



# Vliv zdvihové závislosti vačky na hnací moment mechanismu jehelníku

## Bakalářská práce

*Studijní program:* B2301 – Strojní inženýrství  
*Studijní obor:* 2301R000 – Strojní inženýrství  
*Autor práce:* **Andrei Pchalavodau**  
*Vedoucí práce:* doc. Ing. Iva Petříková, Ph.D.



## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Andrei Pchalavodau**  
Osobní číslo: **S13000155**  
Studijní program: **B2301 Strojní inženýrství**  
Studijní obor: **Strojní inženýrství**  
Název tématu: **Vliv zdvihové závislosti vačky na hnací moment mechanismu jehelníku**  
Zadávající katedra: **Katedra mechaniky, pružnosti a pevnosti**

### Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Postup řešení:

1. Seznamte se s problematikou návrhu zdvihových závislostí vačkových mechanismů a proveďte rešerši používaných typů zdvihových závislostí.
2. Sestavte matematický model mechanismu jehelníku tkacího stroje pro výrobu tkanin v perlinkové vazbě.
3. Členy, u nichž dochází v průběhu pracovního cyklu k větším deformacím, uvažujte v modelu pružné (ojnice, pružiny jehelníku).
4. Sledujte vliv různých zdvihových závislostí vačky v průběhu pracovního cyklu na změnu hnacího momentu servomotoru.

Rozsah grafických prací: **dle potřeby**  
Rozsah pracovní zprávy: **cca 40 stran**  
Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**  
Seznam odborné literatury:


- [1] JIRÁSKO, Petr a kolektiv autorů. Mechatronika pohonů pracovních členů mechanismů. 1. vyd. Liberec: VÚTS, a.s., 2015. 820 s. ISBN 978-8087184-63-9.  
[2] KOLOC, Zdeněk, VÁCLAVÍK, Miroslav. Vačkové mechanismy. 1. vyd. Praha: SNTL, 1988. 384 s.

Vedoucí bakalářské práce: **doc. Ing. Iva Petříková, Ph.D.**  
Katedra mechaniky, pružnosti a pevnosti  
Konzultant bakalářské práce: **Ing. Petr Jirásko, Ph.D.**  
VÚTS Liberec

Datum zadání bakalářské práce: **1. listopadu 2016**  
Termín odevzdání bakalářské práce: **31. ledna 2018**

  
prof. Dr. Ing. Petr Lenfeld  
děkan



  
doc. Ing. Iva Petříková, Ph.D.  
vedoucí katedry

V Liberci dne 25. února 2017

## Prohlášení

Byl jsem seznámen s tím, že na mou bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé bakalářské práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li bakalářskou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Bakalářskou práci jsem vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé bakalářské práce a konzultantem.

Současně čestně prohlašuji, že tištěná verze práce se shoduje s elektronickou verzí, vloženou do IS STAG.

Datum: 28.06.17

Podpis: 

## **Poděkování**

Tímto bych chtěl poděkovat paní doc. Ing. Ivě Petrikové, Ph.D. za cenné rady při vedení bakalářské práce. Mé poděkování patří též Ing. Petru Jiráskovi Ph.D. za pomoc při návrhu zdvihových závislostí.

## **Abstrakt**

Cílem práce je návrh zdvihové závislosti vačky mechanismu jehelníku tkacího stroje pro výrobu tkanin v perlinkové vazbě. Jsou navrženy tři zdvihové závislosti, dvě polynomické a jedna pomocí speciálního programu pro návrh zdvihových závislostí vačkových mechanismů. Je sledován vliv zdvihových závislostí na změnu hnacího momentu mechanismu. Pro výpočet průběhu hnacího momentu je sestaven matematický model mechanismu jehelníku. Ojnice a pružiny jehelníku jsou namodelovány jako poddajná tělesa. Kinetostatické řešení je realizováno v softwaru MATLAB. Výsledky hnacích momentů všech tří návrhů zdvihových závislostí jsou porovnány s hnacím momentem při použití stávající goniometrické zdvihové závislosti. Úpravou zdvihových závislostí je možné dosáhnout snížení hnacího momentu mechanismu jehelníku. Jako nejvhodnější se jeví třetí zdvihová závislost sestavená na základě požadavků na průběh druhé derivace zdvihové závislosti. Při zachování stejného hnacího momentu mechanismu jehelníku je možné zvýšit otáčky stroje až o 25%.

## **Klíčová slova**

vačka, zdvihová závislost, tkací stroj, mechanismus jehelníku, kinetostatické řešení

## **Abstract**

The aim of the work is to design the cam displacement law of the needle bar mechanism at the weaving machine for the production of fabrics in leno weave. There are designed three displacement laws, two polynomial displacement laws and one displacement law using a special software for the design of displacement laws of cam mechanisms. The influence of displacement laws on the change of the driving torque of the mechanism is investigated. To calculate the course of the driving torque, a mathematical model of the needle bar mechanism is set up. The connecting rod and needle bar springs are modeled as elastic bodies. The kinetostatic solution is carried out in MATLAB software. The results of driving torques of all three designs of displacement laws are compared with the driving torque of the current goniometric displacement law. By modifying the displacement laws, it is possible to achieve a decrease of the driving torque of the needle bar mechanism. The third displacement law, based on the requirements for the course of the second derivative of the displacement law, turns out to be suitable. For keeping of the same driving torque of the needle bar mechanism it is possible to increase the machine speed by up to 25 %.

## **Keywords**

Cam, displacement diagram, weaving machine, needle bar mechanism, kinetostatic solution

# Obsah

1 Úvod .....	7
2 Tkací stroj CAMEL .....	8
2.1 Perlínková vazba .....	9
3 Zdvihové závislosti.....	10
3.1 Zdvihové závislosti typu <i>01</i> .....	11
4 Matematický a fyzikální model jehelníku.....	14
4.1 Těleso 2 .....	16
4.2 Těleso 3 .....	17
4.3 Těleso 4 .....	18
4.4 Těleso 5 .....	19
4.5 Výpočet průhybu vetknutého nosníku .....	20
4.6 Výpočet průhybu táhla .....	21
4.7 Výpočet průhybu pružiny.....	21
4.8 Výpočet hnacího momentu jehelníku .....	22
5 Návrh zdvihové závislosti .....	24
5.1 Polynomická zdvihová závislost.....	25
5.2 Polynomická zdvihová závislost s minimální hodnotou $ \eta'' _{max}$ .....	28
5.3 Návrh zdvihové závislosti podle průběhu její 2. derivace .....	31
5.3.1 Numerický výpočet zdvihové závislosti programem <i>RMS_zzV03.15</i> .....	31
5.3.2 Aproximace zdvihové závislosti programem <i>APROX</i> .....	34
5.3.3 Analytický výpočet navrhnuté zdvihové závislosti .....	37
6 Závěr.....	46

# 1 Úvod

Dnešní dobu si nelze představit bez plošných textilních útvarů zvaných jako *tkanina*. Tkanina je vstupním materiálem v bytovém textilu, oděvnictví a různých technických oborech. Mezi zvláštní typy tkanin patří perlinkové tkaniny, které lze vyrábět na speciálních tkacích strojích. Perlinkové tkaniny mají největší uplatnění ve stavebním průmyslu, zejména jako podklad pod omítky, díky své vysoké soudržnosti mezi soustavou útkových nití a nití osnovních. CAMEL je jeden z několika tkacích strojů, který byl vyvinut ve VÚTS, a.s., kde je i vyráběn speciálně pro tkaní tkanin v perlinkové vazbě. Hlavní pracovní částí tkacího stroje CAMEL, který provazuje nitě pro tvoření perlinkové vazby je mechanismus jehelníku. Bakalářská práce je zaměřena na návrh nové zdvihové závislosti pro tento mechanismus. Hlavním cílem je zvýšit výkon stroje a splnit požadavky popsané v kapitole číslo 5 pro nově navrženou zdvihovou závislost.

Druhá kapitola bakalářské práce se věnuje popisu vytvoření perlinkové vazby na tkacím stroji CAMEL.

V třetí kapitole jsou popsány základní pojmy o zdvihových závislostech včetně vybraného popisu zdvihových závislosti typu *01*.

Čtvrtá kapitola uvádí obecné analytické kinetostatické řešení mechanismu jehelníku s výpočtem hnacího momentu na vstupním hřídeli mechanismu jehelníku.

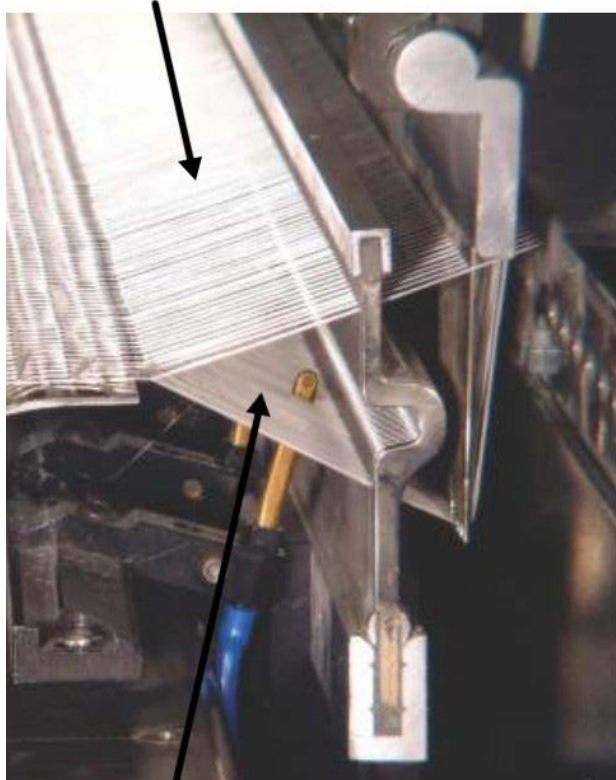
Pátá kapitola je zaměřena na návrh nové zdvihové závislosti a porovnání se závislostí stávající. Bylo vytypováno několik zdvihových závislosti vhodných pro daný pohyb jehelníku. Polynomická zdvihová závislost zadaná po úsecích je navržena tvarem své druhé derivace, z které se numerickou integrací a následnou aproximací získá hledaný analytický tvar. Ten je pak dále zpracován do hnacího momentu na vstupním hřídeli mechanismu jehelníku.



## 2 Tkací stroj CAMEL

Technické tkaniny v perlinkové vazbě je jedna z významných a dynamicky se rozvíjejících oblastí. Lze vyrábět perlinkové tkaniny na konvenčních tkacích strojích s úpravou pro tkaní perlinkové vazby. Na stroji CAMEL se perlinková vazba tvoří pomocí beznitěnkového prošlupního ústrojí, které se skládá z jehelníku, v němž jsou upevněny jehly s očky a ze speciálního listu. Osnovní nitě jsou rozděleny do dvou soustav – obtáčející a stacionární. Podle jejich funkce jsou nitě navedeny do speciálního listu nebo do jehelníku. Vzájemným provazováním vždy jedné dvojice osnovních nití s nití útkovou se tvoří perlinková vazba. Stacionární osnovní nitě (viz Obr. 2.1) jsou navedeny do otvorů speciálního listu, který vykonává svislý pohyb potřebný k vytvoření prošlupu pro zanesení útku. Obtáčející nitě (viz Obr. 2.1) jsou navedeny do oček jehel v jehelníku, který vykonává vratný vodorovný pohyb (viz literatura [6]).

stacionární nitě

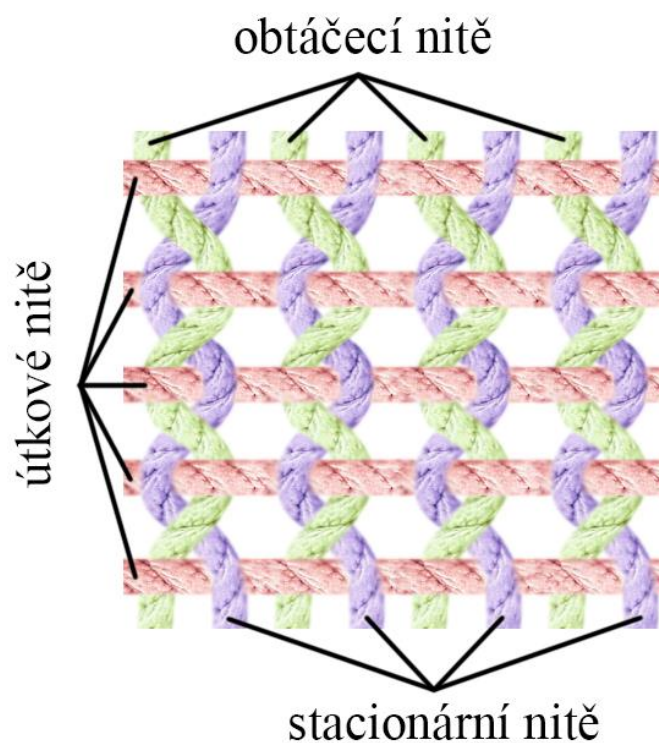


obtáčecí nitě

Obr. 2.1: Princip tvoření perlinkové vazby (dostupné z [7])

## 2.1 Perlinková vazba

Perlinková vazba je vazba, ve které stacionární osnovní a obtáčecí nitě jsou zkroucené kolem útkové nitě a mezi každými dvěma útky se spolu zakrucují. Nit obtáčecí se podvléká pod stojitou osnovní nit, překříží ji a tím se zabraňuje pohybu do strany i u velmi řídkých tkanin. Obtáčecí nitě vážou střídavě po pravé a levé straně skupiny nití stacionárních. Zkroucené osnovní a obtáčecí nitě pevně uchopují útek, což způsobuje vysokou živostnost tkaniny. Perlinková vazba je znázorněna na Obr. 2.1.1, kde červená nit je útek, zelená je nit obtáčecí a fialová je stacionární osnovní nit (viz literatura [3]).

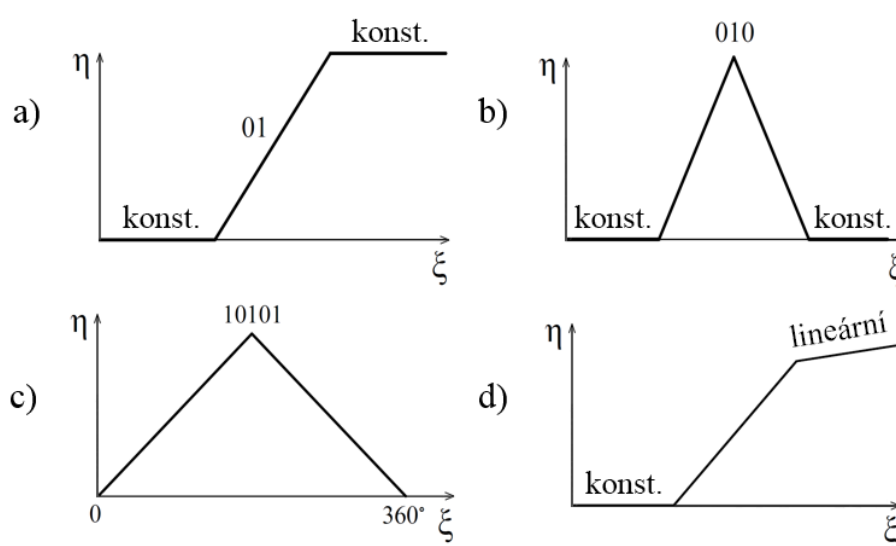


Obr. 2.1.1: Perlinková vazba

### 3 Zdvihové závislosti

Pod pojmem *zdvihová závislost* rozumíme funkční závislost mezi natočením vahadla nebo posuvem zvedáku a úhlem natočení vačky. V práci je zdvihová závislost udávána souřadnicí  $\eta$  v závislosti na souřadnici  $\xi$ . Zdvihové závislosti se navrhují s ohledem na pracovní podmínky mechanismu a musejí splňovat požadavky na dynamiku mechanismu, např. vibrace vzniklé pohybem mechanismu, silové dvojice, zrychlující síly a jejich výkon. Pro zvolený pohyb mechanismu mají být co nejmenší. Návrh vačkového mechanismu obsahuje stanovení struktury a základních rozměrů, dále určení zdvihové závislosti pracovního členu a přiřazení tvaru vačky. Charakteristiky různých typů zdvihových závislostí jsou uvedeny v literatuře [1]. Zdvihové závislosti lze rozdělit do čtyř skupin:

- 1) Symetrické zdvihové závislosti typu *01* (viz Obr. 3.1a)  
Jde o pohyb z jedné klidové polohy do jiné klidové polohy s konstantními úseky (symetrie vůči středu pohybového intervalu).
- 2) Symetrické zdvihové závislosti typu *010* (viz Obr. 3.1b)  
Jde o pohyb z jedné klidové polohy do maximálního zdvihu s návratem do výchozí klidové polohy s konstantními úseky (symetrie vůči středu pohybového intervalu).
- 3) Symetrické zdvihové závislosti typu *10101* (viz Obr. 3.1c)  
Jde o pohyb z klidové polohy do maximálního zdvihu s návratem do klidové polohy bez konstantních úseků (symetrie vůči středu pohybového intervalu).
- 4) Nesymetrické zdvihové závislosti (viz Obr. 3.1d)



Obr. 3.1: Příklady jednotkových zdvihových závislosti

### 3.1 Zdvihové závislosti typu 01

Zdvihové závislosti se liší hodnotou první a druhé derivace zdvihu  $\eta$ . Protože zdvihových závislosti je celá řada, nemá cenu rozebírat všechny. Uvedme jako příklad čtyři nepoužívanější symetrické zdvihové závislosti typu 01 podle literatury [1].

