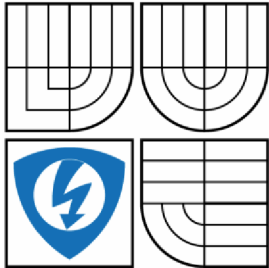


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ**

ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ MODEL NANOPIVOVARU

MATHEMATICAL-PHYSICAL MODEL OF NANOBREWERY

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

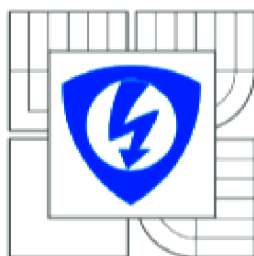
VÍT BLAHA

VEDOUcí PRÁCE

SUPERVISOR

ING. LUKÁŠ KOPEČNÝ, PH.D.

BRNO 2013



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav automatizace a měřicí techniky

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor
Automatizační a měřicí technika

Student: Vít Blaha

ID: 136503

Ročník: 3

Akademický rok: 2012/2013

NÁZEV TÉMATU:

Matematicko-fyzikální model nanopivovaru

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Verifikujte parametry navrženého matematicko-fyzikálního modelu nanopivovaru v porovnání s reálnou soustavou, diskutujte výsledky.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

Svět piva [online]. [cit. 2012-9-12]. <<http://www.homebrewing.cz/>>.

Termín zadání: 11.2.2013

Termín odevzdání: 27.5.2013

Vedoucí práce: Ing. Lukáš Kopečný, Ph.D.

Konzultanti bakalářské práce:

doc. Ing. Václav Jirsík, CSc.

Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

Abstrakt

Práce popisuje matematicko-fyzikální model nanopivovaru navržený v programu Matlab-Simulink. Je zaměřena na ohřev kapaliny v nádobě s tištěnými topnými spirálami a v nádobě s olejovou lázní. Vytvořené modely jsou verifikovány s reálnými soustavami. Na základě tohoto porovnání jsou zjištěny hodnoty neznámých parametrů navržených modelů. Ty jsou dále využity pro simulaci časové závislosti teploty kapaliny v měřených nanopivovarech při vystírce a rmutování. V závěru práce jsou porovnány oba typy ohřevu.

Klíčová slova

Nanopivovar, model nanopivovaru, Matlab-Simulink, ohřev kapaliny.

Abstract

The thesis describes a mathematical-physical model of nanobrewery designed in program Matlab-Simulink. It is focused on warming of fluid in a container with printed heating spirals and in a container with oil bath. Formed models are verified with real systems. Based on this comparison, unknown parameters' values of designed models are found out. These values are further used for simulation of fluid temperature time-dependency in measured nanobreweries during mashing. Both types of warming are compared in the final part of the thesis.

Keywords

Nanobrewery, model of nanobrewery, Matlab-Simulink, heating of fluid.

Bibliografická citace:

BLAHA, V. Matematicko-fyzikální model nanopivovaru. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2013. 38 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Lukáš Kopečný, Ph.D.

Prohlášení

„Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma Matematicko-fyzikální model nanopivovaru jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne: **24. května 2013**

.....
podpis autora

Poděkování

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Ing. Lukáši Kopečnému, Ph.D. za odbornou pomoc, trpělivost a cenné rady, přítelkyni Lence a svým rodičům za podporu.

V Brně dne: **24. května 2013**

.....

podpis autora

Obsah

1	Úvod	10
2	Výroba Piva.....	11
2.1	Nanopivovar	11
2.2	Základní úkony výroby piva [4]	11
2.3	Vystírání.....	11
2.4	Rmutování	12
2.4.1	Rmutování na 3 rmuty.....	12
3	Tepelné procesy.....	13
3.1	Teplo	13
3.2	Sdílení tepla.....	13
3.2.1	Sdílení tepla vedením (kondukcí)	13
3.2.2	Sdílení tepla prouděním (konvekci)	14
3.2.3	Sdílení tepla sáláním (zářením, radiací)	14
4	Model ohřevu kapaliny v nádobě a mísení tekutin o různých teplotách	15
4.1	Ohřev pomocí tištěných topných spirál	15
4.1.1	Model bez tepelných ztrát	15
4.1.2	Model s tepelnými ztrátami	16
4.2	Ohřev pomocí olejové lázně.....	17
4.3	Mísení tekutin o různých teplotách.....	19
5	Měření reálných soustav	20
5.1	Olejový nanopivovar	20
5.1.1	Průběh měření.....	20
5.1.2	Naměřené hodnoty	20
5.2	Nanopivovar s tištěnými topnými spirálami	21
6	Verifikace modelů s reálnými soustavami	22
6.1	Olejový nanopivovar	22
6.2	Nanopivovar s tištěnými topnými spirálami	25
7	Závěr.....	27
	Použitá Literatura.....	28
	Seznam použitých symbolů	29
	Seznam příloh:	30
	Příloha 1: CD s elektronickou verzí práce a zdrojovými kódy	30
	Příloha 2: Použité konstanty	30

Příloha 3: Funkce fminsearch a kvadratické kritérium	31
Příloha 4: Výsledné časové závislosti teploty kapalin	32

Seznam obrázků

Obrázek 1 Simulační schéma nádoby bez tepelných ztrát	15
Obrázek 2 Simulační schéma nádoby s tepelnými ztrátami	16
Obrázek 3 Ohřev kapaliny v olejové lázni	17
Obrázek 4 Simulační schéma kapaliny ohřívané v olejové lázni.....	18
Obrázek 5 Simulační schéma mísení dvou tekutin rozdílných teplot	19
Obrázek 7 Časový průběh teploty vody a oleje reálného olejového nanopivovaru	20
Obrázek 6 Olejový nanopivovar	20
Obrázek 10 Časový průběh teploty vody v nanopivovaru s tištěnými topnými spirálami	21
Obrázek 8 Umístění tištěných topných spirál	21
Obrázek 9 Nanopivovar s tištěnými topnými spirálami	21
Obrázek 11 Tepelné toky v modelu olejového nanopivovaru	22
Obrázek 12 Simulační schéma olejového nanopivovaru pro zjištění parametrů reálné soustavy	23
Obrázek 13 Porovnání naměřených a simulovaných hodnot olejového nanopivovaru.....	24
Obrázek 14 Simulační schéma nanopivovaru s tištěnými topnými spirálami pro zjištění parametrů reálné soustavy	25
Obrázek 15 Porovnání naměřených a simulovaných hodnot nanopivovaru s tištěnými spirálami.....	26
Obrázek 16 Zahřívání vody pro vystírku - olejový nanopivovar.....	32
Obrázek 17 Zahřívání vody pro vystírku - nanopivovar s tištěnými spirálami	32
Obrázek 18 Zahřívání 1. rmutu - olejový nanopivovar	33
Obrázek 19 Zahřívání 1. rmutu nanopivovar s tištěnými topnými spirálami	33
Obrázek 20 Zahřívání 2. rmutu - olejový nanopivovar	34
Obrázek 21 Zahřívání 2. rmutu - nanopivovar s tištěnými topnými spirálami.....	34
Obrázek 22 Zahřívání 3. rmutu - olejový nanopivovar	35
Obrázek 23 Zahřívání 3. rmutu - nanopivovar s tištěnými topnými spirálami	35
Obrázek 24 Mísení složek 1. rmutu	36
Obrázek 25 Mísení složek 2. rmutu	36
Obrázek 26 Mísení složek 3. rmutu	37
Obrázek 27 Rmutování (shnutí) - olejový nanopivovar.....	38
Obrázek 28 Rmutování (shnutí) - nanopivovar s tištěnými spirálami	38

1 ÚVOD

Cílem této práce je seznámení se základním postupem výroby piva v nanopivovaru a vytvoření modelu časového průběhu teploty při ohřevu a mísení kapalin v programu Matlab-Simulink. Pomocí navrženého modelu pak provedení simulace a následná verifikace s reálným modelem. Práce se bude zabývat modelem s tištěnými topnými spirálami a modelem s ohříváním v olejové lázni. Bude zaměřena na recepturu rmutování na 3 rmuty.

Model může sloužit pro majitele nanopivovaru jako podklad pro utvoření představy o časech jednotlivých ohřevů při různých objemech várky. Dále pak k dimenzování topného tělesa nebo návrhu regulátoru nanopivovaru.

2 VÝROBA PIVA

2.1 Nanopivovar

Termínem nanopivovar jsou označovány malé domácí pivovary. Jejich majitelé vaří pivo často pouze pro sebe a své blízké. Pro bližší představu je možné vidět jeden z povedených nanopivovarů na následujícím videu s názvem „Domáci NanoPivovar HAD“: http://www.youtube.com/watch?v=6gl_GT96D1w

2.2 Základní úkony výroby piva [4]

- a) **přečištění a zvážení surovin;**
- b) **rozemletí sladu;**
- c) **vystírání** – smíchání šrotu s varní vodou;
- d) **rmutování** – působení gradace teplot pro uplatnění aktivity sladových enzymů a následnou přeměnu škrobu na cukr;
- e) **scezování** – oddělení roztoku s rozpuštěnými a degradovanými látkami extraktu sladu, tj. **předku** (sladiny), od tuhých zbytků sladového šrotu – **mláta**;
- f) **vyslazování** – vymývání extraktu zbylého v mlátě vodou, získané roztoky jsou výstřelky;
- g) **smíchání předku s výstřelky;**
- h) **vaření sladiny s chmelem** – získá se **mladina**, která se při vypouštění na chlazení nazývá **vyrážená mladina**;
- i) **oddělení hrubých a jemných kalů z mladiny;**
- j) **ochlazení a provzdušnění uvařené mladiny na zákvasnou teplotu;**
- k) **kvašení mladiny;**
- l) **stáčení a expedice.**

2.3 Vystírání

Na jeden kilogram sladu se při vystírání používá 5 až 6 litrů vody. Tento poměr se v různých zdrojích liší a závisí také na druhu piva.

Vystírka se provádí do vody o teplotě 37 až 38°C. Po uplynutí doby 25 až 30 minut je možné začít rmutovat.

2.4 Rmutování

Existují dva základní druhy rmutování infuzní a dekokční technologie[3].

Infuzní technologie – Jedná se o postupný ohřev celého objemu vystírky na požadovanou teplotu. Tento postup se v současnosti spíše nevyužívá.

Dekokční technologie – Jedná se o ohřev části objemu až k varu a jeho následné vmíchání zpět. Rmutování probíhá na jeden, dva, nebo tři rmuty.

2.4.1 Rmutování na 3 rmuty

Objem dílčího rmutu se určí podle vztahu[3]:

$$V_r = V_c \cdot \frac{T_3 - T_1}{T_2 - T_1}, \quad (2.1)$$

kde

V_r = Objem dílčího rmutu [m^3],

V_c = Objem celého rmutu [m^3],

T_3 = požadovaná teplota v kádi [K],

T_2 = teplota ve vystírací kádi [K],

T_1 = teplota dílčího rmutu po povaření [K].

2.4.1.1 První rmut

Po uvedené prodlevě po vystírce se nejhustší část obsahu vystírací kádě přečerpá do rmutovací pánve. Objem této části se určí podle vztahu (2.1). Zbytek zůstane v dobře izolované vystírací kádi. Obsah ve rmutovací kádi se zahřívá k varu. Rychlost zahřívání by měla být přibližně 1 °C/min. To lze ovlivnit výkonem ohřevu:

$$P_v = \Phi = \rho \cdot c_p \cdot V \cdot \frac{dT}{dt} = \rho \cdot c_p \cdot V \cdot \frac{1}{60}, \quad (2.2)$$

kde

P_v = potřebný výkon ohřevu [W],

Φ = tepelný tok [W],

ρ = hustota [$kg \cdot m^{-3}$],

c_p = měrné teplo [$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$],

T = teplota [K],

t = čas [s].

Vztah platí pro soustavu bez tepelných ztrát. Pro soustavu s tepelnými ztrátami bude potřebný výkon větší o tepelný tok ztrát.

Když stoupne teplota ve rmutovací pánvi na 75 °C, může se pokračovat v zahřívání rychleji. Doba varu je přibližně 20 minut. Poté se pomalu a za stálého míchání přečerpává rmut zpět do vystírací kádě. Pokud by nebylo zajištěno dostatečné míchání,

mohlo by dojít k lokálnímu přehřátí a tím ke zničení enzymů. Teplota ve vystírací kádi musí stoupnout na 52 °C až 54 °C .

