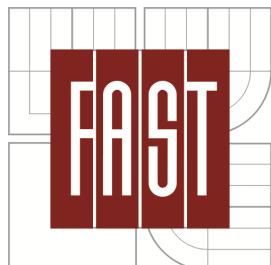




VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STAVEBNÍ  
ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY



FACULTY OF CIVIL ENGINEERING  
INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

# ŘEŠENÍ DYNAMICKÉ ODEZVY VODOHOSPODÁŘSKÝCH KONSTRUKCÍ V INTERAKCI S KAPALINOU

THE SOLUTION OF DYNAMIC RESPONSE OF HYDRAULIC  
STEEL STRUCTURES INTERACTING WITH FLUID

DISERTAČNÍ PRÁCE  
DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

Ing. Michal Feilhauer

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

Doc. Ing. Vlastislav Salajka, CSc.

BRNO 2016



© 2016 Michal Feilhauer

Ústav stavební mechaniky  
Fakulta stavební  
Vysoké učení technické v Brně  
Česká republika

## Abstrakt

Predikce chování vodohospodářských konstrukcí se zřetelem na vlivy prostředí v různých návrhových stavech je základní podmínkou odhadu provozní spolehlivosti analyzované konstrukce. Podstatný význam má spolehlivá charakteristika chování konstrukce daná popisem jejího pohybu na časově proměnných vlivech prostředí. V současně používané formulaci inženýrské mechaniky jde o stanovení odezvy definované konstrukce nebo její části na zadané časově proměnné mechanické zatížení. Požadovanými odezвовými veličinami nutnými pro posouzení mezních stavů únosnosti a použitelnosti konstrukce jsou přemístění a napětí, resp. veličiny odtud odvozené. Základním prostředkem predikce odezvy konstrukce je výpočet.

Problémy řešení kmitání vodohospodářských konstrukcí, jež jsou ve styku s kapalinou, se v praxi vyskytují velmi často. Jde o konstrukce zahrnující hlavní funkční části jak vnořené do kapaliny (oběžná kola turbín, rychlouzávěry), tak kapalinou naplněné (přivaděče vodních elektráren) nebo je kapalina jen z části obklopuje (jezové klapky, vrata plavebních komor atd.). Tyto vodohospodářské konstrukce jsou obecně většinou velmi rozměrné, strukturně členité a tvarově složité.

Předložená práce se zabývá komplexními multifyzikálními problémy chování vodohospodářských konstrukcí v interakci s kapalinou (fluid structure interaction). Popisují se různé přístupy k výpočtům statických i dynamických vlastností konstrukcí. Tyto přístupy jsou rozděleny na tzv. „přímou metodu“, která je založená na přímém spojení dvou fyzikálních polí a výpočet je proveden metodou konečných prvků a tzv. „nepřímou metodu“, která je založená na spojení dvou fyzikálních polí pomocí různých rozhraní, která jsou v této práci popsána. Při nepřímé metodě je výpočet proudící kapaliny proveden metodou konečných objemů a výpočet konstrukce metodou konečných prvků.

V rámci disertační práce byly řešeny výše zmíněnými přístupy statické a dynamické odezvy vodohospodářských konstrukcí. Dále jsou v práci popsány teorie obou přístupů numerických řešení a jsou zde detailně popsány metodiky postupů výpočtů dle požadovaných výstupních veličin, které jsou nutné pro hodnocení konstrukce např. z hlediska pevnosti a životnosti. Výsledky výpočtů v rámci předložené disertační práce byly srovnány s výsledky provedených experimentů. Výsledky výpočtů a experimentů jsou uvedeny jak v tabulkách a grafech. V závěru práce jsou popsány výsledky a zobecněné poznatky získané z řešených úloh různými přístupy. V příloze jsou uvedena makra APDL pro přenos tlakového zatížení z výpočtu proudění kapalin do výpočtu konstrukce.

## Klíčová slova

ANSYS, MKP, CFD, fluid structure interaction, jednocestná FSI, dvoucestná FSI, vodní turbína, vodohospodářské konstrukce, rozváděcí lopatka

## Abstract

Behaviour prediction of hydraulic steel structures with the view to surrounding influences in various design dispositions is a fundamental condition for operational reliability assessment of the analyzed construction. Reliable characteristics of construction behaviour defined by the specification of its movement within changes caused by time and environmental influences is of great importance. In currently used engineering mechanics formulation it concerns setting the response of the defined construction or its part to the given time variable mechanic load. Required response values, which are necessary for evaluation terminal dispositions of capacity and usability of the construction, are translocation and tension, or values thence derived. Calculation is basic means for response prediction of construction.

Solution vibration problems of hydraulic steel structures which are in contact with fluid very often occur in practice. These constructions comprise main operational parts embedded into the fluid (runner, overspeed device), as well as parts filled with fluid penstock of the hydro power plant) or parts partly surrounded by fluid (shell crest gate, lock chamber gates, etc.). These water supply constructions are, in general and in most cases, very spacious, structurally dissected and complex in shape.

The thesis presented deals with complex multi-physical behaviour problems of water supply constructions in fluid structure interaction. There are presented various approaches to calculations of static and dynamic qualities of constructions. These approaches are divided into so called "direct method", which is based on direct connection between two physical fields and the calculation is performed by the method of final elements, and so called "indirect method", which is based on connection of two physical fields by means of various interfaces, which are described in this thesis. In case of indirect method, the calculation of running liquid is performed by the method of final volumes and the construction calculation is performed by the method of final elements.

Within the scope of this thesis, static and dynamic responses of water supply constructions have been solved with the use of the above mentioned approaches. Furthermore, the theory about either of the numeral solution approaches have been described and as well as detailed procedure methodology of calculations according to required output values, which are necessary for the assessment of the construction, for example from the stronghold and working life point of view. The results of the calculations in the scope of this thesis have been compared with the findings of performed experiments. The result of the calculations and experiments are presented in tables and charts. The final part of the thesis describes the results and generalized findings gathered from the tasks by

various approaches. In the appendix there are macros APDL for transmission the pressure load from the calculation for running liquids into the calculation of construction.

## **Keywords**

ANSYS, FEM, CFD, fluid structure interaction, one way FSI, two way FSI, water turbine, hydraulic steel structures, guide vane

**Bibliografická VŠKP podle ČSN ISO 690**

FEILHAUER, Michal. *Řešení dynamické odezvy vodohospodářských konstrukcí v interakci s kapalinou*. Brno, 2016. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta stavební. Ústav stavební mechaniky.

**Prohlášení:**

Prohlašuji, že jsem disertační práci zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje.

Ve Spešově dne.....

.....  
Michal Feilhauer



## **Poděkování**

Rád bych poděkoval vedoucímu disertační práce, doc. Ing. Vlastislavu Salajkovi, CSc. za nápad na zpracování aktuálního a zajímavého tématu disertační práce, za jeho vedení, konzultace, podporu a čas, který mi věnoval v četných, i na první pohled s tématem nesouvisejících, diskuzích.

A nakonec poděkování největší - mé rodině - manželce Janě a synům Ondráškovi a Filípkovi za jejich pochopení, povzbuzení a vytvoření dobrého rodinného zázemí, které mi umožnilo věnovat se studiu.

## OBSAH:

1	Úvod do problematiky .....	13
2	Současný stav řešené problematiky .....	16
3	Cíl práce .....	19
4	Základní vztahy pro popis kmitání konstrukce v interakci s kapalinou .....	21
4.1	Metody výpočtů kmitání .....	21
4.2	Přímá metoda .....	24
4.2.1	Předpoklady řešení úlohy .....	24
4.2.2	Diskretizace metodou konečných prvků .....	28
4.2.3	Pohybové rovnice konstrukce v interakci s kapalinou .....	30
4.2.4	Vlastní frekvence a vlastní tvary kmitu netlumené soustavy .....	32
4.2.5	Matice kapalinového prvku .....	32
4.2.5.1	Popis a použití .....	32
4.2.5.2	Interpolační polynomy kapalinového prvku .....	33
4.3	Nepřímá metoda .....	35
4.3.1	Úvod k řešení proudění tekutin v programu ANSYS CFX .....	36
4.3.1.1	Dělení tekutin dle fyzikálních vlastností .....	37
4.3.1.2	Dělení podle kinematických hledisek .....	39
4.3.2	Přenos hmoty, hybnosti, tepla při neizotermním proudění nestlačitelné tekutiny .....	40
4.3.3	Tvorba výpočtové sítě .....	41
4.3.3.1	Síť prvků .....	42
4.3.4	Metody řešení parciálních diferenciálních rovnic .....	43
4.3.4.1	Metoda konečných diferencí .....	43
4.3.4.2	Metoda konečných prvků .....	43
4.3.4.3	Spektrální metoda .....	43
4.3.4.4	Metoda konečných objemů .....	44
4.3.5	Integrace metodou konečných objemů .....	44
4.3.6	Modelování turbulentního proudění .....	45
4.3.7	Statistické modely turbulence .....	47
4.3.7.1	Model k- $\epsilon$ .....	47
4.3.7.2	Model k- $\omega$ .....	50
4.3.8	Interakce proudící kapaliny a konstrukce .....	51
4.3.9	Afinní vztahy .....	52
5	Aplikace přímé metody řešení kmitání konstrukce v interakci s kapalinou .....	53
5.1	Vlastní frekvence a tvary kmitů desky v nádrži s vodou .....	53
5.1.1	Popis experimentu .....	53
5.1.2	Výpočtový model řešené soustavy .....	54
5.1.3	Výsledky výpočtů a experimentu .....	55
5.1.4	Závěry .....	58
5.2	Vlastní frekvence a tvary kmitů trubky naplněné vodou .....	59
5.2.1	Výpočtový model .....	59
5.2.2	Výsledky výpočtů .....	60
5.2.3	Závěry .....	62
5.3	Výpočet kmitání oběžného kola Francisovy reverzní turbíny PVE Dlouhé Stráně .....	63
5.3.1	Úvod .....	63
5.3.2	Výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů oběžného kola s rotorem .....	66
5.3.2.1	Popis rotoru .....	66
5.3.2.2	Výpočtový model řešené soustavy .....	66
5.3.2.3	Výsledky výpočtu vlastních frekvencí rotoru s oběžným kolem ve vakuu .....	68
5.3.2.4	Výsledky výpočtu vlastních frekvencí rotoru s oběžným kolem ve vzduchu .....	68

5.3.2.5	Výsledky výpočtu vlastních frekvencí rotoru s oběžným kolem ve vodě .....	68
5.3.2.6	Porovnání vlastních frekvencí rotoru s oběžným kolem v různých prostředích .....	69
5.3.3	Výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů oběžného kola bez rotoru .....	73
5.3.3.1	Úvod.....	73
5.3.3.2	Výpočtový model řešené soustavy .....	73
5.3.3.3	Výsledky výpočtu vlastních frekvencí oběžného kola ve vakuu .....	73
5.3.3.4	Porovnání vlastních frekvencí a vlastních tvarů oběžného kola s kompletním rotorem a bez rotoru ve vakuu.....	74
5.3.4	Závěry k výpočtům a výsledkům vlastních frekvencí a tvarů kmitů .....	76
5.3.5	Výpočet kmitání rotoru s oběžným kolem ve vodním prostředí vynuceného tlakovými pulzacemi .....	77
5.3.5.1	Úvodní popis .....	77
5.3.5.2	Výpočtový model zatížení řešené soustavy .....	79
5.3.5.3	Výsledky výpočtu vynuceného kmitání .....	82
5.3.6	Závěry k výpočtům a výsledkům vynuceného kmitání .....	88
5.4	Vlastní frekvence rozváděcí lopatky – modelové zařízení s lopatkou .....	89
5.4.1	Úvod .....	89
5.4.2	Popis modelového zařízení - dispozice .....	91
5.4.3	Popis modelového zařízení - měření .....	94
5.4.4	Popis modelového zařízení - závěry.....	94
5.4.5	Výpočet vlastních frekvencí rozváděcí lopatky ve vakuu .....	96
5.4.5.1	Výpočtový model řešené soustavy .....	96
5.4.5.2	Výsledky výpočtů vlastních frekvencí .....	97
5.4.5.3	Závěry .....	100
5.4.6	Výpočet vlastních frekvencí rozváděcí lopatky na vzduchu a ve vodě .....	100
5.4.6.1	Výpočtový model řešené soustavy .....	100
5.4.6.2	Výsledky výpočtů vlastních frekvencí .....	104
5.4.6.3	Porovnání vlastních frekvencí rozváděcí lopatky v různých prostředích....	114
5.4.6.4	Závěry .....	123
6	Aplikace nepřímé metody řešení kmitání konstrukce v interakci s kapalinou .....	124
6.1	Propojení programů CFX – MECHANICAL uživatelsky vytvořeným rozhraním – 1-WAY FSI – statické výpočty .....	124
6.1.1	Výpočet napětí a deformací oběžného kola Francisovy reverzní turbíny PVE Dlouhé Stráně .....	125
6.1.1.1	Úvod.....	125
6.1.1.2	Výpočtový model řešené soustavy .....	126
6.1.1.3	Výsledky výpočtů.....	130
6.1.1.4	Vliv složek zatížení na výsledné napětí .....	133
6.1.1.5	Závěry .....	134
6.1.2	Stacionární – statický výpočet rozváděcí lopatky – modelové zařízení s lopatkou .....	136
6.1.2.1	Úvod.....	136
6.1.2.2	Výpočtový model řešené soustavy – výpočty proudění.....	136
6.1.2.3	Výsledky výpočtů proudění.....	140
6.1.2.4	Výpočtový model řešené soustavy – statické výpočty.....	147
6.1.2.5	Výsledky výpočtů napětí a deformací .....	148
6.1.2.6	Závěry .....	149
6.2	Propojení programů CFX – MECHANICAL rozhraním ANSYS – 1-WAY FSI – statické výpočty .....	150
6.2.1	Stacionární – statický výpočet rozváděcí lopatky – modelové zařízení s lopatkou .....	151
6.2.1.1	Úvod.....	151
6.2.1.2	Výpočtový model řešené soustavy – výpočty proudění.....	151

6.2.1.3	Přenosové rozhraní .....	151
6.2.1.4	Výsledky výpočtu proudění.....	152
6.2.1.5	Výpočtový model řešené soustavy – statické výpočty.....	152
6.2.1.6	Výsledky výpočtů napětí a deformací .....	153
6.2.1.7	Závěry .....	155
6.3	Propojení programů CFX – MECHANICAL rozhraním ANSYS – 2-WAY FSI – statické výpočty .....	156
6.3.1	Stacionární – statický výpočet rozváděcí lopatky – modelové zařízení s lopatkou .....	156
6.3.1.1	Úvod.....	156
6.3.1.2	Výpočtový model řešené soustavy – výpočty proudění.....	157
6.3.1.3	Výpočtový model řešené soustavy – statické výpočty.....	158
6.3.1.4	Výsledky stacionárních výpočtů 2-WAY FSI .....	159
6.3.1.5	Závěry .....	167
6.4	Propojení programů CFX – MECHANICAL rozhraním ANSYS – 2-WAY FSI – dynamické výpočty.....	168
6.4.1	Úvodní popis .....	168
6.4.2	Setrvačný účinek proudu vody jako základní příčina samobuzeného kmitání lopatky v blízkosti tuhé stěny.....	169
6.4.2.1	Obecně.....	169
6.4.2.2	Lopatka v blízkosti tuhé stěny [39].....	169
6.4.3	Nestacionární – dynamický výpočet rozváděcí lopatky – modelové zařízení s lopatkou .....	172
6.4.3.1	Výpočtový model řešené soustavy – výpočty proudění.....	172
6.4.3.2	Výpočtový model řešené soustavy – výpočty napětí a deformací .....	173
6.4.3.3	Výsledky nestacionárního – dynamického výpočtu 2-WAY FSI .....	174
6.4.3.4	Závěry .....	182
7	Závěry .....	184
8	Použitá literatura.....	188
9	Výběr nepublikovaných zpráv souvisejících s tématem disertační práce .....	193
10	Publikované práce - konference .....	195
11	Publikované práce – odborné časopisy .....	196
12	Práce na grantových projektech .....	197
	Seznam použitých zkratk a symbolů.....	197
	Seznam příloh .....	199

# 1 Úvod do problematiky

Predikce chování stavebních a strojních konstrukcí se zřetelem na vlivy prostředí v různých návrhových stavech je základní podmínkou odhadu provozní spolehlivosti analyzované konstrukce. Podstatný význam má spolehlivá charakteristika chování konstrukce daná popisem jejího pohybu na časově proměnných vlivech prostředí. Tato práce se zabývá statickou a dynamickou odezvou zvláštních typů konstrukcí. Tyto konstrukce se nazývají hydrotechnické/vodohospodářské konstrukce. Jde o konstrukce zahrnující hlavní funkční části jak vnořené do vodního prostředí (oběžná kola turbín, rychlouzávěry), tak vodou naplněné (přivaděče vodních elektráren) nebo je voda jen z části obklopuje (jezové klapky, vrata plavebních komor atd.). Většina konstrukcí je v interakci s okolním prostředím a hydrotechnické/vodohospodářské konstrukce jsou v interakci s vodním prostředím, které má zásadní vliv na zatížení. Voda v interakci s konstrukcí významně ovlivňuje odezvu konstrukce – zásadní vliv zatížení prostředím (voda). Velký problém pro predikci chování konstrukcí v provozu je popis zatížení vodním prostředím. Pro popis zatížení konstrukcí se vychází z provedených měření na dílech (fyzikálních modelech), výpočty a využitím empirických poznatků. Při seizmickém buzení jsou konstrukce zatěžovány setrvačnými účinky vznikajícími při pohybu vztaženému vůči klidové poloze. Pro tento typ zatížení lze účinky kapaliny formulovat jako přídavná hmotnost. Dalším případem zatížení je buzení vznikající přímo ve vodním prostředí a také se tímto prostředím šíří (tlakové pulzace) a nebo je zatížení vyvoláno proudící kapalinou. Dalším problémem je popis odezvy konstrukce na zatížení vodním prostředím. Popis odezvy konstrukce se provádí měřeními na dílech, měřeními na fyzikálních modelech a výpočty statických a dynamických odezev na různé typy zatížení. Požadovanými odezвовými veličinami nutnými pro posouzení mezních stavů únosnosti a použitelnosti konstrukce jsou přemístění a napětí, resp. veličiny odtud odvozené. Základním prostředkem predikce odezvy konstrukce je výpočet.

Vodohospodářské konstrukce jsou obecně většinou velmi rozměrné, heterogenní, strukturně členité a tvarově složité. Vodohospodářské konstrukce mohou být jako hlavní konstrukce s vybavením nebo jako subkonstrukce. Mezi vodohospodářské konstrukce patří hradící konstrukce, vrata plavebních komor, jezové klapky, uzávěry spodových výpustí, rychlouzávěry, uzávěry v přivaděcích potrubích, přivaděcí potrubí vodních elektráren, česle, strojní vybavení vodohospodářských staveb, turbíny, čerpadla. Dále mezi vodohospodářské konstrukce patří základové konstrukce vodohospodářských zařízení a základové konstrukce vodních strojů, které jsou v dynamické interakci se zkoumanými konstrukcemi. Dle již výše uvedených druhů konstrukcí se jedná o široké spektrum úloh stanovení statických a dynamických odezev konstrukce na zatížení. Dynamické a statické chování

vodohospodářských konstrukcí při pracovním procesu se popisuje v současnosti většinou použitím výpočtových modelů na principu metody konečných prvků. Je třeba se zabývat výpočty odezv konstrukcí zatíženými vodním prostředím, protože zatížení vodním prostředím může být hlavní.

Prostředí v zásadě nelze separovat, protože dochází k interakci mezi konstrukcí a prostředím. Vlivy prostředí mají mimořádný význam na zatížení konstrukce, ať už se jedná o vítr nebo vodu.

Výpočtů frekvenčních a modálních charakteristik konstrukcí v kontaktu s vodou, naplněných vodou nebo ponořených do vody, výpočty dynamické odezvy konstrukcí na buzení účinky tlakových pulzací vznikajících v kapalině jsou na základě metody konečných prvků. Výpočty statické odezvy konstrukcí na zatížení obtékající vodou a výpočty dynamické odezvy konstrukcí na buzení obtékající vodou se řeší metodou konečných prvků a zatížení konstrukce popř. buzení se řeší výpočtem proudového pole metodou konečných objemů.

Stálá tzv. statická zatížení nevytváří zásadní problém, ale problematický je popis dynamického zatížení. Nárazy plovoucích objektů, vlny, rázové vlny a zemětřesení nepředstavují zásadní problémy při popisu zatížení.

Výrazné jsou problémy při periodických/kvaziperiodických zatíženích, kdy může docházet k rezonančnímu kmitání a různým nestabilitám v chování konstrukcí. Další velké problémy jsou při stanovení kmitání u poddajných konstrukcí, kde vznikají složité problémy hydroelastického kmitání a hydroelastické nestability. Musíme uvažovat velké výchylky obtékané konstrukce a tím i změnu tvaru proudového pole vodního prostředí.

Tato práce popisuje teorii a postupy výpočtů frekvenčních a modálních charakteristik konstrukcí v kontaktu s vodou, naplněných vodou nebo ponořených do vody, výpočty dynamické odezvy konstrukcí na buzení účinky tlakových pulzací vznikajících ve vodě, výpočty statické odezvy konstrukcí na zatížení obtékající vodou a výpočty dynamické odezvy poddajných konstrukcí na buzení obtékající vodou. Výsledky některých výpočtů byly srovnány s naměřenými hodnotami na dílech nebo fyzikálních modelech.

V rámci průzkumu aplikací programových prostředků jsem zjistil, že firmy zabývající se návrhem hydrotechnických/vodohospodářských konstrukcí používají tzv. firemní programové prostředky pro predikci chování konstrukcí, které samozřejmě nejsou veřejně k dispozici, proto jsem se zaměřil na komerčně dostupné programové prostředky. Na trhu jsou dostupné např. COMSOL, ADINA, CD-adapco, MSC SOFTWARE, ANSYS ad., které umožňují výpočty chování konstrukcí v interakci s vodním prostředím.

V této práci jsou výpočty chování konstrukcí v interakci s kapalinou řešeny programem ANSYS.

Stanovení parametrů kmitání vodohospodářských konstrukcí je nezbytné pro posouzení jejich bezpečnosti vůči únavovému porušování. Pokud by došlo k zanedbání posouzení kmitání (dynamických vlastností) vodohospodářských konstrukcí může dojít vlivem kmitání (např. rezonanční kmitání) konstrukce k porušení konstrukce a tudíž k velkým ekonomickým ztrátám i ztrátám na životech pokud by se jednalo o uzávěry, vrata plavebních komor nebo přivaděče vodních elektráren. V současné době je možno počítat parametry kmitání vodohospodářských konstrukcí s uvážením obklopující nebo vyplňující neproudící kapaliny.

## 2 Současný stav řešené problematiky

Každá hydrotechnická/vodohospodářská konstrukce je v interakci s okolním prostředím. Jde o konstrukce zahrnující hlavní funkční části jak vnořené do vodního prostředí (oběžná kola turbín, rychlouzávěry), tak vodou naplněné (přivaděče vodních elektráren) nebo je voda jen z části obklopuje (jezové klapky, vrata plavebních komor atd.). V jednoduchém základním pohledu lze říci, že zatížení obtékající kapalinou se jedná o statické zatížení. Je-li podstatný vliv dynamické složky zatížení, je nutno danou konstrukci navrhovat na statickou pevnost i dynamickou pevnost. Pokud časové přemístění konstrukce a vzniklé napjatosti v konstrukci vyvolané časově proměnným zatížením od proudění vody jsou nezanedbatelná, je nutno použít tzv. hydroelastický přístup k danému problému. Hydroelastický přístup analyzuje vzájemnou interakci vodního prostředí (proudění kapaliny) a obtékaného tělesa. Určují se například vlastní tvary a jím přiřazené frekvence tělesa ve vodním prostředí.

Přístup k řešení problematiky dynamického chování obtékaných těles se v několika posledních letech začal měnit. Jsou opouštěny experimenty na fyzických modelech a je upřednostňováno modelování numerické a to hlavně z důvodů ekonomických. Numerické modelování nám umožnil velký pokrok v numerických metodách ve výpočtech proudění (computational fluid dynamics – CFD- metoda konečných objemů) tak výpočtech konstrukcí (metoda konečných prvků – MKP).

V této kapitole jsou uvedeny stručné popisy vybraných publikovaných prací různých autorů, které jsem z velkého množství publikované literatury vybral jako velmi přínosné v dané oblasti dynamických vlastností vodohospodářských konstrukcí a interakce těles s kapalinou. Jako velmi přínosnou bych chtěl zmínit knihu [39], která popisuje řadu dynamických problémů hydrotechnických/vodohospodářských konstrukcí, jejich příčiny a jejich eliminace. V obdobném duchu je napsána i kniha zahraničních autorů [43], která na praktických i teoretických příkladech ukazuje na důležitost věnovat se dynamickým vlastnostem částí vodních strojů. V této práci je uvedena kapitola 5.3, ve které jsou popsány výpočty kmitání konstrukcí v neproudící kapalině – „PŘÍMÁ METODA“ (vlastní tvary kmitu a frekvence a odezva oběžné kola na buzení kvaziperiodickým buzením). Analýzami kmitání v neproudící kapalině jak po teoretické tak praktické stránce se zabývá velké množství publikací. Z českých autorů lze uvést např. [3], [4], [5], [17], [19], [25], [30], [49]. Většinou jsou popisovány analýzy vlastních frekvencí a tvarů kmitu vodních strojů a vodohospodářských konstrukcí v interakci s kapalinou. V těchto publikacích jsou zmíněny výsledky řešení vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitu různých oběžných kol, jednotlivých lopat oběžných kola a přivaděčů vodních elektráren. Na obdobné téma píše zahraniční autoři [44], kteří se zabývají výpočty vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitu



oběžného Francisova kola ve vodě a odhadu životnosti oběžného kola. Dalšími autory, kteří se zabývají podobným tématem, jsou [45], kteří ve své publikaci popisují teoretické základy výpočtů předvedených na jednoduchém příkladu a jejich aplikaci při převedení znalostí výpočtu vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitu reálné oběžné lopatky Kaplanovy vodní turbíny. Problémy kmitání rozváděcích lopatek publikuje, jejich řešení a výpočty vlastních frekvencí a harmonických analýz popisují ve své publikaci autoři [46]. V této publikaci je ukázána shoda výpočtů s měřením na prototypu (dílo).

Prvním krokem ve stanovení dynamických vlastností je výpočet vlastních frekvencí a tvarů kmitu konstrukce. Pokud však potřebujeme zjistit amplitudy kmitání např. oběžného kola vodní turbíny požadované pro stanovení životnosti oběžného kola, je třeba určit budící spektra a frekvence buzení oběžného kola (např. od míjení lopatek rotoru a statoru tzv. rotor – stator interaction RSI). Tato problematika je popsána v publikaci [47], v které je uvedeno teoretické odvození funkcí popisujících prostorové a časové buzení oběžného kola tlakem vody od RSI a příklady odezev oběžných kol na popisované budící funkce. Celosvětově uznávané práce na téma stanovení budících tlakových funkcí jsou publikace autorů Dubas [28], Nechleba [29], Chen [31], Dorfler [32], Tanaka [33], Ohura [34] a Koutník [35].

Dalším problémem, kterému se věnuje tato práce je stanovení statické odezvy konstrukcí na zatížení vlivem obtékající vody a dynamické odezvy poddajných konstrukcí na buzení obtékající vodou. Proto je v této práci uveden příklad stanovení statické a dynamické odezvy lopatky v blízkosti stěny na proudění kapaliny a statické odezva vybraného typu oběžného kola vodní turbíny. Tato problematika je řešena více způsoby „NEPŘÍMÉ METODY“. Statická odezva se řeší tzv. metodou 1–WAY FSI (jednocestná), která je založena na přístupu přenosu vypočítaných hydrodynamických tlaků z výpočtu proudění na model výpočtu konstrukce. Model konstrukce je diskretizován konečnými prvky, přičemž na obtékané plochy modelu konstrukce se interpolují přenášené hydrodynamické tlaky. Dalším způsobem řešení je výpočet statické a dynamické odezvy pomocí metody 2–WAY FSI (dvoucestná). Tato metoda je velmi složitá a zabývá se touto problematikou velké množství literatury. Největší podíl mají publikace, které informují o možnostech a postupech výpočtů dynamického chování cévního systému člověka popř. výpočty různých cévních a srdečních náhrad např. od autorů Chen, Ding a Gear [48]. Je to z důvodu možného modelování komplexních modelů díky malým velikostem, které jsou u vodohospodářských konstrukcí a vodních turbín několikanásobně větší. U vodohospodářských konstrukcí bych zmínil autory Jirsák, Kantor a Nowak [49], která se zabývá analýzou interakce kapaliny z konstrukcí skutečné jezové klapkové hradící konstrukce. Přičemž výsledky výpočtů jezové klapky jsou porovnány s experimentem. Pro vodní turbíny bych zde uvedl publikaci od autorů Jin, Mao a Fang [50], která se zabývá porovnáním výsledků jednocestné a dvoucestné analýzy FSI výpočtu statické odezvy oběžného kola Francis na zatížení vlivem obtékající kapaliny. Ještě bych

pouze ve zkratce zmínil publikace věnující se tématu 1-WAY-FSI a 2-WAY-FSI [51],[52] a [54].

Důležitou oblastí, které byla v této práci věnována pozornost je problematika tzv. samobuzenému kmitání vodou obtékané lopatky vlivem setrvačného účinku proudu vody. Na toto téma moc prací z oblasti vodních turbín napsáno není, ale o této problematice se zmiňují autoři publikací [39] a [43]. Jako jedna z prvních publikací na téma samobuzeného kmitání oběžného kola vodních turbín je práce autorů Schneider, Schilling, Hubner a Seidel [53].

### 3 Cíl práce

Disertační práce je zaměřena na problematiku statického a dynamického chování vodohospodářských konstrukcí v interakci s vodním prostředím. Matematické simulace proudění a výpočtů konstrukcí poskytuje velmi široké pole působnosti, jak z hlediska matematického tak i programátorského.

Zaměření této práce vyplynulo ze současné potřeby zlepšení znalostí o statických a dynamických vlastnostech vodohospodářských konstrukcí obklopených proudící i neproudící kapalinou a její vliv na tyto vlastnosti. Tato problematika je jako soubor témat velmi komplikovaná.

Cílem práce je popis a postupy výpočtů frekvenčních a modálních charakteristik konstrukcí v kontaktu s vodou, naplněných vodou nebo ponořených do vody, výpočty dynamické odezvy konstrukcí na buzení účinky tlakových pulzací vznikajících ve vodě, výpočty statické odezvy konstrukcí na zatížení obtékající vodou a výpočty dynamické odezvy poddajných konstrukcí na buzení vlivem obtékající vody. Výsledky některých výpočtů budou srovnány s naměřenými hodnotami na dílech nebo fyzikálních modelech.

Dále jsem se při výpočtech frekvenčních a modálních charakteristik vodohospodářských konstrukcí v interakci s kapalinou a při výpočtech dynamické odezvy konstrukcí na buzení účinky tlakových pulzací vznikajících ve vodě zaměřil (kvaziperiodické buzení) na otestování možnosti použití nových konečných prvků FLUID220 a FLUID221, které nabízí program ANSYS. Dále pro stanovení vlastních frekvencí na příkladu uvést metodu výpočtu vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitu dle přístupů Lagrange a Eulera a zhodnocení jejich použití. V oblasti výpočtů dynamických vlastností konstrukcí ponořených v neproudící kapalině „PŘÍMOU METODOU“ výpočtu, prokázat vliv nesymetrie obklopující kapaliny na vlastní frekvence a vlastní tvary kmitu, a dále ověřit vliv hřídele oběžného kola na vlastní frekvence oběžných kol vodních turbín. Výpočty dynamických vlastností v neproudící kapalině jsou v dnešní době prováděny bez hřídelů a se symetricky obklopující kapalinou.

Při statických výpočtech vodohospodářských konstrukcí (oběžných kol turbín) zatížených reálným hydrodynamickým tlakovým zatížením z výsledků výpočtů proudění, na obtékané plochy konstrukce ve vodě „NEPŘÍMÁ METODA“. V této části práce by měli být provedeny výpočty statické analýzy metodou 1-WAY FSI, pro kterou budou zhotoveny makra v APDL (vytvoření uživatelské interface mezi CFD a MKP) a ověření na reálných konstrukcích a také využití interního rozhraní systému ANSYS a jeho ověření na reálné konstrukci. Dalším krokem je prověření a spočítání statické analýzy metodou 2-WAY FSI, která spočívá ve spolupráci dvou programových částí systému ANSYS (CFD a MKP). Tuto metodu statické odezvy prověřit na reálné součásti a prověřit tzv. slabá a silná místa při výpočtech statických

odezev vodohospodářských konstrukcí jak metodou 1-WAY FSI tak i metodou 2-WAY FSI.

Na samostatné rozváděcí lopatce Francisovy reverzní turbíny VE Markesbach (subkonstrukce vodní turbíny) budou provedeny kompletní analýzy dynamického chování jak v neproudící vodě „PŘÍMÁ METODA“ tak i možnosti výpočtů statické a dynamické odezvy lopatky na proudící vodu okolo lopatky. Lopatka je umístěna v blízkosti stěny a tato vzdálenost bude měněna stejně tak i natočení lopatky vůči stěně. Porovnání dynamického chování lopatky - experiment versus výpočet. Experimenty byly provedeny v 80. letech minulého století na experimentální trati umístění na vodním díle Dalešice.

Jedním z dílčích cílů je uvést postupy, výsledky numerických analýz a porovnání s výsledky experimentů jsou-li k dispozici.

## 4 Základní vztahy pro popis kmitání konstrukce v interakci s kapalinou

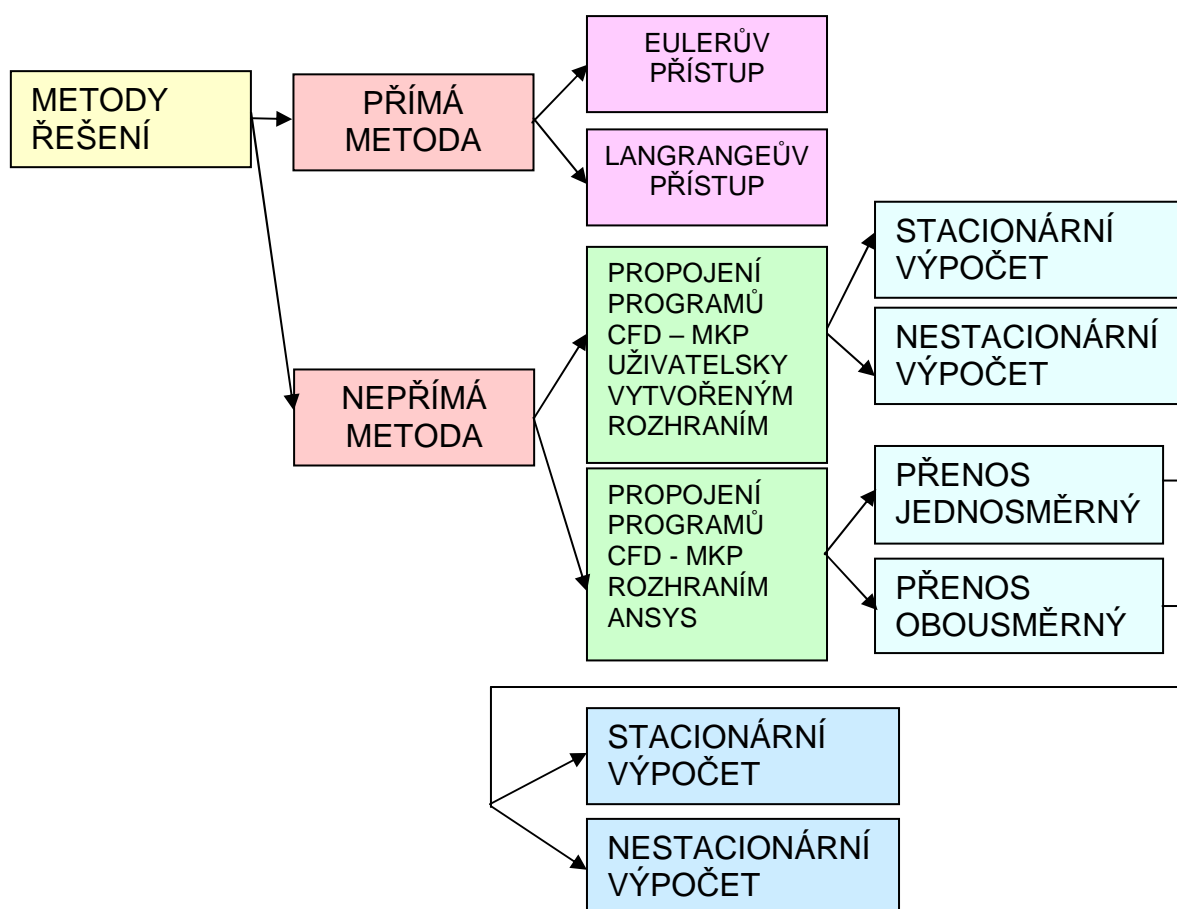
### 4.1 Metody výpočtů kmitání

V této kapitole jsou stručně popsány metody výpočtů kmitání vodohospodářských konstrukcí v interakci s vodním prostředím (Fluid Structure Interaction – FSI) s využitím programů od firmy ANSYS založené na principu metody konečných prvků (MKP) a metody konečných objemů (CFD).

Rozdělení programů v systému ANSYS:

- MKP – ANSYS MECHANICAL
- CFD – ANSYS CFX

Přístupy řešení statické a dynamické odezvy vodohospodářských konstrukcí lze rozdělit dle schématu uvedeného na obrázku 1.



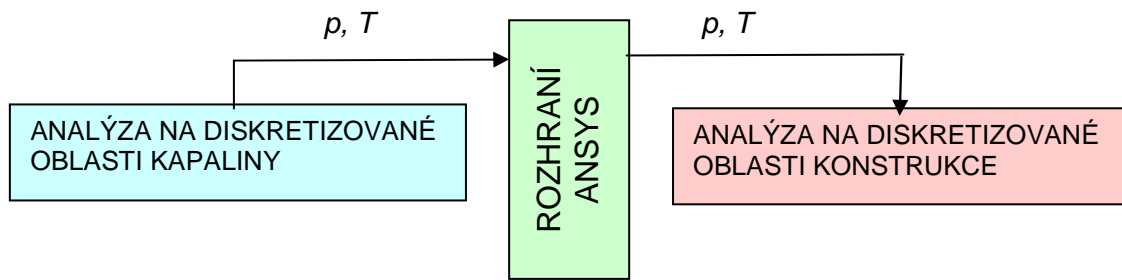
Obr. 1 Schéma rozdělení řešení dynamické odezvy

PŘÍMÁ METODA – přímé spojení různých fyzikálních polí:

- a) Eulerův přístup,
- b) Lagrangeův přístup.

NEPŘÍMÁ METODA – řešení fyzikální analýzy více polí využitím software od firmy ANSYS založené na principu metody konečných prvků (MKP) a metody konečných objemů (CFD). Nepřímou metodu můžeme dále dělit na:

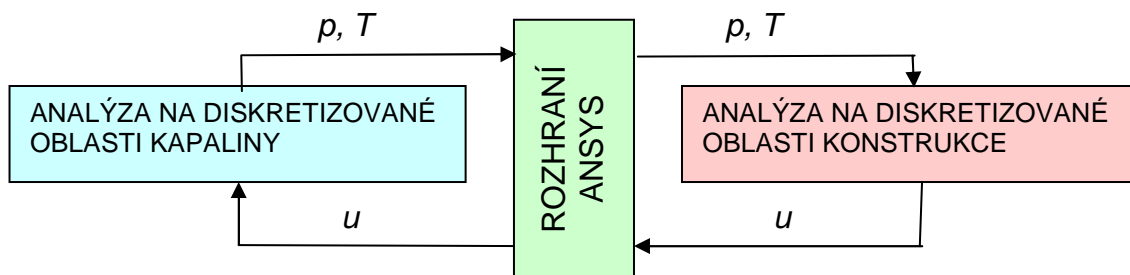
- c) PROPOJENÍ PROGRAMŮ CFD – MKP UŽIVATELSKY VYTVOŘENÝM ROZHŘANÍM - jedná se o přenos zatížení mezi analýzami (výsledky z ANSYS CFX *proudění kapaliny* se načtou do ANSYS MECHANICAL *výpočet konstrukce*). Výpočet odezvy konstrukce na proudění v kapalinové oblasti se provádí odděleně. Nejdříve je provedena analýza proudění v kapalinové oblasti obklopující námi zkoumanou konstrukci. Poté je proveden přenos výsledného zatížení (většinou tlakové zatížení) na smáčené plochy konstrukce a následuje řešení odezvy konstrukce na námi zadané výsledné zatížení. Tento postup platí jak pro stacionární výpočet (ustálené proudění  $v \neq v(t); \frac{\partial v}{\partial t} = 0$ ) nezávislé na čase, tak pro nestacionární výpočet (neustálené proudění  $v = v(x,y,z,t); v = v(s,t); v = v(t)$ ) u něhož veličiny jsou závislé na čase.
- d) PROPOJENÍ PROGRAMŮ CFD – MKP ROZHŘANÍM ANSYS – jedná se o řešení interakce mezi konstrukcí a kapalinovou oblastí přímým propojením dvou programů ANSYS MECHANICAL a ANSYS CFX v systému ANSYS. Informace potřebné k zadání řešené úlohy jsou mezi ANSYS MECHANICAL a ANSYS CFX posílány přes rozhraní vytvořené v systému ANSYS. Z hlediska různých typů úloh řešení interakce konstrukce a kapaliny můžeme dělit výměnu informací mezi dříve zmíněnými programy na jednosměrné (1-WAY FSI) a obousměrné (2-WAY FSI).
  - PŘENOS JEDNOSMĚRNÝ (1-WAY FSI) – informace potřebné pro výpočet jsou posílány přes ANSYS rozhraní pouze v jednom směru. Předané rozložení tlakového pole a teplotního pole v kapalině na smáčeném povrchu zkoumané konstrukce (FSI rozhraní – fluid structure interaction) z CFX do MECHANICAL působí na řešenou konstrukci a způsobuje její přetvoření. Při jednosměrném přenosu se předpokládá, že výsledná přemístění (přetvoření) zkoumané konstrukce neovlivňují proudění kapaliny v kapalinové oblasti. Obrázek 2 znázorňuje schéma přenosu informací mezi programy CFX → MECHANICAL.



$p$  – tlakové zatížení,  $T$  – teplotní zatížení

Obr. 2 Schéma 1–WAY FSI

- PŘENOS OBOUSMĚRNÝ (2-WAY FSI) – informace potřebné pro výpočet jsou posílány přes ANSYS rozhraní obousměrně. Předané rozložení tlakového pole (teplotního pole) v kapalině na smáčeném povrchu zkoumané konstrukce (FSI rozhraní) z CFX do MECHANICAL působí na řešenou konstrukci a způsobuje její přetvoření. Přemístění vyvolané přetvořením zkoumané konstrukce jsou opačným směrem posílána přes ANSYS rozhraní a načítána do CFX (kapalinové oblasti) na hranici smáčeného povrchu konstrukce. Oproti jednosměrnému přenosu se předpokládá, že výsledná přemístění (přetvoření) zkoumané konstrukce ovlivňují proudění kapaliny v kapalinové oblasti. Obrázek 3 znázorňuje schéma přenosu informací mezi programy CFX ↔ MECHANICAL.



$T$  – teplotní zatížení,  $T$  – teplotní zatížení,  $u$  – přemístění konstrukce (smáčených povrchů)

Obr. 3 Schéma 2–WAY FSI

## 4.2 Přímá metoda

### 4.2.1 Předpoklady řešení úlohy

V terminologii matematického modelování dynamického procesu kmitání analyzované konstrukce (přesněji jejího výpočtového modelu) je v metodě konečných prvků popsán vektorem  $\mathbf{n}$  zobecněných přemístění  $\mathbf{u}$ . Inerciální, elastické a disipativní vlastnosti konstrukce jsou popsány čtvercovými maticemi hmotnosti  $\mathbf{M}$ , tuhosti  $\mathbf{K}$  a tlumení  $\mathbf{C}$ , jejichž prvky jsou po linearizaci s obvyklým předpokladem dostatečně malých přemístění konstanty. Zatížení konstrukce je popsáno vektorem zobecněných sil  $\mathbf{f}$ , jehož prvky  $f_i$  jsou definované funkcemi času a zobecněných přemístění, rychlostí a zrychlení. Tyto funkce  $f_i$  lze v prvním přiblížení po linearizaci definovat jako součet funkce času  $f_i(t)$  (zadané časově proměnné složky tlaku na povrchu konstrukce) a lineární funkce zobecněných zrychlení  $f_i(\ddot{u}_1, \dots, \ddot{u}_n)$ , kterou lze vyjádřit jako součin vektoru  $\ddot{\mathbf{u}}$  zobecněných zrychlení a čtvercové matice  $\mathbf{M}_w$  konstantních součinitelů (vyjadřuje vliv hmotnosti kapaliny na kmitání konstrukce). Pohyb konstrukce lze tedy popsat lineární maticovou pohybovou rovnicí

$$(\mathbf{M} + \mathbf{M}_w) \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f}(t), \quad (1)$$

neboli

$$\mathbf{M}_e \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f}(t) \quad (2)$$

s příslušnými okrajovými a počátečními podmínkami.

Pohybová rovnice (2) je v současné projekční praxi základní rovnicí pro obvyklý způsob výpočtu dynamické odezvy typu vibrací konstrukce ve styku s kapalinou, založený na koncepci tzv. přídavné hmotnosti kapaliny  $\mathbf{M}_w$ . Při tomto přístupu se dynamická odezva konstrukce řeší standardním postupem s použitím výpočtového modelu konstrukce s výpočtovou maticí hmotnosti stanovenou tak, že k matici hmotnosti se přičte zvláštním postupem stanovená matice přídavné hmotnosti kapaliny.

Matice přídavné hmotnosti kapaliny vyjadřuje nejvýraznější vliv neproudícího kapalinového prostředí na kmitání modelované konstrukce. Vyjadřuje výhradně inerciální účinky urychlovaných částic kapaliny na kmitající konstrukci, tj. v podstatě tlak neproudící kapaliny na povrch kmitající konstrukce.

Způsoby stanovení přídavné hmotnosti kapaliny v konkrétních úlohách jsou různé – od elementárního výpočtu oblasti spolupůsobící kapaliny dle empirických vztahů až po specializovaná numerická řešení problému s respektováním skutečné geometrie kapalinové oblasti. Se zřetelem k současným požadavkům na úroveň průkazných výpočtů je použití metody konečných prvků při řešení dynamické odezvy konstrukce nutností. Aplikace



profesionálních programových systémů na bázi MKP přitom přináší zásadní změnu v praxi řešení dynamické odezvy konstrukce ve styku s kapalinou. O řešení tohoto problému pojednává rozsáhlá literatura, přehled formulací řešení je např. v [6], [7] a [8]. Programové systémy na bázi MKP umožňují výpočet matice přídatné hmotnosti kapaliny bez nutnosti hrubého zjednodušení tvaru jak modelovaných konstrukčních částí ve styku s kapalinou tak kapalinové oblasti. Nabízí se řešení s přístupem podle Lagrange nebo dle Eulera.

**Lagrangeův přístup:** kapalina v okolí analyzované konstrukce se v definované oblasti modeluje jako těleso se zanedbatelným modulem pružnosti ve smyku a pohyb částic kapaliny se popisuje pohybovými rovnicemi v Lagrangeově tvaru. Proměnnými jsou uzlová přemístění. Velkou nevýhodou tohoto přístupu je, že v pásmu prvních vlastních frekvencí konstrukce se nachází velký počet vlastních frekvencí příslušející nevýznamnému kmitání převážně kapalinové oblasti.

**Eulerův přístup:** při Eulerově přístupu k danému problému se sleduje rozložení tlaku (tlakové pole) nebo rozložení rychlostí (pole rychlostí) v kapalinové oblasti na rozdíl od Lagrangeova přístupu, kde se sleduje pohyb částic kapaliny. V kapalinové oblasti rozdělené na konečné prvky jsou proměnnými tlaky nebo rychlosti v uzlových bodech. Interakce kapaliny a konstrukce se charakterizuje na společné hranici tlakem nebo normálovou složkou rychlosti (zrychlení).

Programový systém ANSYS (viz [9], [10]), poskytuje možnost vyšetřovat kmitání konstrukce v kapalině na základě Eulerova přístupu, aniž by bylo nutné odděleně počítat matici přídatné hmotnosti kapaliny. Výchozí pohybová rovnice se sestavuje s použitím výpočtového modelu zahrnujícího konstrukci a omezenou kapalinovou oblast.

Změny tlaku  $p$  v kapalině vzhledem ke střednímu tlaku v modelované kapalinové oblasti se popisují Navier-Stokesovými rovnicemi a rovnicí kontinuity za těchto zjednodušujících předpokladů:

- střední hodnota tlaku je stálá,
- hustota kapaliny je stálá,
- kapalina je nevazká a stlačitelná,
- kapalina neproudí,
- kapalina není teplotou ovlivňována
- kapalina je v trvalém kontaktu s konstrukcí,
- přetvoření konstrukce jsou dostatečně malá.

Diferenciální rovnice popisující kapalinu pro řešení svázaného problému se vychází z věty o zachování hybnosti a z rovnice kontinuity (z pohybové rovnice)

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \nabla p + \rho v \nabla v = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0. \quad (4)$$

V uvedených rovnicích (3) a (4) se vyskytují tři pole

$$\rho = \rho_0 + \rho'(t), \quad v = v'(t), \quad p = p_0 + p'(t).$$

Index 0 označuje střední hodnotu.

Index ' označuje flukтуаční složku.

Fluktuace jsou malé.

Rovnice (3) a (4) lze potom přepsat ve tvaru

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot (v') = 0, \quad \rho \frac{\partial v'}{\partial t} + \nabla p' = 0. \quad (5)$$

Spojením obou rovnic lze vyloučit pole rychlostí

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = 0. \quad (6)$$

Je vhodné rovnici (6) vyjádřit pouze pomocí tlakového pole. Za předpokladu, že změna hustoty je závislá na tlaku a stlačitelnost kapaliny je malá, lze soustavu rovnic doplnit o rovnici

$$p' = p - p_0 \approx \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_{\rho=\rho_0} (\rho - \rho_0) = c^2 \rho'(t) \Rightarrow \rho'(t) = \frac{1}{c^2} p' \quad (7)$$

$c$  je rychlost šíření zvuku v neviské a stlačitelné kapalině vypočítaná dle vztahu:

$$c = \sqrt{\frac{k}{\rho_0}}, \quad (8)$$

kde  $k$  je objemový modul pružnosti a  $\rho_0$  je střední hustota kapaliny.

Po dosazení rovnice (7) do rovnice (6) obdržíme tzv. „Helmholtzovu akustickou rovnici“ (diferenciální vlnová rovnice)

$$\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \nabla^2 p, \quad (9)$$

kde  $p$  je proměnná složka tlaku.

Diferenciální rovnice (9) musí vyhovovat počátečním a okrajovým podmínkám:

- hranice mezi kapalinou a pevnou látkou (konstrukcí) – zavádí se předpoklad, že kapalina je trvale v kontaktu s pevnou látkou

$$\frac{\partial \rho}{\partial n} = -\rho \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2}, \quad (10)$$

- volná hladina

$$\rho = 0, \quad (11)$$

- hranice s vyzařováním energie

$$\frac{\partial \rho}{\partial n} = -\frac{1}{c} \dot{\rho}. \quad (12)$$

Laplaceův operátor je v (9) zapsán jako druhá mocnina operátoru nabla

$$\nabla (\ ) = \mathbf{L}, \quad \mathbf{L} = \left\{ \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right\}^T. \quad (13)$$

Rovnici (1) lze zapsat v maticovém zápisu

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - \mathbf{L}^T (\mathbf{L}\rho) = 0. \quad (14)$$

Skalární součin rovnice (14) a variace vektoru  $\delta\rho$  v kapalinové oblasti  $\Omega$  dává integrální vztah (viz [14])

$$\int_{\Omega} \delta\rho \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} d\Omega - \int_{\Omega} \delta\rho \mathbf{L}^T (\mathbf{L}\rho) d\Omega = 0. \quad (15)$$

Druhý člen v rovnici (15) zapíšeme jako rozdíl dvou integrálů ve tvaru

$$\int_{\Omega} \delta\rho \mathbf{L}^T (\mathbf{L}\rho) d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{L}^T \delta\rho \mathbf{L}\rho \, \vartheta\Omega - \int_{\Omega} (\mathbf{L}^T \delta\rho) (\mathbf{L}\rho) d\Omega. \quad (16)$$

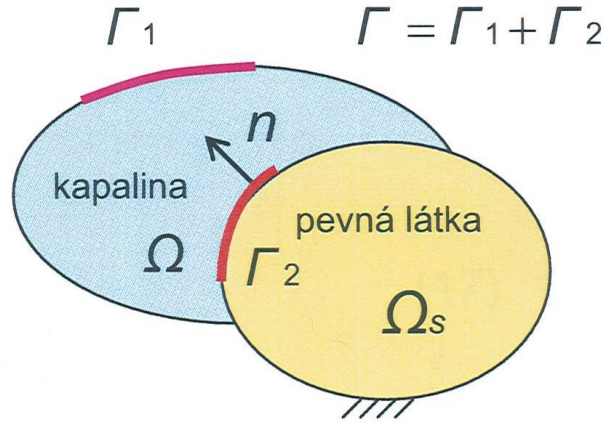
Podle Gaussovy věty lze napsat

$$\int_{\Omega} \mathbf{L}^T \delta\rho \mathbf{L}\rho \, \vartheta\Omega = \int_{\Gamma} n^T \delta\rho \mathbf{L}\rho \, \vartheta\Gamma, \quad (17)$$

kde  $\Gamma$  je povrch oblasti a  $n$  je jednotkový vektor vnější normály oblasti. Spojení rovnic (15) až (17) dává po dalších úpravách

$$\int_{\Omega} \frac{1}{c^2} \delta\rho \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} d\Omega + \int_{\Omega} (\mathbf{L}^T \delta\rho) (\mathbf{L}\rho) d\Omega = \int_{\Gamma} n^T (\delta\rho \mathbf{L}\rho) d\Gamma. \quad (18)$$

Povrch oblastí  $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$ , kde  $\Gamma_1$  je povrch, kde je zadán tlak. V úlohách interakce kapaliny povrch  $\Gamma_2$  představuje oblast styku kapaliny s konstrukcí, viz obrázek 4.



Obr. 4: Povrchy oblastí

Za uvedených zjednodušujících předpokladů [57]

$$\mathbf{n}^T \nabla p = -\rho_0 \mathbf{n} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}, \quad (19)$$

kde  $\mathbf{u}$  je vektor posunutí konstrukce v místě styku s kapalinou. Označíme-li směrové kosiny vnější normály  $n_x, n_y, n_z$  potom

$$\mathbf{n} = \{n_x, n_y, n_z\}^T. \quad (20)$$

Maticově lze rovnici (19) přepsat ve tvaru

$$\mathbf{n}^T \mathbf{L} p = -\rho_0 \mathbf{n} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}, \quad (21)$$

kde  $\mathbf{u} = \{u, v, w\}^T$ .

Dosazením rovnice (21) do rovnice (18) dostáváme rovnici

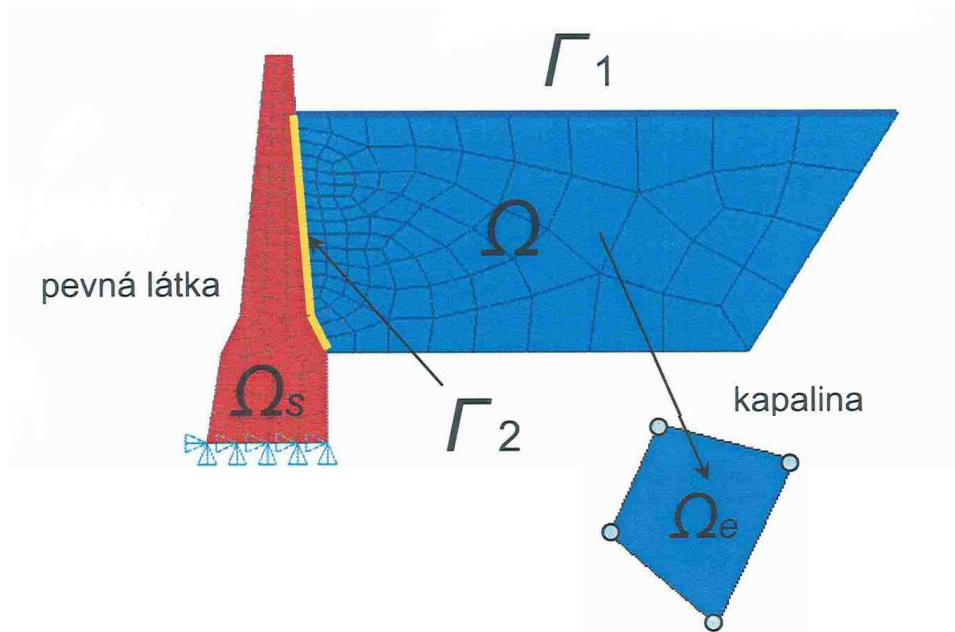
$$\int_{\Omega} \frac{1}{c^2} \delta p \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} d\Omega + \int_{\Omega} (\mathbf{L}^T \delta p)(\mathbf{L} p) d\Omega = - \int_{\Gamma_2} \rho_0 \delta p \mathbf{n}^T \left( \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \right) d\Gamma_2. \quad (22)$$

#### 4.2.2 Diskretizace metodou konečných prvků

Konečnému prvku  $e$  v kapalinové oblasti přísluší vektor  $\mathbf{p}_e$  tlaků v uzlech a vektor  $\mathbf{u}_e$  složek uzlových posunutí  $u_e, v_e, w_e$ . Označíme-li vektor interpolačních polynomů pro tlakové pole  $\mathbf{N}$  a vektor  $\mathbf{N}'$  pro pole posunutí, potom platí:

$$\text{- popis pole tlaku v } \Omega_e \quad \mathbf{p} = \mathbf{N}^T \mathbf{p}_e, \quad (23)$$

$$\text{- popis složek posunutí FSI} \quad \mathbf{u} = \mathbf{N}'^T \mathbf{u}_e. \quad (24)$$



Obr. 5

Lokalizací jednotlivých (prvků) získáme matici hmotnosti kapaliny  $\mathbf{M}_p$ , matici tuhosti kapaliny  $\mathbf{K}_p$  a matici spřažení kapaliny s konstrukcí  $\rho_0 \mathbf{R}^T$ .

Pro diskretizovanou oblast kapaliny poté platí

$$\mathbf{M}_p \ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{K}_p \mathbf{p} + \rho_0 \mathbf{R}^T \ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{0}. \quad (25)$$

Doplníme disipaci energie pomocí členu  $\mathbf{C}_p \dot{\mathbf{p}}$  a výsledná rovnice pro diskretizovanou oblast kapaliny má tvar

$$\mathbf{M}_p \ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{C}_p \dot{\mathbf{p}} + \mathbf{K}_p \mathbf{p} + \rho_0 \mathbf{R}^T \ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{0}. \quad (26)$$

Pro diskretizovanou oblast (konstrukci), která je ve styku s kapalinou platí pohybová rovnice

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f} + \mathbf{f}_p, \quad (27)$$

kde  $\mathbf{f}_p = \mathbf{R} \mathbf{p}$ .

Pohybová rovnice pro diskretizovanou oblast konstrukce má tvar

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} - \mathbf{R} \mathbf{p} = \mathbf{f}. \quad (28)$$

Za těchto předpokladů lze kmitání tělesa v kapalině vynucené danými časovými změnami tlaku na části povrchu konstrukce obecně popsat řešením lineární maticové pohybové rovnice soustavy poddajná konstrukce - kapalinové těleso pro dané okrajové a počáteční podmínky. Rovnice (26) a (28) popisují konečně prvkovou diskretizaci interakce konstrukce-kapalina. Sloučením těchto rovnic získáme maticový zápis pohybových rovnic ve tvaru

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_c & \mathbf{M}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{K}_c \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}(t) \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}, \quad (29)$$

kde je (mimo výše uvedeného označení):

- $\mathbf{M}_p$  – matice součinitelů efektivní hmotnosti kapaliny,
- $\mathbf{K}_p$  – matice součinitelů efektivní tuhosti kapaliny,
- $\mathbf{C}_p$  – matice součinitelů tlumení (disipace energie) v kapalině.
- $\mathbf{M}_c$  – matice součinitelů hmotnostních (inerciálních) interakcí,
- $\mathbf{K}_c$  – matice součinitelů tuhostních (elastických) interakcí,
- $\mathbf{f}(t)$  – vektor zobecněných sil působících na konstrukci.

Submatice

$$\mathbf{M}_c = \rho_0 \mathbf{R}_c^T, \quad \mathbf{K}_c = -\mathbf{R} \quad (30)$$

v rovnici (29) svazují rovnice (26) a (28).

### 4.2.3 Pohybové rovnice konstrukce v interakci s kapalinou

Programový systém ANSYS (viz [9], [10]) poskytuje rovněž možnost řešit kmitání konstrukce v kapalině vynucené danými časovými změnami tlaku kapaliny ve zvolených bodech modelované kapalinové oblasti. Současně se řeší i kmitání pole tlaku v kapalině. Odezvy se získají řešením lineární maticové pohybové rovnice soustavy poddajná konstrukce - kapalinové těleso pro dané okrajové a počáteční podmínky. Pohybová rovnice popisující kmitání diskretizované konstrukce v kontaktu s diskretizovanou kapalinovou oblastí lze zapsat v maticovém tvaru

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_c & \mathbf{M}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{K}_c \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}(t) \\ \mathbf{w}(t) \end{Bmatrix}, \quad (31)$$

- kde  $\mathbf{M}$  – matice součinitelů hmotnosti diskretizované konstrukce,  
 $\mathbf{K}$  - matice součinitelů tuhosti diskretizované konstrukce,  
 $\mathbf{C}$  - matice součinitelů tlumení (disipace energie) diskretizované konstrukce  
 $\mathbf{M}_p$  – matice součinitelů efektivní hmotnosti kapaliny,  
 $\mathbf{K}_p$  – matice součinitelů efektivní tuhosti kapaliny,  
 $\mathbf{C}_p$  – matice součinitelů tlumení (disipace energie) v kapalině.  
 $\mathbf{M}_c$  – matice součinitelů hmotnostních (inerciálních) interakcí,  
 $\mathbf{K}_c$  – matice součinitelů tuhostních (elastických) interakcí,  
 $\mathbf{f}(t)$  – vektor zobecněných sil působících na konstrukci,  
 $\mathbf{w}(t)$  – vektor zobecněného zatížení v bodech kapalinové oblasti.

$$\text{Počáteční podmínky } \mathbf{u}(t=0) = \mathbf{u}_0 \text{ a } \dot{\mathbf{u}}(t=0) = \dot{\mathbf{u}}_0 \quad (32)$$

Tlak představuje v kapalinové oblasti stupně volnosti. Prostorové derivace tlaku vztažené k částici kapaliny jsou přímo vázány na zrychlení této částice k částici kapaliny jsou přímo vázány na zrychlení této částice. Například pro směr  $y$  platí

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -\rho \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (33)$$

kde  $u$  představuje posun této částice ve směru souřadnice  $y$ . Tato rovnice je pohybová rovnice pohybu částice kapaliny a vyjadřuje silovou podmínku rovnováhy. Nachází-li se částice na hranici kapalinové oblasti a v jejímž okolí je povrch hranice definován normálou  $n$  vystupující z kapaliny lze výše uvedenou rovnici zobecnit a přepsat ve tvaru

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2}. \quad (34)$$

Uvedená rovnice je výchozí rovnicí pro definování interakce kapaliny s konstrukcí v oblasti vzájemného kontaktu. Podmínka spojitosti na rozhraní kapaliny a pevné látky je vázána na současné a stejné posunutí ve směru normály, jak částice kapaliny, tak i částice materiálu konstrukce.

Problémem je vyjádření prvků vektoru zobecněného zatížení  $w(t)$  (fluid load) v uzlech modelu kapalinové oblasti. Buzení kmitání soustavy je zpravidla popsáno zadáním časově proměnných složek tlaku ve vybraných bodech kapaliny. Výpočtový program ale neumožňuje přímé zadání tlaků ve vybraných uzlech uvnitř modelu kapalinové oblasti. Zobecněné zatížení v daném uzlu modelu je dáno vztahem

$$w(t) = -a(t) \rho A, \quad (35)$$

kde je:

$a$  – zrychlení částice kapaliny v daném uzlu modelu,

$A$  – efektivní plocha přiřazená k uzlu,

$\rho$  – střední hodnota hustoty kapaliny.

Vhodnější výraz pro stanovení  $w$  lze získat úpravou (8) po zavedení časové změny tlaku v uzlu:

$$w(t) = A / c (dp / dt), \quad (36)$$

kde je (mimo výše uvedeného označení):

$c$  – rychlost zvuku v kapalině,

$p$  – zadaný budicí tlak.

## 4.2.4 Vlastní frekvence a vlastní tvary kmitu netlumené soustavy

Zobecněný problém vlastních čísel nesymetrického svazku ( $K^*$ ,  $M^*$ ) vychází ze soustavy homogenních rovnic

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_c & \mathbf{M}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{K}_c \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}. \quad (37)$$

Při nízké úrovni tlumení můžeme v rovnici (37) zanedbat druhý člen na levé straně rovnice. Potom obdržíme homogenní rovnice netlumené soustavy

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_c & \mathbf{M}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{K}_c \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}. \quad (38)$$

Za předpokladu, že vlastním kmitáním je harmonický pohyb, lze napsat

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} = \phi \cos(\omega t). \quad (39)$$

Substitucí rovnice (39) do rovnice (38) a po úpravách obdržíme rovnici popisující zobecněný problém vlastních čísel ve tvaru

$$\left( \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{K}_c \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_p \end{bmatrix} - \lambda_i \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_c & \mathbf{M}_p \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \phi_s \\ \phi_p \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}, \quad (40)$$

nebo můžeme zkráceně napsat

$$\mathbf{K}^* \phi_i = \mathbf{M}^* \phi_i \lambda_i. \quad (41)$$

Matice  $\mathbf{K}^*$  a  $\mathbf{M}^*$  mohou být nesymetrické a odpovídají matici tuhosti a matici hmotnosti soustavy. Vektor  $\phi_i$  je vlastní vektor odpovídající číslu  $\lambda_i$ . Vlastní úhlová frekvence se vyčísluje ze vztahu

$$\omega_i = \sqrt{\lambda_i}. \quad (42)$$

Úpravou vlastního vektoru získáme vlastní tvar kmitu.

## 4.2.5 Matice kapalinového prvku

### 4.2.5.1 Popis a použití

Pro řešení výše uvedeného problému jsou v programu ANSYS označeny izoparametrické konečné kapalinové prvky označeny jako FLUID29, FLUID30, FLUID220 a FLUID221.

Popis kapalinových konečných prvků:

- FLUID30 – prostorový osmiuzlový prvek ve tvaru šestistěnu. Může být převeden pomocí duplikace uzlů na pětistěn případně čtyřstěn, viz obrázek 19.

- FLUID220 - prostorový dvacetiuzlový prvek ve tvaru šestistěnu. Může být převeden pomocí duplikace uzlů na pětistěn případně čtyřstěn, viz obrázek 19.

- FLUID221 - prostorový desetiuzlový prvek ve tvaru čtyřstěnu, viz obrázek 19.

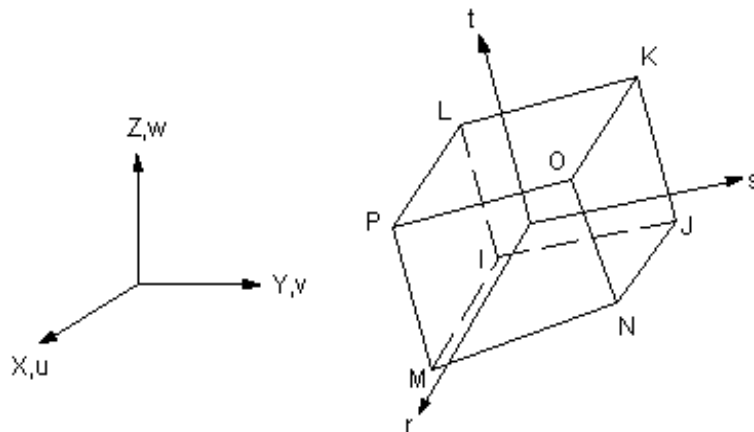


- FLUID29 – plošný čtyřuzlový prvek ve tvaru čtyřúhelníku. Může být převeden pomocí duplikace uzlů na trojúhelník.

Obecně jsou prvky ve dvou variantách. V základní variantě jde o konečný prvek mající v každém uzlu pouze jeden parametr, a tím je tlak  $p$ . Prvek v této variantě lze použít pro modelování kapaliny bez kontaktu s konstrukcí (poddajným tělesem). Druhá varianta konečného prvku je varianta při modelování kapaliny v kontaktu s konstrukcí – slouží jako interface mezi kapalinou a konstrukcí. V této variantě má prvek čtyři stupně volnosti a to tlak  $p$  a tři složky posunutí  $u_x$ ,  $u_y$  a  $u_z$ . V uzlech, které nejsou v interakci s konstrukcí, se stupně volnosti posunutí odeberou.

#### 4.2.5.2 Interpoláční polynomy kapalinového prvku

Funkce, které popisují geometrii prvku, mají stejn počet parametrů jako funkce popisující tlakov pole a pole jednotlivých slozek posunutí. V prpad prvku FLUID30 se nezavádějí doplnkov tvarov funkce, jako je to prpadch prostorových osmiuzlových prvků pro řešení úloh pružnosti (šestistěnů). Funkce odpovídající zvolenému lokálnímu souřadnicovému systému uvedenmu na obrázku 6 jsou vypsány zde:



Obr. 6: lokln souřadnicov systm

popis tlakovho pole

$$p(r, s, t) = 1/8[p_I(1-r)(1-s)(1-t) + p_J(1+r)(1-s)(1-t) + p_K(1+r)(1+s)(1-t) + p_L(1-r)(1+s)(1-t) + p_M(1-r)(1-s)(1+t) + p_N(1+r)(1-s)(1+t) + p_O(1+r)(1+s)(1+t) + p_P(1-r)(1+s)(1+t)], \quad (43)$$

popis pole posunutí  $u$

$$u(r, s, t) = 1/8[u_I(1-r)(1-s)(1-t) + u_J(1+r)(1-s)(1-t) + u_K(1+r)(1+s)(1-t) + u_L(1-r)(1+s)(1-t) + u_M(1-r)(1-s)(1+t) + u_N(1+r)(1-s)(1+t) + u_O(1+r)(1+s)(1+t) + u_P(1-r)(1+s)(1+t)], \quad (44)$$

popis pole posunutí  $v$

$$\begin{aligned} v(r, s, t) = 1/8[ & v_I (1 - r)(1 - s)(1 - t) + v_J (1 + r)(1 - s)(1 - t) + v_K (1 + r)(1 + s)(1 - t) + \\ & + v_L (1 - r)(1 + s)(1 - t) + v_M (1 - r)(1 - s)(1 + t) + v_N (1 + r)(1 - s)(1 + t) + \\ & + v_O (1 + r)(1 + s)(1 + t) + v_P (1 - r)(1 + s)(1 + t)], \end{aligned} \quad (45)$$

popis pole posunutí  $w$

$$\begin{aligned} w(r, s, t) = 1/8[ & w_I (1 - r)(1 - s)(1 - t) + w_J (1 + r)(1 - s)(1 - t) + w_K (1 + r)(1 + s)(1 - t) + \\ & + w_L (1 - r)(1 + s)(1 - t) + w_M (1 - r)(1 - s)(1 + t) + w_N (1 + r)(1 - s)(1 + t) + \\ & + w_O (1 + r)(1 + s)(1 + t) + w_P (1 - r)(1 + s)(1 + t)]. \end{aligned} \quad (46)$$

Obdobným způsobem lze provést popsání aproximační funkce pro ostatní kapalinové prvky (plošné i prostorové).

Výše uvedené tvarové funkce jsou využity pro odvození jednotlivých matic kapalinového prvku – matice tuhosti, tlumení, hmotností a matice interakce mezi kapalinou a konstrukcí. Pro vyčíslování jednotlivých členů matic prvku je dostačující 2x2x2 Gaussova integrace pro 3D úlohu.

### 4.3 Nepřímá metoda

Kmitání vodohospodářských konstrukcí v interakci s kapalinou (vodou) s využitím systému ANSYS je příkladem problému vzájemně svázaných fyzikálních polí, mezi kterými probíhá vzájemná interakce. Řešení daného problému interakce konstrukce s proudící kapalinou lze provést spojením dvou programů v systému ANSYS a to ANSYS CFX a ANSYS MECHANICAL.

Pro simulaci propojených fyzikálních polí můžeme využít propojení přes rozhraní vytvořená uživatelsky a přes rozhraní ANSYS. Tato kapitola je věnována propojení fyzikálních polí přes ANSYS rozhraní – nestacionární úloha.

Při simulaci svázaných fyzikálních polí je simulace řízena časovými kroky, které většinou bývají definovány pro řešení strukturální analýzy a řešení proudění v kapalinové oblasti shodné. Řešení odezvy konstrukce je provedeno v uživateli definovaných  $n$  časových krocích. Během řešení každého časového kroku je provedeno  $i$  iterací, aby bylo dosaženo konvergence řešení pro oba programy (CFX – MECHANICAL), která lze modifikovat. Po určitém každém definovaném časovém kroku dochází k předání potřebných dat mezi programy MECHANICAL↔CFX a jsou řešeny soustavy rovnic daného fyzikálního pole pro aktuální časový krok analýzy. Z hlediska vzájemné výměny zadání vstupních dat můžeme dále definovat význam jednosměrný a obousměrný přenos (interakce). Při jednosměrném přenosu se uvažuje, že pohyb konstrukce neovlivňuje pohyb tekutiny a tvar tekutinové oblasti.

**JEDNOSMĚRNÝ PŘENOS** – interakce (1-WAY FSI). Výsledky (uzlové síly tlaky, teploty, konvektivní zatížení) z analýzy proudění kapaliny v kapalinové oblasti na rozhraní kapalina – konstrukce jsou aplikovány jako zatížení při řešení odezvy konstrukce na okolní proudění kapaliny, která konstrukci obklopuje nebo ji vyplňuje. Výsledkem odezvy diskretizované oblasti zkoumané konstrukce jsou uzlová přemístění. Uzlová přemístění na rozhraní kapalina – konstrukce nejsou zpětně předávána programu CFX pro řešení proudění kapaliny. Při použití 1-WAY FSI si musíme být jisti, že výsledná přemístění v diskretizované oblasti zkoumané konstrukce nemají vliv na charakter rychlostního pole proudící kapaliny. Pokud, bychom tohle tzv. zjednodušení opominuli, mohli bychom se dopustit velkých až katastrofálních chyb vedoucích k destrukci konstrukce vodohospodářských konstrukcí [39]. Naopak rozložení tlaků na rozhraní kapalina – konstrukce má významný vliv na odezvu diskretizované oblasti zkoumané konstrukce. Omezení jednosměrného přenosu: nemůže být jedna či druhá oblast (myšleno kapalina - zkoumaná konstrukce) v určitém měřítku vůči sobě. Proto pro statické i dynamické výpočty oběžných kol, používám tzv. uživatelsky

vytvořená rozhraní, kde je zajišťován přenos tlakových zatížení z programu CFX získané na modelu (je počítáno v modelovém měřítku – z důvodu mezní vrstvy a počtu buněk, který by při výpočtu proudění na prototypu neúměrně narostl) do MECHANICAL na prototyp oběžného kola. Při přepočtu z modelu na prototyp se používají afinní vztahy, vycházejících z hydraulické podobnosti.

**OBOUSMĚRNÝ PŘENOS** – interakce (2-WAY FSI). Výsledky (uzlové síly, tlaky, teploty, konvektivní zatížení) z analýzy proudění kapaliny v kapalinové oblasti na rozhraní kapalina – konstrukce aplikovány jako zatížení při řešení odezvy konstrukce na okolní proudění kapaliny, která konstrukci obklopuje nebo ji vyplňuje. Obdobně jsou výsledky analýzy odezvy diskretizované oblasti konstrukce (např. uzlová přemístění) aplikovány jako okrajová podmínka pro oblast kapaliny. Předpokládáme že, přemístění v diskretizované oblasti zkoumané konstrukce jsou natolik významná, že mají vliv na vznik a charakter proudového pole. Obdobně rozložení tlaků na rozhraní oblasti kapalina – konstrukce má nezanedbatelný vliv na odezvu zkoumané konstrukce. Nevýhoda této obousměrné interakce je velká časová i hardwarová náročnost (výpočty dynamické odezvy prototypů konstrukcí, dle zkušeností s jednoduchými příklady trvat řádově týdny či měsíce).

#### 4.3.1 Úvod k řešení proudění tekutin v programu ANSYS CFX

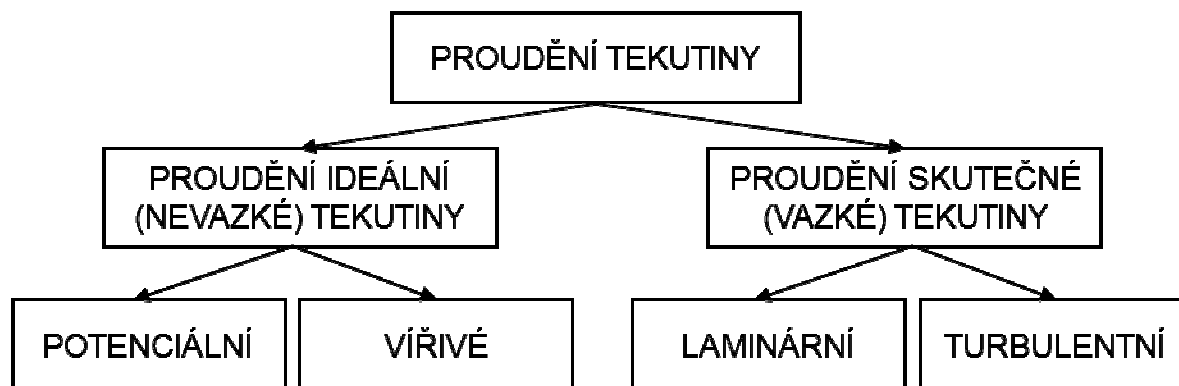
Numerické modelování mnoha fyzikálních jevů je úzce spojeno s modelováním určité formy pohybu matematickými prostředky. Řešení proudění tekutin je zpracováno dle literatury [55]. Pohyb tekutin souvisí s řešením nejrůznějších problémů, daných fyzikálním modelem. Při řešení dynamické odezvy vodohospodářských konstrukcí (oběžná kola turbín a celých turbosoustrojí, různé druhy uzávěrů, přivaděčů vodních elektráren atd.) v interakci s kapalinou “Fluid Structure Interaction“ FSI s využitím programu pro řešení proudového pole je nutno uvažovat následující fyzikální aspekty:

- laminární a turbulentní proudění v jednoduchých i složitých geometriích,
- stlačitelné a nestlačitelné proudění, vzhledem k odhadu Machova čísla  $Ma < 0.3$ , lze předpokládat, že se bude jednat o proudění nestlačitelné kapaliny,
- stacionární, nestacionární a přechodové proudění,
- vícefázové proudění, proudění s volnou hladinou, proudění s pevnými částicemi, bublinkami a kapkami,
- chemické procesy (reakce),
- proudění prostupným – porézním prostředím,
- deformace sítí – řešení obousměrné interakce.

Matematický model spočívá v definici rovnic, které výše uvedené fyzikální děje popisují. Soustava rovnic řešených programem ANSYS CFX jsou nestacionární Navier-Stokesovy

rovnice v konzervativní formě popisující proudění reálné kapaliny. Jedná se o soustavu parciálních diferenciálních rovnic. Analytické řešení Navier-Stokesových rovnic existuje pouze pro některé speciální případy, proto je nutné řešení provádět numerickými metodami.

#### 4.3.1.1 Dělení tekutin dle fyzikálních vlastností



Obr. 7 Schéma rozdělení proudění tekutin

**Ideální kapalina** je kapalina jednodušeji popsaná, u které předpokládáme:

- vnitřní tření resp. tečné napětí je nulové (kapalina je neviskozni),
- objemová roztažnost i stlačitelnost kapalin a rozpustnost plynů je nulová,
- nevypařuje se, tzn. že napětí nasycených par je také nulové.

**Skutečná kapalina** je kapalina reálná, vyznačující se stlačitelností a především viskositou (vnitřním třením). Ostatní vlastnosti skutečné kapaliny se projevují méně (prakticky zanedbatelné), např. objemová roztažnost, povrchové napětí, rozpustnost plynů v kapalině apod.

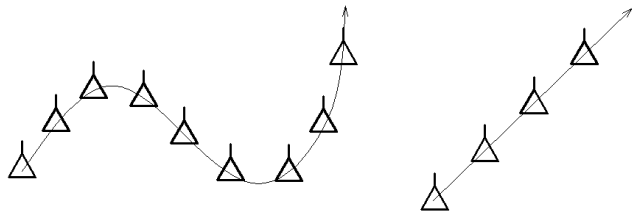
##### **Proudění ideální (dokonalé) tekutiny**

- Potenciální proudění (nevířivé)

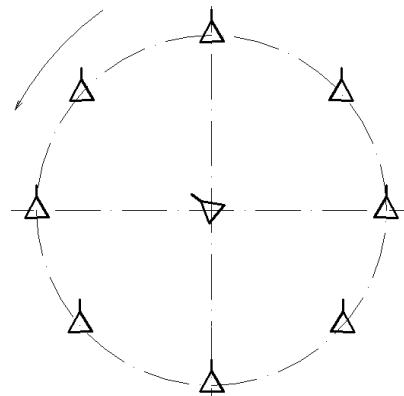
Částice tekutiny se pohybují přímočaře nebo křivočaře po dráhách tak, že vůči pozorovateli se neotáčejí kolem vlastní osy viz obrázek 8. Natočení částice na křivé dráze je kompenzováno stejně velkým natočením částice kolem vlastní osy, ale v opačném smyslu. Mezi potenciální proudění patří rovněž potenciální vír, u něhož částice krouží kolem vírového vlákna potenciálně s výjimkou částice, která tvoří vlákno viz obrázek 9.

- Vířivé proudění

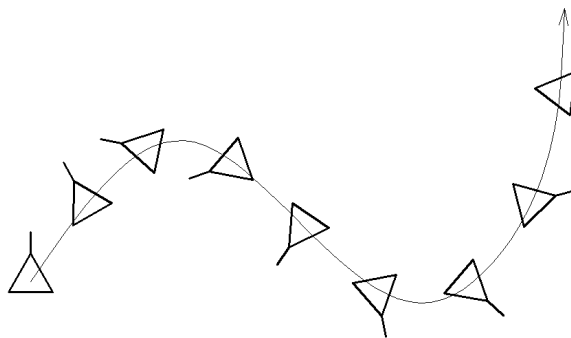
Částice tekutiny se vůči pozorovateli natáčejí kolem vlastních os, viz obrázek 10.



Obr. 8 Potenciální proudění



Obr. 9 Potenciální vír



Obr. 10 Vířivé proudění

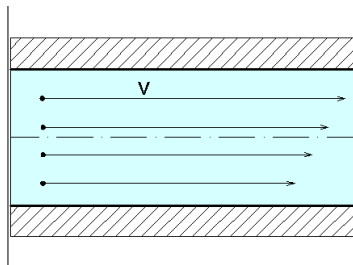
### Proudění skutečné (vazké) tekutiny

- Laminární proudění

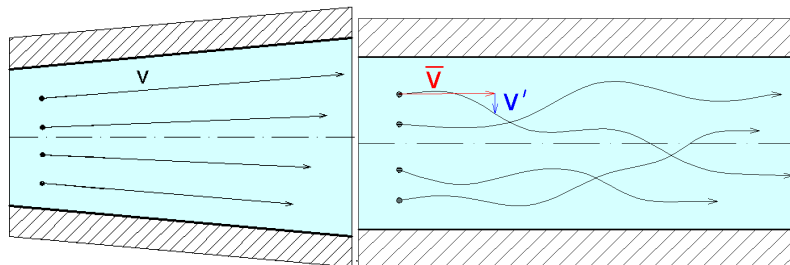
Částice tekutiny se pohybují v tenkých vrstvách, aniž se přemísťují po průřezu, viz obrázek 11.

- Turbulentní proudění

Částice tekutiny mají kromě podélné rychlosti také turbulentní (flukтуаční) rychlost, jíž se přemísťují po průřezu, viz obrázek 12.

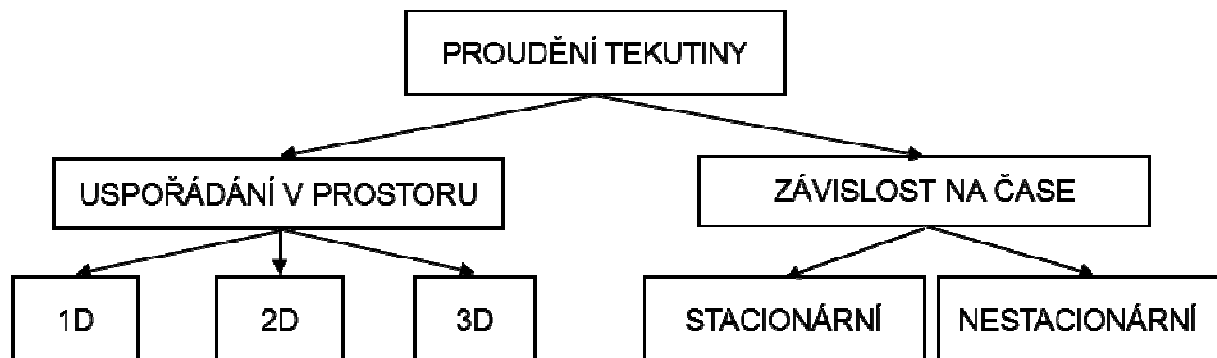


Obr. 11 Laminární proudění



Obr. 12 Turbulentní proudění

#### 4.3.1.2 Dělení podle kinematických hledisek



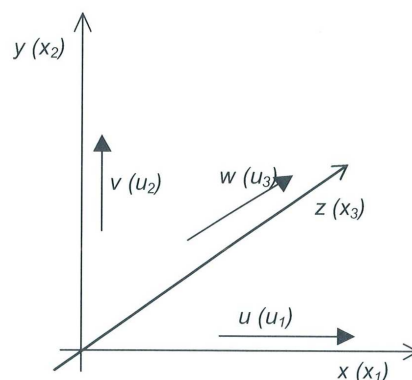
Obr. 13 Schéma rozdělení proudění tekutin

##### Dělení proudění dle uspořádání v prostoru

- Proudění je třírozměrné neboli prostorové (3D), jestliže veličiny, např. rychlost, závisí na poloze v prostoru  $v = v(x,y,z)$ .
- Proudění dvourozměrné neboli rovinné (2D) je charakterizované veličinami, jako je např. rychlost, závisí na poloze v rovině (příkladem je osově symetrické proudění v potrubí)  $v = v(x,y)$ .
- Proudění jednorozměrné (1D) předpokládá závislost počítaných veličin na poloze na křivce (příkladem je proudění v potrubních systémech)  $v = v(s)$ .

##### Dělení proudění podle závislosti na čase

- Proudění ustálené (stacionární) nezávisí na čase  $v \neq v(t); \frac{\partial}{\partial t} = 0$ .
- Proudění neustálené (nestacionární) je proudění, u něhož veličiny jsou závislé na čase,  $v = v(x,y,z,t); v = v(s,t); v = v(t)$ .



Obr. 14 Souřadný systém

V nejobecnějším případě je poloha bodu definována souřadnicemi  $X = (x,y,z)$  resp.  $X = (x_1,x_2,x_3)$ . Vektor rychlosti je definován složkami  $\mathbf{u} = (u,v,w)$  resp.  $\mathbf{u} = (u_1,u_2,u_3)$ . Označení je patrné z obrázku 14.

### 4.3.2 Přenos hmoty, hybnosti, tepla při neizotermním proudění nestlačitelné tekutiny

Základní fyzikální zákony popisující proudění jsou zákony zachování hmotnosti, hybnosti, tepla případně dalších skalárních veličin. Jsou vyjádřeny Navierovými Stokesovými rovnicemi spolu s rovnicí kontinuity a popisují laminární i turbulentní režim proudění.

