným podílem v jednotlivých směrech.

Hodnoty sesychání β_i a bobtnání α_i (lineárního, plošného a objemového) lze navzájem přepočítat podle následujících vztahů:

$$\alpha_i = \frac{100 \beta_i}{100 - \beta_i} \quad 3.2.18$$

$$\alpha_i = \frac{100 \beta_i}{100 + \beta_i} \quad 3.2.19$$

Koefficienty sesychání a bobtnání u našich nejdůležitějších druhů dřev uvádí tabulka 2

Druh dřeva	Koefficient sesychání β a bobtnání α (%/1%w)					
	K_{β}	K_{α}	K_{β}	K_{α}	K_{β}	K_{α}
modřín	0,52	0,61	0,19	0,20	0,35	0,39
borovice	0,44	0,51	0,17	0,18	0,28	0,31
smrk	0,43	0,50	0,16	0,17	0,28	0,31
bříza	0,54	0,64	0,26	0,28	0,31	0,34
buk	0,47	0,55	0,17	0,18	0,32	0,35
jasan	0,45	0,52	0,18	0,19	0,28	0,31
dub	0,43	0,50	0,18	0,19	0,27	0,29
osika	0,41	0,47	0,14	0,15	0,28	0,30

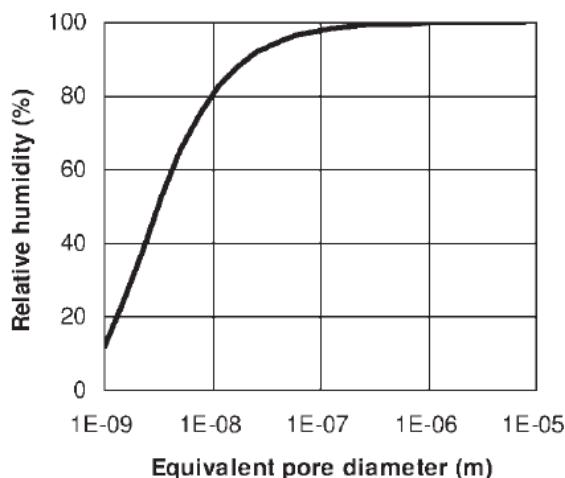
Tabulka 2: Koefficienty sesychání a bobtnání u vybraných druhů dřev (Ugolev, 1992)

3.2.3. Pohyb vody ve dřevě

Tekutiny (kapaliny a plyny) se ve dřevě pohybují dvěma základními způsoby – objemovým tokem a molekulárním tokem. Objemový tok probíhá v mezokapilátech a makrokapilárách pod vlivem gradientu statického nebo kapilárního tlaku. Molekulární tok zahrnuje pohyb plynů v lumenech buněk přes ztenčeniny buněčných stěn a pohyb vody vázané v mikrokapilárách buněčné stěny. Velikost objemového toku dřevem je dána jeho propustností. Aplikací molekulárního toku je sušení dřeva a pohyb vlhkostního pole dřevěným prvkem při vyrovnávání rovnovážné vlhkosti dřeva. Molekulární tok látek popisujeme difúzí. (Horáček, 2008)

3.2.3.1. Pohyb vody v porézních materiálech

Kapilární kondenzace začíná v nejmenších pórech, když se absorbované vodní vrstvy navzájem dotýkají. V tu chvíli přesklupí molekuly do stabilnější formy a kapilára je naplněná vodou na každém konci menisku. Přesto tlak nasycených par nad vodním povrchem závisí nejenom na teplotě, ale také na vytvořeném vnitřním menisku. Ve skutečnosti je únik z konkávního menisku pro molekulu vody obtížnější než únik z povrchu. Proto nad konkávním meniskem obsahuje pára méně molekul a nad konvexním meniskem více molekul než nad vodní plochou. V okamžiku, kdy je v konkávním menisku relativní vzdušná vlhkost nižší než 100 %, dojde k zahájení ukládání vody při nižší relativní vzdušné vlhkosti než 100 %, zatímco na konvexním menisku je zapotřebí relativní vzdušná vlhkost vyšší než 100 %. Tato skutečnost vysvětluje, proč hovoříme o kapilární kondenzaci.



Graf 3: Thompsonův zákon při teplotě 20 °C (Hens, 2007)

Čím širší jsou pory, tím třeba vyšší relativní vzdušné vlhkosti pro kapilární kondenzaci. Pokud je relativní vlhkost nižší než 20 %, ekvivalentní průměr klesne pod 10^{-9} , tj. pod sféru vlivu molekuly vody. V takto malých pórech již neplatí teorie kondenzace. Při relativní vlhkosti vzduchu se ekvivalentní průměr pórů rovná nekonečnu. Všechny otevřené pory v materiálu by poté měly být vyplněny vodou, čímž dojde ke stavu nasycení. Vlhkostní hodnota zůstane na hodnotě, která zabraňuje úniku vzduchu z póravitého systému. Tuto hodnotu popisujeme jako „obsah kapilární vlhkosti“. Tento jev je závislý také na teplotě. Čím je nižší teplota, tím je třeba nižší relativní vzdušné vlhkosti k tomu, aby došlo ke kapilární kondenzaci. (Hens, 2007)

3.2.3.1.1. Přenos par ve vzduchu

Předpokládejme, že suchý vzduch a koncentrace vodních par ve vlhkém vzduchu jsou $\rho_1 (= \frac{m_1}{V})$ respektive $\rho_v (= \frac{m_v}{V})$. Koncentrace vlhkého vzduchu je pak následující

$$\rho_a = \frac{m_1 + m_v}{V} = \rho_1 + \rho_v \quad 3.2.20$$

Proudění neboli konvekce je hlavní hybnou silou pohybu vlhkého vzduchu. V pravoúhlém souřadnicovém systému platí Fickův empirický zákon pro difúzi. Pro vodní páru platí následující vztah:

$$g_{v2} = -\rho_a D_{vl} \mathbf{grad} \left(\frac{\rho_v}{\rho_a} \right) \quad 3.2.21$$

Pro suchý vzduch platí následující vztah:

$$g_{l2} = -\rho_a D_{vl} \mathbf{grad} \left(\frac{\rho_1}{\rho_a} \right) \quad 3.2.22$$

kde D_{vl} - koeficient difúze mezi vodní párou a suchým vzduchem (m²/s).

Difúzi mezi vodní párou a suchým vzduchem je dán Schirmerovou rovnicí:

$$D_{vl} = \frac{2,26173}{P_a} \left(\frac{T}{273,15} \right)^{1,81} \quad 3.2.23$$

Pro tlak vlhkého vzduchu 1 atmosféry (1 bar, 101 300 Pa) se tento vztah převede na:

$$D_{vl} = 8,69 \cdot 10^{-10} T^{1,81} \quad 3.2.24$$

V součtu dvou režimů posunu – konvekce a difúze – je obvykle konvekční tok zdaleka největší. Difúzní tok vodní páry v jednom směru nyní generuje stejně velký difúzní tok suchého vzduchu v opačném směru. Pokud je tedy difúze jediným režimem, není zaznamenán ani výsledný přenos vlhkého vzduchu, ani změna koncentrace vlhkého vzduchu. Při atmosférických podmínkách a teplotách pod 50 °C je tlak vlhkého vzduchu mnohem větší než tlak par, zatímco součet $p/R + p_1/R_1$ je téměř konstantní. To zjednodušuje rovnice pro celkový průtok vodní páry

$$g_v = \frac{p}{\rho_a R T} g_a - \frac{D_{vl}}{T} \left(\frac{p}{R} + \frac{p_l}{R_l} \right) \mathbf{grad} \frac{\frac{p}{R}}{\frac{p}{R} + \frac{p_l}{R_l}} \quad 3.2.25$$

nebo

$$g_v \approx \frac{g_a}{\rho_a R T} p - \frac{D_{vl}}{R T} \mathbf{grad} p \quad 3.2.26$$

Rovnice popisuje přenos par ve vlhkém vzduchu za atmosférických podmínek, přičemž hnací silou je tlak par p . Rychlosť proudění páry tedy závisí na hnací síle a jejím gradientu, což je také vidět v kombinovaném vedení tepla a toku entalpie.

Za zvážení stojí dva konkrétní příklady:

1. Konvekce a difúze par tlačí vodní páru ve stejném směru, zatímco rychlosť suchého vzduchu zůstává nulová. V takovém případě se průtok vlhkého vzduchu g_a skládá pouze z vodních par a vznikne následující vztah:

$$g_v = -\frac{1}{1 - \frac{\rho_v}{\rho_a} R T} \frac{D_{vl}}{R T} \mathbf{grad} p \approx -\frac{D_{vl}}{R T} \frac{p_a}{p_a - p} \mathbf{grad} p \quad 3.2.27$$

Typickým příkladem je odpařování přes mezní vrstvu těsně nad vodou.

2. Čistá difúze, která vyžaduje průtok nulového vlhkého vzduchu g_a . Vztah pro průtok páry je následující:

$$g_v \approx -\frac{D_{vl}}{R T} \mathbf{grad} p \quad 3.2.28$$

Zatímco pro suchý vzduch dostaneme vztah:

$$g_v \approx -\frac{D_{vl}}{R_l T} \mathbf{grad} p_l \quad 3.2.29$$

Abychom zachovali analogii s transportem tepla a vzduchu, poměr $\frac{D_{vl}}{(R T)}$ je nazývána jako difúzní vodivost vzduchu, symbol δ_a , jednotka s. Pro dva specifické případy lze průtok páry vyjádřit obecně následovně:

$$g_v = \frac{g_a}{\rho_a R T} p - \delta_a \mathbf{grad} p \quad 3.2.30$$

$$g_v = -\delta_a \frac{P_a}{P_a - p} \mathbf{grad} p \quad 3.2.31$$

$$g_v = -\delta_a \mathbf{grad} p \quad 3.2.32$$

Poslední vztah připomíná Fourierův zákon pro vedení tepla. Musíme pouze nahradit propustnost par δ_a tepelnou vodivostí λ a tlak par p nahradíme teplotou t . Propustnost par je však explicitní funkcí celkového tlaku a teploty vzduchu, zatímco tepelnou vodivost lze považovat za konstantní. (Hens, 2007)

3.2.3.1.2. Přenos par v materiálu

Na první pohled by se tok páry v materiálu s otevřenými póry neměl lišit od toku páry ve vzduchu. Posun je však možný pouze v pôrech prístupných pro suchý vzduch a molekuly vodní páry. Současně konvekce hraje mnohem menší roli než ve vzduchu,

zatímco u hygrokopických materiálů má velký význam. Stejně jako u vzduchu, lze konvekční rychlosť proudenia páry v materiálu zapsať následujúcim vzťahom:

$$g_{v1} = \frac{g_a}{\rho_a R T} p \quad 3.2.33$$

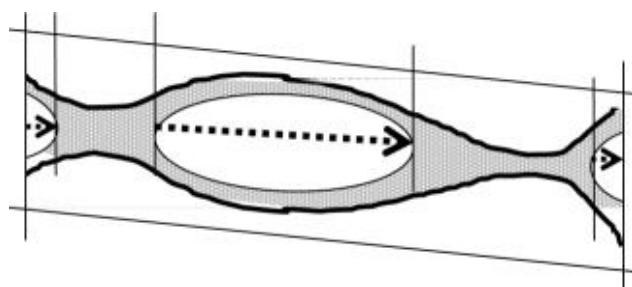
Zatímco difúze par ($t < 50^\circ\text{C}$; $P_a \gg p$) vypadá následovně:

$$g_{v2} = -\delta \mathbf{grad} p \quad 3.2.34$$

Rychlosť proudenia páry skrz jednotkový povrch materiálu musí byť teda menší než pres jednotkový povrch ve vzduchu. To je dôvod, prečo je δ menší než δ_a . Místo použití difúzní vodivosti δ bol zaveden faktor difúzního odporu μ , ako materiálová charakteristika. Hodnota faktoru difúzního odporu udáva, kolikrát je difúzní vodivost materiálu menší než ve stojatém vzduchu pri stejných podmínkach teploty a celkového tlaku. Vzťah pro výpočet faktoru difúzního odporu je následujúcí:

$$\mu = \frac{\delta_a}{\delta} \quad 3.2.35$$

U hygrokopických materiálov hraje roli také relativná vlhkosť v pôrech. V hygrokopickom materiále nedochádza k skutečnosti k čisté formě Fickovej difúze. V pôrech, ktoré majú průměr stěží väčší, než je dĺžka volnej dráhy molekuly vody, dochádza k tzv třecí difúzi, alebo Knudsenové difúzi. Krom ďalšom pri vysokej relativnej vlhkosti dochádza k difúzi prenosu vody v adsorbovaných vodných vrstvach a pôrech zanesených kapilárnej kondenzácii. Ďalej, keďže sa zvyšuje hygrokopický obsah vlhkosti (t.j. sa zvyšujúce relatívna vlhkosť), difúze skrze pory sa mení na difúzi z kapky vody do kapky vody, čož zkracuje dĺžku difúze (viz obrázek 18).



Obrázek 18: Dĺžka difúze se zkrácením kvôli kapilárnej kondenzácii (Hens, 2007)

Implementácia faktoru odporu páry do difúznej rovnice dáva následujúci vzťah:

$$g_{v2} = -\frac{\delta_a}{\mu} \mathbf{grad} p \quad 3.2.36$$

(Hens, 2007)

3.2.3.2. Difúze vody a plynů ve dřevě

Difúze charakterizuje ve dřevě pohyb vody vázané. Existuje-li ve dřevě nerovnoměrně rozložená vlhkost, je vyvolán pohyb vody – difúze, který vede k vyrovnání těchto rozdílů. Difúzí je označen molekulární tok způsobený nenulovým gradientem koncentrace, při kterém se látka snaží najít rovnovážnou koncentraci. K tomuto pohybu není nutný vnější statický tlak, ale hybnou silou je pouze gradient koncentrace. Pod gradientem koncentrace si můžeme představit nerovnoměrně rozloženou vlhkost ve dřevě, ale i nerovnoměrně rozložené teplotní pole či chemický potenciál vody.

Uvažujme dále jen s pohybem vody vázané napříč vláken např. v radiálním směru. Voda se potom v různém skupenství může ve dřevě pohybovat třemi cestami – (1) napříč tangenciální buněčnou stěnou jako kapalina g_1 , (2) napříč lumenem v radiálním směru jako vodní pára g_2 a (3) radiální buněčnou stěnou jako kapalina g_3 . V tangenciálním směru může být pohyb vody popsán analogicky k radiální cestě. Vodivost cesty (3) je v důsledku nutnosti překonávání velkých vzdáleností a značné aktivační energii vody vázané zanedbatelná a obecný model příčné difúze je založen pouze na vodivých cestách (1) a (2)

$$\frac{1}{g_T} = \frac{1}{g_1} + \frac{1}{g_2} \quad 3.2.37$$

kde g_T – vodivost vody vázané v příčném směru, g_1 – vodivost vody přes buněčnou stěnu a g_2 – vodivost vodní páry přes lumen a $g_i \approx K_{wi}$ (koeficient vlhkostní vodivosti $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$)

Z pohledu vody ve dřevě je nezbytné vlhké dřevo považovat za kontinuum – prostředí se spojitě se měnícími vlastnostmi. Všechny parametry takového prostředí jsou potom spojitými funkcemi prostorových souřadnic a času. Difúzi podle své povahy dělíme na difúzi izometrickou a neizometrickou, stacionární a nestacionární. V dalším textu se budeme zabývat stacionární a nestacionární izometrické difúzi vody ve dřevě. Obecný fyzikální zápis difúze vody ve dřevě má tvar

$$j = -D \nabla c \quad 3.2.38$$

kde j – hustota toku ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$), D – koeficient difúze ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) a c – koncentrace vody ve dřevě ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$).

(Horáček, 2008)

3.2.3.2.1. Stacionární difúze

Za stacionárních (ustálených) podmínek, tj. je-li difúze konstantní v čase a mění se pouze se vzdáleností, můžeme proces popsat podle I. Fickova zákona:

$$\frac{m}{t S} = D \frac{\Delta c}{\Delta x} \quad 3.2.39$$

kde D – koeficient difúze ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$), D – hmotnost prodifundované kapaliny (kg), t – čas (s), S – plocha difúze (m^2), Δx – vzdálenost rozdílných koncentrací (m) a Δc – rozdíl koncentrací ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$).

Rozdíl koncentrací bývá konvenčně vyjádřen rozdílem vlhkostí podle vztahu:

$$\Delta c = \frac{m_v}{V_w} = \frac{m_v}{m_0} \frac{m_0}{V_w} = \Delta w \rho_{rw} \quad 3.2.40$$

kde ρ_{rw} – redukovaná hustota dřeva ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$).

Alternativní zápis I. Fickova zákona jsou rovnice vycházející z jiných hybných gradientů difúze – vlhkost dřeva Δw , kde záporné znaménko vyjadřuje směr toku proti gradientu difúze:

$$j = -K_w \frac{\Delta w}{\Delta x} \quad 3.2.41$$

Význam pro nás má zejména koeficient vlhkostní vodivosti K_w ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$), který bude využit při odvození II. Fickova zákona pro nestacionární difúzi. Vztah mezi K_w a D vyjadřuje rovnice:

$$K_w = D \frac{\Delta c}{\Delta w} = D \rho_{rw} \quad 3.2.42$$

Stacionární koeficient difúze je obvykle stanovován tzv. pohárovou zkouškou. Zkouška vychází z měření toku vlhkosti z nádoby naplněné kapalinou a uzavřené dřevěnou zátkou podle x. Tok kapaliny přes dřevo je měřen hmotnostním úbytkem soustavy nádoby – kapalina – dřevo za určitý čas při známé ploše, přes kterou k toku látky dochází. Před výpočtem je nutné znát hodnoty relativní vlhkosti a teploty okolního vzduchu, vzdálenost mezi hladinou kapaliny a dřevěnou deskou, tloušťku a hustotu dřevěné desky.

Relativní vzdušnou vlhkost pod deskou v nádobě φ_1 určíme z koeficientu difúze vodní páry ve vzduchu D_a ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) podle rovnice:

$$D_a = \frac{2,2}{p_{atm}} \left(\frac{T}{273} \right)^{1,75} \quad 3.2.43$$

a dosazením do vztahu pro výpočet poklesu relativní vzdušné vlhkosti s rostoucí vzdáleností od povrchu kapaliny Δh

$$\Delta\varphi = \frac{\vec{j} RT \Delta h}{D_a p_0 0,018} \quad 3.2.44$$

kde \vec{j} – hustota difúzního toku kapaliny ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$) a p_0 – tlaku nasycení vodních par dostáváme

$$\varphi_1 = \varphi_{max} - \Delta\varphi \quad 3.2.45$$

(Horáček, 2008)

3.2.3.2.1.1. Stacionární difúze přes buněčnou stěnu

První z možných cest pohybu vody vázané přes buněčnou strukturu dřeva je difúze vody v buněčné stěně. Na základě experimentálních měření koeficientu difúze v buněčné stěně byla zjištěna přímo úměrná závislost na vlhkosti a současně anizotropní charakter vlastnosti. Podle Arheniovské rovnice můžeme koeficient difúze v buněčné stěně v příčném směru D_{BT} ($\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$) vypočítat ze vztahu (Siau 1995):

$$D_{BT} = 7 \cdot 10^{-6} e^{-\frac{E_a}{RT}} \quad 3.2.46$$

Uvedený vztah platí pro vlhkost dřeva 5-28 % a udává průměrnou hodnotu $D_{BT} = 5 \cdot 10^{-12} \dots 5 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$. V podélném směru je koeficient difúze vody v buněčné stěně dán vztahem:

$$D_{BL} = 2,5 D_{BT} \quad 3.2.47$$

Vyšší hodnota D_{BL} oproti D_{BT} je dána především orientací fibrilární struktury v S_2 vrstvě sekundární buněčné stěny, tj. převažující orientaci mikrokapilár a makrokapilár buněčné stěny v ose buňky.

Druhou cestou je pohyb vodní páry přes lumen buňky. Koeficient difúze vodní páry ve vzduchu v závislosti na teplotě a relativní vzdušné vlhkosti stanovuje Dushmanova rovnice. Vzhledem k tomu, že dochází k fázovému přechodu vody kapalné na vodní páru ve směru toku tekutiny, kdy voda vázaná v buněčné stěně vykazuje jiné fyzikální vlastnosti než voda volná, je nutné založit koeficient difuze vodní páry v lumenu D_V na koncentraci vody v buněčné stěně c_{BS} ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$) a lumenu c_L ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$) podle

$$D_V = D_a \frac{\partial c_L}{\partial c_{BS}} \quad 3.2.48$$

Koeficient difuze vodní páry ve vzduchu je dán rovnici (Dushman, Lafferty 1962):

$$D_a = \frac{2,2}{p_{atm}} \left(\frac{T}{273,15} \right)^{1,75} \quad 3.2.49$$

Za předpokladu termodynamické rovnováhy obou skupenství vody (plyn a kapalina) $H_L \approx H_{BS}$ a mnohem vyšší koncentrace vody v buněčné stěně $c_{BS} >> c_L$ můžeme koncentraci vody v buněčné stěně a lumenu vyjádřit na základě stavové rovnice univerzálního plynu, relativní vzdušné vlhkosti a vlhkosti buněčné stěny:

$$\partial c_L = \frac{0,018p_0\partial\varphi}{RT} \quad 3.2.50$$

$$\partial c_{BS} = \rho_{H_2O} \rho_{BS} \partial w \quad 3.2.51$$

kde redukovanou hustotu buněčné stěny ρ_{BS} vypočteme:

$$\rho_{BS} = \frac{1,5}{1 + 1,5w} \quad 3.2.52$$

Dosazením dostaneme výslednou rovnici koeficientu difuze vodní páry v lumenu založenou na koncentraci vody v buněčné stěně (Siau 1995):

$$\rho_{BS} = D_a \frac{0,018p_0}{\rho_{BS}\rho_{H_2O}RT} \frac{\partial\varphi}{\partial w} \quad 3.2.53$$

Průměrná hodnota takto vypočteného koeficientu difuze vodní páry v lumenu se pohybuje v intervalu 10^{-9} - 10^{-7} m².s⁻¹. Výpočet D_V i D_{BT} je založen na koncentraci vlhkosti v buněčné stěně c_{BS} , kterou můžeme definovat jako podíl koncentrace vody ve dřevě a objemový podíl buněčných stěn v dané objemové jednotce dřeva. Lze potom dokázat že:

$$c_{BS} = \frac{1}{1 - P_w} \quad 3.2.54$$

kde P_w – pórovitost vlhkého dřeva nebo $P_w = a^2/b^2$, kde a – efektivní půměr lumenu a b – průměr buňky,

a vodivé cesty vody vázané přes buněčnou stěnu g_1 a lumen g_2 založené na c_{BS} lze vyjádřit jako:

$$g_1 = \frac{D_{BT}}{(1 - P_w)(1 - \sqrt{P_w})} \quad 3.2.55$$

$$g_2 = \frac{D_V}{1 - P_w} \quad 3.2.56$$

Dosazením rovnic do rovnice, kde $g \approx D_T$, dostáváme rovnici pro výpočet koeficientu difuze vody ve dřevě v příčném – radiálním nebo tangenciálním – směru:

$$D_T = \left(\frac{1}{1 - P_w} \right) \left(\frac{D_{BT} D_V}{D_{BT} + D_V (1 - \sqrt{P_w})} \right) \quad 3.2.57$$

a obdobně je dán koeficient difuze vody ve dřevě ve směru podélném:

$$D_L = \left(\frac{P_w}{1 - P_w} \right) \left(\frac{D_V D_{BL}}{D_{BL} + 0,01 (1 - \sqrt{P_w}) D_V} \right) \quad 3.2.58$$

(Siau 1995)

3.2.3.2.2. Nestacionární difúze

Při nestacionární difúzi jsou tok tekutiny i její koncentrace veličinami proměnnými v čase a prostoru na rozdíl od stacionárního děje, kde jsou obě veličiny považovány za konstantní. K nestacionárnímu toku tekutin dochází při ohřevu, impregnaci nebo sušení dřeva, proto difúzi vody ve dřevě často popisujeme jako nestacionární děj, který odvozujeme od stacionárního vztahu derivací času a vzdálenosti se zjednodušením na 1 - rozměrový systém v kartézské souřadné soustavě.

$$\frac{\partial m}{\partial t} = K_w S \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_{t,x} \quad 3.2.59$$

Aplikujeme-li 1. zákon termodynamiky

$$E_1 - E_2 = E_3 \quad 3.2.60$$

kde E_1 – tok energie do systému, E_2 = tok energie ze systému, E_3 – zůstatek energie v systému, můžeme rovnici psát ve smyslu jako

$$E_1 \approx \left(\frac{\partial m}{\partial t} \right)_1 = K_w S \left(\frac{\delta w}{\delta x} \right)_x \quad 3.2.61$$

$$E_2 \approx \left(\frac{\partial m}{\partial t} \right)_2 = K_w S \left(\frac{\delta w}{\delta x} \right)_{x+\Delta x} \quad 3.2.62$$

$$E_3 \approx \left(\frac{\partial m}{\partial t} \right)_3 = S \rho_{rw} \left(\frac{\delta w}{\delta x} \right) \Delta x \quad 3.2.63$$

Dosazením rovnic do rovnice a úpravou dostaneme

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{K_w}{\rho_{rw}} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad 3.2.64$$

Dosazením vztahu do rovnice a diferenciací koeficientu D podle vlhkosti získáme výslednou rovnici pro jedno dimenzionální prostor

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad 3.2.65$$

Parciální diferenciální rovnice nazýváme II. Fickovým zákonem a jejich řešením dostáváme rozložení vlhkosti (případně koncentrace, osmotického tlaku, volné energie vody vázané) v závislosti na poloze času, tedy $w = f(x, t)$. Obecný tvar II. Fickova zákona v kartézské souřadné soustavě má tvar

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad 3.2.66$$

Při řešení uvedených rovnice je nutné znát okrajové podmínky pro rovnovážnou vlhkost na povrchu tělesa, rozložení vlhkosti v počátečním okamžiku a hodnotu cílové vlhkosti dřeva. Navíc je nutné znát i závislost koeficientu difúze na vlhkosti dřeva a také anizotropní charakter (Horáček, 2008).

3.2.3.3. Vliv faktorů na difúzi vody ve dřevě

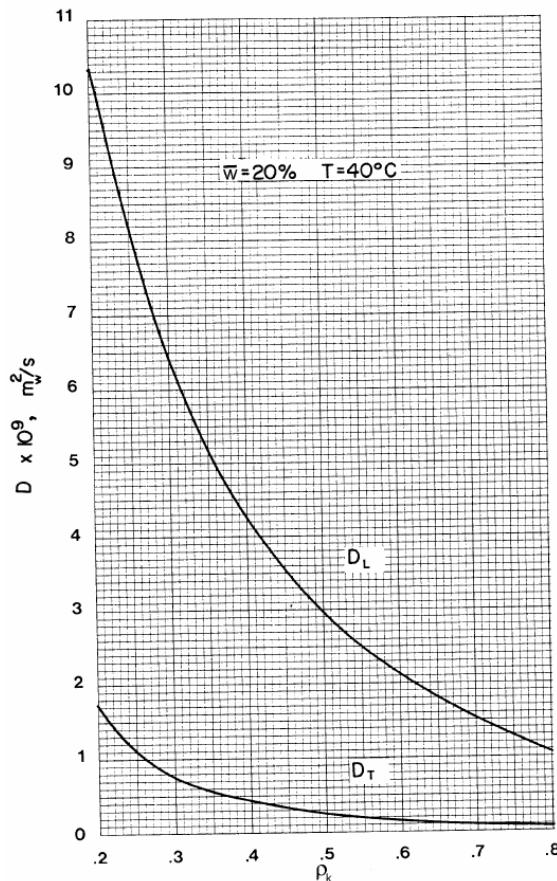
Difúzi vody ve dřevě ovlivňují zejména anatomická stavba, hustota a vlhkost dřeva. Nejdůležitějším faktorem ovlivňujícím difúzi vody je pórositost dřeva v důsledku rozdílné vodivosti vzduchu ($D_V = 10^{-9} \dots 10^{-7} \text{ m.s}^{-2}$) a buněčné stěny ($D_{BS} = 10^{-12} \dots 10^{-10} \text{ m.s}^{-2}$). Vzhledem k protáhlému tvaru buněk, a tedy odlišným rozměrům lumen v podélném a příčném směru, narůstá u dřeva rozdíl mezi difúzí v podélném a příčném směru proti difúzi v buněčné stěně na poměr $D_L = 2,5 - 100 D_T$ v závislosti na vlhkosti dřeva. S rostoucí vlhkostí se rozdíly mezi difúzí v různých směrech stírají, maximální poměr (100x) je při vlhkosti blízké 0 %. Na mikroskopické a makroskopické úrovni D ovlivňuje délka vodivých elementů, šířka lumen buněk, uspořádání cév ve dřevě listnatých dřevin, a orientace s vrstevnatostí dřeňových paprsků. Ztenčeniny buněčné stěny s výjimkou některých jehličnatých dřevin (např. borovice) difúzi vody ve dřevě neovlivňují.

S rostoucí hustotou dřeva koeficient difúze obecně klesá v závislosti na klesající pórositosti dřeva. Závislost koeficientu difúze na vlhkosti má odlišný průběh v podélném a příčném směru. S rostoucí vlhkostí D_L klesá, zatímco D_T roste až do MH . Závislost D_T na vlhkosti dřeva je způsobena klesající aktivační energií pohybu vody vázané v buněčné stěně s rostoucí vlhkostí. Teplota je kritickým faktorem ovlivňujícím difúzi vody ve dřevě, protože se zvyšováním teploty roste intenzita pohybu molekul vody jak ve skupenství plynném, tak i v kapalném (roste jejich entalpie)

Průměrné koeficienty difúze D pro smrkové dřevo s ohledem na anizotropii a různé teploty uvádí tab. X. Obecně platí, že koeficienty difúze v základních směrech jsou přibližně dány poměrem $D_L : D_R : D_T = 35 : 3 : 2$. Takto pojatá difúze má význam zejména z pohledu stavební fyziky při výpočtech dlouhodobých klimatických podmínek v budovách. (Horáček, 2008)

teplota °C	Koeficient difuze smrkového dřeva $10^{10} D$ ($m^2 \cdot s^{-1}$) ve směru		
	podélném	radiálním	Tangenciálním
20	40,73	2,49	1,96
40	115,48	8,32	6,52
60	281,14	13,92	12,73

Tabulka 3: Hodnoty koeficientu difuze D pro smrkové dřevo (Kurjatko, 1990)



Graf 4: Vliv hustoty dřeva na koeficient difúze vody vázané v podélném DL a příčném směru DT při vlhkosti 20 % a teplotě 40 °C za předpokladu $DV = 2,2 \cdot 10^{-9} m^2 \cdot s^{-1}$ a $DBT = 2,7 \cdot 10^{-11} m^2 \cdot s^{-1}$ (Siau, 1995)

3.3. Tepelné vlastnosti dřeva

Tepelné vlastnosti dřeva nás zajímají nejčastěji při řešení praktických problémů spojených se sušením dřeva a využitím tepelně-izolačních vlastností dřeva. Zajímá nás například, kolik je třeba dodat tepla systému dřevo-voda, aby se ohřál na požadovanou teplotu, a dále jaká je teplota v daném bodě tělesa a daném čase. Méně se již setkáváme s otázkami změn rozměrů tělesa spojených se změnou teploty. (Horáček, 2008)

3.3.1. Teplotní roztažnost

Zvyšování teploty tělesa způsobuje zvyšování energie jeho molekul, a v konečném důsledku i zvětšení rozměrů tělesa. Teplotní roztažnost je charakterizována koeficientem teplotní roztažnosti α_i , který je definován podobně jako koeficient bobtnání či sesychání podílem změny nového rozměru a rozměru původního při lineární závislosti na teplotě:

$$\alpha_i = \frac{l_T - l_0}{l_0 \Delta T} \quad 3.3.1$$

kde α_i – koeficient teplotní roztažnosti v i -směru ($\text{mm}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$), l_0 – počáteční rozměr (m) a l_T – rozměr po změně teploty ΔT (m)

Koeficient teplotní roztažnosti α_i , vyjadřuje změnu jednotkové délky dřeva při jeho ohřátí o 1 K. V důsledku anizotropie dřeva jsou poměry α_i v jednotlivých směrech podobné jako u bobtnání či sesychání, $\alpha_T : \alpha_R : \alpha_L = 15 : 10 : 1$, ale hodnoty jsou zhruba 10^4 krát menší. S ohledem na takto nízké hodnoty koeficientu teplotní roztažnosti α , můžeme teplotní rozměrové změny dřeva ve srovnání s vlhkostními zanedbat.

Lineární rozměr tělesa při změně teploty o ΔT je možné vypočítat podle rovnice

$$l_T = l_0 + \alpha_i \Delta T = l_0(1 + \alpha_i \Delta T) \quad 3.3.2$$

Koeficient teplotní roztažnosti α_i závisí na druhu dřeva a jeho hustotě. Podle empirických rovnic α_i ve směru napříč vláken vypočteme

$$\alpha_R = 5\rho_0 10^{-8} \quad 3.3.3$$

$$\alpha_T = 7,5\rho_0 10^{-8} \quad 3.3.4$$

(Horáček, 2008)

Druh dřeva	Hustota ρ_0 ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	Koeficient teplotní roztažnosti		
		$10^6 \alpha_T$ ($\text{m}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)	$10^6 \alpha_R$ ($\text{m}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)	$10^6 \alpha_L$ ($\text{m}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)
smrk	420	34,6	23,9	3,5
jedle	400	31,6	21,7	3,9
douglaska	510	45,0	27,1	3,5
javor	630	37,6	28,4	4,2
bříza	610	39,4	32,2	3,6
Dub	680	42,3	28,3	3,4

Tabulka 4: Hodnoty koeficientu teplotní roztažnosti dřeva α_i pro hodnoty $-50^\circ\text{C} \dots +50^\circ\text{C}$
(Kollmann, Coté, 1968)

3.3.2. Přenos tepla ve dřevě

Znalost procesů spojených s přenosem (sdílením) tepla ve dřevě nám umožnuje předvídat rychlosť teplotního spádu a rozložení teplot v tělese při existenci gradientu teplot v tělese. Přenos tepla ve dřevě se může teoreticky uskutečňovat ve třech základních formách – vedení (kondukci), prouděním (konvekcí) a sáláním (radiací). Analogicky k pohybu vody vázané ve dřevě je i tepelný tok možno popsat jako stacionární nebo nestacionární děj. Je-li po celou dobu vedení tepla v tělese konstantní teplotní spád, popisujeme přenos tepla stacionárním dějem, není-li teplotní spád konstantní, mluvíme o nestacionárním přenosu tepla. Poznání zákonitostí přenosu tepla se uplatňuje tam, kde potřebujeme znát časově-prostorové rozložení teploty ve dřevě (hydrotermická úprava dřeva). Význam přenosu tepla vzrůstá zejména při stanovování sušících režimů a posuzování tepelně-izolačních vlastností dřeva.

Teplo se přenáší vnitřním pohybem molekul v závislosti na jejich vzdálenosti a kinetické energii. Molekulární pohyb je mnohem intenzivnější u tuhých látek než u tekutin, protože přenos tepla probíhá vzájemnými srážkami částic. U tekutin jsou tyto navzájem vzdáleny mnohem více než je tomu u pevných látek, a proto u tekutin dochází k menší četnosti srážek a přenos tepla je pomalejší. (Horáček, 2008)

3.3.3. Kondukce tepla

Kondukce tepla probíhá výměnou energie mezi částicemi hmoty, na základě jejich mikroskopického pohybu. Probíhá v pevných látkách i tekutinách (ve své čisté podobě pouze jsou-li v klidu, bez makroskopického pohybu, např. v mezních laminárních vrstvách). K popisu tohoto druhu sdílení tepla je využíván Fourierův zákon, popisující lineární závislost hustoty tepelného toku a gradientu teploty v prostoru

$$\vec{q} = -\lambda \Delta T \quad 3.3.5$$

kde \vec{q} – hustota tepelného toku ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$), λ – koeficient tepelné vodivosti ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$) a ΔT – teplotní gradient v tělese (K).

V nejobecnějším pohledu je nutné uvažovat s nestacionárním tvarem Fourierovy diferenciální rovnice v nehomogenní anizotropní látce s vnitřními zdroji tepla. Již v této úrovni pohledu na problém je analytické řešení realitě bližšího děje prakticky vyloučeno.

Šíření tepla konvekcí je podmíněno makroskopickým pohybem částic hmoty, tekutiny (kapaliny, plynu, par) a existencí gradientu teploty v prostoru. Jedná se tak o neisotermické proudění tekutiny. V úvahu připadá především konvekce nucená i nenucená (volná). Tento děj podléhá řadě faktorů (vlastnosti tekutiny, geometrie prostoru konvekce a teplosměnné plochy, rychlosť a teplota tekutiny, aj.) Tyto faktory

jsou soustředěny do jediné konstanty, tzv. koeficientu přestupu tepla v Newtonově zákoně ochlazování

$$\vec{q} = \alpha_T (T_s - T_\infty) \quad 3.3.6$$

kde α_T – koeficient přestupu tepla ($\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$), T_s – teplota povrchu pevné látky (K) a T_∞ – teplota tekutiny (K).

(Horáček, 2004)

Koeficient přestupu tepla je empiricky stanoven experimentálně, nebo na základě kriteriálních rovnic (Reynoldovo, Prandtovo, Nuseltovo kritérium). (Řehánek et al. 2002)

3.3.3.1. Stacionární difúze tepla

Stacionární difúze tepla ve dřevě se popisuje pomocí I. Fourierova zákona. Tento zákon je obdobou Darcyho zákona a I. Fickova zákona, který popisuje pohyb vody ve dřevě. Nejdůležitějším tvarem I. Fourierova zákona je rovnice

$$\frac{Q}{S_t} = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad 3.3.7$$

kde Q – množství tepla (J), S – plocha tělesa (m^2), t – čas (s), ΔT – teplotní rozdíl na koncích tělesa ($^\circ\text{K}$), Δx – vzdálenost rozdílných teplot (m) a λ – koeficient tepelné vodivosti ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$)

Koeficientem teplené vodivosti vyjadřujeme množství tepla, které projde jednotkovou plochou za jednotku času při jednotkovém gradientu teploty. Koeficient tepelné vodivosti tedy popisuje změnu teploty v prostoru a předpokládá konstantní průběh v čase, což odpovídá stacionárním podmínkám děje.

Hodnoty λ pro některé látky uvedené v tabulce 5, ukazují, že dřevo – zvláště ve směru napříč vláken – je relativně dobrým tepelným izolátorem. Na dobrých tepelně-izolačních vlastnostech dřeva se podílí jeho značná póravitost, a výsledkem je např. značná odolnost konstrukčních dřevěných prvků vůči ohni. Dlouhá doba potřebná ke změně teploty v objemu dřeva společně s měrným teplem činí ze dřeva ideální materiál pro tlusté obvodové zdi.

Materiál	Koeficient tepelné vodivosti λ (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)
dřevo \perp (w=12%)	0,12-0,18
dřevo \parallel (w=12%)	0,25-0,45
dřevní substance \perp	0,44
dřevní substance \parallel	0,88
vzduch	0,024
voda	0,59
cihla	0,70
beton	0,93
sklo	1,05
kámen	1,80
ocel	20,0
hliník	202,0
měď	396,0

Tabulka 5: Tepelná vodivost λ vybraných materiálů (Horáček, 2008)

Tepelná vodivost dřeva závisí do značné míry na hustotě a vlhkosti dřeva. MacLean (1941) navrhl empirickou rovnici pro stanovení λ v příčném směru

$$\lambda_{\perp} = \rho_k(0,217 + a w) + 0,024 P_w \quad 3.3.8$$

kde ρ_k – konvenční hustota (g.m⁻³), w – vlhkost dřeva (%), P_w – póravitost (-), a a – koeficient $a=0,0040$ pro $w < 40\%$ a $a=0,0055$ pro $w > 40\%$

Tepelná vodivost ve směru vláken je podle MacLeana (1941) ve vztahu k λ_T

$$\lambda_{\parallel} = 2,5 \lambda_{\perp} \quad 3.3.9$$

(Horáček, 2008)

Závislost na teplotě je dána lineární funkcí vycházejí ze směrnice závislosti tepelné vodivosti na teplotě

$$\lambda_i = \lambda_i(1 + 0,004(T - 303)) \quad 3.3.10$$

(Siau, 1995)

Rovnice 3.3.8 reprezentuje stejný model vodivých cest, s jakým bylo uvažováno při difúzi vody ve dřevě. Jedná se o tři paralelní cesty napříč cestou buňkou, z nichž na rozdíl od vlhkostní vodivosti nemůžeme u tepelné vodivosti žádnou pominout

$$\frac{1}{g_T} = \frac{1}{g_1} + \frac{1}{g_2 + g_3} \quad 3.3.11$$

kde g_T – vodivost tepla v příčném směru (g.m⁻³), g_1 – vodivost tepla přes buněčnou stěnu kolmou na směr tepelného toku, g_2 – vodivost tepla přes lumen, g_3 – vodivost tepla přes buněčnou stěnu rovnoběžnou se směrem tepelného

Výsledná rovnice tepelné vodivosti v příčném směru má tvar

$$\frac{1}{\lambda_T} = \frac{(1 - \sqrt{P_w})}{\lambda_{T_{BS}}} + \frac{\sqrt{P_w}}{(1 - \sqrt{P_w}) \lambda_{T_{BS}} + \lambda_{vzduch} \sqrt{P_w}} \quad 3.3.12$$

a ve směru podélném

$$\lambda_L = \lambda_{L_{BS}} (1 - P_w) + \lambda_{vzduch} P_w \quad 3.3.13$$

(Horáček, 2008)

3.3.3.1.1. Stacionární difúze tepla ve 2-D prostoru

Rovnice stacionární vedení tepla (rovnice 3.3.7 až 3.3.13) popisují difúzi tepla v 1 - rozměrném prostoru, tzn. předpokládají tepelný tok pouze v jednom směru (např. napříč dřevěnou stěnou). Obecnějším případem stacionární difúze je vedení tepla ve dvourozměrném prostoru, kterou vyjadřuje Laplaceho rovnice

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad 3.3.14$$

Z rovnice 3.3.14 získáme rozložení teploty v tělese analytickými, grafickými nebo numerickými metodami.

3.3.3.2. Nestacionární difúze tepla

Pokud chceme řešit změny rozložení teploty v tělese v čase, je nutné rovnici vedení tepla podle I. Fourierova zákona derivovat podle času a vzdálenosti. Obdobně jako u nestacionární difúze vody zjednodušíme odvození nestacionární difúze tepla na 1 - rozměrový systém

$$\frac{dQ}{dt} = \lambda S \left(\frac{dT}{dx} \right)_{t,x} \quad 3.3.15$$

Při přechodu tepla přes objem látky ΔV se část tepla spotřebuje na vyrovnání vnitřní energie částic o ΔT a zbytek se přenese analogicky podle zákona zachování energie

$$E_1 - E_2 = E_3 \quad 3.3.16$$

Rozepíšeme-li tok energie, tak dostaneme

$$E_1 \approx \vec{q}_x = \lambda \Delta S \left(\frac{dT}{dx} \right)_x \quad 3.3.17$$

$$E_2 \approx \vec{q}_x + \frac{\vec{q}_x}{dx} \Delta x \quad 3.3.18$$

$$E_3 \approx c\rho \frac{dT}{dt} \Delta V \quad 3.3.19$$

a dosazením těchto tří rovnic do rovnice 3.3.16 dostaneme řešení

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) = c\rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad 3.3.20$$

a považujeme-li koeficient tepelné vodivosti λ za konstantu, přibližné řešení pro průměrnou hodnotu λ je

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\rho} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad 3.3.21$$

V obvyklém zápisu rovnice 3.3.21 je zlomek $\lambda/c\rho$ substituován konstantou a , kterou nazýváme koeficientem teplotní vodivosti a ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad 3.3.22$$

Koeficient teplotní vodivosti a má stejný rozměr jako koeficient difuse D ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$), a vyjadřuje schopnost materiálu vyrovnávat teplotní rozdíly. Koeficient teplotní vodivosti a je měřítkem doby nutné k rovnoměrnému prohřátí na určitou teplotu při sušení dřeva.