2.4.1.2 Druhý rmut

Objem druhého rmutu se vypočítá opět podle vztahu (2.1). Do rmutovací pánve se přečerpá vypočtené množství nejhustšího podílu vystírací kádě. Obsah rmutovací pánve se zahřívá k varu rychlostí přibližně 1 °C/min. Když stoupne teplota ve rmutovací pánvi na 75 °C, může se pokračovat v zahřívání rychleji. Doba varu je přibližně 15 minut. Po povaření se opět za stálého míchání přečerpá obsah kotle zpět do vystírací kádě. Teplota ve vystírací kádi musí stoupnout na 64 °C až 65 °C.

2.4.1.3 Třetí rmut

Objem třetího rmutu se určí opět podle vztahu (2.1). Zahřívání tohoto rmutu může již probíhat rychleji. Doba varu je přibližně 10 minut. Po přečerpání rmutu zpět je možné přistoupit ke scezování rmutu.

3 TEPELNÉ PROCESY

3.1 Teplo

Teplo Q je zvláštní druh energie. Množství tepla přivedeného nebo odvedeného látky o hmotnosti m při rozdílu teplot ΔT je určeno rovnicí[6]:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T, \quad (3.1)$$

kde

Q = teplo [J],

m = hmotnost [kg],

c = měrná tepelná kapacita [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$],

ΔT = rozdíl teplot[K].

3.2 Sdílení tepla

Obvykle dochází k výměně tepla kombinací dvou nebo tří níže uvedených způsobů. Podmínkou sdílení tepla je teplotní rozdíl ΔT mezi dvěma místy v jedné látce nebo mezi dvěma látkami, mezi nimiž se má teplo sdílet. Změna množství akumulovaného tepla v tělese je určena součtem všech působících tepelných toků.

3.2.1 Sdílení tepla vedením (kondukcí)

Dochází k němu v pevných látkách, mezi dotýkajícími se tělesy a v plynech v dokonalém klidu.

3.2.2 Sdílení tepla prouděním (konvekcí)

Dochází k němu v pohybujících se kapalinách nebo plynech. V důsledku různé hustoty látek při jejich různých teplotách nastává přirozené proudění, které lze podpořit nuceným mícháním.

3.2.3 Sdílení tepla sáláním (zářením, radiací)

Přenos tepla probíhá prostřednictvím elektromagnetického vlnění, které vzniká v důsledku tepelného stavu tělesa. Tepelné záření se šíří i ve vakuu.

$$E = \sigma \cdot \varepsilon \cdot S \cdot T^4, [6] \tag{3.2}$$

kde

E=vyzářená energie [W],

σ =Stefan-Bolzmannova konstanta ($5,67 \cdot 10^{-8}$) [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$],

ε =emisivita povrchu předmětu (nabývá hodnot 0-1) [-],

S=plocha povrchu předmětu [m^2],

T=teplota předmětu [K].

Vzhledem k předpokládané nízké emisivitě povrchu nádob [7] nebude toto sdílení tepla v modelech uvažováno.

4 MODEL OHŘEVU KAPALINY V NÁDOBĚ A MÍSENÍ TEKUTIN O RŮZNÝCH TEPLOTÁCH

4.1 Ohřev pomocí tištěných topných spirál

Nádoba má tvar válce. Rozměry nádoby jsou: průměr r a výška h . Ohřev je zabezpečen třemi tištěnými spirálami, které mají příkon P_p . Spirály mají účinnost η . Spirály jsou přilepené na dně nádoby. Je třeba namodelovat časový průběh teploty kapaliny v nádobě o objemu V . Model nezahrnuje vypařování kapaliny.

4.1.1 Model bez tepelných ztrát

Výkon ohřevu lze určit podle vztahu:

$$P_v = \eta \cdot P_p, \quad (4.1)$$

kde

P_v = výkon spirály [W],

P_p = příkon spirály [W],

η = účinnost [-].

K akumulaci tepla dochází ve všech tělesech podle vztahu [1]:

$$\Phi = \rho \cdot c_p \cdot V \cdot \frac{dT}{dt}, \quad (4.2)$$

kde

Φ = tepelný tok [W],

ρ = hustota [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$],

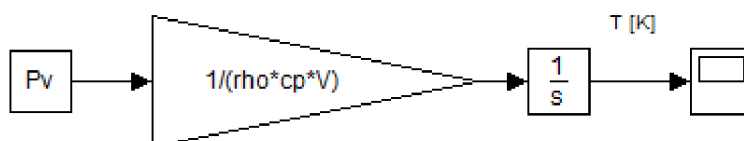
c_p = měrné teplo [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$],

T = teplota [K],

t = čas [s].

Pokud uvažujeme nádobu bez tepelných ztrát, je možné časový průběh teploty v nádobě vyjádřit úpravou rovnice (4.2), do které za tepelný tok Φ dosadíme výkon ohřevu P_v . Výsledná rovnice bude tedy vypadat takto:

$$\frac{dT}{dt} = P_v \cdot \frac{1}{\rho \cdot c_p \cdot V}. \quad (4.3)$$



Obrázek 1 Simulační schéma nádoby bez tepelných ztrát

4.1.2 Model s tepelnými ztrátami

Pokud uvažujeme nádobu s tepelnými ztrátami, není teplota kapaliny závislá pouze na tepelném toku, který do systému přidávají topné spirály, ale i na tepelném toku, který odebírá ze systému okolní vzduch. To znamená, že platí:

$$\rho \cdot c_p \cdot V \cdot \frac{dT}{dt} = \Phi_P - \Phi_Z, \quad (4.4)$$

kde

Φ_P = tepelný tok ze spirál [W],

Φ_Z = tepelný tok do okolí (ztráty) [W].

Pokud budeme uvažovat, že je nádoba plná a stěny nádoby jsou téměř rovinné, lze tepelný tok proudící do okolí popsat vztahem [1]:

$$\Phi_Z = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{KS}} + \frac{\delta_S}{\lambda_S} + \frac{1}{\alpha_{SO}}} \cdot S \cdot (T - T_O), \quad (4.5)$$

kde

α_{KS} = součinitel přestupu tepla mezi kapalinou a stěnou nádoby [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$],

α_{SO} = součinitel přestupu tepla mezi stěnou nádoby a okolím [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$],

δ_S = tloušťka stěny nádoby [m],

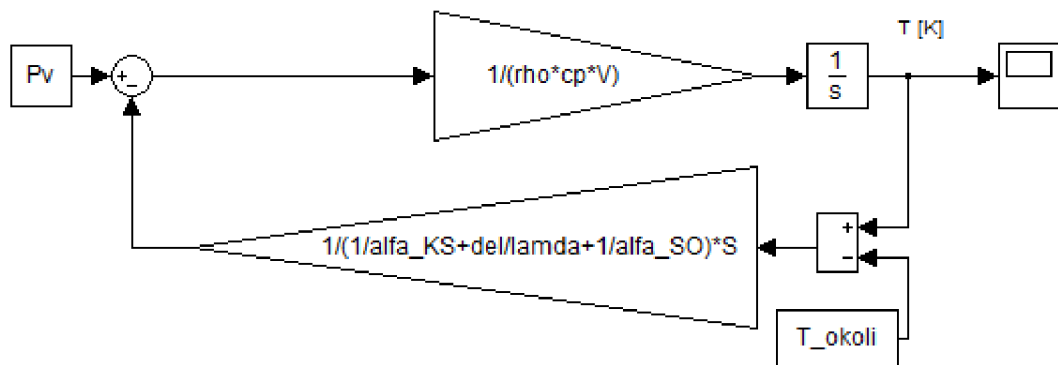
S = plocha stěn nádoby [m^2],

T = teplota kapaliny [K],

T_O = teplota okolí [K].

Po dosazení do vztahu (4.4) a následné úpravě dostáváme rovnici:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{\rho \cdot c_p \cdot V} \cdot \left(P_V - \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{KS}} + \frac{\delta_S}{\lambda_S} + \frac{1}{\alpha_{SO}}} \cdot S \cdot (T - T_O) \right) \quad (4.6)$$

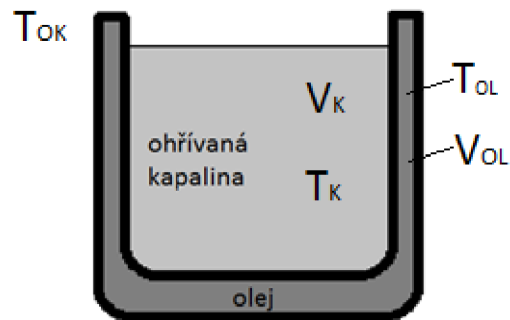


Obrázek 2 Simulační schéma nádoby s tepelnými ztrátami

4.2 Ohřev pomocí olejové lázně

Nádoba má tvar válce. Rozměry vnitřní části nádoby jsou: průměr r a výška h . Objem oleje V_{ol} . Ohřev je zabezpečen olejovou lázní. Je třeba namodelovat časový průběh teploty kapaliny o objemu V . Model neuvažuje vypařování kapaliny.

Teplotu kapaliny T ovlivňuje pouze tepelný tok z oleje, tepelné ztráty na hladině tekutiny neuvažujeme, počítá se s přikrytím nádoby poklicí. Pokud budeme uvažovat, že je nádoba plná a stěny nádoby jsou téměř



Obrázek 3 Ohřev kapaliny v olejové lázni

rovinné, lze tepelný tok mezi olejem a ohřívanou kapalinou popsat vztahem:

$$\Phi_o = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{os}} + \frac{\delta_s}{\lambda_s} + \frac{1}{\alpha_{sk}}} \cdot S \cdot (T_{ol} - T_K), \quad (4.7)$$

kde

α_{os} = součinitel přestupu tepla¹ mezi kapalinou a stěnou nádoby [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$],

α_{sk} = součinitel přestupu tepla mezi stěnou nádoby a okolím [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$],

δ_s = tloušťka stěny nádoby [m],

S = plocha stěn vnitřní části nádoby [m^2],

T_K = teplota kapaliny [K],

T_{ol} = teplota oleje [K].

Vztah lze zjednodušit na tvar:

$$\Phi_o = k_s \cdot S \cdot (T_{ol} - T_K), \quad (4.8)$$

kde

k_s = součinitel prostupu tepla [$\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$],

Rovnice pro teplotu kapaliny vznikne úpravou a dosazením do vztahu (4.2):

$$\frac{dT_K}{dt} = \frac{1}{\rho \cdot c_p \cdot V} \cdot k_s \cdot S \cdot (T_{ol} - T_K). \quad (4.9)$$

¹ Určuje se z empirických vztahů nebo pomocí bezrozměrných podobnostních čísel. Závisí na tvaru stěny, druhu proudění a stavu tekutiny.[1]

Teplota oleje je ovlivněna tepelným tokem ze zdroje tepla do oleje (ohřev oleje zdrojem tepla považujeme za ideální), tepelným tokem z oleje do okolí a tepelným tokem z oleje do ohříváné kapaliny:

$$\rho \cdot c_p \cdot V \cdot \frac{dT_{OL}}{dt} = \Phi_P - \Phi_O - \Phi_Z, \quad (4.10)$$

kde

T_{OL} = teplota oleje [K],

Φ_P = tepelný tok ze zdroje tepla [W],

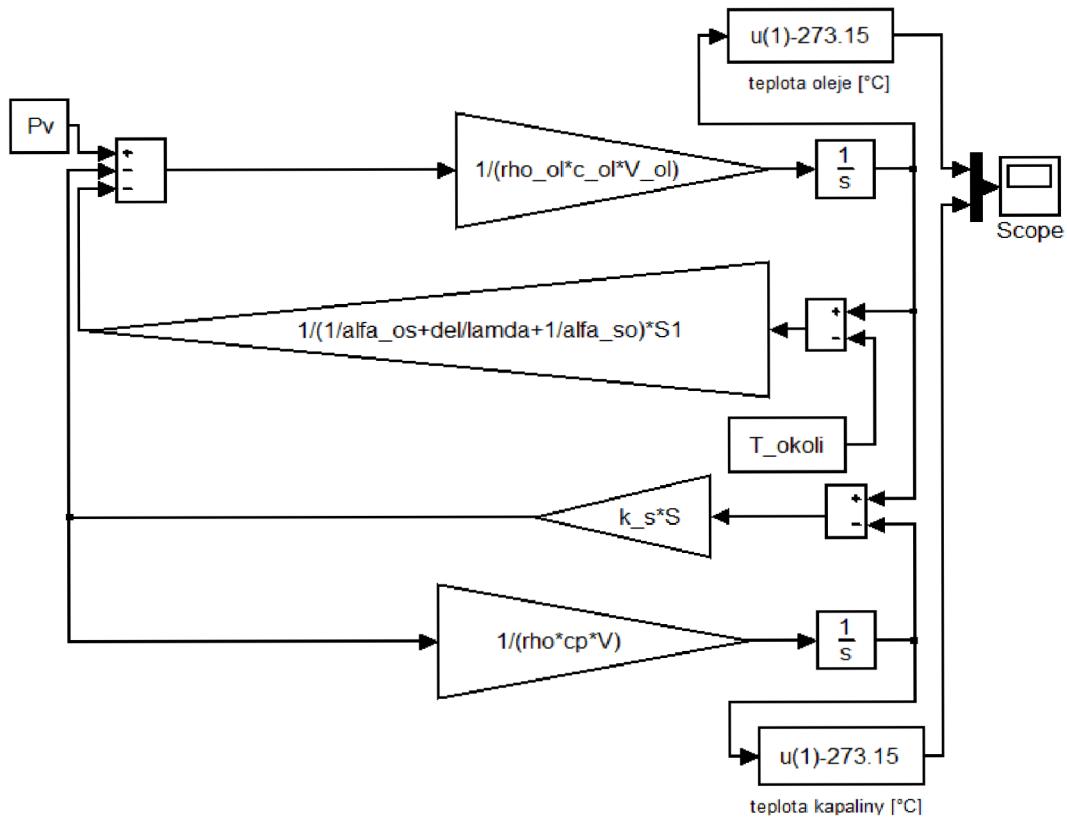
Φ_O = tepelný tok z oleje do kapaliny [W],

Φ_Z = tepelný tok z oleje do okolí [W].