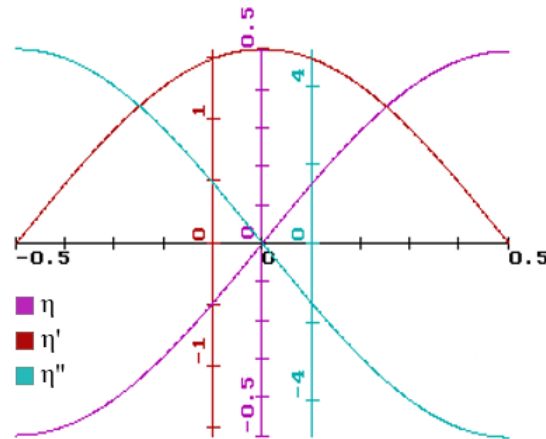
Grafy jednotkových zdvihových závislosti jsou nakreslené pomocí programu *RMS\_zzV03.15.xlsm*.

Intervaly proměnných  $\xi$  a  $\eta$  jsou jednotkové:

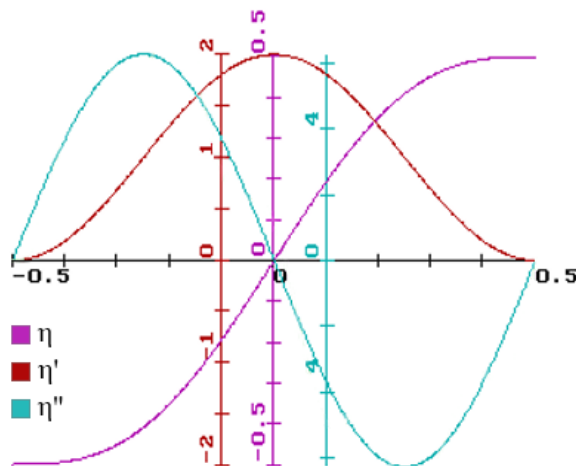
$$\xi \in \left\langle -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\rangle, \eta \in \left\langle -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\rangle.$$

*Goniometrické zdvihové závislosti*

$$\eta'(\xi) = \eta'_0 \cos^{2m+1} \pi \xi. \quad (3.1.1)$$



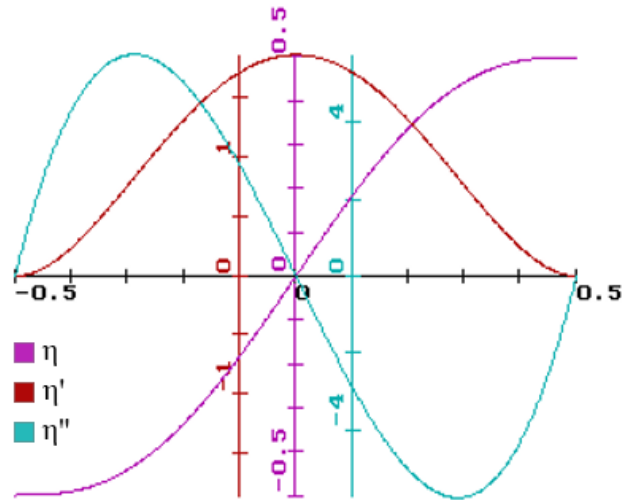
Obr. 3.1.1: Harmonická zdvihová závislost pro  $m = 0$



Obr. 3.1.2: Cykloidální zdvihová závislost pro  $m = 1$

Polynomická zdvihová závislost

$$\eta'(\xi) = \eta'_0(1 - 4\xi^2)^m. \quad (3.1.2)$$



Obr. 3.1.3: Polynomická zdvihová závislost pro  $m = 2$

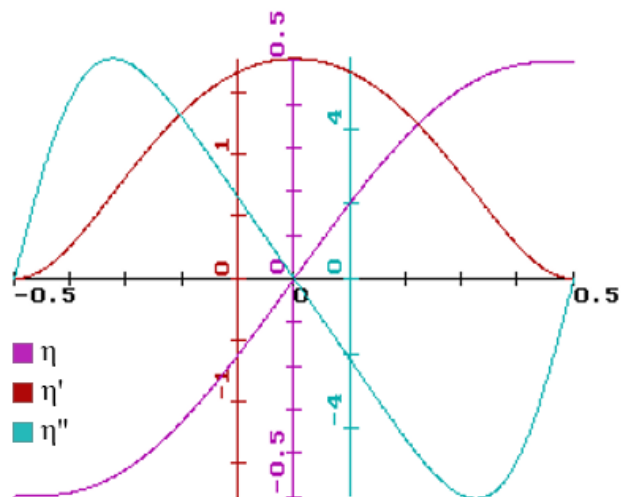
Nakloněná sinusoida

$$\xi(\mu, \kappa) = \mu + \frac{\kappa}{2\pi} \sin(2\pi\mu), \quad (3.1.3)$$

$$\eta(\mu) = \mu + \frac{1}{2\pi} \sin(2\pi\mu), \text{ kde} \quad (3.1.4)$$

$\mu \dots$  je proměnný parametr ležící v intervalu  $(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$ ,

$\kappa \in (-1; 1)$ .



Obr. 3.1.4: Nakloněná sinusoida

### Modifikovaný sinus

U této zdvihové závislosti je pohybový interval rozdělen na tři subintervaly:

$$\xi_{12} \in \left\langle -\frac{1}{2}; -\frac{1}{2} + \kappa \right\rangle, \xi_{23} \in \left\langle -\frac{1}{2} + \kappa; \frac{1}{2} - \kappa \right\rangle, \xi_{34} \in \left\langle \frac{1}{2} - \kappa; \frac{1}{2} \right\rangle,$$

pro subinterval  $-\frac{1}{2} + \kappa < \xi < \frac{1}{2} - \kappa$  platí vztah

$$\eta''(\xi, \kappa) = -|\eta''|_{max} \sin \frac{\pi}{1 - 2\kappa} \xi, \quad (3.1.5)$$

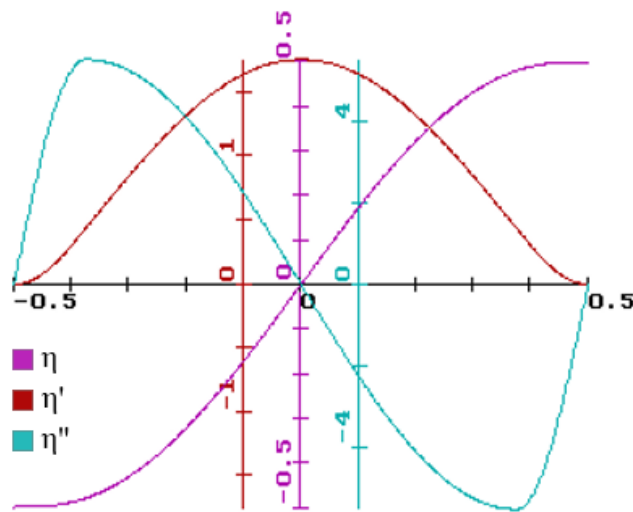
pro subinterval  $\frac{1}{2} - \kappa < |\xi| < \frac{1}{2}$  platí vztah

$$\eta''(\xi, \kappa) = -S|\eta''|_{max} \sin \frac{\pi}{2\kappa} \left( \frac{1}{2} - |\xi| \right), \text{ kde} \quad (3.1.6)$$

$\kappa \dots$  – parametr, určující tvar závislosti,

$$\kappa \in \left( 0; \frac{1}{4} \right),$$

$$S = \text{sign } \xi.$$



Obr. 3.1.5: Modifikovaný sinus

Symbol	Význam	Jednotka
$m$	Stupeň polynomu	[-]
$\xi$	Nezávisle proměnná	
$\eta$	Zdvih	
$\eta'$	První derivace zdvihu	
$\eta'_0$	Hodnota první derivace zdvihu v počátku souřadnicového systému	
$\eta''$	Druhá derivace zdvihu	

Tabulka 3.1: Seznam použitých symbolů

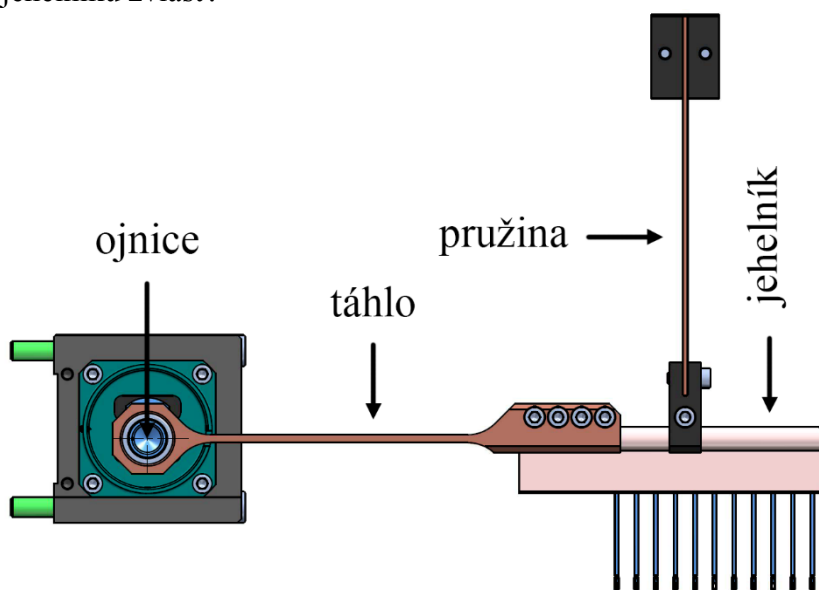
## 4 Matematický a fyzikální model jehelníku

Kinetostatické řešení mechanismu jehelníku slouží k stanovení příslušných reakcí jednotlivých těles a následnému výpočtu hnacího momentu na hřídele rotoru servomotoru.

Mechanismus jehelníku (viz Obr. 4.1) je soustava 4 těles, přičemž u těles 2 a 4 je předpokládáno, že jsou tuhá, tělesa 3 a 5 jsou řešena jako poddajná. Pro představu toho, jak dochází k provazování osnovních nití s nití útkovou je nutné si uvědomit co dělá každý pracovní člen mechanismu odděleně.

- A. Hřídel rotoru servomotoru s excentrem (na Obr. 4.3 je označen jako Těleso 2) vykonává otáčivý pohyb v intervalu  $\pm 23,5782^\circ$  kolem osy rotoru servomotoru. Interval je zvolen pro vytvoření perlinkové vazby s maximálním rozstupem os nití stacionárních a obtáčecích  $\pm 2 \text{ mm}$ .
- B. Táhlo (na Obr. 4.3 je označeno jako Těleso 3) vykonává vratný vodorovný pohyb a tím posouvá jehelník.
- C. Jehelník (na Obr. 4.3 je označen jako Těleso 4) - prizmatický profil ze slitiny hliníku, který je opatřen 516 jehlami, vykonává vratný vodorovný pohyb.
- D. Pružina (na Obr. 4.3 je označena jako Těleso 5) – nosný prvek jehelníku, který je pevně spojen vetknutím do rámu stroje (celkový počet pružin - 12). Pružina rekuperuje energii, která je vyvolaná vodorovným posuvem jehelníku a tím vzniká akumulace kinetické energie.

Pro výpočet hnacího momentu na hřídeli rotoru servomotoru uvedme uvolněná tělesa mechanismu jehelníku zvlášť.

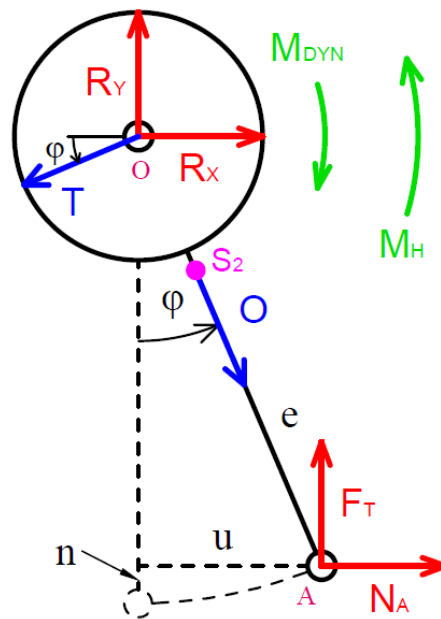


Obr. 4.1: Mechanismus jehelníku





## 4.1 Těleso 2



Obr. 4.4: Uvolněné těleso 2

$$x: R_X - T \cos(\varphi) + N_A + O \sin(\varphi) = 0 \quad (4.1)$$

$$y: R_Y - T \sin(\varphi) + F_T - O \cos(\varphi) = 0 \quad (4.2)$$

$$M_0: M_{DYN} - M_H - N_A e \cos(\varphi) - F_T u = 0 \quad (4.3)$$

$R_X, R_Y$  ... – reakční síly od ložiska na hřídeli rotoru

$N_A, F_T$  ... – reakční síly od ložiska na excentru

$M_H$  ... – hnací moment

$M_{DYN}$  ... – moment vyjadřující setrvačné účinky

$e$  ... – délka kliky

$u$  ... – horizontální složka posunu ojnice vůči ose rotace

$n$  ... – deformace při natočení kliky tělesa 3 ve vertikálním směru

$$M_{DYN} = J \alpha, \text{ kde} \quad (4.4)$$

$J = m_R r_R^2 + m_E r_E^2$  ... – moment setrvačnosti rotoru a excentru

$m_R$  ... – hmotnost rotoru

$r_R$  ... – poloměr rotoru

$m_E$  ... – hmotnost excentru

$r_E$  ... – poloměr excentru

$\alpha = \ddot{\varphi}$  ... – zrychlení hřídele rotoru

$$\mathbf{u} = e \sin(\varphi) \quad (4.5)$$

$$\mathbf{n} = e (1 - \cos(\varphi)) \quad (4.6)$$

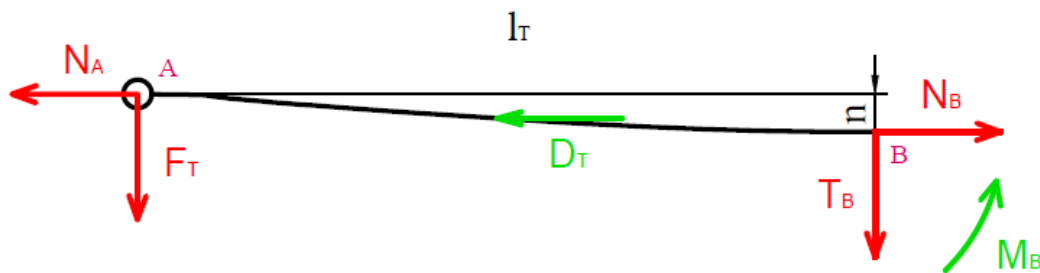
$T = m r_S \alpha$  ... – tečná síla

$O = m r_S \omega^2$  ... – odstředivá síla

$\omega = \dot{\varphi}$

$r_S$  ... – vzdálenost osy otáčení rotoru od těžiště sestavy (rotor, spojka, klika, šrouby atd.)

## 4.2 Těleso 3



Obr. 4.5: Uvolněné těleso 3

$$x: -N_A - D_T + N_B = 0 \quad (4.7)$$

$$y: -F_T - T_B = 0 \quad (4.8)$$

$$M_A: -M_B + T_B l_T - N_B n + D_T \frac{n}{2} = 0 \quad (4.9)$$

$N_A, F_T$  ... – reakční síly od ložiska na excentru

$N_B, T_B, M_B$  ... – reakční síly ve vetknutí

$D_T$  ... – setrvačná síla táhla

$l_T$  ... – délka táhla

$n$  ... – deformace při natočení kliky tělesa 3 ve vertikálním směru

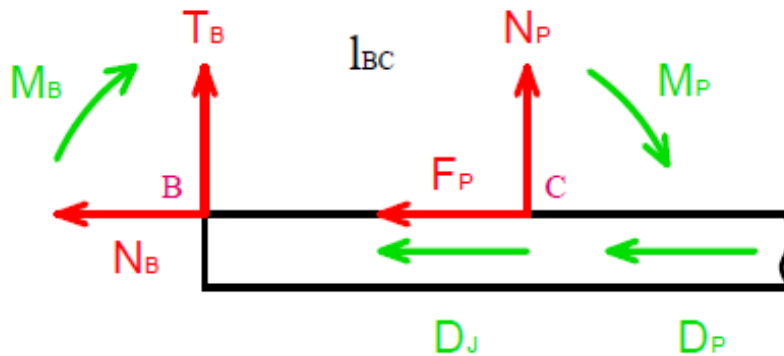
$$D_T = m_T \ddot{u}, \text{ kde} \quad (4.10)$$

$m_T$  ... – hmotnost táhla

$\ddot{u}$  ... – zrychlení posuvu

$$n = e (1 - \cos(\varphi))$$

### 4.3 Těleso 4



Obr. 4.6: Uvolněné těleso 4

$$x: -N_B - 12 F_P - D_J - D_P = 0 \quad (4.11)$$

$$y: T_B + 12 N_P = 0 \quad (4.12)$$

$$M_B: M_B + 12 M_P - N_P \sum_{i=0}^{11} (l_{BC} + i l_{PP}) = 0 \quad (4.13)$$

$N_B, T_B, M_B$  ... – reakční síly v bodě B mezi tělesem 3 a tělesem 4

$N_P, T_P, M_P$  ... – reakční síly v bodě C mezi tělesem 4 a tělesem 5

$$D_J = m_J \ddot{u} \dots \text{ – setrvačná síla jehelníku} \quad (4.14)$$

$$D_P = 12 m_P \ddot{u} \dots \text{ – setrvačná síla 12 pružin} \quad (4.15)$$

$l_{BC}$  ... – vzdálenost mezi vetknutím tělesa 3 (táhlo) a tělesa 5 (pružina)

$l_{PP}$  ... – vzdálenosti pružin

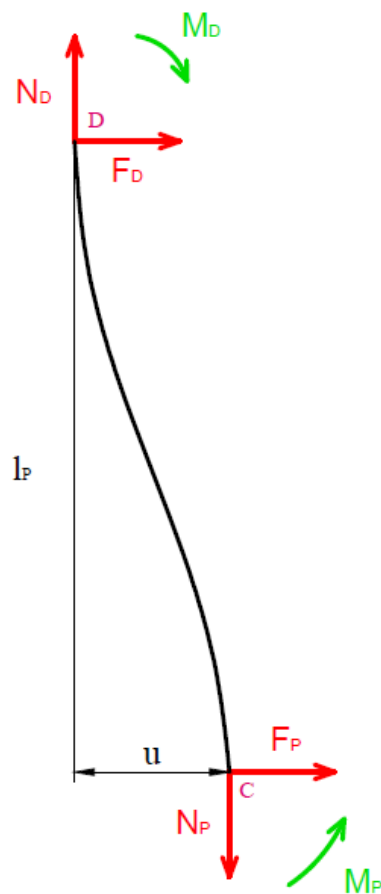
$m_J$  ... – hmotnost tělesa 4 (jehelník)

$m_P$  ... – hmotnost tělesa 5 (pružina)

$\ddot{u}$  ... – zrychlení posuvu

Výraz  $N_P \sum_{i=0}^{11} (l_{BC} + i l_{PP})$  v momentové rovnici (4.13) popisuje součet momentů 12 reakcí v místě připojení pružin k jehelníku k bodu B (od kterého se počítá moment).

