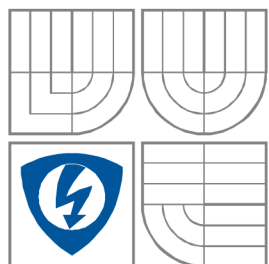


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH  
TECHNOLOGIÍ

ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘÍCÍ TECHNIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND  
COMMUNICATION

DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

AUTOMATIZOVANÉ ZPRACOVÁNÍ DAT Z MĚŘENÍ  
STEJNOSMĚRNÉHO ODPORU  
DATA PROCESSING AUTOMATIZATION OF DC RESISTANCE MEASUREMENT

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE  
BACHELOR'S THESIS

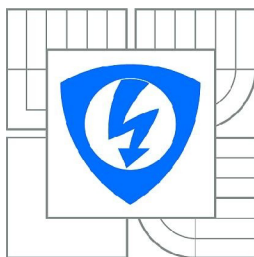
AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

LADISLAV ABRLE

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

Ing. MARIE HAVLÍKOVÁ, Ph.D.

BRNO, 2010



VYSOKÉ UČENÍ  
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky  
a komunikačních technologií

Ústav automatizace a měřicí techniky

# Bakalářská práce

bakalářský studijní obor  
Automatizační a měřicí technika

**Student:** Ladislav Abrle

**ID:** 103217

**Ročník:** 3

**Akademický rok:** 2009/2010

## NÁZEV TÉMATU:

**Automatizované zpracování dat z měření stejnosměrného odporu**

## POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1. Popište průběh a zásady měření stejnosměrného elektrického odporu na pracovišti ČMI Brno zejména s ohledem na tvorbu záznamů z měření, výpočtů nejistot měření a tvorbu kalibračních listů.
2. V návaznosti na semestrální práci vytvořte v Excelu vzor pro Záznam z měření a kalibrační list dle pokynů konzultanta z ČMI Brno.
3. Rozšiřte Záznam z měření o automatizovaný výpočet hodnoty kalibrovaného etalonu a o výpočet nejistot měření z naměřených dat.
4. Propojte Záznam o měření s vytvořeným SW v LabVIEW a vše odladte na pracovišti ČMI Brno.

## DOPORUČENÁ LITERATURA:

[1] Dokumenty EAL

[2] Podle pokynů vedoucích bakalářské práce a konzultantů z ČMI Brno

**Termín zadání:** 8.2.2010

**Termín odevzdání:** 2.8.2010

**Vedoucí práce:** Ing. Marie Havlíková, Ph.D.

**prof. Ing. Pavel Jura, CSc.**

*Předseda oborové rady*

## UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

### Abstrakt:

Tato práce se zabývá automatizovaným zpracováním dat při měření stejnosměrného odporu pro Český metrologický institut. Práce popisuje postup při kalibraci stejnosměrného odporu v laboratoři ČMI, vyhodnocení jednotlivých nejistot měření a způsob zápisu v kalibračním protokolu.

### Klíčová slova:

Výběrová směrodatná odchylka, standardní nejistota měření, rozšířená nejistota, kalibrační list, multimetr Fluke 8508A.

### Abstract:

This work deal with automated data processing at metering DC resistance for Czech metrological institute. Work describes progress at calibration DC resistance in laboratory ČMI, evaluation single uncertainties metering plus way entry in calibration record.

### Keywords:

Superior quality standard deviation, standard measurment uncertainty, extensit uncertainty, calibration leaf, multimeter Fluke 8508A.

### Bibliografická citace projektu:

ABRLE L. *Automatizované zpracování dat z měření stejnosměrného odporu*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2010. 44 s. Vedoucí práce Ing. Marie Havlíková, Ph.D.

## Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma Automatizované zpracování dat z měření stejnosměrného odporu jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením tohoto projektu jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne 2. srpna 2010

.....

podpis autora

## Poděkování

Děkuji vedoucí bakalářské práce Ing. Marii Havlíkové, Ph.D. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce. Dále děkuji Ing. Věře Novákové Zchovalové a Ing. Lubomíru Mičánkovi z Českého metrologického institutu za metodické rady a odbornou pomoc při realizaci této bakalářské práce.

V Brně dne 2. srpna 2010

.....

podpis autora

## OBSAH

<b>1. ÚVOD .....</b>	<b>9</b>
<b>2. MĚŘENÍ STEJNOSMĚRNÉHO ODPORU .....</b>	<b>10</b>
2.1 Rozdělení odporů .....	10
2.2 Druhy metod .....	10
2.3 Příprava před kalibrací .....	11
2.4 Vlastní kalibrace .....	12
2.5 Vyhodnocení měření .....	13
<b>3. ZDROJE NEJISTOTY MĚŘENÍ.....</b>	<b>14</b>
<b>4. STANOVENÍ NEJISTOT .....</b>	<b>15</b>
4.1 Stanovení nejistoty typu A .....	15
4.2 Stanovení nejistoty typu B .....	17
4.3 Standardní kombinovaná nejistota .....	19
4.4 Odhad nejistoty výstupní veličiny .....	20
4.5 Rozšířená nejistota měření .....	23
4.6 Kalibrační listy a nejistoty měření .....	24
<b>5. STANOVENÍ NEJISTOT MĚŘENÍ DC ODPORU .....</b>	<b>27</b>
5.1 Pracovní podmínky .....	27
5.2 Stanovení zdrojů nejistot.....	28
5.3 Výpočet nejistot .....	29
<b>6. EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST .....</b>	<b>33</b>
6.1 Popis záznamu o měření .....	33
6.2 Kalibrační list.....	36
<b>7. ZÁVĚR.....</b>	<b>40</b>
<b>8. SEZNAM SYMBOLŮ, VELIČIN A ZKRATEK.....</b>	<b>41</b>
<b>9. SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ .....</b>	<b>43</b>
<b>10. PŘÍLOHY.....</b>	<b>44</b>
10.1 obsah CD.....	44

## Seznam obrázků

Obrázek 2.1: Měření DC odporu, komparační metoda .....	11
Obrázek 2.2: Měření DC odporu, metoda přímého porovnání .....	11
Obrázek 4.1: Rozdělení pravděpodobnosti [6].....	19
Obrázek 6.1: Vstupní data.....	33
Obrázek 6.2: Informace o zákazníkovi .....	34
Obrázek 6.3: Poměry napětí.....	34
Obrázek 6.4: Rolovací seznam pro výběr etalonu $R_E$ .....	35
Obrázek 6.5: Výběr umístění kalibrovaného a etalonového odporu $R_E$ a $R_X$ .....	35
Obrázek 6.6: Výběr jména .....	36
Obrázek 6.7: První strana kalibračního listu .....	38
Obrázek 6.8: Druhá strana kalibračního listu.....	39

## Seznam tabulek

Tabulka 4.1 - Koeficienty rozšíření [2].....	23
Tabulka 4.2: Schéma požadovaného uspořádání veličin, příspěvků k nejistotě v rámci analýzy nejistot měření [1], [6] .....	25
Tabulka 5.1: Stanovení poměrů $P_{A/B}(i)$ .....	30
Tabulka 5.2: Standardní nejistoty, koeficienty citlivosti a příspěvky k nejistotě v rámci analýzy nejistot měření .....	31



## 1. ÚVOD

V současné době se stále častěji setkáváme s tím, že se výsledek měření vyhodnocuje s určitou nejistotou. V oblasti metrologie je kalibrace nutností. Nejistota výsledku měření je vlastně ukazatelem jeho kvality. Výsledek takového měření nám pak umožňuje porovnat výsledky dosažené různými laboratořemi.

Měření stejnosměrného odporu je velmi používané měření v Českém metrologickém institutu k ověřování stanovených měřidel a kalibraci etalonů. Cílem bakalářské práce je seznámit se s problematikou měření stejnosměrného odporu v laboratořích Českého metrologického institutu, vyhodnocení chyb měření a vyjádření nejistoty v kalibračním protokolu. Dále je cílem vytvoření vzoru pro záznam z měření, kalibrační list s automatickým výpočtem hodnoty kalibrovaného etalonu a výpočet nejistot měření z naměřených dat v prostředí Microsoft Excel.

## 2. MĚŘENÍ STEJNOSMĚRNÉHO ODPORU

Měření stejnosměrných odporů patří mezi základní elektrická měření. Český metrologický institut v Brně zajišťuje metrologické služby, mezi které spadá i ověřování a kalibrace stanovených měřidel a etalonů.

### 2.1 ROZDĚLENÍ ODPORŮ

K měření v laboratoři Českého metrologického institutu v Brně se nejčastěji používají elektrické odpory od výrobců Tinsley a Metra. Jedná se o odpory drátové nebo uhlíkové.

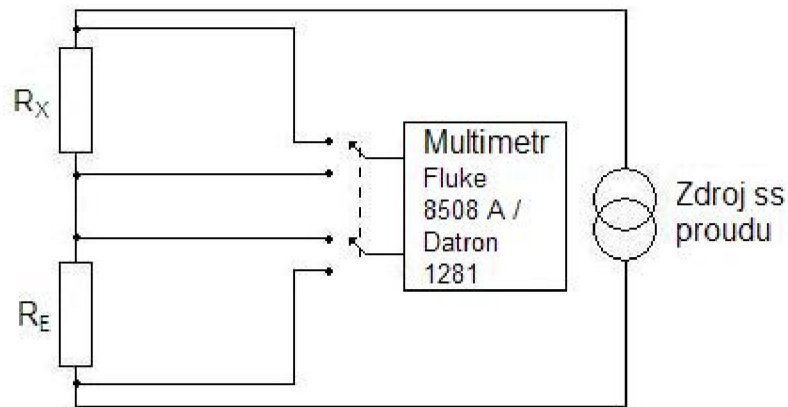
Z hlediska velikosti můžeme elektrické odpory rozdělit na:

- malé - do 0,0001 do 0,1  $\Omega$ ,
- střední - 0,1  $\Omega$  až 100 k $\Omega$ ,
- velké - nad 1 M $\Omega$ .