Po dosazení a úpravě dostaneme:

$$\frac{dT_{OL}}{dt} = \frac{1}{\rho \cdot c_p \cdot V} \cdot \left(P_V - k_S \cdot S \cdot (T_{OL} - T_K) - \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{KS}} + \frac{\delta_S}{\lambda_S} + \frac{1}{\alpha_{SO}}} \cdot S \cdot (T_{OL} - T_{OK}) \right). \quad (4.11)$$

Ze vztahu (3.9) a (3.11) lze vytvořit simulační schéma:



Obrázek 4 Simulační schéma kapaliny ohříváné v olejové lázni

4.3 Mísení tekutin o různých teplotách

Cílem je namodelovat časový průběh teploty kapaliny T_1 objemu V_1 v nádobě, do které je přilévána kapalina o teplotě T_2 a objemu V_2 .

Vydeme z první termodynamické věty. Úbytek vnitřní energie přilévané kapaliny je roven celkové změně vnitřní energie soustavy. To lze popsat následujícím vztahem:

$$\rho \cdot c \cdot \int q_{V2} dt \cdot (T_2 - T_1) = \rho \cdot c \cdot (V_1 + \int q_{V2} dt) \cdot (T - T_1), \quad (4.12)$$

kde

q_{V2} = objemový průtok přilévané kapaliny [m^3s^{-1}],

c = měrné teplo kapaliny [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$],

T_1 = počáteční teplota kapaliny do které je přiléváno [K],

T_2 = teplota přilévané kapaliny [K],

T = teplota směsi [K],

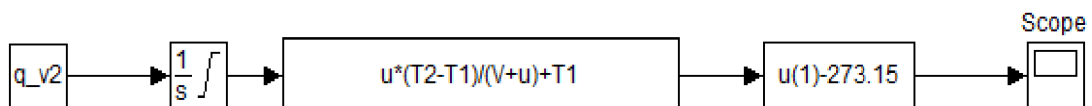
V_1 = počáteční objem kapaliny do které je přiléváno [m^3],

V_2 = objem přilévané kapaliny [m^3].

Po úpravě:

$$T = \frac{\int q_{V2} dt \cdot (T_2 - T_1)}{(V_1 + \int q_{V2} dt)} + T_1. \quad (4.13)$$

Tento model nepočítá s tepelnými ztrátami. V reálné soustavě bude nádoba dobře izolována a případné ztráty budou kvůli receptuře pokryty dohříváním.



Obrázek 5 Simulační schéma mísení dvou tekutin rozdílných teplot

5 MĚŘENÍ REÁLNÝCH SOUSTAV

5.1 Olejový nanopivovar

5.1.1 Průběh měření

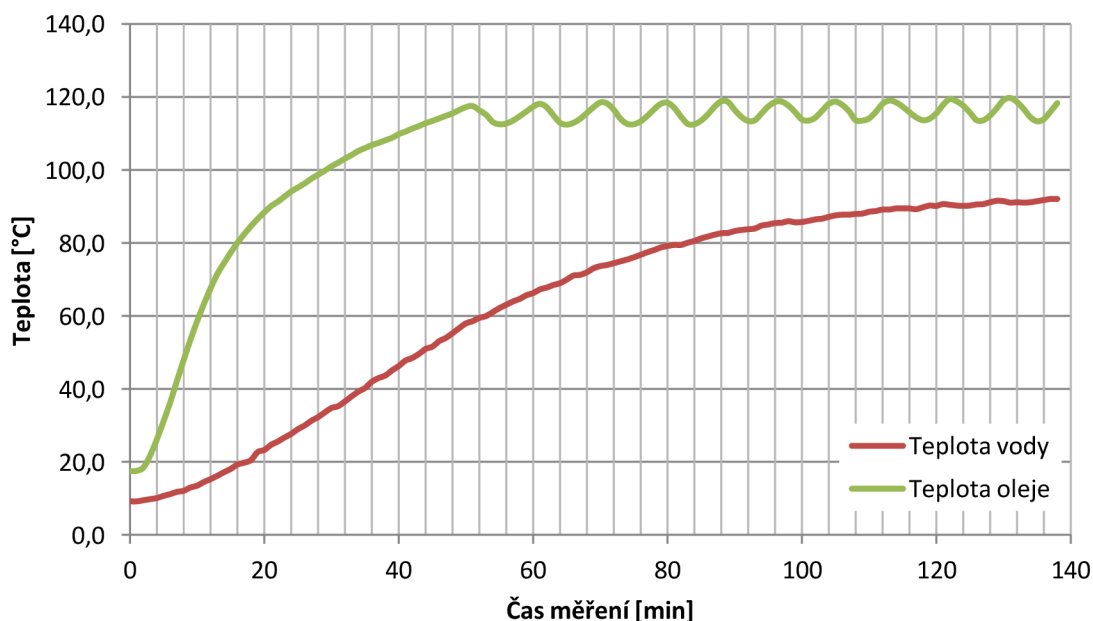
Byl změřen časový průběh teploty vody a oleje. Pro měření byla použita teplotní čidla DS18B20 s rozsahem $-55\text{ }^{\circ}\text{C}$ až $125\text{ }^{\circ}\text{C}$ a přesností $\pm 0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$. Čidlo pro měření teploty vody bylo ponořeno přímo ve vodě, čidlo pro měření teploty oleje bylo zasunuto v jímce. Hodnota teploty vody i oleje byla odečítána po jedné minutě. Voda byla míchána, míchání oleje však nebylo možné zajistit. Objem ohřívání vody byl 30 l, objem oleje 10 l. Dále byl změřen příkon topných spirál $P = 3,2\text{ kW}$. Pro měření



Obrázek 6 Olejový nanopivovar

výkonu byl použit měřič spotřeby BaseTech Cost Control 3000 s třídou přesnosti $\pm 3\%$. Teplota okolí (teplota v místnosti) byla $t = 15\text{ }^{\circ}\text{C}$. Rozměry nádoby jsou uvedeny v příloze.

5.1.2 Naměřené hodnoty



Obrázek 7 Časový průběh teploty vody a oleje reálného olejového nanopivovaru

5.2 Nanopivovar s tištěnými topnými spirálami

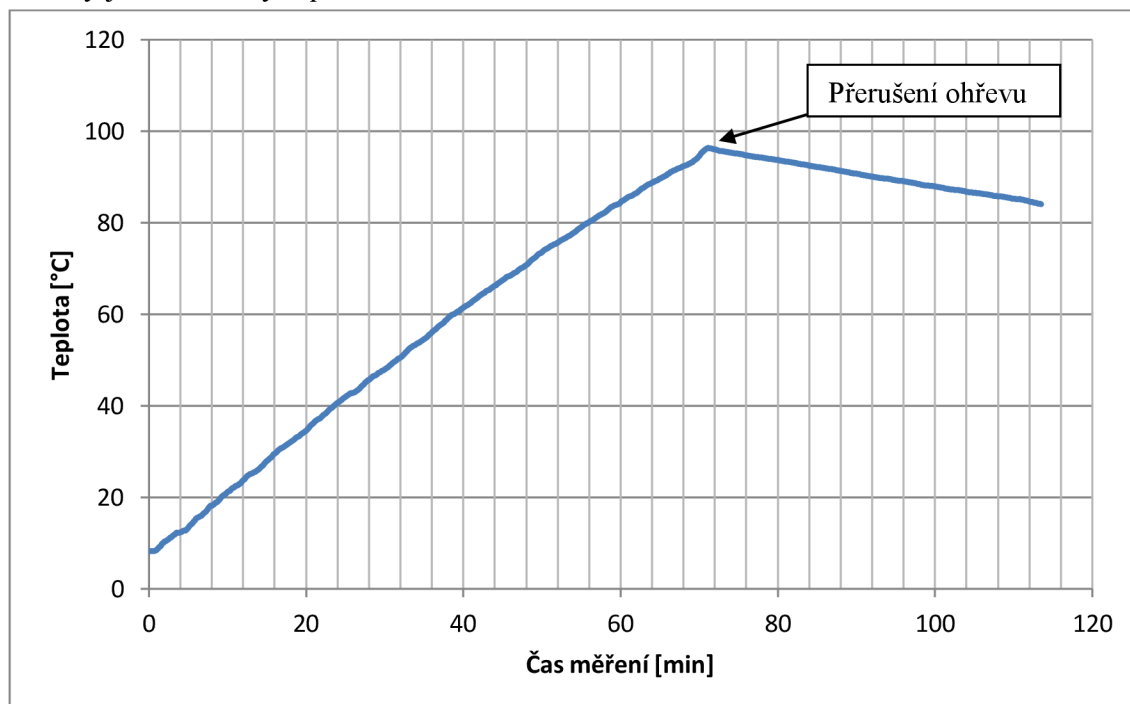


Obrázek 9 Nanopivovar s tištěnými topnými spirálami



Obrázek 8 Umístění tištěných topných spirál

Topné spirály jsou přilepeny na dně nádoby a zespodu odizolovány speciální izolací, která se používá ke stavbě krbů. Byl změřen časový průběh teploty vody. Pro měření bylo použito teplotní čidlo *DS18B20* s rozsahem 55 °C až 125 °C a přesností $\pm 0,5$ °C. Hodnoty byly odečítány po jedné minutě. Čidlo bylo umístěno přibližně uprostřed vzdálenosti mezi dnem nádoby a hladinou vody. Dále byl změřen příkon topných těles $P = 3$ kW. Pro měření výkonu byl použit měřič spotřeby BaseTech Cost Control 3000 s třídou přesnosti ± 3 %. Teplota okolí (teplota v místnosti) byla $t = 15$ °C. Rozměry nádoby jsou uvedeny v příloze.



Obrázek 10 Časový průběh teploty vody v nanopivovaru s tištěnými topnými spirálami

6 VERIFIKACE MODELŮ S REÁLNÝMI SOUSTAVAMI

6.1 Olejový nanopivovar

Olej je zahříván topnými spirálami, které jsou v něm celé ponořené. Další tepelné toky, které byly v modelu uvažovány, jsou vyznačeny na obrázku č.11. Tyto tepelné toky jsou popsány následujícím vztahem:

$$\Phi = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_s}{\lambda_s} + \frac{1}{\alpha_2}} \cdot S \cdot (T_2 - T_1), \quad (6.1)$$

kde:

Φ = tepelný tok [W],

α = součinitel přestupu tepla [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$],

δ_s = tloušťka stěny nádoby [m],

λ_s = měrná tepelná vodivost nádoby [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$],

S = plocha kterou teplo proniká [m^2],

T = teplota [K].