## 4.4 Těleso 5



Obr. 4.7: Uvolněné těleso 5

$$x: F_D + F_P = 0 \quad (4.16)$$

$$y: N_D - N_P = 0 \quad (4.17)$$

$$M_D: M_D - M_P - F_P l_P + N_P u = 0 \quad (4.18)$$

$N_P, T_P, M_P$  ... – reakční síly v bodě C mezi tělesem 4 a tělesem 5

$N_D, T_D, M_D$  ... – reakční síly v bodě D mezi tělesem 5 a rámem

$u$  ... – horizontální složka posunu ojnice vůči rotoru (za rotace)

$l_P$  ... – délka pružiny

$$u = e \sin(\varphi)$$

## 4.5 Výpočet průhybu vetknutého nosníku

$$M(x) = F x$$

$$w'' = -\frac{F x}{E J_Y}$$

$J_Y$  – kvadratický moment plochy

$$J_Y = b h^3, \text{ kde}$$

$b$  – šířka obdélníku (řez v rovině YZ)

$h$  – výška obdélníku (řez v rovině YZ)

$E$  – Youngův modul (modul pružnosti v tahu)

Po integraci rovnice  $w''$  dostaneme:

$$w' = -\frac{F x^2}{2 E J_Y} + C_1$$

$$w = -\frac{F x^3}{6 E J_Y} + C_1 x + C_2$$

Okrajové podmínky:

$$w'(l) = 0$$

$$w(l) = 0$$

Po dosazení okrajových podmínek do rovnic  $w$ ,  $w'$ :

$$C_1 = \frac{F l^2}{2 E J_Y}$$

$$C_2 = -\frac{F l^3}{3 E J_Y}$$

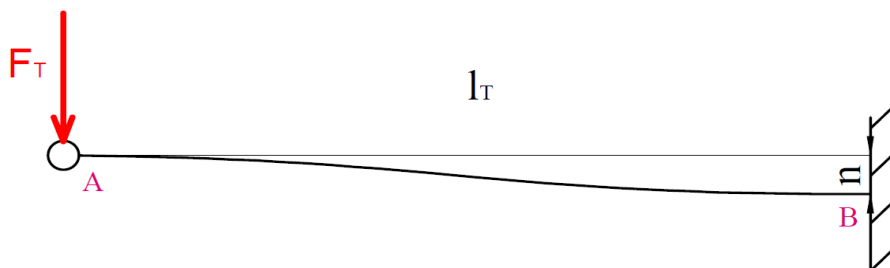
Dosazením konstant do rovnice  $w$  dostaneme průhyb vetknutého nosníku:

$$w(x) = \frac{F}{6 E J_Y} (3 l^2 x - x^3 - 2 l^3)$$

Průhyb na volném konci nosníku:

$$w = \frac{F l^3}{3 E J_Y} \tag{4.19}$$

## 4.6 Výpočet průhybu táhla



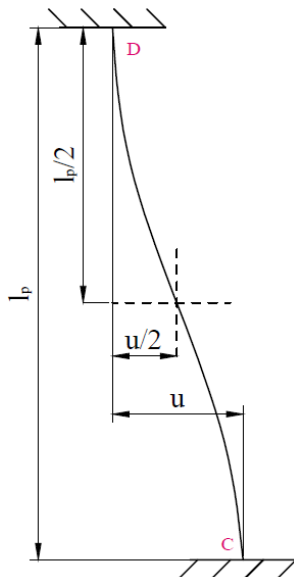
Obr. 4.8: Zdeformované těleso 3 (táhlo)

Po úpravě rovnice a dosazení známých konstant - délky táhla  $l_T$ , modulu pružnosti příslušného materiálu  $E_T$ , průřezových charakteristik  $J_{y_T}$  a průhybu  $n$  vyjde síla od táhla:

$$F_T = \frac{3 E_T J_{y_T} e (1 - \cos(\varphi))}{l_T^3} \quad (4.20)$$

## 4.7 Výpočet průhybu pružiny

Jde o dvakrát symetrickou úlohu (vetknutý nosník délky  $\frac{l_p}{2}$  s průhybem na volném konci  $\frac{u}{2}$ ), průhyb se počítá stejným způsobem jako u tělesa 3.



Obr. 4.9: Zdeformované těleso 5

Po dosazení do rovnice (4.19) délky nosníku  $\frac{l_p}{2}$  modulu pružnosti příslušného materiálu  $E_P$ , průřezových charakteristik  $J_{y_P}$  a polovičního průhybu  $\frac{u}{2}$  výjde síla od pružiny:

$$F_P = \frac{12 E_P J_{y_P} e \sin(\varphi)}{l_P^3} \quad (4.21)$$

## 4.8 Výpočet hnacího momentu jehelníku

Pro výpočet hnacího momentu je nezbytné vědět parametry jehelníku, které jsou znázorněné v Tabulce 4.1.

Symbol	Význam	Zadaná hodnota	Jednotka
$J$	Moment setrvačnosti rotoru servomotoru a excentru	0,000255	$[kg \cdot m^2]$
$m_j$	Hmotnost jehelníku s jehlami	2,5132	$[kg]$
$m_p$	Hmotnost 12 pružin	1,2	$[kg]$
$m_T$	Hmotnost táhla	0,364	$[kg]$
$e$	Excentricita	0,005	$[m]$
$E_T$	Modul pružnosti materiálu táhla	$2,1 \cdot 10^{11}$	$[Pa]$
$E_P$	Modul pružnosti materiálu pružiny	$2,1 \cdot 10^{11}$	$[Pa]$
$J_{y_T}$	Kvadratický moment průřezu táhla	$128 \cdot 10^{-11}$	$[m^4]$
$J_{y_P}$	Kvadratický moment průřezu pružiny	$28,1 \cdot 10^{-11}$	$[m^4]$
$l_T$	Délka táhla	0,26	$[m]$
$l_P$	Délka pružiny	0,135	$[m]$

Tabulka 4.1: Geometrické a hmotové parametry jehelníku

Vypočteme hnací moment z rovnice (4.3):

$$M_H = M_{DYN} - N_A e \cos(\varphi) - F_T u, \text{ kde}$$

$$M_{DYN} = J \alpha$$

$$N_A = N_B - D_T$$

$$D_T = m_T \ddot{u}$$

$$N_B = -12 \cdot F_P - D_J - D_P$$

$$F_P = \frac{12 E_P J_{y_P} e \sin(\varphi)}{l_P^3}$$

$$D_J = m_j \ddot{u}$$

$$D_P = 12 m_P \ddot{u}$$

$$F_T = \frac{3 E_T J_{y_T} e (1 - \cos(\varphi))}{l_T^3}$$

$$u = e \sin(\varphi)$$

Pomocí stávající zdvihové závislosti lze spočítat hnací moment mechanismu jehelníku v závislosti na natočení virtuální osy:

$$\eta = \xi + \frac{1}{60\pi} (45 \sin(2\pi\xi) + 9 \sin(4\pi\xi) + \sin(6\pi\xi)), \text{ kde} \quad (4.22)$$

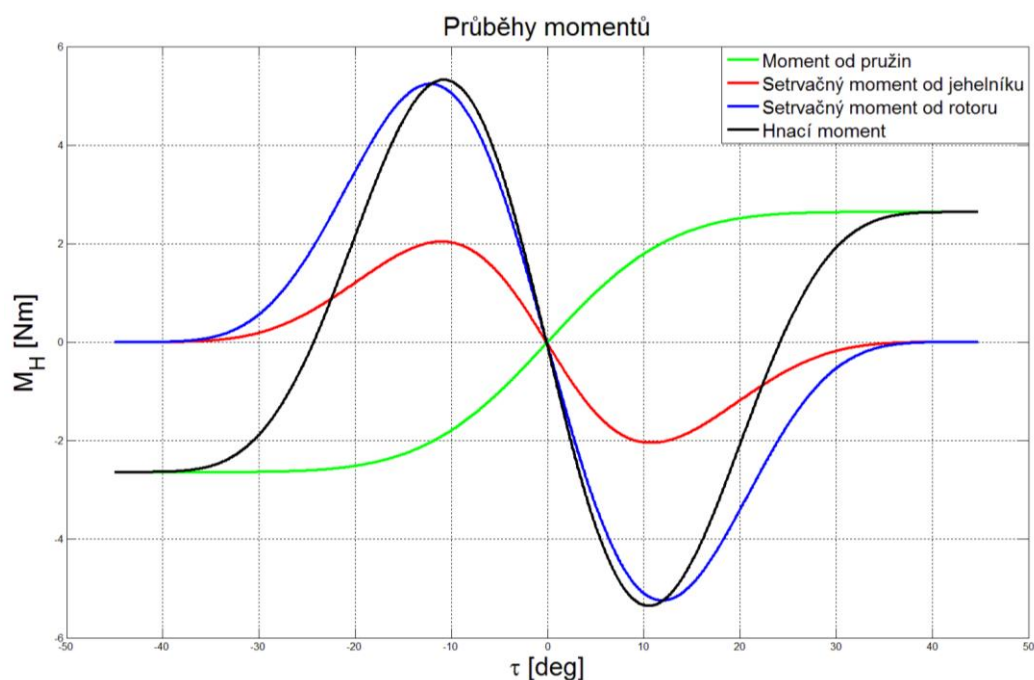
$\xi \dots$  - natočení virtuální osy (virtuální natočení v intervalu  $\langle -45^\circ; 315^\circ \rangle$ , odpovídá natočení myšlené vačkové hřídele).

Po dosazení dostaneme výraz:

$$\begin{aligned} M_H = J \alpha + \\ + \left( 12 \frac{12 E_P J_{Y_P} e \sin(\varphi)}{l_P^3} + m_J \ddot{u} + 12 m_P \ddot{u} + m_T \ddot{u} \right) \cos(\varphi) e - \\ - \frac{3 E_T J_{Y_T} e (1 - \cos(\varphi))}{l_T^3} \sin(\varphi) e. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Průběh hnacího momentu v pracovních intervalech virtuální osy  $-45^\circ$  až  $45^\circ$  je na Obr. 4.10 a je dán součtem následujících momentů:

- 1) Moment síly působící na pružiny
- 2) Moment síly působící na táhlo (skoro zanedbatelný, proto není znázorněn na Obr. 4.10)
- 3) Setrvačný moment od jehelníku
- 4) Setrvačný moment od rotoru servomotoru



Obr. 4.10: Průběhy momentů v závislosti na úhlu natočení virtuální osy



## 5 Návrh zdvihové závislosti

Cílem návrhu nové zdvihové závislosti je požadavek na vyšší výkon, tj. zvýšení otáček o 25%, aniž by došlo ke zvýšení hnacího momentu.

Požadavky kladené na navrženou zdvihovou závislost pro mechanismus jehelníku jsou:

- A. Křivka zdvihu má ležet v oblasti mezi stávající zdvihovou závislostí a vertikální osou - osou zdvihu (v případě, že toho nebude docíleno, jehelník bude se předčasně rozhýbat na začátku a zpožděně se zastavovat na konci pracovního cyklu).
- B. Druhá derivace zdvihu má mít klidový interval v extrémech, aby servomotor nebyl zatížen změnou zrychlení.
- C. Druhá derivace zdvihu v extrémech má nabývat hodnot menších než stávající zdvihová závislost, aby servomotor nebyl zatížen velkým hnacím momentem.
- D. Druhá derivace zdvihu v počátku a na konci má mít plynulý náběh, aby nevznikaly reziduální (zbytkové) kmity (vlivem nespojitosti třetí derivace zdvihu).

Pro návrh byly vybrány dvě symetrické zdvihové závislosti typu *01*, které by mohly požadavkům vyhovět. Obě navržené zdvihové závislosti jsou polynomické podle literatury [1] na stránkách 62 a 70.

## 5.1 Polynomická zdvihová závislost

První zdvihovou závislostí, aplikovanou na postavenou úlohu, byla polynomická zdvihová závislost. Její návrh vychází z 1. derivace zdvihové závislosti.

V celém pohybovém intervalu  $\xi \in \langle -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \rangle$  platí výraz podle literatury [1]:

$$\eta'(\xi) = \eta'_0 (1 - 4\xi^2)^m. \quad (5.1.1)$$

Polynom  $m$  – tého stupně je z důvodu další integrace upraven na tvar:

$$(a - b)^m = \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} (-1)^k a^{m-k} b^k, \quad (5.1.2)$$

V našem případě:  $a = 1$ ,  $b = 2\xi$ .

Po dosazení do vztahu (5.1.1) dostaneme:

$$\eta'(\xi) = \eta'_0 \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} (-1)^k (2\xi)^{2k}, \quad (5.1.3)$$

Po integraci

$$\eta(\xi) = \frac{\eta'_0}{2} \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} (-1)^k \frac{(2\xi)^{2k+1}}{2k+1}, \quad (5.1.4)$$

První derivaci v bodě  $\xi = 0$  stanovíme tak, aby zdvih byl jednotkový

Vycházíme z podmínky  $\eta\left(\pm\frac{1}{2}\right) = \pm\frac{1}{2}$

$$\pm\frac{1}{2} = \frac{\eta'_0}{2} \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} (-1)^k \frac{(2(\pm\frac{1}{2}))^{2k+1}}{2k+1}, \quad (5.1.5)$$

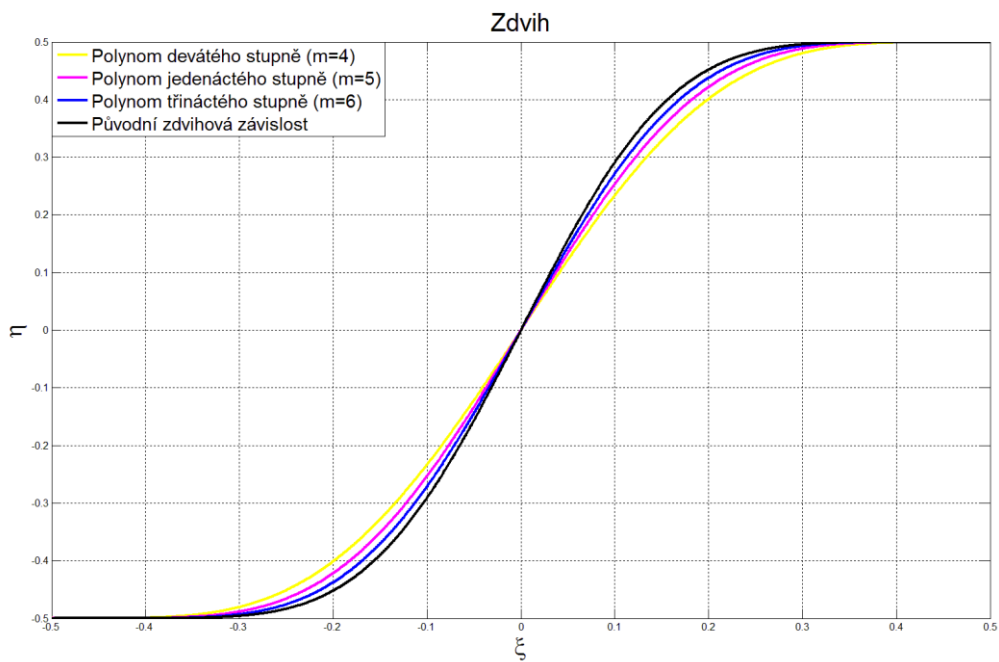
Hodnota  $\eta'_0$  vyjde

$$\eta'_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \frac{(-1)^k}{2k+1}}, \quad (5.1.6)$$

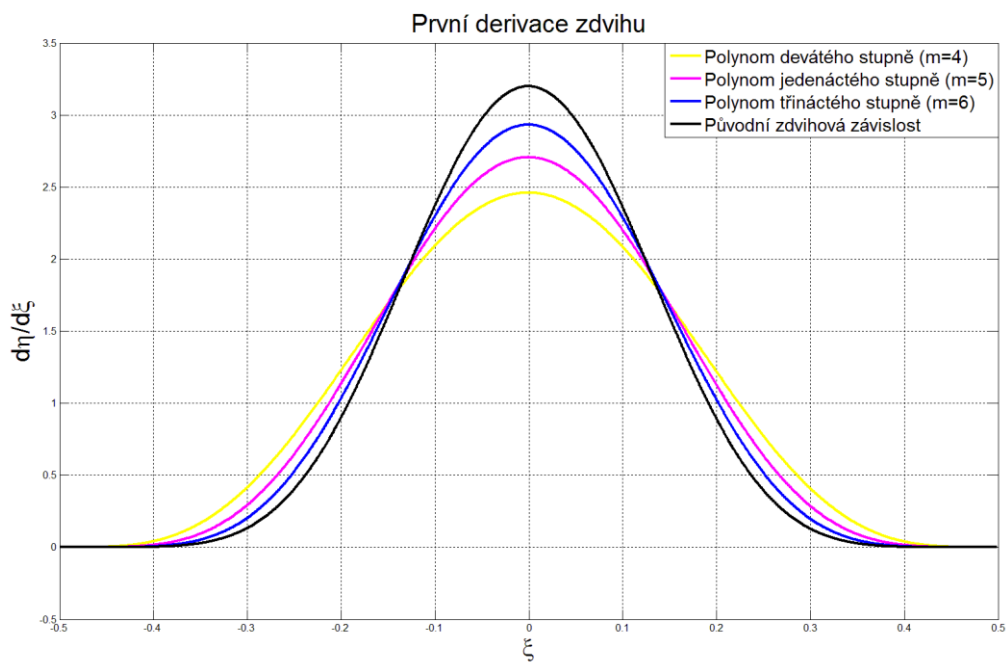
Zderivováním vztahu (5.1.3) dostaneme

$$\eta''(\xi) = 4k \eta'_0 \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} (-1)^k (2\xi)^{2k-1}. \quad (5.1.7)$$

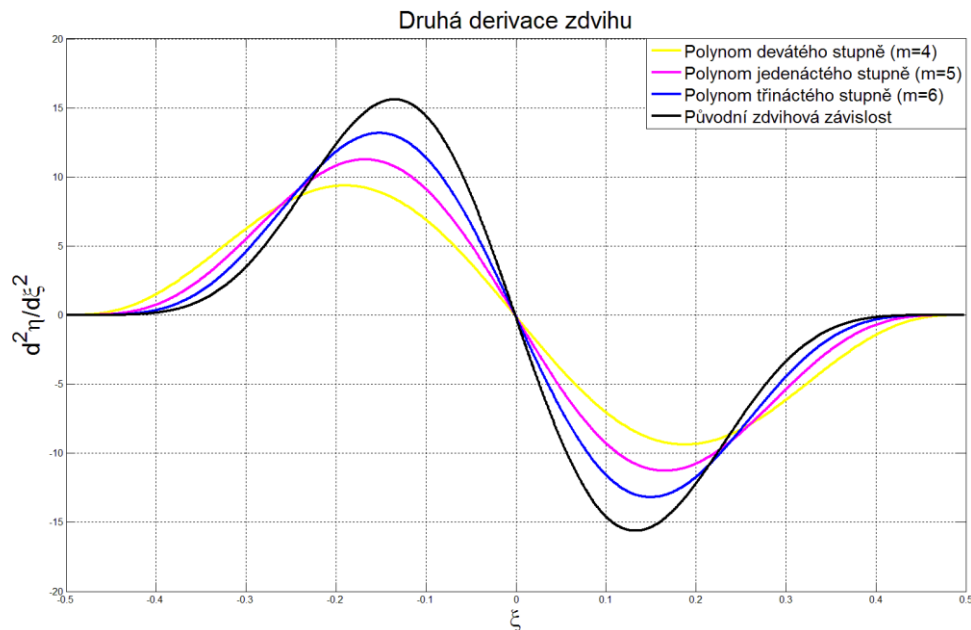
Výpočet byl proveden pro  $m = 4,5,6$ .