### 2.2 DRUHY METOD

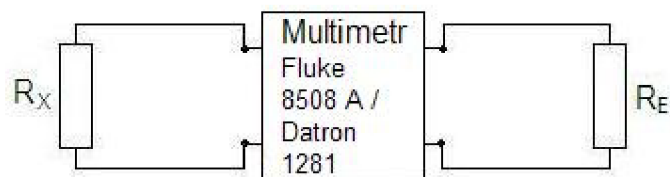
K stanovení neznámého stejnosměrného odporu (dále jen odporu) se v laboratoři ČMI používá:

- **komparační metoda** - referenční etalon  $R_E$  se známou hodnotou odporu a kalibrovaný etalon  $R_X$  se zapojí do série se zdrojem stejnosměrného proudu. Hodnota kalibrovaného odporu  $R_X$  se určí ze známé hodnoty referenčního odporu  $R_E$  a poměru napětí na referenčním  $R_E$  a kalibrovaném  $R_X$  odporu. Schéma zapojení je na obrázku 2.1. Tato metoda je vhodná pro měření malých a středně velkých odporů od 0,0001 $\Omega$  až po jednotky  $\Omega$ .



**Obrázek 2.1:** Měření DC odporu, komparační metoda

- **metoda přímého porovnání** - porovnává se hodnota referenčního etalonu  $R_E$  k hodnotě kalibrovanému etalonu  $R_X$ . Při použití multimetru Fluke 8508A / Datron 1281 se využije funkce *Scan*, kdy si multimetr určuje sám hodnotu protékajícího proudu referenčním a kalibrovaným odporem  $R_E$ ,  $R_X$ . Hodnota kalibrovaného odporu  $R_X$  se určí ze známé hodnoty referenčního odporu  $R_E$  a poměru napětí na referenčním  $R_E$  a kalibrovaném  $R_X$  odporu. Schéma zapojení je na obrázku 2.2. Tato metoda je vhodná pro měření středně velkých odporů od jednotek  $\Omega$  až po velké odpory  $10M\Omega$  a více. [4]



**Obrázek 2.2:** Měření DC odporu, metoda přímého porovnání

### 2.3 PŘÍPRAVA PŘED KALIBRACÍ

Kalibrované odpory se nechají v laboratoři při teplotě  $(23\pm 2)^\circ\text{C}$  alespoň jeden den před vlastním měřením. Pokud se kalibrované odpory kalibrují v olejové lázni, je třeba je do ní vložit při teplotě  $23^\circ\text{C}$  s tolerancí  $\pm 0,02^\circ\text{C}$  nejméně 4 hodiny

před měřením. Maximální hodnota odporu, který lze umístit do olejové lázně, je  $1\text{M}\Omega$  s ohledem na izolační vlastnosti parafinového oleje.

V případě realizace komparační metody měření odporu se odpory  $R_E$  a  $R_X$  zapojují do série se zdrojem proudu. Propojení je realizováno, tak aby vzájemná induktivní vazba mezi proudovými a napěťovými vodiči nevznikala. Napěťové svorky kalibrovaného odporu etalonu  $R_X$  se propojí stíněnými vodiči se vstupem A na multimetru Fluke 8508A / Datron 1281. Napěťové svorky referenčního odporového etalonu  $R_E$  se propojí stíněnými vodiči se vstupem B na multimetru Fluke 8508A / Datron 1281. Je-li provedeno stínění, tak je připojeno na svorku Guard na multimetru Fluke 8508A / Datron 1281, jak je uvedeno na obrázku 2.1.

V případě použití metody přímého porovnání na multimetru Fluke 8508A / Datron 1281 se kalibrovaný odpor  $R_X$  připojuje k předním a referenční odpor k zadním svorkám multimetru, jak je uvedeno na obrázku 2.2.

Následně se vynulují stejnosměrné napěťové rozsahy multimetru Fluke 8508A / Datron 1281. Použitý způsob připojení se zaznamená v kalibračním listě. [4]

## 2.4 VLASTNÍ KALIBRACE

Doba protékání měřícího proudu a jeho maximální hodnota kalibrovaným i referenčním etalonem  $R_X$ ,  $R_E$  je určena výrobcem a nesmí být při kalibraci překročena. Hodnota tohoto proudu se uvede v kalibračním listě. Kalibrovaným a etalonovým odporem  $R_X$ ,  $R_E$  se nechá protékat nastavený měřící proud nejméně 30 min. před zahájením měření, pokud to není v rozporu se specifikací výrobce. K měření lze přikročit po dosažení ustáleného stavu komparační metodou.

Na multimetru Fluke 8508A / Datron 1281 se nastaví takový nejnižší pevný napěťový rozsah, aby nedocházelo k překročení maximální hodnoty měřícího rozsahu. Multimetr Fluke 8508A / Datron 1281 se nastaví pro měření poměru napětí (režim A/B) mezi oběma etalony a provádí se odečty poměrů. Počet odečtů je volen s ohledem na snížení nejistoty typu A. Standardně se provádí dvacet odečtů pro každou polaritu proudu. Změna polarity proudu se provádí vždy po dvou odečtech. Je stanoven průměrný odečet  $\bar{P}_{A/B}$  jako průměrná hodnota dílčích průměrů

stanovených jednoho poměru pro kladnou polaritu proudu a jednoho časově nejbližšího poměru pro zápornou polaritu proudu.

Při měření odporů nad  $1\text{ M}\Omega$  je třeba věnovat zvýšenou pozornost tomu, aby svodový odpor příliš neovlivnil kalibraci, a aby byl snížen vliv elektrostatického rušení na minimum. Toho je dosaženo dostatečnou dobou ustálení hodnoty, omezením pohybu osob v okolí měření, anebo zautomatizováním měření přes PC. Dále je nutno používat vhodné kabely, ošetřit problém stínění a dokonalého zemnění. Dobu ustálení je vhodné uvést v kalibračním listu. Změřené hodnoty se rovněž zaznamenávají v kalibračním listě.

Z metodiky stanovení nejistot měření je zřejmé, že počet odečtů pro stanovení hodnoty kalibrovaného odporu  $R_X$  ovlivní výpočet nejistot  $u$ .

Měření je doporučeno provádět pouze ve čtyřvodičovém zapojení, jak je vidět na *obrázku 2.1*. [4]

## 2.5 VYHODNOCENÍ MĚŘENÍ

Hodnotu kalibrovaného odporu  $R_X$  stanovíme dle vztahu: [4]

$$R_X = \bar{P}_{A/B} \cdot R_E, \text{ kde} \quad (2.1)$$

$R_X$  - hledaná hodnota kalibrovaného odporu,

$\bar{P}_{A/B}$  - průměrná hodnota dílčích odečtů poměrů A/B pro obě polarity měřicího proudu,

$R_E$  - hodnota etalonového odporu.

### 3. ZDROJE NEJISTOTY MĚŘENÍ

Nejistota výsledku měření odráží omezenou možnost znalosti hodnoty měřené veličiny. Kompletní znalost by vyžadovala nekonečné množství informací. Jevy přispívající k nejistotě způsobují, že výsledek měření nemůže být charakterizován pouze jedním číslem, jsou nazývány zdroji nejistot.

V praxi existuje mnoho možných zdrojů nejistot měření, zahrnujících např.:

- nekompletní definici měřené veličiny,
- nedokonalou realizaci definice měřené veličiny,
- nereprezentativní vzorkování - naměřené hodnoty nemusí reprezentovat definovanou měřenou veličinu,
- nedostatečnou znalost vlivů okolního prostředí nebo jejich nedokonalé měření,
- vliv lidského faktoru při odečítání analogových měřidel,
- omezené rozlišení měřicího přístroje nebo práh rozlišení,
- nepřesné hodnoty měřicích etalonů a referenčních materiálů,
- nepřesné hodnoty konstant a dalších parametrů získaných z externích zdrojů a použitých při výpočtu,
- aproximace a zjednodušení obsažené v měřicí metodě a postupu,
- změny v opakovaných pozorováních měřené veličiny, která jsou prováděna za zjevně shodných podmínek.

Zdroje nejistot nutně nemusí být nezávislé. Některé ze zdrojů nejistot uvedené pod danými body mohou přispívat k zdroji nejistot uvedenému posledním bodem. [1]

## 4. STANOVENÍ NEJISTOT

Nejistota měření vztahující se k odhadu hodnot vstupních veličin se stanoví buď postupem pro stanovení nejistoty typu A nebo postupem pro stanovení nejistoty typu B.

*Postup pro stanovení standardní nejistoty typu A* je založen na stanovení nejistoty statistickou analýzou série pozorování. V tomto případě je standardní nejistota výběrovou směrodatnou odchylkou průměru vycházející z výpočtu nebo příslušné regresní analýzy.

*Postup pro stanovení standardní nejistoty typu B* je založena na stanovení nejistoty jiným způsobem než statistickým vyhodnocením série pozorování. V tomto případě vychází stanovení standardní nejistoty z nějaké jiné odborné znalosti.[1]

### 4.1 STANOVENÍ NEJISTOTY TYPU A

Postup pro stanovení nejistoty typu A lze použít tehdy, pokud bylo za stejných podmínek provedeno několik nezávislých pozorování vstupních veličin  $X_i$ . Rozptýlení získaných hodnot je pozorovatelné, pokud je měření prováděno s dostatečným rozlišením.

Odhad  $\bar{x}$  hodnoty měřené vstupní veličiny  $X_i$ , na základě  $n$  statisticky nezávislých pozorování, kdy  $n > 1$  je dán aritmetickým průměrem individuálních napozorovaných hodnot  $x_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ )

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \text{ kde} \quad (4.1)$$

- $\bar{x}$  - výběrový průměr,
- $x_i$  - měřená hodnota vstupní veličiny  $X_i$ ,
- $n$  - počet měření.