Parciální diferenciální rovnice 3.3.20 až 3.3.22 nazýváme II. Fourierovým zákonem a jejich řešením dostáváme rozložení teploty v tělese v závislosti na poloze a času, tedy $T = f(x, t)$. Obecný tvar II. Fourierova zákona v kartézské souřadné soustavě má tvar

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = c\rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad 3.3.23$$

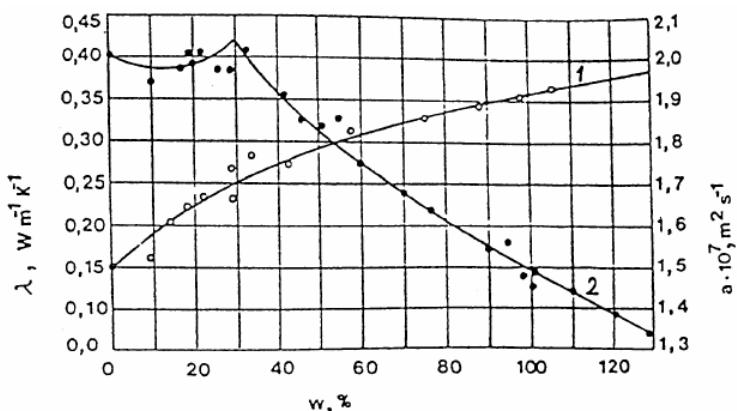
Při řešení uvedených rovnic je nutné opět znát okrajové podmínky pro vyrovnávání teplot na povrchu tělesa, rozložení teploty v počátečním okamžiku a hodnou cílové teploty, na kterou se má těleso ohřát nebo ochladit. (Horáček, 2008)

3.3.3.3. Vliv faktorů na difúzi tepla

Vedení tepla ve dřevě ovlivňuje mnoho faktorů, největší vliv však mají anatomická stavba dřeva, hustota a vlhkost dřeva. Vliv anatomické struktury dřeva vyjádřený anizotropií se projevuje rozdílnou tepelnou a teplotní vodivostí v podélném a příčném směru ($\lambda_L, a_L >> \lambda_R, a_R >> \lambda_T, a_T$). Na rozdíl od pohybu vody ve dřevě se přenos tepla ve směru a napříč vláken tolik neliší a v podélném směru je 1,5 – 2,5krát větší než ve směru příčném (tabulka 6). Vysvětlení lze hledat v orientaci fibril v buněčné stěně, která kromě S_2 vrstvy není příliš jednoznačná. Hodnoty koeficientu teplotní vodivosti a se ve směru radiálním a tangenciálním příliš neliší, rozdíl ($\pm 15\%$) vzniká pouze u koeficientu tepelné vodivosti λ , a to u dřev s vícevrstevními dřeňovými paprsky (dub, buk), kde $\lambda_R > \lambda_T$, a u jehličnanů s vysokým procentem letního dřeva (modřín), kde $\lambda_R < \lambda_T$.

Druh dřeva - směr	Teplota $T(^{\circ}\text{C})$	Vlhkost $w (\%)$	Hustota $\rho (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	Měrné teplo $c (\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	Tepelná vodivost $\lambda (\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	Teplotní vodivost $10^7 a (\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$
smrk - L	20	12	390 ... 467	1,55 ... 2,28	0,229 ... 0,339	3,77 ... 4,95
- R	20	12	390 ... 467	1,55 ... 2,28	0,133 ... 0,157	1,56 ... 1,74
- T	20	12	390 ... 467	1,55 ... 2,28	0,113 ... 0,132	1,49 ... 1,52
javor - L	20	10	608	1,92	0,300	2,43
- R	20	10	608	1,92	0,180	1,40
- T	20	10	608	1,92	0,180	1,38
jasan - L	20	10	702	1,92	0,360	2,43
- R	20	10	702	1,92	0,180	1,20
- T	20	10	702	1,92	0,170	1,16

Tabulka 6: Příklady tepelně-fyzikálních charakteristik vybraných druhů dřev (Regináč, 1990)



Graf 5: Srovnání vlivu vlhkosti dřeva na koeficient tepelné vodivosti λ a koeficient teplotní vodivosti a (Matovič, 1993)

Vliv hustoty na tepelnou a teplotní vodivost je zcela odlišný. Se zvyšující se hustotou tepelná vodivost λ roste, ale teplotní vodivost a naopak klesá. Rozdílný průběh závislostí je dán rozdílnými hodnotami tepelné a teplotní vodivosti vzduchu a dřevní substance. Průměrná hodnota koeficientu tepelné vodivosti dřevní substance $\lambda_s = 0,600 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $\lambda_{\text{vzduch}} = 0,026 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. S rostoucí hustotou dřeva roste podíl dřevní substance a klesá podíl vzduchu v daném objemu dřeva a tím i zákonitě roste tepelná vodivost λ . Teplotní vodivost vzduchu je až 100krát větší, než teplotní vodivost dřevní substance (suchý vzduch je téměř dokonalý tepelný izolant), proto je i závislost na hustotě dřeva opačná.

Závislost tepelné a teplotní vodivosti na vlhkosti dřeva je znázorněna v grafu 5. Průběh obou veličin je obdobný jako při závislosti na hustotě, v případě tepelné vodivosti λ roste, u teplotní vodivosti a naopak klesá. Teplotní vodivost a klesá zvláště nadmezí hygroskopicity, teplotní vodivost vody je mnohem nižší než vzduchu (cca 150x). Závislost teplotní vodivosti a na vlhkosti do MH je složitější a souvisí s bobtnáním dřeva a malou změnou hustoty vlhkého dřeva do MH . (Horáček, 2008)

		Měrná tepelná kapacita [J/(kg.K)]	Faktor difúzního odporu [-]	Součinitel difúzní vodivosti [s]	Součinitel tepelné vodivosti [W/(m.K)]	Měrná objemová hmotnost [kg/m³]
norma ČSN 73 0540-3	-I- II	2510	157 4.5	0.012 . 10⁹ 0.042 . 10⁹	0.15 0.35	400 400

Tabulka 7: Normativní hodnoty dle ČSN 73 0540-3

3.3.4. Současný přenos tepla a kapaliny ve dřevě

Fickův zákon difúze, Darcyho zákon i Fourierův zákon vedení tepla popisují tzv. „čisté“ druhy přenosu. Jsou charakterizované tím, že nenulový je vždy pouze gradient jednoho potenciálního přenosu (koncentrace, tlak, teplota). Ve skutečnosti se takovéto druhy přenosu vyskytují jen výjimečně, častěji se jedná o jejich kombinace. Soustava diferenciálních rovnic popisujících tento přenos má následující tvar

$$\frac{\partial c}{\partial t} = k_{11} \nabla^2 c + k_{12} \nabla^2 \vartheta + k_{13} \nabla^2 p \quad 3.3.24$$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = k_{12} \nabla^2 c + k_{22} \nabla^2 \vartheta + k_{23} \nabla^2 p \quad 3.3.25$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = k_{13} \nabla^2 c + k_{23} \nabla^2 \vartheta + k_{33} \nabla^2 p \quad 3.3.26$$

Koefficienty k_{ij} jsou známe koefficienty „čistých“ druhů přenosu, koefficienty k_{ij} $i \neq j$ souvisejí s tzv. křížovými jevy, jako jsou termodifúze, barodifúze, Soretův efekt apod. (Požgaj 1997).

3.4. Model napětí

3.4.1. Vlhkostní napětí

Při vysychání – vypařování vody ze dřeva – vznikají ve dřevě při nerovnoměrném sesychání vnitřní napětí, která se skládají ze dvou složek – vlhkostního a zbytkového napětí. Vlhkostní napětí vzniká v důsledku existence gradientu vlhkosti. Hygroexpanze dřeva je považována za spojité a vzniklé deformace jsou z Hookeova zákona přímo úměrné napětím. Vlhkostní napětí a deformace se pokládají za pružná, mající dočasný charakter a zanikající po vyrovnaní vlhkosti. (Horáček, 2008)

Změna vlhkosti je vždy spojena se značným bobtnáním nebo sesycháním dřeva. Vlhkostní deformace je tedy závislá pouze na změně vlhkosti uvnitř dřeva. Tuto deformaci lze definovat následovně (Kollmann and Coté 1968)

$$\bar{\epsilon}_w = \alpha w_a \quad 3.4.1$$

kde w_a – absolutní hodnota změny vlhkosti, α – matice napětí, α – matice koeficientů vlhkostí roztažnosti

Matrice α je definována následovně

$$\alpha = [\alpha_l \quad \alpha_r \quad \alpha_t \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad 3.4.2$$

kde $\alpha_l, \alpha_r, \alpha_t$ – materiálové koeficienty bobtnání ve třech ortotropních směrech
(Ormarsson, 1998)

3.4.2. Mechano-sorpční efekt

Dřevo, které se používá na konstrukce, je během své životnosti trvale namáháno a zároveň vystaveno nepravidelným změnám relativní vlhkosti vzduchu a teploty. Změna teploty, které jsou vystavené konstrukce, není tak významná jako změna vlhkosti vzduchu. Je to způsobené tím, že různé vlhkostní stavy mají vliv na deformační procesy dřeva. Během mechanického vnějšího zatížení probíhají ve struktuře dřeva sorpční a desorpční procesy. (Požgaj et al, 1997)

Pokud je dřevěný vzorek současně mechanicky zatížen a vystaven sušení, vykazuje větší deformace, než jaké získáme součtem deformací mechanicky zatíženého vzorku za konstantní vlhkosti a deformace nezatíženého vzoru za měnící se vlhkosti. Tento fenomén nazýváme mechano-sorpční efekt a lze ho vyjádřit následujícím vztahem (Ranta-Maunus 1990, Ormarsson 1998):

$$\bar{\varepsilon}_{w\sigma} = \bar{m}\bar{\sigma}|w_a| \quad 3.4.3$$

kde w_a – absolutní hodnota změny vlhkosti, $\bar{\sigma}$ – matice napětí, \bar{m} – matice mechano-sorpčních

Matrice \bar{m} je definována následovně:

$$\bar{m} = \begin{bmatrix} m_l & -\mu_{rl}m_r & -\mu_{tl}m_t & 0 & 0 & 0 \\ -\mu_{lr}m_l & m_r & -\mu_{tr}m_t & 0 & 0 & 0 \\ -\mu_{lt}m_l & -\mu_{rt}m_r & m_t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{lr} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{lt} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{rt} \end{bmatrix} \quad 3.4.4$$

kde $m_l, m_r, m_t, m_{lr}, m_{lt}$ and m_{rt} – jsou mechano-sorpční koeficient pro ortotropní směry a roviny, μ_{rl}, μ_{lr} , μ_{rt}, μ_{tr} – mechano-sorpční koeficienty popisující spojení mechano-sorpčního napětí mezi různými směry matice napětí, \bar{m} – matice mechano-sorpčních

Mechano-sorpční matici lze považovat za symetrickou, což má za následek následující vztahy:

$$\mu_{rl} = \frac{m_l}{m_r} \mu_{lr} \quad 3.4.5$$

$$\mu_{tl} = \frac{m_l}{m_t} \mu_{lt} \quad 3.4.6$$

$$\mu_{tr} = \frac{m_r}{m_t} \mu_{rt} \quad 3.4.7$$

Mechano-sorpční koeficienty jsou závislé na teplotě podle následujících vztahů (Carlsson and Thunell 1975, Castera 1989):

$$m_l = m_{l0}(1 + m_{lT}(T_0 - T)) \quad 3.4.8$$

$$m_r = m_{r0}(1 + m_{rT}(T_0 - T)) \quad 3.4.9$$

$$m_t = m_{t0}(1 + m_{tT}(T_0 - T)) \quad 3.4.10$$

$$m_{lr} = m_{lr0}(1 + m_{lrT}(T_0 - T)) \quad 3.4.11$$

$$m_{lt} = m_{lt0}(1 + m_{ltT}(T_0 - T)) \quad 3.4.12$$

$$m_{rt} = m_{rt0}(1 + m_{rtT}(T_0 - T)) \quad 3.4.13$$

Parametry $m_{l0}, m_{r0}, m_{t0}, m_{lr0}, m_{lt0}$ a m_{rt0} jsou materiálové hodnoty za teploty $T = T_0 = 20^\circ\text{C}$. Koeficienty $m_{lT}, m_{rT}, m_{tT}, m_{lrT}, m_{ltT}$ a m_{rtT} popisují vliv teploty. (Ranta-Maunus 1990, Ormarsson 1998)

Lze předpokládat, že velikost mechanicko-sorpční deformace roste s časem, během kterého působí vnější zatížení na konstrukci. Po určitém čase a počtu cyklů změn vnější vlhkosti a teploty limituje velikost mechanicko-sorpční deformace ke konstantní hodnotě. (Požgaj et al, 1997)

3.5. Faktory ovlivňující mechanické vlastnosti dřeva

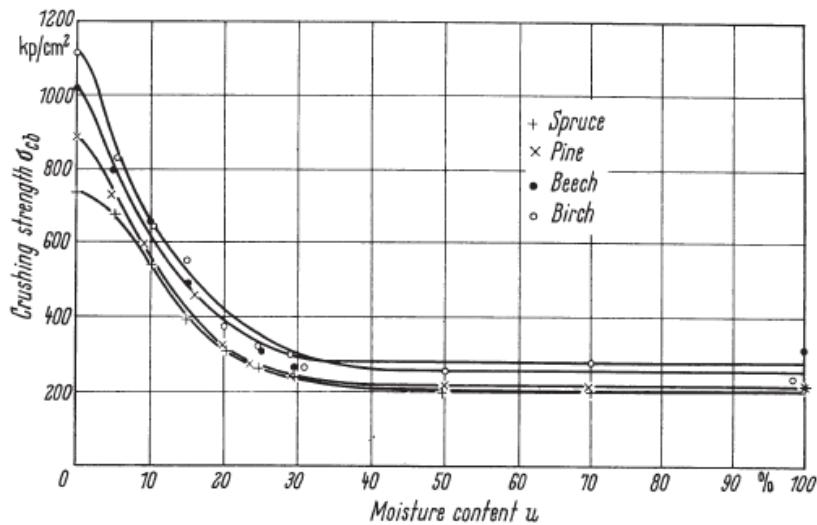
3.5.1. Vlhkost dřeva

Zákonitosti vlivu vázané vody na mechanické vlastnosti jsou zkoumané z hlediska používání dřeva na konstrukční účely a také z hlediska technologických procesů při výrobě výrobků ze dřeva. Dřevo konstrukcí může v našich podmínkách dosáhnout rovnovážné vlhkosti v rozsahu 9 až 22 %. Při změně vlhkosti o 1 % v rozsahu vody vázané se pevnost dřeva změní v průměru o 3 až 4 %. Už z toho je patrné, že vlhkost má na pevnost dřeva velký vliv.

Změna pevnosti dřeva má v závislosti od změny obsahu vody vázané nelineární průběh. Pokud vezmeme v úvahu, že změna vlhkosti v rozsahu vázané vody o 1 % způsobí změnu pevnosti dřeva o 2,5 až 3,5 %, tak celkový pokles bude 30 až 70 %.

Moduly pružnosti dřeva se vlivem vázané vody mění lineárně. Změna vlhkosti 1 % v rozsahu vázané vody způsobí změnu modulu pružnosti E o 1,5 až 2 %. To znamená, že modul pružnosti E při změně stavu vlhkosti například z 8 % do MNV klesne o 35 až 50 %.

Smykové moduly pružnosti dřeva (GLR, GLT, GRT) v rozsahu vody vázané jsou v těsné závislosti od vlhkosti. Změna vlhkosti o 1 % představuje 1,5 až 2 % změnu snykového modulu. (Požgaj 1977)



Graf 6: Efekt vlhkosti na pevnost dřeva u některých druhů dřev (Kollman, 1968)

Přepočet pevnosti dřevě zjištěné při libovolné vlhkosti v intervalu 5-25 % na vlastnost při vlhkosti 12 % (odpovídá zkušebním postupům podle technických norem) se provádí podle vztahu (Horáček, 2010)

$$\sigma_{12} = \sigma_w(1 + \alpha(w - 12)) \quad 3.5.1$$

kde w – vlhkost dřeva (%); σ_w – pevnost dřeva (MPa), α – opravný koeficient pro daný způsob zatížení

Způsob zatížení	Opravný koeficient α
Tlak ve směru vláken	0,04
Tlak napříč vláken	0,035
Tah ve směru vláken	0,01
Tah napříč vláken (R)	0,01
Tah napříč vláken (T)	0,025
Statický ohyb	0,04
Smyk ve směru vláken	0,04
Modul pružnosti	0,01-0,02

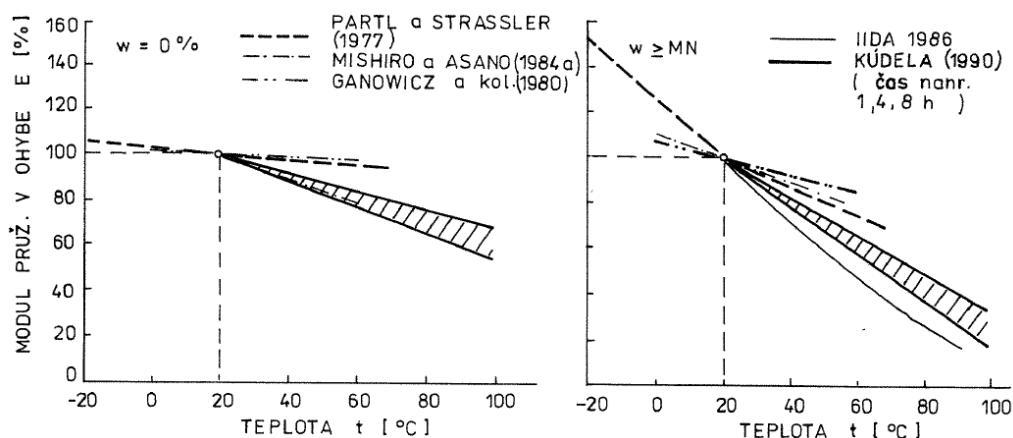
Tabulka 8: Opravné koeficienty vyjadřující vliv vlhkosti na danou vlastnost (Horáček, 2010)

3.5.2. Teplota dřeva

Dřevo je během různých technologických procesů vystavené účinkům teplot v různých časových modifikacích. S přihlédnutím na uvedené tepelné úpravy je žádoucí zkoumat změny ve struktuře dřeva, abychom mohli ovlivnit jeho další použití.

Při procesech přeměny dřeva na výrobek je vedle teploty zapotřebí také brát do úvahy vliv vlhkosti dřeva. Interakce teploty a vlhkosti dřeva má výraznější vliv na změnu mechanických vlastností než jednotlivé působení uvedených faktorů.

Na změnu teploty citlivě reaguje modul pružnosti G v krutu. Výrazný pokles modulu pružnosti vlivem teploty se všeobecně připisuje fyzikálním a chemickým změnám ligninu, hemicelulóz, případně amorfní celulózy. Podobné výsledky se zjistili i při sledování vlivu teploty na moduly pružnosti dřeva E . Vztahy mezi teplotou a moduly pružnosti v tahu E jsou lineární.



Graf 7: Závislost modulu pružnosti E ve statickém ohybu na teplotě (Požgaj et al, 1997)

Při sledování vlivu teploty na smykovou pevnost dřeva nastává výraznější pokles pevnosti zaznamenané při vlhkosti okolo MNV než v suchém stavu. I při této pevnosti se výrazněji projevují interakce vlhkosti a teploty. Vztah mezi teplotou a pevností v rozsahu vlhkosti od 20 do 100 °C je lineární (Požgaj et al, 1997).

Pokud je obsah vlhkosti větší než MNV nemění se již modul pružnosti. Závislost modulu pružnosti na vlhkosti a teplotě lze vyjádřit dle následujících vztahů

$$E_l = E_{l0} (1 + E_{lT}(T_0 - T)) + E_{lw}(w_f - w_a) \quad 3.5.2$$

$$E_r = E_{r0} (1 + E_{rT}(T_0 - T)) + E_{rw}(w_f - w_a) \quad 3.5.3$$

$$E_t = E_{t0} (1 + E_{tT}(T_0 - T)) + E_{tw}(w_f - w_a) \quad 3.5.4$$

$$G_{lr} = G_{lr0} (1 + G_{lrT}(T_0 - T)) + G_{lrw}(w_f - w_a) \quad 3.5.5$$

$$G_{lt} = G_{lt0}(1 + G_{ltT}(T_0 - T)) + G_{ltw}(w_f - w_a) \quad 3.5.6$$

$$G_{rt} = G_{rt0}(1 + G_{rtT}(T_0 - T)) + G_{rtw}(w_f - w_a) \quad 3.5.7$$

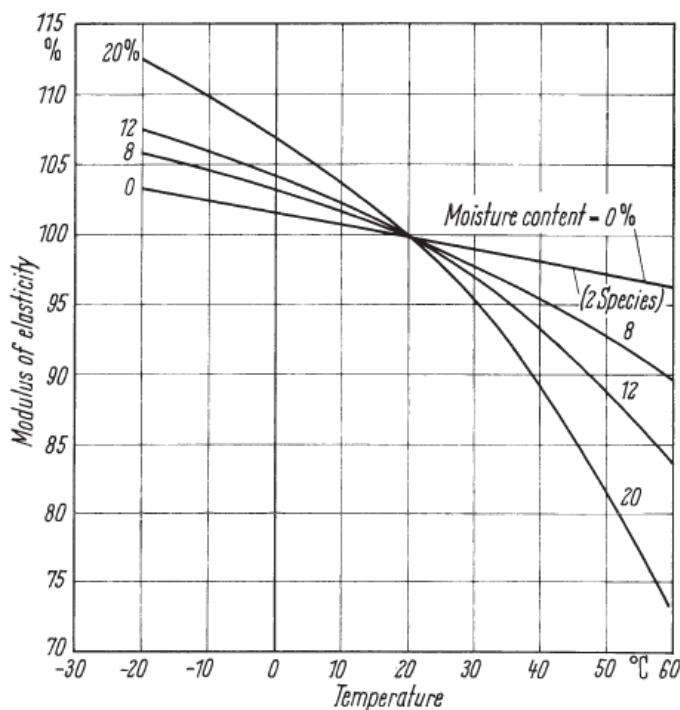
kde

$$w_a = w \quad \text{pokud} \quad w \leq w_f$$

$$w_a = w_f \quad \text{pokud} \quad w > w_f$$

kde $E_{l0}, E_{r0}, E_{t0}, G_{lr0}, G_{lt0}, G_{rt0}$ – modul pružnosti za teploty 20 °C (MPa) (%);
 $E_{lw}, E_{rw}, E_{tw}, G_{lrw}, G_{ltw}, G_{rtow}$ – koeficienty popisující vliv vlhkosti a teploty (MPa)

(Ormarsson 1998)



Graf 8: Průměrné hodnoty modulu pružnosti při změně vlhkosti a teploty (Sulzberger 1953)

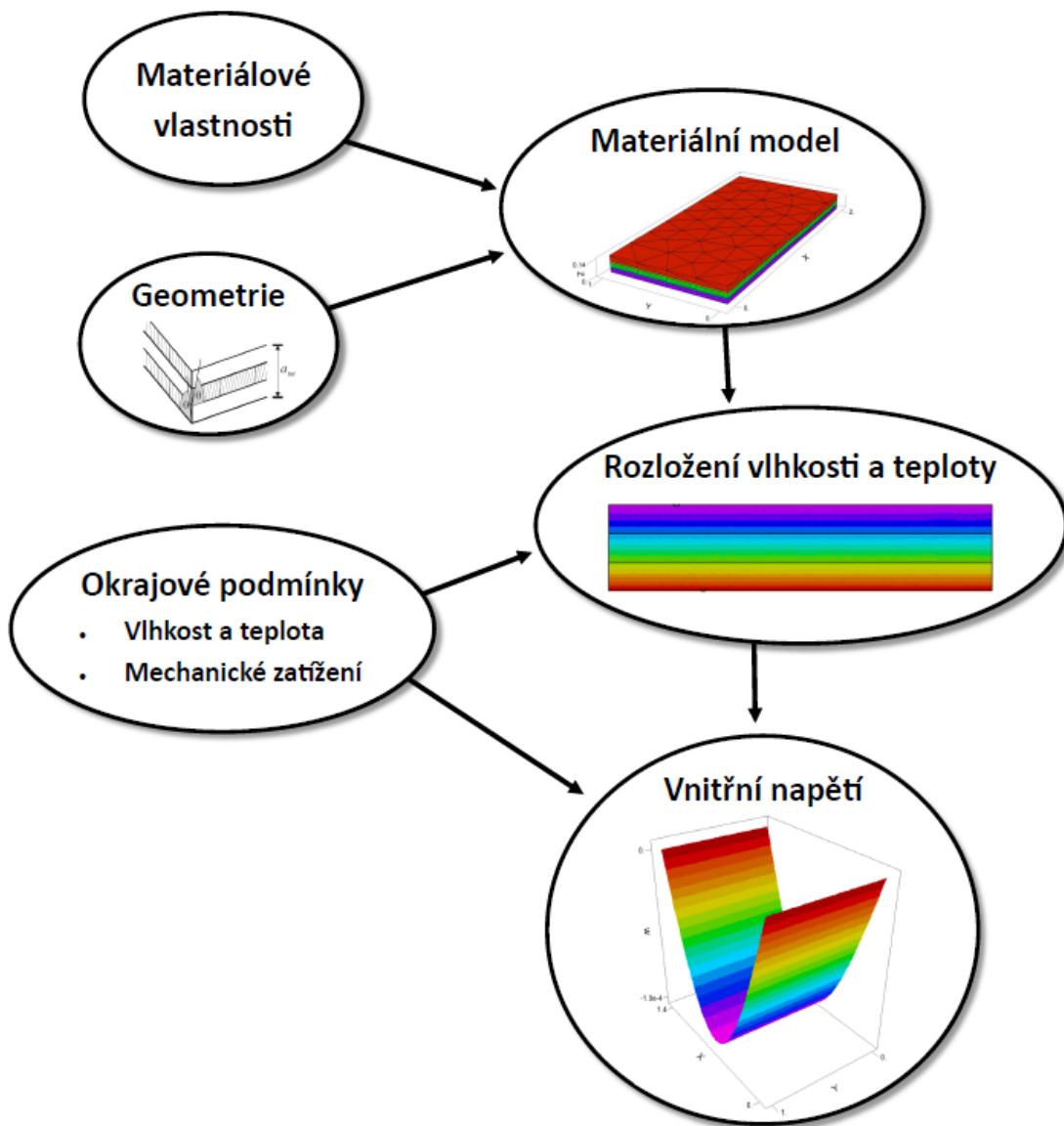
Je tedy zřejmé že i teplota má na mechanické vlastnosti zřejmý vliv, a to ten, že s pevnost dřeva a jeho pružnost se vlivem teploty snižují. Nejmenší vliv teploty můžeme pozorovat v tahu rovnoběžně s vlákny. Naopak mechanické vlastnosti kolmo na vlákna citlivěji reagují na změny teploty než ve směru vláken. Můžeme si to vysvětlit také tím, že při namáhání kolmo na vlákna se na pevnosti dřeva v menší míře podílejí kovalentní vazby než vodíkové vazby. (Požgaj et al, 1997)

4. Metodika

Pro zjištění vlivu vlhkostního a teplotního pole na únosnost CLT panelu bylo potřeba vytvořit numerický model, který vychází zejména z numerického řešení. Z důvodu nedostupné dostatečné výpočetní kapacity, bylo nutné vytvořit dva numerické výpočetní modely. Výše uvedené řešení by nemělo nijak ovlivnit správnost konečných výsledků. K vyřešení těchto modelů byla použita plná verze programu FlexPDE 7 (www.pdesolutions.com). Cílem prvního výpočetního skriptu bylo zjistit rozložení vlhkosti a teploty po průřezu CLT panelu. Cílem druhého výpočetního skriptu bylo zjistit únosnost a celkovou deformaci CLT panelu ve chvíli, kdy je vystaven mechanickému, vlhkostnímu a teplotnímu napětí. Hlavním cílem těchto numerických řešení bylo zjistit, jaký vliv má gradient vlhkosti a teploty po průřezu CLT panelu na jeho únosnost. Dalším z cílů bylo zjistit, jak velký vliv má, z hlediska rozložení vlhkosti a teploty, nahrazení proměnných vlastností konstantami, které jsou uvedeny například technických normách. Jedná se o vlhkostní a teplotní vlastnosti dřeva, kterými jsou například součinitel tepelné vodivosti, měrná tepelná kapacita, měrná objemová hmotnost a součinitel difúzní vodivosti. Ke splnění toho cíle poslouží primárně první výpočetní skript. Dalším dílcem cílem bylo zjistit, jak velký vliv má zanedbání teploty při výpočtu únosnosti CLT panelu. K ověření tohoto cíle bude použit druhý skript. Postup celkového výpočtu je možné shrnout do následujících pěti základních kroků:

1. na základě okrajových podmínek a zvolených materiálových vlastností vypočítat rozložení vlhkosti a teploty po průřezu panelu
2. na základě znalosti pevnosti dřeva a jeho závislosti na teplotě a vlhkosti vypočítat pevnostní vlastnosti dřeva v závislosti na vlhkosti a teplotě
3. na základě znalosti lineární elasticity a laminační teorie určit z plošného zatížení průhyb desky po délce a následně vypočítat vzniklé deformace v jednotlivých vrstvách
4. na základě znalosti modelů napětí vzniklých gradientem vlhkosti a teploty určit jednotlivé deformace jednotlivých modelů napětí v konkrétních vrstvách
5. po sečtení těchto všech deformací získáme celkové deformace, ze kterých získáme celková napětí v jednotlivých vrstvách

V následujících kapitolách budou jednotlivé výpočetní kroky dále podrobněji popsány a vysvětleny.



Obrázek 19: Princip simulace mechanické odezvy panelu na působení okrajových podmínek

4.1. Program FlexPDE

K vytvoření výpočetních skriptů byl použit program FlexPDE 7 (www.pdesolutions.com). FlexPDE je univerzální software pro získání numerických řešení parciálních diferenciálních rovnic ve 2-D a 3-D. Tento program je založen na metodě konečných prvků a může řešit časově pevné nebo časově závislé problémy. FlexPDE je konstruktér numerických modelů a prvků, což znamená, že v uživatelem vytvořeném skriptu provádí program operace nezbytné k převodu popisu systému diferenciálních rovnic na model konečných prvků.

Výpočetní skript má podobu čitelného textového souboru a základní struktura souboru je založená na několika částech. Základní části jsou následující:

- TITLE – popisný štítek pro výstup skriptu
- SELECT – uživatelské ovládací prvky, které mají přednost před výchozím nastavením programu
- VARIABLES – zde jsou pojmenovány závislé proměnné
- DEFINITIONS – zde jsou definovány užitečné parametry, vztahy nebo funkce
- EQUATIONS – každá proměnná je spojena s parciální diferenciální rovnicí
- BOUNDARIES – geometrie je zde popsána procházením po obvodu domény, spojováním líniových segmentů k vázání obrázku
- MONITORS and PLOTS – zde je uveden požadovaný grafický výstup
- END – ukončení skriptu

COMMENTS (tzn. komentáře) mohou být umístěny kdekoli ve skriptu k popisu nebo objasnění práce. K dispozici jsou dvě formy komentářů

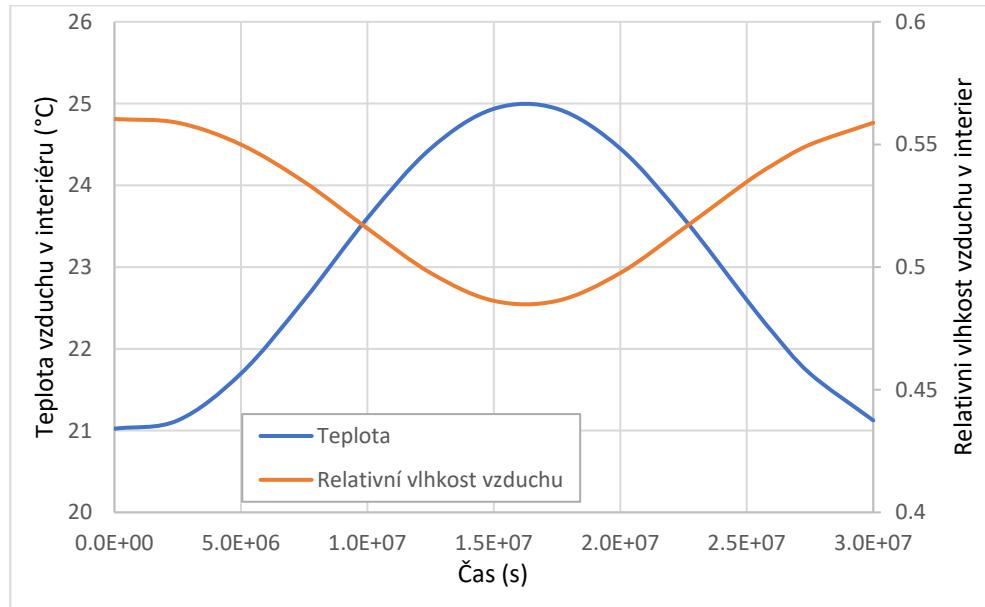
- {Cokoliv uvnitř složených závorek je komentář}
- ! Od vykřičníku na konec řádku je komentář

4.2. Numerický model pro výpočet současného šíření vlhkostního a teplotního pole

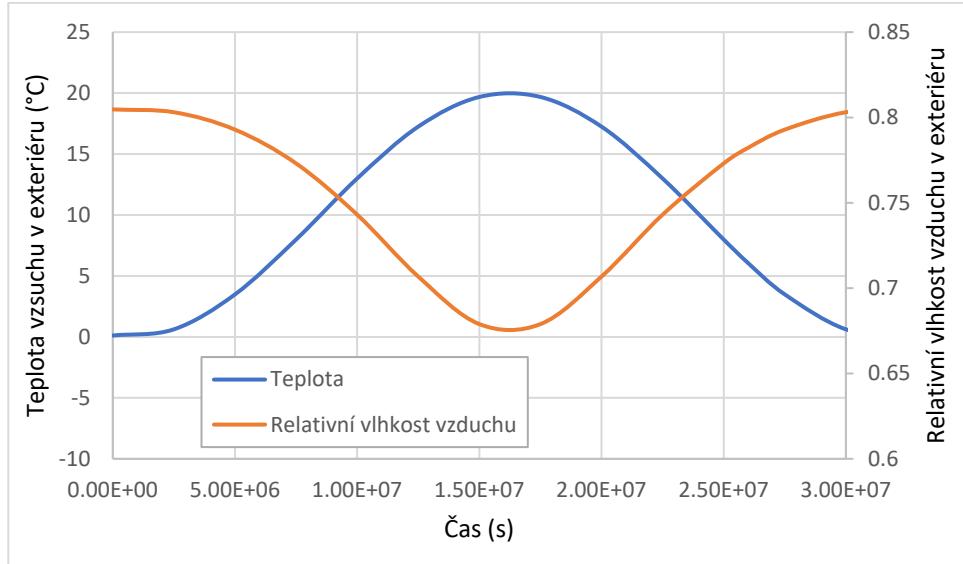
Jedním z cílů diplomové práce je sestavení teoretického modelu současného šíření vlhkostního a teplotního pole ve vrstveném materiálu za stacionárních a nestacionárních podmínek. V této podkapitole je popsán postup, který vedl ke vzniku prvního numerického modelu pro výpočet šíření vlhkostního a teplotního pole konstrukčním prvkem (v plném znění viz. Příloha 1). Výsledky z tohoto skriptu poslouží k výpočtu vzniklého napětí uvnitř panelu. Výsledky z tohoto skriptu budou použity také k experimentálnímu ověření druhého výpočetního skriptu pro výpočet vnitřního napětí v konstrukčním prvku.

Při sestavování výpočetního modelu bylo nutné počítat se dvěma možnostmi okrajových podmínek. U výpočetního modelu, použitého pro experiment, byly zvoleny stacionární podmínky a stejné hodnoty vlhkosti a teploty, jaké byly využity během experimentu. Nestacionární podmínky byly použity pro zjištění šíření vlhkostního a teplotního pole v reálném konstrukčním prvku, konkrétně v CLT panelu od výrobce Stora Enso. Tento panel měl tloušťku 120 mm s tloušťkou vrstvy 40 mm. K výpočtu okrajových

podmínek byla použita sinusová funkce, díky které se mění teplota a relativní vzdušná vlhkost v interiéru i v exteriéru v závislosti na čase. V tomto případě byl zvolen časový horizont jednoho roku. V interiéru dochází ke změně podmínek mění relativně mírně, teplota se pohybuje v rozmezí 21 až 25 °C a relativní vlhkost vzduchu se pohybuje v rozmezí 0,48 až 0,56 %. Podmínky v exteriéru se oproti interiéru mění výrazněji, a to u teploty v rozmezí -15 až 20 °C a u relativní vlhkosti vzduchu v rozmezí 0,67 až 0,85 % (viz. graf 9 a 10).



Graf 9: Nestacionární podmínky v interiéru ()



Graf 10: Nestacionární podmínky v exteriéru ()

Rozměry panelu jsou zapsány pro jednotlivé vrstvy zvlášť. Numerický model počítá i s vrstvami lepidla, které se v reálném panelu vyskytují.

Jedním z cílů práce je posoudit vliv zanedbání reálných hodnot difúzní vodivosti dřeva, faktoru difúzního odporu a teplotní vodivost ve dřevě, a porovnat je s hodnotami které jsou uvedeny v normě (ČSN 73 540). Ke splnění tohoto cíle bude třeba provést dva druhy výpočtů:

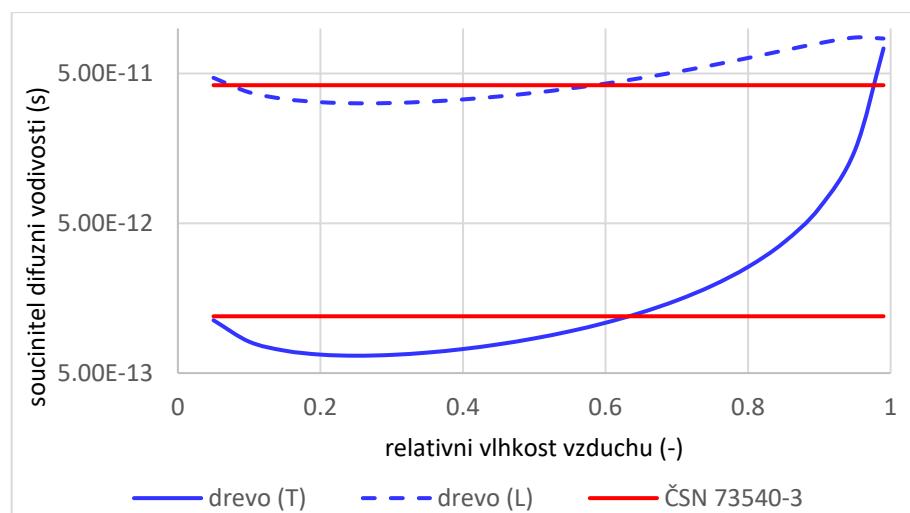
- Varianta A
 - Hodnoty budou vypočítány dle výše uvedených vztahů v závislosti na teplotě a vlhkosti dřeva
- Varianta B
 - Budou použity hodnoty z technických norem (např. ČSN 73 540-3)

Z důvodů zvoleného softwaru a dostupné výpočetní kapacity nebylo možné u Varianty A počítat s nižší tloušťkou lepidla než 2 mm. Za reálnou tloušťku lepidla lze označit tloušťku přibližně 0.1 až 0.3 mm. Z tohoto důvodu byla pro porovnání obou variant zvolena tloušťka lepidla 2 mm.

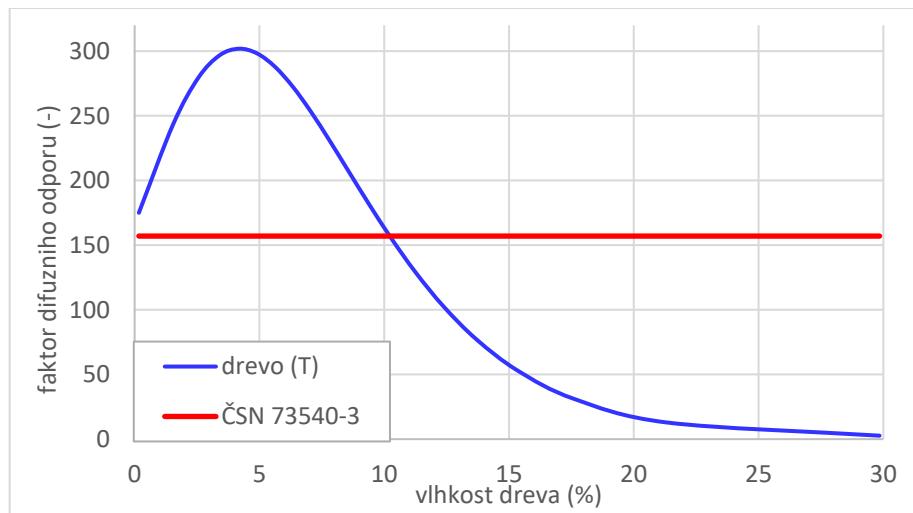
Dále je v prvním numerickém modelu uveden výpočet parciálních tlaků nasycených a nenasycených vodních par. K výpočtu sorpční izotermy byla použita Anderson-McCarthyho sorpce. K jejímu výpočtu byly použity vzorce 3.2.9 až 3.2.11. Hodnoty aktuální vlhkosti dřeva budou dále použity pro účely výpočtu hustoty buněčné stěny dřeva, konvenční hustoty dřeva, redukované hustoty dřeva a póravitosti dřeva.

Dále je ve výše zmíněném modelu uveden výpočet tepelné vodivosti dřeva (rovnice 3.3.8, 3.3.9), měrného tepla a součinitele difúzní vodivosti.

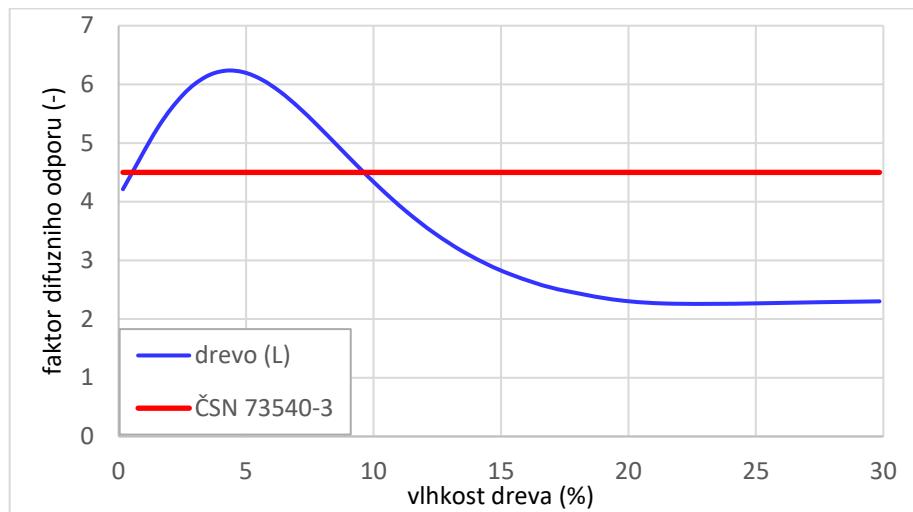
Z grafu 11, 12 a 13 je patrný poměrně velký rozdíl mezi hodnotami součinitele difúzní vodivosti a faktoru difúzního odporu, které jsou uvedeny v normě, a ke kterým reálně dochází.