Obr. 5.1.1: Zdvih



Obr. 5.1.2: První derivace zdvihu



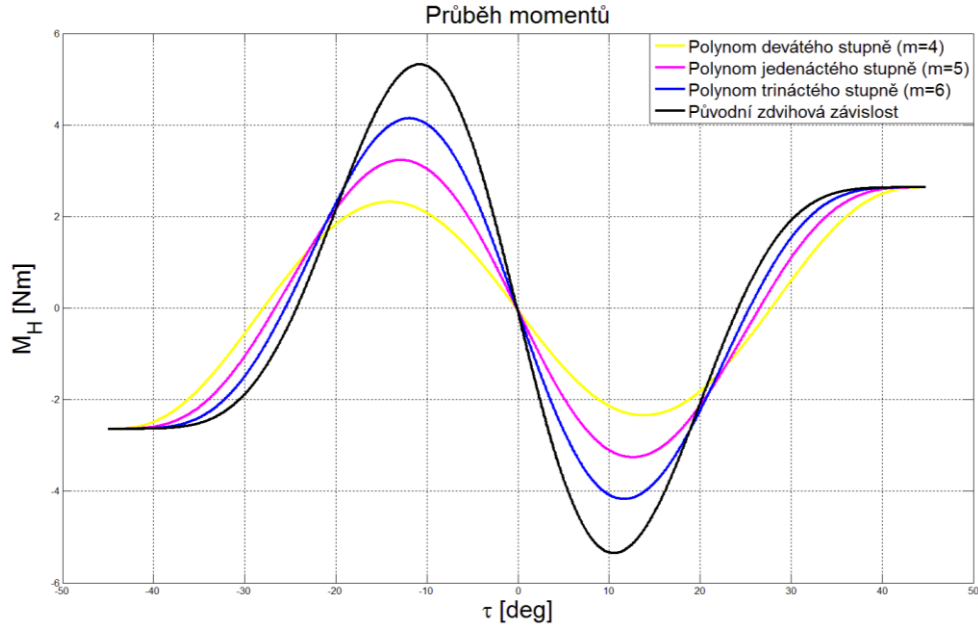
Obr. 5.1.3: Druhá derivace zdvihu

Je vidět, že polynomicke zdvihové závislosti devátého, jedenáctého, třináctého stupně nespĺňuji popsané požadavky na stránce 24. Zvyšování stupně polynomu nevede k cíli, uhel mezi svislou osou a křivkou zdvihu se zmenšuje, ale u polynomu vyšších stupňů hodnoty druhé derivace se v extrémeh přiblížují k hodnotám stávající zdvihové závislosti což nespĺňuje požadavek C, který je popsán na začátku kapitoly číslo 5 na stránce 24.

Pro výpočet hnacího momentu jehelníku (Obr. 5.1.4, Obr. 5.2.4) je nezbytné dopočítat hodnoty úhlu natočení  $\varphi$ , úhlového zrychlení rotoru servomotoru  $\alpha$  a zrychlení posuvu jehelníku  $u$  podle literatury [1].

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{Y}{X^2} \frac{d^2y}{d\xi^2} = \frac{Y}{X^2} \eta''(\xi)$$

Dále násobeno  $\omega^2$  (úhlová rychlost virtuálního hřidele).



Obr. 5.1.4: Průběh momentů v závislosti na natočení virtuální osy

## 5.2 Polynomická zdvihová závislost s minimální hodnotou $|\eta''|_{max}$

Druhou zdvihovou závislostí, aplikovanou na postavenou úlohu, byla polynomická zdvihová závislost s minimální hodnotou  $|\eta''|_{max}$ .

Při označení  $S = sign(\xi)$ , vyjdeme z výrazu podle literatury [1]:

$$\eta''(\xi) = S|\eta''|_{max}[(1 - 4|\xi|)^{2m} - 1], \quad (5.2.1)$$

Platí, že  $\xi \in \langle -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \rangle$ .

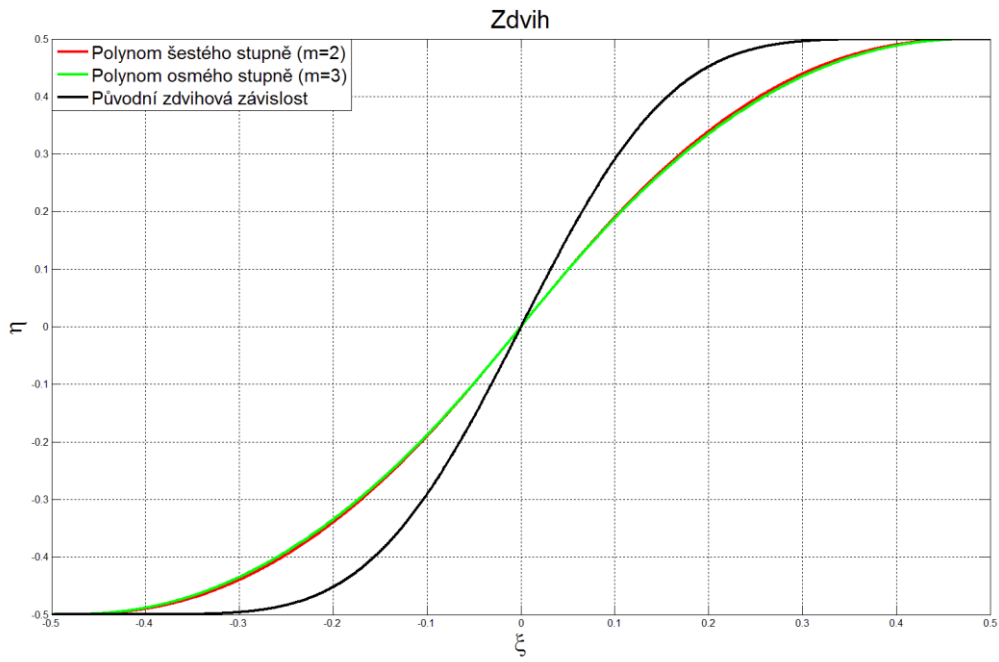
Po dvojnásobné integraci je zdvihová závislost:

$$\eta(\xi) = \eta'_0 \xi + S|\eta''|_{max} \sum_{n=1}^{2m} \binom{2m}{n} (-4S)^n \frac{\xi^{n+2}}{(n+1)(n+2)}, \quad (5.2.2)$$

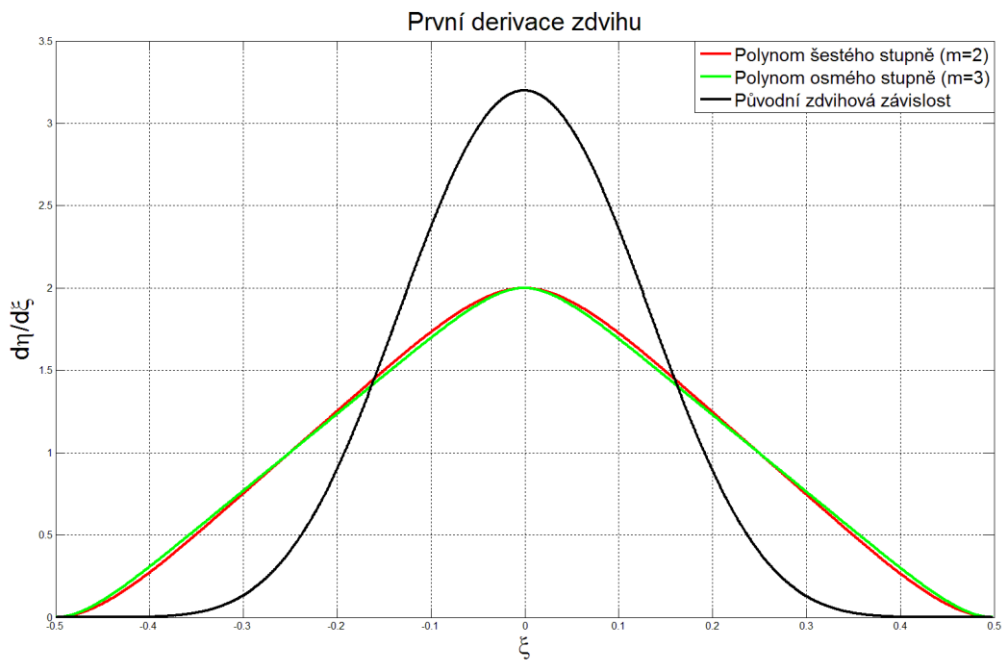
Z podmínek  $\eta\left(\pm\frac{1}{2}\right) = \pm\frac{1}{2}$ ,  $\eta'\left(\pm\frac{1}{2}\right) = 0$  plynou hodnoty

$$\eta'_0 = 2, \quad |\eta''|_{max} = \frac{4m+2}{m}.$$

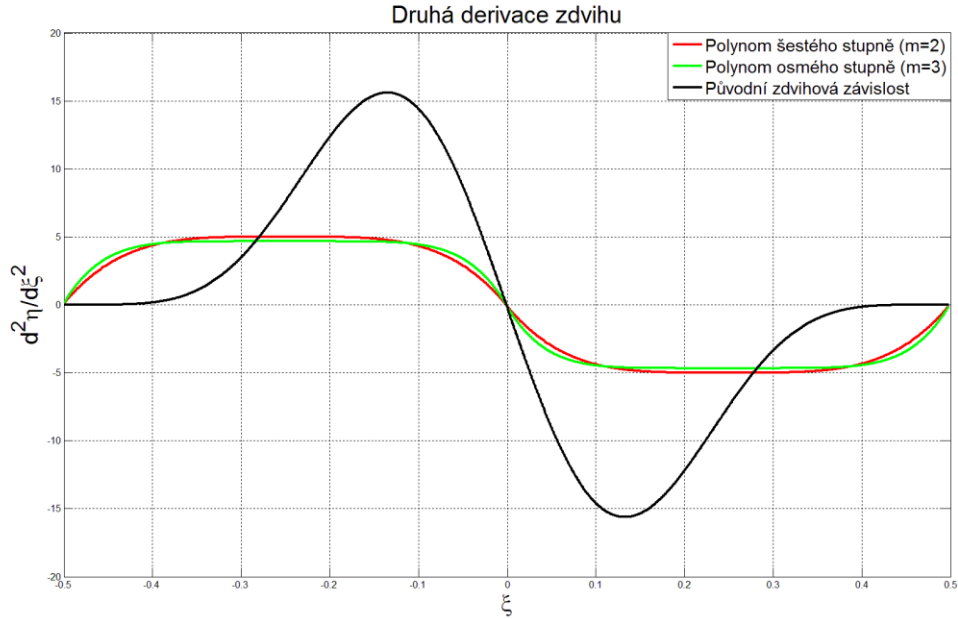
Výsledné průběhy zdvihové závislosti a její první a druhé derivace jsou na Obr. 5.2.1 – Obr. 5.2.3. Výpočet byl proveden pro  $m = 2, 3$ .



Obr. 5.2.1: Zdvih

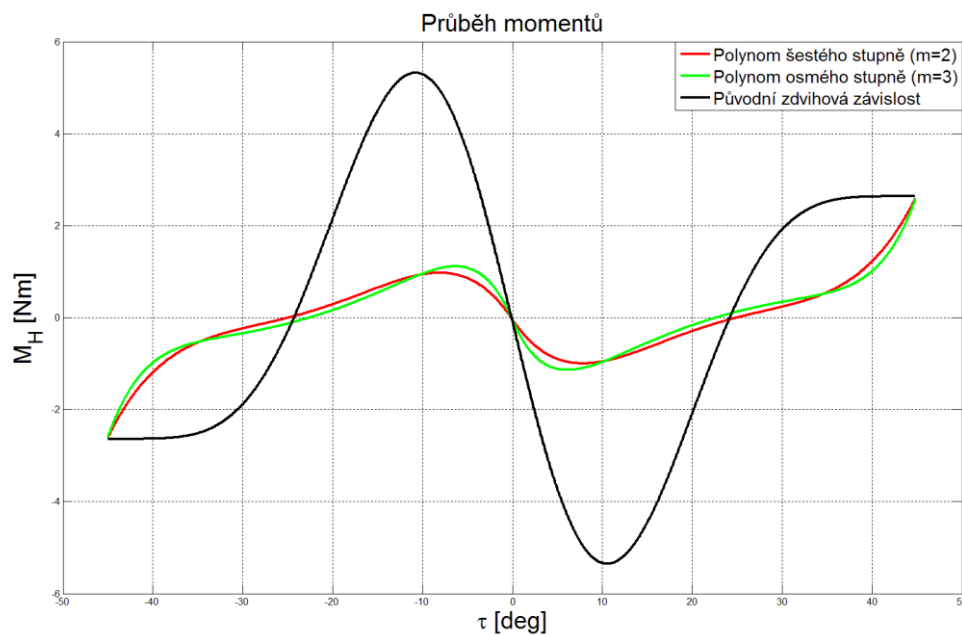


Obr. 5.2.2: První derivace zdvihu



Obr. 5.2.3: Druhá derivace zdvihu

Je vidět, že u druhé derivace zdvihu polynomů šestého a osmého stupně (viz Obr. 5.2.3) jsou splněny skoro všechny požadavky, ale tyto zdvihové závislosti nemají plynulý náběh na okrajích intervalu v  $\xi \in \langle -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \rangle$  (třetí derivace je nespojitá). Zároveň u této zdvihové závislosti křivka zdvihu (viz Obr. 5.2.1) svírá větší uhel s vertikální osou (osou zdvihu), což nespĺňuje požadavek A, který je popsán na začátku kapitoly číslo 5 na stránce 24. U polynomů vyšších řádů se průběh zdvihové závislosti a její první a druhé derivace pro  $m = 4, 5$ , atd. od polynomu šestého a osmého stupně liší minimálně.



Obr. 5.2.4: Průběh momentů v závislosti na natočení virtuální osy

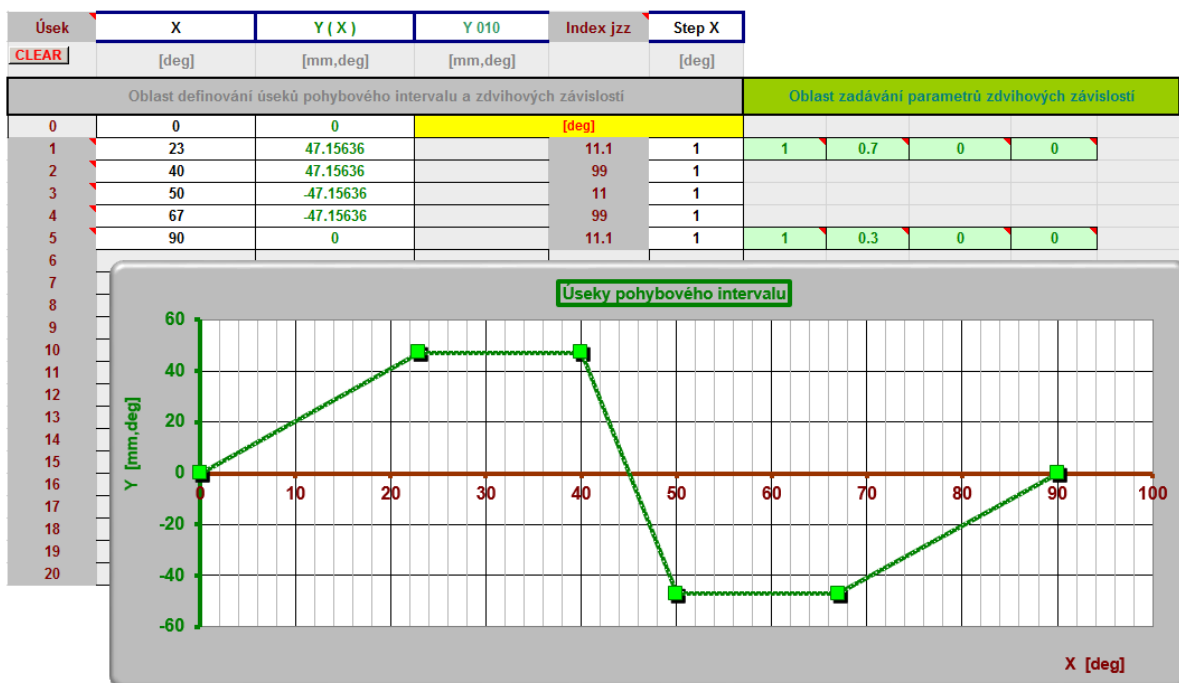
### 5.3 Návrh zdvihové závislosti podle průběhu její 2. derivace

Při hledání nové zdvihové závislosti jsou požadovány podmínky dle kapitoly 5 na stránce 24.