Nejistota měření spojená s odhadem  $\bar{x}$  se stanoví následujícím postupem:

Standardní nejistota typu A  $u_A(x)$  se rovná výběrové směrodatné odchylce  $s_{\bar{x}}$  výběrového průměru  $\bar{x}$  a určí se dle vztahu:

$$u_A(x_i) = s_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \text{ kde} \quad (4.2)$$

$u_A(x_i)$  - standardní nejistota typu A měřené veličiny  $X_i$ ,

$s_{\bar{x}}$  - výběrová směrodatná odchylka,

$s_x$  - směrodatná odchylka celého souboru,

$n$  - počet měření.

Vztah (4.2) lze k výpočtu použít jen tehdy, když byl proveden dostatečný počet měření  $n \geq 10$ .

Při malém počtu měření  $n < 10$ , se standardní nejistota typu A  $u_A(x)$  určí podle vztahu:

$$u_A(x_i) = \frac{s_{pr}}{\sqrt{n}}, \text{ kde} \quad (4.3)$$

$s_{pr}^2$  - známý průřezový rozptyl,

$n$  - počet měření.

Obecně platí, že pokud je počet opakovaných měření malý  $n < 10$ , musí být zvážena spolehlivost odhadu standardní nejistoty typu A. Pokud nemůže být počet pozorování zvýšen, je třeba pro stanovení standardní nejistoty zvážit použití dalších z možností.

Pro měření, která jsou dobře popsána a statisticky vyhodnocována, může být odhad rozptylu  $s_{pr}^2$  z velkého počtu měření lépe charakterizovat rozptýlení hodnot než odhad standardní odchylky  $s_{\bar{x}}$  stanovený z omezeného počtu pozorování. Pokud je v takovémto případě hodnota  $x_i$  vstupní veličiny  $X_i$  určena jako aritmetický průměr  $\bar{x}$  malého počtu  $n$  nezávislých pozorování.[1], [5], [6]



## 4.2 STANOVENÍ NEJISTOTY TYPU B

Postup pro stanovení standardní nejistoty typu B je založen na stanovení nejistoty vztahující se k odhadu  $\bar{x}$  vstupní veličiny  $X_i$  jiným způsobem než statistickou analýzou série pozorování. Příslušná standardní nejistota  $u_B(x_i)$  je určena odborným úsudkem založeným na základě všech dostupných informací o měřené vstupní veličiny  $X_i$  a jejích možných změnách.

### Nejistoty náležící do této kategorie mohou být odvozeny na základě:

- údajů z předcházejících měření a jejich výsledků,
- zkušenosti s chováním a vlastnostmi příslušných materiálů a zařízení nebo jejich obecné znalosti,
- údajů výrobce měřicí techniky,
- údajů uváděných v kalibračních listech, ověřovacích listech nebo jiných certifikátech,
- nejistot referenčních údajů převzatých z příruček.

Do jaké míry budou tyto informace využity, závisí zvláště na zkušenosti obsluhy, na hloubce znalostí a praxi experimentátora, protože charakter problému neumožňuje detailně specifikovat jednotný postup. Náležité použití všech relevantních informací pro stanovení nejistoty typu B vyžaduje důkladné pochopení problematiky vycházející ze zkušenosti a obecné znalosti. Správné použití postupu pro stanovení standardní nejistoty typu B může vést k hodnotě nejistoty stejně spolehlivé jako v případě užití postupu pro stanovení nejistoty typu A, a to zejména v případech, kdy je nejistota typu A stanovena z relativně malého počtu statisticky nezávislých pozorování.

### Musí být rozlišovány následující případy:

a) Když je pro vstupní veličinu  $X_i$  známá pouze jedna hodnota  $x_i$ , jako např. naměřená hodnota, výsledná hodnota z předchozích měření, referenční hodnota z literatury nebo korekční hodnota, použije se tato hodnota  $x_i$  jako odhad  $\bar{x}$ . Standardní nejistota typu B  $u_B(x_i)$ , která náleží k této hodnotě, musí být převzata

ze stejného zdroje. Jestliže to není možné, musí být nejistota typu B  $u_B(x_i)$  spočtena z důvěryhodných údajů. Když nejsou k dispozici data tohoto charakteru, musí být nejistota odhadnuta na základě zkušenosti.

b) Když je možné na základě zkušenosti nebo teorie předpokládat pro vstupní veličinu  $X_i$  určité pravděpodobnostní rozdělení, je třeba použít za odhad  $\bar{x}$  příslušnou očekávanou hodnotu  $x_i$  a za příslušnou standardní nejistotu  $u_B(x_i)$  odmocninu rozptylu tohoto rozdělení.

c) Když je možné pro hodnoty  $x_i$  vstupní veličiny  $X_i$  odhadnout pouze horní a dolní limit  $a_+$  a  $a_-$  např. rozmezí teplot, údaj výrobce pro měřicí zařízení, zaokrouhlovací chyby nebo chyby vznikající zkracováním při automatické redukci dat, je nutné použít pro popis variability vstupní veličiny  $X_i$  rovnoměrného rozdělení. Pro výpočet odhadu  $\bar{x}$  této vstupní veličiny je pak použit vztah (4.4) a pro velikost standardní nejistoty  $u_B(x_i)$  je pak použit vztah (4.5) :

$$\bar{x} = x_i = \frac{1}{2}(a_+ + a_-) \quad (4.4)$$

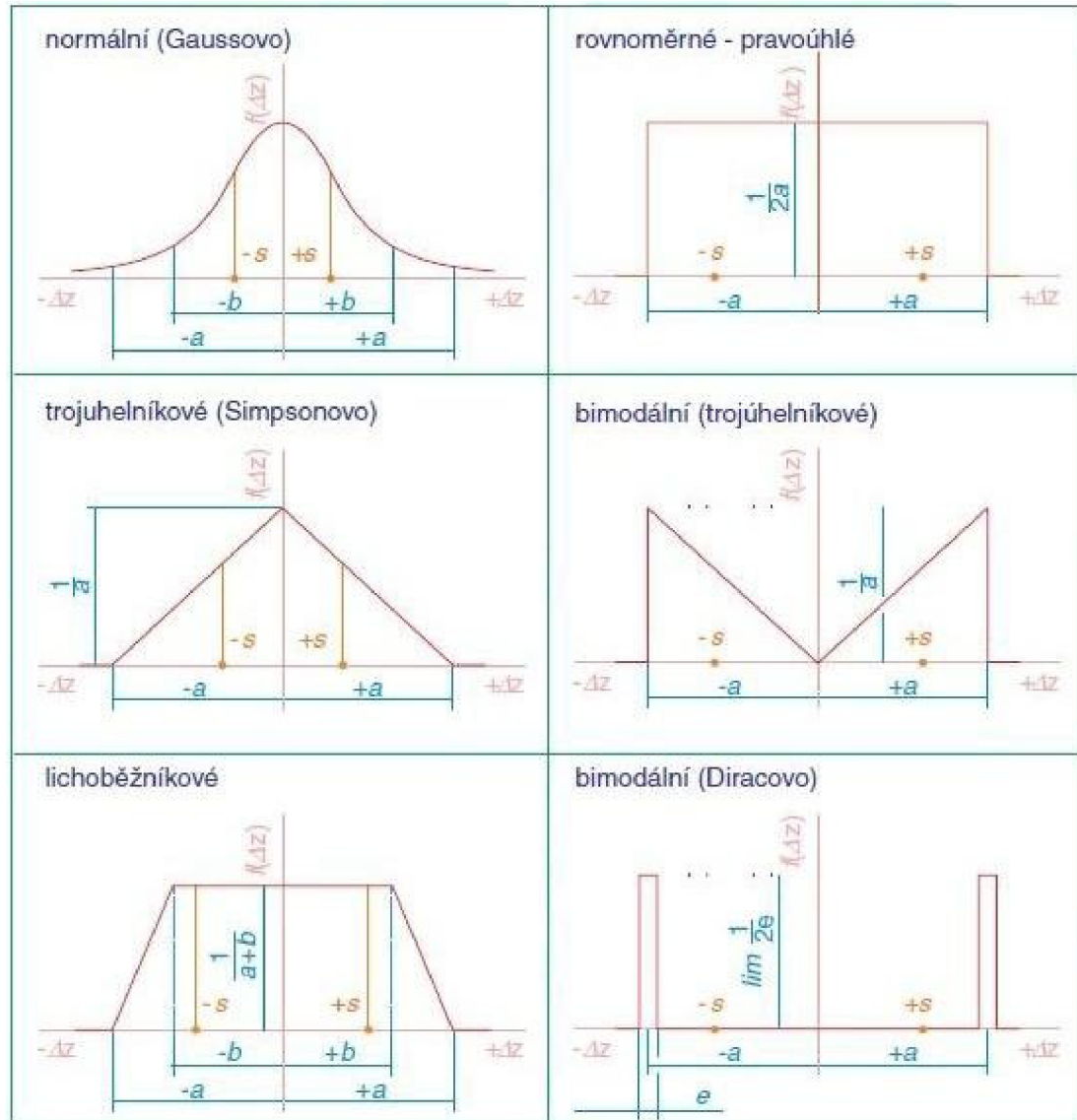
$$u_B^2(x_i) = \frac{1}{12}(a_+ + a_-)^2 \quad (4.5)$$