V případě nestacionárního nestlačitelného neizotermního proudění mají následující tvar:

Rovnice kontinuity:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (47)$$

Navier-Stokesovy rovnice:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(uu)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + f_x \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(vu)}{\partial x} + \frac{\partial(vv)}{\partial y} + \frac{\partial(vw)}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + f_y \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial(wu)}{\partial x} + \frac{\partial(wv)}{\partial y} + \frac{\partial(ww)}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + f_z \end{aligned} \quad (48)$$

kde podle schématu na obrázku 14 jsou  $u$ ,  $v$  a  $w$  složky rychlosti,  $p$  tlak,  $\rho$  hustota,  $\nu$  kinematická viskozita a  $f_{x,y,z}$  označuje složky vnější objemové síly (gravitační, odstředivé síly).

Rovnice pro přenos tepla, tj. zákon zachování energie je ve tvaru

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(uT)}{\partial x} + \frac{\partial(vT)}{\partial y} + \frac{\partial(wT)}{\partial z} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \alpha \phi \quad (49)$$

$$\phi = 2 \left( \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right) + \left( \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right) \quad (50)$$

kde  $\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p}$  je teplotní vodivost,  $\lambda$  je molekulová tepelná vodivost a  $c_p$  je měrné teplo. Při

vyjádření proměnných o třech případně devíti složkách (složky rychlostí, napětí apod.) je vhodné využít speciální zkrácené označení s přesně definovanými pravidly, známé jako Einsteinova sumace, kdy pouze jedním členem lze vyjádřit všechny tři složky rychlostí resp. devět napětí. Totéž lze pro přehlednost vyjádřit matematicky užitím znaku sumy. Tedy rovnice kontinuity se zapíše zjednodušeně:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = 0 \text{ resp. } \sum_{j=1}^n \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \text{ resp. } \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0. \quad (51)$$



Navier-Stokesovy rovnice lze zapsat obdobně:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + f_i \text{ respektive} \quad (52)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + f_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (53)$$

kde důsledně index  $i$  vyjadřuje složku vektoru a index  $j$  (případně další podle abecedy) vyjadřuje sčítací index ( $j = 1, 2$  resp.  $3$ ).

Rovnice pro přenos tepla lze zapsat takto:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial(u_j T)}{\partial x_j} = \alpha \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} + \alpha \phi, \quad (54)$$

$$\phi = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_j} \right)^2, \quad (55)$$

respektive

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(u_j T)}{\partial x_j} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} + \alpha \phi, \quad (56)$$

$$\phi = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_j} \right)^2. \quad (57)$$

### 4.3.3 Tvorba výpočtové sítě

Sít představuje systém rozdělení výpočtové oblasti na dílčí na sebe navazující 2D buňky v dvoudimenzionálním prostoru nebo 3D buňky ve třídimenzionálním prostoru. Lze říci, že výpočtová oblast pokrytá sítí je základem matematického modelování. Neboť samostatný matematický model (systém matematických vztahů) je pouze „pasivním“ nástrojem, který nabývá smyslu až ve chvíli, kdy je aplikován na konkrétní problém.

Pokud se hovoří o matematických modelech, které jsou založeny na numerickém řešení systému parciálních diferenciálních rovnic a vyžadují takto i zadání okrajových podmínek, lze konstatovat, že možnosti realizování úlohy jsou silně limitovány výkonem počítačové techniky. Platí zde několik zásad:

- výpočet je o to náročnější (pomalejší), čím více rovnic je v rámci matematického modelu do výpočtu zahrnuto (podle náročnosti a komplexnosti modelu),
- výpočet je o to náročnější, čím více má výpočtová oblast buněk,
- výpočet je o to náročnější, čím méně kvalitní je síť výpočtové oblasti.

V zájmu přesnosti matematické simulace je nutné provést tomu odpovídající nastavení matematického modelu. Do různých modelovaných fyzikálních jevů mohou svým vlivem zasahovat mnohé jevy další. Toto všechno je třeba v nastavení zohlednit. Ovšem s každým

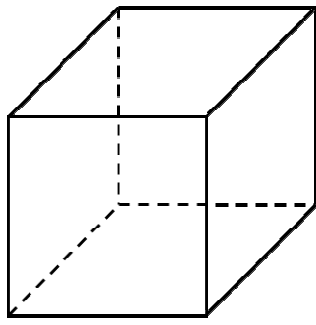
dalším vlivem vstupujícím do výpočtu přibývají také další rovnice, které matematický model musí řešit. Proto se mohou i při stejně definované výpočtové oblasti i síti časy výpočtu u různých úloh značně lišit.

Počet buněk patří k hlavním limitujícím faktorů současného matematického modelování. U mnohých praktických úloh se počty buněk výpočtové oblasti pohybují v řádu milionů či mnohdy i desítek milionů. Nejsou to zanedbatelná čísla, neboť v každé z buněk je počítáno mnoho různých veličin. Proto je cílem každého řešitele s ohledem na budoucí čas výpočtu redukovat počet buněk na nutné minimum. Z hlediska počtu buněk představuje obrovský nárůst například vytváření tzv. mezních vrstev.

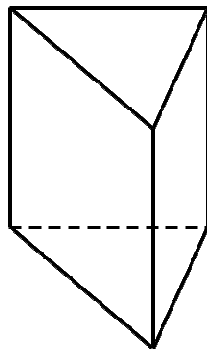
Minimalizování počtu buněk by však nemělo být prováděno na úkor kvality sítě. Kvalitní síť je taková, která se skládá z na sebe navazujících geometricky pravidelných přibližně stejně velikých a pravidelně po celé výpočtové oblasti rozložených elementů (buněk). Elementy by měly mít rovněž přiměřenou velikost, aby bylo možné jimi zachytit v dostatečné míře modelovaný fyzikální děj (například turbulentní vírové struktury a jevy související s šířením tepla). Z hlediska reálného možného počtu buněk však v praxi dodržení všech ideálních předpokladů pro tvorbu sítě není většinou možné. Proto se používá zhušťování sítě v místech, která jsou z hlediska proudění tekutin nebo sdílení tepla pro řešitele zajímavá nebo pro výpočet stěžejní a naopak použití řidší sítě v místech jiných. Zvláštním případem zhuštění buněk je vytvoření tzv. mezní vrstvy v blízkosti stěn, která má za úkol zachytit velké změny fyzikálních veličin u stěny. Zhušťování buněk by mělo být plynulé. Pokud by byla změna ve velikosti buněk provedena příliš velikou skokovou změnou, projevilo by se to znatelně na průběhu výpočtu (problémy s konvergencí úlohy) i konečném výsledku výpočtu (chybný výsledek v daném místě výpočtové oblasti).

#### 4.3.3.1 Síť prvků

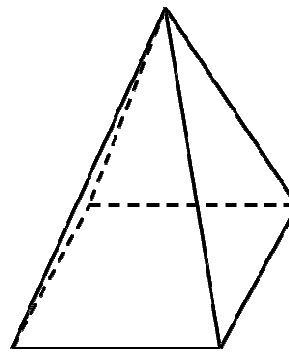
Numerická metoda konečných objemů je založena na vytvoření systému nepřekrývajících se elementů, konečných objemů. Původně byla metoda konečných objemů postavena na konečných objemech tvaru obdélníků a křivočarých čtyřúhelníků ve dvourozměrném případě a kvádrů nebo obecných šestistěnů v trojrozměrných úlohách, viz obrázek 15. Takto vytvořená síť se nazývá **strukturovaná síť**. Zásadním pravidlem je, že hranice prvků musí sousedit s jedinou hranicí sousedního elementu, nelze tedy libovolně zhušťovat síť (je analogií pro metodu konečných diferencí včetně možnosti použití indexování). Také výsledná výpočtová oblast je pak kvádr nebo obdélník. V současné době se začíná prosazovat nový přístup, kdy se buduje tzv. **nestrukturovaná síť**. Konečným objemem je ve 3D kvádr, čtyřstěn, prizmatický a pyramidový prvek, jehož výhody byly ověřeny v úlohách pružnosti, řešených metodou konečných prvků.



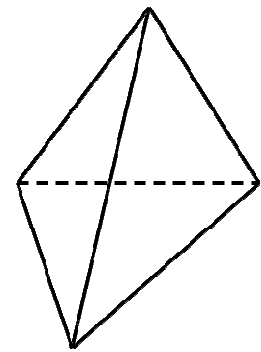
ŠESTISTĚN



PĚTISTĚN  
(PRIZMA)



PĚTISTĚN  
(PYRAMIDA)



ČTYŘSTĚN

Obr. 15 Tvar konečného objemu

Výše vyjmenované prvky se v současné době mohou kombinovat, čímž se získá optimální síť, kde v okolí stěny jsou použity čtyřúhelníky a kvádry (pro výpočet z hlediska přesnosti jsou optimální) a v dalších oblastech, kde nedochází z důvodu existence mezní vrstvy k velkým gradientům řešených veličin, se použijí zbývající prvky. Ty zajistí snadnou změnu hustoty sítě.

#### 4.3.4 Metody řešení parciálních diferenciálních rovnic

##### 4.3.4.1 Metoda konečných diferencí

Diferenční metoda je nejstarší všeobecně známou metodou řešení diferenciálních rovnic. Spočívá v nahrazení derivací diferenčními podíly použitím Taylorova rozvoje, odvozením diferenčních rovnic a jejich řešením.

##### 4.3.4.2 Metoda konečných prvků

Metoda konečných prvků se v současné době začíná prosazovat v oblasti řešení proudění tekutin. Tato metoda spočívá v těchto bodech:

- násobení diferenciální rovnice bázovými funkcemi,
- dělení plošné oblasti na trojúhelníkové nebo čtyřúhelníkové (2D) prvky a prostorové oblasti na čtyřstěny nebo šestistěny (3D) prvky,
- integrace přes konečné elementy založená na variačním principu
- minimalizace reziduí.

##### 4.3.4.3 Spektrální metoda

Spektrální metoda je speciální metodou vhodnou pro periodické proudění v jednoduchých oblastech (Taylorovy víry vznikající v mezeře mezi koncentrickými válci, z nichž jeden rotuje).

#### 4.3.4.4 Metoda konečných objemů

Metoda konečných objemů je založena na třech základních bodech:

- dělení oblasti na diskrétní objemy užitím obecné křivočaré sítě,
- bilancování neznámých veličin v individuálních konečných objemech a diskretizace,
- numerické řešení diskretizovaných rovnic.

ANSYS CFX definuje diskrétní konečné objemy užitím non-staggered schématu, kdy všechny proměnné jsou uchovávány ve středech konečných objemů.

V práci je využita metoda konečných objemů.

#### 4.3.5 Integrace metodou konečných objemů

Integrace diferenciálních rovnic je zjednodušeně vysvětlena při použití kartézských souřadnic a pro jednoduchost na rovnicích o jedné prostorové nezávislé proměnné, které si lze představit jako proudění v trojrozměrném prostoru, kde všechny derivace proměnných ve směru  $y$  a  $z$  jsou nulové. Proudění je navíc stacionární (nezávislé na čase).

Rovnice kontinuity:

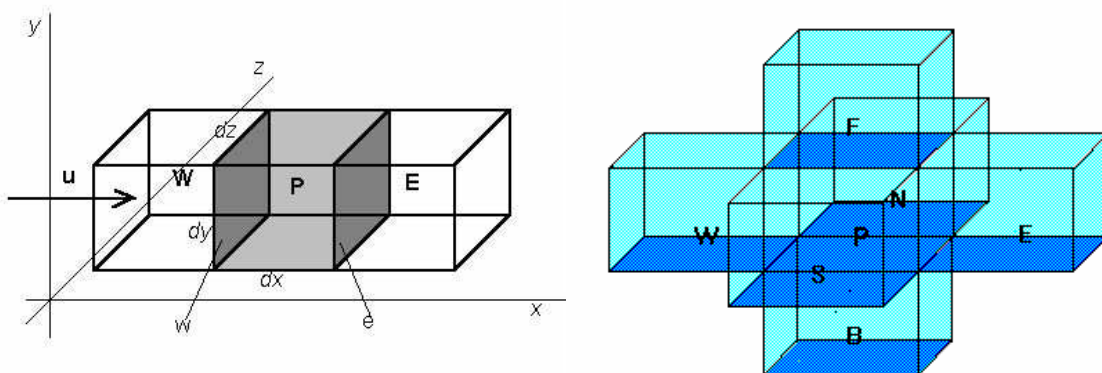
$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0. \quad (58)$$

Rovnice zachování hybnosti

$$\frac{\partial}{\partial x}(uu) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \nu \frac{\partial u}{\partial x} \right] + S. \quad (59)$$

Rovnice pro přenos skalární veličiny

$$\frac{\partial}{\partial x}(u\zeta) = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \alpha_{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right] + S_{\zeta}. \quad (60)$$



Obr. 16: Konečný objem – souřadnicové schéma se značením buněk pro 1D a 3D místo indexů

Sousedící objemy jsou označeny jako W západní objem a E objem východní. Jednodimenzionální konečný objem má dále dvě hranice a to  $w$  a  $e$ , třídimenzionální

konečný objem má navíc objemy označeny F objem přední, B objem zadní, S objem jižní a N objem severní, viz obrázek 16.

Integrací základních rovnic přes konečné objemy se převedou výchozí diferenciální rovnice na objemový integrál ( $dV=dx.dy.dz$ ,  $dA=dy.dz$ ), užitím divergenčního teorému (61),

$$\iiint_V \left( \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z} \right) dx dy dz = \iint_S (a_x dy dz + a_y dx dz + a_z dx dy) \quad (61)$$

na plošný a diskretizací na výsledný algebraický tvar následujícím způsobem:

$$\int_V \frac{\partial u}{\partial x} dV = \int_V \frac{\partial u}{\partial x} dx dy dz = \int_A (u) A = (uA)_e - (uA)_w. \quad (62)$$

Po integraci rovnice kontinuity dostaneme

$$(uA)_e - (uA)_w = 0, \quad (63)$$

Kde fyzikálně výrazy na levé straně označují rozdíl objemových průtoků, nebo-li

$$Q_e - Q_w = 0. \quad (64)$$

Po integraci rovnice zachování hybnosti

$$Q_e u_e - Q_w u_w = -\frac{1}{\rho} (p_e - p_w) A + \left( v_e \frac{u_e - u_p}{\Delta x_e} \right) A - \left( v_w \frac{u_p - u_w}{\Delta x_w} \right) A + S \Delta V \quad (65)$$

a rovnice pro skalární veličinu lze upravit obdobně na tvar

$$Q_e \zeta_e - Q_w \zeta_w = \left( \alpha_e \frac{\zeta_e - \zeta_p}{\Delta x_e} - \alpha_w \frac{\zeta_p - \zeta_w}{\Delta x_w} \right) A + S_\zeta \Delta V. \quad (66)$$

Mezi hlavní velké výhody metody konečných objemů patří, že není nutná transformace souřadnic v případě její aplikace na nepravidelnou síť konečných objemů. Vzhledem ke své flexibilitě je metoda konečných objemů s výhodou použitelná pro strukturované i nestrukturované sítě konečných objemů. Jestliže jsou použity nepravidelné sítě konečných objemů, pak roste výpočetní čas i množství dat ukládaných na disku, protože algoritmus používá tabulku pro vyhledávání geometrických vztahů mezi objemy nebo prvky ploch.

#### 4.3.6 Modelování turbulentního proudění

Proudění se obecně nazývá turbulentní, jestliže jeho proměnné vykazují chaotické fluktuace jak v prostoru, tak v čase [55]. Rovnice popisující takové proudění jsou známy již desítky let. Bohužel problém turbulence z hlediska fyziky není stále vyřešen. Ačkoliv byl v současné době udělán významný pokrok, zvláště v oblasti nelineárních dynamických systémů nebo teorie chaosu, úplné řešení turbulence nelze v blízké budoucnosti očekávat. Avšak zájem o turbulenci není inspirován pouze přáním porozumět její podstatě, ale nutností předpovídat turbulentní proudění v mnoha technických aplikacích. Navzdory náhodnosti turbulence detailní studie ukazují, že turbulentní proudění sestává z prostorových struktur, které se obvykle nazývají „eddies“, (turbulentní víry). Je snahou charakterizovat turbulenci

pomocí těchto struktur, aby bylo možno vysvětlit dynamiku turbulence při vzniku, vývoji a zániku vírů „eddies“ jako funkci času. Je zřejmé, že tento výzkum závisí na možnostech získat informace o prostorových strukturách turbulence a jejich vývoji v čase. Jak bylo prezentováno dříve, rovnice proudění tekutin jsou dobře známy. Rychlý rozvoj výpočetní techniky v posledních letech umožňuje řešit tyto rovnice přístupem, který se nazývá numerická simulace, což je jeden z nástrojů studia základních aspektů turbulence. Její hlavní výhodou je, že dává detailní informace o trojdimenzionálních strukturách, které nelze získat měřením v laboratoři. Jak bylo řečeno v úvodu, turbulentní proudění obsahuje prostorové struktury, nazývané „eddies“, tj. turbulentní víry různých velikostí viz obrázek 17. Velké víry obsahující energii se rozpadají na menší. Tento kaskádní proces je ukončen disipací energie nejmenších vírů na teplo.

Modelování turbulence je stále ve stádiu výzkumu a vývoje, který se neustále mění s pokrokem v matematickém, fyzikálním a technickém odvětví. Při numerické simulaci turbulentního proudění existují tři teoreticky odlišné přístupy, které vyplývají ze zjednodušujících modifikací výchozích rovnic popisujících proudění [55].



Obr. 17 Příklady typických turbulentních struktur

- Metoda přímé numerické simulace (DNS – Direct Numerical Simulation)
- Metoda simulace velkých vírů (LES – Large Eddy Simulation)
- Metoda časového středování (RANS – Reynolds Averaged Navier-Stokes equations)

**Metoda přímé numerické simulace (DNS)** se vyznačuje velkými nároky na kapacitu počítače z důvodu velmi jemné sítě. Počet uzlových bodů sítě pro DNS lze odhadnout

řádově z Kolmogorovova mikroměřítko turbulence (rozměr nejmenších turbulentních vírů)  $N_p \gg Re_l^{9/4}$ . Počet uzlových bodů sítě tedy prudce narůstá s Reynoldsovým číslem, což vede k technické nereálnosti výpočtů při stávající výpočetní technice.

**Metoda simulace velkých vírů (LES)** je založena na modelování velkých vírů, jako prostorových časově závislých útvarů, které lze zachytit výpočetní sítí konečných objemů. Turbulentní víry o malých měřítcích se málo podílejí na transportních jevech, ale jejich prostřednictvím dochází k disipaci kinetické turbulentní energie v důsledku viskozity na teplo. Tyto malé víry jsou parametrizovány tzv. subgridními modely a odstraněny pomocí filtrace turbulentního pole. Volbou šířky pásma filtru, většinou odpovídajícího rozměru buněk sítě, je možné dosáhnout takový počet buněk sítě, který lze se současnou výpočetní technikou řešit.

**Metoda časového (Reynoldsova) středování (RANS)** veličin turbulentního proudění a následná procedura časového středování bilančních rovnic, je pro většinu inženýrských úloh turbulentního proudění nejpoužívanějším nástrojem výpočtů. Statistické modely turbulence jsou založeny na metodě (RANS).

Pro řešení úlohy proudění pro výpočet stacionárního i nestacionárního proudění v úlohách dle experimentu byl použit RANS turbulentní model SST (Shear-Stress Transport) který je modifikací  $k-\omega$  a to především pro svou stabilitu. Ostatní turbulentní modely jako RANS model  $k-\varepsilon$ , RNG  $k-\varepsilon$  nejsou vhodné pro tento typ úloh. V další kapitole jsou popsány statistické modely turbulence.

### 4.3.7 Statistické modely turbulence

Tato kapitola se věnuje popisu statistickým modelů turbulence RANS. Základní problém výpočtu turbulentního smykového proudění spočívá v přítomnosti Reynoldsova napětí v rovnicích popisujících střední pohyb tekutiny, takže systém pohybových rovnic není uzavřen jako v případě laminárního proudění. Soubor přídatných rovnic a empirických vztahů, které společně s pohybovými rovnicemi tvoří řešitelný systém rovnic, se nazývá modelem turbulence.

V tomto odstavci jsou představeny dva turbulentní modely proudění [40], které jsou použitelné pro simulaci složitějších inženýrských úloh a jsou použity pro řešení úloh uvedené v této práci.

#### 4.3.7.1 Model $k-\varepsilon$

Modely  $k-\varepsilon$  jsou dvourovnicové modely turbulence, proto umožňují určení délkového i časového měřítko řešením dvou samostatných transportních rovnic. Tyto dvourovnicové modely jsou historicky nejpoužívanější modely turbulence pro průmyslové výpočty. Všechny tři modely  $k-\varepsilon$ : Standard, RNG a Realizable, řeší transportní rovnice pro  $k$  a  $\varepsilon$  a modelují Reynoldsova napětí pomocí turbulentní viskozity  $\mu_t$  podle Boussinesquovy hypotézy. Hlavní

rozdíl mezi nimi je ve způsobu stanovení turbulentní viskozity, v turbulentních Prandtlových číslech řídících turbulentní difuzi  $k$  a  $\varepsilon$  a v podmínkách generace a zániku v rovnici pro  $\varepsilon$ .

**Standartní k- $\varepsilon$  model:** tento model turbulence byl použit pro výpočet proudění turbínou dle kapitoly 6.1.1.

Tento model navrhli Launder a Spalding v roce 1974. Je to jeden z nejznámějších a v inženýrské praxi velmi často používaných modelů. Jeho popularita pro simulaci přenosu hybnosti a tepla v průmyslových aplikacích je dána jeho robustností, efektivitou výpočtu a dostatečnou přesností pro široký rozsah typů turbulentního proudění. Jedná se o semi-empirický model a odvozené rovnice modelu se značně spoléhají na úvahy a empirii. Hlavním předpokladem je, že proudění je plně turbulentní a efekt molekulární viskozity je zanedbatelný. Proto je model Standartní k- $\varepsilon$  použitelný jen při vysokých Reynoldsových číslech. Tento model má nadměrnou difuzi pro mnoho situací: velké zakřivení proudu, víry, rotaci a odtržení proudění. Proto se z tohoto modelu postupem času vyvinuly další modifikace, které využívají jeho výhod a snaží se odstranit jeho nedostatky.

Kinetická energie turbulence a disipace kinetické energie se získávají z následujících transportních rovnic:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k, \quad (67)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon, \quad (68)$$

kde

$G_k$  je zdroj kinetické energie turbulence  $k$  v důsledku gradientů střední rychlosti,

$G_b$  je zdroj kinetické energie turbulence  $k$  v důsledku vztlaku,

$Y_M$  představuje příspěvek od fluktuujících dilatací při stlačitelném turbulentním proudění k celkové disipaci,

$C_{1\varepsilon}$ ,  $C_{2\varepsilon}$ ,  $C_{3\varepsilon}$  jsou konstanty modelu,

$\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$  jsou konstanty modelu – turbulentní Prandtlova čísla pro  $k$  a  $\varepsilon$ ,

$S_k$ ,  $S_\varepsilon$  jsou uživatelsky definované zdrojové členy.

Turbulentní viskozita se určí ze vztahu:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (69)$$

kde

$C_\mu$  je konstanta modelu.

Doporučené hodnoty jednotlivých konstant modelu byly stanoveny experimentálně pro základní typy turbulentního proudění:



$C_{1\varepsilon} = 1,44; C_{2\varepsilon} = 1,92; C_\mu = 0,09; \sigma_k = 1,0; \sigma_\varepsilon = 1,0.$

Tyto doporučené hodnoty jsou široce přijímány, ale v případě potřeby je lze změnit.

Konstanta  $C_{3\varepsilon}$  určuje míru, jak je  $\varepsilon$  ovlivněna vztlakem. Její hodnota není stanovena, ale určuje se ze vztahu:

$$C_{3\varepsilon} = \tanh\left|\frac{v}{u}\right|, \quad (70)$$

kde

$v$  je složka rychlosti proudění rovnoběžná se směrem vektoru gravitace,

$u$  složka rychlosti proudění kolmá na směr vektoru gravitace.

### **RNG k- $\varepsilon$ model:**

Model RNG byl odvozen pomocí statistické metody tzv. renormalizačních grup (renormalization group method – RNG). Je podobný modelu standard, ale zahrnuje několik vylepšení. Má další člen  $R_\varepsilon$  v rovnici pro  $\varepsilon$ , který zlepšuje přesnost při velkých rychlostech deformace. Zahrnuje účinek vírů na turbulenci a zvyšuje tak přesnost pro vířivé proudění. Obsahuje analytický vzorec pro turbulentní Prandtlova čísla a analyticky odvozenou diferenciální rovnici pro efektivní viskozitu  $\mu_{eff} = \mu + \mu_T$ . Tyto vlastnosti činí model RNG přesnější a spolehlivější pro širší rozsah typů proudění, než standard k- $\varepsilon$ . Pro řešení proudění, které byly provedeny v této práci, nebyl model RNG použit.

### **Realizable k- $\varepsilon$ model:**

Tento model je nejnovější z výše uvedených modelů k- $\varepsilon$ . Oproti modelu standard má dvě důležité odlišnosti. Obsahuje jinou formulaci pro turbulentní viskozitu a modifikovanou transportní rovnici pro, která je odvozena z exaktní rovnice pro transport střední kvadratické fluktuace vířivosti. Výraz „Realizable“ znamená, že tento model plní určité matematické překážky u Reynoldsových napětí v souladu s fyzikou turbulentního proudění. Stejně jako model RNG, tak model Realizable přináší značné vylepšení oproti modelu standard pro proudění s velkým zakřiveným proudem, víry či rotací. Provedené studie ukazují, že model Realizable poskytuje nejlepší výkon oproti ostatním modelům k- $\varepsilon$ , a proto je jeho použití z těchto modelů nejvíc doporučováno. Jedním z nedostatků tohoto modelu ovšem je, že vytváří nefyzikální turbulentní viskozitu v situacích, kdy se výpočetní oblast skládá z rotační a stacionární zóny například při použití metod Multiple reference frames nebo rotační Sliding mesh, které se nejčastěji používají při simulaci otáčení míchadla. Je to způsobeno zahrnutím účinků střední rotace do definice turbulentní viskozity. Pro řešení proudění, které byly provedeny v této práci, nebyl model Realizable použit.

### 4.3.7.2 Model k- $\omega$

Modely k- $\omega$  jsou dvourovnicové modely a podobně jako modely k- $\epsilon$ , řeší dvě dodatečné diferenciální rovnice. Rovnice pro specifickou disipaci energie  $\omega$  má oproti rovnici pro  $\epsilon$  několik výhod. Nejvýznamnějším z nich je, že rovnici lze integrovat bez dalších podmínek přes viskózní podvrstvu. Modely k- $\omega$ , obvykle lépe predikují záporný tlakový spád, mezní vrstvy a odtržení proudění. Model SST se od modelu Standard liší hlavně v postupné změně modelu Standard k- $\omega$  v oblastech poblíž stěn (inner layer) na model k- $\epsilon$  pro vysoká Reynoldsova čísla ve vzdálené oblasti od stěn (outer layer). Má také modifikovanou formulaci turbulentní viskozity s ohledem na transportní efekt hlavních turbulentních smykových napětí.

#### Standartní k- $\omega$ model:

Tento model v CFX je modifikací Wilcoxova modelu k- $\omega$ , který zahrnuje modifikace pro nízká Reynoldsova čísla, stlačitelnost a smykové proudění. Slabým místem Wilcoxova modelu je jeho citlivost při řešení hodnot  $k$  a  $\omega$  ve volném proudu mimo smykové vrstvy. Model Standard toto částečně odstraňuje, přesto zvýšená citlivost může mít značný efekt při řešení volného smykového proudění. Model je poměrně přesný v blízkosti stěny a se vzdáleností od stěny jeho přesnost klesá. Dá se říci, že je jeho přesnost opačná oproti modelu k- $\epsilon$ .

Model Standard k- $\omega$  je empirický model založený na řešení transportních rovnic pro kinetickou energii turbulence  $k$  a specifickou disipaci energie  $\omega \sim \epsilon/k$ .

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - Y_k + S_k, \quad (71)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + G_\omega - Y_\omega + S_\omega, \quad (72)$$

kde

$G_k$  je zdroj kinetické energie turbulence  $k$  v důsledku gradientů střední rychlosti,

$G_\omega$  je zdroj specifické disipace energie  $\omega$ ,

$Y_k$  a  $Y_\omega$  představují disipaci  $k$  a  $\omega$  vlivem turbulence,

$S_k$ ,  $S_\omega$  jsou uživatelsky definované zdrojové členy.

$\Gamma_k$  a  $\Gamma_\omega$  představují efektivní difuzivitu  $k$  a  $\omega$  a jsou definovány vztahy:

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}, \quad (73)$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}, \quad (74)$$

$\sigma_k$ ,  $\sigma_\omega$  jsou turbulentní Prandtlova čísla pro  $k$  a  $\omega$ .

Turbulentní viskozita se určí ze vztahu:

$$\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega}, \quad (75)$$

kde  $\alpha^*$  je korekční součinitel, kterým ovlivňujeme turbulentní viskozitu pro nízká Reynoldsova čísla. Pro vysoká Reynoldsova čísla je korekční součinitel  $\alpha^* = 1$ . Tato korekce není v ANSYS CFX standartně nastavena a v případě potřeby je ji nutné zvolit.

### Shear-Stress Transport (SST) k- $\omega$ model:

Tento model turbulence byl použit ve výpočtech stacionárního i nestacionárního proudění v úlohách dle experimentu viz kapitoly 6.1.2, 6.2, 6.3 a 6.4. Model byl vytvořen tak, aby efektivně spojil robustnost a přesnost modelu k- $\omega$  v oblastech blízko stěny s modelem k- $\epsilon$ , který lépe funguje ve volném proudění v oblasti dále od stěn. Toho bylo dosaženo konvertováním modelu k- $\epsilon$  do formulace k- $\omega$ . Jsou použity oba modely zároveň a násobeny funkcí, která je rovna jedné v blízkosti stěny, což aktivuje model k- $\omega$ , a nule daleko od stěny, což aktivuje transformovaný model k- $\epsilon$ . Toto a další vylepšení dělají model SST přesnější a spolehlivější pro více typů proudění oproti modelu Standard k- $\omega$ .

Transportní rovnice SST modelu mají podobný tvar, jako model Standard:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \tilde{G}_k - Y_k + S_k, \quad (76)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega, \quad (77)$$

kde

$\tilde{G}_k$  je generace kinetické energie turbulence  $k$  v důsledku gradientů střední rychlosti vypočtené z  $G_k$ ,

$D_\omega$  reprezentuje příčnou difuzi.

Turbulentní viskozita se vypočte ze vztahu:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max \left[ \frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{a_1 \omega} \right]}, \quad (78)$$

### 4.3.8 Interakce proudící kapaliny a konstrukce

Dynamická hydroelasticita resp. Fluid Structure Interaction (FSI) jsou simulace vzniklé spojením dvou procesů. V prvním procesu se řeší hydrostatika a hydrodynamika v systému CFD založeném na metodě konečných objemů, v druhém procesu se řeší statická a dynamická odezva konstrukce řešičem pro metodu konečných prvků.

Při výpočtu FSI se v každém časovém kroku získá hydrodynamický tlak z CFD výpočtu, který je integrován do zatěžovacích sil v uzlech výpočtového modelu konstrukce. Následně FEM řešič vypočte vektor posunutí, který se převede do deformace konečně objemové sítě CFD výpočtu. S deformovanou konečně objemovou sítí se přistupuje k dalšímu časovému kroku.

FSI výpočty se mohou modelovat pomocí různých technik na rozdílné úrovni složitosti, od jednoduchých až po 3D velmi pokročilá numerická schémata. Kromě rozsahu a detailnosti modelů se dělí FSI výpočty podle vzájemné vazby CFD a MKP řešičů. Vazby lze rozdělit do skupin, které jsou již zmíněny v kapitole 4.1.

### 4.3.9 Afinní vztahy

Před výrobou prototypu rotačního hydraulického stroje (turbíny) se vytvoří její zmenšený model, na němž se ověřují garantované parametry stroje (stejný zmenšený model je vytvořen i pro návrh lopatkování oběžných kol při výpočtu metodou konečných objemů – CFD). Model a prototyp vyhovují podmínkám hydraulické podobnosti tj. mezi hodnotami veličin modelu a prototypu platí tzv. afinní vztahy [41]:

$$\frac{n_P}{n_M} = \frac{D_M}{D_P} \cdot \left( \frac{H_P}{H_M} \right)^{0.5} \quad (79), \quad \frac{Q_P}{Q_M} = \left( \frac{D_P}{D_M} \right)^2 \cdot \left( \frac{H_P}{H_M} \right)^{0.5} \quad (80), \quad \frac{H_P}{H_M} = \frac{(n_P \cdot D_P)^2}{(n_M \cdot D_M)^2} \quad (81).$$

$n_P$  otáčky prototypové turbíny [ $\text{min}^{-1}$ ]

$n_M$  otáčky modelové turbíny [ $\text{min}^{-1}$ ]

$D_P$  průměr prototypové turbíny [m]

$D_M$  průměr modelové turbíny [m]

$H_P$  spád prototypové turbíny [m]

$H_M$  spád modelové turbíny [m]

$Q_P$  průtok prototypovou turbínou [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ]

$Q_M$  průtok modelovou turbínou [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ]

## 5 Aplikace přímé metody řešení kmitání konstrukce v interakci s kapalinou

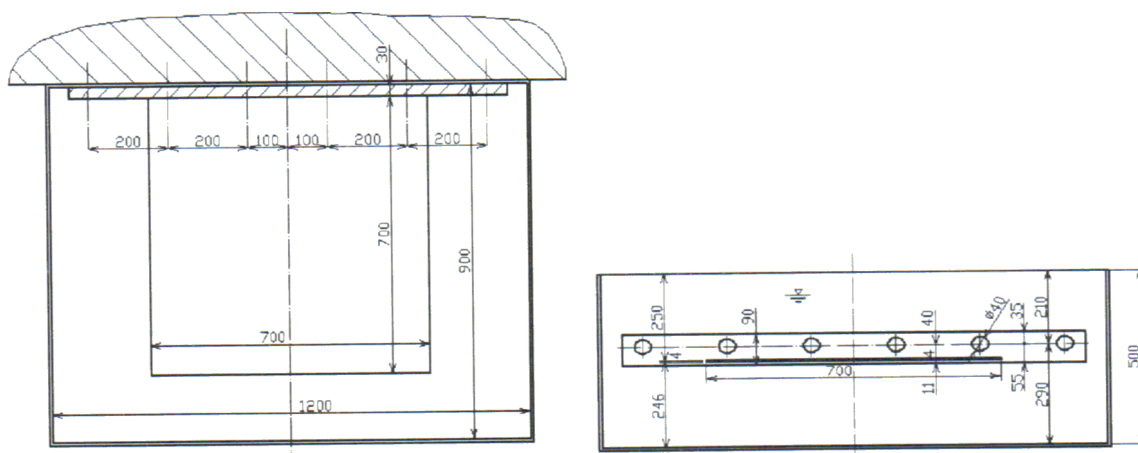
Tato kapitola obsahuje provedené zkušební, porovnávací i konečné výpočty chování konstrukcí v interakci s kapalinou. Postupy výpočtů frekvenčních a modálních charakteristik konstrukcí v kontaktu s vodou, naplněných vodou nebo ponořených do vody jsou obsahem této kapitoly. Vybral jsem různé příklady reálných konstrukcí na kterých je ukázán postup výpočtů, které jsou zmíněny výše.

### 5.1 Vlastní frekvence a tvary kmitů desky v nádrži s vodou

Pro získání představy o možnosti použití nových konečných prvků při výpočtu, byly provedeny následující výpočty vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů, které byly porovnány jak s experimentem [2], tak s již dříve provedenými výpočty Ing. Salajkou, CSc. v roce 1993 [3] ocelové desky v nádrži s vodou s dříve používanými typy konečných prvků.

#### 5.1.1 Popis experimentu

Experiment zkoumající vlastní kmitání vodorovně umístění tenké vetknuté ocelové desky o rozměrech 700x700x4 mm v nádrži s vodou byl proveden v mechanické zkušebně ČKD Blansko. Deska byla osazena snímači zrychlení firmy RFT. Úderem dřevěnou tyčí a elektrodynamickým budičem se budilo kmitání ocelové desky a výsledné signály zrychlení byly vyhodnoceny signálním analyzátozem Brüel & Kjær a počítačem ADT4500. Experiment byl proveden pro prázdnou nádobu (vetknutá deska ve vzduchu), kapalina (voda) je v úrovni vetknuté desky a hladina kapaliny (vody) je 150 mm nad úrovní desky viz obr. 18.



Obr. 18 Náčrt nádrže s vetknutou ocelovou deskou [4]

## 5.1.2 Výpočtový model řešené soustavy

Ocelová deska tloušťky  $t = 4$  mm a velikosti 700 mm x 700 mm. Náčrt nádrže s vetknutou analyzovanou deskou je na obrázku 18. Deska byla modelována prvky typu SOLID45 (S45), SOLID185 (S185), SOLID186 (S186) a SOLID187 (S187) a v místě vetknutí desky byly předepsány okrajové podmínky  $UX = UY = UZ = 0$ . Kapalinná oblast byla modelována prvky typu FLUID30 (F30), FLUID220 (F220) a FLUID221 (F221). Výpočtový model je znázorněn na obrázku 21.

### Materiálové charakteristiky desky a vody

Deska:

$$E_d = 210\,000 \text{ MPa},$$

$$\mu_d = 0,30,$$

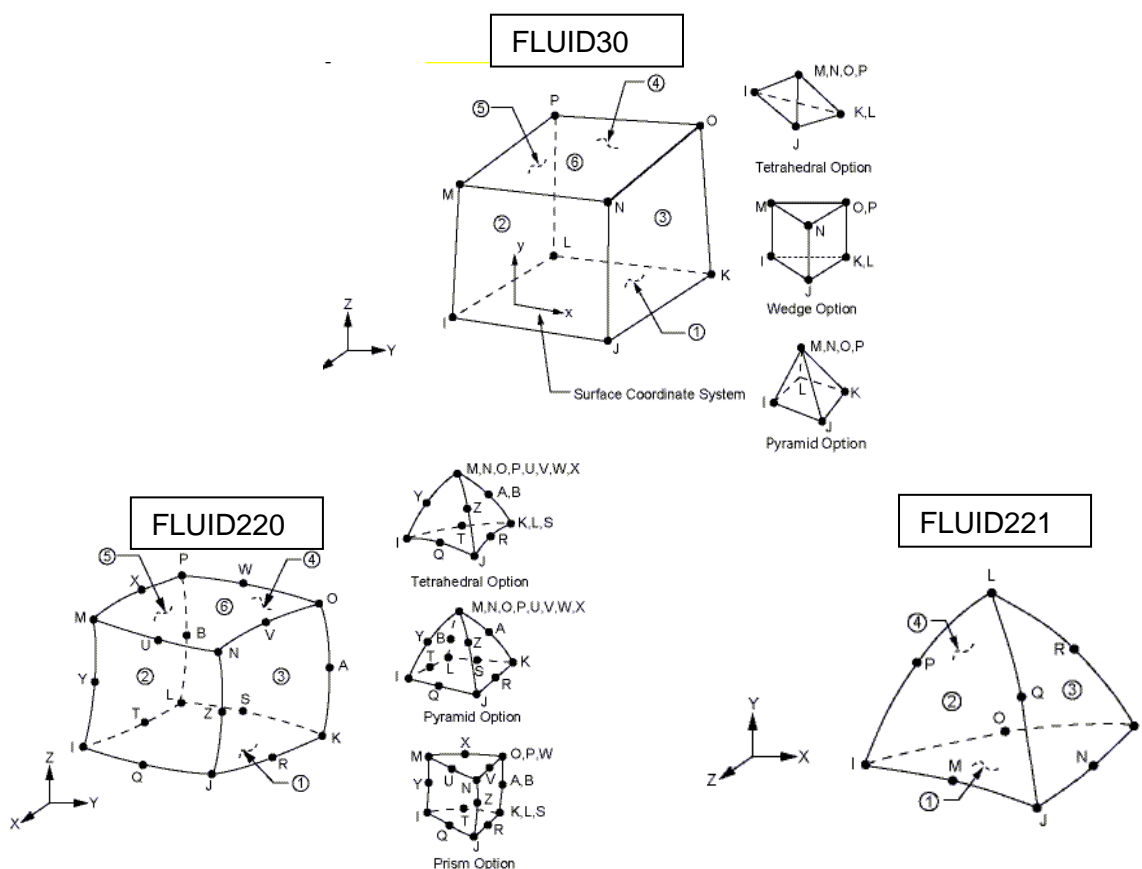
$$\rho_d = 7850 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

Kapalina (voda):

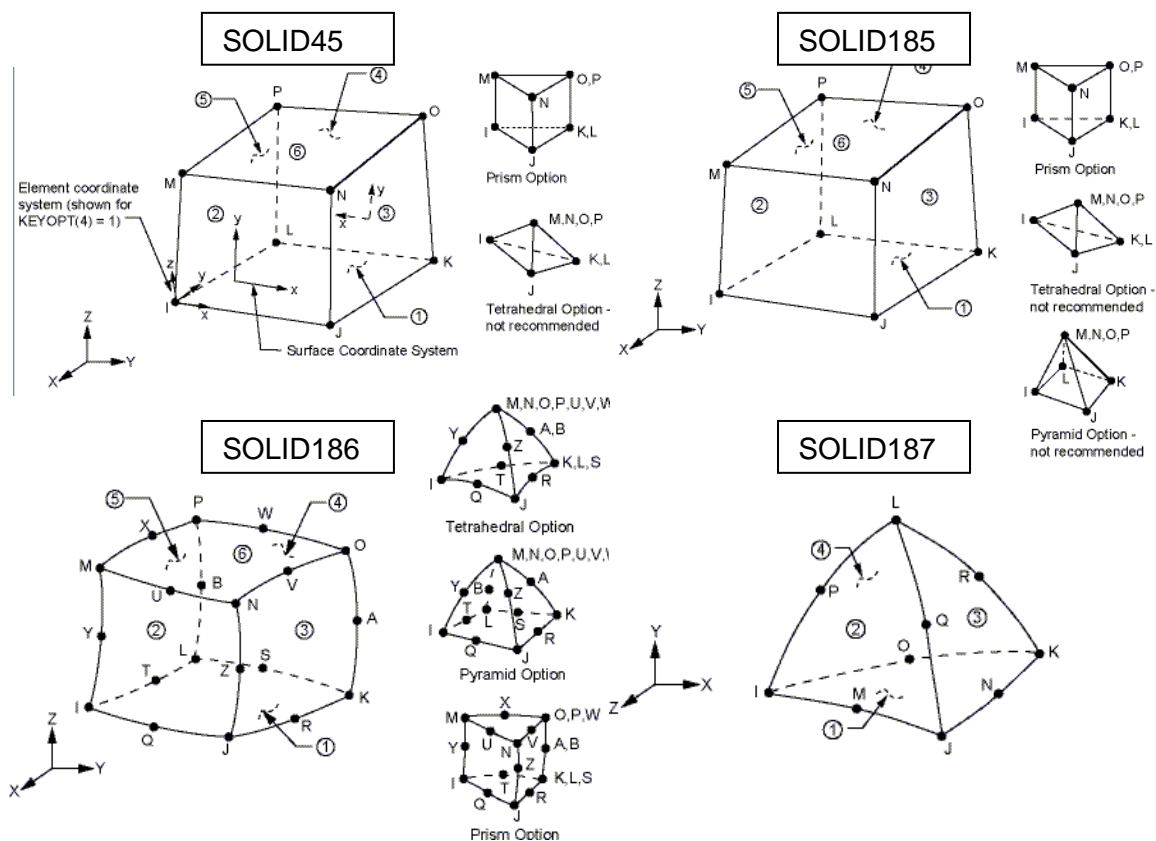
$$c_k = 1450 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

$$\rho_k = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

Akustické konečné prvky pro kapalinu typu F30, F220 a F221 jsou znázorněny na obrázku 19 a konečné prvky použité pro desku S45, S185, S186 a S187 jsou znázorněny na obrázku 20. Na obrázcích 19 a 20 jsou vidět rozdíly mezi jednotlivými konečnými prvky jak pro kapalinovou oblast, tak pro konstrukci (ocelovou desku).



Obr. 19 Konečné prvky – kapalina (voda) [1]



Obr. 20 Konečné prvky – konstrukce (deska) [1]

### 5.1.3 Výsledky výpočtů a experimentu

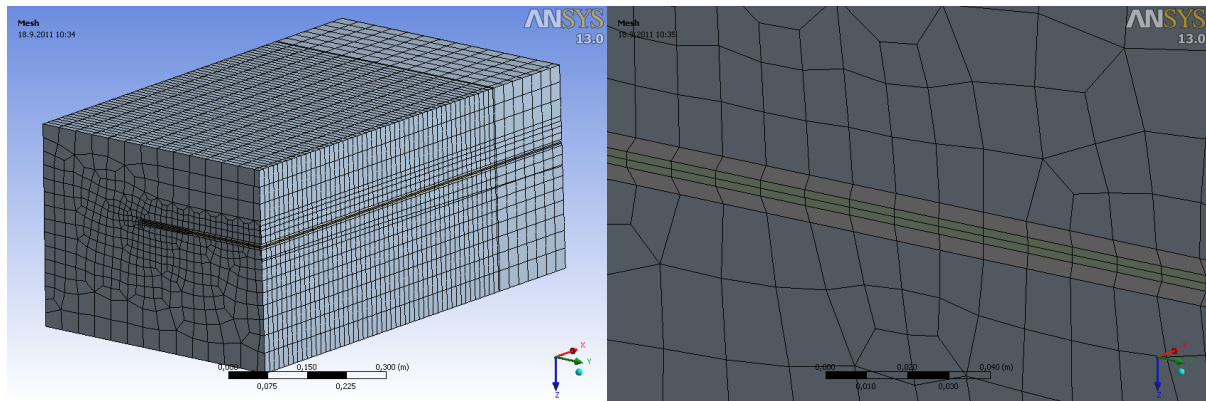
Bylo vyčísleno prvních 10 vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitu pro případy kmitání desky s kapalinou (voda) a kmitání desky ve vakuu. Byl sledován vliv typu a druhu konečných prvků na výsledky výpočtů. Hodnoty prvních pěti vlastních frekvencí jsou uvedeny v tabulce 2. a 3. V tabulce 2 jsou uvedeny výsledky experimentu, výpočtů provedených Ing. Salajkou, CSc. v roce 2004 a nově provedených výpočtů pro desku ponořenou do vodního prostředí pro tyto kombinace konečných prvků: SOLID45 - deska x FLUID30 – voda, SOLID185 - deska x FLUID30 – voda, SOLID186 - deska x FLUID220 - voda (nový akustický (fluidní) prvek), SOLID187 - deska x FLUID221 - voda (nový akustický (fluidní) prvek)

V tabulce 3 jsou uvedeny výsledky experimentu, výpočtů provedených v roce 1993 Ing. Salajkou, CSc. a nově provedených výpočtů pro desku ve vakuu pro tyto konečné prvky SOLID45, SOLID185, SOLID186, SOLID187.

V grafu 1 jsou vykresleny porovnání vlastní frekvence vetknuté desky ve vakuu a ve vodním prostředí získané výpočty a experimentem.

V tabulce 4 jsou uvedeny vlastní frekvence vetknuté desky ve vodním prostředí diskretizované prvky typu SOLID186 a FLUID220 a vlastní frekvence vetknuté desky

ve vakuu diskretizované prvky typu SOLID186. Dále jsou v tabulce 4 uvedeny poměrné změny vlastní frekvence  $f_{VODAI}/f_{VAKUUMi}$  (součinitel snížení i-té vlastní frekvence  $\alpha$ ), kde  $f_{VODAI}$  je vlastní frekvence desky ponořené ve vodním prostředí a  $f_{VAKUUMi}$  je vlastní frekvence desky ve vakuu. Na obrázku 22 jsou vykresleny první vlastní tvar kmitu desky ponořené ve vodním prostředí, modální tlaky v kapalině desky ponořené ve vodním prostředí a první vlastní tvar desky ve vakuu.



Obr. 21 Výpočtový model, síť konečných prvků (řez)

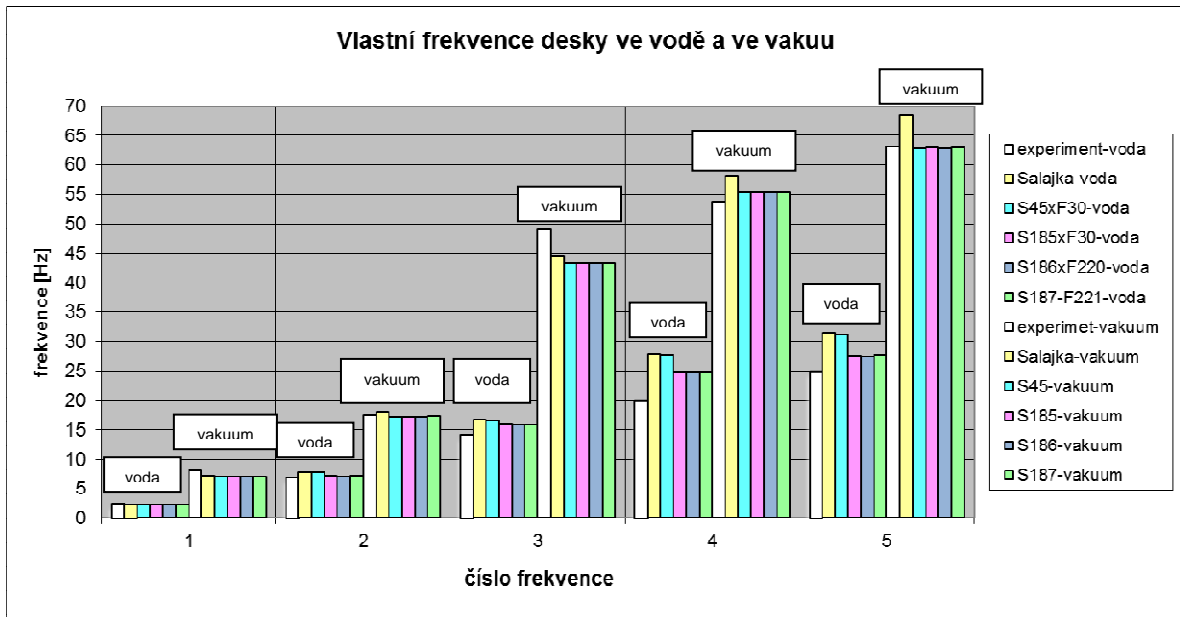
Tabulka 2 Porovnání vlastních frekvencí desky v nádrži s vodou

Číslo frekvence	Experiment [Hz]	Salajka [Hz]	S45-F30 [Hz]	S185-F30 [Hz]	S186-F220 [Hz]	S187-F221 [Hz]
1	2,60	2,36	2,28	2,26	2,25	2,26
2	7,10	7,77	7,75	7,11	7,06	7,11
3	14,30	16,78	16,73	15,91	15,83	15,90
4	20,10	27,78	27,65	24,86	24,72	24,89
5	25,10	31,43	31,14	27,62	27,45	27,67
6	-	55,34	56,38	50,56	50,32	50,62
7	-	65,24	58,41	53,09	52,76	53,29
8	-	73,31	70,13	63,68	63,29	63,78
9	-	79,65	75,90	67,47	67,12	67,69
10	-	125,64	104,83	95,19	94,58	95,85

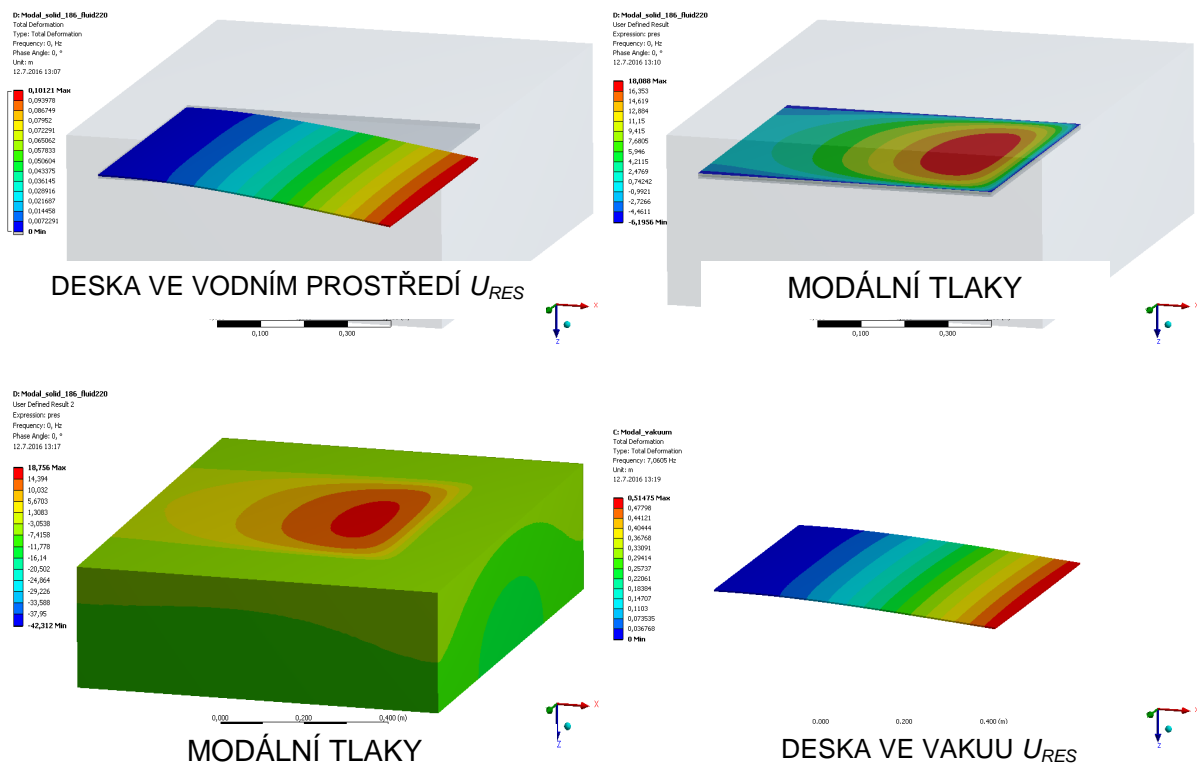
Tabulka 3 Porovnání vlastních frekvencí desky ve vakuu

Číslo frekvence	Experiment [Hz]	Salajka [Hz]	S45 [Hz]	S185 [Hz]	S186 [Hz]	S187 [Hz]
1	8,20	7,14	7,06	7,06	7,06	7,07
2	17,50	18,03	17,29	17,29	17,27	17,30
3	49,10	44,40	43,30	43,31	43,28	43,33
4	53,80	58,07	55,28	55,30	55,26	55,31
5	63,10	68,40	62,91	62,94	62,86	62,97





Graf 1 Srovnání vlastních frekvencí desky ve vodě a ve vakuu



Obr. 22 První tvar kmitu a modální tlaky v kapalině

Tab. 4 Součinitel snížení vlastní frekvence  $\alpha_i$

Číslo frekvence $i$	S186–F220 [Hz]	S186 [Hz]	$\alpha_i$
1	2,25	7,06	0,319
2	7,06	17,27	0,409
3	15,83	43,28	0,366
4	24,72	55,26	0,447
5	27,45	62,86	0,437

#### 5.1.4 Závěry

Z verifikačních výpočtů a jejich výsledků vyplývá dobrá shoda s experimentem a staršími výpočty provedených doc. Ing. Salajkou, CSc., ovšem při vyšších tvarech kmitu je patrný rozdíl mezi mnou provedenými výpočty a původními výpočty. Rozdíly jsou způsobeny jinou diskretizací (hustotou sítě) a použitím nových akustických konečných prvků typu FLUID220 a FLUID221 (vyšší násada). Dále zde byl graficky a tabulkově porovnán vliv použitých konečných prvků na vlastní frekvence a vlastní tvary. Změny ve výpočtovém prostředí ANSYS umožňují rychlejší modelování a síťování analyzované konstrukce a zpřesnění výsledků. Z výsledků výpočtů vyplývá možnost použití nových akustických prvků FLUID220 a FLUID221 při výpočtech skutečných konstrukcí.

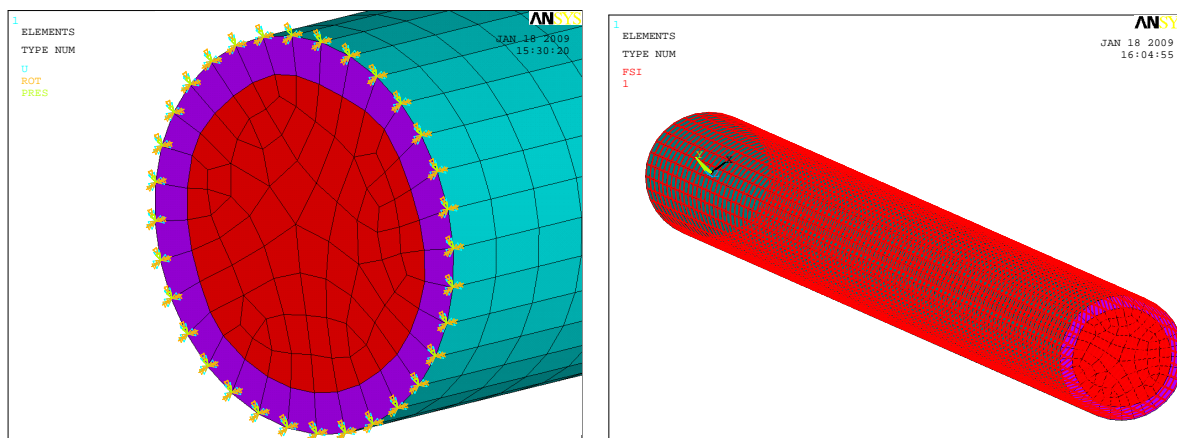
## 5.2 Vlastní frekvence a tvary kmitů trubky naplněné vodou

Problém trubek naplněných kapalinou se v praxi vyskytuje poměrně často. V případě uvedeném v této práci můžeme říci, že rozměry je model srovnatelný s přivaděči vodních elektráren. Řešení odezvy přivaděčů je typickým příkladem kmitání ocelových konstrukcí ve styku s kapalinou. Tyto dynamické problémy jsou v inženýrské praxi typické u konstrukcí sloužících technologickým procesům. Jde většinou o konstrukce tvarově složité a strukturně členité. Dynamické chování v interakci s pracovním médiem se popisuje většinou s použitím výpočtových modelů vytvořených metodou konečných prvků.

V našem případě je pozornost zaměřena na výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitu třemi rozdílnými metodami výpočtů. Tyto metody jsou popsány v následující kapitole.

### 5.2.1 Výpočtový model

Rozměry trubky: délka trubky -  $l = 97,765$  m, průměr trubky  $D = 6,325$  m, tloušťka stěny trubky  $t = 0,025$  m. Trubka byla modelována prvky typu SHELL43 (SH43) a SHELL63(SH63), a na jednom konci trubky byly předepsány okrajové podmínky  $U_x = U_y = U_z = 0$ . Kapalinová oblast byla modelována prvky typu FLUID30 (F30). Výpočtový model je znázorněn na obrázku 23.



Obr. 23 Výpočtový model, síť konečných prvků, rozhraní voda-ocel (FSI)

#### Materiálové charakteristiky

Trubka ve vodě a na vzduchu:

Trubka (ocel):

$$E_t = 210\,000 \text{ MPa}$$

$$\mu_t = 0,30$$

$$\rho_t = 7\,850 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Kapalina (voda):

$$c_k = 1\,450 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\rho_k = 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Plyn (vzduch):

$$c_v = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\rho_v = 1,25 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Trubka s upravenou hustotou ve vakuu:

$$E = 210\,000 \text{ MPa}, \mu = 0,30, \rho_3 = 70\,830 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Výpočet upravené hustoty ocelové trubky:

$\rho_3$  – náhradní hustota je určena vztahem

$$\rho_3 = (m_{st} + m_w) / [\pi \cdot (R1^2 - R2^2) \cdot l]$$

$$\rho_3 = 70830,475 \text{ kg/m}^3$$

$m_{st}$  – hmotnost oceli,  $m_w$  – hmotnost vody,  $R1$ ,  $R2$  – vnější a vnitřní poloměr trubky

## 5.2.2 Výsledky výpočtů

Bylo vyčísleno prvních 20 vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitu pro případy kmitání trubky bez vlivu okolního prostředí, naplněné vzduchem a naplněné kapalinou (voda). Byl sledován vliv výběru konečných prvků na výsledky výpočtů a také byl sledován vliv volby přístupu k řešenému problému (EULER, LAGRANGE, UPRAVENÁ HUSTOTA). Hodnoty prvních 10 vlastních frekvencí jsou uvedeny v tabulce 5.

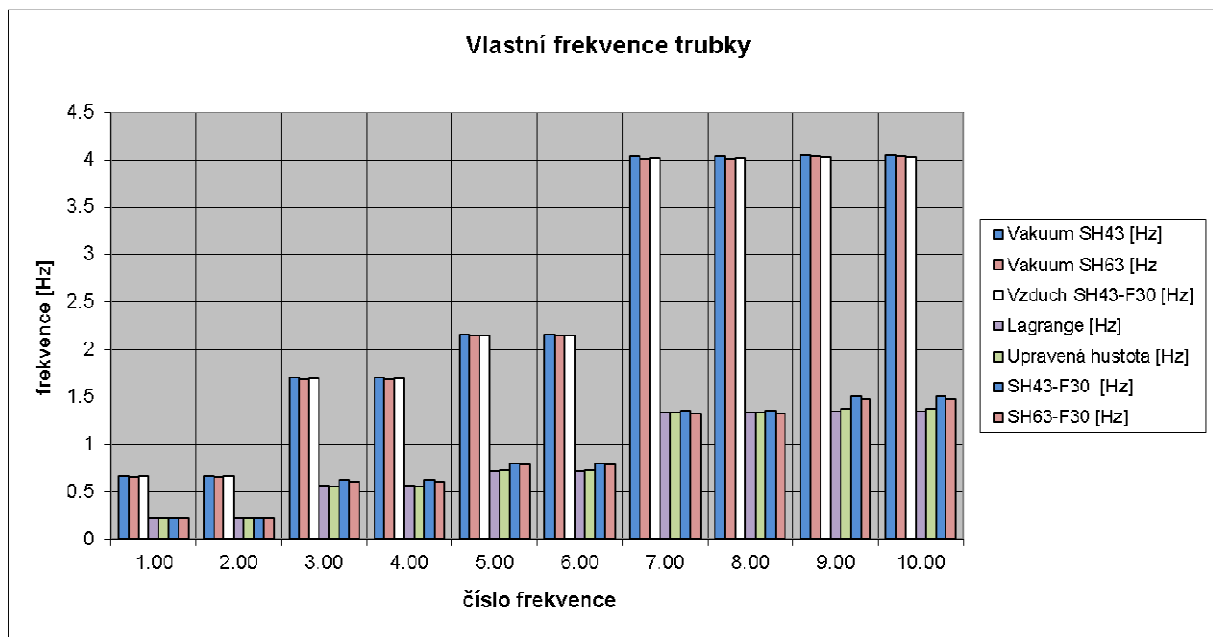
V grafu 2 jsou zobrazeny vlastní frekvence trubky bez vlivu okolního prostředí (vakuum), naplněné vzduchem, naplněné vodou a trubka s upravenou hustotou. V tabulce 5 jsou uvedeny vlastní frekvence trubky naplněné vodou. Model trubka a voda je diskretizován skořepinovými prvky typu SHELL43 a SHELL63 a akustickými prostorovými prvky typu FLUID30. V tabulce 6 uvedeny poměrné změny vlastní frekvence  $\alpha = f_{VODA}/f_{VAKUUM}$  (součinitel snížení vlastní frekvence  $\alpha$ ), kde  $f_{VODA}$  je vlastní frekvence trubky naplněné a  $f_{VAKUUM}$  je vlastní frekvence trubky bez vlivu okolního prostředí. Pro představu je uveden první vlastní tvar kmitu trubky naplněné vodou, a první vlastní tvar trubky bez vlivu okolního prostředí, viz obrázek 24.

Tab. 5 Porovnání vlastních frekvencí trubky ve vakuu, na vzduchu a naplněné vodou

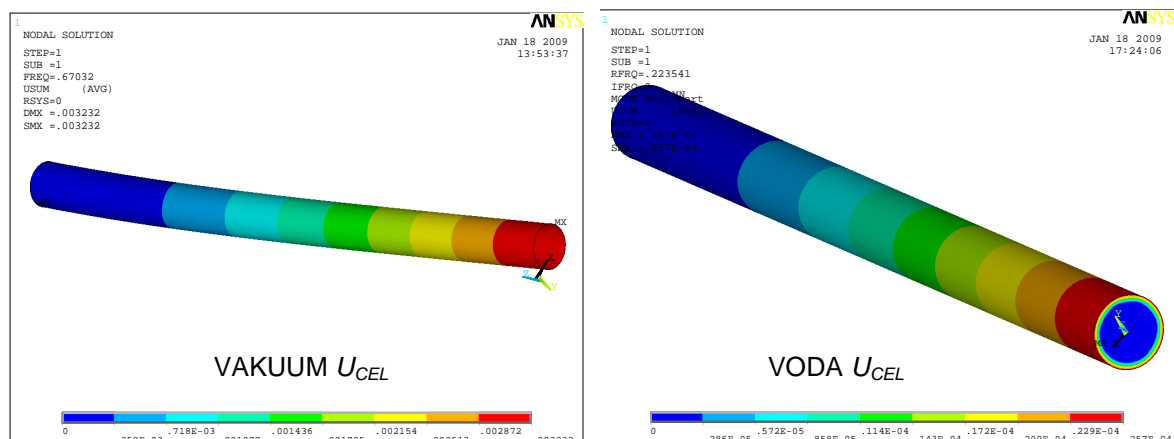
Číslo frekvence	Vakuum SH43 [Hz]	Vakuum SH63 [Hz]	Vzduch SH43-F30 [Hz]	Lagrange [Hz]	Upravená hustota [Hz]	SH43-F30 [Hz]	SH63-F30 [Hz]
1	0,67	0,66	0,67	0,22	0,22	0,22	0,22
2	0,67	0,66	0,67	0,22	0,22	0,22	0,22
3	1,71	1,69	1,70	0,57	0,56	0,63	0,61
4	1,71	1,69	1,70	0,57	0,56	0,63	0,61
5	2,16	2,15	2,15	0,72	0,73	0,80	0,79
6	2,16	2,15	2,15	0,72	0,73	0,80	0,79
7	4,04	4,01	4,02	1,34	1,34	1,36	1,33
8	4,04	4,01	4,02	1,34	1,34	1,36	1,33
9	4,05	4,04	4,03	1,35	1,38	1,51	1,48
10	4,05	4,04	4,03	1,35	1,38	1,51	1,48

Tab. 6 Součinitel snížení vlastní frekvence  $\alpha$

Číslo frekvence $i$	Vakuum SH43 [Hz]	SH43-F30 [Hz]	$\alpha_i$
1	0,67	0,22	0,33
3	1,71	0,63	0,37
5	2,16	0,80	0,37
7	4,04	1,36	0,34
9	4,05	1,51	0,37



Graf 2 Srovnání vlastních frekvencí trubky bez vlivu okolního prostředí, trubky naplněné vzduchem a trubky naplněné vodou



Obr. 24 První vlastní tvar kmitu trubky bez vlivu okolního prostředí a trubky naplněné vodou

### 5.2.3 Závěry

Výsledky provedených alternativ výpočtů ukazují na jejich dobrou shodu. Rozdíly jsou způsobeny hustotou sítě (dělením sítě), použitým typem konečných prvků a hlavně rozdílnými formulacemi výpočtů. Lagrangeův přístup při výpočtu vlastních frekvencí a vlastních tvarů poskytuje srovnatelné výsledky jako model s upravenou hustotou. Srovnání v této kapitole je pouze pro jednu geometrii, ale pokud bychom měnili tloušťky a průměry potrubí dostali bychom závislosti, kdy lze použít model s upravenou hustotou a kdy použít výpočty vlastních frekvencí potrubí dle Eulera popř. dle Lagrange.

Zásadní rozdíl ve formulacích lze spatřit v tom, že použití Eulerovy formulace je výhodné při řešení úlohy, kdy buzení vzniká přímo v kapalině, přenáší se touto kapalinou, a tato kapalina dynamicky zatěžuje sledovanou konstrukci. Lagrangeova formulace je naopak výhodná při řešení úlohy, kdy konstrukce je buzena přímo (nejčastěji seizmicitou) a je v interakci s kapalinou popř. kapalina je uvnitř konstrukce. Výsledky vlastních frekvencí přivaděčů vodních elektráren mohou být použity jako jeden ze vstupních parametrů pro volbu kotvení (místa, tuhost).

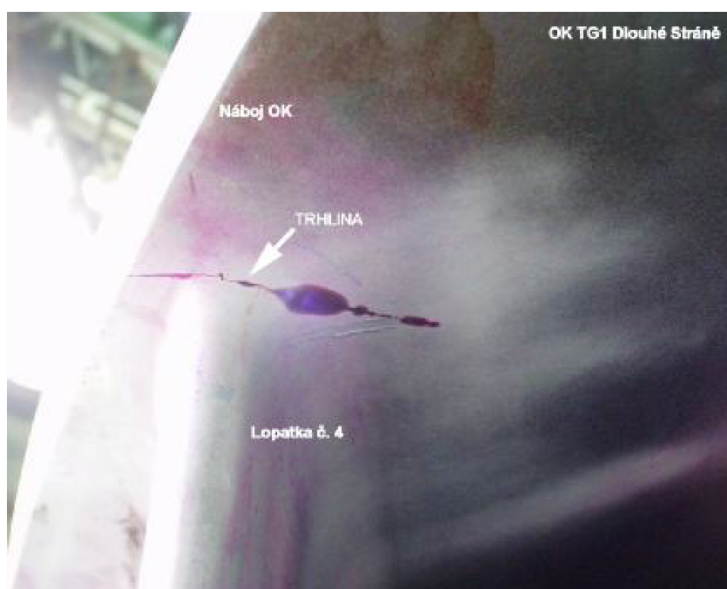
## 5.3 Výpočet kmitání oběžného kola Francisovy reverzní turbíny PVE Dlouhé Stráně

### 5.3.1 Úvod

Vizuální kontrolou oběžného kola (sedmilopátkové) TG1 PVE Dlouhé Stráně byla pracovníky Elektrárny Dlouhé Stráně zjištěna trhlina v přechodu vstupní hrany lopatky do náboje oběžného kola. Délka této trhliny činila 110 mm a hloubka 60 mm. Fraktografická šetření ukázala, že lomová plocha trhliny na lopatě č. 4 vznikla únavovým procesem iniciovaným necelistvostí svaru typu studený spoj. Staré sedmilopátkové oběžné kolo s trhlinou je znázorněno na obrázcích 25 a 26. Po opravě sedmilopátkového oběžného kola a jeho vrácení do dočasného provozu bylo navrženo a dodáno v roce 2011 nové devítिलopátkové oběžné kolo čerpadlové Francisovy vodní turbíny PVE Dlouhé Stráně, které nahradilo staré sedmilopátkové oběžné kolo.

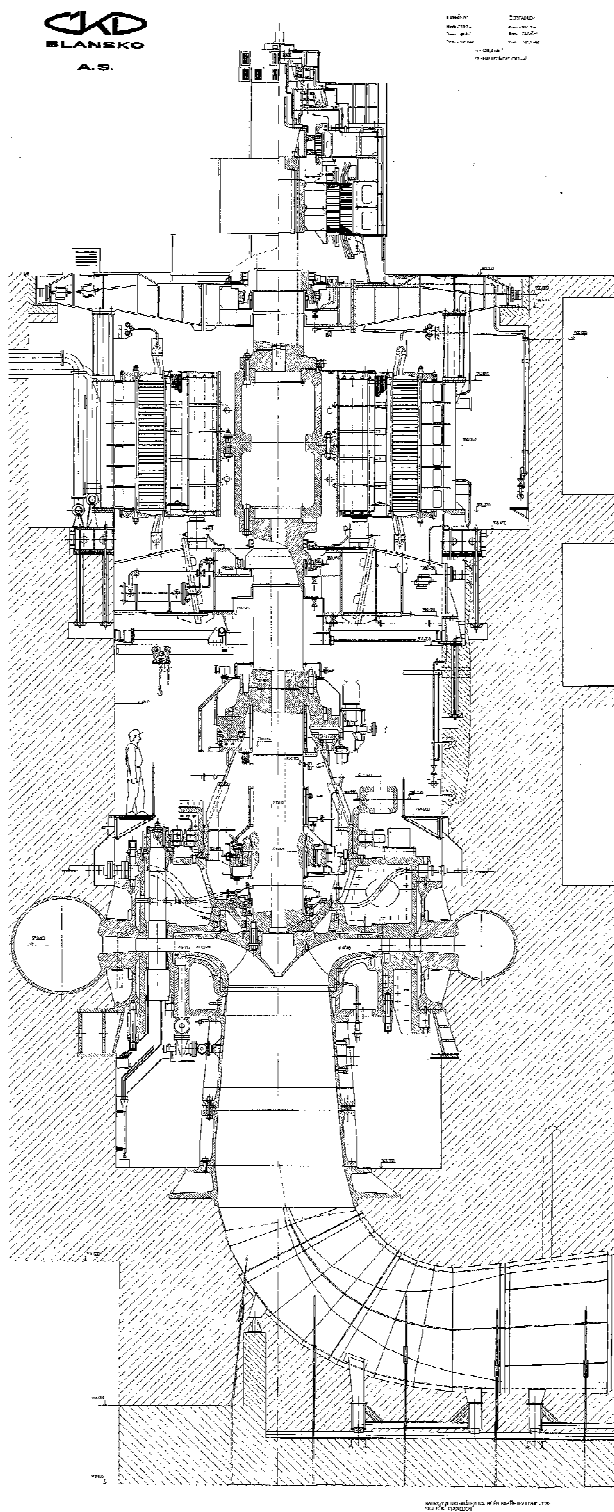


Obr. 25 Sedmilopátkové oběžné kolo s trhlinou



Obr. 26 Sedmilopátkové oběžné kolo s trhlinou – detail trhliny po NDT zkoušce

## PVE DLOUHÉ STRÁNĚ



Obr. 27 PVE Dlouhé Stráně – sestava turbosoustrojí

Nové oběžné kolo umožnilo zvýšení výkonu a rozšíření pracovního rozsahu turbosoustrojí. Při návrhu nového oběžného kola vodní turbíny je potřeba optimalizovat vlastnosti oběžného kola z hlediska hydraulického (účinnost, kavitace, průběžné otáčky atd.) a statické pevnosti, kmitání a životnosti. Životnost oběžného kola je určena únavovými vlastnostmi oběžného kola, ale především odezvou oběžného kola na časově proměnlivé účinky interagujícího vodního prostředí během provozu vodní turbíny. Pro predikci dynamického chování oběžného kola je nutno stanovit vlastní frekvence a vlastní tvary kmitů oběžného kola ve vodě. V této kapitole jsou uvedeny výsledky výpočtů vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitu kompletního rotoru soustrojí PVE Dlouhé Stráně s novým oběžným kolem ve vakuu, na vzduchu a ve vodě [5] a [26]. V dřívějších dobách byl tento typ úlohy řešen s použitím experimentálně stanovených součinitelů snížení vlastních frekvencí nebo výpočtem vlastních frekvencí a tvarů kmitů metodou konečných prvků s uvážením spolukmitající hmotnosti vody. Vypočtené hodnoty součinitelů vlivu obklopujícího vzduchu a vody na vlastní kmitání (voda → vakuum a voda → vzduch) jsou porovnány a uvedeny v tabulce pro vzájemně přiřazené vlastní tvary rotoru turbosoustrojí. Dále je třeba stanovit odezvu rotoru (oběžného kola)



projevující se jeho kmitáním, vznikající od interakce s proudící vodou v mezilopatkovém prostoru. Výsledné amplitudy napětí slouží jako jedny ze vstupních hodnot pro odhad životnosti oběžného kola. Korektní řešení dynamické odezvy oběžného kola na proudící vodu obecně představuje složitý problém hydroeleasticity. Přístup dle Eulera byl použit v dále popsaných výpočtech vlastních tvarů a vlastních frekvencí rotoru turbosoustrojí přečerpávací vodní elektrárny Dlouhé Stráně i při výpočtu vynuceného kmitání. Dále v této kapitole bude srovnán vliv poddajnosti hřídele na vlastní frekvence a tvary kmitů rotoru. Srovnání vlivu poddajnosti hřídele je pro oběžné kolo ve vakuu (na vzduchu). Toto srovnání by nám mělo dát odpověď na otázku, jestli je možno úplně vypustit z řešené sestavy hřídel či nikoliv. Na obrázku 27 je vykreslena sestava soustrojí Francisovy reverzní turbíny PVE Dlouhé Stráně. Dále na obrázku 28, je letecký pohled na horní a dolní nádrže vodní elektrárny Dlouhé Stráně.

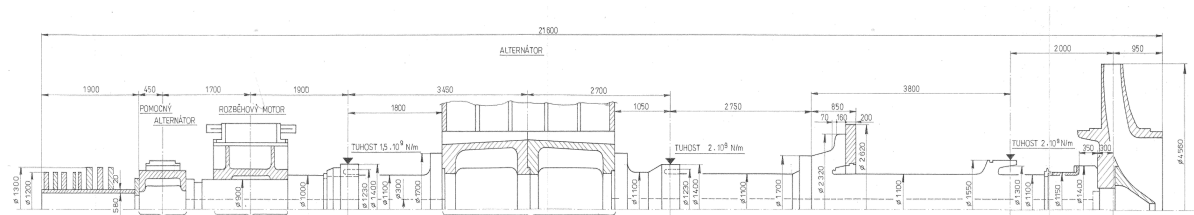


Obr. 28 PVE Dlouhé Stráně – letecký pohled

## 5.3.2 Výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů oběžného kola s rotorem

### 5.3.2.1 Popis rotoru

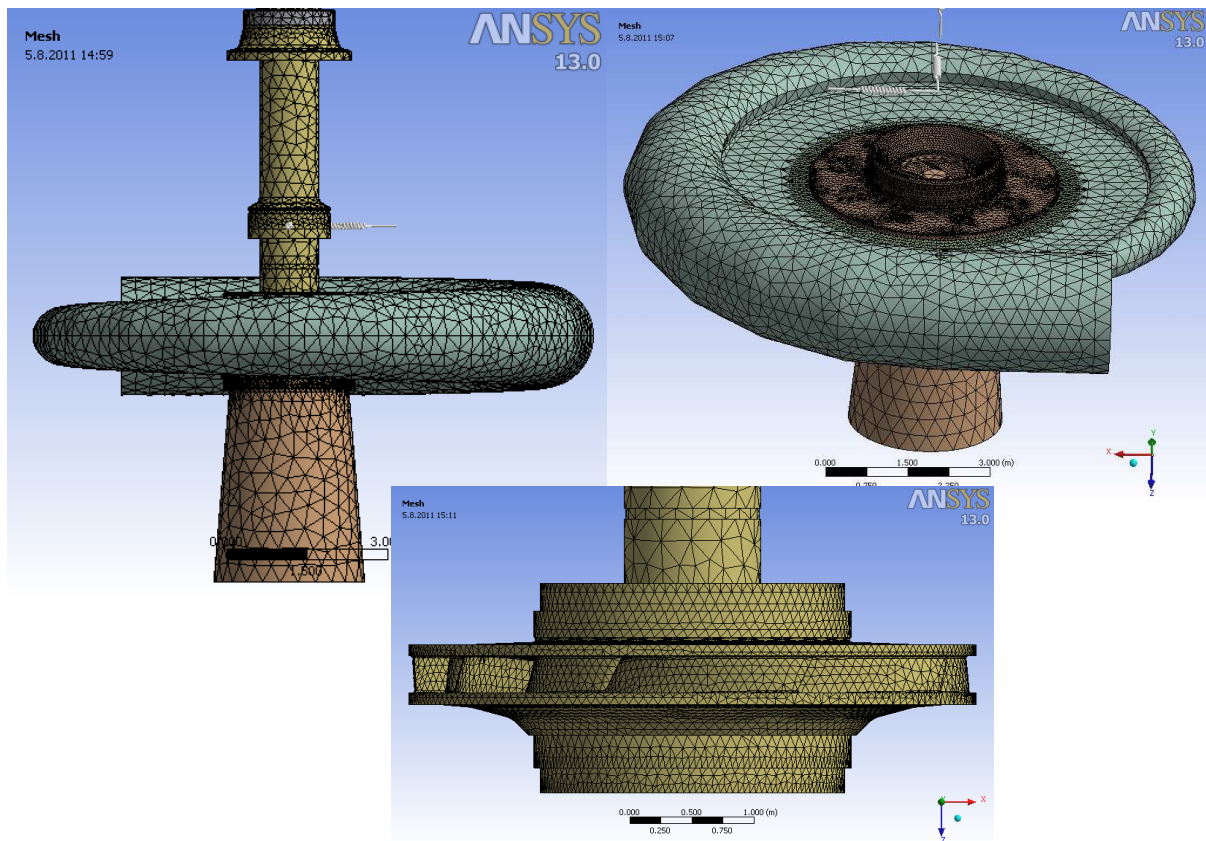
Schéma rotoru soustrojí PVE Dlouhé Stráně je znázorněno na obrázku 29. V tomto schématu jsou vykresleny a popsány délkové rozměry rotoru turbosoustrojí, tuhosti radiálních ložisek a umístění radiálních a axiálního ložiska, dále jsou zde vidět umístění jednotlivých součástí na rotoru.



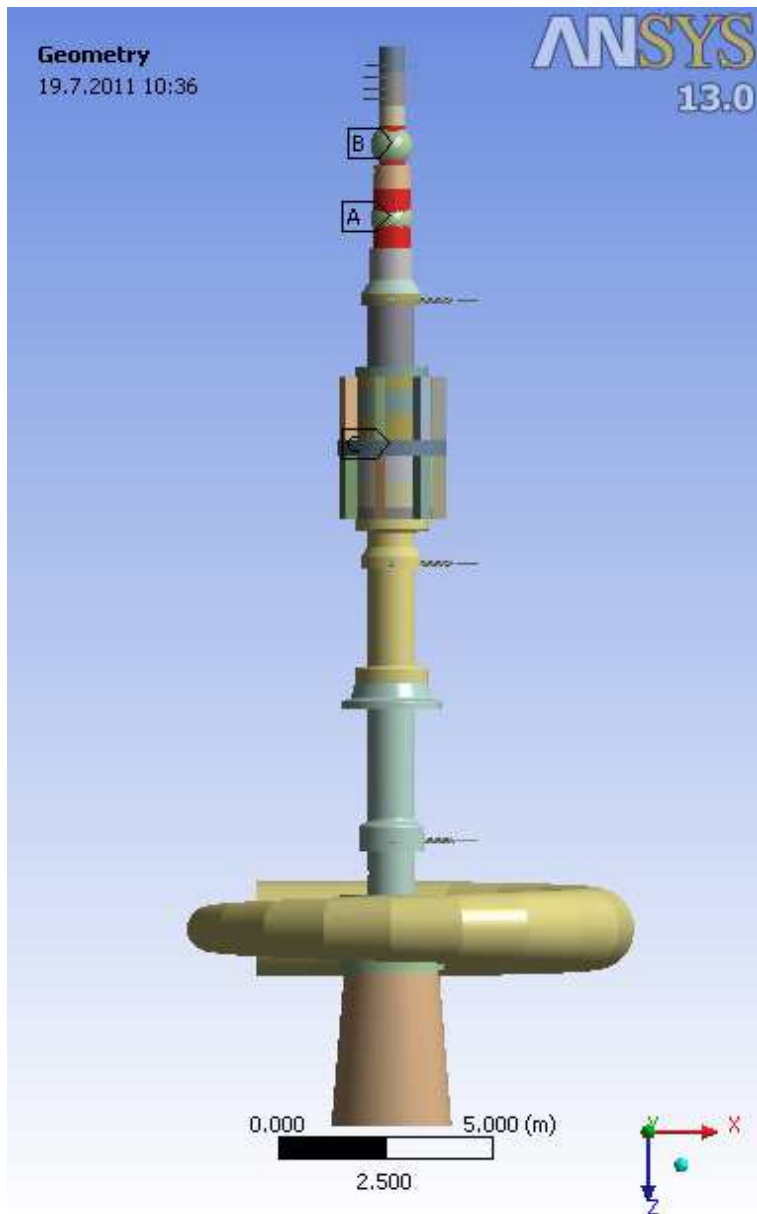
Obr. 29 Schéma rotoru soustrojí PVE Dlouhé Stráně

### 5.3.2.2 Výpočtový model řešené soustavy

Analyzovaná soustava při výpočtech s tekutinou zahrnuje kompletní rotor s devítílopatkovým oběžným kolem ve vhodně omezené oblasti viz obrázky 30 až 31.



Obr. 30 Výpočtový model síť konečných prvků



Obr.31 Celkový výpočtový model

Výpočtový model soustavy zahrnuje geometricky velmi podrobně modelované vlastní oběžné kolo vázané přírubou s podrobně modelovaným rotorem turbosoustrojí TG1. Hřídel je pružně uložen ve třech radiálních ložiscích modelovaných prvky typu COMBIN14 se zadanou, experimentálně určenou tuhostí a v jednom axiálním ložisku modelovaným prvky typu COMBIN14 se zadanou, experimentálně určenou tuhostí. Pomocný alternátor, rozběhový motor, alternátor atd., které jsou součástí rotoru, jsou nahrazeny soustřednými redukovanými hmotnostmi tzv. hmotnými body, které modelují jejich fyzikální vlastnosti.

Oběžné kolo s rotorem bylo modelováno 166 893 prvky typu SOLID187, lokalizovanými 285 379 uzly.

Tekutinová oblast má velmi podrobně modelované hraniční povrchy. Hranice tekutinové oblasti jsou v axiálním směru tvořeny přesně modelovanými povrchy turbínových vík (dolní a horní víko), vertikální rovinou v ústí spirály (volná hladina) a horizontální rovinou v savce (volná hladina), v dostatečné vzdálenosti od konce věnce i kužele náboje oběžného kola. V oblasti spirály, rozváděcích lopatek, vstupu do oběžného kola, labyrintů a nad oběžným kolem byla geometrie hraničních povrchů přesně dodržena. Části konstrukce turbíny (víka, lopatkový kruh, savka, spirála atd.) tvořící hraniční povrchy jsou uvažovány jako tuhé, nehybné. Tekutinová oblast byla modelována s použitím 195 339 prvků typu FLUID221. Prvky v kontaktu s oběžným kolem mají čtyři stupně volnosti v uzlu (tři posuvy a tlak), ostatní prvky v oblasti mají jeden stupeň volnosti (tlak). Úplný výpočtový model soustavy oběžné kolo – tekutina je tvořen celkem 362 292 prvky, lokalizovanými 517 332 uzly se 1 300 618

stupni volnosti. Vlastnosti ocelových částí a tekutiny jsou uvažovány hodnotami modulu pružnosti  $E$ , Poissonova čísla  $\mu$ , měrné hustoty  $\rho$ , rychlosti zvuku  $c$  uvedenými níže.

#### Materiálové charakteristiky

OBĚŽNÉ KOLO + ROTOR:

$$E = 210\,000 \text{ MPa}$$

$$\mu = 0,30$$

$$\rho = 7\,850 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

VZDUCH:

$$c_v = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\rho_v = 1,25 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

VODA:

$$c_k = 1\,250 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\rho_k = 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

#### 5.3.2.3 Výsledky výpočtu vlastních frekvencí rotoru s oběžným kolem ve vakuu

Bylo vypočítáno 150 vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů ve frekvenčním rozsahu od 13,320 Hz do 563,334 Hz. Vlastní tvary, při nichž dochází k namáhání lopatek oběžného kola v oblasti přechodů do věnce a náboje, jsou především vlastní tvary kmitů s extrémními relativními axiálními výchylkami kmitání náboje vůči věnci (otevírání vstupů kanálů oběžného kola – tzv. rybí tlamy). Vlastní tvary, při nichž dochází k výraznějšímu namáhání lopatek oběžného kola v oblasti přechodů listů lopatek do náboje a věnce jsou např. tvary příslušné frekvencím  $f_{28} = 172,307 \text{ Hz}$ ,  $f_{32} = 202,950 \text{ Hz}$  a  $f_{33} = 203,011 \text{ Hz}$ . Cílem výpočtu vlastních frekvencí ve vakuu je ověření korektnosti výpočtového modelu pro výpočet kmitání oběžného kola a rotoru ve vzduchu a ve vodním prostředí. Provedené výpočty potvrdily korektnost zvoleného výpočtového modelu.