Principiálně lze numericky řešit libovolný průběh zdvihové závislosti (respektive zdvihu), která má definovaný průběh své 2. derivace. Je-li 2. derivace zadána tabulkou hodnot, lze se k datům zdvihu dopracovat dvojnásobnou numerickou integrací. Tento postup lze řešit programem *RMS\_zzV03.15.xlsm*. Aplikace programu je součástí syllabu v předmětu Řízené mechanické systémy. Data zdvihové závislosti je nutné aproximovat a získat je v analytickém tvaru. K tomu bylo využito programu *APROX* firmy *VÚTS, a.s.* Tento program slouží k aproximaci naměřených dat kontur radiálních vaček. Výsledkem jsou polynomy 5. stupně, které po úsecích s okrajovými podmínkami popisují zdvihovou závislost.

#### 5.3.1 Numerický výpočet zdvihové závislosti programem *RMS\_zzV03.15*

Program slouží k návrhu zdvihových závislostí pracovních členů vačkových klasických a elektronických mechanismů. Na Obr. 5.3.1 je zadávací tabulka, v které se po úsecích definují zdvihy na základě volby z katalogu jednotkových zdvihových závislostí. V našem případě jsou to typy *01*.



Obr. 5.3.1 Zadávací pole úseků a jednotkových zdvihových závislostí



Po úsecích (podle Obr. 5.3.1 jde o nezávislé proměnnou  $X$  a funkční hodnotu  $Y(X)$ ) jsou zadány následující zdvihové závislosti, které pro náš účel představují požadovaný průběh 2. derivace:

*Pozn. 1: Typ zdvihové závislosti v úseku je definován parametrem „Index jzz“. Program vyhodnotí, zda se jedná o celé číslo nebo číslo s desetinnou částí. Desetinná část pouze odkazuje na parametry normy VDI 2143, které program požaduje [5]. Norma má čtyři parametry, které modifikují původní symetrickou zdvihovou závislost 01. První parametr vkládá lineární část zdvihu, druhý parametr způsobuje nesymetrii, třetí a čtvrtý parametr definuje hodnotu 1. derivace vlevo a vpravo úseku (netransformovaná zdvihová závislost je s parametry po řadě: 1, 0.5, 0, 0)*

Úsek 1: index 11.1 je polynom 5. stupně modifikovaný normou VDI 2143 podle literatury [5] (pro konstanty 1, 0.5, 0, 0 jde o symetrický polynom 5. stupně, rozdílná druhá konstanta způsobuje nesymetrii, v našem případě je zvolena 0.7).

Úsek 2: index 99 je konstantní úsek.

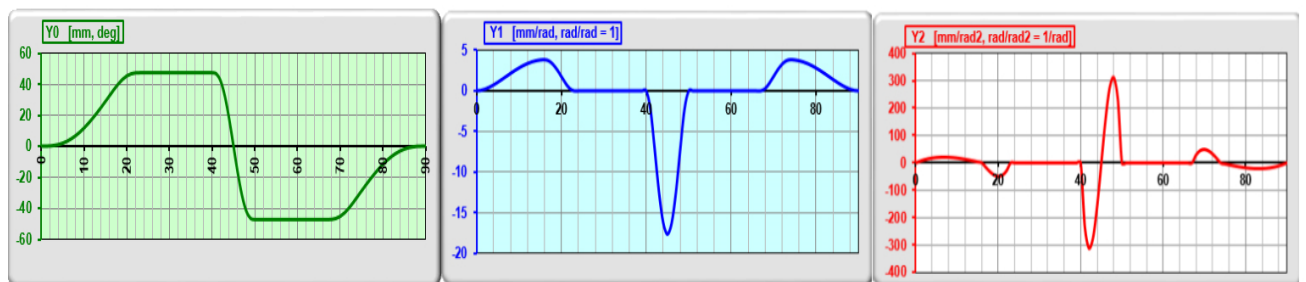
Úsek 3: index 11 je symetrický polynom 5. stupně.

Úsek 4: index 99 je konstantní úsek.

Úsek 5: index 11.1 je polynom 5. stupně modifikovaný normou VDI 2143 podle literatury [5] (pro konstanty 1, 0.5, 0, 0 jde o symetrický polynom 5. stupně, rozdílná druhá konstanta způsobuje opačnou nesymetrii oproti úseku 1, v našem případě je zvolena 0.3).

Provede se vyčíslení takto zadaného pohybového intervalu, který představuje *průběh 2. derivace zdvihové závislosti*. Průběh druhé, třetí a čtvrté derivace je pak na Obr. 5.3.2. Z obrázku a principiálního postupu je zřejmé, že je splněna podmínka D, která je uvedena v kapitole číslo 5 na stránce 24.

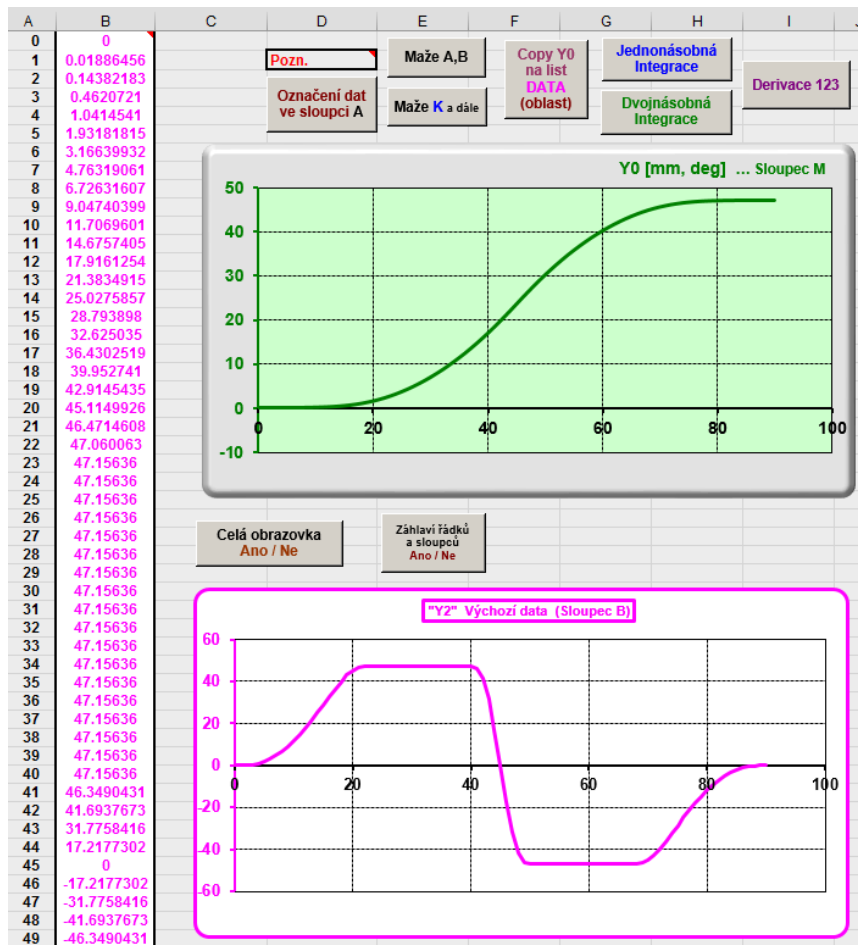
*Pozn. 2: Maximální hodnota 2. derivace (47.15636) je informace programu, jaká má být konečná hodnota zdvihu. Po dvojnásobné integraci se výsledek automaticky transformuje právě na tuto hodnotu.*



Obr. 5.3.2 Vyčíslení pohybového intervalu podle Obr. 5.3.1

Na list *Integrace* programu *RMS\_zzV03.15* se přenesou vypočtené hodnoty „zdvihu“, v našem případě 2. derivace s hodnotami svých max/min  $\pm 47.15636$ . Tato hodnota je požadovaný zdvih ve stupních. Na základě této hodnoty bude dvojnásobně numericky integrovaný průběh transformován na požadovanou maximální hodnotu zdvihu.

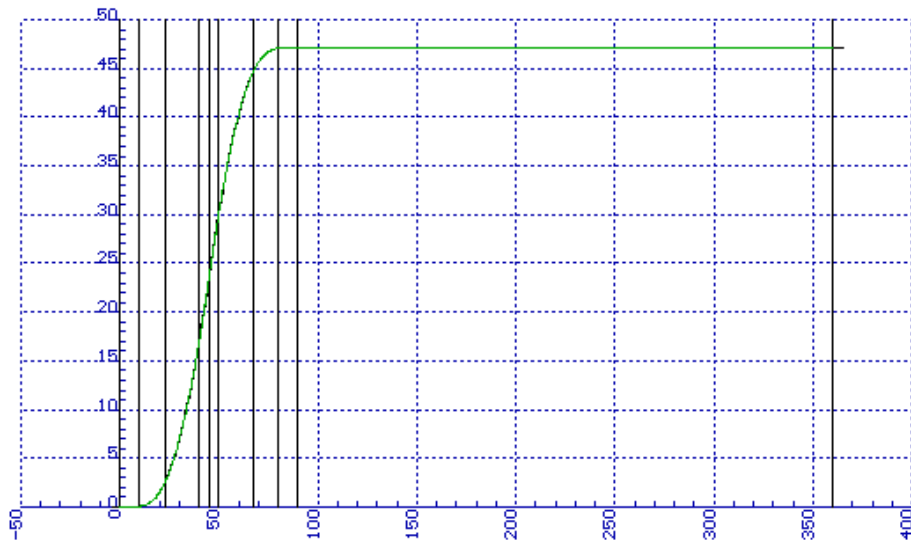
Obrázek Obr. 5.3.3 je list *Integrace* a je na něm zelenou křivkou zobrazen průběh zdvihu (výsledek řešení), fialovou křivkou s daty zobrazen průběh 2. derivace zdvihu (vstup do řešení). Po volbě *Dvojnásobná integrace* je proveden výpočet. Výsledkem je skutečný průběh zdvihu vyjádřený numerický.



Obr. 5.3.3 Numerická integrace (list *Integrace* programu *RMS\_zzV03.15*)

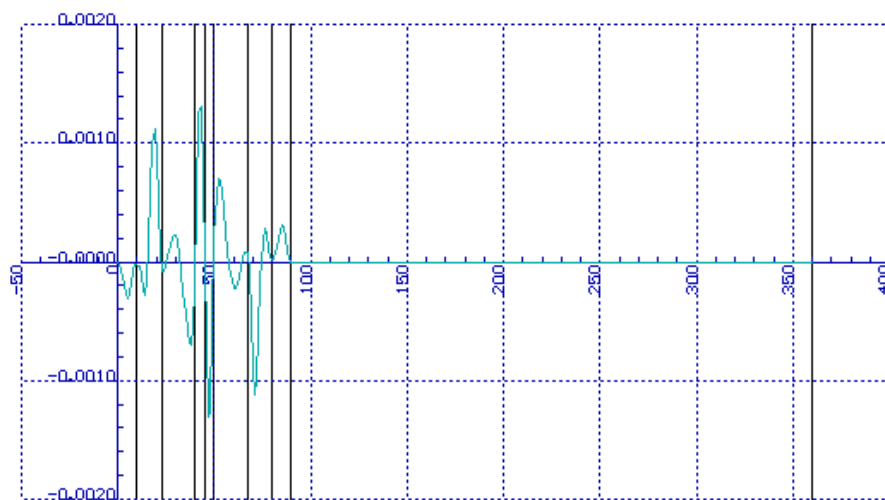
### 5.3.2 Aproximace zdvihové závislosti programem *APROX*

Program *APROX* slouží ve *VÚTS, a.s.* k vyhodnocení naměřených dat kontur radiálních vaček. Program nahrazuje data kontury vačky po zvolených úsecích polynomy 5. stupně. Výstupem programu jsou jak aproximovaná data, tak i úseky polynomů se svými okrajovými podmínkami. Je-li zvolena aproximace polynomy 5. stupně, jsou okrajové podmínky úseků *zdvih*, 1. a 2. *derivate*.



Obr. 5.3.4 Aproximovaná funkce se zadanými úseky

Na Obr. 5.3.4 je aproximovaná funkce (zdvih). Hranice úseků jsou zvoleny podle Obr. 5.3.1 a tři úseky jsou přidány z důvodu co nejlepší shody se vstupními daty. Chyba aproximace je pak na Obr. 5.3.5. Její malé hodnoty ukazují na dostačující počet zvolených úseků aproximované funkce.



Obr. 5.3.5 Chyba aproximace

Výpis níže je výstup z programu APROX ve formě textového souboru, který představuje úseky polynomů 5. stupně s okrajovými podmínkami. Úsek 0 je hranice počátku. Úseky 1 až 8 jsou příslušné polynomy s okrajovými podmínkami popsány v úseku 1.

```

0      0      0      0      0      0      0
1  10  0.07099955  0      3      50      8 ... úsek 1 v intervalu <0; 10> [deg]
      0 ... nezávisle proměnná vlevo [rad]
      0.174532925 ... nezávisle proměnná vpravo [rad]
      0 ... zdvih vlevo [rad]
      0.001239176 ... zdvih vpravo [rad]
      0 ... 1. der. vlevo [rad/rad]
      0.032551911 ... 1. der. vpravo [rad/rad]
      0 ... 2. der. vlevo [rad/rad2]
      0.657709505 ... 2. der. vpravo [rad/rad2]
2  23  2.65661659  0      3      50      8 ... úsek 2 v intervalu <10; 23> [deg] ... atd.
      0.174532925
      0.401425728
      0.001239176
      0.046366706
      0.032551911
      0.449325821
      0.657709505
      2.639115448
3  40  16.93868458  0      3      50      8
      0.401425728
      0.698131701
      0.046366706
      0.295635817
      0.449325821
      1.23135727
      2.639115448
      2.649425138
4  45  23.57818      0      3      50      8
      0.698131701
      0.785398163
      0.295635817
      0.411516873
      1.23135727
      1.385465761
      2.649425138
      1.26385E-10
5  50  30.21767542  0      3      50      8
      0.785398163
      0.872664626
      0.411516873
      0.527397928
      1.385465761
      1.23135727
      1.26385E-10
      -2.649425138

```

6	67	44.49974341	0	3	50	8
		0.872664626				
		1.169370599				
		0.527397928				
		0.776667039				
		1.23135727				
		0.449325819				
		-2.649425138				
		-2.639115457				
7	80	47.08536045	0	3	50	8
		1.169370599				
		1.396263402				
		0.776667039				
		0.821794569				
		0.449325819				
		0.032551911				
		-2.639115457				
		-0.657709505				
8	90	47.15636	0	3	50	8
		1.396263402				
		1.570796327				
		0.821794569				
		0.823033745				
		0.032551911				
		0				
		-0.657709505				
		0				

V dalším postupu jde o transformaci okrajových podmínek na koeficienty polynomu pátého stupně. Pak bude zdvihová závislost *definována analyticky* a bude dále programově zpracována.

### 5.3.3 Analytický výpočet navrhnuté zdvihové závislosti

Výstup programu APROX je přehledně přepsán do níže uvedených tabulek. V dalším textu je funkce  $\eta = \eta(\xi)$  uvedena v reálných veličinách požadované zdvihové závislosti.

Úsek natočení virtuální osy	0° až 10°	10° až 23°	23° až 40°	40° až 45°
$\xi_1$ [rad]	0	0.174532925	0.401425728	0.698131701
$\xi_2$ [rad]	0.174532925	0.401425728	0.698131701	0.785398163
$\eta_{01}$ [rad]	0	0.001239176	0.046366706	0.295635817
$\eta_{02}$ [rad]	0.001239176	0.046366706	0.295635817	0.411516873
$\eta_{11}$ [rad/rad]	0	0.032551911	0.449325821	1.23135727
$\eta_{12}$ [rad/rad]	0.032551911	0.449325821	1.23135727	1.385465761
$\eta_{21}$ [rad/rad <sup>2</sup> ]	0	0.657709505	2.639115448	2.649425138
$\eta_{22}$ [rad/rad <sup>2</sup> ]	0.657709505	2.639115448	2.649425138	$1.26385 \cdot 10^{-10}$

Tabulka 5.3.1: Okrajové podmínky pro úseky polynomu pátého stupně (1. část)

Úsek natočení virtuální osy	45° až 50°	50° až 67°	67° až 80°	80° až 90°
$\xi_1$ [rad]	0.785398163	0.872664626	1.169370599	1.396263402
$\xi_2$ [rad]	0.872664626	1.169370599	1.396263402	1.570796327
$\eta_{01}$ [rad]	0.411516873	0.527397928	0.776667039	0.821794569
$\eta_{02}$ [rad]	0.527397928	0.776667039	0.821794569	0.823033745
$\eta_{11}$ [rad/rad]	1.385465761	1.23135727	0.449325819	0.032551911
$\eta_{12}$ [rad/rad]	1.23135727	0.449325819	0.032551911	0
$\eta_{21}$ [rad/rad <sup>2</sup> ]	$1.26385 \cdot 10^{-10}$	-2.649425138	-2.639115457	-0.657709505
$\eta_{22}$ [rad/rad <sup>2</sup> ]	-2.649425138	-2.639115457	-0.657709505	0

Tabulka 5.3.2: Okrajové podmínky pro úseky polynomu pátého stupně (2. část)

Kde,

$\xi_1, \xi_2 \dots$  okrajové podmínky pro nezávislou proměnnou,

$\eta_{01}, \eta_{02} \dots$  okrajové podmínky pro zdvih,

$\eta_{11}, \eta_{12} \dots$  okrajové podmínky pro první derivace zdvihu,

$\eta_{21}, \eta_{22} \dots$  okrajové podmínky pro druhou derivace zdvihu.