Jestliže je rozdíl limitních hodnot  $a_+$  a  $a_-$  velikosti  $2a$ , je možné vztah (4.5) upravit na tvar:

$$u_B^2(x_i) = \frac{1}{2}a^2 \quad (4.6)$$

d) Pokud nejsou známy žádné jiné informace, než jsou limity její variability, pak použití rovnoměrného rozdělení představuje přiměřené statistické vyjádření nedostatečné znalosti vstupní veličiny  $X_i$ . Když je pravděpodobnost výskytu hodnot vstupní veličiny  $X_i$  v okolí středu intervalu hodnot vyšší než pravděpodobnost výskytu hodnot v krajích intervalu, pak je vhodnější použití trojúhelníkového nebo normálního rozdělení. Když je výskyt hodnot v krajích intervalu pravděpodobnější než ve středu intervalu, pak může být vhodnější použití bimodálního-Diracova

rozdělení. Jednotlivé typy rozdělení pravděpodobnosti jsou uvedeny na obrázku 4.1. [1], [6]



Obrázek 4.1: Rozdělení pravděpodobnosti [6]

### 4.3 STANDARDNÍ KOMBINOVANÁ NEJISTOTA

V praxi je obvykle třeba jediným číslem vyjádřit nejistoty typu A  $u_A(x_i)$  a nejistoty typu B  $u_B(x_i)$ . K tomu se používá celková nejistota, obvykle nazývaná

kombinovaná nejistota označovaná jako  $u_C(x_i)$ , která se obecně určuje jako odmocnina ze součtu čtverců obou typů nejistot A a B dle vztahu: [6]

$$u_C(x_i) = \sqrt{u_A^2(x_i) + u_B^2(x_i)}, \text{ kde} \quad (4.7)$$

$u_C(x_i)$  - standardní kombinovaná nejistota,

$u_A(x_i)$  - standardní nejistota typu A odhadu  $\underline{x}_i$  vstupní veličiny  $X_i$ ,

$u_B(x_i)$  - standardní nejistota typu B odhadu  $\underline{x}_i$  vstupní veličiny  $X_i$ .

#### 4.4 ODHAD NEJISTOTY VÝSTUPNÍ VELIČINY

Výpočet kombinované nejistoty odhadu  $y$  výstupní veličiny  $Y$  je dán zákonem šíření standardních nejistot. Ten vychází ze zákona o šíření středních kvadratických chyb - směrodatných odchylek. Jestliže se předpokládá jedna výstupní veličina  $Y$ , která je funkcí několika vstupních veličin  $X_i$ , viz vztah (4.8) a pro její odhad  $y$  platí vztah (4.9):

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N), \text{ kde} \quad (4.8)$$

$Y$  - výstupní veličina

$X_i$  - vstupní veličina

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N), \text{ kde} \quad (4.9)$$

$y$  - odhad výstupní veličiny  $Y$

$x_i$  - měřená hodnota vstupní veličiny  $X_i$

Pro nekorelované vstupní veličiny  $X_i$  je druhá mocnina standardní nejistoty odhadu  $y$  hodnoty výstupní veličiny  $Y$  definována vztahem:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u_i^2(x_i), \text{ kde} \quad (4.10)$$

$u^2(y)$  - druhá mocnina standardní nejistoty odhadu  $y$  výstupní veličiny  $Y$ ,

$u_i^2(x_i)$  - druhá mocnina jednotlivých složek nejistot  $x_i$  vstupní veličiny  $X_i$ ,

$c_i$  - koeficient citlivosti odpovídající odhadu hodnoty  $x_i$  vstupní veličiny  $X_i$ .

Koeficient citlivosti odpovídající odhadu hodnoty  $x_i$  vstupní veličiny  $X_i$  se určí jako hodnota parciální derivace funkce  $f$  podle vstupní veličiny  $X_i$  pro odhad její hodnoty  $x_i$ :

$$c_i = \left. \frac{\partial f(X_1, \dots, X_N)}{\partial X_i} \right|_{X_1=x_1, \dots, X_N=x_N}, \text{ kde} \quad (4.11)$$

$c_i$  - koeficient citlivosti odpovídající odhadu hodnoty  $x_i$  vstupní veličiny  $X_i$ .

$X_i$  - vstupní veličina

Koeficient citlivosti  $c_i$  popisuje, do jaké míry je odhad výstupní hodnoty  $y$  ovlivňován změnami v odhadu  $x_i$  vstupní veličiny  $X_i$ . Jeho hodnota může být stanovena z rovnice funkce  $f$  dle vztahu (4.11) nebo pomocí numerických metod, tj. výpočtem změny hodnoty odhadu  $y$  výstupní veličiny vzhledem ke změně odhadu  $x_i$  vstupní veličiny  $X_i$  v rozmezí  $+u(x_i)$  a  $-u(x_i)$ . Jako hodnota koeficientu  $c_i$  se bere výsledná změna v hodnotě  $y$  dělená  $2u(x_i)$ . V některých případech je vhodnější nalézt změnu hodnoty  $y$  experimentálně opakováním měření např. v rozsahu  $x_i \pm u(x_i)$ .

Když je funkce  $f$  definována jako součet nebo rozdíl vstupních veličin  $X_i$ ,

$$f(X_1, X_2, \dots, X_N) = \sum_{i=1}^N p_i X_i, \text{ kde} \quad (4.12)$$

$X_i$  - vstupní veličina

$p_i$  - hodnoty koeficientů citlivosti

Pak je odhad hodnoty výstupní veličiny  $y$  dán součtem či rozdílem odpovídajících odhadů hodnot vstupních veličin  $y$ :

$$y = \sum_{i=1}^N p_i x_i, \text{ kde} \quad (4.13)$$

$y$  - odhad výstupní veličiny  $Y$

$p_i$  - hodnoty koeficientů citlivosti

$x_i$  - měřená hodnota vstupní veličiny  $X_i$

Protože hodnoty koeficientů citlivosti jsou rovny  $p_i$  tak vztah přechází na tvar:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N p_i^2 u^2(x_i) \quad (4.14)$$

Pokud je funkce  $f$  definována jako součin nebo podíl vstupních veličin  $X_i$ ,

$$f(X_1, X_2, \dots, X_N) = c \prod_{i=1}^N X_i^{p_i} \quad (4.15)$$

pak je odhad hodnoty výstupní veličiny  $y$  dán součinem či podílem odhadů hodnot vstupních veličin  $X_i$ :

$$y = c \prod_{i=1}^N X_i^{p_i} \quad (4.16)$$

V tomto případě jsou koeficienty citlivosti rovny  $p_{i=y/x_i}$  a pokud jsou použity relativní standardní nejistoty  $w(y)=u(y)/|y|$  a  $w(x_i)=u(x_i)/|x_i|$  je možné ze vztahu odvodit vztah analogický tomuto vztahu:

$$w^2(y) = \sum_{i=1}^N p_i^2 w^2(x_i) \quad (4.17)$$

Když jsou dvě vstupní veličiny  $X_i$  a  $X_k$  **korelované**, to znamená, že jsou na sobě určitým způsobem závislé, musí se uvažovat i jejich **kovariance** jako jeden z příspěvků k nejistotě. Obecně je nutné respektovat fakt, že zanedbání vzájemných závislostí mezi vstupními veličinami  $X_i$  a  $X_k$ , může vést k nesprávnému stanovení standardní nejistoty výsledku měření.

Kovariance odpovídající odhadům dvou vstupních veličin  $X_i$  a  $X_k$  může být považována za nulovou nebo zanedbána v případech, kdy:

- vstupní veličiny  $X_i$  a  $X_k$  jsou nezávislé, např. proto, že byly zjišťovány opakovaně, ale ne současně v různých nezávislých experimentech, nebo protože představují výsledné hodnoty nezávisle prováděných vyhodnocení,
- jedna ze vstupních veličin  $X_i$  a  $X_k$  může být považována za konstantu,

c) analýza neposkytne informace ukazující přítomnost korelace mezi vstupními veličinami  $X_i$  a  $X_k$ .

V některých případech se lze vyvarovat korelací mezi veličinami vhodným výběrem funkce  $f$  modelující postup měření. [1], [6]

#### 4.5 ROZŠÍŘENÁ NEJISTOTA MĚŘENÍ

V rámci dokumentu EAL je stanoveno, že při kalibracích v laboratořích akreditovaných členy ALE nestačí standardní nejistoty, ale je nutné uvádět rozšířenou nejistotu měření  $U$  pomocí koeficientu rozšíření  $k$ . Nejistota měření  $U$  je stanovena vynásobením standardní kombinované nejistoty  $u(y)$  odhadu  $y$  koeficientem rozšíření  $k$ :

$$U = k \cdot u_c(y), \text{ kde} \quad (4.18)$$

- $U$  - rozšířená nejistota,
- $k$  - koeficient rozšíření,
- $u_c(y)$  - standardní nejistota.

Pokud lze usuzovat na normální rozdělení měřené veličiny a kdy standardní nejistota odhadu  $y$  je stanovena s dostatečnou spolehlivostí, je nutné použít standardní koeficient rozšíření  $k=2$ . Takto stanovená rozšířená nejistota odpovídá pravděpodobnosti pokrytí 95,45%, což je vidět v tabulce 4.1. Ve většině případů, s kterými je možné se setkat při kalibracích, jsou tyto podmínky splněny.

Koeficient rozšíření $k$	Pravděpodobnost $P$
1	68,27 %
2	95,45 %
2,576	99 %
3	99,73 %

**Tabulka 4.1** - Koeficienty rozšíření [2]

Předpoklad normálního rozdělení nemůže být v některých případech jednoduše experimentálně potvrzen. V případech, kde několik složek nejistoty

odvozených z nezávislých veličin majících rozdělení s běžným průběhem srovnatelně přispívá ke standardní nejistotě odhadu  $y$  výstupní veličiny, je možné předpokládat, že rozdělení hodnot  $y$  je normální.