Jak již bylo řečeno, přesnou hodnotu součinitele

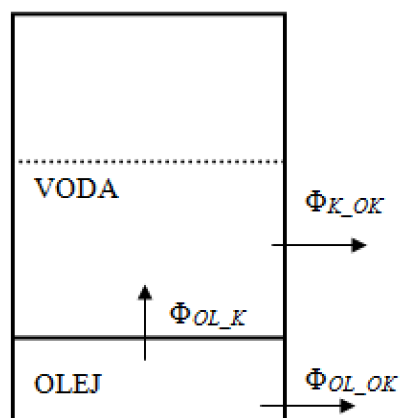
přestupu tepla α není snadné určit a závisí na celé řadě faktorů. Proto vztah (6.1) zjednodušíme na tvar:

$$\Phi = k_s \cdot S \cdot (T_2 - T_1), \quad (6.2)$$

kde

k_s = součinitel prostupu tepla [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$].

Pro daný model jsou nyní neznámé tři parametry (součinitel prostupu tepla z oleje do vody, z oleje do okolí a z vody do okolí). Tyto parametry jsem se pokusil určit porovnáním naměřených hodnot s hodnotami zjištěnými simulací pomocí kvadratického kritéria a funkce `fminsearch` (blíže popsána v příloze 3). Toto kritérium bylo zvoleno z důvodu spolehlivého výpočtu při kombinaci kladných a záporných hodnot jednotlivých odchylek porovnávaných průběhů. Kritérium dává větší váhu větším odchylkám. Počáteční odhad velikosti součinitelů prostupu tepla proběhl na základě zdroje[1], kde pro přenos tepla kapalina-stěna-kapalina byla použita hodnota $k_s = 1000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ a pro přenos tepla kapalina-stěna-vzduch byla použita hodnota $k_s = 60 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.



Obrázek 11 Tepelné toky v modelu olejového nanopivovaru

Jednotlivé tepelné toky tedy budou vypadat následovně:

$$\Phi_{OL_K} = k_S \cdot S \cdot (T_{OL} - T_K), \quad (6.3)$$

$$\Phi_{OL_OK} = k_{S1} \cdot S_1 \cdot (T_{OL} - T_{OK}), \quad (6.4)$$

$$\Phi_{K_OK} = k_{S2} \cdot S_2 \cdot (T_K - T_{OK}), \quad (6.5)$$

kde:

Φ_{OL_K} = tepelný tok z oleje do vody [W],

Φ_{OL_OK} = tepelný tok z oleje do okolí [W],

Φ_{K_OK} = tepelný tok z vody do okolí [W],

k_S = součinitel postupu tepla olej-voda [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$],

k_{S1} = součinitel postupu tepla olej-okolí [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$],

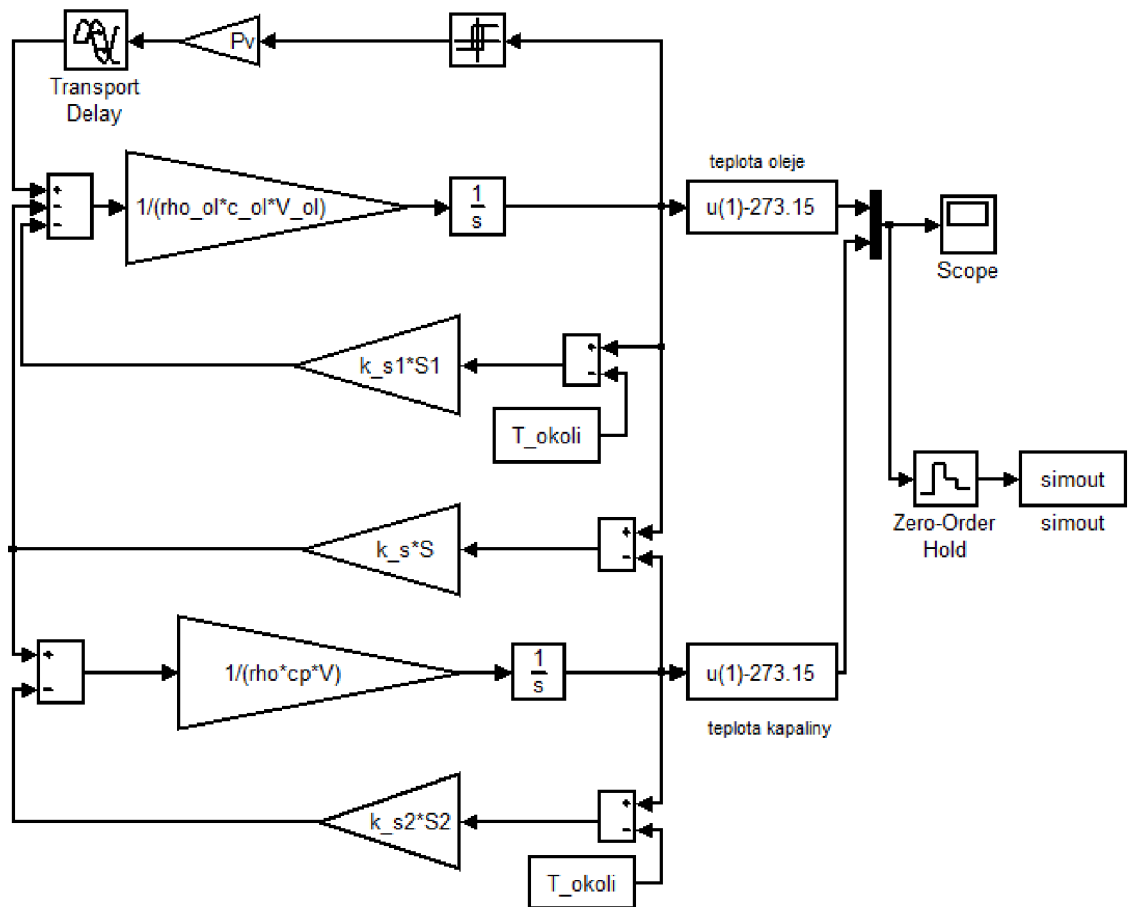
k_{S2} = součinitel postupu tepla voda-okolí [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$],

S = plocha stěny mezi olejem a vodou [m^2],

S_1 = plocha stěny mezi olejem a okolím [m^2],

S_2 = plocha stěny mezi vodou a okolím plus plocha hladiny vody [m^2],

T_{OL} , T_K , T_{OK} = teplota oleje, vody, okolí [K].



Obrázek 12 Simulační schéma olejového nanopivovaru pro zjištění parametrů reálné soustavy

Vztahy pro teplotu oleje a kapaliny dostaneme modifikací vztahu(4.4):

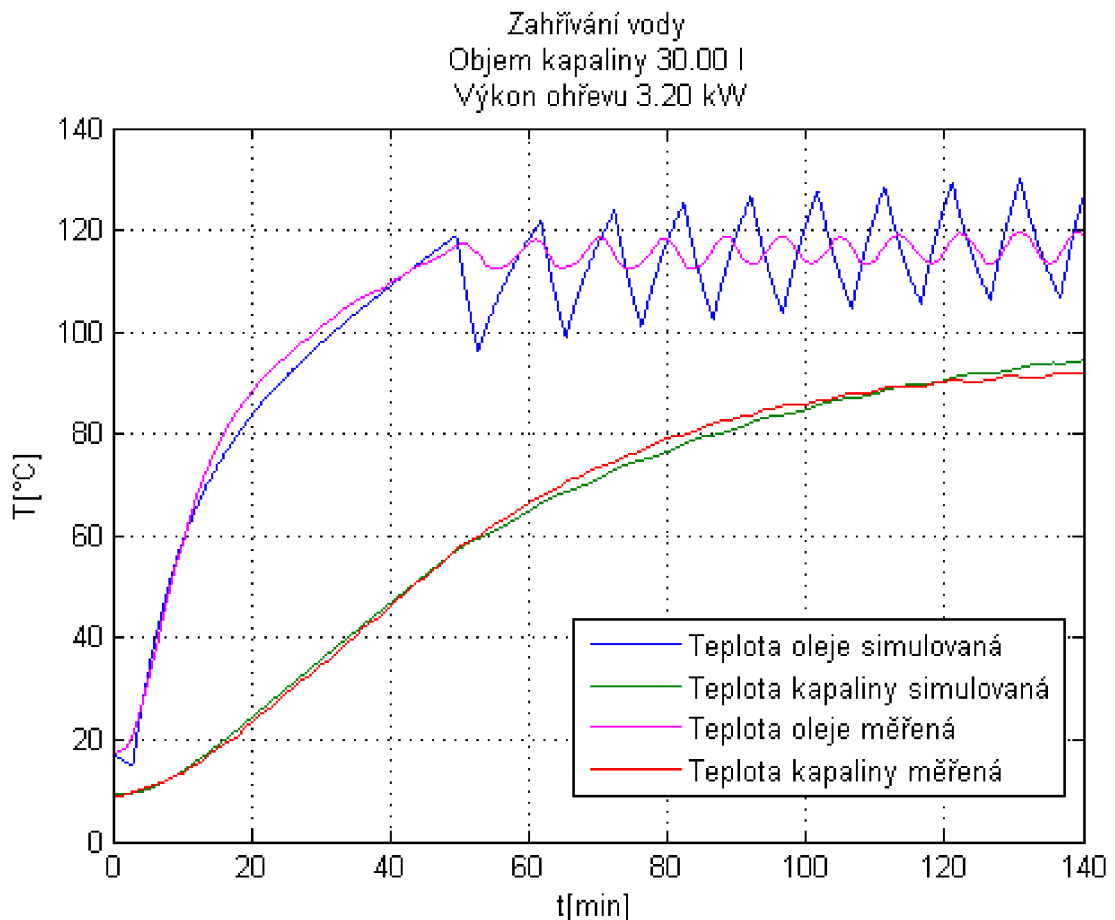
$$\frac{dT_K}{dt} = \frac{1}{\rho \cdot c_p \cdot V} (\Phi_{OL_K} - \Phi_{K_OK}), \quad (6.6)$$

$$\frac{dT_{OL}}{dt} = \frac{1}{\rho_{OL} \cdot c_{p_OL} \cdot V_{OL}} (\Phi_P - \Phi_{OL_K} - \Phi_{OL_OK}), \quad (6.7)$$

kde

Φ_P = Výkon topných spirál.

Z obrázku č.10 je zřejmé, že v reálné soustavě se projevuje více tepelných kapacit než v navrženém modelu. To je způsobeno několika faktory. V modelu není zahrnuta tepelná kapacita spirál. Dále model počítá s dokonalým promícháváním oleje, které však není možné na měřené soustavě zajistit. Teplotní čidlo snímající teplotu oleje nebylo umístěno přímo v oleji, ale v jímcce. Tyto rozdíly jsem se pokusil eliminovat přidáním dopravního zpoždění do simulačního schématu, jeho velikost byla zadána jako další hledaný parametr do zmíněné funkce. Počáteční odhad velikosti dopravního zpoždění $t = 100$ s byl proveden na základě tvaru grafu naměřených hodnot. Výsledné schéma je zobrazeno na obrázku č.12.



Obrázek 13 Porovnání naměřených a simulovaných hodnot olejového nanopivovaru

Simulací byly zjištěny neznámé hodnoty součinitele prostupu tepla $k_s = 412$, $k_{s1} = 16$, $k_{s2} = 18$. Hodnota časového zpoždění je $t = 171$ s. Výsledné porovnání naměřených hodnot a hodnot získaných simulací je vidět na obrázku č.13.

6.2 Nanopivovar s tištěnými topnými spirálami

V tomto modelu je uvažován tepelný tok Φ_P z tištěných spirál do vody, který je roven výkonu spirál P_V , a tepelný tok stěnami nádoby do okolí. Tepelné ztráty přes hladinu vody jsou zanedbány, nádoba je přikryta poklicí.

$$\Phi_Z = k_s \cdot S \cdot (T_{OK} - T_K), \quad (6.8)$$

kde:

k_s = součinitel prostupu tepla [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$],

Φ_Z = tepelný tok [W],

S = plocha stěn zatopených vodou [m^2],

T_{OK} = teplota okolí [K],

T_K = teplota vody [K].