Graf 11: Závislost součinitel difuzní vodivosti na relativní vlhkosti vzduchu

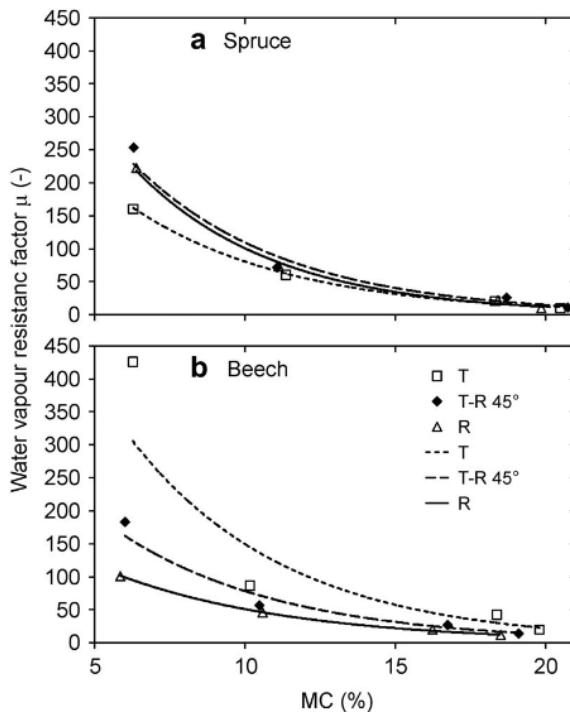


Graf 12: Závislost faktoru difúzního odporu v podélném směru na vlhkosti dřeva



Graf 13: Závislost faktoru difúzního odporu v příčném směru na vlhkosti dřeva

Výše zmíněný výpočet byl již dříve ověřen, jak uvádí Sonderegger (2011), viz. graf 14. Vliv zanedbání těchto skutečností bude podrobněji přezkoumán v následujícím textu.



Graf 14: Závislost faktoru difúzního odporu na vlhkosti pro dřeva smrku a buku při různém odklonu vláken v příčném směru (Sonderegger, 2011)

Pro určení součinitele difúze dřeva je nejdříve potřeba vypočítat hodnoty součinitele difúze skrz buněčnou stěnu, lumen a vzduch. Pro výpočet součinitele difúze přes buněčnou stěnu byl použit vzorec 3.2.46 a pro součinitel difuze vzduchu vzorec 3.2.49. Díky těmto vztahům a vztahům 3.2.57 a 3.2.58 získáme hodnoty součinitele difúze dřeva v podélném a příčném směru. K vypočítání difúzní vodivosti dřeva se použijí již dříve zjištěné hodnoty redukované hustoty a konvenční hustoty. K vypočítání faktoru difúzního odporu se použije vztah 3.2.5. Ke konečnému výpočtu hodnot teploty a parciálního tlaku nenasycených vodních par bude nejdříve použit vztah 3.3.23 popisující II. Fouriérov zákon. K výpočtu parciálních tlaků nenasycených vodních par bude použit II. Fickův zákon ze vztahu 3.2.66 upravený k výpočtu parciálních tlaků vodních par, dle postupu podrobně popsánoho v kapitolách 3.2.3.1.1 a 3.2.3.1.2. K tomuto výpočtu je potřeba využít i hodnot teploty, k jejichž zjištění jsme dospěli v předchozí parciální rovnici.

Následně jsou definovány jednotlivé regiony, tzn. jednotlivé vrstvy konstrukčního prvku. Jelikož byl numerický model sestaven pro třívrstvou desku, je zde postupně definováno pět regionů. Konkrétně se jedná o tři regiony popisující vrstvy dřeva a dva regiony popisující vrstvu lepidla. V jednotlivých regionech jsou definovány jednotlivé vlastnosti popisující daný materiál. K témtoto materiálovým vlastnostem patří součinitel tepelné vodivosti (k_x, k_y), měrná tepelná kapacita (c_w), měrná objemová hmotnost (G_w) a součinitel difúzní vodivosti (δ/τ_{ax}). U regionů popisujících vrstvy dřeva, je výpočetní varianta zvolena v závislosti na druhu výpočtu. V případě výpočtu Varianty A, dochází

k použití hodnot materiálových vlastností, které vyplývají z technických norem. Pokud se bude jednat o výpočet Varianty B, budou všechny tyto hodnoty vypočítány v závislosti na teplotě a vlhkosti dřeva. V regionech, které popisují materiálové vlastnosti lepidla, byly použity hodnoty z literatury, konkrétně z Gereke (2009). Hodnoty, které se v této práci vyskytují, je ovšem potřeba přepočítat pro účely této práce. Koeficient difúze je potřeba přepočítat na faktor difúzního odporu. K tomu se použije vzorců 3.2.26, 3.2.35 a 3.2.36. Hodnotu difúzního koeficientu je potřeba převést z jednotky $[mm^2 \cdot h^{-1}]$ na $[m^2 \cdot s^{-1}]$.

Adhesive	$\rho_0 = 1000 \text{ kg m}^{-3}$ $D_{adh}(c) = \frac{A_1}{c^{A_2}} + A_3$ $A_1 = 3.3 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^2 \text{ h}^{-1}$ $A_2 = 0.51 \text{ [-]}$ $A_3 = -8.6 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^2 \text{ h}^{-1}$
-----------------	--

Tabulka 9: Materiálové vlastnosti lepidla (Gereke, 2009)

4.3. Numerický model pro výpočet vnitřního napětí

Tato kapitola se zabývá procesem tvorby druhého numerického modelu, který slouží k výpočtu vzniklého vnitřního napětí. Zároveň jsou v této kapitole popsány okrajové podmínky a definovány panely, jejichž únosnost bude dále posuzována.

4.3.1. Počáteční a okrajové podmínky

Použitím prvního numerického modelu získáme rozložení vlhkosti a teploty po průřezu panelu. Tyto hodnoty budou dále použity pro výpočet celkových napětí vzniklých v konstrukčním prvku při kombinovaném zatížení. Pro výpočet vnitřního napětí byl použit stejný panel jako pro výpočet rozložení vlhkosti a teploty, a to panel o tloušťce 120 mm. Pro výpočet vnitřního napětí byly použity dvě varianty výpočtu vnitřního rozložení vlhkosti a teploty (viz. tabulka 10).

Varianta	Podmínky	Lepidlo	Varianta výpočtu rozložení vlhkosti a teploty
1.	stacionární	Bez lepidla	Varianta A
2.	nestacionární	1 mm lepidla	Varianta B

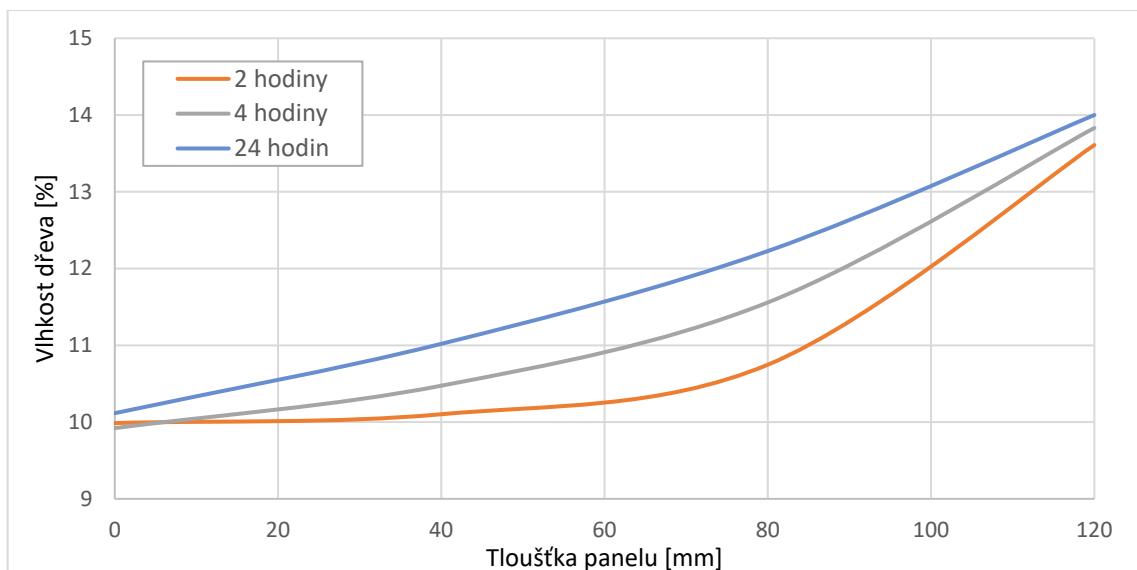
Tabulka 10: Varianty výpočtu vnitřního rozložení vlhkosti a teploty

Pro výpočet Varianty 1 byly použity následující okrajové podmínky (viz. tabulka 11)

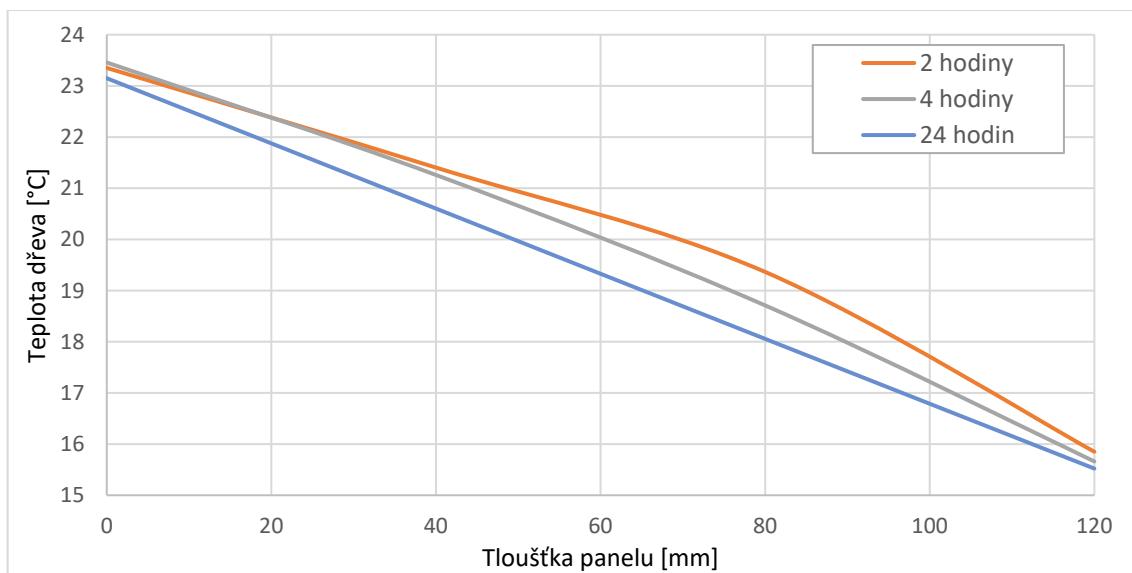
	Teplota vzduchu	Vlhkost vzduchu
Interiér	25 °C	50 %
Exteriér	15 °C	75 %

Tabulka 11: Okrajové podmínky Varianty 1

Na základě těchto okrajových podmínek bylo vypočítáno rozložení vlhkosti a teploty po průřezu panelu, a to v závislosti na čase. Z grafu 15 a 16 je patrná změna vlhkosti a teploty v čase. Pro výpočet vnitřního napětí bude nutné počítat se třemi hodnotami vlhkosti a teploty, a to v čase 2 hodiny, 4 hodiny a 24 hodin. Pro rozložení vlhkosti a teploty v čase 24 hodin bude posuzován i vliv jednotlivých faktorů.



Graf 15: Rozložení vlhkosti v panelu podle Varianty 1



Graf 16: Rozložení teploty v panelu podle Varianty 1

Do druhého numerického modelu je třeba zadat hodnoty vlhkosti a teploty vždy z vrchní a spodní plochy dané vrstvy panelu (viz tabulka 12).

Doba působení okrajových podmínek	Vlhkost dřeva [%]				Teplota dřeva [°C]			
	Tloušťka panelu [mm]				0	40	80	120
	0	40	80	120				
2 hodiny	9,98	10,1	10,74	13,61	23,35	21,4	19,4	15,9
4 hodiny	9,92	10,47	11,56	13,83	23,45	21,3	18,7	15,7
24 hodin	10,12	11,02	12,23	14,00	23,15	20,6	18,1	15,52

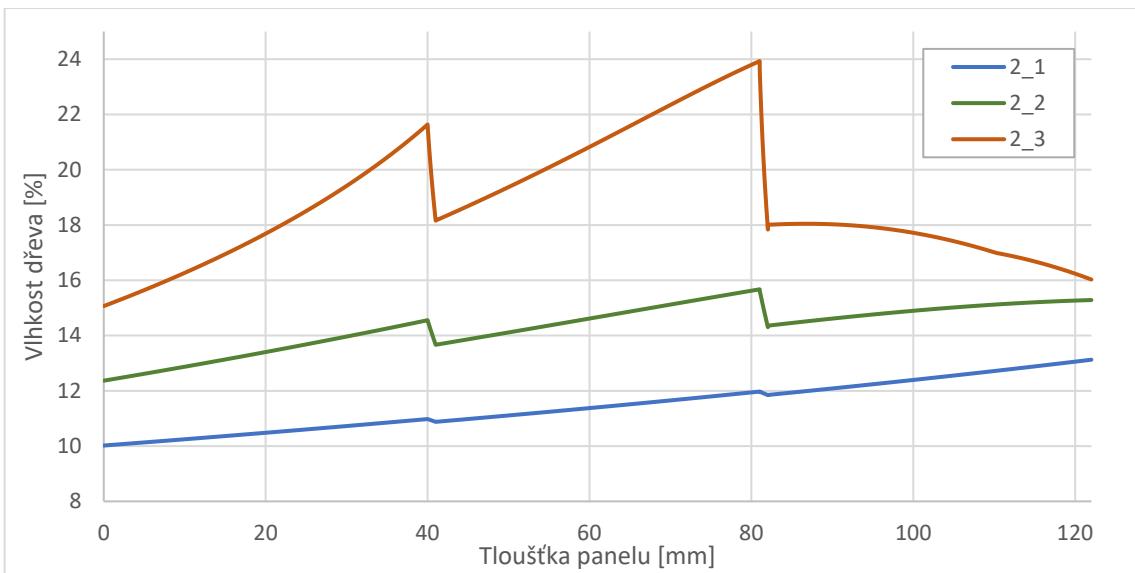
Tabulka 12: Hodnoty vlhkosti a teploty v čase dle Varianty 1

Pro výpočet Varianty 2 budou použity okrajové podmínky z grafu 9 a 10. Konkrétně se jedná o okrajové podmínky z měsíců června, října a listopadu. Okrajové podmínky jsou v tomto časovém období přibližně následující:

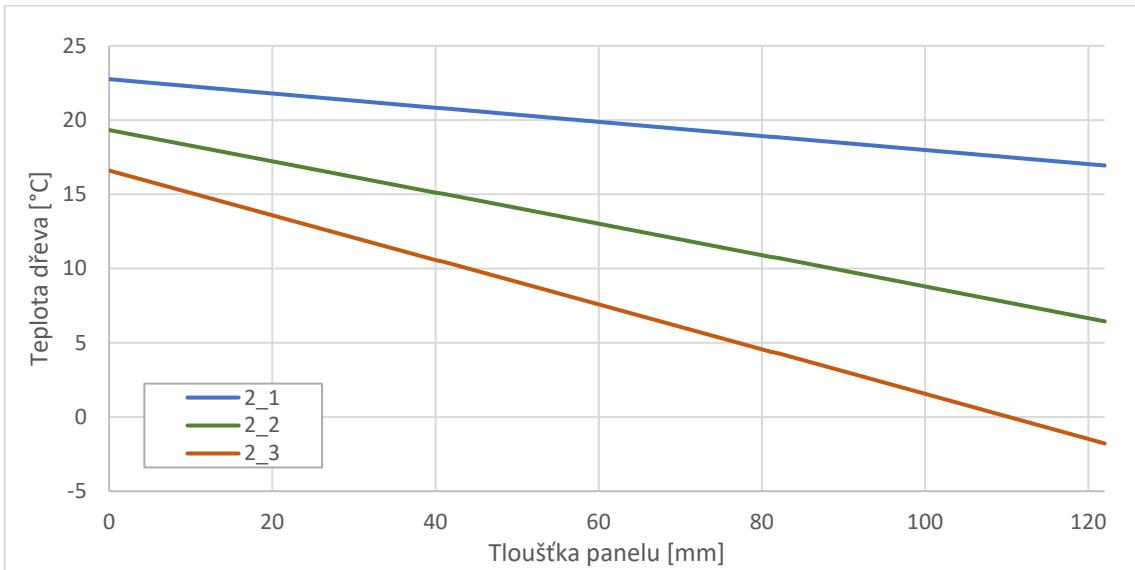
		Teplota vzduchu	Vlhkost vzduchu
červen 2_1	Interiér	24 °C	50 %
	Exteriér	17 °C	70 %
říjen 2_2	Interiér	24 °C	52 %
	Exteriér	12 °C	75 %
listopad 2_3	Interiér	26 °C	54 %
	Exteriér	6 °C	78 %

Tabulka 13: Okrajové podmínky pro výpočet vnitřního rozložení vlhkosti

Na základě okrajových podmínek z tabulky 13 bylo zjištěno rozložení vlhkosti a teploty po průřezu panelu.



Graf 17: Rozložení vlhkosti po průřezu panelu podle Varianty 2



Graf 18: Rozložení teploty po průřezu panelu podle Varianty 2

Do druhého numerického modelu je třeba zadat hodnoty vlhkosti a teploty vždy z vrchní a spodní plochy dané vrstvy panelu (viz tabulka 14). Na rozdíl od Varianty 1, Varianta 2 počítá i se dvěma vrstvami lepidla.

		Tloušťka panelu [mm]					
		0	40	41	81	82	122
červen 2_1	Vlhkost dřeva [%]	10	11	10,9	12	11,8	13,1
	Teplota dřeva [°C]	22,8	20,8	20,8	18,9	18,8	16,9
říjen 2_2	Vlhkost dřeva [%]	12,4	14,6	13,7	15,7	14,4	15,3
	Teplota dřeva [°C]	19,3	15,1	15,0	10,8	10,7	6,4
listopad 2_3	Vlhkost dřeva [%]	15,1	21,6	18,2	23,9	17,8	16,0
	Teplota dřeva [°C]	16,6	10,6	10,5	4,4	4,3	-1,8

Tabulka 14: Hodnoty vlhkosti a teploty dle Varianty 2

Výpočet vnitřního napětí bude počítán u jednotlivých variant a bude provedena analýza vlivu jednotlivých faktorů (viz. tabulka 15)

Označení panelu	Varianta výpočtu rozložení vlhkosti a teploty	Doba působení okrajových podmínek	Vlhkost dřeva [%]	Teplota dřeva [°C]
0_12_20	-	-	12	20
1_2	1	2 hodiny	10 – 13,6	23,4 – 15,9
1_4	1	4 hodiny	10 – 13,8	23,5 – 15,7
1_24	1	24 hodiny	10,1 – 14	23,2 – 15,5
1_24_w	1	24 hodiny	10,1 – 14	20
1_24_t	1	24 hodiny	12	23,2 – 15,5
2_1	2	3600 hodin	10 – 13,1	22,8 – 16,9
2_2	2	6480 hodin	12,4 – 15,3	19,3 – 6,4
2_3	2	7200 hodin	15,1 – 23,9	16,6 – -1,8

Tabulka 15: Označení jednotlivých desek pro výpočet vnitřního napětí

Okrajové podmínky jsou zvoleny tak, že ze čtyř hran jsou dvě protější hrany desky liniově podepřeny, tzn. je podepřený okraj desky. Zbytek panelu podepřen není, lze ho tedy označit jako volnou desku. Okrajové podmínky jsou definovány podle postupu a pravidel z kapitoly 3.1.5.3

4.3.2. Postup tvorby numerického modelu

V této podkapitole je popsán postup, jakým vznikl druhý výpočetní skript (v plném znění viz. Příloha 2).

Zásadní podmínkou pro správné fungování obou výpočetních skriptů bylo shodné zadání geometrie prvku. V tomto výpočetním skriptu byly, na rozdíl od prvního výpočetního skriptu, zanedbány vrstvy lepidla, které se v panelu vyskytují.

Na začátku výpočetního skriptu je potřeba definovat geometrii celého panelu. Jednotlivé rozměry panelu budou voleny podle konkrétního panelu, který se bude posuzovat. Stejný postup se uplatní i pro orientaci jednotlivých vrstev. Následně je potřeba zapsat rozložení vlhkosti a teploty po průřezu panelu, které vyšlo v prvním výpočetním modelu. Zapisuje se vždy vlhkost a teplota na horní i dolní ploše dané vrstvy. Při výpočtu třívrstvé desky se tedy bude zapisovat 6 hodnot vlhkostí (v %) a 6 hodnot teploty (v °C). Dále se zapíšou materiálové vlastnosti materiálu, v tomto případě materiálové vlastnosti smrkového dřeva, a zadají se hodnoty plošného a osové zatížení, které působí na konstrukční prvek. Hodnoty pevnostních vlastností dřeva jsou podle vztahu 3.5.1 upraveny dle dané vlhkosti v dané vrstvě. Počítáno je vždy s největší hodnotou vlhkosti v dané vrstvě. Podle vztahů 3.5.2 až 3.5.7 jsou upraveny hodnoty modulů pružnosti dřeva v dané vrstvě.

Dřevo	Hustota [kg/m ³]	E ₁ [10 ⁸ N/m ²]	E ₂ [10 ⁸ N/m ²]	E ₃ [10 ⁸ N/m ²]	G ₄₄ [10 ⁸ N/m ²]	G ₅₅ [10 ⁸ N/m ²]	G ₆₆ [10 ⁸ N/m ²]
Smrk	392	136,50	7,890	2,890	5,73	4,74	0,53

Tabulka 16: Použité elasticke koeficienty (Požgaj et al, 1997)

Dřevo	Tah [MPa]		Tlak [MPa]		Smyk [MPa]
	II	I	II	I	
Smrk	74,4	2,2	34,1	3,4	6,7

Tabulka 17: Použité koeficienty pevnosti dřeva (Požgaj et al, 1997)

Jednotlivé koeficienty tuhosti v jednotlivých vrstvách budou transformovány podle vztahů 3.1.32 až 3.1.37. Následně bude definována matice ABCD, dle postupu uvedeného v kapitolách 3.1.5.4 a 3.1.6. Podle postupu popsáного v kapitolách 3.1.5.4 a 3.1.6 se postupně definují jednotlivé členy této matice, včetně částečného i plného invertování jednotlivých prvků této matice.

Následuje výpočet deformací vzniklých gradientem vlhkosti a teploty. Pro výpočet vlhkosti byl použit vzorec 3.4.1. Jelikož výpočetní model uvažuje s celistvými vrstvami dřeva a zanedbává slepení jednotlivých vrstev panelu z dřevěných lamel, bylo zapotřebí změnit hodnoty bobtnání v daném směru pro lepené dřevo. Z tohoto důvodu byla použita hodnota radiálního bobtnání $1/30.\rho_0$. V podélném směru se použila hodnota také $1/30.\rho_0$ a v tangenciálním směru $2/3.\rho_0$. zůstane hodnota bobtnání stejná, délkové napojování lamel je tedy zanedbáno. Následuje výpočet mechano-sorpčního efektu podle vztahu 3.4.3 a postupu popsáного v kapitole 3.4.2. Deformace vzniklé vlhkostní napětím, teplotním napětím a mechano-sorpčním efektem se následně sečtou.

Na základě znalosti Kirchhoffovy teorie lze vypočítat pomocí vztahů 3.1.59 až 3.1.61 ohybovou deformaci. Díky znalosti diferenciální rovnice ohybové čáry 3.1.49 lze vypočítat vniklé ohybové momenty. Následuje výpočet deformací. Tento postup výpočtu je rozdělen na výpočet normálových a snykových deformací ϵ a na výpočet ohybových deformací κ . Hodnoty normálových a snykových deformací v jednotlivých vrstvách získáme díky znalosti laminační teorie z kapitoly 3.1.6, konkrétně díky vztahu 3.1.96. Poté díky Hookeovu zákonu a vztahu 3.1.24 lze získat hodnoty napětí, které se musejí následně transformovat pomocí transformační matice a vztahu 3.1.28. Následuje výpočet hodnoty ohybových deformací. Opět se použije znalost laminační teorie a vztahu 3.1.96, jak tomu bylo u výpočtu normálových a snykových deformací. Poté díky vztahům 3.1.58 a 3.1.63 dojde k výpočtu napětí. Znova je potřeba tato napětí pomocí transformační matice a vztahu 3.1.28 transformovat. Po tomto kroku může dojít ke konečnému sečtení celkových napětí, a to za použití vztahu 3.1.62. V tuto chvíli jsou

vypočítána jednotlivá napětí, tedy σ_1 , σ_2 a σ_6 , pro každý vrstvu zvlášť, a to vždy pro horní i spodní povrh této vrstvy. V okamžiku, kdy hodnota napětí vyjde kladná, jedná se o tahové napětí. V okamžiku, kdy hodnota napětí bude naopak záporná, bude se jednat o tlakové napětí. Posledním důležitým výpočtem tohoto numerického modelu je výpočet průhybu. Ke zjištění tohoto údaje se použije desková rovnice, konkrétně vztah 3.1.68.

4.4. Experiment

K experimentálnímu měření bylo přistoupeno z důvodu ověření numerického modelu. K tomuto experimentálnímu řešení byla zvolena třívrstvá deska se smrkového dřeva od výrobce Agrop Nova a.s.. Tato deska se skládá ze dvou povrchových vrstev a z jedné středové vrstvy, jejíž vlákna jsou kolmá k průběhu vláken povrchových vrstev. Pro účely experimentu byla zvolena deska o tloušťce 19 mm s tloušťkou jednotlivých vrstev 6-7-6 mm. Experimentální měření bylo rozděleno na dvě části. První část se zabývala měřením průhybu desky při spojitém zatížení. Druhá část se zaměřovala na únosností panelu a druhu jejího porušení. Při první části experimentu měla deska rozměry 1 x 1,7 metru a byla podepřena tak, že mezi podpěrami byla vzdálenost 1,5 m. Jelikož bylo v numerickém modelu počítáno se spojitým plošným zatížením, bylo zapotřebí desku zatížit tímto druhem zatížení i během experimentu. K tomuto účelu bylo použito vody, která byla zabalena do pytlů po 15 kg (147,15 N). Tyto pytle byly postupně pokládány na panel tak, aby bylo jejich váha co nejvíce rovnoměrně rozprostřena po ploše panelu. Během zatěžování panelu byl postupně měřen průhyb desky, a to v místě největšího průhybu, tedy uprostřed panelu. Panely byly zatěžovány postupně až 19 pytlů s vodou, tj. 285 kg (2795,85 N). Každá deska byla postupně zatížena třikrát, aby bylo co nejvíce zamezeno chybě, která vznikla při nerovnoměrném rozložení zatížení.



Obrázek 20: Experimentální zatěžování desky

K experimentu byly použity čtyři desky, kdy každá z těchto desek měla jiné hodnoty vlhkosti a teploty. Vlhkosti a teploty jednotlivých desek byly následující:

Označení desky	Vlhkost dřeva [%]	Teplota dřeva [°C]	Podmínky v klimatizační komoře	
			Vlhkost [%]	Teplota [°C]
I	12	20	65	20
II	12	50	74	50
III	20 - 12	20	90	20
IV	12 - 20	20	90	20

Tabulka 18: Rozdělení jednotlivých experimentálních desek

Jelikož u desek III. a IV. bylo zapotřebí navodit nerovnoměrné rozložení vlhkosti a teploty, bylo nutné zabránit vlhkosti, aby vstupovala do materiálu jinudy než jednou jedinou plochou. K tomuto účelu byla deska natřena syntetickým nátěrem. Nátěr pokrýval jednu plochu a všechny hrany desky a jeho účelem bylo v krátkém časovém intervalu zabránit vstupu vlhkosti do materiálu. Tyto desky byly podmínkám v klimatizační komoře vystaveny 3 hodiny. Tato hodnota byla spočítána pomocí prvního numerického modelu.

Po uplynutí tohoto časového úseku by měla být vlhkost v desce rozložena od 20 % vlhkosti u nenatřené plochy, až po 12 % vlhkost u spodní, natřené plochy. V deskách III. a IV. bylo tedy rozložení vlhkosti totožné. Deska číslo III byla zatěžována na ploše, která měla vlhkost 20 %. Na rozdíl od toho deska číslo IV byla zatěžována na natřené ploše, tedy na ploše, kde byla vlhkost kolem 12 %.



Obrázek 21: Desky číslo 1 a 2 v klimatizační komoře



Obrázek 22: Desky číslo 3 a 4 v klimatizační komoře

Druhá část experimentu byla zaměřena na únosnost panelu, zejména s přihlédnutím k tomu, k jakému druhu porušení dojde při maximálním zatížení. K tomuto účelu byla použita deska o rozměrech $0,3 \times 1,7$ metru, která měla teplotu 20°C a jejichž relativní vlhkost byla 12 %. Tato deska byla podepřena tak, že mezi podpěrami byla vzdálenost 1,5 metru. Ke zjištění maximální únosnosti byl použit univerzální trhací stroj, deska byla zatěžována uprostřed liniovým zatížením.



Obrázek 23: Měření únosnosti desky

5. Výsledky

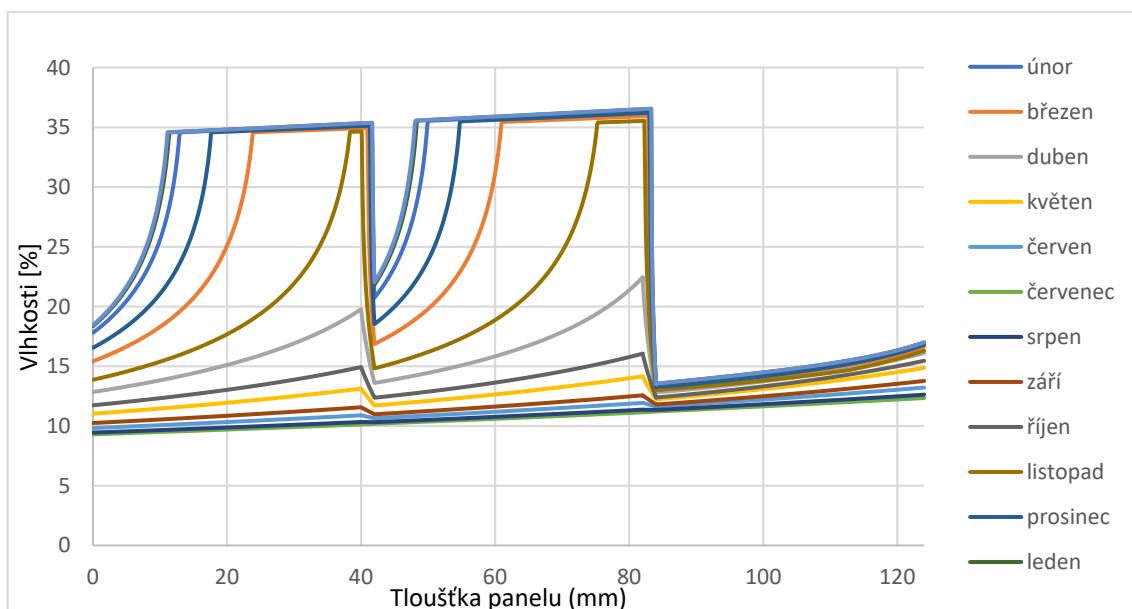
5.1. Výsledky prvního numerického modelu

V této kapitole jsou popsány výsledky prvního numerického modelu, který slouží k výpočtu rozložení vlhkostního a teplotního pole v dřevěném konstrukčním prvku, konkrétně v CLT panelu.

5.1.1. Výsledky Varianty A a Varianty B

Jedním z cílů mé diplomové práce bylo zjistit míru vlivu, který má na rozložení vlhkosti a teploty použití hodnot vlhkostních a teplotních vlastností dřeva obsažených v technických normách (ČSN 735 540-3), s reálnými hodnotami, ke kterým ve dřevě skutečně dochází. K tomuto účelu byly vytvořeny dva druhy výpočtu:

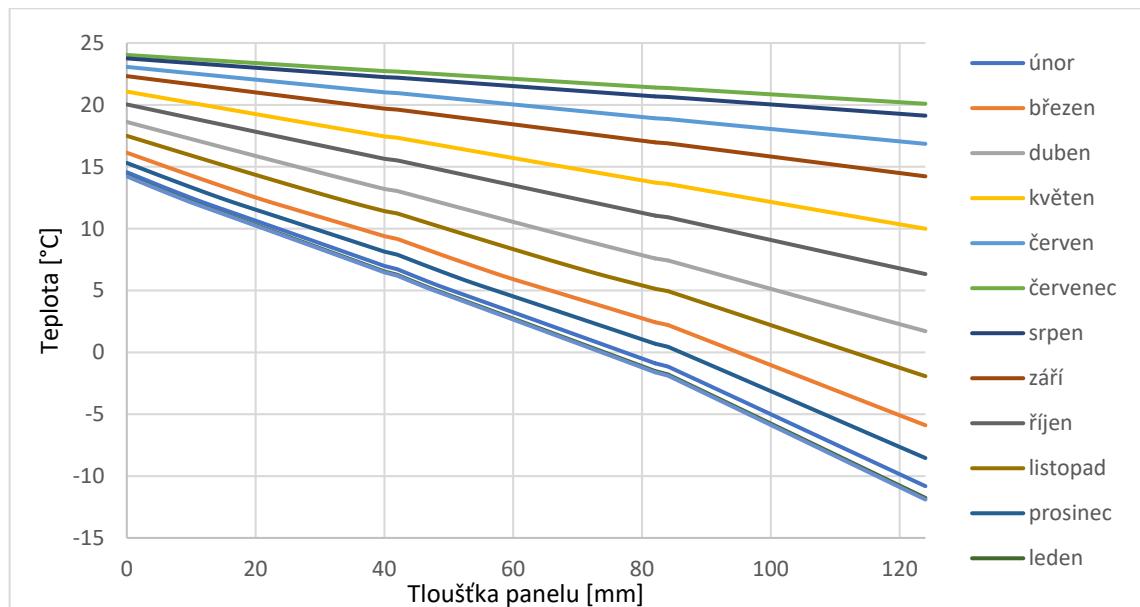
- *Varianta A*
 - Vypočtené hodnoty dle výše uvedených vztahů v závislosti na teplotě a vlhkosti dřeva
- *Varianta B*
 - Hodnoty z technických norem (např. ČSN 73 540-3)



Graf 19: Rozložení vlhkosti podle Varianty A

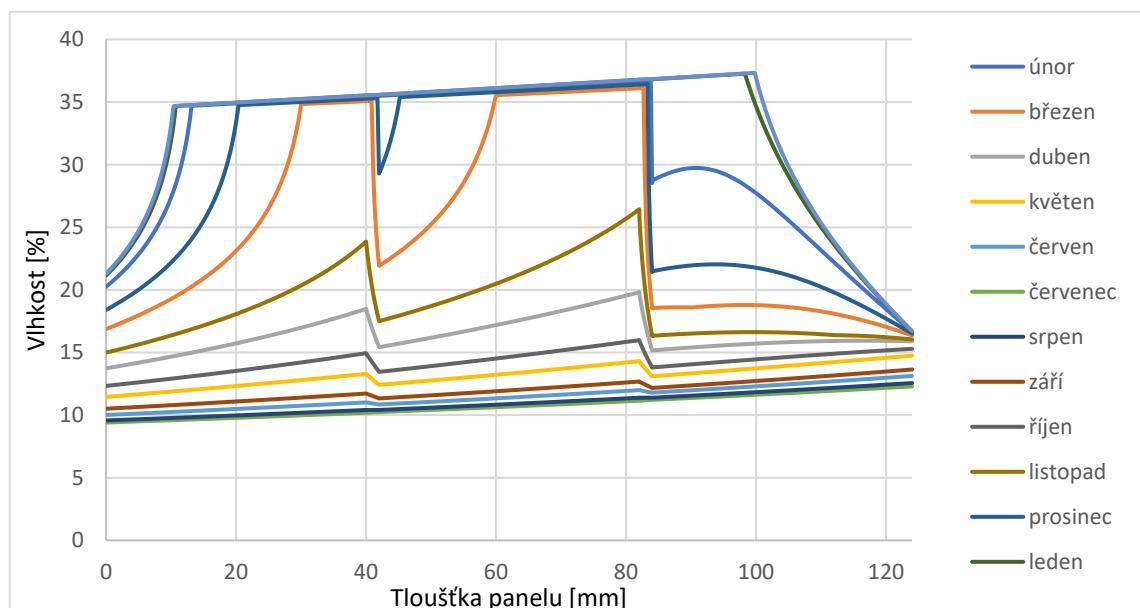
V grafu 19 můžeme vidět rozložení vlhkosti po tloušťce panelu během jednoho roku vypočítané podle *Varianty A*. V tloušťce 40 až 42 mm a 82 až 84 mm se nachází lepidlo, a můžeme zde pozorovat výraznou změnu vlhkosti ve většině měsíců. K největšímu rozdílu vlhkosti dochází v zimních měsících, kdy je rozdíl mezi interiérovými a exteriérovými podmínkami největší. K výraznějším změnám vlhkosti dochází až ve druhé

a třetí vrstvě dřeva ve směru z exteriéru do interiéru. V první vrstvě dřeva, na kterou přímo působí podmínky exteriéru, lze rozložení vlhkosti označit za lineární.



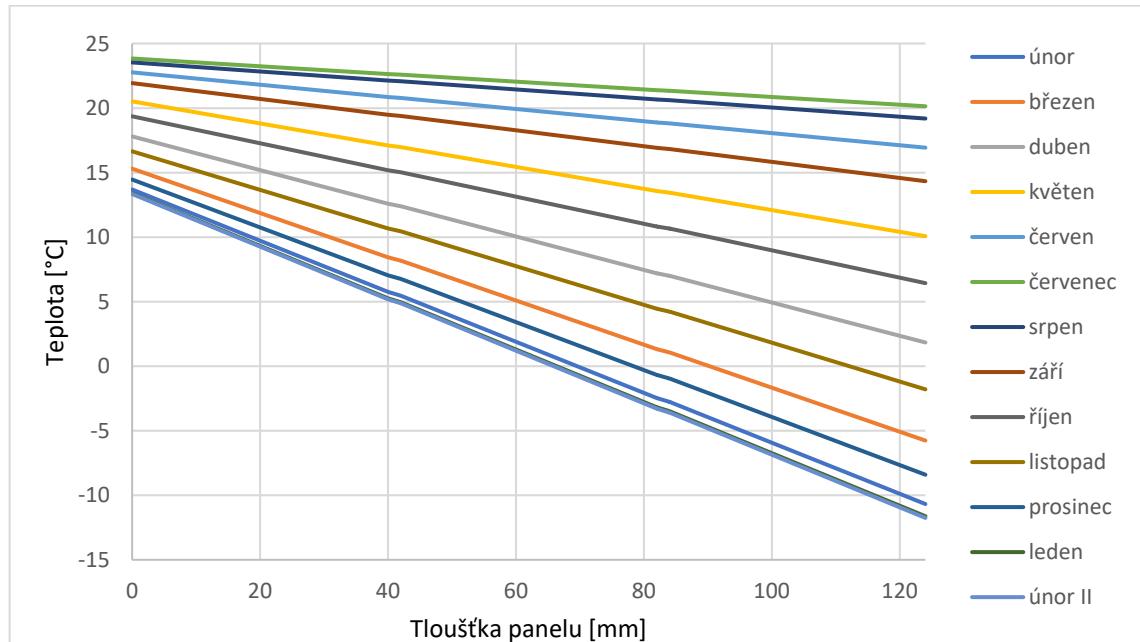
Graf 20: Rozložení teploty podle Varianty A

V grafu 20 můžeme vidět rozložení teploty po tloušťce panelu během jednoho roku vypočítané podle *Varianty A*. Vrstva lepidla nemá na průběh teploty výrazný vliv, a rozložení teploty po tloušťce panelu lze označit za lineární. K největšímu rozdílu teploty dochází v zimních měsících, kdy je rozdíl mezi interiérovými a exteriérovými podmínkami největší.



Graf 21: Rozložení vlhkosti podle Varianty B

V grafu 21 můžeme vidět rozložení vlhkosti po tloušťce panelu během jednoho roku vypočítané podle *Varianty B*. V tloušťce 40 až 42 mm a 82 až 84 mm se nachází lepidlo, a ve většině měsíců můžeme pozorovat výraznou změnu vlhkosti. K největšímu rozdílu vlhkosti dochází v zimních měsících, kdy je rozdíl mezi interiérovými a exteriérovými podmínkami největší. Na rozdíl od výsledků *Varianty A* je rozložení vlhkosti velmi rozdílné ve všech třech vrstvách dřeva.

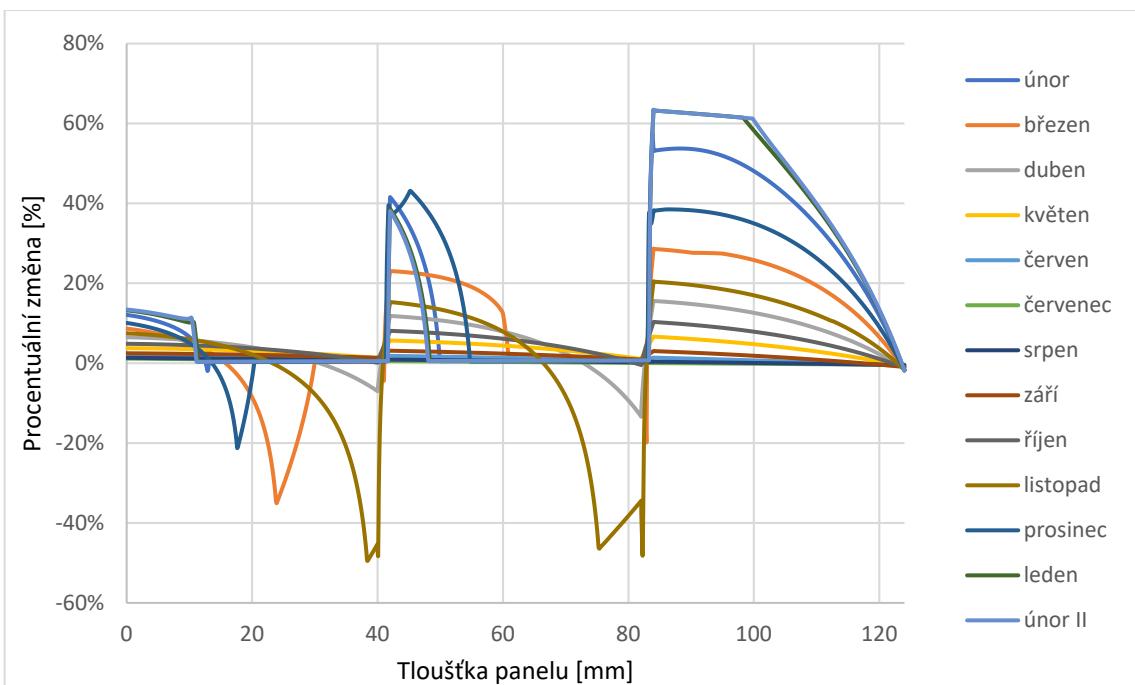


Graf 22: Rozložení teploty podle *Varianty B*

V grafu 22 můžeme vidět rozložení teploty po tloušťce panelu během jednoho roku vypočítané podle *Varianty B*. Stejně jako je tomu u *Varianty A*, vrstva lepidla nemá na průběh teploty výrazný vliv, a rozložení teploty po tloušťce panelu lze označit za lineární. K největšímu rozdílu teploty dochází v zimních měsících, kdy je rozdíl mezi interiérovými a exteriérovými podmínkami největší.