Spolehlivost standardní nejistoty přiřazené k odhadu hodnoty výstupní veličiny  $y$  je určena jejími efektivními stupni volnosti. Kritérium spolehlivosti je vždy splněno jen tehdy, pokud žádný z příspěvků nejistoty, určený dle postupu pro nejistotu typu A, není stanoven z méně než deseti opakovaných měření.

Když není splněna normalita rozdělení nebo dostatečná spolehlivost, může vést použití standardního koeficientu rozšíření  $k=2$  k rozšířené hodnotě nejistoty odpovídající pravděpodobnosti pokrytí menší než 95%. V takových případech je potom nutné použít jiné postupy, aby bylo zajištěno, že uvedená rozšířená nejistota odpovídá stejné pravděpodobnosti pokrytí jako ve standardním případě. Použití přibližně shodné pravděpodobnosti pokrytí je nezbytné v těch případech, kdy se porovnávají dva výsledky měření stejné veličiny, např. při vyhodnocování porovnání mezi různými laboratořemi nebo při rozhodování o shodě se zadanou hodnotou.

V případech, kdy je možné předpokládat normální rozdělení, je možné, že stanovení standardní nejistoty odhadu výstupní veličiny  $y$  není dostatečně spolehlivé. Když není možné zvýšit počet opakovaných měření  $n$  nebo místo postupu pro stanovení nejistoty typu A, který vede k nízké spolehlivosti standardní nejistoty, použít postup pro stanovení nejistoty typu B.

V ostatních případech, kdy nelze použít předpokladu normálního rozdělení, je nutné stanovit hodnotu koeficientu rozšíření s ohledem na skutečný tvar rozdělení odhadů hodnot výstupní veličiny  $y$  tak, aby jeho hodnota odpovídala pravděpodobnosti pokrytí asi 95%. [1], [2], [6]

#### 4.6 KALIBRAČNÍ LISTY A NEJISTOTY MĚŘENÍ

Analýza nejistot pro určité měření musí obsahovat seznam všech zdrojů nejistot spolu s jejich standardními nejistotami měření a způsoby jejich výpočtu nebo odhadu. Pro opakovaná měření musí být zároveň uveden i počet pozorování  $n$ . Aby byla zajištěna přehlednost a jasnost údajů, je doporučeno uvádět všechny údaje vztahující se k této analýze v tabulce. Zde je třeba všechny veličiny označovat buď



fyzikálním symbolem veličiny  $X_i$  nebo krátkým identifikátorem a pro všechny musí být uveden nejméně odhad jejich hodnoty  $x_i$ , jemu odpovídající nejistota měření  $u(x_i)$  vstupní veličiny  $X_i$ , koeficient citlivosti  $c_i$  a různě velký příspěvek k nejistotě výstupní veličiny  $u_i(y)$ . Pro každou vstupní veličinu musí být spolu s její hodnotou uveden v tabulce i rozměr.

Příklad formálního uspořádání tabulky použitelný pro případ nekorelovaných vstupních veličin je uveden v tabulce 4.2. Standardní nejistota výsledku měření  $u(y)$ , která je uvedena v pravém spodním rohu tabulky a je dána druhou odmocninou součtu druhých mocnin příspěvků k nejistotě uvedených v tomto sloupci.

Veličina $X_i ; Y$	Odhad $x_i ; y$	Standardní nejistota $u(x_i)$	Koeficient citlivosti $c_i$	Příspěvek ke standardní nejistotě $u_i(y)$ ; nejistota $u(y)$
$X_1$	$x_1$	$u(x_1)$	$c_1$	$u_1(y)$
:	:	:	:	:
$X_N$	$x_N$	$u(x_N)$	$c_N$	$u_N(y)$
$Y$	$Y$	-	-	$u(y)$

**Tabulka 4.2:** Schéma požadovaného uspořádání veličin, příspěvků k nejistotě v rámci analýzy nejistot měření [1], [6]

V kalibračních listech je nutné celkový výsledek měření, skládající se z odhadu  $y$  a tomu náležící rozšířené nejistoty  $U$ , uvádět ve tvaru  $(y \pm U)$ . K tomuto vyjádření musí být v běžných případech připojena vysvětlující poznámka ve tvaru:  
*Uvedená rozšířená nejistota měření je součinem standardní nejistoty měření a koeficientu rozšíření  $k=2$ , což pro normální rozdělení odpovídá pravděpodobnosti pokrytí asi 95%. Standardní nejistota měření byla určena v souladu s dokumentem EAL R2.*

Tam, kde je nutné postupovat v souladu s odvozením koeficientu rozšíření z efektivního počtu stupňů volnosti, musí mít dodatečná poznámka tvar:  
*Uvedená rozšířená nejistota měření je součinem standardní nejistoty měření a koeficientu rozšíření  $k=XX$ , což pro  $t$ -rozdělení s  $veff=YY$  efektivními stupni volnosti*

*odpovídá pravděpodobnosti pokrytí asi 95%. Standardní nejistota měření byla určena v souladu s dokumentem EAL R2.*

Číselná hodnota nejistoty měření musí být uváděna na nejvýše dvě platné cifry. Číselná hodnota výsledku měření se při závěrečném vyjádření standardně zaokrouhluje na pozici nejméně platné cifry nejistoty vztahující se k tomuto výsledku. Při zaokrouhlování je třeba používat běžná pravidla pro zaokrouhlování. Ale pokud by zaokrouhlování vedlo ke snížení hodnoty nejistoty o více než 5%, je nutné použít zaokrouhlení směrem nahoru. [1], [2]

## 5. STANOVENÍ NEJISTOT MĚŘENÍ DC ODPORU

Nejistoty měření se skládají z nejistoty typu A, která je stanovena statistickou metodou. Do nejistoty typu B jsou zahrnuty nejistoty poměru  $\bar{P}_{A/B}$ , nejistoty etalonu, nejistoty driftu od poslední kalibrace, nejistoty korekčního faktoru  $r_C$ , nejistoty způsobené vlivem teploty v lázni. Dále je možno uvažovat nejistotu, která vzniká při připojení ve svorkách měřeného odporu, ale z důvodu velmi malé hodnoty vzniklého odporu ji lze zanedbat.

### 5.1 PRACOVNÍ PODMÍNKY

Pro postup výpočtu kalibrace stejnosměrného odporu byla použita metoda přímého porovnání. Dále se použije multimetr Fluke 8508A, referenční etalon  $R_E$  a kalibrovaný etalon  $R_X$  o stejné nominální hodnotě a stejného provedení, které jsou umístěny v olejové lázni o teplotě  $23^\circ\text{C} \pm 0,03$ .

Příslušný etalon  $R_E$  je dán ze seznamu etalonů a jedná se o etalon Tinsley  $R_E=99,99993\Omega$ .

V kalibračním listě je uvedena jeho nejistota  $U_C = \pm 14\mu\Omega$  pro  $k=2$  při teplotě  $23^\circ\text{C}$ .

Teplotní koeficient obou odporů je  $\delta R_{Etepl}, \delta R_{Xtepl} = -0,07 \text{ m}\Omega/^\circ\text{C}$ .

Časový drift etalonu  $\delta R_{Edrift}$  byl určen z předchozích kalibrací  $\delta R_{Edrift} = -0,001 \text{ m}\Omega$ , s nejistotou  $\pm 0,015 \text{ m}\Omega$  a je uveden v seznamu etalonů.

Vzhledem k umístění etalonu v olejové lázni s teplotou udržovanou na  $23,00 \pm 0,03^\circ\text{C}$  při známé hodnotě teplotního součinitele  $0,07 \text{ m}\Omega/^\circ\text{C}$  je možno spočítat odchylku  $\delta R_{Etepl}, \delta R_{Xtepl}$  na  $\pm 1,4 \mu\Omega$  pro oba rezistory.

Hodnoty korekčního faktoru  $r_C$  byly zjišťovány na stejném multimetru Fluke 8508A a jsou vzájemně korelované, avšak v tomto případě korelace snižuje velikost nejistoty.

Hodnota je vypočtena na základě údajů z dokumentace multimetru Fluke 8508A [3] na  $\pm 0,32 \cdot 10^{-6}$  pro každý odečet.

## 5.2 STANOVENÍ ZDROJŮ NEJISTOT

Při stanovování zdrojů nejistot typu B se pro vlastní výpočet hledané hodnoty kalibrovaného odporu  $R_X$  vychází ze vztahu (2.1), který je doplněn o korekční faktor  $r_C$  a vznikne tak rovnice:

$$R_X = \bar{P}_{A/B} \cdot R_E \cdot r_C, \text{ kde} \quad (5.1)$$

- $R_X$  - hledaná hodnota odporu kalibrovaného etalonu,
- $r_C$  - korekční faktor rozlišení a stability multimetru,
- $R_E$  - aktuální hodnota referenčního odporu

Při rozsahu teplot od  $-200^\circ\text{C}$  do  $850^\circ\text{C}$  platí pro teplotní závislost měřicího odporu vztah (5.2):

$$R_T = R_0 (1 + \alpha \Delta T + \beta \Delta T^2 + \gamma \Delta T^3) \quad (5.2)$$

Pro výpočet hodnoty nejistot kalibrovaného odporu  $R_X$  není nutné uvažovat vztah (5.2), protože teplota při kalibraci se pohybuje okolo  $20^\circ\text{C}$ . Vyšší mocniny rozdílu teplot  $\Delta T$ , není nutné do výpočtu zahrnovat, protože ovlivňují výpočet nejistot velmi nepatrně a lze je tedy zanedbat, proto se vychází z obecně známého vztahu závislosti elektrického odporu na teplotě ve tvaru (5.3):

$$R_T = R_0 (1 + \alpha \Delta T), \text{ kde} \quad (5.3)$$

- $R_T$  - odpor při teplotě  $T_I$
- $R_0$  - odpor při teplotě  $T_0$
- $\alpha$  - teplotní součinitel elektrického odporu
- $\Delta T$  - rozdíl teplot