Pomocí okrajových podmínek vypočteme příslušné koeficienty podle literatury [1]:

$$C_0 = \eta_{01}; \quad (5.3.1)$$

$$C_1 = \eta_{11}; \quad (5.3.2)$$

$$C_2 = \frac{1}{2} \eta_{21}; \quad (5.3.3)$$

$$C_3 = \frac{1}{2 (\xi_2 - \xi_1)} \left( \frac{20 (\eta_{02} - \eta_{01})}{(\xi_2 - \xi_1)^2} - \frac{4 (2 \eta_{12} + 3 \eta_{11})}{\xi_2 - \xi_1} + \eta_{22} - 3 \eta_{21} \right); \quad (5.3.4)$$

$$C_4 = \frac{1}{2 (\xi_2 - \xi_1)^2} \left( \frac{-30 (\eta_{02} - \eta_{01})}{(\xi_2 - \xi_1)^2} + \frac{2 (7 \eta_{12} + 8 \eta_{11})}{\xi_2 - \xi_1} - 2 \eta_{22} + 3 \eta_{21} \right); \quad (5.3.5)$$

$$C_5 = \frac{1}{2 (\xi_2 - \xi_1)^3} \left( \frac{12 (\eta_{02} - \eta_{01})}{(\xi_2 - \xi_1)^2} - \frac{6 (\eta_{12} + \eta_{11})}{\xi_2 - \xi_1} + \eta_{22} - \eta_{21} \right); \quad (5.3.6)$$

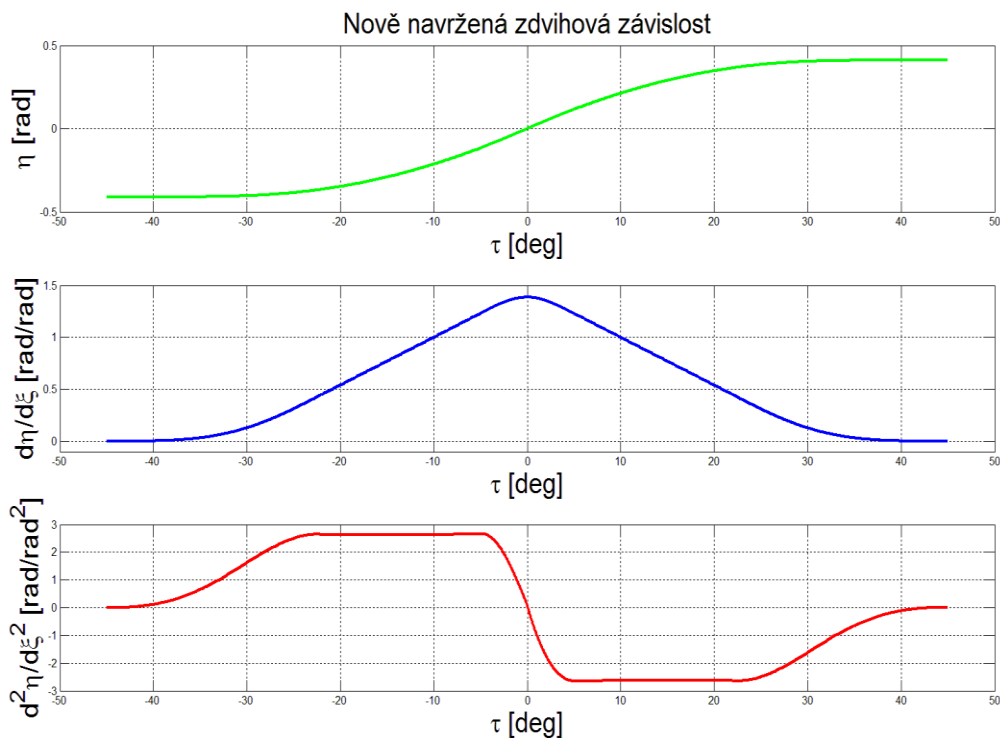
Zdvih, první a druhou derivace zdvihu pro každý úsek polynomu vypočteme podle literatury [1]:

$$\eta = C_0 + C_1 (\xi - \xi_1) + C_2 (\xi - \xi_1)^2 + C_3 (\xi - \xi_1)^3 + C_4 (\xi - \xi_1)^4 + C_5 (\xi - \xi_1)^5; \quad (5.3.7)$$

$$\eta' = C_1 + 2 C_2 (\xi - \xi_1) + 3 C_3 (\xi - \xi_1)^2 + 4 C_4 (\xi - \xi_1)^3 + 5 C_5 (\xi - \xi_1)^4; \quad (5.3.8)$$

$$\eta'' = 2 C_2 + 6 C_3 (\xi - \xi_1) + 12 C_4 (\xi - \xi_1)^2 + 20 C_5 (\xi - \xi_1)^3; \quad (5.3.9)$$

Použitím programu *MATLAB* a pomoci kódu uvedeného v Příloze I vypočteme a vykreslíme zdvih, první a druhou derivace zdvihu.



Obr. 5.3.6: Zdvih, první a druhá derivace zdvihu v závislosti na natočení virtuální osy

Aby bylo možné porovnat navrženou zdvihovou závislost se závislostí stávající, je nutné převést na stejné jednotky hodnoty první a druhé derivace zdvihu.

$$\eta'_p = \omega \eta'; \quad (5.3.10)$$

$$\eta''_p = \omega^2 \eta''; \quad (5.3.11)$$

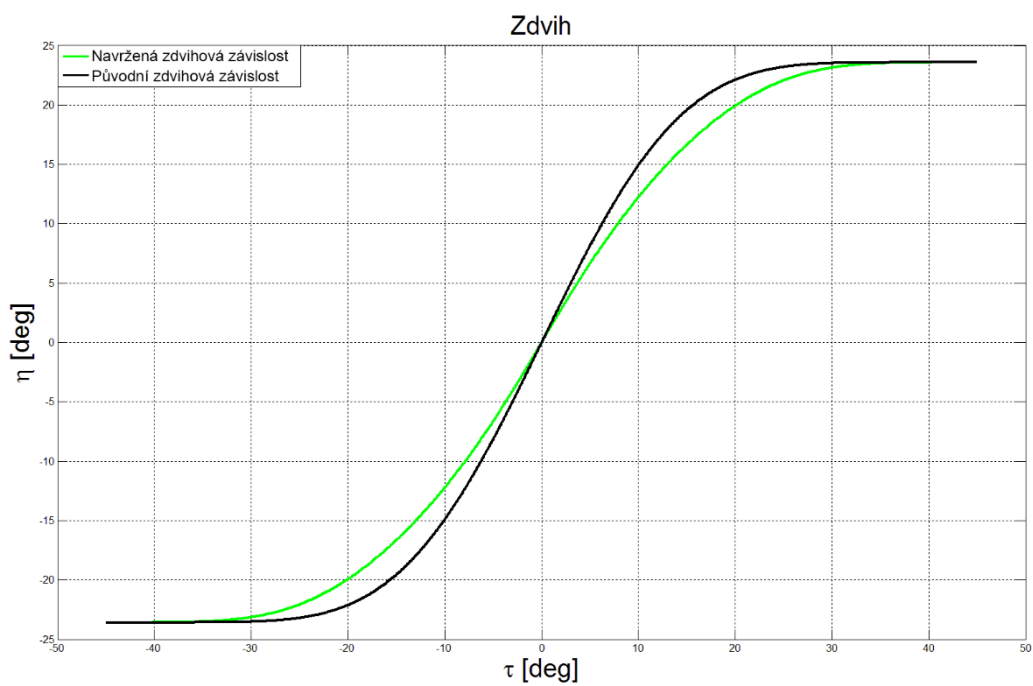
Pro výpočet hnacího momentu vypočteme druhou derivaci funkce horizontální složky posunu ojnice vůči rotoru servomotoru (za rotace) pomocí vztahu (4.5) uvedeného v kapitole 4.1 na stránce 17:

$$u = e \sin(\eta); \quad (5.3.12)$$

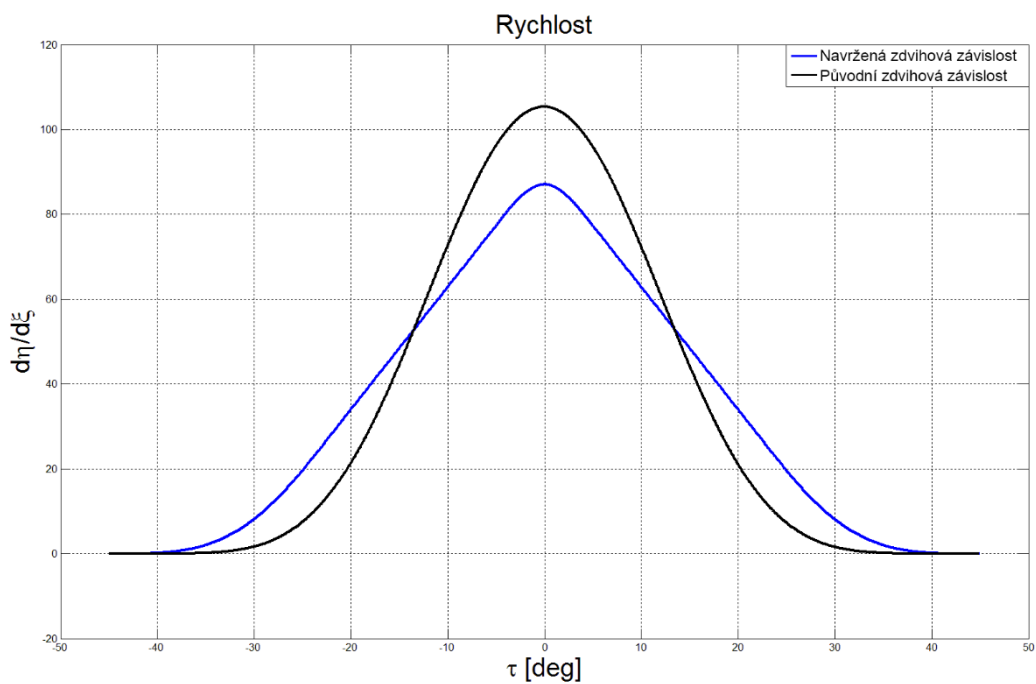
$$\frac{du}{d\eta} = e \eta' \cos(\eta); \quad (5.3.13)$$

$$\frac{d^2u}{d\eta^2} = e \eta'' \cos(\eta) - e \eta'^2 \sin(\eta); \quad (5.3.14)$$

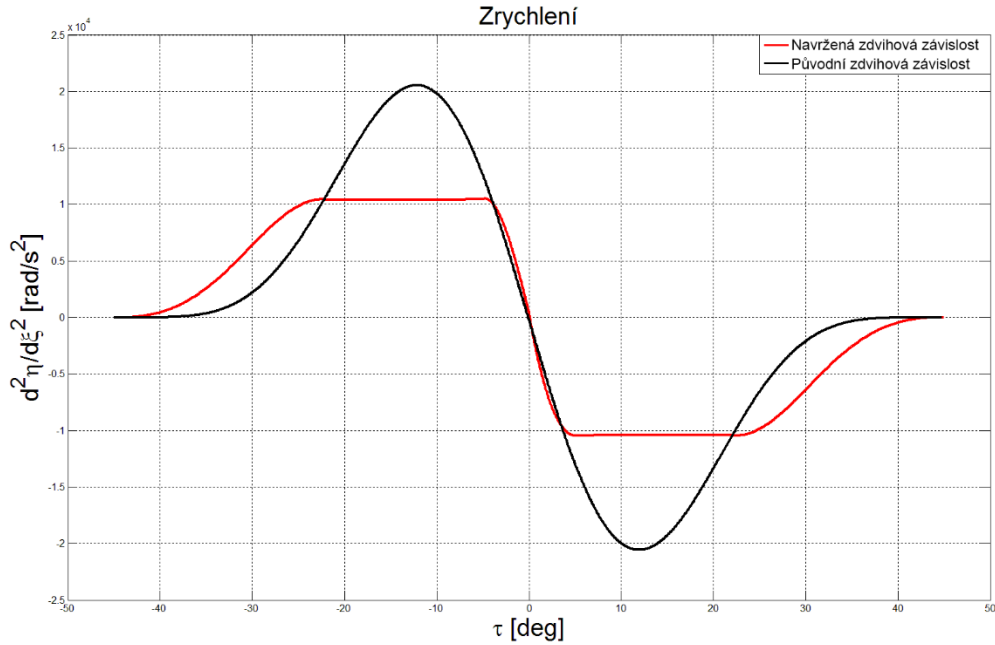




Obr. 5.3.7: Zdvih v závislosti na natočení virtuální osy

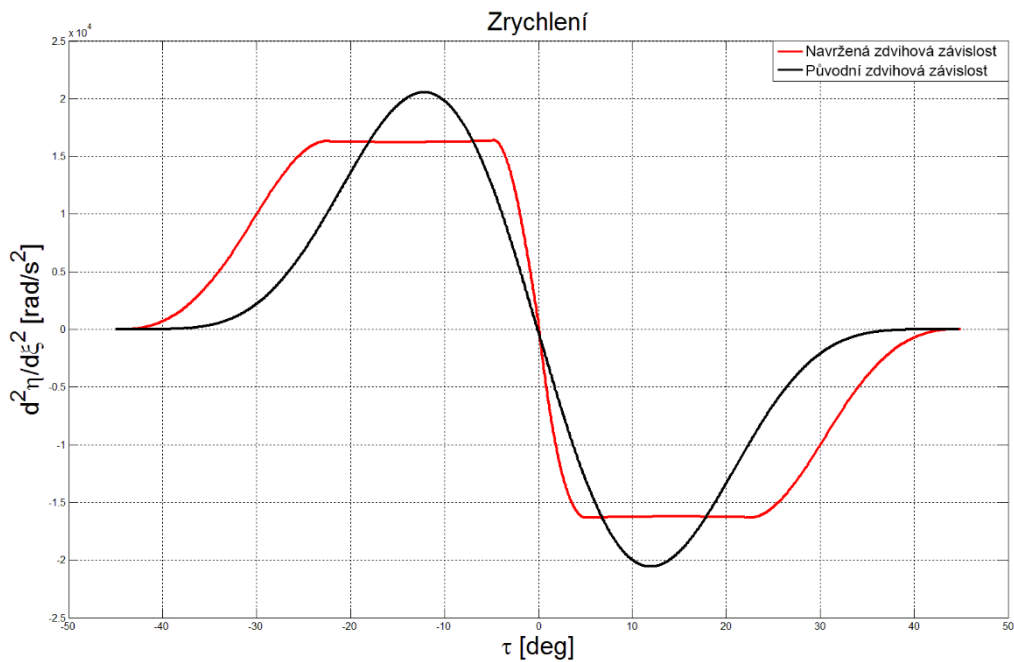


Obr. 5.3.8: Rychlost v závislosti na natočení virtuální osy



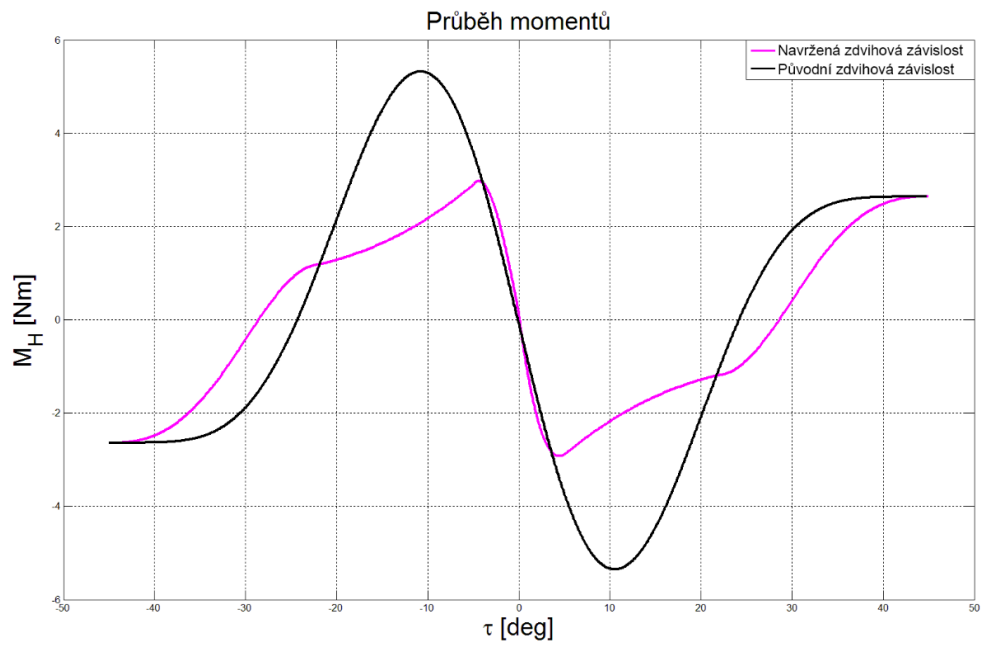
Obr. 5.3.9: Zrychlení v závislosti na natočení virtuální osy

Navržená zdvihová závislost splňuje všechny požadavky popsané na začátku kapitoly 5. Zároveň u polynomicke zdvihové závislosti zadané po úsecích hodnoty zrychlení v extrémech nabývají hodnot menších než u stávající zdvihové závislosti (viz Obr. 5.3.9) i za vyšších otáček virtuální osy. Jako příklad je uveden graf zrychlení pro 750 *ot./min* virtuální osy v porovnání se stávajícím zrychlením pro 600 *ot./min* na Obr. 5.3.10.