	Vlhkost [%]											
	Varianta A						Varianta B					
Tloušťka [mm]	0	40	42	82	84	124	0	40	42	82	84	124
únor	17.8	35.3	20.7	36.4	13.4	16.9	20.3	35.5	35.5	36.7	28.5	16.6
květen	11	13.1	11.7	14.2	12.2	14.9	11.5	13.3	12.4	14.3	13.1	14.7
srpen	9.4	10.3	10.3	11.4	11.3	12.6	9.6	10.4	10.4	11.4	11.4	12.6
listopad	13.9	34.7	14.8	35.5	13	16.3	15	23.4	17.5	26.4	16.3	16
únor	18.4	35.4	22	36.5	13.5	17	21.3	35.5	35.6	36.8	36.8	16.7

Tabulka 19: Rozdíl v rozložení vlhkosti u *Varianty A* a *Varianty B*

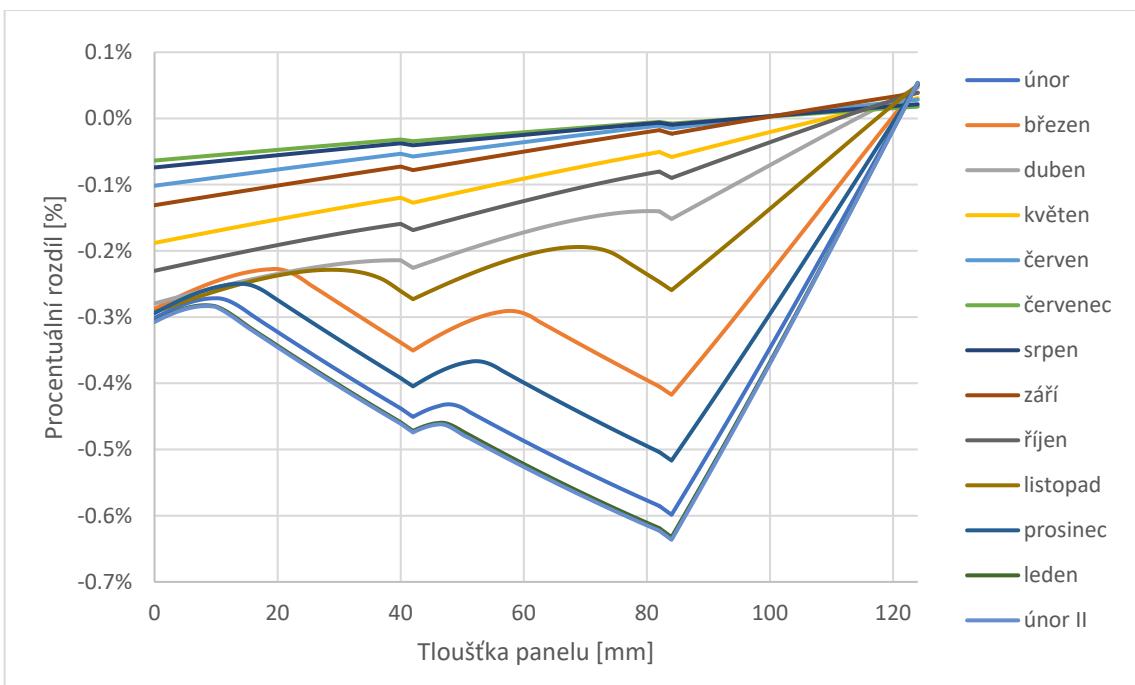


Graf 23: Procentuální rozdíl rozložení vlhkosti mezi výsledky Varianty A a Varianty B

V tabulce 19 a grafu 23 můžeme vidět rozdíl v rozložení vlhkosti u Varianty A a Varianty B. Můžeme vidět velký rozdíl mezi těmito dvěma variantami. K největšímu rozdílu dochází v první vrstvě dřeva ve směru od exteriéru k interiéru, a poté vždy u vrstvy lepidla. Většinově lze konstatovat, že Varianta B, tedy výpočet dle normativních hodnot, nadhodnocuje hodnoty vlhkosti ve dřevě.

	Teplota [°C]											
	Varianta A						Varianta B					
Tloušťka [mm]	0	40	42	82	84	124	0	40	42	82	84	124
únor	14,6	7	6,7	-0,9	-1,1	-10,8	13,7	5,8	5,5	-2,5	-2,7	-10,7
květen	21,1	17,4	17,3	13,7	13,6	10	20,5	17,1	17	13,6	13,4	10,1
srpen	23,8	22,2	22,2	20,7	20,6	19,1	23,5	22,1	22,1	20,7	20,6	19,2
listopad	17,5	11,4	11,2	5,1	4,9	-1,9	16,7	10,7	10,5	4,4	4,2	-1,8
únor	14,2	6,5	6,2	-1,6	-1,9	-11,9	13,3	5,2	4,9	-3,3	-3,6	-11,8

Tabulka 20: Rozdíl v rozložení teploty u Varianty A a Varianty B



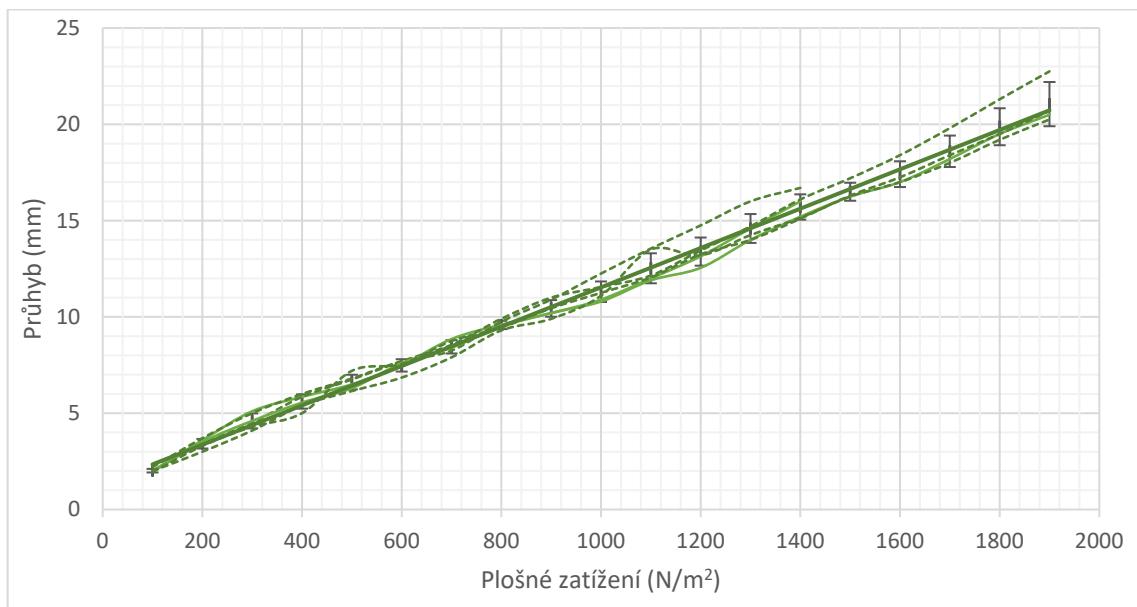
Graf 24: Procentuální rozdíl rozložení teploty mezi výsledky Varianty A a Varianty B

V tabulce 20 a grafu 24 můžeme vidět rozdíl v rozložení teploty u *Varianty A* a *Varianty B*. Pro vytvoření tohoto porovnání bylo potřeba použít Kelvinovy stupnice. Můžeme vidět, že rozdíl mezi těmito dvěma variantami je velmi malý. K největším rozdílům mezi *Variantou A* a *Variantou B* dochází v zimních měsících po celém průřezu panelu, přičemž tento rozdíl je přibližně 1,5 °C.

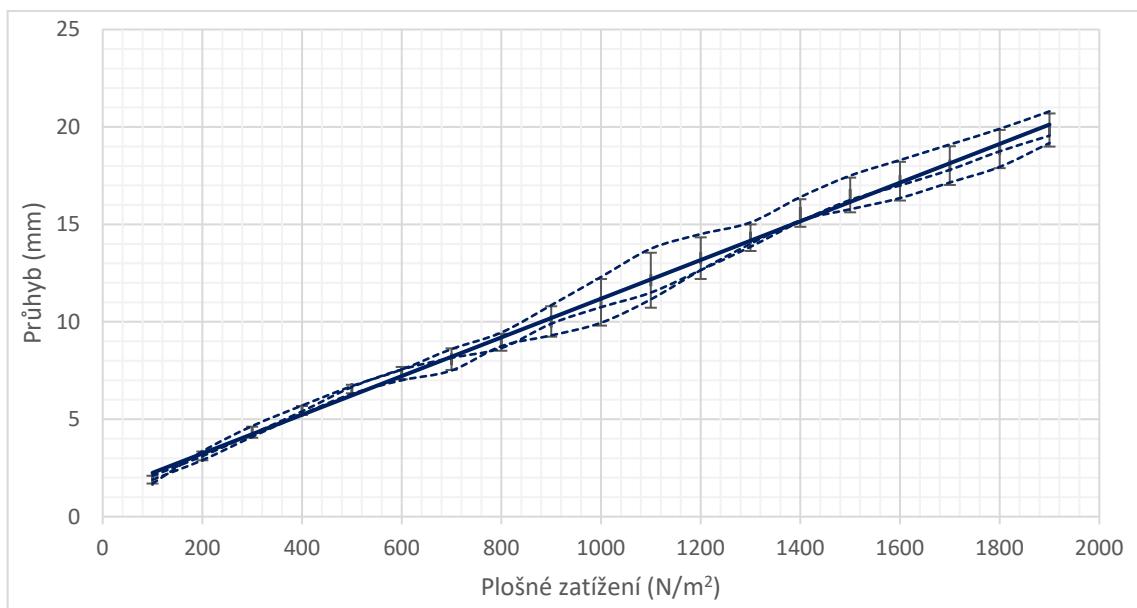
5.2. Výsledky experimentálního měření

V této kapitole jsou popisovány výsledky jednotlivých experimentálních měření a jejich následné porovnání s výsledky z druhého numerického modelu. Popsány jsou jak konkrétní hodnoty průhybu desek, tak procentuální změna průhybů jednotlivých desek vůči I. desce, která měla teplotu 20 °C a relativní vlhkost 12 %. Výsledky jsou popsány a znázorněny v grafech a tabulkách.

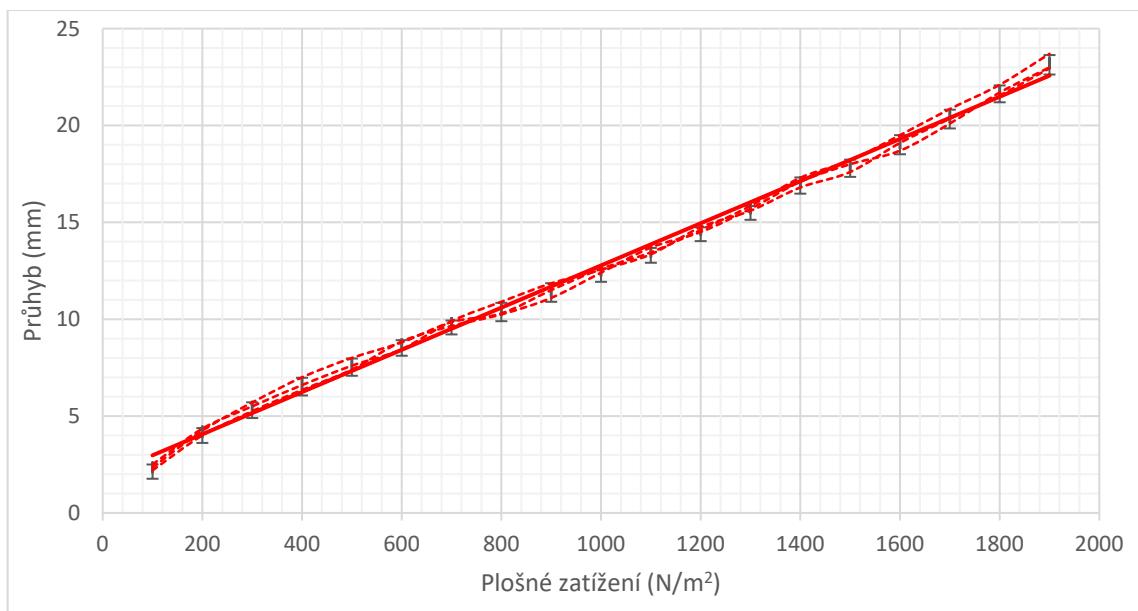
5.2.1. Průhyb desek



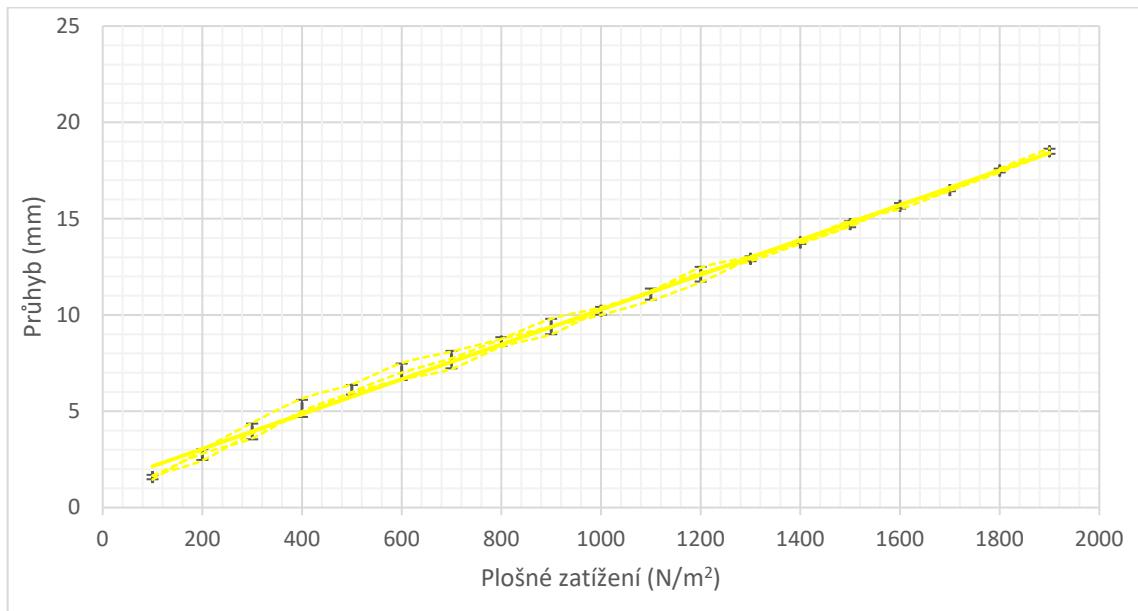
Graf 25: Výsledky experimentálního měření průhybu I. desky



Graf 26: Výsledky experimentálního měření průhybu II. desky



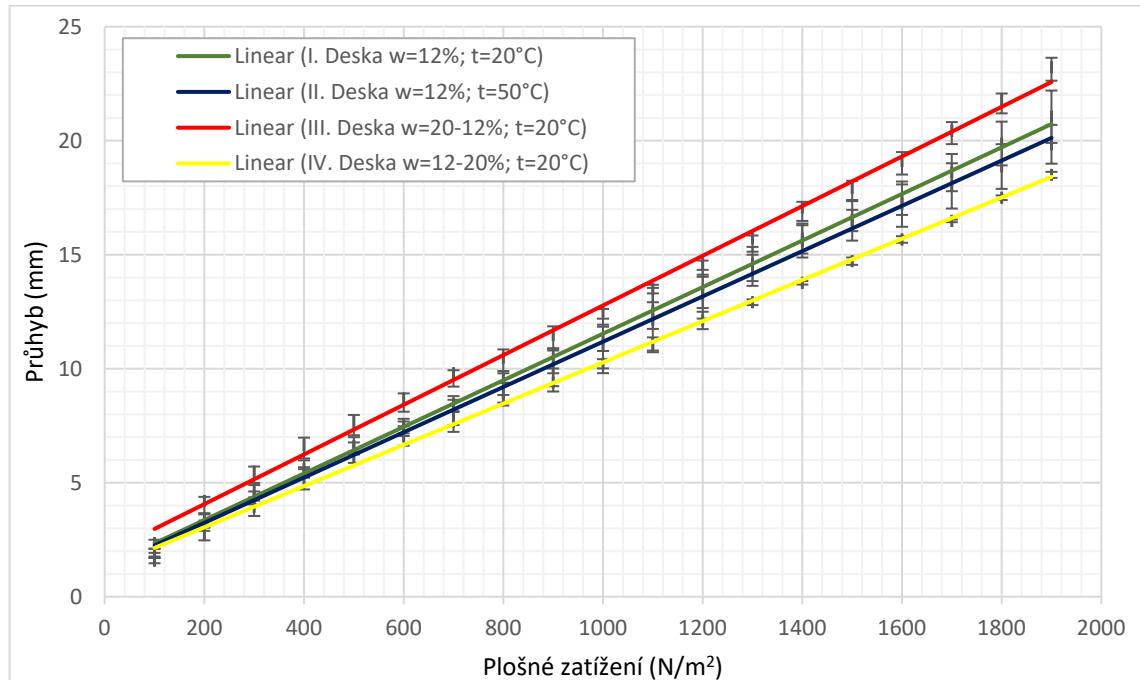
Graf 27: Výsledky experimentálního měření průhybu III. desky



Graf 28: Výsledky experimentálního měření průhybu IV. desky

Na grafu 25 až 28 můžeme vidět průhyby jednotlivých desek, a to v závislosti na zatížení, které působilo na celou desku. Čárkovaně jsou označeny jednotlivé experimenty a plná čára značí průměrnou hodnotu ze všech měření. Z grafů je patrné, že při maximálním zatížení, tedy při zatížení 1,9 kN/m², došlo k průhybu, který se pohyboval v rozmezí 19,5 až 24,5 mm. K největšímu průhybu došlo u III. desky, která měla rozložení vlhkosti 20 až 12 %. Naopak nejmenší průhyb byl změřen u IV. desky, u které je rozložení vlhkosti a teploty stejné jako u III. desky. Rozdíl spočíval v tom, jaká plocha byla zatěžována. U III. desky byla zatěžována (vrchní) plocha s vlhkostí 20 %, u desky IV. byla zatěžovaná (vrchní) plocha s vlhkostí 12 %. Při největším zatížení byl

rozdíl v průhybu mezi těmito dvěma deskami přibližně 5 mm. Největší variabilitu výsledků jednotlivých měření lze pozorovat u II. desky, která měla teplotu 50 °C a vlhkost 12 %. Tato variabilita je způsobena pravděpodobně tím, že během experimentálního měření došlo k postupnému ochlazování desky. Jako příkladem výše uvedeného poslouží třetí měření, při němž měla deska výrazně jiné hodnoty teploty než při prvním měření. U III. a IV. desky lze pozorovat pouze drobnou variabilitu výsledků.

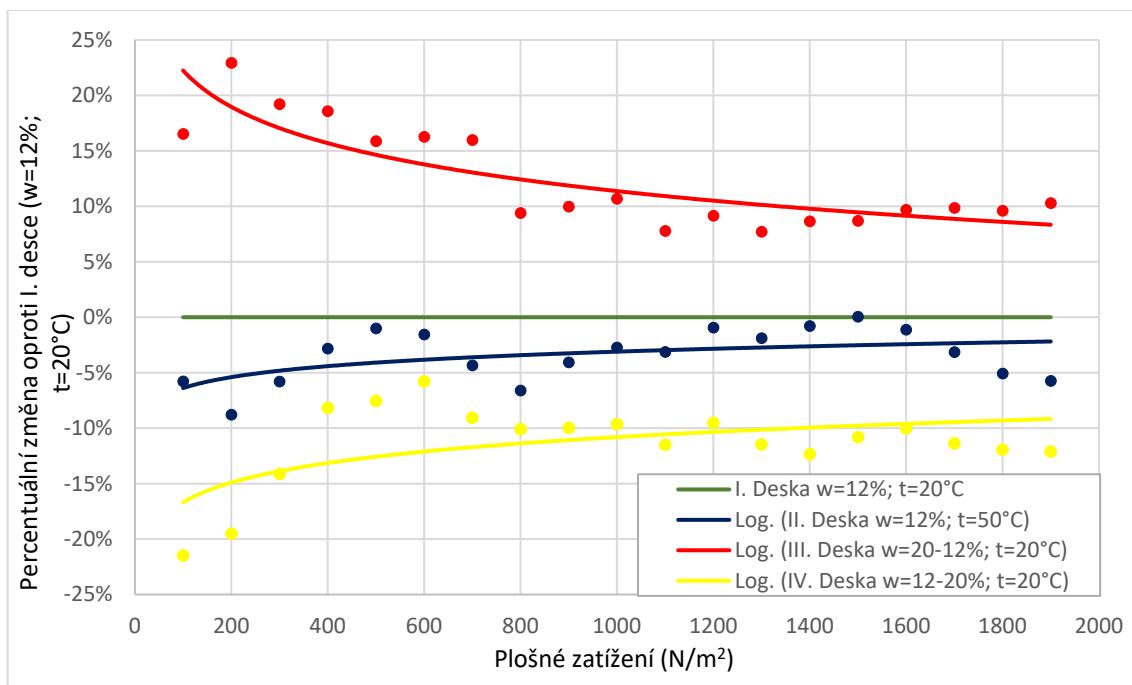


Graf 29: Výsledky experimentálního měření průhybů desek

V grafu 29 můžeme vidět porovnání průhybů jednotlivých desek. Přestože je průhyb II. desky v průměru menší než průhyb I. desky, nelze kvůli velké směrodatné odchylce tento výsledek označit za relevantní. Naopak změna průhybu u desek III. a IV. je natolik výrazná, že ji lze označit za relevantní.

	Průhyb desek při plošném zatížení 1900 N/m ²	Průměrná směrodatná odchylka
I. Deska w=12 %; t=20 °C	21.05 mm	0.543
II. Deska w=12 %; t=50 °C	19.85 mm	0.685
III. Deska w=20-12 %; t=20 °C	23.22 mm	0.272
IV. Deska w=12-20 %; t=20 °C	18.5 mm	0.246

Tabulka 21: Výsledky experimentálního měření průhybu desek

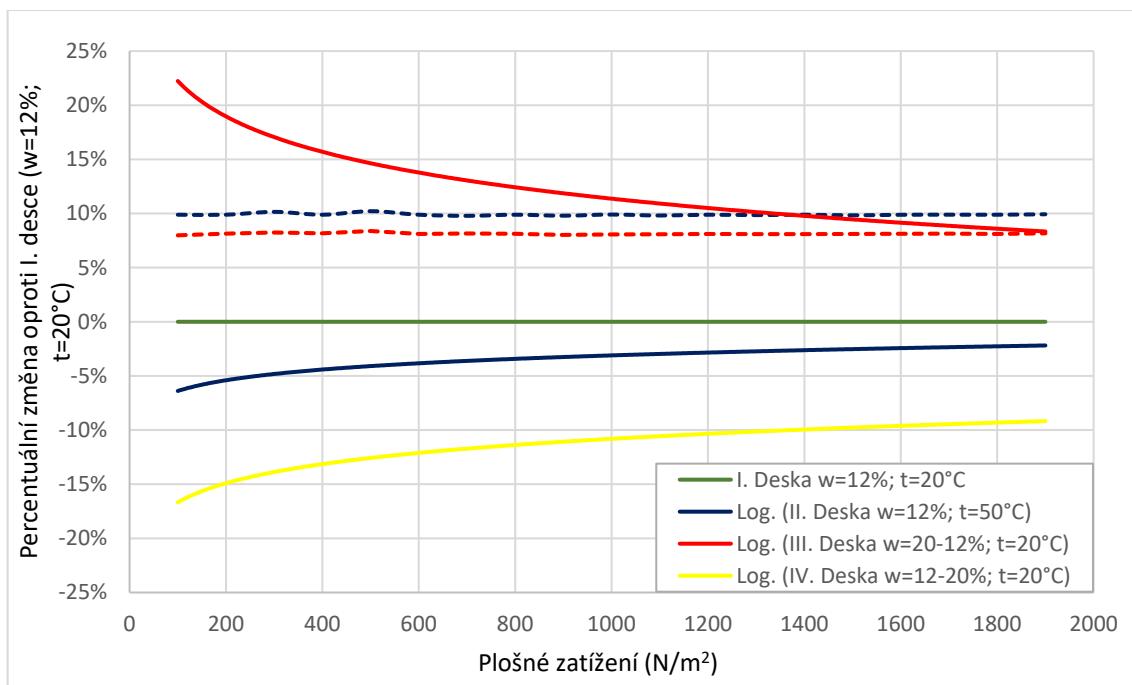


Graf 30: Procentuální změna průhybů desek oproti I. desce

V grafu 30 můžeme vidět procentuální změnu průhybu jednotlivých desek vůči I. desce, která měla relativní vlhkost 12 % a teplotu 20 %. Z grafu je patrná velká variabilita výsledků při nízkém zatížení panelu. Tato variabilita plyne ze způsobu provedení experimentu, kdy byly jednotlivé pytle postupně pokládány na desku. Při těchto nízkých zatíženích nebyla tedy deska zatížena v celé ploše. Přibližně od zatížení 0,8 kN/m² jsou už výsledky velmi konzistentní. K největší změně průhybu dojde u IV. desky, kde je průhyb přibližně o 12 % menší. Naopak u III. desky je průhyb přibližně o 10 % větší než u I. desky.

	Procentuální změna průhybu při plošném zatížení 1900 N/m ²	Průměrná procentuální změna průhybu
I. Deska w=12 %; t=20 °C	0.0 %	0.0 %
II. Deska w=12 %; t=50 °C	-5.7 %	-3.4 %
III. Deska w=20-12 %; t=20 °C	10.3 %	12.5 %
IV. Deska w=12-20 %; t=20 °C	-12.1 %	-11.4 %

Tabulka 22: Procentuální změna průhybu desek oproti I. desce

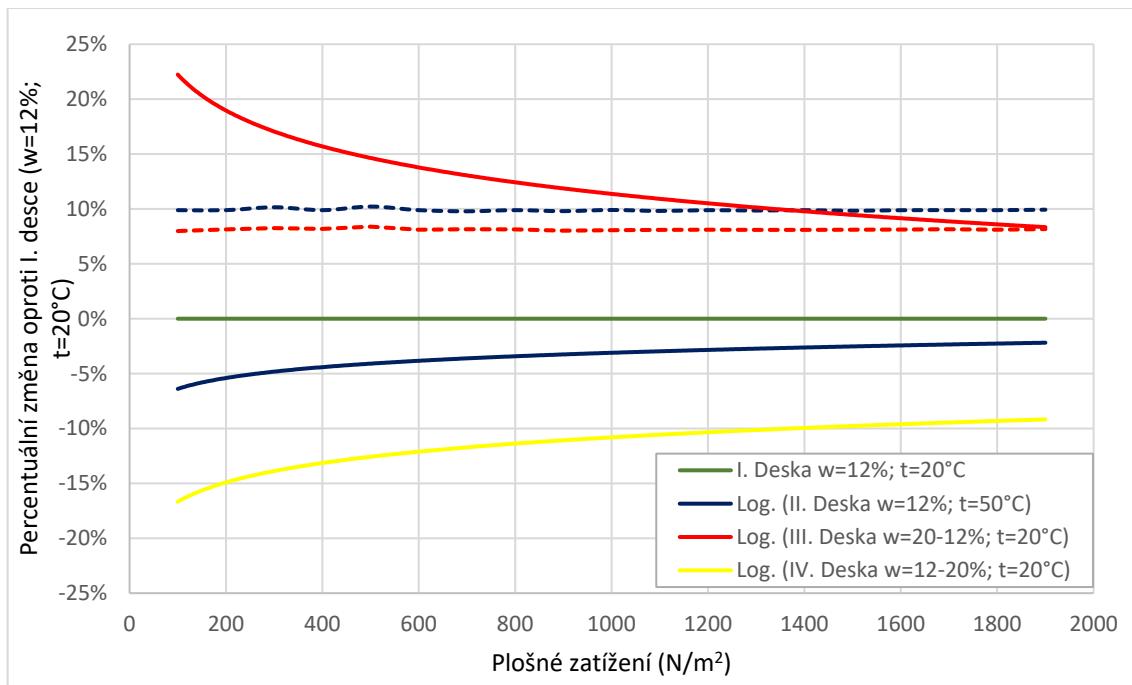


Graf 31: Porovnání experimentálních výsledků průhybu desky a výsledků druhého numerického modelu

V grafu 31 můžeme vidět porovnání výsledků experimentálního měření průhybu jednotlivých desek s výsledky druhého numerického skriptu. U jednotlivých desek byla stanovena stejná geometrie a stejné hodnoty vlhkosti a teploty. Z grafu 31 je patrný rozdíl mezi vypočítanými a experimentálními výsledky. Výsledky průhybu z numerického modelu jsou u všech desek větší, a to v některých případech až o 8,5 mm. Takto velký rozdíl lze přisuzovat velké variabilitě dřeva jako materiálu, a nelze očekávat shodné materiálové vlastnosti reálného dřeva s hodnotami uvedenými v literatuře. Z grafu 31 je také patrný rozdíl mezi výsledky III. a IV. desky. U experimentálního měření se výsledky průhybu III. a IV. desky výrazně liší, u výsledků numerického modelu jsou průhyby těchto dvou desek naprosto totožné (v grafu 31 jsou viditelné pouze hodnoty IV. desky).

	Průhyb při plošném zatížení 1900 N/m ²	
	Experimentální měření	Numerický model
I. Deska w=12 %; t=20 °C	21.05 mm	24.98 mm
II. Deska w=12 %; t=50 °C	19.85 mm	27.46 mm
III. Deska w=20-12 %; t=20 °C	23.22 mm	27.00 mm
IV. Deska w=12-20 %; t=20 °C	18.5 mm	27.00 mm

Tabulka 23: Porovnání experimentálních výsledků průhybu desky a výsledků druhého numerického modelu



Graf 32: Porovnání procentuální změny průhybů desek oproti I. desce

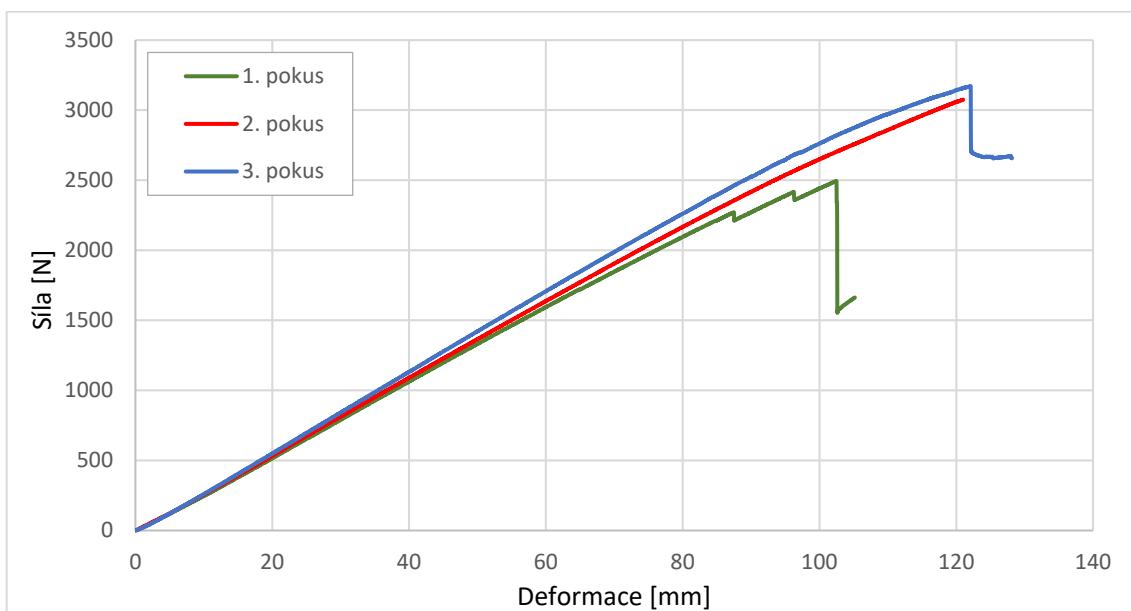
V grafu 32 můžeme vidět porovnání procentuální změny průhybů desek s I. deskou, jejichž teplota byla 20 °C a relativní vlhkost byla 12 %, z experimentálního měření s procentuální změnou průhybu, s výsledky z druhého numerického modelu. Z tohoto porovnání je patrný rozdíl mezi výsledky experimentu a numerického modelu u II. a IV. desky. U II. desky jsou podle experimentu hodnoty průhybu menší než u I. desky. Podle numerického modelu jsou hodnoty průhybu přibližně o 10 % větší než u I. desky. Ještě k většímu rozdílu došlo u IV. desky. Podle experimentu bude průhyb IV. desky přibližně o 9 % menší než u I. desky a podle numerického modelu bude tento průhyb přibližně o 8 % větší. Velmi dobré výsledky jsou ovšem patrné u III. desky. Zde se výsledky experimentálního měření a výsledky numerického modelu prakticky shodují. Na základě těchto výsledků a ověření funkčnosti druhého numerického modelu budu v práci pracovat s variantou rozložení vlhkosti a se způsobem zatížení, který byl použit u III. desky. U této desky byla klesala nerovnoměrně rozložená vlhkost od horní (zatěžované) plochy ke spodní ploše. Pro účel větší přesnosti výsledků by bylo nutné provést větší počet experimentálních měření. Bylo by ideální, provést tato měření tak, aby byly desky zatěžovány v podmínkách, které odpovídají požadovaným hodnotám vlhkosti a teploty. Účelu této práce ale zvolený způsob provedení experimentu vyhovuje, a s výsledky tohoto experimentu lze i nadále pracovat.

	Procentuální změna průhybu při plošném zatížení 1900 N/m ²	
	Experimentální měření	Numerický model
I. Deska w=12 %; t=20 °C	0.0 %	0.0 %
II. Deska w=12 %; t=50 °C	-5.7 %	10.0 %
III. Deska w=20-12 %; t=20 °C	10.3 %	8.0 %
IV. Deska w=12-20 %; t=20 °C	-12.1 %	10.0 %

Tabulka 24: Porovnání procentuální změny průhybu desek oproti I. desce

5.2.2. Únosnost desky

Druhou částí experimentálního řešení bylo měření únosnosti desky. K tomuto účelu bylo použito univerzálního trhacího stroje. Pro tyto účely byly použity totožné desky, jako v první části experimentu. Tyto desky se lišily ve svých rozměrech, jelikož měly rozměry 1,7 x 0,3 metru, a při experimentu byly podepřeny tak, že podpěry byly od sebe vzdáleny 1,5 metru.



Graf 33: Únosnost I. desky (t=20 °C; w=12 %)

V grafu 33 můžeme vidět únosnost I. desky, která má teplotu 20 °C a její relativní vlhkost je 12 %. Celkově byly provedeny tři pokusy a můžeme zde pozorovat určitý rozdíl v hodnotách únosnosti jednotlivých desek. Ke zpřesnění těchto hodnot bylo nutné provést více pokusu měření, a to z důvodu velké variability pevnostních vlastností dřeva. Jelikož způsob zatížení, jakým byla deska zatěžována během tohoto experimentu, se liší od způsobu zatížení v druhém numerickém modelu, nebudu s výsledky tohoto experimentu dále pracovat.

Zajímavým poznatkem této části experimentu je druh porušení desky. Z obrázku 24 je patrné, že k porušení desky došlo až ve chvíli, kdy byla porušená spodní, tedy tahová

vrstva desky. K porušení na horní, resp. tlakové vrstvě došlo mnohem dříve a toto porušení nemělo tak výrazný vliv na únosnost desky, jako porušení v tahové vrstvě.



Obrázek 24: Porušení I. desky na trhacím stroji

5.3. Výsledky druhého numerického modelu

V této kapitole jsou popsány výsledky druhého numerického modelu, který slouží k výpočtu vnitřního napětí vzniklého za působení vnějšího plošného zatížení a nerovnoměrně rozložené vlhkosti a teploty po průřezu panelu. Na základě různých okrajových podmínek a výpočtů rozložení vlhkosti a teploty jsem zvolil následující varianty výpočtu vnitřního napětí. Tyto varianty jsou detailněji popsány v tabulce 15.

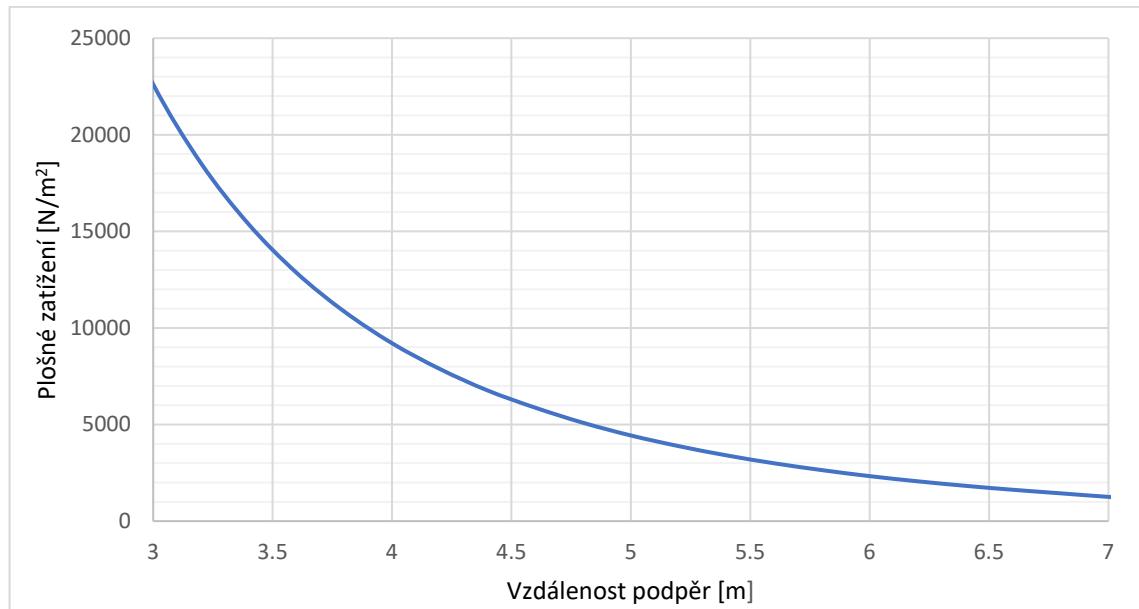
5.3.1. Lineární rozložení vlhkosti

V této kapitole jsou popisovány výsledky únosnosti a vnitřního napětí v panelech, ve kterých bylo rozložení vlhkosti a teploty vypočteno podle Varianty 1 (viz. tabulka 10 a 11).

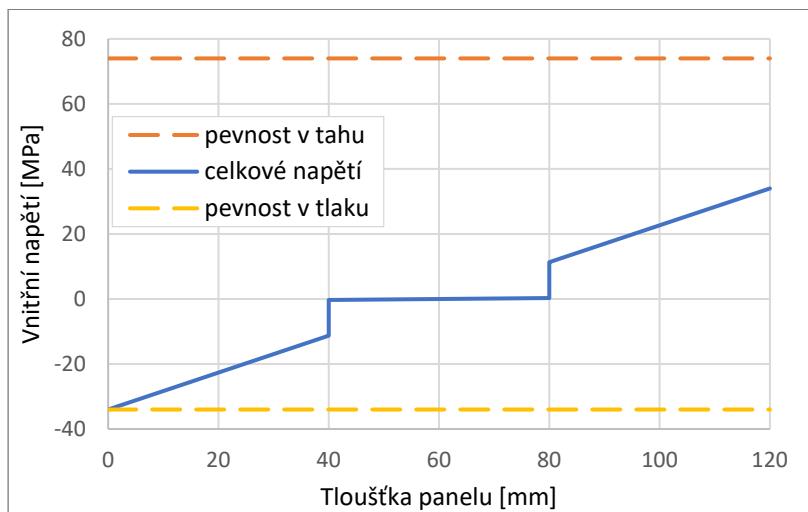
5.3.1.1. Panel s vlhkostí 12 % a teplotou 20 °C

V grafu 34 můžeme vidět únosnost panelu u varianty výpočtu 0_12_20. Únosnost byla stanovena vždy ve chvíli, kdy vnitřní napětí přesáhlo pevnost dřeva. Z grafu 35 vyplývá, že k porušení došlo díky tlakovému napětí na horní ploše první lamely (0 mm). Velikost únosnosti panelu se v intervalu vzdáleností podpěr 3-7 metrů pohybuje v rozmezí 22,72 až 1,26 kN/m². K největšímu vnitřnímu napětí ve směru vláken i ve směru kolmo na vlákna dochází na horní a spodní ploše panelu. Průběh vnitřního napětí je symetrický podle neutrální osy, která se nachází uprostřed panelu (60 mm). Ve směru

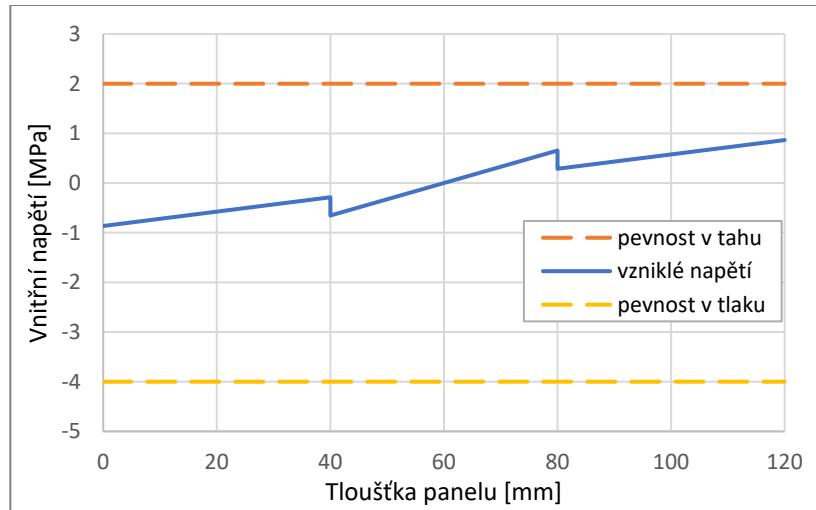
vláken má největší tahové i tlakové napětí hodnotu 34 MPa (resp. -34 MPa). Ve směru kolmo na vlákna má největší tahové i tlakové napětí hodnotu 0,865 MPa (resp. -0,865 MPa).



Graf 34: Únosnost panelu 0_12_20 ($w=12\%$; $t=20\text{ }^{\circ}\text{C}$)

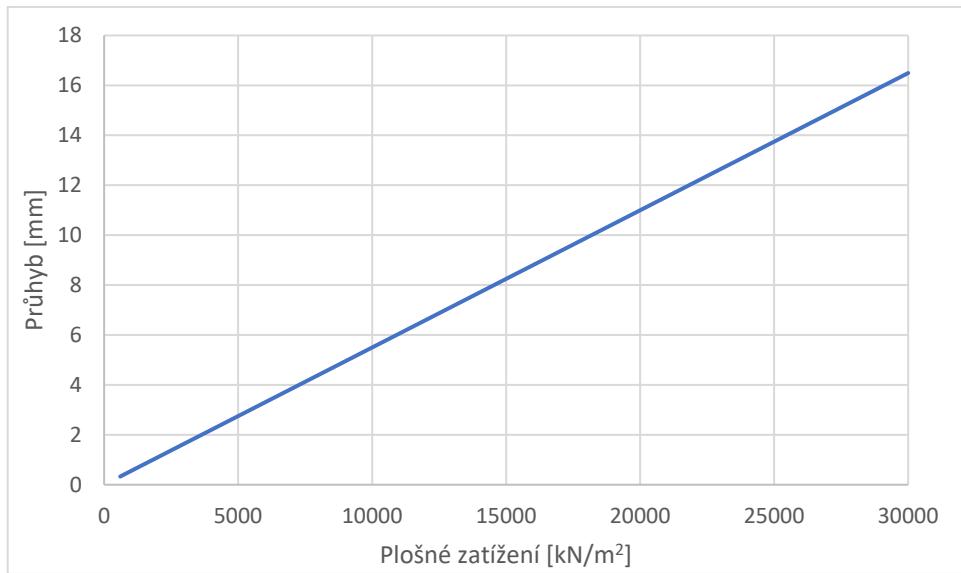


Graf 35: Vnitřní napětí ve směru vláken panelu 0_12_20 ($w=12\%$; $t=20\text{ }^{\circ}\text{C}$)



Graf 36: Vnitřní napětí kolmo na vlákna panelu 0_12_20 ($w=12\%$; $t=20\text{ }^{\circ}\text{C}$)

V grafu 37 můžeme vidět velikost průhybu v závislosti na velikosti zatížení. Výpočet byl proveden na panelu, u kterého byly podpěry vzdáleny 3 metry. Průhyb se lineárně zvětšuje se zvyšujícím se zatížením. Například při plošném zatížení 30 kN/m^2 byl průhyb 16,49 mm.