Po dosazení vztahu závislosti elektrického odporu na teplotě (5.3) do rovnice (5.1) vznikne vztah:

$$R_X (1 + \alpha_X \Delta T) = \bar{P}_{A/B} \cdot R_E \cdot r_C (1 + \alpha_E \Delta T) \quad (5.4)$$

Protože je v tomto případě rozdíl teplot  $\Delta T$  nulový, ale nejistota rozdílů teplot nenulová, musí se tato nejistota zahrnout do vzorce (5.4) pro výpočet kalibrovaného odporu  $R_X$ :

$$R_X + R_X \cdot \alpha_X \cdot 0 + \delta R_{Xtepl} = \bar{P}_{A/B} \cdot r_C (R_E + R_E \cdot \alpha_E \cdot 0 + \delta R_{Edrift} + \delta R_{Ekal} + \delta R_{Etepl})$$

Po vyjádření celkové hodnoty  $R_X$  vznikne rovnice (5.5):

$$R_X = \bar{P}_{A/B} \cdot r_C \cdot (R_E + \delta R_{Edrift} + \delta R_{Ekal} + \delta R_{Etepl}) - \delta R_{Xtepl} \quad (5.5)$$

$\delta R_{Edrift}$  - drift od poslední kalibrace  $R_E$ ,

$\delta R_{Ekal}$  - nejistota hodnoty etalonu  $R_E$  uvedená v kalibračním listě,

$\delta R_{Etepl}$  - změna hodnoty etalonu  $R_E$  vlivem změny teploty v lázni,

$\delta R_{Xtepl}$  - změna hodnoty kalibrovaného odporu  $R_X$  vlivem změny teploty v lázni

a okolí,

$\bar{P}_{A/B}$  - průměrná hodnota poměru  $n$  počtu měření a je veličinou nejistoty typu A

### 5.3 VÝPOČET NEJISTOT

Pro výpočet standardní nejistoty typu A kalibrovaného odporu  $R_X$ , slouží naměřená data poměrů napětí pro kladnou a zápornou polaritu proudu, které jsou uvedeny v tabulce 5.1. Z naměřených hodnot poměrů napětí pro kladnou a zápornou polaritu proudu se vypočítají dle vztahu (4.1) jednotlivé průměry poměrů  $P_{A/B}(i)$ .

Počet měření $n$	Poměr + [-]	Poměr - [-]	Poměr $P_{A/B}(i)$ [-]
1	1,0001188	1,0001186	1,0001187
2	1,0001191	1,0001189	1,0001190
3	1,0001185	1,0001187	1,0001186
4	1,0001183	1,0001185	1,0001184
5	1,0001186	1,0001188	1,0001187
6	1,0001186	1,0001188	1,0001187
7	1,0001185	1,0001187	1,0001186
8	1,0001185	1,0001187	1,0001186
9	1,0001190	1,0001188	1,0001189
10	1,0001187	1,0001189	1,0001188

**Tabulka 5.1:** Stanovení poměrů  $P_{A/B}(i)$

Z jednotlivých poměrů napětí  $P_{A/B}(i)$ , uvedených v tabulce 5.1, se vypočítá dle vztahu (4.1) průměrná hodnota poměrů napětí  $\bar{P}_{A/B}$ :

$$\bar{P}_{A/B} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_{A/B}(i) = 1,0001187 \quad (5.6)$$

Standardní nejistota poměrů napětí  $u(\bar{P}_{A/B})$  kalibrovaného odporu  $R_X$ , která je typu A, se určí jako výběrová směrodatná odchylka průměrů poměrů napětí  $\bar{P}_{A/B}$  dle vztahu (4.2):

$$u(\bar{P}_{A/B}) = s(\bar{P}_{A/B}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \sum_{i=1}^n (P_{A/B}(i) - \bar{P}_{A/B})^2} = 5,375 \cdot 10^{-8} \quad (5.7)$$

Pro jednotlivé vstupní veličiny  $\bar{P}_{A/B}$ ,  $R_E$ ,  $\delta R_{Ekal}$ ,  $\delta R_{Edrift}$ ,  $r_C$ ,  $\delta R_{Etepl}$ ,  $\delta R_{Xtepl}$  se určí jednotlivé koeficienty citlivosti  $c_i$  dle vztahu (4.11) jako hodnota parciální derivace funkce  $f$  dle vstupní veličiny  $X_i$  pro odhad její hodnoty  $x_i$ :

$$c_1 = \frac{\partial R_X}{\partial \bar{P}_{A/B}} = r_C \cdot (R_E + \delta R_{Edrift} + \delta R_{Ekal} + \delta R_{Etepl}) = 1(99,99993 - 0,001 \cdot 10^{-3} + 0 + 0) \approx 100$$

$$c_2 = \frac{\partial R_X}{\partial R_E} = \bar{P}_{A/B} \cdot r_C = 1,0001187 \cdot 1 \approx 1$$

$$c_3 = \frac{\partial R_X}{\partial R_{Ekal}} = \bar{P}_{A/B} \cdot r_C = 1,0001187 \cdot 1 \approx 1$$

$$c_4 = \frac{\partial R_X}{\partial R_{Edrift}} = \bar{P}_{A/B} \cdot r_C = 1,0001187 \cdot 1 \approx 1$$

$$c_5 = \frac{\partial R_X}{\partial r_C} = \bar{P}_{A/B} \cdot (R_E + \delta R_{Edrift} + \delta R_{Ekal} + \delta R_{Etepl}) =$$

$$= 1,0001187(99,99993 - 0,001 \cdot 10^{-3} + 0 + 0) \approx 100$$

$$c_6 = \frac{\partial R_X}{\partial R_{Etepl}} = \bar{P}_{A/B} \cdot r_C = 1,0001187 \cdot 1 \approx 1$$

$$c_7 = \frac{\partial R_X}{\partial R_{Xtepl}} = 1$$

Z vypočtených hodnot citlivostních koeficientů se sestaví tabulka 5.2, která obsahuje jednotlivé veličiny, odhadů, standardních nejistot, koeficientů citlivosti a příspěvků k nejistotě v rámci analýzy nejistot měření.

Veličina	Hodnota	Standardní nejistota	Pravděpod. rozdělení	Citlivostní koeficient $c_i$	Příspěvek k nejistotě
$\bar{P}_{A/B}$	1,0001187	$5,375 \cdot 10^{-8}$	A normální	100	$5,375 \times 10^{-6} \Omega$
$R_E$	99,99993 $\Omega$	-	normální		0
$\delta R_{Ekal}$	0	0,014 m $\Omega$	normální	1	$1,4 \times 10^{-5} \Omega$
$\delta R_{Edrift}$	-0,001 m $\Omega$	8,66 $\mu\Omega$	rovnoměrné	1	$8,66 \times 10^{-6} \Omega$
$r_C$	1,000000	$0,32 \times 10^{-6}$	trojúhelníkové	100	$32 \times 10^{-6} \Omega$
$\delta R_{Etepl}$	0	1,4 $\mu\Omega$	rovnoměrné	1	$1,4 \times 10^{-6} \Omega$
$\delta R_{Xtepl}$	0	1,4 $\mu\Omega$	rovnoměrné	1	$1,4 \times 10^{-6} \Omega$
$R_X$	100,0118 $\Omega$				$36,4 \times 10^{-6} \Omega$

**Tabulka 5.2:** Standardní nejistoty, koeficienty citlivosti a příspěvky k nejistotě v rámci analýzy nejistot měření

Výpočet odporu kalibrovaného etalonu  $R_X$  se provede s hodnotami z tabulky 5.2 podle vztahu (5.1):

$$R_X = \bar{P}_{A/B} \cdot R_E \cdot r_C = 1,0001187 \cdot 99,99993 \cdot 1 = 100,0118\Omega$$

Vzhledem ke skutečnosti, že jednotlivé příspěvky nejistot jsou nekorelované, lze celkový příspěvek kombinované nejistoty  $u_C$  vyjádřit podle vztahu (4.7) jako odmocnina ze součtu druhých mocnin jednotlivých příspěvků nejistot:

$$u_C = \sqrt{u_{P_{A/B}}^2 + u_{R_E}^2 + u_{\delta R_{Ekal}}^2 + u_{\delta R_{Edrift}}^2 + u_{r_C}^2 + u_{\delta R_{Etepl}}^2 + u_{\delta R_{Xtepl}}^2} = 36,4 \cdot 10^{-6} \Omega$$

Pro normální rozdělení a pravděpodobnost pokrytí 95% se použije koeficient rozšíření  $k=2$  a dle vztahu (4.18) se vypočte rozšířená nejistota  $U$ :

$$U = k \cdot u_C = 2 \cdot 36,4 = 72,8\mu\Omega$$

Výsledná hodnota kalibrovaného odporu  $R_X$  a rozšířená nejistota  $U$  bude v kalibračním listě uvedena (**100,0118 ± 0,000 073**)  $\Omega$



## 6. EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

Tato část práce se zaměřuje na vytvoření automatizovaného výpočtu hodnoty kalibrovaného etalonu  $R_X$  a výpočet nejistot měření z naměřených dat, který je proveden v programu Microsoft Excel, kde se ze zadaných dat postupně vypočte hledaná hodnota kalibrovaného odporu  $R_X$  a výsledná nejistota měření  $U$ . Program se skládá ze **Záznamu o měření** a **Kalibračního listu**.

### 6.1 POPIS ZÁZNAMU O MĚŘENÍ

Záznam o měření je vytvořen v programu Microsoft Excel a obsahuje tyto informace:

*Datum*, kdy byla provedena kalibrace etalonu  $R_X$ , viz obrázek 6.1.

*Hodnota teploty vzduchu* v klimatizované laboratoři, která je určena s odchylkou  $\pm 0,5$  °C, kde proběhla kalibrace etalonu  $R_X$ , viz obrázek 6.1.