#### 5.3.2.4 Výsledky výpočtu vlastních frekvencí rotoru s oběžným kolem ve vzduchu

Bylo vypočítáno 50 vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů ve frekvenčním rozsahu od 13,319 Hz do 263,002 Hz. Vlastní tvary, při nichž dochází k výraznějšímu namáhání lopatek oběžného kola v oblasti přechodů listů lopatek do náboje a věnce odpovídající frekvencím např.  $f_{31} = 172,739 \text{ Hz}$ ,  $f_{35} = 203,651 \text{ Hz}$  a  $f_{36} = 203,729 \text{ Hz}$ .

#### 5.3.2.5 Výsledky výpočtu vlastních frekvencí rotoru s oběžným kolem ve vodě

Bylo vypočítáno 100 vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů ve frekvenčním rozsahu od 9,5626 Hz do 270,335 Hz. Vlastní tvary, při nichž dochází k výraznějšímu namáhání lopatek oběžného kola v oblasti přechodů listů lopatek do náboje a věnce odpovídají vlastním frekvencím od  $f_{17} = 48,820 \text{ Hz}$ . Pozornost byla věnována vlastním frekvencím soustavy oběžného kola a rotoru v oblasti budící frekvence 142,857 Hz (viz kapitola 5.3.5.2), ve frekvenčním pásmu 130 Hz až 155 Hz, kde leží sedm vlastních frekvencí ( $f_{36} = 133,197 \text{ Hz}$ ,  $f_{37} = 141,416 \text{ Hz}$ ,  $f_{38} = 145,694 \text{ Hz}$ ,  $f_{39} = 147,293 \text{ Hz}$ ,  $f_{40} = 148,195 \text{ Hz}$ ,  $f_{41} = 151,169 \text{ Hz}$  a  $f_{42} = 154,951 \text{ Hz}$ ). Frekvencím  $f_{37} = 141,416 \text{ Hz}$ ,  $f_{38} = 145,694 \text{ Hz}$ ,  $f_{41} = 151,169 \text{ Hz}$  a  $f_{42} = 154,951 \text{ Hz}$  přísluší tvary kmitů, které jsou z hlediska charakteru namáhání oběžných

lopat v oblasti přechodů do věnce a náboje velmi nepříznivé. Z důvodu kontroly nebezpečí vzniku rezonance je možné provést výpočty vynuceného kmitání rotoru viz kapitola 5.3.4. Obdobná situace z hlediska dané budící frekvence, ale nezajímavá z hlediska afinity vlastních tvarů kmitu k budícím silovým (tlakovým) zatížením je i v dalších frekvenčních pásmech. Nepříznivý tvar přísluší například vlastním frekvencím  $f_{43} = 158,645$  Hz,  $f_{44} = 161,690$  Hz,  $f_{45} = 166,164$  Hz,  $f_{46} = 170,494$  Hz a  $f_{47} = 171,268$  Hz.

### 5.3.2.6 Porovnání vlastních frekvencí rotoru s oběžným kolem v různých prostředích

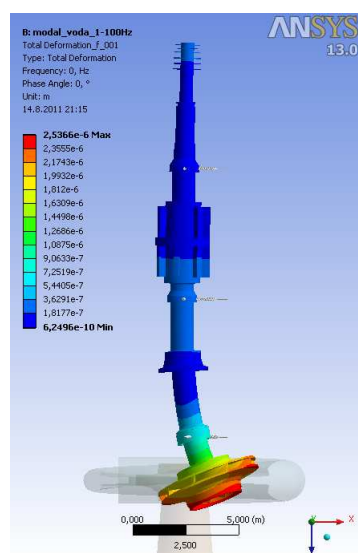
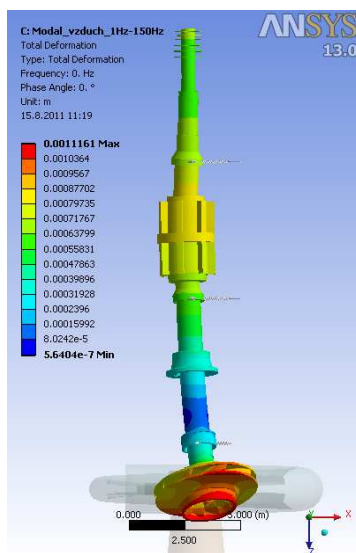
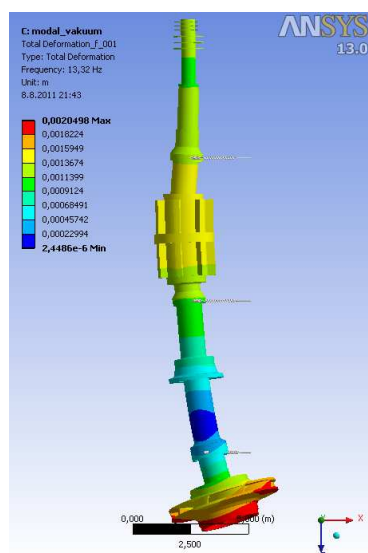
Bylo provedeno srovnání vlastních frekvencí soustavy oběžného kola a rotoru ve vakuu, ve vzduchu a vodním prostředí. Výpočet vlastních frekvencí ve vakuu byl proveden hlavně z důvodu ověření výpočtového modelu pro výpočet kmitání oběžného kola a rotoru na vzduchu a ve vodním prostředí. Výsledky výpočtů vlastních frekvencí soustavy oběžného kola a rotoru ve vzduchu a ve vakuu potvrzují, že hodnoty vlastních frekvencí i vlastní tvary kmitů nejsou uvažováním tekutinové oblasti s nízkou hustotou významně ovlivněny. Inerciální interakce (vyjádřená tzv. přídavnou hmotností spolukmitajícího vzduchu) je zde slabá. Malé odchylky ve výsledných frekvencích mohou být způsobeny i numerickou chybou výpočtů. Potvrzuje se silné ovlivnění vlastních frekvencí vodním prostředím. Vzájemné přiřazení vlastních tvarů soustavy oběžného kola a rotoru ve vakuu (ve vzduchu) a ve vodě je velmi obtížné a ne vždy jednoznačné. Vlastní frekvence konstrukce kmitající ve vodě jsou v důsledku účinku přídavné hmotnosti spolukmitající vody nižší než odpovídající frekvence kmitání na vzduchu. Platí, že  $f_{voda} = \alpha \cdot f_{vzduch}$  nebo  $f_{voda} = \alpha \cdot f_{vakuum}$  kde  $0 < \alpha < 1$ .

V případě oběžného kola zamontovaného v turbíně, závisí velikost součinitele snížení vlastní frekvence kmitání kola  $\alpha$  na tvaru kmitu, na velikosti spáry mezi nábojem oběžného kola a víkem a na velikosti spáry mezi věncem oběžného kola a dolním lopatkovým kruhem. Vzájemné přiřazení vybraných vlastních tvarů soustavy oběžného kola a rotoru ve vakuu, ve vzduchu a ve vodním prostředí jsou v tabulce 7. V této tabulce jsou navíc uvedeny součinitele snížení vlastních frekvencí vlivem vody pro vybrané vlastní tvary soustavy oběžného kola s rotorem.

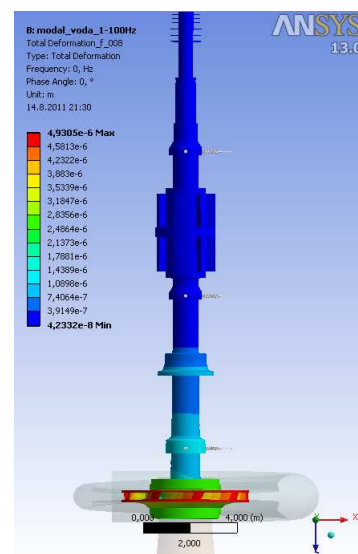
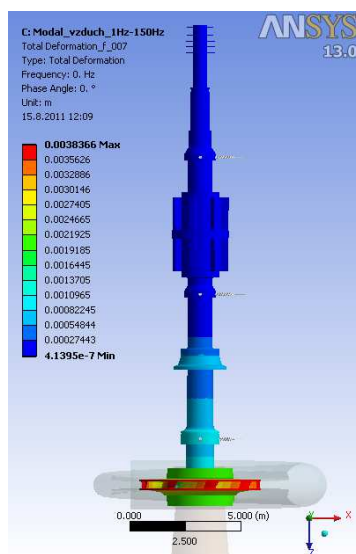
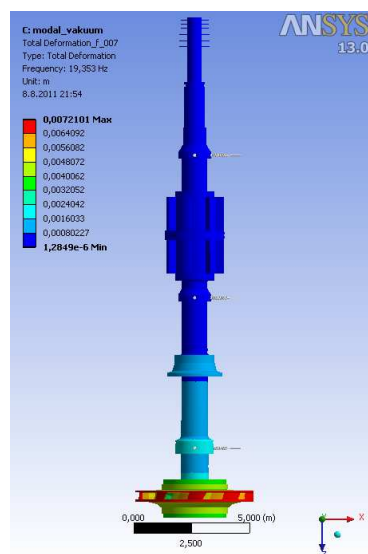
Pro představu jsou na obrázcích 32 až 36 zobrazeny vzájemně přiřazené vlastní tvary soustavy oběžného kola.

Tab. 7 Přřazení vybraných vlastních tvarů a součinitele snížení vlastních frekvencí

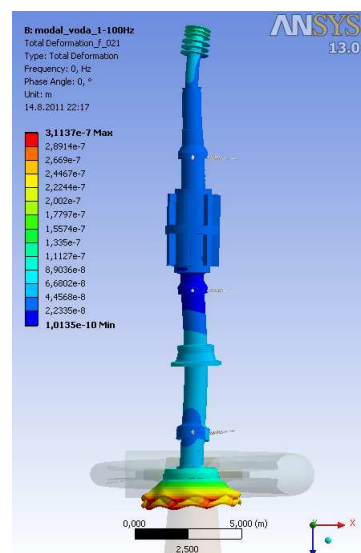
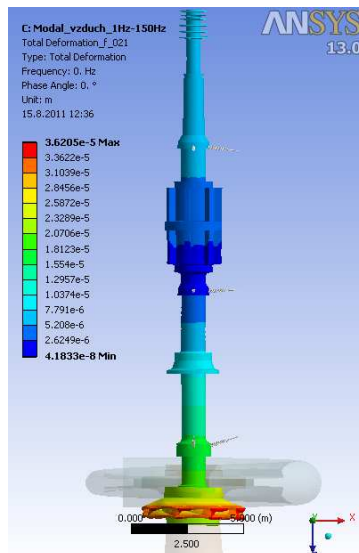
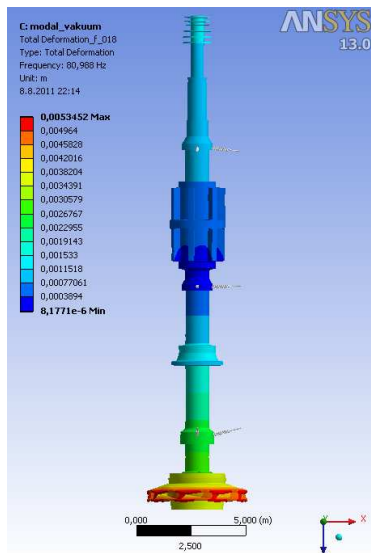
Vlastní frekvence – ve vakuu		Vlastní frekvence – na vzduchu		Vlastní frekvence – ve vodě		Součinitel snížení vlastní frekvence		
Označení frekvence	Frekvence [Hz]	Označení frekvence	Frekvence [Hz]	Označení frekvence	Frekvence [Hz]	Vakuu - voda	Vzduch - voda	
1	$f_{VA1}$	13,320	$f_{VZ1}$	13,319	$f_{VO1}$	9,563	0,7179	0,7180
2	$f_{VA2}$	13,321	$f_{VZ2}$	13,322	$f_{VO2}$	9,627	0,7227	0,7227
3	$f_{VA7}$	19,353	$f_{VZ7}$	19,351	$f_{VO8}$	18,472	0,9545	0,9546
4	$f_{VA8}$	21,248	$f_{VZ8}$	21,791	$f_{VO3}$	13,414	0,6313	0,6156
5	$f_{VA13}$	48,814	$f_{VZ13}$	48,838	$f_{VO18}$	48,839	1,0005	1,0000
6	$f_{VA18}$	80,988	$f_{VZ21}$	81,680	$f_{VO21}$	55,386	0,6839	0,6781
7	$f_{VA26}$	148,527	$f_{VZ29}$	148,484	$f_{VO23}$	79,226	0,5334	0,5336
8	$f_{VA27}$	148,543	$f_{VZ30}$	148,496	$f_{VO24}$	79,334	0,5342	0,5343
9	$f_{VA41}$	248,925	$f_{VZ44}$	249,122	$f_{VO39}$	147,293	0,5917	0,5913
10	$f_{VA42}$	248,957	$f_{VZ45}$	249,126	$f_{VO40}$	148,195	0,5953	0,5949



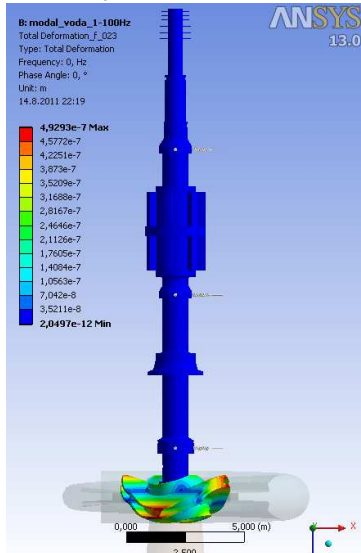
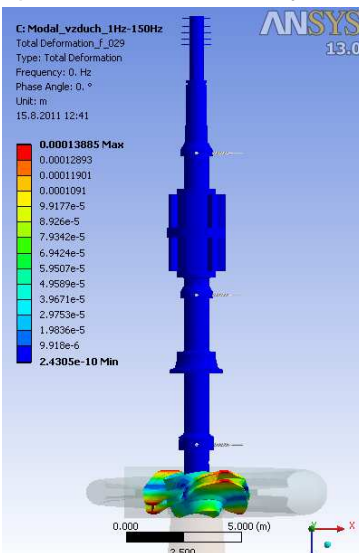
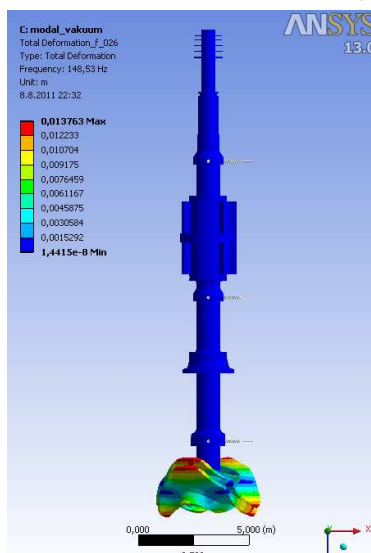
Obr. 32 Vzájemně přiřazené vlastní tvary č. 1 – ohybový tvar



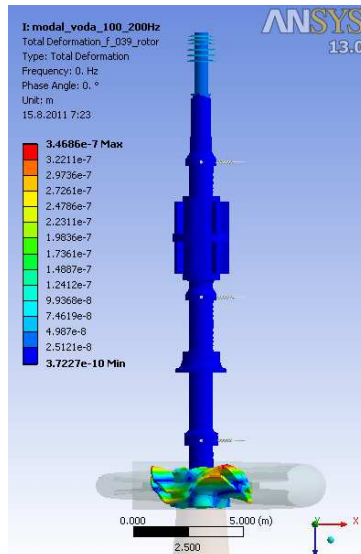
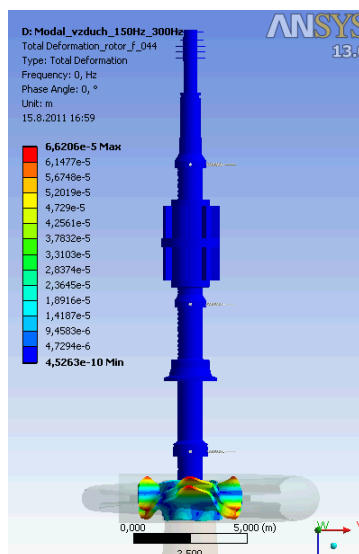
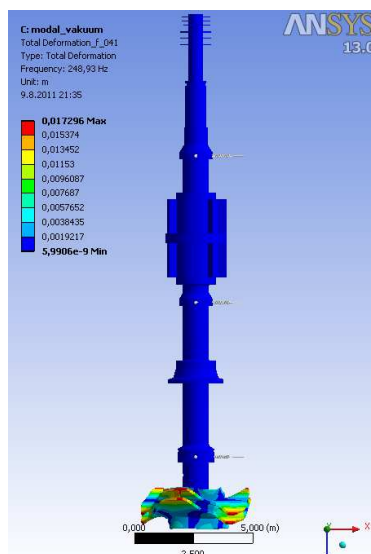
Obr. 33 Vzájemně přiřazené vlastní tvary č. 3 – torzní tvar



Obr. 34 Vzájemně přiřazené vlastní tvary č. 6 – deštníkový tvar

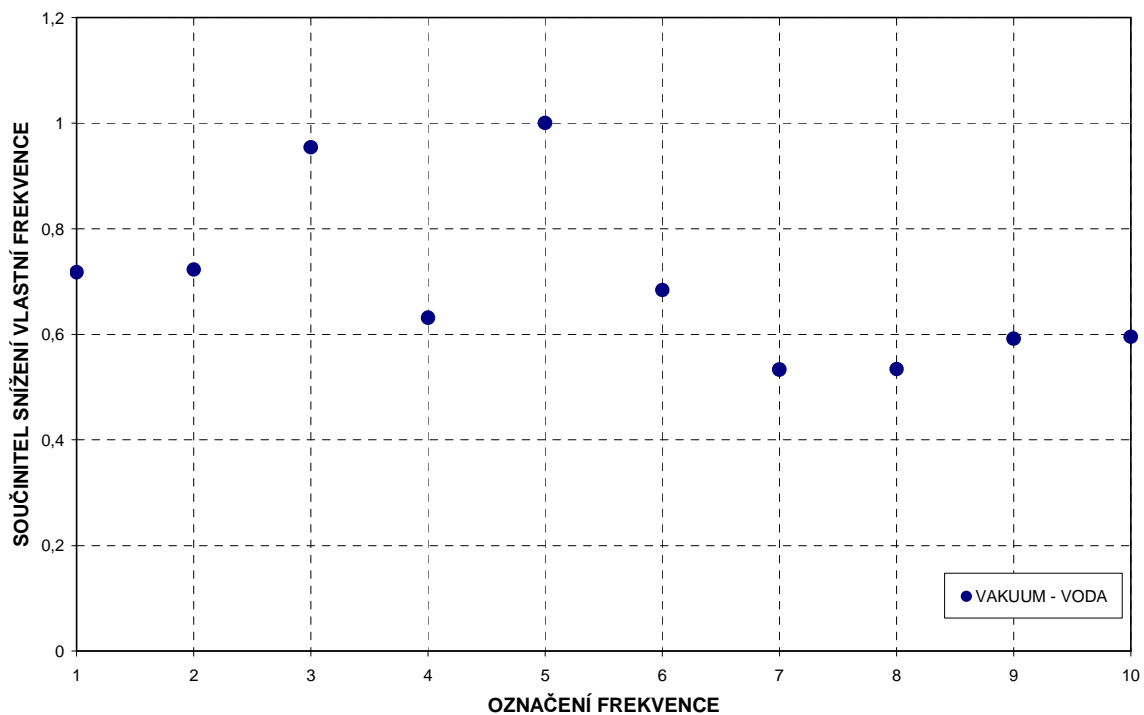


Obr. 35 Vzájemně přiřazené vlastní tvary č. 7 – 2 uzlové průměry

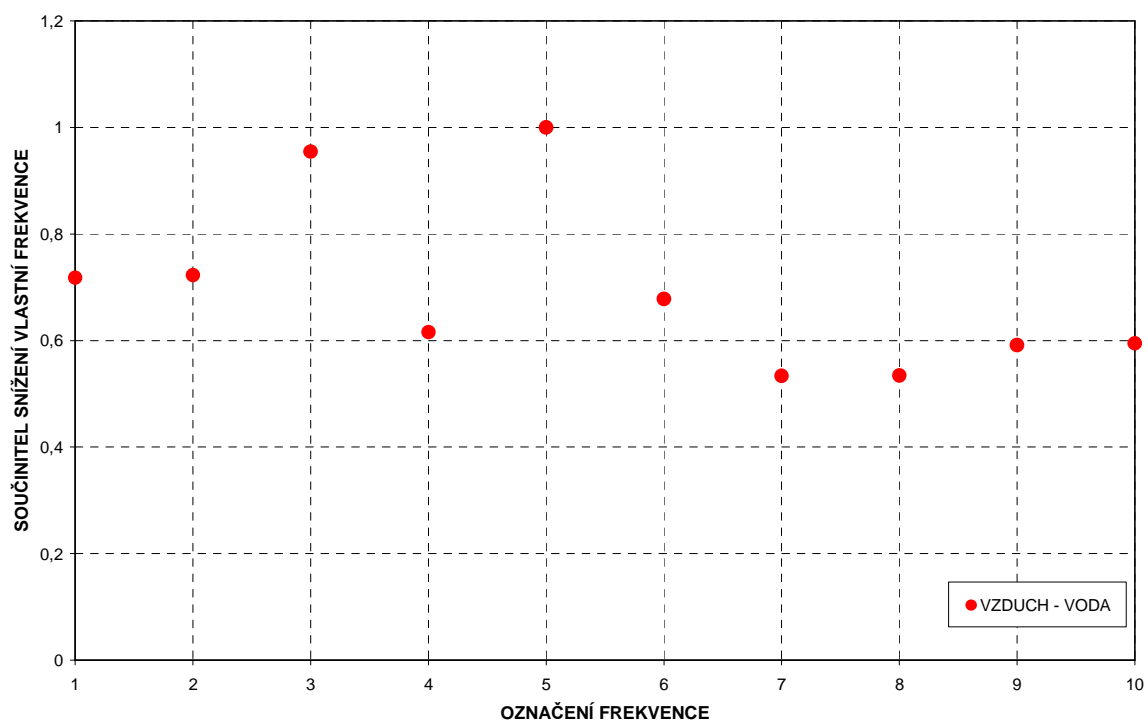


Obr. 36 Vzájemně přiřazené vlastní tvary č. 9 – 3 uzlové průměry

Součinitelé vlivu vody (vakuum – voda, vzduch – voda) pro vzájemně přiřazené vlastní tvary soustavy oběžného kola a rotoru uvedené v tabulce 7 jsou graficky znázorněny v grafu 3 a 4.



Graf 3 Součinitel vlivu neproudícího vodního prostředí (vakuum – voda)



Graf 4 Součinitel vlivu neproudícího vodního prostředí (vzduch – voda)



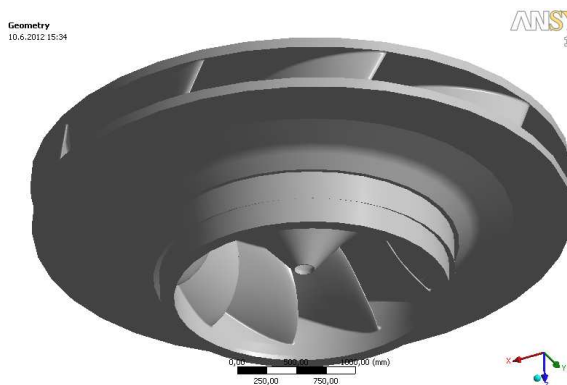
### 5.3.3 Výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů oběžného kola bez rotoru

#### 5.3.3.1 Úvod

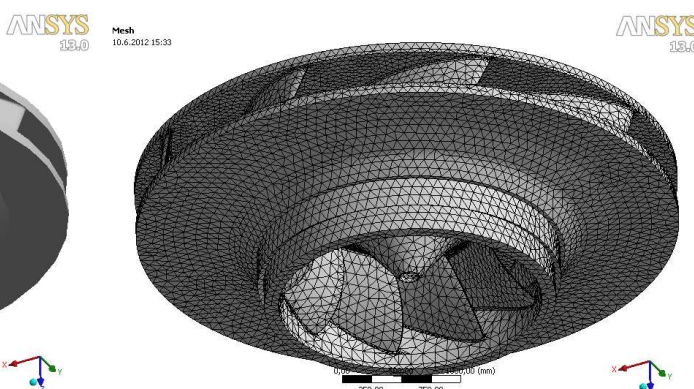
Bylo řešeno kmitání nového devíti-lopátkového oběžného kola bez rotoru soustrojí PVE Dlouhé Stráně ve vakuu.

#### 5.3.3.2 Výpočtový model řešené soustavy

Analyzované oběžné kolo je znázorněné na obrázcích 37 a 38. Oběžné kolo bez rotoru bylo modelováno 159 542 prvky typu SOLID187, lokalizovanými 264 689 uzly se 793 833 stupni volnosti. Oběžné kolo bylo vetknuto v místě děr pro šrouby.



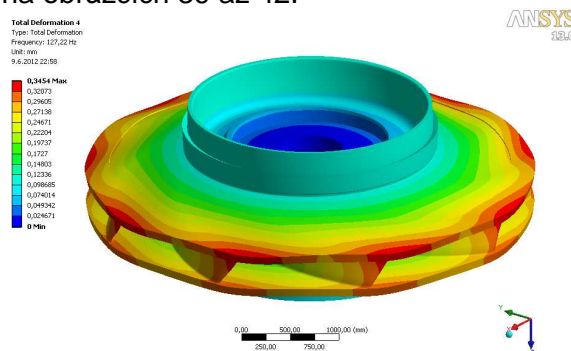
Obr. 37 Výpočtový model



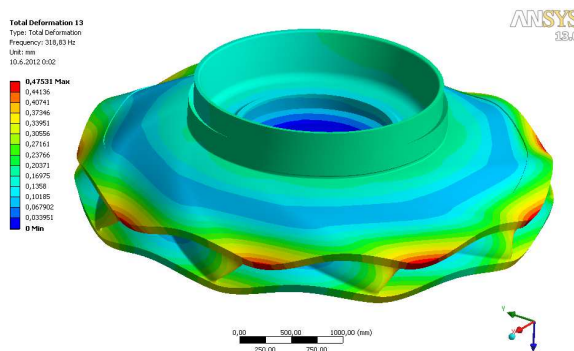
Obr. 38 Síť konečných prvků

#### 5.3.3.3 Výsledky výpočtu vlastních frekvencí oběžného kola ve vakuu

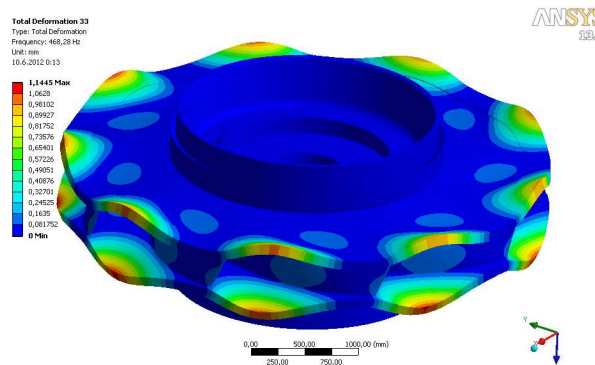
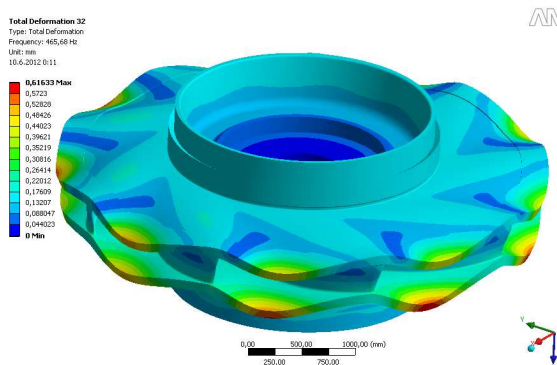
Bylo vypočítáno 50 vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů ve frekvenčním rozsahu od 67,402 Hz do 611,276 Hz. Vlastní tvary, při nichž dochází k výraznému namáhání lopatek oběžného kola v oblasti přechodů jsou např.  $f_4 = 127,221$  Hz,  $f_{13} = 318,833$  Hz,  $f_{32} = 465,676$  Hz a  $f_{33} = 468,279$  Hz. Výpočet vlastních frekvencí oběžného kola bez rotoru ve vakuu, byl proveden z důvodu prvotního stanovení vlastních frekvencí samostatného oběžného kola. Vybrané vlastní tvary oběžného kola bez rotoru jsou znázorněny na obrázcích 39 až 42.



Obr. 39 Vlastní tvar kmitu –  $f_4 = 127,221$  Hz



Obr. 40 Vlastní tvar kmitu –  $f_{13} = 318,833$  Hz



Obr. 41 Vlastní tvar kmitu –  $f_{32} = 465,676$  Hz    Obr. 42 Vlastní tvar kmitu –  $f_{33} = 468,279$  Hz

### 5.3.3.4 Porovnání vlastních frekvencí a vlastních tvarů oběžného kola s kompletním rotorem a bez rotoru ve vakuu

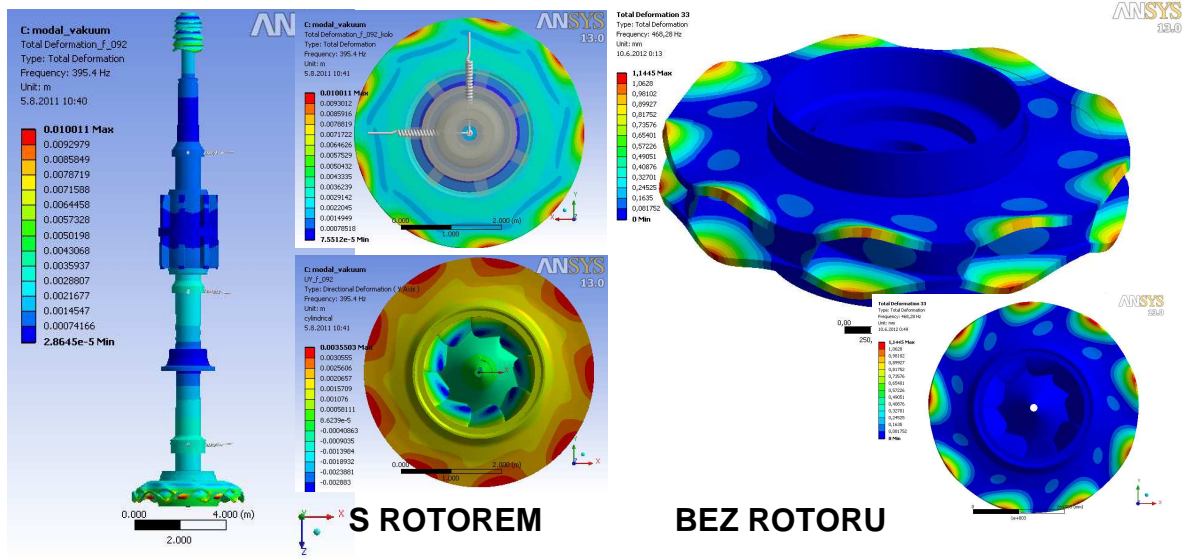
Bylo provedeno porovnání vypočítaných vlastních frekvencí soustavy oběžného kola s kompletním rotorem ve vakuu a oběžného kola bez rotoru ve vakuu. Vzájemné přiřazení vlastních tvarů soustavy oběžného kola a rotoru ve vakuu a oběžného kola bez rotoru je velmi obtížné a ne vždy jednoznačné.

Vzájemné přiřazení vybraných vlastních tvarů soustavy oběžného kola s kompletním rotorem ve vakuu a oběžného kola bez rotoru ve vakuu je uvedeno v tabulce 8. Vzájemně přiřazení byly vlastní tvary, které primárně náleží oběžnému kolu, protože pokud dochází k vlastnímu tvaru, při kterém dochází k deformacím rotoru nelze věrohodně jednotlivé vlastní tvary k sobě přiřazovat. V důsledku změny okrajových podmínek se vlastní tvary i frekvence významně mění.

Tab. 8 Přiřazení vybraných vlastních tvarů OK s rotorem a bez rotoru ve vakuu

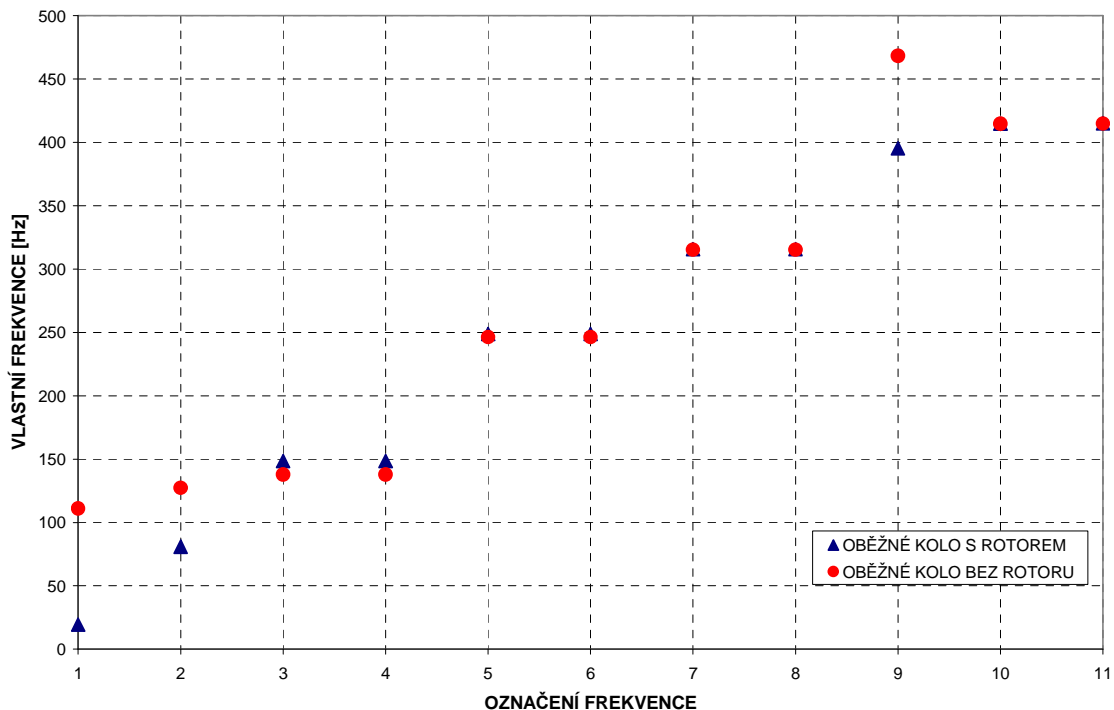
Vlastní frekvence –OK s rotorem		Vlastní frekvence –OK bez rotoru		Popis vlastního tvaru	
Označení frekvence	Frekvence [Hz]	Označení frekvence	Frekvence [Hz]		
1	$f_{SR7}$	19,353	$f_{BR3}$	111,025	<i>torzní</i>
2	$f_{SR18}$	80,988	$f_{BR4}$	127,221	<i>deštníkový</i>
3	$f_{SR26}$	148,527	$f_{BR5}$	137,885	<i>2 uzlové průměry</i>
4	$f_{SR27}$	148,543	$f_{BR6}$	137,889	<i>2 uzlové průměry</i>
5	$f_{SR41}$	248,925	$f_{BR9}$	246,334	<i>3 uzlové průměry</i>
6	$f_{SR42}$	248,957	$f_{BR10}$	246,366	<i>3 uzlové průměry</i>
7	$f_{SR71}$	315,737	$f_{BR11}$	315,291	<i>4 uzlové průměry</i>
8	$f_{SR72}$	315,744	$f_{BR12}$	315,335	<i>4 uzlové průměry</i>
9	$f_{SR92}$	395,399	$f_{BR33}$	468,279	<i>rybí tlamy</i>
10	$f_{SR97}$	414,893	$f_{BR20}$	414,598	<i>5 uzlových průměrů</i>
11	$f_{SR98}$	415,094	$f_{BR21}$	414,866	<i>5 uzlových průměrů</i>

Pro představu jsou na obrázku 43 zobrazeny vzájemně přiřazené vlastní tvary soustavy oběžného kola s rotorem a oběžného kola bez rotoru ve vakuu.



Obr. 43 Vzájemně přiřazené vlastní tvary č. 9 – „rybí tlamy“

Vypočtené vlastní frekvence oběžného kola s kompletním rotorem a oběžného kola bez rotoru ve vakuu jsou graficky znázorněny v grafu 5. Je zřejmé, že vedle vlastních frekvencí č. 1 a 2 je velmi rozdílná i vlastní frekvence č. 9 vlastního tvaru kmitu „rybí tlamy“.



Graf 5 Vlastní frekvence

### 5.3.4 Závěry k výpočtům a výsledkům vlastních frekvencí a tvarů kmitů

Výsledky výpočtů vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů kompletního rotoru s oběžným kolem PVE Dlouhé Stráně ve vakuu a ve vzduchu prokázaly vhodnost tohoto diskretizovaného modelu pro výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů rotoru s oběžným kolem ve vodním prostředí. Byly porovnány součinitele snížení vlastních frekvencí počítaného turbosoustrojí voda → vakuum a voda → vzduch. Zjištěné malé odchylky v hodnotách vlastních frekvencí odpovídají vlivu tzv. přídavné hmotnosti spolukmitajícího vzduchu jsou způsobeny jinou formulací metody výpočtů (vzduch versus vakuum) a mohou být způsobeny numerickou chybou výpočtů. Výsledné vlastní frekvence a vlastní tvary kmitů kompletního rotoru s oběžným kolem (torzní a ohybové) se shodují s výsledky experimentálního měření na díle. Proto můžeme konstatovat, že zvolený výpočtový model je správný.

Dříve výpočtové modely vodních turbín (Francisovy, Kaplanovy a Deriazovy) zahrnovaly korektně podrobně modelovaná oběžná kola vázaná s přibližně modelovaným poddajným turbínovým hřídelem s tuhou vazbou na nehybný základ. Do současné doby se modelovala kapalinová oblast jako zjednodušená oblast ve tvaru válce. Ve výpočtu zmíněném v této práci byla vstupní kapalinová oblast podrobně modelována (tvar spirály nebyl zjednodušen) přesně dle výkresové dokumentace, kromě rozváděcích a předrozváděcích lopatek a dále byl podrobně modelován kompletní rotor turbosoustrojí. Z výsledků a porovnání výpočtů se zjednodušeným hřídelem, zjednodušenou vstupní kapalinovou oblastí a zde zmíněným výpočtem je patrné, že většina vlastních tvarů týkající se kola i rotoru je nesymetrická a to z důvodu nesymetrie vstupní kapalinové oblasti. Tyto výsledky ukazují na významný vliv asymetrie geometrie kapalinové oblasti, vliv přivaděče a sacího kolena na vlastní frekvence a vlastní tvary kmitů sestavy turbosoustrojí

Série výpočtů vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitu oběžného kola s kompletním rotorem prokázala možnost rutinního použití výpočtů metodou konečných prvků pro řešení dynamiky této soustavy v interakci s kapalinou. Studií vyšetřování vlastních frekvencí a vlastních tvarů konstrukcí v kontaktu s kapalinou se potvrzuje podstatný vliv kapaliny.

Z výsledků studií zjišťování vlastních frekvencí a vlastních tvarů oběžného kola s kompletním rotorem a oběžného kola bez rotoru (bez vlivu poddajnosti hřídele) ve vakuu je patrné, že výsledné vlastní frekvence v obou studiích jsou rozdílné v závislosti na tvaru kmitu a jeho příslušnosti (pouze OK nebo OK s rotorem). Vlastní frekvence, které jsou velmi závislé na okrajových podmínkách, jsou velice odlišné (např. torze, deštník). Vlastní frekvence odpovídající teoretickým vlastním tvarům kruhové desky (2 – 5 uzlových průměrů) mají velmi dobrou shodu, ale na rozdíl od zmíněných vlastních tvarů je velká chyba ve výsledcích nebezpečných vlastních tvarů pro oběžné kolo tzv. „rybí tlamy“. Z těchto zde zmíněných důvodů by bylo potřeba najít tzv. „přechodový most“ mezi výpočty vlastních

frekvencí kompletních sestav rotorů vodních turbín a výpočty samostatných oběžných kol z důvodu zkrácení doby výpočtů. Zmíněný přechodový most dle mého názoru nepůjde nalézt z důvodu různých typů oběžných kol vodních turbíny (rozdílné tuhosti), proto je důležité provádět výpočty i s celým rotorem.

Soustava programů ANSYS nabízí možnost vyšetřovat vlastní kmity tělesa v kapalině na základě Eulerova přístupu, aniž by byla potřeba zvláště určovat matici přídavných hmotností kapaliny a aniž by bylo nutné velké zjednodušení kapalinové oblasti vyšetřované konstrukce.

### **5.3.5 Výpočet kmitání rotoru s oběžným kolem ve vodním prostředí vynuceného tlakovými pulzacemi**

#### **5.3.5.1 Úvodní popis**

K velkým problémům dynamiky rotorů patří problém řešení odezvy rotoru projevující se jeho kmitáním, způsobeným interakcí rotoru s proudícím pracovním médiem (vodou) v mezilopátkovém prostoru. Kmitání rotoru se nejvýrazněji projevuje lokálním kmitáním oběžného kola. Dle typu turbíny se kmitání nejvíce projevuje na oběžných lopátkách, případně na náboji a věnci oběžného kola. Jedná se o klasický případ projekční praxe. Správné řešení dynamické odezvy rotoru (oběžného kola) obecně představuje složitý problém hydroelasticity.

U reakčních vodních turbín dochází za provozu k interakci mezi lopátkami statoru a rotoru. (V anglicky psané literatuře se pro tento jev používá označení RSI – rotor stator interaction). Interakce mezi statorovými a rotorovými lopátkami je zdrojem buzení vysokofrekvenčních pulzací tlaku v turbíně a vibrací částí stroje. Pulzace tlaku vznikají v mezilopátkovém prostoru a šíří se do spirály a přivaděče. Vibrace se projevují nejčastěji na rotoru soustrojí a oběžném kole.

Frekvenci i amplitudu pulzací tlaku a vibrací lze ovlivnit volbou počtu statorových a rotorových lopatek.

Obecně neexistuje dokonalá kombinace počtu statorových a rotorových lopatek. Každá kombinace má své výhody a nevýhody. Kombinace počtu lopatek, která je výhodná z hlediska nízké úrovně pulzací tlaku nemusí být výhodná z hlediska např. eliminace vysokofrekvenčních vibrací rotoru a naopak.

U akčních vodních turbín (Peltonovy turbíny) mohou vznikat rovněž vysokofrekvenční vibrace rotoru. V tomto případě je rozhodující kombinace počtu ostříků a počtu korečků oběžného kola.

Pulzace tlaku a vibrace vynuceného typu dosahují u běžných systémů (např. rotor soustrojí, oběžné kolo atd.) největší intenzity pokud jsou splněny následující podmínky:

- frekvence buzení se rovná některé vlastní frekvenci zkoumaného systému,

- tvar buzení je afinní k příslušnému vlastnímu tvaru kmitu,
- tlumení je malé.

Pokud je splněna pouze jedna podmínka, např. první (rezonance), tak to ještě neznamená, že vzniknou nebezpečné pulzace tlaku nebo vibrace. Když je tvar buzení ortogonální k příslušnému vlastnímu tvaru kmitu, tak se pulzace nebo vibrace vůbec nevybudí i když je frekvence buzení rovna frekvenci vlastní. Rovněž velké tlumení zamezí vzniku intenzivních vibrací nebo pulzací tlaku.

Volbou kombinace počtu statorových a rotorových lopatek se pro daný stroj určuje frekvence buzení i tvar buzení. Vlastní frekvence systému nebývají přesně známy, takže nelze dostatečně přesně určit nebezpečí rezonance. Zbývá tedy pouze možnost volit tvar buzení takový, aby nebyl afinní k vlastnímu tvaru kmitu. Tvar vlastního kmitu lze přibližně odhadnout. Lze tedy z druhé podmínky (afinita – ortogonalita), určit vhodné i méně vhodné kombinace počtu statorových a rotorových lopatek. Přitom je nutné posuzovat navrženou kombinaci počtu lopatek z hlediska jednotlivých případů vibrací, resp. pulzací, zvlášť.

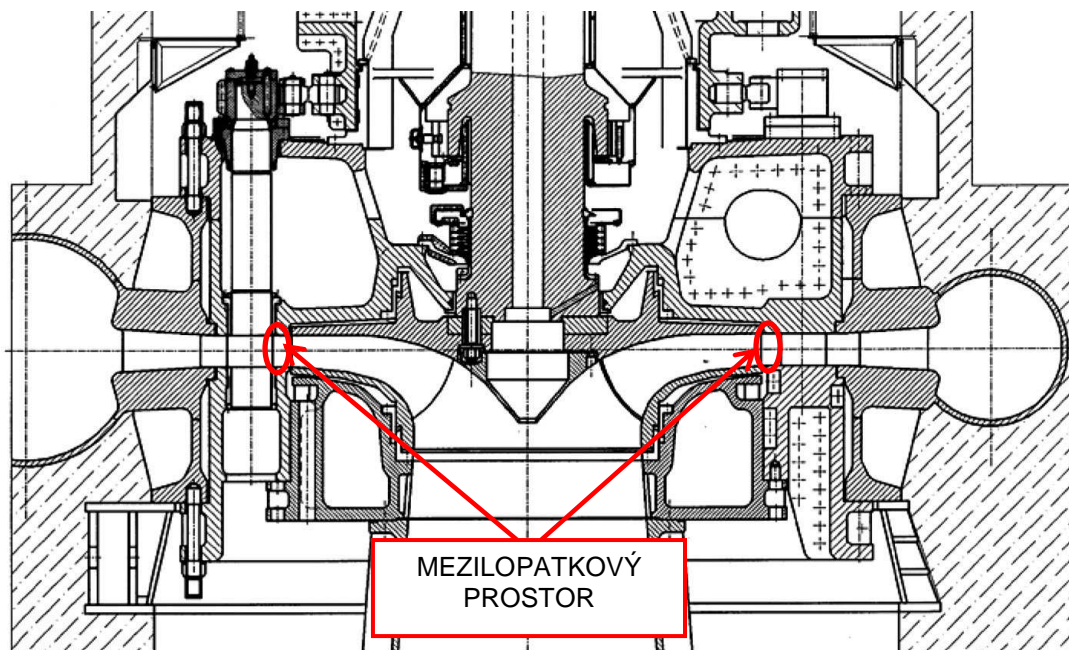
Dále jsou analyzovány kombinace počtu statorových a rotorových lopatek s ohledem na:

- vibrace rotoru
- pulzace tlaku
- vibrace oběžného kola
- vibrace lopatek statoru
- vibrace víka turbíny.

Tato práce se věnuje vibracím oběžného kola reakční vodní turbíny. Korektní řešení odezvy s výrazným lokálním projevem lze využít výpočtový model, který je popsán v předchozích kapitolách – výpočet vlastních frekvencí rotoru s oběžným kolem ve vodním prostředí. Výpočet byl zaměřen na numerické řešení dynamické odezvy rotoru (devítílopatkového oběžného kola) Francisovy reverzní turbíny ve vodním prostředí na pulzace tlaku s cílem posoudit možnosti použití programu ANSYS. Výsledky výpočtu vynuceného kmitání byly použity pro určení napjatosti v oběžném kole. Hodnoty napjatostí v oběžném kole byly použity jako vstupní hodnoty pro odhad života oběžného kola. Pulzace tlaku v kapalinové oblasti v mezilopatkovém prostoru jsou popsány zadanými kvaziperiodickými funkcemi v závislosti na poloze (polohový úhel  $\varphi$ ) a čase ( $t$ ).

### 5.3.5.2 Výpočtový model zatížení řešené soustavy

Kmitání výpočtové soustavy je buzeno rotujícím časově proměnným tlakovým polem v mezilopatkovém prostoru. Mezilopatkový prostor je znázorněn na obrázku 44.



Obr. 44 Řez soustrojím PVE Dlouhé Stráně – mezilopatkový prostor

Vibrace způsobené tlakovými pulzacemi v mezilopatkovém prostoru (MLP), jejichž základní frekvence je dána součinem frekvence otáčení rotoru a počtu oběžných lopatek [28] až [35] a dále se zde uplatňují i vyšší harmonické složky. Zdrojem těchto tlakových pulsací je interakce mezi lopatkovými mřížemi oběžného kola a rozvaděče. Jedná se tedy o vynucené pulzace tlaku změnou tlaku i průtoku v kanálech rozvaděče.

Rozložení tlakového a rychlostního pole v závislosti na počtu oběžných a rozváděcích lopatek bylo již popsáno v několika publikacích [28] až [35]. Kritérium, které určuje počet uzlových průměrů tlakového pole budícího pulzace i vibrace součástí vodních turbín má tvar:

$$m \cdot z_R - n \cdot z_S = \pm k, \quad (82)$$

kde značí

$z_R$  – počet lopatek rotoru,

$z_S$  – počet lopatek statoru,

$m = 1, 2, 3,$

$n = 1, 2, 3$  (v praxi se reakčních turbín používá především  $n = 1$ , ojediněle  $n = 2$ , příp.  $n = 3$ ),

$k$  – počet uzlových průměrů.

Znaménko před  $k$  v rovnici (82), určuje směr rotace tlakového pole vůči směru rotace rotoru. (znaménko + značí rotaci tlakového pole ve směru a znaménko – značí rotaci proti směru rotace oběžného kola)

V praxi se uplatňují tlaková pole s malým počtem uzlových průměrů (přibližně  $|k| \leq 10$ ). Proto se hledají takové kombinace  $m$  a  $n$ , které dávají nejmenší  $|k|$ . a další nejbližší hodnoty. Frekvence vibrací nebo pulsací tlaku ve stacionárním systému je dána výrazem

$$f_S = m \cdot z_R \cdot f_0 . \quad (83)$$

Frekvence vibrací nebo pulsací tlaku v rotujícím systému je dána výrazem

$$f_R = n \cdot z_S \cdot f_0 , \quad (84)$$

kde značí  $f_0$  – frekvence otáčení rotoru.

Při výpočtu vibrační odezvy se uvažují vibrace vynucené vysokofrekvenčními pulzacemi tlaku v oblasti vstupu do oběžného kola při turbínovém provozu. Kmitání výpočtové soustavy je buzeno rotujícím časově proměnným tlakovým polem v mezilopátkovém prostoru. Pro analýzu namáhání oběžného kola lze toto zatížení modelovat dvousložkovým tlakovým polem na válcové ploše na vstupu do oběžného kola. Plocha je horizontálně omezena hranami věnce a náboje kola. Na svislých povrchových přímkách plochy lze tlak uvažovat jako konstantní. Na základě teorie, předcházejících studií, výsledků měření na díle a v současnosti i z výsledků CFD výpočtů proudění v oběžném kole při turbínovém i čerpadlovém provozu, lze v daném případě tlakové pulzace v oblasti vstupních hran oběžných lopatek popsat vztahem

$$p(t, \varphi) = p_{b1} \cos (2\pi f_0 z_s t - k_1 \varphi) + p_{b2} \cos (2\pi f_0 z_s t - k_2 \varphi), \quad (85)$$

kde

$t = 0 - 1,25$  s - čas v intervalu buzení,

$\varphi = 0 - 2\pi$  rad - polohový úhel přímky vstupní válcové plochy,

$p_{b1} = 100$  kPa - amplituda tlaku v mezilopátkovém prostoru (primární sl.),

$p_{b2} = 50$  kPa - amplituda tlaku v mezilopátkovém prostoru (sekundární),

$f_0 = 7,14283$  Hz - otáčková frekvence oběžného kola,

$z_s = 20$  – počet rozváděcích lopatek,

$k_1 = - 2$  – počet uzlových průměrů (primární složka),

$k_2 = - 11$  – počet uzlových průměrů (sekundární složka).

Pro výpočet v programu ANSYS se zadává zatížení odvozené ze zrychlení  $a$  [ $m \cdot s^{-2}$ ] částic vody v bodech definované vstupní válcové plochy jako „fluid load“ [ $N \cdot m^{-1}$ ] dle vztahu  $w(t) = A / c (dp / dt)$ ,

kde je :

$c$  – rychlost zvuku v kapalině,

$p$  – zadaný budicí tlak,

$A$  – efektivní plocha přiřazená k uzlu,

$w(t)$  – zobecněné zatížení v daném uzlu.



$$FL = -q_{FL1} \cdot \sin(2\pi f_0 z_s t - k_1 \varphi) - q_{FL2} \sin(2\pi f_0 z_s t - k_2 \varphi), \quad (86)$$

$$q_{FL1} = A (p_{b1} 2\pi f_0 z_s / c), \quad (87)$$

$$q_{FL2} = A (p_{b2} 2\pi f_0 z_s / c), \quad (88)$$

kde

$A$  – zdrojová plocha přiřazená uvažovanému bodu,

$c = 1250 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  – lokální rychlost zvuku.

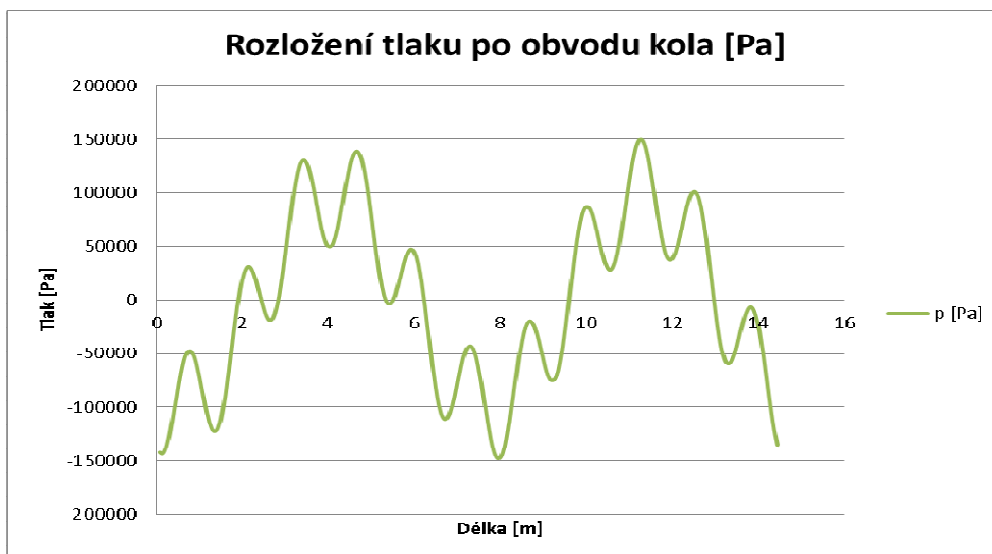
Se zřetelem na počet oběžných lopat (9) a počet uvažovaných uzlových průměrů (2 a 11) je optimální výpočtový počet přímek 396, t.j.  $d\varphi = (2\pi / 396)$ .

Pro  $j$ -tý bod na  $i$ -té přímce je v tomto případě tedy

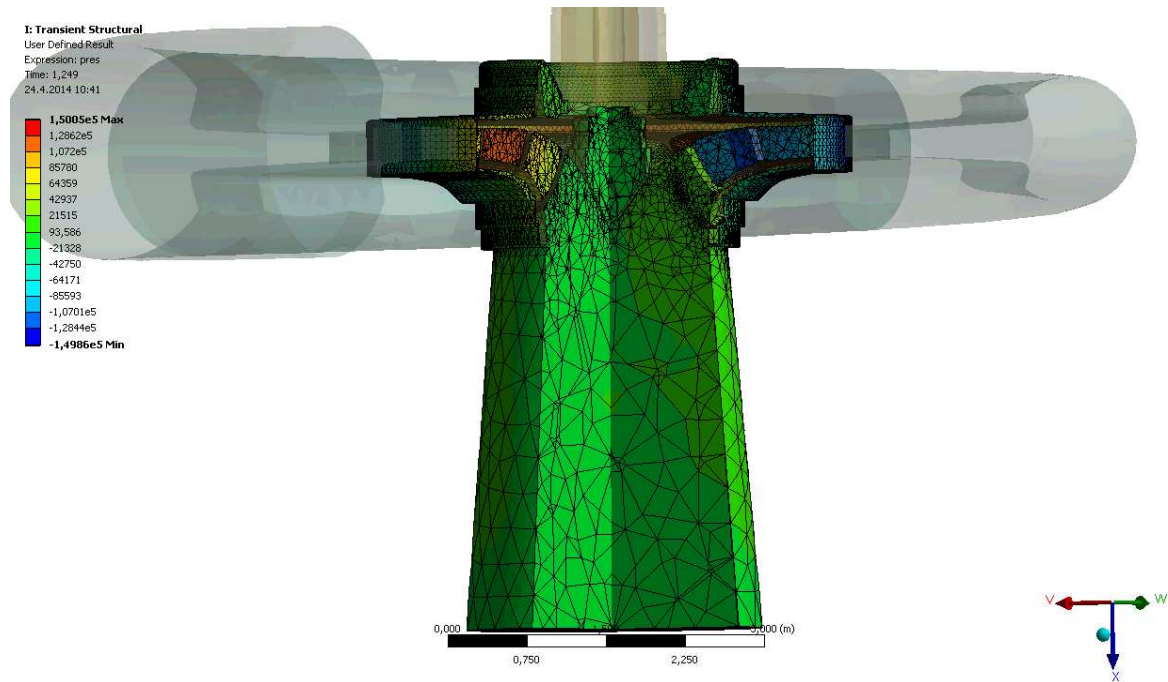
$$FL_{ji}(t) = -A_{ji} 71807,6 \cdot \sin(897,59 t + 2 i d\varphi) - A_{ji} 35903,8 \sin(897,59 t + 11 i d\varphi). \quad (89)$$

Se zřetelem na pravděpodobné rezonanční frekvence v mezích 100 Hz až 200 Hz vyplývající z měření je optimální časový krok 0,0005 s.

Zobecněné zatížení bylo zavedeno v uzlech kapalinového modelu na myšlené ploše v oblasti vstupu do oběžného kola. Po obvodě bylo rovnoměrně rozloženo 396 uzlů, po výšce vstupní plochy 10 uzlů, aby přiřazené plochy uzlům byly identické. Vstupní tlakové pole je zobrazeno v grafu 9. Rozložení tlakového pole ve vodním prostředí v čase  $t = 1,249 \text{ s}$  je zobrazeno na obrázku 45. Disipace mechanické energie v soustavě byla modelována podle Rayleigha, se střední hodnotou modálního poměrného útlumu soustavy 0,005 ve frekvenčním pásmu 100 Hz až 200 Hz.



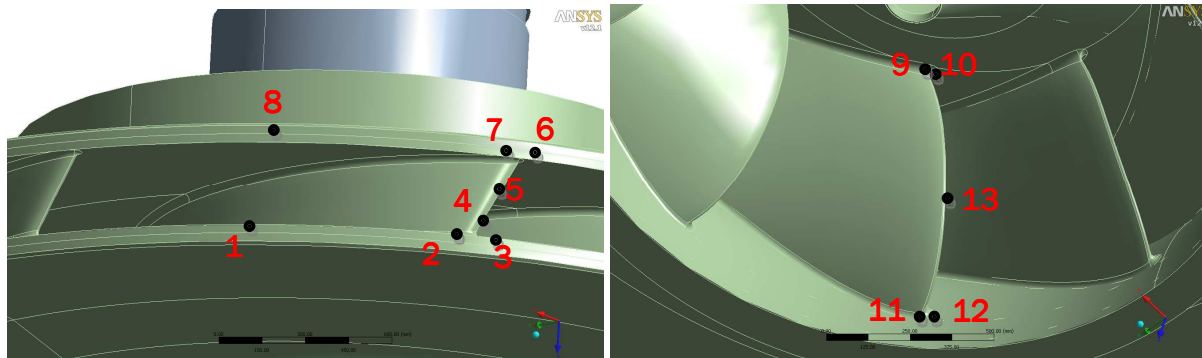
Graf 9 Rozložení tlaku po obvodu kola



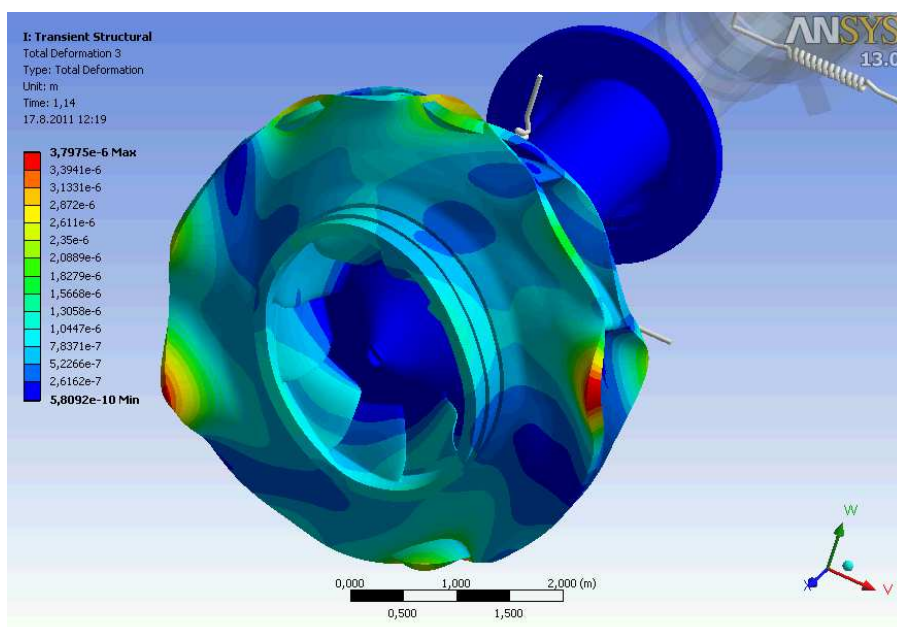
Obr. 45 Rozložení tlakových pulzací – čas  $t = 1,249$  s

### 5.3.5.3 Výsledky výpočtu vynuceného kmitání

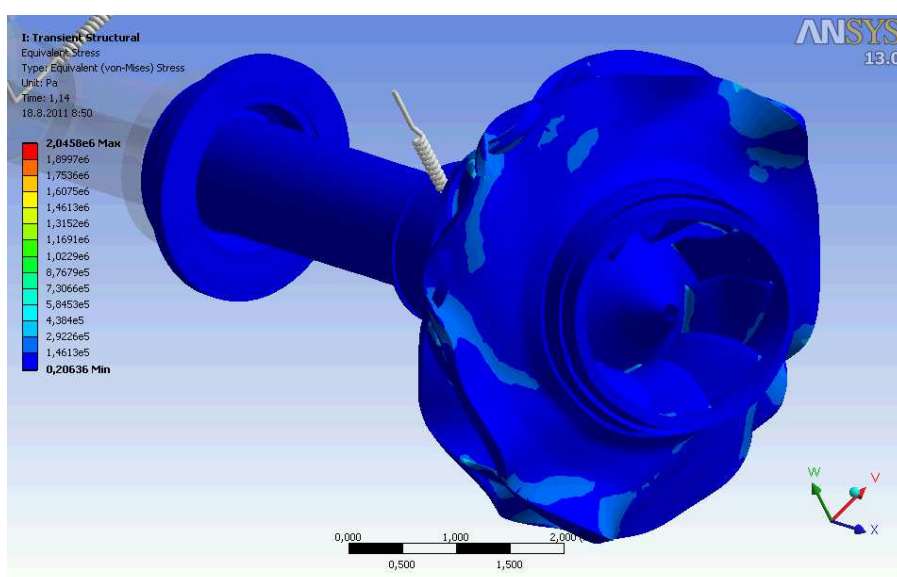
Proces vytvoření výpočtového modelu zobecněného zatížení pro výpočty programovým systémem ANSYS je podrobně popsán v podkapitole 5.3.4.2. Výpočtový model zatížení řešené soustavy na časový průběh zobecněného zatížení, byl proveden výpočet odezvy oběžného kola s rotorem. Odezva byla řešena přímou integrací pohybových rovnic soustavy jako přechodový proces v časovém intervalu 0 až 1,25 s. Byly získány průběhy přemístění a napětí v oběžném kole turbíny. Průběhy byly získány jak pro vlastní neustálený stav, tak i stav dostatečně ustálený. Bylo zvoleno 13 vyhodnocovaných uzlů na oběžném kole viz obrázky 46 a 47, pro které byly vykresleny časové průběhy vybraných veličin (složek přemístění a napětí). Časové průběhy vybraných veličin jsou v této práci pro názornost vykresleny pro vyhodnocované uzly číslo 1, 4, 10 a 13, viz grafy 10 až 29. Z vykreslených časových průběhů vyplývá, že k dostatečnému ustálení vypočítané odezvy oběžného kola dojde přibližně v čase  $t = 0,35$  s. Časové snímky znázornění izoploch výsledných přemístění  $U_{RES}$  a ekvivalentních napětí  $\sigma_{HMH}$  jsou vykresleny na obrázcích 48 a 49.



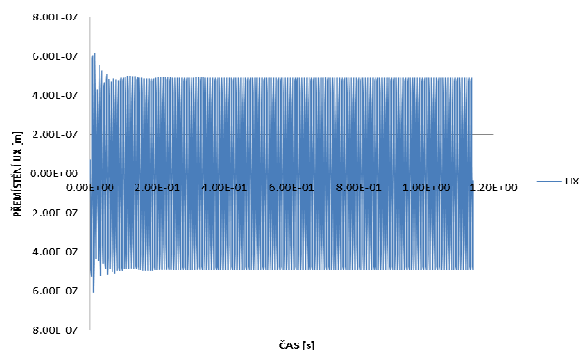
Obr. 46 Poloha vyhodnocovaných bodů 1–8    Obr. 47 Poloha vyhodnocovaných bodů 9–13



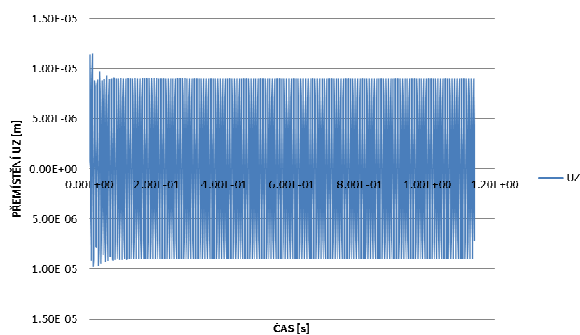
Obr. 48 Výsledné přemístění  $U_{CEL}$  [m], čas  $t = 1,14$  s



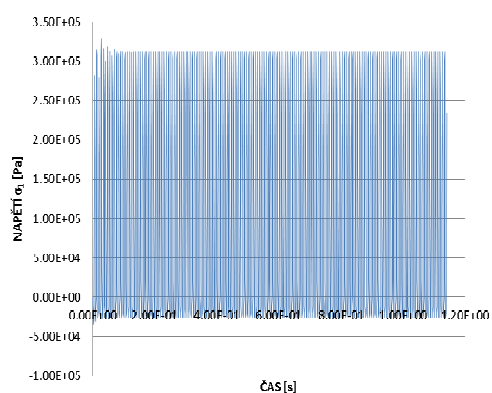
Obr. 49 Ekvivalentního napětí  $\sigma_{HMH}$  [Pa], čas  $t = 1,14$  s



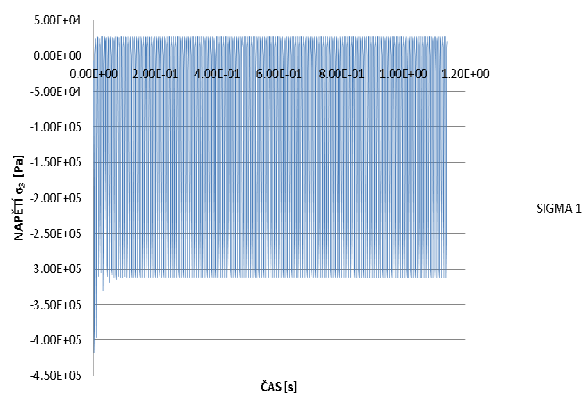
Graf 10 Průběh radiálního přemístění  $U_x$  [m] bodu 1



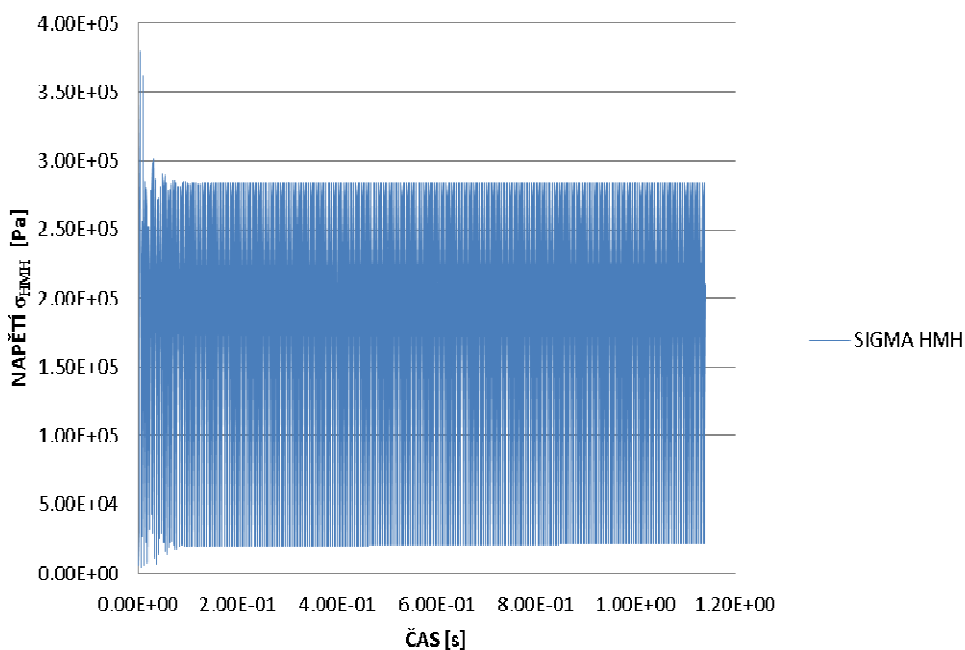
Graf 11 Průběh axiálního přemístění  $U_z$  [m] bodu 1



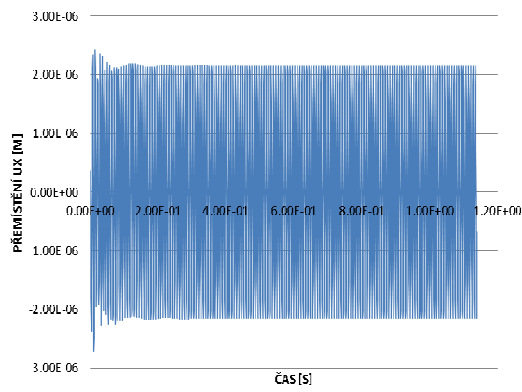
Graf 12 Průběh hlavního napětí  $\sigma_1$  [Pa] bodu 1



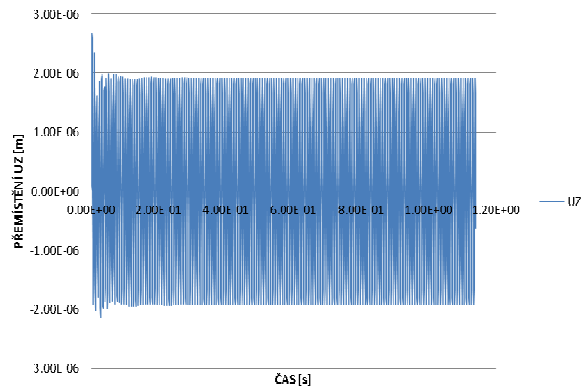
Graf 13 Průběh hlavního napětí  $\sigma_3$  [Pa] bodu 1



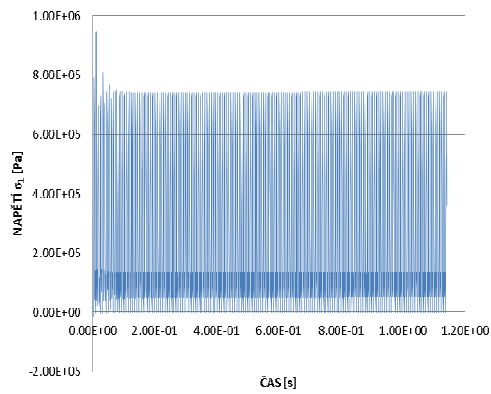
Graf 14 Průběh ekvivalentního napětí  $\sigma_{HMH}$  [Pa] bodu 1



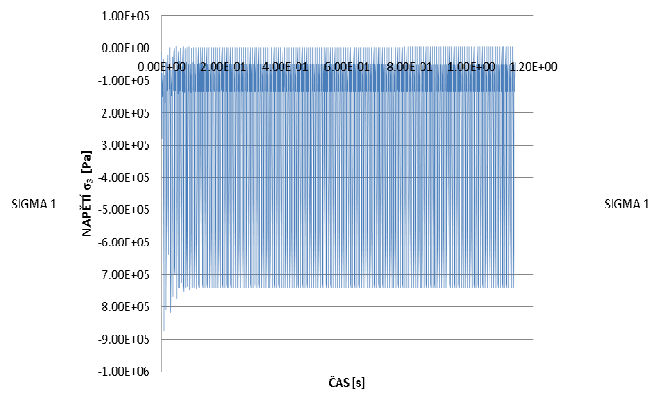
Graf 15 Průběh radiálního přemístění  $U_x$  [m] bodu 4



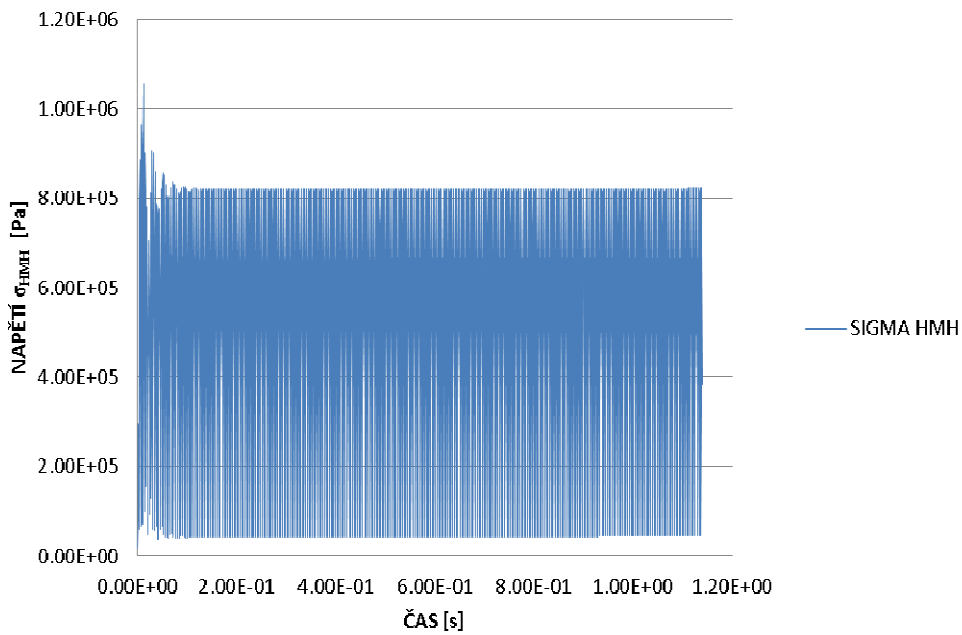
Graf 16 Průběh axiálního přemístění  $U_z$  [m] bodu 4



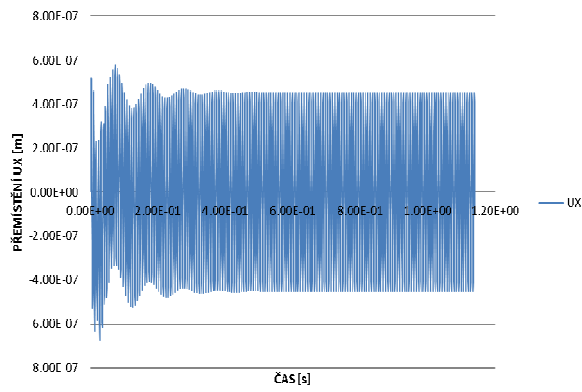
Graf 17 Průběh hlavního napětí  $\sigma_1$  [Pa] bodu 4



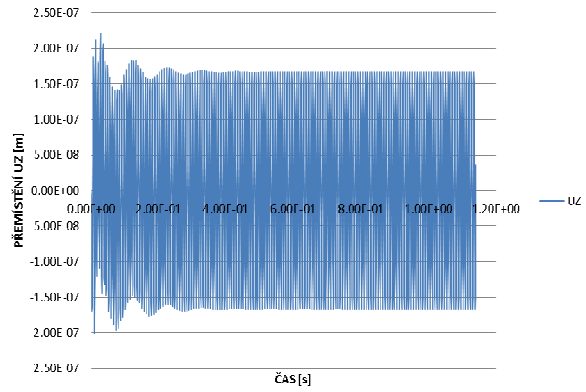
Graf 18 Průběh hlavního napětí  $\sigma_3$  [Pa] bodu 4



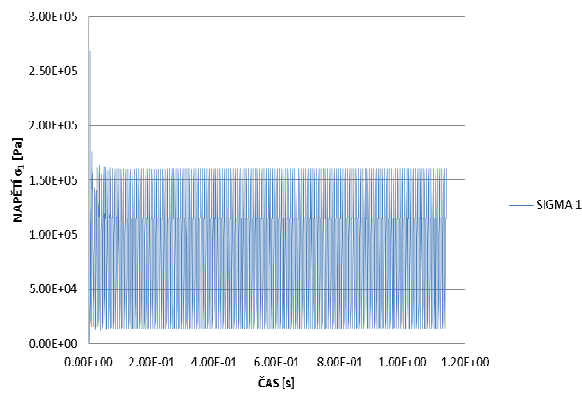
Graf 19 Průběh ekvivalentního napětí  $\sigma_{HMH}$  [Pa] bodu 4



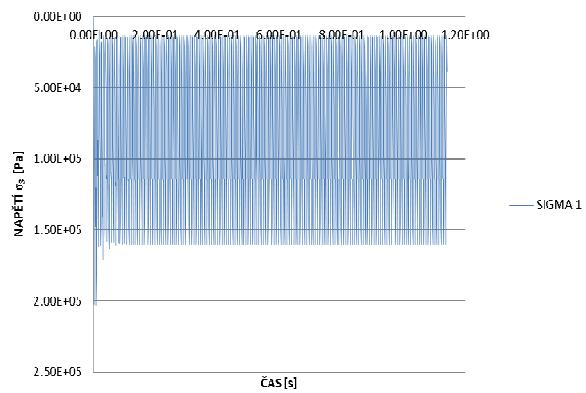
Graf 20 Průběh radiálního přemístění  $U_x$  [m] bodu 10



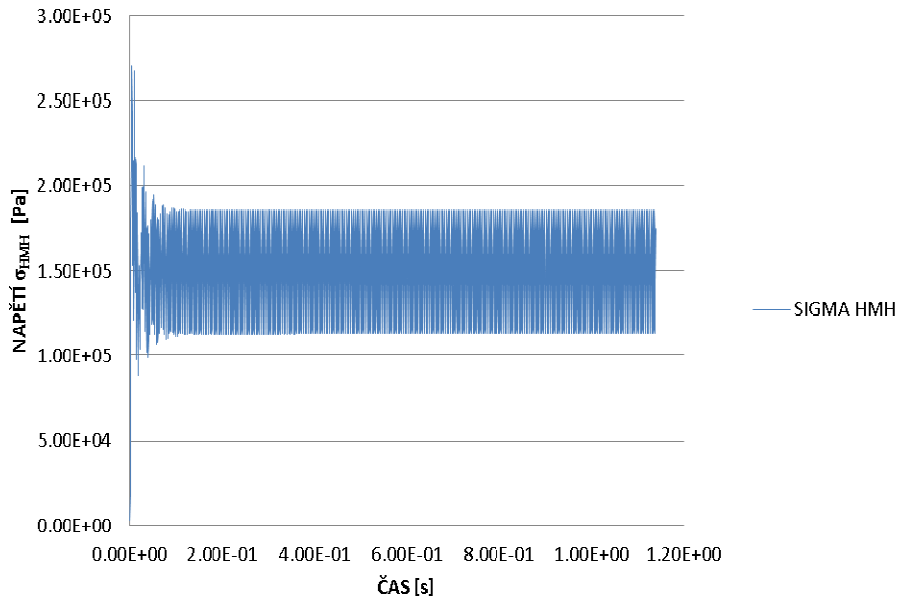
Graf 21 Průběh axiálního přemístění  $U_z$  [m] bodu 10



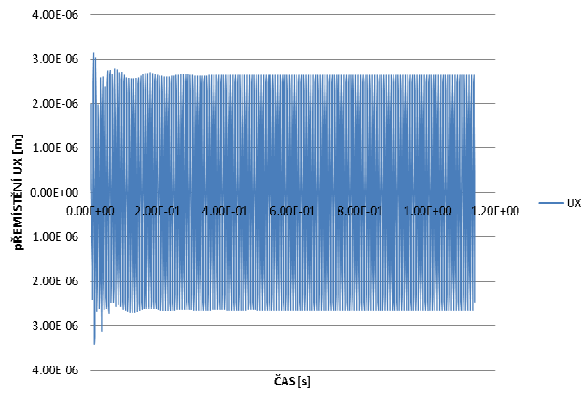
Graf 22 Průběh hlavního napětí  $\sigma_1$  [Pa] bodu 10



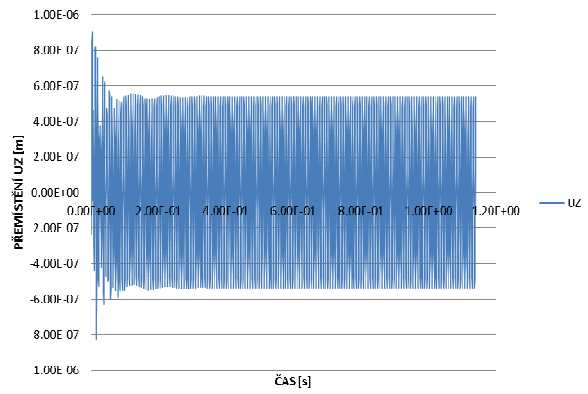
Graf 23 Průběh hlavního napětí  $\sigma_3$  [Pa] bodu 10



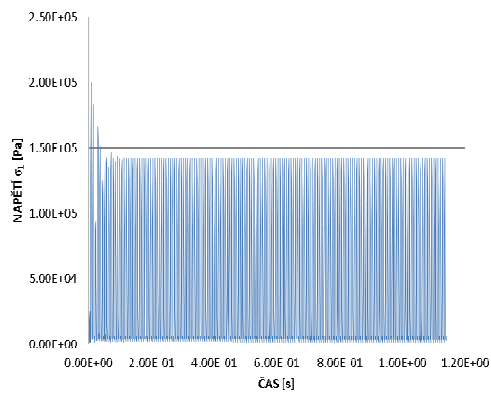
Graf 24 Průběh ekvivalentního napětí  $\sigma_{HMH}$  [Pa] bodu 10



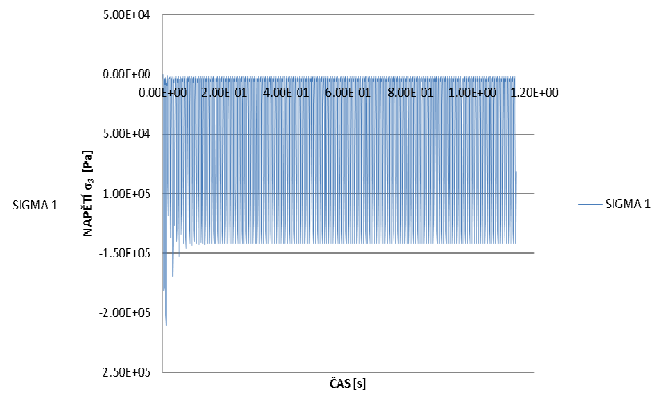
Graf 25 Průběh radiálního přemístění  $U_x$  [m] bodu 13



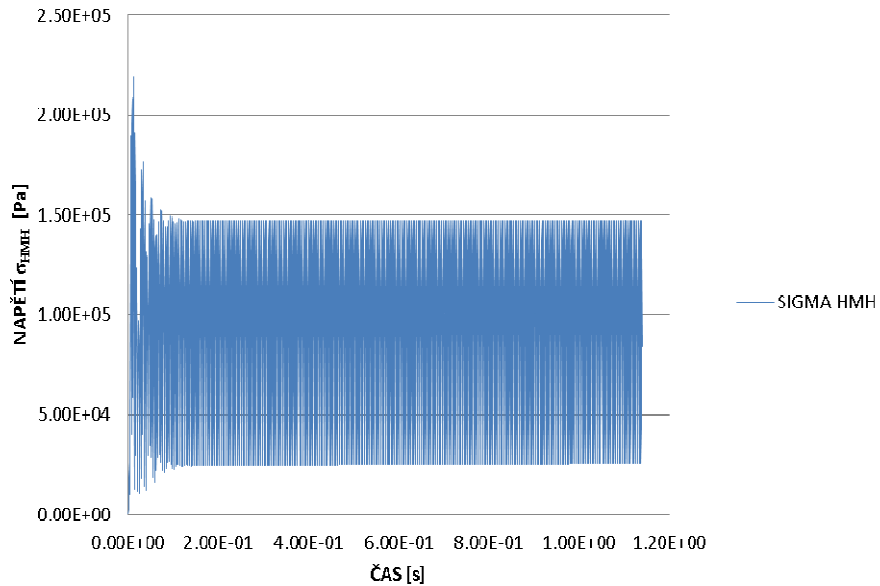
Graf 26 Průběh axiálního přemístění  $U_z$  [m] bodu 13



Graf 27 Průběh hlavního napětí  $\sigma_1$  [Pa] bodu 13



Graf 28 Průběh hlavního napětí  $\sigma_3$  [Pa] bodu 13



Graf 29 Průběh ekvivalentního napětí  $\sigma_{HMH}$  [Pa] bodu 13

### 5.3.6 Závěry k výpočtům a výsledkům vynuceného kmitání

Bylo řešeno kmitání oběžného kola vynuceného kvaziperiodickými tlakovými pulzacemi v mezilopatkovém prostoru turbíny. Časově i prostorově proměnné pole tlakových pulzací v mezilopatkovém prostoru bylo popsáno vztahy, odvozenými na základě provedených CFD výpočtů, teorie a experimentálních měření přímo na díle. Dynamická odezva rotoru s oběžným kolem ve vodním prostředí se řešila jako přechodový proces v intervalu 0 až 1,25 s, s dosažením ustáleného kmitání soustavy od 0,35 s.

Výpočtem byly získány časové průběhy přemístění, výsledky dynamických složek napětí v oběžném kole a pole tlaku v kapalinové oblasti. Výpočty poskytují všechny podklady, nutné pro další analýzy mezních stavů únavové pevnosti a použitelnosti. Spolehlivost výsledků výpočtů je jednoznačně přímo závislá na spolehlivosti vstupních údajů. Pro dané provozní poměry, byly při ustáleném kmitání, zjištěny amplitudy posunutí do úrovně 0,012 mm. Hodnoty amplitud hlavních napětí byly v mezích do 6,8 MPa.

Výpočet vynuceného kmitání je náročný jak na výpočetní techniku, tak na čas (stovky hodin).

Série výpočtů prokázaly, že odezvy oběžných kol jsou velmi citlivé na výpočtovou hodnotu součinitele poměrného tlumení, použitou pro silně zjednodušený globální popis úrovně tlumení v analyzovaných soustavách. V tomto případě byla uvažována na základě analogií a měření vlastních frekvencí podobných oběžných kol ve vodě viz např. [36] a [37] konzervativní hodnotou 0,005. To vede k větším hodnotám dynamických složek napětí se značnými změnami i při malých odchylkách v naladění. Poznatky z výpočtů potvrzují nutnost řešit odezvu výpočtové soustavy na zatížení pulsacemi tlaku ve vhodných variantách. Nejvýznamnější poznatky z analýzy výsledků výpočtů se týkají formulace vstupních údajů o zatížení oběžného kola časově proměnnými složkami tlaku uvnitř kapalinové oblasti (MLP). Problémy způsobuje nejen nejistota při výpočtu zobecněného zatížení v daném uzlu  $w$ , ale především poměrně dlouho trvající přechodový proces při zavedení a zjednodušení zatížení. Průběhy odezvových tlakových pulzací se v průběhu času po odeznění přechodového procesu ustálí, nicméně i ustálený průběh tlaku se jen velmi obtížně porovnává s původně zadaným průběhem. Výpočty prokazují pro praxi velmi důležitý poznatek, že vyhovující výsledky lze získat přepočtem okamžité odezvy s použitím poměru zadané amplitudy tlaku a vhodně vážené hodnoty příslušného odezvového tlaku v téže oblasti. Dále je nutné věnovat pozornost zásadám pro výběr vhodného kritéria pro ukončení iterativního výpočtu.