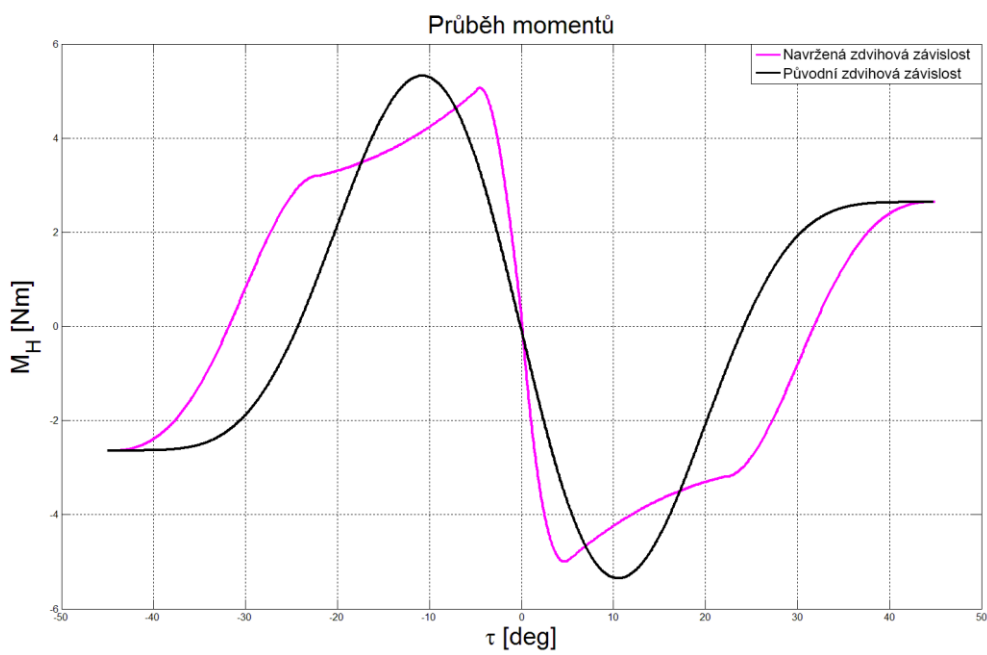


Obr. 5.3.10: Zrychlení v závislosti na natočení virtuální osy (750 *ot./min*)

Po dosazení do rovnice hnacího momentu funkce zdvihu, druhé derivace zdvihu a příslušných konstant dostaneme:

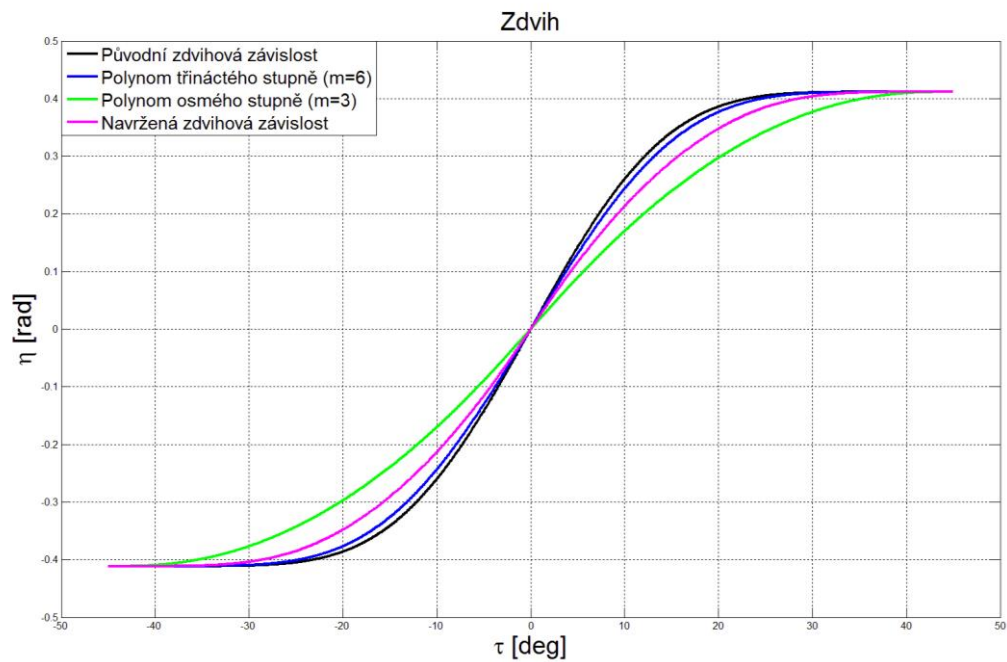


Obr. 5.3.11: Průběh momentů v závislosti na natočení virtuální osy

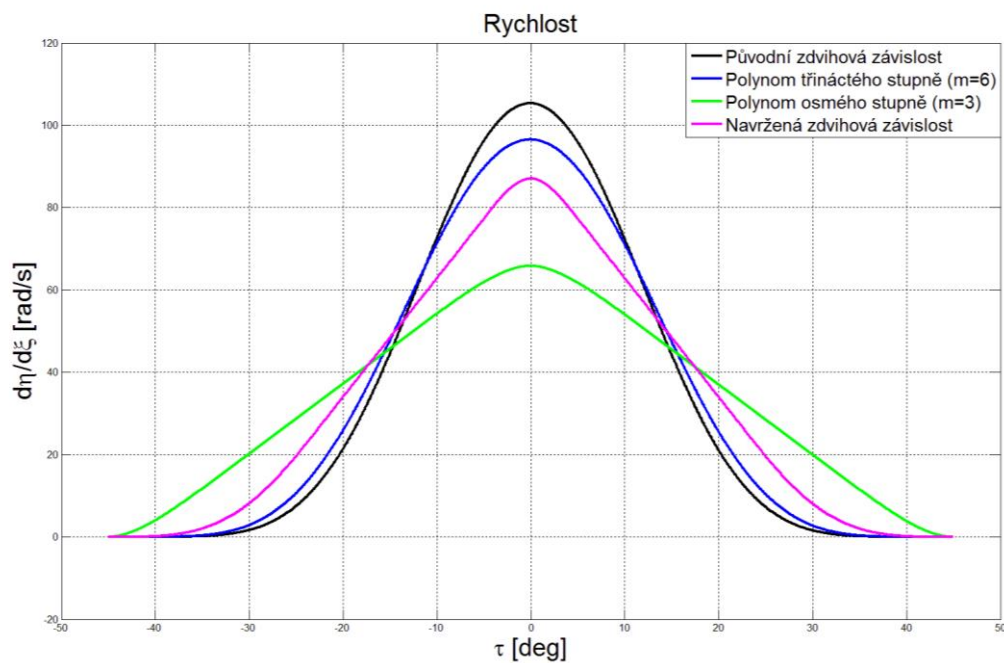


Obr. 5.3.12: Průběh momentů v závislosti na natočení virtuální osy (750 ot./min)

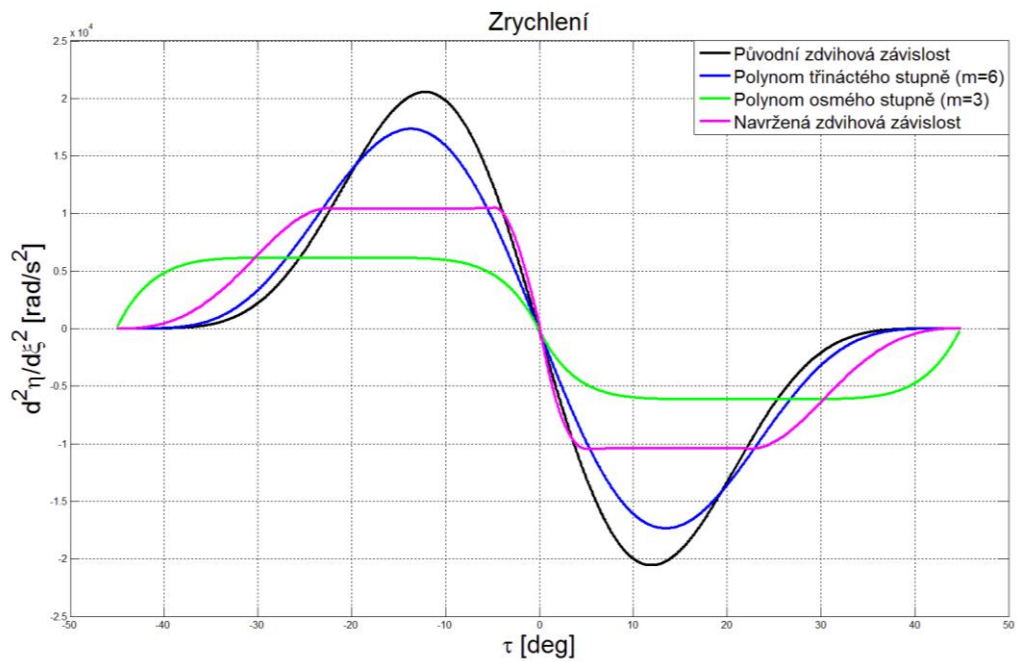
## 5.4 Porovnání všech zdvihových závislostí



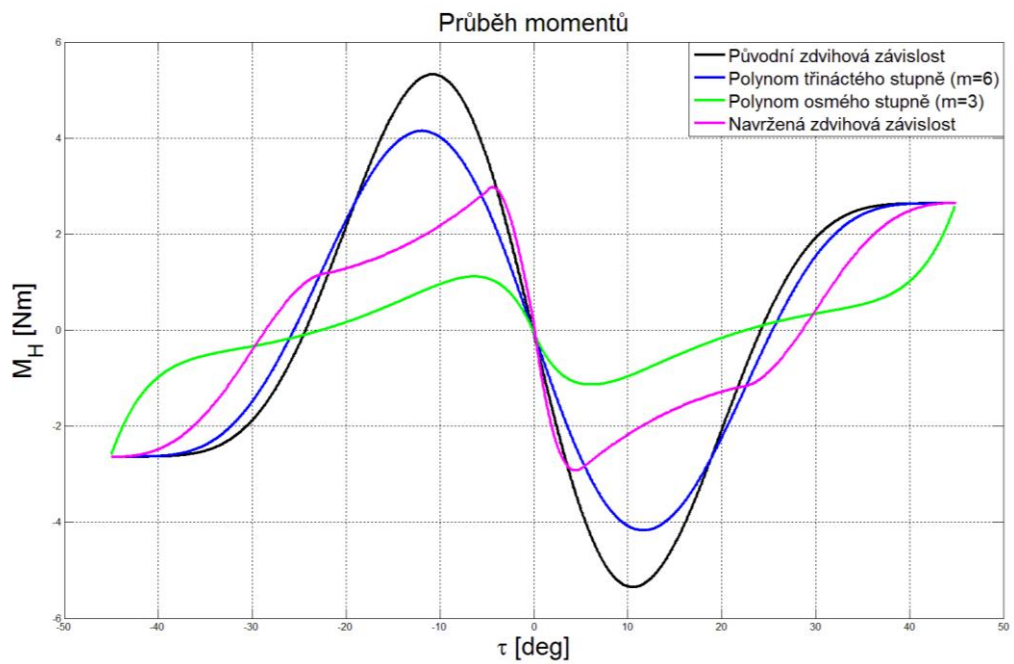
Obr. 5.4.1: Porovnání navržených zdvihových závislostí se závislostí stávající (zdvih)



Obr. 5.4.2: Porovnání navržených zdvihových závislostí se závislostí stávající (rychlost)



Obr. 5.4.3: Porovnání navržených zdvihových závislostí se závislostí stávající (zrychlení)



Obr. 5.4.4: Porovnání navržených zdvihových závislostí se závislostí stávající (hnací moment)

Z uvedených grafů je zřejmé, že ze všech navržených zdvihových závislostí nejvýhodnější zdvih vykazuje polynomická zdvihová závislost třináctého stupně (viz Obr. 5.4.1). Předčasný zdvih a zpožděné zastavení jehelníku v porovnání se zdvihovou závislostí stávající proběhne s rozdílem v 0,00027 [s], což nemá podstatný vliv, ale stejně jako i jiné zdvihové závislosti není totožná se stávající křivkou zdvihu.

Hodnoty zrychlení v extrémech u nově navržených zdvihových závislostí (viz Obr. 5.4.1) jsou menší než stávající, ale polynomická zdvihová závislost třináctého stupně nespĺňuje požadavek B, který je popsán na začátku kapitoly číslo 5, naopak u polynomické zdvihové závislosti osmého stupně s minimální hodnotou  $|\eta''|_{max}$  je splněn požadavek B, který je uveden na začátku kapitoly číslo 5, ale není v počátku a na konci plynulý náběh (nespojité třetí derivace). Nejvýhodnější průběh zrychlení ze všech navržených zdvihových závislostí má závislost popsána v kapitole 5.3 na stránce 31, která splňuje všechny požadavky kladené na průběh křivky zrychlení.

Aby se zvýšil výkon na stroje CAMEL, hnací moment na hřídeli rotoru servomotoru měl by být menší než původní za stávajících otáček virtuální osy, což splňují polynomická zdvihová závislost osmého stupně s minimální hodnotou  $|\eta''|_{max}$  a nově navržená zdvihová závislost (viz Obr. 5.4.4). Hnací moment mechanismu jehelníku dosáhne při použití zdvihové závislosti navržené v kap. 5.3 nižších hodnot při otáčkách 750 *ot/min* než hnací moment stávající zdvihové závislosti při 600 *ot/min* (viz Obr. 5.3.12 na stránce 45), čímž můžeme docílit zvýšení výkonu mechanismu stroje CAMEL. U polynomické zdvihové závislosti třináctého stupně skoro není rezervní oblast pro zvýšení otáček virtuální osy, proto je v našem případě nepoužitelná. Polynomická zdvihová závislost osmého stupně s minimální hodnotou  $|\eta''|_{max}$  je nepoužitelná z výše popsaných důvodů.

## 6 Závěr

Úlohou bakalářské práce bylo sledovat vliv změny zdvihové závislosti mechanismu jehelníku na hnací moment hřídele rotoru servomotoru, který je hnacím silovým členem mechanismu na tkacím stroji CAMEL. Stávající zdvihová závislost byla navržena jako optimální pro vytvoření tkaniny v perlinkové vazbě. První dvě zvolené normalizované symetrické zdvihové závislosti nevyhovovaly požadavkům popsáním v kapitole číslo 5, proto byla navržena polynomická zdvihová závislost zadaná po úsecích, která je soustavou úseků polynomů pátého stupně. Polynomická zdvihová závislost zadaná po úsecích vykazuje lepší průběhy zrychlení a hnacího momentu i za vyšších otáček, čímž by se zvýšila výkonnost stroje, kdyby polynomická zdvihová závislost zadaná po úsecích byla použita na tkacím stroji. Navržená zdvihová závislost má jeden „nedostatek“ v porovnání se stávající zdvihovou závislostí a to ten, že křivka zdvihu není principiálně totožná se zdvihem stávajícím, což povede v našem případě k předčasnému zdvihu jehelníku a zpožděnému zastavení v koncové poloze. Mechanismus jehelníku byl však zkonstruován s dostatečnou rezervou pro případ, že se do řídicího kontroléru budou zadávat jiné zdvihové závislosti, které vykazují odlišné hodnoty od stávajícího průběhu zdvihu, než standardní zdvihové závislosti.

Polynomická zdvihová závislost zadaná po úsecích je spojitá až do čtvrté derivace, což je zřejmé z obrázku Obr. 5.3.2. Lze předpokládat, že odezvou na kinematické buzení mechanismu jehelníku s poddajnými členy budou reziduální kmity s menšími hodnotami svých amplitud.