*Hodnota teploty v olejové lázni*, která je umístěna v klimatizované laboratoři, která je určena s odchylkou  $\pm 0,03$  °C. Pokud není možno umístit etalonový odpor  $R_E$  nebo kalibrovaný odpor  $R_X$  v olejové lázni, je hodnota teploty uvedena jako nulová, viz obrázek 6.1.

*Hodnota relativní vlhkosti vzduchu* v klimatizované laboratoři, která je určena s odchylkou  $\pm 15$  %, viz obrázek 6.1.

*Hodnota porovnávacího proudu  $I$* , viz obrázek 6.1.

	A	B	C
1	Datum měření	1.1.2010	
2	Teplota vzduchu	22,0 °C	(22 ± 0,5) °C
3	Teplota olejové lázně	0,00 °C	(0 ± 0,03) °C
4	Relativní vlhkost	55,00 %	(55 ± 15) %
5	Porovnávací proud	1	1 mA
6			

**Obrázek 6.1:** Vstupní data

*Informace o kalibrovaném odporu  $R_X$*  - zákazník, jeho adresa, měřidlo, výrobce, typ, jmenovitá hodnota, výrobní číslo, viz obrázek 6.2.

Zákazník	MEOP s.r.o.	
	Arnošta z Pardubic 27	
	530 02 Pardubice	
Měřidlo	Etalon elektrického odporu	
Výrobce	Tinsley	
Typ	5685A	
Jmen. hodnota	100Ω	
Výrobní číslo		268797

**Obrázek 6.2:** Informace o zákazníkovi

*Tabulka poměrů napětí* obsahuje naměřené hodnoty poměrů napětí pro kladnou a zápornou polaritu proudu, viz obrázek 6.3. Z jednotlivých poměrů napětí kladné a záporné polarity proudu je vždy vypočten průměr těchto dvou poměrů  $\bar{P}_{A/B}(i)$ . Z průměru poměrů  $\bar{P}_{A/B}(i)$  je vypočten dle vztahu (4.1) celkový průměr poměrů napětí  $\bar{P}_{A/B}$ . Z celkového průměru poměrů napětí  $\bar{P}_{A/B}$  a jednotlivých průměrů poměrů napětí  $\bar{P}_{A/B}(i)$  se vypočte dle vztahu (4.2) standardní nejistota typu A jako výběrová směrodatná odchylka  $u_{(A)}$ .

7	Počet měření	Polarita +	Polarita -	$P_{A/B}(i)$	
8	1	1,00011871	1,00011870	1,00011871	
9	2	1,00011910	1,00011900	1,00011905	
10	3	1,00011861	1,00011860	1,00011861	
11	4	1,00011841	1,00011840	1,00011841	
12	5	1,00011870	1,00011870	1,00011870	
13	6	1,00011870	1,00011870	1,00011870	
14	7	1,00011860	1,00011860	1,00011860	
15	8	1,00011861	1,00011860	1,00011861	
16	9	1,00011890	1,00011890	1,00011890	
17	10	1,00011881	1,00011880	1,00011881	
18					
19			$\bar{P}_{A/B}$	1,00011871	
20			$u_{(A)}$	5.657468023E-08	
21					

**Obrázek 6.3:** Poměry napětí

*Informace o etalonu  $R_E$*  - Pomocí pole se seznamem byl vytvořen rolovací seznam, viz obrázek 6.4, který umožňuje výběr použitého etalonu  $R_E$ , podle jmenovité hodnoty a výrobního čísla etalonu  $R_E$  ze seznamu etalonů. Tímto výběrem

se do záznamu o měření doplní informace o tomto etalonu, jako jsou pořadové číslo, jmenovitá hodnota, výrobce, typ, sada, výrobní číslo, datum poslední kalibrace, číslo posledního kalibračního listu, datum příští kalibrace, nominální hodnota, nejistota pro  $k=2$ , porovnávací proud / napětí, teplotní koeficient, umístění v laboratoři, poznámky.

7	Počet měření	Polarita +	Polarita -	$P_{A,B}(i)$	
8	1	1,00011871	1,00011870	1,00011871	
9	2	1,00011910	1,00011900	1,00011905	
10	3	1,00011861	1,00011860	1,00011861	
11	4	100 $\Omega$ v.č. 268785	841	1,00011840	1,00011841
12	5	100 $\Omega$ v.č. 9078496	870	1,00011870	1,00011870
13	6	100 $\Omega$ v.č. 153079	870	1,00011870	1,00011870
14	7	100 $\Omega$ v.č. 166390	860	1,00011860	1,00011860
15	8	100 $\Omega$ v.č. 205761	861	1,00011860	1,00011861
16	9	100 $\Omega$ v.č. 205809	890	1,00011890	1,00011890
17	10	100 $\Omega$ v.č. 268797	881	1,00011880	1,00011881
18		100 $\Omega$ v.č. 270090			
19		100 $\Omega$ v.č. 1001852			
20		1 k $\Omega$ v.č. 169613			
21		1 k $\Omega$ v.č. 169835			
22		1 k $\Omega$ v.č. 169844		$P_{A,B}$	1,00011871
23		1 k $\Omega$ v.č. 174738		$u(A)$	5,657468023E-08
24		1 k $\Omega$ v.č. 174934			
25		1 k $\Omega$ v.č. 268690			
26		1 k $\Omega$ v.č. 269792			
27		1 k $\Omega$ v.č. 9113378			
28		10 k $\Omega$ v.č. 093850			
29		10 k $\Omega$ v.č. 093887			
30		10 k $\Omega$ v.č. 149058			
31		100 $\Omega$ v.č. 270090			
32	ID		Jmenovitá hodnota [Ω]	Výrobce	Typ
33	45		100,000 0	Tinsley	5685A
34					

**Obrázek 6.4:** Rolovací seznam pro výběr etalonu  $R_E$

**Výběr olejové lázně** - pomocí pole se seznamem byl vytvořen rolovací seznam, viz obrázek 6.5, který umožňuje zadat, zda byl kalibrován a etalonový odpor  $R_X$ ,  $R_E$  v olejové lázni nebo na vzduchu.

$R_X$	v olejové lázni	Kalibrováný odpor umístěný v olejové lázni v klimatizované laboratoři
$R_E$	v olejové lázni	pomocí číslicového multimetru Fluke 8508A porovnán se shora uvedeným
	v olejové lázni	etalonem umístěným v olejové lázni v klimatizované laboratoři.
	na vzduchu	

**Obrázek 6.5:** Výběr umístění kalibrovaného a etalonového odporu  $R_E$  a  $R_X$

**Výběr jména** - pomocí pole se seznamem byl vytvořen rolovací seznam, viz obrázek 6.6, který umožňuje výběr jména osoby, která kalibraci provedla.

I	J	
Kalibraci provedl:		
Ing. Lubomír Mičánek	Ing. Lubomír Mičánek	
Ing. Pavel Novák		
Ing. Lubomír Mičánek		
Ing. Pavel Novák		
Ing. Pavel Novák		

Obrázek 6.6: Výběr jména

**Tabulka výpočtů nejistot** - obsahuje hodnoty jednotlivých veličin jako jsou průměr poměru napětí  $\bar{P}_{A/B}$ , hodnota etalonového odporu  $R_E$ , hodnota nejistoty etalonu  $R_E$  uvedená v kalibračním listě  $\delta R_{Ekal}$ , hodnota driftu od poslední kalibrace etalonu  $R_E$   $\delta R_{Edrift}$ , korekční faktor rozlišení a stability multimetru Fluke 8508A  $r_C$ , změna hodnoty etalonu  $R_E$  vlivem změny teploty v lázni  $\delta R_{Etepl}$ , změna hodnoty kalibrovaného odporu  $R_X$  vlivem změny teploty v lázni a okolí  $\delta R_{Xtepl}$ , jednotlivé příspěvky standardní nejistoty, pravděpodobnostní rozdělení, citlivostní koeficienty  $c$ , příspěvek k nejistotě, výsledná hodnota kalibrovaného odporu  $R_X$ , výsledná hodnota kombinované nejistoty  $u_C$ .

**Hodnota odporu kalibrovaného odporu  $R_X$**  - číselná hodnota výsledku měření  $R$  je brána z tabulky výpočtů nejistot a je zaokrouhlena na pozici nejméně platné cifry výsledné rozšířené nejistoty  $U$ . Při zaokrouhlování se používají běžná pravidla pro zaokrouhlování.

**Výsledná rozšířená nejistota** - tato hodnota je vypočtena s pravděpodobností pokrytí 95% a číselná hodnota rozšířené nejistoty měření  $U$  je uváděna na nejvýše dvě platné cifry.

## 6.2 KALIBRAČNÍ LIST

Kalibrační list je tvořen ze stálých dat, které se v něm nacházejí pokaždé a z dat, které se do kalibračního listu přesouvají ze záznamu o měření. Kalibrační list se skládá ze dvou stran jak je vidět na obrázku 6.7, 6.8.

**První strana kalibračního listu obsahuje tyto informace:**

**Pracoviště** – obsahuje informace o laboratoři, ve které proběhla kalibrace, adresu Českého metrologického institutu a označení oddělení stejnosměrných a nízkofrekvenčních elektrických veličin.

**Číslo kalibračního listu** - 6011-KL-U426-10 - skládá se z označení laboratoře, označení, že se jedná o kalibraci, číslo kalibrace v pořadí, rok kalibrace.

**Datum vystavení** - jedná se o datum, kdy byl kalibrační list vytvořen.

**Informace o zákazníkovi** se skládá se z názvu organizace a adresy.

**Informace o měřeném odporu** - obsahuje měřidlo, výrobce, typ, jmenovitou hodnotu a výrobní číslo kalibrovaného odporu  $R_X$ .