Vztah pro teplotu vody vychází ze vztahu (4.4):

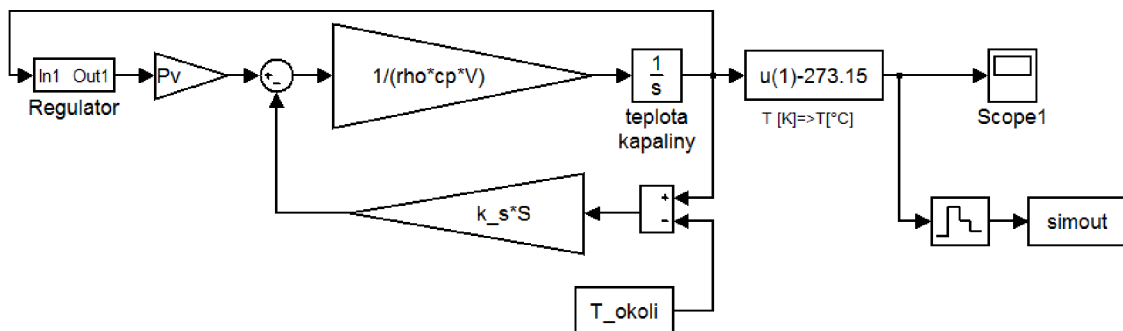
$$\frac{dT_K}{dt} = \frac{1}{\rho \cdot c_p \cdot V} (\Phi_P - \Phi_Z)$$

kde

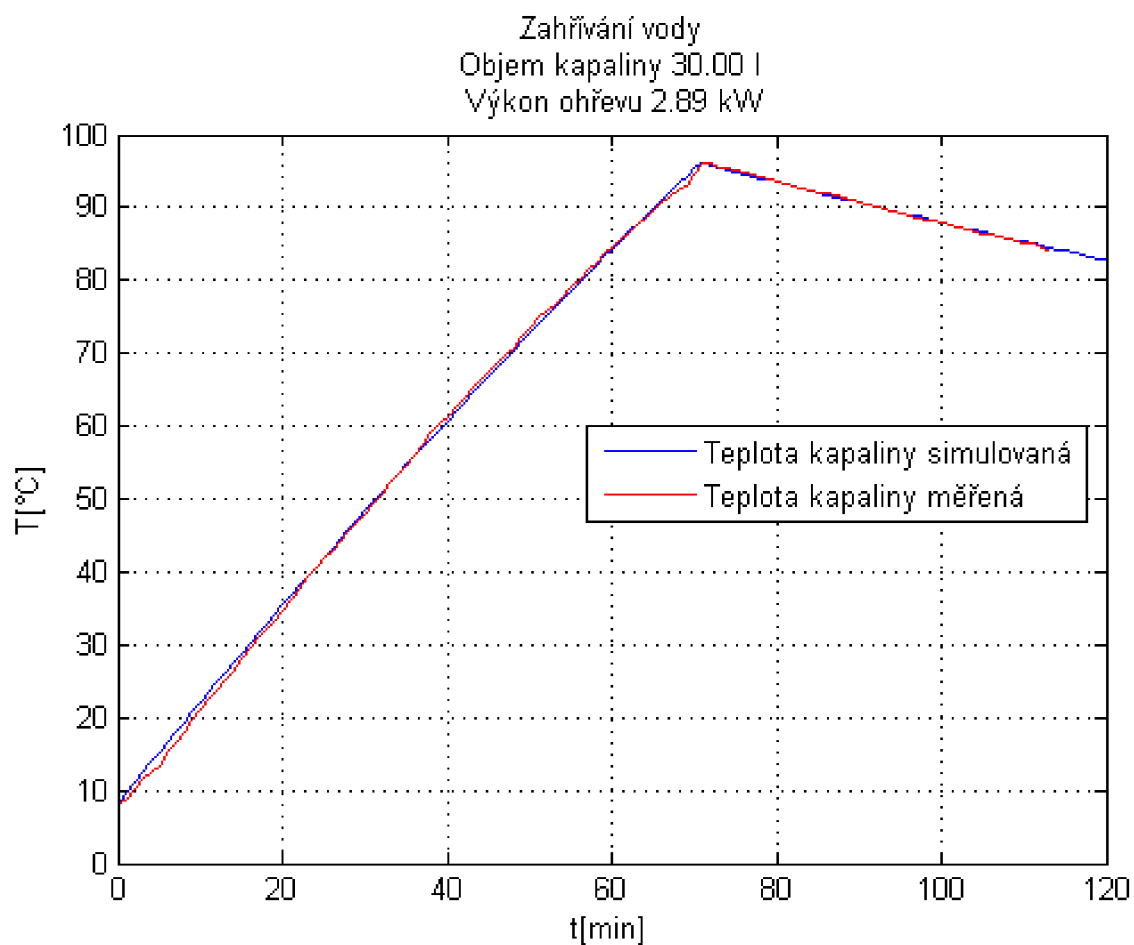
Φ_P = Výkon topných spirál.

Stejně jako v předchozím případě použijeme pro stanovení součinitele prostupu tepla funkci `fminsearch` a kvadratické kritérium. Počáteční odhad hodnoty součinitele prostupu tepla $k_s = 60 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ byl proveden na základě zdroje[1], kde pro přenos tepla kapalina-stěna-vzduch byla použita uvedená hodnota. Počáteční odhad výkonu spirál (tepelný tok ze spirál do vody) byl stanoven jako změřený příkon spirál.

Simulací byla zjištěna hodnota součinitele prostupu tepla $k_s = 31,7$ a tepelný tok ze spirál do vody $P_V = 2893$ W.



Obrázek 14 Simulační schéma nanopivovaru s tištěnými topnými spirálami pro zjištění parametrů reálné soustavy



Obrázek 15 Porovnání naměřených a simulovaných hodnot nanopivovaru s tištěnými topnými spirálami

7 ZÁVĚR

Cílem této práce bylo seznámení se základním postupem výroby piva v nanopivovaru a vytvoření modelů časového průběhu teploty při ohřevu a mísení kapalin v programu Matlab-Simulink. Práce se zabývá modelem s tištěnými topnými spirálami a modelem s ohříváním v olejové lázni. K oběma modelům bylo provedeno měření. V době vytváření modelů nebyly autorovi známy přesné parametry nanopivovarů, proto bylo nutné, po seznámení se s reálnými soustavami, modely upravit. Pomocí navržených modelů byla provedena simulace. Vzájemným porovnáním naměřených časových průběhů reálných soustav a průběhů zjištěných simulací byly zjištěny hodnoty součinitelů prostupu tepla k_s , jejichž určování analytickým výpočtem je velmi obtížné. Toto porovnání proběhlo použitím funkce `fminsearch` a aplikací kvadratického kritéria.

V příloze jsou zobrazeny časové průběhy teploty vody při vystírce a rmutování pro oba měřené pivovary. Tyto průběhy byly simulovány na základě parametrů zjištěných měření a verifikací modelů s reálnými soustavami. Průběhy v těsném okolí bodu varu vody jsou ovlivněny dalšími fyzikálními jevy, které při varu nastávají, vytvořený model s těmito jevy nepočítá. Při porovnání obou typů ohřevu je zřejmé, že nanopivovar s tištěnými topnými spirálami je energeticky méně náročný (odpadá energie nutná k ohřevu oleje) a díky velice malému objemu hmoty spirál jsou tepelné procesy v soustavě mnohem lépe, přesněji a jednodušeji říditelné. Tepelné kapacity u olejového nanopivovaru znesnadňují nejen řízení, ale i modelování nanopivovaru. Výsledný model olejového nanopivovaru je tedy pravděpodobně méně přesný než model s tištěnými topnými spirálami.

Model může sloužit pro budoucího majitele nanopivovaru k dimenzování topného tělesa nebo návrhu regulátoru ohřevu nanopivovaru. Dále pak pro vytvoření představy o časech jednotlivých ohřevů při různých objemech várky piva.

POUŽITÁ LITERATURA

- [1] NOSKIEVIČ, Petr. *Modelování a identifikace systémů*. Ostrava: Montanex, 1999, 276 s. ISBN 80-722-5030-2.
- [2] *Svět piva* [online]. [cit. 2013-01-03]. Dostupné z: <http://www.homebrewing.cz/>
- [3] GORVIN. *Gorvinovy stránky: pivovarství - výtah z učebnice* [online]. [cit. 2013-01-03]. Dostupné z: <http://gorvin.mysteria.cz/pivo/pivovarstvi.htm>
- [4] KOSAŘ, Karel a Stanislav PROCHÁZKA. *Technologie výroby sladu a piva* [dvd]. 2. vyd. Praha: VÚPS, 2003 [cit. 2013-01-03].
- [5] BASAŘOVÁ, Gabriela. *Pivovarství: teorie a praxe výroby piva*. Vyd. 1. Praha: Vydavatelství VŠCHT, 2010, 863 s. ISBN 978-80-7080-734-7
- [6] HALLIDAY, David, Robert RESNICK a Jearl WALKER. *Fyzika: vysokoškolská učebnice obecné fyziky*. Vyd. 1. Praha: Prometheus, 2000, xxiv, 1198, [52] s. Překlady vysokoškolských učebnic. ISBN 80-214-1869-9
- [7] Tabulka emisivit kovových materiálů. *NEWPORT | JAKAR Electronics* [online]. [cit. 2013-05-21]. Dostupné z: <http://newport.cz/techinfo/emiskovy.html>

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ

Symbol	Veličina	Jednotka
c_p	měrné teplo	$J \cdot kg \cdot K$
E	vyzářená energie	W
k_s	součinitel prostupu tepla	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
m	Hmotnost	kg
P_p	Příkon	W
P_v	Výkon	W
q	objemový průtok	$m^3 \cdot s^{-1}$
Q	Teplo	J
S	Plocha	m^2
T	Teplota	K
t	Čas	s
V	Objem	m^3
α	součinitel přestupu tepla	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
δ	tloušťka stěny	m
ε	Emisivita	-
η	Účinnost	-
λ	měrná tepelná vodivost	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
ρ	Hustota	$kg \cdot m^{-3}$
σ	Stefan-Bolzmannova konstanta	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$
Φ	tepelný tok	W

SEZNAM PŘÍLOH:

Příloha 1: CD s elektronickou verzí práce a zdrojovými kódy

Příloha 2: Použité konstanty

Olejový nanopivovar

```
r = 0.1775; %poloměr nádoby [m]
V = 0.030; %objem kapaliny v nádobě [m3]
V_ol = 0.010; %objem oleje [m3]
cp = 4180; %měrná tepelná kapacita kapaliny [J/kg*K]
rho = 998; %hustota kapaliny [kg/m3]
c_ol = 2000; %měrná tepelná kapacita oleje [J/kg*K]
rho_ol = 960; %hustota oleje [kg/m3]
Pp=3200; %příkon topné spirály [W]
ni=1; %účinnost spirály [-]
T_poc=9.2+273.15; %počáteční teplota kapaliny [K]
T_poc_ol = 17.5+273.15; %počáteční teplota oleje [K]
T_okoli = 15+273.15;%teplota okolí [K]
T_max = 100+273.15; %omezení zahřívání kapaliny [K]
k_s = 412; %součinitel prostupu tepla olej-kapalina[W*m-2*K-1]
k_s1 = 16; %součinitel prostupu tepla olej-okolí [W*m-2*K-1]
k_s2 = 18; %součinitel prostupu tepla kapalina-okolí [W*m-2*K-1]
%vypočítané parametry
h = V/(pi*r^2); %výška hladiny kapaliny v nádobě [m]
Pv=Pp*ni; %výkon topné spirály [W]
S=pi*r^2; %plocha mezi olejem a kapalinou [m2]
S1=2*pi*r*h/3+pi*r^2; %plocha vnějšího pláště (ztráty olej-okolí) [m2]
S2=2*pi*r*h+pi*r^2;%plocha vnějšího pláště (ztráty kapalina-okolí) [m2]
```

Nanopivovar s tištěnými topnými spirálami

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
r = 0.25; %poloměr nádoby [m]
V = 0.030; %objem kapaliny v nádobě [m3]
del = 0.002; %tloušťka stěny [m]
cp = 4180; %měrná tepelná kapacita kapaliny [J/kg*K]
rho = 998; %hustota kapaliny [kg/m3]
Pp=3000; %příkon topné spirály [W]
ni=0.974; %účinnost spirály [-]
T_poc=8.2+273.15; %počáteční teplota kapaliny [K]
T_okoli=15+273.15; %teplota okolí [K]
T_pozadovana=100+273.15; %požadovaná teplota [K]
T_max=100+273.15; %limit ohřevu [K]
k_s=31.7; %součinitel prostupu tepla [[W*m-2*K-1]]
%vypočítané parametry
h = V/(pi()*r^2); %výška hladiny kapaliny v nádobě [m]
Pv=Pp*ni; %výkon topné spirály [W]
S=2*pi*r*h; %plocha stěn [m2]
%parametry pro míchání kapalin
rho_l=rho; %hustota přilévané kapaliny [kg/m3]
cp_l=cp; %měrná tepelná kapacita přilévané kapaliny [J/kg*K]
T_l = 100+273.15; %teplota přilévané kapaliny [K]
q_l=0.001; %objemový průtok přilévané kapaliny [m3/s]
```

Příloha 3: Funkce fminsearch a kvadratické kritérium

Olejový nanopivovar

```
%fminsearch
run('hodnotyM');
a0=[1000 60 60 100]; %[k_s k_s1 k_s2 časové_zpoždění]
fminsearch(@fkrit,a0,optimset('Display','iter'),hodnoty);
```

Hlavní použité parametry funkce fminsearch jsou:

@fkrit - počítá hodnotu kritéria, v tomto případě bylo zvoleno kvadratické kritérium

a0 – počáteční odhad parametrů

optimset – blíže popsáno v nápovědě matlabu

hodnoty – naměřené hodnoty časového průběhu teploty

Funkce fminsearch počítá hledané parametry s ohledem na minimální hodnotu funkce fkrit, která v tomto případě počítá hodnotu kvadratického kritéria. Funkce fminsearch běží, dokud nenalezne minimum funkce fkrit, případně nenarazí na zadanou hranici výpočtu. Při nalezení minima zobrazí výsledné hodnoty hledaných parametrů, pro které bylo toto minimum vyhledáno.