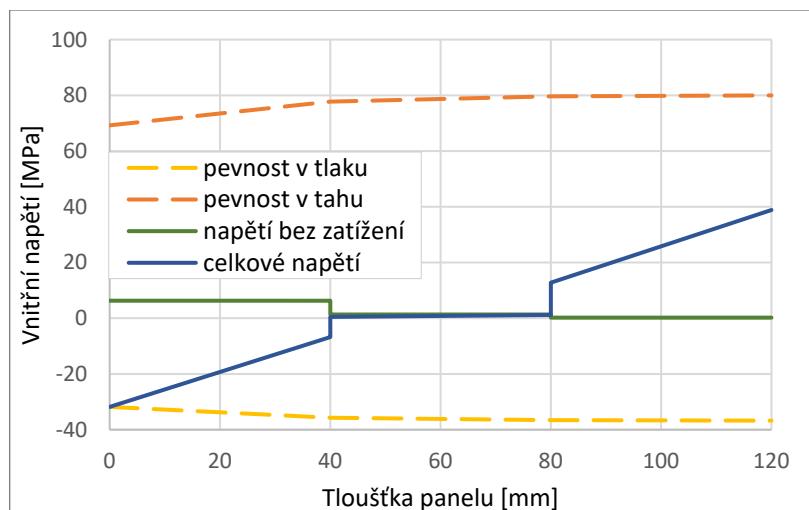
Graf 37: Průhyb panelu 0_12_20 průhyb panelu o vzdálenosti podpěr 3 metry ($w=12\%$; $t=20\text{ }^{\circ}\text{C}$)

5.3.1.2. Působení okrajových podmínek 2 hodiny

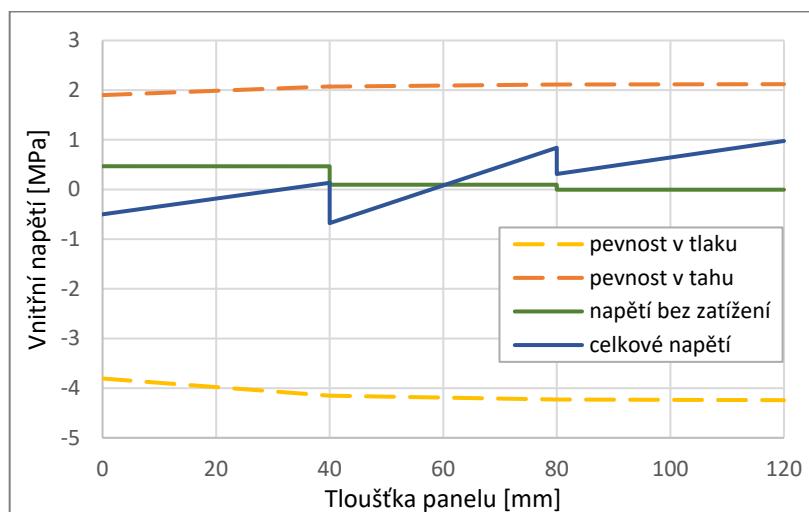
V grafu 38 a 39 můžeme vidět rozložení vnitřního napětí v panelu 1_2. Hodnoty únosnosti budou porovnány s dalšími výsledky únosnosti v kapitole 5.3.1.3. K největšímu vnitřnímu napětí ve směru vláken i ve směru kolmo na vlákna dochází na horní a spodní ploše panelu. Ve směru vláken je největší hodnota tlakového napětí -31,81 MPa a tahového napětí 38,85 MPa. Ve směru kolmo na vlákna je největší hodnota tlakového napětí -0,5 MPa a tahového napětí 0,98 MPa.

Z grafu 38 a 39 je také patrná změna pevnosti dřeva v tlaku a v tahu. Tato pevnost je nejnižší na horní ploše panelu (0 mm). K tomuto snížení došlo hlavně díky zvýšené vlhkosti dřeva, která má na této ploše velikost 13,61 %. Nejnižší hodnoty pevnosti ve směru vláken jsou -31,81 MPa a 69,23 MPa. Ve směru kolmo na vlákna jsou nejnižší hodnoty pevnosti -3,8 MPa a 1,9 MPa.

V grafu 38 a 39 můžeme také vidět rozložení vnitřního napětí, které vzniklo pouze na základě působení gradientu vlhkosti a teploty. Jelikož dochází ke sčítání vnitřního napětí, je celkové vnitřní napětí součtem všech napětí, která vznikla působením plošného zatížení a působením gradientu vlhkosti a teploty. Při tomto způsobu namáhání došlo k největšímu tahovému napětí ve směru vláken na horní ploše panelu (0 mm), přičemž toto napětí má hodnotu 6,3 MPa. K největšímu tahovému napětí ve směru kolmo na vlákna došlo také na horní ploše panelu a toto napětí má hodnotu 0,47 MPa. K tlakovému napětí ani ve směru vláken, ani kolmo na vlákna nedochází.



Graf 38: Vnitřní napětí ve směru vláken panelu 1_2 ($w=10-13,6\%$; $t=23,4-15,9\text{ }^{\circ}\text{C}$)



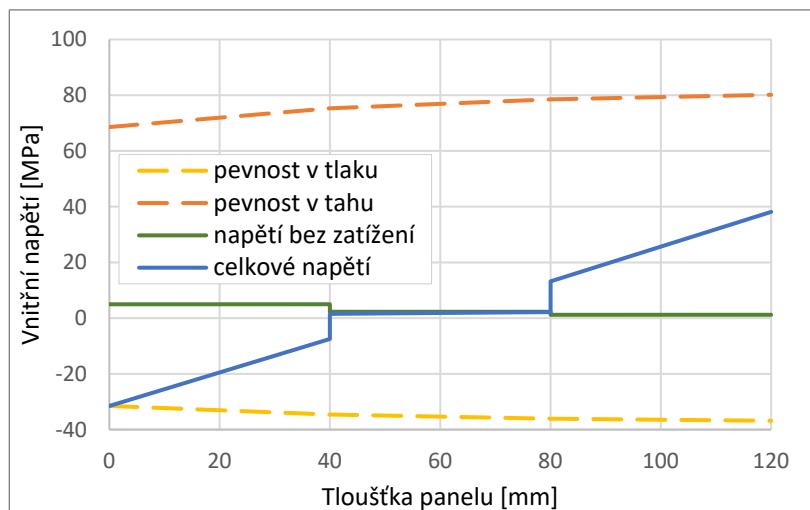
Graf 39: Vnitřní napětí kolmo na vlákna panelu 1_2 ($w=10-13,6\%$; $t=23,4-15,9\text{ }^{\circ}\text{C}$)

5.3.1.1. Působení okrajových podmínek 4 hodiny

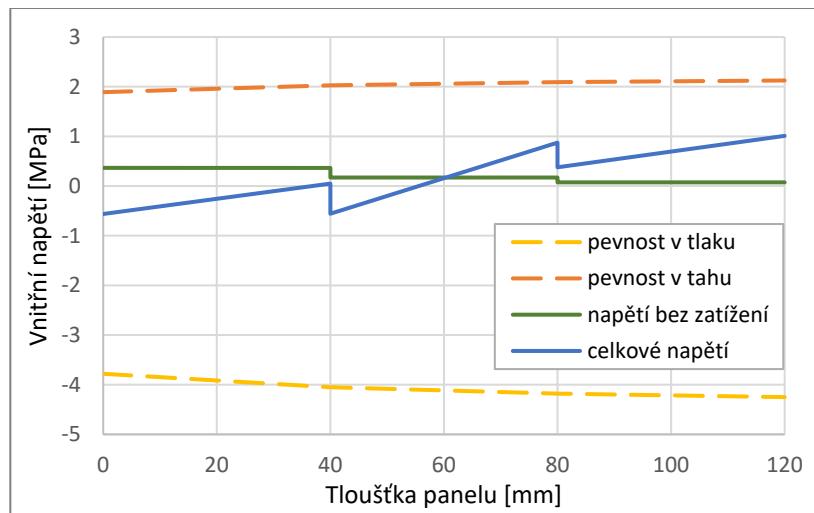
V grafu 40 a 41 můžeme vidět rozložení vnitřního napětí v panelu 1_4. Hodnoty únosnosti budou porovnány s dalšími výsledky únosnosti v kapitole 5.3.1.3. K největšímu vnitřnímu napětí ve směru vláken i ve směru kolmo na vlákna dochází na horní a spodní ploše panelu. Ve směru vláken je největší hodnota tlakového napětí -31,5 MPa a tahového napětí 38,13 MPa. Ve směru kolmo na vlákna je největší hodnota tlakového napětí -0,56 MPa a tahového napětí 1,01 MPa.

Z grafu 40 a 41 je také patrná změna pevnosti dřeva v tlaku a v tahu. Tato pevnost je nejnižší na horní ploše panelu (0 mm). K tomuto snížení došlo hlavně díky zvýšené vlhkosti dřeva, která má na této ploše velikost 13,83 %. Nejnižší hodnoty pevnosti ve směru vláken jsou -31,5 MPa a 68,6 MPa. Ve směru kolmo na vlákna jsou nejnižší hodnoty pevnosti -3,8 MPa a 1,9 MPa.

V grafu 38 a 39 můžeme také vidět rozložení vnitřního napětí, které vzniklo pouze na základě působení gradientu vlhkosti a teploty. Při tomto způsobu namáhání došlo k největšímu tahovému napětí ve směru vláken na horní ploše panelu (0 mm), přičemž toto napětí má hodnotu 4,97 MPa. K největšímu tahovému napětí ve směru kolmo na vlákna došlo také na horní ploše panelu a toto napětí má hodnotu 0,37 MPa. K tlakovému napětí ani ve směru vláken, ani kolmo na vlákna nedochází.



Graf 40: Vnitřní napětí ve směru vláken panelu 1_4 ($w=10-13,8\%$; $t=23,5-15,7\text{ }^{\circ}\text{C}$)



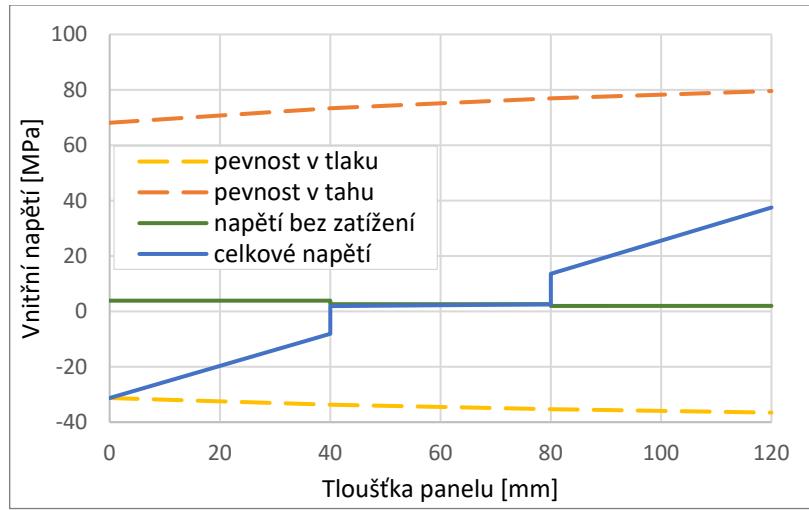
Graf 41: Vnitřní napětí kolmo na vlákna panelu 1_4 ($w=10-13,8\%$; $t=23,5-15,7\text{ }^{\circ}\text{C}$)

5.3.1.2. Působení okrajových podmínek 24 hodin

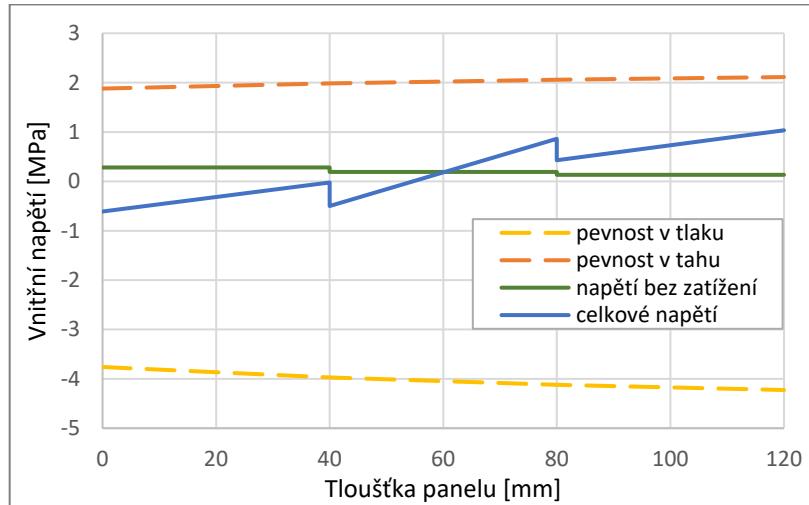
V grafu 42 a 43 můžeme vidět rozložení vnitřního napětí v panelu 1_24. Hodnoty únosnosti budou porovnány s dalšími výsledky únosnosti v kapitole 5.3.1.3. K největšímu vnitřnímu napětí ve směru vláken i ve směru kolmo na vlákna dochází na horní a spodní ploše panelu. Ve směru vláken je největší hodnota tlakového napětí -31,28 MPa a tahového napětí 37,49 MPa. Ve směru kolmo na vlákna je největší hodnota tlakového napětí -0,61 MPa a tahového napětí 1,04 MPa.

Z grafu 42 a 43 je také patrná změna pevnosti dřeva v tlaku a v tahu. Tato pevnost je nejnižší na horní ploše panelu (0 mm). K tomuto snížení došlo hlavně díky zvýšené vlhkosti dřeva, která má na této ploše velikost 14,00 %. Nejnižší hodnoty pevnosti ve směru vláken jsou -31,3 MPa a 68,1 MPa. Ve směru kolmo na vlákna jsou nejnižší hodnoty pevnosti -3,76 MPa a 1,88 MPa.

V grafu 42 a 43 můžeme také vidět rozložení vnitřního napětí, které vzniklo pouze na základě působení gradientu vlhkosti a teploty. Při tomto způsobu namáhání došlo k největšímu tahovému napětí ve směru vláken na horní ploše panelu (0 mm), přičemž toto napětí má hodnotu 3,86 MPa. K největšímu tahovému napětí ve směru kolmo na vlákna došlo také na horní ploše panelu a toto napětí má hodnotu 0,28 MPa. K tlakovému napětí ani ve směru vláken, ani kolmo na vlákna nedochází.



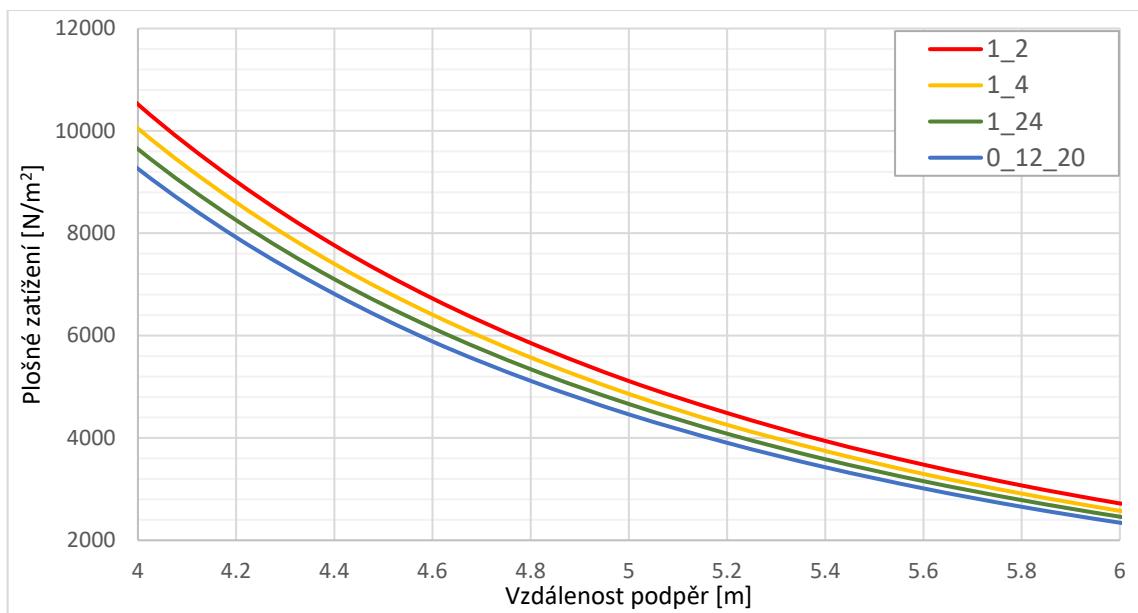
Graf 42: Vnitřní napětí ve směru vláken panelu 1_24 ($w=10,1-14\%$; $t=23,2-15,5\text{ }^{\circ}\text{C}$)



Graf 43: Vnitřní napětí kolmo na vlákna panelu 1_24 ($w=10,1-14\%$; $t=23,2-15,5\text{ }^{\circ}\text{C}$)

5.3.1.3. Porovnání výsledků

V grafu 44 můžeme vidět porovnání únosnosti panelů při výpočtech 0_12_20, 1_2, 1_4 a 1_24. Nejvyšší únosnost má panel 1_2 a naopak nejmenší únosnost má panel 0_12_20. V Tabulka 25 můžeme vidět porovnání únosnosti panelu a procentuální změnu oproti únosnosti panelu 0_12_20. K největší změně únosnosti dojde u panelu 1_2. Únosnost panelu se zvětší přibližně o 14,6 %.

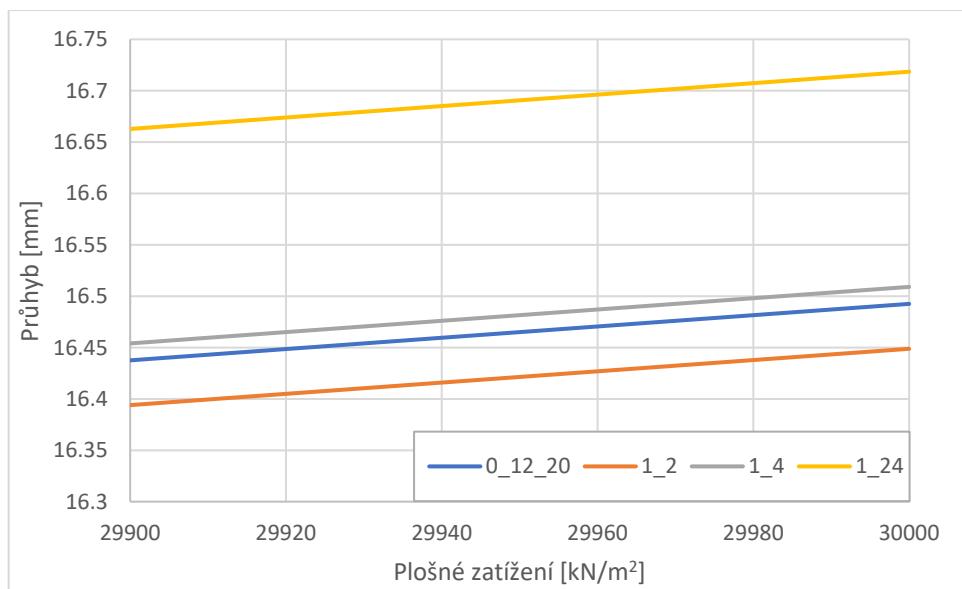


Graf 44: Porovnání únosnosti panelu

Označení panelu	Únosnost panelu při vzdálenosti podpěr 5 metrů [N/m ²]	Procentuální změna oproti únosnosti panelu při výpočtu 0_12_20
0_12_20	4460	-
1_2	5111	114,6 %
1_4	4860	109,0 %
1_24	4662	104,5 %

Tabulka 25: Porovnání únosnosti panelu

V grafu 45 můžeme vidět porovnání vzniklých průhybů panelů při daném zatížení panelů. K největším průhybům dochází u panelu 1_24, naopak k nejmenším průhybům dochází u panelu 1_2. V Tabulka 26 můžeme vidět porovnání průhybů panelů a procentuální změnu oproti průhybu panelu 0_12_20. K největší změně průhybu panelu dojde u panelu 1_24. Průhyb panelu se zvětší přibližně o 1,4 %.

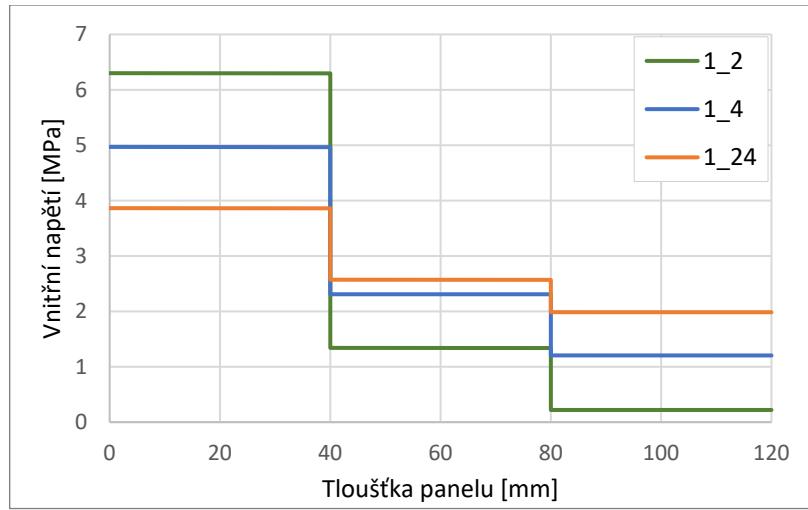


Graf 45: Porovnání průhybů panelů Varianty 1

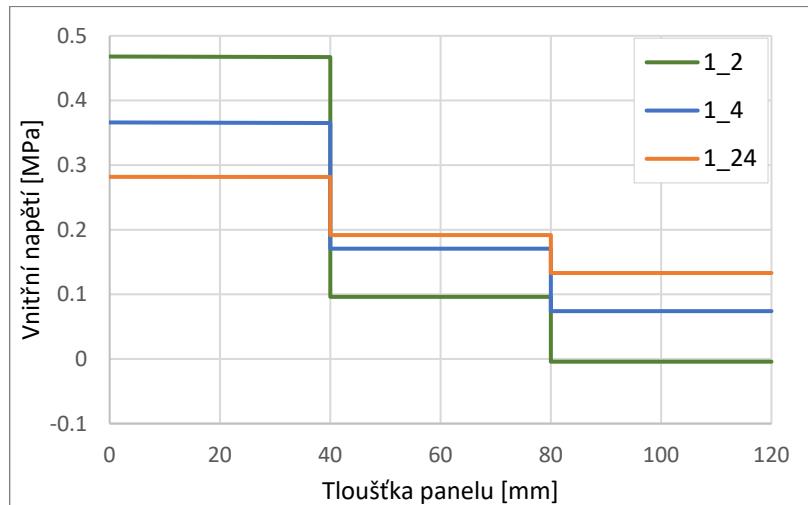
Označení panelu	Velikost průhybu při plošném zatížení 30000 N/m ² [mm]	Procentuální změna oproti průhybu panelu při výpočtu 0_12_20
0_12_20	16,49	-
1_2	16,45	99,8 %
1_4	16,51	100,1 %
1_24	16,72	101,4 %

Tabulka 26: Porovnání průhybů a procentuální změna průhybu u panelů Varianty 1

V grafu 46 a 47 můžeme vidět porovnání vnitřního napětí, které vzniklo pouze za působení nerovnoměrně rozložené vlhkosti a teploty, bez vnějšího mechanického zatížení. Můžeme si všimnout, že dochází pouze k tahovému napětí. K největšímu napětí dochází vždy v první lamele panelu (0–40 mm). Největší vnitřní napětí je u panelu 1_2 a dosahuje 6,3 MPa ve směru vláken a 0,47 MPa ve směru kolmo na vlákna. Pokud tyto výsledky porovnáme s Graf 15 zjistíme, že v panelu 1_2 dochází k největšímu rozdílu rozložení vlhkosti. Z tohoto důvodu je vzniklé napětí největší.

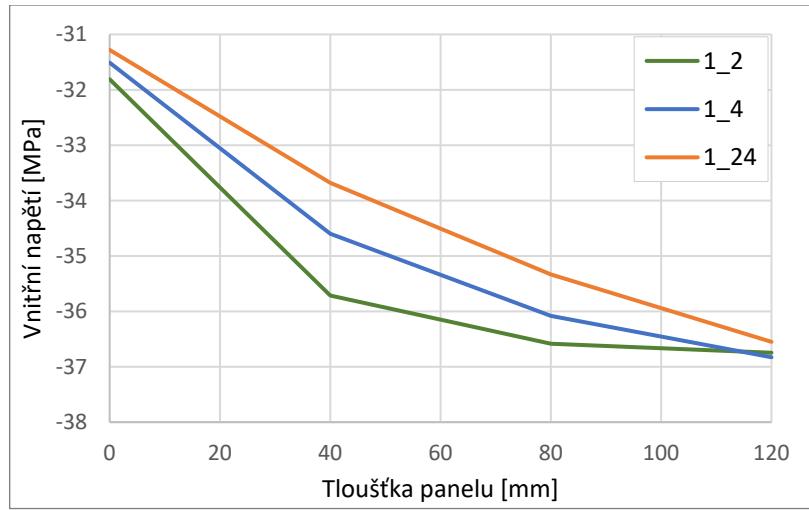


Graf 46: Porovnání vnitřního napětí ve směru vláken vzniklého bez vnějšího zatížení

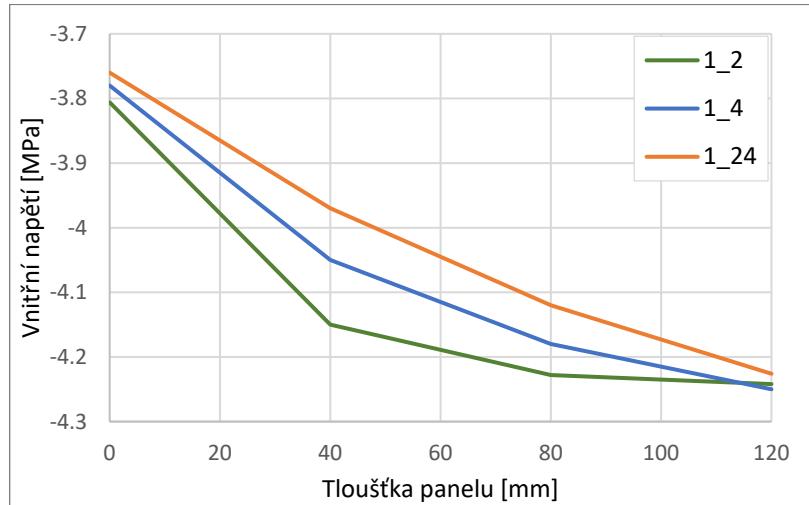


Graf 47: Porovnání vnitřního napětí kolmo na vlákna vzniklého bez vnějšího zatížení

V grafu 48 a 49 můžeme vidět porovnání tlakové pevnosti dřeva po průřezu panelu u jednotlivých panelů. Jak ve směru vláken, tak ve směru kolmo na vlákna má nejmenší pevnost panel 1_24. Jak můžeme vidět v grafu 15, v panelu 1_24 je ze všech panelů největší vlhkost. Tento výsledek plně koresponduje s faktem, že je pevnost dřeva závislá na vlhkosti dřeva.



Graf 48: Porovnání pevnosti dřeva v tlaku ve směru vláken



Graf 49: Porovnání pevnosti dřeva v tlaku kolmo na vlákna

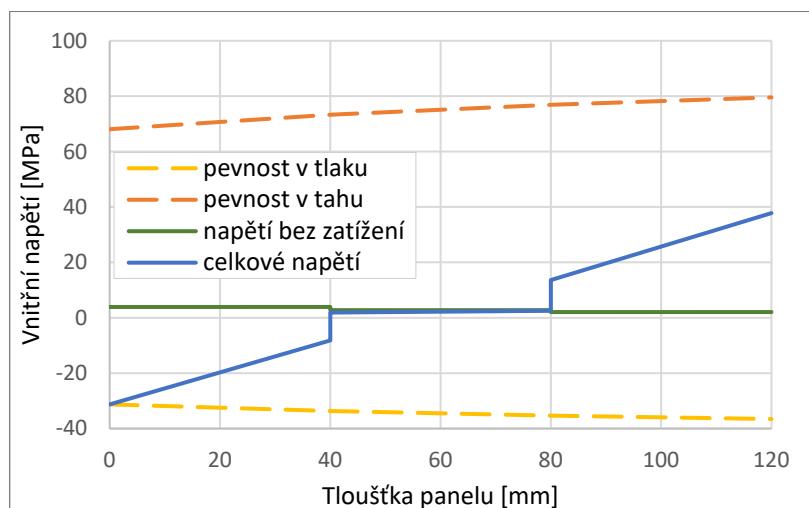
5.3.1.4. Vliv vlhkosti a teploty

V této kapitole je posuzováno, jaký vliv má samostatné působení nerovnoměrně rozložené vlhkosti a samostatné působení nerovnoměrně rozložené teploty na únosnost panelu. K tomuto účelu používáme panely 1_24_w a 1_24_t. Jak můžeme vidět v tabulce 15, panel 1_24_w má nerovnoměrně rozloženou vlhkost a teplota je konstantní ($t=20^{\circ}\text{C}$). Panel 1_24_t má nerovnoměrně rozloženou teplotu a vlhkost je v panelu konstantní ($w=12\%$). Hodnoty nerovnoměrně rozložené vlhkosti a teploty odpovídají panelu 1_24.

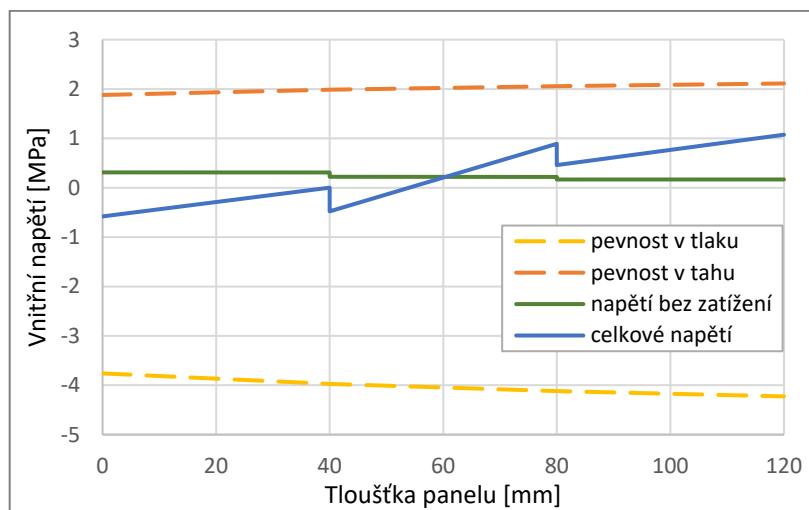
V grafu 50 a 51 můžeme vidět rozložení vnitřního napětí v panelu 1_24_w. K největšímu vnitřnímu napětí ve směru vláken i ve směru kolmo na vlákna dochází na spodní ploše panelu. Ve směru vláken je největší hodnota tlakového napětí -31,3 MPa a hodnota tahového napětí 37,8 MPa. Ve směru kolmo na vlákna je největší hodnota tlakového napětí -0,58 MPa a hodnota tahového napětí 1,08 MPa.

Z grafu 50 a 51 je také patrná změna pevnosti dřeva v tlaku a v tahu. Tyto pevnosti jsou nejnižší na horní ploše panelu (0 mm). K tomuto snížení došlo hlavně díky zvýšené vlhkosti dřeva, která má na této ploše velikost 14,00 %. Nejnižší hodnoty pevnosti ve směru vláken jsou -31,3 MPa a 68,1 MPa. Ve směru kolmo na vlákna jsou nejnižší hodnoty pevnosti -3,8 MPa a 1,9 MPa. Tyto hodnoty se shodují s pevností dřeva u panelu 1_24.

V grafu 50 a 51 můžeme také vidět rozložení vnitřního napětí, které vzniklo pouze na základě působení gradientu vlhkosti. Při tomto způsobu namáhání došlo k největšímu tahovému napětí ve směru vláken na horní ploše panelu (0 mm), přičemž toto napětí má hodnotu 3,89 MPa. K největšímu tahovému napětí ve směru kolmo na vlákna došlo také na horní ploše panelu a toto napětí má hodnotu 0,31 MPa. K tlakovému napětí ani ve směru vláken, ani ve směru kolmo na vlákna nedochází.



Graf 50: Vnitřní napětí ve směru vláken u panelu 1_24_w ($w=10,1-14\%$; $t=20\text{ }^{\circ}\text{C}$)

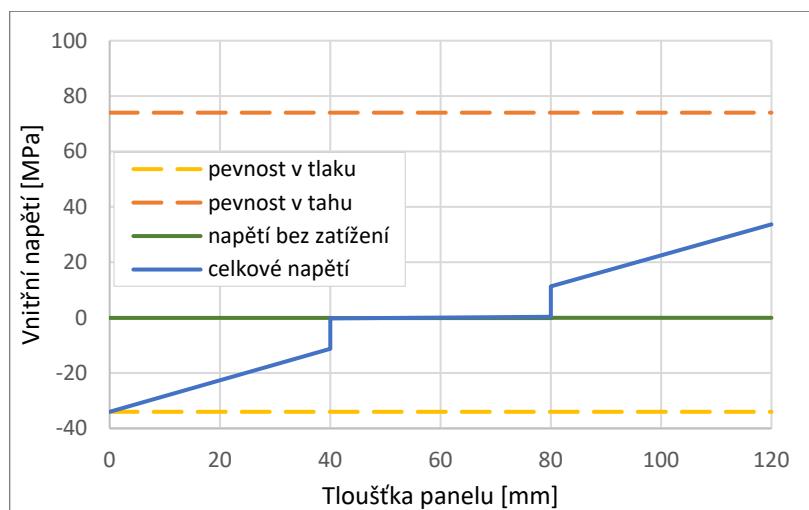


Graf 51: Vnitřní napětí kolmo na vlákna u panelu 1_24_w ($w=10,1-14\%$; $t=20\text{ }^{\circ}\text{C}$)

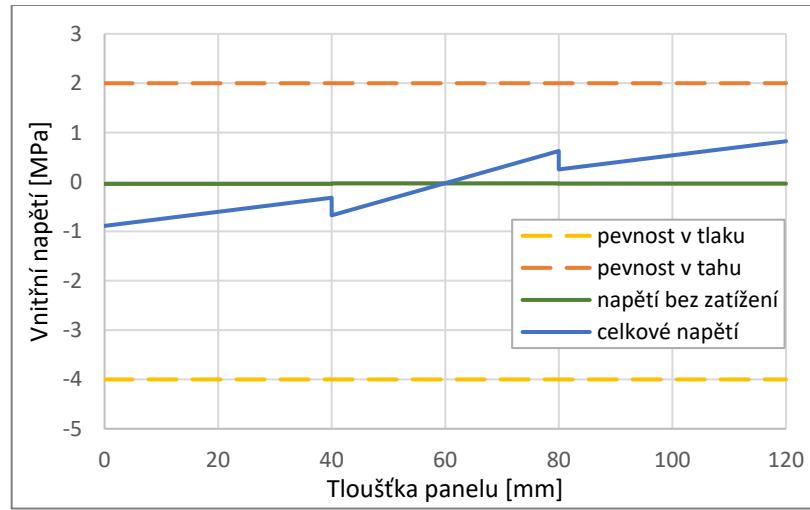
V grafu 52 a 53 můžeme vidět rozložení vnitřního napětí v panelu 1_24_t. K největšímu vnitřnímu napětí ve směru vláken i ve směru kolmo na vlákna dochází na spodní ploše panelu. Ve směru vláken je největší hodnota tlakového napětí -34 MPa a tahového napětí 33,7 MPa. Ve směru kolmo na vlákna je největší hodnota tlakového napětí -0,89 MPa a tahového napětí 0,82 MPa.

Z grafu 52 a 53 je patrné že, v panelu nedochází ke změně pevnosti dřeva. Ve směru vláken má dřevo tlakovou pevnost -34 MPa a tahovou pevnost 74 MPa. Ve směru kolmo na vlákna má dřevo tlakovou pevnost -4 MPa a takovou pevnost 2 MPa. Tyto pevnosti jsou po celém průřezu neměnné.

V grafu 52 a 53 můžeme také vidět rozložení vnitřního napětí, které vzniklo pouze na základě působení gradientu teploty. Při tomto způsobu namáhání došlo k největšímu tlakovému napětí ve směru vláken ve střední lamele panelu (40-80 mm), přičemž toto napětí má hodnotu -0,17 MPa. K největšímu tlakovému napětí ve směru kolmo na vlákna došlo na horní ploše panelu a toto napětí má hodnotu -0,04 MPa. K tahovému napětí ani ve směru vláken, ani ve směru kolmo na vlákna nedochází.

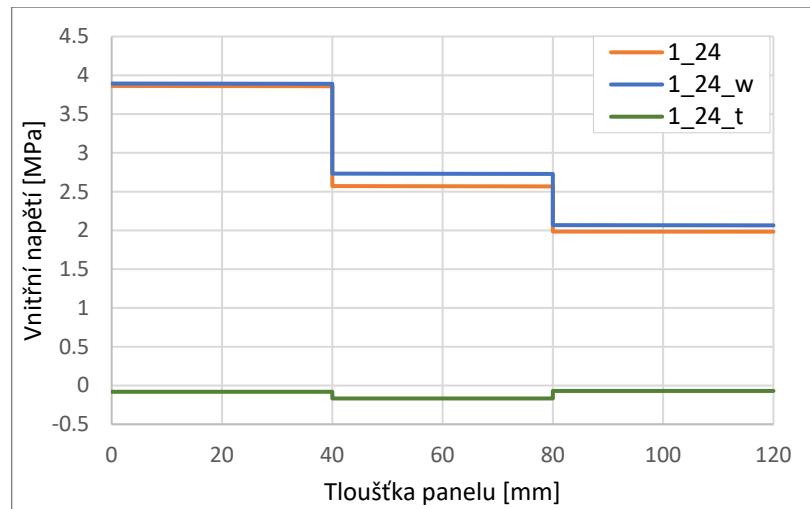


Graf 52: Vnitřní napětí ve směru vláken u panelu 1_24_t ($w=12\%$; $t=23,2-15,5\text{ }^{\circ}\text{C}$)

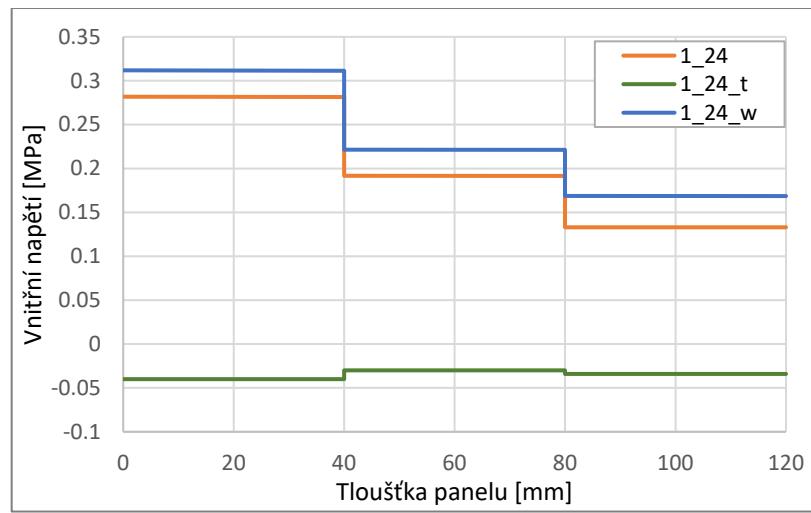


Graf 53: Vnitřní napětí kolmo na vlákna u panelu 1_24_t ($w=12\%$; $t=23,2-15,5\text{ }^{\circ}\text{C}$)

V grafu 54 a 55 můžeme vidět porovnání vnitřního napětí, které vzniklo pouze za působení nerovnoměrně rozložené vlhkosti a teploty, bez vnějšího mechanického zatížení u panelů 1_24, 1_24_w a 1_24_t. Můžeme si všimnout, že napětí, které vznikne v panelu 1_24_w se prakticky shoduje s napětím, které vznikne v panelu 1_24. Zjednodušeně se dá říci, že v okamžiku, kdy sečteme hodnoty vnitřního napětí v panelech 1_24_w a 1_24_t získáme hodnoty vnitřního napětí v panelu 1_24.



Graf 54: Porovnání vnitřního napětí ve směru vláken bez vnějšího zatížení (1_24_t: $w=12\%$, $t=23,2-15,5\text{ }^{\circ}\text{C}$; 1_24_w: $w=10,1-14\%$, $t=20\text{ }^{\circ}\text{C}$; 1_24: $w=10,1-14\%$, $t=23,2-15,5\text{ }^{\circ}\text{C}$)



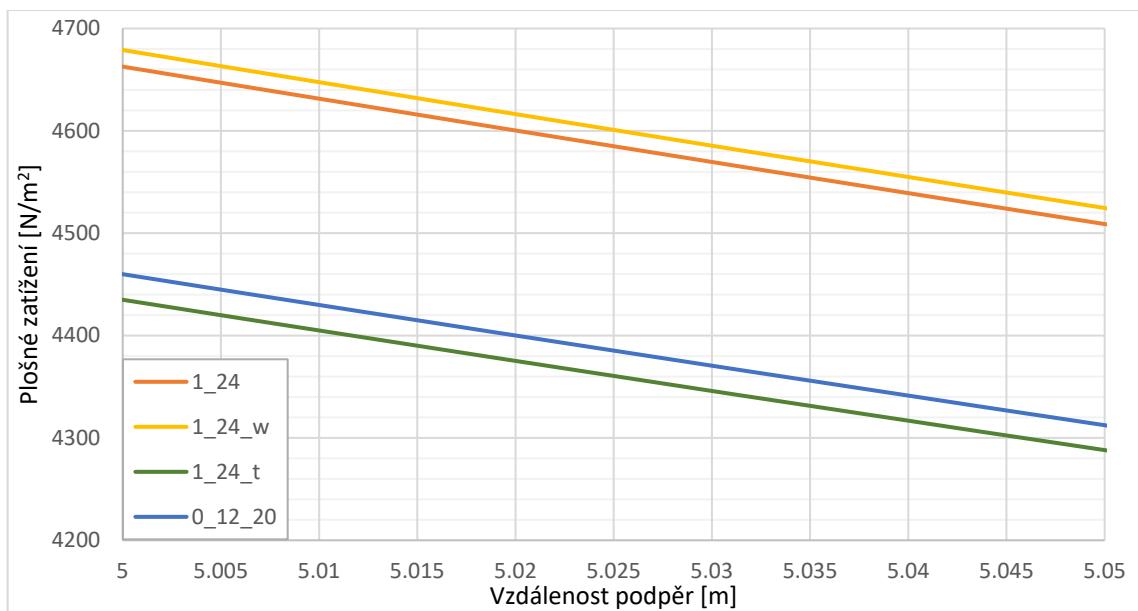
Graf 55: Porovnání vnitřního napětí kolmo na vlákna bez vnějšího zatížení (1_24_t : $w=12\%$, $t=23,2-15,5\text{ }^{\circ}\text{C}$; 1_24_w : $w=10,1-14\%$, $t=20\text{ }^{\circ}\text{C}$; 1_24 : $w=10,1-14\%$, $t=23,2-15,5\text{ }^{\circ}\text{C}$)

V tabulce 27 můžeme vidět porovnání vnitřního napětí, které vzniklo pouze působením vlhkostního a teplotního gradientu, bez vnějšího mechanického zatížení. V této tabulce můžeme také vidět poměr mezi vnitřním napětím, které vzniklo na základě působení gradientu vlhkosti a teploty. Tento poměr je ukázán jak ve dvou směrech působení napětí, tak v jednotlivých vrstvách panelu. Ve směru vláken je velikost „teplotního napětí“ průměrně pouze 4,5 % velikosti „vlhkostního napětí“. Ve směru kolmo na vlákna je tento poměr průměrně 19 %.

Vzniklé napětí ve směru vláken [MPa]			Poměr teplotního a vlhkostního napětí	Vzniklé napětí ve směru kolmo na vlákna [MPa]			Poměr teplotního a vlhkostního napětí	
1_24	1_24_w	1_24_t		1_24	1_24_w	1_24_t		
3,86	3,89	-0,08	2 %	0,28	0,31	-0,04	14 %	1. vrstva
2,57	2,73	-0,17	7 %	0,19	0,22	-0,03	16 %	2. vrstva
1,98	2,07	-0,07	4 %	0,13	0,17	-0,03	26 %	3. vrstva

Tabulka 27: Porovnání vnitřního napětí vzniklého bez vnějšího mechanického zatížení

V grafu 56 můžeme vidět porovnání únosnosti panelů 1_24 , 1_24_w , 1_24_t a 0_12_20 . Z grafu je patrný vliv vlhkosti na únosnost panelu. Únosnost panelu 1_24_w je prakticky totožná s únosností panelu 1_24 , kde je nerovnoměrně rozložená vlhkost i teplota. Únosnost panelu 1_24_t je zase velmi podobná únosnosti panelu 0_12_20 , ve kterém je vlhkost a teplota konstantní.