**Použitý etalon** - informace o použitém etalonovém odporu  $R_E$ .

**Datum kalibrace** - jedná se o datum, kdy byla kalibrace provedena.

**Kalibraci provedl** - obsahuje jméno osoby, která kalibraci provedla.

**Vedoucí oddělení** - obsahuje jméno vedoucí osoby.

**Druhá strana kalibračního listu obsahuje tyto informace:**

**Kalibrační postup** obsahuje informace, jestli byl kalibrovaný odpor  $R_X$  a etalon  $R_E$  umístěný při kalibraci v olejové lázni nebo na vzduchu a informace o zvoleném postupu kalibrace.

**Podmínky prostředí** - zde je uvedena jaká byla teplota v laboratoři, relativní vlhkost vzduchu, teplota olejové lázně v době kalibrace.

**Výsledky kalibrace** - obsahuje hodnotu porovnávacího proudu  $I$ , vypočtenou hodnotu kalibrovaného odporu  $R_X$ , určenou hodnotu výsledné rozšířené nejistoty měření  $U$ .

**Nejistoty měření** - zde je uvedena vysvětlující poznámka o postupu výpočtu nejistot měření podle dokumentu EA-4/02.

	A	B	C	D	E	F
1			Kalibrační laboratoř č. 2202 akreditovaná Českým institutem pro akreditaci, o.p.s.			
2	<b>Pracoviště :</b>	Oblastní inspektorát Brno, Okružní 31, 638 00 Brno				
3		Oddělení ss a nf elektrických veličin, tel.: +420 545 555 208, fax +420 545 555 183				
4	<b>KALIBRAČNÍ LIST</b>					
5	<b>6011-KL-U594-10</b>					
6						
7	<b>Datum vystavení :</b>	2.1.2010			List 1 ze 2 listů	
8						
9						
10	<b>Zákazník :</b>	MEOP s.r.o.				
11		Arnošta z Pardubic 27				
12		530 02 Pardubice				
13						
14						
17						
18	<b>Měřidlo :</b>	Etalon elektrického odporu				
19	<b>Výrobce :</b>	Tinsley				
20	<b>Typ :</b>	5685A				
21	<b>Jmen. hodnota :</b>	100Ω				
22	<b>Výrobní číslo :</b>	268797				
23						
24						
25		Výsledky kalibrace uvedené v tomto kalibračním listě byly získány za podmínek a				
26		s použitím postupů uvedených v tomto kalibračním listu.				
27						
28						
29	<b>Použité etalony :</b>	Etalon elektrického odporu 5685A 100Ω, v.č. 268797, kal.list č. 1011-KL-0010-09				
30						
31		Použitý etalon má metrologickou návaznost na (mezi)národní etalony.				
32						
33						
34	<b>Datum kalibrace :</b>	1.1.2010				
35						
36						
37						
38	<b>Kalibraci provedl :</b>					<b>Vedoucí oddělení:</b>
39		Ing. Lubomír Mičánek Ing. Pavel Novák				Ing. Jiří Streit
40						
41	Tento dokument nesmí být bez písemného souhlasu provádějící laboratoře rozmnožován jinak než v celkovém počtu listů					

Obrázek 6.7: První strana kalibračního listu

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3	<b>Kalibrační postup :</b>	Kalibrovaný odpor umístěný v olejové lázni v klimatizované laboratoři						
4		byl pomocí číslicového multimetru Fluke 8508A porovnán se shora uvedeným						
5		etalonem umístěným v olejové lázni v klimatizované laboratoři.						
6		Při kalibraci bylo postupováno dle metodického postupu č 131-MP-C005.						
7								
8								
9								
10	<b>Podmínky prostředí :</b>	teplota v laboratoři :	(22 ± 0,5) °C					
11		rel.vlhkost vzduchu:	(55 ± 15) %					
12		teplota olejové lázně:	(22 ± 0,03) °C					
13								
14	<b>Výsledky kalibrace :</b>	Podle naměřených hodnot a jejich zpracování byla v době kalibrace hodnota						
15		kalibrovaného odporu při uvedeném stejnosměrném proudu :						
16								
17		porovnávací proud:	1 mA					
18			<b><math>R_{23} = 100,0114757 \Omega</math></b>					
19								
20								
21		Výsledná rozšířená nejistota měření:						
22								
23			<b><math>U = 0,20002 \Omega</math></b>					
24								
25								
26								
27								
28	<b>Nejistoty měření :</b>	Uvedená rozšířená nejistota měření je součin standardní nejistoty měření						
29		a koeficientu rozšíření $k = 2$ , což pro normální rozdělení odpovídá						
30		pravděpodobnosti pokrytí přibližně 95%.						
31		Standardní nejistota měření byla určena v souladu s dokumentem EA-4/02.						
32								
33								
34								
35								
36		Konec kalibračního listu.						
37								
38								
39								
40								
41								
42								
43								
44								
45								
46								
47								
48								
49								
50								
51								
52								
53								
54								
55								
56	<i>Tento dokument nesmí být bez písemného souhlasu provádějící laboratoře rozmnožován jinak než v celkovém počtu</i>							

**Obrázek 6.8:** Druhá strana kalibračního listu

## 7. ZÁVĚR

V této bakalářské práci je popsána teorie průběhu a zásad měření stejnosměrného elektrického odporu v laboratoři Českého metrologického institutu v Brně. Práce dále obsahuje popis záznamu o měření a kalibračního listu. Dále je v práci popsán postup výpočtu kalibrovaného odporu, při uvedeném stejnosměrném proudu, a rozšířené nejistoty měření stejnosměrného odporu.

Nejistoty měření jsou velmi rozsáhlá oblast, a proto je orientace v této problematice složitá, protože obsahuje velké množství odborných termínů. Pro začátečníka je velmi náročná k pochopení i k jejich následnému určení. Různá symbolika od autorů, která je v odborné literatuře použita, také zhoršuje přehlednost daného tématu.

Vytvořená práce v programu Microsoft Excel navazuje na program vytvořený v prostředí TestPoint, odkud jsou brána naměřená data, protože program v prostředí LabVIEW zatím nebyl vytvořen.



## 8. SEZNAM SYMBOLŮ, VELIČIN A ZKRATEK

- $\check{C}MI$  - Český metrologický institut v Brně
- $R_X$  - hledaná hodnota kalibrovaného odporu
- $R_E$  - hodnota etalonového odporu
- $\bar{P}_{A/B}$  - průměrná hodnota dílčích odečtů poměrů A/B pro obě polarity měřicího proudu
- $X_i$  - vstupní veličina
- $\bar{x}$  - výběrový průměr
- $x_i$  - měřená hodnota vstupní veličiny  $X_i$
- $n$  - počet měření
- $s_{\bar{x}}$  - výběrová směrodatná odchylka
- $u_A(x_i)$  - standardní nejistota typu A odhadu  $x_i$  vstupní veličiny  $X_i$
- $u_B(x_i)$  - standardní nejistota typu B odhadu  $x_i$  vstupní veličiny  $X_i$
- $u_C(x_i)$  - standardní kombinovaná nejistota
- $u^2(y)$  - druhá mocnina standardní nejistoty odhadu  $y$  výstupní veličiny
- $u_i^2(x_i)$  - druhá mocnina jednotlivých složek nejistot  $x_i$  vstupní veličiny
- $Y$  - výstupní veličina
- $y$  - odhad výstupní veličiny  $Y$
- $c_i$  - koeficient citlivosti odpovídající odhadu hodnoty  $x_i$  vstupní veličiny
- $p_i$  - hodnoty koeficientů citlivosti
- $U$  - rozšířená nejistota
- $k$  - koeficient rozšíření
- $r_C$  - korekční faktor rozlišení a stability multimetru
- $I$  - porovnávací proud
- $r_C$  - korekční faktor rozlišení a stability multimetru,
- $R_T$  - odpor při teplotě  $T_I$
- $R_0$  - odpor při teplotě  $T_0$
- $\alpha$  - teplotní součinitel elektrického odporu
- $\Delta T$  - rozdíl teplot

$\delta R_{Edrift}$  - drift od poslední kalibrace  $R_E$ ,

$\delta R_{Ekal}$  - nejistota hodnoty etalonu  $R_E$  uvedená v kalibračním listě,

$\delta R_{Etepl}$  - změna hodnoty etalonu  $R_E$  vlivem změny teploty v lázni,

$\delta R_{Xtepl}$  - změna hodnoty kalibrovaného odporu  $R_X$  vlivem změny teploty v lázni

a okolí.

## 9. SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] ČIA, *EA 4/02 Vyjadřování nejistot měření při kalibracích* [online]. Praha, 2001. Dostupný z WWW:  
< [http://www.cia.cz/files/01\\_08-P001%20EA%2004\\_02\\_20061023.pdf](http://www.cia.cz/files/01_08-P001%20EA%2004_02_20061023.pdf) >.
- [2] *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, first edition, september 2008, corrected and reprinted 1995, International Organization for Standardization (Geneva, Switzerland)
- [3] Fluke corporation, *8508A Reference Multimeter, Users Manual*, 2008.  
Dostupný z WWW:  
< [http://assets.fluke.com/manuals/8508A\\_umeng0400.pdf](http://assets.fluke.com/manuals/8508A_umeng0400.pdf) >
- [4] ČMI. *Kalibrace stejnosměrných elektrických odporů*. Interní pracovní postup ČMI. Brno, 2006
- [5] ČEJKA, M. *Stručný úvod do problematiky nejistot měření*, Brno
- [6] VDOLEČEK, F.; PALENČÁR, R.; HALAJ, M. *Nejistoty v měření I-V*. Cyklus článků. *Automa*, 2001-2002, roč.7-8, ISSN 1210-9592

## **10. PŘÍLOHY**

### **10.1 OBSAH CD**

- Program v Microsoft Excel
- Bakalářská práce v elektronické podobě