```
%funkce fkrit
function f=fkrit(B,y_orig)
load_system('Olej_lazen');
set_param('Olej_lazen/Gain7','Gain',['S*' mat2str(B(1))]);
set_param('Olej_lazen/Gain8','Gain',['S1*' mat2str(B(2))]);
set_param('Olej_lazen/Gain1','Gain',['S2*' mat2str(B(3))]);
set_param('Olej_lazen/TransportDelay','delay',mat2str(B(4)));
sim('Olej_lazen.mdl',140*60);
f=(simout(:,2); simout(:,1))-y_orig)'*([simout(:,2);simout(:,1)]-
y_orig);
```

Tato funkce dosadí aktuální předpokládané hodnoty hledaných parametrů do modelu, následně spustí simulaci a vypočítá návratovou hodnotu kvadratického kritéria. Toto kritérium bylo zvoleno z důvodu spolehlivého výpočtu při kombinaci kladných a záporných hodnot jednotlivých odchylek porovnávaných průběhů. Kritérium dává větší váhu větším odchylkám.

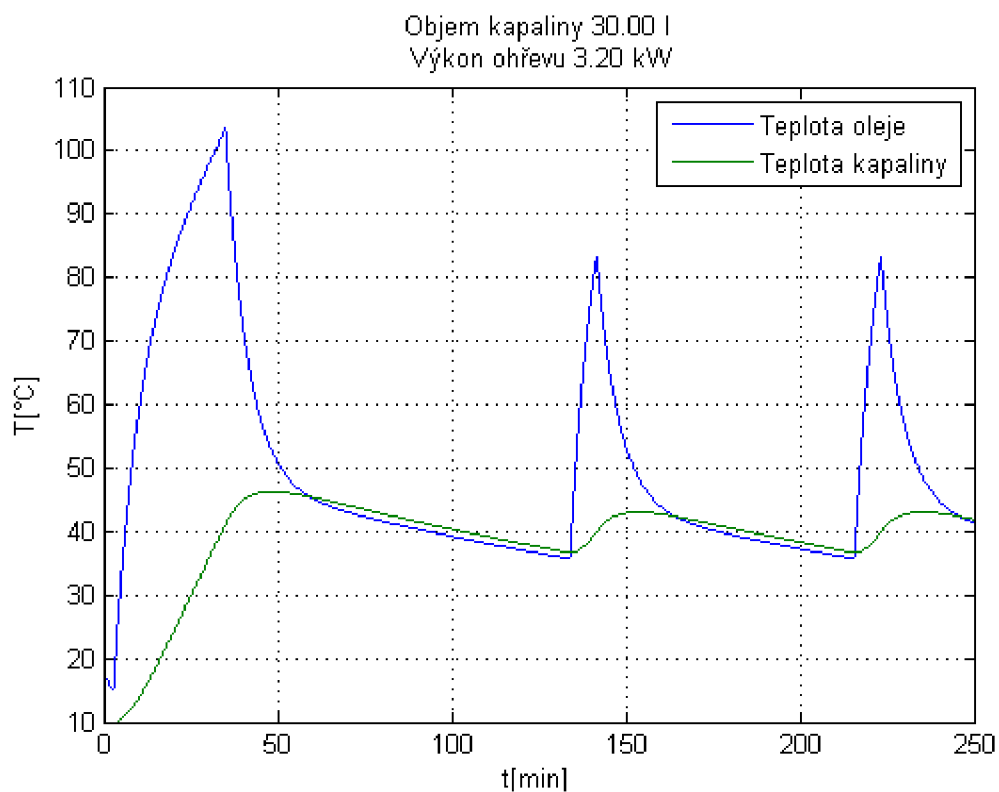
Nanopivovar s tištěnými topnými spirálami