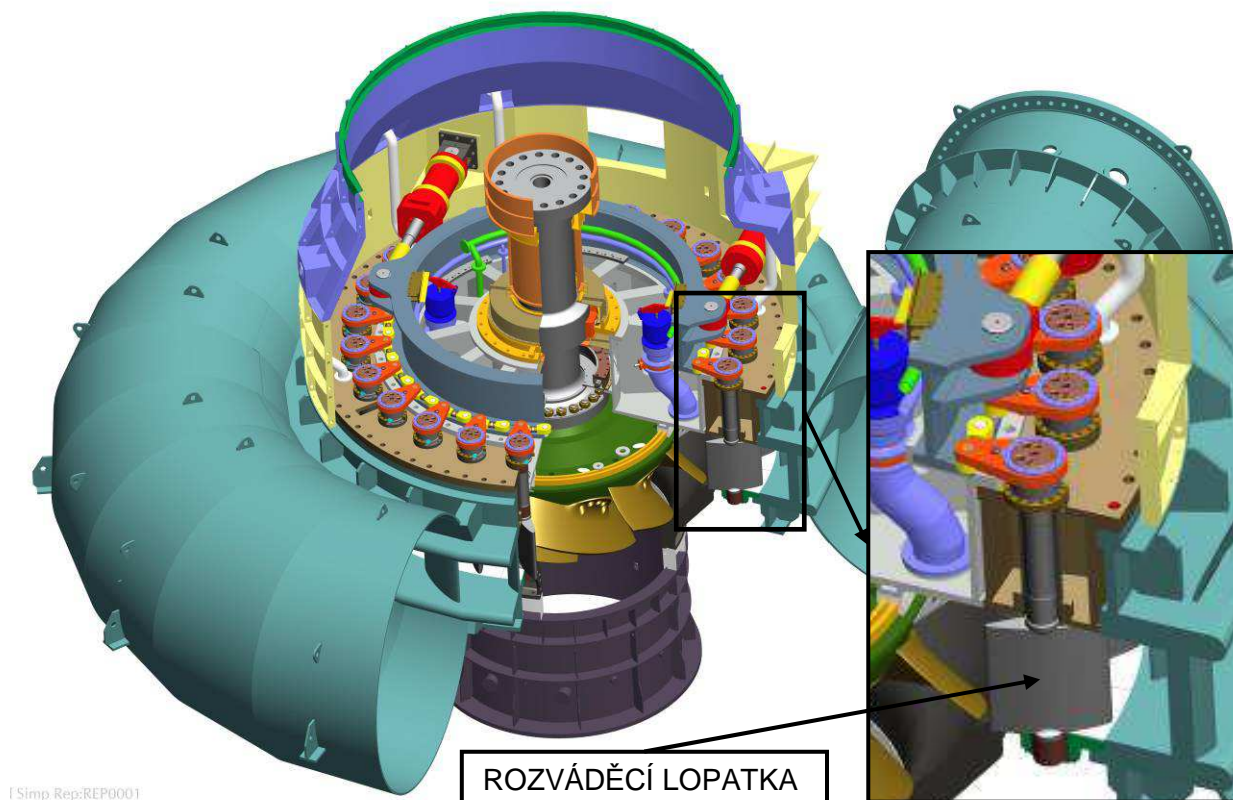
Analýza kmitání oběžného kola ve vodě vynuceného kvaziperiodickými tlakovými pulzacemi v oblasti vstupních hran oběžného kola proběhla bez problémů, spolehlivost vlastních výpočtů je vysoká a zaručená.



## 5.4 Vlastní frekvence rozváděcí lopatky – modelové zařízení s lopatkou

### 5.4.1 Úvod

Rozváděcí lopatka je důležitou a nedílnou součástí regulovatelných vodních turbín. Umístění rozváděcí lopatky v turbíně (Deriazova) je znázorněno na obrázku 50.



Obr. 50 Deriazova čerpadlová turbína

V důsledku proudění okolního média dochází v některých provozních stavech k vibracím rozváděcích lopatek. I při relativně klidném stacionárním provozu čerpadlové turbíny jsou rozváděcí lopatky zatěžovány dynamickými silami, které budí jejich kmitání. Je to způsobeno konečným počtem lopatek oběžného kola. Rychlostní pole na vstupu (turbínový chod), resp. výstupu (čerpadlový chod) z oběžného kola je po obvodě v rozteči od lopatky k lopatce nehomogenní. Hydrodynamické síly působící na listy rozváděcích lopatek se proto periodicky mění. Základní harmonická složka těchto sil má frekvenci danou součinem počtu oběžných lopatek a počtu otáček. V praxi se používá výraz: „lopatková frekvence“.

Pokud jsou statické složky hydrodynamických sil působících na listy rozváděcích lopatek dostatečně velké, tak čep rozváděcí lopatky trvale doléhá v místech ložisek na funkční plochu pouzder. List lopatky kmitá torzně a v jeho uložení dochází k mikroposuvům, které způsobují opotřebení čepů a pouzder ložisek. Jedná se však o opotřebení relativně malé.

Podstatně jiná situace nastane, když jsou statické složky hydrodynamických sil působících na listy rozváděcích lopatek malé ve srovnání s dynamickými složkami těchto sil. Pak dochází v ložiskách k periodické ztrátě kontaktu a uložení rozváděcích lopatek se vytlouká. Obvykle se v takovém případě mluví o vibracích rozváděče přes vůle. To je stav, který vede k rychlému opotřebení uložení rozváděcích lopatek. Čím větší je „vytlučení“ ložisek, tím intenzivnější jsou i vibrace lopatek a tím rychleji se stav zhoršuje.

Při nestacionárních pochodech se vibracím rozváděče přes vůle obvykle nelze vyhnout.

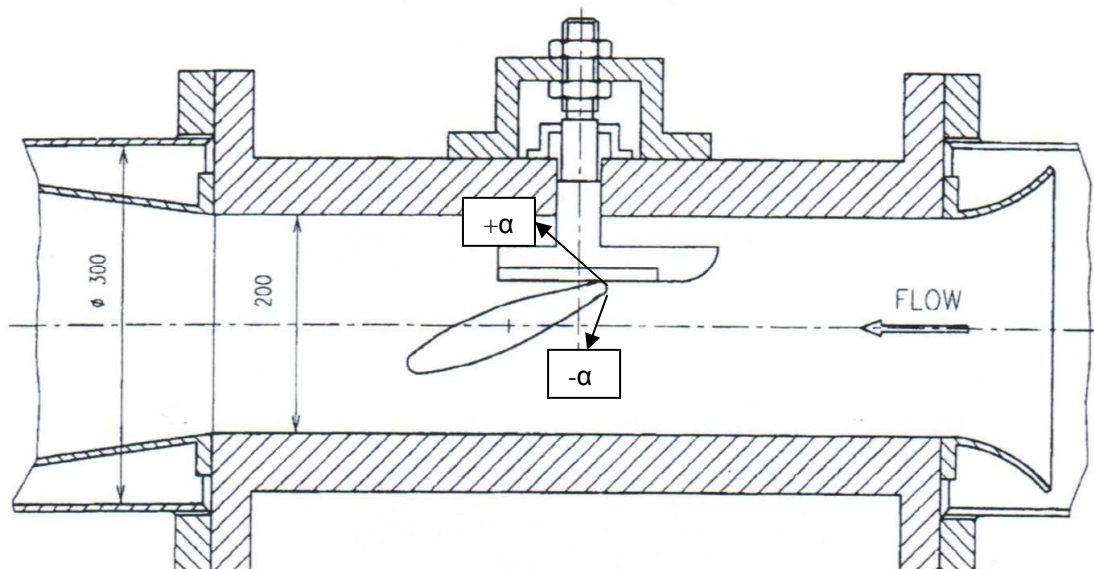
Při stacionárním čerpadlovém i turbinovém chodu se však vibracím rozváděče přes vůle musí zabránit. Tato práce obsahuje kmitání rozváděcí lopatky, které nejde přes vůle. Experiment podmínek vzniku torzního kmitání je popsán v dalších kapitolách.

V této kapitole jsou uvedeny výpočty vlastních frekvencí a vlastních tvarů rozváděcí lopatky zobrazené na obrázcích 51 a 52 ve vakuu, ve vzduchu a ve vodě. Schéma fyzikálního modelu je ze zprávy [38] a [39]. Zpráva [38] vznikla v souvislosti s výzkumem příčin samobuzeného kmitání rozváděcích lopatek čerpadlových turbín při najíždění do čerpadlového provozu. Bylo zkoumáno torzní kmitání lopatky v blízkosti stěny. V daném případě stěna nahrazovala část sousední lopatky z lopatkové mříže rozváděče. V této zprávě se zkoumal pouze vliv jedné spáry. Výzkum na lopatce v blízkosti stěny však ukázal, že se jedná o „ukázkový příklad“ samobuzeného kmitání způsobeného setrvačným účinkem proudu vody. V dalších kapitolách se odkazují na tento experiment a jsou porovnány výsledky experimentu s výsledky provedených numerických analýz - vlastní frekvence, proudění, statická odezva na proudění kolem lopatky a dynamická odezva na proudění kolem lopatek. (Některé praktické příklady lze k lopatce v blízkosti stěny přirovnat, např. těsnění ve tvaru noty, jezový segment atd.)

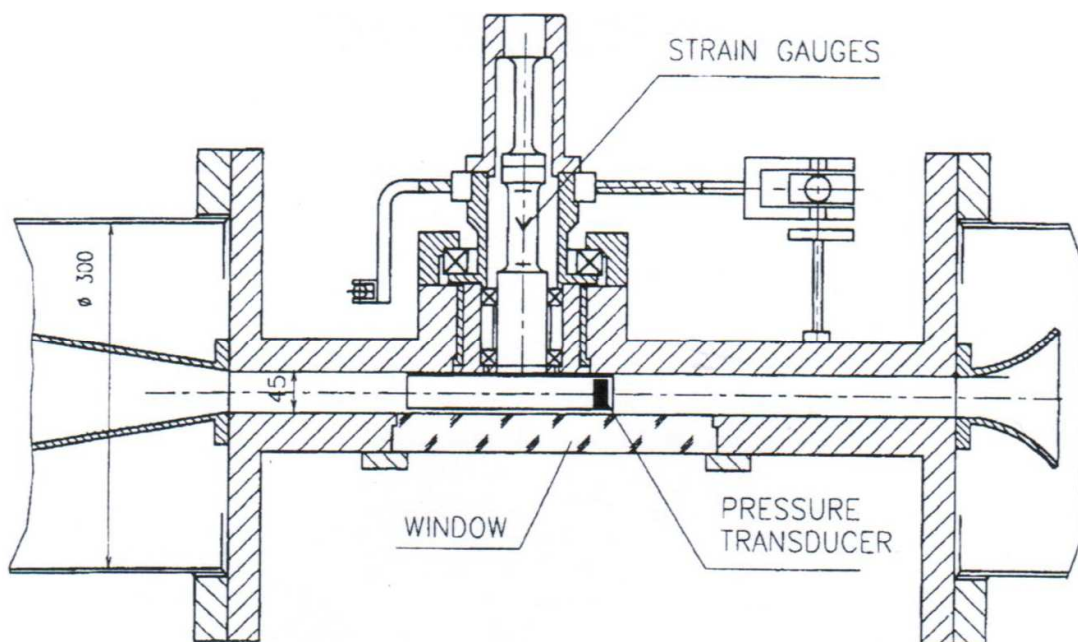
Z výsledků výpočtů vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů byly utvořeny závislosti vlastních frekvencí na poddajnosti torzního uložení rozváděcí lopatky (průměr torzní tyče), vzdálenosti rozváděcí lopatky od pohyblivé lyže (stěny) a natočení rozváděcí lopatky.

### 5.4.2 Popis modelového zařízení - dispozice

Modelové zařízení je řešeno jako hydraulický tunel o průřezu 200 mm x 45 mm, který je připojen na obou stranách k nástavcům z potrubí Js 300, Jt 16. Modelové zařízení je znázorněno na obrázcích 51 a 52.



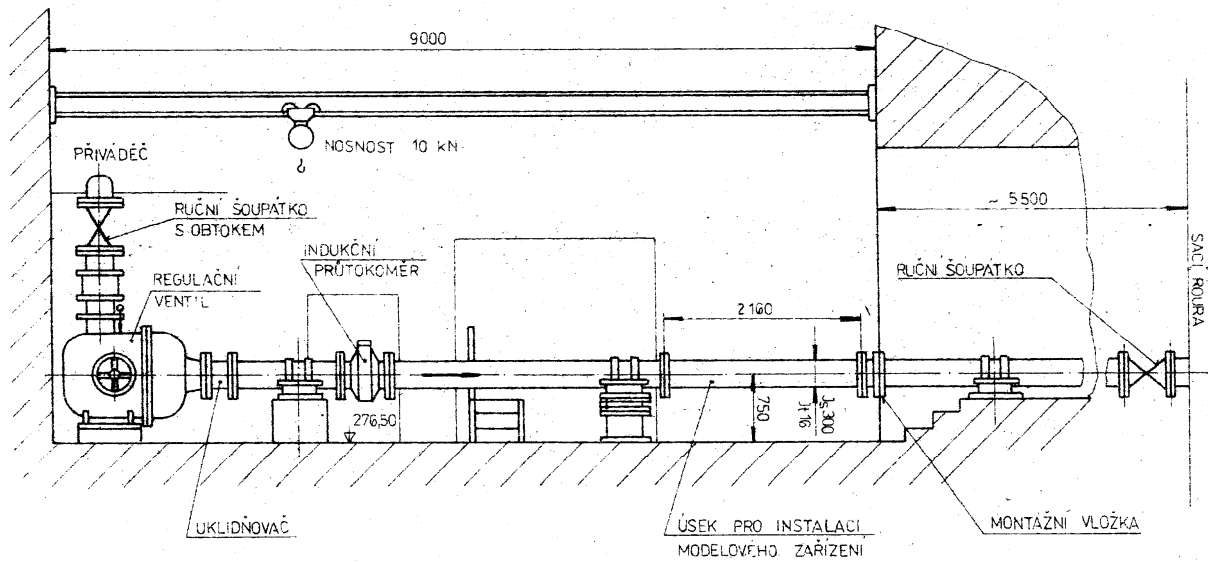
Obr. 51 Schéma modelového zařízení [38]



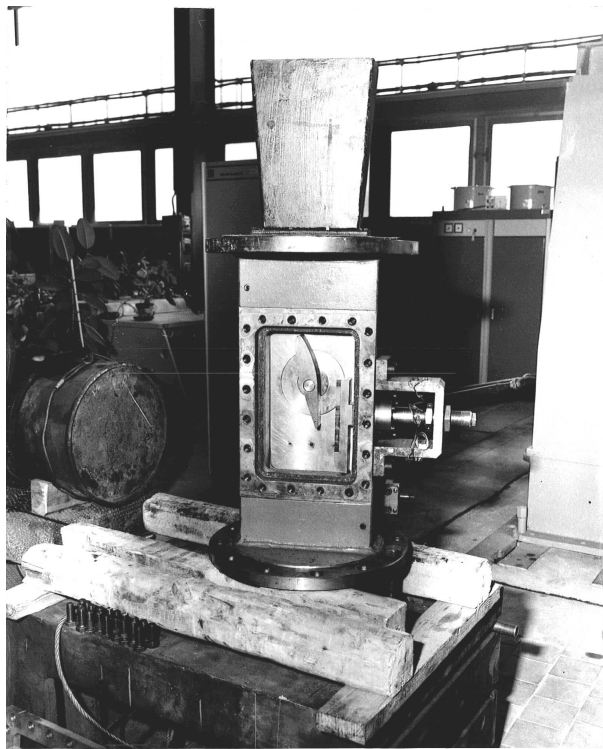
Obr. 52 Schéma modelového zařízení – lopatky v blízkosti stěny (lopatka kreslena v zavřené poloze) [38]

Modelové zařízení bylo namontováno do zkušební trati znázorněné na obrázku 53 instalované na Přečerpávací vodní elektrárně Dalešice. Fotografie modelového zařízení jsou vykresleny na obrázcích 54 až 56. Zkušební trať byla řešena jako obtok přivaděče, kde vstup

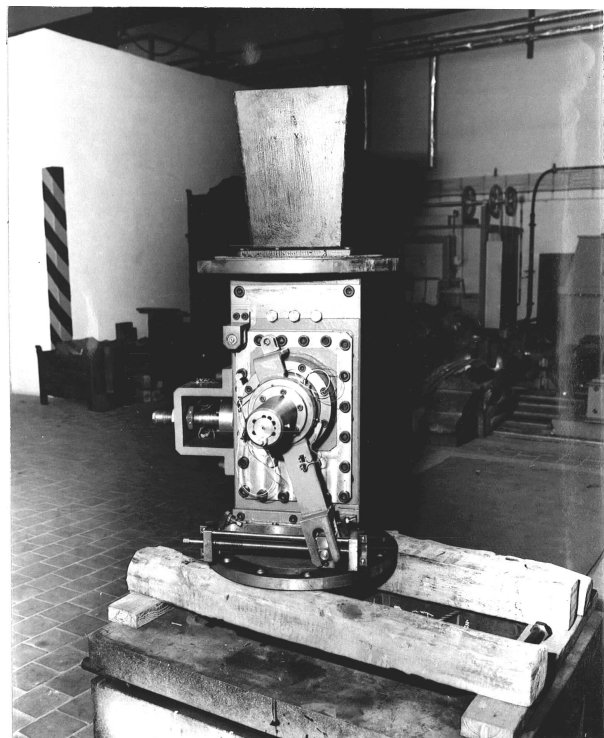
do zkušební trati je v místě přiváděče před turbínou a výstup ze zkušební tratě je vyústěn do sací roury turbíny.



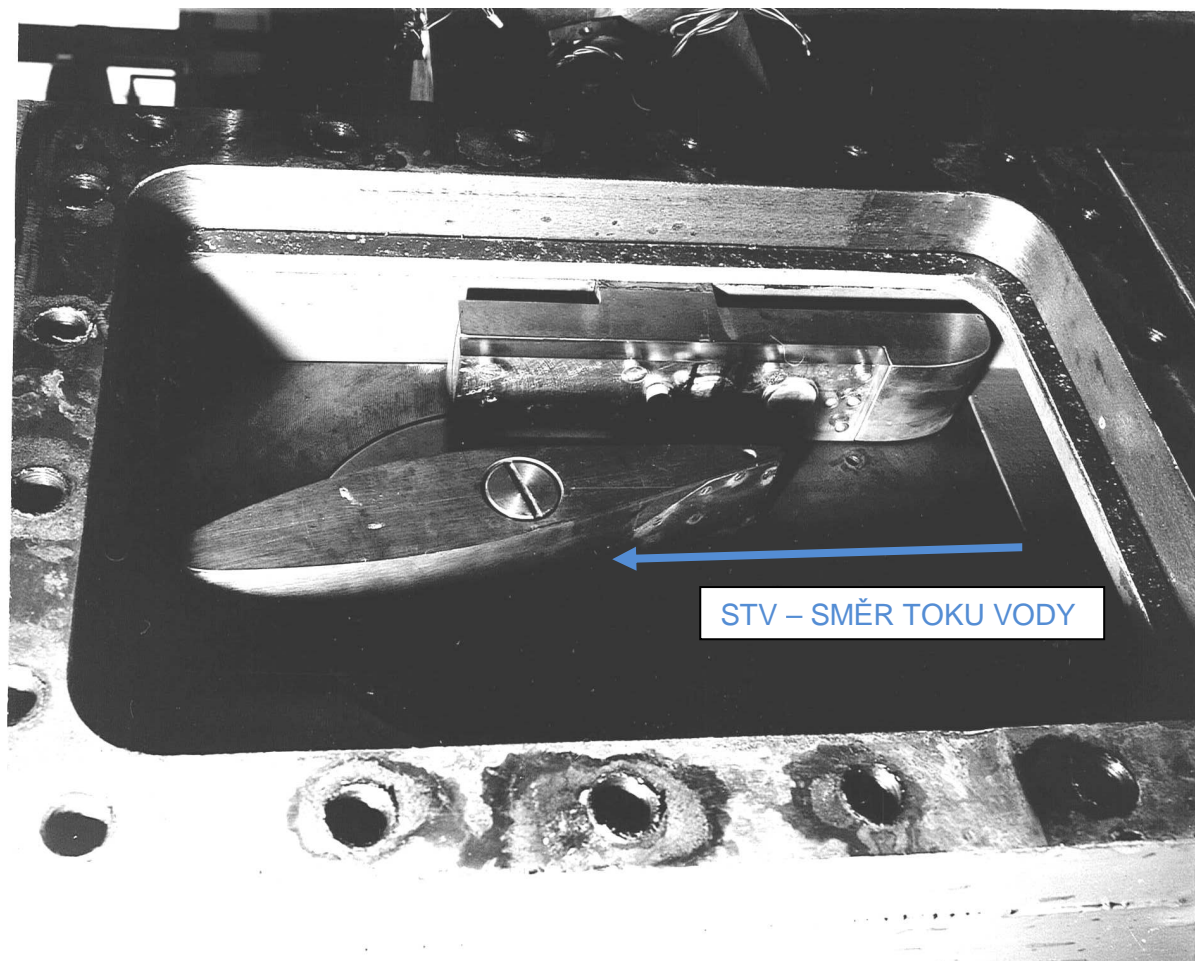
Obr. 53 Schéma zkušební tratě



Obr. 54 Pohled na modelové zařízení ze strany průzoru



Obr. 55 Pohled na modelové zařízení ze strany ovládacího mechanismu



Obr. 56 Detail lopatky a lyže

Lopatka je umístěna v hydraulickém tunelu, přičemž proudění má směr odpovídající čerpadlovému provozu reverzní turbíny. Relativně tuhý čep lopatky je uložen ve dvou kuličkových ložiskách uchycených v otočném pouzdře. Pomocí páky lze natáčet celé pouzdro a tím i lopatku, která je s pouzdrům spojena torzní tyčí. Při natáčení lopatky nebyl čep lopatky těsněn, což je výhodné z hlediska odstranění veškerých vůlí v torzním systému a zmenšení třecích sil.

Axiální síla se přenáší na axiální kuličkové ložisko, které se pohybuje pouze při natáčení lopatky. Při torzním kmitání lopatky se pohybuje pouze čep lopatky v radiálních kuličkových ložiskách a zkrucuje se torzní tyč. K dispozici byla sada torzních tyčí o průměrech  $d = 6, 10, 14, 18, 22$  a  $26$  mm.

Část horní stěny hydraulického tunelu je konstruována jako posuvná a nazýváme ji posuvná lyže. Manipulací posuvnou lyží a natáčením lopatky je možno docílit různých velikostí a tvarů spáry mezi lopatkou a lyží.

Z čelní strany modelového zařízení je plexisklový průzor, který umožňuje pozorování pohybu lopatky a proudění vody.

### 5.4.3 Popis modelového zařízení - měření

Čep lopatky, jak již bylo zmíněno, byl spojen s výměnnou torzní tyčí, takže bylo možné měnit vlastní frekvenci torzního kmitání. Lopatku bylo možné natáčet. Na čepu byly nalepeny tenzometry, pomocí kterých se měřil krouticí moment. Stěna byla posuvná, takže bylo možné měnit úhel rozevření spáry mezi lopatkou i stěnou i výchozí nastavení spáry mezi náběžnou hranou lopatky a stěnou.

Na sací i tlakové straně lopatky byly tenzometrické snímače tlaku znázorněné na obrázku 57, pozice 1 a 2. Rovněž na stěně posuvné lyže byly tenzometrické snímače tlaku znázorněné na obrázku 57, pozice 3. Fotografie lopatky je na obrázku 56. Pod lopatkou v hydrodynamickém tunelu je úmyslně relativně velký prostor (obtok lopatky), aby nemohlo dojít k rozkmitání celého hydraulického systému zkušebního zařízení, podobně jako u přivaděče s netěsnícím elastickým těsněním uzávěru v zavřené poloze.

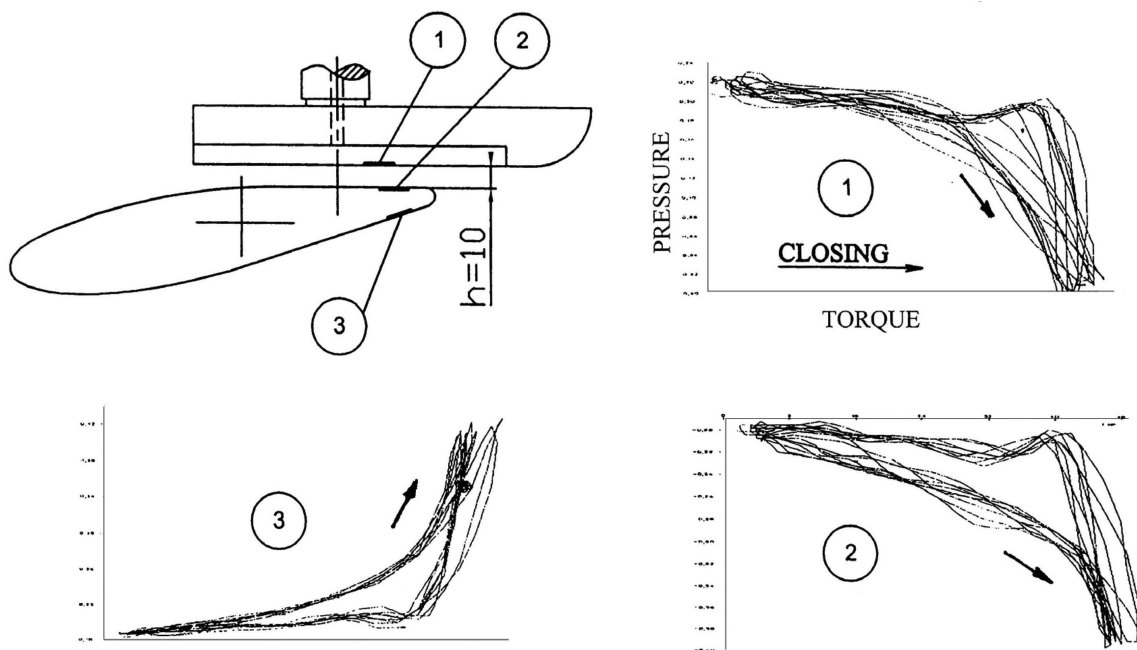
Měření se uskutečnilo při třech různých polohách lyže. Výchozí vzdálenost spáry mezi horní stranou lopatky ve vodorovné poloze a lyží byla  $h = 10, 25$  a  $45$  mm. Při výše uvedených polohách lyže byly zkoušeny všechny torzní tyče o průměrech  $D = 6, 10, 14, 18, 22$  a  $26$  mm. Celkem se vyzkoušelo 18 kombinací. Po namontování příslušné torzní tyče a nastavení lyže do některé z výše uvedených poloh, se lopatka nastavila do výchozí vodorovné polohy. Poté se otevřel regulační ventil a nastavil určitý průtok vody, resp. tlakový spád na hydraulický tunel. Poté se lopatka přivírala. Pokud vzniklo během přivírání samobuzené kmitání lopatky, byly průběhy měřených veličin zaznamenány.

### 5.4.4 Popis modelového zařízení - závěry

Voda proudila v „čerpadlovém“ směru. Směr toku vody je na obrázku 56 znázorněn šipkou směru toku vody. Tzn., že s přetlakem na spáru se lopatka vlivem poddajnosti torzní tyče přivírala. Byla tak splněna základní podmínka pro vznik samobuzeného kmitání daného typu. Při relativně malém „otevření“ lopatka velice intenzivně kmitala.

Na obrázku 57 jsou záznamy z měření tlaku z jednotlivých snímačů tlaku v závislosti na krouticím momentu, který koresponduje s torzní výchylkou lopatky.

V závislosti tlaku na krouticím momentu jsou hysterezní smyčky. Ve všech třech měřených bodech mají smyčky takový smysl, že je energie z proudění přenášena do mechanického systému lopatky (kmitavého systému). Rovněž byl potvrzen vliv úhlu nastavení lopatky. Tlak ve spáře i před spárou se mění tak, jak to odpovídá setrvačnému účinku proudu vody. Během jednoho kmitu, je při přivírání lopatky tlak před lopatkou vyšší (ve spáře nižší) než při otevírání lopatky. Další grafické výstupy jsou vykresleny v kapitolách věnujících se Aplikaci nepřímé metody řešení kmitání konstrukce v interakci s kapalinou, kapitola 6.



Obr. 57 Hysterezní smyčky tlaku, voda natéká na lopatku zprava [38]

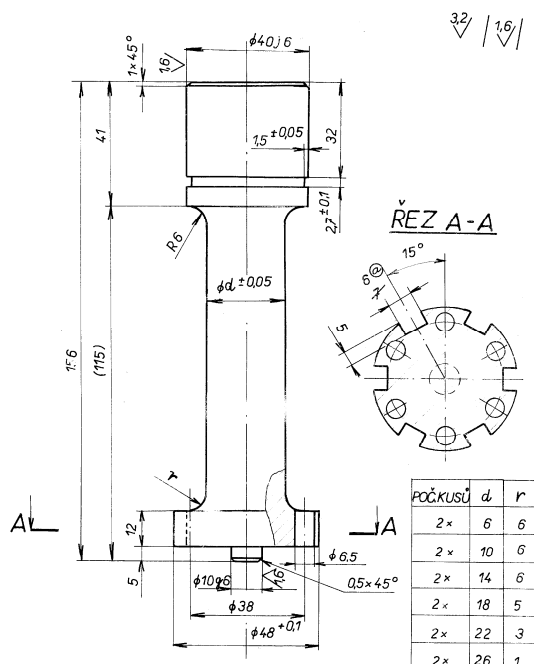
Problematika samobuzeného kmitání rozváděcích lopatek je popsána v kapitole 6.4.2. Při opačném směru proudění, tzn. v obrázku 57 zleva doprava, samobuzené kmitání nevzniká. Spára se totiž zvětšuje při nárůstu spádu na spáru.

Na speciálních modelech bylo zjištěno, že kavitace ve spáře mezi lopatkou a stěnou eliminuje samobuzené kmitání. To lze vysvětlit tím, že se vznikem kavitace ve spáře se spára ucpe, podobně jako Lavalova dýza. Tím se poruší mechanismus samobuzení.

## 5.4.5 Výpočet vlastních frekvencí rozváděcí lopatky ve vakuu

### 5.4.5.1 Výpočtový model řešené soustavy

Výpočty vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitu lopatky ve vakuu byly provedeny



Obr. 58 Náčrt torzní tyče

v systému ANSYS 13.0. Výpočty byly provedeny pro sestavu skládající se z lopatky, čepu a torzní tyče. Výpočty byly provedeny pro šest různých kombinací lopatky s čepem a torzní tyč. Rozdíly v jednotlivých variantách modelů byly průměry torzní tyče a velikosti přechodových rádiusů. Na obrázku 58 je vykreslen náčrtek torzní tyče a tabulka s průměry torzních tyčí a velikostmi přechodových rádiusů.

Označení torzních tyčí:

A1 – torzní tyč  $d = 6$  mm,

A2 – torzní tyč  $d = 10$  mm,

A3 – torzní tyč  $d = 14$  mm,

A4 - torzní tyč  $d = 18$  mm,

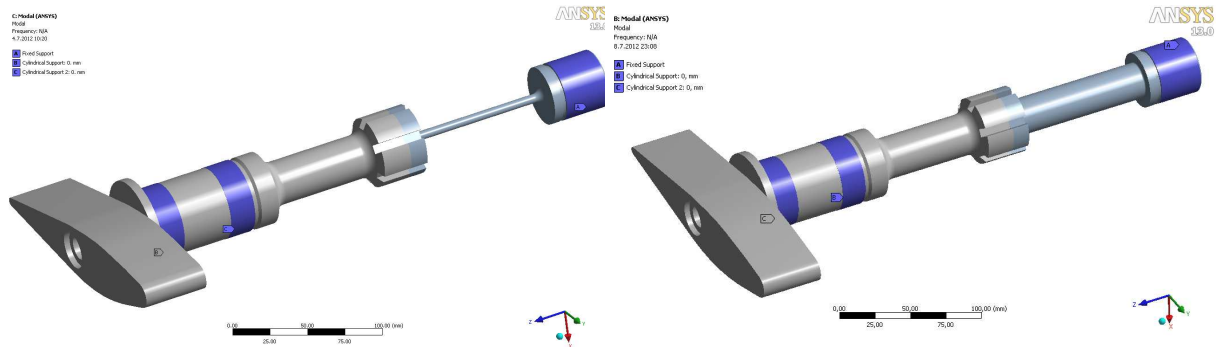
A5 - torzní tyč  $d = 22$  mm,

A6 - torzní tyč  $d = 26$  mm.

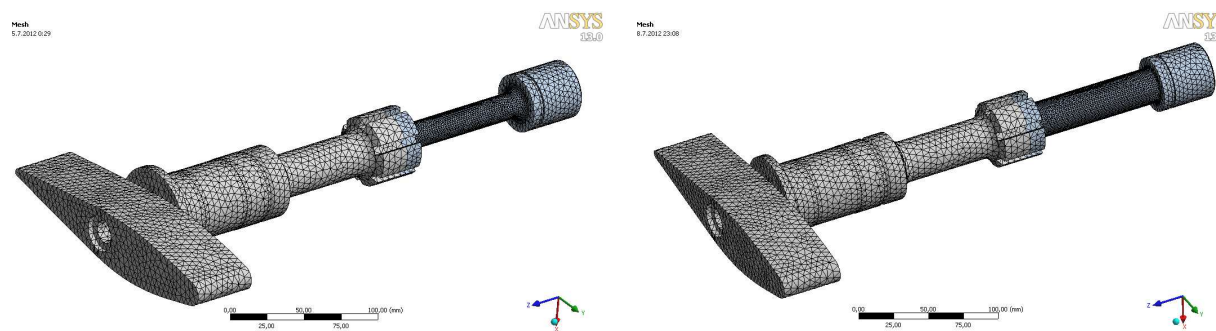
Výpočtový model vychází z výkresové dokumentace uvedené ve zprávě [38]. Výpočtové modely pro torzní tyče A1 a A6 a popis označení kombinací jsou znázorněny na obrázcích 59 a 60. Ve výpočtu byly uvažovány tyto okrajové podmínky. V místě kuličkových ložisek bylo zadáno  $U_R = 0$  (nulové radiální přemístění v cylindrickém systému souřadnic, jehož osa Z je shodná s osou čepu a torzních tyčí). Jak je patrné došlo k zjednodušení okrajových podmínek oproti experimentu. V místě ložisek jsou uvažovány absolutně tuhé vazby v radiálním směru a to i v místě spojení torzní tyče s pákou. V experimentu nejsou stanoveny tuhosti ložisek ani spojení páky s torzní tyčí a proto došlo k zjednodušení okrajových podmínek. Volba okrajových podmínek má vliv na výsledky výpočtů, jako jsou vlastní frekvence vlastních tvarů kmitů ve vakuu, ve vzduchu a ve vodě, statických odezev na zatížení lopatek proudící kapalinou a dynamických odezev na časově proměnné zatížení lopatek proudící kapalinou. Výsledky jednotlivých analýz jsou porovnány s experimentem z hlediska trendů chování a nikoliv z hlediska absolutních hodnot výsledků výpočtů. Je to z důvodu nemožnosti zjištění všech vstupních parametrů při experimentu. Sestava skládající se z lopatky, čepu a torzní tyče byla modelována konečnými prvky typu SOLID187



(desetiuzlové prvky s kvadratickou násadou). Síť konečných prvků je pro torzní tyče  $d = 22$  mm a 26 mm znázorněn na obrázcích 61 a 62.



Obr. 59 Výpočtový model a okrajové podmínky Obr. 60 Výpočtový model a okrajové podmínky  
– torzní tyč  $d = 6$  mm (A1) – torzní tyč  $d = 26$  mm (A6)



Obr. 61 Síť konečných prvků  
– torzní tyč  $d = 18$  mm (A4)

Obr. 62 Síť konečných prvků  
– torzní tyč  $d = 26$  mm (A4)

### Materiálové charakteristiky

Lopátka a čep (mat. 423145):

$$E_{lc} = 205\,000 \text{ MPa}$$

$$\mu_{lc} = 0,3$$

$$\rho_{lc} = 7\,850 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Torzní tyč (mat. 15260.7 – pružinová ocel):

$$E_{tt} = 205\,000 \text{ MPa}$$

$$\mu_{tt} = 0,3$$

$$\rho_{tt} = 7\,850 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

### 5.4.5.2 Výsledky výpočtů vlastních frekvencí

Bylo vyčísleno prvních 10 vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitu pro případy kmitání rozváděcí lopatky ve vakuu pro všechny varianty torzních tyčí  $d = 6, 10, 14, 18, 22$  a 26 mm (A1 – A6). Byl sledován vliv průměru torzní tyče (torzní tuhost uložení lopatky) na výsledky výpočtů. Hodnoty prvních šesti vlastních frekvencí jsou uvedeny v tabulkách 9 a 10 pro všechny varianty torzních tyčí. Prvních šest vlastních frekvencí rozváděcí lopatky s již dříve popsánymi torzními tyčemi jsou vykresleny v grafu 30. V dalších částech této práce jsou srovnávány 1. vlastní tvary (torzní tvary) – vlastní frekvence soustav rozváděcí lopatky a různých torzních tyčí pro různé okolní prostředí.

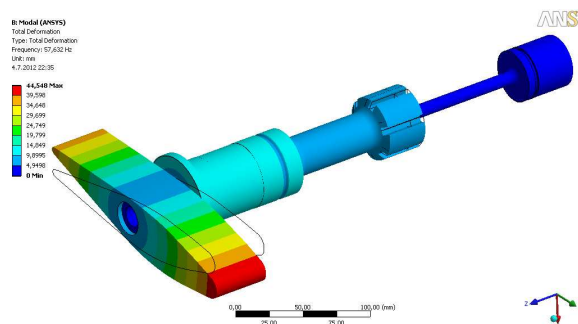
Tabulka 9 Vlastní frekvence lopatky a torzní tyče ve vakuu (A1 až A3)

Torzní tyč (A1) $d = 6 \text{ mm}$		Torzní tyč (A2) $d = 10 \text{ mm}$		Torzní tyč (A3) $d = 14 \text{ mm}$	
Označení frekvence	Frekvence [Hz]	Označení frekvence	Frekvence [Hz]	Označení frekvence	Frekvence [Hz]
$f_{VA1A1}$	21,0896	$f_{VA1A2}$	57,6320	$f_{VA1A3}$	110,0577
$f_{VA2A1}$	584,8413	$f_{VA2A2}$	921,9787	$f_{VA2A3}$	1209,6987
$f_{VA3A1}$	1085,7026	$f_{VA3A2}$	1147,7077	$f_{VA3A3}$	1323,1406
$f_{VA4A1}$	1085,7917	$f_{VA4A2}$	1147,8311	$f_{VA4A3}$	1323,1588
$f_{VA5A1}$	2055,0043	$f_{VA5A2}$	2064,7846	$f_{VA5A3}$	2083,1354
$f_{VA6A1}$	3129,0328	$f_{VA6A2}$	3206,2774	$f_{VA6A3}$	3208,7798

Tabulka 10 Vlastní frekvence lopatky a torzní tyče ve vakuu (A4 až A6)

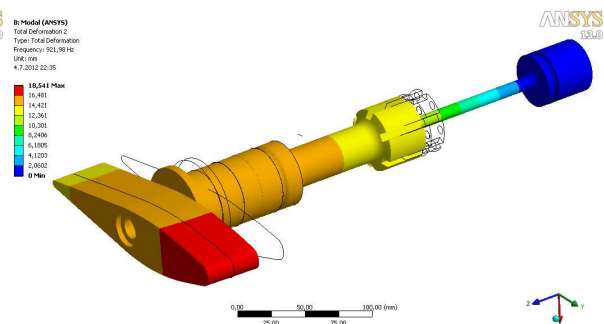
Torzní tyč (A4) $d = 18 \text{ mm}$		Torzní tyč (A5) $d = 22 \text{ mm}$		Torzní tyč (A6) $d = 26 \text{ mm}$	
Označení frekvence	Frekvence [Hz]	Označení frekvence	Frekvence [Hz]	Označení frekvence	Frekvence [Hz]
$f_{VA1A4}$	173,4861	$f_{VA1A5}$	240,5660	$f_{VA1A6}$	303,8881
$f_{VA2A4}$	1440,9522	$f_{VA2A5}$	1613,6812	$f_{VA2A6}$	1731,7945
$f_{VA3A4}$	1582,3291	$f_{VA3A5}$	1856,1977	$f_{VA3A6}$	2099,1908
$f_{VA4A4}$	1582,3778	$f_{VA4A5}$	1856,2721	$f_{VA4A6}$	2099,2651
$f_{VA5A4}$	2111,0352	$f_{VA5A5}$	2155,6983	$f_{VA5A6}$	2219,1596
$f_{VA6A4}$	3210,0684	$f_{VA6A5}$	3217,6211	$f_{VA6A6}$	3218,9548

Pro představu jsou na obrázcích 63 až 68 zobrazeny vlastní tvary lopatky s torzní tyčí  $d = 10 \text{ mm}$  (A2) – prvních šest vlastních tvarů rozváděčích lopatek uvedených v tabulce 9.



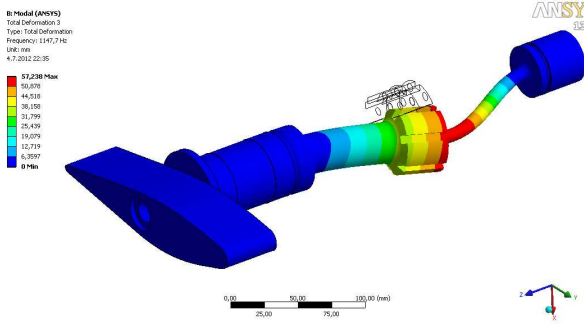
Obr. 63 Vlastní tvar č. 1 – torzní tvar

$$f_{A2VA1} = 57,6320 \text{ Hz}$$

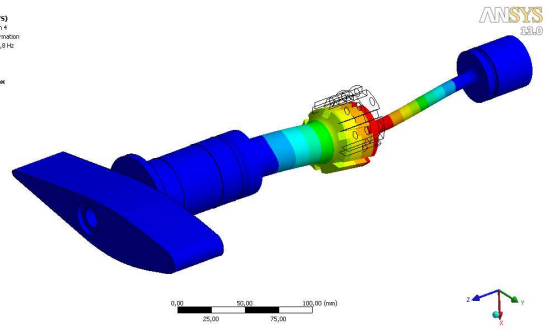


Obr. 64 Vlastní tvar č. 2 – axiální tvar

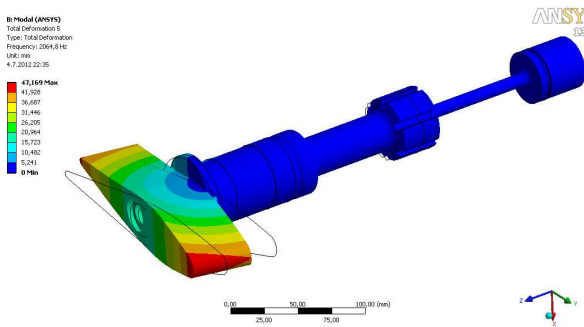
$$f_{A2VA2} = 921,9787 \text{ Hz}$$



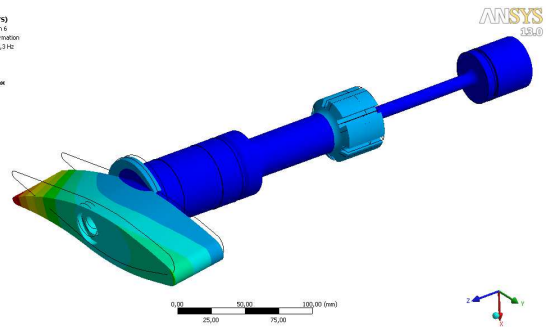
Obr. 65 Vlastní tvar č. 3 – ohybový tvar  
 $f_{A2VA3} = 1147,7077 \text{ Hz}$



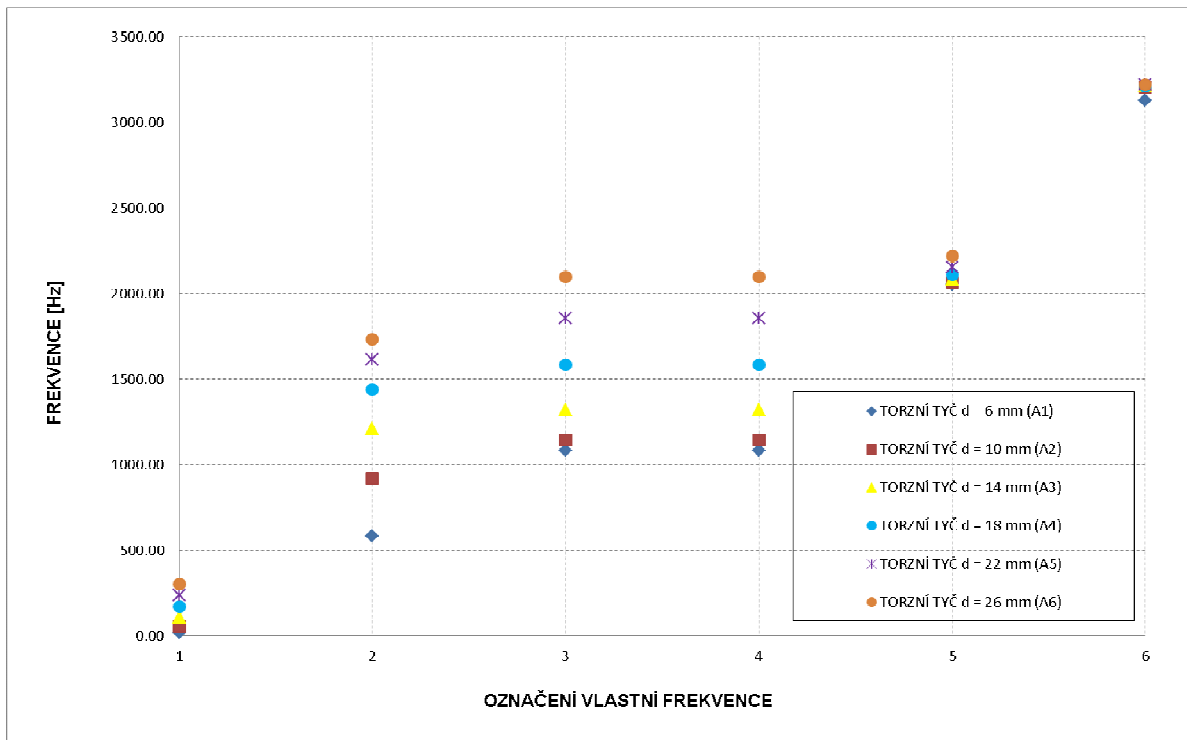
Obr. 66 Vlastní tvar č. 4 – ohybový tvar  
 $f_{A2VA4} = 1147,8311 \text{ Hz}$



Obr. 67 Vlastní tvar č. 5  
 $f_{A2VA5} = 2064,7846 \text{ Hz}$



Obr. 68 Vlastní tvar č. 6  
 $f_{A2VA6} = 3206,2774 \text{ Hz}$



Graf 30 Vlastní frekvence rozváděcí lopatky s různými torzními tyčemi

### 5.4.5.3 Závěry

Výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitu rozváděcí lopatky byl proveden pro šest variant průměrů torzních tyčí. Vlastní frekvence vlastních tvarů kmitu se mění s průměrem torzní tyče – s torzní tuhostí. Pro každou variantu výpočtového modelu bylo vyčísleno prvních šest vlastních frekvencí a jim odpovídajícím vlastní tvary kmitu. V dalších částech této práce jsou porovnávány pouze 1. vlastní tvary (torzní tvary) – vlastní frekvence soustav rozváděcí lopatky s různými torzními tyčemi v různých okolních prostředích (vakuum, vzduch a voda).

Ve zprávě [39] z měření nejsou uvedeny vlastní frekvence lopatek na vzduchu. Výsledky výpočtu vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů lopatky s torzními tyčemi o různých průměrech nelze srovnat s experimentem.

## 5.4.6 Výpočet vlastních frekvencí rozváděcí lopatky na vzduchu a ve vodě

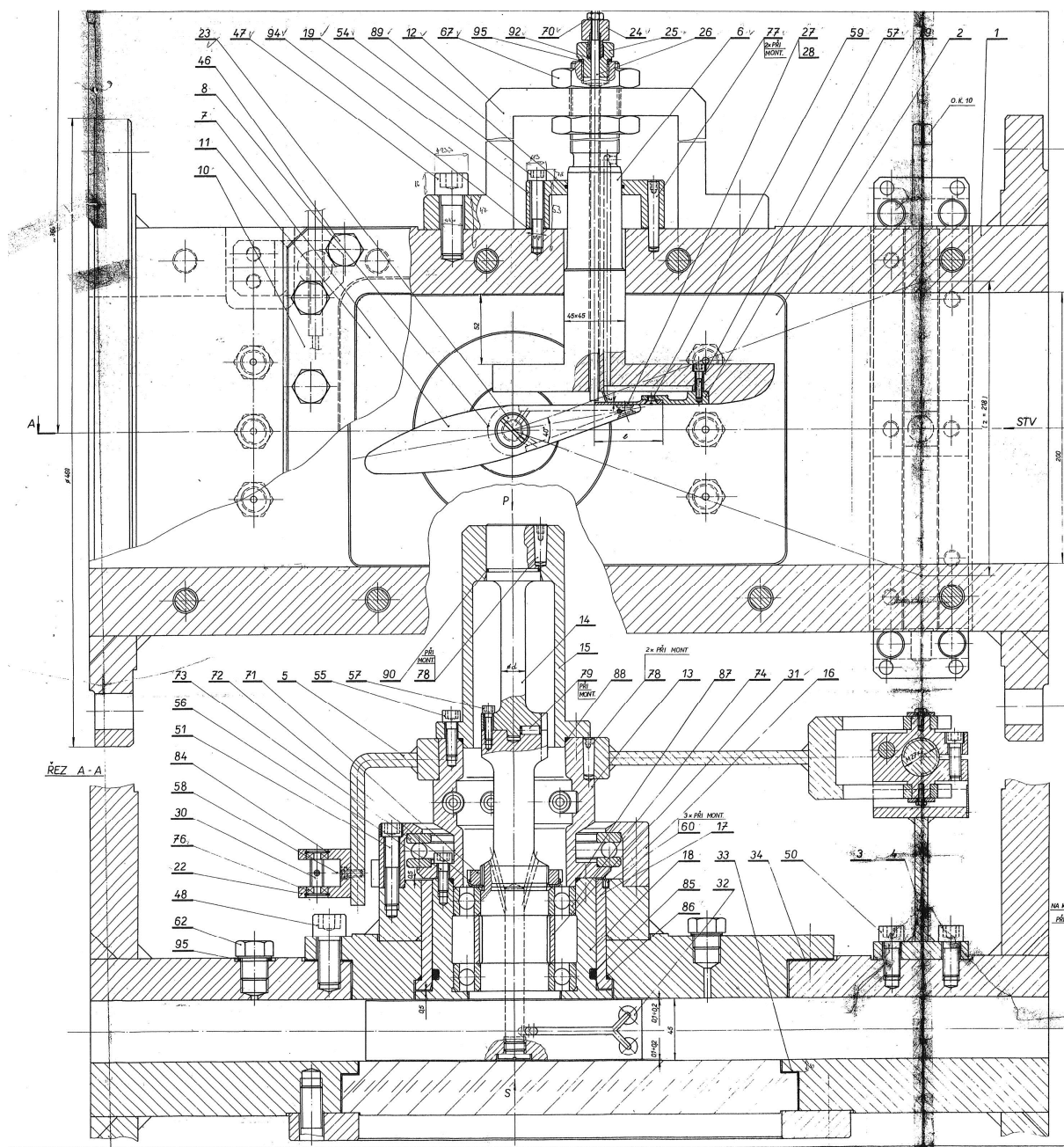
### 5.4.6.1 Výpočtový model řešené soustavy

Analyzovaná soustava při výpočtech s tekutinou zahrnuje lopatku s různými torzními tyčemi a tekutinu ve vhodně omezené oblasti. Výpočtový model byl vytvořen dle schémat znázorněných na obrázcích 51 a 52, náčrtu vykresleného na obrázku 58 a výkresu, který je vidět na obrázku 69. Dále se při tvorbě výpočtového modelu vycházelo z výkresové dokumentace uvedené ve zprávě [38].

Lopatka s čepem a různými torzními tyčemi byla modelována konečnými desetiuzlovými prvky s kvadratickou násadou typu SOLID187.

Tekutinová oblast má velmi podrobně modelované hraniční povrchy. Hranice tekutinové oblasti jsou ve všech směru tvořeny přesně modelovanými povrchy posuvné lyže, zkušební komory a trubky na obou stranách, vertikální rovinou na vstupu a na výstupu (volná hladina) v dostatečné vzdálenosti od konce zkušební komory. V celém výpočtovém modelu byla geometrie hraničních povrchů přesně dodržena. Části konstrukce zkušebního zařízení (posuvná lyže, potrubí, zkušební komora atd.) tvořící hraniční povrchy jsou uvažovány jako tuhé, nehybné. Tekutinová oblast byla modelována s použitím prvků typu FLUID221. Prvky v kontaktu s lopatkou mají čtyři stupně volnosti v uzlu (tři posuvy a tlak), ostatní prvky v oblasti mají jeden stupeň volnosti (tlak).

Výpočty byly provedeny pro šest různých kombinací lopatky s čepem a torzní tyč. Rozdíl v jednotlivých variantách modelů byly průměry torzních tyčí a velikosti přechodových rádiusů. Hodnoty průměrů torzních tyčí a přechodových rádiusů jsou uvedeny v předchozí kapitole. Pro každou variantu torzní tyče bylo provedeno čtrnáct výpočtů s různým nastavením vzdálenosti  $h$  lopatky od nastavitelné lyže ve vodorovné poloze  $\alpha = 0^\circ$ .



Obr. 69 Sestava modelového zařízení [38]

Výpočty vlastních frekvencí rozváděcí lopatky byly provedeny pro tyto varianty nastavení vzdálenosti lopatky v horizontální poloze od posuvné lyže  $h_i$ :

$h_{0,5} = 0,5 \text{ mm},$	$h_5 = 5,0 \text{ mm},$	$h_{30} = 30,0 \text{ mm},$
$h_1 = 1,0 \text{ mm},$	$h_{10} = 10,0 \text{ mm},$	$h_{35} = 35,0 \text{ mm},$
$h_2 = 2,0 \text{ mm},$	$h_{15} = 15,0 \text{ mm},$	$h_{40} = 40,0 \text{ mm},$
$h_3 = 3,0 \text{ mm},$	$h_{20} = 20,0 \text{ mm},$	$h_{45} = 45,0 \text{ mm}.$
$h_4 = 4,0 \text{ mm},$	$h_{25} = 25,0 \text{ mm},$	

Dále bylo pro variantu lopatky s torzní tyčí průměru  $d = 10$  mm a vzdálenosti lopatky od nastavitelné lyže  $h_{25} = 25$  mm vypočítáno dalších 48 variant úhlového nastavení lopatky  $\alpha$  od  $+15,75^\circ$  do  $-30,00^\circ$ . Úhlové nastavení schematicky znázorněno na obrázku 72.

### Materiálové charakteristiky

Lopátka a čep (mat. 423145):

$$E_{lc} = 205\,000 \text{ MPa}$$

$$\mu_{lc} = 0,3$$

$$\rho_{lc} = 7\,850 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Kapalina (voda):

$$c_k = 1\,250 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

$$\rho_k = 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3},$$

Torzní tyč (mat. 15260.7 – pružinová ocel)

$$E_{tt} = 205\,000 \text{ MPa}$$

$$\mu_{tt} = 0,3$$

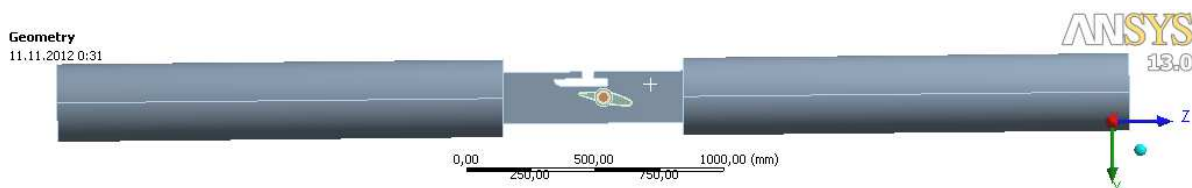
$$\rho_{tt} = 7\,850 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Plyn (vzduch):

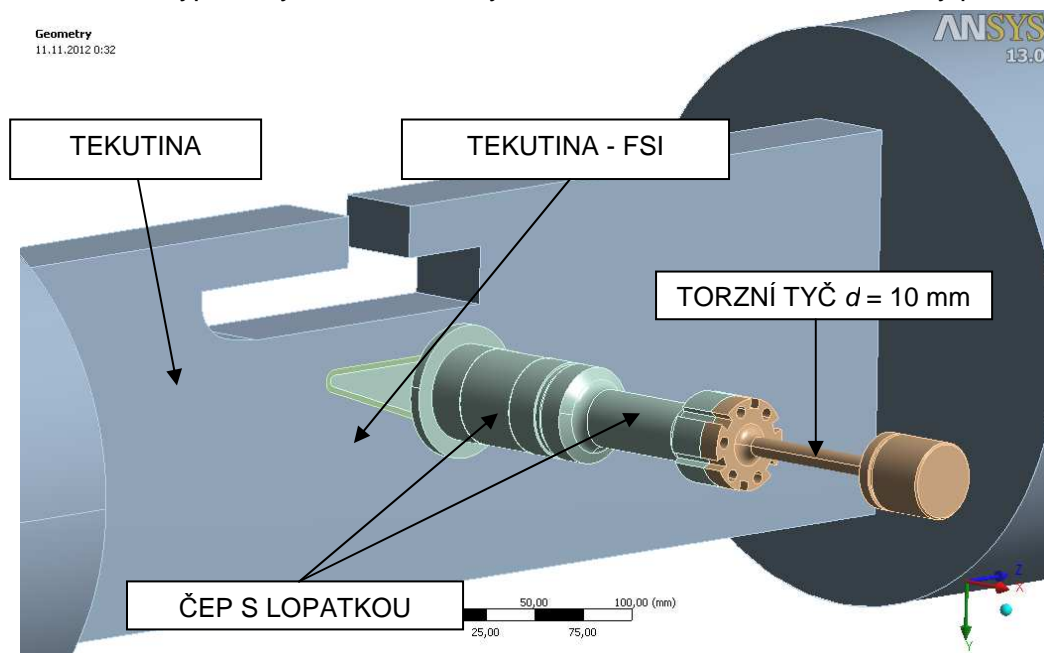
$$c_p = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

$$\rho_p = 1,25 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

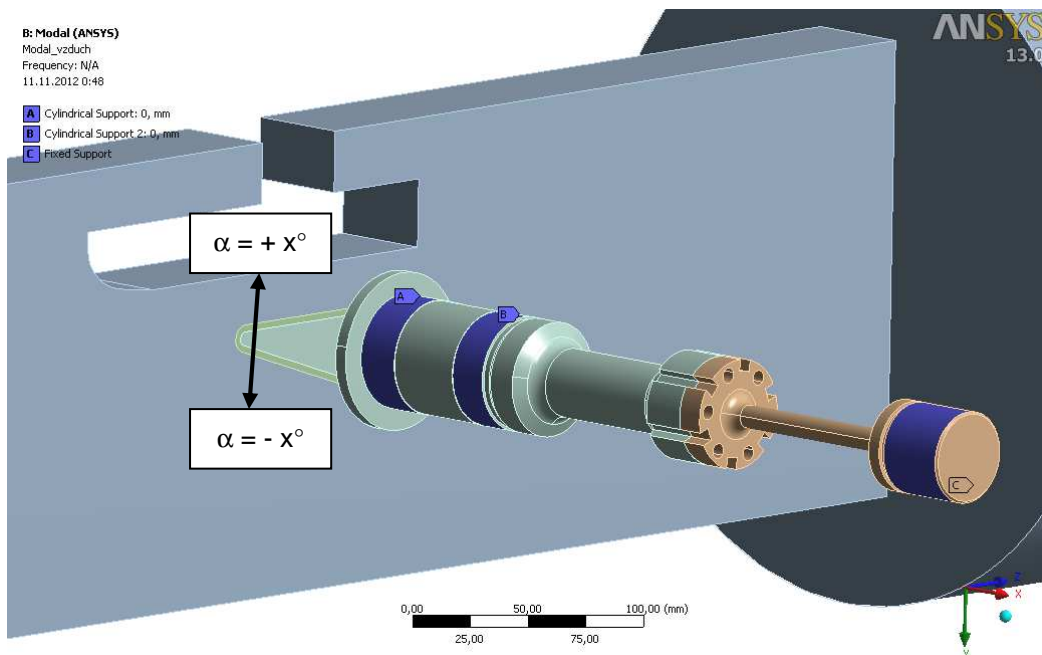
Struktura úplného výpočtového modelu řešené soustavy při výpočtech vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů rozváděcí lopatky ve vzduchu a ve vodním prostředí je vykreslena na obrázcích 70 až 72 (torzní tyč průměr  $d = 10$  mm a vzdálenosti lopatky od lyže  $h_{25} = 25$  mm). Okrajové podmínky jsou shodné v případě modelu při výpočtu vlastních frekvencí a tvarů kmitu lopatky ve vakuu. Popis okrajových podmínek je uveden v kapitole 5.4.5.1. Okrajové podmínky jsou znázorněny na obrázku 72. Síť konečných prvků je zobrazena na obrázcích 73 a 74.



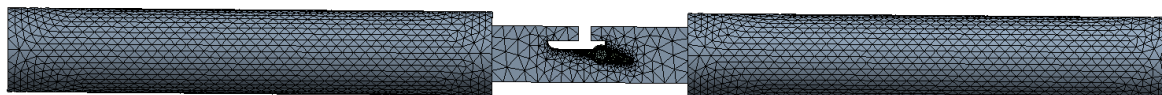
Obr. 70 Výpočtový model, torzní tyč  $d = 10$  mm,  $h = 25$  mm – celkový pohled



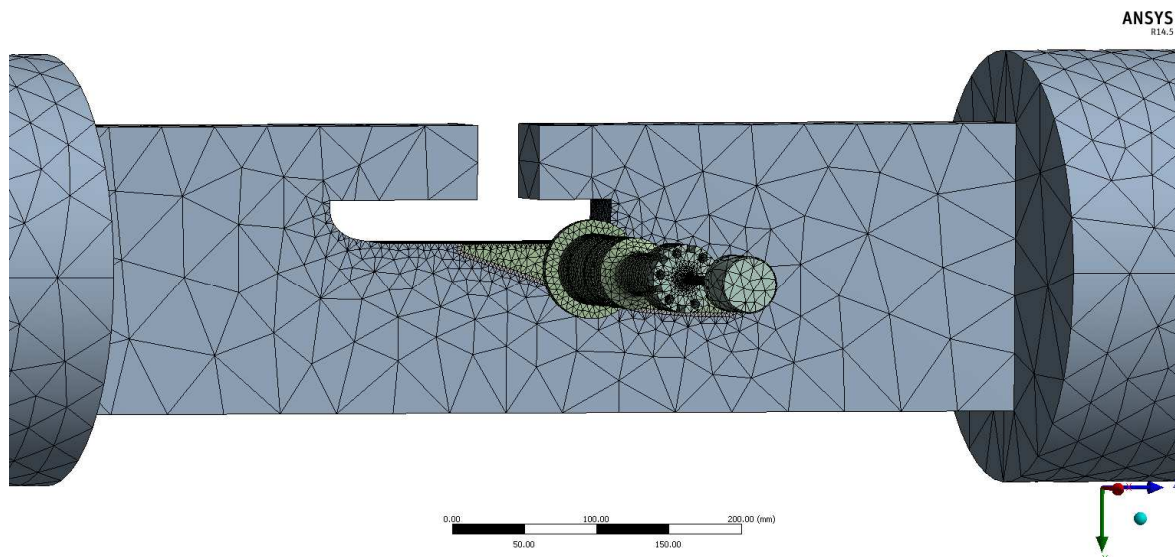
Obr. 71 Výpočtový model – detail lopatky s čepem a torzní tyč  $d = 10$  mm,  $h = 25$  mm



Obr. 72 Okrajové podmínky – detail lopatky s čepem a torzní tyče  $d = 10$  mm,  $h = 25$  mm



Obr. 73 Síť konečných prvků – celkový pohled



Obr. 74 Síť konečných prvků

### 5.4.6.2 Výsledky výpočtů vlastních frekvencí

Byla vyčíslena vždy vlastní frekvence, které odpovídá torzní vlastní tvar analyzované sestavy. Výsledky pro všechny kombinace modelů jsou zpracovány graficky a tabulkově. Čísla tabulek, grafů a obrázků pro jednotlivé varianty výpočtů jsou uvedeny v tabulce 11. Tabulka 11 v první sloupci obsahuje variantu řešené soustavy dle průměru torzní tyče a natočení lopatky. V druhém a třetím sloupci jsou uvedeny čísla tabulek a grafů, ve kterých jsou vypsané a znázorněny hodnoty vlastních frekvencí (torzní vlastní tvar řešené soustavy) v závislosti na prostředí, vzdálenosti rozváděcí lopatky od posuvné lyže popř. na natočení rozváděcí lopatky. V posledním sloupci tabulky 11 jsou vypsané čísla obrázků, na kterých jsou vykresleny výsledné přemístění a modální tlaky pro náhodně vybranou variantu řešené soustavy.

Tabulka 11

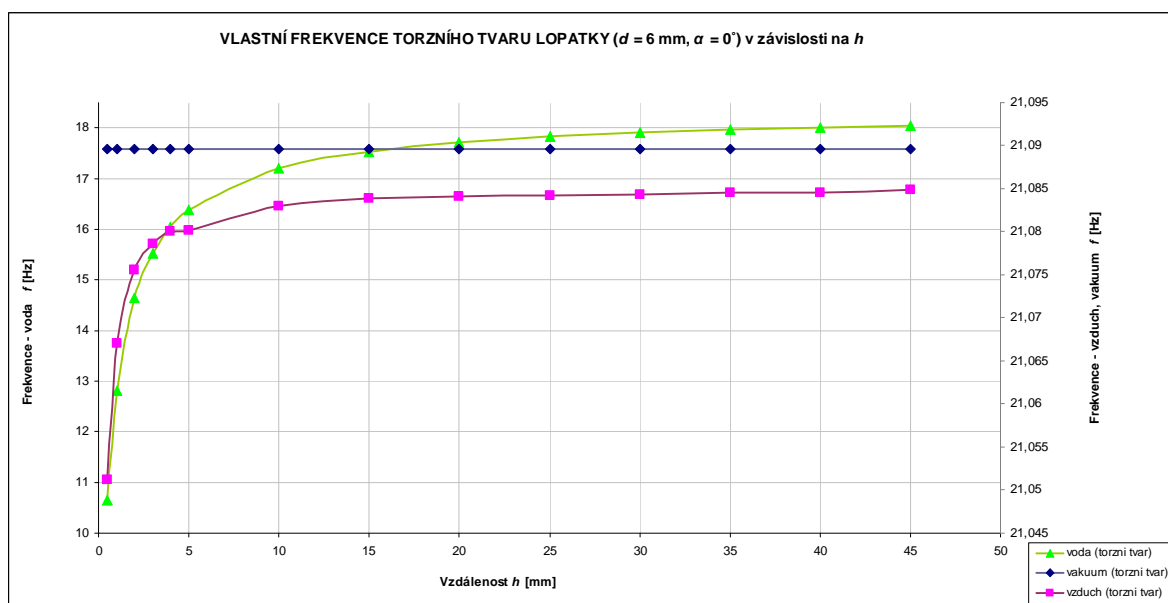
VARIANTY	TABULKY	GRAFY	OBRÁZKY
TORZNÍ TYČ $d = 6 \text{ mm} - \alpha = 0^\circ$ , různé $h_i$	12	31	75
TORZNÍ TYČ $d = 10 \text{ mm} - \alpha = 0^\circ$ , různé $h_i$	13	32	76
TORZNÍ TYČ $d = 14 \text{ mm} - \alpha = 0^\circ$ , různé $h_i$	14	33	77
TORZNÍ TYČ $d = 18 \text{ mm} - \alpha = 0^\circ$ , různé $h_i$	15	34	78
TORZNÍ TYČ $d = 22 \text{ mm} - \alpha = 0^\circ$ , různé $h_i$	16	35	79
TORZNÍ TYČ $d = 26 \text{ mm} - \alpha = 0^\circ$ , různé $h_i$	17	36	80
TORZNÍ TYČ $d = 10 \text{ mm}$ , různé alfa $\alpha$ , $h_{25} = 25 \text{ mm}$	18	37	81 - 83



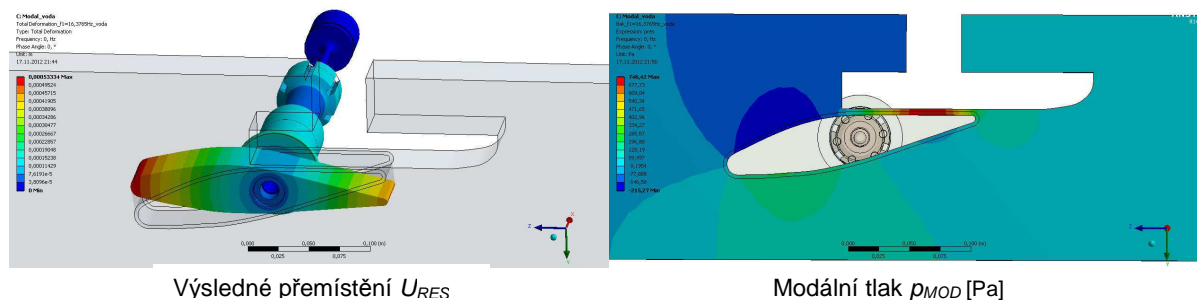
## Torzní tyč $d = 6 \text{ mm} - \alpha = 0^\circ$

Tabulka 12 Vlastní frekvence lopatky s torzní tyčí  $d = 6 \text{ mm}$  ve vakuu, vzduchu a vodě

VZDÁLENOST LOPATKY OD LYŽE $h_i$ [mm]	VAKUUM – frekvence	VZDUCH - frekvence	VODA - frekvence
	$f_{VA1A1}$ [Hz]	$f_{\alpha 0VZ1A1}$ [Hz]	$f_{\alpha 0VO1A1}$ [Hz]
0,50	21,0896	21,0512	10,6557
1,00		21,0670	12,0845
2,00		21,0756	14,6446
3,00		21,0786	15,5123
4,00		21,0801	16,0292
5,00		21,0802	16,3765
10,00		21,0830	17,2023
15,00		21,0839	17,5305
20,00		21,0841	17,7097
25,00		21,0842	17,8249
30,00		21,0843	17,9033
35,00		21,0846	17,9600
40,00		21,0846	18,0020
45,00		21,0849	18,0341



Graf 31 Vlastní frekvence vlastního torzního tvaru lopatky ( $d = 6 \text{ mm}$ )

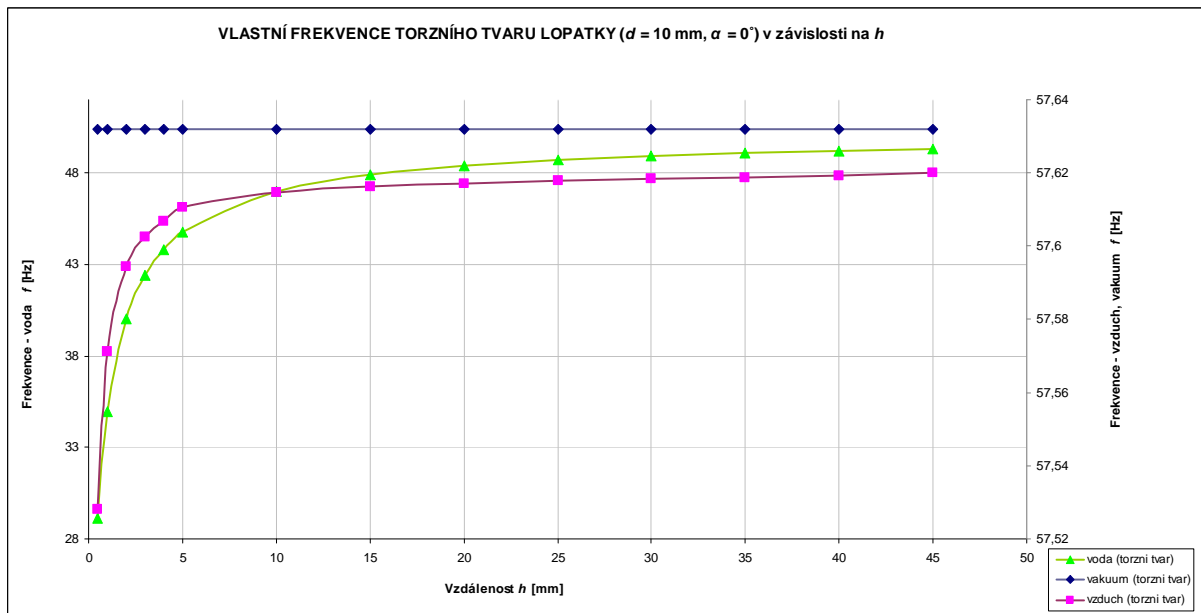


Obr. 75 Vlastní tvar kmitu lopatky ve vodě  $f_{\alpha 0VO1A1} = 16,3765 \text{ Hz}$ , torzní tyč  $d = 6 \text{ mm}$ ,  $h_5 = 5 \text{ mm}$

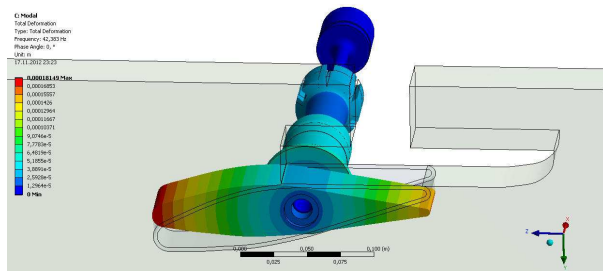
### Torzní tyč $d = 10 \text{ mm} - \alpha = 0^\circ$

Tabulka 13 Vlastní frekvence lopatky s torzní tyčí  $d = 10 \text{ mm}$  ve vakuu, vzduchu a vodě

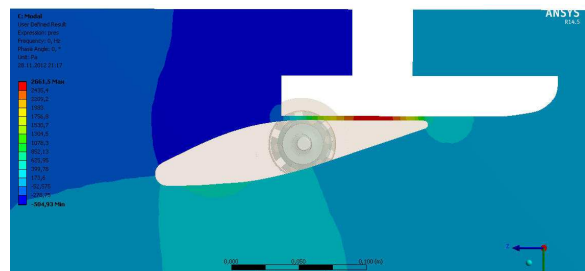
VZDÁLENOST LOPATKY OD LYŽE $h_i$ [mm]	VAKUUM – frekvence	VZDUCH - frekvence	VODA - frekvence
	$f_{VA1A2}$ [Hz]	$f_{\alpha 0VZ1A2}$ [Hz]	$f_{\alpha 0VO1A2}$ [Hz]
0,50	57,6320	57,5282	29,1104
1,00		57,5712	34,9827
2,00		57,5945	40,0129
3,00		57,6024	42,3827
4,00		57,6069	43,8023
5,00		57,6105	44,7504
10,00		57,6146	46,9876
15,00		57,6163	47,8920
20,00		57,6172	48,3895
25,00		57,6180	48,7042
30,00		57,6183	48,9194
35,00		57,6186	49,0741
40,00		57,6193	49,1894
45,00		57,6200	49,2826



Graf 32 Vlastní frekvence vlastního torzního tvaru lopatky ( $d = 10 \text{ mm}$ )



Výsledné přemístění  $U_{RES}$  [m]



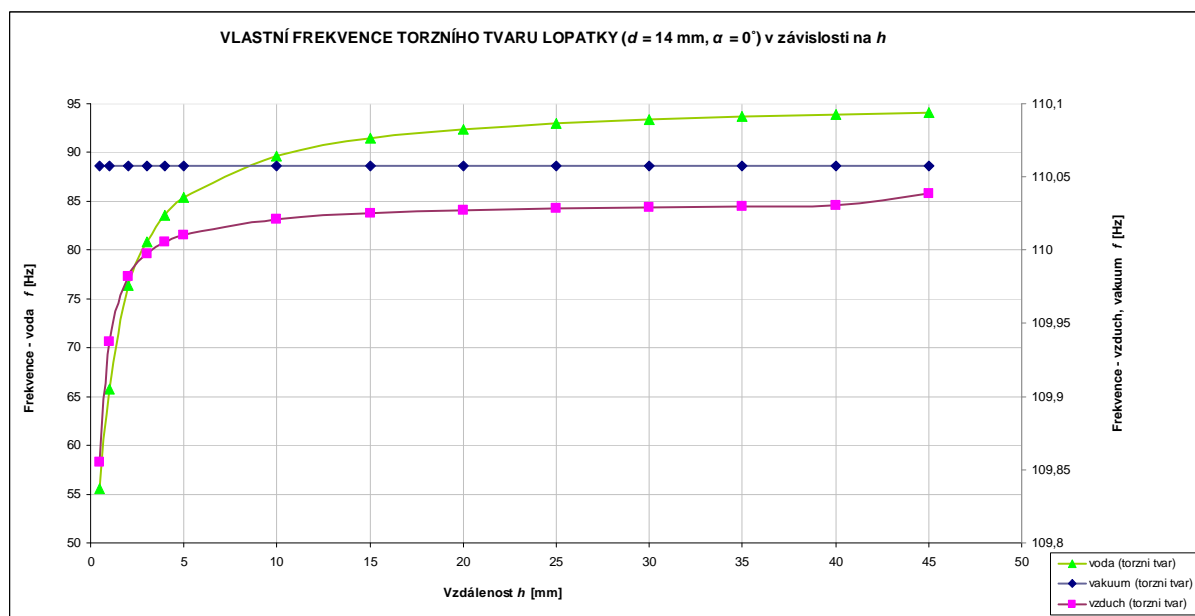
Modální tlak  $p_{MOD}$  [Pa]

Obr. 76 Vlastní tvar kmitu lopatky ve vodě  $f_{\alpha 0VO1A2} = 42,3827 \text{ Hz}$ , torzní tyč  $d = 10 \text{ mm}$ ,  $h_3 = 3 \text{ mm}$

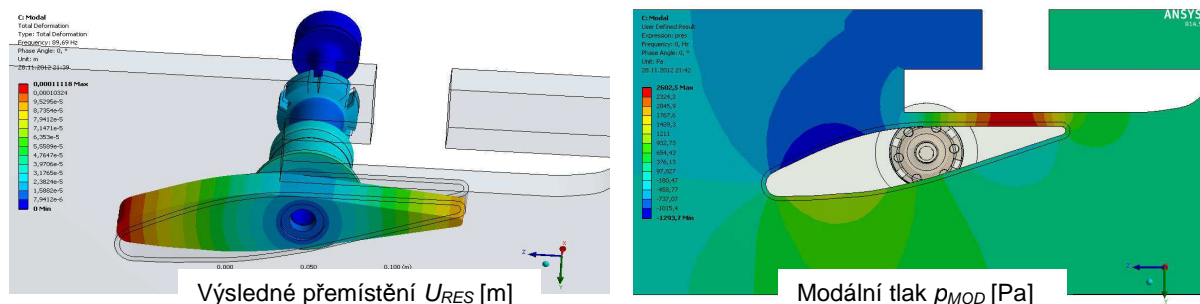
## Torzni tyč $d = 14 \text{ mm} - \alpha = 0^\circ$

Tabulka 14 Vlastní frekvence lopatky s torzní tyčí  $d = 14 \text{ mm}$  ve vakuu, vzduchu a vodě

VZDÁLENOST LOPATKY OD LYŽE $h_i$ [mm]	VAKUUM – frekvence	VZDUCH - frekvence	VODA - frekvence
	$f_{VA1A3}$ [Hz]	$f_{\alpha 0VZ1A3}$ [Hz]	$f_{\alpha 0VO1A3}$ [Hz]
0,50	110,0577	109,8548	55,5403
1,00		109,9378	65,7576
2,00		109,9823	76,3663
3,00		109,9973	80,8928
4,00		110,0057	83,5917
5,00		110,0104	85,4069
10,00		110,0210	89,6902
15,00		110,0250	91,4210
20,00		110,0270	92,3727
25,00		110,0285	92,9756
30,00		110,0291	93,3880
35,00		110,0301	93,6852
40,00		110,0304	93,9055
45,00		110,0384	94,0846



Graf 33 Vlastní frekvence vlastního torzního tvaru lopatky ( $d = 14 \text{ mm}$ )

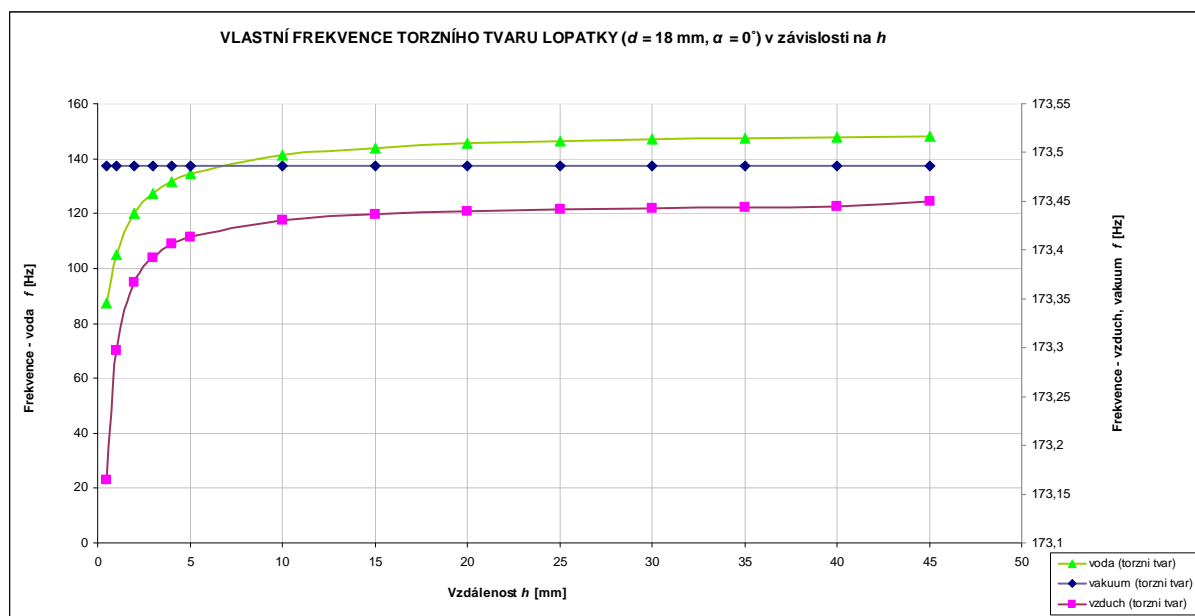


Obr. 77 Vlastní tvar kmitu lopatky ve vodě  $f_{\alpha 0VO1A3} = 89,6902 \text{ Hz}$ , torzní tyč  $d = 14 \text{ mm}$ ,  $h_{10} = 10 \text{ mm}$

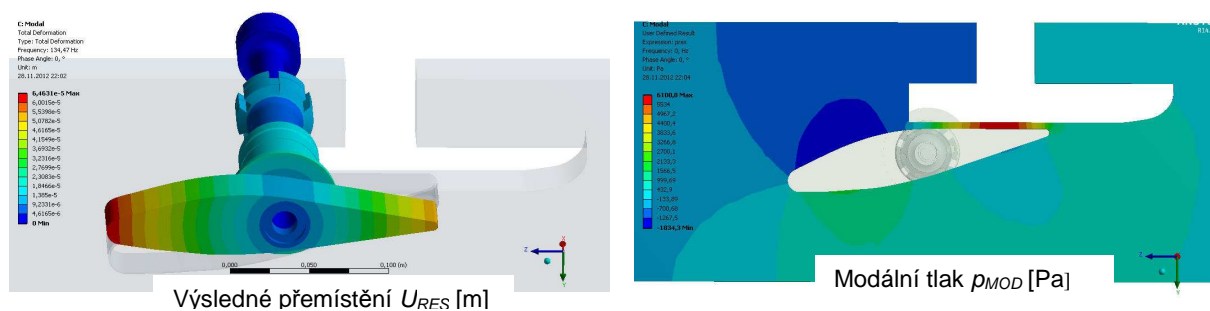
## Torzni tyč $d = 18 \text{ mm} - \alpha = 0^\circ$

Tabulka 15 Vlastní frekvence lopatky s torzní tyčí  $d = 18 \text{ mm}$  ve vakuu, vzduchu a vodě

VZDÁLENOST LOPATKY OD LYŽE $h_i$ [mm]	VAKUUM – frekvence	VZDUCH - frekvence	VODA - frekvence
	$f_{VA1A4}$ [Hz]	$f_{\alpha 0VZ1A4}$ [Hz]	$f_{\alpha 0VO1A4}$ [Hz]
0,50	173,4861	173,1650	87,3898
1,00		173,2970	105,0788
2,00		173,3674	120,2261
3,00		173,3922	127,3582
4,00		173,4065	131,6296
5,00		173,4130	134,4689
10,00		173,4303	141,2257
15,00		173,4363	143,9645
20,00		173,4397	145,4775
25,00		173,4419	146,4381
30,00		173,4430	147,0963
35,00		173,4438	147,5708
40,00		173,4449	147,9242
45,00		173,4501	148,2132



Graf 34 Vlastní frekvence vlastního torzního tvaru lopatky ( $d = 18 \text{ mm}$ )

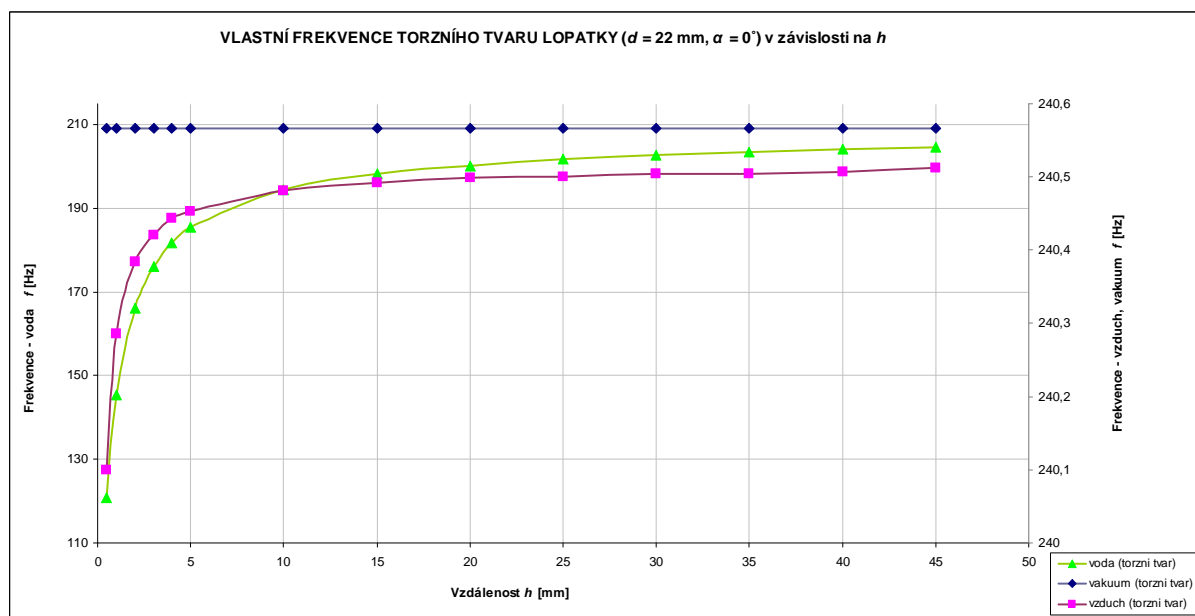


Obr. 78 Vlastní tvar kmitu lopatky ve vodě  $f_{\alpha 0VO1A4} = 134,4689 \text{ Hz}$ , torzní tyč  $d = 18 \text{ mm}$ ,  $h_5 = 5 \text{ mm}$