Graf 56: Porovnání únosnosti a vliv nerovnoměrné vlhkosti a teploty na únosnost panelu

Označení panelu	Únosnost panelu při vzdálenosti podpěr 5 metrů [N/m ²]	Procentuální změna oproti únosnosti panelu při výpočtu 0_12_20
0_12_20	4460	-
1_24	4663	104,5 %
1_24_w	4679	104,9 %
1_24_t	4435	99,4 %

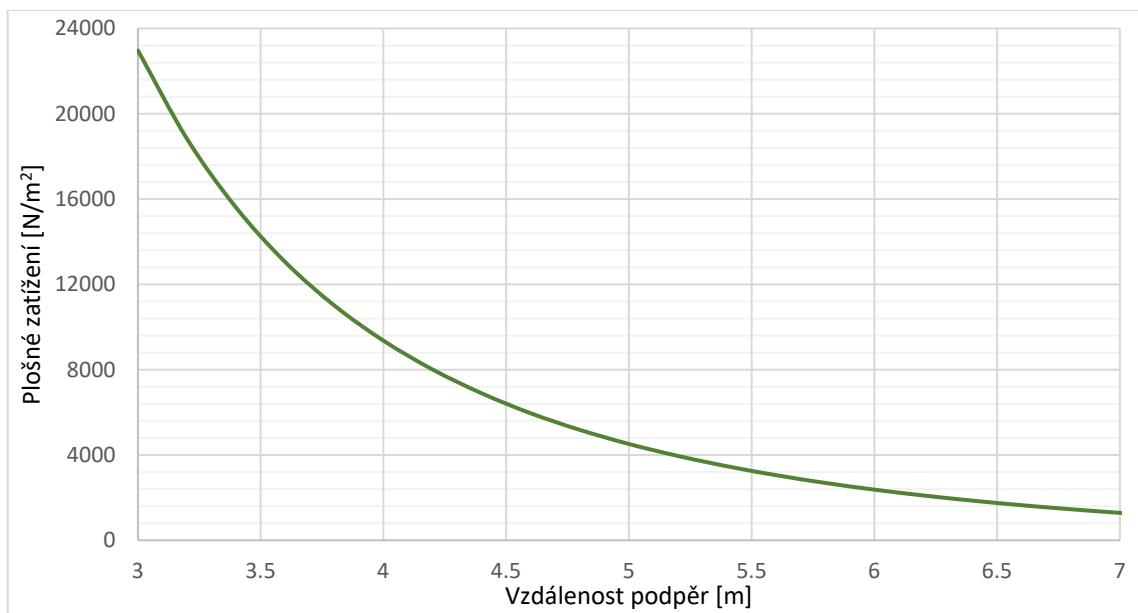
Tabulka 28: Porovnání únosnosti a vlivu nerovnoměrné vlhkosti a teploty na únosnost panelu

5.3.2. Nelineární rozložení vlhkosti

V této kapitole jsou popisovány výsledky únosnosti a vnitřního napětí v panelech, ve kterých bylo rozložení vlhkosti a teploty vypočteno podle Varianty 2 (viz. tabulka 10 a 13).

5.3.2.1. Působení okrajových podmínek v červnu

V grafu 57 můžeme vidět únosnost panelu u panelu 2_1. Velikost únosnosti panelu se v intervalu vzdáleností podpěr 3-7 metrů pohybuje v rozmezí 22,97 až 1,29 kN/m².

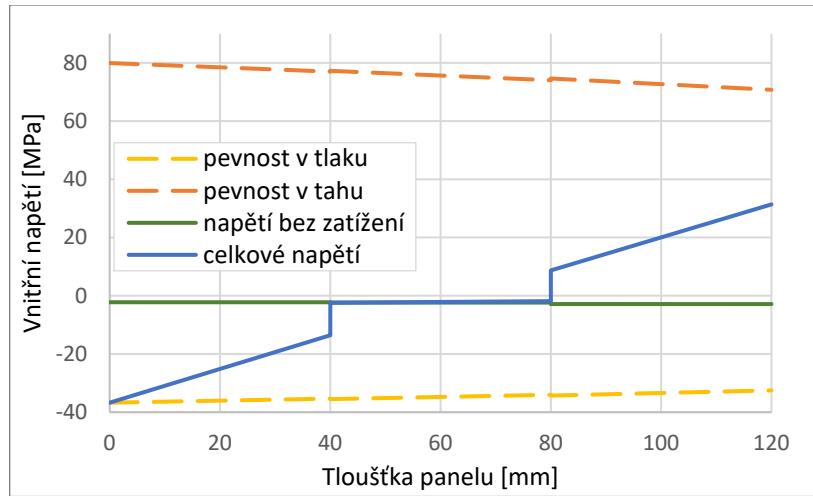


Graf 57: Únosnost panelu 2_1 ($w=10-13,1\%$; $t=22,8-16,9\text{ }^{\circ}\text{C}$)

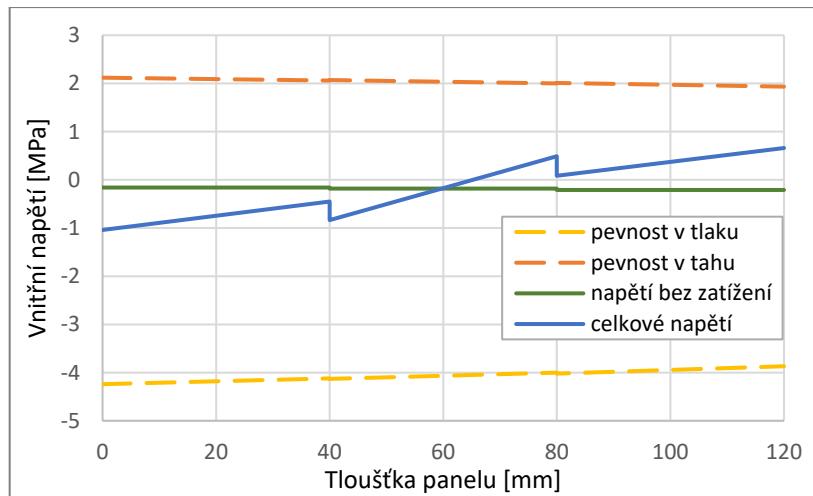
Z grafu 58 je patrné, že k porušení došlo díky tlakovému napětí na horní ploše první lamely (0 mm). K největšímu vnitřnímu napětí ve směru vláken i ve směru kolmo na vlákna dochází na horní a spodní ploše panelu. Ve směru vláken je největší hodnota tlakového napětí -36,72 MPa a tahového napětí 31,38 MPa. Ve směru kolmo na vlákna je největší hodnota tlakového napětí -1,04 MPa a tahového napětí 0,66 MPa.

Z grafu 58 a 59 je také patrná změna pevnosti dřeva v tlaku a v tahu. Velikost pevnosti po průřezu panelu lze označit za lineární. Pouze ve směru kolmo na vlákna můžeme pozorovat drobnou změnu pevnosti v místě lepené spáry. Nejnižší hodnoty pevnosti ve směru vláken se nacházejí na spodní ploše panelu (120 mm), přičemž jejich hodnoty jsou -32,5 MPa a 70,74 MPa. Ve směru kolmo na vlákna jsou nejnižší hodnoty pevnosti -3,87 MPa a 1,93 MPa. Přestože jsou pevnosti dřeva nejnižší na spodní ploše panelu, k porušení dřeva došlo na horní ploše první lamely a došlo k přesázení tlakové pevnosti dřeva.

V grafu 64 a 65 můžeme také vidět rozložení vnitřního napětí, které vzniklo pouze na základě působení gradientu vlhkosti a teploty, bez působení vnějšího mechanického zatížení. Při tomto způsobu namáhání došlo k největšímu tlakovému napětí ve směru vláken ve třetí lamele panelu (80-120 mm), přičemž toto napětí má hodnotu -2,87 MPa. K největšímu tlakovému napětí ve směru kolmo na vlákna došlo také ve třetí lamele panelu a toto napětí má hodnotu -0,21 MPa. K tahovému napětí, které by bylo způsobeno tímto způsobem namáhání, nedošlo.



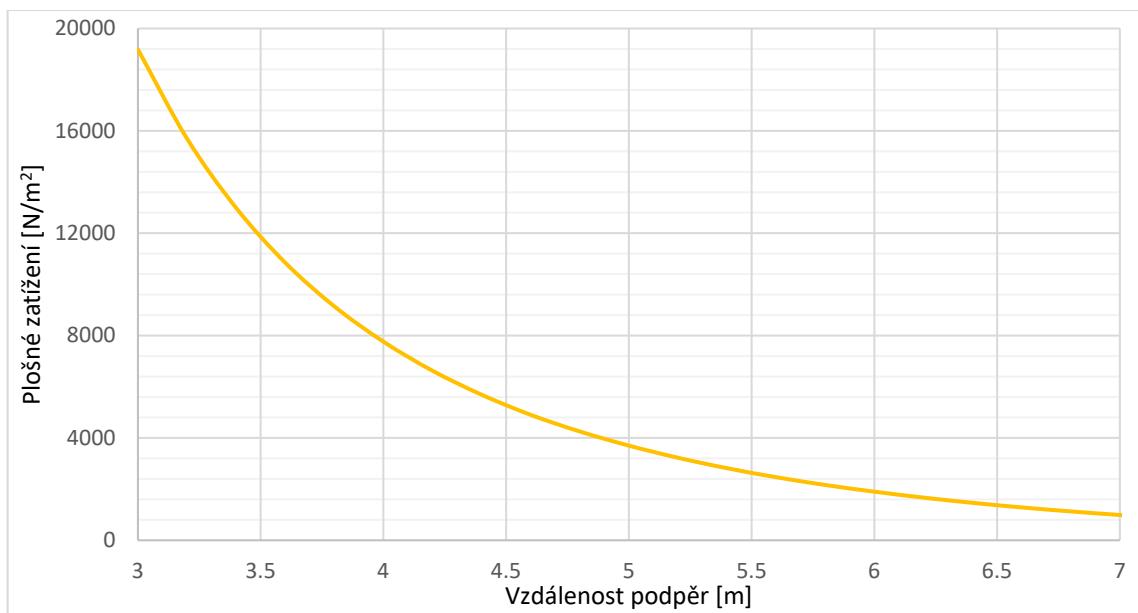
Graf 58: Rozložení vnitřního napětí ve směru vláken u panelu 2_1 ($w=10-13,1\%$; $t=22,8-16,9^{\circ}\text{C}$)



Graf 59: Rozložení vnitřního napětí ve směru kolmo na vlákna u panelu 2_1 ($w=10-13,1\%$; $t=22,8-16,9^{\circ}\text{C}$)

5.3.2.2. Působení okrajových podmínek v říjnu

V grafu 60 můžeme vidět únosnost panelu u panelu 2_2. Velikost únosnosti panelu se v intervalu vzdáleností podpěr 3-7 metrů pohybuje v rozmezí 19,48 až 0,99 kN/m².

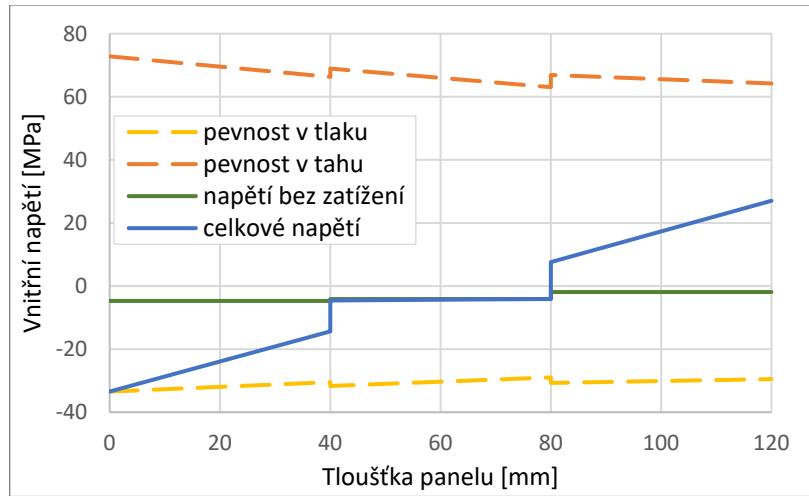


Graf 60: Únosnost panelu 2_2 ($w=12,4-15,3\%$; $t=19,3-6,4\text{ }^{\circ}\text{C}$)

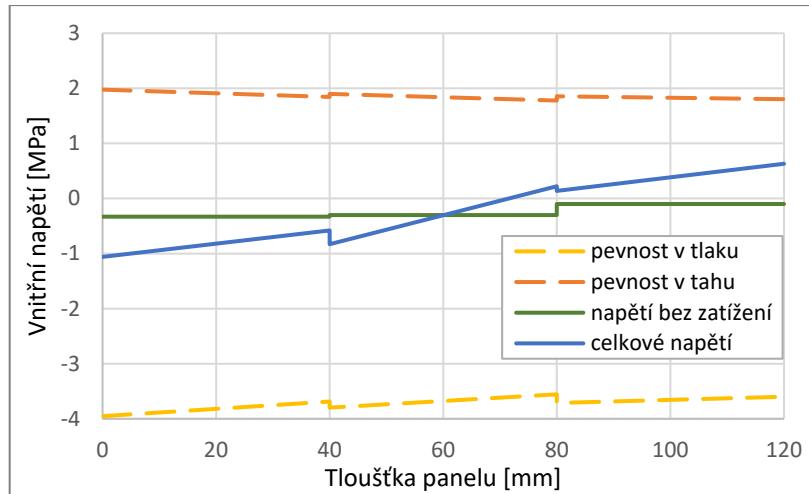
Z grafu 61 je patrné, že k porušení došlo díky tlakovému napětí na horní ploše první lamely (0 mm). K největšímu vnitřnímu napětí ve směru vláken i ve směru kolmo na vlákna dochází na horní a spodní ploše panelu. Ve směru vláken je největší hodnota tlakového napětí -33,45 MPa a tahového napětí 27,04 MPa. Ve směru kolmo na vlákna je největší hodnota tlakového napětí -1,06 MPa a tahového napětí 0,64 MPa.

Z grafu 61 a 62 je také patrná změna pevnosti dřeva v tlaku a v tahu. Nejnižší pevnost v tlaku ve směru vláken se nachází v první lepené spáře (40 mm), přičemž má hodnotu -30,46 MPa. Nejnižší pevnost v tahu ve směru vláken se nachází ve druhé lepené spáře (80 mm) a má hodnotu 63,05 MPa. Ve směru kolmo na vlákna se nejnižší hodnoty pevnosti v tlaku a v tahu nachází ve druhé lepené spáře a mají hodnoty -28,97 MPa a 63,05 MPa.

V grafu 61 a 62 můžeme také vidět rozložení vnitřního napětí, které vzniklo pouze na základě působení gradientu vlhkosti a teploty, bez působení vnějšího mechanického zatížení. Při tomto způsobu namáhání došlo k největšímu tlakovému napětí ve směru vláken v první vrstvě panelu (0-40 mm), přičemž toto napětí má hodnotu -4,72 MPa. K největšímu tlakovému napětí ve směru kolmo na vlákna došlo také v první vrstvě panelu a toto napětí má hodnotu -0,33 MPa. K tahovému napětí, které by bylo způsobeno tímto způsobem namáhání, nedošlo.



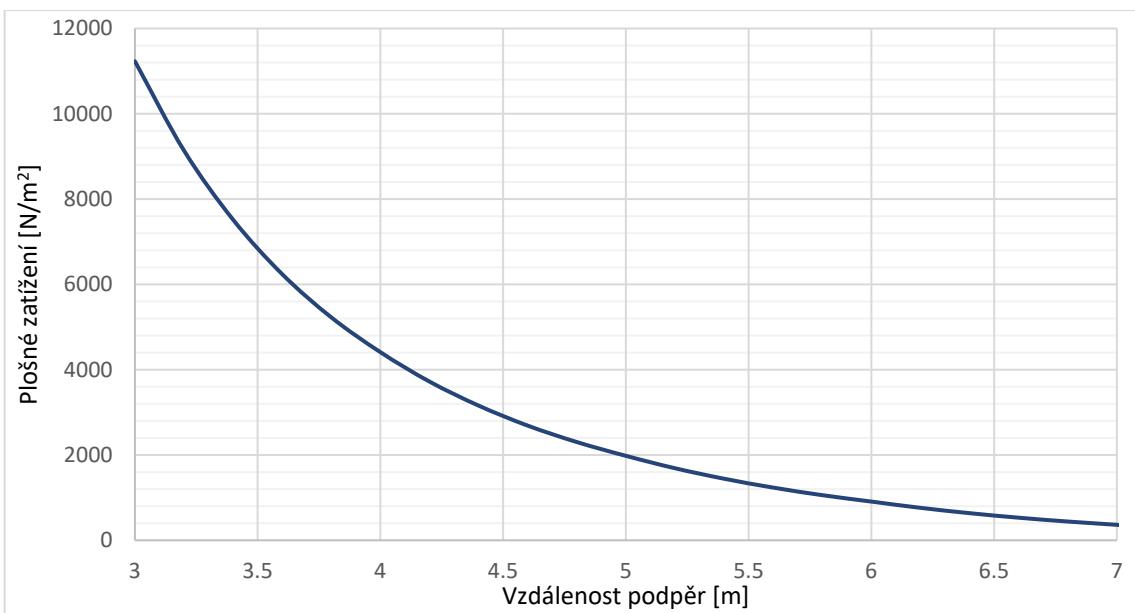
Graf 61: Rozložení vnitřního napětí ve směru vláken u panelu 2_2 ($w=12,4-15,3\%$; $t=19,3-6,4^{\circ}\text{C}$)



Graf 62: Rozložení vnitřního napětí ve směru kolmo na vlákna u panelu 2_2 ($w=12,4-15,3\%$; $t=19,3-6,4^{\circ}\text{C}$)

5.3.2.1. Působení okrajových podmínek v listopadu

V graf 63 můžeme vidět únosnost panelu u varianty výpočtu 2_3. Velikost únosnosti panelu se v intervalu vzdáleností podpěr 3-7 metrů pohybuje v rozmezí 11,23 až 0,36 kN/m².

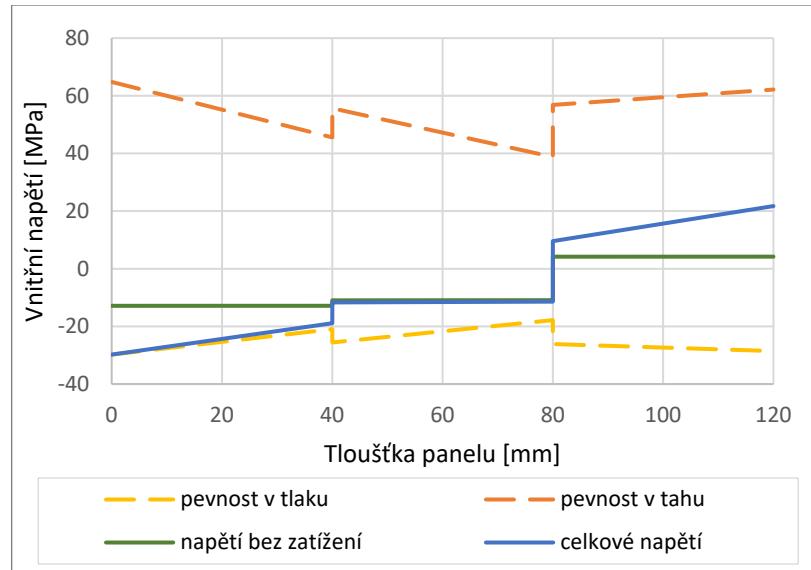


Graf 63: Únosnost panelu 2_3 ($w=15,1-23,9\%$; $t=16,6- -1,8\text{ }^{\circ}\text{C}$)

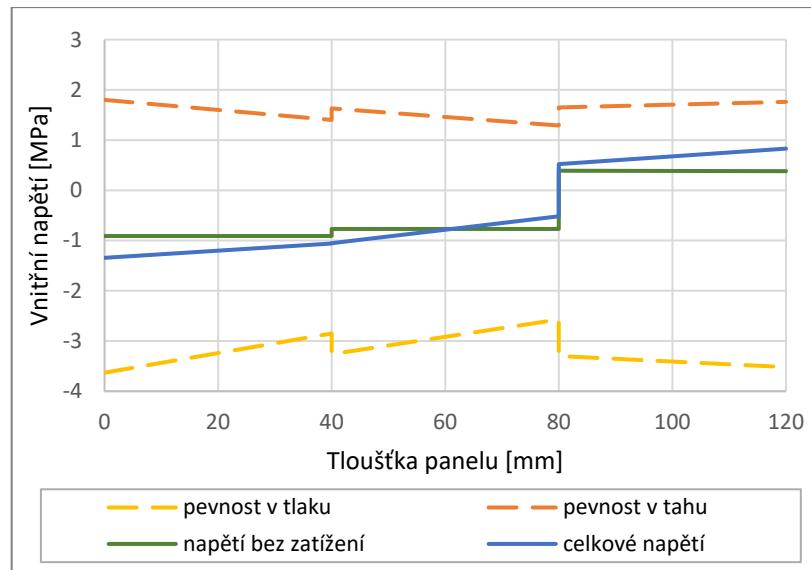
Z grafu 64 je patrné, že k porušení došlo díky tlakovému napětí na horní ploše první lamely (0 mm). K největšímu vnitřnímu napětí ve směru vláken i ve směru kolmo na vlákna dochází na horní a spodní ploše panelu. Ve směru vláken je největší hodnota tlakového napětí -29,78 MPa a tahového napětí 21,74 MPa. Ve směru kolmo na vlákna je největší hodnota tlakového napětí -1,34 MPa a tahového napětí 0,83 MPa.

Z grafu 64 a 65 je také patrná změna pevnosti dřeva v tlaku a v tahu. Velikost pevnosti dřeva není lineární po průřezu panelu. V místě lepené spáry dochází k velké změně v pevnosti v tlaku a v tahu. Nejnižší hodnoty pevnosti ve směru vláken jsou -17,82 MPa a 38,78 MPa, a nachází se v místě druhé lepené spáry (80 mm). Ve směru kolmo na vlákna jsou nejnižší hodnoty pevnosti -2,57 MPa a 1,29 MPa, a nachází se také v místě druhé lepené spáry. Přestože jsou pevnosti dřeva nejnižší ve druhé lepené spáře, k porušení dřeva došlo v tlaku, na horní ploše první vrstvy panelu.

V grafu 64 a 65 můžeme také vidět rozložení vnitřního napětí, které vzniklo pouze díky působení gradientu vlhkosti a teploty. Při tomto způsobu namáhání došlo k největšímu tahovému napětí ve směru vláken ve třetí lamele panelu (80-120 mm), přičemž toto napětí má hodnotu 4,2 MPa. K největšímu tahovému napětí ve směru kolmo na vlákna došlo také ve třetí lamele panelu a toto napětí má hodnotu 0,38 MPa. K největšímu tlakovému napětí ve směru vláken došlo v první lamele panelu (0-40 mm) a toto napětí má hodnotu -12,86 MPa. K největšímu tlakovému napětí ve směru kolmo na vlákna došlo také v první lamele panelu, přičemž toto napětí má hodnotu -0,91 MPa.



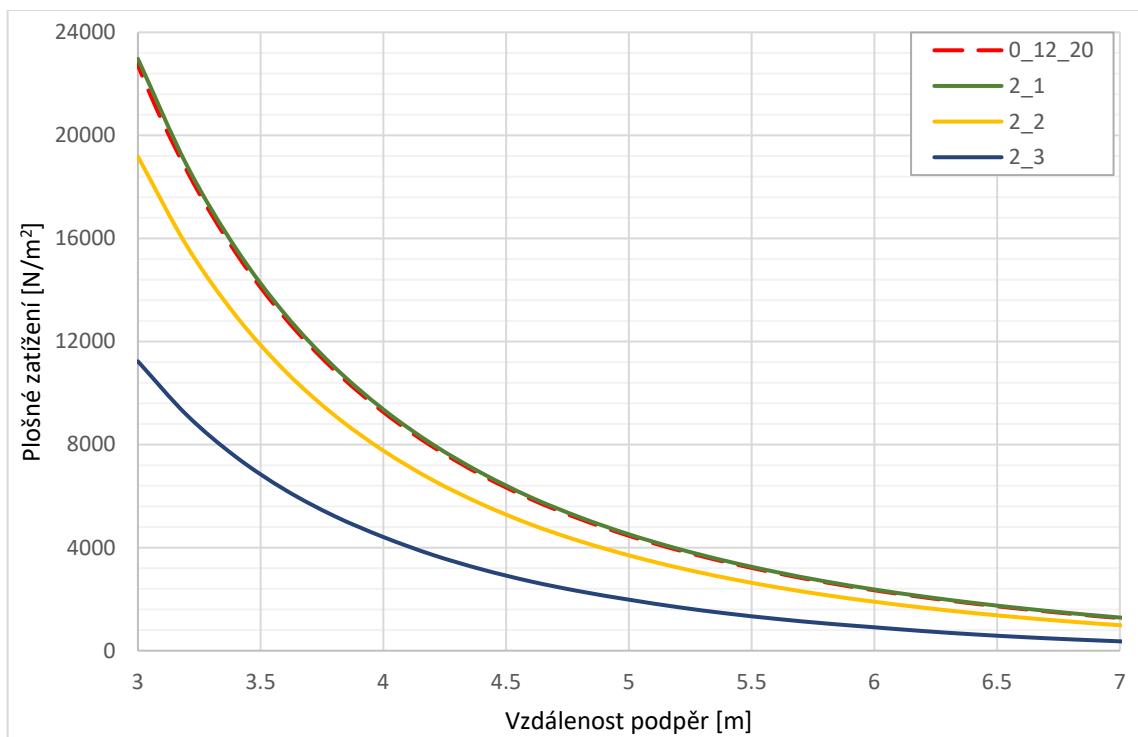
Graf 64: Rozložení vnitřního napětí ve směru vláken u panelu 2_3 ($w=15,1-23,9\%$; $t=16,6- -1,8^{\circ}\text{C}$)



Graf 65: Rozložení vnitřního napětí kolmo na vlákna u panelu 2_3 ($w=15,1-23,9\%$; $t=16,6- -1,8^{\circ}\text{C}$)

5.3.2.2. Porovnání Varianty 2

V této kapitole jsou porovnány výsledky panelů Varianty 2. Na grafu 66 můžeme vidět porovnání únosnosti panelů 0_12_20, 2_1, 2_2 a 2_3. Z tohoto porovnání je patrné, že panel 2_1 má mírně větší únosnost než panel 0_12_20. Nejnižší únosnost má panel 2_3. Jak je patrné z tabulky 29, tak panel 2_1 má přibližně o 1,7 % větší únosnost než panel 0_12_20. Panel 2_3 má přibližně o 52,1 % nižší únosnost.

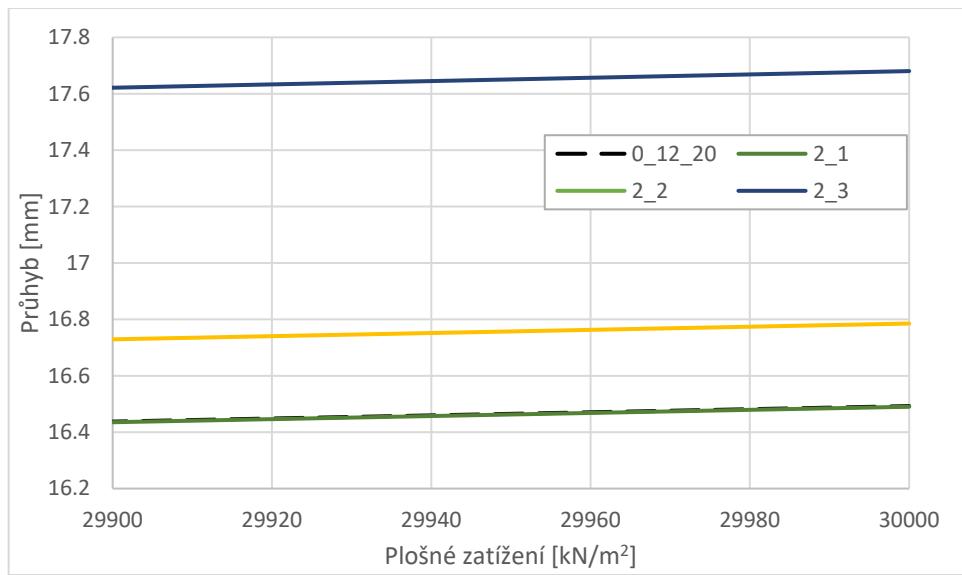


Graf 66: Porovnání únosnosti panelů dle Varianty 2

Označení panelu	Únosnost panelu při vzdálenosti podpěr 4 metrů [N/m ²]	Procentuální změna oproti únosnosti panelu při výpočtu 0_12_20
0_12_20	9210	-
2_1	9363	101,7 %
2_2	7763	84,3 %
2_3	4411	47,9 %

Tabulka 29: Porovnání únosnosti panelů podle Varianty 2

V grafu 67 a tabulce 30 můžeme vidět porovnání průhybů panelů Varianty 2 s panelem 0_12_20, při vzdálenosti podpěr 3 metry. Můžeme vidět, že se kromě panelu 2_1 u všech panelů průhyb zvětšil. K největší změně průhybu došlo u panelu 2_3, a tato změna má velikost 7,2 %.

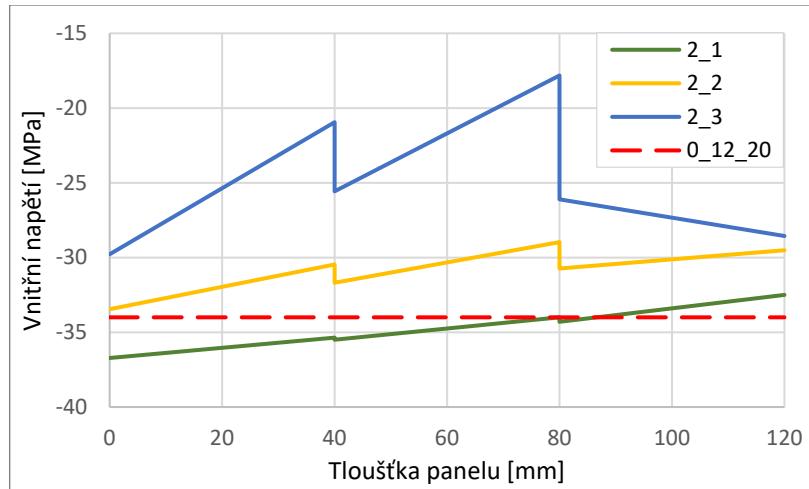


Graf 67: Porovnání průhybů Varianty 2

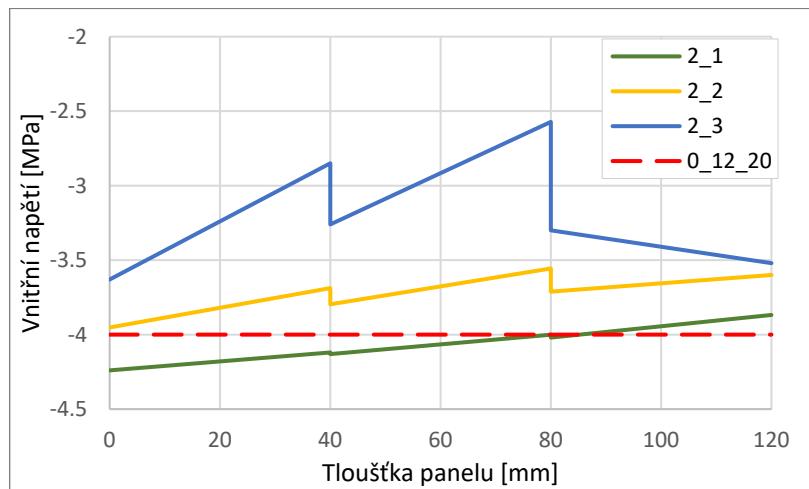
Označení panelu	Velikost průhybu při plošném zatížení 30000 N/m ² [mm]	Procentuální změna oproti průhybu panelu při výpočtu 0_12_20
0_12_20	16,49	-
2_1	16,49	100 %
2_2	16,79	101,8 %
2_3	17,68	107,2 %

Tabulka 30: Porovnání průhybů a procentuální změna průhybu panelů Varianty 2

V grafu 68 a 69 můžeme vidět porovnání pevnosti dřeva v tlaku, jak ve směru vláken, tak ve směru kolmo na vlákna. Z grafů je patrná výrazná změna pevnosti dřeva u panelu 2_3. U panelu 2_1 si můžeme všimnout, že v prvních dvou vrstvách panelu došlo ke zvětšení pevnosti dřeva. Tato změna je způsobena primárně změnou vlhkosti, která se v této oblasti pohybuje v rozmezí 10-12 %. V tabulce 31 můžeme vidět procentuální změnu minimální pevnosti dřeva v tlaku v porovnání s panelem 0_12_20. U panelu 2_3 došlo ke změně pevnosti až na 61,6 % původní pevnosti dřeva.



Graf 68: Porovnání pevnosti dřeva v tlaku ve směru vláken



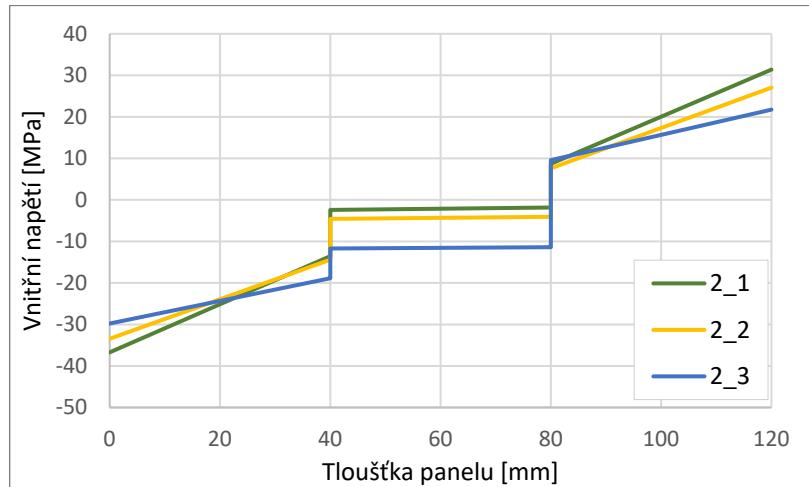
Graf 69: Porovnání pevnosti dřeva v tlaku ve směru kolmo na vlákna

Označení panelu	Minimální pevnost dřeva v tlaku [MPa]	Změna oproti minimální pevnosti dřeva v tlaku v panelu 0_12_20	
0_12_20	-34,0	-	Ve směru vláken
2_1	-32,5	95,6 %	
2_2	-29,0	85,2 %	
2_3	-21,0	61,6 %	
0_12_20	-4	-	Ve směru kolmo na vlákna
2_1	-3,9	96,7 %	
2_2	-3,6	89,0 %	
2_3	-2,85	71,3 %	

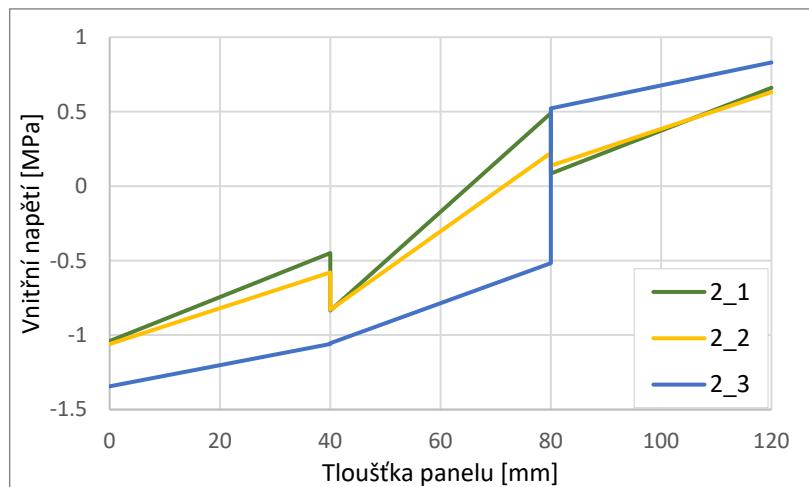
Tabulka 31: Porovnání pevnosti dřeva v tlaku

V grafu 70 a 71 můžeme vidět porovnání celkového vnitřního napětí, které vzniklo působením jak vnějším mechanickým zatížením, tak působením gradientu vlhkosti a teploty. Velikost vnitřního napětí byla vždy zjištěna ve chvíli, kdy došlo k přesáhnutí

pevnosti dřeva. Jelikož má panel 2_3 nejmenší únosnost, vyšlo také vnitřní napětí ve směru vláken na krajních plochách panelu, nejmenší. V grafu 71 můžeme vidět, že vnitřní napětí, které vzniklo v panelu 2_3 bylo po celém průřezu výrazně větší než u zbylých dvou panelů.

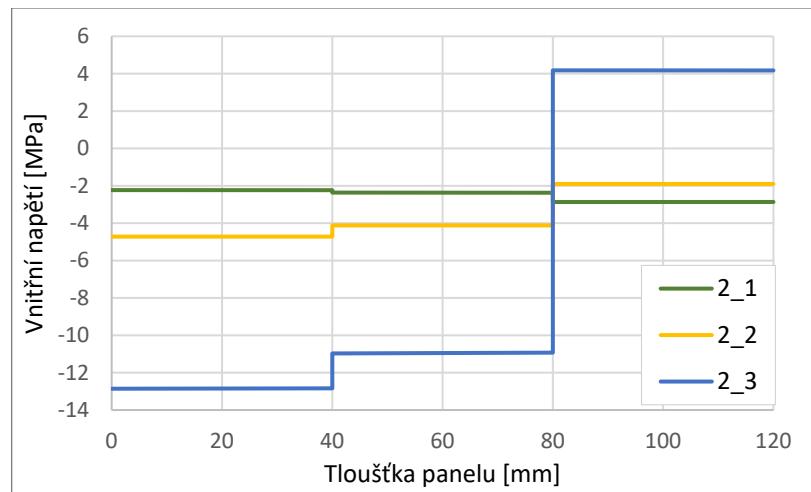


Graf 70: Porovnání celkového vnitřního napětí ve směru vláken

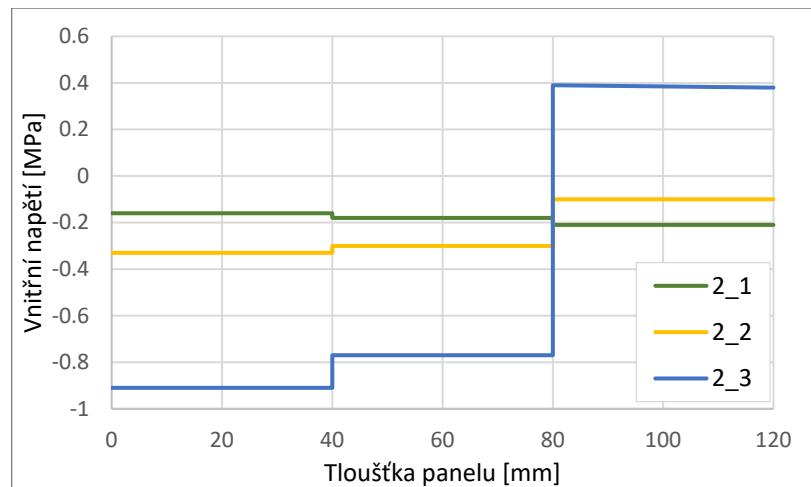


Graf 71: Porovnání celkového vnitřního napětí ve směru kolmo na vlákna

V grafu 72 a 73 můžeme vidět porovnání vnitřního napětí, které vzniklo pouze působením gradientu vlhkosti a teploty. Z grafů je patrný rozdíl v rozložení vnitřního napětí u panelu 2_3. U tohoto panelu vyšlo největší tlakové a tahové napětí ve všech směrech.



Graf 72: Porovnání vnitřního napětí ve směru vláken způsobené pouze působením gradientu vlhkosti a teplotou



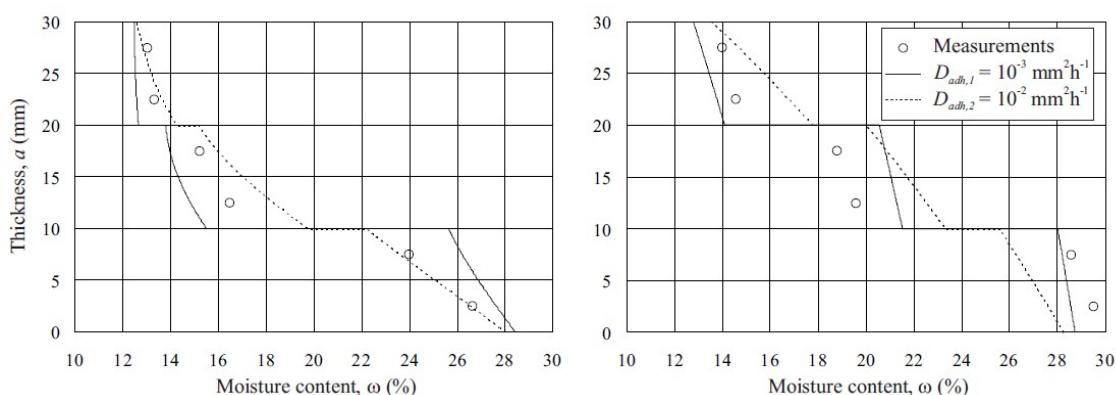
Graf 73: Porovnání vnitřního napětí ve směru kolmo na vlákna způsobené pouze působením gradientu vlhkosti a teplotou

6. Diskuze

6.1. Rozložení vlhkosti a teploty

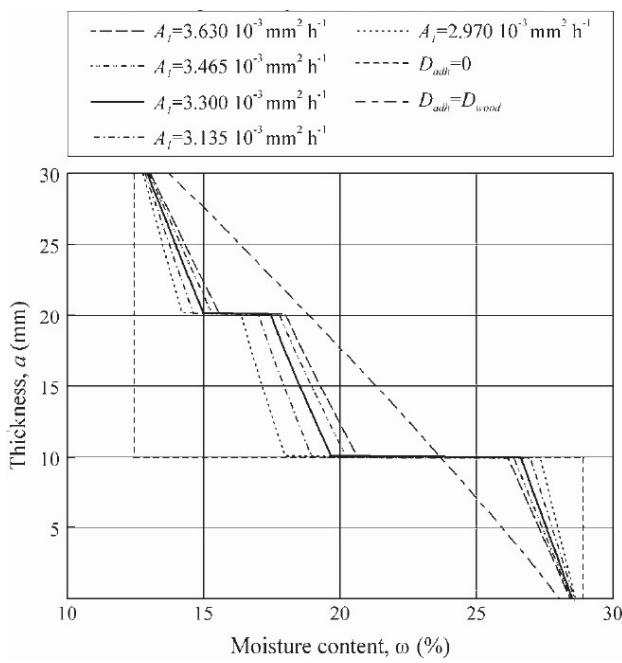
Vytvořením numerického modelu pro výpočet rozložení vlhkosti a teploty po průřezu CLT panelu jsem zjistil, k jakému rozložení vlhkosti v panelu může během jednoho roku dojít. Tento výsledek do velké míry ovlivní několik faktorů. Mezi tyto faktory patří tloušťka lepidla, difúzní vlastnosti lepidla, použitý způsob výpočtu rozložení vlhkosti a teploty, působení stacionárních či nestacionárních okrajových podmínek, či případné zanedbání vlivu teploty na rozložení vlhkosti v panelu.

Faktorem, který má jeden z největších vlivů na rozložení vlhkosti a teploty v panelu, je z mého pohledu tloušťka lepidla a jeho difúzní vlastnosti. Z důvodu nedostatečné výpočetní kapacity se mi nepovedlo vyřešit numerický model, který by měl menší tloušťku lepidla než 2 mm, respektive 1 mm. Výsledky rozložení vlhkosti a teploty můžeme porovnat s výsledky, ke kterým došel Gereke (2009).