```
%fminsearch
run('hodnotyM');
a0=[60 2940]; %[k_s Pv]
fminsearch(@fkrit,a0,optimset('Display','iter'),Nhod(:,2))
```

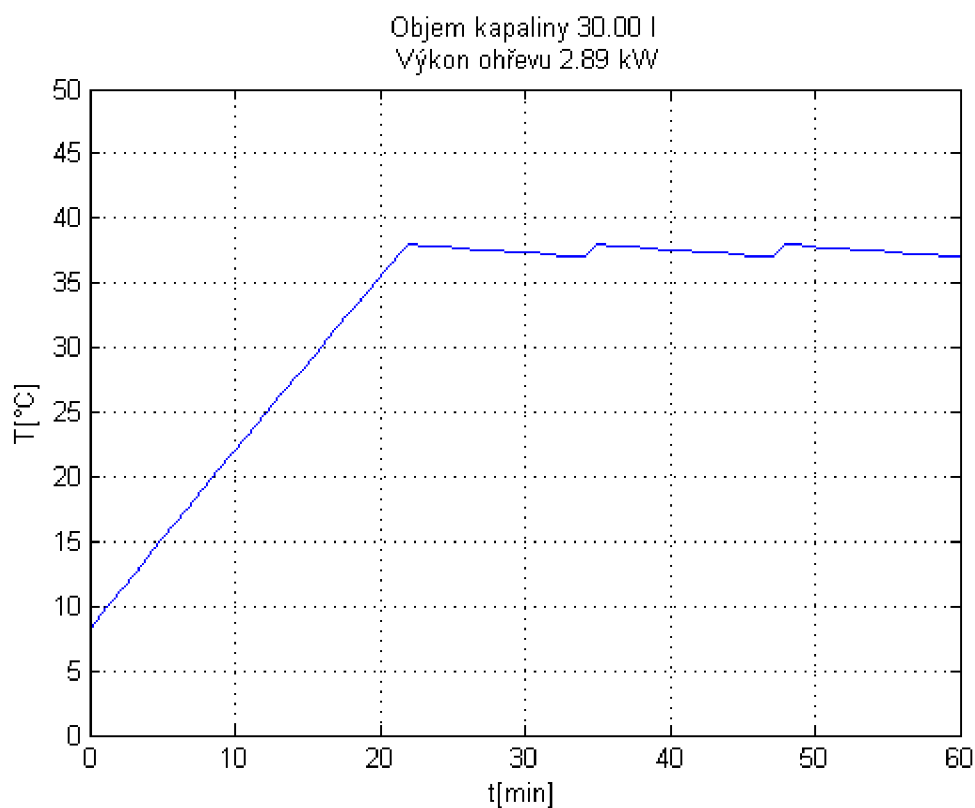
```
%funkce fkrit
function f=fkrit(B,y_orig)
load_system('Tistena_spirala');
set_param('Tistena_spirala/Gain2','Gain',['S*' mat2str(B(1))]);
set_param('Tistena_spirala/Gain10','Gain',mat2str(B(2)));
sim('Tistena_spirala',113*60);
f=(simout-y_orig)'*(simout-y_orig);
```

Popis je shodný s popisem výše na této stránce.

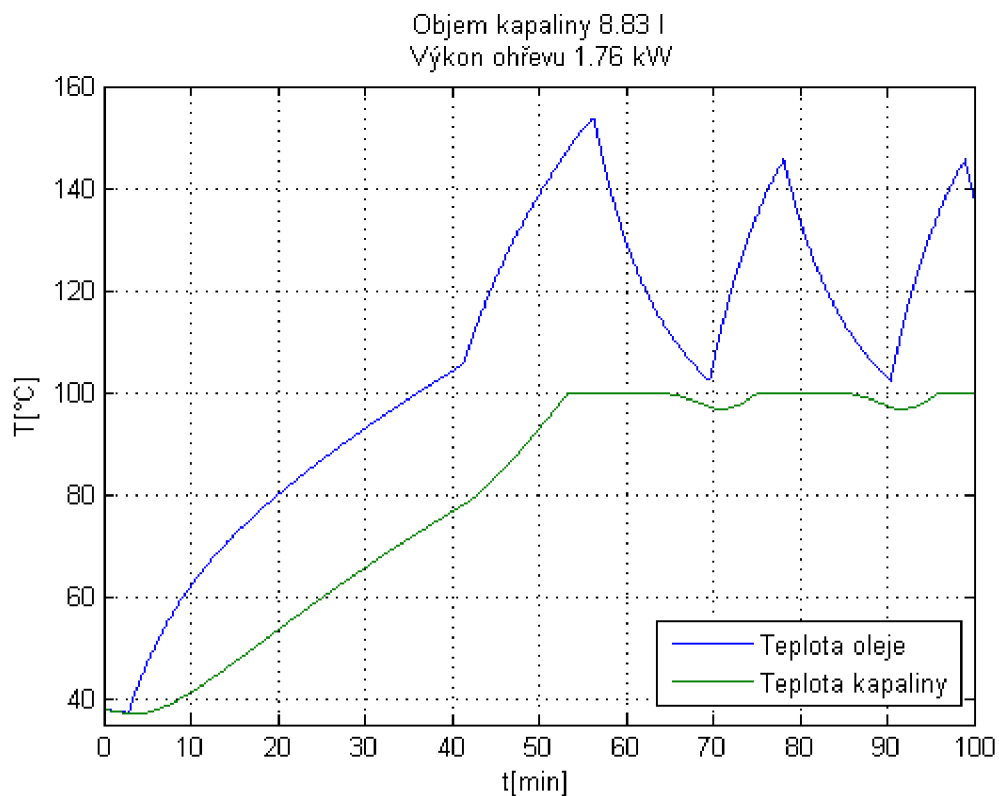
Příloha 4: Výsledné časové závislosti teploty kapalin



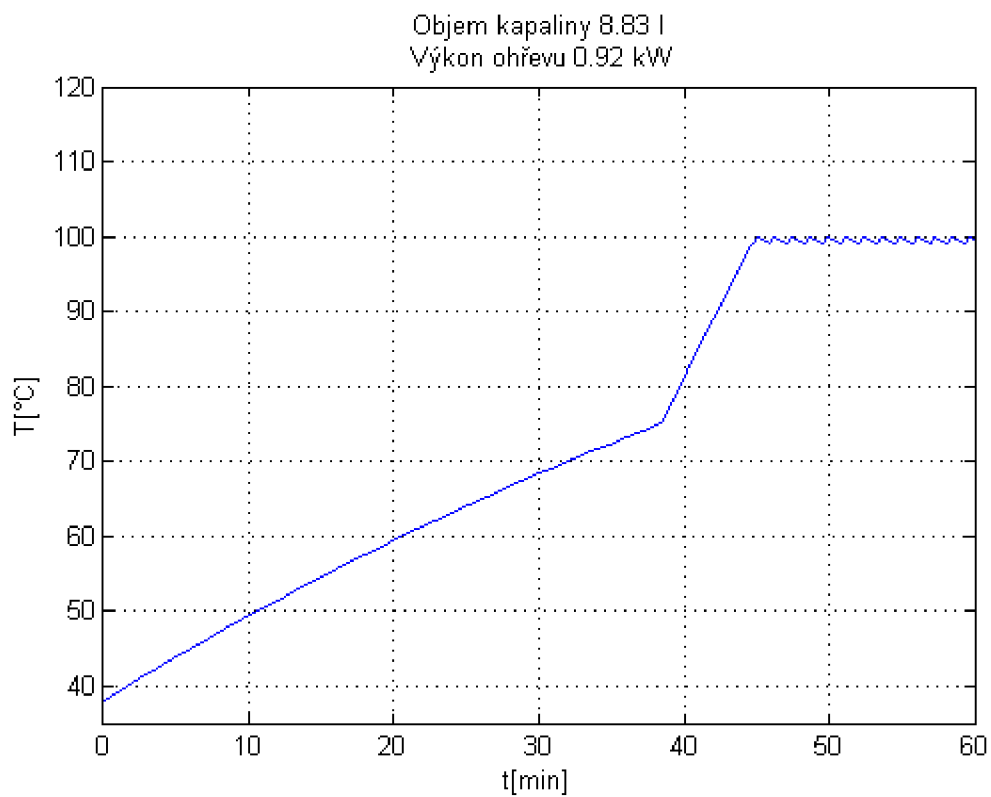
Obrázek 16 Zahřívání vody pro vystírku - olejový nanopivovar



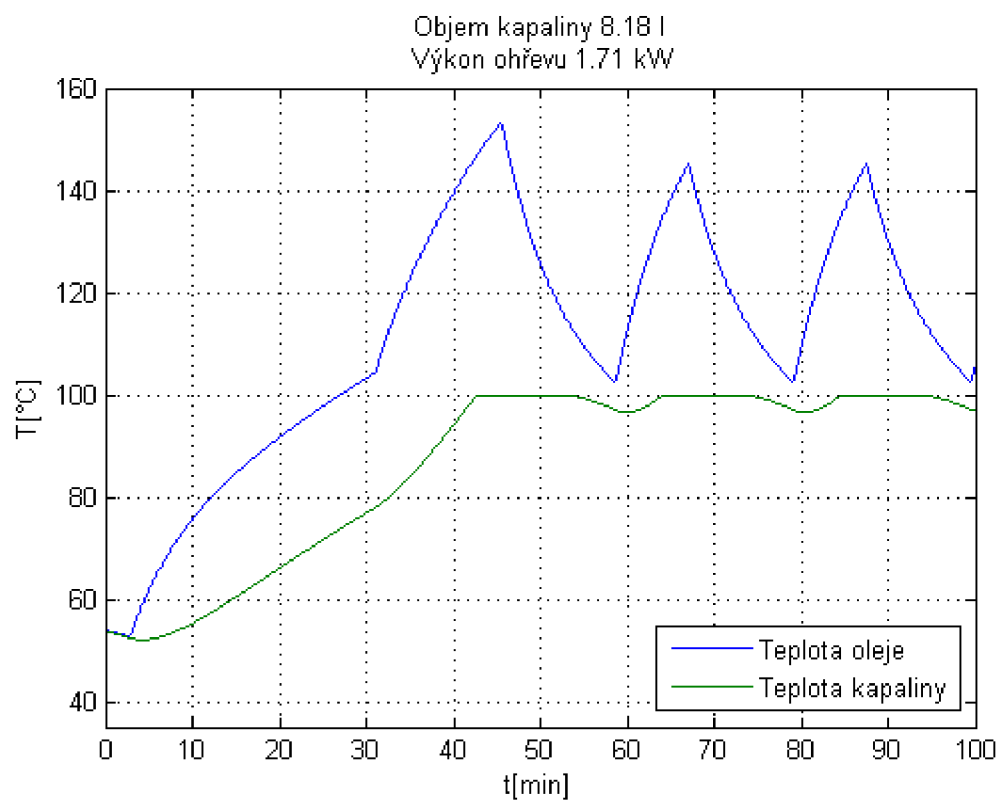
Obrázek 17 Zahřívání vody pro vystírku - nanopivovar s tištěnými spirálami



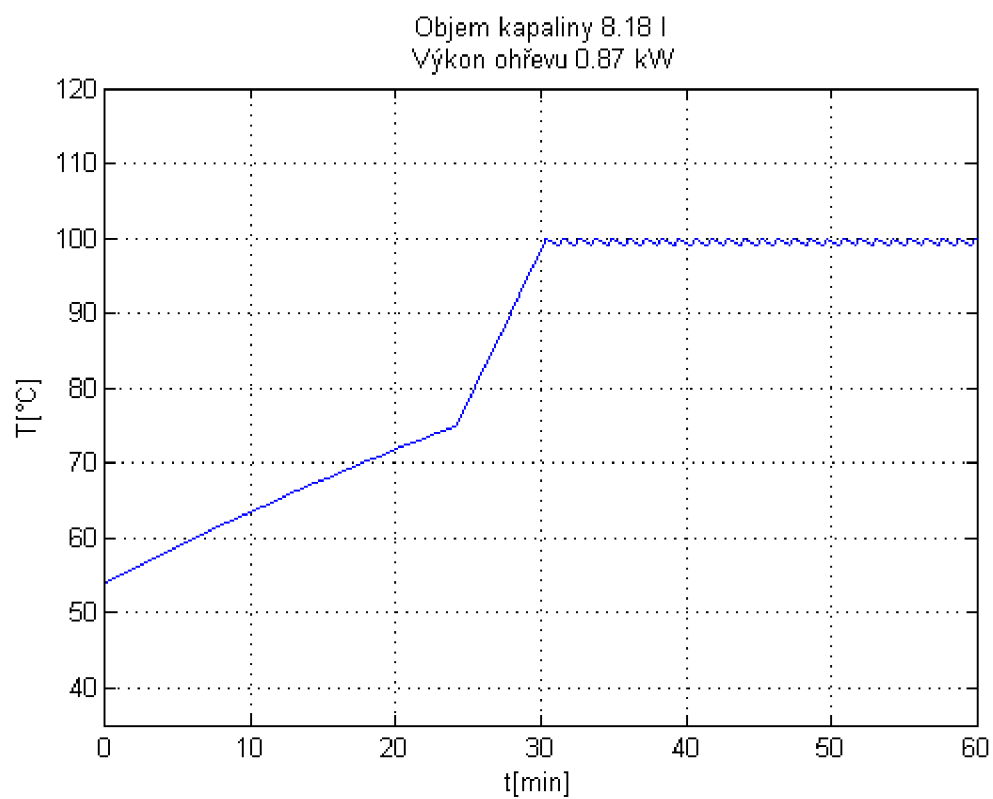
Obrázek 18 Zahřívání 1. rmutu - olejový nanopivovar



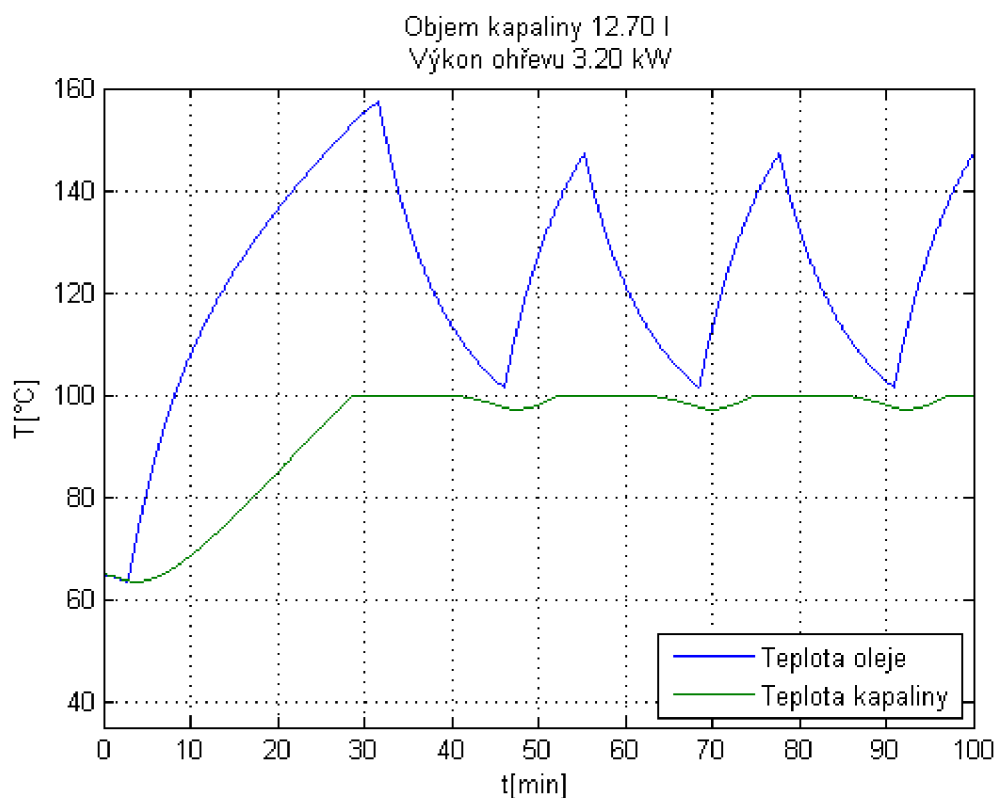