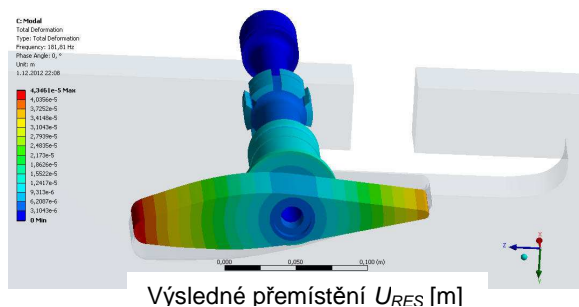
## Torzni tyč $d = 22 \text{ mm} - \alpha = 0^\circ$

Tabulka 16 Vlastní frekvence lopatky s torzní tyčí  $d = 22 \text{ mm}$  ve vakuu, vzduchu a vodě

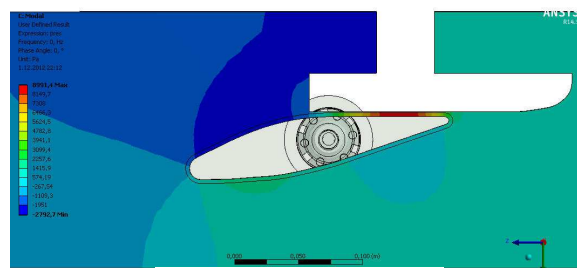
VZDÁLENOST LOPATKY OD LYŽE $h_i$ [mm]	VAKUUM – frekvence	VZDUCH - frekvence	VODA - frekvence
	$f_{VA1A5}$ [Hz]	$f_{\alpha 0VZ1A5}$ [Hz]	$f_{\alpha 0VO1A5}$ [Hz]
0,50	240,5660	240,0994	120,8435
1,00		240,2853	145,3611
2,00		240,3849	166,2676
3,00		240,4208	176,0106
4,00		240,4431	181,8057
5,00		240,4525	185,6035
10,00		240,4811	194,5092
15,00		240,4926	198,1424
20,00		240,4987	200,2517
25,00		240,5000	201,6835
30,00		240,5040	202,7390
35,00		240,5041	203,5443
40,00		240,5069	204,1758
45,00		240,5117	204,7023



Graf 35 Vlastní frekvence vlastního torzního tvaru lopatky ( $d = 22 \text{ mm}$ )



Výsledné přemístění  $U_{RES}$  [m]



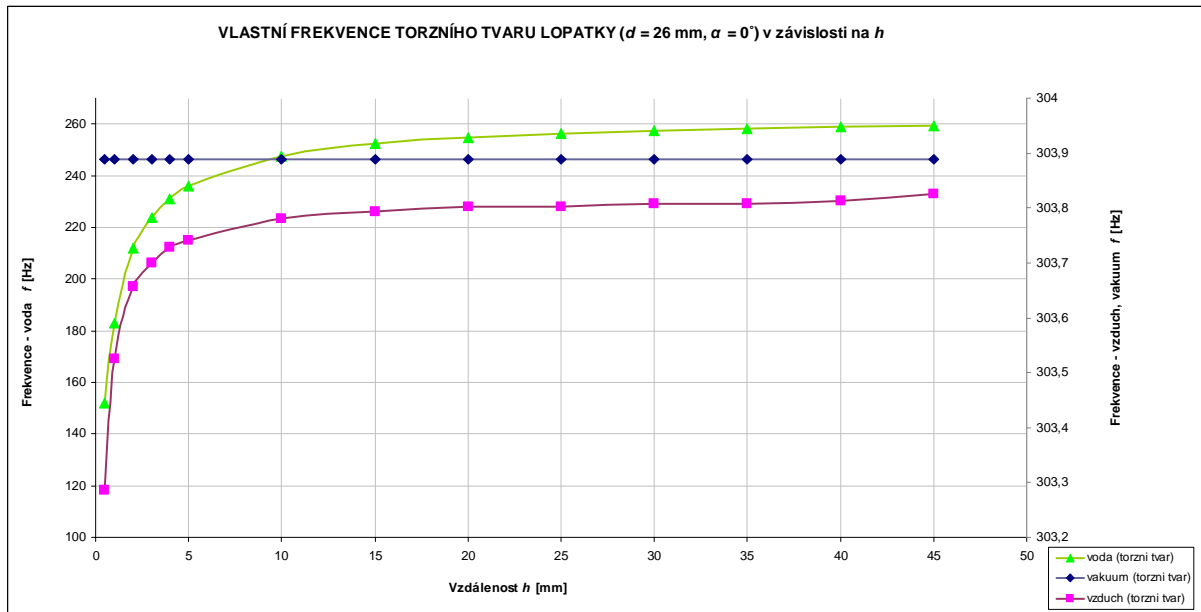
Modální tlak  $p_{MOD}$  [Pa]

Obr. 79 Vlastní tvar kmitu lopatky ve vodě  $f_{\alpha 0VO1A5} = 181,8057 \text{ Hz}$ , torzní tyč  $d = 22 \text{ mm}$ ,  $h_4 = 4 \text{ mm}$

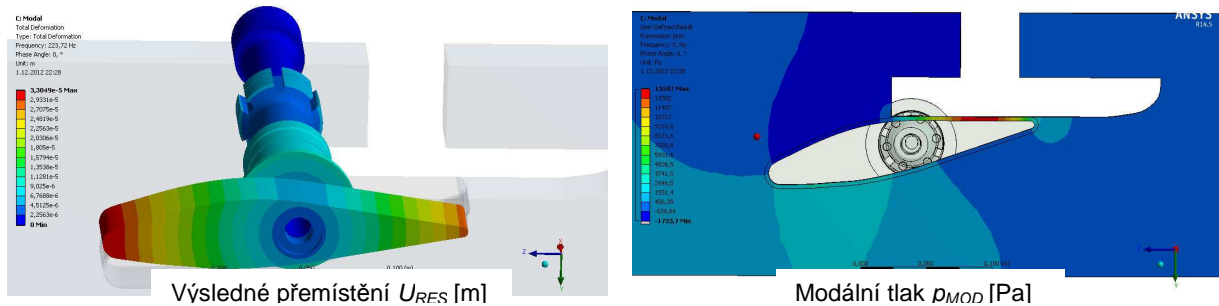
## Torzní tyč $d = 26 \text{ mm} - \alpha = 0^\circ$

Tabulka 17 Vlastní frekvence lopatky s torzní tyčí  $d = 26 \text{ mm}$  ve vakuu, vzduchu a vodě

VZDÁLENOST LOPATKY OD LYŽE $h_i$ [mm]	VAKUUM – frekvence	VZDUCH - frekvence	VODA - frekvence
	$f_{VA1A6}$ [Hz]	$f_{\alpha 0VZ1A6}$ [Hz]	$f_{\alpha 0VO1A6}$ [Hz]
0,50	303,8881	303,2869	152,1285
1,00		303,5260	182,7964
2,00		303,6570	212,0526
3,00		303,6996	223,7192
4,00		303,7280	231,0300
5,00		303,7420	235,9344
10,00		303,7804	247,5723
15,00		303,7934	252,2427
20,00		303,8021	254,8013
25,00		303,8028	256,4102
30,00		303,8070	257,5104
35,00		303,8077	258,2980
40,00		303,8129	258,8855
45,00		303,8456	259,3700



Graf 36 Vlastní frekvence vlastního torzního tvaru lopatky ( $d = 26 \text{ mm}$ )

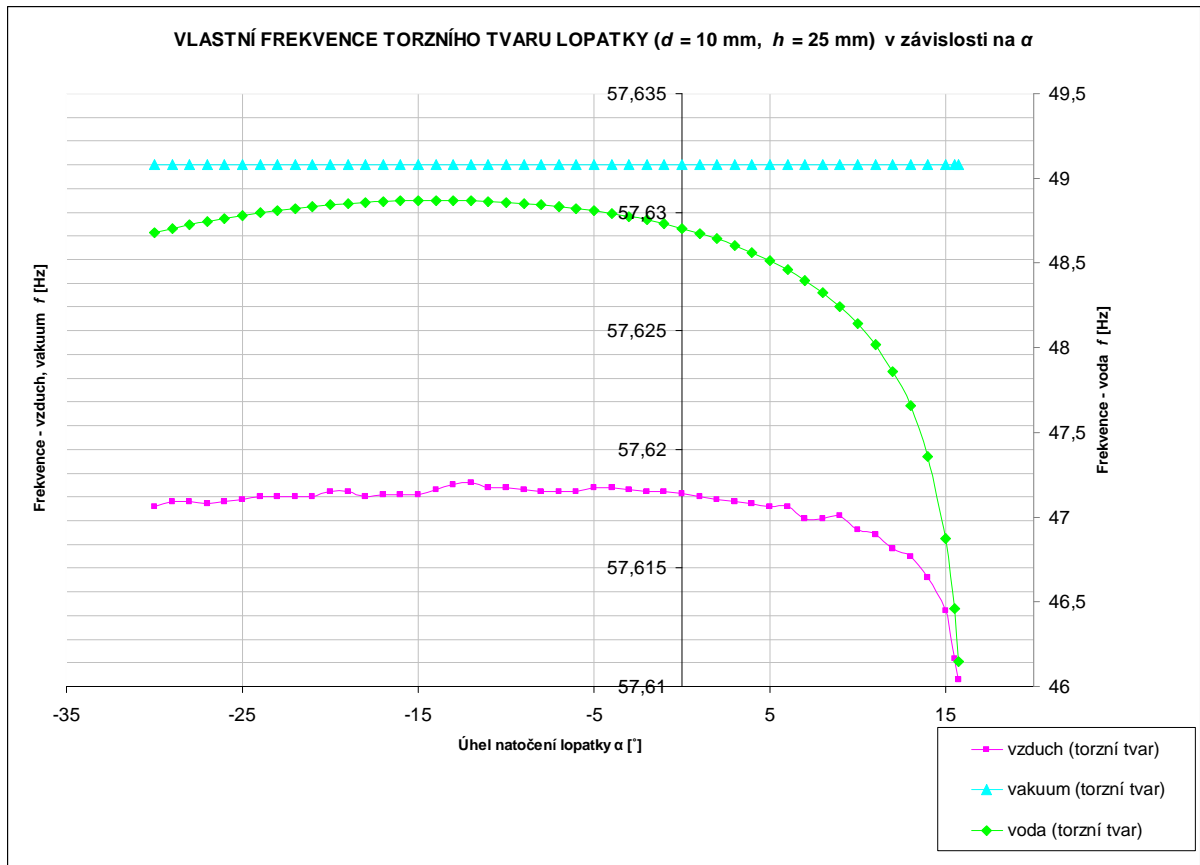


Obr. 80 Vlastní tvar kmitu lopatky ve vodě  $f_{\alpha 0VO1A6} = 223,7192 \text{ Hz}$ , torzní tyč  $d = 26 \text{ mm}$ ,  $h_3 = 3 \text{ mm}$

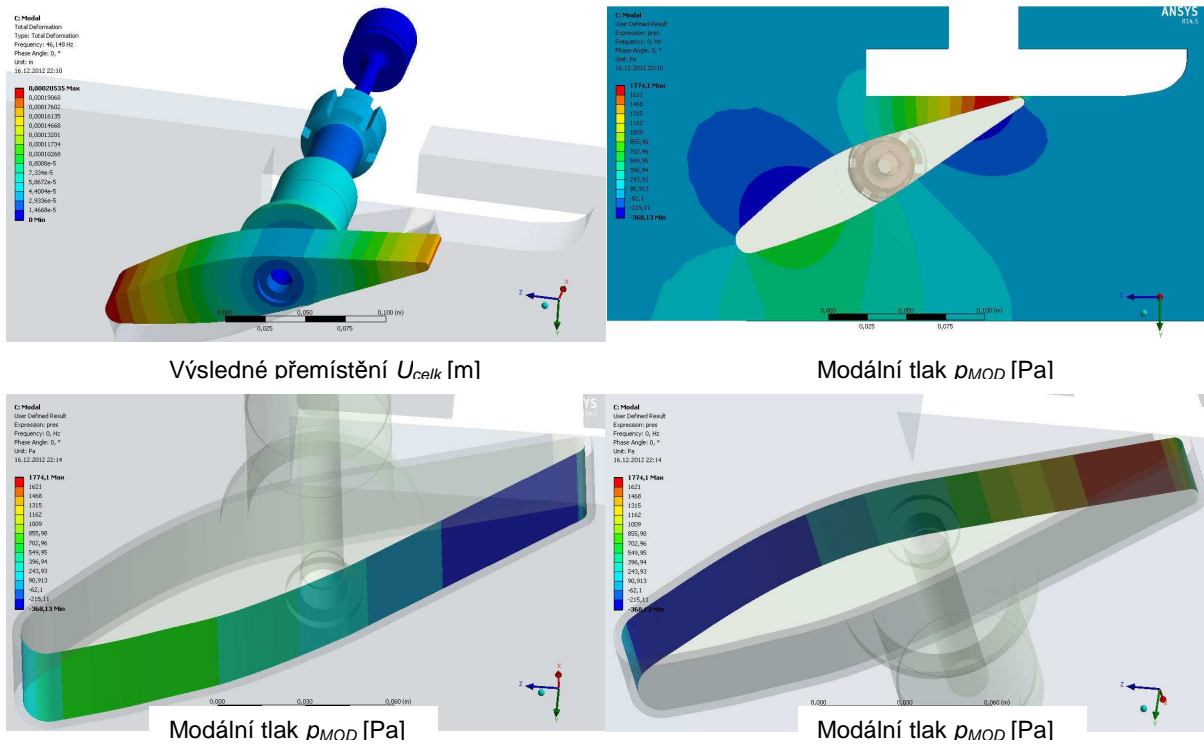
### Torzni tyč $d = 10$ mm, různé alfa $\alpha$ , $h = 25$ mm

Tabulka 18 Vlastní frekvence lopatky s torzní tyčí  $d = 10$  mm ve vakuu, vzduchu a vodě

NATOČENÍ LOPATKY $\alpha$ [°]	VAKUUM – frekvence	VZDUCH - frekvence	VODA - frekvence
	$f_{VA1A2}$ [Hz]	$f_{VZ1A2}$ [Hz]	$f_{VO1A2}$ [Hz]
15,75	57,6320	57,6103	46,1484
15,50		57,6112	46,4583
15,00		57,6132	46,8744
14,00		57,6146	47,3602
13,00		57,6155	47,6558
12,00		57,6158	47,8618
11,00		57,6164	48,0184
10,00		57,6166	48,1421
9,00		57,6172	48,2430
8,00		57,6171	48,3272
7,00		57,6171	48,3991
6,00		57,6176	48,4614
5,00		57,6176	48,5155
4,00		57,6190	48,5629
3,00		57,6178	48,6050
2,00		57,6179	48,6420
1,00		57,6165	48,6740
0,00		57,6180	48,7042
-1,00		57,6182	48,7308
-2,00		57,6182	48,7537
-3,00		57,6183	48,7743
-4,00		57,6184	48,7930
-5,00		57,6184	48,8088
-6,00		57,6182	48,8224
-7,00		57,6182	48,8346
-8,00		57,6182	48,8446
-9,00		57,6183	48,8530
-10,00		57,6184	48,8594
-11,00		57,6184	48,8645
-12,00		57,6186	48,8680
-13,00	57,6185	48,8694	
-14,00	57,6183	48,8700	
-15,00	57,6181	48,8690	
-16,00	57,6181	48,8663	
-17,00	57,6181	48,8625	
-18,00	57,6180	48,8573	
-19,00	57,6182	48,8507	
-20,00	57,6182	48,8438	
-21,00	57,6180	48,8329	
-22,00	57,6180	48,8224	
-23,00	57,6180	48,8098	
-24,00	57,6180	48,7960	
-25,00	57,6179	48,7809	
-26,00	57,6178	48,7642	
-27,00	57,6177	48,7458	
-28,00	57,6178	48,7284	
-29,00	57,6178	48,7047	
-30,00	57,6176	48,6811	

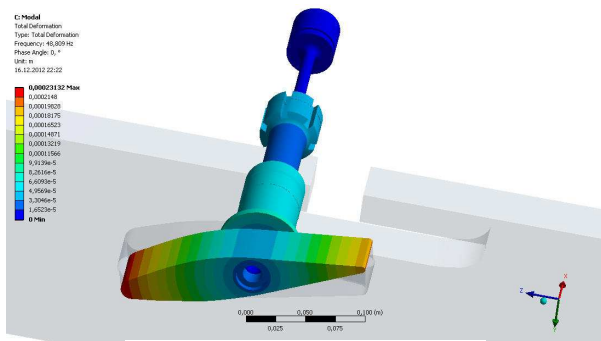


Graf 37 Vlastní frekvence vlastního torzního tvaru lopatky ( $d = 10$  mm)

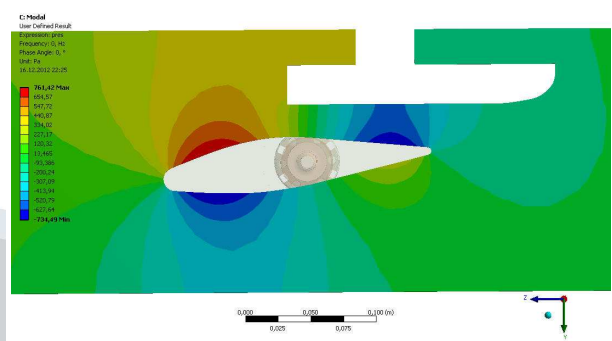


Obr. 81 Vlastní tvar kmitu lopatky ve vodě  $f_{\alpha 15,75 VO 1A2} = 46,1484$  Hz, torzní tyč  $d = 10$  mm,  $h_{25} = 25$  mm,  $\alpha = 15,75^\circ$

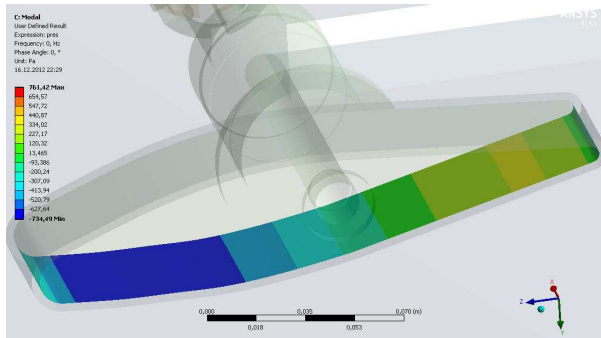




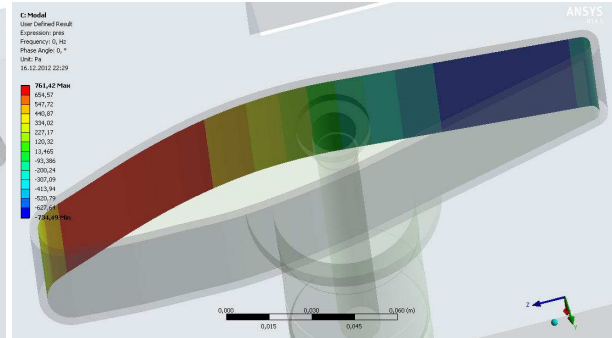
Výsledné přemístění  $U_{celk}$  [m]



Modální tlak  $p_{MOD}$  [Pa]

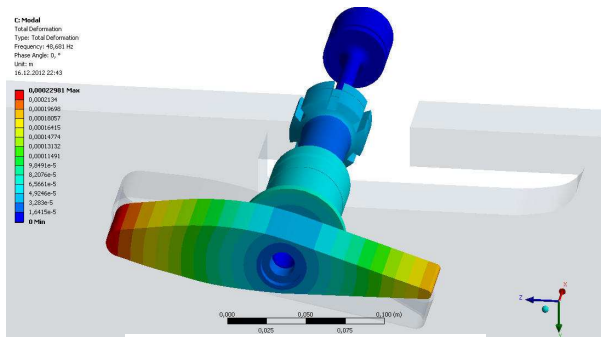


Modální tlak  $p_{MOD}$  [Pa]

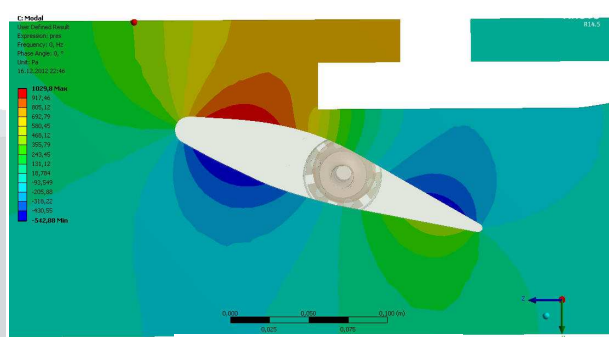


Modální tlak  $p_{MOD}$  [Pa]

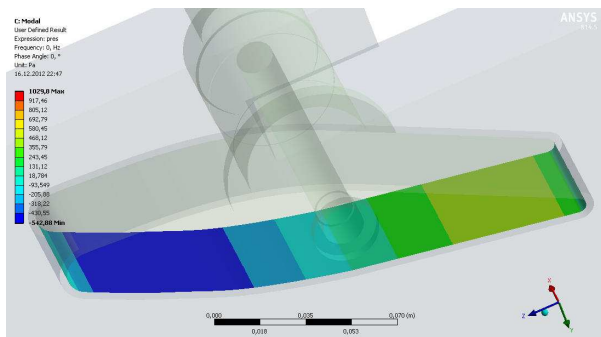
Obr. 82 Vlastní tvar kmitu lopatky ve vodě  $f_{\alpha-5VO1A2} = 48,8088$  Hz, torzní tyč  $d = 10$  mm,  $h_{25} = 25$  mm,  $\alpha = -5^\circ$



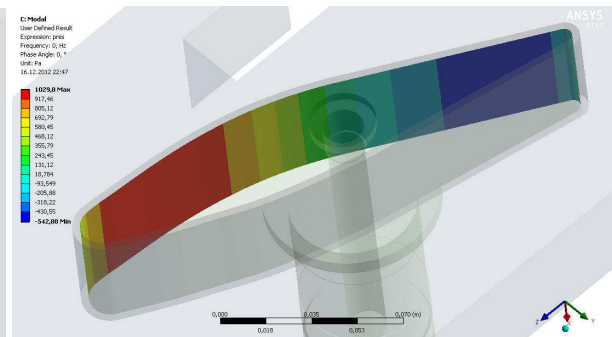
Výsledné přemístění  $U_{celk}$  [m]



Modální tlak  $p_{MOD}$  [Pa]



Modální tlak  $p_{MOD}$  [Pa]



Modální tlak  $p_{MOD}$  [Pa]

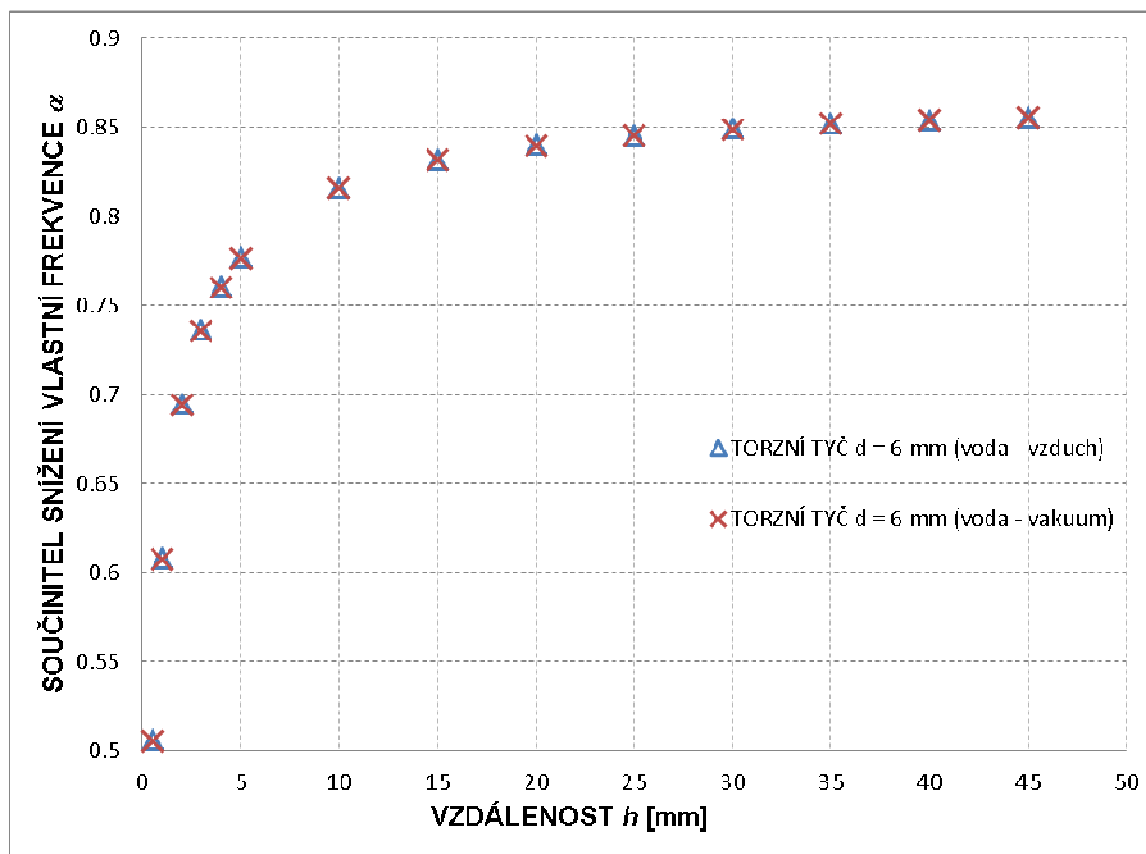
Obr. 83 Vlastní tvar kmitu lopatky ve vodě  $f_{\alpha-30VO1A2} = 48,6811$  Hz, torzní tyč  $d = 10$  mm,  $h_{25} = 25$  mm,  $\alpha = -30^\circ$

### 5.4.6.3 Porovnání vlastních frekvencí rozváděcí lopatky v různých prostředích

Bylo provedeno srovnání vlastních frekvencí prvního vlastního tvaru kmitu (torzní tvar) soustavy rozváděcí lopatky s různými průměry torzních tyčí, různým nastavením vzdálenosti lopatky od posuvné lyže a pro různé natočení rozváděcí lopatky ve vakuu, na vzduchu a vodním prostředí. Výpočet vlastních frekvencí ve vakuu byl proveden hlavně z důvodu ověření výpočtového modelu pro výpočet kmitání rozváděcí lopatky ve vzduchu a ve vodním prostředí. Výsledky výpočtů vlastních frekvencí soustav rozváděcích lopatek ve vzduchu a ve vakuu potvrzují, že hodnoty vlastních frekvencí i vlastní tvary kmitů nejsou uvažováním tekutinové oblasti s nízkou hustotou významně ovlivněny. Inerciální interakce (vyjádřená tzv. přídatnou hmotností spolukmitajícího vzduchu) je zde slabá. Malé odchylky ve výsledných frekvencích jsou být způsobeny přídatnou hmotností spolukmitajícího vzduchu. Výsledky výpočtů potvrzují silné ovlivnění vlastních frekvencí analyzované soustavy vodním prostředím. Vlastní frekvence konstrukce kmitající ve vodě jsou v důsledku účinku přídatné hmotnosti spolukmitající vody nižší než odpovídající frekvence kmitání na vzduchu. Platí, že  $f_{voda} = \alpha \cdot f_{vzduch}$  nebo  $f_{voda} = \alpha \cdot f_{vakuum}$  kde  $0 < \alpha < 1$ . V případě rozváděcí lopatky ve zkušebním zařízení závisí velikost součinitele snížení vlastní frekvence 1. torzního vlastního tvaru kmitu na průměru torzní tyče, vzdálenosti rozváděcí lopatky od posuvné lyže a natočení lopatky. V tabulkách 19 – 25 jsou uvedeny součinitele snížení vlastních frekvencí prvního torzního vlastního tvaru kmitu vlivem spolupůsobící hmotnosti vody pro všechny řešené varianty soustav. V grafech 38 – 44 jsou graficky znázorněny součinitele snížení vlastních frekvencí  $\alpha$  prvního torzního vlastního tvaru kmitu vlivem spolupůsobící hmotnosti vody pro všechny řešené varianty soustav.

Tabulka 19 Součinitelů snížení vlastních frekvencí pro torzní tyč  $d = 6$  mm

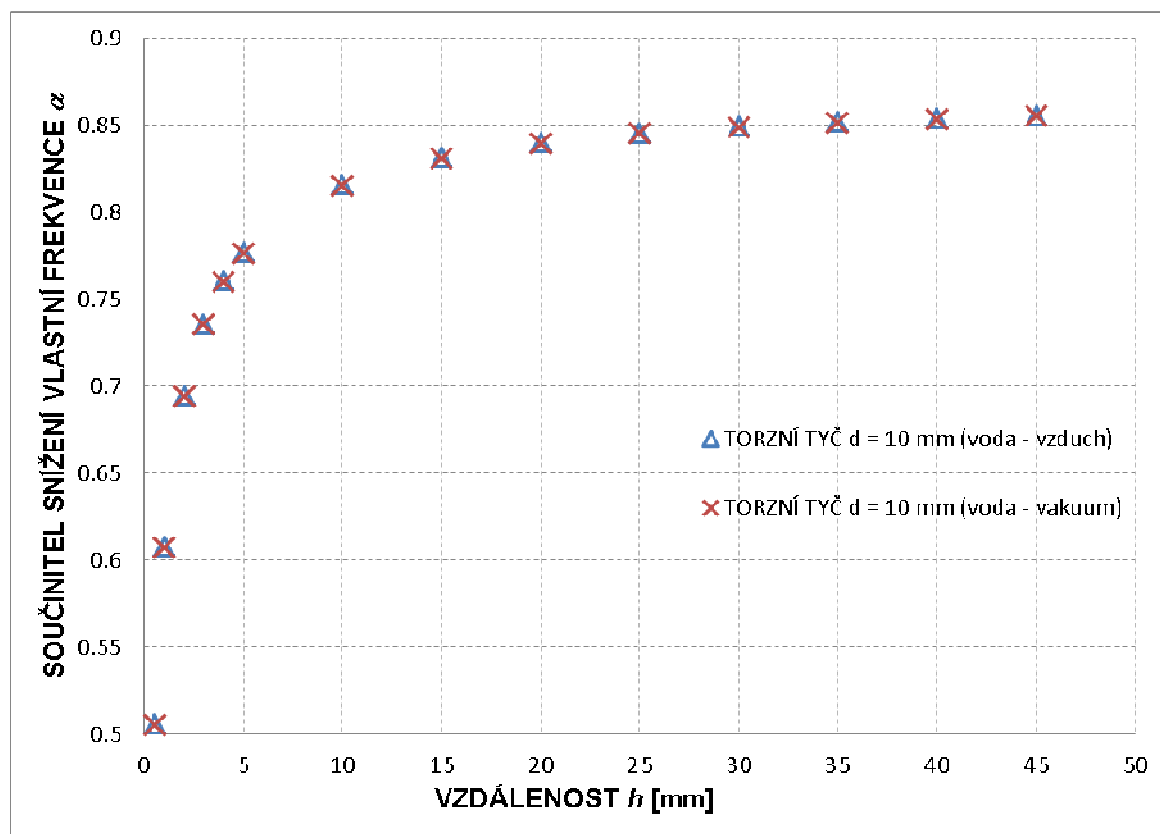
Označení úlohy – vzdálenost $h_i$	Vlastní frekvence vakuum		Vlastní frekvence vzduch		Vlastní frekvence voda		Součinitele snížení vlastní frekvence	
	Frekvence [Hz]		Frekvence [Hz]		Frekvence [Hz]		voda – vakuum	voda – vzduch
B1a0,5 – 0,5	$f_{VA1A1}$	21,0896	$f_{VZ1B1a0,5}$	21,0512	$f_{VO1B1a0,5}$	10,6557	0,505258	0,506180
B1a1 – 1			$f_{VZ1B1a1}$	21,0670	$f_{VO1B1a1}$	12,8045	0,607147	0,607799
B1a2 – 2			$f_{VZ1B1a2}$	21,0756	$f_{VO1B1a2}$	14,6446	0,694399	0,694860
B1a3 – 3			$f_{VZ1B1a3}$	21,0786	$f_{VO1B1a3}$	15,5122	0,735537	0,735922
B1a4 – 4			$f_{VZ1B1a4}$	21,0801	$f_{VO1B1a4}$	16,0292	0,760052	0,760395
B1a – 5			$f_{VZ1B1a}$	21,0809	$f_{VO1B1a}$	16,3769	0,776539	0,776860
B1b – 10			$f_{VZ1B1b}$	21,0835	$f_{VO1B1b}$	17,2023	0,815676	0,815913
B1c – 15			$f_{VZ1B1c}$	21,0839	$f_{VO1B1c}$	17,5305	0,831239	0,831464
B1d – 20			$f_{VZ1B1d}$	21,0841	$f_{VO1B1d}$	17,7097	0,839736	0,839955
B1e – 25			$f_{VZ1B1e}$	21,0845	$f_{VO1B1e}$	17,8249	0,845198	0,845403
B1f – 30			$f_{VZ1B1f}$	21,0843	$f_{VO1B1f}$	17,9033	0,848916	0,849129
B1g – 35			$f_{VZ1B1g}$	21,0846	$f_{VO1B1g}$	17,9600	0,851604	0,851807
B1h – 40			$f_{VZ1B1h}$	21,0846	$f_{VO1B1h}$	18,0020	0,853596	0,853799
B1ch – 45			$f_{VZ1B1ch}$	21,0849	$f_{VO1B1ch}$	18,0341	0,855118	0,855309



Graf 38 Součinitelů vlivu vodního prostředí pro lopatku s torzní tyčí  $d = 6$  mm

Tabulka 20 Součinitelů snížení vlastních frekvencí pro torzní tyč  $d = 10$  mm

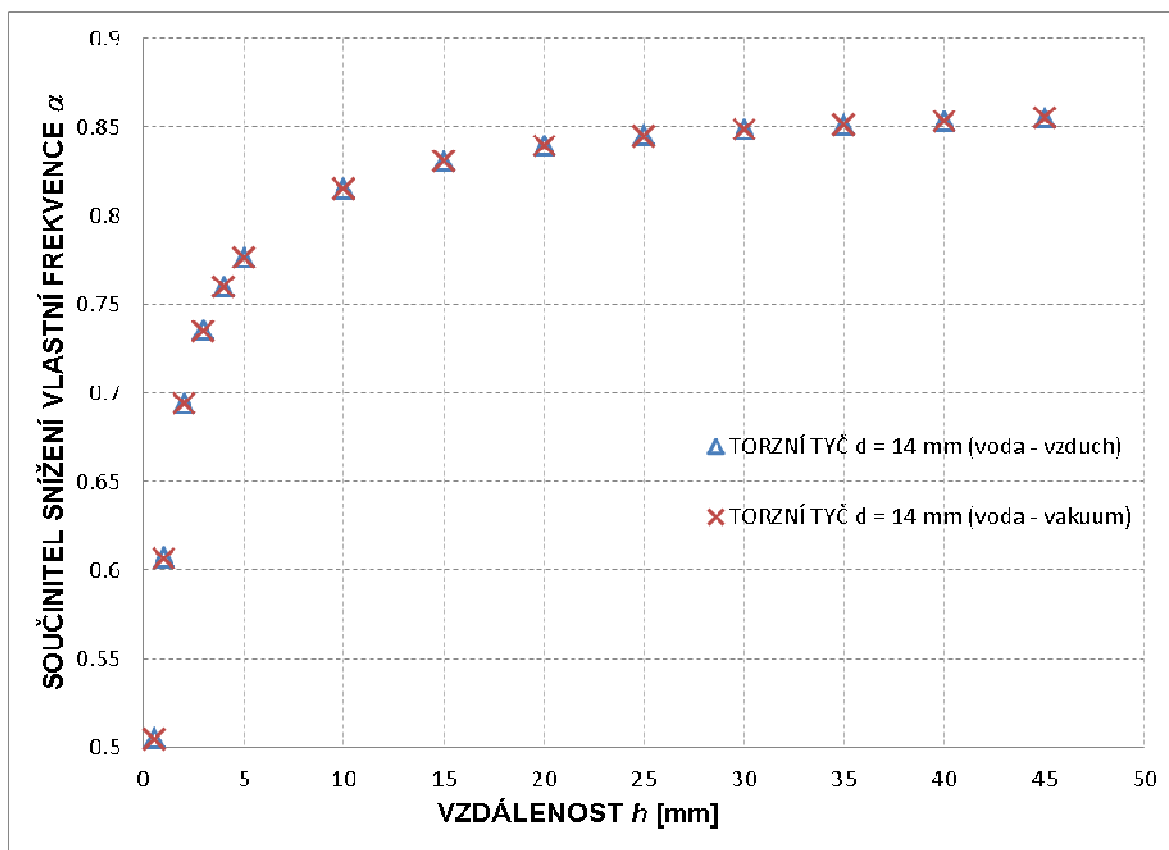
Označení úlohy – vzdálenost $h_i$	Vlastní frekvence vakuum		Vlastní frekvence vzduch		Vlastní frekvence voda		Součinitele snížení vlastní frekvence	
	Frekvence [Hz]		Frekvence [Hz]		Frekvence [Hz]		voda – vakuum	voda – vzduch
B2a0,5 – 0,5	$f_{VA1A2}$	57,632	$f_{VZ1B2a0,5}$	57,5282	$f_{VO1B2a0,5}$	29,1104	0,505108	0,506020
B2a1 – 1			$f_{VZ1B2a1}$	57,5712	$f_{VO1B2a1}$	34,9827	0,607001	0,607642
B2a2 - 2			$f_{VZ1B2a2}$	57,5945	$f_{VO1B2a2}$	40,0129	0,694282	0,694735
B2a3 – 3			$f_{VZ1B2a3}$	57,6024	$f_{VO1B2a3}$	42,3827	0,735402	0,735780
B2a4 – 4			$f_{VZ1B2a4}$	57,6069	$f_{VO1B2a4}$	43,8023	0,760034	0,760366
B2a – 5			$f_{VZ1B2a}$	57,6145	$f_{VO1B2a}$	44,7504	0,776485	0,776721
B2b – 10			$f_{VZ1B2b}$	57,6146	$f_{VO1B2b}$	46,9876	0,815304	0,815550
B2c – 15			$f_{VZ1B2c}$	57,6163	$f_{VO1B2c}$	47,8920	0,830996	0,831223
B2d – 20			$f_{VZ1B2d}$	57,6172	$f_{VO1B2d}$	48,3895	0,839629	0,839845
B2e – 25			$f_{VZ1B2e}$	57,6180	$f_{VO1B2e}$	48,7042	0,845089	0,845295
B2f – 30			$f_{VZ1B2f}$	57,6183	$f_{VO1B2f}$	48,9194	0,848823	0,849025
B2g - 35			$f_{VZ1B2g}$	57,6186	$f_{VO1B2g}$	49,0741	0,851507	0,851706
B2h – 40			$f_{VZ1B2h}$	57,6193	$f_{VO1B2h}$	49,1894	0,853508	0,853697
B2ch - 45			$f_{VZ1B2ch}$	57,6200	$f_{VO1B2ch}$	49,2826	0,855125	0,855304



Graf 39 Součinitelů vlivu vodního prostředí pro lopatku s torzní tyčí  $d = 10$  mm

Tabulka 21 Součinitelé snížení vlastních frekvencí pro torzní tyč  $d = 14$  mm

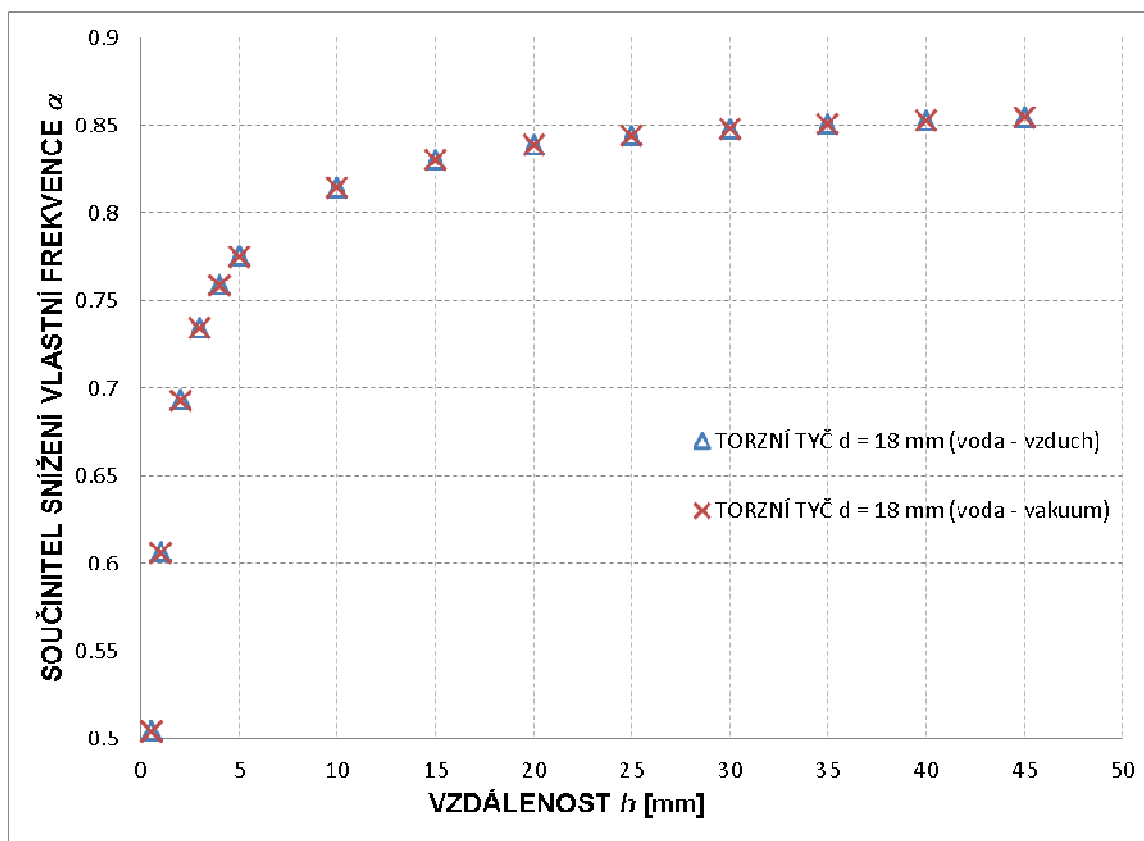
Označení úlohy – vzdálenost $h_i$	Vlastní frekvence vakuum		Vlastní frekvence vzduch		Vlastní frekvence voda		Součinitele snížení vlastní frekvence	
	Frekvence [Hz]		Frekvence [Hz]		Frekvence [Hz]		voda – vakuum	voda – vzduch
B3a0,5 – 0,5	$f_{VA1A3}$	110,058	$f_{VZ1B3a0,5}$	109,8548	$f_{VO1B3a0,5}$	55,5403	0,504646	0,505579
B3a1 – 1			$f_{VZ1B3a1}$	109,9378	$f_{VO1B3a1}$	66,7576	0,606567	0,607231
B3a2 - 2			$f_{VZ1B3a2}$	109,9823	$f_{VO1B3a2}$	76,3663	0,693873	0,694351
B3a3 – 3			$f_{VZ1B3a3}$	109,9973	$f_{VO1B3a3}$	80,8928	0,735002	0,735407
B3a4 – 4			$f_{VZ1B3a4}$	110,0057	$f_{VO1B3a4}$	83,5917	0,759524	0,759885
B3a – 5			$f_{VZ1B3a}$	110,0104	$f_{VO1B3a}$	85,4069	0,776017	0,776353
B3b – 10			$f_{VZ1B3b}$	110,0210	$f_{VO1B3b}$	89,6902	0,814936	0,815210
B3c – 15			$f_{VZ1B3c}$	110,0250	$f_{VO1B3c}$	91,4203	0,830656	0,830905
B3d – 20			$f_{VZ1B3d}$	110,0270	$f_{VO1B3d}$	92,3727	0,839309	0,839546
B3e – 25			$f_{VZ1B3e}$	110,0284	$f_{VO1B3e}$	92,9756	0,844787	0,845015
B3f – 30			$f_{VZ1B3f}$	110,0291	$f_{VO1B3f}$	93,3880	0,848534	0,848757
B3g - 35			$f_{VZ1B3g}$	110,0301	$f_{VO1B3g}$	93,6852	0,851235	0,851451
B3h – 40			$f_{VZ1B3h}$	110,0304	$f_{VO1B3h}$	93,9055	0,853236	0,853451
B3ch - 45			$f_{VZ1B3ch}$	110,0384	$f_{VO1B3ch}$	94,0846	0,854864	0,855016



Graf 40 Součinitelé vlivu vodního prostředí pro lopatku s torzní tyčí  $d = 14$  mm

Tabulka 22 Součinitelé snížení vlastních frekvencí pro torzní tyč  $d = 18$  mm

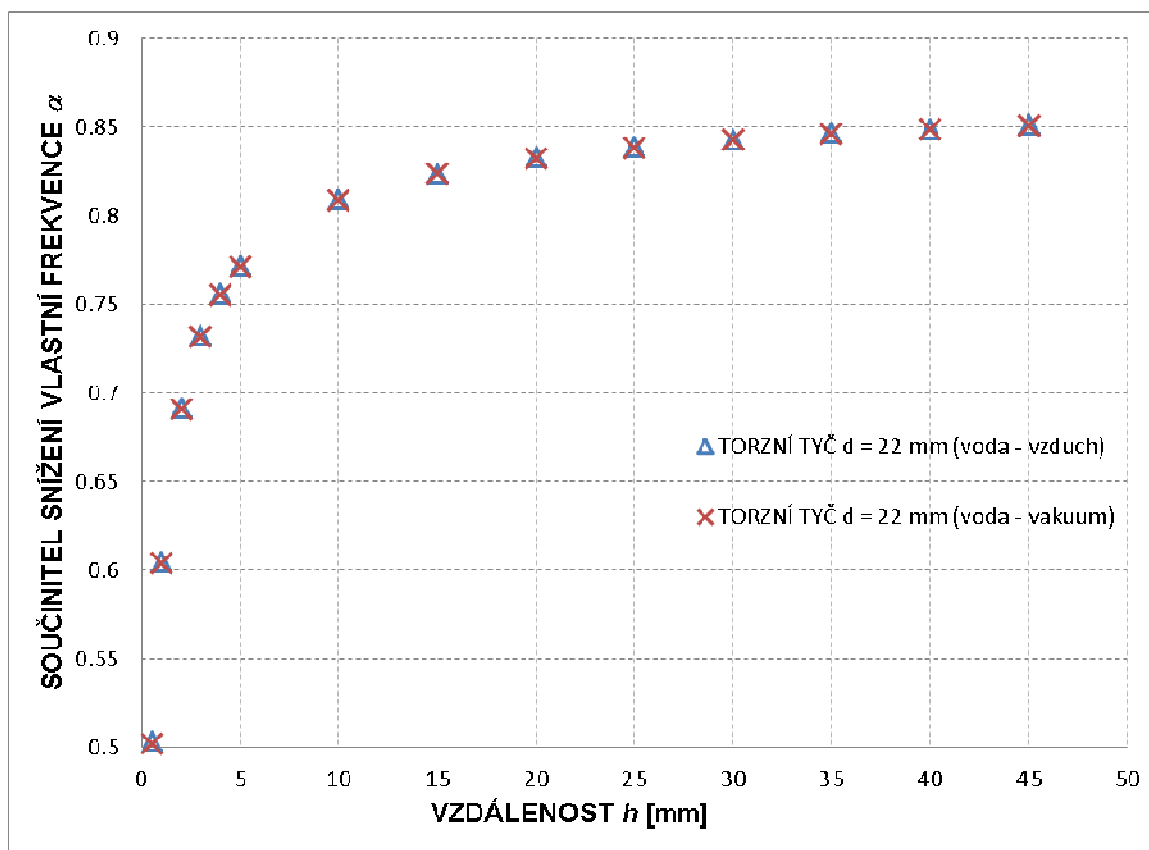
Označení úlohy – vzdálenost $h_i$	Vlastní frekvence vakuum		Vlastní frekvence vzduch		Vlastní frekvence voda		Součinitele snížení vlastní frekvence	
	Frekvence [Hz]		Frekvence [Hz]		Frekvence [Hz]		voda – vakuum	voda – vzduch
B4a0,5 – 0,5	$f_{VA1A4}$	173,475	$f_{VZ1B4a0,5}$	173,1650	$f_{VO1B4a0,5}$	87,3898	0,503760	0,504662
B4a1 – 1			$f_{VZ1B4a1}$	173,2970	$f_{VO1B4a1}$	105,0788	0,605729	0,606351
B4a2 - 2			$f_{VZ1B4a2}$	173,3674	$f_{VO1B4a2}$	120,2261	0,693046	0,693476
B4a3 – 3			$f_{VZ1B4a3}$	173,3922	$f_{VO1B4a3}$	127,3582	0,734159	0,734509
B4a4 – 4			$f_{VZ1B4a4}$	173,4065	$f_{VO1B4a4}$	131,6296	0,758781	0,759081
B4a – 5			$f_{VZ1B4a}$	173,4130	$f_{VO1B4a}$	134,4689	0,775149	0,775426
B4b – 10			$f_{VZ1B4b}$	173,4303	$f_{VO1B4b}$	141,2257	0,814098	0,814308
B4c – 15			$f_{VZ1B4c}$	173,4363	$f_{VO1B4c}$	143,9645	0,829886	0,830071
B4d – 20			$f_{VZ1B4d}$	173,4397	$f_{VO1B4d}$	145,4775	0,838608	0,838779
B4e – 25			$f_{VZ1B4e}$	173,4419	$f_{VO1B4e}$	146,4381	0,844145	0,844306
B4f – 30			$f_{VZ1B4f}$	173,4430	$f_{VO1B4f}$	147,0963	0,847939	0,848096
B4g - 35			$f_{VZ1B4g}$	173,4438	$f_{VO1B4g}$	147,5708	0,850675	0,850828
B4h – 40			$f_{VZ1B4h}$	173,4449	$f_{VO1B4h}$	147,9242	0,852712	0,852860
B4ch - 45			$f_{VZ1B4ch}$	173,4501	$f_{VO1B4ch}$	148,2132	0,854378	0,854501



Graf 41 Součinitelé vlivu vodního prostředí pro lopatku s torzní tyčí  $d = 18$  mm

Tabulka 23 Součinitelé snížení vlastních frekvencí pro torzní tyč  $d = 22$  mm

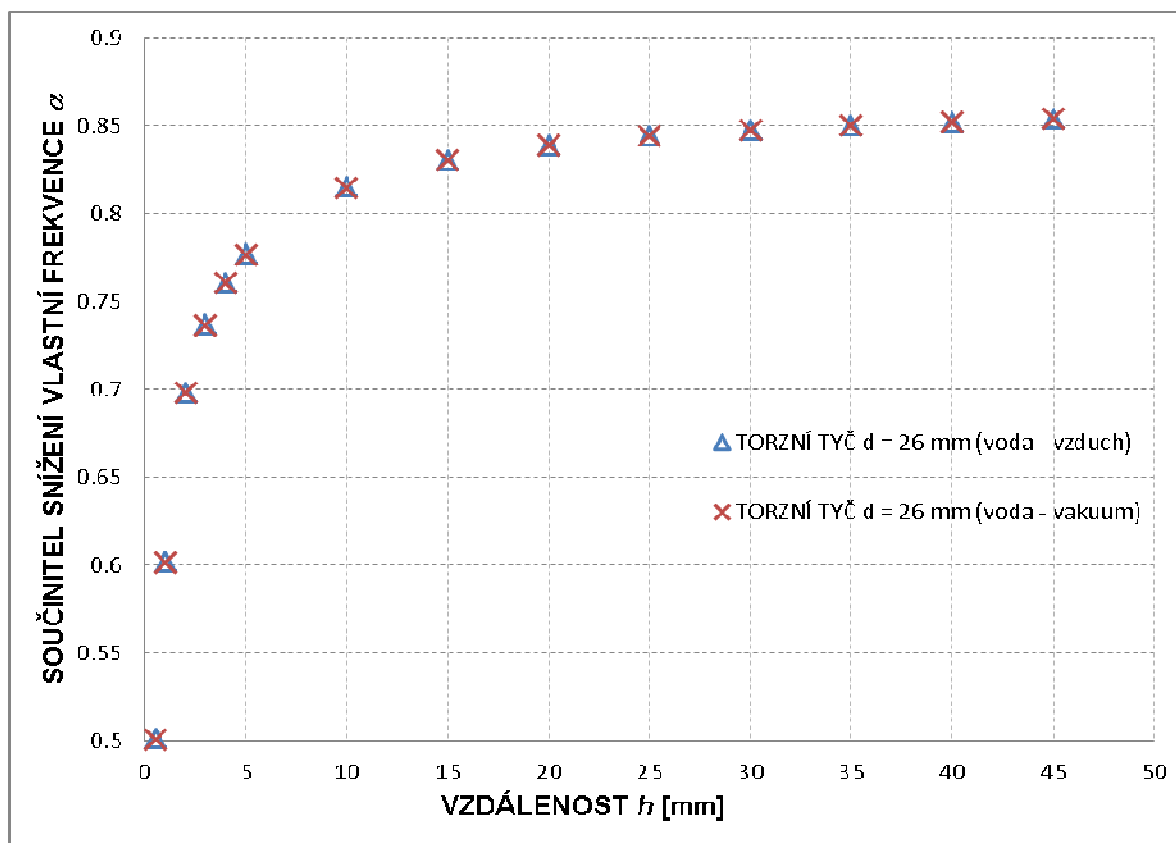
Označení úlohy – vzdálenost $h_i$	Vlastní frekvence vakuum		Vlastní frekvence vzduch		Vlastní frekvence voda		Součinitele snížení vlastní frekvence	
	Frekvence [Hz]		Frekvence [Hz]		Frekvence [Hz]		voda – vakuum	voda – vzduch
B5a0,5 – 0,5	$f_{VA1A5}$	240,647	$f_{VZ1B5a0,5}$	240,0994	$f_{VO1B5a0,5}$	120,8435	0,502161	0,503306
B5a1 – 1			$f_{VZ1B5a1}$	240,2853	$f_{VO1B5a1}$	145,3611	0,604043	0,604952
B5a2 – 2			$f_{VZ1B5a2}$	240,3849	$f_{VO1B5a2}$	166,2676	0,690919	0,691672
B5a3 – 3			$f_{VZ1B5a3}$	240,4208	$f_{VO1B5a3}$	176,0106	0,731406	0,732094
B5a4 – 4			$f_{VZ1B5a4}$	240,4431	$f_{VO1B5a4}$	181,8057	0,755487	0,756128
B5a – 5			$f_{VZ1B5a}$	240,4525	$f_{VO1B5a}$	185,6035	0,771269	0,771893
B5b – 10			$f_{VZ1B5b}$	240,4811	$f_{VO1B5b}$	194,5092	0,808276	0,808834
B5c – 15			$f_{VZ1B5c}$	240,4926	$f_{VO1B5c}$	198,1424	0,823374	0,823902
B5d – 20			$f_{VZ1B5d}$	240,4987	$f_{VO1B5d}$	200,2517	0,832139	0,832652
B5e – 25			$f_{VZ1B5e}$	240,5001	$f_{VO1B5e}$	201,6835	0,838089	0,8386
B5f – 30			$f_{VZ1B5f}$	240,5040	$f_{VO1B5f}$	202,7390	0,842475	0,842976
B5g – 35			$f_{VZ1B5g}$	240,5041	$f_{VO1B5g}$	203,5443	0,845821	0,846324
B5h – 40			$f_{VZ1B5h}$	240,5069	$f_{VO1B5h}$	204,1758	0,848445	0,848939
B5ch – 45			$f_{VZ1B5ch}$	240,5317	$f_{VO1B5ch}$	204,7023	0,850633	0,851041



Graf 42 Součinitelé vlivu vodního prostředí pro lopatku s torzní tyčí  $d = 22$  mm

Tabulka 24 Součinitelé snížení vlastních frekvencí pro torzní tyč  $d = 26$  mm

Označení úlohy – vzdálenost $h_i$	Vlastní frekvence vakuum		Vlastní frekvence vzduch		Vlastní frekvence voda		Součinitele snížení vlastní frekvence	
	Frekvence [Hz]		Frekvence [Hz]		Frekvence [Hz]		voda – vakuum	voda – vzduch
B6a0,5 – 0,5	$f_{VA1A6}$	303,872	$f_{VZ1B6a0,5}$	303,2869	$f_{VO1B6a0,5}$	152,1285	0,500633	0,501599
B6a1 – 1			$f_{VZ1B6a1}$	303,5260	$f_{VO1B6a1}$	182,7964	0,601557	0,602243
B6a2 - 2			$f_{VZ1B6a2}$	303,6570	$f_{VO1B6a2}$	212,0526	0,697835	0,698329
B6a3 – 3			$f_{VZ1B6a3}$	303,6996	$f_{VO1B6a3}$	223,7192	0,736228	0,736646
B6a4 – 4			$f_{VZ1B6a4}$	303,7280	$f_{VO1B6a4}$	231,0300	0,760287	0,760648
B6a – 5			$f_{VZ1B6a}$	303,7420	$f_{VO1B6a}$	235,9344	0,776427	0,776759
B6b – 10			$f_{VZ1B6b}$	303,7804	$f_{VO1B6b}$	247,5723	0,814726	0,814971
B6c – 15			$f_{VZ1B6c}$	303,7934	$f_{VO1B6c}$	252,2427	0,830095	0,830310
B6d – 20			$f_{VZ1B6d}$	303,8021	$f_{VO1B6d}$	254,8013	0,838515	0,838708
B6e – 25			$f_{VZ1B6e}$	303,8028	$f_{VO1B6e}$	256,4102	0,843810	0,844002
B6f – 30			$f_{VZ1B6f}$	303,8070	$f_{VO1B6f}$	257,5104	0,847430	0,847612
B6g - 35			$f_{VZ1B6g}$	303,8070	$f_{VO1B6g}$	258,2980	0,850022	0,850204
B6h – 40			$f_{VZ1B6h}$	303,8129	$f_{VO1B6h}$	258,8855	0,851956	0,852121
B6ch - 45			$f_{VZ1B6ch}$	303,8456	$f_{VO1B6ch}$	259,3700	0,853550	0,853624



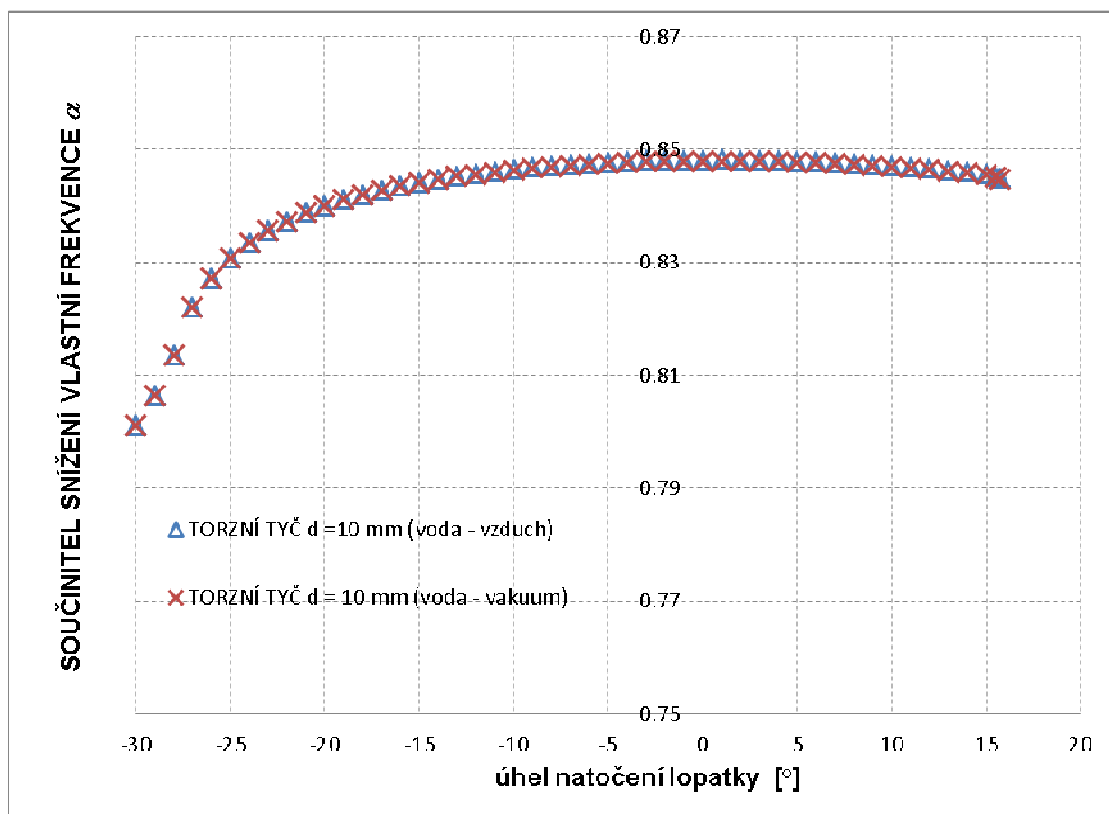
Graf 43 Součinitelé vlivu vodního prostředí pro lopatku s torzní tyčí  $d = 26$  mm



Tabulka 25 Součinitele snížení vlastních frekvencí pro torzní tyč  $d = 10$  mm,  $h_{25} = 25$  mm, různé alfa  $\alpha$

Označení úlohy – natočení $\alpha$	Vlastní frekvence vakuum		Vlastní frekvence vzduch		Vlastní frekvence voda		Součinitele snížení vlastní frekvence	
	Frekvence [Hz]		Frekvence [Hz]		Frekvence [Hz]		voda – vakuum	voda – vzduch
B2e - $\alpha+15,75$	$f_{VA1A2}$	57,632	$f_{\alpha+15,75VZ1B2e}$	57,6113	$f_{\alpha+15,75VO1B2e}$	46,1484	0,844689	0,8449
B2e - $\alpha+15,5$			$f_{\alpha+15,5VZ1B2e}$	57,6122	$f_{\alpha+15,5VO1B2e}$	46,4583	0,845098	0,845306
B2e - $\alpha+15$			$f_{\alpha+15VZ1B2e}$	57,6132	$f_{\alpha+15VO1B2e}$	46,8744	0,845509	0,8457
B2e - $\alpha+14$			$f_{\alpha+14VZ1B2e}$	57,6146	$f_{\alpha+14VO1B2e}$	47,3602	0,845811	0,846021
B2e - $\alpha+13$			$f_{\alpha+13VZ1B2e}$	57,6155	$f_{\alpha+13VO1B2e}$	47,6558	0,846131	0,846339
B2e - $\alpha+12$			$f_{\alpha+12VZ1B2e}$	57,6158	$f_{\alpha+12VO1B2e}$	47,8618	0,84642	0,846628
B2e - $\alpha+11$			$f_{\alpha+11VZ1B2e}$	57,6163	$f_{\alpha+11VO1B2e}$	48,0184	0,846682	0,846888
B2e - $\alpha+10$			$f_{\alpha+10VZ1B2e}$	57,6166	$f_{\alpha+10VO1B2e}$	48,1421	0,846922	0,847128
B2e - $\alpha+9$			$f_{\alpha+9VZ1B2e}$	57,6172	$f_{\alpha+9VO1B2e}$	48,2430	0,84714	0,847346
B2e - $\alpha+8$			$f_{\alpha+8VZ1B2e}$	57,6171	$f_{\alpha+8VO1B2e}$	48,3272	0,847323	0,847531
B2e - $\alpha+7$			$f_{\alpha+7VZ1B2e}$	57,6171	$f_{\alpha+7VO1B2e}$	48,3991	0,847493	0,847696
B2e - $\alpha+6$			$f_{\alpha+6VZ1B2e}$	57,6176	$f_{\alpha+6VO1B2e}$	48,4614	0,847632	0,847835
B2e - $\alpha+5$			$f_{\alpha+5VZ1B2e}$	57,6176	$f_{\alpha+5VO1B2e}$	48,5155	0,847746	0,847952
B2e - $\alpha+4$			$f_{\alpha+4VZ1B2e}$	57,6190	$f_{\alpha+4VO1B2e}$	48,5629	0,847836	0,848041
B2e - $\alpha+3$			$f_{\alpha+3VZ1B2e}$	57,6178	$f_{\alpha+3VO1B2e}$	48,6049	0,847902	0,848107
B2e - $\alpha+2$			$f_{\alpha+2VZ1B2e}$	57,6179	$f_{\alpha+2VO1B2e}$	48,6421	0,847949	0,848154
B2e - $\alpha+1$			$f_{\alpha+1VZ1B2e}$	57,6165	$f_{\alpha+1VO1B2e}$	48,6741	0,847966	0,848174
B2e - $\alpha 0$			$f_{\alpha 0VZ1B2e}$	57,6180	$f_{\alpha 0VO1B2e}$	48,7042	0,847956	0,848162
B2e - $\alpha-1$			$f_{\alpha-1VZ1B2e}$	57,6182	$f_{\alpha-1VO1B2e}$	48,7308	0,847932	0,848129
B2e - $\alpha-2$			$f_{\alpha-2VZ1B2e}$	57,6179	$f_{\alpha-2VO1B2e}$	48,7537	0,847871	0,848071
B2e - $\alpha-3$			$f_{\alpha-3VZ1B2e}$	57,6180	$f_{\alpha-3VO1B2e}$	48,7743	0,847782	0,847987
B2e - $\alpha-4$			$f_{\alpha-4VZ1B2e}$	57,6184	$f_{\alpha-4VO1B2e}$	48,7930	0,847671	0,847873
B2e - $\alpha-5$			$f_{\alpha-5VZ1B2e}$	57,6184	$f_{\alpha-5VO1B2e}$	48,8088	0,847526	0,847729
B2e - $\alpha-6$			$f_{\alpha-6VZ1B2e}$	57,6182	$f_{\alpha-6VO1B2e}$	48,8224	0,847352	0,847555
B2e - $\alpha-7$	$f_{\alpha-7VZ1B2e}$	57,6182	$f_{\alpha-7VO1B2e}$	48,8346	0,84714	0,847343		
B2e - $\alpha-8$	$f_{\alpha-8VZ1B2e}$	57,6182	$f_{\alpha-8VO1B2e}$	48,8446	0,846904	0,847104		
B2e - $\alpha-9$	$f_{\alpha-9VZ1B2e}$	57,6183	$f_{\alpha-9VO1B2e}$	48,8530	0,84663	0,84683		
B2e - $\alpha-10$	$f_{\alpha-10VZ1B2e}$	57,6181	$f_{\alpha-10VO1B2e}$	48,8594	0,846306	0,846512		
B2e - $\alpha-11$	$f_{\alpha-11VZ1B2e}$	57,6184	$f_{\alpha-11VO1B2e}$	48,8645	0,845948	0,846155		
B2e - $\alpha-12$	$f_{\alpha-12VZ1B2e}$	57,6186	$f_{\alpha-12VO1B2e}$	48,8680	0,845551	0,845754		

B2e - $\alpha$ -13	$f_{VA1A2}$	57,632	$f_{\alpha-13VZ1B2e}$	57,6180	$f_{\alpha-13VO1B2e}$	48,8694	0,84509	0,845295
B2e - $\alpha$ -14			$f_{\alpha-14VZ1B2e}$	57,6179	$f_{\alpha-14VO1B2e}$	48,8700	0,844567	0,844794
B2e - $\alpha$ -15			$f_{\alpha-15VZ1B2e}$	57,6181	$f_{\alpha-15VO1B2e}$	48,8690	0,844012	0,844219
B2e - $\alpha$ -16			$f_{\alpha-16VZ1B2e}$	57,6181	$f_{\alpha-16VO1B2e}$	48,8663	0,843367	0,843574
B2e - $\alpha$ -17			$f_{\alpha-17VZ1B2e}$	57,6181	$f_{\alpha-17VO1B2e}$	48,8625	0,842638	0,842828
B2e - $\alpha$ -18			$f_{\alpha-18VZ1B2e}$	57,6180	$f_{\alpha-18VO1B2e}$	48,8573	0,841815	0,842026
B2e - $\alpha$ -19			$f_{\alpha-19VZ1B2e}$	57,6182	$f_{\alpha-19VO1B2e}$	48,8507	0,840877	0,841087
B2e - $\alpha$ -20			$f_{\alpha-20VZ1B2e}$	57,6182	$f_{\alpha-20VO1B2e}$	48,8427	0,839796	0,840013
B2e - $\alpha$ -21			$f_{\alpha-21VZ1B2e}$	57,6178	$f_{\alpha-21VO1B2e}$	48,8329	0,838548	0,838765
B2e - $\alpha$ -22			$f_{\alpha-22VZ1B2e}$	57,6180	$f_{\alpha-22VO1B2e}$	48,8224	0,837087	0,837302
B2e - $\alpha$ -23			$f_{\alpha-23VZ1B2e}$	57,6180	$f_{\alpha-23VO1B2e}$	48,8098	0,835336	0,83556
B2e - $\alpha$ -24			$f_{\alpha-24VZ1B2e}$	57,6180	$f_{\alpha-24VO1B2e}$	48,7960	0,83319	0,833417
B2e - $\alpha$ -25			$f_{\alpha-25VZ1B2e}$	57,6179	$f_{\alpha-25VO1B2e}$	48,7809	0,830473	0,830706
B2e - $\alpha$ -26			$f_{\alpha-26VZ1B2e}$	57,6178	$f_{\alpha-26VO1B2e}$	48,7642	0,826898	0,827135
B2e - $\alpha$ -27			$f_{\alpha-27VZ1B2e}$	57,6177	$f_{\alpha-27VO1B2e}$	48,7458	0,821769	0,822017
B2e - $\alpha$ -28			$f_{\alpha-28VZ1B2e}$	57,6208	$f_{\alpha-28VO1B2e}$	48,7284	0,81334	0,813605
B2e - $\alpha$ -29			$f_{\alpha-29VZ1B2e}$	57,6178	$f_{\alpha-29VO1B2e}$	48,7047	0,80612	0,806397
B2e - $\alpha$ -30			$f_{\alpha-30VZ1B2e}$	57,6176	$f_{\alpha-30VO1B2e}$	48,6811	0,800743	0,80103



Graf 43 Součinitelé vlivu vodního prostředí pro lopatku s torzní tyčí  $d = 26$  mm

#### 5.4.6.4 Závěry

Výsledky výpočtů vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitu lopatky s torzními tyčemi o různých průměrech a různých vzdálenostech lopatky od lyže jsou znázorněny a vypsány v předešlých kapitolách. Vlastní frekvence prvního torzního tvaru lopatky se zvětšuje se zvětšováním průměrů torzních tyčí, což je pochopitelné, protože se mění torzní tuhost analyzované soustavy. Pro případ kmitání v tekutině se měnili i vlastní frekvence pro stejné průměry torzní tyče v závislosti na vzdálenosti i natočení lopatky.

Potvrzuje se silné ovlivnění vlastních frekvencí vodním prostředím. Vlastní frekvence lopatky kmitající ve vodě jsou v důsledku účinku přídavné hmotnosti spolukmitající vody nižší než odpovídající frekvence kmitání na vzduchu. Platí, že  $f_{voda} = \alpha \cdot f_{vzduch}$ , nebo  $f_{voda} = \alpha \cdot f_{vakuum}$ , kde  $0 < \alpha < 1$ .

V případě lopatky ve zkušebním zařízení závisí velikost součinitele snížení vlastní frekvence prvního torzního tvaru kmitání na vzdálenosti lopatky od lyže a natočením lopatky. V předchozí kapitole jsou v tabulkách uvedeny součinitele snížení vlastních frekvencí vlivem spolupůsobící hmotnosti vody.

Z výsledků výpočtů vyplývá, že součinitel snížení vlastní frekvence  $\alpha$  je přibližně v rozmezí od 0,5 do 0,86 pro všechny torzní tyče v závislosti na vzdálenosti lopatky od lyže a natočení lopatky.

Výsledné vlastní frekvence dle měření [38] jsou pro lopatku ve vodě s torzní tyčí  $d = 10$  mm ve vzdálenosti  $h = 10$  a 25 mm přibližně  $f = 40$  Hz (dle výpočtu je rozmezí od 29,1104 Hz do 49,2826 Hz),  $d = 14$  mm ve vzdálenosti  $h = 10$  mm jsou dvě, první je přibližně  $f_1 = 70$  Hz a druhá je  $f_2 = 78$  Hz (dle výpočtu je rozmezí od 55,5403 Hz do 94,0846 Hz) a  $d = 18$  mm ve vzdálenosti  $h = 45$  mm přibližně  $f = 132$  Hz (dle výpočtu je rozmezí od 87,3898 Hz do 148,2132 Hz). Další lopatky s torzními tyčemi nejsou vyhodnoceny a to z důvodu, že torzní tyč o průměru  $d = 6$  mm při zkouškách praskla a kmitání lopatky s torzními tyčemi o průměrech  $d = 22$  a 26 mm již bylo mimo rozsah měřící aparatury (do 200 Hz). Rozdíly mezi vypočítanými a změřenými hodnotami mohou být způsobeny zjednodušením okrajových podmínek při neznalosti tuhostí a tlumení vazeb. Dále ve zprávě z experimentu není zdokumentováno úhlové natočení lopatky, spád na lopatku a průtok měřícím zařízením čímž by se měnilo zatížení ložisek a tím by se měnila i jejich tuhost. Dle zprávy z experimentu se lopatka natáčela se současnou manipulací spádu a průtoku dokud nezačala kmitat. Z tohoto důvodu nelze určit při jakém natočení lopatky byly naměřeny výsledné frekvence kmitání lopatek. Změřené hodnoty vlastních frekvencí jsou vždy uvnitř spočítaného rozmezí vypočítaných vlastních frekvencí pro daný typ torzní tyče.

## 6 Aplikace nepřímé metody řešení kmitání konstrukce v interakci s kapalinou

### 6.1 Propojení programů CFX – MECHANICAL uživatelsky vytvořeným rozhraním – 1-WAY FSI – statické výpočty

V této kapitole jsou popsány postupy a reálné příklady výpočtů napětí a deformací oběžného kola přečerpávací vodní turbíny PVE Dlouhé Stráně a již dříve zmíněné rozváděcí lopatky při přenosu tlakových zatížení z výpočtů proudění programem ANSYS CFX do programu ANSYS MECHANICAL (WORKBENCH) pomocí uživatelsky vytvořených maker, v kterém je provedena napěťová a deformační analýza. Tyto stacionární výpočty slouží pro pevnostní kontrolu oběžných kol a dalších vodohospodářských konstrukcí a výsledné napjatosti v konstrukcích slouží jako jedny ze vstupních hodnot pro posouzení statické pevnosti a odhad životnosti řešené konstrukce. Jedná se tzv. o stacionární jednocestné FSI (1-WAY FSI). Pro všechny uvedené příklady modelování proudění byl použit program ANSYS CFX. Tento komerční program řeší nelineární diferenciální rovnice proudění metodou konečných objemů. Všechny dříve uvedené pohybové rovnice jsou řešeny společně s rovnicí kontinuity pro nestlačitelné proudění. Řešení všech úloh bylo provedeno jako stacionární. Pro svou jednoduchost a menší náročnost na konečně objemovou síť byl zvolen turbulentní model  $k-\varepsilon$  viz kapitola 4.3.7.1 (popis turbulentního modelu  $k-\varepsilon$ ), který pro vyšší hodnoty  $Re$  dává dostatečně přesné výsledky. Velikost sítě byla volena tak, aby byl splněn parametr  $y^+$  větší než 30 pro správné fungování stěnové funkce. Velký důraz byl kladen na správné zvolení okrajových podmínek, které jsou verifikovány experimenty na modelech turbín. Jako vstupní podmínka je zadána kolmá vstupní složka rychlosti na vstupní profil potrubí, čemuž pro různé typy turbín odpovídá daný průtok. Výstupní okrajová podmínka je zadána jako okrajová podmínka konstantního statického tlaku  $p_s$  v celém průřezu. Na stěnách jednotlivých částí průtočného profilu vodní turbíny se předpokládá ulpívání kapaliny a tudíž nulové složky rychlosti. Tato okrajová podmínka výrazně ovlivňuje zkoumaný problém. Mezi další parametry patří drsnost stěny a zadává se pomocí ekvivalentní drsnosti pískového zrna. Pro naše výpočty byla drsnost nulová. Jako proudící médium byla uvažována voda. Proudění bylo vždy modelováno jako nestlačitelné. Výpočtový model proudící kapaliny se skládá z jednotlivých částí, jako jsou spirála (kompletní), rozváděč (kompletní), oběžné kolo (pouze jeden kanál – využito okrajové podmínky symetrie), kužel savky (kompletní), kužel savky (kompletní). Výpočtový model proudící kapaliny byl vždy počítán v modelovém měřítku (velikost, otáčky, spád  $\rightarrow$  krouticí moment a výkon soustrojí). Pro přenos tlakového zatížení jsou vytvořeny v ANSYS Parametric Design Language (APDL) makra pro přenos povrchové sítě konečných prvků zatížené tlakem, z programu ANSYS MECHANICAL souborem ve formátu \*.cdb. Soubor

s povrchovou sítí konečných prvků se poté načte do ANSYS CFX a přiřadí se dané komponentě, z které má být přeneseno tlakové zatížení na povrchovou síť konečných prvků. Dále se z ANSYS CFX zpětně vyexportuje soubor ve formátu \*.sfe ve které je uvedeno tlakové zatížení povrchových konečných prvků pro napětově deformační analýzu. Tyto tlaky jsou v modelovém měřítku a proto je třeba tyto tlaky a velikost dle afinních vztahů převést na prototypové velikosti. Po načtení souborů s tlakovým zatížením převedených na prototypové velikosti je provedena napětově deformační analýza v programu ANSYS MECHANICAL, jejichž výsledky slouží pro další analýzy mezních stavů statické pevnosti, použitelnosti a únavové pevnosti. Kontrola správnosti přenosu tlakových zatížení spočívá v kontrole silových a momentových reakcí v okrajových podmínkách. Příklady vytvořených maker jsou přiloženy v Příloze 1. Pro stacionární výpočet rozváděcí lopatky na modelovém zařízení s lopatkou bude popis úlohy uveden v kapitole 6.1.2.

## 6.1.1 Výpočet napětí a deformací oběžného kola Francisovy reverzní turbíny PVE Dlouhé Stráně

### 6.1.1.1 Úvod

Analýza napětí a deformací byla provedena metodou konečných prvků výpočtovým programem ANSYS [1]. Ve všech zatěžovacích stavech byla uvažována vlastní tíha oběžného kola a odstředivé síly odpovídající zadaným otáčkám  $n$ .

Výpočet napětí a deformací nového devítílopatkového oběžného kola byl proveden z důvodu pevnostní kontroly a stanovení tzv. střední hodnoty napětí při provozu, pro odhad doby života oběžného kola. Dále zde byl zkoumán a vyhodnocen vliv jednotlivých složek zatížení oběžného kola.

#### Parametry oběžného kola

Oběžné kolo vodní reverzní Francisovy turbíny o průměru 4540 mm je složeno z věnce, náboje a 9 oběžných lopatek. Oběžné kolo je navrženo pro parametry uvedené v tabulce 26.

Tabulka 26 Parametry analyzovaného oběžného kola reverzní Francisovy turbíny

Uspořádání soustrojí	vertikální
Maximální výkon (turbínový provoz) $P_T$	351,603 MW
Maximální příkon (čerpadlový provoz)	313,099 MW
Provozní otáčky turbíny $n_P$	428,6 min <sup>-1</sup>
Průběžné ustálené otáčky turbíny $n_R$	620 min <sup>-1</sup>
Čistý spád (turbínový provoz) $H_T$	539,27 m
Čistý spád (čerpadlový provoz) $H_C$	496,58 m
Průtok (turbínový provoz) $Q_T$	74,728 m <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup>
Průtok (čerpadlový provoz) $Q_C$	57,153 m <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup>
Kroutící moment (turbínový provoz)	3 357 557,5 N·m
Kroutící moment (čerpadlový provoz)	2 989 874,4 N·m

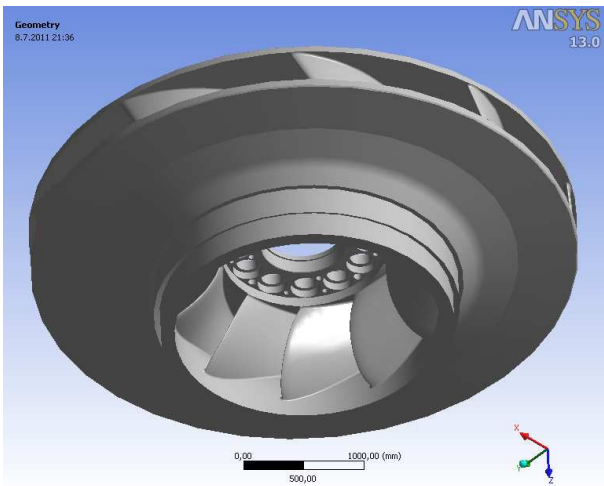
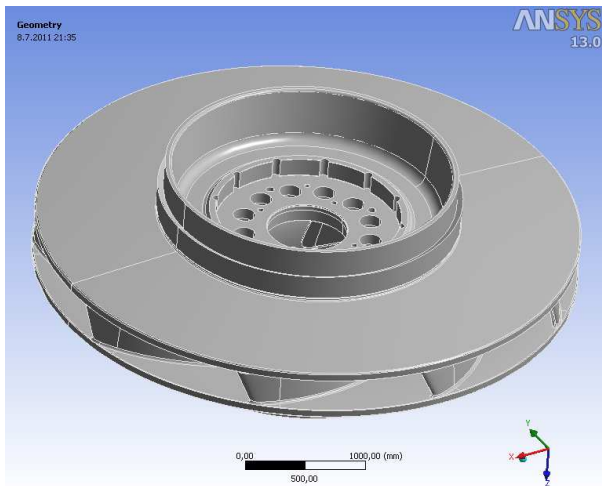
### 6.1.1.2 Výpočtový model řešené soustavy

Napěťová a deformační analýza metodou konečných prvků (MKP) byla provedena programem ANSYS Workbench 13. Geometrický model byl vytvořen v CAD systému ProEngineer. Oběžné kolo (věnec, náboj a 9 lopatek) je vyrobeno z nízkouhlíkové, martenzitické, korozivzdorné oceli GX4CrNi 13-4 dle ČSN EN 10283 s minimální mezí kluzu  $R_{p0.2} = 550$  MPa a minimální mezí pevnosti  $R_m = 750$  MPa. Hustota oceli oběžného kola je  $\rho = 7700$  kg·m<sup>-3</sup>. Při výpočtu byly použity standardní hodnoty fyzikálních veličin oceli: modul pružnosti  $E = 200\,000$  MPa a Poissonovo číslo  $\mu = 0,3$ . Statický výpočet byl proveden pro tři zatěžovací stavy a z toho zatěžovací stav 2 je označen jako srovnávací zatěžovací stav. V této kapitole jsou uvedeny pouze zatěžovací stavy turbínového provozu.

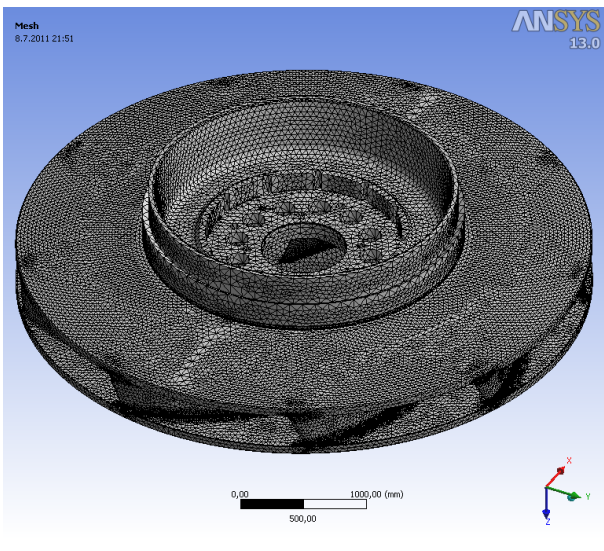
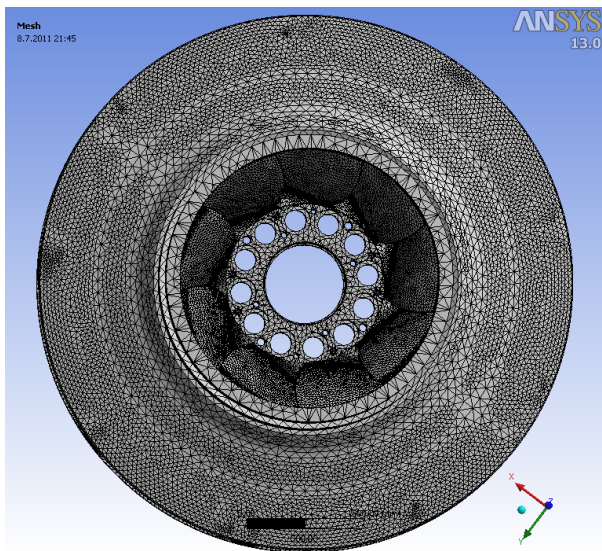
Oběžné kolo Francisovy reverzní turbíny je cyklicky symetrická konstrukce. Opakují se v něm tvarově stejné segmenty, z nichž každý obsahuje jednu lopatku a jednu nebo více děr pro spojovací šrouby. S využitím okrajových podmínek cyklické symetrie je možné ve většině úloh řešit jen jeden takový segment oběžného kola o středovém úhlu  $\varphi = 360/z_R$ , kde  $z_R$  je počet lopatek oběžného kola. V tomto případě nelze využít podmínek cyklické symetrie z důvodů nevhodného počtu děr pro šrouby a lopatek, proto bylo oběžné kolo počítáno jako celek.

Geometrie oběžného kola byla modelována v CAD programu ProEngineer. Úpravy geometrie oběžného kola nutné z hlediska optimalizace výpočtu byly provedeny v systému ANSYS v modulu DesignModeler. Úloha určení napětí a deformací oběžného kola byla řešena metodou konečných prvků programem ANSYS. Pro vytvoření sítě konečných prvků byly použity prostorové prvky SOLID187 s kvadratickou násadou. Úloha měla 1 354 047 konečných prvků lokalizovaných 2 067 592 uzly a vedla na soustavu 6 202 776 rovnic. Geometrický model je vykreslen na obrázku 84. Síť konečných prvků je na obrázku 85.

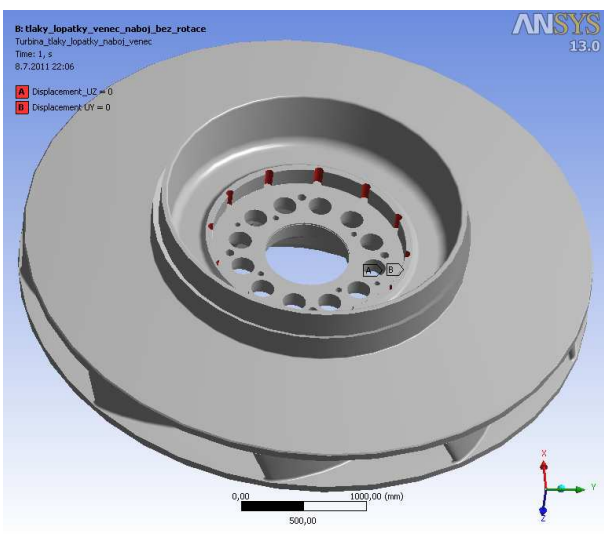
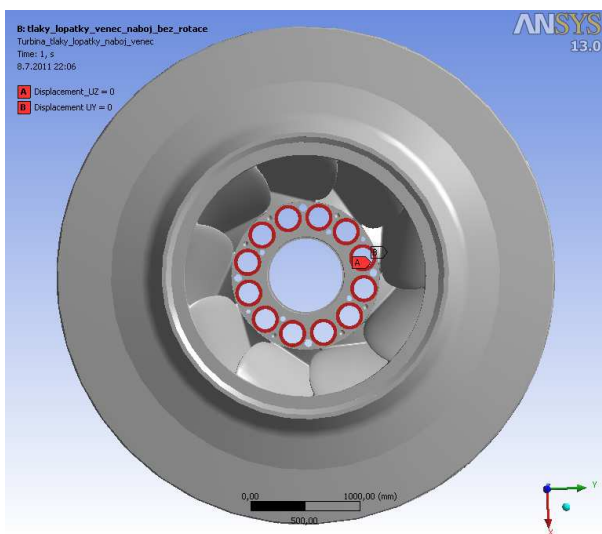
Okrajové podmínky pro všechny tři zatěžovací stavy jsou totožné. V uzlech na plochách pod hlavami šroubů (A) a v uzlech na válcových plochách děr pro kolíky (B) jsou zadány okrajové podmínky, které simulují vlastnosti šroubového spoje oběžného kola s hřídelí. Okrajové podmínky jsou znázorněny na obrázku 86.