## Použitá literatura

- [1] KOLOC, Zdeněk, VÁCLAVÍK, Miroslav. Vačkové mechanismy. 1. vyd. Praha: SNTL, 1988. 384 s.
- [2] JIRÁSKO, Petr a kolektiv autorů. Mechatronika pohonů pracovních členů mechanismů. 1. vyd. Liberec: VÚTS, a.s., 2015. 850 s. ISBN 978-8087184-63-9.
- [3] ZÁKLADY TKANÍ A TKACÍ STROJE, TUL, Liberec 2015.
- [4] Program *RMS\_zzV03.15.xlsm*. Výukový program předmětu „Řízené mechanické systémy“ FS TUL.
- [5] VDI-Richtlinie 2143 Blatt 1: Bewegungsgesetze für Kurvengetriebe-Theoretische Grundlagen. Düsseldorf: VDI-Verlag 1980.
- [6] RYDLOVÁ, Emanuela, STROJE PRO TKANÍ za rok 2011, VÚTS, a.s., ITC-02/2012
- [7] Tryskový tkací stroj CAM EL, VÚTS. [online]. 9.6.2017 [cit. 2017-06-09]. Dostupné z: <http://www.vuts.cz/tryskovy-tkaci-stroj-camel.html#!prettyPhoto>

## A Obsah příloženého CD

Pchalavodau\_Andrei\_BP\_2017 (.pdf)

Výpočet hnacího momentu jehelníku (.m)



## Příloha I - Skript na výpočet hnacího momentu jehelníku

```
% Kinetostatické řešení mechanismu jehelníku s výpočtem hnacího momentu na vstupním
hřídeli mechanismu jehelníku
% Zdrojový kód je uložen na CD pod názvem Výpočet hnacího momentu jehelníku.m
% Zadání parametrů mechanismu
n=600; % Počet otáček virtuální osy [ot/min]
R=0.005; % Excentricita ojnice [m]
Zmax=0.002; % Maximální zdvih jehelníku [m]
EP=2.1*10^11; % Modul pružnosti pružiny [Pa]
ET=2.1*10^11; % Modul pružnosti táhla [Pa]
J=0.000255; % Moment setrvačnosti rotoru servomotoru, ložisek
atd. [kg*m^2]
mcelk=4.0772; % Celková hmotnost pružin, jehelníku, jehel, táhla
atd. [kg]
lT=0.260; % Délka táhla [m]
bT=0.004; % Výška táhla [m]
hT=0.02; % Šířka táhla [m]
bP=0.0026; % Výška pružiny [m]
hP=0.016; % Šířka pružiny [m]
lP=0.135; % Délka pružiny [m]
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%interval 0:10
ksi=0:10*pi/18000:10*pi/180; % Nezávislé proměnná [rad]
ksi1=0; % Okrajová podmínka pro nezávislou proměnnou (zleva)
[rad]
ksi2=0.174532925; % Okrajová podmínka pro nezávislou proměnnou (zprava)
[rad]
eta01=0; % Okrajová podmínka pro zdvih (zleva) [rad]
eta02=0.001239176; % Okrajová podmínka pro zdvih (zprava) [rad]
eta11=0; % Okrajová podmínka pro první derivace zdvihu (zleva)
[rad/rad]
eta12=0.032551911; % Okrajová podmínka pro první derivace zdvihu
(zprava) [rad/rad]
eta21=0; % Okrajová podmínka pro druhou derivace zdvihu
(zleva) [rad/rad^2]
eta22=0.657709505; % Okrajová podmínka pro druhou derivace zdvihu
(zprava) [rad/rad^2]
% Výpočet příslušných koeficientů
c0=eta01;
c1=eta11;
c2=0.5*eta21;
c3=(20*(eta02-eta01)/(ksi2-ksi1)^2-4*(2*eta12+3*eta11)/(ksi2-ksi1)+eta22-
3*eta21)/(2*(ksi2-ksi1));
c4=(-30*(eta02-eta01)/(ksi2-ksi1)^2+2*(7*eta12+8*eta11)/(ksi2-ksi1)-
2*eta22+3*eta21)/(2*(ksi2-ksi1)^2);
c5=(12*(eta02-eta01)/(ksi2-ksi1)^2-6*(eta12+eta11)/(ksi2-ksi1)+eta22-
eta21)/(2*(ksi2-ksi1)^3);
```

```

% Výpočet zdvihu, první a druhé derivace zdvihu
eta0=c0+c1*(ksi-ksil)+c2*(ksi-ksil).^2+c3*(ksi-ksil).^3+c4*(ksi-ksil).^4+c5*(ksi-
ksil).^5;
eta1=c1+2*c2*(ksi-ksil)+3*c3*(ksi-ksil).^2+4*c4*(ksi-ksil).^3+5*c5*(ksi-ksil).^4;
eta2=2*c2+6*c3*(ksi-ksil)+12*c4*(ksi-ksil).^2+20*c5*(ksi-ksil).^3;
phi=eta0-asin(Zmax/R); % Přepočítání zdvihu na zdvih reálný [rad]
alpha=eta2*(pi*n/30)^2; % Přepočítání druhé derivace zdvihu na
reálnou rychlost [rad/s^2]
u2=-sin(phi)*R.*eta1.^2+cos(phi)*R.*eta2; % Výpočet druhé derivace horizontální
složky posunu ojnice vůči rotoru servomotoru
Mh=J*alpha+((12*EP*bP^3*hP*R*sin(phi))/lP^3+mcelk*u2).*cos(phi)*R-(ET*bT^3*hT*R*(1-
cos(phi)))/(4*lT^3).*sin(phi)*R; % Výpočet hnacího momentu [N*m]
plot(ksi,Mh,'k','LineWidth',2.5) % Graf hnacího momentu v závislosti na
nezávisle proměnné
hold on
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% interval 10:23
ksi=10*pi/180:13*pi/18000:23*pi/180;
ksil=0.174532925;
ksi2=0.401425728;
eta01=0.001239176;
eta02=0.046366706;
eta11=0.032551911;
eta12=0.449325821;
eta21=0.657709505;
eta22=2.639115448;
c0=eta01;
c1=eta11;
c2=0.5*eta21;
c3=1/(2*(ksi2-ksil))*(20*(eta02-eta01)/(ksi2-ksil)^2-4*(2*eta12+3*eta11)/(ksi2-
ksil)+eta22-3*eta21);
c4=1/(2*(ksi2-ksil)^2)*(-30*(eta02-eta01)/(ksi2-ksil)^2+2*(7*eta12+8*eta11)/(ksi2-
ksil)-2*eta22+3*eta21);
c5=1/(2*(ksi2-ksil)^3)*(12*(eta02-eta01)/(ksi2-ksil)^2-6*(eta12+eta11)/(ksi2-
ksil)+eta22-eta21);
eta0=c0+c1*(ksi-ksil)+c2*(ksi-ksil).^2+c3*(ksi-ksil).^3+c4*(ksi-ksil).^4+c5*(ksi-
ksil).^5;
eta1=c1+2*c2*(ksi-ksil)+3*c3*(ksi-ksil).^2+4*c4*(ksi-ksil).^3+5*c5*(ksi-ksil).^4;
eta2=2*c2+6*c3*(ksi-ksil)+12*c4*(ksi-ksil).^2+20*c5*(ksi-ksil).^3;
phi=eta0-asin(Zmax/R);
alpha=eta2*(pi*n/30)^2;
u2=-sin(phi)*R.*eta1.^2+cos(phi)*R.*eta2;
Mh=J*alpha+((12*EP*bP^3*hP*R*sin(phi))/lP^3+mcelk*u2).*cos(phi)*R-(ET*bT^3*hT*R*(1-
cos(phi)))/(4*lT^3).*sin(phi)*R;
plot(ksi,Mh,'k','LineWidth',2.5)
hold on

```

```

%%%%%%%%%%
% interval 23:40
ksi=23*pi/180:17*pi/18000:40*pi/180;
ksi1=0.401425728;
ksi2=0.698131701;
eta01=0.046366706;
eta02=0.295635817;
eta11=0.449325821;
eta12=1.23135727;
eta21=2.639115448;
eta22=2.649425138;
c0=eta01;
c1=eta11;
c2=0.5*eta21;
c3=1/(2*(ksi2-ksi1))*(20*(eta02-eta01)/(ksi2-ksi1)^2-4*(2*eta12+3*eta11)/(ksi2-ksi1)+eta22-3*eta21);
c4=1/(2*(ksi2-ksi1)^2)*(-30*(eta02-eta01)/(ksi2-ksi1)^2+2*(7*eta12+8*eta11)/(ksi2-ksi1)-2*eta22+3*eta21);
c5=1/(2*(ksi2-ksi1)^3)*(12*(eta02-eta01)/(ksi2-ksi1)^2-6*(eta12+eta11)/(ksi2-ksi1)+eta22-eta21);
eta0=c0+c1*(ksi-ksi1)+c2*(ksi-ksi1).^2+c3*(ksi-ksi1).^3+c4*(ksi-ksi1).^4+c5*(ksi-ksi1).^5;
eta1=c1+2*c2*(ksi-ksi1)+3*c3*(ksi-ksi1).^2+4*c4*(ksi-ksi1).^3+5*c5*(ksi-ksi1).^4;
eta2=2*c2+6*c3*(ksi-ksi1)+12*c4*(ksi-ksi1).^2+20*c5*(ksi-ksi1).^3;
phi=eta0-asin(Zmax/R);
alpha=eta2*(pi*n/30)^2;
u2=-sin(phi)*R.*eta1.^2+cos(phi)*R.*eta2;
Mh=J*alpha+((12*EP*bP^3*hP*R*sin(phi))/lP^3+mcelk*u2).*cos(phi)*R-(ET*bT^3*hT*R*(1-cos(phi)))/(4*lT^3).*sin(phi)*R;
plot(ksi,Mh,'k','LineWidth',2.5)
hold on
%%%%%%%%%%
% interval 40:45
ksi=40*pi/180:5*pi/18000:45*pi/180;
ksi1=0.698131701;
ksi2=0.785398163;
eta01=0.295635817;
eta02=0.411516873;
eta11=1.23135727;
eta12=1.385465761;
eta21=2.649425138;
eta22=1.26385^(-10);
c0=eta01;
c1=eta11;
c2=0.5*eta21;
c3=1/(2*(ksi2-ksi1))*(20*(eta02-eta01)/(ksi2-ksi1)^2-4*(2*eta12+3*eta11)/(ksi2-ksi1)+eta22-3*eta21);

```

```

c4=1/(2*(ksi2-ksi1)^2)*(-30*(eta02-eta01)/(ksi2-ksi1)^2+2*(7*eta12+8*eta11)/(ksi2-
ksi1)-2*eta22+3*eta21);
c5=1/(2*(ksi2-ksi1)^3)*(12*(eta02-eta01)/(ksi2-ksi1)^2-6*(eta12+eta11)/(ksi2-
ksi1)+eta22-eta21);
eta0=c0+c1*(ksi-ksi1)+c2*(ksi-ksi1).^2+c3*(ksi-ksi1).^3+c4*(ksi-ksi1).^4+c5*(ksi-
ksi1).^5;
eta1=c1+2*c2*(ksi-ksi1)+3*c3*(ksi-ksi1).^2+4*c4*(ksi-ksi1).^3+5*c5*(ksi-ksi1).^4;
eta2=2*c2+6*c3*(ksi-ksi1)+12*c4*(ksi-ksi1).^2+20*c5*(ksi-ksi1).^3;
phi=eta0-asin(Zmax/R);
alpha=eta2*(pi*n/30)^2;
u2=-sin(phi)*R.*eta1.^2+cos(phi)*R.*eta2;
Mh=J*alpha+((12*EP*bP^3*hP*R*sin(phi))/lP^3+mcelk*u2).*cos(phi)*R-(ET*bT^3*hT*R*(1-
cos(phi)))/(4*lT^3).*sin(phi)*R;
plot(ksi,Mh,'k','LineWidth',2.5)
hold on
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% interval 45:50
ksi=45*pi/180:5*pi/18000:50*pi/180;
ksi1=0.785398163;
ksi2=0.872664626;
eta01=0.411516873;
eta02=0.527397928;
eta11=1.385465761;
eta12=1.23135727;
eta21=1.26385^(-10);
eta22=-2.649425138;
c0=eta01;
c1=eta11;
c2=0.5*eta21;
c3=1/(2*(ksi2-ksi1))*(20*(eta02-eta01)/(ksi2-ksi1)^2-4*(2*eta12+3*eta11)/(ksi2-
ksi1)+eta22-3*eta21);
c4=1/(2*(ksi2-ksi1)^2)*(-30*(eta02-eta01)/(ksi2-ksi1)^2+2*(7*eta12+8*eta11)/(ksi2-
ksi1)-2*eta22+3*eta21);
c5=1/(2*(ksi2-ksi1)^3)*(12*(eta02-eta01)/(ksi2-ksi1)^2-6*(eta12+eta11)/(ksi2-
ksi1)+eta22-eta21);
eta0=c0+c1*(ksi-ksi1)+c2*(ksi-ksi1).^2+c3*(ksi-ksi1).^3+c4*(ksi-ksi1).^4+c5*(ksi-
ksi1).^5;
eta1=c1+2*c2*(ksi-ksi1)+3*c3*(ksi-ksi1).^2+4*c4*(ksi-ksi1).^3+5*c5*(ksi-ksi1).^4;
eta2=2*c2+6*c3*(ksi-ksi1)+12*c4*(ksi-ksi1).^2+20*c5*(ksi-ksi1).^3;
phi=eta0-asin(Zmax/R);
alpha=eta2*(pi*n/30)^2;
u2=-sin(phi)*R.*eta1.^2+cos(phi)*R.*eta2;
Mh=J*alpha+((12*EP*bP^3*hP*R*sin(phi))/lP^3+mcelk*u2).*cos(phi)*R-(ET*bT^3*hT*R*(1-
cos(phi)))/(4*lT^3).*sin(phi)*R;
plot(ksi,Mh,'k','LineWidth',2.5)
hold on

```

```

%%%%%%%%%%
% interval 50:67
ksi=50*pi/180:17*pi/18000:67*pi/180;
ksi1=0.872664626;
ksi2=1.169370599;
eta01=0.527397928;
eta02=0.776667039;
eta11=1.23135727;
eta12=0.449325819;
eta21=-2.649425138;
eta22=-2.639115457;
c0=eta01;
c1=eta11;
c2=0.5*eta21;
c3=1/(2*(ksi2-ksi1))*(20*(eta02-eta01)/(ksi2-ksi1)^2-4*(2*eta12+3*eta11)/(ksi2-ksi1)+eta22-3*eta21);
c4=1/(2*(ksi2-ksi1)^2)*(-30*(eta02-eta01)/(ksi2-ksi1)^2+2*(7*eta12+8*eta11)/(ksi2-ksi1)-2*eta22+3*eta21);
c5=1/(2*(ksi2-ksi1)^3)*(12*(eta02-eta01)/(ksi2-ksi1)^2-6*(eta12+eta11)/(ksi2-ksi1)+eta22-eta21);
eta0=c0+c1*(ksi-ksi1)+c2*(ksi-ksi1).^2+c3*(ksi-ksi1).^3+c4*(ksi-ksi1).^4+c5*(ksi-ksi1).^5;
eta1=c1+2*c2*(ksi-ksi1)+3*c3*(ksi-ksi1).^2+4*c4*(ksi-ksi1).^3+5*c5*(ksi-ksi1).^4;
eta2=2*c2+6*c3*(ksi-ksi1)+12*c4*(ksi-ksi1).^2+20*c5*(ksi-ksi1).^3;
phi=eta0-asin(Zmax/R);
alpha=eta2*(pi*n/30)^2;
u2=-sin(phi)*R.*eta1.^2+cos(phi)*R.*eta2;
Mh=J*alpha+((12*EP*bP^3*hP*R*sin(phi))/lP^3+mcelk*u2).*cos(phi)*R-(ET*bT^3*hT*R*(1-cos(phi)))/(4*lT^3).*sin(phi)*R;
plot(ksi,Mh,'k','LineWidth',2.5)
hold on
%%%%%%%%%%
% interval 67:80
ksi=67*pi/180:13*pi/18000:80*pi/180;
ksi1=1.169370599;
ksi2=1.396263402;
eta01=0.776667039;
eta02=0.821794569;
eta11=0.449325819;
eta12=0.032551911;
eta21=-2.639115457;
eta22=-0.657709505;
c0=eta01;
c1=eta11;
c2=0.5*eta21;
c3=1/(2*(ksi2-ksi1))*(20*(eta02-eta01)/(ksi2-ksi1)^2-4*(2*eta12+3*eta11)/(ksi2-ksi1)+eta22-3*eta21);

```

```

c4=1/(2*(ksi2-ksi1)^2)*(-30*(eta02-eta01)/(ksi2-ksi1)^2+2*(7*eta12+8*eta11)/(ksi2-
ksi1)-2*eta22+3*eta21);
c5=1/(2*(ksi2-ksi1)^3)*(12*(eta02-eta01)/(ksi2-ksi1)^2-6*(eta12+eta11)/(ksi2-
ksi1)+eta22-eta21);
eta0=c0+c1*(ksi-ksi1)+c2*(ksi-ksi1).^2+c3*(ksi-ksi1).^3+c4*(ksi-ksi1).^4+c5*(ksi-
ksi1).^5;
eta1=c1+2*c2*(ksi-ksi1)+3*c3*(ksi-ksi1).^2+4*c4*(ksi-ksi1).^3+5*c5*(ksi-ksi1).^4;
eta2=2*c2+6*c3*(ksi-ksi1)+12*c4*(ksi-ksi1).^2+20*c5*(ksi-ksi1).^3;
phi=eta0-asin(Zmax/R);
alpha=eta2*(pi*n/30)^2;
u2=-sin(phi)*R.*eta1.^2+cos(phi)*R.*eta2;
Mh=J*alpha+((12*EP*bP^3*hP*R*sin(phi))/lP^3+mcelk*u2).*cos(phi)*R-(ET*bT^3*hT*R*(1-
cos(phi)))/(4*lT^3).*sin(phi)*R;
plot(ksi,Mh,'k','LineWidth',2.5)
hold on
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% interval 80:90
ksi=80*pi/180:10*pi/18000:90*pi/180;
ksi1=1.396263402;
ksi2=1.570796327;
eta01=0.821794569;
eta02=0.823033745;
eta11=0.032551911;
eta12=0;
eta21=-0.657709505;
eta22=0;
c0=eta01;
c1=eta11;
c2=0.5*eta21;
c3=1/(2*(ksi2-ksi1))*(20*(eta02-eta01)/(ksi2-ksi1)^2-4*(2*eta12+3*eta11)/(ksi2-
ksi1)+eta22-3*eta21);
c4=1/(2*(ksi2-ksi1)^2)*(-30*(eta02-eta01)/(ksi2-ksi1)^2+2*(7*eta12+8*eta11)/(ksi2-
ksi1)-2*eta22+3*eta21);
c5=1/(2*(ksi2-ksi1)^3)*(12*(eta02-eta01)/(ksi2-ksi1)^2-6*(eta12+eta11)/(ksi2-
ksi1)+eta22-eta21);
eta0=c0+c1*(ksi-ksi1)+c2*(ksi-ksi1).^2+c3*(ksi-ksi1).^3+c4*(ksi-ksi1).^4+c5*(ksi-
ksi1).^5;
eta1=c1+2*c2*(ksi-ksi1)+3*c3*(ksi-ksi1).^2+4*c4*(ksi-ksi1).^3+5*c5*(ksi-ksi1).^4;
eta2=2*c2+6*c3*(ksi-ksi1)+12*c4*(ksi-ksi1).^2+20*c5*(ksi-ksi1).^3;
phi=eta0-asin(Zmax/R);
alpha=eta2*(pi*n/30)^2;
u2=-sin(phi)*R.*eta1.^2+cos(phi)*R.*eta2;
Mh=J*alpha+((12*EP*bP^3*hP*R*sin(phi))/lP^3+mcelk*u2).*cos(phi)*R-(ET*bT^3*hT*R*(1-
cos(phi)))/(4*lT^3).*sin(phi)*R;
plot(ksi,Mh,'k','LineWidth',2.5)
hold on
grid on

```