Graf 74: Profily vlhkosti u dvou konstantních difúzních součinitelů lepidla ve srovnání s měřením, levá strana: 14 dní; pravá strana: 170 dní (Gereke, 2009)

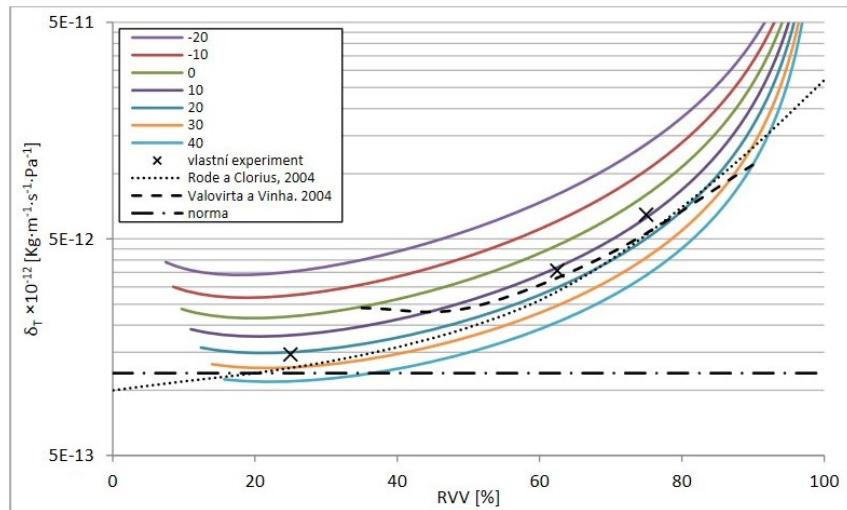
Výše zmíněný autor ve své práci vytvořil numerický model rozložení vlhkosti a teploty po tloušťce panelu za stacionárních okrajových podmínek. Pracuje s třívrstvým CLT panelem, ve kterém se mezi jednotlivými vrstvami dřeva nachází lepená spára o tloušťce 0,1 mm. Z grafu 74 vyplývá, že i u tloušťky lepené spáry 0,1 mm dochází ke skokové změně vlhkosti v místě lepené spáry. Z grafu 74 také vyplývá, že v průběhu času dochází k postupnému vyrovnání vlhkosti po tloušťce panelu. Gereke ve své práci nepracuje se současným šířením vlhkosti a teploty v CLT panelu, ale pracuje pouze se šířením vlhkosti. Samotné šíření teploty má na šíření vlhkosti v panelu velmi výrazný vliv.



Graf 75: Vlhkostní profil třívrstvého smrkového laminátu s okrajovými podmínkami relativní vlhkosti vzduchu 100 % (spodní strana, $a=0$ mm) a relativní vlhkosti vzduchu 65 % (horní hrana, $a=30,2$ mm); vliv různých difúzních součinitelů lepidla (Gereke, 2010)

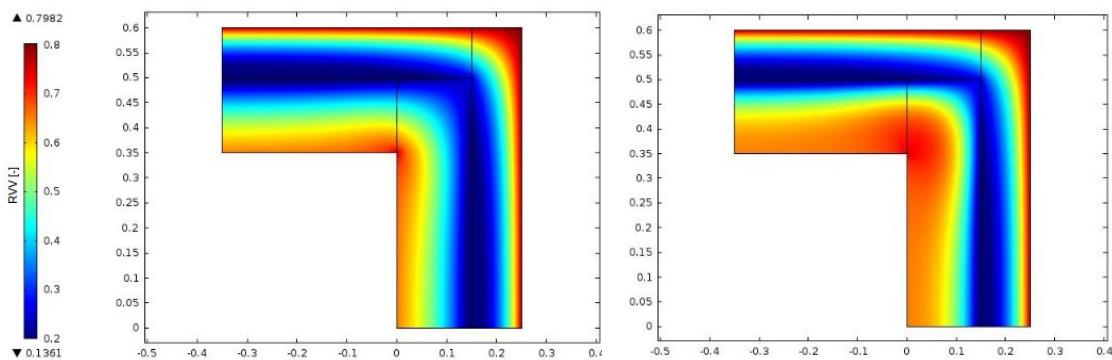
Velkým problémem, na který jsem během vypracovávání prvního numerického modelu narazil, jsou konkrétní difúzní vlastnosti lepidla. Hodnoty těchto vlastností nejsou udávány výrobcem lepidel a jediný možný způsob, jak tyto hodnoty získat, je experimentálním měřením. Této problematice se věnoval Gereke (2010). Z grafu 75 vyplývá, k jakému rozložení vlhkosti dojde, při různých difúzních vlastnostech lepidla. Tento rozdíl může být až přibližně 3 % vlhkosti dřeva, což může mít velký vliv na mechanické vlastnosti dřeva. Stále je potřeba myslet na fakt, že Gereke ve své práci pracoval pouze se stacionárními okrajovými podmínkami, a že pro modelování šíření vlhkosti zanedbal působení teploty.

Problematice posouzení míry vlivu na rozložení vlhkosti a teploty, který má použití hodnot difúzních vlastností dřeva obsažených v technických normách, s reálnými hodnotami, ke kterým ve dřevě skutečně dochází, se věnoval ve své práci Maňák (2015).



Graf 76: Graf závislosti analyticky vypočtených hodnot součinitele difuzní vodivost na RVV při různých teplotách a konstantní hustotě $\rho_0 = 400 \text{ kg m}^{-3}$. Pro srovnání jsou vyneseny výsledky vlastního experimentu, měření dle Rode a Clorius (2004), Valovirta a Vinha (2004) a konstantní hodnoty dle normy ČSN 73 540-4 (Maňák, 2015)

Z grafu 76 je patrná závislost analyticky vypočtených hodnot součinitele difuzní vodivosti na relativní vlhkosti dřeva při různých teplotách. Tyto výsledky byly porovnány s normativními hodnotami z technické normy ČSN 73 540-4 a mezi těmito výsledky je patrný velmi výrazný rozdíl. Tento rozdíl má následně velmi výrazný vliv na rozložení vlhkosti v konstrukčním prvku, respektive v celé nosné stěně, jak můžeme vidět na obrázku 25 a 26. V některých místech nosné masivní stěny rozdíl v relativní vlhkosti vzduchu dosahuje velikosti 20 %, což může mít velmi výrazný vliv jak na mechanické vlastnosti dřeva, tak na jeho životnost.



Obrázek 25: Vlhkostní pole v detailu rohu obvodové stěny z masivního dřevěného panelu, δT_{KONST} ; interiér $20^\circ\text{C}/60\%$; exteriér $-15^\circ\text{C}/80\%$ (Maňák, 2015)

Obrázek 26: Vlhkostní pole v detailu rohu obvodové stěny z masivního dřevěného panelu, δT_{VARIAB} ; interiér $20^\circ\text{C}/60\%$; exteriér $-15^\circ\text{C}/80\%$ (Maňák, 2015)

Z grafu 23 vyplývá, že druh výpočtu rozložení vlhkosti a teploty má velmi výrazný vliv na výsledek gradientu vlhkosti i v momentě, kdy do výpočtu zahrneme lepenou spáru. Hodnoty vlhkosti se mohou lišit až o desítky procent, hlavně v místech lepené spáry. K velmi výrazným změnám dochází také ve vrstvě panelu, která přímo navazuje

na externí podmínky. Z grafu 68 a 69 vyplývá, že v místě lepené spáry může dojít k velmi výraznému nárůstu vzniklého napětí, a je tudíž velmi důležité správně vypočítat gradient vlhkosti a teploty. Je ovšem potřeba znova vzít v potaz, že tento výsledek je z numerického modelu, kde měla lepená spára tloušťku 1 mm. V reálných podmínkách bude v místech lepené spáry menší skok v hodnotách vlhkosti a následně i v hodnotách napětí.

Je potřeba vzít na vědomí, že v případě klasického použití CLT panelu není panel napřímo vystaven extrémním okrajovým podmínkám. V běžné stěnové konstrukci je panel od těchto podmínek chráněn parozábranou, parobrzdou, či jinými izolačními prvky. Ovšem v případě konstrukční chyby, mechanického porušení izolačního prvku, havarijní události či chybného výpočtu zkondenzované vodní páry v konstrukci, může dojít ke kontaktu CLT panelu s vysokou relativní vlhkostí.

Z fyzikálního pohledu není běžné u hygroskopických materiálů považovat za hybnou sílu součinitele difúzní vodivosti gradient parciálních tlaků vodní páry. V dřevařské praxi, obzvláště v oblasti sušení dřeva, je běžné považovat za hybnou sílu koeficientu difuze gradient koncentrací vlhkosti dřeva. Ve stavebnictví nebo v oboru stavební fyziky je dřevo běžně kombinováno s jinými materiály, pro které je za hybnou sílu součinitele difúzní vodivosti běžně používán gradient parciálních tlaků vodní páry. Pro správné zjištění rozložení vlhkosti v dřevěném konstrukčním prvku je tedy zásadní používat hodnoty difuzních vlastností v závislosti na okolních podmínkách. Zanedbání těchto skutečností může vést k nepřesnému výpočtu tepelných vlastností materiálu a případné kondenzaci vlhkosti v materiálu.

6.2. Vnitřní napětí

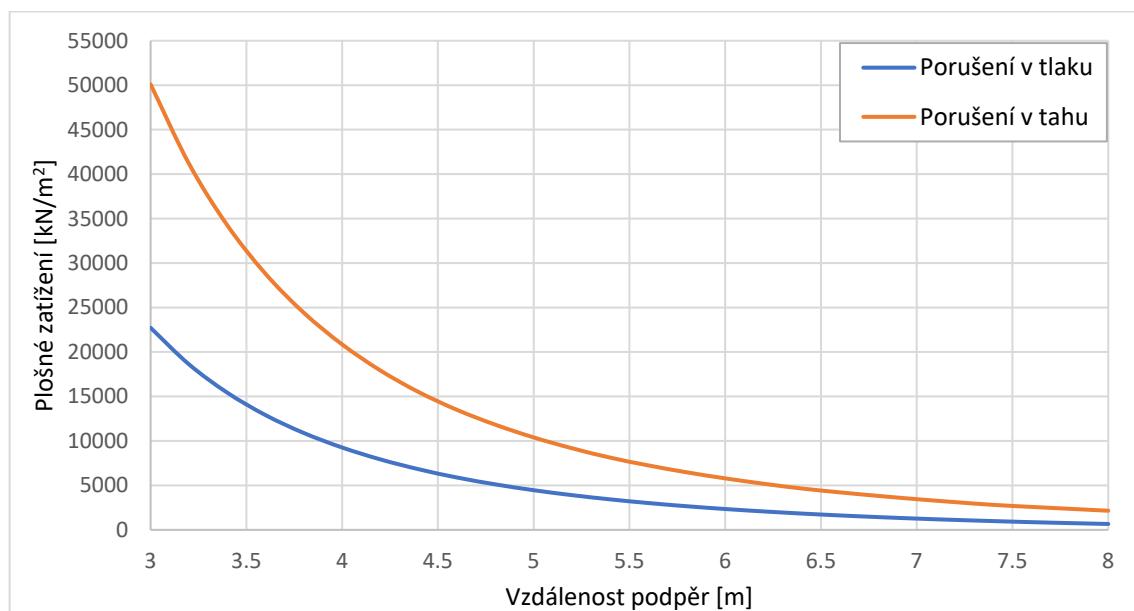
K verifikaci numerického modelu pro výpočet vnitřního napětí, které vznikne působením vnějšího mechanického namáhání a působením gradientu vlhkosti a teploty, bylo zapotřebí provést experimentální měření. Experimentální měření bylo zaměřeno na mechanickou odezvu desky na spojité zatížení, za různých počátečních podmínek rozložení vlhkosti a teploty. Z důvodů epidemiologické situace způsobené pandemií Covid-19, trvající po celou dobu tvorby této práce, nebylo možné provést experimentální měření, které by se přímo věnovalo únosnosti panelu za rozdílných počátečních podmínek vlhkosti a teploty. Díky provedenému experimentálnímu měření vyšla shoda s výslednou poměrnou změnou průhybu u panelu s konstantní vlhkostí a teplotou s panelem, u kterého byla vlhkost a teplota rozdělena nerovnoměrně. Na základě poznatků z tabulky 26 a 30 lze konstatovat, že průhyb panelu se mění v závislosti na vlhkosti dřeva, případně tedy na pevnosti dřeva. Na základě poznatků z experimentu

lze konstatovat, že velikost průhybu závisí na tom, zda zatěžována plocha obsahuje vyšší či nižší vlhkost než 12 %. Tento výsledek se nepodařilo ověřit numerickým výpočtem. Dále bylo pomocí experimentu zjištěno, že velikost průhybu, ke kterému dojdeme numerickým výpočtem, nijak neovlivní velikost vzniklého vnitřního napětí, které je způsobené gradientem vlhkosti a teploty. V okamžiku, kdy byly použity různé hodnoty vlhkostního bobtnání, byl průhyb stále stejný. Žádný vliv na průhyb desky nemělo ani otočení panelu a zatěžování plochy s rozdílnou hodnotou vlhkostí. Z tohoto faktu vyplývá, že hlavní vliv na průhyb panelu měla velikost tuhosti desky, která byla ovlivněna gradientem vlhkosti a teploty. Nicméně pro důkladné ověření numerického modelu by bylo nutné zvýšit počet experimentálních měření, aby se zabránilo chybovnosti, ke které mohlo během experimentu snadno dojít. Jedním z hlavních problémů provedeného experimentu byla skutečnost, že panel byl nejdříve vystaven působení daných okrajových podmínek vlhkosti a teploty, a až následně byl zatížen plošným zatížením, ovšem za rozdílných okrajových podmínek. Dalším problémem by mohlo být samotné zatěžování panelu. Panel nebyl zatěžován rovnoměrně, ale hlavně u nízkých hodnot zatížení bylo toto zatížení nerovnoměrné, a mohlo dojít k nepřesným hodnotám průhybu.

Vytvořením numerického modelu pro výpočet vnitřního napětí po průřezu CLT panelu jsem zjistil, k jakému rozložení napětí v panelu může dojít ve chvíli, kdy je panel zatěžován jednak vnějším spojitým zatížením a jednak zatížením způsobeným gradientem vlhkosti a teploty. Dalším výsledkem byla zjištěná únosnost panelů, v okamžiku vystavení těmto způsobům namáhání. Tyto výsledky do velké míry ovlivní několik faktorů. Mezi tyto faktory patří velikost vlhkosti a teploty ve dřevě, velikost gradientu vlhkosti a velikost příčného bobtnání lepeného dřeva.

Zásadní vliv na únosnost panelu má pevnost dřeva, která je do nezanedbatelné míry ovlivněna velikostí vlhkosti a teploty dřeva. Z grafu 8 vyplývá, že vlivem zvýšené vlhkosti a teploty může být velikost pevnosti dřeva zmenšena až o přibližně 30 %. Tyto hodnoty plně korespondují s výsledky z grafu 68, 69 a tabulky 31 ze kterých vyplývá, že velikost tlakové pevnosti dřeva může klesnout ve směru vláken až o 38,4 % a ve směru kolmo na vlákna o 28,7 %. Z pohledu únosnosti panelu také záleží na lokalitě nejnižších hodnot pevnosti dřeva. Z výsledků rozložení vnitřního napětí vyplývá, že k přesázení pevnosti dřeva vždy dojde pomocí tlakového napětí na horní ploše panelu. Z provedeného experimentu na trhacím zařízení (obrázek 24) ale vyplynulo, že k úplnému porušení panelu o vlhkosti 12 % a teplotě 20 °C dojde až ve chvíli, kdy je přesázeno tahová pevnost dřeva na spodní ploše panelu. Na grafu 77 je vidět porovnání panelů, u kterých došlo buďto k porušení panelu v tlaku na horní ploše, nebo k porušení panelu v tahu na

spodní ploše panelu. Únosnost panelu, u kterého dojde k porušení v tahu, například při vzdálenosti podpěr 5 metrů, je přibližně o 233 % vyšší než u panelu, u kterého dojde k porušení v tlaku. Tento výsledek koresponduje s tím, že použitá pevnost dřeva v tahu, tedy 74 MPa, je přibližně o 218 % vyšší než pevnost dřeva v tlaku, tedy 34 MPa. Přestože výsledky experimentálního měření únosnosti panelu ukázaly na důležité poznatky ohledně druhu porušené pevnosti, nebyly tyto zjištěné poznatky použity v samostatné práci. Důvodem tohoto rozhodnutí byl fakt, že by z mého pohledu bylo nutné provést větší počet experimentálních měření, v rámci kterých by došlo k měření vzniklé pružné a plastické deformace. Tyto experimenty by měly být provedeny za rozdílných okrajových a počátečních podmínek vlhkosti dřeva a teploty dřeva. Tímto způsobem by se dal v budoucnu velice přesně ověřit vytvořený numerický model. Další by se tak zjistit hodnoty meze únosnosti panelu a meze pevnosti panelu.



Graf 77: Porovnání únosnosti při různém druhu porušení

Výše zmíněné experimentální řešení by také mohlo přispět k vyjasnění dalších problematických bodů, na které jsem během vypracovávání této práce narazil. K těmto bodům patří jednak problematické ověření velikosti vzniklých vlhkostních napětí po průřezu panelu a jednak velikost příčného bobtnání dřeva za rozdílné vlhkosti a teplotě. Již několik autorů se zabývalo výpočtem či měřením vlhkostního napětí v CLT panelu za různých okrajových či počátečních podmínek. Gereke (2009) se věnoval numerickému výpočtu a experimentálnímu ověření vzniklého vnitřního napětí, které je způsobené gradientem vlhkosti. Z obrázku 27 je patrné, že maximální vlhkostní napětí ve směru kolmo na vlákna, které vzniklo působením relativní vzdušné vlhkosti 65 % / 100 %, je přibližně 1,54 MPa. Z grafu 73 vyplývá, že maximální napětí, které vzniklo pouze působením vlhkostního gradientu, je 0,91 MPa. Mezi těmito výsledky je značná odlišnost,

která já dána hlavně rozdílnými počátečními podmínkami vlhkosti a teploty. I přes svou odlišnost lze porovnání těchto výsledků označit za relevantní a lze rovněž konstatovat, že výsledky vnitřního napětí odpovídají výsledkům obsažených v literatuře.

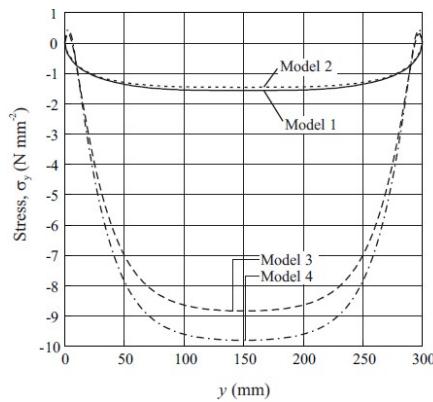
$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_{el} + \dot{\varepsilon}_\omega + \dot{\varepsilon}_{\omega\sigma}$$

Model 1 $\dot{\varepsilon} = S\dot{\sigma} + \dot{S}\sigma + \alpha\dot{\omega} + m\sigma|\dot{\omega}|$

Model 2 $\dot{\varepsilon} = S\dot{\sigma} + \alpha\dot{\omega} + m\sigma|\dot{\omega}|$

Model 3 $\dot{\varepsilon} = S\dot{\sigma} + \dot{S}\sigma + \alpha\dot{\omega} + 0$

Model 4 $\dot{\varepsilon} = S\dot{\sigma} + \alpha\dot{\omega} + 0$



Obrázek 27: Porovnání příčného napětí a vliv jednotlivých faktorů výpočtu při působení relativní vzdušné vlhkosti 65 % / 100 % (ε_{el} = pružné přetvoření; ε_ω = vlhkostní napětí; $\varepsilon_{\omega\sigma}$ = mechano-sorpční efekt) (Gereke, 2009)

Dalším z faktorů, které mohou do velké míry ovlivnit konečný výsledek, je velikost příčného bobtnání dřeva. V práci byla použita velikost příčného bobtnání o hodnotě $1/30.\rho_0$. K tomuto kroku jsem přistoupil z toho důvodu, že numerický model rozlišuje pouze jednotlivé vrstvy panelu a nikoli již jednotlivé lamely, ze kterých jsou jednotlivé vrstvy panelu slepeny. Jak vyplývá například z Chiniforus a spol. (2019), i velikost příčného bobtnání do značné míry závisí na teplotě. Z této práce vyplývá, že velikost příčného bobtnání se u měkkého dřeva, které je zahřáto z 15°C na 50°C , zmenší o 33 %. Výše popsaném experimentálním řešením by se dal ověřit vliv příčného bobtnání dřeva na únosnost panelu.

Jedním z cílů práce bylo posoudit vliv teploty na únosnost panelu, případně na jeho vzniklé vnitřní napětí. Z výsledků z kapitoly 5.3.1.4, tabulky 27 a grafů 54 a 55 vyplývá, že přímý vliv teploty na vzniklé vnitřní napětí je naprostě minimální. Teplotní napětí ve směru vláken má velikost přibližně 7 % hodnot vlhkostního napětí ve směru vláken. Z výsledků grafu 56 víme, že únosnost panelu se díky působení nerovnoměrně rozložené teplotě změní přibližně o 0,5 %. Díky těmto výsledkům je možno konstatovat, že při posuzování únosnosti panelu lze samotné teplotní napětí zanedbat. To, co zanedbat nelze, je vliv působení teploty na rozložení vlhkosti v panelu. Vlhkost a její

rozložení má zásadní vliv na pevnost dřeva a na únosnost panelu. Působení teploty má zase nezanedbatelný vliv na rozložení vlhkosti v panelu. Tento fakt vyplývá už z modelu současného šíření vlhkosti a teploty ve dřevě. Teplota hraje také významnou roli v tvaru sorpční izotermy (Krupińska, 2007) a také má vliv na velikost difúzního koeficientu dřeva (Chiniforush, 2019). V okamžiku, kdy bychom zanedbali působení teploty na rozložení vlhkosti v panelu, by se jednalo pouze o laboratorní podmínky, ke kterým nemůže v reálné konstrukci dojít. Je proto zásadní odlišovat vliv teploty na rozložení vlhkosti a vliv teplotního napětí na únosnost panelu. Obecně lze tedy konstatovat, že působení teploty má na únosnost panelu, případně na rozložení vnitřního napětí, nezanedbatelný vliv a nemělo by se při posuzování kombinovaného namáhání dřevěných masivních panelů zanedbávat.

6.3. Návrh na použití výsledků v praxi

Dřevěné masivní konstrukce, hlavně lepené CLT panely, mají velký potenciál stát se ideálním konstrukčním materiélem pro bytové a výškové domy. K tomu, aby mohl být tento potenciál alespoň z části naplněn, je nejdříve nutné do největšího detailu zmapovat chování takového materiálu za různých podmínek. Tím, že je dřevo hygroskopickým materiélem, jsou jeho vlastnosti do značné míry ovlivňovány vlhkostí. Je proto zásadní zjistit, jak se při dané vlhkosti dřeva bude daný konstrukční prvek chovat. A pro toto zjištění je nejdříve bezpodmínečně nutné co nejpřesněji zmapovat šíření vlhkosti a teploty ve dřevě, případně v konstrukčním prvku ze dřeva. K posuzování vlhkostní a teplotní bilance staveb nemá současná stavební praxe zabudovaný běžný výpočetní model, který by byl schopen u masivních dřevěných konstrukcí tyto bilance přesně vyřešit. V praxi se k řešení problémů stavební fyziky běžně používají výpočetní programy Teplo nebo Area. Tyto programy ovšem nedokáží přesně pracovat s masivní dřevěnou konstrukcí. V kombinaci s faktrem, že v extrémních podmínkách roste nepřesnost mezi normativními hodnotami vlastností dřeva a jeho reálnými hodnotami, může dojít k výrazným nepřesnostem v hodnotách vlhkosti v materiálu. Tato vlhkost, jak bylo výše několikrát zmíněno, má zásadní vliv na mechanické vlastnosti takového konstrukčního prvku. Pro přesnější výpočet rozložení vlhkosti by v budoucnu bylo vhodné nepracovat vždy s konstantními vlastnostmi dřeva, ale používat proměnné vlastnosti v závislosti na vlhkosti a teplotě dřeva. Pro tento účel by bylo vhodné vytvořit relevantní výpočetní model, který by byl schopen co nejpřesněji vypočítat rozložení vlhkosti a teploty a tím i velice přesně stanovit hodnoty vnitřního napětí. Pro běžné používání by tento výpočetní model měl být co nejméně náročný na výpočetní kapacitu.

7. Závěr

Diplomová práce se zabývá vytvořením výpočetních modelů pro výpočet rozložení vlhkosti a teploty a pro výpočet vzniklého vnitřního napětí v CLT panelu, zatíženého jednak vnějším spojitým zatížením a jednak zatížením způsobeným gradientem vlhkosti a teploty. Bylo zjištěno, že:

- výsledky odezvy desky na spojité zatížení desky za různých počátečních podmínek vlhkosti a teploty, získané z numerického modelu odpovídají výsledkům experimentálního měření,
- použití hodnot difúzních vlastností dřeva obsažených v technických normách má zásadní vliv na nepřesné výsledky gradientu vlhkosti a teploty. Tyto výsledky se mohou lišit od reálných hodnot, ke kterým ve dřevě dochází, až o desítky procent,
- působení gradientu vlhkosti a teploty má zásadní vliv na únosnost CLT panelu. Za zvolených počátečních a okrajových podmínek se únosnost CLT panelu snížila až o 52,1 %,
- působení teploty může mít výrazný vliv na únosnost CLT panelu. Samotné teplotní napětí má velikost pouze přibližně 5 % vlhkostního napětí. Teplota ovšem může mít značný vliv na rozložení vlhkosti v materiálu a z tohoto důvodu ji nelze zanedbávat.

Výsledek této diplomové práce může napomoci budoucím snažám o bližší poznání šíření vlhkosti a teploty v CLT panelu a jejich vlivu na celkovou únosnost. Je však třeba zohlednit skutečnost, že výpočetní model pracoval s ideálními materiálovými konstantami. Na celkové výsledky má velký vliv značné množství faktorů, na které je třeba brát zřetel. Díky zjištěným skutečnostem lze konstatovat, že velikost gradientu vlhkosti a teploty má zásadní vliv na únosnost panelu, a do budoucna je nutné s tímto druhem namáhání počítat při dimenzování těchto konstrukčních prvků.

8. Použitá literatura

- BARBER, David. (2015): Tall Timber Buildings: What's Next in Fire Safety?. *Fire Technology*. 51. 10.1007/s10694-015-0497-7.
- BAUMRUK, Martin. Mechanika kompozitních materiálů, analytické metody výpočtu stabilitních úloh kompozitních desek a sendvičových panelů a jejich porovnání s MKP [online]. Praha: Centrum leteckého a kosmického výzkumu, ČVUT [cit. 2021-04-19]. Dostupné z: <https://docplayer.cz/10041535-Mechanika-kompozitnich-materialu-analyticke-metody-vypoctu-stabilitnich-uloh-kompozitnich-desek-a-sendvicovych-panelu-a-jejich-porovnani-s-mkp.html>
- BODIG J., JAYNE B. A. (1993): Mechanics of Wood and Wood composites; Malabar, Fla. Krieger; str. 712; ISBN 0894647776
- BRDIČKA M., SAMEK L., SOPKO B. (2011): Mechanika kontinua; Gerstner; str. 880; ISBN 978-80-200-2039-0
- BROŽOVSKÝ J., MATERNA A. (2012): Základy matematické teorie pružnosti; VŠB-TU Ostrava; str. 123
- CALARD, Vincent. (2011) Formulas and equations for the classical laminate theory. Dostupné z: <http://www.aac-research.at/downloads/Formulacollectionfor-laminates.pdf>
- CARLSSON H., THUNELL B., (1975) Shrinking behaviour of wood during drying effect of tensile stresses. Paperi ja Puu
- CASTERA P., (1989) Tensile creep of small wood specimens across the grain under drying conditions. In: IUFRO International Wood Drying Symposium, Seattle,
- CRAWFORD Robert H., CADOREL, (2017) A Framework for Assessing the Environmental Benefits of Mass Timber Construction, Procedia Engineering, Volume 196, ISSN 1877-7058
- ČSN 73 0540-3 Tepelná ochrana budov - Část 3: Návrhové hodnoty veličin. Praha: Český normalizační institut, 2005.
- ČSN 73 0540-4 Tepelná ochrana budov - Část 4: Výpočtové metody. Praha: Český normalizační institut, 2005.
- DAMTOFT J.S., LUKASIK J., HERFORT D., SORRENTINO D., GARTNER E.M., (2008), Sustainable development and climate change initiatives, Cem. Concr. Res.,
- DUSHMAN S., LAFFERTY J.M. (eds.) (1962): Scientific Foundations of Vacuum Technique. Wiley - New York.

- FRÖBEL, Johan a Anders GUSTAFSSON. (2019), *The CLT Handbook* [online]. Stockholm: Föreningen Sveriges Skogsindustrier, [cit. 2021-04-19]. ISBN 978-91-983214-4-3. Dostupné z: <https://www.woodcampus.co.uk/wp-content/uploads/2019/05/Swedish-Wood-CLT-Handbook.pdf>
- GEREKE, Thomas Verfasser. (2009): Moisture-Induced Stresses in Cross-Laminated Wood Panels. *Moisture-Induced Stresses in Cross-Laminated Wood Panels*. Zürich: ETH,
- GEREKE, Thomas; NIEMZ, Peter. (2010): A numerical study on the influence of the bond line diffusivity on moisture-related stresses and deformations of three-layered spruce cross-laminates. *Wood Material Science and Engineering*. 5. 10.1080/17480271003717261.
- HAVÍŘOVÁ, Zdeňka. (2003), *Technická mechanika I.: (základy statiky, pružnost a pevnost)*. 2. nezm. vyd. V Brně: Mendelova zemědělská a lesnická univerzita, ISBN 80-715-7667-0.
- HENS, Hugo. (2007): *Building Physics - Heat, Air and Moisture: Fundamentals and Engineering Methods with Examples and Exercises*. Mörlenbach: Strauss, ISBN 978-3-433-01841-5.
- HORÁČEK P. (2010): Mechanické vlastnosti dřeva [online]; pp 44; [cit 19. 11. 2019] Dostupné z: https://is.mendelu.cz/lide/clovek.pl?zalozka=13;id=7038;studium=17869;zp=14344;download_prace=1;lang=sk
- HORÁČEK, P. (2004): Model vázaného šíření vlhkostního a teplotního pole při sušení dřeva, Brno: Mendelova Univerzita v Brně.
- HORÁČEK, P. (2008): *Fyzikální a mechanické vlastnosti dřeva I.* Brno: Mendelova zemědělská a lesnická univerzita v Brně. 124 s. ISBN 978-80-7375-169-2
- CHINIFORUSH A., NEZHAD Alireza & Akbar, ALI & VALIPOUR, HAMID & MALEK, SARDAE. (2019). Moisture and temperature induced swelling/shrinkage of softwood and hardwood Glulam and LVL: An experimental study. *Construction and Building Materials*.
- CHINIFORUSH A.A., A. AKBARNEZHAD, H. VALIPOUR, S. MALEKMOHAMMADI, (2019): Moisture and temperature induced swelling/shrinkage of softwood and hardwood glulam and LVL: An experimental study, *Construction and Building Materials*, Volume 207, ISSN 0950-0618,

- KOCH J., SIMON A., ARNDT R.W., (2016), Monitoring of moisture content of protected timber bridges, Proc. WCTE 2016 World Conf. Timber Eng. Vienna/Austria,
- KOLLMANN, F., CÔTÉ, W.A. (1968): Principles of Wood Science and Technology, Springer, Berlin,
- KREJSA M., LAUSOVÁ L., MICHALCOVÁ V. (2011): Pružnosť a plasticita [online]; VŠB-TU Ostrava; pp 296; [cit. 19. 11. 2019] dostupné z: http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/pruznost_tisk.pdf
- KRUPIŃSKA B., I. STRØMMEN, Z. PAKOWSKI & T. M. EIKEVIK (2007): Modeling of Sorption Isotherms of Various Kinds of Wood at Different Temperature Conditions, Drying Technology, 25:9, DOI: 10.1080/07373930701537062
- KURJATKO S. (1990): Náuka o dreve. Metódy zisťovania fyzikálnych vlastností dreva a velkoplošných drevných materiálov. Návody na cvičenia. VŠLD Zvolen
- MacLean J.D. (1941): Thermal conductivity of wood. Heating, piping, and air conditioning (13),
- MAŇÁK, Ondřej. (2020). Variabilita koeficientů difuze vodní páry ve dřevě a její vliv na vlhkostní pole uvnitř vybrané konstrukce. Brno, Diplomová práce. Mendelova univerzita v Brně
- MAREK, Michal. (2018) Vývoj a analýza kombinovaného vrstveného materiálu[online]. Brno, [cit. 2021-04-19]. Dostupné z: https://is.mendelu.cz/lide/clovek.pl?zalozka=13;id=5621;studium=91032;zp=60818;download_prace=1;lang=sk. Diplomová práce. Lesnická a dřevařská fakulta, Mendelova univerzita v Brně.
- MATOVIČ A. (1993): Fyzikální a mechanické vlastnosti dřeva a materiálů na bázi dřeva. ES VŠZ Brno
- MATOVIČ A. (1993): Fyzikální a mechanické vlastnosti dřeva a materiálů na bázi dřeva. ES VŠZ Brno
- NETTLES A. T. (1994): Basic Mechanics of Laminated Composite Plates; NASA Alabama; pp 102; ISBN 1730984487
- ORMARSSON, S. (1998): Numerical analysis of moisture-related distortions in sawn timber, PhD thesis, Chalmers University of Technology,
- PLÁNIČKA, F., M. ZAJÍČEK a V. ADÁMEK (2020): Shrnutí základních poznatků. OHYB (Napjatost) [online]. 2020(1), [cit. 2021-04-19]. Dostupné z: <https://www.kme.zcu.cz/kmet/pp/ohyb-a-napjatost/shrnuti.pdf>

- POŽGAJ A., CHOVANEC D., KURJATKO S., BABIAK M. (1997): Štruktúra a vlastnosti dreva; Bratislava: Príroda; pp 485; ISBN 80-07-00960-4
- RANTA-MAUNUS, A. (1990): Impact of mechano-sorptive creep to the long-term strength of timber, Holz als Roh- und Werkstoff, 48:67–71,
- REGINÁČ L. a kol. (1990): Náuka o dreve II. VŠLD Zvolen
- ŘEHÁNEK J. (2002): Tepelně technické a energetické vlastnosti staveb, Grada, Praha
- SCHMIDT Evan L., RIGGIO Mariapaola, BARBOSA Andre R., MUGABO Ignace, (2019) Environmental response of a CLT floor panel: Lessons for moisture management and monitoring of mass timber buildings, Building and Environment, Volume 148, str. 609-622, ISSN 0360-1323
- SIAU, J.F. (1995): Wood: Influence of moisture on physical properties, Department of Wood Science and Forest Products, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, USA,
- SONDEREGGER, W. (2011): Experimental and Theoretical Investigations on The Heat and Water Transport in Wood and Wood-based Materials. Dizertační práce. Curych: ETH Zurich.
- SULZBERGER, P. H. (1953): The Effect of Temperature on the Strength of Wood, Plywood and Glued Joints. Rept. ACA-46, Dept. Supply, Aeronaut. Res. Consult. Com., Commonwealth of Australia,
- ŠMIŘÁK, Svatopluk. (2000): Pružnost a plasticita II. Akademické nakladatelství CERM: VUT Brno, 1993. ISBN 80-214-0498-1.
- UGOLEV B.N. (1992): Wood deformability and drying stresses. Proceedings 3rd IUFRO Conference on Wood Drying „Understanding the Wood Drying Process: A Synthesis of Theory and Practice“, August 18-21, 1992, Vienna, Austria: 11-17
- United Nations Environment Programme (UNEP), (2009), SBCI, Buildings and Climate Change Summary for Decision-Makers,
- VRBKA, Jan. Mechanika kompozitů [online]. Brno: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Fakulta strojního inženýrství VUT v Brně, 2008 [cit. 2021-04-19]. Dostupné z: https://www.vutbr.cz/www_base/priloha.php?dpid=83340

9. Přílohy

9.1. Příloha 1 – Numerický model výpočtu rozložení vlhkosti a teploty v CLT panelu

```

TITLE 'CLT var A'
SELECT
  erlm=1e-1
  painted
  VARIABLES
    temp
    p
DEFINITIONS
  temp_in=273.15+20
  temp_out=273.15+23.4*0.7*SIN(2*PI*(t*1e+08)/31000000)
  f=0.5
  fm=0.37*(temp_in-273.15)-3153.9/(temp_in-273.15)-39.77/100-0.1
  foal=(95*(temp_out-273.15))/3153.5/(temp_out-273.15)-35.17/100
  fekvedny panel
  CLT1=0.4
  LEP1=0.001
  CLT2=0.04
  LEP2=0.001
  CLT3=0.04
  Noisika=CLT1+LEP1+CLT2+LEP2+CLT3
  vyska=0.5

R=8.31441
M=0.018153
{univerzalni prijnova konstanta}
{molar hmotnost votin par}
p0_init = if (temp_init=273.15) then 610.5*EXP((17.269*(temp_init-273.15))/(237.3+(temp_init-273.15))) else
p0_in=p0_init*p0_in

p0_in = if (temp_in=273.15) then 610.5*EXP((17.269*(temp_in-273.15))/(237.3+(temp_in-273.15))) else
p0_out = if (temp_out=273.15) then 610.5*EXP((17.269*(temp_out-273.15))/(237.3+(temp_out-273.15))) else
p0_out = if (temp_out=273.15) then 610.5*EXP((17.269*(temp_out-273.15))/(237.3+(temp_out-273.15)))

pin=0@t*ln
pout=pout*ln

pout = if (temp>=273.15) then 610.5*EXP((17.269*(temp-273.15))/(237.3+(temp-273.15))) else 610.5*EXP((21.875*(temp-
273.15)/(265.5+(temp-273.15))))*
f = if (p0@0=99) then 0.99 else p0@0
a=73170@0.014348*temp
b=0.008746@-0.005657*temp
we=1@LN(a@LN(b))

RH@0=40
RH@0=RHO@0/(1+RH@0/(0.000@0.3))
RH@0@n=1.53@1.0-0.0153*we@100
RH@0@u=RHO@0/(1+RH@0/(0.000@we@100))
Por@1=1-RH@0@n/(1.53@1+we@100)
Kv@0=0.001
{tepera vodost}
{husista konvenci}
{husista barene steny}
{prorovit}
{memne teplo}
Co=11174.87*(temp-273)

```



```

history(bun) at (0,yska[2]) CLT1[2,yska[2]) (louska[2,yska[2)) (louska-CLT3[2,yska[2)) (louska,yska[2)
history(yzduch) at (0,yska[2)) CLT1[2,yska[2)) (louska-CLT3[2,yska[2)) (louska,yska[2)
history(lum) at (0,yska[2)) CLT1[2,yska[2)) (louska-CLT3[2,yska[2)) (louska,yska[2)
history(seoudif) at (0,yska[2)) CLT1[2,yska[2)) (louska-CLT3[2,yska[2)) (louska,yska[2)
history(seoudifful) at (0,yska[2)) CLT1[2,yska[2)) (louska-CLT3[2,yska[2)) (louska,yska[2)
history(d'drevo) at (0,yska[2)) CLT1[2,yska[2)) (louska-CLT3[2,yska[2)) (louska,yska[2)
history(dd'revo) at (0,yska[2)) CLT1[2,yska[2)) (louska-CLT3[2,yska[2)) (louska,yska[2)
history(d'zvezdu) at (0,yska[2)) CLT1[2,yska[2)) (louska-CLT3[2,yska[2)) (louska,yska[2)
history(fat) at (0,yska[2)) CLT1[2,yska[2)) (louska-CLT3[2,yska[2)) (louska,yska[2)
history(fal) at (0,yska[2)) CLT1[2,yska[2)) (louska-CLT3[2,yska[2)) (louska,yska[2)
history(kx) at (0,yska[2)) CLT1[2,yska[2)) (louska-CLT3[2,yska[2)) (louska,yska[2)
history(Gw) at (0,yska[2)) CLT1[2,yska[2)) (louska-CLT3[2,yska[2)) (louska,yska[2) as "ustota
d'reva (kg.m^-3)"

history/magnitude/vector(-kx*dktemp,-ky*dy(temp))) at (-CLT1,yska[2)) (louska,yska[2) fixed range
(0,0,3) as hustota tepelneho toku (W.m^-2)^
history/fluidensity,temp as "prumerna hustota tepelneho toku pres konstrukci (W.m^-2)"
history/U,temp as "souc. prostupu tepla pres konstrukci (W.m^-2.K^-1)"
history/ymagnitude/vector(-delay_dk(p),-delay_dy(p))) at (-CLT1,yska[2)) (louska,yska[2) fixed
range (1e-5e- as "hustota vlnosnosti toku (kg.s^-1.m^-2)"^
history/fluidensity,P as "prumerna hustota vlnosnosti toku pres konstrukci (kg.s^-1.m^-2)"^
report ...
report (fluidensity,temp) as "hustota tepelneho toku (W.m^-2)"^
report ...
report ...
report (U,temp) as "soucinitel prostupu tepla (W.m^-2.K^-1)"^
report (U,D) as "soucinitel prostupu vodni paru (s.m^-1)"^
END

```

9.2. Příloha 2 – Numerický model výpočtu vnitřního napětí

```

title Ohyb OOD desky'
{
    increase accuracy to resolve stresses
    { paint all contour plots }

select
    erlim = 1e-3
    painted
    cubic
variables
    u (0,1)
    v (0,1)
    w (0,1)
    wxx (0,1)
    wyx (0,1)
    wxy (0,1)
    wxw (0,1)
    wyw (0,1)

definitions
k1=1
L1=3
L2=1
h1=0.04
h2=0.04
h3=0.04
alpha1=0
alpha2=0
alpha3=0

{m}
}

{t}

```



```

sigma12_smnyk_mez_urenmosti=6.7*10^-6
alpha_w_11=0.04
alpha_w_22=0.03
alpha_w_12=0.04
{
    1./sqrt(u+
sigma1_1_tak=sigma11_lah_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-11*(12-max(w1,w2))`(-1)
sigma2_1_tak=sigma22_lah_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-22*(12-max(w1,w2))`(-1)
sigma1_1_tak=sigma11_lah_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-11*(12-max(w1,w2))`(-1)
sigma2_1_tak=sigma22_lah_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-22*(12-max(w1,w2))`(-1)
sigma6_1_phus=sigma12_smnyk_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-12*(12-max(w1,w2))`(-1)
sigma6_2_minus=sigma22_smnyk_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-22*(12-max(w1,w2))`(-1)
sigma1_2_tak=sigma11_lah_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-11*(12-max(w2,w2))`(-1)
sigma2_2_tak=sigma22_lah_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-22*(12-max(w2,w2))`(-1)
sigma1_3_tak=sigma11_lah_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-11*(12-min(w3,w2))`(-1)
sigma2_3_tak=sigma22_lah_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-22*(12-min(w3,w2))`(-1)
sigma1_1_tak=sigma11_lah_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-11*(12-min(w3,w2))`(-1)
sigma2_1_tak=sigma22_lah_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-22*(12-min(w3,w2))`(-1)
sigma6_3_phus=sigma12_smnyk_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-12*(12-min(w3,w2))`(-1)
sigma6_3_minus=sigma22_smnyk_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-22*(12-min(w3,w2))`(-1)
{
    1./sqrt(v+
sigma1_1_tak=sigma11_bh_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-11*(12-w1))`(-1)
sigma2_1_tak=sigma22_bh_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-22*(12-w1))`(-1)
sigma1_2_tak=sigma11_bh_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-11*(12-w2))`(-1)
sigma2_2_tak=sigma22_bh_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-22*(12-w2))`(-1)
sigma1_3_tak=sigma11_bh_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-11*(12-w3))`(-1)
sigma2_3_tak=sigma22_bh_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-22*(12-w3))`(-1)
sigma1_1_tak_d=sigma11_bh_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-11*(12-v1))`(-1)
sigma2_1_tak_d=sigma22_bh_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-22*(12-v1))`(-1)
sigma1_2_tak_d=sigma11_bh_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-11*(12-v2))`(-1)
sigma2_2_tak_d=sigma22_bh_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-22*(12-v2))`(-1)
sigma1_3_tak_d=sigma11_bh_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-11*(12-v3))`(-1)
sigma2_3_tak_d=sigma22_bh_mez_urenmosti*(1+alpha_w_-22*(12-v3))`(-1)
sigma11_lah_mez_urenmosti=34*10^-6
sigma22_lah_mez_urenmosti=4*10^-6
sigma11_bh_mez_urenmosti=4*10^-6
sigma22_bh_mez_urenmosti=2*10^-6
}