Obr. 84 Geometrický model oběžného kola



Obr. 85 Síť konečných prvků



Obr. 86 Okrajové podmínky

Oběžné kolo bylo počítáno v turbínovém provozu pro následující zatěžovací stavy. V tabulce 27 jsou vypsány názvy zatěžovacích stavů a v tabulce 28 jsou uvedeny parametry jednotlivých zatěžovacích stavů.

Tabulka 27 Rozdělení zatěžovacích stavů

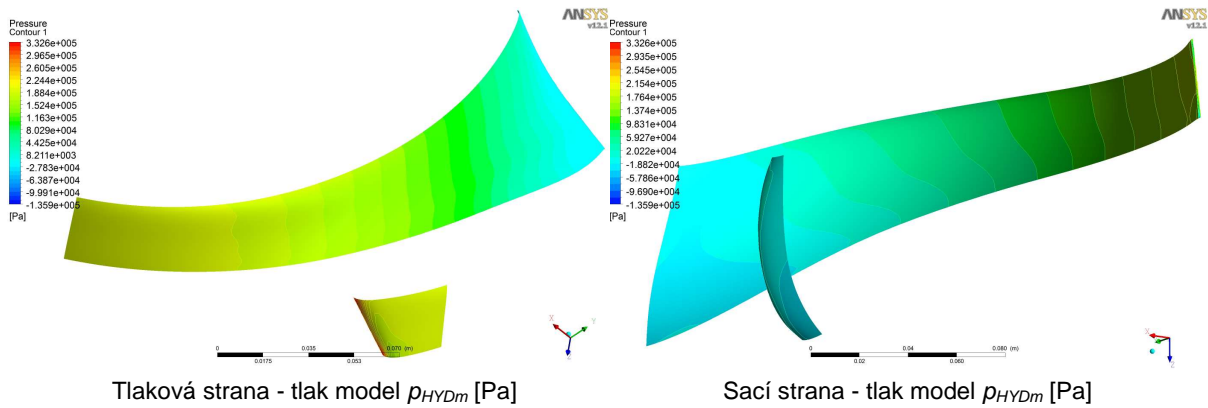
Číslo zatěžovacího stavu	Název zatěžovacího stavu
1	Turbínový provoz, maximální výkon a spád (CFX)
2	Turbínový provoz, maximální výkon a spád (rovnoměrně rozložený statický tlak) - srovnávací
3	Poruchové odstavení, průběžné otáčky

Tabulka 28 Parametry jednotlivých zatěžovacích stavů

Zatěžovací stav č.	spád $H$ [m]	průtok $Q$ [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ]	výkon $P$ [MW]	otáčky $n$ [ $\text{min}^{-1}$ ]
1	539,27	74,728	351,603	428,6
2	539,27	74,728	351,603	428,6
3	-	-	-	620,0

Ve všech zatěžovacích stavech byla uvažována vlastní tíha oběžného kola a odstředivé síly odpovídající zadaným otáčkám  $n$ . V zatěžovacím stavu 1 bylo navíc oběžné kolo zatíženo hydrodynamickými tlaky, které odpovídají danému provoznímu stavu. Rozložení hydrodynamických tlaků pro zatěžovací stav 1 bylo vypočteno CFD programem ANSYS CFX. S využitím souboru programů ANSYS Workbench a uživatelského rozhraní mezi ANSYS CFX a ANSYS MECHANICAL, byly tlaky interpolovány do bodů určených sítí konečných prvků a zapsány do souborů ve formátu, který umožňuje jejich načtení do programu ANSYS MECHANICAL. V zatěžovacím stavu 2 (dřívější postup výpočtů pro hodnocení statické pevnosti) bylo oběžné kolo Francisovy turbíny zatíženo konstantním tlakem na tlakových stranách lopatek oběžného kola (tlak vychází s výsledného výkonu na turbíny, konstantním tlakem na obtékaných vnitřních plochách náboje a věnce (tlak vychází ze spádu na turbínu) a tlaky na vnějších stranách náboje a věnce oběžného kola, který vychází z tlakových ztrát v labyrintech a ventilačních ztrát věnce a náboje. V zatěžovacím stavu 3 bylo zanedbáno zatížení relativně malými hydrodynamickými tlaky, z důvodu malého vlivu na výsledné deformace a napjatost oběžného kola. Rozložení hydrodynamických tlaků je pro zatěžovací stav 1 znázorněno na obrázcích 87 až 89.

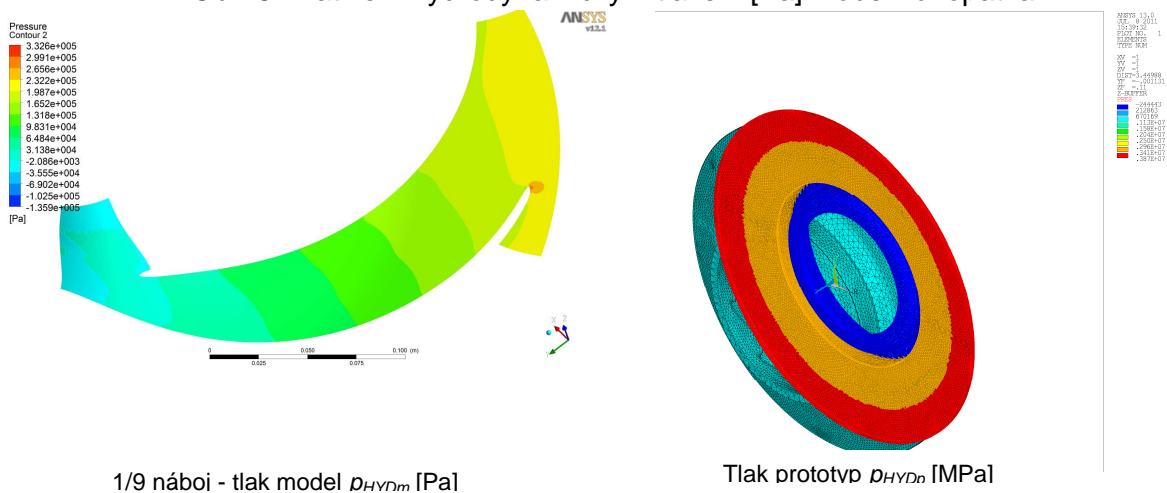




Tlaková strana - tlak model  $p_{HYDm}$  [Pa]

Sací strana - tlak model  $p_{HYDm}$  [Pa]

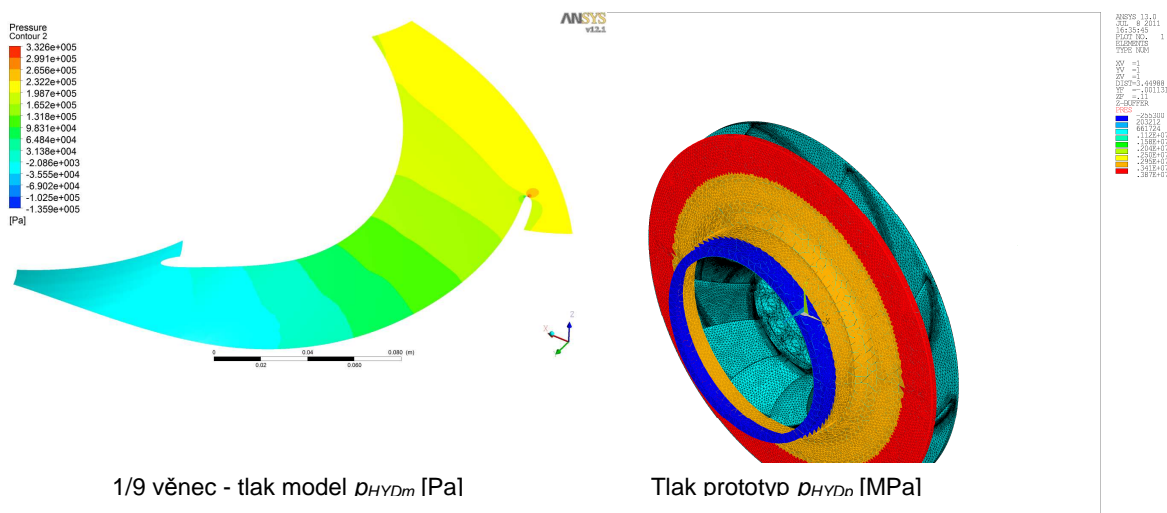
Obr. 87 Zatížení hydrodynamickým tlakem [Pa] – oběžná lopatka



1/9 náboj - tlak model  $p_{HYDm}$  [Pa]

Tlak prototypu  $p_{HYDn}$  [MPa]

Obr. 88 Zatížení hydrodynamickým tlakem [Pa] – náboj



1/9 věnec - tlak model  $p_{HYDm}$  [Pa]

Tlak prototypu  $p_{HYDn}$  [MPa]

Obr. 89 Zatížení hydrodynamickým tlakem [Pa] – věnec

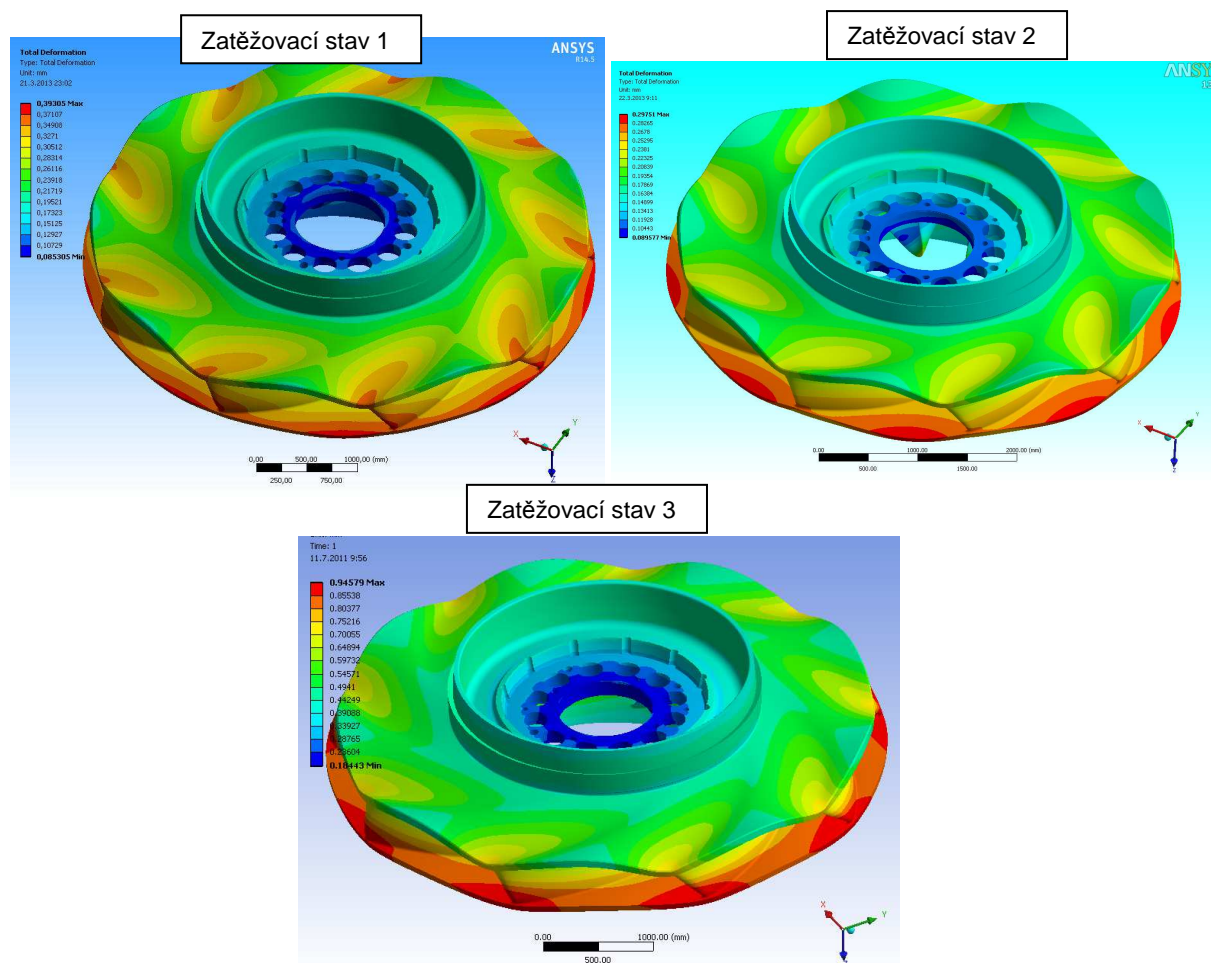
Všechna tlaková zatížení muse-li být přepočítány z modelové velikosti (v které byl proveden stacionární výpočet proudění) do prototypové velikosti – pomocí afinních vztahů [41].

### 6.1.1.3 Výsledky výpočtů

Oběžné kolo Francisovy turbíny bylo kontrolováno pro specifikované provozní režimy viz tabulky 27 a 28. Při výpočtech byly zjištěny absolutně nejvyšší napětí a deformace pro zatěžovací stav 3 – průběžné otáčky. Vypočtené výsledné přemístění oběžného kola jsou znázorněny pomocí izoploch na obrázku 90 (zat. stav 1,2 a 3). Výsledné přemístění se vypočítá dle vztahu  $U_{CE} = \sqrt{U_x^2 + U_y^2 + U_z^2}$ , kde  $U_x$ ,  $U_y$ ,  $U_z$  jsou přemístění ve směru os  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  souřadnicového systému, největší výsledná přemístění jsou uvedena v tabulce 29. Dále jsou v Tabulce 28 uvedeny vypočtené přemístění v radiálním směru  $U_R$  a vypočtené přemístění ve směru osy hřídele turbíny  $U_z$ .

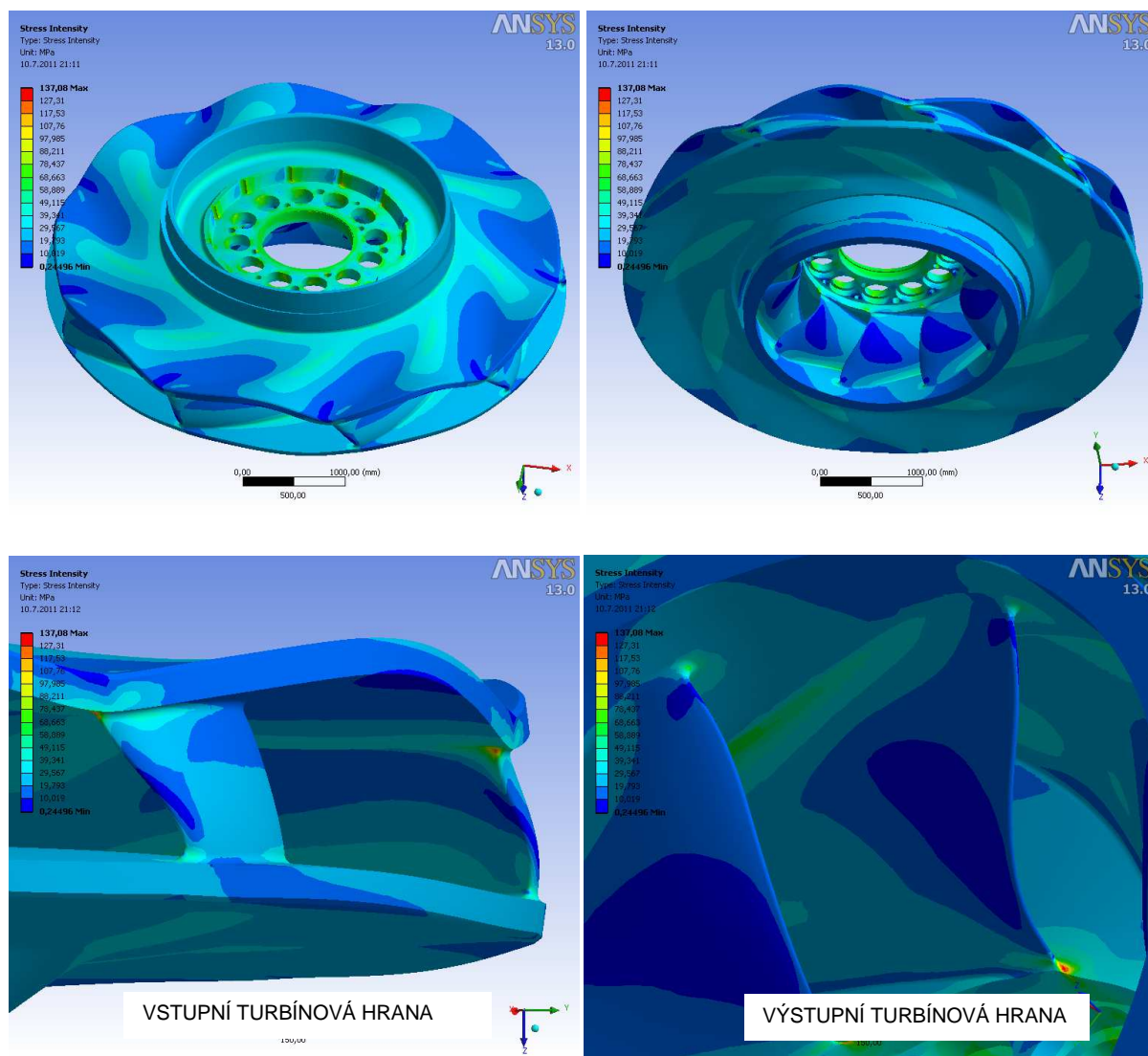
Tabulka 29 Vypočtené přemístění oběžného kola pro jednotlivé zatěžovací stavy

Zatěžovací stav č.	$U_{CEL}$ [mm]	$U_R$ [mm]	$U_z$ [mm]
1	0,3931	+0,0593 ÷ +0,2649	-0,0572 ÷ +0,3232
2	0,2975	-0,1064 ÷ +0,2526	-0,0939 ÷ +0,1616
3	0,9458	+0,1837 ÷ +0,6772	-0,2632 ÷ +0,6050

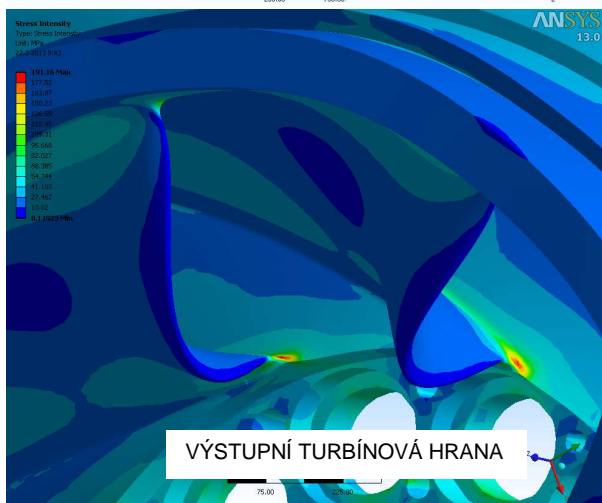
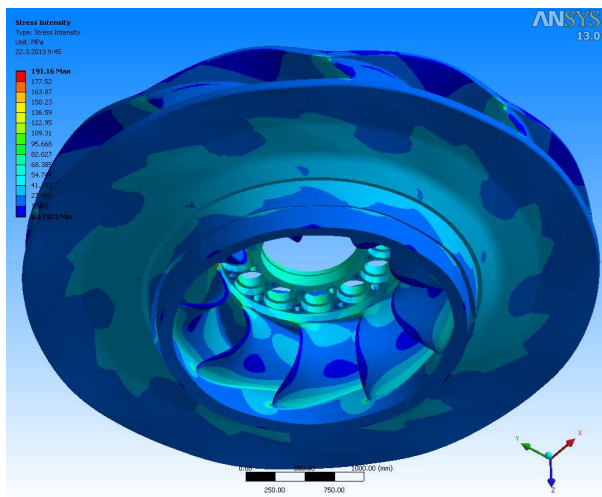
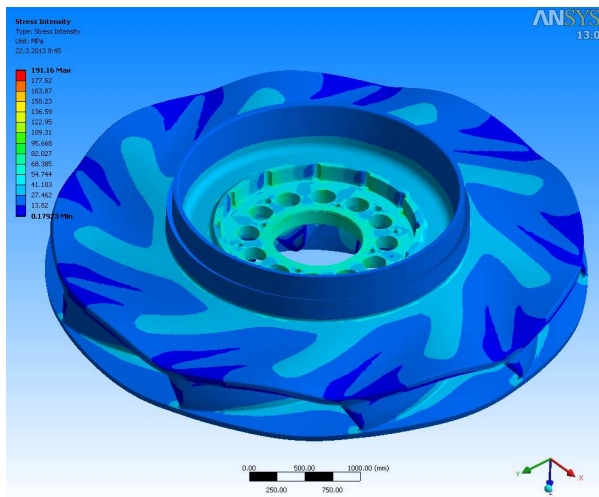


Obr. 90 Výsledné přemístění  $U_{CEL}$  – zat. stav 1,2 a 3

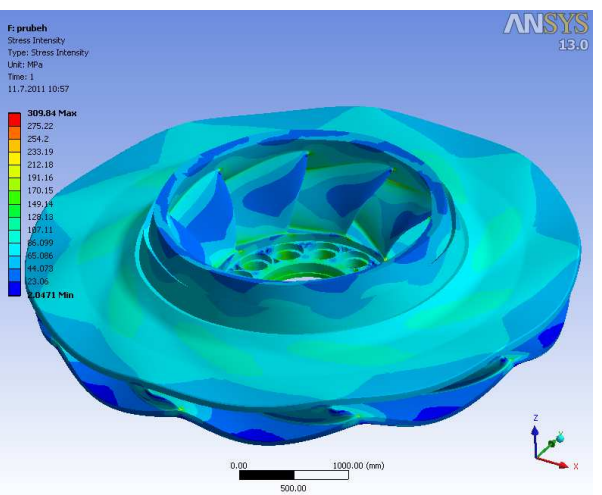
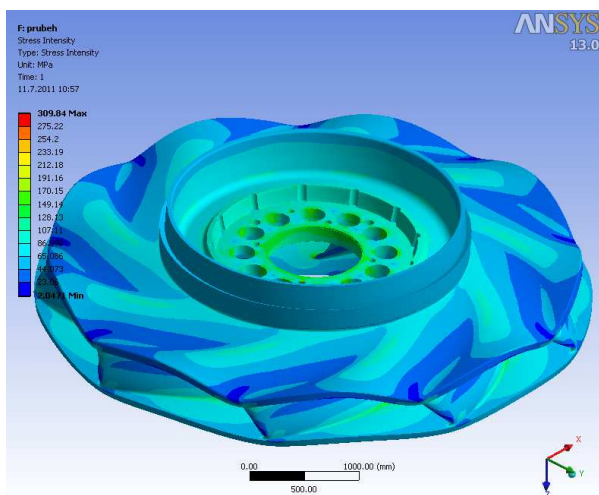
Vypočtené výsledné ekvivalentní napětí dle teorie maximálních smykových napětí  $\sigma_{INT}$  (Tresca teorie) jsou znázorněny pomocí izoploch na obrázku 91 (zatěžovací stav 1), obrázku 92 (zatěžovací stav 2) a obrázcích 93 a 94 (zatěžovací stav 3). Maximální vypočtené ekvivalentní napětí v zatěžovacím stavu 1 oběžného kola přečerpávací Francisovy turbíny činí,  $\sigma_{INT} = 137,08$  MPa. Maximální vypočtené ekvivalentní napětí v zatěžovacím stavu 2 v oběžném kole reverzní Francisovy turbíny činí,  $\sigma_{INT} = 191,16$  MPa. Maximální vypočtené ekvivalentní napětí v zatěžovacím stavu 3 v oběžném kole Francisovy turbíny činí  $\sigma_{INT} = 309,84$  MPa.



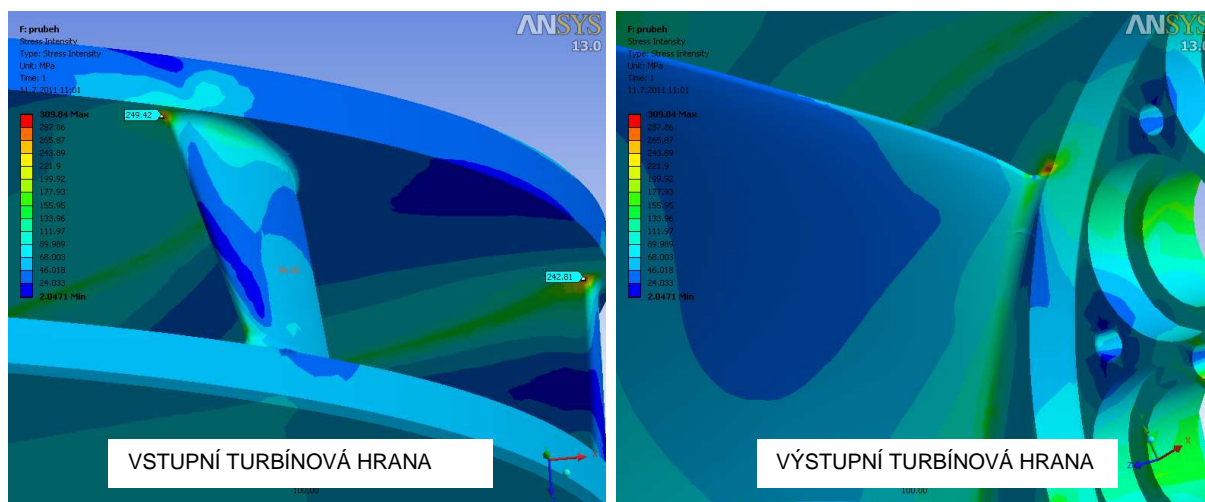
Obr. 91 Oběžné kolo – ekvivalentní napětí – zatěžovací stav 1



Obr. 92 Oběžné kolo – ekvivalentní napětí – zatěžovací stav 2



Obr. 93 Oběžné kolo – ekvivalentní napětí – zatěžovací stav 3



Obr. 94 Oběžné kolo – ekvivalentní napětí – zatěžovací stav 3

#### 6.1.1.4 Vliv složek zatížení na výsledné napětí

V této kapitole je vyhodnocen vliv jednotlivých složek zatížení na výslednou napjatost v oběžném kole při statické analýze v zatěžovacím stavu 1. V tabulce 30 je popis a označení jednotlivých složek zatížení.

Tabulka 30 Rozdělení složek zatížení

Označení složky zatížení	Název složky zatížení
A	Hydrodynamické tlaky (viz obrázky 73 - 75, vnitřní strana)
B	Vlastní tíha + odstředivé síly
C	Hydrodynamické tlaky (viz obrázky 74 a 75, vnější strana)

V následující tabulce 31 jsou vypsány kombinace složek zatížení, výsledná vypočtená ekvivalentní napětí v daných kombinacích složek zatížení a rozdíly výsledných ekvivalentních napětí vztahované ke správnému a úplnému zatížení při zatěžovacím stavu 1.

Tabulka 31 Rozdíl ekvivalentních napětí

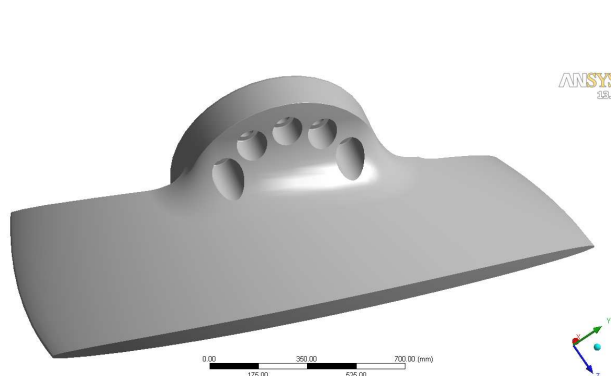
Zatěžovací stav 1 $\sigma_{INT}$ [MPa]	Kombinace složek zatížení	$\sigma_{KOMB}$ [MPa]	Rozdíl napětí $ \sigma_{INT} - \sigma_{KOMB} $ [MPa]
137,08	A	343,52	206,44
	B	147,07	9,99
	C	408,31	271,23
	A+B	415,45	278,37
	A+C	73,45	63,63
	B+C	347,33	210,25

### 6.1.1.5 Závěry

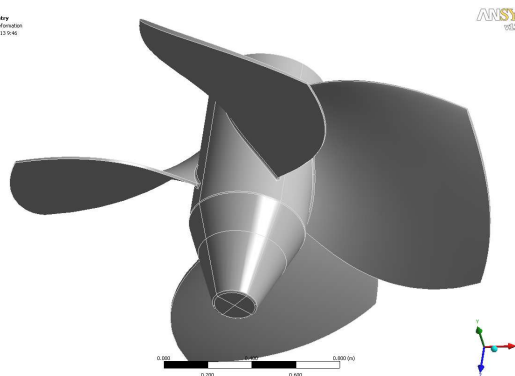
Při hydraulickém a mechanickém návrhu oběžných kol vodních turbín se s výhodou používají programy ProEngineer a soubor programů ANSYS. V rámci návrhu oběžného kola Francisovy turbíny pro vodní elektrárnu PVE Dlouhé Stráně byl proveden statický výpočet při zatížení gravitačním zrychlením (uvažování vlastní tíhy), odstředivými silami a hydrodynamickými účinky proudící vody. V zásadě s použitím jednoho výpočtového modelu mohou být provedeny statické tak i dynamické výpočty viz kapitola 5.3. Výpočty byly provedeny pro turbínový i čerpadlový provoz, ale v této práci je prezentován pouze turbínový provoz. Dle zatěžovacího stavu 2 (rovnoměrně rozložený statický tlak) se oběžná kola vodních turbín pevnostně kontrolovala dříve. V zatěžovacím stavu 1, je oběžné kolo zatíženo skutečným rozložením tlaků vycházejích z výpočtů proudění vody v oběžném kole. Rozdíl mezi výsledky zatěžovacího stavu 1 a 2 je způsoben rozdílným zatížením oběžného kola. Přínosem výpočtu dle zatěžovacího stavu 1 je, že zatížení a výsledky výpočtu se více blíží reálným hodnotám zatížení, přemístění a napětí analyzovaných konstrukcí. Z rozboru výsledků statického výpočtu vyplývá, že opomenutí jakékoliv složky zatížení oběžného kola vede k chybným závěrům statické kontroly oběžného kola a může zcela znehodnotit úsilí vynaložené na věrné modelování hydrodynamických účinků proudící vody. Hodnocení vypočítaných napětí z hlediska únavy může být provedeno např. v souladu s normou ASME Boiler & Pressure Vesel Code, Section VIII, Division 2. Odhadnutá doba života oběžného kola dle ASME tedy činí 1632 roků.

Výsledky statických výpočtů naznačují správnost použití přenosu zatížení hydrodynamickými tlaky obtékané povrchy oběžného kola. Výsledky reakčních sil a momentů potvrzují správnost přenosu tlakové zatížení vzhledem k výkonu a krouticímu momentu.

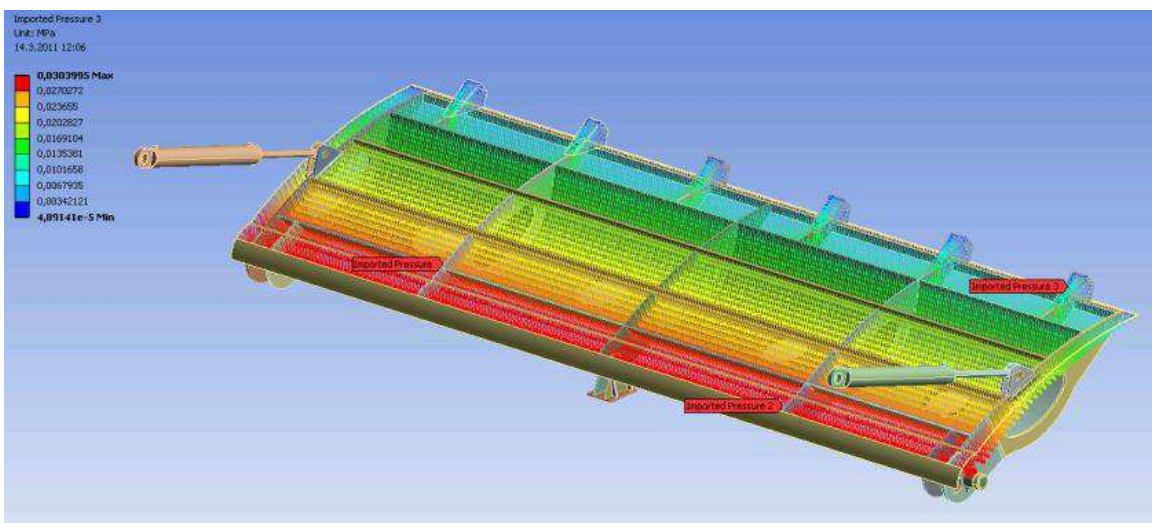
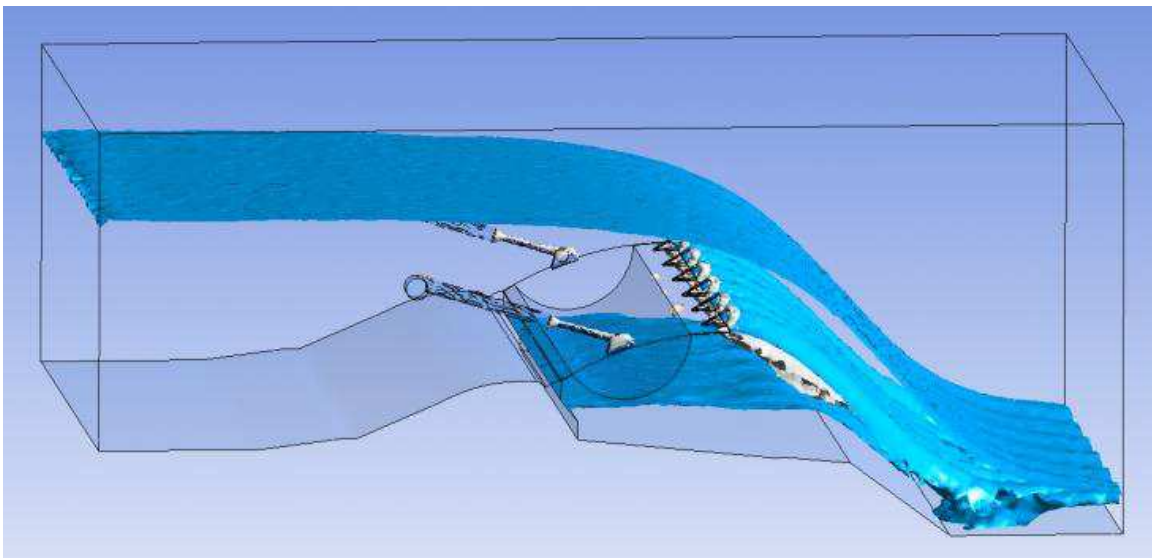
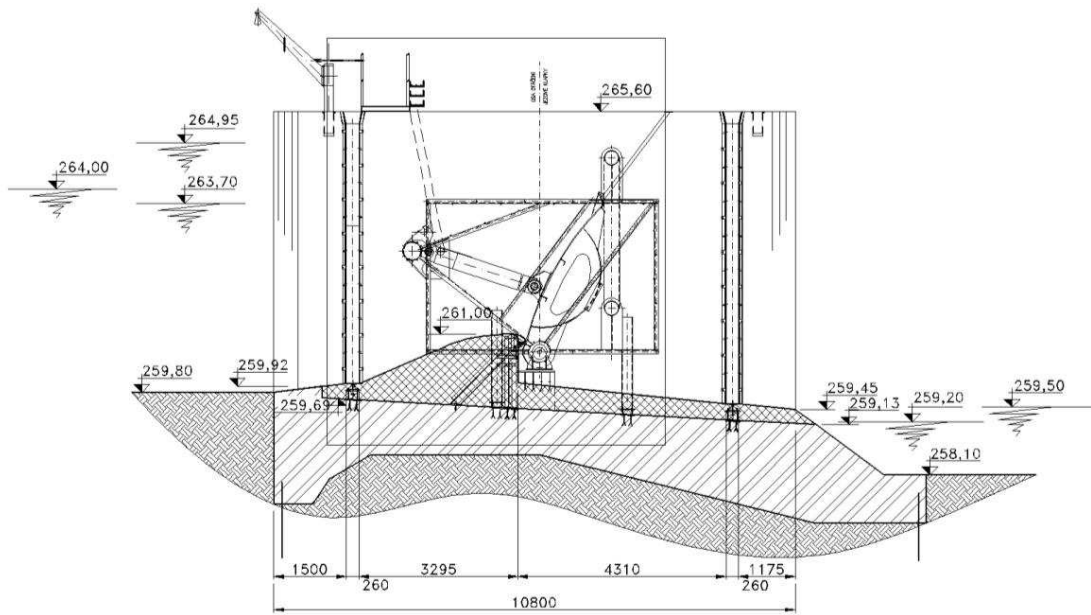
Tento druh výpočtů lze použít pro pevnostní kontrolu oběžných kol všech typů vodních turbín, obtékaných uzávěrů, klapek atd. Na obrázcích 95 až 97 jsou znázorněny příklady konstrukcí, pro které se může použít tento druh pevnostní kontroly. ,



Obr. 95 Oběžné lopatka – Deriazova turbína



Obr. 96 Oběžné kolo – Kaplanovy – propelerové turbína



Obr. 97 Jezová klapková hradící konstrukce – výkres, výsledky proudění, zatížení

Při tvorbě výpočtového modelu konstrukce je nutné, aby síť konečných prvků měla obdobné dělení jako síť konečných objemů pro výpočet proudění hlavně v místech velkého gradientu změn tlaku (z důvodu interpolací při přenosu tlaku z jedné na druhou síť). Výsledky jsou výrazně ovlivněny vstupními daty z výpočtu proudění, proto musí být jak strukturální tak fluidní analýza provedena pečlivě a musí být celý proces pod monitoringem vstupních i výstupních dat. Na tomto příkladu výpočtu oběžného kola je dokázána správnost APDL maker pro přenos tlakových zatížení a prvkových sítí. I přes složitosti úlohy můžeme říci, že z časového pohledu návrh a kontrola oběžných kol a dalších součástí vodních turbín, popř. jezových, potrubních a přehradních uzávěrů, lze provést za relativně krátkou dobu, řádově desítky dnů.

## **6.1.2 Stacionární – statický výpočet rozváděcí lopatky – modelové zařízení s lopatkou**

### **6.1.2.1 Úvod**

Výpočet napětí a deformací byla provedeny metodou konečných prvků a stacionární (ustálený) výpočet proudění metodou konečných objemů výpočtovým programem ANSYS [1]. Výpočet proudění jako nezávislého fyzikálního pole byl počítán pro různá nastavení vzdálenosti rozváděcí lopatky od posuvné lyže různé natočení rozváděcí lopatky. Výpočet napětí a deformací rozváděcí lopatky byl proveden pro různé průměry torzních tyčí. Vzdálenost, natočení a průměry torzních tyčí jsou popsány v kapitole 5.4.

Výpočet proudění, napětí a deformací rozváděcí lopatky byl proveden z důvodu pevnostní kontroly a stanovení tzv. střední výchylky rozváděcí lopatky od tlakového působení proudící vody a zjištění chyby přenosu tlakového zatížení.

V této kapitole je popsán postup výpočtů napětí a deformací rozváděcí lopatky při přenosu tlakových zatížení z výpočtů proudění programem ANSYS CFX do programu ANSYS MECHANICAL (WORKBENCH), v kterém je provedena napěťová a deformační analýza. Jedná se tzv. o stacionární jednocestné FSI (1 – WAY FSI).

### **6.1.2.2 Výpočtový model řešené soustavy – výpočty proudění**

Výpočtový model byl vytvořen dle schémat znázorněných na obrázcích 51 a 52, náčrtu vykresleného na obrázku 58 a výkresu, který je vidět na obrázku 69. Dále se při tvorbě výpočtového modelu vycházelo z výkresové dokumentace uvedené ve zprávě [38]. Kapalinová oblast má velmi podrobně modelované hraniční povrchy. Hranice kapalinové oblasti jsou ve všech směru tvořeny přesně modelovanými povrchy posuvná lyže, zkušební komora a trubkou na obou stranách. V celém výpočtovém modelu byla geometrie hraničních povrchů přesně dodržena. Výpočtový model proudění byl vždy počítán ve stejné velikosti, jak je uvedeno ve výkresové dokumentaci (velikost fyzikálního modelu). Řešení všech úloh bylo



provedeno jako stacionární. V této úloze nebylo možno použít turbulentní model k- $\epsilon$  z důvodu nekonvergence daných výpočtových úloh. Po verifikaci a po konzultacích s odborníky firmy ANSYS byl zvolen turbulentní model k- $\omega$  SST viz kapitola 4.3.7.2 (popis turbulentního modelu k- $\omega$  SST). Velikost sítě byla volena tak, aby byl splněn parametr  $y^+$  menší než 5 pro správné fungování stěnové funkce. Síť byla v okolí překážky a oblasti vírového úplavu za lopatkou provedena výrazně jemnější (mezní vrstva). Velký důraz byl kladen na správné zvolení okrajových podmínek. Jako vstupní podmínka je zadána kolmá vstupní složka rychlosti na vstupní profil potrubí, čemuž pro různé typy úloh odpovídá daný průtok. Výstupní okrajová podmínka je zadána jako okrajová podmínka konstantního statického tlaku  $p_s$  v celém průřezu (Opening). Na stěnách jednotlivých částí průtočného profilu vodní turbíny se předpokládá ulpívání kapaliny a tudíž nulové složky rychlosti. Tato okrajová podmínka výrazně ovlivňuje zkoumaný problém. Mezi další parametry je drsnost stěny a zadává se pomocí ekvivalentní drsnosti pískového zrna. Pro naše výpočty byla uvažována drsnost nulová. V jedné variantě byly počítány úlohy tzv. jednofázového proudění a ve druhé variantě byla počítána varianta tzv. dvoufázového proudění, kdy je nastaven tlak nasycených par 3574 Pa (výpočet kavitace). Dvoufázové proudění bylo počítáno z důvodu zkoumání vlivu vzniku kavitace na zatížení rozváděcí lopatky v blízkosti stěny. Dle zprávy [38] byl vstupní tlak ve zkušebním okruhu v rozmezí  $p_{vst} = 0,854 \div 1,04$  MPa a výstupní tlak  $p_{výst} = 0,136 \div 0,26$  MPa. Výstupní tlaky při výpočtech byly dodrženy, ale vstupní tlaky byly rozšířeny dle průtoku výpočtovou oblastí.

Pro přenos tlakového zatížení jsou vytvořeny APDL makra pro přenos povrchové sítě konečných prvků zatížené tlakem, z ANSYS MECHANICAL souborem ve formátu \*.cdb, tento soubor obsahuje povrchovou síť v datovém formátu. Soubor s povrchovou sítí konečných prvků se poté načte do ANSYS CFX a přiřadí se dané komponentě, z které má být přeneseno tlakové zatížení na povrchovou síť konečných prvků. Dále se z ANSYS CFX zpětně vyexportuje soubor ve formátu \*.sfe ve které je uvedeno tlakové zatížení povrchových konečných prvků pro napětěově deformační analýzu. Po načtení souborů s tlakovým zatížením převedených do prototypové velikosti, je provedena napětěově deformační a analýza, jejichž výsledky mohou sloužit pro další analýzy mezních stavů únavové pevnosti, statické pevnosti a použitelnosti. Kontrola správnosti přenosu tlakových zatížení spočívá v kontrole silových a momentových reakcí v okrajových podmínkách. Příklady vytvořených maker jsou přiloženy v Příloze 1.

Výpočty byly provedeny pro šest různých kombinací lopatky s čepem a torzní tyč  $d = 6, 10, 14, 18, 22, 26$  mm. Rozdíl v jednotlivých variantách modelů byly průměry torzních tyčí a velikosti přechodových rádiusů viz obrázek 58. Pro každou variantu torzní tyče bylo provedeno 24 variant nastavení vzdálenosti rozváděcí lopatky od posuvné lyže a natočení lopatky.

Lopatka byla počítána pro tyto vzdálenosti  $h$ :

$h_5 = 5,0$ mm (A)	$h_{20} = 20,0$ mm (D)	$h_{35} = 35,0$ mm (G)
$h_{10} = 10,0$ mm (B)	$h_{25} = 25,0$ mm (E)	$h_{40} = 40,0$ mm (H)
$h_{15} = 15,0$ mm (C)	$h_{30} = 30,0$ mm (F)	$h_{45} = 45,0$ mm (CH)

Pro vzdálenost lopatky od posuvné lyže  $h_{25} = 25$  mm bylo počítáno 16 variant natočení lopatky  $\alpha = 0 \div +15^\circ$  s krokem  $1^\circ$ .

Dále bylo v každé z 24 variant nastavení polohy lopatky počítáno deset vstupních rychlostí pro čtyři různé výstupní tlaky a výpočty byly provedeny jednofázově i dvoufázově viz tabulky 32 a 33.

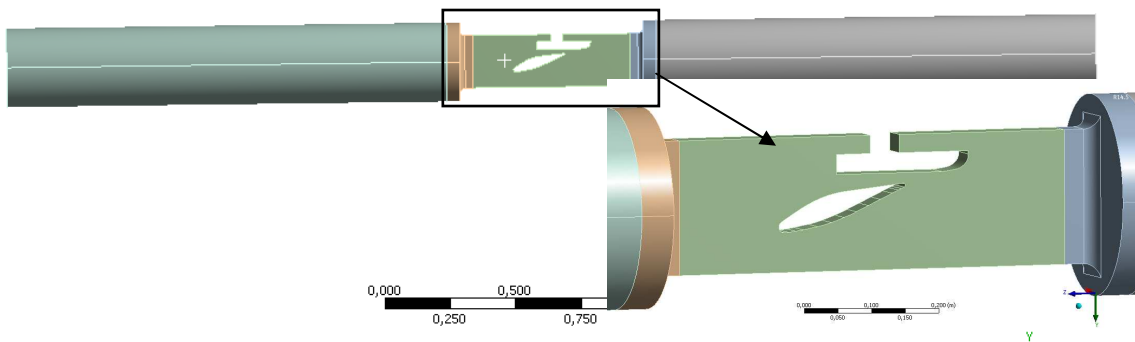
Tabulka 32 Vstupní rychlosti

Označení průtoku	Průtok [l · s <sup>-1</sup> ]	Průtok [m <sup>3</sup> · s <sup>-1</sup> ]	Označení vstupní rychlosti	Vstupní rychlost [m · s <sup>-1</sup> ]
Q <sub>1</sub>	20	0,02	V <sub>1vst</sub>	0,28294212
Q <sub>2</sub>	40	0,04	V <sub>2vst</sub>	0,56588424
Q <sub>3</sub>	60	0,06	V <sub>3vst</sub>	0,84882636
Q <sub>4</sub>	80	0,08	V <sub>4vst</sub>	1,13176848
Q <sub>5</sub>	100	0,10	V <sub>5vst</sub>	1,41471061
Q <sub>6</sub>	120	0,12	V <sub>6vst</sub>	1,69765273
Q <sub>7</sub>	140	0,14	V <sub>7vst</sub>	1,98059485
Q <sub>8</sub>	160	0,16	V <sub>8vst</sub>	2,26353697
Q <sub>9</sub>	180	0,18	V <sub>9vst</sub>	2,54647909
Q <sub>10</sub>	200	0,20	V <sub>10vst</sub>	2,82942121

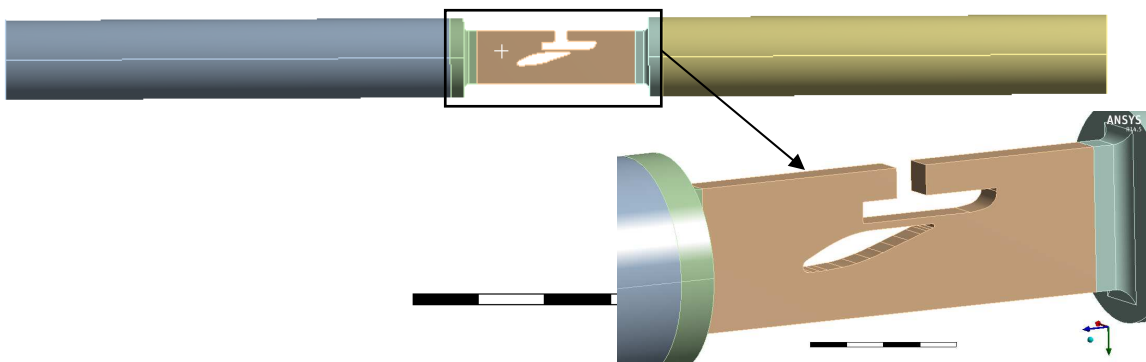
Tabulka 33 Výstupní tlaky

Výstupní tlaky ve výpočtu	[MPa]
$p_{vyst1}$	0,136
$p_{vyst2}$	0,177
$p_{vyst3}$	0,219
$p_{vyst4}$	0,260

To znamená 1920 výpočetních úloh stacionárního (ustáleného) proudění kolem lopatky. Výpočtový model proudění je názorně zobrazen na obrázcích 97 a 98, pro vybrané nastavení polohy lopatky (E -  $h_{25} = 25,0$  mm,  $\alpha = +6^\circ$  a B -  $h_{10} = 10,0$  mm,  $\alpha = 0^\circ$ ).

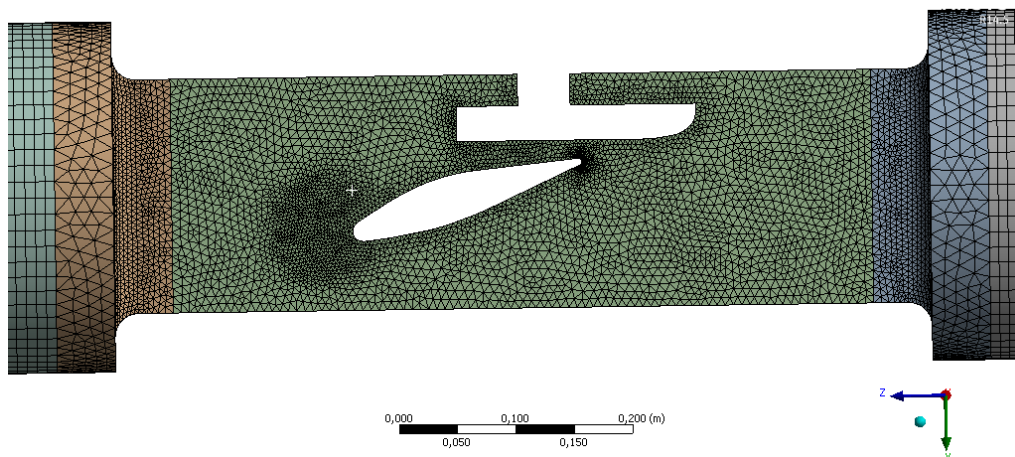


Obr. 97 Výpočtový model E,  $h_{25} = 25,0$  mm,  $\alpha = + 6^\circ$

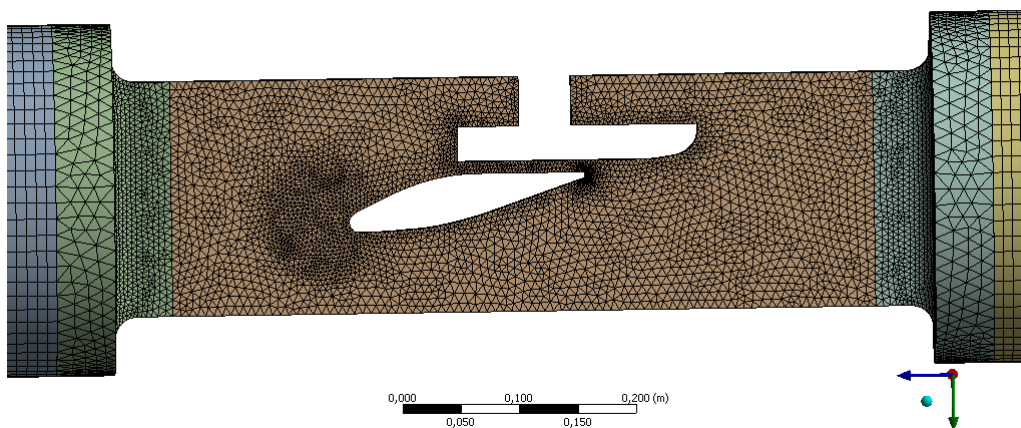


Obr. 98 Výpočtový model B,  $h_{10} = 10,0$  mm,  $\alpha = 0^\circ$

Výpočtová síť, která je vytvořena jako smíšená síť. Smíšená síť je síť výpočtových buněk, které mají tvar hexahedronu a tetrahedronu. Síť konečných objemů je vykreslena na obrázcích 99 a 100 pro vybrané nastavení polohy lopatky. Z obrázků výpočtové sítě prvků je patrné kvalitní síťování mezní vrstvy lopatky.



Obr. 99 Výpočtová síť E,  $h_{25} = 25,0$  mm,  $\alpha = + 6^\circ$



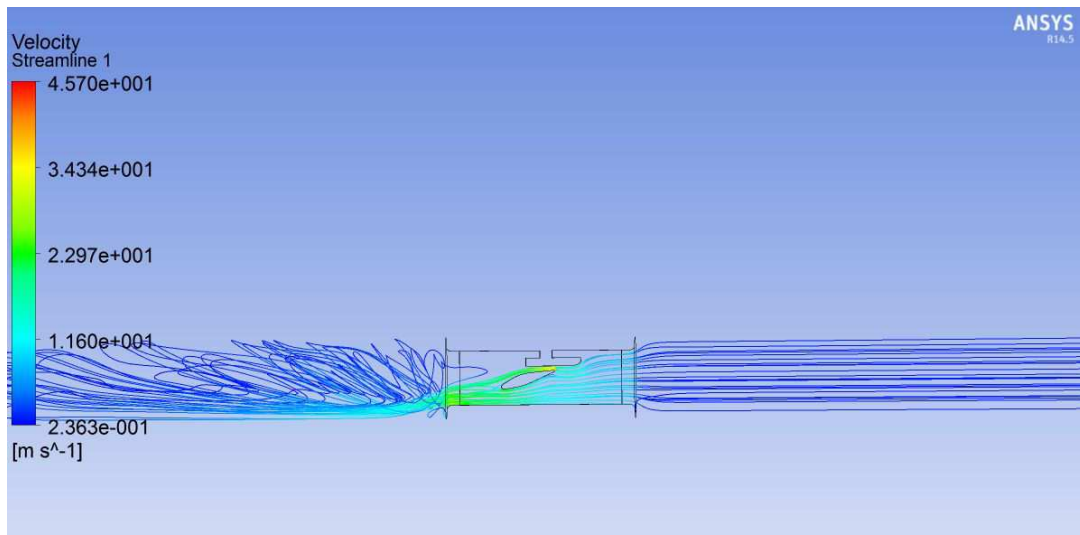
Obr. 100 Výpočtová síť B,  $h_{10} = 10,0$  mm,  $\alpha = 0^\circ$

### 6.1.2.3 Výsledky výpočtů proudění

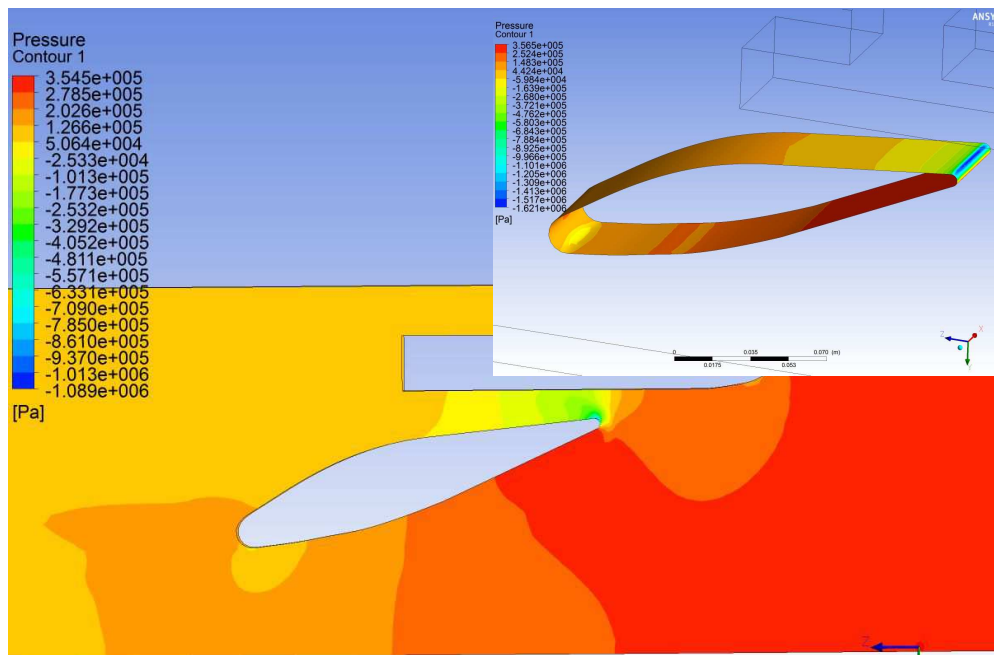
Na obrázcích 101 – 108 jsou rozložení rychlostí ve výpočetním profilu a tlakové pole v blízkosti stěny obtékané lopatkou a přímo na ploše lopatky. Obrázky 104 a 108 navíc obsahují objem tekutiny, která má hustotu menší než  $800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Znázorněné výsledky jsou pro vybrané výpočtové úlohy:

- Obr. 101 a 102: výpočtový model E,  $h_{25} = 25,0$  mm,  $\alpha = + 6^\circ$ ,  $Q_4 = 0,08 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $p_{výst1} = 0,136$  MPa, jednofázový výpočet
- Obr. 103 a 104: výpočtový model E,  $h_{25} = 25,0$  mm,  $\alpha = + 6^\circ$ ,  $Q_4 = 0,08 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $p_{výst1} = 0,136$  MPa, dvoufázový výpočet
- Obr. 105 a 106: výpočtový model B,  $h_{10} = 10,0$  mm,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $Q_5 = 0,1 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $p_{výst1} = 0,136$  MPa, jednofázový výpočet
- Obr. 107 a 108: výpočtový model B,  $h_{10} = 10,0$  mm,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $Q_5 = 0,1 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $p_{výst1} = 0,136$  MPa, dvoufázový výpočet

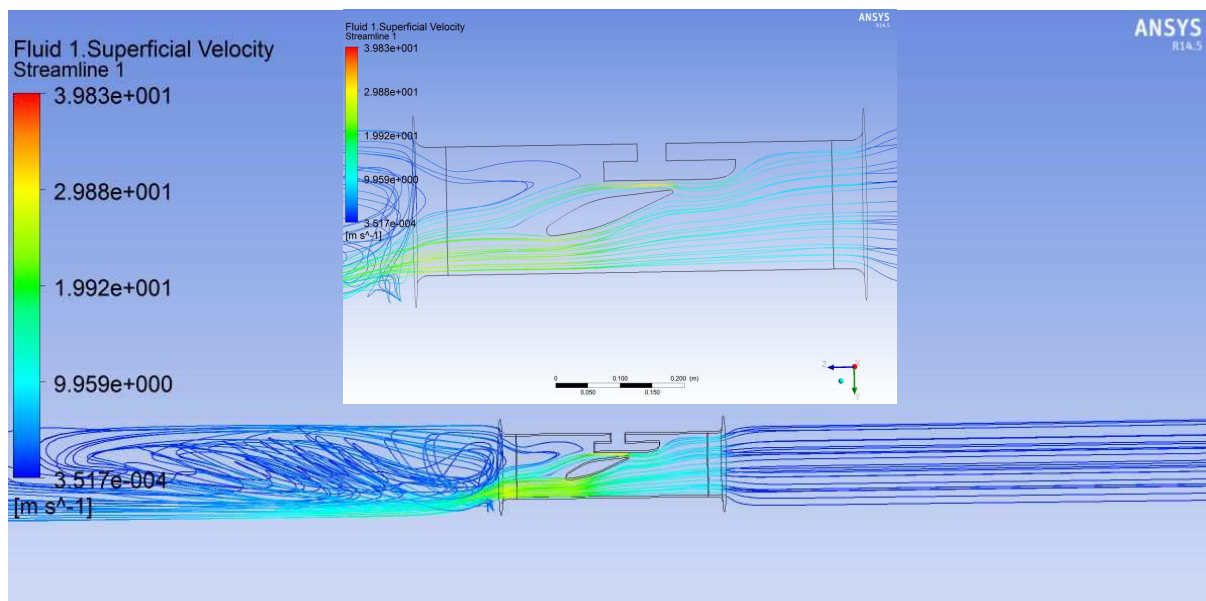
Na vybraných obrázcích je názorně ukázáno, že při jednofázovém proudění jdou podtlaky na hodnoty nižší než je teoreticky možné, což značí v místě podtlaku nižším než je přibližně  $p \approx -0,1\text{MPa}$  bude docházet ke kavitaci, což nám dokazuje dvoufázový výpočet. Z výsledků dvoufázového proudění je jasně patrné, že mezi lopatkou a posuvnou lyží proudí tekutina s menší hustotou, než je hustota vody viz obrázky 104 a 108. Z toho vyplývá i rozdílné zatížení lopatek při výpočtu jednofázovým a dvoufázovým prouděním. Blíže reálnému proudění je dvoufázový výpočet proudění.



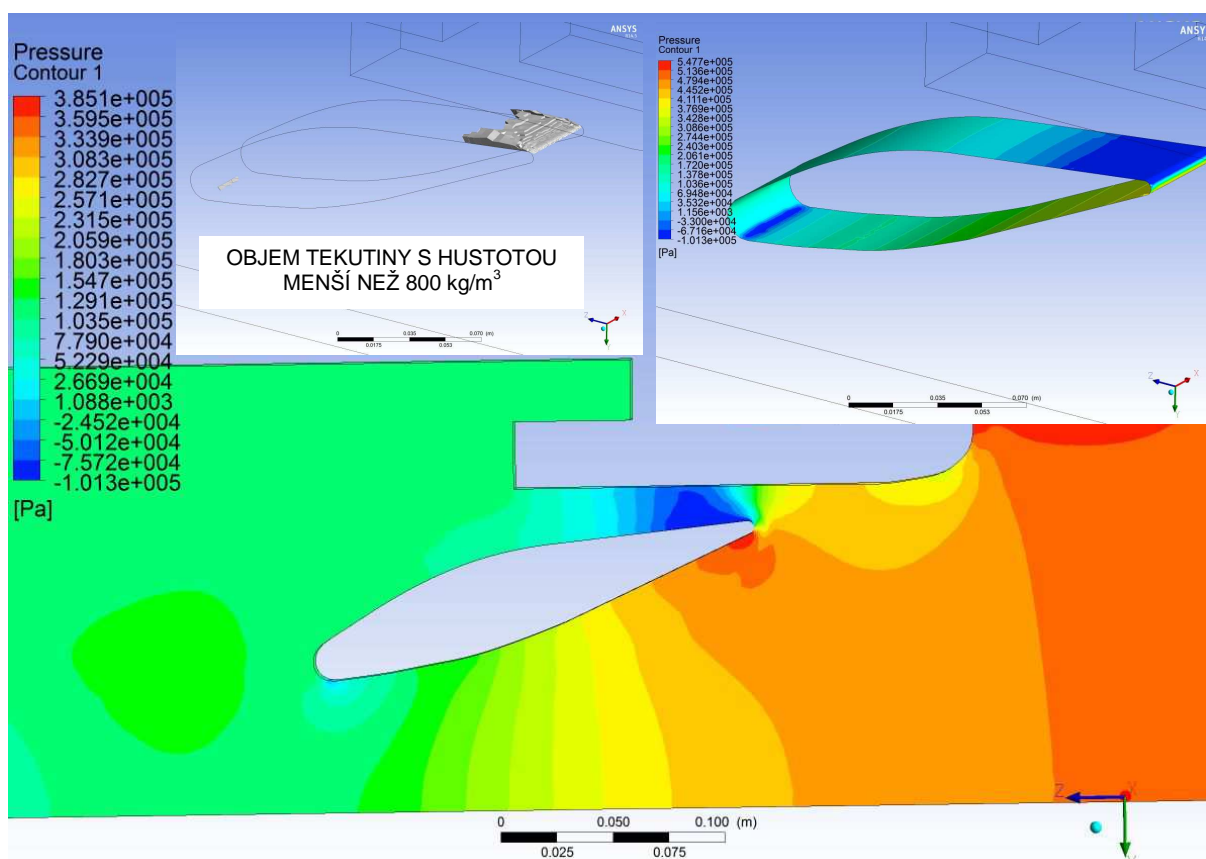
Obr. 101 Rozložení rychlostí ve výpočetním profilu - E,  $h_{25} = 25,0\text{ mm}$ ,  $\alpha = +6^\circ$ ,  $Q_4 = 0,08\text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $p_{v\text{ýst}1} = 0,136\text{ MPa}$ , jednofázové proudění



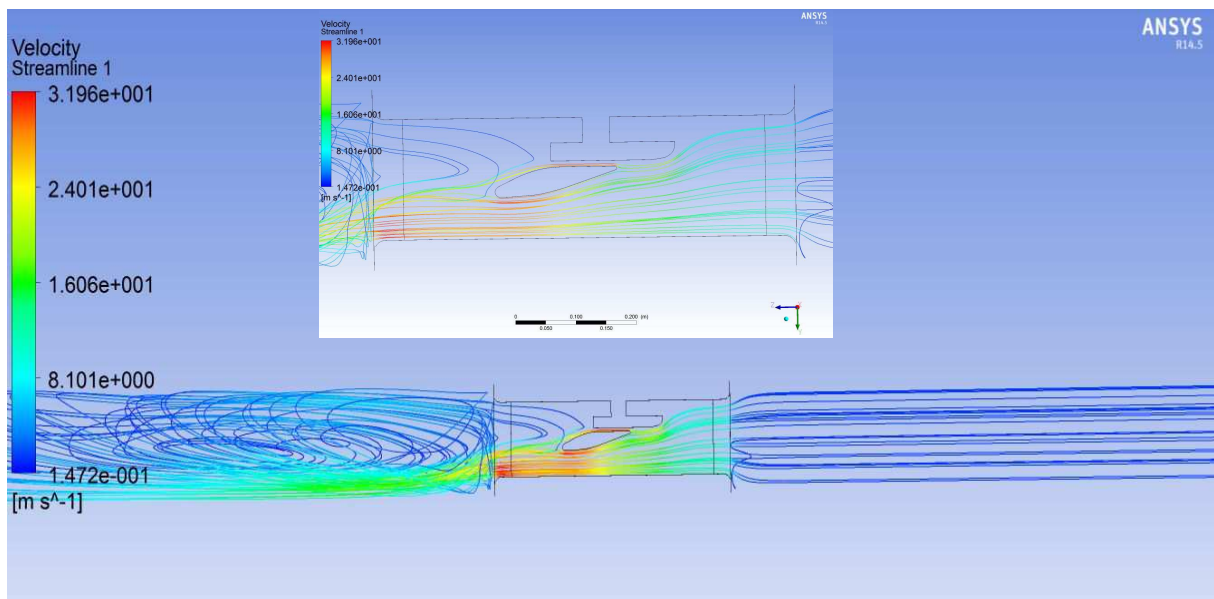
Obr. 102 Tlakové pole - E,  $h_{25} = 25,0\text{ mm}$ ,  $\alpha = +6^\circ$ ,  $Q_4 = 0,08\text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $p_{v\text{ýst}1} = 0,136\text{ MPa}$ , jednofázové proudění



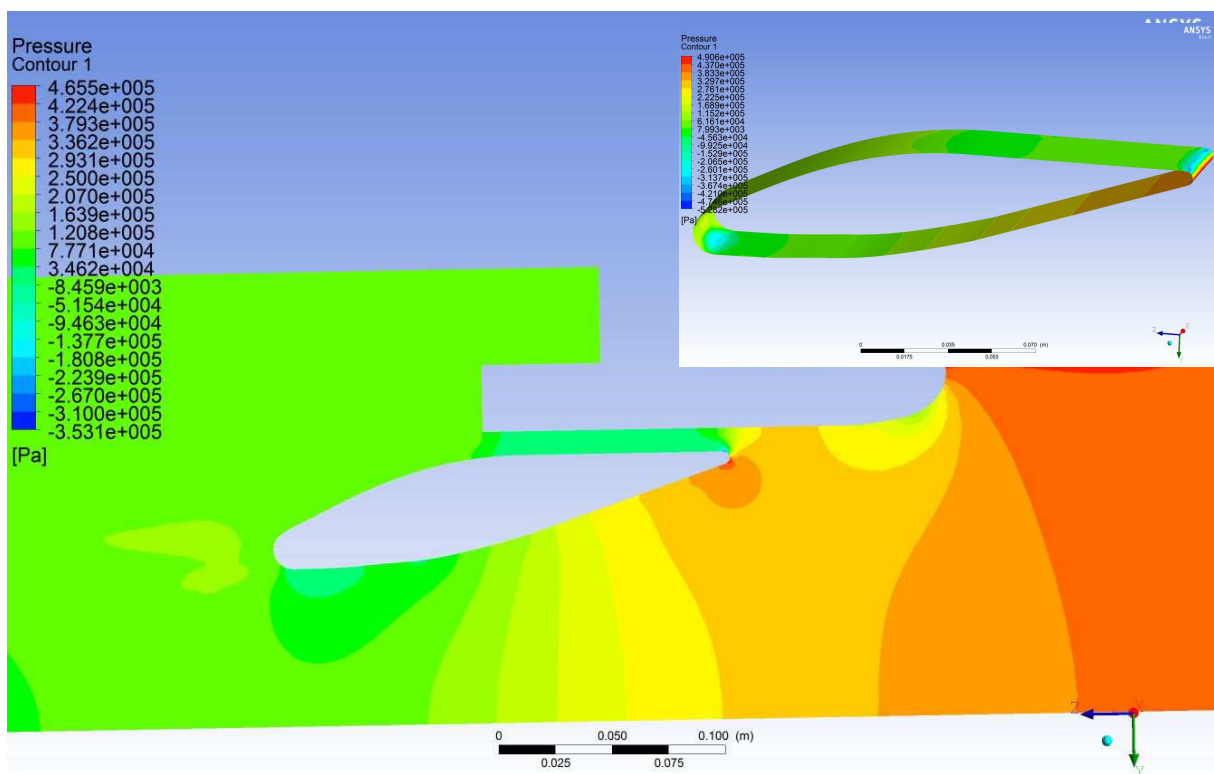
Obr. 103 Rozložení rychlostí ve výpočetním profilu - E,  $h_{25} = 25,0$  mm,  $\alpha = +6^\circ$ ,  
 $Q_4 = 0,08$  m<sup>3</sup> · s<sup>-1</sup>,  $p_{výst1} = 0,136$  MPa, dvoufázové proudění



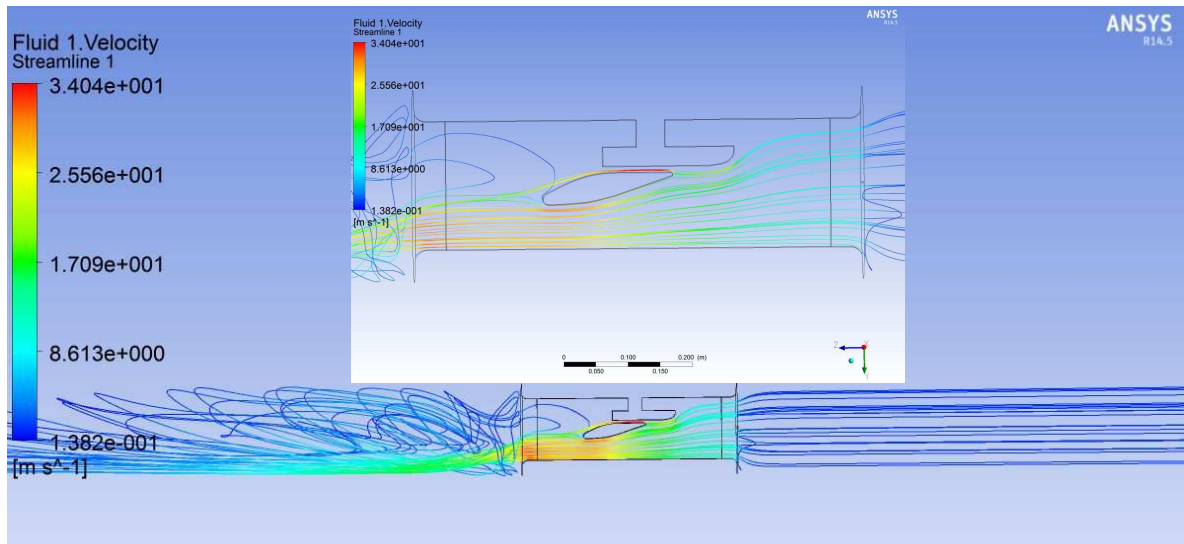
Obr. 104 Tlakové pole - E,  $h_{25} = 25,0$  mm,  $\alpha = +6^\circ$ ,  $Q_4 = 0,08$  m<sup>3</sup> · s<sup>-1</sup>,  $p_{výst1} = 0,136$  MPa,  
dvoufázové proudění a detail objemu tekutiny s hustotou menší než 800 kg/m<sup>3</sup>



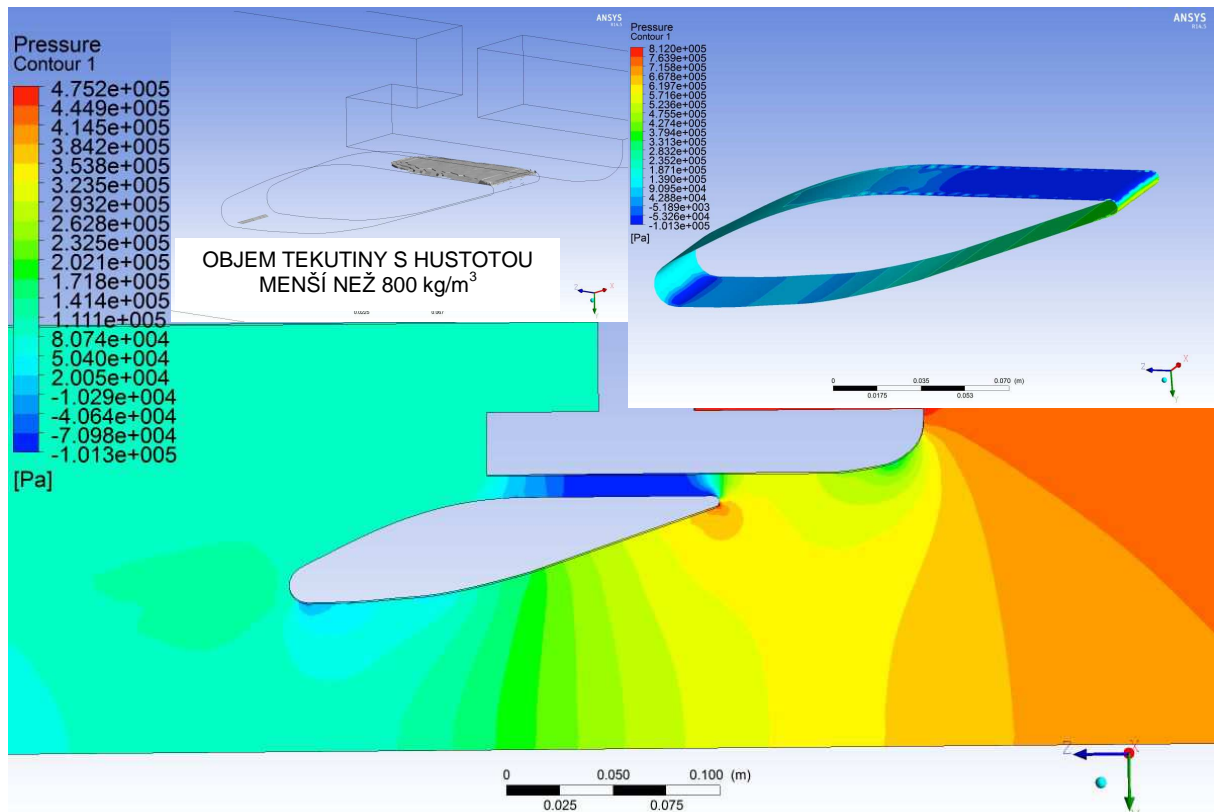
Obr. 105 Rozložení rychlostí ve výpočetním profilu - B,  $h_{10} = 10,0$  mm,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $Q_5 = 0,1$  m<sup>3</sup> · s<sup>-1</sup>,  $p_{výst1} = 0,136$  MPa, jednofázové proudění



Obr. 106 Tlakové pole - B,  $h_{10} = 10,0$  mm,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $Q_5 = 0,1$  m<sup>3</sup> · s<sup>-1</sup>,  $p_{výst1} = 0,136$  MPa, jednofázové proudění



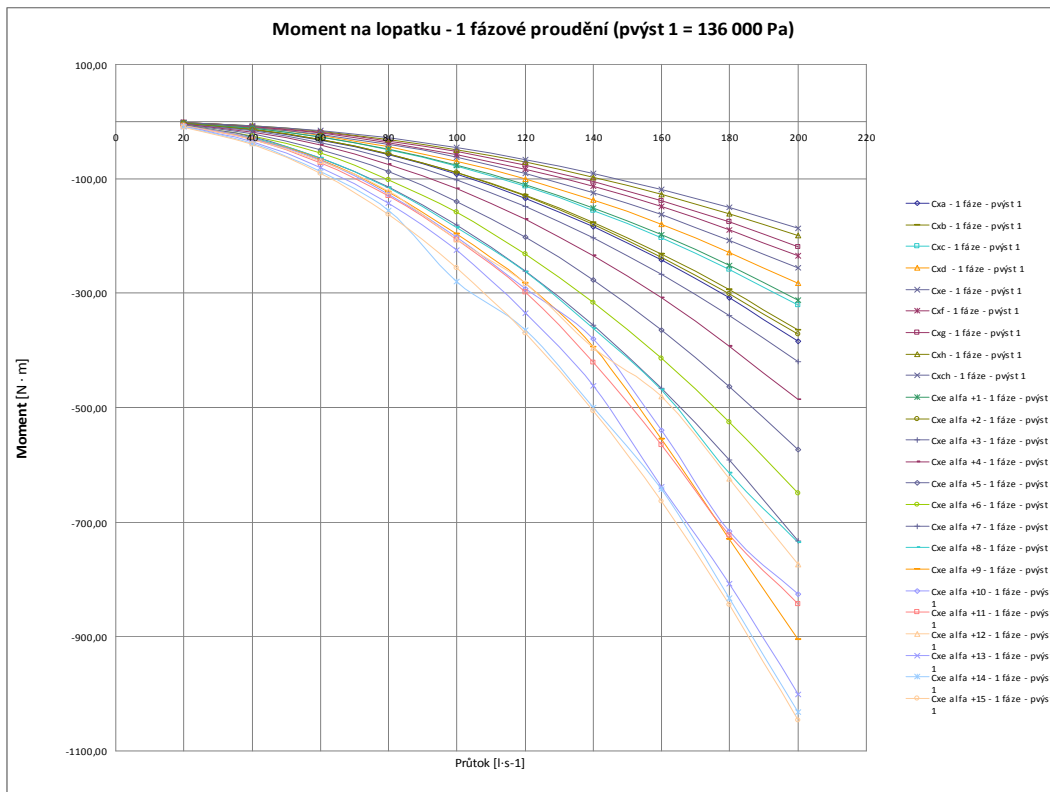
Obr. 107 Rozložení rychlostí ve výpočetním profilu - B,  $h_{10} = 10,0 \text{ mm}$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $Q_5 = 0,1 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $p_{v\text{ýst}1} = 0,136 \text{ MPa}$ , dvoufázové proudění



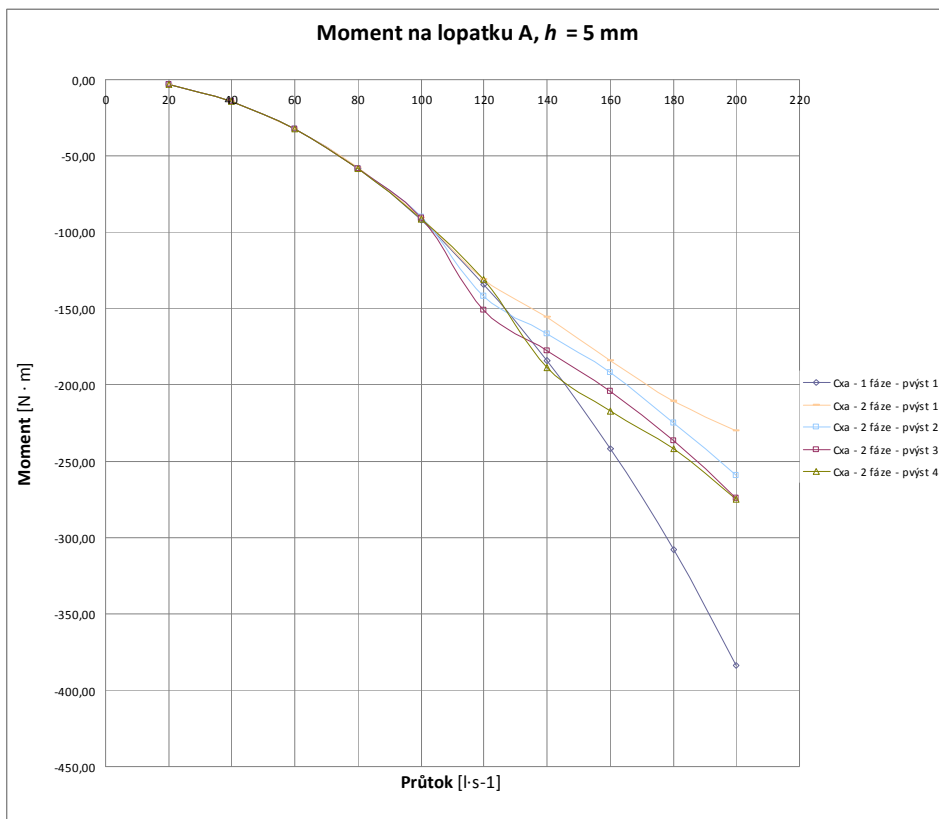
Obr. 108 Tlakové pole - B,  $h_{10} = 10,0 \text{ mm}$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $Q_5 = 0,1 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $p_{v\text{ýst}1} = 0,136 \text{ MPa}$ , dvoufázové proudění a objemu tekutiny s hustotou menší než  $800 \text{ kg/m}^3$

V grafech 44 – 47 jsou zobrazeny závislosti výsledných kroutících momentů na lopatku v závislosti na vstupní rychlosti proudění (průtoku) a nastavené poloze lopatky ve výpočetovém modelu. Jsou zde pouze náhodně vybrané nastavení lopatky. Nejnižší výstupní tlak je vybrán z důvodu možné největší kavitace na lopatce a na posuvné lyži a pro velké rozdíly v zatížení lopatky (výsledný moment) mezi jedno a dvou fázovým prouděním.

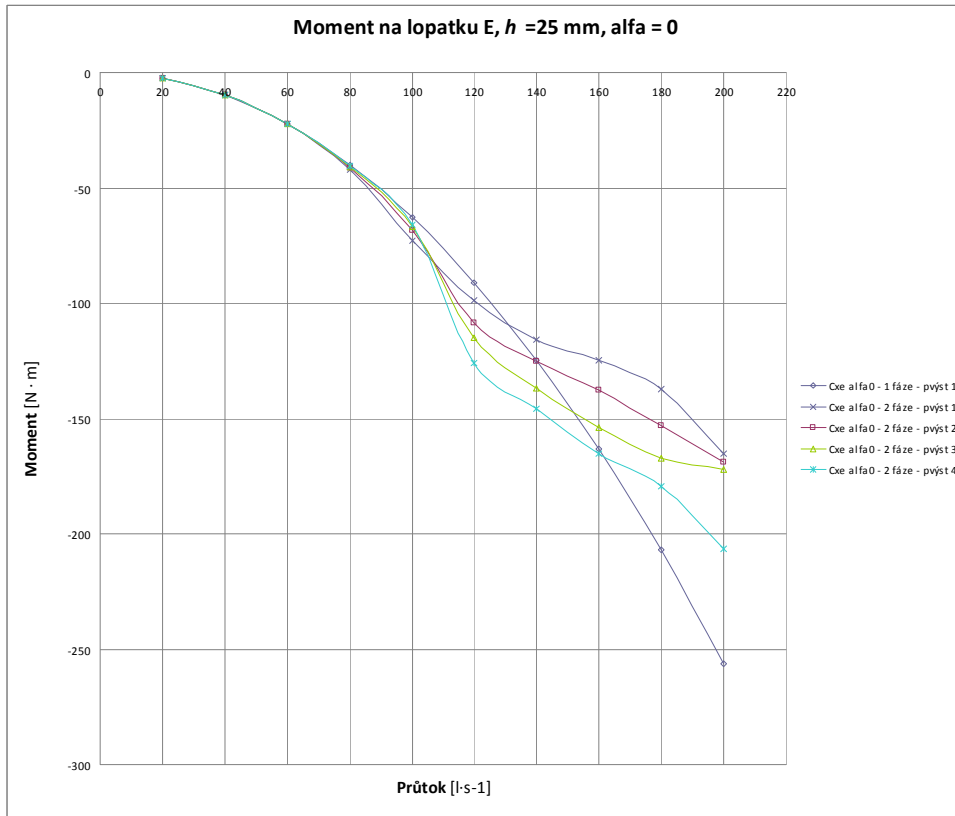




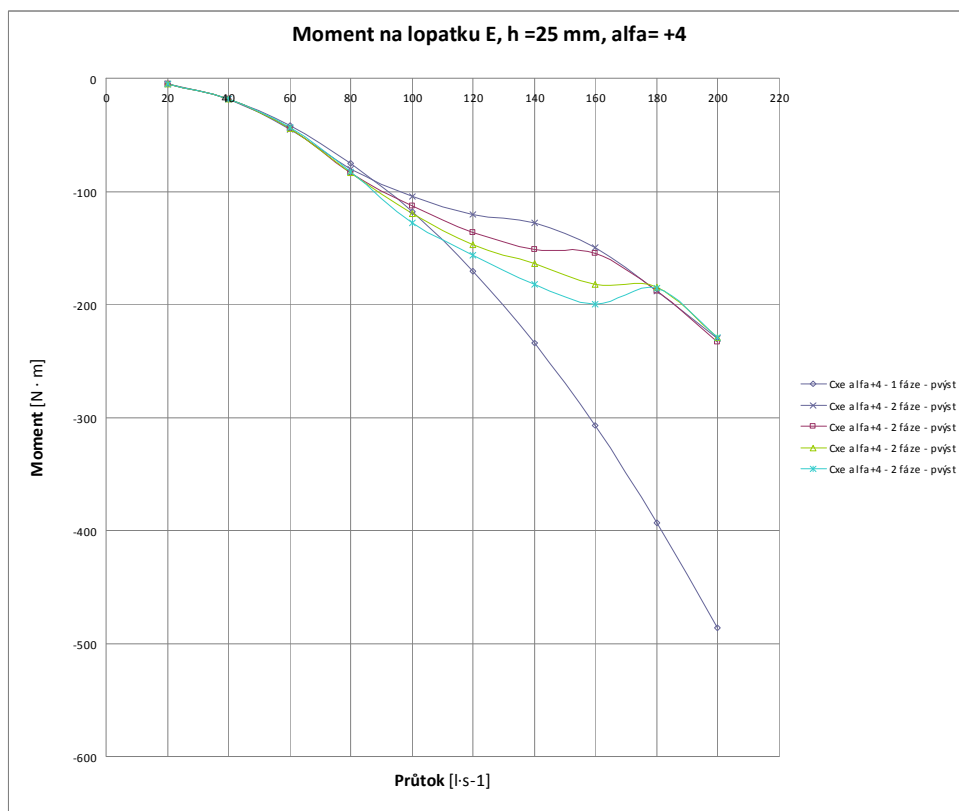
Graf 44 Závislost výsledného momentu na lopatku na průtoku při výst. tlaku  $p_{výst.} = 136\ 000\ \text{Pa}$ , pro všechny nastavení lopatky, jednofázové proudění



Graf 45 Závislost výsledného momentu na lopatku na průtoku při výst. tlaku  $p_{výst.} = 136\ 000\ \text{Pa}$ , pro nastavení lopatky A  $h = 5\ \text{mm}$ , jednofázové i dvoufázové proudění



Graf 46 Závislost výsledného momentu na lopatku na průtoku, pro nastavení lopatky E,  $h = 25 \text{ mm}$ ,  $\alpha = 0^\circ$ , jednofázové i dvoufázové proudění, při výst. tlaku  $p_{\text{výst.}} = 136 \text{ 000 Pa}$



Graf 47 Závislost výsledného momentu na lopatku na průtoku, pro nastavení lopatky E,  $h = 25 \text{ mm}$ ,  $\alpha = 4^\circ$ , jednofázové i dvoufázové proudění, při výst. tlaku  $p_{\text{výst.}} = 136 \text{ 000 Pa}$

#### 6.1.2.4 Výpočtový model řešené soustavy – statické výpočty

Výpočtový model byl vytvořen dle schémat znázorněných na obrázcích 51 a 52, náčrtu vykresleného na obrázku 58 a výkresu, který je vidět na obrázku 69. Dále se při tvorbě výpočtového modelu vycházelo z výkresové dokumentace uvedené ve zprávě [38].