Obrázek 19 Zahřívání 1. rmutu nanopivovar s tištěnými topnými spirálami



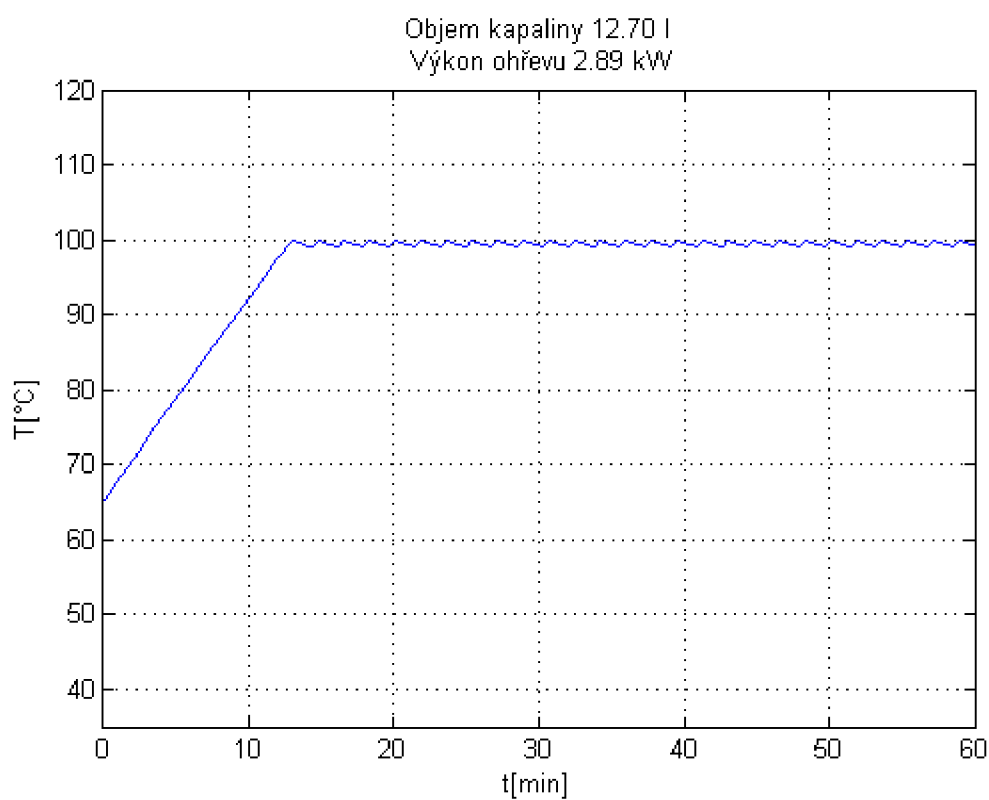
Obrázek 20 Zahřívání 2. rmutu - olejový nanopivovar



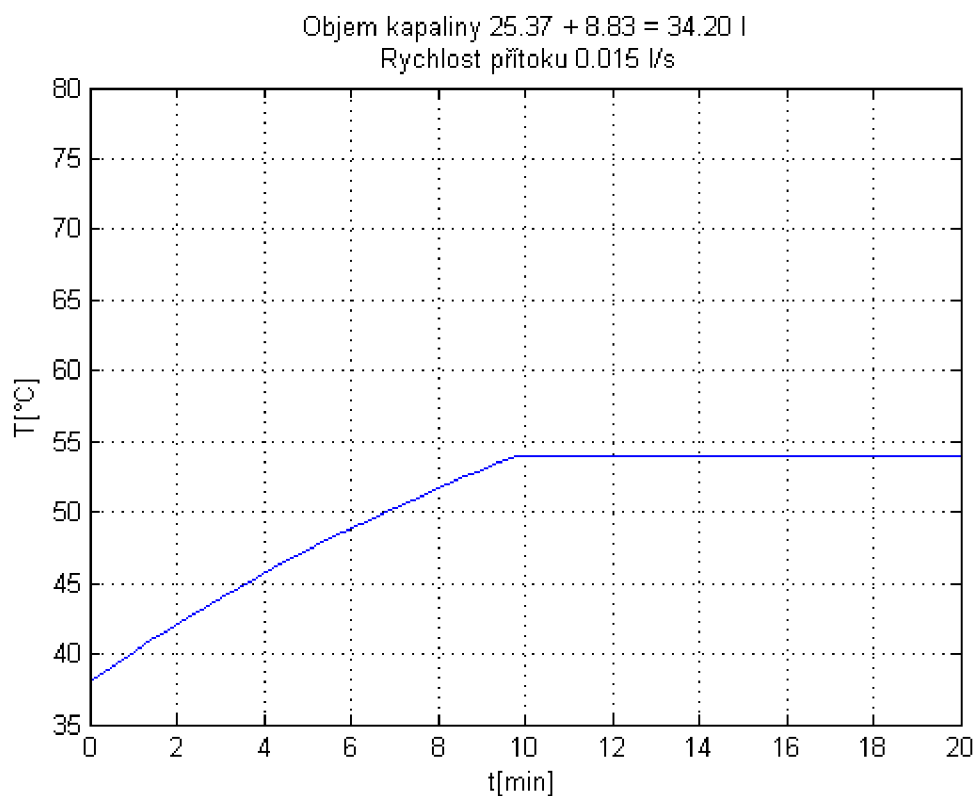
Obrázek 21 Zahřívání 2. rmutu - nanopivovar s tištěnými topnými spirálami



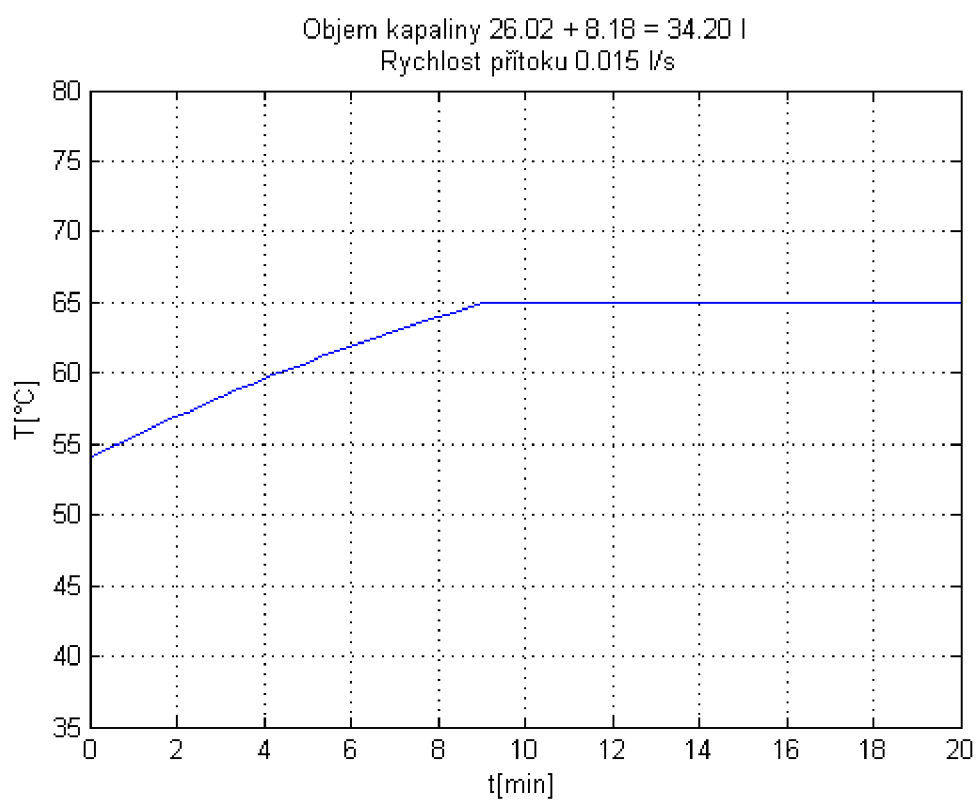
Obrázek 22 Zahřívání 3. rmutu - olejový nanopivovar



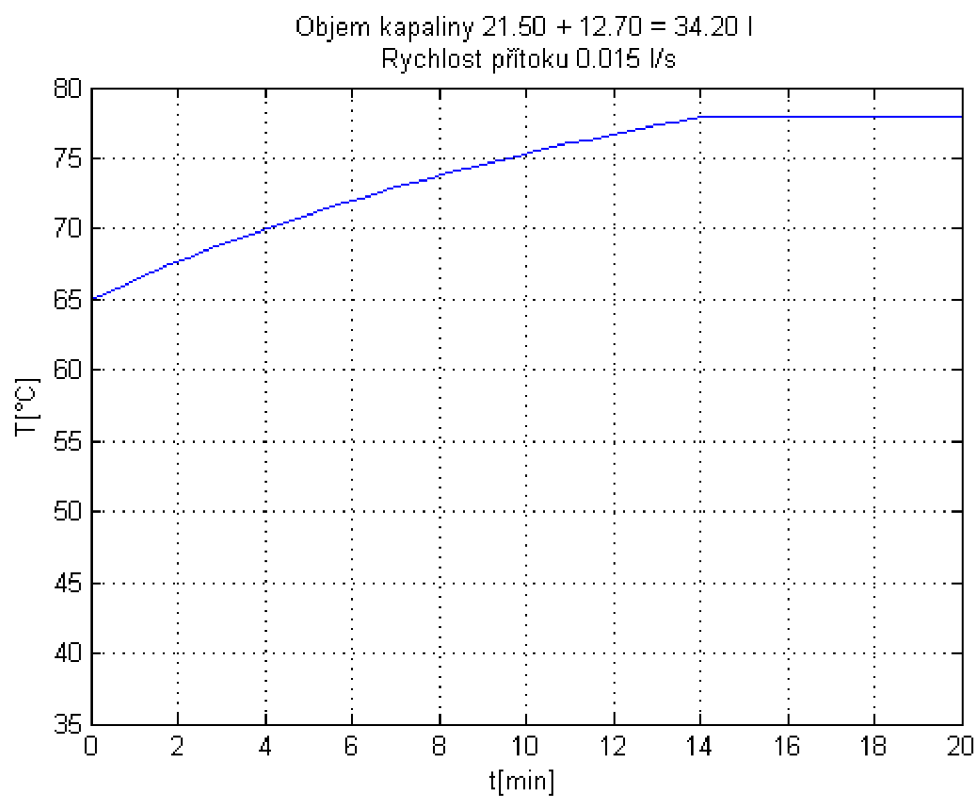
Obrázek 23 Zahřívání 3. rmutu - nanopivovar s tiššnými topnými spirálami



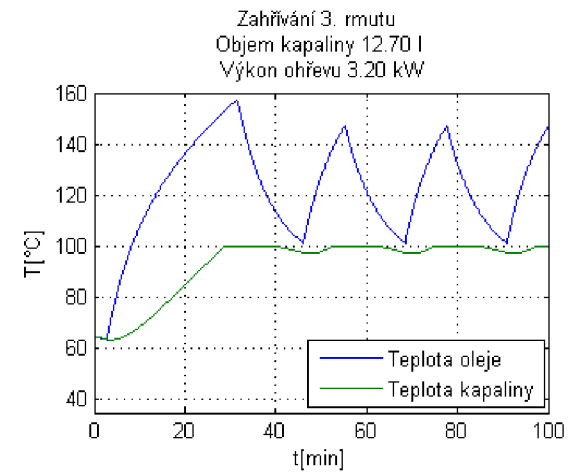
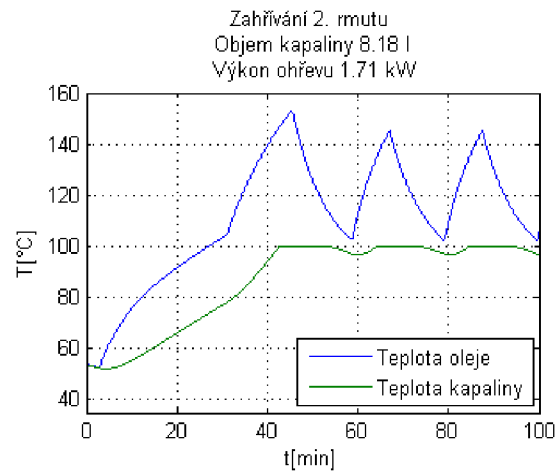
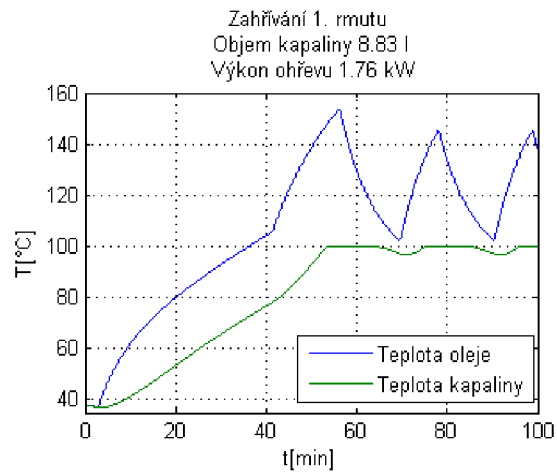
Obrázek 24 Mísení složek 1. rmutu



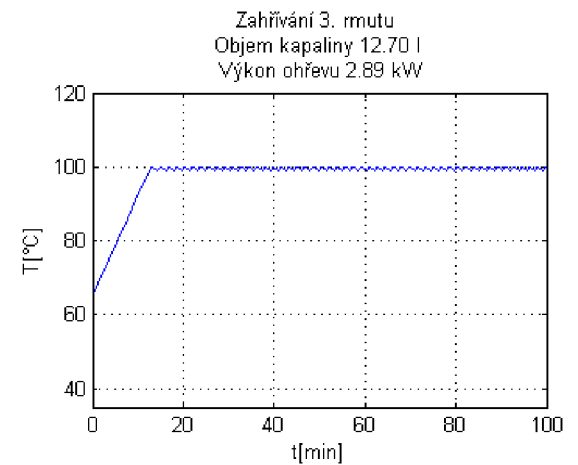
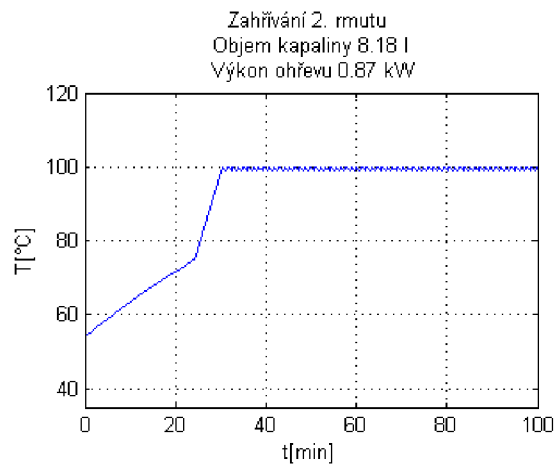
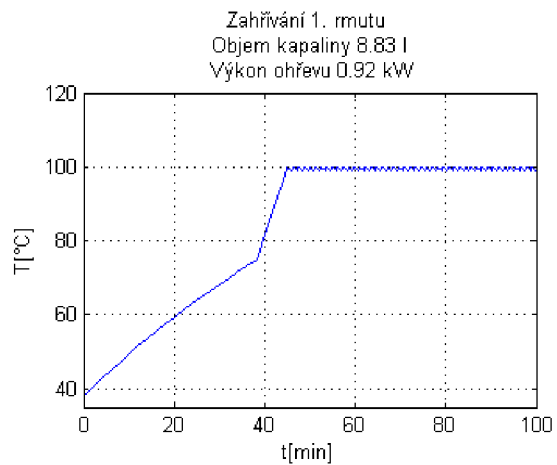
Obrázek 25 Mísení složek 2. rmutu



Obrázek 26 Mísení složek 3. rmutu



Obrázek 27 Rmutování (shrnutí) - olejový nanopivovar



Obrázek 28 Rmutování (shrnutí) - nanopivovar s tištěnými spirálami