```

```

C11_1 = E1*(1+0.015*(12-max(w1,w2)))(1-n12*n21)*(1+0.025*(w1+w2)/2100/(20-temp11+temp12/2))
C22_1 = C11_1*n21*(12-max(w1,w2)))(1-n12*n21)*(1+0.025*(w11+n12)/2100/(20-temp11+temp12/2))
C22_1 = E2*(1-0.025*(12-max(w1,w2)))(1-n12*n21)*(1+0.025*(w11+n12)/2100/(20-temp11+temp12/2))
C66_1 = G1*(1+0.025*(12-max(w1,w2)))(1-n12*n21)*(1+0.025*(w21+n22)/2100/(20-temp21+temp22/2))
C11_2 = E1*(11*(1-0.015*(12-max(w1,w2)))(1-n12*n21)*(1+0.025*(w21+n22)/2100/(20-temp21+temp22/2))
C22_2 = E2*(1-0.025*(12-max(w1,w2)))(1-n12*n21)*(1+0.025*(w21+n22)/2100/(20-temp21+temp22/2))
C66_2 = G1*(1+0.025*(12-max(w1,w2)))(1-n12*n21)*(1+0.025*(w21+n22)/2100/(20-temp21+temp22/2))
C11_3 = E1*(11*(1-0.015*(12-max(w1,w2)))(1-n12*n21)*(1+0.025*(w31+n32)/2100/(20-temp31+temp32/2))
C22_3 = E2*(1-0.025*(12-max(w1,w2)))(1-n12*n21)*(1+0.025*(w31+n32)/2100/(20-temp31+temp32/2))
C66_3 = G1*(1+0.025*(12-max(w1,w2)))(1-n12*n21)*(1+0.025*(w31+n32)/2100/(20-temp31+temp32/2))
{-----}
C11_1= C11_1*(cos(alfa1 degrees))/4+C22_1*(sin(alfa1 degrees))/2*(cos(alfa1 degrees))^2*(cos(alfa1 degrees))^2
C11_2= C11_2*(cos(alfa1 degrees))/4+C22_2*(sin(alfa1 degrees))/2*(cos(alfa1 degrees))^2*(cos(alfa1 degrees))^2
C11_3= C11_3*(cos(alfa1 degrees))/4+C22_3*(sin(alfa1 degrees))/2*(cos(alfa1 degrees))^2*(cos(alfa1 degrees))^2
CC12_1=(C11_1-C12_1-2*C66_1)*(sin(alfa1 degrees))/3*(sin(alfa1 degrees))^2*(cos(alfa1 degrees))^2*(cos(alfa1 degrees))^2*(cos(alfa1 degrees))^4
CC12_2=(C11_2-C12_2-2*C66_2)*(sin(alfa2 degrees))/3*(sin(alfa2 degrees))^2*(cos(alfa2 degrees))^2*(cos(alfa2 degrees))^2*(cos(alfa2 degrees))^4
CC12_3=(C11_3-C12_3-2*C66_3)*(sin(alfa3 degrees))/3*(sin(alfa3 degrees))^2*(cos(alfa3 degrees))^2*(cos(alfa3 degrees))^2*(cos(alfa3 degrees))^4
CC16_1=(C11_1-C16_1-2*C66_1)*(sin(alfa1 degrees))/3*(sin(alfa1 degrees))^2*(cos(alfa1 degrees))^2*(cos(alfa1 degrees))^2*(cos(alfa1 degrees))^4
CC16_2=(C11_2-C16_2-2*C66_2)*(sin(alfa2 degrees))/3*(sin(alfa2 degrees))^2*(cos(alfa2 degrees))^2*(cos(alfa2 degrees))^2*(cos(alfa2 degrees))^4
CC16_3=(C11_3-C16_3-2*C66_3)*(sin(alfa3 degrees))/3*(sin(alfa3 degrees))^2*(cos(alfa3 degrees))^2*(cos(alfa3 degrees))^2*(cos(alfa3 degrees))^4
CC22_1=(C11_1-C22_1-2*C66_1)*(sin(alfa1 degrees))/3*(sin(alfa1 degrees))^2*(cos(alfa1 degrees))^2*(cos(alfa1 degrees))^2*(cos(alfa1 degrees))^4
CC22_2=(C11_2-C22_2-2*C66_2)*(sin(alfa2 degrees))/3*(sin(alfa2 degrees))^2*(cos(alfa2 degrees))^2*(cos(alfa2 degrees))^2*(cos(alfa2 degrees))^4
CC22_3=(C11_3-C22_3-2*C66_3)*(sin(alfa3 degrees))/3*(sin(alfa3 degrees))^2*(cos(alfa3 degrees))^2*(cos(alfa3 degrees))^2*(cos(alfa3 degrees))^4
CC26_1=(C11_1-C26_1-2*C66_1)*(sin(alfa1 degrees))/3*(sin(alfa1 degrees))^2*(cos(alfa1 degrees))^2*(cos(alfa1 degrees))^2*(cos(alfa1 degrees))^4
CC26_2=(C11_2-C26_2-2*C66_2)*(sin(alfa2 degrees))/3*(sin(alfa2 degrees))^2*(cos(alfa2 degrees))^2*(cos(alfa2 degrees))^2*(cos(alfa2 degrees))^4
CC26_3=(C11_3-C26_3-2*C66_3)*(sin(alfa3 degrees))/3*(sin(alfa3 degrees))^2*(cos(alfa3 degrees))^2*(cos(alfa3 degrees))^2*(cos(alfa3 degrees))^4
CC36_1=(C11_1-C36_1-2*C66_1)*(sin(alfa1 degrees))/3*(sin(alfa1 degrees))^2*(cos(alfa1 degrees))^2*(cos(alfa1 degrees))^2*(cos(alfa1 degrees))^4
CC36_2=(C11_2-C36_2-2*C66_2)*(sin(alfa2 degrees))/3*(sin(alfa2 degrees))^2*(cos(alfa2 degrees))^2*(cos(alfa2 degrees))^2*(cos(alfa2 degrees))^4
CC36_3=(C11_3-C36_3-2*C66_3)*(sin(alfa3 degrees))/3*(sin(alfa3 degrees))^2*(cos(alfa3 degrees))^2*(cos(alfa3 degrees))^2*(cos(alfa3 degrees))^4
AA=//AA
BB=A*B
CC=B*AA
DD=D*A*B
DDI=J/DD
AA11=AA[1,1]
AA12=AA[1,2]
AA16=AA[1,3]
AA22=AA[2,2]
AA26=AA[2,3]
AA86=AA[3,3]
! PLNE INVERTOVANA MATICE ABCD
AAA=AA-B*D+CC
BBB=B*D+DI
CCC=D*D+CC
DDD=DDI
AAA1=AA[1,1]
AAA2=AA[1,2]
AAA22=AA[2,2]
AAA46=AA[3,3]
BBB11=BBB[1,1]
BBB12=BBB[1,2]
BBB22=BBB[2,2]
BBB33=BBB[3,3]
CCC11=CCC[1,1]
CCC12=CCC[1,2]
CCC16=CCC[1,3]
CCC22=CCC[2,2]
CCC26=CCC[3,3]
CCC66=CCC[3,3]
DDD11=DDD[1,1]
DDD12=DDD[1,2]
DDD16=DDD[1,3]
! PLNE INVERTOVANA MATICE ABCD
AAA=AA-B*D+CC
BBB=B*D+DI
CCC=D*D+CC
DDD=DDI
AAA1=AA[1,1]
AAA2=AA[1,2]
AAA22=AA[2,2]
AAA46=AA[3,3]
BBB11=BBB[1,1]
BBB12=BBB[1,2]
BBB22=BBB[2,2]
BBB33=BBB[3,3]
CCC11=CCC[1,1]
CCC12=CCC[1,2]
CCC16=CCC[1,3]
CCC22=CCC[2,2]
CCC26=CCC[3,3]
CCC66=CCC[3,3]
DDD11=DDD[1,1]
DDD12=DDD[1,2]
DDD16=DDD[1,3]

```

```

Mw1=(Mw_1+4*Mw_2-2*Mw_3)/3
Mw2=(Mw_2+4*Mw_2-3)/3
Mw3=(Mw_3+4*Mw_3)/3

Fw=

```

```

!|TEPLOTNI DEFORMACE
!
```

```

KaTT=(23/RH0)*0.0001
KaTR=(3/RH0)*0.0001
KaTL=(30/RH0)*0.0001

et11_1=(KaL*(temp11-temp2))
et22_1=(KaR*(temp11-temp2))
et33_1=(KaT*(temp12-temp1))
et11_1_=et11_1*(cosalfa1)*2+et722_1*(sin(alfa1)*2)
et12_1_=et11_1*(2*(sin(alfa1)*2)*cos(alfa1)))+et722_1*(2*(sin(alfa1)*2))
et11_2=(KaL*(temp21-temp22))
et22_2=(KaR*(temp21-temp22))
et33_2=(KaT*(temp21-temp22))
et11_2_=et11_2*(2*(sin(alfa2)*2)*cos(alfa2)*2)
et12_2_=et11_2*(sin(alfa2)*2)*et722_2*(cos(alfa2)*2)
et11_2_=et11_2*(2*(sin(alfa2)*2)*cos(alfa2)))+et722_2*(2*(sin(alfa2)*2)*cos(alfa2))
et11_3=(KaL*(temp31-temp32))
et22_3=(KaR*(temp31-temp32))
et33_3=(KaT*(temp31-temp32))
et11_3_=et11_3*(cosalfa3)*2+et722_3*(sin(alfa3)*2)
et12_3_=et11_3*(2*(sin(alfa3)*2)*cos(alfa3)*2)
et11_3_=et11_3*(2*(sin(alfa3)*2)*cos(alfa3)))+et722_3*(2*(sin(alfa3)*2)*cos(alfa3))

!| VRSTVA
FT1_1_=A11_*ee11_1+A12_*ee11_2+A16_*ee11_2
FT2_1_=A12_*ee11_1+A22_*ee11_2+A26_*ee11_2
FT6_1_=A16_*ee11_1+A26_*ee11_2+A66_*ee11_2
MT1_1_=B11_*ee11_1+B12_*ee11_2+B16_*ee11_2
MT1_1_=B12_*ee11_1+B22_*ee11_2+B16_*ee11_1
MT2_1_=B12_*ee11_1+B22_*ee11_2+B16_*ee11_1
MT6_1_=B16_*ee11_1+B26_*ee11_2+B16_*ee11_1

FT1_2=A11_*ee11_1+2*A12_*ee11_2+2*A16_*ee11_2
FT2_2=A12_*ee11_1+2*A22_*ee11_2+2*A26_*ee11_2
FT6_2=A16_*ee11_1+2*A26_*ee11_2+2*A66_*ee11_2
MT1_2=B11_*ee11_1+2*B12_*ee11_2+2*B16_*ee11_2
MT2_2=B12_*ee11_1+2*B22_*ee11_2+2*B16_*ee11_2
MT6_2=B16_*ee11_1+2*B26_*ee11_2+2*B16_*ee11_2

FT1_3=A11_*ee11_1+3*A12_*ee11_2+3*A16_*ee11_2
FT2_3=A12_*ee11_1+3*A22_*ee11_2+3*A26_*ee11_2
FT6_3=A16_*ee11_1+3*A26_*ee11_2+3*A66_*ee11_2
MT1_3=B11_*ee11_1+3*B12_*ee11_2+3*B16_*ee11_2
MT2_3=B12_*ee11_1+3*B22_*ee11_2+3*B16_*ee11_2
MT6_3=B16_*ee11_1+3*B26_*ee11_2+3*B16_*ee11_2

FT1_4=FT1_1+FT1_2+FT1_3/3
FT2_4=FT2_1+FT2_2+FT2_3/3
FT6_4=FT6_1+FT6_2+FT6_3/3
MT1_4=(MT1_1+MT1_2+2*MT1_3)/3
MT2_4=(MT2_1+MT2_2+2*MT2_3)/3
MT6_4=(MT6_1+MT6_2+2*MT6_3)/3

!|MECHANICO-SOPRNÍ EFEKT
V12=0
m11=0.0001
m22=0.15

```


SSe6_3=CC16_3'e1_3'CC28_3'^e2_3'+CC66_3'^e6_3
 Se_1_3=(cos(alpha3 degrees))²*SSe2_2_3*sin(alpha3 degrees)*cos(alpha3 degrees)*SSe6_3
 Se_2_3=(sin(alpha3 degrees))²*SSe2_2_3*cos(alpha3 degrees)*cos(alpha3 degrees)*SSe6_3
 Se_3_3=(sin(alpha3 degrees))²*SSe2_2_3*sin(alpha3 degrees)*cos(alpha3 degrees)*SSe6_3
 degrees))²*SSe2_2_3*(cos(alpha3 degrees))²*SSe6_3
 {-----}
 K1_1=CCC11'F1'4K'(Fw1_1^FT1_1^FTM1_1)+CCC12'F2'4K'(Fw2_1^FT2_1^FTM2_1)+CCC26'F6'4K'(Fw6_1^FT6_1^FTM6_1
 1+FM6_1))+DDD16'FM1'4K'(Mw1_1+MT1_1+MM51_1)+DD12'M2'4K'(Mw2_1+MT2_1+MM52_1)+DD28'M6'4K'(Mw6_1+MT6_1+MM
 6_1))
 K2_1=CCC12'F1'4K'(Fw1_1^FT1_1^FTM1_1)+CCC12'F2'4K'(Fw2_1^FT2_1^FTM2_1)+CCC26'F6'4K'(Fw6_1^FT6_1^FTM6_1
 1)+DDD12'M4'4K'(Mw1_1+MT1_1+MM51_1)+DD22'M2'4K'(Mw2_1+MT2_1+MM52_1)+DDD28'M6'4K'(Mw6_1+MT6_1+MM
 6_1))
 K6_1=CCC12'F1'4K'(Fw1_1^FT1_1^FTM1_1)+CCC12'F2'4K'(Fw2_1^FT2_1^FTM2_1)+CCC26'F6'4K'(Fw6_1^FT6_1^FTM6_1
 1+FM6_1))+DDD16'FM1'4K'(Mw1_1+MT1_1+MM51_1)+DD12'M2'4K'(Mw2_1+MT2_1+MM52_1)+DD28'M6'4K'(Mw6_1+MT6_1+MM
 6_1))
 K1_2=CCC11'F1'4K'(Fw1_2^FT1_2^FTM1_2)+CCC12'F2'4K'(Fw2_2^FT2_2^FTM2_2))+CCC16'F6'4K'(Fw6_2^FT6_2^FTM6_2
 2)+DDD11'M4'4K'(Mw1_2+MT1_2+MM51_2)+DD12'M2'4K'(Mw2_2+MT2_2+MM52_2)+DDD28'M6'4K'(Mw6_2+MT6_2+MM
 6_2))
 K2_2=CCC12'F1'4K'(Fw1_2^FT1_2^FTM1_2)+CCC22'F2'4K'(Fw2_2^FT2_2^FTM2_2))+CCC26'F6'4K'(Fw6_2^FT6_2^FTM6_2
 2)+DDD12'M4'4K'(Mw1_2+MT1_2+MM51_2)+DD22'M2'4K'(Mw2_2+MT2_2+MM52_2)+DDD28'M6'4K'(Mw6_2+MT6_2+MM
 6_2))
 K6_2=CCC16'F1'4K'(Fw1_2^FT1_2^FTM1_2)+CCC26'F2'4K'(Fw2_2^FT2_2^FTM2_2)+CCC26'F6'4K'(Fw6_2^FT6_2^FTM6_2
 2+FM6_2))+DDD16'FM1'4K'(Mw1_2+MT1_2+MM51_2)+DD12'M2'4K'(Mw2_2+MT2_2+MM52_2)+DD28'M6'4K'(Mw6_2+MT6_2+MM
 6_2))
 K1_3=CCC11'F1'4K'(Fw1_3^FT1_3^FTM1_3)+CCC22'F2'4K'(Fw2_3^FT2_3^FTM2_3))+CCC26'F6'4K'(Fw6_3^FT6_3^FTM6_3
 3)+DDD12'M4'4K'(Mw1_3+MT1_3+MM51_3)+DD22'M2'4K'(Mw2_3+MT2_3+MM52_3)+DDD28'M6'4K'(Mw6_3+MT6_3+MM
 6_3))
 K2_3=CCC12'F1'4K'(Fw1_3^FT1_3^FTM1_3)+CCC22'F2'4K'(Fw2_3^FT2_3^FTM2_3))+CCC26'F6'4K'(Fw6_3^FT6_3^FTM6_3
 3)+DDD16'FM1'4K'(Mw1_3+MT1_3+MM51_3)+DD28'M2'4K'(Mw2_3+MT2_3+MM52_3)+DDD28'M6'4K'(Mw6_3+MT6_3+MM
 6_3))
 {-----}
 SK1_1=(alpha1 degrees)^2*SSk_1_1+(sin(alpha1 degrees))^2*SSk_1_1*(cos(alpha1 degrees)^2*SSk_6_1a
 Sk1_1*(alpha1 degrees)^2*SSk_1_1*(sin(alpha1 degrees)^2*SSk_2_1a^2*sin(alpha1 degrees)^2*SSk_2_1b^2*sin(alpha1 degrees)^2*SSk_6_1b
 Sk1_1*(sin(alpha1 degrees)^2*SSk_1_1*(cos(alpha1 degrees)^2*SSk_6_1a
 degrees)^2*SSk_1_1)+(cos(alpha1 degrees)^2*SSk_1_1*(sin(alpha1 degrees)^2*SSk_2_1a^2*sin(alpha1 degrees)^2*SSk_2_1b^2*sin(alpha1
 degrees)^2*SSk_1_1)+(sin(alpha1 degrees)^2*SSk_1_1*(cos(alpha1 degrees)^2*SSk_6_1a
 SSk1_1b=(h2/2)*(CC11_1'k1_1+CC12_1'k2_1+CC21_1'k3_1+CC22_1'k4_1+CC66_1'k5_1)
 SSk1_1b=(h1/2)*(CC12_1'k1_1+CC11_1'k2_1+CC21_1'k3_1+CC22_1'k4_1+CC66_1'k5_1)
 SSk1_1b=(h2/2)*(CC16_1'k1_1+OC22_1'k2_1+OC21_1'k3_1+OC26_1'k4_1+OC66_1'k5_1)
 SSk1_1b=(h1/2)*(CC16_1'k1_1+OC21_1'k2_1+OC22_1'k3_1+OC26_1'k4_1+OC66_1'k5_1)
 SSk1_1b=sin(alpha1 degrees)^2*SSk_1_1b*(sin(alpha1 degrees)^2*SSk_2_2a^2*sin(alpha1 degrees)^2*SSk_2_2b^2*sin(alpha1
 degrees)^2*SSk_1_1b+(sin(alpha1 degrees)^2*SSk_1_1b*(cos(alpha1 degrees)^2*SSk_6_2a
 SSk1_1b=(h1/2)*(CC11_2'k1_2+CC12_2'k2_2+CC21_2'k3_2+CC22_2'k4_2+CC66_2'k5_2)
 SSk1_1b=(h2/2)*(CC12_2'k1_2+CC11_2'k2_2+CC21_2'k3_2+CC22_2'k4_2+CC66_2'k5_2)
 SSk1_1b=(h1/2)*(CC16_2'k1_2+OC22_2'k2_2+OC21_2'k3_2+OC26_2'k4_2+OC66_2'k5_2)
 SSk1_1b=(h2/2)*(CC16_2'k1_2+OC21_2'k2_2+OC22_2'k3_2+OC26_2'k4_2+OC66_2'k5_2)
 {-----}
 I-> Transformova pro 1. vrstvu
 e1_1=G*(sin(alpha1 degrees))^2*F1_1, G*(sin(alpha1 degrees))^2*F1_2, G*(sin(alpha1 degrees))^2*F1_3
 e2_1=G*(sin(alpha1 degrees))^2*F2_1, G*(sin(alpha1 degrees))^2*F2_2, G*(sin(alpha1 degrees))^2*F2_3
 e3_1=G*(sin(alpha1 degrees))^2*F3_1, G*(sin(alpha1 degrees))^2*F3_2, G*(sin(alpha1 degrees))^2*F3_3
 I-> Transformova pro 2. vrstvu
 e1_1=G*(sin(alpha2 degrees))^2*F1_1, G*(sin(alpha2 degrees))^2*F1_2, G*(sin(alpha2 degrees))^2*F1_3
 e2_1=G*(sin(alpha2 degrees))^2*F2_1, G*(sin(alpha2 degrees))^2*F2_2, G*(sin(alpha2 degrees))^2*F2_3
 e3_1=G*(sin(alpha2 degrees))^2*F3_1, G*(sin(alpha2 degrees))^2*F3_2, G*(sin(alpha2 degrees))^2*F3_3
 I-> Transformova pro 3. vrstvu
 e1_1=G*(sin(alpha3 degrees))^2*F1_1, G*(sin(alpha3 degrees))^2*F1_2, G*(sin(alpha3 degrees))^2*F1_3
 e2_1=G*(sin(alpha3 degrees))^2*F2_1, G*(sin(alpha3 degrees))^2*F2_2, G*(sin(alpha3 degrees))^2*F2_3
 e3_1=G*(sin(alpha3 degrees))^2*F3_1, G*(sin(alpha3 degrees))^2*F3_2, G*(sin(alpha3 degrees))^2*F3_3
 I-> DEFORMACE VE VRSTVACH Z TEPLOTY VLHKOSTI A TOHO FAKTORU
 e_w_1=AAA11'Fw1_1^FT1_1^FTM1_1+AAA12'Fw1_2^FT1_2^FTM2_1+AAA22'Fw2_1^FT2_1^FTM2_1+AAA23'Fw2_2^FT2_2^FTM2_2
 1_1+HT1_1^FTM1_1+BBB16'FM1_1+HTT1_1^FTM2_1+BBB26'FM2_1+HTT2_1^FTM2_2+BBB28'FM2_2+HTT3_1^FTM3_1+BBB38'FM3_1
 e_w_2=AAA12'Fw1_1^FT1_1^FTM1_1+AAA12'Fw1_2^FT1_2^FTM2_1+AAA22'Fw2_1^FT2_1^FTM2_1+AAA23'Fw2_2^FT2_2^FTM2_2
 1_2+HT1_2^FTM1_2+BBB16'FM1_2+HTT1_2^FTM2_1+BBB26'FM2_1+HTT2_2^FTM2_2+BBB28'FM2_2+HTT3_2^FTM3_2+BBB38'FM3_2
 e_w_3=AAA11'Fw1_1^FT1_1^FTM1_1+AAA11'Fw1_2^FT1_2^FTM2_1+AAA22'Fw2_1^FT2_1^FTM2_1+AAA23'Fw2_2^FT2_2^FTM2_2
 1_3+HT1_3^FTM1_3+BBB16'FM1_3+HTT1_3^FTM2_1+BBB26'FM2_1+HTT2_3^FTM2_2+BBB28'FM2_2+HTT3_3^FTM3_3+BBB38'FM3_3
 e_w_4=AAA11'Fw1_1^FT1_1^FTM1_1+AAA11'Fw1_2^FT1_2^FTM2_1+AAA22'Fw2_1^FT2_1^FTM2_1+AAA23'Fw2_2^FT2_2^FTM2_2
 1_4+HT1_4^FTM1_4+BBB16'FM1_4+HTT1_4^FTM2_1+BBB26'FM2_1+HTT2_4^FTM2_2+BBB28'FM2_2+HTT3_4^FTM3_4+BBB38'FM3_4
 e_w_5=AAA11'Fw1_1^FT1_1^FTM1_1+AAA11'Fw1_2^FT1_2^FTM2_1+AAA22'Fw2_1^FT2_1^FTM2_1+AAA23'Fw2_2^FT2_2^FTM2_2
 1_5+HT1_5^FTM1_5+BBB16'FM1_5+HTT1_5^FTM2_1+BBB26'FM2_1+HTT2_5^FTM2_2+BBB28'FM2_2+HTT3_5^FTM3_5+BBB38'FM3_5
 e_w_6=AAA11'Fw1_1^FT1_1^FTM1_1+AAA11'Fw1_2^FT1_2^FTM2_1+AAA22'Fw2_1^FT2_1^FTM2_1+AAA23'Fw2_2^FT2_2^FTM2_2
 1_6+HT1_6^FTM1_6+BBB16'FM1_6+HTT1_6^FTM2_1+BBB26'FM2_1+HTT2_6^FTM2_2+BBB28'FM2_2+HTT3_6^FTM3_6+BBB38'FM3_6
 {-----}
 Sedis deformace e1_1+a_2 z vleka vzdely a z tech vodidel naprati
 e1_1=e'_1,v1_1,e2_1,g1
 e6_1=e'_6,v1_6,e2_6,g1
 e1_2=e'_2,v1_2,e2_2,g2
 e6_2=e'_6,v1_6,e2_6,g2
 e1_3=e'_3,v1_3,e2_3,g3
 e2_3=e'_2,v1_2,e2_3,g3
 e6_3=e'_6,v1_6,e2_6,g3
 {-----}
 Sedis deformace e1_2+a_2 z vleka vzdely a z tech vodidel naprati
 e1_2=e'_2,v1_2,e2_2,g2
 e6_2=e'_6,v1_6,e2_6,g2
 e1_3=e'_3,v1_3,e2_3,g3
 e2_3=e'_2,v1_2,e2_3,g3
 e6_3=e'_6,v1_6,e2_6,g3
 {-----}
 Sedis deformace e1_2+a_2 z vleka vzdely a z tech vodidel naprati
 e1_2=e'_2,v1_2,e2_2,g2
 e6_2=e'_6,v1_6,e2_6,g2
 e1_3=e'_3,v1_3,e2_3,g3
 e2_3=e'_2,v1_2,e2_3,g3
 e6_3=e'_6,v1_6,e2_6,g3
 {-----}
 Sedis deformace e1_2+a_2 z vleka vzdely a z tech vodidel naprati
 e1_2=e'_2,v1_2,e2_2,g2
 e6_2=e'_6,v1_6,e2_6,g2
 e1_3=e'_3,v1_3,e2_3,g3
 e2_3=e'_2,v1_2,e2_3,g3
 e6_3=e'_6,v1_6,e2_6,g3
 {-----}
 Sedis deformace e1_2+a_2 z vleka vzdely a z tech vodidel naprati
 e1_2=e'_2,v1_2,e2_2,g2
 e6_2=e'_6,v1_6,e2_6,g2
 e1_3=e'_3,v1_3,e2_3,g3
 e2_3=e'_2,v1_2,e2_3,g3
 e6_3=e'_6,v1_6,e2_6,g3
 {-----}
 Sedis deformace e1_2+a_2 z vleka vzdely a z tech vodidel naprati
 e1_2=e'_2,v1_2,e2_2,g2
 e6_2=e'_6,v1_6,e2_6,g2
 e1_3=e'_3,v1_3,e2_3,g3
 e2_3=e'_2,v1_2,e2_3,g3
 e6_3=e'_6,v1_6,e2_6,g3
 {-----}


```

!
    value(wx)=0          {vetinutu okra}
    value(wy)=0          {podpreny okra}
    value(wz)=0          {podpreny okra}
    V_Celkem_SG_max=V_1_a_max*V_6_1_b_max*V_6_2_a_max*V_6_2_b_max*V_6_3_a_il_min*V_6_3_b_il_min
    V_Celkem_SG_min=V_1_a_il_min*V_6_1_b_il_min*V_6_2_a_il_min*V_6_2_b_il_min*V_6_3_a_il_min*V_6_3_b_il_min
    V_Celkem_SG=V_Celkem_SG_max+V_Celkem_SG_min+V_Celkem_SG_min*V_Celkem_SG_min*V_Celkem_SG_min

line to close
    monitors
        contour(w)  { show deformed grid as solution progresses }
    plots
        contour(q) png(2048) file="w_.contour.png"
        elevation(w) from (0,1.22) to (L1,L22) png(2048) file="w_.elevation.png"
        surface(w) viewpoint (0,1.39) png(2048) file="w_.surface.png"
        contour(M1+Mv1+M1t1+MM51) as "M1" on grid(x,y) png(2048) file="M1.png"
        contour(M1+Mv1+M1t2+MM52) as "M2" on grid(x,y) png(2048) file="M2.png"
        contour(M1+Mv1+M1t2+MM52) as "M3" as "M6" on grid(x,y) png(2048) file="M6.png"
        elevation(M1+Mv1+M1t2+MM52+M1t2+MM52+MT2+MM52+MM56) from (0,1.22) to (L1,L22) as "% X_Y_XZ_Moments(L1,L22)" png(2048) file="X_Y_XZ_Moments(L1,L22).png"
        elevation(M1+Mv1+M1t2+MM52+M1t2+MM52+MT2+MM52+MM56) from (L1,20) to (L1,L22) as "% Y_X_XZ_Moments(L1,20)" png(2048) file="Y_X_XZ_Moments(L1,20).png"
        elevation (S2_1a) from (0,0) to (0,2) as "S1_Layer 1 Horn Surface"
        contour(S1_1a) on grid(x,y) as "S1 - Layer 1 Horn Surface - Anatomy" png(4096) file="S1_Layer 1 Horn Surface - Anatomy.png"
        contour(S2_1a) from (0,0) to (0,2) as "S2_Layer 1 Horn Surface - Anatomy" png(4096) file="S2_Layer 1 Horn Surface - Anatomy.png"
        contour(S6_1a) on grid(x,y) as "S6 - Layer 1 HornSurface - Anatomy" png(2048) file="S6_Layer 1 Upper Surface - Anatomy.png"
        elevation(S1_1a,S2_1a,S6_1a) from (0,1.22) to (L1,L22) as "S1_S2_S6_Layer 1 Upper Surface - Anatomy(L1,L22)" png(2048)
        elevation(S1_1a,S2_1a,S6_1a) from (L1,20) to (L1,L22) as "S1_S2_S6_Layer 1 Upper Surface - Anatomy(L1,L22)"(png(2048)
        elevation(S1_1b) from (0,0) to (0,2) as "S1 - Layer 1 Dolini Surface"
        contour(S2_1b) from (0,0) to (0,2) as "S2 - Layer 1 Dolini Surface - Anatomy" png(4096) file="S1_Layer 1 Dolini Surface - Anatomy.png"
        contour(S2_1b) on grid(x,y) as "S2 - Layer 1 Dolini Surface - Anatomy" png(2048) file="S2_Layer 1 Dolini Surface - Anatomy.png"
        elevation(S1_1b,S2_1b,S6_1b) from (0,1.22) to (L1,L22) as "S1_S2_S6_Layer 1 Bottom Surface - Anatomy(L1,L22)" png(2048)
        elevation(S1_1b,S2_1b,S6_1b) from (L1,20) to (L1,L22) as "S1_S2_S6_Layer 1 Bottom Surface - Anatomy(L1,L22)"(png(2048)
        elevation(S2_2a) from (0,0) to (0,2) as "S2 - Layer 1 Dolini Surface"
        contour(S2_2a) on grid(x,y) as "S2 - Layer 1 Dolini Surface - Anatomy" png(4096) file="S2_Layer 1 Dolini Surface - Anatomy.png"
        contour(S2_2a) on grid(x,y) as "S2 - Layer 2 Horn Surface - Anatomy" png(4096) file="S2_Layer 2 Horn Surface - Anatomy.png"
        contour(S2_2a) on grid(x,y) as "S6 - Layer 2 Horn Surface - Anatomy" png(2048) file="S6_Layer 2 Upper Surface - Anatomy.png"
        elevation(S2_2a) from (0,0) to (0,2) as "S1 - Layer 2 Dolini Surface"
        elevation(S2_2a) from (0,0) to (0,2) as "S2 - Layer 2 Dolini Surface"
        elevation(S2_2a) from (0,0) to (0,2) as "S3 - Layer 2 Dolini Surface"
        contour(S2_2a) from (0,1.22) to (L1,L22) as "S1_S2_S6_Layer 2 Upper Surface - Anatomy(L1,L22)" png(2048)
        elevation(S2_2a) from (0,1.22) to (L1,L22) as "S1_S2_S6_Layer 2 Upper Surface - Anatomy(L1,L22)"(png(2048)
        elevation(S2_3a) from (0,0) to (0,2) as "S1 - Layer 3 Horn Surface"
        elevation(S2_3a) from (0,0) to (0,2) as "S2 - Layer 3 Horn Surface"
        elevation(S2_3a) from (0,0) to (0,2) as "S3 - Layer 3 Horn Surface"
        elevation(S2_3b) from (0,0) to (0,2) as "S1 - Layer 3 Dolini Surface"
        elevation(S2_3b) from (0,0) to (0,2) as "S2 - Layer 3 Dolini Surface"
        elevation(S2_3b) from (0,0) to (0,2) as "S3 - Layer 3 Dolini Surface"
        elevation(S2_3a,S2_3b) from (0,1.22) to (L1,L22) as "S1_S2_S6_S3_Layer 3 Upper Surface - Anatomy(L1,L22)" png(2048)
        elevation(S2_3a,S2_3b) from (0,1.22) to (L1,L22) as "S1_S2_S6_S3_Layer 3 Upper Surface - Anatomy(L1,L22)"(png(2048)
        elevation(S6_1a) as "S6_1a" S6_1b as "S6_1b" S6_2a as "S6_2a" S6_2b as "S6_2b" S6_3a as "S6_3a" S6_3b as "S6_3b" from (0,1.22) to (L1,L22) as "S6_S6_S6_S6_S6_S6_S6_S6_S6_Layer 3 Upper Surface - Anatomy(L1,L22)"(png(2048)
        elevation(S6_1a) as "S6_1a" S6_1b as "S6_1b" S6_2a as "S6_2a" S6_2b as "S6_2b" S6_3a as "S6_3a" S6_3b as "S6_3b" from (0,1.22) to (L1,L22) as "S6_S6_S6_S6_S6_S6_S6_S6_S6_Layer 3 Upper Surface - Anatomy(L1,L22)"(png(2048)

monitors
    initial values
        u=0
        v=0
        w=0
        wx=0
        wy=0
        wz=0

    constraints
        ! constraints.integral(w)=0
    equations
        u_dkx(SS6)+d(v(SS6))=0
        v_dkx(SS6)+d(w(SS6))=0
        wx_dkx(w)=wx
        wy_dy(w)=wy
        wz_dx(w)=wz
        wx_dy(w)=wy
        wy_dx(w)=wy
        wz_dy(w)=wy
        (D11*dx(wx)*2*D12*dx(wx)+D16*dx(wx)*4*D68*dx(wy)+D22*dx(wy)+F46*
        2*dy(w)*
        (D11*dx(wx)*2*D12*dx(wx)+D68*dx(wy)+4*D16*dx(wx)*4*D26*dx(wy)+D22*dx(wy)+F46-
        (Fw1+F1+Fw2+FMS2))/dx(w)*(Fw1+F1+Fw2+FMS2)/dx(w)+(Fw1+F1+FMS2)/2*dx(w))
    boundaries
        region 1
        |      mesh_density=100
        |      natural(w)=0
        |      natural(wx)=0
        |      natural(wy)=0
        |      natural(wz)=0
        |      natural(v)=0
        |      natural(vx)=0
        |      natural(vy)=0
        |      natural(vz)=0
        |      natural(u)=0
        |      natural(w)=0
        |      natural(wx)=0
        |      natural(wy)=0
        |      natural(wz)=0
        |      natural(v)=0
        |      natural(vx)=0
        |      natural(vy)=0
        |      natural(vz)=0
        line to (L1,0)
        |      natural(w)=0
        natural(wx)=0
        natural(wy)=0
        natural(wz)=0
        natural(v)=0
        natural(vx)=0
        natural(vy)=0
        natural(vz)=0
        natural(u)=0
        natural(w)=0
        natural(wx)=0
        natural(wy)=0
        natural(wz)=0
        natural(v)=0
        natural(vx)=0
        natural(vy)=0
        natural(vz)=0
        line to (L1,L2)
        natural(w)=0
        natural(wx)=0
        natural(wy)=0
        natural(wz)=0
        natural(v)=0
        natural(vx)=0
        natural(vy)=0
        natural(vz)=0
        natural(u)=0
        natural(w)=0
        natural(wx)=0
        natural(wy)=0
        natural(wz)=0
        natural(v)=0
        natural(vx)=0
        natural(vy)=0
        natural(vz)=0
        natural(u)=0
        natural(w)=0
        natural(wx)=0
        natural(wy)=0
        natural(wz)=0
        natural(v)=0
        natural(vx)=0
        natural(vy)=0
        natural(vz)=0
        natural(u)=0
        natural(w)=0
        natural(wx)=0
        natural(wy)=0
        natural(wz)=0
        natural(v)=0
        natural(vx)=0
        natural(vy)=0
        natural(vz)=0
        natural(u)=0
        natural(w)=0
        natural(wx)=0
        natural(wy)=0
        natural(wz)=0
        natural(v)=0
        natural(vx)=0
        natural(vy)=0
        natural(vz)=0
        natural(u)=0
        natural(w)=0
        natural(wx)=0
        natural(wy)=0
        natural(wz)=0
        natural(v)=0
        natural(vx)=0
        natural(vy)=0
        natural(vz)=0
        natural(u)=0
        natural(w)=0
        natural(wx)=0
        natural(wy)=0
        natural(wz)=0
        natural(v)=0
        natural(vx)=0
        natural(vy)=0
        natural(vz)=0
    plots
        contour(q) png(2048) file="w_.contour.png"
        elevation(w) viewpoint (0,1.39) png(2048) file="w_.elevation.png"
        surface(w) viewpoint (0,1.39) png(2048) file="w_.surface.png"

```

```

summary
export file = "output.txt"
report(l1) as "jala1 (deg)" 
report(l2) as "jala2 (deg)" 
report(l3) as "jala3 (deg)" 
report(l4) as "L1 (m)" 
report(l5) as "L2 (m)" 
report(h1) as "H1 (m)" 
report(h2) as "H2 (m)" 
report(h3) as "H3 (m)" 
report(q) as "q (N.m-2)" 
report(F1) as "F1 (N.m-1)" 
report(F2) as "F2 (N.m-1)" 
report(F6) as "F6 (N.m-1)" 
report(")

report("S - 0 = lak")
report("S > 0 - laki")
report("S1 - napeti ve smrnu vakan")
report("S2 - napeti kolmo na vakan")
report("S6 - napeti ve smyku")

report("S1_1a/(10^6) as "S1_1a (MPa)"")
report(globalmax(S1_1a)/(10^6) as S1_1a (MPa))
report(globalmin(S1_1b)/(10^6) as S1_1b (MPa))
report(globalmax(S1_2a)/(10^6) as S1_2a (MPa))
report(globalmin(S1_2a)/(10^6) as S1_2a (MPa))
report(globalmax(S1_2b)/(10^6) as S1_2b (MPa))
report(globalmin(S1_2b)/(10^6) as S1_2b (MPa))
report(globalmax(S1_3a)/(10^6) as S1_3a (MPa))
report(globalmin(S1_3a)/(10^6) as S1_3a (MPa))
report(globalmax(S1_3b)/(10^6) as S1_3b (MPa))
report(globalmin(S1_3b)/(10^6) as S1_3b (MPa))
report(globalmax(S2_1a)/(10^6) as S2_1a (MPa))
report(globalmin(S2_1a)/(10^6) as S2_1a (MPa))
report(globalmax(S2_1b)/(10^6) as S2_1b (MPa))
report(globalmin(S2_1b)/(10^6) as S2_1b (MPa))
report(globalmax(S2_2a)/(10^6) as S2_2a (MPa))
report(globalmin(S2_2a)/(10^6) as S2_2a (MPa))
report(globalmax(S2_2b)/(10^6) as S2_2b (MPa))
report(globalmin(S2_2b)/(10^6) as S2_2b (MPa))
report(globalmax(S2_3a)/(10^6) as S2_3a (MPa))
report(globalmin(S2_3a)/(10^6) as S2_3a (MPa))
report(globalmax(S2_3b)/(10^6) as S2_3b (MPa))
report(globalmin(S2_3b)/(10^6) as S2_3b (MPa))
report(globalmax(S6_1a)/(10^6) as S6_1a (MPa))
report(globalmin(S6_1a)/(10^6) as S6_1a (MPa))
report(globalmax(S6_1b)/(10^6) as S6_1b (MPa))
report(globalmin(S6_1b)/(10^6) as S6_1b (MPa))
report(globalmax(S6_2a)/(10^6) as S6_2a (MPa))
report(globalmin(S6_2a)/(10^6) as S6_2a (MPa))
report(globalmax(S6_2b)/(10^6) as S6_2b (MPa))
report(globalmin(S6_2b)/(10^6) as S6_2b (MPa))
report(globalmax(S6_3a)/(10^6) as S6_3a (MPa))
report(globalmin(S6_3a)/(10^6) as S6_3a (MPa))
report(globalmax(S6_3b)/(10^6) as S6_3b (MPa))
report(globalmin(S6_3b)/(10^6) as S6_3b (MPa))

report("")

report("SDNI PLLOCHA")
report(sigma1_1_lak_h1/(10^6))
report(sigma1_2_lak_h1/(10^6))
report(sigma1_3_lak_h1/(10^6))
report("")

report(sigma2_1_lak_h1/(10^6))
report(sigma2_2_lak_h1/(10^6))
report(sigma2_3_lak_h1/(10^6))
report("")

report(sigma1_1_lak_h1/(10^6))
report(sigma1_2_lak_h1/(10^6))
report(sigma1_3_lak_h1/(10^6))
report("")

report(sigma2_1_lak_h1/(10^6))
report(sigma2_2_lak_h1/(10^6))
report(sigma2_3_lak_h1/(10^6))
report("")

report(sigma1_1_lak_d1/(10^6))
report(sigma1_2_lak_d1/(10^6))
report(sigma1_3_lak_d1/(10^6))
report("")

report(sigma2_1_lak_d1/(10^6))
report(sigma2_2_lak_d1/(10^6))
report(sigma2_3_lak_d1/(10^6))
report("")

report(sigma1_1_lak_d1/(10^6))
report(sigma1_2_lak_d1/(10^6))
report(sigma1_3_lak_d1/(10^6))
report("")

report(sigma2_1_lak_d1/(10^6))
report(sigma2_2_lak_d1/(10^6))
report(sigma2_3_lak_d1/(10^6))
report("")

report(Mw1_1Mw2_1Mw6_1)
report(Mw1_2Mw2_2Mw6_2)
report(Mw1_3Mw2_3Mw6_3)
report(MT1_1MT2_1MT6_1)
report(MT1_2MT2_2MT6_2)
report(MT1_3MT2_3MT6_3)
report(MMS1_1MMS2_1MMS6_1)

report("")

report(C11_1C12_1C22_1C66_1) as "C11_1_C12_1_C22_1_C66_1 (Pa)"
report(C11_2C12_2C22_2C66_2) as "C11_2_C12_2_C22_2_C66_2 (Pa)"
report(C11_3C12_3C22_3C66_3) as "C11_3_C12_3_C22_3_C66_3 (Pa)"

report("")

report("CELKEM_S as PGRUCHA")
report("")

summary

```

```
| report (MMS1_2,MMS2_2,MMS5_2)
| report (MMS1_3,MMS2_3,MMS5_3)
| report (Fvr_1,Fv6_1)
| report (Fvr_2,Fv6_2)
| report (Fvr_3,Fv6_3)
| report(AAA11 AAA12 AAA16 AAA22 AAA26 AAAA66) as "AAA"
| report(BBB11 BBB12 BBB16 BBB22 BBB26 BBB66) as "BBB"
| report(CCC11 CCC12 CCC16 CCC22 CCC26 CCC66) as "CCC"
| report(DDD11 DDD12 DDD16 DDD22 DDD26 DDD66) as "DDD"
end
```