Výpočty byly provedeny pro šest různých kombinací lopatky s čepem a torzní tyč  $d = 6$ , 10, 14, 18, 22, 26 mm. Rozdíl v jednotlivých variantách modelů byly průměry torzních tyčí a velikosti přechodových rádius viz obrázek 58. Pro každou variantu torzní tyče bylo provedeno 24 variant nastavení vzdálenosti rozváděcí lopatky od posuvné lyže a natočení lopatky. Lopatka byla počítána pro tyto vzdálenosti  $h$ :

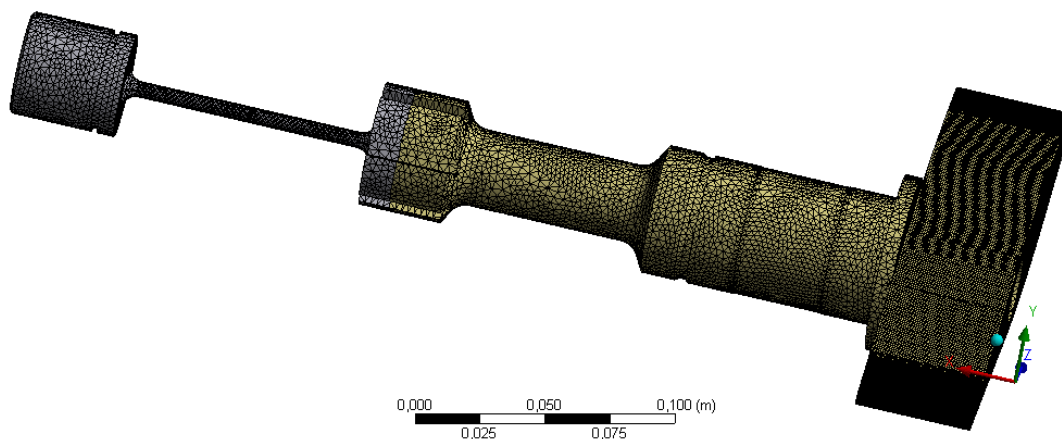
$h_5 = 5,0$ mm (A)	$h_{20} = 20,0$ mm (D)	$h_{35} = 35,0$ mm (G)
$h_{10} = 10,0$ mm (B)	$h_{25} = 25,0$ mm (E)	$h_{40} = 40,0$ mm (H)
$h_{15} = 15,0$ mm (C)	$h_{30} = 30,0$ mm (F)	$h_{45} = 45,0$ mm (CH)

Pro vzdálenost lopatky od posuvné lyže  $h_{25} = 25$  mm bylo počítáno 16 variant natočení lopatky  $\alpha = 0 \div +15^\circ$  s krokem  $1^\circ$ .

Dále bylo v každé z 24 variant nastavení polohy lopatky počítáno deset vstupních rychlostí pro čtyři různé výstupní tlaky a výpočty byly provedeny jednofázově i dvoufázově viz tabulky 32 a 33.

Ve výpočtu byly uvažovány následující okrajové podmínky. V místě kuličkových ložisek bylo zadáno  $U_R = 0$  (nulové radiální přemístění v cylindrickém systému souřadnic, jehož osa Z, je shodná s osou čepu a torzních tyčí). Okrajové podmínky viz obrázky 59 a 60. Vysvětlení zadání okrajových podmínek viz kapitola 5.4.5.1.

Řešená soustava se skládá z rozváděcí lopatky, čepu a torzní tyče. Soustava byla diskretizována konečnými prvky typu SOLID187 (desetiuzlové prvky s kvadratickou násadou). Síť konečných prvků je pro torzní tyč  $d = 6$  mm názorně zobrazen na obrázku 109.



Obr. 109 Síť konečných prvků – torzní tyč  $d = 6$  mm

## Materiálové charakteristiky lopatky, čepu a torzní tyče

Lopátka a čep (mat. 423145):

$$E_{L\check{c}} = 205\,000 \text{ MPa}$$

$$\mu_{l\check{c}} = 0,3$$

$$\rho_{l\check{c}} = 7850 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Torzní tyč (mat. 15260.7 – pružinová ocel)

$$E_{TT} = 205\,000 \text{ MPa}$$

$$\mu_{tt} = 0,3$$

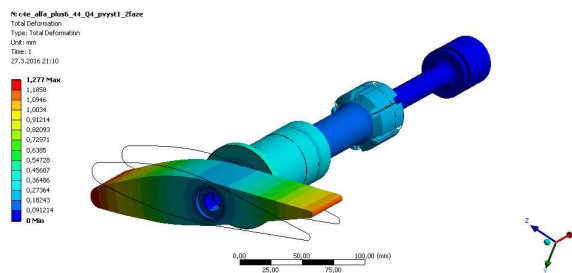
$$\rho_{tt} = 7850 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Bylo vypočítáno 11520 úloh pro různé torzní tyče a kombinace geometrického nastavení lopatky ( $h$  a  $\alpha$ ), vstupních a výstupních parametrů (průtok, výst. tlak), různé typy výpočtu proudění - jednofázové i dvoufázové proudění. Ve všech analyzovaných úlohách byla lopátka zatížena hydrodynamickými tlaky, které odpovídají danému geometrickému nastavení lopatky. Rozložení hydrodynamických tlaků je pro různé úlohy znázorněno na obrázcích 102, 104, 106 a 108.

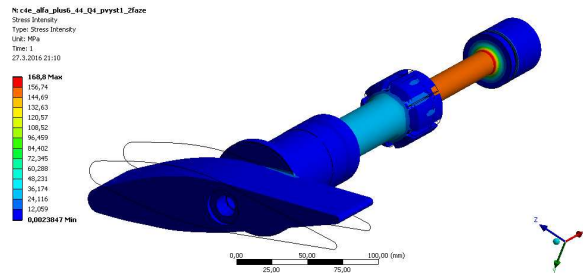
V tomto případě nebylo tlakové zatížení převáděno z modelové velikosti na prototypovou velikost – pomocí afinních vztahů [41]. Výpočet proudění byl prováděn ve skutečné velikosti lopatek a zkušebního zařízení tak i ve skutečném tlakovém spádu na zkušební zařízení.

### 6.1.2.5 Výsledky výpočtů napětí a deformací

Rozváděcí lopátka byla počítána pro 11520 kombinací. Pro názornost jsou uvedeny výsledky z úlohy: průměr torzní tyče  $d = 18 \text{ mm}$ ,  $h = 25 \text{ mm}$ ,  $\alpha = +6^\circ$ ,  $Q = 0,08 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ , dvoufázové proudění. Vypočtené výsledné přemístění lopatky je znázorněno pomocí izoploch na obrázku 110. Výsledné přemístění se vypočítá dle vztahu  $U_C = \sqrt{U_X^2 + U_Y^2 + U_Z^2}$ , kde  $U_X$ ,  $U_Y$ ,  $U_Z$  jsou přemístění ve směru os  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  souřadnicového systému.



Obr. 110 Výsledné přemístění  $U_{CEL}$



Obr. 111 Intenzita napětí  $\sigma_{INT}$

Výsledné vypočítané přemístění rozváděcí lopatky pro tuto variantu nastavení výpočtového modelu je  $U_{CEL} = 1,277 \text{ mm}$ .

Vypočtená výsledná intenzita napětí  $\sigma_{INT}$  (teorie Tresca) je znázorněna pomocí izoploch na obrázku 111. Nejvyšší výsledná vypočtená intenzita napětí v sestavě lopatky s torzní tyčí pro danou kombinaci je  $\sigma_{INT} = 168,8 \text{ MPa}$ .

Dalším výsledkem těchto výpočtů je, že při přenosu pomocí maker APDL došlo k maximální chybě kolem 3% ve výsledných reakcích (momentové a silové). Tato chyba se mění v závislosti na rychlosti proudění vody výpočtovou sestavou velikostí torzní tyče. Čím nižší rychlost tím vyšší chyba při přenosu tlaků. Tato chyba byla vyhodnocována porovnáním výsledných momentových a silových reakcí mezi výsledky z výpočtu proudění v tekutinové oblasti a výpočtech napětí a deformací rozváděcí lopatky.

#### **6.1.2.6 Závěry**

Závěry z předešlých kapitol se dají aplikovat i na úlohy výpočtů rozváděcí lopatky v této kapitole. V případě výpočtů lopatky pro různé geometrické kombinace tak kombinace nastavení okrajových podmínek proudění, konstatuji, že při přenosu tlakových zatížení došlo při nízkých rychlostech proudění k odchylce až 3% mezi výsledným momentem v analýze proudění a v napěťově deformační analýze. Provedená zkouška s přibližně 12 krát větším dělením sítí konečných prvků - (ANSYS MECHANICAL) v místě zatížení lopatky tlakovým zatížením vedla na výslednou chybu přibližně 1%, při nízkých rychlostech proudění. Je ovšem na zvážení jestli je 3% chyba v zatížení důležitá či nikoliv. Čas výpočtu s nepoměrně hustší sítí se neúměrně zvyšuje z řádu minut na řád hodin. Tento typ úloh je pro projekční praxi použitelný i pro reálné vodohospodářské konstrukce.

## 6.2 Propojení programů CFX – MECHANICAL rozhraním ANSYS – 1-WAY FSI – statické výpočty

V této kapitole jsou popsány postupy pro reálné příklady výpočtů napětí a deformací již dříve zmíněné rozváděcí lopatky při přenosu tlakových zatížení z výpočtů proudění programem ANSYS CFX do programu ANSYS MECHANICAL (WORKBENCH) pomocí rozhraní ANSYS, v kterém je provedena napěťová a deformační analýza. Tyto stacionární výpočty slouží pro pevnostní kontrolu různých vodohospodářských konstrukcí. Výsledné napjatosti v konstrukcích slouží jako jedny ze vstupních hodnot pro odhad životnosti řešené konstrukce. Jedná se tzv. o stacionární jednocestné FSI (1-WAY FSI). Pro všechny uvedené příklady modelování proudění byl použit stejně jako v předešlé kapitole program ANSYS CFX. Tento komerční program řeší nelineární diferenciální rovnice proudění metodou konečných objemů. Všechny dříve uvedené pohybové rovnice jsou řešeny společně s rovnicí kontinuity pro nestlačitelné proudění. Řešení všech úloh bylo provedeno stejně jako v kapitole 6.1 jako stacionární. Po verifikaci a po konzultacích s odborníky firmy ANSYS byl zvolen turbulentní model  $k-\omega$  SST viz kapitola 4.3.7.2 (popis turbulentního modelu  $k-\omega$  SST). Velikost (dělení) sítě byla volena tak, aby byl splněn parametr  $y^+$  menší než 5 pro správné fungování stěnové funkce. Síť byla v okolí překážky a oblasti vírového úplavu za lopatkou provedena výrazně jemnější (mezní vrstva). Velký důraz byl kladen na správné zvolení okrajových podmínek. Jako vstupní podmínka je zadána kolmá vstupní složka rychlosti na vstupní profil potrubí, čemuž pro různé typy úloh odpovídá daný průtok. Výstupní okrajová podmínka je zadána jako okrajová podmínka konstantního statického tlaku  $p_s$  v celém průřezu (Opening). Na stěnách jednotlivých částí průtočného profilu vodní turbíny se předpokládá ulpívání kapaliny a tudíž nulové složky rychlosti. Tato okrajová podmínka výrazně ovlivňuje zkoumaný problém. Mezi další parametry je drsnost stěny a zadává se pomocí ekvivalentní drsnosti pískového zrna. Pro naše výpočty byla uvažována drsnost nulová. V jedné variantě byly počítány úlohy tzv. jednofázového proudění a ve druhé variantě byla počítána varianta tzv. dvoufázového proudění, kdy je nastaven tlak nasycených par 3574 Pa (výpočet kavitace). Dvoufázové proudění bylo počítáno z důvodu zkoumání vlivu vzniku kavitace na zatížení rozváděcí lopatky v blízkosti stěny. Dle zprávy [38] byl vstupní tlak ve zkušebním okruhu v rozmezí  $p_{vst} = 0,854 \div 1,04$  MPa a výstupní tlak  $p_{výst} = 0,136 \div 0,26$  MPa. Výstupní tlaky při výpočtech byly dodrženy, ale vstupní tlaky byly rozšířeny dle průtoku výpočtovou oblastí.

Pro stacionární výpočet rozváděcí lopatky na modelovém zařízení s lopatkou je popis úlohy uveden v kapitole 6.2.1.

## **6.2.1 Stacionární – statický výpočet rozváděcí lopatky – modelové zařízení s lopatkou**

### **6.2.1.1 Úvod**

Výpočet napětí a deformací byla provedeny metodou konečných prvků a stacionární (ustálený) výpočet proudění metodou konečných objemů výpočtovým programem ANSYS [1]. Výpočet proudění jako nezávislého fyzikálního pole byl počítán pro různá nastavení vzdálenosti rozváděcí lopatky od posuvné lyže různé natočení rozváděcí lopatky. Výpočet napětí a deformací rozváděcí lopatky byl proveden pro různé průměry torzních tyčí. Vzdálenost, natočení a průměry torzních tyčí jsou popsány v kapitole 5.4.

Výpočet proudění a napětí a deformací rozváděcí lopatky byl proveden z důvodu pevnostní kontroly a stanovení tzv. střední výchylky rozváděcí lopatky od tlakového působení proudící vody a zjištění chyby přenosu tlakového zatížení.

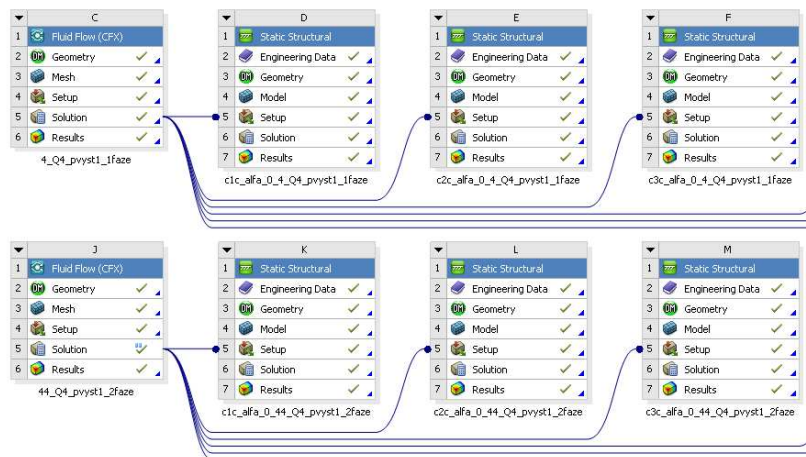
V této kapitole je popsán postup výpočtů napětí a deformací rozváděcí lopatky při přenosu tlakových zatížení z výpočtů proudění programem ANSYS CFX do programu ANSYS MECHANICAL (WORKBENCH), v kterém je provedena napěťová a deformační analýza. Jedná se tzv. o stacionární jednocestné FSI (1 – WAY FSI).

### **6.2.1.2 Výpočtový model řešené soustavy – výpočty proudění**

V této kapitole je popsán postup výpočtů proudění výpočtovou oblastí proudící kapaliny. Při výpočtu proudění získáváme hydrodynamické tlakové pole, které se pomocí interního ainterfacu a interpolačních algoritmů přenáší jako tlakové zatížení lopatky z výpočtů proudění programem ANSYS CFX do programu ANSYS MECHANICAL (WORKBENCH), v kterém je provedena napěťová a deformační analýza pomocí interního rozhraní v systému ANSYS. Jedná se o tzv. stacionární jednocestné FSI (1 – WAY FSI). Pro všechny výpočty rozváděcí lopatky byl použit program ANSYS CFX. Výpočtový model je popsán v předešlé kapitole 6.1.2.2.

### **6.2.1.3 Přenosové rozhraní**

V systému ANSYS WORKBECH lze jednoduše propojit úlohy výpočtu CFD a MKP linkovým spojením viz obrázek 112, kde je vidět propojení výsledků proudění se zadáním pro výpočet napětí a deformací.



Obr. 112 Schéma propojení CFD a MKP (1-WAY FSI)

Nejdůležitější při nastavení výpočtu FSI analýzy je správně zadat tzv. kontaktní plochu (interface). Tyto plochy musí být shodné jak v soustavě pro řešení proudění tak i v soustavě pro řešení napětí a deformací. Při výpočtech obou fyzikálních polí je třeba dodržovat shodné jednotky fyzikální veličin (nejlépe SI).

#### 6.2.1.4 Výsledky výpočtu proudění

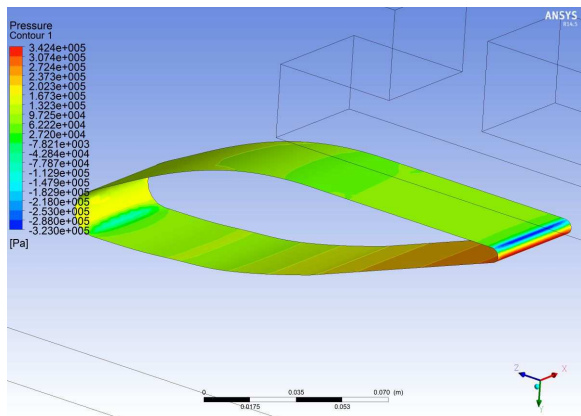
Výsledky analýzy proudění jsou popsány v kapitole 6.1.2.3.

#### 6.2.1.5 Výpočtový model řešení soustavy – statické výpočty

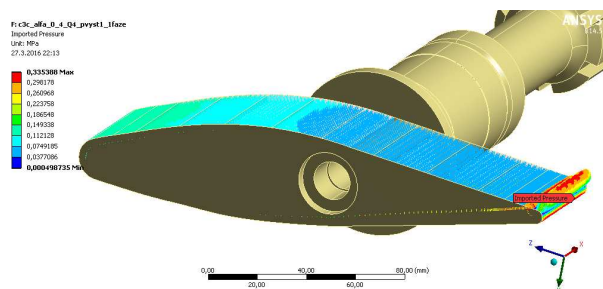
Výpočtový model řešení soustavy rozváděcí lopatky je stejný jako v předešlých analýzách a je popsán v kapitole 6.1.2.4.

Bylo vypočítáno 2880 úloh pro různé torzní tyče a kombinace geometrického nastavení lopatky ( $h$  a  $\alpha$ ), vstupních parametrů (průtok) a pro jeden výstupní tlak  $p_{výst} = 0,136$  MPa. Bylo uvažováno jednofázové i dvoufázové proudění. Ve všech řešených úlohách byla rozváděcí lopatka zatížena hydrodynamickými tlaky, které odpovídají danému geometrickému nastavení lopatky. Rozložení hydrodynamických tlaků bylo vypočteno, jak je zmíněno v předchozích odstavcích CFD programem ANSYS CFX. S využitím souboru programů ANSYS Workbench a interního rozhraní mezi ANSYS CFX a ANSYS MECHANICAL, byly tlaky automaticky interpolovány z výsledků výpočtu proudění do bodů sítě konečných prvků výpočtu rozváděcí lopatky. Rozložení hydrodynamických tlaků jsou pro různé úlohy znázorněny pro názornost na obrázcích 113 až 116. Na obrázcích 113 a 115 jsou vykresleny tlakové rozložení v CFX a na obrázcích 114 a 116 jsou znázorněny tlakové rozložení interpolované na povrchovou síť konečných prvků. Na obrázcích je znázorněno tlakové zatížení pro úlohu - C,  $h_{15} = 15,0$  mm,  $d = 14$  mm,  $Q_4 = 0,08$  m<sup>3</sup> · s<sup>-1</sup>,  $p_{výst1} = 0,136$  MPa, jednofázové proudění i dvoufázové proudění.

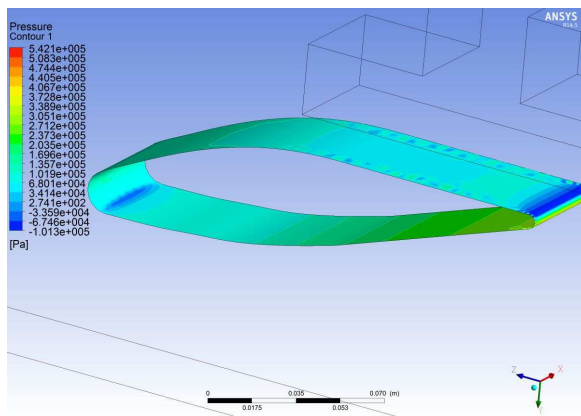




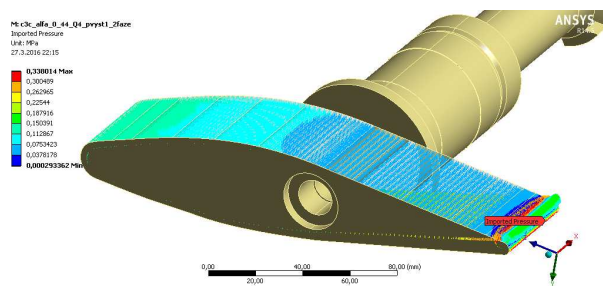
Obr. 113 Tlakové pole - jednofázové



Obr. 114 Tlakové zatížení MKP modelu



Obr. 115 Tlakové pole - dvoufázové



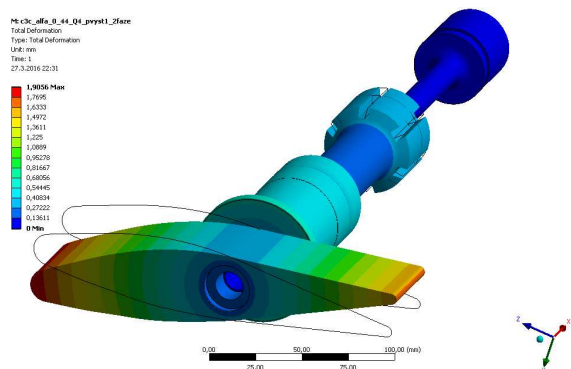
Obr. 116 Tlakové zatížení MKP modelu

Jak je patrné z obrázků 114 a 116 tak ve škále tlaků nejsou záporné hodnoty tlaků a to proto, že interpolační algoritmus nepřenáší záporné tlaky zápornými hodnotami, ale přenáší hodnoty pomocí vektorů, kdy je pro každou zatíženou plochu určen směr působení tlaku vektorem.

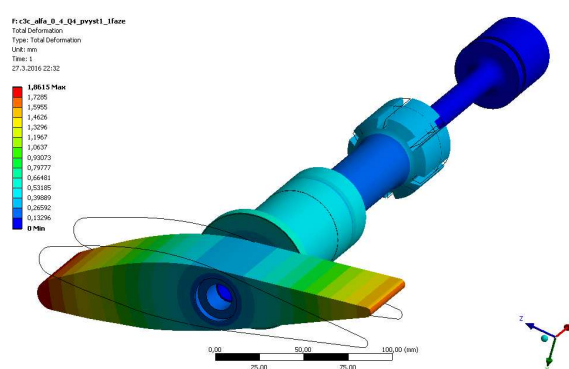
V tomto případě není možné tlakové zatížení převádět z modelové velikosti (často jsou prováděny výpočty proudění) do prototypové velikosti. Tento typ přenosů zatížení interní rozhraní ANSYS neumožňuje.

### 6.2.1.6 Výsledky výpočtů napětí a deformací

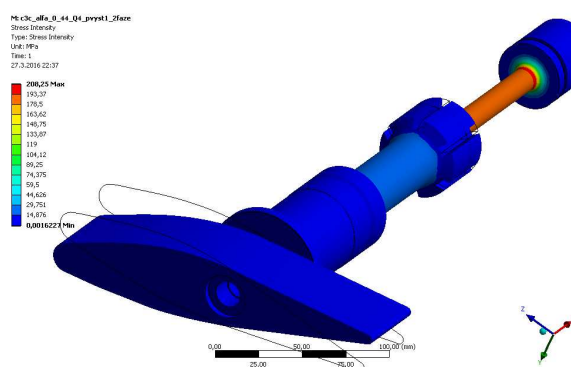
Rozváděcí lopatka byla počítána pro 2880 různých kombinací. Pro názornost jsou uvedeny výsledky z úlohy: průměr torzní tyče  $d = 18 \text{ mm}$ ,  $h = 15 \text{ mm}$ ,  $Q = 0,08 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ , jednofázové i dvoufázové proudění. Vypočtené výsledné přemístění lopatky je znázorněno pomocí izoploch na obrázcích 117 (dvoufázové) a 118 (jednofázové). Výsledné přemístění se vypočítá dle vztahu  $U_{E L C} = \sqrt{U_x^2 + U_y^2 + U_z^2}$ , kde  $U_x$ ,  $U_y$ ,  $U_z$  jsou přemístění ve směru os  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  souřadnicového systému.



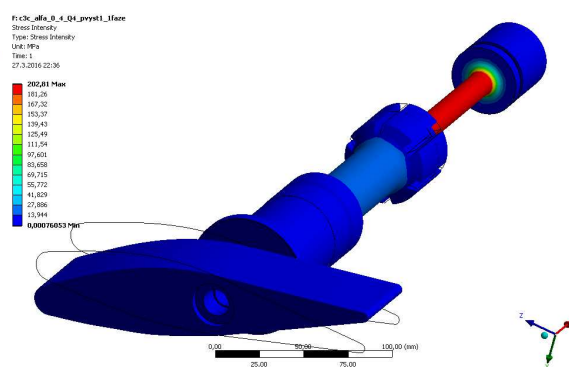
Obr. 117 Výsledné přemístění  $U_{CEL}$



Obr. 118 Výsledné přemístění  $U_{CEL}$



Obr. 119 Intenzita napětí  $\sigma_{INT}$



Obr. 120 Intenzita napětí  $\sigma_{INT}$

Výsledné vypočítané přemístění rozváděcí lopatky při jednofázovém proudění je  $U_{CEL} = 1,8615$  mm. Výsledné vypočítané přemístění lopatky při dvoufázovém proudění je  $U_{CEL} = 1,9056$  mm.

Vypočtená výsledná intenzita napětí  $\sigma_{INT}$  (teorie Tresca) je znázorněna pomocí izoploch na obrázku 119 (dvoufázové) a obrázku 120 (jednofázové). Největší výsledná vypočtená intenzita napětí v sestavě lopatky při jednofázovém proudění pro danou kombinaci je  $\sigma_{INT} = 202,81$  MPa. Největší výsledná vypočtená intenzita napětí v sestavě lopatky při dvoufázovém proudění pro danou kombinaci je  $\sigma_{INT} = 208,25$  MPa.

Dalším výsledkem těchto analýz je, že při přenosu tlakového zatížení pomocí interního propojení obou analýz došlo k maximální chybě kolem 1%, se stejným dělením výpočtových sítí jako v předešlých analýzách. Tato chyba se mění v závislosti na rychlosti proudění vody výpočtovou sestavou velikostí torzní tyče. Čím nižší rychlost tím vyšší chyba při přenosu tlaků. Tato chyba byla vyhodnocována porovnáním momentových a silových reakcí v obou fyzikálních analýzách (proudění – strukturální).

### 6.2.1.7 Závěry

Závěry z předešlých kapitol se dají aplikovat i na úlohy výpočtů lopatek uvedené v této kapitole. V případě výpočtů rozváděcí lopatky pro různé kombinace torzních tyčí, vzdálenosti lopatky od lyže, vstupních a výstupních okrajových podmínek, konstatují, že při přenosu tlaků, došlo při nízkých rychlostech proudění k odchylce až 1% mezi výsledným momentem v analýze proudění a v napěťově deformační analýze. Při vyšších rychlostech je odchylka řádově v setinách procent. Provedená zkouška s asi 12 krát větším dělením výpočtových sítí (ANSYS MECHANICAL) v místě zatížení lopatky tlakovým zatížením ukázala, že odchylka při nízkých rychlostech proudění klesla na 0,6%. Odchylku 1% považuji v projekční praxi za přijatelnou. Čas výpočtu s nepoměrně hustší sítí se neúměrně zvyšuje z řádu minut na řád hodin.

Další a to velmi podstatná věc pro pevnostní výpočty oběžných kol turbín a dalších vodohospodářských konstrukcí, je nemožnost zavést do vnitřního rozhraní ANSYSU převodní koeficienty (tlaky, velikost, pootočení sítí) model versus prototyp. Tento typ úloh je pro projekční praxi již méně použitelný pro reálné vodohospodářské konstrukce z důvodu výpočtu proudění v prototypových velikostech – řádově narůstají počty buněk a řádově dochází k nárůstu strojového času, potřebného pro výpočty proudění.

## **6.3 Propojení programů CFX – MECHANICAL rozhraním ANSYS – 2-WAY FSI – statické výpočty**

V této kapitole je popsán postup a praktický příklad výpočtů napětí a deformací rozváděcí lopatky při přenosu tlakových zatížení z výpočtů proudění programem ANSYS CFX do programu ANSYS MECHANICAL (WORKBENCH) a přenosu přemístění opačným směrem pomocí interního rozhraní ANSYS. Jedná se tzv. o stacionární dvoucestné FSI (2-WAY FSI).

Dynamická hydroelasticita resp. Fluid Structure Interaction (FSI) jsou simulace vzniklé spojením dvou procesů. V prvním procesu se řeší hydrostatika a hydrodynamika v systému CFD založeném na metodě konečných objemů, v druhém procesu se řeší statická a dynamická odezva konstrukce řešičem pro metodu konečných prvků.

Při výpočtu FSI se v každém kroku získá hydrodynamický tlak z CFD výpočtu, který je integrován do zatěžovacích sil v uzlech strukturního modelu. Následně MKP řešič dojde k výpočtu vektoru posunutí, který se převede do deformace konečně objemové sítě CFD výpočtu. S deformovanou konečně objemovou sítí se přistupuje k dalšímu výpočtovému kroku v CFD analýze.

Tato analýza FSI je iterační přes každý výpočtový krok. Při tomto přístupu jsou CFD rovnice řešeny pro výpočtový krok. Vypočtené tlaky kapaliny se stanou jednou z okrajových podmínek pro MKP rovnice strukturního modelu. MKP rovnice jsou řešeny ve stejném výpočtovém kroku a deformace se vrací do CFD výpočtů jako okrajová podmínka. Proces se opakuje pro daný výpočtový krok, dokud systém tekutiny a pevné látky se nepřiblíží k uvnitř předepsané toleranci (konvergenční kritéria). Teprve poté dojde k ukončení výpočtu.

### **6.3.1 Stacionární – statický výpočet rozváděcí lopatky – modelové zařízení s lopatkou**

#### **6.3.1.1 Úvod**

Výpočet napětí a deformací byla provedeny metodou konečných prvků a stacionární (ustálený) výpočet proudění metodou konečných objemů výpočtovým programem ANSYS [1]. Výpočet proudění jako závislého fyzikálního pole byl počítán pro různá nastavení vzdálenosti rozváděcí lopatky od posuvné lyže různé natočení rozváděcí lopatky. Výpočet napětí a deformací rozváděcí lopatky byl proveden pro různé průměry torzních tyčí. Vzdálenost, natočení a průměry torzních tyčí jsou popsány v kapitole 5.4.

Výpočty proudění, napětí a deformací rozváděcí lopatky byly provedeny z důvodu pevnostní kontroly a možného odhadu životnosti. Dále tyto výpočty byly provedeny pro získání představy o ovlivnění proudění a ovlivnění výsledků napěťově deformační analýzy v závislosti na změně tvaru tekutinové oblasti z důvodu přemístění rozváděcí lopatky. Přemístění rozváděcí lopatky je způsobeno zatížením hydrodynamickými tlaky.

### 6.3.1.2 Výpočtový model řešené soustavy – výpočty proudění

V této kapitole je popsán postup výpočtů proudění výpočtovou oblastí tekutiny kolem rozváděcí lopatky při přenosu tlakových zatížení z výpočtů proudění programem ANSYS CFX do programu ANSYS MECHANICAL (WORKBENCH) a přenosu posunutí (přemístění) opačným směrem. Jedná se tzv. o stacionární dvoucestné FSI (2 – WAY FSI). Pro všechny výpočty proudového pole byl použit program ANSYS CFX. Výpočtový model popsany v předešlé kapitole 6.1.2.2 je modifikován s tím rozdílem, že v místě obtékané plochy rozváděcí lopatky byla tato plocha nadefinována jako pohybuující se stěna - rychlost proudění v bezprostřední blízkosti stěny je rovna rychlosti pohybu stěny jak rotační tak translační. Dále byla nadefinována tzv. tuhost pohybuující se sítě konečných objemů. Touto vlastností „tuhost sítě“ se nastavuje, které regiony se pohybují a absorbují pohyb a které zůstávají nepohyblivé. Např. pokud chceme, zachovat kvalitní prvky v místě mezní vrstvy je třeba zadat vysokou tuhost sítě a nízkou tuhost dále od stěn. Popis voleb tuhostí výpočtové sítě buněk je v tabulce 34.

Tabulka 34 Popis voleb tuhostí výpočtové sítě v CFX

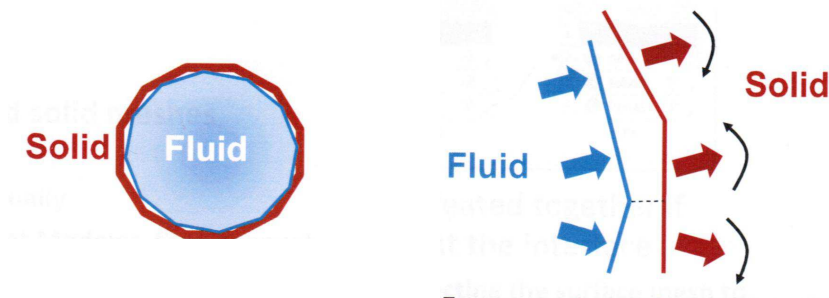
VOLBA TUHOSTI	MATEMATICKÉ VYJADŘENÍ	POPIS
Increase near Small Volumes	$(1/V)^{C_{stiff}}$	Plynule zvyšuje tuhost v malých objemech
Increase near Boundaries	$(1/d)^{C_{stiff}}$	Plynule zvýší tuhosti u všech hranic kromě periodicit a symetrií
Value	CEL	Stejná tuhost buněk

$C_{stiff}$  – exponent modelu - vysoká hodnota = větší náhlá (skoková) změna tuhosti

Pro tento typ úlohy byla vhodná volba „Incerase near Boudaries“.  $C_{stiff}$  – bylo pro každou úlohu kontrolováno a upravováno. Lze ovšem říci, že pro většinu úloh se  $C_{stiff}$  pohybovalo od 3 do 5.

Dalším důležitým parametrem je nastavení tzv. relaxačních faktorů přenosů zatížení. Defaultně je všude nastaveno 0,75, což by znamenalo, že přenos probíhá s hodnotami sníženými o 25%. Proto je třeba tyto relaxační parametry změnit na 1, což odpovídá 100% zatížení.

Při tvorbě strukturního výpočtového modelu je dobré, aby síť konečných prvků na povrchu měla společné uzly se sítí pro výpočet proudění. Pokud uzly nejsou společné, vznikají na kontaktní ploše přídavné momenty. Na obrázku 121 je příklad špatně zvolených výpočetních sítí.

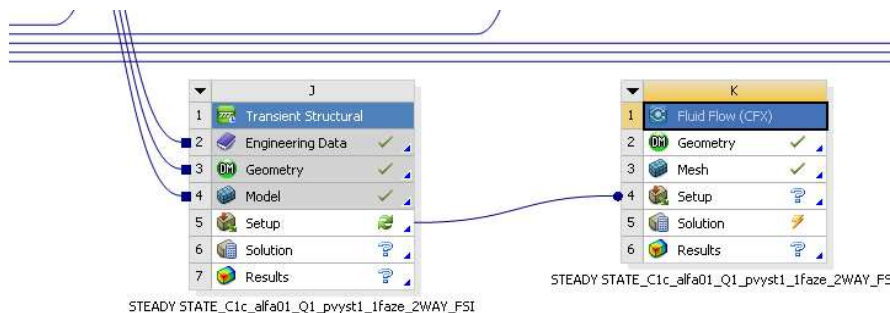


Obr. 121 Příklad špatných výpočetních sítí

Výpočtová síť je popsána v kapitole 6.1.2.2, a znázorněna na obrázcích 99 a 100.

Dále se musí v CFX nastavit vstupní soubor napěťově deformační analýzy (tento soubor je ve formátu ds.dat). Tento soubor obsahuje všechny informace o řešené soustavě rozváděcí lopatky, nastavení řešiče MKP, okrajových podmínkách, síti konečných prvků atd. Konstatuji, že důležité parametry výpočtů proudění i pole posuvů 2-WAY FSI se nastavují v programu ANSYS CFX. Inicivace všech výpočtů byla provedena z předchozích analýz proudění bez deformovatelné sítě.

V systému ANSYS WORKBENCH lze jednoduše propojit úlohy výpočtu CFD a MKP linkovým spojením viz obrázek 122, kde je patrné propojení CFD analýzy a MKP, tj. analýzy proudění se zadáním pro výpočet napětí a deformací.



Obr. 122 Schéma propojení CFD a MKP (2-WAY FSI)

### 6.3.1.3 Výpočtový model řešené soustavy – statické výpočty

Výpočtový model řešené soustavy rozváděcí lopatky je stejný jako v předešlých analýzách a je popsán v kapitole 6.1.2.4.

Sestava skládající se z lopatky, čepu a torzní tyče byla modelována konečnými prvky typu SOLID187 (desetiuzlové prvky s kvadratickou násadou). Síť konečných prvků je pro torzní tyč  $d = 6$  mm názorně zobrazen na Obr. 109.

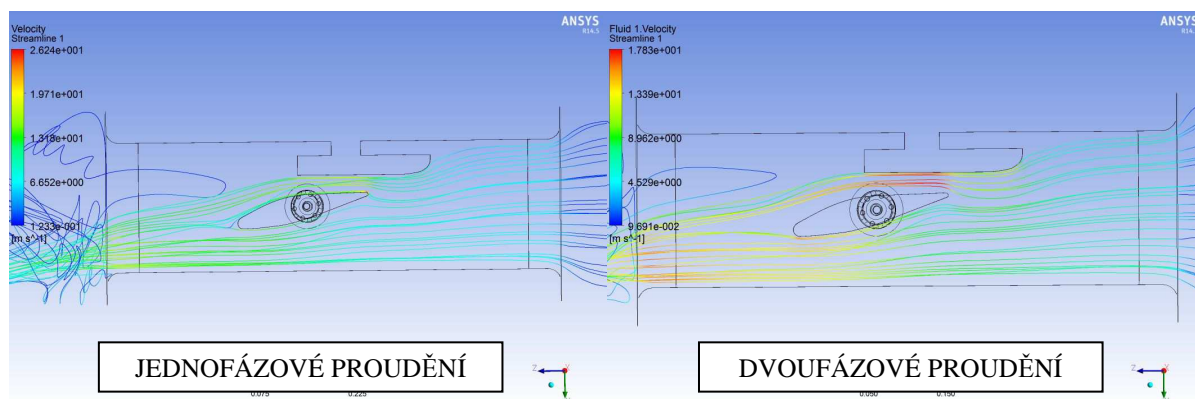
Materiálové charakteristiky lopatky, čepu a torzní tyče jsou uvedeny v předchozích kapitolách.

### 6.3.1.4 Výsledky stacionárních výpočtů 2-WAY FSI

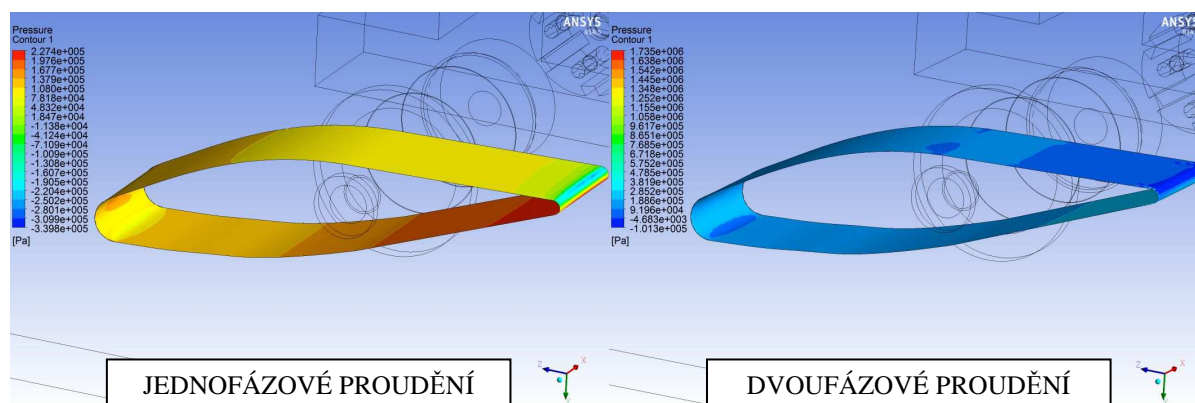
Bylo vypočítáno 2880 úloh pro různé torzní tyče a kombinace geometrického nastavení lopatky ( $h$  a  $\alpha$ ), vstupních parametrů (průtok) a pro jeden výst. tlak  $p_{výst} = 0,136$  MPa jedno i dvou fázové proudění. Ve všech analyzovaných úlohách, bylo využito interního rozhraní pro 2-WAY FSI. Rozložení hydrodynamických tlaků, bylo vypočteno, jak je zmíněno v předchozích odstavcích CFD programem ANSYS CFX.

Pro názornost jsou výsledky výpočtů uvedeny na obrázcích, v grafech a tabulkách i vypsány textově pro kombinaci výpočtového modelu F,  $h_{30} = 30,0$  mm,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $Q_3 = 0,06$  m<sup>3</sup> · s<sup>-1</sup>,  $p_{výst1} = 0,136$  MPa, průměr torzní tyče  $d = 10$  mm a pro jednofázové a dvoufázové proudění.

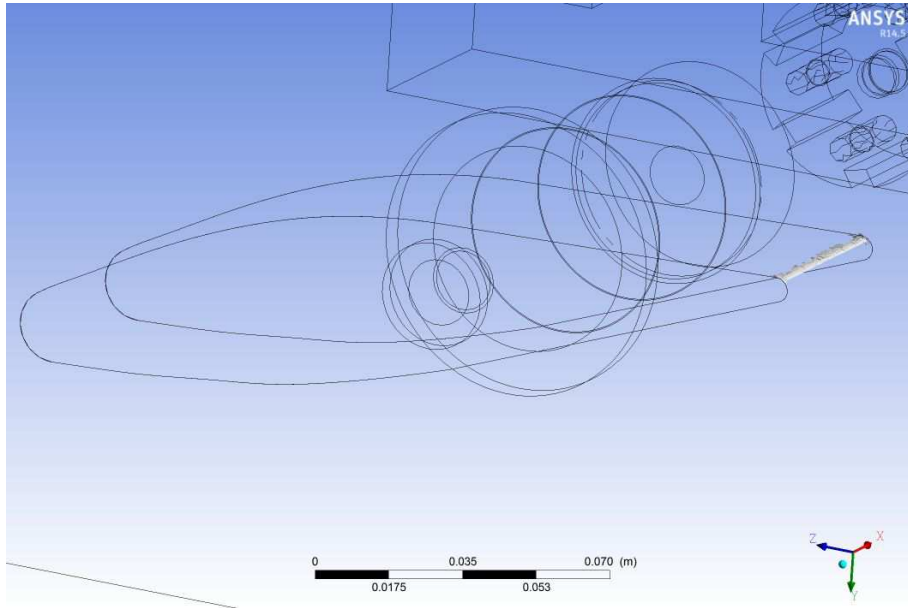
Na obrázcích 109 až 129 jsou rozložení rychlostí ve výpočetním profilu, tlakové pole na obtékané ploše lopatky, výsledné přemístění výpočetní sítě proudového pole, výsledné přemístění lopatky a výsledná intenzita napětí v lopatce. Na obrázku 125 je ukázán detail objemu tekutiny, která má hustotu menší než 800 kg · m<sup>-3</sup>.



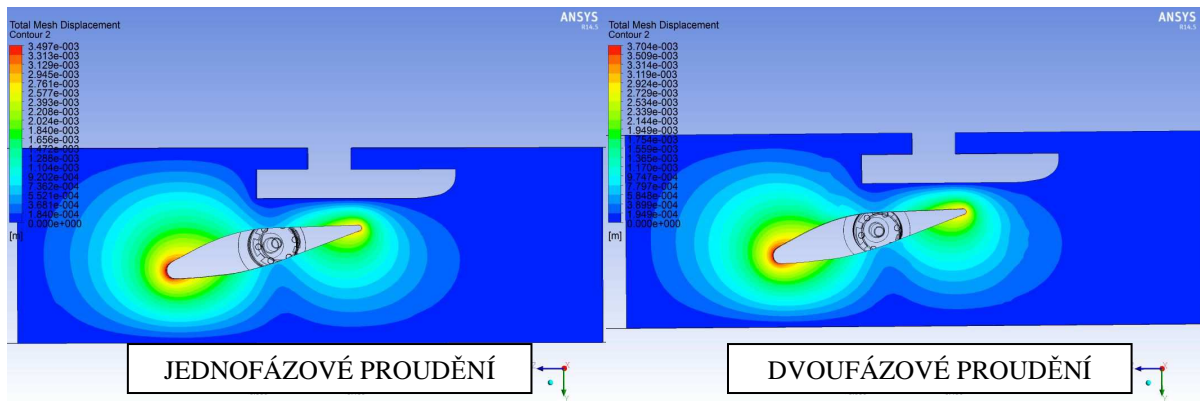
Obr. 123 Rozložení rychlostí ve výpočetním profilu



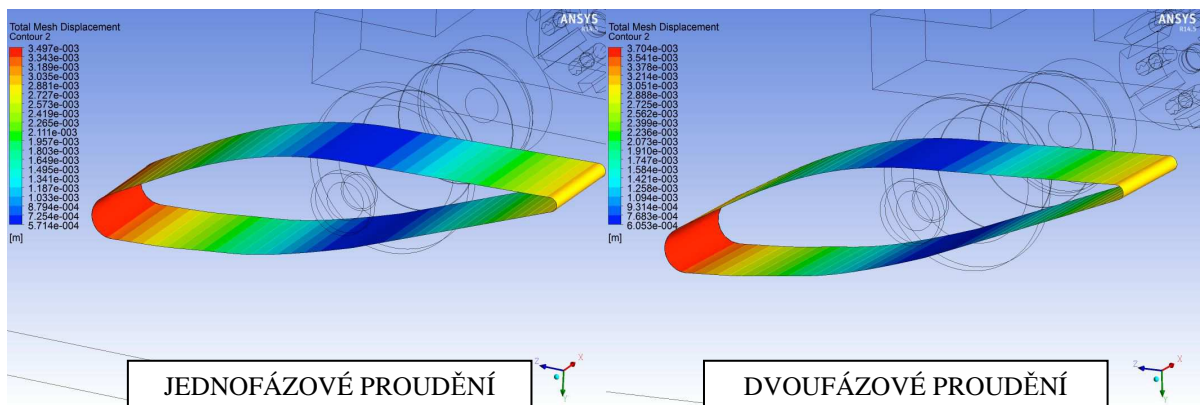
Obr. 124 Tlakové pole na lopatce



Obr. 125 Objem tekutiny, která má hustotu menší než  $800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  – dvoufázové proudění

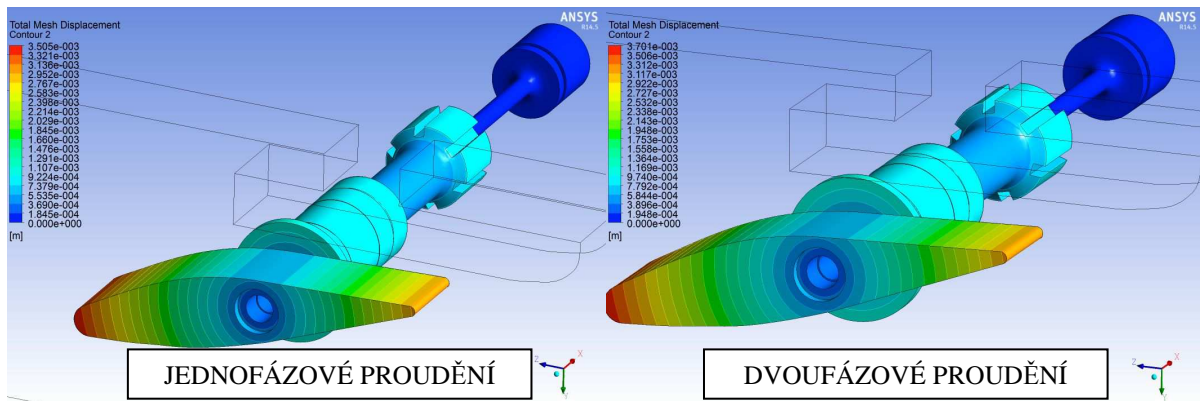


Obr. 126 Výsledné přemístění výpočetní sítě (výpočet proudění)

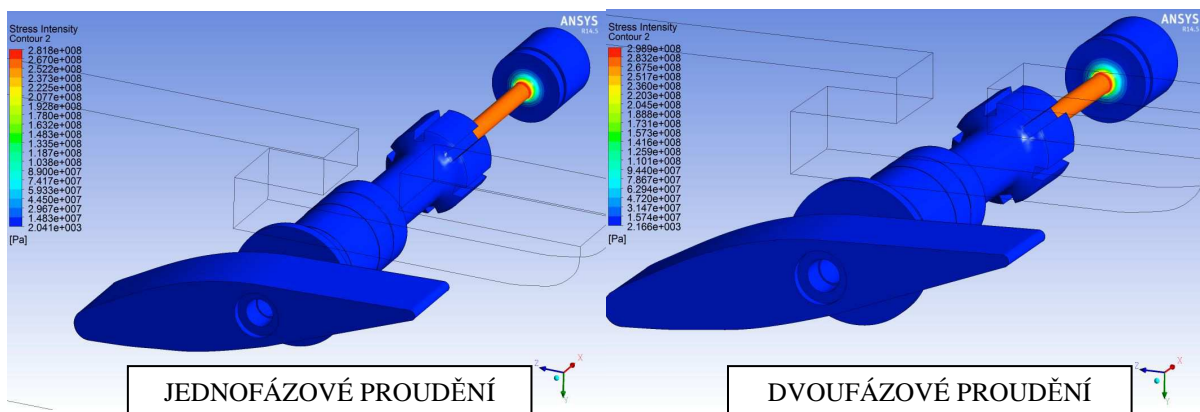


Obr. 127 Výsledné přemístění výpočetní sítě (výpočet proudění) – plocha lopatky





Obr. 128 Výsledné přemístění lopatky  $U_{CEL}$



Obr. 129 Intenzita napětí  $\sigma_{INT}$

Na vybraných obrázcích je názorně ukázáno, že při jednofázovém proudění jsou hodnoty podtlaků menší než je reálné. V místě podtlaku nižším než je přibližně  $p \approx -0,1$  MPa bude docházet ke kavitaci, což nám ukazuje dvofázový výpočet, kde je jasně patrné tzv. ucpávání spáry mezi lopatkou a posuvnou lyží tekutinou s menší hustotou než je hustota vody, v tomto vybraném případě začíná vznikat kavitace na vstupní hraně lopatky. Z toho vyplývá i rozdílné zatížení lopatek při výpočtu jednofázovým a dvofázovým prouděním. Dvofázový výpočet proudění se nejvíce blíží skutečnému proudění ve zkušební trati.

Výsledné přemístění se vypočítá dle vztahu  $U_C^E = \sqrt{U_X^2 + U_Y^2 + U_Z^2}$ , kde  $U_X$ ,  $U_Y$ ,  $U_Z$  jsou přemístění ve směru os  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  souřadnicového systému.

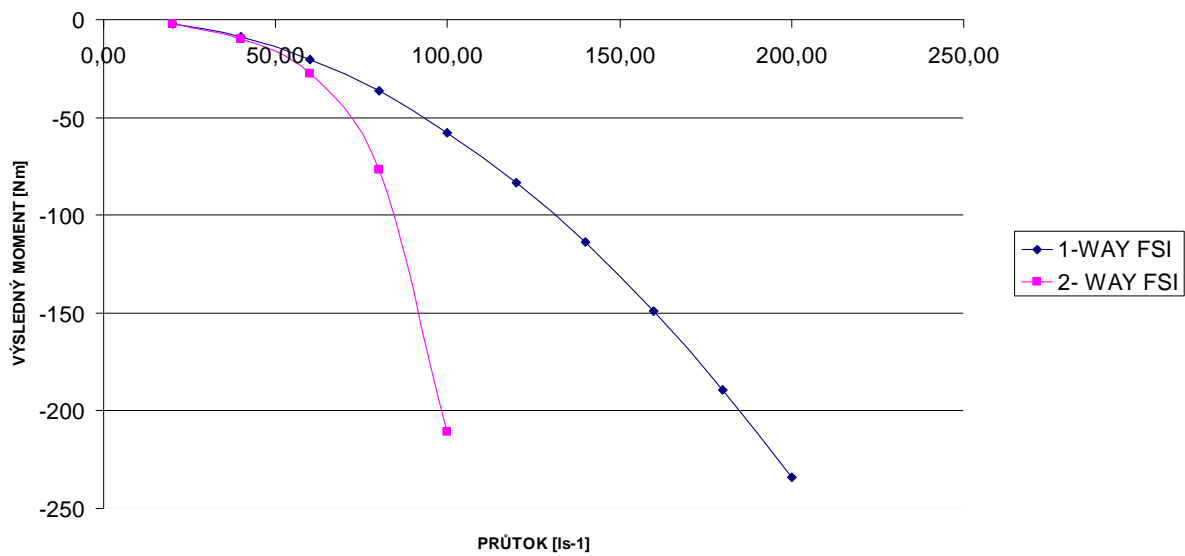
Výsledky pro vybranou úlohu jsou shrnuty v tabulce 35.

Tabulka 35

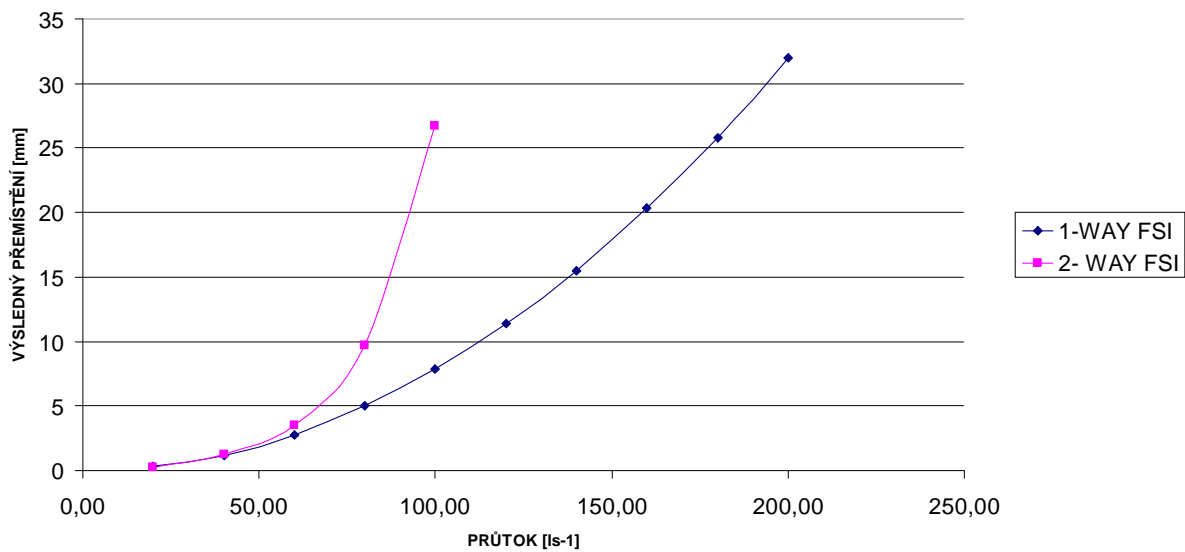
	JEDNOFÁZOVÉ PROUDĚNÍ		DVOUFÁZOVÉ PROUDĚNÍ	
	SÍŤ CFD	SÍŤ MKP	SÍŤ CFD	SÍŤ MKP
$U_{CEL}$ [mm]	3,497	3,505	3,704	3,701
$\sigma_{INT}$ [MPa]	-	281,8	-	298,9
$M$ [Nm]	-27,603	-	-29,186	-

Z tabulky 35 je patrné, jaké jsou rozdíly ve vypočítaném výsledném přemístění v oblasti kapaliny a v oblasti lopatky. To je způsobeno nastavenými konvergenčními kritérii ve výpočtu. Rozdíl v tisícinách mm je vyhovující. Úpravou konvergenčních kritérií výpočtu lze dosáhnout přesnosti 1E-6 mm, ovšem při tomto nastavení stacionární výpočet 2-WAY FSI se stejnými výpočtovými sítěmi trvá řádově týden (cca 170 hodin), a výpočet s původním nastavením trvá přibližně 4 – 6 hodin.

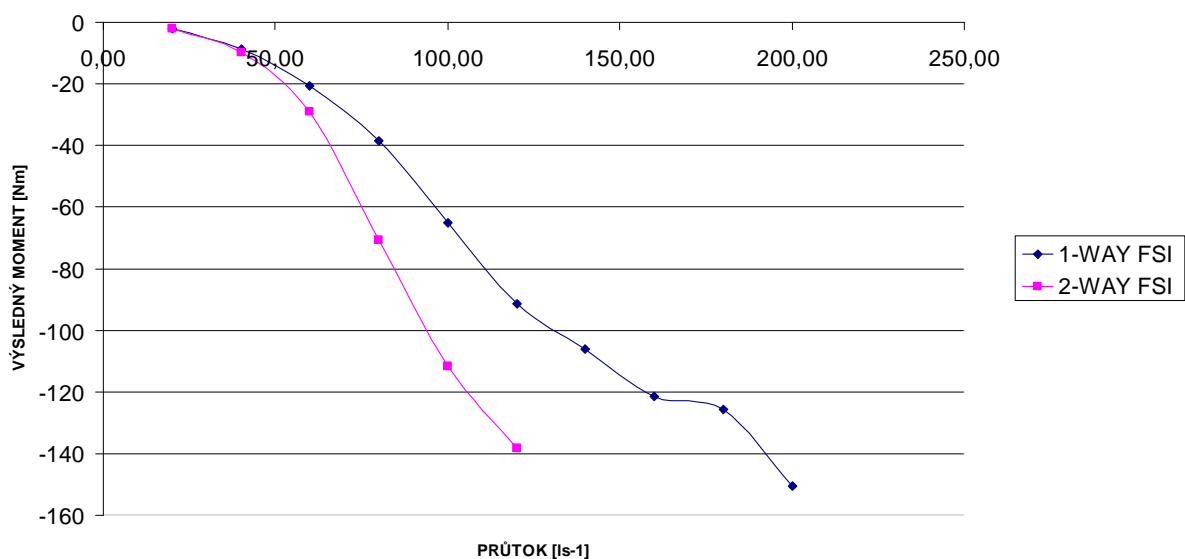
V následujících grafech 48 až 55 jsou zobrazeny závislosti výsledných krouticích momentů na rozváděcí lopatku a výsledných přemístění lopatky v závislosti na vstupní rychlosti proudění (průtoku) a nastavené poloze lopatky ve výpočtovém modelu. Jsou zde pro názornost vybrány úlohy s torzní tyčí  $d = 10\text{ mm}$  a  $d = 18\text{ mm}$ , lopatka je ve vzdálenosti  $h_{30} = 30\text{ mm}$  od posuvné lyže, výstupní tlak je  $p_{\text{výst}} = 136\ 000\text{ Pa}$ . V grafech jsou porovnány vypočtené výsledné momenty na lopatku pro dva různé druhy stacionárních výpočtů – 1-WAY FSI a 2-WAY FSI. Nejnižší výstupní tlak je vybrán z důvodu největší kavitace na obtékané ploše lopatky a na posuvné lyži, a pro velké rozdíly v zatížení lopatky (výsledný moment) mezi jednofázovým a dvoufázovým prouděním.



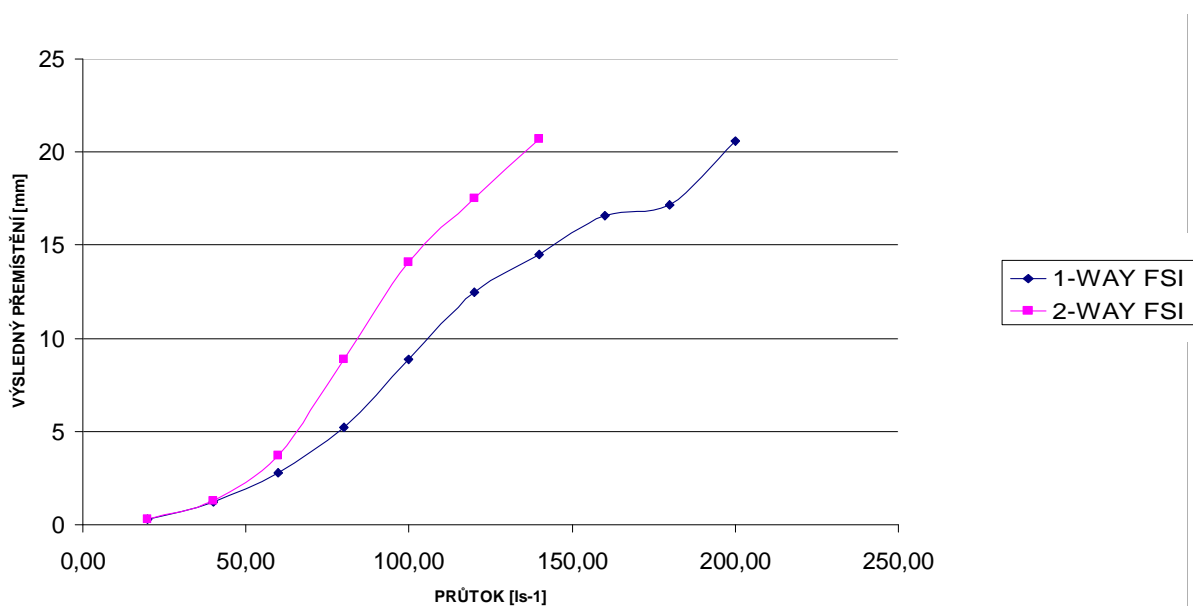
Graf 48 Porovnání momentu na lopatku pro rozdílné druhy výpočtů 1-WAY FSI a 2-WAY FSI v závislosti na průtoku, při výst. tlaku  $p_{výst.} = 136\ 000\ \text{Pa}$ ,  $d = 10\ \text{mm}$ , jednofázové proudění



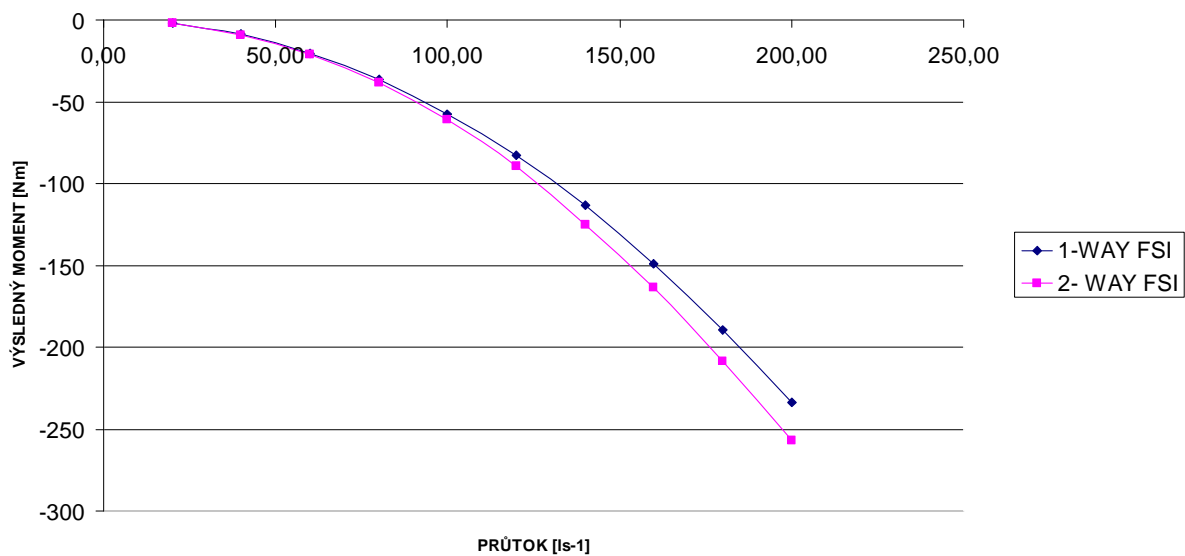
Graf 49 Porovnání výsledného přemístění lopatky pro rozdílné druhy výpočtů 1-WAY FSI a 2-WAY FSI v závislosti na průtoku při výst. tlaku  $p_{výst.} = 136\ 000\ \text{Pa}$ ,  $d = 10\ \text{mm}$ , jednofázové proudění



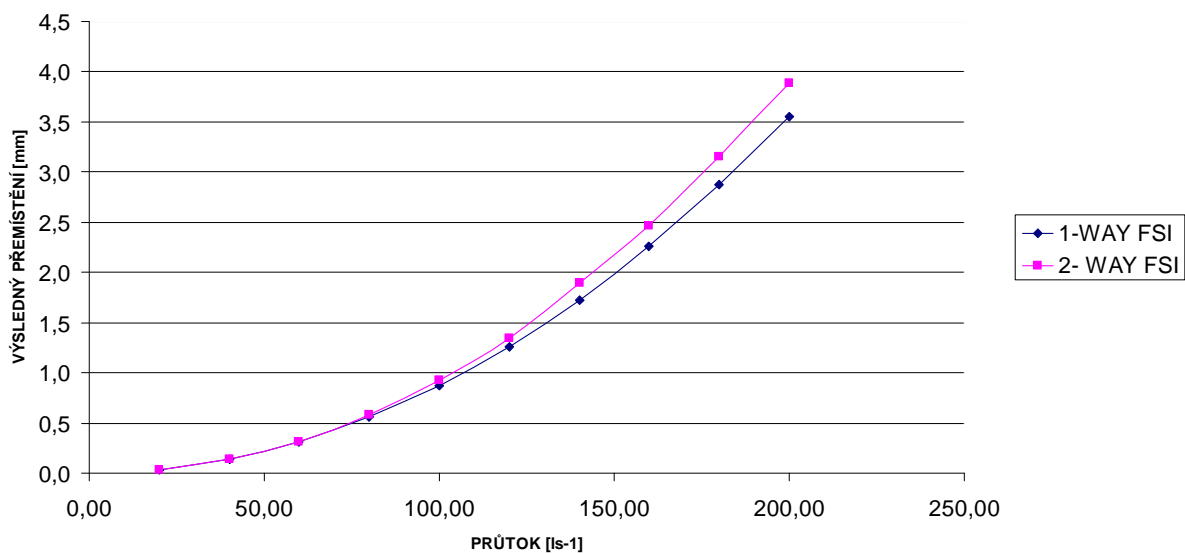
Graf 50 Porovnání momentu na lopatku pro rozdílné druhy výpočtů 1-WAY FSI a 2-WAY FSI v závislosti na průtoku, při výst. tlaku  $p_{výst.} = 136\ 000\ \text{Pa}$ ,  $d = 10\ \text{mm}$ , dvoufázové proudění



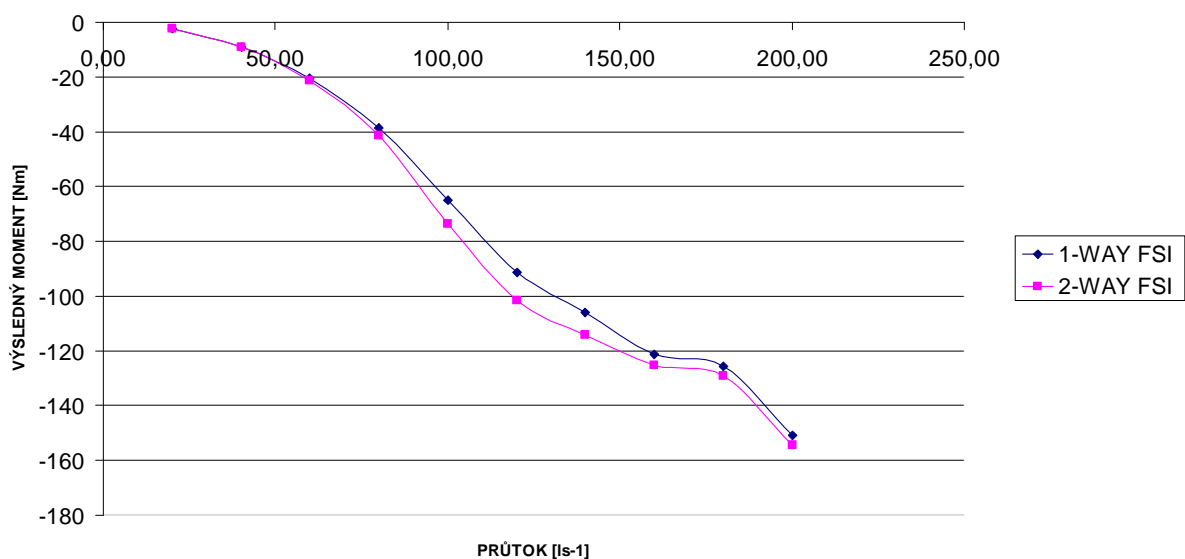
Graf 51 Porovnání výsledného přemístění lopatky pro rozdílné druhy výpočtů 1-WAY FSI a 2-WAY FSI v závislosti na průtoku při výst. tlaku  $p_{výst.} = 136\ 000\ \text{Pa}$ ,  $d = 10\ \text{mm}$ , dvoufázové proudění



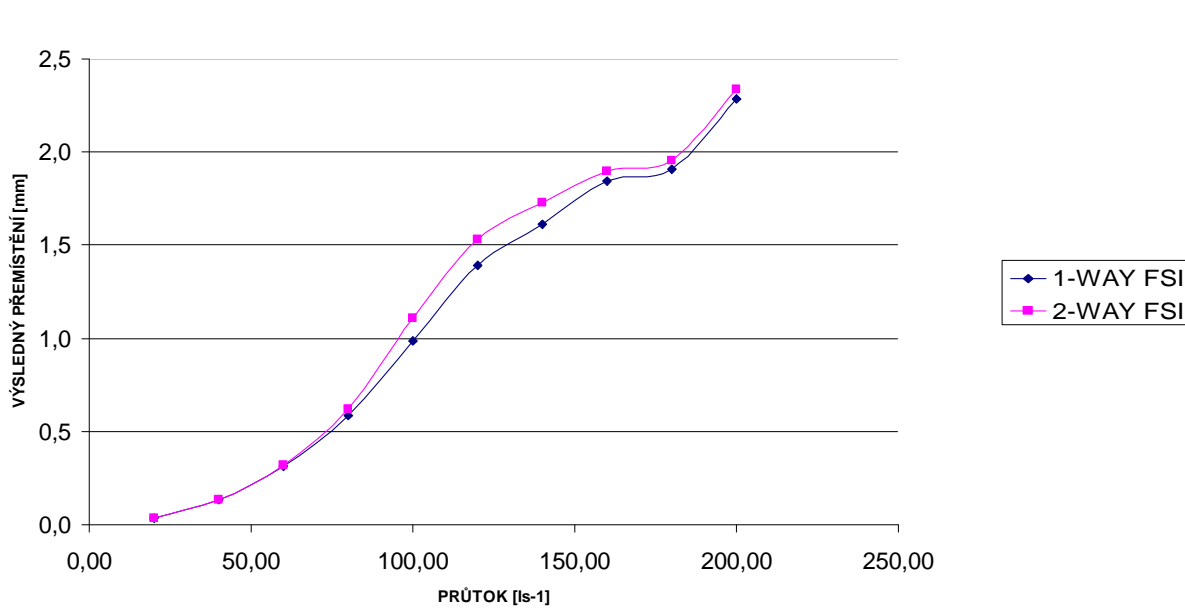
Graf 52 Porovnání momentu na lopatku pro rozdílné druhy výpočtů 1-WAY FSI a 2-WAY FSI v závislosti na průtoku, při výst. tlaku  $p_{výst.} = 136\ 000\ \text{Pa}$ ,  $d = 18\ \text{mm}$ , jednofázové proudění



Graf 53 Porovnání výsledného přemístění lopatky pro rozdílné druhy výpočtů 1-WAY FSI a 2-WAY FSI v závislosti na průtoku při výst. tlaku  $p_{výst.} = 136\ 000\ \text{Pa}$ ,  $d = 18\ \text{mm}$ , jednofázové proudění



Graf 54 Porovnání momentu na lopatku pro rozdílné druhy výpočtů 1-WAY FSI a 2-WAY FSI v závislosti na průtoku, při výst. tlaku  $p_{výst.} = 136\ 000\ \text{Pa}$ ,  $d = 18\ \text{mm}$ , dvoufázové proudění



Graf 55 Porovnání výsledného přemístění lopatky pro rozdílné druhy výpočtů 1-WAY FSI a 2-WAY FSI v závislosti na průtoku při výst. tlaku  $p_{výst.} = 136\ 000\ \text{Pa}$ ,  $d = 18\ \text{mm}$ , dvoufázové proudění

Z grafů 48 až 51 je patrné, že chybí výsledky výpočtů pro vyšší vstupní rychlosti proudění (větší průtok). Je to z důvodu ukončení výpočtů v souvislosti s velkým natočením lopatky, kdy dojde buď k doteku lopatky s posuvnou lyží, nebo k velkému pootočení rozváděcí lopatky a opuštění výpočtového prostoru proudící kapaliny (záporné objemy prvků sítě konečných objemů). K těmto problémům dochází u vyšších rychlostí proudění a malých průměrech torzních tyčí – malá torzní tuhost a velký zatěžovací moment lopatky od proudící vody.

### **6.3.1.5 Závěry**

Tento typ úlohy (stacionární výpočet 2-WAY FSI) je časově náročnější než výpočty 1WAY-FSI a to hlavně u dvoufázového proudění, kde docházelo k častým nestabilitám řešení, které vyvolávaly nutnost zásahu do výpočtového modelu a nastavení výpočtů. (korekce tuhosti sítě a zvětšení počtu výpočetních kroků).

Z výsledků stacionárního 2-WAY-FSI vyplývá, že pro konstrukce s nižší tuhostí, což je patrné již z analýzy 1-WAY FSI, kde bude velkou měrou ovlivněn průtočný profil proudící kapaliny a z toho vyplývající velká změna zatížení obtékané konstrukce, by měl následovat stacionární výpočet 2-WAY-FSI. Na vykreslených výsledcích vybraných úloh je patrná velká změna zatížení u lopatky s torzní tyčí s menším průměrem (malá torzní tuhost) na rozdíl od lopatky s větším průměrem torzní tyče, kde je možno tyto změny zatížení zanedbat, např. při použití většího bezpečnostního koeficientu při výpočtech mezního stavu pevnosti a použitelnosti.

Tento typ úloh je proveditelný v reálném čase, ale je nutno dbát pozornosti při zadávání úlohy a monitorování průběžných výsledků během výpočtu (konvergenční kritéria, tuhosti sítě atd.). Na druhou stranu tento typ úloh je pro projekční praxi již méně použitelný pro reálné vodohospodářské konstrukce z důvodu výpočtu proudění v prototypových velikostech – řádově narůstají počty buněk a řádově dochází k nárůstu strojového času, potřebného pro výpočty proudění.

## 6.4 Propojení programů CFX – MECHANICAL rozhraním ANSYS – 2-WAY FSI – dynamické výpočty

### 6.4.1 Úvodní popis

V této kapitole je popsán postup a praktický příklad výpočtů dynamické odezvy obtékané rozváděcí lopatky na zatížení od proudící kapaliny v čase. Jedná se tzv. o nestacionární dvoucestné FSI (2-WAY FSI). K velkým problémům dynamiky vodohospodářských konstrukcí patří problém řešení odezvy konstrukce projevující se jeho kmitáním, způsobeným interakcí konstrukce s proudícím pracovním médiem (vodou). Jedná se o klasický případ projekční praxe. Správné řešení dynamické odezvy rotoru (oběžného kola) obecně představuje složitý problém hydroelasticity.

Dynamická hydroelasticita resp. Fluid Structure Interaction (FSI) jsou simulace vzniklé spojením dvou procesů. V prvním procesu se řeší hydrostatika a hydrodynamika v systému CFD založeném na metodě konečných objemů, v druhém procesu se řeší statická a dynamická odezva konstrukce řešičem pro metodu konečných prvků. V současné době CFX nepodporuje plně sdruženou FSI analýzu, kde konstrukce i kapalina jsou řešeny společně. Proto byla použita iterační metoda, při které jsou jednotlivá pole řešena odděleně.

Při výpočtu FSI se v každém časovém kroku získá hydrodynamický tlak z CFD výpočtu, který je integrován do zatěžovacích sil v uzlech strukturního modelu. Následně MKP řešič dojde k výpočtu vektoru posunutí, který se převede do deformace konečně objemové sítě CFD výpočtu. S deformovanou konečně objemovou sítí se přistupuje k dalšímu časovému kroku v CFD analýze.

Tato analýza FSI je iterační přes každý časový krok (každý časový krok může obsahovat více výpočtových kroků, viz předchozí kapitola) Při tomto přístupu jsou CFD rovnice řešeny pro časový krok. Vypočtené tlaky kapaliny se stanou jednou z okrajových podmínek pro MKP rovnice strukturního modelu. MKP rovnice jsou řešeny ve stejném časovém kroku a deformace se vrací do CFD výpočtů jako okrajová podmínka. Proces se opakuje pro daný časový krok, dokud systém tekutiny a pevné látky se nepřiblíží k uvnitř předepsané toleranci (konvergenční kritéria). Teprve poté dojde k ukončení výpočtu.

Při tomto typu úlohy (lopatka v blízkosti stěny) by mělo vzniknout tzv. samobuzené kmitání lopatky vlivem setrvačného účinku proudu vody. Zkráceně je tato problematika popsána v následující kapitole problematice (pro lopatku v blízkosti stěny).

Výsledky vibrační analýzy konstrukce pro různé provozní stavy, dle řešení popsaného v předchozích odstavcích, by usnadnilo výpočet životnosti konstrukcí. Výsledkem řešení vibrační odezvy je střední napětí a amplituda kmitání konstrukce a samozřejmě přemístění konstrukce.



## 6.4.2 Setrvačný účinek proudu vody jako základní příčina samobuzeného kmitání lopatky v blízkosti tuhé stěny

### 6.4.2.1 Obecně

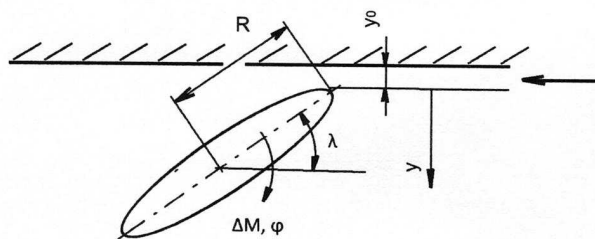
Hydroelastické kmitání vzniká následkem ztráty dynamické stability daného systému. Součást v proudění samobuzeně kmitá a intenzita kmitání může být neobyčejně veliká. V ojedinělých případech dochází i ke katastrofám. Ve stavbě vodních strojů a zařízení je základní příčinou hydroelastických jevů proudění vody v úzké spáře, přičemž jedna součást vytvářející spáru je poddajná. Přitom musí platit základní podmínka: **zvýšením tlakového spádu na spáru se tloušťka spáry zmenšuje a rovněž průtok vody spárou se zmenšuje**. Uplatňuje se setrvačný účinek vody, resp. vazba mezi setrvačným účinkem vody a pohybem součásti. V závislosti výchylka/tlak vzniká během jednoho kmitu hysterezní smyčka. Smysl hysterezní smyčky je takový, že se do kmitajícího systému přivádí energie z proudění.

Tento jev se vyskytuje u následujících součástí:

- Rozváděcí lopatky čerpadlových turbín při najíždění do čerpadlového chodu. Jedná se o počáteční fázi otevírání rozvaděče, kdy jsou lopatky ještě v téměř zavřené poloze a mezi listy lopatek je úzká, divergentní spára.
- Rotory soustrojí – generátor vodní turbína – pokud je oběžné kolo těsněno určitou kombinací těsnících spár.
- Jezové segmenty, pokud jsou podtékány a spára je relativně malá.
- Tabule rychlouzávěrů v tzv. plnicí poloze. Spárou mezi tabulí a prahem se napouští prázdný přivaděč.
- Různé druhy ventilů a jejich těsnění. Např. provozní těsnění kulového uzávěru (těsnící kruh), které kmitá během otevírání.
- Gumové těsnění ve tvaru notové gumy používané u konstrukcí vodních staveb. Pokud těsnění nedoléhá na těsněnou část a spára je relativně malá, tak těsnění kmitá. Většinou se nejedná o nebezpečný jev, ale okolí je zatěžováno nepříjemným hlukem.

### 6.4.2.2 Lopatka v blízkosti tuhé stěny [39]

Na obrázku Obr. 130 je znázorněna lopatka v blízkosti stěny. Lopatka je natočena tak, že vytváří spáru mezi náběžnou hranou lopatky a stěnou. List lopatky je uvažován jako tuhý, torzně poddajně uchycený v ose otáčení. Jedná se tedy o torzní systém s jedním stupněm volnosti. Pro jednoduchost neuvažuje žádný zdroj tlumení v mechanické části systému. Výchozí tloušťka spáry  $y_0$ , výchozí rozdíl tlaků před a za spárou je  $p_0$  a výchozí průtok spárou je  $q_0$ . Výchylka náběžné hrany lopatky je  $y$ .



Obr. 130 Lopatka v blízkosti stěny

Za předpokladu malých výchylek lze psát:

$$y = \varphi \cdot R \cdot \cos \lambda \text{ ,} \quad (90)$$

kde:  $\lambda$  – úhel nastavení lopatky

Pohybová rovnice systému lopatky má tvar:

$$I \cdot \ddot{\varphi} + c \cdot \varphi = \Delta M \text{ ,} \quad (91)$$

kde:  $I$  – moment setrvačnosti listu lopatky k ose otáčení

$c$  – torzní tuhost

$\Delta M$  - dynamická složka krouticího momentu působícího na list lopatky

Protože neznáme hodnotu krouticího momentu působícího na list lopatky, použijeme koeficientu  $\alpha$

$$\Delta M = -\alpha \cdot b \cdot R^2 \cdot p \text{ ,} \quad (92)$$

kde  $b$  značí šířku lopatky.

Dynamická složka průtoku je dána vztahem:

$$q = C_1 \cdot y + C_2 \cdot p - \kappa \cdot b \cdot R^2 \cdot \dot{\varphi} \text{ ,} \quad (93)$$

a její derivace v čase:

$$\dot{q} = C_1 \cdot \dot{y} + C_2 \cdot \dot{p} - \kappa \cdot b \cdot R^2 \cdot \ddot{\varphi} \text{ ,} \quad (94)$$

Koeficient  $\kappa$  v tomto případě vyjadřuje průtok vody spárou vyvolaný pohybem listu lopatky. Dynamická složka tlaku  $p$  je závislá na změně průtoku. V tomto případě zvolíme v oblasti spáry určitý náhradní sloupec vody o délce  $L_{eq}$  a průřezu  $A_{eq}$ . Vzhledem k tomu, že neznáme velikost tohoto náhradního sloupce vody, který se podílí na setrvačném účinku, použijeme koeficient  $\beta$ :

$$p = -\frac{\rho \cdot L_{eq}}{A_{eq}} \cdot \dot{q} = -\frac{\rho \cdot \beta}{b} \cdot \dot{q} \text{ ,} \quad (95)$$

Pomocí rovnic (91), (92), (94) a (95) vytvoříme diferenciální rovnici třetího řádu:

$$\beta \cdot \rho \cdot C_2 \cdot I \cdot \ddot{\varphi} + b(I + I_{eq}) \cdot \ddot{\varphi} + \beta \cdot \rho \cdot (C_2 \cdot c - \alpha \cdot b \cdot R^3 \cdot C_1 \cdot \cos \lambda) \cdot \dot{\varphi} + b \cdot c \cdot \varphi = 0 \text{ ,} \quad (96)$$

$$\text{kde: } I_{eq} = \alpha \cdot \beta \cdot \kappa \cdot \rho \cdot b \cdot R^4 \text{ ,} \quad (97)$$

je ekvivalentní moment setrvačnosti vody.

Pro frekvenci kmitání platí:

$$\omega^2 = \frac{c}{I + I_{eq}} \quad (98)$$

Podmínkou dynamické stability je

$$y_0 > \frac{2 \cdot \alpha \cdot b \cdot R^3 \cdot p_0 \cdot \cos \lambda}{c} \left(1 + \frac{I}{I_{eq}}\right), \quad (99)$$

Z této podmínky vyplývá, že daný systém je dynamicky nestabilní při malých otevřeních lopatky, tedy při úzké spáře mezi náběžnou hranou lopatky a stěnou.

Rozsah otevření (při dané šířce  $b$ ), ve kterém je daný systém nestabilní, se rozšiřuje se zvětšováním hodnot:

- koeficientu  $\alpha$
- poloměru  $R$
- výchozího tlaku  $p_0$
- ekvivalentního momentu setrvačnosti vody (koeficient  $\alpha$ ,  $\beta$ ).

Naopak, rozsah otevření, ve kterém je systém nestabilní, se zmenšuje se zvětšováním:

- torzní tuhosti  $c$
- úhlu  $\lambda$ .

Závislost vzniku samobuzeného kmitání na poloměru  $R$ , tlaku  $p_0$  a tuhosti  $c$  je logická. Poněkud méně je zřejmá závislost na koeficientu  $\alpha$  a úhlu  $\lambda$ .

Koeficient  $\alpha$  je závislý na tvaru spáry. Při úzké, málo se rozevírající spáře mezi lopatkou a stěnou, je koeficient  $\alpha$  největší, protože proudění ve spáře odpovídá přilehlému proudění v difuzoru. Rovněž náhradní sloupec vody, který se podílí na setrvačném účinku a tím i koeficient  $\beta$  je větší u úzké a dlouhé spáry. Tzn., že i ekvivalentní moment setrvačnosti vody je větší u úzké dlouhé spáry.

Ve snaze potlačit vznik samobuzeného kmitání, při dané tuhosti  $c$ , šířce  $b$  a poloměru  $R$ , je tedy nejúčinnější zvětšit úhel rozevření spáry a zkrátit délku spáry mezi lopatkou a stěnou. Na tvar spáry má tedy vliv i úhel  $\lambda$ . Ovšem v kritériu (99) vyjadřuje člen  $\cos \lambda$  pouze závislost změny tloušťky spáry na nastavení lopatky. Při  $\lambda = 90^\circ$  nemá (relativně malá) torzní výchylka vliv na změnu tloušťky spáry.

Všechny výše uvedené závěry byly ověřeny na speciálních modelech lopatek v blízkosti stěn [42].

### 6.4.3 Nestacionární – dynamický výpočet rozváděcí lopatky – modelové zařízení s lopatkou

#### 6.4.3.1 Výpočtový model řešené soustavy – výpočty proudění

V této kapitole je popsán postup výpočtů proudění výpočtovou oblastí kapaliny rozváděcí lopatky při přenosu tlakových zatížení z výpočtů proudění programem ANSYS CFX do programu ANSYS MECHANICAL (WORKBENCH) a přenosu posunutí opačným směrem. Jedná se tzv. o stacionární dvoucestné FSI (2-WAY FSI). Pro všechny výpočty rozváděcí lopatky byl použit program ANSYS CFX. Výpočtový model je popsán v předešlých kapitolách 6.2.1.2 a 6.3.1.2.

Výpočtová síť je popsána v kapitole 6.1.2.2 a vykreslena na obrázcích 99 a 100.

Oproti úlohám stacionárním - statickým výpočtům se zde musí nastavit časový krok. Velmi důležité je při FSI analýze nastavení délky časového kroku a počtu iterací. Ty jsou během jednoho časového kroku nastaveny na hodnotu 5 – 15 dle úlohy, nižší počet iterací v časovém kroku (nižší rychlost proudění, větší tuhost torzní tyče), vyšší počet iterací v časovém kroku (vyšší rychlost proudění, nižší tuhost torzní tyče). Délka časového kroku byla volena tak, aby nedošlo při deformacích výpočetních sítí k vytvoření negativního objemu. Pro zabránění vzniku negativních objemů byl nastaven malý časový krok, při kterém se mřížka zvládne přizpůsobit deformaci. Časový krok byl volen pevný 0,0005 s (adaptivní časový krok se pro tento typ úlohy neosvědčil). S ohledem na lepší konvergenci výpočtů a časovou náročnost se doporučuje volit raději menší časový krok než zvětšování počtu iterací. Úlohy byly počítány ve dvou variantách s tlumením a bez tlumení. Ve variantě s tlumením byla disipace mechanické energie v soustavě modelována podle Rayleigha, se střední hodnotou modálního poměrného útlumu soustavy 0,005 v různých frekvenčních pásmech dle průměru torzní tyče a vlastní frekvence 1. torzního tvaru lopatky.

Frekvenční pásma jsou pro jednotlivé průměry torzních tyčí vypsány v tabulce 36.

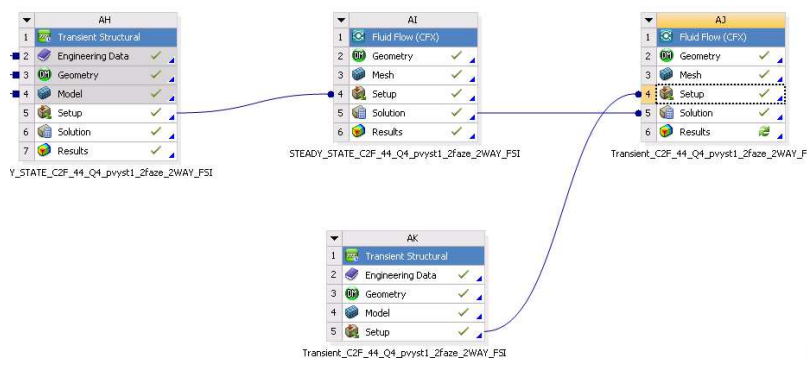
Tabulka 36 Frekvenční pásma

Torzní tyč – průměr [mm]	Frekvenční pásmo [Hz]
6	5 – 25
10	25 – 60
14	50 – 100
18	80 – 160
22	110 – 220
24	140 - 270

Všechny důležité parametry výpočtu 2-WAY FSI (nestacionární – dynamický výpočet) se nastavují v programu ANSYS CFX – časové kroku, počty iterací atd.. Inicivace všech výpočtů

byla provedena z předchozích analýz proudění s deformovanou sítí, kde došlo k vymezení tzv. střední polohy lopatky (kolem této střední polohy lopatky kmitají).

V systému ANSYS WORKBECH lze jednoduše propojit úlohy výpočtu CFD a MKP linkovým spojením viz obrázek 131. Kde je vidět propojení CFD analýzy a MKP analýzy proudění se zadáním pro výpočet napětí a deformací.



Obr. 131 Schéma propojení CFD a MKP (2-WAY FSI)

#### 6.4.3.2 Výpočtový model řešené soustavy – výpočty napětí a deformací

Výpočtový model byl vytvořen dle schémat znázorněných na obrázcích 51 a 52, náčrtu vykresleného na obrázku 58 a výkresu, který je vidět na obrázku 69. Dále se při tvorbě výpočtového modelu vycházelo z výkresové dokumentace uvedené ve zprávě [38].

Výpočty byly provedeny pro šest různých kombinací lopatky s čepem a torzní tyč  $d = 6, 10, 14, 18, 22, 26$  mm. Rozdíl v jednotlivých variantách modelů byly průměry torzních tyčí a velikosti přechodových rádius, viz obrázek 58.

Ve výpočtu byly uvažovány následující okrajové podmínky. V místě kuličkových ložisek bylo zadáno  $U_R = 0$  (nulové radiální přemístění v cylindrickém systému souřadnic, jehož osa Z, je shodná s osou čepu a torzních tyčí). Okrajové podmínky viz obrázky 59 a 60. Vysvětlení zadání okrajových podmínek viz kapitola 5.4.5.1.

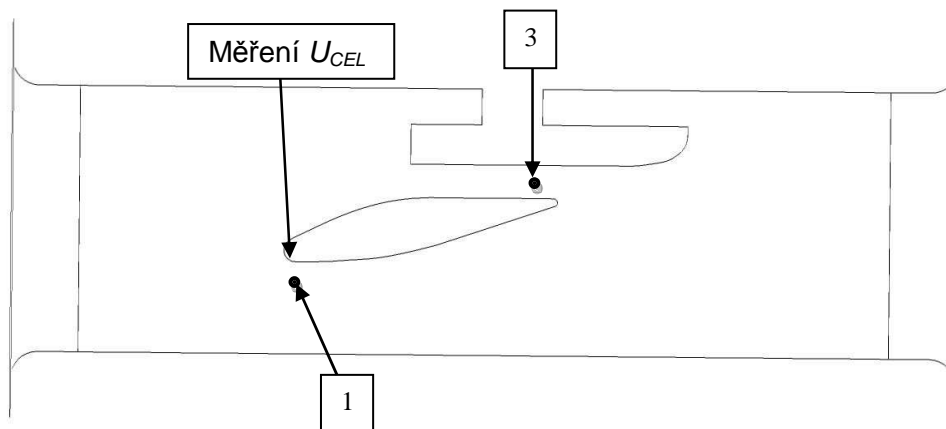
Řešená soustava se skládá z rozváděcí lopatky, čepu a torzní tyče. Soustava byla diskretizována konečnými prvky typu SOLID187 (desetiuzlové prvky s kvadratickou násadou). Síť konečných prvků je pro torzní tyč  $d = 6$  mm názorně zobrazen na obrázku 109.

Materiálové charakteristiky lopatky, čepu a torzní tyče jsou uvedeny v předchozích kapitolách.

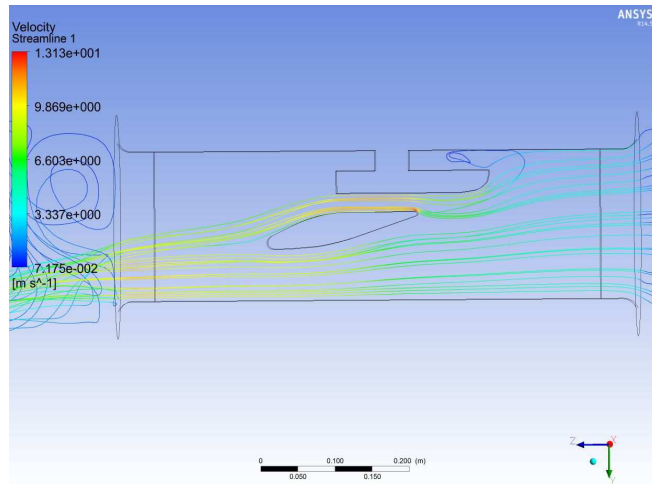
### 6.4.3.3 Výsledky nestacionárního – dynamického výpočtu 2-WAY FSI

Bylo vypočítáno velké množství úloh pro různé torzní tyče (různé  $d$ ) a kombinace geometrického nastavení lopatky ( $h$  a  $\alpha$ ), vstupních parametrů (průtok), jeden výst. tlak  $p_{výst1} = 0,136$  MPa a jednofázové i dvoufázové proudění. Ve všech počítaných úlohách bylo využito interního rozhraní programu ANSYS pro 2-WAY FSI. Rozložení hydrodynamických tlaků bylo vypočteno, jak je zmíněno v předchozích odstavcích CFD programem ANSYS CFX.

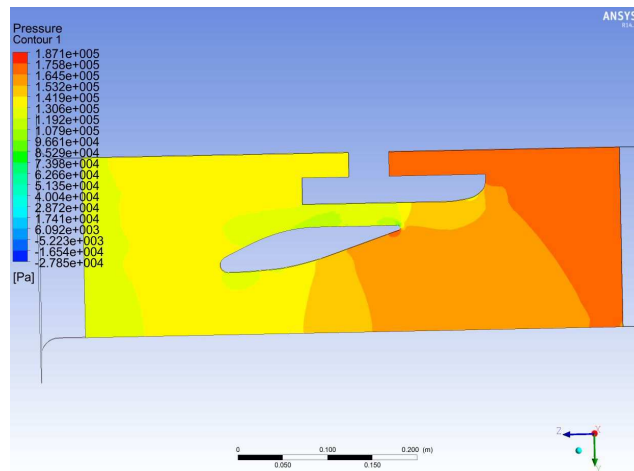
Pro názornost jsou výsledky výpočtů znázorněny graficky pro vybranou kombinaci výpočtového modelu E,  $h_{25} = 25,0$  mm,  $d = 10$  mm,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $Q_1 = 0,04$  m<sup>3</sup> · s<sup>-1</sup>,  $p_{výst1} = 0,136$  MPa, pro jednofázové proudění s tlumením. Vyznačení bodů, pro vyhodnocování tlaků je na obrázku 132. Dále jsou zde pro jeden časový krok znázorněny rychlosti proudového pole ve výpočtové oblasti a rozložení tlaků v blízkosti lopatky, viz obrázky 133 a 134. V grafické formě jsou znázorněny průběhy tlaků vody ve vybraných bodech ve vybraném časovém úseku, viz grafy 56 a 57, průběhy výsledných přemístění  $U_{CEL}$  konce lopatky a tlaků vody ve vybraných bodech ve shodném časovém úseku, viz grafy 58 a 59, závislost tlaků vody ve vybraných bodech na výsledném přemístění  $U_{CEL}$  konce lopatky ve shodném časovém úseku, viz grafy 60 a 61 a průběhy výsledného přemístění konce lopatky  $U_{CEL}$  a intenzity napětí ve vybraném místě torzní tyče ve shodném časovém úseku, viz graf 62. Pro porovnání jsou na obrázcích 135 a 136 v grafické formě znázorněny výsledky experimentů dle zprávy [38] - závislosti tlaku – krouticí moment. V grafech 54 až 56 jsou znázorněny frekvenčně amplitudové charakteristiky tlaků vody v bodech 1 a 3 a frekvenčně amplitudová charakteristika výsledného přemístění konce lopatky.



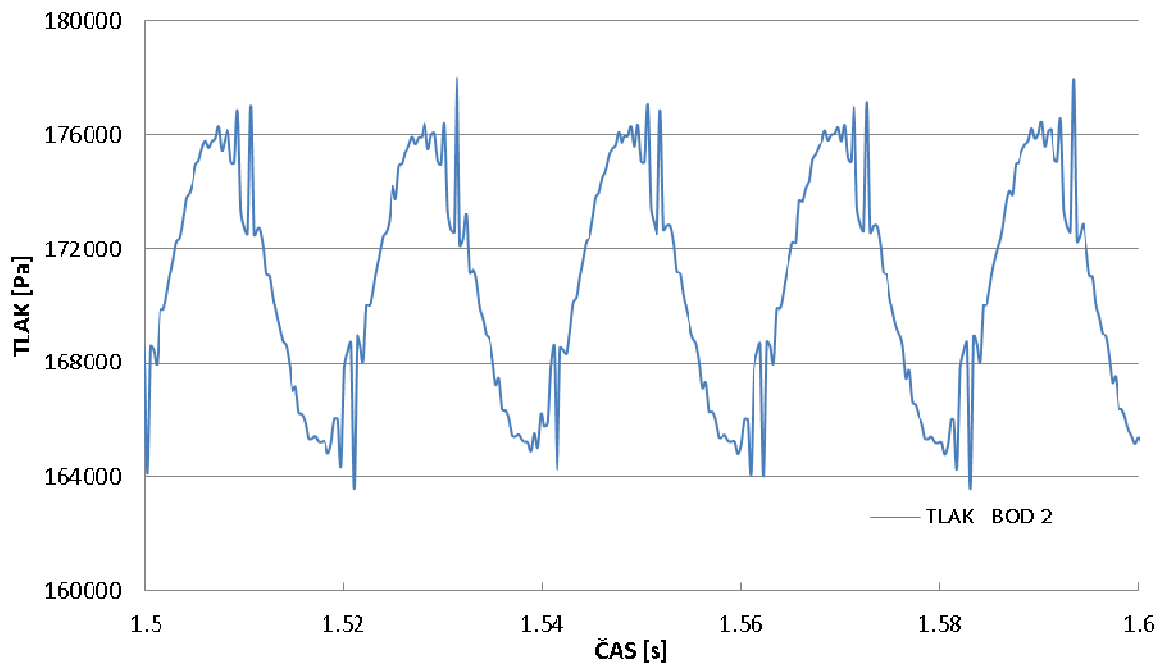
Obr. 132 Body vyhodnocování tlaků



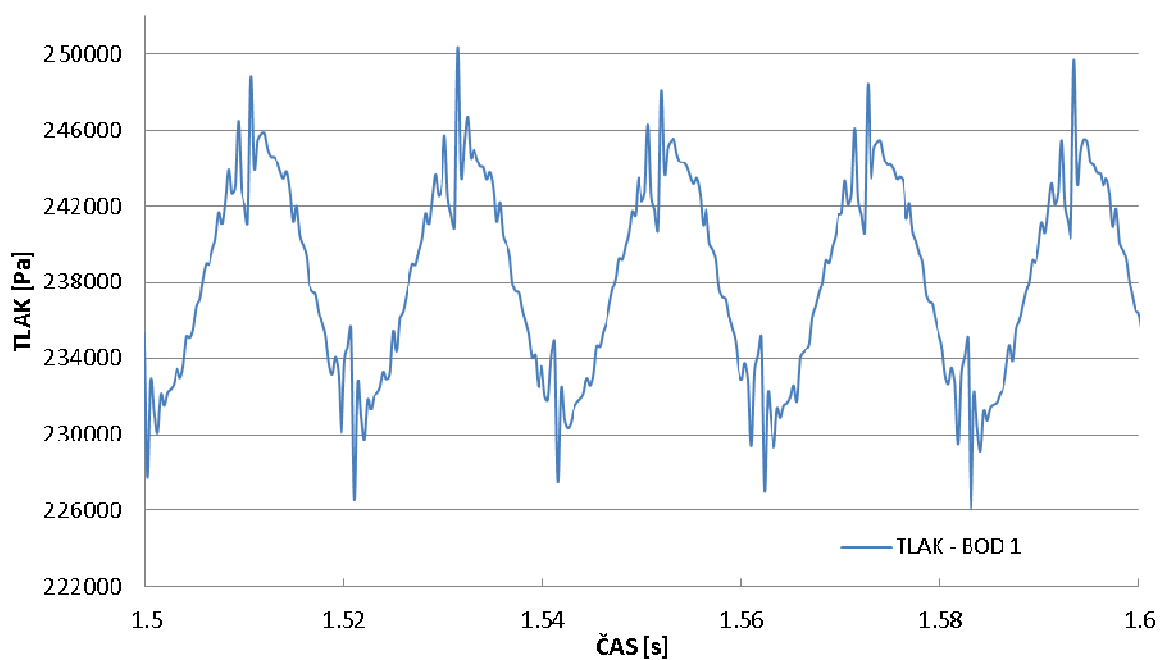
Obr. 133 Rozložení rychlostí



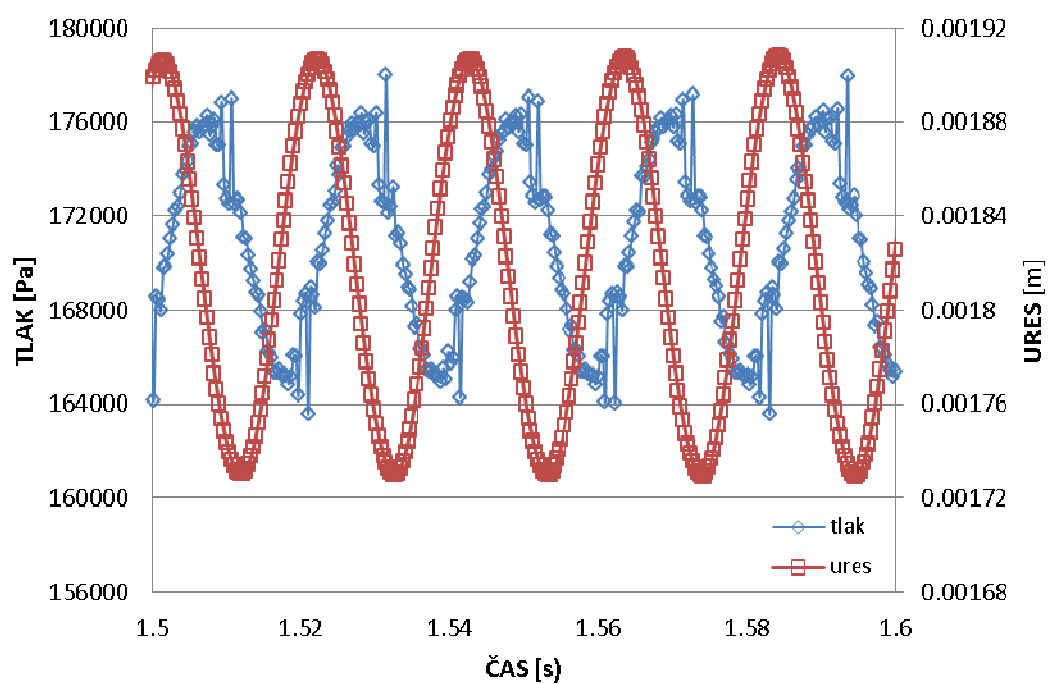
Obr. 134 Tlakové pole



Graf 56 Časový průběh tlaku vody v bodu 1

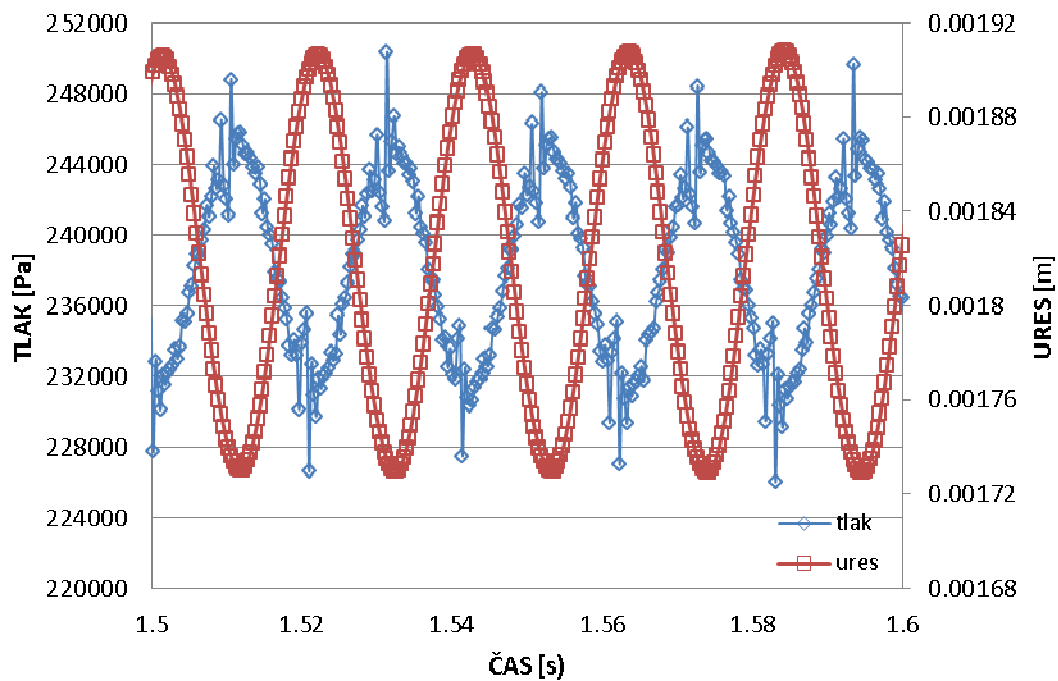


Graf 57 Časový průběh tlaku vody v bodu 3

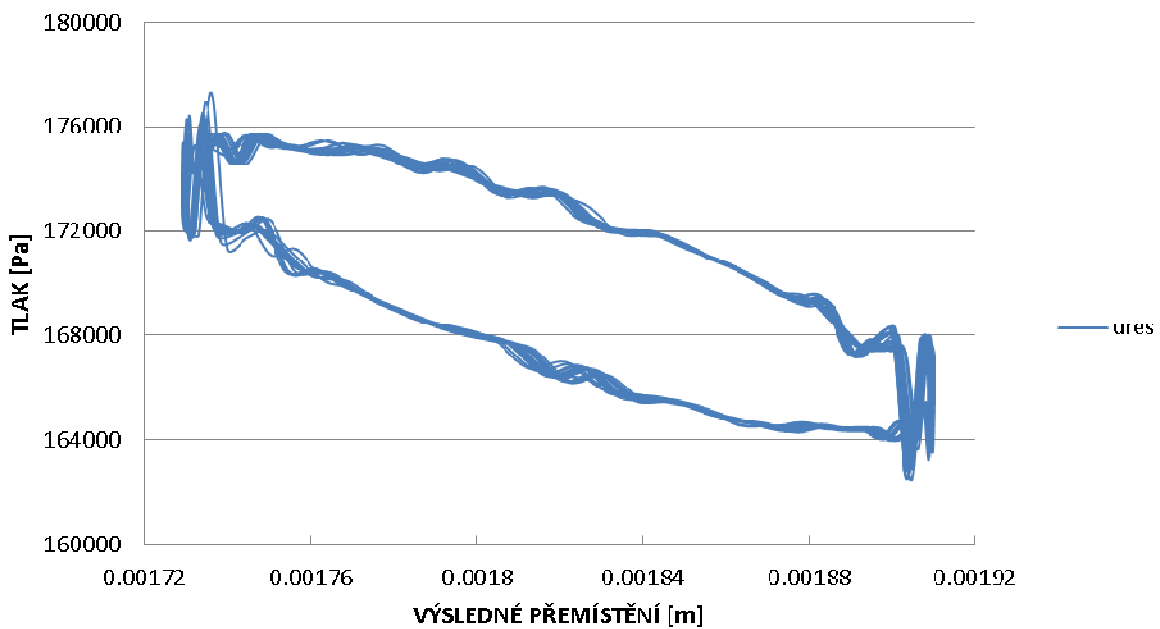


Graf 58 Časový průběh tlaku vody v bodu 1 a výsledného přemístění konce lopatky

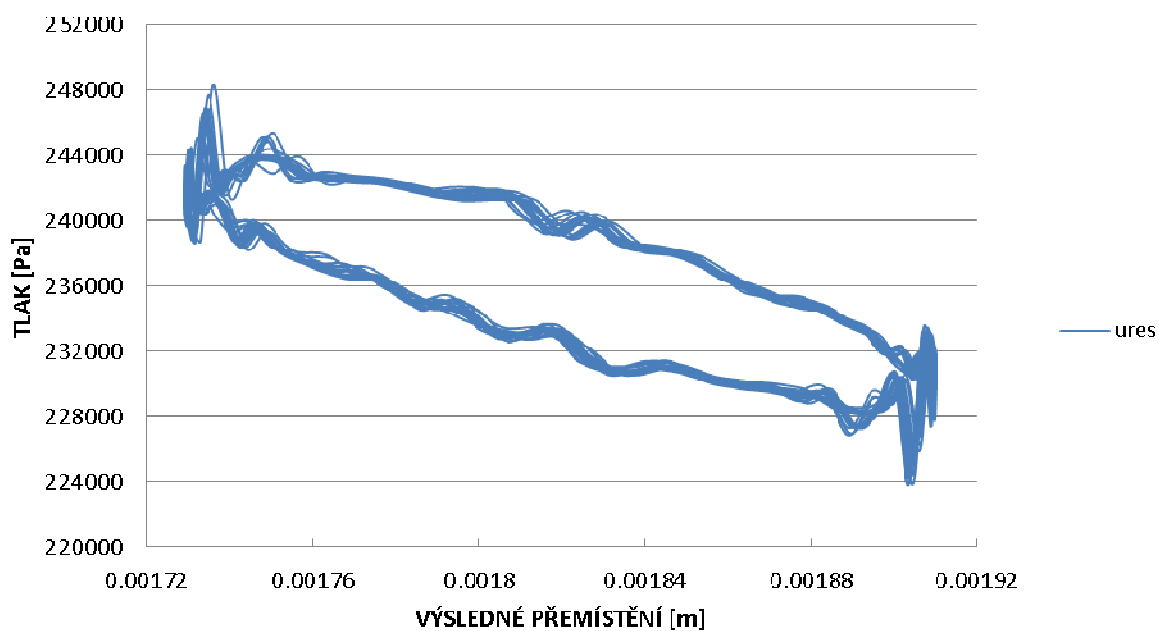




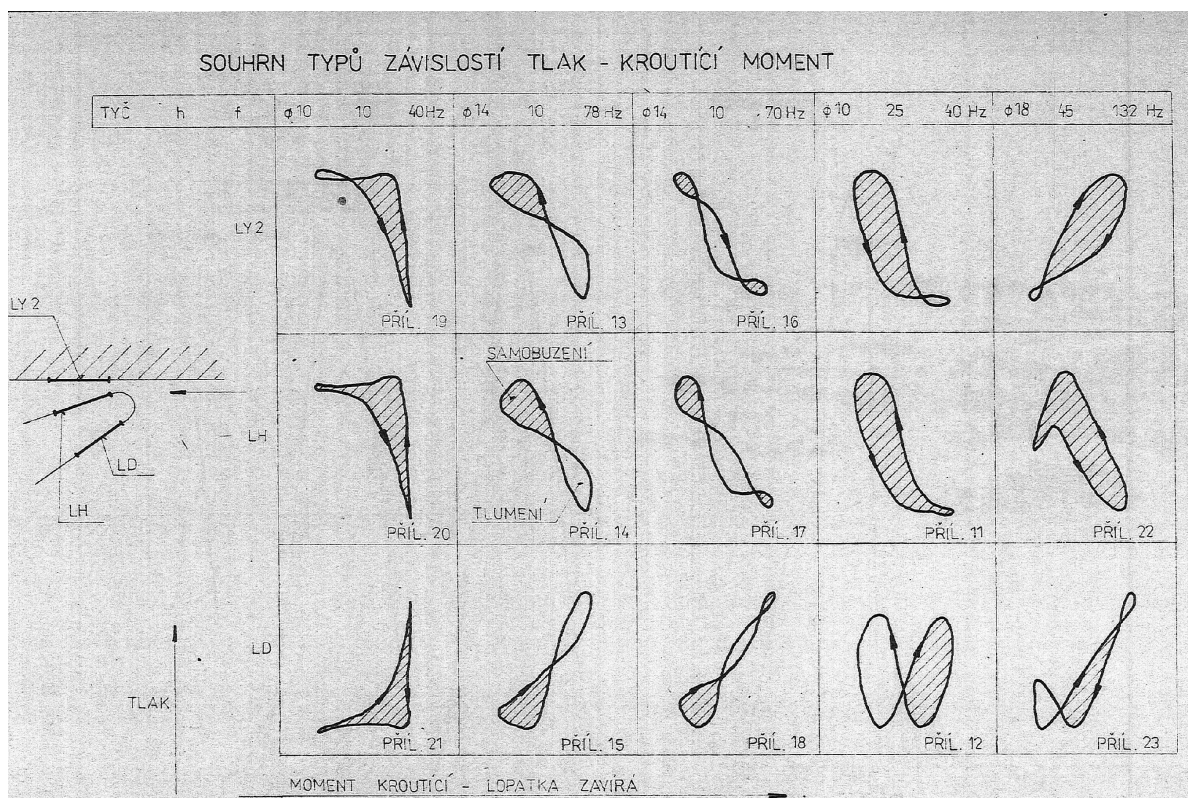
Graf 59 Časový průběh tlaku vody v bodu 3 a výsledného přemístění konce lopatky



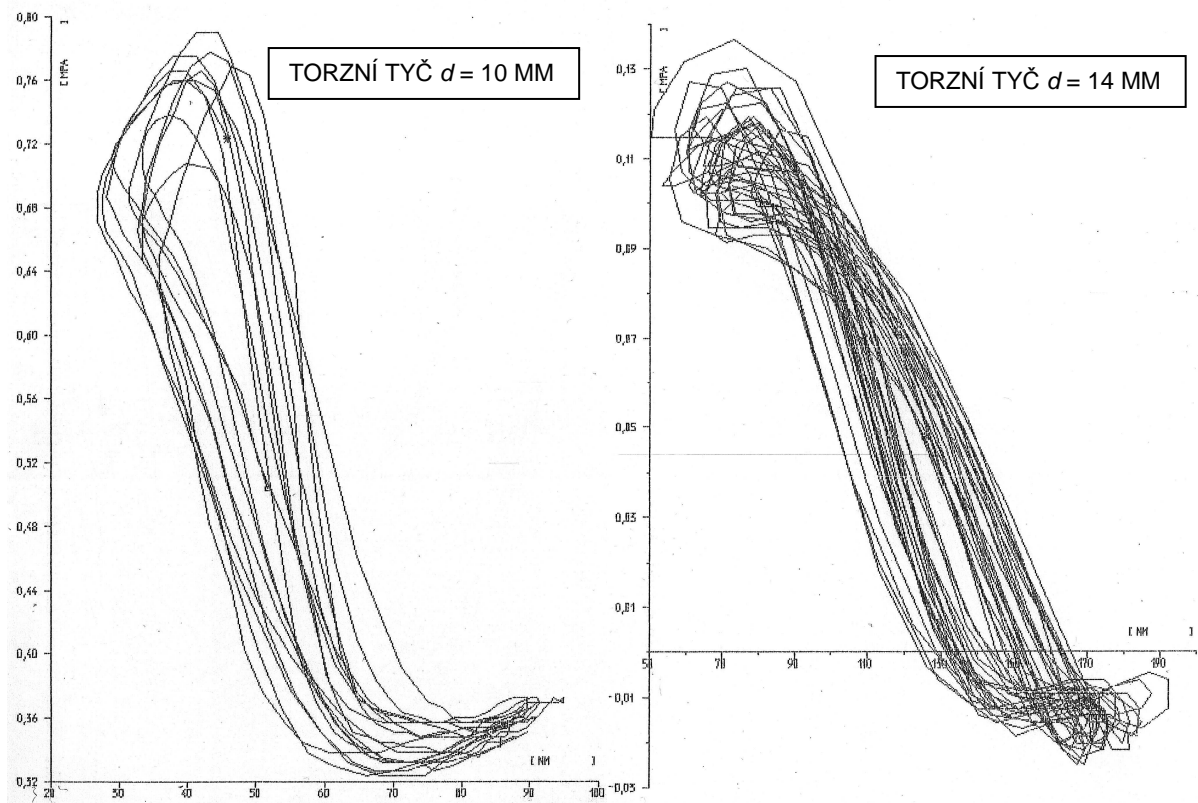
Graf 60 Závislost tlaku vody v bodu 1 a výsledného přemístění konce lopatky



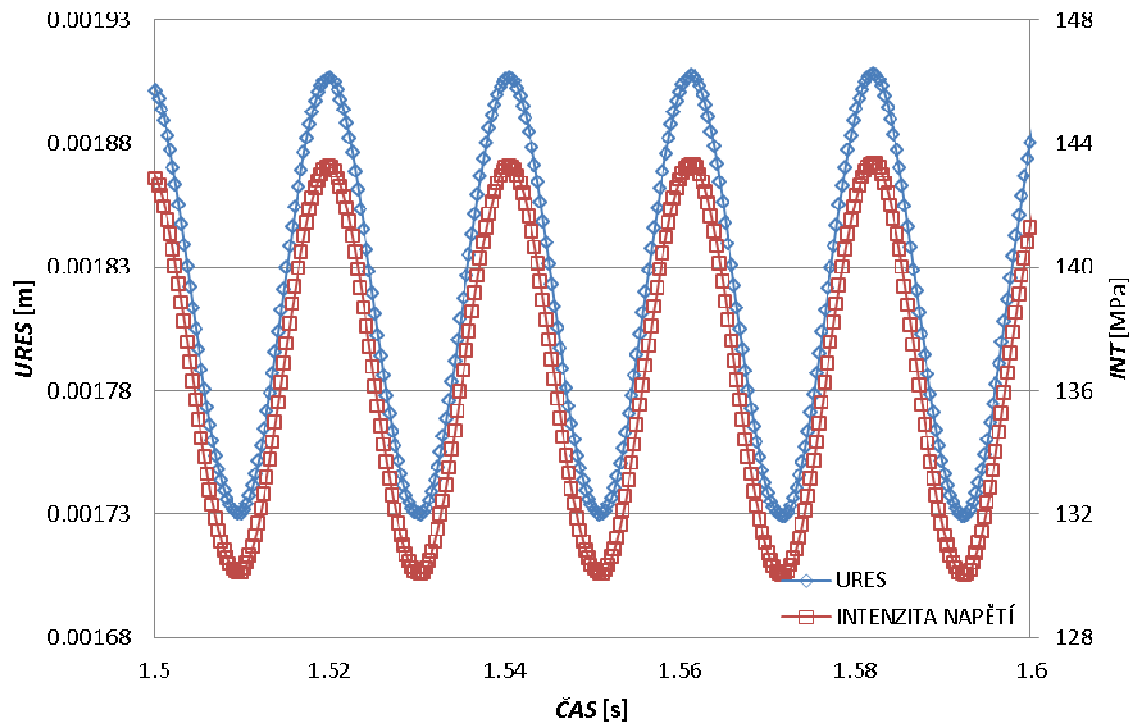
Graf 61 Závislost tlaku vody v bodu 3 a výsledného přemístění konce lopatky



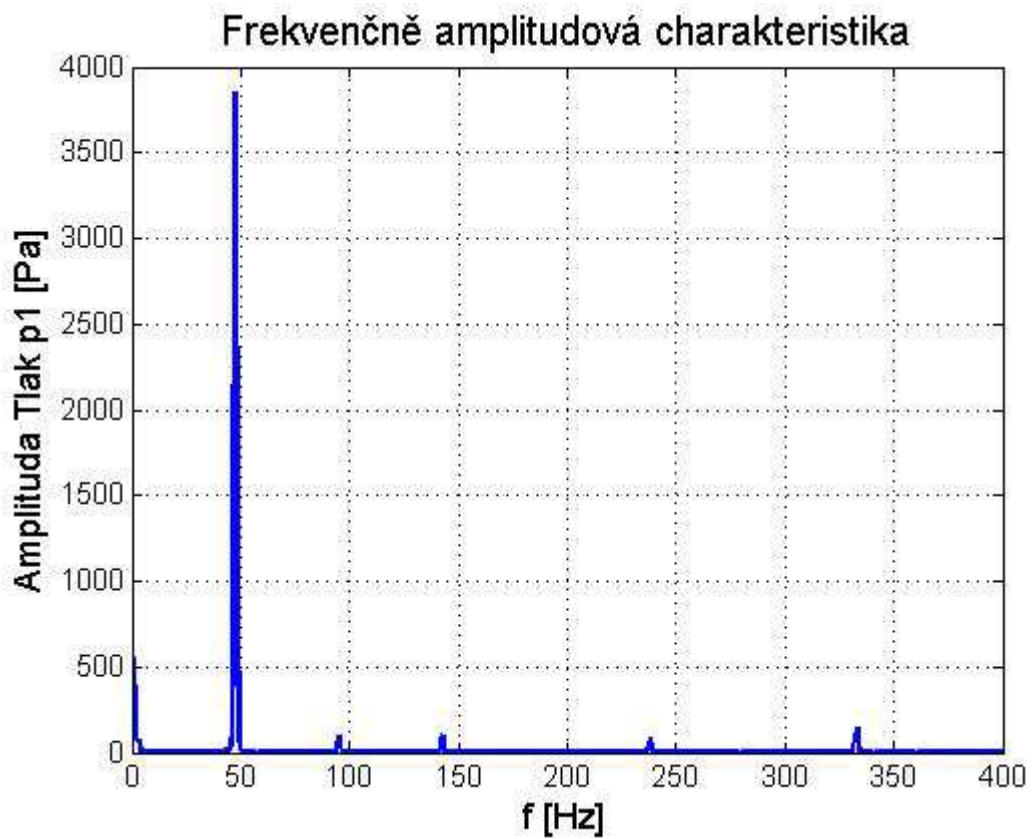
Obr.135 Závislosti tlaku – kroučící moment, pro různé průměry torzních tyčí a nastavení vzdálenosti  $h$  [mm] [38]



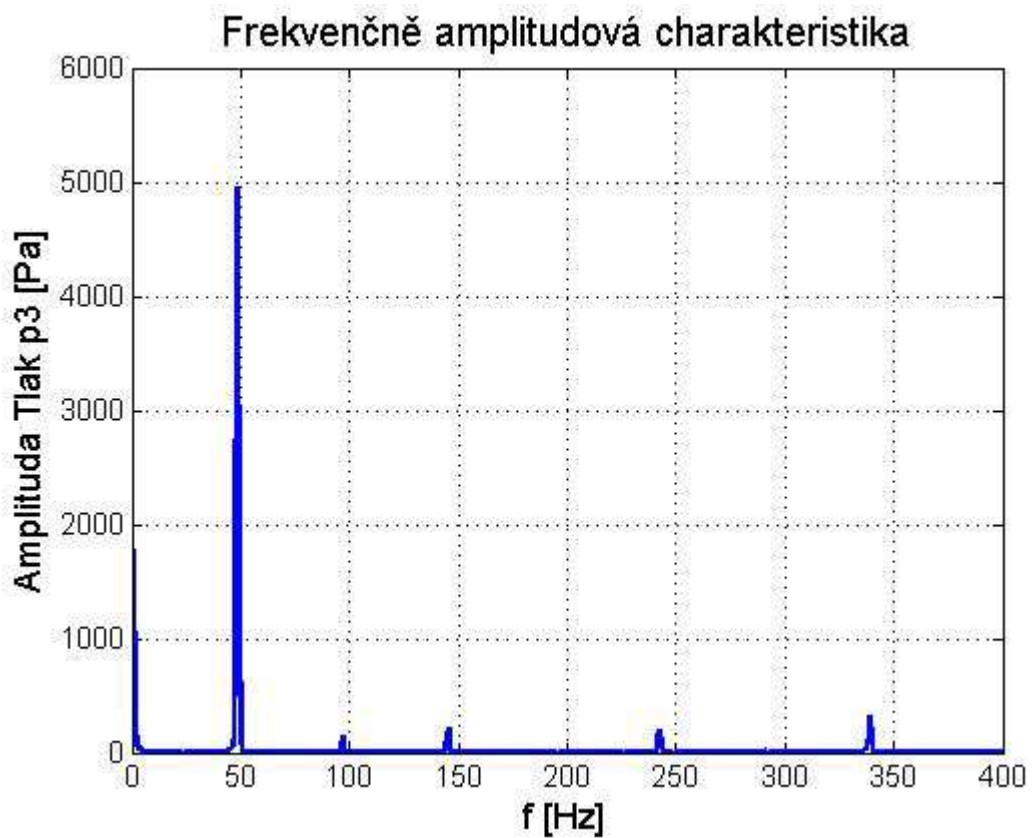
Obr.136 Závislosti tlaků – krouticích momentů [Nm] [38]



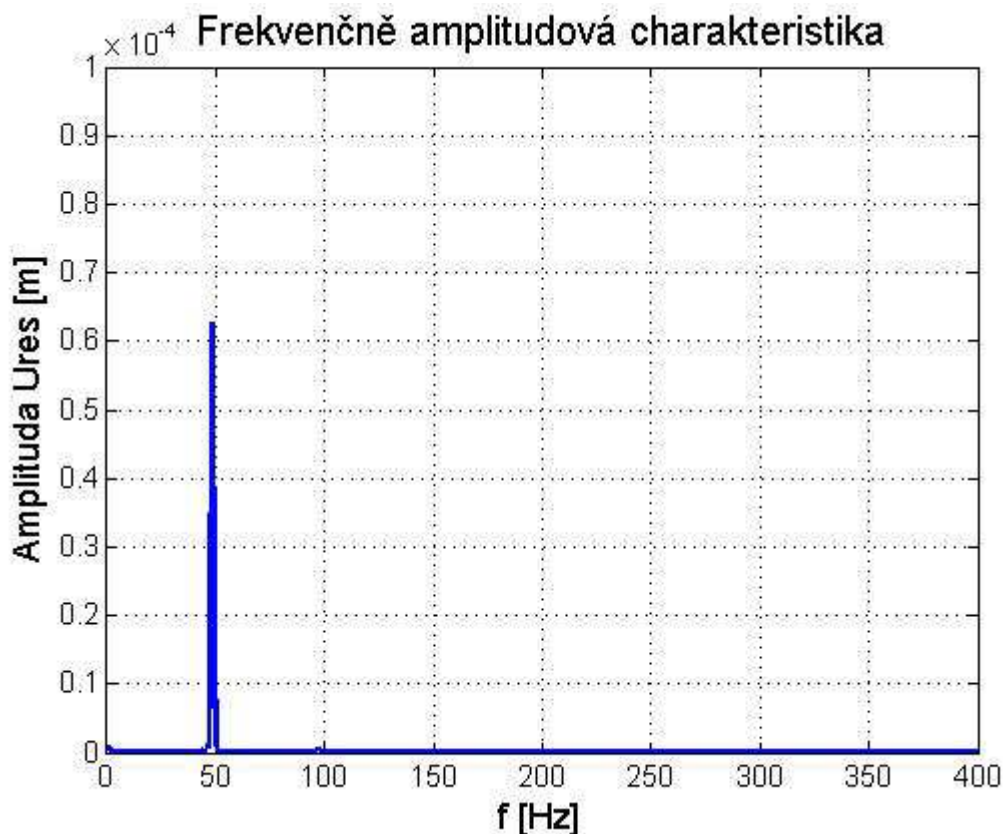
Graf 62 Průběh výsledného přemístění konce lopatky a intenzity napětí v torzní tyči v čase



Graf 63 Frekvenčně amplitudová charakteristika – tlak bod 1



Graf 64 Frekvenčně amplitudová charakteristika – tlak bod 3



Graf 65 Frekvenčně amplitudová charakteristika – výsledné přemístění

Pro vybraný výpočet, je vidět z uvedených grafů, že po určitém čase dojde k ustálení odezvy rozváděcí lopatky. V grafech 56 až 59 je vidět, že harmonický průběh tlaku, je narušován po dosažení extrému harmonického průběhu změny směru pohybu lopatky dochází k velkým výkyvům hodnot tlaků. Tyto výkyvy tlaků mají však zanedbatelný vliv na odezvu lopatky, což je vidět z grafů Graf 58, 59 a 62. Těmto výkyvům je možno zabránit globálním zmenšením časového kroku výpočtu popř. změnou na adaptivní nastavení výpočtového kroku v závislosti na změně tlaku ve vybraných místech. Ovšem to by vedlo k obrovským nárůstům výpočetních časů.

Z výsledků vyplývá, že rozváděcí lopatka pro vybraný výpočet torzně kmitá na frekvenci  $f = 48,4$  Hz. Z časových průběhů sledovaných veličin byly vytvořeny frekvenčně amplitudové charakteristiky, které jsou pro tento výpočet vykresleny grafy 63 až 65 (experiment  $f_{exp} = 40$  Hz – důvod je vysvětlen výše). Tato frekvence odpovídá vlastní frekvenci prvního vlastního torzního tvaru lopatky ve vodě, což odpovídá samobuzenému kmitání lopatky. Po srovnání výsledků výpočtu analýzy kmitání lopatky, viz grafy 60 a 61 a výsledků experimentu, které jsou zobrazeny na obrázcích 135 a 136, konstatují, že trend chování lopatek ve výpočtu se téměř shoduje s experimentem. Ve všech úlohách docházelo také ke vzniku samobuzenému kmitání lopatek, ale u některých úloh se vyskytovalo i vynucené

kmitání, kdy frekvence torzního kmitání lopatky odpovídala frekvenci vírů opouštějících rozváděcí lopatku.

#### 6.4.3.4 Závěry

Z výsledků nestacionárního 2-WAY-FSI (proměnná - čas) usuzují na sklon rozváděcích lopatek k samobuzenému kmitání v blízkosti stěn. Sklon k samobuzenému kmitání se zvyšuje s přibližováním vstupní hrany lopatky k posuvné lyži a se zvyšujícím se průtokem (zvyšování přetlaku) – vlivem zvětšujícího přetlaku dochází k uzavírání spáry mezi lopatkou a posuvnou lyží. Naopak se zvětšujícím se průměrem torzní tyče (zvětšuje se torzní tuhost tyče), vzdálenosti  $h$ , velikostí objemu kavitace v oblasti vstupní hrany a v prostoru mezi lopatkou a posuvnou lyží sklon k samobuzenému kmitání slábne, ale zvyšuje se sklon k vynucenému kmitání lopatky způsobené odtrháváním vírů na výstupu lopatky.

Dle průměru torzní tyče se frekvence kmitání rozváděcí lopatky mění (se zvětšujícím průměrem se zvyšuje vlastní frekvence). Ve vypočtených frekvenčních spektrech přemístění lopatek (tomu odpovídá moment působící na lopatku) pro různé varianty úloh převažuje základní složka, která odpovídá vlastní frekvenci prvního vlastního tvaru torzního kmitu. Frekvence těchto složek se pohybovala vždy v rozmezí  $\pm 0,8\%$  od vlastní frekvence dle průměru torzní tyče. Pokud se jednalo o vynucené kmitání, tak rozdíl frekvence kmitání vůči frekvenci opouštění vírů z výstupní hrany je  $\pm 0,3\%$ .

Při použití torzních tyčí s menšími průměry obsahují pulzace tlaku na lopatce a lyži více harmonických složek (výkyvy tlaků při změně směru rychlosti pohybu lopatky). Toto zakmitnutí se opakuje při každé změně směru pohybu lopatky. Při použití torzních tyčí s větším průměrem, se tyto výkyvy tlaků snižují, v některých případech úplně zanikly (dostačující velikost časového kroku výpočtu).

Časové průběhy tlaku vody ve spáře na vstupní hraně lopatky a přesně naproti na posuvné lyži jsou ve fázi.

Závislost tlaku na kroutícím momentu působícím na lopatku vytvářejí různé obrazce jak je vidět z předchozích obrázků a grafů. Ve většině úloh vytváří závislost tlak – moment jednoduché, neustále se opakující obrazce (hysterezní smyčky), v některých případech se např. ovál mění na čáru nebo na osmičku. Tyto hysterezní smyčky vznikají při samobuzeném kmitání, když lopatka kmitá na frekvenci prvního vlastního torzního tvaru kmitu. Tvar těchto obrazců se mění v závislosti na tuhosti torzních tyčí, poloze lopatky vůči posuvné lyži a průtoku výpočtovou oblastí. Je to vidět zejména z měření.

Při výpočtech dvoufázového proudění ve výpočtové oblasti, pokud dochází ke kavitaci většího objemu ve spáře mezi lopatkou a posuvnou lyží (tzv. kavitační ucpání spáry) zaniká samobuzené kmitání. Při menší kavitaci dochází ke snížení amplitud výsledných přemístění a změně frekvencí kmitání. To lze vysvětlit následovně. Se vznikem kavitace se mění

hustota lopatku obklopujícího média a tím se mění vlastní frekvence 1. vlastního torzního tvaru lopatky.

Tento typ úloh – hydroelastický výpočet proudění s pohyblivou sítí (nestacionární výpočet 2-WAY FSI) jsou velmi časově náročné. Ve výpočtech hlavně u dvoufázového proudění, velkých rychlostí docházelo k častým nestabilitám ve výpočtu a musely být korigovány tuhosti sítí a zmenšení časového kroku atd. Byly řešeny úlohy s relativně malým modelem (menší počet prků/buněk), ale i přesto byl velice náročný na čas. Domnívám, že výpočty složitějších konstrukcí tímto postupem nejsou v reálném čase dosažitelné, s použitím standartních výpočetních serverů (výpočty byly prováděny na Workstation XEON E5 – 2697 2x 128GB RAM + 56 jader).

Podobně jako v případě 1-WAY FSI stacionární výpočet, opět nelze použít afinní vztahy pro převod model/prototyp.

## 7 Závěry

V práci se popisuje aplikace metody konečných objemů a metody konečných prvků pro statické i dynamické výpočty vodohospodářských konstrukcí ve styku s proudící i neproudící kapalinou. Problematika řešení úloh vlastních frekvencí a tvarů kmitu konstrukcí v interakce s kapalinou tzv. „PŘÍMOU METODOU“ vychází z Eulerova přístupu.

Z výsledků verifikační úlohy řešení vlastního kmitání – desky ponořené v kapalině vyplývá dobrá shoda s experimentem a staršími výpočty provedených doc. Ing. Salajkou, CSc. Rozdíly mohou být způsobeny odlišným dělením výpočetních sítí. Výsledky výpočtů potvrdily možnost použití nových akustických konečných prvků typu FLUID220 a FLUID221.

Eulerův přístup je dále použit při řešení interakce konstrukce s kapalinou při výpočtu vlastního a vynuceného kmitání reálné vodohospodářské konstrukce. V práci se řeší oběžné kolo s rotorem přečerpávací vodní elektrárny PVE Dlouhé Stráně. Výpočtový model je svojí komplexností unikátní. Výsledky výpočtu ukazují použitelnost tohoto výpočtového postupu i na velmi velké a komplikované konstrukce. Výsledné vlastní frekvence a vlastní tvary kmitů kompletního rotoru s oběžným kolem (torzní a ohybové) se shodují s výsledky experimentu na díle. Lze konstatovat, že zvolený výpočtový model a postup výpočtů je správný. Další výpočty ukázaly významný vliv, pokud je do výpočtu zahrnut celý hřídel turbosoustrojí či nikoliv – uvažování resp. neuvažování poddajnosti hřídele. Výpočtové modely s uvažováním poddajnosti resp. s neuvažováním poddajnosti hřídele mají podstatný vliv na hodnoty frekvencí i vlastní tvary kmitu a to i pro nebezpečné vlastní tvary oběžného kola tzv. „rybí tlamy“. Pokud uvažujeme obklopující kapalinu jako symetrické těleso, výsledky výpočtů ukazují, že výsledné vlastní tvary kmitu konstrukce jsou symetrické. Pokud, ale uvažujeme reálné rozměry obklopující kapaliny (savka, spirála), výsledky ukazují, že výsledné tvary kmitu konstrukce jsou nesymetrické.

V další části této práce bylo řešeno vynucené kmitání oběžného kola s rotorem buzeným kvaziperiodickým časovým a prostorovým tlakovým polem v kapalině. Výpočtem byly získány časové průběhy přemístění, dynamické složky napětí v oběžném kole a pole tlaku v kapalinové oblasti, tzn., že výpočty poskytují všechny podklady, nutné pro další analýzy použitelnosti a únavové pevnosti. Věrohodnost výsledků výpočtů je jednoznačně přímo závislá na spolehlivosti vstupních údajů výpočtového modelu. Nejvýznamnější poznatky z analýzy výsledků výpočtů se týkají formulace vstupních údajů o zatížení oběžného kola časově proměnnými složkami tlaku uvnitř kapalinové oblasti (MLP). Problémy způsobuje nejen nejistota při výpočtu zobecněného zatížení v daném uzlu  $w$ , ale především poměrně dlouho trávající přechodový proces (pro tento případ 0 – 0,35 s) při zavedení zatížení. Průběhy odezvových tlakových pulsací se v průběhu času, po odeznění přechodového



procesu ustálí, nicméně i ustálený průběh tlaku se jen velmi obtížně porovnává s původně zadaným průběhem tlaku. Výpočty prokazují pro praxi velmi důležitý poznatek, že vyhovující výsledky lze získat přepočtem okamžité odezvy s použitím poměru zadané amplitudy tlaku a odezvového tlaku v téže oblasti.

Dále byly provedeny výpočty rozváděcí lopatky v blízkosti stěny, a to jak výpočty vlastního kmitání, tak výpočty statických a dynamických odezev na proudící okolní kapalinu. Výsledky byly porovnány s experimentem. Jako první byly provedeny výpočty vlastních frekvencí lopatky v blízkosti stěny s různým nastavením vzdálenosti od stěny, natočením lopatky a různými torzními tyčemi s různými tuhostmi. Potvrzuje se silné ovlivnění vlastních frekvencí rozváděcí lopatky vlivem vodního prostředí. Součinitel snížení vlastní frekvence vlivem vodního prostředí  $\alpha$  je v rozmezí od 0,5 do 0,86 pro všechny torzní tyče v širokých rozsazích vzdálenosti lopatky od stěny a natočení lopatky. Rozdíly mezi vypočítanými a změřenými hodnotami vlastních frekvencí prvního vlastního torzního tvaru kmitu, zjištěné výpočtem a experimentem mohou být způsobeny zjednodušením okrajových podmínek při neznalosti tuhostí, tlumení a v nedostatečném popisu podmínek experimentu. Zejména, není známo přesné úhlové natočení lopatky.

V disertační práci je popsáno řešení fyzikální analýzy vázaných fyzikálních polí s využitím software od firmy ANSYS založené na principu metody konečných prvků (MKP) a metody konečných objemů (CFD). Jako základní úlohy byly vypočítány statické analýzy s přenosem tlaku z CFD do MKP pomocí mnou vytvořených maker APDL – 1-WAY FSI. Tato metodika byla použita pro reálné úlohy (oběžné kolo reverzní Francisovy turbíny Dlouhé Stráně a rozváděcí lopatka v blízkosti stěny). Hlavním přínosem je nová metodika pevnostních výpočtů s reálným rozložením tlaků na obtékaných plochách vodohospodářských konstrukcí. Z rozborů výsledků statického výpočtu vyplývá, že opomenutí jakékoliv složky zatížení oběžného kola vede k chybným závěrům statické kontroly oběžného kola a může zcela znehodnotit úsilí vynaložené při věrném modelování hydrodynamických účinků proudící vody. Výsledky statických výpočtů naznačují správnost použití přenosu zatížení hydrodynamickými tlaky na obtékané povrchy oběžného kola. Výsledky reakčních sil a momentů z MKP potvrzují správnost přenosu tlakového zatížení. Lze konstatovat, že z časového pohledu návrh a kontrola oběžných kol (dalších součástí vodních turbín, popř. jezových, potrubních a přehradních uzávěrů) lze provést za relativně krátkou dobu. Při dalších statických analýzách s přenosem hydrodynamických tlaků z CFD do MKP pomocí vnitřního interface ANSYS – 1-WAY FSI byly dosaženy obdobné výsledky jako u přenosu zatížení pomocí maker APDL. V případě použití vnitřního interface ANSYS nelze hodnoty tlaků, rozměry a natočení sítě přepočítávat z modelu na prototyp afinními vztahy, což umožňují mnou vytvořená makra APDL. Z hlediska časové náročnosti je tedy v případě

rozměrných konstrukcí vyhovující použití 1-WAY FSI s přenosem zatížení realizovaným pomocí maker APDL.

Poté byly provedeny stacionární výpočty 2-WAY FSI lopatky v blízkosti stěny. Z výsledků stacionárních výpočtů 2-WAY-FSI vyplývá, že pro konstrukce s nižší tuhostí, kdy je patrné již z analýzy 1-WAY FSI, že bude velkou měrou ovlivněn průtočný profil proudící kapaliny a z toho vyplývající velká změna tlakového zatížení obtékané konstrukce, by měl následovat stacionární výpočet 2-WAY-FSI. Na vykreslených výsledcích vybraných úloh je patrná velká změna zatížení u lopatky s torzní tyčí s menším průměrem na rozdíl od lopatky s větším průměrem, kde by bylo možno tyto změny zatížení zanedbat, např. při použití většího bezpečnostního koeficientu při výpočtech mezního stavu pevnosti a použitelnosti. V případě 2-WAY FSI, který využívá vnitřního interface ANSYS nelze hodnoty tlaků, rozměry a natočení sítě přepočítávat dle afinních vztahů. Výpočty reálných vodohospodářských konstrukcí při použití 2-WAY FSI analýzy jsou časově velmi náročné. V projekční praxi jsou tyto analýzy jen obtížně použitelné z důvodu časové náročnosti.

Další velmi složitý problém, který byl řešen je svázání dvou fyzikálních polí (CFD a MKP) pomocí nestacionárního (proměnné tlakové pole v čase) 2-WAY FSI výpočtu. Byla počítána lopatka v blízkosti stěny dle experimentu. Z výsledků nestacionárního 2-WAY FSI ukazují na sklon lopatek v blízkosti stěn k samobuzenému kmitání. Sklon k samobuzenému kmitání se zvyšuje s přibližováním vstupní hrany lopatky ke stěně a se zvyšujícím se průtokem (zvyšování přetlaku) – vlivem zvyšování průtoku dochází k uzavírání spáry mezi lopatkou a posuvnou lyží. Se zvětšováním průměru torzní tyče (zvětšuje se torzní tuhost tyče), zvětšováním vzdálenosti lopatky od stěny  $h$ , zvětšováním velikosti kavitační oblasti u vstupní hrany lopatky mezi lopatkou a stěnou, sklon k samobuzenému kmitání slábne, ale zvyšuje se sklon k vynucenému kmitání lopatky způsobené odtrháváním vírů na výstupní hraně lopatky.

Dle použité torzní tyče se frekvence kmitání mění (se zvětšujícím se průměrem se zvyšují vlastní frekvence). Ve vypočtených frekvenčních spektrech přemístění lopatek (tomu odpovídá moment působící na lopatku) pro různé varianty úloh, převažuje základní složka frekvence, která odpovídá vlastní frekvenci prvního vlastního torzního tvaru kmitu. Frekvence těchto složek se pohybovala vždy v rozmezí  $\pm 0,8\%$  od vlastní frekvence dle průměru torzní tyče. Pokud se jednalo o vynucené kmitání, tak rozdíl frekvence kmitání vůči frekvenci opouštění vírů z výstupní hrany je  $\pm 0,3\%$ .

Změny tlaku vody ve spáře na vstupní hraně lopatky a přesně naproti na stěně jsou ve fázi.

Trend chování lopatky získaných výpočty a experimentem je shodný – v závislostech tlaku na krouticím momentu jsou pozorovány jednoduché hysterezní smyčky a další složitější hysterezní smyčky jak v numerickém výpočtu, tak i v experimentu na reálné konstrukci.

Při výpočtech dvoufázového proudění, pokud dochází ke kavitaci, tak se amplitudy výsledných přemístění snižují a mění se frekvence kmitání. Změnu frekvence kmitání lze vysvětlit tak, že se vznikem kavitace se mění hustota lopatku obklopujícího média a tím se mění vlastní frekvence prvního vlastního torzního tvaru kmitu lopatky. Ovšem pokud dojde k velké kavitaci ve spáře mezi lopatkou a stěnou (tzv. kavitační ucpání spáry), zaniká samobuzené kmitání.

Tento typ úloh – hydroelastický výpočet proudění s pohyblivou sítí (nestacionární výpočet 2-WAY FSI) jsou velmi časově náročné. Výpočet byť s malým geometrickým modelem (lopatka v blízkosti stěny), byl velice náročný na čas. Domnívám, že výpočty složitějších konstrukcí tímto postupem nejsou realizovatelné bez použití nadstandardních výpočetních prostředků.

Zmíněné postupy umožňují úspěšné řešení velkého množství praktických statických i dynamických problémů vodohospodářských konstrukcí a staveb. Použité metody výpočtů se dají použít v mnoha oborech (stavebnictví, strojírenství, lékařství, energetika, doprava atd.). Výsledky některých analýz byly verifikovány experimenty přímo na provozovaných konstrukcích. Pro řešení složitějších a komplexnějších problémů v dané problematice je třeba pokračovat v rozvoji matematického a numerického řešení konstrukcí v interakci s kapalinou.

## 8 Použitá literatura

- [1] ANSYS, Inc., "Release 13.0 Documentation for ANSYS." SYS IP, Inc 2010.
- [2] Musil, J., Měření vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů čtvercové jednostranně vetknuté tenké desky, výzk. zpráva č. 4 VUM 9921-908, ČKD Blansko, květen 1990.
- [3] Salajka, V., Kmitání tenké desky ponořené v kapalině, sborník 2<sup>nd</sup> Users´Meeting, říjen 1994, Nové Město na Moravě, SVS FEM Brno, 1994, str. 105 – 112.
- [4] Salajka, V. Analýza konstrukcí v interakci s kapalinou, Zkrácená verze habilitační práce, Brno, 2006, 44stran.
- [5] Feilhauer, M., Výměna oběžného kola TG1 EDS, Výpočet vynuceného kmitání oběžného kola TG1 ve vodě – PVE Dlouhé Stráně; výp. Zpráva č. 4-ENR-2-3874, Blansko, ČKD Blansko Engineering a.s., 2011, 660 stran.
- [6] Zienkiewicz, O. C. The finite element method. London, McGraw-Hill, 3<sup>rd</sup> edition 1977.
- [7] Zienkiewicz, O. C. – Taylor, R. L. The finite element method. Vol. 3: Fluid dynamics. Oxford, Butterworth – Heinemann, 2000.
- [8] Pironneau, O. Finite element methods for fluids. Masson-Wiley 1989.
- [9] ANSYS Users Manual for Revision 5.0. Volume I – IV. Swanson Analysis System, Inc., Houston 1992.
- [10] ANSYS – Acoustics and fluid-structure interaction. Swanson Analysis System, Inc., Houston 1992.
- [11] Brdička, M., Samek, L., Sopko, B., Mechanika kontinua, ISBN 80-200-0772-5, Akademia, 2000.
- [12] Okrouhlík, M. Numerical methods in computational mechanics. Institute of Thermomechanics, Prague, 2009, 375 stran.
- [13] Nechleba, M. Vodní turbíny, jejich konstrukce a příslušenství. Státní nakladatelství technické literatury Praha, 1954, 548 stran.
- [14] Bathe, K. J., Finite element procedures in engineering analysis, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1982, 720 stran.
- [15] Čermák, L. Algoritmy metody konečných prvků, skriptá FSI VUT Brno, září 2005, 107 stran.
- [16] Das M. B. Fundamentals of soil dynamics, The University of Texas at El Paso, march 1982, 399 stran.

- [17] Kanický, V. Salajka, V. Přivaděč PVE Ružín – Část 2 – Dynamický výpočet volné nezabetonované části potrubí. Zpráva pro ČKD Blansko Engineering, a.s., KDV, Brno, 2002, 12 stran, 218 příloh.
- [18] Chopra, A. K. Dynamic of structures a primer, 126 stran.
- [19] Salajka, V., Kala, J., Hradil, P., Využití programu ANSYS pro predikci vlastních frekvencí a tvarů kmitu vodních strojů, sborník 16<sup>nd</sup> Users' Meeting, 2008, Luhačovice, SVS FEM Brno, 2008.
- [20] Mrozek, M., Vliv kapaliny na modální charakteristiky válcové nádrže, sborník Juniorstav 2008, Brno, VUT Brno, 2008.
- [21] Gajic, A., Pejovic, S., Stojanovic, Z., Hydraulic oscillation analysis using the fluid-structure interaction model, sborník konference Hydraulic machinery and cavitation, 1996, Kluwer, Netherlands.
- [22] Wall, W., Fluid – structure – interaktion mit stabilisierten finiten elementen, disertační práce, Stuttgart, 1999.
- [23] Benra, F., K., Dohmen, H., J., Application of simulation methods considering the interaction between fluid and structure, sborník 7 th IASME/WSEAS International Conference on Fluid mechanics and aerodynamice, 2006.
- [24] Varner, M., Kanický, V. Salajka, V., Výpočet vlastních frekvencí a tvarů kmitů lopaty oběžného kola Kaplanovy turbíny ve vodě, sborník konference Hydroturbo 2001, Podbanske, 2001.
- [25] Vialle, J., P., Lowys, P., Y., Prediction of natural frequencies in water application to a Kaplan runner, sborník konference Hydrovision2008 , 2008.
- [25] Kanický, V., Salajka, V., Kala, J., Analysis of the Francis turbine runner for hydroelectric power plant Burrendong , sborník konference sborník 3<sup>nd</sup> IAHR, Brno, 2009.
- [26] Feilhauer, M.: Strength analysis of the runner – HPP Toro 3, computation report, Blansko, Česká republika, 2011.
- [27] Bishop, R., E., D.: Kmitání. Státní nakladatelství technické literatury Praha, 1978, 132 stran.
- [28] Dubas M.: Über die Erregung infolge der Periodizität von Turbomaschinen, Ingenieur-Archiv, Springer Verlag, 1984.

- [29] Nechleba M.: Wasserdruckschwingungen in Druckrohrleitungen von radialen hydraulischen Maschinen, besonders Pumpen, Maschinenbautechnik, H. 3, 1972, pp. 113 – 116.
- [30] Půlpitel L.: High frequency pressure oscillations and rotor vibrations of a pump turbine, Conference HYDROFORUM, Polish Academy of Science, Gdansk, Poland 1985.
- [31] Chen Y., N.: Wasserdruckschwingungen in Spiralgehäusen von Speicherpumpen, Forschungsheft Sulzer 1961, pp. 1 – 14.
- [32] Doerfler P.: On the role of phase resonance in vibrations caused by blade passage in radial hydraulic turbomaschines, IAHR Symposium, Stirling 1984, Paper 3.3.
- [33] Tanaka H.: Vibration behaviour and dynamic stress of runners of very high head reversible pump-turbines, IAHR Symposium, Belgrade 1990, Paper U 2.
- [34] Ohura Y. at al.: Vibration of the powerhouse of a pumped storage plant, IAHR Symposium, Belgrade 1990, Paper A 1.
- [35] Koutník J.: Tlakové pulzace v hydraulických systémech vodních turbín, Autoreferát disertační práce, Brno, květen 1998.
- [36] Loub, R.: Výpočet logaritmického dekrementu útlumu po opravě OK – VE Lipno TG2, č. zprávy: 2015-50-004-ZKM-4-164, nepublikovaná technická zpráva, Blansko, 2015.
- [37] Loub, R.: Výpočet logaritmického dekrementu útlumu po opravě OK – VE Lipno TG2, č. zprávy: 2015-50-004-ZKM-4-164, nepublikovaná technická zpráva, Blansko, 2015.
- [38] Půlpitel, L., Hlavička, B.: Experimentální výzkum podmínek vzniku torzního kmitání samobuzeného kmitání rozváděcí lopatky na modelovém zařízení s velkou lopatkou, č. zprávy 4 OTE 9961 – 800, nepublikovaná zpráva, Blansko, 1984.
- [39] Půlpitel, L.: Dynamické problémy vodních strojů, literatura pouze pro vnitřní potřebu, 446 stran, ČKD Blansko Engineering a.s., Blansko, 2012.
- [40] Vlček, P.: Modelování turbulentního proudění, disertační práce, Praha.
- [41] Šob, F.: Hydromechanika, Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., Brno, 2001.
- [42] Půlpitel L.: „Analýza podmínek vzniku samobuzeného kmitání rozváděcích lopatek pomocí fyzikálních modelů“, zpráva ČKD Blansko, 4 TEO 9961 – 676, nepublikovaná zpráva, Blansko 1980.
- [43] Dorfler, P., Sick, M, Coutu, A.: Flow – Induced Pulsation and Vibration in Hydroelectric Machinery, vydavatelství Springer, ISBN 978-1-4471-4251-5, 242 stran. 2013.

- [44] Flores M, Kubiak J, Urquiza G, et al Modal analysis and estimation of crack initiation life of a hydraulic francis turbine runner Proc. of the 24th IAHR Symp. on Hydraulic Machinery and systems (Fozdo Iguassu, Brazil, 27-31 October 2008).
- [45] Vialle, J.- P., Lowyz, P-Y, Dompierre, F., Sabourin, M.: Prediction of natural Frequencies in water – Application to a Kaplan runner, Hydrovision, 2008.
- [46] Hubner, B., Seidel, U., Neto, D.: Vibration propagation due ti vibro-acoustic resonance exemplified at a Francis turbine, ANSYS conference and User meeting, Nurnberg, 2014.
- [47] Půlpitel, L., Veselý, J., Mikulášek, J.: Comments to vibrations and pressure oscillations induced by the rotor stator interaction in a hydraulic turbine, 3<sup>rd</sup> IAHR International Meeting of the Workgroup on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery and Systems, Brno, 2009.
- [48] Chen, C., X., Ding, Y., Gear, J., A., Blood flow in stenosed arteries using two way fluid-structural interaction, Anziam J.51(EMAC2009), C586-C611, 2010, ISSN-1446-8735.
- [49] Jirsák, V., Kantor, M., Nowak, P.: FSI analýza jezové klapkové hradící konstrukce, Konference ANSYS 2011, Praha, 2011.
- [50] Jin, L., Mao, J., Fang, B.: Comparison between one-way and two-way FSI numerical analysis of francis turbine runner, Journal Of Mechanical & electrical Engineering, Vol. 31 Issue 12.
- [51] Allenbach, L.: 2 way FSI Fluid damping coefficient of simplified hydrofoil, IAHR 2013, Lausanne, 2013.
- [52] Huang, X., Oram, Ch., Sick, M.: Experimental and numerical analysis of dynamic behavior of high head Francis runner, IAHR 2013, Lausanne, 2013.
- [53] Schneider, J., Schilling, R., Hubner, B., Seidel, U.: Simulation of self-excited shaft vibrations due tu blade-tip leakage flow in Kaplan turbines, IAHR 2013, Lausanne, 2013.
- [54] Benra, F., Dohmen, H.: Application of simulation methods considering the interaction between fluid a structure, 7<sup>th</sup> IASME/WSEAS International on Fluid Mechanics and Aerodynamics, 2010.
- [55] Kozubková, M.: Modelování proudění tekutin FLUENT, CFX, Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, Ostrava 2008.
- [56] Půlpitel, L.: Volba počtu lopatek vodních turbín, č. zprávy 2004-40-300-0595, ČKD Blansko Engineering, a.s., Zpracováno v rámci projektu: „Vývoj vysokospádových Francisových čerpadlových turbín se širokým provozním pásmem“, evidenční č. FT-TA/104), Blansko 2004.

- [57] Zienkiewicz, O. C., Newton, R. E.: Coupled Vibrations of a Structure Submerged in a Compressible Fluid. Proceedings of the Symposium on Finite Element Techniques, University of Stuttgart, Germany, June 1969, 6/10 – 6/12.
- [58] Harazim, P., Dynamická analýza válcových komínů stojících za sebou, diplomová práce, VUT Brno, fakulta stavební, Brno 2013.



## 9 Výběr nepublikovaných zpráv souvisejících s tématem disertační práce

- [59] Huňka, P., Feilhauer, M.: HPP Burrendong, Strength Analysis of the Runner, č. zprávy: 4 OAM 9962-733, ČKD Blansko, nepublikovaná zpráva, Blansko, 2002.
- [60] Feilhauer, M.: Pevnostní kontrola oběžného kola Francisovy reverzní turbíny pro soustrojí TG4 PVE Dalešice, č. zprávy: 4 OAM 9962-810, ČKD Blansko, nepublikovaná zpráva, Blansko, 2004.
- [61] Huňka, P., Feilhauer, M.: Kontrola pevnosti oběžných lopat MVE Hradištko, MVE Kostomlátky, č. zprávy: 4 OAM 9962-901, ČKD Blansko, nepublikovaná zpráva, Blansko, 2006.
- [62] Feilhauer, M.: Kontrola pevnosti oběžné lopatky HPP Poechos II, č. zprávy: 4 OAM 9962-919, ČKD Blansko, nepublikovaná zpráva, Blansko, 2007.
- [63] Feilhauer, M.: Area Branca – Strength analysis of the runner blade, č. zprávy: 4-ENR-2-2209, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2008.
- [64] Feilhauer, M.: Pevnostní kontrola oběžné lopatky VE Mohelno, č. zprávy: 4-ENR-2-2296, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2008.
- [65] Feilhauer, M.: Godavari lift irrigation systém, phase iii, Gangaram - package 1, stage 1, 2 & 3 - pevnostní kontrola oběžného kola čerpadla, č. zprávy: 4-ENR-2-3592, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2011.
- [66] Feilhauer, M.: Výměna oběžného kola TG1 EDS - výpočet vynuceného radiálního kmitání oběžného kola TG1 ve vodě - PVE Dlouhé Stráně, č. zprávy: 4-ENR-2-3873, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2011.
- [67] Feilhauer, M.: Výměna oběžného kola TG1 EDS - Výpočet vlastních frekvencí rozváděcích lopatek s uvážením vodního prostředí - PVE Dlouhé Stráně, č. zprávy: 4-ENR-2-3871, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2011.
- [68] Feilhauer, M.: Strength analysis of runner parts - PVE KOYNA, č. zprávy: 4-ENR-2-4086, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2011.
- [69] Feilhauer, M.: Vibration analysis of Deriaz turbine - PVE KOYNA, č. zprávy: 4-ENR-2-4512, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2012.
- [70] Feilhauer, M.: Strength and fatigue life evaluation and self – vibration of HP Kwoiek Creek runner, č. zprávy: 4-ENR-2-4718, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2012.
- [71] Feilhauer, M.: Pevnostní kontrola oběžného kola Francisovy turbíny – VE Lipno 1 – GO TG2, č. zprávy: 4-ENR-2-4681, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2012.

- [72] Feilhauer, M.: Výpočet vlastních frekvencí rozváděcích lopatek s uvážením vodního prostředí – VE Lipno 1 – GO TG2, č. zprávy: 4-ENR-2-4677, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2012.
- [73] Feilhauer, M.: Výpočet vlastních frekvencí rozváděcího aparátu s uvážením vodního prostředí – VE Lipno 1 – GO TG2, č. zprávy: 4-ENR-2-4678, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2012.
- [74] Feilhauer, M.: Pevnostní kontrola oběžného kola Kaplanovy (propelerové) turbíny EW WROCLAW 1, TZ-3, TZ-4, č. zprávy: FEA-2013-0005, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2013.
- [75] Feilhauer, M.: Strength analysis of the runner blade – Gavunda HPP – G1, č. zprávy: FEA-2013-0007, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2013.
- [76] Feilhauer, M.: Strength and fatigue life evaluation and self – vibration of HPP NGOI HUT 2 runner, č. zprávy: FEA-2013-0001, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2013.
- [77] Feilhauer, M.: Strength analysis of the runner – HEPP Peshqeshit, č. zprávy: FEA-2013-0017, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2013.
- [78] Feilhauer, M.: Strength analysis of the runner blade– SHPP Singrauli, č. zprávy: FEA-2013-0018, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2013.
- [79] Feilhauer, M.: Stress and strain analysis of the optimized runner blade, č. zprávy: FEA-2014-0029, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2014.
- [80] Feilhauer, M.: Výpočet vlastního kmitání oběžného kola Kaplanovy (propelerové) turbíny ve vakuu, na vzduchu a ve vodě – EW Wroclaw 1, TZ-3, TZ-4, č. zprávy: FEA-2014-0030, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2014.
- [81] Feilhauer, M.: Natural frequencies of the guide vanes in vacuum, in air and in water – fluid-structure interaction, č. zprávy: FEA-2014-0036, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2014.
- [82] Feilhauer, M.: Pevnostní kontrola oběžného kola Francisovy turbíny – VE Lipno 1 – GO TG1, č. zprávy: FEA-2015-0063, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2015.
- [83] Feilhauer, M.: Výpočet vlastních frekvencí rozváděcích lopatek s uvážením vodního prostředí – VE Lipno 1 – GO TG1, č. zprávy: FEA-2015-0059, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2015.
- [84] Feilhauer, M.: Výpočet vlastních frekvencí rozváděcího aparátu s uvážením vodního prostředí – VE Lipno 1 – GO TG1, č. zprávy: FEA-2015-0060, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2015.

- [85] Feilhauer, M.: Výpočet vynuceného kmitání rotoru, radiální chvění rotoru a kritické otáčky – VE Lipno 1 – GO TG1, č. zprávy: FEA-2015-0057, ČKD Blansko Engineering, a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2015.
- [86] Feilhauer, M.: Výpočet vynuceného kmitání oběžného kola ve vodě – VE Lipno 1 – GO TG1, č. zprávy: FEA-2015-0058, ČKD Blansko Engineering a.s., nepublikovaná zpráva, Blansko, 2015.

## 10 Publikované práce - konference

- [87] Feilhauer, M., Pevnostní výpočet oběžného kola Francisovy turbíny pro soustrojí TG4 PVE Dalešice, sborník konference HYDROTURBO 2004, VUT FSI Brno, Brno, 2004.
- [88] Feilhauer, M., Varner, M., Napěťová a deformační analýza mechanismu oběžného kola Kaplanovy turbíny VE Gabčíkovo, sborník konference ANSYS KONFERENCE 2010, SVS FEM Brno, Brno, 2010.
- [89] Feilhauer, M., Varner, M., Hodnocení spolehlivosti průtočné čochky klapkového rychlouzávěru DN5400, sborník konference HYDROTURBO 2010, Slovenské Elektrárne, a.s., Bratislava, 2010.
- [90] Feilhauer, M., Varner, M., Analýza napětí a deformací průtočné čochky klapkového rychlouzávěru DN5400 a porovnání hodnocení únavové životnosti dle norem ČSN EN 13445-3 a ASME, sborník konference XXXII. PRIEHRADNI DNI 2010, SVP, š.p., Odštěpný závod Banská Bystrica, Banská Bystrica, 2010.
- [91] Feilhauer, M., Varner, M., Pevnostní výpočet a hodnocení spolehlivosti oběžného kola Francisovy turbíny, sborník konference Současné trendy při návrhu a výpočtu turbostrojů 2010, Techsoft Engineering spol. s r. o., Praha, 2011.
- [92] Feilhauer, M., Mikulášek, J., Skoták, A., Varner, M., Veselý, J., Excellent reliability runner of pump-turbine 325 MW, sborník konference HYDRO 2011, Prague, 2011.
- [93] Feilhauer, M., Kanický, V., Salajka, V.: Kmitání nového oběžného kola soustrojí PVE Dlouhé Stráně, sborník konference HYDROTURBO 2012, Brno, 2012.
- [94] Feilhauer, M., Vlastní kmitání vodních strojů, sborník konference ANSYS KONFERENCE 2012, Techsoft Engineering spol. s r. o., Špindlerův Mlýn, 2012.
- [95] Feilhauer, M., Varner, D., Simulace anizotropní plasticity, sborník konference ANSYS KONFERENCE 2012, Techsoft Engineering spol. s r. o., Špindlerův Mlýn, 2012.

- [96] Feilhauer, M., Vlastní kmitání konstrukcí a vodních strojů, sborník konference Colloquium DYNAMICS OF MACHINES 2012, Ústav termomechaniky Akademie věd ČR, Praha, 2012.
- [97] Feilhauer, M., Napěťová a deformační analýza klapkového rychlouzávěru a porovnání hodnocení únavové životnosti dle norem ČSN EN 13445-3 a ASME, sborník konference ANSYS KONFERENCE 2013, Techsoft Engineering spol. s r. o., Mikulov, 2013.
- [98] Feilhauer, M. Kupčík, R., Skoták, A.: Komplexní přístup k návrhu oběžných kol typu Kaplan při modernizaci vodních elektráren, sborník konference HYDROTURBO 2014, Bratislava, 2014.
- [99] Feilhauer, Mizerovský, J., Petříček, A., Varner, M.: Nový způsob svařování spirální skříně VE Lipno 1, sborník konference HYDROTURBO 2014, Bratislava, 2014.
- [100] Feilhauer, Kocman, L., Štégner, L., Veselý, P.: Aplikace horizontální třídýzové peltonovy turbíny na vodní elektrárnu Kwoiek Creek – 4x14,75 MW – Část II. – Konstrukce a realizace, sborník konference HYDROTURBO 2014, Bratislava, 2014.
- [101] Feilhauer, M. Kupčík, R., Skoták, A.: Comprehensive design of Kaplan turbine runners for uprating, sborník konference VIENNA HYDRO 2014, Vienna, 2014.
- [102] Feilhauer, M., Obrovský, J., Petříček, S., Skoták, A., Štégner, L.: An extensive upgrade of the 65 MW unit at Lipno hydro plant, sborník konference HYDRO 2015, Bordeaux, 2015.
- [103] Čepa, Z., Feilhauer, Kocman, L., Mikulášek, J., Štégner, L., Veselý, J., Veselý, P.: HPP Kwoiek Creek – From ideas to 4x14,75 MW output power in 673 days, sborník konference HYDROVISION 2015, Portland, 2015.
- [104] Feilhauer, M., Obrovský, J., Skoták, A., Zouhar, J., Case study and numerical analysis of vibration and runner cracks for Lipno 1 hydroelectric project, sborník konference 28 th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems 4. – 8. 7. 2016, Grenoble – France, 2016.

## **11 Publikované práce – odborné časopisy**

- [105] Feilhauer, M., Salajka, V.: Vibration of the new turbine runner of the pumped-storage hydro power plant at Dlouhé Stráně, časopis Engineering Mechanics, Volume 21, numebr 6, 2014, Association for Engineering Mechanics, print ISSN 1802-1484, on-line ISSN 1805-4633.

- [106] Feilhauer, M., Kupčík, R., Motyčák, L., Skoták, A.: Comprehensive Design of Kaplan Turbine Runners for Uprating, časopis WasserWirtschaft, 1/2015, ISSN 0043 0978, D 10812.
- [107] Feilhauer, M., Mikulášek, J., Skoták, A., Štégner, L., Varner, M., Veselý, J.: Uprating of the Czech Republic's 325 MW Pump Turbine Power station Dlouhé Stráně: časopis Hydro Review Worldwide, 7,8/2015, ISSN 1072-9542.

## 12 Práce na grantových projektech

- [108] Zvýšení výkonu a rozšíření provozní oblasti při rekonstrukcích nízkospádových vodních elektráren, Grantový program Ministerstva průmyslu a obchodu, 2A-1TP1/108, hlavní řešitel Ing. Aleš Skoták, PhD., 1.1.2006 – 31.12.2010. Dílčí úkol: Výpočet napětí a deformací v jednotlivých částech oběžného kola turbíny metodou konečných prvků a tvorba výzkumné zprávy do grantového projektu č. 4-ENR-2-3510: Výpočet napětí v mechanismu oběžného kola Kaplanovy turbíny.

## Seznam použitých zkratk a symbolů

$a$	zrychlení částice kapaliny v daném uzlu modelu
$A$	efektivní plocha přiřazená k uzlu
$c$	rychlost šíření zvuku v tekutině
$c_k$	rychlost šíření zvuku v kapalině
$c_v$	rychlost šíření zvuku ve vzduchu
$\mathbf{C}$	matice tlumení
$\mathbf{C}_p$	matice součinitelů tlumení (disipace energie) v kapalině
$D$	průměr trubky
$E$	modul pružnosti
$E_d$	modul pružnosti ocelové desky
$E_{i\bar{c}}$	modul pružnosti lopatky a čepu
$E_t$	modul pružnosti trubky
$E_{tt}$	modul pružnosti torzní tyče
$f_i$	$i$ -tá vlastní frekvence
$\mathbf{f}(t)$	vektor zobecněných sil působících na konstrukci
$f_i(\ddot{u}_1, \dots, \ddot{u}_n)$	lineární funkce zobecněných zrychlení
$f_0$	frekvence otáčení rotoru

$f_S$	frekvence pulzací tlaku ve stacionárním systému
$f_R$	frekvence pulzací tlaku v rotujícím systému
$H$	spád na turbínu
$H_C$	čistý spád (čerpadlový provoz)
$H_N$	čistý spád na turbínu
$H_T$	čistý spád (turbínový provoz)
$k$	počet uzlových průměrů
$k$	objemový modul pružnosti
$\mathbf{K}$	matice tuhosti
$\mathbf{K}_c$	matice součinitelů tuhostních (elastických) interakcí
$\mathbf{K}_p$	matice součinitelů efektivní tuhosti kapaliny
$l$	délka trubky
$\mathbf{M}$	matice hmotnosti
$Ma$	Machovo číslo
$\mathbf{M}_c$	součinitelů hmotnostních (inerciálních) interakcí
$\mathbf{M}_p$	matice součinitelů efektivní hmotnosti kapaliny
$Mk_C$	krouticí moment (čerpadlový provoz)
$Mk_T$	krouticí moment (turbínový provoz)
$m_{st}$	hmotnost oceli
$m_W$	hmotnost vody
$n_P$	provozní otáčky turbíny
$n_R$	průběžné ustálené otáčky turbíny
$P$	výkon
$P_{MAX}$	maximální výkon
$P_C$	maximální výkon (čerpadlový provoz)
$P_T$	maximální výkon (turbínový provoz)
$p$	tlakové zatížení
$p$	zadaný budicí tlak
$p_{b1}$	amplituda tlaku v mezilopatkovém prostoru (primární složka)
$p_{b2}$	amplituda tlaku v mezilopatkovém prostoru (sekundární složka)
$p_{MOD}$	modální tlaky
$Q$	průtok
$Q_C$	průtok (čerpadlový provoz)
$Q_T$	průtok (turbínový provoz)
$R1$	vnější poloměr trubky
$R2$	vnitřní poloměr trubky
$R_m$	minimální smluvní mez pevnosti

$R_{p0.2}$	minimální smluvní mez kluzu
$T$	teplota
$t$	tloušťka desky, tloušťka (obecně)
$t$	čas
$\ddot{u}$	vektor zobecněných zrychlení
$u$	přemístění konstrukce (smáčených povrchů)
$U_R$	radiální přemístění
$U_X$	přemístění ve směru osy x
$U_Y$	přemístění ve směru osy y
$U_Z$	přemístění ve směru osy z
$U_{CEL}$	výsledné přemístění
$w(t)$	vektor zobecněného zatížení v bodech kapalinové oblasti
$z$	počet lopatek
$z_S$	počet lopatek statoru
$z_R$	počet lopatek rotoru
$\rho_3$	náhradní hustota trubky
$\rho_d$	hustota ocelové desky
$\rho_k$	hustota kapaliny
$\rho_{lč}$	hustota lopatky a čepu
$\rho_t$	hustota trubky
$\rho_{tt}$	hustota torzní tyče
$\rho_v$	hustota vzduchu
$\mu_d$	Poissonův součinitel
$\mu_{lč}$	Poissonův součinitel
$\mu_t$	Poissonův součinitel
$\mu_{tt}$	Poissonův součinitel
$\varphi$	polohový úhel přímky vstupní válcové plochy
$\sigma_{HMH}$	ekvivalentní napětí (Huber, von Mises, Hencky)
$\sigma_{INT}$	ekvivalentní napětí (Tresca)

## Seznam příloh

Příloha P1    MAKRA APDL

PŘÍLOHA P1  
ŘEŠENÍ DYNAMICKÉ ODEZVY  
VODOHOSPODÁŘSKÝCH KONSTRUKCÍ  
V INTERAKCI S KAPALINOU



## MAKRO 1 (APDL)

```
!*****
! LOPATKA 01
!*****

/prep7
alls
location = 'lopatka01'
! *****
*get,etid,etyp,0,num,max
etid = etid + 1
! *****
*get,numet,etyp,0,num,max
*do,i,1,numet,1
  *get,myname,etyp,i,attr,enam
  *if,myname,eq,154,then
    etid = i
  *endif
*enddo
! *****
! Define Surface Elements INTERF154
et,etid,154
type,etid
! Select Nodes of Component location
cmsel,s,%location%
! Generate Surface Mesh
esurf,all
alls
! *****
! Write CDB-Surface
! *****
cmsel,s,%location%
esln,s,1,all
cdwrite,db,%location%,cdb
alls
! *****
/solu
```

## MAKRO 2 (APDL)

```
save
/copy,file,db,,tmp,db
```

## MAKRO 3 (APDL)

```
fini
/clear
/prep7
shpp,off,,nowarn
/com,*****
location = 'lopatka01'
dphi      = (360/9)*1
scale     = (250/1560)
!#####
! BEGIN of MACRO ROTATE BOUNDARY
! INPUT NODE-COMPONENTS: LOCATION
!#####
/inp,%location%,cdb
/com,*****
/com,Rotate Boundary Polar (in CSYS,1)
/com,*****
/prep7
cmsel,s,%location%
*get,numnodes,node,0,count
/com, Number of Nodes= %numnodes%
csys,1
```

```

*do,i,1,numnodes
  *get,inode,node,0,num,min
  nmodif,inode,,ny(inode)+dphi,,
  nsel,u,,inode
*enddo
csys,0
alls
/com,*****
/com,Scale Boundary (in CSYS,0)
/com,*****
/prep7
cmsel,s,%location%
nscale,0,all,,%scale%,%scale%,%scale%
alls
! *****
! Write CDB-Surface
! *****
cmsel,s,%location%
esln,s,1,all
cdwrite,db,%location%,cdb
alls
!#####
! END of MACRO
!#####

/solu

```

## MAKRO 4 (APDL)

```

prep7
resu,tmp,db
!
fini

/inp,'..\..\lopatka01u',sfe

/solu

```